



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

**ANÁLISIS DEL PANDEO DE BARRAS DE REFUERZO LONGITUDINAL
PARA HORMIGÓN ARMADO BASADO EN UN MODELO DE
PLASTICIDAD CONCENTRADA**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL

DIEGO IGNACIO ANDAUR HUERTA

PROFESOR GUÍA:

LEONARDO MASSONE SANCHEZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

JUAN FELIPE BELTRAN MORALES

MAURICIO SARRAZIN ARELLANO

SANTIAGO DE CHILE
ENERO 2009

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TITULO DE INGENIERO CIVIL
POR: DIEGO ANDAÚR H.
FECHA: 21/01/2009
PROF. GUIA: Sr. LEONARDO MASSONE S.

**“ANALISIS DEL PANDEO DE BARRAS DE REFUERZO LONGITUDINAL PARA
HORMIGON ARMADO BASADO EN UN MODELO DE PLASTICIDAD CONCENTRADA”**

El objetivo general del presente trabajo de título es el estudio de un modelo de rotulas plásticas o plasticidad concentrada que representa el comportamiento de barras de acero utilizadas para refuerzo longitudinal en hormigón armado y que permite obtener la curva tensión-deformación promedio de barras sometidas a carga monotónica de compresión.

Para realizar este estudio el trabajo se divide en tres etapas, primero se recopila información de programas de ensayos de barras en compresión para realizar comparaciones entre los ensayos y los resultados del modelo; luego se realiza un análisis de sensibilidad sobre algunos parámetros analíticos del modelo y variables experimentales para poder cuantificar la influencia que tiene cada uno de ellos sobre los resultados; y por último se implementa un modelo de plasticidad distribuida y se compara con el modelo de plasticidad concentrada.

Las comparaciones entre los ensayos y el modelo de plasticidad concentrada indican que el modelo representa de buena manera la forma de las curvas y prácticamente en todos los casos la zona de degradación de capacidad. Sin embargo, se advierten diferencias entre ellos ya que la tensión máxima difiere hasta en un 20%. Mediante el análisis de sensibilidad es posible explicar estas diferencias identificando algunos de los parámetros y variables que influyen más en el resultado del modelo. Estos son: la tensión de fluencia, la tensión máxima, la longitud de la rótula plástica y el largo de la barra.

El modelo de plasticidad distribuida se utiliza para tratar de representar de manera más detallada lo que ocurre en la realidad, donde las deformaciones no ocurren dentro de una rótula plástica sino que a lo largo de todo el elemento. Sin embargo la definición de material y la condición de empotramiento perfecto condicionan que los resultados no sean exactamente los esperados. Aún así el modelo resulta de utilidad y sugiere posibles mejoras en el modelo de plasticidad concentrada, como modificar la longitud de rótula plástica haciéndola dependiente del largo de la barra.

AGRADECIMIENTOS

Quisiera agradecer en primer lugar a mis padres, pues sin ellos no habría podido conseguir ser todo lo que soy. Su confianza ha sido crucial en mi formación personal y profesional.

Al profesor Leonardo Massone por su dedicación y constante apoyo durante la realización de este trabajo, por estar siempre disponible y con las puertas abiertas. También al profesor J. Felipe Beltrán pues su ayuda fue fundamental para que este trabajo pudiera llegar a término. Al profesor Mauricio Sarrazin por su buena disposición y acertados comentarios en momentos que surgían complicaciones. Esto hizo posible la concreción de mi memoria.

A Paulina, por todo su amor, compañía y comprensión, porque ha sido muy importante para que mi vida esté completa. Agradezco a su familia su preocupación y el apoyo siempre brindado.

A la Universidad de Chile agradezco mis sólidos conocimientos profesionales. En ella conocí muy buenos amigos desde el primer año a quienes también reconozco como inestimables hermanos que hicieron más fácil el paso por la Universidad: Arturo, Italo, Rodrigo, Felipe, Daniel, Marcelo y por supuesto Manfred, excelente amigo, compañero de toda la carrera, de tantas jornadas de estudio y buenos momentos.

A mi hermana Carolina, su marido y sobrinos porque siempre conté con su alegría y apoyo.

A mis tíos Norma y Hugo, porque siempre manifestaron preocupación por mis avances durante la carrera. Cada uno me alentó para seguir adelante.

A mi amigo Andrés, porque su amistad ha sido fundamental en mi vida, porque su compañía ha sido muy importante, especialmente en estos últimos años de Universidad para salir de la rutina de la semana y compartir los más agradables momentos.

No puedo olvidar a mis primos, por tantos momentos de alegría en vacaciones: esta fue la mejor distracción para poder volver con renovadas fuerzas a estudiar cada semestre.

Y a todos aquellos que influyeron de una u otra forma durante toda mi vida de estudiante.

¡GRACIAS!

INDICE

Capítulo 1	5
1.1 Introducción	5
1.2 Objetivos	6
1.2.1 Objetivos generales	6
1.2.2 Objetivos específicos	6
1.3 Metodología	7
Capítulo 2	8
2.1 Antecedentes del modelo	8
2.1.1 Modelo del material en tracción	8
2.1.2 Modelo del material en compresión	9
2.1.3 Modelo cíclico del material	10
2.2 Modelo de Plasticidad Concentrada	13
Capítulo 3	17
3.1 Programas de ensayos	17
3.1.1 Bayrak O., and Sheikh, S.A. (2001)	17
3.1.2 Bae, S., Miseses, A.M., and Bayrak, O. (2005)	18
3.1.3 Cosenza, E. and Prota, A. (2006)	19
3.2 Curvas de Tracción	20
3.3 Parámetros de comparación	22
3.3.1 Parámetro 1, Razón de tensiones máximas	22
3.3.2 Parámetro 2, Relación de áreas	23
3.4 Comparaciones	24
3.4.1 Bayrak O., and Sheikh, S.A. (2001)	24
3.4.2 Bae, S., Miseses, A.M., and Bayrak, O. (2005)	26
3.4.3 Cosenza, E. and Prota, A. (2006)	30
Capítulo 4	32
4.1 Parámetros y variables consideradas en el análisis de sensibilidad	32
4.2 Análisis de sensibilidad	34
4.3 Análisis de resultados	43
Capítulo 5	45
5.1 Modelo de Plasticidad Distribuida	45
5.2 Programa ABAQUS 6.5 Student Edition	45
5.3 Implementación del modelo de Plasticidad Distribuida	46
5.3.1 Nodos	46
5.3.2 Elementos	47
5.3.3 Condiciones de Borde	47
5.3.4 Material	47
5.3.5 Cargas	51
5.3.6 Variables de salida	52

5.4 Resultados	53
5.4.1 Tensión vs. Deformación	54
5.4.2 Tensión vs. Desplazamiento transversal	58
5.4.3 Distribución y evolución de la curvatura	61
5.4.4 Longitud de Rótula plástica equivalente	63
5.4.5 Modelo de plasticidad concentrada modificado	66
Capítulo 6	68
Comentarios y Conclusiones	68
Bibliografía y Referencias	62
Anexos	
A Curvas de Tracción de los Materiales	A1
B Curvas de Comparación	A5
C Parámetros de comparación	A19
D Curvas del material modificadas	A26
E Curvas modelo original y modificados	A30
F Parámetros de comparación para el análisis de sensibilidad	A54
G Calibración del material en ABAQUS	A70
H Curvas de comparación en ABAQUS	A73
I Modelo Matlab, rótula plástica modificada	A83
J Codigos en ABAQUS	A86

CAPITULO 1

1.1 Introducción

En las zonas sísmicas, los elementos de hormigón armado están sometidos a esfuerzos combinados: esfuerzos axiales, flexión, corte. Las barras de refuerzo longitudinal y transversal están diseñadas para resistir en parte estas solicitaciones, carga axial, momento y corte respectivamente. Ante cargas cíclicas, las columnas de hormigón armado sufren desplazamientos laterales. Estas responden elásticamente si los desplazamientos son pequeños. Bajo cargas importantes, los desplazamientos son mayores y la respuesta de la estructura es dentro el rango plástico. Así, durante sismos moderados o fuertes, la amplitud de las deformaciones puede fácilmente sobrepasar el 2%. Adicionalmente, al someter los elementos a ciclos de gran deformación de tracción – compresión, se produce descascaramiento del hormigón, favoreciendo el posible pandeo de las barras longitudinales apoyadas en estribos. De esta forma, no se puede despreciar esta causa potencial de falla, lo que motiva el estudio del pandeo en barras de refuerzo longitudinales para hormigón armado.

Un aspecto fundamental es conocer la curva tensión-deformación del material en compresión, para la que usualmente se utiliza la curva en tracción. Esto no es del todo correcto ya que para la obtención de esta última comúnmente se usa el largo y sección transversal inicial de la barra, en coordenadas de ingeniería, a pesar de que estas varían con el nivel de deformación axial. Con el uso de coordenadas verdaderas o naturales, es decir, tomando en cuenta las variaciones de largo y sección de la barra, se puede estimar la curva en compresión a partir de la curva en tracción asumiendo un comportamiento idéntico del material en ambos casos.

Además de ser necesario conocer el comportamiento del material, es de gran utilidad poder modelar, de forma sencilla, la respuesta de barras susceptibles de pandeo. Un modelo posible es el de plasticidad concentrada que considera que las deformaciones se concentran en puntos específicos llamados rótulas plásticas y que los tramos de barra entre ellos quedan indeformables axial y transversalmente, es decir, la barra queda representada por un modelo mecánico, el cual pretende predecir la respuesta de la curva tensión-deformación promedio de barras de refuerzo. Un modelo basado en plasticidad concentrada es descrito y estudiado en este trabajo.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivos Generales

Estudio de un modelo de rótulas plásticas o plasticidad concentrada propuesto por Massone y Moroder (2008) [1], implementado en el programa MATLAB, que representa el comportamiento de barras de acero utilizadas para refuerzo longitudinal en hormigón armado, que permite obtener la curva tensión-deformación promedio de barras sometidas a carga monotónica de compresión.

1.2.2 Objetivos Específicos

1. Se realiza un estudio comparativo de las curvas tensión – deformación promedio (axial y en algún caso transversal), entre el modelo analítico y ensayos experimentales recolectados de la literatura.
2. Se realiza análisis de sensibilidad del modelo, de acuerdo a las variaciones de algunos parámetros incluidos en él:
 - Variabilidad de la curva tensión vs. deformación monotónica del acero en tracción (tensión de fluencia f_y , tensión máxima f_m y tensión última f_u).
 - Variación de los parámetros de la curva cíclica de carga y descarga del acero. (Parámetros E_0 y R)
 - Longitud de rótula plástica (l_p como función del diámetro de la barra).
3. Se realiza análisis de sensibilidad del modelo sobre variables experimentales:
 - Variación de la imperfección transversal (e) inducida sobre la barra.
 - Variación del largo (L) de la barra.
4. Utilizar un programa comercial (ej.: ABAQUS) basado en un modelo de plasticidad distribuida y no linealidad geométrica para implementar nuevamente el modelo del material y efectuar así una comparación entre los resultados arrojados por ambos modelos, para alguno de los ensayos antes mencionados.

1.3 Metodología

1. Se recopila la información de los programas de ensayos de barras en compresión que se utilizan para validar el modelo, estos son:

- Bayrak O., and Sheikh, S.A. (2001) [2]
- Bae, S., Miseses, A.M., and Bayrak, O. (2005) [3]
- Cosenza, E. and Prota, A. (2006) [4]

2. Se fijan rangos de variabilidad para parámetros y variables sobre los cuales se realizará el análisis de sensibilidad del modelo:

- longitud de rótula plástica, l_p : $\pm 10\%$
- tensión de fluencia, f_y : $\pm 10\%$
- tensión máxima del acero, f_m : $\pm 10\%$
- tensión ultima del acero, f_u : $\pm 10\%$
- parámetros de la curva cíclica, R y E_0 : $\pm 10\%$
- imperfección inicial, e : $\pm 10\%$ (basado en un caso central escogido, $e/d=0.3$)
- largo de la barra, L : $\pm 10\%$ (basado en un caso central escogido, $L/d=8$)

3. Se procesa el modelo en todos los casos de cada publicación para las comparaciones y para el análisis de sensibilidad se selecciona uno de los casos expuestos en la publicación de Bae, Miseses y Bayrak (2005) [3].

4. Se estudia el modelo de plasticidad distribuida para su implementación en el programa comercial ABAQUS y se compara con el modelo de plasticidad concentrada.

CAPITULO 2

2.1 Antecedentes del modelo

2.1.1 Modelo del material en tracción

La curva monotónica de barras de acero puede ser descrita de la siguiente forma: inicialmente presenta una zona lineal y elástica hasta que se alcanza la fluencia del material, luego existe una zona en la cual la tensión permanece constante hasta que comienza la fase de endurecimiento del material hasta que se alcanza la tensión máxima. Hasta este punto la curva se caracteriza por el modelo propuesto por Mander et al. (1984) [5]. Luego viene una zona de degradación, que corresponde a la fase donde se produce concentración de deformaciones, zona que será caracterizada de forma lineal hasta la deformación y esfuerzo últimos correspondientes a la fractura de la barra.

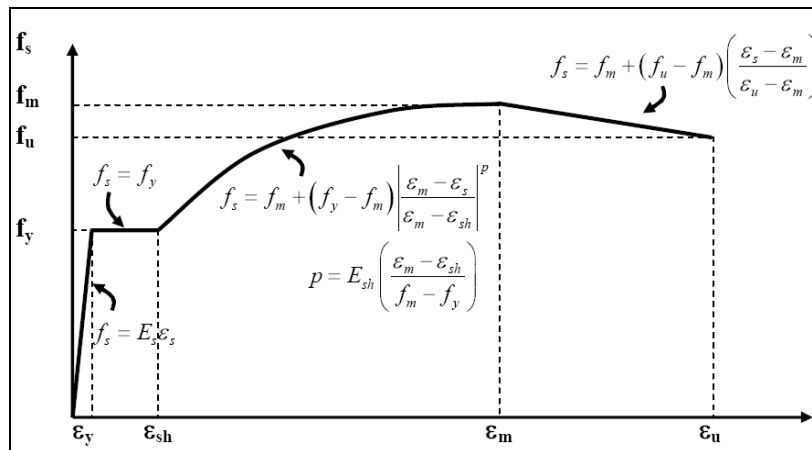


Figura 1 Curva monotónica del acero en tracción (Massone y Moroder, 2008 [1])

Donde:

ϵ_y, f_y : deformación y tensión de fluencia

ϵ_{sh} : deformación en la cual termina el plató de fluencia e inicia la fase de endurecimiento

ϵ_m, f_m deformación correspondiente a la tensión máxima y tensión máxima

ϵ_u, f_u : deformación y tensión última

2.1.2 Modelo del material en compresión

Según lo indicado por Dodd y Restrepo-Posada (1995) [6], el comportamiento del material en tracción y compresión, se puede asumir prácticamente idéntico utilizando coordenadas naturales. Por lo que es posible hacer una buena estimación de la respuesta del acero en compresión a partir de la respuesta en tracción, esto da una buena aproximación de la curva en compresión hasta que ocurre pandeo. Especial cuidado debe prestarse en la fase final de la curva ya que el material en tracción falla por fractura, lo que no es consistente con el mecanismo de falla en compresión. En el caso de compresión se extrapola el comportamiento previo al llegar al punto equivalente de fractura en tracción.

