



**UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL**

**DESARROLLO DE UN MÉTODO DE SOLUCIÓN DE UN
PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN ENTERA MIXTA PARA
LA PLANIFICACIÓN DE LARGO PLAZO EN MINERÍA A
CIELO ABIERTO**

**TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER
EN GESTIÓN DE OPERACIONES**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL
INDUSTRIAL**

FELIPE IGNACIO CASTRO ALTAMIRANO

PROFESOR GUÍA:

SR. RAFAEL EPSTEIN NUMHAUSER

MIEMBROS DE LA COMISIÓN EVALUADORA:

SR. ANDRÉS WEINTRAUB POHORILLE

SR. RODOLFO URRUTIA URIBE

SR. AUGUSTO AGUAYO FIERRO

SANTIAGO DE CHILE

ENERO 2010

“La más blanda de todas las cosas es la más rígida de todas ellas.

Sólo la Nada penetra en donde no hay espacio.

Por esto conozco las ventajas del No-Hacer.

Pocas cosas bajo el cielo son tan instructivas como las lecciones del Silencio, o tan

beneficiosas como los frutos del No-Hacer.”

(Lao Tse, Tao Te King)

AGRADECIMIENTOS

Para finalizar esta importante y hermosa etapa de mi vida quiero dar las gracias a todas las personas que estuvieron conmigo y que me hicieron crecer y prosperar durante mi carrera.

Quiero empezar agradeciendo a mi familia por apoyarme incondicionalmente y darme fuerza en los momentos difíciles. A mi madre quien forjó en mí el carácter y la determinación para lograr todos los objetivos que me proponga en la vida... gracias mamá. A mis hermanos y a mi padre por darme cariño y compañía. A mis tíos, a mi tata y a mis abuelos, quienes siempre han estado conmigo y gracias a los que hoy soy una persona feliz.

A todos mis amigos de la universidad quienes me hicieron madurar y desarrollarme, con quienes compartí los mejores años de mi vida y a los que nunca voy a olvidar... muchas gracias. Agradezco también a mis amigos del colegio, con quienes comparto la pasión por la música, la literatura y el cine.

Agradezco a Marie cuya imagen siempre estuvo presente durante este proyecto y me dio ánimo y fuerza para terminar. Espero que sigamos construyendo una relación prospera.

Agradezco a todas las personas quienes se interesaron en mi trabajo y que contribuyeron a su desarrollo. A mis compañeros de trabajo Rodolfo, Mario y Gonzalo. A mi profesor guía y a los integrantes de mi comisión evaluadora. Sin sus aportes y entusiasmo no hubiese podido terminar satisfactoriamente mi proyecto.

RESUMEN DE TESIS PARA OPTAR AL GRADO
DE MAGÍSTER EN GESTIÓN DE OPERACIONES
Y AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL
INDUSTRIAL

POR : FELIPE CASTRO ALTAMIRANO
PROF. GUÍA : RAFAEL EPSTEIN NUMHAUSER
FECHA : 18/01/2010

**DESARROLLO DE UN MÉTODO DE SOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE
PROGRAMACIÓN ENTERA MIXTA PARA LA PLANIFICACIÓN DE LARGO
PLAZO EN MINERÍA A RAJO ABIERTO**

El sistema MUCH, desarrollado en conjunto por la Universidad de Chile y la empresa CODELCO, es una herramienta de optimización y evaluación de proyectos mineros cuyo motor es un modelo de programación entera mixta que describe las operaciones mineras de largo plazo. El módulo Minería a Rajo Abierto del sistema es utilizado activamente en el proceso de planificación de proyectos de minería a cielo abierto de gran envergadura, por lo que su desarrollo y mejora continua son fundamentales para que la herramienta responda a las complejidades que involucra su aplicación.

El objetivo del presente trabajo de tesis es producir una mejora sustancial en el proceso de construcción de soluciones del módulo Minería a Rajo Abierto del sistema MUCH. Se establecen dos frentes de mejora. Como primer frente, se considera extender la formulación del modelo matemático actual, permitiendo la existencia de bancos que pueden ser extraídos en más de un periodo. Como segundo frente, se considera desarrollar un método heurístico automatizable que permita la generación de soluciones enteras con un rendimiento superior, en términos de la calidad de la función objetivo y el tiempo de ejecución, al de las heurísticas actualmente utilizadas en el sistema.

El problema se aborda en tres etapas. Primero, se realiza una investigación donde se recopila información para definir el problema y las posibles fuentes de mejora. Segundo, se diseña una solución considerando los antecedentes reunidos y los objetivos establecidos. Por último, se valida la solución mediante un set de experimentos.

Los resultados obtenidos son un modelo de programación entera mixta que describe de manera más fidedigna las operaciones de extracción de rajo abierto, y un método de solución para la construcción de planes mineros que constituye una mejora sustantiva al motor de optimización del módulo Minería a Rajo Abierto del sistema MUCH.

TABLA DE CONTENIDOS

1 INTRODUCCIÓN.....	6
2 ANTECEDENTES	8
2.1 Planificación Minera de Largo Plazo.....	8
2.2 Sistema de Optimización y Evaluación de Planes Mineros de Largo Plazo.....	9
2.3 Módulo Minería a Rajo Abierto, Sistema MUCH	11
2.4 Modelo Conceptual de Procesos	12
2.5 Modelo Motor del Módulo Minería a Rajo Abierto Sistema MUCH.....	21
2.6 Búsqueda de Solución Factible Módulo Minería a Rajo Abierto Sistema MUCH	33
3 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.....	43
4 OBJETIVOS	45
4.1 Objetivo General.....	45
4.2 Objetivos Específicos	45
5 DISEÑO DE LA SOLUCIÓN.....	46
5.1 Extensión Modelo M1: M2.....	46
5.2 Diseño Conceptual de la Metodología HRA	48
6 RESULTADOS	72
6.1 Definición de Objetivos	73
6.2 Elección de Medidas de Desempeño y Factores de Tratamiento	73
6.3 Diseño y Ejecución del Experimento.....	77
6.4 Análisis de Datos y Conclusiones.....	83
7 CONCLUSIONES.....	96
8 BIBLIOGRAFÍA.....	101
ANEXOS	103
Anexo 1: Algoritmo generación de Región Inocua de Redondeo	103
Anexo 2: Opciones Metodología HRA.....	105
Anexo 3: Detalle Tiempos Estimados por Observación.....	106
Anexo 4: Índice de Infactibilidad	107

1 INTRODUCCIÓN

La explotación rentable de depósitos minerales requiere considerable evaluación y planificación. Se debe definir qué porción del mineral es económicamente extraíble y con qué método. Luego se debe definir un plan de extracción estableciendo secuencias, ritmos de extracción, diseño de la mina, equipos de extracción, etc. El objetivo es maximizar el valor presente neto del proyecto.

La evaluación y planificación de proyectos mineros de largo plazo involucra, entre otras cosas, trabajar con un horizonte de evaluación de entre veinticinco a cincuenta años, y con un número considerable de variables y parámetros. Lo anterior hace que el problema de planificación minera sea de gran complejidad y que por lo tanto el planificador requiera del apoyo de softwares computacionales para llevar a cabo su labor en óptimas condiciones.

El sistema MUCH es una herramienta de optimización y evaluación de proyectos mineros cuyo motor es un modelo de optimización de programación entera mixta que describe las operaciones mineras de largo plazo. La herramienta ha sido desarrollada de manera conjunta por el departamento de Ingeniería Civil Industrial de la Universidad de Chile y la empresa CODELCO.

Actualmente el sistema consta de tres módulos los que describen posibles configuraciones de explotación de un yacimiento minero: Minería Subterránea, Minería a Rajo Abierto y Minería Integrada (Rajo y Subterránea). El módulo Minería a Rajo Abierto es utilizado activamente en el apoyo a los ciclos de planificación en CODELCO.

El presente trabajo de tesis se enmarca en proceso de desarrollo del módulo Minería a Rajo a Abierto del sistema MUCH. El desafío propuesto es producir una mejora sustancial en proceso de construcción de planes mineros del módulo.

En el Capítulo 2 se describen los antecedentes reunidos con el objeto de definir el problema y las posibles fuentes de mejora. Se comienza describiendo el modelo motor del módulo Minería a Rajo Abierto, y a continuación, se describe la evolución que ha tenido el método de solución del modelo, además, se discuten aspectos relevantes relacionados con los distintos enfoques de solución implementados.

En el Capítulo 3 se identifican problemas existentes en la metodología de solución actual del módulo objeto de estudio, para luego, en el Capítulo 4 definir los objetivos del presente trabajo de tesis.

En el Capítulo 5 se describe la solución desarrollada, la que se constituye de una extensión del modelo actual motor del módulo, y de un método de solución para el mismo.

En el Capítulo 6 se presentan los resultados y conclusiones de dos experimentos de validación del desarrollo realizado. Finalmente, en el Capítulo 7 se concluye sobre el trabajo realizado y se proponen frentes de investigación y desarrollo para continuar mejorando el módulo Minería a Rajo Abierto del sistema MUCH.

2 ANTECEDENTES

En el presente capítulo se expone el ámbito de aplicación en el cuál se desarrolla el trabajo de título. Se presenta el módulo Minería a Rajo Abierto del sistema MUCH, especificando el modelo conceptual, el modelo matemático y la metodología de resolución para el modelo matemático.

2.1 Planificación Minera de Largo Plazo

La explotación rentable de depósitos minerales requiere considerable evaluación y planificación. Se debe definir qué porción del mineral es económicamente extraíble y con qué método. Luego se debe definir un plan de extracción estableciendo secuencias, ritmos de extracción, diseño de la mina, equipos de extracción, etc. El objetivo es maximizar el valor presente neto del proyecto.

La planificación minera de largo plazo involucra trabajar con datos estimados, con un horizonte de planificación de entre veinticinco a cincuenta años, y con parámetros económicos que evolucionan en el tiempo, lo que hace que el problema de planificar y evaluar la explotación del mineral involucre un alto grado de incertidumbre y complejidad.

Dada la naturaleza incierta del problema, es necesario periódicamente reevaluar y actualizar el plan incorporando nuevos datos del mineral, modificando las estimaciones de los parámetros económicos, y realizando análisis de sensibilidad con el objeto de garantizar la

rentabilidad del proyecto. Debido al carácter repetitivo de estas tareas y a la complejidad del problema, el planificador minero realiza sus labores asistido de programas computacionales que mejoran la productividad de su trabajo en las distintas etapas del proceso de planificación.

2.2 Sistema de Optimización y Evaluación de Planes Mineros de Largo Plazo

El sistema de optimización y evaluación de planes mineros de largo plazo MUCH, es una herramienta computacional desarrollada en conjunto por el Departamento de Ingeniería Civil Industrial de la Universidad de Chile y la empresa minera CODELCO. El objetivo de la herramienta es asistir al planificador en el análisis de distintas alternativas de desarrollo de proyectos mineros, permitiendo identificar oportunidades de negocio y alertar sobre posibles falencias en la planificación dadas las condiciones económicas en un momento determinado.

El sistema se basa en un modelo de programación entera mixta, donde simultáneamente se establece un plan de extracción, un calendario de inversiones en equipos, y un plan operacional para las plantas aguas abajo en el proceso de producción, maximizando el valor presente neto del proyecto.

Actualmente el sistema consta de tres módulos que tienen como motor tres modelos de optimización distintos: módulo Minería a Rajo Abierto, módulo Minería Subterránea y módulo Minería Integrada.

En la siguiente figura se esquematiza el proceso de construcción de planes mineros del sistema MUCH.

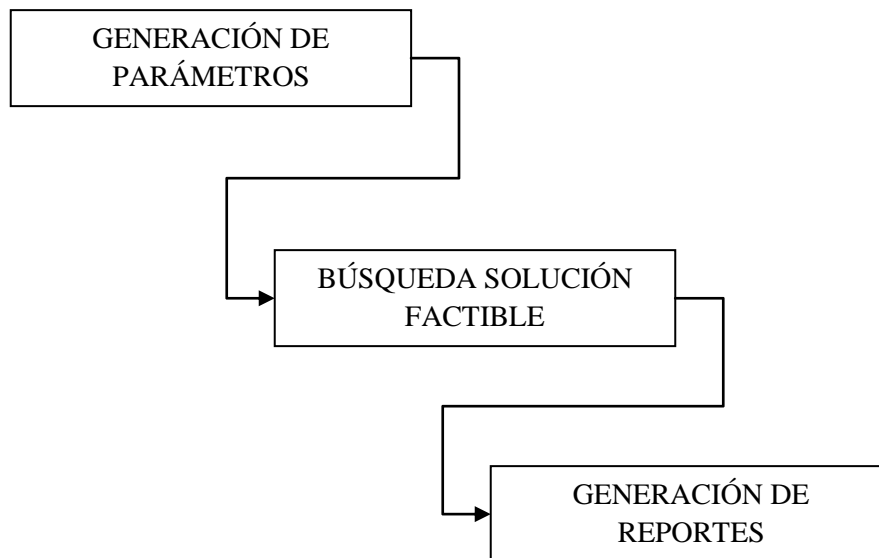


Figura 2.1: Proceso de construcción de planes mineros sistema MUCH.

El proceso de construcción de planes mineros del sistema se descompone en tres grandes etapas:

1. Generación de Parámetros: una vez que el usuario ingresa en la base de datos del sistema los parámetros asociados a la instancia que desea analizar, mediante una

aplicación computacional se generan los archivos necesarios para cargar el modelo matemático.

2. Búsqueda de Solución Factible: en esta etapa, utilizando un software de modelación matemática y un software de solución de problemas, se busca un plan factible para el problema de planificación minera de rajo abierto.
3. Generación de Reportes: a partir de la solución obtenida en la etapa de Búsqueda de Solución Factible se generan un conjunto de reportes útiles para los planificadores mineros.

2.3 Módulo Minería a Rajo Abierto, Sistema MUCH

El módulo Minería a Rajo Abierto se desarrolla y utiliza desde el año 2002. El diseño conceptual del módulo se establece en Goic (2002). En este trabajo se conceptualiza la operación minera a cielo abierto, se genera un modelo de programación entera mixta que describe la operación minera de largo plazo, y adicionalmente, se genera una metodología de solución para el problema.

Desde los orígenes del módulo Minería a Rajo Abierto, el equipo de la Universidad de Chile a cargo del sistema¹ ha realizado importantes esfuerzos por mejorar la performance del modelo en un ambiente profesional. Los esfuerzos han sido realizados principalmente en dos frentes: mejorar la formulación del modelo matemático y mejorar la metodología de solución. Lo anterior con el objeto de obtener soluciones de buena calidad, en tiempos

¹ En lo que sigue se hace referencia al equipo de la Universidad de Chile a cargo del sistema MUCH como equipo MUCH.

razonables dados los plazos involucrados en los ciclos de planificación. El presente trabajo de tesis representa un esfuerzo más en el proceso de mejora del módulo.

En las tres secciones siguientes se presentan, el modelo conceptual de procesos, el modelo matemático y la metodología de solución del módulo Minería a Rajo Abierto.

2.4 Modelo Conceptual de Procesos

El modelo conceptual de procesos del módulo Minería a Rajo Abierto del sistema MUCH, estructura las componentes físicas presentes en la operación minera en tres grandes grupos: Mina, Preparación Planta y Planta. Por cada grupo se definen estaciones, y entre las estaciones se definen conexiones o transportes, generándose de esta forma una red de procesos. A la red de procesos se agrega la dimensión temporal, conjunto de periodos en el cual se planifica la operación. Cada periodo corresponde a un año del horizonte de planificación.

Como elemento transversal a todas las etapas se definen productos que fluyen a través de la red de procesos. Cada producto corresponde a la clasificación del material presente en las minas. Un producto queda caracterizado por un set de atributos, destacándose las concentraciones de los minerales presentes en el yacimiento y el tipo de mineral. Dado que las características de los minerales van cambiando a través de las distintas etapas del proceso minero, en cada estación de la red de procesos se definen coeficientes de

transformación de productos. En la figura siguiente se muestra esquemáticamente la red de procesos del modelo conceptual.

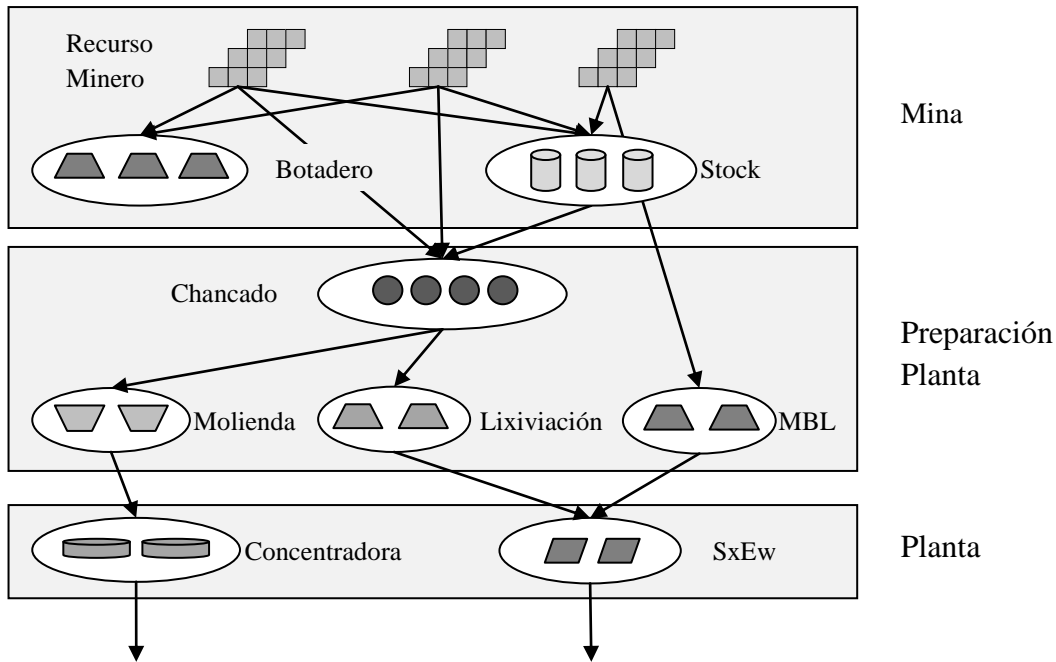


Figura 2.2: Red de procesos del módulo Minería a Rajo Abierto. Fuente: elaboración propia.

2.4.1 Mina

Los principales elementos físicos que se distinguen en esta etapa son el recurso minero, las estaciones botadero, las estaciones stock y los equipos principales. El recurso minero corresponde a las múltiples minas en operación, con sus respectivas expansiones y bancos de expansión. Los botaderos corresponden a sectores que son dispuestos para botar el material que es considerado lastre. Los stocks corresponden a sectores que son dispuestos para el almacenamiento de material. Los equipos principales corresponden a los equipos utilizados al interior de la mina para poder ejecutar la extracción y el transporte del

material, y que involucran un nivel de inversión importante. Se distinguen tres tipos: camiones, palas y perforadoras.

En las dos figuras siguientes se esquematizan las componentes principales del recurso minero.

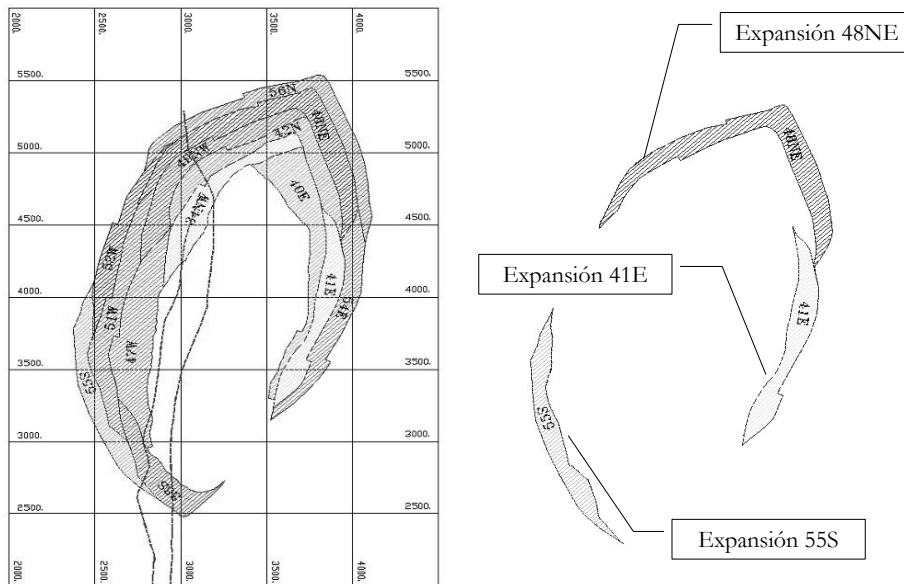


Figura 2.3: Vista aérea mina y expansiones. Fuente: Goic (2002).

