

UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

OBTENCIÓN DE SERVICIOS LEGALES A TRAVÉS DE UN CONTRATO DESCENTRALIZADO

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER
EN ECONOMÍA APLICADA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO
CIVIL MATEMÁTICO

JORGE AGUSTÍN LEMUS ENCALADA

PROFESOR GUÍA:
NICOLÁS ANDRÉS FIGUEROA GONZÁLEZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
RONALD FISCHER BARKAN
RENÉ ALEJANDRO JOFRÉ CÁCERES
JORGE RIVERA CAYUPI

SANTIAGO DE CHILE
ABRIL 2009

*A quienes me apoyaron durante este tiempo
Familia, amigos y profesores.*

AGRADECIMIENTOS

Agradecer a todas las personas que de alguna u otra forma han influido durante las decisiones que he tomado desde que ingresé a la Facultad de Ingeniería:

A los profesores de Ingeniería Matemática, quienes me enseñaron la belleza de combinar símbolos abstractos para obtener conclusiones. En particular, quisiera agradecer las enseñanzas de los profesores: Servet Martínez, Roberto Cominetti, Jaime San Martín, Manuel Del Pino, Patricio Felmer, Pablo Dartnell y Salomé Martínez.

A todos los profesores que me dieron la oportunidad de trabajar como su profesor auxiliar. En particular, al profesor Axel Osses, quien formó mis habilidades docentes y motivó en mí el gusto por hacer clases. Además a los profesores: Leonardo Sánchez y Juan Pablo Medina.

A mi profesor guía, Nicolás Figueroa, quién me ayudó a entender por qué Economía es una ciencia interesante. Además, Nicolás fue un apoyo crucial para poder participar en distintos congresos y en la pasantía al final de mi tesis. Una excelente persona a quién admiro más allá de la sala de clases y cuyos consejos he escuchado sabiamente.

A Olga Barrera y Eterin Jaña, siempre con excelente disposición para ayudar a hacer los trámites más engorrosos de la manera más eficiente.

A mis amigos del colegio, a quienes considero casi mis hermanos: Polilla, Rocío, Muri, Marcela, Rafa y Alberto.

A mis colegas músicos de BajoCuerda y GDP, quienes permitieron que nunca me faltara Rock.

A mis compañeros de carrera, que siempre generaron un ambiente ameno para discutir: Topp, Figueroa, Court, Julio, José, Monu, Aliaga, Peredo, Guzmán, Fantini, Olmos. En especial a mi compadre en la U, excelente persona y guitarrista, Nicolás Carreño.

A las instituciones que me apoyaron en la realización de la tesis: CONICYT, por otorgarme la Beca de Magíster; Vicerrectoría de Asuntos académicos por otorgarme la Beca de Pasantía para magíster y a CMM, por otorgarme el premio al estudiante destacado, año 2007. Proyecto FONDECYT # 1070856.

A mi familia, por apoyarme en todo momento y entregarme, con esfuerzo, lo mejor de ellos.

Índice general

1. Introducción	3
1.1. Motivación	3
1.2. Organización de la tesis	5
1.3. Revisión de la literatura	6
2. Contrato Óptimo	9
2.1. Modelo	9
2.1.1. Evaluación Profesional	11
2.1.2. Observaciones	14
2.1.3. Evaluación Popular	17
3. Mecanismos para obtener los servicios legales	19
3.1. Mecanismo 1: Contrato centralizado	19
3.2. Mecanismo 2: Licitaciones basadas en calidad	20
3.2.1. Descripción general	20
3.2.2. Timing	20
3.2.3. Licitación con ventaja V	21
3.2.4. Licitación con desventaja V	23
3.2.5. Pago del Abogado	23

3.2.6. Induciendo una trayectoria T_x a través de una ventaja V	24
4. Elección del mecanismo óptimo	28
5. Conclusiones y trabajo futuro	32
5.1. Conclusiones	32
5.2. Trabajo futuro	32
6. Apéndice	33

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

Un sistema de justicia de buena calidad ha sido reconocido como uno de los objetivos principales en la mayoría de las sociedades modernas. Sin embargo, la existencia de desigualdades en el acceso a defensores de alta calidad, debido al costo de este servicio, genera un sistema injusto, ya que la posibilidad de ganar un caso estaría relacionada con la riqueza del acusado. Aún cuando en muchos casos el gobierno puede proveer un defensor público sin costo para la víctima, la calidad del servicio y la motivación para llevar al caso a instancias complicadas, que toman mucho tiempo por parte del abogado, son temas mirados con desconfianza por parte de la víctima.

Con el objetivo de proveer defensores de alta calidad a todos los ciudadanos, el gobierno chileno decidió implementar un cambio importante en el sistema judicial. En el antiguo sistema, los defensores públicos eran en su mayoría abogados jóvenes que estaban terminando sus carreras y debían trabajar en el servicio público por obligación. Estos abogados muchas veces terminaban su período de instrucción y salían de la defensoría pública, dejando muchos casos en medio de las litigaciones. Este fenómeno es sólo uno de los vicios del antiguo sistema. Slo por mencionar otro problema, por ejemplo, los jueces tenían un doble rol: investigar las causas y dictar las sentencias. El nuevo sistema consiste en una tremanda descentralización, en donde oficinas de abogados compiten, en precios, por el derecho de litigar con un cierto número de casos los cuales serán asignados al azar a las firmas ganadoras.

Parece ser claro que en el nuevo sistema la calidad de los defensores públicos debería ser mejor, ya que las oficinas de abogados deben contar con abogados profesionales y las firmas compiten por un negocio que ven lucrativo y seguro. Sin embargo, surgen nuevas consideraciones técnicas como, por ejemplo, ¿Cómo proveer incentivos a los abogados para que realicen un buen trabajo? y, antes que esto, ¿Qué entenderemos por un buen trabajo por

parte de los abogados?

Un sistema donde las firmas ganadoras reciban una cantidad fija por cada caso tratado implicaría que los abogados gastarían poco tiempo en cada caso. Un sistema que pague por el tiempo que toma resolver un caso, podría dar el incentivo perverso a los abogados de demorar los casos más de lo necesario, con el objetivo de recibir una compensación mayor. Una definición razonable de un buen sistema de justicia es un sistema en donde los defensores públicos ejerzan la cantidad correcta de esfuerzo, de acuerdo al caso que deben tratar. Si el caso consta de evidencia concluyente, debería ser resuelto en un juicio corto. Sin embargo, si la evidencia es polémica y no es evidente la culpabilidad o inocencia de la víctima, el caso debería ser estudiado con más cuidado y llevarlo hasta las instancias que sea necesario. El problema es que el caso que un abogado está resolviendo es conocido, básicamente, sólo por él, ya que el gobierno no puede conocer todos los detalles de cada caso. Ésta es justamente la razón por la cual se instauró una profunda descentralización en el sistema de justicia. En un trabajo conjunto (working paper) con Jorge Rivera y Mauro Gutierrez, utilizando datos reales del sistema chileno se encontró que los abogados son significativamente sensibles a los incentivos. Cuando el sistema dejó de pagar condicional al tiempo que demoraba resolver un caso, después de la reforma, los abogados terminaban los casos en primeras instancias en una mayor proporción que antes de la reforma.

Técnicamente, el problema de proveer incentivos es un problema de riesgo moral con algunas diferencias interesantes. Primero, la acción que el gobierno desea que el abogado tome, es distinta dependiendo del tipo de caso que enfrenta. El abogado debería llegar a la instancia legal que sea necesaria de acuerdo a la evidencia, sin demorar más o menos. Segundo, en el nuevo sistema, el gobierno no puede proveer los incentivos directamente a los abogados, debido a que no decide los salarios. La única herramienta a su disposición son las reglas de la licitación, mediante las cuales puede premiar a las firmas que contraten abogados bien evaluados. Las firmas, al intentar conseguir beneficios en licitaciones futuras, ofrecerán salarios mayores a los abogados que hayan sido bien evaluados, lo que, indirectamente, proveerá incentivos a los abogados. Aunque esto parece una solución atractiva, tiene un costo importante: para dar ventajas se debe distorsionar el mecanismo óptimo de licitación, lo que podría llevar a otorgar casos a firmas ineficientes.

El análisis de la externalización versus la no externalización para la provisión de servicios públicos, va más allá del análisis para el caso de servicios legales. En otros contextos, por ejemplo, la provisión de medicina pública, aparece la misma situación. El gobierno quisiera que los doctores se esforzaran de manera correcta al tratar a cada paciente, ejerciendo la cantidad exacta de esfuerzo necesaria para cada caso. Diferentes esquemas salariales influirán el comportamiento de los doctores, lo que podría llevar a éstos a ignorar completamente a los pacientes, o bien, a realizar una gran cantidad de exámenes inútiles. Un artículo publicado en The New York Times [10], señala este hecho: “...*Medicare pays doctors for specific services. If a patient has a checkup that includes an X-ray, a urine analysis and a physical, Medicare pays the doctor three separate fees...*”, agrega, “...*Services using more expensive equipment generate higher fees...*” Con este esquema de incentivos, los doctores no estarán interesados

en ejercer el esfuerzo correcto, sino tantos exámenes como sea posible. El artículo propone una solución al problema: *“For their time, doctors should be given a stipend for each of their patients. It should be larger for patients with complicated medical conditions and smaller for those who are healthy, and it should not be influenced by the number of services or tests a doctor orders.”* Pero, ¿cómo podemos definir lo que es una *complicated medical condition*, de manera de establecer los pagos? Esto destaca la importancia de estudiar los efectos de una medida desempeño sobre el comportamiento de un agente que debe enfrentar casos de distinta naturaleza, sobre los que posee información privada y en donde, además, no siempre queremos que el esfuerzo sea lo más alto posible.

El objetivo principal de este trabajo de tesis es determinar el mecanismo óptimo para proveer servicios legales, entre dos mecanismos posibles. En particular, se comparan dos mecanismos: un mecanismo centralizado donde el gobierno paga directamente el salario a los abogados y subasta los servicios complementarios (como infraestructura, servicios de oficina, etc.); y un mecanismo completamente descentralizado, en donde el gobierno externaliza todos los servicios a las firmas contratadas, quienes deben proveer los servicios complementarios y además pagar a los abogados. En el primer mecanismo, los incentivos pueden ser entregados directamente a los abogados, mientras que en el segundo, sólo se pueden entregar de manera indirecta.

1.2. Organización de la tesis

En el capítulo 2, se encuentra el contrato óptimo, basado en una evaluación de desempeño imperfecta, que el gobierno debería ofrecer al abogado para inducir el nivel deseado de esfuerzo en cada caso. Se supondrá que el abogado debe enfrentar diferentes tipos de caso y que para cada uno de ellos él conoce la acción correcta que debería tomar para resolverlo. Casos más difíciles requerirán acciones más costosas por parte del abogado y, por lo tanto, serán más costosas de inducir por el gobierno. En este trabajo de tesis serán considerados dos tipos de evaluaciones: Profesional, realizada por expertos, en donde acciones cercanas a la acción correcta entregarán al abogado una mayor probabilidad de ser bien evaluado; Popular, realizada por inexpertos, en donde acciones más costosas conllevan a una probabilidad más alta de éxito.

Si el gobierno cuenta con una evaluación profesional, se encuentra que el contrato óptimo es uno en el cual el esfuerzo más alto no se requiere en todos los casos. Dependiendo de la importancia relativa que el gobierno asigna a una buena evaluación versus el salario esperado que debe pagar al abogado, el contrato óptimo induce al agente a tomar la acción correcta para todos los casos más fáciles de resolver que un cierto tipo de caso umbral. Para los casos más difíciles que este umbral, el agente tomará siempre la acción más fácil. Si, en cambio, el gobierno cuenta con una evaluación Popular, el contrato óptimo incentiva al agente a tomar siempre la misma acción, independiente del caso que enfrenta.

En el capítulo 3, se estudia el costo de implemetar el contrato óptimo de manera directa o indirecta, a través de dos mecanismos distintos. En el mecanismo directo, el gobierno contrata al abogado, pagando de acuerdo al contrato óptimo y además licita de manera óptima los servicios complementarios. Si el gobierno escoge el mecanismo indirecto, externaliza el servicio completamente. Tanto el salario de los abogados como los servicios complementarios son provistos por la firma ganadora de la licitación. El gobierno dará ventajas en las licitaciones futuras a las firmas que contraten abogados bien evaluados. Como estas ventajas generan beneficios esperados para las firmas, éstas están dispuestas a pagar más por un abogado con una buena evaluación y además los abogados bien evaluados serán capaces de extraer parte del excedente que generan a las firmas. Anticipando esta estructura salarial, los abogados ejercen esfuerzo para obtener buenas evaluaciones hoy, de manera de percibir salarios más altos en el futuro. Mediante este mecanismo, el gobierno es capaz de generar incentivos a los abogados de manera indirecta, aunque esto no es gratis. Dado que el gobierno debe distorsionar el mecanismo óptimo de licitación para dar ventajas, existe la posibilidad que una firma ganadora en la licitación no sea la más eficiente.

En el capítulo 4 se comparan los costos de estos dos mecanismos, para determinar cuál de ellos se debería utilizar. Se prueba que cuando la minimización de costos es lo más importante dentro de los objetivos del gobierno, comparado con la importancia de las evaluaciones, una externalización completa de los servicios legales sería lo óptimo. Sin embargo, si el gobierno está realmente preocupado por un sistema en donde primen las buenas evaluaciones, debería contratar directamente a los abogados y licitar los servicios complementarios. Esto se debe a que, para incentivar a los abogados a ejercer esfuerzo en casos difíciles de manera indirecta, la distorsión que se debe provocar al mecanismo óptimo de licitación es muy grande, incluso imposible en algunos casos.

Todas las demostraciones de las proposiciones se encuentran en el apéndice.

