



**UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL**

# **ANÁLISIS Y PRONÓSTICOS DE DEMANDA PARA TELEFONÍA MÓVIL**

**TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN GESTION DE  
OPERACIONES**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TITULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL**

**DANIELA LORETO JIMÉNEZ LILLO**

**PROFESOR GUIA  
PABLO ANDRES REY**

**MIEMBROS DE LA COMISION  
FABIAN MEDEL GARCIA  
RICHARD WEBER HAAS  
FRANCISCO VIDAL VELASQUEZ**

**SANTIAGO DE CHILE  
ENERO, 2011**



**UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL**

# **ANÁLISIS Y PRONÓSTICOS DE DEMANDA PARA TELEFONÍA MÓVIL**

**TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN GESTION DE  
OPERACIONES**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TITULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL**

**DANIELA LORETO JIMÉNEZ LILLO**

**PROFESOR GUIA  
PABLO ANDRES REY**

**MIEMBROS DE LA COMISION  
FABIAN MEDEL GARCIA  
RICHARD WEBER HAAS  
FRANCISCO VIDAL VELASQUEZ**

**SANTIAGO DE CHILE  
ENERO, 2011**

# Índice de Contenidos

<b>RESUMEN DE LA TESIS.....</b>	<b>10</b>
<b>INTRODUCCIÓN A LA TESIS .....</b>	<b>11</b>
ANTECEDENTES GENERALES .....	11
DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO Y JUSTIFICACIÓN.....	12
OBJETIVOS DEL TRABAJO .....	14
<i>Objetivo general</i> .....	14
<i>Objetivos específicos</i> .....	14
METODOLOGÍA.....	15
ALCANCES .....	17
<b>I. MARCO CONCEPTUAL.....</b>	<b>18</b>
1.1 LA INDUSTRIA DE TELECOMUNICACIONES .....	18
1.1.1 <i>Comportamiento de la Industria de Telecomunicaciones</i> .....	18
1.1.2 <i>La industria de telefonía móvil</i> .....	21
1.1.3 <i>La posición relativa de Chile</i> .....	22
<b>II. MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>24</b>
2.1 PRONÓSTICOS .....	25
2.1.1 <i>Pronósticos por Series de Tiempo</i> .....	27
2.1.2 <i>Las Técnicas más Utilizadas en Pronósticos de Series de Tiempo</i> .....	29
2.1.2.1 Promedio móvil .....	29
2.1.2.2 Suavización Exponencial .....	31
2.1.3 <i>Las técnicas para determinar mejores pronósticos</i> .....	33
2.1.3.1 Detalle de las técnicas de errores de pronósticos.....	34
2.1.3.2 Pronósticos avanzados por series de tiempo.....	36
2.2 EL MODELO MCO UNIVARIADO PARA SERIES DE TIEMPO.....	37
2.2.1 <i>Análisis de las Series: Raíz Unitaria</i> .....	38
2.2.2 <i>Inferencia</i> .....	41
2.2.3 <i>Proyección</i> .....	43
2.2.4 <i>Elección del modelo de Predicción</i> .....	44
2.2.5 <i>Proyecciones a Futuro</i> .....	45
2.3 UTILIZACIÓN DE LOS MODELOS DE VARIABLE DEPENDIENTE BINARIA (LOGIT, PROBIT).....	46
2.3.1 <i>La Regresión Loglineal para modelos Saturados y Jerárquicos</i> .....	49
2.3.2 <i>La Regresión Loglineal</i> .....	50
2.3.3 <i>Las Tablas de Contingencia</i> .....	50
2.3.4 <i>Variables de Diseño vs. Variables de Respuesta</i> .....	51
2.3.5 <i>La Bondad de Ajuste</i> .....	51
2.3.6 <i>El Modelo Loglineal Saturado</i> .....	52
2.3.6.1 Definición de un Modelo Saturado .....	52
2.3.6.2 Desventaja del Modelo Saturado .....	53
2.3.7 <i>Los Modelos Loglineal Jerárquicos</i> .....	54
2.3.7.1 Definición .....	54
2.3.7.2 Relación Jerárquica .....	54
2.3.7.3 Obtención del Modelo Jerárquico de Mejor Ajuste.....	56
2.3.7.3.1 Método General .....	56
<b>III. ANÁLISIS PRELIMINAR DE LOS RESULTADOS.....</b>	<b>57</b>
3.1 PROCESAMIENTO PREVIO .....	57
3.2 LIMPIEZA DE LOS DATOS .....	57
a. Aplicación del filtro .....	57
b. Eliminación de los datos incorrectos.....	58

3.3	CARACTERIZACIÓN DE LA MUESTRA OBTENIDA .....	58
3.4	GRÁFICOS DE COMPORTAMIENTO EN EL TIEMPO .....	58
3.4.1	<i>Gráficos Teléfonos Prepago</i> .....	58
3.4.1.1	Gráficos Prepago Desagregados por Gama .....	59
3.4.1.2	Gráficos Prepago Agregado .....	59
3.4.2	<i>Gráficos Teléfonos Contrato</i> .....	60
3.4.2.1	Gráficos Contrato Desagregado por Gama .....	60
3.4.2.2	Gráficos Contrato Agregado .....	61
<b>IV.</b>	<b>ANÁLISIS COMPLETO DE LOS DATOS OBTENIDOS .....</b>	<b>63</b>
4.1	MODELAMIENTO MEDIANTE SERIES DE TIEMPO .....	63
4.2.1	<i>Alisamiento Exponencial Simple:</i> .....	63
4.2.2	<i>Alisamiento Exponencial con Tendencia:</i> .....	64
4.2	RESULTADOS SERIES DE TIEMPO PARA PREPAGOS .....	65
4.2.1	<i>Prepago Gama Ultra Baja</i> .....	65
4.2.2	<i>Prepago Cuadro Resumen del Resto de las Gamas</i> .....	66
4.2.3	<i>Prepago Agregado</i> .....	66
4.3	RESULTADOS SERIES DE TIEMPO PARA CONTRATOS .....	68
4.3.1	<i>Contrato Gama Media</i> .....	68
4.3.2	<i>Contrato Cuadro Resumen del Resto de las Gamas</i> .....	69
4.3.3	<i>Contrato Agregado</i> .....	69
4.4	RESULTADOS DE EL MODELO MCO UNIVARIADO PARA SERIES DE TIEMPO .....	71
4.4.1	<i>Análisis MCO para Prepago Gama Ultra Baja</i> .....	71
4.4.1.1	Estacionalidad de la serie .....	71
4.4.1.1.1	Test de Raíz unitaria Test Dickey – Fuller .....	71
4.4.1.1.2	Test de Raíz unitaria Test Dickey – Fuller aumentado .....	72
4.4.1.1.3	Test de Raíz unitaria Phillips - Perron .....	72
4.4.1.2	Estimación del modelo .....	73
4.4.1.2.1	Estimación de Parámetros .....	73
4.4.1.3	Análisis de errores .....	74
4.4.1.3.1	Normalidad de Errores: Test Jarque – Bera .....	74
4.4.1.3.2	No Autocorrelación Serial de Errores .....	74
4.4.1.4	Estabilidad del modelo .....	75
4.4.1.4.1	Tests CUSUM y CUSUM-cuadrado .....	75
4.4.1.5	Gráfico de Pronóstico entregado por este método .....	77
4.4.2	<i>Análisis MCO para Contrato Gama Media</i> .....	77
4.4.2.1	Estacionalidad de la Serie .....	78
4.4.2.1.1	Test de Raíz Unitaria Test Dickey – Fuller .....	78
4.4.2.1.2	Test de Raíz unitaria Test Dickey – Fuller Aumentado .....	78
4.4.2.1.3	Test de Raíz Unitaria Phillips - Perron .....	79
4.4.2.2	Estimación del Modelo .....	80
4.4.2.2.1	Estimación de Parámetros .....	80
4.4.2.3	Análisis de Errores .....	81
4.4.2.3.1	Normalidad de Errores: Test Jarque – Bera .....	81
4.4.2.3.2	No Autocorrelación Serial de Errores .....	81
4.4.2.4	Estabilidad del Modelo .....	82
4.4.2.4.1	Tests CUSUM y CUSUM-cuadrado .....	82
4.4.3	Gráfico de Pronóstico entregado por este método .....	84
4.5	RESULTADOS DEL MODELO LOGIT .....	85
4.5.1	Análisis de la Demanda .....	85
4.5.2	Análisis de Precios .....	89
<b>V.</b>	<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>	<b>94</b>
<b>VI.</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>97</b>
	<b>ANEXOS .....</b>	<b>98</b>
	<b>ANEXO A: TABLAS DE RESULTADOS Y GRÁFICOS PARA MODELOS DE SERIES DE TIEMPO .....</b>	<b>99</b>
A.1	PREPAGO GAMA BAJA .....	99
A.2	PREPAGO GAMA MEDIA .....	100

A.3	PREPAGO GAMA ALTA.....	101
A.4	PREPAGO GAMA PREMIUM.....	102
A.5	CONTRATO GAMA BAJA.....	104
A.6	CONTRATO GAMA ALTA.....	105
A.7	CONTRATO GAMA PREMIUM.....	106
<b>ANEXO B: TABLAS DE RESULTADOS PARA MODELOS MCO .....</b>		<b>107</b>
B.1	ANÁLISIS MCO PARA PREPAGO GAMA BAJA.....	107
	<i>Estacionalidad de la serie.....</i>	<i>107</i>
	<i>Test de Raíz unitaria Test Dickey – Fuller.....</i>	<i>107</i>
	Test de Raíz unitaria Test Dickey – Fuller Aumentado.....	108
	Test de Raíz Unitaria Phillips - Perron.....	108
	Estimación del Modelo.....	109
	Estimación de Parámetros.....	109
	Análisis de errores.....	110
	Normalidad de Errores: Test Jarque – Bera.....	110
	No Autocorrelación Serial de Errores.....	111
	Estabilidad del modelo.....	112
	Tests CUSUM y CUSUM-cuadrado.....	112
B.2	ANÁLISIS MCO PARA PREPAGO GAMA MEDIA.....	114
	Estacionalidad de la serie.....	114
	Test de Raíz Unitaria Test Dickey – Fuller.....	114
	Test de Raíz unitaria Test Dickey – Fuller aumentado.....	116
	Test de Raíz unitaria Phillips - Perron.....	116
	Estimación del Modelo.....	117
	Estimación de Parámetros.....	117
	Análisis de Errores.....	119
	Normalidad de Errores: Test Jarque – Bera.....	119
	No Autocorrelación Serial de Errores.....	119
	Estabilidad del Modelo.....	120
	Tests CUSUM y CUSUM-cuadrado.....	120
B.3	ANÁLISIS MCO PARA PREPAGO GAMA ALTA.....	122
	Estacionalidad de la serie.....	122
	Test de Raíz Unitaria Test Dickey – Fuller.....	122
	Test de Raíz unitaria Test Dickey – Fuller Aumentado.....	124
	Test de Raíz Unitaria Phillips - Perron.....	124
	Estimación del Modelo.....	125
	Estimación de Parámetros.....	125
	Análisis de Errores.....	126
	Normalidad de Errores: Test Jarque – Bera.....	126
	No autocorrelación serial de errores.....	126
	Estabilidad del Modelo.....	127
	Tests CUSUM y CUSUM-cuadrado.....	127
B.4	ANÁLISIS MCO PARA PREPAGO GAMA PREMIUM.....	129
	Estacionalidad de la Serie.....	129
	Test de Raíz Unitaria Test Dickey – Fuller.....	129
	Test de Raíz unitaria Test Dickey – Fuller Aumentado.....	130
	Test de Raíz Unitaria Phillips - Perron.....	130
	Estimación del Modelo.....	131
	Estimación de Parámetros.....	131
	Análisis de Errores.....	132
	Normalidad de Errores: Test Jarque – Bera.....	132
	No Autocorrelación Serial de Errores.....	133
	Estabilidad del Modelo.....	134
	Tests CUSUM y CUSUM-cuadrado.....	134
B.5	ANÁLISIS MCO PARA CONTRATO GAMA BAJA.....	136
	Estacionalidad de la Serie.....	136
	Test de Raíz unitaria Test Dickey – Fuller.....	136
	Test de Raíz Unitaria Test Dickey – Fuller Aumentado.....	137
	Test de Raíz Unitaria Phillips - Perron.....	137
	Estimación del Modelo.....	138
	Estimación de Parámetros.....	138
	Análisis de Errores.....	139

Normalidad de Errores: Test Jarque – Bera.....	139
No Autocorrelación Serial de Errores.....	140
Estabilidad del Modelo .....	141
Tests CUSUM y CUSUM-cuadrado .....	141
Gráfico de Pronóstico entregado por este método.....	143
<b>B.6 ANÁLISIS MCO PARA CONTRATO GAMA ALTA.....</b>	<b>143</b>
Estacionalidad de la Serie.....	143
Test de Raíz Unitaria Test Dickey – Fuller .....	143
Test de Raíz Unitaria Test Dickey – Fuller Aumentado.....	144
Test de Raíz Unitaria Phillips - Perron .....	144
Estimación del Modelo .....	145
Estimación de Parámetros .....	145
Análisis de Errores .....	146
Normalidad de Errores: Test Jarque – Bera.....	146
No Autocorrelación Serial de Errores.....	147
Estabilidad del Modelo .....	148
Tests CUSUM y CUSUM-cuadrado .....	148
<b>B.7 ANÁLISIS MCO PARA CONTRATO GAMA PREMIUM .....</b>	<b>150</b>
Estimación del Modelo .....	150
<b>ANEXO C: RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DE MODELO LOGIT SATURADO .....</b>	<b>152</b>
<b>B.1 ANALISIS DE LA DEMANDA.....</b>	<b>152</b>
<b>B.2 ANALISIS DE LOS PRECIOS.....</b>	<b>156</b>

## Índice de Gráficos

Gráfico 1: Comportamientos de los Segmentos del Sector Telecomunicaciones, Primer Trimestre Año 2006.....	19
Gráfico 2: Evolución de los Segmentos del Sector Telecomunicaciones, Índices (año base 2003) .....	19
Gráfico 3: Tráfico de Llamadas desde Teléfonos Móviles.....	21
Gráfico 4: Ventas Prepago Gama Ultra Baja.....	59
Gráfico 4: Ventas Prepago por Gama.....	59
Gráfico 9: Ventas Prepago Agregada.....	60
Gráfico 10: Ventas Contrato Todas las Gamas.....	61
Gráfico 14: Ventas Contrato Agregado.....	62
Gráfico 15: Prepago Gama Ultra Baja.....	65
Gráfico 20: Prepago Agregado.....	67
Gráfico 22: Contrato Gama Media.....	68
Gráfico 25: Contrato Agregado.....	70
Gráfico 25: MCO Prepago Ultra Baja.....	77
Gráfico 25: MCO Contrato Media.....	84
Gráfico 16: Prepago Gama Baja.....	99
Gráfico 17: Prepago Gama Media.....	100
Gráfico 18: Prepago Gama Alta.....	101
Gráfico 19: Prepago Gama Premium.....	102
Gráfico 21: Contrato Gama Baja.....	104
Gráfico 23: Contrato Gama Alta.....	105
Gráfico 24: Contrato Gama Premium.....	106
Gráfico 25: MCO Prepago Baja.....	114
Gráfico 25: MCO Prepago Media.....	122
Gráfico 25: MCO Prepago Alta.....	129
Gráfico 25: MCO Prepago Premium.....	136
Gráfico 25: MCO Prepago Baja.....	143
Gráfico 25: MCO Prepago Alta.....	150
Gráfico 25: MCO Prepago Premium.....	151

## Índice de Ilustraciones

Ilustración 3: Combinaciones del Modelo Logit Jerárquico.....	55
Ilustración 5: Resultados Test Cusum para Prepago Gama Ultra Baja.....	76
Ilustración 6: Resultados Cusum Cuadrado para Prepago Gama Ultra Baja.....	76
Ilustración 17: Resultados Cusum para Contrato Gama Media.....	83
Ilustración 18: Resultados Cusum Cuadrado para Contrato Gama Media.....	83
Ilustración 7: Resultados Cusum Cuadrado para Prepago Gama Baja.....	113
Ilustración 8: Resultados Cusum Cuadrado para Prepago Gama Baja.....	113
Ilustración 9: Resultados Cusum para Prepago Gama Media.....	121
Ilustración 10: Resultados Cusum Cuadrado para Prepago Gama Media.....	121
Ilustración 11: Resultados Cusum para Prepago Gama Alta.....	128
Ilustración 12: Resultados Cusum Cuadrado para Prepago Gama Alta.....	128
Ilustración 13: Resultados Cusum para Prepago Gama Premium.....	134
Ilustración 14: Resultados Cusum Cuadrado para Prepago Gama Premium.....	135
Ilustración 15: Resultados Cusum para Contrato Gama Baja.....	142
Ilustración 16: Resultados Cusum Cuadrado para Contrato Gama Baja.....	142
Ilustración 19: Resultados Cusum para Contrato Gama Alta.....	149
Ilustración 20: Resultados Cusum Cuadrado para Contrato Gama Alta.....	149

## Índice de Tablas

Tabla 1: Tráfico de Llamadas desde Teléfonos Móviles .....	23
Tabla 2: Prepago Gama Ultra Baja .....	65
Tabla 7: Prepago Por Gama .....	66
Tabla 7: Prepago Agregado .....	67
Tabla 9: Contrato Gama Media .....	68
Tabla 7: Contrato Por Gama .....	69
Tabla 12: Contrato Agregado .....	70
Tabla 13: Resultados Test Dickey – Fuller para Prepago Gama Ultra Baja .....	71
Tabla 14: Resultados Test Dickey – Fuller Aumentado para Prepago Gama Ultra Baja .....	72
Tabla 15: Resultados Test Phillips - Perron para Gama Ultra Baja .....	72
Tabla 16: Resultados Test Durbin – Watson para Prepago Gama Ultra Baja .....	73
Tabla 17: Resultados Test Jarque - Bera para Prepago Gama Ultra Baja .....	74
Tabla 18: Resultados Test LM para Prepago Gama Ultra Baja .....	75
Tabla 49: Resultados Dickey – Fuller para Contrato Gama Media .....	78
Tabla 50: Resultados Test Dickey – Fuller Aumentado para Contrato Gama Media .....	79
Tabla 51: Resultados Phillips - Perron para Contrato Gama Media .....	79
Tabla 52: Resultados Test Durbin - Watson para Contrato Gama Media .....	80
Tabla 53: Resultados Test Jarque - Bera para Contrato Gama Media .....	81
Tabla 54: Resultados Test LM para Contrato Gama Media .....	82
Tabla 62: Valores observados para el problema .....	85
Tabla 63: RDA para el modelo loglineal Tipo-Característica .....	85
Tabla 64:(*) Valores estimados del modelo seleccionado [TC] .....	86
Tabla 65: Para TC entre características Baja y Media .....	86
Tabla 66: Para TC entre características Alta y Premium: .....	86
Tabla 67: Para TC entre características Media y Alta .....	87
Tabla 68: Para TC entre características Baja y Premium .....	87
Tabla 69: Valores observados para el problema .....	89
Tabla 70: RDA para el modelo loglineal Tipo-Característica .....	89
Tabla 71: (*) Valores estimados del modelo seleccionado [TC] .....	90
Tabla 72: Para TC entre características Baja y Media .....	90
Tabla 73: : Para TC entre características Alta y Premium .....	91
Tabla 74: Para TC entre características Media y Alta .....	91
Tabla 75: Para TC entre características Baja y Premium: .....	91
Tabla 3: Prepago Gama Baja .....	99
Tabla 4: Prepago Gama Media .....	100
Tabla 5: Prepago Gama Alta .....	101
Tabla 6: Prepago Gama Premium .....	103
Tabla 8: Contrato Gama Baja .....	104
Tabla 10: Contrato Gama Alta .....	105
Tabla 11: Contrato Gama Premium .....	106
Tabla 19: Resultados Test Dickey – Fuller para Prepago Gama Baja .....	107
Tabla 20: Resultados Test Dickey – Fuller Aumentado para Prepago Gama Baja .....	108
Tabla 21: Resultados Test Phillips – Perron para Prepago Gama Baja .....	109
Tabla 22: Resultados Test Durbin - Watson para Prepago Gama Baja .....	110
Tabla 23: Resultados Test Jarque - Vera Prepago para Gama Baja .....	111
Tabla 24: Resultados Test LM para Prepago Gama Baja .....	112
Tabla 25: Resultados Test Dickey - Fuller para Prepago Gama Media .....	115
Tabla 26: Resultados Test Dickey - Fuller Aumentado para Gama Media .....	116
Tabla 27: Resultados Test Phillips - Perron para Prepago Gama Media .....	117
Tabla 28: Resultados Test Durbin – Watson para Prepago Gama Media .....	118
Tabla 29: Resultados Test Jarque - Bera para Prepago Gama Media .....	119
Tabla 30: Resultados Test LM para Gama Media .....	120
Tabla 31: Resultados Test Dickey – Fuller para Prepago Gama Alta .....	123
Tabla 32: Resultados Test Dickey – Fuller Aumentado para Prepago Gama Alta .....	124
Tabla 33: Resultados Test Phillips – Perron para Prepago Gama Alta .....	124
Tabla 34: Resultados Durbin – Watson para Prepago Gama Alta .....	125
Tabla 35: Resultados Jarque – Bera para Prepago Gama Alta .....	126



Tabla 36: Resultados Test LM para Prepago Gama Alta .....	127
Tabla 37: Resultados Dickey – Fuller para Prepago Gama Premium.....	130
Tabla 38: Resultados Dickey – Fuller Aumentado para Prepago Gama Premium.....	130
Tabla 39: Resultados Phillips - Perron para Prepago Gama Premium .....	131
Tabla 40: Resultados Durbin - Watson para Prepago Gama Premium.....	131
Tabla 41: Resultados Test Jarque - Bera para Prepago Gama Premium .....	132
Tabla 42: Resultados Test LM para Prepago Gama Premium.....	134
Tabla 43: Resultados Test Dickey – Fuller para Contrato Gama Baja.....	137
Tabla 44: Resultados Test Dickey – Fuller Aumentado para Contrato Gama Baja.....	137
Tabla 45: Resultados Test Phillips - Perron para Contrato Gama Baja .....	138
Tabla 46: Resultados Test Durbin - Watson para Contrato Gama Baja .....	138
Tabla 47: Resultados Test Jarque - Bera para Contrato Gama Baja.....	139
Tabla 48: Resultados Test LM para Contrato Gama Baja .....	140
Tabla 55: Resultados Test Dickey - Fuller para Contrato Gama Alta .....	143
Tabla 56: Resultados Test Dickey – Fuller Aumentado para Contrato Gama Alta.....	144
Tabla 57: Resultados Test Phillips Perron para Contrato Gama Alta.....	145
Tabla 58: Resultados Test Durbin - Watson para Contrato Gama Alta.....	145
Tabla 59: Resultados Test Jarque - Bera para Contrato Gama Alta .....	146
Tabla 60: Resultados Test LM para Contrato Gama Alta .....	148
Tabla 61: Resultados Test Durbin - Watson para Contrato Gama Premium.....	150

## RESUMEN DE LA TESIS

En el escenario competitivo actual, es de suma relevancia que las empresas logren saber que es lo que sus clientes desean comprar. Una forma de lograrlo es mediante buenos pronósticos de demanda, lo cual se traduce en compras de productos asertivas o la toma de decisiones correctivas en el corto plazo.

El presente proyecto de Título tuvo como objetivo aportar una respuesta a ese problema, describiendo cómo mejorar los pronósticos de demanda y caracterizando la toma de decisión de los clientes en base a según qué características toman sus decisiones de compra. Para ello, se realizó un estudio de demandas, en base a los datos aportados, cuyos resultados fueron estudiados mediante series de tiempo, análisis estadísticos y por medio de un modelo Loglineal. Se testearon así diversas hipótesis sobre el comportamiento de los consumidores ante distintas variables: influencia del precio y del producto ofertado y como estas influyen en la compra de equipos de telefonía móvil.

Por otro lado, se demostró que las variables que explican diferencias en el comportamiento de los consumidores son el tipo de producto, es decir, prepago o contrato y el precio asociado a cada uno de los equipos dentro de estas categorizaciones, las que se encuentran integradas por equipos de telefonía móvil que presentan las mismas funcionalidades. También se detectó que es posible tomar acciones correctivas para pronósticos con un porcentaje importante de error, los cuales serán efectivos si se toman a corto plazo, ya que la vida útil de un equipo dentro de una determinada caracterización es aproximadamente entre 6 y 8 meses y los compradores de teléfonos móviles son muy susceptibles a los precios, al ser éste una variable relevante en la elección, nos permitiría manejar las ventas de productos con un stock sobrevalorado.

Para diseñar el estudio, se sugirió determinar primero los distintos grupos de aparatos, los cuales fueron agregados a partir de características similares que se a distintos tipos de clientes.

## INTRODUCCIÓN A LA TESIS

### Antecedentes Generales

Cada día existe una mayor presión de parte de las empresas por utilizar de mejor manera las herramientas clásicas para pronósticos de demanda. Lo anterior también involucra preocuparse del nivel o características de los precios, de las especificaciones y valor agregado del producto, además de la valorización que presentan estas variables para los clientes.

Por ello, las empresas deben tener claridad sobre el conjunto de herramientas de pronósticos a utilizar tanto para determinar las ventas futuras que se generarán, como tomar acciones correctivas para pronósticos con un mayor nivel de incertidumbre. Dentro de éstas, las que se utilizaron dentro de este estudio son, series de tiempo, modelos de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) univariado para series de tiempo y modelos loglineales.

A lo largo de esta tesis, se intentará responder a la interrogante de cómo es posible adelantarse a las compras de los consumidores, y lograr así un mejor diseño de las redes logísticas, desde el diseño de qué comprar a los proveedores, hasta la distribución en las tiendas para la venta final lo que trae consigo mejoras no sólo en la gestión, sino que también en la percepción del cliente con respecto al servicio. Con una buena herramienta de pronósticos el encargado de compras puede tomar decisiones acertadas en este ámbito.

En esta tesis se validarán los beneficios de un modelo para la empresa de telefonía móvil y también para los clientes finales, evaluar que el modelo se relacione y adapte a la realidad, comparar este modelo con otros modelos factibles, determinar cuál explica la situación de mejor manera y finalmente analizar el modelo y obtener conclusiones.

Así, el trabajo constituye un aporte no sólo a la literatura existente de modelos predictores de compra que identifique la tecnología y lo rápido que está evolucionando en el tiempo como un punto relevante a considerar (aspecto poco desarrollado actualmente), sino que permite además realizar mejor las compras de equipos que serán ofrecidos a los clientes.

A continuación, se presentan descripción y justificación, los objetivos que se estudiarán, el marco teórico que sustenta el proyecto, la metodología a seguir y los alcances esperados, se muestran también los resultados esperados, un plan de trabajo para la consecución de los objetivos, la especificación de los apoyos institucionales, una identificación de los problemas que pudiesen surgir.

### **Descripción del Proyecto y Justificación**

Es de vital importancia conocer las preferencias del consumidor a la hora de predecir las futuras ventas. Para ello, un primer paso es conocer cuáles son los beneficios que los pronósticos aportan, y qué tan relevante es cada uno de ellos. De esta forma, será posible enfocarse en aquellos aspectos más importantes, logrando una mayor eficiencia en la asignación de tiempo y recursos monetarios.

Por otra parte, es interesante determinar cómo personas con diferentes perfiles percibirán los productos de maneras disímiles, asignando mayor importancia a una u otra de sus características.

El presente proyecto nace de la necesidad de responder y pronosticar de manera eficiente las ventas que generará la empresa en el corto y mediano plazo.

En esta tesis, se aplicaron herramientas estadísticas sólidas para cuantificar los posibles modelos para pronosticar.

Además, constituye una herramienta nueva para la empresa, ya que actualmente las decisiones de compra se toman básicamente utilizando el método de

Juicio Bien Informado, por lo cual este trabajo entrega una visión estadística respecto de las decisiones de compra para alcanzar la futura demanda de los clientes. Más aún, este proyecto brinda un análisis dentro de una empresa de tecnología, la cual al variar tanto en el tiempo, dificulta la modelación.

## **Objetivos del Trabajo**

### **Objetivo general**

Diseñar y analizar un modelo de predicción de demanda para mejorar la planificación de las compras.

### **Objetivos específicos**

Para dar cumplimiento al objetivo general se plantean a continuación los siguientes objetivos específicos:

- I. Comparar diferentes modelos y encontrar aquel que presenta el mejor ajuste y por lo tanto logra explicar mejor la situación planteada.
- II. Identificar los atributos principales que generan la toma de decisión de los clientes.
- III. A partir de los resultados obtenidos, proponer líneas de acción para un mejor pronóstico de demanda.
- IV. Establecer un modelo de predicción de demanda

## Metodología

La metodología consiste en la extracción no trivial de información que reside de manera implícita en los datos. Dicha información era previamente desconocida y podrá resultar útil. En otras palabras, se prepara, sondea y explora los datos para sacar la información oculta en ellos.

Este proyecto tiene varias fases necesarias que son, esencialmente:

- Comprensión del negocio y del problema que se quiere resolver.
- Determinación, obtención y limpieza de los datos necesarios.
- Creación de modelos matemáticos.
- Validación de los modelos obtenidos.

Se trata de un conjunto de técnicas encaminadas a la extracción de conocimiento procesable, implícito en las bases de datos. Éste está fuertemente ligado con la supervisión de procesos industriales ya que resulta muy útil para aprovechar los datos almacenados en las bases de datos.

Mediante los modelos extraídos utilizando técnicas de minería de datos se aborda la solución a problemas de predicción, clasificación y segmentación.

El proceso consta de los siguientes pasos generales:

1. **Selección de datos**, tanto en lo que se refiere a las variables objetivo (aquellas que se quiere predecir, calcular o inferir), como a las variables independientes (las que sirven para hacer el cálculo o proceso), como posiblemente al muestreo de los registros disponibles.

2. **Análisis de las propiedades de los datos**, diagramas de dispersión, presencia de valores atípicos y ausencia de datos (valores nulos).

3. **Transformación o pre-procesamiento de datos**, se realizará de diversas formas en función del análisis previo, con el objetivo de prepararlo para aplicar las técnicas que mejor se adapten a los datos y al problema.
  
4. **Seleccionar y aplicar la técnica de minería de datos**, se construye el modelo predictivo, de clasificación o segmentación.
  
5. **Extracción de conocimiento**, mediante una técnica de minería de datos, se obtiene un modelo de conocimiento, que representa patrones de comportamiento observados en los valores de las variables del problema o relaciones de asociación entre dichas variables. También pueden usarse varias técnicas a la vez para generar distintos modelos, aunque generalmente cada técnica obliga a un pre-procesado diferente de los datos.
  
6. **Interpretación y evaluación de datos**, una vez obtenido el modelo, se debe proceder a su validación comprobando que las conclusiones que arroja son válidas y suficientemente satisfactorias. En el caso de haber obtenido varios modelos mediante el uso de distintas técnicas, se deben comparar los modelos en busca de aquel que se ajuste mejor al problema.



## **Alcances**

En este proyecto se consideraron las ventas realizadas por una de las empresas de telefonía móvil, la cual tiene una importante participación de mercado, se cuenta con un período de tiempo de 2 años, con valores agregados a nivel mensual para esta investigación, luego de la fusión de dos compañías pertenecientes a este mercado y donde se realiza esta investigación.

Este trabajo se enfocó en las ventas totales de la compañía, en todos sus canales de venta, pero debido a las restricciones de tiempo y datos se consideraron solo pronósticos a nivel agregado, tanto por las características de los productos como en el tiempo ya que se contaba sólo con datos agregados a nivel mensual.

Además, este proyecto considera en un principio evaluar las compras de teléfonos efectuadas para ofrecer a los clientes del país por la compañía y ver de qué manera afecta las decisiones del cliente o consumidor.

Finalmente, se entregó información en algunos departamentos de la compañía, ya que esta investigación abarco a varias áreas para recopilar la información, las cuales eran los involucrados en las compras de los equipos..

## **I. MARCO CONCEPTUAL**

Antes de entrar directamente al tema del presente proyecto, es necesario comprender su marco conceptual. Para ello, en el siguiente capítulo se proporcionará una breve descripción de la industria de telefonía móvil y se aportarán detalles acerca de ella.

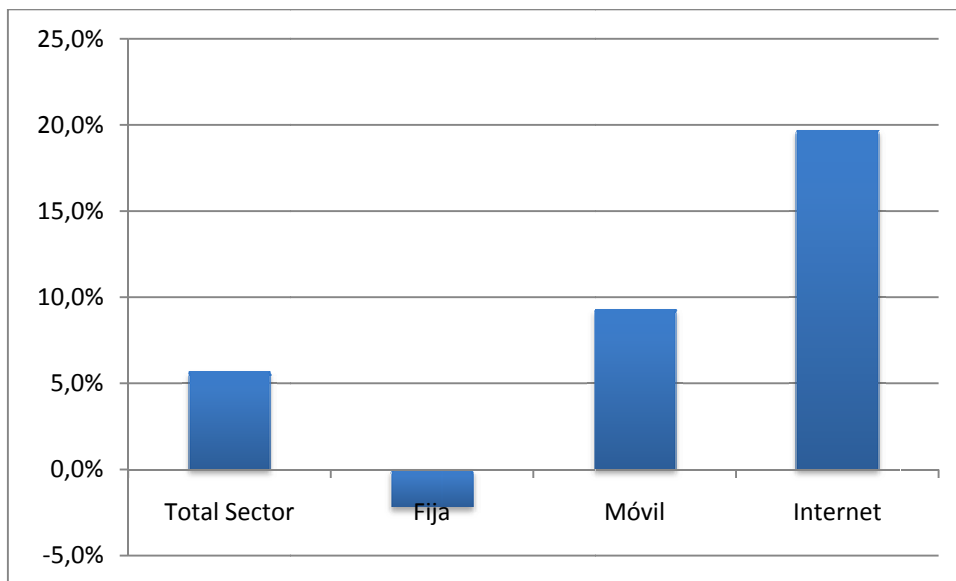
### **1.1 La Industria de Telecomunicaciones**

Para caracterizar la industria de telefonía móvil, es necesario comprender primero dónde se enmarca, para posteriormente presentar datos interesantes sobre ella.

#### **1.1.1 Comportamiento de la Industria de Telecomunicaciones**

El estado de desarrollo del sector durante el desarrollo de esta tesis, específicamente en el primer trimestre del año 2006, la producción del sector Telecomunicaciones, medida por el Índice de Producción del Sector (ITEL), creció 5,7% respecto al mismo trimestre del año anterior. Tal incremento es superior al crecimiento de 5,3% registrado por la economía en su conjunto en el mismo período.

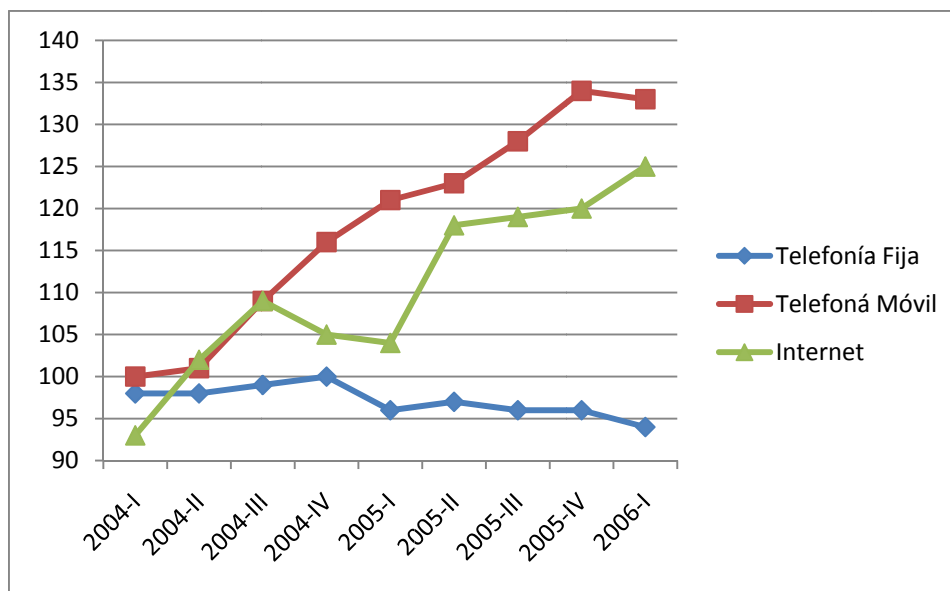
Los segmentos más importantes dentro del sector Telecomunicaciones, la Telefonía Fija y la Telefonía Móvil, presentaron en el trimestre comportamientos disímiles, mostrando una variación de -2,2% y 9,3%, respectivamente. En tanto, el servicio de Acceso a Internet experimentó una significativa expansión de 19,7% (ver Gráfico 1).



**Gráfico 1: Comportamientos de los Segmentos del Sector Telecomunicaciones, Primer Trimestre Año 2006**

Fuente: SUBTEL.

