



**UNIVERSIDAD DE CHILE**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE INGENIERIA DE MINAS**

**MODELAMIENTO GEOSTADÍSTICO DE LEYES DE COBRE TOTAL Y SOLUBLE**

**TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN MINERÍA**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS**

**SEBASTIÁN HERNÁN ALEJANDRO PIZARRO MUNIZAGA**

SANTIAGO DE CHILE  
JULIO 2011



**UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA DE MINAS**

**MODELAMIENTO GEOESTADÍSTICO DE LEYES DE COBRE TOTAL Y SOLUBLE**

**TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN MINERÍA**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS**

**SEBASTIÁN HERNÁN ALEJANDRO PIZARRO MUNIZAGA**

**PROFESOR GUÍA:  
XAVIER EMERY**

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
JULIÁN ORTIZ CABRERA  
EDUARDO MAGRI VARELA  
ALEJANDRO CÁCERES SAAVEDRA**

**SANTIAGO DE CHILE  
JULIO 2011**

## RESUMEN

Este trabajo de tesis busca modelar las distribuciones espaciales conjuntas de las leyes de cobre soluble y cobre total en yacimientos cupríferos. El modelamiento descrito posee dos dificultades: la restricción lógica de las variables (la ley de cobre soluble debe ser menor o igual a la ley de cobre total) y la presencia de un muestreo preferencial: generalmente la ley de cobre soluble no es analizada químicamente a bajas leyes de cobre total, resultando en un sesgo al momento de estimar la distribución de los datos existentes de leyes de cobre soluble, mientras que la distribución de la ley de cobre total puede ser estimada sin sesgo alguno.

La manera propuesta comienza con el modelamiento de distribuciones representativas para las leyes de cobre soluble e insoluble basado en la distribución representativa de la ley de cobre total y en una distribución teórica gamma bivariable. El conocimiento de las distribuciones de las leyes de cobre soluble e insoluble permite transformar la información disponible a valores gaussianos, lo que es requerido previamente para realizar la simulación geoestadística. El paso siguiente es cosimular las leyes de cobre soluble e insoluble en la zona de estudio, condicionado a los datos disponibles. Primero se realiza la cosimulación en los puntos con solo información de cobre total mediante un algoritmo iterativo (muestreador de Gibbs), luego se cosimula en los nodos de la grilla mediante un algoritmo de simulación gaussiana multivariable tradicional (bandas rotantes). Una vez obtenidas las leyes de cobre soluble e insoluble cosimuladas se obtiene la ley de cobre total cosimulada, obedeciendo a la relación de orden de estas variables. El método propuesto se aplica a un caso de estudio, correspondiente a un yacimiento cuprífero localizado en el norte de Chile, con el fin de demostrar su aplicación en el negocio minero.

La metodología aplicada resulta ser eficiente, logrando una evaluación realista del yacimiento a través de las simulaciones. A su vez se compara y contrasta con el cokriging, metodología tradicional ocupada en la industria, el cual subestima los recursos del yacimiento. Además, las simulaciones permiten tener una visión de los riesgos del proyecto, no así el cokriging que entrega un caso promedio. Mediante el conocimiento de las leyes de cobre total y cobre soluble se puede implementar varias alternativas tanto en el proceso extractivo como en el metalúrgico, con lo cual se puede incrementar el beneficio del negocio minero del yacimiento.

## ABSTRACT

This work deals with the joint modeling of total and soluble copper grades spatial distributions in copper deposits. Such a modeling faces two difficulties: the order relationship between both variables (soluble copper grade must be less than total copper grade) and their unequal sampling: soluble copper is usually not assayed at samples whose total copper grades are low, resulting in biases when estimating the soluble copper grade distribution from the available data, while the total copper grade distribution can be estimated without bias.

The proposed approach starts with modeling representative distributions for soluble and non-soluble copper grades, based on the representative distribution of total copper grades and on a bivariate gamma theoretical distribution. The knowledge of the distributions of soluble and non-soluble copper grades allows transforming the available data on these two variables into normal scores, which is required prior to geostatistical simulation. The following step is to co-simulate soluble and non-soluble copper grades in space, conditionally to the available data at sample locations. Co-simulation is first realized at the sample locations with information only on total copper grade, by means of an iterative algorithm (Gibbs sampler), then at target grid nodes, by means of a traditional multivariate Gaussian simulation algorithm (turning bands). Adding co-simulated soluble and non-soluble copper grades finally yields the simulated total copper grade, honoring the order relationship between variables. The proposed approach is applied to a case study, corresponding to a copper deposit located in northern Chile, in order to demonstrate its applicability.

The methodology proves to be efficient, achieving a realistic assessment of the ore body through the simulations. Furthermore, compares and contrasts with the cokriging, traditional estimation method employed in the industry, which underestimates the resources of the ore body. In addition, simulations provide an overview into project risk, not the cokriging that delivers an average case. By the knowledge of the grades of total copper and soluble copper can be implemented multiple alternatives, both in the extraction and metallurgical process, which can increase the benefit of a mining project.

## AGRADECIMIENTOS

A mis amados padres que han estado ahí en todo momento que ante muchas adversidades han velado por íntegra tranquilidad académica para sacar esta carrera en estos seis años, que sepan que este trabajo lo hemos logrado los tres, como familia.

A mi amada Claudia De Nicola que con su dulzura, paciencia y entrega me ha ayudado con diversas cosas cotidianas cuando no tuve otros ojos para este trabajo y sus frutos.

A mis amigos y compañeros de la universidad que me han hecho llevadero la estadía en la universidad y me han ayudado a salir de obstáculos simplemente sacándome de las rutinas y haciendo algo diferente.

A los profesores Julián Ortiz y Xavier Emery por creer en mí e ilustrarme el camino que engrandece al hombre, el conocimiento. En particular al profesor Xavier por su paciencia y dedicación en enseñarme esta hermosa área que es la evaluación de yacimientos y la geoestadística.

A CESCO, a la confianza depositada demostrada en su beca de arancel de pregrado, la cual ha permitido que estudiase gran parte de la licenciatura e ingeniería y ha logrado esta gran meta de la doble titulación.

A Codelco, por patrocinar y siempre apoyar la Cátedra de Evaluación de Yacimientos del Departamento de Ingeniería Civil de Minas de la Universidad de Chile, y a Corfo, que con su proyecto Innova 09CN14-5838, “Modelamiento multivariable para evaluación de yacimientos”, ha permitido la realización de este trabajo de tesis.

# ÍNDICE

RESUMEN .....	I
ABSTRACT .....	III
AGRADECIMIENTOS .....	IV
ÍNDICE .....	V
<b>1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
1.1. MOTIVACIÓN DEL TRABAJO .....	1
1.2. OBJETIVOS .....	2
1.2.1. <i>Objetivo General</i> .....	2
1.2.2. <i>Objetivos Específicos</i> .....	2
1.3. ALCANCES .....	3
<b>2. ANTECEDENTES .....</b>	<b>4</b>
2.1. CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOESTADÍSTICA .....	4
2.1.1. <i>Variable regionalizada</i> .....	4
2.1.2. <i>Función Aleatoria [3]</i> .....	4
2.1.3. <i>Variogramas Directos y Cruzados</i> .....	5
2.1.4. <i>Modelos de Corregionalización [18] [12]</i> .....	9
2.1.5. <i>Tipos de muestreo</i> .....	10
2.2. MÉTODOS DE ESTIMACIÓN .....	11
2.2.1. <i>Kriging</i> .....	11
2.2.2. <i>Cokriging</i> .....	12
2.2.3. <i>Propiedades</i> .....	13
2.3. MÉTODOS DE SIMULACIÓN .....	14
2.3.1. <i>Principios</i> .....	14
2.3.2. <i>Cosimulación Multigaussiana [12] [3] [4]</i> .....	14
2.3.3. <i>Simulación usando transformación condicional paso a paso (Stepwise) [15]</i> .....	16
2.3.4. <i>Simulación Gaussiana Truncada [7] [1]</i> .....	19
2.4. MODELAMIENTO DE DISTRIBUCIÓN .....	22
2.4.1. <i>Desagrupamiento</i> .....	22
<b>3. METODOLOGÍA .....</b>	<b>24</b>
3.1. PRESENTACIÓN DE DATOS .....	24
3.2. ETAPAS .....	27
▪ <i>Modelamiento de distribución de ley de cobre total, cobre soluble y cobre insoluble</i> .....	27
▪ <i>Transformación Gaussiana y análisis variográfico de ley de cobre soluble e insoluble</i> .....	27
▪ <i>Implementación y ejecución del muestreador de Gibbs para completar base preferencial</i> .....	27
▪ <i>Co-simulación o simulación de leyes de cobre soluble e insoluble</i> .....	27
▪ <i>Análisis de resultados</i> .....	27
<b>4. MODELAMIENTO DE DISTRIBUCIONES DE LEYES DE COBRE TOTAL Y SOLUBLE .....</b>	<b>28</b>
4.1. DISTRIBUCIÓN GAMMA .....	28
4.2. DISTRIBUCIÓN BIVARIABLE GAMMA .....	29
4.3. APLICACIÓN A UNA BASE DE DATOS DE PRUEBA .....	31
4.3.1. <i>Procedimiento de trabajo</i> .....	32
4.3.2. <i>Resultados y Análisis</i> .....	34
4.4. APLICACIÓN A BASE DE DATOS HETEROTÓPICA .....	39

<b>5.</b>	<b>COSIMULACIÓN DE LEYES DE COBRE TOTAL Y COBRE SOLUBLE</b>	<b>42</b>
5.1.	ESTUDIO VARIOGRÁFICO PARA VARIABLES GAUSSIANAS DE COBRE SOLUBLE ( $\gamma_{CuS}$ ) Y COBRE INSOLUBLE ( $\gamma_{CuI}$ )	42
5.1.1.	<i>Anamorfosis Gaussiana</i>	42
5.1.2.	<i>Variogramas experimentales</i>	43
5.1.3.	<i>Variogramas modelados</i>	44
5.2.	IMPLEMENTACIÓN Y EJECUCIÓN DE MUESTREADOR DE GIBBS	47
5.2.1.	<i>Subrutinas e implementación</i>	47
5.2.2.	<i>Prueba piloto de muestreador de Gibbs (Base con 20 datos)</i>	49
5.2.3.	<i>Simulación y generación del modelo de bloques del yacimiento</i>	57
<b>6.</b>	<b>ANÁLISIS DE RESULTADOS</b>	<b>61</b>
6.1.	RESULTADOS PROMEDIO DE SIMULACIONES	61
6.2.	ANÁLISIS POR REALIZACIÓN	63
6.3.	COMPARACIÓN CON ESTIMACIÓN POR COKRIGING	67
6.3.1.	<i>Problemas existentes</i>	67
6.4.	OTROS ALCANCES Y APLICACIONES	71
<b>7.</b>	<b>CONCLUSIONES</b>	<b>73</b>
<b>8.</b>	<b>REFERENCIAS</b>	<b>75</b>
<b>9.</b>	<b>ANEXOS 1: CRITERIOS DE COMPARACIÓN</b>	<b>77</b>
9.1.	( $A_{CuT}=0.1$ CON 25% DE DATOS DE LEY DE $CuS$ )	77
9.2.	( $A_{CuT}=0.1$ CON 75% DE DATOS DE LEY DE $CuS$ )	77
9.3.	( $A_{CuT}=0.5$ CON 25% DE DATOS DE LEY DE $CuS$ )	78
9.4.	( $A_{CuT}=0.5$ CON 75% DE DATOS DE LEY DE $CuS$ )	79
9.5.	( $A_{CuT}=0.7$ CON 25% DE DATOS DE LEY DE $CuS$ )	80
9.6.	( $A_{CuT}=0.7$ CON 75% DE DATOS DE LEY DE $CuS$ )	81
9.7.	( $A_{CuT}=1.0$ CON 25% DE DATOS DE LEY DE $CuS$ )	82
9.8.	( $A_{CuT}=1.0$ CON 75% DE DATOS DE LEY DE $CuS$ )	83
9.9.	( $A_{CuT}=1.5$ CON 25% DE DATOS DE LEY DE $CuS$ )	84
9.10.	( $A_{CuT}=1.5$ CON 75% DE DATOS DE LEY DE $CuS$ )	85
9.11.	( $A_{CuT}=2.0$ CON 25% DE DATOS DE LEY DE $CuS$ )	86
9.12.	( $A_{CuT}=2.0$ CON 75% DE DATOS DE LEY DE $CuS$ )	87
9.13.	( $A_{CuT}=3.0$ CON 25% DE DATOS DE LEY DE $CuS$ )	88
9.14.	( $A_{CuT}=3.0$ CON 75% DE DATOS DE LEY DE $CuS$ )	89
9.15.	( $A_{CuT}=4.0$ CON 25% DE DATOS DE LEY DE $CuS$ )	90
9.16.	( $A_{CuT}=4.0$ CON 75% DE DATOS DE LEY DE $CuS$ )	91
<b>10.</b>	<b>ANEXOS 2: ESTUDIO DE SIMULACIONES</b>	<b>92</b>
<b>11.</b>	<b>ANEXOS 3: TABLAS DE COMPARACIÓN DE SIMULACIONES Y COKRIGING</b>	<b>96</b>
<b>12.</b>	<b>ANEXOS 4: SCRIPTS DE MATLAB</b>	<b>97</b>
	VECINDAD	97
	VECINDADBETA	98
	KRIGINGSIMPLEOMEGA	99
	GIBBSOMEGA	101

# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1. Motivación del trabajo

Actualmente el modelamiento de recursos minerales juega un rol protagónico en la evaluación de proyectos mineros, especialmente cuando aumentan las profundidades (excavaciones subterráneas o en el piso del pit final en la minería a cielo abierto) y por ende los costos (como transporte, tecnología, etc). Es así como la cuantificación precisa de los recursos es esencial para la economía minera y para cuantificar el riesgo del negocio en la industria.

El tema en particular (y la problemática a abordar) será simular la ley de cobre soluble (CuS) y la ley de cobre total (CuT) de un yacimiento exótico para el cual se tienen sondajes de exploración. Una característica especial de este yacimiento es que se tiene información parcial y sesgada de la ley de cobre soluble, debido a un muestreo preferencial realizado: se hacen análisis químicos sólo a muestras de cobre total desde una cierta ley mínima en adelante, lo que hace sentido económico para no gastar dinero en pruebas químicas en material que no será de interés.

La complicación del planteamiento anterior es que, a diferencia del común de un estudio geoestadístico, se debe modelar satisfactoriamente la distribución de ley de cobre soluble tomando en cuenta la información de ley de cobre total así como la relación de desigualdad entre estas dos variables, hecho que al imponerse afecta directamente a la estimación mediante los métodos clásicos como los diferentes tipos de kriging y/o co-kriging, e incluso a la simulación condicional. La relación que se debe cumplir a posteriori de la estimación o simulación es:

$$CuS \leq CuT = CuS + CuI$$

Donde CuI es la ley de cobre insoluble. La relación anterior es análoga a plantear el concepto de razón de solubilidad:

$$S = \frac{CuS}{CuT} \leq 1$$



## **1.2. Objetivos**

### *1.2.1. Objetivo General*

Diseñar una metodología para modelar conjuntamente leyes de cobre total y de cobre soluble y aplicarla a un caso de yacimiento cuprífero real.

### *1.2.2. Objetivos Específicos*

Modelar la distribución de ley cobre soluble, que fuera representativa (dado un muestreo preferencial).

Aplicar métodos de análisis de datos, variografía y simulación geoestadística multivariable.

Reproducir la distribución conjunta de variables dada una restricción de desigualdad.

Generar simulaciones geoestadísticas de CuT y CuS que reproduzcan la distribución conjunta de ambas variables

### **1.3. Alcances**

El estudio consistirá en la aplicación de métodos matemáticos y geoestadísticos en un yacimiento del cual se poseen sondajes con información de leyes de cobre soluble y leyes de cobre total. La complicación viene dada por el muestreo preferencial realizado a las altas leyes de cobre y la omisión de datos de leyes de cobre soluble en bajas leyes de cobre total.

En primera instancia se analizará la base de datos en cuanto al agrupamiento de la información a fin de equilibrar la información redundante. Luego se estimará la distribución de leyes de cobre soluble, esto mediante un modelamiento matemático del cual se podrá confirmar y avalar realizando previamente una prueba en una base de datos piloto completa quitando de manera intencional datos de ley de cobre soluble para comparar los resultados de la metodología.

Una vez realizado lo anterior se realizará la simulación de las leyes para reproducir la información del yacimiento entero, donde se utilizará previamente el muestreador de Gibbs para simular bajo restricciones las leyes de cobre soluble y cobre insoluble en los sitios con datos de ley de cobre total solamente.

Finalmente todo lo anterior podrá ser documentado y validado para entregar la información sobre los recursos del yacimiento en cuestión.

## 2. ANTECEDENTES

### 2.1. Conceptos básicos de geoestadística

#### 2.1.1. Variable regionalizada

El estudio geoestadístico se basa en el estudio de variables regionalizadas a partir de un sondeo de datos. Una variable regionalizada es un atributo asociado a un punto geográfico en específico, como por ejemplo, tipo de roca, calidad de geomecánica del punto descrito o, como en el caso de este estudio, leyes de ciertos metales.

La geoestadística busca caracterizar dichas variables en el espacio, observar las posibles relaciones existentes, modelar la variabilidad espacial y cuantificar la incertidumbre en sitios sin datos. Para ello se considera estas variables como realizaciones de funciones aleatorias, las cuales generalmente se suponen estacionarias, es decir, sus distribuciones de probabilidad son invariantes al desplazarse en el espacio.

En el caso multivariable, se habla de corregionalización para designar a un conjunto de variables regionalizadas distribuidas en un mismo dominio (campo) del espacio, o al conjunto de funciones aleatorias asociadas.

#### 2.1.2. Función Aleatoria [3]

Sea el posicionamiento geográfico  $\mathbf{x}$  perteneciente a un dominio definido  $D$ , donde:  $D \subset \mathbb{R}^2$ . El conjunto de variables aleatorias asociadas a los puntos del dominio ( $Z(\mathbf{x})$ ), constituyen lo que se denomina como función aleatoria.

Así, la variable regionalizada queda interpretada por una realización de una función aleatoria. Esta se caracteriza por tener una distribución espacial, formalmente se puede decir que:

$$\begin{aligned} \forall n \in \mathbb{N}^* \\ \forall z_1, \dots, z_n \in \mathbb{R}, \forall x_1, \dots, x_n \in D \subset \mathbb{R}^2 \\ Z(x_1) < z_1, \dots, Z(x_n) < z_n \end{aligned}$$

Cabe destacar que en la práctica se cuenta con una sola realización de esta función aleatoria, por lo que se complica el hecho de inferir su distribución espacial. Además, se posee sólo un dominio acotado, es decir, con información limitada al número de datos con el que se cuenta, por lo que la problemática de la inferencia se relajará asumiendo algunas hipótesis.

1. Estacionaridad: La distribución espacial no varía por traslación en el espacio, lo que simplifica el tema de una posible heterogeneidad de la variable regionalizada atribuyéndole cierta homogeneidad dentro del espacio de estudio.
2. Ergocidad: Las esperanzas matemáticas pueden aproximarse mediante la media muestral o promedio en el espacio.

Lo anterior promueve el hecho de interpretar a la distribución espacial mediante sus parámetros más importantes o primeros momentos como la esperanza y la varianza (los cuales miden posición y dispersión respectivamente) y la covarianza y variograma (los cuales miden el grado de similitud entre los datos en función de su separación).

### 2.1.3. Variogramas Directos y Cruzados

Los variogramas son funciones que modelan la continuidad espacial de una cierta variable (en el caso directo) o la interacción entre dos variables en el espacio (en el caso cruzado). Formalmente:

1. Variograma directo de una variable  $Z_i$  estacionaria:

$$\gamma_i(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} \text{var}\{Z_i(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z_i(\mathbf{x})\}$$

$$\gamma_i(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} E\{[Z_i(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z_i(\mathbf{x})]^2\}$$

2. Variograma Cruzado entre dos variables  $Z_i$  y  $Z_j$  de medias constantes:

$$\gamma_{ij}(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} \text{cov}\{[Z_i(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z_i(\mathbf{x})], [Z_j(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z_j(\mathbf{x})]\}$$

$$\gamma_{ij}(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} E\{[Z_i(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z_i(\mathbf{x})][Z_j(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z_j(\mathbf{x})]\}$$

Donde:

$Z_i, Z_j$ : Funciones aleatorias representando las variables regionalizadas  $n^\circ i$  y  $n^\circ j$

$\mathbf{x}$ : Posición en el espacio.

$\mathbf{h}$ : Vector de separación.

Si  $Z_j = Z_i$  en el variograma cruzado se recupera la definición del variograma directo, también llamado variograma simple.

Experimentalmente los variogramas directos o cruzados se calculan al reemplazar las esperanzas matemáticas por medias muestrales, aplicadas al conjunto de pares de datos separados por el vector  $\mathbf{h}$ .

A continuación se presentan los variogramas experimentales directos y cruzados de dos variables de ejemplo (NS\_V1 y SCT\_V2), calculados en dos direcciones del espacio, una omnihorizontal (N0) y la otra vertical (D-90):

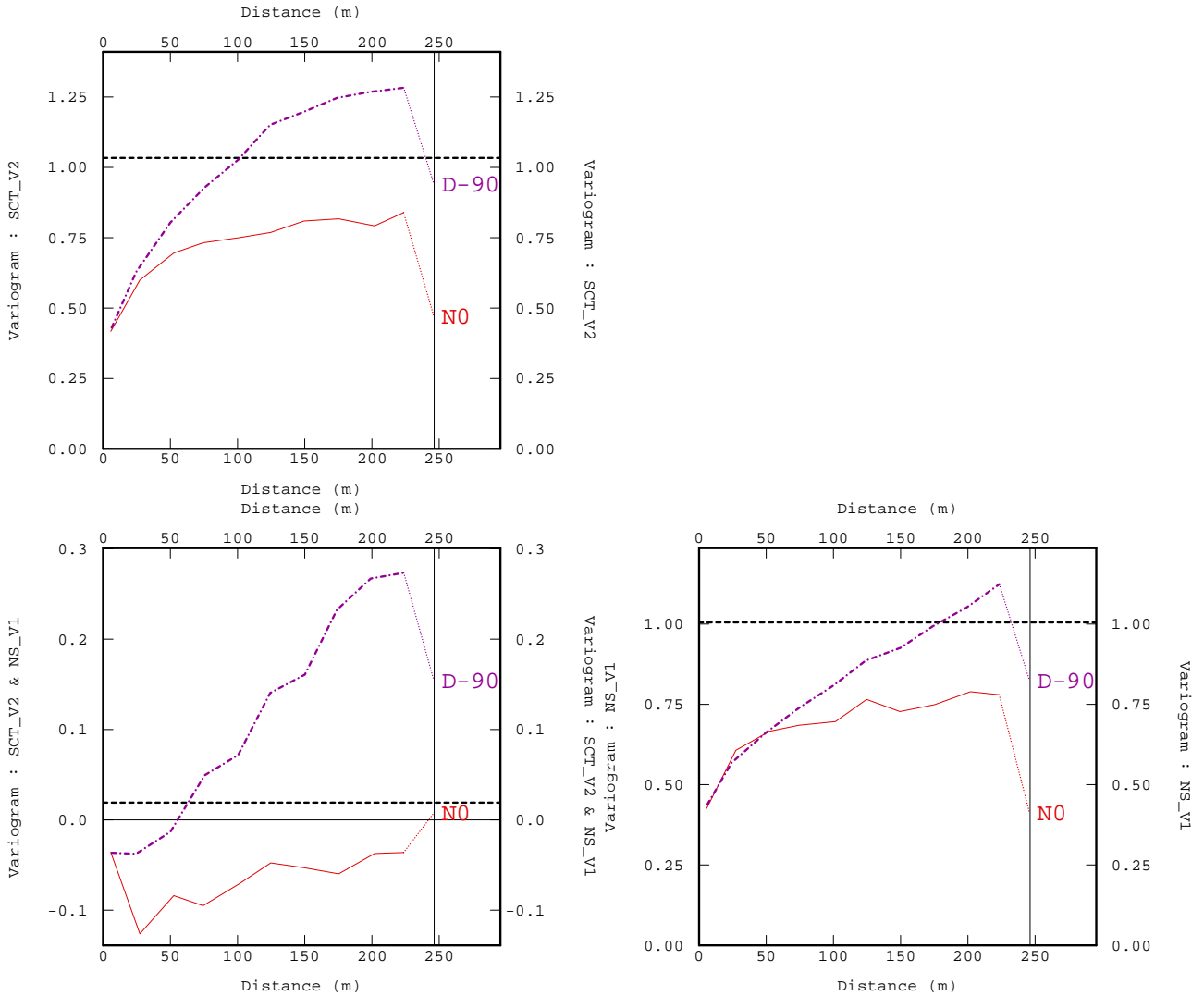


Figura 1, Variogramas experimentales directos (arriba y abajo a la derecha) y cruzado (abajo a la izquierda).

Si se sigue en el estricto rigor las definiciones anteriores se puede llegar a variogramas experimentales con pocos pares de datos representativos. Es por ello que se introduce los conceptos de tolerancias donde en vez de buscar pares de datos a una cierta separación  $h$ , se agregan holguras para abarcar un área definida.

Las tolerancias pueden cambiar las interpretaciones variográficas. Por eso es importante tomarlas en cuenta a la hora de calcular un cierto variograma. A continuación se adjuntan ilustraciones de las diferentes tolerancias atribuibles a los variogramas tanto en 2D como en 3D. Junto con ellas se adjunta las regiones de búsqueda de pares de datos. [18]

En dos dimensiones se consideran los siguientes tipos de tolerancia:

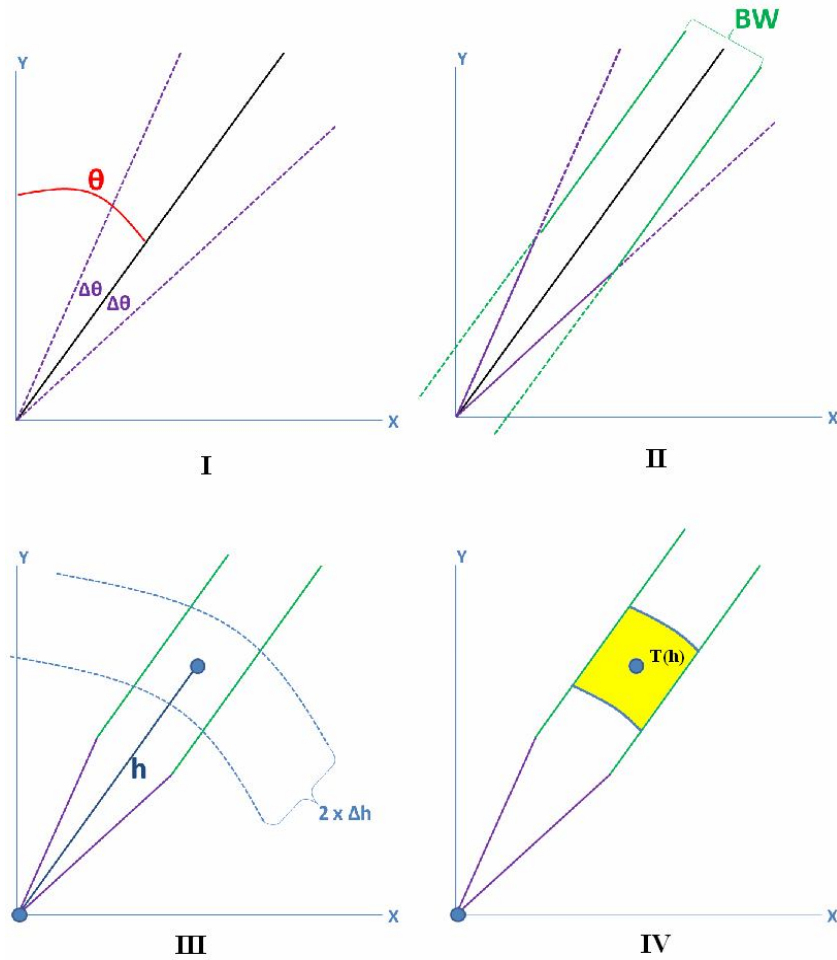


Figura 2, En I la construcción según tolerancia angular en torno a la dirección de azimut  $\theta$ , II según ancho de banda, III según tolerancia en la distancia y IV el área de tolerancia final.

Donde:

- $\mathbf{h}$  = vector de separación.
- $\theta$  = azimut (contado en el sentido del reloj desde la dirección norte).
- $\Delta h$  = tolerancia en la distancia.
- $\Delta\theta$  = tolerancia en el azimut.
- BW = ancho de banda (*band width*).
- $T(\mathbf{h})$  = región de tolerancia asociada al vector  $\mathbf{h}$ .

Al considerar un ancho de banda infinitamente grande y una tolerancia en el azimut de  $90^\circ$ , el variograma experimental depende solamente de la norma del vector  $\mathbf{h}$  y de la tolerancia en esta norma, no de la dirección de  $\mathbf{h}$ . Tal variograma experimental se califica de “omnidireccional”.

La definición de tolerancias es más compleja en 3D, donde se agrega una tolerancia en la inclinación (*dip*, contado positivamente desde el plano horizontal hacia arriba) y un alto de banda (*band height*). La zona de tolerancia en torno a una dirección del espacio se define como la intersección de dos prismas, tal como ilustrado en las siguientes figuras:

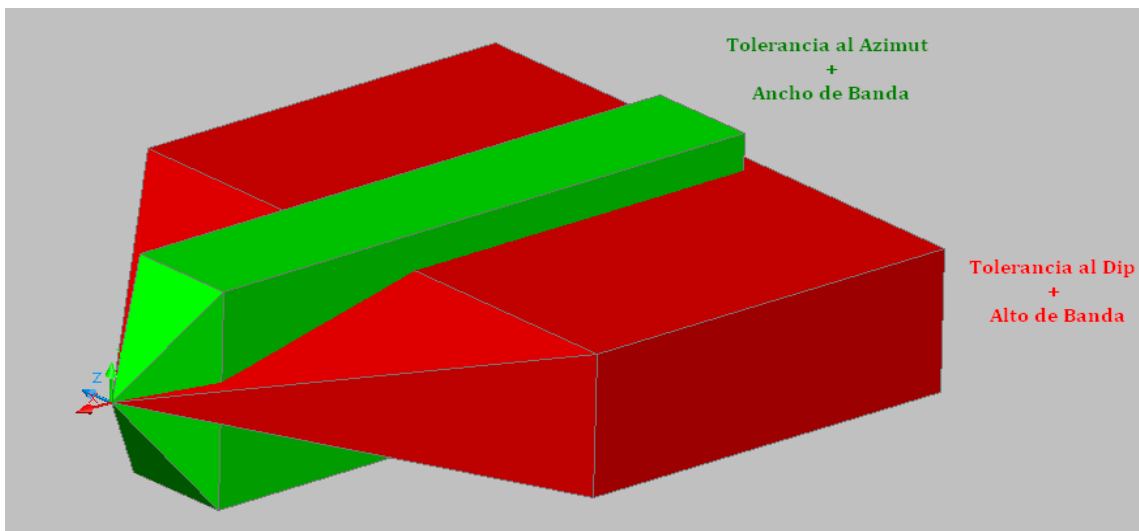


Figura 3, Zonas de búsqueda por parámetros de tolerancia en 3D (superpuestas).

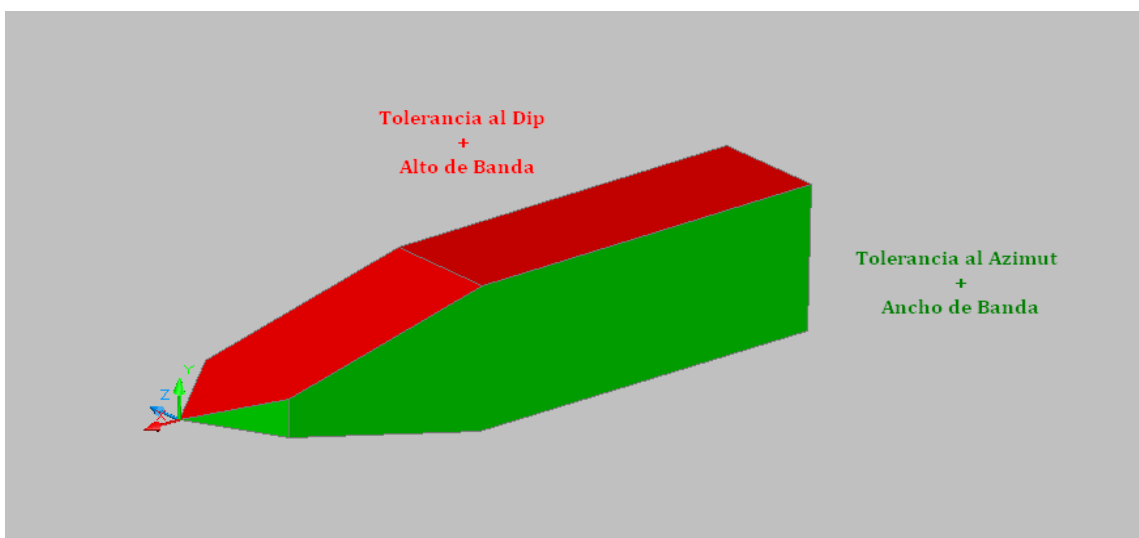


Figura 4, Prisma de tolerancia, intersección de zonas de búsqueda solapadas de la ilustración 3.

Alternativamente, en lugar de dos tolerancias angulares (en azimut e inclinación), se puede considerar un solo ángulo de tolerancia y definir un cono de tolerancia en torno a la dirección de interés (junto con ancho y alto de banda).

#### 2.1.4. Modelos de Correogionalización [18] [12]

Los modelos de correogionalización son funciones modeladas a partir de los variogramas experimentales encontrados. Por lo general, en el caso multivariable, se hace la simplificación de tomar el modelo lineal de correogionalización, el cual se define como una combinación lineal de funciones básicas (estructuras anidadas). Formalmente:

$$\mathbf{G}(\mathbf{h}) = \sum_{k=1}^s \mathbf{S}_k g_k(\mathbf{h})$$

Donde:

**G(h)**: Es la matriz de variogramas modelados (directos y cruzados de las variables) para el vector **h** (en la fila n° i y columna n° j, se tiene el variograma cruzado  $\gamma_{ij}$ ).

**S<sub>k</sub>**: Matriz de coeficientes (mesetas) de modelos bases. (Debe ser simétrica y semi-definida positiva).

**g<sub>k</sub>(h)**: Función de variograma básica escogida, cuyos valores dependen del paso a tomar **h**.

El objetivo es ajustar los variogramas experimentales mediante la función **G(h)**. Para ello el problema se puede resumir en tres pasos:

1. Elección de la forma del modelo: Lo más básico, encontrar un conjunto de modelos básicos cuyas combinaciones tengan una morfología similar a la de los variogramas experimentales.
2. Estimación de parámetros de modelo (alcances, mesetas): Es un paso laborioso cuando se tiene más variables, dada la mayor cantidad de variogramas (directos y cruzados) a modelar.
3. Verificación del carácter semi-definido positivo de las matrices de coeficientes: Las matrices de coeficientes del modelo son de n x n donde n es el número de variables. Es claro que con una variable, cada matriz es sólo un número. En este caso, basta con que este número sea positivo o nulo. En el caso de más variables,



es necesario diagonalizar las matrices de coeficientes para asegurarse de que sus valores propios no son negativos. En la práctica, se suele usar algoritmos de ajuste semi-automático para cumplir esta condición, como el Goulard y Voltz [13].

A continuación se presenta un ejemplo de un modelo de correogionalización para ley de cobre (Cu) y ley de oro (Au).

$$\begin{pmatrix} \gamma_{Cu} & \gamma_{Cu/Au} \\ \gamma_{Cu/Au} & \gamma_{Au} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.06 & 0.3 \\ 0.3 & 15 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.18 & 1.85 \\ 1.85 & 29 \end{pmatrix} \text{esf}(100m) + \begin{pmatrix} 0.20 & 1.45 \\ 1.45 & 13 \end{pmatrix} \text{exp}(40m, \infty)$$

**Mod 1: Pepita    Mod 2: Esférico    Mod 3: Exponencial**

En el lado derecho de la ecuación anterior se puede apreciar los modelos correspondientes a los variogramas de las dos variables, donde las matrices de coeficientes son las numéricas que acompañan a las funciones (pepita, esférico, exponencial) con sus parámetros (alcances) respectivos y que deben ser semi-definidas positivas.

Un retro análisis válido de realizar una vez construido el modelo de correogionalización es examinar el número de estructuras ocupadas en  $\mathbf{G}(\mathbf{h})$ . Si el modelo no es concluyente o representativo constaría considerar si es posible agregar más estructuras para mejorar la representación. Por otro lado si la representación es buena, es factible preguntarse también si es posible sacar alguna estructura, esto porque a mayor cantidad de estructuras básicas el modelo se vuelve inútilmente complejo.

### 2.1.5. Tipos de muestreo

En el análisis de datos regionalizados, es importante saber sobre el posicionamiento de los datos de cada variable respecto una de otra. El caso más sencillo se da cuando las variables son conocidas en todos los sitios con datos (muestreo *homotópico* o *isotópico*). También se da la situación en que dos variables tienen solamente una fracción de sus datos en los mismos sitios, por ejemplo cuando una variable está sub-muestreada con respecto a otra (muestreo *parcialmente heterotópico*). Lo anterior está ligado a una práctica recurrente en la industria, llamada muestreo preferencial, la cual consiste en que si el valor de la primera variable está bajo un cierto mínimo no se gastan recursos en tener información sobre el valor de la segunda variable en el mismo punto. Finalmente, se puede tener dos variables conocidas en subconjuntos disjuntos de datos (muestreo *totalmente heterotópico*):

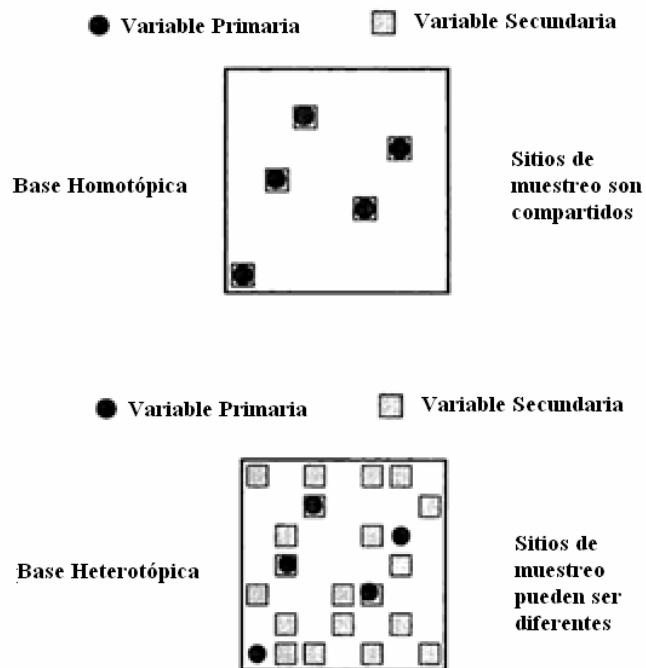


Figura 5, Arriba: Muestreo homotópico, Abajo: Muestreo heterotópico.