Esto es posible de realizar con las ecuaciones en coordenadas de ingeniería señaladas por Dodd y Restrepo-Posada (1995) [6], los subíndices 'c' y 't' corresponden a compresión y tracción respectivamente:

$$f_{s,c} = -f_{s,t} \cdot (1 + \varepsilon_{s,t})^2 \quad (1)$$

$$\varepsilon_{s,c} = -\frac{\varepsilon_{s,t}}{1 + \varepsilon_{s,t}} \quad (2)$$

2.1.3 Modelo cíclico del material

La curva cíclica empleada, básicamente mantiene el comportamiento del material en tracción y compresión, incluyendo el efecto Bauschinger. Se utiliza una simplificación realizada a la formulación de Chang y Mander (1994) [7], basada en la ecuación de Menegotto-Pinto (1973) [8], para representar este efecto.

La curva cíclica tiene por envolvente las curvas monotónicas en tracción y compresión. La regla de carga y descarga es que a partir del punto en que se produce descarga, la curva A se conecta con la envolvente opuesta en un punto de igual deformación a la descarga previa. En el caso de la primera descarga a partir de la envolvente, la curva A se conecta con la envolvente opuesta en deformación cero. Como puede verse en la figura 2, la curva A se conecta a las envolventes en los puntos señalados.

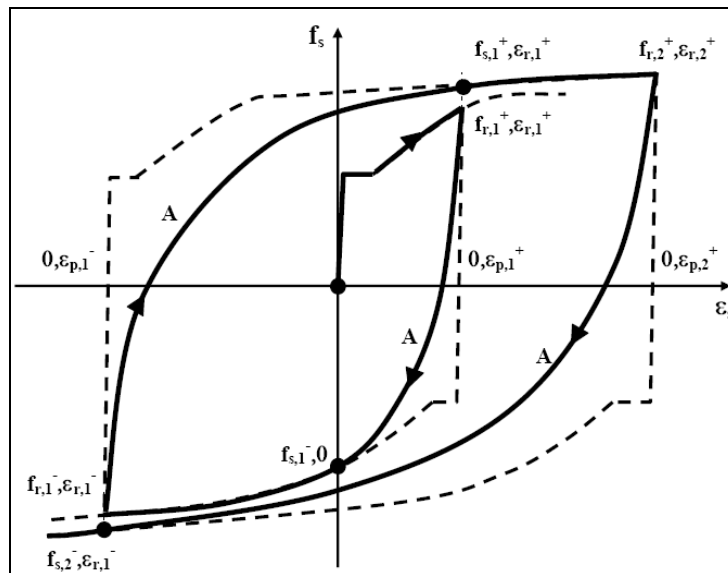


Figura 2 Curva cíclica del acero (Massone y Moroder, 2008 [1])

La ecuación principal que define a la curva A es:

$$f_s = f_0 + E_0 \cdot (\varepsilon_s - \varepsilon_0) \cdot \left\{ Q + \frac{1-Q}{\left(1 + \left[E_0 \cdot \left(\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_0}{f_f - f_0} \right) \right]^R \right)^{1/R}} \right\} \quad (3)$$

A continuación se define cada parámetro de la ecuación:

R : parámetro que representa el efecto Bauschinger.

E_0 : es el modulo elástico inicial de descarga y recarga.

ε_0, f_0 : esfuerzo y deformación al inicio de la curva A.

ε_f, f_f : esfuerzo y deformación al término de la curva A.

Q : parámetro definido como $Q = \frac{E_{sec} / E_0 - a}{1 - a}$, donde E_{sec} y ' a ' se definen a continuación

E_{sec} : modulo secante. $E_{sec} = \frac{f_f - f_0}{e_f - e_0}$

a : parámetro definido como $a = \left[1 + (E_{sec} / E_0)^R \right]^{-1/R}$

Los parámetros E_0 y R dependen de la rama de descarga o recarga en la curva A como se señala a continuación:

En descarga:

$$E_0 = E_s \cdot (1 - 3 \cdot \Delta\varepsilon) \quad (4)$$

$$R = 16 \cdot \left(\frac{f_y}{E_s} \right)^{1/3} \cdot (1 - 10 \cdot \Delta\varepsilon) \quad (5)$$

En recarga:

$$E_0 = E_s \cdot (1 - \Delta\varepsilon) \quad (6)$$

$$R = 20 \cdot \left(\frac{f_y}{E_s} \right)^{1/3} \cdot (1 - 20 \cdot \Delta\varepsilon) \quad (7)$$

Finalmente, el parámetro $\Delta\varepsilon$ se define como $\Delta\varepsilon = |\varepsilon_f - \varepsilon_0|/2$, y los términos f_y y E_s se definen a continuación:

f_y : tensión de fluencia

E_s : Modulo elástico

2.2 Modelo de Plasticidad Concentrada

El modelo propuesto por Massone y Moroder (2008) [1], contempla una serie de características del comportamiento físico de las barras susceptibles de pandeo. Entre ellas se incluye el efecto de una imperfección transversal inicial, que deforma las barras desde su configuración recta.

La barra es modelada por su diámetro ' d ' y largo ' L ' que pretende representar la porción de barra entre estribos. Las deformaciones se concentran en cuatro rótulas plásticas de longitud l_p , situadas en los bordes y a cada lado del punto medio de la barra, ver figura 3. El modelo supone, debido a la simetría del problema, que la rotación y el momento es el mismo en las cuatro rótulas plásticas, por lo que resulta necesario analizar sólo una de ellas.

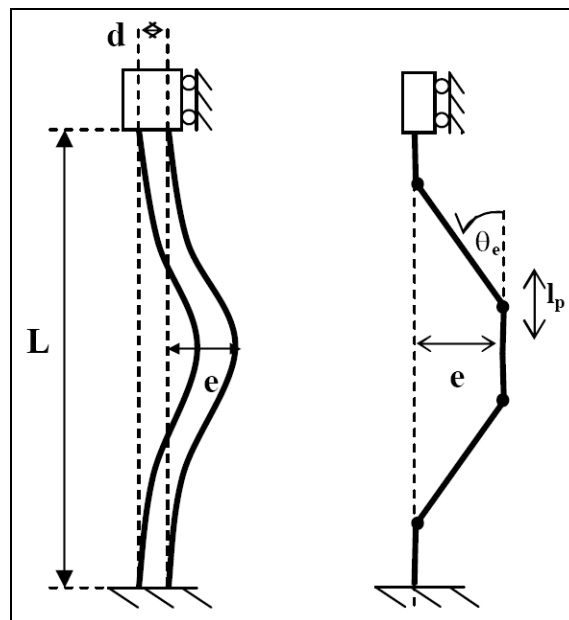


Figura 3 Barra con imperfección inicial y modelo (Massone y Moroder, 2008 [1])

La imperfección inicial ' e ' es incluida en el modelo imponiendo una curvatura ϕ_e en la rótula plástica. La carga axial también es incluida en el modelo y en parte genera una curvatura adicional ϕ_p en la rótula plástica.

Numéricamente el modelo trabaja sobre los valores de ϕ_e y ϕ_p . Por medio de un análisis seccional precisamente sobre la sección transversal de una rótula plástica, de modo de satisfacer las condiciones de equilibrio del problema, ver figura 4.

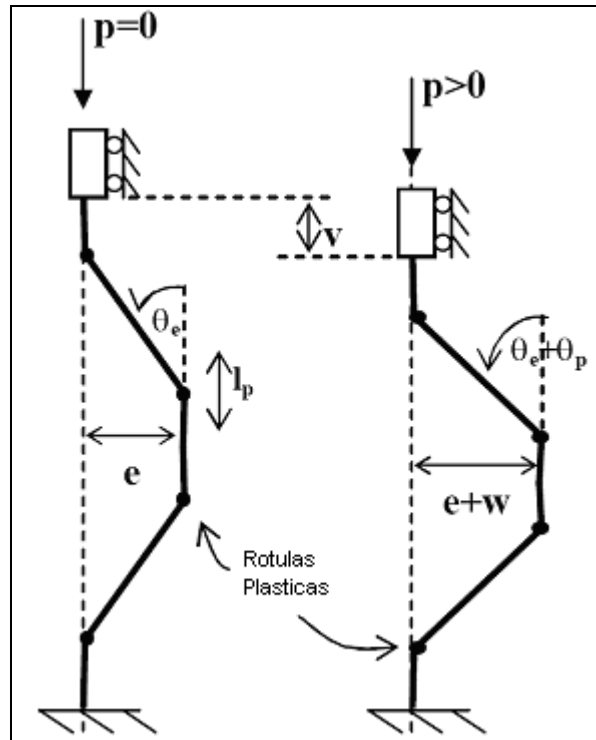


Figura 4 Condiciones de equilibrio (Massone y Moroder, 2008 [1])

En el caso de la imperfección inicial la condición de equilibrio luego de remover la carga transversal es:

$$\sum M = 0 \tag{8}$$

En el caso de la carga axial ' P ', la condición de equilibrio es:

$$\sum M = P \cdot \frac{(e+w)}{2} \tag{9}$$

Donde ' w ' es la deformación transversal adicional producida por la carga axial.

El procedimiento numérico de estas dos etapas se describe a continuación:

1 - Inclusión de la imperfección inicial 'e'

Se debe iterar sobre el valor de la curvatura $\phi > \phi_e$ en la rótula plástica, la cual es necesaria para inducir la deformación transversal que genera la carga externa. Estimada la curvatura ' ϕ ' y asumida una deformación unitaria ' ε ' igual a cero al centro del elemento se estiman las tensiones σ_i y las deformaciones ε_i en las distintas fibras en que se ha dividido la sección transversal (usualmente 20 fibras, cada una de área A_i y posición x_i con respecto al centro de la barra), para luego por equilibrio estimar la carga axial ' P ' y momento ' M ' resultantes. El supuesto de cero deformación unitaria axial generalmente resulta en pequeños errores en la carga axial inicial (que debiera ser cero), generando un impacto irrelevante en la respuesta general de la barra. Luego en el proceso de descarga se debe obtener la curvatura ϕ_e lo que es equivalente con obtener el valor predeterminado de la deformación transversal 'e'. Este proceso se ilustra en la Figura 5.

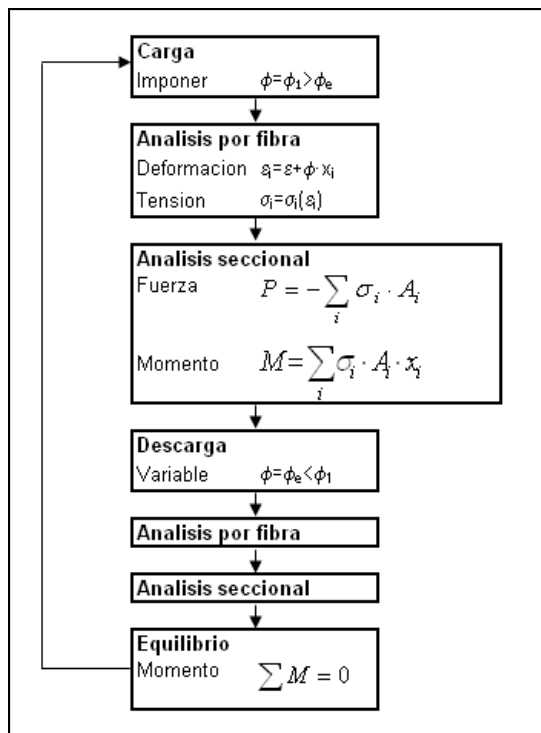


Figura 5 Esquema proceso numérico imperfección inicial 'e' (Massone y Moroder, 2008 [1])

2 - Proceso de carga axial

De forma similar al caso anterior, esto se realiza mediante un proceso iterativo sobre la variable ϕ_p , la cual supone una curvatura adicional en la rótula plástica producida por la carga axial, en la figura 6 se muestra el esquema de este proceso. La curvatura total ' ϕ ' es la suma de ϕ_p y la curvatura ϕ_e producto de la imperfección inicial. Los términos θ_p y θ_e corresponden a los giros producidos en la rótula plástica y ' w ' es el desplazamiento transversal adicional producto de la carga axial. En este caso sin embargo, la deformación unitaria axial ' ε ' es determinada a partir del nivel de deformación unitaria media axial ' $\bar{\varepsilon}$ ' que se desea obtener para la barra.

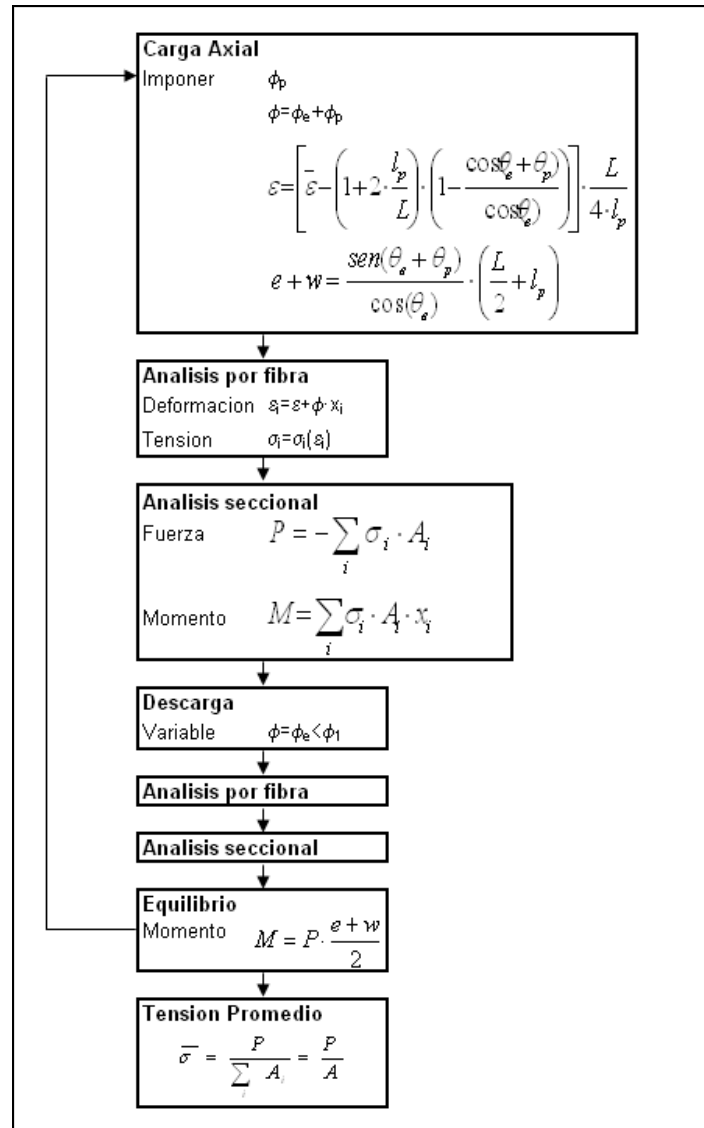


Figura 6 Esquema del proceso numérico de carga axial (Massone y Moroder, 2008 [1])

CAPITULO 3

3.1 Programas de Ensayos

3.1.1 Bayrak O., and Sheikh, S.A. (2001) [2]

Este programa contempló un total de 56 barras de refuerzo ensayadas en compresión. Se utilizaron barras de 19.5 [mm] de diámetro, Grado 400. Siete largos de barra fueron ensayados, que expresados según la relación largo-diámetro (L/d), varían entre 4 y 10. Además, para cada una de estas relaciones se consideraron cuatro valores de imperfección inicial transversal en el centro de las barras, los cuales expresados por su relación imperfección-diámetro (e/d), varían entre 0.0 y 0.3. La imperfección inicial fue introducida sujetando ambos extremos de cada barra y cargándola en el centro hasta lograr el valor predeterminado de la deflexión permanente, ver figura 7.