1.3. Revisión de la literatura

En el capítulo 2 se modela un contrato en donde hay dos variables inobservables para el principal: el tipo de caso x que el agente enfrenta y la acción a que él usa para resolverlo. Por lo tanto, si el principal quisiera firmar un contrato basado en estas variables, surgiría el problema de riesgo moral, estudiado en [1]. Sin embargo, el principal no está completamente desinformado sobre el comportamiento del agente, ya que cuenta con una medida ruidosa de desempeño. Esta medida de desempeño no es necesariamente el objetivo de la firma, pero puede ser usada como un proxy. Una situación similar es estudiada en un artículo de Baker [6]. Aunque este artículo es bastante general, el modelo presentado en la tesis no encaja exactamente en el que se presenta allí, dado que Baker supone un agente neutro al riesgo y contratos lineales. En el modelo que se presenta, el agente es averso al riesgo y no se restringe a necesariamente a contratos lineales. Otra diferencia es el uso de una evaluación ruidosa,

mientras que en el artículo de Baker, dado el estado de la naturaleza ξ y el nivel de esfuerzo que ejerce el agente e , la medida de desempeño $P(e, \xi)$ queda completamente determinada. En el artículo de Baker, Gibbons and Murphy [7], se introduce una medida subjetiva. Sin embargo, existe una gran diferencia entre ese artículo y este trabajo de tesis, ya que acá no se supone que mayor esfuerzo del agente aumentará el valor de la firma. En otras palabras, [7] supone “mientras más esfuerzo mejor”, mientras que no necesariamente se persigue este objetivo, como antes se señaló.

Dado que el agente se ve enfrentado a distintos tipos de caso, el problema estudiado podría ser encasillado dentro de la literatura de multi-task, como en [5]. A pesar de que parece ser un contexto similar, hay varias diferencias importantes. Por ejemplo, como ya se mencionó, cuando el gobierno cuenta con una evaluación Profesional, el agente debe ejercer la cantidad correcta de esfuerzo para tener mayor probabilidad de éxito. Por lo tanto, las restricciones de compatibilidad de incentivos deben ser caso por caso y no sólo una restricción sobre todo el vector de esfuerzos. Esta manera de modelar al agente, pensado caso por caso en vez de pensar todos los casos de una vez, permite estudiar el hecho que, cuando el agente firma el contrato, no sabe qué casos enfrentará (a diferencia de [5]) y, por lo tanto, debe estar preparado para enfrentar cualquier tipo de caso que se le asigne de manera aleatoria. Otra diferencia importante es que no estamos modelando una restricción de tiempo para resolver los casos. En ese caso, aumentar el esfuerzo para resolver un caso disminuiría el tiempo que queda para resolver los casos restantes y esto podría afectar las decisiones de esfuerzo del agente, como en [5].

En el contrato óptimo encontrado es posible ver el trade-off entre distorsión y riesgo de una medida de desempeño, hecho que es destacado en Baker [8]. Una evaluación más ruidosa lleva a riesgos más altos para el agente y, por lo tanto, la firma debe gastar más para asegurar la aversión al riesgo del agente. Por el contrario, si no existe distorsión, el pago para asegurar al agente es menor.

Cuando se describe el segundo mecanismo, en donde el gobierno afecta el comportamiento de los abogados de manera indirecta, los abogados saben que el mercado laboral pagará más por un abogado bien evaluado y, de esta forma, es atractivo tomar acciones para influir las creencias del mercado, como en [2]. Para lograr esto, el gobierno distorsiona el mecanismo óptimo dando ventajas a las firmas, de acuerdo con el abogado contratado. Una situación similar se presenta en Laffont y Tirole [9], en donde un contrato se subasta, las firmas difieren en sus tecnologías y pueden ejercer esfuerzo de manera no observable. Pero, existen varias diferencias con lo que se presenta en la tesis. Primero, en [9], el esfuerzo del manager reduce el costo del proyecto y por lo tanto es siempre deseable un alto esfuerzo. En el modelo que se presenta en esta tesis, como ya se ha mencionado, un alto esfuerzo no siempre es deseable y, además, no siempre aumenta el salario esperado del agente. Más aún, el manager en [9] es neutro al riesgo, mientras que el agente modelado es averso. En el modelo presentado en la tesis, el gobierno no subasta un contrato de incentivos a la firma: contrata a una firma la que internamente paga el salario al agente, quien luego decide el nivel de esfuerzo. Esto se modela así, pues un contrato directo del gobierno a las firmas no es adecuado, ya que no es posible

1.3. Revisión de la literatura

pagar por adelantado y luego castigar a las firmas que lo hayan hecho mal, quitándoles dinero, porque podrían declararse en banca rota y abrir una nueva firma con otro nombre y nuevos abogados. Más aún, las firmas no estarán dispuestas a aceptar un pequeño pago y después un gran premio si el abogado lo hace bien, pues los costos de implementación del proyecto son grandes y las firmas necesitan todo el dinero al comienzo. Por estos motivos, no es posible subastar un contrato y los incentivos deben ser provistos de manera indirecta.

Capítulo 2

Contrato Óptimo

2.1. Modelo

Se considerará un abogado que enfrenta un caso de tipo $x \in X$ y escoge una acción $a \in A$ para resolverlo. Se supone que existe una única acción correcta para resolver un caso de tipo x , denotada por a_x^* . Esta acción corresponde, por ejemplo, a qué tan lejos el abogado llevará el caso, en términos de instancias legales, de manera de proveer una justa defensa al inculpado. De acuerdo al caso y la acción escogida, el abogado recibirá una evaluación $z \in Z$, la que es imperfecta. El principal, sólo observando esta evaluación, paga al agente un salario $w(z)$. Es costoso, incluso imposible en algunos casos, determinar el tipo de caso que el agente enfrenta. En vez de esto, el principal utiliza una señal del comportamiento del abogado, reflejado en ésta evaluación. Se supone la existencia de una familia de distribuciones de probabilidades sobre el conjunto Z , que depende del tipo de caso x y de la acción tomada a , $f(z|a, x)$ ¹, que apunta a modelar distintas situaciones, de acuerdo a la manera que es construida la evaluación. Se estudiarán dos tipos de familias: Profesional y Popular. Una evaluación profesional pretende ser objetiva, de acuerdo a la evidencia disponible, y considera un buen desempeño por parte del abogado, cuando éste ejerce la cantidad correcta de tiempo en cada caso, terminando rápido los casos fáciles y demorando cuando haya que demorar. Una evaluación popular no tiene por qué ser objetiva, ya que, lo que es relevante es la cantidad de tiempo que se dedique al caso, ya que esto será valorado por un evaluador inexperto, por ejemplo, por el cliente. Los detalles de cada medida de desempeño pueden ser vistos en las secciones siguientes.

La función de utilidad del principal depende de manera positiva en la evaluación y negativa en el salario pagado $V(z) = \lambda Q(z) - w(z)$, $Q' > 0$, $Q'' \leq 0$. Se considera la ponderación $\lambda \geq 0$ como el valor que el principal asigna a un sistema bien evaluado en comparación con el costo monetario de él. La utilidad del abogado está dada por $U(w, a) = \phi(w) - \psi(a)$, $\psi(0) = 0$, $\phi' > 0$, $\phi'' < 0$, $\psi' > 0$, $\psi'' \geq 0$. Se normaliza la utilidad de reserva del abogado a $\bar{U} = 0$.

¹ $f : A \times X \rightarrow \Delta(Z)$, $(a, x) \rightarrow f(\cdot|a, x) \in \Delta(Z)$.

2.1. Modelo

El principal desea maximizar su utilidad esperada, para lo cual ofrece un contrato basado en la evaluación del abogado, z . El agente no sabe qué tipos de casos enfrentará, por lo que escoge un perfil de acciones $a(x)$, que indica la acción a seguir cuando enfrenta un caso de tipo x .

El modelo general es el siguiente:

$$\max_{w(\cdot), a(\cdot)} \int_X \int_Z [\lambda Q(z) - w(z)] f(z|a(x), x) h(x) dz dx$$

subject to

$$\mathbb{E}_z(U(w(\cdot), a(x), x)) \geq \bar{U} \quad \forall x \quad \text{Participation (P)} \quad (2.1)$$

$$a(x) \in \arg \max_{a \in A} \mathbb{E}_z(U(w(\cdot), a, x)) \quad \forall x \quad \text{Incentive Compatibility (IC)} \quad (2.2)$$

donde

$$\mathbb{E}_z(U(w(\cdot), a, x)) = \int_Z U(w(z), a) f(z|a, x) dz.$$

La condición de participación establece que la acción $a(x)$ entrega al agente al menos su utilidad de reserva, para cada caso. Este supuesto es más fuerte que pedir, por ejemplo, que la esperanza sea positiva, ya que deseamos que el agente desee participar independiente del caso que le toca enfrentar.

La restricción de compatibilidad de incentivos es la condición estándar, es decir, dado un tipo de caso x el agente escogerá la acción que maximice su utilidad esperada.

Se identifica la dificultad de un caso con su ubicación en el intervalo $[0, 1]$. Si $x < y$, el caso x es más fácil que el caso y y la acción correcta para resolver x es menos costosa que la acción correcta para resolver y . Por lo tanto, el caso de tipo 0 es el más fácil y el caso de tipo 1 el más difícil. A pesar de que la naturaleza del problema es discreta (tipos de casos), trabajaremos en el continuo ya que simplifica el álgebra. En el modelo discreto, se puede obtener el contrato óptimo, siendo las demostraciones un poco más complicadas, pero lo que se obtiene es análogo. De manera formal, el esquema de incentivos es el mismo, remplazando x por i .

Supuesto 1. $A = X = [0, 1]$ y $a_x^* = x$.

El siguiente supuesto no es crucial en el modelo, ya que podríamos considerar cómo si tuviesemos más evaluaciones, $Z = \{z_1, \dots, z_n\}$ con una familia adecuada de distribuciones. En tal caso, el contrato óptimo con más evaluaciones se podría implementar.

Supuesto 2. El conjunto de evaluaciones será $Z = \{L, H\}$, con $L < H$.

Primero se estudia una medida de desempeño Profesional.

2.1.1. Evaluación Profesional

Lo que se desea modelar es una evaluación realizada por expertos, quienes saben cuál es la acción correcta, dado el tipo de caso. Una manera simple de modelar la opinión de estos expertos es considerar la siguiente familia de distribuciones: dado un tipo de caso x la probabilidad de obtener una evaluación alta está dada por $p(a, x)$, donde $p(a, x)$ tiene un máximo en $a = a_x^* = x$, para cada $x \in X$ y tiene forma de un pulso triangular. Para ser más específicos, se considera $\sigma < \frac{1}{2}$ y se define:

$$p_\sigma(a) = \begin{cases} p_2 & |a - \frac{1}{2}| \geq \sigma \\ p_2 + \frac{p_1 - p_2}{\sigma} (a - \frac{1}{2} + \sigma) & a \in [\frac{1}{2} - \sigma, \frac{1}{2}] \\ p_2 - \frac{p_1 - p_2}{\sigma} (a - \frac{1}{2} - \sigma) & a \in [\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \sigma] \end{cases}$$

A partir de esta función, la familia completa está dada por $p(a, x) = p_\sigma(a - (\frac{1}{2} - x))$. En la siguiente figura se ilustra un par de estas funciones

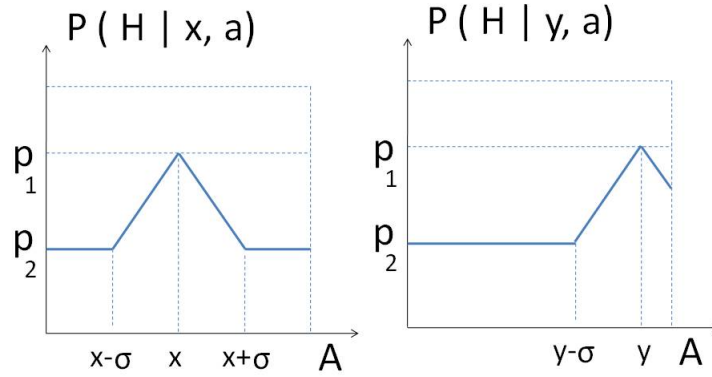


Figura 1. Probabilidad de obtener una evaluación alta, dado un tipo de caso x y y , con $x < y$.

A continuación se caracteriza el perfil de acciones óptimo $a(x)$ para el agente.²

Proposición 1. *Sea $a(\cdot)$ el perfil de acciones óptimo para el agente. Entonces se cumple:*

- (1) *Sea $x \in (0, 1]$. Se tiene que $a(x) \in \{0, x\}$.*

²Todas las demostraciones se encuentran en el apéndice.

(2) Si el agente toma la acción $a_x^* = x$ para tratar casos de tipo x , entonces $a(y) = a_y^*$ $\forall y \leq x$. Además, si toma $a(x) = 0$, $\forall y > x$, $a(y) = 0$.

(3) Si $w^*(H) \geq w^*(L)$, entonces $a(0) = 0$.

La primera parte del lemma, caracteriza la estructura binomial presente en el modelo, pues cuando una acción que no es la correcta se toma, el costo de tomar cualquier otra acción incorrecta es mayor que el beneficio de se obtiene por aumentar la probabilidad de éxito. La segunda parte, establece que si el agente tiene los incentivos necesarios para tomar la acción correcta para un caso de tipo x , entonces estos incentivos deben ser tales que induzcan al agente a tomar la acción correcta para todos los casos más fáciles. Si el agente decide tratar y con la acción más baja, todos los casos más difíciles que y son tratados con la acción más fácil.

A continuación se presenta una importante definición para caracterizar el conjunto de perfiles de acciones.

Definición 1. Sea $x \in [0, 1]$. Se denota por **trayectoria** T_x a la función:

$$T_x(y) = \begin{cases} y & y \leq x \\ 0 & y \in (x, 1). \end{cases}$$

Esto es, la acción correcta es tomada para casos $y \in [0, x]$ y la acción más fácil para casos $y > x$.

Por ejemplo, T_0 corresponde al perfil de acciones en donde siempre se toma la acción más fácil para tratar los casos, sin importar el caso $x \in X$ que se enfrente. La trayectoria T_1 corresponde al perfil de acciones en donde cada caso es tratado con la acción correcta.

Corolario 1. El conjunto de perfiles de acciones factibles para el agente se reduce al conjunto de trayectorias $\{T_x\}_{x \in X}$.

