



**UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL**

**FORMULACION DE UN MODELO PARA LA PROYECCION DEL PRECIO DE
COBRE BASADO EN LOS FUNDAMENTOS DEL MERCADO MINERO**

**TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN GESTION Y DIRECCION DE
EMPRESAS**

FERNANDO RAFAEL SANTIBAÑEZ VALENZUELA

**PROFESOR GUIA
GASTON L'HUILLIER TRONCOSO**

**MIEMBROS DE LA COMISION:
DANIEL ESPARZA CARRASCO
FERNANDO VILCHES SANTIBAÑEZ**

**SANTIAGO DE CHILE
NOVIEMBRE 2007**

RESUMEN

El objetivo principal de este estudio es proponer un nuevo modelo para proyectar el precio de largo plazo del cobre, de acuerdo al análisis de factores relevantes de su mercado, la aplicación de fórmulas econométricas y técnicas de simulación de riesgo.

Siendo Chile el mayor productor de cobre de mina a nivel mundial con un 35% de la producción total, representando el cobre un 57% de sus exportaciones y un 22% del Producto Interno Bruto, el desarrollo de este trabajo se justifica dado el enorme impacto que este metal y sus proyecciones, tiene sobre la economía nacional.

En una primera etapa, puesto que serán los fundamentos del mercado los que dominen el precio del cobre en el largo plazo, se estudia el mercado del cobre de mina, la determinación del precio, su evolución histórica, y un análisis de la oferta y la demanda. A partir de este estudio se determinan las variables explicativas del precio a futuro, las que pasan a constituir la base del modelo econométrico propuesto, una regresión múltiple lineal. Finalmente asociando a las variables finales obtenidas, funciones de distribución de frecuencias y aplicando técnicas de simulación de riesgo, se obtuvo un precio de largo plazo para el cobre, el que se comparó con pronósticos especializados.

Respecto a las variables que explican el modelo econométrico propuesto estas fueron el Costo Promedio de Cátodo de Cobre, el Consumo de Cobre de China, el Dólar Observado de Estados Unidos y el Precio del Aluminio. Asumiendo para cada una de ellas una distribución normal y dos escenarios de simulación, uno “conservador” que considera la información asociada al período 1985-2006, y otro “optimista” que considera la información asociada a los últimos diez años, período 1997-2006, los resultados obtenidos indican un precio de largo plazo para el cobre de 135 centUS\$/lb para el escenario “conservador” y un precio de largo plazo para el cobre de 140 centUS\$/lb para el escenario “optimista”. Por otro lado, el pronóstico especializado arrojó un promedio para el precio de largo plazo del cobre de 131 centUS\$/lb.

Se concluye que el modelo propuesto es válido en su predicción. El escenario “conservador” es consistente con el pronóstico especializado promedio, sólo un 3% mayor, y muy cercana a la estimación de CODELCO (130 centUS\$/lb) y Consultoras Especialistas (132 centUS\$/lb). Sin embargo el modelo “optimista” no se descarta, si bien es un 7% mayor que el pronóstico especializado promedio, refleja la tendencia al alza del precio del cobre de los últimos tres años. Para ambos escenarios el Consumo de Cobre de China es la variable más significativa, explicando el 36% del precio.

Finalmente como mejoras del modelo propuesto, se recomienda incorporar en el análisis información con anterioridad a 1985, proponer nuevas variables explicativas del precio del cobre, y ajustar el modelo hacia una fórmula no necesariamente lineal.

AGRADECIMIENTOS

*A mi esposa Jacqueline,
a mis hijos Fernando y Bastián.*

*Al término de mis estudios de MBA,
gracias por su comprensión, apoyo
y por los eternos fines de semana
en que no estuve, e igual
salimos adelante ...*

Fernando

INDICE

1. INTRODUCCION	6
2. OBJETIVOS	7
3. METODOLOGIA	8
4. ANALISIS DEL MERCADO MINERO DEL COBRE	9
4.1.- LA DETERMINACION DEL PRECIO DEL COBRE	9
4.2.- EVOLUCION HISTORICA DEL MERCADO DEL COBRE	12
4.3. ANALISIS DE LA OFERTA	15
4.3.1. Factores Determinantes de la Oferta	15
4.3.2. Evolución Histórica de la Oferta	17
4.3.3. Situación Actual de la Oferta	20
4.4. ANALISIS DE LA DEMANDA	22
4.4.1. Factores Determinantes de la Demanda	22
4.4.2. Evolución Histórica de la Demanda	24
4.4.3. Situación Actual de la Demanda	26
5. DESARROLLO Y RESULTADOS DEL MODELO PREDICTIVO	28
5.1. DEFINICION DEL MODELO PREDICTIVO A UTILIZAR	28
5.2. DESARROLLO Y RESULTADOS DEL MODELO A UTILIZAR	29
5.2.1. ETAPA N°1	29
5.2.1.1. Determinación de Variables Explicativas e Información Obtenida	29
5.2.1.2. Modelo Econométrico Propuesto	30
5.2.1.3. Resultados de la Regresión y Validación	31

5.2.1.4. Mejoras al Modelo Propuesto	34
5.2.1.5 Resultados de la Regresión y Validación Modelo Propuesto	35
5.2.1.6. Modelo Econométrico Propuesto Mejorado	38
5.2.2. ETAPA N°2	40
5.2.2.1. El Modelo de Simulación y sus Supuestos	40
5.2.2.2. Los “Inputs” y “Output” del Modelo	40
5.2.2.3. Resultados de la Aplicación del Modelo	40
5.3. PRONOSTICOS PARA EL PRECIO DE LARGO PLAZO DEL COBRE	45
6. DISCUSION Y CONCLUSIONES	47
7. BIBLIOGRAFIA	49
ANEXOS	50
ANEXO A: PROYECCION PRODUCCION DE COBRE MINA CHILE	51
ANEXO B: METODOS MINIMOS CUADRADOS EN REGRESION LINEAL Y MONTECARLO	52

1. INTRODUCCION

A través de este estudio se formulará un modelo para la proyección del precio del cobre basado en factores internos propios del mercado, denominados “los fundamentos del mercado”. Específicamente la proyección se realiza para el largo plazo, vale decir más allá de cinco años, y para el cobre de extracción de mina.

Chile es el mayor productor de cobre de mina a nivel mundial con un 35% de la producción total (5,36 millones de toneladas métricas), sus exportaciones representan un 57% del total nacional (33.351 Millones de US\$), además de representar un 22% del Producto Interno Bruto. Sumado a esto, los altos niveles de precio de este metal desde el año 2006, que superan en promedio los 3 US\$/libra, plantean la relevancia de poder formular un modelo de proyección del precio del cobre.

Dado que serán los fundamentos del mercado, los que determinarán las variables que explican los precios del cobre en el largo plazo, en una primera instancia se estudiará el mercado del cobre de mina, como se determina el precio, su evolución histórica, un análisis de la oferta y la demanda. Posteriormente se determinadas las variables explicativas para el largo plazo, se irá tras la búsqueda de un modelo econométrico que valide el precio del cobre como una variable dependiente de las variables independientes definidas. Finalmente asociando a estas mismas variables funciones de distribución de frecuencias y aplicando técnicas de simulación de riesgo, se obtendrá un precio de futuro para el cobre, el que se comparará con pronósticos especializados.

Esperando acercarse a resultados similares, el trabajo propone la aplicación de un modelo no muy complejo, basado en programas computacionales de mercado, y que permita las empresas e instituciones relacionadas en el largo plazo, por ejemplo, evaluar mejor sus proyectos y análisis de proyecciones, elaborar presupuestos más realistas, o disponer de mejores antecedentes para sus contratos a futuro.

Las fuentes de información principales corresponderán a los estudios y estadísticas obtenidas en COCHILCO y CODELCO (referencias bibliográficas 3 y 4). Respecto a los software a utilizar estos serán *STATISTICA* y *@RISK* (referencias bibliográficas 8 y 9), para el modelo econométrico y simulación de riesgo, respectivamente. De igual forma, la metodología se basará en su aplicación para la proyección de precios agrícolas (referencia bibliográfica 6) y antecedentes del curso impartido por *Info Masters* y *Palisade Corporation* (referencia bibliográfica 5), en *@RISK* y sus aplicaciones.

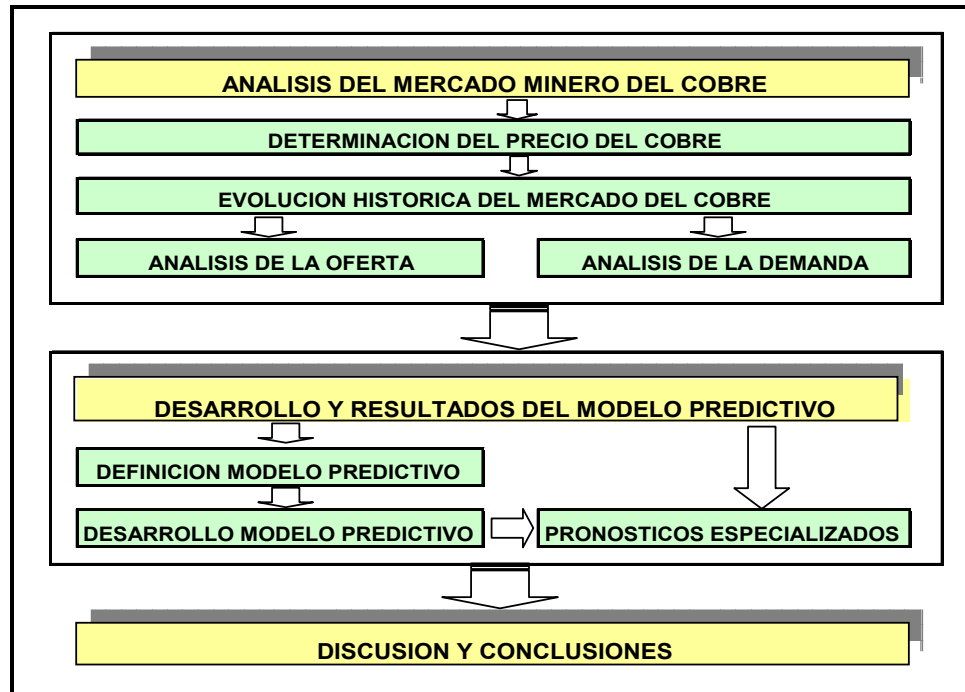
2. OBJETIVOS

- Formular un modelo para la proyección del precio del cobre de mina y de largo plazo, basado en los fundamentos del mercado, lo que implica a través de un proceso de investigación conocer como se determina el precio del cobre y el comportamiento del mercado.
- Aplicar técnicas econométricas y de simulación de riesgo, a través de determinación de variables explicativas relevantes que expliquen el precio del cobre a largo plazo y la aplicación de software computacionales accesibles.
- Validar el modelo propuesto, a través de herramientas estadísticas conocidas, aplicación de mejoras, y la comparación del precio obtenido para el largo plazo con pronósticos de entidades o empresas especializadas.
- Poner a disposición de cualquier entidad relacionada esta herramienta de interés, entendiendo que cualquier esfuerzo tendiente a conocer el mercado del cobre y sus proyecciones, es plenamente justificado, dado el fuerte impacto que el cobre representa para la economía nacional.
- Del mismo modo se espera que la metodología y el modelo aplicado sirvan para la proyección de precios de otros commodities relevantes.

3. METODOLOGIA

La metodología a emplear implica el desarrollo de tres etapas, de acuerdo al siguiente esquema:

Figura N°1: Metodología Propuesta Desarrollo de Tesis



Análisis del Mercado Minero del Cobre: Incluye un estudio del mercado minero del cobre, en él se describe como se determina el precio, la evolución histórica del mercado, y un análisis del comportamiento de la oferta y la demanda. El desarrollo de esta etapa, se basa en un trabajo de investigación y revisión bibliográfica, donde destacan como principales fuentes de información COCHILCO, CODELCO, revistas y bibliografía especializada en Minería.

Desarrollo y Resultados del Modelo Productivo: Incluye la descripción del modelo predictivo a utilizar, las variables explicativas a utilizar y aplicación del modelo econométrico y de evaluación de riesgos. La etapa finaliza con la contrastación del resultado obtenido y el pronóstico de identidades especializadas. El desarrollo de esta etapa, se basa en información estadística obtenida en COCHILCO y CODELCO, y la aplicación de los programas *STATISTICA* y *@RISK*.

Discusión y Conclusiones: Dados los dos pasos anteriores, el trabajo finaliza con una discusión y conclusiones relevantes respecto a los fundamentos del mercado minero, las variables relevantes utilizadas, la validez del modelo econométrico y de simulación propuesto, su comparación con el pronóstico de expertos, y posibles mejoras a considerar.

Se ha decidido utilizar esta metodología, pues es de fácil comprensión, es cronológica de acuerdo al desarrollo de cada etapa, permitiendo generar consistencia en el resultado que se persigue. No se aprecian mayores desventajas.

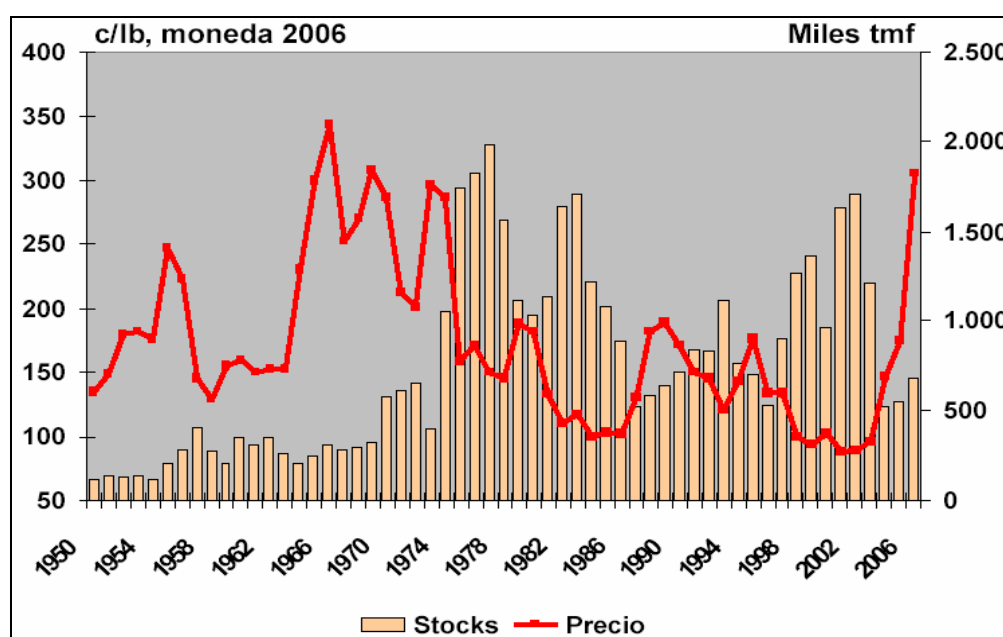
4. ANALISIS DE LA INDUSTRIA MINERA DEL COBRE

4.1. LA DETERMINACION DEL PRECIO DEL COBRE

Como en el mercado de cualquier bien, el precio del cobre se fija por el equilibrio entre oferta y demanda. Sin embargo el precio del cobre está determinado por la oferta y la demanda, que la mayor parte del tiempo está en desequilibrio, haciendo subir o bajar los inventarios.

Según se puede observar en la Figura N°2 cuando la oferta es mayor a la demanda, los inventarios aumentan y los precios caen. Del mismo modo cuando la oferta es menor a la demanda, los inventarios caen y los precios suben.

Figura N°2: Evolución del precio del Cobre e Inventarios Totales del Mercado

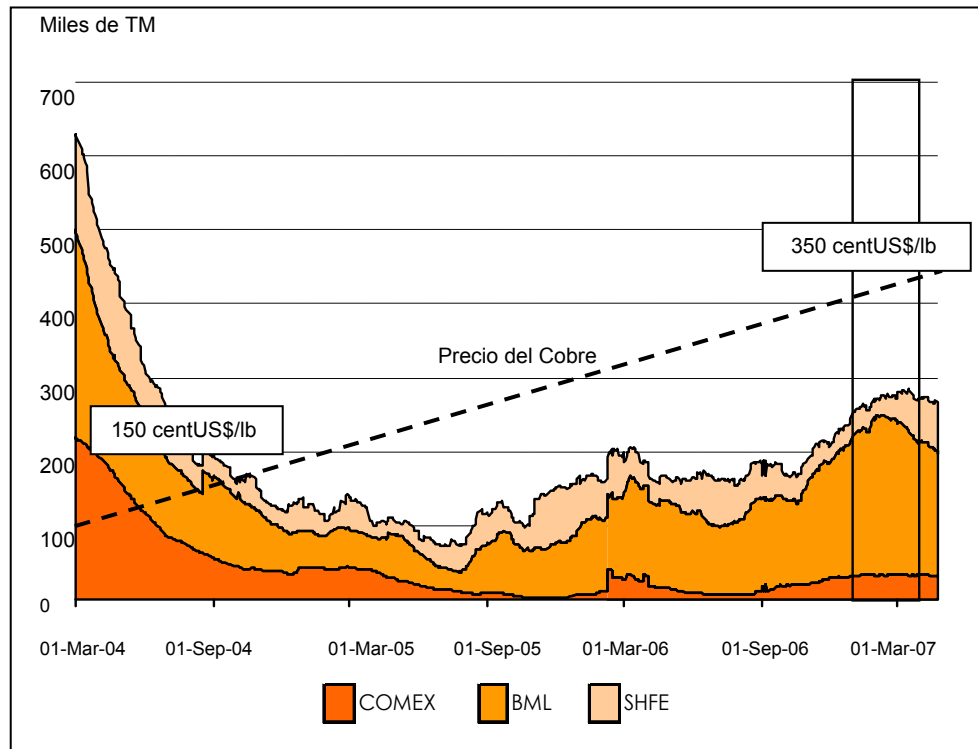


Fuente: Codelco Marzo 2007

Los inventarios en las principales bolsas de metales han sido un determinante fundamental en la evolución del precio del cobre. El actual período de precios altos es el reflejo de la escasez que domina el mercado.