Para cada combinación de L/d con e/d se ensayaron dos barras idénticas (lo que resulta en 28 pares de barras idénticas), a fin de dar confianza a los resultados experimentales.

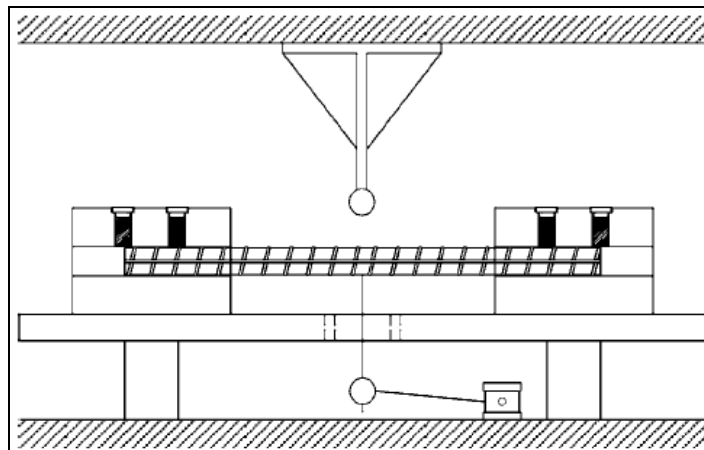


Figura 7 Esquema montaje para introducir imperfección transv. (Bae, Mises y Bayrak, 2008 [9])

Luego de impuesta la deformación transversal, la barra es instalada en la maquina para realizar el ensayo de compresión, como puede verse en la figura 8.

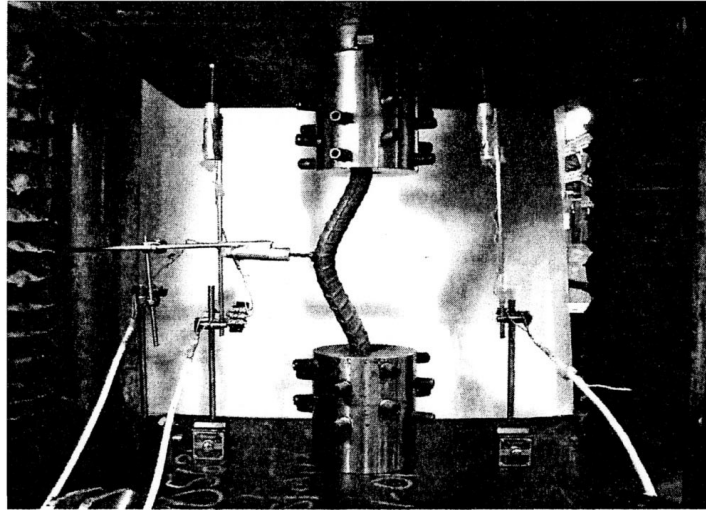


Figura 8 Montaje para realizar el ensayo en compresión (Bae, Mieses y Bayrak, 2005 [3])

3.1.2 Bae, S., Mieses, A.M., and Bayrak, O. (2005) [3]

El programa experimental contempló el ensayo de barras de refuerzo Grado 60. Se utilizaron barras de diámetros 25.4 y 32.3 [mm]. Para cada uno de estos diámetros se escogieron tres barras para realizar ensayos de tracción y así establecer la curva tensión-deformación de tracción como el promedio de los tres resultados.

Para los ensayos de compresión, nueve largos de barra fueron ensayados, que expresados según la relación largo-diámetro (L/d), varían entre 4 y 12. Además, para cada una de estas relaciones, seis valores de imperfección inicial transversal en el centro de las barras fueron incluidos, los cuales expresados según su relación imperfección-diámetro (e/d), varían entre 0.0 y 0.5. La imperfección inicial fue introducida sujetando ambos extremos de cada barra y cargando lateralmente en el centro hasta lograr el valor predeterminado en la deflexión permanente.

Para las barras de diámetro 25.4 [mm], cada combinación de L/d con e/d contó con dos barras idénticas para los ensayos (lo que resulta en un total de 108 barras); y para las barras de diámetro 32.3 [mm], cada combinación de L/d con e/d , sólo contó con una barra para los ensayos (lo que resulta en un total de 54 barras). De forma adicional en los ensayos de compresión, se realizó la medición de la deformación transversal.

3.1.3 Cosenza, E. and Prota, A. (2006) [4]

El programa experimental contempló ensayos de carga monotónica de tracción y compresión de barras de acero lisas de diámetros 8, 12, 14 y 16 [mm], para razones largo-diámetro (L/d), variando entre 5 y 70. Se desarrolló un ensayo en tracción y tres en compresión por cada diámetro de barra y relación L/d .

3.2 Curvas de Tracción

En el trabajo de Cosenza y Prota (2005) [4], por cada diámetro de barra y relación largo-diámetro (L/d), se realizaron ensayos de tracción, los cuales presentan pequeñas diferencias entre si. Es por esto que las curvas de tracción que se utilizan en este trabajo, son un promedio de las que se muestran en la publicación por cada diámetro de barra.

En la zona lineal de degradación se realizó una corrección para determinar la deformación esperada al momento de fractura en tracción. La corrección se debe a que los ensayos, al igual que la gran mayoría, consideran la deformación media de la barra dentro de la zona de medición del sensor. Dentro de esta zona usualmente se concentran, en una porción reducida, las deformaciones producto del adelgazamiento pronunciado de la sección transversal luego de llegar al máximo de capacidad del material a tracción. Así, las deformaciones unitarias promedio estimadas suelen subestimar la deformación real del material al ser estimada sobre el largo total de la barra y no la porción que presenta esta concentración. Esta corrección se realiza mediante la ecuación propuesta por Massone y Moroder (2008):

$$\varepsilon_u = \varepsilon_m + (\varepsilon_{u,g} - \varepsilon_m) \cdot \frac{l_g}{l_p} \quad (10)$$

Donde cada término representa lo siguiente:

ε_u : deformación esperada al momento de fractura.

ε_m : deformación correspondiente a la tensión máxima.

$\varepsilon_{u,g}$: deformación última del material.

l_g : largo de control de deformaciones en la barra.

l_p : largo de rótula plástica (o concentración de deformaciones).

La tabla 1 incluye los valores característicos de cada una de la curvas en tracción.

Parámetro	Ensayo						
	Bayrak d=19.5 [mm]	Bae d=25.4 [mm]	Bae d=32.3 [mm]	Cosenza d=8 [mm]	Cosenza d=12 [mm]	Cosenza d=14 [mm]	Cosenza d=16 [mm]
E (MPa)	200000	198600	202000	205000	205000	205000	205000
ϵ_y (mm/mm)	0.00258	0.00220	0.00220	0.00180	0.00160	0.00210	0.00160
f_y (MPa)	516	437	444	358	327.4	410.8	321.1
ϵ_{sh} (mm/mm)	0.0130	0.0092	0.0091	0.0370	0.0320	0.0240	0.0300
E_{sh} (MPa)	5500	9604	5606	2027	1838	3284	1907
ϵ_m (mm/mm)	0.130	0.147	0.158	0.215	0.231	0.166	0.222
f_m (MPa)	693.0	728.0	638.0	448.5	439.2	540.9	423.8
$\epsilon_{u,g}$ (mm/mm)	0.28	0.32	0.35	0.35	0.39	0.27	0.40
ϵ_u (mm/mm)	0.53	0.60	0.64	0.56	0.65	0.44	0.68
f_u (MPa)	595.0	625.1	547.8	288.3	280.8	392.3	321.7

Tabla 1 Parámetros de las curvas tensión-deformación en tracción

A modo de ejemplo se muestra la curva tensión-deformación del ensayo, calibrada y corregida para la barra de diámetro 19.5 [mm], correspondiente al ensayo de Bayrak y Sheik.

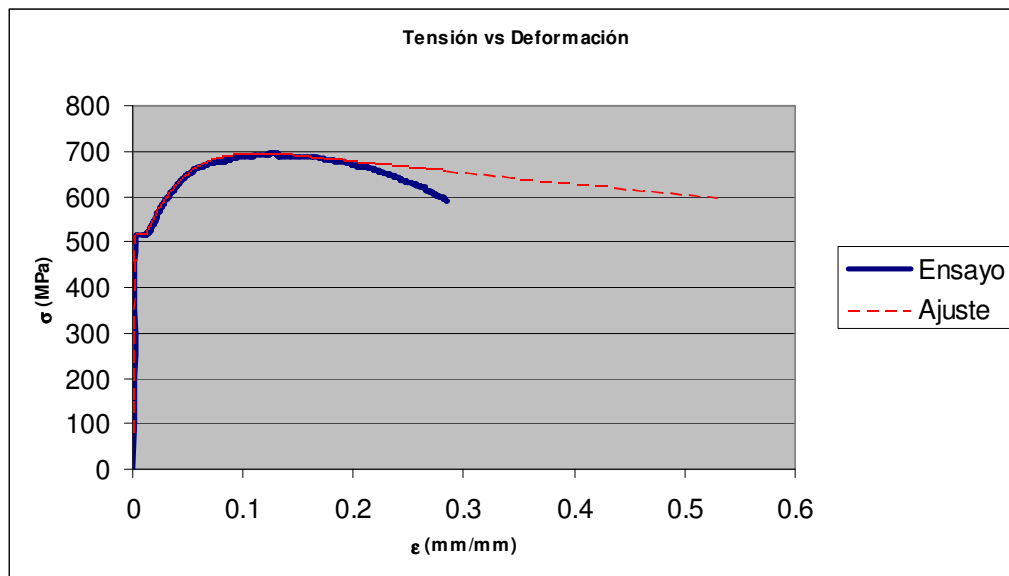


Figura 9 Curvas de tracción ensayo y corregida, Bayrak

En el anexo A se muestran todos los gráficos de las curvas en tracción del material (para todos los ensayos y diámetros de barra), tanto la curva del ensayo como la curva idealizada según el modelo de Mander et al. (1984) [5] y la zona lineal de degradación.

3.3 Parámetros de comparación

Para la comparación entre los resultados analíticos obtenidos con el modelo y las respuestas experimentales de tensión media vs. la deformación axial, se consideró el cuantificar de alguna forma la efectividad del modelo. Es por esto que se definen dos parámetros de comparación.

3.3.1 Parámetro 1, razón de tensiones máximas

Este parámetro es el cuociente entre la tensión máxima del ensayo y el modelo, ver figura 10. Se define de la siguiente manera:

$$\frac{\sigma_{ensayo}}{\sigma_{modelo}} \quad (11)$$

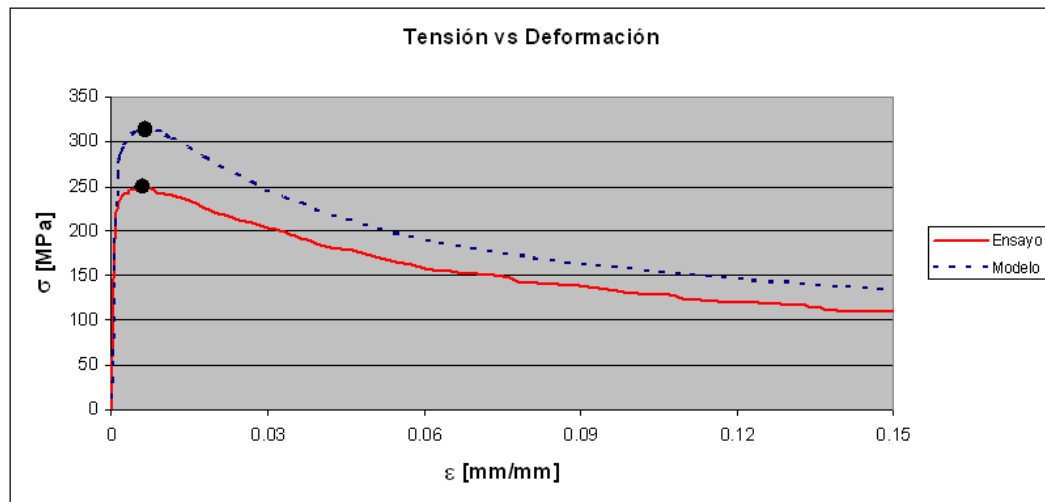


Figura 10 Esquema parámetro 1, razón de tensiones máximas

3.3.2 Parámetro 2, relación de áreas

Este parámetro pretende representar cómo se ajusta la curva del modelo a la curva del ensayo. Este se define de la siguiente forma:

$$\frac{\Delta Area}{\sigma_{mod\ elo} \cdot 0.15} \quad (12)$$

Donde $\Delta Area$ es la diferencia entre las áreas bajo las curvas del ensayo y el modelo, ver figura 11. Para poder realizar comparaciones entre los diferentes programas de ensayos, se normaliza esta diferencia por el producto entre la capacidad máxima del modelo y una deformación unitaria de 0.15 [mm/mm], ya que todos los ensayos llegan a este nivel de deformación como mínimo.