Gracias a este corolario es posible enfocarse en el estudio de las trayectorias T_x . Esto permite considerar el problema de determinar el punto x en donde el agente decide dejar de realizar la acción correcta y escoje tomar la acción más fácil para lidiar con todos los casos más difíciles que x .

Es fácil caracterizar el salario óptimo que el principal ofrece al agente, cuando el principal desea implementar alguna trayectoria T_x . Se usará el método presentado en Grossman y Hart [3], encontrando primero la manera más barata de implementar una trayectoria T_x y luego, dependiendo de las preferencias del principal, parametrizadas en λ , se decide qué trayectoria implementar.

Proposición 2. *El esquema salarial óptimo $(w_{L,x}^\sigma, w_{H,x}^\sigma)$ para implementar la trayectoria T_x , $x \in [0, 1]$ es:*

$$w_{L,x}^\sigma = \phi^{-1} \left(\frac{-p_2}{p_1 - p_2} \hat{\psi}(x) \right), \quad w_{H,x}^\sigma = \phi^{-1} \left(\frac{(1 - p_2)}{p_1 - p_2} \hat{\psi}(x) \right),$$

donde $\hat{\psi} = \max\{\psi(x), \sigma\psi'(x)\}$.

Si se quiere inducir la trayectoria T_0 , el esquema salarial debería ser plano y debería cubrir completamente el costo para el agente de tomar la acción más fácil. Además, la diferencia entre un salario alto y bajo es cada vez más grande a medida que la trayectoria establece más casos tratados de manera correcta. Para implementar T_1 , la diferencia entre el salario por una alta y baja evaluación debe ser lo suficientemente grande para generar los incentivos necesarios para el agente.

Además, es posible ver el trade-off entre distorsión y riesgo que Barker menciona en [8]. Una medida sin distorsión, en este caso, sería una medida en donde $p_1 = 1$ y $p_2 = 0$. El esquema salarial asegura al agente, pagando por lo menos el costo de la acción más fácil como mínimo. Dado que la evaluación es perfecta, realizar la acción correcta para casos más fáciles que x entregará un excedente al agente. Por otro lado, si se considera una medida muy distorsionada, por ejemplo, $p_1 = \frac{1}{2} + \epsilon$ y $p_2 = \frac{1}{2}$ con ϵ pequeño, el agente enfrenta un enorme riesgo.

Luego de haber encontrado los salarios para implementar cada trayectoria, se estudiará cuál es trayectoria la que entrega la máxima utilidad al principal.

Definición 2. *Considerar $\lambda > 0$ y $x \in [0, 1]$. La Utilidad del principal asociada a la implementación de la trayectoria T_x será $SW_{pro}(\lambda, x)$.*

Proposición 3. *(Caracterización del beneficio social)*

(a) *Para cada $\lambda > 0$ se tiene $SW_{pro}(\lambda, x) = m_x \lambda - n_x$, con*

$$\eta_x = \int_0^x h(y) dy, \quad \Delta_x = p_1 \eta_x + p_2 (1 - \eta_x)^3,$$

$$m_x = \Delta_x Q(H) + (1 - \Delta_x) Q(L) \text{ and } n_x = \Delta_x w_{H,x}^* + (1 - \Delta_x) w_{L,x}^*.$$

(b) *m_x y n_x son funciones crecientes en x .*

(c) *n_x es convexa y $n_x \geq \phi^{-1} \left[\hat{\psi}(x) \int_0^x h(s) ds \right]$.*

³esto representa la probabilidad de que el agente consiga una evaluación alta, cuando se comporta siguiendo la trayectoria T_x

Teorema 1. *La función*

$$S_{pro}(\lambda) = \max_{x \in [0,1]} SW_{pro}(\lambda, x),$$

*es decir, la máxima utilidad que logra el principal es creciente y convexa como función de lambda.*⁴

*Además, sea $x_\lambda = \arg \max_{x \in [0,1]} SW_{pro}(\lambda, x)$. Entonces, $\lambda_1 < \lambda_2$ implica que $x_{\lambda_1} \leq x_{\lambda_2}$.*⁵

Esta proposición dice que mientras más grande es λ , mayor será la trayectoria T_x que se implementa. En otras palabras, si el principal valora más una buena evaluación (un valor mayor para λ) dará incentivos al agente de modo que se comporte de acuerdo a T_x , donde x estará más cerca de 1, pues el principal desea que el agente tome la acción correcta para una mayor cantidad de casos.

Es importante destacar el hecho que es posible entregar incentivos al agente para que tome el acción correcta en cada caso, observando sólo una evaluación imperfecta de desempeño. Además, se destaca la relación entre λ y la trayectoria escogida para maximizar el bienestar social. Sólo para valores lo suficientemente grandes de λ la trayectoria escogida es T_1 . Esto significa que un sistema bien evaluado debe ser lo suficientemente importante para el gobierno, en comparación con el costo monetario de éste, para lograr incentivar a los abogados a tomar la acción correcta en cada caso. De otra manera, sólo algunos casos serán tratados con la acción correcta y los restantes serán tratados con la acción más fácil. En caso de un esquema salarial plano, el modelo nos dice que todos los casos serán tratados con la acción más fácil.

2.1.2. Observaciones

- (a) Si se hace tender σ a cero, se obtiene una familia de distribuciones simplificada, que es binomial, en el sentido siguiente: sólo realizar la acción correcta, dado un tipo de caso x , entrega una probabilidad p_1 de obtener una evaluación alta; de otra forma, si el agente selecciona $a \neq x$ para tratar un caso de tipo x , obtiene una alta evaluación con probabilidad $p_2 < p_1$. Se ilustra esta familia en la siguiente figura:

⁴En el caso discreto esta función es lineal por tramos con a lo más $n - 1$ quiebres.

⁵Esto es equivalente a $T_{x_{\lambda_1}} \leq T_{x_{\lambda_2}}$

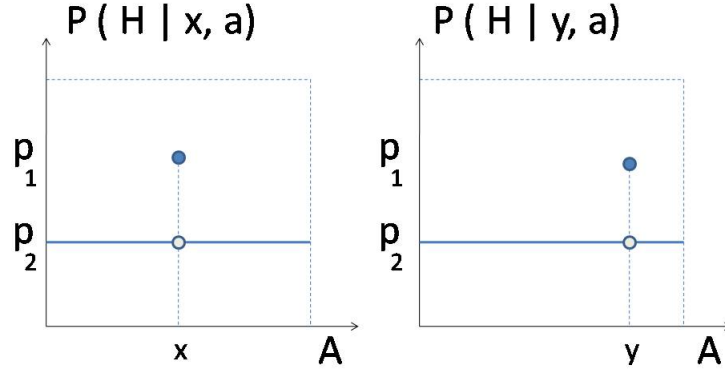


Figura 2. Probabilidad de una alta evaluación, dado casos x y y , con $x < y$.

Todos los resultados se mantienen y se obtiene el siguiente esquema salarial:

Corolario 2. Cuando $\sigma \rightarrow 0$ los salarios óptimos $(w_{L,x}, w_{H,x})$ para implementar la trayectoria T_x , $x \in [0, 1]$ coinciden con:

$$w_{L,x}^* = \phi^{-1} \left(-\frac{p_2}{p_1 - p_2} \psi(x) \right), \quad w_{H,x}^* = \phi^{-1} \left(\frac{(1 - p_2)}{p_1 - p_2} \psi(x) \right),$$

los salarios óptimos que se encuentran utilizando la familia binomial descrita antes.

- (b) No siempre es posible, utilizando una familia arbitraria de distribuciones sobre Z , dar incentivos al agente para que tome la acción correcta. Este hecho se captura en el siguiente lema:

Lema 1. Si existe $\omega > 0$ tal que $x \in \arg \max_{a \in [0,1]} \omega p(a, x) - \psi(a)$, entonces es posible dar incentivos al agente para que tome la acción correcta cuando enfrenta el caso tipo x .

Del lema anterior es posible ver que, como función de la acción a , dado un tipo de caso x , la probabilidad de obtener una alta evaluación $p(a, x)$, requiere ser más que una función unimodal en $a = x$ para poder motivar al agente a tomar la acción correcta. En particular, si $\frac{\partial p(a, x)}{\partial a} \Big|_{a=x} = 0$ el máximo de $\omega p(a, x) - \psi(a)$ no es alcanzado en $x = a$, para cualquier valor de ω . Por ejemplo, si $p(a, x)$ es una función gaussiana, centrada en $a = x$, no será factible dar incentivos al agente para que tome la acción correcta.

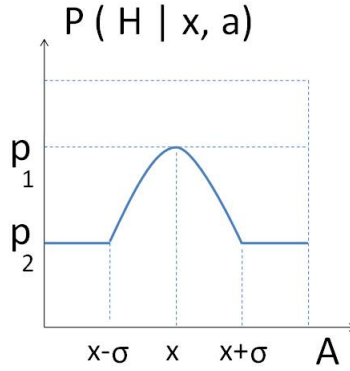


Figura 3. $\frac{\partial p(a, x)}{\partial a} \Big|_{a=x} = 0$ implica que no es posible dar incentivos al agente para que tome la acción $a = x$ cuando enfrenta un caso de tipo x .

- (c) Se podría pensar que pedir al agente que reporte el tipo de caso x que enfrenta, es una buena forma para mejorar el esquema salarial. El principal podría pagar utilizando esta información, a parte de la evaluación con la que cuenta. Se prueba que el principal no gana información útil para el esquema salarial.

Se considera un esquema salarial que depende de la evaluación y también del tipo de caso reportado por el agente, $w(z, \hat{x})$, y se considera la familia de distribuciones sobre las evaluaciones tendiendo $\sigma \rightarrow 0$. Si la evaluación obtenida no depende del tipo de caso reporta, sino sólo de la naturaleza del caso tratado, entonces si el mecanismo induce revelar el tipo de caso que se enfrenta de manera honesta, el esquema salarial debe pagar lo mismo para todos los casos en que el agente toma la acción correcta. También para todos los casos en donde el agente no toma la acción correcta el salario debe ser el mismo. Esto se resume en el siguiente lema:

Lema 2. *En un mecanismo que se induce revelar el tipo de caso de manera honesta, existen constantes c_1 y c_2 tales que:*

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_z(\phi(w(z, x))) &= c_1, \quad \forall x \in \{s : a(s) = a_s^*\} \\ \mathbb{E}_z(\phi(w(z, x))) &= c_2, \quad \forall x \in \{s : a(s) \neq a_s^*\}. \end{aligned}$$

Considerar, por ejemplo, que el gobierno desea implementar una trayectoria T_x . Si el gobierno pudiese observar el tipo de caso, ofrecería un esquema salarial $\psi(0)$, para los casos $y > x$ y $\psi(y)$ para $y \leq x$. Sin embargo, el gobierno sólo observa el tipo de caso reportado, por lo tanto, el agente tendrá incentivos para reportar x , sin importar el tipo de caso que está enfrentando. La única forma para que el agente no mienta respecto al

caso que enfrenta, cuando desea hacer lo correcto o lo incorrecto, es que el pago esperado sea constante. Pero, en ese caso, no es posible utilizar la información reportada para distinguir el tipo de caso. Por lo tanto, es posible restringirse al caso en donde el agente no reporta el tipo de caso.

2.1.3. Evaluación Popular

En esta sección se considera otra forma para la familia de distribuciones sobre Z . Lo que se quiere modelar es el hecho que, algunas veces, las evaluaciones están basadas en opiniones inexpertas respecto al desempeño, por ejemplo, la opinión de los clientes. En el contexto legal, si la evidencia es concluyente y el abogado le pide a su cliente que se declare culpable, la evaluación del cliente será probablemente muy baja ya que, desde su punto de vista, merecía un juicio más largo. En el contexto médico, si un paciente debe evaluar el cometido de su doctor, podría decir que fue mal atendido porque el doctor no le realizó ningún examen para diagnosticar su condición. Sin embargo, en ambos casos el abogado y el doctor, respectivamente, pueden haber hecho lo correcto, dado que alargar un juicio más allá de lo necesario o hacer exámenes médicos innecesarios es costoso.

Una forma de modelar esta situación es suponer que $\mathbb{P}(H) = p_1$ si $a \geq \hat{a}$ y $\mathbb{P}(H) = p_2$ de otro modo. Luego, dependiendo del esquema salarial surgen sólo dos situaciones posibles: El agente escogerá $a = 0$, o bien, $a = \hat{a}$, para tratar cualquier posible caso que enfrente.

Para analizar un esquema más rico se considerará una familia de distribuciones más amplia. Se considera $p_0 < p_1 \in [0, 1]$ y $p : [0, 1] \rightarrow [p_0, p_1]$ una función estrictamente creciente, dos veces diferenciable. Si el agente toma la acción $a \in [0, 1]$, se tiene $\mathbb{P}(H|a, x) = p(a)$, $\forall x \in X$. Es decir, la probabilidad de una alta evaluación depende sólo de la acción que tome y no del caso que enfrenta. Además, mientras más alta sea la acción tomada por el agente, mayor será la probabilidad de una evaluación alta. Dado que la acción tomada por el agente es independiente del tipo de caso, dado un esquema salarial (w_L, w_H) el agente iguala el salario esperado marginal con el costo marginal de tomar una acción. Se prueba que con este tipo de medidas de desempeño, no es posible dar incentivos al agente para que tome la acción correcta en cada caso que enfrenta.

Proposición 4. *Dado un esquema salarial (w_L, w_H) , el agente escoge el perfil de acciones constante $a^*(x) = a^*$, donde a^* es la solución de:*

$$[\phi(w_H) - \phi(w_L)]p'(a^*) = \psi'(a^*).$$

Además, llamando $\Delta\phi(w) = \phi(w_H) - \phi(w_L)$ se tiene $\frac{\partial a^}{\partial \Delta\phi(w)} > 0$.*

La proposición establece que se puede escoger la acción que el agente decidirá, escogiendo un esquema salarial (w_H, w_L) adecuado. Pero se enfatiza que, después de haber escogido el esquema salarial, el agente tomará la misma acción para cada caso que enfrente.