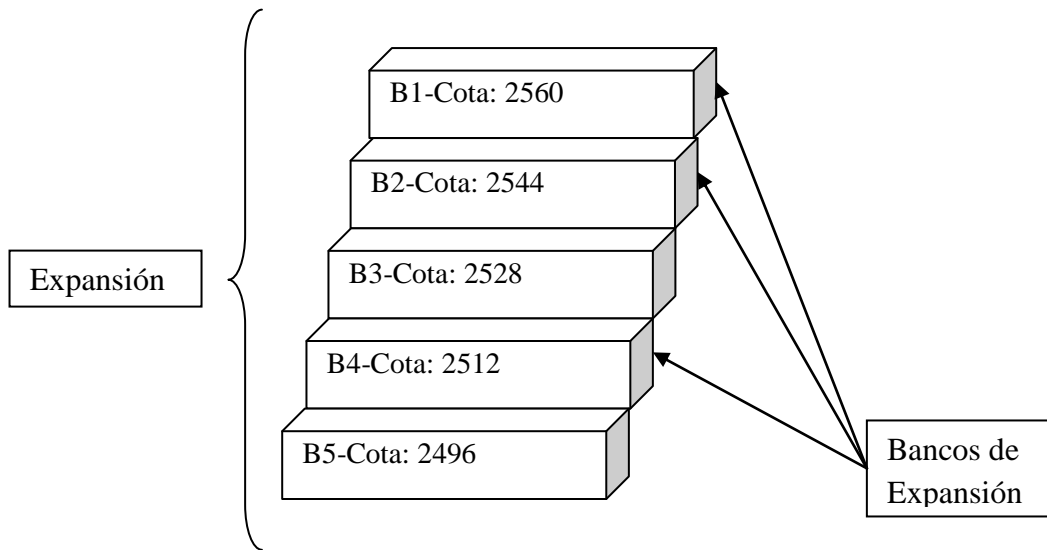


Figura 2.4: Representación esquemática de expansión y bancos de expansión. Fuente:
elaboración propia.

La dinámica de extracción debe respetar un conjunto de reglas definidas a partir de restricciones lógicas y operacionales involucradas en la explotación del mineral. En lo que sigue se presenta un conjunto de elementos relevantes en la modelación de la dinámica de extracción.

Precedencias de Expansiones: Las precedencias en expansiones se definen para modelar exigencias de seguridad entre expansiones adyacentes² en el yacimiento minero. Se define una diferencia de altura mínima en número de bancos por seguridad ante derrumbes y una diferencia de altura máxima por estabilidad de pared libre.

En la figura siguiente se muestra un esquema de la regla de precedencia entre expansiones.

² Entiéndase por expansiones adyacentes un par de expansiones de una misma mina físicamente contiguas, y pertenecientes a la misma pared del rajo.

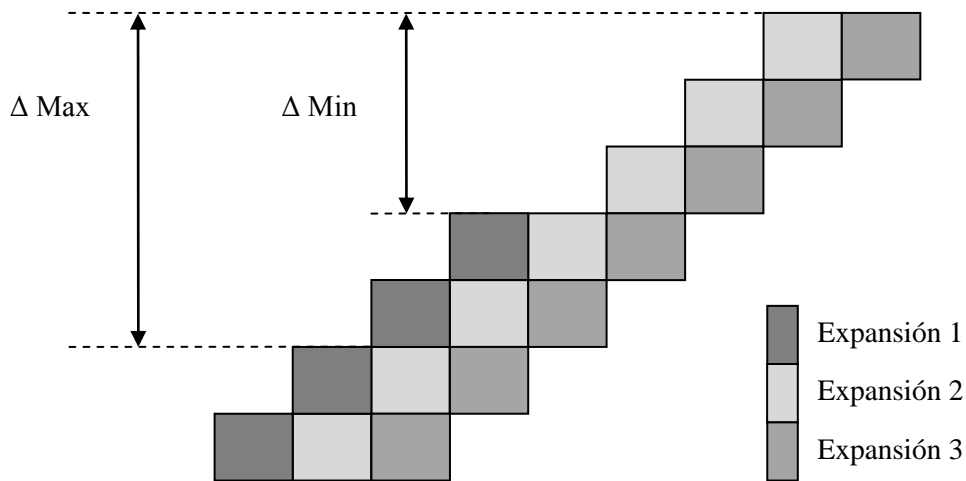


Figura 2.5: Representación esquemática de expansión y bancos de expansión. Fuente: elaboración propia.

En la figura 2.5 la expansión 1 es antecesora a la expansión 2, y a su vez, la expansión 2 es antecesora a la expansión 3. El esquema muestra que entre las expansiones 1 y 2 existe una altura mínima de tres bancos y una altura máxima de cinco bancos.

Precedencias de Bancos: Las precedencias de bancos indican la ruta lógica de extracción al interior de una expansión, es decir, se empieza extrayendo los bancos de mayor cota y se finaliza extrayendo los bancos de menor cota. En la figura 2.4, la ruta de extracción sería desde el banco B1 hasta el banco B5. Luego para poder extraer B2 es necesario extraer B1, para extraer B3 es necesario extraer B2, y así sucesivamente hasta extraer B5.

Ritmos de Explotación por Banco: Se definen ritmos máximos de explotación por banco, los que obedecen principalmente a la cantidad de equipos principales de extracción, palas y

perforadoras, que es posible utilizar en la explotación del banco, dadas sus características físicas y las características de la expansión que lo contiene.

Capacidades de Almacenamiento: Tanto para los stocks como para los botaderos se definen capacidades de almacenamiento de material.

Uso de Recursos: Los equipos principales en un periodo determinado definen un stock de horas disponibles para realizar la explotación. De esta forma se relacionan las cantidades explotadas con horas requeridas de equipos principales. Si se tienen menos horas disponibles que las requeridas para realizar la explotación, entonces debe decidirse si realizar una inversión en adquisición de equipos o bien disminuir la cantidad a extraer.

Ritmos de Explotación por Mina: Se definen ritmos máximos y mínimos de explotación, con el objeto de internalizar el equipamiento total de la mina e incorporar todos los aspectos operacionales que puedan escapar al modelo conceptual de procesos.

Distancias: Dado que al interior de la mina los transportes de material son realizados por camiones, lo que implica un costo de transporte que varía dependiendo de la distancia que se recorra en un par origen destino, entonces se establecen distancias desde cada banco y stocks a los destinos posibles que pueden tener sus materiales. En el caso de los bancos, éstos pueden ser enviados a botaderos, MBL (SBL o OBL), stocks o chancado. En el caso de los stocks estos sólo pueden ser enviados a chancado.

Para modelar la componente económica de la operación al interior de la mina se consideran un costo fijo por mina y un costo de explotación por tonelada que se extrae desde cada banco de expansión perteneciente a una mina. Se consideran además, costos por tonelada transportada en cada par origen destino donde el transporte se realiza con camiones, y se considera un costo por tonelada manejada en los stocks. Además, también asociadas a la mina se consideran las inversiones en equipos principales.

2.4.2 Preparación Planta y Planta

En la división de Preparación Planta se disponen las componentes asociadas a los procesos requeridos para que el material pueda ser enviado a planta. En la división Planta se incorporan las estaciones terminales de la red de procesos del modelo conceptual. Las divisiones se segmentan en líneas: línea de concentración y línea SxEw o de extracción por solvente y electro obtención.

Como elemento común a las líneas se tienen las estaciones de chancado, las que corresponden a una etapa de la producción minera en la que el material que se extrae en las minas es procesado con el objeto de reducir su granulometría. A cada chancador se le asocia una capacidad de procesamiento de mineral.

Línea de concentración

La línea de concentración corresponde a la línea en la cual se procesan los minerales sulfuros. Ésta se compone por estaciones de molienda, en la etapa de Preparación Planta, y por planta de concentración o flotación, en la etapa de Planta.

En las estaciones de molienda se continúa el proceso de conminución del material iniciado en los chancadores. La performance en términos de la cantidad de roca procesada por unidad de tiempo, depende de la granulometría de salida que se escoja para el material y de propiedades geológicas del mismo, como por ejemplo el Work Index o Índice de Dureza.

A la planta concentradora llega el material desde las moliendas y se obtienen básicamente 4 productos: concentrado de cobre, concentrado de molibdeno, arsénico y relaves. Las restricciones técnicas a considerar en la modelación son:

- Existen distintos niveles de operación, cada uno de los cuales cuenta con sus propias capacidades y coeficientes de transformación.
- Existen restricciones a la cantidad de arsénico contenido en el producto enviado a la fundición en cada periodo.
- Los relaves deben ser enviados a tranques de depósito los que pueden estar capacitados en la cantidad total que puede recibir en el horizonte de planificación.

Línea de SxEw

Corresponde a la línea de producción en la que se tratan los minerales óxidos. Se compone de las estaciones de lixiviación y mineral de baja ley o MBL, en la etapa de Preparación Planta, y de las estaciones de SxEw, en la etapa de Planta.

Las estaciones de lixiviación pueden corresponder a dos procesos que se asumen equivalentes: lixivaciones en pila y lixivaciones en batea. En el modelo conceptual se caracteriza una estación de lixiviación por una zona de lixiviación primaria y un stock de

material a ser lixiviado secundariamente. Cada uno de estos elementos tiene asociados sus respectivos coeficientes técnicos y capacidades.

Al igual que en las estaciones de lixiviación, en las estaciones MBL ocurren transformaciones en que ingresan distintos materiales con determinada ley y lo que se obtiene es un único producto por periodo caracterizado por un tonelaje y una concentración de los materiales relevantes. Las diferencias con respecto a los centros de lixiviación quedan definidas por las conexiones de entrada (los centros de baja ley son alimentados directamente por la mina) y la ausencia de stocks de material. Las restricciones técnicas asociadas a centros de baja ley son:

- Capacidad operacional en cada periodo.
- Capacidad total de procesamiento en el horizonte de planificación. Recordar que en el proceso de sulfuros de baja ley el material no es removido por lo que debe imponerse una cantidad máxima de material que puede ser depositada en la zona destinada para ello.
- Ley mínima de los materiales que entran a este proceso.

El conjunto de plantas de extracción de solvente y electro obtención se considera como un único nodo en la red de procesos en la que los flujos internos entre ambos elementos quedan determinados directamente por la entrada de material al conjunto.

La componente económica se rescata a través de un costo fijo y variable asociado a las distintas estaciones. Además se consideran inversiones en las distintas componentes, como por ejemplo ampliaciones de capacidad, cierre o apertura de las plantas, entre otras. En las

estaciones terminales de la red de procesos se considera además un precio y un descuento por tonelada de material procesado.

2.5 Modelo Motor del Módulo Minería a Rajo Abierto Sistema MUCH

A continuación se presenta el actual modelo de programación entera mixta motor del módulo Minería a Rajo Abierto del sistema MUCH, y se realizan observaciones al mismo. En lo que sigue se hace referencia al modelo matemático por M1.

2.5.1 Modelo Minería a Rajo Abierto: M1

Se presenta el modelo separando variables y restricciones en subconjuntos para otorgar claridad al lector.

Conjuntos:

A : Expansiones.

G : Minas.

A_g : Expansiones en la mina g .

I_a : Bancos en la expansión a . El conjunto I_a es un conjunto ordenado. Se definen $i_a^{max} = \max(I_a)$ e $i_a^{min} = \min(I_a)$, y se entiende que $\forall i \in I_a \setminus \{i_a^{max}\}, i + 1$ representa el banco sucesor, en términos de la lógica de extracción, a i en la expansión a , y que $\forall i \in I_a \setminus \{i_a^{min}\}, i - 1$ representa el banco antecesor a i en la expansión a .

$E = \{Camiones, Palas, Perfos\}$: Equipos.

T : Periodos. El conjunto T es un conjunto ordenado. Se definen $t^{max} = \max(T)$ y $t^{min} = \min(T)$, y en el modelo matemático se usa que $\forall t \in T \setminus \{t^{max}\}$, $t + 1$ representa el periodo sucesor cronológico a t , y que $\forall t \in T \setminus \{t^{min}\}$, $t - 1$ representa el periodo antecesor cronológico a t .

K : Productos.

K_{cont} : Productos contaminantes.

K_{conc} : Productos que salen de la concentradora.

K_{SxEw} : Productos que salen de la SxEw.

V : Estaciones (o Nodos).

VO : Estaciones de concentrado.

VSE : Estaciones SxEw.

VS : Estaciones con stock.

TR : Transportes (o Arcos).

TRM_g : Transportes interiores a la mina g .

SU_{it} : Bancos hasta donde puede extraerse en periodo $t + 1$, si en periodo t se extrajo hasta banco i .

AN_{it} : Bancos desde donde pudo extraerse en periodo $t - 1$, si en periodo t se extrajo hasta banco i .

R_i : Bancos que se explotan antes que i por seguridad ante derrumbes de material.

Q_i : Bancos que se explotan antes que i por seguridad ante pared libre.

Parámetros

$\alpha(t)$: Factor de descuento del periodo t .

CE_{eg} : Costo de adquisición del equipo e de la mina g .

CF : Valor presente neto de los costos fijos.

I : Valor presente de las inversiones.

CV_{vt} : Costo por procesar una tonelada de material en nodo v en periodo t .

CV_{vwt} : Costo por transportar una tonelada de material en arco (v, w) en periodo t .

P_{kt} : Precio del producto k en el periodo t .

D_{kt} : Descuento del producto k en el periodo t .

Cap_{vt} : Toneladas que pueden ser procesadas en el nodo v en el periodo t .

$CT_{w\bar{k}kt}$: Coeficiente de transformación de producto \bar{k} en k en nodo w en periodo t .

$CapE_{eg}$: Capacidad en toneladas de equipo e de mina g .

DP_t : Duración del periodo t [días].

DE_{eg} : Número de periodos que dura el quipo e de la mina g .

HD_{egt} : Horas disponibles de equipo e de mina g al inicio del periodo t , dadas las adquisiciones realizadas antes del primer periodo del horizonte de evaluación.

HT_{wv} : Horas requeridas por camión para transportar material entre procesos w y v .

$MaxTpd_i$: Máximas toneladas que pueden ser extraídas por día en el banco i .

S_{vkt} : Toneladas generadas exógenamente de producto k en el periodo t en el nodo v .

Ton_{ik} : Toneladas de producto k en el banco i .

Variables V1, lógica de extracción

w_{ijt} : 1 si se extrae desde banco $i + 1$ hasta banco j en periodo t , 0 otro caso.

z_{it} : 1 se extrae banco i en periodo t .

Variables V2, flujos

f_{vwkt} : Flujo de producto k en periodo t desde proceso v hasta proceso w .

y_{wkt} : Inventario de producto k que se guarda en nodo w desde periodo t hasta $t+1$.

Variables V3, penalización

hr_{egt} : Horas requeridas de equipo e en periodo t en la mina g .

hd_{egt} : Horas disponibles de equipo e en periodo t en la mina g .

hc_{egt} : Horas compradas de equipo e en periodo t en la mina g .

ho_{egt} : Horas ociosas de equipo e en periodo t en la mina g .

Variables V4, económicas

IE : Valor presente las inversiones realizadas en equipos.

CV : Valor presente de los costos variables.

B : Valor presente de los ingresos.

VAN : Valor actual neto del proyecto minero.

Restricciones R1, lógica de extracción

Conservación de flujo de la ruta de extracción.

$$\sum_{h \in AN_{it}} w_{hit} = \sum_{j \in SU_{it}} w_{ij(t+1)} \quad \forall i \in A, i \in I_a, t \in T \setminus \{t^{min}, t^{max}\}. \quad (2.1)$$

Salir una vez del estado inicial.

$$\sum_{j \in SU_{i_a}^{min} t^{min}} w_{i_a^{min} j t^{min}} = 1 \quad \forall a \in A. \quad (2.2)$$

Entrar una vez al estado final.

$$\sum_{j \in AN_{i_a}^{max} t^{max}} w_{j i_a^{max} t^{max}} = 1 \quad \forall a \in A. \quad (2.3)$$

Relación entre las variables z y w .

$$z_{it} = \sum_{h=i_a^{min}}^{i-1} \sum_{\{j | i_a^{max} > j \geq i, j \in SU_{ht-1}\}} w_{hjt} \quad \forall a \in A, i \in I_a, t \in T \setminus \{t^{min}, t^{max}\}. \quad (2.4)$$

Mantener distancia mínima entre extracción de bancos adyacentes.

$$\sum_{u=t^{min}+1}^t z_{iu} \leq \sum_{u=t^{min}+1}^t z_{ju} \quad \forall a \in A, i \in I_a, j \in R_i, t \in T \setminus \{t^{max}\}. \quad (2.5)$$

Mantener distancia máxima entre bancos adyacentes.

$$\sum_{u=t^{min}+1}^t z_{iu} \leq \sum_{u=t^{min}+1}^t z_{ju} \quad \forall a \in A, i \in I_a, j \in Q_i, t \in T \setminus \{t^{max}\}. \quad (2.6)$$

Restricciones R2, flujos

Conservación del flujo de material.

$$z_{it} Ton_{ik} = \sum_{\{w | (i,w) \in TR\}} f_{iwkt} \quad \forall a \in A, i \in I_a, k \in K, t \in T. \quad (2.7)$$

$$\sum_{\{v | (v,w) \in TR\}, \bar{k} \in K} f_{v\bar{w}\bar{k}t} CT_{w\bar{k}kt} = \sum_{\{o | (w,o) \in TR\}} f_{wokt} \quad \forall w \in V \setminus VS, k \in K, t \in T. \quad (2.8)$$

$$S_{wkt} + y_{wkt-1} + \sum_{\{v|(v,w) \in TR\}, \bar{k} \in K} f_{vw\bar{k}t} CT_{w\bar{k}kt} = y_{wkt} + \sum_{\{o|(w,o) \in TR\}} f_{wokt} \quad (2.9)$$

$$\forall w \in VS, k \in K, t \in T.$$

Capacidad en nodos de proceso y en arcos de transporte.

$$LN_{vt} \leq \sum_{\{w|(w,v) \in TR\}, k \in K} f_{wvkt} \leq UN_{vt} \quad \forall v \in V \setminus VS, t \in T. \quad (2.10)$$

$$LN_{vt} \leq \sum_{k \in K} y_{vkt} \leq UN_{vt} \quad \forall v \in VS, t \in T. \quad (2.11)$$

$$LA_{vwt} \leq \sum_{k \in K} f_{wvkt} \leq UA_{vwt} \quad \forall (v, w) \in TR, t \in T. \quad (2.12)$$

Máxima emisión de contaminantes.

$$\sum_{\{w|(w,v) \in TR\}, k \in K} CT_{wk\bar{k}t} f_{wvkt} \leq MaxC_{\bar{k}} \quad \forall v \in VO, \bar{k} \in K_{cont}, t \in T. \quad (2.13)$$

Restricciones R3, capacidades productivas mina

Movimiento por mina.

$$MinE_{gt} \leq \sum_{\{(w,v) \in TRM_g\}, k \in K} f_{wvkt} \leq MaxE_{gt} \quad \forall g \in G, t \in T. \quad (2.14)$$

Ritmo por expansión.

$$\sum_{i=i_a^{\min}+1}^{i_a^{\max}-1} z_{it} \frac{\sum_{k \in K} Ton_{ik}}{MaxTpd_i} \leq DP_t \quad \forall a \in A, t \in T. \quad (2.15)$$