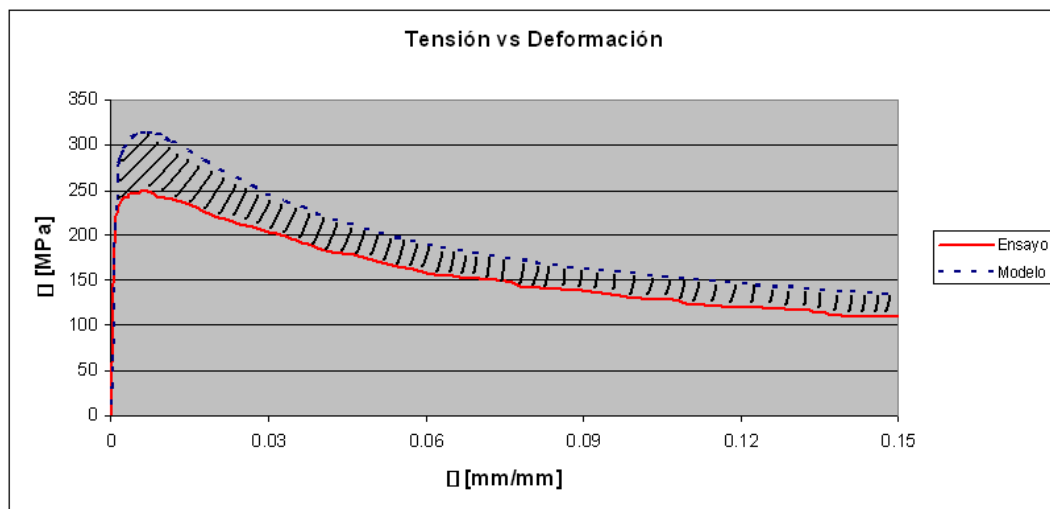


Figura 11 Esquema parámetro 2, relación de áreas

3.4 Comparaciones

3.4.1 Bayrak O., and Sheikh, S.A. (2001) [2]

En la mayoría de los casos, el modelo se comporta de manera muy similar a como lo hace el ensayo respectivo, manteniendo la misma forma y representando el comportamiento de manera global, esto es, mostrando similar capacidad máxima y luego una zona de degradación de la capacidad.

En la mayoría de los casos el modelo sobreestima la tensión máxima en las barras. Además, en las curvas del modelo correspondientes a $L/d=4-6$, la zona de degradación sigue una trayectoria que diverge de la curva del ensayo. En los casos $L/d=7-10$, el modelo representa de manera muy precisa el comportamiento de la curva tensión vs. deformación, sobretodo el comportamiento en la zona post peak, en que comienza a ser prácticamente idéntico.

En el anexo B se muestran todos los gráficos de comparación para todos los casos L/d y e/d de todos los programas de ensayos. En el anexo C se encuentran los gráficos correspondientes a los parámetros de comparación, también para todos los programas de ensayos.

Para ilustrar lo expuesto anteriormente se muestra en la figura 12 la curva tensión-deformación que corresponde al caso $e/d=0.2$ y se muestran en ella solo las curvas $L/d=4, 7$ y 10 .

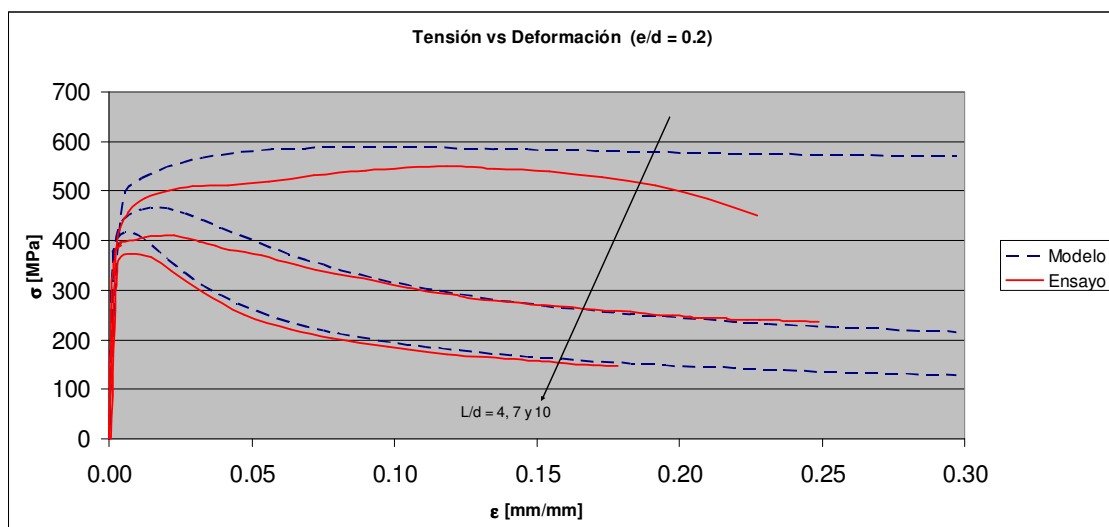


Figura 12 Tensión vs. Deformación, Bayrak $e/d=0.2$, $L/d=4, 7$ y 10

Para cuantificar las diferencias mencionadas, se incluyen los gráficos de los parámetros de comparación 1 y 2. La razón de tensiones máximas (parámetro 1), muestra cierta tendencia en el gráfico donde varía e/d . Prácticamente en todos los casos el valor de este parámetro es menor a 1, lo que confirma que el modelo sobreestima la capacidad máxima; se observa además que si bien para la razón $e/d=0.0$ la capacidad máxima se mueve en $\pm 5\%$, esto varía a medida que la relación e/d aumenta, llegando a sobreestimar la capacidad en alrededor de un 10% cuando $e/d=0.3$.

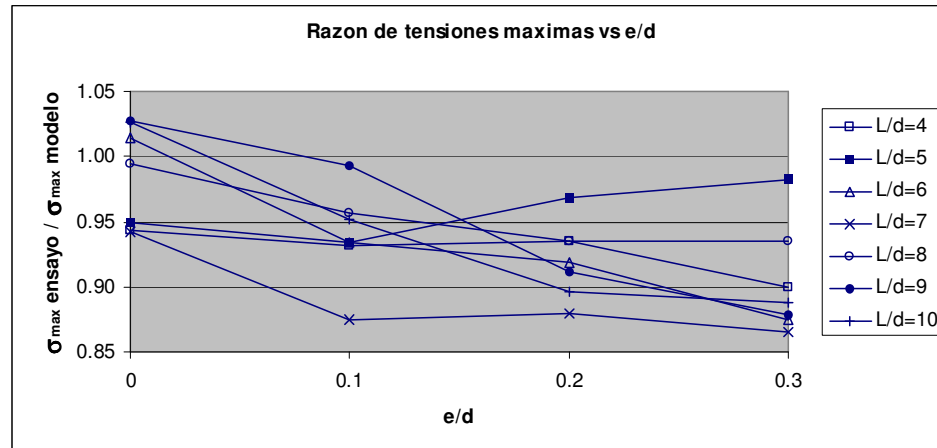


Figura 13 Parámetro 1 vs. e/d , Bayrak

La relación entre áreas (parámetro 2), muestra tendencia según la variación de L/d . Observando la figura 14 puede verse que para los casos $L/d=4-6$ la diferencia entre las áreas de las curvas llega incluso al 11%, lo cual disminuye a medida que L/d aumenta y finalmente se mantiene en torno al 3% en los casos $L/d=7-10$.

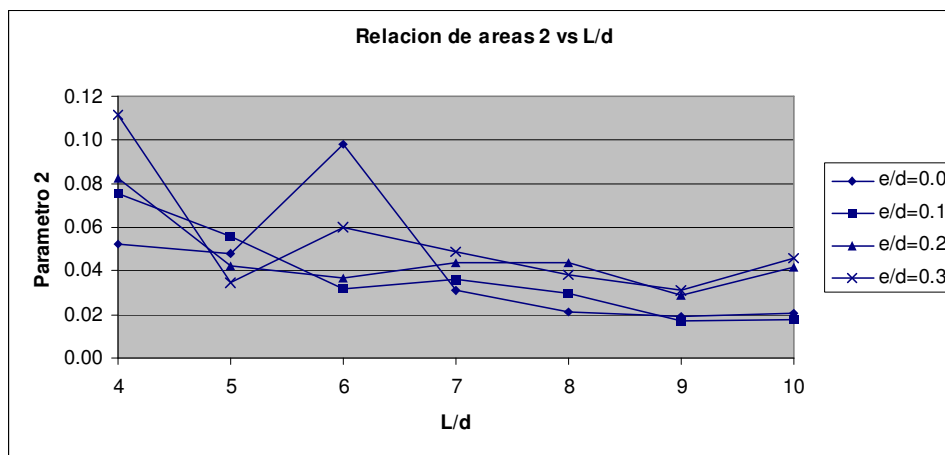


Figura 14 Parámetro 2 vs. L/d , Bayrak

3.4.2 Bae, S., Miseses, A.M., and Bayrak, O. (2005) [3]

3.4.2.1 Tensión-Deformación axial, barras de $d=25.4$ [mm]

De forma similar a lo que sucede con el programa de ensayos anterior, en la mayoría de los casos el modelo se comporta de manera muy similar a como lo hace el ensayo respectivo, manteniendo la misma forma y representando el comportamiento de manera global.

En la mayoría de los casos el modelo sobreestima la tensión máxima en las barras. Además, las curvas del modelo en la zona de degradación representan de manera muy acertada el comportamiento de esta zona para los casos intermedios $L/d=6-10$ y a medida que L/d se acerca a los casos extremos, la curva del modelo diverge de la curva del ensayo.

Para ilustrar lo expuesto anteriormente se muestran en la figura 15 las curvas tensión vs. deformación que corresponden a $e/d=0.3$ para los casos $L/d=4, 8$ y 12 .

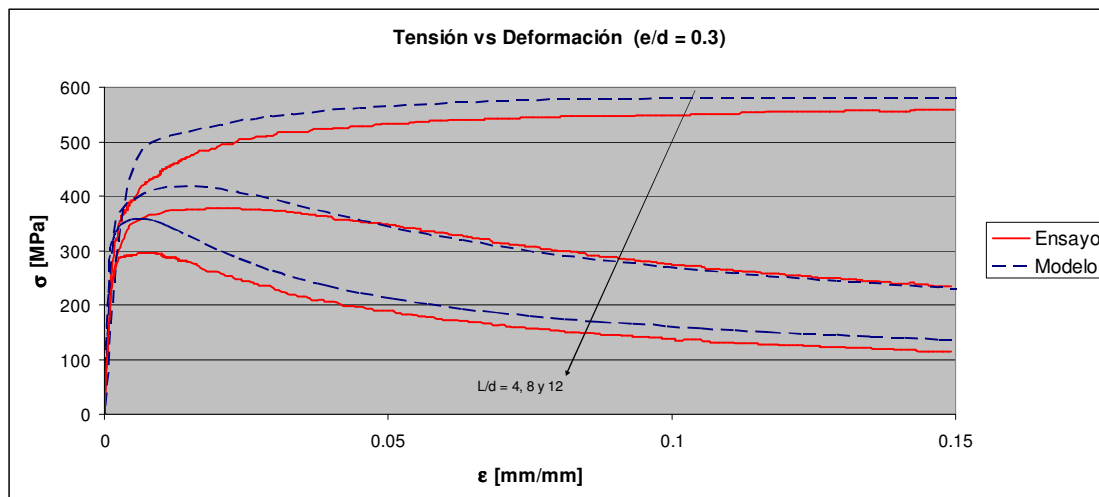


Figura 15 Tensión vs. Deformación, Bae $d=25.4$ [mm], $e/d=0.3$, $L/d=4, 7$ y 10

Además, para cuantificar las diferencias mencionadas, se incluyen los gráficos de los parámetros de comparación 1 y 2. La razón de tensiones máximas (parámetro 1), muestra cierta tendencia según la variación de L/d . Prácticamente en todos los casos, el valor del parámetro es menor a 1, lo que confirma que el modelo sobreestima la capacidad máxima; se observa además que a medida que el valor de L/d aumenta, tiende a concentrarse el porcentaje en que se sobreestima la capacidad máxima, quedando finalmente entre un 15 y 20% cuando $L/d=12$, ver figura 16.

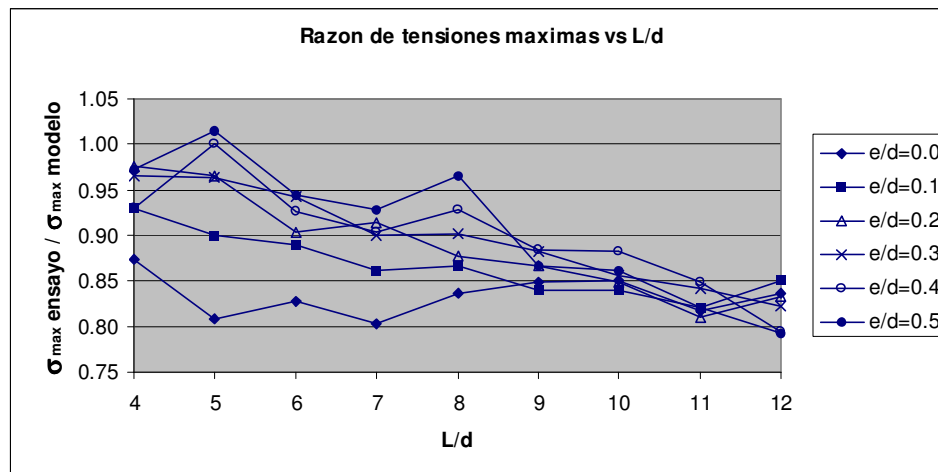


Figura 16 Parámetro 1 vs. L/d , Bae $d=25.4$ [mm]

La relación de áreas (parámetro 2), como puede verse en la figura 17, muestra tendencia según la variación de L/d . Puede verse que para los casos extremos, el área entre las curvas es mayor, manteniéndose alrededor del 8% en $L/d=4$ y 12. Y mostrando un máximo de 13% aproximadamente. En los casos intermedios esta diferencia se reduce y queda en torno al 3% cuando $L/d=8$.

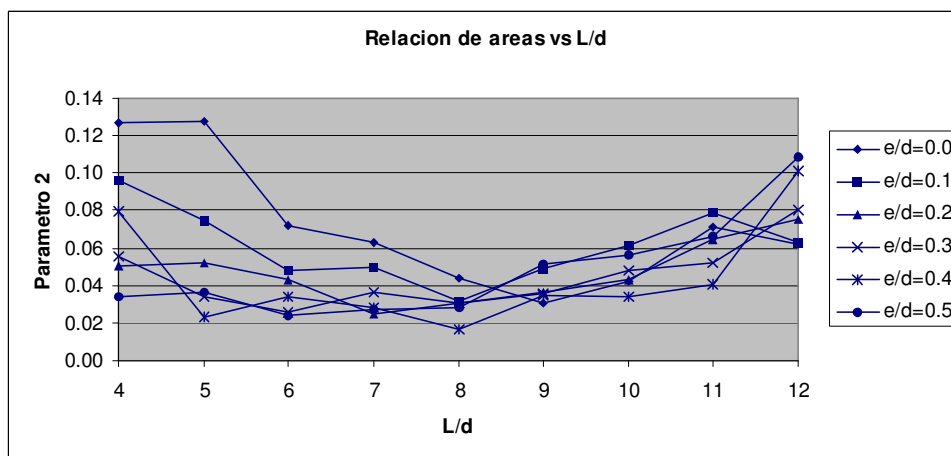


Figura 17 Parámetro 2 vs. L/d , Bae $d=25.4$ [mm]

3.4.2.2 Tensión-Deformación axial, barras de $d=32.3$ [mm]

De manera general, sucede lo mismo que en el caso anterior con sobreestimaciones de la tensión máxima no mayores al 15%. Las curvas del modelo en la zona de degradación representan de manera muy acertada el comportamiento de esta zona para los casos en que L/d varía entre 4 y 7, y a medida que L/d aumenta la curva del modelo diverge de la curva del ensayo. Para cuantificar e ilustrar las diferencias mencionadas, se incluye en la figura 18 el parámetro 2, relación de áreas, el cual muestra tendencia según la variación de L/d y puede verse que para los casos $L/d=4-7$ la diferencia entre las áreas de las curvas se mantiene entre un 3 y 4% para luego aumentar en conjunto con L/d , alcanzando un máximo de un 13% en $L/d=10$.

