



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

INTERACCIÓN SOCIAL, PERSISTENCIA EN LAS
CREENCIAS E IMPACTO DE INVERSIONISTAS
IRRACIONALES EN EQUILIBRIO

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN ECONOMÍA APLICADA
MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

CARLOS ANDRÉS RAMÍREZ CORREA

PROFESOR GUÍA:
NICOLÁS FIGUEROA GONZÁLEZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
VIVIANA FERNÁNDEZ MATURANA
ANDREA REPETTO LISBOA
FRANCISCO DE BORJA LARRAÍN CRUZAT

SANTIAGO DE CHILE
2008

RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR AL TITULO
DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL Y AL GRADO
DE MAGISTER EN ECONOMIA APLICADA
POR: CARLOS RAMÍREZ CORREA
FECHA: 2 DE SEPTIEMBRE 2008
PROFESOR GUIA: NICOLÁS FIGUEROA G.

“INTERACCIÓN SOCIAL, PERSISTENCIA EN LAS CREENCIAS E IMPACTO DE INVERSIONISTAS IRRACIONALES EN EQUILIBRIO”

El objetivo de esta tesis es analizar la posibilidad que existan en equilibrio inversionistas irracionales, quienes presentan persistencia, anclaje y sobre-reacción en la formación de sus creencias, elementos conductuales ampliamente documentados en la literatura. Además, como objetivo secundario, se pretende analizar la dinámica de precios y retornos que presentan los mercados en presencia de este tipo de agentes. Para ello se desarrolla un modelo en el cual coexisten inversionistas sofisticados (con expectativas racionales) e inversionistas irracionales en un contexto dinámico de generaciones traslapadas.

Con la finalidad de considerar la evidencia de que la interacción social puede influir en el comportamiento de los inversionistas en los mercados, los inversionistas irracionales escogen su portafolio en función de sus creencias, en las cuales influyen los consejos provistos por su red de contactos. A su vez, la experiencia de un miembro de esta red en el mercado retroalimenta las creencias del grupo.

Tras establecer de manera analítica la forma funcional del proceso de precios, como función de las variables aleatorias que definen el problema, se muestra a través de simulaciones que para una amplia familia de funciones de ajuste de creencias los inversionistas irracionales no sobreviven en equilibrio de largo plazo, ni tampoco afectan los precios en dicho estado. Aún así, los precios se ven afectados en el corto plazo por la distorsión que introduce la existencia de agentes irracionales, la cual proviene de la incertidumbre que poseen los inversionistas sofisticados respecto a la creencia futura del segmento irracional, pues ésta pudiese ser muy distinta de lo esperado, manteniendo los precios distorsionados un gran número de periodos. También se analiza la dinámica de los retornos generados en este tipo de mercados mediante el estadístico razón de varianzas y se obtienen resultados coherentes con procesos que presentan reversión a la media. Respecto a la dinámica de precios, esta evidencia exceso de volatilidad.

Por último es importante notar que los resultados obtenidos en este estudio no necesariamente descartan la existencia de inversionistas irracionales en los mercados. Sólo establece que bajo una caracterización de este tipo de inversionista, el arbitraje aplicado por los agentes sofisticados resulta ser en promedio libre de riesgo. Tampoco se incorporan en el modelo problemas de agencia entre el administrador de los fondos y su dueño, elemento que según Shleifer y Vishny (1997) pudiese asociar riesgo a las oportunidades de arbitraje. Es por esto que resulta interesante estudiar dicho fenómeno en aproximaciones futuras con la finalidad de analizar la robustez de los resultados obtenidos.

Palabras Clave: Inversionistas irracionales, elección de portafolios, equilibrio.
Clasificación JEL: G11, G12, G14

Agradecimientos

Agradezco a mi familia por su apoyo incondicional, en especial a mis padres por su gran dedicación durante todos estos años.

Debo agradecer también a los profesores de la comisión, quienes mediante sus comentarios y sugerencias ayudaron a mejorar mucho este trabajo. Además les agradezco la buena disposición y el interés prestado en el tema.

Por último y de manera especial, debo agradecer también a Nicolás, quién influyó en gran medida en la realización de esta tesis, gracias a sus enseñanzas, entusiasmo y continuo apoyo.

Índice general

Agradecimientos	III
Introducción	1
1. Modelo	6
1.1. Comentarios del modelo	9
1.2. Evolución de creencias colectivas	11
2. Precios de equilibrio	14
3. Simulaciones	18
4. Resultados	20
4.1. Existencia de inversionistas irracionales en equilibrio	21
4.1.1. Creencias colectivas con persistencia y anclaje	24
4.1.2. Creencias colectivas con sobre-reacción y anclaje	28
4.2. Impacto de inversionistas irracionales en precios de largo plazo	31
4.3. Características de precios y retornos	32
4.3.1. Test de razón de varianzas y evidencia empírica.	32
4.3.2. Reversión a la media en retornos	35
4.3.3. Exceso de volatilidad	37
4.4. Varianza de equilibrio	37
5. Extensión del modelo	40
5.1. Existencia de inversionistas irracionales en equilibrio	41
5.1.1. Creencias colectivas con persistencia y anclaje	43
5.1.2. Creencias colectivas con sobre-reacción y anclaje	46
5.2. Impacto de inversionistas irracionales en precios de largo plazo	48

6. Conclusiones	49
Bibliografía	51
A. Demostraciones	55
A.1. Demostración Lema 1	55
A.2. Demostración Lema 2	56
A.3. Demostración Lema 3	57
A.4. Demostración Lema 4	58
A.5. Demostración Lema 5	59
A.6. Demostración Observación 2	60
B. Martingalas, caminata aleatoria y razón de varianzas	61
B.1. Martingalas	61
B.2. Caminata aleatoria	62
B.3. Razón de varianzas	64
C. Código de programación	68
C.1. Programa con persistencia de creencias y anclaje en modelo básico.	68
C.2. Programa con sobre-reacción y anclaje en modelo básico.	83
C.3. Programa con persistencia de creencias y anclaje en extensión del modelo.	96
C.4. Programa con sobre-reacción y anclaje en extensión del modelo.	112

Índice de figuras

1.1.	Dinámica creencias cuando $\beta = 0,9$, $\alpha = 0,2$ y $p_t = 1$ ($\forall t$)	11
1.2.	Dinámica creencias cuando $\beta = 1$, $\theta = 0,4$ y $p_t = 1$ ($\forall t$)	13
4.1.	Dinámica creencias cuando $\beta = 0$, $\mu = 0,2$, $\gamma = 0,5$, $ r = 5\%$ y $S^* = 0,4$. .	25
4.2.	Dinámica creencias cuando $\beta = 1$, $\mu = 0,2$, $\gamma = 0,5$, $ r = 5\%$, $\alpha = 0,4$ y $S^* = 0,4$	25
4.3.	Dinámica creencias cuando $\beta = 0,5$, $\mu = 0,2$, $\gamma = 0,5$, $ r = 5\%$, $\alpha = 0,4$ y $S^* = 0,4$	25
4.4.	Dinámica creencias cuando $\beta = 1$, $\mu = 0,2$, $\gamma = 0,5$, $ r = 5\%$, $\theta = 0,4$ y $S_0 = 0,4$	29
4.5.	Dinámica creencias cuando $\beta = 0,5$, $\mu = 0,2$, $\gamma = 0,5$, $ r = 5\%$, $\theta = 0,4$ y $S^* = S_0 = 0,4$	29
4.6.	Varianza de equilibrio promedio cuando $\beta = 1$, $S_0 = S^* = 1,6$	38
4.7.	Varianza de equilibrio promedio cuando $\beta = 0$, $S_0 = S^* = 1,6$	38
5.1.	Evolución de la concentración de inversionistas irracionales cuando $\omega = 0,2$, $\gamma = 0,5$, $\beta = 1$, $\alpha = 0,5$, $r = 5\%$, $\mu_1 = 0,5$ y $S_0 = S^* = 0,4$	45
5.2.	Evolución de la concentración de inversionistas irracionales cuando $\omega = 0,2$, $\gamma = 0,5$, $\beta = 0$, $\alpha = 0,5$, $r = 5\%$, $\mu_1 = 0,5$ y $S_0 = S^* = 0,4$	45
5.3.	Evolución de la concentración de inversionistas irracionales cuando $\omega =$ $0,005$, $\gamma = 0,5$, $\beta = 0,5$, $\alpha = 0,5$, $r = 5\%$, $\mu_1 = 0,5$ y $S_0 = S^* = 0,4$	46
5.4.	Evolución de la concentración de inversionistas irracionales cuando $\omega =$ $0,005$, $\gamma = 0,5$, $\beta = 0,5$, $\theta = 0,3$, $r = 5\%$, $\mu_1 = 0,5$ y $S_0 = S^* = 0,4$	48

Introducción

Existe amplia evidencia que los inversionistas no siguen los patrones esperados de un comportamiento racional al momento de manejar sus portafolios. La teoría clásica predice que si los agentes son racionales, éstos debiesen diversificar sus carteras de manera de minimizar el riesgo, dado un cierto nivel de retorno esperado. Pero los inversionistas típicamente parecen no considerar esto, manteniendo un único activo o un conjunto pequeño de ellos en sus carteras (Lease, 1974). Por ejemplo, en caso de mercados internacionales, donde los beneficios de la diversificación han sido reconocidos por décadas, French y Poterba (1991) encuentran que los inversionistas en EEUU, Japón e Inglaterra asignan 94, 98 y 82 % de su cartera accionaria a activos locales, lo que ha sido denominado en la literatura como *home bias*. Este resultado parece obedecer a la libre elección de los agentes y no a restricciones institucionales, como por ejemplo impuestos, altos costos de transacción o límites a la inversión extranjera. Esta evidencia no sólo se encuentra en mercados internacionales, sino también se presenta dentro de países, donde la diversificación parece estar más concentrada en regiones cercanas a los inversionistas (Grinblatt, 2001).

Otro ejemplo de comportamiento no esperado por la literatura clásica es cuando se solicita a las personas diversificar sus carteras, pues parecen realizar esta diversificación de una manera ingenua. Por ejemplo, Benartzi y Thaler (2001) realizan experiencias controladas en laboratorio en las cuales solicitan a los participantes que formen un portafolio compuesto de acciones y bonos, en los siguientes escenarios: primero, se da la opción entre un fondo accionario (totalmente compuesto de acciones) y un fondo de bonos (totalmente compuesto por bonos); luego, se da la opción entre un fondo accionario y un fondo mixto (compuesto 50 % de acciones y 50 % de bonos) y por último, entre un fondo de bonos y uno mixto. Ellos encuentran que en cada uno de los escenarios la decisión más popular es asignar la mitad del presupuesto a uno de los fondos y el resto al otro, con lo que la asignación de la riqueza entre acciones y bonos es totalmente diferente dependiendo de las opciones presentadas. Luego, teniendo esta evidencia en cuenta, estudian los planes 401(k) en EEUU, donde obtienen resultados coherentes con la hipótesis que las personas parecen

utilizar reglas simples de diversificación de sus ahorros, por ejemplo, distribuyendo una fracción idéntica de éstos en cada una de las opciones de inversión disponibles¹.

Además, cuando las personas toman sus decisiones de inversión parecen utilizar señales provistas por algunos agentes que realmente no son información sino ruido, pero ellos las interpretan como si dichas señales fuesen información (Barbieris y Thaler, 2002). Black (1986) cataloga a este tipo de inversionistas como irracionales (*noise traders*), los cuales sin acceso a información privilegiada, consideran algunas de las señales del mercado como si lo fuesen, pensando que éstas pueden proveerles alguna ventaja sobre el resto.

Evidencia como la presentada anteriormente ha hecho cada vez más notoria la debilidad del supuesto de racionalidad total de los agentes. El paradigma tradicional de racionalidad implica dos supuestos importantes en la literatura clásica. Primero, cuando los agentes reciben nueva información, ellos actualizan sus conjeturas de manera racional, siguiendo para esto la ley de Bayes. Segundo, dadas las conjeturas, ellos realizan su elección buscando maximizar su utilidad esperada. Este paradigma ha sido criticado tanto del punto de vista empírico, puesto que sus predicciones no son totalmente confirmadas en los datos, como mostramos anteriormente, aun cuando se incorporen imperfecciones en el enfoque clásico como información asimétrica, costos de transacción, etc.; como desde el punto de vista teórico, debido a la dificultad de cómputo en la predicción de escenarios futuros o la existencia de fenómenos esencialmente psicológicos (Barbieris y Thaler, 2002).

Es debido a esta aparente inconsistencia entre lo pronosticado por la literatura tradicional y la evidencia empírica que nuevas aproximaciones han incorporado elementos del comportamiento de los agentes, provenientes en su mayoría de la psicología cognitiva experimental. En términos generales, esta corriente (denominada *Behavioral Finance*) argumenta que algunos de los fenómenos pueden ser mejor entendidos usando modelos en los cuales los agentes no son completamente racionales.

Sin embargo y a pesar del reconocimiento intuitivo de la existencia de inversionistas irracionales en los mercados, los economistas por mucho tiempo se rehusaron a incorporarlos en los modelos, principalmente por el argumento de Friedman (1953) y Fama (1965), quienes planteaban que este tipo de inversionista no podría sobrevivir en equilibrio de largo plazo, debido a la pérdida sistemática que sufriría mediante el arbitraje que efectuarían los inversionistas racionales (sofisticados). Éstos, aprovechando los sesgos de los agentes irracionales, comprarían cuando los éstos últimos deprimieran el precio y

¹Los planes 401(k) son un instrumento de ahorro a través del empleador. En ellos el trabajador ahorra una fracción de su sueldo en una cuenta individual. Dicho ahorro se descuenta de impuestos. El trabajador sólo paga impuestos al momento de retirar los fondos.

venderían cuando el precio volviese a su valor fundamental.

En contraste con lo anterior, De Long et al. (1990) (de ahora en adelante DSSW, 1990) estudian un modelo donde los inversionistas sofisticados pudiesen enfrentar límites endógenos al arbitraje al momento de participar en mercados donde existen inversionistas irracionales. Estos límites provienen de que ambos agentes enfrentan un horizonte de vida similar, en el cual las creencias de los inversionistas irracionales pudiesen no revertir a su media, limitando el arbitraje debido a la existencia de aversión al riesgo. Así, éstos demuestran que es posible que agentes irracionales puedan existir en equilibrio de largo plazo.

Gracias a DSSW (1990) el análisis de los inversionistas irracionales recobra importancia en la literatura, motivando varios artículos en el último tiempo (Barberis et al. (1998), Shleifer y Vishny (1997), Kogan et al. (2006)). Sin embargo, en el enfoque planteado por éstos no se incorporan elementos conductuales en la forma en que los agentes irracionales toman sus decisiones. La irracionalidad de los agentes viene dada sólo por una distorsión de las creencias racionales respecto al precio futuro de un activo.

Dado que la literatura de *Behavioral Finance* considera agentes irracionales más sofisticados que simplemente aleatorios, resulta interesante preguntarse por la posibilidad de existencia en equilibrio de inversionistas que presenten elementos conductuales en la formación de sus creencias.

En este trabajo consideramos la amplia evidencia que existe respecto a persistencia de creencias, anclaje y sobre-reacción. El primer elemento hace referencia a que una vez que las personas forman alguna idea respecto a algo tienden a aferrarse a ésta durante mucho tiempo (Barbieris y Thaler, 2002). El anclaje es cuando, al momento de hacer la estimación de un valor futuro, los individuos tienden a aferrar su creencia en un valor previamente definido por éstos (Kahneman y Tversky, 1974). El tercer elemento trata de la amplia evidencia de sobre-reacción en los precios frente a noticias no esperadas por los inversionistas (De Bondt, Werner y Thaler, 1986). Por ejemplo, Barbieris, Shleifer y Vishny (1998) documentan la existencia de sobre-reacción, en el largo plazo, de los precios frente a una serie de noticias en una misma dirección, ie. frente a una serie consecutiva de buenas o malas noticias.

Además consideramos evidencia de que la interacción social influye en el comportamiento de los inversionistas en los mercados (Shiller, 1984). Por ejemplo, Hong, Kubik y Stein (2004) muestran que la participación en los mercados accionarios se encuentra marcadamente influenciada por la interacción de los inversionistas. Ellos prueban su teoría

utilizando el estudio de salud y retiro estadounidense² y encuentran que aquellos hogares que interactúan con sus vecinos o asisten a la iglesia, poseen una mayor probabilidad de participación en los mercados frente a aquellos hogares que no lo hacen, controlando por riqueza, edad, raza, educación y tolerancia al riesgo. Más aún, la sociabilidad es mayor en los estados donde la tasa de participación en el mercado es más alta. Además, los mismos autores en otro estudio (2005) plantean que es más probable que un administrador de fondos mutuos compre (venda) una acción si es que otros administradores, en la misma ciudad, están comprando (vendiendo) dicha acción. Este patrón se mantiene aún cuando los administradores y las compañías en cuestión se encuentren lejos unos de otros, lo cual habla de un proceso distinto a *home bias*. Por otra parte, Hira y Loibl (2006), a través de una encuesta en EEUU, encuentran que cerca del 20 % de los inversionistas consultados recurre, casi siempre o generalmente, a la información que obtiene en su lugar de trabajo, clases, amigos o familiares.

En este estudio analizamos la existencia e impacto que inversionistas irracionales tienen sobre los precios, donde la dinámica social influye en los pronósticos respecto a los retornos esperados y los inversionistas presentan componentes conductuales como persistencia en las creencias, sobrerreacción y anclaje.

En este contexto, consideramos que un inversionista irracional es un agente que invierte de manera ocasional sus propios recursos y forma sus expectativas considerando la información públicamente disponible y las experiencias pasadas de sus conocidos, a través del consejo desinteresado y honesto que éstos le proveen respecto al mercado. Éstos pueden ser compañeros de trabajo, familiares o amigos que invirtieron en el periodo anterior, quienes comentan su experiencia al inversionista. Luego de invertir, el inversionista relata al grupo su vivencia, la cual también es honesta, retroalimentado con información al sistema.

Para esto, consideramos un modelo de equilibrio parcial, con generaciones traslapadas, en el cual, en cada generación coexisten inversionistas sofisticados e irracionales, quienes manejan su propia riqueza e invierten en un primer periodo y deben liquidar sus posiciones en el siguiente. Así, en el primer periodo ellos sólo escogen su portafolio buscando maximizar su utilidad, mientras que en el último consumen toda su riqueza, siendo obligados a liquidar sus posiciones.

Con este modelo buscamos responder básicamente a tres interrogantes: ¿es esperable que este inversionista sobreviva en el largo plazo?, ¿cuál es el impacto que tiene en los

²Estudio de Salud y Retiro (*Health and Retirement Study*) aplicado por el Instituto para la investigación social de la Universidad de Michigan.

precios de equilibrio de largo plazo? y ¿qué tipo de procesos de precios se genera en este tipo de mercados?. Con la primera de estas preguntas analizamos el concepto de eficiencia de mercado, bajo un punto de vista tradicional, pues si los inversionistas irracionales sobreviven en el largo plazo, entonces el mercado no debiese ser en principio eficiente, ya que en caso de serlo el arbitraje aplicado por los agentes racionales debiese eliminar del mercado a este inversionista. La existencia de éstos sólo es atribuible ya sea a la presencia de imperfecciones en el mercado (restricciones de liquidez, asimetrías de información, costos de transacción, etc.) o al riesgo que introducen los agentes irracionales, que termina disminuyendo o eliminando totalmente las oportunidades de arbitraje. Con la segunda y tercera pregunta, analizamos la dinámica que pudiesen presentar los precios y retornos, buscando emular algunos de los hechos estilizados no reproducidos por la teoría clásica, como lo son la aparente reversión a la media en retornos de largo plazo y el exceso de volatilidad en los precios.

Para responder cada una de las preguntas anteriores, realizamos simulaciones para obtener los precios de equilibrio. Con dichos precios podemos calcular los diferenciales de renta entre ambos tipos de agentes para cada uno de los periodos simulados. Dichos diferenciales son relevantes para responder nuestra primera pregunta. Para analizar las preguntas restantes utilizamos el test de razón de varianzas, buscando indicios de reversión a la media en retornos.

En el capítulo 1 explicamos el modelo. En el capítulo 2 presentamos las formas funcionales del precio de equilibrio en este tipo de mercados. En el capítulo 3 explicamos la metodología utilizada en las simulaciones. En el capítulo 4 se resumen nuestros principales resultados, mientras que el capítulo 5 presenta una extensión del modelo y el capítulo 6 las conclusiones del estudio. Por último, en el apéndice se desarrollan algunas de las expresiones descritas en capítulos anteriores.

Capítulo 1

Modelo

Consideramos un modelo de generaciones traslapadas en el cual coexisten inversionistas irracionales y sofisticados, donde cada inversionista maneja su propia riqueza¹. Los inversionistas irracionales forman sus expectativas respecto al precio del periodo futuro, incorporando en su creencia los consejos, desinteresados y honestos, provistos por sus conocidos, que pueden estar desalineados de las expectativas racionales. Por otro lado, la experiencia de un inversionista irracional y su desempeño en el mercado retroalimenta las creencias de su grupo social.

La economía se compone sólo de dos activos líquidos, los cuales pagan el mismo dividendo r . La diferencia entre ellos es la elasticidad de su oferta. Uno de los activos (que denominamos s) posee una oferta totalmente elástica, con lo que su precio es siempre 1 ya que la tasa de interés es \hat{R}^2 . El otro activo (que denominamos u) tiene una oferta no elástica, puesto que existe una cantidad fija de éste, la cual normalizamos a 1. Esto último implica que pueden existir variaciones en el precio del activo u y por lo tanto pueda ser riesgoso aún cuando paga un dividendo fijo.

Cada generación vive dos periodos y esta conformada por una fracción μ de inversionistas irracionales y $1 - \mu$ de inversionistas sofisticados, con $\mu \in (0, 1)$.

En su primer periodo de vida, cada inversionista sólo escoge el portafolio óptimo de manera de maximizar su utilidad en el siguiente periodo, donde debe liquidar obligatoriamente sus posiciones (que son compradas por la próxima generación) y consumir toda su

¹Para un mayor análisis respecto a las fricciones que pudiesen presentar los problemas de agencia entre el administrador de los fondos y su dueño ver Shleifer y Vishny (1997), quienes se preocupan directamente de éste problema, bajo el cual las oportunidades de arbitraje poseen riesgo y requieren de capital, a diferencia del arbitraje clásico.

²El precio se obtiene de calcular el valor presente neto de los flujos futuros utilizando $|\hat{R}| = |r|$ como tasa de descuento.

riqueza. La forma funcional de la utilidad es:

$$\bar{w} - \gamma\sigma_w^2 \quad (1.1)$$

donde \bar{w} es la riqueza final esperada, σ_w^2 es la varianza de la riqueza y γ un coeficiente de aversión al riesgo.³

Denominamos p_t al precio del activo riesgoso, u , durante el periodo t . El inversionista sofisticado deriva su demanda por este activo (que denominamos λ_t^i) maximizando su utilidad para el próximo periodo, la que corresponde a:

$$\begin{aligned} U &= \bar{w} - \gamma\sigma_w^2 \\ &= c_0 + \lambda_t^i(r + {}_t p_{t+1} - p_t(1 + r)) - \gamma(\lambda_t^i)^2({}_t\sigma_{p_{t+1}}^2) \end{aligned}$$

con ${}_t p_{t+1}$ la esperanza del precio en el siguiente periodo dada la información disponible en t y ${}_t\sigma_{p_{t+1}}^2 = E_t \{(p_{t+1} - {}_t p_{t+1})^2\}$ la varianza del precio en el siguiente periodo. Maximizando la utilidad con respecto a λ_t^i obtenemos:

$$\lambda_t^i = \frac{r + {}_t p_{t+1} - (1 + r)p_t}{2\gamma({}_t\sigma_{p_{t+1}}^2)} \quad (1.2)$$

Análogamente, el inversionista irracional representativo maximiza:

$$\begin{aligned} U &= \bar{w} - \gamma\sigma_w^2 \\ &= c_0 + \lambda_t^n(r + {}_t S_{t+1} - p_t(1 + r)) - \gamma(\lambda_t^n)^2({}_t\sigma_{S_{t+1}}^2) \end{aligned}$$

con ${}_t S_{t+1}$ la creencia irracional respecto al precio del siguiente periodo dada la información en t , λ_t^n la demanda en t por el activo u y ${}_t\sigma_{S_{t+1}}^2 = E_t \{(S_{t+1} - {}_t S_{t+1})^2\}$, donde $(\lambda_t^n)^2({}_t\sigma_{S_{t+1}}^2)$ es la varianza de la riqueza esperada, cuando la creencia es ${}_t S_{t+1}$. Derivando dicha expresión respecto a λ_t^n obtenemos:

$$\lambda_t^n = \frac{r + {}_t S_{t+1} - (1 + r)p_t}{2\gamma({}_t\sigma_{S_{t+1}}^2)} \quad (1.3)$$

³Notemos que la función de utilidad no proviene de una función CARA en el consumo, ie. $u(c_t) = -exp(-\gamma c_t)$, algo típicamente utilizado en esta literatura. Para obtener una función de la forma planteada, ie. $\bar{w} - \gamma\sigma_w^2$, es necesario que los retornos accionarios posean una distribución normal y la función de utilidad en el consumo sea CARA.

Así, teniendo las demandas por el activo riesgoso⁴, el precio se determina igualando oferta y demanda para cada periodo, con lo que la ecuación del precio del activo u para el periodo t corresponde a⁵:

$$\mu\lambda_t^n + (1 - \mu)\lambda_t^i = 1 \quad (1.4)$$

Como ya mencionamos, las nuevas generaciones de inversionistas irracionales son influenciadas por la creencia formada por sus antecesores, la cual es transmitida a través de consejos de inversión honestos y desinteresados, con lo que la familia de funciones a estudiar posee la siguiente forma:

$${}_tS_{t+1} = (\phi_t){}_tP_{t+1} + (1 - \phi_t)\eta(S_t, p_t) \quad (1.5)$$

donde $1 - \phi_t$ mide el grado de confianza que otorga la nueva generación de inversionistas irracionales a los consejos provistos por sus antecesores, $\eta(S_t, p_t)$, representados por amigos, compañeros de trabajo, familiares, etc. quienes participaron del mercado en el periodo anterior⁶. La variable ϕ_t se distribuye en $[0, 1]$, i.i.d en el tiempo, de acuerdo a F con media ϕ^* y varianza σ_ϕ^2 y es la que finalmente introduce la incertidumbre en el sistema, debido a que los inversionistas sofisticados conocen perfectamente toda la información a excepción de la realización de la variable aleatoria para el periodo en el cual les corresponde liquidar sus activos. La aleatoriedad de la variable se sustenta en dos posibles explicaciones: primero, sólo algunas veces los inversionistas irracionales reciben información que ellos consideran confiable, por lo cual existen ocasiones en las cuales se confía más en el consejo que otras. Segundo, no siempre el inversionista recibe comentarios de un mismo número de agentes, ie. pueden existir periodos donde lo único de lo que se habla en los grupos es de inversiones, obteniendo un gran número de comentarios al momento de invertir, por lo que se espera que la influencia del grupo sea alta. En cambio, pueden existir periodos donde la intensidad del tema caiga, pues existen otras conversaciones de moda, disminuyendo la influencia del grupo hacia el inversionista al momento de formar su pronóstico. Notemos que ambas interpretaciones apuntan al efecto que producen los consejos provistos por sus pares en la posición que toma el inversionista irracional⁷.

⁴Permitimos que las demandas de los inversionistas sean negativas, es decir que los inversionistas puedan tomar posiciones cortas si es que así lo desean.

⁵Notemos que esta ecuación sólo es válida cuando $\mu \in (0, 1)$. En caso que $\mu = 0$, el precio del activo riesgoso es 1, pues todos los agentes forman sus creencias siguiendo la ley de Bayes, transformándose ambos activos en sustitutos perfectos. En caso que $\mu = 1$, la expresión del precio se obtiene igualando la demanda irracional a 1, con lo que la forma funcional del precio es: $p_t = \frac{r + {}_tS_{t+1} - 2\gamma\sigma^2}{1+r}$.

⁶Es importante notar que, en una primera aproximación, aún cuando existan las mismas proporciones de inversionistas sofisticados e irracionales en periodos distintos, las generaciones no son iguales, pues las creencias que los inversionistas van formando cambian constantemente dependiendo de la historia pasada.

⁷Estas interpretaciones buscan introducir dispersión en las creencias de los agentes respecto a un

Debido a la particular forma funcional de (1.5) es posible demostrar que:

$${}_t\sigma_{S_{t+1}}^2 = \phi_t^2({}_t\sigma_{p_{t+1}}^2)$$

Utilizando la ecuación anterior, (1.2), (1.3) y (1.4) la expresión del precio es:

$$p_t = \frac{1}{\mu(1+r) + (1-\mu)(1+r)\phi_t^2} \left\{ \mu(r + {}_t S_{t+1}) + (1-\mu)(r + {}_t p_{t+1})\phi_t^2 - 2\gamma\phi_t^2({}_t\sigma_{p_{t+1}}^2) \right\} \quad (1.6)$$

Tal como expresa (1.6), la creencia respecto al retorno esperado de cada segmento ($r + {}_t p_{t+1}$ para el caso sofisticado y $r + {}_t S_{t+1}$ para el irracional) influye en el precio dependiendo de la concentración del grupo social. Así, mientras mayor sea el retorno esperado por los grupos, mayor será el precio del activo u . En caso que ambos sean optimistas respecto al retorno esperado, mayor será el precio. Si uno de los grupos es optimista, mientras que el otro pesimista, el aumento o disminución dependerá, de que grupo sea más numeroso en el mercado. Por otro lado, mientras mayor sea la dispersión de las creencias, mayor será la volatilidad de equilibrio, por lo que el riesgo aumenta, disminuyendo con esto el atractivo del activo frente a los inversionistas, con la consiguiente disminución de su precio, lo que es representado por el término de varianza.

1.1. Comentarios del modelo

Como ya mencionamos, el inversionista irracional no es necesariamente la misma persona que participa reiteradamente en el mercado, sino un inversionista que invierte de manera ocasional. Como podemos apreciar en la ecuación (1.5), él forma su expectativa respecto al precio futuro considerando las expectativas racionales, ${}_t p_{t+1}$, y las creencias de su grupo de referencia, que denotamos por $\eta(S_t, p_t)$. A su vez este inversionista retroalimenta de información a su grupo de referencia, comentando su experiencia después de liquidar sus activos, cuyo consejo es honesto y desinteresado. Notemos que el parámetro $1 - \phi_t$ captura la importancia que el inversionista asigna a los consejos de su red de conocidos. La aleatoriedad de este parámetro hace relación a la existencia de situaciones en las cuales se confía más en el consejo que otras, ya que sólo algunos periodos se intercambian opiniones con pares a los cuales el inversionista asocia credibilidad.

activo en particular. Hong y Stein (2007) argumentan que este tipo de modelos posee buenas propiedades respecto a los hechos estilizados replicados. Particularmente ellos enfocan su atención en tres mecanismos por los cuales se pueden producir la dispersión en las opiniones de los agentes en el mercado: flujo gradual de información, atención limitada a sólo cierto tipo de información y creencias heterogéneas.

La definición anterior es motivada por la literatura reciente. Hong, Kubik y Stein (2004, 2005) han identificado que la interacción social entre los inversionistas presenta efectos directos en sus patrones de elección de portafolios, ya sea a nivel de inversionistas pequeños (hogares) o a nivel de los administradores de fondos mutuos en EEUU. Ellos proveen información valiosa que permite hacer plausible la idea que los inversionistas suelen invertir en aquellos fondos o capitales en los cuales sus cercanos lo hacen y consideran la información, provista por su círculo cercano o conocidos, al momento de tomar sus decisiones de inversión. Consistente con esto, Hira y Loibl (2006) identifican patrones de búsqueda de información al momento de invertir, considerando variables como el género, edad y nivel de educación, a través de una encuesta aplicada entre Octubre del 2005 y Febrero del 2006, utilizando una muestra aleatoria de 911 hogares norteamericanos. Ellos encuentran que cerca del 20 % de los inversionistas recurre, casi siempre o generalmente, a la información que obtiene en su lugar de trabajo, clases, con amigos o familiares.

Respecto a las preferencias de cada inversionista, podemos notar de (1.2) y (1.3) que ambos aumentarán su demanda por el activo u en caso que su expectativa respecto al precio aumente, mientras que la disminuirán en caso que la volatilidad de su riqueza esperada se incremente, pues existe aversión al riesgo. Así, dada la información del periodo actual, no necesariamente se incrementará la demanda por este activo debido a un aumento esperado del retorno, pues pudiese ser que su volatilidad, dado un sistema de creencias, sea lo suficientemente alta para desincentivar la toma de posiciones en este activo.

Notemos que los inversionistas sofisticados desconocen cuánto tomarán en cuenta los agentes irracionales los consejos de su grupo de referencia en el siguiente periodo. Para los inversionistas sofisticados esto es importante puesto que la actitud de los agentes irracionales futuros determinará el precio del activo cuando éstos deban liquidar sus posiciones, introduciendo riesgo.