El siguiente gráfico (figura N°3), muestra como a partir de marzo del 2004, para un precio de 150 centUS\$/lb y 600 mil TM como inventarios total, el exceso de demanda con relación a la producción provocó una fuerte disminución de los inventarios observándose una trayectoria descendente en las principales bolsas de metales (Bolsa de Metales de Londres, Commodities Exchange o COMEX, que actualmente es una división de la New York Mercantile Exchange (NYMEX), y Bolsa de Futuros de Shanghai), aumentando el precio del cobre. A inicios del año 2004, los inventarios acumulados en las bolsas se redujeron a solamente 120 mil TM. Las caídas más fuertes se observaron en la Bolsa de Metales de Londres. Los niveles de existencia se han mantenido bajos, a menos de 300 mil TM, para niveles de precio de 350 cent US\$/lb.

Figura N°3: Evolución de Inventarios en Bolsa



Fuente: Codelco Abril 2007

Otras de las características, según se observa en la figura N°2, es que el precio del cobre es cíclico. El desajuste fundamental que explica los ciclos con fluctuaciones extremas en los precios, responde a que la oferta de metales sólo es capaz de adaptarse con lentitud, en relación a un consumo mucho más cambiante, existiendo un retardo importante (5-10 años). Así, por ejemplo, mientras el consumo sigue de cerca el crecimiento del ciclo económico, la producción sólo puede crecer sustancialmente en la medida en que maduren proyectos mineros que requieren años de exploración, estudios previos y desarrollo.

Si bien el precio del cobre es cíclico, nadie sabe cuando empieza ni cuando termina, es por esto que se dice que el precio del cobre es “impredecible”. Un ejemplo de esto se aprecia en la proyección de precios del experto más optimista en 2003, el Ministerio de Hacienda, el que predijo los siguientes precios futuros:

2004.....80 centUS\$/lb
 2005.....95 centUS\$/lb
 2006.....105 centUS\$/lb

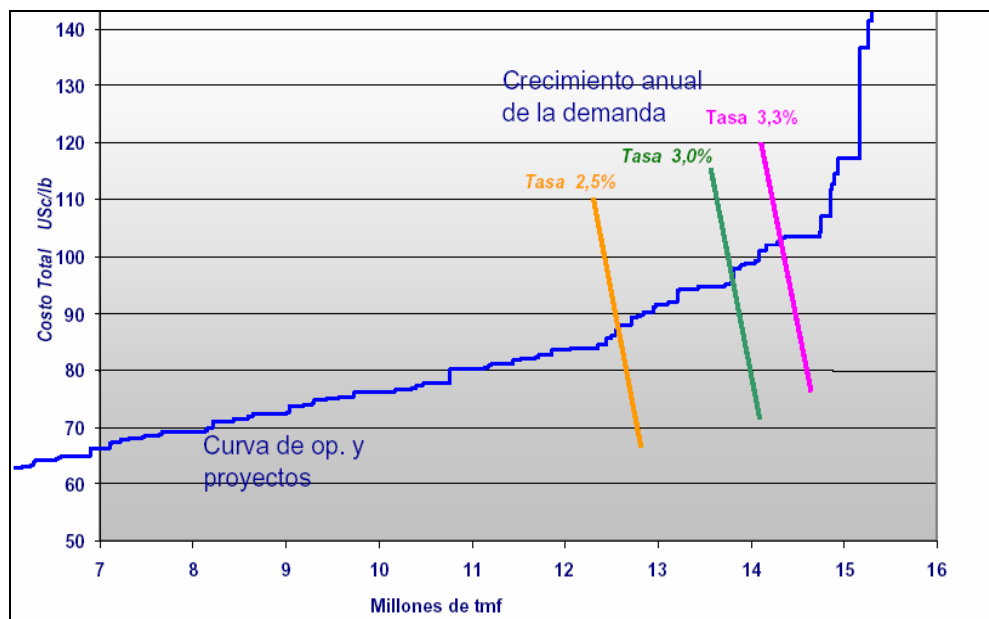
Los precios reales indicaron otros precios, significativamente mayores:

2004.....130 centUS\$/lb
 2005.....167 centUS\$/lb
 2006.....305 centUS\$/lb

En el corto plazo, si bien el precio refleja en parte los “fundamentos del mercado”, vale decir sus factores internos, como costos, sustitución de materiales, consumo, niveles de producción, entre otros, son los factores externos del mercado, como los financieros, especulativos y de equilibrio de otros mercados alternativos de activos los que desempeñan un papel mucho más importante.

En el largo plazo, en cambio son los factores internos, los “fundamentos”, los que dominan para fijar el equilibrio de largo plazo del precio, es decir, al considerar un período del tiempo que ya no correspondiera a un año, sino a cinco o más años, las curvas de producción y consumo serán más elásticas, tendiéndose a dar un punto de equilibrio entre ambas, tal cual se aprecia en la figura N°4. Así en largo plazo se tiende a fijarse el nivel de equilibrio que iguala producción y consumo, siendo el precio del cobre influenciado por variables reales más que factores especulativos.

Figura N°4: Determinación del precio del Cobre en el Largo Plazo



Fuente: Marshall y Silva, Estudio “Determinación del Precio de Cobre”

El precio de largo plazo tiene una gran importancia en el mercado del cobre, ya que se emplea, entre otros, para evaluar proyectos, en la elaboración de presupuestos y en el establecimiento en cláusulas contractuales de contratos de compraventa.

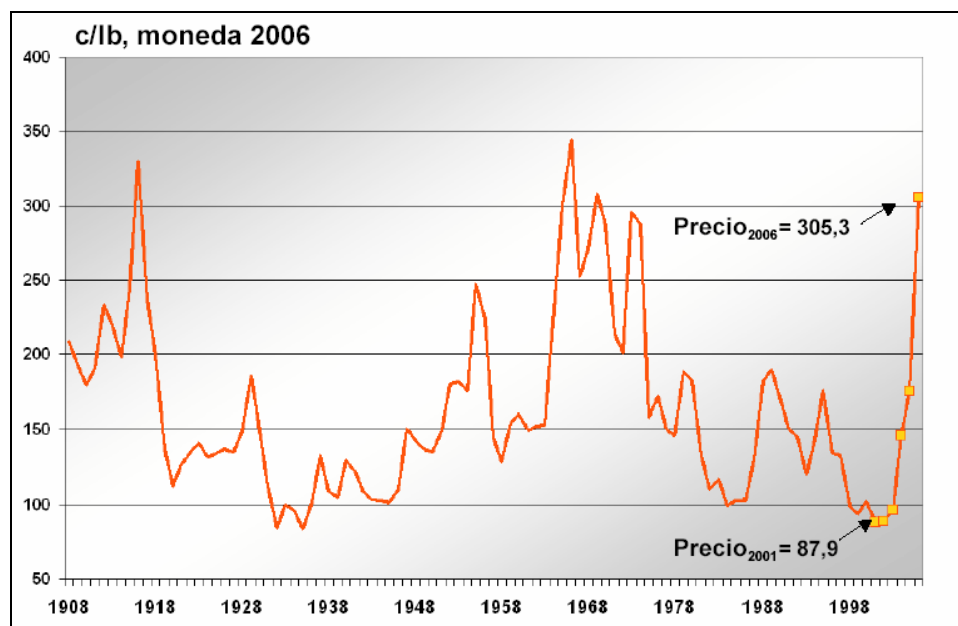
La importancia de generar buenas predicciones de precio de largo plazo, serán fundamentales para minimizar el riesgo al tomar la decisión de explorar, con montos de inversión altos, relativamente indivisibles e irreversibles.

Son estas razones relevantes, para poder situar el alcance de este trabajo en la formulación de un modelo de proyección del precio de largo plazo, siendo de esta manera el conocimiento de los fundamentos del mercado del cobre, pilares en la comprensión del modelo a proponer.

4.2. EVOLUCION HISTORICA DEL MERCADO DEL COBRE

La evolución y proyección del precio del cobre ha sido siempre muy controversial. Quizás en lo único que los analistas están de acuerdo es en decir que presenta el comportamiento cíclico mencionado. Además, si bien se mantiene en incertidumbre el futuro del comportamiento de la demanda, se consolida cada vez más la tendencia al aumento del consumo en los países asiáticos, con el consiguiente repunte del precios de los últimos años, ver figura N°5.

Figura N°5: Evolución del precio del Cobre



Fuente: Codelco Marzo 2007

El gráfico muestra las fluctuaciones de los precios, en donde se pueden observar algunos peaks o puntos máximos: en el año 1974, después del primer shock petrolero; en 1980, después del segundo shock; y en 1989, un poco antes de la invasión iraquí a Kuwait. Durante la década de los noventa, el precio del cobre mostró una tendencia a la baja, salvo en el año 1995 que tuvo un fuerte y acelerado incremento. Una nueva etapa ascendente se evidenció a partir de 2003, tendencia que continúa hasta hoy.

Una breve descripción de lo que ha sido la evolución del mercado del cobre desde la segunda mitad del siglo XX dejará en evidencia que las fluctuaciones de la economía mundial afectan la trayectoria de los precios.

Hasta antes de 1965, las grandes empresas multinacionales privadas, sobre todo las estadounidenses, tenían un importante grado de control sobre los inventarios de cobre, lo que les servía para ejercer un control oligopólico sobre el precio. Estados Unidos era el principal productor de cobre en el mundo, sus grandes multinacionales acordaban un precio que era el que regía para sus ventas, logrando que éste se mantuviera dentro de una relativa estabilidad. En paralelo, existía el mercado de la Bolsa de Metales de Londres, en donde el precio fluctuaba día a día de acuerdo a

las interacciones de la oferta y la demanda. Ambos mercados se influían el uno al otro y el precio de los productores actuaba como un estabilizador de las variaciones en la bolsa, atenuando la amplitud de las fluctuaciones.

En los años sesenta, el contexto internacional estaba marcado por la voluntad de los gobiernos de los países en desarrollo de controlar sus respectivas economías y más particularmente sus recursos naturales. Esto se reflejó en una ola de nacionalizaciones de las grandes empresas mineras en varios países del mundo en desarrollo, en un momento en que la demanda mundial para la mayoría de estos recursos no había dejado de crecer a ritmos altos y sostenidos desde la segunda guerra mundial.

Es así como, muchas de las grandes empresas privadas del cobre, especialmente las de Estados Unidos, perdieron gran número de sus filiales en las nacionalizaciones y entraron en crisis. Algunas desaparecieron, otras se fusionaron y otras fueron absorbidas. Esta fue una etapa de un fuerte crecimiento del consumo mundial de cobre, especialmente en los países desarrollados y en los países socialistas. En Estados Unidos, la demanda por cobre se disparó en 1961 debido a la guerra de Vietnam. Este período coincidió además con importantes huelgas en los principales países productores, contribuyendo así a la reducción del nivel de inventarios a partir de 1963. De esta manera, la congruencia de los distintos factores de la economía mundial marcó una tendencia en los precios, los que tuvieron un comportamiento alcista.

Las nacionalizaciones provocaron una pérdida por parte de los productores tradicionales del control de la producción, se disolvió el oligopolio existente y se observó una fuerte rigidez de la oferta para adaptarse a los cambios en la demanda, sobre todo cuando ésta se reducía. Las empresas nacionalizadas no lograron construir un cartel de productores, por lo que su estrategia dejó de centrarse en el control de precios, para basarse en la reducción de costos a través de innovaciones tecnológicas y de modernización de la gestión.

La economía mundial se desaceleró a partir de 1973 con la primera crisis del mercado petrolero provocada por la OPEP, lo que produjo una fuerte baja en el consumo de cobre en los países occidentales. La combinación de dicha contracción de la demanda y la rigidez de la oferta llevó a una brusca caída de los precios del cobre y a un nivel de sobreoferta jamás igualado (entre 1975 y 1977 el excedente acumulado de la producción mundial llegó a representar más de la cuarta parte del consumo anual). Ya en 1978 los productores habían perdido la capacidad de estabilizar el mercado y sólo seguían las cotizaciones determinadas en las bolsas.

En los años ochenta, los países en desarrollo estaban sumidos en la crisis de la deuda. Las empresas estatales habían padecido por falta de inversiones y perdido competitividad; si bien eran fuentes de divisas e ingresos fiscales, en muchos casos no recibían recursos a cambio para su desarrollo e inversiones. En algunos casos, las empresas estatales terminaban teniendo fuertes pasivos. La situación de debilidad en que se encontraban los respectivos gobiernos les dejaba escasos márgenes de acción en la definición de sus respectivas políticas empresariales. Los gobiernos fueron adoptando las orientaciones liberales propiciadas

por los organismos financieros multilaterales a cambio de financiamiento. De esta forma, las décadas de los ochenta y noventa en las economías en desarrollo fueron años de profundas transformaciones. Se inició una etapa de liberalización y de apertura a las inversiones extranjeras que apuntaban a mejorar la eficiencia económica y se esperaba que promovieran el crecimiento. Se enfatizaba el rol protagónico del sector privado en la producción de bienes, servicios públicos y prestaciones sociales. Por tanto, las reformas apuntaban al predominio de los mercados y a la reducción del papel del Estado en la actividad económica. Consecuentemente, se produjo una ola de privatizaciones de las empresas estatales que abarcó entre otros, al sector minero.

Las grandes empresas mineras privadas aumentaron su protagonismo desde finales de los años ochenta, y en la actualidad controlan una fracción cada vez mayor de la minería en los países en desarrollo. Se está asistiendo a una creciente reconcentración de la producción, acompañada en muchos casos de la formación de alianzas estratégicas entre grandes empresas productoras. Junto con el control de tecnologías avanzadas que permitieron ampliar la gama de yacimientos rentables y bajar los costos de operación, aumentando considerablemente las reservas económicamente factibles.

Si bien la mayoría de los países en desarrollo aceptó el paradigma predominante, en el sentido de eliminar las barreras de entrada a la inversión privada nacional y extranjera, no todos los países privatizaron sus empresas. Por ejemplo, la Corporación Nacional del Cobre de Chile (CODELCO), sigue siendo una empresa estatal que se clasifica como una de las mayores y más competitivas productoras de cobre del mundo, realiza alianzas y asociaciones con empresas privadas, incorporando los avances tecnológicos, manteniendo y desarrollando las inversiones.

El siglo XX terminó con un significativo aumento en los inventarios de cobre que mantuvo los precios deprimidos como consecuencia del aumento en la oferta por la entrada en funcionamiento de varios megaproyectos, incremento que se encontró con una demanda mermada luego de la crisis financiera de 1997.

Habitualmente el ciclo de inversiones en la minería del cobre genera una brecha entre el momento cuando entra en funcionamiento el proyecto y aquel cuando se produce la total absorción de la producción por parte de la demanda, situación ocurrida durante la década pasada.

Los precios se mantuvieron bajos hasta mediados del año 2003 como resultado de un excesivo nivel de inventarios y de la desaceleración de la economía mundial en 2001, que afectó a los principales consumidores de cobre, tales como, Estados Unidos, Europa y los países asiáticos, con la excepción de China y Corea del Sur.

Este deprimido escenario obligó a la industria del cobre a tomar iniciativas destinadas a controlar los excesivos niveles de inventarios, que básicamente se caracterizaron por ajustes en los niveles de producción. Esta estrategia involucró, entre otras conductas, cierres parciales de minas y postergación de proyectos de

ampliación de la producción, medidas que en distinta magnitud revirtieron la baja en la cotización del metal.