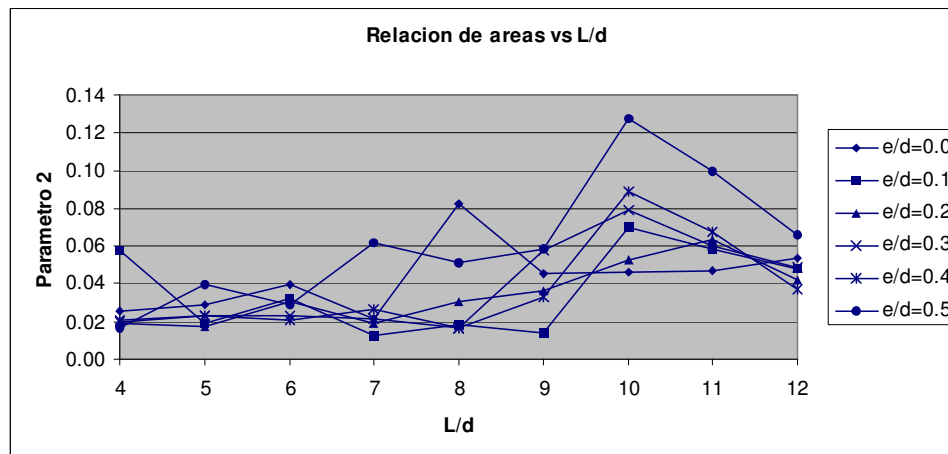


Figura 18 Parámetro 2 vs. L/d , Bae $d=32.3$ [mm]

3.4.2.3 Tensión-Desplazamiento transversal

De forma similar a lo que sucede con las curvas tensión-deformación, para la curva tensión-desplazamiento transversal en la mayoría de los casos el modelo se comporta de manera muy similar a como lo hace el ensayo respectivo, manteniendo la misma forma y representando el comportamiento de manera global.

Dado que la tensión de compresión ya fue analizada, la razón de tensiones máximas (parámetro 1), no indica nada nuevo. Por otro lado, es importante destacar la notoria diferencia que existe entre la rigidez inicial que muestran las curvas. El modelo presenta una mayor rigidez que la de los ensayos. Esto resulta válido para los dos diámetros de barra, $d=25.4$ y 32.3 [mm]. Para ilustrar lo expuesto anteriormente se muestra en la figura 19 los gráficos tensión vs. desplazamiento transversal correspondiente a $L/d=8$ para los casos $e/d=0.0, 0.3$ y 0.5 .

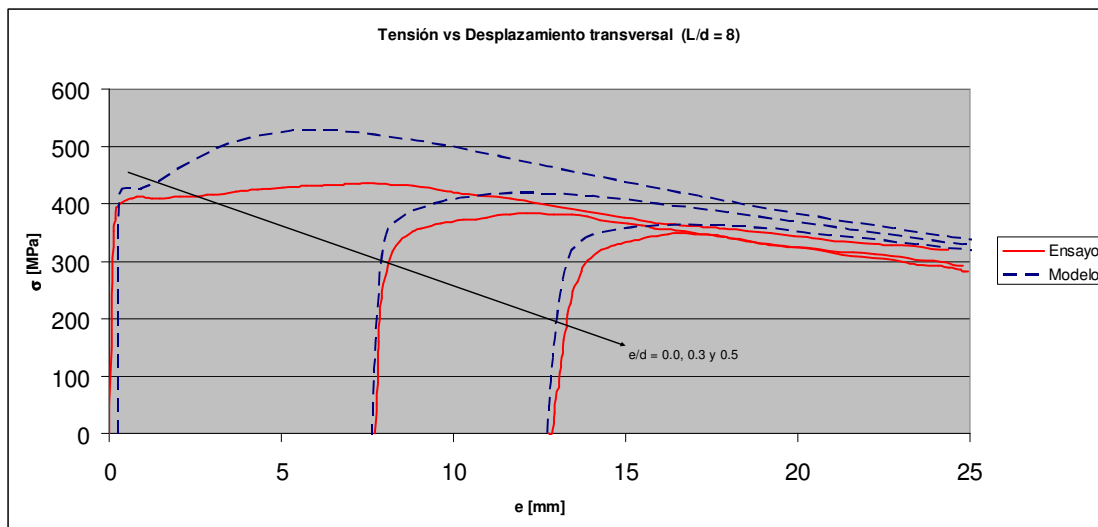


Figura 19 Tensión vs. Desplazamiento transv., Bae $d=25.4$ [mm], $L/d=8$, $e/d=0.0, 0.3$ y 0.5

3.4.3 Cosenza, E. and Prota, A. (2006) [4]

A diferencia de los casos anteriores, el modelo no representa de muy buena forma el comportamiento de los ensayos, aun cuando la forma general de las curvas del modelo presenta el máximo de capacidad y la zona de degradación. El modelo subestima la tensión máxima en las barras y las curvas mayoritariamente alcanzan la capacidad máxima y luego decae rápidamente.

En los casos en que $L/d=14$ y 15 , si se produce una buena estimación de la capacidad máxima y de la curva de degradación aun cuando la diferencia recae en el inmediato descenso de la capacidad una vez alcanzado el máximo.

Para ilustrar lo expuesto anteriormente se muestra en la figura 20 las curvas tensión vs. deformación correspondiente a la barra de diámetro $d=12$ [mm] y para los casos $L/d=5, 10$ y 15 .

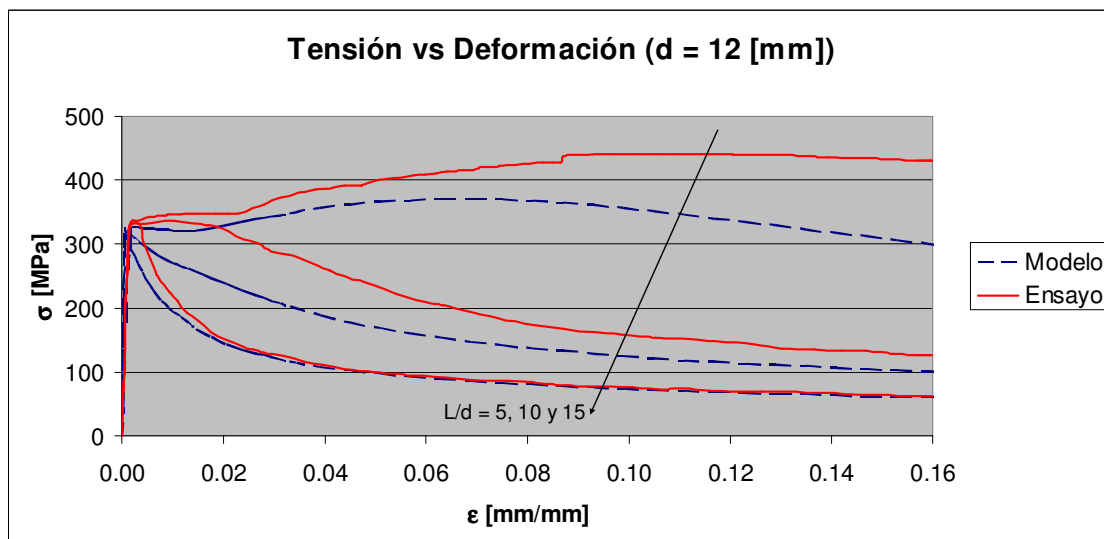


Figura 20 Tensión vs. Deformación, Cosenza $d=12$ [mm], $L/d=5, 10$ y 15

Para cuantificar las diferencias mencionadas, se incluyen los gráficos de los parámetros 1 y 2. La razón de áreas (parámetro 1), muestra tendencia a medida que L/d aumenta, ver figura 21. Prácticamente en todos los casos su valor es mayor a 1, confirmando que el modelo subestima la capacidad máxima; se observa además que cuando $L/d=5$ la capacidad máxima del modelo es aproximadamente un 20% menor al valor del ensayo. Esto disminuye a menos de un 5% cuando $L/d=15$.

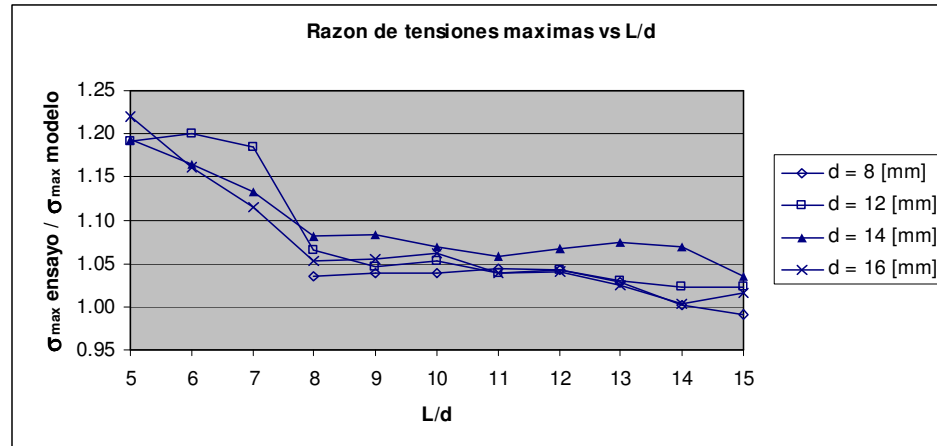


Figura 21 Parámetro 1 vs. L/d , Cosenza $d=12$ [mm]

La relación de áreas (parámetro 2), muestra tendencia a medida que L/d aumenta, ver figura 22. Los casos $L/d=4-13$, muestran diferencias entre las áreas de las curvas son considerables, desde un 10 hasta un 25%. Los casos $L/d=14$ y 15, presentan una diferencia de áreas alrededor del 5%.

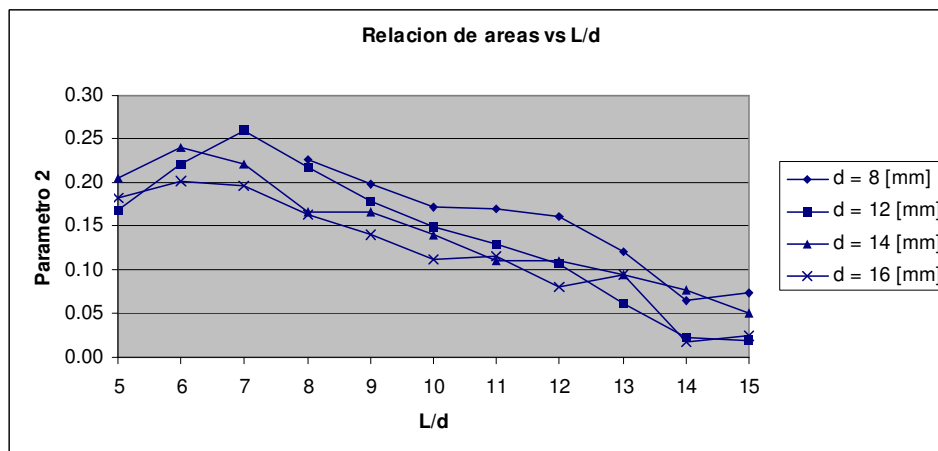


Figura 22 Parámetro 2 vs. L/d , Cosenza $d=12$ [mm]

CAPITULO 4

4.1 Parámetros y variables consideradas en el análisis de sensibilidad

La razón de realizar un análisis de sensibilidad sobre algunos parámetros del modelo y variables experimentales es poder visualizar y cuantificar la influencia que tiene cada uno de ellos sobre los resultados y de ese modo poder explicar las diferencias encontradas en las comparaciones del modelo con los ensayos.

Para realizar el análisis de sensibilidad al modelo de plasticidad concentrada, se establecen rangos de variación para los siguientes parámetros y variables:

- longitud de rótula plástica: $l_p \pm 10\%$
- tensión de fluencia: $f_y \pm 10\%$
- tensión máxima del acero: $f_m \pm 10\%$
- tensión ultima del acero: $f_u \pm 10\%$
- parámetros de la curva cíclica: $E_0, R \pm 10\%$
- imperfección inicial: $e \pm 10\%$ (basado en un caso central escogido, $e/d=0.3$)
- largo de la barra: $L \pm 10\%$ (basado en un caso central escogido, $L/d=8$)

De los programas de ensayos se escoge el de Bae, Mises y Bayrak (2005) [3], diámetro de barra $d=25.4$ [mm] y se seleccionan los casos $L/d=4, 8$ y 12 y $e/d=0.0, 0.3$ y 0.5 para realizar el análisis. Las razones de esta elección son las siguientes:

- Las comparaciones realizadas entre los resultados del modelo y los ensayos ubican a este programa de ensayos como un caso intermedio en cuanto a la efectividad del modelo, medida por la razón de tensiones máximas (parámetro 1) y la relación de áreas (parámetro 2).

- Este programa de ensayos cuenta con curvas tensión vs. desplazamiento transversal, lo que permite ampliar el alcance del análisis de sensibilidad, no tan solo limitándose a evaluar el impacto de la variación de parámetros analíticos y variables experimentales sobre las curvas tensión vs. deformación axial promedio.
- La cantidad de casos considerados en este programa de ensayos es más amplia que en los demás, la imperfección inicial varía entre $e/d=0.0$ y 0.5 , mientras que el largo de la barra varía entre $L/d=4$ y 12 .

Es importante mencionar que algunos casos quedan fuera del análisis por lo siguiente:

- al modificar la longitud de rótula plástica l_p , se excluyen del análisis el caso $l_p=1.1d$ para $L/d=4$, ya que esto supone superposición de las rótulas plásticas.
- al modificar la relación L/d , se excluye del análisis el caso $0.9L/d$ para $L/d=4$, ya que esto supone superposición de las rótulas plásticas.
- al modificar la relación e/d , se excluyen del análisis el caso $0.9e/d$ para $e/d=0.0$, ya que esto supone una deflexión en el sentido opuesto

El propósito de variar L/d y e/d , radica en la posibilidad de errores en la medición del largo de la barra como de la imperfección inicial. A fin de reducir la cantidad de casos, las variaciones se realizan igual para los casos escogidos en base a la variación absoluta de los casos $L/d=8$ y $e/d=0.3$.