2.1. Modelo

A continuación se encuentra el esquema salarial que implementa el perfil de acciones $a^*(x) = a^*$, $\forall x$.

Corolario 3. Si $\frac{\psi'(a)}{p'(a)}$ es creciente, el perfil de acciones $a^*(x) = a^*$ se implemente utilizando el siguiente esquema salarial:

$$w_{L,a} = \phi^{-1} \left[\psi(a) - p(a) \frac{\psi'(a)}{p'(a)} \right], \quad w_{H,a} = \phi^{-1} \left[\psi(a) + (1 - p(a)) \frac{\psi'(a)}{p'(a)} \right].$$

Dado que el principal puede escoger la acción que el agente ejerce, la acción seleccionada debe ser tal que maximice su utilidad esperada dada por: $SW_{pop}(\lambda, a) = \hat{m}_a \lambda - \hat{n}_a$, donde $\hat{m}_a = Q(L) + p(a)[Q(H) - Q(L)]$ y $\hat{n}_a = p(a)w_{H,a} + (1 - p(a))w_{L,a}$. En el siguiente teorema se prueba que mientras más grande sea λ , más grande será la acción escogida por el principal.

Teorema 2. La función

$$SW_{pop}(\lambda) = \max_{a \in [0,1]} SW_{pop}(\lambda, a),$$

es decir, la máxima utilidad que logra el principal en función de lambda, es creciente y convexa.

Además, sea $a_\lambda = \arg \max_{a \in [0,1]} SW_{pop}(\lambda, a)$. Entonces, $\lambda_1 < \lambda_2$ implica que $a_{\lambda_1} \leq a_{\lambda_2}$.

Para sintetizar los resultados de este capítulo, se puede decir que dependiendo del tipo de evaluación con la que cuenta el principal, ya sea Profesional o Popular, los perfiles de acciones que son posibles de inducir cambian. Con una evaluación profesional, el principal puede escoger un contrato que induce al agente a tomar la acción correcta para casos con dificultad a lo más \hat{x} y a tomar la acción más fácil para el resto. Con una evaluación popular, en cambio, esto no es posible. El principal en este caso sólo podrá inducir al agente a tomar la acción a^* para todos los casos que enfrente. Sin embargo, para las dos clases de evaluaciones existe monotonía en el parámetro λ . Con una medida profesional, un mayor valor de λ induce que más casos sean tratados con la acción correcta. Con una medida popular, un mayor valor de λ induce que la única acción que se selecciona sea una más difícil.

Los capítulos restantes apuntan a estudiar el problema regulatorio en donde el gobierno necesita obtener dos servicios: abogados para que traten casos y servicios complementarios. Se estudian dos formas de obtener estos servicios legales. La primera forma consiste en contratar a los abogados como empleados públicos, pagando de acuerdo a algún contrato óptimo encontrado en éste capítulo, y licitar los servicios complementarios. La segunda forma consiste en licitar todos los servicios legales en conjunto, dejando que las firmas paguen a los abogados.

Capítulo 3

Mecanismos para obtener los servicios legales

3.1. Mecanismo 1: Contrato centralizado

Se supondrá que las preferencias del gobierno son tales que desea implementar un perfil de acciones $a^*(x)$ (T_x para evaluación profesional ó a^* para evaluación popular).

Dada la medida de desempeño el gobierno pagará directamente a los abogados utilizando el esquema salarial, (w_H^*, w_L^*) , dado por el contrato óptimo descrito en el capítulo anterior. Es decir, los abogados son empleados públicos y escogiendo su esquema salarial, el gobierno puede influir directamente sobre su desempeño. Además de contratar a los abogados el gobierno necesita conseguir servicios complementarios, tales como: infraestructura, computadores, material de oficina, servicios de limpieza, etc. Se supondrá que que hay 2 firmas compitiendo por el derecho a proveer estos servicios complementarios, con costos uniformemente distribuidos en $[0, A]$. El gobierno obtiene estos servicios a través de un mecanismo óptimo¹: Ambas firmas revelan sus costos, la firma que revele el menor costo es la ganadora y el gobierno le transfiere una cantidad igual al costo revelado por la otra firma.

Proposición 5. *El costo esperado de éste mecanismo será:*

$$C_{M1} = \frac{2}{3}A + f(H|a^*(x), x)w_H^* + f(L|a^*(x), x)w_L^*$$

La expresión $\frac{2}{3}A$, refleja la renta informacional de las firmas.

¹Es óptimo no tener precio de reserva, dado que el gobierno *debe* proveer estos servicios

3.2. Mecanismo 2: Licitaciones basadas en calidad

3.2.1. Descripción general

En esta sección se estudia la posibilidad de implementar un perfil de acciones $a^*(x)$ mediante un sistema completamente descentralizado². El gobierno externaliza completamente el servicio de defensores públicos, contratando mediante una licitación a las firmas que proveerán los servicios complementarios y abogados en conjunto. En este mecanismo, el gobierno no puede escoger el salario de los abogados directamente, ya que las firmas son las que pagan al abogado, con lo que el gobierno no puede influir directamente sobre el comportamiento de los abogados. Por lo tanto, la única forma de influir su comportamiento es mediante alguna herramienta que permita, de manera indirecta, afectar las acciones que toma. Se supondrá que el gobierno cuenta con una herramienta de política: puede dar ventajas en futuras licitaciones a las firmas que contraten abogados con buenas evaluaciones. Por otra parte, los incentivos que el gobierno da a las firmas son transmitidos a los abogados, de manera que ellos deciden ejercer esfuerzo, para obtener mejores salarios en el futuro. Este mecanismo indirecto para dar incentivos es costoso, pues podría hacer que firmas ineficientes ganen la licitación por el hecho de haber obtenido ventajas.

3.2.2. Timing

En $t = 0$ algunos abogados trabajan en firmas en donde deben resolver los casos para este período en particular. Ellos saben que serán evaluados por su desempeño, mediante una medida profesional e imperfecta, lo cual podría afectar su salario futuro.

Al comienzo del período $t = 0$, el gobierno ofrece una regla, de conocimiento común, de ventajas o desventajas en costos $V \in [0, A]$, para la próxima licitación ($t = 1$) de acuerdo con la clase de abogados contratados por las firmas. Las ventajas funcionan de la siguiente manera: Si una firma participa en la licitación contratando a un abogado “regular”, es decir, inexperto e indistinguible entre los abogados de su tipo, el gobierno no asignará ventajas a la firma. Pero si una firma participa con un abogado “evaluado”, es decir, uno de los que trabajó en el sistema durante el último período, el gobierno dará ventajas o desventajas de acuerdo a la evaluación. Si la firma contrató un abogado bien evaluado, tendrá ventajas y podrá ganar la licitación incluso si no es la firma más eficiente. Por otra parte, si la firma participa en la licitación con un abogado mal evaluado, podría perder la licitación aún si reveló el costo más bajo, dado que el gobierno la penaliza por haber contratado un abogado mal evaluado. Por lo tanto, este mecanismo no es ex-post eficiente, pero permite influenciar indirectamente el comportamiento del abogado.

²Se estudian los perfiles de acciones generados cuando se consideró una evaluación profesional, es decir, las trayectorias.

3.2. Mecanismo 2: Licitaciones basadas en calidad

Firmas con costos $c_i \rightsquigarrow U[w_0, w_0 + A]^3$ competirán en distintas licitaciones para obtener los casos de un período en particular.

Las firmas están dispuestas a pagar más por un abogado bien evaluado, ya que éste proveerá ventajas a la firma que lo contrate en la siguiente licitación, lo que genera un mayor beneficio esperado para la firma. Un abogado bien evaluado está conciente de este hecho, por lo tanto, puede extraer parte del beneficio extra que genera a la firma. Por este motivo, el abogado debería intentar obtener una buena evaluación en el período $t = 0$, pues las firmas al competir por tenerlo en su equipo de trabajo, le ofrecerán un salario más alto que el salario que ofrecerían a un abogado “regular”. Luego, el gobierno puede influir de manera indirecta el comportamiento del abogado en $t = 0$ y más aún, estableciendo las ventajas y desventajas de manera correcta, cuando sea posible, podrá determinar el perfil de acciones del abogado para el período $t = 0$.

Podemos resumir el timing de este mecanismo en el siguiente esquema:

$t = 0$		$t = 1$
El gobierno anuncia las reglas de ventajas y desventajas	Los abogados escogen un perfil de acciones $a^*(x)$, para tratar los casos durante $t = 0$	Una nueva licitación ocurre y el gobierno entrega ventajas o desventajas según corresponda

A continuación se estudiará un mecanismo de licitación en donde una de las firmas tiene una ventaja V . Se examina cómo cambian las utilidades esperadas para las firmas y el costo esperado para el gobierno, como función de esta ventaja. Se modelará la situación en donde dos firmas compiten y sólo una de ellas obtiene la ventaja.

3.2.3. Licitación con ventaja V

En una licitación con ventaja V , el gobierno usa un mecanismo directo con la siguiente regla de asignación:

$$P : [0, A] \times [w_0, w_0 + A]^2 \rightarrow \Delta_2, \quad P(V, c_1, c_2) = \begin{cases} (1, 0) & c_1 < c_2 + V \\ (0, 1) & c_1 \geq c_2 + V. \end{cases}$$

y transferencias:

$$X : [0, A] \times [w_0, w_0 + A]^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad X_i(V, c_1, c_2) = c_i P_i(V, c_1, c_2) + \int_{c_i}^{w_0 + A} P_i(V, t, c_{-i}) dt, \quad i = 1, 2.$$

³Dado que las firmas deben proveer ambos servicios, el salario mínimo para los abogados desplaza la distribución de los costos de los servicios complementarios.

3.2. Mecanismo 2: Licitaciones basadas en calidad

Lema 3. *En este mecanismo es óptimo para cada firma revelar honestamente sus costos. Si la firma 1 es la que gana la licitación, esto es, $c_1 < c_2 + V$, el gobierno le da una transferencia de $x_1 = \min\{w_0 + A, c_2 + V\}$. Si la firma 2 es la ganadora, el gobierno le transfiere $x_2 = c_1 - V$. Si una firma no es la ganadora, el gobierno no le realiza ninguna transferencia.*

Se puede ver que para pequeños valores de A , es difícil poder influenciar indirectamente el comportamiento del abogado porque la transferencia que el gobierno hace a la firma podría ser pequeña, comparado con lo que se necesita para premiar al abogado por haber obtenido una buena evaluación.

Es importante calcular explícitamente la transferencia esperada a las firmas y el costo esperado para el gobierno.

Proposición 6. *Las transferencias esperados para las firmas por parte del gobierno son:*

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(X_1(V, \cdot, \cdot)) &= \frac{1}{3} \left(w_0 + A + \frac{w_0}{2} \right) - \frac{V^2}{A^2} \left(\frac{w_0}{2} + \frac{V}{3} \right) + \frac{V(w_0 + A)}{A}, \\ \mathbb{E}(X_2(V, \cdot, \cdot)) &= \frac{1}{3} \left(w_0 + A + \frac{w_0}{2} \right) + \frac{V^2}{A} \left(\frac{1}{2} + \frac{w_0 + A}{2A} - \frac{V}{3A} \right) - \frac{V(w_0 + A)}{A}. \\ \mathbb{E}(X_1 + X_2(V, \cdot, \cdot)) &= \frac{2}{3} \left(w_0 + A + \frac{w_0}{2} \right) + \frac{V^2}{A} - \frac{2V^3}{3A^2}.\end{aligned}$$

Observaciones

- Cuando $V = A$, la firma 2 queda fuera de la licitación y se tiene $\mathbb{E}(X_1) = w_0 + A$, $\mathbb{E}(X_2) = 0$.
- Como función de V , se requiere una una mayor transferencia para la firma 1 y una menor transferencia para la firma 2, porque $\frac{d}{dV}\mathbb{E}(X_1(V)) > 0$ y $\frac{d}{dV}\mathbb{E}(X_2(V)) < 0$. Además, el costo total esperado para el gobierno es **creciente** en V . Esto muestra que es costoso para el gobierno distorsionar la licitación introduciendo ventajas a una de las firmas. Además, asignar los casos a una firma ineficiente es costoso.

Corolario 4. *El beneficio esperado para la firma 1, cuando el gobierno le asigna una ventaja V en sus costos es:*

$$\pi_{adv}(V) = \frac{1}{6}A - \frac{V^3}{6A^2} + \frac{V}{2}.$$

Como es de esperar, $\pi'_{adv}(V) > 0 \forall V \in [0, A]$, dado que mientras mayor sea la ventaja que la firma obtiene, mayores posibilidades de ganar la licitación y estará mejor.

Un análisis análogo es realizado para el caso de una firma con desventaja. Si una firma contrata a un abogado mal evaluado, el gobierno dará una desventaja V en costos a esa firma.

3.2.4. Licitación con desventaja V

El gobierno utiliza un mecanismo directo con la siguiente regla de asignación:

$$P : [0, A] \times [w_0, w_0 + A]^2 \rightarrow \Delta_2, \quad P(V, c_1, c_2) = \begin{cases} (1, 0) & c_1 + V < c_2 \\ (0, 1) & c_1 + V \geq c_2. \end{cases}$$

y transferencias:

$$X : [0, A] \times [w_0, w_0 + A]^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad X_i(V, c_1, c_2) = c_i P_i(V, c_1, c_2) + \int_{c_i}^{w_0 + A} P_i(V, t, c_{-i}) dt, \quad i = 1, 2.$$

Análogamente al caso anterior, podemos calcular la utilidad esperada para ambas firmas y el costo para el gobierno, pero lo que es relevante en el caso de dar desventajas es la siguiente proposición:

Corolario 5. *El beneficio esperado para la firma 1, cuando el gobierno le otorga una desventaja V en costos es:*

$$\pi_{dis}(V) = \frac{(A - V)^3}{6A^2}$$

Como es de esperar, se tiene que $\pi'_{dis}(V) < 0 \quad V \in [0, A]$, dado que mientras mayor es la desventaja, peor estará la firmas.

