



UNIVERSIDAD DE CHILE

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

**ESTUDIO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR EN UNA REGION CUBICA CON UN
BLOQUE ADHERIDO EN LA PARED CALIENTE**

**TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA,
MENCION MECANICA**

MEMORIA PARA OPTAR AL TITULO DE INGENIERO CIVIL MECANICO

SANDRO LUIS GARRIDO ESCOBAR

PROFESOR GUÍA:

RAMÓN LUIS FREDERICK GONZALEZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

ALVARO ALEJANDRO VALENCIA MUSALEM

MARIA CECILIA RIVARA ZUÑIGA

DIEGO JAVIER CELENTANO

SANTIAGO DE CHILE

DICIEMBRE 2009

RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL MECÁNICO Y AL GRADO DE
MAGISTER EN CS. DE LA ING. MENCIÓN MECÁNICA
POR: SANDRO GARRIDO ESCOBAR
FECHA: 18/12/2009
PROF. GUÍA: SR. RAMÓN FREDERICK GONZALEZ

“ESTUDIO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR EN UNA REGION CUBICA CON UN
BLOQUE ADHERIDO EN LA PARED CALIENTE”

Se han imaginado muchas formas de aumentar la transferencia de calor en cavidades diferencialmente calentadas. Una de ellas es añadir aletas a las paredes activas de la cavidad. Muchos trabajos numéricos bidimensionales han considerado aletas horizontales adheridas a las paredes caliente o fría. Estudios tridimensionales muestran aumentos de transferencia de calor mucho más pronunciados que los bidimensionales.

En esta tesis se estudió el aumento de la transferencia de calor en un recinto cúbico lleno de aire, mediante la colocación de un bloque paralelepípedo horizontal de sección cuadrada centrado en la pared vertical caliente. En base a estudios anteriores se elige un régimen netamente convectivo, con números de Rayleigh de 10^5 y 10^6 , y se asigna al bloque una alta conductividad térmica. La razón entre las conductividades térmicas del sólido y el fluido es de 1000. Se varían dos parámetros geométricos: longitud y lado de la sección transversal del bloque. El sistema de ecuaciones de Navier-Stokes, continuidad y energía, acoplado con la ecuación de la energía para el sólido se resuelve mediante el método de volúmenes finitos.

A pequeñas dimensiones del bloque se establece un régimen regular, en que una circulación barre la pared fría, las caras del cuerpo y la pared caliente. Si los lados de la cara frontal son de dimensiones similares al lado de la cavidad, el comportamiento del flujo se asemeja al de una cavidad estrecha, lo cual se acentúa cuando el bloque es largo, con su cara frontal próxima a la pared fría. Dado que se restringe el flujo en la región frontal del bloque, la distribución de temperatura pierde las características convectivas y se establece un régimen conductivo (denominado singular), en el cual la transferencia de calor aumenta a medida que la cara frontal se acerca a la pared fría.

En los casos regulares predomina la convección. Dado el carácter prácticamente isotermo de la superficie añadida, la transferencia de calor es mayor que en el caso sin divisores. Al aumentar el largo y el lado del bloque crece la transferencia de calor total debido al aumento del área de transferencia de calor disponible. Se llega a un máximo de transferencia de calor para lados de la sección transversal de 0,65 y 0,75 veces el lado de la cavidad a los dos números de Rayleigh estudiados, y en las condiciones más favorables alcanza un 60% de aumento con respecto a la cavidad sin divisor. A lados mayores, comienza a ser crítico el efecto de bloqueo del flujo por el sólido, que restringe el barrido de las caras del bloque, especialmente la superior. Los aumentos de transferencia de calor obtenidos en esta tesis son los mayores encontrados hasta ahora en cavidades de razón de aspecto unitaria.

AGRADECIMIENTOS

Quisiera expresar mi agradecimiento a todas las personas que me han ayudado a la realización de este trabajo, en especial:

A mi profesor guía, Ramón Frederick, por todo el tiempo dedicado, por su paciencia, dar sugerencias e ideas y por todo el respaldo que me ha entregado.

A los profesores miembros de la comisión examinadora por corregir, dar ideas y por su revisión.

Al personal académico y funcionarios del DIMEC por su labor formativa y calidad humana.

A mis ex-compañeros que hicieron grata mi permanencia en la universidad y amigos que me tendieron una mano.

A mis padres, por su incondicional apoyo y cariño que permitió, entre otras cosas, alcanzar ésta importante meta en mi vida.

Índice General

Índice de Figuras	IV
Índice de Tablas	IX
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes Generales	1
1.2. Motivación	2
1.3. Objetivos	3
1.3.1. Objetivos Generales	3
1.3.2. Objetivos Específicos	3
1.4. Alcances	3
2. Antecedentes	5
2.1. Descripción del Problema Físico	5
2.1.1. Número de Nusselt (Nu)	6
2.1.2. Número de Rayleigh (Ra)	6
2.1.3. Número de Prandtl (Pr)	7
2.1.4. Tasa de conductividad térmica (R_k)	7
2.1.5. Razón de aspecto (A)	7
2.2. Reseña Histórica	8
2.3. Estudios Bidimensionales	9
2.3.1. Efecto del Ra , longitud y posición vertical de una aleta	10
2.3.2. Influencia de las aletas y Ra en los campos de flujo	20
2.3.3. Influencia del Ra ($R_k \leq 60$)	23
2.4. Estudios Tridimensionales	27
2.4.1. Aleta horizontal	27
2.4.2. Aleta vertical	37
2.4.3. Optimización de los parámetros geométricos de la aleta	45
3. Formulación del Problema Físico	53

3.1. Geometría del Problema	53
3.2. Características del Problema Físico	54
3.2.1. Adimensionalización de Parámetros y Ecuaciones	55
3.2.2. Condiciones de Borde	56
3.2.3. Condiciones iniciales	57
3.2.4. Simetría	57
3.2.5. Número de Nusselt	58
4. Método Numérico	59
4.1. Algoritmo de Discretización	59
4.1.1. Discretización de las ecuaciones de transferencia	62
4.2. Método SIMPLER	65
4.2.1. Diagrama de Flujo	65
4.3. Código Computacional	67
4.4. Validación del código computacional	68
5. Resultados	70
5.1. Descripción física del fenómeno	71
5.1.1. Casos cavidad sin divisor, $Ra=10^5$ y 10^6	71
5.1.2. Caso cavidad con bloque: $Ra=10^5$	75
5.1.3. Caso cavidad con bloque: $Ra=10^6$	83
5.1.4. Efecto del ancho del bloque sobre el modo de flujo	88
5.1.5. Efecto de la longitud del bloque sobre el modo de flujo	93
5.1.6. Análisis de velocidades obtenidas en las simulaciones	97
5.2. Características de la transferencia de calor en la cavidad	100
5.2.1. Variación porcentual en la transferencia de calor en función de b/L	106
5.2.2. Variación porcentual en la transferencia de calor en función de l/L	108
5.3. Transferencia de calor por superficies	111
6. Conclusiones	116
6.1. Aspectos geométricos del problema	116
6.2. Modos de flujo	117
6.3. Transferencia de calor total en la cavidad	117
6.4. Distribución de la transferencia de calor por caras	118
6.5. Consecuencias para la aplicación del fenómeno	118
Bibliografía	120

A. El <i>ml</i> del bloque	A-1
B. Transferencia de calor en función de ϕ	B-1
C. Geometrías propuestas	C-1

Índice de Figuras

1.1. Región cúbica de lado L con un bloque adherido a la pared caliente a T_H	2
2.1. Superficies de: (a) Isotermas, (b) isovorticidad, para $Ra=10^6$	8
2.2. Diagrama esquemático del problema.	10
2.3. (a)Líneas de flujo y (b)isotermas en una cavidad sin aleta.	11
2.4. Líneas de flujo en una cavidad con aleta, $Ra=10^4$	12
2.5. Isotermas en una cavidad con aleta, $Ra=10^4$	13
2.6. Líneas de flujo en una cavidad con aleta, $Ra=10^5$	14
2.7. Isotermas en una cavidad con aleta, $Ra=10^5$	15
2.8. Variación del Número de Nusselt Local a lo largo de la pared caliente de la cavidad con aletas en distintas posiciones ($Ra=10^4$).	16
2.9. Número de Nusselt promedio en función del largo de aleta.	17
2.10. Número de Nusselt promedio en función de la posición vertical de la aleta.	18
2.11. Número de Nusselt promedio en función del Número de Rayleigh.	18
2.12. Número de Nusselt promedio en función del Número de Rayleigh.	19
2.13. Campo de Flujo en cavidad con y sin aleta. Arriba: $Ra=10^4$; Abajo: $Ra=10^7$	20
2.14. Variación de ψ_{min} con la posición de la aleta. (a): $Ra=10^4$; (b): $Ra=10^5$; (c): $Ra=10^6$; (d): $Ra=10^7$	21

2.15. Cavity sin aleta. Izquierda: Campo de flujo, Derecha: Campo de temperatura. Primera fila: $Ra = 10^4$. Segunda fila: $Ra = 10^6$. Tercera fila: $Ra = 10^8$	23
2.16. Nu en función de Ra para una aleta de longitud $W_p=0,3$. (a) $R_k = 0$, (b) $R_k = 1$, (c) $R_k = 30$, (d) $R_k = 60$	25
2.17. Modelo físico con sus coordenadas: (a) Plano $Z=0,5$, (b) Plano $X=0$	27
2.18. Isotermas y campos de flujo en $Z=0,5$, $b/L=0,5$, $R_k=10$, $Ra=10^4$: (a) isotermas, (b) vectores de velocidad.	27
2.19. Vectores de velocidad en dos planos a $Ra=10^4$, $b/L=0,5$, $R_k=10$: (a) $X=0,09$, (b) $Y=0,385$	29
2.20. Temperaturas y campos de velocidad en el plano $Z=0,5$, $Ra=10^6$, $b/L=0,5$, $R_k=10$: (a) isotermas, (b) vectores de velocidad.	30
2.21. Temperaturas y campos de velocidad en el plano $Z=0,5$, $Ra=10^6$, $b/L=0,5$, $R_k=1000$: (a) isotermas, (b) vectores de velocidad.	31
2.22. Vectores de velocidad en dos planos para $b/L=0,7$, $Ra=10^6$, $R_k=1000$: (a) $X=0,09$, (b) $Y=0,585$	32
2.23. Números de Nusselt globales, \overline{Nu} , en función de b/L , para $Ra=10^5$, $R_k=1000$	35
2.24. Modelo físico y sus coordenadas adimensionales: (a) Perfil de la aleta en el plano $Z=0,5$ y (b) Cara frontal de la aleta en el plano $X=0$	37
2.25. Isotermas en el plano $Z=0,5$, $Ra=10^5$. (a) $R_k=1000$, (b) $R_k=10$	39
2.26. Campos de temperatura y vectores de velocidad en los planos XY a $Ra=10^5$, $R_k=1000$; (a) isotermas a $Z=0,385$, (b) velocidades a $Z=0,2$	39
2.27. Campos de temperatura en el plano $X=0,2$, $Ra=10^5$, $R_k=1000$	40
2.28. Isotermas en el plano $Z=0,3$, $R_k=7000$. (a) $Ra=10^3$, (b) $Ra=10^4$, (c) $Ra=10^5$	42
2.29. Aumento porcentual de la transferencia de calor bajo $Ra=10^5$ y 10^6	44
2.30. La geometría físicas con sus coordenadas.	45
2.31. El efecto de la longitud y razón de aspecto de la aleta sobre la tasa global de transferencia de calor cuando $Ra^{1/4}/(R_k\phi) < 1$	49

2.32. El efecto de la longitud y razón de aspecto de la aleta sobre la tasa global de transferencia de calor cuando $Ra^{1/4}/(R_k\phi) \approx 1$, y $Ra^{1/4}/(R_k\phi) > 1$	50
2.33. Rango en el que las oportunidades de optimización, en términos de la razón de aspecto transversal de la aleta, pertenecen al plano $(Ra-\phi)$, y las posiciones de las simulaciones numéricas en ese plano.	52
3.1. Modelo físico y coordenadas: (a) plano $Z = 0,5$, (b) plano $X = 0$	53
4.1. Disposición espacial de nodos de malla con respecto al VC.	60
4.2. Desplazamiento de la malla. Arriba, en dirección y y z . Abajo, en dirección x	62
4.3. Diagrama de Flujo del Método.	66
5.1. Campos de flujo e isothermas en el plano $Z=0,5$, en una cavidad sin aleta. Arriba: $Ra=10^5$. Abajo: $Ra=10^6$. Izquierda: Vectores de velocidad. Derecha: Isothermas.	71
5.2. Campos de flujo e isothermas en la cavidad para $Ra = 10^5$	72
5.3. Campos de flujo e isothermas en la cavidad para $Ra = 10^6$	73
5.4. Campos de flujo e isothermas en la cavidad $l/L=0,5, b/L=0,5, Ra = 10^5$	75
5.5. Campos de flujo y líneas de isothermas en planos XY, $l/L=0,5, b/L=0,5, Ra = 10^5$	77
5.6. Campos de flujo y líneas de isothermas en planos ZY, $l/L=0,5, b/L=0,5, Ra = 10^5$	79
5.7. Campos de flujo y líneas de isothermas en planos XZ, $l/L=0,5, b/L=0,5, Ra = 10^5$	81
5.8. Campos de flujo e isothermas en la cavidad $l/L=0,5, b/L=0,5, Ra = 10^6$	83
5.9. Campos de flujo y líneas de isothermas en planos XY, $l/L=0,5, b/L=0,5, Ra = 10^6$	84
5.10. Campos de flujo y líneas de isothermas en planos ZY, $l/L=0,5, b/L=0,5, Ra = 10^6$	85
5.11. Campos de flujo y líneas de isothermas en planos XZ, $l/L=0,5, b/L=0,5, Ra = 10^6$	86
5.12. Campos de flujo, para $b/L=0,1$ a $1, l/L=0,25, Ra=10^5$	88

5.13. Campos de flujo e isothermas en el plano $Z=0,5$, $l/L=0,75$, $b/L=0,1$, $Ra = 10^5$. Arriba: Plano $Z = 0,5$. Abajo: Plano $X = 0,075$. Izquierda: Vectores de velocidad. Derecha: Isothermas. . . .	89
5.14. Campos de flujo e isothermas en el plano $Z=0,5$, $l/L=0,75$, $b/L=0,4$, $Ra = 10^5$. Arriba: Plano $Z = 0,5$. Abajo: Plano $X = 0,085$. Izquierda: Vectores de velocidad. Derecha: Isothermas. . . .	90
5.15. Campos de flujo e isothermas en el plano $Z=0,5$, $l/L=0,75$, $b/L=0,6$, $Ra = 10^5$. Arriba: Plano $Z = 0,5$. Abajo: Plano $X = 0,105$. Izquierda: Vectores de velocidad. Derecha: Isothermas. . . .	91
5.16. Campos de flujo e isothermas en el plano $Z=0,5$, $l/L=0,75$, $b/L=0,9$, $Ra = 10^5$. Arriba: Plano $Z = 0,5$. Abajo: Plano $X = 0,795$. Izquierda: Vectores de velocidad. Derecha: Isothermas. . . .	92
5.17. Campos de flujo, para $l/L=0,25$ a $0,95$, $b/L=0,6$, $Ra=10^5$	93
5.18. Campos de flujo e isothermas en el plano $Z=0,5$, $l/L=0,25$, $b/L=0,5$, $Ra = 10^5$. Arriba: Plano $Z = 0,5$. Abajo: Plano $X = 0,085$. Izquierda: Vectores de velocidad. Derecha: Isothermas. . . .	94
5.19. Campos de flujo e isothermas en el plano $Z=0,5$, $l/L=0,75$, $b/L=0,5$, $Ra = 10^5$. Arriba: Plano $Z = 0,5$. Abajo: Plano $X = 0,085$. Izquierda: Vectores de velocidad. Derecha: Isothermas. . . .	95
5.20. Campos de flujo e isothermas en el plano $Z=0,5$, $l/L=0,95$, $b/L=0,5$, $Ra = 10^5$. Arriba: Plano $Z = 0,5$. Abajo: Plano $X = 0,095$. Izquierda: Vectores de velocidad. Derecha: Isothermas. . . .	96
5.21. Transferencia de calor de la cavidad, en términos de \overline{Nu} observado en la pared fría para $Ra=10^5$ y 10^6 : (a) y (b) en función de b/L , parámetro l/L ; (c) y (d) en función de l/L , parámetro b/L	101
5.22. Números de Nusselt en la pared fría en función del lado adimensional b/L del bloque para valores de l/L dados, $Ra=10^5$	102
5.23. Números de Nusselt en la pared fría en función del lado adimensional b/L del bloque para valores de l/L dados, $Ra=10^6$	102
5.24. Velocidades máximas en función de b/L para dos Ra	103
5.25. Números de Nusselt en la pared fría en función de la longitud adimensional l/L del bloque para valores de b/L dados, $Ra=10^5$	104
5.26. Números de Nusselt en la pared fría en función de la longitud adimensional l/L del bloque para valores de b/L dados, $Ra=10^6$	105
5.27. Aumento porcentual de la transferencia de calor con respecto a b/L , para $l/L=0,25$ a $0,90$	106

5.28. Aumento porcentual de la transferencia de calor con respecto a l/L , para $b/L=0,95$	107
5.29. Aumento porcentual de la transferencia de calor con respecto a l/L , para $b/L=0,1$ a $0,4$	108
5.30. Aumento porcentual de la transferencia de calor con respecto a l/L , para $b/L=0,5$ a 1	109
5.31. Contribuciones porcentuales de cada superficie a la transferencia de calor global, para los casos máximos de régimen regular, para $Ra=10^5$ y 10^6	115
B.1. Números de Nusselt en la pared fría en función del volumen ϕ del bloque para valores de l/L dados, $Ra=10^5$	B-1
B.2. Números de Nusselt en la pared fría en función del volumen ϕ del bloque para valores de l/L dados, $Ra=10^6$	B-2
B.3. Números de Nusselt en la pared fría en función del volumen ϕ del bloque para valores de l/L dados, $Ra=10^5$, en el rango $\phi=0,015$ a $0,055$	B-3
C.1. Geometrías propuestas para estudiar posibles aumentos en la transferencia de calor.	C-2

Índice de Tablas

2.1. Variación de $\overline{Nu}_{Ra=0}$ con R_k	25
2.2. Velocidades máximas (U_m, V_m) en los ejes del plano $Z=0,5$, para $b/L=0,5$	28
2.3. Velocidades verticales máximas en la cavidad con aleta adherida de $b/L=0,5$ con sus respectivas coordenadas.	29
2.4. Resultados de la transferencia de calor global para una cavidad con aleta de $b/L=0,5$	32
2.5. Resultados de la transferencia de calor global para una cavidad con aleta de $b/L=0,7$	32
2.6. Aportes porcentuales a la transferencia de calor global de la pared caliente y las caras de la aleta, $b/L=0,5$	33
2.7. Aumentos porcentuales de la transferencia de calor con respecto al caso de la cavidad sin aleta.	34
2.8. Transferencia de calor global en una cavidad cuadrada con aleta.	34
2.9. Resultados de la transferencia de calor global para una cavidad sin aleta, para la cavidad con aleta vertical bajo tres tasas de conductividad térmica y para la cavidad con aleta horizontal bajo una elevada tasa de conductividad térmica.	37
2.10. Velocidades verticales máximas con sus respectivas coordenadas.	41
2.11. Contribuciones porcentuales de la pared caliente, cara frontal y lados de la aleta a la transferencia de calor global en algunos de los casos estudiados, $R_k=7000$	43
3.1. Valores para los parámetros geométricos adimensionales.	54

4.1. Resultados entregados por el código para una cavidad sin bloque adherido según distintos mallados para $Ra=10^5$	68
4.2. Resultados entregados por el código para una cavidad sin bloque adherido según distintos mallados para $Ra=10^6$	68
4.3. Validación del código para una cavidad sin bloque adherido para $Ra=10^5$	69
4.4. Validación del código para una cavidad sin bloque adherido para $Ra=10^6$	69
5.1. Velocidades verticales máximas a $Ra=10^5$, para cada l/L con sus respectivas coordenadas.	97
5.2. Velocidades verticales máximas a $Ra=10^6$, para cada l/L con sus respectivas coordenadas.	98
5.3. Máxima transferencia de calor global (y su aumento porcentual c/r al caso sin bloque) para varios valores de l/L	107
5.4. Máxima transferencia de calor global para diez valores de lado adimensional b/L , obtenida con $l/L=0,95$	110
5.5. Contribuciones, en términos de \overline{Nu} y porcentajes, a la transferencia de calor global por parte de la pared caliente y de las caras del bloque, para $b/L=0,25, 0,50$ y $0,75, Ra=10^5$	111
5.6. Contribuciones, en términos de \overline{Nu} y porcentajes, a la transferencia de calor global por parte de la pared caliente y de las caras del bloque, para $b/L=0,80, 0,85, 0,90$ y $0,95, Ra=10^5$	112
5.7. Contribuciones, en términos de \overline{Nu} y porcentajes, a la transferencia de calor global por parte de la pared caliente y de las caras del bloque, para $b/L=0,25, 0,50, 0,75$ y $0,80, Ra=10^6$	113
5.8. Contribuciones, en términos de \overline{Nu} y porcentajes, a la transferencia de calor global por parte de la pared caliente y de las caras del bloque, para $b/L=0,85, 0,90$ y $0,95, Ra=10^6$	114

Nomenclatura

Símbolo	Descripción	Unidad
L	Arista de la cavidad	m
A	Razón de aspecto de la cavidad	
b	Arista del bloque	m
l	Largo del bloque	m
g	Aceleración de gravedad	m/s^2
ρ	Densidad del aire	kg/m^3
α	Difusividad térmica del aire	m^2/s
β	Coefficiente de expansión térmica	K^{-1}
ν	Viscosidad cinemática del aire	m^2/s
k_a	Coefficiente de conductividad térmica de la aleta	W/mK
k_f	Coefficiente de conductividad térmica del fluido	W/mK
R_k	Tasa de conductividad térmica, k_a/k_f	
Ra	Número de Rayleigh	
Pr	Número de Prandtl	
Nu	Número de Nusselt local	
\overline{Nu}	Número de Nusselt promedio	
u	Velocidad en dirección x	m/s
v	Velocidad en dirección y	m/s
w	Velocidad en dirección z	m/s
T	Temperatura	K
p	Presión	N/m^2
q	Densidad de flujo de calor	W/m^2
T_H	Temperatura de la pared caliente	K
T_C	Temperatura de la pared fría	K
T_m	Temperatura media, $(T_H - T_C)/2$	K
ΔT	Diferencia de temperatura, $(T_H - T_C)$	K

Símbolo	Descripción	Unidad
ϕ	Volumen adimensional del bloque, $(l/L)(b/L)^2$	
X	Posición adimensional en la coordenada x	
Y	Posición adimensional en la coordenada y	
Z	Posición adimensional en la coordenada z	
U	Velocidad adimensional en la dirección X	
V	Velocidad adimensional en la dirección Y	
W	Velocidad adimensional en la dirección Z	
Θ	Temperatura adimensional	
P	Presión adimensional	

Capítulo 1

Introducción

En la presente tesis se estudia la transferencia de calor en una cavidad cúbica diferencialmente calentada, a la cual se ha adherido un bloque conductor en la pared caliente. Para esto se realizó un estudio numérico del fenómeno para bloques con diferentes parámetros geométricos, con un coeficiente de conducción térmica moderadamente alto y para dos valores del número de Rayleigh.

1.1. Antecedentes Generales

Si existe una diferencia de temperatura en el interior de un líquido o un gas, en la mayoría de los casos, se producirá un movimiento del fluido. Este movimiento transfiere calor de una parte del fluido a otra por un proceso llamado convección. El movimiento del fluido puede ser natural (en el caso de ser causado por diferencias de temperatura) o forzado. Si se calienta un líquido o un gas, su densidad suele disminuir. Si el líquido o gas se encuentra en el campo gravitatorio, el fluido más caliente y menos denso asciende, mientras que el fluido más frío y más denso desciende. Este tipo de movimiento, debido exclusivamente a la no uniformidad de la temperatura del fluido, se denomina convección natural.

Las aplicaciones del fenómeno de convección natural comprende los flujos presentes en cámaras frigoríficas, en espacios habitables, (donde las ventanas y los dispositivos de calefacción son las fuentes térmicas), colectores solares planos, enfriamiento de contenedores de desechos radioactivos, sistemas de enfriamiento de componentes electrónicos, etc. Tal variedad de aplicaciones ha generado un gran interés en el estudio de la transferencia de calor en varias configuraciones distintas de cavidades, con diferentes condiciones de borde y con diferente posicionamiento de aletas verticales u horizontales, ya sea en la pared caliente o fría. La cantidad de trabajos existentes, ha demostrado que mediante el uso de aletas, se puede aumentar o disminuir el flujo de calor entre dos medios. Así por ejemplo, el aumento de la transferencia de calor adhiriendo aletas, generalmente se logra cuando éstas tienen un coeficiente de transferencia de calor mayor a la del fluido en

la cavidad, mientras que la disminución de la transferencia de calor se da cuando las aletas obstaculizan el flujo del fluido, generando una disminución o supresión de la convección natural.

1.2. Motivación

El interés en lograr alta transferencia de calor en cavidades diferencialmente calentadas por adición de aletas a las paredes activas ha aumentado notoriamente en años recientes. Aunque los resultados publicados sobre simulaciones bidimensionales son numerosos, las posibilidades ofrecidas por la geometría tridimensional no han sido suficientemente exploradas.

La tridimensionalidad otorga la libertad de considerar aletas de variadas formas, dimensiones y localizaciones, con el objeto de mejorar la transferencia de calor. De esta manera, se origina una amplia variedad de patrones de flujo.

En este trabajo se estudiará la transferencia de calor en una cavidad cúbica con un bloque conductor en forma de paralelepípedo de base cuadrada adherido centralmente a la pared caliente. Se espera que un cuerpo de estas características, al proporcionar una significativa área de transferencia al fluido por cinco caras (dos laterales, una superior y una inferior, y una frontal), sea eficiente en promover una alta tasa de transferencia de calor.

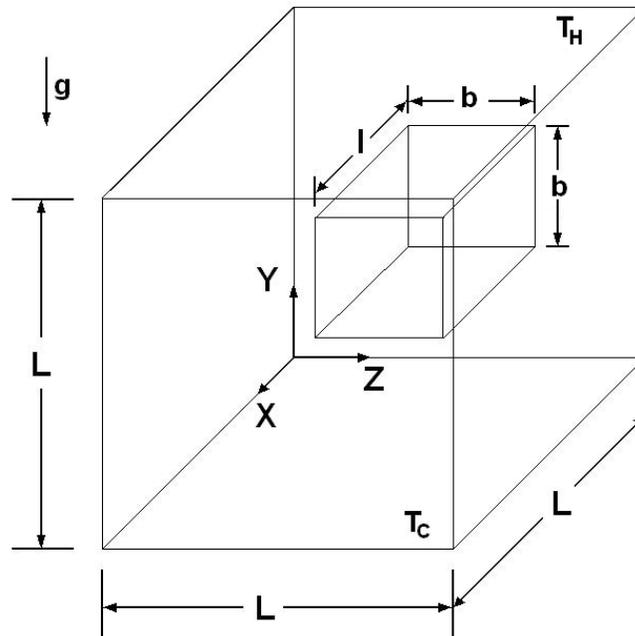


Figura 1.1: Región cúbica de lado L con un bloque adherido a la pared caliente a T_H .

Al aumentar el lado de la sección cuadrada o la longitud del paralelepípedo, contrariamente se debería ver intensificado el efecto de bloqueo al flujo, con lo cual el aumento de área estará compensado. Entonces se puede esperar un máximo de transferencia de calor en función de la geometría.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivos Generales

El objetivo de este trabajo es estudiar el aumento de la transferencia de calor que se obtiene en una cavidad cúbica diferencialmente calentada, al incorporar un cuerpo de sección cuadrada, centrado en la pared caliente. Además, se pretende estudiar la influencia en el aumento de la transferencia de calor, de otras variables importantes como son el número de Rayleigh Ra y los parámetros geométricos del bloque.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Simular numéricamente el fenómeno de convección natural en la situación física arriba descrita, mediante la utilización de un código Fortran basado en el método SIMPLER [1].
- Caracterizar el flujo y la transferencia de calor mediante el despliegue gráfico de los perfiles de temperaturas y campos de velocidad, a partir de los campos generados por la simulación, empleando el software Matlab 7.3.
- Cuantificar la transferencia total de calor en la cavidad y la distribución de los aportes de calor de las diferentes caras del bloque, así como la superficie base; además de su variación con respecto al caso sin obstáculos.

1.4. Alcances

Estos alcances dan cuenta de los parámetros a emplear en las simulaciones, entre los que se considera:

- Se supondrá un flujo laminar estacionario.
- Se usará un número de Prandtl Pr fijo de 0,71, correspondiente al fluido de trabajo que es aire, rango de número de Rayleigh Ra entre 10^5 y 10^6 , para situarse en un régimen predominantemente convectivo.
- El material del bloque tendrá conductividad térmica mil veces mayor a la conductividad térmica del aire ($R_k = 1000$), correspondiendo a un metal, como un acero, por ejemplo. Se selecciona este valor con el fin de obtener aumentos de la transferencia de calor con respecto al caso sin bloque.

- Se estudiará en forma exhaustiva el efecto de las dimensiones del bloque sobre la transferencia de calor, sin tener en cuenta limitaciones de peso y costo.
- Se variará la longitud l/L con los siguientes valores: 0,25, 0,50, 0,75, 0,80, 0,85, 0,90, 0,95, y también el tamaño de la sección del cuerpo b/L desde 0,1 hasta 1,0, aumentando 0,1. También se registrará el caso con b/L y/o $l/L = 0$. En el caso de b/L vale señalar que se realizará un análisis de sensibilidad en torno a los posibles máximos que se encuentren, lo cual aumentará el número de simulaciones. Con lo anterior se tiene un mínimo de 140 casos a estudiar.
- El caso $l/L=1$, correspondiente a una aleta apoyada en dos caras verticales opuestas se entenderá como conceptualmente diferente del caso a estudiar, y no se tratará en esta tesis.

Capítulo 2

Antecedentes

Muchos estudios se han realizado para comprender el fenómeno de la convección natural en cavidades [2-6]. En estos, se ha supuesto que las paredes verticales se mantienen cada una, a una determinada temperatura constante y distinta una de la otra, y que las paredes horizontales son aisladas térmicamente. Más recientemente, se empezó a estudiar el comportamiento de la convección natural en cavidades, al adherir aletas en las paredes activas de éstas [7-17]. Esto se ha realizado, motivado por la necesidad de aumentar o disminuir la transferencia de calor entre dos medios, dado su gran utilización en distintas aplicaciones industriales.

2.1. Descripción del Problema Físico

En este trabajo se realiza la simulación numérica directa de la convección natural en una cavidad cúbica, con un bloque conductor adherido en su cara caliente. La convección natural es un fenómeno de transporte (materia y energía) que tiene su origen en diferencias de densidad. Cuando bajo la presencia de un campo gravitatorio un fluido se calienta, se expande; en consecuencia su densidad disminuye. Si una capa de fluido más fría y más densa se encuentra encima del fluido caliente, entonces el fluido caliente asciende a través del fluido frío hasta la superficie. El flujo ascendente disipa su energía en el entorno, se enfría y su densidad aumentará, con lo cual bajará reiniciando el proceso. La convección natural al interior de una cavidad tridimensional con dos paredes activas (fuente caliente y fuente fría) presenta una circulación dada por el flujo ascendente en la vecindad de la pared caliente, el cual posteriormente avanza en masa horizontalmente en dirección a la pared fría; a medida que se acerca a dicha fuente su temperatura disminuye y, por ende, aumenta su densidad, con lo cual la masa desciende y retorna impulsada hacia la pared caliente, donde se reinicia el ciclo. Las paredes inactivas se consideran adiabáticas y por ende tienen una condición de flujo nulo, por lo cual su temperatura es dependiente y no entrega fuerzas de empuje al fluido.

La transferencia de calor de la pared caliente a la fría, se representa por el número de Nusselt (Nu). La cantidad de calor que se transfiere, depende de la geometría de la cavidad, la composición del bloque, y de las características principales del fluido. La geometría de la cavidad se define mediante la razón de aspecto (A), la composición del bloque mediante la tasa de conductividad térmica (R_k), mientras que las características principales del fluido se definen mediante el número de Rayleigh (Ra) y el número de Prandtl (Pr). A continuación, se presenta una breve descripción de cada uno de los términos mencionados anteriormente. Luego de esto, se describe la influencia en la transferencia de calor en cavidades con aletas en sus paredes activas, mediante los estudios efectuados hasta el momento, es decir, estudios 2D y 3D.

2.1.1. Número de Nusselt (Nu)

El número de Nusselt es un número adimensional que mide el aumento de transferencia de calor desde una superficie, que ocurre en una situación real, comparado con la transferencia de calor si ocurriese sólo conducción. Típicamente es usado para medir el aumento de transferencia de calor cuando ocurre la convección.

Representa la relación que existe entre el calor transferido por convección a través del fluido y el que se transferiría si sólo existiese conducción.

Se define en función del coeficiente de convectividad térmica h , el coeficiente de conductividad térmica k , y una medida de longitud representativa L , mediante la expresión:

$$Nu = \frac{h \cdot L}{k}$$

2.1.2. Número de Rayleigh (Ra)

El número de Rayleigh es un número adimensional asociado a la transferencia de calor de un fluido. Cuando el número de Rayleigh está por debajo del valor crítico para un cierto fluido, la transferencia de calor es principalmente por conducción, mientras que si el número de Rayleigh excede el valor crítico, la transferencia de calor es por convección.

Se define en función de la gravedad g , el coeficiente de expansión térmica β , la diferencia de temperatura ΔT , una medida de longitud L , la viscosidad cinemática ν , y el coeficiente de difusividad térmica α , mediante la expresión:

$$Ra = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot L^3}{\nu \cdot \alpha}$$

2.1.3. Número de Prandtl (Pr)

El número de Prandtl es un número adimensional que aproxima la tasa de difusividad de momentum y la difusividad térmica. Representa la relación que existe entre la difusividad molecular de la cantidad de movimiento y la difusividad molecular del calor.

El número de Prandtl va desde menos de 0,01 para los metales líquidos hasta más de 100000 para los aceites pesados. Pr es del orden de 10 para el agua. Los valores del número de Prandtl para los gases son de alrededor de 1, lo que indica que tanto la cantidad de movimiento como de calor se difunden por el fluido a una velocidad similar. El calor se difunde con mucha rapidez en los metales líquidos ($Pr \ll 1$) y con mucha lentitud en los aceites ($Pr \gg 1$) en relación con la cantidad de movimiento. Esto indica que la capa límite térmica es mucho más gruesa para los metales líquidos y mucho más delgada para los aceites, en relación con la capa límite de velocidad. Cuanto más gruesa sea la capa límite térmica con mayor rapidez se difundirá el calor en el fluido. Para mercurio, la conducción es muy efectiva en comparación con la convección, lo cual implica que la difusividad térmica es dominante. Para aceite de motores, la convección es más efectiva transfiriendo energía desde un área, en comparación con la conducción pura, por lo que la difusividad de momentum es dominante.

El número de Prandtl se define en función de la viscosidad cinemática del fluido ν y el coeficiente de difusividad térmica α , mediante la expresión:

$$Pr = \nu / \alpha$$

2.1.4. Tasa de conductividad térmica (R_k)

La tasa de conductividad térmica, se define como la razón entre el coeficiente de conductividad térmica de la(s) aleta(s) k_a y el coeficiente de conductividad térmica del fluido k_f .

$$R_k = k_a / k_f$$

2.1.5. Razón de aspecto (A)

La razón de aspecto A , es el cociente entre la altura H y el ancho L del recinto. Para el caso de cavidad cúbica, la razón de aspecto se mantiene constante e igual a 1.

$$A = H / L$$

2.2. Reseña Histórica

Comenzando por Bénard (1900) y pasando por numerosos trabajos (Batchelor (1954), Bejan (1980), entre otros) se ha estudiado analítica y experimentalmente el problema de la convección natural en recintos cerrados. Sin embargo en 1983 el trabajo de De Vahl Davis [3] permitió contar con la primera solución numérica que permitía validar los programas numéricos de simulación (solución benchmark) para una cavidad cuadrada cerrada, con paredes verticales activas enfrentadas y paredes horizontales adiabáticas. El conjunto de valores obtenidos (número de Nusselt y velocidades máximas), además de los campos de flujo y temperatura fueron reproducidas gráficamente en forma de curvas de nivel. Las simulaciones posteriores se enfocaron en modificar la tasa de transferencia de calor.

En relación a la simulación de casos en tres dimensiones, Fusegi *et al.* [4] (1991), presentó una solución benchmark con los resultados de su estudio de una cavidad cúbica con paredes activas opuestas y las restantes en condición de aislamiento, en el rango $Ra=10^3$ a 10^6 , y en un posterior trabajo [5] se obtuvieron representaciones gráficas de las curvas isotermas y del flujo, para diferentes Ra . En la figura 2.1 se muestran las representaciones gráficas obtenidas para $Ra=10^6$.

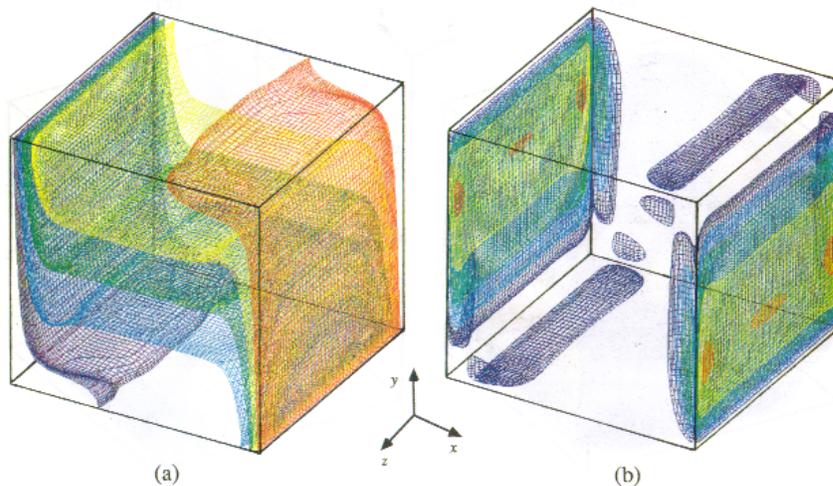


Figura 2.1: Superficies de: (a) Isotermas, (b) isovorticidad, para $Ra=10^6$.

En el año 2000 Tric *et al.* [6] obtuvieron una nueva solución benchmark destinada a reemplazar el antiguo benchmark de Fusegi para el caso tridimensional con dos paredes verticales opuestas a distintas temperaturas y el resto de las paredes adiabáticas, abarcando el rango de $Ra=10^3$ a 10^7 . Además entrega una solución benchmark bidimensional para una cavidad cuadrada con paredes horizontales adiabáticas en el rango $Ra=10^3$ a 10^8 . Todos los \overline{Nu} obtenidos fueron los máximos globales en la cavidad y resultan ser todos menores en comparación al benchmark anterior.

2.3. Estudios Bidimensionales

En 1989 Frederick y Valencia [7] estudiaron el problema de la convección natural en una cavidad cuadrada con un divisor adosado a la pared caliente en forma perpendicular y mantenía las paredes horizontales perfectamente conductoras. Se varió el largo del divisor y R_k , observando que el flujo de aire obtenido presentaba una forma asimétrica con respecto al eje vertical, con desplazamientos laterales del centro de rotación. En la mayoría de los casos el flujo rodeaba al divisor formando una circulación única, pero para Ra muy altos notaron una circulación retrógrada alrededor de la superficie superior del divisor. Los resultados constataron que para razones R_k bajas, la tendencia general frente a la variación de otros parámetros (largo de aleta y Ra) era una reducción en la transferencia de calor con respecto al caso sin divisor, con la única excepción el caso para Ra bajo y aleta de gran longitud. Sin embargo, para R_k alta se observaron reducciones en la transferencia de calor para Ra en el rango 10^4 a 10^5 , aumentando la transferencia de calor en otros casos.

En 1993 Nag *et al.* [8] analizaron el efecto de una partición sin espesor, de largo variable unida a la pared caliente, en una geometría cuadrada, con paredes activas opuestas y el resto en condición adiabática. La partición fue ubicada a distintas alturas verticales dentro de la cavidad, estudiando los casos en que la conductividad de la aleta era infinita y aquellos en que poseía características adiabáticas. Sus resultados mostraron que al incluir una aleta de conductividad infinita, el \overline{Nu} observado aumentaba a medida que lo hacía el largo de la partición, independiente de la altura a la que ésta se encontrara ubicada, siendo además para todos los rangos de Ra , mayor que los casos referenciales donde la cavidad no mostraba la presencia de aletas.

Por su parte para el caso de aleta adiabática el \overline{Nu} encontrado disminuyó con el aumento de la longitud del divisor, en especial para Ra bajos, pero a Ra mayores el efecto largo de la aleta disminuyó. La mejor ubicación para el divisor adiabático resultó por sobre la línea media de la cavidad, obteniendo la máxima reducción en la transferencia de calor.

En 1994 los mismos autores [9] estudiaron el efecto de la inclusión dentro de una cavidad cuadrada similar al estudio anterior, de una aleta con espesor y conductividad variable adosada a la pared caliente y ubicada a una altura (vertical) media de la cavidad. En base a los resultados obtenidos, observaron que si disminuía el espesor de aleta, la transferencia de calor también lo hacía hasta alcanzar un valor mínimo para un espesor de aleta crítico, en que esta situación se revertía y la transferencia de calor volvía a crecer. Por su parte, el efecto de la variación en la conductividad del divisor, mostró que para altos valores de este parámetro el valor de \overline{Nu} observado aumentó con respecto al caso sin divisor, pero para conductividades bajas la aleta actuó como un inhibidor de la transferencia de calor.

2.3.1. Efecto del Ra , longitud y posición vertical de una aleta

Tasnim *et al.* [10] analizaron el efecto del número de Rayleigh (Ra), largo (L) y la posición en altura (H) de una aleta altamente conductiva de espesor finito (1 % del lado de la cavidad) sobre la transferencia de calor desde la pared vertical caliente de una cavidad cuadrada.

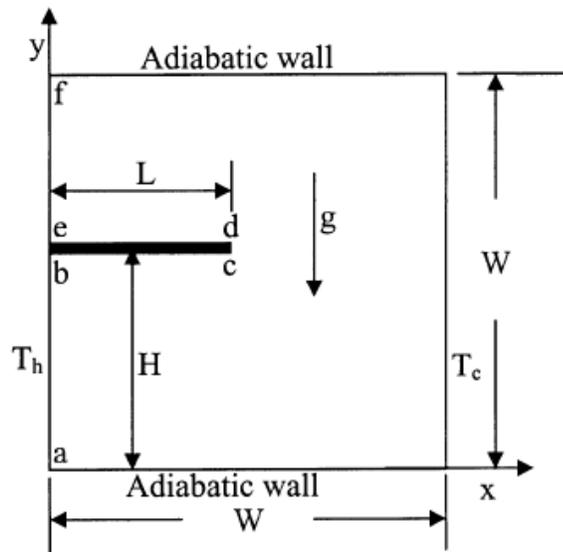


Figura 2.2: Diagrama esquemático del problema.

Se consideró $Ra = 10^3$ a 10^5 y aire como fluido de trabajo. Las paredes superior e inferior están aisladas. El campo de flujo se consideró estacionario y el fluido es incompresible.

Campos de Flujo

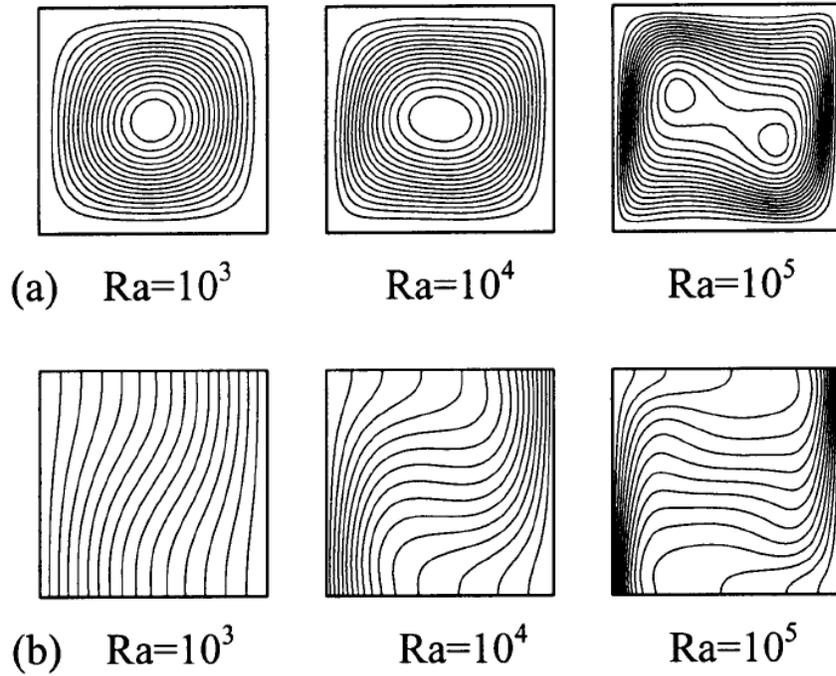


Figura 2.3: (a) Líneas de flujo y (b) isotermas en una cavidad sin aleta.

La figura 2.3(a) muestra las líneas de flujo. El ascenso del fluido debido al calentamiento en la pared izquierda y el consecuente descenso del fluido de la pared derecha crea un vórtice con rotación en sentido horario. A medida que se incrementa Ra , se aprecian otras características del patrón de flujo, ya que las líneas de flujo comienzan a comprimirse en la vecindad de las paredes laterales. Esto sugiere que el flujo se mueve más rápido a medida que se intensifica la convección natural. La figura 2.3(b) muestra los perfiles de temperatura adimensional según distintos Ra . Como se fortalece la convección natural, los perfiles de temperatura muestran una leve desviación con respecto al caso de conducción pura, ya que las isotermas se sitúan oblicuas.

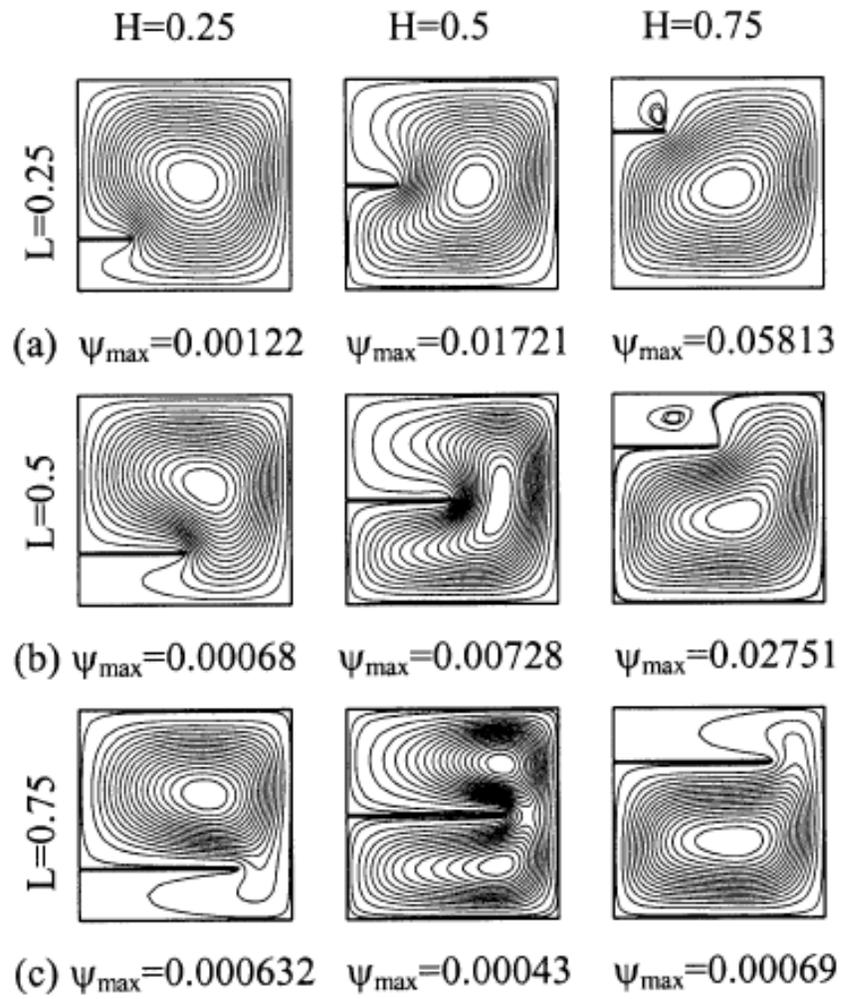


Figura 2.4: Líneas de flujo en una cavidad con aleta, $Ra=10^4$.