Por último, notemos que en nuestro modelo no existe riesgo fundamental, el cual disminuye las oportunidades de arbitraje. El riesgo, en este caso, proviene sólo de la existencia de los inversionistas irracionales, debido al corto horizonte que ambos inversionistas enfrentan. Por ejemplo, supongamos que los inversionistas irracionales son pesimistas hoy respecto al activo u , lo cual hace caer su precio. Si los inversionistas sofisticados poseen un horizonte de evaluación mucho mayor al de los irracionales, entonces éstos comprarán el activo, esperando que los inversionistas irracionales deban liquidar sus posiciones y el precio vuelva a su nivel normal. En cambio, si ambos presentan igual horizonte de evaluación, como en este caso, el inversionista sofisticado debe tener en cuenta que es posible que los inversionistas irracionales sean más pesimistas mañana, por lo que el agente sofisticado

deberá liquidar sus posiciones obteniendo pérdidas, lo cual introduce un desincentivo a tomar posiciones en este activo (ya que es posible obtener una renta segura por parte de la posición tomada en el activo s). Este tipo de riesgo es bautizado por DSSW (1990) como el riesgo de los inversionistas irracionales (*noise trader risk*).

1.2. Evolución de creencias colectivas

A continuación describimos la evolución en el tiempo de las creencias colectivas del segmento irracional como función de las creencias del pasado. En la formación de las expectativas incorporamos elementos conductuales como la persistencia en las creencias, sobre-reacción y anclaje.

Como se mencionó anteriormente, existe bastante evidencia que una vez que las personas forman alguna idea respecto a algo tienden a aferrarse a ésta fuertemente y durante mucho tiempo. Al menos dos efectos están bien documentados. Primero, las personas se muestran reticentes a buscar información que contradiga sus creencias. Segundo, éstas se muestran escépticas en caso de encontrar dicha información y la tratan con desconfianza. Este tipo de comportamiento es conocido como persistencia en las creencias (Barbieris y Thaler, 2002). También se ha documentado el fenómeno conocido como anclaje, donde los individuos tienden a aferrar su creencia en un valor previamente definido por ellos al momento de hacer la estimación de un valor futuro (Kahneman y Tversky, 1974).

Con la finalidad de reproducir los dos fenómenos recién descritos, buscamos crear una expresión mediante la cual podamos analizar cada uno de ellos por separado y el efecto que traen al momento de presentarse al mismo tiempo, por lo que una de las dinámicas que analizamos viene dada por⁸:

$$\eta(S_t, p_t) = \beta [p_t + \alpha(S_t - p_t)] + (1 - \beta)S^* \quad (1.7)$$

con $\beta, \alpha \in [0, 1]$, $S^* > 0$

Notemos que el parámetro $1 - \beta$ captura el anclaje de las creencias del grupo social al nivel preconcebido S^* (ancla), mientras que α hace relación al grado de persistencia que presenta el grupo al momento de hacer una recomendación, respecto al nivel esperado del precio en el próximo periodo. Por ejemplo, cuando $\beta = 0$, la creencia colectiva se

⁸En el análisis supondremos que los elementos conductuales, ie. persistencia de creencias y anclaje, se manifiestan no sólo en los individuos sino también en el grupo, por lo cual la dinámica de los consejos guarda directa relación con dichos elementos.

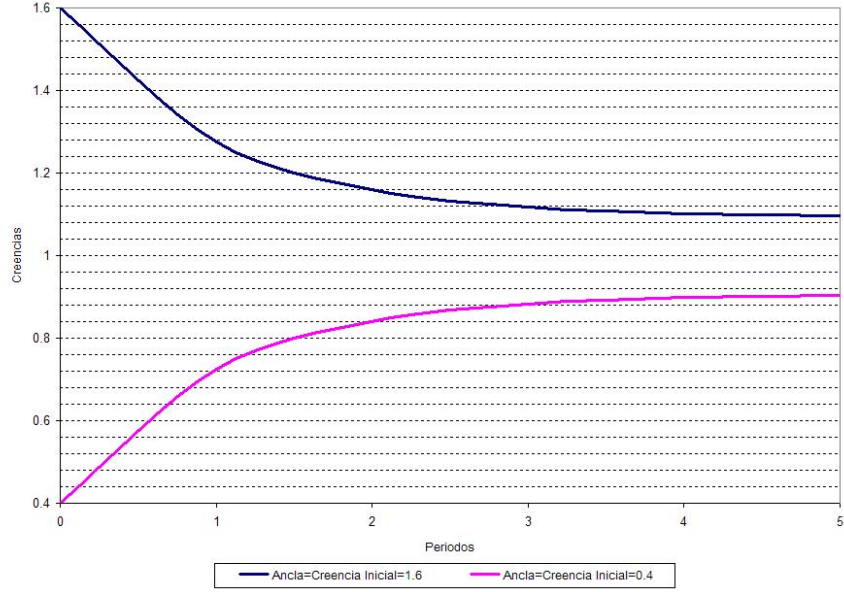


Figura 1.1: Dinámica creencias cuando $\beta = 0,9$, $\alpha = 0,2$ y $p_t = 1$ ($\forall t$)

encontrará completamente anclada en S^* , por lo cual el pronóstico formado por los inversionistas irracionales respecto al precio del próximo periodo será una combinación entre el pronóstico sofisticado (ie. el basado en expectativas racionales, ${}_t p_{t+1}$) y una componente preconcebida, S^* . En este caso, no existe aprendizaje de los errores y el error en la predicción dependerá de cuánto el inversionista tome en cuenta a su grupo de referencia, lo que es medido por el parámetro $1 - \phi_t$. Existen dos posibles motivaciones de este escenario: Primero, puede ser que no exista comunicación dentro del grupo, por lo cual el pronóstico sólo dependerá de la creencia previa, transformándose $1 - \phi_t$ en el grado de irracionalidad del agente⁹. Otra posibilidad es que los inversionistas que proveen el consejo son testarudos o no aprenden de sus errores, por lo cual no incorporan su experiencia pasada en el consejo que revelan al inversionista.

En caso que $\beta = 1$, no existe anclaje, aunque sí persistencia de creencias. El pronóstico es una combinación lineal de expectativas racionales y adaptativas. Notemos que en este caso $\eta(S_t, p_t) = \alpha S_t + (1 - \alpha)p_t$. Así, el consejo desinteresado y honesto del grupo de referencia es una combinación de las creencias heredadas, S_t , y una reacción al precio actual del activo, p_t . Por ejemplo, si $\alpha = 1$ el consejo corresponde a la creencia que poseía el grupo al momento en el cual ellos invirtieron, representando esto una situación en la cual el grupo posee persistencia total en su creencia anterior. En cambio, cuando $\alpha = 0$ el

⁹Este caso es análogo al planteado por DSSW(1990) en caso que $(1 - \phi_t)(S^* - {}_t p_{t+1}) \rightarrow N(\rho^*, \sigma_\rho^2)$

consejo es simplemente el precio actual y corresponde al pronóstico racional en caso que el precio siga un *random walk*. Así, cuando $\alpha \in (0, 1)$, si $S_t > p_t$, entonces $p_t < \eta(S_t, p_t) < S_t$ ya que aún cuando existe persistencia en las creencias, ésta no es completa, pues $\alpha \neq 1$ y los agentes incorporan la información del periodo actual en su recomendación a través de $(1 - \alpha)p_t$. Análogamente si $S_t < p_t$, entonces $p_t > \eta(S_t, p_t) > S_t$. Así, en ambos casos, la creencia del segmento irracional se ajusta al pronóstico racional en la medida en que exista menor persistencia de las creencias anteriores (ie. menor α).

Por último, si $\beta \in (0, 1)$, la ecuación (1.7) da cuenta de un proceso conjunto de persistencia y anclaje de los consejos provistos al inversionista irracional.

Por otra parte, estudiamos una forma funcional adicional con el objeto de incorporar la sobrereacción frente a noticias inesperadas por los inversionistas. Esta sugiere que, a diferencia de lo pronosticado por la ley de Bayes, la mayor parte de las personas tiende a sobrereaccionar frente a noticias o eventos dramáticos e inesperados (De Bondt, Werner y Thaler, 1986). Así, consideramos¹⁰:

$$\eta(S_t, p_t) = \beta [1 + \theta(p_t - S_t)] + (1 - \beta)S^* \quad (1.8)$$

con $\beta \in [0, 1]$, $S^* \in [0, 10]$ y $\theta \in [0, 0.5]$ ¹¹.

En este caso, al igual que el anterior, $1 - \beta$ representa la importancia relativa del anclaje, mientras que θ es el parámetro referido a sobrereacción frente a las equivocaciones en los pronósticos efectuados por el grupo irracional. El caso $\beta = 0$ es equivalente al ya analizado. Si $\beta = 1$, entonces $\eta(S_t, p_t) = 1 + \theta(p_t - S_t)$, el cual presenta sobrereacción con respecto al precio ¹². Así, si $S_t > p_t > 1$, entonces $\eta(S_t, p_t) < 1 < S_t$, ie. si el pronóstico del periodo anterior sobrestima el precio del activo, el pronóstico del periodo siguiente lo subestima, debido a la sobrereacción de las creencias. Lo contrario sucede si $1 > p_t > S_t$. La motivación de este escenario hace referencia a que los agentes irracionales no desconocen en su totalidad el mercado y saben que el fundamental del activo u es 1, por lo cual creen que su valor de largo plazo debiese ser equivalente a la unidad¹³. Pero, debido a la oferta limitada de este papel y al efecto asociado a las creencias preconcebidas

¹⁰Al igual que en el caso anterior, aquí supondremos que los elementos conductuales, ie. sobrereacción, anclaje, se manifiestan no sólo en los individuos sino que también en el grupo.

¹¹El intervalo escogido posibilita que el sistema sea estable.

¹²En caso que no existan agentes irracionales en el mercado, el precio del activo u es 1, ya que ambos activos pagan igual dividendo con seguridad, por lo que son sustitutos perfectos.

¹³Por fundamental nos referimos al dividendo r . Recordemos que el activo u paga de manera segura un dividendo fijo r . En caso que todos los agentes formaran sus expectativas de manera racional, el precio del activo es 1, ya que el valor descontado de los dividendos futuros es 1, utilizando como tasa de descuento una de magnitud igual al r .

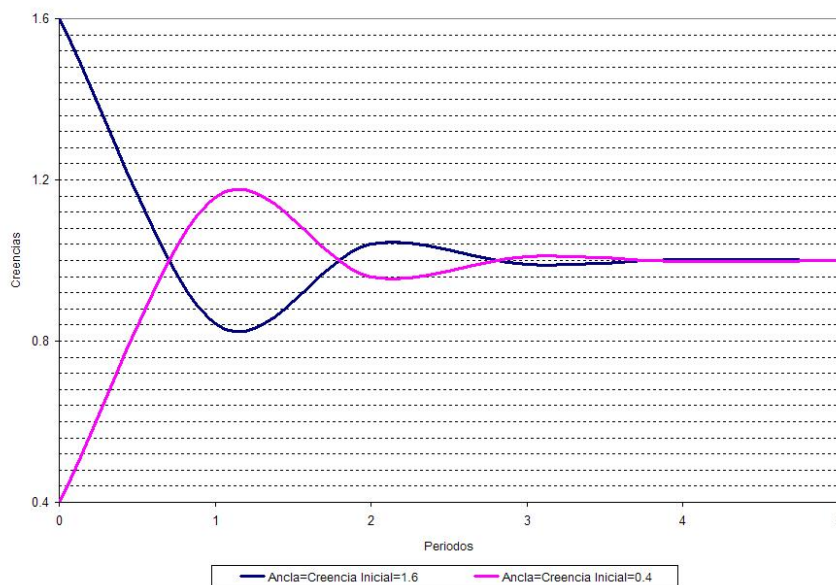


Figura 1.2: Dinámica creencias cuando $\beta = 1$, $\theta = 0,4$ y $p_t = 1$ ($\forall t$)

respecto al precio de corto plazo de este activo, éstos pudiesen creer que dicho valor difiere de la unidad. Así, cuando los agentes se dan cuenta de su error de pronóstico, el cual es inesperado, lo incorporan en su recomendación pensando, por ejemplo que si ellos subestimaron el precio, entonces el precio del próximo periodo será mayor (incluso al de largo plazo).

Capítulo 2

Precios de equilibrio

Al igual que DSSW (1990), consideramos en el análisis sólo el caso de equilibrio en estado estacionario.

Definición 1. *Dado un nivel de creencias S_t , el equilibrio en estado estacionario es donde las distribuciones de p_t y p_{t+1} , condicionales en estas creencias, son idénticas.*

Para obtener el equilibrio de estado estacionario sólo impondremos que los dos primeros momentos de las distribuciones condicionales sean idénticos¹. Imponiendo únicamente que el primer momento sea el mismo, obtenemos los siguientes lemas:

Lema 1. *Si $\eta(S_t, p_t) = \beta [p_t + \alpha(S_t - p_t)] + (1 - \beta)S^*$, el precio, en estado estacionario, viene dado por:*

$$p_t = \frac{1}{\Delta_t} \left\{ \mu \{ r + \phi_t \Gamma_t + (1 - \phi_t) [\alpha \beta S_t + (1 - \beta) S^*] \} + (1 - \mu) \phi_t^2 (r + \Gamma_t) \right\} - 2\gamma \frac{{}^t\sigma_{p_{t+1}}^2}{\Delta_t} \left\{ \phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi} (\mu \phi_t + (1 - \mu) \phi_t^2) \right\} \quad (2.1)$$

con

$$\begin{aligned} \Delta_t &= (1 - \mu)(1 + r)\phi_t^2 - \mu(\beta(1 - \phi_t)(1 - \alpha) - (1 + r)) \\ \Gamma_t &= \frac{\mu(r + \beta\alpha S_t(1 - \phi^*) + (1 - \phi^*)(1 - \beta)S^*) + r(1 - \mu)E(\phi_t^2)}{\mu(1 + r - (\phi^* + \beta(1 - \phi^*)(1 - \alpha))) + r(1 - \mu)E(\phi_t^2)} \\ \Phi &= \mu(1 + r - (\phi^* + \beta(1 - \phi^*)(1 - \alpha))) + r(1 - \mu)E(\phi_t^2) \end{aligned}$$

¹Imponer que sólo los dos primeros momentos sean idénticos es solamente una condición necesaria para que las distribuciones sean las mismas. En estricto rigor, la condición debiese establecer igualdad en cada uno de los n -ésimos momentos de las distribuciones. Por otro lado, consideramos que la condición impuesta es suficientemente fuerte para caracterizar el equilibrio de estado estacionario debido a que los inversionistas sólo consideran los dos primeros momentos al escoger su cartera óptima.

Demostración. Ver apéndice A. □

Lema 2. Si $\eta(S_t, p_t) = \beta [1 + \theta(p_t - S_t)] + (1 - \beta)S^*$, el precio, en estado estacionario, viene dado por:

$$p_t = \frac{1}{\Delta'_t} \left\{ \mu \{r + \phi_t \Gamma'_t + (1 - \phi_t) [\beta(1 - \theta S_t) + (1 - \beta)S^*]\} + (1 - \mu) \phi_t^2 (r + \Gamma'_t) \right\} - 2\gamma \frac{{}_t\sigma_{p_{t+1}}^2}{\Delta'_t} \left\{ \phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi'} (\mu \phi_t + (1 - \mu) \phi_t^2) \right\} \quad (2.2)$$

con

$$\begin{aligned} \Delta'_t &= (1 - \mu)(1 + r)\phi_t^2 - \mu(\beta\theta(1 - \phi_t) - (1 + r)) \\ \Gamma'_t &= \frac{\mu(r + (1 - \phi^*)(\beta(1 - \theta S_t) + (1 - \beta)S^*)) + r(1 - \mu)E(\phi_t^2)}{r(1 - \mu)E(\phi_t^2) - \mu(\phi^* + \beta\theta(1 - \phi^*) - (1 + r))} \\ \Phi' &= r(1 - \mu)E(\phi_t^2) - \mu(\phi^* + \beta\theta(1 - \phi^*) - (1 + r)) \end{aligned}$$

Demostración. Ver apéndice A. □

Observación 1. Notemos que los lemas 1 y 2 aún no caracterizan completamente la dinámica del precio de equilibrio, pues las expresiones (2.1) y (2.2) todavía contienen el término de varianza ${}_t\sigma_{p_{t+1}}^2$, el cual depende del pronóstico ${}_t p_{t+1}$.

Como podemos notar en ambas expresiones, la existencia de aversión al riesgo provoca disminuciones en el precio del activo riesgoso en proporción a la varianza, debido a que mientras mayor volatilidad presente su precio, menos atractivo será éste para los inversionistas que forman su portafolio.

También podemos ver en (2.1) y (2.2) que mientras mayor sea la creencia ancla del grupo, S^* , mayor será el precio. El efecto de esta creencia depende de la confianza que el inversionista irracional otorga a los consejos, $1 - \phi^*$, así como de la importancia relativa del anclaje en el sistema de creencias de la red, $1 - \beta$. Además, mientras mayor sea el pronóstico racional sobre el retorno esperado del activo u (representado por $r + \Gamma_t$ en (2.1) y $r + \Gamma'_t$ en (2.2)), mayor será el precio de equilibrio, ya que dicha expectativa influye tanto en las posiciones del segmento sofisticado como en el irracional. En la expresión (2.1), el efecto de la persistencia de creencias queda representado por el término $\alpha\beta S_t$, debido a que αS_t representa la persistencia y β la importancia relativa de ésta frente al anclaje. Luego, para un nivel de persistencia, α , mientras mayor sea el efecto de ésta frente al anclaje (ie. mayor β), mayor será la inercia de las creencias. En la expresión (2.2) el efecto de la sobre-reacción queda expresado en el término $-\beta\theta S_t$. En este caso el análisis es análogo. El

signo negativo hace relación a que la sobre-reacción de las creencias en el grupo irracional provoca alta dispersión en los pronósticos de un periodo a otro, aumentando con esto la volatilidad observada del precio del activo u , por lo cual su atractivo relativo disminuye. Por otro lado, si la concentración de inversionistas irracionales tiende a 0, entonces el precio de equilibrio tiende a $1 - 2\gamma \frac{\sigma_{\mu}^2}{r}$, en ambas expresiones, lo que es consistente con la formulación.

Como ya mencionamos, las proposiciones anteriores no caracterizan completamente la dinámica del precio. Por esto impondremos que, al igual que en el caso de los primeros momentos, dado un nivel de creencias S_t , el segundo momento de las distribuciones de p_t y p_{t+1} condicionales en éste, sea el mismo, obteniendo los siguientes lemas:

Lema 3. Si $\eta(S_t, p_t) = \beta [p_t + \alpha(S_t - p_t)] + (1 - \beta)S^*$, la varianza de equilibrio, ${}_t\sigma_{p_{t+1}}^2$, resuelve la siguiente ecuación:

$$A({}_t\sigma_{p_{t+1}}^2)^2 + B({}_t\sigma_{p_{t+1}}^2) + C = 0 \quad (2.3)$$

con:

$$\begin{aligned} A &= 4\gamma^2 Var \left(\frac{\phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi}(\mu\phi_t + (1 - \mu)\phi_t^2)}{\Delta_t} \right) \\ B &= -4\mu\gamma Cov \left(\frac{r + \phi_t\Gamma_t + (1 - \phi_t)[\alpha\beta S_t + (1 - \beta)S^*]}{\Delta_t}, \frac{\phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi}(\mu\phi_t + (1 - \mu)\phi_t^2)}{\Delta_t} \right) \\ &\quad - 4\gamma(1 - \mu)(r + \Gamma_t) Cov \left(\frac{\phi_t^2}{\Delta_t}, \frac{\phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi}(\mu\phi_t + (1 - \mu)\phi_t^2)}{\Delta_t} \right) - 1 \\ C &= \mu^2 Var \left(\frac{r + \phi_t\Gamma_t + (1 - \phi_t)[\alpha\beta S_t + (1 - \beta)S^*]}{\Delta_t} \right) + \{(1 - \mu)(r + \Gamma_t)\}^2 Var \left(\frac{\phi_t^2}{\Delta_t} \right) \\ &\quad + 2\mu(1 - \mu)(r + \Gamma_t) Cov \left(\frac{r + \phi_t\Gamma_t + (1 - \phi_t)[\alpha\beta S_t + (1 - \beta)S^*]}{\Delta_t}, \frac{\phi_t^2}{\Delta_t} \right) \end{aligned}$$

Demostración. Ver apéndice A. □

Lema 4. Si $\eta(S_t, p_t) = \beta [1 + \theta(p_t - S_t)] + (1 - \beta)S^*$, la varianza de equilibrio, ${}_t\sigma_{p_{t+1}}^2$, resuelve la siguiente ecuación:

$$\tilde{A}({}_t\sigma_{p_{t+1}}^2)^2 + \tilde{B}({}_t\sigma_{p_{t+1}}^2) + \tilde{C} = 0 \quad (2.4)$$

con:

$$\begin{aligned}
 \tilde{A} &= 4\gamma^2 Var \left(\frac{\phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi'} (\mu\phi_t + (1-\mu)\phi_t^2)}{\Delta'_t} \right) \\
 \tilde{B} &= -4\mu\gamma Cov \left(\frac{r + \phi_t\Gamma'_t + (1-\phi_t) [\beta(1-\theta S_t) + (1-\beta)S^*]}{\Delta'_t}, \frac{\phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi'} (\mu\phi_t + (1-\mu)\phi_t^2)}{\Delta'_t} \right) \\
 &\quad - 4\gamma(1-\mu)(r + \Gamma'_t) Cov \left(\frac{\phi_t^2}{\Delta'_t}, \frac{\phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi'} (\mu\phi_t + (1-\mu)\phi_t^2)}{\Delta'_t} \right) - 1 \\
 \tilde{C} &= \mu^2 Var \left(\frac{r + \phi_t\Gamma'_t + (1-\phi_t) [\beta(1-\theta S_t) + (1-\beta)S^*]}{\Delta'_t} \right) + \{(1-\mu)(r + \Gamma'_t)\}^2 Var \left(\frac{\phi_t^2}{\Delta'_t} \right) \\
 &\quad + 2\mu(1-\mu)(r + \Gamma'_t) Cov \left(\frac{r + \phi_t\Gamma'_t + (1-\phi_t) [\beta(1-\theta S_t) + (1-\beta)S^*]}{\Delta'_t}, \frac{\phi_t^2}{\Delta'_t} \right)
 \end{aligned}$$

Demostración. Ver apéndice A. □

Así, dado una creencia S_t , es posible despejar $\sigma_{p_{t+1}}^2$ resolviendo ya sea (2.3) ó (2.4). Debido a la dificultad del cálculo analítico de los coeficientes de los lemas 3 y 4, realizamos dicho cálculo numéricamente².

²Es importante notar que dado una distribución del nivel de confianza en los consejos, es posible calcular la forma funcional de los precios. El problema que surge de dicho procedimiento es que se hace necesario repetir dicho cálculo para toda distribución de confianza en los consejos que se quiera probar. Resulta mucho más práctico simular las distribuciones y calcular las varianzas y covarianzas utilizando los estimadores muestrales.

Capítulo 3

Simulaciones

En esta sección explicamos la metodología utilizada para realizar las simulaciones con objeto de determinar la dinámica del precio de equilibrio. Para cada una de las dos formas de creencias colectivas descritas, utilizamos el mismo procedimiento.

Según sea el sistema de creencias colectivas utilizado, calculamos el precio del activo u utilizando las expresiones (2.1) ó (2.2). Notemos que para el cálculo de dichas expresiones es necesario utilizar la realización de la variable aleatoria, ϕ_t , así como la varianza de equilibrio correspondiente al nivel de creencias ${}_tS_{t+1}$, ie. ${}_t\sigma_{S_{t+1}}^2$, por lo cual antes de determinar el precio del activo riesgoso, para un determinado periodo, es necesario calcular mediante simulaciones la varianza de equilibrio correspondiente al nivel de creencia irracional utilizado.

Para obtener la varianza de equilibrio realizamos el siguiente procedimiento: Dado un nivel de creencias ${}_tS_{t+1}$, emulamos numéricamente la realización del nivel de confianza de los inversionistas irracionales, $1 - \phi_t$. Para realizar dicha simulación utilizamos una distribución uniforme en el intervalo $[0, 1]$, ocupando 5000 iteraciones del nivel de confianza. Con esto es posible calcular los términos de varianza y covarianza que aparecen en las expresiones (2.3) y (2.4), utilizando para esto la varianza y covarianza muestral, dados los parámetros restantes del problema, ie. $r, \gamma, \mu, S^*, \alpha, \beta, \theta$, lo cuales quedan fijos desde el comienzo de cada simulación. Así obtenemos los coeficientes buscados ya sea de la expresión (2.3) ó (2.4), dependiendo del caso. Notemos que dichas ecuaciones poseen dos soluciones. En ambos escenarios consideramos como única solución a $\frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$, ya que al efectuar las simulaciones sólo ésta cumple con la condición $\sigma_{\mu=0}^2 = 0$, la que expresa que la volatilidad de equilibrio es nula cuando no existen inversionistas irracionales, pues en este contexto, ambos activos son sustitutos perfectos y no existe riesgo.

Dado la dependencia histórica de las creencias, en caso de existir persistencia de éstas,

utilizamos como condición de inicio $S_0 = S^*$. Así, el consejo provisto por el segmento irracional durante el primer periodo corresponde a $\eta(S_0) = S^*$. Dicha elección es motivada por el concepto de anclaje, ya que la evidencia expresa que los inversionistas al momento de hacer un pronóstico respecto a alguna situación futura tienden a presentar anclaje en algún valor previamente definido por éstos (S^*). Notemos que para la condición de inicio, el concepto más cercano a persistencia es anclaje, debido a que ninguno de los agentes irracionales posee experiencia en el mercado.

Una vez obtenida la varianza de equilibrio, para un nivel de creencias ${}_tS_{t+1}$ y una distribución de ϕ_t , es posible determinar completamente la dinámica del precio del activo riesgoso. Así, para un periodo t cualquiera, dado un nivel de creencias ${}_tS_{t+1}$, basta reemplazar la solución numérica, ya sea de (2.3) en (2.1) ó (2.4) en (2.2) dependiendo del sistema de creencias simulado. Luego, dado que determinamos p_t , es posible determinar p_{t+1} de la misma forma, ya que a través de $\eta(\cdot)$ existe una relación entre ${}_tS_{t+1}$ y ${}_{t+1}S_{t+2}$. De esta manera calculamos sucesivamente los periodos que estimamos convenientes.

Capítulo 4

Resultados

Nuestros principales resultados son básicamente tres. Primero mostramos que el inversionista irracional no sobrevive en equilibrio de largo plazo, independiente de la aversión al riesgo, tasa de interés, grado de anclaje, nivel de persistencia y sobrerreacción que presenten las creencias colectivas, cuando el grado de confianza en los consejos provistos por su red de contactos se distribuye según una $U [0, 1]$ ¹. Esto es consistente tanto con el enfoque planteado originalmente por Friedman y Fama como con las aproximaciones posteriores en equilibrio general de Sandroni (2000) y Blume y Easley (2001) quienes muestran que con consumo de un bien intermedio los agentes irracionales no sobreviven en el largo plazo.

La diferencia fundamental respecto al enfoque planteado por DSSW(1990) es la definición del inversionista irracional. En DSSW(1990) las creencias del agente irracional pudiesen no revertir en el intervalo de tiempo en que éstos toman sus posiciones, originando un aumento del riesgo de la posición en el activo de oferta fija, debido a la dispersión en las creencias entre un segmento y el otro, introduciendo límites al arbitraje.

En nuestro caso, el agente posee un pronóstico respecto al retorno del activo de oferta fija que difiere de la expectativa racional, pero a medida que transcurre el tiempo, la creencia del agente irracional no difiere mucho respecto al pronóstico sofisticado, debido a que es una combinación convexa entre la expectativa racional y el consejo provisto por el segmento irracional. Así, las posiciones que toman los agentes irracionales no son tan extremas en comparación a las que pudiesen tomar en el enfoque de DSSW(1990). Es por

¹Al momento de realizar las simulaciones utilizamos $\hat{R} = 5\%$ y $\gamma = 0,5$ (Gourinchas y Parker, 2002). Con la finalidad de analizar la dependencia de los resultados frente a fluctuaciones de dichos parámetros, realizamos un análisis de sensibilidad, por lo que también simulamos los escenarios anteriores bajo $\hat{R} \in \{10\%, 15\%\}$ y $\gamma \in \{1, 2, 3, 10, 15\}$. Los otros parámetros relevantes, como β , α , θ y S^* los fluctuamos en los intervalos definidos.

esto que el riesgo decrece en el tiempo, ya que, en caso de existir persistencia parcial de las creencias, ie. $\beta \in (0, 1]$ y $\alpha \neq 1$, los agentes irracionales proveen un consejo cada vez más cercano a la expectativa racional, debido al ajuste adaptativo de las creencias. En caso que las creencias irracionales presenten anclaje perfecto, ie. $\beta = 0$, la variación temporal del consejo provisto por el segmento irracional es nula, disminuyendo la volatilidad implícita presente en el mercado producto de la dispersión de creencias, posibilitando así el arbitraje.

Segundo, el inversionista irracional no afecta los precios de equilibrio en el largo plazo, aunque sí los afecta en el corto y mediano plazo, donde dependiendo del escenario simulado, aún pudiese permanecer en el mercado. Este resultado se debe principalmente a la desaparición de los inversionistas irracionales, donde su existencia sí es condición necesaria para el efecto en los precios, pues, y a diferencia de Kogan et al. (2006), en nuestro modelo este inversionista no toma posiciones en estados extremadamente improbables de la economía, los que pudiesen influir en los precios de largo plazo, aún cuando la riqueza de este grupo social tendiera a cero, debido principalmente a la elección de las formas funcionales de las creencias colectivas. Este resultado, al igual que el anterior, es robusto a la aversión al riesgo de los agentes, nivel de anclaje, persistencia en las creencias y sobre-reacción.

Tercero, los retornos de los procesos de precios generados presentan razones de varianza menores a la unidad, lo cual es consistente con la presencia de reversión a la media. Este resultado se obtiene en cada uno de los escenarios simulados, independiente del sistema de creencias colectivo, la aversión al riesgo o la tasa de interés utilizada. Además, el precio del activo u presenta exceso de volatilidad, en sentido que éste se mueve mucho más de lo que puede ser atribuido en base a cambios en su valor fundamental, lo que es coherente con variada evidencia que sugiere que es difícil explicar toda la volatilidad percibida en los precios de activos en función de la llegada de noticias respecto a sus valores fundamentales (Shiller (1981), Roll (1984), Campbell y Kyle (1987)).

4.1. Existencia de inversionistas irracionales en equilibrio

Una forma de averiguar si los inversionistas irracionales seguirán existiendo en equilibrio es calcular el diferencial de rentas entre éstos y los inversionistas sofisticados. Según Friedman (1953) y Fama (1965), los inversionistas irracionales, quienes pueden afectar los precios en el corto plazo, obtendrán retornos menores en comparación a los obtenidos por

los inversionistas sofisticados, por lo que a través de la selección natural del mercado los agentes irracionales tenderían a desaparecer debido al arbitraje del que serían víctimas.

Lema 5. *Si ${}_t S_{t+1} = (\phi_t) {}_t p_{t+1} + (1 - \phi_t) \eta(S_t, p_t)$, el diferencial esperado, dada la información en t , de ganancias entre inversionistas irracionales y sofisticados corresponde a:*

$${}_t \Delta R_{n-i} = \frac{1}{2\gamma({}_t \sigma_{p_{t+1}}^2) [\mu + (1 - \mu) \phi_t^2]} [\epsilon_t + 2\gamma({}_t \sigma_{p_{t+1}}^2)(1 - \phi_t^2)] [2\gamma({}_t \sigma_{p_{t+1}}^2) \phi_t^2 - \mu \epsilon_t] \quad (4.1)$$

$$\text{con } \epsilon_t = (1 - \phi_t)(\eta(S_t, p_t) - {}_t p_{t+1}).$$

Luego, ${}_t \Delta R_{n-i} > 0$ ssi:

- a) $\eta(S_t, p_t) > ({}_t p_{t+1}) \wedge 2\gamma({}_t \sigma_{p_{t+1}}^2) \phi_t^2 > \mu \epsilon_t \quad \vee$
- b) $\eta(S_t, p_t) < ({}_t p_{t+1}) \wedge 2\gamma({}_t \sigma_{p_{t+1}}^2)(1 - \phi_t^2) > |\epsilon_t|$

Por otro lado, ${}_t \Delta R_{n-i} \leq 0$ ssi:

- c) $\eta(S_t, p_t) \geq ({}_t p_{t+1}) \wedge 2\gamma({}_t \sigma_{p_{t+1}}^2) \phi_t^2 \leq \mu \epsilon_t \quad \vee$
- d) $\eta(S_t, p_t) \leq ({}_t p_{t+1}) \wedge 2\gamma({}_t \sigma_{p_{t+1}}^2)(1 - \phi_t^2) \leq |\epsilon_t|$

Demostración. Ver apéndice A. □

El lema anterior básicamente describe los escenarios bajo los cuales los agentes irracionales pueden obtener, en valor esperado, rentabilidades mayores a los inversionistas sofisticados (expresiones (a) y (b)). Además, describe también aquellos escenarios en los cuales la distorsión introducida por los agentes irracionales no es lo suficientemente amplia para limitar las posibilidades de arbitraje (expresiones (c) y (d)).