Restricciones R4, equipos

Horas requeridas.

$$hr_{egt} = \frac{\sum_{\{(w,v) \in TRM_g\}, k \in K} HT_{wv} f_{wvkt}}{CapE_{eg}} \quad \forall g \in G, t \in T, e = \text{Camion}. \quad (2.16)$$

$$hr_{egt} = \frac{\sum_{a \in A_g} \sum_{i \in I_a} z_{it} (\sum_{k \in K} Ton_{ik})}{CapE_{eg}} \quad \forall g \in G, t \in T, e \in E \setminus \{\text{Camion}\}. \quad (2.17)$$

Horas disponibles.

$$hd_{egt} = HD_{egt} + hd_{egt-1} + hc_{egt} \quad \forall g \in G, e \in E, t \leq t^{\min} + DE_{eg}. \quad (2.18)$$

$$hd_{egt} = hd_{egt-1} + hc_{egt} - hc_{egt-DE_{eg}} \quad \forall g \in G, e \in E, t > t^{\min} + DE_{eg}. \quad (2.19)$$

Balance de horas.

$$hd_{eg} = ho_{egt} + hr_{egt} \quad \forall g \in G, e \in E, t \in T. \quad (2.20)$$

Restricciones R5, económicas

Inversión.

$$IE = \sum_{t \in T \setminus \{t^{\min}, t^{\max}\}} \alpha(t) \sum_{e \in E, g \in G} hc_{egt} CE_{eg} \quad (2.21)$$

Costos variables.

$$CV = \sum_{t \in T \setminus \{t^{\min}, t^{\max}\}} \alpha(t) \left\{ \sum_{v \in V} CV_{vt} \sum_{\{w | (w,v) \in TR\}, k \in K} f_{wvkt} + \sum_{(w,v) \in TR, k \in K} CV_{wvt} f_{wvkt} \right. \\ \left. + \sum_{g \in G} CZ_g \sum_{a \in A_g, i \in I_a, k \in K} Ton_{ik} z_{it} \right\} \quad (2.22)$$

Ingresos.

$$B = \sum_{t \in T \setminus \{t^{min}, t^{max}\}} \alpha(t) \left\{ \sum_{w \in VO, k \in K_{conc}} (P_{kt} - D_{kt}) \sum_{\{v | (v,w) \in TR\}, \bar{k} \in K} f_{vw\bar{k}t} CT_{w\bar{k}kt} \right. \\ \left. + \sum_{w \in VSE, k \in K_{SxEw}} (P_{kt} - D_{kt}) \sum_{\{v | (v,w) \in TR\}, \bar{k} \in K} f_{vw\bar{k}t} CT_{w\bar{k}kt} \right\} \quad (2.23)$$

Función objetivo.

$$VAN = B - CF - CV - I - IE \quad (2.24)$$

Restricciones R6, naturaleza de las variables

Variables enteras.

$$w_{ijt}, z_{it} \in \{0,1\} \quad (2.25)$$

Variables reales.

$$f_{vwkt}, y_{wkt}, hr_{egt}, hd_{egt}, hc_{egt}, ho_{egt}, IE, CV, B, VAN \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \quad (2.26)$$

2.5.2 Observaciones M1

La formulación M1 salvo por el conjunto de restricciones R1 y el conjunto de variables V1, corresponde a una formulación de flujo en redes capacitadas multiproducto. La lógica presente en las operaciones de extracción que se modelan, agregan una complejidad de programación entera al modelo.

Un aspecto notable de la formulación M1, es el esquema de flujo en redes utilizado como fortalecimiento. Este esquema básicamente apunta a eliminar soluciones que sean infactibles mediante la construcción de los conjuntos SU_{it} y AN_{it} . Lo que finalmente se consigue es que la solución de la relajación lineal del problema M1 sea una buena guía para la aplicación de una metodología tipo Dive and Fix³, en la que se utiliza de manera iterativa la relajación lineal del problema entero definir un set de variables a fijar por iteración.

Dado que en el presente trabajo de tesis se utilizan propiedades de la construcción de los conjuntos SU_{it} y AN_{it} , se presentan las reglas de lógica para su construcción:

1. $\forall a \in A, \forall t^{max} \geq t > t^{min}, \forall i \in I_a AN_{it} = \{j \in I_a | i \in SU_{jt-1}\}$. Condición de simetría entre SU_{it} y AN_{it} .
2. $\forall a \in A, \forall i_a^{max} > i > i_a^{min}, \forall t^{max} - 1 > t > t^{min}, \forall j \in SU_{it} i_a^{max} \geq j > i$.
3. $\forall a \in A, \forall t^{max} - 1 > t > t^{min}, \forall j \in SU_{i_a^{min} t} i_a^{max} \geq j \geq i_a^{min}$. Lo que también es válido para $SU_{i_a^{min} t^{min}}$.

Las reglas 2 y 3 implican que en el estado inicial es posible avanzar de periodo sin avanzar de banco, sin embargo, si se empieza a extraer la expansión entonces necesariamente en cada nuevo periodo se debe necesariamente empezar a extraer un nuevo banco.

4. $\forall a \in A, \forall t^{max} > t > t^{min}, SU_{i_a^{max} t} = \{i_a^{max}\}$. Si se finaliza la expansión sólo se avanza de periodo por el banco ficticio final.
5. $\forall a \in A, \forall i_a^{max} > i > i_a^{min}, SU_{i_a^{max} t-2} = \{i_a^{max}\}$. Si se empezó a extraer la expansión, entonces necesariamente se finaliza en $t^{max} - 1$ o antes.
6. $\forall a \in A, SU_{i_a^{min} t^{max} - 1} = \{i_a^{max}\}$. Cierre por no extracción de la fase.

³ Para una descripción en mayor detalle véase Wolsey (1998).

7. $\forall a \in A, \forall i_a^{max} \geq i > i_a^{min}, SU_{it^{min}} = \{\emptyset\}$. No se puede empezar a extraer desde una banco intermedio.
8. $\forall a \in A, \forall i_a^{max} > i \geq i_a^{min}, \forall t^{max} - 1 > t \geq t^{min}, \forall j \in SU_{it}$ se satisface la restricción (2.15), es decir:

$$\sum_{h=i+1}^j z_{ht+1} \frac{\sum_{k \in K} Ton_{hk}}{MaxTpd_h} \leq DP_{t+1}$$

En la figura 2.6 se presenta una solución admisible para la formulación M1. Dado que el presente trabajo de tesis se concentra en el set de variables V1 y restricciones R1, las que definen la lógica de extracción en el modelo M1, en la figura se muestra una configuración posible para las variables z_{it} para una expansión de once bancos, considerando siete periodos.

En general una solución factible para la formulación M1 admite una configuración de las variables z_{it} tal que para cada expansión donde se extrae:

1. Existe un periodo $t^{ini} > t^{min}$ donde se empieza a extraer la expansión y un periodo $t^{max} > t^{fin}$ donde se finaliza.
2. $\forall t^{ini} \leq t \leq t^{fin} \sum_{i \in I_a \setminus \{i_a^{min}, i_a^{max}\}} z_{it} > 0$. No se detiene la extracción de la expansión.
3. $\forall i_a^{min} < i < i_a^{max} \sum_{t^{ini} \leq t \leq t^{fin}} z_{it} = 1$. Un banco puede ser extraído a lo más una vez.
4. $\forall i_a^{min} < i < i_a^{max} - 1, \forall t^{ini} \leq t \leq t^{fin} \sum_{t^{ini} \leq u \leq t} z_{it} \geq \sum_{t^{ini} \leq u \leq t} z_{i+1t}$. El banco $i + 1$ puede ser extraído si se extrajo el banco i .

$i_a^{min} \backslash t^{min}$	$t^{min} + 1$	$t^{min} + 2$	$t^{min} + 3$	$t^{min} + 4$	$t^{min} + 5$	$t^{min} + 6$	$t^{min} + 7$
$i_a^{min} + 1$	1						
$i_a^{min} + 2$	1						
$i_a^{min} + 3$	1						
$i_a^{min} + 4$		1					
$i_a^{min} + 5$		1					
$i_a^{min} + 6$		1					
$i_a^{min} + 7$			1				
$i_a^{min} + 8$				1			
$i_a^{min} + 9$				1			
$i_a^{min} + 10$					1		
$i_a^{min} + 11$						1	

Figura 2.6: Solución factible para formulación M1. Variables z_{it} . Fuente: elaboración propia.

Descritas las soluciones factibles que admite la formulación M1, a continuación se presenta un set de soluciones consideradas infactibles en esta formulación, pero que desde el punto de vista de la planificación minera, son perfectamente admisibles, y muchas veces preferibles. A esta familia de soluciones se le denota en el presente trabajo por Banco Colchón. Estas soluciones contienen al set de soluciones admisibles para M1, por tanto genera valores en la función objetivo al menos como los generados por el set de soluciones factibles de M1. Con el objeto de otorgar una primera intuición, se presenta gráficamente el tipo de soluciones Banco Colchón. La conceptualización matemática de las soluciones es parte del desarrollo realizado en la presente tesis, por lo que se pospone su presentación para el Capítulo 5.

$i_a^{min} \backslash t^{min}$	$t^{min} + 1$	$t^{min} + 2$	$t^{min} + 3$	$t^{min} + 4$	$t^{min} + 5$	$t^{min} + 6$	$t^{min} + 7$
$i_a^{min} + 1$	1						
$i_a^{min} + 2$	1						
$i_a^{min} + 3$	1						
$i_a^{min} + 4$	0,5	0,5					
$i_a^{min} + 5$		1					
$i_a^{min} + 6$		1					
$i_a^{min} + 7$		0,7	0,3				
$i_a^{min} + 8$			0,7	0,3			
$i_a^{min} + 9$				1			
$i_a^{min} + 10$				0,8	0,2		
$i_a^{min} + 11$					1		

Figura 2. 7: Solución Banco Colchón. Variables z_{it} . Fuente: elaboración propia.

Las soluciones Banco Colchón describen mejor la extracción de una expansión, ya que a diferencia de las soluciones de M1, si en un año determinado se inició la explotación de un banco, y no es posible finalizar su extracción en el mismo periodo, entonces se prosigue extrayendo hasta terminar el banco en el periodo siguiente, y por tanto se obtiene una solución que considera la extracción fraccionaria del banco. A los bancos que son extraídos fraccionariamente en dos periodos consecutivos se les denomina Colchones o Bancos Colchón.

Otra característica interesante de las soluciones Banco Colchón, es que facilitan un enfoque de resolución heurístico de fijación en iteraciones sucesivas, ya que flexibilizan las soluciones permitidas por M1. Los z_{it} fraccionarios de las soluciones Banco Colchón

otorgan cierto margen de error al seleccionar variables, ya que las fracciones se pueden ir modificando en las distintas iteraciones de la fijación, y por lo tanto adaptarse a las variables seleccionadas para fijar.

2.6 Búsqueda de Solución Factible Módulo Minería a Rajo Abierto Sistema MUCH⁴

En la investigación realizada se constató que en sus orígenes el módulo Minería a Rajo Abierto incluía un método de solución automático para el problema M1. Una primera versión del método es presentada en Goic (2002). El método fue implementado y perfeccionado durante los primeros años de utilización de la herramienta, con buenos resultados. Sin embargo, cuando se incrementó la complejidad del modelo al considerar múltiples minas, y por cada mina considerar un mayor número de expansiones, la heurística comenzó a presentar alta variabilidad en términos de la calidad de la función objetivo, y además, el equipo desarrollador constató que el método tenía grandes dificultades para encontrar una solución factible.

Finalmente, se optó por un enfoque de solución manual, el que incorpora algunos elementos del método original, pero que permite mayor flexibilidad para enfrentar

⁴ Los antecedentes que en la sección se presentan fueron reunidos a partir de un conjunto de entrevistas realizadas a distintos expertos que trabajaron en el desarrollo del Módulo Minería a Rajo Abierto del sistema MUCH. Los datos específicos de las distintas entrevistas se adjuntan como parte de la bibliografía del presente trabajo.

problemas complejos. Además, la metodología manual desecha algunos paradigmas presentes en el método original, obteniendo soluciones de mejor calidad en tiempos operacionales. Sin embargo, el método es intensivo en horas de experto.

A continuación, se presenta de manera resumida el primer método de solución del modelo M1⁵, y se discuten los criterios de elección de variables involucrados. Posteriormente, se describe el método de solución actual del sistema MUCH.

2.6.1 Primer Método de Solución: HO

El método de solución denotado por Heurística Original o HO, consiste básicamente en una variante de una heurística tipo Dive and Fix, en la cual se parte desde la relajación lineal de M1, M1-R, luego en base a su solución se escoge un set de variables y se fijan, generándose de esta manera un nuevo problema. Luego, se vuelve a optimizar el nuevo problema y se repite el procedimiento hasta obtener una solución factible para M1. Para otorgar mayor claridad, en la figura 2.8 se presenta un diagrama de flujo de la estructura principal del método.

Antes de presentar el método de selección de variables por iteración, se definen algunos conceptos que facilitan su comprensión.

Expansión Nula: Expansión $a \in A$ tal que $\forall t \in T, i \in I_a z_{it} = 0$. Es decir la expansión no se extrae en todo el horizonte de evaluación.

⁵ El método se presenta en un mayor nivel de detalle en Goic (2002).

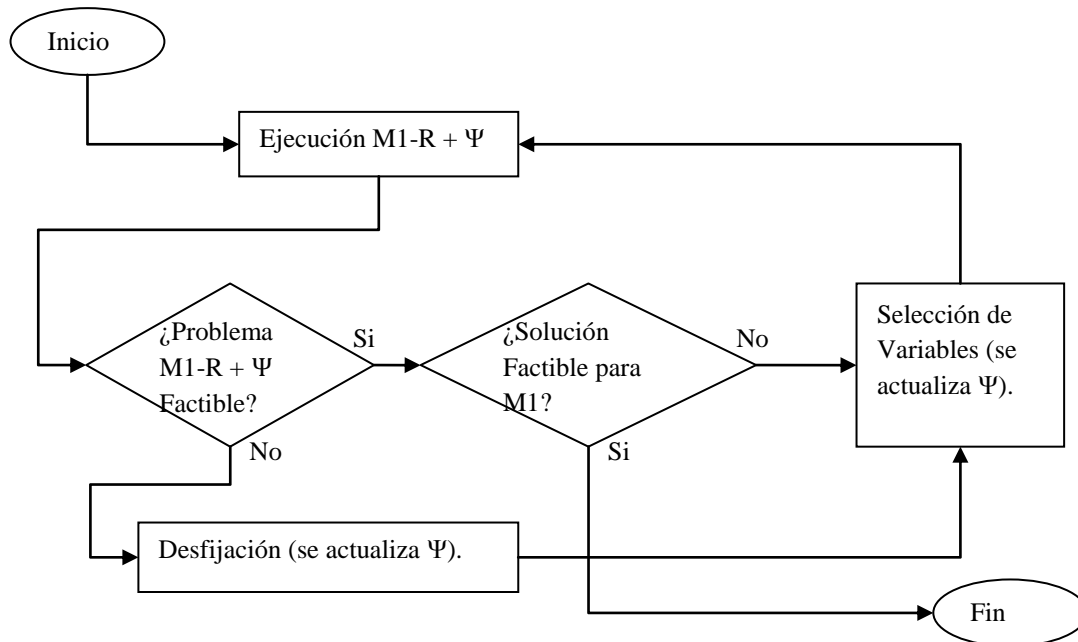


Figura 2.8: Estructura principal metodología HO. En el diagrama la letra Ψ , representa el set de restricciones que se van agregando iteración a iteración a M1-R, cuando se fijan variables.

Fuente: elaboración propia.

Expansión Entera: Expansión $a \in A$ tal $\forall t \in T, i \in I_a z_{it} \in \{0,1\}$, con al menos un par (i, t) tal que $z_{it} = 1$. Es decir la expansión se extrae y su extracción corresponde a una configuración admisible para M1.

Expansión Fraccionaria: Expansión $a \in A$ que no es Expansión Entera ni Expansión Nula.

El método de selección de variables puede resumirse en los siguientes pasos:

Paso 1: Se detectan Expansiones Nulas. Las variables z_{it} en tales expansiones quedan descartadas para la selección.

Paso 2: Se detectan Expansiones Enteras, que no han sido fijadas con anterioridad. Se fijan todas las variables z_{it} en sus valores actuales.

Paso 3: En Expansiones Fraccionarias se simula la extracción.

Paso 4: Se define qué Expansión Fraccionaria fijar, y se fijan las variables z_{it} en los valores de la simulación.

Primero es necesario notar que, dado que HO nace como método de solución para M1, las primeras versiones no contemplaban la existencia de Colchones, por lo que las simulaciones sólo consideraban extracciones enteras, $z_{it} \in \{0,1\}$. Posteriormente, con el objeto de otorgar mayor flexibilidad a la heurística, se incorporaron soluciones Banco Colchón, sin embargo, no se desarrolló un modelo formal para este tipo de soluciones.

El enfoque tuvo un buen comportamiento mientras las instancias mantuvieron una estructura relativamente simple. En la medida que el sistema empezó a ser utilizado en ambientes de planificación reales, las instancias comenzaron a aumentar su tamaño, y producto de la incorporación de minas con un mayor número de expansiones, la estructura de los problemas aumentó su complejidad de manera considerable. Finalmente, la heurística presentó dificultades para construir soluciones factibles en tiempos operacionales, imposibilitando su utilización en procesos de planificación.

Los siguientes elementos fueron identificados, por el equipo MUCH, como principales causas del rendimiento del método HO:

1. Agresividad del método. En cada iteración se fija una expansión fraccionaria completa, además se fijan todas las expansiones que resulten enteras de manera natural en dicha iteración. Dado que en HO iteración a iteración se realiza *presolve* a los problemas resultantes, al fijar completamente las expansiones, se disminuye notoriamente su tamaño, y por consiguiente se reduce el tiempo de resolución de cada problema. El costo que se paga es que también existe una reducción notoria en el espacio de soluciones factibles y se resta flexibilidad al modelo.

2. Criterio de selección de expansiones. Existieron dos enfoques distintos para seleccionar qué Expansión Fraccionaria fijar en cada iteración. En el primero, se selecciona la expansión $a_{fix} = \underset{a}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i \in I_a, t \in T} (z_{it}^{actual} - z_{it}^{simulado})^2 \right\}$. En el segundo, se introduce como parámetro de la heurística una secuencia de expansiones definida a priori. En ninguno de los dos enfoques se consideran explícitamente las precedencias entre expansiones, lo que en la práctica produjo problemas para satisfacer las restricciones (2.5) y (2.6) de M1.

3. Infactibilidad. En HO se define un procedimiento en caso de que el problema resultante en una iteración sea infactible. Lo que se hace es desfijar la expansión redondeada en la iteración actual y se continúa con la expansión que tenga mayor prioridad dentro de las que aún no han sido seleccionadas, si no quedan expansiones no seleccionadas, la heurística para. Si bien este procedimiento otorga algún grado de reacción ante una infactibilidad, tiene limitantes, ya que, por ejemplo, si la infactibilidad se produce por la combinación de dos o más expansiones fijadas, el

método no podrá construir una solución factible. Por otro lado, se desfija una expansión completa, cuando probablemente sólo sea un subconjunto de bancos los que estén violando alguna restricción.

2.6.2 Metodología de Solución Actual: HM

El método heurístico manual, en adelante HM, nace de la necesidad de flexibilizar el procedimiento de selección de variables presente en la metodología HO, con el objeto de poder hacer frente a los niveles de complejidad presentes en las instancias utilizadas en análisis reales.

La estructura principal del método conserva casi completamente la forma original de HO, sin embargo, se introducen algunas modificaciones dada la naturaleza manual del método HM.