Tanto la Telefonía Móvil como el Servicio de Acceso a Internet mantienen sus tendencias al alza. La Telefonía Fija, por su parte, muestra una tendencia a la baja, retrocediendo en términos de su importancia relativa dentro del sector Telecomunicaciones. La expansión de los segmentos de Telefonía Móvil e Internet más que contrarresta la contracción de la Telefonía Fija (ver Gráfico 1.2).



**Gráfico 2: Evolución de los Segmentos del Sector Telecomunicaciones, Índices (año base 2003)**

Fuente: SUBTEL, sobre la base de la estimación de la producción bruta del sector, la información entregada por las empresas del sector e información publicada por el Banco Central de Chile.

En el caso de la Telefonía Móvil, los mayores aumentos se observaron en el tráfico cursado entre teléfonos móviles (con una expansión real del 14,9%) y el tráfico de larga distancia internacional cursado desde teléfonos móviles (con una expansión del 16,7%).

Por su parte, el servicio de acceso a Internet cada vez se muestra más dinámico<sup>1</sup>, presentando el mayor crecimiento acumulado dentro del sector durante el último año; sin embargo, los resultados son completamente diferentes entre cada tipo de servicio<sup>2</sup>. Mientras el servicio de acceso conmutado disminuye alrededor de un 46%, el acceso a Internet a través de accesos dedicados aumenta cerca de un 43%, contrarrestando esta disminución de tal forma que la producción del segmento como un todo creció 19,7% en el último trimestre.

Finalmente, tal como se mencionó al inicio, los datos muestran el pronunciado retroceso que está sufriendo la Telefonía Fija, el cual muestra tasas de crecimiento bajas o incluso negativas desde inicios del año 2004.

La disminución experimentada por este segmento en el primer trimestre del 2006 se debió principalmente a la reducción del tráfico cursado por líneas de telefonía fija en casi todas sus modalidades – tráfico desde teléfonos fijos hacia otros teléfonos fijos, tráfico de larga distancia tanto nacional como internacional – con excepción del tráfico cursado desde teléfonos fijos hacia teléfonos móviles y la renta fija por línea, que vienen aumentado consecutivamente desde mediados de 2004 hasta la fecha.

---

<sup>1</sup> Ver gráfico 2.

<sup>2</sup> Ver gráfico 2.

## 1.1.2 La industria de telefonía móvil

Durante el primer trimestre de 2006, la telefonía móvil creció 9,3% con respecto a igual trimestre del año anterior. Los servicios más dinámicos que muestra el segmento de telefonía móvil son el tráfico entre teléfonos móviles y el tráfico en llamadas de larga distancia internacional. Estos servicios crecieron 14,9% y 16,7% respectivamente en este trimestre.

En el gráfico a continuación se observa el desempeño de los diferentes componentes del sector durante el primer trimestre del año 2006<sup>3</sup>.

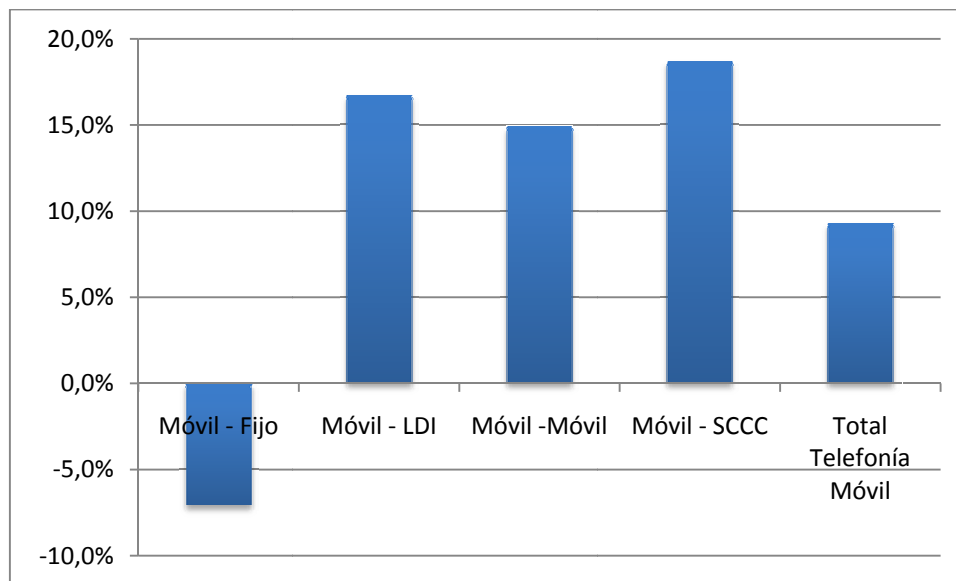


Gráfico 3: Tráfico de Llamadas desde Teléfonos Móviles

Fuente: SUBTEL, sobre la base de la estimación de la producción bruta del sector, la información entregada por las empresas del sector e información publicada por el Banco Central de Chile.

Como se observa, el tráfico desde teléfonos móviles hacia teléfonos fijos tuvo una disminución del 7,1%. Sin embargo esta magnitud no fue capaz de contrarrestar el fuerte aumento de los demás tráficos, los cuales tienen una mayor influencia en el nivel de producción del segmento.

<sup>3</sup> LDI: Larga distancia Internacional, SCCC: Servicios complementarios.

### 1.1.3 La posición relativa de Chile

A continuación se comparan a nivel internacional los tres principales indicadores de penetración registrados por Chile a Diciembre de 2005: abonados de teléfonos móviles por cada 100 habitantes. La comparación se realiza con los indicadores de una selección de 24 países, dentro de los cuales se consideran países desarrollados y países en vías de desarrollo.

En el caso de la Telefonía Móvil, la penetración de mercado en Chile a diciembre de 2005 registra niveles muy superiores a los registrados en diciembre de 2000, el número de abonados móviles por cada 100 habitantes<sup>4</sup> pasó de representar 22,4 en el año 2000 a representar 67,8 en diciembre de 2005. Con lo anterior, dentro del ranking de los países seleccionados para la comparación, Chile pasó del puesto 14 al puesto 11.

Se puede destacar que la penetración de la telefonía móvil en Chile supera a la registrada en países como Estados Unidos y Canadá, estando cercana a la de países como Japón. Si bien, la penetración de móviles aún se mantiene distante de países con alto desarrollo de este tipo de servicios como es el caso de Finlandia, Alemania o Australia, Chile se mantiene como líder entre los países de América Latina.

---

<sup>4</sup> Ver la tabla en la página siguiente.

**Tabla 1: Tráfico de Llamadas desde Teléfonos Móviles**

<b>Ranking</b>	<b>País</b>	<b>dic-00</b>	<b>Ranking</b>	<b>País</b>	<b>dic-05</b>
1	Italia	73,7	1	Italia	124,3
2	Reino Unido	72,7	2	Reino Unido	109,8
3	Finlandia	72,0	3	Finlandia	99,7
4	Suecia	71,8	4	España	96,8
5	España	59,9	5	Alemania	95,8
6	Alemania	58,6	6	Suecia	93,3
7	Corea del Sur	58,3	7	Australia	91,4
8	Japón	52,6	8	Nueva Zelanda	87,6
9	Australia	44,7	9	Corea del Sur	79,4
10	Nueva Zelanda	40,0	10	Japón	74,0
11	Estados Unidos	38,9	<b>11</b>	<b>Chile</b>	<b>67,8</b>
12	Canadá	28,3	12	Estados Unidos	67,6
13	Venezuela	22,5	13	Argentina	57,3
<b>14</b>	<b>Chile</b>	<b>22,4</b>	14	Canadá	51,4
15	Argentina	17,6	15	Colombia	47,9
16	México	14,2	16	Ecuador	47,2
17	Brasil	13,3	17	Venezuela	46,7
18	Uruguay	12,8	18	Brasil	46,2
19	Bolivia	7,0	19	México	44,3
20	China	6,6	20	Uruguay	35,5
21	Colombia	5,3	21	China	29,2
22	Perú	5,0	22	Bolivia	26,4
23	Ecuador	3,8	23	Perú	20,0
24	India	0,4	24	India	8,2

## II. MARCO TEÓRICO

En el mundo actual de los negocios, no hay duda al respecto de la importancia de poder contar con pronósticos sobre eventos. En particular, el pronóstico de la demanda y servicios puede llegar a lograrse con un nivel bueno de precisión. Para lograr esto, se requiere de una técnica o método preciso.

Lograr pronosticar la demanda o cualquier otra variable no es fácil, ya que existen un sin número de razones y causas que afectan su cálculo. Podemos mencionar aquellas externas a la empresa tales como temas macroeconómicos, temas demográficos, moda, entre otros; y aquellas razones internas a la organización tales como falta de dedicación a realizar este proceso, desconocimiento del tema o creencia que es demasiado complejo, falta de metodología, entre otras. Debido a estas razones es vital contar con un marco metodológico para el proceso de elaboración de Pronósticos dentro de un ámbito de negocios o empresarial.



## 2.1 Pronósticos

Para comprender a cabalidad el presente proyecto, se presentará la definición del término, junto con sus objetivos y límites. Además se describirán los tipos de promociones y sus técnicas, así como sus efectos. Finalmente, se aportarán datos del mercado chileno, y se describirá un modelo de comportamiento del consumidor.

Se procederá a explicar en este punto tanto los planteamientos en los cuales se basa esta tesis, como la técnica que se utilizará para obtener los resultados esperados.

Existen muchos métodos diferentes para pronosticar, los cuales van asociados a diferentes usos, por esto se debe seleccionar con cuidado el método de pronóstico nuestro uso particular. Cabe destacar que no existe un método universal para pronosticar en todas las situaciones y escenarios.

Los pronósticos muy pocas veces son acertados. Es raro que las ventas reales que se generan sean exactamente iguales a la cantidad que se pronosticó.

Existen algunos métodos para absorber variaciones pequeñas con respecto al pronóstico, algunas de estas son contar con capacidad adicional, los inventarios, o la posibilidad de reprogramación de pedidos, sin embargo, las variaciones grandes pueden causar estragos.

Dentro de las formas que existen de ajustarse a los errores encontramos tres. La primera consiste en mejorar los pronósticos para reducir dicho error. La segunda es aumentar la flexibilidad de las operaciones y por último reducir el tiempo de anticipación de los pronósticos. Hasta los pronósticos cercanos a la realidad tendrán un margen de error; pero, lo que se busca es el menor margen de error posible, lo que es consistente con costos razonables para el pronóstico.

Para reconocer los errores inherentes a los pronósticos necesitamos de dos valores, el primero corresponde a la mejor estimación de la demanda (media,

mediana o modelo) y el segundo para el error de pronóstico (desviación estándar, desviación absoluta o rango).

Otro punto relevante es la falta de inventario, la cual, no sólo podría causar pérdida en las ventas actuales, sino que también en las ventas futuras ya que generaría clientes insatisfechos. Por tanto, los pronósticos son la parte central dentro de las operaciones gracias a su impacto sobre todas las decisiones de operaciones.

Existen muchos tipos de pronósticos, pero lo importante es tener claro que, demanda y ventas no siempre son lo mismo. Cuando la demanda no se ve limitada por la capacidad u otras políticas administrativas, el pronóstico de ésta será el mismo que el pronóstico de ventas. En caso contrario, las ventas podrían ser inferiores a la demanda de los clientes.

Existe diferencia también entre pronósticos y planeación. Los pronósticos se refieren a lo que se cree que sucederá en el futuro. La planeación se refiere a lo que se considera que debería suceder en el futuro. Es por esto, que por medio de la planeación se hace un intento por alterar los eventos que sucederán a futuro mientras los pronósticos nos ayudan sólo para predecirlos. La planeación puede utilizar los pronósticos como insumo.

El pronosticar se utiliza como insumo en todos los tipos de planeación y control empresarial, dentro y fuera de la función de operaciones.

Las decisiones sobre inventarios generan acciones de compras con tendencia a ser de corto plazo y a productos específicos. Estos pronósticos deben satisfacer los requisitos para programación a corto plazo: tener alto nivel de exactitud y ser específicos para cada producto. .

Generalmente, los métodos de pronóstico cualitativos dependen del juicio gerencial; no utilizan modelos específicos. Por lo tanto distintos individuos pueden utilizar el mismo método cualitativo y llegar a pronósticos ampliamente distintos. Los

métodos cualitativos son útiles cuando se carece de datos o cuando los datos son confiables para predecir, la persona que toma las decisiones puede hacer uso de los mejores datos disponibles y de un enfoque cualitativo para elaborar un pronóstico.

Existen dos tipos de métodos cuantitativos para pronóstico: series de tiempo y causales. En general, los métodos cuantitativos hacen uso de un modelo subyacente para llegar a un pronóstico. La lógica básica de todos los métodos cuantitativos para hacer pronósticos es que los datos del pasado y los patrones de datos son indicadores confiables para predecir el futuro. En estos casos, los datos del pasado se procesan mediante series de tiempo o modelos causales para hacer un pronóstico.

### **2.1.1 Pronósticos por Series de Tiempo**

Los métodos por series de tiempo se utilizan para análisis detallados de los patrones de la demanda en el pasado, a lo largo del tiempo y para proyectar estos patrones a futuro. Una de las suposiciones básicas de todos los métodos por series de tiempo, es que la demanda se puede dividir en componentes como nivel promedio, tendencia, estacionalidad, ciclo y error. Cuando se suman los componentes (o en algunos casos se multiplican), serán iguales a la serie de tiempo original.

La estrategia básica que se utiliza en los pronósticos por series de tiempo, es identificar la magnitud y la forma de cada uno de los componentes basándose en los datos disponibles. Estos componentes (con excepción del componente aleatorio), se proyectan hacia el futuro. Si sólo queda un componente aleatorio pequeño y el patrón persiste en el futuro, se obtendrá un pronóstico confiable.

La descomposición de una serie de tiempo es la siguiente:

$$y(t) = (a + bt)[f(t)] + e \quad (1)$$

donde

- $y(t)$  : demanda durante el período  $t$
- $a$  : nivel
- $b$  : tendencia
- $f(t)$  : factor de estacionalidad (multiplicativo)
- $e$  : error aleatorio

Puede observarse, este modelo por series de tiempo tiene nivel, tendencia, estacionalidad y error aleatorio. Cada uno de estos términos se estima a partir de datos del pasado para desarrollar una ecuación que se utiliza entonces para pronosticar la demanda a futuro.

En el estudio de los pronósticos por series de tiempo, se utilizan los siguientes símbolos y terminología:

$D_t$  = Demanda durante el periodo  $t$

$F_{t+1}$  = Demanda pronosticada para el periodo  $t + 1$

$e_t = D_t - F_t$  = error de pronóstico en el periodo  $t$

$A_t$  = promedio calculado hasta el periodo  $t$

El panorama es que la empresa se encuentra al final de periodo  $t$ , se acaba de observar en el valor de  $D_t$  y se realizan pronósticos para los periodos  $t + 1, t + 2, t + 3$ , etcétera.

## 2.1.2 Las Técnicas más Utilizadas en Pronósticos de Series de Tiempo

### 2.1.2.1 Promedio móvil

El método más simple para el pronóstico por series de tiempo es el método del promedio móvil. En este método se supone que la serie de tiempo tiene sólo un componente de nivel y un componente aleatorio. No se presupone la presencia de patrones de estacionalidad, tendencias ni componentes de ciclos en datos de la demanda. Sin embargo, las versiones más avanzadas del promedio móvil pueden inducir a todos los demás componentes.

Cuando se utiliza el promedio móvil se selecciona un número dado de periodos  $N$  para los cálculos. Después se calcula la demanda promedio  $A_t$  para los periodos  $N$  del pasado al momento  $t$  de la manera siguiente

$$A_t = \frac{D_t + D_{t+1} + \dots + D_{t-N+1}}{N} \quad (2)$$

Como se supone que la serie de tiempo es horizontal, el mejor pronóstico para el periodo  $t + 1$  es simplemente una continuación de la demanda promedio observada a lo largo del periodo  $t$ . De esta manera se obtiene:

$$F_{t+1} = A_t \quad (3)$$

Cada vez que se calcula  $F_{t+1}$ , la demanda más reciente se incluye en el promedio y se quita la observación de la demanda más antigua. Este procedimiento mantiene un número  $N$  de periodos de demanda dentro del pronóstico y permite que el promedio se mueva conforme se observan los datos de las nuevas demandas.

Como regla general, mientras más largo sea el período en que se hace el promedio, más lenta será la respuesta ante los cambios en la demanda. Los periodos más largos tienen, por lo tanto, la ventaja de dar estabilidad a los pronósticos. Sin embargo, también tiene la desventaja de responder con mayor lentitud a los cambios verdaderos en el nivel de demanda, El analista y la velocidad de respuesta al seleccionar una compensación apropiada entre la estabilidad y la velocidad de respuesta al seleccionar la longitud de N que la longitud de N que se utilizará para el promedio.

Una manera de hacer que el promedio móvil responda con mayor rapidez a los cambios de la demanda, es colocar un peso relativo superior sobre la demanda reciente en vez de hacerlo sobre la demanda más antigua. Esto se denomina promedio móvil ponderado y se calcula como sigue:

$$F_{t+1} = A_t = W_1 D_t + W_2 D_{t-1} + \dots + W_N D_{t-N+1} \quad (4)$$

con la condición de que

$$\sum_{i=1}^N W_i = 1 \quad (5)$$

Con el promedio móvil ponderado se puede especificar cualquier peso deseado siempre y cuando su suma sea igual a 1. Además el promedio móvil simple es solamente un caso especial de promedio móvil ponderado en el que todos los pesos son iguales:

$$W_i = \frac{1}{N} \quad (6)$$

Unas de las desventajas del promedio móvil ponderado es que debe utilizarse toda la historia de la demanda de los periodos N junto con el cálculo. Además, la respuesta de un promedio móvil ponderado no puede cambiarse con facilidad sin alterar cada uno de los pesos específicos. Para resolver estas dificultades, se ha desarrollado el método de suavización exponencial.

### 2.1.2.2 Suavización Exponencial

La suavización exponencial se basa en la idea., muy simple, de que es posible calcular un promedio nuevo a partir de un promedio anterior y también de la demanda más recientemente observada.

Para formalizar el razonamiento anterior se escribe:

$$A_t = \alpha D_t + (1 - \alpha) A_{t-1} \quad (7)$$

Donde  $A_{t-1}$  es el promedio anterior,  $D_t$  es la demanda que se acaba de observar y  $\alpha$  es la proporción del peso que se da a la demanda nueva contra la que se le da al promedio anterior ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ).

Si se desea que responda en alto grado a la demanda reciente, se debe elegir un mayor valor para  $\alpha$ . Si se desea que  $A_t$  responda con mayor lentitud, entonces  $\alpha$  será más pequeña. En la mayor parte del trabajo de pronósticos  $\alpha$  recibe un valor que se encuentra entre 0.1 y 0.3 para que conserve una estabilidad razonable.

En la suavización exponencial simple, como en el caso de los promedios móviles, se supone que la serie de tiempo es plana, que no tiene ciclos y que no existen componentes de estacionalidad ni tendencia. Entonces, los pronósticos de suavización exponencial para el siguiente periodo, serán simplemente el promedio obtenido hasta el período actual. Es decir,

$$F_{t+1} = A_t \quad (8)$$

En este caso el pronóstico también elimina un periodo del promedio suavizado.

Se puede sustituir la relación anterior en la ecuación (7) para obtener la siguiente ecuación:

$$F_{t+1} = \alpha D_t + (1-\alpha)F_t \quad (9)$$

En ocasiones esta forma alterna de suavización exponencial simple (o de primer orden) es más fácil de usar que la ecuación (7) debido a que utiliza pronósticos en lugar de promedios.

Otra manera de considerar la igualación exponencial es reacomodar los términos del lado derecho de la ecuación (8) para obtener:

$$F_{t+1} = F_t + \alpha(D_t - F_t) \quad (10)$$

En esta forma se indica que el pronóstico nuevo sería el pronóstico anterior más una proporción del error entre la demanda observada y el pronóstico anterior. Se puede controlar la proporción de error utilizada mediante la elección de  $\alpha$ .

El nombre “suavización exponencial” se puede explicar si se escribe la ecuación (8) en términos de todas las demandas anteriores. Al sustituir  $F_t$  en la ecuación (8) se obtiene:

$$F_{t+1} = \alpha D_t + (1-\alpha)[\alpha D_{t-1} + (1-\alpha)F_{t-1}] \quad (11)$$

Después, la sustitución de  $F_{t-1}$  en la ecuación anterior da:

$$F_{t+1} = \alpha D_t + (1-\alpha)\alpha D_{t-1} + (1-\alpha)(1-\alpha)[\alpha D_{t-2} + (1-\alpha)F_{t-2}] \quad (12)$$

Si se continúa con esta situación se llegará a la expresión:

$$F_{t+1} = \alpha D_t + (1-\alpha)\alpha D_{t-1} + (1-\alpha)^2 \alpha D_{t-2} + \dots + (1-\alpha)^{t-1} \alpha D_1 + (1-\alpha)^t F_1 \quad (13)$$



Esta expresión indica que los pesos de cada demanda precedente disminuyen exponencialmente en un factor de  $(1 - \alpha)$ , hasta que se alcance la demanda del primer periodo y del pronóstico inicial  $F_1$ .

Nótese que el peso de la demanda disminuye exponencialmente con el tiempo y que todos los pesos suman 1. Por lo tanto, la suavización exponencial es simplemente una forma especial que adquiere el promedio ponderado en donde el peso disminuye exponencialmente con el tiempo.

### **2.1.3 Las técnicas para determinar mejores pronósticos**

Existen varias medidas para determinar los errores de pronóstico, las más conocidas son dos. Una de las medidas es simplemente la suma aritmética de todos los errores, con lo que se refleja la tendencia del método de pronóstico. Lo ideal sería que esta suma sea igual a cero.

La segunda medida del error de pronóstico es la desviación absoluta. En este caso se suma el valor absoluto de los errores, de tal manera que los errores negativos no cancelen a los positivos. El resultado es una medida de variación en el método de pronóstico. Si un pronóstico tiene tanto una tendencia como una desviación absoluta, resulta claro que se le debe preferir.

El procedimiento para seleccionar el valor de  $\alpha$  resulta claro ahora. Se debe calcular el pronóstico para varios valores de  $\alpha$ <sup>5</sup>. Si uno de los valores de  $\alpha$  da como resultado un pronóstico que tenga un menor grado de desviación que los otros, entonces se prefiere este valor de  $\alpha$ . Si no existe una elección obvia entonces debe hacerse un intercambio entre la tendencia y la desviación absoluta para elegir el valor de  $\alpha$  que se prefiere.

---

<sup>5</sup> Alfa.

Desafortunadamente, la suavización exponencial no siempre puede utilizarse en la práctica debido a la tendencia que tienen los datos a mostrar variaciones de acuerdo con las estaciones. Cuando se presentan estos efectos pueden utilizarse suavizaciones de segundo orden, de tercer orden, de tendencia corregida o de estacionalidad.

### **2.1.3.1 Detalle de las técnicas de errores de pronósticos**

A continuación se detallan las técnicas de pronóstico de error<sup>6</sup>:

Cuando se utiliza la suavización exponencial, ya sea que se trate de una suavización simple o de una más sofisticada, debe calcularse una estimación del error de pronóstico junto con el promedio suavizado. Esta estimación del error se puede utilizar para varios propósitos:

1. Para fijar inventarios o capacidad de seguridad y garantizar así el nivel deseado de protección contra la falta de inventario.
2. Para observar indicadores de demandas erráticas que deben evaluarse con cuidado para quizás eliminar datos fuera de rango.
3. Para determinar cuándo el método de pronóstico no representa ya la demanda actual y es necesario volver a partir de cero.

Las últimas dos aplicaciones se describen a continuación con mayor detalle.

En el trabajo de pronóstico, una medida de uso común para determinar el error de pronósticos la desviación absoluta promedio o MAD (*mean absolute deviation*).

La MAD se define como sigue:

---

<sup>6</sup> Fuente: "Administración de Operaciones", Roger Schroeder, 3ra Edición.

$$MAD = \frac{\sum |D_t - F_t|}{n} \quad (14)$$

donde  $|D_t - F_t|$  es el valor absoluto del error en el período  $t$  y  $n$  es el número de periodos que se utilizan en la suma.

La expresión anterior es simplemente el error promedio observado, sin considerar su signo positivo o negativo, entre todos los periodos pasados de pronóstico. La MAD es similar a la desviación estándar, con excepción de que no se obtiene el cuadrado de los errores de cada periodo ni se saca la raíz cuadrada de la suma. En lugar de eso se suman las desviaciones absolutas y se obtiene un promedio.

Cuando se utiliza la suavización exponencial, es común calcular la desviación absoluta promedio suavizada, que se define como sigue:

$$MAD_t = \alpha |D_t - F_t| + (1 - \alpha) MAD_{t-1} \quad (15)$$

En este caso, la nueva  $MAD$ , o  $MAD_t$  es simplemente una fracción  $\alpha$  de la desviación absoluta actual más  $(1 - \alpha)$  por la  $MAD$  anterior. Esto resulta análogo a la ecuación (3), puesto que la  $MAD$  se suaviza de la misma manera que el promedio.

La  $MAD_t$  actual, debe calcularse para cada periodo junto con el promedio de pronóstico. La  $MAD$  puede utilizarse entonces para detectar un indicador de la demanda mediante la comparación de la desviación observada contra la  $MAD$ . Si la desviación observada es superior a  $3.75 MAD$ , existen razones para sospechar que la demanda podría tener un valor excesivo. Lo anterior es comparable al hecho de determinar si la demanda observada cae dentro de las tres desviaciones estándar  $\sigma$  para la distribución normal. Esto es cierto debido a que  $\sigma = 1.25 MAD$  en el caso de la distribución normal.

El segundo uso de *MAD* radica en el hecho de determinar si el pronóstico va de acuerdo con los valores reales por series de tiempo. Para determinar esto, se calcula una señal de rastreo como sigue:

$$\text{Señal de rastreo} = T = \frac{\text{suma acumulada de la desviación del pronóstico}}{MAD}$$

La señal de rastreo es, por lo tanto, un cálculo de la tendencia en el numerador dividida entre la estimación más reciente de *MAD*. Si se supone que las variaciones en la demanda son aleatorias, entonces los límites de control de  $\pm 6$  en la señal de rastreo se aseguran que solo en una probabilidad máxima de un  $0.03^7$  dichos límites serán excedidos por casualidad<sup>8</sup>. De esta manera, cuando la señal de rastreo pasa de  $\pm 6$ , debe detenerse el método de pronóstico y volver a observar la demanda e igualarla de manera más exacta.

En los sistemas de pronóstico computarizado resulta extremadamente importante incorporar controles de error del tipo señal de rastreo. Esto asegurará que el sistema no corra fuera de control. En lugar de que ocurra lo anterior, se notifica al usuario cuando se detectan datos tendenciosos en la demanda o cuando la señal de rastreo se vuelve demasiado grande.

### 2.1.3.2 Pronósticos avanzados por series de tiempo<sup>9</sup>

Se puede ajustar cualquier modelo matemático deseado con una serie de tiempo como la que se muestra en la ecuación (13), con componentes de nivel, tendencia y estacionalidad. Por ejemplo, se puede ajustar un modelo mediante los métodos de regresión lineal o mediante el uso de métodos no lineales. En algunos

---

<sup>7</sup> Fuente: "Administración de Operaciones", Roger Schroeder, 3ra Edición.

<sup>8</sup> Estos límites numéricos y probabilidades se basan en la distribución normal de probabilidades en un valor de  $\alpha = 0.1$  (véase Thomopoulos[1980], p306)

<sup>9</sup> Fuente: "Administración de Operaciones", Roger Schroeder, 3ra Edición.

casos, el modelo resultante puede brindar un pronóstico más exacto que la suavización exponencial. Sin embargo, resulta más costoso un modelo adaptado a las necesidades del usuario, por lo que debe hacerse una compensación mediante la exactitud y el costo del modelo.

Se desarrollo hace algunos años el sofisticado método Box-Jenkins para el pronóstico por series de tiempo. Esta técnica tiene una fase especial para la identificación del modelo y permite un análisis más preciso de los modelos propuestos de lo que es posible con los demás modelos. El método Box-Jenkins, sin embargo, requiere de aproximadamente 60 periodos de datos del pasado y su uso resulta demasiado costoso para los pronósticos rutinarios de muchos artículos. Para un Pronóstico especial de ventas en que se involucre una decisión costosa, sin embargo, quizás sea recomendable utilizar el Box-Jenkins.

En resumen los métodos por series de tiempo son útiles para los pronósticos a corto o mediano plazo cuando se espera que el patrón de demandas permanezca estable. Los pronósticos por series de tiempo son con frecuencia insumos para decisiones que se relacionan con la planeación de producción agregada, presupuestos, asignación de recursos, inventarios y programación.

## 2.2 El Modelo MCO Univariado para Series de Tiempo<sup>10</sup>

Supongamos que tenemos suficiente información para estimar el siguiente modelo:

$$y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \dots + \beta_q x_t - q + \delta_1 y_{t-1} + \dots + \delta_p y_{t-p} + \mu_t \quad (16)$$

donde  $y_t$ , representa la variable dependiente que queremos modelar (penetración de líneas o MOU),  $x_t$  representa un vector con variables explicativas (consideradas exógenas<sup>11</sup>) que se introducen en la ecuación de manera

---

<sup>10</sup>

<sup>11</sup> En caso de que alguna variable dentro del vector  $X$  sea considerada endógena en relación a la variable dependiente (como por ejemplo las cantidades de los bienes sustitutos o los precios) entonces, a menos que se

contemporánea y hasta  $q$  rezagos,  $\beta_k$  ( $k=0, \dots, q$ ) es el vector de parámetros asociados a cada rezago de las variables explicativas,  $y_t - j$  ( $j=1, \dots, p$ ) son rezagos de la variable dependiente,  $\delta_j$  ( $j=1, \dots, p$ ) son los parámetros asociados a cada rezago de la variable dependiente, y  $\mu_t$  es un error aleatorio i.i.d. El modelo especificado es lineal y se conoce en la literatura como un AR-X.

A continuación se enumerará algunos aspectos importantes que se debe considerar en cada paso de la modelación:

### 2.2.1 Análisis de las Series: Raíz Unitaria.

En primer lugar, hay que recordar que toda la teoría econométrica de test de hipótesis convencional se basa en el supuesto de que las variables son estacionarias en covarianzas o en tendencia (es decir, no crecen con el tiempo y/o no presentan raíz unitaria). Si se viola este supuesto, todos los test de hipótesis que se realicen serán inválidos, por lo que en primer lugar hay que realizar un chequeo de cada una de las series para constatar si cumplen con el supuesto de estacionariedad y ver la manera en que éstas entrarán dentro del modelo. Como la mayoría de las series que encontramos en la realidad crecen en el tiempo, es necesario tomar en consideración lo siguiente:

#### a) Relaciones espúreas

Dos variables que crecen y que son completamente independientes entre sí, al modelarlas contemporáneamente mediante MCO pueden arrojar un resultado sorprendente: pueden presentar un  $R^2$  muy elevado y coeficientes muy significativos. Es decir, al modelar:

$$y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \mu_t \quad (17)$$

---

piense estimar un sistema de ecuaciones, se debe eliminar los valores contemporáneos (en  $t$ ) de las mismas y sólo se puede incorporar rezagos de las mismas dentro de la modelación como variables explicativas, para evitar estimar parámetros de manera inconsistente.

Sin embargo, al ser independientes, esta relación es espúrea y es un artefacto creado por el hecho de que las series son no estacionarias.

Un caso en que esto puede ocurrir es cuando tanto  $y_t$ , como  $x_t$ , son variables independientes y estacionarias en tendencia (es decir, son variables que crecen a una tasa lineal constante). En este caso, al estimar la ecuación anterior nos encontraremos con que la relación es significativa, lo cual se debe a que  $y_t$  está valiéndose de la tendencia en  $x_t$ , para explicarse a sí misma. Una manera de verificar rápidamente si la relación estimada es espúrea es observando el Durbin-Watson. de la ecuación, el cual se encontrará en valores muy cercanos a cero.

La manera correcta para corregir este problema es introduciendo una tendencia dentro de la ecuación de la siguiente manera:

$$y_t = \alpha + \delta t + \beta_0 x_t + \mu_t \quad (18)$$

Cuando se tiene un modelo AB-X, además de introducir una tendencia en caso de que  $y_t$  sea estacionaria en tendencia, la introducción de rezagos de  $x_t$  evitan que la relación estimada sea espuria.

Obviamente no es de nuestro interés encontrar relaciones espurias puesto que pueden llevar a error en la estimación y posteriormente en las proyecciones.

#### b) Raíz Unitaria

Otra fuente de no estacionalidad es cuando las series presentan raíz, unitaria. Es decir, cuando todas, o algunas de las variables (tanto dependientes como explicativas) pueden describirse mediante la siguiente ecuación:

$$z_t = \alpha + z_{t-1} + \mu_t \quad (19)$$

Realizar una estimación con variables con raíz unitarias (o integradas de orden 1) nos puede llevar a incurrir en error. Por eso, hay que realizar un análisis de cada una de las variables que vamos a utilizar para chequear que no presenten raíz

unitaria. Para esto existen algunos test de raíz unitaria disponibles, como por ejemplo:

- Dickey-Fuller: es el más común y el de menor poder para distinguir una raíz unitaria de otras posibles explicaciones (quiebres, presencia de heterocedasticidad o autocorrelación, etc.)
- Dickey-Fuller aumentado: al incluir rezagos de la variable en el testeo corrige por la presencia de autocorrelación, pero tiene la desventaja de que hay que incluir suficientes rezagos para hacer que el error sea i.i.d.
- Phillips-Perron: realiza un testeo utilizando una matriz de varianzas y covarianzas consistente con heterocedasticidad y autocorrelación, sin introducir rezagos de la variable, por lo que su uso es más recomendable.

Existen tres formas de realizar un test de raíz unitaria con los estadísticos anteriores: sin incluir constante, incluyendo constante e incluyendo constante y tendencia. La primera forma debe aplicarse solamente cuando la serie a evaluar no crece y su promedio se encuentra cercano a cero. La segunda forma se aplica cuando la serie a evaluar no crece y su promedio es (estadísticamente) distinto de cero. La última forma se aplica cuando la serie a evaluar es creciente (o decreciente).

Para cada test, en caso de utilizar el software E-views se presenta, además del estadístico de la serie, los valores críticos para realizar test de hipótesis con el 1, 5 o 10% de significancia estadística. Si, en valor absoluto, el estadístico de la serie es menor a los valores críticos entonces no se puede rechazar la hipótesis de que la serie presenta raíz unitaria. Como es conocido, estos test tienen un poder relativamente bajo (es decir, aceptan la hipótesis nula de que existe raíz unitaria en muchas más ocasiones de las que en realidad existen). No obstante esto puede utilizarse a nuestro favor, puesto que si alguno de estos test (en especial el de Phillips-Perron) rechaza la existencia de raíz unitaria en la serie, entonces podemos estar muy seguros de que en realidad no la presenta.



Solamente se debe trabajar modelos cronométricos con series que son estacionarias en covarianzas (no crecen) o en tendencia (que crecen a una tasa constante) si se desea aplicar los test de hipótesis tradicionales (test t, Wald, LRT, etc.)<sup>12</sup>. Si la variable dependiente es estacionaria en tendencia, se puede tener como variables explicativas series estacionarias en tendencia o en covarianzas (incluyendo una tendencia). Si la variable dependiente es estacionaria en covarianzas, lo correcto es utilizar como variables explicativas variables estacionarias en covarianzas (difícilmente una variable explicativa estacionaria en tendencia puede resultar significativa en este contexto).

Si para alguna de las variables (tanto dependiente como explicativa) no se puede rechazar la presencia de una raíz unitaria, entonces se debe incluir, en el modelo econométrico, la variable en diferencias, es decir,

$$\Delta z_t = z_t - z_{t-1} \quad (20)$$

Si  $z_t$  es una variable en niveles, entonces  $\Delta z_t$  representa un cambio en el nivel. Si  $z_t$  es una variable en logaritmos, entonces  $\Delta z_t$  representa un cambio porcentual de la misma variable pero en niveles. Esto debe ser considerado al momento de interpretar los coeficientes estimados de la variable.

Una vez hechas las consideraciones anteriores, se puede proceder a estimar o inferir el modelo econométrico.

### **2.2.2 Inferencia**

---

<sup>12</sup> Salvo el caso de un modelo de corrección de errores, donde justamente el requerimiento básico de modelación es que las series que se relacionan en el largo plazo presenten raíz unitaria (aunque puede incluir series estacionarias como variables explicativas de la dinámica de corto plazo).