Siendo más precisos, la expresión (a) da cuenta del escenario en el cual el segmento irracional es optimista, en términos relativos al segmento sofisticado, respecto a la rentabilidad esperada de invertir una unidad en el activo u , esperando que dicha inversión rente más que r (la cual se obtiene de invertir una unidad en el activo seguro s). Este efecto es conocido en la literatura como *hold more effect*. Dicho optimismo es contrarrestado por la volatilidad esperada por este segmento, la cual es mayor a la distorsión real que producen sus creencias en el mercado, aminorando con esto su posición de compra (recordar que ${}_t \sigma_{S_{t+1}}^2 = \phi_t^2 ({}_t \sigma_{p_{t+1}}^2)$). Algo similar ocurre en el segmento sofisticado, quienes sobrestiman el efecto real que produce en el mercado la volatilidad de las creencias del grupo irracional, lo cual limita su posición de venta (ya que ${}_t \sigma_{S_{t+1}}^2 < {}_t \sigma_{p_{t+1}}^2$ pues $\phi_t^2 \in [0, 1]$), lo que determina

finalmente que no puedan ejercer arbitraje. Dicho efecto es conocido en la literatura como *create space effect*. Todo lo anterior implica que mediante la posición de compra, el grupo irracional obtenga un retorno esperado mayor a r en su inversión en el activo u , debido a que tanto el diferencial de demandas como el exceso de renta esperada de invertir una unidad en el activo u son positivos.

La expresión (b) describe el escenario en el cual los agentes irracionales son pesimistas respecto al retorno del activo u , en términos relativos al segmento sofisticado. Al igual que el caso anterior, el segmento sofisticado sobrestima el riesgo implícito de la transacción, por lo cual la posición tomada por el segmento irracional es más agresiva en términos relativos (notar que $({}_t\sigma_{p_{t+1}}^2) > ({}_t\sigma_{p_{t+1}}^2)(1 - \phi_t^2)$). Es dicho riesgo el que, al igual que el caso anterior, limita la posición del segmento sofisticado, eliminando el arbitraje. Lo anterior implica que mediante la posición de venta, el grupo irracional obtenga un retorno esperado mayor al segmento sofisticado, ya que tanto el diferencial de demandas como el exceso de renta esperada de invertir una unidad en el activo u son negativos, por lo que el diferencial de rentas esperado es positivo.

A diferencia de las expresiones anteriores, (c) y (d) describen escenarios en los cuales la renta esperada es mayor en el segmento sofisticado que en el grupo irracional. La expresión (c) da cuenta de los casos en los cuales el grupo irracional es optimista respecto al retorno esperado de invertir una unidad en el activo u , relativo al segmento racional. Dicho optimismo no sólo es sobre el retorno esperado, sino también sobre la volatilidad esperada, pues en este caso la distorsión que provoca en el precio la dispersión de creencias, entre racionales e irracionales, es mayor a la esperada por el segmento irracional, con lo cual su posición es mucho más agresiva que la del grupo sofisticado. Así, basta que la dispersión de creencias entre los grupos sea mayor a la volatilidad del mercado percibida por el segmento irracional, ${}_t\sigma_{S_{t+1}}^2$, para que el arbitraje sea posible en este caso. Luego, mediante la posición de compra los agentes irracionales obtienen un retorno menor a r , ya que el diferencial de demandas es positivo, pero el exceso de renta esperada es negativo. Por último, el escenario (d) describe los casos bajo los cuales el segmento irracional es pesimista, en términos relativos, respecto al retorno esperado de invertir una unidad en el activo u . Dicho pesimismo es compartido por la volatilidad esperada por este grupo, por lo cual la posición del segmento racional es mucho más agresiva. Dicha agresividad en la posición se explica fundamentalmente por que el riesgo se encuentra acotado, por lo que el arbitraje en este escenario también es posible.

Es importante notar que todas las condiciones revisadas anteriormente ((a), (b), (c) y (d)) no son estáticas ya que dependen del estado (periodo) en el cual se apliquen. Lo

anterior se explica por la dependencia de la historia presente en la formulación, ya que la volatilidad de equilibrio (${}_t\sigma_{p_{t+1}}^2$) no es un parámetro sino una función que depende de la caracterización del escenario (definido por la aversión al riesgo (γ), dividendo (r), grado de anclaje (β), persistencia de creencias (α), sobrerreacción (θ), ancla (S^*)) y del nivel de creencias de estado (S_t). Debido a esta complicación, efectuamos simulaciones para observar lo que ocurre con el diferencial de rentas entre ambos tipos de agentes, cuando $\phi_t \rightarrow U[0, 1]$.

Para analizar la existencia de este tipo de inversionista, utilizamos las dos dinámicas ya descritas para las creencias colectivas. Es importante notar que, dado un sistema de creencias, realizamos 200 simulaciones de un mismo escenario, para cada una de las cuales calculamos la serie de diferenciales de renta $\{\Delta R_{n-i}^t\}_{t=1}^T$. Una vez realizado esto, obtenemos la serie correspondiente a los diferenciales de renta promedio para cada uno de los periodos simulados $\{\Delta \bar{R}_{n-i}^t\}_{t=1}^T$, como aproximación de ${}_t\Delta R_{n-i}$. Dada esta serie, calculamos el porcentaje de periodos en los cuales la renta promedio obtenida por el segmento irracional es mayor o igual a la obtenida por el segmento sofisticado.

4.1.1. Creencias colectivas con persistencia y anclaje

Al analizar el porcentaje de periodos en los cuales la renta promedio de los agentes irracionales excede a la de los sofisticados, bajo el sistema de creencias $\beta[p_t + \alpha(S_t - p_t)] + (1 - \beta)S^*$, encontramos que en ninguno de los escenarios simulados el agente irracional pudiese sobrevivir en el largo plazo, ya que el porcentaje de periodos en los cuales obtiene en promedio una renta mayor a los inversionistas sofisticados es nulo. De hecho, al revisar la dinámica de los diferenciales de renta promedios, es posible ver que éstos siempre se encuentran bajo cero. Por ejemplo, en caso que exista sólo anclaje del sistema de creencias, ie. $\beta = 0$, el pronóstico de los agentes irracionales rápidamente converge al sofisticado, el cual incorpora el ancla en su predicción, como podemos ver en la figura 4.1, por lo cual las posiciones que toman los agentes irracionales son cada vez más cercanas a la apuesta sofisticada. Debido a que la dispersión de creencias es cada vez menor, ya que el pronóstico irracional es una combinación convexa entre expectativas sofisticadas y el ancla, el riesgo es decreciente en el tiempo, permitiendo con esto el arbitraje. Notemos que en la figura 4.1 el precio de equilibrio de largo plazo difiere de la unidad, debido a la existencia de agentes irracionales en el mercado, quienes poseen una creencia ancla distinta de 1. Mientras mayor sea S^* , mayor será el precio de equilibrio de largo plazo. La magnitud de S^* en este caso no cambia la rapidez de convergencia entre $\eta(\cdot)$ y ${}_tp_{t+1}$, pues

${}_t p_{t+1}$ incorpora a S^* .

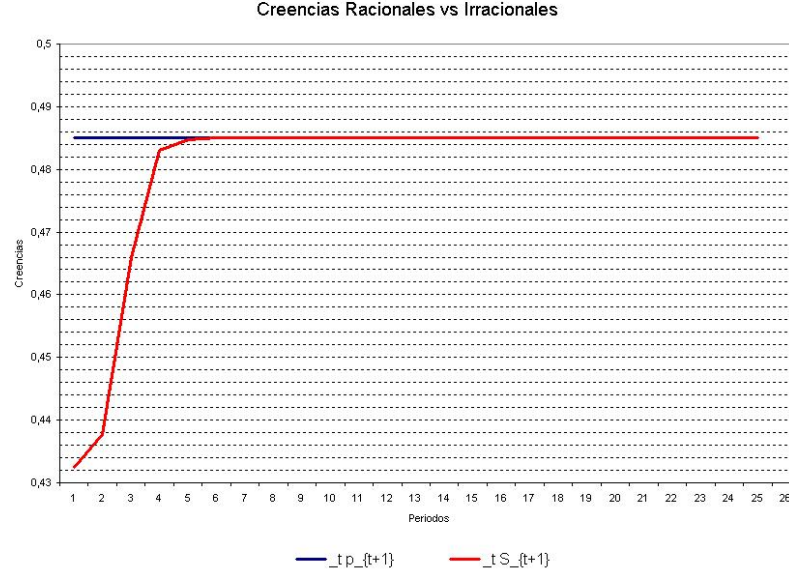


Figura 4.1: Dinámica creencias cuando $\beta = 0$, $\mu = 0,2$, $\gamma = 0,5$, $|r| = 5\%$ y $S^* = 0,4$

En caso que exista sólo persistencia de creencias, ie. $\beta = 1$, la convergencia del pronóstico irracional hacia el sofisticado esta condicionada en la convergencia del consejo del segmento irracional, $\eta(\cdot)$, hacia el pronóstico racional. En caso que la persistencia de creencias sea parcial, ie. $\alpha < 1$, el precio de largo plazo es 1, debido a que con el transcurso del tiempo, el consejo es cada vez más cercano a p_t , mediante el ajuste adaptativo de las creencias, como podemos ver en la figura 4.2. En este caso, al igual que el anterior, la dispersión de creencias es cada vez menor con el paso del tiempo, debido a dos razones: por un lado ${}_t S_{t+1}$ es una combinación convexa entre ${}_t p_{t+1}$ y $\eta(\cdot)$; y por otro lado $\eta(\cdot)$ es cada vez más cercana a ${}_t p_{t+1}$, debido al ajuste adaptativo de creencias. En este caso, mientras mayor es la persistencia de creencias ($\alpha \rightarrow 1$), la convergencia entre el consejo irracional $\eta(\cdot)$ y la expectativa sofisticada ${}_t p_{t+1}$ es más lenta por lo que el arbitraje es posible un mayor número de periodos. En cambio, cuando la persistencia tiende a desaparecer ($\alpha \rightarrow 0$), los agentes rápidamente reaccionan al precio del periodo actual, con lo que la convergencia entre el consejo y la expectativa racional es más rápida, posibilitando que los diferenciales de renta pronto converjan a 0.

En caso que exista tanto persistencia como anclaje, ie. $\beta \in (0, 1)$, la dinámica de las creencias converge a un valor distinto de la unidad, con una velocidad de convergencia entre el caso de anclaje y persistencia, lo que podemos ver en la figura 4.3. En este caso, al

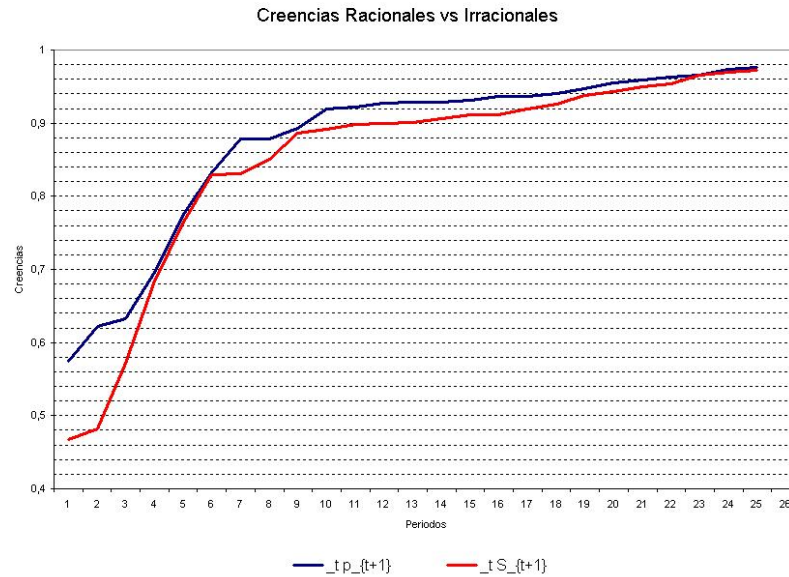


Figura 4.2: Dinámica creencias cuando $\beta = 1$, $\mu = 0,2$, $\gamma = 0,5$, $|r| = 5\%$, $\alpha = 0,4$ y $S^* = 0,4$

igual que el anterior, la dispersión entre creencias sofisticadas e irracionales es decreciente en el tiempo, lo que permite el arbitraje.

Así, el ajuste monótono de las creencias colectivas sólo afecta a la dinámica de los diferenciales de renta, pues a medida que pasa el tiempo, el diferencial promedio es cada vez más cercano a cero, presentando también la monotonía del sistema de creencias. Al fluctuar parámetros tales como el dividendo (de magnitud igual a la tasa de interés) y la aversión al riesgo, los resultados no cambian, ie. frente a escenarios en los cuales la rentabilidad solicitada al activo riesgoso es del orden del 5 %, 10 % ó 15 %, los inversionistas irracionales siguen presentado rentas en promedio menores a los sofisticados, controlando aún por su aversión al riesgo, como podemos ver en el cuadro 4.1.

Lo anterior se explica fundamentalmente por dos razones. Primero, en un periodo determinado e independiente del optimismo o pesimismo relativo del segmento irracional respecto al grupo sofisticado, las apuestas de los agentes irracionales no son del todo descabelladas, ya que las posiciones de éstos no tienen implícitos retornos anormales, lo cual proviene de que sus pronósticos respecto al precio del periodo futuro no se encuentren muy alejados del pronóstico racional, lo que determina que el riesgo implícito de participar en este mercado se encuentre acotado, permitiendo a los agentes racionales arbitrar. En los casos simulados, aún cuando disminuimos la concentración de agentes irracionales (μ) y aumentamos la aversión al riesgo de los agentes (utilizando $\gamma \in \{1, 2, 3, 10, 15\}$) el riesgo

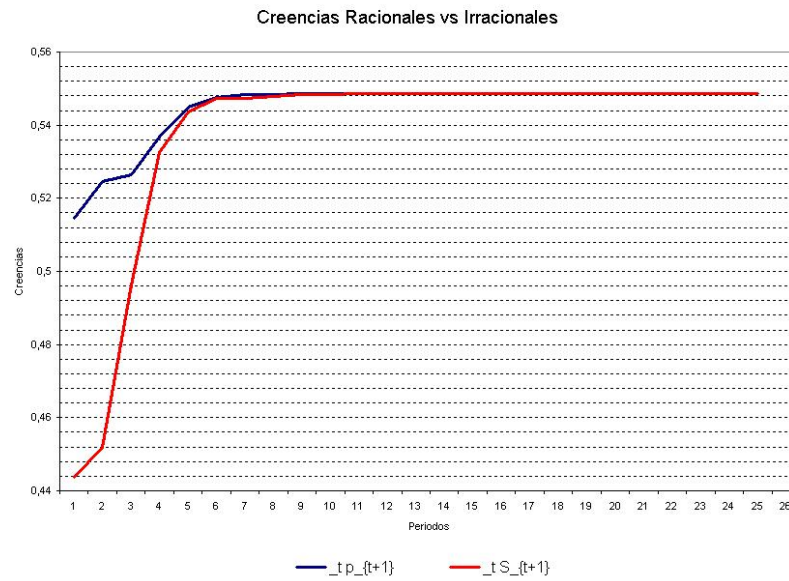


Figura 4.3: Dinámica creencias cuando $\beta = 0,5$, $\mu = 0,2$, $\gamma = 0,5$, $|r| = 5\%$, $\alpha = 0,4$ y $S^* = 0,4$

fue acotado, debido a que los niveles de varianzas de equilibrio observados son pequeños. Segundo, dada la dinámica que siguen las creencias colectivas del segmento irracional, es esperable que el error de pronóstico disminuya a medida que transcurren los periodos. Aún así, el riesgo de mercado se mantiene acotado, debido a que con el transcurso del tiempo ambos agentes se hacen cada vez más parecidos en términos de sus creencias, por lo cual la volatilidad observada en los precios de equilibrio es cada vez menor, permitiendo que los agentes sofisticados puedan arbitrar en los periodos futuros, siempre y cuando existan diferencias en las apreciaciones entre estos dos grupos.

Porcentaje de periodos simulados en los cuales $\Delta\bar{R}_{n-i} \geq 0$.

$\beta = 0$									
$S_0 = S^* = 0.4$					$S_0 = S^* = 1.6$				
μ, α	0.2	0.4	0.6	0.8	μ, α	0.2	0.4	0.6	0.8
0.2	0%	0%	0%	0%	0.2	0%	0%	0%	0%
0.4	0%	0%	0%	0%	0.4	0%	0%	0%	0%
0.6	0%	0%	0%	0%	0.6	0%	0%	0%	0%
0.8	0%	0%	0%	0%	0.8	0%	0%	0%	0%

$\beta = 0.3$									
$S_0 = S^* = 0.4$					$S_0 = S^* = 1.6$				
μ, α	0.2	0.4	0.6	0.8	μ, α	0.2	0.4	0.6	0.8
0.2	0%	0%	0%	0%	0.2	0%	0%	0%	0%
0.4	0%	0%	0%	0%	0.4	0%	0%	0%	0%
0.6	0%	0%	0%	0%	0.6	0%	0%	0%	0%
0.8	0%	0%	0%	0%	0.8	0%	0%	0%	0%

$\beta = 0.5$									
$S_0 = S^* = 0.4$					$S_0 = S^* = 1.6$				
μ, α	0.2	0.4	0.6	0.8	μ, α	0.2	0.4	0.6	0.8
0.2	0%	0%	0%	0%	0.2	0%	0%	0%	0%
0.4	0%	0%	0%	0%	0.4	0%	0%	0%	0%
0.6	0%	0%	0%	0%	0.6	0%	0%	0%	0%
0.8	0%	0%	0%	0%	0.8	0%	0%	0%	0%

$\beta = 0.8$									
$S_0 = S^* = 0.4$					$S_0 = S^* = 1.6$				
μ, α	0.2	0.4	0.6	0.8	μ, α	0.2	0.4	0.6	0.8
0.2	0%	0%	0%	0%	0.2	0%	0%	0%	0%
0.4	0%	0%	0%	0%	0.4	0%	0%	0%	0%
0.6	0%	0%	0%	0%	0.6	0%	0%	0%	0%
0.8	0%	0%	0%	0%	0.8	0%	0%	0%	0%

$\beta = 1$									
$S_0 = S^* = 0.4$					$S_0 = S^* = 1.6$				
μ, α	0.2	0.4	0.6	0.8	μ, α	0.2	0.4	0.6	0.8
0.2	0%	0%	0%	0%	0.2	0%	0%	0%	0%
0.4	0%	0%	0%	0%	0.4	0%	0%	0%	0%
0.6	0%	0%	0%	0%	0.6	0%	0%	0%	0%
0.8	0%	0%	0%	0%	0.8	0%	0%	0%	0%

Cuadro 4.1: Consideramos $T = 25$, $\gamma = 0.5$, $r = 5\%$. Es importante notar que los porcentajes que aparecen en esta tabla como en las siguientes, se refieren a valores promedio, por lo cual no necesariamente los diferenciales de renta son negativos para cada una de las iteraciones realizadas. Los resultados en esencia son los mismos en caso de cambiar la aversión al riesgo de los agentes, así como la tasa de interés, ie. $\gamma \in \{1, 3, 10, 15\}$ y $r \in \{10\%, 15\%\}$.

4.1.2. Creencias colectivas con sobrerreacción y anclaje

En caso que las creencias colectivas sean $\beta [1 + \theta(p_t - S_t)] + (1 - \beta)S^*$, el inversionista irracional presenta un comportamiento parecido al anterior, pues, en la mayor parte de los periodos, éstos obtienen rentas en promedio menores a los inversionistas sofisticados, por lo cual también es esperable que inversionistas irracionales con este tipo de creencias colectivas dejen de existir en el largo plazo, debido a la pérdida sistemática que sufren gracias al arbitraje aplicado por los agentes sofisticados. Estos resultados son robustos a la elección del grado de aversión al riesgo, tasa de interés y nivel de anclaje, cuando $\phi_t \rightarrow U [0, 1]$, $\theta \in [0, 0,5]$ y $S^* \leq 10$, como podemos ver en el cuadro 4.2².

Por otro lado, la dinámica del sistema de creencias con sobrerreacción permite que en algunos de los primeros periodos los agentes irracionales obtengan rentas en promedio mayores a los inversionistas sofisticados, debido a la alta dispersión de creencias presente en dichos periodos. Por ejemplo, en caso que exista sólo sobrerreacción, ie. $\beta = 1$, la dispersión de creencias durante los primeros periodos es amplia en comparación a los periodos siguientes, debido a que los agentes sofisticados saben que si los inversionistas irracionales subestiman en un periodo el precio, el consejo que proveen a la nueva generación sobrestima el precio respecto al equilibrio de largo plazo. Esta situación alcanza sus mayores valores en los primeros periodos, como podemos ver en la figura 4.4, ya que con el transcurso del tiempo el diferencial entre S_t y p_t es decreciente, debido a que el consejo provisto por el segmento irracional es $1 + \theta(p_t - S_t)$, el que considera como equilibrio de largo plazo el valor real del activo u . Lo anterior se explica porque $\theta \in [0, 0,5]$ y ${}_t S_{t+1}$ es combinación convexa entre expectativas irracionales y sofisticadas. Así, mientras mayor sea la sobrerreacción (θ mayores), mayor será el número de periodos en los cuales los agentes irracionales obtengan un retorno esperado mayor a los sofisticados, pero debido a que el sistema de creencias es convergente a la expectativa racional, luego de transcurridos los primeros periodos, el arbitraje se vuelve factible, pues la dispersión de creencias es decreciente en el tiempo.

² $\theta \in [0, 0,5]$ posibilita que el sistema sea estable y que la recomendación del segmento irracional converja a la expectativa sofisticada, en caso de no existir anclaje. Para $\theta > 0,5$ el sistema de creencias no converge a la expectativa racional y los errores de pronóstico del pasado se amplifican en el futuro, posibilitando expectativas negativas por parte de los agentes irracionales, presentándose eventualmente precios negativos del activo u . Lo mismo ocurre en caso que $S^* > 10$, ya que utilizamos $S_0 = S^*$, por lo que, debido a la amplia dispersión inicial de creencias entre los segmentos y gracias a la presencia de sobrerreacción, los errores de pronóstico se amplifican en el futuro, presentándose precios de equilibrio negativos. Debido a estas razones y a que nuestro objetivo es analizar si el tipo de convergencia del sistema de creencias influye en la existencia de los agentes irracionales en equilibrio, nos restringimos a $\theta \in [0, 0,5]$ y $S^* \leq 10$.

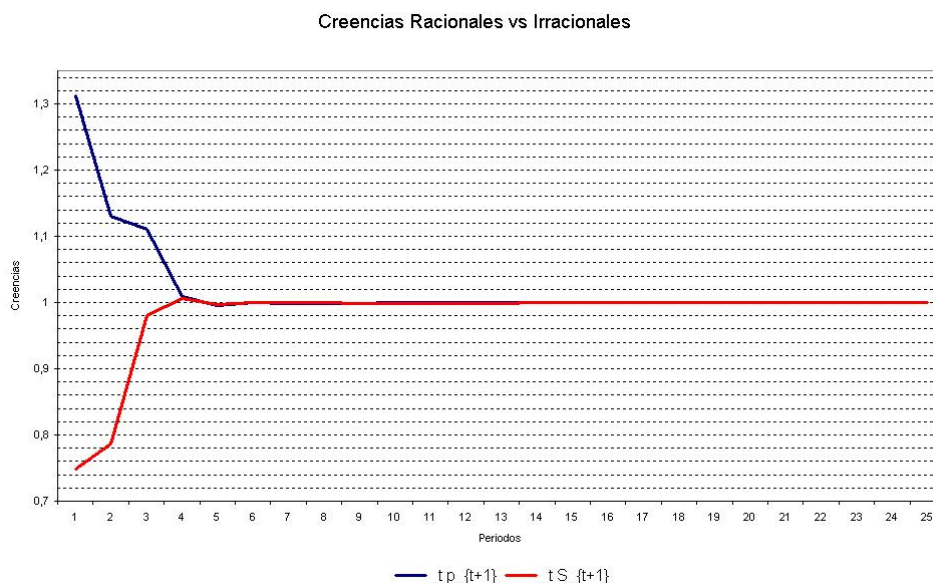


Figura 4.4: Dinámica creencias cuando $\beta = 1$, $\mu = 0,2$, $\gamma = 0,5$, $|r| = 5\%$, $\theta = 0,4$ y $S_0 = 0,4$

El caso de anclaje puro es análogo al analizado en la sección anterior. En caso que exista anclaje y sobrerreacción en la dinámica de las creencias, ie. $\beta \in (0, 1)$, el sistema converge a un valor entre la creencia ancla (S^*) y 1 (expectativa racional), como podemos ver en la figura 4.5.

Es importante notar que debido al proceso de convergencia de las creencias colectivas, éstas presentan cada vez menos variación, por lo cual, pasados los primeros periodos, el diferencial de rentas promedio se torna negativo, al igual que en el caso antes estudiado.

Lo anterior se explica fundamentalmente por las dos razones ya descritas en el punto previo, ie. que después de transcurrido un tiempo y en un periodo determinado, las apuestas de los agentes irracionales no se encuentran muy alejadas del pronóstico racional, por lo cual el riesgo de participar en el mercado es acotado y suficientemente pequeño para que los agentes sofisticados deseen participar. Por otro lado, aún cuando el error de pronóstico disminuye en el tiempo, el riesgo futuro se mantiene acotado, lo que permite arbitrar en los periodos siguientes, mientras la distorsión en la percepción de los retornos futuros se mantenga en los agentes irracionales.

Es importante notar que la monotonía del diferencial entre el pronóstico irracional y sofisticado ($\eta(S_t, p_t) - {}_t p_{t+1}$) no es relevante como podemos ver en este caso, pues las percepciones cambian continuamente de un periodo a otro, debido a la forma funcional de las creencias colectivas del segmento irracional, a diferencia del caso antes estudiado, donde

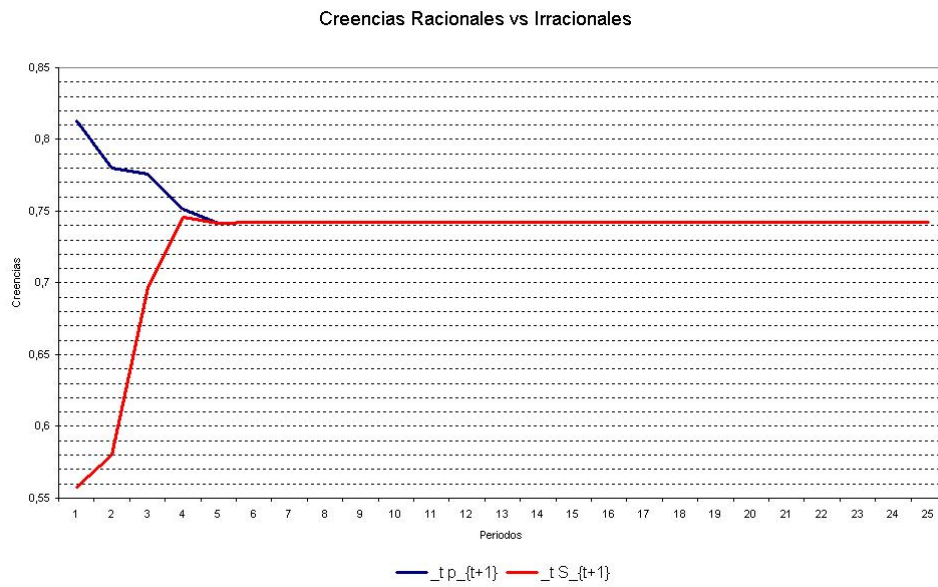


Figura 4.5: Dinámica creencias cuando $\beta = 0,5$, $\mu = 0,2$, $\gamma = 0,5$, $|r| = 5\%$, $\theta = 0,4$ y $S^* = S_0 = 0,4$

el signo de dicho diferencial se mantiene constante. Así, lo único relevante es que tanto la volatilidad del mercado como la magnitud de la dispersión de creencias se mantengan acotados y sean decrecientes en el tiempo.

Porcentaje de periodos simulados en los cuales $\Delta \bar{R}_{n-i} \geq 0$.

$\beta = 0$					
$S_0 = S^* = 0.4$			$S_0 = S^* = 1.6$		
μ, θ	0.2	0.4	μ, θ	0.2	0.4
0.2	0%	0%	0.2	0%	0%
0.4	0%	0%	0.4	0%	0%
0.6	0%	0%	0.6	0%	0%
0.8	0%	0%	0.8	0%	0%

$\beta = 0.3$					
$S_0 = S^* = 0.4$			$S_0 = S^* = 1.6$		
μ, θ	0.2	0.4	μ, θ	0.2	0.4
0.2	0%	0%	0.2	0%	0%
0.4	0%	4%	0.4	0%	0%
0.6	0%	0%	0.6	0%	4%
0.8	0%	4%	0.8	0%	4%

$\beta = 0.5$					
$S_0 = S^* = 0.4$			$S_0 = S^* = 1.6$		
μ, θ	0.2	0.4	μ, θ	0.2	0.4
0.2	4%	4%	0.2	4%	4%
0.4	4%	4%	0.4	4%	4%
0.6	4%	4%	0.6	4%	4%
0.8	4%	4%	0.8	4%	4%

$\beta = 0.8$					
$S_0 = S^* = 0.4$			$S_0 = S^* = 1.6$		
μ, θ	0.2	0.4	μ, θ	0.2	0.4
0.2	4%	4%	0.2	4%	4%
0.4	4%	4%	0.4	4%	4%
0.6	4%	4%	0.6	4%	8%
0.8	4%	8%	0.8	4%	8%

$\beta = 1$					
$S_0 = S^* = 0.4$			$S_0 = S^* = 1.6$		
μ, θ	0.2	0.4	μ, θ	0.2	0.4
0.2	8%	0%	0.2	12%	0%
0.4	8%	0%	0.4	20%	0%
0.6	4%	0%	0.6	4%	0%
0.8	4%	0%	0.8	8%	0%

Cuadro 4.2: Consideramos $\gamma = 0.5$, $r = 5\%$. En caso de cambiar la aversión al riesgo y la tasa de interés los resultados son en esencia los mismos. Atribuimos los porcentajes positivos a la dinámica que presentan las creencias colectivas. En cada uno de los casos que obtuvimos porcentajes positivos, revisamos la evolución de las rentas promedios, donde es posible ver que los agentes irracionales obtienen en promedio rentas mayores o iguales a los inversionistas sofisticados durante sólo algunos de los primeros periodos.

4.2. Impacto de inversionistas irracionales en precios de largo plazo

El análisis anterior comprueba que este tipo de inversionista irracional, independiente de la “convergencia” que presenten las creencias colectivas, obtiene rentas en promedio menores a las obtenidas por los inversionistas sofisticados, por lo que debiésemos esperar que en el largo plazo éste desaparezca de los mercados. Debido a dicha desaparición, no existiría efecto asociado a este agente en los precios de largo plazo. Esto se explica fundamentalmente porque las creencias de los inversionistas irracionales no se encuentran tan desalineadas en términos relativos al pronóstico sofisticado, por lo cual los inversionistas irracionales no toman posiciones extremas basados en retornos anormales, lo cual si puede influir en el precio del activo dependiendo de la formulación, como lo demuestran Kogan et al. (2006) donde el segmento irracional puede afectar el precio aún cuando su riqueza tienda a cero, debido a que este tipo de agente pudiese asociar altas probabilidades a eventos muy extremos en los cuales el consumo agregado es bajo, con lo que la utilidad marginal es alta, lo que determina que el precio también lo sea.

Así, en este caso la desaparición de los inversionistas irracionales equivale a la inexistencia de efectos en los precios. Para realizar un análisis más detallado exploramos en el capítulo 5 el efecto que tiene este tipo de inversionista cuando disminuye su concentración a través del tiempo, debido a la pérdida sistemática de rentabilidad en comparación al segmento sofisticado. En dicho caso, evaluamos el número de periodos en los cuales el precio del activo u difiere de la unidad, después que la concentración de inversionistas irracionales se ha vuelto nula.

Por otro lado, es importante notar que aun cuando la proporción de inversionistas irracionales sea pequeña en el mercado, los precios se verán afectados por el riesgo que introduce su existencia, debido a la imposibilidad de pronóstico que poseen los agentes sofisticados respecto a la creencia de los inversionistas irracionales con los cuales les corresponderá liquidar sus posiciones (representado por la volatilidad de equilibrio de largo plazo). Dicha imposibilidad introduce incertidumbre y termina afectando la volatilidad observada en los precios así como su dinámica.

4.3. Características de precios y retornos

En esta sección mostramos que en presencia de inversionistas irracionales los retornos del activo u pudiesen presentar reversión a la media, la cual ha sido documentada por bastante literatura empírica. Por ejemplo, Fama y French (1988a, 1988b) y Poterba y Summers (1988) reportan correlaciones seriales negativas estadísticamente significativas en retornos accionarios definidos en periodos largos de tiempo (del orden de varios años) lo que es coherente con la hipótesis de existencia de reversión a la media³. Además mostramos que nuestro modelo reproduce exceso de volatilidad en los precios, en sentido que el precio se mueve mucho más que lo atribuible a cambios en los valores fundamentales del activo, ya que éste siempre paga un dividendo r de manera segura.