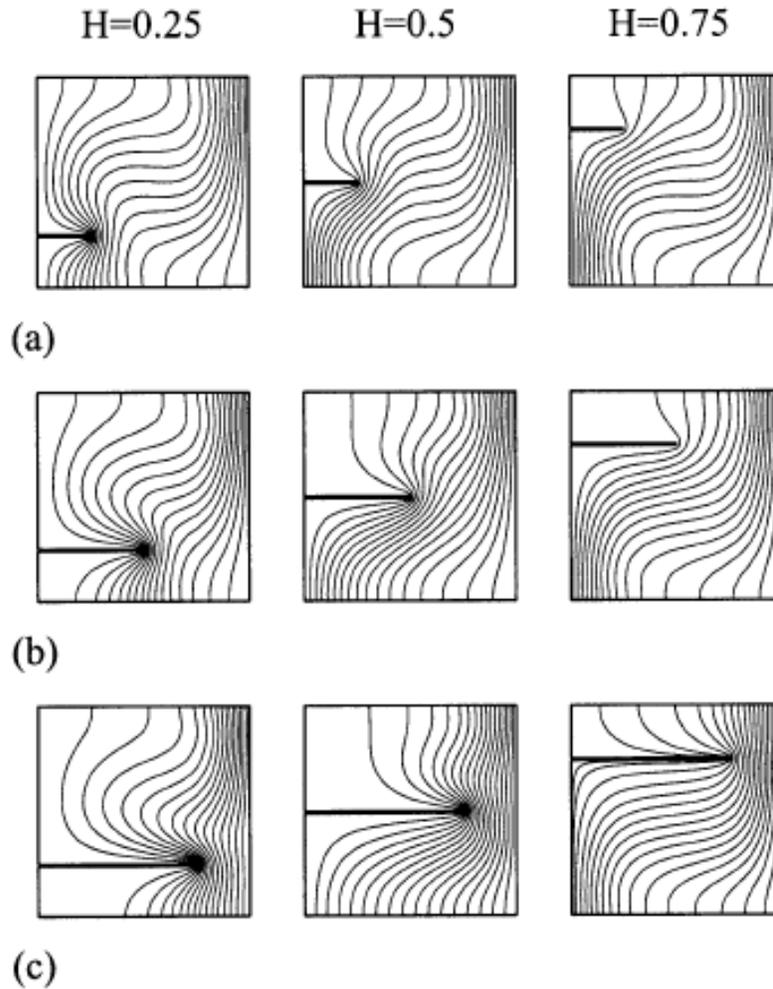


Figura 2.5: Isotermas en una cavidad con aleta, $Ra=10^4$.

Las figuras 2.4(a) a 2.4(c) muestran los campos de flujo para $Ra=10^4$ con una aleta en tres posiciones representativas para diferentes longitudes de aleta, $L=0,25,0,5$ y $0,75$ respectivamente. En 2.4(a), se observó una gran célula con rotación en sentido horario en todas las posiciones de la aleta. El fluido que es calentado cerca de la pared caliente asciende y reemplaza al fluido enfriado en la vecindad de la pared fría, el cual va descendiendo, lo cual le otorga al flujo un vórtice con rotación horaria. A medida que se va situando la aleta en varias posiciones verticales, no sólo van cambiando los campos de flujo cercanos a la aleta, también la fortaleza del vórtice primario. Al observar todos los casos de la figura 2.4(a), se aprecia que la aleta adherida en el medio de la pared caliente tiene el efecto más notorio sobre el flujo del fluido en la cavidad. Una aleta redirecciona el movimiento del fluido y debilita la movilidad en el área bajo la aleta (caso $H \leq 0,25$) y al área sobre la aleta (caso $H > 0,25$). Un pequeño vórtice con rotación antihoraria impulsado

por el vórtice primario puede ser hallado sobre la aleta (caso $H \geq 0,5$). Las figuras 2.4(b) y 2.4(c) muestran los patrones de las líneas de flujo seleccionados para $L=0,5$ y $0,75$ respectivamente para $Ra=10^4$. La presencia y el carácter del vórtice primario con rotación en sentido horario permanecen inalterados, donde la aleta de mayor longitud ofrece mayores cambios al flujo en comparación al caso de la aleta más corta.

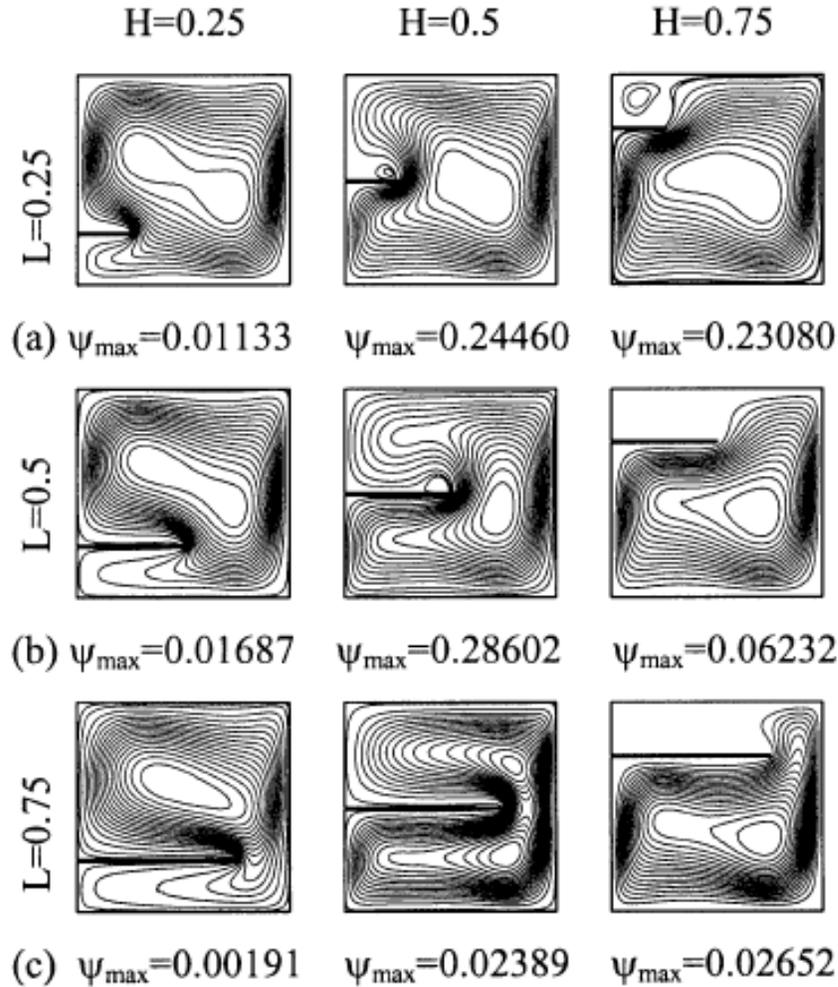


Figura 2.6: Líneas de flujo en una cavidad con aleta, $Ra=10^5$.

Los campos de flujo para la convección natural en una cavidad cuadrada ($Ra=10^5$) con una aleta en tres posiciones diferentes para tres longitudes distintas de longitud ($L=0,25, 0,5, 0,75$) se muestran en la figura 2.6(a) a 2.6(c), respectivamente. Las líneas de flujo se observan muy próximas entre sí, lo cual indica que el fluido se mueve más rápido a medida que se incrementa el número de Rayleigh. Un pequeño vórtice antihorario fue observado sobre las aletas en varios casos. Al comparar la figura 2.6 con la 2.3(a), el hecho de añadir una aleta al medio de la pared caliente tiene un marcado efecto sobre el flujo de la cavidad.

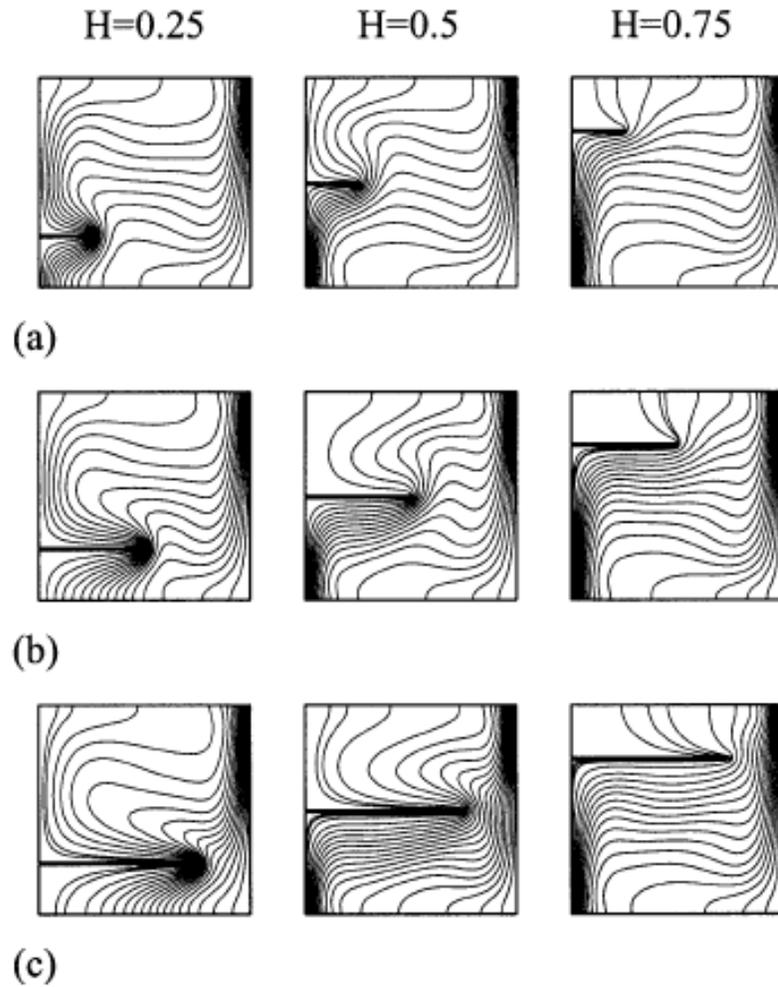


Figura 2.7: Isotermas en una cavidad con aleta, $Ra=10^5$.

Campos de Temperatura

Las figuras 2.5(a) a 2.5(c) y 2.7(a) a 2.7(c) muestran los perfiles de temperatura para la convección natural en una cavidad cuadrada ($Ra=10^4$ y 10^5) con una aleta en tres posiciones diferentes para $L=0,25$, $0,5$ y $0,75$ respectivamente. Comparando las figuras 2.7(a) y 2.3(b), la aleta más corta en la mayoría de las posiciones sólo cambia localmente la distribución de temperaturas y el resto de la cavidad permanece inalterada. Esto es porque el vórtice primario no ha sido muy alterado por la introducción de una aleta de longitud $0,25$ y porque la aleta sólo cambia localmente la distribución de velocidad. Como se mencionó anteriormente, una aleta situada en $H \geq 0,5$ puede disminuir la movilidad del fluido en el área sobre la aleta y en consecuencia decrece la capacidad para transferir calor, como es de esperar. Los perfiles de temperatura bajo la aleta están

más cercanos entre sí que las isotermas que se encuentran sobre la aleta. Esto implica una mejor transferencia de calor en la parte inferior de la aleta que en la superficie superior cuando $H \geq 0,5$. Cuando $H < 0,5$, se observan sobre la aleta isotermas comprimidas, mientras que los perfiles de temperatura más separados se observan bajo la aleta. Esto indica que hay una mejor transferencia de calor en la superficie superior de la aleta en comparación con la superficie inferior cuando $H < 0,5$. Para aletas más largas, los perfiles de temperatura que están situados a la derecha de la aleta también son afectados por la adición de la aleta.

Variación del Número de Nusselt Local en la pared caliente de la cavidad

El número de Nusselt local está calculado sin considerar la aleta. La figura 2.8 muestra la variación de los números de Nusselt locales a lo largo de la pared caliente de la cavidad con aletas en diferentes posiciones para $Ra=10^4$.

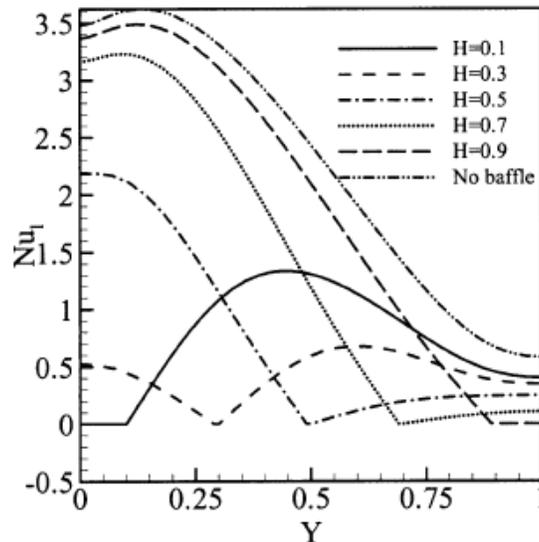


Figura 2.8: Variación del Número de Nusselt Local a lo largo de la pared caliente de la cavidad con aletas en distintas posiciones ($Ra=10^4$).

De la misma figura se puede apreciar que al poner una aleta en la pared caliente siempre se reduce el número de Nusselt local en esa pared. Esto ocurre porque la aleta bloquea el flujo cercano a ella, originando diferentes patrones de flujo arriba y debajo de la aleta, dependiendo de la longitud y la posición vertical de la aleta. Para el caso de una aleta ubicada cerca de la pared aislada superior (columna derecha de la figura 2.4), el desarrollo de la capa límite en la pared caliente bajo la aleta permanece inalterado, sin embargo una significativa región separada se observa entre la aleta y la pared aislada superior. La variación de los números de Nusselt locales en estas dos partes de la pared caliente en la figura 2.8 está directamente ligada a dos distintos patrones de flujo, provocando significativas reducciones de la transferencia de calor bajo la

aleta. El hecho de que una aleta adherida a la pared caliente siempre reduce la transferencia de calor en la pared caliente no significa que el flujo de calor circundante al interior de la cavidad se verá disminuido, ya que la aleta térmicamente conductora también transfiere calor en la cavidad.

Distribución media de la Transferencia de Calor

Para evaluar como la presencia de la aleta afecta la transferencia de calor media a lo largo de la pared caliente, el número de Nusselt está graficado en función del largo de la aleta en las figuras 2.9(a) a 2.9(c) para tres posiciones diferentes de la aleta para ciertos números de Rayleigh. A partir de esas figuras se observa que el número de Nusselt promedio crece a medida que crece L . Una cercana inspección de la figura 2.9(a) revela que hasta longitudes (L) de 0,6, el número de Nusselt promedio es el mismo para los tres casos (es decir, la posición de la aleta es insignificante para la transferencia de calor media). Pero después, la transferencia de calor media crece precipitadamente a medida que se incrementa el largo de la aleta. A partir de la figura 2.9(b) ($Ra=10^4$), se encuentra que la transferencia de calor media es la misma si la posición de la aleta es 0,25 o 0,75 para una longitud de aleta de hasta 0,4. Pero después de esto, la transferencia de calor media es mayor en la aleta más corta si la aleta está colocada en la vecindad de la pared aislada inferior.

Para $Ra = 10^5$, la transferencia de calor media es la misma si la aleta está ubicada cerca de las paredes aisladas superior e inferior hasta una longitud de aleta L de 0,5, lo cual se muestra en la figura 2.9(c). Entre la longitud de 0,6 a 0,8, al colocar la aleta cerca de la pared aislada inferior se tendrá un leve aumento de la transferencia de calor media. Después de esto, es decir $L=0,8$ a 1, al situar la aleta cerca de la pared aislada inferior o en el medio de la cavidad se obtendrá el mismo resultado.

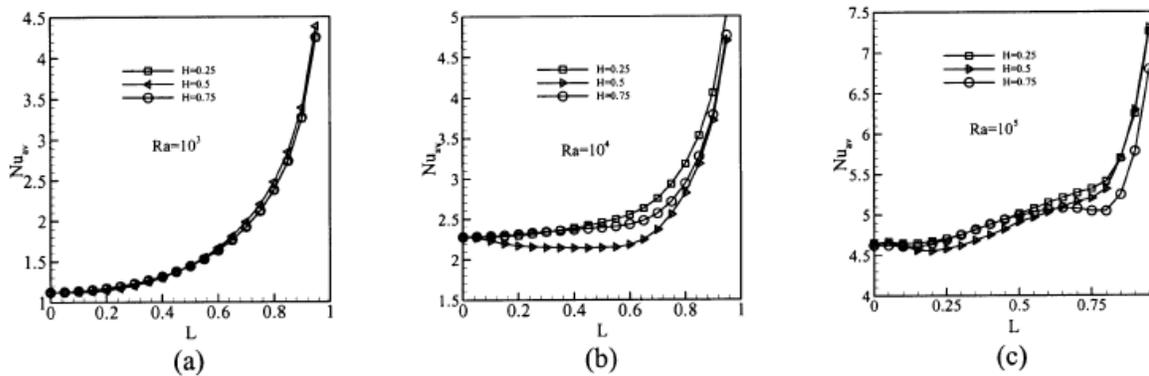


Figura 2.9: Número de Nusselt promedio en función del largo de aleta.

En las figuras 2.10(a) a 2.10(c) están graficados los resultados del número de Nusselt promedio en función de las posiciones de la aleta para diferentes largos de aleta y un número de Rayleigh en particular.

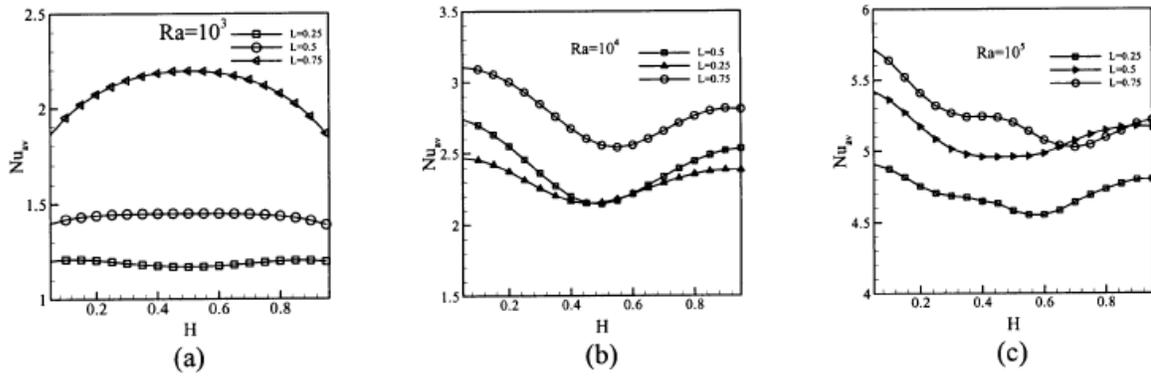


Figura 2.10: Número de Nusselt promedio en función de la posición vertical de la aleta.

En la figura 2.10(a) cuando se sitúa la aleta en el medio de la cavidad se obtiene el mejor resultado para un largo $L=0,75$. Para el resto de los casos los resultados son prácticamente constantes según la posición de la aleta. De las figuras 2.10(b) y 2.10(c), se observa que para una longitud de aleta dada, el número de Nusselt promedio decrece a medida que se incrementa la posición en vertical de la aleta. Para un $Ra=10^4$ en la figura 2.10(b), cuando se sitúa la aleta cerca de la pared aislada inferior se obtiene el mejor resultado para el largo $L=0,75$. Patrones similares son observados para el resto de los casos. Para $Ra=10^5$, en la figura 2.10(c) la aleta de mayor longitud entregará el mejor resultado cerca de la pared aislada inferior.

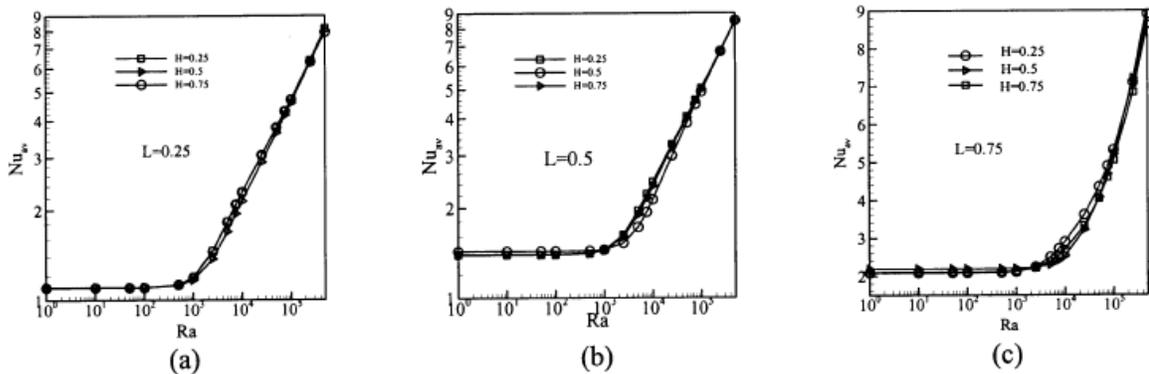


Figura 2.11: Número de Nusselt promedio en función del Número de Rayleigh.

En las figuras 2.11(a) a la 2.11(c) se grafican los presentes resultados para varias posiciones de aleta para ciertos largos de aleta. A partir de estas figuras se observa que el número de Nusselt crece a medida que se incrementa el número de Rayleigh. Se evidencia una cierta independencia de la posición de la aleta. Una inspección más a fondo de las figuras 2.11(a) a 2.11(c) revela que hay un leve aumento del número de Nusselt promedio con la longitud L .

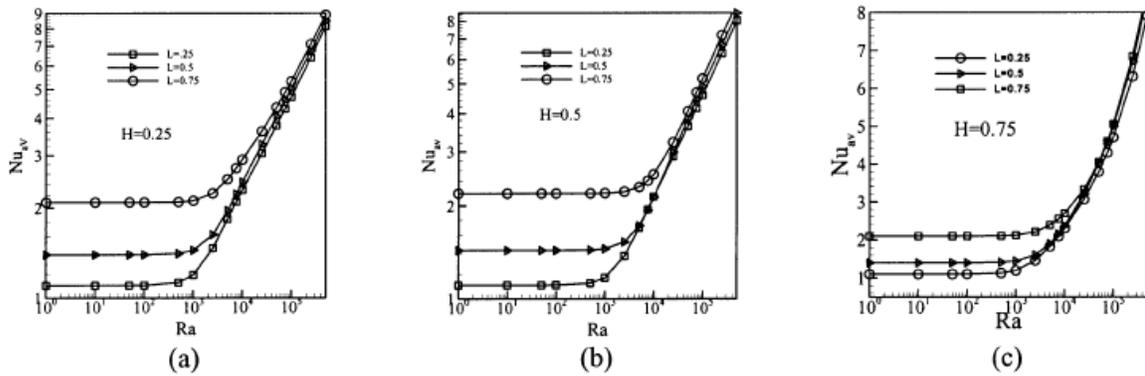


Figura 2.12: Número de Nusselt promedio en función del Número de Rayleigh.

De las figuras 2.12(a) a la 2.12(c) se observa que, para una aleta en una posición determinada, el número de Nusselt promedio crece a medida que se incrementa el largo de la aleta. En $L=0,25$, para los tres casos el número de Nusselt no depende del número de Rayleigh hasta un $Ra=10^3$. Después de eso el número de Nusselt promedio aumenta drásticamente con el incremento del número de Rayleigh. Lo anterior se ve bien reflejado en los casos $L=0,5$ y $0,75$. También se aprecia que la aleta de mayor longitud entrega el mejor resultado y que es prácticamente invariante según la posición en que se encuentre adosada. Para un $Ra=10^4$ (figura 2.12(a)) el aumento en la transferencia de calor alcanza un 31.46 %, cuando la aleta más larga está adherida a la pared caliente, cerca de la pared aislada inferior. Para un $Ra=10^5$ (figura 2.12(a)) el aumento en la transferencia de calor es de un 15.3 % para una aleta del mismo largo. Para un $Ra=10^5$ (figura 2.12(b)) el aumento en la transferencia de calor es de un 19.73 %, cuando la aleta está adherida al medio de la cavidad.

Conclusiones

Al poner una aleta horizontal isotérmica en la pared a mayor temperatura de una cavidad diferencialmente calentada generalmente modifica al vórtice primario con rotación horaria que está establecido debido a la convección natural. Se observaron dos mecanismos con efectos opuestos que son responsables de las modificaciones térmicas y del flujo. Uno de ellos es el efecto de bloqueo de la aleta que depende directamente del la longitud de la aleta, mientras que el otro efecto es debido al calentamiento extra que recibe el fluido por parte de la aleta. El efecto de calentamiento extra es intensificado a medida que aumenta el número de Rayleigh. Dependiendo del número de Rayleigh, longitud y posición en vertical de la aleta, un número de regiones recirculatorias pueden ser formadas por sobre y por debajo de la aleta. La capacidad para transferir calor de la pared caliente siempre fue incrementada por la adhesión de una aleta. El máximo aumento en la transferencia de calor fue registrado para la aleta de mayor longitud. Para la aleta más larga la transferencia de calor en la pared caliente para un $Ra=10^4$ fue un 31.46 % más alta en comparación a una pared sin aleta.

2.3.2. Influencia de las aletas y Ra en los campos de flujo

Khodadadi *et al.* [11], estudiaron el efecto sobre la convección natural, al adherir una aleta horizontal altamente conductiva en la cara caliente de una cavidad llena de aire. Para esto, utilizaron 3 aletas de distintos largos (20, 35 y 50% del lado de la cavidad), 7 posiciones distintas de la aleta en la pared caliente y números de Rayleigh iguales a 10^4 , 10^5 , 10^6 y 10^7 .

En su trabajo encontraron que para $Ra=10^4$, con una aleta de longitud $l/L=0,2$, se forma una gran celda rotatoria en sentido de las agujas del reloj. Esto se debe a que el fluido que es calentado en la zona junto a la pared caliente, fluye hacia arriba y reemplaza al fluido frío que se encuentra en la zona junto a la pared fría, el cual fluye hacia abajo. Para $Ra=10^5$, las líneas de flujo más cercanas a la aleta muestran un comportamiento muy similar al de las líneas de flujo para $Ra=10^4$. En algunas instancias la función de corriente muestra dos mínimos locales los cuales también se observan en el caso de la cavidad sin aleta. Por otra parte, el campo de flujo para $Ra=10^7$, se conforma de líneas más próximas entre sí, lo cual indica que el fluido se mueve más rápido a medida que el número de Rayleigh aumenta. Un vórtice que gira en sentido contrario a las agujas del reloj se observa sobre la aleta, sin importar la posición de ésta para $Ra=10^7$. Lo anterior se observa claramente en la figura 2.13.

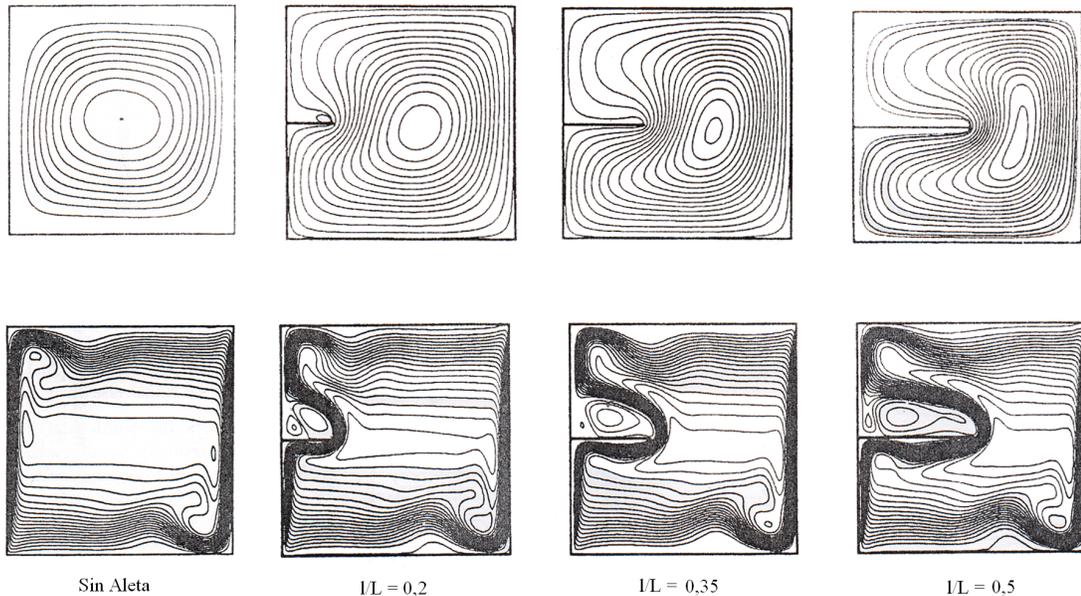


Figura 2.13: Campo de Flujo en cavidad con y sin aleta. Arriba: $Ra=10^4$; Abajo: $Ra=10^7$.

Por otra parte se observó que la aleta ubicada en la mitad de la pared caliente, así como también la aleta más larga, causó un mayor efecto en el fluido dentro de la cavidad.

En una cavidad calentada diferencialmente, a medida que Ra aumenta, la diferencia entre la función de corriente en la pared (generalmente tomado como cero) y el valor extremo de la función de corriente (ya sea mínimo o máximo), fue cada vez mayor. Por este motivo se utilizó el valor absoluto de la función de corriente ψ_{min} (valor mínimo) para medir la intensidad de la convección natural.

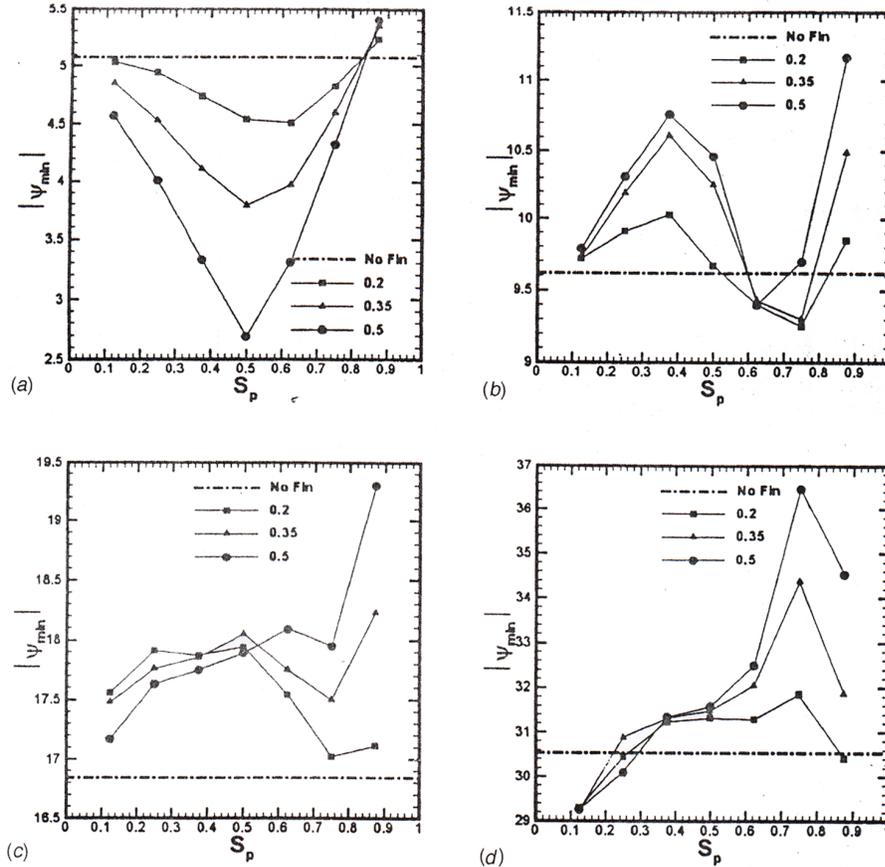


Figura 2.14: Variación de ψ_{min} con la posición de la aleta. (a): $Ra=10^4$; (b): $Ra=10^5$; (c): $Ra=10^6$; (d): $Ra=10^7$.

La figura 2.14 muestra la variación de ψ_{min} con la posición de la aleta (siendo $S_p=0$ la pared superior de la cavidad y $S_p=1$ la pared inferior de la cavidad), para los cuatro valores de Ra . Para $Ra=10^4$ (figura 2.14(a)), cuando la aleta se ubica en la mitad de la pared caliente, la función de corriente alcanza su valor mínimo. Esto se debe a que para el caso $Ra=10^4$ (donde la convección no es muy fuerte en comparación con la conducción), la aleta ejerce resistencia al movimiento del vórtice primario, y es en esa posición donde la presencia de la aleta causa mayor efecto en el fluido. Para $Ra=10^5$ (figura 2.14(b)), se tiene que el adherir una aleta en cualquier posición, aumenta el vórtice primario. Sin embargo, cuando la aleta de longitud 0,2 se ubica entre 0,5 y 0,8; la aleta de largo 0,35 se ubica entre 0,6 y 0,8; y la aleta de largo 0,5 se ubica entre 0,6 y 0,7, el vórtice primario se ve debilitado. Este debilitamiento es menor si aumenta el largo de la aleta.

Es interesante observar que para $Ra=10^5$ (donde el régimen convectivo es el dominante) la aleta bloquea el flujo, debilitando el vórtice primario, pero al mismo tiempo, una aleta lo suficientemente larga puede calentar el fluido haciéndolo más liviano, con lo cual aumentaría el vórtice primario.

La figura 2.14(c) muestra la variación de ψ_{min} con la posición de la aleta para $Ra=10^6$. Se puede ver que en este caso, todos los valores de ψ_{min} están por sobre el valor de ψ_{min} para el caso de la cavidad sin aleta (línea punteada). Esto quiere decir que el adherir una aleta en cualquier posición, siempre aumentará el vórtice primario, ya que para este caso se tiene un efecto más fuerte sobre la convección natural que en el caso de menores números de Rayleigh.

Por último, para $Ra=10^7$, el adherir una aleta en una posición cercana a la pared superior de la cavidad no aumenta el vórtice primario (figura 2.14(d)). Esto es porque el fluido es calentado luego de viajar desde el fondo de la cavidad hacia la pared superior. El efecto de bloqueo de flujo que causa la aleta caliente, es mayor al efecto de calentar el fluido para aumentar el vórtice primario.

Finalmente, se concluyó que los valores de ψ_{min} son menores que los valores que se obtienen para el caso sin aleta cuando $Ra=10^4$, mientras que ψ_{min} tiene valores mayores que en el caso sin aleta para $Ra=10^5$, 10^6 , y 10^7 . Esto implica que el efecto de la aleta caliente, de calentar el fluido y por ende de aumentar el vórtice primario, es más remarcado con el aumento del número de Rayleigh.

2.3.3. Influencia del Ra ($R_k \leq 60$)

Bilgen [12], estudió la convección natural para el caso de una cavidad bidimensional, con las caras horizontales adiabáticas, y las caras verticales isotermas diferencialmente calentadas. La cavidad se supuso llena de aire ($Pr = 0,71$), y a la cara caliente se le agregó una aleta horizontal, a la cual se le varió el tamaño y la posición para ver así, el efecto que esto causaba en la convección natural. Los parámetros que se tomaron en cuenta fueron: el número de Rayleigh en el rango $10^4 \leq Ra \leq 10^9$, y la tasa de conductividad térmica en el rango $0 \leq R_k \leq 60$.

Como punto de comparación, Bilgen [12] utilizó el caso de una cavidad sin aleta, el cual lo resolvió con $Ra = 10^4$, $Ra = 10^6$ y $Ra = 10^8$. Esto se muestra en la Figura 2.15.

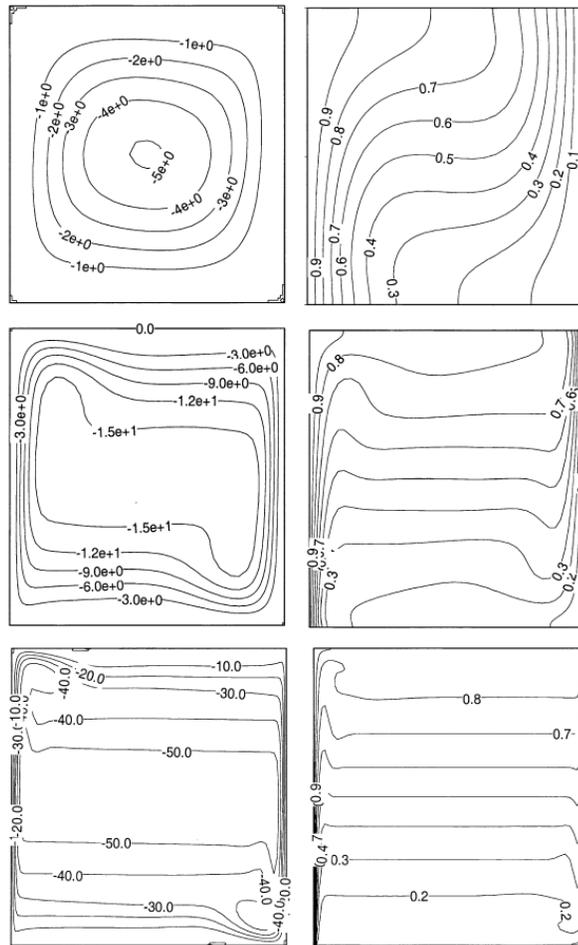


Figura 2.15: Cavidad sin aleta. Izquierda: Campo de flujo, Derecha: Campo de temperatura. Primera fila: $Ra = 10^4$. Segunda fila: $Ra = 10^6$. Tercera fila: $Ra = 10^8$.

Efecto de Ra sobre la transferencia de calor en la cavidad

Se puede ver que para valores pequeños del número de Rayleigh, el fluido forma un campo de corriente del tipo celular, en el cual los mayores valores de la función de corriente ψ se obtiene en las líneas de flujo que se encuentran más cercanas al centro de la célula (el signo negativo indica que la dirección del flujo es en sentido de las agujas del reloj). Al aumentar el número de Rayleigh, el campo de flujo se ubica cada vez más cercano a las paredes de la cavidad, y además, los valores de la función de corriente son cada vez mayores.

En cuanto al campo de temperatura, para $Ra = 10^4$ se tiene isotermas casi paralelas a las paredes activas, lo cual muestra que el régimen dominante de transferencia es la conducción. A medida que el número de Rayleigh aumenta, las isotermas se vuelven cada vez más horizontales en la zona central de la cavidad, mientras que en las zonas cercanas a las paredes activas, las isotermas continúan siendo verticales y se presentan cada vez más próximas a medida que aumenta el valor de Ra . Esto se debe a que con el aumento del número de Rayleigh el régimen se vuelve cada vez más convectivo, siendo las isotermas horizontales más cercanas a la parte inferior de la cavidad de menor valor que las ubicadas en la parte superior de la cavidad, ya que dada la dirección del flujo, éste transporta el calor de la pared caliente hacia la fría por la parte superior de la cavidad y retorna hacia la pared caliente por la parte inferior de la cavidad con una temperatura menor.

En cuanto a la transferencia de calor global, Bilgen [12] encontró que existe una gran relación entre el número de Nusselt normalizado Nu ($Nu = \frac{Nu_{Ra}}{Nu_{Ra=0}}$) y el número de Rayleigh Ra lo cual se muestra en la Figura 2.16. Se puede ver que independientemente de la ubicación de la aleta en la cara caliente, siempre se obtuvo un aumento del número de Nusselt con el número de Rayleigh, lo cual indica un aumento en la transferencia de calor.

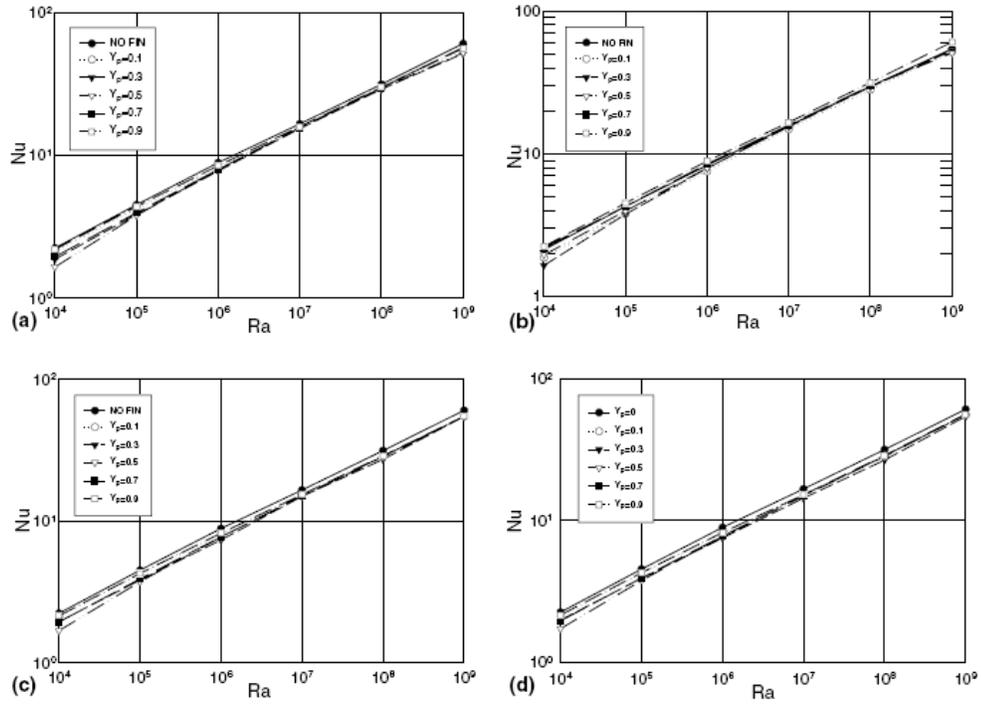


Figura 2.16: Nu en función de Ra para una aleta de longitud $W_p=0,3$. (a) $R_k = 0$, (b) $R_k = 1$, (c) $R_k = 30$, (d) $R_k = 60$.

Efecto de la tasa de conductividades térmicas R_k

Bilgen [12] encontró que la conductividad de la aleta tenía una gran influencia en el valor normalizado del Nusselt ($Nu = \frac{\overline{Nu}_{Ra}}{\overline{Nu}_{Ra=0}}$), y por ende en la transferencia de calor. Para $R_k = 1$ Bilgen [12] obtuvo $Nu = 1$, lo cual era lo que se esperaba para una aleta con igual conductividad que el medio que la rodea. Por otra parte, para valores de R_k mayores que 1, se encontró que la transferencia de calor aumentaba debido a la presencia de la aleta con una conductividad mayor a la del aire. Algunos de los valores obtenidos por Bilgen [12] para una aleta ubicada en la mitad de la cara caliente ($Y_p=0,5$) con una longitud igual a la mitad de la cara de la cavidad ($W_p=0,5$), se resumen en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1: Variación de $\overline{Nu}_{Ra=0}$ con R_k .

R_k	$\overline{Nu}_{Ra=0}$
0	0,9948
1	1
30	1,1044
60	1,1686

Bilgen [12] obtuvo que la disminución máxima del número de Nusselt al incorporar la aleta (en comparación con la cavidad sin aleta), se obtuvo para el caso en que la aleta fue ubicada en la mitad de la cara caliente. Así, para $R_k = 1$ se obtuvo que el Nu disminuyó en un 17 % con la aleta ubicada cerca de la mitad de la cara ($Y_p = 0,3$) mientras que, cuando la aleta se ubicó mas cercanamente a la parte superior de la cavidad ($Y_p = 0,9$) se obtuvo un valor del número de Nusselt mayor al obtenido para el caso sin aleta, con lo cual se tiene un aumento en la transferencia de calor. Observaciones similares se hicieron con la aleta ubicada en la mitad de la cara, para el caso de $R_k = 30$ y $R_k = 60$, en donde se obtuvo un decrecimiento máximo de 21 % y 18 % respectivamente. Lo anterior muestra que a pesar de que la transferencia de calor por convección es considerablemente suprimida debido a la presencia de la aleta, la transferencia de calor por conducción juega un rol importante en el aumento de la transferencia de calor a lo largo de la cavidad, lo que en este caso se nota por la menor disminución del Nu cuando la aleta tiene una conductividad mayor.

Finalmente Bilgen [12] concluyó que la conducción a través de la cavidad es aumentada cuando: la aleta es larga, la conductividad es alta, y cuando la aleta se ubica en el centro de la cara caliente. Por otra parte, la convección natural es suprimida debido a la presencia de la aleta, y este efecto es mayor cuando la conductividad térmica es mayor, cuando la aleta es larga y cuando ésta se ubica cerca del centro de la cara caliente.

2.4. Estudios Tridimensionales

2.4.1. Aleta horizontal

Frederick *et al.* [13] [14], estudió la convección natural en una cavidad llena de aire con una aleta horizontal en la cara caliente. Para esto, se resolvió el problema numérico en tres dimensiones, para lo cual utilizó el número de Rayleigh en el rango $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ y con valores de la tasa de conductividad térmica $R_k = 10, 100$ y 1000 , para aletas de espesor $e/L=0,1$.

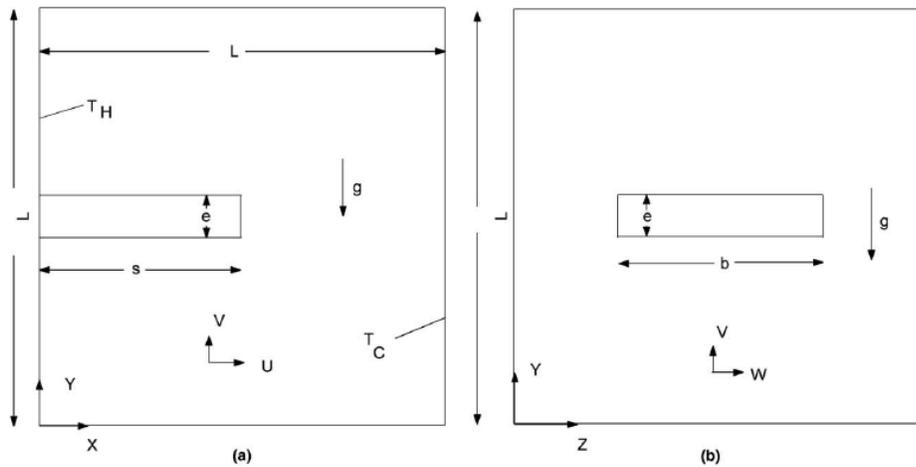


Figura 2.17: Modelo físico con sus coordenadas: (a) Plano $Z=0,5$, (b) Plano $X=0$.

Patrones de flujo y campos de temperaturas para $b/L=0,5$, $R_k=10$

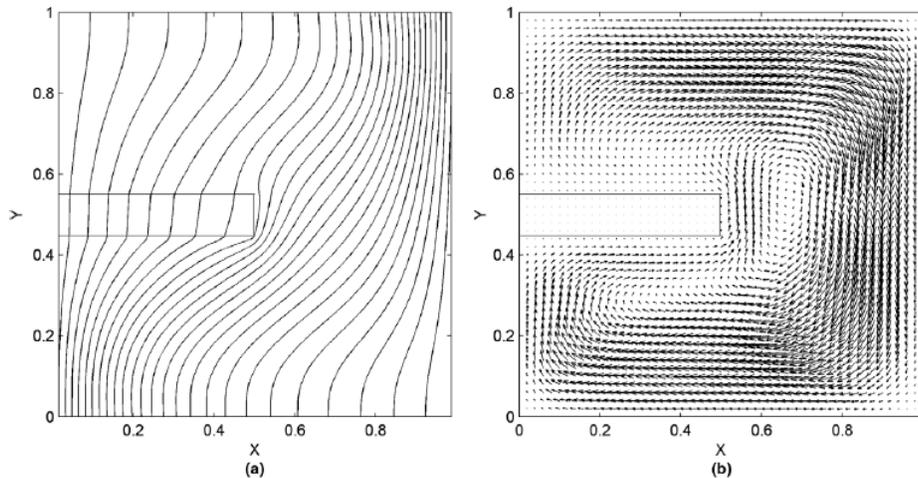


Figura 2.18: Isotermas y campos de flujo en $Z=0,5$, $b/L=0,5$, $R_k=10$, $Ra=10^4$: (a) isotermas, (b) vectores de velocidad.