A mediados del año 2003, y hasta hoy, el precio del cobre comenzó una fuerte trayectoria ascendente. Además de la reducción voluntaria de inventarios, otros factores impactaron positivamente al precio, como la recuperación económica de los principales países demandantes de cobre. Al sólido comportamiento de la demanda desde China se incorporó un elemento adicional dado por la recuperación evidenciada por Estados Unidos y Japón. Adicionalmente, los inversionistas de la bolsa aumentaron su demanda por cobre como una alternativa a la fuerte depreciación del dólar en los mercados internacionales, especialmente frente al euro.

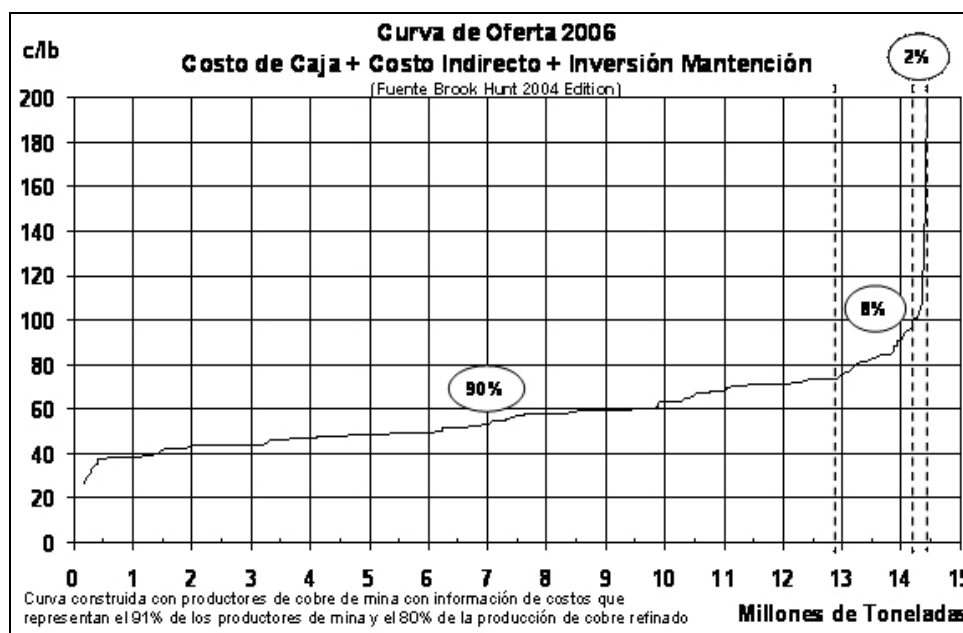
4.3. ANALISIS DE LA OFERTA

4.3.1. Factores Determinantes de la Oferta

La curva de oferta de cobre, varía de año en año y es influenciada tanto por los cambios estructurales de costos, como por efectos monetarios y financieros. No obstante, ésta tiene algunas características relativamente estables.

A partir de la siguiente curva, figura N°6, construida sobre la base de datos de Brook Hunt (Consultora Internacional Especializada en Minería), se desprenden algunas conclusiones relevantes.

Figura N°6: Curva de Oferta 2006



Fuente: CESCO 2007

Asumiendo que la curva de oferta de cobre está representada por el costo de caja más el costo indirecto y más la inversión necesaria para mantener la operación de producción, ésta tiene primero una zona bastante horizontal, que representa alrededor del 90% de la oferta, cuyos productores no paralizan sus operaciones aunque bajen los precios a menos de 75 c/lb, incluso a menos 60 c/lb.

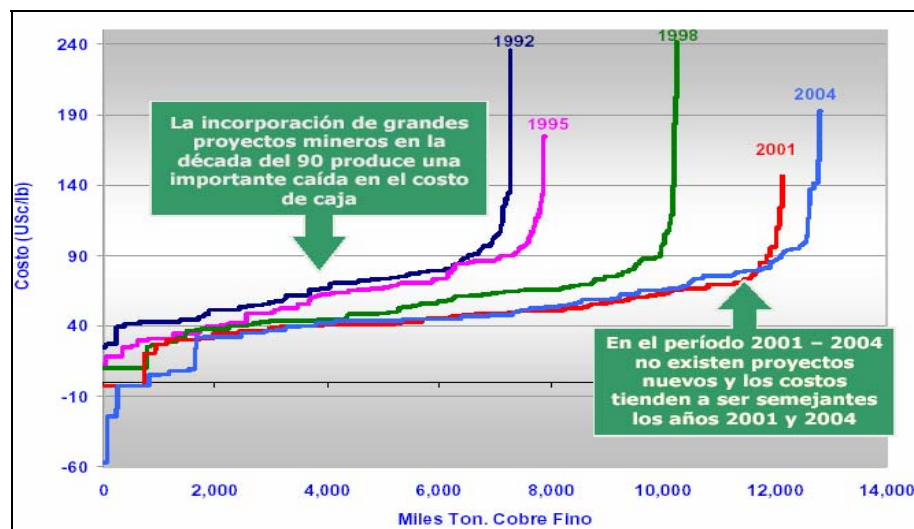
Después existe una zona media que representa aproximadamente un 8% de la oferta, donde los productores con dificultad soportan precios entre 75 y 100 c/lb, pero que no cierran sus operaciones cuando el precio cae por debajo de esos niveles, y por lo tanto toleran flujos de caja negativos a la espera que puedan revertirse más adelante.

Por último existe una zona más vertical de la curva de oferta, donde los productores, que no representan más de un 2% de la oferta, generan flujos de caja positivos sólo con precios sobre 100 c/lb o más. Estos son los únicos productores que salen del mercado cuando el precio baja y entran cuando sube, pero con gran dificultad y demora.

En resumen esta curva indica que los precios sobre 100 c/lb son muy inestables, ya que pequeñas diferencias entre oferta y demanda hacen subir o bajar bruscamente el precio; en cambio bajo 100 c/lb y en particular bajo 75 c/lb las mismas diferencias afectan poco al precio.

La curva de costos de la industria en la década del 90, según se observa en la figura N°7, a través de la incorporación de grandes proyectos mineros, generó una importante caída en el costo de producción. Favorecen a esta caída las innovaciones tecnológicas, incorporadas en estos nuevos proyectos, las que han tenido un fuerte efecto de reducción de los costos de operación. Sin embargo ya en el período 2001-2004 al no existir grandes proyectos nuevos, los costos tienden a ser semejantes.

Figura N°7: Costo de Caja-Curva de Oferta de Cobre

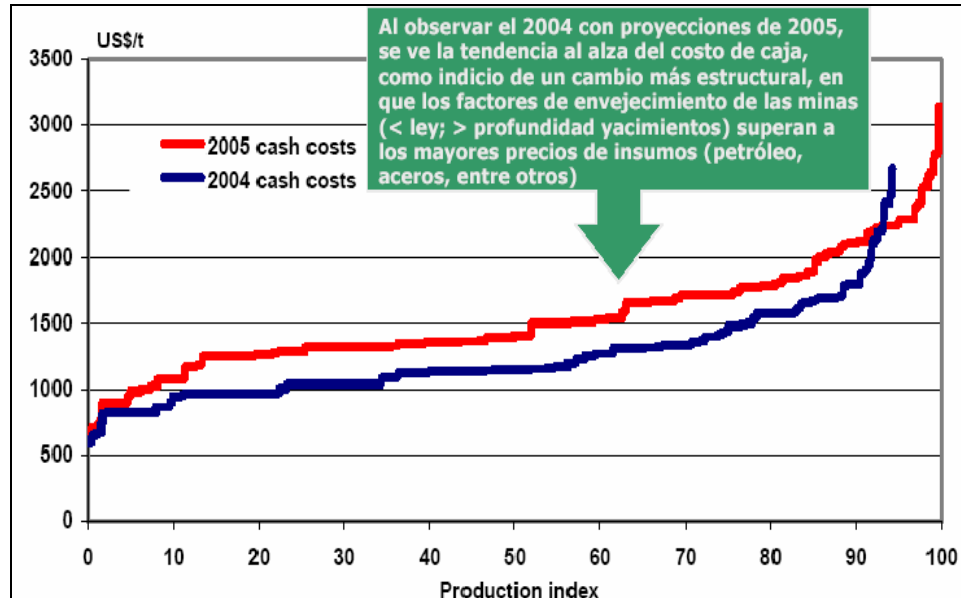


Fuente: Cochilco Enero 2006

Al observar el 2004 con proyecciones del 2005, ver figura N°8, se ve un alza del costo de caja. Las leyes de los minerales en las reservas de los nuevos proyectos son menores a los yacimientos en operación. Adicionalmente ha habido un progresivo

agotamiento de los recursos de mejor calidad, lo que se traduce en menores leyes y yacimientos más profundos. Igual de significativo resultan las mayores exigencias ambientales, así como el aumento en los costos de operación asociados al aumento del precio de insumos tales como el petróleo, aceros, ácido sulfúrico, entre otros.

Figura N°8: Costo de Caja-Curva de Oferta de Cobre 2004-2005



Fuente: Cochilco Enero 2006

4.3.2. Evolución Histórica de la Oferta:

A lo largo del siglo XX, la producción de minerales y concentrados de cobre del mundo occidental se fue localizando cada vez más en los países en desarrollo para el abastecimiento de los países desarrollados, que son los principales consumidores del metal rojo. Como veremos, esta tendencia, que empezó desde principios de siglo, se fue acentuando, y actualmente, el dinamismo de la producción de minerales y concentrados está localizado principalmente en los países en desarrollo.

Terminada la Segunda Guerra Mundial, después de una baja temporal en la demanda, el consumo de cobre empezó a crecer por las necesidades de reconstrucción y de desarrollo económico. Así, la producción mundial de cobre que era de 1,8 millones de toneladas anuales al salir de la guerra en 1946, alcanzó un nivel de 2,5 millones de toneladas en 1950.

Durante los años cincuenta el primer productor mundial de cobre era Estados Unidos que originaba más de la cuarta parte de la producción (28%), seguido por Chile (13,9%), Zambia (12,5%), la Unión Soviética (11%), Canadá (9,2%), Zaire (7,3%), México (1,9%), y Australia (1,5%). Estos ocho países juntos daban cuenta de más del 85% de la producción mundial.

En los años setenta, se observó una importante desaceleración en el crecimiento de la producción mundial de cobre debido principalmente a la contracción de la economía de los Estados Unidos y al estancamiento que se produjo en Canadá. Ambos países representaron juntos en el período 1970 – 1979, el 29,2% de la producción mundial de cobre.

El retroceso de la producción en los países desarrollados en los años setenta, contrastaba con el dinamismo que se observaba en América Latina y en Asia. En efecto, Chile, México, Perú y Filipinas aumentaban su producción a tasas anuales superiores al 5% y surgía Indonesia como nuevo productor. África constituía una excepción entre los países en desarrollo, por el estancamiento que se registraba en su nivel de producción.

En los países socialistas, se asistió en esos años al surgimiento de Polonia como importante productor, y también al desarrollo de algunas pequeñas minas en China, mientras se estancaba la producción en la Unión Soviética.

Los años ochenta fueron, para la industria cuprífera, años de crisis, de precios bajos, y de reestructuración. Esto se reflejó en el ritmo de crecimiento de la producción mundial que fue el más bajo en cuatro décadas. En esos años, la región más dinámica en la producción de cobre fue América Latina.

La producción en Canadá y Estados Unidos, recién se recuperó en la segunda mitad de los ochenta, cuando se terminaron de reestructurar las empresas del sector y se mejoraron los precios. Europa mantuvo su modesto peso como productor de cobre, y entre los países socialistas, destacaba China cuya producción de cobre fue muy dinámica, mientras que la producción se estancaba en Polonia y retrocedía en la Unión Soviética.

Durante el período 1990-2002, la actividad cuprífera en América Latina tuvo una fuerte dinámica que se evidenció en el crecimiento de su participación dentro de la producción mundial que aumentó de 25% a 43%. En efecto, Chile incrementó su participación del 17,7% al 34,2%, Perú del 3,5% al 6,2%, en cambio, México la redujo de 3,2% a 2,5%. Por su parte, la producción de Estados Unidos y Canadá que representaban el 17,6% y el 8,8%, respectivamente en 1990, redujeron su importancia a 8,5% y 4,4% en el año 2002.

La tendencia, para los próximos años, es hacia una mayor concentración de la producción de minerales y concentrados en los países en desarrollo, más específicamente en América Latina, donde destaca Chile, que se ha convertido en el mayor productor mundial. Principal punto de atracción de la inversión privada en los años noventa y con una consistente inversión para el período 2006 a 2010, según lo muestra la figura N°9. Mayores detalles ver Anexo A.

Figura N°9: Calendario puesta en marcha principales proyectos Chile 2006-2010

Año Puesta en Marcha	EMPRESA	PROYECTO	INVERSIÓN (Millones US\$)
2006	ANGLO AMERICAN	AMPLIACIÓN FUNDICIÓN. CHAGRES	50
	BHP BILLITON	ESCONDIDA LIXIVIACIÓN SULFUROS SPENCE	870 990
	CODELCO NORTE	AMPLIAC. REFINERÍA CHUQUICAMATA	249
	CODELCO TENIENTE	AMPLIAC. CAPACIDAD BENEFICIO 130 KTPD	633
2007	ANGLO AMERICAN	EXTENSIÓN EL SOLDADO	83
	ANTOFAGASTA MINERALS	REPONTENCIAMIENTO LOS PELAMBRES	182
2008	ANTOFAGASTA MINERALS	TRANQUE RELAVE PARA LOS PELAMBRES	534
	CODELCO - CHILE	GABY	874
	CODELCO NORTE	RIPIOS HIDROSUR	179
	CODELCO ANDINA	EXPANSIÓN A 90 KTPD	226
2009	AUR RESOURCES	ANDACOLLO SULFUROS	350
	XSTRATA	EXTENSIÓN LOMAS BAYAS	335
2010	ANGLO AMERICAN	EXPANSIÓN LOS BRONCES	800
	ANTOFAGASTA MINERALS	ESPERANZA	600

Fuente: Cochilco 2006

Perú también ha aumentado notablemente su producción. En julio de 2007, el Ministerio de Energía y Minas de Perú, informó que en el período 2007-2011 las mineras invertirán US\$ 11.000 millones. Una de las inversiones más grandes correrá por cuenta de Southern Cooper Corp. la cual pretende invertir US\$ 2.800 millones en un plazo de cuatro años para llegar a una producción de 328.000 toneladas anuales de cobre. Otra de las inversiones importantes corresponde a Toromocho Perú Copper Inc, dedicada a la extracción de cobre, que planea invertir US\$ 2.000 millones.

Hay que mencionar países como Indonesia cuya producción creció a ritmos acelerados. África en cambio, ha ido perdiendo su importancia como productor de cobre, pero también se nota un creciente interés de las empresas privadas para el desarrollo de operaciones en Zambia y Zaire, que podrían volver a tener un importante peso en la producción mundial.

Sin embargo, a medida que se avanza en las etapas de procesamiento del metal, las plantas se han ido ubicando más en los países consumidores. Es así cómo en los países desarrollados predomina la producción de cobre fundido y refinado, y países como Japón y Alemania, que carecen de una actividad minera importante, están entre los primeros productores mundiales de cobre más elaborado.

De la misma manera, la demanda creciente de cobre de los países asiáticos en desarrollo, incluyendo a China, ha impulsado un importante desarrollo de fundiciones y refinerías en algunos países de la región, como China, Corea, India, Indonesia, Filipinas, Tailandia, desarrollo que se abastece en parte de importaciones de concentrados debido a que no siempre existe una actividad minera cercana.

Finalmente, y tal cual se aprecia en la figura N°10, en el último tiempo se ha observado una mayor concentración del mercado, después de una baja durante los años 80 y 90, en tales condiciones se puede favorecer una mayor disciplina del mercado, ya que es esperable que las empresas mayores tomen medidas de racionalización de su producción, cortando la producción más cara y ajustando su ritmo de inversiones al ritmo de expansión de la demanda.

Figura N°10: Composición de las cinco empresas principales
Mercado del Cobre

1969			1981		
Empresa	Miles ton.	%Part.	Empresa	Miles ton.	%Part.
Kennecot	625	13%	Codelco	890	14%
Anaconda	534	11%	ZCCM Group	548	9%
Anglo American	380	8%	Gecamines	461	7%
Union Miniere	357	8%	Kennecot	332	5%
Amax - Roam	329	7%	Asarco	329	5%
Total C5	2.225	47%	Total C5	2.560	40%
Total Prod. Mina	4.732		Total Prod. Mina	6.399	

1990			2006 (e)		
Empresa	Miles ton.	%Part.	Empresa	Miles ton.	%Part.
Codelco	1.187	16%	Codelco	1.783	15%
Phelps Dodge	493	7%	Freeport-McMoRan	1.450	12%
ZCCM Group	428	6%	BHP Billiton	1.181	10%
Gecamines	364	5%	Xstrata	860	7%
RTZ Group	349	5%	Rio Tinto	804	7%
Total C5	2.821	39%	Total C5	6.078	50%
Total Prod. Mina	7.208		Total Prod. Mina	12.129	

Nota: Producción atribuible. Total producción mina corresponde a Mundo Occidental. Freeport-McMoRan incluye Phelps Dodge.