A continuación describimos el test de razón de varianzas y evidencia empírica relevante en nuestro análisis. Luego, explicamos nuestros resultados respecto a la posible reversión a la media presente en los retornos y por último nos referimos al exceso de volatilidad del precio del activo riesgoso.

4.3.1. Test de razón de varianzas y evidencia empírica.

La teoría clásica plantea que si los precios incorporan toda la información disponible, los cambios en éstos debiesen ser impredecibles. Si un mercado cumple con esta condición es eficiente. Esta hipótesis es totalmente consistente con procesos en que los precios siguen ya sea una martingala o una caminata aleatoria (*random walk*)⁴.

Una de las formas más directas e intuitivas de testear si una serie de precios sigue una martingala o una caminata aleatoria es chequear las correlaciones entre distintos periodos en una misma serie de tiempo. Bajo la hipótesis de caminata aleatoria más débil, las primeras diferencias no están correlacionadas entre sí, ni tampoco con ninguno de sus rezagos. Así, una importante propiedad que posee la hipótesis de caminata aleatoria,

³La correlación serial corresponde a la correlación entre dos observaciones de una misma serie de tiempo en periodos distintos. Luego, si X_t es una serie de tiempo, el coeficiente de correlación serial (o autocorrelación) de orden k -ésimo corresponde a: $\lambda_k = \frac{Cov[X_t, X_{t+k}]}{\sqrt{Var[X_t]}\sqrt{Var[X_{t+k}]}}$

⁴La serie de precios $\{p_t\}_{t=0}^T$ sigue una caminata aleatoria si: $p_t = \mu + p_{t-1} + \epsilon_t$ con $\epsilon_t \rightarrow i.i.d(0, \sigma^2)$, donde μ es el cambio esperado en el precio o *drift* y ϵ_t es independiente e idénticamente distribuido en el tiempo (i.i.d), con media nula y varianza σ^2 . La condición anterior es tal vez la versión más simple de la hipótesis de mercados eficientes, ya que las innovaciones son i.i.d. Por otro lado, el proceso estocástico $\{p_t\}_{t=0}^T$ sigue una martingala si satisface la siguiente condición: $E[p_{t+1}|p_t, p_{t-1}, \dots] = p_t$, ie. si p_t es el precio de un activo en el periodo t , entonces el precio esperado de mañana corresponde al precio de hoy, pues toda la información relevante respecto al activo esta contenida en p_t . De forma alternativa, el cambio esperado en el precio es cero, condicionado en la historia del activo.

asociada a eficiencia de mercados, es que la varianza de los incrementos debe ser una función lineal del intervalo de tiempo considerado.

Teniendo esto en consideración, la literatura ha empleado diferentes formas relacionadas a comprobar la existencia de ineficiencias de mercado asociadas a la hipótesis antes descrita. Por ejemplo, Fama y French (1986) y Lo y MacKinlay (1987) comparan la variabilidad relativa de los retornos sobre diferentes horizontes usando el test de razón de varianza.

El test de razón de varianza explota el hecho que si los logaritmos de los precios accionarios, incluyendo los dividendos acumulados, siguen un camino aleatorio, entonces la varianza del retorno acumulado en diferentes periodos debiese ser proporcional al horizonte utilizado en el cálculo del retorno. La razón de varianzas de K -periodos se define como la razón entre la varianza del retorno acumulado al periodo K -ésimo y K veces la varianza de un periodo, por lo que dicha razón debiese ser 1, si el precio sigue un caminata aleatoria. Así,

$$VR(K) \equiv \frac{Var[r_t(K)]}{KVar[r_t]} \quad (4.2)$$

donde $r_t(K) \equiv r_t + r_{t-1} + \dots + r_{t-K+1}$.

A modo de ejemplo, consideremos la razón de varianzas de un retorno de dos periodos compuestos continuamente, ie. $r_t(2) \equiv r_t + r_{t+1}$, versus dos veces la varianza del retorno de un periodo r_t , y por el momento sólo asumamos que la serie de retornos es estacionaria. Luego esta razón de varianzas, que denominamos $VR(2)$ se reduce a:

$$\begin{aligned} VR(2) &= \frac{Var[r_t(2)]}{2Var[r_t]} = \frac{Var[r_t + r_{t+1}]}{2Var[r_t]} \\ &= \frac{2Var[r_t] + 2Cov[r_t, r_{t+1}]}{2Var[r_t]} \\ VR(2) &= 1 + \rho(1) \end{aligned} \quad (4.3)$$

donde $\rho(1)$ es la autocorrelación de primer orden. En particular, bajo la hipótesis de caminata aleatoria todas las autocorrelaciones son nulas, por lo que $VR(2) = 1$.

En presencia de autocorrelaciones positivas de primer orden, $VR(2)$ excede a la unidad. Si los retornos están correlacionados positivamente, la varianza de la suma de dos retornos de un periodo será mayor que la suma de las varianzas de un periodo, ie. las varianzas crecerán más rápido que linealmente. De forma alternativa, en presencia de autocorrelaciones de primer orden negativas, la varianza de la suma será menor que la suma de las varianzas, ie. la varianza crece más lento que linealmente.

En términos generales es posible demostrar que la razón de varianzas de K -periodos satisface la siguiente relación (Campbell et al. (1997)):

$$VR(K) \equiv \frac{Var[r_t(K)]}{KVar[r_t]} = 1 + 2 \sum_{j=1}^{K-1} \left(1 - \frac{j}{K}\right) \rho(j) \quad (4.4)$$

donde $\rho(j)$ es el coeficiente de autocorrelación de orden j -ésimo. Esto muestra que $VR(K)$ es una combinación lineal de los primeros $K - 1$ coeficientes de autocorrelación de $\{r_t\}$, en los que el peso decae linealmente.

En caso que los retornos sigan un proceso autorregresivo de primer orden ($AR(1)$), $r_t = \alpha + \beta r_{t-1} + \epsilon_t$, (4.4) se transforma en⁵:

$$\begin{aligned} VR(K) &= 1 + 2 \sum_{j=1}^{K-1} \left(1 - \frac{j}{K}\right) \rho(j) \\ &= 1 + \frac{2}{1 - \beta} \left[\beta - \frac{\beta^K}{K} - \frac{\beta - \beta^K}{K(1 - \beta)} \right] \quad \text{con } |\beta| < 1 \end{aligned}$$

Observación 2. Si $\beta \in (-1, 0)$ y $K \in \mathcal{N}^+$, entonces $VR(K) < 1 \forall K$.

Lo importante de la observación anterior es que nos permite testear la hipótesis de reversion a la media en los retornos, independiente de la amplitud del intervalo escogido, K , suponiendo que éstos siguen un proceso $AR(1)$ invertible, ya que:

$$\begin{aligned} r_t &= \alpha + \beta r_{t-1} + \epsilon_t \\ &= \pi(\delta - r_{t-1}) + \epsilon_t \end{aligned}$$

con $\alpha = \pi\delta$ y $\beta = -\pi$, ie. el proceso $AR(1)$ original es equivalente a un proceso que revierte a un nivel δ , a una tasa π por periodo.

Respecto a la evidencia empírica, es amplia la literatura que se ha enfocado en el estudio de las propiedades que presentan los retornos definidos en intervalos largos de tiempo ($K \gg 1$), con la finalidad de testear la hipótesis de caminata aleatoria en los precios(Campbell et al. (1997)).

⁵Se dice que X_t sigue un proceso autorregresivo de primer orden ($AR(1)$) si: $X_t = \phi + \alpha X_{t-1} + \epsilon_t$, con $\epsilon_t \rightarrow N(\epsilon^*, \sigma_\epsilon^2)$ donde su esperanza condicional en la información del periodo pasado es: $E[X_t|X_{t-1}] = \phi + \alpha X_{t-1}$ y la varianza condicional en la información dal periodo anterior es: $Var[X_t|X_{t-1}] = \sigma_\epsilon^2$

Por un lado se plantea la existencia de reversión a la media en este tipo de retornos, por lo cual existe alguna capacidad predictiva de los retornos futuros en base a retornos pasados, y por otro, la existencia de componentes transitorios en los precios, ambos elementos en cierta contraposición a la hipótesis de eficiencia de mercados más tradicional. En este caso, movimientos persistentes en los retornos esperados tienen efectos importantes en los precios, haciéndolos ser mucho más volátiles que en caso que los retornos esperados fuesen constantes. La fuente de esta variación persistente en los retornos accionarios esperados es todavía una interrogante (Campbell et al. (1997)) ⁶.

4.3.2. Reversión a la media en retornos

Mediante simulaciones testeamos la presencia de reversión a la media. Para realizar dichas pruebas, utilizamos la razón de varianzas. Para construir la razón de varianzas utilizamos la definición. Así, por ejemplo, para obtener la serie de estadísticos correspondientes a $VR(2)$, reproducimos 50 iteraciones de un mismo escenario (definido por los parámetros: $r, \gamma, \mu, S^*, \alpha, \beta, \theta$, dependiendo del caso). Con estos valores calculamos las series de retornos, para cada una de las iteraciones realizadas. Luego, para obtener la varianza del retorno del primer periodo, calculamos la varianza de la serie compuesta por los primeros retornos de cada una de las 50 iteraciones. De manera análoga calculamos la varianza de los retornos acumulados en dos periodos. Con este cálculo es posible determinar el estadígrafo $VR(2)$ para el primer periodo. Luego, utilizando la misma metodología calculamos el estadístico correspondiente al periodo 2, utilizando como dato el retorno acumulado entre los periodos 2 y 3. Realizando este proceso de forma iterativa calculamos la razón de varianzas para cada uno de los periodos simulados.

Mediante el procedimiento anterior, obtenemos que la razón de varianzas es siempre menor a la unidad, con $K \in \{2, 3, 5, 10\}$, para cada uno de los dos sistemas de creencias

⁶La evidencia sobre la existencia de reversión a la media en los retornos definidos en amplios periodos de tiempo no se encuentra libre de críticas. Por ejemplo, Jegadeesh (1991) analiza en mayor detalle los procedimientos de estimación de reversión a la media y sugiere que tanto Fama y French (1988), como Poterba y Summers (1988) tienden a sobrestimar la existencia de reversión a la media en el periodo posterior a la segunda guerra mundial, tal como lo plantean Kim, Nelson y Startz (1991). De todas formas, Jegadeesh (1991) concuerda en la posible existencia de elementos temporales en los precios accionarios para los datos post guerra, los cuales sólo encuentra significativos en Enero. En cambio McQueen (1992) sugiere que los estudios anteriores sobrestiman la existencia de reversión a la media en los precios, debido a errores generados por los test utilizados, basados esencialmente en autocorrelaciones de primer orden generadas por estimadores de mínimos cuadrados ordinarios (MCO). Debido a los posibles problemas originados por la estimación de las autocorrelaciones de primer orden mediante la estimadores de MCO, utilizamos en nuestro análisis la metodología de razón de varianzas, debido a sus buenas propiedades de detección de reversión a la media (Poterba y Summers, (1988)).

colectivas descritos. Este resultado es robusto a cambios en el grado de anclaje de las creencias (β), persistencia de éstas (α), grado de sobrerreacción (θ) y aversión al riesgo (γ), como lo podemos ver en el cuadro 4.3. Como describimos en la sección anterior, esto es consistente con un modelo en el que los retornos presentan reversión a la media.

Porcentaje de periodos simulados en los cuales $VR(2) \geq 1$.								
$r = 5\%$ $S_0 = S^* = 0.4$								
$\gamma = 0.5$								
$\beta = 0.0$			$\beta = 0.5$			$\beta = 1.0$		
μ, θ	0.2	0.4	μ, θ	0.2	0.4	μ, θ	0.2	0.4
0.2	0%	0%	0.2	0%	0%	0.2	0%	0%
0.5	0%	0%	0.5	0%	0%	0.5	0%	0%
0.8	0%	0%	0.8	0%	0%	0.8	0%	0%
$\gamma = 1.0$								
$\beta = 0.0$			$\beta = 0.5$			$\beta = 1.0$		
μ, θ	0.2	0.4	μ, θ	0.2	0.4	μ, θ	0.2	0.4
0.2	0%	0%	0.2	0%	0%	0.2	0%	0%
0.5	0%	0%	0.5	0%	0%	0.5	0%	0%
0.8	0%	0%	0.8	0%	0%	0.8	0%	0%
$\gamma = 3.0$								
$\beta = 0.0$			$\beta = 0.5$			$\beta = 1.0$		
μ, θ	0.2	0.4	μ, θ	0.2	0.4	μ, θ	0.2	0.4
0.2	0%	0%	0.2	0%	0%	0.2	0%	0%
0.5	0%	0%	0.5	0%	0%	0.5	0%	0%
0.8	0%	0%	0.8	0%	0%	0.8	0%	0%
$\gamma = 15$								
$\beta = 0.0$			$\beta = 0.5$			$\beta = 1.0$		
μ, θ	0.2	0.4	μ, θ	0.2	0.4	μ, θ	0.2	0.4
0.2	0%	0%	0.2	0%	0%	0.2	0%	0%
0.5	0%	0%	0.5	0%	0%	0.5	0%	0%
0.8	0%	0%	0.8	0%	0%	0.8	0%	0%

Cuadro 4.3: Caso en el que las creencias colectivas son: $\eta(S_t, p_t) = \beta [1 + \theta(p_t - S_t)] + (1 - \beta)S^*$. Consideramos $T = 25$, $\gamma = 0.5$, $r = 5\%$. Para obtener los porcentajes presentados en la tabla repetimos las simulaciones 50 veces para calcular la serie $VR(2)$. Con la finalidad de aminorar el tiempo de cómputo en cada uno de los escenarios, sólo calculamos las dinámicas en las cuales las creencias iniciales son iguales a las creencias ancladas del grupo, ie. $S_0 = S^*$. Los resultados en esencia son los mismos, en caso de cambiar la dinámica de las creencias colectivas, así como la tasa de interés y el intervalo de tiempo considerado, K .

4.3.3. Exceso de volatilidad

El paradigma tradicional establece que los precios accionarios debiesen corresponder al valor del pronóstico racional de los dividendos futuros descontados. Esto nos dice que movimientos en los precios debiesen ser producto de la llegada de nueva información sobre los dividendos futuros. En contraste con lo anterior, al analizar los mercados es posible ver que los precios son demasiado volátiles y que esta variabilidad es difícilmente explicable por la llegada de nueva información (Shiller (1981)). Por ejemplo, Frankel y Meese (1987) reportan exceso de volatilidad en este sentido en el mercado de divisas. Por su parte Roll (1984) encuentra que las noticias respecto a las condiciones del tiempo, la principal fuente de variación en el mercado del jugo de naranjas, explican sólo una pequeña proporción de los movimientos en los precios de futuros en este mercado⁷.

Al igual que DSSW(1990), en nuestro caso el modelo reproduce exceso de volatilidad en los precios, en sentido que el precio se mueve mucho más que lo atribuible a cambios en los valores fundamentales. De hecho, no existen fluctuaciones del dividendo del activo u , por lo que, según el enfoque tradicional, no debiesen existir cambios en el precio. Dichos cambios son producto de la especulación respecto al retorno esperado de la inversión, debido a que la oferta se encuentra limitada y que el grado de confianza que otorgan los agentes irracionales a los consejos de su grupo social es desconocido. Así, debido fundamentalmente al riesgo implícito de tomar posiciones en este mercado es que el precio fluctúa a través del tiempo.

4.4. Varianza de equilibrio

Como una manera de analizar la agresividad en las posiciones que toman los agentes en este tipo de mercados, estudiamos en esta sección la dinámica que rige a la volatilidad promedio de equilibrio en el largo plazo, dado un nivel de concentración de inversionistas

⁷Esta evidencia no sólo hace referencia al exceso de volatilidad en precios, sino que también existe variada literatura respecto a exceso de volatilidad en retornos. Por ejemplo, French y Roll (1986) muestran que la variación de los retornos accionarios es mucho mayor cuando los mercados se encuentran abiertos versus cuando éstos se encuentran cerrados, inclusive durante periodos en los cuales se divulgó información similar sobre los fundamentales de mercado. Roll (1988) muestra que a lo más un tercio de la variación mensual del retorno accionario individual puede ser explicado por la visión clásica.

Es importante notar que aunque la evidencia provee resultados en los cuales los precios son mucho más volátiles que los pronosticados por un modelo de valor presente con tasa de descuento constante, esto no es necesariamente implica un rechazo a la hipótesis de mercados eficientes, pues en la literatura del último tiempo es cada vez más fuerte el consenso que los retornos esperados varían con el tiempo. Más aún, en caso de utilizar tasas de descuento dependientes del tiempo, el modelo de valor presente presenta un ajuste mayor a los datos en términos de la volatilidad observada (Campbell et al. (1997)).

irracionales (μ). Suponiendo un contexto similar al nuestro, DSSW (1990) plantean que el riesgo inherente a la existencia de inversionistas irracionales (*noise trader risk*) es creciente en la concentración de éstos, cuando su equivocación en la formación de las creencias se distribuye normal en cada uno de los periodos. Esto implica que a mayor concentración de este tipo de agentes en los mercados el riesgo aumenta, por lo cual las oportunidades de arbitraje se ven disminuidas. Pero en nuestro caso, el agente irracional no es necesariamente el mismo planteado originalmente por DSSW(1990), debido a que las creencias colectivas presentan persistencia, sobrerreacción y anclaje a través de los periodos, por lo que la dinámica de la varianza de largo plazo no necesariamente es creciente. Al analizar la varianza promedio de equilibrio, para ambos sistemas de creencias, detectamos la influencia de dos efectos, los que actúan en sentidos opuestos:

- a) Efecto *ajuste de creencias*: Cuando sólo existe persistencia o sobrerreacción ($\beta = 1$), la varianza promedio aumenta con la concentración de inversionistas irracionales.
- b) Efecto *anclaje*: Mientras más ancladas se encuentren las creencias (menor β), la varianza promedio de equilibrio es menor a mayor concentración de inversionistas irracionales.

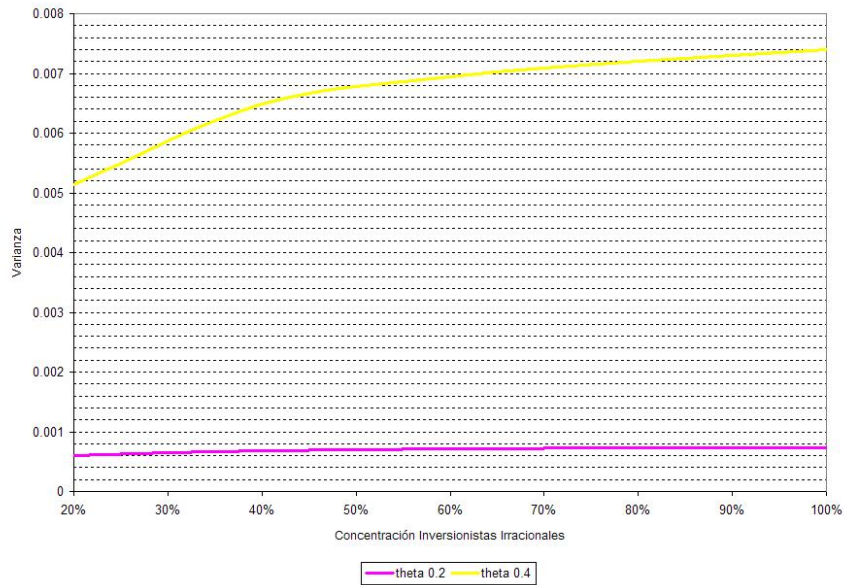


Figura 4.6: Varianza de equilibrio promedio cuando $\beta = 1$, $S_0 = S^* = 1,6$

Notemos que sólo el efecto de ajuste de creencias es coherente con lo pronosticado por DSSW (1990). Dicho efecto actúa en esa dirección debido a que mientras mayor

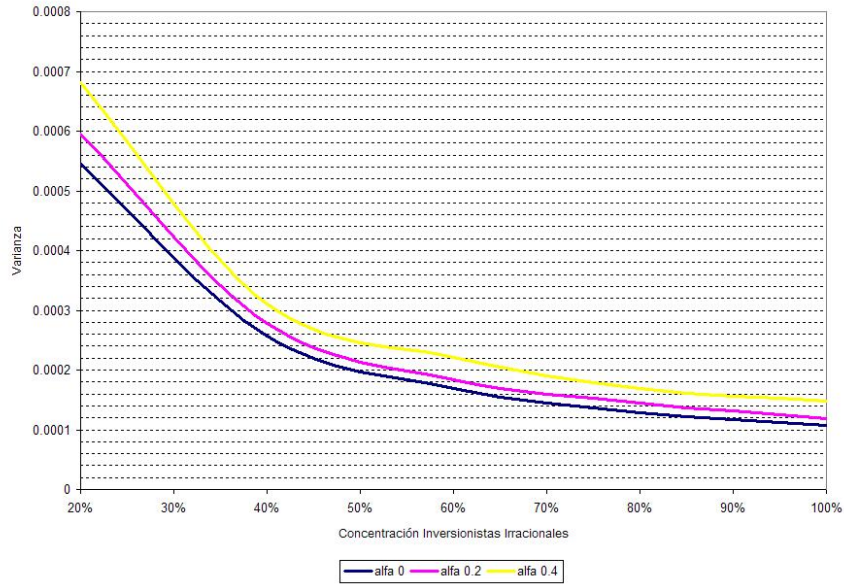


Figura 4.7: Varianza de equilibrio promedio cuando $\beta = 0$, $S_0 = S^* = 1,6$

es la concentración de inversionistas irracionales, sus creencias terminan siendo una parte importante de las creencias del mercado, las cuales cambian bastante durante los primeros periodos, dependiendo de la creencia inicial, debido ya sea al ajuste “monótono” o “no monótono” de las creencias colectivas⁸. Así, en este caso, el ajuste que sufre la parte asociada a las creencias colectivas provoca volatilidad, introduciendo límites al arbitraje, los cuales no son lo suficientemente grandes para impedir que los agentes sofisticados logren arbitrar, en el largo plazo, ya que la volatilidad disminuye con el transcurso del tiempo, pues la dispersión de creencias entre inversionistas también lo hace. Es importante notar que en caso del ajuste “no monótono” de las creencias, este límite es importante debido a que durante algunos de los primeros periodos las rentas obtenidas por los irracionales superan a las obtenidas por los sofisticados, pero pasado el tiempo, dichas ganancias se desvanecen, debido a que el ajuste en las creencias ya no es significativo.

Por otro lado, el efecto anclaje es totalmente diferente a lo planteado por DSSW (1990). En este caso, mientras mayor es la concentración de inversionistas irracionales, menor es la volatilidad observada en los precios, por lo cual el riesgo implícito en estos mercados es menor al pronosticado. Esto ocurre debido a que mientras mayor es la concentración de irracionales en el mercado, el pronóstico futuro de éstos es más cercano al precio

⁸Por ajuste “monótono” nos referimos a aquel con persistencia y anclaje. Por ajuste “no monótono” nos referimos a las creencias con sobre-reacción y anclaje.

de equilibrio, debido a su peso relativo en las opiniones. Así, como sus conjeturas se encuentran ancladas, presentan poca variación de un periodo a otro, donde la variación sólo dependerá de la confianza que asignen los inversionistas a los consejos de su red de contactos, con lo cual el precio termina presentando baja volatilidad. Es importante notar que este riesgo es decreciente con el número de inversionistas irracionales en el mercado, pero es distinto de cero, debido a que aún cuando los inversionistas irracionales no cambien sus consejos de un periodo a otro, el grado de confianza que otorgará el inversionista irracional de la próxima generación no es conocida, lo cual introduce riesgo, desincentivando con esto la toma de posiciones en el activo u .

Capítulo 5

Extensión del modelo

Como ya lo hemos mencionado, el inversionista irracional obtiene en promedio ganancias menores a las obtenidas por los agentes sofisticados, por lo que es esperable que su concentración disminuya a través del tiempo. Debido a esta pérdida, podríamos pensar que las nuevas generaciones de inversionistas irracionales no confían en el consejo provisto por sus antecesores, debido a que ellos obtuvieron rentabilidades menores en comparación a los inversionistas sofisticados, por lo cual prefieren seguir las estrategias de inversión de éstos últimos, mediante ya sea la imitación de éstas o la entrega de su dinero a un inversionista sofisticado. Así, es esperable que los inversionistas al momento de tomar su decisión consideren también el historial de rentas de las estrategias seguidas por ambos grupos. Teniendo esto en cuenta, postulamos que los nuevos inversionistas responden al diferencial de retornos obtenidos por las diferentes estrategias de inversión, con la finalidad de analizar de manera concreta la existencia de inversionistas irracionales en el largo plazo, así como también su efecto en la dinámica del precio.

Luego, al igual que en el modelo básico, cada generación esta compuesta por inversionistas que siguen las estrategias de inversión irracionales o sofisticadas, donde cada inversionista obtiene un ingreso exógeno en el primer periodo y consume toda su riqueza en el segundo. La diferencia es que un número pequeño de inversionistas en cada generación cambia de tipo, basándose en el diferencial de rentas obtenido por los grupos durante el periodo anterior. Por ejemplo, si los agentes irracionales obtienen un retorno relativo más alto en un periodo, una fracción de los inversionistas jóvenes, que de otra forma hubiesen sido inversionistas sofisticados, se convierte en inversionista irracional, imitando dicha estrategia de inversión. De la misma forma, ocurre lo contrario en caso que los agentes irracionales obtengan un retorno menor al de los sofisticados. Así, mientras mayor es la diferencia de retornos en un periodo determinado, mayor es la proporción de inversionistas

que imitan la estrategia del otro grupo. En concordancia con lo anterior definimos la regla de cambio a través de la siguiente expresión:

$$\mu_{t+1} = \max \{0, \min \{1, \mu_t + \omega \Delta R_{n-i}^t\}\} \quad (5.1)$$

donde ω es la tasa a la cual inversionistas irracionales se convierten en inversionistas sofisticados, a través de la imitación de sus estrategias de inversión. Así, la ecuación (5.1) establece que el éxito merece imitación, ie. las estrategias que hacen más ricos a sus seguidores ganan más adeptos. Subyace a esta regla de imitación la idea de que las generaciones al momento de escoger no están completamente seguras de que estrategia de inversión seguir. Si los inversionistas sofisticados obtuvieron grandes ganancias recientemente, los nuevos inversionistas tratarán de asignar sus recursos de manera parecida a éstos, o tal vez confiando su dinero al manejo de un inversionista sofisticado. En cambio, si los inversionistas irracionales obtuvieron altas ganancias, los nuevos inversionistas trataran de imitar su estrategia. Otra forma de interpretar esta regla de imitación, es que algunos de los nuevos inversionistas utilizan lo que Black (1986) denomina pseudo señales para decidir que estrategia seguir, en este caso representadas por el retorno pasado.

5.1. Existencia de inversionistas irracionales en equilibrio

En esta sección analizamos la existencia de los agentes irracionales, considerando que su concentración es función de los diferenciales de rentas observados en el periodo anterior. Como la concentración cambia de un periodo a otro, las condiciones impuestas por el lema 5 son aún más dinámicas, pues no sólo dependen explícitamente del proceso que siga la varianza de equilibrio de largo plazo, ${}_t\sigma_{p_{t+1}}^2$, dado un nivel de creencias ${}_tS_{t+1}$, sino también de la concentración de agentes irracionales en el mercado, μ_t . En este caso, básicamente obtenemos los mismos resultados que en la sección anterior, pues la concentración tiende a cero en cada uno de los escenarios simulados, para los dos sistemas descritos de creencias colectivas. En esencia esto nos indica que, aún cuando la dispersión de las creencias entre agentes irracionales y sofisticados se encuentre acotada, lo importante es que el riesgo se mantenga acotado a través del tiempo, permitiendo con ésto que los agentes racionales puedan ejercer arbitraje.

Lo anterior lo podemos ver de las condiciones (c) y (d) del lema 5, considerando en

este caso que la concentración es variante en el tiempo, ie. $\mu = f(t)$. En (c) y dado que $\mu_t \rightarrow 0$, la única opción para que el diferencial sea no positivo es que la varianza de equilibrio tienda a cero al menos tan rápido como la concentración de agentes irracionales, pues en caso contrario y suponiendo que el segmento irracional es optimista respecto al retorno futuro, el diferencial debiese ser positivo en dicho periodo, implicando un aumento de la concentración de agentes irracionales en el próximo periodo, lo cual, si no ocurre nuevamente, debiese demorar la desaparición de los agentes irracionales del mercado, ya que la tasa de cambio es constante (ω). La dinámica de nuestros resultados elimina dicha opción en caso que las creencias presenten persistencia y anclaje, pues la concentración es estrictamente decreciente en el tiempo, lo que no ocurre necesariamente para el caso con sobre-reacción en las creencias, donde es posible que existan, durante los primeros periodos, eventos en los que la concentración aumenta para luego decaer de manera monótona. Como ya explicamos en la sección anterior, estos eventos deben su existencia a que es sólo durante los primeros periodos que puede existir amplia dispersión en las creencias entre agentes irracionales y sofisticados.

Por otro lado, la expresión (d) no depende explícitamente de la concentración, aunque la varianza de equilibrio si depende de ésta implícitamente. Como ya mencionamos en la sección anterior, esta condición plantea que cuando los agentes irracionales son pesimistas en términos relativos a los agentes sofisticados, el arbitraje sólo es posible en caso que la dispersión de creencias disminuya más lento que el riesgo de mercado, lo que les permite a los agentes sofisticados tomar posiciones más agresivas.

En términos prácticos, para analizar la existencia de los inversionistas irracionales, calculamos la serie de diferenciales de renta para los periodos que componen cada una de las j iteraciones realizadas, $\left\{ \left\{ \Delta R_{n-i}^t \right\}_{t=1}^T \right\}_j$. Con esto es posible establecer la dinámica de la concentración del inversionista irracional, $\left\{ \mu_t \right\}_{t=1}^T$, para cada una de las iteraciones. De la misma manera que en la sección anterior, dado un sistema de creencias, realizamos 200 simulaciones de un mismo escenario, el que en este caso queda definido por los parámetros $r, \omega, \gamma, \mu_1, S^*, \alpha, \beta$ y θ , dependiendo del caso. Una vez realizado esto, obtenemos la serie correspondiente a los diferenciales de renta y concentraciones de inversionistas irracionales promedio, para cada uno de los periodos simulados, ie. $\left\{ \left\{ \bar{\Delta R}_{n-i}^t \right\}_{t=1}^T \right\}_j, \left\{ \bar{\mu}_t \right\}_{t=1}^T$. Por último, es importante mencionar que en los resultados planteados a continuación utilizamos valores de $\omega \in \{0,005, 0,01, 0,1, 0,5\}$, con la finalidad de analizar si la velocidad de cambio entre los grupos influye en los resultados obtenidos.

5.1.1. Creencias colectivas con persistencia y anclaje

En caso que el sistema de creencias quede definido por las ecuaciones (1.5) y (1.7), comprobamos que en ninguno de los escenarios simulados este tipo de inversionista sobrevive en el largo plazo, pues en cada escenario $\mu_t \xrightarrow{t=T} 0$. De hecho, en caso que $T = 55$, en ninguna de las simulaciones realizadas la concentración final difiere de 0. Al igual que en los resultados previos, el ajuste monótono de las creencias colectivas sólo afecta a la dinámica de los diferenciales de renta y por lo tanto a la dinámica de la concentración de agentes irracionales, pues a medida que pasa el tiempo, el diferencial promedio es cada vez más cercano a cero, presentando también la “monotonía” del sistema de creencias. Este resultado es robusto tanto a cambios en la aversión al riesgo, tasa de interés, anclaje del sistema de creencias, nivel ancla y persistencia como podemos ver en el cuadro 5.1.