En lo que sigue se supondrá que sólo hay un abogado que trabaja en las firmas, el que fue evaluado en el período anterior. Esto es una simplificación que permite estudiar la interacción entre una firma estratégica y una firma que contrata abogados regulares.

3.2.5. Pago del Abogado

Se supondrá que las firmas ofrecen un esquema salarial al abogado para el período $t = 1$, que corresponde al salario mínimo del abogado (definido como el salario por tomar la acción más fácil) más una fracción del excedente que la firma obtiene por contratar al éste abogado en particular, en vez de contratar a un abogado regular. Si no existiera el abogado bien evaluado, las firmas estarían obligadas a contratar un abogado regular. Esto genera utilidades esperadas a las firmas de $\pi(0) - w_R$, donde w_R es el sueldo que la firma paga al abogado regular. Debido a que la firma no gana nada en futuras licitaciones por contratar a un abogado regular, debería pagar a éste lo menos posible, es decir, el sueldo correspondiente sería el sueldo mínimo que garantiza la participación del abogado, $w_R = w_0$.

3.2. Mecanismo 2: Licitaciones basadas en calidad

Cuando existe la posibilidad de contratar a un abogado bien evaluado, se mencionó anteriormente que él entrega a la firma un excedente positivo y creciente, de acuerdo a la ventaja establecida por el gobierno V . Así, la utilidad de la firma cuando contrata a un abogado bien evaluado es $\pi_{adv}(V) - W_H(V)$. En un mercado completamente competitivo, con la presencia de sólo un abogado bien evaluado, las firmas deberían intentar fijar el salario de un abogado bien evaluado tan alto puedan, llegando como límite hasta el punto de indiferencia entre contratar al abogado bien evaluado y al regular. Sin embargo, supondremos que las firmas tienen un cierto poder de negociación y ambas son capaces de apropiarse de una fracción $(1 - \alpha)$ del surplus.⁴ Bajo esta condición, el salario ofrecido para el período 1, a un abogado bien evaluado en el período cero está dado por:

$$W_H(V) = w_0 + \alpha(\pi_{adv}(V) - \pi_{adv}(0)) = w_0 + \alpha \left(\frac{V}{2} - \frac{V^3}{6A^2} \right).$$

De forma equivalente, α puede ser visto como el poder de negociación del abogado. Mientras más grande es α , el abogado se lleva un mayor porcentaje del excedente.

Si una firma decidiera contratar a un abogado mal evaluado, tendrá una desventaja en la licitación, lo que lleva a una pérdida en el beneficio esperado. Nuevamente, las firmas establecen el salario en el punto de indiferencia entre contratar a un abogado regular o uno mal evaluado. Sin embargo, a diferencia del caso anterior, considerar $\alpha < 1$ no tiene sentido ahora, pues esto significaría que las firmas están dispuestas a compartir la pérdida del abogado por ser mal evaluado. Luego, en este caso se debe tener $\alpha = 1$, por lo que las firmas están completamente indiferentes entre contratar a un abogado mal evaluado o uno regular. Luego,

$$W_L(V) = w_0 + (\pi_{dis}(V) - \pi_{dis}(0)) = w_0 + \frac{V^2}{2A} - \frac{V}{2} - \frac{V^3}{6A^2}.$$

3.2.6. Induciendo una trayectoria T_x a través de una ventaja V

Un asunto importante que no ha sido definido aún es la duración de una evaluación. Se supondrá que la evaluación dura sólo un período. Si el abogado obtiene una buena evaluación por su desempeño durante $t = 0$, todo el mundo conoce su evaluación para la contratación en $t = 1$. Pero cuando el proceso de contratación para el período $t = 2$ comienza, la evaluación que el abogado recibió por su desempeño en $t = 0$, ya no es válida. Además, se supondrá que un abogado mal evaluado pierde reputación, por un período, debido a la mala evaluación y esto daña sus posibilidades de trabajo, haciendo que su mejor opción fuera de los servicios

⁴Es importante que ambas firmas tengan la misma estrategia de negociación, de lo contrario, la firma que entregue un salario mayor se llevará al abogado bien evaluado. Si las firmas comienzan a competir por tratar de capturar al abogado, el salario se incrementará hasta llegar a $\alpha = 1$.

3.2. Mecanismo 2: Licitaciones basadas en calidad

legales, le entregue el mismo sueldo como si fuese contratado por una firma.

Bajo estos supuestos, desde el punto de vista del abogado que está trabajando en $t = 0$ y será evaluado al final del período, el salario esperado para el período $t = 1$, conociendo la regla de ventajas y desventajas anunciada por el gobierno, es $\mathbb{E}(W_1) = \mathbb{P}(H)W_H(V) + \mathbb{P}(L)W_L(V)$. Se debe notar que P_H y P_L son las probabilidades de obtener una alta y baja evaluación, respectivamente, determinadas por el perfil de acciones $a^*(x)$ que escoge el abogado, dado el esquema salarial para $t = 1$.

Si el gobierno desea implementar la trayectoria T_x , debería fijar las ventajas y desventajas $(V_{H,x}, V_{L,x})$, de acuerdo a las siguientes ecuaciones:

$$W_H(V_{H,x}) = w_{H,x}^* \quad (3.1)$$

$$W_L(V_{L,x}) = w_{L,x}^* \quad (3.2)$$

donde $(w_{H,x}^*, w_{L,x}^*)$ es el esquema salarial encontrado en la proposición 2.

Proposición 7. (a) *La ecuación 3.1 tiene una única solución si y sólo si $w_{H,x}^* \in [w_0, w_0 + \alpha \frac{A}{3}]$.*

(b) *La ecuación 3.2 tiene una única solución si y sólo si $w_{L,x}^* \in [w_0 - \frac{A}{6}, w_0]$.*

(c) *Si la ecuación 3.1 tiene solución, la ventaja $V_{H,x}$ es una función creciente y convexa en x . Además, $\frac{\partial V_{H,x}}{\partial A}(A) < 0$ y $\frac{\partial V_{H,x}}{\partial \alpha}(\alpha) < 0$*

Si alguna de las condiciones (a) ó (b) no se satisface, el sistema no tiene solución. La interpretación que podemos dar es que el esquema salarial $(w_{H,x}, w_{L,x})$ no se puede implementar indirectamente, dando ventajas o desventajas en futuras licitaciones. En otras palabras, no siempre es posible replicar el comportamiento de los abogados bajo el primer mecanismo descrito, en donde el gobierno paga directamente al abogado, a través de este mecanismo indirecto. Por lo tanto, el mecanismo de dar ventajas o desventajas en licitaciones futuras no sólo es costoso, sino también tiene un alcance limitado.

La varianza en la distribución de los costos, indexado por A , está estrechamente relacionada con el alcance de este mecanismo. Las ecuaciones 3.1 y 3.2 son más probables de resolver cuando el parámetro A es grande. Esto significa que es más fácil inducir, de manera indirecta, que la firma pague el esquema salarial correspondiente a la trayectoria T_x , cuando las firmas tienen más renta informacional, dada por $\frac{2}{3}A$.

En resumen, al final del período $t = 0$, las firmas enfrentan la situación de contratar un abogado entre uno regular, mal o bien evaluado. De acuerdo con la evaluación del abogado que trabajó durante el período $t = 0$ se tiene lo siguiente

3.2. Mecanismo 2: Licitaciones basadas en calidad

- Una buena evaluación: Las firmas desean contratar a este abogado, ofreciendo un sueldo de $W_H(V)$. Se supone además que el abogado rompe empates yendo aleatoriamente a cualquiera de las firmas, cuando éstas ofrecen el mismo salario. En este caso, la firma a la cual se va el abogado tendrá una ventaja en la licitación del período $t = 1$ y la otra firma contratará a un abogado regular.
- Una mala evaluación: En este caso ambas firmas contratan un abogado regular. El abogado mal evaluado sufre una pérdida en su utilidad de reserva por un período, debido a su mala reputación. También se supone que las firmas prefieren un abogado regular, apesar que podría contratar al abogado mal evaluado pagando menos que el salario de un abogado regular.

Este mecanismo entrega incentivos a las firmas para que contraten, cada vez que sea posible, al abogado con buena evaluación.

Observación: Dado el supuesto de que las evaluaciones duran sólo un período, se puede repetir este proceso de ventajas T veces. Bajo los supuestos previos, si el gobierno desea implementar la misma trayectoria T_x todos los períodos $t = 1, \dots, T$, la probabilidad de contratar sólo abogados bien evaluados todos los períodos, $P_{H,1 \rightarrow T}$, está dada por

$$P_{H,1 \rightarrow T} = (\Delta_x)^T \left(1 - \frac{(1 - V_{H,x})^2}{2} \right)^{T-1},$$

donde Δ_x , se definió en la proposición 3, es la probabilidad de obtener una buena evaluación cuando el abogado sigue el perfil de acciones T_x y $V_{H,x}$ es la ventaja, solución de la ecuación 3,1.

Esto implica que, con probabilidad 1, las firmas deberán contratar a un abogado regular en algún momento, si T va a infinito. Además, cualquier secuencia finita de realizaciones (h_1, \dots, h_n) , con $h_i \in \{\text{bien evaluado, regular}\}$ aparece con probabilidad 1 cuando T tiende a infinito. Luego, casi seguramente, hay períodos en donde será imposible proveer un servicio en donde se contraten abogados buenos siempre.

Finalmente, para terminar el estudio de este segundo mecanismo, se calculará el costo esperado para el gobierno de implementar alguna trayectoria T_x , mediante ventajas y desventajas en futuras licitaciones.

Proposición 8. *El costo esperado de implemetar la trayectoria T_x para el gobierno es:*

$$C_{M2} = \begin{cases} \Delta_x \mathbb{E}[(X_1 + X_2)(V_{H,x}^*, \cdot, \cdot)] + (1 - \Delta_x) \mathbb{E}[(X_1 + X_2)(0, \cdot, \cdot)] & \text{si 3.1 resoluble} \\ +\infty & \text{otro caso} \end{cases}$$

donde $\Delta_x = p_1 \int_0^x h(s) ds + p_2 \int_x^1 h(s) ds$ es la probabilidad de obtener una buena evaluación dada la trayectoria T_x .

3.2. Mecanismo 2: Licitaciones basadas en calidad

Recordemos que cuando la ecuación 3.1 no tiene solución, es imposible encontrar ventajas para proveer incentivos al agente, para que escoja la trayectoria T_x . Es por esto que este caso lo podemos entender como que el costo de implementar la trayectoria T_x para el gobierno es $+\infty$.

Capítulo 4

Elección del mecanismo óptimo

Luego de tener calculado el costo de los dos mecanismos que el gobierno puede usar para implementar el contrato óptimo encontrado en el primer capítulo, se desea estudiar qué mecanismo es más barato, como función de la trayectoria que el gobierno desea implementar. Se mostró, en la proposición 8, que no es siempre posible implementar cualquier trayectoria T_x usando el mecanismo 2, ya que este mecanismo tenía un alcance limitado. Por lo tanto, se restringirá la comparación para el caso en que ambos mecanismos están disponibles. De lo contrario, el mecanismo 1 deberá ser usado por obligación para implementar la trayectoria deseada. La comparación que se hace es para decidir si un sistema de contratación centralizado, o bien, uno descentralizado es el sistema óptimo de usar.

De las proposiciones 5 y 8 se tiene:

$$\begin{aligned} C_{M1} &= \frac{2}{3}A + \Delta_x w_{H,x}^* + (1 - \Delta_x)w_{L,x}^* \\ C_{M2} &= \Delta_x \left[w_0 + \frac{2}{3}A + \frac{V_{H,x}^2}{A} - \frac{2V_{H,x}^3}{3A^2} \right] + (1 - \Delta_x) \left[w_0 + \frac{2}{3}A \right] \end{aligned}$$

El gobierno debería implementar el mecanismo 1, en vez del mecanismo 2, si y sólo si $C_{M1} \leq C_{M2}$.

Proposición 9. *La condición para implementar el mecanismo 1 es equivalente a:*

$$\Delta_x(w_{H,x}^* - w_0) + (1 - \Delta_x)(w_{L,x}^* - w_0) \leq \Delta_x \left[\frac{V_{H,x}^2}{A} - \frac{2V_{H,x}^3}{3A^2} \right].$$

La desigualdad anterior muestra el trade-off enfrentado por el gobierno. En el primer

mecanismo, el gobierno debe asegurar al agente, que es averso al riesgo. En el segundo, el gobierno debe distorsionar el mecanismo óptimo con ventajas o desventajas, aunque no siempre es posible escoger las ventajas o desventajas de manera de lograr el objetivo deseado. Si se requiere una ventaja más grande que A , una de las firmas quedaría fuera de la licitación automáticamente, por lo tanto, se puede interpretar el parámetro A como el espacio para distorsionar la licitación que tiene el gobierno, o como el alcance del segundo mecanismo. Además, se puede ver que la renta informacional de las firmas, $\frac{2}{3}A$, desaparece de la comparación. A pesar de esto, está implícita en el segundo mecanismo porque, como se mencionó antes, el parámetro A está relacionado con el alcance del mecanismo.

Proposición 10. *Considerar $C_1(x) = \Delta_x(w_{H,x}^* - w_0) + (1 - \Delta_x)(w_{L,x}^* - w_0)$ y $C_2(x) = \Delta_x \left[\frac{V_{H,x}^2}{A} - \frac{2V_{H,x}^3}{3A^2} \right]$. Entonces $C_1(x)$ y $C_2(x)$ son funciones crecientes y convexas. Además $C_1(0) = C_2(0) = C_1'(0) = C_2'(0) = 0$.*

Se supondrá una condición que garantiza monotonía en las segundas derivadas.

Supuesto 3. $C_1'''(x) - C_2'''(x) < 0$.