## 2.2. Métodos de Estimación

### 2.2.1. Kriging

En la actualidad, la estimación de leyes minerales en los yacimientos se realiza con métodos geoestadísticos de kriging. Estos métodos consideran la variable a estimar como una realización de una función aleatoria, descrita por su valor esperado (media) y variograma. El kriging consiste en estimar la ley en un sitio o bloque a partir de una combinación lineal ponderada de los datos ubicados en una vecindad de este sitio o bloque; la ponderación de los datos se determina usando el variograma, de modo de no tener sesgo y minimizar el error cuadrático promedio de la estimación (media del error nula y varianza del error mínima).

Las principales variantes son:

- Kriging Simple: Se conoce la media  $m$  de la función aleatoria, la cual es representativa de cada región del espacio.
- Kriging Ordinario: Se desconoce la media de la función aleatoria. El considerar el valor de la media como desconocido permite generalizar el estimador a situaciones donde esta media no es constante en el espacio: la media puede variar de una región a otra del espacio, siempre que sea aproximadamente constante en cada vecindad de kriging.

### 2.2.2. Cokriging

En el caso multivariable, se considera los variogramas de las distintas variables (variogramas directos) así como los variogramas cruzados entre variables, los cuales describen la estructura de correlación espacial conjunta de todas las variables. La extensión multivariable del kriging se conoce como cokriging.

El cokriging proporciona estimaciones insesgadas de las leyes desconocidas. Asimismo, el cokriging permite tomar en cuenta las dependencias entre variables y reproduce las relaciones lineales entre variables. Su ejecución se puede resumir en el siguiente esquema:

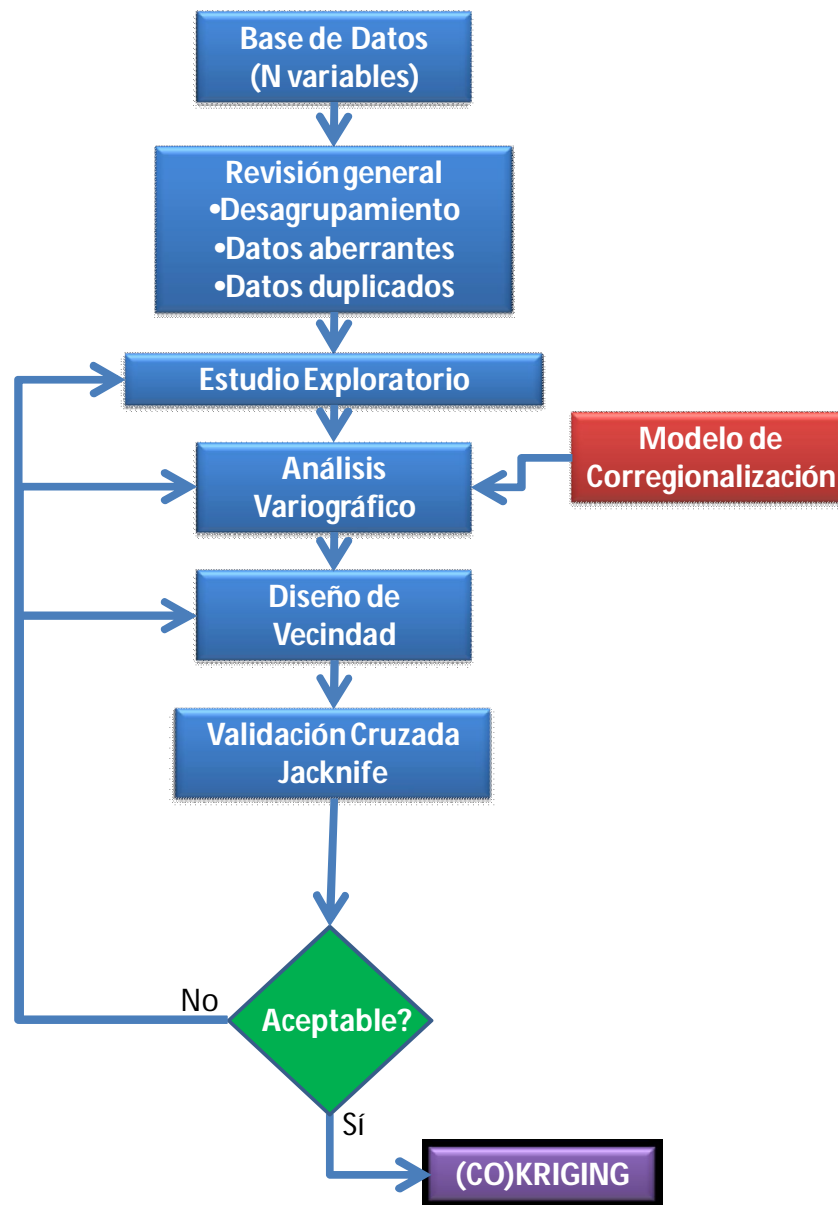


Figura 6, Flujo de ejecución de (co)kriging.

### 2.2.3. *Propiedades*

El kriging y el cokriging poseen ciertas desventajas generales y algunas críticas puntuales que afectan directamente al estudio presente:

Suavizamiento: La dispersión de los valores estimados es menor a la de los datos verdaderos, por lo que se tiende a subestimar los valores altos y sobrestimar los valores bajos. Además el método es incapaz de reproducir valores extremos y puede producir un sesgo en la estimación de funciones que incluyan una ley de corte. Esta propiedad ocurre con otros interpoladores, como el inverso de la distancia o las splines de interpolación.

Los ponderadores y la varianza de kriging no dependen del valor de los datos: Esto resultará en la desconsideración de la variabilidad en las zonas de valores altos (esto por el llamado efecto proporcional) y por lo tanto se estaría restando importancia a esta fuente de incertidumbre.

Relación CuT/CuS: Particularmente, este sería el problema más crítico, pues el kriging o cokriging no aseguran la reproducción de relaciones de desigualdad (por ejemplo, que la ley estimada fuera positiva, o que la ley de cobre total estimada fuera mayor que la ley de cobre soluble estimada).

Debido a lo anterior se recurre también a la revisión de otros tipos de técnicas como lo son las simulaciones condicionales.

## 2.3. Métodos de Simulación

### 2.3.1. Principios

Como alternativa a los métodos de kriging, se han desarrollado métodos de simulación que buscan entregar modelos no suavizados de leyes (en el caso multivariable, co-simulación). Estos métodos se basan en el modelamiento de la(s) función(es) aleatoria(s) que representan la(s) variable(s) de interés, siendo el modelo multi-Gaussiano el más usado para el caso de leyes minerales. [12] [3] [4]

Posterior al modelamiento se sigue la lógica de que la variable regionalizada es una realización de una función aleatoria y se realizan múltiples realizaciones de ésta condicionada a los datos disponibles. Cada una de estas realizaciones constituye un escenario posible y por ende permite tener una idea realista de la distribución de valores en el espacio.

La teoría y realizaciones de simulaciones además permite ir un paso más allá en el negocio minero, pues se pueden tener múltiples escenarios, de donde se pueden sacar peores, mejores casos, casos medios, confiabilidades en torno al riesgo, variabilidades de las leyes, etc. Adicionalmente, a diferencia del kriging, se puede estimar sin sesgo funciones sobre la variable, por ejemplo recursos recuperables sobre una cierta ley de corte (tonelajes, leyes medias).

Sin embargo, al asumir todo lo anteriormente citado, aún existen algunos problemas generales y particulares al caso de estudio.

### 2.3.2. Cosimulación Multigaussiana [12] [3] [4]

Para realizar la cosimulación multi-gaussiana se puede seguir las siguientes etapas:

1. Transformación gaussiana de las variables iniciales (anamorfosis).
2. Test de adecuación de la hipótesis multigaussiana: Existen varios tipos de verificaciones, entre ellas el análisis variograma/madograma o de las nubes de correlación diferida.[3][12][5].
3. Análisis variográfico conjunto de las variables gaussianas: Se estudia en un principio las posibles anisotropías geométricas y/o zonales y se escogen direcciones a fin de obtener variogramas experimentales representativos. Luego se ajustan los variogramas modelados basado en el modelo lineal de correogionalización. Este modelo implica algunas restricciones en cuanto a los parámetros de los variogramas de las gaussianas y sus variogramas cruzados.

4. Simulación conjunta de las variables: Se define una grilla y un método de simulación, por ejemplo el de las bandas rotantes. Otro métodos son la simulación secuencial, donde cada variable se simula sucesivamente, condicionadas a las variables previamente simuladas, la descomposición LU de la matriz de covarianza, la simulación espectral.
5. Transformación inversa de variable gaussianas: Se llevan los valores gaussianos simulados a los valores originales, por medio de la(s) anamorfosis inversa(s).

Sin embargo, al asumir todo lo anteriormente citado, aún existen algunos problemas generales y particulares al caso de estudio:

Requerimientos de función aleatoria: En líneas generales las hipótesis de la simulación son mayores. A diferencia de kriging, no son solamente necesarios el variograma y la media, sino que también se requiere conocer la distribución espacial completa de la función aleatoria, en este caso una distribución multi-gaussiana. Esto tiene implicancias sobre el tipo de variables que se es capaz de simular (variables con distribución espacial diseminada). [3] [9]

Relación CuT/CuS: El modelo multigaussiano tampoco permite reproducir relaciones de desigualdad entre variables simuladas. Una solución consiste en cambiar las variables, por ejemplo, en lugar de las leyes de cobre total y soluble, considerar la ley de cobre total y razón de solubilidad [8], esto ya que simular la solubilidad permitiría acotar el rango de simulación entre 0 y 1, luego la anamorfosis también sería acotada. Otra opción que se pretende explorar en el trabajo de tesis es simular las leyes de cobre soluble y cobre insoluble, en la restricción única de que sean positivas.

### 2.3.3. Simulación usando transformación condicional paso a paso (Stepwise) [15]

Esta variante de las simulaciones permite una configuración más flexible en lo que respecta a las cosimulaciones de variables, por lo que da la chance de poder imponer la restricción de desigualdad sobre las variables CuT/CuS. Se diferencia básicamente en que se prioriza la variable primaria (o de interés) frente a la secundaria, y no solo eso, sino que también se debe tener la información completa de la variable secundaria en donde existen datos primarios. Por ello, de ser necesario, estos mismos se deben simular antes. El procedimiento propuesto de realización de esta simulación es el siguiente:

1. Se hace la revisión general de la base de datos.
2. Jerarquización de variables de estudio: Se realiza una jerarquización de variables, esto es, se elige la variable primaria, luego las secundarias, priorizando en este caso la que tiene más baja reproducibilidad de información.
3. Transformación Gaussiana: Se hace la transformación a la variable primaria:

$$Y'_1 = G^{-1}[F_1(z_1)]$$

Luego, se transforman la siguiente variable, sin embargo, la anamorfosis que se logre de ésta debe tener una correlación nula a una paso de  $h = 0$  con respecto a los valores gaussianos de la(s) variable(s) anteriores. O sea:

$$C'_{ij}(0) = C(Y'_i(\mathbf{u}), Y'_j(\mathbf{u})) = 0, \quad i \neq j, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n$$

Así, sucesivamente se transforma hasta la última variable condicionando por clase de la (las) variable(s) anterior(es):

$$Y'_2 = G^{-1}[F_{2|1}(z_2 | z_1)]$$

$$\vdots$$

$$Y'_n = G^{-1}[F_{n|1,\dots,n-1}(z_n | z_1, \dots, z_{n-1})]$$

4. Realizar análisis exploratorio y variográfico.
5. Simular variable(s) secundaria(s): Es importante para el método que exista la información secundaria en los puntos a simular de la variable primaria. Por ello se simula la variable secundaria hasta tener toda la información.

6. Simular variable primaria: Una vez completada la simulación y la obtención de información secundaria en los lugares de interés, se procede a simular la variable primaria. Para ello no es necesario condicionar el resultado primario con la variable secundaria. Es aquí donde entra la hipótesis de Markov [12] [4], la cual dice que el valor primario es linealmente dependiente del valor secundario, por lo que sólo basta el valor secundario del lugar a simular y los datos primarios colindantes (por vecindad).
7. Construcción de función de distribución condicional para variable primaria: Se construye la función indicada para la variable primaria. De no ser posible la construcción de una distribución representativa se simula con la hipótesis de Markov basada en la variable secundaria.
8. Transformación inversa de datos Gaussianos: Se llevan los valores gaussianos simulados a valores originales de leyes mediante las anamorfosis inversas realizadas.



La evolución de la transformación para dos variables (una primaria,  $Z_1$  y otra secundaria,  $Z_2$ ) mediante esta metodología se puede apreciar en el siguiente esquema:

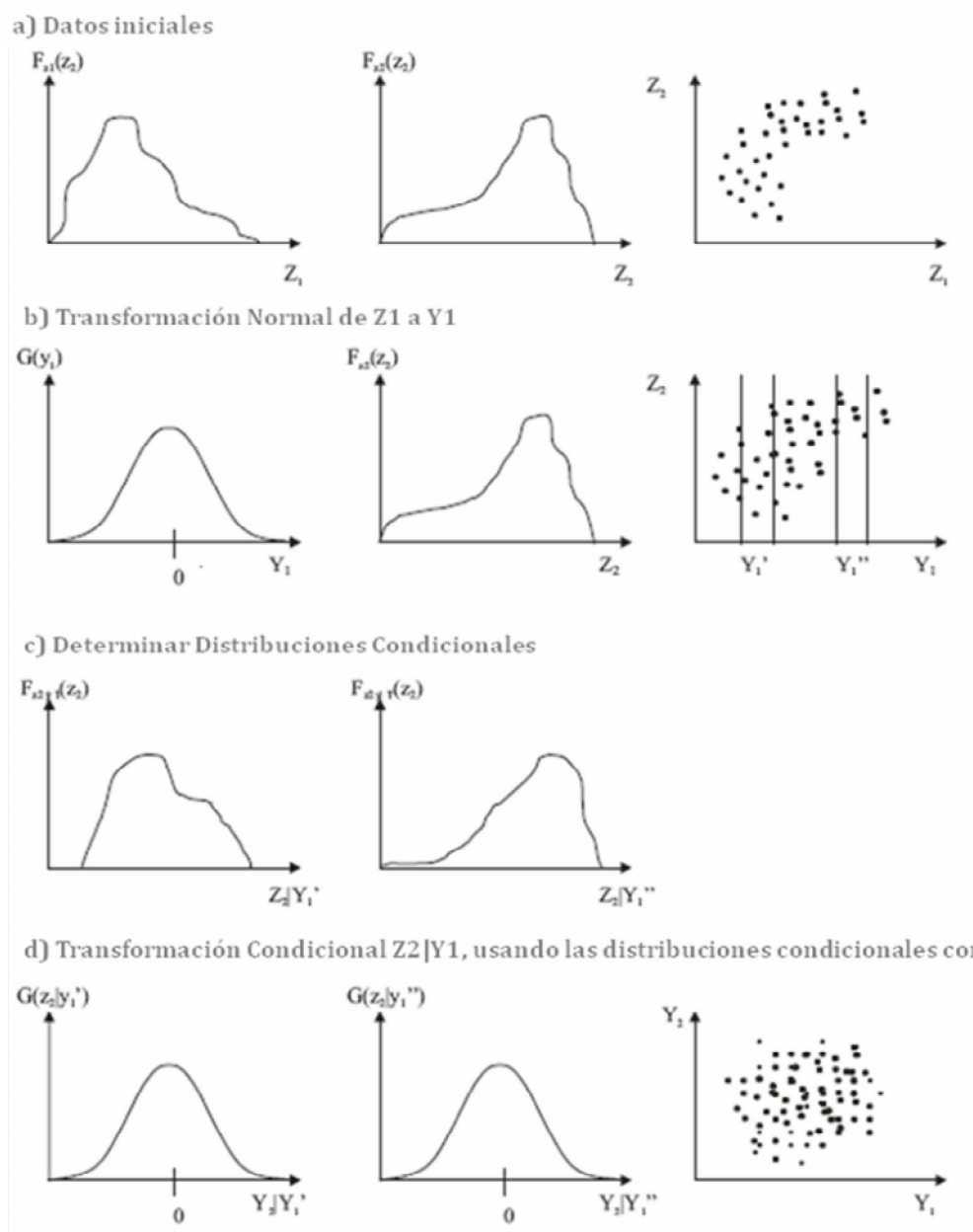


Figura 7, Simulación condicional paso a paso para dos variables [15].

### 2.3.4. Simulación Gaussiana Truncada [7] [1]

El principio de este método consiste en truncar una función aleatoria multigaussiana ( $Y(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$ ) de media, varianza y covarianza dadas, por  $n$  valores umbrales  $\{y_1, \dots, y_n\}$ . De tal manera tener la siguiente definición de una variable categórica  $I(\mathbf{x})$ :

$$I(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{si } Y(\mathbf{x}) < y_1 \\ \dots\dots\dots \\ i & \text{si } Y(\mathbf{x}) \geq y_i \text{ e } Y(\mathbf{x}) < y_{i+1} \\ \dots\dots\dots \\ n & \text{si } Y(\mathbf{x}) \geq y_n \end{cases}$$

Este procedimiento no sólo puede ser aplicado a una sola función gaussiana, también puede ser aplicado a diferentes funciones gaussianas (modelo plurigaussiano).

Antes de seguir con la metodología de construcción de este tipo de simulación se necesita implementar una herramienta fundamental, el **muestreador de Gibbs**.

1. Muestreador de Gibbs [14] [19] [11] [2] [10]: Basado en la teoría de las cadenas de Markov, es un método iterativo que se utiliza para realizar el condicionamiento de simulaciones en aquellos casos que no sean multigaussianas o donde las condiciones son complejas (intervalos, desigualdades, en lugar de valores exactos). Formalmente:

Se busca simular un vector aleatorio  $T$ , cuya distribución aleatoria multivariable  $\zeta$  está definida sobre un espacio  $\Omega$ . Se construye una secuencia de estados aleatorios  $\{T_k, k \in \mathbf{N}\}$ , cuya distribución converja a la distribución deseada  $\zeta$ . La transición entre cada estado se define con una matriz o núcleo de transición  $P$ , luego:

$$\forall (t, t') \in \Omega \quad P(t, t') = \text{Prob}\{T_1(k+1) = t' \mid T_1 k = t\}$$

La convergencia se logra si y sólo si se cumplen las siguientes propiedades:

- i. La cadena es irreducible, es decir, es posible visitar cada estado de  $\Omega$  que tenga una probabilidad positiva de ocurrencia, en un número finito de pasos.
- ii. La cadena es aperiódica, es decir, no está supeditada a seguir un ciclo de largo definido entre ciertos estados.
- iii.  $\zeta$  es una distribución invariante para la matriz de transición P.

$$\forall t' \in \Omega, \sum_{t \in \Omega} P(t, t') \zeta(t) = \zeta(t')$$

Típicamente, la transición desde un estado  $T_k$  a un estado  $T_{k+1}$  consiste en escoger un componente del vector  $T_k$  y cambiar su valor por uno nuevo sujeto por la distribución de probabilidad condicional al resto de los valores existentes y por las condiciones específicas (intervalo, desigualdad, etc.) sobre la componente escogida.

Otra opción para la transición es una propuesta de un estado posible ( $t'$ ), de acuerdo a una matriz de transición irreducible y aperiódica, seguida por su aceptación o rechazo según el criterio de Metrópolis: se acepta el estado  $t'$  propuesto con probabilidad:

$$\alpha(t, t') = \text{Min} \left( \mathbf{1}, \frac{\zeta(t')}{\zeta(t)} \right)$$

Resumiendo las formalidades, en el caso de la simulación gaussiana truncada, se busca simular la variable gaussiana  $y(\mathbf{x})$  en los sitios con variable categórica  $I(\mathbf{x})$ . El muestreador de Gibbs se realiza de la siguiente forma:

- i. Generar un conjunto de valores iniciales gaussianos (S) consistentes con las restricciones duras impuestas (intervalos).
- ii. Elegir un punto con datos al azar.
- iii. Determinar la distribución de probabilidad condicional de la función aleatoria gaussiana con el resto de los datos condicionantes.
- iv. Simular un valor a partir de la distribución obtenida en iii. respetando la regla de truncación impuesta según restricción dura. De otro modo, se puede simular un valor nuevamente hasta que se logre cumplir con lo requerido.
- v. Repetir muchas veces (por ejemplo 100 veces el número de datos totales) los pasos ii a iv.

Con esto finalmente se obtiene un conjunto de valores gaussianos en los sitios con datos con lo que posteriormente se simula la función aleatoria gaussiana al resto de los sitios no muestreados.

El muestreador de Gibbs puede extenderse a la simulación multigaussiana bajo restricciones complejas [10] [9], para lo que podrá ser de interés para reproducir la relación de desigualdad entre leyes de cobre total y soluble.

## 2. Construcción de Simulación Truncada [1]:

Las etapas para simular una variable categórica  $I(\mathbf{x})$  son las siguientes:

- i. Generar valores gaussianos en los sitios con datos de la variable categórica  $I(\mathbf{x})$  mediante muestreador de Gibbs, a fin de que los valores tengan la distribución multigaussiana deseada y cumplan con las restricciones duras exigidas.
- ii. A partir de los valores gaussianos generados en i. se realiza la simulación condicional de la función aleatoria gaussiana  $Y(\mathbf{x})$  en los sitios no muestreados, a través de cualquier método de simulaciones de funciones aleatorias multigaussianas.
- iii. Se aplica la truncación a los valores gaussianos, generando así los valores categóricos deseados.

## 2.4. Modelamiento de Distribución

Otro punto de interés en esta tesis es el modelamiento de distribuciones de variables conocidas a partir de un muestreo. Este problema no se presenta en caso de tener un muestreo regular, dado que el histograma experimental de los datos se asume representativo de la distribución subyacente. En el caso de un muestreo irregular, se han desarrollado métodos de desagrupamiento, que permiten obtener una distribución representativa a partir de una ponderación de los datos en función de su aislamiento en el espacio. Más problemático es el caso de muestreos preferenciales, que producen una distorsión (sesgo) en la distribución experimental de los datos.

### 2.4.1. Desagrupamiento

Consiste en ponderar los datos al momento de calcular su histograma según su grado de aislamiento frente a otros datos espacialmente. Algunos ejemplos de métodos conocidos son los que se enuncian a continuación:

#### 1. Polígonos/poliedros de influencia:

Se pondera cada dato por su área/volumen de influencia en el espacio.

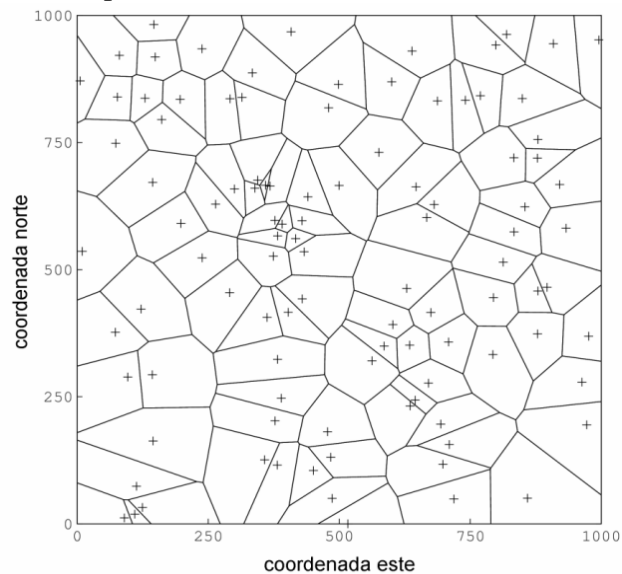


Figura 8, Ejemplo de datos diseminados en el espacio con sus respectivos polígonos de influencia.

2. Método de las celdas: Se divide el espacio en celdas congruentes, las cuales tienen asignadas un ponderador equivalente para cada una. El ponderador se reparte en cada dato según la cantidad de observaciones encerradas en cada celda. Luego respondiendo al principio del aislamiento del desagrupamiento, aquellos valores más aislados (menor cantidad por celda) son los que tienen un ponderador más alto.

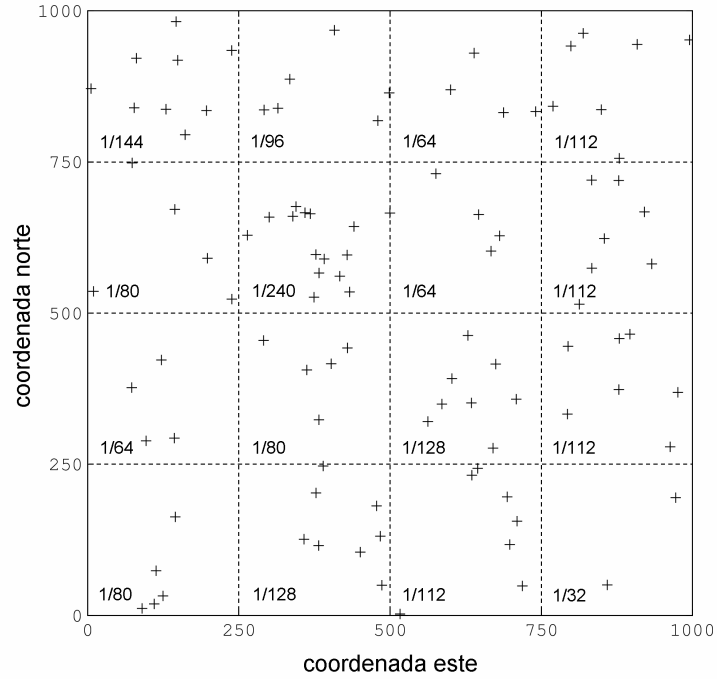


Figura 9, Ejemplo de datos diseminados en el espacio con y las celdas definidas con su ponderador respectivo.

Como propuesto en el trabajo de tesis se analizarán otras formas de desagrupar los datos debido al muestreo preferencial existente en la base de datos, a partir de un modelamiento de la distribución bivariable entre leyes de cobre total y cobre soluble. Se pretende diseñar metodologías para poder inferir una distribución representativa de la ley de cobre soluble, utilizando como soporte la información de la ley de cobre total (muestreada en forma no preferencial) y la relación de dependencia entre estas dos variables.

### 3. METODOLOGÍA

#### 3.1. Presentación de datos

Se cuenta con una base de datos heterótopica de un yacimiento de óxidos de cobre, de la cual se tienen datos de ley de cobre soluble (CuS) y de ley de cobre total (CuT). Los datos provienen de una misma unidad geológica y están distribuidos en un volumen de 400[m] x 350[m] x 150[m] en las direcciones este(X), norte(Y) y cota(Z) respectivamente:

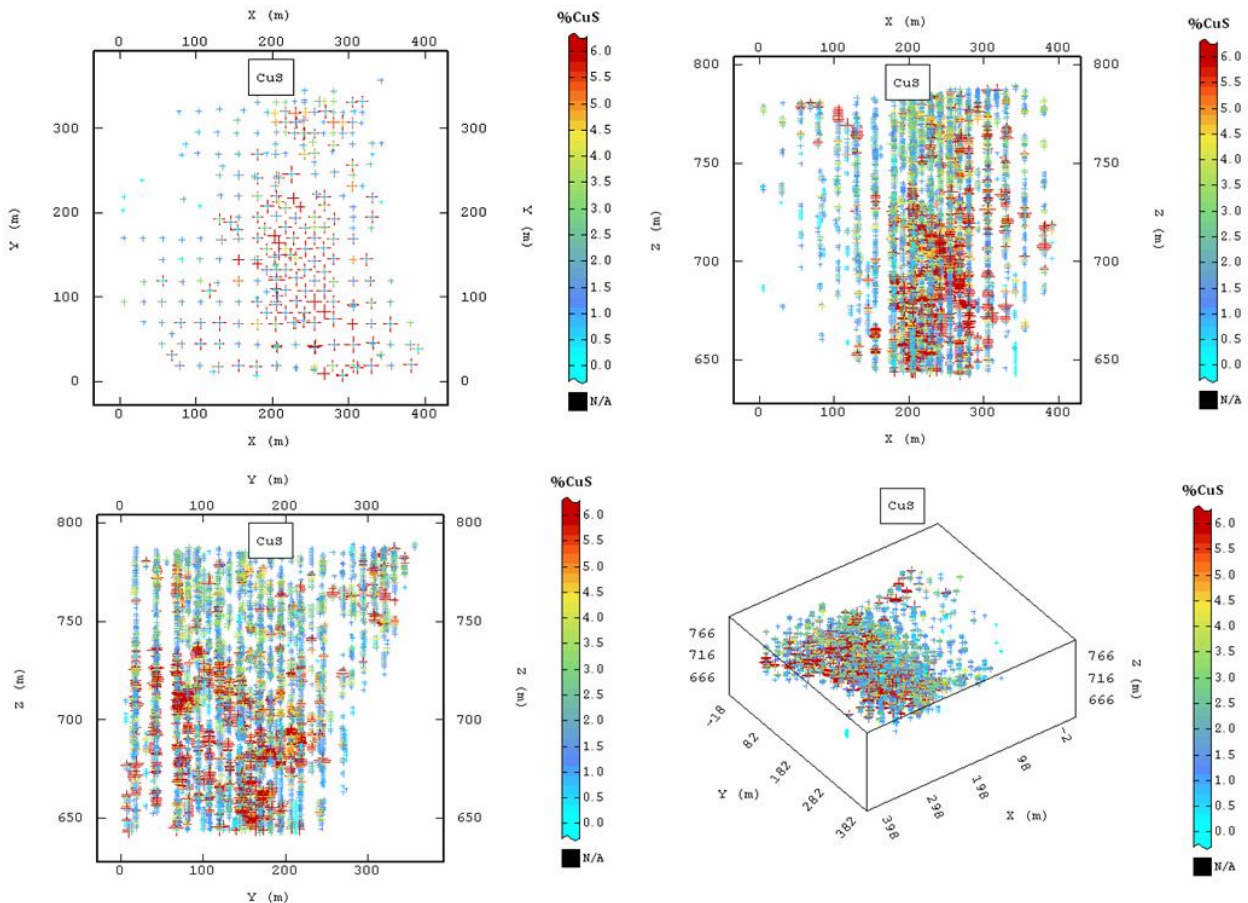


Figura 10, Vistas de sector del yacimiento: arriba izquierda planta, arriba derecha perfil NS, abajo izquierda perfil EO, abajo derecha vista isométrica. Los colores indican la ley de cobre soluble.

La heterotopía consiste en que, si bien en todos los puntos hay información de CuT, no en todos hay información de CuS, hecho que sesga la distribución de esta variable puesto que las bajas leyes de CuT son las que no tienen datos de CuS. Las estadísticas básicas e histogramas de los datos son los siguientes:

	Ley de CuS [%Cu]	Ley de CuT [%Cu]
<b>N° datos</b>	6906	27233
<b>Mínimo</b>	0.05	0.05
<b>Máximo</b>	15.90	17.10
<b>Media</b>	2.91	1.03
<b>Desv Est.</b>	2.29	1.78

Tabla 1, Estadísticas básicas de leyes de cobre soluble y cobre total de sector de estudio.

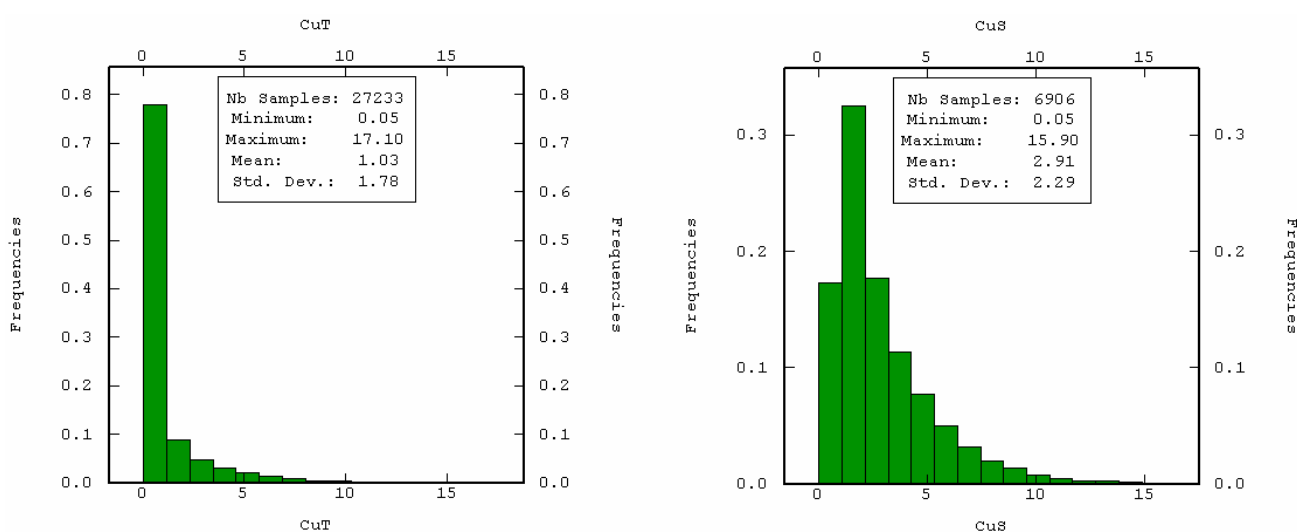


Figura 11, Histogramas de CuT y CuS del sector de estudio.

El nivel de heterotopía es de un **25,4%**, es decir de los 27.233 datos donde existe CuT, sólo un cuarto de los datos (6.906) poseen información de ley de cobre soluble (CuS). El carácter preferencial del muestreo de CuS queda evidente al comparar las leyes medias de CuT (1,03%) y CuS (2,91%) en los datos disponibles.

Dada la importancia del cobre soluble para el estudio se buscará modelar una distribución representativa de esta variable.

Otra faceta de interés es la tendencia que tienen al correlacionarse las leyes de cobre soluble y total. Se tiene el siguiente diagrama de dispersión:



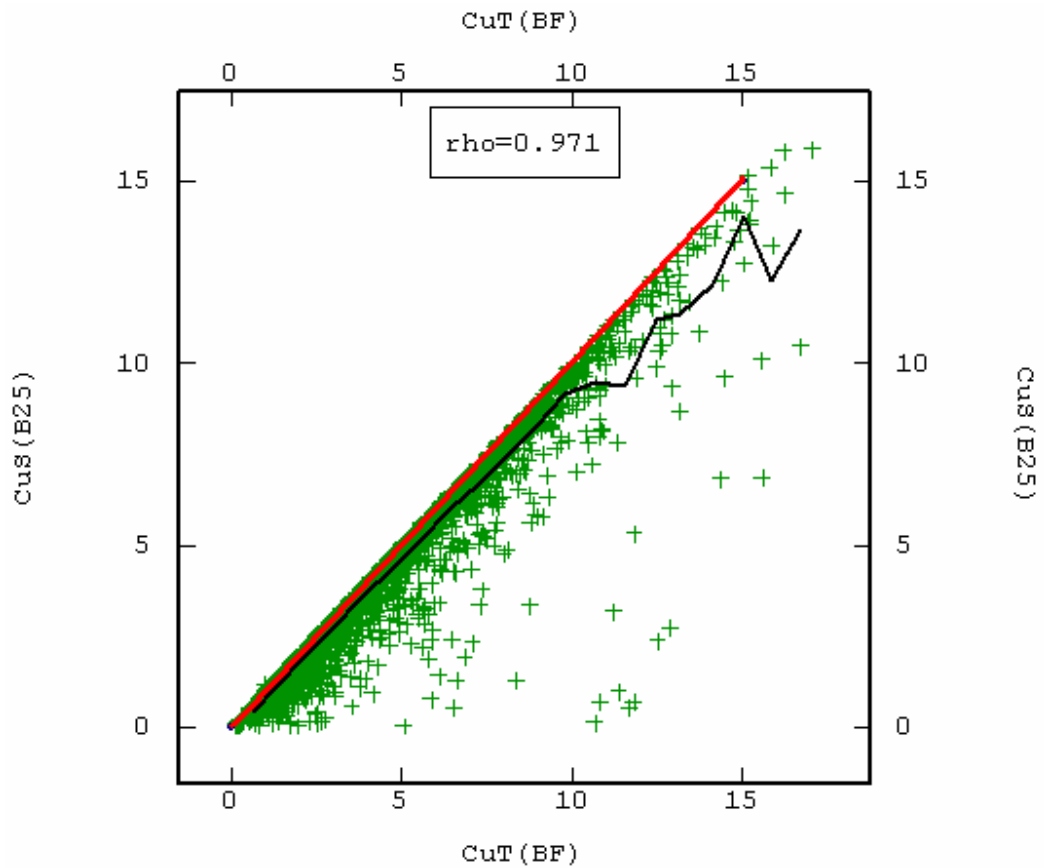


Figura 12, Scatter Plot entre CuT y CuS de la base original de datos, en negro la línea condicional de regresión, en rojo la línea de la identidad en  $45^\circ Y=X$ .

La dependencia entre leyes de cobre total y cobre soluble queda reflejada por el coeficiente de correlación 0,97 y por la restricción de desigualdad (todos los puntos de la nube de dispersión están debajo de la línea diagonal).

### **3.2. Etapas**

El trabajo desarrollado se articula en torno a las siguientes etapas:

- Modelamiento de distribución de ley de cobre total, cobre soluble y cobre insoluble.
- Transformación Gaussiana y análisis variográfico de ley de cobre soluble e insoluble.
- Implementación y ejecución del muestreador de Gibbs para completar base preferencial.
- Co-simulación o simulación de leyes de cobre soluble e insoluble.
- Análisis de resultados.
- Conclusiones

## 4. MODELAMIENTO DE DISTRIBUCIONES DE LEYES DE COBRE TOTAL Y SOLUBLE

### 4.1. Distribución Gamma

El modelamiento propuesto consistirá en reconstruir las distribuciones de CuT y CuS basado en la distribución gamma cuya densidad de probabilidad es la siguiente:

$$\forall y > 0, \quad f(y) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} y^{\alpha-1} e^{-\lambda y}$$

Donde:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt$$

En adelante, se probarán diferentes valores para el parámetro  $\alpha$  (parámetro de forma) y se fijará  $\lambda=1$  (distribución gamma estándar).

Las razones por la cual se escoge esta distribución son básicamente dos: La primera es que puede adoptar morfologías a conveniencia variando su parámetro de forma.

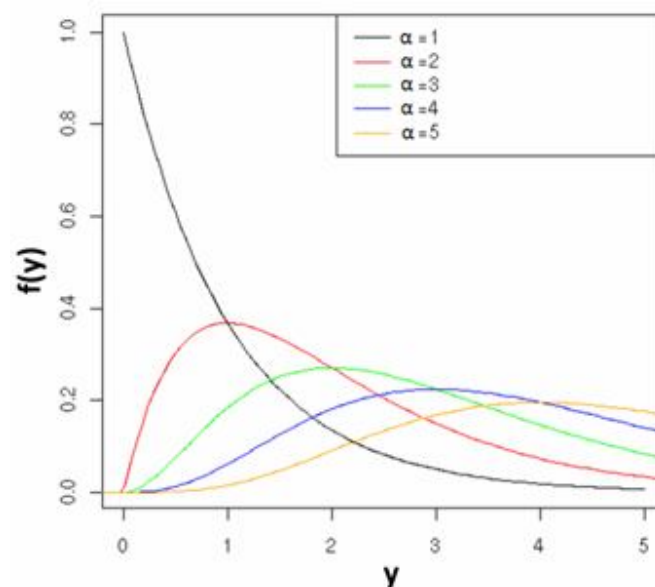


Figura 13, Densidad de probabilidad gamma a diferentes parámetros  $\alpha$ , con  $\lambda=1$

La segunda razón es que la distribución gamma es positiva y estable por adición:

Sean  $G(\alpha)$  y  $G(\alpha')$  dos variables aleatorias gamma independientes, de parámetros  $\alpha$  y  $\alpha'$  entonces  $G(\alpha) + G(\alpha') = G(\alpha + \alpha')$  es una variable gamma de parámetro  $\alpha + \alpha'$ .