Fuente: Codelco Marzo 2007

4.3.3. Situación Actual de la Oferta

Tal cual se aprecia en la figura N°11, en el año 2006 se produjo un aumento de 3,6% (530 mil TM), respecto al año anterior, con mayores incrementos en Estados Unidos (179 mil TM) y China (129 mil TM), compensador por la caída en Indonesia (-206 mil TM, principalmente por Grasberg), La fuentes de la nueva producción provinieron principalmente de:

- SxEw (Cátodos de Cobre): Escondida Sulfuros de Baja Ley y Seapon (Laos).
- Concentrados: Kansanshi (Zambia) y Morenci (Estados Unidos). Cerro Verde sufre un retraso de su inicio respecto a lo previsto en trimestre anterior.

Figura N°11: Producción Mundial de Cobre Mina

Miles TM	2005		2006		2007 (e)		2008 (e)	
	Producción	Variación	Producción	Variación	Producción	Variación	Producción	Variación
Chile	5.321	-92	5.361	40	5.667	306	5.903	236
Estados Unidos	1.172	7	1.351	179	1.437	86	1.425	-12
Indonesia	1.014	173	808	-206	697	-111	935	238
Perú	990	-25	1.003	13	1.131	128	1.205	74
Australia	906	126	968	62	1.016	48	1.089	73
Federación Rusa	652	25	687	35	709	22	724	15
China	745	58	874	129	883	9	894	11
Canadá	577	14	606	29	635	29	624	-11
Kazajstán	440	-4	460	20	485	25	490	5
Otros	3.099	224	3.328	229	3.897	569	4.200	303
Total	14.916	506	15.446	530	16.557	1.111	17.489	932
Variación Porcentual	3,5		3,6		7,2		5,6	

Fuente: Cochilco Abril del 2007

Para los años 2007 y 2008, la producción de mina se estima acelerará su crecimiento, en 7,2% y 5,6% respectivamente, incorporándose 2 millones de TMF de nuevo cobre al mercado. En el 2007 provendrán de Chile (ver figura N°9), México y Perú principalmente. De igual forma para el 2008 se espera provendrán básicamente desde Chile e Indonesia.

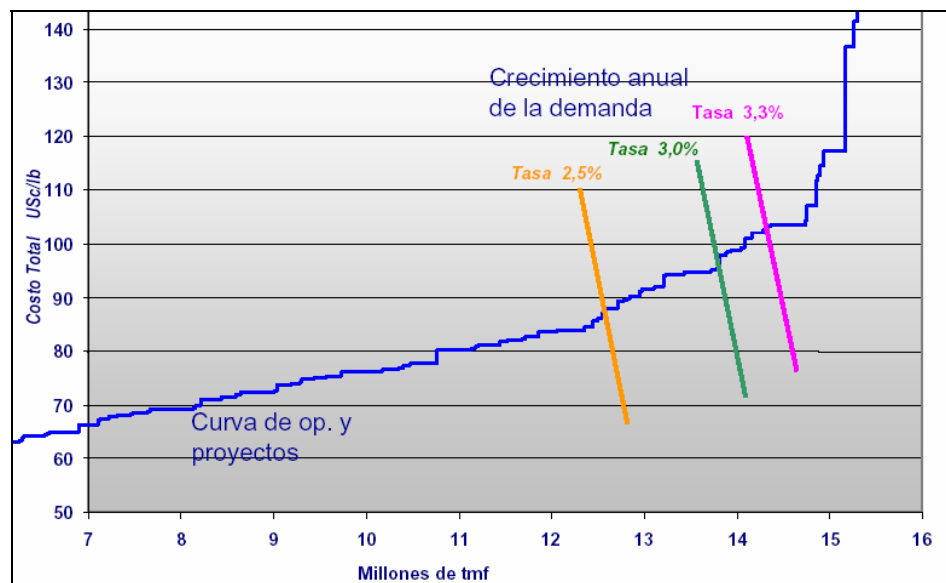
4.4. ANALISIS DE LA DEMANDA

4.4.1. Factores Determinantes de la Demanda:

El precio del cobre no depende sólo de la curva de costos, también depende del desplazamiento de la curva de consumo (demanda). Dependiendo de la magnitud de este desplazamiento, el precio resultante puede ser mayor, igual o inferior al inicial, según se observa en la figura N°12.

Los factores determinantes para el crecimiento de la demanda, y para este desplazamiento de la curva de demanda, son en primer lugar el crecimiento de la actividad económica mundial, en particular la actividad industrial y la construcción. A mayor actividad más consumo de cobre (desplazamiento de la curva de demanda hacia la derecha).

Figura N°12: Curvas de Costo y Demanda



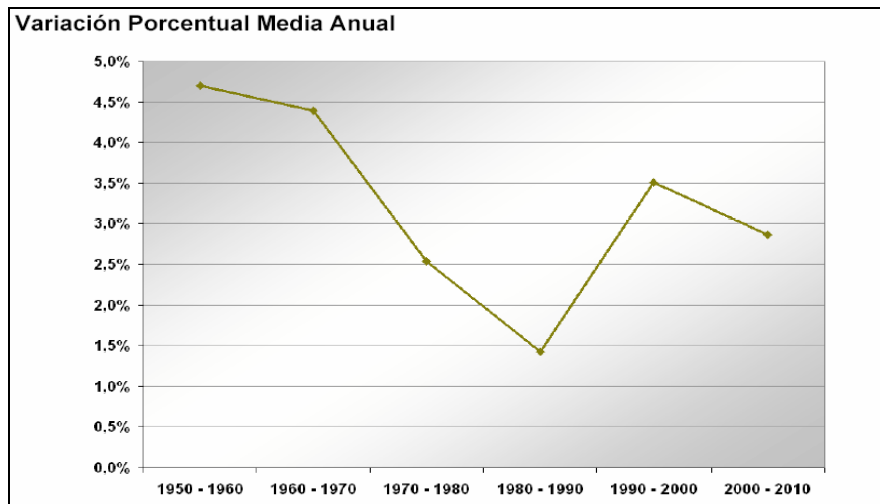
Fuente: Marshall y Silva, Estudio "Determinación del Precio de Cobre"

El segundo factor relevante es la intensidad de uso de cobre en la economía, es decir, el cociente entre el índice de consumo de cobre y uno de actividad industrial. Este cociente se ve positivamente influido por la penetración de nuevos mercados de uso del cobre, y negativamente afectado por la sustitución del uso del cobre, por distintos materiales en diversas aplicaciones.

Otros factores que influyen el consumo de cobre, son en forma negativa las regulaciones ambientales, que restringen su uso, y en forma positiva el reciclaje de cobre, que de acuerdo a consideraciones ambientales implica una preferencia por el uso del cobre a otros sustitutos.

En la última década han dominado los factores positivos sobre la demanda. El consumo ha crecido (ver figura N°13), llegando a un peak del 3,5% en los 90 como promedio anual.

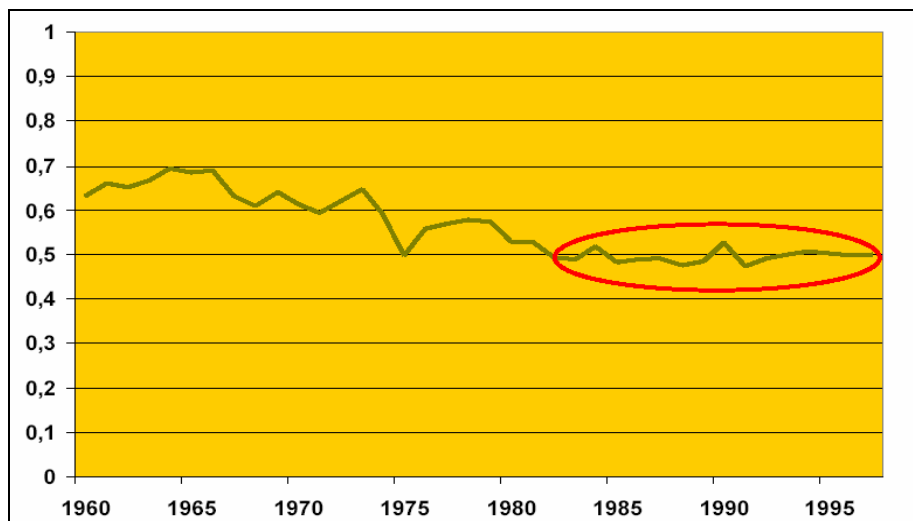
Figura N° 13: Tasa de Crecimiento de Consumo Mundial de Cobre



Fuente: Codelco Marzo 2007

Por otra parte la intensidad del uso del cobre se ha estabilizado (ver figura N°14), después de una caída fuerte a partir de los años 70.

Figura N°14: Intensidad de Uso (PIB Mundial) de Cobre



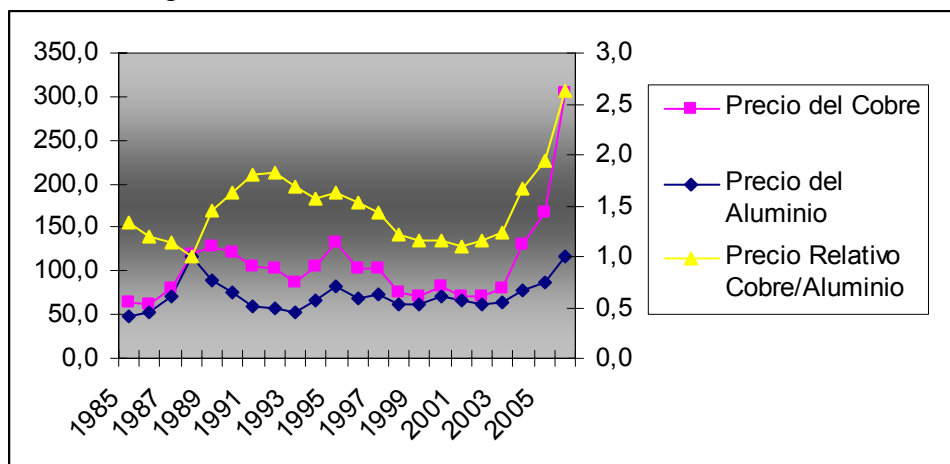
Fuente: Codelco Marzo 2007

En relación a los sustitutos si bien en la década de los 60 y 70 penetraron en muchos mercados, a partir de mediados de los 80 esta tendencia empezó a revertirse. Ejemplos relevantes de sustitutos son el aluminio en la transmisión de energía eléctrica y en radiadores, los plásticos en tubos, y la fibra óptica en la telefonía.

El aluminio es una referencia para el mercado del cobre, tanto por su importancia en la Bolsa de Metales de Londres como por su condición de principal sustituto del cobre. Su precio registra un comportamiento muy similar al del cobre, con ciclos de alza y baja desde 1985 y una recuperación en 2004 respecto del año anterior siguiendo la tendencia general de los metales. Por otro lado si se analiza la evolución del precio

relativo (precio del cobre/precio del aluminio) se concluye que a partir del 2004 el cobre ha tenido una recuperación mucho más significativa con un aumento en este índice de precios de 1,7 a 2,6.

Figura N°15: Precio del Cobre Relativo al Aluminio



Fuente: Cochilco Anuario 2004 y 2006

4.4.2. Evolución Histórica de la Demanda:

La demanda de cobre, intrínsecamente ligada a la infraestructura de los países y su actividad industrial se concentró naturalmente en los países desarrollados, consumidores tradicionales de este metal, y en menor medida en los países del ex-bloque socialista que desarrollaron industrias pesadas después de la segunda guerra mundial. En los años cincuenta y sesenta, todos estos países registraban un fuerte crecimiento económico, y la demanda mundial de cobre crecía a ritmos anuales de 4,5% y 4,2% respectivamente.

Si la demanda de cobre está estrechamente vinculada al ritmo de crecimiento de la actividad económica, también se ve afectada por cambios tecnológicos que pueden provocar el desplazamiento del uso del cobre, su sustitución parcial o miniaturización, o al revés ampliar sus campos de uso.

A partir de los años setenta, las economías de los principales países desarrollados disminuyeron considerablemente su ritmo de crecimiento, lo que repercutió en la demanda de cobre.

En los años setenta y ochenta, el uso del cobre también tuvo que ceder terreno ante el avance del aluminio y de la fibra óptica. Además, fue afectado por la miniaturización impulsada por las nuevas tecnologías. Lo cual, junto a la maduración del proceso de reconstrucción y desarrollo consecutivo a la segunda guerra mundial en los países de Europa y Japón, contribuyó a una moderación de la intensidad de uso del cobre en la actividad industrial.

El crecimiento anual del consumo mundial de cobre se redujo a 2,8% en los años setenta, y a 1,8% en los años ochenta. Sin embargo, la pérdida de dinamismo de la

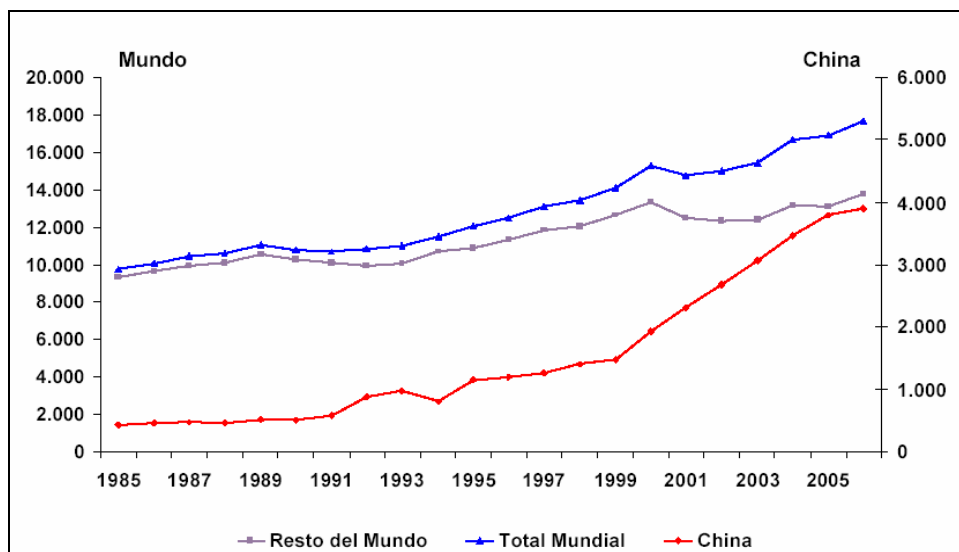
demanda de cobre en los países que constituían el principal mercado para este metal, fue compensada en parte por el comportamiento de la demanda proveniente de los países en desarrollo que se empezó a activar a partir de los años setenta, registrando tasas de crecimiento de más de tres veces el promedio mundial. Este crecimiento fue liderado por los países de Asia con una tasa anual del 12,2%, mientras que en América Latina y África también se produjo un fuerte aunque menor aumento del consumo: 9,6% y 7,1% respectivamente. Sin embargo en los ochenta, se redujo el consumo de cobre en América Latina y África.

El nuevo dinamismo proveniente de Asia, principalmente de Corea del Sur y China, se inició en los años setenta con un proceso de industrialización que fue cobrando fuerza y ampliándose a más países de la región en las décadas siguientes.

América Latina, cuya industrialización estuvo fuertemente comprometida por la crisis de la deuda externa en los ochenta, nunca llegó a superar una participación del 5% en el consumo mundial, mientras que la participación de África fue siempre cercana al 1%.

Desde 1990, se observa una recuperación de la demanda de cobre impulsada principalmente por dos factores: la persistencia del dinamismo del consumo de cobre en los países asiáticos, principalmente China, ver Figura N°16, y el aumento de la intensidad de uso del metal en los países desarrollados.

Figura N°16: Consumo Mundial de Cobre (Miles de Toneladas)



Fuente: Codelco Marzo 2007

En efecto, la tasa de crecimiento promedio anual del consumo mundial de cobre para el período 1990-2001 fue de 3,4%, siendo superior a la tasa de crecimiento de la economía mundial, que fue de 2,6% en el mismo período. Si la comparamos con la tasa de crecimiento de las economías de los países industrializados (2,4% para el período mencionado), que son los mayores consumidores del metal, el desempeño del cobre es aún mejor.

Desde el principio de los años noventa, se puede observar una recuperación de la intensidad de uso del cobre en la mayoría de los países desarrollados, que se atribuiría a la revolución tecnológica de la información que provocó una masificación del uso de aparatos eléctricos y electrónicos resultando en mayores circuitos eléctricos y mayores amperajes, dando un gran impulso al uso de cables, alambres, hojas y láminas de cobre. La experimentación de vehículos movidos por motores alimentados por energía eléctrica genera también expectativas favorables para la demanda de cobre en el futuro.

4.4.3. Situación Actual de la Demanda

El siguiente cuadro, figura N°17, muestra la evolución de la demanda mundial de cobre refinado, donde China se ha posicionado como el más importante consumidor de cobre en el mundo. La actual situación de los principales consumidores de cobre se describe a continuación.