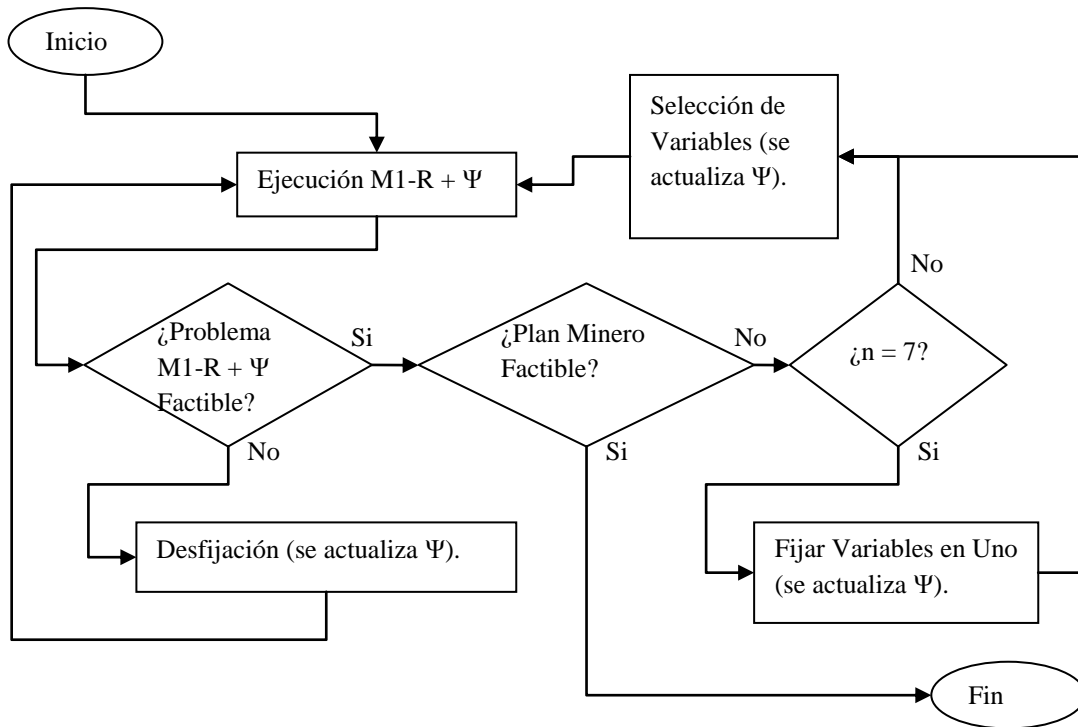


Figura 2. 9: Estructura principal metodología HM. En el diagrama n representa el número de iteraciones realizadas incluyendo la iteración actual. Fuente: elaboración propia.

A nivel de flujos entre proceso, la modificación que se incorpora es que si se desfijan variables, se ejecuta nuevamente $M1-R + \Psi$, para obtener una solución a partir de la cual seleccionar variables, ya que las soluciones no son guardadas iteración a iteración. A nivel de procesos, una primera diferencia es el criterio de término del método de búsqueda de solución factible. El criterio utilizado es el de Plan Minero Factible, el que es más flexible que el de Solución Factible para M1 ya que incorpora soluciones Banco Colchón. Otra diferencia es el criterio utilizado para desfijar variables, en el cual se desfijan las variables fijadas en la última iteración, no necesariamente una expansión completa, y tampoco necesariamente todas la fijadas en tal iteración. No existe una regla formal de desfijado, lo que se hace comúnmente, y dependiendo de los tiempos, es que el experto identifica en

base a los valores de las variables z_{it} y a las propiedades de los bancos cuáles son las variables fijadas que pueden estar causando la infactibilidad.

La principal diferencia entre las dos heurísticas, es el criterio de selección de variables. En la heurística HM, se redondea considerando las causas del rendimiento de HO, mencionadas en el punto 2.6.2. Resumidamente, el procedimiento por iteración puede estructurarse en los siguientes tres pasos:

Paso 1: Se selecciona un conjunto de expansiones $\hat{A} \subset A$, para fijar. La construcción de este conjunto se hace en dos pasos, primero se selecciona un subconjunto de expansiones según las precedencias, las Expansiones Fraccionarias que primero se extraen. Luego de ese conjunto se seleccionan las expansiones menos “difíciles”. No existe una medida formal de la dificultad de una expansión, depende del criterio del experto que redondea.

Paso 2: Para cada $a \in \hat{A}$ se define un número de variables z_{it} a fijar. En general se fijan a lo más tres variables por expansión. La cantidad exacta depende de cuan “difícil” es la expansión. Si la expansión es más difícil, se fijan menos variables que si ocurre lo contrario.

Paso 3: Finalmente se define que variables z_{it} se fijarán, y en qué valores se fijarán, cero o uno. Existen dos métodos de selección que cubren la mayor cantidad de casos, el método “Escalera Abajo” o el método “Escalera Arriba”. En ambos métodos se simula la extracción, en base a los valores de las variables z_{it} . Una vez que se simula, se selecciona a

lo más una variable por periodo y se fija. En el método “Escalera hacia Abajo” se simula desde el presente hacia el futuro, en el método “Escalera hacia Arriba” se simula desde el futuro al pasado. Ambos métodos son formalizados en el presente trabajo de tesis, por lo que su descripción detallada se posterga para el Capítulo 5.

Como es posible notar a partir del procedimiento descrito, el método HM, se hace cargo de todas las falencias encontradas en el método HO. Es un enfoque menos agresivo en términos del número de fijaciones por iteración, considera las precedencias de las expansiones para seleccionar variables y tiene tanta flexibilidad para reaccionar ante una infactibilidad como lo permita la capacidad del experto.

Un elemento presente en HM, que no se había mencionado, pero que es importante porque le permite obtener resultados en tiempos operacionales, es la fijación de variables z_{it} que resulten iguales a uno en la séptima iteración. Con esto los tiempos de resolución por iteración se reducen generalmente en un orden de magnitud, y es posible con un enfoque menos agresivo en las primeras iteraciones, conseguir soluciones factibles en tiempos similares a los de HO.

Como pudo constatarse en la investigación realizada el método HM cumple con las características requeridas de un método solución para ser utilizado en análisis reales con los niveles de exigencia que esto involucra. Sin embargo, es intensivo en horas experto lo que tiene un alto costo, primero operacional, ya que durante toda la ejecución del método se requiere dedicar horas de un profesional formado en el campo de la optimización, y

segundo, es necesario realizar una inversión inicial en horas de inducción, ya que el experto a cargo del sistema debe conocer en profundidad el modelo matemático M1.

3 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Dados los antecedentes expuestos en el capítulo anterior, se identificaron las siguientes fuentes de mejora en la metodología de construcción de planes mineros del módulo Minería a Rajo Abierto del sistema MUCH:

1. El problema M1 no incorpora todas las soluciones que son consideradas factibles por los planificadores mineros, pues no incorpora familia de soluciones Banco Colchón. Lo anterior tiene dos consecuencias relevantes:
 - a. De existir la potencia computacional suficiente para abordar el problema del módulo Minería a Rajo Abierto mediante un enfoque exacto, la calidad de la solución entregada por el sistema es inferior a la calidad de la solución de un problema que incorpore bancos colchón. Además, un enfoque combinado, como por ejemplo, construir una solución con un método heurístico y mejorarla con un algoritmo exacto, también se ve afectado por la razón anterior.
 - b. Otro aspecto relevante desde el punto de vista del usuario del sistema, es que la resolución exacta de M1 implica un trabajo de calibración de parámetros costoso en horas experto, puesto que, en general, el planificador minero considera un plan real donde se admiten colchones como base para generar los parámetros de entrada al sistema. Luego estos parámetros deberán ser modificados hasta obtener una solución factible para M1.

2. La metodología de solución HM no es un proceso automatizado. Las siguientes consecuencias se derivan de esta situación:
- a. No es posible sistematizar la operación del módulo Minería a Rajo abierto del sistema MUCH, puesto que se necesita la participación de un usuario experto para su funcionamiento. Lo que dificulta, por los costos fijos que implica, construir arquitecturas de sistema más complejas, con múltiples servidores y múltiples usuarios.
 - b. El proceso de solución HM requiere que el usuario del módulo Minería a Rajo Abierto del sistema MUCH tenga nociones básicas de modelación matemática y disponga de un conocimiento acabado del modelo M1, esto implica una baja flexibilidad en términos del perfil que se requiere tener para operar el sistema.
 - c. La metodología de solución HM es un proceso intensivo en horas experto, ya que el usuario debe interactuar con el sistema durante todo el proceso de solución.
 - d. La calidad de las soluciones obtenidas mediante HM están fuertemente ligadas a las decisiones que el usuario toma durante el proceso de redondeo. Si bien existen lineamientos generales que guían el procedimiento de redondeo manual, existen decisiones específicas que finalmente son tomadas por cada usuario del sistema. Lo anterior produce que si dos expertos redondean la misma instancia en el mismo ambiente computacional existe una probabilidad considerable de que los resultados obtenidos sean disímiles.

4 OBJETIVOS

4.1 Objetivo General

Mejorar el método de construcción de planes mineros de largo plazo que actualmente se utiliza en módulo Minería a Rajo Abierto del sistema MUCH.

4.2 Objetivos Específicos

Los objetivos específicos del presente trabajo de tesis son:

1. Extender el modelo M1, incorporando la familia de soluciones que actualmente son consideradas factibles por los planificadores mineros pero que M1 no incluye, soluciones Banco Colchón.
2. Desarrollar una metodología de resolución automatizable para el modelo establecido en 1.

5 DISEÑO DE LA SOLUCIÓN

5.1 Extensión Modelo M1: M2

En la presente sección se describe el modelo matemático propuesto en el presente trabajo de tesis: M2. El modelo propuesto representa una extensión del modelo actual con el objeto de incorporar soluciones Banco Colchón, las que se consideran infactibles en la formulación M1.

La presentación del modelo M2 se realiza mediante la distinción de variables y restricciones que fueron agregadas a la formulación M1. Además, se distinguen variables y restricciones que fueron redefinidas. El resto del modelo se mantiene intacto, tal y como se presenta en el Capítulo 2.

Variables V1, lógica de extracción

Variables Redefinidas

z_{it} : Fracción de banco i extraída en periodo t .

w_{ijt} : Variable de fortalecimiento de la extracción entre bancos $i + 1$ y j en periodo t .

Variables Agregadas

em_{it} : 1 si banco i comienza a extraerse en el periodo t , 0 si no.

fi_{it} : 1 si banco i finaliza de extraerse en el periodo t , 0 si no.

Restricciones R1, lógica de extracción

Restricciones Redefinidas

Naturaleza de las variables para z_{it} .

$$0 \leq z_{it} \leq 1 \quad \forall a \in A, \forall i \in I_a, \forall t \in T. \quad (5.1)$$

Naturaleza de las variables para w_{ijt} .

$$0 \leq w_{ijt} \leq 1 \quad \forall a \in A, \forall i, j \in I_a, \forall t \in T. \quad (5.2)$$

Restricciones Agregadas

Un banco puede empezar a extraerse a lo más una vez.

$$\sum_{t=t^{\min}+1}^{t^{\max}-1} em_{it} \leq 1 \quad \forall a \in A, \forall i \in I_a \setminus \{i_a^{\min}, i_a^{\max}\}. \quad (5.3)$$

Un banco puede terminar de extraerse a lo más una vez.

$$\sum_{t=t^{\min}+1}^{t^{\max}-1} fi_{it} \leq 1 \quad \forall a \in A, \forall i \in I_a \setminus \{i_a^{\min}, i_a^{\max}\}. \quad (5.4)$$

No puede extraerse una fracción de un banco antes de que éste comience a ser extraído.

$$\sum_{u=t^{\min}+1}^t z_{iu} \leq \sum_{u=t^{\min}+1}^t em_{iu} \quad \forall a \in A, \forall i \in I_a \setminus \{i_a^{\min}, i_a^{\max}\}, \forall t \in T \setminus \{t^{\min}, t^{\max}\}. \quad (5.5)$$

No puede extraerse una fracción de un banco después de que éste terminó de ser extraído.

$$\sum_{u=t}^{t^{\max}-1} z_{iu} \leq \sum_{u=t}^{t^{\max}-1} fi_{iu} \quad \forall a \in A, \forall i \in I_a \setminus \{i_a^{\min}, i_a^{\max}\}, \forall t \in T \setminus \{t^{\min}, t^{\max}\}. \quad (5.6)$$

Relación entre bancos consecutivos. No se puede comenzar a extraer un banco antes del periodo en el que se termina de extraer el banco de la cota inmediatamente superior.

$$\sum_{u=t^{min}+1}^t em_{iu} \leq \sum_{u=t^{min}+1}^t fi_{i-1u} \quad \forall a \in A, \forall i_a^{min} + 1 < i < i_a^{max}, \forall t \in T \setminus \{t^{min}, t^{max}\}. \quad (5.7)$$

Naturaleza de las variables para em_{it} y fi_{it} .

$$em_{it}, fi_{it} \in \{0,1\} \quad \forall a \in A, \forall i \in I_a, \forall t \in T. \quad (5.8)$$

5.2 Diseño Conceptual de la Metodología HRA

La metodología de solución desarrollada en el presente trabajo de tesis, corresponde a un método heurístico automático cuyo objeto es encontrar una solución factible para el problema M2 en un tiempo y con un error de aproximación que permitan asegurar un correcto desempeño del sistema MUCH en una aplicación real.

El diseño conceptual de la metodología se presenta en dos niveles, a nivel de estructura principal, en el cual se describen los elementos que permiten automatizar un procedimiento de solución tipo Dive and Fix, y a nivel de estrategias de selección de variables, donde se especifican los algoritmos mediante los cuales iteración a iteración se define que variables se deben fijar. Además, se especifica la dinámica de construcción de la solución factible para M2 a nivel de estructura principal.

En la investigación realizada se observó que la metodología HM cumple con los requerimientos necesarios para que el sistema MUCH tenga un buen rendimiento en un ambiente profesional. Dado lo anterior, en el diseño conceptual de la metodología HRA se sistematiza el procedimiento de fijación del método actual a nivel de estructura principal, y además, se formalizan los principales elementos presentes en el método de selección de variables de HM.

5.2.1 Estructura Principal

En términos gruesos el método HRA consiste en una variante de un procedimiento heurístico tipo Dive and Fix, en el que en iteraciones sucesivas se fijan variables y se optimiza el problema resultante con el objeto de construir una solución para el problema entero. Lo particular del método es la manera en la que se seleccionan variables por iteración, además, la estructura del algoritmo permite continuar resolviendo el problema en caso de enfrentar un problema infactible.

La estructura principal de HRA se construye a partir de un set de elementos, los que se describen a continuación.

LP de Referencia: Corresponde al problema lineal que es utilizado como base para generar una solución factible para M2. Como se muestra en el Capítulo 2, en el método HM el LP de Referencia corresponde a la relajación lineal del problema M1, M1-R. En lo que sigue se denota también este problema por $SubP_0$.

Sub Problema: Corresponde al problema de programación lineal que se define como el problema SubP_0 pero con un espacio de soluciones factibles distinto, definido por las restricciones del mismo problema más un conjunto de restricciones adicionales, asociadas a las variables que se fijan por iteración. En lo que sigue se hace referencia a un sub problema genérico como SubP_x o SubP_y . Se denota a la solución de un SubP_x por $S(\text{SubP}_x)$.

Conjunto Fijados: Corresponde al conjunto $\Psi = \{(z_{i_1 t_1}, V_1), (z_{i_2 t_2}, V_2), \dots, (z_{i_H t_H}, V_H)\}$ de pares ordenados, donde cada elemento del conjunto contiene una variable que se fija y el valor al cual esta variable se fija V_h , con $h \in \{1, 2, \dots, H\}$. La variable $V_h \in \{0, 1\} \forall h$. A cada sub problema se le asocia un conjunto de similares características que Ψ , el que se denota por Ψ_{SubP_x} .

SubPI: Por SubPI se denota al sub problema incumbente en una iteración determinada, es decir, al problema cuya solución es utilizada para seleccionar variables a fijar en la iteración actual.

Estrategias de Selección de Variables: Corresponden a las estrategias de elección de variables a fijar. Cada estrategia se caracteriza por un algoritmo de selección de variables que depende de un set de parámetros que se determinan automáticamente según la solución del sub problema incumbente. Las estrategias de selección de variables se denotan con la letra n o m .

Set de Estrategias: Corresponde al conjunto de estrategias de selección de variables disponibles al ejecutar la metodología HRA. Este conjunto se denota por $FAM = \{1, \dots, N\}$. En el presente trabajo de tesis se desarrollaron en total cuatro estrategias de selección de variables, las que se describen más detalladamente en el punto 5.2.3. Cada $SubP_x$ tiene asociado subconjunto del set de estrategias, el cual se denota por FAM_{SubP_x} .

Prioridades de Estrategia: Corresponde al conjunto de pesos $PRI = \{P_n\}_{n \in FAM}$ sobre el conjunto FAM tal que si $P_n > P_m$ entonces la estrategia n tiene prioridad sobre la estrategia m . Además, si $n \neq m$ entonces $P_n \neq P_m$. Cada sub problema tiene asociado un conjunto PRI_{SubP_x} .

Parámetros Estrategia de Selección: Corresponde al vector de parámetros de una estrategia de selección. Éste depende de la solución de un $SubP_x$. Se hace referencia a este vector por $\overrightarrow{Par} \in PAR$.

Algoritmo de Selección de Variables: Corresponde al método que finalmente será utilizado para fijar variables en una iteración. Queda completamente definido por par $(n, \overrightarrow{Par}) \in FAM \times PAR$.

Rama: Corresponde al par $(SubP_x, SubP_y)$. El $SubP_x$ corresponde al sub problema padre y $SubP_y$ al sub problema hijo.

Árbol de Sub Problemas: La estructura principal de la metodología es el árbol de sub problemas, y corresponde al grafo $AS = (SP, RI)$. El conjunto SP corresponde al set de sub problemas contenidos en el árbol y RI al conjunto de ramas presentes en AS. El árbol de sub problemas permite que el método HRA pueda reaccionar en caso de que el problema SubPI sea infactible. En la figura 5.1 se muestra un esquema del árbol de sub problemas de la heurística.

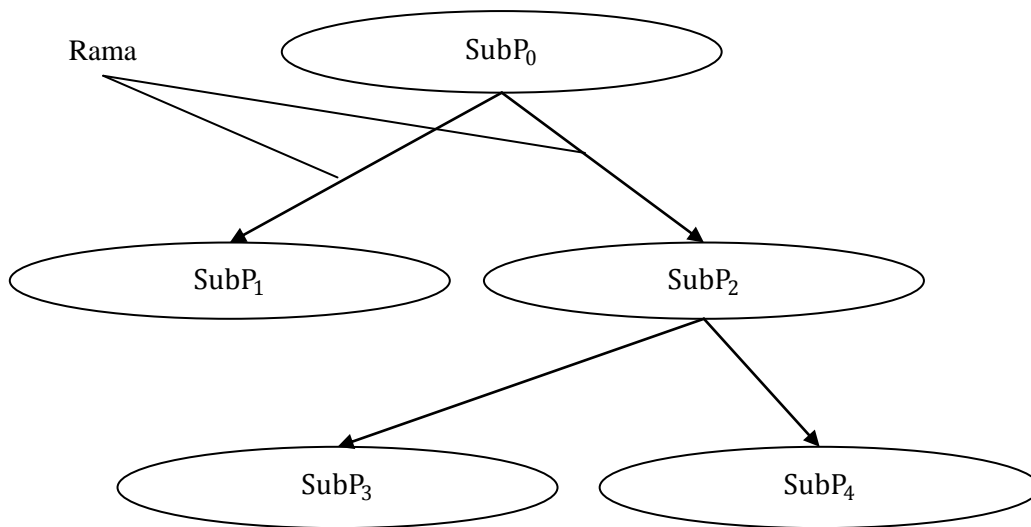


Figura 5.1: Esquema árbol de sub problemas método HRA.

5.2.2 Dinámica de Construcción de Solución Factible para M2

Definidos los elementos de la estructura principal de la metodología HRA, a continuación se especifica el algoritmo mediante el cual iterativamente se construye una solución factible para M2.

Paso 0: Inicialización.