Las curvas de tracción modificadas y las variaciones de la curva cíclica para niveles de deformación de 1 y 5% se encuentran en el anexo D.

4.2 Análisis de Sensibilidad

Los parámetros utilizados para cuantificar las diferencias producidas en el modelo, esencialmente son los mismos usados para las comparaciones con pequeñas modificaciones en su formulación, donde ahora se considera el modelo modificado en lugar del ensayo.

Los parámetros analíticos que se consideran en el análisis de sensibilidad y que modifican la curva del material en tracción, tienen un similar impacto tanto en dicha curva como en la curva del modelo, por ejemplo: la tensión de fluencia tiene impacto en las tensiones a bajo nivel de deformación tanto en la curva del material en tracción como en el modelo, ver figuras 23 y 24.

Para ilustrar la variación de los parámetros y variables escogidas para realizar el análisis de sensibilidad, se incluyen las figuras tensión vs. deformación correspondientes al caso $e/d=0.3$, se muestran en ellas sólo los casos $L/d=4, 8$ y 12 que son los escogidos para el análisis.

Los parámetros analíticos de mayor influencia en el modelo son la tensión de fluencia f_y y la tensión máxima f_m , que en términos de la tensión máxima generan diferencias de hasta 7% en los casos $L/d=12$ y hasta 11% en los casos $L/d=4$ respectivamente. La tensión de fluencia f_y modifica principalmente la fase inicial de las curvas, hasta un nivel de deformación de 6%, ver figura 24. La tensión máxima f_m es la que más variaciones genera en los modelos, es significativo que las curvas comienzan diferenciarse luego de la fase elástica, ver figura 25.

La longitud de rótula plástica l_p tiene una influencia similar a la tensión de fluencia f_y , pero con menor impacto, el impacto sobre la tensión máxima del modelo no supera el 3%, ver figura 26.

Por su parte la tensión última del acero f_u únicamente influye en la tensión máxima cuando $L/d=4$, produciendo una variación de hasta 6%, ver figura 27.

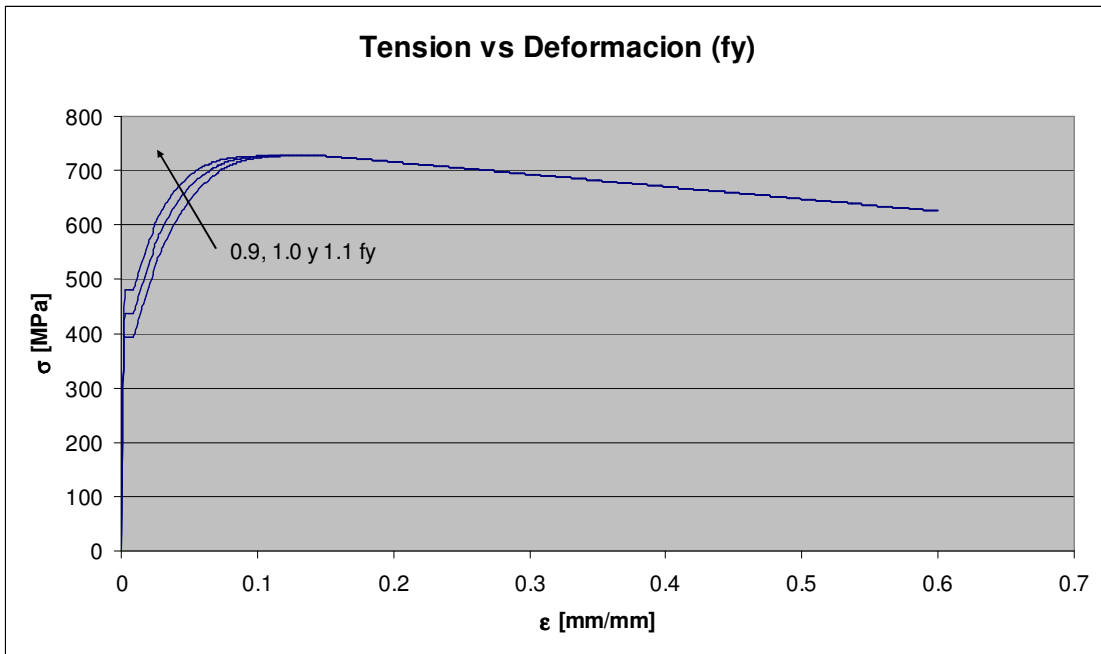


Figura 23 Tensión vs. Deformación, curva del material en tracción, influencia de f_y

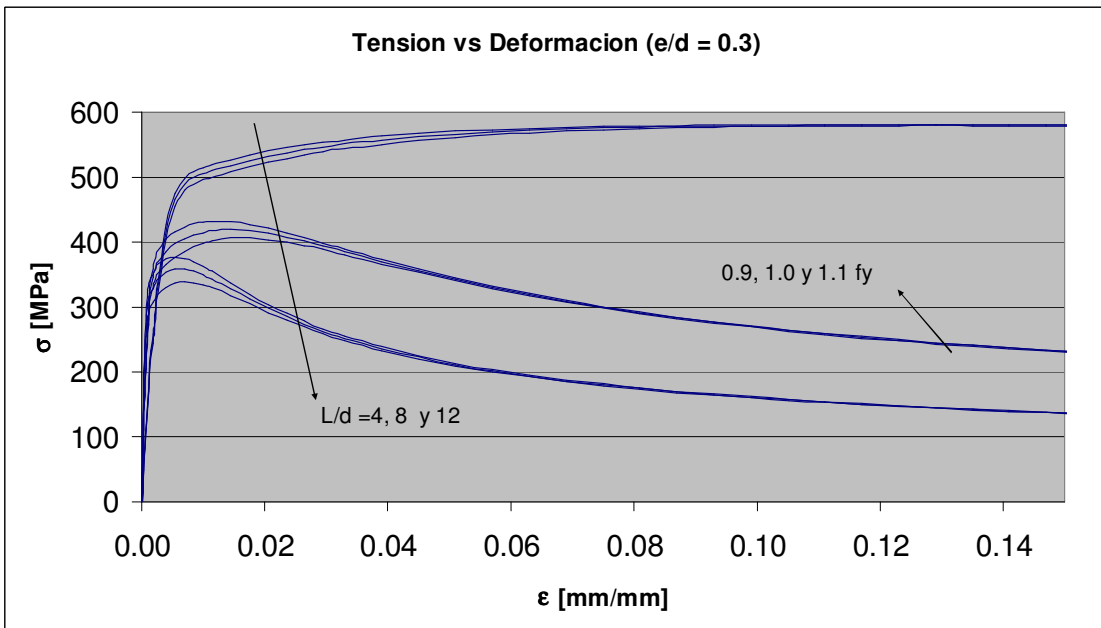


Figura 24 Tensión vs. Deformación, Bae $d=25.4$ [mm], influencia de f_y

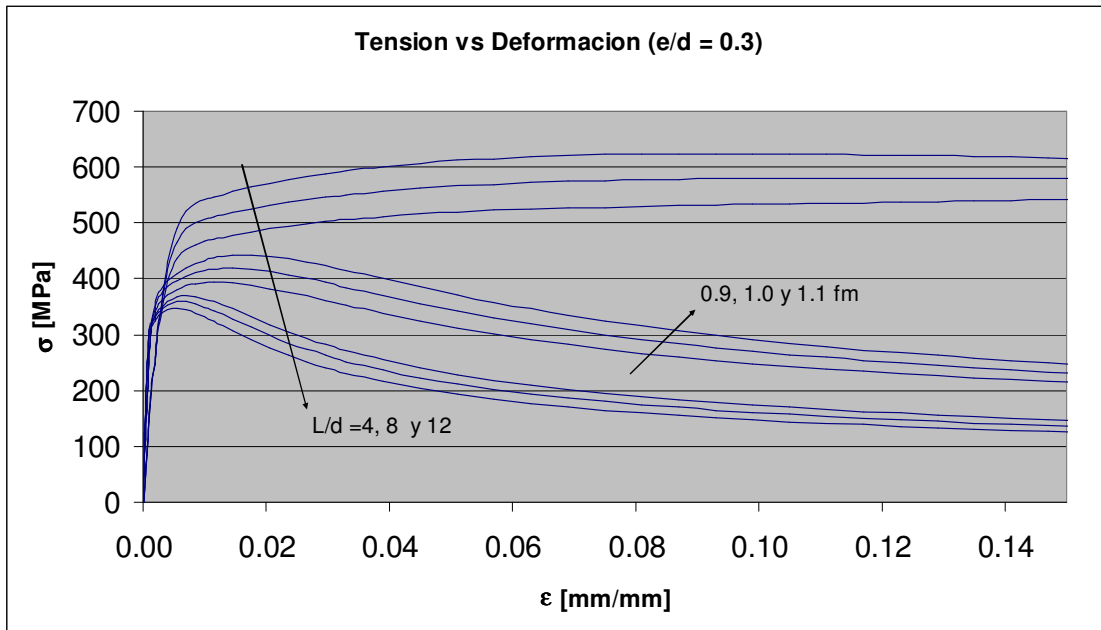


Figura 25 Tensión vs. Deformación, Bae $d=25.4$ [mm], influencia de f_m

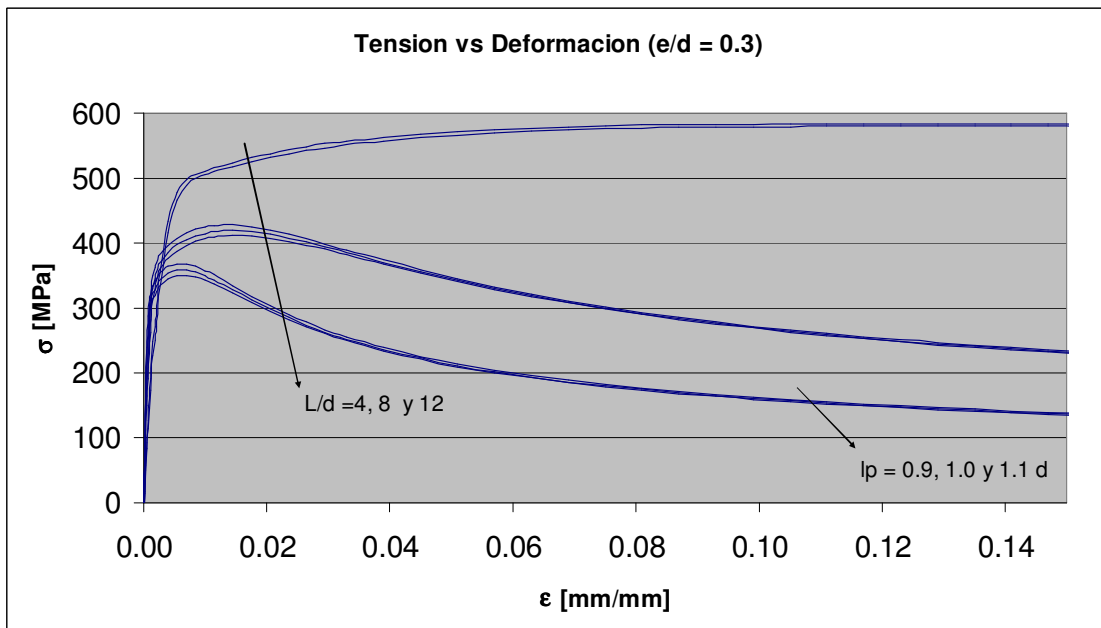


Figura 26 Tensión vs. Deformación, Bae $d=25.4$ [mm], influencia de l_p

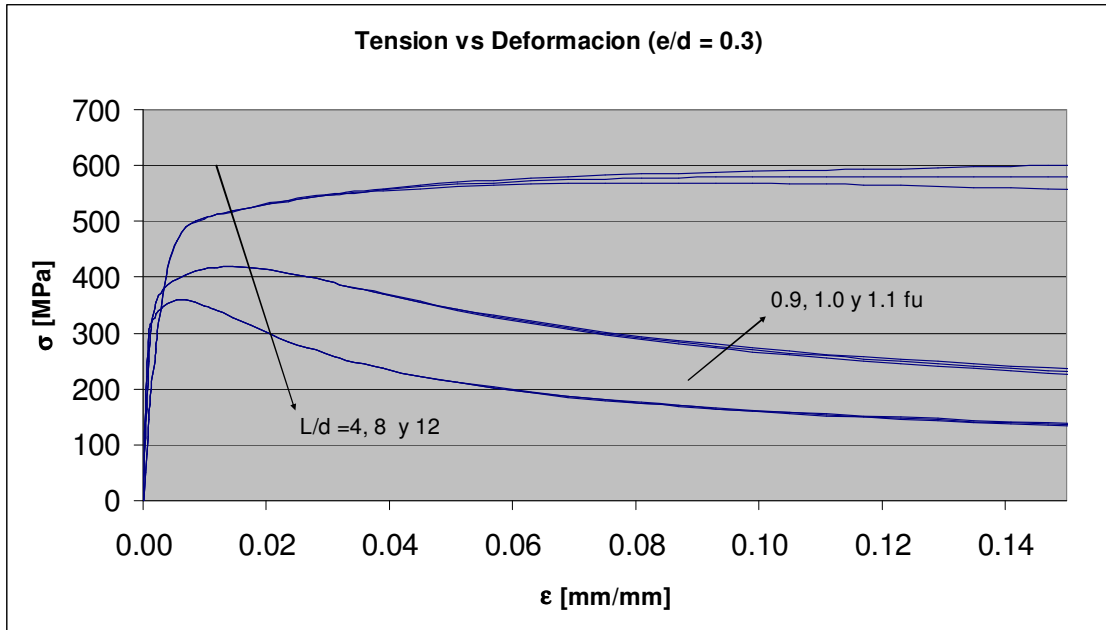


Figura 27 Tensión vs. Deformación, Bae d=25.4 [mm], influencia de f_u

Los parámetros de la curva cíclica E_0 y R son los de menor influencia, su impacto sobre la tensión máxima no alcanza el 1%, ver figuras 28 y 29 respectivamente. Si bien la variación que producen en la curva cíclica del material se puede distinguir, en los modelos de barra, la variación de las curvas es casi imperceptible.