En particular, dado que CuT es la suma de CuS y CuI (cobre insoluble), esto sería interesante al momento de fijar un  $\alpha_{CuT} = \alpha_{CuS} + \alpha_{CuI}$ , lo que será explicado en las siguientes etapas del procedimiento de modelamiento.

## 4.2. Distribución bivariable gamma

En una primera instancia, se supone que las leyes de cobre soluble e insoluble siguen distribuciones gamma de parámetros  $\alpha_{CuS}$  y  $\alpha_{CuI}$  y son independientes. En este caso, se tiene:

$$\begin{aligned} CuI &= G(\alpha_{CuI}) \\ CuS &= G(\alpha_{CuS}) \\ CuT &= G(\alpha_{CuS}) + G(\alpha_{CuI}) = G(\alpha_{CuT}), \text{ con } \alpha_{CuT} = \alpha_{CuS} + \alpha_{CuI} \end{aligned}$$

El par (CuS, CuT) sigue una distribución bivariable gamma, la cual ha sido introducida por McKay [16]:

$$f(y_1, y_2) = \frac{y_1^{\alpha_{CuS}-1} \times (y_2 - y_1)^{\alpha_{CuI}-1} \times e^{-y_2}}{\Gamma(\alpha_{CuS}) \times \Gamma(\alpha_{CuI})}$$

Una propiedad importante de esta distribución bivariable es que  $S = \frac{CuS}{CuT}$  (razón de solubilidad) es una variable aleatoria beta de parámetros  $\{\alpha_{CuS}, \alpha_{CuI}\}$  y es independiente de CuT [20]. En consecuencia, se tiene:

$$E\{CuS|CuT\} = E\{B \times CuT|CuT\} = E\{B\} \times CuT = \frac{\alpha_{CuS}}{\alpha_{CuS} + \alpha_{CuI}} \times CuT = \frac{\alpha_{CuS}}{\alpha_{CuT}} \times CuT$$

Más generalmente:

$$\forall n > 0, \quad E\{CuS^n|CuT\} = E\{B^n\} \times CuT^n = \frac{\Gamma(\alpha_{CuS} + n) \times \Gamma(\alpha_{CuT})}{\Gamma(\alpha_{CuT} + n) \times \Gamma(\alpha_{CuS})} \times CuT^n$$

Dada una ley de cobre total fija, la ley de cobre soluble medida no está preferencialmente distribuida, por lo que se puede suponer que la distribución condicional de CuS sobre CuT no está sesgada experimentalmente.

De este modo, la curva de regresión de CuS sobre CuT coincide con la recta de regresión, y la curva de regresión de  $CuS^2$  sobre CuT coincide con una parábola. Estas propiedades pueden ser útiles para validar el modelo bivariable propuesto y para determinar sus parámetros ( $\alpha_{CuS}$  y  $\alpha_{CuI}$ ). La estrategia de modelamiento sería la siguiente:

- i. Determinar el parámetro de forma para la ley de cobre total,  $\alpha_{CuT}$ .
- ii. Construir la nube de dispersión de CuS en función de CuT.
- iii. Construir la curva de regresión (medias condicionales) de la nube anterior.
- iv. Construir la recta de regresión con intercepto nulo; la ecuación de esta recta es:

$$\widehat{CuS} = b \times CuT \quad \text{con } b = \frac{\text{media}(CuS \times CuT)}{\text{media}(CuT^2)}$$

- v. Validar el modelo al verificar que la curva de regresión coincide aproximadamente con la recta. El mismo proceso se puede realizar para la curva de regresión de  $CuS^2$  sobre CuT, que debería ajustarse a una parábola.
- vi. Acorde al modelo, la pendiente de la regresión lineal (b) es igual a  $\frac{\alpha_{CuS}}{\alpha_{CuT}}$ , por lo que se puede determinar el parámetro restante  $\alpha_{CuS}$ .

En la práctica, la distribución de CuT puede no ajustarse a una distribución gamma, por lo que se puede realizar una transformación (anamorfosis) previa. El procedimiento se modifica de la siguiente manera:

- a. Elegir un parámetro de forma para la ley de cobre total,  $\alpha_{CuT}$ .
- b. Transformar los datos de CuT a una distribución gamma de parámetro  $\alpha_{CuT}$ , obteniendo una nueva variable  $G_{CuT}$  y una función de anamorfosis  $\Phi$  (función creciente) tal que  $CuT = \Phi(G_{CuT})$ .
- c. Aplicar la anamorfosis a los datos de CuS, obteniendo una nueva variable  $G_{CuS}$  con  $G_{CuS} < G_{CuT}$ .
- d. Aplicar el procedimiento anterior (pasos de ii a vi) con  $G_{CuT}$  y  $G_{CuS}$  en lugar de CuT y CuS.

Las distribuciones modeladas de CuT, CuS y CuI pueden ser obtenidas numéricamente, al simular un gran número de realizaciones de variables aleatorias gamma de parámetros  $\alpha_{CuS}$  y  $\alpha_{CuI} = \alpha_{CuT} - \alpha_{CuS}$ , independientes, y planteando:

$$\begin{aligned} CuS &= \Phi(G_{CuS}) \\ CuT &= \Phi(G_{CuT}) \\ CuI &= CuT - CuS \end{aligned}$$

El procedimiento para hacer la simulación de las realizaciones citadas se verán a más adelante.

### 4.3. Aplicación a una base de datos de prueba

Se tomará una base de datos prácticamente homotópica (**98,8%** de datos de información de CuS y CuT). A continuación se presentan las estadísticas básicas y los histogramas de distribuciones:

	Ley de CuS [%Cu]	Ley de CuT [%Cu]
<b>N° datos</b>	15431	15622
<b>Mínimo</b>	0.00	0.01
<b>Máximo</b>	2.72	2.74
<b>Media</b>	0.17	0.28
<b>Desv Est.</b>	0.11	0.17

Tabla 2, Estadísticas básicas de leyes de cobre soluble y cobre total de base de datos de prueba

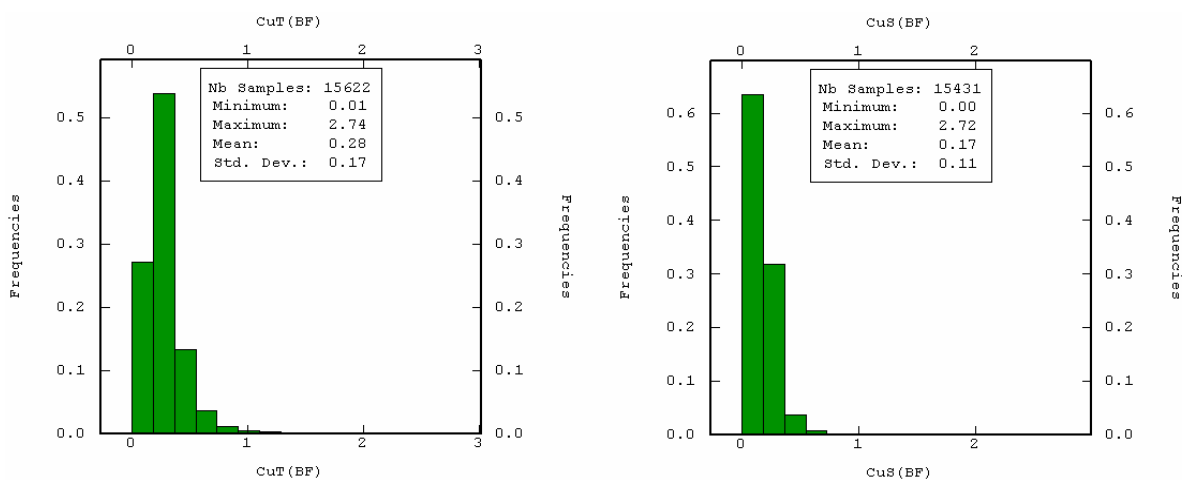


Figura 14, Histogramas de CuT y CuS de la base de datos de prueba.

### 4.3.1. Procedimiento de trabajo

Todos los procedimientos realizados en el esquema que sigue se realizaron con Matlab (rutinas en anexos) obteniendo archivos de texto plano como salida.

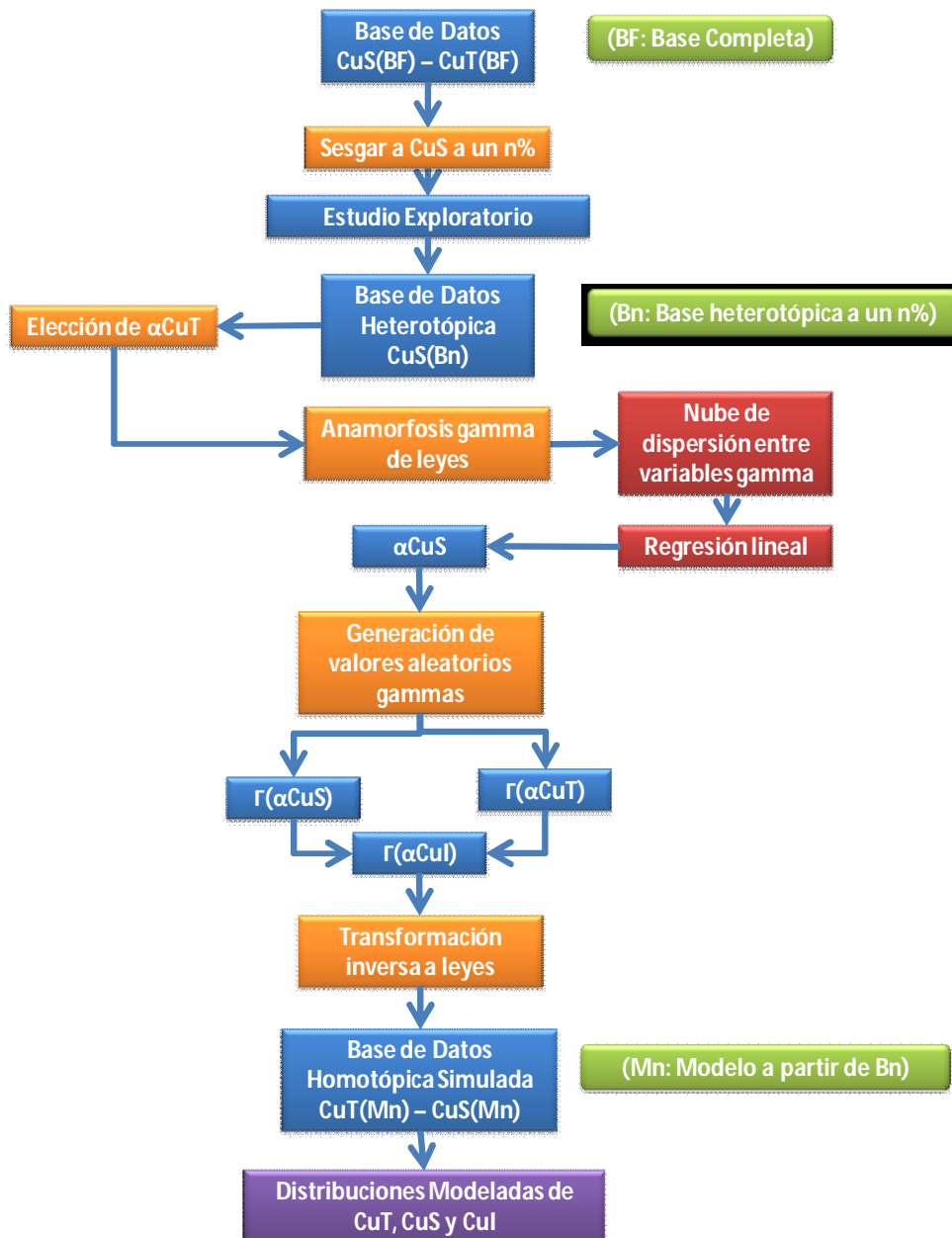


Figura 15, Procedimiento de obtención de base de datos modelada para CuT, CuS y CuI.

Las bases de datos, tanto entradas (Bf y Bn) y salidas (modelos Mn) se analizaron para ver y comparar las distribuciones obtenidas. A continuación se explica paso a paso la metodología anteriormente esquematizada.

i. Sesgar base homotópica de CuS (CuS(BF))

Se escogió arbitrariamente todos los datos con valores de leyes inferiores a **0.3%** y a estos se le sacaron los datos necesarios para alcanzar un nivel de heterotopía de un **25%** y un **75%** de la base de datos completa. Estas bases se denominarán CuS(B25) y CuS(B75) que tienen respectivamente 25% y 75% de los datos de CuS de la base original.

ii. Modelamiento de distribuciones de CuS y CuT

Se realiza la anamorfosis y el modelamiento de distribuciones mediante un script en Matlab (ver capítulo de anexos) que recibe de entrada la base de CuT completa, la base de CuS sesgada (obtenida en i) y un  $\alpha_{CuT}$  elegido por el usuario y entrega como resultado la tabla de transformación de la anamorfosis y el  $\alpha_{CuS}$  respectivo, según la metodología descrita en la sección 4.2. Esta anamorfosis se hizo para varios  $\alpha_{CuT}$ , tomándose como valores 0.1, 0.5, 0.7, 1, 1.5, 2, 3 y 4.

iii. Generación de valores Gamma CuS y CuT y obtención de leyes CuS y CuT modeladas

Mediante un script de Matlab (ver capítulo de anexos) se simulan los valores gamma de CuS y de CuT, luego se pasan a valores de leyes. Se obtienen así las bases CuS(M25)-CuT(M25) y CuS(M75)-CuT(M75) que son las leyes modeladas, partiendo con una base de datos sesgada con un 25% y 75% de heterotopía en leyes de CuS.



#### 4.3.2. Resultados y Análisis

Basado en los diferentes  $\alpha_{CuT}$  probados se analizarán qué criterios pueden ser utilizados a fin de que en el segundo caso de estudio (donde no se tenga la base de CuS completa de referencia) se pueda llegar a una representación correcta (escogiendo el  $\alpha_{CuT}$  adecuado) y reproducir la distribución de CuS de manera fehaciente. Se realizan pruebas para casos de muestreo preferencial y no preferencial para contrastar el hecho de que un muestreo preferencial es mucho más complejo que uno regular y no preferencial.

Los resultados (gráficos ubicados en **Anexos 1**) se basaron en:

i. Scatter plots entre valores gamma CuS vs CuT.

Se buscará una propiedad cualitativa de ajuste de estos valores al modelo propuesto. Esto se realizará observando si la línea de regresión condicional se ajusta a la recta de regresión.

a. 25% de heterotopía en leyes de CuS:

Se puede apreciar que para valores de  $\alpha_{CuT}$  entre 0.1 y 0.5 existe un buen ajuste, mientras que para valores superiores se puede observar un deterioro del modelo en los valores gamma pequeños (que son la mayoría recordando la forma asimétrica de la distribución).

b. 75% de heterotopía en leyes de CuS:

Por el contrario del caso anterior, los mejores valores de  $\alpha_{CuT}$  son 3 y 4, y los valores menores 0.1 a 1 no logran un buen ajuste en los valores bajos.

ii. Scatter plots entre las leyes CuS(Mxx) vs CuT(Mxx), (xx = 25 ó 75):

Se clasificarán los coeficientes de correlación que existen entre las diferentes bases de leyes modeladas CuS y CuT. Se analizarán cuales coeficientes se acercan más al coeficiente de correlación de las leyes CuS y CuT de la base de prueba completa (igual a 0.732).

A continuación se presenta la tabla resumen de los resultados:

		CRITERIO COEFICIENTE DE CORRELACIÓN							
		alpha CuT							
		0.1	0.5	0.7	1	1.5	2	3	4
% Heterotopía de CuS	25%	0.604	0.665	0.700	0.734	0.751	0.799	0.841	0.853
	75%	0.535	0.590	0.641	0.654	0.700	0.726	0.764	0.765

Tabla 3, Coeficientes de correlación resultantes a diferentes niveles de heterotopía y a diferentes parámetros elegidos de  $\alpha_{CuT}$ .

Donde los colores de las celdas indican:

Verde: Coeficiente de correlación modelado con discrepancia menor al 5% del coeficiente real de la base homotópica completa.

Amarillo: Coeficiente de correlación modelado con discrepancia entre un 5% y un 10% del coeficiente real de la base homotópica completa.

Rojo: Coeficiente de correlación modelado con discrepancia mayor a un 10% del coeficiente real de la base homotópica completa.

Luego para las diferentes bases sesgadas de leyes de CuS se tiene:

a. 25% de heterotopía en leyes de CuS:

Se puede considerar que valores de  $\alpha_{CuT}$  entre 0.5 y 2 pueden ser aceptables y que entre 1 y 1.5 serían ideales.

b. 75% de heterotopía en leyes de CuS:

Para  $\alpha_{CuT}$  entre 1.5 y 4 se observa una buena aproximación al coeficiente de correlación real.

Gráficamente:

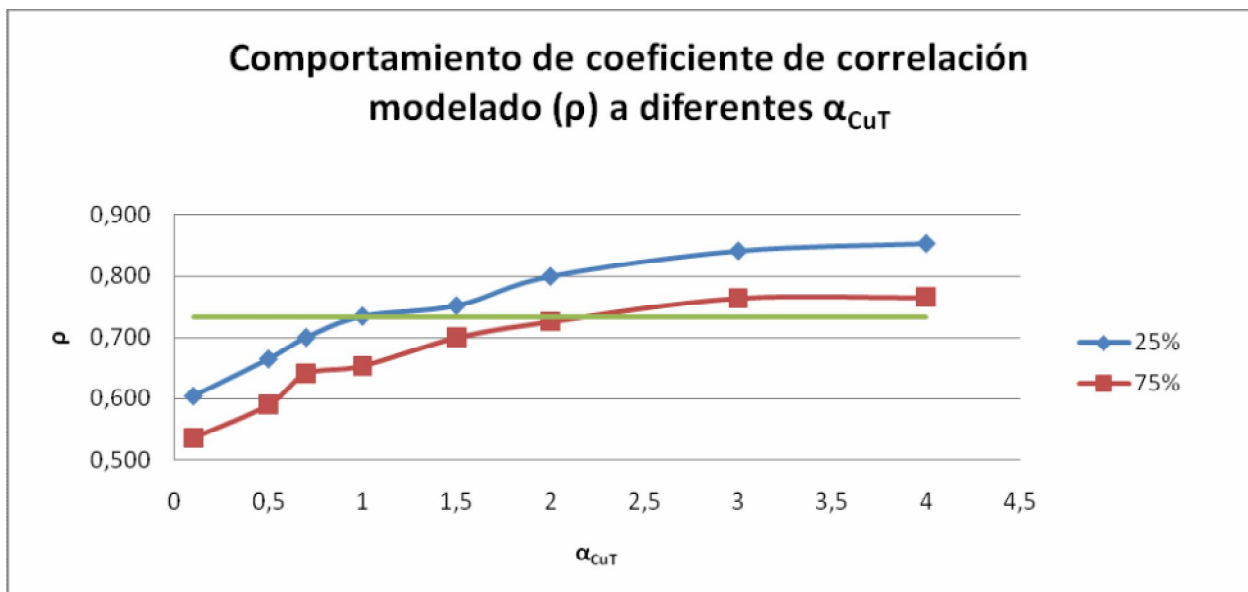


Figura 16, Comportamiento de  $\rho$  a diferentes  $\alpha_{CuT}$ , en verde el valor del coeficiente real.

iii. Q-Q plots entre CuS(BF) y CuS(Mxx), (xx = 25 ó 75).

Se verá si la distribución de las leyes de la base modelada de CuS (CuS(Mxx)) se ajusta a la de CuS original (CuS(BF)). Lo anterior se verifica cuando el gráfico de cuantiles contra cuantiles coincide con la recta de 45°.

a. 25% de heterotopía en leyes de CuS:

Las distribuciones son similares a niveles de  $\alpha_{CuT}$  entre 0.5 y 1, siendo 0.5 su mayor nivel de similitud. En el valor 0.1 se ve claramente la discrepancia de las dos distribuciones, lo que hace este valor rechazable.

b. 75% de heterotopía en leyes de CuS:

Para valores de  $\alpha_{CuT}$  entre 0.5 y 4 se logra ver una semejanza entre distribuciones. Coincidentemente al caso del 25% de heterotopía en leyes de CuS el valor 0.1 hace que las distribuciones modeladas y original discrepen en demasía.

iv. Test de Kolmogorov para CuS(Mxx) y CuS(BF), (xx = 25 ó 75):

Se basa en el uso de un estadístico, cuya expresión es:

$$D = \text{Max}_x \{|F^*(x) - F(x)|\}$$

Donde:

$F^*(x)$ : Función de distribución acumulada modelada obtenida (CuS(Mxx)).

$F(x)$ : Función de distribución acumulada original (CuS(BF)).

Luego, un estadístico más bajo denotaría un mejor ajuste de la función acumulada  $F^*(x)$  modelada, lo que llevaría escoger al  $\alpha_{CuT}$  óptimo.

Estadístico D		CRITERIO KOLMOGOROV							
		alpha CuT							
		0.1	0.5	0.7	1	1.5	2	3	4
% Heterotopía de CuS	25%	0.4384	0.0881	0.1058	0.1160	0.1309	0.1380	0.1388	0.1388
	75%	0.4904	0.0542	0.0451	0.0503	0.0524	0.0523	0.0459	0.0529

Tabla 4, Estadísticos de Kolmogorov resultantes a diferentes niveles de heterotopía y a diferentes  $\alpha_{CuT}$ .

El D mínimo para un 25% de heterotopía es 0.0881 (en  $\alpha_{CuT} = 0.5$ ) y para un 75% de heterotopía es 0.0451. Los colores de las celdas indican:

Verde: Discrepancia del D con el D mínimo en menos de un 20% del D mínimo.

Amarillo: Discrepancia del D con el D mínimo entre un 20 y un 50% del D mínimo.

Rojo: Discrepancia del D con el D mínimo en más de un 50% del D mínimo.

Gráficamente:

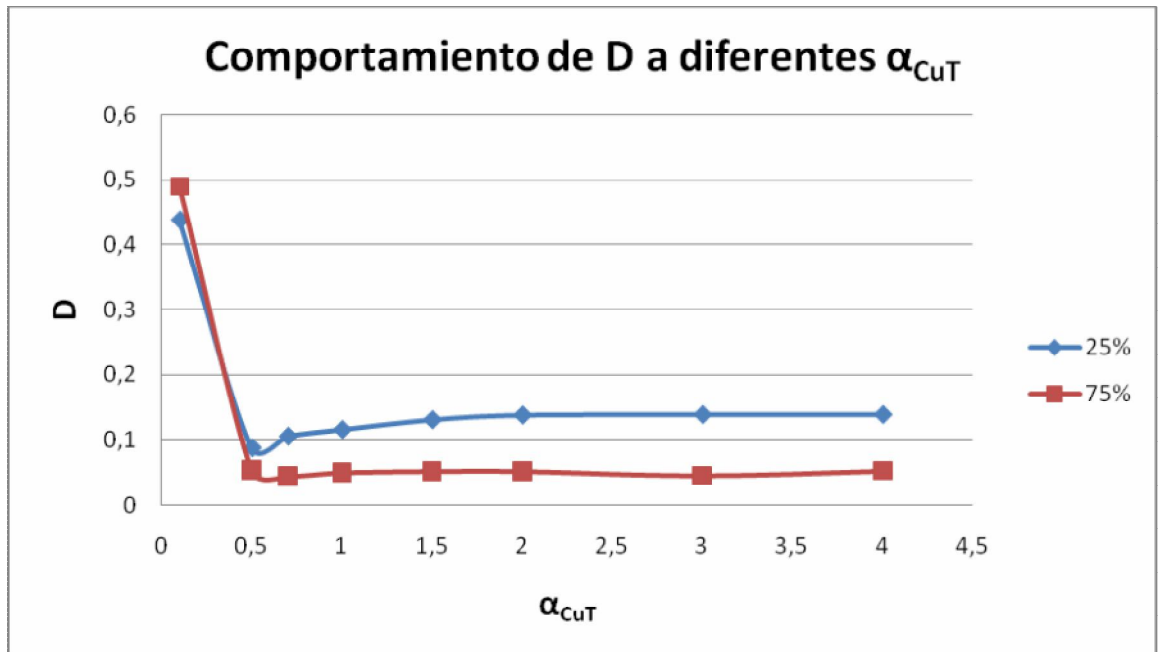


Figura 17, Comportamiento de estadístico D para diferentes  $\alpha_{CuT}$ .

Concluyendo se tiene la siguiente tabla:

		$\alpha_{CuT}$ para 25% de Heterotopía de CuS						
		0.1	0.5	0.7	1	1.5	2	4
CRITERIOS	COEF CORR	0	1	1	3	3	1	0
	QQ PLOT	0	3	1	1	0	0	0
	SCATTERPLOT	3	3	0	0	0	0	0
	KOLMOGOROV	0	3	3	1	1	0	0
TOTAL		3	10	5	5	4	1	0
		$\alpha_{CuT}$ para 75% de Heterotopía de CuS						
		0.1	0.5	0.7	1	1.5	2	4
CRITERIOS	COEF CORR	0	0	0	0	3	3	3
	QQ PLOT	0	1	1	1	3	3	3
	SCATTERPLOT	1	1	1	1	1	1	3
	KOLMOGOROV	0	1	3	3	3	3	3
TOTAL		1	3	5	5	10	10	12
		<div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-bottom: 5px;"> <span style="background-color: #d9ead3; padding: 2px;">αCuT aceptado por criterio</span> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-bottom: 5px;"> <span style="background-color: #fff2cc; padding: 2px;">αCuT no concluyente</span> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <span style="background-color: #f4cccc; padding: 2px;">αCuT rechazado por criterio</span> </div>						

Tabla 5, Tabla resumen de criterios.

Para el caso del 25% de heterotopía de CuS, tomar un  $\alpha_{CuT}$  entre 0.1 y 1.5 es aceptable, para un 75% de heterotopía de CuS los valores aceptables de  $\alpha_{CuT}$  van desde 0.7 hasta 4 sin problemas.

De los criterios anteriores hay que hacer notar dos en particular:

- Primero, el criterio de Kolmogorov es el único que puede dar una idea cuantificable de la modelación de la base de datos. Sin embargo este criterio, al igual que el del Q-Q plot y el coeficiente de correlación, no es aplicable en un caso heterotópico, cuando no se tiene una base completa representativa de respaldo para comparar.

- Segundo, el criterio del scatter plot de los valores gamma es el único que puede ser usado en un caso heterotópico. Así, es importante ver qué tan afín es este método con el de Kolmogorov, pues se estaría combinando un criterio cualitativo realizable en un caso heterotópico con la evidencia cuantificable no realizable en un caso heterotópico.

Finalmente se puede concluir que hay concordancia entre estos métodos para altos valores de  $\alpha_{CuT}$  a mayor conocimiento de la base de datos (75%) y bajos valores de  $\alpha_{CuT}$  a menor conocimiento de la base de datos (25%).

#### 4.4. Aplicación a base de datos heterotópica

Una vez realizado el estudio con la base de prueba de leyes de cobre soluble y cobre total se trabajará con la base heterotópica presentada en el párrafo 3.1. En este caso no se conocerán tres de los cuatro criterios vistos anteriormente, pues no se tiene acceso a la distribución “real” de leyes de cobre soluble, con la cual comparar la distribución modelada. Por consiguiente, se verá el comportamiento de la regresión condicional del scatter plot de los valores gamma (criterio i explicado en la página 35), en función de lo cual se estimará  $\alpha_{CuT}$  (o un rango para éste).

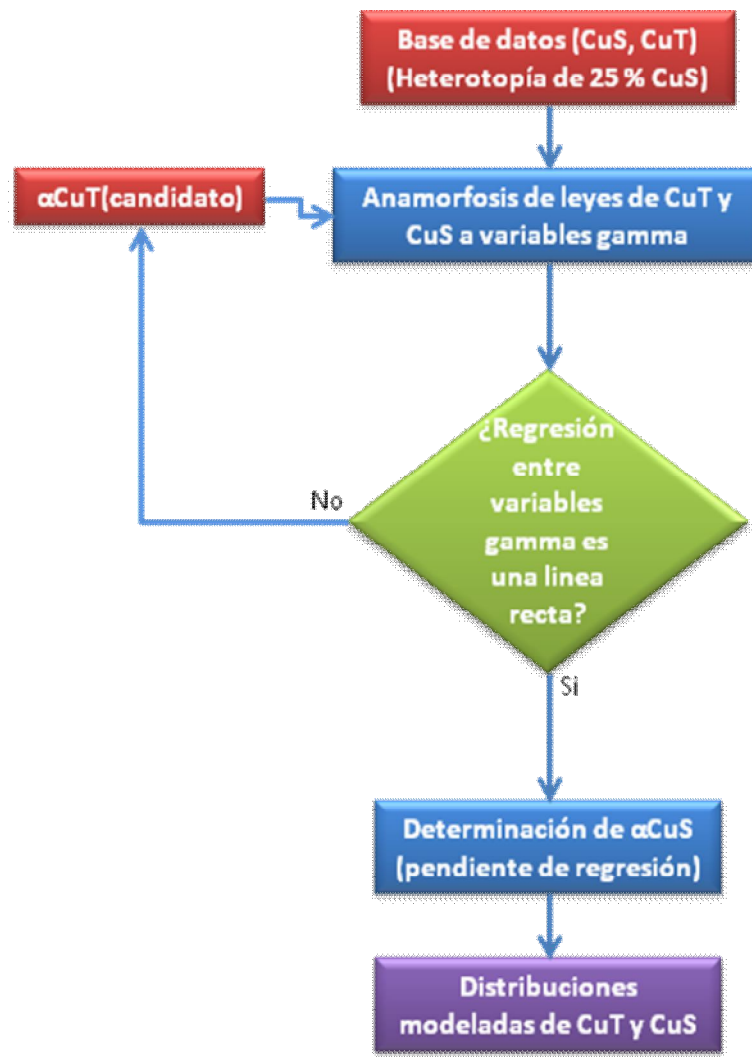


Figura 18, Modelamiento de distribuciones de CuT y CuS.

Tras estudiar varios  $\alpha_{CuT}$  candidatos (ver capítulo de anexos), se elige  $\alpha_{CuT} = 0.3$  que define  $\alpha_{CuS} = 0.21$  donde se puede observar el resultado gráfico de la regresión:

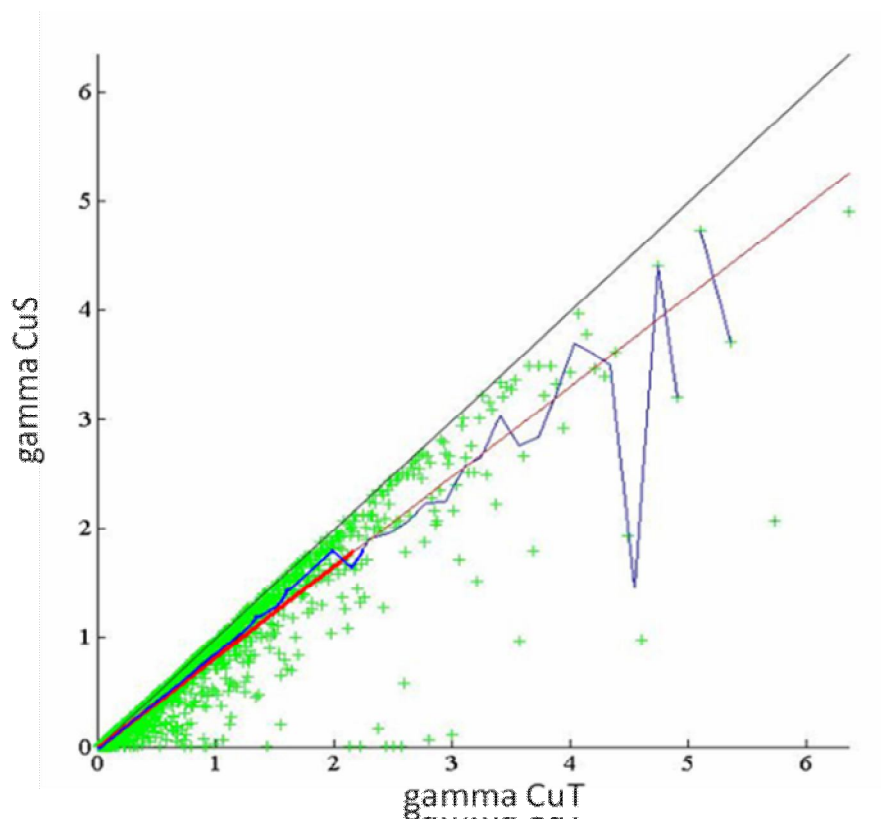


Figura 19, Scatterplot de valores gamma, la zona remarcada (en rojo y en azul) indica la mayor relevancia de ajuste por el número de concentración de pares de datos.

Finalmente, conforme con el ajuste del modelo se obtienen las distribuciones resultantes: de CuT, CuS y, por diferencia, CuI. Estas distribuciones se determinan numéricamente a partir de un gran número de realizaciones del par (CuS,CuT).

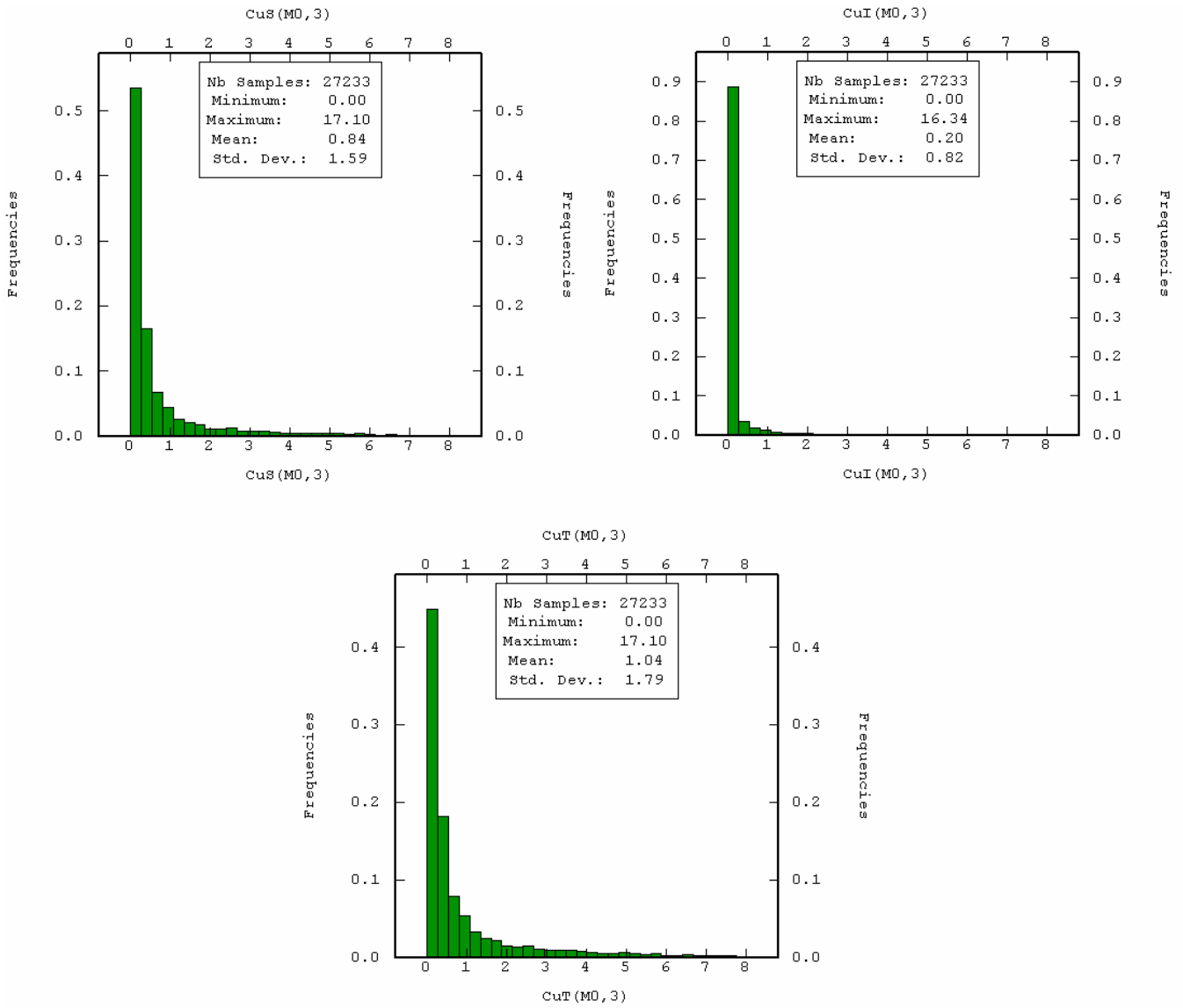


Figura 20, Histogramas de distribuciones resultantes: Arriba a la izquierda y a la derecha las distribuciones de CuS y CuI respectivamente, abajo la distribución resultante de CuT.



## 5. COSIMULACIÓN DE LEYES DE COBRE TOTAL Y COBRE SOLUBLE

### 5.1. Estudio variográfico para variables gaussianas de Cobre Soluble ( $y_{CuS}$ ) y Cobre Insoluble ( $y_{CuI}$ ).

#### 5.1.1. Anamorfosis Gaussiana

Lo primero que se realiza es transformar las leyes de cobre soluble y cobre insoluble a variables gaussianas ( $N(0,1)$ ) para poder enmarcarse en el modelo de simulación multigaussiano de variables continuas. Esquemáticamente:

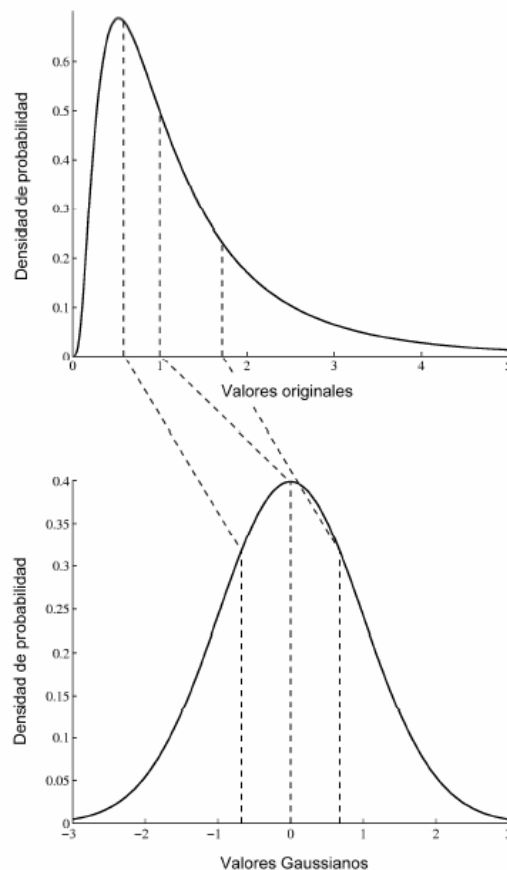


Figura 21, Ejemplo de anamorfosis de valores de distribución dada a valores gaussianos

Lo anterior transforma la ley de cobre soluble a una variable gaussiana de cobre soluble ( $CuS \rightarrow y_{CuS}$ ) y la ley de cobre insoluble a una variable gaussiana de cobre insoluble ( $CuI \rightarrow y_{CuI}$ ). Esta etapa se basa en los modelos de distribución representativa de  $CuS$  y  $CuI$  obtenidos en la sección anterior.