Concentración promedio final de inversionistas irracionales

$\mu_1=0.5 \quad r = 5\% \quad S_0 = S^* = 0.4$											
$\gamma = 0.5$											
$\beta = 0.0$				$\beta = 0.5$				$\beta = 1.0$			
ω, α	0.0	0.5	1.0	ω, α	0.0	0.5	1.0	ω, α	0.0	0.5	1.0
0.001	0	0	0	0.001	0	0	0	0.001	0	0	0
0.05	0	0	0	0.05	0	0	0	0.05	0	0	0
0.1	0	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0	0	0
0.5	0	0	0	0.5	0	0	0	0.5	0	0	0
$\gamma = 1.0$											
$\beta = 0.0$				$\beta = 0.5$				$\beta = 1.0$			
ω, α	0.0	0.5	1.0	ω, α	0.0	0.5	1.0	ω, α	0.0	0.5	1.0
0.001	0	0	0	0.001	0	0	0	0.001	0	0	0
0.05	0	0	0	0.05	0	0	0	0.05	0	0	0
0.1	0	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0	0	0
0.5	0	0	0	0.5	0	0	0	0.5	0	0	0
$\gamma = 3.0$											
$\beta = 0.0$				$\beta = 0.5$				$\beta = 1.0$			
ω, α	0.0	0.5	1.0	ω, α	0.0	0.5	1.0	ω, α	0.0	0.5	1.0
0.001	0	0	0	0.001	0	0	0	0.001	0	0	0
0.05	0	0	0	0.05	0	0	0	0.05	0	0	0
0.1	0	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0	0	0
0.5	0	0	0	0.5	0	0	0	0.5	0	0	0
$\gamma = 15$											
$\beta = 0.0$				$\beta = 0.5$				$\beta = 1.0$			
ω, α	0.0	0.5	1.0	ω, α	0.0	0.5	1.0	ω, α	0.0	0.5	1.0
0.001	0	0	0	0.001	0	0	0	0.001	0	0	0
0.05	0	0	0	0.05	0	0	0	0.05	0	0	0
0.1	0	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0	0	0
0.5	0	0	0	0.5	0	0	0	0.5	0	0	0

Cuadro 5.1: Consideramos $T = 55$. En cada una de las tablas presentadas en esta sección repetimos cada una de las simulaciones 200 veces para calcular la serie $\{\Delta\bar{\mu}\}_{t=1}^T$, de la cual presentamos sólo el valor $\bar{\mu}_T$. Con la finalidad de aminorar el tiempo de cómputo, en cada uno de los escenarios sólo calculamos las dinámicas en las cuales las creencias iniciales son iguales a las creencias anclas del grupo, ie. $S_0 = S^*$. Los resultados en esencia son los mismos en caso de cambiar la aversión al riesgo de los agentes, así como la tasa de interés, ie. $\gamma \in \{1, 3, 10, 15\}$ y $r \in \{10\%, 15\%\}$.

La motivación económica que subyace a los resultados anteriores, es muy similar a la ya mencionada. Por ejemplo en caso que sólo exista persistencia de creencias en el consejo que el segmento irracional provee, ie. $\beta = 1$ y $\alpha \neq 0$, la nueva generación de agentes irracionales ajusta de manera gradual su expectativa para el próximo periodo, debido a que el arbitraje sí se produce en el periodo actual, pues la apuesta del segmento irracional no es basada en retornos anormales del activo u , lo que es asegurado porque ${}_tS_{t+1}$ es combinación convexa entre ${}_tp_{t+1}$ y $\eta(\cdot)$, y por otro lado $\eta(\cdot)$ es cada vez más cercano al pronóstico racional. Además de lo anterior, se sabe que debido al arbitraje, la concentración de agentes irracionales decae a tasa ω , por lo que su efecto en el precio es cada vez menor, siendo la expectativa racional cada vez más cercana al precio de equilibrio, lo que asegura que los agentes irracionales desaparezcan en el largo plazo, como podemos ver en la figura 5.1.

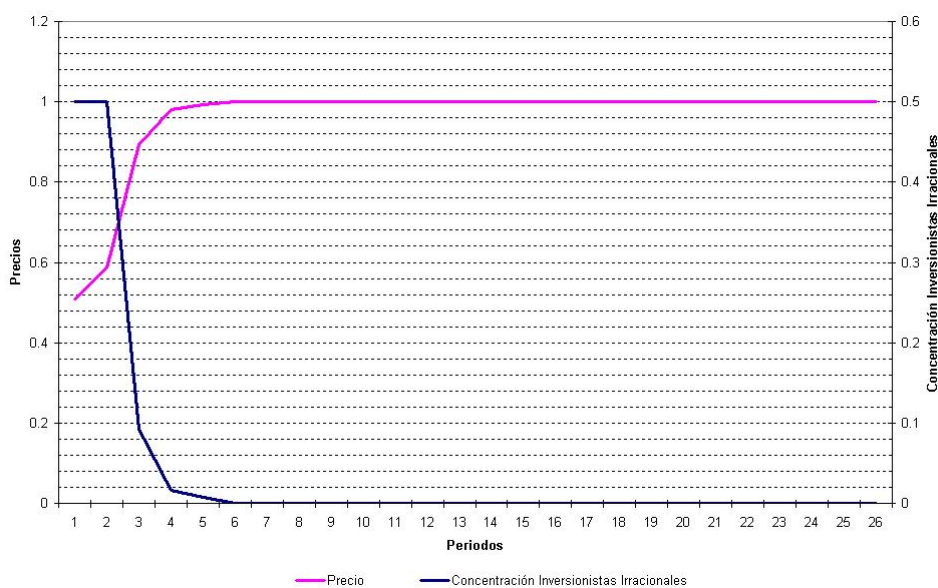


Figura 5.1: Evolución de la concentración de inversionistas irracionales cuando $\omega = 0,2$, $\gamma = 0,5$, $\beta = 1$, $\alpha = 0,5$, $r = 5\%$, $\mu_1 = 0,5$ y $S_0 = S^* = 0,4$

En caso que sólo exista anclaje, ie. $\beta = 0$, el consejo provisto por el segmento irracional equivale a $(\phi_t){}_tp_{t+1} + (1 - \phi_t)S^*$, lo que asegura que la dispersión de creencias se mantenga acotada en el periodo t , debido a que la expectativa racional considera el nivel ancla S^* en su pronóstico. Además como el consejo irracional siempre es el mismo, la volatilidad de las creencias sólo depende de la confianza que los agentes provean al consejo de su grupo de amigos, $1 - \phi_t$. Ya que el arbitraje en este escenario es posible, como se muestra en el modelo básico, la concentración es decreciente en el tiempo, ya que además de la

razón anterior, el peso de las creencias del segmento irracional es cada vez menor en la determinación del precio de equilibrio, siendo cada vez más certero el grupo racional en su pronóstico, aumentando así, respecto al modelo básico, las oportunidades de arbitraje con el paso del tiempo, como vemos en la figura 5.2.

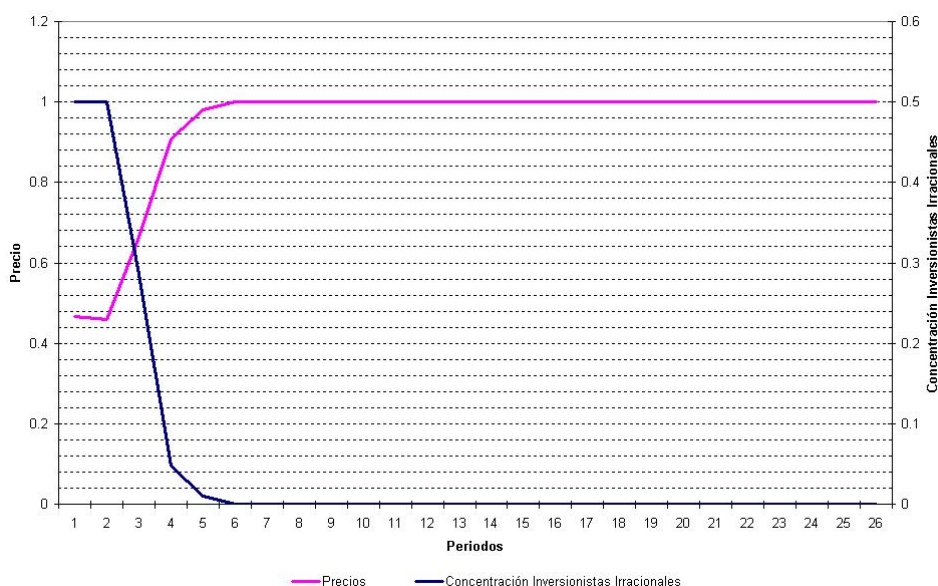


Figura 5.2: Evolución de la concentración de inversionistas irracionales cuando $\omega = 0,2$, $\gamma = 0,5$, $\beta = 0$, $\alpha = 0,5$, $r = 5\%$, $\mu_1 = 0,5$ y $S_0 = S^* = 0,4$

En caso que se presente persistencia y anclaje en el consejo que el segmento provee a la nueva generación, la idea es análoga a la planteada en los párrafos anteriores, siendo este caso una combinación de los dos precedentes, como podemos ver en la figura 5.3. Para percibir el decaimiento de la concentración de agentes irracionales utilizamos de ahora en adelante una tasa menor de traspaso, ie. $\omega = 0,005$.

5.1.2. Creencias colectivas con sobrerreacción y anclaje

Si el sistema de creencias queda definido por las ecuaciones (1.5) y (1.8), el inversionista irracional presenta un comportamiento parecido al caso anterior, pues en la totalidad de los escenarios simulados $\mu_t \xrightarrow{t \rightarrow T} 0$. Por otro lado, la dinámica del sistema de creencias con sobrerreacción permite que en algunos de los primeros periodos, en los cuales la creencia colectiva puede estar bastante desalineada respecto al precio real, este tipo de inversionista presente rentas en promedio mayores a los sofisticados, por lo cual la dinámica de la concentración de los agentes irracionales no es decreciente en todo el intervalo, como

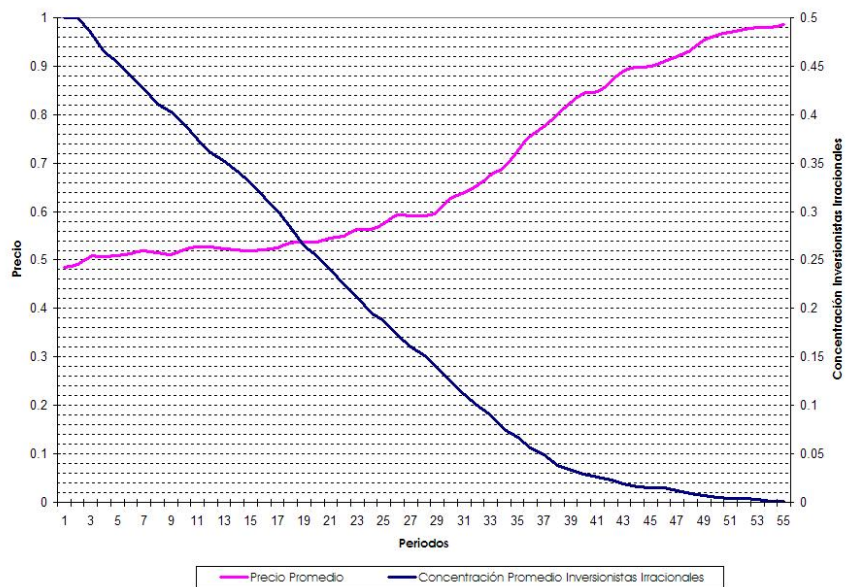


Figura 5.3: Evolución de la concentración de inversionistas irracionales cuando $\omega = 0,005$, $\gamma = 0,5$, $\beta = 0,5$, $\alpha = 0,5$, $r = 5\%$, $\mu_1 = 0,5$ y $S_0 = S^* = 0,4$

ocurre con el caso anterior. Al igual que los resultados anteriores, éstos son robustos a los parámetros ya mencionados, como podemos ver en el cuadro 5.2.

Concentración promedio final de inversionistas irracionales

$\mu_1=0.5 \quad r = 5\% \quad S_0 = S^* = 0.4$								
$\gamma = 0.5$								
$\beta = 0.0$			$\beta = 0.5$			$\beta = 1.0$		
ω, θ	0.2	0.4	ω, θ	0.2	0.4	ω, θ	0.2	0.4
0.001	0	0	0.001	0	0	0.001	0	0
0.05	0	0	0.05	0	0	0.05	0	0
0.1	0	0	0.1	0	0	0.1	0	0
0.5	0	0	0.5	0	0	0.5	0	0
$\gamma = 1.0$								
$\beta = 0.0$			$\beta = 0.5$			$\beta = 1.0$		
ω, θ	0.2	0.4	ω, θ	0.2	0.4	ω, θ	0.2	0.4
0.001	0	0	0.001	0	0	0.001	0	0
0.05	0	0	0.05	0	0	0.05	0	0
0.1	0	0	0.1	0	0	0.1	0	0
0.5	0	0	0.5	0	0	0.5	0	0
$\gamma = 3.0$								
$\beta = 0.0$			$\beta = 0.5$			$\beta = 1.0$		
ω, θ	0.2	0.4	ω, θ	0.2	0.4	ω, θ	0.2	0.4
0.001	0	0	0.001	0	0	0.001	0	0
0.05	0	0	0.05	0	0	0.05	0	0
0.1	0	0	0.1	0	0	0.1	0	0
0.5	0	0	0.5	0	0	0.5	0	0
$\gamma = 15$								
$\beta = 0.0$			$\beta = 0.5$			$\beta = 1.0$		
ω, θ	0.2	0.4	ω, θ	0.2	0.4	ω, θ	0.2	0.4
0.001	0	0	0.001	0	0	0.001	0	0
0.05	0	0	0.05	0	0	0.05	0	0
0.1	0	0	0.1	0	0	0.1	0	0
0.5	0	0	0.5	0	0	0.5	0	0

Cuadro 5.2: En este caso consideramos $T = 100$. Es importante notar que en caso que $T = 55$, al igual que en la tabla anterior, obtendríamos que las concentraciones promedio de agentes irracionales no son zeros aunque muy cercanas a dicho número. Por dicho motivo aumentamos el número de periodos simulados para corroborar que la concentración final fuese nula. En caso que ω es del orden de 0.1 ó 0.5 dicho aumento no se hace necesario debido a que la tasa de cambio es lo suficientemente alta para eliminar la concentración de agentes irracionales, debido al arbitraje en promedio del que son víctimas estos últimos. Los resultados en esencia son los mismos en caso de cambiar la aversión al riesgo de los agentes, así como la tasa de interés, ie. $\gamma \in \{1, 3, 10, 15\}$ y $r \in \{10\%, 15\%\}$.

La motivación económica es análoga en este caso, a la provista en la sección anterior. En caso que sólo exista sobrerreacción, ie. $\beta = 1$, o sólo anclaje, ie. $\beta = 0$, o una combinación de ambos, ie. $\beta \in (0, 1)$, las oportunidades de arbitraje se ven aumentadas respecto al modelo básico debido a que, con el paso del tiempo, el pronóstico racional es cada vez más certero, pues la distorsión que producen los agentes irracionales es cada vez menor, debido a la disminución de su concentración, como podemos ver en la figura 5.4.

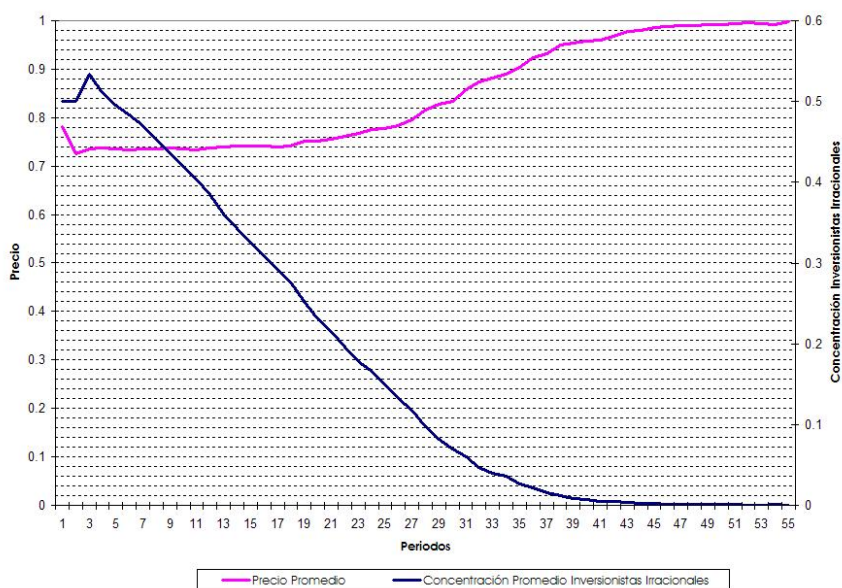


Figura 5.4: Evolución de la concentración de inversionistas irracionales cuando $\omega = 0,005$, $\gamma = 0,5$, $\beta = 0,5$, $\theta = 0,3$, $r = 5\%$, $\mu_1 = 0,5$ y $S_0 = S^* = 0,4$

5.2. Impacto de inversionistas irracionales en precios de largo plazo

Teniendo lo anterior presente, en esta sección analizamos el efecto de los inversionistas irracionales en el largo plazo, verificando que en promedio, la rapidez de convergencia del precio a la unidad sea la misma que la observada en la convergencia de la concentración de los inversionistas irracionales a cero. Al igual que en el análisis del capítulo 4, en esta aseveración consideramos la existencia y el efecto en los precios de largo plazo como dos conceptos distintos, por lo que estudiamos la rapidez de convergencia de ambas series.

Al realizar dicho estudio pudimos comprobar que, para cada una de las creencia colectivas simuladas, la rapidez de convergencia es la misma, lo cual nos indica que el inversio-

nista irracional no afecta los precios en el largo plazo, resultado consistente con los análisis previos.

Capítulo 6

Conclusiones

Este estudio muestra que al incorporar elementos conductuales como persistencia, anclaje y sobrerreacción en la formulación de las creencias, los inversionistas irracionales pudiesen no sobrevivir en el largo plazo, como originalmente fue planteado por Friedman (1956) y Fama (1965). Es importante notar que este resultado no acota necesariamente lo planteado por DSSW (1990), ya que en dicho estudio el inversionista irracional es definido de manera distinta, sin considerar la evidencia provista por estudios como Shiller (1984), Hong, Kubik, Stein (2004,2005) y Barbieris y Thaler (2002).

En nuestro caso, existen dos razones fundamentales que explican los resultados obtenidos. Por un lado, la dispersión de las creencias entre los grupos sociales se encuentra acotada desde un comienzo, por lo que los agentes irracionales nunca terminan asociando altas probabilidades a eventos extremos, que en este caso pueden ser interpretadas como retornos anormales del activo riesgoso. Es debido a dicha razón que en nuestro modelo la existencia de agentes irracionales sí es condición necesaria para su efecto en los precios de largo plazo, a diferencia de lo planteado por Kogan et al. (2006). Por otro lado, el riesgo de mercado resulta ser decreciente en el tiempo, permitiendo el arbitraje de los agentes sofisticados.

Así concluimos que a medida que transcurren los periodos y gracias a que la creencia irracional es combinación convexa entre el pronóstico sofisticado y el consejo provisto por el segmento irracional, $\eta(\cdot)$, los límites al arbitraje no son tan relevantes como en DSSW(1990), aún cuando la confianza que otorguen los agentes irracionales, de la próxima generación, a las creencias colectivas es desconocida. Además, es importante mencionar que en nuestra formulación, el riesgo implícito de los inversionistas irracionales no es siempre creciente en la concentración de éstos en los mercados, existiendo dos fuerzas en contraposición (*ajuste de creencias y anclaje*), las cuales dominarán dependiendo del peso

de cada uno en la formulación (elección de β).

Así, aún cuando existe riesgo asociado a la existencia de los inversionistas irracionales, debido a los cortos horizontes de evaluación de ambos inversionistas y la imposibilidad de predicción del grado de confianza en los consejos de las generaciones siguientes, la volatilidad, que desincentiva a los inversionistas a tomar posiciones más agresivas en el activo riesgoso, no termina, en promedio, representando una barrera para ejercer el arbitraje, ya que pasados los primeros periodos los cambios esperados en las creencias de los agentes irracionales se encuentran acotados, lo cual termina por eliminar en el largo plazo este riesgo, debido a la desaparición de los agentes irracionales. Es importante notar que dicho riesgo es fundamental para entender la variación observada de los precios durante los primeros periodos, debido a que en dicho intervalo de tiempo, los agentes irracionales sí introducen volatilidad, debido al cambio constante de sus apreciaciones respecto al precio del activo riesgoso.

Respecto a los procesos de retornos generados, concluimos que mediante nuestro modelo es posible obtener resultados consistentes con la hipótesis que los retornos de largo plazo presentan reversión a la media. Además obtenemos que los precios presentan exceso de volatilidad en el corto y mediano plazo, hecho ampliamente documentado (Campbell et al. (1997)).

Bibliografía

- [1] BARBERIS N. , THALER R. 2002. A survey of behavioral finance. Handbook of the Economics of Finance 1: 1053-1128.
- [2] BARBERIS N. , SHLEIFER A., VISHNY R. 1998. A model of investor sentiment. Journal of Financial Economics 49: 307-343.
- [3] BENARTZI S. , THALER R. 2001. Naive diversification strategies in defined contribution savings plans. American Economic Review 91: 79-98.
- [4] BLACK F. 1986. Noise. Journal of Finance 41(3): 529-543.
- [5] BLUME L. , EASLEY D. 2001. If you're so smart, why aren't you rich? Belief selection in complete and incomplete markets. Cowles Foundation Discussion Paper 1319.
- [6] CAMPBELL J. , MANKIWI N. 1987. Permanent and transitory components in macroeconomic fluctuations. NBER Working Paper 2169.
- [7] CAMPBELL J. , LO A. , MACKINLAY A 1997. Econometrics of financial markets. Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- [8] DE BONDT W., WERNER F., THALER R. 1986. Does the stock market overreact?. Journal of Finance 40: 793-807.
- [9] DE LONG J., SHLEIFER A., SUMMERS L., WALDMANN R. 1990. Noise trader risk in financial markets. Journal of Political Economy 98: 703-738.
- [10] DE LONG J., SHLEIFER A., SUMMERS L., WALDMANN R. 1991. The survival of noise trader risk in financial markets. Journal of Business 64: 1-19.
- [11] FAMA E. 1965. The behavior of stock markets prices. Journal of Business 38: 34-105.

-
- [12] FAMA E., FRENCH K. 1988. Permanent and temporary components of stock prices. *Journal of Political Economy* 96(2): 246-273.
- [13] FIGLEWSKI S. 1978. Market “efficiency” in a market with heterogeneous information. *Journal of Political Economy* 86: 581-597.
- [14] FRANKEL J., MESSE R. 1987. Are exchange rates excessively variable?. *En*: NBER Macroeconomics Annual 1987: 117-152.
- [15] FRENCH K., POTERBA J. 1991. Investor diversification and international equity markets. *American Economic Review* 81: 222-226.
- [16] FRENCH K., ROLL R. 1986. Stock return variances: The arrival of information and the reaction of traders. *Journal of Financial Economics* 19: 5-26.
- [17] FRIEDMAN M. 1953. The case for flexible exchange rates. *Essays in Positive Economics*, Chicago: University Chicago Press.
- [18] GOURINCHAS P., PARKER J. 2002. Consumption over the life cycle. *Econometrica* 70(1): 47-89.
- [19] GRINBLATT M., HAN B. 2001. The disposition effect and momentum. Working Paper, UCLA.
- [20] GROSSMAN S., STIGLITZ J. 1980. On the impossibility of informationally efficient markets. *American Economic Review* 70: 393-408.
- [21] HIRA, T., LOIBL, C. 2006. Gender differences in investment behavior. Milestone 3 Report, FINRA Investor Education Foundation.
- [22] HONG H., KUBIK J., STEIN J. 2004. Social interaction and stock-market participation. *Journal of Finance* 59(1): 137-163.
- [23] HONG H., KUBIK J., STEIN J. 2005. Thy neighbor’s portfolio: Word-of-mouth effects in the holdings and trades of money managers. *Journal of Finance* 60(6): 2801-2824.
- [24] HONG H., STEIN J., YU J. 2007. Simple forecasts and paradigm shifts. *Journal of Finance* 62(3): 1207-1242.

- [25] HONG H., STEIN J. 2007. Disagreement and the stock market. *Journal of Economic Perspectives* 21(2): 109-128.
- [26] JEGADEESH N. 1991. Seasonality in stock price mean reversion: Evidence from the U.S. and the U.K. *Journal of Finance* 46(4): 1427-1444.
- [27] KAHNEMAN D., TVERSKY A. 1974. Judgment under uncertainty: Heuristics and biases. *Science* 185: 1124-31.
- [28] KAHNEMAN D., TVERSKY A. 1979. Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica* 47: 263-91.
- [29] KIM M., NELSON C., STARTZ R. 1991. Mean reversion in stock prices? A reappraisal of the empirical evidence. *Review of Economic Studies* 58(3). Special Issue: The Econometrics of Financial Markets: 515-528.
- [30] KOGAN L., ROSS S., WANG J., WESTERFIELD M. 2006. The price impact and survival of irrational traders. *Journal of Finance* 61: 195-229.
- [31] LEASE R., LEWELLEN W., SCHLARBAUM G. 1974. The individual investor: Attributes and attitudes. *Journal of Finance* 29: 413-433.
- [32] LO A., MACKINLAY A. 1988. Stock market prices do not follow random walks: evidence from a simple specification test. *Review of Financial Studies* 1: 897-916.
- [33] MCQUEEN G. 1992. Long-horizon mean-reverting stock prices revisited. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 27(1): 1-18.
- [34] MEHRA R., PRESCOTT E. 1985. The equity premium: a puzzle. *Journal of Monetary Economics* 15: 145-162.
- [35] ODEAN T. 1998. Are investor reluctant to realize their losses?. *Journal of Finance* 53: 1775-1798.
- [36] POTERBA J., SUMMERS L. 1988. Mean reversion in stock prices: evidence and implications. *Journal of Financial Economics* 22: 27-59.
- [37] ROLL R. 1984. Orange juice and weather. *American Economic Review* 74: 861-880.
- [38] ROLL R. 1988. R^2 . *Journal of Finance* 43: 541-556.

- [39] SANDRONI A. 2000. Do markets favor agents able to make accurate predictions?. *Econometrica* 68, 1303-134.
- [40] SHILLER R. 1981. Do stock prices move too much to be justified by subsequent changes in dividends?. *American Economic Review* 71: 421-436.
- [41] SHILLER R. 1984. Stock prices and social dynamics. *Brookings Papers on Economic Activity* 2: 457-510.
- [42] SHLEIFER A., VISHNY R. 1997. The limits of arbitrage. *Journal of Finance* 52(1): 35-55.
- [43] THALER R. 1993. *Advances in behavioral finance*. The Russel Sage Foundation, New York.
- [44] TIMMERMANN A. 1993. How learning in financial markets generates excess volatility and predictability in Stock Prices. *Quarterly Journal of Economics* 108: 1135-1145.

Apéndice A

Demostraciones

A.1. Demostración Lema 1

Demostración. La condición de equilibrio (1.4) es equivalente a:

$$\mu [r + {}_t S_{t+1} - (1+r)p_t] + (1-\mu) [r + {}_t p_{t+1} - (1+r)p_t] \phi_t^2 = 2\gamma \phi_t^2 ({}_t \sigma_{p_{t+1}}^2) \quad (\text{A.1})$$

En este caso, el sistema de creencias de los agentes irracionales corresponde a:

$${}_t S_{t+1} = (\phi_t) {}_t p_{t+1} + (1-\phi_t) (\beta [p_t + \alpha(S_t - p_t)] + (1-\beta)S^*) \quad (\text{A.2})$$

Reemplazando (A.2) en (A.1) e imponiendo que $E(p_t) = E(p_{t+1})$ obtenemos:

$${}_t p_{t+1} = \frac{\mu [r + \alpha\beta(1-\phi^*)S_t + (1-\beta)(1-\phi^*)S^*] + (1-\mu)rE(\phi_t^2) - 2\gamma E(\phi_t^2)({}_t \sigma_{p_{t+1}}^2)}{\mu [1+r - \{\phi^* + \beta(1-\phi^*)(1-\alpha)\}] + (1-\mu)rE(\phi_t^2)} \quad (\text{A.3})$$

Reemplazando (A.2) y (A.3) en (A.1) y reordenando se tiene:

$$p_t = \frac{1}{\Delta_t} \left\{ \mu \{r + \phi_t \Gamma_t + (1-\phi_t) [\alpha\beta S_t + (1-\beta)S^*]\} + (1-\mu)\phi_t^2 (r + \Gamma_t) \right\} \\ - 2\gamma \frac{{}_t \sigma_{p_{t+1}}^2}{\Delta_t} \left\{ \phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi} (\mu\phi_t + (1-\mu)\phi_t^2) \right\}$$

con

$$\Delta_t = (1-\mu)(1+r)\phi_t^2 - \mu(\beta(1-\phi_t)(1-\alpha) - (1+r)) \\ \Gamma_t = \frac{\mu(r + \beta\alpha S_t(1-\phi^*) + (1-\phi^*)(1-\beta)S^*) + r(1-\mu)E(\phi_t^2)}{\mu(1+r - (\phi^* + \beta(1-\phi^*)(1-\alpha))) + r(1-\mu)E(\phi_t^2)}$$

$$\Phi = \mu(1 + r - (\phi^* + \beta(1 - \phi^*)(1 - \alpha))) + r(1 - \mu)E(\phi_t^2)$$

□

A.2. Demostración Lema 2

Demostración. En este caso, el sistema de creencias de los agentes irracionales corresponde a:

$${}_tS_{t+1} = (\phi_t){}_tp_{t+1} + (1 - \phi_t)(\beta[1 + \theta(p_t - S_t)] + (1 - \beta)S^*) \quad (\text{A.4})$$

Reemplazando (A.4) en (A.1) e imponiendo que $E(p_t) = E(p_{t+1})$ obtenemos:

$${}_tp_{t+1} = \frac{\mu[r + (1 - \phi^*)\{\beta(1 - \theta S_t) + (1 - \beta)S^*\}] + (1 - \mu)rE(\phi_t^2) - 2\gamma E(\phi_t^2)({}_t\sigma_{p_{t+1}}^2)}{(1 - \mu)rE(\phi_t^2) - \mu[\phi^* + \theta\beta(1 - \phi^*) - (1 + r)]} \quad (\text{A.5})$$

Reemplazando (A.4) y (A.5) en (A.1) y reordenando se tiene:

$$p_t = \frac{1}{\Delta'_t} \left\{ \mu \{ r + \phi_t \Gamma'_t + (1 - \phi_t) [\beta(1 - \theta S_t) + (1 - \beta)S^*] \} + (1 - \mu) \phi_t^2 (r + \Gamma'_t) \right\} \\ - 2\gamma \frac{{}_t\sigma_{p_{t+1}}^2}{\Delta'_t} \left\{ \phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi'} (\mu \phi_t + (1 - \mu) \phi_t^2) \right\}$$

con

$$\Delta'_t = (1 - \mu)(1 + r)\phi_t^2 - \mu(\beta\theta(1 - \phi_t) - (1 + r)) \\ \Gamma'_t = \frac{\mu(r + (1 - \phi^*)(\beta(1 - \theta S_t) + (1 - \beta)S^*)) + r(1 - \mu)E(\phi_t^2)}{r(1 - \mu)E(\phi_t^2) - \mu(\phi^* + \beta\theta(1 - \phi^*) - (1 + r))} \\ \Phi' = r(1 - \mu)E(\phi_t^2) - \mu(\phi^* + \beta\theta(1 - \phi^*) - (1 + r))$$

□

A.3. Demostración Lema 3

Demostración. Al calcular la varianza del precio de la expresión (2.1) e imponiendo que $Var(p_t) = Var(p_{t+1})$, obtenemos:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{p_{t+1}}^2 &= \mu^2 Var \left(\frac{r + \phi_t \Gamma_t + (1 - \phi_t) [\alpha \beta S_t + (1 - \beta) S^*]}{\Delta_t} \right) + \{(1 - \mu)(r + \Gamma_t)\}^2 Var \left(\frac{\phi_t^2}{\Delta_t} \right) \\
 &+ 4\gamma^2 (\sigma_{p_{t+1}}^2)^2 Var \left(\frac{\phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi} (\mu \phi_t + (1 - \mu) \phi_t^2)}{\Delta_t} \right) \\
 &+ 2\mu(1 - \mu)(r + \Gamma_t) Cov \left(\frac{r + \phi_t \Gamma_t + (1 - \phi_t) [\alpha \beta S_t + (1 - \beta) S^*]}{\Delta_t}, \frac{\phi_t^2}{\Delta_t} \right) \\
 &- 4\mu\gamma \sigma_{p_{t+1}}^2 Cov \left(\frac{r + \phi_t \Gamma_t + (1 - \phi_t) [\alpha \beta S_t + (1 - \beta) S^*]}{\Delta_t}, \frac{\phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi} (\mu \phi_t + (1 - \mu) \phi_t^2)}{\Delta_t} \right) \\
 &- 4\gamma(1 - \mu)(r + \Gamma_t) \sigma_{p_{t+1}}^2 Cov \left(\frac{\phi_t^2}{\Delta_t}, \frac{\phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi} (\mu \phi_t + (1 - \mu) \phi_t^2)}{\Delta_t} \right)
 \end{aligned}$$

Reordenando los términos anteriores, se obtiene:

$$A(\sigma_{p_{t+1}}^2)^2 + B\sigma_{p_{t+1}}^2 + C = 0$$

con:

$$\begin{aligned}
 A &= 4\gamma^2 Var \left(\frac{\phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi} (\mu \phi_t + (1 - \mu) \phi_t^2)}{\Delta_t} \right) \\
 B &= -4\mu\gamma Cov \left(\frac{r + \phi_t \Gamma_t + (1 - \phi_t) [\alpha \beta S_t + (1 - \beta) S^*]}{\Delta_t}, \frac{\phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi} (\mu \phi_t + (1 - \mu) \phi_t^2)}{\Delta_t} \right) \\
 &- 4\gamma(1 - \mu)(r + \Gamma_t) Cov \left(\frac{\phi_t^2}{\Delta_t}, \frac{\phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi} (\mu \phi_t + (1 - \mu) \phi_t^2)}{\Delta_t} \right) - 1 \\
 C &= \mu^2 Var \left(\frac{r + \phi_t \Gamma_t + (1 - \phi_t) [\alpha \beta S_t + (1 - \beta) S^*]}{\Delta_t} \right) + \{(1 - \mu)(r + \Gamma_t)\}^2 Var \left(\frac{\phi_t^2}{\Delta_t} \right) \\
 &+ 2\mu(1 - \mu)(r + \Gamma_t) Cov \left(\frac{r + \phi_t \Gamma_t + (1 - \phi_t) [\alpha \beta S_t + (1 - \beta) S^*]}{\Delta_t}, \frac{\phi_t^2}{\Delta_t} \right)
 \end{aligned}$$