Para estimar el modelo indicado seguiremos la metodología para estimar series de tiempo desarrollada por Hendry<sup>13</sup>, incorporando el concepto de exogeneidad de una variable respecto del Proceso Generador de Datos de la variable endógena u objetivo. Esta metodología parte por estimar un modelo AR-X sobredimensionado que cumpla con dos requisitos básicos en los errores estimados: que se distribuyan normalmente (lo cual se testea mediante un test de Jarque-Bera en los residuos), y que no presenten autocorrelación serial de ningún orden (lo cual se testea mediante test LM o Ljung-Box sobre los residuos, para todos los rezagos comprendidos entre 1 y un número suficiente grande, generalmente 12). Lo anterior es necesario porque un requisito de consistencia de los parámetros estimados es que los errores sean independientes temporalmente. Además, se puede testear que los errores no presenten heterocedasticidad tipo ARCH (mediante un test de, Ljung-Box para los residuos al cuadrado) para verificar que los errores se distribuyan idénticamente, aunque la heterocedasticidad no incide en la consistencia de los parámetros estimados pero si en la eficiencia (varianza) de los estimadores.

Una vez que se tiene el modelo sobredimensionado que cumple estos requisitos se inicia un proceso de eliminación de las variables que no sean significativas, generalmente hasta en un 10 o 15% (lo cual se observa en los p-values que aparecen asociados a cada parámetro estimado), dependiendo del número de observaciones que se tenga (si se tiene pocas es mejor tener un mayor nivel de significancia de corte), eliminando una por una y en primer lugar las menos significativas. Cada vez que se elimina una variable no significativa es necesario volver a realizar los test de hipótesis de normalidad y Autocorrelación, o bien cada cierta cantidad de variables no significativas eliminadas. Este chequeo es necesario puesto que tanto el proceso de eliminación como el modelo final reducido al que se quiere llegar se basan en test de hipótesis que asumen independencia en los errores.

No obstante lo anterior, es recomendable realizar el proceso de eliminación utilizando siempre una matriz de covarianzas consistente con autocorrelación de

---

<sup>13</sup> HENDRY, DAVID and RICHARD, JEAN FRANCOIS . (1983): "The econometric analysis of economic time series", International Statistical Review, N° 51 , 1983.

Newey-West (lag truncation = 3), la cual permite E-Views en estimaciones mediante MCO.

Una vez que se tiene el modelo reducido (hasta que la última variable tenga una significancia o p-value menor a un 10 o 15%) se realiza el último chequeo de normalidad y no autocorrelación sobre los errores, y si éstos cumplen estos requisitos entonces se tiene el modelo final estimado. También es necesario realizar algún test de especificación. Un test de especificación permite testear si el modelo no presenta variables relevantes omitidas (lo cual hace que los parámetros estimados sean inconsistentes), tiene una forma funcional incorrecta (si el supuesto de linealidad del modelo se cumple o no), o si existe correlación entre las variables explicativas y el error (lo cual invalida el método MCO utilizado). El test que generalmente se utiliza para esto es el test de Ramsey (generalmente incluyendo los valores estimados del modelo de la variable dependiente al cuadrado, y posteriormente al cuadrado y cubo).

Adicionalmente, con el modelo-final estimado se pueden realizar test de hipótesis para un conjunto de los parámetros estimados, los cuales pueden hacerse mediante los estadísticos Wald.

### **2.2.3 Proyección**

Dependiendo del mix de variables explicativas X que se quiera utilizar, se pueden tener varios modelos estimados de la manera anterior. Si el propósito de la estimación es relajar una buena proyección fuera de muestra (a futuro) entonces va a ser necesario dos cosas:

1. Verificar, dentro de muestra, cuál es el mejor modelo para predicción (el que ofrezca el menor error de predicción, utilizando algún criterio estadístico).

2. Darse supuestos sobre el desenvolvimiento futuro de las variables explicativas X.

En este punto vale la pena anotar que no necesariamente el modelo estimado con mayor  $R^2$  es aquel que ofrecerá la mejor proyección. Esto se debe al fenómeno del overfitting, debido a que un modelo estimado con un alto  $R^2$  no solo recoge la dinámica de mediano y largo plazo que existen entre las variables sino también tiende a recoger la dinámica más circunstancial de corto plazo, la cual es casi imposible que se vuelva a repetir nuevamente de manera exacta, y realiza proyecciones en función de esta dinámica. Por otro lado, un modelo estimado con un bajo R tampoco es de gran ayuda para proyectar debido a que casi no recoge la dinámica inherente entre las variables de interés. Para ver cuál, modelo estimado elegir es necesario realizar tests adicionales que nos permitan discriminar entre varios candidatos.

#### **2.2.4 Elección del modelo de Predicción**

En primer lugar, es necesario hacer uno o algunos tests de estabilidad de parámetros a los modelos estimados para saber si cumplen los requisitos mínimos para ser utilizados en proyección. Un test de estabilidad de parámetros permite verificar que los parámetros que hemos estimados no han cambiado bruscamente a lo largo del tiempo. Esta estabilidad es necesaria si se quiere utilizar toda la historia de la muestra para realizar proyecciones a futuro.

Existen dos tests principales que deben utilizarse en conjunto: el test CUSUM y el test CUSUM-cuadrado, que testean estabilidad mediante los residuos. Los gráficos<sup>14</sup> muestran los resultados de ambos tests en E-Views para un modelo AE-X estimado. Como se puede apreciar, la línea azul del estadístico se encuentra siempre dentro de la banda de color rojo punteado que representa los valores críticos

---

<sup>14</sup> Fuente: Estos gráficos serán presentados en el capítulo de resultados.

del test. En ambos casos se acepta la hipótesis nula de que los parámetros estimados son estables. En caso de que uno o ambos tests de hipótesis mostraran a la línea azul fuera del intervalo de confianza, en algún lugar, entonces se rechaza la hipótesis nula de estabilidad de parámetros.<sup>15</sup>

Solo aquellos modelos estimados que pasen los 2 tests de estabilidad de parámetros deben ser utilizados para realizar proyecciones. El siguiente paso es, entonces, discriminar el mejor modelo de proyección entre aquellos que pasaron la etapa anterior.

Para realizar esto, es necesario, manteniendo la estructura de cada modelo estimado, realizar una nueva estimación con un número menor de observaciones, dejando algunas observaciones libres al final de la muestra (al menos unas 6). Con la estimación realizada con el menor número de observaciones se debe realizar una proyección de aquellos valores que se dejaron libres al final de la muestra. Al comparar estas proyecciones con las observaciones reales de la muestra se pueden obtener errores de proyección que servirán para construir algunos estadísticos. Entre los estadísticos que se puede construir y utilizar están: el error cuadrático medio de la proyección, y el estadístico U de Theil (ambos estadísticos se pueden obtener de E-Views manipulando correctamente el tamaño de la muestra y utilizando la opción "Forecast" dinámico).

Aquel modelo con el menor error cuadrático medio de proyección y el menor U de Theil puede considerarse como el mejor modelo, entre los candidatos, para realizar proyecciones fuera de muestra.

## **2.2.5 Proyecciones a Futuro**

---

<sup>15</sup> En caso de que los tests rechacen estabilidad de los parámetros, si se desea saber cuál es el parámetro problemático se puede realizar un test de coeficientes recursivos en E-Views y observar cuál es el coeficiente que presenta el cambio más pronunciado.

E-Views permite realizar proyecciones puntuales a futuro mediante la opción Forecast dinámico. Para esto es necesario, en el caso de tener un modelo AR-X, ingresar los valores futuros que van a tomar las variables X dentro del modelo, las cuales se pueden obtener aplicando algún supuesto de comportamiento a las mismas. Una vez que se tienen ingresados los valores futuros de las variables X, se puede obtener las proyecciones a futuro para la variable dependiente.

### **2.3 Utilización de los Modelos de Variable Dependiente Binaria (LOGIT, PROBIT)**

En algunos casos, cuando se quiere establecer los determinantes del acceso a determinado bien (por ejemplo, de acceder a una línea telefónica), se utilizan los modelos de variable dependiente binaria. Estos modelos se basan en la idea de que las preferencias de los individuos para acceder al bien vienen determinadas por una ponderación de algunas características observables que se pueden resumir en un solo número índice. Así si el índice toma un valor por encima de determinado umbral (que se puede normalizar a cero en la desigualdad) entonces el individuo decide acceder al bien o, caso contrario, decide no acceder al mismo.

Por ejemplo, si el individuo está analizando los costos y beneficios de acceder a un teléfono, entonces identifica primeramente todas las variables observables que pueden afectar su beneficio (B) y todas las variables observables que pueden afectar sus costos (C). Si z y w son dos vectores con variables que afectan a B y C respectivamente, el individuo decidirá acceder al bien solo si

$$B(z) - C(w) > 0 \tag{21}$$

es decir, si recibe alguna utilidad positiva por hacerlo (si existiera alguna utilidad de reserva mayor a cero, ésta puede trasladarse al lado izquierdo de la desigualdad sin afectar la ecuación planteada). La probabilidad de que un individuo acceda al bien viene dada entonces por:

$$\text{Prob} ( B(z) - C(w) > 0 ) \quad (22)$$

Si  $B(z)$  y  $C(w)$  pueden expresarse o aproximarse linealmente, entonces, la expresión anterior puede expresarse como:

$$\text{Prob} ( \gamma z - \delta w + \varepsilon > 0 ) \quad (23)$$

donde  $\varepsilon$  puede interpretarse como un error de aproximación o como un shock idiosincrásico aleatorio que recibe el individuo y que puede hacerlo cambiar de opinión. Así, la anterior ecuación puede reescribirse (asumiendo que la distribución del shock es simétrica) de la siguiente manera:

$$\text{Prob} ( \varepsilon > -\gamma z + \delta w ) = 1 - F(-\gamma z + \delta w) = F(\gamma z - \delta w) = F(\beta x) \quad (24)$$

donde  $F$  es la acumulada de la distribución del shock aleatorio, y  $\beta x = \gamma z - \delta w$ . (25)

Tradicionalmente son dos los tipos de modelo que se utilizan, dependiendo del tipo de distribución que se asuma tome el shock aleatorio. Si se asume que sigue una distribución normal, el modelo se conoce como Probit, y si se asume que sigue una distribución logística, el modelo se conoce como Logit.

En el caso de un Probit,  $F(\cdot)$  toma la siguiente forma:

$$F(\beta x) = \int_{-\infty}^{\beta x} (2\pi)^{-0,5} e^{-0,5v^2} dv \quad (26)$$

En el caso de un Logit,  $F(\cdot)$  toma la siguiente forma:

$$F(\beta x) = \frac{e^{\beta x}}{1 + e^{\beta x}} \quad (27)$$

Este tipo de modelos se estiman mediante el método de máxima verosimilitud y tienen una solución única que es igual al estimador de máxima verosimilitud de los parámetros.

Estos modelos tienen la particularidad de que, si se desea saber cuál es el efecto cuantitativo de un cambio en una de las variables explicativas ( $x_j$ ) sobre la probabilidad de acceder al activo, los parámetros estimados ( $\beta$ ) no nos dan directamente la respuesta. Para encontrar la respuesta es necesario resolver la siguiente expresión:

$$\frac{\partial F(\beta x)}{\partial x_j} = f(\beta x) \beta_j \quad (28)$$

donde  $f()$  es la densidad de la distribución del shock aleatorio y  $\beta_j$  es el parámetro estimado asociado a la variable explicativa  $x_j$  del conjunto  $x$  de la cual se desea conocer su efecto sobre la probabilidad. Hay que notar que  $f(.)$  siempre tomará valores no negativos por lo que el signo de  $\beta_j$  indica el signo del cambio en la probabilidad.

Las estimaciones que se obtienen mediante este tipo de modelo requiere y utiliza información de cross-section para todos (o una muestra de) los consumidores en un momento determinado del tiempo, y no nos permiten estimar cuestiones relevantes como elasticidades precio e ingreso (a menos que incluya información de precios e ingreso para cada uno de los consumidores), o aspectos dinámicos (como cambios y estabilidad de preferencias), sino más bien nos permite identificar los determinantes socio-económicos del acceso y uso de telefonía fija y de su tráfico. Su utilidad regulatoria es más bien explorativa y descriptiva (sirven más bien para el diseño de políticas más que para alimentar un modelo tarifario) que nos permite incorporar en las estimaciones posteriores de la demanda algunas variables y factores socio-económicos relevantes. Este tipo de modelo, al no ser dinámicos, rara vez es recomendable para realizar proyecciones de la demanda o acceso.



### 2.3.1 La Regresión Loglineal para modelos Saturados y Jerárquicos

Un problema al que se enfrenta es el análisis de Variables Cualitativas (No Numéricas). Debido a que las Variables Cualitativas no presentan un comportamiento lineal (ni reducible a lineal); al aplicar las técnicas convencionales de regresión múltiple, pueden generar modelos irreales o simplemente no convergen a ningún valor.

La Regresión Loglineal, es un método estadístico cuyo objetivo consiste en estudiar la "Clasificación" de las Variables Cualitativas. Es esencialmente un Modelo de Regresión Lineal Múltiple entre las Variables Cualitativas y el Logaritmo Neperiano de la Frecuencia de los datos (referenciales), de la forma:

$$\ln(\text{frecuencia}) = \mu + \lambda^A + \lambda^B + \lambda^C + \lambda^{AxB} + \lambda^{AxC} + \lambda^{BxC} + \lambda^{AxBxC} \quad (29)$$

El Modelo anterior se corresponde a un modelo completo (Saturado) para las variables Cualitativas A, B, C, ..., etc; sin embargo el modelo anterior supone un modelo pesado y complejo. Por un principio elemental de parsimonia, se debe encontrar uno o más modelos más simples, que generen un resultado con un grado aceptable de precisión y los definimos como "Modelos Jerárquicos", en el sentido de que si un parámetro es nulo, también los serán aquellos términos de orden inferior.

De esta manera obtenemos un Modelo cuya Variable de Respuesta sea el Logaritmo Neperiano de la Frecuencia ("Conteo") de los datos (referenciales) y las Variables de Gama aquellas variables cualitativas seleccionadas para la determinación de un celular contrato o prepago.

### 2.3.2 La Regresión Loglineal

Los Modelos Loglineal, a diferencia de los Modelos de Regresión Múltiple, permiten un mejor análisis para el caso de variables cualitativas (categóricas) dicotómicas o politómicas.

En Análisis Loglineal, se podría entonces definir como un Método cuyo objetivo consiste en el estudio de las relaciones entre las variables cualitativas (o no numéricas).

La Regresión o Análisis Loglineal, es un método estadístico cuyo objetivo consiste en estudiar la "Clasificación" de las Variables Cualitativas.

La Regresión Loglineal, es esencialmente un Modelo de Regresión Lineal Múltiple entre las Variables Cualitativas y el Logaritmo Neperiano de la Frecuencia de los datos (referenciales), de la forma:

$$\ln(\text{frecuencia}) = \mu + \lambda^A + \lambda^B + \lambda^C + \lambda^{Ax^B} + \lambda^{Ax^C} + \lambda^{Bx^C} + \lambda^{Ax^Bx^C} \quad (30)$$

donde A, B y C; son Variables Cualitativas

El uso fundamental del análisis Loglineal, consiste en determinar la contribución de las diferentes variables categoriales seleccionadas, en la conformación de una "Tabla de Contingencia".

### 2.3.3 Las Tablas de Contingencia

Se define como "Tabla de Contingencia", a una combinación de dos o más tablas de distribución de frecuencia, arregladas de manera que cada celda o casilla de la Tabla resultante represente una única combinación de las "variables cruzadas".

De tal manera que la "Tabla de Contingencia" nos permita examinar las frecuencias observadas que pertenecen a cada una de las combinaciones específicas de dos o más variables.

La Regresión Loglineal, nos proporciona una manera más sofisticada de analizar las "Tablas de Contingencia" y determinar las interacciones estadísticas de las variables seleccionadas.

#### **2.3.4 Variables de Diseño vs. Variables de Respuesta**

En las técnicas de Regresión Múltiple, se hablan de "Variables Independientes" y "Variable Dependiente", definiendo a la Variable Dependiente como aquella que es explicada por la combinación de Variables Independientes.

En la Regresión Loglineal, no se pueden hablar de Variables Dependientes o Independientes, ya que se trata de relacionar únicamente el Logaritmo Neperiano de la Frecuencia (ocurrencia o conteo de datos) en función de una serie de variables categoriales (cualitativas).

Entonces, hablaríamos de "Variables de Diseño" y "Variable de Respuesta"; siendo las "Variables de Diseño" aquellas variables categóricas (Dicotómicas o politómicas) que seleccionamos para construir nuestra Tabla de Contingencia y la "Variable de Respuesta" la frecuencia o ocurrencia de la data.

#### **2.3.5 La Bondad de Ajuste**

La bondad de ajuste de una Regresión Loglineal, se basa en la "significancia" de la desviación (residuo) entre la Frecuencia Observada de los datos y la Frecuencia Esperada que genera el modelo loglineal.

Es decir, el modelo será mejor en función de la minimización de la diferencia entre la Frecuencia Observada y la Esperada.

$$FREC_{OBSERV} - FREC_{ESPERADA} \Rightarrow 0 \quad (31)$$

Se evaluará las Significancia ( $p$ ) o "Bondad de Ajuste" de un Modelo Loglineal particular, mediante: El Test del Chi Cuadrado ( $\chi^2$ ) Tradicional y Estadístico de Máxima Verosimilitud de Pearson ( $L^2$ ) (o Pearson Likelihood Ratio Chi-square como es su denominación en inglés).

De tal manera, que se cumplan los siguientes parámetros:

1. Chi Cuadrado ( $\chi^2$ ): Máximo
2. Estadístico de Máxima Verosimilitud de Pearson ( $L^2$ ): Máximo
3. Significancia (Sig.): Mínima ( $p < 0.0001$ )

### **2.3.6 El Modelo Loglineal Saturado**

A continuación se presenta en detalle el Modelo Loglineal Saturado y las implicancias de éste.

#### **2.3.6.1 Definición de un Modelo Saturado**

El Análisis o Regresión Loglineal, analiza el Logaritmo Neperiano (Ln) de la Frecuencia de cada celda o casilla de una Tabla de Contingencia, por medio de un modelo lineal.

Por lo tanto, el Ln de la frecuencia de cada celda o casilla se puede expresar como la suma de las contribuciones de las diferentes variables que intervienen en la formación del Modelo Loglineal.

Se define como Modelo Saturado (o Completo) a aquel que contiene TODOS los posibles efectos principales y TODAS las posibles combinaciones (efectos de 2do., 3er. o enésimo orden) de la Variables seleccionadas que lo componen.

Debido a que el Modelo Loglineal Saturado, puede reproducir perfectamente la data estudiada, debido a que contiene todas las posibles combinaciones de las variables seleccionadas; se supone en un modelo pesado y complejo, y usualmente no es el modelo más deseable.

Por un principio elemental de parsimonia, se debe encontrar uno o más modelos más simples, que generen un resultado con un grado aceptable de precisión y los definimos como "Modelos Jerárquicos" y que serán analizados más adelante.

#### **2.3.6.2 Desventaja del Modelo Saturado**

El Modelo Saturado, aunque evidentemente siempre se cumple, supone un número inmanejables de ecuaciones. Por lo tanto es un modelo pesado y sumamente complejo.

Por lo tanto, es necesaria la búsqueda de uno o varios modelos más simples que den cuenta de dichas frecuencias con un grado de precisión aceptable para un nivel dado de confianza.

Cuando se analizan Tablas de Contingencias de Cuarto Orden o mayor, la determinación del mejor modelo de Regresión Loglineal puede resultar altamente dificultoso. Aquí entraría la búsqueda de una Modelo de Correlación más simple.

## 2.3.7 Los Modelos Loglineal Jerárquicos

A continuación se presentan las definiciones y modelos que se pueden obtener a través de un modelo loglineal jerárquico.

### 2.3.7.1 Definición

Se define como Modelos Loglineal Jerárquicos, a los diferentes modelos, todas sub-ecuaciones (ecuaciones de menor orden que el Modelo Saturado) provenientes del Modelo Loglineal Saturado, que cumplan las condiciones siguientes:

- a. Si un parámetro es nulo, también los serán aquellos términos de orden inferior.
- b. Que exista completa independencia entre las variables seleccionadas

Si estas condiciones se cumplen, se genera un Modelo Loglineal más sencillo, más elegante y con un grado aceptable de precisión.

### 2.3.7.2 Relación Jerárquica

Para un Modelo con Tres (3) Variables de Diseño A, B y C (sólo con el fin de explicar, ya que el modelo de esta investigación cuenta con más variable), se pueden obtener una gran cantidad de Modelos Jerárquicos de Orden Inferior, como por ejemplo los siguientes:

- Modelo Jerárquico de Tercer Orden (Modelo Saturado):

$$\ln(\text{frecuencia}) = \mu + \lambda^A + \lambda^B + \lambda^C + \lambda^{AxB} + \lambda^{AxC} + \lambda^{BxC} + \lambda^{AxBxC} \quad (33)$$

- Modelos Jerárquico de Segundo Orden:

$$\text{Ln}(\text{frecuencia}) = \mu + \lambda^A + \lambda^{AxB} \quad (34)$$

$$\text{Ln}(\text{frecuencia}) = \mu + \lambda^B + \lambda^C + \lambda^{AxC} \quad (35)$$

$$\text{Ln}(\text{frecuencia}) = \mu + \lambda^{AxB} + \lambda^C \quad (36)$$

$$\text{Ln}(\text{frecuencia}) = \mu + \lambda^A + \lambda^{BxC} + \lambda^{AxC} \quad (37)$$

- Modelos Jerárquicos de Primer Orden:

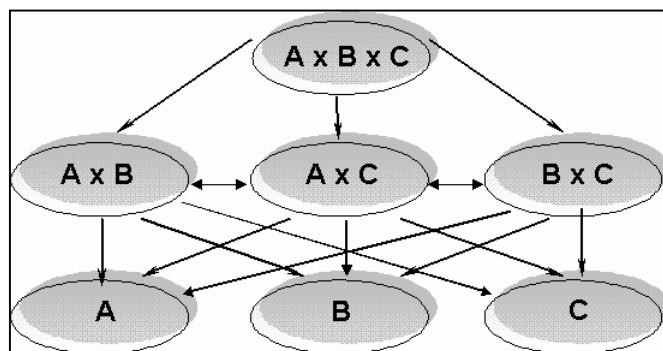
$$\text{Ln}(\text{frecuencia}) = \mu + \lambda^A + \lambda^B + \lambda^C \quad (38)$$

$$\text{Ln}(\text{frecuencia}) = \mu + \lambda^B + \lambda^C \quad (39)$$

$$\text{Ln}(\text{frecuencia}) = \mu + \lambda^C \quad (40)$$

- O cualquier combinación válida:

**Ilustración 1: Combinaciones del Modelo Logit Jerárquico**



### 2.3.7.3 Obtención del Modelo Jerárquico de Mejor Ajuste

Se explica en este punto como generar un mayor ajuste de un modelo jerárquico. A continuación se presenta la metodología.

#### 2.3.7.3.1 Método General

El Método de búsqueda del Mejor Modelo Jerárquico más utilizado por los paquetes estadísticos dedicados en el conocido como "Retro-eliminación".

Esta metodología combina el uso de los k(ésimo)-ordenes y el test Chi - cuadrado para encontrar un Modelo Jerárquico o varios Modelos Jerárquicos significativos

La lógica del proceso es la siguiente:

- a. Se comienza calculando el Modelo Saturado.
- b. Se analiza el Modelo Jerárquico o los Modelos Jerárquicos de más alto orden
- c. Se elimina el Modelo o Modelos de ese orden que no sean significativos  
( $\chi_i^2 \leq \chi_0^2$  y  $p > 0.01$ )
- d. Se eliminan los Modelos Jerárquicos de Orden Inferior en las mismas variables
- e. Se analizan los Modelos Jerárquicos restantes
- f. El proceso se continúa hasta el punto en que no puedan seguir eliminándose más efectos sin sacrificar el poder predictivo del modelo ( $\chi^2$  (y/o)  $p$ ) permanezcan constantes o tiendan a disminuir  $\chi^2$  o aumentar  $p$ .



### **III. ANÁLISIS PRELIMINAR DE LOS RESULTADOS**

Antes de llevar a cabo un modelamiento más complejo, es necesario efectuar un procesamiento previo y realizar un análisis descriptivo de los datos.

#### **3.1 Procesamiento Previo**

Para lograr buenos resultados, los datos deben depurarse. Además, se contará con información de la muestra para ver si los datos obtenidos son suficientes.

#### **3.2 Limpieza de los datos**

Este proceso consiste en eliminar todas las observaciones que no sirvan para el análisis. Se desarrollará en dos etapas.

##### **a. Aplicación del filtro**

Como ya se mencionó, se desea caracterizar la muestra de compras de aparatos de telefonía celular durante tres años, por lo que la muestra representa una variabilidad importante por el avance de la tecnología, por lo que el análisis se hace en un momento determinado del tiempo y desde ahí se parametriza la muestra. Además contamos con datos luego de una fusión por lo que los datos de ese período no forman parte del estudio ya que el comportamiento es muy diferente y no representa el mismo universo, los datos se comportan de forma muy diferente.

## **b. Eliminación de los datos incorrectos**

Se eliminaron los datos outliers, es decir, los que se alejaban considerablemente de la muestra a estudiar y representaban un comportamiento aislado de los clientes.

### **3.3 Caracterización de la muestra obtenida**

La cantidad de gamas a estudiar son 5 para telefonía móvil prepago (ultrabaja, baja, media, alta y premium) y 4 para telefonía móvil contrato (baja, media, alta y Premium), dentro de estos grupos contamos con 24 meses de data luego de limpiar los datos. El análisis abarca más de 190 modelos de teléfonos.

Se observa que en la mayoría de los segmentos la muestra obtenida es menor a la requerida.

### **3.4 Gráficos de Comportamiento en el Tiempo**

A continuación se presenta gráficamente el comportamiento de las diversas gamas en el tiempo, para poder visualizar los datos del problema al cual nos enfrentamos. Cabe destacar que los valores se resguardarán por confidencialidad pero se presentará el comportamiento real.

#### **3.4.1 Gráficos Teléfonos Prepago**

Los siguientes gráficos corresponden a los teléfonos que son comprados y que requieren ser recargados para poder ser utilizados.

### 3.4.1.1 Gráficos Prepago Desagregados por Gama

El siguiente gráfico representa las ventas de los teléfonos pertenecientes a cada una de las categorías prepago por un período de tiempo de dos años.

Gráfico 4: Ventas Prepago Gama Ultra Baja

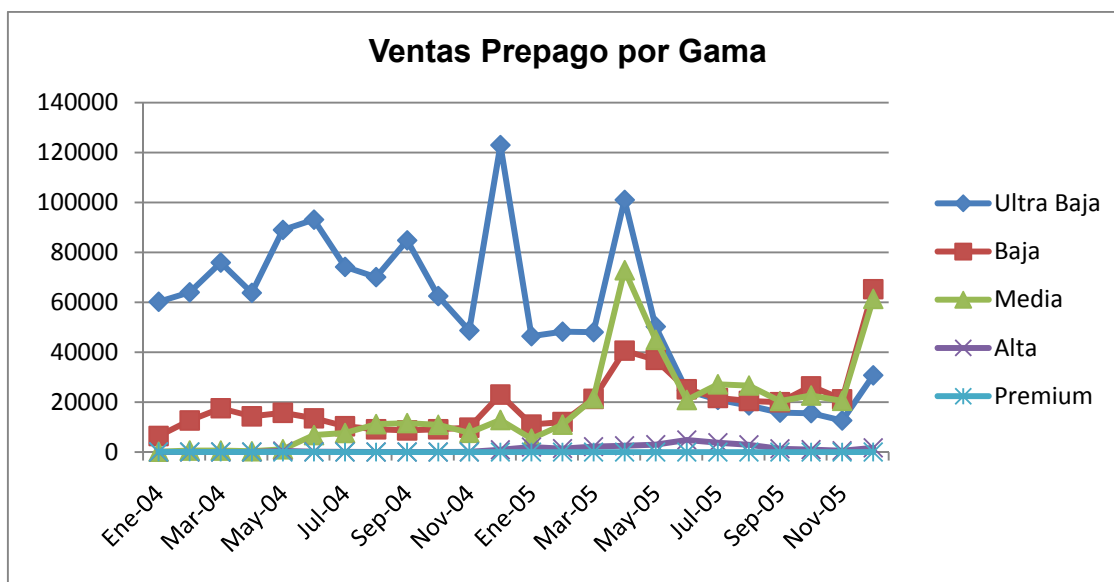


Gráfico 5: Ventas Prepago por Gama

Se puede apreciar que existen algunas estacionalidades, pero por la cantidad de datos no se pueden detectar con certeza ya que en estos casos se requiere data de por lo menos tres años. Presenta tendencia sólo por tramos, ya que en la totalidad del gráfico podemos apreciar pendientes negativas y positivas en los diversos tramos de esta serie.

El análisis luego de los modelos se presentará en la siguiente sección.

### 3.4.1.2 Gráficos Prepago Agregado

El siguiente gráfico representa las ventas agregadas de los teléfonos de prepago por un período de tiempo de dos años.

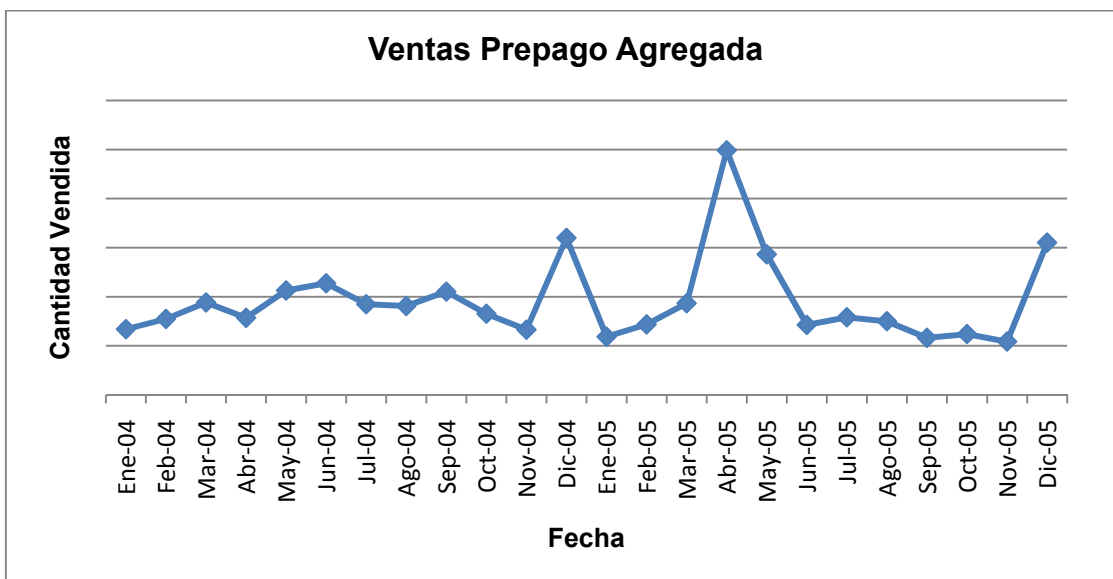


Gráfico 6: Ventas Prepago Agregada

Se puede apreciar que existen algunas estacionalidades, pero por la cantidad de datos no se pueden detectar con certeza ya que en estos casos se requiere data de por lo menos tres años, esto, para tener evidencia empírica del suceso. No podemos apreciar información clara respecto a las pendientes de la serie.

### 3.4.2 Gráficos Teléfonos Contrato

El siguiente gráfico corresponde a los teléfonos que son comprados y que requieren ser recargados para poder ser utilizados.

#### 3.4.2.1 Gráficos Contrato Desagregado por Gama

El siguiente gráfico representa las ventas de los teléfonos pertenecientes a todas las gamas por un período de tiempo de tres años, esto, en el caso de los teléfonos contrato.

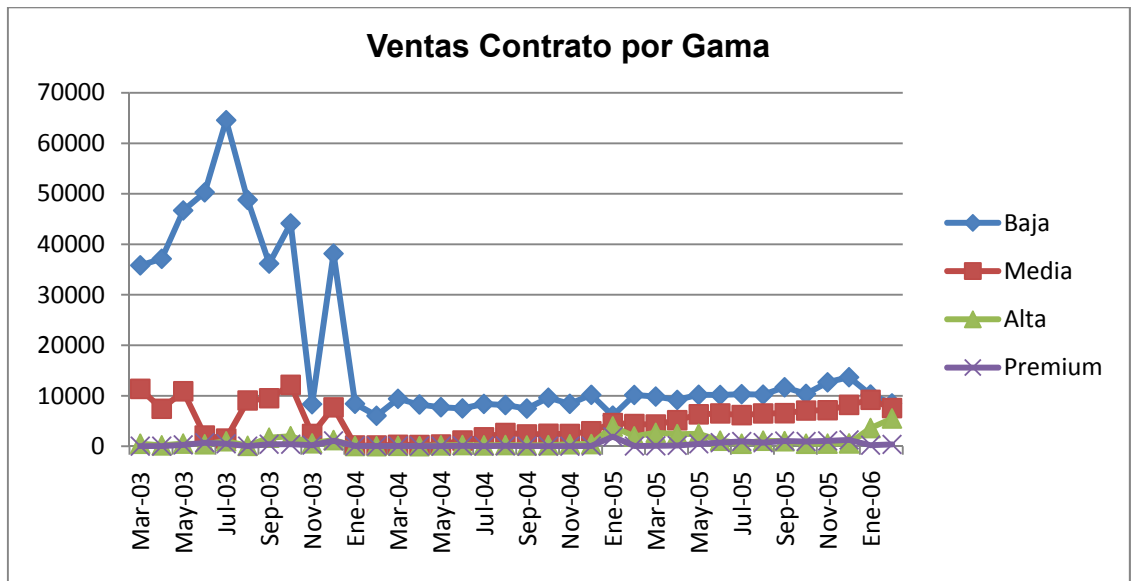


Gráfico 7: Ventas Contrato Todas las Gamas

En este caso, se puede apreciar que el comportamiento de estas series es más estable desde el segundo año en adelante, es por esto, que los datos del primer año no serán considerados para el análisis de esta serie, todo esto, justificado por la fusión de dos compañías, lo cual nos puede estar ensuciando los datos.

### 3.4.2.2 Gráficos Contrato Agregado

El siguiente gráfico representa las ventas agregadas de los teléfonos de contrato por un período de tiempo de tres años.

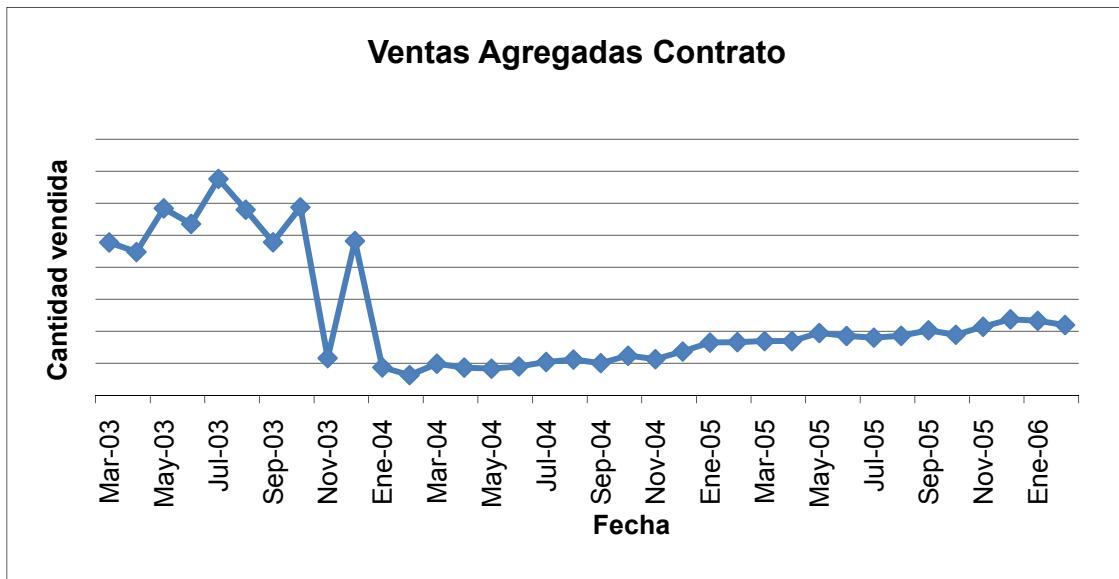


Gráfico 8: Ventas Contrato Agregado

En este caso, se puede apreciar que el comportamiento de esta serie es muy estable, desde el segundo año en adelante, es por esto, como se mostro en todas las series por gama, se suman los potenciales efectos de un mercado en etapa en la cual no alcanza estabilidad todo esto, como ya se ha indicado con anterioridad justificado por la fusión de dos compañías, lo cual nos puede estar ensuciando los datos.

## IV. ANÁLISIS COMPLETO DE LOS DATOS OBTENIDOS

Luego de haber efectuado un estudio preliminar de los datos, se está en condiciones de realizar un análisis completo a través de herramientas estadísticas.