### 5.1.2. Variogramas experimentales

Después de probar varias direcciones para el cálculo de variogramas experimentales, se eligen la dirección omnihorizontal y la dirección perpendicular vertical como direcciones principales. A continuación se presentan los variogramas experimentales de las variables gaussianas:

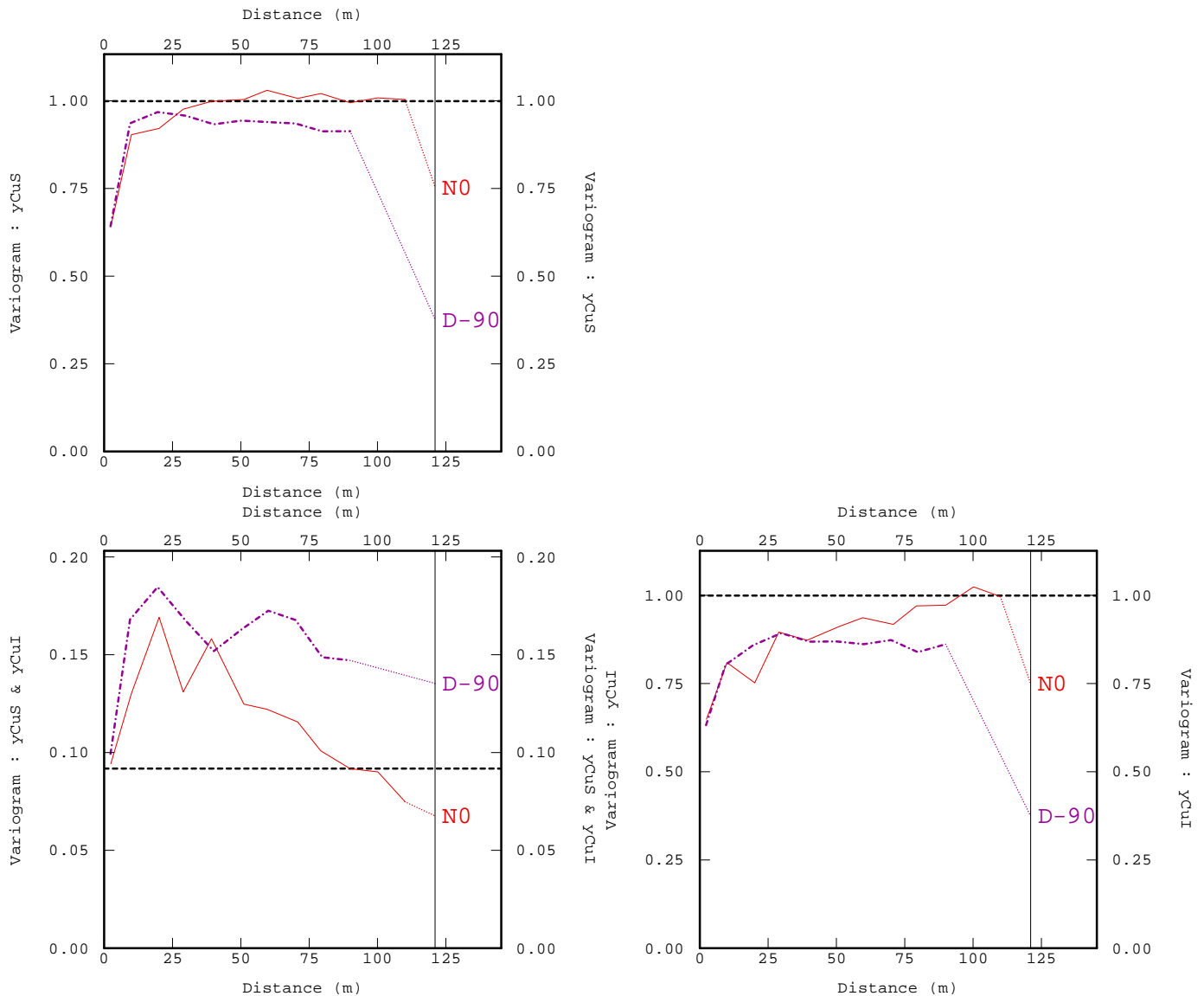


Figura 22, Variogramas Experimentales en una dirección omnihorizontal (N0) y otra vertical (D-90): Arriba el directo para  $y_{CuS}$ , Abajo a la izquierda el cruzado  $y_{CuS}/y_{CuI}$ , abajo a la derecha el directo para  $y_{CuI}$ .

Los parámetros ocupados para crear estos variogramas son los siguientes:

	Omnihorizontal	Vertical
Tolerancia [°]	90°	22.5°
Paso [m]	10	10
N° de Pasos	12	10
Tolerancia al Paso [m]	5	5
Ancho de banda [m]	infinito	N/A
Alto de banda [m]	10	N/A

Tabla 6, Parámetros variograma experimental.

Del gráfico se puede concluir que la dirección vertical tiene un alcance cercano a los 25[m], mientras que la dirección omni-horizontal tiene uno entre los 35 a 45 [m] para yCuS y 80 a 100 [m] para yCuI.

Con los variogramas experimentales desplegados y con el análisis de los alcances de las estructuras se procede a construir los variogramas modelados.

### 5.1.3. Variogramas modelados

El modelado de las variables se hará de manera independiente pues se presume independencia de estas dos variables (no se tomará en cuenta el variograma cruzado). Ambos variogramas directos modelados se basarán en tres modelos básicos anidados, consistentes en una combinación de un efecto pepita (nugget) y modelos exponenciales.

Para la gaussiana de CuS se tiene:

$$\gamma_{yCuS}(\mathbf{h}) = 0,53 + 0,47 \cdot \text{EXP}(30,30,20) + 10^{-4} \cdot \text{EXP}(30,30,\infty)$$

En donde los números entre paréntesis son los alcances en metros a lo largo de las direcciones este(x), norte(y) y cota(z) respectivamente.

Gráficamente el ajuste queda:

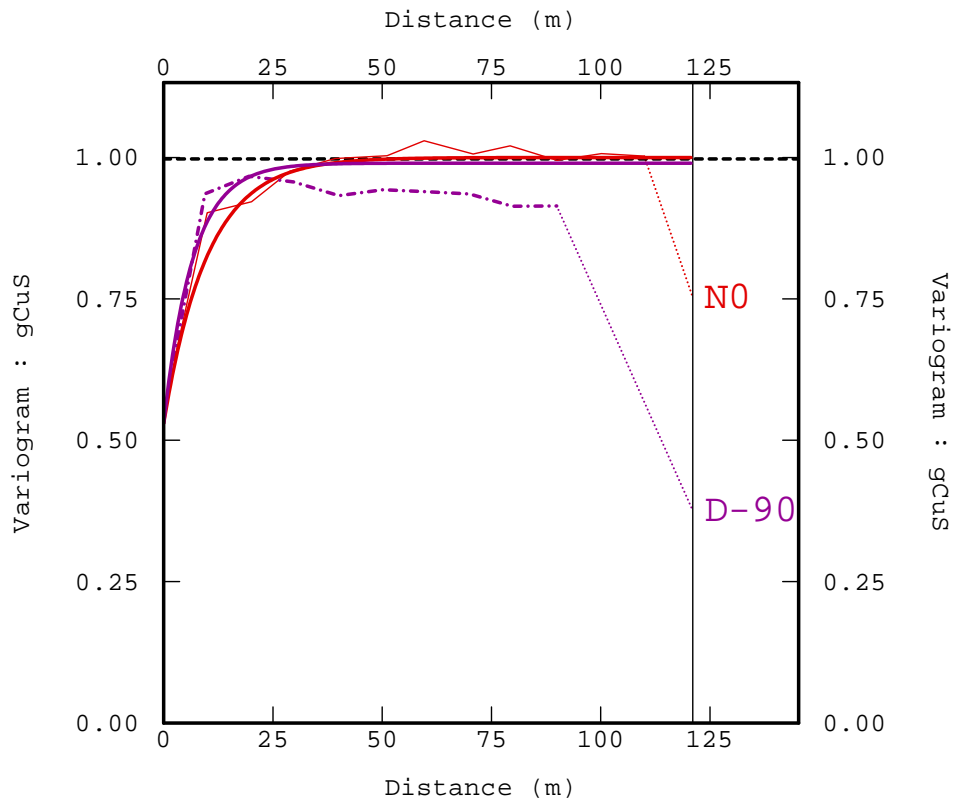


Figura 23, Variograma Modelado para gaussiana de CuS.

Para la gaussiana de CuI se tiene:

$$\gamma_{yCuI}(\mathbf{h}) = 0,58 + 0,39 \cdot \text{EXP}(80,80,50) + 0,03 \cdot \text{EXP}(80,80,\infty)$$

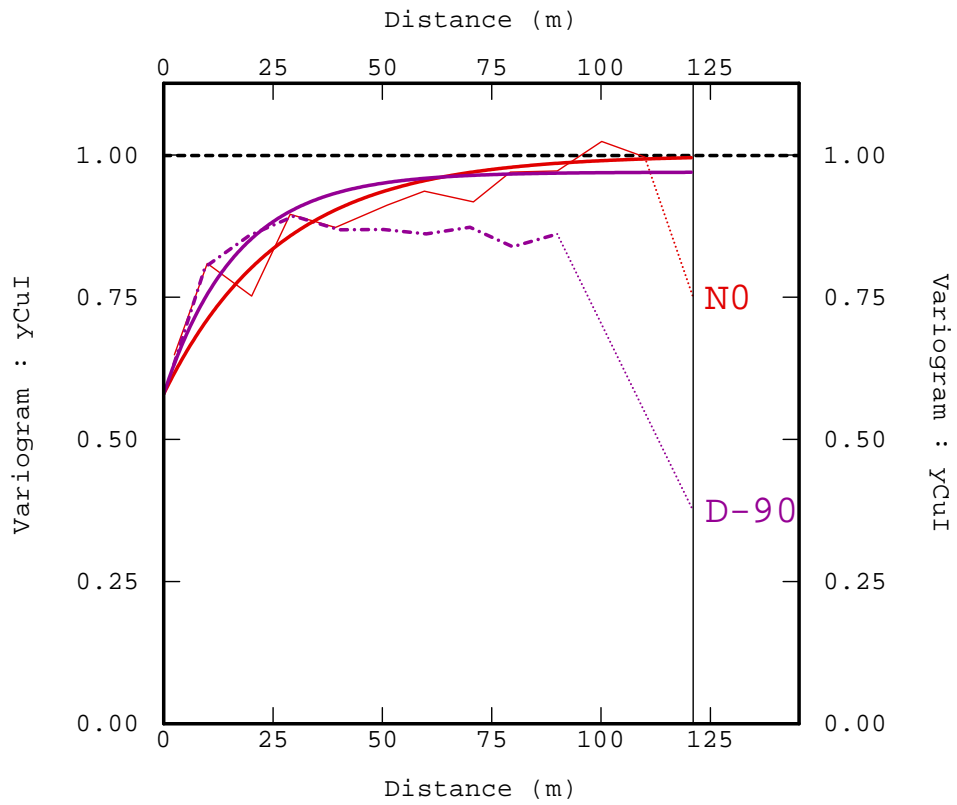


Figura 24, Variograma Modelado para gaussiana de CuI.

## 5.2. Implementación y ejecución de Muestreador de Gibbs

### 5.2.1. Subrutinas e implementación

Para la implementación del muestreador de Gibbs se crean sub-rutinas en Matlab necesarias para lograr el cometido. (Las rutinas se pueden encontrar en **Anexos 4**).

“Vecindad”: Sub-rutina que entrega el identificador (ID) de los datos vecinos más cercanos encontrados en un elipsoide acotado para un dato específico. El número de los vecinos es acotado por un número máximo. Recibe la base de datos, el dato local a estimar, el número máximo de datos que se desea y los radios de búsqueda (ejes de elipsoide).

“Vecindadbeta”: Sub-rutina que, llamando a la sub-rutina “Vecindad”, entrega una matriz donde el primer termino de cada fila es el ID de dato de CuS ausente y el resto son los ID de los vecinos del dato. Por ejemplo, para una base con 50 datos ausentes y se desea encontrar los 8 vecinos de estos datos la matriz respectiva será de 50 x 9 (1 ID dato + 8 ID vecinos).

“Krigingsimpleomega”: Sub-rutina que entrega la varianza de kriging simple y los ponderadores de kriging simple (respectivos a los vecinos) de un dato a estimar a partir una cantidad definida de vecinos. Tiene interno el modelo variográfico a ocupar. Recibe la base de datos, el ID del dato a estimar y la matriz del algoritmo Vecindadbeta.

“Gibbsomega”: Muestreador de Gibbs en sí. Entrega los valores simulados de CuS en todos los datos donde esta variable se encuentra ausente. Recibe de parámetros la base de datos, la matriz de vecinos de datos ausentes, los ponderadores y varianzas de kriging resultante de “Krigingsimpleomega”, y las tablas de transformación de CuT y CuS a variables gaussianas. El algoritmo se presenta a continuación:

- i. Transformar las leyes de cobre total (CuT) a variables gaussianas (yCuT):  
$$\text{CuT} = \Phi_{\text{CuT}}(\text{yCuT}).$$
- ii. Transformar las leyes de cobre soluble (CuS) a variables gaussianas (yCuS):  
$$\text{CuS} = \Phi_{\text{CuS}}(\text{yCuS}).$$
- iii. Determinar, para los datos sin información de CuS, el valor máximo posible para yCuS (yCuSmax):  
$$\text{CuSmax} = \text{CuT} = \Phi_{\text{CuS}}(\text{yCuSmax})$$
- iv. Para los datos sin información de CuS:
  - a. Inicializar los valores de yCuS: Plantear  $\text{CuS} = \lambda \text{CuT}$  con  $\lambda$  variable uniforme entre 0 y 1, luego deducir yCuS.

- b. Seleccionar un dato al azar (identificador ID = i).
- c. Buscar los ponderadores y varianza de kriging de este dato a partir de sus vecinos, utilizando los resultados de la subrutina “Kringomega”.
- d. Determinar la distribución condicional de yCuS para el dato seleccionado (gaussiana, con media el estimador de kriging  $y^*$  y varianza la varianza de kriging  $\sigma^{*2}$ ):

$$g(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^{*2}}} * \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{(y - y^*)^2}{\sigma^{*2}}\right\}$$

- e. Proponer un valor candidato de yCuS para el dato seleccionado:

$$yCuS_{CANDIDATO} = \text{Min}\{N(0,1), yCuS_{max}\}$$

Donde N(0,1) es un valor gaussiano de media 0 y varianza 1.

- f. Calcular la verosimilitud del valor actual y del valor candidato:

$$p = g(yCuS_{ACTUAL})$$

$$p' = g(yCuS_{CANDIDATO})$$

- g. Reemplazar el valor actual de yCuS por el valor candidato con probabilidad:

$$\text{Min}\left(1, \frac{p}{p'}\right), \text{ (Criterio de Metropolis). [17]}$$

- h. Volver a b. e iterar numerosas veces.

- i. Destransformar los valores simulados de yCuS:  $CuS = \Phi_{CuS}(yCuS)$ .

### 5.2.2. Prueba piloto de muestreador de Gibbs (Base con 20 datos)

Se construye una base de datos piloto que posee atributos de continuidad espacial a priori (dependencia de las variables con la ubicación espacial definida) con la cual se pretende comprobar la convergencia del muestreador de Gibbs en cuanto a los valores simulados de leyes en los datos ausentes y además saber si el algoritmo respeta y logra representar la continuidad antes descrita.

La continuidad espacial particular impuesta para las leyes de CuS y CuT respectivamente son:

$$CuS = \frac{12x + 0,8y + 1,6z}{500}$$

$$CuT = \frac{CuS}{(1 - 0,2u)}$$

Donde u es un número aleatorio uniforme entre 0 y 1. El modelo empuja a que cuando más al Este (x) esté el punto más alta será la ley.

Se modela un variograma simple y arbitrario (esférico isótropo sin efecto pepa).

Luego, se sacan 10 de los 20 datos de CuS y se procede a ejecutar el muestreador de Gibbs.

Se realizan 2000 iteraciones cumpliendo con al menos 100n iteraciones (donde n es el número de datos totales). A continuación se presenta la evolución del algoritmo en detalle:

### Evolución del algoritmo



**0.- Estado inicial (CuS heterotópico, 10 datos):** En este estado se pueden observar los 10 datos no eliminados y a su vez se observa que a mayor coordenada este (x) la ley es mayor.

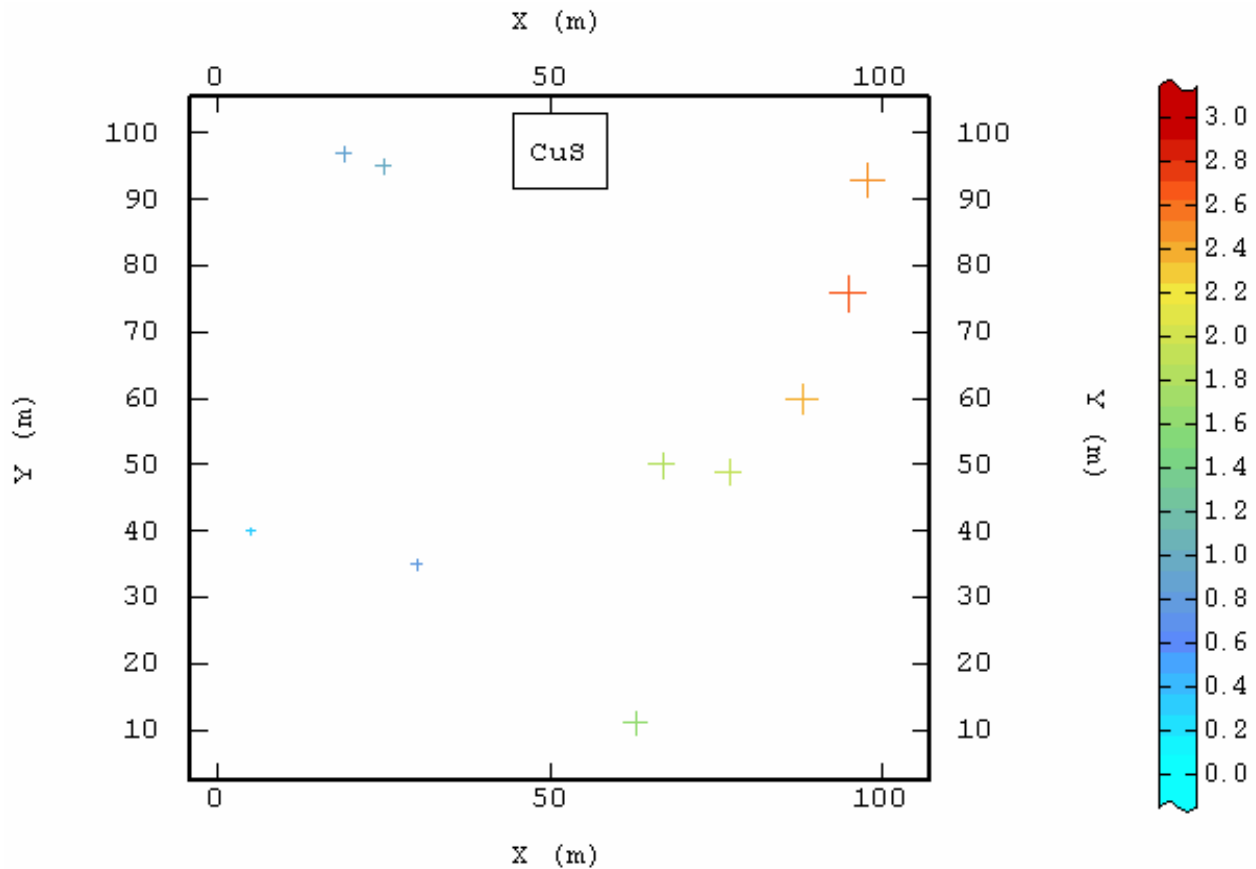


Figura 25, Estado Inicial, se pueden observar solo 10 datos de CuS.

**1.- Inicialización:** Se pueden observar 20 datos de CuS ahora (los 10 inicializados se encuentran encerrados en rojo). Sin embargo corresponde a la mera inicialización del algoritmo, es decir, los

valores de CuS son simplemente  $\lambda * CuT$  donde  $\lambda$  es un valor aleatorio uniforme entero 0 y 1, lo que consecuentemente no dice nada acerca de la correlación espacial de la variable.

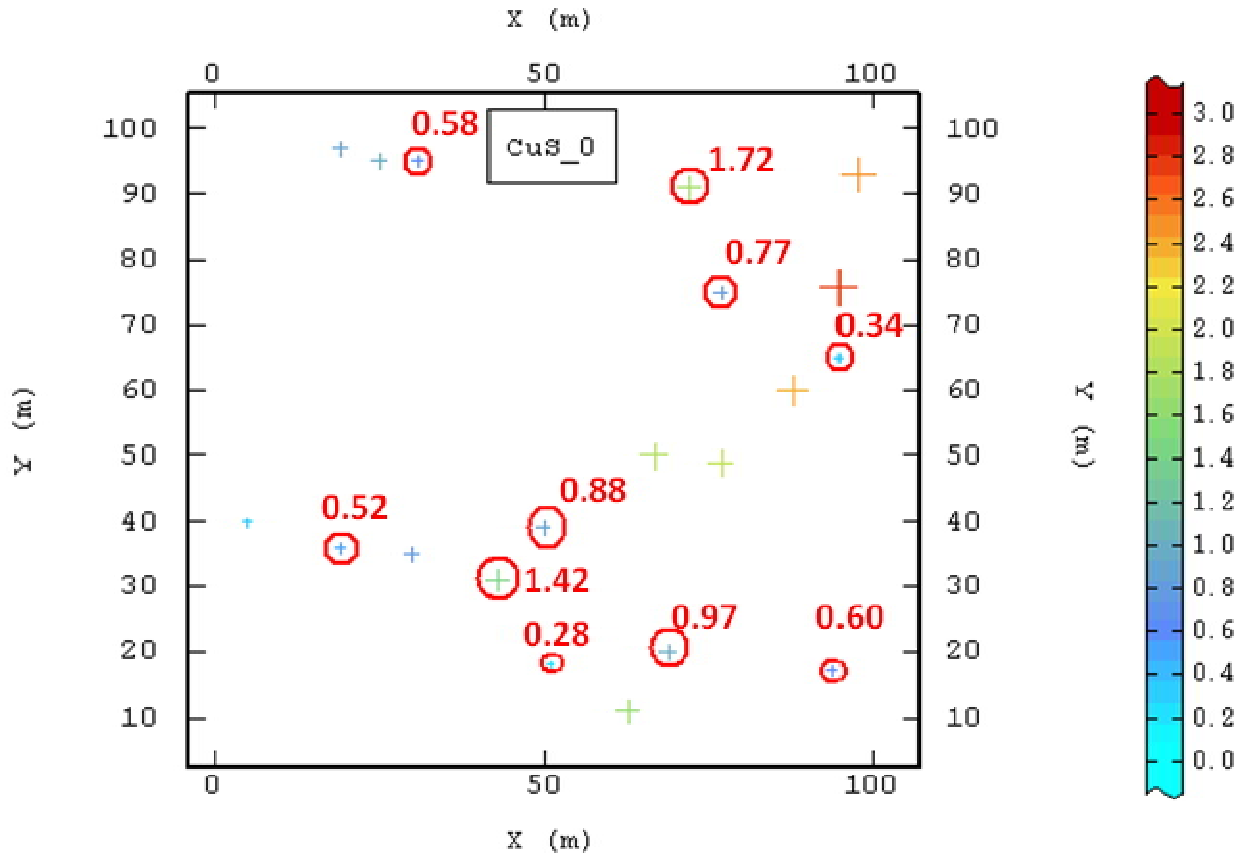


Figura 26, Inicialización, se pueden observar los 20 datos de CuS.

Lo anterior se puede ver confirmado por el gráfico donde en efecto los valores inicializados cercanos a  $x = 100$  son comparativamente menores a los pre existentes de la base.

**2.- Iteraciones:** A continuación se presentan las iteraciones 500 y 1500. Donde se espera que los valores vayan siendo espacialmente más continuos:

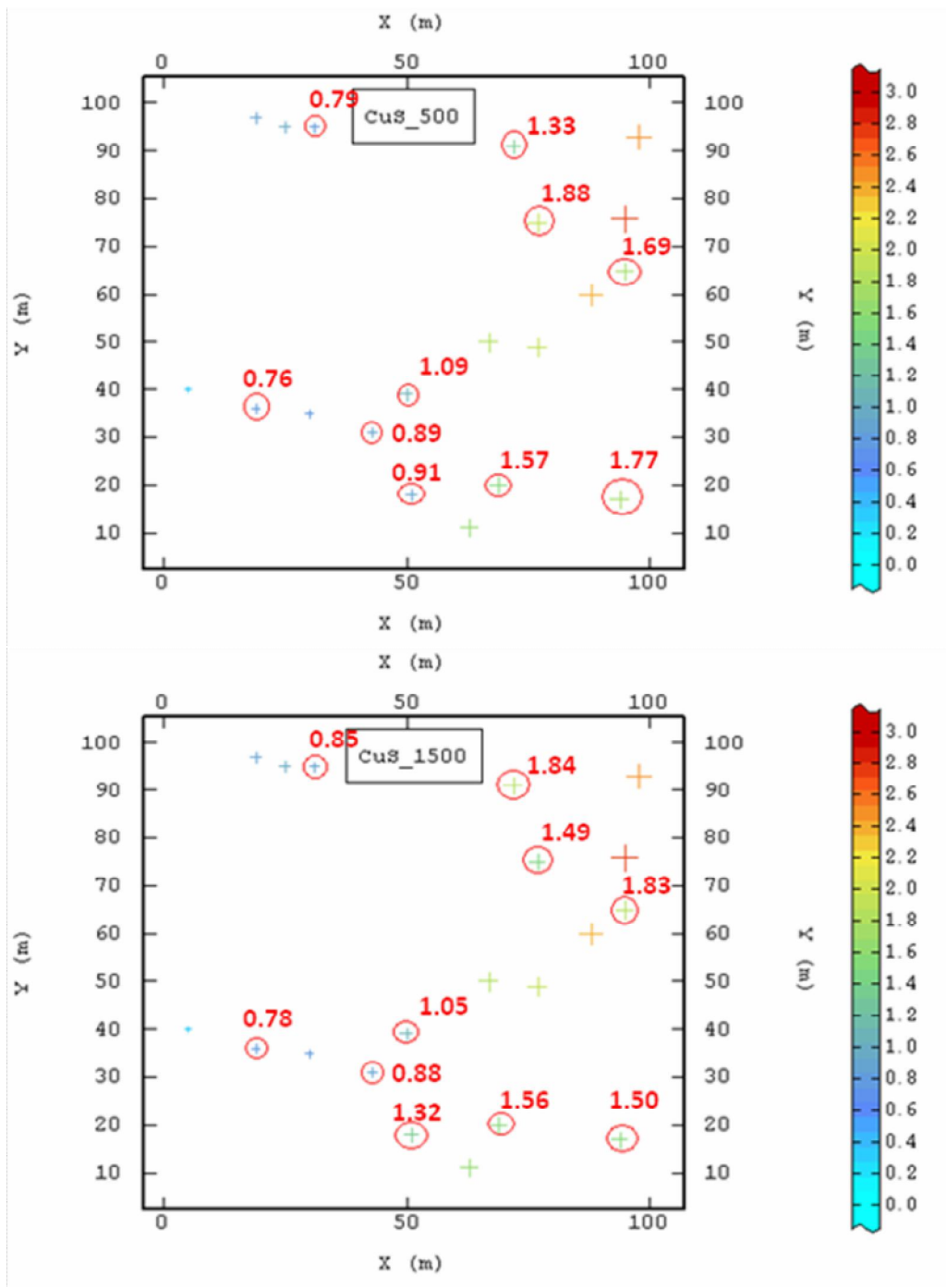


Figura 27, Estados en las iteraciones 500 y 1500 respectivamente de los datos CuS.

**3.- Estado final:** En el estado final se puede observar que la continuidad espacial es concordante a la planteada. Dada la formulación de CuS los mayores valores deberían estar en la esquina superior derecha (mayores x y mayores y), hecho que se ve avalado en el siguiente mapa.

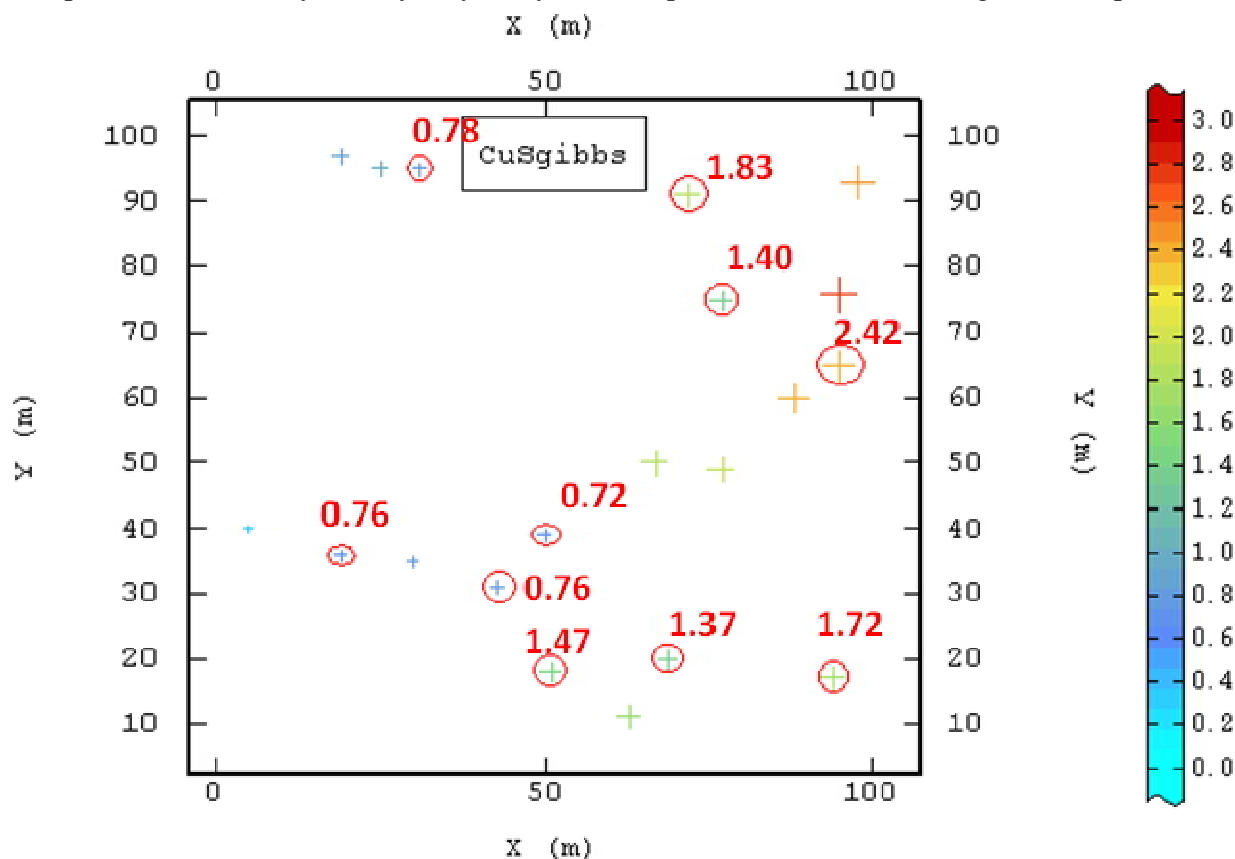


Figura 28, Estado final de CuS en iteración final 2000.

Con esta prueba, se confirma que el muestreador de Gibbs concilia los valores simulados en los datos ausentes con los modelos variográficos presentes y con la restricción de desigualdad  $CuT \geq CuS$ .

5.2.2.1. Ejecución y resultados de muestreador de Gibbs (Base Original)

El yacimiento original se presenta a continuación, el cual posee un alto nivel de heterotopía (hay un 25% de información de CuS, respecto a la ley de CuT):

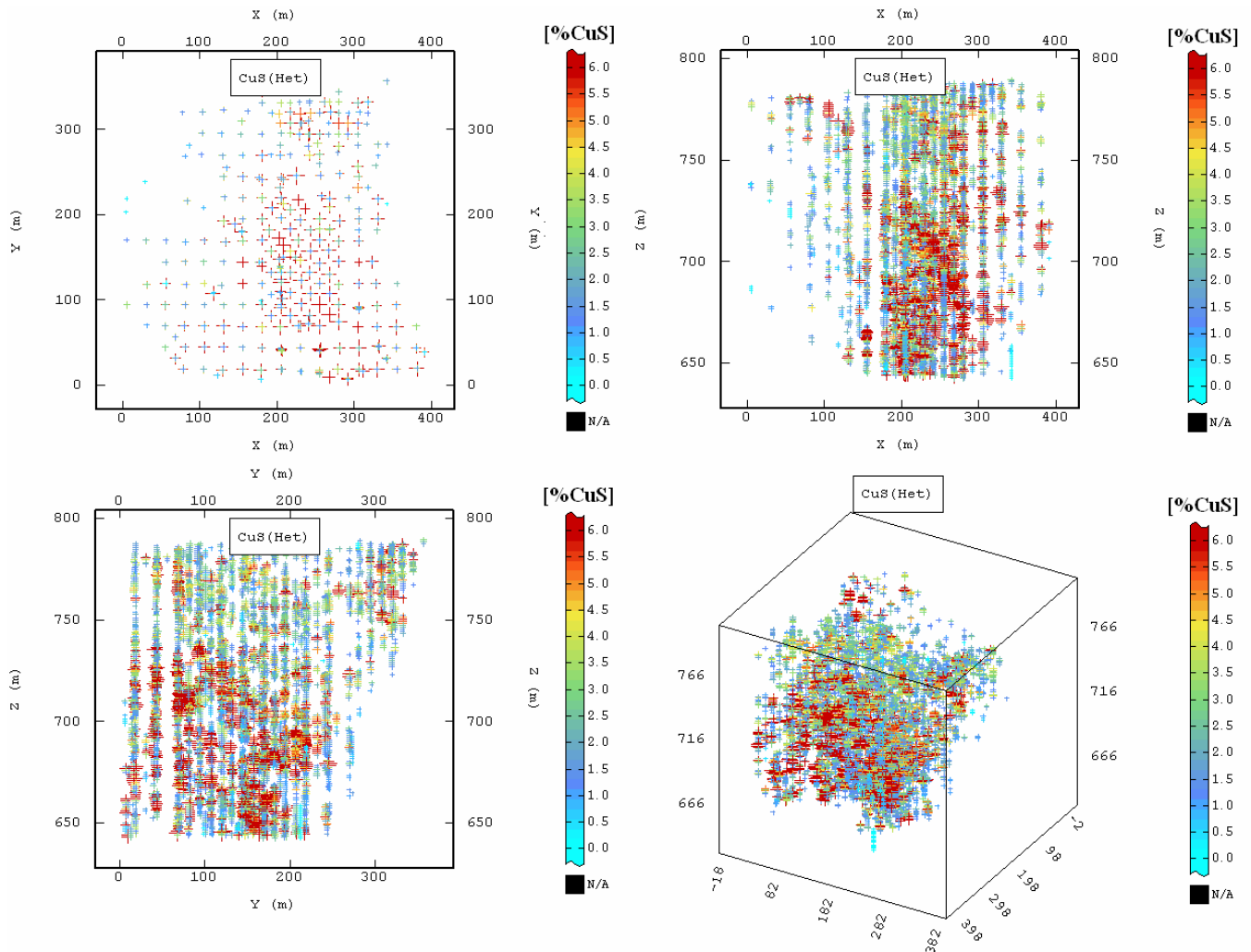


Figura 29, Arriba a la izquierda: Planta de yacimiento con los valores existentes de CuS. Arriba a la derecha: Perfil E-O de yacimiento con los valores existentes de CuS. Abajo a la izquierda: Perfil N-S de yacimiento con los valores existentes de CuS. Abajo a la izquierda: Vista isométrica del sector con los valores existentes de CuS. (X= Este, Y= Norte, Z= Cota).

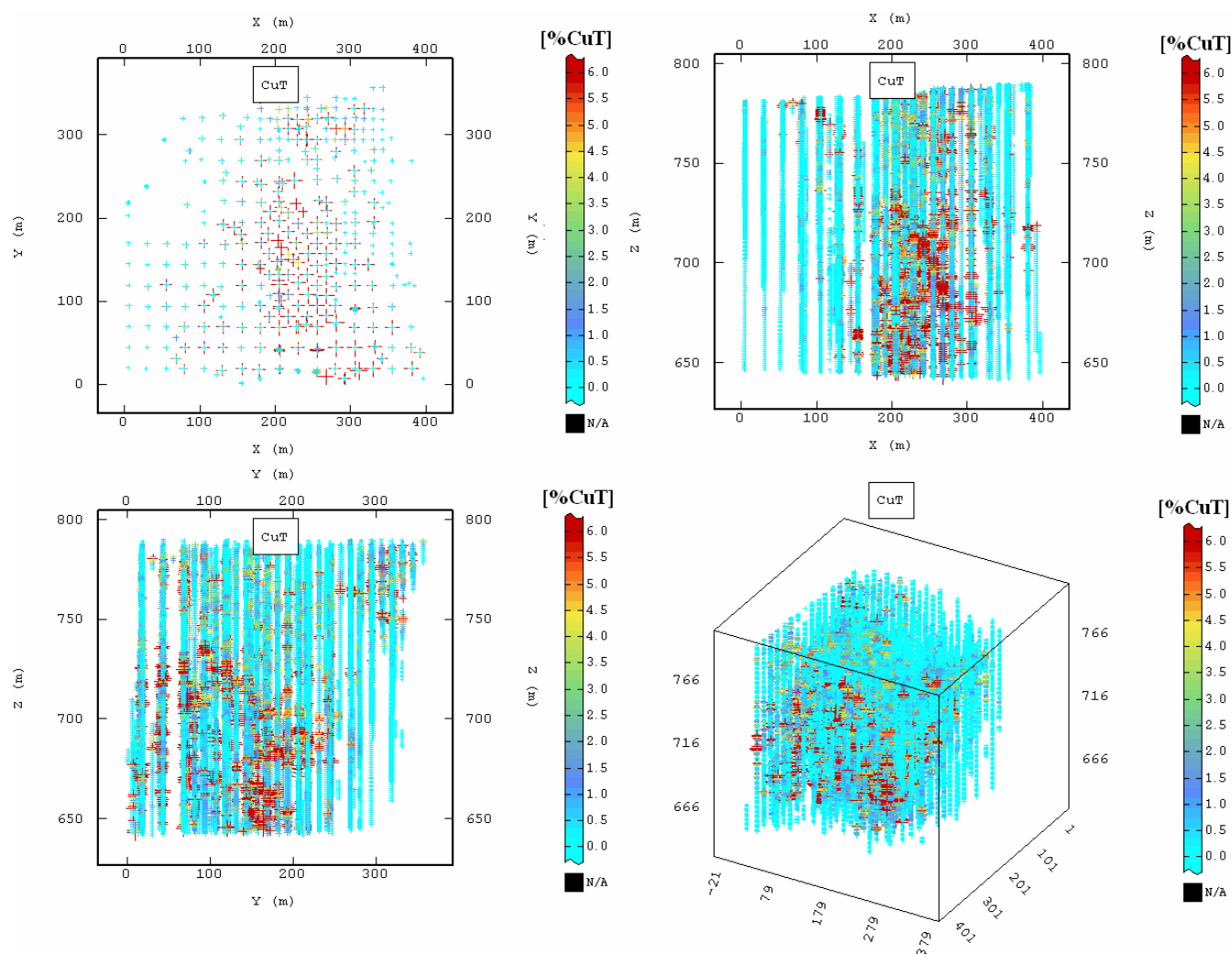


Figura 30, Arriba a la izquierda: Planta de yacimiento con los valores existentes de CuT. Arriba a la derecha: Perfil E-O de yacimiento con los valores existentes de CuT. Abajo a la izquierda: Perfil N-S de yacimiento con los valores existentes de CuT. Abajo a la izquierda: Vista isométrica del sector con los valores existentes de CuT. (X= Este, Y= Norte, Z= Cota).