□

A.4. Demostración Lema 4

Demostración. Sea ${}_t\sigma_{p_{t+1}}^2 = \sigma^2$. Al calcular la varianza del precio de la expresión (2.2) e imponiendo que $Var(p_t) = Var(p_{t+1})$, obtenemos:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \mu^2 Var \left(\frac{r + \phi_t \Gamma'_t + (1 - \phi_t) [\beta(1 - \theta S_t) + (1 - \beta) S^*]}{\Delta'_t} \right) + \{(1 - \mu)(r + \Gamma'_t)\}^2 Var \left(\frac{\phi_t^2}{\Delta'_t} \right) \\ &\quad + 4\gamma^2 (\sigma^2)^2 Var \left(\frac{\phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi'} (\mu \phi_t + (1 - \mu) \phi_t^2)}{\Delta'_t} \right) \\ &\quad + 2\mu(1 - \mu)(r + \Gamma'_t) Cov \left(\frac{r + \phi_t \Gamma'_t + (1 - \phi_t) [\beta(1 - \theta S_t) + (1 - \beta) S^*]}{\Delta'_t}, \frac{\phi_t^2}{\Delta'_t} \right) \\ &\quad - 4\mu\gamma\sigma^2 Cov \left(\frac{r + \phi_t \Gamma'_t + (1 - \phi_t) [\beta(1 - \theta S_t) + (1 - \beta) S^*]}{\Delta'_t}, \frac{\phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi'} (\mu \phi_t + (1 - \mu) \phi_t^2)}{\Delta'_t} \right) \\ &\quad - 4\gamma(1 - \mu)(r + \Gamma'_t)\sigma^2 Cov \left(\frac{\phi_t^2}{\Delta'_t}, \frac{\phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi'} (\mu \phi_t + (1 - \mu) \phi_t^2)}{\Delta'_t} \right) \end{aligned}$$

Reordenando los términos anteriores, se obtiene:

$$\tilde{A}(\sigma_{p_{t+1}}^2)^2 + \tilde{B}\sigma_{p_{t+1}}^2 + \tilde{C} = 0$$

con:

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= 4\gamma^2 Var \left(\frac{\phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi'} (\mu \phi_t + (1 - \mu) \phi_t^2)}{\Delta'_t} \right) \\ \tilde{B} &= -4\mu\gamma Cov \left(\frac{r + \phi_t \Gamma'_t + (1 - \phi_t) [\beta(1 - \theta S_t) + (1 - \beta) S^*]}{\Delta'_t}, \frac{\phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi'} (\mu \phi_t + (1 - \mu) \phi_t^2)}{\Delta'_t} \right) \\ &\quad - 4\gamma(1 - \mu)(r + \Gamma'_t) Cov \left(\frac{\phi_t^2}{\Delta'_t}, \frac{\phi_t^2 + \frac{E(\phi_t^2)}{\Phi'} (\mu \phi_t + (1 - \mu) \phi_t^2)}{\Delta'_t} \right) - 1 \\ \tilde{C} &= \mu^2 Var \left(\frac{r + \phi_t \Gamma'_t + (1 - \phi_t) [\beta(1 - \theta S_t) + (1 - \beta) S^*]}{\Delta'_t} \right) + \{(1 - \mu)(r + \Gamma'_t)\}^2 Var \left(\frac{\phi_t^2}{\Delta'_t} \right) \\ &\quad + 2\mu(1 - \mu)(r + \Gamma'_t) Cov \left(\frac{r + \phi_t \Gamma'_t + (1 - \phi_t) [\beta(1 - \theta S_t) + (1 - \beta) S^*]}{\Delta'_t}, \frac{\phi_t^2}{\Delta'_t} \right) \end{aligned}$$

□

A.5. Demostración Lema 5

Demostración. El exceso de ganancias obtenidas por los inversionistas irracionales sobre los agentes sofisticados, ΔR_{n-i} , proviene sólo de la diferencia de ganancias que obtengan en el activo u , ya que ambos obtienen igual rentabilidad en el activo s . La ganancia de un inversionista irracional de su posición en el activo u corresponde a las unidades demandadas del activo, λ_t^n , multiplicadas por la renta obtenida de dichas unidades, la que corresponde a $r + p_{t+1} - p_t(1 + r)$, debido a que en el próximo periodo el inversionista siempre liquida sus posiciones. La ganancia del inversionista sofisticado se obtiene de manera análoga. Luego, dada la información en t , el exceso de rentas entre inversionistas irracionales y sofisticados corresponde a:

$${}_t\Delta R_{n-i} = [\lambda_t^n - \lambda_t^i]_t [r + p_{t+1} - p_t(1 + r)] \quad (\text{A.6})$$

Sea $\epsilon_t = (1 - \phi_t) [\eta(S_t, p_t) - {}_t p_{t+1}]$ y $\sigma^2 = {}_t \sigma_{p_{t+1}}^2$. Luego:

$$\begin{aligned} [\lambda_t^n - \lambda_t^i] &= \left[\frac{r + {}_t S_{t+1} - (1 + r)p_t}{2\gamma\phi_t\sigma^2} - \frac{r + {}_t p_{t+1} - (1 + r)p_t}{2\gamma\sigma^2} \right] \\ &= \frac{1 - \phi_t^2}{2\gamma\sigma^2\phi_t^2} \left[\frac{\epsilon_t}{1 - \phi_t^2} - \frac{\mu\epsilon_t}{\mu + (1 - \mu)\phi_t^2} + \frac{2\gamma\phi_t^2\sigma^2}{\mu + (1 - \mu)\phi_t^2} \right] \\ &= \frac{1}{2\gamma\sigma^2(\mu + (1 - \mu)\phi_t^2)} [\epsilon_t + 2\gamma(1 - \phi_t^2)\sigma^2] \end{aligned}$$

Además:

$$\begin{aligned} {}_t[r + p_{t+1} - (1 + r)p_t] &= r + {}_t p_{t+1} - \frac{1}{\mu + (1 - \mu)\phi_t^2} [\mu(r + {}_t S_{t+1}) + (1 - \mu)(r + {}_t p_{t+1})\phi_t^2 - 2\gamma\phi_t^2\sigma^2] \\ &= \frac{2\gamma\phi_t^2\sigma^2 - \mu\epsilon_t}{\mu + (1 - \mu)\phi_t^2} \end{aligned}$$

Por lo que:

$${}_t\Delta R_{n-i} = \left[\frac{\epsilon_t + 2\gamma(1 - \phi_t^2)\sigma^2}{2\gamma\sigma^2(\mu + (1 - \mu)\phi_t^2)} \right] \left[\frac{2\gamma\phi_t^2\sigma^2 - \mu\epsilon_t}{\mu + (1 - \mu)\phi_t^2} \right]$$

□

A.6. Demostración Observación 2

Demostración. Si $\beta \in (-1, 0)$ y $K \in \mathcal{N}^+$, entonces:

$$|\beta| > |\beta^K|$$

Luego,

$$\frac{\beta - \beta^K}{K(1 - \beta)} < 0$$

Notemos que,

$$\beta - \frac{\beta^K}{K} = \frac{\beta K(1 - \beta) - (1 - \beta)\beta^K}{K(1 - \beta)}$$

Luego,

$$\left| \beta - \frac{\beta^K}{K} \right| > \left| \frac{\beta - \beta^K}{K(1 - \beta)} \right|$$

Entonces,

$$\beta - \frac{\beta^K}{K} - \frac{\beta - \beta^K}{K(1 - \beta)} < 0$$

Por lo que:

$$\begin{aligned} VR(K) &= 1 + \frac{2}{1 - \beta} \left[\beta - \frac{\beta^K}{K} - \frac{\beta - \beta^K}{K(1 - \beta)} \right] \\ &< 1 \end{aligned}$$

□

Apéndice B

Martingalas, caminata aleatoria y razón de varianzas

En esta sección describimos los conceptos utilizados en el estudio de los procesos de precios y retornos generados por el modelo propuesto. La descripción siguiente no busca ser un estudio detallado de cada uno de los conceptos, sino sólo una breve referencia a las propiedades más utilizadas. En lo siguiente tratamos básicamente dos temas. Por un lado, explicamos en que consisten las hipótesis que plantean que los precios debiesen seguir una martingala o una caminata aleatoria y las versiones de éstas. Luego, describimos el estadígrafo razón de varianzas y sus propiedades bajo las hipótesis anteriores, explicando también la relevancia de su uso.

B.1. Martingalas

El proceso estocástico $\{p_t\}$ sigue una martingala si satisface la siguiente condición:

$$E [p_{t+1} | p_t, p_{t-1}, \dots] = p_t \quad (\text{B.1})$$

o de manera equivalente:

$$E [p_{t+1} - p_t | p_t, p_{t-1}, \dots] = 0 \quad (\text{B.2})$$

Si p_t es el precio de un activo en el periodo t , entonces el precio esperado de mañana corresponde al precio de hoy, pues toda la información relevante respecto al activo esta contenida en p_t . De forma alternativa, el cambio esperado en el precio es cero, condicionado

en la historia del activo. Así, si nuestro objetivo es predecir el precio futuro de dicho activo, entonces nuestro mejor pronóstico es el precio actual. Otra condición que podemos deducir respecto a la hipótesis que el precio sigue una martingala, es que los cambios de precios entre periodos no consecutivos no están correlacionados, por lo cual sería totalmente inefectivo tratar de pronosticar cambios de precios futuros en base a cambios de precios históricos.

De hecho esta hipótesis fue ampliamente considerada como condición necesaria para la eficiencia de los mercados. Si el mercado es eficiente, entonces no puede ser posible obtener ganancias del intercambio de información contenida en la historia de los precios (*condición de no arbitraje*). Esta noción de eficiencia tiende a favorecer la siguiente afirmación: “mientras más eficiente sea un mercado, más aleatoria es la secuencia de cambios de precios generados”. Sin embargo, uno de los principios centrales de la economía financiera moderna es la necesidad de un *trade-off* entre riesgo y retorno esperado. Notemos que aunque esta hipótesis plantea una restricción sobre los retornos, no considera en ningún momento el riesgo. Por ejemplo, si el cambio esperado del precio de un activo es positivo, entonces la recompensa esperada tiene que ser lo suficientemente alta para atraer a inversionistas a correr el riesgo de tomar una posición de compra, debido a la existencia de volatilidad en los mercados. Basándose en este hecho bastante literatura ha mostrado que la propiedad respecto a la martingala no es una condición ni necesaria ni suficiente para la determinación racional de los precios de activos (Campbell, Lo y MacKinlay, 1997). Aún así, el uso de la martingala se ha convertido en una herramienta poderosa en probabilidad y estadística y también ha tenido importantes aplicaciones en las teorías modernas de precios de activos. Por ejemplo, una vez que los retornos de activos son apropiadamente ajustados por riesgo, la propiedad de la martingala se mantiene. Esta propiedad respecto a la martingala ajustada por riesgo ha tenido un amplio desarrollo en modelos de precios o complejos instrumentos financieros tales como opciones, swaps, etc. (Campbell, Lo y MacKinlay, 1997).

B.2. Caminata aleatoria

Uno de los procesos más estudiados en finanzas al momento de analizar precios es la caminata aleatoria (*random walk*). Bajo este proceso se cumple también que los retornos futuros son impredecibles, en base a la información histórica, lo cual se ha interpretado, al igual que la martingala, como señal de eficiencia en los mercados. En lo siguiente describimos tres variantes de la hipótesis que los precios siguen una caminata aleatoria.

En esencia son muy parecidas, diferenciándose entre sí principalmente por la fuerza de los supuestos realizados respecto a la ley de probabilidad que siguen los errores.

a) **Caminata aleatoria suponiendo errores i.i.d (CA1)**

Una de las versiones más básicas de la hipótesis que los precios siguen una caminata aleatoria es que los errores son independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d), bajo lo cual la dinámica del precio es:

$$p_t = \mu + p_{t-1} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \rightarrow i.i.d(0, \sigma^2) \quad (\text{B.3})$$

donde μ es el cambio de precios esperado. La independencia de la serie $\{\epsilon_t\}$ implica que no sólo los errores no están correlacionados, sino también que ninguna función lineal de éstos se encuentra correlacionada, siendo en este sentido una condición más fuerte que la impuesta por la hipótesis que los precios siguen una martingala. Así, si escribimos su esperanza y varianzas condicionales a un valor de inicio, p_0 , se tiene:

$$E [p_t | p_0] = p_0 + \mu t \quad (\text{B.4})$$

$$Var [p_t | p_0] = \sigma^2 t \quad (\text{B.5})$$

De (B.4) y (B.5) es notorio que la caminata aleatoria no es estacionaria y que su esperanza y varianzas condicionales son ambas lineales en el tiempo.

b) **Caminata aleatoria suponiendo errores independientes (CA2)**

A pesar de la simplicidad y elegancia de la formulación anterior, el supuesto de errores independientes e idénticamente distribuidos no es muy creíble para precios de activos financieros considerando amplios periodos de tiempo. Por ejemplo, en los 200 años de existencia de la bolsa de Nueva York han existido incontables cambios tanto en ambitos económicos, sociales, tecnológicos, institucionales, etc. El supuesto que la ley de probabilidad de los retornos accionarios diarios se ha mantenido invariante es simplemente no creíble (Campbell et al. (1997)). Por esto que relajamos los supuestos de CA1 para incluir procesos con errores independientes pero no idénticamente distribuidos (INID). Notemos que este modelo contiene como caso particular al anterior, pero también contiene procesos mucho más generales. Por ejemplo esta aproximación permite heterocedasticidad en los errores, un hecho particularmente importante dado la variación temporal de las volatilidades de muchos precios de activos financieros (Campbell et al. (1997)). Aunque esta condición es más débil

que *CA1*, todavía mantiene la propiedad más importante: cualquier transformación arbitraria de los incrementos de precios futuros no es pronosticable usando cualquier transformación arbitraria de los cambios pasados.

c) **Caminata aleatoria bajo errores no correlacionados (*CA3*)**

Una versión aún más general de la hipótesis de caminata aleatoria (una de las más utilizadas por la literatura reciente), es la obtenida de relajar el supuesto respecto a independencia en la condición anterior, para incluir procesos con errores dependientes pero no correlacionados. Esta es la forma más débil de la hipótesis de caminata aleatoria y contiene como casos particulares a las condiciones *CA1* y *CA2*. Un ejemplo sencillo de un proceso que satisface esta condición pero no las de *CA1* y *CA2* es cualquier proceso para el cual $Cov(\epsilon_t, \epsilon_{t-k}) = 0$ para todo $k \neq 0$, pero donde $Cov(\epsilon_t^2, \epsilon_{t-k}^2) \neq 0$ para algún $k \neq 0$. Tal proceso posee errores no correlacionados pero claramente no independientes ya que los errores al cuadrado lo estan.

B.3. Razón de varianzas

Una importante propiedad que poseen las tres hipótesis de caminata aleatoria antes descritas es que la varianza de los incrementos debe ser una función lineal del intervalo de tiempo considerado. Por ejemplo, bajo *CA1* para precios logarítmicos donde el retorno compuesto continuamente $r_t \equiv \log(p_t) - \log(p_{t-1})$ es i.i.d, la varianza de $r_t + r_{t+1}$ debe ser el doble de la varianza de r_t . Por lo tanto, la posibilidad que el proceso en estudio siga una caminata aleatoria puede ser testeado comparando la varianza de $r_t + r_{t+1}$ versus dos veces la varianza de r_t . Por supuesto que en la práctica éstos no serán idénticamente iguales aún cuando *CA1* fuese cierto, pero su razón debiese ser estadísticamente indistinguible de 1.

En términos generales es posible demostrar que la razón de varianzas de q -periodos satisface la siguiente relación:

$$VR(q) \equiv \frac{Var[r_t(q)]}{qVar[r_t]} = 1 + 2 \sum_{k=1}^{q-1} \left(1 - \frac{k}{q}\right) \rho(k) \tag{B.6}$$

donde $r_t(k) \equiv r_t + r_{t-1} + \dots + r_{t-k+1}$ y $\rho(k)$ es el coeficiente de autocorrelación de orden k -ésimo. Esto muestra que $VR(q)$ es una combinación lineal de los primeros $k-1$ coeficientes de autocorrelación de $\{r_t\}$, en los que el peso decae linealmente.

Uno de los test más directos e intuitivos de las hipótesis de caminata aleatoria para

una serie de tiempo es chequear las correlaciones seriales, ie. correlaciones entre dos observaciones de la misma serie en diferentes periodos. Bajo la hipótesis más débil de caminata aleatoria, $CA\beta$, los incrementos o primeras diferencias de los niveles no estan correlacionados en ninguno de sus rezagos. Entonces podríamos testear $CA\beta$ utilizando como hipótesis nula que las autocorrelaciones de las primeras diferencias son todas nulas.

Bajo $CA1$, (B.6) muestra que para todo q , $VR(q) = 1$, ya que en este caso $\rho(k) = 0$ para todo $k \geq 1$. Más aún, inclusive bajo $CA2$ y $CA\beta$, $VR(q)$ debe ser todavía igual a uno siempre que las varianzas de r_t sean finitas y que la varianza promedio converja a un número finito. Pero (B.6) entrega aún más información para alternativas a la hipótesis de caminata aleatoria pues relaciona el comportamiento de $VR(q)$ a los coeficientes de autocorrelaciones de $\{r_t\}$ bajo tales alternativas. Por ejemplo, en caso que la hipótesis sea un proceso $AR(1)$, $r_t = \phi r_{t-1} + \epsilon_t$, (B.6) implica que:

$$\begin{aligned} VR(q) &= 1 + 2 \sum_{k=1}^{q-1} \left(1 - \frac{k}{q}\right) \rho(k) \\ &= 1 + \frac{2}{1 - \phi} \left[\phi - \frac{\phi^q}{q} - \frac{\phi - \phi^q}{q(1 - \phi)} \right] \end{aligned}$$

Lo relevante de la ecuación anterior es que nos permite testear como hipótesis alternativas que los retornos sigan un proceso $AR(1)$, en particular que dicho proceso presente reversión a la media, pues:

$$\begin{aligned} r_t &= \alpha + \beta r_{t-1} + \epsilon_t \\ &= \lambda + \pi(\delta - r_{t-1}) + \epsilon_t \end{aligned}$$

con $\alpha = \lambda + \pi\delta$ y $\beta = -\pi$. Esto resulta particularmente importante pues existe variada evidencia empírica, que utilizando datos de retornos que consideran largos periodos de tiempo, obtienen resultados consistentes con la hipótesis que los retornos accionarios esperados son variantes en el tiempo y siguen un proceso persistente y autorregresivo de primer orden (ie. $AR(1)$) (Campbell et al.(1997)). Notemos que movimientos persistentes en los retornos esperados tienen efectos dramáticos en los precios accionarios, haciendo que éstos sean mucho más volátiles que si los retornos esperados fuesen constantes. La fuente de esta variación persistente en los retornos esperados es un tema importante aún no completamente resuelto. Un enfoque plantea que la variación temporal en los retornos esperados y la volatilidad asociada a los precios accionarios es señal en contra de la hipótesis de mercados eficientes (HME). Pero esta afirmación no es del todo válida, pues

HME sólo puede ser testeada en conjunto con un modelo de equilibrio de retornos.

Una motivación para usar los retornos sobre largos horizontes es la hipótesis alternativa de existencia de componentes transitorios, planteada originalmente en el contexto macroeconómico. En este modelo, los precios logarítmicos están compuestos por dos componentes: una caminata aleatoria y un proceso estacionario.

$$\begin{aligned} \log(p_t) &= w_t + y_t \\ w_t &= \mu + w_{t-1} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \rightarrow i.i.d(0, \sigma^2) \\ y_t &= \text{cualquier proceso estacionario} \end{aligned} \tag{B.7}$$

donde $\{w_t\}$ y $\{y_t\}$ son independientes entre sí. La interpretación común para el modelo representado por (B.7) es que w_t es el componente referido al valor fundamental que refleja la eficiencia del mercado, mientras que y_t es un componente estacionario de media nula que representa la desviación de corto plazo o transitoria de los precios eficientes w_t , implicando la existencia de ineficiencias de mercado. Como y_t es estacionario, por definición presenta reversión a la media en el largo plazo. Aunque existen variadas dificultades que surgen de dicha interpretación, este tipo de hipótesis alternativa provee un buen escenario para analizar el comportamiento de la razón de varianzas.

Notemos que:

$$r_t \equiv \log(p_t) - \log(p_{t-1}) = \mu + \epsilon_t + y_t - y_{t-1} \tag{B.8}$$

$$r_t \equiv \sum_{j=0}^{q-1} r_{t-j} = q\mu + \sum_{k=0}^{q-1} \epsilon_{t-k} + y_t - y_{t-q} \tag{B.9}$$

$$Var [r_t(q)] = q\sigma^2 + 2\gamma_y(0) - 2\gamma_y(q) \tag{B.10}$$

donde $\gamma_y(q) \equiv Cov [y_t, y_{t+q}]$ es la función de autocovarianzas de y_t . Por lo tanto, en este

caso el valor poblacional de la razón de varianzas equivale a:

$$VR(q) = \frac{Var[r_t(q)]}{qVar[r_t]} = \frac{q\sigma^2 + 2\gamma_y(0) - 2\gamma_y(q)}{q(\sigma^2 + 2\gamma_y(0) - 2\gamma_y(1))} \quad (B.11)$$

$$\longrightarrow \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 2\gamma_y(0) - 2\gamma_y(1)} \quad \text{cuando } q \longrightarrow \infty \quad (B.12)$$

$$= 1 - \frac{2\gamma_y(0) - 2\gamma_y(1)}{\sigma^2 + 2\gamma_y(0) - 2\gamma_y(1)}$$

$$= 1 - \frac{Var[\Delta y]}{Var[\Delta y] + Var[\Delta w]}$$

$$VR(q) \longrightarrow 1 - \frac{Var[\Delta y]}{Var[\Delta p]} \quad (B.13)$$

donde (B.12) requiere el supuesto adicional que $\gamma_y(q) \longrightarrow 0$ cuando $q \longrightarrow \infty$, una condición de independencia asintótica que es plausible para la mayor parte de las series de tiempo económicas. Esto muestra que para horizontes lo suficientemente largos ($q \longrightarrow \infty$), el modelo de componentes permanente /transitorios debe tener una razón de varianzas menor que uno. Más aún, la magnitud de la diferencia entre la razón de varianzas y 1 es la razón de varianzas entre Δy y Δp_t .

Apéndice C

Código de programación

Los códigos presentados a continuación se encuentran en lenguaje *JAVA* y pueden ser ejecutados en cualquier compilador que acepte dicho lenguaje. Las frases siguientes al simbolo `//` corresponden a explicaciones del código.

C.1. Programa con persistencia de creencias y anclaje en modelo básico.

```
import java.*;
public class monotono {

public static void main(String[] args){

double Gama=0.5;//Gama de inicio

while(Gama<22){

for(double betha=0;betha<1.01;betha=betha+0.2){//probamos distintos betas

for(double R=0.05;R<0.31;){//probamos distintas tasas libres de riesgo

//Definición de parametros
double gamma=Gama;
double r=R;
double phipromedio=0.5;
```



```
int periodos=30;
int iteraciones=200;
int iteraciones_varianza=200;
double b=betha;
double betapromedio=b;

for(double a=0.0;a<1.01;){//alpha
for(double u=0.0;u<1.01;){//mu porcentaje de noise traders

double mu=u;
double alpha=a;

for(double w=0.4;w<1.61;){//creencia inicial
//definición vector varianzas
double [] varianz= new double[200];
calculo_varianza(iteraciones_varianza,periodos,alpha,gamma,mu,r,phipromedio,varianz,w, b)
//fin definición vector de varianzas

//Definición de arreglos
double [] precios_promedios= new double [periodos];
double [] delta_rentas_promedio= new double [periodos];{//delta de rentas
double [] rentas_nt_promedio= new double [periodos];{//rentas noise traders en promedio
double [] rentas_rt_promedio= new double [periodos];{//rentas rational traders en promedio

for(int i=0;i<periodos;i++){
precios_promedios[i]=0;
delta_rentas_promedio[i]=0;
rentas_nt_promedio[i]=0;
rentas_rt_promedio[i]=0;
}
double [] varianzapromedio= new double[iteraciones];{//vector varianza de cada iteración
double [] creenciaperiodo25= new double[iteraciones];{//vector con creencia "largo plazo"
for(int p=0;p<iteraciones;p++){
varianzapromedio[p]=0;
creenciaperiodo25[p]=0;
}
}
```

```
for(int m=0;m<iteraciones;m++){//iteraciones
double [] creencias= new double [periodos];//creencias de los noise traders (nt)
for(int t=0;t<periodos;t++ ){
if(t==0)creencias[t]=w;
else creencias[t]=0;
}

double [] phi= new double [periodos];//proporción de racionalidad en los nt
double [] phi_cuadrado= new double [periodos];
for(int t=0;t<periodos;t++ ){
phi[t]=Math.random();
phi_cuadrado[t]=phi[t]*phi[t];
}
double mm=promedio_vector(phi_cuadrado);

//definición de vectores
double [] beta= new double [periodos];//creencias ancladas de los noise traders
double [] precios= new double [periodos];//precios
double [] demandaNT=new double [periodos];//dda NT
double [] demandaRT=new double [periodos];//dda RT
double [] rentabilidad= new double [periodos];//rentabilidades
double [] delta_rentas= new double [periodos];//delta de rentas
double [] rentas_nt= new double [periodos];//rentas noise traders (en nivel)
double [] rentas_rt= new double [periodos];//rentas rational traders (en nivel)

double [] prices=new double [25];
for(int t=0;t<periodos;t++ ){
beta[t]=b;
precios[t]=0;
demandaNT[t]=0;
demandaRT[t]=0;
rentabilidad[t]=0;
delta_rentas[t]=0;
rentas_nt[t]=0;
rentas_rt[t]=0;
if(t<25)prices[t]=0;
}
}
```

```

for(int t=0;t<periodos-1;t++){
double Delta=mu*(beta[t]*(1-phi[t])*(1-alpha)-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi[t]*phi[t];
double T=(mu*(r+betapromedio*alpha*creencias[t]*(1-hipromedio)+(1-hipromedio)
*(1-betapromedio)*w)+mm*r*(1-mu))/(mu*(1+r-(hipromedio+(1-hipromedio)
*betapromedio*(1-alpha)))+r*mm*(1-mu));
double cc=(mu*(1+r-(hipromedio+(1-hipromedio)*betapromedio*(1-alpha))
+r*mm*(1-mu));
double v=varianz[indicador_posicion_creencias(creencias[t])];
if(mu==0){
precios[t]=1;
}
else {
precios[t]=(1/Delta)*(2*gamma*v*phi[t]*phi[t]-mu*(r+beta[t]*alpha
*creencias[t]*(1-phi[t])+phi[t]*T+(1-phi[t])*(1-beta[t])*w)-(1-mu)*phi[t]*phi[t]
*(r+T)+(2*gamma*mm*v/cc)*(mu*phi[t]+(1-mu)*phi[t]*phi[t]));
}
double x=(mm*r*(1-mu)+mu*(r+betapromedio*alpha*creencias[t]*(1-hipromedio)
+(1-hipromedio)*(1-betapromedio)*w)-2*gamma*v*mm)/(mu*(1+r)+mm*r
*(1-mu)-mu*(hipromedio+(1-hipromedio)*betapromedio*(1-alpha)));
creencias[t+1]=phi[t]*x+(1-phi[t])*(beta[t]*(precios[t]+alpha
*(creencias[t]-precios[t]))+(1-beta[t])*w);

if(v<0.000000000001){
demandaRT[t]=(1-mu)*(r+x-(1+r)*precios[t])/(2*gamma*0.00000000001);
demandaNT[t]=mu*(r+creencias[t+1]-(1+r)*precios[t])/
(2*gamma*0.00000000001*Math.pow(phi[t], 2));
}
else{
demandaRT[t]=(1-mu)*(r+x-(1+r)*precios[t])/(2*gamma*v);
demandaNT[t]=mu*(r+creencias[t+1]-(1+r)*precios[t])/
(2*gamma*v*Math.pow(phi[t], 2));
}
precios_promedios[t]= precios_promedios[t]+precios[t];

} //periodos

```

```

for(int j=0;j<25;j++){
prices[j]=precios[j];
}
    creenciaperiodo25[m]=varianz[indicador_posicion_creencias(creencias[24])];
    //varianza de largo plazo para esa iteración.
/* Notar que en "todos" los casos existe convergencia al 25avo periodo.*/
varianzapromedio[m]=varianza_vector(prices);//varianza de la iteración m-ésima

for(int h=0;h<periodos-1;h++){
if ((precios[h]==1) && (precios[h+1]==1)) {delta_rentas[h]=0;}
else {
if(mu==1){
delta_rentas[h]=demandaNT[h]*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));
delta_rentas_promedio[h]=delta_rentas_promedio[h]+delta_rentas[h];
//rentas en nivel
rentas_nt[h]=demandaNT[h]*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));
rentas_nt_promedio[h]=rentas_nt_promedio[h]+rentas_nt[h];
rentas_rt[h]=0;
rentas_rt_promedio[h]=rentas_rt_promedio[h]+rentas_rt[h];
}
else if(mu==0){
delta_rentas[h]=0;
delta_rentas_promedio[h]=delta_rentas_promedio[h]+delta_rentas[h];
//rentas en nivel
rentas_nt[h]=0;
rentas_nt_promedio[h]=rentas_nt_promedio[h]+rentas_nt[h];
rentas_rt[h]=demandaRT[h]*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));;
rentas_rt_promedio[h]=rentas_rt_promedio[h]+rentas_rt[h];
}
else{
delta_rentas[h]=(demandaNT[h]-demandaRT[h])*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));
delta_rentas_promedio[h]=delta_rentas_promedio[h]+delta_rentas[h];
//rentas en nivel
rentas_nt[h]=demandaNT[h]*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));
rentas_nt_promedio[h]=rentas_nt_promedio[h]+rentas_nt[h];
rentas_rt[h]=demandaRT[h]*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));;
rentas_rt_promedio[h]=rentas_rt_promedio[h]+rentas_rt[h];
}
}
}

```

```
}
}
}
} //iteraciones

for(int h=0;h<periodos;h++){
precios_promedios[h]=precios_promedios[h]/iteraciones;
delta_rentas_promedio[h]=delta_rentas_promedio[h]/iteraciones;
rentas_nt_promedio[h]=rentas_nt_promedio[h]/iteraciones;
rentas_rt_promedio[h]=rentas_rt_promedio[h]/iteraciones;
}

//Escritura de resultados
System.out.println("ESCENARIOS PARA GAMMA: "+Gama);
System.out.println();
System.out.println("ESCENARIOS PARA BETA: "+beta);
System.out.println();
System.out.println("ESCENARIOS PARA r: "+r);
System.out.println();
System.out.println("Detalle cuando alfa es: "+alpha+", mu: "+mu+" y la
creencia inicial y el ancla son: "+w);
System.out.println("Precios promedio");
printvector_txt(precios_promedios, periodos);
System.out.println("Ganancias Promedio NT");
printvector_txt(rentas_nt_promedio, periodos);
System.out.println("Ganancias Promedio RT");
printvector_txt(rentas_rt_promedio, periodos);
System.out.println("Delta Rentas Promedio");
printvector_txt(delta_rentas_promedio, periodos);
System.out.println();

    w=w+0.2;
} //cerramos for w

u=u+0.2;
System.out.println();
```

```
    }//cerramos u
    a=a+0.2;

    System.out.println();
    }//cerramos a

    if(R>=0.05)R=R+0.05;
    else if(R>=0.2)R=R+0.1;
    }//for r
    }//for beta

    // analisis de sensibilidad sobre gama
    if(Gama==0.5)Gama=1;
    else if(Gama>0.5 && Gama<10)Gama=Gama+2;
    else if(Gama>=10)Gama=Gama+5;
    else if(Gama>=20)Gama=Gama+10;

    }//while Gama

    }//main

    public static double varianza_vector(double [] a){
    double var=0;
    for(int i=0;i<a.length;i++){
    var=var+Math.pow(a[i]-promedio_vector(a),2);
    }
    var=var/a.length;
    return var;
    }

    public static double promedio_vector(double [] a){
    double mean=0;
    for(int i=0;i<a.length;i++){
    mean=mean+a[i];
    }
    mean=mean/a.length;
    return mean;
```

```
}

public static double cov(double [] a, double [] b){
double c=0;
for(int i=0;i<a.length;i++){
c=c+(a[i]-promedio_vector(a))*(b[i]-promedio_vector(b));
}
c=c/a.length;
return c;
}

public static double calculo_varianza_vector(double [] a){
double var=0;
double mean=0;
for(int i=0;i<a.length;i++){
mean=mean+a[i];
}
mean=mean/a.length;
for(int i=0;i<a.length;i++){
var=var+Math.pow(a[i]-mean,2);
}
var=var/a.length;
return var;
}

public static void printvector_txt(double [] a, int filas){
for(int f=0;f<filas;f++){
System.out.print(a[f]+ " ");
}
System.out.println(" ");
} //imprimir vector

public static double solve_eq (double a, double b, double c){
double discriminante= b*b-4*a*c;
if(discriminante<0) return 0;
else return (-b-Math.pow(discriminante, 0.5))/(2*a);
}
```

```

public static void varianza(double [] phi_t, double gamma, double mu,
double alpha, double r, double phi_pro, double m, double [] var,
double [] beta_t, double ci, double BB){
double [] S= new double [200];
S[0]=0;
for(int p=1;p<200;p++){
S[p]=S[p-1]+0.01;
}
double beta_pro=BB;
double [] Var= new double [200];
for(int i=0;i<S.length;i++){
double a=D(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,beta_t)+G(phi_t,gamma,mu,
alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta_t,beta_pro,ci)+J(phi_t,gamma,mu,alpha,r,
phi_pro,m,S[i],beta_t, beta_pro,ci);
double b=- (L(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta_t,beta_pro,ci)
+M(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta_t,beta_pro,ci)
+H(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta_t, beta_pro,ci)
+I(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta_t, beta_pro,ci)+1);
double c=E(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta_t, beta_pro,ci)
+F(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta_t,beta_pro,ci)
+K(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta_t, beta_pro,ci);
Var[i]=solve_eq(a,b,c);
}

for(int j=0;j<var.length;j++){
var[j]=Var[j];
}
}
//metodo
public static void calculo_varianza(int iteraciones_varianza,int periodos,
double alpha, double gamma, double mu, double r, double
phipromedio, double[] VARI, double ci, double parametro){

double [] var =new double [200];

for(int t=0;t<iteraciones_varianza;t++){