Para ello, se testearán varios modelos predictivos, para luego efectuar un análisis de correspondiente que permita determinar los el mejor modelo predictivo. Se realizará el modelamiento de series de tiempo, testeos estadísticos para MCO y finalmente estudio mediante modelo logit.

### 4.1 Modelamiento Mediante Series de Tiempo

El modelamiento por series de tiempo consiste en métodos que utilizan datos históricos y los proyectan hacia el futuro, además debemos tomar en consideración que son métodos de corto plazo, donde se requiere de data interna y el cual muchas veces no es capaz de captar patrones de cambio.

A continuación se presentará a grandes rasgos las fórmulas utilizadas para poder entender los datos entregados.

#### 4.2.1 Alisamiento Exponencial Simple:

$$A_t = \alpha * D_t + (1 - \alpha) * A_{t-1} \quad 0 < \alpha < 1$$

$$F_{t+1} = A_t$$

Con  $A_{t-1}$  se refleja la historia para poder realizar el pronóstico, tenemos 2 posibilidades,

- Si se cree en la última demanda  $\alpha \rightarrow 1$
- Si se cree en la historia  $\alpha \rightarrow 0$

Cabe destacar que al avanzar en el tiempo, el efecto de los primeros periodos se va atenuando en forma exponencial:

$$F_{t+1} = \alpha * D_t + (1-\alpha) * A_{t-1}$$

$$F_{t+1} = \alpha * D_t + (1-\alpha) * [\alpha * D_{t-1} + (1-\alpha) * A_{t-2}]$$

$$F_{t+1} = \alpha * D_t + (1-\alpha) * \alpha * D_{t-1} + (1-\alpha)^2 * \alpha * D_{t-2} + \dots + (1-\alpha)^t * D_1$$

Por otra parte además se requiere conocer las demandas históricas ( $D_t$ ) y de un promedio inicial ( $A_0$ ).

$$A_1 = \alpha * D_1 + (1-\alpha) * A_0 \rightarrow F_2$$

$$A_2 = \alpha * D_2 + (1-\alpha) * A_1 \rightarrow F_3$$

Con la convergencia de estas series en el tiempo se va calibrando  $\alpha$ .

#### 4.2.2 Alisamiento Exponencial con Tendencia:

Se realiza el mismo procedimiento antes descrito ahora para determinar si la serie presenta tendencia y el valor de esta:

$$A_t = \alpha * D_t + (1-\alpha) * (A_{t-1} + T_{t-1}) \quad 0 < \alpha < 1$$

$$T_t = \beta * (A_t - A_{t-1}) + (1 - \beta) * T_{t-1} \quad 0 < \beta < 1$$

$$F_{t+k} = A_t + k * T_t$$

donde  $T_t$  es la tendencia.

Según los valores recién descritos se presentan las tablas y gráficos de los resultados de Series de tiempo para teléfonos prepago y contrato y sus diversos grupos.



## 4.2 Resultados Series de Tiempo Alisamiento Exponencial con Tendencia para Prepagos

Los resultados para los grupos de prepago se presentan a continuación:

### 4.2.1 Prepago Gama Ultra Baja

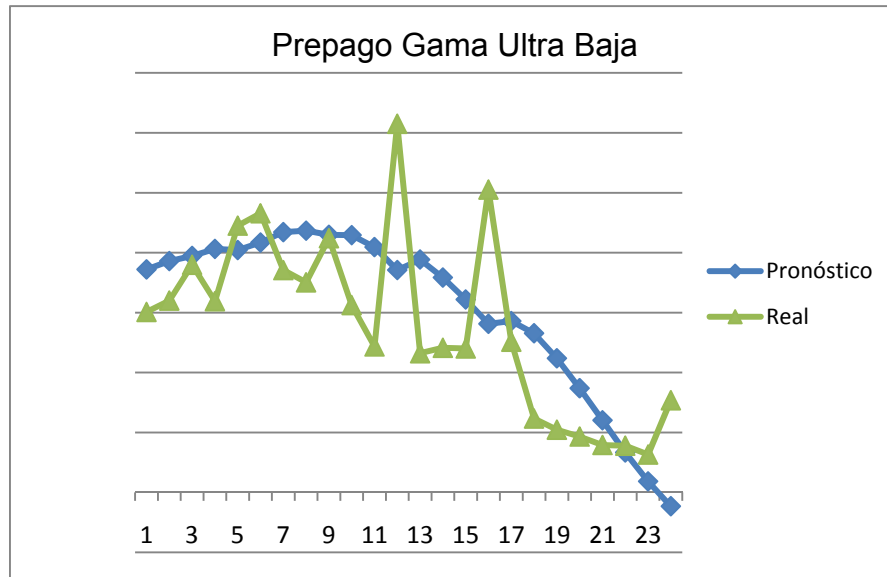


Gráfico 9: Prepago Gama Ultra Baja

Tabla 2: Prepago Gama Ultra Baja

Prepago Gama Ultra Baja	
A0	69221,50242
T0	5190,526732
ALPHA	0,085386554
BETA	1
k	1
Error	0,272386614

La interpretación del resultado antes presentado es el valor para nuestro alisamiento exponencial en  $t=0$  es de 69222 aproximadamente, la tendencia para  $t=0$  es de 5191 aproximadamente. Como se presentó en la primera parte, el  $\alpha$  en este caso tiene un valor de 0,085; el cual es muy cercano a 0, esto nos dice que esta serie cree en la historia y en menor cantidad en el último valor. Otro valor importante

para la interpretación de los resultado es el valor del  $\beta$ , ya que este valor al ser uno los indica que esta serie no presenta tendencia, ya que al multiplicar  $(1 - \beta) * T_{t-1}$  al ser  $\beta=1$  esta expresión es igual a cero. Finalmente, el resultado más importante de este gráfico, es que sin considerar los outliers (se sacaron para el cálculo del error), el error de pronóstico es de un 27%.

#### 4.2.2 Prepago Alisamiento Exponencial con Tendencia. Cuadro Resumen del Resto de las Gamas

A continuación se muestra un cuadro resumen con los resultados arrojados por el resto de las gamas (el detalle se puede revisar en los anexos).

Tabla 3: Prepago Por Gama

Prepago Gama	Ultra Baja	Baja	Media	Alta	Premium
A0	69221,5024	5218,392	-9163,655	52,01307	124,5492
T0	5190,52673	1158,139	2657,8397	-11,0085	-29,1682
ALPHA	0,08538655	0	0,0349304	1	0,838915
BETA	1	0,876455	0	0	1
k	1	1	1	1	1
Error	0,27238661	0,305076	0,3075068	0,355539	0,035509

#### 4.2.3 Prepago Agregado Alisamiento Exponencial con Tendencia

A continuación veremos si podemos mejorar el pronóstico agregando las demandas

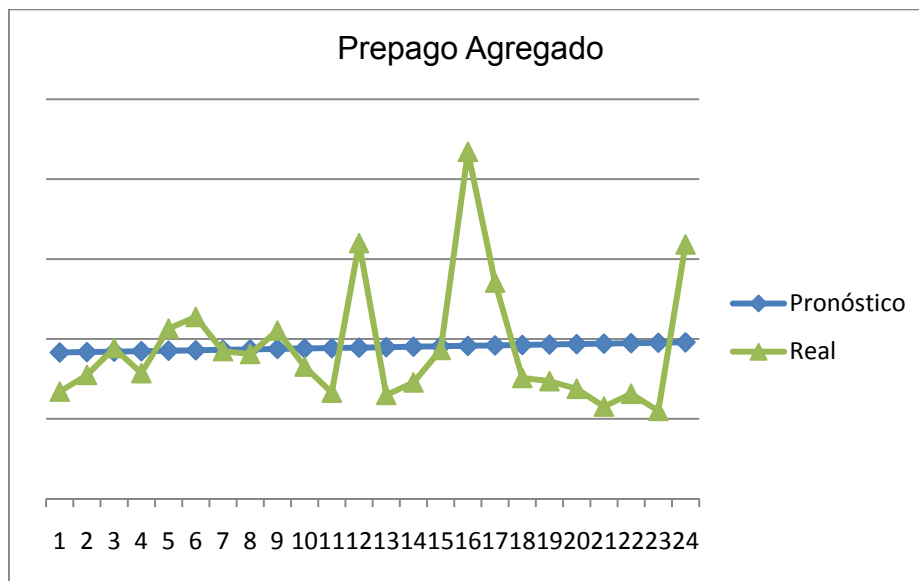


Gráfico 10: Prepago Agregado

Tabla 4: Prepago Agregado

Prepago Agregado	
A0	91207,27
T0	277,5135
ALPHA	0
BETA	0
k	1
Error	0,293984

La interpretación del resultado antes presentado es el valor para nuestro alisamiento exponencial en  $t=0$  es de 91207 aproximadamente, la tendencia para  $t=0$  es de 278 aproximadamente. Como se presentó en la primera parte, el  $\alpha$  en este caso tiene un valor de 0; esto implica que para esta serie es muy importante la historia, sin tomar en consideración el último valor. Otro valor importante para la interpretación de los resultados es el valor del  $\beta$ , el valor de  $\beta$  en este caso es de 0, lo que indica que esta serie presenta tendencia. Finalmente, el resultado más importante de este gráfico, es que sin considerar los outliers (se sacaron para el cálculo del error), el error de pronóstico es de un 30% aproximadamente, lo cual atenúa en un grado menor los errores más importantes detectados en comparación con algunos modelos presentados en la tabla resumen anterior.

### 4.3 Resultados Series de Tiempo Alisamiento Exponencial con Tendencia para Contratos

A continuación se presentan los resultados de los teléfonos de contrato, los cuales presentan resultados mucho más alentadores que los de prepago.

#### 4.3.1 Contrato Gama Media

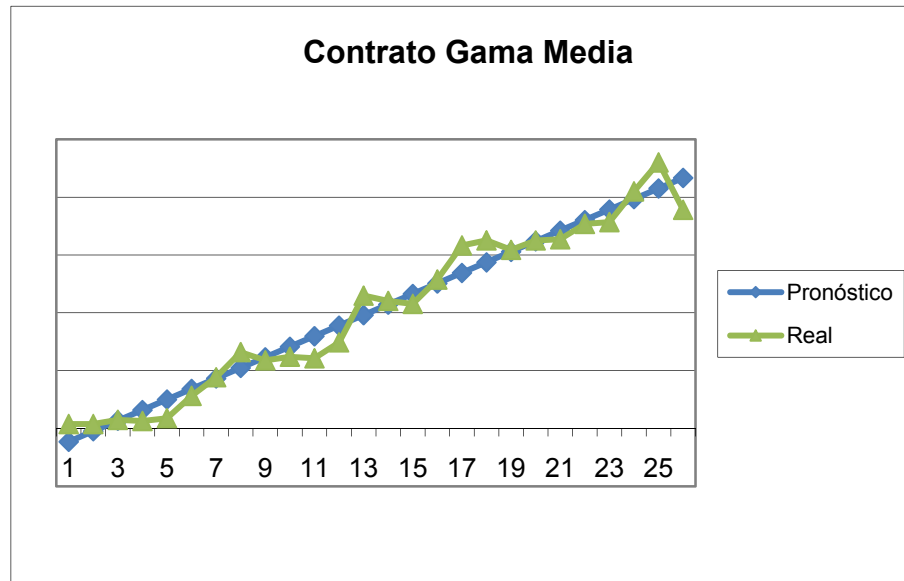


Gráfico 11: Contrato Gama Media

Tabla 5: Contrato Gama Media

Contrato Gama Media	
A0	-806,533288
T0	365,068328
ALPHA	0
BETA	0,94794077
k	1
Error	0,09984126

La interpretación del resultado antes presentado es el valor para nuestro alisamiento exponencial en  $t=0$  es de -807 aproximadamente, la tendencia para  $t=0$

es de 365 aproximadamente. Como se presentó en la primera parte, el  $\alpha$  en este caso tiene un valor de 0; esto implica que para esta serie es muy importante la historia, sin tomar en consideración el último valor. Otro valor importante para la interpretación de los resultados es el valor del  $\beta$ , el valor de  $\beta$  en este caso es de 0,95 aproximadamente; lo que indica que esta serie presenta tendencia. Finalmente, el resultado más importante de este gráfico, el error de pronóstico es de un 10% aproximadamente, lo cual es un resultado adecuado para pronósticos.

#### 4.3.2 Contrato Alisamiento Exponencial con Tendencia. Cuadro Resumen del Resto de las Gamas

A continuación se muestra un cuadro resumen con los resultados arrojados por el resto de las gamas (el detalle se puede revisar en los anexos).

Tabla 6: Contrato Por Gama

Contrato Gama	Baja	Media	Alta	Premium
A0	7178,99303	806,533288	251,815887	-110,0131
T0	160,891546	365,068328	105,369904	38,3425627
ALPHA	0	0	0	0
BETA	0,34793067	0,94794077	0,58773359	0,75430673
k	1	1	1	1
Error	0,1090018	0,09984126	0,45479395	0,31299052

#### 4.3.3 Contrato Agregado Alisamiento Exponencial con Tendencia

A continuación veremos si el estudio agregado de los teléfonos de contrato nos ayuda a disminuir en alguna manera el error, en particular de las últimas dos gamas.

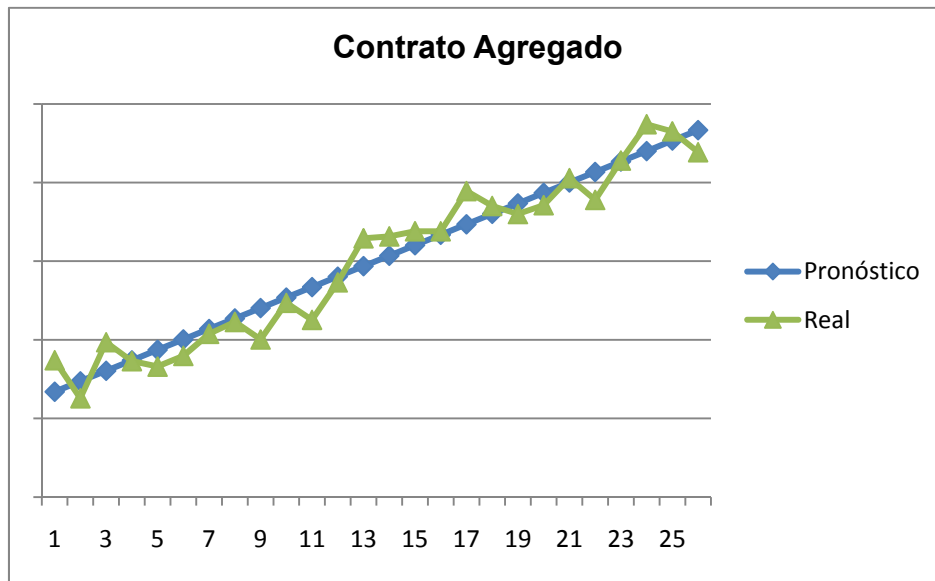


Gráfico 12: Contrato Agregado

Tabla 7: Contrato Agregado

Contrato Agregado	
A0	6477,1187
T0	665,40082
ALPHA	0
BETA	0,3332116
k	1
Error	0,0792056

La interpretación del resultado antes presentado es el valor para nuestro alisamiento exponencial en  $t=0$  es de 6477 aproximadamente, la tendencia para  $t=0$  es de 666 aproximadamente. Como se presentó en la primera parte, el  $\alpha$  en este caso tiene un valor de 0; esto implica que para esta serie es muy importante la historia, sin tomar en consideración el último valor. Otro valor importante para la interpretación de los resultados es el valor del  $\beta$ , el valor de  $\beta$  en este caso es de 0,333 aproximadamente; lo que indica que esta serie presenta tendencia. Finalmente, el resultado más importante de este gráfico, el error de pronóstico es de un 8% aproximadamente, lo que felizmente disminuye el error de pronóstico al realizar la comparación con los modelos presentados anteriormente en la tabla resumen.

#### 4.4 Resultados de el Modelo MCO Univariado para Series de Tiempo

Se utilizó el análisis de factores modelo MCO univariado para Series de Tiempo el cual, al aplicar los test estadísticos, el estudio al igual que el anterior se realizó por grupos y presentó los siguientes resultados:

##### 4.4.1 Análisis MCO para Prepago Gama Ultra Baja

Para el análisis de MCO se realizan una serie de test enfocados a reconocer la existencia de estacionalidad, análisis de errores, estimación de parámetros y estabilidad del modelo los cuales se presentan a continuación:

##### 4.4.1.1 Estacionalidad de la serie para Prepago Gama Ultra Baja.

Para observar si la serie presenta estacionalidad se presentan los siguientes test:

##### 4.4.1.1.1 Test de Raíz unitaria Test Dickey – Fuller

Mediante este test se observa evidencia estadística necesaria como para rechazar la hipótesis nula, i.e., la serie no posee una raíz unitaria y por lo tanto se descarta la estacionalidad con un p-valor menor a 0.05.

Tabla 8: Resultados Test Dickey – Fuller para Prepago Gama Ultra Baja

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root	
Exogenous: Constant	
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=5)	
<hr/>	
	t-Statistic
<hr/>	
Elliott-Lothman-Stock DF-GLS test statistic	-2.607487
Test critical values:	
1% level	-2.669359
5% level	-1.956406
10% level	-1.608495
<hr/>	

#### 4.4.1.1.2 Test de Raíz unitaria Test Dickey – Fuller aumentado

Según este test con un p-valor de 0.1199 no se tiene suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; que la serie de de la demanda posea una raíz unitaria.

Tabla 9: Resultados Test Dickey – Fuller Aumentado para Prepago Gama Ultra Baja

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
Exogenous: Constant  
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=5)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.538603	0.1199
Test critical values: 1% level	-3.752946	
5% level	-2.998064	
10% level	-2.638752	

#### 4.4.1.1.3 Test de Raíz unitaria Phillips - Perron

Según este test con un p-valor de 0.1199 no se tiene suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; que la serie de de la demanda posea una raíz unitaria

Tabla 10: Resultados Test Phillips - Perron para Gama Ultra Baja

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
Exogenous: Constant  
Bandwidth: 0 (Newey-West using Bartlett kernel)

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-2.538603	0.1199
Test critical values: 1% level	-3.752946	
5% level	-2.998064	
10% level	-2.638752	



Dado esto, no es posible descartar la no estacionalidad para la serie de las demandas.

#### 4.4.1.2 Estimación del modelo para Prepago Gama Ultra Baja

Mediante métodos de selección de variables basados en las significancias estadísticas de estas se llegó a un modelo final dado por:

$$y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \dots + \beta_q x_t - q + \delta_1 y_{t-1} + \dots + \delta_p y_{t-p} + \mu_t^{16}$$

##### 4.4.1.2.1 Estimación de Parámetros

Los parámetros estimados del modelo se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 11: Resultados Test Durbin – Watson para Prepago Gama Ultra Baja

Dependent Variable: DEMANDA  
 Method: Least Squares  
 Date: 06/02/08 Time: 23:50  
 Sample (adjusted): 5 24  
 Included observations: 20 after adjustments  
 DEMANDA=C(1)+C(5)\*DEMANDA(-4)+C(14)\*PRECIO

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-75307.27	31676.32	-2.377399	0.0294
C(5)	0.445969	0.207814	2.146002	0.0466
C(14)	2.978715	0.962707	3.094103	0.0066
R-squared	0.541667	Mean dependent var		53933.65
Adjusted R-squared	0.487746	S.D. dependent var		32434.86
S.E. of regression	23214.26	Akaike info criterion		23.08040
Sum squared resid	9.16E+09	Schwarz criterion		23.22976
Log likelihood	-227.8040	Durbin-Watson stat		1.672154

<sup>16</sup> Modelo MCO Univariado para Series de Tiempo.

Se observa que el precio de venta para la estimación de la demanda es significativo, también resulta significativa la demanda de cuatro meses atrás. A partir del indicador de ajuste del modelo a los datos; el R-squared y Adjusted R-squared se nota un pobre ajuste del modelo a los datos.

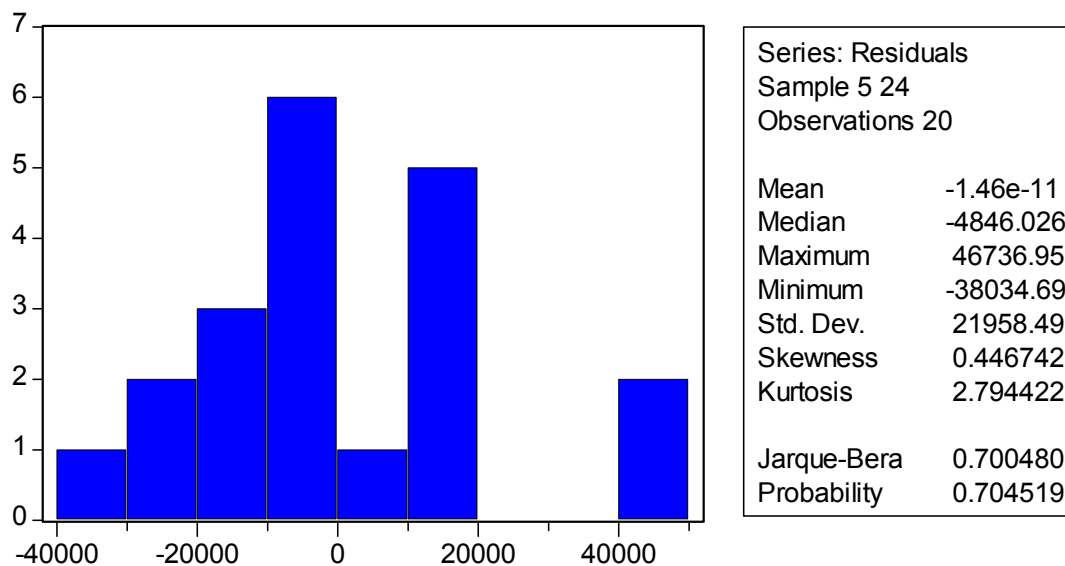
#### 4.4.1.3 Análisis de errores para Prepago Gama Ultra Baja

A continuación se presentan los test realizados para el análisis de errores.

##### 4.4.1.3.1 Normalidad de Errores: Test Jarque – Bera

Con un p-valor de 0.7045 no se posee la suficiente evidencia estadística para rechazar la normalidad de los errores.

Tabla 12: Resultados Test Jarque - Bera para Prepago Gama Ultra Baja



##### 4.4.1.3.2 No Autocorrelación Serial de Errores

A continuación se presenta una tabla con los valores de las autocorrelaciones y autocorrelaciones parciales:

**Tabla 13: Resultados Test LM para Prepago Gama Ultra Baja**

Date: 06/03/08 Time: 00:46

Sample: 5 24

Included observations: 20

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
.  * .	.  * .	1	0.156	0.156	0.5628	0.453
.   .	.   .	2	0.012	-0.013	0.5662	0.753
. *  .	. *  .	3	-0.072	-0.074	0.6999	0.873
. *  .	. *  .	4	-0.135	-0.116	1.2009	0.878
. **  .	. *  .	5	-0.197	-0.166	2.3443	0.800
. *  .	. *  .	6	-0.158	-0.119	3.1274	0.793
.   .	.   .	7	-0.021	-0.003	3.1428	0.871
.   .	. *  .	8	-0.042	-0.084	3.2077	0.921
.   .	.   .	9	0.040	-0.005	3.2728	0.952
.   .	. *  .	10	0.000	-0.075	3.2728	0.974
.   .	.   .	11	0.000	-0.056	3.2728	0.987
.   .	.   .	12	0.000	-0.034	3.2728	0.993

Se aprecia de la tabla que ningún valor de autocorrelación es significativo, es decir no se rechaza la no existencia de autocorrelación hasta el rezago número 12.

Mediante los dos test anteriores se puede concluir que no se rechaza la posibilidad de que los errores provenientes del modelo se comporten como un ruido blanco.

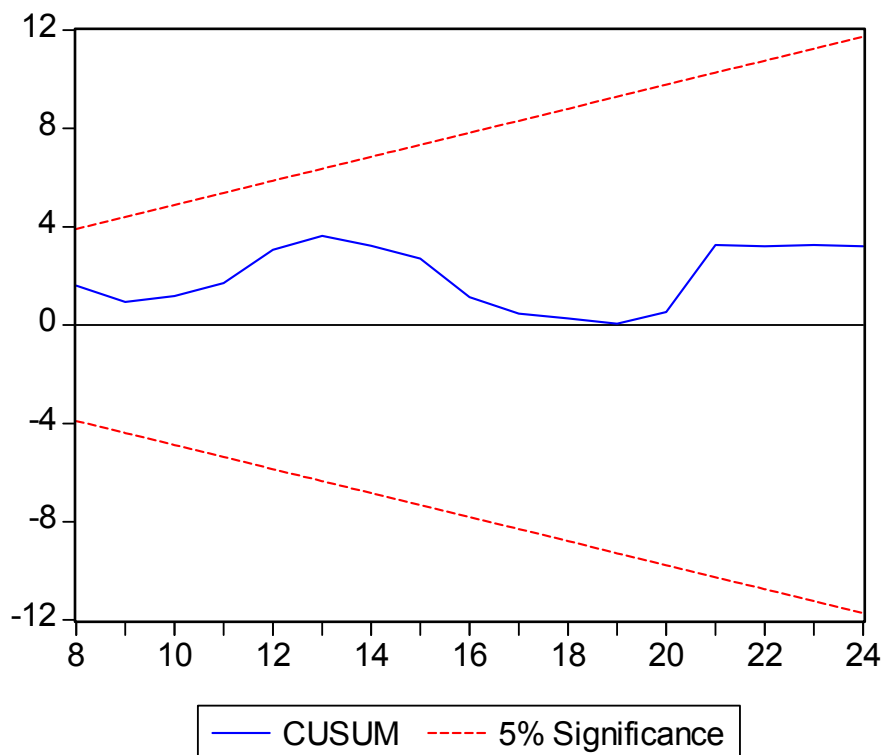
#### **4.4.1.4 Estabilidad del modelo para Prepago Gama Ultra Baja**

Para poder determinar la estabilidad del modelo se realizaron los métodos descritos en los puntos siguientes.

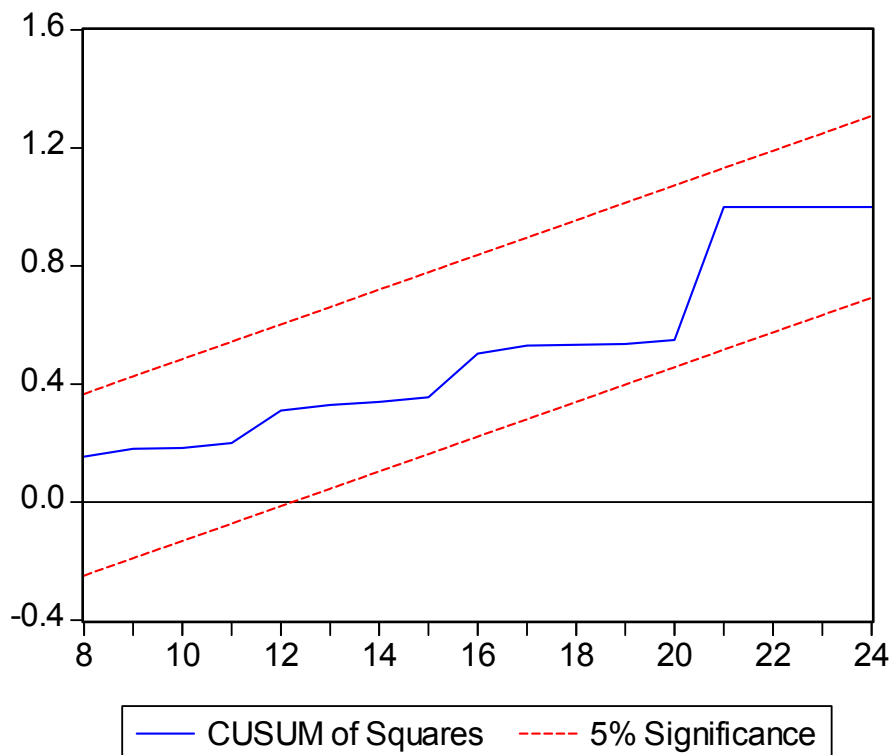
##### **4.4.1.4.1 Tests CUSUM y CUSUM-cuadrado**

A continuación se presentan los resultados del test cusum y cusum-cuadrado:

**Ilustración 2: Resultados Test Cusum para Prepago Gama Ultra Baja**



**Ilustración 3: Resultados Cusum Cuadrado para Prepago Gama Ultra Baja**



Se observa que en ambos test no es rechazada la estabilidad de los parámetros del modelo, por ende el modelo presenta una cualidad requerida para poder realizar predicciones a futuro.

#### 4.4.1.5 Gráfico de Pronóstico entregado por este método

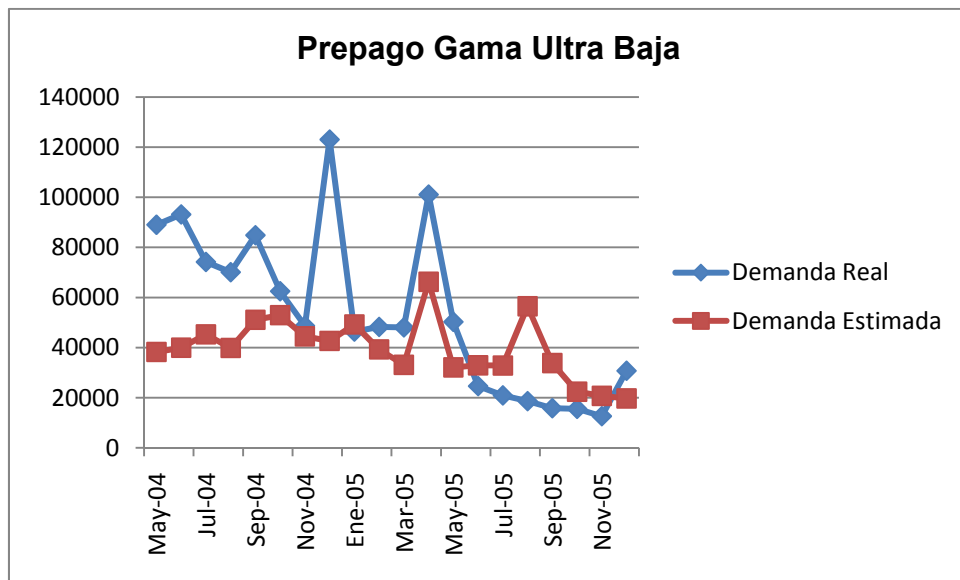


Gráfico 13: MCO Prepago Ultra Baja

#### 4.4.2 Análisis MCO para Contrato Gama Media

Para el análisis de MCO se realizan una serie de test enfocados a reconocer la existencia de estacionalidad, análisis de errores, estimación de parámetros y estabilidad del modelo los cuales se presentan a continuación:

#### 4.4.2.1 Estacionalidad de la Serie para Contrato Gama Media

Para observar si la serie presenta estacionalidad se presentan los siguientes test:

##### 4.4.2.1.1 Test de Raíz Unitaria Test Dickey – Fuller

Mediante este test se observa evidencia estadística necesaria como para rechazar la hipótesis nula, i.e., la serie no posee una raíz unitaria y por lo tanto no se descarta la estacionalidad.

Tabla 14: Resultados Dickey – Fuller para Contrato Gama Media

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
Exogenous: Constant  
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=5)

	t-Statistic
Elliott-Rothenberg-Stock DF-GLS test statistic	-1.148762
Test critical values: 1% level	-2.660720
5% level	-1.955020
10% level	-1.609070

##### 4.4.2.1.2 Test de Raíz unitaria Test Dickey – Fuller Aumentado

Según este test con un p-valor de 0.7388 no se tiene suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; que la serie de la demanda posea una raíz unitaria, cabe destacar además que el estadístico t no se encuentra dentro del intervalo de confianza de un 90%.

**Tabla 15: Resultados Test Dickey – Fuller Aumentado para Contrato Gama Media**

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=5)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.995350	0.7388
Test critical values: 1% level	-3.724070	
5% level	-2.986225	
10% level	-2.632604	

#### 4.4.2.1.3 Test de Raíz Unitaria Phillips - Perron

Según este test con un p-valor de 0.7388 no se tiene suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; que la serie de la demanda posea una raíz unitaria, cabe destacar además que el estadístico t no se encuentra dentro del intervalo de confianza de un 90%.

**Tabla 16: Resultados Phillips - Perron para Contrato Gama Media**

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Bandwidth: 1 (Newey-West using Bartlett kernel)

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-1.012038	0.7328
Test critical values: 1% level	-3.724070	
5% level	-2.986225	
10% level	-2.632604	

Dado esto, no es posible descartar la no estacionalidad para la serie de las demandas.

#### 4.4.2.2 Estimación del Modelo para Contrato Gama Media

Mediante métodos de selección de variables basados en las significancias estadísticas de estas se llegó a un modelo final dado por:

$$y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \dots + \beta_q x_t - q + \delta_1 y_{t-1} + \dots + \delta_p y_{t-p} + \mu_t$$

#### 4.4.2.2.1 Estimación de Parámetros

Los parámetros estimados del modelo se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 17: Resultados Test Durbin - Watson para Contrato Gama Media

Dependent Variable: DEMANDA  
Method: Least Squares  
Date: 06/04/08 Time: 00:02  
Sample: 1 26  
Included observations: 26  
DEMANDA=C(1)+C(14)\*PRECIO

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	4646.734	704.6258	6.594613	0.0000
C(14)	-0.056587	0.010987	-5.150206	0.0000
R-squared	0.524984	Mean dependent var		1163.038
Adjusted R-squared	0.505192	S.D. dependent var		1430.707
S.E. of regression	1006.396	Akaike info criterion		16.73994
Sum squared resid	24308007	Schwarz criterion		16.83672
Log likelihood	-215.6193	Durbin-Watson stat		1.000089

Se observa que el precio de venta es lo único significativo para la estimación de la demanda. A partir del indicador de ajuste del modelo a los datos; el R-squared y Adjusted R-squared se nota un pobre ajuste del modelo a los datos.



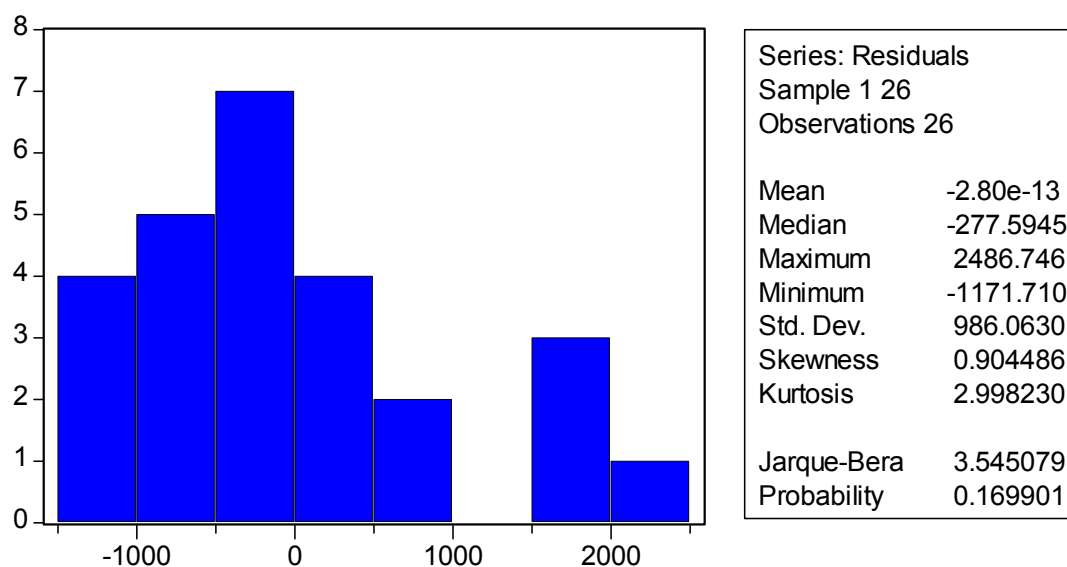
### 4.4.2.3 Análisis de Errores para Contrato Gama Media

A continuación se presentan los test realizados para el análisis de errores.

#### 4.4.2.3.1 Normalidad de Errores: Test Jarque – Bera

Con un p-valor de 0.1699 no se posee evidencia estadística para rechazar la normalidad de los errores.

Tabla 18: Resultados Test Jarque - Bera para Contrato Gama Media



#### 4.4.2.3.2 No Autocorrelación Serial de Errores

A continuación se presenta una tabla con los valores de las autocorrelaciones y autocorrelaciones parciales:

**Tabla 19: Resultados Test LM para Contrato Gama Media**

Date: 06/04/08 Time: 00:19

Sample: 1 26

Included observations: 26

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
.  ***	.  ***	1 0.439	0.439	5.6225	0.018
.  **	.  *	2 0.257	0.080	7.6307	0.022
.  *	.	3 0.156	0.021	8.3990	0.038
. *	. **	4 -0.062	-0.190	8.5258	0.074
. **	. **	5 -0.284	-0.276	11.313	0.046
. **	. *	6 -0.305	-0.105	14.698	0.023
. **	.  *	7 -0.191	0.090	16.098	0.024
. **	.	8 -0.208	-0.054	17.848	0.022
. *	.	9 -0.111	-0.002	18.373	0.031
.	.	10 -0.016	-0.048	18.385	0.049
.	.	11 0.037	-0.024	18.452	0.072
.  *	.	12 0.080	0.032	18.785	0.094

Se aprecia de la tabla que ningún valor de autocorrelación es significativo, es decir no se rechaza la no existencia de autocorrelación hasta el rezago número 12.