Teorema 3. *Bajo el supuesto 3, dependiendo de los parámetros del problema, sólo hay 3 situaciones posibles:*

- (a) *El Mecanismo 1 es preferido al Mecanismo 2 para todas las trayectorias T_x .*
- (b) *El Mecanismo 2 es preferido al Mecanismo 1 para todas las trayectorias T_x .*
- (c) *Existe $\hat{x} \in (0, 1)$, tal que, el Mecanismo 1 es preferido al Mecanismo 2 para todas las trayectorias T_x , con $x > \hat{x}$.*

Proposición 11. *Si se supone que existe $x^* > 0$ solución a la ecuación $C_1(x) = C_2(x)$. Entonces,*

$$(a) \frac{\partial x^*}{\partial A} > 0, \quad (b) \frac{\partial x^*}{\partial \alpha} > 0.$$

La proposición anterior establece una propiedad de estática comparativa para el punto de indiferencia, distinto a $x = 0$, entre los dos Mecanismos. Un aumento en el parámetro A hará al Mecanismo 2 más atractivo, para mayor cantidad de trayectorias T_x , pues la distorsión que se debe realizar a la licitación óptima no es muy grande comparada con las rentas informacionales de las firmas. Cuando el parámetro α aumenta, el abogado bien evaluado extrae una mayor proporción del excedente que genera en las firmas, por lo que dar los incentivos de manera será más fácil para el gobierno en este caso.

Proposición 12. *Existe $\delta > 0$ tal que el Mecanismo 2 es preferido al Mecanismo 1, para todo $x \in [0, \delta]$ si y sólo si:*

$$\frac{4}{\alpha A} < \frac{2(p_1 - p_2)h'(0^+)}{1 - p_2} - \frac{\psi'(0)\phi''(w_0)p_2}{(p_1 - p_2)[\phi'(w_0)]^2}$$

La proposición dice que mientras más grande sea el valor del parámetro A , es más barata la implementación de una trayectoria T_x mediante el Mecanismo 2 que mediante el Mecanismo 1, al menos para valores pequeños de x . Si la condición que se presenta en la proposición no se cumple, como la función $C_1 - C_2$ es cóncava en $x = 0$ y el supuesto 3 garantiza que $C_1 - C_2$ no cambiar de convexidad, el mecanismo 1 será siempre preferido por sobre el mecanismo 2.

A continuación se establece otra condición para caracterizar la elección del mecanismo:

Proposición 13. *Para todo $0 < \delta_A \leq 1$ existe \bar{A} , lo suficientemente grande, tal que, $\forall A > \bar{A}$, $CM_2 < CM_1$ para trayectorias T_x con $x \in [\delta_A, 1]$.*

Combinando las últimas dos proposiciones, se puede afirmar que para un valor del parámetro A suficientemente grande, el Mecanismo 2 es siempre preferido sobre el Mecanismo 1, lo que significa que el gobierno debería preferir un sistema completamente descentralizado. Esto se resume en la siguiente proposición:

Proposición 14. *Existe \hat{A} , lo suficientemente grande, tal que $C_2(x) < C_1(x)$, para todo $x \in [0, 1]$.*

La última proposición destaca el trade-off que se mencionó previamente. Si A es lo suficientemente grande, tal que la proposición 14 se cumple, la ventaja en futuras licitaciones que se debe dar para crear los incentivos necesarios para el abogado, de manera tal de ejercer el esfuerzo correspondiente a perfil de acciones dado por la trayectoria T_x , es relativamente pequeña comparada con la renta informacional de las firmas, capturadas en el parámetro A . Esto quiere decir que la distorsión al mecanismo de licitación óptimo, necesaria para generar los incentivos al abogado de manera indirecta, es una pequeña perturbación, casi sin costo, comparada con el costo de cubrir el riesgo al agente, si se utilizara el otro mecanismo.

Por otro lado, si A es pequeño, el espacio que tiene el gobierno para distorsionar la licitación óptima es pequeño y cualquier intervención generará grandes costos ya que muchas veces se obtiene una asignación ex post ineficiente. Aún si el gobierno quisiera implementar una trayectoria T_x con x cercano a cero, las ventajas que se deben dar son muchas. Por lo tanto en este caso el mecanismo óptimo es uno en donde el gobierno contrata a los abogados directamente.

En un caso intermedio, para un rango de valor de A no demasiado pequeño ni grande, lo que el gobierno debería hacer es utilizar el Mecanismo 2, si desea implementar una trayectoria

4.0. Elección del mecanismo óptimo

T_x , con x pequeño, y el Mecanismo 1 para T_x con x cercano a 1. Gracias a la monotonía en λ presentada en el capítulo 2, sección 2.1.1, podemos decir que para pequeños valores de λ (lo que hará que se escoja una trayectoria T_x con x pequeño) el gobierno debería seleccionar un mecanismo totalmente descentralizado. Para valores grandes de λ (lo que hará que se escoja una trayectoria T_x con x grande) el gobierno debería seleccionar un mecanismo en donde los abogados son contratados directamente y los servicios complementarios se licitan de forma eficiente.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajo futuro

5.1. Conclusiones

El objetivo principal de este trabajo de tesis consistía en estudiar dos formas distintas de obtener servicios legales, para intentar explicar qué efectos tuvo la Reforma Procesal Penal en Chile sobre el comportamiento de los abogados. Considerando que el gobierno tiene a su disposición una evaluación profesional de los abogados se prueba que, dependiendo de la importancia relativa que el gobierno da a las evaluaciones, la respuesta a la interrogante sobre qué mecanismo se debería utilizar no es evidente. En general, si el gobierno valora mucho más tener un sistema bien evaluado que el costo de proveerlo (un valor grande de λ), se debería utilizar el Mecanismo 1, en donde el gobierno contrata a los abogados directamente, como ocurría antes de la reforma. Por el contrario, si lo único que importa es gastar poco dinero en el sistema, se debería optar por un mecanismo completamente descentralizado. Sin embargo, este resultado es sensible al valor del parámetro A , que refleja la varianza en la distribución de los costos de las firmas que compiten por proveer los servicios. Si el parámetro A es lo suficientemente grande, un mecanismo descentralizado será el óptimo. Por el contrario, si el parámetro A es muy pequeño, el mecanismo óptimo será un contrato directo de los abogados, por parte del gobierno.

5.2. Trabajo futuro

Se está trabajando en un paper para mejorar el modelo de mercado laboral que se presenta, para levantar el supuesto que sólo existe un abogado que es evaluado. Esto permitirá un modelo más realista y sólido.

Capítulo 6

Apéndice

Proof of Proposition 1 :

We focus in the case where $x > \sigma$, for the sake of simplicity. The proof for $x < \sigma$ are analogous. Let $\Delta\phi(w) = \phi(w_H) - \phi(w_L)$.

- (1) Let $w(z)$ be an arbitrary wage scheme. For all $a \in [0, x - \sigma]$ the action $a = 0$ gives the maximum expected utility, since ϕ is increasing. For $a \in [x - \sigma, x]$, depending on the slope of the probability of the expected wage $\Delta\phi(w)p(a, x)$ the action that gives maximum expected utility to agent could be $x - \sigma$ or x , due to convexity of ψ . Then the global maximum could be $a = 0$ or $a = x$, because for every $a > x$, $a = x$ gives higher expected utility.
- (2) It's easy to see that the maximum is attained for $a \in [0, x]$. If $a > x$, and $w_H^* > w_L^*$ then $a - \epsilon$, with ϵ small enough, gives the agent a larger expected utility. Also, if $x > \sigma$, using the same argument we see that $(0, x - \sigma)$ are suboptimal actions, because the agent performing $a = 0$ would be better off.

Now assume that for case type x , the optimal action is $a(x) = x$. Since $p(x, a)$ is linear between $[x - \sigma, x]$ and ψ is increasing and convex, a necessary and sufficient condition for x to be the maximum is:

$$\Delta\phi(w)p_2 < \Delta\phi(w)p_1 - \psi(x), \quad \Delta\phi(w)\frac{p_1 - p_2}{\sigma} \geq \psi'(x),$$

and given that $\psi'(x) > \psi'(y)$ if $x > y$, then $a(y) = y$.

If $a(x) = 0$, since ψ is increasing, is clear that $a(y) = 0, \forall y > x$.

- (3) If $a(0) > 0$, then $\mathbb{E}_z(U(w(\cdot), a(0), 0)) \geq \mathbb{E}_z(U(w(\cdot), a, 0)), \forall a \neq a(0)$. However, for $\varepsilon > 0$ small enough we have $\mathbb{E}_z(U(w(\cdot), a(0) - \varepsilon, 0)) > \mathbb{E}_z(U(w(\cdot), a(0), 0))$, then $a(0) > 0$ cannot be the optimal choice for the agent, which is a contradiction. Then, for the existence of solution we require that

$\mathbb{E}_z(U(w^*(\cdot), 0, 0)) \geq \mathbb{E}_z(U(w(\cdot), y, 0))$, for all $y > 0$. This is equivalent to ask $w_H^* \geq w_L^*$.

■

Proof of Corollary 1 : From Lemma 1.

■

Proof of Proposition 2 :

Suppose we want to implement the trajectory T_x . Incentive compatibility conditions for $0 < y \leq x$ are:

$$\mathbb{E}_z(U(w(\cdot), y, y)) \geq \mathbb{E}_z(U(w(\cdot), 0, y)), \quad \forall y \in (0, x],$$

which are equivalent to $\mathbb{E}_z(U(w(\cdot), x, x)) \geq \mathbb{E}_z(U(w(\cdot), 0, x))$, because of part 2 of Lemma 1.

For $y > x$, incentive compatibility conditions are:

$$\mathbb{E}_z(U(w(\cdot), 0, y)) \geq \mathbb{E}_z(U(w(\cdot), y, y)), \quad \forall y > x$$

Then we have:

$$\mathbb{E}_z(U(w(\cdot), 0, x)) \leq \mathbb{E}_z(U(w(\cdot), x, x)) \leq \mathbb{E}_z(U(w(\cdot), y, y)) \leq \mathbb{E}_z(U(w(\cdot), 0, y)), \quad \forall y > x$$

Taking limit in this condition and using lemma 1, incentive compatibility conditions for T_x , $x > 0$ are equivalent to:

$$\mathbb{E}_z(U(w(\cdot), 0, x)) = \mathbb{E}_z(U(w(\cdot), x, x)).$$

This condition implies condition 3 of lemma 1.

Hence, for x to be the maximum, we require:

$$\Delta\phi(w)(p_1 - p_2) \geq \psi(x), \quad \Delta\phi(w)\frac{(p_1 - p_2)}{\sigma} \geq \psi'(x)$$

Basically we make the agent indifferent between the easiest action and taking $a(x) = x$, when he deals with a case of type x . What we need to guarantee now is the participation restriction, which is equivalent to the following two conditions:

$$\mathbb{E}_z(U(w(\cdot), 0, x)) \geq 0, \quad \mathbb{E}_z(U(w(\cdot), x, x)) \geq 0.$$

The objective function can be written as:

$$\eta_x[(\lambda Q(H) - w(H))p_1 + (1 - p_1)(\lambda Q(L) - w(L))] + (1 - \eta_x)[(\lambda Q(H) - w(H))p_2 + (1 - p_2)(\lambda Q(L) - w(L))]$$

where

$$\eta_x = \int_0^x h(x)dx.$$

Since the V is decreasing in w the must have the participation constraints with equality for the solution of the problem. If not, we could shift the function w in such a way of restriction is not violated but the objective function would be greater.

Then, the optimal wage scheme for implementing the trajectory T_x is given by the solution of the following problem:

$$\min_{w(\cdot)} w_H[\eta_x p_1 + (1 - \eta_x)p_2] + w_L[\eta_x(1 - p_1) + (1 - \eta_x)(1 - p_2)]$$

subject to:

$$\begin{aligned} p_1\phi(w_H) + (1 - p_1)\phi(w_L) &= \psi(x), \\ \Delta\phi(w)(p_1 - p_2) &\geq \psi(x) \\ \Delta\phi(w)\frac{(p_1 - p_2)}{\sigma} &\geq \psi'(x) \\ p_2\phi(w_H) + (1 - p_2)\phi(w_L) &= 0, \end{aligned}$$

Calling $\Delta_x = \eta_x p_1 + (1 - \eta_x)p_2$ and doing the change of variables $\hat{w}_H = \phi(w_H)$, $\hat{w}_L = \phi(w_L)$ the problem becomes:

$$\min_{w(\cdot)} \phi^{-1}(\hat{w}_H)\Delta_x + \phi^{-1}(\hat{w}_L)(1 - \Delta_x)$$

subject to:

$$\begin{aligned} \hat{w}_H - \hat{w}_L &= \frac{\max\{\psi(x), \sigma\psi'(x)\}}{p_1 - p_2} \\ \hat{w}_L + [\hat{w}_H - \hat{w}_L]p_2 &= 0. \end{aligned}$$

The two restrictions must be attained with equality at the optima, because cost indifference's curves Γ_C given by $\Gamma_C = \{(w_L, w_H) : \phi^{-1}(\hat{w}_H)\Delta_x + \phi^{-1}(\hat{w}_L)(1 - \Delta_x) = C\}$ are concave and decreasing.

■

Proof of Proposition 3 :

(a) Directly from the definition of objective function.

(b) Since η_x is increasing, Δ_x is increasing and therefore m_x .

To see that n_x is increasing we compute $n'_x = (\Delta_x)'(w_{H,x}^* - w_{L,x}^*) + \Delta_x(w_{H,x}^*)' + (1 - \Delta_x)(w_{H,x}^*)'$. Clearly, $(\Delta_x)'(w_{H,x}^* - w_{L,x}^*) \geq 0$. Now,

$$(w_{H,x}^*)' = \frac{1}{\phi'(w_{H,x}^*)} \frac{(1 - p_2)}{p_1 - p_2} \hat{\psi}'(x), \quad (w_{L,x}^*)' = \frac{1}{\phi'(w_{L,x}^*)} \frac{-p_2}{p_1 - p_2} \hat{\psi}'(x)$$

The concavity of ϕ gives us $\phi'(w_{L,x}^*) > \phi'(w_{H,x}^*)$. Also is true that $p_2 \leq \Delta_x \leq p_1$. Then,

$$\Delta_x(w_{H,x}^*)' + (1 - \Delta_x)(w_{H,x}^*)' \geq \frac{\hat{\psi}'(x)}{\phi'(w_{L,x}^*)(p_1 - p_2)} [\Delta_x - p_2] \geq 0,$$

from where we conclude $n'_x \geq 0$.