```



```
double [] var1 =new double [200];
for(int j=0;j<200;j++){
var1[j]=0;
}
double [] phi= new double [periodos];
double [] phi_cuadrado= new double [periodos];
double [] beta= new double [periodos];
for(int i=0;i<periodos;i++ ){
phi[i]=Math.random();
phi_cuadrado[i]=phi[i]*phi[i];
beta[i]=parametro;
}
double mean=promedio_vector(phi_cuadrado);
varianza(phi,gamma,mu,alpha,r,phipromedio,mean,var1,beta,ci,parametro);

for(int k=0;k<var1.length;k++){
var[k]=var[k]+var1[k];
}
} //fin iteraciones

for(int k=0;k<var.length;k++){ //calculo del promedio
var[k]=var[k]/iteraciones_varianza;
}

for(int l=0;l<VARI.length;l++){
VARI[l]=var[l];
}

} //fin metodo

//metodo de busqueda de varianza correcta
public static int indicador_posicion_creencias(double s_t){
double t=0;
int f=0;
int contador=0;
while (t<2){
```

```

if((s_t<t+0.005)&&(s_t>t-0.005)) {
f=contador;
}
t=t+0.01;
contador++;
}
return f;
}

public static double D(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m,double [] beta_t){

double [] a=new double[phi_t.length];
for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(phi_t[t]*phi_t[t])/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)-(1+r))
-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
return 4*gamma*gamma*varianza_vector(a);
}

public static double E(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t,double []
beta_t, double betapromedio, double s_0){

double [] a=new double[phi_t.length];
double
X=(mu*(r+betapromedio*alpha*s_t*(1-phi_pro)+(1-phi_pro)*(1-betapromedio)*s_0)
+(1-mu)*m*r)/(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=mu*(r+beta_t[t]*alpha*s_t*(1-phi_t[t])+phi_t[t]*X+(1-phi_t[t])
*(1-beta_t[t])*s_0)/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)-(1+r))-(1-mu)*(1+r)
*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
return varianza_vector(a);
}

```

```

public static double F(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t, double [] beta_t,
double betapromedio, double s_0){

double [] a=new double[phi_t.length];
double X=(mu*(r+betapromedio*alpha*s_t*(1-phi_pro)+(1-phi_pro)*(1-betapromedio)*s_0)
+(1-mu)*m*r)/(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=((1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t]*(r+X))/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)
-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
return varianza_vector(a);
}

public static double G(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t, double []
beta_t, double betapromedio, double s_0){

double [] a=new double[phi_t.length];
double Y=(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);
for(int t=0;t<phi_t.length;t++){

a[t]=(mu*phi_t[t]+(1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t])/(Y*(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])
*(1-alpha)-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]));
}
return 4*gamma*gamma*m*m*varianza_vector(a);
}

public static double H(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t, double []
beta_t, double betapromedio, double s_0){

double [] a=new double[phi_t.length];
double [] b=new double[phi_t.length];
double X=(mu*(r+betapromedio*alpha*s_t*(1-phi_pro)+(1-phi_pro)*(1-betapromedio)
*s_0)+(1-mu)*m*r)/(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);

```

```

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(phi_t[t]*phi_t[t])/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)-(1+r))-(1-mu)
*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);

b[t]=(mu*(r+beta_t[t]*alpha*s_t*(1-phi_t[t])+phi_t[t]*X+(1-phi_t[t])
*(1-beta_t[t]*s_0))/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)-(1+r))-(1-mu)*(1+r)
*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
return 2*2*gamma*cov(a,b);
}

public static double I(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t,double [] beta_t,
double betapromedio, double s_0){

double [] a=new double[phi_t.length];
double [] b=new double[phi_t.length];
double
X=(mu*(r+betapromedio*alpha*s_t*(1-phi_pro)+(1-phi_pro)*(1-betapromedio)*s_0)
+(1-mu)*m*r)/(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(phi_t[t]*phi_t[t])/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)-(1+r))
-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
b[t]=((1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t]*(r+X))/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)
-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
return 2*2*gamma*cov(a,b);
}

public static double J(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t,double [] beta_t,
double betapromedio, double s_0){

double [] a=new double[phi_t.length];
double [] b=new double[phi_t.length];

```

```

double Y=(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);
for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(phi_t[t]*phi_t[t])/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)-(1+r))
-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);

b[t]=(mu*phi_t[t]+(1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t])/(Y*(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])
*(1-alpha)-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]));
}
return 2*4*gamma*gamma*m*cov(a,b);
}

public static double K(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t,double [] beta_t, double betapromedio,
double s_0){

double [] a=new double[phi_t.length];
double [] b=new double[phi_t.length];
double
X=(mu*(r+betapromedio*alpha*s_t*(1-phi_pro)+(1-phi_pro)*(1-betapromedio)*s_0)
+(1-mu)*m*r)/(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(mu*(r+beta_t[t]*alpha*s_t*(1-phi_t[t])+phi_t[t]*X+(1-phi_t[t])
*(1-beta_t[t])*s_0))/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)-(1+r))-(1-mu)
*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
b[t]=((1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t]*(r+X))/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)
-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
return 2*cov(a,b);
}

public static double L(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t,double [] beta_t,
double betapromedio, double s_0){

double [] a=new double[phi_t.length];
double [] b=new double[phi_t.length];

```

```

double X=(mu*(r+betapromedio*alpha*s_t*(1-phi_pro)+(1-phi_pro)*(1-betapromedio)*s_0)
+(1-mu)*m*r)/(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);
double Y=(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(mu*(r+beta_t[t]*alpha*s_t*(1-phi_t[t])+phi_t[t]*X+(1-phi_t[t])*(1-beta_t[t])
*s_0))/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);

b[t]=(mu*phi_t[t]+(1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t])/(Y*(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)
-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]));
}
return 2*2*gamma*m*cov(a,b);
}

public static double M(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t,double []
beta_t, double betapromedio, double s_0){

double [] a=new double[phi_t.length];
double [] b=new double[phi_t.length];
double X=(mu*(r+betapromedio*alpha*s_t*(1-phi_pro)+(1-phi_pro)*(1-betapromedio)*s_0)
+(1-mu)*m*r)/(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);
double Y=(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=((1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t]*(r+X))/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)
-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);

b[t]=(mu*phi_t[t]+(1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t])/(Y*(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])
*(1-alpha)-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]));
}
return 2*2*gamma*m*cov(a,b);
}

} //class

```

C.2. Programa con sobrerreacción y anclaje en modelo básico.

```
import java.*;
public class nomonotono {

public static void main(String[] args) {

double Gama=0.5;//Gama de inicio

while(Gama<20){

for(double betha=0;betha<1.01;betha=betha+0.3){//probamos distintos betas

for(double R=0.05;R<0.11;R=R+0.05){//probamos distintas tasas libres de riesgo

double gamma=Gama;
double r=R;
double phipromedio=0.5;
int periodos=30;
int iteraciones=1;
int iteraciones_varianza=200;
double b=betha;

for(double a=0.0;a<0.51;a=a+0.2){//theta
for(double u=0.0;u<1.01;u=u+0.3){//mu porcentaje de noise traders
//Definición de parametros
double mu=u;
double alpha=a;

for(double w=0.4;w<1.7;w=w+1.2){//for para creencia inicial
y para ancla (son la misma)

//definición vector varianzas
double [] varianz= new double[200];
calculo_varianza(iteraciones_varianza,periodos,alpha,gamma,mu,r,phipromedio,varianz,b,w);
```

```

//Definición de arreglos
double [] precios_promedios= new double [periodos];
double [] delta_rentas_promedio= new double [periodos]; //delta de rentas
double [] rentas_nt_promedio= new double [periodos]; //rentas nt en promedio
double [] rentas_rt_promedio= new double [periodos]; //rentas rt en promedio

for(int i=0;i<periodos;i++){
precios_promedios[i]=0;
delta_rentas_promedio[i]=0;
rentas_nt_promedio[i]=0;
rentas_rt_promedio[i]=0;
}

double [] varianzapromedio= new double[iteraciones]; //vector varianza de cada iteración
double [] creenciaperiodo25= new double[iteraciones]; //vector con creencia "largo plazo"

for(int p=0;p<iteraciones;p++){
varianzapromedio[p]=0;
creenciaperiodo25[p]=0;
}

for(int m=0;m<iteraciones;m++){ //iteraciones
double [] creencias= new double [periodos]; //creencias de los noise traders
for(int t=0;t<periodos;t++ ){
if(t==0)creencias[t]=w;
else creencias[t]=0;
}

double [] phi= new double [periodos]; //creencias de los nt
double [] phi_cuadrado=new double[periodos];
for(int t=0;t<periodos;t++ ){
phi[t]=Math.random();
phi_cuadrado[t]=phi[t]*phi[t];
}

double mm=promedio_vector(phi_cuadrado);

```



```

double [] precios= new double [periodos];//precios
double [] demandaNT=new double [periodos];//demandaNT
double [] demandaRT=new double [periodos];//demandaRT
double [] rentabilidad= new double [periodos];//rentabilidades
double [] delta_rentas= new double [periodos];//delta de rentas
double [] prices=new double [25];//copia de precios
double [] rentas_nt= new double [periodos];//rentas noise traders (en nivel)
double [] rentas_rt= new double [periodos];//rentas rational traders (en nivel)

for(int t=0;t<periodos;t++ ){//inicialización de vectores
demandaNT[t]=0;
demandaRT[t]=0;
precios[t]=0;
rentabilidad[t]=0;
delta_rentas[t]=0;
rentas_nt[t]=0;
rentas_rt[t]=0;
if(t<25)prices[t]=0;
}

for(int t=0;t<periodos-1;t++){//dinamica por periodos
double Delta=mu*(b*alpha*(1-phi[t])-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi[t]*phi[t];
double T=(mu*(r+(1-phi_promedio)*(b*(1-alpha*creencias[t])
+(1-b)*w))+mm*r*(1-mu))/(r*mm*(1-mu)-mu*(phi_promedio+b*alpha*(1-phi_promedio)-(1+r)));
double cc=(r*mm*(1-mu)-mu*(phi_promedio+b*alpha*(1-phi_promedio)-(1+r)));
double v=varianz[indicador_posicion_creencias(creencias[t])];
if(mu==0){
precios[t]=1;
}
else{
precios[t]=(1/Delta)*(2*gamma*v*phi[t]*phi[t]-mu*(r+phi[t]*T+
(1-phi[t])*(b*(1-alpha*creencias[t])+(1-b)*w))-(1-mu)*phi[t]
*phi[t]*(r+T)+(2*gamma*mm*v/cc)*(mu*phi[t]+(1-mu)*phi[t]*phi[t]));}
double x=(mm*r*(1-mu)+mu*(r+(b*(1-alpha*creencias[t])+(1-b)*w)
*(1-phi_promedio))-2*gamma*v*mm)/(mm*r*(1-mu)-mu*(phi_promedio+b*alpha
*(1-phi_promedio)-(1+r)));
creencias[t+1]=phi[t]*x+(1-phi[t])*(b*(1+alpha*(precios[t]-creencias[t]))+(1-b)*w);

```

```

if(v<0.000000000001){
demandaRT[t]=(1-mu)*(r+x-(1+r)*precios[t])/(2*gamma*0.00000000001);
demandaNT[t]=mu*(r+creencias[t+1]-(1+r)*precios[t])/(2*gamma*
0.000000000001*Math.pow(phi[t], 2));
}
else{
demandaRT[t]=(1-mu)*(r+x-(1+r)*precios[t])/(2*gamma*v);
demandaNT[t]=mu*(r+creencias[t+1]-(1+r)*precios[t])/(2*gamma*v
*Math.pow(phi[t], 2));
}
precios_promedios[t]= precios_promedios[t]+precios[t];

};//periodos

for(int j=0;j<25;j++){
prices[j]=precios[j];
}
creenciaperiodo25[m]=varianz[indicador_posicion_creencias(creencias[24])];
/*varianza de largo plazo para esa iteración. Notar que en "todos" los casos
existe convergencia al 25avo periodo. Es 24 pues el
primer termino es el termino 0*/
varianzapromedio[m]=varianza_vector(prices);//varianza de la iteración m-ésima

for(int h=0;h<periodos-1;h++){ //relleno de delta rentas por iteración
if ((precios[h]==1) && (precios[h+1]==1)) {delta_rentas[h]=0;}
else {
if(mu==1){
delta_rentas[h]=demandaNT[h]*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));
delta_rentas_promedio[h]=delta_rentas_promedio[h]+delta_rentas[h];
//rentas en nivel

rentas_nt[h]=demandaNT[h]*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));
rentas_nt_promedio[h]=rentas_nt_promedio[h]+rentas_nt[h];
rentas_rt[h]=0;
rentas_rt_promedio[h]=rentas_rt_promedio[h]+rentas_rt[h];
}
}
}

```

```
else if(mu==0){
delta_rentas[h]=0;

delta_rentas_promedio[h]=delta_rentas_promedio[h]+delta_rentas[h];
//rentas en nivel
rentas_nt[h]=0;

rentas_nt_promedio[h]=rentas_nt_promedio[h]+rentas_nt[h];
rentas_rt[h]=demandaRT[h]*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));;
rentas_rt_promedio[h]=rentas_rt_promedio[h]+rentas_rt[h];
}
else{
delta_rentas[h]=(demandaNT[h]-demandaRT[h])*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));
delta_rentas_promedio[h]=delta_rentas_promedio[h]+delta_rentas[h];
//rentas en nivel

rentas_nt[h]=demandaNT[h]*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));
rentas_nt_promedio[h]=rentas_nt_promedio[h]+rentas_nt[h];
rentas_rt[h]=demandaRT[h]*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));;
rentas_rt_promedio[h]=rentas_rt_promedio[h]+rentas_rt[h];
}
}
}

} //iteraciones

for(int h=0;h<periodos;h++){
precios_promedios[h]=precios_promedios[h]/iteraciones;
delta_rentas_promedio[h]=delta_rentas_promedio[h]/iteraciones;
rentas_nt_promedio[h]=rentas_nt_promedio[h]/iteraciones;
rentas_rt_promedio[h]=rentas_rt_promedio[h]/iteraciones;
}

//Escritura de resultados

System.out.println("ESCENARIOS PARA GAMMA: "+Gama);
System.out.println();
System.out.println("ESCENARIOS PARA BETA: "+betha);
```

```
System.out.println();
System.out.println("ESCENARIOS PARA r: "+r);
System.out.println();
System.out.println("Detalle cuando theta es: "+alpha+", mu: "+mu+"
y la creencia inicial y el ancla son: "+w);
System.out.println("Precios ");
printvector_txt(precios_promedios, periodos);
System.out.println("Ganancias Promedio NT");
printvector_txt(rentas_nt_promedio, periodos);
System.out.println("Ganancias Promedio RT");
printvector_txt(rentas_rt_promedio, periodos);
System.out.println("Delta Rentas ");
printvector_txt(delta_rentas_promedio, periodos);
System.out.println();

w=w+0.2;
} // cerramos for w

u=u+0.2;
System.out.println();
} // cerramos u

a=a+0.2;
System.out.println();
} // cerramos a

if(R>=0.05)R=R+0.05;
else if(R>=0.2)R=R+0.1;

} // for r

} // for beta
// analisis de sensibilidad sobre gama
if(Gama==0.5)Gama=1;
else if(Gama==1)Gama=3;
else if(Gama==3)Gama=20;
} // while Gama
```

```
}//main

public static double varianza_vector(double [] a){
double var=0;
for(int i=0;i<a.length;i++){
var=var+Math.pow(a[i]-promedio_vector(a),2);
}
var=var/a.length;
return var;
}

public static double promedio_vector(double [] a){
double mean=0;
for(int i=0;i<a.length;i++){
mean=mean+a[i];
}
mean=mean/a.length;
return mean;
}

public static double cov(double [] a, double [] b){
double c=0;
for(int i=0;i<a.length;i++){
c=c+(a[i]-promedio_vector(a))*(b[i]-promedio_vector(b));
}
c=c/a.length;
return c;
}

public static void printvector_txt(double [] a, int filas){
for(int f=0;f<filas;f++){
System.out.print(a[f]+ " ");
}
System.out.println(" ");
}
//imprimir vector
```

```

public static double solve_eq (double a, double b, double c){
double discriminante= b*b-4*a*c;
if(discriminante<0) return 0;
else return (-b-Math.pow(discriminante, 0.5))/(2*a);
}

public static void varianza(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double [] var,double beta, double s0){
double [] S= new double [200]; //vector malla de crencias posibles
S[0]=0;
for(int p=1;p<200;p++){
S[p]=S[p-1]+0.01;
}
double [] Var= new double [200];

for(int i=0;i<S.length;i++){
double a=D(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,beta,s0)
+G(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta, s0)
+J(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta, s0);
double b=- (L(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta,
s0)+M(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta, s0)
+H(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta,s0)
+I(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta, s0)+1);
double c=E(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta,s0)
+F(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta,s0)
+K(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta,s0);
Var[i]=solve_eq(a,b,c);
}

for(int j=0;j<var.length;j++){
var[j]=Var[j];
}

}

// metodo
public static void calculo_varianza(int iteraciones_varianza,int periodos,

```

```

double alpha,double gamma, double mu, double r, double phipromedio, double[] VARI,
double beta,double s0){

double [] var =new double [200];

for(int t=0;t<iteraciones_varianza;t++){

double [] var1 =new double [200];
for(int j=0;j<200;j++){
var1[j]=0;
}
double [] phi= new double [periodos];
double [] phi_cuadrado= new double [periodos];
for(int i=0;i<periodos;i++ ){
phi[i]=Math.random();
phi_cuadrado[i]=phi[i]*phi[i];
}
double mean=promedio_vector(phi_cuadrado);
varianza(phi,gamma,mu,alpha,r,phipromedio,mean,var1,beta, s0);

for(int k=0;k<var1.length;k++){//suma de varianzas por iteracion
var[k]=var[k]+var1[k];
}
}

}

for(int k=0;k<var.length;k++){ //calculo el promedio de la varianza por componente
var[k]=var[k]/iteraciones_varianza;
}

for(int l=0;l<VARI.length;l++){
VARI[l]=var[l];
}
}

// metodo de busqueda de varianza correcta
public static int indicador_posicion_creencias(double s_t){
double t=0;
int f=0;

```

```

int contador=0;
while (t<2.0){
if((s_t<t+0.005)&&(s_t>t-0.005)) {
f=contador;
break;
}
t=t+0.01;
contador++;
}
return f;
}

public static double D(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double beta, double s0){

double [] a= new double [phi_t.length];

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(phi_t[t]*phi_t[t])/(mu*(beta*alpha*(1-phi_t[t])-(1+r))-(1-mu)*(1+r)
*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
double var=varianza_vector(a);
return 4*gamma*gamma*var;
}

public static double E(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t, double beta, double s0){

double [] a= new double [phi_t.length];
double X=(mu*(r+(beta*(1-alpha*s_t)+(1-beta)*s0)*(1-phi_pro))+(1-mu)*m*r)/
((1-mu)*m*r-mu*(phi_pro+beta*alpha*(1-phi_pro)-(1+r)));

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=mu*(r+(beta*(1-alpha*s_t)+(1-beta)*s0)*(1-phi_t[t])+phi_t[t]*X)/
(mu*(beta*alpha*(1-phi_t[t])-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
return varianza_vector(a);
}

```



```

}

public static double F(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t, double beta, double s0){

double [] a= new double [phi_t.length];
double X=(mu*(r+(beta*(1-alpha*s_t)+(1-beta)*s0)*(1-phi_pro))+(1-mu)*m*r)/
((1-mu)*m*r-mu*(phi_pro+beta*alpha*(1-phi_pro)-(1+r)));

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=((1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t]*(r+X))/(mu*(beta*alpha*(1-phi_t[t])-(1+r))
-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
return varianza_vector(a);
}

public static double G(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t, double beta, double s0){

double [] a= new double [phi_t.length];
double Y=((1-mu)*m*r-mu*(phi_pro+beta*alpha*(1-phi_pro)-(1+r)));
for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(mu*phi_t[t]+(1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t])/(Y*((mu*(beta*alpha*(1-phi_t[t])-(1+r))
-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t])));
}
return 4*gamma*gamma*m*m*varianza_vector(a);
}

public static double H(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t, double beta, double s0){

double [] a= new double [phi_t.length];
double [] b= new double [phi_t.length];
double X=(mu*(r+(beta*(1-alpha*s_t)+(1-beta)*s0)*(1-phi_pro))+(1-mu)*m*r)/
((1-mu)*m*r-mu*(phi_pro+beta*alpha*(1-phi_pro)-(1+r)));
for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(phi_t[t]*phi_t[t])/(mu*(beta*(1-phi_t[t])*(alpha)-(1+r))

```

```

-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
b[t]=(mu*(r+(beta*(1-alpha*s_t)+(1-beta)*s0)*(1-phi_t[t])+phi_t[t]*X))/
(mu*(beta*(1-phi_t[t])*(alpha)-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
return 2*2*gamma*cov(a,b);
}

public static double I(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t,double beta, double s0){

double [] a= new double [phi_t.length];
double [] b= new double [phi_t.length];
double X=(mu*(r+(beta*(1-alpha*s_t)+(1-beta)*s0)*(1-phi_pro))+(1-mu)*m*r)/
((1-mu)*m*r-mu*(phi_pro+beta*alpha*(1-phi_pro)-(1+r)));

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(phi_t[t]*phi_t[t])/(mu*(beta*(1-phi_t[t])*(alpha)-(1+r))-(1-mu)
*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
b[t]=(((1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t]*(r+X))/(mu*(beta*(1-phi_t[t])*(alpha)-(1+r))
-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]));
}
return 2*2*gamma*cov(a,b);
}

public static double J(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t,double beta, double s0){

double [] a= new double [phi_t.length];
double [] b= new double [phi_t.length];
double Y=(((1-mu)*m*r-mu*(phi_pro+beta*alpha*(1-phi_pro)-(1+r)));

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(phi_t[t]*phi_t[t])/(mu*(beta*(1-phi_t[t])*(alpha)-(1+r))-(1-mu)*(1+r)
*phi_t[t]*phi_t[t]);
b[t]=(mu*phi_t[t]+(1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t])/(Y*(mu*(beta*(1-phi_t[t])*(alpha)-(1+r))
-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]));
}

```

```

return 2*4*gamma*gamma*m*cov(a,b);
}

public static double K(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t,double beta, double s0){

double [] a= new double [phi_t.length];
double [] b= new double [phi_t.length];
double X=(mu*(r+(beta*(1-alpha*s_t)+(1-beta)*s0)*(1-phi_pro)))+(1-mu)*m*r)/
((1-mu)*m*r-mu*(phi_pro+beta*alpha*(1-phi_pro)-(1+r)));

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(mu*(r+(beta*(1-alpha*s_t)+(1-beta)*s0)*(1-phi_t[t])+phi_t[t]*X))/
(mu*(beta*(1-phi_t[t])*(alpha)-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
b[t]=((1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t]*(r+X))/(mu*(beta*(1-phi_t[t])*(alpha)-(1+r))
-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
return 2*cov(a,b);
}

public static double L(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha, double r,
double phi_pro, double m, double s_t,double beta, double s0){

double [] a= new double [phi_t.length];
double [] b= new double [phi_t.length];
double X=(mu*(r+(beta*(1-alpha*s_t)+(1-beta)*s0)*(1-phi_pro)))+(1-mu)*m*r)/
((1-mu)*m*r-mu*(phi_pro+beta*alpha*(1-phi_pro)-(1+r)));
double Y=((1-mu)*m*r-mu*(phi_pro+beta*alpha*(1-phi_pro)-(1+r)));

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(mu*(r+(beta*(1-alpha*s_t)+(1-beta)*s0)*(1-phi_t[t])+phi_t[t]*X))/
(mu*(beta*(1-phi_t[t])*(alpha)-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
b[t]=(mu*phi_t[t]+(1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t])/(Y*(mu*(beta*(1-phi_t[t])*(alpha)
-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]));
}
return 2*2*gamma*m*cov(a,b);
}

```

```

public static double M(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha, double r,
double phi_pro, double m, double s_t, double beta, double s0){

double [] a= new double [phi_t.length];
double [] b= new double [phi_t.length];
double X=(mu*(r+(beta*(1-alpha*s_t)+(1-beta)*s0)*(1-phi_pro))+(1-mu)*m*r)/
((1-mu)*m*r-mu*(phi_pro+beta*alpha*(1-phi_pro)-(1+r)));
double Y=((1-mu)*m*r-mu*(phi_pro+beta*alpha*(1-phi_pro)-(1+r)));

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=((1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t]*(r+X))/(mu*(beta*(1-phi_t[t])*(alpha)-(1+r))
-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
b[t]=(mu*phi_t[t]+(1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t])/(Y*(mu*(beta*(1-phi_t[t])*(alpha)
-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]));
}
return 2*2*gamma*m*cov(a,b);
}

} //class

```

C.3. Programa con persistencia de creencias y anclaje en extensión del modelo.

```

import java.*;
public class monotono_fluctuando_mu {

public static void main(String[] args){
double Gama=0.5;//Gama de inicio
double tasa_cambio=0.005;//tasa a la que migran NT a RT
System.out.println("RESULTADOS MONOTONO CAMBIANDO MU CON TASA DE CAMBIO "+tasa_cambio);

while(Gama<10.1){

for(double betha=0.5;betha<1.01;betha=betha+0.5){ //probamos distintos betas

```

```

for(double R=0.05;R<0.21;){//probamos distintas tasas libres de riesgo

//Definición de parametros
double gamma=Gama;
double r=R;
double phipromedio=0.5;
int periodos=60;
int iteraciones=50;
int iteraciones_varianza=50;
double b=betha;
double betapromedio=b;

for(double a=0.0;a<1.01;){//alpha
for(double u=0.5;u<0.51;){//mu porcentaje inicial de noise traders

double mu=u;
double alpha=a;

for(double w=0.4;w<1.61;){//creencia inicial

//Definición de arreglos
double [] precios_promedios= new double [periodos];
double [] delta_rentas_promedio= new double [periodos];//delta de rentas
double [] rentas_nt_promedio= new double [periodos];//rentas nt en promedio
double [] rentas_rt_promedio= new double [periodos];//rentas rt en promedio
double [] evol_mu_promedio= new double [periodos];//evolución de concentración de NT

for(int i=0;i<periodos;i++){
precios_promedios[i]=0;
delta_rentas_promedio[i]=0;
rentas_nt_promedio[i]=0;
rentas_rt_promedio[i]=0;
evol_mu_promedio[i]=0;
}
//fin definición arreglos
double [] varianzapromedio= new double[iteraciones];//vector varianza de cada iteración
double [] creenciaperiodo25= new double[iteraciones];//vector con creencia "largo plazo"

```

```
for(int p=0;p<iteraciones;p++){
varianzapromedio[p]=0;
creenciaperiodo25[p]=0;
}

for(int m=0;m<iteraciones;m++){//iteraciones

double [] creencias= new double [periodos];//creencias de los nt
for(int t=0;t<periodos;t++ ){
if(t==0)creencias[t]=w;
else creencias[t]=0;
}

double [] phi= new double [periodos];//proporción de racionalidad en los nt
double [] phi_cuadrado= new double [periodos];
for(int t=0;t<periodos;t++ ){
phi[t]=Math.random();
phi_cuadrado[t]=phi[t]*phi[t];
}
double mm=promedio_vector(phi_cuadrado);

//definición de vectores
double [] beta= new double [periodos];//creencias ancladas de los noise traders
double [] precios= new double [periodos];//precios
double [] demandaNT=new double [periodos];//dda NT
double [] demandaRT=new double [periodos];//dda RT
double [] rentabilidad= new double [periodos];//rentabilidades
double [] delta_rentas= new double [periodos];//delta de rentas
double [] rentas_nt= new double [periodos];//rentas noise traders (en nivel)
double [] rentas_rt= new double [periodos];//rentas rational traders (en nivel)
double [] Mu= new double [periodos];//rentas rational traders (en nivel)
double [] rentas_obs_nt= new double [periodos];//rentas noise traders (en nivel)
double [] rentas_obs_rt= new double [periodos];//rentas rational traders (en nivel)

double [] prices=new double [55];
for(int t=0;t<periodos;t++ ){
beta[t]=b;
```

```

precios[t]=0;
demandaNT[t]=0;
demandaRT[t]=0;
rentabilidad[t]=0;
delta_rentas[t]=0;
rentas_nt[t]=0;
rentas_rt[t]=0;
rentas_obs_nt[t]=0;
rentas_obs_rt[t]=0;
Mu[t]=0;
if(t<55)prices[t]=0;
}

for(int t=0;t<periodos-1;t++){
if(t==0)Mu[t]=mu;
//definición vector varianzas
double [] varianz= new double[200];
calculo_varianza(iteraciones_varianza,periodos,alpha,gamma,Mu[t],r,phipromedio,
varianz,w, b);
//fin definición vector de varianzas

double Delta=Mu[t]*(beta[t]*(1-phi[t])*(1-alpha)-(1+r))-(1-Mu[t])*(1+r)*phi[t]*phi[t];
double T=(Mu[t]*(r+betapromedio*alpha*creencias[t]*(1-hipromedio)+
(1-hipromedio)*(1-betapromedio)*w)+mm*r*(1-Mu[t]))/(Mu[t]*(1+r-(hipromedio
+(1-hipromedio)*betapromedio*(1-alpha)))+r*mm*(1-Mu[t]));
double cc=(Mu[t]*(1+r-(hipromedio+(1-hipromedio)*betapromedio*(1-alpha)))+r*mm*(1-Mu[t]));
double v=varianz[indicador_posicion_creencias(creencias[t])];
if(Mu[t]==0){
precios[t]=1;
}
else {
precios[t]=(1/Delta)*(2*gamma*v*phi[t]*phi[t]-Mu[t]*(r+beta[t]*alpha*creencias[t]
*(1-phi[t])+phi[t]*T+(1-phi[t])*(1-beta[t])*w)-(1-Mu[t])*phi[t]*phi[t]*(r+T)
+(2*gamma*mm*v/cc)*(Mu[t]*phi[t]+(1-Mu[t])*phi[t]*phi[t]));
}
double x=(mm*r*(1-Mu[t])+Mu[t]*(r+betapromedio*alpha*creencias[t]*(1-hipromedio)
+(1-hipromedio)*(1-betapromedio)*w)-2*gamma*v*mm)/(Mu[t]*(1+r)+mm*r*(1-Mu[t]))