1. Optimizar SubP_0 . Si $S(\text{SubP}_0)$ es una solución factible para M2 entonces finalizar, si no, continuar.
2. Inicializar árbol.
 - a. Inicializar conjunto de ramas. $\text{RI} = \emptyset$.
 - b. Inicializar conjunto de sub problemas. $\text{SP} = \{\text{SubP}_0\}$.
 - c. Inicialización de conjunto de variables fijadas. $\Psi = \emptyset$.
3. Inicializar conjuntos asociados al sub problema.
 - a. Inicializar variables fijadas hasta el problema SubP_0 . $\Psi_{\text{SubP}_0} = \Psi$.
 - b. Inicializar estrategias disponibles en SubP_0 . $\text{FAM}_{\text{SubP}_0} = \text{FAM}$.
 - c. Inicializar prioridades en SubP_0 . $\text{PRI}_{\text{SubP}_0} = \text{PRI}$.
4. Inicializar problema incumbente. $\text{SubPI} = \text{SubP}_0$.

Paso 1: Iteración principal.

1. Elección de estrategia de redondeo.
 - a. Si $\text{FAM}_{\text{SubPI}} \neq \emptyset$ entonces:
 - i. Seleccionar la estrategia de redondeo m con la regla: $m = \text{argmax}_{n \in \text{FAM}_{\text{SubPI}}} \text{PRI}_{\text{SubPI}}$
 - ii. Actualizar $\text{FAM}_{\text{SubPI}} = \text{FAM}_{\text{SubPI}} \setminus \{m\}$.
 - b. Si $\text{FAM}_{\text{SubPI}} = \emptyset$ entonces:
 - i. Si existe SubP_x tal que $(\text{SubP}_x, \text{SubPI}) \in \text{RI}$, $\text{SubPI} = \text{SubP}_x$ e ir al inicio del Paso 1.
 - ii. Si no existe SubP_x tal que $(\text{SubP}_x, \text{SubPI}) \in \text{RI}$, finalizar.

2. Generar \overline{Par} con $S(\text{SubPI})$. En este paso queda definido el algoritmo de selección de variables por la dupla: estrategia más parámetros (m, \overline{Par}) .
3. Generar conjunto auxiliar de variables fijadas en la iteración actual $Aux\Psi$, con el algoritmo (m, \overline{Par}) .
 - a. Si $Aux\Psi \neq \emptyset$ entonces $\Psi = Aux\Psi \cup \Psi_{\text{SubPI}}$.
 - b. Si $Aux\Psi = \emptyset$ entonces ir al inicio del Paso 1.
4. Resolver el problema SubP_x , que corresponde al problema SubP_0 agregando las restricciones definidas por Ψ .
 - a. Si el problema es factible entonces:
 - i. Si $S(\text{SubP}_x)$ es una solución factible para M2, finalizar.
 - ii. Si $S(\text{SubP}_x)$ no es solución factible para M2, ir a Paso 2.
 - b. Si el problema es infactible entonces:
 - i. Si $\text{SubPI} = \text{SubP}_0$ ir al inicio del Paso 1.
 - ii. Si $\text{SubPI} \neq \text{SubP}_0$ entonces si existe SubP_x tal que $(\text{SubP}_x, \text{SubPI}) \in \text{RI}$, $\text{SubPI} = \text{SubP}_x$ e ir al inicio del Paso 1, si no, finalizar.

Paso 2: Generación de nuevo sub problema SubP_x .

1. Se actualiza el árbol de sub problemas.
 - a. Agregar nueva rama al árbol AS. $\text{RI} = \text{RI} \cup \{(\text{SubPI}, \text{SubP}_x)\}$.
 - b. Agregar nuevo sub problema al árbol AS. $\text{SP} = \text{SP} \cup \{\text{SubP}_x\}$.
2. Se actualizan los conjuntos del sub problema que se agrega.

- a. Se actualiza conjunto de variables fijadas por iteración. $\Psi_{\text{SubP}_x} = \Psi$.
 - b. Se inicializa la familia de estrategias disponibles en el nuevo sub problema.
 $\text{FAM}_{\text{SubP}_x} = \text{FAM}$.
 - c. Se inicializan las prioridades de las estrategias del nuevo sub problema.
 $\text{PRI}_{\text{SubP}_x} = \text{PRI}$. Y adicionalmente, se realiza la modificación siguiente al set $\text{PRI}_{\text{SubP}_x}$, $P_m = \max_{n \in \text{FAM}} \text{PRI} + \varepsilon$ con $\varepsilon > 0$. Es decir, la estrategia con máxima prioridad es la estrategia m .
3. Por último se actualiza el problema incumbente. $\text{SubPI} = \text{SubP}_x$.

5.2.3 Estrategias de Selección de Variables

En el diseño de las estrategias se formalizan las nociones utilizadas para seleccionar variables iteración a iteración de la metodología HM. Además se incorporan elementos adicionales que son factibles de ser aplicados en un enfoque de redondeo automático.

Como se establece en el Capítulo 2, en el punto 2.6.2, existen dos decisiones principales a realizar cuando se fijan variables por iteración. Lo primero que se define es qué expansiones fijar, y lo segundo es qué variables fijar en cada expansión. Las cuatro estrategias que se diseñan en el presente trabajo de tesis corresponden a la combinación de dos posibles cursos de acción por decisión. Para definir qué expansiones fijar existen dos alternativas “Adelante” o “Atrás”. Para definir que variables fijar por expansión las alternativas son “Escalera Abajo” o “Escalera Arriba”. Tanto las alternativas para definir la expansión a elegir, como las para definir qué variables fijar por expansión, son análogas. Por lo tanto, se aborda en profundidad la estrategia “Adelante – Escalera Abajo”.

Dos ideas básicas guiaron la construcción de las estrategias. Primero, se busca disminuir el tiempo que toma el proceso de construcción de una solución, a través de la reducción en el número de problemas infactibles generados en el proceso de búsqueda. Ya que, cada vez que se genera un SubP infactible, es necesario retroceder en el Árbol de Sub Problemas y reiniciar la búsqueda en un SubP más cercano al SubP origen, por tanto el número de iteraciones que se realizan para finalizar la construcción será probablemente mayor que el requerido en caso de no producirse una infactibilidad. Segundo, se busca producir un aumento poco significativo del gap de la función objetivo, en cada iteración, y de esta manera obtener una solución final de buena calidad.

Para disminuir la probabilidad de producir un problema infactible se considera la estructura de las restricciones de la relajación lineal de M2. Las restricciones consideradas son las que son susceptibles de ser violadas, dado el esquema de redondeo de HRA. De esta manera las restricciones pertenecientes al conjunto R3 de capacidades productivas de la mina, definido en M1, y las asociadas a las precedencias entre expansiones son de especial relevancia para la construcción de las estrategias de selección de variables.

En el diseño que se presenta a continuación se mantiene la notación empleada en el Capítulo 2, punto 2.5.1, salvo que se indique lo contrario.

5.2.3.1 Método de Selección de Expansiones: Adelante

El método de selección de expansiones Adelante busca hacerse cargo de la complejidad impuesta al problema por las restricciones de precedencias entre bancos de expansiones adyacentes. Tales restricciones ligan las distintas expansiones implicando que la fijación de

variables en una determinada expansión tenga repercusiones en las configuraciones posibles para las expansiones sucesoras y antecesoras.

Dado que las precedencias se definen entre expansiones de una misma mina, la metodología de selección de expansiones Adelante se desarrolló independiente por mina, por lo tanto, en lo que sigue A se entiende como el conjunto de las expansiones asociadas a una mina. Para obtener todas las expansiones seleccionadas, basta con iterar sobre las minas presentes en una determinada instancia.

Se distinguen a continuación los elementos componentes del método “Adelante”.

Grafo de Precedencias: Corresponde a un grafo dirigido en el cual cada nodo es una expansión y cada arco representa una precedencia entre un par de expansiones. Se denota por $GA = (Pre, A)$, donde Pre corresponde al conjunto de precedencias entre expansiones.

Generaciones de Expansiones: Corresponden a los conjuntos $A_l \subset A$, tales que $\bigcup_{l=0}^L A_l = A$ y $A_{l_1} \cap A_{l_2} = \emptyset \forall l_1, l_2 \in \{0, 1, \dots, L\}$. Si $a_1 \in A_{l_1}$, $a_2 \in A_{l_2}$ y $l_1 < l_2$ se dirá que a_1 pertenece a una generación anterior a la de a_2 , o bien, que a_2 pertenece a una generación posterior a la de a_1 . La idea detrás de las generaciones de expansiones es introducir una prioridad de selección en base a las precedencias. Se definen formalmente las generaciones de expansión como sigue:

1. Se define $A_0 = \{a \in A \mid \nexists (b, a) \in Pre\}$.
2. Se define para cada $l > 0$ $A_l = \{a \in A \mid a \text{ satisface CG1 y CG2}\}$.

- a. CG1: $\forall (b, a) \in Pre, b \in A_{l_1}$ con $l_1 < l$.
- b. CG2: $\exists (b, a) \in Pre$ tal que $b \in A_{l-1}$.

Se denota por l_i al subíndice de la generación de expansión incumbente en una determinada iteración.

Habilitadas: Corresponde al conjunto de las expansiones que pueden ser fijadas en una determinada iteración de la heurística. Se denota este conjunto por \mathcal{H} .

En la figura 5.2 se muestra un esquema del grafo de precedencias, además se especifican las generaciones de expansión presentes y se identifica un set de expansiones habilitadas

Banco Infractor: Corresponde a los bancos i que cumplen con alguna de las dos condiciones siguientes:

1. CI1: Para $i_a^{max} > i > i_a^{min} + 1$, el banco i comienza a ser extraído en un periodo anterior al periodo de término de extracción del banco $i - 1$. Esta condición es equivalente a no cumplir la restricción (5.7) de M2.
2. CI2: Para $i_a^{max} > i > i_a^{min}$, i detiene su extracción. Esta condición es equivalente a no cumplir la restricción (5.3) o (5.4) de M2⁶.

Se denota al set de los bancos infractores por BI , el que depende de $S(\text{SubPI})$.

⁶ En la práctica, para determinar los Bancos Infractores de una expansión, no es necesario chequear CI2 para todos los bancos, solo es necesario hacerlo con $i_a^{min} + 1$, puesto que si $i > i_a^{min} + 1$ y satisface CI2 entonces satisface CI1.

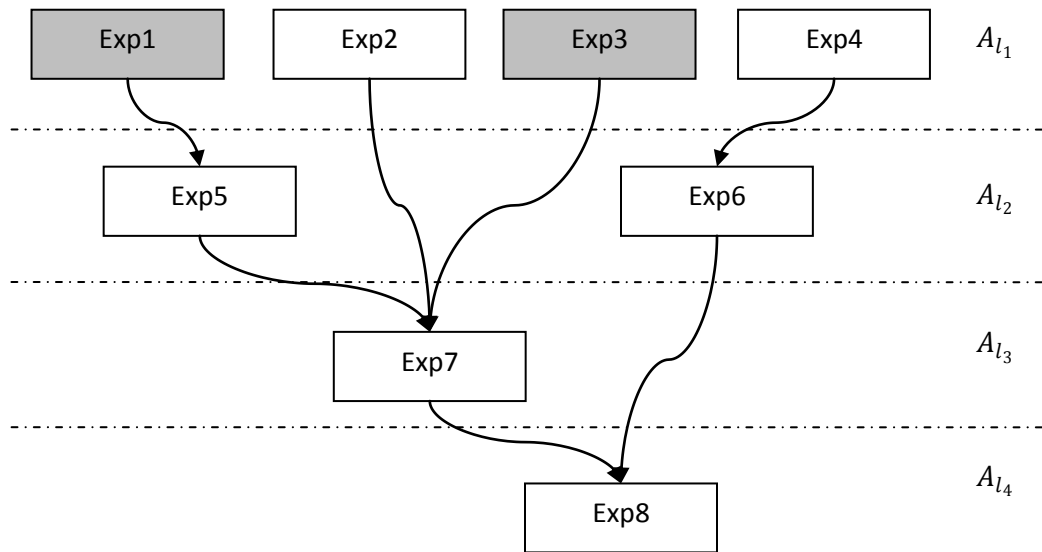


Figura 5.2: Esquema grafo de precedencias. Los set de expansiones A_{l_1} a A_{l_4} corresponden a las generaciones de expansiones presentes en el grafo. Las expansiones coloreadas en gris corresponden a las expansiones habilitadas.

Avance: El avance o grado de avance se define como número de bancos no infractores partido por el número de bancos totales. Esta métrica constituye una medida del progreso en la construcción de una solución factible para M2. Se define un avance global, uno por mina y uno por expansión. Se denota por \mathcal{A} . Sin subíndice corresponde al avance global, con subíndice g corresponde al avance por mina, y con subíndice a corresponde al por expansión. Los avances dependen de $S(\text{SubPI})$.

Porcentaje de Habilitación: Nivel mínimo de avance exigido a todas las expansiones antecesoras de una determinada expansión para que esta pueda ser habilitada. Se simboliza con la letra griega α .

A continuación se describe la dinámica de la selección de expansiones por iteración.

Paso 0: Inicialización.

1. $\mathcal{H} = A_0$.
2. $l_i = 1$.

Paso 1: Iteración Principal. Se recibe $S(\text{SubPI})$

1. Por cada $a \in A_l$ con $l \leq l_i$, si $\forall b$ tal que $(b, a) \in Pre$ se tiene que $\mathcal{A}_b \geq \alpha$ entonces $\mathcal{H} = \mathcal{H} \cup \{a\}$ y $A_l = A_l \setminus \{a\}$.
2. Si $l_i < L$ y $\exists a \in A_{l_i}$ tal que $\forall b$ tal que $(b, a) \in Pre$ se tiene que $\mathcal{A}_b \geq \alpha$ entonces $l_i = l_i + 1$.

La simetría del método de selección de expansiones “Adelante” con respecto al método “Atrás” viene dada porque para construir este último basta con considerar el grafo de precedencias $\overline{GA} = (\overline{Pre}, A)$, donde \overline{Pre} corresponde a Pre pero con los arcos invertidos.

5.2.3.2 Método de Selección de Variables por Expansión: Escalera Abajo

El método Escalera Abajo puede ser descompuesto en dos etapas. En la primera etapa se cargan parámetros en base a la solución del SubPI, y en la segunda se seleccionan las variables a fijar. Antes de comenzar con la descripción de cada una de las etapas, se definen los elementos involucrados en la dinámica de la metodología.

Sección de Expansión: corresponde a un conjunto de pares (i, t) con $i \in I_a \setminus \{i_a^{min}, i_a^{max}\}$,

$t \in T \setminus \{t^{min}, t^{max}\}$ tal que se cumplen las siguientes condiciones:

1. Los bancos asociados a la sección son bancos infractores y consecutivos. De existir un banco no infractor antes del set de infractores, dicho banco también se asocia a la sección.
2. Los periodos correspondientes a la sección son los comprendidos entre el periodo de inicio de extracción del primer banco de la sección y el periodo de término del último banco.

Cada sección de una expansión a es denotada por \mathcal{S}_n , $n \in \{1, 2, \dots, NS_a\}$. Al conjunto de bancos pertenecientes a una sección se lo denota por $I(\mathcal{S}_n) = \{i_n^{min}, \dots, i_n^{max}\}$. Al conjunto de periodos asociados a una sección se le denomina $T(\mathcal{S}_n) = \{t_n^{min}, \dots, t_n^{max}\}$. Se asocia además a la sección un Conjunto Fijados denotado CF_n . Por último, se denota \mathbb{S}_a al conjunto de secciones de expansión correspondientes a la expansión a .

Para otorgar claridad respecto de los conjuntos Sección de Expansión, en la figura 5.3 se muestran dos configuraciones posibles para las variables z_{it} en soluciones de SubP's, destacando en color gris las secciones presentes en tales configuraciones.

$i_a^{min} \backslash t^{min}$	$t^{min} + 1$	$t^{min} + 2$	$t^{min} + 3$	$t^{min} + 4$	$t^{min} + 5$	$t^{min} + 6$	$t^{min} + 7$
$i_a^{min} + 1$	0,95	0,05					
$i_a^{min} + 2$	0,95	0,05					
$i_a^{min} + 3$	0,45	0,55					
$i_a^{min} + 4$	0,45		0,55				
$i_a^{min} + 5$		0,45	0,55				
$i_a^{min} + 6$			1				
$i_a^{min} + 7$			1				
$i_a^{min} + 8$			0,48	0,52			

$i_a^{min} \backslash t^{min}$	$t^{min} + 1$	$t^{min} + 2$	$t^{min} + 3$	$t^{min} + 4$	$t^{min} + 5$	$t^{min} + 6$	$t^{min} + 7$
$i_a^{min} + 1$	1						
$i_a^{min} + 2$	0,45	0,55					
$i_a^{min} + 3$	0,45	0,55					
$i_a^{min} + 4$		1					
$i_a^{min} + 5$		0,33	0,67				
$i_a^{min} + 6$		0,33	0,67				
$i_a^{min} + 7$			0,48	0,52			
$i_a^{min} + 8$				0,48	0,52		

Figura 5.3: Secciones de Expansión. Las secciones se colorean en gris.

Máximo a Fijar por Expansión: Corresponde al número máximo de variables a fijar por expansión. Se denota por NM_a .

Máximo a Fijar por Sección: Corresponde al número máximo de variables a fijar en una sección de expansión. Se denota por NMS_n .

Mínimo Tiempo de Extracción: Corresponde a la menor cantidad de tiempo en la que puede ser extraída la fracción z_{it} del banco i . Se denota por me_{it} y se define como $me_{it} = z_{it} \sum_{k \in K} Ton_{ik} / MaxTpd_i$.

Región Inocua de Fijación: Se define como el conjunto de pares $(i, t) \in \mathcal{S}_n$ en los que es posible fijar sin violar la restricción (2.15) de ritmos máximos de extracción por expansión. Se denota por RI_n . La idea que da origen al presente concepto es que en base a los ritmos de extracción por banco y a la restricción (2.15) se pueden descartar variables z_{it} candidatas a ser fijadas. En el anexo 1 se describe el algoritmo de construcción de las regiones inocuas de fijación.

Para aclarar el concepto anterior considérese en la figura 5.4 la configuración de variables z_{it} superior. En el diagrama siguiente se muestran los me_{it} asociados a tal configuración.

$i_a^{min} \backslash t^{min}$	$t^{min} + 1$	$t^{min} + 2$	$t^{min} + 3$	$t^{min} + 4$	$t^{min} + 5$	$t^{min} + 6$	$t^{min} + 7$
$i_a^{min} + 1$	137,75	7,25					
$i_a^{min} + 2$	133,00	7,00					
$i_a^{min} + 3$	65,25	79,75					
$i_a^{min} + 4$	27,00		33,00				
$i_a^{min} + 5$		65,65	35,00				
$i_a^{min} + 6$			75,00				
$i_a^{min} + 7$			63,00				
$i_a^{min} + 8$			24,00	26,00			

Figura 5.4: Mínimos tiempos de extracción, en días.

En la figura 5.5 la suma por columna corresponde al lado izquierdo de la restricción (2.15). De esta manera se pueden descartar pares (i, t) candidatos a ser seleccionados para fijar. Por ejemplo, en la primera columna los valores de los me_{it} indican que la restricción (2.15) es activa⁷, y que por lo tanto el par $(i_a^{min} + 3, t^{min} + 1)$ no puede ser seleccionado para fijar en uno, de lo contrario la restricción (2.1) obliga a que salgan completamente en el mismo periodo los banco de cota superior, necesitándose un total de 430 días para realizar tal extracción, lo que produce un problema resultante infactible. Por el mismo argumento anterior se descartan todos los pares (j, t) tal que $j > i_a^{min} + 3$. Extendiendo esta idea, para definir la región inocua de fijación se simula la extracción en base a la configuración de los me_{it} . En la figura siguiente se muestra la región correspondiente a la sección de expansión destacada en la figura 5.5.

$i_a^{min} \backslash t^{min}$	$t^{min} + 1$	$t^{min} + 2$	$t^{min} + 3$	$t^{min} + 4$	$t^{min} + 5$	$t^{min} + 6$	$t^{min} + 7$
$i_a^{min} + 1$	145,00						
$i_a^{min} + 2$	140,00						
$i_a^{min} + 3$	78,00	67,00					
$i_a^{min} + 4$		54,00	6,00				
$i_a^{min} + 5$			60,00				
$i_a^{min} + 6$			75,00				
$i_a^{min} + 7$			63,00				
$i_a^{min} + 8$			24,00	26,00			
i_a^{max}							

Figura 5.5: Región Inocua de Fijación. En gris los pares perteneciente a la región.