Una vez ejecutado el muestreador de Gibbs (con 3.000.000 de iteraciones) se completan los datos de leyes de CuS, obteniendo una base homotópica entre leyes de CuS y leyes de CuT:

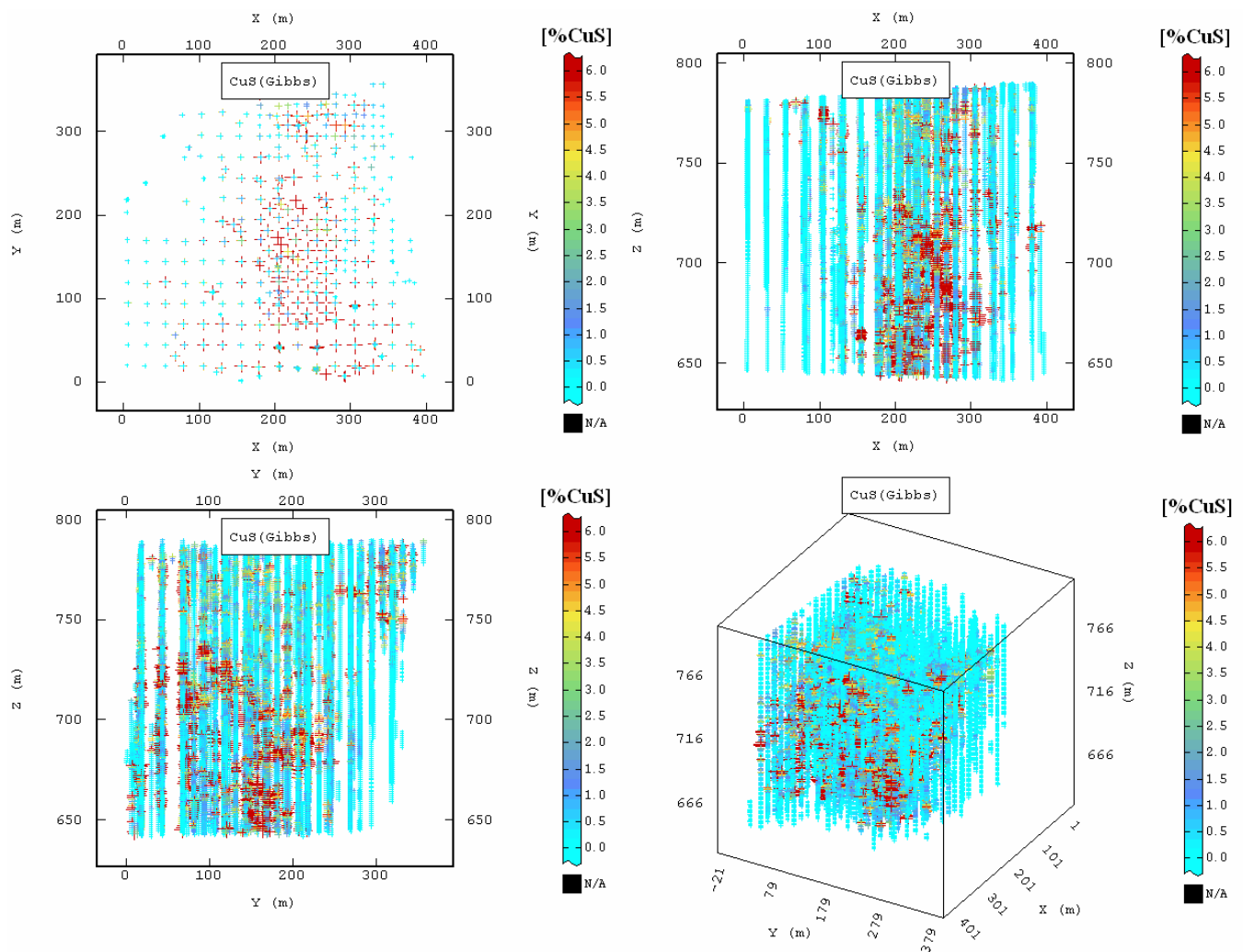


Figura 31, Arriba a la izquierda: Planta de yacimiento con los valores CuS de Gibbs para la última iteración. Arriba a la derecha: Perfil E-O de yacimiento con los valores CuS de Gibbs. Abajo a la izquierda: Perfil N-S de yacimiento con los valores CuS de Gibbs. Abajo a la izquierda: Vista isométrica del sector con los valores CuS de Gibbs. (X= Este, Y= Norte, Z= Cota).

Como se puede observar, se completaron los datos particularmente de leyes bajas (donde existía la carencia dado el muestreo preferencial a las altas leyes de CuT). El histograma completo de las leyes de CuS queda presentado a continuación, el que contrasta con el histograma de los datos originalmente disponibles (sección 3.1).

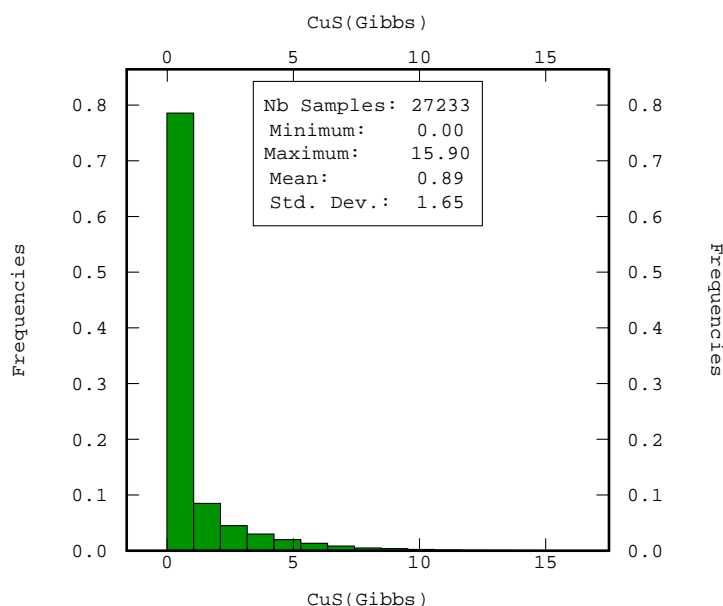


Figura 32, Histograma de CuS simulado en los puntos con datos (Gibbs)

Cabe señalar que para cada simulación de leyes de CuS y CuI en el yacimiento, se tiene que realizar una nueva corrida del muestreador de Gibbs.

### 5.2.3. Simulación y generación del modelo de bloques del yacimiento

Se define una grilla ad-hoc para el modelo de bloques, a saber un modelo consistente en bloques de  $10 \times 10 \times 10$  [m<sup>3</sup>].

Los parámetros de la grilla se presentan a continuación:

	X [m]	Y [m]	Z [m]
<b>Min</b>	-0.78	-3.99	636.5
<b>Max</b>	401.86	361.73	794.97
<b>delta</b>	10	10	10
<b>N° Bloques</b>	41	37	16

Tabla 7, Parámetros Geoespaciales para grilla.



Lo anterior entregará un modelo de bloques constante de 24.272 bloques.

Se realizan 100 simulaciones de forma independiente de CuS y CuI, con lo cual se deduce CuT.

Las etapas de la simulación son las siguientes:

- i. Aplicar el muestreador de Gibbs para completar la base de datos originales, con leyes simuladas de CuS en los datos donde esta variable es ausente.
- ii. Deducir la variable CuI en los sitios con datos:  $CuI = CuT - CuS$ .
- iii. Transformar CuS y CuI a variables gaussianas y simularlas por el método de bandas rotantes en una grilla densa ( $2 \times 2 \times 5 [m^3]$ ).
- iv. Destransformar las variables gaussianas simuladas a leyes y deducir la ley simulada de cobre total:  $CuT = CuS + CuI$ .
- v. Rebloquear las leyes al soporte de los bloques ( $10 \times 10 \times 10 [m^3]$ ).

El resultado se analizará sólo en función del cobre soluble (CuS) y el cobre total (CuT). El modelo de bloques resultante (promedio de las 100 simulaciones) se presenta en la siguiente perspectiva, mientras que el modelo en detalle se puede observar en **Anexos 2**.

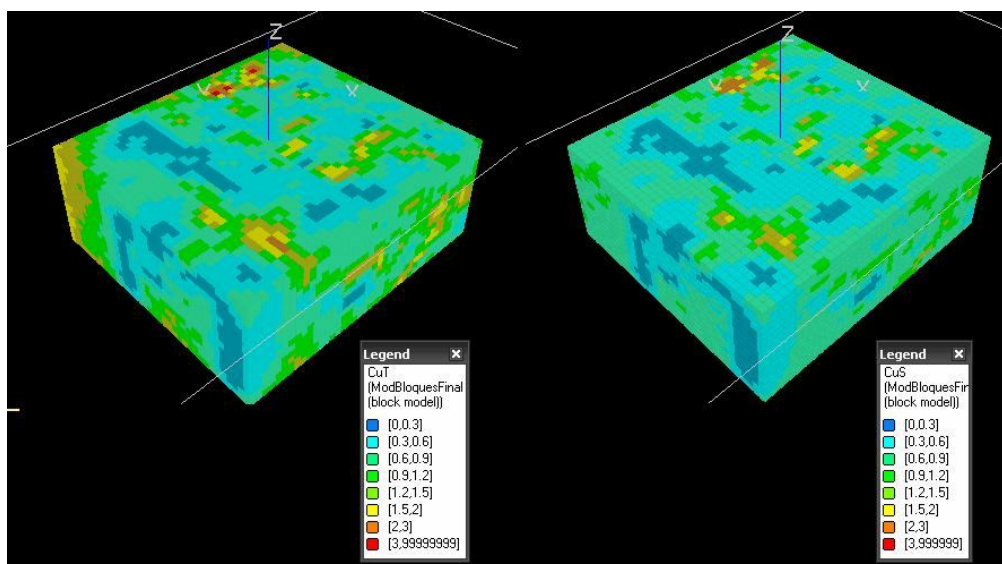


Figura 33, Perspectiva del modelo de bloques CuT y CuS respectivamente resultante del promedio de 100 simulaciones.

Además se presenta la solubilidad promedio de las 100 simulaciones en la siguiente perspectiva, el modelo de bloques en detalle se puede observar en **Anexos 2**.

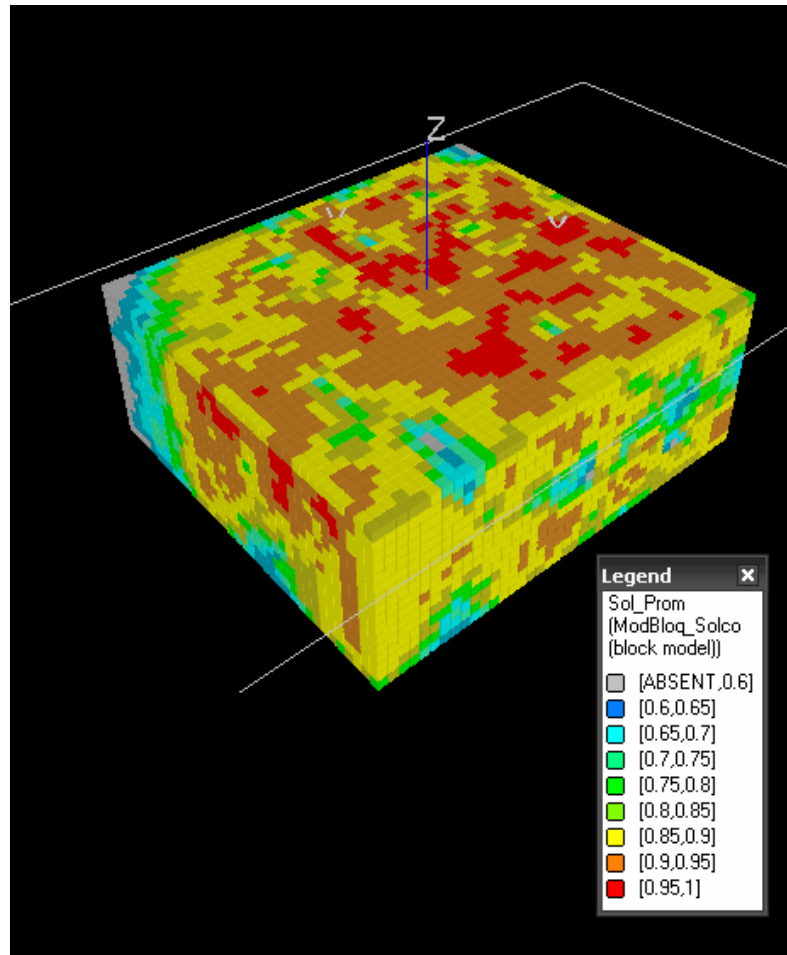


Figura 34, Perspectiva del modelo de bloques de solubilidad resultante del promedio de 100 simulaciones.

También se despliega los histogramas de las leyes de los bloques resultantes:

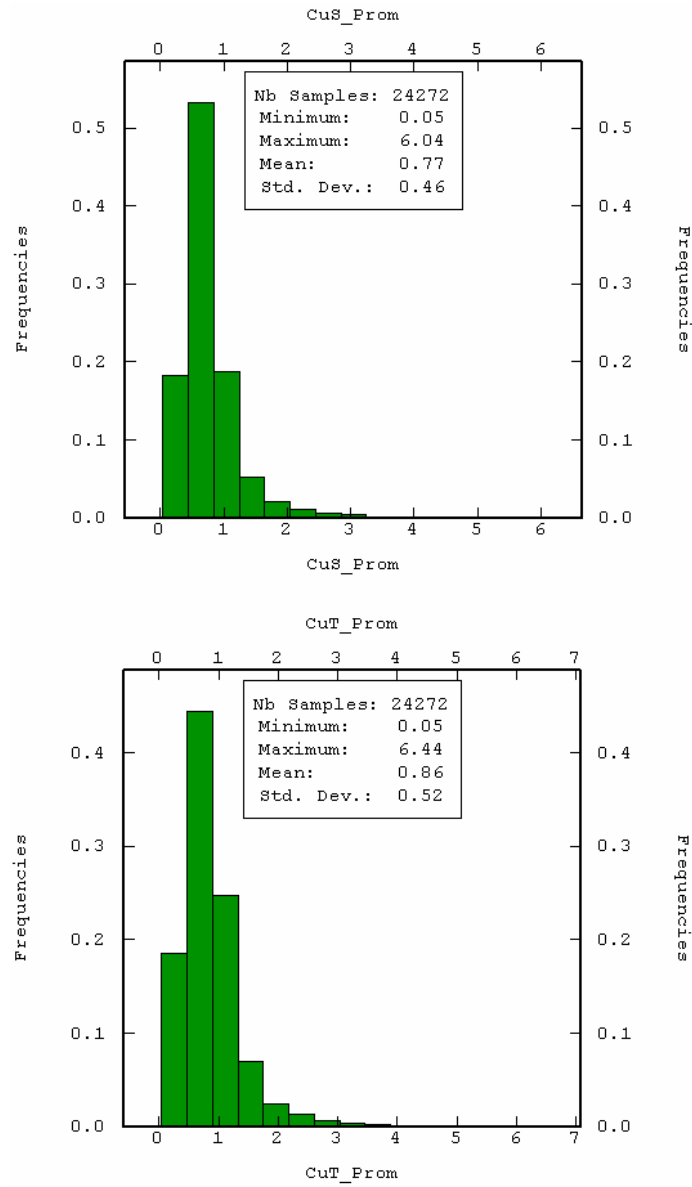


Figura 35, Arriba, histograma de ley de cobre soluble, abajo histograma de cobre total. Resultados de los bloques del modelo generado por el promedio de 100 simulaciones.

## 6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

### 6.1. Resultados promedio de simulaciones

La curva tonelaje ley del modelo de bloques promedio de las 100 simulaciones indica en torno a qué caso se va a estar moviendo las realizaciones de la simulación. Sin embargo debido al efecto de suavizamiento, el promedio de estas 100 simulaciones no puede cuantificar el riesgo. La curva se calculó tomando como ley de corte la ley de cobre total.

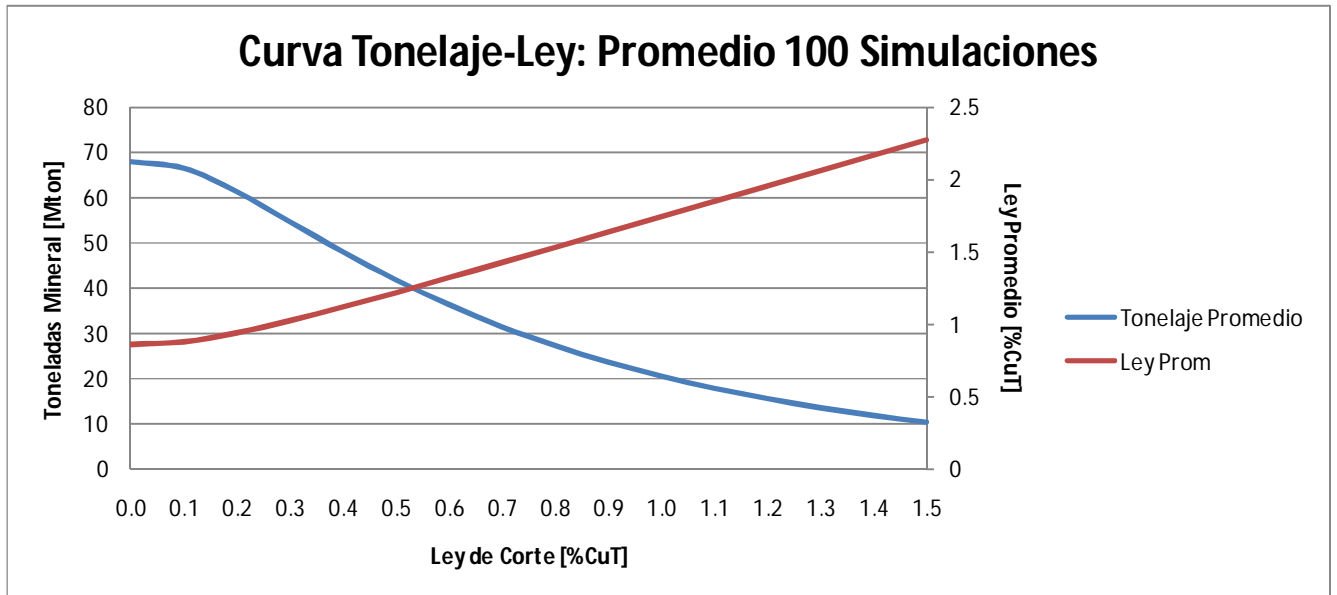


Figura 36, Curva tonelaje ley Cu (promedio 100 simulaciones).

De aquí es interesante notar cómo la solubilidad (cuociente entre cantidad de cobre soluble y cantidad de cobre total) es más baja en leyes de corte más bajas que a leyes de corte más altas:

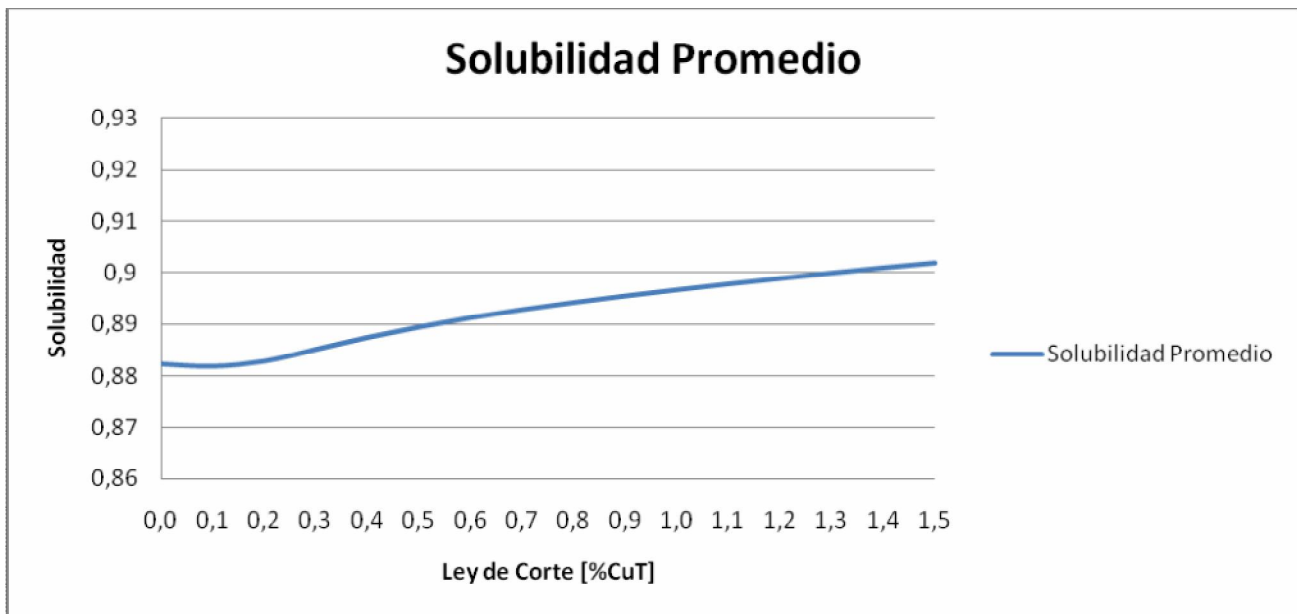


Figura 37, Razón de solubilidad a diferentes leyes de corte de CuT para el promedio de las 100 simulaciones.

Esto se puede deber a que gran parte de las leyes altas de cobre total son gracias a altas contribuciones de cobre soluble (si se habla de cobre soluble como óxidos sería lógico pensar que son de altas leyes) contribuyendo a que dichos bloques sean elegidos sobre otros por el criterio de la ley de corte.

Ley de Corte [%CuT]	Tonelaje Promedio [Mton]	Finos CuT Promedio [Mton]	Finos CuS Promedio [Mton]	Solubilidad
0.0	67.962	0.583	0.520	89.15%
0.1	66.522	0.582	0.519	89.15%
0.2	61.324	0.575	0.512	89.18%
0.3	54.676	0.558	0.498	89.26%
0.4	48.014	0.535	0.478	89.36%
0.5	41.781	0.508	0.454	89.47%
0.6	36.232	0.477	0.428	89.57%
0.7	31.331	0.446	0.400	89.68%
0.8	27.151	0.415	0.372	89.77%
0.9	23.487	0.384	0.345	89.87%
1.0	20.381	0.355	0.319	89.96%
1.1	17.692	0.327	0.294	90.05%
1.2	15.380	0.300	0.271	90.13%
1.3	13.362	0.275	0.248	90.22%
1.4	11.636	0.252	0.227	90.31%
1.5	10.160	0.231	0.208	90.38%

Tabla 8, Resultados del promedio de las 100 simulaciones.

## 6.2. Análisis por realización

Por otro lado se puede ver las curvas tonelaje-ley superpuestas de cada una de las simulaciones, para ver el rango de riesgo y casos al cual atenerse en el negocio minero. En este caso, las bandas generadas por la superposición de las curvas muestran que su borde inferior es el peor caso mientras que el superior el mejor. En función de que la ley de corte sea en base al cobre total de los bloques se obtiene:

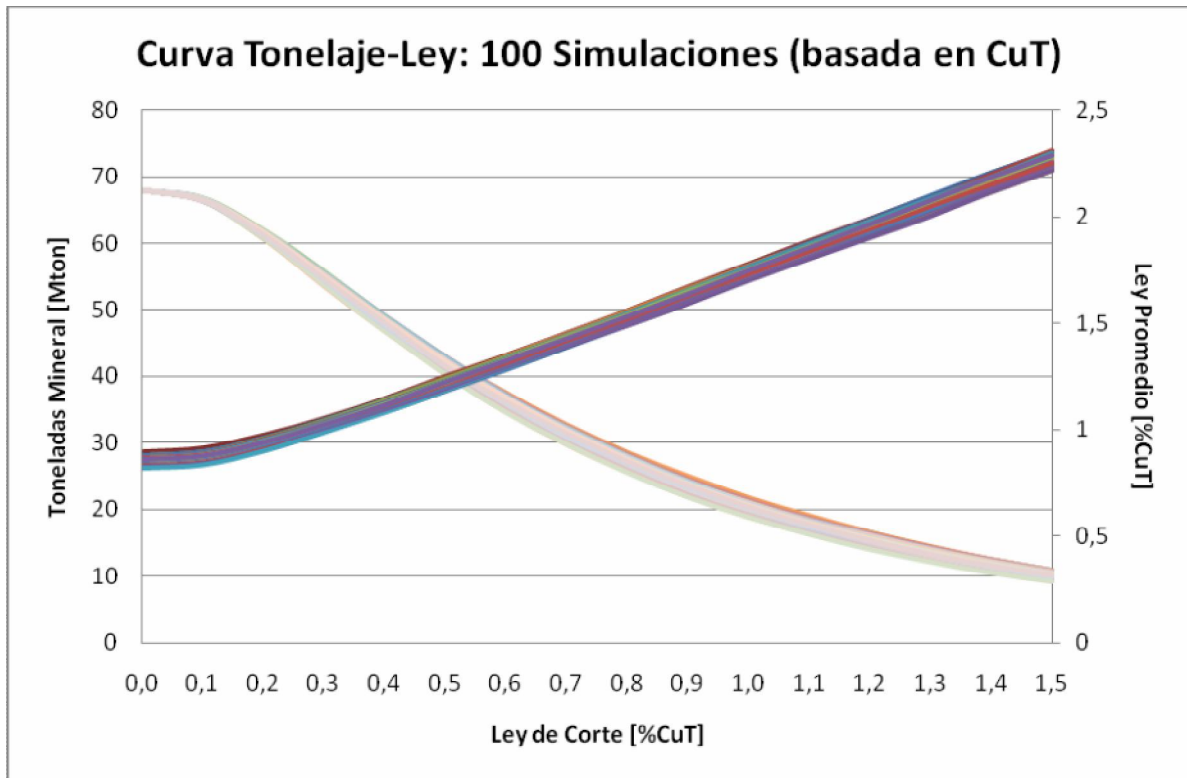


Figura 38, Curvas tonelaje ley CuT (100 simulaciones).

Se aprecia que en el tonelaje de mineral la mayor diferencia de mineral (entre mejor y peor caso) es del orden de 3 a 4 millones de toneladas (a una ley de corte de cobre total entre 1% aproximadamente). Por otro lado, la ley promedio presenta una diferencia máxima de un 0.35% aproximadamente.

Para la ley de corte de cobre soluble queda:

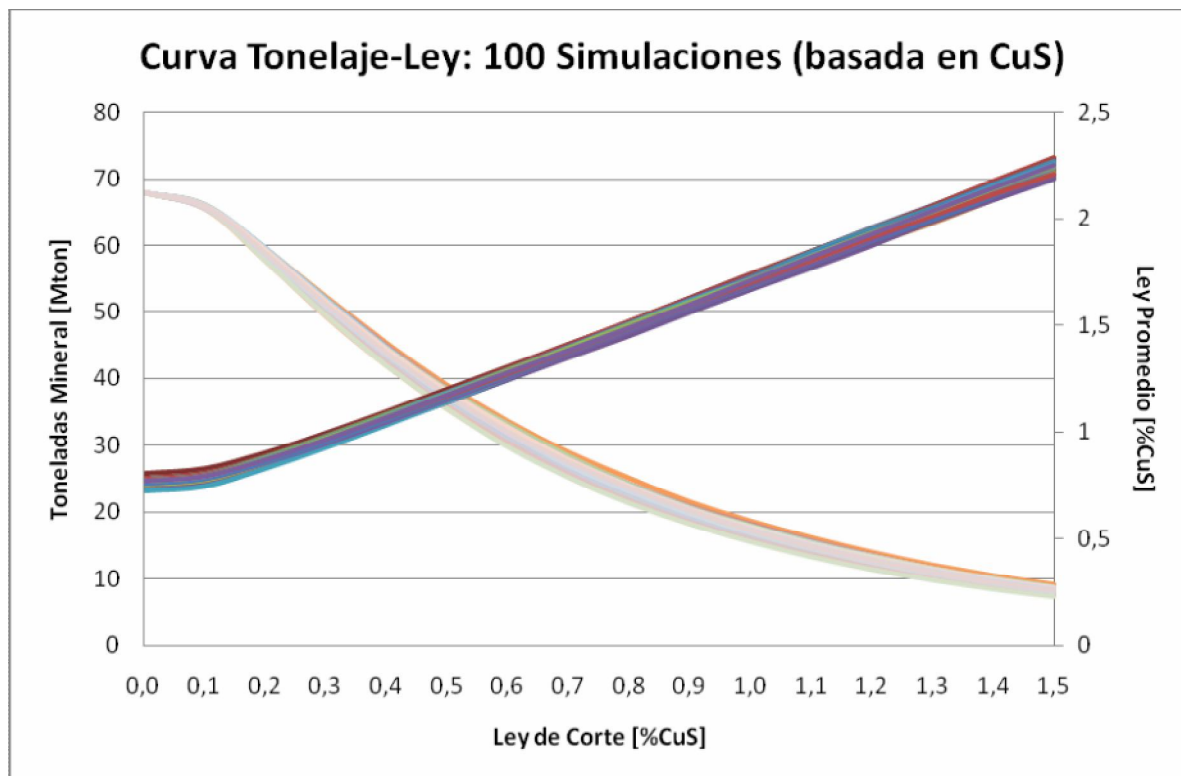


Figura 39, Curvas tonelaje ley CuS (100 simulaciones).

Se aprecia un gráfico bastante similar por lo que se podría asumir que se estaría mandando un tonelaje similar de mineral y una ley promedio similar tanto al tomar como criterio una ley de corte de cobre soluble o de cobre total.

Gracias a esta observación se puede dejar como criterio el análisis de la ley de corte total. Esto pues suele ser más sencillo clasificar una unidad de mineral por su cantidad de cobre total que por la de su cobre soluble.

En cuanto a la solubilidad, gracias a las realizaciones se puede calcular la solubilidad mínima y la solubilidad máxima con las 100 curvas de solubilidad resultante en una banda de casos probables.

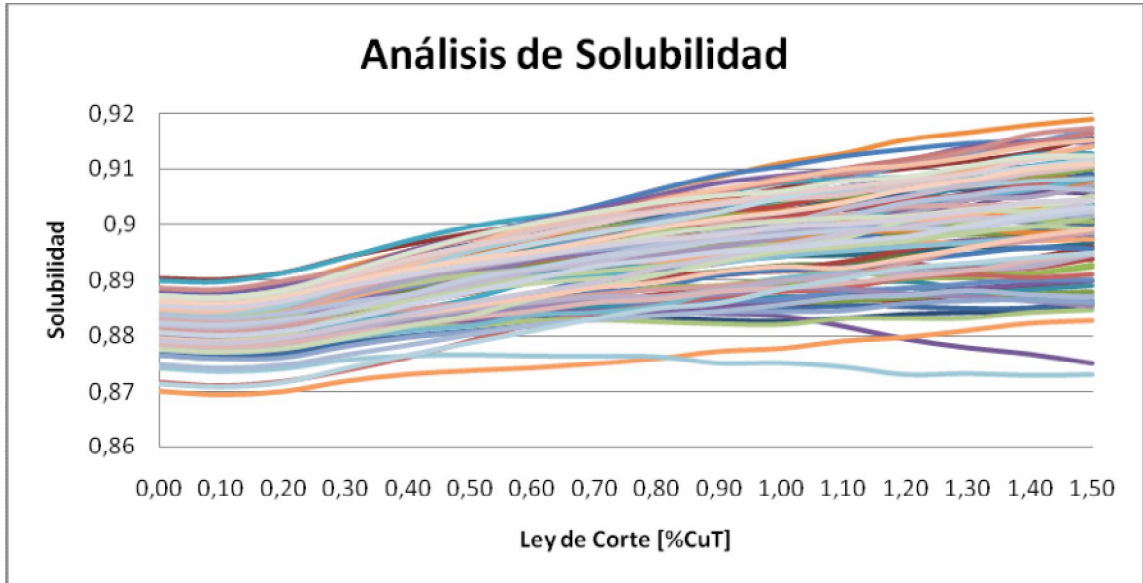


Figura 40, Curvas de razón de solubilidad en función de la ley de corte del cobre total para las 100 simulaciones.

La tabla resumen de las 100 realizaciones se presenta a continuación basada en la ley de corte de CuT:

Ley de Corte [%CuT]	Tonelaje Mineral [Mton]			Finos CuT [Mton]			Finos CuS [Mton]		
	Máximo	Mínimo	Promedio	Máximo	Mínimo	Promedio	Máximo	Mínimo	Promedio
0.0	67.962	67.962	67.962	0.609	0.558	0.583	0.549	0.492	0.520
0.1	66.825	66.357	66.522	0.610	0.555	0.582	0.550	0.489	0.519
0.2	62.040	60.729	61.324	0.604	0.547	0.575	0.545	0.482	0.512
0.3	55.765	53.561	54.676	0.588	0.529	0.558	0.531	0.467	0.498
0.4	49.109	46.799	48.014	0.563	0.507	0.535	0.509	0.448	0.478
0.5	42.916	40.300	41.781	0.537	0.477	0.508	0.486	0.423	0.454
0.6	37.565	34.586	36.232	0.507	0.444	0.477	0.459	0.396	0.428
0.7	32.766	29.714	31.331	0.476	0.412	0.446	0.432	0.367	0.400
0.8	28.602	25.547	27.151	0.446	0.380	0.415	0.404	0.339	0.372
0.9	25.077	21.846	23.487	0.419	0.348	0.384	0.377	0.310	0.345
1.0	21.854	18.799	20.381	0.388	0.320	0.355	0.350	0.284	0.319
1.1	19.124	16.209	17.692	0.361	0.292	0.327	0.326	0.260	0.294
1.2	16.604	13.986	15.380	0.331	0.266	0.300	0.300	0.237	0.271
1.3	14.515	12.118	13.362	0.305	0.243	0.275	0.277	0.217	0.248
1.4	12.564	10.461	11.636	0.277	0.221	0.252	0.254	0.197	0.227
1.5	10.948	9.162	10.160	0.253	0.203	0.231	0.233	0.180	0.208

Tabla 9, Resultados de las 100 simulaciones.



Gracias a las simulaciones también se pueden ver el modelo de bloques con la probabilidad de superar una cierta ley de corte. A continuación se presentan tres perspectivas del yacimiento con las probabilidades de superar tres leyes de corte diferentes:

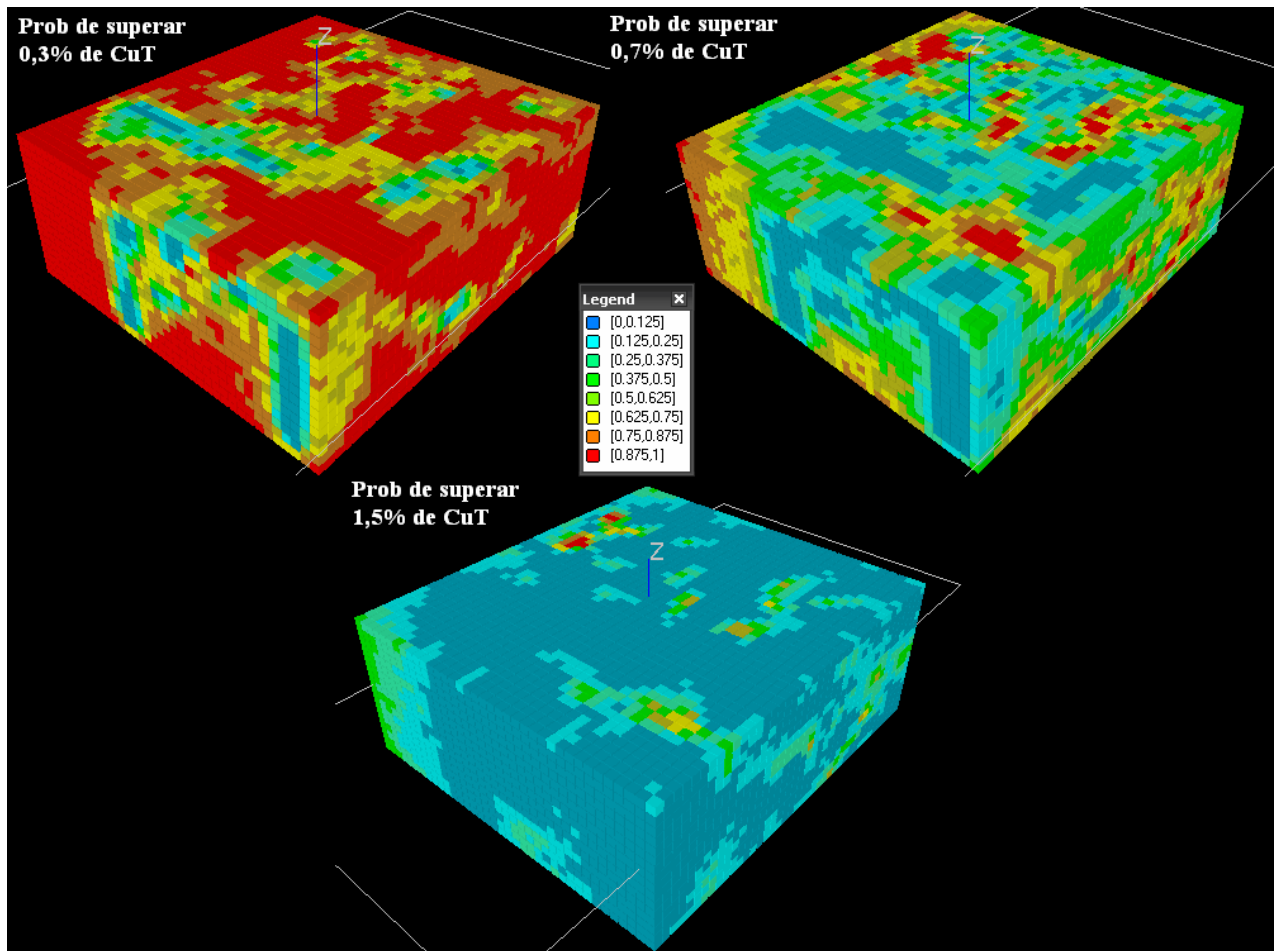


Figura 41, Vista isométrica del modelo de bloques de probabilidad de superar una cierta ley de corte de cobre total para cada bloque basado en 100 simulaciones.