```

```

-Mu[t]*(phipromedio+(1-hipromedio)*betapromedio*(1-alpha));
creencias[t+1]=phi[t]*x+(1-phi[t])*(beta[t]*(precios[t]+alpha*(creencias[t]
-precios[t]))+(1-beta[t])*w);

if(v<0.000000000001){
demandaRT[t]=(1-Mu[t])*(r+x-(1+r)*precios[t])/(2*gamma*0.00000000001);
demandaNT[t]=Mu[t]*(r+creencias[t+1]-(1+r)*precios[t])/(2*gamma*
0.000000000001*Math.pow(phi[t], 2));
}
else{
demandaRT[t]=(1-Mu[t])*(r+x-(1+r)*precios[t])/(2*gamma*v);
demandaNT[t]=Mu[t]*(r+creencias[t+1]-(1+r)*precios[t])/(2*gamma*v
*Math.pow(phi[t], 2));
}

precios_promedios[t]= precios_promedios[t]+precios[t];
evol_mu_promedio[t]= evol_mu_promedio[t]+Mu[t];

if(t>=1){
rentas_obs_nt[t]=demandaNT[t-1]*(r+precios[t]-precios[t-1]*(1+r));/*renta que mira el
inversionista NT para escoger cambiarse*/
rentas_obs_rt[t]=demandaRT[t-1]*(r+precios[t]-precios[t-1]*(1+r));/*renta que mira el
inversionista RT para escoger cambiarse*/
}
else if(t==0){
rentas_obs_nt[t]=0;
rentas_obs_rt[t]=0;
}

//dinámica del traspaso de tipos de inversionistas a una tasa= tasa_cambio
Mu[t+1]=Math.max(0.0, Math.min(1.0, Mu[t]+tasa_cambio*(rentas_obs_nt[t]
-rentas_obs_rt[t]));
creenciaperiodo25[m]=varianz[indicador_posicion_creencias(creencias[54])];
/*varianza de largo plazo para esa iteración. Notar que en "todos" los casos
existe convergencia al 25avo periodo.*/

} //periodos

```



```
for(int j=0;j<55;j++){
prices[j]=precios[j];
}

varianzapromedio[m]=varianza_vector(prices);//varianza de la iteración m-ésima

for(int h=0;h<periodos-1;h++){
if ((precios[h]==1) && (precios[h+1]==1)) {delta_rentas[h]=0;}
else {
if(Mu[h]==1){
delta_rentas[h]=demandaNT[h]*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));
delta_rentas_promedio[h]=delta_rentas_promedio[h]+delta_rentas[h];
//rentas en nivel
rentas_nt[h]=demandaNT[h]*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));
rentas_nt_promedio[h]=rentas_nt_promedio[h]+rentas_nt[h];
rentas_rt[h]=0;
rentas_rt_promedio[h]=rentas_rt_promedio[h]+rentas_rt[h];
}
else if(Mu[h]==0){
delta_rentas[h]=0;
delta_rentas_promedio[h]=delta_rentas_promedio[h]+delta_rentas[h];
//rentas en nivel
rentas_nt[h]=0;
rentas_nt_promedio[h]=rentas_nt_promedio[h]+rentas_nt[h];
rentas_rt[h]=demandaRT[h]*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));;
rentas_rt_promedio[h]=rentas_rt_promedio[h]+rentas_rt[h];
}
else{
delta_rentas[h]=(demandaNT[h]-demandaRT[h])*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));
delta_rentas_promedio[h]=delta_rentas_promedio[h]+delta_rentas[h];
//rentas en nivel
rentas_nt[h]=demandaNT[h]*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));
rentas_nt_promedio[h]=rentas_nt_promedio[h]+rentas_nt[h];
rentas_rt[h]=demandaRT[h]*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));;
rentas_rt_promedio[h]=rentas_rt_promedio[h]+rentas_rt[h];
//}
}
}
```

```
}

    }//iteraciones

for(int h=0;h<periodos;h++){
precios_promedios[h]=precios_promedios[h]/iteraciones;
delta_rentas_promedio[h]=delta_rentas_promedio[h]/iteraciones;
rentas_nt_promedio[h]=rentas_nt_promedio[h]/iteraciones;
rentas_rt_promedio[h]=rentas_rt_promedio[h]/iteraciones;
evol_mu_promedio[h]=evol_mu_promedio[h]/iteraciones;
}

//Escritura de resultados

System.out.println("ESCENARIOS PARA GAMMA: "+Gama);
System.out.println();
System.out.println("ESCENARIOS PARA BETA: "+beta);
System.out.println();
System.out.println("ESCENARIOS PARA r: "+r);
System.out.println();
//Impresión de precios, ganancias en nivel y delta de rentas promedios
System.out.println("Detalle cuando alfa es: "+alpha+", y la
creencia inicial y el ancla son: "+w);
System.out.println("Precios promedio");
printvector_txt(precios_promedios, periodos);
System.out.println("Evolución Concentración NT en promedio");
printvector_txt(evol_mu_promedio, periodos);

    System.out.println();

    if((w<1.61)&&(w>=0.4))w=w+0.3;
}//cerramos for w

u=u+0.5;
System.out.println();
```

```

}/*cerramos u. Notar que u es la concentración de NT inicial.
Luego esta concentración se va cambiando de acuerdo con la dinámica propuesta.*/

a=a+0.5;
System.out.println();
}/*cerramos a
if(R>=0.05)R=R+0.15;
//else if(R>=0.2)R=R+0.1;
}/*for r

}/*for beta
// analisis de sensibilidad sobre gama
if(Gama==0.5)Gama=2.0;
else if(Gama>=2.0 && Gama<3.0)Gama=3.0;
else if(Gama>=3.0 && Gama<10)Gama=10.0;
else if(Gama==10.0)Gama=20;
else if(Gama==20.0)Gama=30;

}/*while Gama
}/*main

public static double varianza_vector(double [] a){
double var=0;
for(int i=0;i<a.length;i++){
var=var+Math.pow(a[i]-promedio_vector(a),2);
}
var=var/a.length;
return var;
}

public static double promedio_vector(double [] a){
double mean=0;
for(int i=0;i<a.length;i++){
mean=mean+a[i];
}
mean=mean/a.length;
return mean;
}

```

```
}

public static double cov(double [] a, double [] b){
double c=0;
for(int i=0;i<a.length;i++){
c=c+(a[i]-promedio_vector(a))*(b[i]-promedio_vector(b));
}
c=c/a.length;
return c;
}

public static double calculo_varianza_vector(double [] a){
double var=0;
double mean=0;
for(int i=0;i<a.length;i++){
mean=mean+a[i];
}
mean=mean/a.length;
for(int i=0;i<a.length;i++){
var=var+Math.pow(a[i]-mean,2);
}
var=var/a.length;
return var;
}

public static void printvector_txt(double [] a, int filas){
for(int f=0;f<filas;f++){
System.out.print(a[f]+ " ");
}
System.out.println(" ");
} //imprimir vector

public static double solve_eq (double a, double b, double c){
double discriminante= b*b-4*a*c;
if(discriminante<0) return 0;
else return (-b-Math.pow(discriminante, 0.5))/(2*a);
}
```

```

public static void varianza(double [] phi_t, double gamma, double mu,
double alpha, double r, double phi_pro, double m, double [] var,
double [] beta_t, double ci, double BB){
double [] S= new double [200];
S[0]=0;
for(int p=1;p<200;p++){
S[p]=S[p-1]+0.01;
}
double beta_pro=BB;
double [] Var= new double [200];
for(int i=0;i<S.length;i++){
double a=D(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,beta_t)+G(phi_t,gamma,mu,
alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta_t,beta_pro,ci)+J(phi_t,gamma,mu,alpha,r,
phi_pro,m,S[i],beta_t, beta_pro,ci);
double b=- (L(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta_t,beta_pro,ci)
+M(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta_t,beta_pro,ci)
+H(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta_t, beta_pro,ci)
+I(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta_t, beta_pro,ci)+1);
double c=E(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta_t, beta_pro,ci)
+F(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta_t,beta_pro,ci)
+K(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta_t, beta_pro,ci);
Var[i]=solve_eq(a,b,c);
}

for(int j=0;j<var.length;j++){
var[j]=Var[j];
}
}

//metodo
public static void calculo_varianza(int iteraciones_varianza,int periodos,
double alpha, double gamma, double mu, double r, double
phipromedio, double[] VARI, double ci, double parametro){

double [] var =new double [200];

```

```
for(int t=0;t<iteraciones_varianza;t++){

double [] var1 =new double [200];
for(int j=0;j<200;j++){
var1[j]=0;
}
double [] phi= new double [periodos];
double [] phi_cuadrado= new double [periodos];
double [] beta= new double [periodos];
for(int i=0;i<periodos;i++){
phi[i]=Math.random();
phi_cuadrado[i]=phi[i]*phi[i];
beta[i]=parametro;
}
double mean=promedio_vector(phi_cuadrado);
varianza(phi,gamma,mu,alpha,r,phipromedio,mean,var1,beta,ci,parametro);

for(int k=0;k<var1.length;k++){
var[k]=var[k]+var1[k];
}
} //fin iteraciones

for(int k=0;k<var.length;k++){ //calculo del promedio
var[k]=var[k]/iteraciones_varianza;
}

for(int l=0;l<VARI.length;l++){
VARI[l]=var[l];
}

} //fin metodo

//metodo de busqueda de varianza correcta
public static int indicador_posicion_creencias(double s_t){
double t=0;
int f=0;
int contador=0;
```

```

while (t<2){
if((s_t<t+0.005)&&(s_t>t-0.005)) {
f=contador;
}
t=t+0.01;
contador++;
}
return f;
}

public static double D(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m,double [] beta_t){

double [] a=new double[phi_t.length];
for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(phi_t[t]*phi_t[t])/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)-(1+r))
-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
return 4*gamma*gamma*varianza_vector(a);
}

public static double E(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t,double []
beta_t, double betapromedio, double s_0){

double [] a=new double[phi_t.length];
double
X=(mu*(r+betapromedio*alpha*s_t*(1-phi_pro)+(1-phi_pro)*(1-betapromedio)*s_0)
+(1-mu)*m*r)/(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=mu*(r+beta_t[t]*alpha*s_t*(1-phi_t[t])+phi_t[t]*X+(1-phi_t[t])
*(1-beta_t[t])*s_0)/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)-(1+r))-(1-mu)*(1+r)
*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
return varianza_vector(a);
}

```

```

public static double F(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t, double [] beta_t,
double betapromedio, double s_0){

double [] a=new double[phi_t.length];
double X=(mu*(r+betapromedio*alpha*s_t*(1-phi_pro)+(1-phi_pro)*(1-betapromedio)*s_0)
+(1-mu)*m*r)/(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=((1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t]*(r+X))/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)
-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
return varianza_vector(a);
}

public static double G(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t, double []
beta_t, double betapromedio, double s_0){

double [] a=new double[phi_t.length];
double Y=(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);
for(int t=0;t<phi_t.length;t++){

a[t]=(mu*phi_t[t]+(1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t])/(Y*(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])
*(1-alpha)-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]));
}
return 4*gamma*gamma*m*m*varianza_vector(a);
}

public static double H(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t, double []
beta_t, double betapromedio, double s_0){

double [] a=new double[phi_t.length];
double [] b=new double[phi_t.length];
double X=(mu*(r+betapromedio*alpha*s_t*(1-phi_pro)+(1-phi_pro)*(1-betapromedio)

```



```

*s_0)+(1-mu)*m*r)/(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(phi_t[t]*phi_t[t])/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)-(1+r))-(1-mu)
*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);

b[t]=(mu*(r+beta_t[t]*alpha*s_t*(1-phi_t[t])+phi_t[t]*X+(1-phi_t[t])
*(1-beta_t[t])*s_0))/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)-(1+r))-(1-mu)*(1+r)
*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
return 2*2*gamma*cov(a,b);
}

public static double I(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t,double [] beta_t,
double betapromedio, double s_0){

double [] a=new double[phi_t.length];
double [] b=new double[phi_t.length];
double
X=(mu*(r+betapromedio*alpha*s_t*(1-phi_pro)+(1-phi_pro)*(1-betapromedio)*s_0)
+(1-mu)*m*r)/(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(phi_t[t]*phi_t[t])/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)-(1+r))
-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
b[t]=((1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t]*(r+X))/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)
-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
return 2*2*gamma*cov(a,b);
}

public static double J(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t,double [] beta_t,
double betapromedio, double s_0){

double [] a=new double[phi_t.length];

```

```

double [] b=new double[phi_t.length];
double Y=(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);
for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(phi_t[t]*phi_t[t])/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)-(1+r))
-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);

b[t]=(mu*phi_t[t]+(1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t])/(Y*(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])
*(1-alpha)-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]));
}
return 2*4*gamma*gamma*m*cov(a,b);
}

public static double K(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t,double [] beta_t, double betapromedio,
double s_0){

double [] a=new double[phi_t.length];
double [] b=new double[phi_t.length];
double
X=(mu*(r+betapromedio*alpha*s_t*(1-phi_pro)+(1-phi_pro)*(1-betapromedio)*s_0)
+(1-mu)*m*r)/(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(mu*(r+beta_t[t]*alpha*s_t*(1-phi_t[t])+phi_t[t]*X+(1-phi_t[t])
*(1-beta_t[t])*s_0))/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)-(1+r))-(1-mu)
*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
b[t]=((1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t]*(r+X))/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)
-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
return 2*cov(a,b);
}

public static double L(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t,double [] beta_t,
double betapromedio, double s_0){

double [] a=new double[phi_t.length];

```

```

double [] b=new double[phi_t.length];
double X=(mu*(r+betapromedio*alpha*s_t*(1-phi_pro)+(1-phi_pro)*(1-betapromedio)*s_0)
+(1-mu)*m*r)/(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);
double Y=(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(mu*(r+beta_t[t]*alpha*s_t*(1-phi_t[t])+phi_t[t]*X+(1-phi_t[t])*(1-beta_t[t])
*s_0))/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);

b[t]=(mu*phi_t[t]+(1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t])/(Y*(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)
-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]));
}
return 2*2*gamma*m*cov(a,b);
}

public static double M(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t,double []
beta_t, double betapromedio, double s_0){

double [] a=new double[phi_t.length];
double [] b=new double[phi_t.length];
double X=(mu*(r+betapromedio*alpha*s_t*(1-phi_pro)+(1-phi_pro)*(1-betapromedio)*s_0)
+(1-mu)*m*r)/(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);
double Y=(mu*(1+r-(phi_pro+(1-phi_pro)*betapromedio*(1-alpha)))+(1-mu)*m*r);

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=((1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t]*(r+X))/(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])*(1-alpha)
-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);

b[t]=(mu*phi_t[t]+(1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t])/(Y*(mu*(beta_t[t]*(1-phi_t[t])
*(1-alpha)-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]));
}
return 2*2*gamma*m*cov(a,b);
}

} //class

```

C.4. Programa con sobrerreacción y anclaje en extensión del modelo.

```
import java.*;
public class nomonotono_fluctuando_mu{

public static void main(String[] args) {

double Gama=0.5;//Gama de inicio
double tasa_cambio=0.005;//tasa a la que migran NT a RT
System.out.println("RESULTADOS NO MONOTONO CAMBIANDO MU CUANDO TASA DE CAMBIO ES"
+ tasa_cambio);
while(Gama<10.1){

for(double betha=0.5;betha<1.01;betha=betha+0.5){//probamos distintos betas

for(double R=0.05;R<0.21;){//probamos distintas tasas libres de riesgo

double gamma=Gama;
double r=R;
double phipromedio=0.5;
int periodos=60;
int iteraciones=50;
int iteraciones_varianza=50;
double b=betha;

for(double a=0.0;a<0.61;){//theta
for(double u=0.5;u<0.51;){//mu porcentaje de nt
//Definición de parametros
double mu=u;
double alpha=a;

for(double w=0.4;w<1.61;){ //for para creencia inicial y para ancla (son la misma)

//Definición de arreglos
double [] precios_promedios= new double [periodos];
double [] delta_rentas_promedio= new double [periodos];//delta de rentas
```

```

double [] rentas_nt_promedio= new double [periodos]; //rentas nt en promedio
double [] rentas_rt_promedio= new double [periodos]; //rentas rt en promedio
double [] evol_mu_promedio= new double [periodos]; //evolución concentración de nt

for(int i=0;i<periodos;i++){
precios_promedios[i]=0;
delta_rentas_promedio[i]=0;
rentas_nt_promedio[i]=0;
rentas_rt_promedio[i]=0;
evol_mu_promedio[i]=0;
}
//fin definición arreglos

double [] varianzapromedio= new double[iteraciones]; //vector varianza de cada iteración
double [] creenciaperiodo25= new double[iteraciones]; //vector con creencia "largo plazo"
for(int p=0;p<iteraciones;p++){
varianzapromedio[p]=0;
creenciaperiodo25[p]=0;
}

for(int m=0;m<iteraciones;m++){ //iteraciones

double [] creencias= new double [periodos]; //creencias de los nt
for(int t=0;t<periodos;t++ ){
if(t==0)creencias[t]=w;
else creencias[t]=0;
}

double [] phi= new double [periodos]; //creencias de los nt
double [] phi_cuadrado=new double[periodos];
for(int t=0;t<periodos;t++ ){
phi[t]=Math.random();
phi_cuadrado[t]=phi[t]*phi[t];
}

double mm=promedio_vector(phi_cuadrado);

```

```

double [] precios= new double [periodos];//precios
double [] demandaNT=new double [periodos];//demandaNT
double [] demandaRT=new double [periodos];//demandaRT
double [] rentabilidad= new double [periodos];//rentabilidades
double [] delta_rentas= new double [periodos];//delta de rentas
double [] prices=new double [55];//copia de precios
double [] rentas_nt= new double [periodos];//rentas noise traders (en nivel)
double [] rentas_rt= new double [periodos];//rentas rational traders (en nivel)
double [] Mu= new double [periodos];//rentas rational traders (en nivel)
double [] rentas_obs_nt= new double [periodos];//rentas noise traders (en nivel)
double [] rentas_obs_rt= new double [periodos];//rentas rational traders (en nivel)

for(int t=0;t<periodos;t++ ){//inicialización de vectores
demandaNT[t]=0;
demandaRT[t]=0;
precios[t]=0;
rentabilidad[t]=0;
delta_rentas[t]=0;
rentas_nt[t]=0;
rentas_rt[t]=0;
rentas_obs_nt[t]=0;
rentas_obs_rt[t]=0;
Mu[t]=0;
if(t<55)prices[t]=0;
}

for(int t=0;t<periodos-1;t++){//dinamica por periodos
if(t==0)Mu[t]=mu;
//definición vector varianzas
double [] varianz= new double[200];
calculo_varianza(iteraciones_varianza,periodos,alpha,gamma,Mu[t],r,phipromedio,
varianz,w, b);
//fin definición vector de varianzas

double Delta=Mu[t]*(b*alpha*(1-phi[t])-(1+r))-(1-Mu[t])*(1+r)*phi[t]*phi[t];

```

```

double T=(Mu[t]*(r+(1-phi_promedio)*(b*(1-alpha*creencias[t])+(1-b)*w))
+mm*r*(1-Mu[t]))/(r*mm*(1-Mu[t])-Mu[t]*(phi_promedio+b*alpha*(1-phi_promedio)-(1+r)));
double cc=(r*mm*(1-Mu[t])-Mu[t]*(phi_promedio+b*alpha*(1-phi_promedio)-(1+r)));
double v=varianz[indicador_posicion_creencias(creencias[t])];
if(Mu[t]==0){
precios[t]=1;
}
else{
precios[t]=(1/Delta)*(2*gamma*v*phi[t]*phi[t]-Mu[t]*(r+phi[t]*T+(1-phi[t])
*(b*(1-alpha*creencias[t])+(1-b)*w))-(1-Mu[t])*phi[t]*phi[t]*(r+T)+
(2*gamma*mm*v/cc)*(Mu[t]*phi[t]+(1-Mu[t])*phi[t]*phi[t]));
}
double x=(mm*r*(1-Mu[t])+Mu[t]*(r+(b*(1-alpha*creencias[t])+(1-b)*w)*
(1-phi_promedio))-2*gamma*v*mm)/(mm*r*(1-Mu[t])-Mu[t]*(phi_promedio+b*alpha
*(1-phi_promedio)-(1+r)));
creencias[t+1]=phi[t]*x+(1-phi[t])*(b*(1+alpha*(precios[t]-creencias[t]))+(1-b)*w);

if(v<0.0000000000001){
demandaRT[t]=(1-Mu[t])*(r+x-(1+r)*precios[t])/(2*gamma*0.000000000001);
demandaNT[t]=Mu[t]*(r+creencias[t+1]-(1+r)*precios[t])/(2*gamma*0.000000000001
*Math.pow(phi[t], 2));
}
else{
demandaRT[t]=(1-Mu[t])*(r+x-(1+r)*precios[t])/(2*gamma*v);
demandaNT[t]=Mu[t]*(r+creencias[t+1]-(1+r)*precios[t])/(2*gamma*v
*Math.pow(phi[t], 2));
}

precios_promedios[t]= precios_promedios[t]+precios[t];
evol_mu_promedio[t]= evol_mu_promedio[t]+Mu[t];
if(t>=1){
rentas_obs_nt[t]=demandaNT[t-1]*(r+precios[t]-precios[t-1]*(1+r));
/*renta que mira el inversionista NT para escoger cambiarse*/
rentas_obs_rt[t]=demandaRT[t-1]*(r+precios[t]-precios[t-1]*(1+r));
/*renta que mira el inversionista RT para escoger cambiarse*/
}
else if(t==0){

```

```

rentas_obs_nt[t]=0;
rentas_obs_rt[t]=0;
}
//dinámica del traspaso de tipos de inversionistas a una tasa= tasa_cambio
Mu[t+1]=Math.max(0.0, Math.min(1.0, Mu[t]+tasa_cambio*(rentas_obs_nt[t]-rentas_obs_rt[t]));
creenciaperiodo25[m]=varianz[indicador_posicion_creencias(creencias[24])];
/*varianza de largo plazo para esa iteración. Notar que en "todos" los casos existe
convergencia al 25avo periodo. Es 24 pues el primer termino es el termino 0*/
}//periodos

for(int j=0;j<55;j++){
prices[j]=precios[j];
}
varianzapromedio[m]=varianza_vector(prices);//varianza de la iteración m-ésima

for(int h=0;h<periodos-1;h++){ //relleno de delta rentas por iteración
if ((precios[h]==1) && (precios[h+1]==1)) {delta_rentas[h]=0;}
else {
if(Mu[h]==1){
delta_rentas[h]=demandaNT[h]*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));
delta_rentas_promedio[h]=delta_rentas_promedio[h]+delta_rentas[h];
//rentas en nivel
rentas_nt[h]=demandaNT[h]*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));
rentas_nt_promedio[h]=rentas_nt_promedio[h]+rentas_nt[h];
rentas_rt[h]=0;
rentas_rt_promedio[h]=rentas_rt_promedio[h]+rentas_rt[h];
}
else if(Mu[h]==0){
delta_rentas[h]=0;
delta_rentas_promedio[h]=delta_rentas_promedio[h]+delta_rentas[h];
//rentas en nivel
rentas_nt[h]=0;
rentas_nt_promedio[h]=rentas_nt_promedio[h]+rentas_nt[h];
rentas_rt[h]=demandaRT[h]*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));;
rentas_rt_promedio[h]=rentas_rt_promedio[h]+rentas_rt[h];
}
else{

```



```

delta_rentas[h]=(demandaNT[h]-demandaRT[h])*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));
delta_rentas_promedio[h]=delta_rentas_promedio[h]+delta_rentas[h];
//rentas en nivel
rentas_nt[h]=demandaNT[h]*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));
rentas_nt_promedio[h]=rentas_nt_promedio[h]+rentas_nt[h];
rentas_rt[h]=demandaRT[h]*(r+precios[h+1]-precios[h]*(1+r));
rentas_rt_promedio[h]=rentas_rt_promedio[h]+rentas_rt[h];
//}
} // else principal
}
} //iteraciones

for(int h=0;h<periodos;h++){
precios_promedios[h]=precios_promedios[h]/iteraciones;
delta_rentas_promedio[h]=delta_rentas_promedio[h]/iteraciones;
rentas_nt_promedio[h]=rentas_nt_promedio[h]/iteraciones;
rentas_rt_promedio[h]=rentas_rt_promedio[h]/iteraciones;
evol_mu_promedio[h]=evol_mu_promedio[h]/iteraciones;
}

//Escritura de resultados

System.out.println("ESCENARIOS PARA GAMMA: "+Gama);
System.out.println();
System.out.println("ESCENARIOS PARA BETA: "+betha);
System.out.println();
System.out.println("ESCENARIOS PARA r: "+r);
System.out.println();
Impresión de precios, ganancias en nivel y delta de rentas promedios
System.out.println("Detalle cuando alfa es: "+alpha+", y la creencia inicial y el
ancla son: "+w);
System.out.println("Precios promedio");
printvector_txt(precios_promedios, periodos);
System.out.println("Evolución Concentración NT en promedio");
printvector_txt(evol_mu_promedio, periodos);

if((w>1.6)&&(w>=0.4))w=w+0.3;

```

```
    }//cerramos for w

    u=u+0.5;
    System.out.println();
    }//cerramos u

    a=a+0.3;
    System.out.println();
    }//cerramos a
    if(R>=0.05)R=R+0.15;
    //else if(R>=0.2)R=R+0.1;
    }for r

}//for beta

    // analisis de sensibilidad sobre gama
        if(Gama==0.5)Gama=2.0;
        else if(Gama>=2.0 && Gama<3.0)Gama=3.0;

}//while Gama

}//main

public static double varianza_vector(double [] a){
    double var=0;
    for(int i=0;i<a.length;i++){
        var=var+Math.pow(a[i]-promedio_vector(a),2);
    }
    var=var/a.length;
    return var;
}

public static double promedio_vector(double [] a){
    double mean=0;
    for(int i=0;i<a.length;i++){
        mean=mean+a[i];
    }
}
```

```
mean=mean/a.length;
return mean;
}

public static double cov(double [] a, double [] b){
double c=0;
for(int i=0;i<a.length;i++){
c=c+(a[i]-promedio_vector(a))*(b[i]-promedio_vector(b));
}
c=c/a.length;
return c;
}

public static void printvector_txt(double [] a, int filas){
for(int f=0;f<filas;f++){
System.out.print(a[f]+ " ");
}
System.out.println(" ");
} //imprimir vector

public static double solve_eq (double a, double b, double c){
double discriminante= b*b-4*a*c;
if(discriminante<0) return 0;
else return (-b-Math.pow(discriminante, 0.5))/(2*a);
}

public static void varianza(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double [] var,double beta, double s0){
double [] S= new double [200]; //vector malla de crencias posibles
S[0]=0;
for(int p=1;p<200;p++){
S[p]=S[p-1]+0.01;
}
double [] Var= new double [200];

for(int i=0;i<S.length;i++){
double a=D(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,beta,s0)
```

```

+G(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta, s0)
+J(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta, s0);
double b=-(L(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta,
s0)+M(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta, s0)
+H(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta,s0)
+I(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta, s0)+1);
double c=E(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta,s0)
+F(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta,s0)
+K(phi_t,gamma,mu,alpha,r,phi_pro,m,S[i],beta,s0);
Var[i]=solve_eq(a,b,c);
}

for(int j=0;j<var.length;j++){
var[j]=Var[j];
}

}

// metodo
public static void calculo_varianza(int iteraciones_varianza,int periodos,
double alpha,double gamma, double mu, double r, double phipromedio, double[] VARI,
double beta,double s0){

double [] var =new double [200];

for(int t=0;t<iteraciones_varianza;t++){

double [] var1 =new double [200];
for(int j=0;j<200;j++){
var1[j]=0;
}
double [] phi= new double [periodos];
double [] phi_cuadrado= new double [periodos];
for(int i=0;i<periodos;i++ ){
phi[i]=Math.random();
phi_cuadrado[i]=phi[i]*phi[i];
}
}

```

```
double mean=promedio_vector(phi_cuadrado);
varianza(phi,gamma,mu,alpha,r,phipromedio,mean,var1,beta, s0);

for(int k=0;k<var1.length;k++){//suma de varianzas por iteracion
var[k]=var[k]+var1[k];
}
};//fin iteraciones

for(int k=0;k<var.length;k++){ //calculo el promedio de la varianza por componente
var[k]=var[k]/iteraciones_varianza;
}

for(int l=0;l<VARI.length;l++){
VARI[l]=var[l];
}
}

// metodo de busqueda de varianza correcta
public static int indicador_posicion_creencias(double s_t){
double t=0;
int f=0;
int contador=0;
while (t<2.0){
if((s_t<t+0.005)&&(s_t>t-0.005)) {
f=contador;
break;
}
t=t+0.01;
contador++;
}
return f;
}

public static double D(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m,double beta, double s0){

double [] a= new double [phi_t.length];
```

```

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(phi_t[t]*phi_t[t]/(mu*(beta*alpha*(1-phi_t[t])-(1+r))-(1-mu)*(1+r)
*phi_t[t]*phi_t[t]));
}
double var=varianza_vector(a);
return 4*gamma*gamma*var;
}

public static double E(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t,double beta, double s0){

double [] a= new double [phi_t.length];
double X=(mu*(r+(beta*(1-alpha*s_t)+(1-beta)*s0)*(1-phi_pro))+(1-mu)*m*r)/
((1-mu)*m*r-mu*(phi_pro+beta*alpha*(1-phi_pro)-(1+r)));

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=mu*(r+(beta*(1-alpha*s_t)+(1-beta)*s0)*(1-phi_t[t])+phi_t[t]*X)/
(mu*(beta*alpha*(1-phi_t[t])-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
return varianza_vector(a);
}

public static double F(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t,double beta, double s0){

double [] a= new double [phi_t.length];
double X=(mu*(r+(beta*(1-alpha*s_t)+(1-beta)*s0)*(1-phi_pro))+(1-mu)*m*r)/
((1-mu)*m*r-mu*(phi_pro+beta*alpha*(1-phi_pro)-(1+r)));

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=((1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t]*(r+X))/(mu*(beta*alpha*(1-phi_t[t])-(1+r))
-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
return varianza_vector(a);
}

public static double G(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,

```

```

double r, double phi_pro, double m, double s_t, double beta, double s0){

double [] a= new double [phi_t.length];
double Y=((1-mu)*m*r-mu*(phi_pro+beta*alpha*(1-phi_pro)-(1+r)));
for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(mu*phi_t[t]+(1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t])/(Y*((mu*(beta*alpha*(1-phi_t[t]))-(1+r))
-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]));
}
return 4*gamma*gamma*m*m*varianza_vector(a);
}

```

```

public static double H(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t, double beta, double s0){

double [] a= new double [phi_t.length];
double [] b= new double [phi_t.length];
double X=(mu*(r+(beta*(1-alpha*s_t)+(1-beta)*s0)*(1-phi_pro))+(1-mu)*m*r)/
((1-mu)*m*r-mu*(phi_pro+beta*alpha*(1-phi_pro)-(1+r)));
for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(phi_t[t]*phi_t[t])/(mu*(beta*(1-phi_t[t]))*(alpha)-(1+r))
-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
b[t]=(mu*(r+(beta*(1-alpha*s_t)+(1-beta)*s0)*(1-phi_t[t])+phi_t[t]*X))/
(mu*(beta*(1-phi_t[t]))*(alpha)-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
return 2*2*gamma*cov(a,b);
}

```

```

public static double I(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t, double beta, double s0){

double [] a= new double [phi_t.length];
double [] b= new double [phi_t.length];
double X=(mu*(r+(beta*(1-alpha*s_t)+(1-beta)*s0)*(1-phi_pro))+(1-mu)*m*r)/
((1-mu)*m*r-mu*(phi_pro+beta*alpha*(1-phi_pro)-(1+r)));

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(phi_t[t]*phi_t[t])/(mu*(beta*(1-phi_t[t]))*(alpha)-(1+r))-(1-mu)

```

```

*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
b[t]=((1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t]*(r+X))/(mu*(beta*(1-phi_t[t])*(alpha)-(1+r))
-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
return 2*2*gamma*cov(a,b);
}

public static double J(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t,double beta, double s0){

double [] a= new double [phi_t.length];
double [] b= new double [phi_t.length];
double Y=((1-mu)*m*r-mu*(phi_pro+beta*alpha*(1-phi_pro)-(1+r)));

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(phi_t[t]*phi_t[t])/(mu*(beta*(1-phi_t[t])*(alpha)-(1+r))-(1-mu)*(1+r)
*phi_t[t]*phi_t[t]);
b[t]=(mu*phi_t[t]+(1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t])/(Y*(mu*(beta*(1-phi_t[t])*(alpha)-(1+r))
-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]));
}
return 2*4*gamma*gamma*m*cov(a,b);
}

public static double K(double [] phi_t, double gamma, double mu, double alpha,
double r, double phi_pro, double m, double s_t,double beta, double s0){

double [] a= new double [phi_t.length];
double [] b= new double [phi_t.length];
double X=(mu*(r+(beta*(1-alpha*s_t)+(1-beta)*s0)*(1-phi_pro)))+(1-mu)*m*r)/
((1-mu)*m*r-mu*(phi_pro+beta*alpha*(1-phi_pro)-(1+r)));

for(int t=0;t<phi_t.length;t++){
a[t]=(mu*(r+(beta*(1-alpha*s_t)+(1-beta)*s0)*(1-phi_t[t])+phi_t[t]*X))/
(mu*(beta*(1-phi_t[t])*(alpha)-(1+r))-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
b[t]=((1-mu)*phi_t[t]*phi_t[t]*(r+X))/(mu*(beta*(1-phi_t[t])*(alpha)-(1+r))
-(1-mu)*(1+r)*phi_t[t]*phi_t[t]);
}
}

```