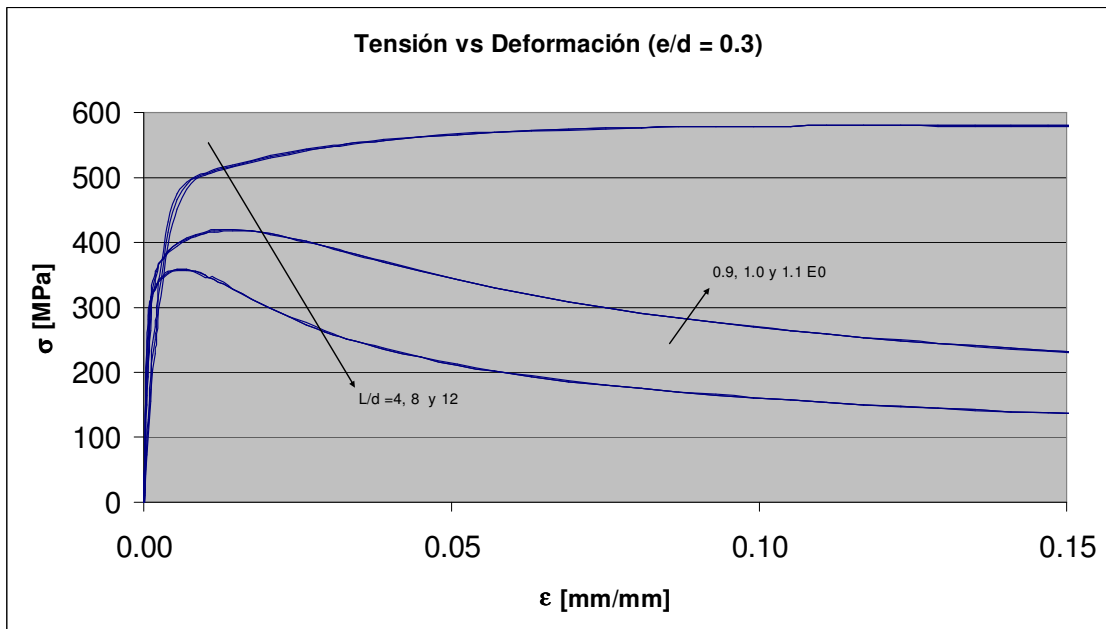


Figura 28 Tensión vs. Deformación, Bae d=25.4 [mm], influencia de E_0

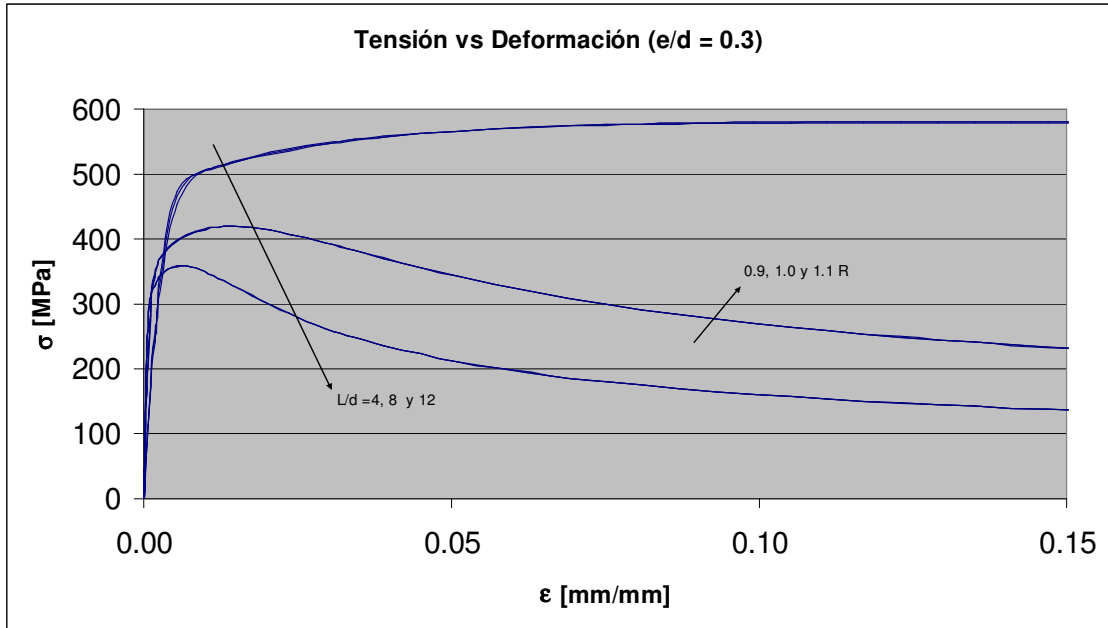


Figura 29 Tensión vs. Deformación, Bae $d=25.4$ [mm], influencia de R

En cuanto a las variables experimentales el largo de barra es lo que más influye. Luego de la fase elástica las curvas divergen una de la otra y evolucionan prácticamente paralelas, ver figura 30. Por su parte, el valor de la deformación transversal induce mayores diferencias a medida que la relación largo-diámetro L/d decrece, ver figura 31.

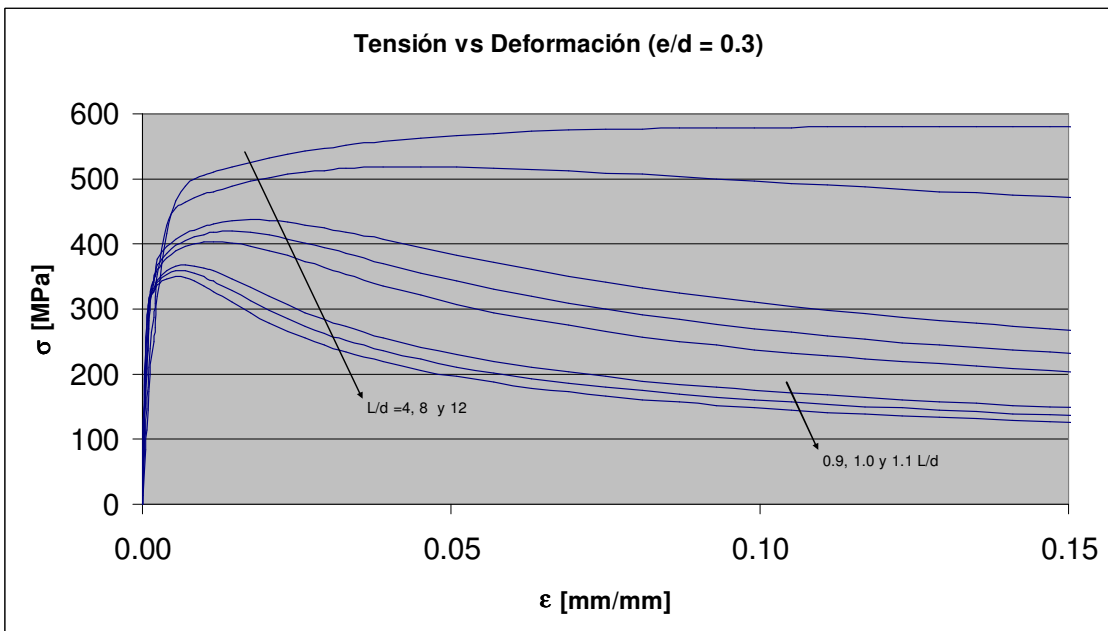


Figura 30 Tensión vs. Deformación, Bae $d=25.4$ [mm], influencia de L/d

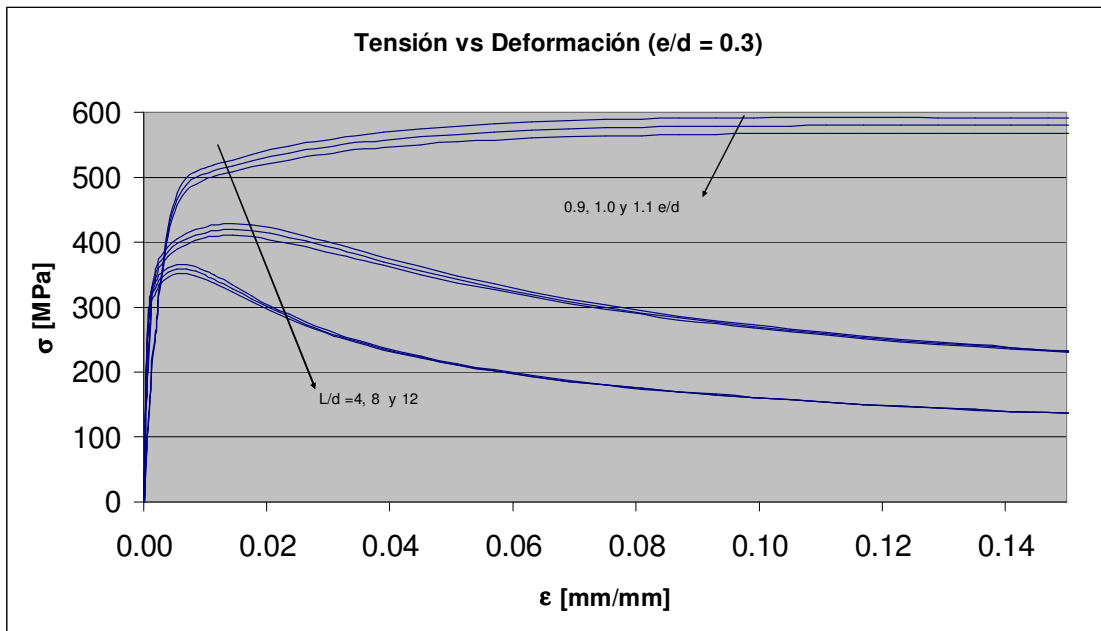


Figura 31 Tensión vs. Deformación, Bae $d=25.4$ [mm], influencia de e/d

Para cuantificar las diferencias mencionadas, se incluyen las figuras de los parámetros de comparación 1 y 2, sólo para la influencia de la tensión máxima f_m , parámetro de la curva cíclica R y largo de barra L/d .

La figura 32, correspondiente a la razón de tensiones máximas (parámetro 1) vs. L/d , muestra que las diferencias en la tensión máxima son mayores para $L/d=4$, donde varía entre 5 y 10%. Esto luego desciende para concentrarse en torno al 3% en los casos $L/d=12$.

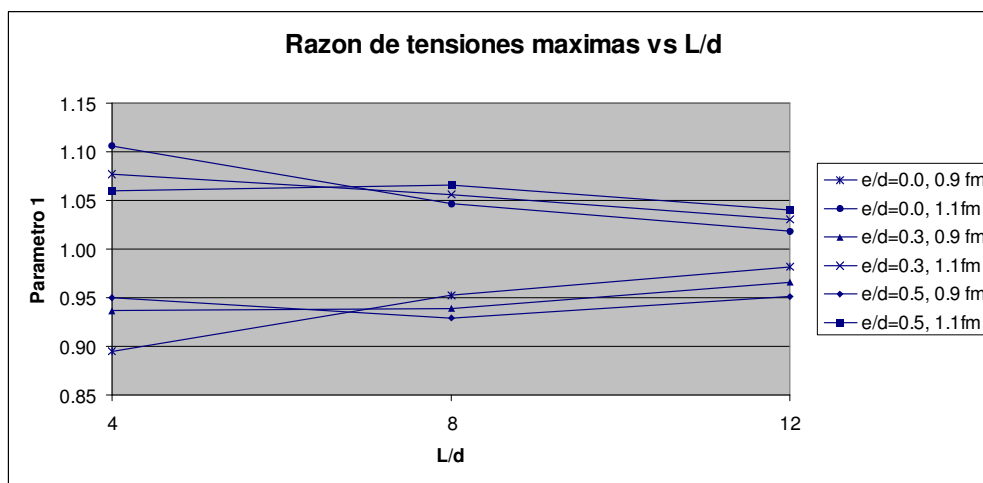


Figura 32 Parámetro 1 vs. L/d , Bae $d=25.4$ [mm], influencia de f_m

La relación de áreas (parámetro 2) vs. L/d , muestra que las diferencias en las curvas del modelo original y modificado son mayores para $L/d=4$, donde se concentra alrededor del 7% con un máximo del 8%. Esto luego muestra una tendencia a descender para concentrarse en torno al 4% en los casos $L/d=12$, ver figura 33.

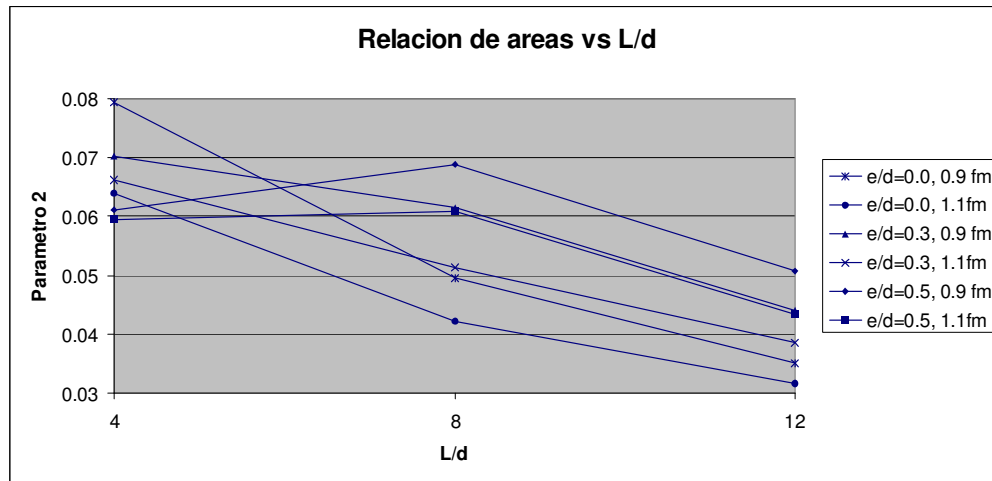


Figura 33 Parámetro 2 vs. L/d , Bae $d=25.4$ [mm], influencia de f_m

La relación de áreas (parámetro 2) vs. L/d , muestra que las diferencias entre las curvas del modelo original y modificado son pequeñas. Para $L/d=4$, esta diferencia varía entre un 0.010 y 0.25%. Luego muestra una tendencia a descender para concentrarse en torno al .005% en los casos $L/d=12$, ver figura 34.

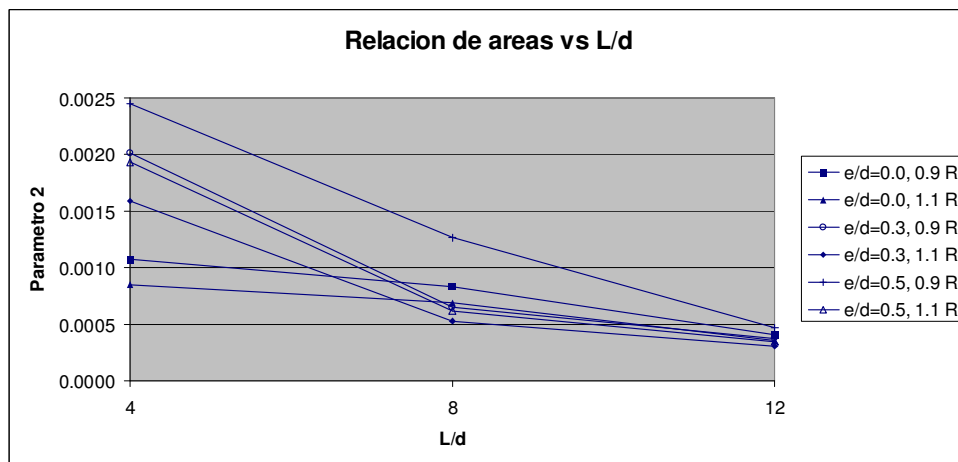


Figura 34 Parámetro 2 vs. L/d , Bae $d=25.4$ [mm], influencia de R

La razón de tensiones máximas (parámetro 1) vs. L/d , muestra que las diferencias en la tensión máxima, para $L/d=4$ es de un 10%, luego esta diferencia se reduce al 3% en los casos $L/d=12$, ver figura 35.