### 6.3. Comparación con estimación por Cokriging

La motivación de esta comparación es notar qué tan errado sería un resultado haciendo la estimación del modelo de bloques mediante cokriging (metodología tradicional). A continuación se presentan los variogramas modelados y experimentales:

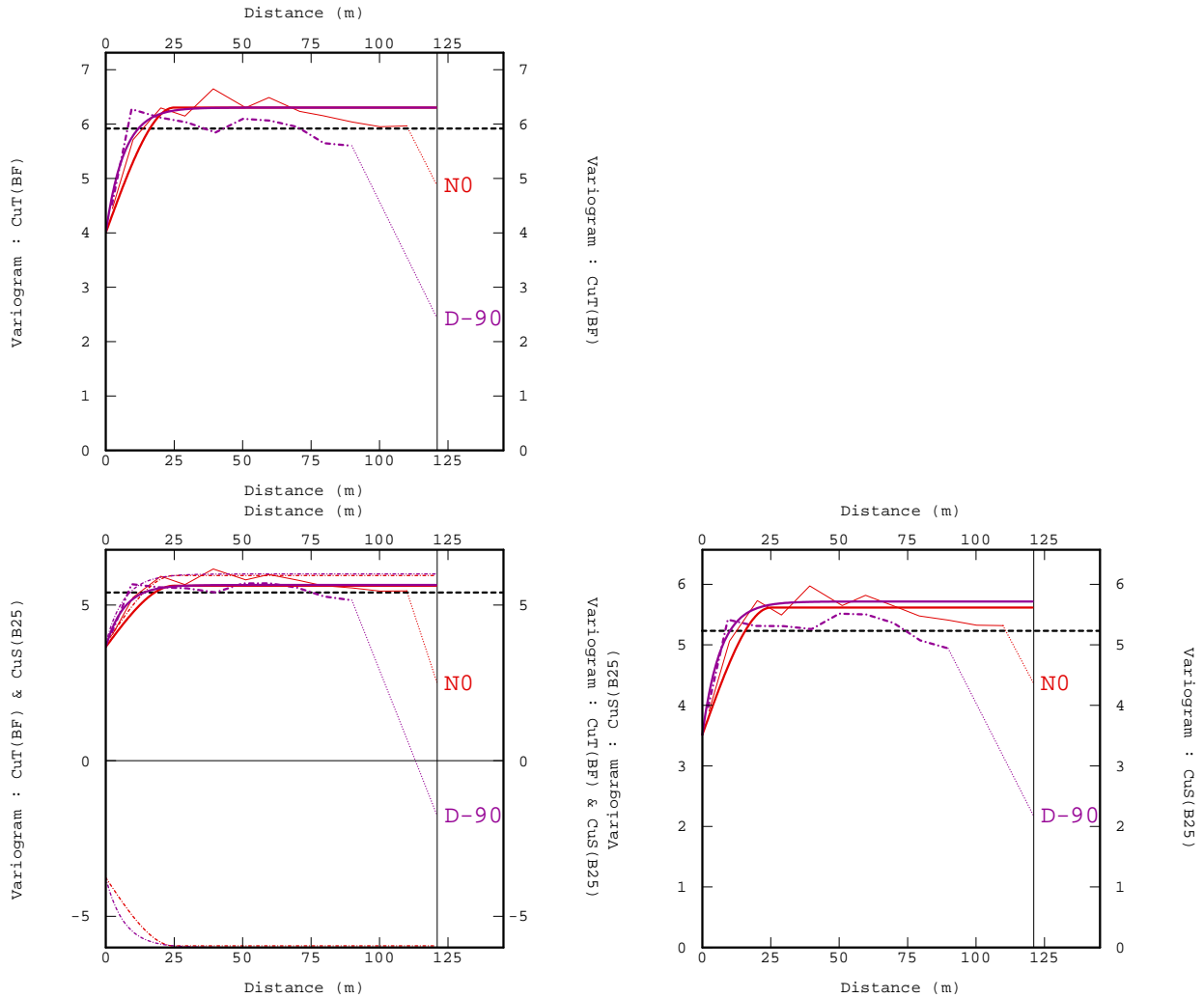


Figura 42, Variogramas directos y cruzado para las variables CuT y CuS, tomando una dirección omnihorizontal (N0) y otra vertical (D-90) con los mismos parámetros variográficos que el caso de estudio.

#### 6.3.1. Problemas existentes

- i. Una vez realizada la estimación mediante cokriging se observan valores negativos en la estimación de CuS (3.176 bloques) y de CuT (125 bloques).

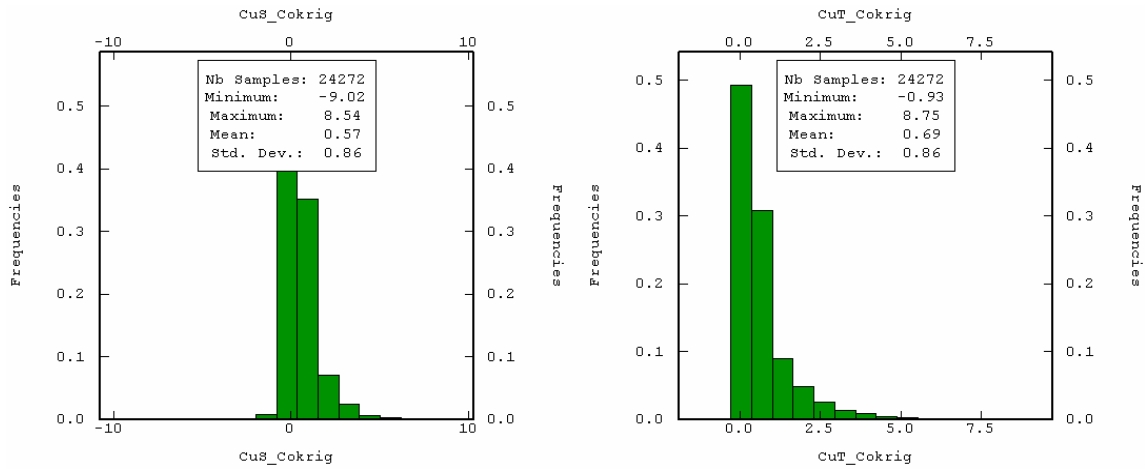


Figura 43, Histogramas de leyes de CuT y CuS para bloques respectivamente, resultados de la estimación por cokriging.

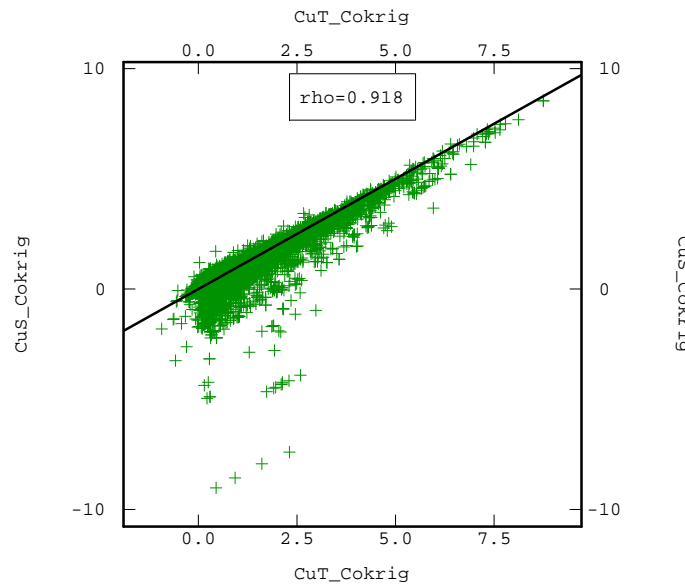


Figura 44, Scatter plot de las variables CuS y CuT de la estimación por cokriging.

Para el tratamiento de este error, se pueden fijar los valores negativos de CuS y CuT en cero.

- ii. Una vez corregido esto hay que verificar la condición de  $CuT > CuS$ . Con lo cual se encuentran 4.438 bloques infringiendo ese límite. El tratamiento para este caso será acotar CuS igual a CuT.

Luego de ambas correcciones se despliegan los histogramas corregidos de las leyes estimadas de CuS y CuT:

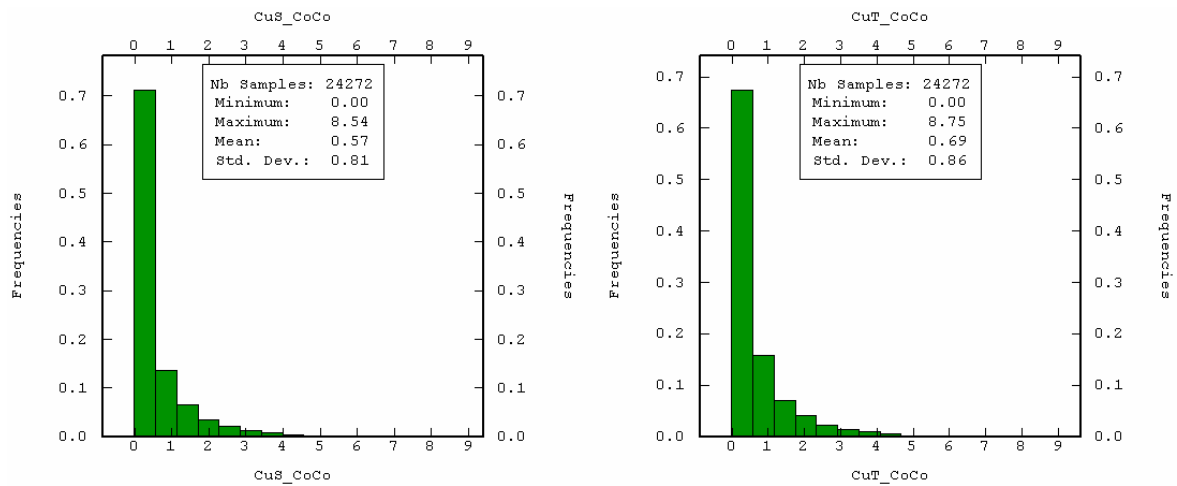


Figura 45, Histogramas de leyes de CuT y CuS para bloques respectivamente, resultados de las correcciones i. e ii. a la estimación por cokriging.

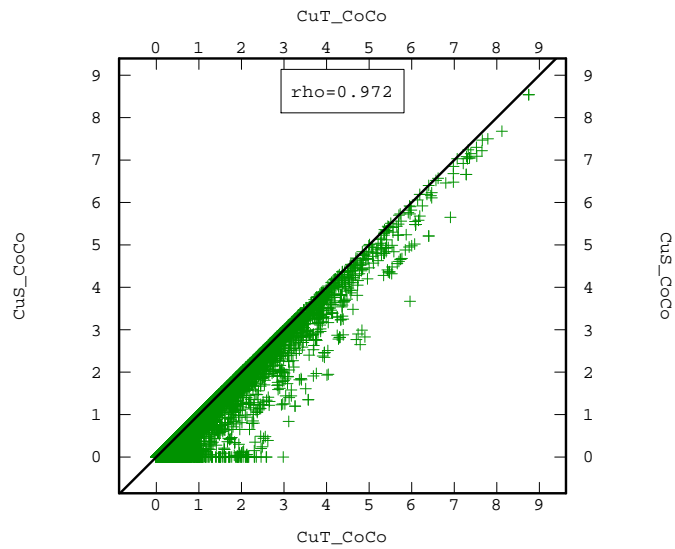


Figura 46, Scatter plot de las variables CuT y CuS corregidas de la estimación por cokriging.

Una vez corregido el modelo de bloques se despliegan las estadísticas de este.

<b>RESULTADO DE METODOLOGÍA DE COKRIGING CORREGIDO</b>				
<b>Ley de Corte [%CuT]</b>	<b>Tonelaje Mineral [Mton]</b>	<b>Fino CuS [Mton]</b>	<b>Fino CuT [Mton]</b>	<b>Solubilidad</b>
0.0	67.962	0.376	0.467	80.53%
0.1	63.686	0.375	0.464	80.82%
0.2	53.396	0.367	0.449	81.84%
0.3	41.614	0.349	0.420	83.12%
0.4	32.077	0.329	0.388	84.97%
0.5	25.757	0.310	0.360	86.31%
0.6	22.084	0.295	0.340	86.93%
0.7	19.536	0.283	0.323	87.46%
0.8	17.374	0.270	0.307	87.75%
0.9	15.560	0.257	0.292	88.13%
1.0	13.866	0.244	0.276	88.47%
1.1	12.452	0.232	0.261	88.63%
1.2	11.278	0.220	0.248	88.88%
1.3	10.158	0.208	0.234	89.01%
1.4	9.156	0.196	0.220	89.13%
1.5	8.196	0.184	0.206	89.28%

**Tabla 10, Resultados de la estimación mediante cokriging corregido**

Contrastando esto directamente con las 100 simulaciones realizadas se puede observar la discrepancia entre los métodos. La explicación puede deberse a la naturaleza de los métodos (combinación lineal de datos en el caso del cokriging y el paso por una transformación gaussiana en el caso de la simulación), a la dependencia entre valores de los datos y su posición (muestreo preferencial en CuS) no considerada en la teoría del cokriging, o en un efecto de extrapolación en sector de bajas leyes (cokriging ordinario se basa en valores locales de la media, mientras que la simulación se basa en una distribución global a priori). De manera general, el cokriging entrega curvas tonelaje-ley sesgadas, debido a su propiedad de suavizamiento, por lo que es preferible cuantificar los recursos recuperables sobre determinadas leyes de corte en base a las simulaciones.

Solubilidad:

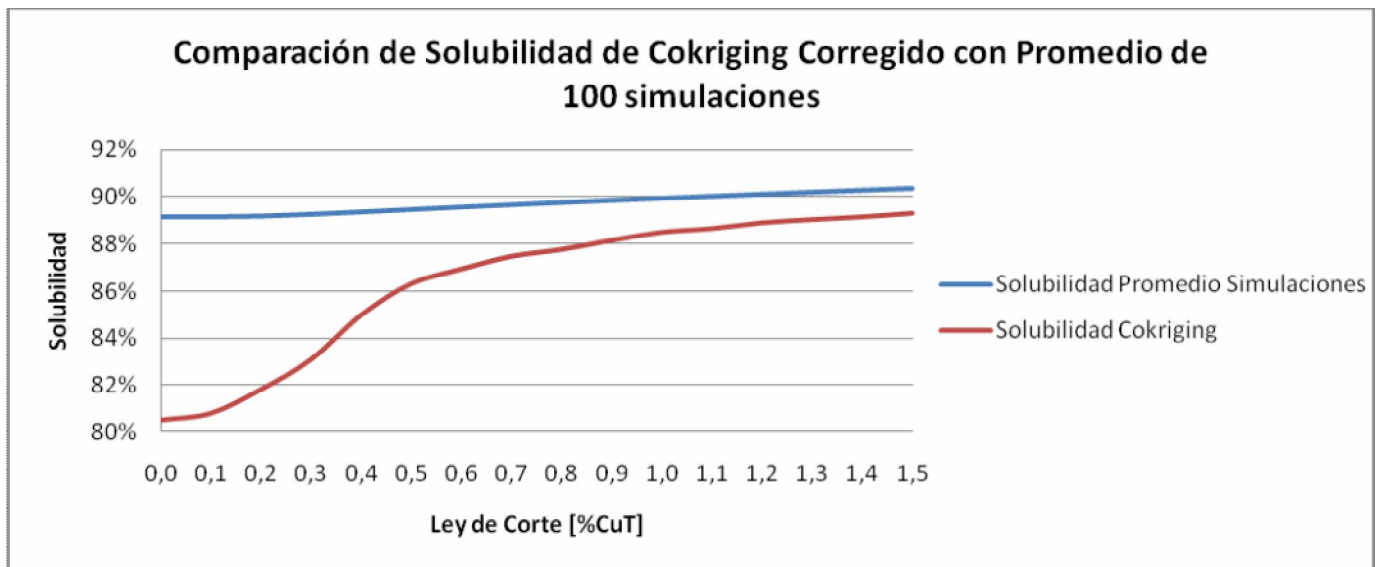


Figura 47, Gráfico comparativo de solubilidades obtenidas de la estimación por Cokriging Corregido y el promedio de 100 simulaciones.

Aquí se puede observar como a bajas leyes la solubilidad es altamente subestimada hasta una ley de 0.5% de corte de CuT. Esto particularmente en operaciones masivas puede significar el envío material altamente soluble a un proceso de flotación/fundición donde el componente soluble (oxidado) se pierde en el proceso. Como ejemplo, a una ley de corte de 0.3% de CuT un bloque promedio que contenga de 1 tonelada de cobre total tendría del orden de 830 [kg] de cobre soluble según cokriging, sin embargo con la metodología propuesta este tendría una solubilidad del orden del 89.5%, o sea 895 [kg] de cobre soluble, significando una pérdida 65 [kg] de cobre no planificado. Si ésta pérdida se multiplica por el tonelaje total para el caso de ley de corte fijada (558,000 [ton de CuT]) se obtiene una pérdida no planificada de 36,270[ton de CuS] en la vida de la mina equivalentes (a un precio del cobre a largo plazo de 6,000 [USD/ton]) a cerca de 218 [MUSD], sin contar el costo oportunidad de haber podido mandar el bloque a lixiviación y abaratar en costos de procesamiento.(La información detallada se encuentra en **Anexos 3**).

#### 6.4. Otros alcances y aplicaciones

Dadas las 100 simulaciones y la representación del yacimiento mediante leyes de cobre soluble y total se puede establecer desde diseños mineros hasta horizontes de producción minera a largo (envergadura proyecto, vida mina, reservas mientras), mediano (presupuesto de operaciones) y corto plazo (equipos y logística para cumplir con metas de producción fijadas).

Por ejemplo, cada bloque tiene una ley esperada de cobre soluble, una ley esperada de cobre total (CuS y CuT respectivamente) y una razón de solubilidad esperada ( $S = \text{CuS}/\text{CuT}$ ). Lo anterior se puede resumir en un valor in-situ del bloque:

$$V[\text{USD}] = (\text{Pcu} - \text{CRV}) \times \text{CuT} \times \text{RM} \times \text{Ton} - \text{CM} \times \text{Ton} - \text{CP} \times \text{Ton}$$

Donde:

Pcu: Precio del cobre [USD/lb Cu].

CRV: Costo de refinación y ventas [USD/lb Cu].

CuT: Ley de cobre total [%Cu].

RM: Recuperación metalúrgica [%].

Ton: Tonelaje del bloque [ton].

CM: Costo mina de mover el bloque [USD/ton]

CP: Costo de procesamiento vía flotación/fundición.

Definiendo una ley de corte (CuT para la cual el valor V del bloque es nulo, por las razones explicadas anteriormente) se puede hacer el filtro de bloques que van a botadero o a planta, lo que usualmente desencadena en dos posibilidades para el bloque:

$$V_{\text{Bot}}[\text{USD}] = -\text{CM} \times \text{Tonelaje}$$

→ Bloque a botadero

$$V_{\text{Proc}}[\text{USD}] = (\text{Pcu} - \text{CRV}) \times \text{CuT} \times \text{RM} \times \text{Tonelaje} - \text{CM} \times \text{Tonelaje} - \text{CP} \times \text{Tonelaje}$$

→ Bloque procesado para apalear pérdidas ( $0 > V_{\text{Proc}} > V_{\text{Bot}}$ )

Sin embargo, con la caracterización detallada del cobre soluble del yacimiento se pueden implementar alternativas como la creación de una pila de baja ley (o lixiviación de estéril de baja ley pero alta solubilidad: sobre Sw). Con lo cual existe una alternativa:

$$V_{\text{low}}[\text{USD}] = (\text{Pcu} - \text{CRV}) \times \text{CuS} \times \text{RML} \times \text{Ton} - \text{CM} \times \text{Ton} - \text{CL} \times \text{Ton}$$

Donde:

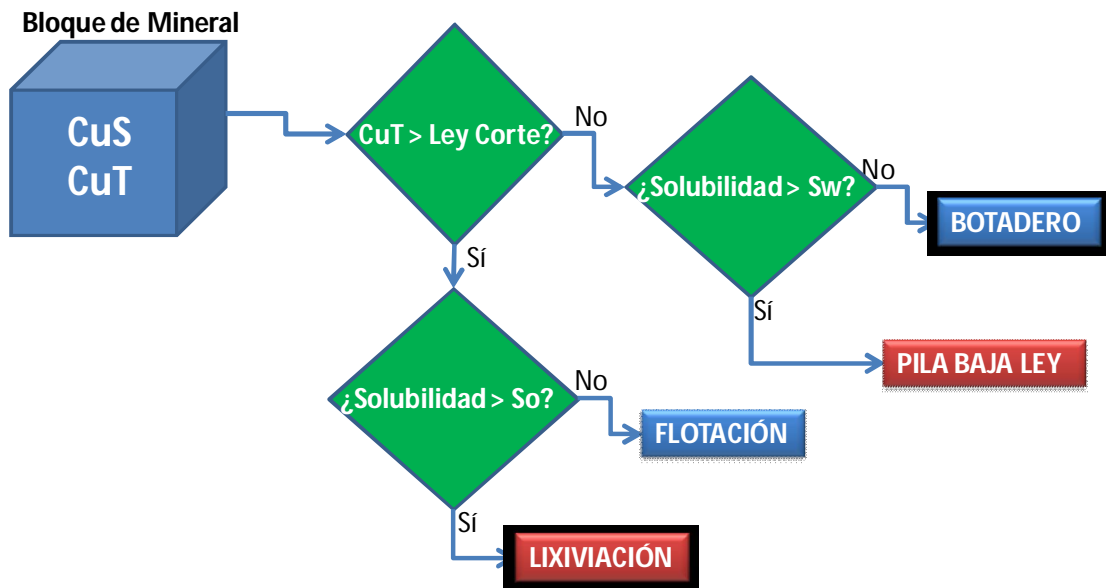
RML: Recuperación metalúrgica de lixiviación, mayor a la RM de la flotación/fundición convencional [%].

CL: Costo de tratamiento de lixiviación, que suele ser menor al costo de tratamiento por flotación/fundición convencional [USD/ton].

Lo anterior puede traducirse en una alternativa económica que permita obtener un mejor apaleamiento de pérdidas ( $0 > V_{\text{low}} > V_{\text{Proc}} > V_{\text{Bot}}$ ) o inclusive un dividendo ( $V_{\text{low}} > 0$ ).

Por otro lado se pueden dimensionar con más precisión (tanto capacidad de procesamiento cómo vida útil) plantas para diferentes tratamientos por mineral. En el caso de que un bloque supere la ley de corte de operación éste pasaría al tratamiento primario (flotación) con el cual se puede obtener un cierto beneficio ( $V_f$ ). Sin embargo se puede calcular una cierta solubilidad crítica de procesamiento de mineral ( $S_o$ ) tal que la alternativa de la lixiviación sea más rentable que la de la flotación ( $V_l > V_f$ ), por lo que se puede decidir a qué tratamiento mandar el bloque.

A continuación se presenta el esquema del ejemplo planteado:



Esquema 1, Ejemplo de posibles destinos de un bloque de material

## 7. CONCLUSIONES

Muchas veces en la industria minera una variable (ley de mineral/metal) puede ser submuestreada preferencialmente debido a un costo extra de hacerlo ya que otra variable de



sondeo (que puede o no contener a esta primera variable) indica que la muestra no tiene interés económico. Este hecho deja truncada la información del yacimiento en cuanto a sus recursos minerales. Así por ejemplo, en el caso de estudio, la variable ley de CuS es submuestreada (no se muestreó en todo lugar) condicionalmente cuando la otra variable (ley de CuT) era de nulo interés económico.

Para poder lograr una interpretación completa del yacimiento se debe contar con una base que posea todas sus variables en todos sus puntos. Sin ser necesario hacer el muestreo y/o sondeo para lograr eso, la metodología propuesta en el trabajo de tesis resulta exitosa en completar esta información.

Al intentar aplicar la metodología tradicional de estimación, cokriging, se puede observar que posee fallas en la estimación de las variables. En efecto, además de entregar valores negativos (13.4% de los valores estimados de CuS) no se respeta el límite crítico impuesto a las variables:  $CuT \geq CuS$ , donde 18.3% de las estimaciones presentan el no cumplimiento de la restricción antes descrita.

La diferencia entre los resultados de una metodología de estimación versus la metodología propuesta basada en la simulación de la base representativa es categórica, existen escenarios donde en promedio se pueden perder millones de dólares en estimación de reservas, esto ya sea subestimando bloques (no extrayéndolos ó mandarlos a botadero) ó sobrestimándolos (enviando material estéril a mineral).

La metodología queda abierta para poder ser implementada en yacimientos con diversas variables en las cuales las restricciones impidan el uso de las metodologías tradicionales, por ejemplo, para fierro total y fierro magnético. Este trabajo también puede compatibilizar con información adicional como datos de unidades geológicas, por ejemplo, pórfido, vetas, etc.

## 8. REFERENCIAS

- [1] **Armstrong M., Galli A., Le Loc'h G., Geffroy F., Eschard R., 2003.** *Plurigaussian simulations in geosciences*. Springer, Berlin, 160 pp.
- [2] **Casella G., George E.I., 1992.** *Explaining the Gibbs sampler*. *American Statistician* 46 (3), 167-174.
- [3] **Chilès J.P., Delfiner P., 1999.** *Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty*. Wiley, New York.
- [4] **Deutsch C.V., Journel A.G., 1998.** *GSLIB: Geostatistical software library and user's guide*. Oxford University Press.
- [5] **Emery X., 2005,** *Variograms of order w: a tool to validate a bivariate distribution model*. *Mathematical Geology*, Vol. 37, n°2, p. 163-181.
- [6] **Emery X., 2007.** *Simulation of geological domains using the plurigaussian model: New developments and computer programs*. *Computer & Geosciences - vol 33 – n°9*. pp 1189-1201.
- [7] **Emery X., 2010.** *Apuntes cátedra: Tópicos Avanzados en Evaluación de Yacimientos*. Universidad de Chile.
- [8] **Emery X., Carrasco P., Ortiz J., 2004.** *Modelamiento Geoestadístico de la razón de solubilidad en un yacimiento de oxidados de cobre*. In: 1st International Conference on Mining Innovation MININ 2004, 18-21 April 2004, E. Magri et al. (eds.), Gecamin Ltda, Santiago, Chile, p. 226-236.
- [9] **Emery X., Kremer F., 2008.** *A survey of random field models for simulating mineral grades*. In: *Proceedings of the Eighth International Geostatistics Congress - J.M. Ortiz, X. Emery (eds.)*, Gecamin Ltda, Santiago, Chile, p. 157-166.
- [10] **Freulon X., 1994.** *Conditional simulation of a Gaussian random vector with nonlinear and/or noisy observations*. In: *Armstrong M., Dowd P.A., (Eds.)*, *Geostatistical Simulations*. Kluwer Academic, Dordrecht, pp. 57-71.
- [11] **Geman S., Geman D., 1984.** *Stochastic relaxation, Gibbs distribution and the Bayesian restoration of images*. *I.E.E.E. Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 6, 721-741.
- [12] **Goovaerts, P., 1997.** *Geostatistics for natural resources evaluation*. New York: Oxford University Press, 480p.
- [13] **Goulard M., Voltz M., 1992,** *Linear coregionalization model: tools for estimation and choice of cross-variogram matrix*, *Mathematical Geology*, Vol. 24, no. 3, p. 269-286.
- [14] **Kremer F., 2008.** *Modelos para caracterizar la variabilidad espacial de leyes en depósitos mineros*. Memoria de título. Universidad de Chile. pp 8-17.
- [15] **Leuangthong O., Deutsch CV., 2003.** *Stepwise Conditional Transformation for Simulation of Multiple Variables*. *Mathematical Geology* 35(2) 155-173.
- [16] **McKay AT., 1934.** *Sampling from batches*. *Journal of the Royal Statistical Society* 1 (Suppl.), 207-216.

- [17] **Metropolis N., Rosenbluth A., Rosenbluth M., Teller A., Teller E., 1953.** *Equation of State Calculations by Fast Computing Machines*, *J. Chem. Phys.* 21, 6, 1087-1092.
- [18] **Ortiz J. 2010.** *Apuntes cátedra: Geoestadística Multivariable*. Universidad de Chile.
- [19] **Silva D., 2008.** *Control Geológico en la simulación geoestadística de leyes*. Memoria de título. Universidad de Chile. pp 7-12.
- [20] **Yeo G.F., Milne R.K., 1991.** *On characterizations of beta and gamma distributions*. *Statistics and Probability Letters* 11, 239-242.

## 9. ANEXOS 1: CRITERIOS DE COMPARACIÓN

### 9.1. ( $\alpha_{CuT}=0.1$ con 25% de datos de ley de CuS)

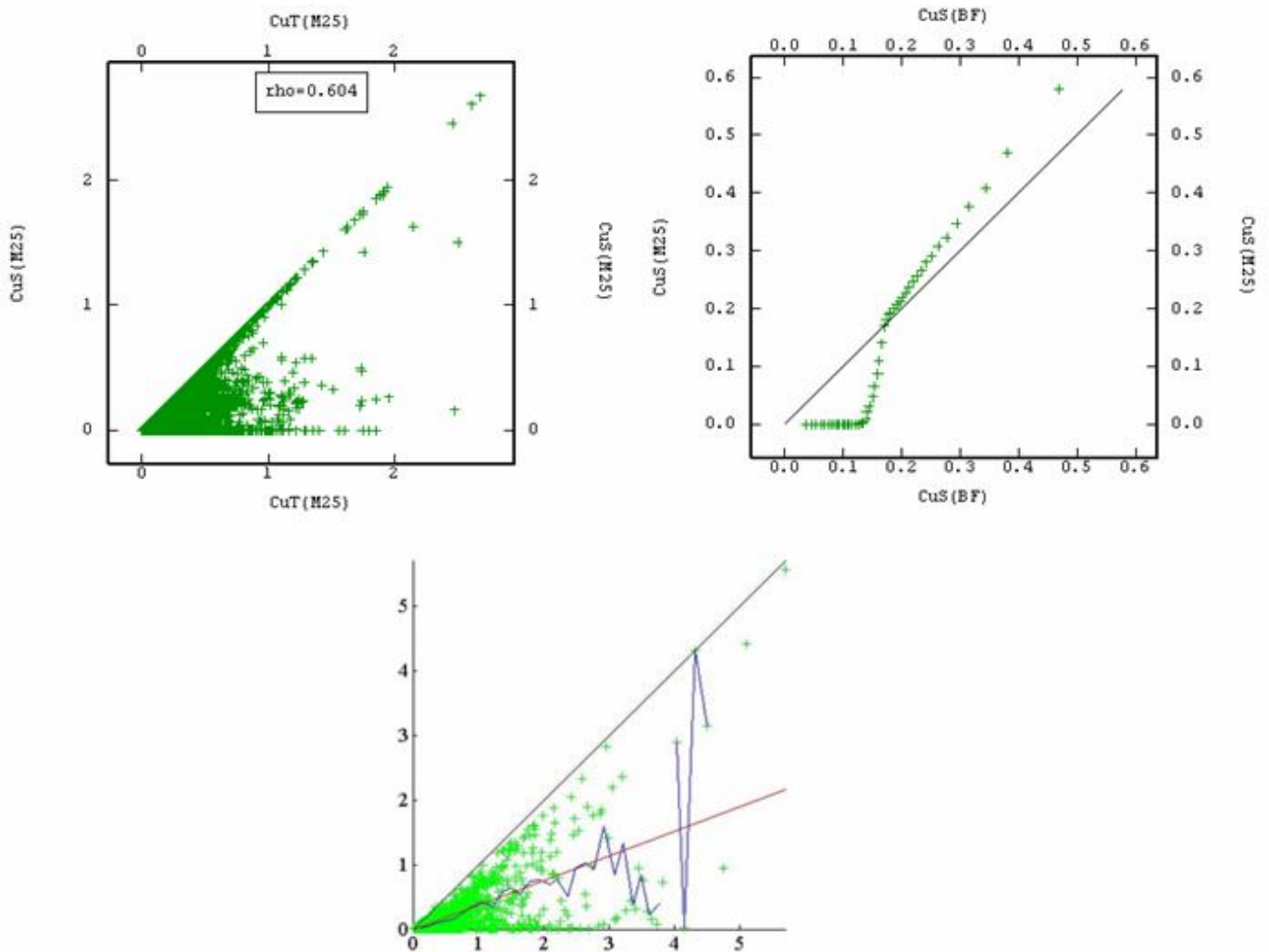


Figura 48, Análisis para  $\alpha_{CuT} = 0.1$  en caso de muestreo preferencial. Arriba a la izquierda: Scatter Plot entre CuT y CuS modelados con 25% de CuS, arriba a la derecha: Q-Q Plot entre la base original completa de CuS y el resultado modelado con 25% de datos de CuS, abajo: Scatter Plot Condicional de valores gamma (Cus vs Cut) con 25% de datos de CuS.

### 9.2. ( $\alpha_{CuT}=0.1$ con 75% de datos de ley de CuS)

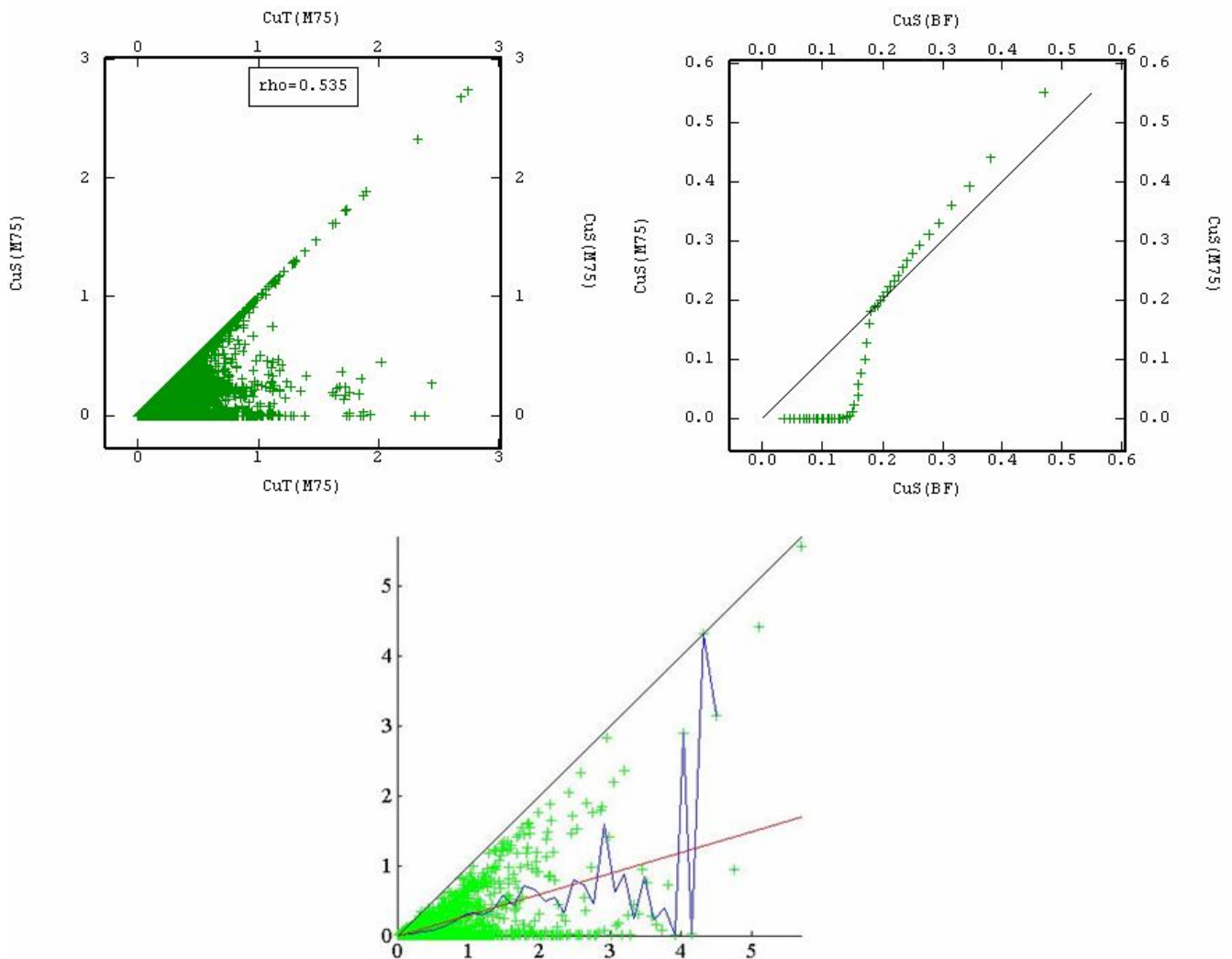


Figura 49, Análisis para  $\alpha_{CuT} = 0.1$  en caso de muestreo preferencial. Arriba a la izquierda: Scatter Plot entre CuT y CuS modelados con 75% de CuS, arriba a la derecha: Q-Q Plot entre la base original completa de CuS y el resultado modelado con 75% de datos de CuS, abajo: Scatter Plot Condicional de valores gamma (Cus vs Cut) con 75% de datos de CuS.

### 9.3. ( $\alpha_{CuT}=0.5$ con 25% de datos de ley de CuS)

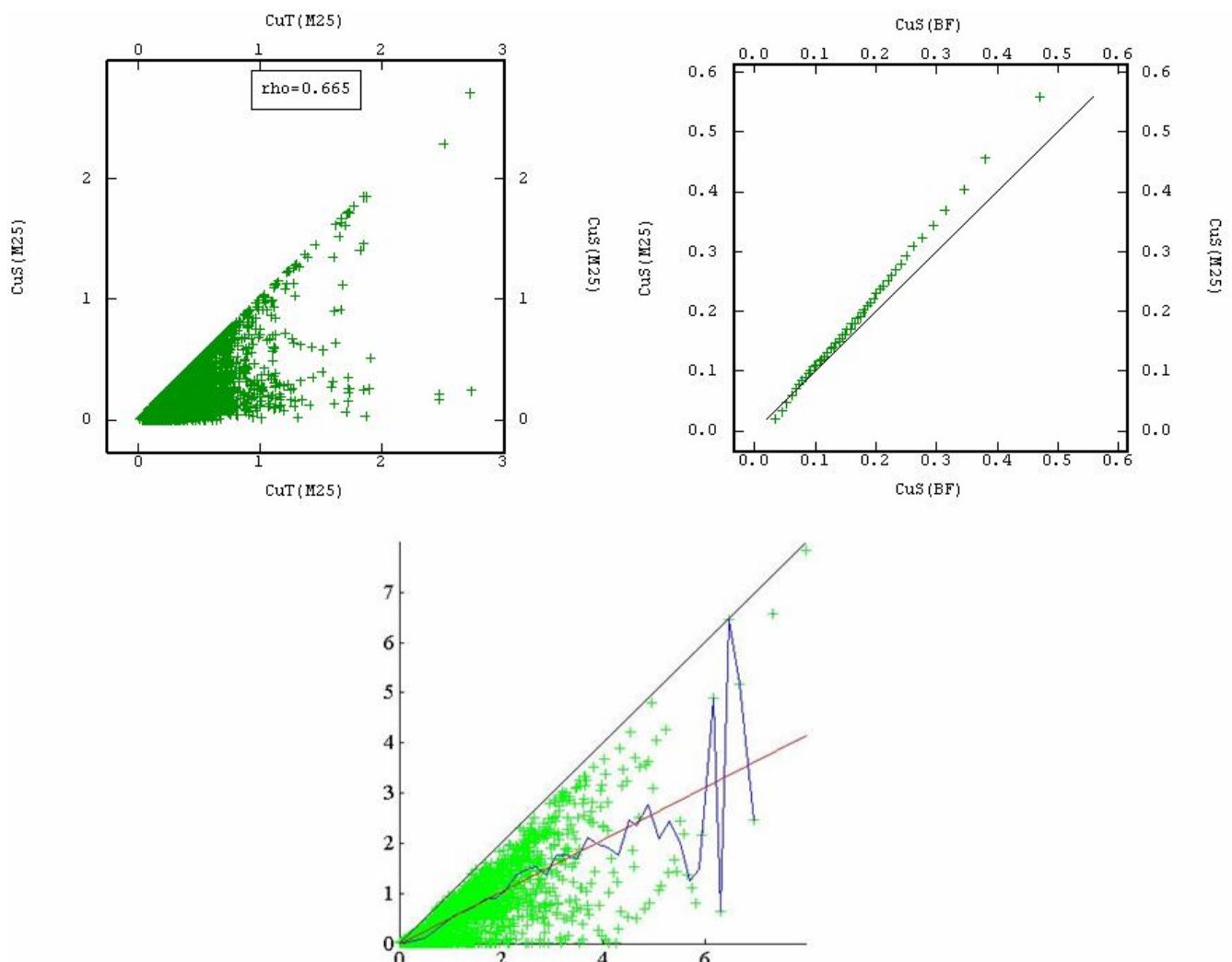


Figura 50, Análisis para  $\alpha_{CuT} = 0.5$  en caso de muestreo preferencial. Arriba a la izquierda: Scatter Plot entre CuT y CuS modelados con 25% de CuS, arriba a la derecha: Q-Q Plot entre la base original completa de CuS y el resultado modelado con 25% de datos de CuS, abajo: Scatter Plot Condicional de valores gamma (Cus vs Cut) con 25% de datos de CuS.