Figura N°17: Demanda Mundial de Cobre Refinado

Miles TM	2005		2006		2007(e)		2008(e)	
	Consumo	Var.	Consumo	Var.	Consumo	Var.	Consumo	Var.
	Miles TM	%	Miles TM	%	Miles TM	%	Miles TM	%
China	3.669	8,8	3.626	-1,2	4.097	13,0	4.540	10,8
EE.UU.	2.270	-6,0	2.128	-6,3	2.140	0,6	2.160	0,9
Japón	1.223	-4,4	1.282	4,8	1.320	3,0	1.355	2,7
Alemania	1.113	-0,7	1.398	25,7	1.440	3,0	1.472	2,2
Corea del Sur	856	-8,6	812	-5,1	810	-0,2	810	0,0
Italia	681	-5,3	800	17,5	840	5,0	865	3,0
Taipei Chino	638	-7,5	639	0,2	640	0,2	642	0,3
Federación Rusa	635	8,0	697	9,8	760	9,0	829	9,1
India	415	18,6	454	9,4	496	9,3	540	8,9
Principales países	11.500	0,3	11.836	2,9	12.543	6,0	13.213	5,3
Resto del mundo	5.138	-3,2	5.172	0,7	5.361	3,7	5.565	3,8
Total mundial	16.638	-0,8	17.008	2,2	17.904	5,3	18.778	4,9

Fuente: Cochilco Abril 2007

China ha registrado un notorio aumento en la demanda del primer trimestre del 2007, debido al incremento en las importaciones de refinados, el período de uso de inventarios habría terminado. Su actividad industrial seguiría aún creciendo por sobre el 15%. Sectores claves para el cobre, tales como, generación eléctrica, semis (cables y alambres), automóviles, construcción, entre otros continuarían dinámicos.

La Unión Europea presenta una expansión mayor a lo esperado, principalmente por un dinamismo alemán, principalmente en sectores usuarios de cobre (construcción y bienes durables).

En Estados Unidos el sector inmobiliario residencial se ha moderado respecto al 2006, mientras que la producción industrial presenta una desaceleración en su crecimiento.

Finalmente en Asia, si bien Corea del Sur y Taipei Chino continúan con un dinamismo económico, su demanda se mantiene estable. En cuanto a Japón, se registra una breve disminución en el crecimiento de la actividad económica, siendo la demanda de cobre liderada por los sectores de automóviles y electrodomésticos.

5. DESARROLLO Y RESULTADOS DEL MODELO PREDICTIVO

5.1. DEFINICION DEL MODELO PREDICTIVO A UTILIZAR

La proyección del precio de equilibrio a largo plazo para el cobre se desarrolla a través de un proceso de dos etapas:

Etapa N°1: Aplicación de técnicas econométricas de regresión múltiple para determinar la magnitud y la dirección de la influencia que diferentes variables explicativas tienen sobre el precio de equilibrio a largo plazo en el precio del cobre. A través de este método de estimación de mínimos cuadrados mediante una regresión múltiple lineal (ver Anexo B), utilizando el software **STATISTICA**, se estiman los coeficientes de las variables explicativas más importantes de los precios. Así es posible representar el precio de largo plazo por la siguiente expresión:

$$A + \sum_{i=1}^n B_i \cdot X_i = \text{Precio Cobre Largo Plazo}$$

donde:

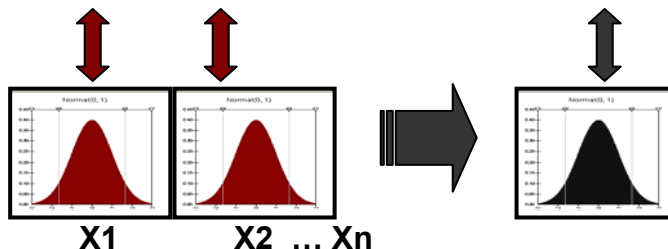
A= Constante (intersección con el eje del precio)

B_i= Coeficiente asociado a cada variable

X_i= Variables explicativas para el precio del cobre largo plazo

Etapa N°2: Tomando como dato los parámetros correspondientes a las variables explicativas y significativas estadísticamente de la ecuación de regresión estimados en la etapa 1, y conjuntamente con una serie de supuestos referentes a las distribuciones de frecuencias de cada una de las variables explicativas, se recurrirá a la aplicación del “Modelo de Simulación de Montecarlo” (ver Anexo B), para construir una distribución de frecuencias correspondiente a la variable dependiente. Con la distribución de frecuencias obtenida, mediante simulación a través del software **@RISK**, se recurrirá a la inferencia estadística para construir intervalos de confianza para el precio futuro del cobre obtenido.

$$A + \sum_{i=1}^n B_i \cdot X_i = \text{Precio Cobre Largo Plazo}$$



5.2. DESARROLLO Y RESULTADOS DEL MODELO A UTILIZAR

5.2.1. ETAPA N°1

5.2.1.1. Determinación de Variables Explicativas e Información Obtenida

De acuerdo a la metodología seguida y el análisis actual del mercado minero, las siguientes variables se proponen como los “fundamentos del mercado”, es decir, aquellos factores internos que dominan para fijar el equilibrio de largo plazo del precio.

Stock Total Cobre (Sc): Los inventarios han sido un determinante fundamental en la evolución del precio del cobre. Cuando la oferta es mayor a la demanda, los inventarios aumentan y los precios caen. Cuando la oferta es menor a la demanda, los inventarios caen y los precios suben.

Producción Mundial de Cobre de Mina (Pc): Variable asociada a la oferta de cobre. Aumentos en la producción generan un exceso de oferta que se traduce en una reducción en el precio de equilibrio.

Costo Promedio de Cátodo de Cobre (Cc): Variable asociada a la oferta de cobre. La curva de oferta de cobre, varía de año en año y es influenciada de manera importante por los cambios estructurales de costos. Las proyecciones al alza del costo, han influenciado un aumento del precio a largo plazo del cobre.

Consumo de Cobre China (CCHc): Variable asociada a la demanda de cobre. La evolución de la demanda mundial de cobre refinado, ha posicionado a China como el más importante consumidor de cobre en el mundo, con el 21% del consumo mundial y proyecciones en torno al 8% anual. Aumentos en el consumo generan un exceso de demanda que se traduce en un aumento en el precio de equilibrio.

Consumo de Cobre Resto del Mundo (CRMc): Variable asociada a la demanda de cobre. La evolución de la demanda mundial de cobre refinado del resto del mundo, sin incluir China, representa un 79% del consumo mundial. Estados Unidos, Japón, Alemania, Corea del Sur y una incipiente India (con un 8% de crecimiento anual estimado), representan alguno de los más importantes consumidores. Aumentos en el consumo generan un exceso de demanda que se traduce en un aumento en el precio de equilibrio.

Dólar Observado Estados Unidos (USD): El precio del cobre se determina en dólares de Estados Unidos, una parte de la importante de la variabilidad del precio es causada por las variaciones de la cotización del dólar. Estas variaciones están determinadas principalmente por las políticas macroeconómicas, especialmente por las políticas monetarias de los países altamente desarrollados. Investigaciones confirman una relación inversa entre los movimientos de cotización del dólar y los precios del cobre. Una apreciación del dólar causa una baja en los precios y viceversa.

Para cada una de las variables explicativas definidas arriba, se obtuvo información relevante para el período 1985-2006, la que se muestra a continuación:

Tabla N°1: Información Variables Explicativas 1985-2006

Fecha	Precio de Cobre (centUS\$/libra)	Stock Total de Cobre (Toneladas Métricas)	Producción Mundial Cobre Mina (Toneladas Métricas)	Costo neto cátodo prom. (centUS\$/libra)	Consumo China Cobre (Toneladas Métricas)	Consumo Resto Mundo Cobre (Toneladas Métricas)	Dólar Observado Estados Unidos (tasa de cambio USD/\$)
Año	PRECIOfc	Sc	Pc	Cc	CCHc	CRMc	USD
1985	64,28	297.359	8.126	63	450	8.350	160,9
1986	62,29	259.751	8.289	65	480	9.520	192,9
1987	81,09	69.712	8.455	73	490	10.010	219,4
1988	117,94	77.929	8.624	75	490	10.210	245,0
1989	129,11	122.771	8.796	81	520	10.480	267,0
1990	120,88	197.728	8.972	85	500	10.300	304,9
1991	106,07	358.028	9.008	84	580	10.210	349,2
1992	103,57	427.270	9.458	83	882	9.919	362,6
1993	86,71	666.653	9.474	81	985	10.011	404,2
1994	104,90	666.653	9.575	82	798	10.862	420,2
1995	133,20	318.165	10.181	80	1.143	11.009	396,8
1996	103,89	152.100	11.111	80	1.193	11.207	412,3
1997	103,22	415.145	11.479	83	1.270	11.747	419,3
1998	74,97	675.117	12.273	74	1.402	11.951	460,3
1999	71,38	873.072	12.749	70	1.484	12.573	508,8
2000	82,29	415.894	13.246	71	1.928	13.264	539,5
2001	71,57	1.042.481	13.757	70	2.307	12.379	634,9
2002	70,65	1.218.676	13.565	68	2.377	12.675	688,9
2003	80,73	687.838	13.700	66	3.084	12.232	691,4
2004	130,11	124.289	14.714	71	3.364	13.293	609,5
2005	167,09	153.601	15.180	76	3.656	13.109	559,8
2006	305,30	245.015	15.224	87	3.607	13.459	530,3

Fuente: Cochilco y Codelco

5.2.1.2. Modelo Econométrico Propuesto

De acuerdo a las variables definidas anteriormente, se propone un modelo de regresión múltiple lineal, según la siguiente expresión:

$$(\text{PRECIOc})_t = A + B1*(\text{Sc})_t + B2*(\text{Pc})_t + B3*(\text{Cc})_t + B4*(\text{CCHc})_t + B5*(\text{CRMc})_t + B6*(\text{USD})_t$$

A= Constante, intersección con el eje del precio.

Bi= Coeficiente asociado a cada variable.

Sc, Pc, Cc, CCHc, CRMc, USD, variables explicativas en tiempo t, definidas, de acuerdo a tabla N°1.

5.2.1.3. Resultados de la Regresión y Validación

Aplicando el software STATISTIC, se obtienen los siguientes valores para A y los Bi respectivos:

Tabla N°2: Resultados Regresión

Regression Summary for Dependent Variable: PLPc (Precio del Cobre LP Final) R= ,95596297 R²= ,91386520 Adjusted R²= ,87941128 F(6,15)=26,524 p						
	Beta	Std.Err.	B	Std.Err.	t(15)	p-level
Intercept			-293,643	68,32858	-4,29751	0,000635
Sc	0,36522	0,166597	0,000	0,00003	2,19227	0,044548
Pc	-1,00706	0,602429	-0,021	0,01261	-1,67167	0,115314
Cc	0,65025	0,085681	4,663	0,61447	7,58913	0,000002
CCHc	2,00124	0,404092	0,095	0,01910	4,95244	0,000174
CRMc	0,78892	0,358669	0,028	0,01290	2,19957	0,043931
USD	-1,45489	0,303423	-0,479	0,09981	-4,79493	0,000236

Los Betas para cada variable, representan la contribución relativa de cada variable en la predicción de la variable precio del cobre, y que dependiendo del signo su contribución puede ser positiva o negativa. En este caso la mayor contribución positiva esta representado por la varible CCHc (Consumo de Cobre China) y la negativa por el USD (dólar estadounidense).

Los B obtenidos, presentan errores estándares bajos, y para la prueba de t-student, p-levels (p-value) muy cercanos a cero, lo que indicarían la muy baja probabilidad de que las diferencias en los datos se deban al azar y no a un fenómeno no azaroso, de manera que los valores mínimos de p-value, ratifican la alta veracidad del análisis.

El coeficiente Bi nos indica en cuánto incrementa el valor del precio del cobre a largo plazo por cada valor adicional asociado a la variable explicativa i. En otras palabras, este coeficiente Bi nos mide el “precio marginal” de incurrir en un valor adicional de la variable explicativa i. Obviamente, este es un dato sumamente interesante para los tomadores de decisiones para el precio de largo plazo del cobre. Se espera que este coeficiente sea positivo para Cc, CCHc, CRMc, y negativo para Sc, Pc, y USD.

Dado que el B obtenido para la variable Sc (Stocks Totales de Cobre) es cero, además de la inconsistencia del signo de Beta (debiera ser negativa, dado que altos niveles de precio se esperan bajos niveles de inventario, y viceversa), se toma la decisión de eliminar esta variable del análisis. Los demás valores de B, presentan valores significativos y signos consistentes.

Tabla N°3: Resumen Estadísticos Regresión

Summary Statistics; DV: PLPc (Precio del Cobre LP Final)	
Statistic	Value
Multiple R	0,95596
Multiple R ²	0,91387
Adjusted R ²	0,87941
F(6,15)	26,52427
p	0,00000
Std.Err. of Estimate	17,94188

El valor de R² (coeficiente de determinación) proporciona una idea del % de variabilidad de la variable a modelizar, explicado por las variables explicativas. Mientras más cerca está de 1 este coeficiente, mejor es el modelo. En nuestro caso, 91% de la variabilidad es explicada por las variables explicativas definidas. Los valores R y R² ajustado, confirman la validez del modelo.

La prueba del F de Fisher también es utilizada. En este caso la significación del contraste F global de la regresión (p-value=0.00000, probabilidad de que la diferencia en los datos se deban al azar) ratifican la veracidad del análisis.

Por otro lado, el error estándar estimado (la raíz cuadrada de la varianza residual) presenta niveles bajos, con un valor de 17,94.

Figura N°18: Valores Observados (reales) vs. Valores Predichos
Precio del Cobre Largo Plazo

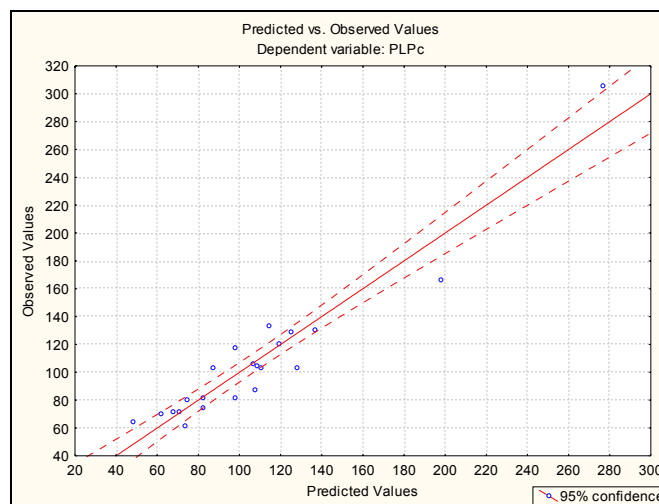


Figura N°19: Valores Predichos vs. Valores Residuales
Precio del Cobre Largo Plazo

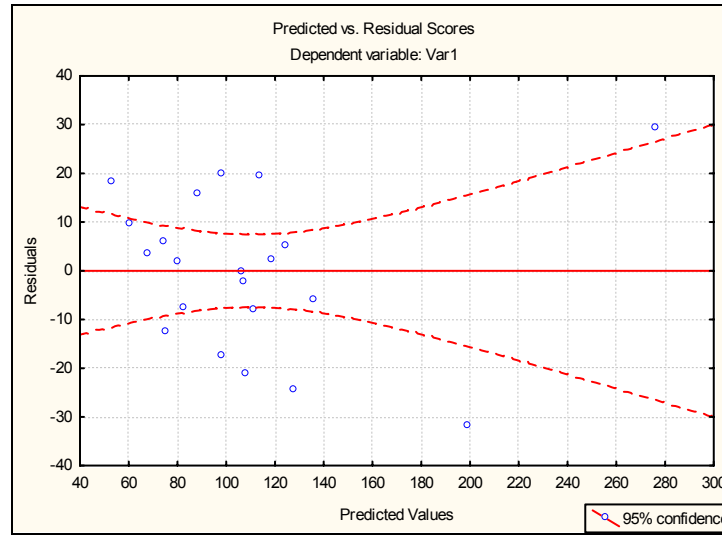
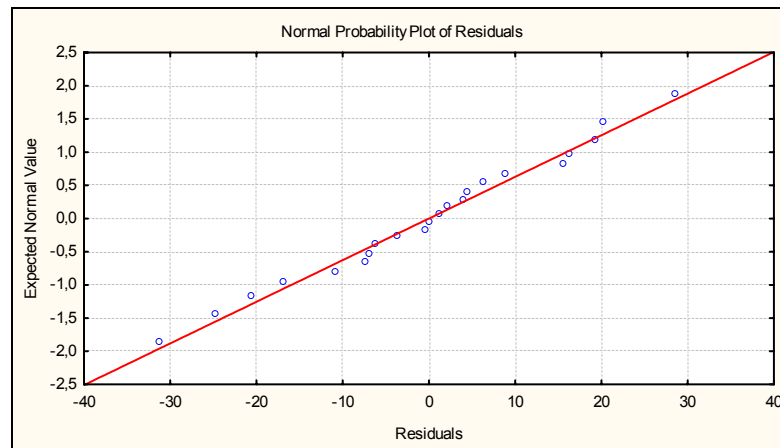


Figura N°20: Valores Residuales vs. Valores Esperados Distribución Normal
Precio del Cobre Largo Plazo



Finalmente los tres gráficos precedentes son de alto interés en el análisis. El gráfico de la figura N°18, es razonablemente bueno, ya que las predicciones están próximas a los valores observados (los puntos se acercan a la diagonal), en tanto el gráfico de la figura N°19, muestra valores residuales razonablemente bajos. Finalmente el gráfico de la figura N°20, demuestra la consistencia del segundo supuesto del modelo definido (el primero de los cuales es asumir la relación lineal entre las variables explicativas y la dependiente), una distribución normal de los valores residuales, tal cual se observa en el gráfico (los puntos se acercan a la diagonal).