Mediante los dos test anteriores se puede concluir que no se rechaza la posibilidad de que los errores provenientes del modelo se comporten como un ruido blanco.

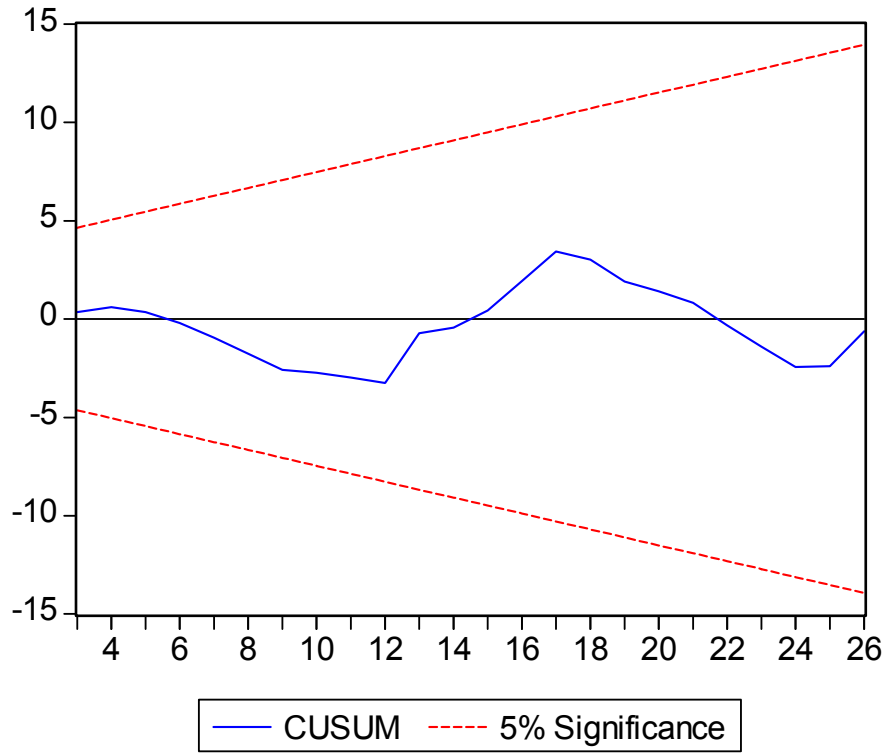
#### **4.4.2.4 Estabilidad del Modelo para Contrato Gama Media**

Para poder determinar la estabilidad del modelo se realizaron los métodos descritos en los puntos siguientes.

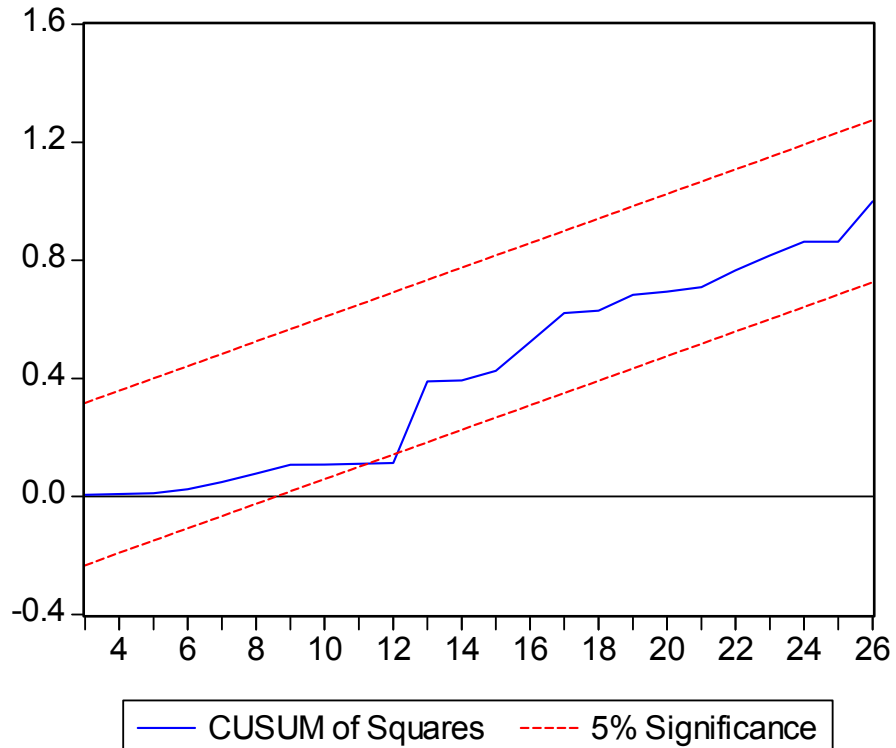
##### **4.4.2.4.1 Tests CUSUM y CUSUM-cuadrado**

A continuación se presentan los resultados del test cusum y cusum-cuadrado:

**Ilustración 4: Resultados Cusum para Contrato Gama Media**



**Ilustración 5: Resultados Cusum Cuadrado para Contrato Gama Media**



Se observa que en el primer test no es rechazada la estabilidad de los parámetros del modelo, sin embargo en el segundo se sale levemente del área de 5% de significancia, por ende el modelo podría presentar una cualidad requerida para poder realizar predicciones a futuro.

#### 4.4.3 Gráfico de Pronóstico entregado por este método

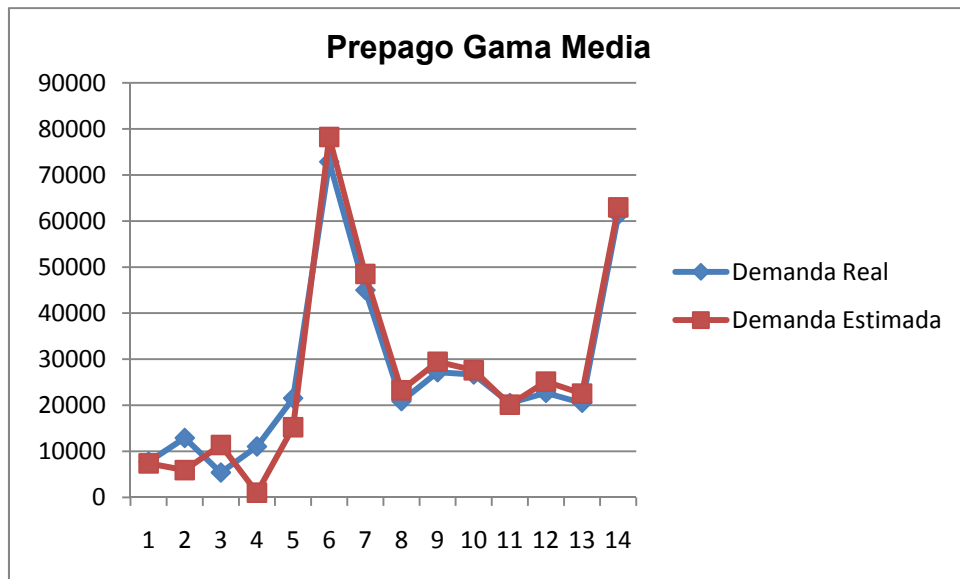


Gráfico 14: MCO Contrato Media

## 4.5 Resultados del Modelo Logit

En el apartado anterior se presentó un modelo de MCO, el cual es necesario para poder realizar el siguiente modelamiento o estudio.

A continuación se muestran los resultados arrojados por este estudio.

### 4.5.1 Análisis de la Demanda

Tabla 20: Valores observados para el problema

TIPO	CARACTERISTICA	DEMANDA
PREPAGO	BAJA	472683
PREPAGO	MEDIA	427219
PREPAGO	ALTA	29325
PREPAGO	PREMIUM	29
CONTRATO	BAJA	253670
CONTRATO	MEDIA	30239
CONTRATO	ALTA	106562
CONTRATO	PREMIUM	10542

**Variables:** Tipo y Característica.

Tabla 21: RDA para el modelo loglineal Tipo-Característica

Parámetros del Modelo Completo: { [T] [C] [TC] }						
Modelo	g.l	$\chi^2$	hipótesis	Dif. g.l	RV	v-p
M1:[TC]	0					
M2:[T][C]	3	323758.4	$H_0: \lambda^{TC} = 0$	3	323758.4	<0.0001

No se cuenta con la variable respuesta por lo que es una tabla es simétrica, esto porque la tabla es utilizada como tabla de diseño del proceso.

Las comparaciones y contrastes de la tabla n°2 son:

M1 vs M2: Se comparó el modelo saturado (M1) con el modelo de independencia total (M2). Del test de razón de verosimilitud se obtuvo que el  $G^2=323758.4$ ,  $v-p=0.0001$  lo que significa que no hay evidencia significativa en

contra  $H_0: \lambda^{TC} = 0$ , lo que en palabras significa que no podemos rechazar la dependencia entre el tipo y las características de los teléfonos. Por lo que el modelo saturado es el modelo más adecuado.

Luego el modelo que mejor se ajusta es:

$$\mu_{ij} = \mu + \lambda^T + \lambda^C + \lambda^{TC}$$

Tabla 22:(\*) Valores estimados del modelo seleccionado [TC]

TIPO	CARACTERISTICA			
	B	M	A	P
PREPAGO	472683	427219	29325	29
CONTRATO	253670	30239	106562	10542

(\*) Los valores predichos coinciden con los observados debido a que el modelo adecuado es el saturado.

Se prueba la fortaleza en el grado de dependencia calculando el  $\theta$  (*odds ratio*) para las distintas combinaciones del tipo y características de los teléfonos como a continuación:

Tabla 23: Para TC entre características Baja y Media

TIPO	CARAC.	
	M	B
PREPAGO	427219	472683
CONTRATO	30239	253670

$$\hat{\theta} = \frac{427219 * 253670}{30239 * 472683} = 1,35$$

El intervalo de confianza para la razón de riesgo es: [1.3331 , 1.3671]

Tabla 24: Para TC entre características Alta y Premium:

TIPO	CARAC.	
	A	P

PREPAGO	29325	29
CONTRATO	106562	10542

$$\hat{\theta} = \frac{29325 * 10542}{106562 * 29} = 100,03$$

El intervalo de confianza para la razón de riesgo es: [69.4619 , 144.0557]

**Tabla 25: Para TC entre características Media y Alta**

TIPO	CARAC.	
	M	A
PREPAGO	427219	29325
CONTRATO	30239	106562

$$\hat{\theta} = \frac{427219 * 106562}{30239 * 29325} = 51,34$$

El intervalo de confianza para la razón de riesgo es: [50.4559 , 52.2416]

**Tabla 26: Para TC entre características Baja y Premium**

TIPO	CARAC.	
	B	P
PREPAGO	472683	29
CONTRATO	253670	10542

$$\hat{\theta} = \frac{472683 * 10542}{253670 * 29} = 677,37$$

El intervalo de confianza para la razón de riesgo es: [470.4549 , 975.2684]

Con los resultados se aprecia que no hay independencia entre los tipos y características de los teléfonos en estudio, sino más bien las cifras indican que ambas variables están fuertemente relacionadas en la predicción de un modelo. Por lo tanto el modelo completo o saturado es el adecuado para explicar el comportamiento de la demanda de los teléfonos.

Mediante la determinación de los *odds ratios* para los valores predichos del modelo elegido, se cuantifica la fortaleza de la dependencia entre distintas categorías de los tipos con las diferentes categorías de características, tomando en cuenta que si el *odds ratio* es cercano a uno o si el 1 pertenece al intervalo de confianza correspondiente estamos en frente a independencia, en caso contrario mientras más se aleje más fuerte es la dependencia.

Para TC entre características Media y Baja, el *odds ratio* de 1.35 (4/3 aproximadamente) indica dependencia entre las variables para las características de media y baja, se interpreta como que el chance de los prepago posean la característica de media respecto a la de baja es 4 es a 3. El Intervalo de confianza afirma con un 95% de confianza la dependencia de estas variables porque no incluye el 1 entre sus valores.

Para TC entre características Alta y Premium, el *odds ratios* de 100.03 indica la fuerte dependencia entre las variables con las características de alta y premium, se interpreta como que el chance de los prepago posean la característica de alta es mas de 100 veces más a que pertenezcan a la característica de premium. El Intervalo de confianza afirma con un 95% de confianza que existe dependencia de estas variables porque no incluye el 1 entre sus valores.

Para TC entre características Media y Alta, el *odds ratio* de 51.34 indica la fuerte dependencia entre las variables con las características de media y alta, interpretándose como que los prepagos poseen un chance de 51 veces más de pertenecer a la característica de media que de alta. El Intervalo de confianza afirma con un 95% de confianza la existencia de dependencia de estas variables porque no incluye el valor 1.

Para TC entre características Baja y Premium, el *odds ratio* de 677.37 indica fuerte dependencia entre las variables con las características de baja y premium, y se interpreta como que el chance de los prepago posean la característica de baja es



aproximadamente el 700 veces más a que posean las característica de premium. El Intervalo de confianza afirma con un 95% de confianza la existencia de dependencia de estas variables porque no incluye el 1 entre sus valores.

Con lo anterior se concluye que existe una fortaleza de dependencia más grande entre los tipos con las características de baja y premium, siendo esta más de 6 veces más fuerte que las otras dependencias.

#### 4.5.2 Análisis de Precios

Tabla 27: Valores observados para el problema.

TIPO	CARACTERISTICA	PRECIO
PREPAGO	BAJA	1284026
PREPAGO	MEDIA	1791762
PREPAGO	ALTA	4239427
PREPAGO	PREMIUM	4327600
CONTRATO	BAJA	649475
CONTRATO	MEDIA	1600653
CONTRATO	ALTA	3634435
CONTRATO	PREMIUM	6750207

**Variables:** Tipo y Característica.

Tabla 28: RDA para el modelo loglineal Tipo-Característica

Parámetros del Modelo Completo: { [T] [C] [TC] }						
Modelo	g.l	$\chi^2$	hipótesis	Dif. g.l	RV	v-p
M1:[TC]	0					
M2:[T][C]	3	763028.2	$H_0: \lambda^{TC} = 0$	3	763028.2	<0.0001

M1 vs M2: Se comparó el modelo saturado o completo (M1) con el modelo de independencia total (M2). Del test de razón de verosimilitud se obtuvo que el  $G^2=763028.2$ ,  $v-p=0.0001$  lo que significa que no hay evidencia significativa en contra  $H_0: \lambda^{TC} = 0$ , es decir, que la dependencia entre ambas variables esta clara y mediante el test afirmamos que podemos rechazar la dependencia entre el tipo y las

características de los teléfonos. Por lo que el modelo saturado es el modelo más adecuado.

Se corrobora el modelo anterior obtenido mediante información de la demanda pero ahora para los precios de los teléfonos:

$$\mu_{ij} = \mu + \lambda^T + \lambda^C + \lambda^{TC}$$

**Tabla 29: (\*) Valores estimados del modelo seleccionado [TC]**

TIPO	CARACTERISTICA			
	B	M	A	P
PREPAGO	1284026	1791762	4239427	4327600
CONTRATO	649475	1600653	3634435	6750207

(\*) Los valores predichos coinciden con los observados debido a que el modelo adecuado es el saturado.

Se prueba la fortaleza en el grado de dependencia calculando el  $\theta$  (*odds ratio*) para las distintas combinaciones del tipo y características de los teléfonos como a continuación:

**Tabla 30: Para TC entre características Baja y Media**

TIPO	CARAC.	
	B	M
PREPAGO	1284026	1791762
CONTRATO	649475	1600653

$$\hat{\theta} = \frac{1284026 * 1600653}{649475 * 1791762} = 1,77$$

El intervalo de confianza para la razón de riesgo es: [1.7639 , 1.7765]

**Tabla 31: : Para TC entre características Alta y Premium**

TIPO	CARAC.	
	A	P
PREPAGO	4239427	4327600
CONTRATO	3634435	6750207

$$\hat{\theta} = \frac{4239427 * 6750207}{3634435 * 4327600} = 1,82$$

El intervalo de confianza para la razón de riesgo es: [1.8165 , 1.8234]

**Tabla 32: Para TC entre características Media y Alta**

TIPO	CARAC.	
	A	M
PREPAGO	4239427	1791762
CONTRATO	3634435	1600653

$$\hat{\theta} = \frac{4239427 * 1600653}{3634435 * 1791762} = 1,04$$

El intervalo de confianza para la razón de riesgo es: [1.0374 , 1.0447]

**Tabla 33: Para TC entre características Baja y Premium:**

TIPO	CARAC.	
	B	P
PREPAGO	1284026	4327600
CONTRATO	649475	6750207

$$\hat{\theta} = \frac{1284026 * 6750207}{649275 * 4327600} = 3,08$$

El intervalo de confianza para la razón de riesgo es: [3.0701 , 3.0898]

Con estos resultados se aprecia que no hay independencia entre los tipos y características de los teléfonos en estudio, sino más bien las cifras indican que ambas variables están fuertemente relacionadas en la predicción de un modelo. Por

los tanto el modelo completo o saturado es el adecuado para explicar el comportamiento de los precios de los teléfonos.

Mediante la determinación de los *odds ratios* para los valores predichos del modelo elegido, se cuantifica la fortaleza de la dependencia entre distintas categorías de los tipos con las diferentes categorías de características, tomando en cuenta que si el *odds ratio* es cercano a uno o si el 1 pertenece al intervalo de confianza correspondiente estamos en frente a independencia, en caso contrario mientras más se aleje más fuerte es la dependencia.

Para TC entre características Baja y Media, el *odds ratio* de 1.77 indica dependencia entre las variables, pero para las características de baja y media, se interpreta como que el chance de los prepago posean la característica de baja es casi el doble a que posean las característica de media. El Intervalo de confianza afirma con un 95% de confianza la dependencia de estas variables porque no incluye el 1 entre sus valores.

Para TC entre características Alta y Premium, el *odds ratio* de 1.82 indica dependencia entre las variables con las características de alta y premium, se interpreta como que el chance de los prepago posean la característica de alta es aproximadamente el doble a que posean las característica de premium. El Intervalo de confianza afirma con un 95% de confianza la dependencia de estas variables porque no incluye el 1 entre sus valores.

Para TC entre características Media y Alta, el *odds ratio* de 1.04 indica la casi independencia entre las variables con las características de media y alta, interpretándose como que ambos tipos tienen similar chance de pertenecer a cualquier característica en estudio. Sin embargo el Intervalo de confianza afirma con un 95% de confianza la dependencia de estas variables porque a pesar que es cercano a incluir el valor 1, no se encuentra finalmente entre sus valores.

Para TC entre características Baja y Premium, el *odds ratio* de 3.08 indica dependencia entre las variables con las características de baja y premium, se interpreta como que el chance de los prepago posean la característica de baja es aproximadamente el triple a que posean las característica de premium. El Intervalo de confianza afirma con un 95% de confianza la dependencia de estas variables porque no incluye el 1 entre sus valores.

Con lo anterior se concluye que existe una fortaleza de dependencia más grande entre los tipos con las características de baja y premium, siendo esta más de 1.7 veces más fuerte que las otras dependencias.

Luego de realizado este análisis, se realizaron los pronósticos respecto a nuestra mejor predicción dado el análisis de MCO, el modelo que mejor se comportó de los dos analizados a través de modelos logit es el estudio respecto a la demanda, el cual presenta errores asociados a los pronósticos desde un 33,4% para la gama baja. El modelo que arrojó peores resultados es el generado para la gama Premium con un error cercano al 100%.

Claramente este modelo presenta un ajuste mucho más pobre que el modelo de series de tiempo, el cual presenta errores cercanos al 30% en el caso de la gama baja y un 3,6% en el caso de la gama Premium. El modelo respecto a los precios no resiste análisis ya que todos los errores aumentaron de manera considerable.

Es interesante destacar, que en uno de casos el modelo MCO se comporta de mejor manera que el modelo de series de tiempo, recalcando que esta mejora de presenta sólo para los prepagos de gama media, en el resto de las gamas para los dos tipos, prepago y contrato, son las series de tiempo las que presentan un mejor comportamiento.

## V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Durante el transcurso del desarrollo de los diferentes pronósticos, se comprendió de mejor manera el comportamiento de las personas frente a las compras de telefonía móvil, entendiendo que existen múltiples variables que pueden determinar la elección de un modelo por sobre otro. Para nuestro caso se contó solamente con la variable precio y demanda, pero probablemente estas variables no sean suficientes para determinar la elección de compra de los clientes.

La telefonía móvil sigue experimentando en el transcurso del tiempo un crecimiento importante, lo cual no hace suponer que la industria cambia continuamente, con respecto a demandas y que es difícil predecir lo que ocurrirá en el futuro respecto a datos anteriores superiores a un par de años y con un crecimiento de la industria el cual sea factible de ser modelado. Estudios dados a conocer durante junio de 2010<sup>17</sup> avalan esta hipótesis ya que el nivel de penetración de la telefonía móvil a esta fecha nos indica que existen 102.7 teléfonos por cada 100 habitantes, con lo que claramente no nos encontramos en presencia de una empresa estable.

Se comprobó que para los teléfonos pertenecientes a tipo contrato y de las gamas baja y media, el modelo de series de tiempo de alisamiento exponencial con tendencia nos entrega pronósticos muy cercanos a la realidad, por lo que representa un buen modelo para estas gamas.

Se estableció que a través de los modelos agregados tanto para prepago como para contrato, el error de pronóstico disminuye. Utilizando la información anterior, y los resultados entregados por el modelo loglineal saturado y jerárquico podemos mitigar los errores en la gama alta en el caso de los contratos y en la

---

<sup>17</sup> Entel –“Preparados para un escenario adverso”– Juan Carlos Parra–29 de Septiembre de 2010

totalidad de los prepagos, tomando el valor agregado e integrándolo con el comportamiento entre los distintos grupos dentro de cada tipo.

Con el modelo de MCO se obtuvo un comportamiento más cercano al real que el arrojado por series de tiempo de alisamiento exponencial con tendencia para la gama media de los prepagos, el cual mejoró alrededor de un 5%, ya que dejaba de relevar datos de la demanda inmediatamente anterior entre otros, algunos de los cuales nos empeoraban nuestro pronóstico.

Se estudió a través del modelo logit el comportamiento de los clientes, en cuanto a preferencia, de una gama frente a la otra, comparándola además por el tipo de teléfono, es decir si se trata de prepago o contrato cuantificando la fortaleza de la dependencia entre distintas categorías y gamas. Sin embargo los resultados obtenidos a través de este modelo no fueron muy asertivos ya que simplifica de manera importante la predicción sin tomar en cuenta diferencias respecto al valor tiempo (fecha de compra), entregando un valor general del comportamiento de una gama respecto a la otra en la respectiva categoría.

Se comprobó no hay independencia entre los tipos y características de los teléfonos en estudio, sino más bien las cifras indican que ambas variables están fuertemente relacionadas en la predicción de un modelo, es decir, el cliente es vulnerable al precio y esto impacta directamente la demanda.

Se demostró que existen comportamientos muy disímiles entre las diversas gamas por lo que los errores generados por el modelo logit presentaban diferencias muy significativas al hacer el análisis de una gama respecto a la otra.

Se mostró que al agrupar y contar con datos de manera agregada, dependiendo de la gama la cantidad de teléfonos por grupo entre 10 y 150 aproximadamente, hace que las series se comportan de una manera más estable disminuyendo los errores de manera considerable. En el caso de los teléfonos prepago, al ser agrupados el error llegó al 29%, disminuyendo el error en 3 de las 5

gamas estudiadas desde un 2% a un 5%. En el caso de los contratos esta disminución es aún más significativa, ya que el error agregado alcanza un 8%, y los errores desagregados para estos grupos de teléfono se encontraban entre 10% y 45%.

Se detectó también que el Modelo más adecuado para poder estudiar las preferencias de un grupo respecto al otro es modelo completo o saturado, en el modelo loglineal, tanto para explicar el comportamiento de los precios como la demanda de los teléfonos, todo esto avalado por los estudios estadísticos que se realizaron durante este trabajo.

Finalmente unificando los dos modelos, series de tiempo y MCO en el caso de la gama media para contratos, es decir, agrupando los pronósticos por series de tiempo en los casos con mayor error y comparándolo con el comportamiento arrojado por el modelo MCO en particular con los que presentan menor error podemos generar un mejor pronóstico de la demanda. Es importante destacar que a pesar de que este modelo cuenta con pocas variables es posible que teniendo más datos este modelo mejore y prediga con un error aun menor al que se genero con tres años de datos.

Como recomendación para futuras investigaciones, es importante poder contar en primer lugar con una cantidad de datos importantes, para que el pronóstico tenga mejores resultados. También sería relevante poder contrastar los datos existentes con más información asociada a los clientes que adquieren cada aparato, y así poder generar ecuaciones que contengan más variables y poder definir mejor el comportamiento y las elecciones de los consumidores además del por qué de ésta.



## VI. BIBLIOGRAFÍA

- “Demand and Supply Planning” , SAP Solution Brief, SAP for Industrial Machinery & Components, 2007.
- “Informe Análisis del Mercado de Productos de Telecomunicaciones en Chile, Subtel , 2008.
- “A Multiagent Approach for Logistics Performance Prediction Using Historical And Context Information”, Yutao Guo, Jorg P. Muller, Intelligent Autonomous System Siemens, 2004.
- “Data Mining en la empresa y utilizando tecnologías inteligentes”, Richard Weber, Revista de Sistemas, Departamento Ingeniería industrial, Universidad de Chile, 2000.
- “A stock Price Prediction Model by Using Genetic Network Programming ”, Shigeo Mori, Fukuoka Jogakuin High School, Kotaro Hirasawa and Jinglu Hu, Graduate School of Information, Production and Systems of Waseda University, 2004.
- “Data Mining Techniques for Marketing, Sales, and Customer Support”. R.Rojas Sec. ed., Wiley Computer Publishing, New York, 1996.
- “Introducción de Tecnología de Inteligencia de Negocios al Proceso de Ventas del Área Residencial de Telefónica CTC Chile” Antonio Díaz, Memoria de Ingeniería Civil Industrial, 2001.
- “Administración de Operaciones”, Roger Schroeder, 3ra Edición, 2003.
- “Análisis econométrico”, William H. Greene, Madrid: Prentice-Hall, 1998.
- "The econometric analysis of economic time series", International Statistical Review, N° 51 , Hendry, Davidand Richard, Jean Francois 1983
- “Predictive Data Mining a practical guide”, Sholom M. Weiss y Nithin Indurkha, 1998.
- “Preparados para un escenario adverso”, Entel, Juan Carlos Parra, 2010

# **ANEXOS**

## ANEXO A: TABLAS DE RESULTADOS Y GRÁFICOS PARA MODELOS DE SERIES DE TIEMPO

A continuación se muestran todos los estudios asociados a series de tiempo para las diferentes gamas.

### A.1 PREPAGO GAMA BAJA ALISAMIENTO EXPONENCIAL CON TENDENCIA

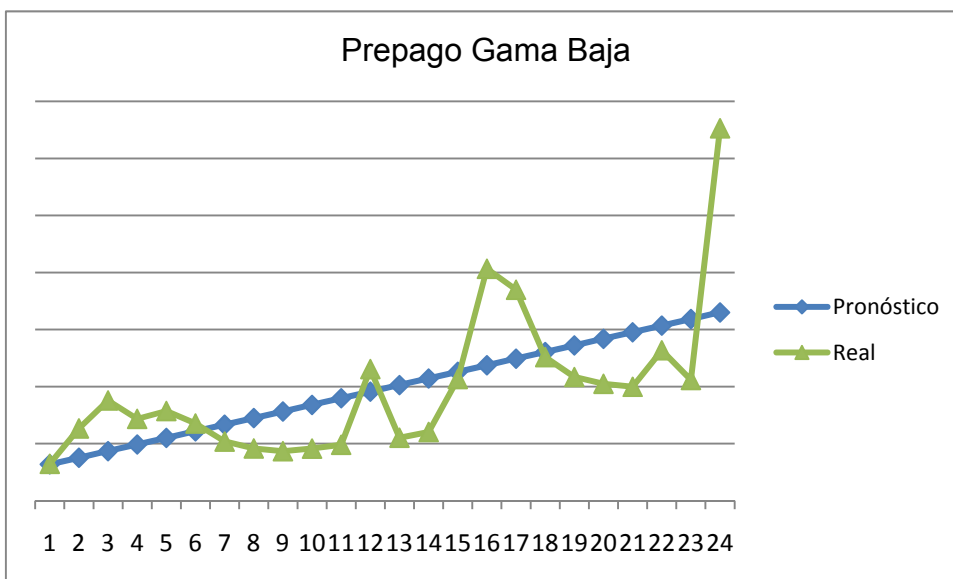


Gráfico 15: Prepago Gama Baja

Tabla 34: Prepago Gama Baja

Prepago Gama Baja	
A0	5218,392
T0	1158,139
ALPHA	0
BETA	0,876455
k	1
Error	0,305076

La interpretación del resultado antes presentado es el valor para nuestro alisamiento exponencial en  $t=0$  es de 5218 aproximadamente, la tendencia para  $t=0$

es de 1158 aproximadamente. Como se presentó en la primera parte, el  $\alpha$  en este caso tiene un valor de 0, esto nos dice que esta serie cree en la historia. Otro valor importante para la interpretación de los resultados es el valor del  $\beta$ , el valor de  $\beta$  en este caso es de 0,876 aproximadamente, lo que indica que esta serie presenta tendencia. Finalmente, el resultado más importante de este gráfico, es que sin considerar los outliers (se sacaron para el cálculo del error), el error de pronóstico es de un 31% aproximadamente, lo cual presenta un error lejano a 10% que es al cual se quiere apuntar con este estudio.

## A.2 PREPAGO GAMA MEDIA ALISAMIENTO EXPONENCIAL CON TENDENCIA

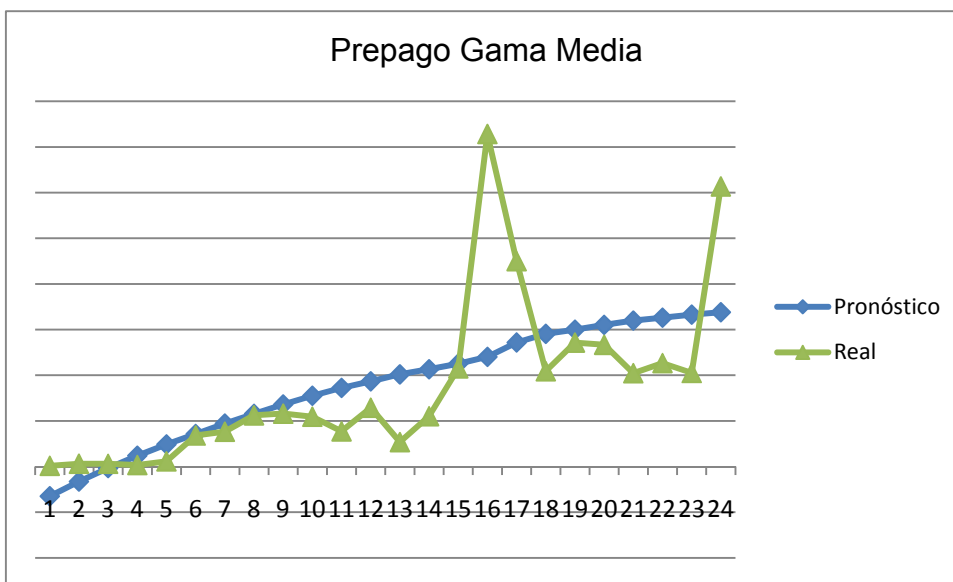


Gráfico 16: Prepago Gama Media

Tabla 35: Prepago Gama Media

Prepago Gama Media	
A0	-9163,655
T0	2657,8397
ALPHA	0,0349304
BETA	0
k	1
Error	0,3075068

La interpretación del resultado antes presentado es el valor para nuestro alisamiento exponencial en  $t=0$  es de -9164 aproximadamente, la tendencia para  $t=0$  es de 2658 aproximadamente. Como se presentó en la primera parte, el  $\alpha$  en este caso tiene un valor de 0,035; el cual es muy cercano a 0, esto nos dice que esta serie cree en la historia en una medida importante. Otro valor importante para la interpretación de los resultados es el valor del  $\beta$ , el valor de  $\beta$  en este caso es de 0, lo que indica que esta serie presenta tendencia. Finalmente, el resultado más importante de este gráfico, es que sin considerar los outliers (se sacaron para el cálculo del error), el error de pronóstico es de un 31% aproximadamente.

### A.3 PREPAGO GAMA ALTA ALISAMIENTO EXPONENCIAL CON TENDENCIA

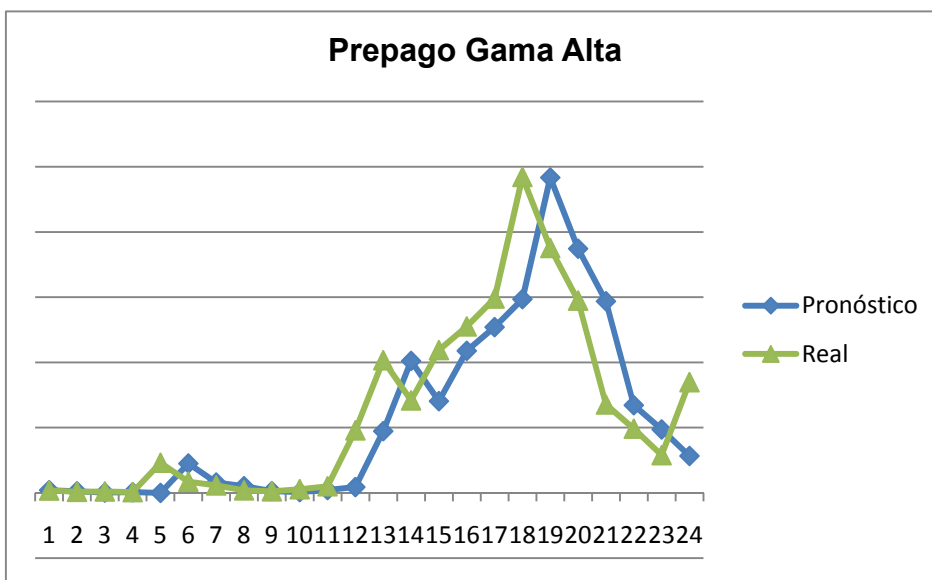


Gráfico 17: Prepago Gama Alta

Tabla 36: Prepago Gama Alta

Prepago Gama Alta	
A0	52,01307
T0	-11,0085
ALPHA	1
BETA	0
k	1
Error	0,355539

La interpretación del resultado antes presentado es el valor para nuestro alisamiento exponencial en  $t=0$  es de 52 aproximadamente, la tendencia para  $t=0$  es de -11 aproximadamente. Como se presentó en la primera parte, el  $\alpha$  en este caso tiene un valor de 1; esto implica que esta serie sólo toma en consideración el valor completamente anterior, sin tomar en cuenta la historia. Otro valor importante para la interpretación de los resultados es el valor del  $\beta$ , el valor de  $\beta$  en este caso es de 0, lo que indica que esta serie presenta tendencia, lo cual no tendría mucha relevancia por el valor de  $\alpha$ . Finalmente, el resultado más importante de este gráfico, es que sin considerar los outliers (se sacaron para el cálculo del error), el error de pronóstico es de un 36% aproximadamente.