En primer lugar se describirá la circulación principal de la célula a bajos números de Rayleigh, para $Ra=10^4$. En los planos XY adyacentes al borde lateral de la aleta, el flujo es similar al observado en una cavidad sin aleta, pero en el plano medio $Z=0,5$ (figuras 2.18(a) y 2.18(b)), la circulación expresa los efectos de la aleta: el fluido frío asciende la pared caliente bajo la aleta y barre la cara inferior de izquierda a derecha. A este Ra , una parte insignificante del flujo se mueve en la vecindad de la pared caliente sobre la aleta, tal como lo muestran en esa región las isotermas. Por el contrario, el flujo se mezcla con un bucle adyacente a la punta de la aleta para retornar a la pared fría. Este bucle rota con sentido horario alrededor de un eje horizontal alineado en Z , cerca de la punta de la aleta. Las figuras 2.18(a) y 2.18(b) muestran que el acceso del flujo a la pared activa sobre la aleta es complicado, lo cual limita severamente a la tasa de transferencia de calor en ese sector. Las velocidades máximas en los ejes del plano $Z=0,5$, las que pueden ser consideradas representativas del nivel de circulación de fluido en la cavidad, están dadas en la tabla 2.2.

Tabla 2.2: Velocidades máximas (U_m, V_m) en los ejes del plano $Z=0,5$, para $b/L=0,5$.

Ra	U_m			
	$R_k=10$	$R_k=100$	$R_k=1000$	$R_k=10000$
10^3	1,34903	1,39304	1,40119	1,11170
10^4	9,68584	11,05250	10,21990	8,29420
10^5	35,99200	34,89000	33,16550	35,38370
10^6	80,05774	89,90060	94,08280	121,90040
	V_m			
10^3	0,48434	0,77784	0,85362	1,21570
10^4	4,03051	7,51660	8,24154	10,90530
10^5	18,98200	31,99900	36,15170	43,70380
10^6	49,04520	90,82350	106,27300	120,46660

Invariablemente, U_m tiene lugar cerca de la parte superior de la cavidad en $X=0,5, Z=0,5$, y V_m en el frente de la punta de la aleta, en $Y=0,5, Z=0,5$.

Cuando $Ra=10^3$, el régimen es conductivo, con isotermas verticales cercanas entre si en $Z=0,5$. Como la conducción a lo largo de la aleta desplaza las isotermas calientes a la derecha, las caras superior e inferior de la aleta transfieren calor al fluido frío que las rodea. En $Ra=10^4$ (fig. 2.18(a)) los gradientes de temperaturas de la pared caliente son altos sólo bajo la aleta. La incipiente estratificación térmica que podría ocurrir sin la aleta bajo el mismo Ra es suprimida por el obstáculo. La supresión de la convección crea una zona estancada en la región de la esquina cercana a la pared caliente, por sobre la aleta, con los consiguientes bajos gradientes de temperatura en esta pared. El gradiente de temperatura vertical sobre la superficie superior de la aleta es revertido para este número de Rayleigh, es decir, el fluido está transfiriendo calor a la cara superior de la aleta. El gradiente de temperatura horizontal es relativamente alto en la punta de la aleta.

En la cercanía de la pared caliente (plano $X=0,09$, figura 2.19(a)) el flujo asciende en los espacios libres entre los lados de la aleta y las paredes laterales ($Z=0$ y $Z=1$), donde las ascendentes velocidades verticales

son las mayores de la cavidad (V_{max} , tabla 2.3).

Tabla 2.3: Velocidades verticales máximas en la cavidad con aleta adherida de $b/L=0,5$ con sus respectivas coordenadas.

Ra	V_{max}	R_k	X	Y	Z	$V_{max} (b/L=0,7)$
10^3	2,3118	10	0,155	0,5	0,135	1,8771
	2,2005	100	0,175	0,5	0,135	1,6550
	2,1790	1000	0,185	0,5	0,135	1,7888
10^4	18,4560	10	0,155	0,5	0,135	17,5128
	20,9033	100	0,145	0,49	0,135	15,7775
	18,7705	1000	0,155	0,49	0,135	16,2499
10^5	90,0902	10	0,085	0,51	0,155	91,1678
	82,8840	100	0,085	0,51	0,155	83,1719
	80,2054	1000	0,085	0,49	0,155	80,2407
10^6	263,4713	10	0,045	0,5	0,185	284,0065
	244,3668	100	0,045	0,47	0,195	259,8426
	236,7530	1000	0,045	0,47	0,195	248,5952

Pasando la aleta, este flujo continua subiendo, desviándose levemente hacia el plano medio de la cavidad $Z=0,5$, es por ello que las velocidades laterales sobre la aleta son extremadamente bajas. Se observa un patrón similar en los planos $X > 0,09$, pero la movilidad vertical y lateral es significativa sólo alrededor de la aleta. En la punta de la aleta hay un flujo ascendente definido, el cual forma parte del bucle principal allí localizado. El fluido frío, después de ascender por la pared caliente en la zona debajo de la aleta, se mueve radialmente siguiendo los bordes laterales de la aleta (figura 2.19(b)). Inmediatamente sobre la aleta, la movilidad ascendente por el plano medio $Z=0,5$ puede notarse solo cerca de los bordes de la aleta, sin alcanzar al plano medio como sugieren las figuras 2.18(a) y 2.19(a). Además, en $Y > 0,7$ (fig. 2.19(a)), el fluido calentado se concentra para volver a la pared fría, sin barrer realmente la pared caliente y la cara superior de la aleta de manera significativa.

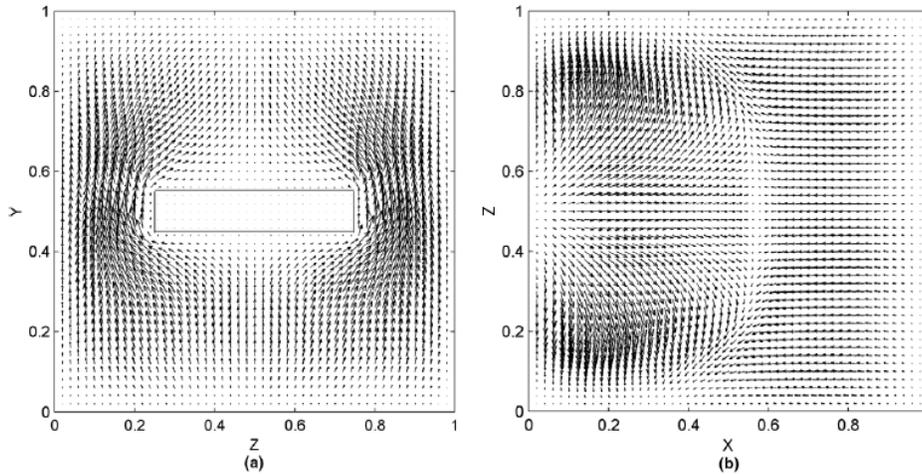


Figura 2.19: Vectores de velocidad en dos planos a $Ra=10^4$, $b/L=0,5$, $R_k=10$: (a) $X=0,09$, (b) $Y=0,385$.

La anterior descripción muestra que el bloqueo de la movilidad por la aleta es importante para bajos números de Rayleigh. Sin embargo, a $Ra=10^5$, se observa por primera vez una circulación alrededor del contorno de la aleta en $Z=0,5$. La deflexión de las isotermas sobre la aleta revela la movilidad del fluido ascendente por la pared caliente, que resulta más evidente a $Ra=10^6$ (fig. 2.20(a)).

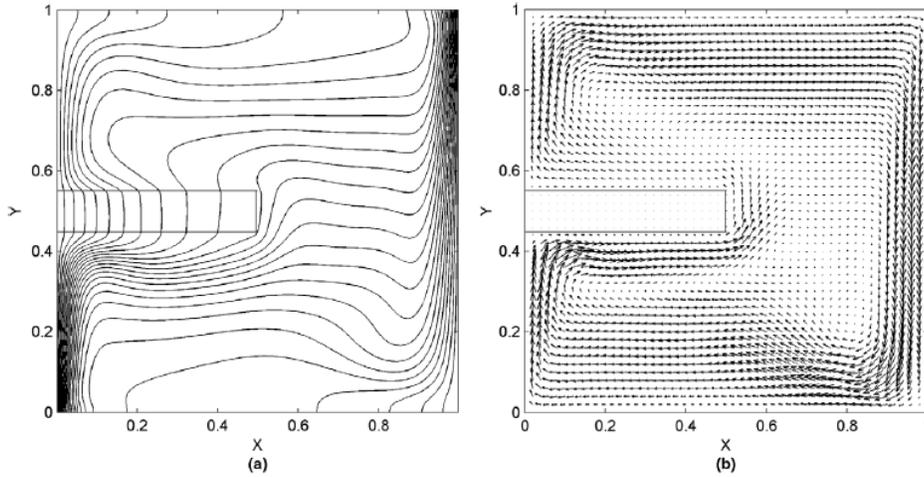


Figura 2.20: Temperaturas y campos de velocidad en el plano $Z=0,5$, $Ra=10^6$, $b/L=0,5$, $R_k=10$: (a) isotermas, (b) vectores de velocidad.

Las velocidades máximas para el flujo ascendente (V_{max}) subiendo por la pared caliente y las caras laterales de la aleta crecen a medida que crece el Ra (tabla 2.3). La fuerza de empuje generada por la aleta provoca este efecto.

A $Ra=10^6$ el régimen es convectivo, cuando los planos XY no intersectan la aleta (no se muestra la figura), aparece estratificación térmica y capas límite. En $Z=0,5$ puede apreciarse la estratificación térmica (fig. 2.20(a)), excepto en la aleta donde las isotermas tienden a ser verticales. A este Ra el flujo se adhiere a la aleta (fig. 2.20(b)), por lo tanto resulta menos difícil alcanzar la pared caliente sobre la aleta como muestra la figura 2.20(a), donde es de importancia el gradiente térmico en la pared caliente sobre la aleta. La figura 2.20(b) muestra indicios de un bucle secundario sobre la aleta, que no aparece para bajos Ra , mientras que el bucle en la punta de la aleta ha incrementado notablemente su tamaño.

Efecto de aumentar R_k

La temperatura al interior de la aleta se torna más uniforme (y muy similar a la temperatura de la base) para $R_k=1000$, $Ra=10^6$ (fig. 2.21(a)), debido a la conducción de calor. Las máximas velocidades horizontal y vertical en los ejes del plano $Z=0,5$, las cuales son representativas de la intensidad del flujo en la cavidad, experimenta diferentes cambios con R_k . Mientras que V_m crece consistentemente con R_k , debido al mejorado

empuje inducido por todas las superficies de la aleta, U_m cambia solo levemente (tabla 2.2). Los valores de V_{max} en los espacios cercanos a la pared caliente disminuyen a medida que crece R_k , pero esencialmente sus ubicaciones permanecen inalteradas (tabla 2.3).

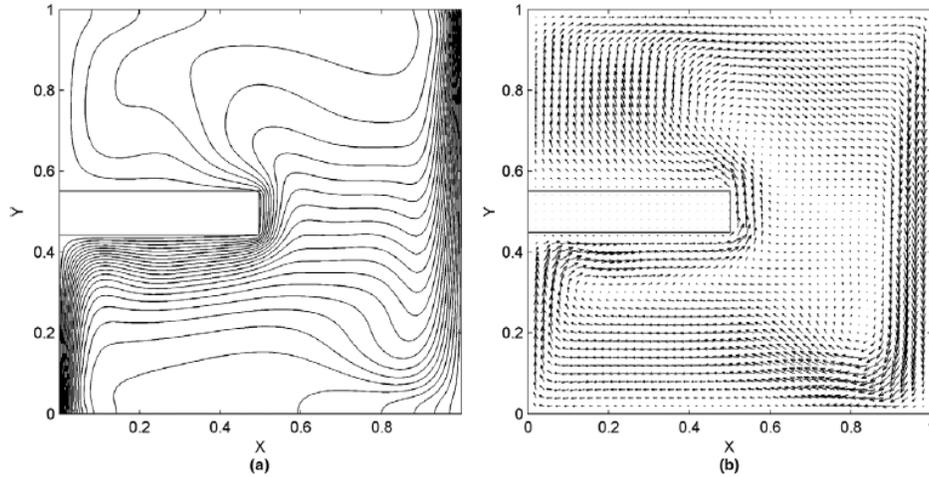


Figura 2.21: Temperaturas y campos de velocidad en el plano $Z=0,5$, $Ra=10^6$, $b/L=0,5$, $R_k=1000$: (a) isothermas, (b) vectores de velocidad.

A $Ra=10^6$, $R_k=1000$ (fig. 2.21(a)) los gradientes verticales de temperatura son muy elevados bajo la aleta, pero los gradientes horizontales en la pared caliente sobre la aleta aun son relativamente bajos. El intenso calentamiento del fluido que barre la cara inferior de la aleta causa una elevada fuerza de empuje. El bucle sobre la aleta que fue observado a un R_k inferior esta desplazado a la derecha para fusionarse con el bucle frontal a la punta de la aleta (fig. 2.21(b)). Estas observaciones sugieren que el efecto de un elevado R_k es desplazar el flujo lejos de la superficie base y aumentar la contribución a transferencia de calor desde la aleta en comparación al aporte de la pared caliente.

Efecto de aumentar el ancho de la aleta

La circulación celular a $b/L=0,7$ es similar a la ya descrita para la aleta más delgada ($b/L=0,5$). Una aleta más ancha bloquea de manera más severa al flujo para los dos menores números de Rayleigh, lo cual se evidencia por el decaimiento en V_{max} (tabla 2.3). Sin embargo, para los mayores números de Rayleigh esta velocidad experimenta un crecimiento que resulta ser significativo para $Ra=10^6$. Simultáneamente, V_{max} decrece si R_k crece, reflejando el desplazamiento del flujo hacia la derecha para altos R_k . La figura 2.22(a) muestra el flujo ascendente cerca de la pared caliente, a $Ra=10^6$, $b/L=0,7$, $R_k=1000$. Las velocidades en los pasajes son muy altas comparadas a las del resto del plano. El comportamiento de las velocidades máximas en los ejes de la cavidad es similar: mientras U_m es menor con respecto al caso de la aleta delgada a $Ra=10^3$ y 10^4 y V_m aumenta marginalmente, ambas velocidades crecen con b/L a los dos mayores números de Rayleigh.

Sus aumentos son significativos a $Ra=10^6$ y altos R_k . Otra característica interesante es el flujo definido que cruza por la cara frontal de la aleta hacia la pared caliente (fig. 2.22(a)) mientras que en la aleta delgada este flujo es, por el contrario, débil, como lo sugiere la figura 2.21(b). En general, una aleta de mayor ancho no debilita la movilidad convectiva a altos números de Rayleigh, especialmente a altos R_k .

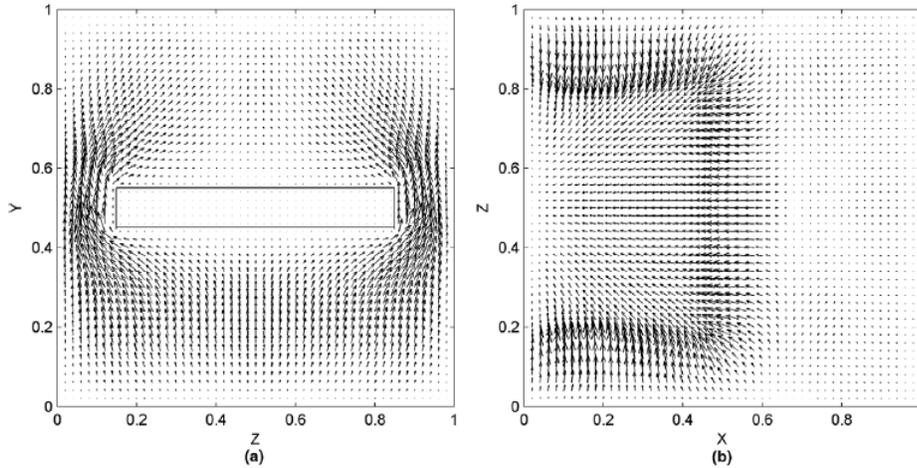


Figura 2.22: Vectores de velocidad en dos planos para $b/L=0,7$, $Ra=10^6$, $R_k=1000$: (a) $X=0,09$, (b) $Y=0,585$.

Transferencia de calor en la cavidad

Las tasas globales de la transferencia de calor para $b/L=0,5$ y $0,7$ están dadas en las tablas 2.4 y 2.5:

Tabla 2.4: Resultados de la transferencia de calor global para una cavidad con aleta de $b/L=0,5$.

Ra	$\overline{Nu}(R_k=10)$	$\overline{Nu}(R_k=100)$	$\overline{Nu}(R_k=1000)$
10^3	1,16692	1,38370	1,43831
10^4	1,78080	2,25190	2,28890
10^5	4,25581	4,96838	5,24441
10^6	8,61241	9,63718	10,16473

Tabla 2.5: Resultados de la transferencia de calor global para una cavidad con aleta de $b/L=0,7$.

Ra	$\overline{Nu}(R_k=10)$	$\overline{Nu}(R_k=100)$	$\overline{Nu}(R_k=1000)$
10^3	1,20799	1,43623	1,50332
10^4	1,63625	1,95275	2,16797
10^5	4,07628	4,92484	5,23907
10^6	8,49099	9,72051	10,29378

Para un ancho de aleta dado, \overline{Nu} crece con Ra y R_k , según lo esperado. La transferencia de calor disminuye con b/L , excepto a $Ra=10^3$, donde la conducción es favorecida por el aumento de la sección transversal

de la aleta. Incluso a $Ra=10^6$ para las dos mayores tasas R_k , la transferencia de calor crece levemente con b/L . Esto se explica por dos hechos: En primer lugar, como se verá, un mayor R_k aumenta la contribución de la transferencia de calor aportada por la cara inferior de la aleta a la transferencia de calor total. Entonces la transferencia de calor total se hace menos dependiente de la contribución de la superficie base. La contribución a la transferencia de calor de la cara inferior de la aleta crece con su área, compensando el debilitamiento relativo de la transferencia de calor proveniente de la superficie base sobre la aleta. En segundo lugar, la cara superior de la aleta es efectivamente mejor barrida por el flujo proveniente desde el frente a altos números de Rayleigh, un efecto que es mejorado por las aletas más anchas.

Las contribuciones relativas a la transferencia de calor por parte de la pared caliente y las caras de la aleta esta dada en la tabla 2.6.

Tabla 2.6: Aportes porcentuales a la transferencia de calor global de la pared caliente y las caras de la aleta, $b/L=0,5$.

Ra	R_k	Pared Caliente	Cara Superior	Cara Inferior	Cara Frontal	Caras Laterales
10^3	10	68,119	5,337	10,179	11,941	4,424
	100	35,725	15,779	20,776	17,183	10,537
	1000	28,766	17,933	23,006	18,157	12,138
10^4	10	69,870	-18,750	15,606	6,977	9,422
	100	43,686	6,758	26,128	11,900	11,528
	1000	35,983	9,803	27,888	13,942	12,384
10^5	10	82,447	1,883	7,759	2,395	5,516
	100	60,967	5,830	18,136	5,891	9,176
	1000	54,696	6,948	20,995	7,058	10,303
10^6	10	88,610	3,577	3,778	1,036	2,999
	100	70,734	5,863	12,865	3,547	6,991
	1000	63,694	6,783	16,255	4,808	8,460

Tal como se esperaba, la superficie base cuenta con el más alto porcentaje de la transferencia de calor total en la cavidad. Su contribución se incrementa con el Ra , en respuesta a un régimen convectivo más intenso. A un Ra dado, la contribución de todas las caras de la aleta crece con R_k , debido a la mayor temperatura predominante en la aleta, la que desplaza el flujo celular a la derecha. Estos aumentos ocurren a expensas de la reducción en la transferencia de calor que contribuye la pared base, corroborado al comparar las figuras 2.20(a) y 2.21(a). La tabla 2.6 muestra que la contribución frontal siempre resultará importante, a pesar de su pequeña área, debido a los altos gradientes de temperatura en la punta de la aleta. La tabla 2.6 muestra además que la cara superior de la aleta siempre transferirá menos calor que la inferior, producto de la dificultad que tiene el fluido para llegar a la región sobre la aleta. La cara inferior es la cara de la aleta que aporta más calor, excepto en un único caso. Sin embargo, a $Ra=10^3$ donde predomina la conducción, las contribuciones de estas caras tienden a ser similares a medida que crece R_k . Para una situación puramente conductiva, las caras superior e inferior pueden entregar tasas de transferencia de calor iguales, ya que los campos de temperatura podrían ser simétricos según el plano medio horizontal en ausencia de convección. Se observa

una singularidad a $Ra=10^4$, $b/L=0,5$ y $R_k=10$, donde la cara superior de la aleta está recibiendo calor por parte del fluido, como ya se discutió en relación a la figura 2.18(a). En el caso $Ra=10^6$, las contribuciones de las caras superior e inferior de la aleta son casi iguales con $R_k=10$. Estas contribuciones tienden a ser distintas para altos R_k , en concordancia con los muy disímiles gradientes de temperatura observados sobre y debajo de la aleta en la figura 2.21(a).

El mejoramiento de la transferencia de calor, definido como el porcentaje de aumento en el \overline{Nu} con respecto al caso sin aleta, para un mismo Ra , se muestra en la tabla 2.7.

Tabla 2.7: Aumentos porcentuales de la transferencia de calor con respecto al caso de la cavidad sin aleta.

Ra	$b/L=0,5$			$b/L=0,7$		
	$R_k=10$	$R_k=100$	$R_k=1000$	$R_k=10$	$R_k=100$	$R_k=1000$
10^3	8,93	29,17	34,27	12,77	34,07	40,33
10^4	-13,43	9,47	11,24	-20,46	-5,07	5,39
10^5	-2,24	14,13	20,47	-6,37	13,13	20,34
10^6	-1,46	10,26	16,30	-2,85	11,22	17,78

A $Ra=10^3$, donde el régimen es esencialmente conductivo, hay marcados mejoramientos de la transferencia de calor en todos los casos. Para el resto de los números de Rayleigh a $R_k=10$, la transferencia de calor global se ve reducida para las dos aletas de distinto ancho, especialmente para $Ra=10^4$. A este Ra , la disminución en la tasa de circulación provocada por el bloqueo de la aleta es severa, mientras que la contribución conductiva está limitada por los bajos gradientes térmicos en las zonas llenadas por el fluido. La reducción en la transferencia de calor es más pronunciada a $b/L=0,7$, ya que las velocidades aun son bajas debido al bloqueo impuesto por la aleta más ancha, la cual promueve la restricción al acceso del fluido a la pared caliente sobre la aleta. Con razones de conductividad R_k de 10 y 1000, la transferencia de calor se ve mejorada, excepto a $Ra=10^4$ con la aleta más ancha. El máximo aumento de la transferencia de calor en las situaciones donde predomina la convección es de un poco más de un 20 %, y ocurre para $Ra=10^5$, $R_k=1000$.

Comparación con el caso 2D

Las tasas la transferencia de calor global para una cavidad cuadrada con aletas del mismo largo, espesor y R_k del caso 3D en estudio están dadas en la tabla 2.8.

Tabla 2.8: Transferencia de calor global en una cavidad cuadrada con aleta.

Ra	$\overline{Nu}(R_k=10)$	$\overline{Nu}(R_k=100)$	$\overline{Nu}(R_k=1000)$
10^3	1,25825	1,49962	1,54698
10^4	1,57193	1,99001	2,08459
10^5	3,79631	4,53000	4,74119
10^6	8,24932	9,31246	9,72145

Este caso puede ser considerado representativo de una aleta cubriendo todo el ancho de la cavidad ($b/L=1,0$), un caso que no fue corrido en este estudio en tres dimensiones, excepto para $Ra=10^5$ y 10^6 . El máximo aumento de la transferencia de calor relativa al caso sin aleta en 2D, es de un 10 %, a $Ra=10^6$. Las tasas globales de transferencia de calor en 2D son menores que las de los casos tridimensionales, excepto a $Ra=10^3$. Las reducciones en la transferencia de calor con respecto a los casos $b/L=0,5$ y $b/L=0,7$ son más significativas a $Ra=10^4$ y 10^5 , y pueden ser atribuidas a la ausencia, en el caso bidimensional, de un flujo barriendo la superficie base en los espacios sin la aleta, lo cual es posible en la situación 3D con una aleta de ancho parcial. Sin embargo, la reducción es menos significativa a $Ra=10^6$. Esto está relatado por el hecho de que en el caso 3D con elevado Ra , un importante flujo originado en la cara frontal barre la cara superior de la aleta. Este tipo de movilidad es similar a la permitida por el acceso del flujo a la cara superior en el caso 2D.

Máxima tasa de transferencia de calor

En este estudio, los aumentos en la transferencia de calor del orden de un 20 % fueron obtenidos usando aletas relativamente compactas de alta conductividad térmica. Una tendencia asintótica al aumentar R_k implicaría que la transferencia de calor no podría crecer mucho más allá de $R_k=1000$, como muestran los resultados tabulados. Las aletas más cortas que las aquí consideradas entregan menores tasas de transferencia de calor, debido a su pequeña superficie, su contribución a la transferencia de calor global a alto R_k está limitada. Las posibilidades de una optimización de la transferencia de calor pueden ser exploradas a futuro al variar el ancho de aleta. Para cuantificar esto, se realizaron corridas 3D adicionales variando b/L y manteniendo los demás parámetros con valores favorables: $Ra=10^5$, $R_k=1000$ y $s/L=0,5$ (fig. 2.23).

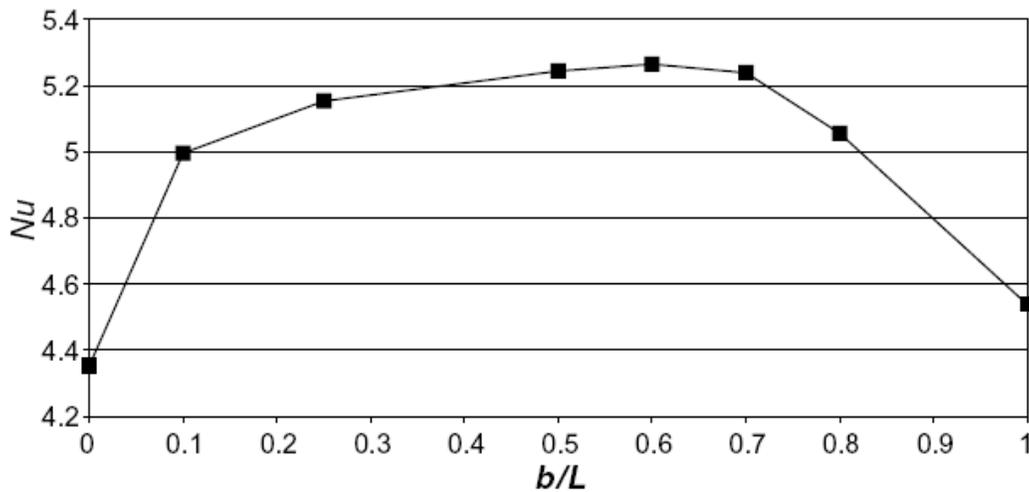


Figura 2.23: Números de Nusselt globales, \overline{Nu} , en función de b/L , para $Ra=10^5$, $R_k=1000$.

Las menores tasas de transferencia de calor ocurrieron en $b/L=0$ (sin aleta) y $b/L=1$ (aleta del ancho de la cavidad). La transferencia de calor crece gradualmente desde ambos extremos del intervalo b/L . La máxima tasa de transferencia de calor ocurre en la zona $0,4 \leq b/L \leq 0,7$, con un máximo en $b/L=0,6$, donde el aumento es de un 20,9 %. El máximo es producto de un balance entre las contribuciones del calor transferido desde la pared base y las caras de la aleta: el bloqueo del flujo, con supresión del flujo que barre la pared caliente en los pasajes laterales, predomina en el caso de una aleta de ancho completo. La contribución a la transferencia de calor desde la pared base es baja en este caso, pero crece a medida que la aleta se hace menos ancha. Simultáneamente, la contribución desde las caras de la aleta es importante para aletas anchas pero cae a medida que la aleta se hace menos ancha. Los aumentos proporcionados por las aletas de ancho parcial se comparan favorablemente con los aquí obtenidos con una aleta de ancho completo, la que sólo alcanza alrededor de un 10 % bajo condiciones favorables.

Para poner este resultado en perspectiva, el mismo análisis de sensibilidad fue realizado para $Ra=10^6$. La máxima tasa de transferencia de calor, de un 18 % superior a la obtenida en el caso sin aleta, fue hallada en $b/L=0,8$. Este resultado sugiere que, como el máximo de la transferencia de calor ocurre para aletas más anchas a medida que crece el Ra , éste podría darse en una aleta de ancho completo a un número de Rayleigh incluso mayor.

Conclusiones

En un estudio numérico de la convección natural del aire en una cavidad cúbica diferencialmente calentada con una aleta de ancho parcial adherida a la pared caliente, fueron investigadas la variación del número de Nusselt global con el número de Rayleigh, ancho de la aleta y razón de conductividades térmicas. Se encontró que una circulación principal, que cubría la totalidad de la cavidad, gobierna el proceso convectivo. Como el flujo barre las caras de la aleta y la pared caliente, se alcanzaron elevadas velocidades en los pasajes entre los lados de la aleta y las paredes laterales pasivas. La aleta inhibe el acceso del fluido a la cara superior de ésta desde su frente y sus lados para bajos números de Rayleigh. Al aumentar la razón de conductividades térmicas, la célula se va alejando de la pared caliente y se reduce el efecto de bloqueo.

Las reducciones y aumentos de la transferencia de calor con respecto al caso sin aletas se encuentran para bajos y altos R_k , respectivamente. Importantes mejoramientos del orden del 20 % se registraron a altos R_k , producto de las contribuciones combinadas de la pared base y las caras de la aleta. En el rango de Ra desde 10^5 hasta 10^6 , estas contribuciones se combinan favorablemente para entregar un máximo en la transferencia de calor para ciertos anchos de aleta. Este efecto puede emplearse en aplicaciones que involucren pequeñas cavidades cúbicas. En el mayor rango de números de Rayleigh de esta investigación, los aumentos en la transferencia de calor que se encontraron son mayores a los predichos en la mayoría de los estudios bidimensionales.

2.4.2. Aleta vertical

Por otra parte, Frederick [15] estudió el aumento de la transferencia de calor en una cavidad cúbica llena de aire, a cuya cara caliente se le agregó una aleta vertical en su centro. Para esto se consideraron valores del número de Rayleigh en el rango de $10^3 \leq Ra \leq 10^6$, y tres valores de la razón de conductividades térmicas R_k (10, 1000 y 7000). Los parámetros geométricos (adimensionalizados) elegidos para la aleta fueron: $s/L = 0,5$, $e/L = 0,1$ y $b/L = 1$, donde s , e y b son el largo, espesor y altura de la aleta, respectivamente, y L es el lado de la cavidad, todos estos en unidades métricas.

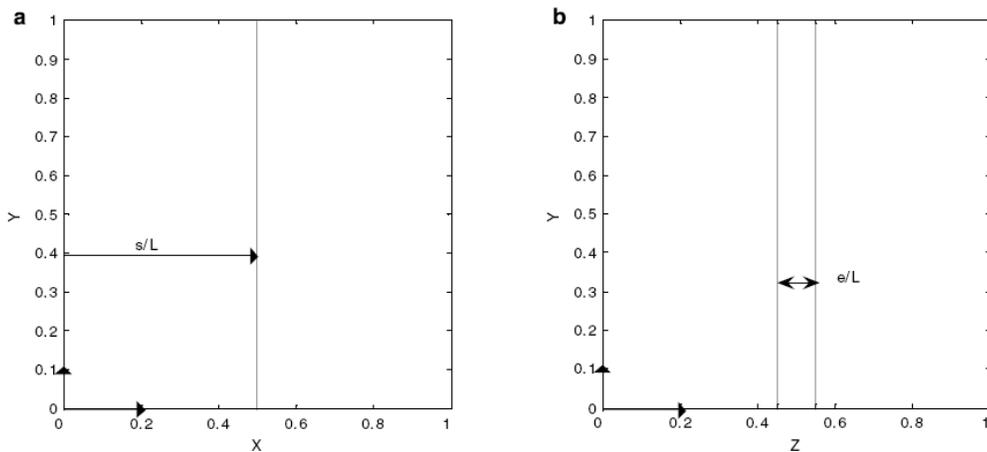


Figura 2.24: Modelo físico y sus coordenadas adimensionales: (a) Perfil de la aleta en el plano $Z=0,5$ y (b) Cara frontal de la aleta en el plano $X=0$.

Se efectuaron corridas numéricas tanto para la cavidad sin aleta, con una aleta vertical a tres tasas de conductividad térmica y para una aleta horizontal con $R_k=7000$.

Tasas de Transferencia de Calor

Las tasas globales de transferencia de calor en una cavidad cúbica con una única aleta vertical de $s/L=0,5$ adherida a la pared caliente están dadas en la tabla 2.9, paralelamente con los resultados de una cavidad sin aleta.

Tabla 2.9: Resultados de la transferencia de calor global para una cavidad sin aleta, para la cavidad con aleta vertical bajo tres tasas de conductividad térmica y para la cavidad con aleta horizontal bajo una elevada tasa de conductividad térmica.

Ra	$\overline{Nu}(\text{Sin aleta})$	$\overline{Nu}(R_k=10)$	$\overline{Nu}(R_k=1000)$	$\overline{Nu}(R_k=7000)$	$\overline{Nu}(R_k=7000)(\text{horizontal})$
10^3	1,0712	1,2803	1,5668	1,5795	1,5515
10^4	2,0570	2,0184	2,4884	2,6360	1,9489
10^5	4,3534	4,5984	5,7702	5,7997	4,5466
10^6	8,7400	9,0943	11,3999	11,4806	9,7215

Como era de esperar, el \overline{Nu} crece con Ra y con la razón de conductividades térmicas R_k , aunque el aumento es pequeño entre las dos mayores razones de conductividad térmica.

De la tabla 2.9 se infiere que los aumentos en la transferencia de calor provocados por la aleta de alta conductividad ($R_k=7000$) es muy alto (47,45 %) en el régimen predominantemente conductivo, $Ra=10^3$, y el menor aumento se registro a $Ra=10^4$ (28 %). Otros importantes aumentos en la transferencia de calor en la cavidad se observaron para números de Rayleigh de 10^5 y 10^6 (33,22 % y 31,35 %, respectivamente). La habilidad de la aleta vertical para promover la transferencia de calor es reflejada en el hecho de que incluso para la aleta de menor conductividad ($R_k=10$) presenta aumentos en la transferencia de calor (excepto para $Ra=10^4$, donde ocurre una reducción de un 1,88 %). La aleta con $R_k=10$ en posición horizontal lidera las reducciones de la transferencia de calor en todo el rango de números de Rayleigh (10^3 - 10^6). Los aumentos producidos por las aletas horizontales de igual espesor y $R_k=7000$ son, muy por el contrario, más modestos: 4,44 % y 11,23 % a $Ra=10^5$ y 10^6 , respectivamente.

En la tabla 2.9 se comparan las tasas de transferencia de calor para aletas de iguales dimensiones y $R_k=7000$ en posiciones vertical y horizontal, respectivamente. En el régimen conductivo ($Ra=10^3$) las tasas de transferencia de calor son muy similares, pero son significativamente mayores para la aleta vertical en el régimen convectivo. La elevada tasa de transferencia de calor provista por al aleta vertical está explicada en términos de los patrones de flujo y campos de temperatura en la sección siguiente.

Patrones de Flujo y Campos de Temperaturas

Se describirá la circulación en el caso $Ra=10^5$, $R_k=1000$ y $s/L=0,5$, en el cual se observan que importantes aumentos de la transferencia de calor. La célula de circulación principal está dividida simétricamente en dos partes, cada una en cada partición. El fluido enfriado por la pared fría pasa por el la cara frontal de la aleta y se divide hacia el lado derecho e izquierdo de la aleta. La circulación en el plano $Z=0,5$ solo se aprecia en la mitad derecha de la cavidad, donde la temperatura está estratificada (fig. 2.25(a)) y se observa el alto gradiente de temperatura del fluido en la frontera inferior de la aleta. La temperatura en la mitad izquierda, ocupada por la aleta, es uniforme producto de la alta razón de conductividades térmicas empleada. La figura 2.25(b) muestra las isotermas en el mismo plano y número de Rayleigh, pero a $R_k=10$. A causa de su baja conductividad térmica, la temperatura en la aleta no es uniforme y disminuye a medida que aumenta la distancia a la pared caliente. Las isotermas en la aleta muestran la conexión entre conducción y convección: en los extremos superior e inferior, la influencia de la movilidad convectiva actúa a los lados de la aleta, esto está reflejado por el desplazamiento de las isotermas a la derecha e izquierda, respectivamente.

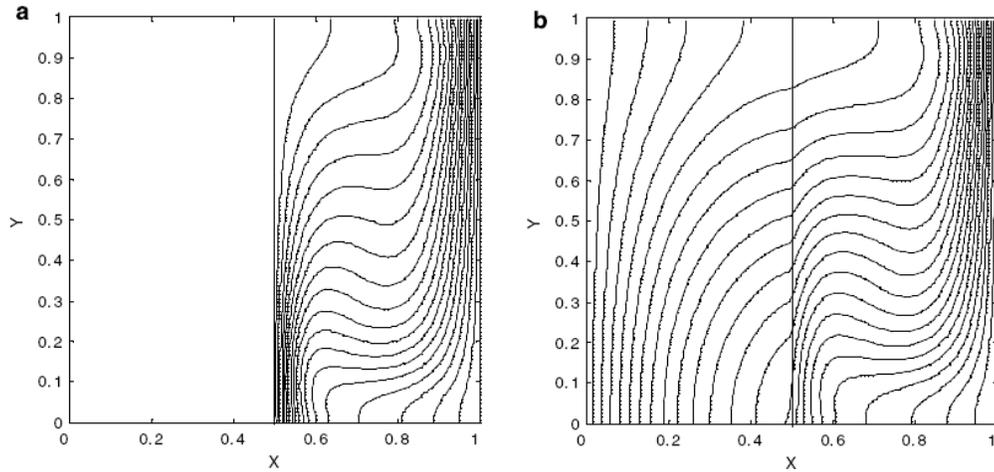


Figura 2.25: Isotermas en el plano $Z=0,5$, $Ra=10^5$. (a) $R_k=1000$, (b) $R_k=10$.

En los planos XY que no pasan por la aleta, los efectos de estos elementos son más notorios cerca de la superficie lateral, tal como se muestra en las isotermas de la figura 2.25(a).

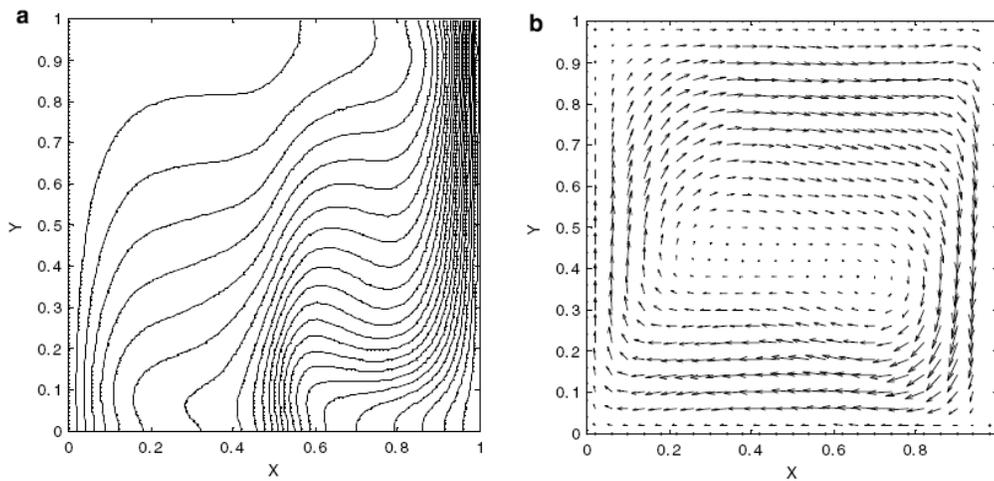


Figura 2.26: Campos de temperatura y vectores de velocidad en los planos XY a $Ra=10^5$, $R_k=1000$; (a) isotermas a $Z=0,385$, (b) velocidades a $Z=0,2$.

El fluido dividido hacia los lados en la punta de la aleta es elevado por el empuje proveniente de la superficie caliente de la aleta, causando una circulación local vista en la figura 2.26(a). Este efecto no es visualizado en los planos localizados más lejos de la superficie lateral en los cuales los campos de temperatura se asemejan a los de una cavidad sin aleta. Sin embargo, con respecto a ese caso, el centro de rotación ahora está desplazado hacia abajo según muestra la figura 2.26(b). Producto de la circulación local, una parte del flujo no alcanza la pared caliente, y consecuentemente el gradiente de temperatura horizontal en esta pared

es menor al de la pared fría (fig. 2.26(a)).

Cuando se usa una aleta de $R_k=10$, el campo de temperatura en los planos XY se torna muy parecido al que se encuentra en el caso sin aleta, ya que el efecto ascendente de la cara lateral de la aleta se ve reducido por las bajas temperaturas que prevalecen a los lados de la aleta. El centro de rotación está ubicado muy cerca del plano medio horizontal y los gradientes de temperatura en las paredes caliente y fría es muy parecido a los otros presentes en el caso $R_k=1000$.

Si la presencia de una partición de alta conductividad térmica reduce el gradiente térmico de la superficie caliente, uno podría preguntarse cómo se podrían explicar los grandes aumentos en la transferencia de calor encontrados en una aleta vertical. En la figura 2.27, en el plano YZ ($X=0,2$), el campo de temperatura, que es simétrico en $Z=0,5$, muestra altísimos gradientes de temperatura horizontal en los lados de la aleta, a $R_k=1000$.

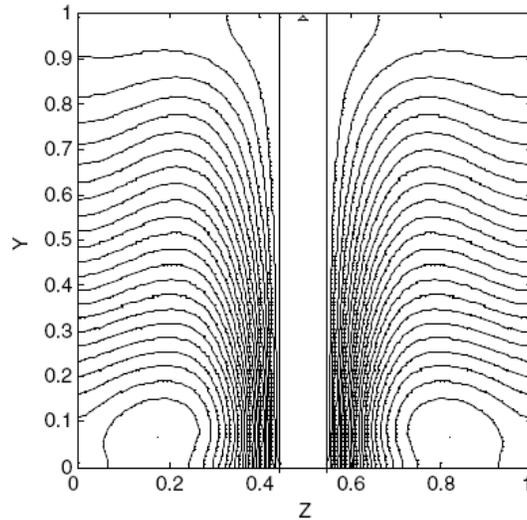


Figura 2.27: Campos de temperatura en el plano $X=0,2$, $Ra=10^5$, $R_k=1000$.

Los gradientes son mayores en la parte inferior, donde la cara de la aleta está en contacto con el fluido más frío viniendo de la pared fría. En el resto del espacio, la temperatura está estratificada verticalmente excepto cerca del fondo de la cavidad, donde se ve claramente al flujo de la pared fría a la caliente, y cerca de la pared caliente donde el fluido calentado retorna a la pared fría.

Si la misma aleta fuese colocada horizontalmente a la altura media de la cavidad, el fluido frío podría barrer fácilmente la cara inferior de la aleta, pero se encontraría con dificultades para poder alcanzar la cara superior de la aleta y rodear el perfil de la aleta. Esto resulta en una menor transferencia de calor al fluido desde la cara superior de la aleta. Esta forma de efecto de bloqueo está ausente cuando la aleta está en posición vertical, en cuyo caso las dos caras principales entregan iguales tasas de transferencia de calor,

produciendo mayores aumentos de la transferencia de calor. Un efecto secundario de una aleta horizontal es que el bloqueo del flujo también restringe el contacto del fluido relativamente enfriado con la superficie caliente activa cercana sobre la aleta. Este efecto no existe cuando la aleta está en posición vertical.

La célula de circulación es similar a la vista en la cavidad sin aleta, excepto por la división del flujo en dos por el efecto de la partición, y por la célula de circulación local generada en los lados de la aleta, la cual es notada sólo a altas razones R_k . La velocidad vertical máxima absoluta (V_{max}) y sus localizaciones están dadas en la tabla 2.10.

Tabla 2.10: Velocidades verticales máximas con sus respectivas coordenadas.

Ra	V_{max}	R_k	X	Y	Z	V_{max} (Sin aleta)
10^3	1,6692	10	0,155	0,5	0,235	3,5406
	1,5549	1000	0,195	0,5	0,255	
	1,9872	7000	0,235	0,49	0,255	
10^4	15,1726	10	0,125	0,45	0,255	18,657
	14,0888	1000	0,155	0,45	0,285	
	16,2836	7000	0,155	0,46	0,275	
10^5	73,5906	10	0,075	0,47	0,345	65,4339
	69,6503	1000	0,085	0,43	0,355	
	69,5365	7000	0,085	0,43	0,355	
10^6	257,7176	10	0,045	0,48	0,385	217,9988
	229,5224	1000	0,045	0,37	0,395	
	230,5370	7000	0,045	0,37	0,395	

Estas localizaciones cambian muy poco en la cavidad, excepto por un desplazamiento hacia la pared caliente a medida que se incrementa R_k para un Ra fijo, un efecto que puede ser atribuido a la célula de circulación vista para altos R_k . A bajos números de Rayleigh (10^3 y 10^4) V_{max} es menor con respecto a la V_{max} de una cavidad sin aleta, mientras que en los dos mayores números de Rayleigh, ocurre lo contrario. Esto puede ser atribuido al efecto de empuje de la superficie añadida, el cual es significativo para altos Ra y tiende a anular el esfuerzo de corte adicional provocado por la extensión de la superficie.

Como se observa en la tabla 2.9, el porcentaje de aumento del número de Nusselt promedio por el efecto de una aleta es mínimo en $Ra=10^4$, para todos los valores de R_k . Para explicar esto debería notarse que a $Ra=10^3$ el régimen está dominado por conducción, y a $Ra=10^5$, por convección. En $Ra=10^4$ el régimen aún está en transición de un régimen esencialmente conductivo a un régimen totalmente conductivo.

La figura 2.28 muestra las isotermas en el plano $Z=0,3$ para tres números de Rayleigh, para $R_k=7000$. Los campos de temperatura son típicamente conductivos y convectivos a $Ra=10^3$ (fig. 2.27(a)) y 10^5 (fig. 2.27(c)), respectivamente. Sin embargo, a $Ra=10^4$ (fig. 2.27(b)) el nivel de estratificación de temperatura es mucho menor que el observado en un caso sin aletas. Las isotermas también revelan que a $Ra=10^4$ el gradiente de temperaturas en la pared caliente es bajo, debido a la reducida estratificación la que se produce

sucesivamente por la restricción del flujo producida por la aleta. La tabla 2.11 muestra la contribución porcentual de la pared caliente, los lados de la aleta y la punta de la aleta a la transferencia de calor global. Mientras que las caras de la aleta aportan similares porcentajes en los tres casos, la contribución de la pared caliente es mucho menor en $Ra=10^4$ que en $Ra=10^5$, donde el flujo frío puede alcanzar a la pared caliente con una pequeña restricción, de acuerdo a la figura 2.28(c). En consecuencia, la baja contribución de la pared caliente explica el pobre comportamiento, en términos del mejoramiento de la transferencia de calor, de la aleta en $Ra=10^4$ en comparación con números de Rayleigh mayores. Si a esta dificultad se le suma la baja tasa de conductividad térmica, las contribuciones a la transferencia de calor de los lados y la punta de la aleta se ven reducidas debido a la baja temperatura prevaleciente en este caso. La reducción es suficiente para causar una pequeña degradación de la transferencia de calor con respecto al caso sin aletas, tal como ocurre en $Ra=10^4$, $R_k=10$.