⁷ Se asume que el periodo $t^{min} + 1$ tiene una duración de 363 días.

Duración de Banco: La duración de un banco es el número de periodos en los cuales éste es extraído. Por ejemplo en la figura 5.3, en el esquema superior el banco $i_a^{min} + 4$ tiene una duración de 3 periodos. A la duración del banco i se le denota por dur_i .

Grado de Dispersión: Medida de cuán fraccionaria es una solución de un SubP. Se define un grado de dispersión por sección de expansión. Se denota $disp_n$ y para cada \mathcal{S}_n se calcula como $disp_n = \sum_{i \in I(\mathcal{S}_n)} dur_i / |I(\mathcal{S}_n)|$.

Número Promedio de Bancos por Sección: Corresponde al número promedio de bancos por sección de expansión sobre todas las secciones correspondientes a las expansiones de la mina. Este parámetro es denotado por $NPBS$.

Número de Intentos Fallidos: Es el número de iteraciones consecutivas en las que una expansión habilitada no es fijada. Se denota nif_a . Este parámetro es inicializado en cero en la primera iteración de la heurística.

Nivel de Aproximación: Parámetro variable utilizado para definir el mayor banco hasta donde se extrae en un periodo determinado. Se define uno por cada sección de expansión y se denota NA_n .

Exponente de Suavización: Parámetro variable utilizado para suavizar el número de variables a seleccionar por expansión y por sección de expansión. Se denota con la letra griega δ .

A continuación se presenta la dinámica del método de selección de variables por expansión Escalera Abajo.

Paso 0: Inicialización. Carga de parámetros dinámicos.

1. $\forall a \in \mathcal{H}$
 - a. Se cargan las secciones de expansión \mathcal{S}_n .
 - b. Se cargan los máximos a fijar por expansión $NM_a = 1 + \left\lceil \left(\frac{|I_a| - 2}{|I_a \cap BI|} \right)^\delta \right\rceil$.
2. $\forall a \in \mathcal{H}, \forall \mathcal{S}_n \in \mathbb{S}_a$ se cargan los siguientes parámetros por sección:
 - a. Generar RI_n .
 - b. $CF_n = \emptyset$.

Carga de máximo a fijar en la sección.

- c. Si $|I(\mathcal{S}_n)| \geq 4$ entonces $NMS_n = \lfloor |I(\mathcal{S}_n)|^\delta \rfloor$.
- d. Si $|I(\mathcal{S}_n)| < 4$ entonces:
 - i. Si $NPBS < 4$ entonces $NMS_n = 1$.
 - ii. Si $NPBS \geq 4$ entonces $NMS_n = 0$.

Carga de nivel de aproximación en la sección.

- e. Si $|I(\mathcal{S}_n)| < 4$ entonces $NA_n = 0$.
- f. Si $|I(\mathcal{S}_n)| \geq 4$ entonces:
 - i. Si $nif < 4$ entonces $NA_n = \frac{1}{2 + (nif_a)^2}$.
 - ii. Si $nif \geq 4$ entonces $NA_n = 0$.

Paso 1: Rutina principal de selección de variables. Se itera sobre cada $a \in \mathcal{H}$.

1. Se define la variable auxiliar $AuxN = NM_a$.
2. Se define el conjunto auxiliar $AuxCF = \emptyset$.
3. Iterar sobre cada $\mathcal{S}_n \in \mathbb{S}_a$.
 - a. Si $|I(\mathcal{S}_n)| \geq 4$ ir a Paso 2 para construir CF_n y continuar en d.
 - b. Si $|I(\mathcal{S}_n)| = 3$ ir a Paso 3 para construir CF_n y continuar en d.
 - c. Si $|I(\mathcal{S}_n)| = 2$ ir a Paso 4 para construir CF_n y continuar en d.
 - d. $AuxCF = AuxCF \cup CF_n$.
 - e. $AuxN = AuxN - |CF_n|$.
 - f. Si $AuxN \leq 0$ ir a siguiente a en 1, si no, continuar iterando en 3.
4. Si $|AuxCF| = 0$ entonces $nif_a = nif_a + 1$, si no $nif_a = 0$.
5. Ir a siguiente a en 1

Paso 2: Se construye CF_n para la sección de expansión \mathcal{S}_n con $|I(\mathcal{S}_n)| \geq 4$. Se recibe $AuxN$ y nif_a .

1. Se define las variables auxiliares:
 - a. $AuxN_n = \min(AuxN, NMS_n)$.
 - b. $j = i_n^{min}$.
 - c. $u = t_n^{min}$.
 - d. $nslc = 0$.
2. Mientras $j < i_n^{min}$, $u \leq t_n^{max}$ y $nslc < AuxN_n$ ejecutar:
 - a. Ir a Paso 5 para determinar la variable z_{it} a fijar y el valor V al cual se fija.
En Paso 5 se actualizan j y u . Continuar en b.

- b. Si se retorna $z_{it} \langle \rangle null$ entonces $CF_n = CF_n \cup \{(z_{it}, V)\}$ y $nslc = nslc + 1$.

Paso 3: Se construye CF_n para una sección de expansión \mathcal{S}_n con $|I(\mathcal{S}_n)| = 3$. Se recibe $AuxN$ y nif_a .

1. Si $NMS_n = 0$ entonces finalizar, si no, continuar en 2.
2. Si $|T(\mathcal{S}_n)| > 2$ entonces ir a Paso 2 para construir CF_n .
3. Si $|T(\mathcal{S}_n)| = 2$ entonces:
 - a. $j = t_n^{min}$.
 - b. $u = t_n^{min}$.
 - c. Si $\sum_{h \in I(\mathcal{S}_n), \tau = t_n^{max}} Z_{h\tau} \leq \sum_{h \in I(\mathcal{S}_n), \tau = t_n^{min}} Z_{h\tau}$ entonces:
 - i. Ir a Paso 5 para determinar la variable z_{it} a fijar y el valor V al cual se fija. En Paso 5 se actualizan j y u . Continuar en ii.
 - ii. Si se retorna $z_{it} \langle \rangle null$ entonces $CF_n = CF_n \cup \{(z_{it}, V)\}$.
 - iii. Si se retorna $z_{it} = null$ entonces si $nif_a > 1$ se actualiza $CF_n = CF_n \cup \{(z_{i_n^{max}} t_n^{min}, 0)\}$.
 - d. Si $\sum_{h \in I(\mathcal{S}_n), \tau = t_n^{max}} Z_{h\tau} > \sum_{h \in I(\mathcal{S}_n), \tau = t_n^{min}} Z_{h\tau}$ entonces:
 - i. $NA_n = \frac{0.9999}{1+(nif_a)^2}$.
 - ii. Ir a Paso 5 para determinar la variable z_{it} a fijar y el valor V al cual se fija. En Paso 5 se actualizan j y u . Continuar en iii.
 - iii. Si se retorna $z_{it} \langle \rangle null$ entonces $CF_n = CF_n \cup \{(z_{it}, V)\}$.

Paso 4: Se construye CF_n para una sección de expansión \mathcal{S}_n con $|I(\mathcal{S}_n)| = 2$. Se recibe $AuxN$ y nif_a .

1. Si $NMS_n = 0$ entonces finalizar, si no, continuar en 2.
2. Si $|T(\mathcal{S}_n)| > 2$ entonces ir a Paso 2 para construir CF_n .
3. Si $|T(\mathcal{S}_n)| = 2$ entonces:
 - a. Si $\sum_{h \in I(\mathcal{S}_n), \tau = t_n^{max}} z_{h\tau} \leq \sum_{h \in I(\mathcal{S}_n), \tau = t_n^{min}} z_{h\tau}$ continuar en b, si no finalizar.
 - b. $j = i_n^{min}$.
 - c. $u = t_n^{min}$.
 - d. $NA_n = \frac{0.9999}{1+(nif_a)^3}$.
 - e. Ir a Paso 5 para determinar la variable z_{it} a fijar y el valor V al cual se fija.
En Paso 5 se actualizan j y u . Continuar en f.
 - f. Si se retorna $z_{it} \langle \rangle null$ entonces $CF_n = CF_n \cup \{(z_{it}, V)\}$.
 - g. Si se retorna $z_{it} = null$ entonces si $nif_a > 3$ si $(i_n^{min}, t_n^{min}) \in RI_n$ se actualiza $CF_n = CF_n \cup \{(z_{i_n^{min}}, t_{i_n^{min}}^{min}, 1)\}$.

Paso 5: Se determina par (z_{it}, V) . Se recibe el par (j, u) de referencia.

1. Se declaran las siguientes variables:
 - a. i_{red} .
 - b. i_{clch} .
 - c. V_{red} .
2. Se inicializa $(z_{it}, V) = (null, 0)$.
3. Mientras $j < i_n^{min}$ y $u \leq t_n^{max}$ ejecutar:

- a. Ir a Paso 6 y actualizar i_{red} , i_{clch} y V_{red} . Recibe u , j , i_{red} , i_{clch} y V_{red} .
 - b. Si $i_{red} > -1$ entonces:
 - i. si $z_{i_{red},u} > 0$ $(z_{it}, V) = (z_{i_{red},u}, V_{red})$.
 - ii. $j = i_{clch} + 1$ y $u = u + 1$.
 - iii. Finalizar. Retornar (z_{it}, V) .
 - c. Si $i_{red} = -1$ entonces $j = i_{clch} + 1$ y $u = u + 1$.
4. Finalizar. Retornar (z_{it}, V) .

Paso 6: Se actualizan i_{red} , i_{clch} y V_{red} . Se recibe u , j , i_{red} , i_{clch} y V_{red} .

1. Se define la variable $sm = \sum_{h=j}^{i_n^{max}} \sum_{\tau=t_n^{min}}^u z_{h\tau}$.
2. Se declara la variable i_z .
3. Si $sm \geq 1$ entonces:
 - a. $i_{clch} = j + 1_{\{sm \in \mathbb{N}\}} \cdot (sm - 1) + 1_{\{sm \notin \mathbb{N}\}} \cdot \lfloor sm \rfloor$.
 - b. Se define $h^{max} = \max_{h \in \{j, \dots, i_n^{max}\}, z_{hu} > 0} h$.
 - c. Si $sm \geq 0,15 \cdot (h^{max} - j + 1)$ entonces:
 - i. $V_{red} = 1$.
 - ii. Si $sm \geq 0,8 \cdot (h^{max} - j + 1)$ entonces $i_z = i_{clch} - 1$.
 - iii. Si $sm < 0,8 \cdot (h^{max} - j + 1)$ entonces:
 - Si $sm > \lfloor sm \rfloor + NA_n$ entonces $i_z = j + \lfloor sm \rfloor - 1$.
 - Si no, entonces $i_z = 1_{\{j + \lfloor sm \rfloor - 1 \geq j\}} \cdot (j + \lfloor sm \rfloor - 1) + 1_{\{j + \lfloor sm \rfloor - 1 < j\}} \cdot (-1)$.
 - iv. Ir a e.

- d. Si $sm < 0,15$ entonces:
- i. Si $disp_n > 5$ y $z_{i_{clch}+1,u} > 0$ entonces $V_{red} = 0$ y $i_z = i_{clch} + 1$.
 - ii. Si $disp_n \leq 5$ o $z_{i_{clch}+1,u} = 0$ entonces ir a i. de c.
- e. Si $V_{red} = 0$ o $i_z = -1$ entonces $i_{red} = i_z$.
- f. Si $V_{red} > 0$ y $i_z > -1$ entonces:
- i. Si $\exists h \in I(\mathcal{S}_n)$ tal que $(h, u) \in RI_n$ entonces si $i_{red} = \max(\min(i_z, \max_{(h,u) \in RI_n} h), \min_{(h,u) \in RI_n} h)$ y $i_{clch} = i_{red} + 1$.
 - ii. Si $\nexists h \in I(\mathcal{S}_n)$ tal que $(h, u) \in RI_n$ entonces:
 - Si $nif_a > 3$ entonces $V_{red} = 0$, $i_{clch} = j$ e $i_{red} = j + 1$.
 - Si $nif_a \leq 3$ entonces $i_{red} = -1$.

4. Si $sm < 1$ entonces:

- a. $i_{red} = -1$.
- b. $i_{clch} = j$.
- c. Si $nif_a > 2$ y $\exists h \in I(\mathcal{S}_n)$ tal que $(h, u) \in RI_n$ entonces:
 - i. $V_{red} = 1$.
 - ii. $i_z = j$.
 - iii. $i_{clch} = j + 1$.
- d. Si $nif_a \leq 2$ o $\nexists h \in I(\mathcal{S}_n)$ tal que $(h, u) \in RI_n$ entonces si $disp_n > \frac{5}{(1+nif_a)^{0,38}}$, $(h^{max} - j + 1) \cdot \min(0,51; (nif_a + 1) \cdot 0,15) > sm$ y $z_{j+1,u} > 0$ entonces $V_{red} = 0$ y $i_{red} = j + 1$.

6 RESULTADOS

En el presente capítulo se presentan resultados de un conjunto de pruebas realizadas para estudiar la performance del método HRA desarrollado en el trabajo de tesis. La validación se realiza mediante dos experimentos con los que se busca establecer la eficacia y la eficiencia de la metodología. En el primer experimento se contrasta la performance de HRA con la metodología HM. En el segundo, se contrasta HRA con un método de solución exacto de ramificación y acotamiento.

Ambas pruebas se construyen considerando los lineamientos expuestos en Barr et al. (1995) y en Dean y Voss (1999). En Barr et al. (1995), se distinguen cinco etapas en el desarrollo de un experimento computacional:

1. Definición de los objetivos del experimento.
2. Elección de medidas de desempeño y factores de tratamiento.
3. Diseño y ejecución del experimento.
4. Análisis de datos y conclusiones.
5. Reporte de los resultados del experimento.

El quinto paso se omite ya que en el capítulo 5 se describe en detalle la metodología HRA, y el resto de los lineamientos sugeridos en Barr et al. (1995) para reportar satisfactoriamente un experimento son abordados en los cuatro primeros puntos.

6.1 Definición de Objetivos

6.1.1 Objetivo Experimento 1

Contrastar la performance de método HRA con la metodología actualmente utilizada para obtener una solución factible en el sistema MUCH, módulo Minería a Rajo Abierto, método HM.

6.1.2 Objetivo Experimento 2

Contrastar la performance de método HRA con un método de solución exacto.

6.2 Elección de Medidas de Desempeño y Factores de Tratamiento

Para ambos experimentos se establecen las mismas medidas de desempeño. La definición de las fuentes de variabilidad y de los factores de tratamiento coincide en la mayoría de los casos, las diferencias son establecidas cuando corresponde.

6.2.1 Medidas de Desempeño

Según lo expuesto en Barr et al. (1995), para medir la performance de un método heurístico se debe establecer la calidad de la solución que entrega, el esfuerzo computacional que realiza y la robustez que muestra. Por lo tanto, se consideran tres medidas de desempeño a registrar por observación: Gap, Índice de Infactibilidad y Tiempo de Ejecución. Con las primeras dos métricas se establece la calidad de las soluciones y con la última se determina

el esfuerzo computacional. La robustez se mide con las desviaciones estándar de las medidas anteriores. A continuación se definen las métricas propuestas.

Gap: Diferencia entre el óptimo del LP de Referencia y el valor de la función objetivo de la solución encontrada, a este valor se le denomina Gap Absoluto. Además, se calcula un gap en términos relativos como el cociente entre el Gap Absoluto y el óptimo del LP de Referencia quitando de su función objetivo los términos constantes. A la magnitud relativa se le denomina Gap Relativo.

Índice de Infactibilidad: Cociente entre el número de restricciones de la instancia y el número de restricciones no satisfechas de la solución final. Dada la complejidad del problema M2, no siempre es posible garantizar factibilidad en tiempos operacionales. Sin embargo, soluciones donde el número de restricciones insatisfechas por el método de solución sea bajo, son aceptadas por los planificadores mineros. Dado el argumento anterior resulta interesante registrar esta métrica para caracterizar la performance de los métodos de solución.

Tiempo de Ejecución: Tiempo que tarda el método de resolución en entregar una solución para M2.

6.2.2 Factores de Tratamiento

A continuación se identifican todas las fuentes de variabilidad involucradas en los experimentos, además, se establecen cuales serán los factores de tratamiento y sus niveles.

En Barr et al. (1995) se establecen tres categorías principales de fuentes de variabilidad en el rendimiento de metodologías de resolución en experimentos computacionales: el problema, el método de solución y el ambiente de testeo. Relacionados con el problema se considera el tamaño del problema. Relacionados con el método de solución se consideran: el mismo método de solución, los parámetros asociados al método de resolución, el experto que ejecuta la heurística de redondeo en el caso del método manual, el software utilizado en el método de resolución. Relacionados con ambiente de testeo se considera el computador utilizado con las respectivas especificaciones técnicas.

Dados los objetivos expuestos en la sección 6.1, se establece como factor de tratamiento el Método de Solución. El resto de las fuentes de variabilidad se mantiene constante en todas las observaciones. Para facilitar la replicabilidad de ambos experimentos se especifica el nivel de las fuentes de variabilidad que no se consideraron factores de tratamiento.

Tamaño del problema: El tamaño se describe mediante un rango para las dimensiones de la matriz de restricciones del problema. Adicionalmente, se entregan un rango para el número de variables enteras.

En el Experimento 1 el número de restricciones fluctúa entre un mínimo de 221.462 y un máximo de 455.668, el número total de variables oscila entre 610.229 y 1.509.000, por último, el número de variables discretas se sitúa entre las 28.896 y las 57.750. Instancias con las magnitudes mencionadas, son consideradas dentro del equipo desarrollador del sistema MUCH como instancias “grandes”, en este sentido el tamaño no varía entre las instancias del Experimento 1.

En el Experimento 2 el número de restricciones fluctúa entre un mínimo de 48.038 y un máximo de 57.749, el número total de variables oscila entre 129.855 y 150.713, por último, el número de variables discretas se sitúa entre las 9.048 y las 10.548. Instancias con las magnitudes mencionadas, son consideradas como instancias “pequeñas”.

Parámetros: En el anexo 2 se adjunta una tabla con la descripción de las opciones y el valor al cual fueron dispuestas al momento de realizar las pruebas.

Experto: Para eliminar la incidencia que tiene el experto en el método HM, se seleccionaron un set de instancias con redondeos realizados por dos expertos a cargo del sistema. Se hace referencia a los expertos como E1 y E2.

Software: Los softwares utilizados en los métodos de solución son: GAMS versión 22.9 y CPLEX versión 11.

Ambiente Computacional: Las especificaciones técnicas del equipo utilizado para realizar las pruebas se detallan a continuación.

1. CPU: INTEL CORE 2 QUAD Q9550 2.8 GHZ.
2. RAM: KINGSTON 4 GB DD3 1066 MHZ.
3. Tarjeta Madre: ECS P45T-AD3 S/V/R.
4. Sistema Operativo: Windows XP 32 bits.

Niveles para el Factor de Tratamiento Método de Resolución: En el Experimento 1 los niveles son HM y HRA. En el Experimento 2 los niveles son ME y HRA, donde se ha denotado por ME al método de solución exacto.

6.2.3 Unidad Experimental

La unidad experimental utilizada en el presente set de pruebas corresponde a la instancia. En el caso de los experimentos que se desarrollan en el presente trabajo, una instancia corresponde al modelo M2 con valores definidos para cada uno de sus parámetros.

6.3 Diseño y Ejecución del Experimento

6.3.1 Experimento 1

En el presente experimento se consideraron un total de 20 unidades experimentales, las que fueron elegidas al azar de un universo de aproximadamente 100 instancias correspondientes a análisis reales realizados con el sistema MUCH entre los años 2007, 2008 y 2009. Para reducir el efecto que tiene sobre el método HM el usuario que redondea, se eligieron 10 instancias resueltas por el experto E1 y 10 resueltas por experto E2. En la siguiente tabla se muestran en un mayor nivel de detalle las características de las unidades experimentales.