#### A.4 PREPAGO GAMA PREMIUM ALISAMIENTO EXPONENCIAL CON TENDENCIA

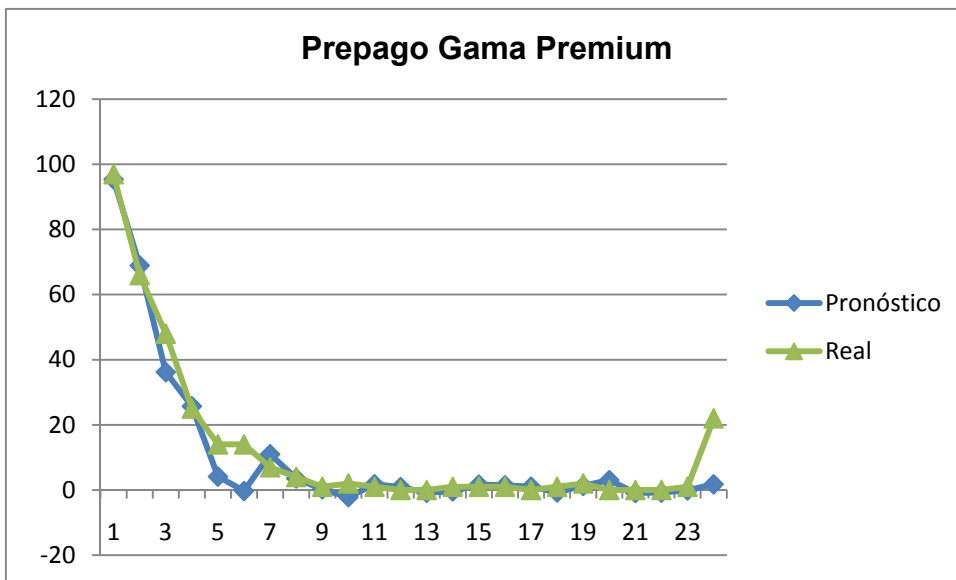


Gráfico 18: Prepago Gama Premium

Tabla 37: Prepago Gama Premium

Prepago Gama Premium	
A0	124,5492
T0	-29,1682
ALPHA	0,838915
BETA	1
k	1
Error	0,035509

La interpretación del resultado antes presentado es el valor para nuestro alisamiento exponencial en  $t=0$  es de 125 aproximadamente, la tendencia para  $t=0$  es de -29 aproximadamente. Como se presentó en la primera parte, el  $\alpha$  en este caso tiene un valor de 0,839 aproximadamente, el cual es muy cercano a 1; esto implica que para esta serie pesa de manera importante el último valor, el valor completamente anterior, y toma en menor medida en cuenta la historia. Otro valor importante para la interpretación de los resultados es el valor del  $\beta$ , el valor de  $\beta$  en este caso es de 1, lo que indica que esta serie no presenta tendencia ya que al multiplicar  $(1 - \beta) * T_{t-1}$  al ser  $\beta=1$  esta expresión es igual a cero. Finalmente, el resultado más importante de este gráfico, es que sin considerar los outliers (se sacaron para el cálculo del error), el error de pronóstico es de un 4% aproximadamente.

## A.5 CONTRATO GAMA BAJA ALISAMIENTO EXPONENCIAL CON TENDENCIA

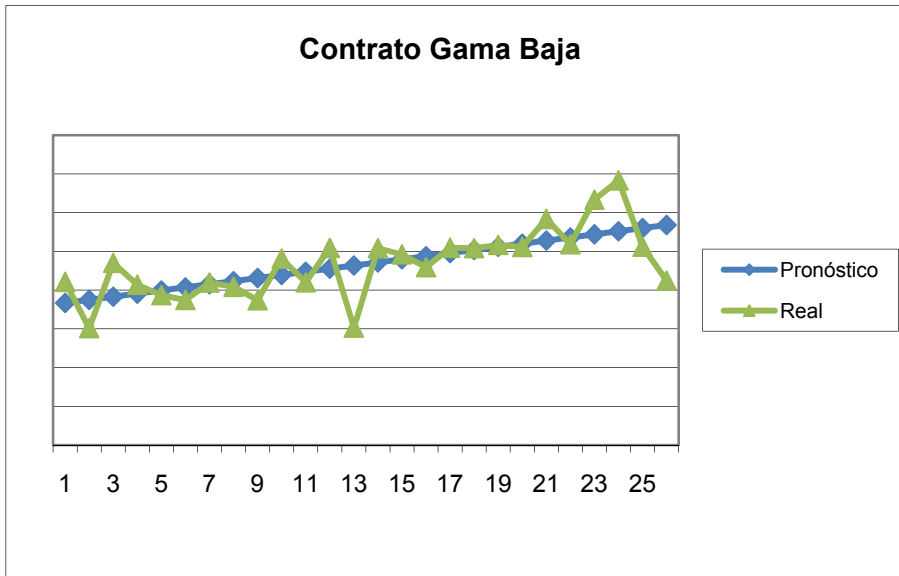


Gráfico 19: Contrato Gama Baja

Tabla 38: Contrato Gama Baja

Contrato Gama Baja	
A0	7178,99303
T0	160,891546
ALPHA	0
BETA	0,34793067
k	1
Error	0,1090018

La interpretación del resultado antes presentado es el valor para nuestro alisamiento exponencial en  $t=0$  es de 7179 aproximadamente, la tendencia para  $t=0$  es de 161 aproximadamente. Como se presentó en la primera parte, el  $\alpha$  en este caso tiene un valor de 0; esto implica que para esta serie es muy importante la historia, sin tomar en consideración el último valor. Otro valor importante para la interpretación de los resultados es el valor del  $\beta$ , el valor de  $\beta$  en este caso es de 0,94; lo que indica que esta serie presenta tendencia. Finalmente, el resultado más importante de este gráfico, el error de pronóstico es de un 11% aproximadamente, lo cual es un resultado adecuado para pronósticos.



## A.6 CONTRATO GAMA ALTA ALISAMIENTO EXPONENCIAL CON TENDENCIA

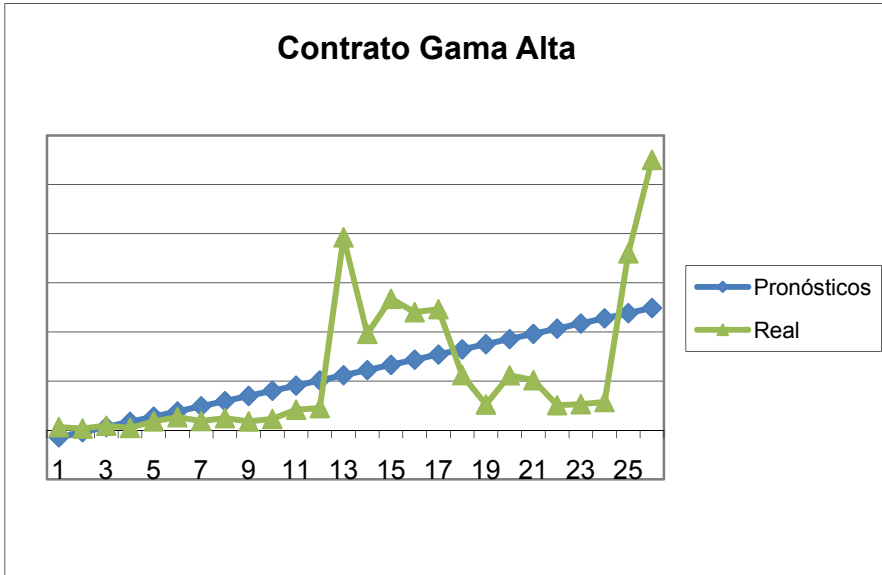


Gráfico 20: Contrato Gama Alta

Tabla 39: Contrato Gama Alta

Contrato Gama Alta	
A0	-251,815887
T0	105,369904
ALPHA	0
BETA	0,58773359
k	1
Error	0,45479395

La interpretación del resultado antes presentado es el valor para nuestro alisamiento exponencial en  $t=0$  es de -252 aproximadamente, la tendencia para  $t=0$  es de 105 aproximadamente. Como se presentó en la primera parte, el  $\alpha$  en este caso tiene un valor de 0; esto implica que para esta serie es muy importante la historia, sin tomar en consideración el último valor. Otro valor importante para la interpretación de los resultados es el valor del  $\beta$ , el valor de  $\beta$  en este caso es de

0,95 aproximadamente; lo que indica que esta serie presenta tendencia. Finalmente, el resultado más importante de este gráfico, el error de pronóstico es de un 45% aproximadamente.

## A.7 CONTRATO GAMA PREMIUM ALISAMIENTO EXPONENCIAL CON TENDENCIA

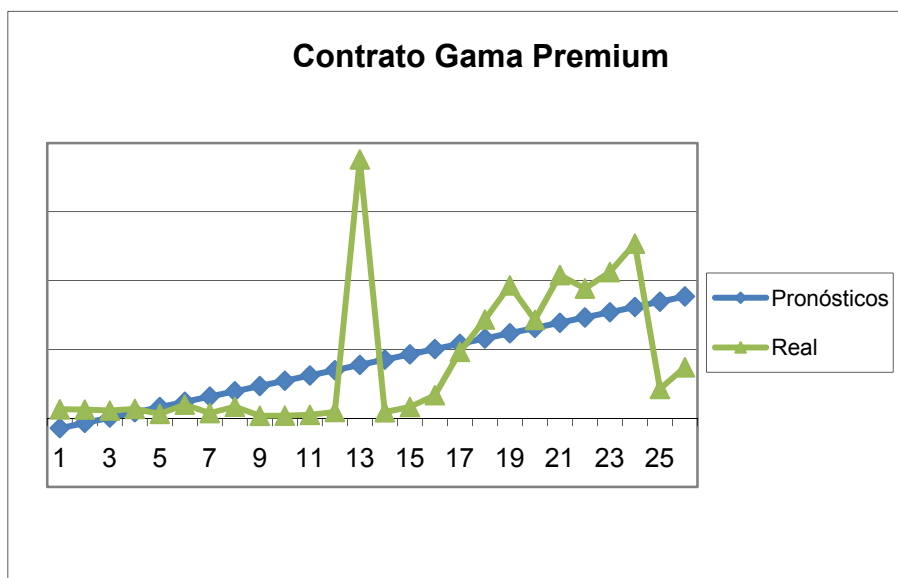


Gráfico 21: Contrato Gama Premium

Tabla 40: Contrato Gama Premium

Contrato Gama Premium	
A0	-110,01310
T0	38,3425627
ALPHA	0
BETA	0,75430673
k	1
Error	0,31299052

La interpretación del resultado antes presentado es el valor para nuestro alisamiento exponencial en  $t=0$  es de -110 aproximadamente, la tendencia para  $t=0$  es de 38 aproximadamente. Como se presentó en la primera parte, el  $\alpha$  en este caso tiene un valor de 0; esto implica que para esta serie es muy importante la historia, sin

tomar en consideración el último valor. Otro valor importante para la interpretación de los resultados es el valor del  $\beta$ , el valor de  $\beta$  en este caso es de 0,95 aproximadamente; lo que indica que esta serie presenta tendencia. Finalmente, el resultado más importante de este gráfico, el error de pronóstico es de un 32% aproximadamente.

## ANEXO B: TABLAS DE RESULTADOS PARA MODELOS MCO

A continuación se muestran todos los estudios asociados a MCO para las diferentes gamas.

### B.1 Análisis MCO para Prepago Gama Baja

**Estacionalidad de la serie.**

#### Test de Raíz unitaria Test Dickey – Fuller

Mediante este test no se observa evidencia estadística necesaria como para rechazar la hipótesis nula, i.e., la serie puede poseer una raíz unitaria.

**Tabla 41: Resultados Test Dickey – Fuller para Prepago Gama Baja**

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=5)				
<hr/> <hr/>				
Elliott-Rothenberg-Stock DF-GLS test statistic				-1.187364
<hr/> <hr/>				
Test critical values:	1% level	Test critical values:	1% level	Test critical values:

5% level	5% level
10% level	10% level

---

### Test de Raíz unitaria Test Dickey – Fuller Aumentado

Según este test con un p-valor de 0.7485 no se tiene suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; que la serie de la demanda posea una raíz unitaria

**Tabla 42: Resultados Test Dickey – Fuller Aumentado para Prepago Gama Baja**

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=5)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.963245	0.7485
Test critical values:		
1% level	-3.752946	
5% level	-2.998064	
10% level	-2.638752	

### Test de Raíz Unitaria Phillips - Perron

Según este test con un p-valor de 0.7485 y el t-Stat no es suficiente ni para un valor crítico del 10%, no se tiene suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; que la serie de de la demanda posea una raíz unitaria

**Tabla 43: Resultados Test Phillips – Perron para Prepago Gama Baja**

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Bandwidth: 0 (Newey-West using Bartlett kernel)

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-0.963245	0.7485
Test critical values:		
1% level	-3.752946	
5% level	-2.998064	
10% level	-2.638752	

Dado esto, no es posible descartar la no estacionalidad para la serie de las demandas.

### **Estimación del Modelo**

Mediante métodos de selección de variables basados en las significancias estadísticas de estas se llegó a un modelo final dado por:

$$y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \dots + \beta_q x_t - q + \delta_1 y_{t-1} + \dots + \delta_p y_{t-p} + \mu_t$$

### **Estimación de Parámetros**

Los parámetros estimados del modelo se presentan en la siguiente tabla:

**Tabla 44: Resultados Test Durbin - Watson para Prepago Gama Baja**

Dependent Variable: DEMANDA

Method: Least Squares

Date: 06/03/08 Time: 01:38

Sample (adjusted): 9 24

Included observations: 16 after adjustments

DEMANDA=C(1)+C(9)\*DEMANDA(-8)+C(14)\*PRECIO

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	44326.48	14837.30	2.987504	0.0105
C(9)	0.873965	0.332804	2.626065	0.0209
C(14)	-0.726280	0.283749	-2.559589	0.0238
R-squared	0.536373	Mean dependent var		23303.06
Adjusted R-squared	0.465046	S.D. dependent var		14528.59
S.E. of regression	10626.28	Akaike info criterion		21.54741
Sum squared resid	1.47E+09	Schwarz criterion		21.69227
Log likelihood	-169.3793	Durbin-Watson stat		1.776790

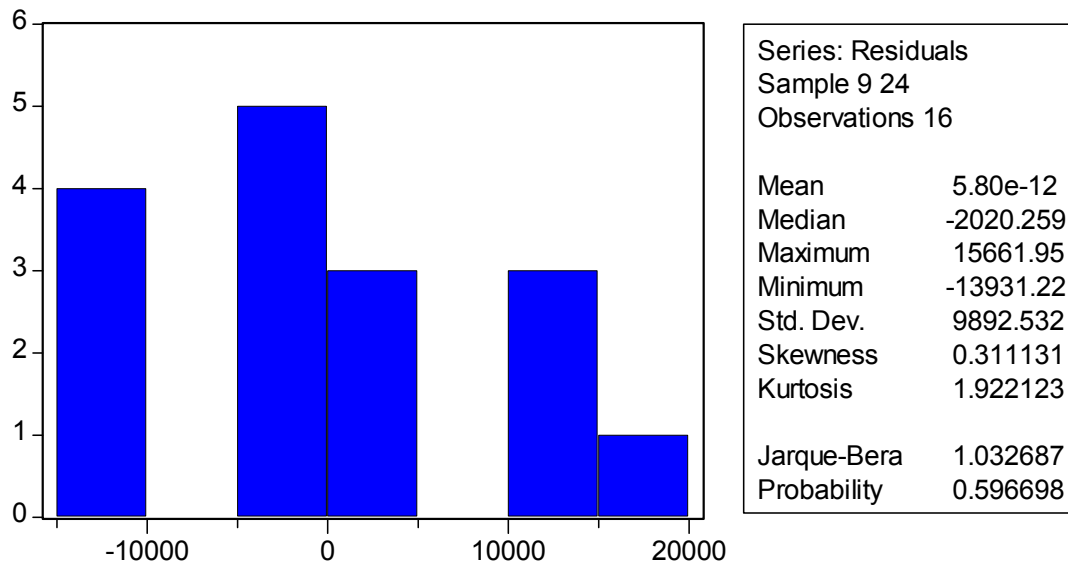
Se observa que el precio de venta para la estimación de la demanda es significativo, también resulta significativa la demanda de ocho meses atrás. A partir del indicador de ajuste del modelo a los datos; el R-squared y Adjusted R-squared se nota un pobre ajuste del modelo a los datos.

### **Análisis de errores**

#### **Normalidad de Errores: Test Jarque – Bera.**

Con un p-valor de 0.5967 aproximadamente por lo que no se posee la suficiente evidencia estadística para rechazar la normalidad de los errores.

Tabla 45: Resultados Test Jarque - Vera Prepago para Gama Baja



### No Autocorrelación Serial de Errores

A continuación se presenta una tabla con los valores de las autocorrelaciones y autocorrelaciones parciales:

**Tabla 46: Resultados Test LM para Prepago Gama Baja**

Date: 06/03/08 Time: 02:10

Sample: 1 24

Included observations: 24

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
.  **.	.  **.	1	0.300	0.300	2.4357	0.119
.  *.	.  .	2	0.147	0.062	3.0456	0.218
.  *.	.  .	3	0.093	0.037	3.3034	0.347
.  *.	.  .	4	0.102	0.064	3.6286	0.459
.  .	.  .	5	0.063	0.010	3.7607	0.584
.  .	.  .	6	0.017	-0.021	3.7706	0.708
.  .	.  .	7	-0.007	-0.020	3.7723	0.806
.  .	.  .	8	0.018	0.020	3.7844	0.876
.  *.	.  .	9	0.069	0.065	3.9834	0.913
.  .	.  .	10	0.043	0.007	4.0653	0.944
.  .	.  .	11	0.004	-0.021	4.0661	0.968
.  .	.  .	12	0.000	-0.006	4.0661	0.982

Se aprecia de la tabla que solo el primer valor de autocorrelación es significativo, es decir se rechaza la no existencia de autocorrelación solo para el primer valor y del rezago número 2 hasta el rezago número 12 no se rechaza la existencia de correlación.

Mediante los dos test anteriores se puede concluir que no se rechaza la posibilidad de que los errores provenientes del modelo se comporten como un ruido blanco.

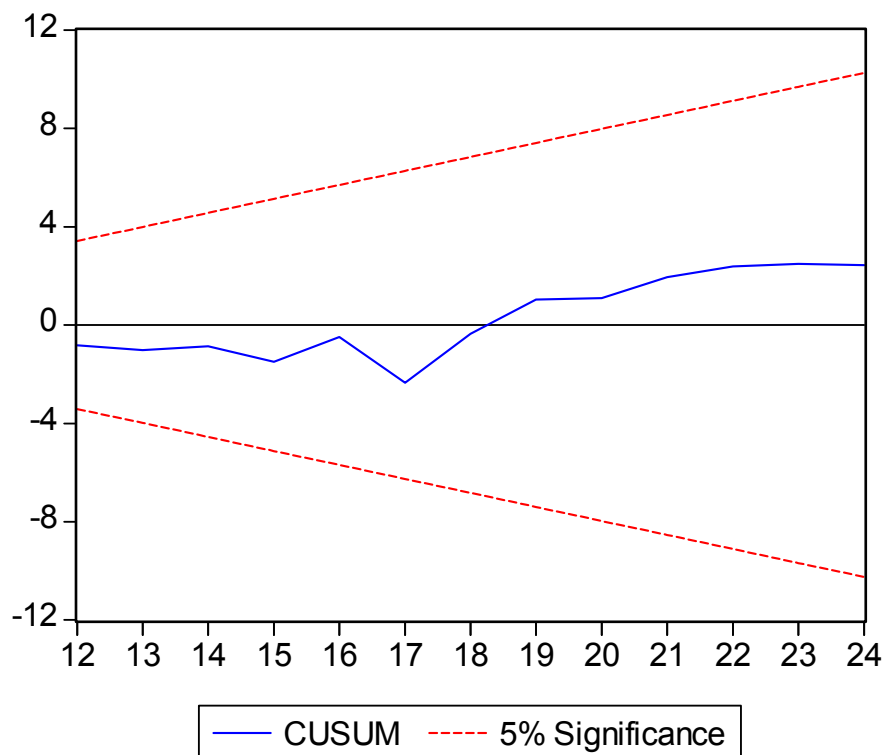
### **Estabilidad del modelo**

### **Tests CUSUM y CUSUM-cuadrado**

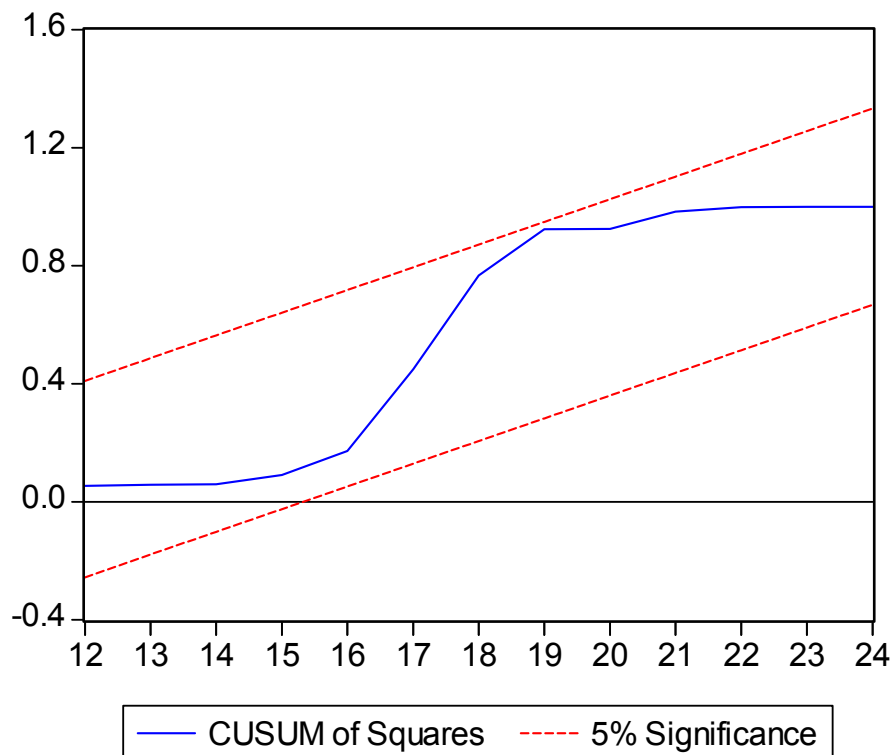
A continuación se presentan los resultados del test cusum y cusum-cuadrado:



**Ilustración 6: Resultados Cusum Cuadrado para Prepago Gama Baja**



**Ilustración 7: Resultados Cusum Cuadrado para Prepago Gama Baja**



Se observa que en ambos test no es rechazada la estabilidad de los parámetros del modelo, por ende el modelo presenta una cualidad requerida para poder realizar predicciones a futuro.

### Gráfico de Pronóstico entregado por este método

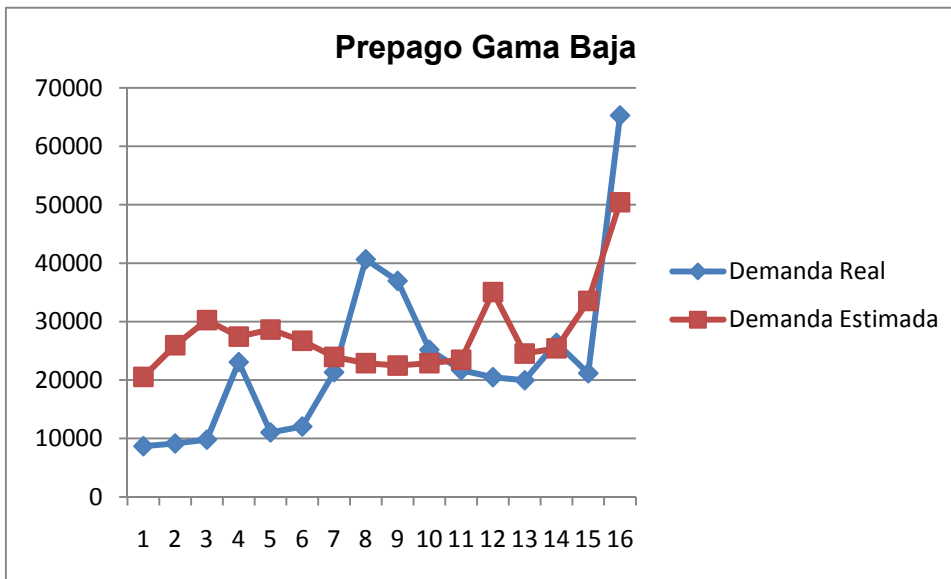


Gráfico 22: MCO Prepago Baja

## B.2 Análisis MCO para Prepago Gama Media

Estacionalidad de la serie

Test de Raíz Unitaria Test Dickey – Fuller

Mediante este test se observa evidencia estadística necesaria como para rechazar la hipótesis nula, i.e., la serie no posee una raíz unitaria y por lo tanto se descarta la estacionalidad con un p-valor menor a 0.10.

**Tabla 47: Resultados Test Dickey - Fuller para Prepago Gama Media**

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=5)

	t-Statistic
Elliott-Rothenberg-Stock DF-GLS test statistic	-1.780138
Test critical values: 1% level	-2.669359
5% level	-1.956406
10% level	-1.608495

## Test de Raíz unitaria Test Dickey – Fuller aumentado

Según este test con un p-valor de 0.4049 no se tiene suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; que la serie de de la demanda posea una raíz unitaria

Tabla 48: Resultados Test Dickey - Fuller Aumentado para Gama Media

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
Exogenous: Constant  
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=5)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.727574	0.4049
Test critical values:		
1% level	-3.752946	
5% level	-2.998064	
10% level	-2.638752	

## Test de Raíz unitaria Phillips - Perron

Según este test con un p-valor de 0.4603 no se tiene suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; que la serie de de la demanda posea una raíz unitaria

**Tabla 49: Resultados Test Phillips - Perron para Prepago Gama Media**

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Bandwidth: 2 (Newey-West using Bartlett kernel)

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-1.612719	0.4603
Test critical values:		
1% level	-3.752946	
5% level	-2.998064	
10% level	-2.638752	

Dado esto, no es posible descartar la no estacionalidad para la serie de las demandas.

### **Estimación del Modelo**

Mediante métodos de selección de variables basados en las significancias estadísticas de estas se llegó a un modelo final dado por:

$$y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \dots + \beta_q x_{t-q} + \delta_1 y_{t-1} + \dots + \delta_p y_{t-p} + \mu_t$$

### **Estimación de Parámetros**

Los parámetros estimados del modelo se presentan en la siguiente tabla:

**Tabla 50: Resultados Test Durbin – Watson para Prepago Gama Media**

Dependent Variable: DEMANDA

Method: Least Squares

Date: 06/03/08 Time: 11:26

Sample (adjusted): 11 24

Included observations: 14 after adjustments

DEMANDA=C(2)\*DEMANDA(-1)+C(3)\*DEMANDA(-2)+C(4)

\*DEMANDA(-3)+C(5)\*DEMANDA(-4)+C(7)\*DEMANDA(-6)+C(8)

\*DEMANDA(-7)+C(9)\*DEMANDA(-8)+C(11)\*DEMANDA(-10)

+C(14)\*PRECIO

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(2)	-0.570900	0.218313	-2.615053	0.0474
C(3)	-1.175644	0.209282	-5.617514	0.0025
C(4)	-1.147892	0.254423	-4.511746	0.0063
C(5)	-0.564252	0.157806	-3.575609	0.0159
C(7)	-1.505972	0.272655	-5.523363	0.0027
C(8)	1.088371	0.257103	4.233215	0.0082
C(9)	-0.835529	0.290265	-2.878501	0.0346
C(11)	12.61016	1.903451	6.624893	0.0012
C(14)	0.678341	0.102854	6.595188	0.0012
R-squared	0.944993	Mean dependent var		26864.50
Adjusted R-squared	0.856981	S.D. dependent var		19754.03
S.E. of regression	7470.543	Akaike info criterion		20.93142
Sum squared resid	2.79E+08	Schwarz criterion		21.34224
Log likelihood	-137.5199	Durbin-Watson stat		1.593901

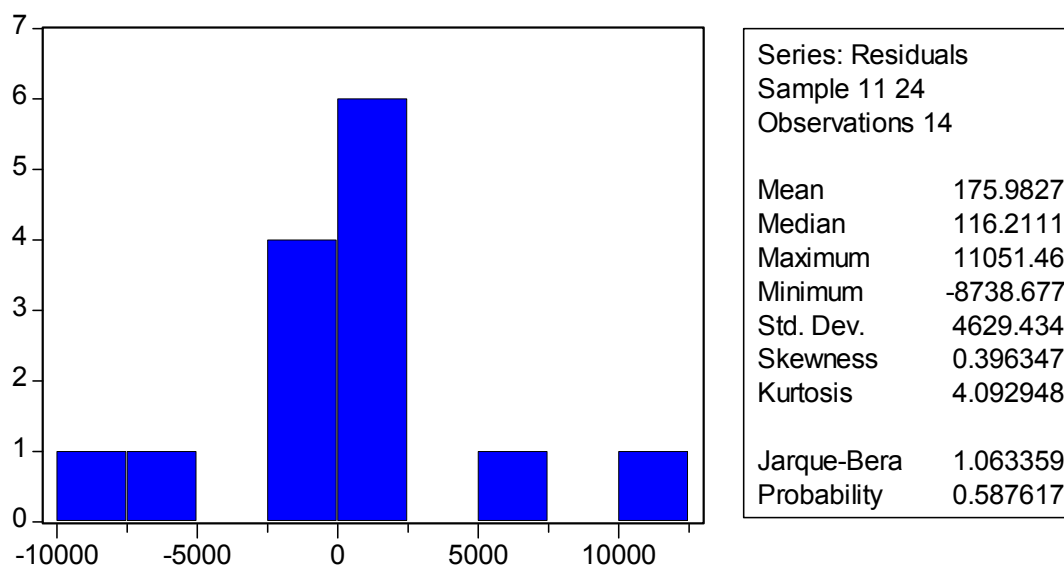
Se observa que el precio de venta para la estimación de la demanda es significativo, también resultan significativas las demanda varios meses atrás, el primer, segundo, tercero, cuarto, sexto, séptimo, octavo y décimo. A partir del indicador de ajuste del modelo a los datos; el R-squared y Adjusted R-squared se nota un importante ajuste del modelo a los datos.

## Análisis de Errores

### Normalidad de Errores: Test Jarque – Bera

Con un p-valor de 0.5876 no se posee la suficiente evidencia estadística para rechazar la normalidad de los errores.

Tabla 51: Resultados Test Jarque - Bera para Prepago Gama Media



### No Autocorrelación Serial de Errores

A continuación se presenta una tabla con los valores de las autocorrelaciones y autocorrelaciones parciales:

**Tabla 52: Resultados Test LM para Gama Media**

Date: 06/03/08 Time: 12:21

Sample: 11 24

Included observations: 14

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
.  * .	.  * .	1	0.121	0.121	0.2529	0.615
. *  .	. *  .	2	-0.107	-0.124	0.4681	0.791
. *  .	. *  .	3	-0.188	-0.163	1.1893	0.756
. **  .	. **  .	4	-0.231	-0.212	2.3813	0.666
.   .	.   .	5	-0.051	-0.049	2.4456	0.785
.   .	. *  .	6	0.003	-0.074	2.4459	0.874
.   .	. *  .	7	0.000	-0.090	2.4459	0.931
.   .	. *  .	8	0.000	-0.078	2.4459	0.964
.   .	.   .	9	0.000	-0.049	2.4459	0.982
.   .	.   .	10	0.000	-0.049	2.4459	0.992
.   .	.   .	11	0.000	-0.049	2.4459	0.996
.   .	.   .	12	0.000	-0.041	2.4459	0.998

Se aprecia de la tabla que ningún valor de autocorrelación es significativo, es decir no se rechaza la no existencia de autocorrelación hasta el rezago número 12.

Mediante los dos test anteriores se puede concluir que no se rechaza la posibilidad de que los errores provenientes del modelo se comporten como un ruido blanco.

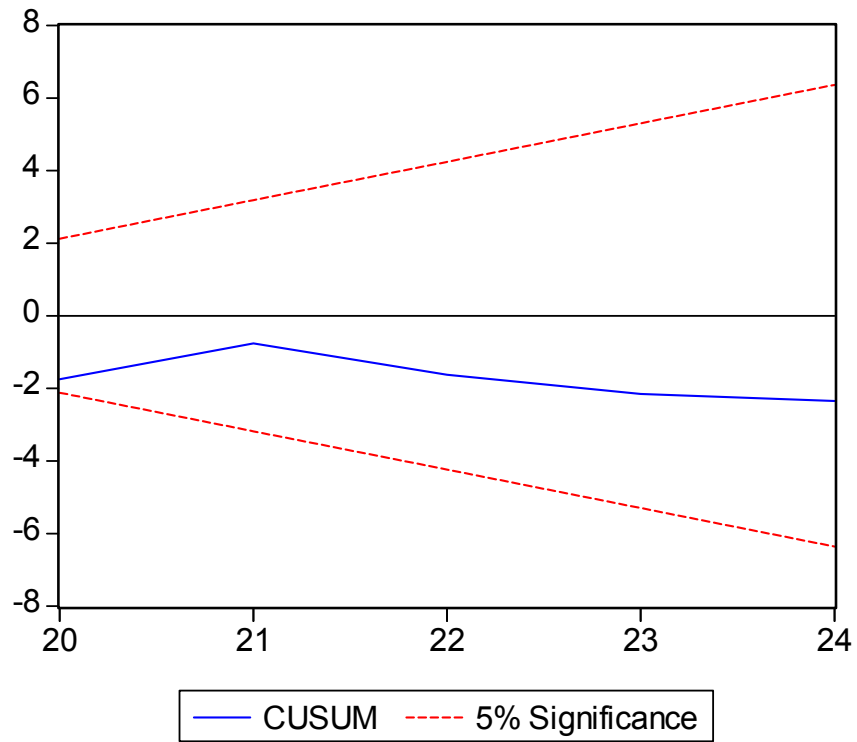
### Estabilidad del Modelo

### Tests CUSUM y CUSUM-cuadrado

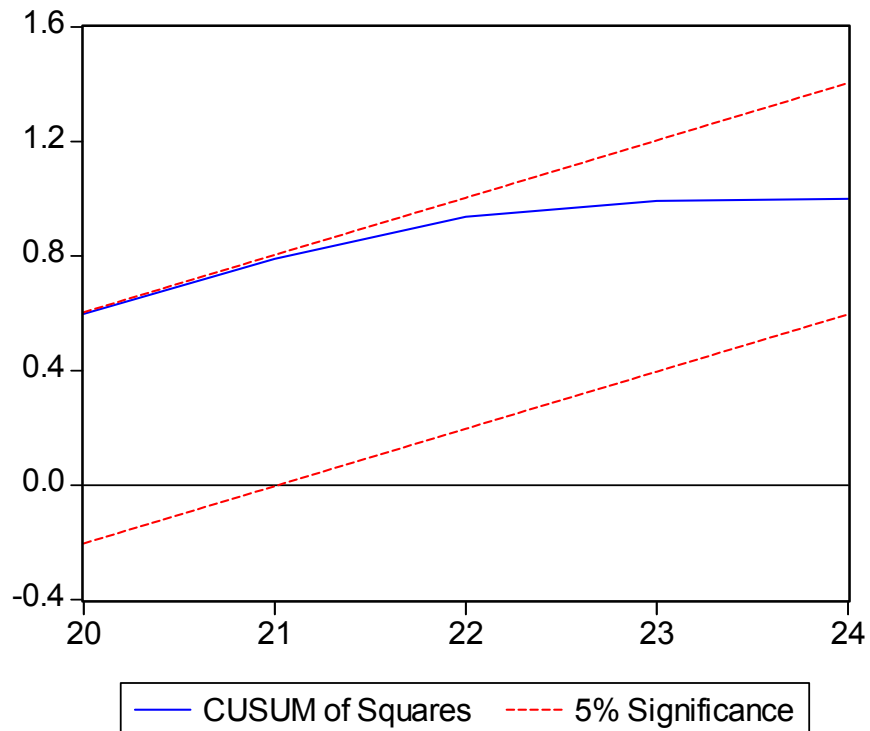
A continuación se presentan los resultados del test cusum y cusum-cuadrado:



**Ilustración 8: Resultados Cusum para Prepago Gama Media**



**Ilustración 9: Resultados Cusum Cuadrado para Prepago Gama Media**



Se observa que en ambos test no es rechazada la estabilidad de los parámetros del modelo, por ende el modelo presenta una cualidad requerida para poder realizar predicciones a futuro.

### Gráfico de Pronóstico entregado por este método

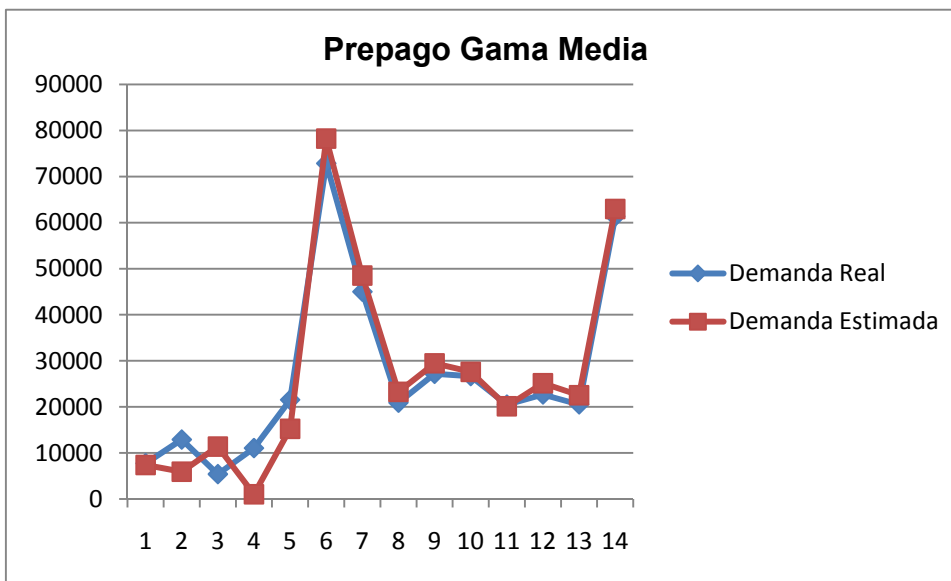


Gráfico 23: MCO Prepago Media

### B.3 Análisis MCO para Prepago Gama Alta

#### Estacionalidad de la serie

#### Test de Raíz Unitaria Test Dickey – Fuller

Mediante este test no se observa evidencia estadística necesaria como para rechazar la hipótesis nula, i.e., la serie podría tener una raíz unitaria y por lo tanto no se descarta la estacionalidad.