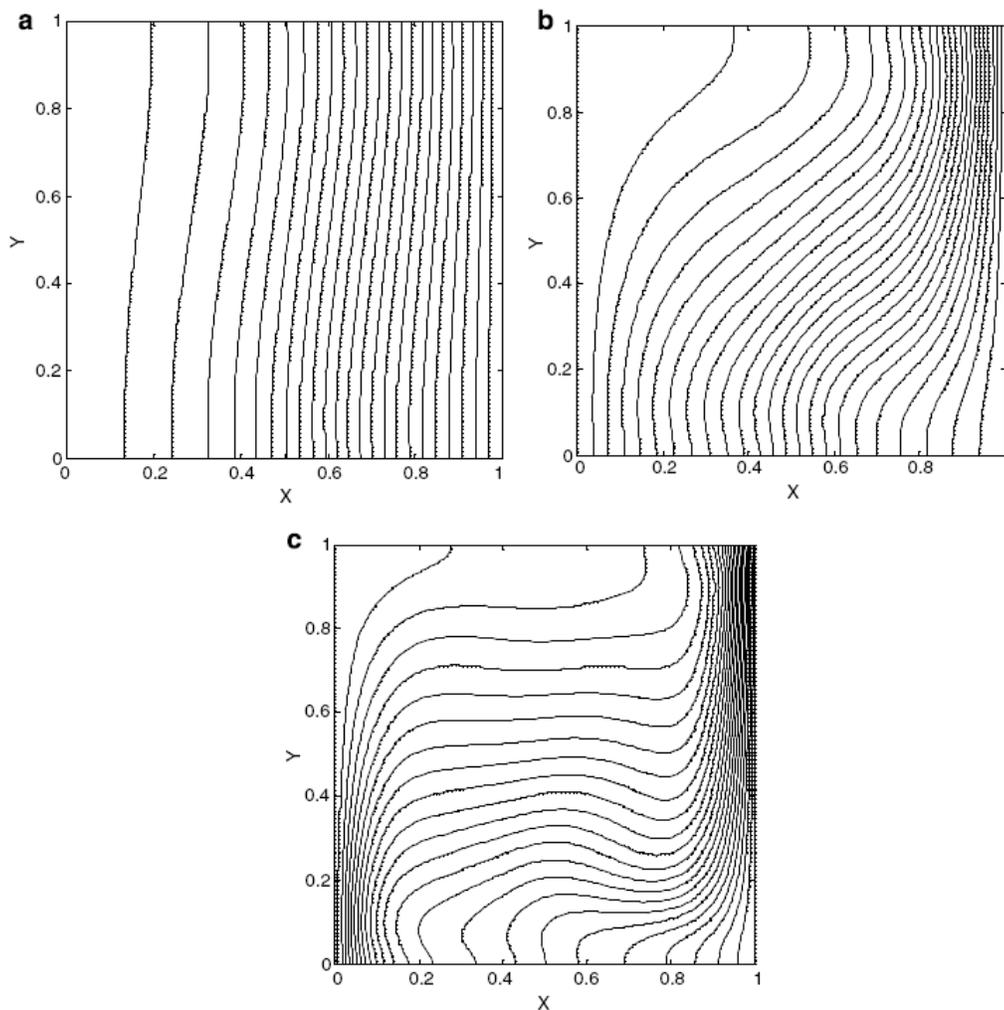


Figura 2.28: Isotermas en el plano $Z=0.3$, $R_k=7000$. (a) $Ra=10^3$, (b) $Ra=10^4$, (c) $Ra=10^5$.

Tabla 2.11: Contribuciones porcentuales de la pared caliente, cara frontal y lados de la aleta a la transferencia de calor global en algunos de los casos estudiados, $R_k=7000$

	$Ra=10^3, s/L=0,5$	$Ra=10^4, s/L=0,5$	$Ra=10^5, s/L=0,5$	$Ra=10^5, s/L=0,8$	$Ra=10^5, s/L=0,9$
Pared Caliente	19,45	27,73	38,61	26,84	19,82
Cara Frontal	25,04	17,09	10,21	9,89	17,17
Caras Laterales	55,51	55,19	51,18	63,27	63,01

Sensibilidad de la transferencia de calor con respecto al largo y el ancho de la aleta

El efecto de los parámetros geométricos sobre la transferencia de calor global se describirá a continuación. Las posibilidades de aumentar la transferencia de calor en un régimen convectivo son mayores para números de Rayleigh de 10^5 y 10^6 . Para una baja tasa de conductividad térmica, el máximo aumento de la transferencia de calor (5,8 %) ocurre en $s/L=0,4$. Otros aumentos significativos ocurren para la mayor tasa de conductividad térmica. La figura 2.29 muestra el porcentaje de aumento de la transferencia de calor obtenido con $R_k=7000$ en función de s/L , manteniendo constante el espesor de la aleta ($e/L=0,1$). Como ahora la superficie de transferencia de calor añadida está prácticamente a la misma temperatura de la pared caliente, los aumentos de la transferencia de calor crecen a medida que aumenta s/L , alcanzando valores que exceden el 40 %, entre $s/L=0,7$ y $0,8$. A $Ra=10^5$ se observa un pronunciado aumento para $s/L > 0,8$, alcanzando 64,25 % en $s/L=0,9$. Esto es porque la caliente cara frontal, donde la temperatura es esencialmente igual a la de la pared caliente, empieza a interactuar con la capa límite fría sobre la pared fría. Para respaldar esta afirmación, se puede notar que el aumento es mayor y empieza para menores aletas en $Ra=10^5$ que para $Ra=10^6$, donde la capa límite es más delgada y por lo tanto más difícil de alcanzar. También se puede apreciar en la tabla 2.11 que las contribuciones porcentuales de la transferencia de calor desde la cara frontal de la aleta casi se duplica desde $s/L=0,8$ a $0,9$. Opuestamente al caso de la aleta horizontal, en la aleta vertical el efecto de aumentar la longitud es muy pronunciado. Por el contrario, el efecto del espesor de la aleta es marginal en el rango $0,2 < e/L < 0,08$, en el cual las aletas pueden ser consideradas delgadas. Un mero aumento de la transferencia de calor de un 0,43 % ocurre cuando el espesor adimensional aumenta de 0,1 a 0,2, debido a la mayor área para la conducción a lo largo de la aleta. El gran número de parámetros geométricos y físicos que afectan a la transferencia de calor en cavidad hace imposible hallar un máximo absoluto en la transferencia de calor.

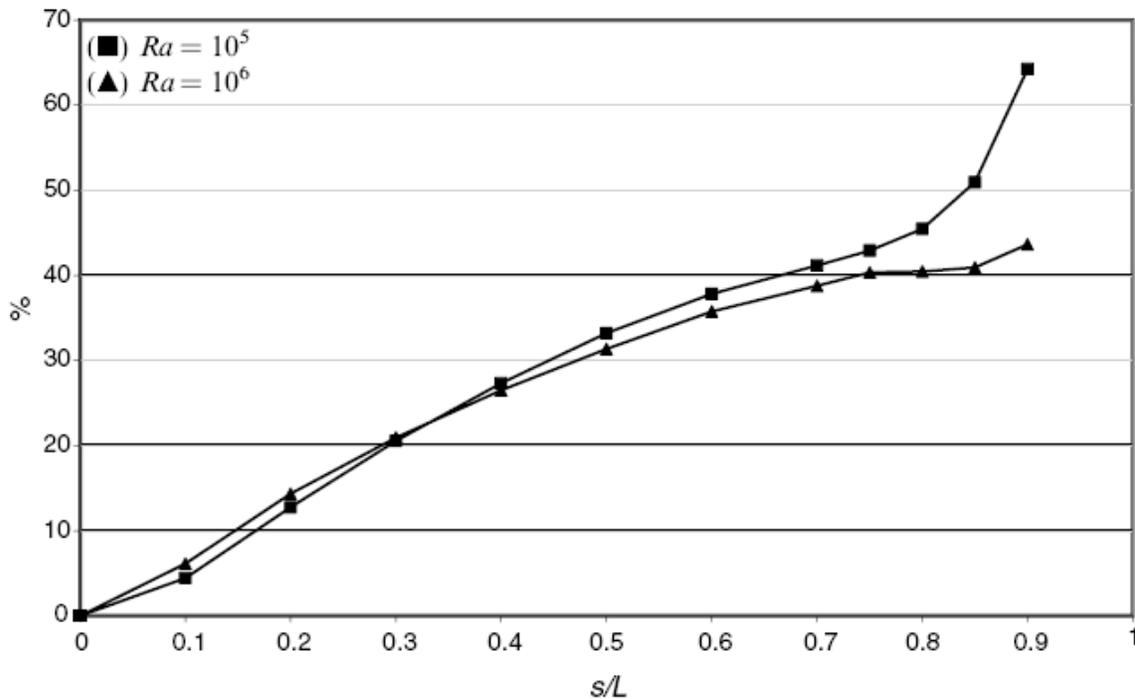


Figura 2.29: Aumento porcentual de la transferencia de calor bajo $Ra=10^5$ y 10^6 .

Conclusiones

En un estudio numérico de la convección natural del aire en una cavidad cúbica diferencialmente calentada con una aleta delgada adherida verticalmente en el medio de la pared caliente, se estudió la variación del número de Nusselt global con el número de Rayleigh y la tasa de conductividad térmica. La circulación principal barre las caras de la aleta y la pared caliente, y la restricción del flujo causada por la aleta es sólo significativa para bajos números de Rayleigh. A altas tasas de conductividad térmica, una célula de circulación secundaria, la que ayuda a la transferencia de calor, es observada cerca de las caras de la aleta. Se encontró que las aletas más largas son más efectivas para promover la transferencia de calor.

Importantes aumentos de la transferencia de calor, por sobre el 40% pero con un nivel máximo de 64,25% con respecto al caso de la cavidad sin aleta, se encontraron para altos valores de R_k . Estos aumentos son producto de varias contribuciones combinadas de la pared base y las caras de la aleta. En el rango de Ra desde 10^5 hasta 10^6 , el aumento es claramente superior al obtenido usando aletas horizontales. Para las aletas más largas, el aumento de la transferencia de calor decayó levemente para $Ra=10^5$ a 10^6 , se espera que debiese decrecer para número de Rayleigh más elevados. El efecto de las aletas verticales puede ser usado en diferentes campos de aplicaciones. Se requiere de una investigación más exhaustiva del efecto de los parámetros geométricos y físicos para caracterizar completamente este fenómeno.

2.4.3. Optimización de los parámetros geométricos de la aleta

Da Silva *et al.* [16], trabajo en determinar las características geométricas ideales de una aleta rectangular para maximizar el desempeño térmico de una cavidad tridimensional diferencialmente calentada, con una aleta adherida a la pared caliente de la cavidad. Debido a las limitaciones en costo y peso, el volumen total de la aleta está restringido. Dos grados de libertad fueron variados para determinar la configuración ideal de la aleta: la longitud horizontal y la razón de aspecto de la aleta. Los resultados numéricos abarcan el rango $10^3 \leq Ra \leq 10^5$.

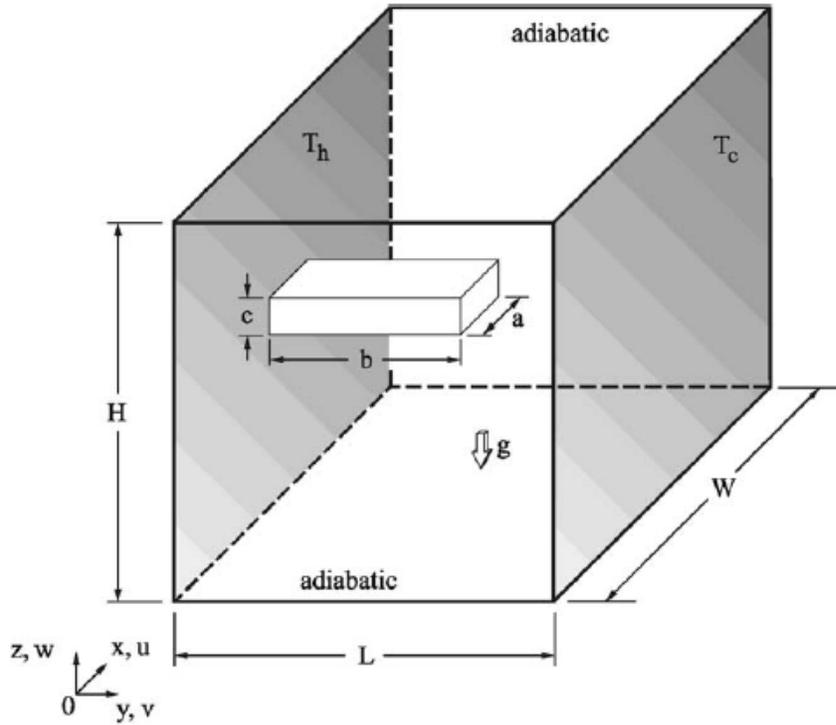


Figura 2.30: La geometría físicas con sus coordenadas.

Las variables adimensionales se definen como:

$$(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}, \tilde{L}, \tilde{W}, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}) = \frac{(x, y, z, L, W, a, b, c)}{H} \quad (2.1)$$

$$(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}) = \frac{(u, v, w)}{(\alpha/H) Ra^{1/2} Pr^{1/2}} \quad (2.2)$$

En la mayoría de las simulaciones, se especificó un valor de 6500 para la razón de conductividades R_k .

Este valor ha sido obtenido al considerar una aleta de aluminio en una cavidad llena de aire, a aproximadamente 300 K.

Se calculó la tasa global de transferencia de calor en la pared caliente como el número de Nusselt promedio \overline{Nu} , y se define como sigue:

$$\overline{Nu} = \frac{q}{k_f H (T_h - T_c)} = \int_0^1 \int_0^1 \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \right)_{\tilde{y}=0} d\tilde{x} d\tilde{z} \quad (2.3)$$

Los resultados numéricos son consistentes con las expresiones analíticas presentadas por G.K. Batchelor, en el trabajo *Heat transfer by free convection across a closed cavity between vertical boundaries at different temperatures*, es decir, que \overline{Nu} es proporcional a $Ra^{1/4}$, o más precisamente $\overline{Nu} = 0,364 (L/W) Ra^{1/4}$.

El objetivo del estudio es determinar cómo la forma de la aleta influye sobre la tasa global de transferencia de calor desde la pared caliente a la fría. Es obvio que la presencia de la aleta (superficie extendida) incrementa la superficie de contacto entre sólido y fluido. Sin embargo, al mismo tiempo, se modifica significativamente el patrón de flujo del fluido ya que la aleta actúa como un obstáculo o como una partición. En consecuencia, ambos aspectos influyen sobre la tasa total de transferencia de calor definida en la ecuación (2.3): la extensión del área de transferencia de calor entre las superficies sólidas calentadas y el fluido, así como la modificación del patrón de flujo.

En la búsqueda de la mejor configuración, se considera que el volumen total de la aleta está limitado. En otras palabras, solo una pequeña cantidad de material altamente conductivo está disponible. Fijar el volumen de la aleta o la masa es equivalente a fijar la fracción ϕ de la cavidad ocupada por la aleta,

$$\phi = \tilde{a}\tilde{b}\tilde{c} \quad (2.4)$$

Debido al peso y a las limitaciones de costo, el volumen de la aleta es mucho menor que el volumen de la cavidad, entonces se tendrá $\phi \ll 1$.

Gracias a que el volumen es constante (ecuación (2.4)), solo dos grados de libertad son requeridos para caracterizar completamente la geometría de la aleta. Se elije \tilde{b} y $\lambda = \tilde{c}/\tilde{a}$ como los dos grados de libertad. El primero corresponde a la longitud de la aleta, mientras que el segundo, λ , representa la razón de aspecto transversal de la aleta. Cuando $\lambda=1$, la aleta tiene una sección transversal cuadrada. Los valores extremos $\lambda \ll 1$ y $\lambda \gg 1$ corresponden respectivamente a una aleta horizontal y verticalmente posicionada, respectivamente.

Con la restricción presentada en la ecuación (2.4), el área expuesta de la aleta, es decir, la superficie en contacto con el fluido, puede describirse como $A/H^2 = \left[2(1 + \lambda) (\tilde{b}\phi/\lambda)^{1/2} \right] + \phi/\tilde{b}$. Esta es una función creciente con la longitud de la aleta \tilde{b} , y es mayor cuando $\lambda \ll 1$ y $\lambda \gg 1$.

Vale destacar que, cuando ϕ es alto, la tasa total de transferencia de calor es máxima cuando la aleta toca la pared fría, estableciendo una conducción denominada “puente térmico”. Esto ocurre porque no hay estrangulación del flujo de calor en todo el largo de la aleta. En esa configuración, el calor transferido a través de la aleta es aproximadamente $k_a(T_h - T_c)ac/L$, es decir, según la restricción (2.4) y en términos de las variables adimensionales introducidas anteriormente: $\overline{Nu}_{conduccion-aleta} \approx R_k\phi$. Anteriormente se dijo que la tasa de transferencia de calor en una cavidad sin aleta es proporcional a $Ra^{1/4}$. En el caso extremo en que $\overline{Nu}_{conduccion-aleta} \gg \overline{Nu}_{conveccion-fluido}$, el mejor diseño será siempre aquel donde la aleta toca la pared fría. En ese caso, la mayor parte del calor será evacuada por conducción pasando por el puente de alta conductividad (es decir, la aleta). La optimización de la geometría de la aleta para maximizar la tasa de transferencia de calor es crucial cuando la convección natural juega un rol significativo con respecto al efecto de “puente térmico” descrito anteriormente. Basándose en los argumentos proporcionales descritos, se puede suponer que la optimización geométrica de la aleta será significativa para la tasa de transferencia de calor cuando

$$\frac{Ra^{1/4}}{R_k\phi} \geq 1 \quad (2.5)$$

Por ejemplo, para $Ra=10^5$ y $R_k=6500$ se puede calcular el valor crítico de ϕ para que la convección natural cumpla un papel más importante que el efecto “puente térmico conductivo” si es del orden de 10^{-3} . Si ϕ excede ese valor, la tasa de transferencia de calor no es afectada significativamente por la razón de aspecto transversal.

En muchos estudios previos de cavidades con aletas, la temperatura de la superficie de la aleta se consideró constante e igual a la temperatura de la pared caliente donde está adherida la aleta. La condición de borde de temperatura constante está basada en el supuesto de que la conductividad de la aleta es muy alta ($R_k \rightarrow \infty$). Resulta claro, desde el punto de vista de la maximización de la tasa de transferencia de calor, que esta idealización es imperfecta. Si R_k es infinita, entonces siempre la mejor configuración será aquella donde la aleta toca ambas paredes diferencialmente calentadas ($\tilde{b}=1$). En ese caso la tasa de transferencia de calor también es infinita, sin importar cuanto valga la razón de aspecto transversal de la aleta (λ). En resumen, todo el tema de optimizar la geometría de la aleta deriva del carácter finito de R_k .

Resultados numéricos: efecto de la geometría de la aleta en la tasa de transferencia de calor para $Ra^{1/4}/(R_k\phi) \ll 1$

Este análisis se enfoca en una cavidad con aleta con un pequeño valor de $Ra^{1/4}/(R_k\phi)$, lo cual implica que toma lugar la conducción de puente térmico. Los valores de ϕ y R_k son 0,1 y 6500 respectivamente. Esto asegura incluso que para un mayor valor del número de Rayleigh (por ejemplo $Ra=10^5$) el número $Ra^{1/4}/(R_k\phi)$ sea aun pequeño.

Para bajos números de Rayleigh ($Ra=10^3$), la difusión (conducción) es el mecanismo dominante de la transferencia de calor en la cavidad. En otras palabras, las fuerzas de empuje no son lo suficientemente fuertes para provocar una convección significativa. Un análisis unidimensional basado en el concepto de la resistencia térmica puede ser aplicado para obtener una expresión aproximada de \overline{Nu} . La cavidad con aleta puede descomponerse en un sistema de tres resistencias térmicas. La primera resistencia se debe a la conducción de calor desde la base hasta la punta de la aleta, $b/(k_a ac)$. En serie con la primera resistencia, hay una segunda correspondiente a la conducción en la capa de fluido ubicada entre la punta de la aleta y la pared fría, $(L-b)/(k_f ac)$. Finalmente, la conducción desde la pared caliente que no esta cubierta por la aleta ($HW-ac$) a la pared fría se considera como una tercera resistencia, $L/[k_f(HW-ac)]$, en paralelo con las dos resistencias previas.

Usando los parámetros adimensionales anteriormente introducidos, la tasa total de transferencia de calor se lee como:

$$\overline{Nu} = 1 + \frac{\phi(R_k - 1)}{R_k - \tilde{b}(R_k - 1)} \quad (2.6)$$

Ya que $R_k \gg 1$, la ecuación (2.6) puede aproximarse a $\overline{Nu} \approx 1 + \phi/(1 - \tilde{b})$, procurando que $\tilde{b} \neq 1$. La ecuación (2.6) muestra que el \overline{Nu} es una función creciente con el largo \tilde{b} , y que es esencialmente independiente de la razón de aspecto transversal de la aleta, λ . Esto también lo revela la figura 2.31 (símbolos abiertos), donde los resultados numéricos están reportados para $Ra=10^3$. Resulta claro notar a partir de la figura 2.31 y la ecuación (2.6) que la máxima tasa de transferencia de calor para $Ra=10^3$ se alcanza cuando la aleta toca la pared fría ($\tilde{b}=1$), en cuyo caso la ecuación (2.6) tiende a $\overline{Nu} \approx 1 + R_k\phi$.

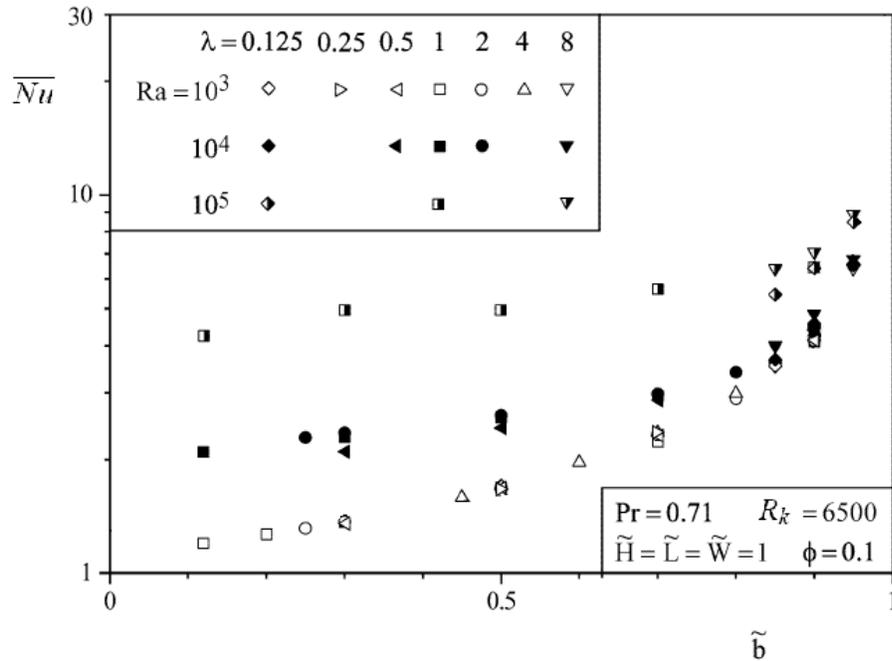


Figura 2.31: El efecto de la longitud y razón de aspecto de la aleta sobre la tasa global de transferencia de calor cuando $Ra^{1/4}/(R_k\phi) < 1$.

Cuando crece el número de Rayleigh, la convección natural se vuelve más intensa. Cuando Ra es del orden de 10^4 (símbolos sólidos, figura 2.31), ocurre una modificación de la transferencia de calor dominante. Se observa una transición desde el régimen conductivo a convectivo, donde la tasa de transferencia de calor para diferentes valores de λ no están superimpuestos tan perfectamente como en el caso $Ra=10^3$. Finalmente, la figura 2.31 presenta además las tasas de transferencia de calor para una cavidad cúbica con un número de Rayleigh relativamente alto ($Ra=10^5$). En este caso, las fuerzas de empuje son lo suficientemente elevadas para generar movimientos convectivos internos, y la forma de la aleta (es decir, \tilde{b} y λ) obviamente influyen sobre el patrón de flujo del fluido. Se aprecia en la figura 2.31 que, a diferencia de los casos $Ra = 10^3$ y 10^4 , \overline{Nu} varía levemente con λ . En desmedro de eso, el efecto de λ en \overline{Nu} aún es modesto en comparación con el efecto de \tilde{b} . Por ejemplo, para un \tilde{b} fijo, la tasa global de transferencia de calor para la configuración con $\lambda=8$ es solo levemente superior a la con $\lambda=0,125$. Por otro lado, si la razón de aspecto se toma fijo, $\lambda=1$ por ejemplo, \overline{Nu} crece un 30% desde $b=0,3$ a $b=0,9$, lo que enfatiza la importancia del parámetro \tilde{b} sobre el desempeño de la cavidad. El bajo impacto de λ sobre \overline{Nu} presentado en la figura 2.31 concuerda con la transición propuesta en la ecuación (2.5): el mayor valor para el parámetro $Ra^{1/4}/(R_k\phi)$ en la figura 2.31 es 0,0273, resultando $Ra^{1/4}/(R_k\phi) < 1$.

Resultados numéricos: efecto de la geometría de la aleta en la tasa de transferencia de calor para $Ra^{1/4}/(R_k\phi) \approx 1$

La figura 2.32 presenta el efecto de la razón de aspecto de la aleta sobre la tasa de transferencia de calor para una aleta que sólo ocupa un 10^{-3} del volumen de la cavidad y que tiene una conductividad de $R_k=6500$ (símbolos abiertos). A elevados valores del número de Rayleigh ($Ra \approx 10^5$), los resultados de la figura 2.32 muestran que una selección adecuada de la razón de aspecto de la aleta (es decir, $\lambda \gg 1$) puede incrementar \overline{Nu} en un 15 % cuando se compara con $\lambda \ll 1$.

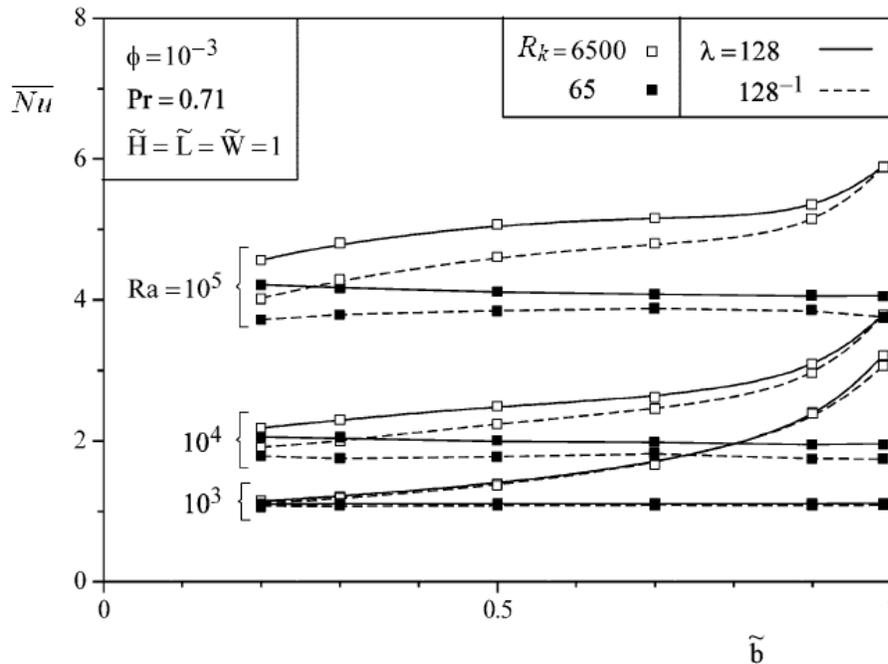


Figura 2.32: El efecto de la longitud y razón de aspecto de la aleta sobre la tasa global de transferencia de calor cuando $Ra^{1/4}/(R_k\phi) \approx 1$, y $Ra^{1/4}/(R_k\phi) > 1$.

Debido a la limitada cantidad de material altamente conductor, la distribución de temperaturas en la aleta no es uniforme, especialmente cuando \tilde{b} se acerca a 1. En consecuencia, la tasa de transferencia de calor para $Ra \geq 10^4$ no aumenta drásticamente con la longitud de la aleta, \tilde{b} . Además, a medida que crece el número de Rayleigh, la forma de las curvas con razón de aspecto constante cambian. Para bajos números de Rayleigh, $Ra=10^3$, la tasa de transferencia de calor es principalmente una función de \tilde{b} , y la mejor configuración tiene lugar cuando $\tilde{b}=1$. Para $Ra=10^5$, el comportamiento de ambas curvas de λ constante sugieren la existencia de un óptimo $\tilde{b} < 1$ para $Ra > 10^5$.

Sin embargo, obviando al número de Rayleigh, el mejor desempeño se alcanza cuando $\lambda \gg 1$, lo cual corresponde a una aleta posicionada verticalmente que divide la cavidad cúbica en dos subcavidades, cada

una de tamaño $\tilde{H} \times \tilde{L} \times \tilde{W}/2$. El peor diseño en términos de la tasa de transferencia de calor ocurre cuando $\lambda \ll 1$, es decir, cuando la aleta es esencialmente una superficie horizontal que crea dos subcavidades de dimensiones $\tilde{H}/2 \times \tilde{L} \times \tilde{W}$.

Las tendencias discutidas pudieron haberse anticipado a partir de algunos estudios de cavidades sin aletas, al reconocer que en una cavidad completamente llena de fluido, la dimensión x de la cavidad (W) tiene una débil influencia sobre la transferencia de calor y el patrón de flujo del fluido. Sin embargo, la razón (H/L) juega un importante rol sobre el desempeño térmico de la cavidad diferencialmente calentada. Además, los estudios de cavidades bidimensionales en el plano $y-z$ han demostrado la existencia de una razón de aspecto óptima $(H/L)_{opt}$, la que mejora la transferencia de calor y el flujo del fluido. Por ejemplo, la razón de aspecto óptima es $1,66 \leq (H/L)_{opt} \leq 1,37$ para $10^3 \leq Ra \leq 3 \times 10^4$. En cualquier caso, este razón de aspecto óptima es un número levemente superior a 1.

En este estudio se cumple la condición $(H/L) \geq 1$ para las subcavidades $\tilde{H} \times \tilde{L} \times \tilde{W}/2$ en el límite $\lambda \gg 1$, y de esta manera los patrones de flujo de fluido no se ven muy alterados en comparación al caso de una cavidad sin aleta. Sin embargo, en el límite $\lambda \ll 1$ las dimensiones de las dos subcavidades son $\tilde{H}/2 \times \tilde{L} \times \tilde{W}$, es decir, que la razón de aspecto de estas dos subcavidades es ahora $1/2$ lo cual se compara desfavorablemente con la razón de aspecto 1 en el otro límite ($\lambda \gg 1$). Lo anterior se acerca a la razón de aspecto óptima de la cavidad y tiende a presentar mayores tasas de transferencia de calor y flujos de fluido más intensos.

Resultados numéricos: efecto de la geometría de la aleta en la tasa de transferencia de calor para $Ra^{1/4}/(R_k\phi) \gg 1$

Para superar las dificultades numéricas relativas a altos números de Rayleigh o bajos valores de ϕ , el valor de R_k se ha disminuido a 65 para poder obtener $Ra^{1/4}/(R_k\phi) \gg 1$. A pesar de que ahora R_k es mucho menor, aún se puede decir que $R_k \gg 1$, y aun cumple con el requerimiento para mejorar la tasa de transferencia de calor. Los resultados de la figura 2.32 (símbolos sólidos) muestran que la forma de las curvas para un Ra fijo y λ difieren de los obtenidos anteriormente (con $R_k=6500$). En este caso de $R_k=65$, la transferencia de calor prácticamente es insensible con respecto a \tilde{b} . También se observa que la tasa de transferencia de calor con $\lambda \gg 1$ (aleta posicionada verticalmente) es siempre mayor, sin importar que número de Rayleigh se utilice. Esto está explicado por la forma óptima de las subcavidades. Sin embargo, la mejor geometría no necesariamente se alcanza cuando $\tilde{b} = 1$, a diferencia de los casos previos.

Conclusiones

Los resultados numéricos presentados confirman la importancia de la geometría de la aleta, en particular cuando se cumple la condición de la ecuación (2.5).

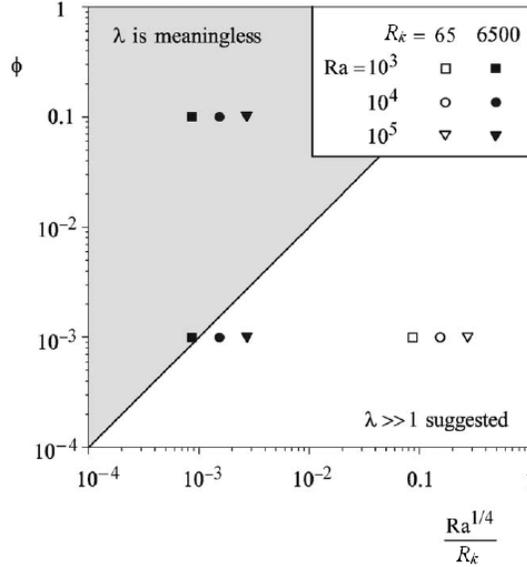


Figura 2.33: Rango en el que las oportunidades de optimización, en términos de la razón de aspecto transversal de la aleta, pertenecen al plano $(Ra-\phi)$, y las posiciones de las simulaciones numéricas en ese plano.

La figura 2.33 muestra la comparación entre la transición teórica determinada en la ecuación (2.5), y los resultados numéricos. La zona gris representa a la región donde $\phi > Ra^{1/4}/R_k$. En este límite, la cantidad de material altamente conductivo es considerable y la optimización de la geometría de la aleta no resulta muy relevante, especialmente para bajos valores de Ra . En la región no sombreada, los símbolos abiertos sugieren que la transferencia de calor por conducción y convección son al menos del mismo orden de magnitud y que la razón de aspecto de la aleta es un parámetro importante para el desempeño global de la cavidad ($Ra^{1/4}/(R_k\phi) \gg 1$). Para la región de transición $Ra^{1/4}/(R_k\phi) \approx 1$, la tasa global de transferencia de calor que provee la pared caliente, \overline{Nu} , aumenta con la longitud horizontal de la aleta \tilde{b} , aunque la fracción volumétrica de la aleta sea baja ($\phi > 10^3$), independientemente de la razón de aspecto de la cavidad. Además se recomienda emplear valores de $\lambda \gg 1$ para estar cerca de la transición.

Como ya se discutió, los resultados numéricos cuando $Ra^{1/4}/(R_k\phi) \ll 1$ y ≈ 1 muestran que el mejor desempeño de la cavidad ocurre cuando la aleta conecta físicamente a la pared caliente y fría, estableciendo un “puente térmico”. Sin embargo, para aletas de menor fracción volumétrica $\phi \approx 10^{-3}$ y de baja conductividad, la tasa global de transferencia de calor \overline{Nu} es prácticamente independiente de la longitud de la aleta.

Capítulo 3

Formulación del Problema Físico

3.1. Geometría del Problema

Una cavidad cúbica de lado L contiene aire ($Pr=0,71$). Un cuerpo de sección cuadrada, altamente conductor ($R_k=1000$, correspondiente a un acero), está centrado a la pared caliente, como muestra la figura (3.1).

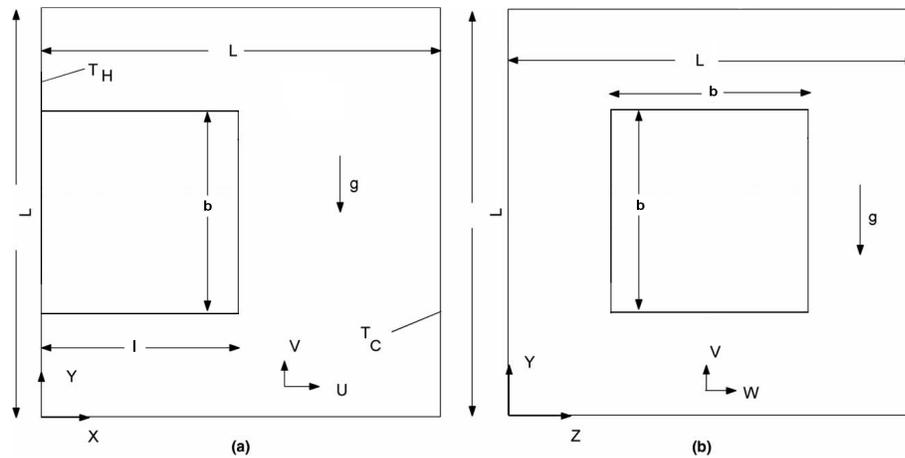


Figura 3.1: Modelo físico y coordenadas: (a) plano $Z = 0,5$, (b) plano $X = 0$.

La pared caliente en $X=0$ está a T_H , y la pared fría a T_C ($X=L$). Las restantes cuatro paredes son adiabáticas. El número de Rayleigh toma los valores de $Ra = 10^5$ y 10^6 , donde predominará el flujo convectivo. En la pared caliente, se agregará en el plano $Z = 0,5$ un bloque de sección cuadrada de arista b/L y de largo l/L .

En particular, los parámetros geométricos adimensionales independientes tomarán los siguientes valores

por cada una de las 140 simulaciones (10 lados de la sección cuadrada y 7 variaciones en la longitud del bloque):

Tabla 3.1: Valores para los parámetros geométricos adimensionales.

Parámetro	Valores									
b/L	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
l/L	0,25	0,50	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95			

3.2. Características del Problema Físico

La resolución del problema se realiza en base a las siguientes hipótesis:

- Se considera el fluido como medio continuo.
- El flujo es en tres dimensiones.
- El flujo es permanente y no existen fuerzas externas actuando sobre el fluido, a excepción de la gravitatoria y las fuerzas viscosas.
- Se considera válida la aproximación de Boussinesq.
- El fluido es incompresible.
- La disipación viscosa es despreciable, por lo cual no existe calor generado por roce.

La transferencia de calor se describe mediante las ecuaciones de conservación de masa, momentum y energía. Para el caso de fluido tridimensional, el sistema de ecuaciones que se utiliza para un flujo estacionario laminar es el siguiente:

- Conservación de masa:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.1)$$

- Conservación de Momento:

Según x:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (3.2)$$

Según y:

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + g\beta(T - T_m) \quad (3.3)$$

Según z:

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (3.4)$$

- Conservación de Energía:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (3.5)$$

Dentro del bloque la ecuación de conservación de energía es:

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (3.6)$$

3.2.1. Adimensionalización de Parámetros y Ecuaciones

Las ecuaciones anteriores deben ser adaptadas a la geometría de la cavidad. Para ello se aplican criterios de similitud a los parámetros de las ecuaciones, obteniendo así las siguientes variables adimensionales:

$$X = \frac{x}{L}; \quad Y = \frac{y}{L}; \quad Z = \frac{z}{L}$$

$$U = \frac{u}{\alpha/L}; \quad V = \frac{v}{\alpha/L}; \quad W = \frac{w}{\alpha/L}$$

$$\Theta = \frac{T - T_M}{T_H - T_C}$$

$$P = \frac{p}{\rho(\alpha/L)^2}$$

Con estas definiciones de las variables adimensionales se obtienen, a partir de las ecuaciones 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5 y 3.6, el siguiente sistema de ecuaciones adimensionales:

- Conservación de masa:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (3.7)$$

- Conservación de Momento:

Según x:

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} + W \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right) \quad (3.8)$$

Según y:

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + X \frac{\partial V}{\partial Y} + W \frac{\partial V}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right) + RaPr\Theta \quad (3.9)$$

Según z:

$$U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} + W \frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Z} + Pr \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \right) \quad (3.10)$$

- Conservación de Energía:

$$U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} + W \frac{\partial \Theta}{\partial Z} = \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Z^2} \right) \quad (3.11)$$

Dentro del bloque la ecuación de conservación de energía es:

$$\left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Z^2} \right) = 0 \quad (3.12)$$

3.2.2. Condiciones de Borde

Para la resolución del problema físico, se utilizan las siguientes condiciones de borde:

- Velocidades nulas ($U = V = W = 0$) en todas las paredes:
 - En las paredes de la cavidad, planos: $X = Y = Z = 0$ y $X = Y = Z = 1$
 - En las caras del bloque, planos: $X = 0$ (base del bloque), $X = l/L$ (punta del bloque), $Y = 0,5 \pm b/2L$ (caras superior e inferior del bloque), $Z = 0,5 \pm b/2L$ (caras izquierda y derecha del bloque).
- Temperatura de las paredes activas constantes:

$$\Theta(0, Y, Z) = 0,5 \text{ en la pared caliente}$$

$$\Theta(1, Y, Z) = -0,5 \text{ en la pared fría}$$

- La temperatura de la base del bloque ($X=0$) se mantiene a la temperatura de la pared caliente ($\Theta=0,5$), mientras que las condiciones térmicas en las otras caras del bloque son:

$$-R_k \left(\frac{\partial \Theta}{\partial X} \right)_a = - \left(\frac{\partial \Theta}{\partial X} \right)_f \text{ en } X = l/L$$

$$-R_k \left(\frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right)_a = - \left(\frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right)_f \text{ en } Y = 0,5 \pm b/2L$$

$$-R_k \left(\frac{\partial \Theta}{\partial Z} \right)_a = - \left(\frac{\partial \Theta}{\partial Z} \right)_f \text{ en } Z = 0,5 \pm b/2L$$

- Las paredes verticales perpendiculares a las paredes activas, y las paredes horizontales son adiabáticas:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial Y} = 0 \text{ en los planos } Y = 0 \text{ e } Y = 1$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial Z} = 0 \text{ en los planos } Z = 0 \text{ y } Z = 1$$

3.2.3. Condiciones iniciales

Aunque la formulación del problema es permanente, se usan campos iniciales para generar mas rápidamente el campo final.

- Velocidad inicial del fluido nula:

$$U = V = W = 0, \text{ para } t = 0$$

- Temperatura inicial del fluido linealmente decreciente para facilitar el cálculo inicial:

$$\Theta = 1/2 - X, \text{ para } t = 0, \text{ para } 0 < X < 1$$

3.2.4. Simetría

Dada la simetría del problema respecto al plano $Z=0,5$, se resuelve el sistema de ecuaciones solamente en la región comprendida entre $0 \leq Z \leq 0,5$, con lo cual se obtiene un ahorro de tiempo en cada corrida. Para generar los campos en el resto de la cavidad se usan las siguientes relaciones de simetría:

$$U(X, Y, Z) = U(X, Y, 1 - Z)$$

$$V(X, Y, Z) = V(X, Y, 1 - Z)$$

$$W(X, Y, Z) = -W(X, Y, 1 - Z)$$

$$\Theta(X, Y, Z) = \Theta(X, Y, 1 - Z)$$

Esta condición de simetría fue utilizada por Frederick *et al.* [13], permitiendo realizar los cálculos en la mitad de la cavidad.

3.2.5. Número de Nusselt

El número de Nusselt local, que da cuenta de la transferencia de calor involucrada, se evalúa mediante la siguiente expresión:

$$Nu = U\Theta - \frac{\partial\Theta}{\partial X} \quad (3.13)$$

Para obtener el Nusselt promedio, se integra sobre toda la superficie asociada, con lo cual se obtiene la siguiente expresión:

$$\overline{Nu} = \frac{1}{A} \cdot \int_0^L \int_0^L Nu \, dY \, dZ \quad (3.14)$$

En este caso $A = 1$, ya que se tiene que $L = 1$.

Como en el presente trabajo se impone el gradiente térmico en la dirección X , el Nusselt local y promedio se calcula tan solo en los distintos planos YZ .

Capítulo 4

Método Numérico

4.1. Algoritmo de Discretización

El algoritmo numérico que se utiliza para resolver las ecuaciones de discretización, es el de volúmenes de control (VC). Este método divide el dominio continuo en un conjunto discreto de volúmenes de control disjuntos, cada uno de los cuales tiene un punto o nodo de la malla en su interior. En base a este esquema, el método plantea la integración de las ecuaciones de movimiento y la conservación de flujo, al interior de cada VC, lo cual permite obtener las ecuaciones de discretización del problema, para los valores nodales de la variable en estudio.

La Figura 4.1 muestra el diagrama de los nodos pertenecientes a un determinado VC tridimensional. La notación a utilizar es la siguiente:

- P , nodo genérico del volumen de control
- N , nodo ubicado al norte del nodo P , en el eje Z
- S , nodo ubicado al sur del nodo P , en el eje Z
- E , nodo ubicado al este del nodo P , en el eje X
- W , nodo ubicado al oeste del nodo P , en el eje X
- T , nodo ubicado sobre el nodo P , en el eje Y
- B , nodo ubicado debajo del nodo P , en el eje Y

Las letras n , s , e , w , t , y b , denotan la ubicación de cada una de las caras del VC.

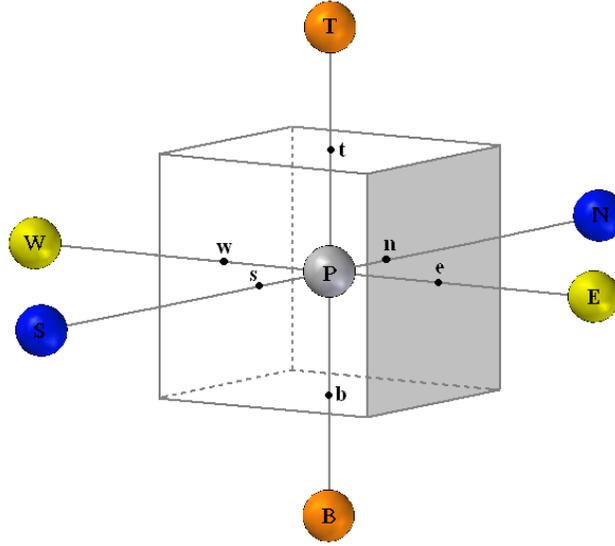


Figura 4.1: Disposición espacial de nodos de malla con respecto al VC.

La ecuación diferencial general de transferencia está dada por la expresión:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j}) + S \quad (4.1)$$

donde ϕ representa una variable escalar (temperatura), u_j representa el campo de flujo, Γ representa el coeficiente de difusión y S el término fuente.

La forma discretizada de esta ecuación en tres dimensiones tiene la forma estándar:

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_B \phi_B + a_T \phi_T + b \quad (4.2)$$

El término b representa la fuente de masa, los distintos términos a_i representan los coeficientes de la variable ϕ , y todos estos términos se definen de la siguiente manera:

$$a_E = D_e \cdot A(|P_e|) + [[-F_e, 0]], \quad (4.3)$$

$$a_W = D_w \cdot A(|P_w|) + [[F_w, 0]], \quad (4.4)$$

$$a_N = D_n \cdot A(|P_n|) + [[-F_n, 0]], \quad (4.5)$$

$$a_S = D_s \cdot A(|P_s|) + [[F_s, 0]], \quad (4.6)$$

$$a_T = D_t \cdot A(|P_t|) + [[-F_t, 0]], \quad (4.7)$$

$$a_B = D_b \cdot A(|P_b|) + [[F_b, 0]], \quad (4.8)$$

$$a_p^0 = \frac{\rho_p^0 \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z}{\Delta t} \quad (4.9)$$

$$b = S \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z + a_p^0 \cdot \phi_p^0 \quad (4.10)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_p^0 - S \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (4.11)$$

donde F y D representan los flujos y conductancias respectivamente, en las caras de los volúmenes de control. Por otra parte, P_i corresponde al número de Peclet que está definido por la razón entre los términos convectivos y difusivos en la cara del volumen de control ($P_i = F_i/D_i$).

F y D en cada una de las caras de los volúmenes de control están definidas de la siguiente manera:

$$F_e = (\rho \cdot u)_e \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad D_e = \frac{\Gamma_e \cdot \Delta y \cdot \Delta z}{(\partial x)_e} \quad (4.12)$$

$$F_w = (\rho \cdot u)_w \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad D_w = \frac{\Gamma_w \cdot \Delta y \cdot \Delta z}{(\partial x)_w} \quad (4.13)$$

$$F_n = (\rho \cdot v)_n \cdot \Delta z \cdot \Delta x \quad D_n = \frac{\Gamma_n \cdot \Delta z \cdot \Delta x}{(\partial y)_n} \quad (4.14)$$

$$F_s = (\rho \cdot v)_s \cdot \Delta z \cdot \Delta x \quad D_s = \frac{\Gamma_s \cdot \Delta z \cdot \Delta x}{(\partial y)_s} \quad (4.15)$$

$$F_t = (\rho \cdot w)_t \cdot \Delta x \cdot \Delta y \quad D_t = \frac{\Gamma \cdot \Delta x \cdot \Delta y}{(\partial z)_t} \quad (4.16)$$

$$F_b = (\rho \cdot w)_b \cdot \Delta x \cdot \Delta y \quad D_b = \frac{\Gamma \cdot \Delta x \cdot \Delta y}{(\partial z)_b} \quad (4.17)$$

La parte difusiva en las expresiones de los coeficientes a_i , está formada por la función $A(|P|)$. Ésta refleja el esquema de interpolación del flujo total de la variable en estudio y Patankar [1] la define como:

$$A(|P|) = [[0, (1 - 0,1 |P|)^5]] \quad (4.18)$$

donde el operador $[[A, B]]$, entrega el mayor valor entre A y B .