(c) Given that ϕ is increasing and concave, ϕ^{-1} is convex. For the sake of notation, call $T = \phi^{-1}$, $\eta(x) = \frac{\psi(x)}{p_1 - p_2}$. Then $w_{H,x}^* = T((1 - p_2)\eta(x))$, $w_{L,x}^* = T(-p_2\eta(x))$.

$$n''_x = 2\Delta'_x[(w_{H,x}^*)' - (w_{L,x}^*)'] + \Delta_x(w_{H,x}^*)'' + (1 - \Delta_x)(w_{L,x}^*)''.$$

But, $2\Delta'_x[(w_{H,x}^*)' - (w_{L,x}^*)'] \geq 0$. If $\Delta_x(w_{H,x}^*)'' + (1 - \Delta_x)(w_{L,x}^*)'' \geq 0$, we are done.

$$\begin{aligned} \Delta_x(w_{H,x}^*)'' + (1 - \Delta_x)(w_{L,x}^*)'' &= (\eta'(x))^2 [\Delta_x T''((1 - p_2)\eta(x))(1 - p_2)^2 + (1 - \Delta_x) T''(-p_2\eta(x)) p_2^2] \\ &\quad + \eta''(x) [\Delta_x T'((1 - p_2)\eta(x))(1 - p_2) - (1 - \Delta_x) T'(-p_2\eta(x)) p_2] \end{aligned}$$

Given that T is convex, $T'((1 - p_2)\eta(x)) > T'(-p_2\eta(x))$ we have:

$$\eta''(x) [\Delta_x T'((1 - p_2)\eta(x))(1 - p_2) - (1 - \Delta_x) T'(-p_2\eta(x)) p_2] \geq \eta''(x) T'(-p_2\eta(x)) [\Delta_x - p_2] \geq 0.$$

Also using convexity of T we have:

$$\begin{aligned} (\eta'(x))^2 [\Delta_x T''((1 - p_2)\eta(x))(1 - p_2)^2 + (1 - \Delta_x) T''(-p_2\eta(x)) p_2^2] \geq \\ \min\{T''((1 - p_2)\eta(x)), T''(-p_2\eta(x))\} (\Delta_x - p_2)^2 \geq 0. \end{aligned}$$

Then we conclude that $n''_x \geq 0$, so n_x is convex.

For the lower bound we simply use ϕ^{-1} is convex:

$$n_x = \Delta_x w_{H,x}^* + (1 - \Delta_x) w_{L,x}^* \geq \phi^{-1} \left[\frac{\Delta_x - p_2}{p_1 - p_2} \hat{\psi}(x) \right],$$

and the result follows directly from here. ■

Proof of Theorem 1 :

Given a family $\{f_\alpha(\lambda)\}_{\alpha \in A}$ of increasing convex functions $S_{pro}(\lambda) = \sup_{\alpha \in A} f_\alpha(\lambda)$ is increasing and convex. We are considering the family $\{SW_{pro}(\lambda, x) = m_x \lambda - n_x\}_{x \in [0,1]}$.

Now we prove the monotonicity of trajectories in λ . Let $\lambda_1 < \lambda_2$. We want to show that $x_{\lambda_1} < x_{\lambda_2}$. Assume by contradiction that $x_{\lambda_1} > x_{\lambda_2}$. Given that m_x and n_x are increasing, is easy to show that $\exists \hat{\lambda} > 0$ such that $S(\lambda, x_{\lambda_2}) \geq S(\lambda, x_{\lambda_1})$, $\forall \lambda \in [0, \hat{\lambda}]$ and $S(\lambda, x_{\lambda_2}) \leq S(\lambda, x_{\lambda_1})$ if $\lambda \in [\hat{\lambda}, \infty)$. But, $SW(\lambda_1, x_{\lambda_1}) \geq SW(\lambda_1, x_{\lambda_2})$ and $SW(\lambda_2, x_{\lambda_2}) \geq SW(\lambda_2, x_{\lambda_1})$, by definition. Then it must be the case that $\lambda_1 \in [\hat{\lambda}, \infty)$ and $\lambda_2 \in [0, \hat{\lambda}]$. Therefore $\lambda_2 \leq \lambda_1$, which is a contradiction. ■

Proof of Corollary 2 : Suppose we want to implement the trajectory T_x . Incentive compatibility conditions for $0 < y \leq x$ are:

$$\mathbb{E}_z(U(w(\cdot), y, y)) \geq \mathbb{E}_z(U(w(\cdot), 0, y)), \quad \forall y \in (0, x],$$

which are equivalent to $\mathbb{E}_z(U(w(\cdot), x, x)) \geq \mathbb{E}_z(U(w(\cdot), 0, x))$, because of part 2 of Lemma 1.

For $y > x$, incentive compatibility conditions are:

$$\mathbb{E}_z(U(w(\cdot), 0, y)) \geq \mathbb{E}_z(U(w(\cdot), y, y)), \quad \forall y > x$$

Then we have:

$$\mathbb{E}_z(U(w(\cdot), 0, x)) \leq \mathbb{E}_z(U(w(\cdot), x, x)) \leq \mathbb{E}_z(U(w(\cdot), y, y)) \leq \mathbb{E}_z(U(w(\cdot), 0, y)), \quad \forall y > x$$

Taking limit in this condition and using lemma 1, incentive compatibility conditions for T_x , $x > 0$ are equivalent to:

$$\mathbb{E}_z(U(w(\cdot), 0, x)) = \mathbb{E}_z(U(w(\cdot), x, x)).$$

This condition implies condition 3 of lemma 1.

The participation restriction is equivalent to the following two conditions:

$$\mathbb{E}_z(U(w(\cdot), 0, x)) \geq 0, \quad \mathbb{E}_z(U(w(\cdot), x, x)) \geq 0.$$

The objective function can be written as:

$$\eta_x[(\lambda Q(H) - w(H))p_1 + (1 - p_1)(\lambda Q(L) - w(L))] + (1 - \eta_x)[(\lambda Q(H) - w(H))p_2 + (1 - p_2)(\lambda Q(L) - w(L))]$$

where

$$\eta_x = \int_0^x h(x)dx.$$

Since the V is decreasing in w the must have the participation constraints with equality for the solution of the problem. If not, we could shift the function w in such a way of restriction is not violated but the objective function would be greater.

Then, the optimal wage scheme for implementing the trajectory T_x is given by the solution of the following problem:

$$\min_{w(\cdot)} w_H[\eta_x p_1 + (1 - \eta_x)p_2] + w_L[\eta_x(1 - p_1) + (1 - \eta_x)(1 - p_2)]$$

subject to:

$$\begin{aligned} p_1\phi(w_H) + (1 - p_1)\phi(w_L) &= \psi(x), \\ p_2\phi(w_H) + (1 - p_2)\phi(w_L) &= 0, \end{aligned}$$

Calling $\Delta_x = \eta_x p_1 + (1 - \eta_x)p_2$ and doing the change of variables $\hat{w}_H = \phi(w_H)$, $\hat{w}_L = \phi(w_L)$ the problem becomes:

$$\min_{w(\cdot)} \phi^{-1}(\hat{w}_H)\Delta_x + \phi^{-1}(\hat{w}_L)(1 - \Delta_x)$$

subject to:

$$\begin{aligned} p_1\hat{w}_H + (1 - p_1)\hat{w}_L &\geq \psi(x), \\ p_2\hat{w}_H + (1 - p_2)\hat{w}_L &\geq 0. \end{aligned}$$

Considering that the cost indifference's curves Γ_C given by $\Gamma_C = \{(w_L, w_H) : \phi^{-1}(\hat{w}_H)\Delta_x + \phi^{-1}(\hat{w}_L)(1 - \Delta_x) = C\}$ are concave and decreasing, the two restrictions are with equality at the optima.

■

Proof of Lemma 1 : If $a = x$ is a maximizer of $\omega p(a, x) - \psi(a)$, then exists w_L and w_H guaranteing that participation constraint is satisfied for all a and incentive compatibility constraint is satisfied for $a = x$. It can be shown that w_L and w_H are the solution of $\phi(w_L) = \phi(w_H) \frac{p(a,0)}{1-p(a,0)}$ and $\phi(w_H) - \phi(w_L) = \omega$.

■

Proof of Lemma 2 :

Suppose we have an incentive compatible salary scheme. Define $R = \{x : a(x) = a_x^*\}$ and $W = \{x : a(x) \neq a_x^*\}$.

Take x and y in R . Then, because of the incentive compatibility of the salary scheme we have:

$$\mathbb{E}_z(\phi(w(z, x))|x, a_x^*) - \psi(x) \geq \mathbb{E}_z(\phi(w(z, y))|x, a_x^*) - \psi(x) \Rightarrow \mathbb{E}_z(\phi(w(z, x))|x, a_x^*) \geq \mathbb{E}_z(\phi(w(z, y))|x, a_x^*)$$

$$\mathbb{E}_z(\phi(w(z, y))|y, a_y^*) - \psi(y) \geq \mathbb{E}_z(\phi(w(z, x))|y, a_y^*) - \psi(y) \Rightarrow \mathbb{E}_z(\phi(w(z, y))|y, a_y^*) \geq \mathbb{E}_z(\phi(w(z, x))|y, a_y^*)$$

Since Then $\mathbb{E}_z(\phi(w(z, x))) = \mathbb{E}_z(\phi(w(z, y)))$, $\forall x, y \in R$.

Take x and y in W . Then, because of the incentive compatibility of the salary scheme we have:

$$\mathbb{E}_z(\phi(w(z, x))|x, a) - \psi(a) \geq \mathbb{E}_z(\phi(w(z, y))|x, a) - \psi(a) \Rightarrow \mathbb{E}_z(\phi(w(z, x))|x, a) \geq \mathbb{E}_z(\phi(w(z, y))|x, a)$$

$$\mathbb{E}_z(\phi(w(z, y))|y, a) - \psi(y) \geq \mathbb{E}_z(\phi(w(z, x))|y, a) - \psi(y) \Rightarrow \mathbb{E}_z(\phi(w(z, y))|y, a) \geq \mathbb{E}_z(\phi(w(z, x))|y, a)$$

Then $\mathbb{E}_z(w(z, x)) = \mathbb{E}_z(w(z, y))$, $\forall x, y \in W$.

■

Proof of Proposition 4 :

Given a salary scheme (w_L, w_H) the agent solves $\max_{a \in [0,1]} p(a)w_H + (1-p(a))w_L - \psi(a)$. The problem has solution, is a continuous function over a compact set. First order condition says $[\phi(w_H) - \phi(w_L)]p'(a^*) = \psi'(a^*)$.

Now,

$$\frac{\partial a^*}{\partial \Delta \phi(w)} = \frac{-p'(a^*)}{\Delta \phi(w)p''(a^*) - \psi''(a^*)} > 0,$$

because second order condition gives us $\Delta \phi(w)p''(a^*) - \psi''(a^*) < 0$ and p increasing implies $p'(a) > 0$. ■

Proof of Corollary 3 :

If we want the agent performs $a \in A$ we must have:

- (Incentive compatibility) $a \in \operatorname{argmax}_{s \in A} \mathbb{E}_z U(w(z), s)$,
- (Participation) $\mathbb{E}_z U(w(z), a) \geq 0$

The condition $\frac{\psi'(a)}{p'(a)}$ increasing, guarantee that first order condition is necessarily and sufficient and the maximization problem of incentives compatibility. Then we need to solve

$$\begin{aligned} \phi(w_H) - \phi(w_L) &= \frac{\psi'(a)}{p'(a)} \\ p(a)\phi(w_H) + (1 - p(a))\phi(w_L) &= \psi(a) \end{aligned}$$

and we get the result. ■

Proof of Theorem 2 : We first show that \hat{m}_a and \hat{n}_a are increasing functions in a .

$\hat{m}_a = Q(L) + p(a)[Q(H) - Q(L)]$. Since $Q(H) > Q(L)$ and $p(a)$ is increasing, \hat{m}_a is increasing.

$\hat{n}_a = p(a)w_{H,a} + (1 - p(a))w_{L,a}$. Recall from proposition 3

$$\begin{aligned} w_{L,a} &= \phi^{-1} \left[\psi(a) - p(a) \frac{\psi'(a)}{p'(a)} \right] = \phi^{-1}(F_L(a)) \\ w_{H,a} &= \phi^{-1} \left[\psi(a) + (1 - p(a)) \frac{\psi'(a)}{p'(a)} \right] = \phi^{-1}(F_H(a)). \\ w'_{L,a} &= \frac{1}{\phi'(w_{L,a})} F'_L(a), \quad w'_{H,a} = \frac{1}{\phi'(w_{H,a})} F'_H(a) \end{aligned}$$

Note that $F'_H(a) = (1 - p(a)) \frac{\psi'(a)}{p'(a)} > 0$. Then,

$$\hat{n}'_a > \frac{1}{\phi'(w_{L,a})} [p(a)F'_H(a) + (1-p(a))F'_L(a)] = \frac{1}{\phi'(w_{L,a})} [p(a)(1-p(a)) \frac{\psi'(a)}{p'(a)} - p(a)(1-p(a)) \frac{\psi'(a)}{p'(a)}] = 0$$

Then \hat{n}_a is increasing.

Now we proceed just like in the proof of theorem 1 to conclude. ■

Proof of Proposition 5 :

The value $\frac{2}{3}A$ is the expected cost of firm's informational rent, when both firms have uniformly distributed costs over $[0, A]$. The attorney's expected wage is $\Delta^x w_{H,x}^* + (1 - \Delta^x) w_{L,x}^*$. ■

Proof of Lemma 3 :

Firm's 1 advantage V in its cost can be thought as a translation in its cost's distribution function $c_2 \rightsquigarrow U[w_0 + V, w_0 + A + V]$. This is the optimal mechanism for these cost distributions¹. The ex-post payoff, given c_1 and c_2 , evaluating P_i and computing the transfers. ■

Proof of Proposition 6 :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(X_1) &= \int_a^b \int_a^b \left[c_1 \mathbb{1}_{\{c_1 < c_2 + V\}} + \int_{c_1}^b \mathbb{1}_{\{t < c_2 + V\}} dt \right] \frac{dc_2}{(b-a)} \frac{dc_1}{(b-a)} = \\ &= \frac{1}{(b-a)^2} \int_a^b \int_{a+V}^{b+V} \mathbb{1}_{\{c_1 < u\}} [c_1 + \min\{u, b\} - c_1] du dc_1 = \\ &= \frac{1}{(b-a)^2} \int_{a+V}^b \int_a^u u dc_1 du + \int_b^{b+V} \int_a^b b dc_1 du = \end{aligned}$$

¹Auction Theory, Krishna, chapter 5.