5.2.1.4. Mejoras al Modelo Propuesto

La primera mejora consistirá en incorporar una nueva variable explicativa, que reemplace a Sc (Stocks totales de Cobre). De acuerdo al estudio realizado en Capítulo N°4, se concluye que el precio del aluminio, Pa, puede ser una variable explicativa que mejore el modelo.

El aluminio es una buena referencia para el mercado del cobre, tanto por su importancia en la Bolsa de Metales de Londres, como por su condición de principal sustituto del cobre. Su precio registra un comportamiento muy similar al del cobre, con ciclos de alza y baja desde 1985 y una recuperación en 2004 respecto del año anterior siguiendo la tendencia general de los metales.

A lo largo del tiempo el precio del aluminio presenta un comportamiento muy similar al del cobre, dado su utilización orientado a sectores comunes de la economía. Se espera un B positivo, dado que se ha demostrado que altos niveles de precio para ambos, estarían asociado a escasez de ambos commodities en el mercado.

Así para cada una de las variables explicativas redefinidas se trabajará con la siguiente información relevante (período 1985-2006):

Tabla N°4: Información Variables Explicativas 1985-2006 Modelo Mejorado

Fecha	Precio de Cobre (centUS\$/libra)	Producción Mundial Cobre Mina (Toneladas Métricas)	Costo neto cátodo prom. (centUS\$/libra)	Consumo China Cobre (Toneladas Métricas)	Consumo Resto Mundo Cobre (Toneladas Métricas)	Dólar Observado Estados Unidos (tasa de cambio USD/\$)	Precio Aluminio (centUS\$/libra)
Año	PRECIOc	Pc	Cc	CCHc	CRMc	USD	Pa
1985	64,28	8.126	63	450	8.350	160,9	47,9
1986	62,29	8.289	65	480	9.520	192,9	52,2
1987	81,09	8.455	73	490	10.010	219,4	71,2
1988	117,94	8.624	75	490	10.210	245,0	117,3
1989	129,11	8.796	81	520	10.480	267,0	88,5
1990	120,88	8.972	85	500	10.300	304,9	74,4
1991	106,07	9.008	84	580	10.210	349,2	59,1
1992	103,57	9.458	83	882	9.919	362,6	56,9
1993	86,71	9.474	81	985	10.011	404,2	51,7
1994	104,90	9.575	82	798	10.862	420,2	67,0
1995	133,20	10.181	80	1.143	11.009	396,8	81,9
1996	103,89	11.111	80	1.193	11.207	412,3	68,3
1997	103,22	11.479	83	1.270	11.747	419,3	72,6
1998	74,97	12.273	74	1.402	11.951	460,3	61,6
1999	71,38	12.749	70	1.484	12.573	508,8	61,8
2000	82,29	13.246	71	1.928	13.264	539,5	70,6
2001	71,57	13.757	70	2.307	12.379	634,9	65,3
2002	70,65	13.565	68	2.377	12.675	688,9	61,2
2003	80,73	13.700	66	3.084	12.232	691,4	64,9
2004	130,11	14.714	71	3.364	13.293	609,5	77,8
2005	167,09	15.180	76	3.656	13.109	559,8	86,1
2006	305,30	15.224	87	3.607	13.459	530,3	116,6

Fuente: Cochilco y Codelco

5.2.1.5. Resultados de la Regresión y Validación Modelo Mejorado

Aplicando el software STATISTIC, se obtienen los siguientes valores para A y los Bi respectivos:

Tabla N°5: Resultados Regresión con Mejoras al Modelo Propuesto

Regression Summary for Dependent Variable: PLPc (Precio del Cobre LP Final Mejorado) R= ,96050911 R ² = ,92257775 Adjusted R ² = ,89160885 F(6,15)=29,790 p						
	Beta	Std.Err.	B	Std.Err.	t(15)	p-level
Intercept			-204,138	64,45416	-3,16717	0,006378
Pc	0,193663	0,564136	0,004	0,01181	0,34329	0,736144
Cc	0,534774	0,083303	3,835	0,59741	6,41966	0,000012
CCHc	0,943056	0,332936	0,045	0,01574	2,83255	0,012604
CRMc	-0,161135	0,358837	-0,006	0,01290	-0,44905	0,659817
USD	-0,629902	0,200640	-0,207	0,06600	-3,13947	0,006750
Pa	0,308636	0,116364	0,880	0,33189	2,65233	0,018107

Si bien el valor R² mejora a un 92%, el signo del B asociado a CRMc, Consumo Mundial Resto del Mundo de Cobre, es inconsistente, a mayor consumo los precios debieran tender a subir (signo positivo). Adicionalmente presenta el menor peso relativo para explicar el precio del cobre (Beta más bajo). Por lo tanto se elimina esta variable.

Una segunda inconsistencia esta dado por el signo del valor de B del Pc, Producción Mundial de Cobre Mina. A mayor producción los precios debieran tender a bajar (signo negativo). Adicionalmente presenta el segundo menor peso relativo para explicar el precio del cobre (Segundo Beta más bajo). Por lo tanto se elimina también esta variable.

Los resultados, para esta nueva mejora se muestran a continuación:

Tabla N°6: Resultados Regresión Modelo Mejorado

Regression Summary for Dependent Variable: PLPc (Precio del Cobre LP Final Mejorado) R= ,95995704 R ² = ,92151753 Adjusted R ² = ,90305106 F(4,17)=49,902 p						
	Beta	Std.Err.	B	Std.Err.	t(17)	p-level
Intercept			-216,625	40,39516	-5,36265	0,000052
Cc	0,530932	0,077993	3,808	0,55933	6,80745	0,000003
CCHc	1,030354	0,151682	0,049	0,00717	6,79284	0,000003
USD	-0,668747	0,140703	-0,220	0,04628	-4,75291	0,000184
Pa	0,277512	0,088682	0,792	0,25294	3,12931	0,006108

Los Betas para cada variable resultan más significativos. Al igual que el modelo inicial, la mayor contribución esta representado por la variable CCHc (Consumo de Cobre China).

Los B obtenidos, presentan errores estándares bajos, y la prueba de t-student mejora significativamente con p-levels (p-value) muy cercanos a cero en todas las variables, lo

que indicaría la muy baja probabilidad de que las diferencias en los datos se deban al azar y no a un fenómeno no azaroso, de manera que los valores mínimos de p-value, ratifican la alta veracidad del análisis.

Los valores de B, presentan valores distintos de cero y signos consistentes.

Tabla N°7: Resumen Estadísticos Regresión Modelo Mejorado

Summary Statistics; DV: PLPc (Precio del Cobre LP Final Final)	
Statistic	Value
Multiple R	0,95996
Multiple R ²	0,92152
Adjusted R ²	0,90305
F(4,17)	49,90222
p	0,00000
Std.Err. of Estimate	16,08741

El valor de R² mejora, siendo un 92% de la variabilidad explicada por las variables explicativas definidas. Los valores R y R² ajustado, también son mejores.

La prueba del F de Fisher también sigue siendo consistente. La significación del contraste F global de la regresión (p-value=0.00000, probabilidad de que la diferencia en los datos se deban al azar) ratifican la veracidad del análisis.

Por otro lado, el error estándar estimado (la raíz cuadrada de la varianza residual) es menor que el modelo inicial, con un valor de 16,09, lo que representa una mejora significativa.

Figura N°21: Valores Observados (reales) vs. Valores Predichos
Precio del Cobre Largo Plazo Modelo Mejorado

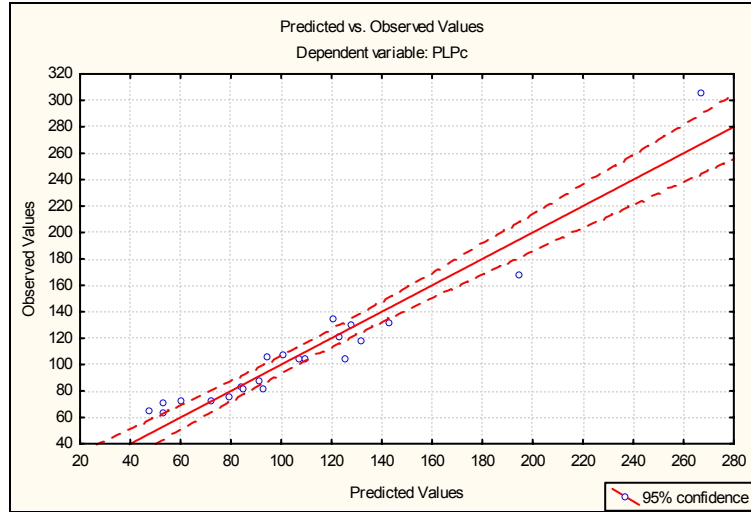


Figura N°22: Valores Predichos vs. Valores Residuales
Precio del Cobre Largo Plazo Modelo Mejorado

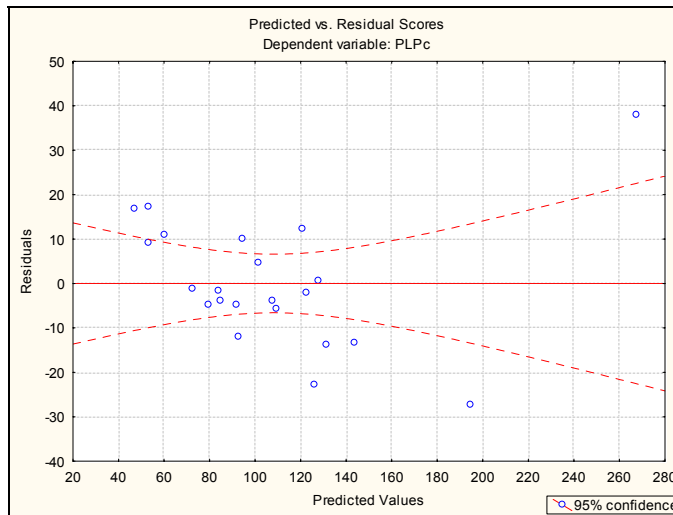
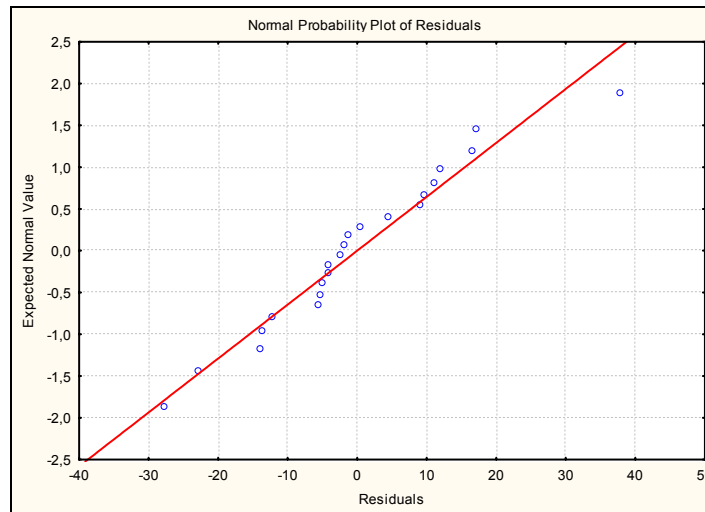


Figura N°23: Valores Residuales vs. Valores Esperados Distribución Normal Precio del Cobre Largo Plazo Modelo Mejorado



Finalmente los tres gráficos precedentes mantienen la consistencia del modelo, con resultados similares al modelo inicial. El gráfico de la figura N°21, es razonablemente bueno, ya que las predicciones están próximas a los valores observados (los puntos se acercan a la diagonal), en tanto el gráfico de la figura N°22, muestra valores residuales razonablemente bajos. Finalmente el gráfico de la figura N°23, demuestra la consistencia del segundo supuesto del modelo definido, una distribución normal de los valores residuales, tal cual se observa en el gráfico (los puntos se acercan a la diagonal).

5.2.1.6. Modelo Econométrico Propuesto Mejorado

Finalmente, de acuerdo a todo el proceso de mejoras realizadas, se propone un modelo de regresión múltiple lineal, según la siguiente expresión:

$$(\text{PRECIOc})_t = - 216,625 + 3,808*(\text{Cc})_t + 0,049*(\text{CCHc})_t - 0,220*(\text{USD})_t + 0,792*(\text{Pa})_t$$

Donde las variables explicativas en tiempo t son:

PRECIOc: Precio Cobre Largo plazo, centUS\$/libra BML (Bolsa Metales de Londres).

Cc, CCHc, USD, Pa, variables explicativas en tiempo t, donde:

Cc: Costo neto cátodo prom. Cent US\$/libra.

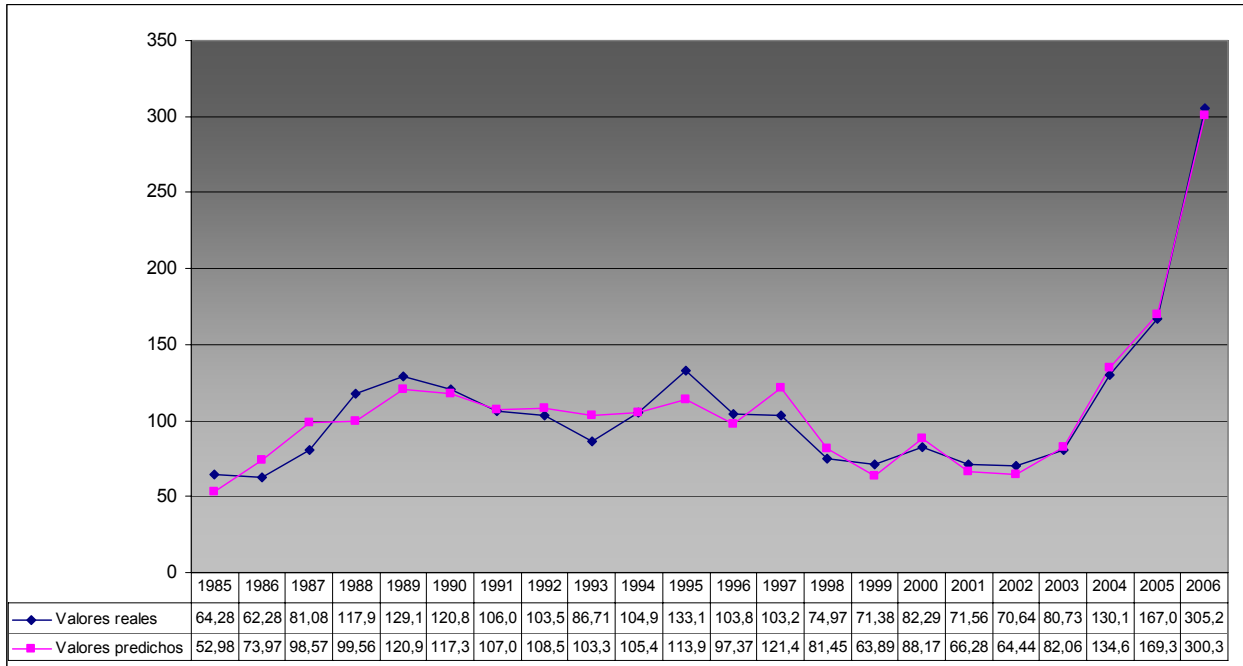
CCHc: Consumo China Cobre (Toneladas Métricas).

USD: Dólar Observado USA.

Pa: Precio Aluminio Cent US\$/libra.

Gráficamente el modelo se representa a través de la siguiente figura:

Figura N°24: Modelo Económico Propuesto



5.2.2. ETAPA N°2

5.2.2.1. El Modelo de Simulación y sus Supuestos

A partir del modelo econométrico propuesto en la Etapa N°1 para cada una de las variables explicativas de la regresión múltiple lineal definida y conjuntamente con una serie de supuestos referentes a las distribuciones de frecuencias de cada una de estas variables, se recurrirá a la aplicación del “Modelo de Simulación de Montecarlo”, aplicando el software @RISK, para construir una distribución de frecuencias correspondiente a la variable Precio de Largo Plazo.