4.1.1. Discretización de las ecuaciones de transferencia

Con el algoritmo explicado anteriormente, es posible discretizar todas las ecuaciones de transferencia (continuidad, momentum y energía).

Para el caso de las ecuaciones de momentum, se debe tomar una consideración especial. Ésta es la utilización de mallas desplazadas en cada una de las direcciones positivas x , y , y z , tal como se muestra en la Figura 4.2. La utilización de mallas desplazadas es necesaria, para no tener que interpolar presiones y solamente interpolar velocidades. Esto se debe a que existen ecuaciones simples para la interpolación de velocidades, pero no para la interpolación de presiones. De esta manera, al usar mallas desplazadas, se previene la obtención de campos de presiones erróneos.

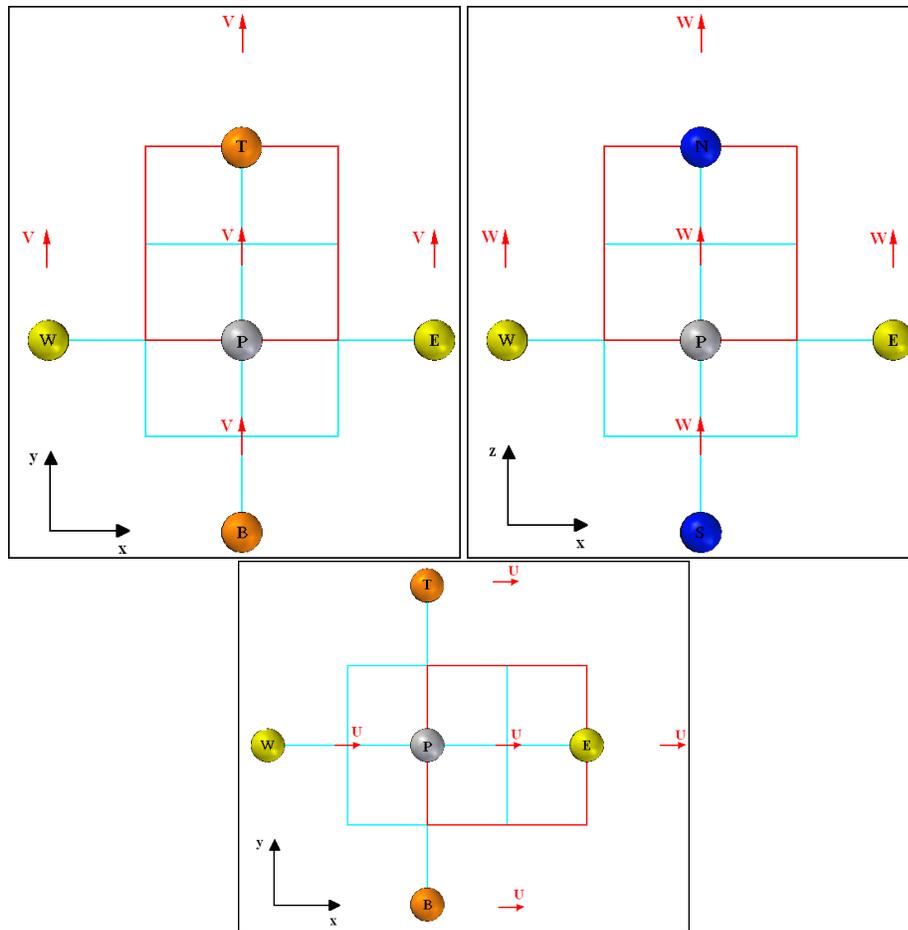


Figura 4.2: Desplazamiento de la malla. Arriba, en dirección y y z . Abajo, en dirección x .

Aplicando el método de discretización anterior, Patankar [1] obtiene las ecuaciones discretizadas de momentum, las cuales presentan la siguiente estructura:

$$a_e \cdot u_e = \sum a_{nb} \cdot u_{nb} + b + (p_P - p_E) \cdot A_e \quad (4.19)$$

$$a_n \cdot v_n = \sum a_{nb} \cdot v_{nb} + b + (p_P - p_N) \cdot A_n \quad (4.20)$$

$$a_t \cdot w_t = \sum a_{nb} \cdot w_{nb} + b + (p_P - p_T) \cdot A_t \quad (4.21)$$

En estas ecuaciones, $(p_P - p_I) \cdot A_i$ representa la fuerza de presión que actúa sobre el VC de u , siendo A_i el área donde actúa la diferencia de presión. El término b está definido igual que en la Ecuación 4.10, pero el gradiente de presión no está incluido en el término fuente S . El subíndice nb se refiere a todos los nodos que rodean al nodo de velocidad en cuestión.

Las ecuaciones de momentum pueden ser resueltas, sólo si se tiene un campo de presiones o una estimación de éste. Si no se emplea el campo de presiones correcto, el campo de velocidades obtenido, no podrá satisfacer la ecuación de continuidad. A este campo de velocidades “incorrecto”, obtenido de un campo de presión al azar p^* , se lo denota u^* , v^* , y w^* , y se obtiene de la solución de las Ecuaciones 4.19, 4.20, y 4.21.

A partir de la presión inicial p^* , se puede decir que el campo de presión correcto es de la forma:

$$p = p^* + p' \quad (4.22)$$

donde a p' se lo llama “corrección de presión”. Dado el nuevo campo de presiones, se puede obtener el correcto campo de velocidades mediante las ecuaciones:

$$u_e = u_e^* + d_e \cdot (p'_P - p'_E) \quad (4.23)$$

$$v_n = v_n^* + d_n \cdot (p'_P - p'_N) \quad (4.24)$$

$$w_t = w_t^* + d_t \cdot (p'_P - p'_T) \quad (4.25)$$

donde,

$$d_i \equiv A_i/a_i$$

Ahora, a partir de la ecuación de continuidad, es posible obtener una expresión para la corrección de presión. Para esto, es necesario asumir que la densidad ρ , no depende directamente de la presión. Integrando la ecuación de continuidad en todo el VC se obtiene la expresión:

$$\frac{(\rho_P - \rho_P^0) \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z}{\Delta t} + [(\rho \cdot u)_e - (\rho \cdot u)_w] \cdot \Delta y \cdot \Delta z + [(\rho \cdot v)_n - (\rho \cdot v)_s] \cdot \Delta z \cdot \Delta x + [(\rho \cdot w)_t - (\rho \cdot w)_b] \cdot \Delta x \cdot \Delta y = 0 \quad (4.26)$$

El primer término de esta ecuación, es el que se obtiene al integrar el término $\partial \rho / \partial t$, para lo cual se asume que el nuevo valor de la densidad ρ_P (i.e., para el tiempo $t + \Delta t$) prevalece en todo el VC. El término ρ_P^0 se refiere a la densidad en el tiempo t .

Sustituyendo las velocidades obtenidas en las Ecuaciones 4.23, 4.24, y 4.25 se obtiene la ecuación discretizada para p' :

$$a_P p'_P = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + a_B p'_B + a_T p'_T + b \quad (4.27)$$

donde,

$$a_E = \rho_e \cdot d_e \cdot \Delta y \cdot \Delta z, \quad (4.28)$$

$$a_W = \rho_w \cdot d_w \cdot \Delta y \cdot \Delta z, \quad (4.29)$$

$$a_N = \rho_n \cdot d_n \cdot \Delta z \cdot \Delta x, \quad (4.30)$$

$$a_S = \rho_s \cdot d_s \cdot \Delta z \cdot \Delta x, \quad (4.31)$$

$$a_T = \rho_t \cdot d_t \cdot \Delta x \cdot \Delta y, \quad (4.32)$$

$$a_B = \rho_b \cdot d_b \cdot \Delta x \cdot \Delta y, \quad (4.33)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B, \quad (4.34)$$

$$b = \frac{(\rho_P - \rho_P^0) \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z}{\Delta t} + [(\rho \cdot u^*)_e - (\rho \cdot u^*)_w] \cdot \Delta y \cdot \Delta z + [(\rho \cdot v^*)_n - (\rho \cdot v^*)_s] \cdot \Delta z \cdot \Delta x + [(\rho \cdot w^*)_t - (\rho \cdot w^*)_b] \cdot \Delta x \cdot \Delta y \quad (4.35)$$

El término b representa la fuente de masa, el cual debe ser eliminado por la corrección de presión. Si b es cero, significa que las velocidades iniciales en conjunto con el valor de $(\rho_P - \rho_P^0)$, satisfacen la ecuación de continuidad, por lo que no es necesario corregir el campo de presiones.

Para el caso de la ecuación de energía, se obtienen ecuaciones discretizadas con la misma estructura que las obtenidas en los casos anteriores, esto es:

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + a_N T_N + a_S T_S + a_B T_B + a_T T_T + b \quad (4.36)$$

donde los coeficientes a_i se obtienen a partir de las ecuaciones 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, y 4.8.

4.2. Método SIMPLER

El método SIMPLER resuelve el sistema de ecuaciones, con sus condiciones de borde e iniciales, a partir de su forma discretizada, la cual se realiza con el método de los volúmenes finitos.

Este método adopta una discretización temporal implícita para velocidades y temperaturas. Esto quiere decir que en cada avance de un paso temporal, los términos de variación espacial de la variable dependiente son expresados en términos de los valores al final del nuevo instante.

La discretización espacial en el método SIMPLER asegura también la estabilidad incondicional respecto a pasos de malla. De esta manera, los pasos espaciales y temporales pueden ser definidos únicamente en base a las necesidades impuestas por el problema.

4.2.1. Diagrama de Flujo

Para resolver las ecuaciones de continuidad, momentum y energía, se utiliza el algoritmo SIMPLER, el cual fue propuesto por Patankar [1], y cuya estructura de funcionamiento es la siguiente:

1. A partir de un campo de velocidades inicial, se calculan los coeficientes de las ecuaciones de momentum y con éstos, se calcula un campo de pseudo-velocidades utilizando las ecuaciones 4.19, 4.20 y 4.21 pero sin el gradiente de presión.
2. Con las pseudo-velocidades se resuelve el campo de presiones usando la ecuación de presión 4.27. Una vez obtenido el campo de presiones, se toma éste como p^* y se resuelven las ecuaciones de movimiento para determinar el nuevo campo de velocidades u^* , v^* y w^* .
3. Luego se calcula la fuente de masa con la ecuación 4.35 para luego obtener el campo de presiones p' .
4. A partir de la corrección de presión, se corrige el campo de velocidades mediante las ecuaciones 4.23, 4.24 y 4.25, obteniendo el campo de velocidades u , v y w , el cual se ocupa para calcular la ecuación de energía.
5. Luego se determina si se ha logrado o no convergencia. Si el resultado de la iteración no converge a una determinada cota, se calcula nuevamente los coeficientes de las ecuaciones de momentum, utilizando esta vez, el campo de velocidades obtenido en la corrección de velocidades.

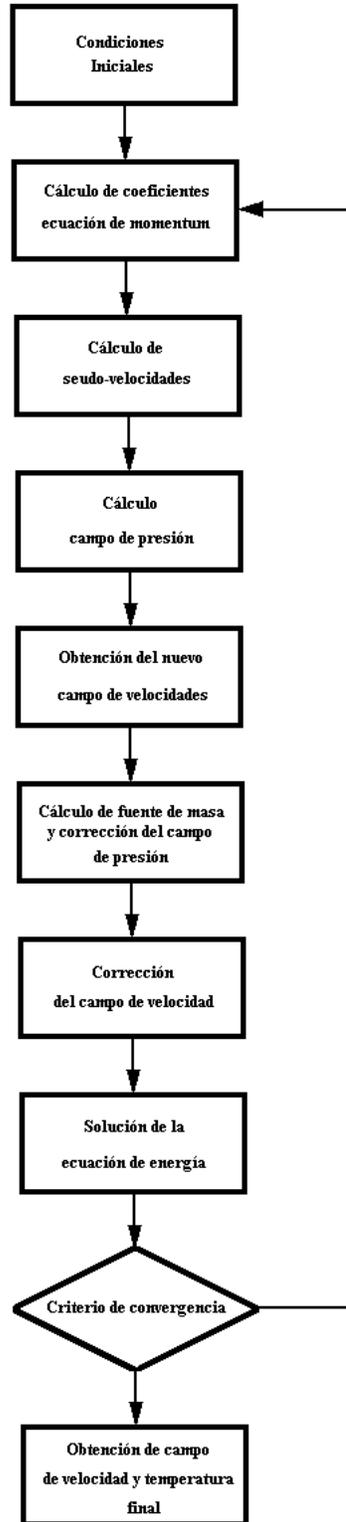


Figura 4.3: Diagrama de Flujo del Método.

4.3. Código Computacional

El código computacional se obtuvo a partir del código utilizado por Frederick [15] en su trabajo. El código resuelve las ecuaciones que rigen el sistema utilizando el algoritmo SIMPLER descrito anteriormente. El método utiliza la forma discretizada de las ecuaciones de movimiento y energía obtenidas de la discretización de la ecuación general de transferencia (4.1). La resolución de las ecuaciones de presión, corrección de presión y de energía se realiza en los volúmenes de control de temperatura, y la resolución de las ecuaciones de movimiento, en los volúmenes de control de velocidad, los cuales están desplazados medio volumen de control en la dirección positiva de la velocidad correspondiente.

El campo de velocidades se calcula en toda la cavidad mediante las expresiones 3.8, 3.9 y 3.10, excepto en la zona ocupada por el bloque donde se tiene $U = V = W = 0$. Por otra parte, el campo de temperatura para la zona de la cavidad ocupada por el fluido se calcula mediante la expresión 3.11, mientras que el campo de temperatura en la zona del bloque se calcula mediante la expresión 3.12.

El código se inicia con las variables dependientes, velocidad y presión, en su condición inicial cero. Por otra parte, la temperatura inicial se toma linealmente decreciente con su valor máximo en la pared caliente y valor mínimo en la pared fría. Para resolver las ecuaciones de presión, corrección de presión, momentum y energía; en todo el dominio, se utiliza el método de Gauss-Seidel.

Para resolver el problema, el código define una iteración general, la cual se repite cuantas veces sea necesario para alcanzar la convergencia de los campos. Esta convergencia se alcanza una vez que el “residuo de continuidad total” bbb , el cual corresponde a la suma de los residuos de todos los volúmenes de control normalizados por el número total de éstos, converge a una cota muy pequeña. El residuo de continuidad de cada volumen de control corresponde al término fuente en la ecuación de corrección de presión.

$$bbb = bbb^* + |b|$$

Dentro de cada iteración general, las etapas de cálculo de la presión, corrección de presión y energía deben cumplir distintos criterios de convergencia. Para las ecuaciones de presión y corrección de presión se define el “resto de presión” sp , mientras que para la ecuación de energía se define el “resto de temperatura” st . Ambos valores deben converger a una determinada cota, la cual debe ser muy pequeña (10^{-6}). Una vez que los restos convergieron a esta cota, el código pasa a la etapa siguiente del método.

El resto de presión se define como la suma, sobre todos los nodos de la cavidad, de los valores absolutos de las diferencias entre la presión calculada en la iteración actual y la presión calculada en la iteración anterior, normalizada por el número total de nodos. El resto de temperatura se define de manera similar.

$$sp = sp^* + |P - P_0|$$

$$st = st^* + |T - T_0|$$

Debido a que el problema físico a simular tiene un muy alto costo computacional, se optó por utilizar las propiedades de simetría que presentan las principales variables dependientes del problema. En cada una de las iteraciones de presión, corrección de presión y energía, se realiza el cálculo de estas variables en la mitad de la cavidad, es decir, se aplica la simetría con respecto al plano $Z = 0,5$. Al finalizar la iteración general, se copian los valores de las variables en el resto del dominio.

En cada iteración general, el código genera archivos útiles para obtener una visualización gráfica de los resultados parciales que se están obteniendo, tales como el Nusselt promedio, velocidades máximas locales, resto de presión y temperatura y residuo de continuidad. Una vez que se cumple el criterio general de convergencia, el código genera un archivo que contiene los campos totales de velocidad y temperatura, además de un archivo que contiene las velocidades máximas y mínimas con sus respectivas coordenadas.

4.4. Validación del código computacional

Se usó un código basado en el método SIMPLER, con mallas uniformes alternadas de 102^3 nodos. En las paredes de la cavidad y en las caras del bloque se ubicaron los nodos de velocidad normal. Las temperaturas en los dos nodos a ambos lados de una cara se relacionan por coeficientes de discretización difusivos que se calculan usando la regla de la media armónica [1] para imponer las condiciones de temperatura en las caras. En puntos interiores del sólido, las velocidades se definen como nulas, y se resuelve sólo la ecuación (3.12) para esos puntos. El código empleado es básicamente el mismo empleado por Frederick en sus trabajos [13] y [15], adaptado a un bloque de sección transversal cuadrada.

Tabla 4.1: Resultados entregados por el código para una cavidad sin bloque adherido según distintos mallados para $Ra=10^5$.

Variable	82x82x82	102x102x102	122x122x122	Dif. % 82^3 c/r 122^3	Dif. % 102^3 c/r 122^3
\overline{Nu}	4,3624	4,3532	4,3482	0,33	0,12
U_{max} ejes plano $Z=0,5$	37,7284	37,7101	37,6988	0,08	0,03
V_{max} ejes plano $Z=0,5$	65,2223	65,4630	65,4486	-0,35	0,02

Tabla 4.2: Resultados entregados por el código para una cavidad sin bloque adherido según distintos mallados para $Ra=10^6$.

Variable	82x82x82	102x102x102	122x122x122	Dif. % 82^3 c/r 122^3	Dif. % 102^3 c/r 122^3
\overline{Nu}	8,7953	8,7397	8,7093	0,99	0,35
U_{max} ejes plano $Z=0,5$	68,9436	68,6838	68,5390	0,59	0,21
V_{max} ejes plano $Z=0,5$	215,7540	217,9955	218,0551	-1,06	-0,03

Se realizaron distintas simulaciones para una cavidad sin bloque adherido con diferentes mallados consistentes en 82^3 , 102^3 y 122^3 nodos. Los resultados se compararon con la malla más fina y adoptando un criterio de selección de malla en que la simulación fuese en un tiempo computacional no tan largo como el de la malla de 122^3 nodos, se escogió la malla de 102^3 nodos, según se observa en las tablas 4.1 y 4.2.

Otra ventaja para seleccionar la malla de 102^3 nodos es la facilidad para especificar localizaciones para las caras del bloque.

Una vez escogida la malla, se procedió a comparar los resultados del código con una solución benchmark de Tric *et al.* [6], para el caso de una cavidad sin superficie extendida, con $Ra=10^5$ y 10^6 (ver tablas 4.3 y 4.4). Como las diferencias entre el \overline{Nu} evaluado en la pared fría de la cavidad, en el peor caso, apenas exceden al 1% (caso \overline{Nu} en $Ra=10^6$), se puede confiar en que los resultados de las simulaciones numéricas serán aceptables.

Tabla 4.3: Validación del código para una cavidad sin bloque adherido para $Ra=10^5$.

Variable	Tric et al.	102x102x102	Dif. % 102 ³ c/r Benchmark
\overline{Nu}	4,3370	4,3532	0,37
U_{max} ejes plano Z=0,5	37,5612	37,7101	0,40
V_{max} ejes plano Z=0,5	65,2113	65,4630	0,39

Tabla 4.4: Validación del código para una cavidad sin bloque adherido para $Ra=10^6$.

Variable	Tric et al.	102x102x102	Dif. % 102 ³ c/r Benchmark
\overline{Nu}	8,6407	8,7397	1,15
U_{max} ejes plano Z=0,5	68,2198	68,6838	0,68
V_{max} ejes plano Z=0,5	217,5702	217,9955	0,20

Capítulo 5

Resultados

En este capítulo se presentan los resultados de la simulación de la convección natural en una cavidad llena de aire con un bloque adherido a la pared caliente, para diez valores de $b/L = \{0,1; 0,2; \dots; 1,0\}$ y siete longitudes $l/L = \{0,25; 0,50; 0,75; 0,80; 0,85; 0,90; 0,95\}$, empleando una razón de conductividades térmicas fija $R_k = 1000$, número de Prandtl fijo $Pr = 0,71$, y los números de Rayleigh $Ra = 10^5$ y 10^6 establecidos en los alcances del presente trabajo.

Se realizaron 180 ensayos, los cuales se distribuyen en 140 simulaciones para el conjunto de valores b/L mencionado, para cada l/L y Ra . Los restantes 40 ensayos corresponden a un análisis de sensibilidad, cuyo propósito fue encontrar el lado que entrega el máximo número de Nusselt medio en la cavidad, en función de cada geometría del divisor y al valor de Ra que corresponda al caso.

Primero se muestra la descripción física del fenómeno a partir de gráficas por planos y tridimensionales de los vectores de velocidad y las isothermas desarrolladas al interior de la cavidad, además de la presentación de las velocidades máximas ascendentes. A continuación se prosigue con la caracterización de la transferencia de calor en base a las variaciones que muestra el \overline{Nu} obtenido en cada uno de los ensayos en función de los parámetros y variables del problema. Posteriormente se presenta el desglose de la transferencia de calor por cada superficie en contacto con el fluido para los casos estudiados.

5.1. Descripción física del fenómeno

5.1.1. Casos cavidad sin divisor, $Ra=10^5$ y 10^6

Los vectores de velocidad y las isothermas obtenidas en las simulaciones de validación se presentan a continuación en vistas por planos (plano $Z=0,5$) y vistas tridimensionales:

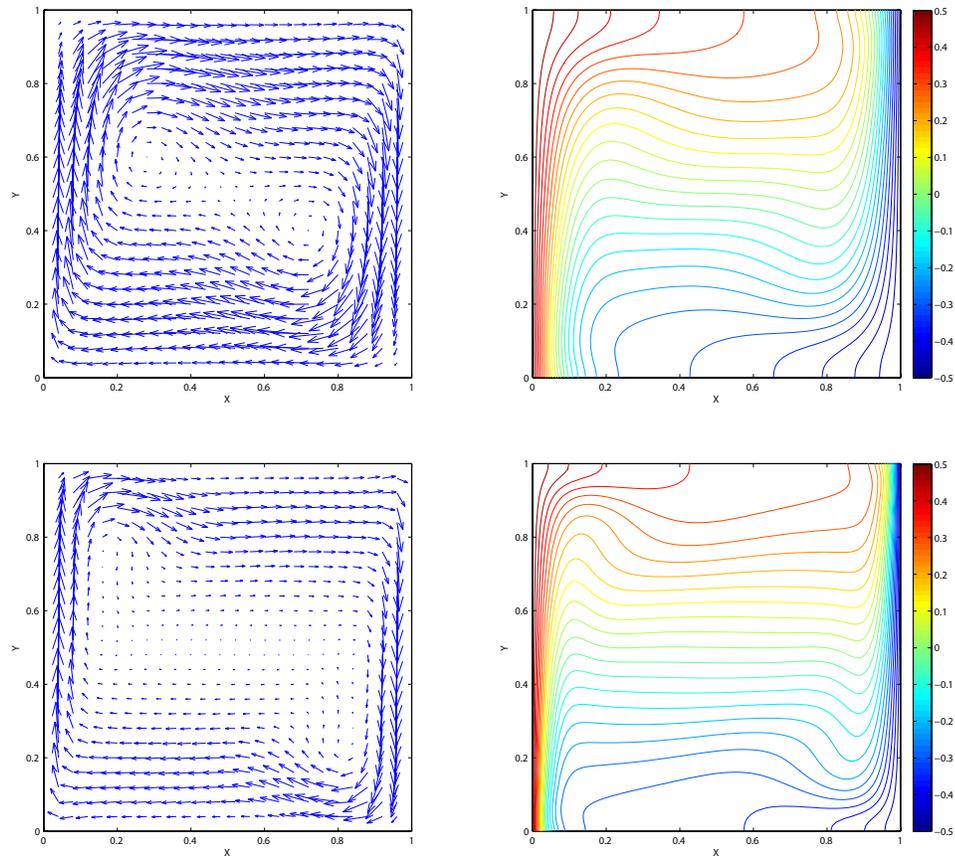


Figura 5.1: Campos de flujo e isothermas en el plano $Z=0,5$, en una cavidad sin aleta. Arriba: $Ra=10^5$. Abajo: $Ra=10^6$.
Izquierda: Vectores de velocidad. Derecha: Isothermas.

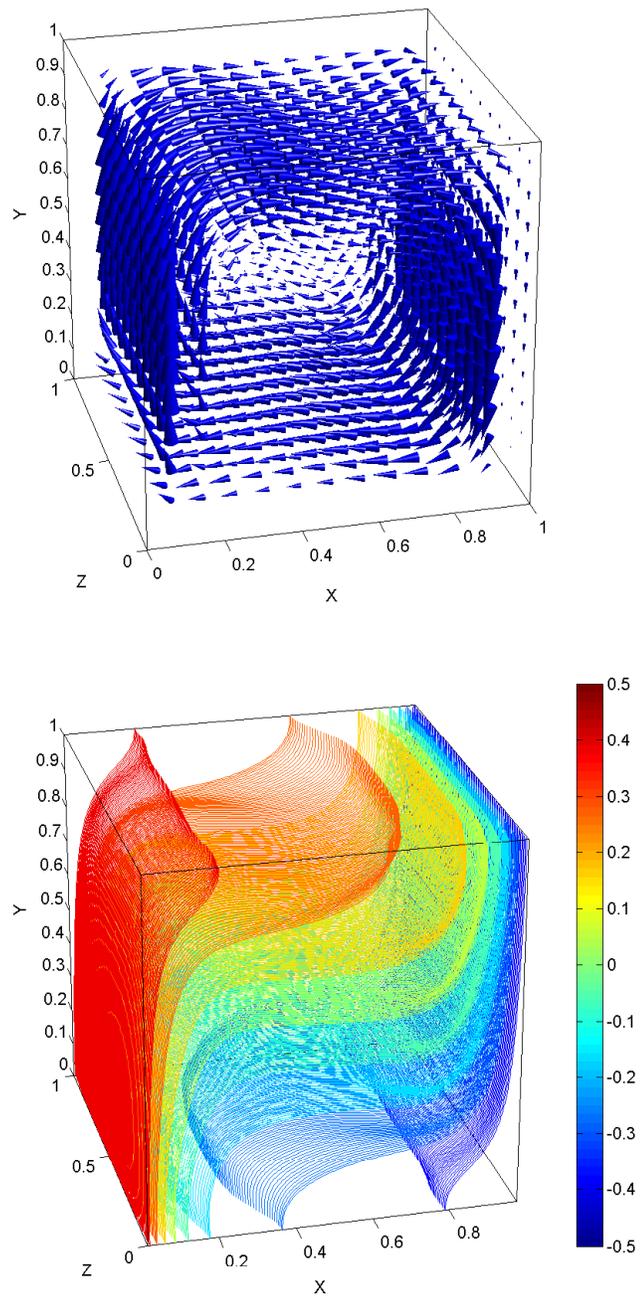


Figura 5.2: Campos de flujo e isothermas en la cavidad para $Ra = 10^5$.

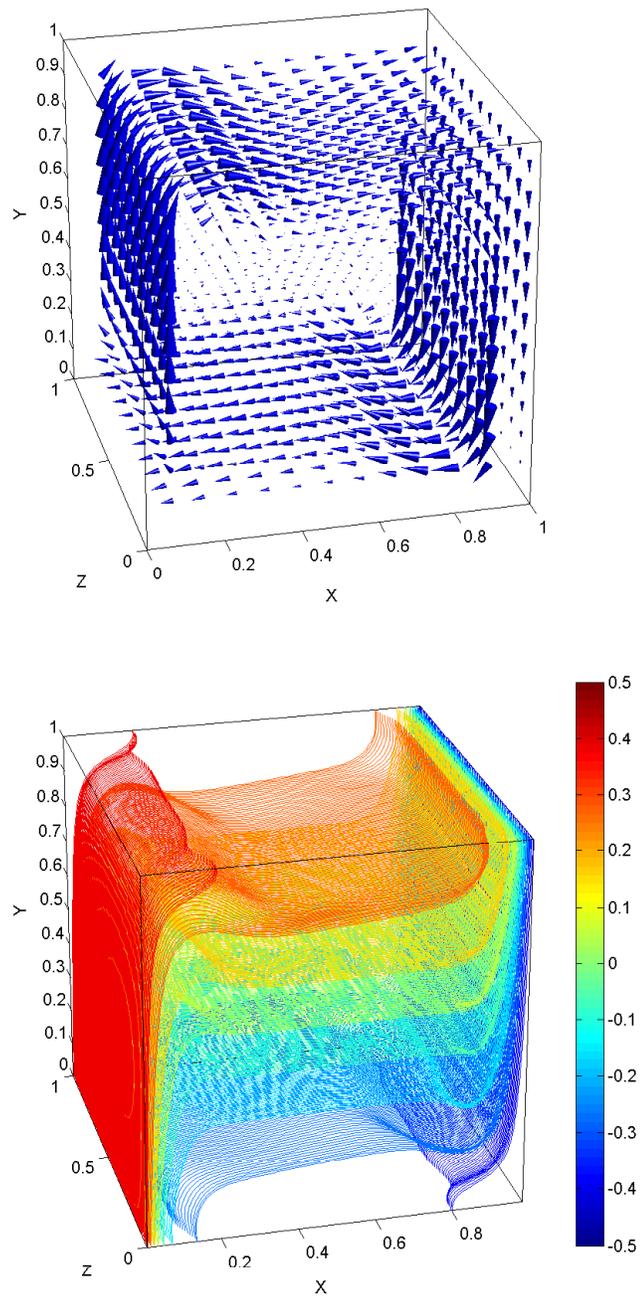


Figura 5.3: Campos de flujo e isothermas en la cavidad para $Ra = 10^6$.

Las representaciones por planos y 3D obtenidas concuerdan con la descripción del fenómeno presente en los trabajos de [11] - [10] y [5] respectivamente. La imposición de una diferencia de temperatura entre las dos paredes verticales de la cavidad causa, en presencia del campo gravitatorio, una fuerza de empuje sobre el fluido debido a la diferencia de densidades, la cual genera un flujo ascendente en la zona cercana a la pared caliente y un flujo descendente en la zona cercana a la pared fría. La generación de estos flujos, es la causa principal del transporte de calor desde la pared caliente hacia la fría. Esto ya que, la pared caliente entrega calor al fluido, el cual se dirige por la parte superior de la cavidad hacia la pared fría, y luego el fluido le entrega calor a la pared fría, por lo que fluido a una menor temperatura, se mueve hacia la pared caliente por la parte inferior de la cavidad.

De las figuras 5.1, 5.2 y 5.3 se aprecia que el ascenso del fluido por la pared izquierda y el consecuente descenso del fluido por la pared derecha crea un vórtice con rotación en sentido horario. A medida que se incrementa Ra , se aprecian otras características del patrón de flujo, ya que los vectores de velocidad tienden a adherirse a las paredes laterales y la magnitud de los vectores crece.

Como predomina el régimen convectivo, los perfiles de temperatura muestran una desviación con respecto al caso de conducción pura, ya que las isotermas se sitúan oblicuas, e inclusive en el caso $Ra=10^6$ se torna evidente la estratificación de temperaturas, en que las superficies isotermas tienden a hacerse horizontales en el núcleo de la cavidad

5.1.2. Caso cavidad con bloque: $Ra=10^5$

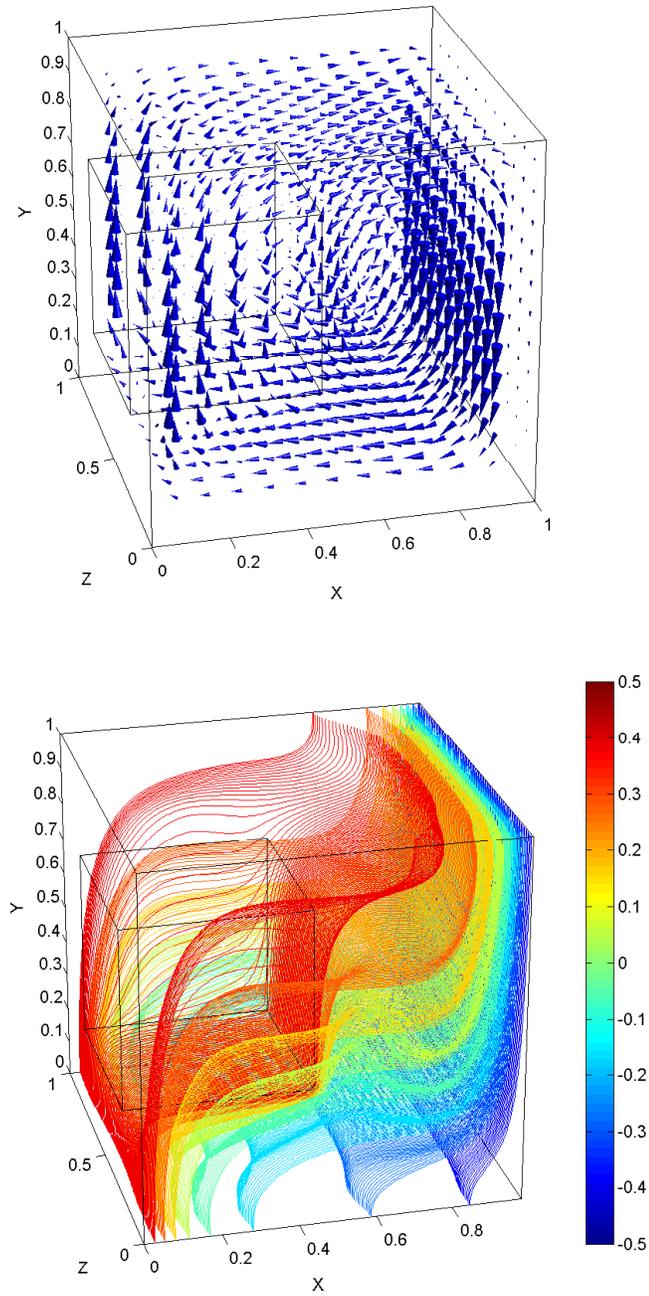


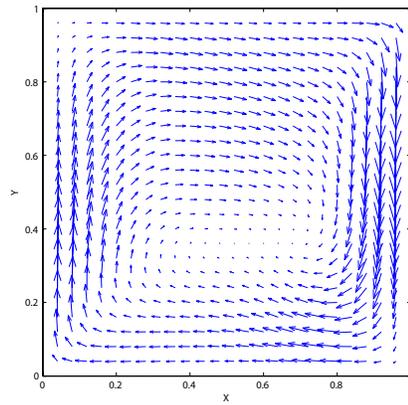
Figura 5.4: Campos de flujo e isothermas en la cavidad $l/L=0,5$, $b/L=0,5$, $Ra = 10^5$.

Para poder describir físicamente el fenómeno, en la figura 5.4 se muestra una representación tridimensional de una cavidad con un bloque adherido a la pared caliente de dimensiones $b/L=0,5$ y $l/L=0,5$ para $Ra=10^5$. Dichas dimensiones se escogieron para representar una cavidad con un bloque genérico en relación al total de casos estudiados. En el caso considerado, las caras verticales laterales del bloque están ubicadas en los planos $Z=0,25$ y $0,75$, las caras horizontales en $Y=0,25$ y $0,75$, y la cara frontal en $X=0,5$.

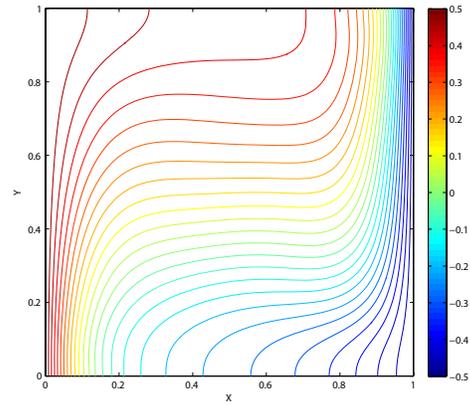
A grandes rasgos se puede ver que la circulación del fluido comprende una celda similar al caso sin divisor entre el espacio comprendido entre las caras laterales del bloque y las paredes laterales de la cavidad; pero también se logra apreciar un loop secundario al frente de la cara frontal del bloque. No se nota una distorsión significativa en el tamaño de los vectores de velocidad, lo que indica bajas variaciones en la velocidad del flujo.

Además se aprecia un manto isotermo de alta temperatura que envuelve al bloque desde la pared caliente, cubriendo tanto su superficie inferior como las paredes laterales y la cara frontal, extendiéndose por el techo de la cavidad hasta aproximadamente $X=0,7$. En dichas paredes los gradientes de temperaturas son de gran importancia para la transferencia de calor; sin embargo, a diferencia del resto de las superficies, en la cercanía de cara superior del bloque no se logran observar gradientes de temperaturas tan marcados. Si la razón R_k fuera menor que la usada, las isotermas cortarían el bloque.

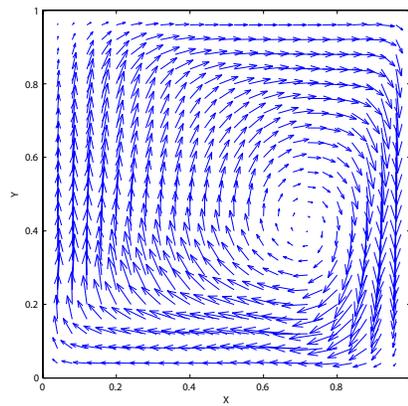
A continuación se presenta una selección de representaciones gráficas bidimensionales, correspondientes a los vectores de velocidad y a las líneas de isotermas presentes en los planos XY adyacentes al borde lateral del bloque, planos ZY paralelos a las paredes activas y planos XZ horizontales, con el fin de obtener información adicional del caso en estudio.



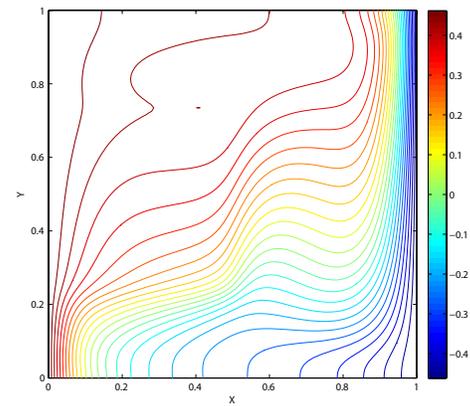
(a) Vectores de velocidad, $Z=0,005$.



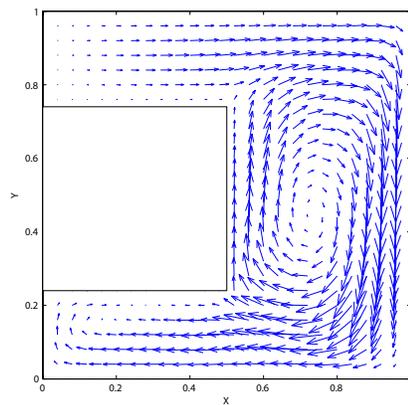
(b) Isotermas, $Z=0,005$.



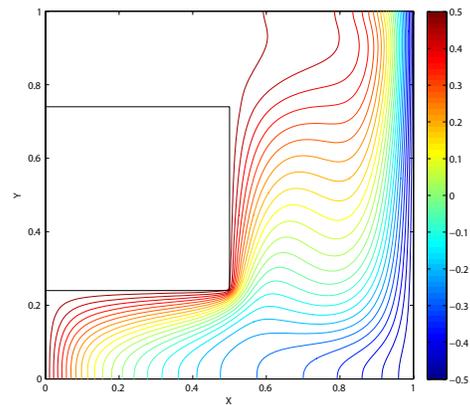
(c) Vectores de velocidad, $Z=0,195$.



(d) Isotermas, $Z=0,195$.



(e) Vectores de velocidad, $Z=0,495$.



(f) Isotermas, $Z=0,495$.

Figura 5.5: Campos de flujo y líneas de isotermas en planos XY, $l/L=0,5$, $b/L=0,5$, $Ra = 10^5$

De acuerdo con la figura 5.5 (a) es posible notar la presencia de una única celda de circulación principal, diferente al caso de una cavidad sin divisor. La celda, por efecto del bloque, se encuentra desplazada con respecto al eje Y levemente hacia la pared inferior, y en la zona media según el eje X . En la misma figura se aprecia que las mayores velocidades se encuentran en la vecindad de las paredes activas. Las líneas de isotermas de la figura 5.5 (b) no presentan distorsiones significativas con respecto al caso de una cavidad sin divisor (figura 5.1), excepto que la temperatura es más uniforme en la mitad superior que en la inferior.

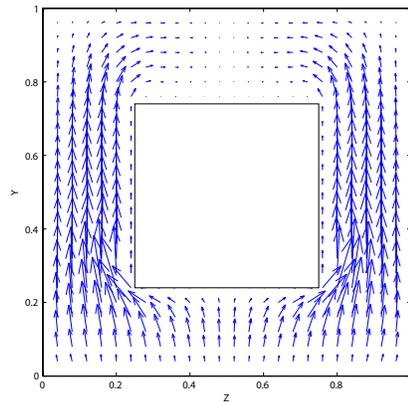
Sin embargo, para planos de corte más cercanos al centro de la cavidad (figuras 5.5 (c) y 5.5(e)), se observa que la celda de circulación principal avanza hacia la pared fría. La figura 5.5 (c) denota vectores de velocidad de tamaño homogéneo, lo que indica una baja variación de las velocidades en esa sección de la cavidad.

La figura 5.5 (d) muestra la influencia del bloque al distorsionar las líneas de isotermas, cambiando la forma horizontal a una forma escalonada. En el campo de temperaturas se observan isotermas muy próximas en las zonas cercanas a las paredes activas, e isotermas horizontales en la zona central de la cavidad.

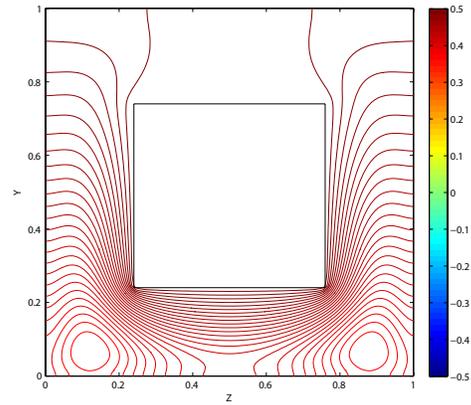
Lo anterior se debe a que, tanto en la zona inferior izquierda como en la zona superior derecha de la cavidad, se tienen los mayores gradientes de temperatura ya que es en esas zonas donde respectivamente, el fluido frío entra en contacto con la pared caliente y el fluido caliente entra en contacto con la pared fría. Las isotermas cercanas a la pared caliente se encuentran muy próximas entre sí en el rango $Y=0$ a $Y=0,2$.

Tal como se ve en la figura 5.5 (e), la circulación se ve alterada por la presencia del bloque: el fluido frío asciende por la pared caliente bajo el bloque y barre la cara inferior de izquierda a derecha. Luego el flujo se mezcla con un vórtice adyacente a la punta del bloque para retornar a la pared fría. Este vórtice rota en sentido horario alrededor de un eje horizontal alineado en Z , cerca de la punta del bloque. Esto se debe a que la alta conductividad del bloque le impone a éste una temperatura prácticamente uniforme e igual a la de la pared caliente. Por esta causa el fluido asciende paralelo a la superficie lateral del bloque, desplazando el centro de rotación hacia la derecha, es decir, hacia la pared fría. Además se aprecia el pobre acceso del flujo a la pared activa sobre el bloque, lo cual limita severamente a la tasa de transferencia de calor en ese sector.

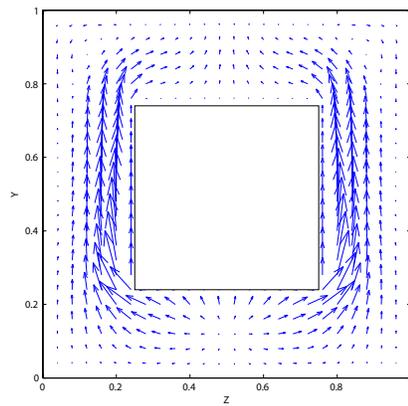
La circulación establecida entre la cara frontal y la pared fría forma una distribución de temperatura estratificada, figura 5.5 (f), similar a la que se observa en una cavidad no dividida.



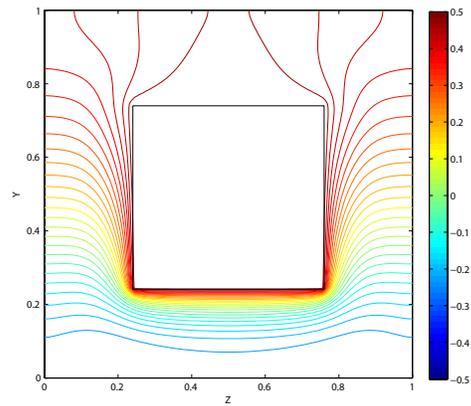
(a) Vectores de velocidad, $X=0,025$.



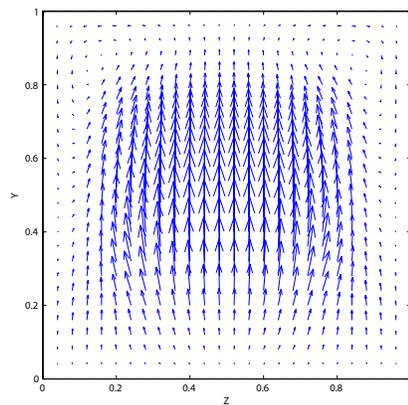
(b) Isotermas, $X=0,025$.



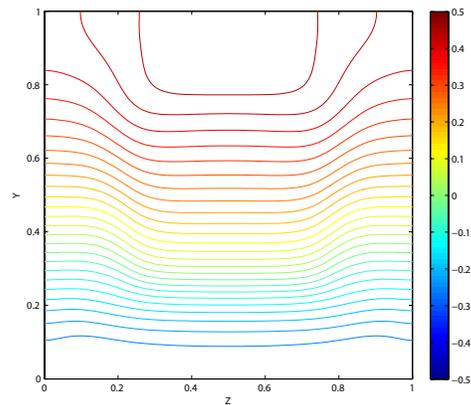
(c) Vectores de velocidad, $X=0,495$.



(d) Isotermas, $X=0,495$.



(e) Vectores de velocidad, $X=0,575$.



(f) Isotermas, $X=0,575$.

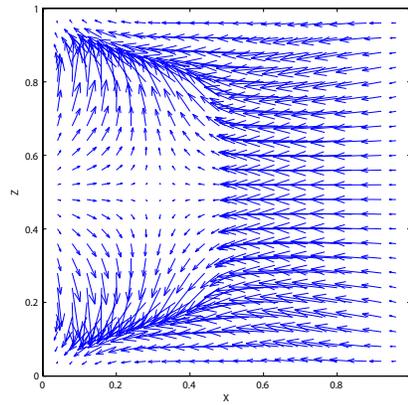
Figura 5.6: Campos de flujo y líneas de isotermas en planos ZY, $l/L=0,5$, $b/L=0,5$, $Ra = 10^5$.

Las vistas frontales de la cavidad, mostradas en la figura 5.6, permiten visualizar como el flujo envuelve lateral y frontalmente al bloque para continuar luego con su recirculación dentro de la región. Las isothermas cercanas a la pared caliente muestran poco desplazamiento ascendente por las bajas velocidades allí presentes. No se aprecia gráficamente una variación de temperatura al interior del divisor, al menos para las 25 isothermas exhibidas en la imagen.

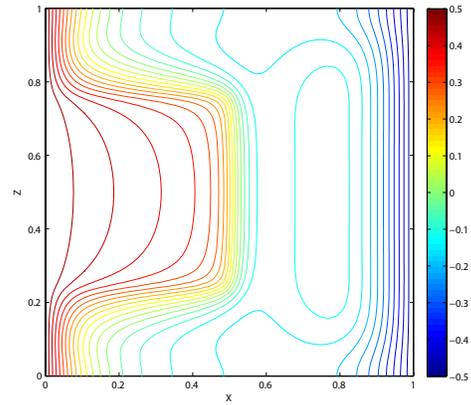
Sin embargo, en planos más lejanos a la pared caliente en dirección a la pared fría sufre una leve disminución en su temperatura. Dicha caída es baja debido a que el bloque presenta una gran sección transversal, y el flujo calórico neto es directamente proporcional al aumento de sección $(b/L)^2$. En consecuencia, una sección considerablemente mayor a una aleta delgada mantiene la temperatura del bloque a un nivel prácticamente igual al de la pared caliente. En el Anexo A se calculó el parámetro ml de la teoría elemental de aletas para verificar que la temperatura en el bloque tiende a ser uniforme y que la conducción juega un rol importante en la transferencia de calor.