#### 9.4. ( $\alpha_{CuT}=0.5$ con 75% de datos de ley de CuS)

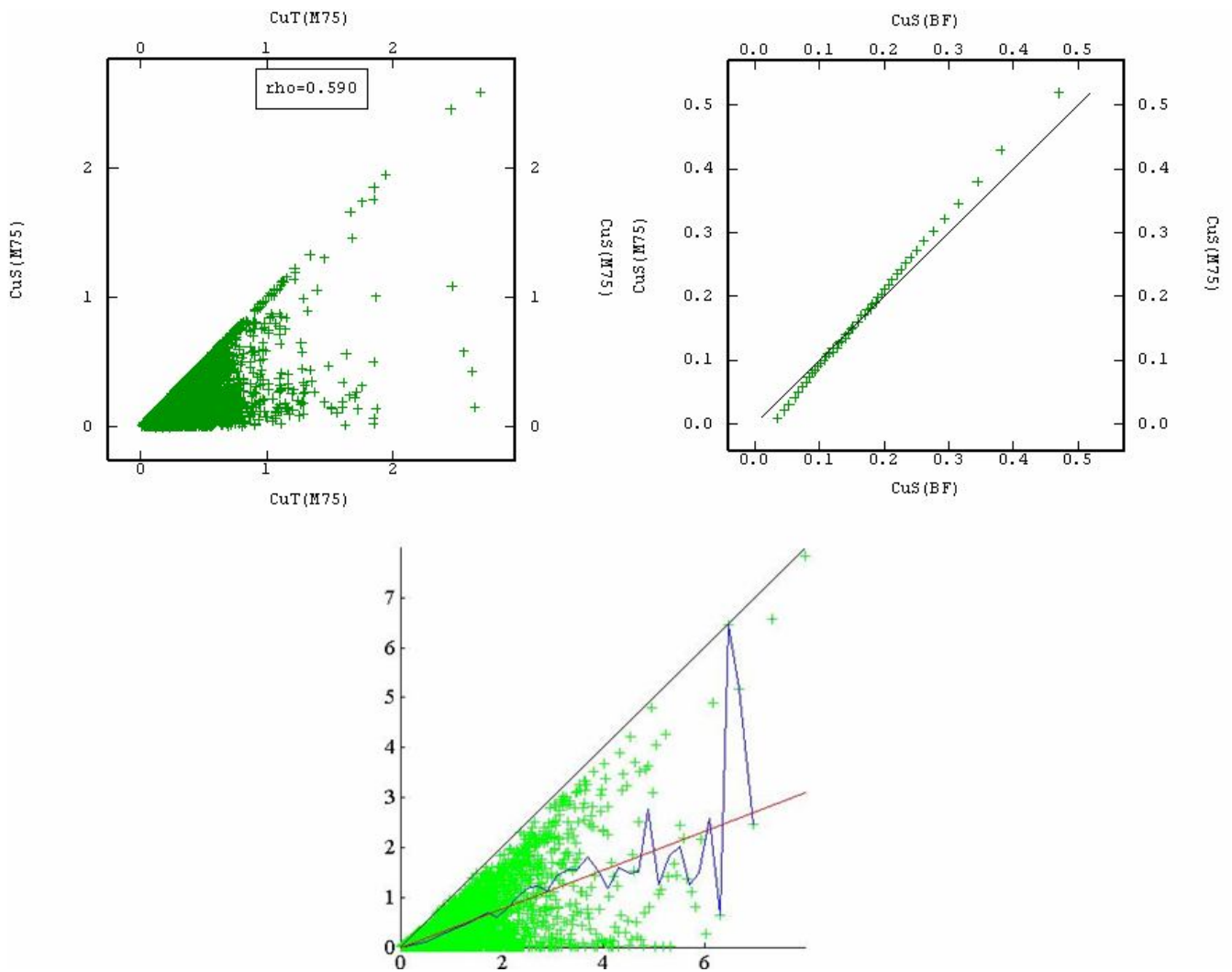


Figura 51, Análisis para  $\alpha_{CuT} = 0.5$  en caso de muestreo preferencial. Arriba a la izquierda: Scatter Plot entre CuT y CuS modelados con 75% de CuS, arriba a la derecha: Q-Q Plot entre la base original completa de CuS y el resultado modelado con 75% de datos de CuS, abajo: Scatter Plot Condicional de valores gamma (Cus vs Cut) con 75% de datos de CuS.

**9.5. ( $\alpha_{CuT}=0.7$  con 25% de datos de ley de CuS)**

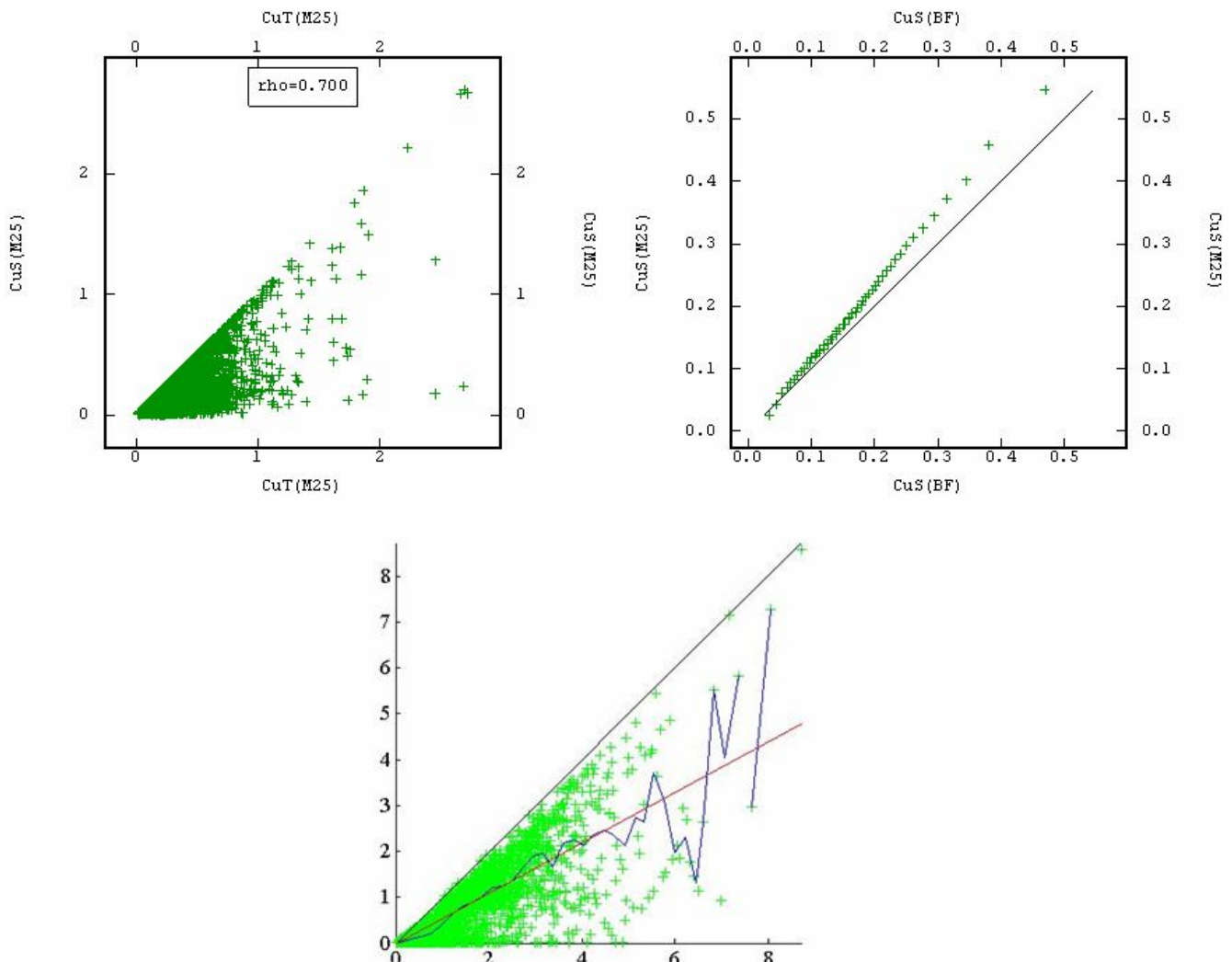


Figura 52, Análisis para  $\alpha_{CuT} = 0.7$  en caso de muestreo preferencial. Arriba a la izquierda: Scatter Plot entre CuT y CuS modelados con 25% de CuS, arriba a la derecha: Q-Q Plot entre la base original completa de CuS y el resultado modelado con 25% de datos de CuS, abajo: Scatter Plot Condicional de valores gamma (Cus vs Cut) con 25% de datos de CuS.

## 9.6. ( $\alpha_{CuT}=0.7$ con 75% de datos de ley de CuS)



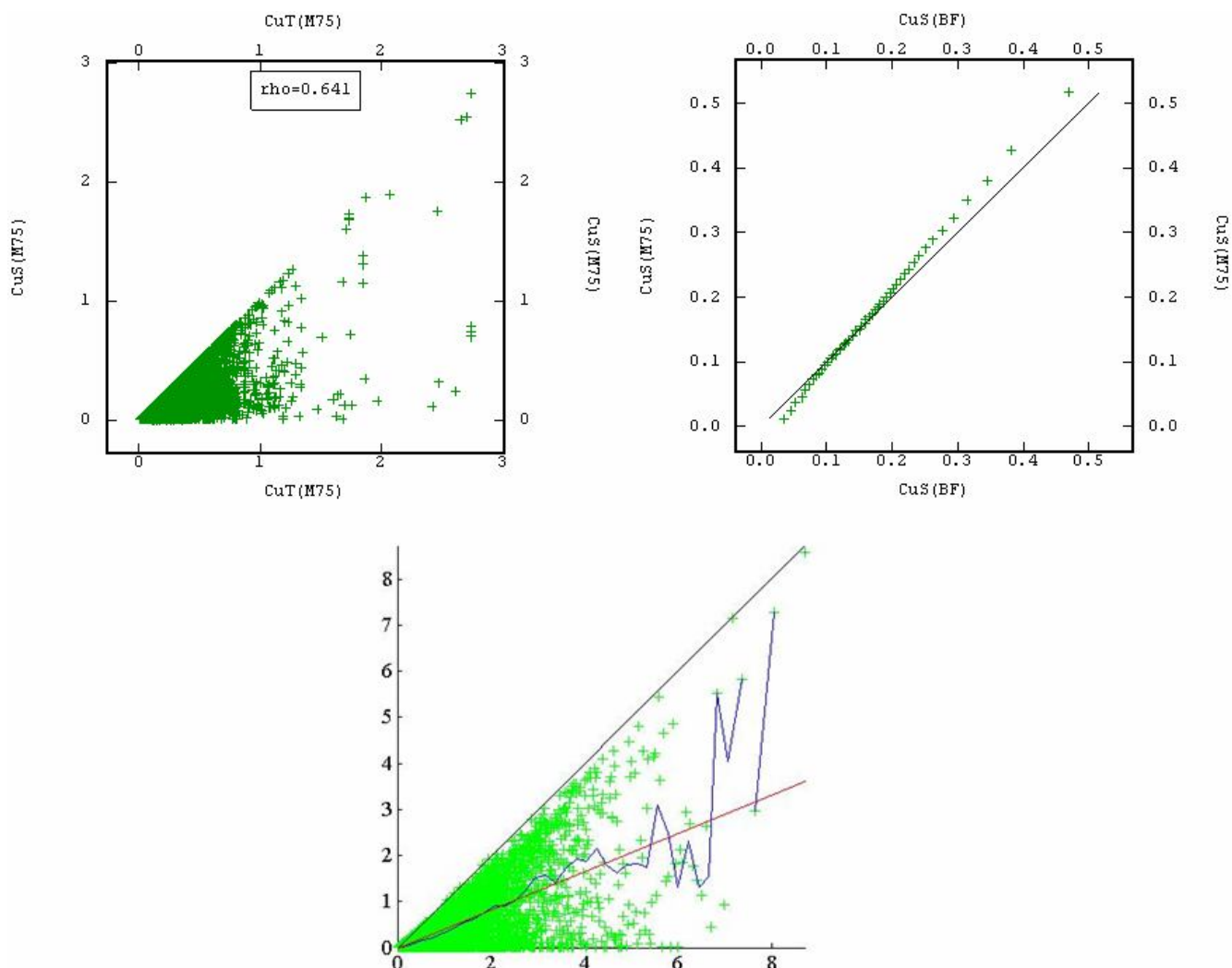


Figura 53, Análisis para  $\alpha_{CuT} = 0.7$  en caso de muestreo preferencial. Arriba a la izquierda: Scatter Plot entre CuT y CuS modelados con 75% de CuS, arriba a la derecha: Q-Q Plot entre la base original completa de CuS y el resultado modelado con 75% de datos de CuS, abajo: Scatter Plot Condicional de valores gamma (Cus vs Cut) con 75% de datos de CuS.

### 9.7. ( $\alpha_{CuT}=1.0$ con 25% de datos de ley de CuS)

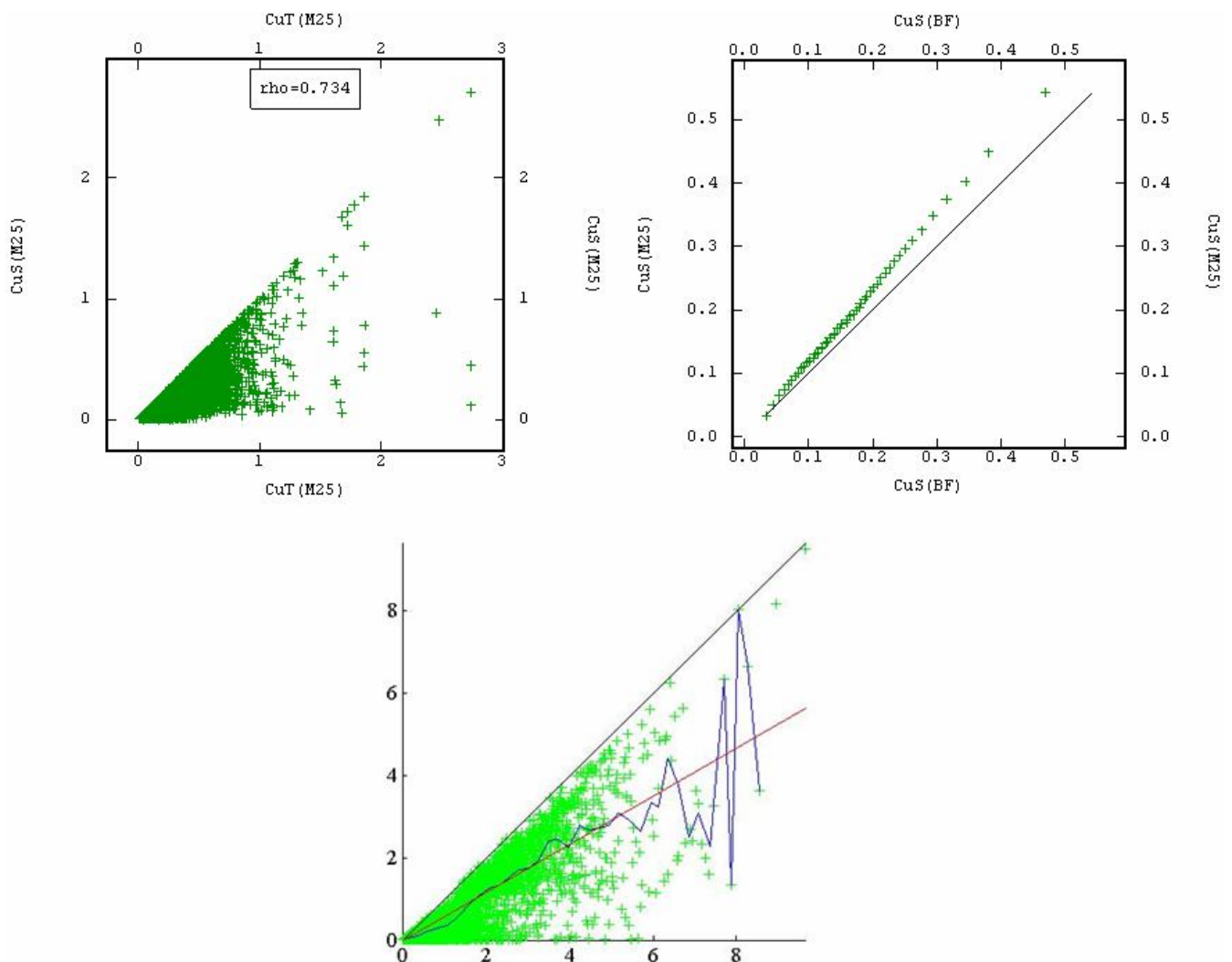


Figura 54, Análisis para  $\alpha_{CuT} = 1.0$  en caso de muestreo preferencial. Arriba a la izquierda: Scatter Plot entre CuT y CuS modelados con 25% de CuS, arriba a la derecha: Q-Q Plot entre la base original completa de CuS y el resultado modelado con 25% de datos de CuS, abajo: Scatter Plot Condicional de valores gamma (Cus vs Cut) con 25% de datos de CuS.

### 9.8. ( $\alpha_{CuT}=1.0$ con 75% de datos de ley de CuS)

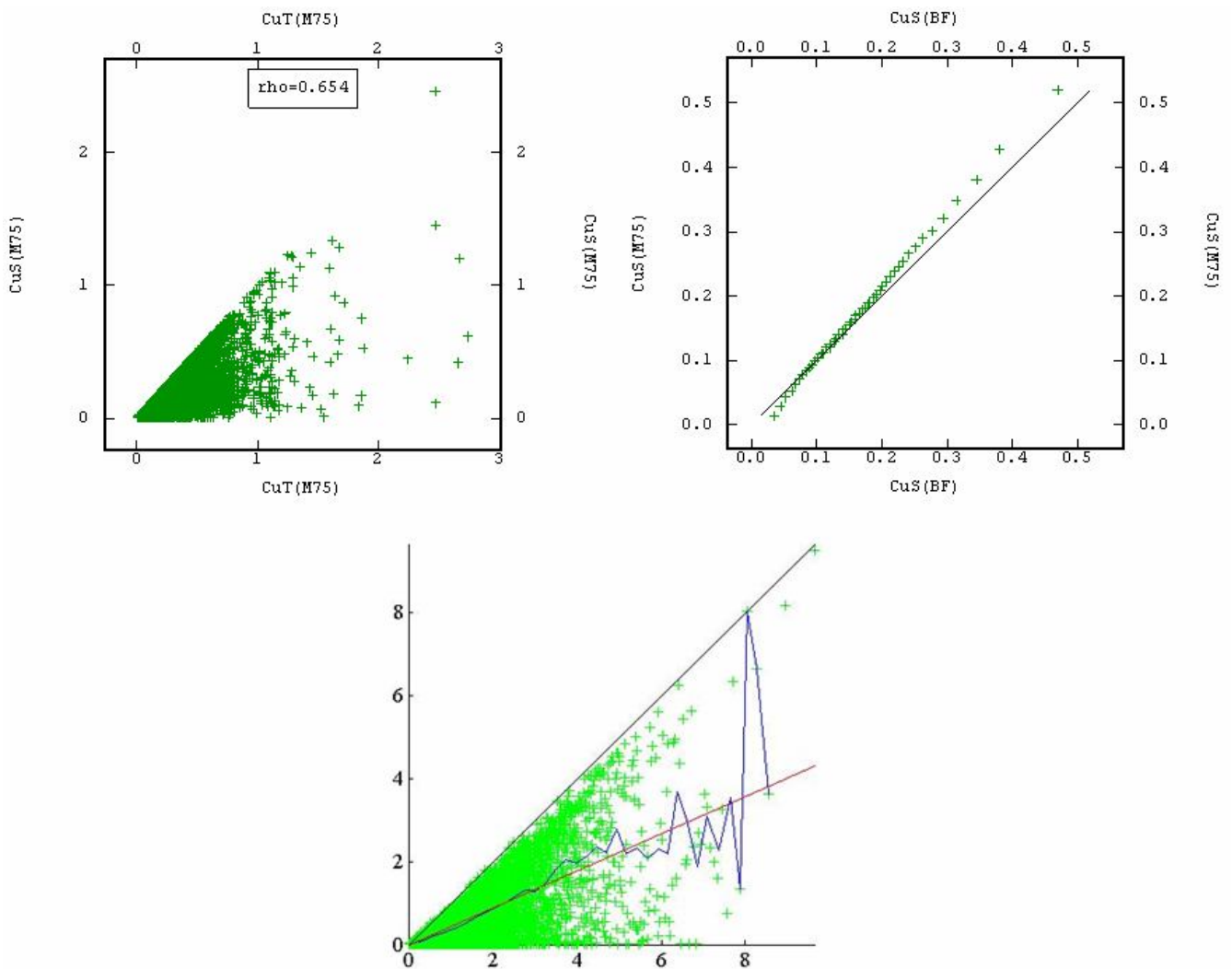


Figura 55, Análisis para  $\alpha_{CuT} = 1.0$  en caso de muestreo preferencial. Arriba a la izquierda: Scatter Plot entre CuT y CuS modelados con 75% de CuS, arriba a la derecha: Q-Q Plot entre la base original completa de CuS y el resultado modelado con 75% de datos de CuS, abajo: Scatter Plot Condicional de valores gamma (Cus vs Cut) con 75% de datos de CuS.

### 9.9. ( $\alpha_{CuT}=1.5$ con 25% de datos de ley de CuS)

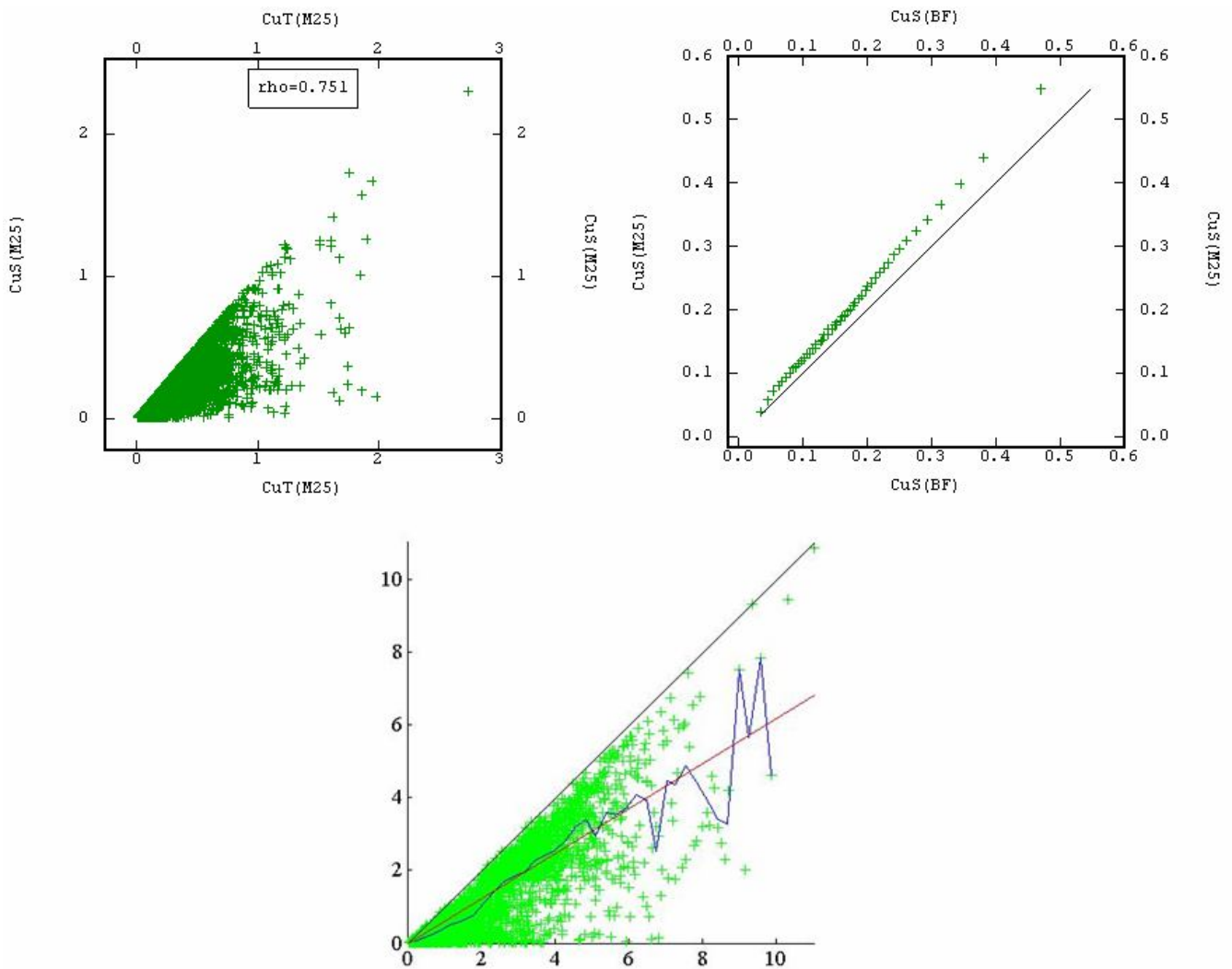


Figura 56, Análisis para  $\alpha_{CuT} = 1.5$  en caso de muestreo preferencial. Arriba a la izquierda: Scatter Plot entre CuT y CuS modelados con 25% de CuS, arriba a la derecha: Q-Q Plot entre la base original completa de CuS y el resultado modelado con 25% de datos de CuS, abajo: Scatter Plot Condicional de valores gamma (Cus vs Cut) con 25% de datos de CuS.

### 9.10. ( $\alpha_{CuT}=1.5$ con 75% de datos de ley de CuS)

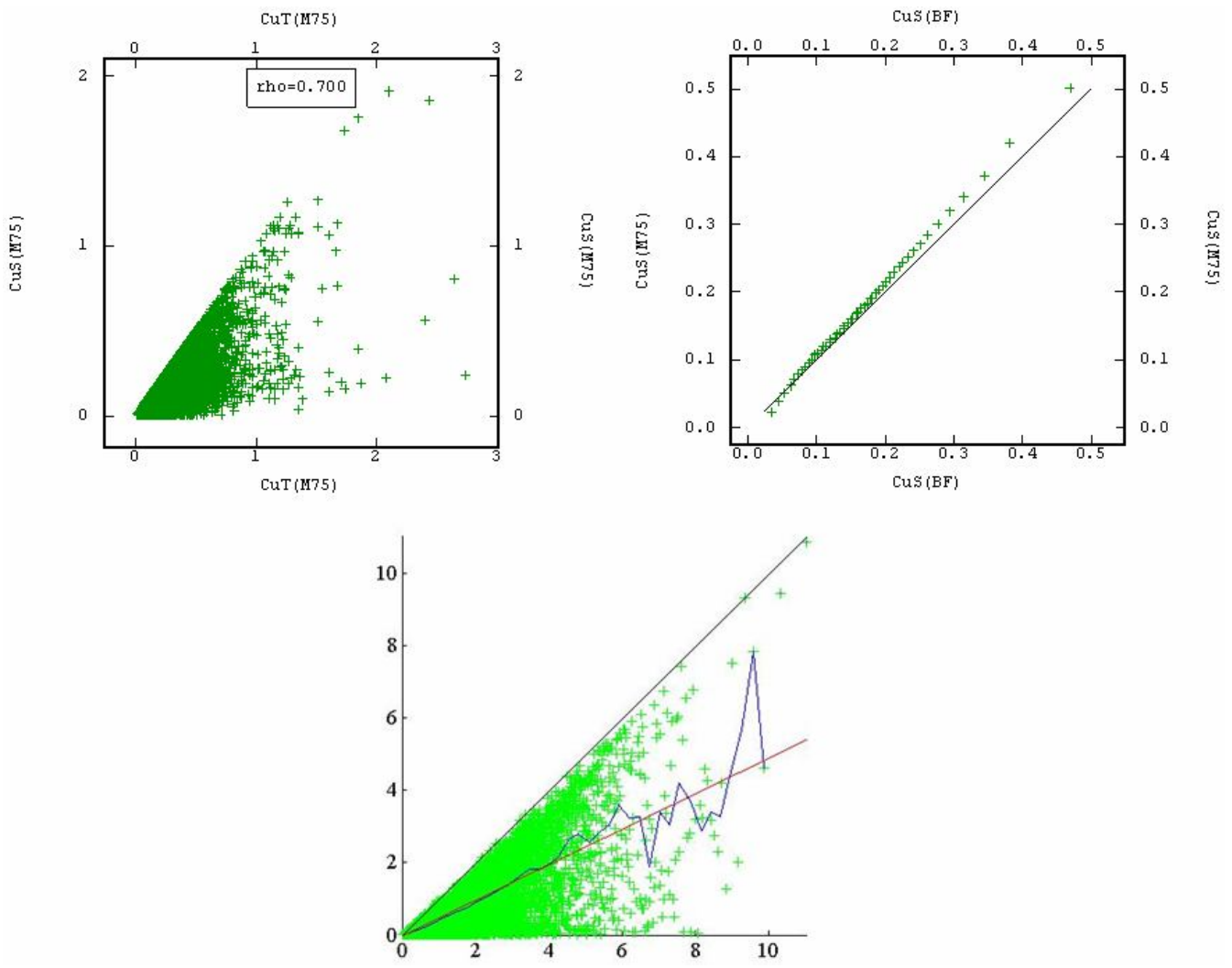


Figura 57, Análisis para  $\alpha_{CuT} = 1.5$  en caso de muestreo preferencial. Arriba a la izquierda: Scatter Plot entre CuT y CuS modelados con 75% de CuS, arriba a la derecha: Q-Q Plot entre la base original completa de CuS y el resultado modelado con 75% de datos de CuS, abajo: Scatter Plot Condicional de valores gamma (Cus vs Cut) con 75% de datos de CuS.

**9.11. ( $\alpha_{CuT}=2.0$  con 25% de datos de ley de CuS)**

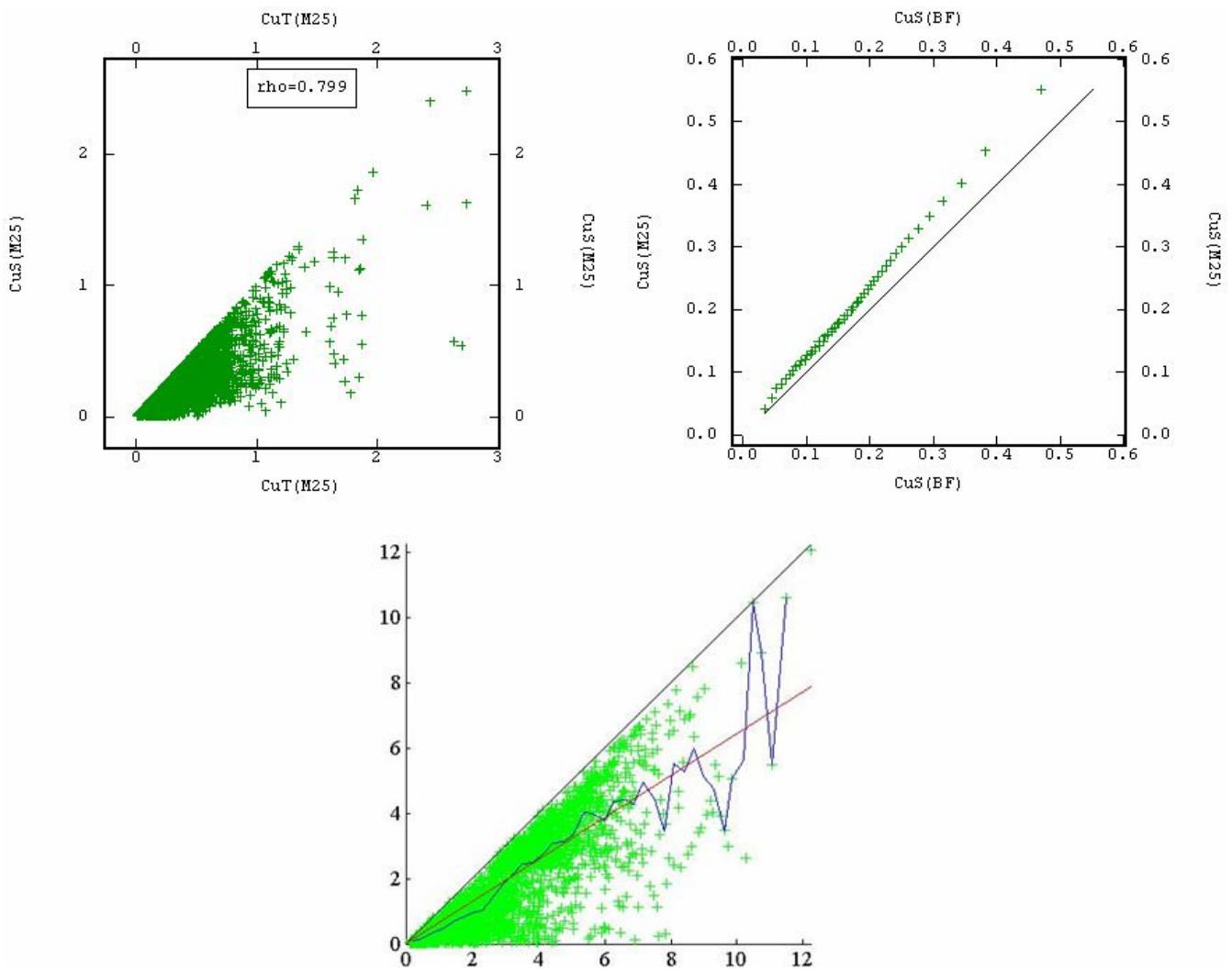


Figura 58, Análisis para  $\alpha_{CuT} = 2.0$  en caso de muestreo preferencial. Arriba a la izquierda: Scatter Plot entre CuT y CuS modelados con 25% de CuS, arriba a la derecha: Q-Q Plot entre la base original completa de CuS y el resultado modelado con 25% de datos de CuS, abajo: Scatter Plot Condicional de valores gamma (Cus vs Cut) con 25% de datos de CuS.

### 9.12. ( $\alpha_{CuT}=2.0$ con 75% de datos de ley de CuS)

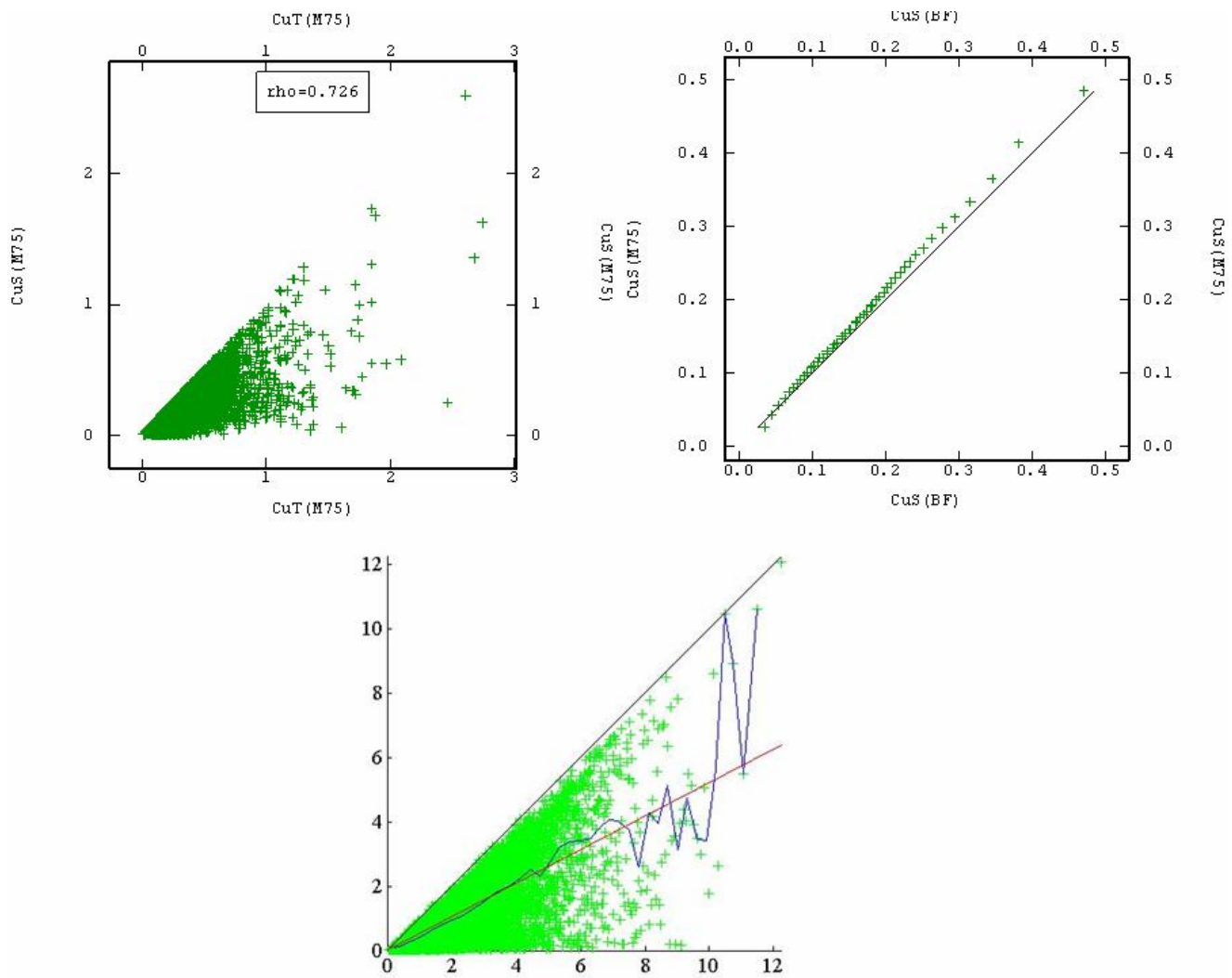


Figura 59, Análisis para  $\alpha_{CuT} = 2.0$  en caso de muestreo preferencial. Arriba a la izquierda: Scatter Plot entre CuT y CuS modelados con 75% de CuS, arriba a la derecha: Q-Q Plot entre la base original completa de CuS y el resultado modelado con 75% de datos de CuS, abajo: Scatter Plot Condicional de valores gamma (Cus vs Cut) con 75% de datos de CuS.