Instancia	Bancos	Expansiones	Minas	Restricciones [miles]	Variables [miles]	Variables Binarias [miles]
1	1,054	39	2	306	958	41
2	1,475	50	3	400	1,216	58
3	1,123	40	2	314	1,002	44
4	1,123	40	2	333	1,054	44
5	762	32	2	319	995	29
6	762	32	2	319	973	29
7	1,017	39	3	353	1,044	39
8	752	31	2	335	1,031	29
9	995	38	3	409	1,282	39
10	1,065	39	3	426	1,337	41

Tabla 6.1: Descripción unidades experimentales Experimento 1, desde la 1 hasta la 10. Todas las instancias descritas tienen un horizonte de 23 periodos y fueron resueltas por el experto E1.

Instancia	Bancos	Expansiones	Minas	Restricciones [miles]	Variables [miles]	Variables Binarias [miles]
11	1,473	50	3	400	1,216	58
12	746	29	2	221	610	29
13	1,120	40	2	349	1,109	44
14	947	38	3	330	980	37
15	1,027	40	3	347	1,047	40
16	1,017	39	3	351	1,042	39
17	984	36	2	428	1,424	38
18	984	36	2	428	1,430	38
19	856	36	2	456	1,509	33
20	856	36	2	456	1,509	33

Tabla 6.2: Descripción unidades experimentales Experimento 1, desde la 11 hasta la 20. Todas las instancias descritas tienen un horizonte de 23 periodos y fueron resueltas por el experto E2.

Se realizan dos observaciones por cada instancia, una con el método de solución HM y otra con el método de solución HRA. Las observaciones realizadas con el método HM no se efectúan de la manera convencional, es decir, replicando el procedimiento tal como se describe en el Capítulo 2, ya que no se contó con la disponibilidad de los expertos para realizar las pruebas. No obstante, cada unidad experimental cuenta con la información necesaria para poder replicar las pruebas sin la participación de los expertos. Los elementos relevantes que se disponen por instancia son, las variables fijadas por iteración, las variables desfijadas, y las variables que se fijaron en uno en la séptima iteración⁸. En lo que sigue se describe el procedimiento utilizado para generar las métricas por observación con la información disponible.

Para medir el gap se realizan dos ejecuciones por instancia, una ejecución con el modelo desfijado M1-R, correspondiente a la relajación lineal del problema M1, y la otra con el modelo fijado M1-R + Ψ , donde Ψ corresponde al conjunto restricciones definidas por las variables fijadas en el procedimiento HM. De esta forma se obtienen el valor de la función objetivo para ambos problemas, y se mide el gap de la solución del método HM para la observación. Los tiempos de ejecución del método fueron estimados considerando que en cada iteración ocurren los siguientes eventos relevantes, en términos del tiempo que implica su realización:

1. El experto selecciona variables a fijar si el problema es factible, y selecciona variables a desfijar si el problema es infactible. El tiempo que significa la realización de este evento se denomina Tiempo de Selección.

⁸ Véase Capítulo 2, sub sección 2.6.2.

2. El software solver carga el modelo matemático. El tiempo que significa la realización de este evento se denomina Tiempo de Carga.
3. El software solver itera hasta encontrar una solución factible, o bien, indicar que el problema es infactible. A este tiempo se le denomina Tiempo de Resolución.

El tiempo que toma una iteración, corresponde a la suma de los tres tiempos definidos. El tiempo de ejecución del método HM, corresponde a la sumatoria de los tiempos incurridos en cada iteración.

A continuación se presentan los criterios utilizados para estimar cada tiempo.

1. Tiempo de Selección: Por cada variable fijada se consideran veinte segundos. Por cada variable desfijada se consideraron treinta segundos, ya que el desfijar variables en general involucra un trabajo mayor que el fijar, puesto que se debe investigar la causa de la infactibilidad.
2. Tiempo de Carga: Este tiempo no se estima, se puede saber exactamente ya que este no cambia entre una iteración y otra y es entregado por el software solver cuando se ejecuta el modelo, por lo que de la ejecución de M1-R es posible obtener este tiempo.
3. Tiempo de Resolución: Este tiempo se estima utilizando la ecuación de recta que pasa por los puntos (τ_0, ν_0) y (τ_N, ν_N) , donde τ_n y ν_n son, respectivamente, el Tiempo de Resolución y Número de Variables Fijadas asociados a la iteración $n \in \{0, 1, \dots, N\}$.

En el anexo 3 se adjunta la tabla con el detalle de los tiempos estimados por observación.

6.3.2 Experimento 2

En el presente experimento se considera un total de 10 instancias de tamaño pequeño, las que son elegidas al azar de un universo de aproximadamente 30 instancias correspondientes a un análisis real realizado con el sistema MUCH durante los meses enero, febrero y marzo de 2009. A diferencia de las instancias presentes en el Experimento 1, en el Experimento 2 la estructura de las unidades experimentales, en términos del número de variables y del número de restricciones, no varía entre cada par de instancias, luego para hacer explícitas las diferencias además de entregar una tabla descriptiva como la adjunta en la sub sección 6.3.1, se muestra una segunda tabla, tabla 6.4, en la que se detallan las deferencias entre los parámetros.

Instancia	Bancos	Expansiones	Minas	Restricciones [miles]	Variables [miles]	Variables Binarias [miles]
1	265	8	1	56	151	11
2	265	8	1	56	151	11
3	227	7	1	48	130	9
4	265	8	1	56	151	11
5	227	7	1	48	130	9
6	227	7	1	48	130	9
7	227	7	1	48	130	9
8	227	7	1	48	130	9
9	227	7	1	48	130	9
10	227	7	1	48	130	9

Tabla 6.3: Descripción unidades experimentales Experimento 2. Todas las instancias descritas tienen un horizonte de 22 periodos.

Al igual que en el experimento 1, se realizan dos observaciones por cada instancia, una con el método de solución ME y otra con el método de solución HRA. En este experimento los gaps no se midieron respecto de la cota entregada por la solución del LP de Referencia, sino que se consideró la cota entregada en la última iteración por el software que realiza el método exacto. Además, cabe destacar que el criterio de parada del método ME es cuando la función objetivo del M2 se encuentre a menos de un 0.1% de la solución óptima. Una solución con tales márgenes es considerada por el equipo a cargo del sistema MUCH como exacta ya que dados los órdenes de magnitud de las instancias que se resuelven, tal error no es relevante.

Instancia	Ley Mínima a Chancado	Max. Ton. a Planta [kts/d]	Min. Ton. a Planta [kts/d]	Composición de Costos	Recuperaciones
1	0.3%	50	50	Base	Base
2	0.4%	50	0	Base	Base
3	0.3%	50	0	Aumento de 30% en los c. variables	Base
4	0.3%	72	0	Base	Base
5	0.3%	50	0	Base	Base
6	0.3%	50	0	Base	Disminución de 30% en la rec. de Cu
7	0.3%	72	0	Base	Base
8	0.3%	50	0	Base	Disminución de 10% en la rec. de Cu
9	0.3%	60	0	Base	Base
10	0.3%	30	0	Base	Base

Tabla 6.4: Descripción unidades experimentales Experimento 2, parámetros por instancia.

6.4 Análisis de Datos y Conclusiones

Por cada experimento, el análisis realizado en la presente sección se estructura en tres partes. Primero, se realiza una comparación entre los métodos en términos de la calidad de la solución entregada, posteriormente se compara el esfuerzo computacional y finalmente se establecen las robusteces de las metodologías.

6.4.1 Experimento 1

En las dos tablas siguientes se muestran los valores obtenidos para el gap de la función objetivo, una tabla por método de solución.

Instancia	Cota Superior [kUS\$]	Función Objetivo [kUS\$]	Gap Absoluto [kUS\$]	Gap Relativo
1	9,842,325	9,735,724	106,601	1.08%
2	10,668,550	10,467,460	201,090	1.88%
3	9,230,272	9,060,313	169,960	1.84%
4	9,241,290	9,081,107	160,183	1.73%
5	10,924,810	10,778,320	146,490	1.34%
6	10,710,900	10,601,020	109,880	1.03%
7	10,403,910	10,234,130	169,780	1.63%
8	10,354,500	10,184,630	169,870	1.64%
9	12,802,930	12,672,500	130,430	1.02%
10	14,027,790	13,569,910	457,880	3.26%
11	10,345,100	10,158,160	186,940	1.81%
12	8,169,378	8,024,731	144,646	1.77%
13	8,265,939	8,072,093	193,846	2.35%
14	10,603,250	10,403,290	199,960	1.89%
15	10,853,740	10,723,570	130,170	1.20%
16	10,625,890	10,406,320	219,570	2.07%
17	13,963,220	13,712,610	250,610	1.79%
18	14,371,100	14,074,850	296,250	2.06%
19	15,016,760	14,712,230	304,530	2.03%
20	14,740,840	14,628,380	112,460	0.76%
Media	-	-	193,057	1.71%

Tabla 6.5: Gap de la función objetivo, método de solución HM.

Instancia	Cota Superior [kUS\$]	Función Objetivo [kUS\$]	Gap Absoluto [kUS\$]	Gap Relativo
1	9,842,325	9,768,255	74,070	0.75%
2	10,668,550	10,474,530	194,020	1.82%
3	9,230,272	9,062,691	167,581	1.82%
4	9,241,290	9,118,812	122,478	1.33%
5	10,924,810	10,801,780	123,030	1.13%
6	10,710,900	10,599,440	111,460	1.04%
7	10,403,910	10,253,940	149,970	1.44%
8	10,354,500	10,214,070	140,430	1.36%
9	12,802,930	12,646,880	156,050	1.22%
10	14,027,790	13,551,280	476,510	3.40%
11	10,345,100	10,187,050	158,050	1.53%
12	8,169,378	8,051,975	117,402	1.44%
13	8,265,939	8,067,787	198,152	2.40%
14	10,603,250	10,445,010	158,240	1.49%
15	10,853,740	10,645,380	208,360	1.92%
16	10,625,890	10,428,430	197,460	1.86%
17	13,963,220	13,664,920	298,300	2.14%
18	14,371,100	14,117,390	253,710	1.77%
19	15,016,760	14,763,640	253,120	1.69%
20	14,740,840	14,555,850	184,990	1.25%
Media	-	-	187,169	1.64%

Tabla 6.6: Gap de la función objetivo, método de solución HRA.

La media del gap a través de las observaciones realizadas con HRA es menor que la de HM, y además, la magnitud de la diferencia es de kUS\$ 5,888. No obstante, tal diferencia no es significativa, dados los órdenes de magnitud de las instancias.

Para tener una noción cualitativa de la performance de los métodos se grafica el gap relativo por método de solución.

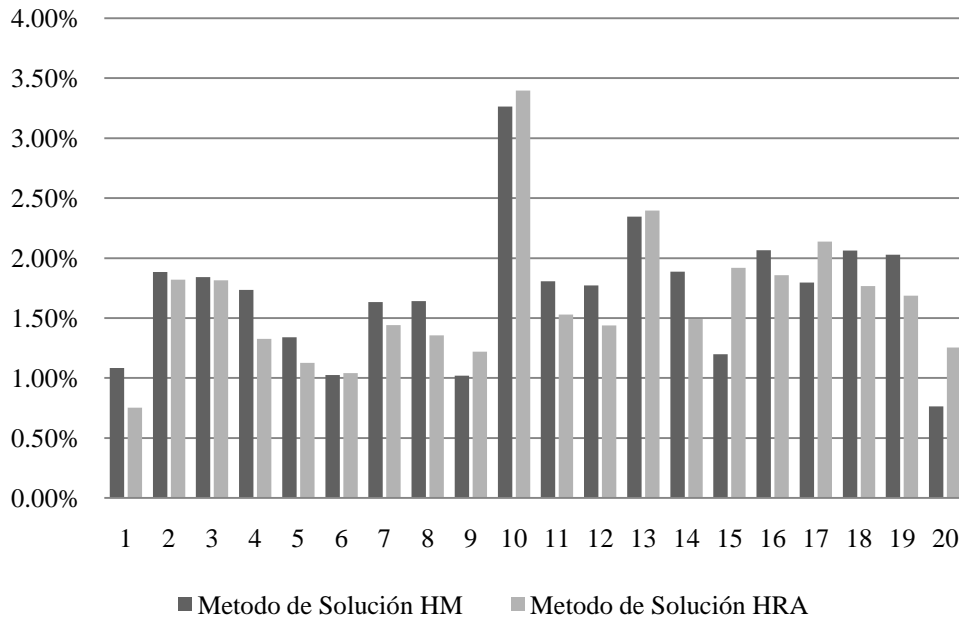


Gráfico 6.1: Comparación gap relativo.

Cualitativamente ambas curvas son similares, alcanzando un máximo en la instancia 10 y valores más bajos en las unidades experimentales 1, 6, 9 y 20. Puede observarse además que en un 65% de las instancias HRA tiene un menor gap que HM, sin embargo, la mayor diferencia en el gap a favor de HM es de un 0.72% mientras que a favor de HRA es de 0.41%.

Respecto al Índice de Infactibilidad, ambos métodos entregan valores nulos para todas las instancias salvo en la unidad experimental 4, donde se obtiene en ambos métodos un índice de 0.001%, no obstante, todas las soluciones son admisibles como planes mineros. La tabla con los valores se adjunta en el anexo 4.

A continuación se presenta la comparación entre ambos métodos de solución en el tiempo de ejecución. En la tabla inferior se muestra el tiempo de ejecución para cada instancia por método de solución.

Instancia	Método de Solución HM [h:mm]	Método de Solución HRA [h:mm]
1	6:29	4:28
2	3:56	4:27
3	2:55	4:38
4	3:08	2:47
5	3:10	3:01
6	2:40	2:58
7	3:30	2:23
8	2:18	2:32
9	4:04	2:48
10	9:09	5:45
11	5:26	5:00
12	1:25	1:12
13	2:21	3:36
14	3:08	4:30
15	3:00	2:21
16	3:02	2:17
17	3:50	4:17
18	3:26	3:14
19	3:14	3:41
20	4:46	3:42
Media	3:45	3:29

Tabla 6.7: Comparación tiempos de ejecución.

La media del tiempo de ejecución a través de las observaciones realizadas con HRA es menor que la de HM, y además, el método desarrollado demora en promedio 16 minutos

menos. Además, puede observarse que en un 60% de las instancias HRA tiene un menor tiempo de ejecución que HM. Adicionalmente, la mayor diferencia en tiempo a favor de HM es de 1 hora con 42 minutos mientras que a favor de HRA es de 3 horas con 24 minutos.

Con respecto a la robustez de los métodos, a partir de los datos entregados es posible calcular la desviación estándar para el gap y el tiempo de ejecución a través de todas las instancias. En el caso del método de solución HM la desviación estándar en el gap es de kUS\$ 83,774 y en el tiempo de ejecución es de 1 hora con 41 minutos. En el método de solución HRA la desviación estándar en el gap es de kUS\$ 87,017 y en el tiempo de ejecución es de 1 hora con 7 minutos. Con la información anterior es posible afirmar que en términos de la calidad de la función objetivo ambos métodos presentan una robustez similar, la diferencia en términos relativos es de 0.01%, sin embargo, en tiempos de ejecución el método HRA es más estable que HM.

A partir de los análisis realizados es posible concluir que ambos métodos presentan un comportamiento bastante similar en términos de la calidad de la solución entregada y el tiempo de ejecución requerido, siendo el método HRA más estable que HM. Además, téngase presente que se utilizó un procedimiento de estimación del tiempo de ejecución de HM que considera la interacción ininterrumpida entre el experto y el sistema, lo que puede ser válido para instancias de duración inferior a 4 horas, pero que para instancias de duración superior en la práctica difícilmente ocurre. Lo anterior debiese disminuir la robustez en el tiempo de ejecución del método manual.

6.4.2 Experimento 2

En las dos tablas siguientes se muestran los valores obtenidos para el gap de la función objetivo, una tabla por método de solución.

Instancia	Cota Superior [kUS\$]	Función Objetivo [kUS\$]	Gap Absoluto [kUS\$]	Gap Relativo
1	1,687,192	1,685,894	1,298	0.08%
2	1,689,859	1,688,560	1,300	0.08%
3	1,362,225	1,361,363	862	0.06%
4	1,926,574	1,925,039	1,535	0.08%
5	1,691,604	1,690,298	1,306	0.08%
6	776,554	776,162	392	0.05%
7	1,866,587	1,865,106	1,480	0.08%
8	1,691,512	1,690,208	1,304	0.08%
9	1,787,795	1,786,404	1,391	0.08%
10	1,208,229	1,207,418	811	0.07%
Media	-	-	1,168	0.07%

Tabla 6.8: Gap de la función objetivo, método de solución ME.

En la tabla 6.8 se muestra para todas las corridas un gap relativo inferior al 0.1%. Se aclara que no es exactamente el 0.1% que se estableció como criterio de parada del método por dos motivos, primero, los valores de la función objetivo y de la cota fueron corregidos descontando los términos constantes, y segundo, el gap relativo calculado por el solver se calcula como el cociente entre el gap absoluto y el valor de la función objetivo, a diferencia del gap relativo calculado en el presente trabajo, donde se divide por la cota superior.

Instancia	Cota Superior [kUS\$]	Función Objetivo [kUS\$]	Gap Absoluto [kUS\$]	Gap Relativo
1	1,687,192	1,684,599	2,593	0.15%
2	1,689,859	1,683,619	6,240	0.37%
3	1,362,225	1,360,478	1,747	0.13%
4	1,926,574	1,925,011	1,564	0.08%
5	1,691,604	1,688,172	3,432	0.20%
6	776,554	775,612	942	0.12%
7	1,866,587	1,854,080	12,507	0.67%
8	1,691,512	1,688,172	3,340	0.20%
9	1,787,795	1,786,026	1,770	0.10%
10	1,208,229	1,206,637	1,592	0.13%
Media	-	-	3,573	0.22%

Tabla 6.9: Gap de la función objetivo, método de solución HRA.

Como era de esperarse el método exacto entrega soluciones de mejor calidad, sin embargo, la diferencia promedio en el gap es de kUS\$ 2,405, lo que no representa una magnitud significativa por las mismas razones entregadas en el apartado 6.4.1.

Para tener una noción cualitativa de la performance del método HRA versus el óptimo encontrado por un método exacto se grafica el gap relativo.

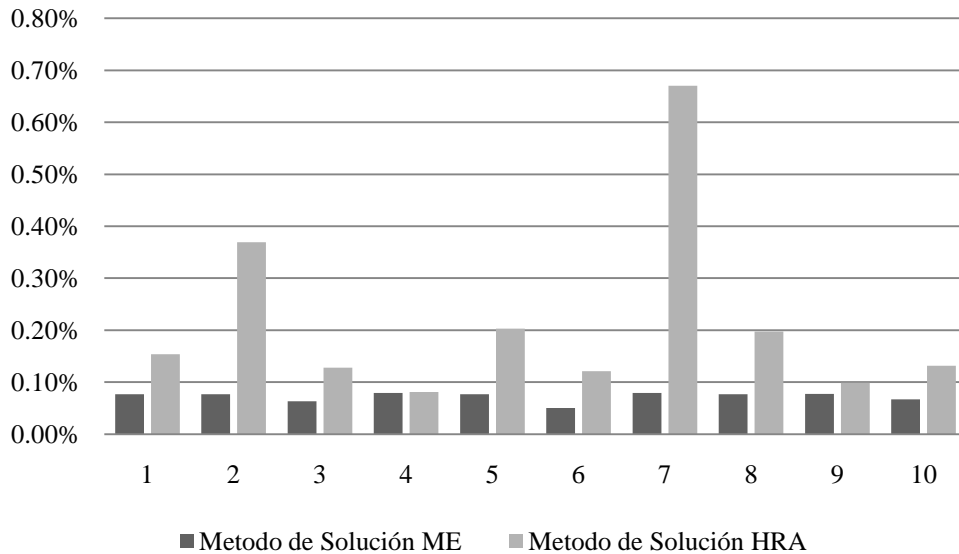


Gráfico 6.2: Comparación gap relativo.