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{(b-a)^2} \left[\frac{b^3}{3} - \frac{(a+V)^3}{3} + b(b-a)V - \frac{ab^2}{2} + \frac{a(a+V)^2}{2} \right]. \\
\mathbb{E}(X_2) &= \int_a^b \int_a^b \left[c_2 \mathbb{1}_{c_2+V < c_1} + \int_{c_2}^b \mathbb{1}_{t+V < c_1} dt \right] \frac{dc_2}{(b-a)} \frac{dc_1}{(b-a)} = \\
&= \frac{1}{(b-a)^2} \int_{a-V}^{b-V} \int_a^b \mathbb{1}_{c_2 < u} [c_2 + u - c_2] dc_2 du = \\
&= \frac{1}{(b-a)^2} \int_a^{b-V} \int_a^u u dc_2 du = \frac{1}{(b-a)^2} \left[\frac{(b-V)^3}{3} - a \frac{(b-V)^2}{2} + \frac{a^3}{6} \right].
\end{aligned}$$

■

Proof of Corollary 4 :

The expected profit for the firm 1 is given by:

$$\begin{aligned}
\pi(V) &= \mathbb{E}(X_1) - \int_a^b \int_a^b c_1 \mathbb{1}_{c_1 < c_2+V} \frac{dc_2}{(b-a)} \frac{dc_1}{(b-a)} = \frac{1}{(b-a)^2} \int_a^b \int_a^b \int_{c_1}^b \mathbb{1}_{t < c_2+V} dt dc_2 dc_1 = \\
&= \frac{1}{(b-a)^2} \int_{a+V}^{b+V} \int_a^b \mathbb{1}_{c_1 < u} [\min\{u, b\} - c_1] dc_1 du = \\
&= \frac{1}{6}(b-a) - \frac{V^3}{6(b-a)^2} + \frac{V}{2}.
\end{aligned}$$

■

Proof of Corollary 5 :

The expected profit for the firm 1 is given by:

$$\begin{aligned}
\pi(V) &= \int_a^b \int_a^b \int_{c_1}^b \mathbb{1}_{t+V < c_2} dt \frac{dc_1}{(b-a)} \frac{dc_2}{(b-a)} = \frac{1}{(b-a)^2} \int_a^b \int_a^b \mathbb{1}_{c_1+V < c_2} [c_2 - V - c_1] dc_1 dc_2 = \\
&= \frac{1}{(b-a)^2} \int_{a-V}^{b-V} \int_a^b \mathbb{1}_{c_1 < u} [u - c_1] dc_1 du = \frac{(b-a-V)^3}{6(b-a)^2}.
\end{aligned}$$

■

Proof of Proposition 7 :

The proof of (a) and (b) comes from the invertibility of the functions, if the salary scheme is in the adequate range. If the parameters A or α are larger, then we can solve the system for larger values of x .

To proof of (c), note that S_B is increasing and concave, then S_B^{-1} is increasing and convex and the same is true for $w_{H,x}^*$. Then, $V_{H,x} = S_B^{-1}\left(\frac{w_{H,x}^* - w_0}{\alpha}\right)$ is increasing and convex.

Now, computing implicit derivatives we have:

$$\frac{\partial V_{H,x}}{\partial A}(A) = \frac{2}{3A} \frac{V_{H,x}^3(A)}{V_{H,x}^2(A) - A^2} < 0, \quad \frac{\partial V_{H,x}}{\partial \alpha}(\alpha) = \frac{w_0 - w_{H,x}^*}{\alpha^2} \frac{2A^2}{A^2 - V_{H,x}^2(A)} < 0.$$

■

Proof of Proposition 8 :

The results follows from the previous propositions 6 and 7.

■

Proof of Proposition 9 :

It follows from Propositions 5 and 8.

■

Proof of Proposition 10 :

We saw in proposition 3 that n_x is increasing and convex. then $C_1(x) = n_x - w_0$ is increasing and convex. Since $V_{H,x}$ is increasing $C_2(x)$ is increasing. What remains is to prove that $C_2(x)$ is convex.

To see that $C_2(x)$ is convex we first note that, $C_2(x) = \Delta_x \left[4 \frac{w_{H,x}^* - w_0}{\alpha} + \frac{V_{H,x}^2}{A} - 2V_{H,x} \right]$, using the fact that $S_B(V_{H,x}) = \frac{w_{H,x}^* - w_0}{\alpha}$. Assume that Δ_x is convex, so we can concern ourselves only for the expression inside the bracket, namely, $R(x)$. We have:

$$R(x) = 4 \frac{w_{H,x}^* - w_0}{\alpha} + \frac{V_{H,x}^2}{A} - 2V_{H,x}$$

Using that $V'_{H,x} = \frac{2A^2(w_{H,x}^*)'}{\alpha(A^2 - V_{H,x}^2)}$ we have:

$$R'(x) = 4 \frac{(w_{H,x}^*)'}{\alpha} \left[1 - \frac{A}{A + V_{H,x}} \right],$$

and since $R'(x)$ is the product of two increasing functions, then is increasing or equivalently $R(x)$ is convex. Then, $C_2(x)$ is convex.

Is straightforward to see that $C_1(0) = C_2(0)$. Now,

$$C'_1(x) = \Delta_x \frac{(1 - p_2)\psi'(x)}{\phi(w_{H,x}^*)} + (1 - \Delta_x) \frac{-p_2\psi'(x)}{\phi(w_{H,x}^*)} + w_{L,x}^* - w_0 + \Delta'_x(w_{H,x}^* - w_{L,x^*})$$

Evaluating the expression above in $x = 0$ we get $C'_1(x) = 0$. To see that $C'_2(0) = 0$ we notice that $R'(0) = 0$ and $R(0) = 0$.

■

Proof of Theorem 3 :

The fact that $C'''_1(x) - C'''_2(x) < 0$ and the continuity of $C'_1(x)$ and $C'_2(x)$ only allows that the function $(C_1 - C_2)$ change its convexity from convex to concave. Also, because $C_1(0) = C_2(0)$ and $C'_1(0) = C'_2(0)$, we have three cases:

- (a) Is always concave: implies that Mechanism 1 is always preferred over Mechanism 2.
- (b) Is always convex: implies that Mechanism 2 is always preferred over Mechanism 1.
- (c) It changes convexity, from convex to concave. Here we have 2 subcases:
 - (c.1) If the parameters allow that exist \hat{x} such that $F(x) < 0$ for all $x > \hat{x}$, then Mechanism 2 is preferred until \hat{x} and after this point mechanism 1 it is.
 - (c.2) If $F(x) > 0$ for all x , then the change in convexity doesn't matter and always mechanism 2 is preferred over mechanism 1.

■

Proof of Proposition 11 :

(a) We can see the equation as $C_1(x) = C_2(x, A)$. Then

$$C_1'(x^*) \frac{\partial x^*}{\partial A} = \frac{\partial C_2}{\partial x}(x^*, A) \frac{\partial x^*}{\partial A} + \frac{\partial C_2}{\partial A}(x^*, A) \Rightarrow \frac{\partial x^*}{\partial A} = \frac{\frac{\partial C_2}{\partial A}}{C_1'(x^*) - \frac{\partial C_2}{\partial x}}(x^*, A) > 0.$$

We used the fact that in x^* $C_1'(x^*) > C_2'(x^*)$, given the assumptions.

(b) Analogously $C_1(x) = C_2(x, \alpha)$. Then

$$C_1'(x^*) \frac{\partial x^*}{\partial \alpha} = \frac{\partial C_2}{\partial x}(x^*, \alpha) \frac{\partial x^*}{\partial \alpha} + \frac{\partial C_2}{\partial \alpha}(x^*, \alpha) \Rightarrow \frac{\partial x^*}{\partial \alpha} = \frac{\frac{\partial C_2}{\partial \alpha}}{C_1'(x^*) - \frac{\partial C_2}{\partial x}}(x^*, \alpha) > 0.$$

■

Proof of Proposition 12 :

Given that $C_1(0) = C_2(0) = C_1'(0) = C_2'(0)$ is enough to prove that $C_1''(0) - C_2''(0) > 0$. We compute $(w_{H,x}^*)''$ and $(w_{L,x}^*)''$:

$$(w_{H,x}^*)'' = \frac{1 - p_2}{p_1 - p_2} \left[\frac{\psi''(x)\phi'(w_{H,x}^*) - \psi'(x)\phi''(x) \frac{\psi'(0)(1-p_2)}{\phi'(w_{H,x})(p_1-p_2)}}{[\phi'(w_{H,x})]^2} \right]$$

$$(w_{L,x}^*)'' = \frac{-p_2}{p_1 - p_2} \left[\frac{\psi''(x)\phi'(w_{L,x}^*) + \psi'(x)\phi''(x) \frac{\psi'(0)p_2}{\phi'(w_{L,x})(p_1-p_2)}}{[\phi'(w_{L,x})]^2} \right]$$

Then, if we evaluate $\Delta_x(w_{H,x}^*)'' + (1 - \Delta_x)(w_{H,L}^*)''$ in $x = 0$ we get:

$$p_2(w_{H,0}^*)'' + (1 - p_2)(w_{L,0}^*)'' = -\frac{(\psi'(0))^2\phi''(w_0)p_2(1 - p_2)}{(p_1 - p_2)^2[\phi'(w_0)]^3} > 0$$

Then

$$C_1''(0) = \frac{2(p_1 - p_2)h'(0^+)\psi'(0)}{(p_1 - p_2)\phi'(w_0)} - \frac{(\psi'(0))^2\phi''(w_0)p_2(1 - p_2)}{(p_1 - p_2)^2[\phi'(w_0)]^3}$$

Now to compute $C_2''(0)$, using the same previous notation we have $C_2''(x) = \Delta_x''R_x + 2\Delta_x'R'(x) + \Delta R''(x)$, where $R'(x) = \frac{4w_{H,x}''}{\alpha} \left(1 - \frac{A}{A+V}\right)$. Then,

$$C_2''(0) = \frac{4(1 - p_2)\psi'(0)}{\alpha A(p_1 - p_2)\phi'(w_0)}.$$

Then

$$C_2''(0) - C_1''(0) > 0 \Leftrightarrow \frac{4}{\alpha A} < \frac{2(p_1 - p_2)h'(0^+)}{1 - p_2} - \frac{\psi'(0)\phi''(w_0)p_2}{(p_1 - p_2)[\phi'(w_0)]^2}$$

■

Proof of Proposition 13 :

From proposition 7 we have $\frac{\partial V_{H,x}}{\partial A} < 0, \forall x$. Also, from proposition 10 we know that $C_1(x)$ and $C_2(x)$ are increasing. Setting $x = 1$, we have:

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \left[\frac{V_{H,1}^2}{A} - \frac{2V_{H,1}^3}{3A^2} \right] = 0$$

Consider $0 < \delta_A \leq 1$. Then, because $C_1(x)$ is continuous, strictly increasing and $C_1(0) = 0$, exist $0 < \epsilon \leq C_1(x = 1)$, such that $C_1(x) > \epsilon, \forall x \in [\delta, 1]$.

Fix \bar{A} such that $C_2(x = 1) < \epsilon$. Hence:

$$C_2(x) \leq C_2(x = 1) < \epsilon < C_1(x), \quad \forall x \in [\delta_A, 1].$$

■

Proof of Proposition 14 :

From proposition 12, pick A_1 large enough such that $C_2(x) < C_1(x) \forall x \in [0, \delta]$. Then, from proposition 13, pick A_2 such that $C_2(x) < C_1(x) \forall x \in [\delta, 1]$. Now, choosing $\hat{A} = \max\{A_1, A_2\}$ we have that $C_2(x) < C_1(x), \forall x \in [0, 1]$.

■

Bibliografía

- [1] BENGT HOLMSTROM, “Moral Hazard and Observability” *The Bell Journal of Economics*, Vol. 10, No. 1, pp. 74-91, 1979.
- [2] GIBBONS AND MURPHY. “Optimal Incentive Contracts in the Presence of Career Concerns: Theory and Evidence”, *The Journal of Political Economy*, Vol. 100, No. 3, pp. 468-505, 1992.
- [3] GROSSMAN AND HART “An analysis of the principal agent model”, *Econometrica*, Vol. 51, No.1, pp. 74-91, 1983.
- [4] ROGER MYERSON, “Optimal auction design”, *Mathematics of Operation Reasearch*, Vol. 6, No. 1981.
- [5] HOLMSTROM AND MILGROM. “Multitask Principal-Agent Analyses: Incentive Contracts, Asset Ownership, and Job Design”, *Journay of Law, Economics and Organization*, Vol. 7, pp. 24-52, 1991.
- [6] GEORGE BAKER. “Incentive Contracts and Performance Measurement”, *Journay of Political Economy*, Vol. 100, No.3, pp. 598-614, 1992.
- [7] BAKER, GIBBONS AND MURPHY. “Subjective Performance Measures in Optimal Incentive Contracts”, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 109, No. 4, pp. 1125-115, 1993.
- [8] GEORGE BAKER. “The Use of Performance Measures in Incentive Contracting”, *The American Economic Review*, Vol. 90, No. 2, Papers and Proceedings of the One Hundred Twelfth Annual Meeting of the American Economic Association, pp. 415-420, 2000.
- [9] LAFFONT AND TIROLE. “A Theory of Incentives in Procurement and Regulation”, MIT Press, 1993.
- [10] PETER B. BACH, “Paying Doctors to Ignore Patients”, *New York Times*, July 24, 2008.