**Tabla 53: Resultados Test Dickey – Fuller para Prepago Gama Alta**

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
Exogenous: Constant  
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=5)

---

---

	t-Statistic
<u>Elliott-Rothenberg-Stock DF-GLS test statistic</u>	<u>-1.342318</u>
Test critical values: 1% level	-2.669359
5% level	-1.956406
10% level	-1.608495

---

---

## Test de Raíz unitaria Test Dickey – Fuller Aumentado

Según este test con un p-valor de 0.1199 no se tiene suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; que la serie de de la demanda posea una raíz unitaria

Tabla 54: Resultados Test Dickey – Fuller Aumentado para Prepago Gama Alta

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
Exogenous: Constant  
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=5)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.422576	0.5535
Test critical values:		
1% level	-3.752946	
5% level	-2.998064	
10% level	-2.638752	

## Test de Raíz Unitaria Phillips - Perron

Según este test con un p-valor de 0.4812 no se tiene suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; que la serie de de la demanda posea una raíz unitaria

Tabla 55: Resultados Test Phillips – Perron para Prepago Gama Alta

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
Exogenous: Constant  
Bandwidth: 2 (Newey-West using Bartlett kernel)

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-1.570150	0.4812
Test critical values:		
1% level	-3.752946	
5% level	-2.998064	
10% level	-2.638752	

Dado esto, no es posible descartar la no estacionalidad para la serie de las demandas.

### Estimación del Modelo

Mediante métodos de selección de variables basados en las significancias estadísticas de estas se llegó a un modelo final dado por:

$$y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \dots + \beta_q x_t - q + \delta_1 y_{t-1} + \dots + \delta_p y_{t-p} + \mu_t$$

### Estimación de Parámetros

Los parámetros estimados del modelo se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 56: Resultados Durbin – Watson para Prepago Gama Alta

Dependent Variable: DEMANDA

Method: Least Squares

Date: 06/03/08 Time: 14:44

Sample (adjusted): 9 24

Included observations: 16 after adjustments

DEMANDA=C(1)+C(9)\*DEMANDA(-8)+C(14)\*PRECIO

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	8468.999	1185.546	7.143546	0.0000
C(9)	-0.995117	0.261208	-3.809672	0.0022
C(14)	-0.043725	0.007783	-5.617839	0.0001
R-squared	0.717429	Mean dependent var		1778.875
Adjusted R-squared	0.673957	S.D. dependent var		1387.683
S.E. of regression	792.3696	Akaike info criterion		16.35529
Sum squared resid	8162046.	Schwarz criterion		16.50015
Log likelihood	-127.8423	Durbin-Watson stat		2.031906

Se observa que el precio de venta para la estimación de la demanda es significativo, también resulta significativa la demanda de ocho meses atrás. A partir

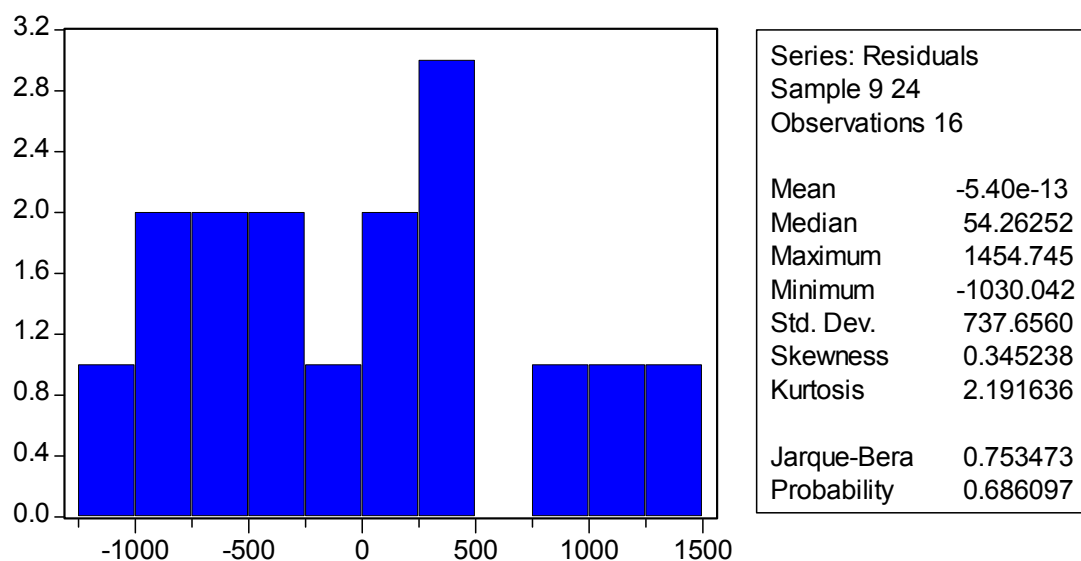
del indicador de ajuste del modelo a los datos; el R-squared y Adjusted R-squared se nota un pobre ajuste del modelo a los datos.

## Análisis de Errores

### Normalidad de Errores: Test Jarque – Bera

Con un p-valor de 0.7535 aproximadamente, no se posee la suficiente evidencia estadística para rechazar la normalidad de los errores.

Tabla 57: Resultados Jarque – Bera para Prepago Gama Alta



### No autocorrelación serial de errores

A continuación se presenta una tabla con los valores de las autocorrelaciones y autocorrelaciones parciales:

Tabla 58: Resultados Test LM para Prepago Gama Alta

Date: 06/03/08 Time: 00:55

Sample: 9 24

Included observations: 16

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
.   .	.   .	1	0.009	0.009	0.0016	0.968
. **  .	. **  .	2	-0.210	-0.210	0.9092	0.635
. *  .	. *  .	3	-0.064	-0.062	0.9986	0.802
. *  .	. *  .	4	-0.129	-0.182	1.4011	0.844
.  ** .	.  ** .	5	0.305	0.300	3.8422	0.572
.   .	. *  .	6	-0.055	-0.162	3.9278	0.686
.   .	.  * .	7	-0.024	0.139	3.9469	0.786
.   .	. *  .	8	0.000	-0.089	3.9469	0.862
.   .	.  * .	9	0.000	0.167	3.9469	0.915
.   .	. **  .	10	0.000	-0.222	3.9469	0.950
.   .	.  ** .	11	0.000	0.223	3.9469	0.971
.   .	. **  .	12	0.000	-0.241	3.9469	0.984

Se aprecia de la tabla que ningún valor de autocorrelación es significativo, es decir no se rechaza la no existencia de autocorrelación hasta el rezago número 12.

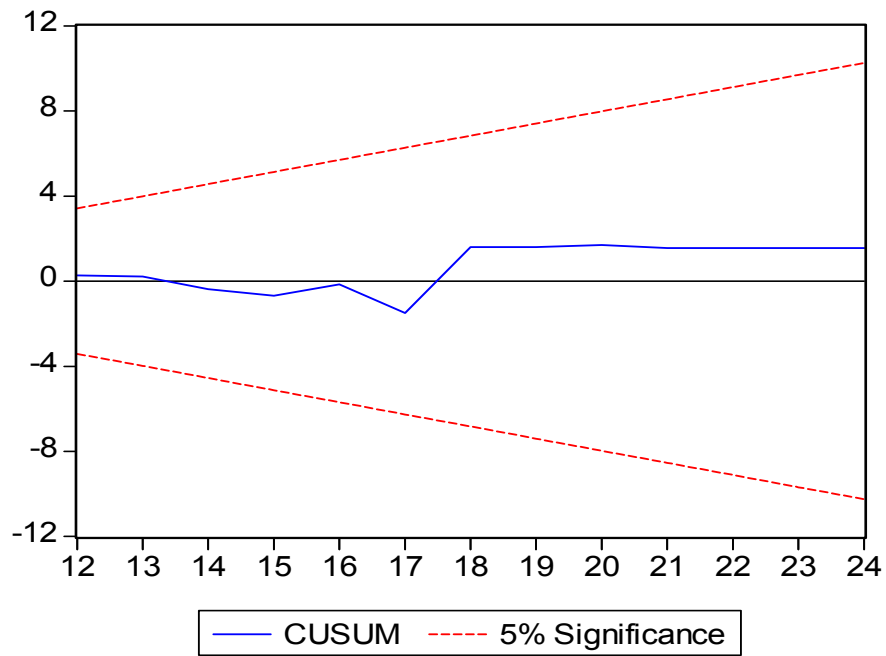
Mediante los dos test anteriores se puede concluir que no se rechaza la posibilidad de que los errores provenientes del modelo se comporten como un ruido blanco.

### Estabilidad del Modelo

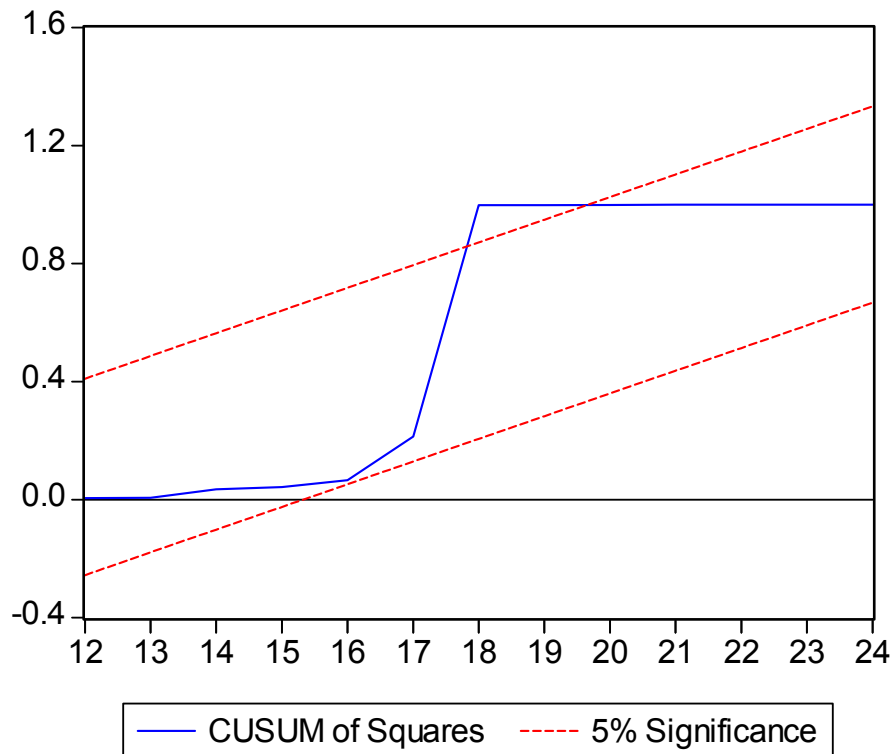
### Tests CUSUM y CUSUM-cuadrado

A continuación se presentan los resultados del test cusum y cusum-cuadrado:

**Ilustración 10: Resultados Cusum para Prepago Gama Alta**



**Ilustración 11: Resultados Cusum Cuadrado para Prepago Gama Alta**





Se observa que en el segundo test es rechazada la estabilidad de los parámetros del modelo, por ende el modelo no en su totalidad presenta una calidad requerida para poder realizar predicciones a futuro.

### Gráfico de Pronóstico entregado por este método

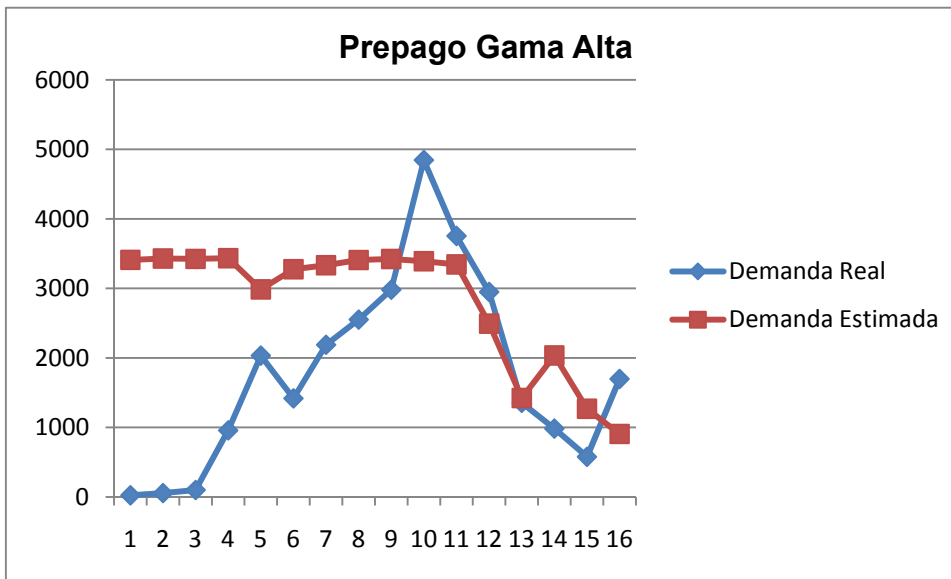


Gráfico 24: MCO Prepago Alta

## B.4 Análisis MCO para Prepago Gama Premium

### Estacionalidad de la Serie

#### Test de Raíz Unitaria Test Dickey – Fuller

Mediante este test no se observa evidencia estadística necesaria como para rechazar la hipótesis nula, i.e., la serie podría tener una raíz unitaria y por lo tanto no se descarta la estacionalidad.

**Tabla 59: Resultados Dickey – Fuller para Prepago Gama Premium**

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 4 (Automatic based on SIC, MAXLAG=5)

	t-Statistic
Elliott-ROthenberg-Stock DF-GLS test statistic	-1.602345
Test critical values: 1% level	-2.692358
5% level	-1.960171
10% level	-1.607051

**Test de Raíz unitaria Test Dickey – Fuller Aumentado**

Según este test no se tiene suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; que la serie de la demanda posea una raíz unitaria, ya que el estadístico t no presenta evidencia ni para un rango de un 10%, es decir , no se alcanza un intervalo con el 90% de confianza.

**Tabla 60: Resultados Dickey – Fuller Aumentado para Prepago Gama Premium**

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 4 (Automatic based on SIC, MAXLAG=5)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	0.795799	0.9910
Test critical values: 1% level	-3.831511	
5% level	-3.029970	
10% level	-2.655194	

**Test de Raíz Unitaria Phillips - Perron**

Según este test se tiene suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; que la serie de la demanda posea una raíz unitaria.

**Tabla 61: Resultados Phillips - Perron para Prepago Gama Premium**

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Bandwidth: 0 (Newey-West using Bartlett kernel)

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	0.885988	0.9933
Test critical values:		
1% level	-3.752946	
5% level	-2.998064	
10% level	-2.638752	

Dado esto, no es posible descartar la no estacionalidad para la serie de las demandas, ya que no presente un nivel de confianza mayor a 90% por lo menos.

### Estimación del Modelo

Mediante métodos de selección de variables basados en las significancias estadísticas de estas se llegó a un modelo final dado por:

$$y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \dots + \beta_q x_t - q + \delta_1 y_{t-1} + \dots + \delta_p y_{t-p} + \mu_t$$

### Estimación de Parámetros

Los parámetros estimados del modelo se presentan en la siguiente tabla:

**Tabla 62: Resultados Durbin - Watson para Prepago Gama Premium**

Dependent Variable: DEMANDA  
 Method: Least Squares  
 Date: 06/03/08 Time: 15:26  
 Sample (adjusted): 10 24  
 Included observations: 15 after adjustments  
 DEMANDA=C(1)+C(2)\*DEMANDA(-1)+C(4)\*DEMANDA(-3)+C(5)  
     \*DEMANDA(-4)+C(7)\*DEMANDA(-6)+C(8)\*DEMANDA(-7)+C(10)  
     \*DEMANDA(-9)+C(14)\*PRECIO

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-571.4600	52.78088	-10.82703	0.0000
C(2)	0.888889	0.285604	3.112312	0.0170
C(4)	-1.111111	0.469530	-2.366432	0.0499
C(5)	1.777778	0.496904	3.577709	0.0090
C(7)	-3.777778	0.906813	-4.165993	0.0042
C(8)	4.333333	1.358395	3.190038	0.0153
C(10)	-7.111111	2.214271	-3.211490	0.0148
C(14)	0.003178	0.000293	10.83608	0.0000
R-squared	0.997457	Mean dependent var		1.933333
Adjusted R-squared	0.994914	S.D. dependent var		5.586548
S.E. of regression	0.398410	Akaike info criterion		1.301854
Sum squared resid	1.111111	Schwarz criterion		1.679481
Log likelihood	-1.763905	Durbin-Watson stat		2.288889

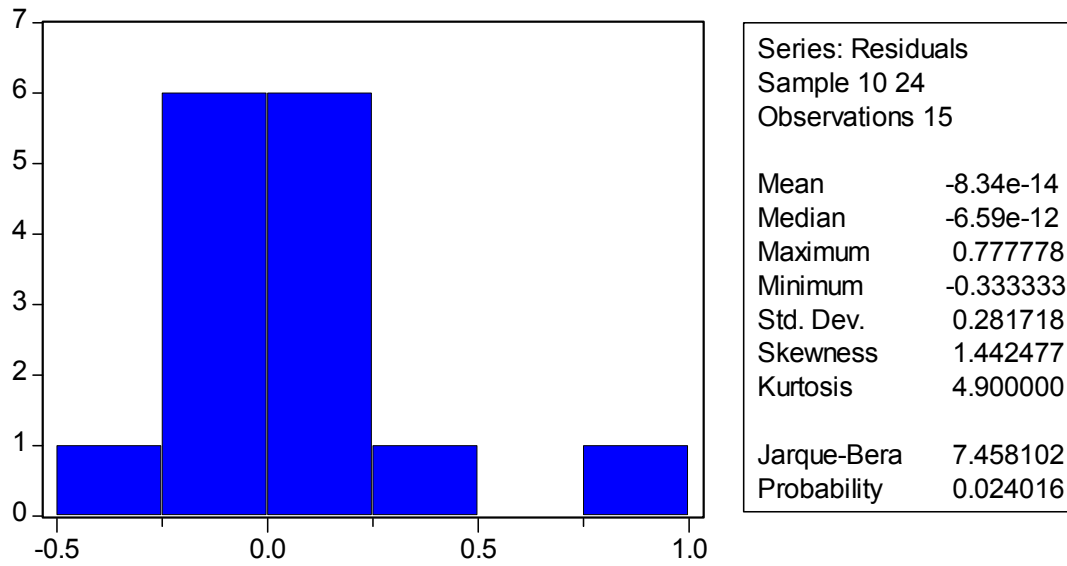
Se observa que el precio de venta para la estimación de la demanda es significativo, también resulta significativa la demanda de cuatro meses atrás. A partir del indicador de ajuste del modelo a los datos; el R-squared y Adjusted R-squared se nota un ajuste muy importante del modelo a los datos.

## **Análisis de Errores**

### **Normalidad de Errores: Test Jarque – Bera**

Con un p-valor de 0.0240 se posee la suficiente evidencia estadística para no rechazar la normalidad de los errores.

**Tabla 63: Resultados Test Jarque - Bera para Prepago Gama Premium**



### No Autocorrelación Serial de Errores

A continuación se presenta una tabla con los valores de las autocorrelaciones y autocorrelaciones parciales

**Tabla 64: Resultados Test LM para Prepago Gama Premium**

Date: 06/03/08 Time: 22:36

Sample: 10 24

Included observations: 15

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
. *  .	. *  .	1 -0.167	-0.167	0.5060	0.477
. *  .	. *  .	2 -0.067	-0.097	0.5931	0.743
. *  .	. *  .	3 -0.067	-0.099	0.6876	0.876
.   .	. *  .	4 -0.056	-0.097	0.7591	0.944
.  * .	.  * .	5 0.178	0.142	1.5651	0.905
.   .	.   .	6 -0.000	0.043	1.5651	0.955
.   .	.   .	7 -0.000	0.029	1.5651	0.980
.   .	.   .	8 0.000	0.034	1.5651	0.992
.   .	.   .	9 0.000	0.033	1.5651	0.997
.   .	.   .	10 0.000	-0.015	1.5651	0.999
.   .	.   .	11 0.000	-0.006	1.5651	1.000
.   .	.   .	12 0.000	-0.005	1.5651	1.000

Se aprecia de la tabla que ningún valor de autocorrelación es significativo, es decir no se rechaza la no existencia de autocorrelación hasta el rezago número 12.

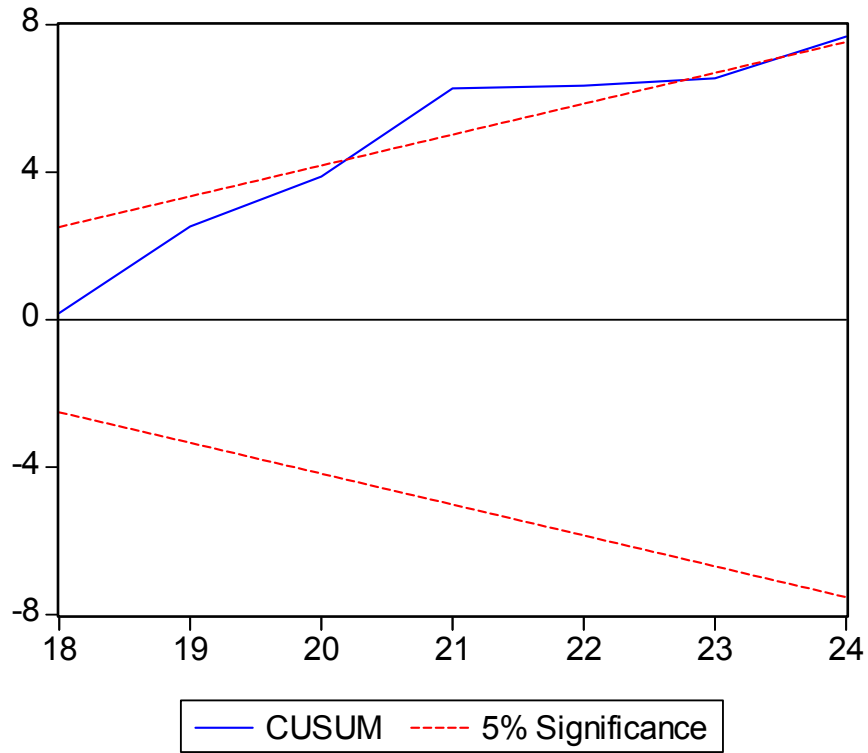
Mediante los dos test anteriores no se puede concluir que los errores provenientes del modelo se comporten como un ruido blanco.

## Estabilidad del Modelo

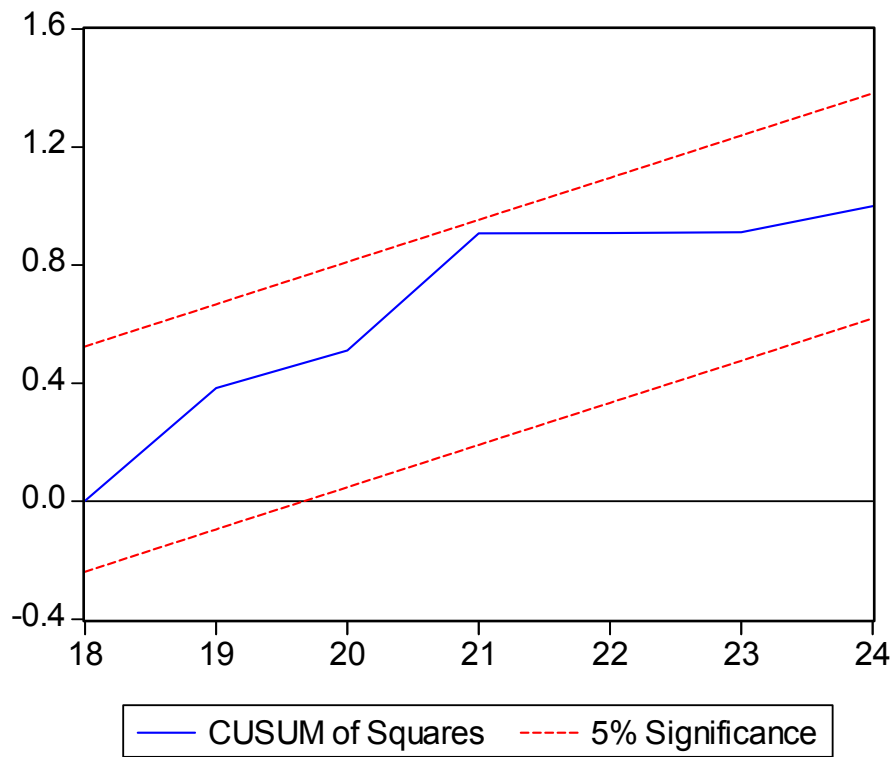
## Tests CUSUM y CUSUM-cuadrado

A continuación se presentan los resultados del test cusum y cusum-cuadrado:

### Ilustración 12: Resultados Cusum para Prepago Gama Premium



**Ilustración 13: Resultados Cusum Cuadrado para Prepago Gama Premium**



Se observa que en el segundo test no es rechazada la estabilidad de los parámetros del modelo, pero sí en el primero, por ende el modelo presenta parcialmente la calidad requerida para poder realizar predicciones a futuro.

### Gráfico de Pronóstico entregado por este método

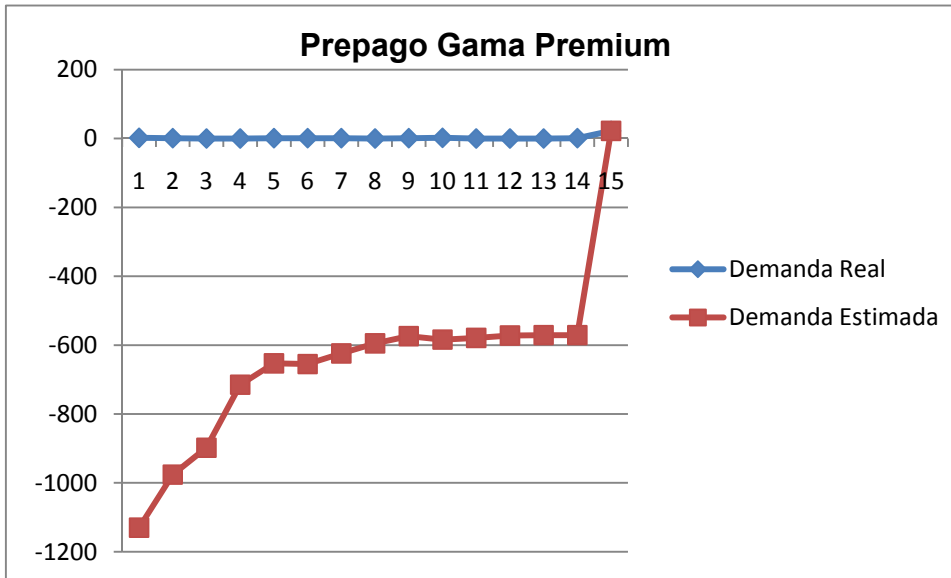


Gráfico 25: MCO Prepago Premium

## B.5 Análisis MCO para Contrato Gama Baja

### Estacionalidad de la Serie

#### Test de Raíz unitaria Test Dickey – Fuller

Mediante este test se observa evidencia estadística necesaria como para rechazar la hipótesis nula, i.e., la serie no posee una raíz unitaria y por lo tanto se descarta la estacionalidad con un p-valor menor a 0.05.



**Tabla 65: Resultados Test Dickey – Fuller para Contrato Gama Baja**

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 1 (Automatic based on SIC, MAXLAG=5)

	t-Statistic
Elliott-Rothenberg-Stock DF-GLS test statistic	-2.009648
Test critical values:	
1% level	-2.664853
5% level	-1.955681
10% level	-1.608793

### Test de Raíz Unitaria Test Dickey – Fuller Aumentado

Según este test con un p-valor de 0.6794 no se tiene suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; que la serie de la demanda posea una raíz unitaria, no encontrándose el estadístico t dentro de un intervalo del 90% de confianza.

**Tabla 66: Resultados Test Dickey – Fuller Aumentado para Contrato Gama Baja**

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 2 (Automatic based on SIC, MAXLAG=5)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.145248	0.6794
Test critical values:		
1% level	-3.752946	
5% level	-2.998064	
10% level	-2.638752	

### Test de Raíz Unitaria Phillips - Perron

Según este test con un p-valor de 0.0388 no se tiene suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; que la serie de la demanda posea una raíz unitaria

**Tabla 67: Resultados Test Phillips - Perron para Contrato Gama Baja**

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Bandwidth: 1 (Newey-West using Bartlett kernel)

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-3.109110	0.0388
Test critical values:		
1% level	-3.724070	
5% level	-2.986225	
10% level	-2.632604	

Dado esto, no es posible descartar la no estacionalidad para la serie de las demandas.

### Estimación del Modelo

Mediante métodos de selección de variables basados en las significancias estadísticas de estas se llegó a un modelo final dado por:

$$y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \dots + \beta_q x_t - q + \delta_1 y_{t-1} + \dots + \delta_p y_{t-p} + \mu_t$$

### Estimación de Parámetros

Los parámetros estimados del modelo se presentan en la siguiente tabla:

**Tabla 68: Resultados Test Durbin - Watson para Contrato Gama Baja**

Dependent Variable: DEMANDA  
 Method: Least Squares  
 Date: 06/03/08 Time: 23:18  
 Sample (adjusted): 10 26  
 Included observations: 17 after adjustments  
 DEMANDA=C(1)+C(10)\*DEMANDA(-9)+C(14)\*PRECIO

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	6679.038	1536.482	4.346969	0.0007
C(10)	0.356554	0.140329	2.540838	0.0235
C(14)	-0.061906	0.024132	-2.565324	0.0224
R-squared	0.451414	Mean dependent var		8887.765
Adjusted R-squared	0.373044	S.D. dependent var		1254.340
S.E. of regression	993.1931	Akaike info criterion		16.79851
Sum squared resid	13810055	Schwarz criterion		16.94555
Log likelihood	-139.7874	Durbin-Watson stat		2.598260

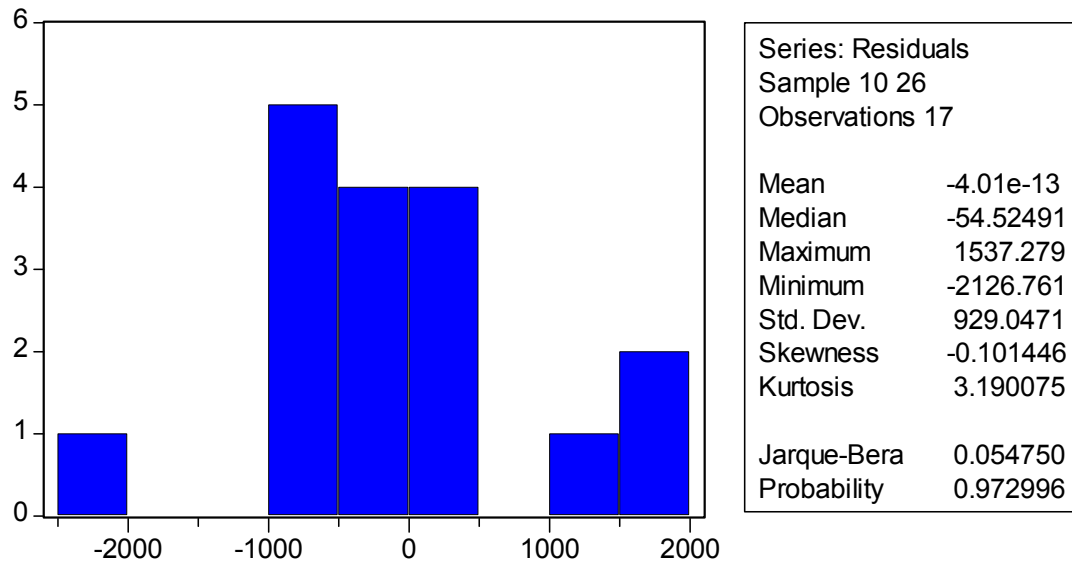
Se observa que el precio de venta para la estimación de la demanda es significativo, también resulta significativa la demanda de cuatro meses atrás. A partir del indicador de ajuste del modelo a los datos; el R-squared y Adjusted R-squared se nota un pobre ajuste del modelo a los datos.

## **Análisis de Errores**

### **Normalidad de Errores: Test Jarque – Bera**

Con un p-valor de 0.9730 se posee la suficiente evidencia estadística para no rechazar la normalidad de los errores.

**Tabla 69: Resultados Test Jarque - Bera para Contrato Gama Baja**



### No Autocorrelación Serial de Errores

A continuación se presenta una tabla con los valores de las autocorrelaciones y autocorrelaciones parciales:

**Tabla 70: Resultados Test LM para Contrato Gama Baja**

Date: 06/03/08 Time: 23:42

Sample: 10 26

Included observations: 17

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
.***  .	.***  .	1	-0.331	-0.331	2.2119	0.137
.  * .	.  * .	2	0.175	0.073	2.8707	0.238
.**  .	.*  .	3	-0.229	-0.170	4.0757	0.253
.*  .	.**  .	4	-0.122	-0.290	4.4451	0.349

.  * .	.   .	5	0.124	0.047	4.8579	0.433
.   .	.   .	6	-0.025	0.033	4.8758	0.560
.  ** .	.  * .	7	0.200	0.119	6.1680	0.520
.   .	.  * .	8	0.006	0.142	6.1694	0.628
.   .	.  * .	9	0.000	0.078	6.1694	0.723
.   .	.  * .	10	0.000	0.095	6.1694	0.801
.   .	.  * .	11	0.000	0.145	6.1694	0.862
.   .	.   .	12	0.000	0.047	6.1694	0.907

Se aprecia de la tabla que ningún valor de autocorrelación es significativo, es decir no se rechaza la no existencia de autocorrelación hasta el rezago número 12.

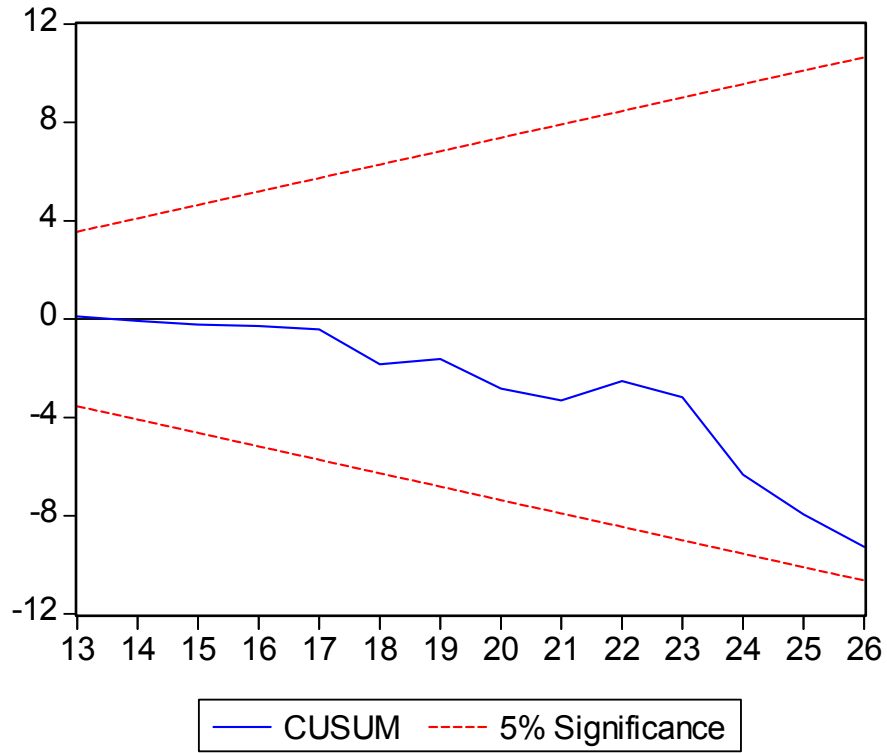
Mediante los dos test anteriores se puede concluir que no se rechaza la posibilidad de que los errores provenientes del modelo se comporten como un ruido blanco.