Cualitativamente ambas curvas son disimiles, sin embargo, la mayor diferencia no supera el 0.6% y existen casos en que la diferencia no supera el 0.1%. Además, se observa que en 8 de las 10 instancias el gap relativo de HRA no supera el 0.2%.

Respecto al Índice de Infactibilidad, no se registraron observaciones en las que el método HRA produjese un índice positivo. Es decir, el método sólo entregó soluciones factibles.

A continuación se presenta la comparación entre ambos métodos de solución en el tiempo de ejecución. En la tabla 6.10 se muestra el tiempo de ejecución para cada instancia por método de solución.

Instancia	Método de Solución ME [h:mm]	Método de Solución HRA [h:mm]
1	5:19	0:22
2	4:56	0:23
3	1:24	0:19
4	1:25	0:23
5	2:27	0:21
6	2:56	0:20
7	0:43	0:22
8	3:32	0:22
9	0:36	0:17
10	6:18	0:18
Media	2:58	0:21

Tabla 6.10: Comparación tiempos de ejecución.

En la tabla 6.10 se observa que la media del tiempo de resolución de HRA es considerablemente menor que la media de un método exacto, además, no se registran casos en los que el método exacto obtenga una solución antes que el método desarrollado.

Con respecto a la robustez de los métodos, a partir de los datos entregados es posible calcular la desviación estándar para el gap y el tiempo de ejecución a través de todas instancias. En el caso del método de solución ME la desviación estándar en el gap es de 0.01% y en el tiempo de ejecución es de 2 horas con 1 minuto. En el método de solución HRA la desviación estándar en el gap es de 0.18% y en el tiempo de ejecución es de 2 minutos. Si bien al ser un método heurístico las estabilidad en el gap de HRA es inferior a la de ME, la estabilidad en el tiempo de ejecución del método desarrollado en el presente trabajo de tesis es bastante superior.

A partir de los análisis realizados es posible concluir que aunque la calidad de las soluciones entregadas por HRA es sub óptima, los resultados obtenidos muestran un buen rendimiento del método en términos de la distancia al óptimo de M2. Adicionalmente, se observa una gran dominancia de HRA en el tiempo de resolución. Las dos conclusiones anteriores permiten pensar en un enfoque de solución combinado, en el que se construya una solución inicial con el método HRA y se mejore la solución obtenida con un método exacto.

Para complementar las observaciones realizadas y con el objeto de agregar un elemento adicional a la caracterización del rendimiento del método HRA, se presenta a continuación un breve análisis de la implicancia que tiene el criterio con el cual se calculan los gaps en la determinación de la calidad de la solución entregada por HRA.

En la siguiente tabla se muestra por instancia el Gap Relativo del método desarrollado calculado de la misma manera que en el Experimento 1, es decir, considerando como cota superior el valor de la función objetivo de la relajación lineal del problema M1 (Criterio 1), y el Gap Relativo que se calcula en el presente experimento (Criterio 2).

Instancia	Gap Relativo Criterio 1	Gap Relativo Criterio 2
1	0.57%	0.15%
2	1.17%	0.37%
3	0.79%	0.13%
4	0.95%	0.08%
5	0.51%	0.20%
6	2.61%	0.12%
7	2.23%	0.67%
8	1.17%	0.20%
9	1.28%	0.10%
10	1.39%	0.13%
Media	1.26%	0.22%
Desviación	0.68%	0.18%

Tabla 6.11: Comparación entre Gap Relativo de HRA con la cota superior correspondiente a la relajación lineal problema M1, Criterio 1, y Gap Relativo de HRA con la cota superior correspondiente a la entregada por el software solver, Criterio 2.

Se observa que el promedio del Gap Relativo calculado en el presente experimento es de 0.22%, mientras que el promedio del Gap Relativo calculado según el criterio del Experimento 1 es de un 1.26%. Es decir, el gap según el Criterio 2 representa un 17% del gap según el Criterio 1. Más aún, en todas las instancias el gap según el Criterio 1 es más del doble del gap según el Criterio 2, y en un 90% de los casos más del triple. Lo anterior permite suponer que el Criterio 1 sobreestima en más de un 100% la diferencia entre la función objetivo del método HRA y la función objetivo del problema M2.

Si bien el análisis expuesto fue realizado para instancias pequeñas, los resultados permiten vislumbrar el valor que tendría mejorar la cota para establecer con mayor precisión los rendimientos de los métodos que pueden ser utilizados en instancias grandes, HM y HRA.

7 CONCLUSIONES

En el presente trabajo de tesis se buscó realizar un aporte sustancial al módulo Minería a Rajo Abierto del sistema MUCH. Para lo anterior se fijaron dos frentes de desarrollo. Como primer objetivo se determinó realizar una extensión al modelo M1 que incorporase las soluciones Banco Colchón. Como segundo, se determinó generar un método heurístico automatizable con un rendimiento al menos similar al método de solución actualmente utilizado en el módulo Minería a Rajo Abierto.

La extensión del modelo M1, M2, tiene importantes implicancias en los futuros progresos a realizarse en el Módulo Minería a Rajo Abierto del sistema MUCH.

1. M2 permite obtener soluciones de calidad superior a M1, y más aún, facilita la calibración de los parámetros de una determinada instancia. Lo anterior se debe fundamentalmente a dos razones. Primero, las soluciones que M2 admite, al incorporar bancos colchón, describen mejor un plan minero real que la solución entregada por M1, luego dado que el planificador minero genera los parámetros del sistema considerando un plan real como base, la probabilidad de que el problema asociado a la instancia sea infactible se reduce considerablemente. Segundo, la incorporación de bancos colchón en M2 amplía el espacio de soluciones factibles de M1, por ende la solución de M2 es a lo menos tan buena como la solución de M1.
2. La mayor flexibilidad que otorga el modelo M2 hace que sea atractivo investigar la performance que es posible obtener en instancias de mayor tamaño que las del Experimento 2 utilizando un método de solución disponible en softwares

comerciales. En este experimento se pudo observar que, si bien el tiempo de ejecución del software comercial no era tan estable como el del método HRA, hubiese sido perfectamente factible realizar un análisis de escenarios con instancias de ese tamaño en los tiempos registrados. Además, a pesar de que los resultados de pruebas que se han realizado en instancias grandes con métodos exactos no han sido satisfactorios, puede ser interesante realizar un experimento cuyo objetivo sea determinar el tamaño crítico hasta el cual la opción de obtener una solución utilizando sólo un software comercial sea razonable.

3. Relacionado con el punto anterior, otro frente de desarrollo interesante consiste en investigar cómo es posible utilizar mejor los recursos computacionales disponibles con el objeto de obtener mejores soluciones para M2 con las herramientas comerciales actuales. Por ejemplo, algo que hoy los softwares permiten hacer y que no fue probado en el presente trabajo de tesis es paralelizar la ejecución del método B&C para determinar el óptimo del problema M2. Lo anterior puede hacerse en computadores que tengan más de un procesador, como el que fue utilizado en los experimentos del Capítulo 6.

El desarrollo del método HRA, eje fundamental del presente trabajo de tesis, tiene consecuencias bastante positivas para módulo Minería a Rajo Abierto del sistema MUCH.

1. Según los resultados obtenidos a partir del Experimento 1, se concluye que la metodología HRA presenta una performance similar a la metodología actualmente utilizada por el Módulo Minería a Rajo Abierto. Lo que significa que hoy se puede reemplazar la metodología actual con el método HRA sin afectar la calidad del

servicio entregado por el equipo a cargo del sistema MUCH. Más aún, es posible entregar un servicio de apoyo a la planificación de forma más eficiente, utilizando menos expertos, y cada experto a cargo del sistema de forma menos intensiva. Adicionalmente es posible pensar en otro tipo de arquitecturas de sistema, con un set de servidores de instancias y un set de usuarios solicitando ejecuciones en cualquier instante de tiempo.

2. Otro conjunto de conclusiones relevantes se obtienen a partir del Experimento 2, en donde la performance de HRA fue contrastada contra el óptimo del problema M2. Primero, se observa que para instancias pequeñas la calidad de la solución entregada por la heurística es sub óptima, sin embargo, no considerablemente. Segundo, se pudo observar que el tiempo de resolución de la heurística es considerablemente más estable que el del método exacto. Tercero, la comparación entre los gaps presentada en la sección 6.4.2 permite suponer que al calcular el gap considerando como cota superior la relajación lineal del problema M1 probablemente se esté sobrestimando la distancia entre el óptimo de M2 y el valor de la función objetivo de la solución entregada por M2.
3. Lo expuesto en el punto anterior plantea como desafío de desarrollo e investigación mejorar la cota que actualmente se dispone para determinar la calidad de una solución factible para M2 en instancias grandes. En el Experimento 1, se pudo apreciar que en promedio el Gap Relativo de la función objetivo de HRA fue de 1.64%, lo que en términos absolutos se traduce en 187 millones de dólares, si se pudiesen extrapolar los resultados obtenidos de la comparación de los gaps

presentada en la tabla 6.11, donde se observa que en el 100% de las instancias el Gap Relativo calculado en el Experimento 1 sobreestima por más del doble el Gap Relativo calculado en el Experimento 2, se obtendría un Gap Absoluto para HRA de aproximadamente 93 millones de dólares, lo que representa una mejora substancial que no está ligada a la performance del método, sino, simplemente a tener un mecanismo más preciso para determinar la calidad de sus soluciones.

4. Como frente de avance para mejorar el algoritmo de construcción de soluciones factibles del método HRA se propone utilizar las métricas presentes en el algoritmo HRA para determinar qué estrategia de redondeo utilizar iteración a iteración. Actualmente el proceso de selección de estrategias no es muy sofisticado, iteración a iteración se mantiene la estrategia con la que se está redondeando a no ser que el problema sea infactible, si esto ocurre entonces se cambia la estrategia. Una variante podría ser modificar la estrategia de redondeo si el grado de avance del proceso de fijación en una iteración determinada es menor que cierto umbral.
5. Por último, otro camino interesante a indagar, que involucra la interacción del método HRA y un algoritmo exacto para el problema M2, consiste en generar una solución inicial factible para M2 con HRA y luego mejorar esta solución con B&C. A priori, considerando que la calidad de la solución entregada por el método desarrollado es bastante buena, lo que debiese ocurrir es que el método de búsqueda exacto debiese generar una menor cantidad de nodos y por ende presentar un menor tiempo de ejecución. Lo anterior se produce porque al contar con un nodo

incumbente bueno se puede descartar tempranamente un número considerable de alternativas de búsqueda por ser sub óptimas.

8 BIBLIOGRAFÍA

- Barr et al. (1995): R. Barr, B. Golden, J. Kelly, M. Resende & W. Stewart. "Designing and Reporting in Computational Experiments with Heuristic Methods". Junio 1995.
- Bazaraa (1999): M. S. Bazaraa, J. J. Jarvis, & H. D. Sherali. "Programación lineal y flujo en redes". Limusa & Noriega, 2da edición. 1999.
- Bettinger (2009): P. Bewttinger, J. Sessions, & K. Boston. "A Review of The Status and Use of Validation Procedures for Heuristics Used In Forest Planning". International Journal of Mathematical and Computational Forestry and Natural Resources Sciences, Vol 1, N°1. Febrero 2009.
- Bosch y Varas (1994): M. Bosch & S. Varas. "Reemplazo de equipos en un sistema productivo complejo". Revista de ingeniería de sistemas. Vol XV, N°1. Junio 2001.
- Caccetta et al. (1994): L. Caccetta, L. Giannini & P. Kelsey. "On the implementation of exact optimisation techniques in open pit design". Asia-pacific journal of operation research, N° 11. 1994.
- Caccetta y Giannini (1990): L. Caccetta & L. Giannini. "Application of operation research techniques for open pit mining". Asian Pacific Operation Research APORS'88. Elsevier Science Publisher BV. 1990.
- Caldentey et al. (2006): R. Caldentey, R. Epstein & D. Sauré. "Real Option Approach for Valuating Long-term Planning in the Mining Industry". Working paper. 2006.
- Catalan y Zamorano (2008): J. Catalán, G. Zamorano. "Heurística de Redondeo Original y Heurística de Redondeo Manual". Entrevista. Septiembre 2008.
- Cplex (2008): Ilog Inc, Cplex Division. "Ilog Cplex 11 user manual". 2008.
- Dagdelen (1993): K. Dagdelen. "An NPV maximization algorithm for open pit mine design". APCOM XXIV. 1993.
- Dean y Voss (1999): A. Dean & D. Voss. "Design and Analisis of Experiments". Springer. 1999.
- Denby et al. (1991): B. Denby, D. Scofield & S. Bradford. "Neural network applications in mining engineering". Department of mineral resources engineering magazine, University of Nottingham. 1991.

- Epstein et al. (2003) R. Epstein, S. Gaete, F. Caro, A. Weintraub, P. Santibañez, J. Catalan. "Optimizing Long Term Planning for Underground Copper Mines". Internacional Copper Conference, Copper 2003.
- Escudero et al. (1993) L. Escudero, P. Kamesan, A. King, R. Wets. "Production Planning via Scenario Modelling". Annals of Operations Research. N° 43, 311-335.
- Gershon (1987): M. Gershon. "Heuristic approaches for mine planning and production scheduling". Journal of mining and geological engineering, N° 5. 1987.
- Goic (2002): M. Goic. "Formulación e Implementación de un Modelo de Programación Matemática para la Planificación de Largo Plazo en Minería a Cielo Abierto". Tesis para optar al título de magister en gestión de operaciones, Universidad de Chile. Septiembre 2003.
- Hillier y Lieberman (1997): F. Hillier & G. Lieberman. "Introducción a la investigación de operaciones". McGraw-Hill, 6ta edición. 1997.
- HochBaun y Chen (2000): D. HochBaun & A. Chen. "Performance analysis and best implementations of old and new algorithms for the open pit mining problem". Operation Research. Vol 48, N° 6. Noviembre 2000.
- Lane (1991): K. Lane. "The economic definition of ore: Cut off grades in theory and practice". Mining journal books Ltd. 1991.
- Lerchs y Grossmann (1965): H. Lerchs & I. Grossmann. "Optimum design of open pit mines". Canadian Institute Mining Bulletin, N° 58. 1965.
- Ortiz et al. (2000): C. Ortiz, S. Varas & J. Vera. "Optimización y modelos para la gestión". Dolmen ediciones s.a, 1era edición. 2000.
- Pegman y Forward (1997): M. Pegman & N. Forward. "Mine planning and scheduling at RTZ technical services". 1997.
- Koenigsberg (1982): E. Koenigsberg. "The optimum contours of an open pit mine: An application of dynamic programming". APCOM XVII. 1982.
- Santibañez (2000) : P. Santibañez. "Metodología para la evaluación y optimización de planes mineros de largo plazo". Memoria para optar al título de ingeniero civil industrial, Universidad de Chile. Octubre 2000.
- Urrutia (2009): R. Urrutia. "Heurística de Redondeo Manual: Estructuras Principales". Entrevista. Marzo 2009.
- Wolsey (1998): L. Wolsey. "Integer Programming". John Willey & Sons. 1998.

ANEXOS

Anexo 1: Algoritmo generación de Región Inocua de Redondeo

El algoritmo para la construcción de las regiones inocuas de fijación es un método recursivo que recibe como parámetros de entrada la sección de expansión \mathcal{S}_n , un banco incumbente i , y un periodo incumbente t . Se definen adicionalmente las variables auxiliares $imax$, $meini$ y $mefin$. La primera vez que se llama al algoritmo la región inocua RI_n no tiene elementos, la variable $mefin = 0$, el banco $i = i_n^{min}$ y el periodo $t = t_n^{max}$.

Paso 0: Condición de detención.

1. Si $t = t_n^{max}$ o $i \geq i_n^{max}$ entonces:
 - a. Agregar a RI_n todos los pares (j, t) tales que $i_n^{max} \geq j \geq i$.
 - b. Finalizar.
2. Si $t \neq t_n^{max}$ y $i < i_n^{max}$ entonces ir a rutina principal, Paso 1.

Paso 1: Rutina principal.

1. Calcular $imax = \max_{i_n^{max} \geq j \geq i} \sum_{j \geq h \geq i} me_{ht} \leq \sum_{i_n^{max} \geq h \geq i_n^{min}} me_{ht} - mefin$.
2. Si no existe j que cumpla la condición descrita en 1 entonces:
 - a. Calcular $meini = \sum_{i_n^{max} \geq h \geq i_n^{min}} me_{it} - mefin$.

- b. Actualizar $mefin = \frac{\sum_{k \in K} Ton_{ik}}{MaxTpd_i} - meini$.
 - c. $i = i + 1$.
 - d. $t = t + 1$.
 - e. Ir a Paso 0.
3. Si existe j que cumpla la condición descrita en 1 entonces:
- a. Agregar a RI_n todos los pares (j, t) tales que $imax \geq j \geq i$.
 - b. Calcular $meini = \sum_{i_n^{max} \geq h \geq i_n^{min}} me_{ht} - mefin - \sum_{imax \geq h \geq i} me_{ht}$.
 - c. Actualizar $mefin = \frac{\sum_{k \in K} Ton_{ik}}{MaxTpd_i} - meini$.
 - d. $i = imax + 2$.
 - e. $t = t + 1$.
 - f. Ir a Paso 0.

Anexo 2: Opciones Metodología HRA.

En la tabla 9.1 se muestran las distintas opciones que actualmente pueden ser seteadas en el método de solución HRA. Además, se muestra los valores de ejecución para los experimentos.

Opción	Valor	Descripción
1	2	Prioridad Heurística 1: Adelante, Escalera Arriba.
2	1	Prioridad Heurística 2: Adelante, Escalera Abajo.
3	3	Prioridad Heurística 3: Atrás, Escalera Arriba.
4	4	Prioridad Heurística 4: Atrás, Escalera Abajo.
5	0.7	Porcentaje de Habilitación α .
6	0.4	Exponente de Suavización δ .

Tabla Anexo 2: Opciones método de solución HRA.

Anexo 3: Detalle Tiempos Estimados por Observación

En la siguiente tabla se muestran los tres tiempos estimados para determinar el tiempo de ejecución por observación, para el método HM, en el Experimento 1.

Instancia	Tiempo de Resolución	Tiempo de Carga	Tiempo de Selección	Tiempo de Ejecución
1	5:08	0:42	1:07	6:29
2	1:15	1:20	1:26	3:56
3	1:09	0:37	1:08	2:55
4	0:58	0:53	1:15	3:08
5	0:44	0:47	1:37	3:10
6	0:53	0:33	1:13	2:40
7	1:27	0:42	1:21	3:30
8	0:56	0:24	0:57	2:18
9	2:15	0:43	1:05	4:04
10	6:41	1:08	1:19	9:09
11	1:37	2:10	1:39	5:26
12	0:26	0:14	0:44	1:25
13	0:55	0:31	0:53	2:21
14	1:18	0:41	1:08	3:08
15	1:22	0:31	1:07	3:00
16	1:29	0:35	0:58	3:02
17	1:47	0:50	1:11	3:50
18	1:14	0:53	1:18	3:26
19	1:29	0:48	0:55	3:14
20	3:11	0:48	0:46	4:46

Tabla Anexo 3: Tiempos estimado por observación, método HM, Experimento 1.

Anexo 4: Índice de Infactibilidad

En el presente anexo se muestran los valores del Índice de Infactibilidad registrados por observación, en el Experimento 1, para el método HM y para el método HRA.

Instancia	Método de Solución HM	Método de Solución HRA
1	0.000%	0.000%
2	0.000%	0.000%
3	0.000%	0.000%
4	0.001%	0.001%
5	0.000%	0.000%
6	0.000%	0.000%
7	0.000%	0.000%
8	0.000%	0.000%
9	0.000%	0.000%
10	0.000%	0.000%
11	0.000%	0.000%
12	0.000%	0.000%
13	0.000%	0.000%
14	0.000%	0.000%
15	0.000%	0.000%
16	0.000%	0.000%
17	0.000%	0.000%
18	0.000%	0.000%
19	0.000%	0.000%
20	0.000%	0.000%

Tabla Anexo 4: Índice de Infactibilidad.