Supuestos relevantes:

- Para cada una de las variables explicativas del modelo se ha supuesto una distribución normal. La razón fundamental es que existen datos relevantes para determinar la incertidumbre de las variables en cuestión, se dispone de una media, desviación estándar, valores mínimos y máximos.
- Se han definido dos escenarios de simulación. El primero denominado “conservador”, considera la información asociada a las variables explicativas para el período 1985-2006, a partir del cual se estima su media, desviación estándar, valores mínimos y máximos.
- El segundo escenario de simulación se ha denominado “optimista”, por considerar la información asociada a las variables explicativas para el período 1997-2006, últimos 10 años, a partir del cual se estima su media, desviación estándar, valores mínimos y máximos. Durante este período se registra un promedio del precio del cobre particularmente alto, especialmente influenciado por los últimos tres años, que consistentemente ha determinado variables explicativas con valores mayores.
- El Método de Simulación utilizado corresponde del “Método de MonteCarlo”. Para cada escenario se han realizado cinco (5) simulaciones, con un total de 10.000 iteraciones por simulación.

5.2.2.2. Los “Inputs” y “Output” del Modelo

El output lo constituye el Precio del Cobre a Largo Plazo, el que deriva de la regresión múltiple lineal, derivado de la Etapa 1, de acuerdo a la siguiente expresión:

$$(\text{PRECIOc})_t = - 216,625 + 3,808*(\text{Cc})_t + 0,049*(\text{CCHc})_t - 0,220*(\text{USD})_t + 0,792*(\text{Pa})_t$$

Los “inputs” por lo tanto, constituyen cada una de las variables asociadas a la expresión anterior. La información estadística de cada una de estas variables, para los dos escenarios definidos, son las siguientes:

Tabla N°8: Datos Modelo de Simulación Escenario “Conversador”

VARIABLES	Datos Válidos	Media	Mínimo	Máximo	Desviación estándar
Cc	22	76	63	87	7
CCHc	22	1.500	450	3.656	1.093
USD	22	426,3	160,9	691,4	157,1
Pa	22	71,6	47,9	117,3	18,1

Tabla N°9: Datos Modelo de Simulación Escenario “Optimista”

VARIABLES	Datos Válidos	Media	Mínimo	Máximo	Desviación estándar
Cc	10	73	66	87	7
CCHc	10	2.448	1.270	3.656	928
DólarUSA	10	564,3	419,3	691,4	91,6
Pa	10	73,9	61,2	116,6	17,0

5.2.2.3. Resultados de la Aplicación del Modelo

Escenario Conservador:

Para las cinco (5) simulaciones efectuadas para el escenario conservador los resultados para el precio del cobre a largo plazo, son los siguientes:

Tabla N°10: Datos Modelo de Simulación Escenario “Conversador”

Output		Statistics						
Name	Sim	Minimum	Mean	Maximum	x1	p1	x2	p2
Precio Cobre Largo Plazo Conservador	1	-20,67	134,74	329,72	48,71	5%	223,78	95%
Precio Cobre Largo Plazo Conservador	2	-22,90	134,88	316,60	50,47	5%	224,07	95%
Precio Cobre Largo Plazo Conservador	3	-37,95	135,89	308,64	50,12	5%	225,77	95%
Precio Cobre Largo Plazo Conservador	4	-17,83	134,31	311,56	48,70	5%	223,92	95%
Precio Cobre Largo Plazo Conservador	5	-23,65	134,70	324,29	51,08	5%	223,27	95%
Promedio			134,90					

De acuerdo a los resultados obtenidos, para un límite de confianza del 90%, el valor promedio obtenido es de un 134,90 centUS\$/lb, de acuerdo a esto el valor más cercano corresponde a la simulación 2. El valor considerado por lo tanto para el escenario conservador corresponderá a 134,88 centUS\$/lb, el que se aproximará a **135 centUS\$/lb**.

Los resultados obtenidos para la simulación 2 son los siguientes:

- Para un nivel de confianza del 90% para el precio del cobre a largo plazo se ha obtenido un valor mínimo de -22,90 centUS\$/lb, el que se descarta por inconsistente, se asumirá por lo tanto el valor 0 centUS\$/lb como mínimo, un valor máximo de 316,60 centUS\$/lb, desviación estándar de 52,76 centUS\$/lb y un valor promedio de 134,88 centUS\$/lb.

- Se distingue una distribución de frecuencias normal, con una curtosis de 2,7, lo que supone alta concentración de valores en torno a la media.
- El gráfico de “tornado”, que indica la sensibilidad al modelo de regresión de las variables que lo explican, indica que es la variable Consumo de cobre de China, la más incidente en forma positiva, seguida por el Dólar Observado USA, en forma negativa, seguido por el Costo neto cátodo promedio y el Precio del Aluminio, ambos en forma positivo, lo que es consistente con los resultados del modelo econométrico propuesto.

Escenario Optimista:

Para las cinco (5) simulaciones efectuadas para el escenario optimista los resultados para el precio del cobre a largo plazo, son los siguientes:

Tabla N°11: Datos Modelo de Simulación Escenario “Optimista”

Output		Statistics						
Name	Sim	Minimum	Mean	Maximum	x1	p1	x2	p2
Precio Largo Plazo Optimista	1	21,74	139,85	273,46	75,18	5%	204,85	95%
Precio Largo Plazo Optimista	2	20,68	139,74	273,93	75,56	5%	206,18	95%
Precio Largo Plazo Optimista	3	22,45	139,69	264,77	74,76	5%	205,33	95%
Precio Largo Plazo Optimista	4	22,77	139,98	275,84	75,23	5%	205,75	95%
Precio Largo Plazo Optimista	5	24,61	139,90	268,96	74,53	5%	205,84	95%
Promedio			139,83					

De acuerdo a los resultados obtenidos, para un límite de confianza del 90%, el valor promedio obtenido es de un 139,83 centUS\$/lb, de acuerdo a esto el valor más cercano corresponde a la simulación 1. El valor considerado por lo tanto para el escenario conservador corresponderá a 139,85 centUS\$/lb, el que se aproximará a **140 centUS\$/lb**.

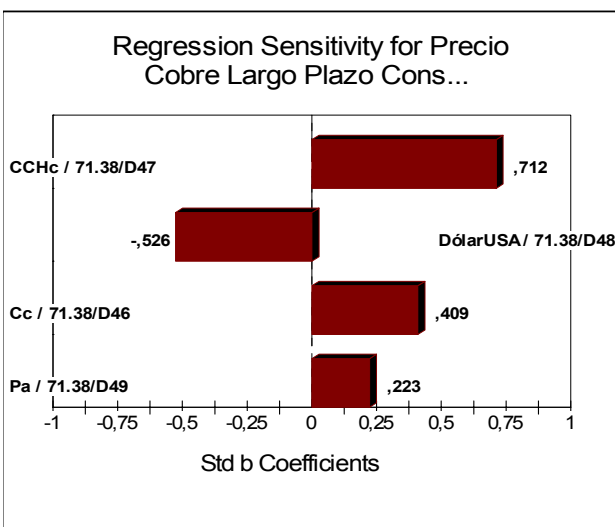
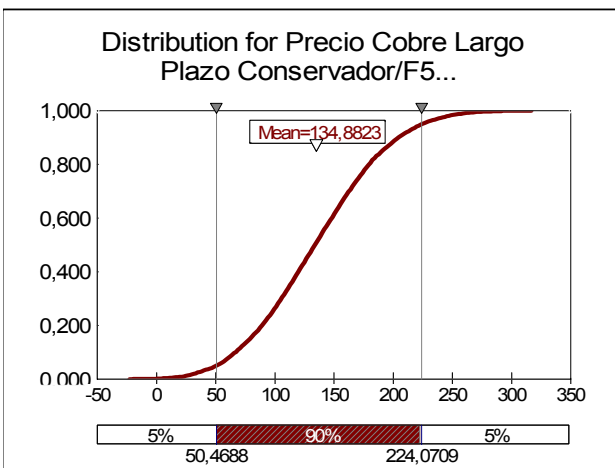
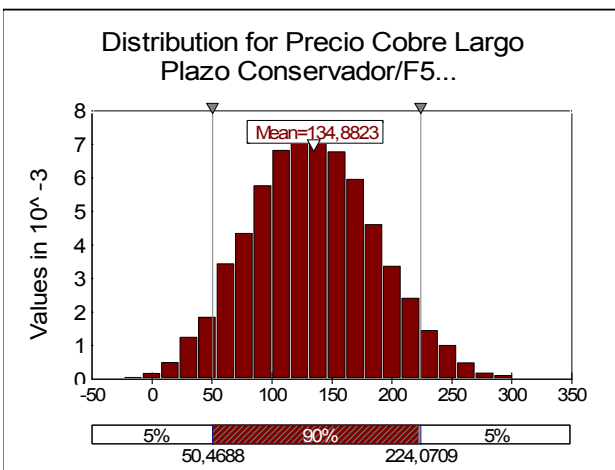
Los resultados obtenidos para la simulación 1 son los siguientes:

- Para un nivel de confianza del 90% para el precio del cobre a largo plazo se ha obtenido un valor mínimo de 21,74 centUS\$/lb, un valor máximo de 273,46 centUS\$/lb, desviación estándar de 39,52 centUS\$/lb y un valor promedio de 139,85 centUS\$/lb.
- Se distingue una distribución de frecuencias normal, con una curtosis de 2,5, lo que supone alta concentración de valores en torno a la media.
- El gráfico de “tornado”, que indica la sensibilidad al modelo de regresión, de las variables que lo explican indica que es la variables Consumo de cobre de China, la más incidente, seguida por el Costo neto cátodo promedio, ambos en forma positiva, seguido por el Dólar Observado USA, en forma negativa y Precio del Aluminio, en forma positiva, lo que es consistente con los resultados del modelo econométrico propuesto.

Gráficamente se muestran a continuación los resultados obtenidos en @RISK, para ambos escenarios:

Tabla N°12: Resultados Modelo de Simulación Escenario "Conservador"

**Simulation @RISK Results for
Precio Cobre Largo Plazo Conservador / Simulation 2**



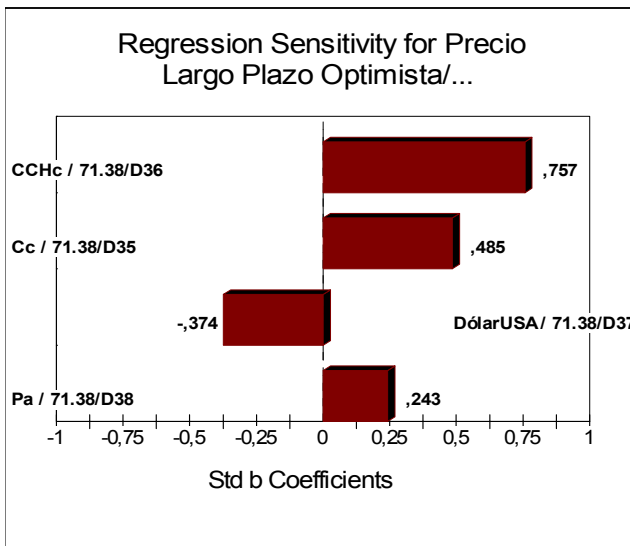
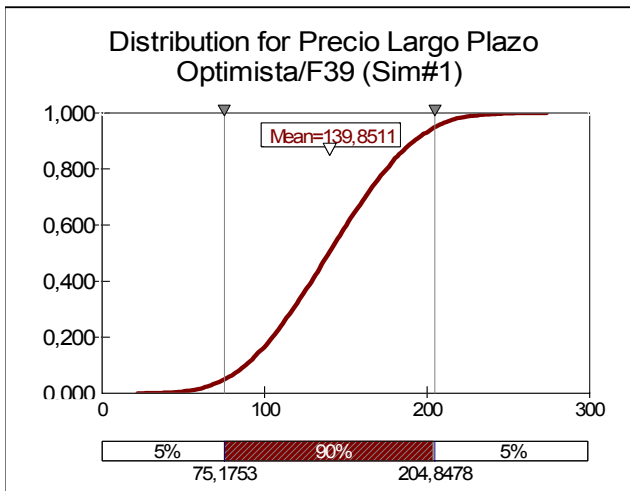
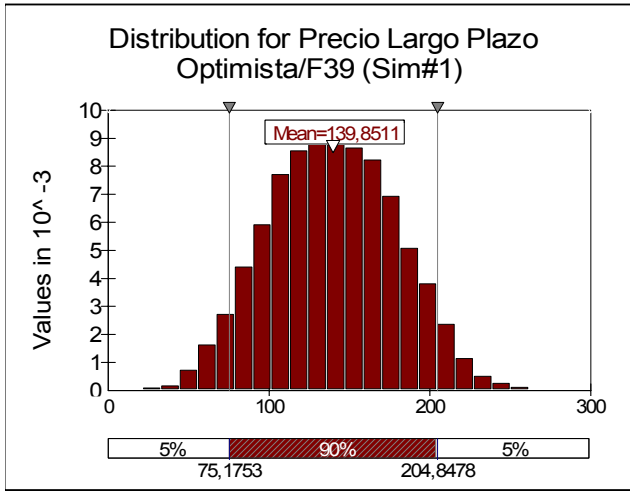
Summary Information	
Workbook Name	Simulación Riesgo_Conservador
Number of Simulations	5
Number of Iterations	10.000
Number of Inputs	4
Number of Outputs	1
Sampling Type	Monte Carlo
Simulation Start Time	14-09-2007 18:15
Simulation Stop Time	14-09-2007 18:15
Simulation Duration	00:00:08
Random Seed	689932160

Summary Statistics			
Statistic	Value	%tile	Value
Minimum	-22,90	5%	50,47
Maximum	316,60	10%	66,30
Mean	134,88	15%	79,03
Std Dev	52,76	20%	89,09
Variance	2783,624534	25%	97,83
Skewness	0,125036523	30%	105,36
Kurtosis	2,749058809	35%	112,67
Median	133,73	40%	119,81
Mode	138,77	45%	126,74
Left X	50,47	50%	133,73
Left P	5%	55%	140,64
Right X	224,07	60%	148,03
Right P	95%	65%	155,14
Diff X	173,60	70%	162,75
Diff P	90%	75%	170,73
#Errors	0	80%	179,65
Filter Min		85%	190,68
Filter Max		90%	204,15
#Filtered	0	95%	224,07

Sensitivity			
Rank	Name	Regr	Corr
#1	CCHc / 71.38	0,712	0,698
#2	DólarUSA / 71.38	-0,526	-0,517
#3	Cc / 71.38	0,409	0,404
#4	Pa / 71.38	0,223	0,202

Tabla N°13: Resultados Modelo de Simulación Escenario “Optimista”

**Simulation @RISK Results for
Precio Largo Plazo Optimista / Simulation 1**



Summary Information	
Workbook Name	Simulación Riesgo_Optimista
Number of Simulations	5
Number of Iterations	10.000
Number of Inputs	4
Number of Outputs	1
Sampling Type	Monte Carlo
Simulation Start Time	14-09-2007 18:21
Simulation Stop Time	14-09-2007 18:21
Simulation Duration	00:00:10
Random Seed	1975307791

Summary Statistics			
Statistic	Value	%tile	Value
Minimum	21,74	5%	75,18
Maximum	273,46	10%	88,17
Mean	139,85	15%	97,04
Std Dev	39,52	20%	104,71
Variance	1562,093164	25%	111,26
Skewness	0,045728678	30%	117,44
Kurtosis	2,600061293	35%	123,25
Median	139,50	40%	129,02
Mode	134,68	45%	134,25
Left X	75,18	50%	139,50
Left P	5%	55%	144,85
Right X	204,85	60%	150,25
Right P	95%	65%	155,98
Diff X	129,67	70%	161,95
Diff P	90%	75%	167,96
#Errors	0	80%	175,22
Filter Min		85%	182,32
Filter Max		90%	191,95
#Filtered	0	95%	204,85

Sensitivity			
Rank	Name	Regr	Corr
#1	CCHc / 71.38	0,757	0,757
#2	Cc / 71.38	0,485	0,456
#3	DólarUSA / 71.38	-0,374	-0,354
#4	Pa / 71.38	0,243	0,235

5.3. PRONOSTICOS PARA EL PRECIO DE LARGO PLAZO DEL COBRE

La siguiente tabla muestra el resultado de la información obtenida a través de un proceso investigativo, en la que se muestra la proyección del precio de largo plazo del cobre, de entidades, consultoras y empresas relacionadas con la minería del cobre. Seguido de esta tabla se indican con detalle las fuentes respectivas, dada la relevancia de la información para el presente estudio.