La figura 5.6 (c) muestra que las mayores velocidades ascendentes del flujo se dan en las proximidades de la cara inferior y las paredes laterales del bloque, que son los lugares donde se producen los gradientes de temperatura más significativos según muestra la figura 5.6 (d).

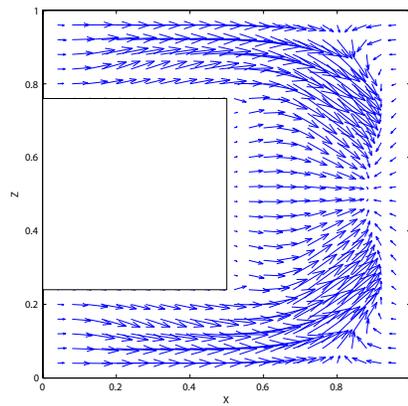
Análogamente, al frente de la punta del bloque, la figura 5.6 (e) muestra la sección ascendente del rollo convectivo. Las mayores velocidades se concentran en la región central del plano, lugar donde la convección natural predomina fuertemente en la transferencia de calor de la cavidad (Incluso se puede visualizar la movilidad del flujo y la estratificación de temperaturas en las figuras 5.5 (e) y 5.5 (f), respectivamente). En la figura 5.6 (f) se aprecia que la forma estratificada de las isothermas es la que predomina en la región. En los sectores más cercanos a la pared superior e inferior de la cavidad los leves gradientes de temperaturas inciden en la baja velocidad ascendente del fluido.



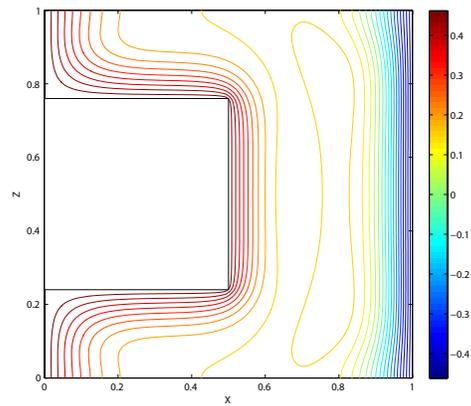
(a) Vectores de velocidad, $Y=0,22$.



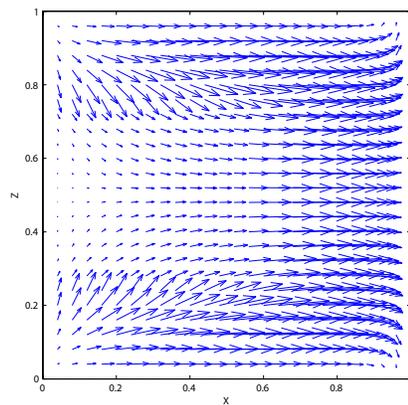
(b) Isotermas, $Y=0,22$.



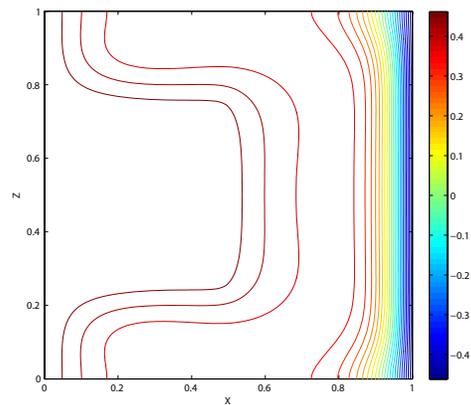
(c) Vectores de velocidad, $Y=0,5$.



(d) Isotermas, $Y=0,5$.



(e) Vectores de velocidad, $Y=0,78$.



(f) Isotermas, $Y=0,78$.

Figura 5.7: Campos de flujo y líneas de isotermas en planos XZ, $l/L=0,5$, $b/L=0,5$, $Ra = 10^5$.

Las vistas de planos XZ paralelos a la base reflejan como el flujo se desplaza de derecha izquierda en la parte inferior de la cavidad hasta la posición $X=0,5$, ya que luego la situación cambia debido a que el flujo se dirige hacia los costados para ascender lateralmente (ver figuras 5.6 (a), 5.6 (c) 5.7 (a)).

A medida que se asciende verticalmente en la cavidad, se aprecia que en el plano medio $Y=0,5$ el flujo retorna en dirección a la pared fría, y además se observa que el flujo que avanza lateralmente termina con el flujo que retorna desde la cara frontal del bloque; en otras palabras, la celda de circulación principal observada en planos XY cercanos a las paredes laterales de la cavidad (figura 5.5 (a)) se une al loop que se forma en la cara frontal del bloque (figura 5.7 (c)).

La figura 5.7 (e) muestra como el flujo retorna de izquierda derecha hacia la pared fría y que las mayores velocidades se alcanzan en las regiones alejadas a la influencia de la cara superior del bloque.

Finalmente la figura 5.7 (f) muestra la gran uniformidad de temperatura que existe en planos horizontales ubicados sobre el bloque.

5.1.3. Caso cavidad con bloque: $Ra=10^6$

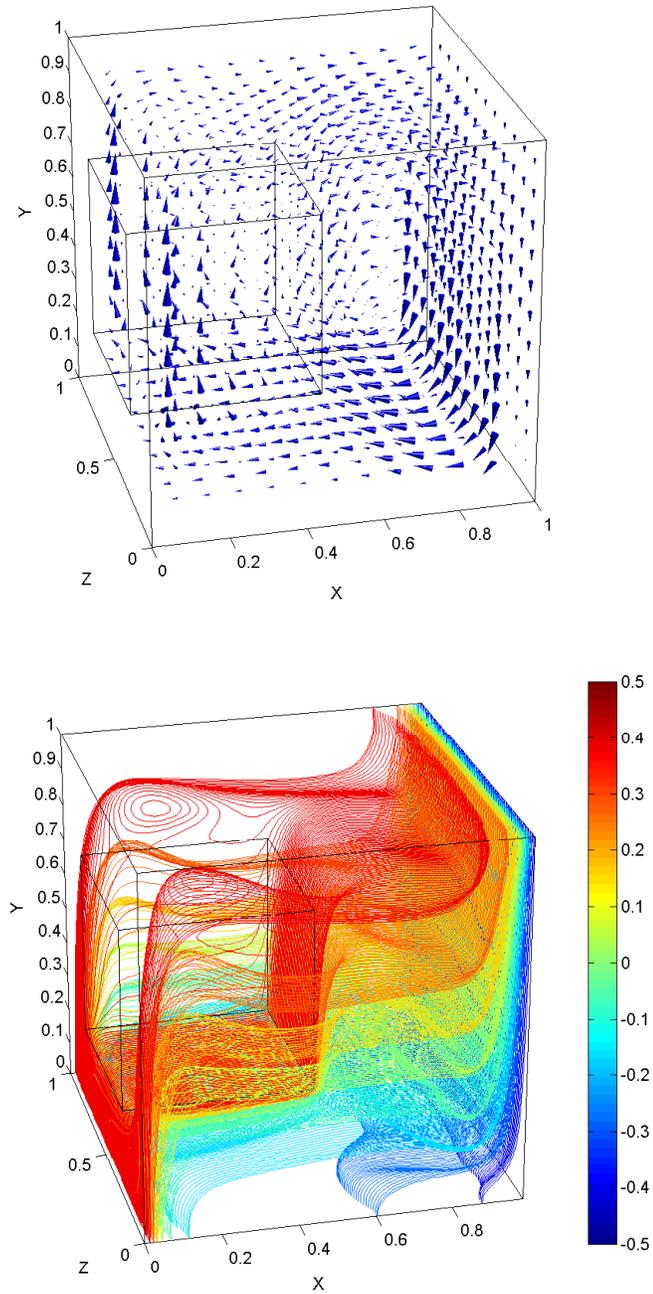
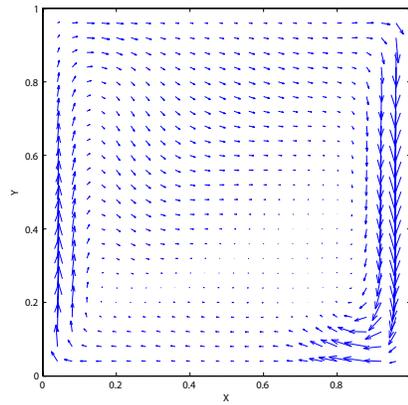
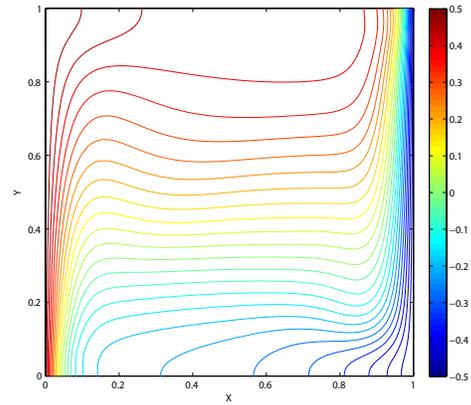


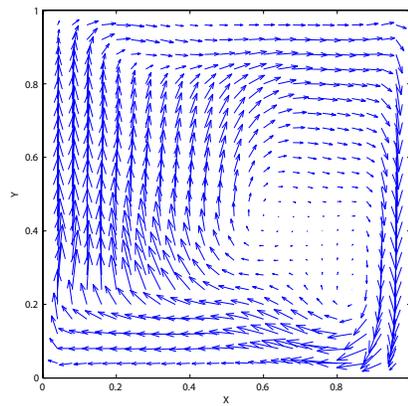
Figura 5.8: Campos de flujo e isothermas en la cavidad $l/L=0,5$, $b/L=0,5$, $Ra = 10^6$.



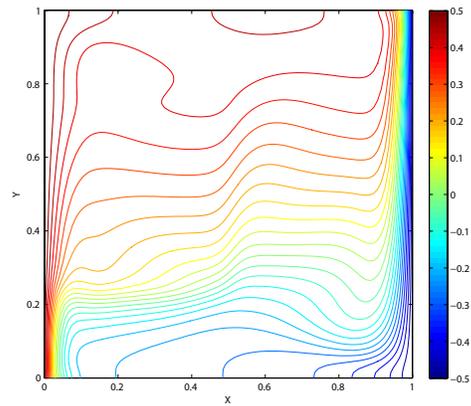
(a) Vectores de velocidad, $Z=0,005$.



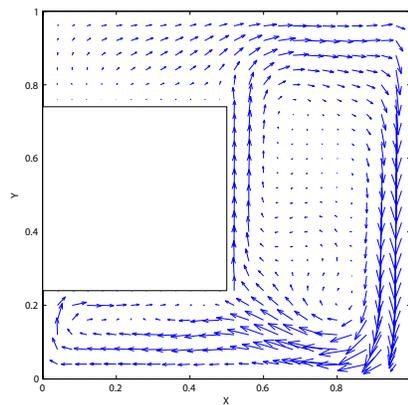
(b) Isotermas, $Z=0,005$.



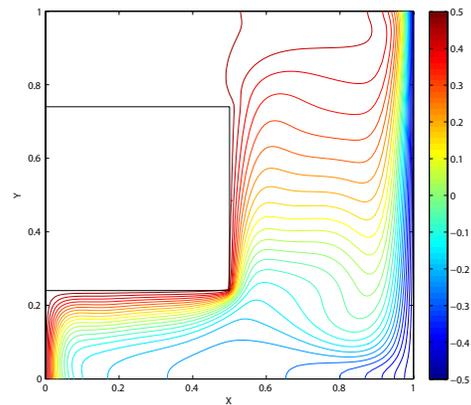
(c) Vectores de velocidad, $Z=0,195$.



(d) Isotermas, $Z=0,195$.

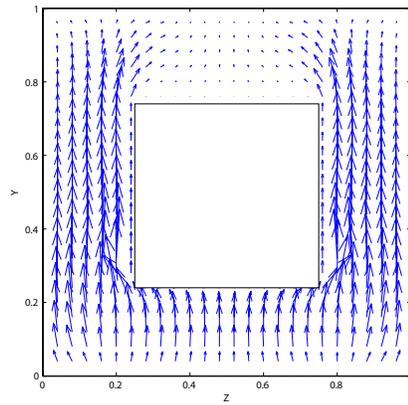


(e) Vectores de velocidad, $Z=0,495$.

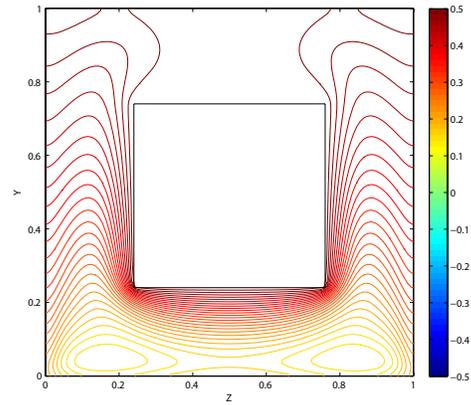


(f) Isotermas, $Z=0,495$.

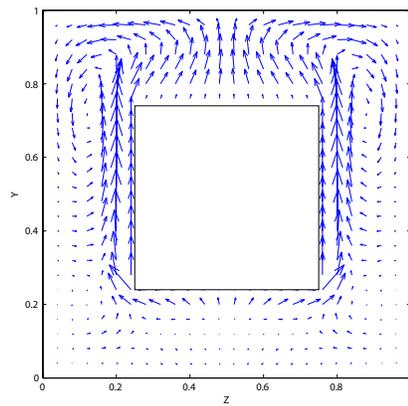
Figura 5.9: Campos de flujo y líneas de isotermas en planos XY , $l/L=0,5$, $b/L=0,5$, $Ra = 10^6$.



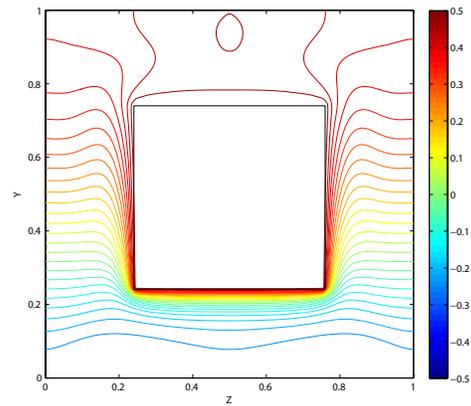
(a) Vectores de velocidad, $X=0,025$.



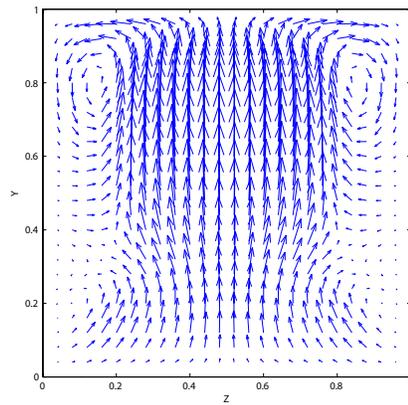
(b) Isotermas, $X=0,025$.



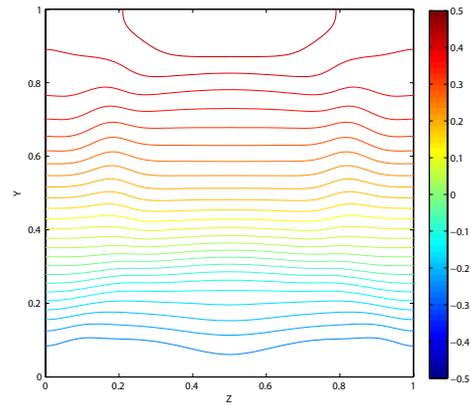
(c) Vectores de velocidad, $X=0,495$.



(d) Isotermas, $X=0,495$.

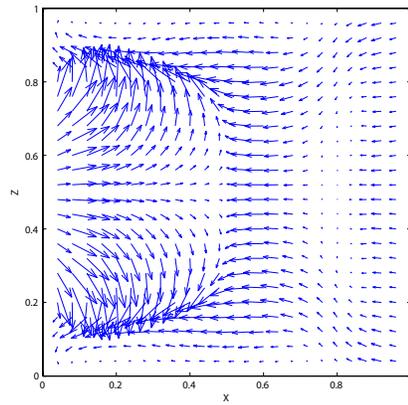


(e) Vectores de velocidad, $X=0,575$.

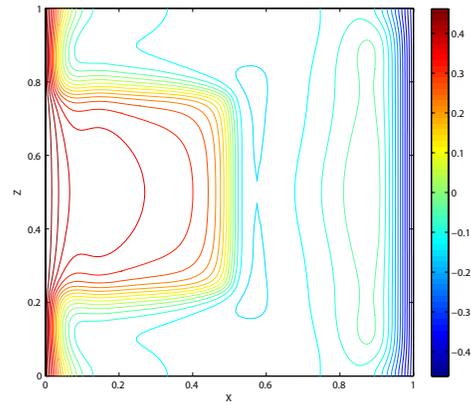


(f) Isotermas, $X=0,575$.

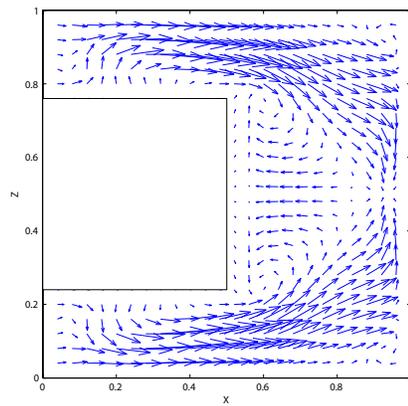
Figura 5.10: Campos de flujo y líneas de isotermas en planos ZY, $l/L=0,5$, $b/L=0,5$, $Ra = 10^6$.



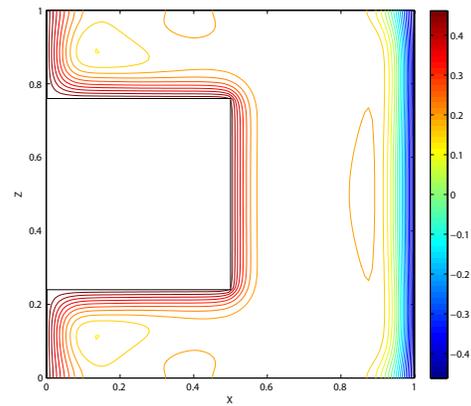
(a) Vectores de velocidad, $Y=0,22$.



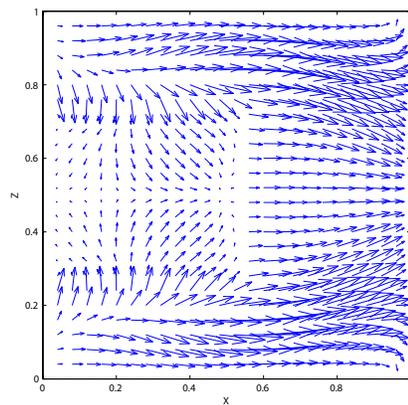
(b) Isotermas, $Y=0,22$.



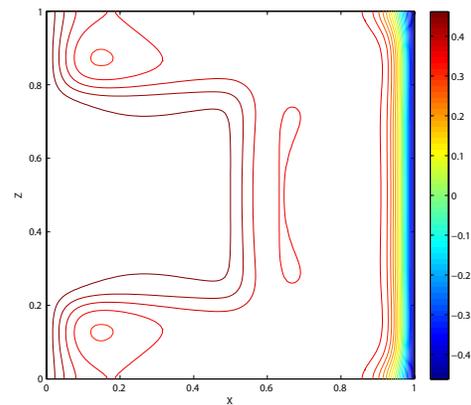
(c) Vectores de velocidad, $Y=0,5$.



(d) Isotermas, $Y=0,5$.



(e) Vectores de velocidad, $Y=0,78$.



(f) Isotermas, $Y=0,78$.

Figura 5.11: Campos de flujo y líneas de isotermas en planos XZ, $l/L=0,5$, $b/L=0,5$, $Ra = 10^6$.

Los campos de flujo y de temperatura para $Ra=10^6$ mantienen la mayoría de las características observadas para $Ra=10^5$. En planos paralelos a las caras laterales del bloque, el flujo se apega mucho más a las paredes, y las temperaturas acentúan su estratificación, así como aumentan los gradientes de temperatura en las paredes activas (figuras. 5.9 (a)-(b)). El vórtice entre la cara frontal de la aleta y la pared fría manifiesta también estas características (figuras 5.9 (c)-(d)).

Como se observa en las figuras 5.9 (e)-(f), así como en las vistas tridimensionales de la figura 5.8, el fluido barre efectivamente la cara inferior y la frontal del bloque, creando altos gradientes de temperatura en esas superficies. Una situación similar se observa para las caras laterales. Como se observa en la Figura 5.10, el flujo vertical sobre el cuerpo es mucho mas intenso que para $Ra=10^5$, de tal modo que a $Ra=10^6$ este flujo choca contra la pared superior y un vórtice se crea, el cual puede observarse en una deflexión hacia abajo de las isotermas a los lados del cuerpo.

Las vistas horizontales (figura 5.11) confirman el acercamiento del flujo tanto a las paredes de la cavidad como a las caras del cuerpo. Es así como en $Y=0,22$ el flujo horizontal hacia la pared caliente es escasamente visible, mientras se visualizaba plenamente a $Ra=10^5$.

5.1.4. Efecto del ancho del bloque sobre el modo de flujo

En la secuencia de figuras siguiente se observa el cambio en los modos de flujo en el plano $Z = 0,5$, variando el lado de un bloque de longitud fija ($l/L = 0,25$).

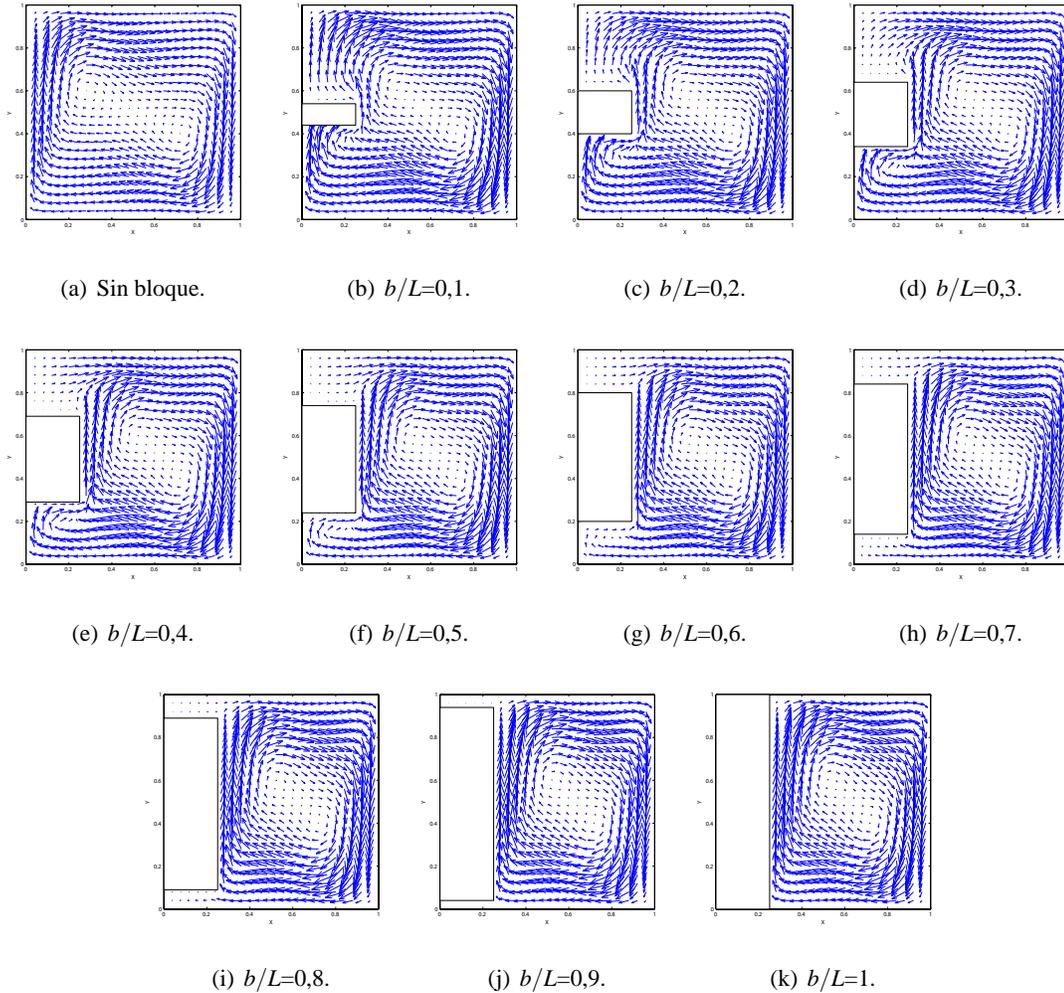


Figura 5.12: Campos de flujo, para $b/L=0,1$ a 1 , $l/L=0,25$, $Ra=10^5$.

Se observa que una partición de pequeño lado altera levemente el modo de flujo, sin embargo el cambio se hace mayor al aumentar el lado, llegando a restringir el flujo debajo del cuerpo, y en mucho mayor medida, por sobre éste. Cuando el bloque tiene un ancho equivalente al lado de la cavidad, se reproduce el modo de flujo sin bloque, aunque se estrecha la región en que ocurre este flujo.

Influencia de b/L

A continuación se muestran los patrones de flujo y campos de temperatura para $Ra=10^5$, $l/L=0,75$.

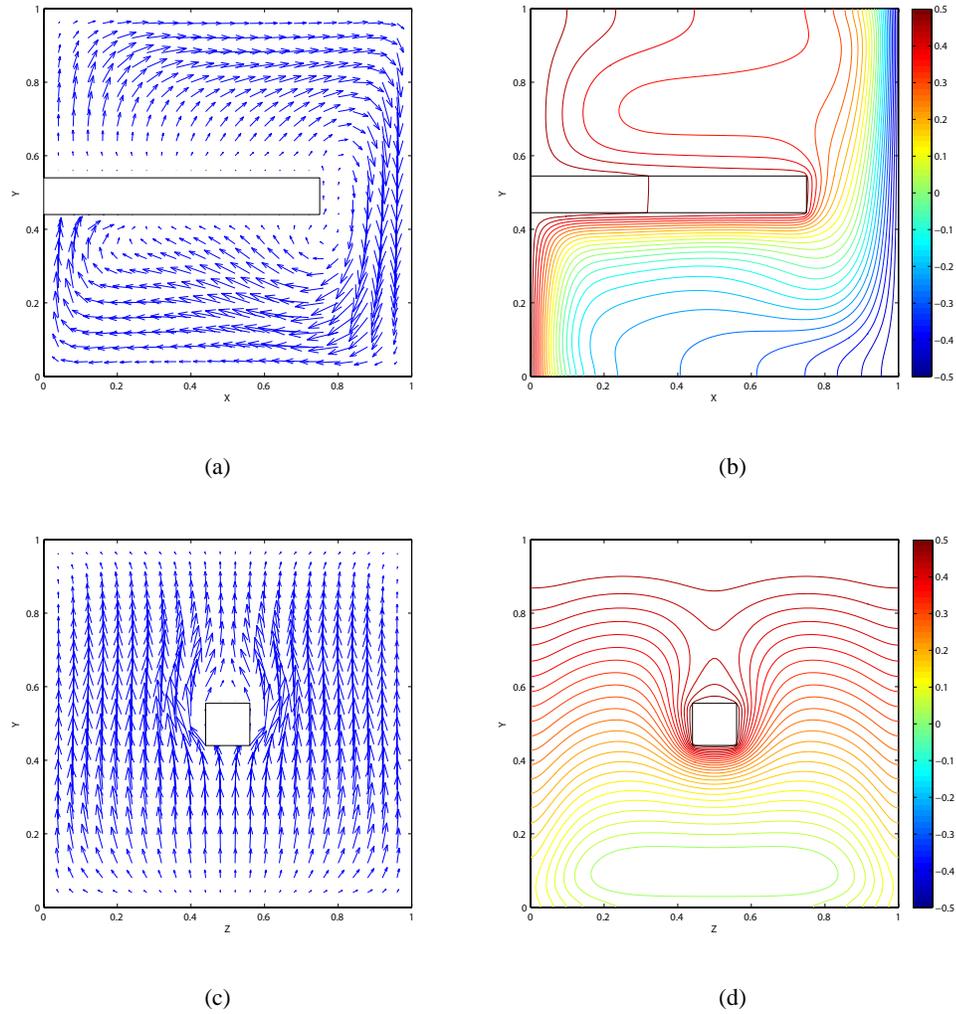


Figura 5.13: Campos de flujo e isothermas en el plano $Z=0,5$, $l/L=0,75$, $b/L=0,1$, $Ra = 10^5$. Arriba: Plano $Z = 0,5$. Abajo: Plano $X = 0,075$. Izquierda: Vectores de velocidad. Derecha: Isothermas.

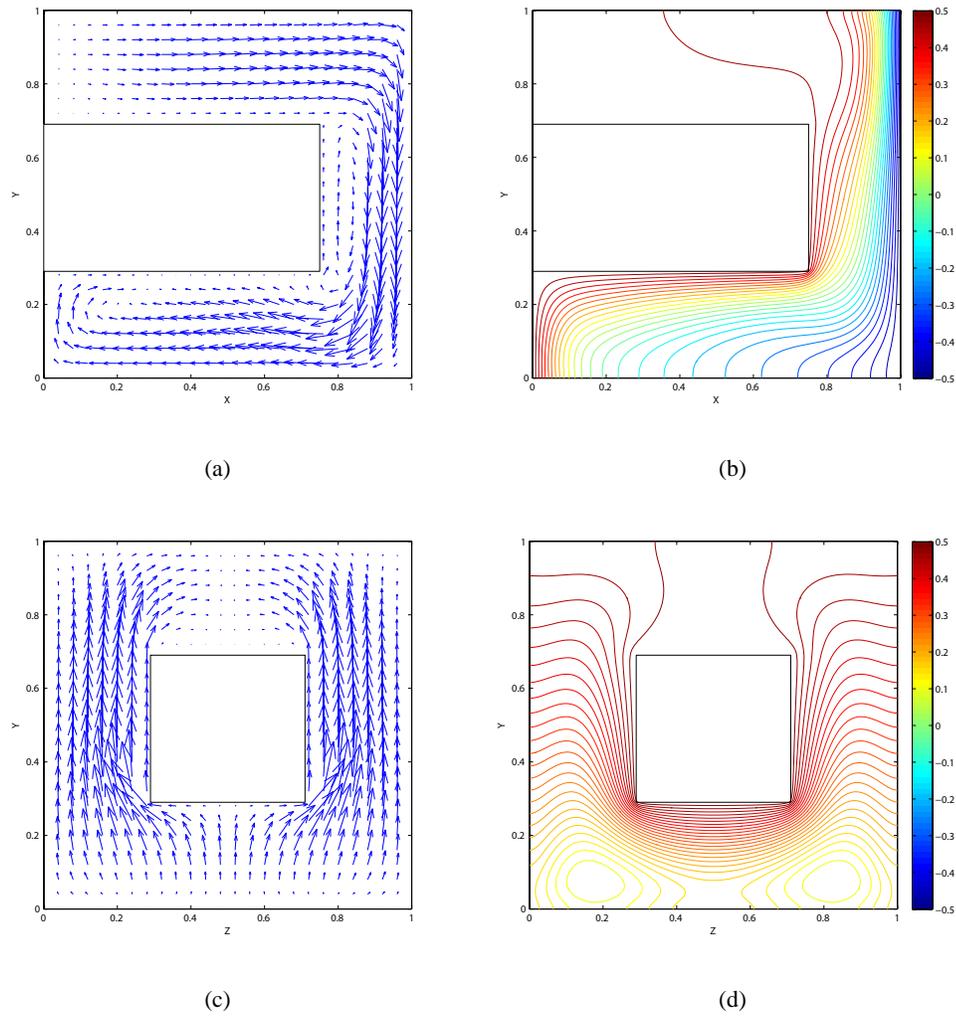


Figura 5.14: Campos de flujo e isothermas en el plano $Z=0,5$, $l/L=0,75$, $b/L=0,4$, $Ra = 10^5$. Arriba: Plano $Z = 0,5$. Abajo: Plano $X = 0,085$. Izquierda: Vectores de velocidad. Derecha: Isothermas.

En bloques delgados se alcanza a crear un gradiente térmico a lo largo del bloque (figura 5.13 (b)); sin embargo al aumentar la sección transversal del bloque la temperatura tiende a hacerse uniforme (figura 5.14 (b)).

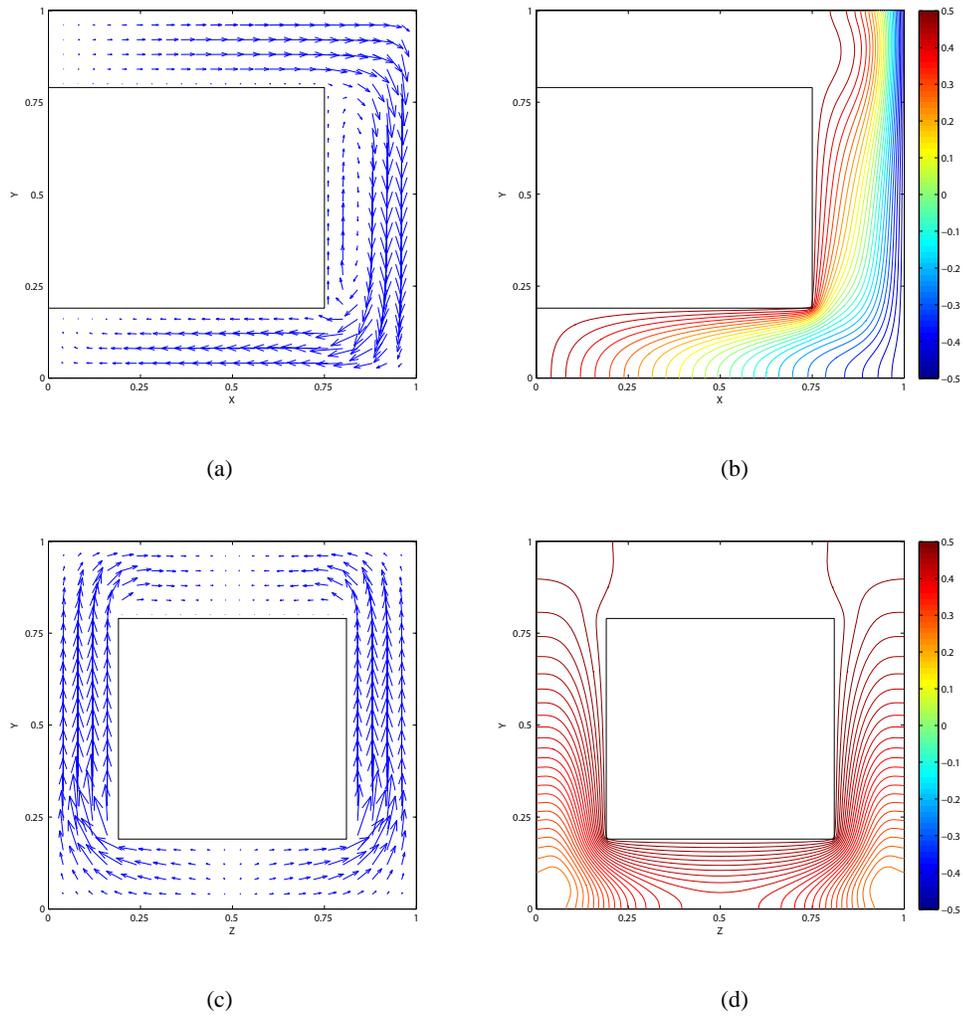


Figura 5.15: Campos de flujo e isothermas en el plano $Z=0,5$, $l/L=0,75$, $b/L=0,6$, $Ra = 10^5$. Arriba: Plano $Z = 0,5$. Abajo: Plano $X = 0,105$. Izquierda: Vectores de velocidad. Derecha: Isothermas.

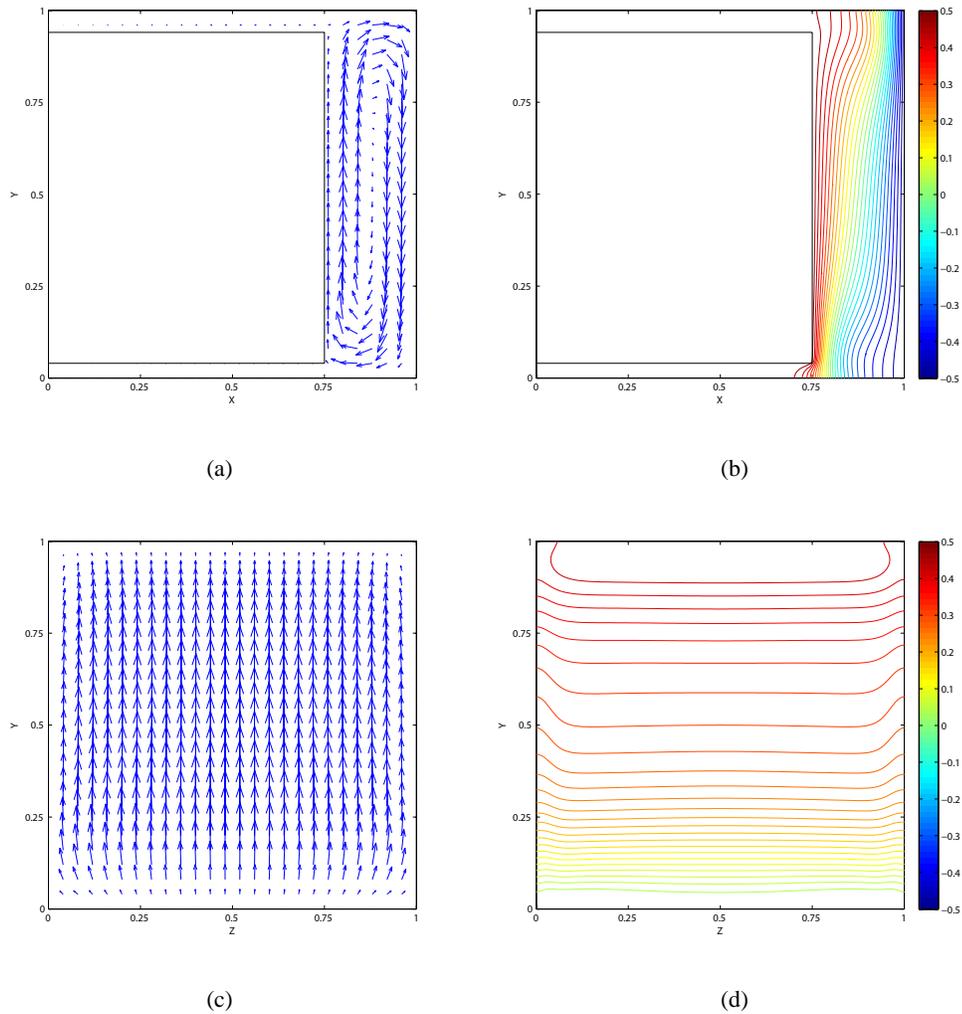


Figura 5.16: Campos de flujo e isotermas en el plano $Z=0,5$, $l/L=0,75$, $b/L=0,9$, $Ra = 10^5$. Arriba: Plano $Z = 0,5$. Abajo: Plano $X = 0,795$. Izquierda: Vectores de velocidad. Derecha: Isotermas.

En todos los casos mostrados (excepto en el caso $b/L=0,9$) se observa una compleja celda de circulación que barre las caras del sólido, especialmente las laterales, la inferior y la frontal; salvo cuando el sólido es de pequeña sección transversal (figura 5.13) el acceso de fluido a la superficie superior resulta difícil.

Al aumentar la sección del bloque tiende a formarse una circulación similar a la de una cavidad no dividida entre la cara frontal del bloque y la pared fría (figura 5.16 (a)-(b)) y las isotermas se alejan de la pared caliente y de la cara superior, y dado que la porción de pared caliente disminuye, también lo hará su aporte en la transferencia de calor con respecto al resto de las superficies. La cara frontal siempre presenta isotermas verticales paralelas, cuya importancia en la transferencia de calor se ve incrementada cuando bloque adquiere mayores secciones.

5.1.5. Efecto de la longitud del bloque sobre el modo de flujo

En la secuencia de figuras siguiente se observa el cambio en los modos de flujo en el plano $Z = 0,5$, variando la longitud de un bloque de lado predeterminado ($b/L = 0,5$).

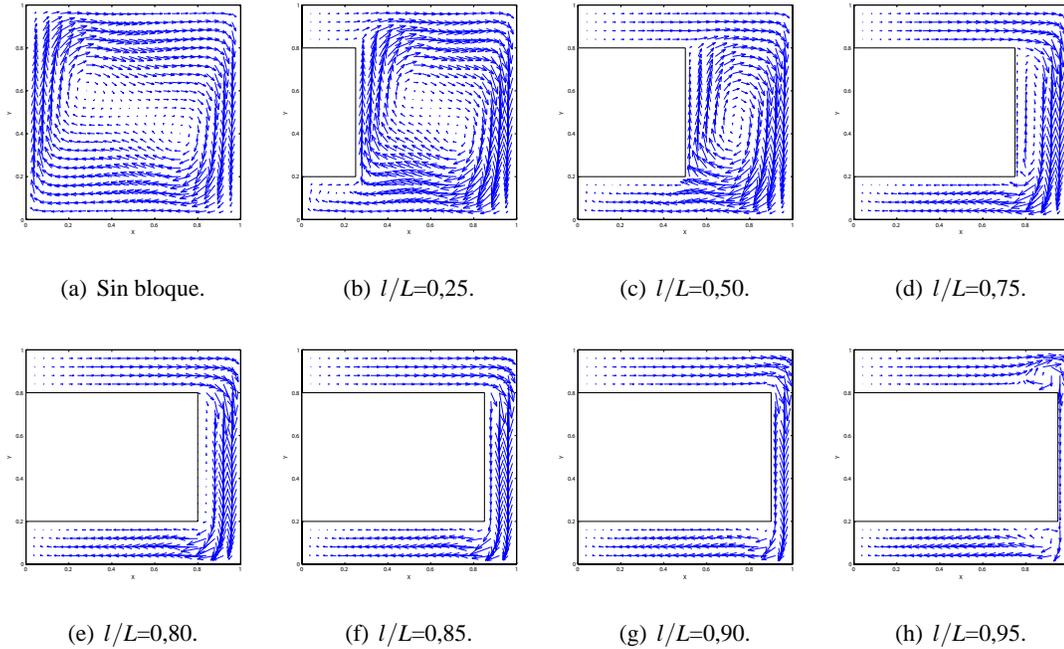


Figura 5.17: Campos de flujo, para $l/L=0,25$ a $0,95$, $b/L=0,6$, $Ra=10^5$.

Se observa que un bloque corto apenas varia el modo de flujo, sin embargo el cambio se hace mayor al aumentar la longitud, ya que el bloque empuja el loop ubicado en la vecindad de la cara frontal hacia la pared fría, y llega a un punto en el cual se suprime el vórtice rotacional, solo quedando un flujo que barre la cavidad en sentido horario, y que asciende por el pasaje entre las paredes laterales de la cavidad y el bloque.

En $l/L = 0,95$, es posible notar que sobre y bajo el bloque (cercano a la pared fría) se forman dos pequeños loops que rotan en sentido horario.

Influencia de l/L

Para poder describir el efecto de la longitud del bloque l/L se grafican los patrones de flujo y los campos de temperatura para tres longitudes diferentes: $l/L=0,25,0,75$ y $0,95$, con $Ra=10^5$ y $b/L=0,5$ fijos; en el plano $Z=0,5$ (gráficas de la parte superior) y en el plano X tal que la velocidad ascendente vertical sea máxima en toda la cavidad (ver tabla 5.1).

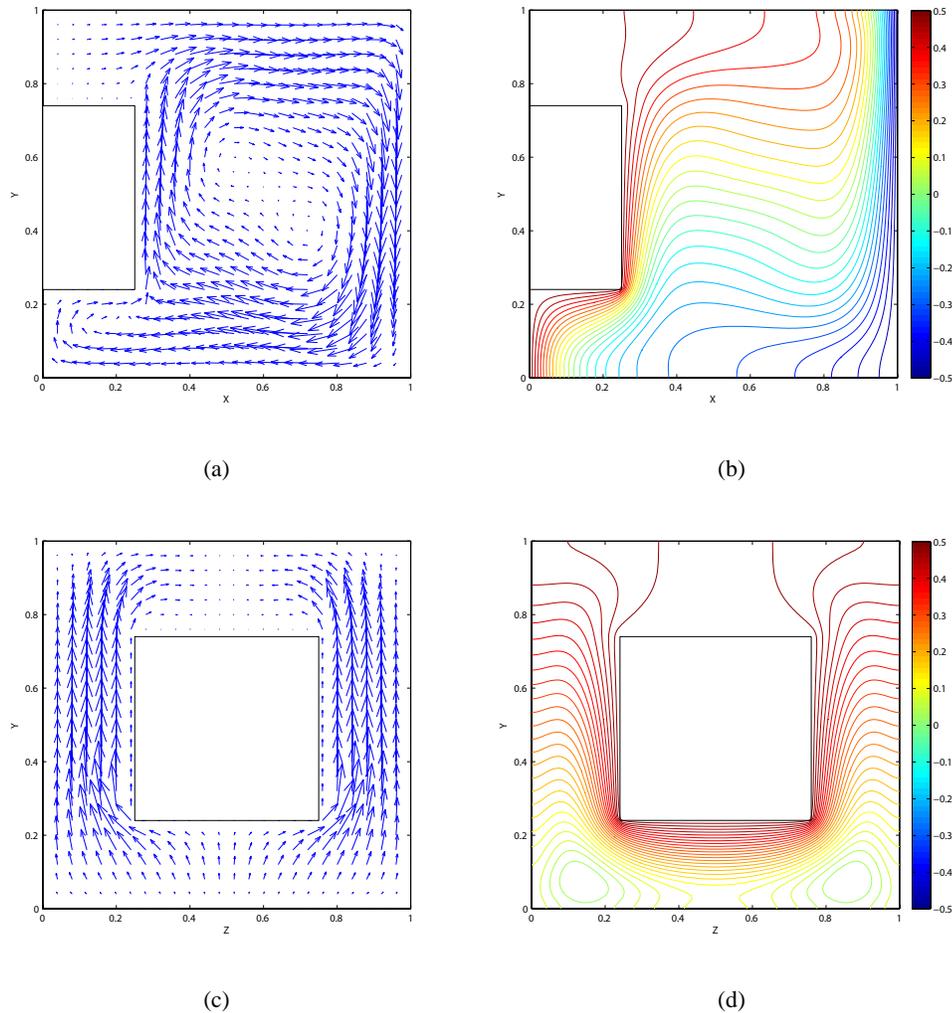


Figura 5.18: Campos de flujo e isotermas en el plano $Z=0,5$, $l/L=0,25$, $b/L=0,5$, $Ra = 10^5$. Arriba: Plano $Z = 0,5$. Abajo: Plano $X = 0,085$. Izquierda: Vectores de velocidad. Derecha: Isotermas.

En la figura 5.18 (b), se observan altos gradientes de temperatura en la región de la pared caliente por debajo del bloque, además de las caras frontal e inferior del bloque. La temperatura en el cuerpo es uniforme, y prácticamente no se aprecian gradientes sobre la cara superior. La vista frontal del cuerpo (figura 5.18 (d)) denota importantes gradientes de temperatura en las caras laterales.