### **Estabilidad del Modelo**

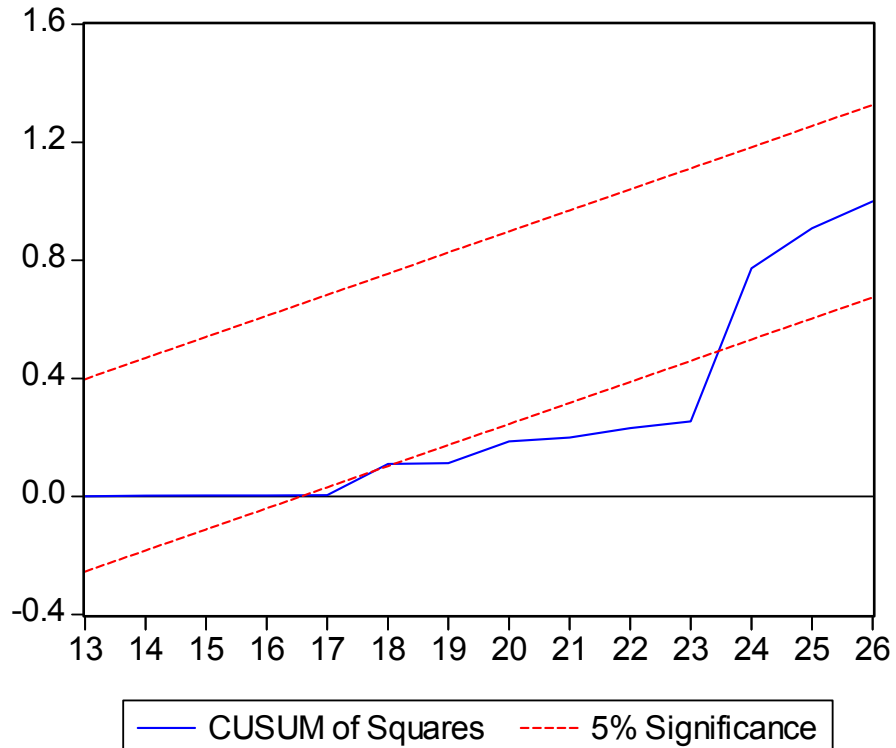
### **Tests CUSUM y CUSUM-cuadrado**

A continuación se presentan los resultados del test cusum y cusum-cuadrado:

**Ilustración 14: Resultados Cusum para Contrato Gama Baja**



**Ilustración 15: Resultados Cusum Cuadrado para Contrato Gama Baja**



Se observa que en primer test no es rechazada la estabilidad de los parámetros del modelo, en el segundo test se rechaza la estabilidad, por ende el modelo podría no presentar la cualidad requerida para poder realizar predicciones a futuro.

### Gráfico de Pronóstico entregado por este método

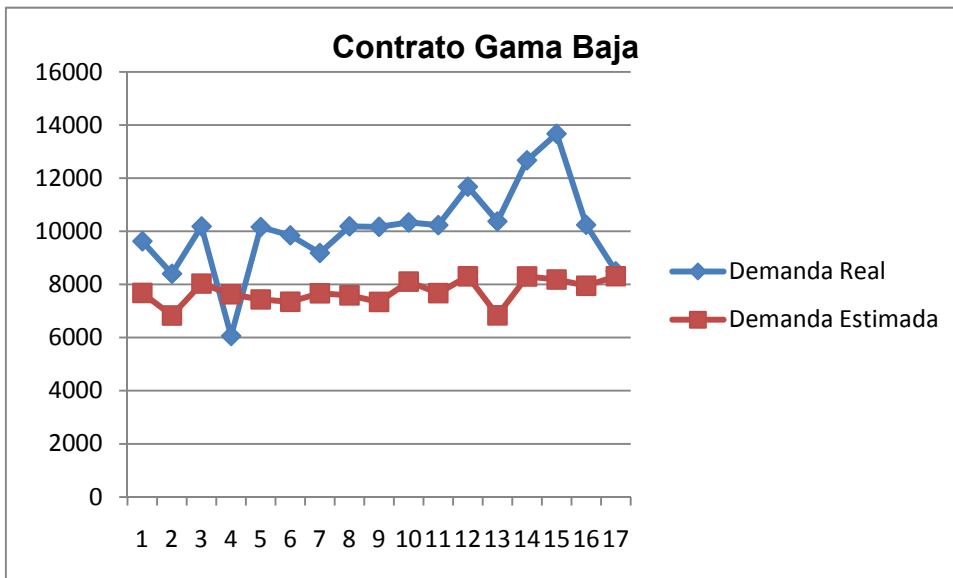


Gráfico 26: MCO Prepago Baja

## B.6 Análisis MCO para Contrato Gama Alta

### Estacionalidad de la Serie

### Test de Raíz Unitaria Test Dickey – Fuller

Mediante este test se observa evidencia estadística necesaria como para rechazar la hipótesis nula, i.e., la serie no posee una raíz unitaria y por lo tanto se descarta la estacionalidad con un p-valor menor a 0.05.

Tabla 71: Resultados Test Dickey - Fuller para Contrato Gama Alta

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=5)

	t-Statistic
Elliott-Rothenberg-Stock DF-GLS test statistic	-0.214780
Test critical values:	
1% level	-2.660720
5% level	-1.955020
10% level	-1.609070

### Test de Raíz Unitaria Test Dickey – Fuller Aumentado

Según este test con un p-valor de 0.8073 no se tiene suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; que la serie de la demanda posea una raíz unitaria ya que el estadístico t se encuentra fuera del rango para tener una confiabilidad del 90%.

Tabla 72: Resultados Test Dickey – Fuller Aumentado para Contrato Gama Alta

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=5)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.780797	0.8073
Test critical values:		
1% level	-3.724070	
5% level	-2.986225	
10% level	-2.632604	

### Test de Raíz Unitaria Phillips - Perron

Según este test con un p-valor de 0.8073 no se tiene suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; que la serie de la demanda posea una raíz unitaria ya que el estadístico t se encuentra fuera del rango para tener una confiabilidad del 90%.



**Tabla 73: Resultados Test Phillips Perron para Contrato Gama Alta**

Null Hypothesis: DEMANDA has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Bandwidth: 10 (Newey-West using Bartlett kernel)

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-0.698999	0.8294
Test critical values:		
1% level	-3.724070	
5% level	-2.986225	
10% level	-2.632604	

Dado esto, no es posible descartar la no estacionalidad para la serie de las demandas.

### Estimación del Modelo

Mediante métodos de selección de variables basados en las significancias estadísticas de estas se llegó a un modelo final dado por:

$$y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \dots + \beta_q x_t - q + \delta_1 y_{t-1} + \dots + \delta_p y_{t-p} + \mu_t$$

### Estimación de Parámetros

Los parámetros estimados del modelo se presentan en la siguiente tabla:

**Tabla 74: Resultados Test Durbin - Watson para Contrato Gama Alta**

Dependent Variable: DEMANDA  
 Method: Least Squares  
 Date: 06/04/08 Time: 00:36  
 Sample (adjusted): 6 26  
 Included observations: 21 after adjustments  
 DEMANDA=C(2)\*DEMANDA(-1)+C(6)\*DEMANDA(-5)+C(14)\*PRECIO

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(2)	0.571118	0.165944	3.441619	0.0029
C(6)	0.457468	0.190098	2.406480	0.0271

C(14)	0.006765	0.001907	3.546606	0.0023
R-squared	0.939901	Mean dependent var	5016.905	
Adjusted R-squared	0.933223	S.D. dependent var	2330.640	
S.E. of regression	602.2673	Akaike info criterion	15.77084	
Sum squared resid	6529066.	Schwarz criterion	15.92006	
Log likelihood	-162.5939	Durbin-Watson stat	1.895118	

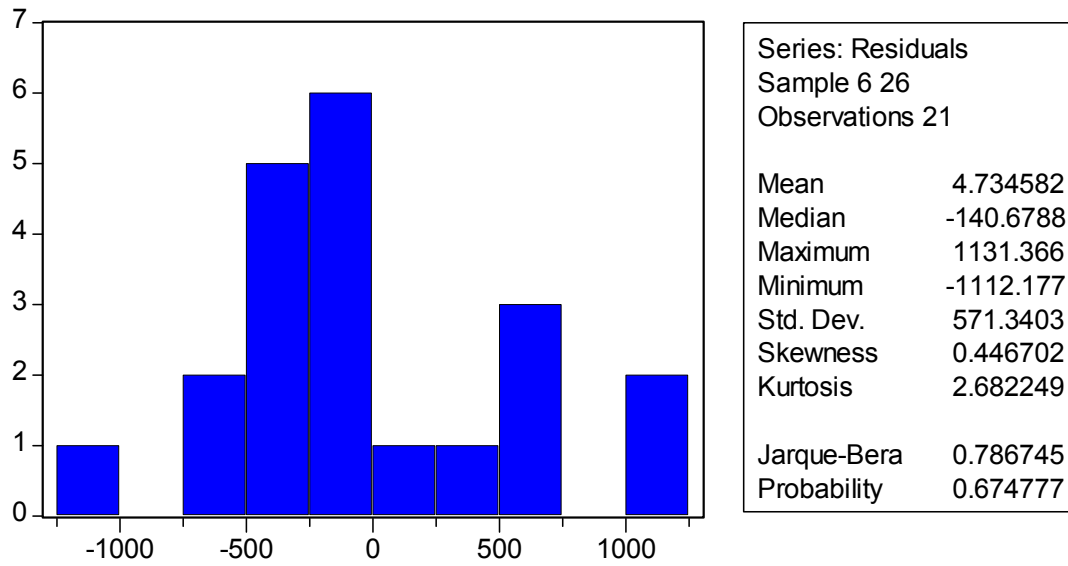
Se observa que el precio de venta para la estimación de la demanda es significativo, también resulta significativa la demanda del primer y quinto mes atrás. A partir del indicador de ajuste del modelo a los datos; el R-squared y Adjusted R-squared se nota un pobre ajuste del modelo a los datos.

## **Análisis de Errores**

### **Normalidad de Errores: Test Jarque – Bera**

Con un p-valor de 0.6748 no se posee la suficiente evidencia estadística para rechazar la normalidad de los errores.

**Tabla 75: Resultados Test Jarque - Bera para Contrato Gama Alta**



### No Autocorrelación Serial de Errores

A continuación se presenta una tabla con los valores de las autocorrelaciones y autocorrelaciones parciales:

**Tabla 76: Resultados Test LM para Contrato Gama Alta**

Date: 06/04/08 Time: 00:46

Sample: 6 26

Included observations: 21

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
.  * .	.  * .	1	0.134	0.134	0.4337	0.510
. *  .	. **  .	2	-0.174	-0.196	1.2054	0.547
.   .	.  * .	3	0.062	0.123	1.3100	0.727
.  * .	.   .	4	0.070	0.005	1.4501	0.835
. *  .	.   .	5	-0.057	-0.039	1.5496	0.907
. *  .	. *  .	6	-0.145	-0.129	2.2309	0.897
. *  .	. *  .	7	-0.080	-0.065	2.4502	0.931
.   .	.   .	8	-0.019	-0.042	2.4636	0.963
.   .	.  * .	9	0.053	0.069	2.5773	0.979
.   .	.   .	10	-0.030	-0.045	2.6168	0.989
.   .	.   .	11	0.000	0.036	2.6168	0.995
.   .	.   .	12	0.000	-0.057	2.6168	0.998

Se aprecia de la tabla que ningún valor de autocorrelación es significativo, es decir no se rechaza la no existencia de autocorrelación hasta el rezago número 12.

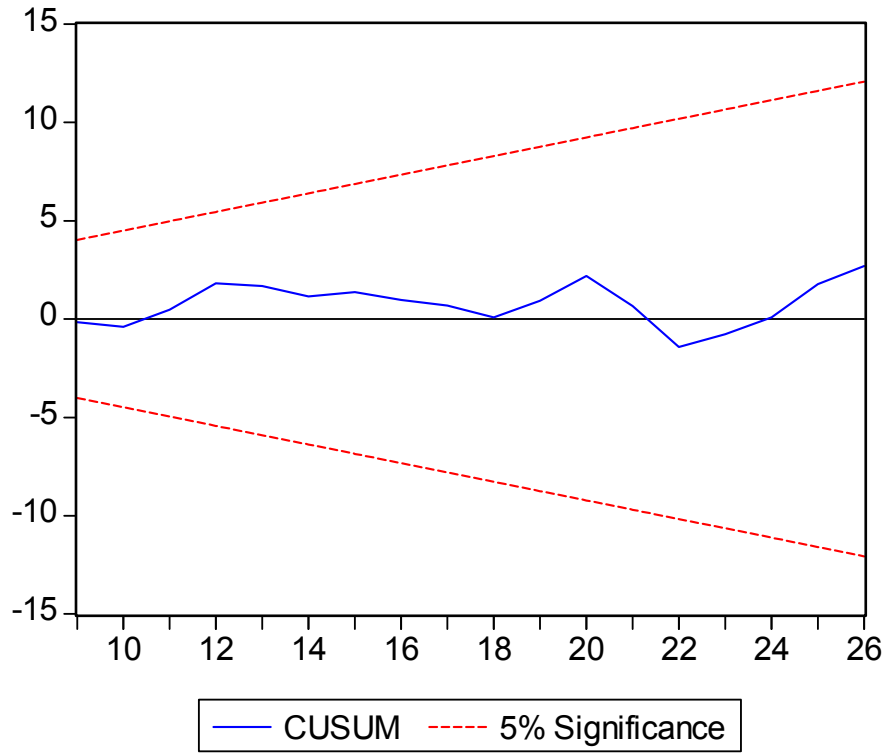
Mediante los dos test anteriores se puede concluir que no se rechaza la posibilidad de que los errores provenientes del modelo se comporten como un ruido blanco.

### Estabilidad del Modelo

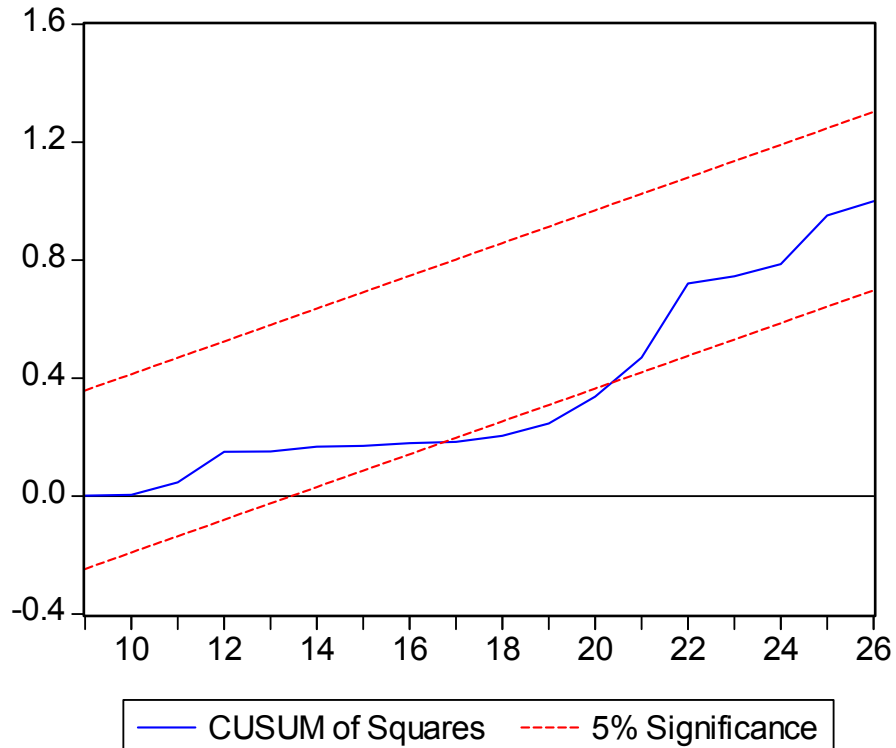
### Tests CUSUM y CUSUM-cuadrado

A continuación se presentan los resultados del test cusum y cusum-cuadrado:

**Ilustración 16: Resultados Cusum para Contrato Gama Alta**



**Ilustración 17: Resultados Cusum Cuadrado para Contrato Gama Alta**



Se observa que en el primer test no es rechazada la estabilidad de los parámetros del modelo, no obstante en el segundo se sale de la zona del 5% de significancia, por ende el modelo no asegura una calidad requerida para poder realizar predicciones a futuro.

### Gráfico de Pronóstico entregado por este método

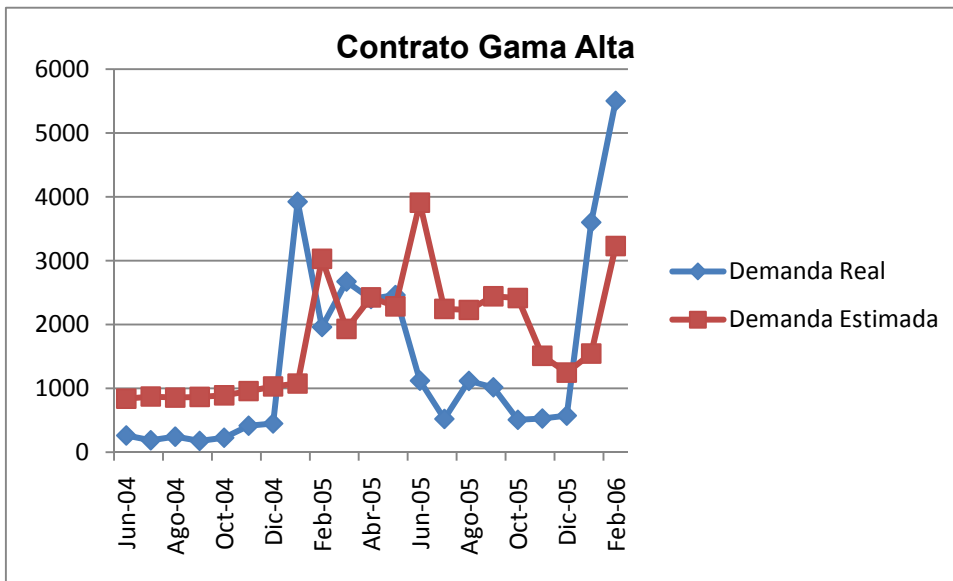


Gráfico 27: MCO Prepago Alta

## B.7 Análisis MCO para Contrato Gama Premium

### Estimación del Modelo

Tabla 77: Resultados Test Durbin - Watson para Contrato Gama Premium

Dependent Variable: DEMANDA  
 Method: Least Squares  
 Date: 06/04/08 Time: 01:05  
 Sample: 1 26

Included observations: 26  
 DEMANDA=C(1)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	405.4615	99.31847	4.082439	0.0004
R-squared	0.000000	Mean dependent var		405.4615
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var		506.4268
S.E. of regression	506.4268	Akaike info criterion		15.33034
Sum squared resid	6411702.	Schwarz criterion		15.37873
Log likelihood	-198.2944	Durbin-Watson stat		1.305919

En este caso el pronóstico depende solamente de una constante por lo que no es relevante hacer más test.

### Gráfico de Pronóstico entregado por este método

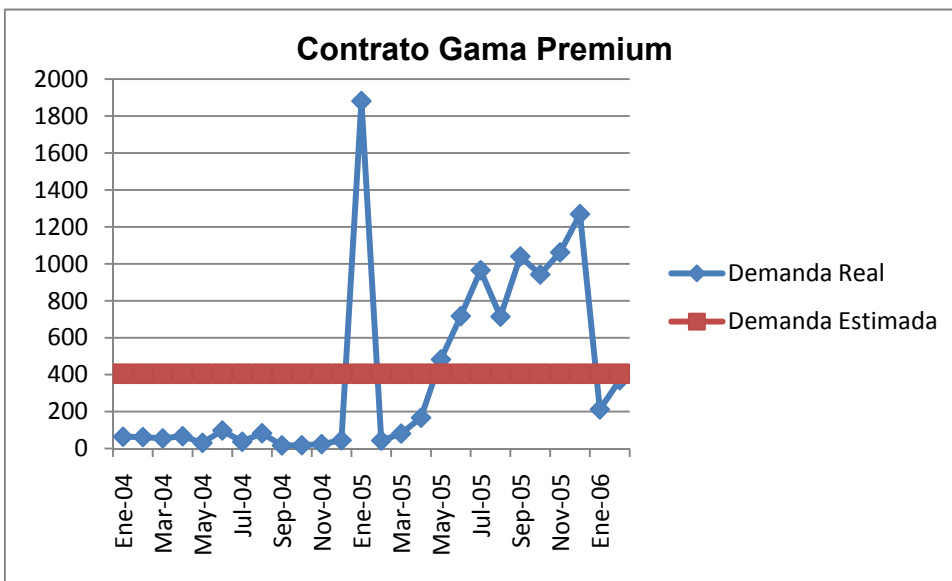


Gráfico 28: MCO Prepago Premium

## ANEXO C: RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DE MODELO LOGIT SATURADO

### B.1 ANALISIS DE LA DEMANDA

Obs	tipo	caracteristica	demanda
1	prepago	baja	472683
2	prepago	media	427219
3	prepago	alta	29325
4	prepago	premium	29
5	contrato	baja	253670
6	contrato	media	30239
7	contrato	alta	106562
8	contrato	premium	10542

#### Procedimiento CATMOD

#### Resumen de los datos

Respuesta	tipo*caracteristica	Niveles de respuesta	8
Variable de peso	demanda	Populations	1
Data Set	LOGIT	Frecuencia total	1330269
Frequency Missing	0	Observaciones	8

#### Population Profiles

Muestra	Tamaño muestral
1	1330269

#### Perfiles de respuesta

Respuesta	tipo	caracteristica
1	contrato	alta
2	contrato	baja
3	contrato	media
4	contrato	premium
5	prepago	alta
6	prepago	baja
7	prepago	media
8	prepago	premium

#### \_Matriz\_de respuesta

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	0	0	1	0	0
2	1	0	1	0	0	1	0
3	1	0	0	1	0	0	1
4	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
5	-1	1	0	0	-1	0	0
6	-1	0	1	0	0	-1	0
7	-1	0	0	1	0	0	-1
8	-1	-1	-1	-1	1	1	1



**MODELO SATURADO**

**Procedimiento CATMOD**

**Análisis de máxima verosimilitud**

Iteración	Sub iteración	-2 Log Verosimilitud	Criterio de convergencia
0	0	5532433.2	1.0000
1	0	4075328.7	0.2634
2	0	3914458	0.0395
3	0	3890481	0.006125
4	0	3885340.7	0.001321
5	0	3883513.9	0.000470
6	0	3882877.1	0.000164
7	0	3882673.9	0.0000523
8	0	3882622.6	0.0000132
9	0	3882615.4	1.8573E-6
10	0	3882615.1	6.846E-8
11	0	3882615.1	1.391E-10

**Análisis de máxima verosimilitud**

Iteración	Parámetros estimados						
	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0
1	-0.3971	-0.5914	1.1841	0.3755	0.6293	-0.2615	-0.7966
2	-0.1590	-0.2370	1.5693	0.3772	0.8796	-0.0720	-1.1509
3	-0.1187	-0.1063	1.7172	0.6014	0.7668	-0.1907	-1.2062
4	-0.004090	0.0266	1.8502	0.7362	0.6492	-0.3071	-1.3200
5	0.1183	0.1496	1.9733	0.8592	0.5268	-0.4295	-1.4424
6	0.2370	0.2682	2.0919	0.9779	0.4082	-0.5482	-1.5611
7	0.3454	0.3767	2.2003	1.0863	0.2997	-0.6566	-1.6695
8	0.4309	0.4622	2.2858	1.1718	0.2142	-0.7421	-1.7550
9	0.4777	0.5089	2.3326	1.2186	0.1675	-0.7888	-1.8017
10	0.4889	0.5202	2.3438	1.2298	0.1562	-0.8001	-1.8130
11	0.4894	0.5207	2.3444	1.2303	0.1557	-0.8006	-1.8135

Cálculos de verosimilitud máxima convergidos.

**Análisis de varianza de verosimilitud máxima**

Fuente	DF	Chi-cuadrado	Pr > ChiSq
tipo	1	444.21	<.0001
característica	3	350810.1	<.0001
tipo*característica	3	200468.5	<.0001
Ratio de probabilidad	0	.	.

**Análisis de estimadores de verosimilitud máxima**

Parámetro	Estimador	Error estándar	Chi-cuadrado	Pr > ChiSq	
tipo	contrato	0.4894	0.0232	444.21	<.0001
característica	alta	0.5207	0.0233	497.76	<.0001
	baja	2.3444	0.0232	10177.02	<.0001
	media	1.2303	0.0233	2784.10	<.0001
tipo*característica	contrato alta	0.1557	0.0233	44.50	<.0001
	contrato baja	-0.8006	0.0232	1186.99	<.0001
	contrato media	-1.8135	0.0233	6048.94	<.0001

Valores predichos de verosimilitud máxima para las funciones de respuesta					
Fcn Num	-----Observado-----		-----Predicho-----		Residual
	Función	Error estándar	Función	Error estándar	
1	8.209186	0.185721	8.209177	0.185321	9.283E-6
2	9.076494	0.185706	9.076484	0.185306	9.283E-6
3	6.949592	0.185784	6.949583	0.185385	9.283E-6
4	5.895827	0.185951	5.895817	0.185551	9.283E-6
5	6.9189	0.185787	6.918891	0.185387	9.283E-6
6	9.698884	0.185701	9.698875	0.185301	9.283E-6
7	9.597756	0.185702	9.597747	0.185302	9.283E-6

Valores predichos de verosimilitud máxima para frecuencias						
tipo	característica	-----Observado-----		-----Predicho-----		Residual
		Frequency	Standard Error	Frequency	Standard Error	
contrato	alta	106562	313.0907	106562	313.0907	0.000022
contrato	baja	253670	453.0976	253670	453.0977	0.000051
contrato	media	30239	171.9059	30239	171.9059	6.12E-6
contrato	premium	10542	102.2666	10542	102.2666	2.133E-6
prepago	alta	29325	169.3474	29325	169.3474	5.935E-6
prepago	baja	472683	552.0191	472683	552.0191	0.000096
prepago	media	427219	538.5319	427219	538.5319	0.000086
prepago	premium	29	5.385106	29.00027	5.373558	-0.00027

**MODELO INDEPENDENCIA TOTAL**

Procedimiento CATMOD

\_Matriz\_de respuesta

	1	2	3	4
1	1	1	0	0
2	1	0	1	0
3	1	0	0	1
4	1	-1	-1	-1
5	-1	1	0	0
6	-1	0	1	0
7	-1	0	0	1
8	-1	-1	-1	-1

Análisis de máxima verosimilitud							
Iteración	Sub iteración	-2 Log Verosimilitud	Criterio de convergencia	Parámetros estimados			
				1	2	3	4
0	0	5532433.2	1.0000	0	0	0	0
1	0	4356901.7	0.2125	-0.3971	-0.5914	1.1841	0.3755
2	0	4231931.5	0.0287	-0.4200	-0.4085	1.2684	0.8509
3	0	4209646.2	0.005266	-0.4202	-0.2119	1.4643	1.0014
4	0	4206503.1	0.000747	-0.4202	-0.1114	1.5648	1.1025
5	0	4206373.9	0.0000307	-0.4202	-0.0855	1.5907	1.1284
6	0	4206373.6	7.9703E-8	-0.4202	-0.0841	1.5921	1.1298
7	0	4206373.6	6.122E-13	-0.4202	-0.0841	1.5921	1.1298

Cálculos de verosimilitud máxima convergidos.

**Análisis de varianza de verosimilitud máxima**

Fuente	DF	Chi-cuadrado	Pr > ChiSq
tipo	1	197841.1	<.0001
caracteristica	3	492637.5	<.0001
Ratio de probabilidad	3	323758.4	<.0001

**Análisis de estimadores de verosimilitud máxima**

Parámetro	Estimador	Error estándar	Chi-cuadrado	Pr > ChiSq	
tipo	contrato	-0.4202	0.000945	197841.1	<.0001
caracteristica	alta	-0.0841	0.00321	688.24	<.0001
	baja	1.5921	0.00270	348036.3	<.0001

**Análisis de estimadores de verosimilitud máxima**

Parámetro	Estimador	Error estándar	Chi-cuadrado	Pr > ChiSq	
caracteristica	media	1.1298	0.00277	166024.2	<.0001

**Valores predichos de verosimilitud máxima para las funciones de respuesta**

Fcn Num	-----Observado-----		-----Predicho-----		Residual
	Función	Error estándar	Función	Error estándar	
1	8.209186	0.185721	1.713319	0.010273	6.495868
2	9.076494	0.185706	3.389531	0.009977	5.686962
3	6.949592	0.185784	2.92718	0.010018	4.022412
4	5.895827	0.185951	-0.84039	0.001889	6.736217
5	6.9189	0.185787	2.553709	0.010097	4.365191
6	9.698884	0.185701	4.229922	0.009797	5.468963
7	9.597756	0.185702	3.767571	0.009838	5.830186

**Valores predichos de verosimilitud máxima para frecuencias**

tipo	caracteristica	-----Observado-----		-----Predicho-----		Residual
		Frequency	Standard Error	Frequency	Standard Error	
contrato	alta	106562	313.0907	40963.48	118.3645	65598.52
contrato	baja	253670	453.0976	218961	336.8706	34709.03
contrato	media	30239	171.9059	137901.9	245.7682	-107663
contrato	premium	10542	102.2666	3186.655	31.15552	7355.345
prepago	alta	29325	169.3474	94923.52	249.9163	-65598.5
prepago	baja	472683	552.0191	507392	494.3924	-34709
prepago	media	427219	538.5319	319556.1	423.7786	107662.9
prepago	premium	29	5.385106	7384.345	71.65846	-7355.34

## B.2 ANALISIS DE LOS PRECIOS

MODELO INDEPENDENCIA TOTAL				
Obs	tipo	caracteristica	demanda	precio
1	prepago	baja	472683	1284026
2	prepago	media	427219	1791762
3	prepago	alta	29325	4239427
4	prepago	premium	29	4327600
5	contrato	baja	253670	649475
6	contrato	media	30239	1600653
7	contrato	alta	106562	3634435
8	contrato	premium	10542	6750207

MODELO SATURADO			
Procedimiento CATMOD			
Resumen de los datos			
Respuesta	tipo*caracteristica	Niveles de respuesta	8
Variable de peso	precio	Populations	1
Data Set	LOGIT1	Frecuencia total	24277585
Frequency Missing	0	Observaciones	8

Population Profiles	
Muestra	Tamaño muestral
1	24277585

Perfiles de respuesta		
Respuesta	tipo	caracteristica
1	contrato	alta
2	contrato	baja
3	contrato	media
4	contrato	premium
5	prepago	alta
6	prepago	baja
7	prepago	media
8	prepago	premium

_Matriz_de respuesta							
	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	0	0	1	0	0
2	1	0	1	0	0	1	0
3	1	0	0	1	0	0	1
4	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
5	-1	1	0	0	-1	0	0
6	-1	0	1	0	0	-1	0
7	-1	0	0	1	0	0	-1
8	-1	-1	-1	-1	1	1	1

Análisis de máxima verosimilitud			
Iteración	Sub iteración	-2 Log Verosimilitud	Criterio de convergencia
0	0	100967638	1.0000
1	0	91991668	0.0889
2	0	91113532	0.009546
3	0	91104845	0.0000953
4	0	91104827	1.9522E-7
5	0	91104827	1.217E-12

Análisis de máxima verosimilitud							
Iteración	Parámetros estimados						
	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0.0409	0.2973	-0.6814	-0.4411	-0.1405	-0.1454	-0.0723
2	-0.0463	0.4873	-0.9259	-0.3671	-0.0263	-0.2346	-0.0121
3	-0.0623	0.4941	-0.9615	-0.3465	-0.0147	-0.2759	0.005951
4	-0.0630	0.4948	-0.9635	-0.3459	-0.0140	-0.2778	0.006579
5	-0.0630	0.4948	-0.9635	-0.3459	-0.0140	-0.2778	0.006580

Cálculos de verosimilitud máxima convergidos.

Análisis de varianza de verosimilitud máxima			
Fuente	DF	Chi-cuadrado	Pr > ChiSq
tipo	1	57794.14	<.0001
caracteristica	3	6969754	<.0001
tipo*caracteristica	3	739163.0	<.0001
Ratio de probabilidad	0	.	.

Análisis de estimadores de verosimilitud máxima					
Parámetro	Estimador	Error estándar	Chi-cuadrado	Pr > ChiSq	
tipo	contrato	-0.0630	0.000262	57794.14	<.0001
caracteristica	alta	0.4948	0.000364	1847456	<.0001
	baja	-0.9635	0.000599	2589901	<.0001
	media	-0.3459	0.000465	552641.5	<.0001
	tipo*caracteristica	contrato alta	-0.0140	0.000364	1482.03
	contrato baja	-0.2778	0.000599	215341.7	<.0001

Análisis de estimadores de verosimilitud máxima					
Parámetro	Estimador	Error estándar	Chi-cuadrado	Pr > ChiSq	
tipo*caracteristica	contrato media	0.00658	0.000465	200.02	<.0001

Valores predichos de verosimilitud máxima para las funciones de respuesta					
Fcn Num	-----Observado-----		-----Predicho-----		Residual
	Función	Error estándar	Función	Error estándar	
1	-0.17456	0.000711	-0.17456	0.000711	0
2	-1.8966	0.001331	-1.8966	0.001331	0
3	-0.9946	0.000925	-0.9946	0.000925	0
4	0.44456	0.000616	0.44456	0.000616	0
5	-0.02058	0.000683	-0.02058	0.000683	0
6	-1.21501	0.001005	-1.21501	0.001005	0
7	-0.88181	0.000888	-0.88181	0.000888	0

Valores predichos de verosimilitud máxima para frecuencias

tipo	característica	-----Observado-----		-----Predicho-----		Residual
		Frequency	Standard Error	Frequency	Standard Error	
contrato	alta	3634435	1757.939	3634435	1757.939	8.072E-6
contrato	baja	649475	795.0473	649475	795.0423	-0.00005
contrato	media	1600653	1222.751	1600653	1222.751	3.549E-6
contrato	premium	6750207	2207.569	6750207	2207.569	0.000015
prepago	alta	4239427	1870.595	4239427	1870.595	9.416E-6
prepago	baja	1284026	1102.776	1284026	1102.776	2.847E-6
prepago	media	1791762	1288.225	1791762	1288.225	3.974E-6
prepago	premium	4327600	1885.785	4327600	1885.785	9.612E-6

MODELO INDEPENDENCIA TOTAL

Procedimiento CATMOD

\_Matriz\_de respuesta

	1	2	3	4
1	1	1	0	0
2	1	0	1	0
3	1	0	0	1
4	1	-1	-1	-1
5	-1	1	0	0
6	-1	0	1	0
7	-1	0	0	1
8	-1	-1	-1	-1

Análisis de máxima verosimilitud

Iteración	Sub iteración	-2 Log Verosimilitud	Criterio de convergencia	Parámetros estimados			
				1	2	3	4
0	0	100967638	1.0000	0	0	0	0
1	0	92217668	0.0867	0.0409	0.2973	-0.6814	-0.4411
2	0	91870227	0.003768	0.0409	0.4743	-0.9033	-0.3774
3	0	91867856	0.0000258	0.0409	0.4761	-0.9277	-0.3659
4	0	91867855	3.6413E-9	0.0409	0.4762	-0.9280	-0.3658

Cálculos de verosimilitud máxima convergidos.

Análisis de varianza de verosimilitud máxima

Fuente	DF	Chi-cuadrado	Pr > ChiSq
tipo	1	40507.60	<.0001
característica	3	7378116	<.0001
Ratio de probabilidad	3	763028.2	<.0001

Análisis de estimadores de verosimilitud máxima

Parámetro	Estimador	Error estándar	Chi-cuadrado	Pr > ChiSq	
tipo	contrato	0.0409	0.000203	40507.60	<.0001
característica	alta	0.4762	0.000358	1774161	<.0001
	baja	-0.9280	0.000568	2667817	<.0001
	media	-0.3658	0.000460	632047.5	<.0001

Valores predichos de verosimilitud máxima  
para las funciones de respuesta

Fcn Num	-----Observado-----		-----Predicho-----		Residual
	Función	Error estándar	Función	Error estándar	
1	-0.17456	0.000711	-0.25963	0.000618	0.085072
2	-1.8966	0.001331	-1.66385	0.000879	-0.23276
3	-0.9946	0.000925	-1.10164	0.000742	0.107037
4	0.44456	0.000616	0.081763	0.000406	0.362797
5	-0.02058	0.000683	-0.3414	0.000466	0.32081
6	-1.21501	0.001005	-1.74561	0.000779	0.530599
7	-0.88181	0.000888	-1.1834	0.000621	0.301588

Valores predichos de verosimilitud máxima para frecuencias

tipo	característica	-----Observado-----		-----Predicho-----		Residual
		Frequency	Standard Error	Frequency	Standard Error	
contrato	alta	3634435	1757.939	4097790	1441.645	-463355
contrato	baja	649475	795.0473	1006251	721.2717	-356776
contrato	media	1600653	1222.751	1765513	953.291	-164860
contrato	premium	6750207	2207.569	5765217	1700.856	984990.1
prepago	alta	4239427	1870.595	3776072	1364.17	463354.6
prepago	baja	1284026	1102.776	927250.2	668.992	356775.8
prepago	media	1791762	1288.225	1626902	888.5489	164859.7
prepago	premium	4327600	1885.785	5312590	1626.904	-984990