Tabla N°14: Pronósticos Especializados Precio de Largo Plazo del Cobre

Organismo	Rubro	Moneda	Año Estimación	Precio (centUS\$/lb)
Antofagasta Minerals ¹	Minera privada	2007	2007	120
Ministerio de Hacienda/Cochilco ²	Estado de Chile	2007	2007	121
CRU ³	Consultora Internacional Especializada	2006	2007	125
CODELCO ⁴	Minera Estatal Chile	2008	2007	130
Brook Hunt ⁵	Consultora Internacional Especializada	2006	2007	132
Macquaire Research Commodities ⁶	Consultora Internacional Especializada	2006	2007	132
Barclays ⁷	Consultora Internacional Especializada	2006	2007	155
PROMEDIO				131

Fuentes:

1: CESCO (Centro de Estudios del Cobre y la Minería), Entrevista al Presidente Ejecutivo Antofagasta Minerals, Marzo 2007.

2: Resultados del Comité Consultivo del Precio de Referencia del Cobre: Agosto 2007.

3: Industria del Cobre: La Perspectiva de Codelco, Marzo 2007, Fuente original: The Long Term Outlook for Copper, Copper to 2030, Enero 2007. Cifras calculadas a partir del promedio de los precios pronosticados.

4: Precio del Cobre Codelco Orientaciones Comerciales 2011 en adelante, Marzo del 2007.

5: Industria del Cobre: La Perspectiva de Codelco, Marzo 2007, Fuente original: The Long-Term Outlook for Copper. Metal Service: 4°Q 2006. Cifras calculadas a partir del promedio de los precios pronosticados.

6: Industria del Cobre: La Perspectiva de Codelco, Marzo 2007, Fuente original: Commodities Comment, Marzo 2007.

7: Industria del Cobre: La Perspectiva de Codelco, Marzo 2007, Fuente original: The Commodity Investor, Febrero 2007

De acuerdo a la información de la tabla precedente, **131 centUS\$/lb**, corresponde al promedio del precio de largo plazo del cobre. Aún cuando se aprecia una diferencia de este valor respecto al mínimo proyectado de 120 centUS\$/lb y el valor máximo de 155 centUS\$/lb, y diferencias respecto al año base de la moneda; para efectos comparativos con la proyección propuesta se validará este valor.

6. DISCUSION Y CONCLUSIONES

La metodología empleada, a partir de la información recopilada para el período 1985-2006, apoyándose en software de estadística (*STASTISTICA*) y de simulación de riesgo (*@ RISK*), de acuerdo a los resultados obtenidos, representa un modelo válido de predicción, generando resultados consistentes con el promedio del precio de largo plazo del cobre de 131 centUS\$/lb, definido como el precio asociado a pronósticos especializados.

De los dos escenarios analizados:

- El primero conservador, que entrega un precio de largo plazo para el cobre de 135 centUS\$/lb.
- El segundo optimista que entrega un precio de largo plazo para el cobre de 140 centUS\$/lb.

Se concluye que el primer modelo se ajusta más a los pronósticos de especialistas, sólo un 3% mayor, y muy cercano a la estimación de CODELCO (130 centUS\$/lb) y Brook Hunt (132 centUS\$/lb) y Macquaire Research Commodities (132 centUS\$/lb), Consultoras Internacionales Especializadas. La explicación radica en que considera un período más largo de información histórica, representando de mejor forma el carácter cíclico del precio del cobre, con una oferta reaccionando más tarde a un aumento de la demanda.

En tanto, el segundo modelo alcanza un mayor valor dado a que en promedio los últimos diez años se ha registrado un mayor precio del cobre especialmente influenciado por los precios de los últimos tres años, y consecuentemente en las variables explicativas del modelo. No se descarta este modelo, pues es apenas un 7% mayor que el pronóstico de especialistas.

Se concluye que los factores fundamentales del éxito en la estimación del modelo propuesto, radican en la aplicación de una metodología de fácil comprensión, con marcadas etapas, y que incluyó las siguientes consideraciones:

- Un acabado análisis del mercado del cobre, tras la búsqueda de los fundamentos de este mercado, factores dominantes del precio del cobre a largo plazo. Aspectos claves lo constituyeron, reconocer la importancia de los inventarios, la ciclicidad del precio (lo que obligó a trabajar con un período significativo de información), conocer la evolución de la demanda de cobre, intrínsecamente ligada a la infraestructura de los países y su ritmo de crecimiento de la actividad económica (donde China sostenidamente se ha consolidado como el principal consumidor del mundo), así como entender la evolución de la oferta, a través del aumento de producción (donde Chile es líder mundial), con la tendencia al alza de los costos de operación.
- La determinación de variables explicativas representativas, cuya elección se basó en el estudio precedente del mercado minero del cobre y con valores en el tiempo para un período relevante de información de 22 años,

- Un modelo de regresión lineal múltiple, validado por indicadores y análisis estadísticos, y la aplicación de un software computacional, *STATISTIC*. Incluyó también un proceso de mejoras que implicó la eliminación e incorporación de variables explicativas, con un modelo final mejorado respecto al inicial planteado cuyas variables son el Costo Promedio de Cátodo de Cobre, el Consumo de Cobre China, el Dólar Observado de Estados Unidos, y el Precio del Aluminio.
- La aplicación de un método de Simulación de Riesgos, con supuestos apropiados en cuanto a las distribuciones de probabilidades de las variables explicativas del modelo, número de simulaciones e iteraciones. Para ambos escenarios se generaron resultados con un nivel de confianza del 90%, y una distribución normal para el precio del cobre a largo plazo, con una significativa cantidad de valores en torno a su media (curtosis sobre 2,0). Del mismo modo, el gráfico de tornado para el escenario conservador confirmó (ya visualizado a través de los betas del modelo de regresión) que el Consumo de Cobre de China es la variable más significativa en la proyección explicando positivamente un 36% del precio. Seguido por la variable dólar observado USA (32% negativo), Costo Promedio de Cátodo de Cobre (21% positivo) y Precio del Aluminio (11% positivo). En un escenario optimista, últimos 10 años, se ratificó aún más el Consumo de Cobre de China como la variable más significativa (41% positivo), seguido por el Costo Promedio de Cátodo de Cobre (26% positivo), dólar observado USA (20% negativo), y Precio del Aluminio (13% positivo).

Recomendaciones de mejoras a la metodología empleada, pasan por incluir en el análisis información con anterioridad a 1985, hoy por lo menos, no disponible en Cochilco ni Codelco, principales fuentes con las que se ha trabajado.

Igualmente, siempre es posible seguir mejorando el modelo de regresión múltiple propuesto, incorporando nuevas variables significativas, o bien modificando la fórmula del precio del cobre a largo plazo, por términos no necesariamente lineales.

7. BIBLIOGRAFIA

- Centro de Estudios del Cobre y la Minería (CESCO), Página Web institucional, www.cesco.cl.
- Colomé, Rinaldo A., Cevallos, Carlos F. y Pirani Cesar. “Un modelo para la proyección de precios agrícolas del trigo, maíz y la soja para Argentina”, Instituto de Economía y Finanzas (IEF), Argentina, 2004.
- Comisión Chilena del Cobre (COCHILCO), Página Web institucional, www.cochilco.cl.
- Corporación Nacional del Cobre (CODELCO), Página Web institucional, www.codelco.cl.
- Info Masters, Palisade Corporation, Apuntes del Curso “Uso y Aplicaciones en @RISK”, Santiago, Chile, Junio 2007.
- Meller, Patricio, “Dilemas y Debates en torno al Cobre”, Dolmen Ediciones, Chile, 2002.
- Revista MINERIA CHILENA, Página Web institucional, www.mch.cl.
- SATISTIC, software y manual. Versión 7.0, Estados Unidos, 1984.
- @RISK, software. Versión 4.5 para Excel, PALISADE, Estados Unidos, 2007.

ANEXOS

ANEXO A

PROYECCION PRODUCCION DE COBRE MINA CHILE

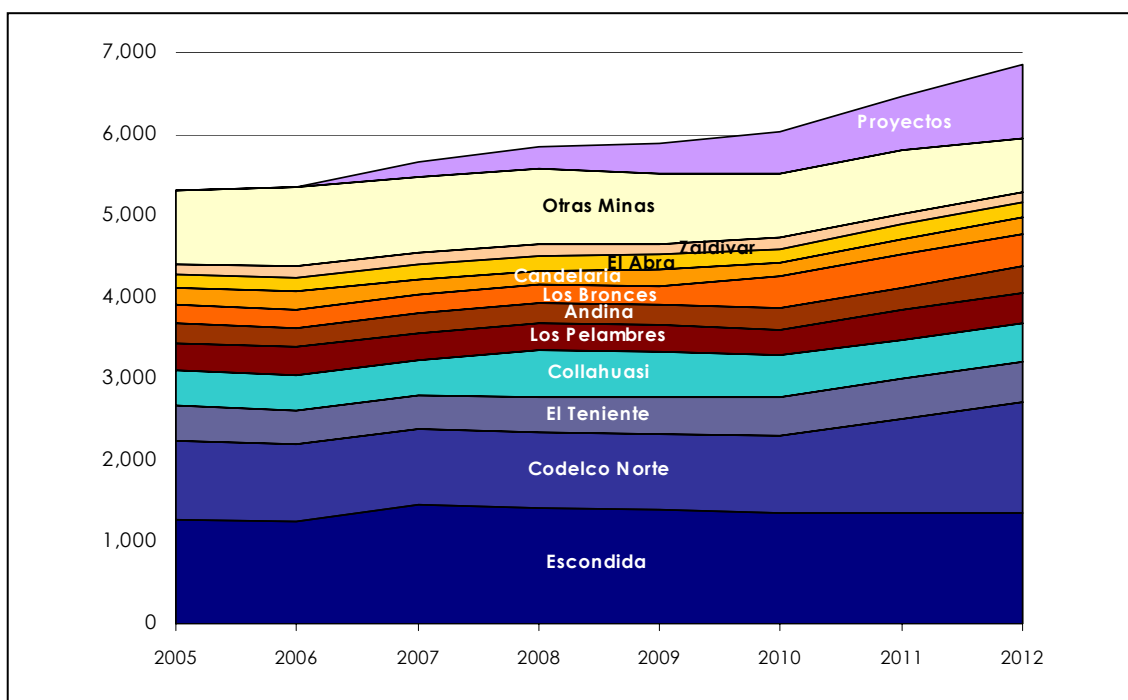
EN MILES DE TMF - en rojo Proyectos

Mina	2007	2008	2009	2010	2011	2012	Mina	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Escondida	1,460	1,420	1,400	1,360	1,360	1,360	Caserones (ex Regalito)				50	80	
Codelco Norte	922	928	930	946	1,154	1,359	Quebrada Blanca	75	75	75	75	75	75
Collahuasi	433	568	557	503	473	473	Lomas Bayas	60	60	70	75	75	75
El Teniente	419	434	461	483	495	496	Andacollo (Sulfuros)			5	50	71	71
Los Bronces	234	223	228	403	403	403	El Tesoro	89	87	74	67	60	60
Los Pelambres	340	345	325	305	370	370	Manto Verde	60	60	60	60	60	60
Andina	232	234	247	272	270	322	El Salvador	79	79	58	59	55	0
Spence	150	180	200	200	200	200	El Soldado	82	63	57	57	57	57
Candelaria	184	184	184	184	184	184	Mantos Blancos	86	84	78	41	41	41
Gaby	0	65	120	150	150	150	Antucoya						40
El Abra	181	185	192	148	195	195	Michilla	44	40	40	40	40	0
Zaldívar	142	138	135	128	128	128	Ojos del Salado	28	28	28	28	28	28
Esperanza				60	150	180	Franke			15	25	25	25
Cerro Casale						125	Manto de la Luna	20	24	24	24	24	24
Cerro Colorado	120	120	110	100	80	80	Otros	217	219	219	198	198	198
							TOTAL	5,657	5,843	5,892	6,041	6,471	6,859

Nota: Proyectos corresponden a minas sin producción al 2005.

PROYECCION GRÁFICA PRODUCCION DE COBRE MINA CHILE

EN MILES DE TMF



ANEXO B

METODOS MINIMOS CUADRADOS EN REGRESION LINEAL Y MONTECARLO

Regresión Lineal y aplicación del Método de Mínimos Cuadrados

El procedimiento mas objetivo para ajustar una recta a un conjunto de datos presentados en un diagrama de dispersión se conoce como "el método de los mínimos cuadrados". La recta resultante presenta dos características importantes:

1. Es nula la suma de las desviaciones verticales de los puntos a partir de la recta de ajuste $\rightarrow \sum (Y^- - Y) = 0$.
2. Es mínima la suma de los cuadrados de dichas desviaciones. Ninguna otra recta daría una suma menor de las desviaciones elevadas al cuadrado $\sum (Y^- - Y)^2 \rightarrow 0$

El procedimiento consiste entonces en minimizar los residuos al cuadrado C_i^2 :

$\sum C_i^2 = \sum (Y^o - \hat{Y})^2$	Reemplazando \hat{Y} nos queda $\sum C_i^2 = \sum [Y^o - (a + bx)]^2$
---------------------------------------	--

La obtención de los valores de **a** y **b** que minimizan esta función es un problema que se puede resolver recurriendo a la derivación parcial de la función en términos de **a** y **b**: llamemos G a la función que se va a minimizar:

$$G = \sum (y - a - bx)^2$$

Tomemos las derivadas parciales de G respecto de **a** y **b** que son las incógnitas y las igualamos a cero; de esta forma se obtienen dos ecuaciones llamadas ecuaciones normales del modelo que pueden ser resueltas por cualquier método ya sea igualación o matrices para obtener los valores de **a** y **b**.

$$G = \sum (y - a - bx)^2$$

Derivamos parcialmente la ecuación respecto de **a**, e igualando a cero:

$$\frac{dG}{da} = 2 \sum (y - a - bx) (-1) = 0$$

$$\sum y = na + b \sum x$$

Primera ecuación normal

Derivamos parcialmente la ecuación respecto de b, e igualando a cero:

$$\frac{dG}{db} = 2 \sum (y - a - bx) (-x) = 0$$

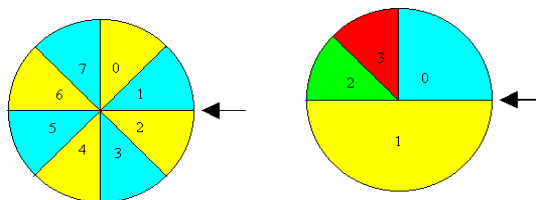
Segunda ecuación normal

Los valores de **a** y **b** se obtienen resolviendo el sistema de ecuaciones resultante.

Método de Montecarlo y variables aleatorias

Se denomina variable aleatoria, a una variable X que puede tomar un conjunto de valores $\{x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\}$, con probabilidades $\{p_0, p_1, p_2, \dots, p_{n-1}\}$. Por ejemplo, en la experiencia de lanzar monedas, los posibles resultados son {cara, cruz}, y sus probabilidades son $\{1/2, 1/2\}$. En la experiencia de lanzar dados, los resultados posibles son $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ y sus probabilidades respectivas son $\{1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6\}$.

Realicemos ahora la experiencia de hacer girar una ruleta y apuntar el número del sector que coincide con la flecha. En la ruleta de la izquierda de la figura los resultados posibles son $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, y la probabilidad de cada resultado es $1/8$. En la ruleta de la derecha de la figura los posibles resultados son $\{0, 1, 2, 3\}$, y las probabilidades respectivas $\{1/4, 1/2, 1/8, 1/8\}$, proporcionales al ángulo del sector.



En los tres primeros ejemplos, la variable aleatoria X se dice que está uniformemente distribuida, ya que todos los resultados tienen la misma probabilidad. Sin embargo, en el último ejemplo, la variable aleatoria X , no está uniformemente distribuida.

El problema crucial de la aplicación del Método de Montecarlo es hallar los valores de una variable aleatoria (discreta o continua) con una distribución de probabilidad dada por la función $p(x)$ a partir de los valores de una variable aleatoria uniformemente

distribuida en el intervalo $[0, 1)$, proporcionada por el ordenador o por una rutina incorporada al programa.

Para simular un proceso físico, o hallar la solución de un problema matemático es necesario usar gran cantidad de números aleatorios. El método mecánico de la ruleta sería muy lento, además cualquier aparato físico real genera variables aleatorias cuyas distribuciones difieren, al menos ligeramente de la distribución uniforme ideal. También, se puede hacer uso de tablas de cifras aleatorias uniformemente distribuidas, comprobadas minuciosamente en base a pruebas estadísticas especiales. Se emplean solamente cuando los cálculos correspondientes a la aplicación del método de Montecarlo se realiza a mano, lo que en estos tiempos resulta inimaginable. En la práctica, resulta más conveniente emplear los denominados números pseudoaleatorios, se trata de números que se obtienen a partir de un número denominado semilla, y la aplicación reiterada de una fórmula, obteniéndose una secuencia $\{x_0, x_1, x_2, \dots, x_n\}$ de números que imitan los valores de una variable uniformemente distribuida en el intervalo $[0, 1)$.