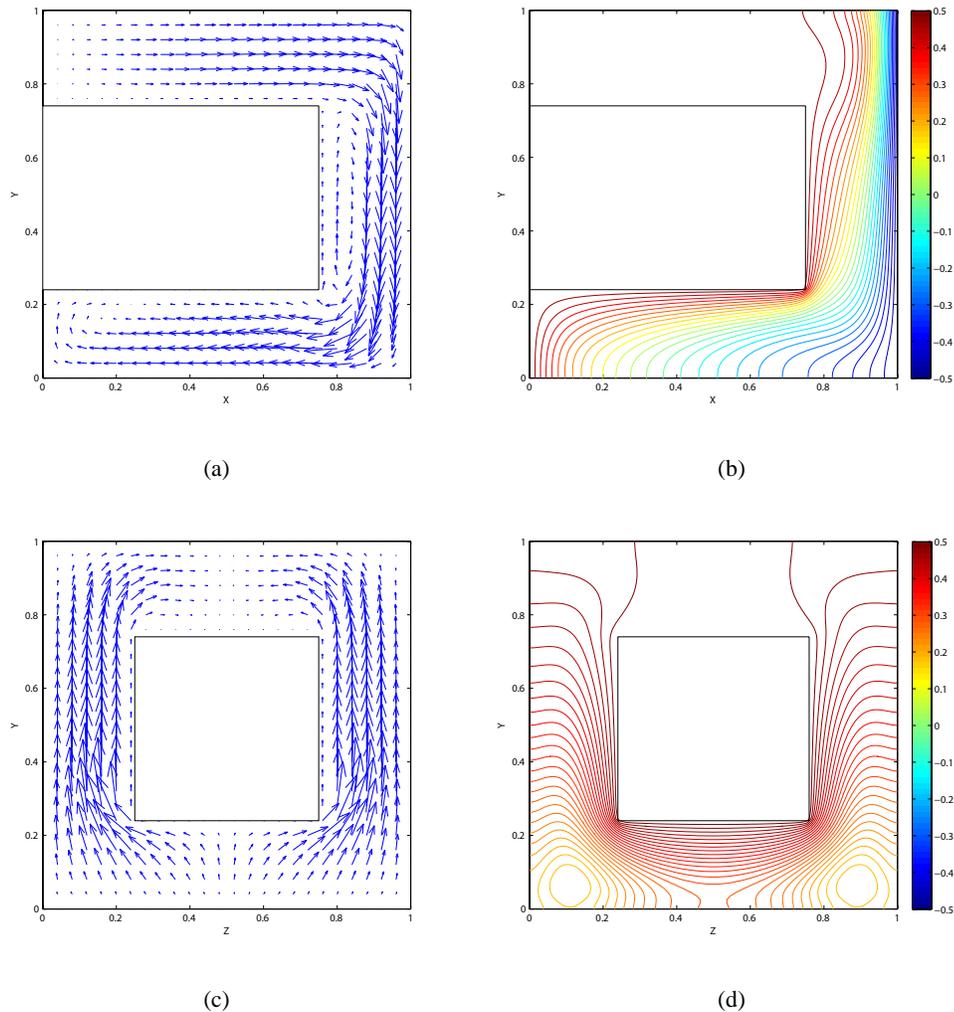


Figura 5.19: Campos de flujo e isotermas en el plano $Z=0,5$, $l/L=0,75$, $b/L=0,5$, $Ra = 10^5$. Arriba: Plano $Z = 0,5$. Abajo: Plano $X = 0,085$. Izquierda: Vectores de velocidad. Derecha: Isotermas.

En la figura 5.19 se muestran isotermas en diferentes planos para un bloque de $l/L=0,75$, $b/L=0,5$.

De los campos de temperatura mostrados en las figuras 5.19 (b) y (d) se infiere que la transferencia de calor al fluido tiene lugar principalmente desde el bloque adherido a la pared caliente, y especialmente desde sus caras laterales, inferior y frontal. Estas caras tienen contacto directo con el fluido frío proveniente de la pared fría ubicada en $X=1$. Además de transferir calor directamente al fluido, estas caras causan una fuerza de empuje ascendente sobre el fluido antes de que este alcance la pared caliente. De esto resulta una gran dificultad de acceso del fluido a la cara superior del bloque y a la pared caliente en $X=0$, las que dificultan la transferencia de calor desde estas superficies.

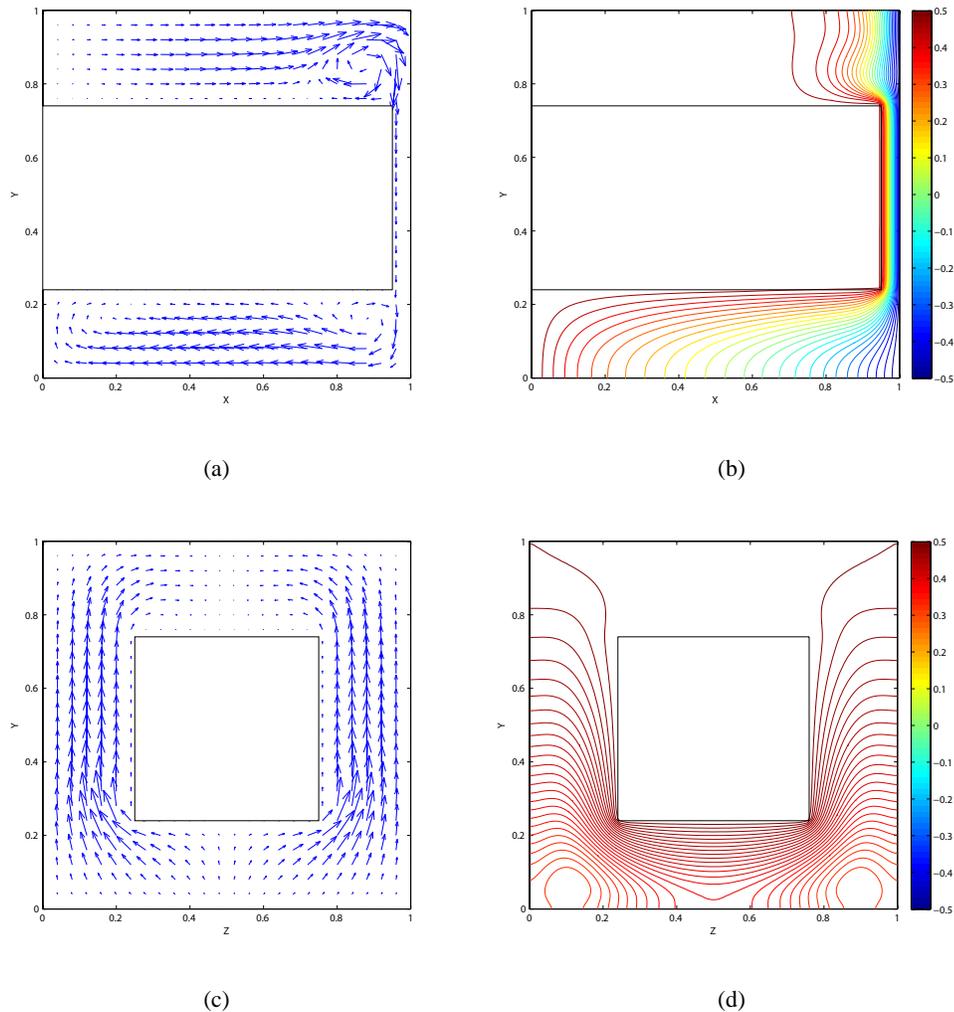


Figura 5.20: Campos de flujo e isotermas en el plano $Z=0,5$, $l/L=0,95$, $b/L=0,5$, $Ra = 10^5$. Arriba: Plano $Z = 0,5$. Abajo: Plano $X = 0,095$. Izquierda: Vectores de velocidad. Derecha: Isotermas.

La figura 5.20 (b) muestra el campo de temperatura en el plano $Z=0,5$, con los mismos parámetros del caso anterior, pero con $l/L=0,95$. Las diferencias con el caso del bloque más corto indican que en la zona fluida frente a éste se produce un flujo similar al de la cavidad no dividida, es decir, con estratificación de temperatura. Los gradientes térmicos más fuertes se dan en las caras frontal e inferior del bloque, y también en las caras laterales, como lo indican diagramas frontales de isotermas como el de la figura 5.20 (d).

De todas las figuras observadas, al aumentar la longitud del bloque las isotermas se alejan de la pared caliente y contactan en mayor medida a la cara frontal del bloque, adquiriendo importantes gradientes de temperatura cuanto más cerca esté de la pared fría. La cara superior gana notoriedad en la transferencia de calor para bloques largos (figura 5.20 (b)).

5.1.6. Análisis de velocidades obtenidas en las simulaciones

Las dos siguientes tablas muestran las velocidades máximas absolutas (representativas de la intensidad del movimiento logrado gracias a las fuerzas de empuje y con oposición de las fuerzas de roce) que se alcanzan para cada caso de cavidad con bloque, para $Ra=10^5$ y 10^6 respectivamente.

Tabla 5.1: Velocidades verticales máximas a $Ra=10^5$, para cada l/L con sus respectivas coordenadas.

l/L	b/L	V_{max}	X	Y	Z	l/L	b/L	V_{max}	X	Y	Z
0,25	0,1	77,075	0,075	0,500	0,355	0,85	0,6	59,136	0,105	0,380	0,105
	0,2	78,093	0,075	0,470	0,295		0,7	44,928	0,135	0,350	0,075
	0,3	78,862	0,085	0,510	0,235		0,8	31,781	0,695	0,490	0,045
	0,4	80,557	0,085	0,510	0,185		0,9	30,756	0,845	0,330	0,505
	0,5	82,334	0,085	0,490	0,145		1,0	32,013	0,845	0,570	0,505
	0,6	81,187	0,085	0,450	0,105		0,1	66,509	0,075	0,480	0,355
	0,7	72,272	0,095	0,400	0,075		0,2	64,439	0,075	0,430	0,305
	0,8	62,648	0,315	0,480	0,495		0,3	62,783	0,085	0,400	0,245
	0,9	68,518	0,315	0,490	0,135		0,4	61,070	0,085	0,380	0,185
	1,0	69,912	0,315	0,490	0,125		0,5	58,618	0,095	0,380	0,135
0,50	0,1	72,063	0,075	0,490	0,355	0,90	0,6	52,955	0,105	0,350	0,095
	0,2	72,467	0,075	0,440	0,305		0,7	38,511	0,145	0,350	0,075
	0,3	72,810	0,075	0,400	0,245		0,8	28,541	0,715	0,520	0,045
	0,4	73,207	0,085	0,410	0,185		0,9	16,693	0,875	0,180	0,465
	0,5	73,468	0,085	0,400	0,135		1,0	18,337	0,885	0,380	0,505
	0,6	71,806	0,095	0,390	0,105		0,1	65,193	0,075	0,480	0,355
	0,7	61,404	0,105	0,330	0,075		0,2	61,879	0,075	0,430	0,305
	0,8	65,953	0,565	0,430	0,505		0,3	58,898	0,085	0,400	0,245
	0,9	72,742	0,565	0,450	0,505		0,4	55,595	0,085	0,370	0,185
	1,0	73,452	0,565	0,450	0,505		0,5	50,958	0,095	0,350	0,135
0,75	0,1	67,992	0,075	0,480	0,355	0,95	0,6	42,591	0,105	0,330	0,095
	0,2	67,156	0,075	0,430	0,305		0,7	27,420	0,165	0,340	0,075
	0,3	66,718	0,075	0,380	0,255		0,8	20,646	0,715	0,520	0,045
	0,4	66,268	0,085	0,370	0,195		0,9	7,837	0,835	0,530	0,025
	0,5	65,495	0,085	0,380	0,135		1,0	7,991	0,925	0,140	0,395
	0,6	62,067	0,105	0,380	0,105		0,1	63,811	0,075	0,480	0,355
	0,7	48,340	0,135	0,340	0,075		0,2	59,993	0,075	0,430	0,305
	0,8	39,522	0,795	0,320	0,505		0,3	55,899	0,085	0,390	0,245
	0,9	46,573	0,795	0,360	0,505		0,4	51,089	0,085	0,360	0,185
	1,0	48,016	0,805	0,440	0,165		0,5	44,462	0,095	0,340	0,135
0,80	0,1	67,373	0,075	0,480	0,355	0,95	0,6	33,149	0,115	0,320	0,095
	0,2	66,150	0,075	0,430	0,305		0,7	16,430	0,165	0,340	0,075
	0,3	65,287	0,075	0,380	0,255		0,8	8,084	0,665	0,280	0,045
	0,4	64,466	0,085	0,370	0,195		0,9	4,966	0,855	0,570	0,025
	0,5	63,253	0,095	0,400	0,135		1,0	1,959	0,955	0,560	0,415

Tabla 5.2: Velocidades verticales máximas a $Ra=10^6$, para cada l/L con sus respectivas coordenadas.

l/L	b/L	V_{max}	X	Y	Z	l/L	b/L	V_{max}	X	Y	Z
0,25	0,1	247,341	0,045	0,470	0,395	0,85	0,6	206,655	0,055	0,400	0,135
	0,2	248,318	0,045	0,420	0,345		0,7	225,144	0,065	0,380	0,085
	0,3	246,312	0,045	0,370	0,295		0,8	190,014	0,075	0,320	0,045
	0,4	242,778	0,055	0,550	0,235		0,9	216,147	0,835	0,400	0,505
	0,5	253,877	0,055	0,530	0,185		1,0	235,338	0,835	0,430	0,075
	0,6	271,803	0,055	0,500	0,135		0,1	222,882	0,045	0,460	0,395
	0,7	287,664	0,055	0,470	0,085		0,2	216,892	0,045	0,410	0,345
	0,8	277,846	0,055	0,390	0,045		0,3	211,472	0,045	0,360	0,295
	0,9	211,020	0,285	0,450	0,495		0,4	205,515	0,045	0,310	0,245
	1,0	233,514	0,285	0,450	0,065		0,5	199,777	0,045	0,270	0,195
0,50	0,1	235,455	0,045	0,470	0,395	0,90	0,6	200,740	0,055	0,410	0,135
	0,2	233,888	0,045	0,420	0,345		0,7	220,006	0,065	0,390	0,085
	0,3	230,957	0,045	0,370	0,295		0,8	184,980	0,085	0,330	0,045
	0,4	227,890	0,045	0,320	0,245		0,9	152,340	0,875	0,280	0,505
	0,5	223,785	0,045	0,270	0,195		1,0	170,914	0,885	0,440	0,095
	0,6	236,396	0,055	0,450	0,135		0,1	221,529	0,045	0,460	0,395
	0,7	254,739	0,055	0,410	0,085		0,2	214,100	0,045	0,410	0,345
	0,8	243,760	0,065	0,340	0,045		0,3	207,068	0,045	0,360	0,295
	0,9	201,752	0,535	0,430	0,505		0,4	198,435	0,045	0,310	0,245
	1,0	227,481	0,535	0,450	0,065		0,5	190,468	0,045	0,270	0,195
0,75	0,1	225,902	0,045	0,470	0,395	0,95	0,6	187,240	0,055	0,400	0,135
	0,2	220,826	0,045	0,410	0,345		0,7	200,879	0,065	0,370	0,085
	0,3	216,934	0,045	0,360	0,295		0,8	165,300	0,085	0,320	0,045
	0,4	214,986	0,045	0,310	0,245		0,9	81,814	0,915	0,770	0,035
	0,5	214,196	0,045	0,270	0,195		1,0	78,585	0,925	0,440	0,505
	0,6	212,971	0,065	0,420	0,135		0,1	219,063	0,045	0,460	0,395
	0,7	229,527	0,065	0,390	0,085		0,2	206,438	0,045	0,410	0,345
	0,8	197,060	0,075	0,320	0,045		0,3	193,935	0,045	0,360	0,295
	0,9	229,790	0,785	0,390	0,505		0,4	180,226	0,045	0,310	0,245
	1,0	246,982	0,785	0,430	0,505		0,5	166,614	0,045	0,260	0,195
0,80	0,1	224,256	0,045	0,470	0,395	0,95	0,6	151,791	0,045	0,230	0,135
	0,2	218,577	0,045	0,410	0,345		0,7	138,496	0,065	0,290	0,075
	0,3	214,101	0,045	0,360	0,295		0,8	81,988	0,105	0,270	0,045
	0,4	211,325	0,045	0,310	0,245		0,9	49,446	0,855	0,560	0,025
	0,5	209,500	0,045	0,270	0,195		1,0	18,978	0,955	0,060	0,485

En la tabla 5.1 se puede apreciar que para bloques cortos ($l/L=0,25$ y $0,5$) y de sección moderada las velocidades son en algunos casos mayores que en la cavidad sin bloque. En estos casos el máximo se ubica cerca de la pared caliente, entre el bloque y la pared lateral. El aumento de velocidad se debe, en parte, a la disminución de la sección de paso (causada por el bloque) y a la fuerza de empuje que agrega este elemento. Aun con bloques cortos, un valor de $b/L > 0,8$ causa disminuciones en V_{max} y un desplazamiento de la ubicación del máximo, alejándose de la pared caliente.

Para bloques largos ($l/L > 0,75$) hay una clara disminución de V_{max} respecto al caso sin bloque, lo que indica un considerable bloqueo del flujo. Aun en estos casos, para b/L moderados, el máximo se ubica cerca de la pared caliente.

Cuando $b/L=1$ (el bloque llena la cavidad hasta $X = l/L$) la velocidad máxima vertical se ubica junto a la pared frontal del bloque, en una posición central.

De la tabla 5.2 se observa que las velocidades verticales máximas ascendentes de la cavidad para $Ra=10^6$ generalmente se ubican en planos X cercanos y paralelos a la pared caliente, excepto cuando $b/L \geq 0,9$. Esto último se debe a que el acceso del fluido a la pared caliente se hace difícil cuando el lado del bloque es muy grande.

A $Ra=10^6$ se nota un gran aumento de las velocidades verticales máximas con respecto a $Ra=10^5$, lo que indica una mayor circulación en la cavidad.

5.2. Características de la transferencia de calor en la cavidad

En esta sección se comienza con la representación gráfica de todos los resultados obtenidos para el \overline{Nu} de cada ensayo en función de b/L , con parámetro l/L .

La metodología usada para encontrar el máximo \overline{Nu} comprendió seleccionar dos valores de lado b'/L ,

$$b'/L = b^*/L \pm 0,02$$

siendo b^*/L el lado que entregó el mayor valor de \overline{Nu}^* en las simulaciones previas y que ahora se encuentra acotado por los b'/L .

Entonces:

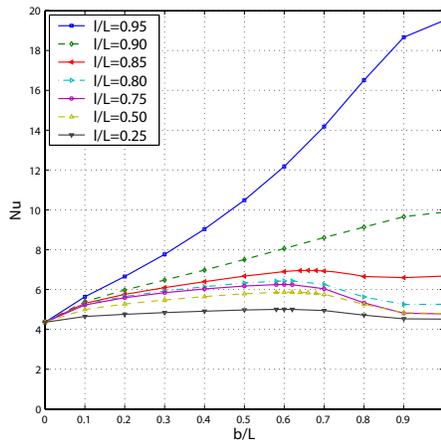
- Si dos los valores de \overline{Nu}' , producidos bajo los nuevos lados b'/L , no superaban al mayor valor registrado, entonces el máximo absoluto en la cavidad es \overline{Nu}^* ; el cual está dado por b^*/L y fue detectado en el primera rutina de ensayos.
- En caso contrario, se propusieron dos nuevos valores b''/L ,

$$b''/L = b'/L \pm 0,02$$

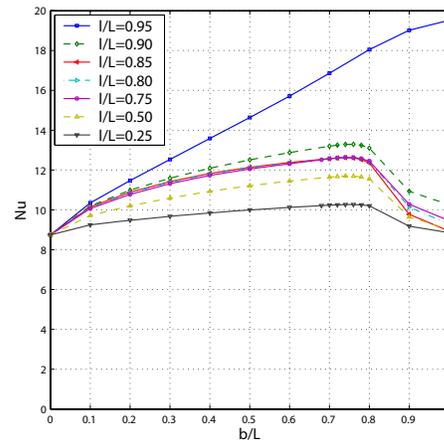
siguiendo la estrategia planteada y así, sucesivamente, hasta finalmente encontrar el máximo número de Nusselt medio en la cavidad.

En las figuras 5.21 (a) y (b) se muestra la transferencia de calor total en una cavidad cúbica (medida como el valor medio del número de Nusselt en la pared fría) con un bloque adherido a la pared caliente para siete valores de la longitud adimensional l/L , para $Ra=10^5$ y 10^6 , respectivamente. En la abscisa se muestra el lado adimensional b/L de la sección transversal del bloque.

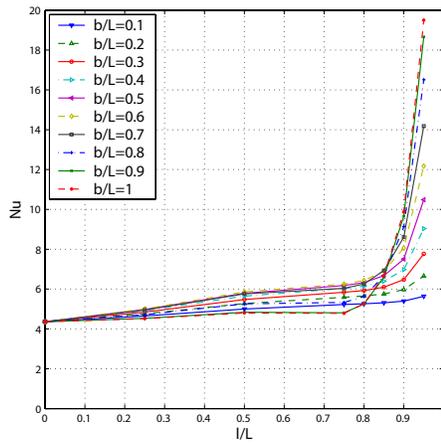
Un segundo tipo de gráfico se muestra también en las figuras 5.21 (c) y (d), en que la abscisa es el largo adimensional l/L del bloque para diez valores de b/L .



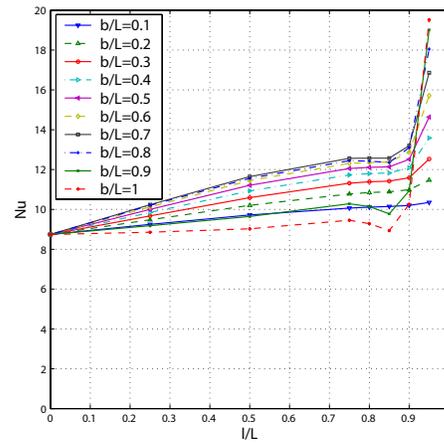
(a) $Ra=10^5$



(b) $Ra=10^6$



(c) $Ra=10^5$



(d) $Ra=10^6$

Figura 5.21: Transferencia de calor de la cavidad, en términos de \overline{Nu} observado en la pared fría para $Ra=10^5$ y 10^6 : (a) y (b) en función de b/L , parámetro l/L ; (c) y (d) en función de l/L , parámetro b/L .

Las figuras 5.21 (a)-(d) muestran el rango completo obtenido en las simulaciones, y luego las figuras 5.22, 5.23, 5.25 y 5.26 la parte más significativa de éste.

En el Anexo B se muestra un tercer tipo de gráfico, donde la transferencia de calor se expresa en función del volumen adimensional del bloque.

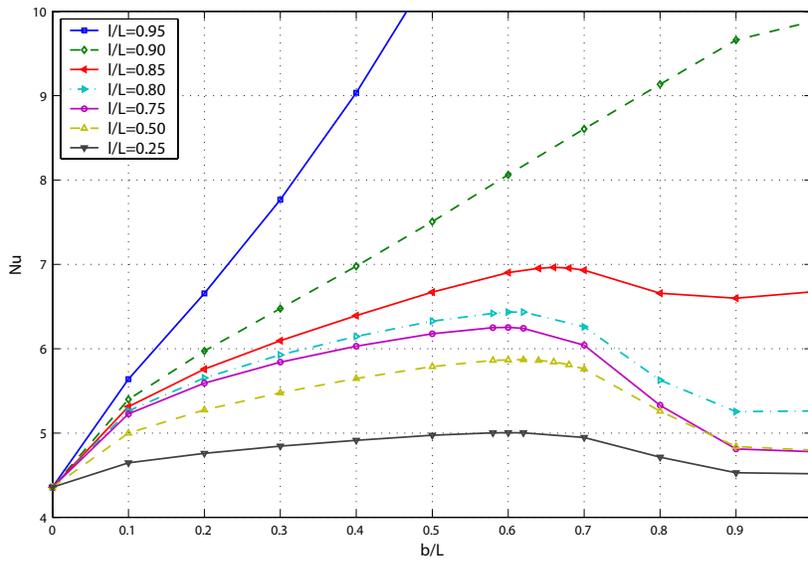


Figura 5.22: Números de Nusselt en la pared fría en función del lado adimensional b/L del bloque para valores de l/L dados, $Ra=10^5$.

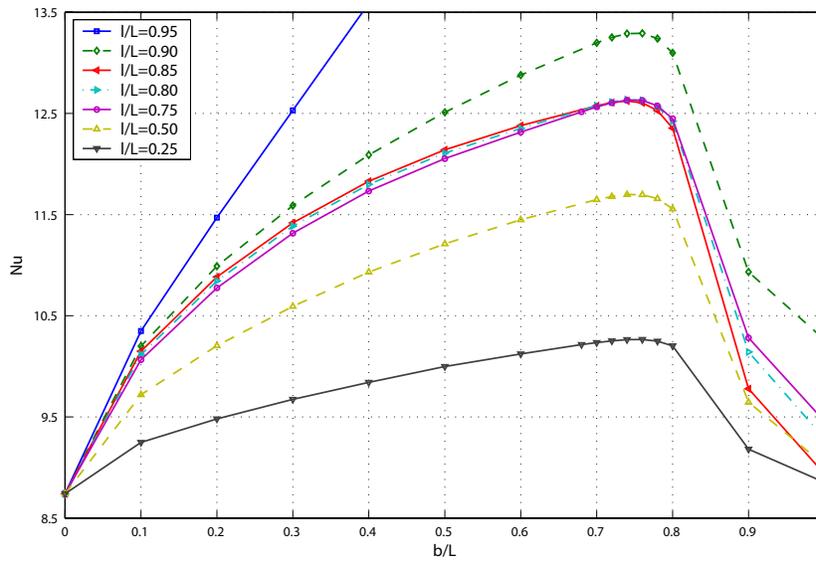


Figura 5.23: Números de Nusselt en la pared fría en función del lado adimensional b/L del bloque para valores de l/L dados, $Ra=10^6$.

Hay un régimen que se denominará “regular”, en el cual para cada longitud la curva de \overline{Nu} presenta un máximo para cierto valor de b/L . Por otro lado, hay un régimen en el que no se obtiene máximo de \overline{Nu} , que se designará como “singular” y que se obtiene para valores de l/L cercanos a la unidad.

Para los valores de l/L considerados, los máximos en \overline{Nu} corresponden a aumentos con respecto al valor de \overline{Nu} para una cavidad sin bloque adherido, al mismo número de Rayleigh. El máximo se ubica en todos los casos hasta $l/L=0,85$ de $Ra = 10^5$ en la vecindad de $b/L=0,6$, mientras que para $Ra = 10^6$ los máximos se encuentran en la vecindad $b/L=0,74$, excepto para $l/L=0,95$.

La existencia del máximo se explica mediante el régimen de flujo ya descrito. En la situación regular, tanto los fenómenos conductivos como los convectivos son importantes. El bloque, que es de alta conductividad, mantiene una temperatura casi uniforme en el volumen del bloque, con lo cual sus caras son isotermas y causan empuje en el fluido.

Partiendo de bajos valores de b/L , la transferencia de calor aumenta con este parámetro, debido al aumento de área activa para la convección. Pasado un cierto tamaño, el bloque empieza a constituir un impedimento para el movimiento convectivo, por lo cual la transferencia de calor baja. Dado que las fuerzas de empuje que causan el movimiento son mayores como se observa en los gráficos de velocidad máxima versus b/L . Esta velocidad baja violentamente cuando b/L toma un valor muy cercano al del máximo en \overline{Nu} (Figuras 5.24 (a) y (b)).

A continuación se muestra un par de gráficos con las velocidades máximas alrededor del punto de Nusselt máximo en función de b/L .

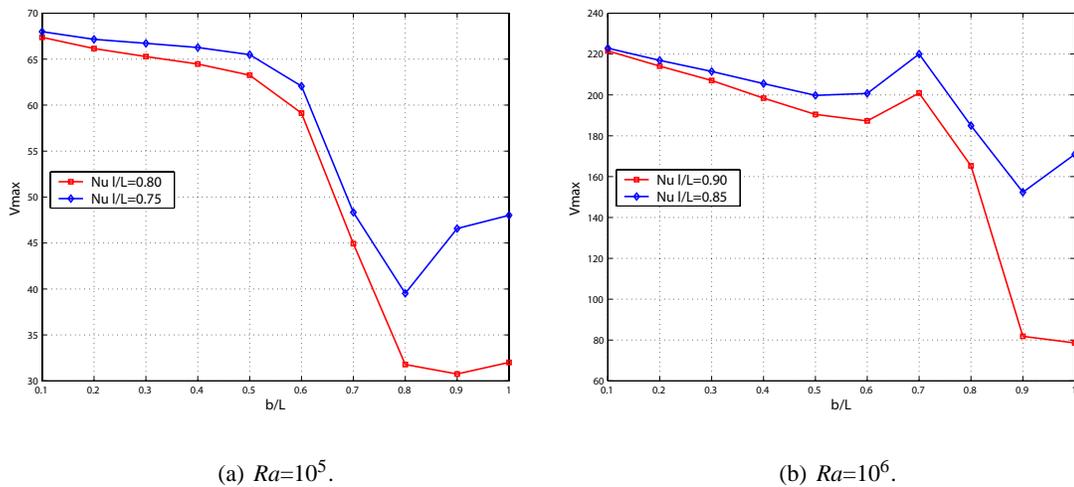


Figura 5.24: Velocidades máximas en función de b/L para dos Ra .

Las figuras 5.24 (a) y (b) muestran que después del máximo hay una caída muy fuerte de la velocidad, lo cual está relacionado con el bloqueo del flujo.

En las excepciones mencionadas anteriormente, para régimen singular, el máximo de transferencia de calor se obtiene con la mayor sección transversal de la aleta, es decir, en $b/L = 1,0$, aunque a partir de las figuras 5.22 y 5.23 se podrá deducir que a medida que se incrementa la sección transversal del bloque b/L las áreas del bloque que están en contacto con el fluido aportarán en gran medida a la transferencia de calor por conducción, ya que el efecto de bloqueo del flujo será cada vez menos relevante, y en consecuencia, la transferencia de calor por convección. El régimen de flujo es el de una cavidad cúbica combinado con la influencia del bloque.

En las figuras 5.25 y 5.26 se muestra la transferencia de calor en una cavidad cúbica con un bloque adherido a la pared caliente para diez valores del lado adimensional b/L de la sección transversal del bloque, para $Ra=10^5$ y 10^6 , respectivamente. En la abscisa se muestra la longitud adimensional l/L del bloque.

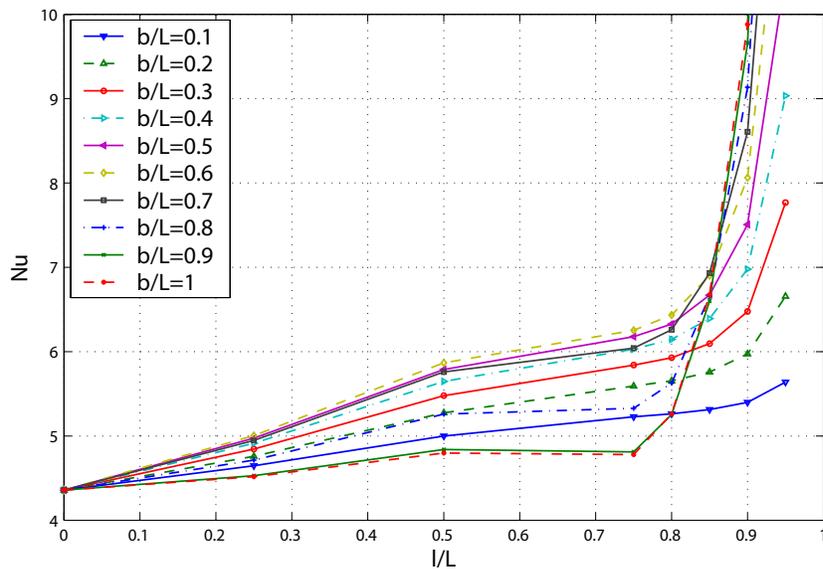


Figura 5.25: Números de Nusselt en la pared fría en función de la longitud adimensional l/L del bloque para valores de b/L dados, $Ra=10^5$.

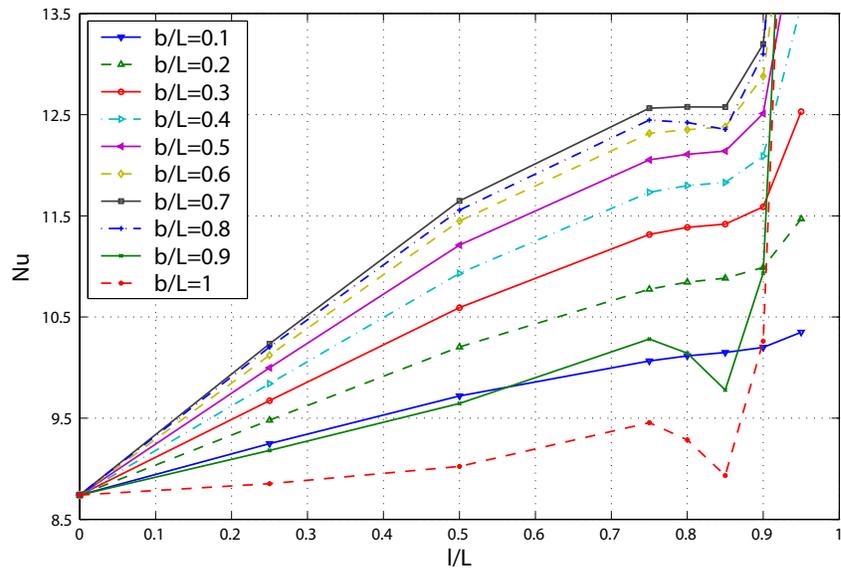
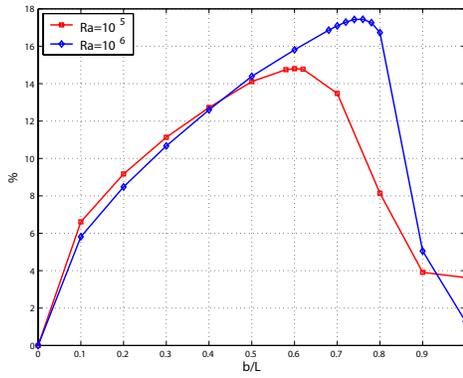


Figura 5.26: Números de Nusselt en la pared fría en función de la longitud adimensional l/L del bloque para valores de b/L dados, $Ra=10^6$.

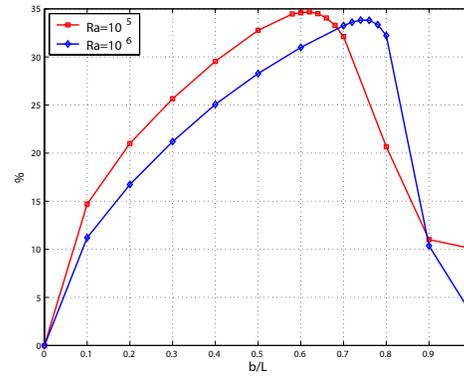
Se observa que \overline{Nu} siempre aumenta con l/L . A pesar de ello, para lados b/L grandes (0,8 a 1) en el rango l/L entre 0 y 0,5 se aprecia la existencia de un valor máximo local de \overline{Nu} en $l/L=0,5$ para $Ra=10^5$.

Para $Ra=10^6$ se da una situación análoga en el rango l/L entre 0 y 0,75, con \overline{Nu} máximo local en $l/L=0,75$.

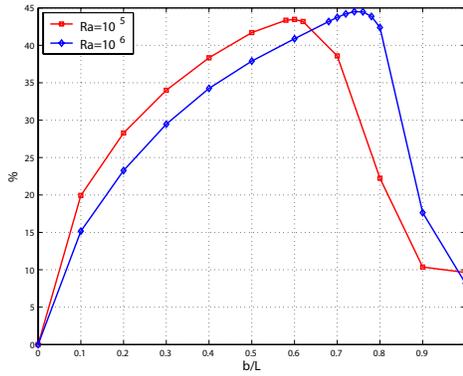
5.2.1. Variación porcentual en la transferencia de calor en función de b/L



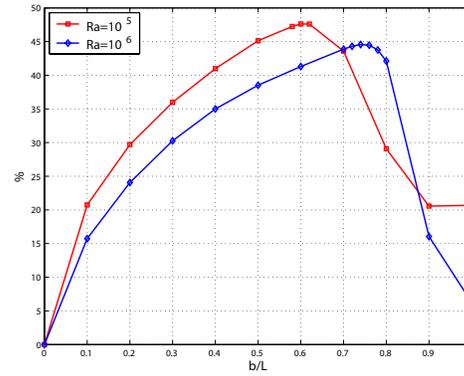
(a) $l/L=0.25$.



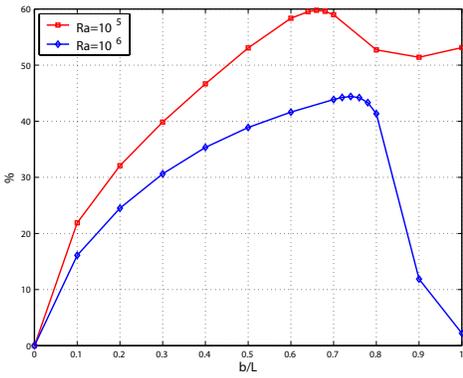
(b) $l/L=0.50$.



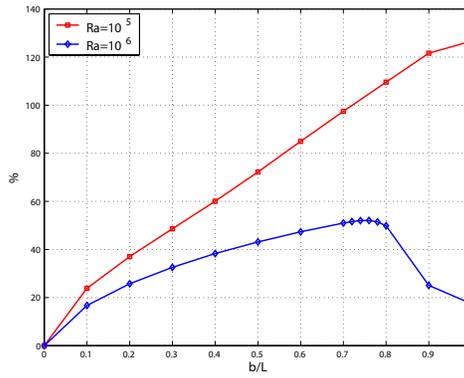
(c) $l/L=0.75$.



(d) $l/L=0.80$.

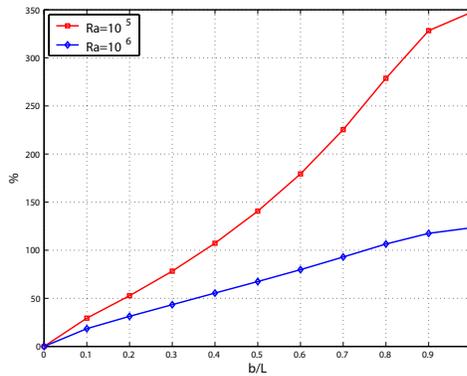


(e) $l/L=0.85$.



(f) $l/L=0.90$.

Figura 5.27: Aumento porcentual de la transferencia de calor con respecto a b/L , para $l/L=0.25$ a 0.90 .



(a) $l/L=0,95$.

Figura 5.28: Aumento porcentual de la transferencia de calor con respecto a l/L , para $b/L=0,95$.

Las figuras anteriores muestran el porcentaje de aumento de la transferencia de calor con respecto al caso de una cavidad sin bloque obtenido con $Ra=1000$ en función de b/L , manteniendo constante la longitud del bloque l/L , donde cada figura recoge un valor diferente de este parámetro geométrico. En la siguiente tabla se registran los máximos aumentos porcentuales de la transferencia de calor que se obtienen en cada longitud para un cierto lado.

Tabla 5.3: Máxima transferencia de calor global (y su aumento porcentual c/r al caso sin bloque) para varios valores de l/L

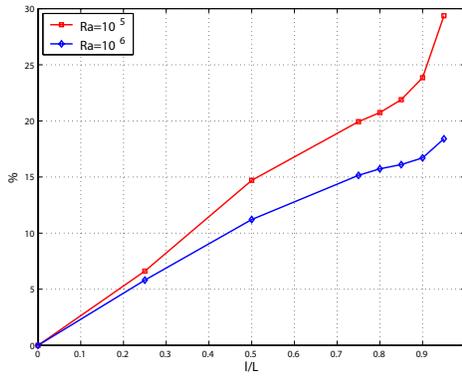
l/L	$Ra=10^5$			$Ra=10^6$		
	b/L	\overline{Nu}	% aumento	b/L	\overline{Nu}	% aumento
0,25	0,60	5,0039	14,95	0,76	10,2651	17,45
0,50	0,62	5,8705	34,86	0,74	11,6974	33,84
0,75	0,60	6,2532	43,64	0,74	12,6311	44,53
0,80	0,60	6,4347	47,82	0,74	12,6361	44,58
0,85	0,66	6,9645	59,99	0,74	12,6225	44,43
0,90	1,00	9,8797	126,95	0,76	13,2917	52,09
0,95	1,00	19,5012	347,97	1,00	19,5216	123,37

En base a la información de las figuras 5.2.1, 5.2.1 y la tabla 5.3, los mayores valores de transferencia de calor detectados en los casos corridos del régimen regular son de $\overline{Nu}=6,9645$ a $Ra=10^5$ y de $\overline{Nu}=13,2917$ a $Ra=10^6$, que representan aumentos de un 60% y 52.1% con respecto a la cavidad no dividida, respectivamente.

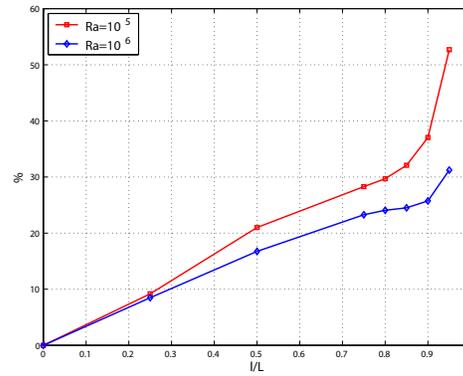
El impacto en el porcentaje de aumento de la transferencia de calor resultó mayor para $Ra=10^5$ que para $Ra=10^6$, debido a que el valor del número de Nusselt medio para una cavidad sin bloque adherido a la pared caliente es menor para $Ra=10^5$ ($\overline{Nu}=4,3532$) que para $Ra=10^6$ ($\overline{Nu}=8,7397$).

5.2.2. Variación porcentual en la transferencia de calor en función de l/L

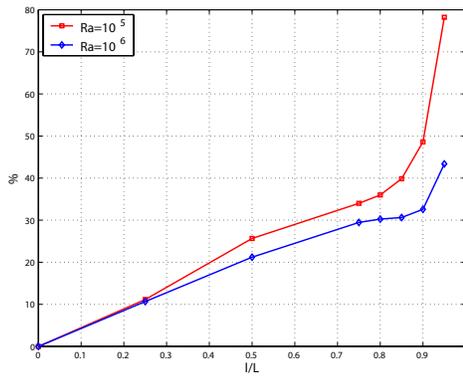
Las siguientes figuras muestran el porcentaje de aumento de la transferencia de calor con respecto al caso de una cavidad sin bloque obtenido con $R_k=1000$ en función de l/L , manteniendo constante la sección transversal del bloque b/L , donde cada figura recoge un valor diferente de este parámetro geométrico.



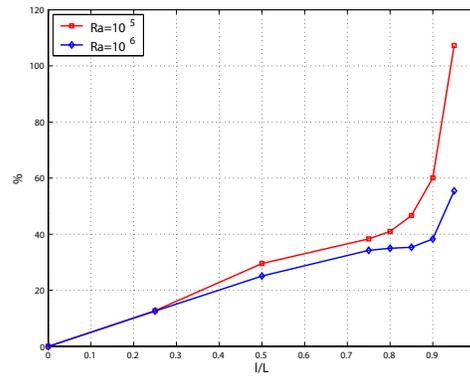
(a) $b/L=0,1$.



(b) $b/L=0,2$.

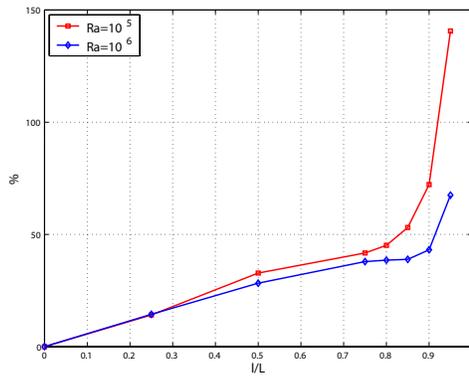


(c) $b/L=0,3$.

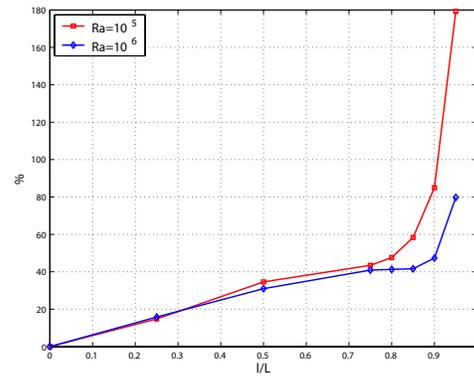


(d) $b/L=0,4$.

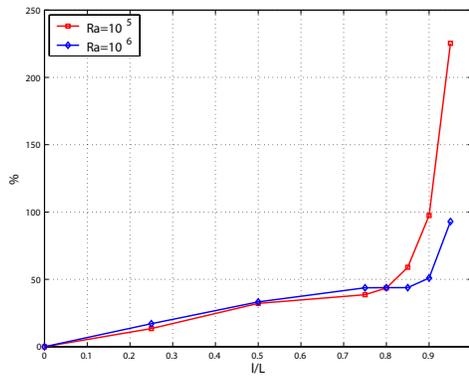
Figura 5.29: Aumento porcentual de la transferencia de calor con respecto a l/L , para $b/L=0,1$ a $0,4$.



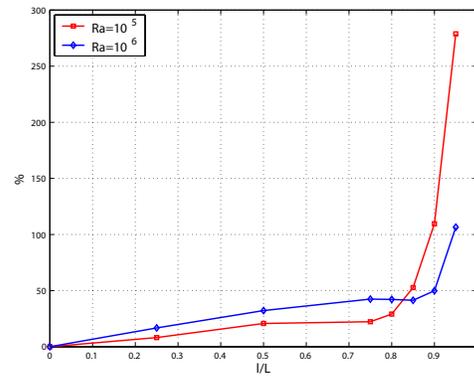
(a) $b/L=0,5$.



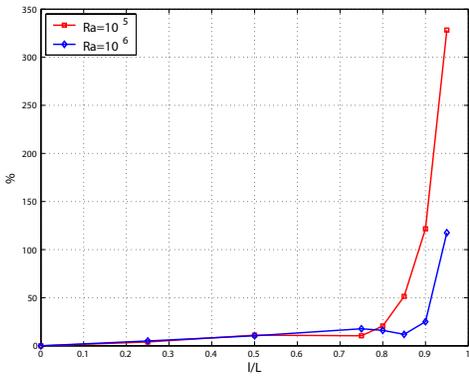
(b) $b/L=0,6$.



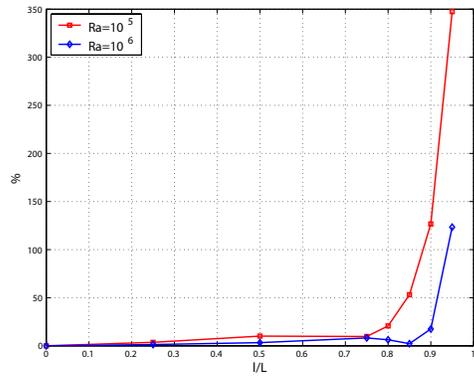
(c) $b/L=0,7$.



(d) $b/L=0,8$.



(e) $b/L=0,9$.



(f) $b/L=1,0$.

Figura 5.30: Aumento porcentual de la transferencia de calor con respecto a l/L , para $b/L=0,5$ a 1.

La tabla 5.4 resume los mayores valores para la transferencia de calor para la mayor longitud del bloque:

Tabla 5.4: Máxima transferencia de calor global para diez valores de lado adimensional b/L , obtenida con $l/L=0,95$.

b/L	$Ra=10^5$		$Ra=10^6$	
	\overline{Nu}	% aumento	\overline{Nu}	% aumento
0,0	4,3532	0,00	8,7397	0,00
0,1	5,6393	29,54	10,3496	18,42
0,2	6,6562	52,90	11,4706	31,25
0,3	7,7679	78,44	12,5307	43,38
0,4	9,0349	107,55	13,5886	55,48
0,5	10,4885	140,94	14,6375	67,48
0,6	12,1742	179,66	15,7124	79,78
0,7	14,1811	225,76	16,8625	92,94
0,8	16,5107	279,28	18,0476	106,50
0,9	18,6681	328,84	19,0167	117,59
1,0	19,5012	347,97	19,5216	123,37

Como la superficie extendida de transferencia de calor (bloque) está prácticamente a la misma temperatura de la pared caliente, los aumentos de la transferencia de calor serán mayores a medida que aumente la longitud del bloque l/L , alcanzando valores que exceden el 15 %, entre $l/L=0,75$ y $0,8$ con $b/L=0,1$ y $0,9$; 20% con $b/L=0,2$, $0,3$ y $0,8$; 30% con $b/L=0,4$, $0,5$ y $0,7$; 40% con $b/L=0,6$.