### 9.13. ( $\alpha_{CuT}=3.0$ con 25% de datos de ley de CuS)

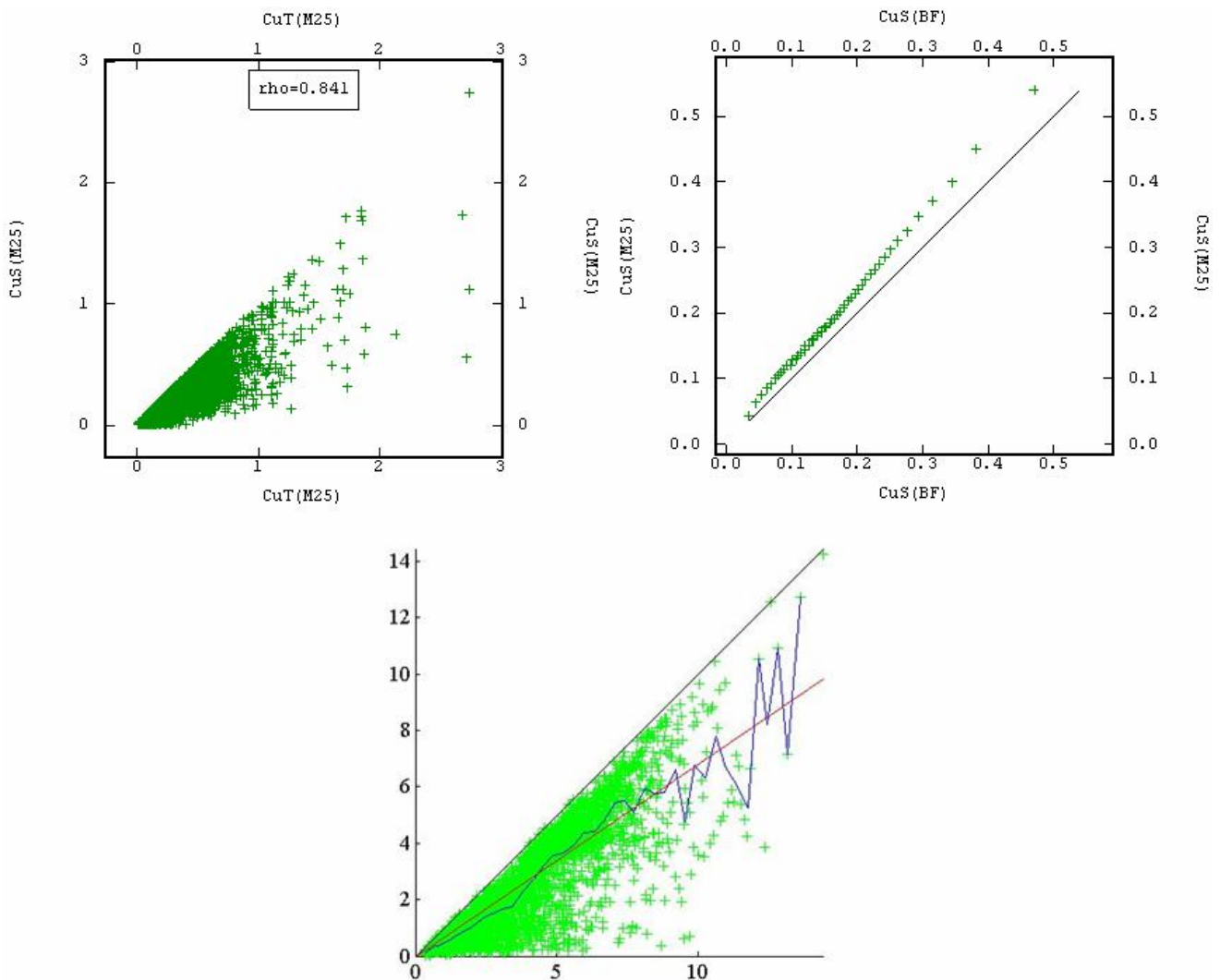


Figura 60, Análisis para  $\alpha_{CuT} = 3.0$  en caso de muestreo preferencial. Arriba a la izquierda: Scatter Plot entre CuT y CuS modelados con 25% de CuS, arriba a la derecha: Q-Q Plot entre la base original completa de CuS y el resultado modelado con 25% de datos de CuS, abajo: Scatter Plot Condicional de valores gamma (Cus vs Cut) con 25% de datos de CuS.

#### 9.14. ( $\alpha_{CuT}=3.0$ con 75% de datos de ley de CuS)



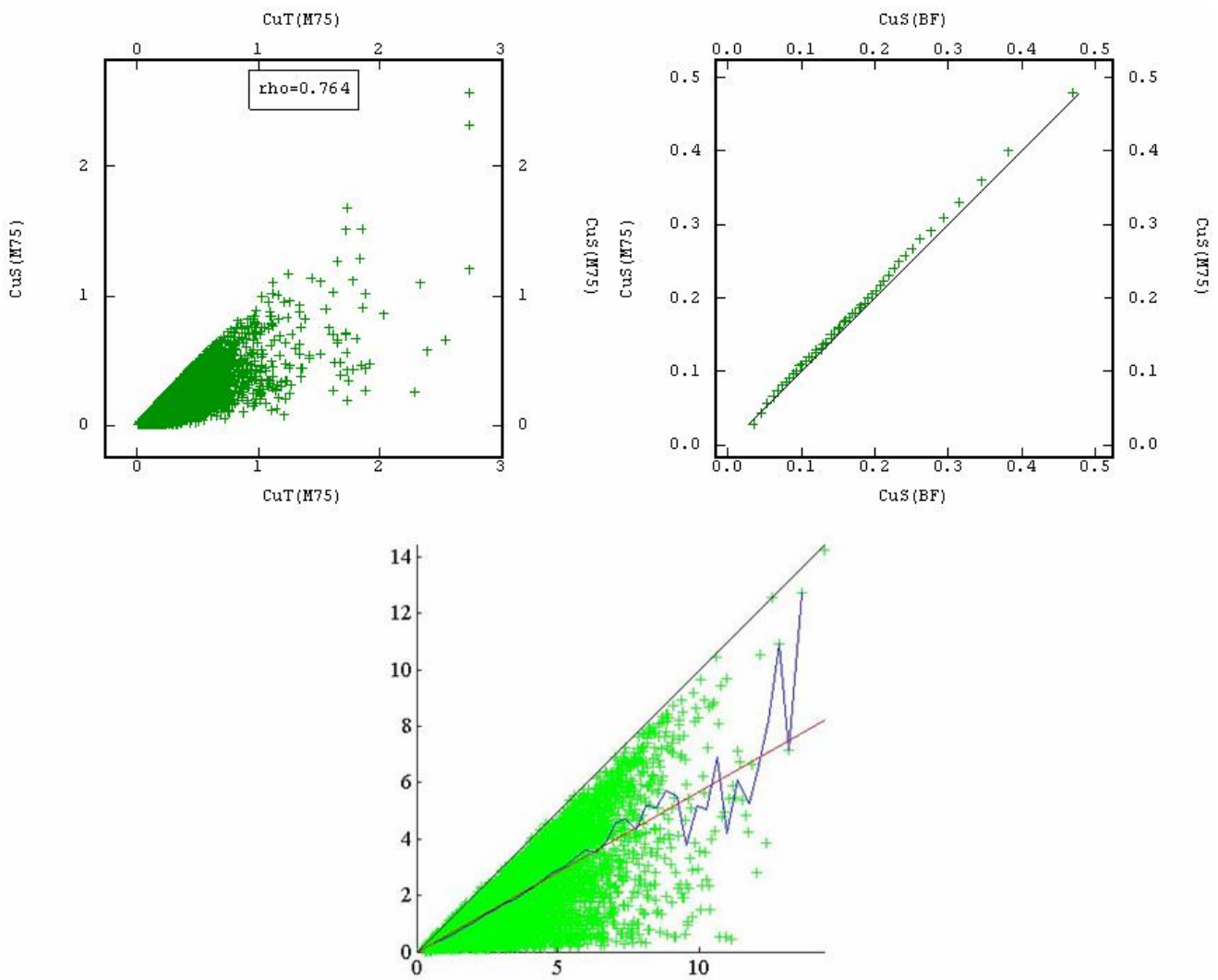


Figura 61, Análisis para  $\alpha_{CuT} = 3.0$  en caso de muestreo preferencial. Arriba a la izquierda: Scatter Plot entre CuT y CuS modelados con 75% de CuS, arriba a la derecha: Q-Q Plot entre la base original completa de CuS y el resultado modelado con 75% de datos de CuS, abajo: Scatter Plot Condicional de valores gamma (Cus vs Cut) con 75% de datos de CuS.

### 9.15. ( $\alpha_{CuT}=4.0$ con 25% de datos de ley de CuS)

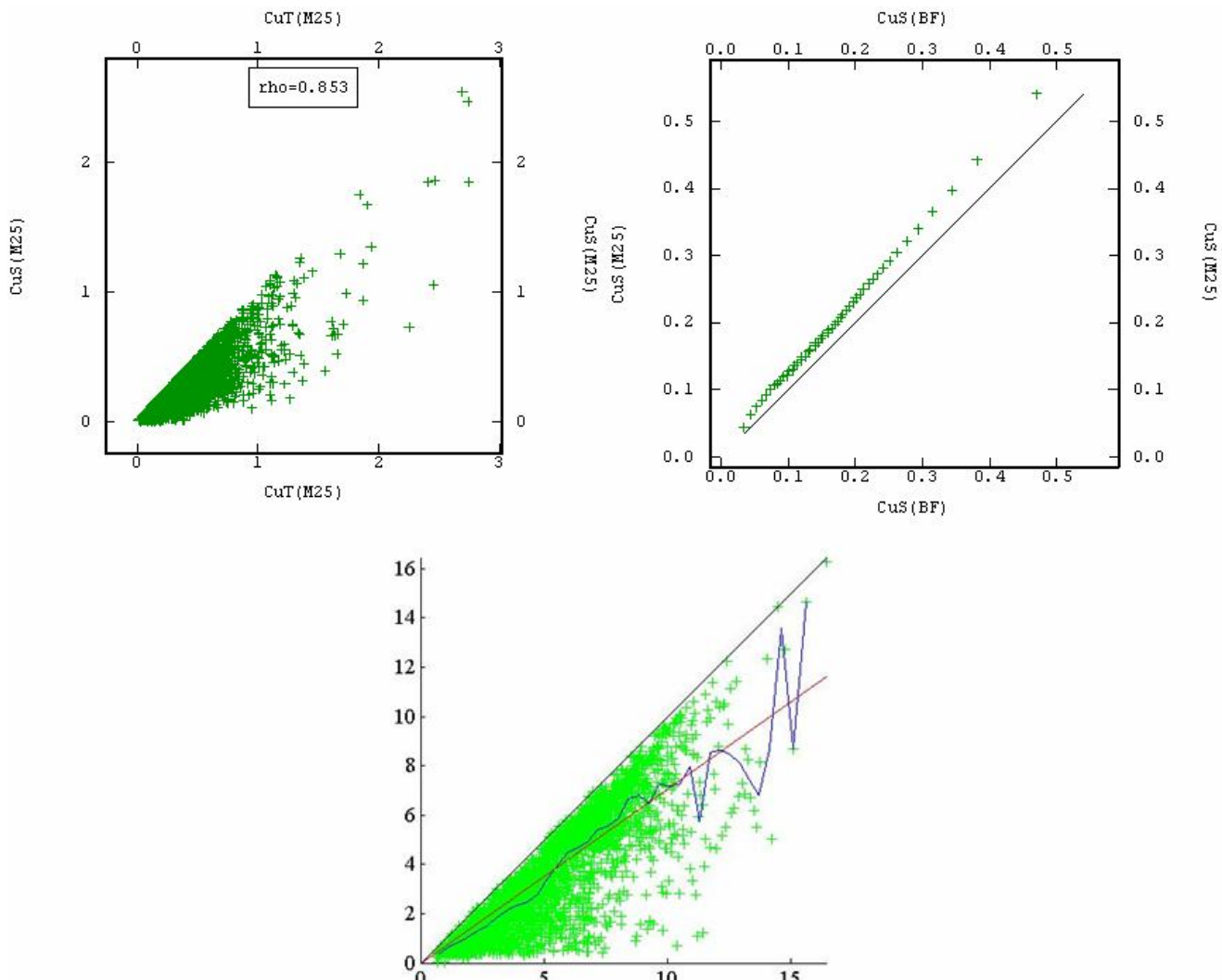


Figura 62, Análisis para  $\alpha_{CuT} = 4.0$  en caso de muestreo preferencial. Arriba a la izquierda: Scatter Plot entre CuT y CuS modelados con 25% de CuS, arriba a la derecha: Q-Q Plot entre la base original completa de CuS y el resultado modelado con 25% de datos de CuS, abajo: Scatter Plot Condicional de valores gamma (Cus vs Cut) con 25% de datos de CuS.

### 9.16. ( $\alpha_{CuT}=4.0$ con 75% de datos de ley de CuS)

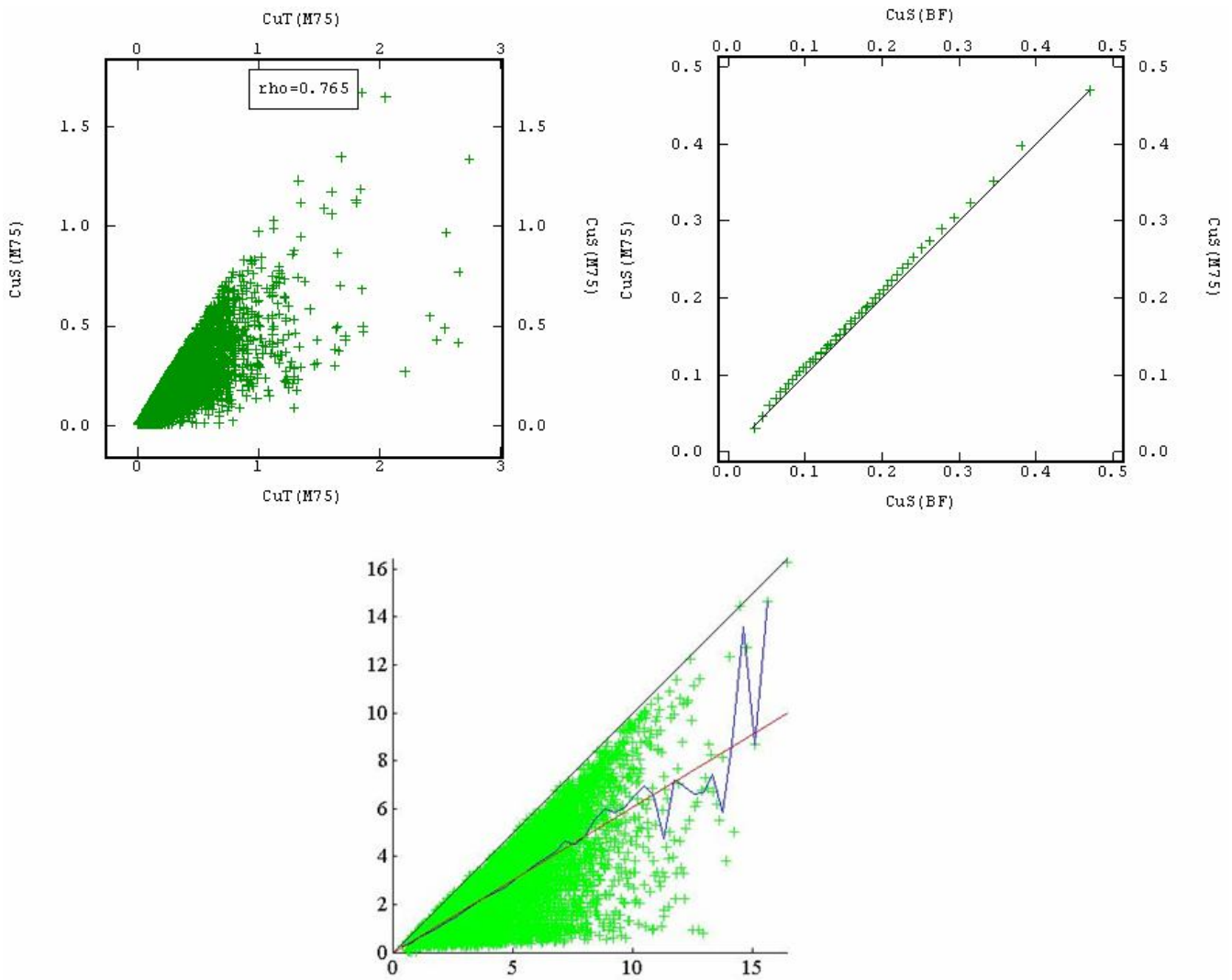


Figura 63, Análisis para  $\alpha_{CuT} = 4.0$  en caso de muestreo preferencial. Arriba a la izquierda: Scatter Plot entre CuT y CuS modelados con 75% de CuS, arriba a la derecha: Q-Q Plot entre la base original completa de CuS y el resultado modelado con 75% de datos de CuS, abajo: Scatter Plot Condicional de valores gamma (Cus vs Cut) con 75% de datos de CuS.

## 10. ANEXOS 2: ESTUDIO DE SIMULACIONES

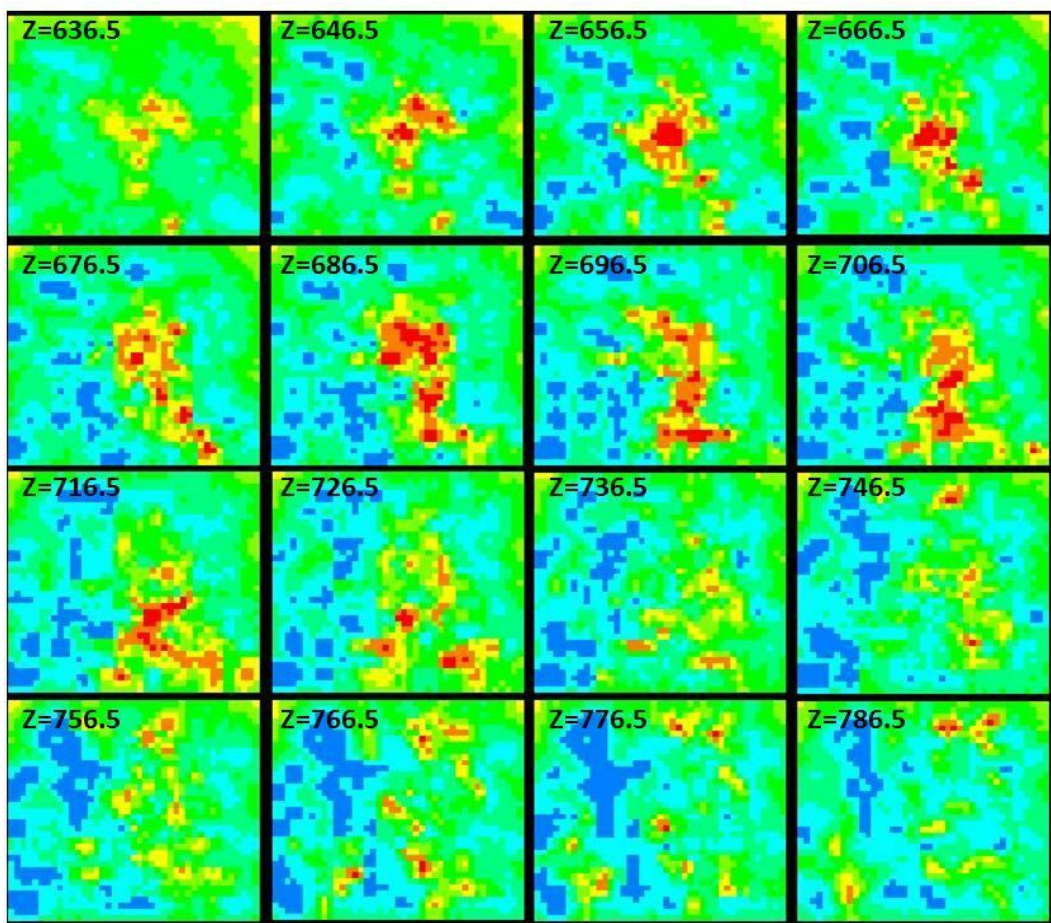
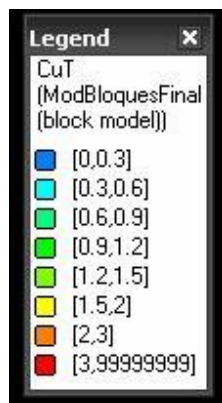


Figura 64, de cobre total en modelo de bloques, detalle en planos horizontales cada 10[m].



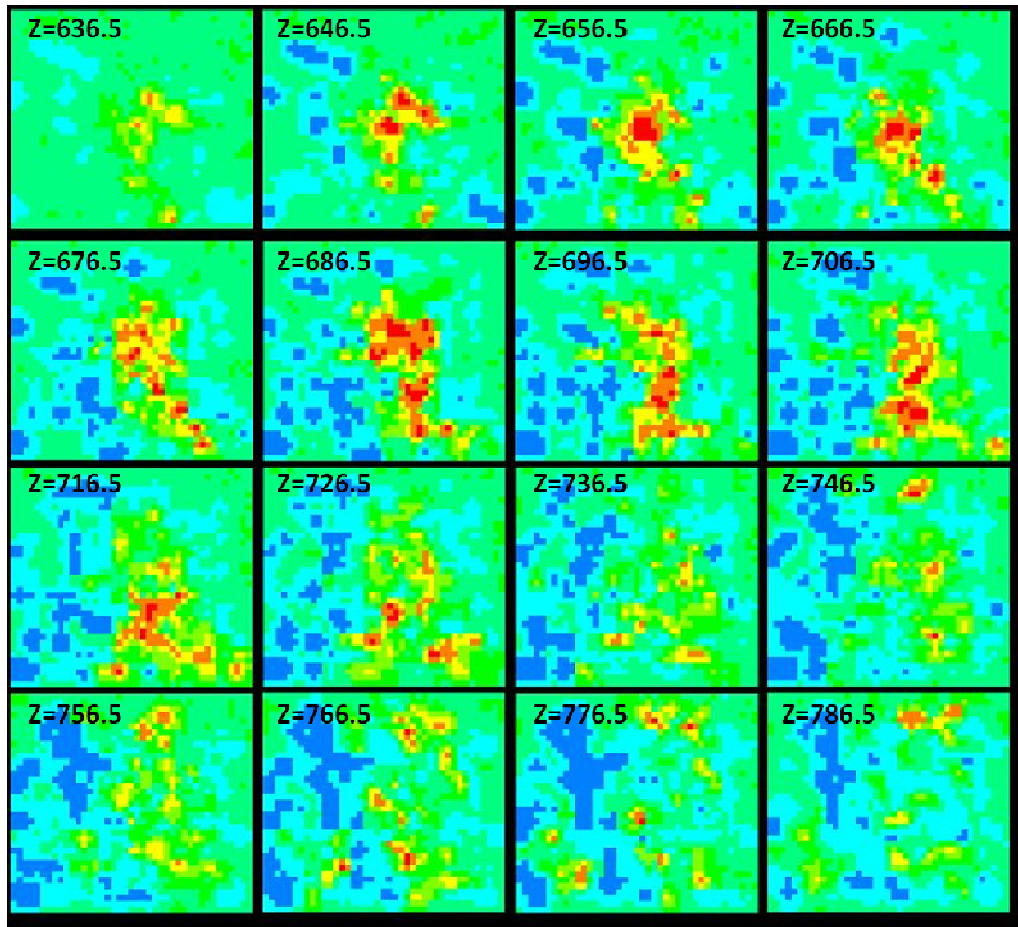
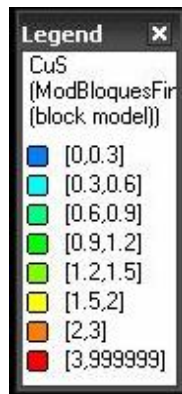


Figura 65, Leyes de cobre soluble en modelo de bloques, detalle en planos horizontales cada 10[m].



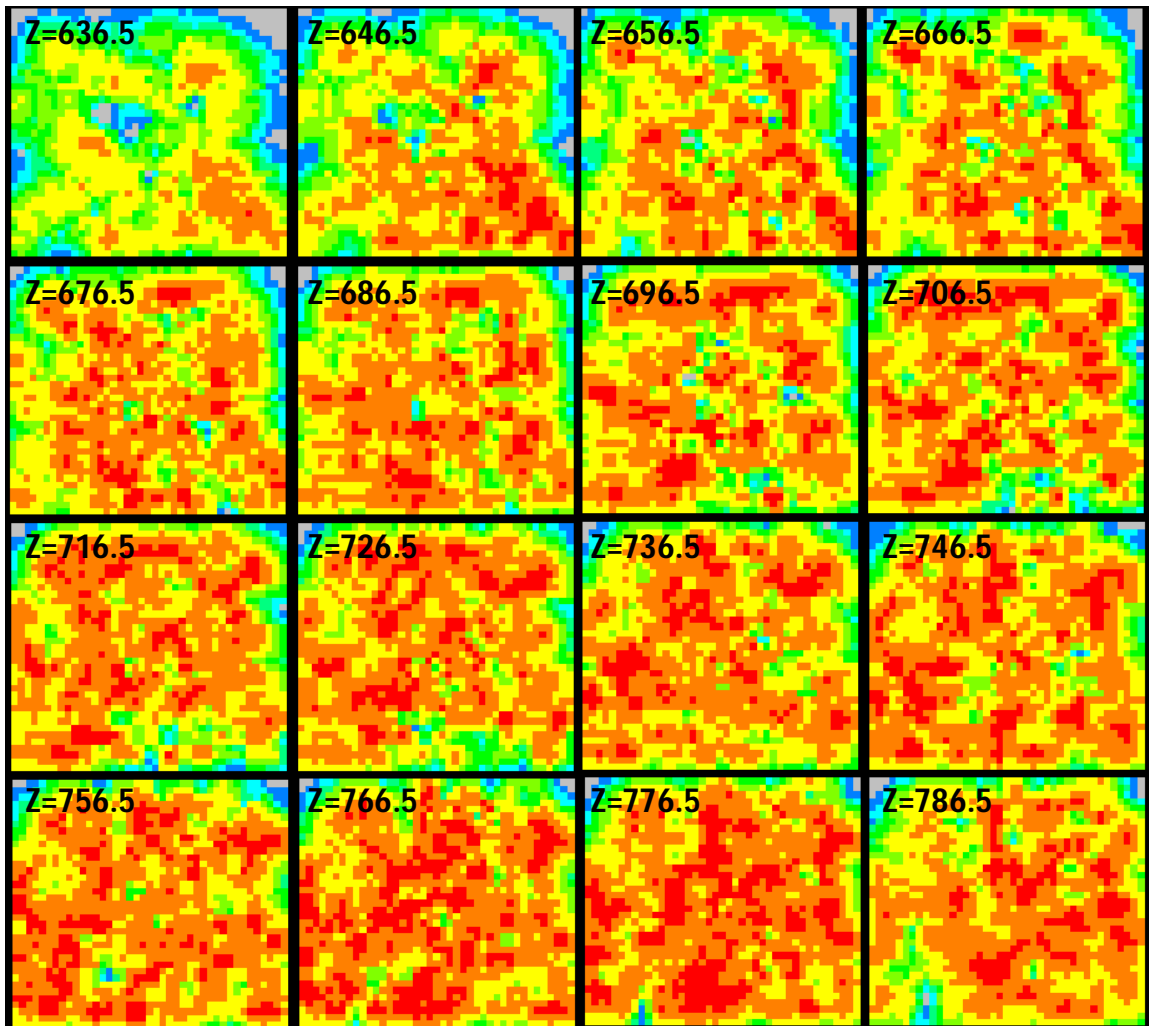
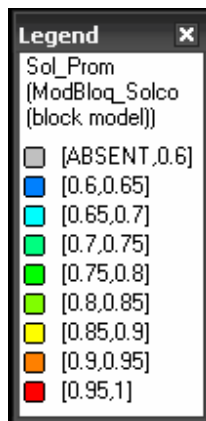


Figura 66, Solubilidad en modelo de bloques, detalle en planos horizontales cada 10[m].



## 11. ANEXOS 3: TABLAS DE COMPARACIÓN DE SIMULACIONES Y COKRIGING

Promedio de 100 Simulaciones						
Ley de Corte [%CuT]	Tonelaje Mineral [Mton]	Ley CuT Prom [%Cu]	Ley CuS Prom [%Cu]	Fino CuT [Mton]	Fino CuS [Mton]	Solubilidad
0.0	67.962	0.86	0.77	0.583	0.520	89.15%
0.1	66.522	0.88	0.78	0.582	0.519	89.15%
0.2	61.324	0.94	0.84	0.575	0.512	89.18%
0.3	54.676	1.02	0.91	0.558	0.498	89.26%
0.4	48.014	1.11	1.00	0.535	0.478	89.36%
0.5	41.781	1.22	1.09	0.508	0.454	89.47%
0.6	36.232	1.32	1.18	0.477	0.428	89.57%
0.7	31.331	1.42	1.28	0.446	0.400	89.68%
0.8	27.151	1.53	1.37	0.415	0.372	89.77%
0.9	23.487	1.63	1.47	0.384	0.345	89.87%
1.0	20.381	1.74	1.57	0.355	0.319	89.96%
1.1	17.692	1.85	1.66	0.327	0.294	90.05%
1.2	15.380	1.95	1.76	0.300	0.271	90.13%
1.3	13.362	2.06	1.86	0.275	0.248	90.22%
1.4	11.636	2.16	1.95	0.252	0.227	90.31%
1.5	10.160	2.27	2.05	0.231	0.208	90.38%
Estimación Mediante Cokriging Ordinario Corregido						
Ley de Corte [%CuT]	Tonelaje Mineral [Mton]	Ley CuT Prom [%Cu]	Ley CuS Prom [%Cu]	Fino CuT [Mton]	Fino CuS [Mton]	Solubilidad
0.0	67.962	0.69	0.55	0.467	0.376	80.51%
0.1	63.686	0.73	0.59	0.464	0.375	80.82%
0.2	53.396	0.84	0.69	0.449	0.367	81.74%
0.3	41.614	1.01	0.84	0.420	0.349	83.10%
0.4	32.077	1.21	1.03	0.388	0.329	84.79%
0.5	25.757	1.40	1.20	0.360	0.310	86.11%
0.6	22.084	1.54	1.34	0.340	0.295	86.76%
0.7	19.536	1.65	1.45	0.323	0.283	87.62%
0.8	17.374	1.77	1.55	0.307	0.270	87.95%
0.9	15.560	1.88	1.65	0.292	0.257	88.01%
1.0	13.866	1.99	1.76	0.276	0.244	88.41%
1.1	12.452	2.10	1.86	0.261	0.232	88.89%
1.2	11.278	2.20	1.95	0.248	0.220	88.71%
1.3	10.158	2.30	2.05	0.234	0.208	88.89%
1.4	9.156	2.40	2.14	0.220	0.196	89.09%
1.5	8.196	2.51	2.24	0.206	0.184	89.32%

Tabla 11, Tablas resumen de procedimiento de comparación del promedio de las 100 simulaciones y CoCo.

## 12. ANEXOS 4: SCRIPTS DE MATLAB

### Vecindad

```
function [datoselegidos] = vecindad(inputfile,datolocal,ndatos,rx,ry,rz)
datos = load(inputfile);
xo = datolocal(1,1);
yo = datolocal(2,1);
zo = datolocal(3,1);
ID = datos (:,1);
X = datos(:,2);
Y = datos(:,3);
Z = datos(:,4);
dim = size(ID,1);
n = 1;
datosvecinos = zeros(1,3);

%TODOS LOS DATOS VECINOS
for i = 1 : 1 : dim
    Xc = X(i,1);
    Yc = Y(i,1);
    Zc = Z(i,1);
    difx = (Xc - xo)^2;
    dify = (Yc - yo)^2;
    difz = (Zc - zo)^2;
    if ((difx^0.5)<rx && (dify^0.5)<rx && (difz^0.5)<rx)
        if ((difx/rx^2 + dify/ry^2 + difz/rz^2) < 1)
            %datosvecinos(n,1) = n;
            datosvecinos(n,2) = ID(i,1);
            datosvecinos(n,3) = (difx+dify+difz)^0.5;
            %datosvecinos(n,4) = Xc;
            %datosvecinos(n,5) = Yc;
            %datosvecinos(n,6) = Zc;
            n = n+1;
        end
    end
end

end

datoselegidos = zeros(ndatos,1);
%datoselegidos = zeros(ndatos,5);

%ELECCION DE VECINOS MAS CERCANOS

for i = 1 : 1 : ndatos
    [mini,pos] = min(datosvecinos(:,3));
    datoselegidos(i,1) = datosvecinos(pos,2);
    %datoselegidos(i,2) = datosvecinos(pos,3);
    %datoselegidos(i,3) = datosvecinos(pos,4);
    %datoselegidos(i,4) = datosvecinos(pos,5);
    %datoselegidos(i,5) = datosvecinos(pos,6);
    datosvecinos(pos,3) = 9999999;
end
end
```



## Vecindadbeta

```
function [matrizmaestra] = vecindadbeta(inputfile,ndatos,rx,ry,rz)

base = load(inputfile);
ID = base(:,1);
CuS = base(:,6);
dimbase = size(base(:,1),1);

cantausent = 0;

idausent = ones(1,1);
j=1;
for i = 1 : 1 : dimbase
    if CuS(i,1) == -999
        auscus = ID(i,1);
        idausent(j,1) = auscus;
        cantausent = cantausent + 1;
        j = j+1;
    end
end

matrizvecinos = zeros(cantausent,ndatos+1);

for i = 1 : 1 : cantausent

    disp(i);
    IA = idausent(i,1);
    xlocal = base(IA,2);
    ylocal = base(IA,3);
    zlocal = base(IA,4);
    datolocal = [xlocal;ylocal;zlocal];

    [datoselegidos] = vecindad(inputfile,datolocal,ndatos+1,rx,ry,rz);
    matrizvecinos(i,:) = datoselegidos(:,1)';
end

matrizmaestra = [idausent matrizvecinos(:,2:ndatos+1)];

end
```

## Krigingsimpleomega

```
function [pondkrig,varkrig] = krigingsimpleomega(base,matrizmaestra)

datos = load(base);
dimatriz = size(matrizmaestra);
nelegidos = dimatriz (1,2) - 1; %nelegidos=32%
nausentes = dimatriz (1,1);

X = zeros(nelegidos,1);
Y = zeros(nelegidos,1);
Z = zeros(nelegidos,1);

for i = 1 : 1 : nelegidos
%idausente(i,1) = datos(matrizmaestra(i,1),1);
X(i,1) = datos(matrizmaestra(i,1),2);
Y(i,1) = datos(matrizmaestra(i,1),3);
Z(i,1) = datos(matrizmaestra(i,1),4);
end

M = zeros(nelegidos,nelegidos);
covar = zeros(nelegidos,1);
sigmax = 1;

%Construcción matriz M%
for i = 1 : 1 : nelegidos
    for j = 1 : 1 : nelegidos
        x1 = X(i,1);
        y1 = Y(i,1);
        z1 = Z(i,1);
        x2 = X(j,1);
        y2 = Y(j,1);
        z2 = Z(j,1);
        hx = (x1-x2);
        hy = (y1-y2);
        hz = (z1-z2);
        M(i,j) = (sigmax - (nug(0.53,hx,hy,hz) +
expo(0.46,30,30,20,hx,hy,hz) + expo(0.01,30,30,10^21,hx,hy,hz)));
    end
end

pondkrig = zeros(nausentes,nelegidos+1);
pondkrig(:,1) = matrizmaestra(:,1);
varkrig = zeros(nausentes,1);

for k = 1 : 1 : nausentes %cantidad de datos ausentes%
%disp(k);
```

```

xo = datos(matrizmaestra(k,1),2);
yo = datos(matrizmaestra(k,1),3);
zo = datos(matrizmaestra(k,1),4);

%idausente = zeros(nelegidos,1);
%M = zeros(32,32);
%covar = zeros(32,1);

%Construcción vector covar%

for i = 1 : 1 : nelegidos
    x1 = X(i,1);
    y1 = Y(i,1);
    z1 = Z(i,1);
    hx = (x1-xo);
    hy = (y1-yo);
    hz = (z1-zo);
    covar(i,1) = (sigmax - (nug(0.53,hx,hy,hz) +
    expo(0.46,30,30,20,hx,hy,hz) + expo(0.01,30,30,10^21,hx,hy,hz)));
end

%Vector de ponderadores%

pondkrig(k,2:nelegidos+1) = (M^-1)*covar;

%Varianza de Kriging%

varkrig(k,1) = sigmax - pondkrig(k,2:nelegidos+1)*covar;

end

end

```

## Gibbsomega

```
function [CuS,CuT] =
gibbsomega(base,matrizmaestra,nscore_filename,seed,niterations)

% INPUT:
% base: base de datos con CuT y CuS
% nscore_filename: ouput de GSLIB con tabla de transformación CuS->yCuS
% seed: número de semilla
% niterations: número de iteraciones para el muestreador de Gibbs
%recomendación: >100*número de datos ausentes)

rand('state',seed);
datos = load(base);
CuT = datos(:,5);
CuS = datos(:,6);
dimbase = size(CuT,1);

%---Parámetros de vecindad móvil---%

ndatos = 32;
matrizmaestra = load(matrizmaestra);

rx = 50;
ry = 50;
rz = 50;

%---Definir vecinos, ponderadores y varianzas de kriging---%
%[matrizmaestra] = vecindadbeta(base,ndatos,rx,ry,rz);
disp('Kriging Simple Process....');
[pondkrig,varkrig] = krigingsimpleomega(base,matrizmaestra);

disp('Checkpoint Kriging');

idausente = matrizmaestra(:,1);
dimausente = size(idausente(:,1),1);

%---Inicialización---%
disp('Initialization Process....');
for i = 1 : 1 : dimbase
    if CuS(i,1) < 0
        CuS(i,1) = rand*CiT(i,1);
    end
end

disp('Checkpoint Initialization');

%%%ANAMORFOSIS DE DATOS DE CUS%%%
disp('Anamorphosis CuS Process....');

tableZY = load(nscore_filename);
```

```

dimtable = size(tableZY,1);
tableZY(:,1) = tableZY(:,1) + [1:dimtable]'/1e8; % desempata valores con un
valor muy pequeño
tableZY = [0 -5;tableZY;max(CuT)+1 5];

% Transformar CuS a yCuS
yCuS = interp1(tableZY(:,1),tableZY(:,2),CuS);
yCuSmax = interp1(tableZY(:,1),tableZY(:,2),CuT);

disp('Checkpoint Anamorphosis');
%*****ITERACIÓN*****%

disp('Iteration Process...');
for k = 1 : niterations
if k/1000==floor(k/1000), disp(int2str(k)); end
%-----Elección Dato Inicial-----%
    s = ceil(rand*dimausente);
    idazar = idausente(s,1);
    CuSi = CuS(idazar,1);
    yCuSi = yCuS(idazar,1);

%-----Construccion Candidato-----%
    %CuSc = rand*CdT(idazar,1);
    %yCuSc = interp1(tableZY(:,1),tableZY(:,2),CuSc);
    yCuSc = min(randn,yCuSmax(idazar,1));

%-----Obtener datos vecinos-----%
    datoselegidos = matrizmaestra(s,2:ndatos+1)';

%-----Construcción de valores gaussianos-----%
    yCuSkriging = pondkrig(s,2:ndatos+1)*yCuS(datoselegidos(:,1));
    varkriging = varkrig(s,1);

%----- Criterio de Metropolis -----%
    gCuSi = -(yCuSi-yCuSkriging)^2;
    gCuSc = -(yCuSc-yCuSkriging)^2;
    if 2*log(rand)*varkriging < gCuSc-gCuSi
        %CuS(idazar,1) = CuSc;
        yCuS(idazar,1) = yCuSc;
    end
%save CuSgibbs CuS -ascii;
%save CuTgibbs CuT -ascii;
end

CuS = interp1(tableZY(:,2),tableZY(:,1),yCuS);
end

```