A $Ra=10^5$ se observa un pronunciado aumento para $l/L > 0,8$ para todos los valores de b/L , alcanzando un máximo de 348% en $l/L=0,95$ con $b/L=1$.

Para $Ra = 10^6$ dicho crecimiento se da para $l/L > 0,85$ y el mayor valor hallado correspondió a un aumento de un 123% en $l/L=0,95$ con $b/L=1$.

Se obtendrían aumentos aún mayores en \overline{Nu} con menores distancias entre la pared fría y el bloque.

5.3. Transferencia de calor por superficies

En esta sección se entregan los resultados de la transferencia de calor de las diferentes superficies que están en contacto con el fluido. Los calores cedidos al fluido por la pared caliente (sin incluir la base del bloque) y las caras superior, inferior, frontal y laterales del bloque, en términos del \overline{Nu} y la contribución porcentual de cada cara, se presentan en las tablas (5.5) y (5.6), para $Ra=10^5$ y (5.7) y (5.8), para $Ra=10^6$

Tabla 5.5: Contribuciones, en términos de \overline{Nu} y porcentajes, a la transferencia de calor global por parte de la pared caliente y de las caras del bloque, para $b/L=0,25, 0,50$ y $0,75, Ra=10^5$.

l/L	b/L	Pared Caliente		Cara Superior		Cara Inferior		Cara Frontal		Caras Laterales	
		\overline{Nu}	%	\overline{Nu}	%	\overline{Nu}	%	\overline{Nu}	%	\overline{Nu}	%
0,25	0,10	3,8418	82,66	0,0903	1,94	0,2332	5,02	0,1435	3,09	0,3389	7,29
	0,20	3,4543	72,58	0,1001	2,10	0,3346	7,03	0,3675	7,72	0,5026	10,56
	0,30	2,9963	61,84	0,0952	1,97	0,4249	8,77	0,6766	13,96	0,6521	13,46
	0,40	2,4468	49,79	0,0816	1,66	0,5161	10,50	1,0759	21,89	0,7941	16,16
	0,50	1,7886	35,95	0,0673	1,35	0,6124	12,31	1,5748	31,65	0,9318	18,73
	0,60	1,0674	21,33	0,0497	0,99	0,7078	14,14	2,1618	43,20	1,0179	20,34
	0,70	0,4220	8,53	0,0306	0,62	0,7235	14,63	2,8241	57,09	0,9467	19,14
	0,80	0,0569	1,21	0,0272	0,58	0,5407	11,47	3,5262	74,79	0,5636	11,95
	0,90	0,0013	0,03	0,0206	0,46	0,2020	4,46	4,1191	90,96	0,1854	4,09
	1,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	4,5182	100,00	0,0000	0,00
0,50	0,10	3,5767	71,51	0,1597	3,19	0,4780	9,56	0,1214	2,43	0,6656	13,31
	0,20	3,1127	59,01	0,1607	3,05	0,7125	13,51	0,3140	5,95	0,9755	18,49
	0,30	2,6075	47,58	0,1395	2,55	0,9315	17,00	0,5704	10,41	1,2308	22,46
	0,40	2,0219	35,78	0,1170	2,07	1,1355	20,09	0,9078	16,07	1,4687	25,99
	0,50	1,3418	23,18	0,0933	1,61	1,3364	23,09	1,3410	23,17	1,6757	28,95
	0,60	0,6623	11,29	0,0597	1,02	1,4829	25,27	1,8939	32,28	1,7690	30,15
	0,70	0,1670	2,90	0,0169	0,29	1,4251	24,75	2,6406	45,85	1,5092	26,21
	0,80	0,0081	0,15	0,0131	0,25	0,8818	16,77	3,6135	68,70	0,7431	14,13
	0,90	0,0012	0,02	0,0183	0,38	0,2438	5,04	4,3726	90,33	0,2046	4,23
	1,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	4,7991	100,00	0,0000	0,00
0,75	0,10	3,4069	65,16	0,2015	3,85	0,6559	12,54	0,0811	1,55	0,8829	16,89
	0,20	2,8810	51,52	0,2000	3,58	1,0016	17,91	0,2134	3,82	1,2961	23,18
	0,30	2,3393	40,05	0,1747	2,99	1,3152	22,51	0,3943	6,75	1,6181	27,70
	0,40	1,7288	28,67	0,1483	2,46	1,6198	26,86	0,6366	10,56	1,8967	31,45
	0,50	1,0554	17,08	0,1204	1,95	1,9071	30,87	0,9687	15,68	2,1261	34,42
	0,60	0,4349	6,95	0,0723	1,16	2,1049	33,65	1,4517	23,21	2,1906	35,02
	0,70	0,0693	1,15	0,0143	0,24	1,9646	32,51	2,2308	36,92	1,7639	29,19
	0,80	0,0035	0,07	0,0177	0,33	1,1098	20,83	3,3828	63,50	0,8138	15,28
	0,90	0,0012	0,02	0,0350	0,73	0,2683	5,58	4,2766	88,89	0,2299	4,78
	1,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	4,7782	100,00	0,0000	0,00

Tabla 5.6: Contribuciones, en términos de \overline{Nu} y porcentajes, a la transferencia de calor global por parte de la pared caliente y de las caras del bloque, para $b/L=0,80, 0,85, 0,90$ y $0,95, Ra=10^5$.

l/L	b/L	Pared Caliente		Cara Superior		Cara Inferior		Cara Frontal		Caras Laterales	
		\overline{Nu}	%	\overline{Nu}	%	\overline{Nu}	%	\overline{Nu}	%	\overline{Nu}	%
0,80	0,10	3,3725	64,06	0,2113	4,01	0,6788	12,89	0,0889	1,69	0,9129	17,34
	0,20	2,8226	49,92	0,2115	3,74	1,0362	18,33	0,2484	4,39	1,3356	23,62
	0,30	2,2588	38,11	0,1842	3,11	1,3568	22,89	0,4749	8,01	1,6531	27,89
	0,40	1,6364	26,63	0,1551	2,52	1,6599	27,01	0,7779	12,66	1,9164	31,18
	0,50	0,9695	15,32	0,1245	1,97	1,9287	30,48	1,1794	18,64	2,1259	33,60
	0,60	0,3782	5,88	0,0735	1,14	2,0776	32,29	1,7249	26,81	2,1799	33,88
	0,70	0,0545	0,87	0,0185	0,30	1,8869	30,14	2,5530	40,78	1,7470	27,91
	0,80	0,0035	0,06	0,0318	0,56	1,0337	18,37	3,7295	66,28	0,8283	14,72
	0,90	0,0016	0,03	0,0634	1,21	0,2522	4,80	4,6780	89,00	0,2610	4,97
	1,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	5,2598	100,00	0,0000	0,00
0,85	0,10	3,3254	62,59	0,2261	4,26	0,6993	13,16	0,1243	2,34	0,9382	17,66
	0,20	2,7337	47,47	0,2302	4,00	1,0683	18,55	0,3649	6,34	1,3613	23,64
	0,30	2,1342	35,01	0,2005	3,29	1,3939	22,86	0,7125	11,69	1,6555	27,15
	0,40	1,4926	23,34	0,1656	2,59	1,6907	26,44	1,1717	18,32	1,8742	29,31
	0,50	0,8384	12,56	0,1281	1,92	1,9289	28,91	1,7542	26,29	2,0229	30,32
	0,60	0,3002	4,35	0,0775	1,12	2,0061	29,06	2,4908	36,08	2,0281	29,38
	0,70	0,0388	0,56	0,0369	0,53	1,7425	25,14	3,4625	49,96	1,6496	23,80
	0,80	0,0046	0,07	0,0690	1,04	0,9537	14,33	4,7356	71,13	0,8945	13,44
	0,90	0,0020	0,03	0,1179	1,79	0,2511	3,80	5,8974	89,35	0,3318	5,03
	1,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	6,6737	100,00	0,0000	0,00
0,90	0,10	3,2519	60,22	0,2652	4,91	0,7166	13,27	0,1964	3,64	0,9696	17,96
	0,20	2,5950	43,44	0,3026	5,06	1,0964	18,35	0,5896	9,87	1,3906	23,28
	0,30	1,9440	30,01	0,2953	4,56	1,4216	21,95	1,1689	18,04	1,6479	25,44
	0,40	1,2782	18,32	0,2670	3,83	1,7036	24,41	1,9333	27,70	1,7963	25,74
	0,50	0,6513	8,68	0,2242	2,99	1,8982	25,28	2,8831	38,40	1,8505	24,65
	0,60	0,1992	2,47	0,1734	2,15	1,8910	23,45	4,0263	49,94	1,7727	21,99
	0,70	0,0241	0,28	0,1548	1,80	1,5447	17,94	5,3912	62,63	1,4937	17,35
	0,80	0,0060	0,07	0,1925	2,11	0,9121	9,98	6,9930	76,55	1,0322	11,30
	0,90	0,0028	0,03	0,2170	2,25	0,2999	3,10	8,6621	89,66	0,4792	4,96
	1,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	9,8788	100,00	0,0000	0,00
0,95	0,10	3,1843	56,47	0,3565	6,32	0,7378	13,08	0,3155	5,60	1,0444	18,52
	0,20	2,4812	37,27	0,4916	7,38	1,1455	17,21	1,0225	15,36	1,5162	22,78
	0,30	1,7906	23,05	0,5862	7,55	1,4808	19,06	2,1228	27,32	1,7883	23,02
	0,40	1,1075	12,26	0,6390	7,07	1,7541	19,41	3,6158	40,02	1,9192	21,24
	0,50	0,5069	4,83	0,6381	6,08	1,9076	18,19	5,5001	52,44	1,9364	18,46
	0,60	0,1300	1,07	0,6119	5,03	1,8089	14,86	7,7750	63,86	1,8486	15,18
	0,70	0,0206	0,15	0,6185	4,36	1,3804	9,73	10,4420	73,63	1,7199	12,13
	0,80	0,0103	0,06	0,6114	3,70	0,9272	5,62	13,4937	81,72	1,4690	8,90
	0,90	0,0050	0,03	0,4592	2,46	0,4760	2,55	16,8663	90,35	0,8620	4,62
	1,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	19,4989	100,00	0,0000	0,00

Tabla 5.7: Contribuciones, en términos de \overline{Nu} y porcentajes, a la transferencia de calor global por parte de la pared caliente y de las caras del bloque, para $b/L=0,25, 0,50, 0,75$ y $0,80, Ra=10^6$.

l/L	b/L	Pared Caliente		Cara Superior		Cara Inferior		Cara Frontal		Caras Laterales	
		\overline{Nu}	%	\overline{Nu}	%	\overline{Nu}	%	\overline{Nu}	%	\overline{Nu}	%
0,25	0,10	7,9729	86,21	0,1334	1,44	0,3750	4,05	0,1881	2,03	0,5786	6,26
	0,20	7,3483	77,52	0,1618	1,71	0,5602	5,91	0,5092	5,37	0,9001	9,50
	0,30	6,6086	68,33	0,1720	1,78	0,7349	7,60	0,9613	9,94	1,1949	12,35
	0,40	5,7581	58,51	0,1647	1,67	0,8966	9,11	1,5532	15,78	1,4686	14,92
	0,50	4,7795	47,85	0,1369	1,37	1,0374	10,39	2,3049	23,08	1,7299	17,32
	0,60	3,5828	35,40	0,1073	1,06	1,1616	11,48	3,2696	32,30	2,0009	19,77
	0,70	2,0328	19,86	0,0886	0,87	1,3346	13,04	4,4993	43,96	2,2790	22,27
	0,80	0,5129	5,03	0,0346	0,34	1,4366	14,08	5,9756	58,56	2,2441	21,99
	0,90	0,0042	0,05	0,0191	0,21	0,6882	7,50	7,8541	85,53	0,6169	6,72
	1,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	8,8541	100,00	0,0000	0,00
0,50	0,10	7,5855	78,04	0,2307	2,37	0,6909	7,11	0,1572	1,62	1,0553	10,86
	0,20	6,8020	66,66	0,2586	2,53	1,0644	10,43	0,4435	4,35	1,6349	16,02
	0,30	5,9637	56,30	0,2547	2,40	1,4118	13,33	0,8476	8,00	2,1152	19,97
	0,40	5,0588	46,28	0,2360	2,16	1,7339	15,86	1,3726	12,56	2,5305	23,15
	0,50	4,0367	36,01	0,2014	1,80	2,0119	17,95	2,0396	18,19	2,9214	26,06
	0,60	2,7808	24,29	0,1711	1,49	2,2968	20,06	2,8917	25,26	3,3084	28,90
	0,70	1,2910	11,08	0,1455	1,25	2,6586	22,83	3,9264	33,71	3,6257	31,13
	0,80	0,1696	1,47	0,0359	0,31	2,7361	23,68	5,3744	46,50	3,2408	28,04
	0,90	0,0024	0,02	0,0084	0,09	0,9994	10,36	7,9148	82,05	0,7212	7,48
	1,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	9,0218	100,00	0,0000	0,00
0,75	0,10	7,3152	72,69	0,2860	2,84	0,9452	9,39	0,1332	1,32	1,3844	13,76
	0,20	6,3821	59,24	0,3036	2,82	1,5579	14,46	0,3750	3,48	2,1553	20,00
	0,30	5,4844	48,47	0,2758	2,44	2,1539	19,03	0,6691	5,91	2,7324	24,15
	0,40	4,5806	39,04	0,2309	1,97	2,6840	22,87	1,0022	8,54	3,2362	27,58
	0,50	3,5792	29,69	0,1779	1,48	3,1756	26,35	1,3986	11,60	3,7220	30,88
	0,60	2,3516	19,09	0,1447	1,18	3,6576	29,70	1,9509	15,84	4,2109	34,19
	0,70	0,9391	7,47	0,1188	0,95	4,2100	33,51	2,7970	22,26	4,4986	35,81
	0,80	0,0659	0,53	0,0055	0,04	4,2435	34,09	4,4540	35,78	3,6788	29,55
	0,90	0,0025	0,02	0,0012	0,01	1,3815	13,43	8,0238	78,03	0,8738	8,50
	1,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	9,4536	100,00	0,0000	0,00
0,80	0,10	7,2784	71,96	0,2916	2,88	0,9907	9,80	0,1184	1,17	1,4355	14,19
	0,20	6,3343	58,41	0,3075	2,84	1,6330	15,06	0,3323	3,06	2,2375	20,63
	0,30	5,4375	47,75	0,2783	2,44	2,2319	19,60	0,5963	5,24	2,8424	24,96
	0,40	4,5267	38,36	0,2311	1,96	2,7949	23,69	0,8904	7,55	3,3563	28,44
	0,50	3,5240	29,10	0,1793	1,48	3,3334	27,53	1,2225	10,10	3,8494	31,79
	0,60	2,3067	18,67	0,1506	1,22	3,8510	31,18	1,6799	13,60	4,3645	35,33
	0,70	0,9066	7,21	0,1259	1,00	4,4265	35,20	2,4359	19,37	4,6807	37,22
	0,80	0,0572	0,46	0,0025	0,02	4,5022	36,24	4,0590	32,67	3,8025	30,61
	0,90	0,0025	0,02	0,0007	0,01	1,4737	14,53	7,7690	76,60	0,8962	8,84
	1,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	9,2846	100,00	0,0000	0,00

Tabla 5.8: Contribuciones, en términos de \overline{Nu} y porcentajes, a la transferencia de calor global por parte de la pared caliente y de las caras del bloque, para $b/L=0,85, 0,90$ y $0,95, Ra=10^6$.

l/L	b/L	Pared Caliente		Cara Superior		Cara Inferior		Cara Frontal		Caras Laterales	
		\overline{Nu}	%	\overline{Nu}	%	\overline{Nu}	%	\overline{Nu}	%	\overline{Nu}	%
0,85	0,10	7,2475	71,42	0,3008	2,96	1,0236	10,09	0,0993	0,98	1,4769	14,55
	0,20	6,2952	57,85	0,3242	2,98	1,6618	15,27	0,2908	2,67	2,3107	21,23
	0,30	5,3874	47,18	0,2999	2,63	2,2332	19,56	0,5451	4,77	2,9534	25,86
	0,40	4,4486	37,60	0,2575	2,18	2,7930	23,61	0,8428	7,12	3,4895	29,49
	0,50	3,4261	28,22	0,2096	1,73	3,3501	27,60	1,1843	9,76	3,9696	32,70
	0,60	2,2225	17,95	0,1812	1,46	3,9027	31,53	1,6168	13,06	4,4562	36,00
	0,70	0,8624	6,86	0,1530	1,22	4,4479	35,37	2,3008	18,30	4,8108	38,26
	0,80	0,0494	0,40	0,0036	0,03	4,5894	37,15	3,8400	31,08	3,8720	31,34
	0,90	0,0024	0,02	0,0021	0,02	1,4720	15,05	7,4654	76,34	0,8371	8,56
	1,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	8,9320	100,00	0,0000	0,00
0,90	0,10	7,1969	70,56	0,3207	3,14	1,0383	10,18	0,1442	1,41	1,4995	14,70
	0,20	6,1966	56,38	0,3565	3,24	1,6475	14,99	0,4533	4,12	2,3371	21,26
	0,30	5,2369	45,18	0,3274	2,82	2,1652	18,68	0,8881	7,66	2,9730	25,65
	0,40	4,2356	35,03	0,2712	2,24	2,6716	22,10	1,4482	11,98	3,4645	28,65
	0,50	3,1633	25,28	0,2053	1,64	3,1914	25,51	2,1323	17,04	3,8190	30,52
	0,60	1,9617	15,23	0,1614	1,25	3,6700	28,50	2,9680	23,04	4,1182	31,98
	0,70	0,7098	5,38	0,1191	0,90	4,0437	30,64	4,0069	30,36	4,3178	32,72
	0,80	0,0351	0,27	-0,0086	-0,07	3,9953	30,50	5,5829	42,62	3,4934	26,67
	0,90	0,0027	0,02	0,0118	0,11	1,2475	11,41	8,8432	80,89	0,8269	7,56
	1,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	10,2614	100,00	0,0000	0,00
0,95	0,10	7,0716	68,33	0,4235	4,09	1,0245	9,90	0,3212	3,10	1,5078	14,57
	0,20	5,9255	51,66	0,6027	5,25	1,5945	13,90	1,0437	9,10	2,3039	20,09
	0,30	4,8371	38,60	0,6813	5,44	2,0464	16,33	2,1464	17,13	2,8212	22,51
	0,40	3,7137	27,33	0,6766	4,98	2,4628	18,12	3,6328	26,73	3,1044	22,84
	0,50	2,5391	17,35	0,5810	3,97	2,8959	19,78	5,4923	37,52	3,1297	21,38
	0,60	1,3255	8,44	0,4079	2,60	3,3186	21,12	7,7113	49,08	2,9498	18,77
	0,70	0,3318	1,97	0,2194	1,30	3,4716	20,59	10,2686	60,89	2,5717	15,25
	0,80	0,0157	0,09	0,0998	0,55	2,7807	15,41	13,2194	73,25	1,9322	10,71
	0,90	0,0046	0,02	0,1432	0,75	1,0154	5,34	16,8195	88,45	1,0337	5,44
	1,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	0,0000	0,00	19,5193	100,00	0,0000	0,00

Como un análisis detallado de estas tablas sería excesivamente largo, se indican algunos puntos esenciales:

1. Las superficies que contribuyen mayormente a la transferencia de calor son aquellas en las cuales se producen gradientes de temperatura elevados por el lado del fluido, representados por una concentración de isotermas.
2. Para aletas cortas y delgadas, la superficie base caliente presenta la mayor contribución, en tanto que para aletas largas y gruesas la superficie frontal es la de mayor importancia.
3. Para los máximos de transferencia de calor global en el régimen regular, las mayores contribuciones (en orden) son las de la cara frontal, cara inferior y las caras laterales. Cada una de estas contribuciones representa del orden de un tercio de la transferencia de calor global, especialmente para $Ra=10^6$.
4. En los máximos, las contribuciones de la pared caliente y la cara superior, son del orden del 2%.

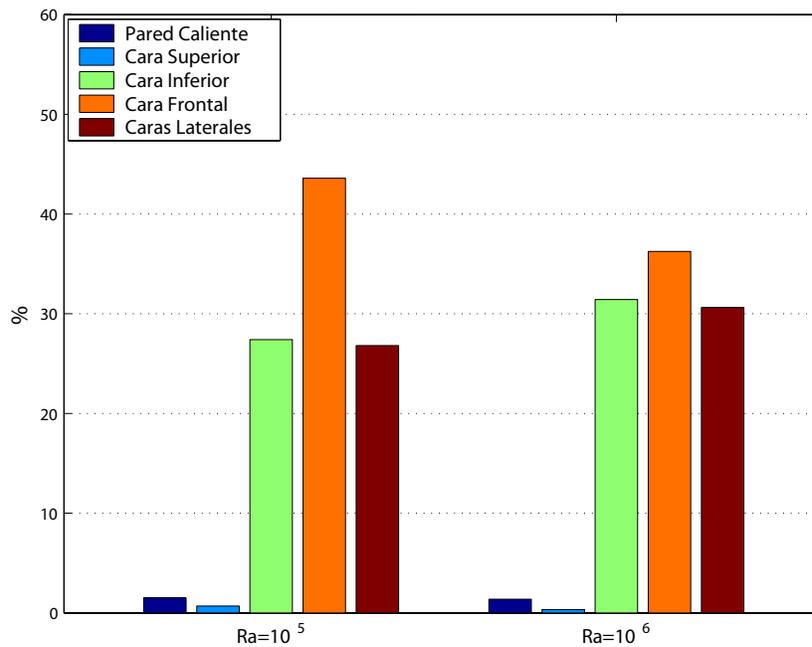


Figura 5.31: Contribuciones porcentuales de cada superficie a la transferencia de calor global, para los casos máximos de régimen regular, para $Ra=10^5$ y 10^6 .

Capítulo 6

Conclusiones

Se estudió el uso de un bloque de sección cuadrada, centrado en la pared vertical caliente de una cavidad cúbica diferencialmente calentada, buscando un medio eficaz de producir altos aumentos de transferencia de calor con respecto a la cavidad no dividida. Los ensayos numéricos se refieren al caso en que la razón de conductividades térmicas entre el material de la aleta y el aire es alta ($R_k=1000$). En esta condición, el bloque adopta una temperatura prácticamente uniforme e igual a la de la pared caliente, por lo tanto sus caras actúan como extensiones de la fuente caliente, y provocan un gran aumento de la transferencia de calor debido a su considerable área.

El trabajo consideró únicamente números de Rayleigh de 10^5 y 10^6 , suficientemente elevados para causar grandes fuerzas de empuje y alta transferencia de calor. El fluido contenido en la cavidad es aire. Se estudió el efecto de las variaciones de los parámetros geométricos del bloque (largo y lado de la sección transversal), bajo forma adimensional, sobre la transferencia de calor en la cavidad, representada por el número de Nusselt medio en la pared fría.

Si bien el bloque proporciona grandes áreas, prácticamente isotermas y a la temperatura de la pared caliente, por donde puede transferirse una gran cantidad de calor al fluido y de ahí a la pared fría, un excesivo tamaño del bloque provoca restricciones al flujo, que limitan la transferencia de calor.

6.1. Aspectos geométricos del problema

Cuando las dimensiones de la barra (o bloque) son pequeñas con respecto a los lados de la cavidad se establece un régimen regular, en que hay una circulación que barre la pared fría, las caras del cuerpo y la pared caliente. En cambio, cuando los lados de la cara frontal del cuerpo son de dimensiones similares al lado de la cavidad, el comportamiento se asemeja al de una cavidad estrecha, lo cual se acentúa más y más cuando el bloque es largo, de modo que su cara frontal se aproxima a la pared fría. En esos casos se tienen

regímenes singulares, que generan muy altas tasas de transferencia de calor, las cuales aparentan crecer sin límite a medida que se disminuye la separación entre la cara frontal del bloque y la pared fría.

Dado que los casos singulares se caracterizan por una predominancia extrema de la conducción, que en los casos en que l/L es superior a 0,95 (y especialmente con grandes razones b/L) predomina incluso en la zona fluida, estos casos no son de mucho interés para este estudio. Por lo tanto se establecerán conclusiones para los casos en que hay una predominancia de la convección en el fluido.

6.2. Modos de flujo

En el régimen regular el modo de flujo es caracterizado por una celda única de circulación, que tiene las características indicadas más arriba y barre todas las superficies del bloque. Si la conductividad térmica del bloque es alta, como en este estudio, todas las superficies del bloque pueden generar empuje, lo cual produce una circulación desplazada hacia la pared fría.

La velocidad vertical máxima en la cavidad se puede tomar como un índice de la tasa de circulación. Esta ocurre siempre cerca de la pared caliente, excepto para longitudes de bloque muy grandes en que se hace difícil el acceso a la pared caliente, correspondiendo a un caso singular.

Se tiende a formar una circulación secundaria frente al bloque, con ascenso de fluido paralelo a éste. Aunque bloques de dimensiones reducidas pueden aumentar la velocidad vertical máxima (representativa de la tasa de circulación) respecto al caso sin aletas, el efecto del bloque es en la gran mayoría de los casos una disminución de la circulación.

6.3. Transferencia de calor total en la cavidad

Las curvas de transferencia de calor total, expresadas en términos del número de Nusselt medio en la pared fría, muestran claramente las diferencias entre el régimen regular y el singular. Mientras en este último, el número de Nusselt tiende a crecer en forma ilimitada a medida que se aumenta el lado del bloque y el largo de éste (lo cual corresponde a una situación puramente conductiva, cuando se estrecha progresivamente el gap entre las paredes de temperatura alta y baja), en el régimen regular se observa un máximo de Nusselt medio para cierto valor de la razón b/L .

La transferencia de calor crece con el largo del bloque lo cual, en el régimen regular, está asociado a la mayor área de transferencia de calor disponible. En cambio, en función del lado del cuerpo sólido, se presenta un máximo en alrededor de $b/L=0,65$ para $Ra=10^5$ y $b/L=0,75$ para $Ra=10^6$. Para lados inferiores al que da el máximo, aumentos del lado generan aumentos del área de transferencia de calor disponible, y en consecuencia, aumentos en \overline{Nu} . A lados mayores, comienza a ser crítica la restricción al flujo, que restringe

el barrido por éste de la cara superior de la aleta, y de la superficie base caliente. Se genera entonces un máximo en la transferencia de calor. La menor tasa de circulación causada por una aleta de mayor lado se infiere del hecho de que al crecer el lado, la sección de paso para el barrido de la pared caliente por el fluido se reduce. Aun cuando la velocidad máxima vertical es poco sensible a b/L , la disminución de la sección de paso implica una reducción en la circulación.

A longitudes del bloque muy grandes ($l/L > 0,9$) se restringe también bruscamente el flujo en la región frontal del bloque, como lo muestran las tablas de velocidad vertical máxima. La distribución de temperatura pierde las características convectivas y se establece un régimen conductivo denominado singular.

6.4. Distribución de la transferencia de calor por caras

De acuerdo a lo observado en tablas y curvas, el aporte de la cara superior del bloque es siempre mínimo, en consonancia con lo observado sobre la dificultad de acceso del fluido sobre la cara superior del bloque.

A pequeñas secciones transversales del bloque el aporte de la pared caliente es siempre considerable, pero disminuye al aumentar b/L . Esto es consecuencia del hecho de que tanto la facilidad de acceso a esta superficie como el valor de su área disminuyen al aumentar b/L .

A medida que aumenta l/L , el aporte de la cara frontal del bloque va aumentando en desmedro de la pared caliente. Esto se debe a que, con alta conductividad térmica, la temperatura frontal del bloque es prácticamente igual a la de la pared caliente. Con una distancia muy pequeña entre la cara frontal y la pared fría la transferencia de calor tiende a ser muy alta, y se debe casi exclusivamente a conducción. La casi exclusiva importancia de la cara frontal en la transferencia de calor caracteriza los regímenes singulares.

La cara inferior tiene siempre una contribución relevante en los regímenes regulares. Esto se debe a que el fluido proveniente de la pared fría tiene fácil acceso a esta superficie. En el caso de la máxima transferencia de calor en régimen regular, las contribuciones de la cara frontal, la inferior y las laterales están claramente equilibradas.

6.5. Consecuencias para la aplicación del fenómeno

En el régimen regular se han observado considerables aumentos de transferencia de calor de hasta 60% y 52% para $Ra=10^5$ y 10^6 respectivamente, al menos en el régimen regular o convectivo. La extensión del área de transferencia es compensada en el caso presente por una fuerte disminución de la circulación. Sin embargo, la geometría mostrada es mucho más efectiva que los arreglos usualmente estudiados de aletas ubicadas en posición horizontal cubriendo todo el ancho de la cavidad, las cuales producen restricciones considerables a la transferencia de calor.

En comparación con los aumentos observados para una aleta vertical delgada ubicada en la pared caliente, que alcanzaban un tope de 40-42% en el régimen regular, la geometría propuesta en este estudio es favorable. Solamente tiene el inconveniente de necesitar aletas bastante masivas con un peso posiblemente considerable.

Aún es posible buscar geometrías menos restrictivas al flujo (ver Anexo C) y que a la vez aporten áreas considerables.

Bibliografía

- [1] S.A. Patankar, *Numerical heat transfer and fluid flow*, Ed.McGraw Hill, pp. 25-134, 1980.
- [2] S. Ostrach, *Natural convection in enclosures*, Journal of Heat Transfer, Vol. 110, pp. 1175-1190, 1988.
- [3] G. de Vahl-Davis, *Natural convection of air in a square cavity: A Bench Mark Numerical Solution*, Int. J. for Numerical Methods in Fluids, Vol. 3, pp. 249-264, 1983.
- [4] T. Fusegi, J.M. Hyun, K. Kuwahara, B. Farouk, *A numerical study of three-dimensional natural convection in a differentially heated cubical enclosure*, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 34, pp. 1543-1557, 1991.
- [5] T. Fusegi, J.M. Hyun, K. Kuwahara, *Three dimensional simulations of natural convection in a sidewall-heated cube*, Int. J. for Numerical Methods in Fluids, Vol. 13, pp. 857-867, 1991.
- [6] E. Tric, G. Labrosse, M. Betrouni, *A first incursion into the 3D structure of natural convection of air in a differentially heated cubic cavity, from accurate numerical solutions*, Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 43, pp. 4043-4056, 2000.
- [7] R.L. Frederick, A. Valencia, *Heat transfer in a square cavity with a conducting partition on its hot wall*, Int. Commun. in Heat and Mass Transfer Vol. 16, pp. 347-354, 1989.
- [8] A. Nag, A. Sarkar, V.M.K. Sastri, *Natural convection in a differentially heated square cavity with a horizontal partition plate on the hot wall*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 110, pp. 143-156, 1993.
- [9] A. Nag, A. Sarkar, V.M.K. Sastri, *Effect of a thick horizontal partial partition attached to one of the active walls of a differentially heated square cavity*, Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 25, pp. 611-625, 1994.
- [10] S.H. Tasnim, M.R. Collins, *Numerical analysis of heat transfer in a square cavity with a baffle on the hot wall*, Int. Commun. in Heat and Mass Transfer, Vol. 31, pp. 639-650, 2004.

- [11] J.M. Khodadadi, X. Shi, *Laminar natural convection heat transfer in a differentially heated square cavity due to a thin fin on the hot wall*, Journal of Heat Transfer, Vol. 125, pp. 624-634, 2003.
- [12] E. Bilgen, *Natural convection in cavities with a thin fin on the hot wall*, Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 48, pp. 3493-3505, 2005.
- [13] R.L. Frederick, S.G. Moraga, *Three-Dimensional natural convection in finned cubical enclosures*, Int. J. Heat and Fluid Flow , Vol. 28, pp. 289-298, 2007.
- [14] S. Moraga, *Transferencia de calor por convección natural en un recinto con una aleta rectangular como fuente*, Memoria para optar al título de Ingeniero Civil Mecánico, Universidad de Chile, 2001.
- [15] R.L. Frederick, *Heat transfer enhancement in cubical enclosures with vertical fins*, Applied Thermal Engineering, Vol. 27, pp. 1585-1592, 2007.
- [16] A. K. Da Silva, L. Gosselin, *On the thermal performance of an internally finned three-dimensional cubic enclosure in natural convection*, Int. J. of Thermal Sciences, Vol. 44, pp. 540-546, 2005.
- [17] S. Garrido, R.L. Frederick, *Aumento de la transferencia de calor en un espacio cúbico mediante bloques en las paredes activas*, Cuadernos de Mecánica Computacional, Vol. 5, n°1, pp. 137-145, 2007.

Anexo A

El ml del bloque

Para interpretar el fenómeno estudiado en términos de la teoría elemental de aletas, se puede hacer el siguiente razonamiento.

El parámetro más importante en la teoría elemental de aletas es el ml , que es una medida de la importancia relativa de la conducción y de la convección en el perfil de temperatura axial de la aleta.

La teoría elemental supone transferencia de calor unidimensional, coeficiente convectivo uniforme e impuesto, y temperatura uniforme en el fluido que rodea a la aleta. El presente análisis no contiene ninguna de esas restricciones, ya que supone campos de flujo y de temperatura tridimensionales, que se resuelven del sistema Navier-Stokes y energía. Para los usuarios de la teoría elemental, es posible extraer valores de ml en función de los parámetros impuestos y los resultados numéricos de este trabajo.

Por definición:

$$m = \left(\frac{hp}{k_s A} \right)^{1/2}$$

Para el caso estudiado, $p=4b$, $A=b^2$, $k_s=kR_k$, con lo cual:

$$m = 2 \left(\frac{h}{kR_k b} \right)^{1/2}$$

Para evaluar un coeficiente convectivo consideramos

$$h = \overline{Nu} \frac{k}{L}$$

en que \overline{Nu} es el promedio de los números de Nusselt medios para las 4 caras: laterales, superior e inferior.

Con lo cual:

$$m = 2 \left(\frac{\overline{Nu}}{LR_k b} \right)^{1/2} = \frac{2}{L} \left(\frac{\overline{Nu}}{R_k (b/L)} \right)^{1/2}, \Rightarrow mL = 2 \left(\frac{\overline{Nu}}{R_k (b/L)} \right)^{1/2}$$

$$mL = ml \left(\frac{L}{l} \right), \Rightarrow ml = 2 \left(\frac{l}{L} \right) \left(\frac{\overline{Nu}}{R_k (b/L)} \right)^{1/2}$$

De esta manera se puede evaluar el parámetro ml con los resultados y datos de los ensayos efectuados.

Ejemplo:

- $Ra=10^5$, $b/L=0,6$, $l/L=0,75$, $R_k=1000$

Para este caso se obtuvo un Nusselt promedio caras $\overline{Nu}=1,092$ (Tabla 5.5). Por lo tanto, $ml = 0,064$.

Este bajo valor de ml significa que la conducción domina sobre la convección, y por lo tanto el perfil de temperatura en la aleta estará determinado por el primer fenómeno. Esto significa que, si la aleta está adherida a una sola pared caliente, la temperatura tenderá a ser uniforme a lo largo de ella. Si, en cambio, está adherida a ambas paredes activas, la aleta adoptará un perfil lineal de temperatura entre $X=0$ y $X=1$.

Anexo B

Transferencia de calor en función de ϕ

En las figuras B.1 y B.2 se muestra la transferencia de calor total en una cavidad cúbica con un bloque adherido a la pared caliente para siete valores de la longitud adimensional l/L , para $Ra=10^5$ y 10^6 , respectivamente. En la abscisa se muestra el volumen adimensional ϕ del bloque. Cada punto corresponde a un lado b/L del bloque, y se incrementa en $(1/10)L$ de izquierda a derecha desde $b/L=0,1$ hasta $b/L=1$ en cada curva.

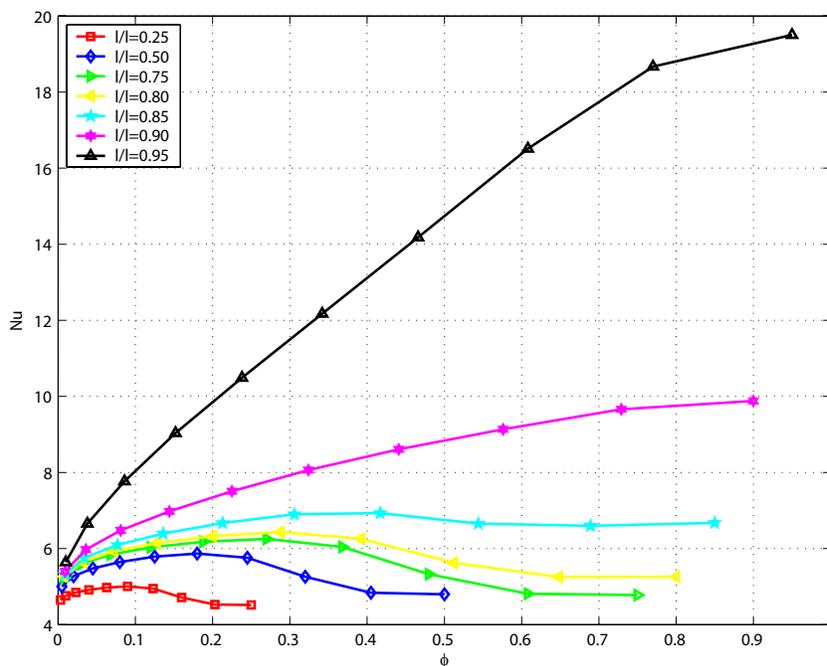


Figura B.1: Números de Nusselt en la pared fría en función del volumen ϕ del bloque para valores de l/L dados, $Ra=10^5$.

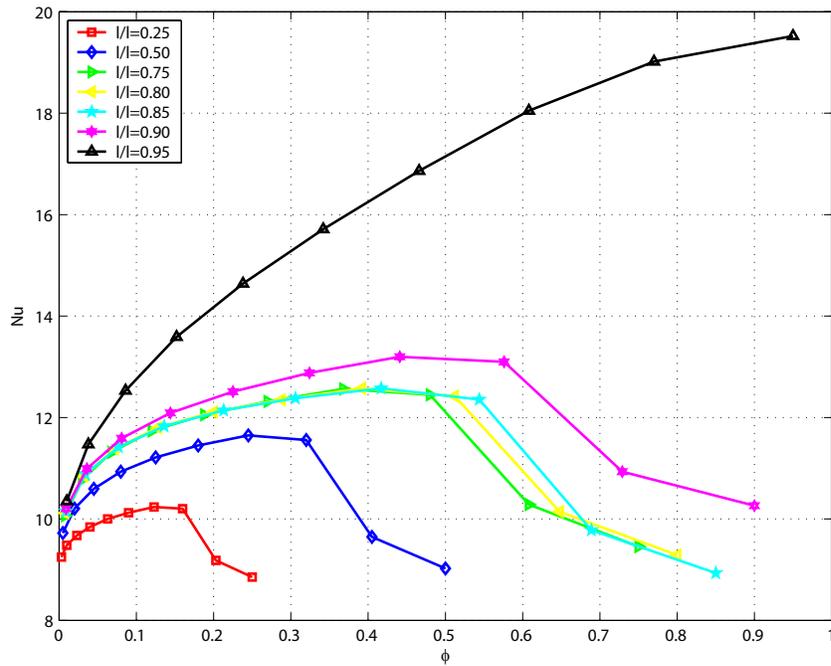


Figura B.2: Números de Nusselt en la pared fría en función del volumen ϕ del bloque para valores de l/L dados, $Ra=10^6$.

Análogamente a lo observado en los gráficos \overline{Nu} vs b/L , se tiene que para cualquier rango de volumen el mayor valor en la transferencia de calor se alcanza para bloques de la mayor longitud; y los valores óptimos que se alcanzan para cada volumen en cada curva son los mismos alcanzados para cada b/L en régimen regular.

Insertando en el gráfico B.1 los valores de \overline{Nu} obtenidos en los trabajos de Frederick [13] para aletas horizontales de espesor $e/L=0,1$, longitud $l/L=0,5$ y ancho 0,5 y 0,7 (casos [13]a y [13]b, respectivamente), y el resultado de [15] para una aleta vertical de espesor $e/L=0,1$, largo $s/L=0,5$ y altura $b/L=1$ (caso [15]), se obtiene el siguiente gráfico¹:

¹Las aletas horizontales y la vertical presentan la misma razón de conductividad empleada en este trabajo ($R_k=1000$).

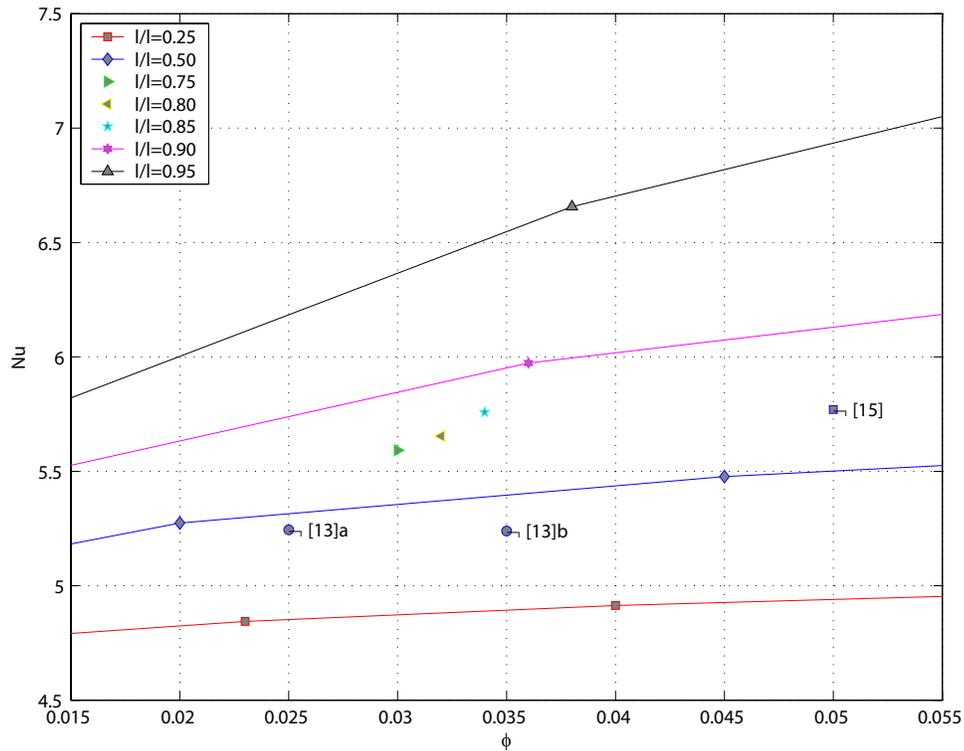


Figura B.3: Números de Nusselt en la pared fría en función del volumen ϕ del bloque para valores de l/L dados, $Ra=10^5$, en el rango $\phi=0,015$ a $0,055$.

Del gráfico B.3 se aprecia que si el bloque tiene la misma longitud que las aletas horizontales y volumen similar resulta más eficiente en transferir calor; pero a su vez se ve superado por una aleta vertical de igual largo y volumen similar.

Ahora bien, si no existiese una restricción de longitud y solamente una restricción volumétrica, en base a esos resultados se pueden encontrar mejores configuraciones para bloques de longitud $l/L=0,90$ y $0,95$ y volúmenes incluso inferiores al de la aleta vertical.

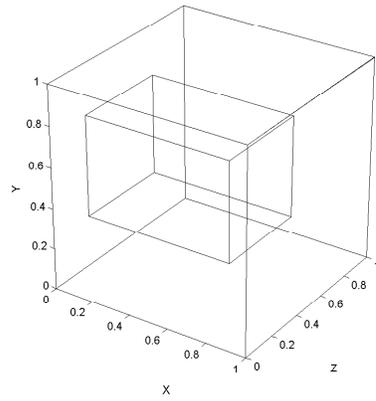
Anexo C

Geometrías propuestas

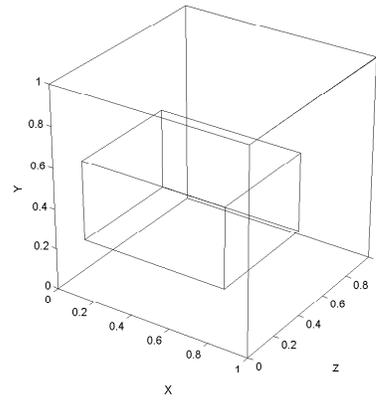
Las aletas normalmente son superficies planas. En el caso presente (fig. C.1(a)), el bloque tiene superficies horizontales y verticales (perpendiculares o paralelas a g), lo que es una configuración mas sencilla y por lo tanto mas generalizable. Queda abierta la posibilidad de buscar geometrías menos restrictivas al flujo y que a la vez aporten áreas considerables.

Se pueden considerar entre estas posibilidades un bloque de sección rectangular en disposición horizontal (fig. C.1(b)) cuyas distancias a las paredes laterales e inferior sean similares a los valores óptimos hallados en éste estudio y cuya altura no sea excesiva dado que la cara superior es la que menos contribuye a la transferencia de calor. Otro modelo sugerido es un bloque de mayor razón de aspecto (fig. C.1(b)) el cual permitiría un mejor barrido de cada superficie por parte del fluido; o bien un bloque dividido en dos o más partes (fig. C.1(d)), aumentando el área expuesta al fluido y también ofrecería una menor restricción al flujo que el sólido estudiado en este trabajo; dentro de la búsqueda de controlar el peso de la extensión de superficie.

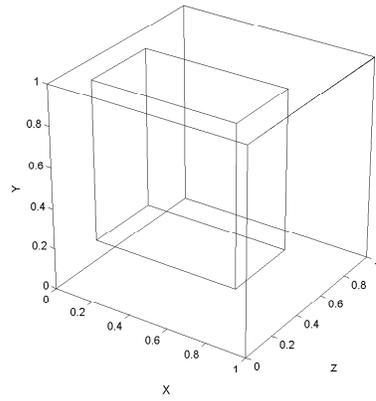
Aletas con formas de cuña en disposición horizontal ó vertical (fig. C.1(e) y (f)), por ejemplo, pueden ser interesantes desde el punto de vista de suponer una menor resistencia al flujo y menor peso; aunque se esperaría que la transferencia de calor por conducción fuese menor dada la ausencia de una cara frontal en ambos casos, a pesar de que las contribuciones de las paredes inferior (fig. C.1(e)) y laterales (fig. C.1(f)) deberían ser de consideración. La formulación de los modelos en forma de cuña implicaría emplear técnicas de elementos finitos para llevarlos a cabo, es decir, dividir el dominio en elementos o trozos de geometría triangular, para por medio de nodos ubicados en distintas localizaciones, determinar las variables de interés a través de polinomios de interpolación para cada elemento. Sin embargo, a diferencia de los modelos básicos (paralelepípedos), no pueden inferirse generalidades de su estudio por tratarse de diseños singulares.



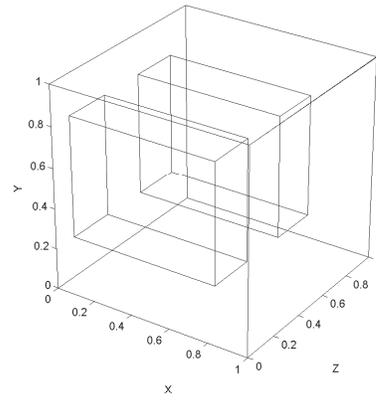
(a) Sección cuadrada.



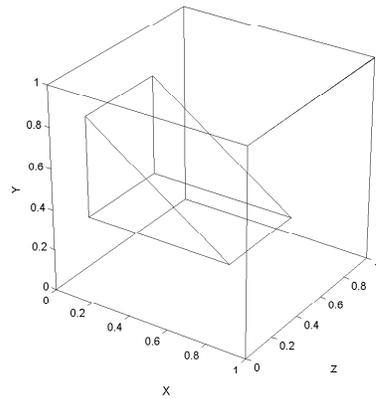
(b) Sección rectangular, horizontal.



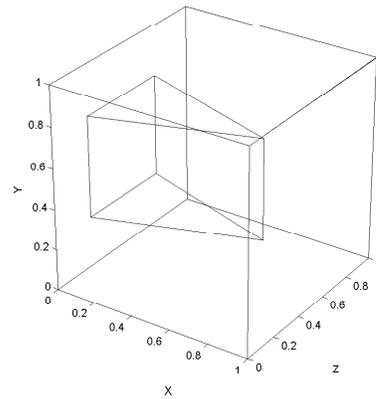
(c) Sección rectangular, vertical.



(d) Sección rect., vertical, doble.



(e) Forma de cuña 1.



(f) Forma de cuña 2.

Figura C.1: Geometrías propuestas para estudiar posibles aumentos en la transferencia de calor.