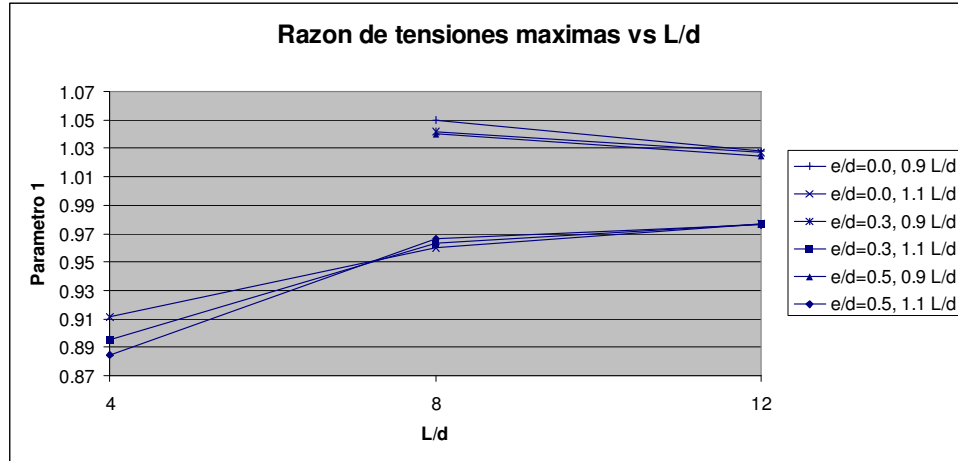


Figura 35 Parámetro 1 vs. L/d , Bae $d=25.4$ [mm], influencia de L/d

La relación de áreas (parámetro 2) vs. L/d muestra que las diferencias en las curvas del modelo original y modificado son considerables para $L/d=4$. Esta diferencia se mueve en torno al 12%; mostrando una tendencia a descender para concentrarse en torno al 4% en los casos $L/d=12$, ver figura 36.

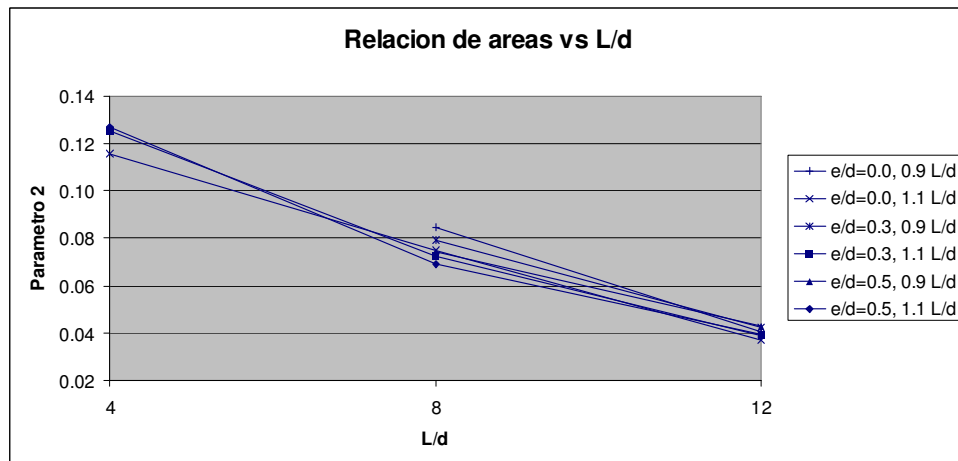


Figura 36 Parámetro 2 vs. L/d , Bae $d=25.4$ [mm], influencia de L/d

En cuanto a la deformación transversal existe poca influencia en la rigidez inicial ante la variación de 10% en el valor de los parámetros analíticos y variables experimentales. El caso que produce un mayor cambio de la rigidez es la variable L/d , la cual aumenta su influencia a medida que el valor de e/d crece. En la figura 37 es posible notar que las curvas correspondientes a $1.1L/d$ presentan una disminución en la rigidez inicial.

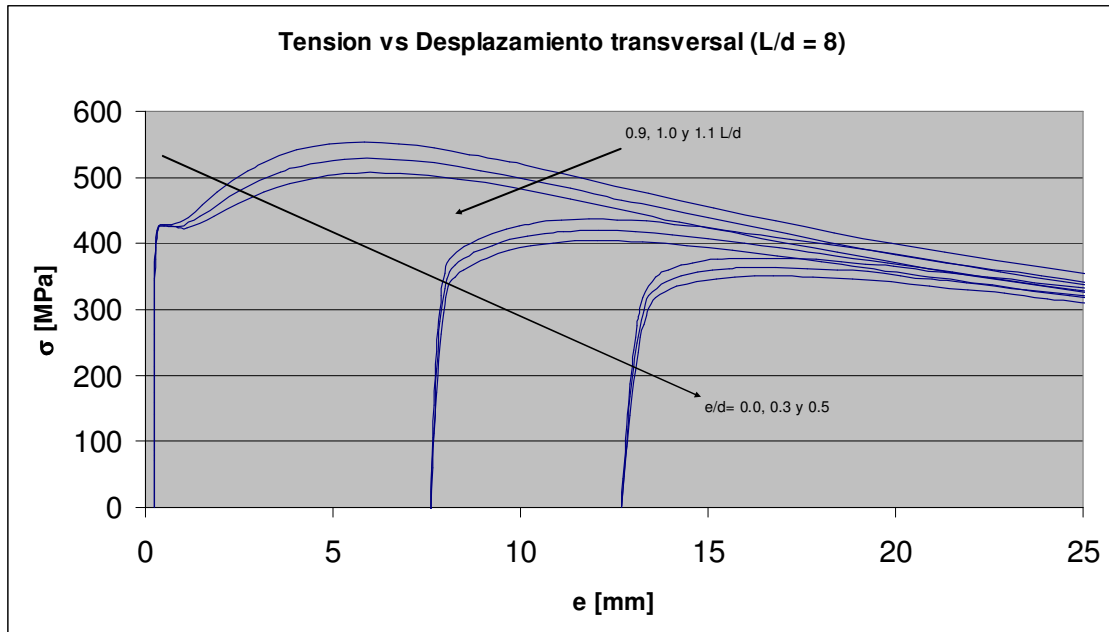


Figura 37 Tensión vs. Desplazamiento transv., Bae $d=25.4$ [mm], influencia de L/d

Todas las figuras correspondientes a las curvas tensión-deformación y tensión-desplazamiento transversal se encuentran en el anexo E. Las figuras de los parámetros 1 y 2, en el anexo F.

4.3 Análisis de Resultados

En la sección 3.4 del capítulo 3 se estableció que la una de las diferencias entre los ensayos y el modelo radica en que el modelo sobreestima la tensión máxima. Cuando esta se desarrolla a bajos niveles de deformación, menor a 5%, esta diferencia puede atribuirse a diversos factores:

- Tensión de fluencia del acero f_y : acorde con el análisis de sensibilidad, produce un efecto sobre las tensiones máximas hasta 7% a bajo nivel de deformación y no modifica la zona de degradación de capacidad, la cual es bien estimada por el modelo.
- Tensión máxima del acero f_m : el análisis de sensibilidad indica que esta afecta la máxima capacidad del modelo hasta en un 10%, como también la trayectoria completa de la curva.
- Longitud de rótula plástica l_p : ocurre algo muy similar a lo que sucede con la tensión de fluencia f_y , pero con menor impacto. Por una parte, un 10% de variación en el largo de rótula plástica implica una variación hasta 3% en las tensiones máximas, mientras que la misma variación en la tensión de fluencia produce hasta un 7%.
- Largo de la barra L/d : en este caso sucede algo similar a la tensión máxima f_m , la tensión máxima experimenta cambios hasta 10% y la trayectoria de la curva también se ve afectada, por lo que posibles errores en la medición del largo, lo cual constituye error experimental, implican diferencias significativas en el modelo.

Un caso particular se da para el caso $L/d=4$, en que la tensión máxima no se desarrolla a bajos niveles de deformación, sino que se alcanza después del 10%, pues este largo de barra desarrolla sobrerresistencia de la capacidad y no decae como en todos los otros casos L/d . En estos casos las variables de influencia son:

- Tensión máxima del acero f_m , la cual ante una variación de 10% produce también hasta un 10% de variación en la tensión máxima.

- Tensión última del acero f_u , que al variar su valor en 10%, únicamente influye cuando $L/d=4$, produciendo una variación de la tensión máxima en hasta un 6%. Lo que se reduce a cero cuando $L/d=8$ y 12. Por lo, tanto la tensión última del material influye en la tensión máxima del modelo cuando este desarrolla sobrerresistencia de la capacidad y no en los que esta decae.

Otra diferencia se da en términos del ajuste entre curvas, medido por la relación de áreas (parámetro 2), las variables de importancia son la tensión máxima f_m y la relación L/d , que causan diferencias de hasta 8% y 13% respectivamente, por lo que estas dos variables explican de mejor manera esta diferencia que se produce en mayor medida para los casos $L/d=4$ entre el modelo de plasticidad concentrada y los ensayos.

En cuanto a la rigidez inicial en las curvas tension vs. deformación transversal, sólo produce un cambio notorio en ella la variable largo de barra expresada según la relación largo-diametro L/d . Influencia que aumenta a medida que el valor de e/d crece. Posibles errores experimentales en la medición de la longitud de las barras es una explicación para las diferencias observadas en esta rigidez entre los ensayos y el modelo de plasticidad concentrada. La condición de perfecto empotramiento puede tener un efecto similar a un aumento de la relación L/d y por ende también podría inducir diferencias con los modelos analíticos.

CAPITULO 5

5.1 Modelo de Plasticidad Distribuida

A diferencia de lo que ocurre en un modelo de plasticidad concentrada como el que se menciona en los capítulos anteriores, un modelo de plasticidad distribuida se utiliza para representar de manera más detallada lo que ocurre en la realidad, donde las deformaciones no ocurren dentro de una rótula plástica, sino que a lo largo de todo el elemento. Sin embargo, esta distribución de deformaciones está asociada a funciones de distribución, que al no ser necesariamente las reales, requieren de una discretización a lo largo del elemento. Para ello, se discretiza la barra de acero de refuerzo en ' n ' segmentos de igual longitud definidos entre nodos conectados entre sí. Para llevar esto a cabo se utiliza el programa comercial ABAQUS 6.5 Student Edition, programa de elementos finitos.

5.2 Programa ABAQUS 6.5 Student Edition

El programa ABAQUS permite ingresar datos de forma sencilla a través de archivos de texto en los cuales se puede definir todo lo necesario (elementos, materiales, cargas, etc).

La versión Student Edition del programa tiene la limitación de que un modelo puede incluir un máximo de 100 nodos.

5.3 Implementación del modelo de Plasticidad Distribuida

De igual manera como se hizo en el Análisis de Sensibilidad, el caso escogido para modelar en este programa corresponde a las barras de diámetro 25.4 [mm] del programa de ensayos de Bae, Mises y Bayrak (2005) [3]. De este programa de ensayos se escogen casos extremos para poder realizar una comparación entre ambos modelos. Estos casos extremos hacen referencia a $e/d=0.0$ y 0.5, y $L/d=4$ y 12.

En el caso $e/d=0.0$, se introduce una imperfección inicial geométrica de 1% del valor del diámetro ' d ' (al igual que en el modelo Matlab). Esta imperfección se introduce de manera manual como una deformada en todos los nodos de la barra, la cual es obtenida luego de cargar la barra lateralmente en el nodo central. Se extrae del archivo de salida los desplazamientos laterales en cada nodo y se ingresa como condición de imperfección inicial en el modelo.

Como se mencionó con anterioridad, el programa ABAQUS dispone de una manera sencilla de ingreso de datos a través de un archivo de texto, en ellos cada parte del modelo tiene su orden. En base a este orden se explica a continuación el procedimiento mediante el cual se modela la barra de acero de refuerzo, como se asignan las condiciones de borde, como se modela el material, como se introduce la imperfección inicial y como se carga axialmente la barra. En el anexo J se incluyen dos códigos completos, correspondientes a un caso de $e/d=0.0$ y otro $e/d=0.5$.

5.3.1 Nodos

Debido a la limitación de 100 nodos como máximo y dadas las dimensiones del problema, se escoge una configuración de 31 nodos de forma de facilitar la lectura del desplazamiento transversal en el nodo medio, así como también dejar la opción de refinar la malla duplicando y triplicando la cantidad de elementos y establecer una discretización razonable y suficiente.

5.3.2 Elementos

Los 31 nodos definidos en el punto anterior son necesarios para los 30 elementos en que se discretiza inicialmente la barra. Se escoge el elemento viga-plano para representar la barra. Esto dispone de dos alternativas de interpolación de desplazamiento entre nodos: lineal y cúbica. Para comenzar, se escoge el elemento más simple con interpolación lineal; la otra alternativa se descarta debido problemas en la convergencia de las soluciones. La sección transversal de la viga se escoge circular tal como lo es la barra de refuerzo.

5.3.3 Condiciones de borde

Las condiciones de borde asignadas al modelo son las mismas que en los ensayos, un extremo de la barra empotrado y el otro extremo deslizante en la dirección axial y restringido al desplazamiento lateral y giro.

5.3.4 Material

ABAQUS cuenta con una extensa biblioteca de materiales predefinidos dentro de los cuales se consideraron dos alternativas: “Models for metals subjected to cyclic loading” y “Cast Iron Plasticity”.

El rango elástico se define tan solo con el modulo elástico y es el rango plástico el que presenta las alternativas mencionadas.

5.3.4.1 “Models for metals subjected to cyclic loading”

Esta opción para modelar el rango plástico ofrece tres modelos:

- Isotropic Hardening: este modelo permite endurecimiento no lineal, pero su carácter isotrópico causa el problema que la región de fluencia crece ciclo a ciclo, lo cual no es de utilidad ya que la curva correspondiente a un ciclo completo no presenta un buen ajuste, ver figura 38.
- Kinematic Hardening: este modelo representa el material de forma bilineal, por lo que tampoco es de utilidad ya que no representa el endurecimiento no lineal del material, ver figura 39.

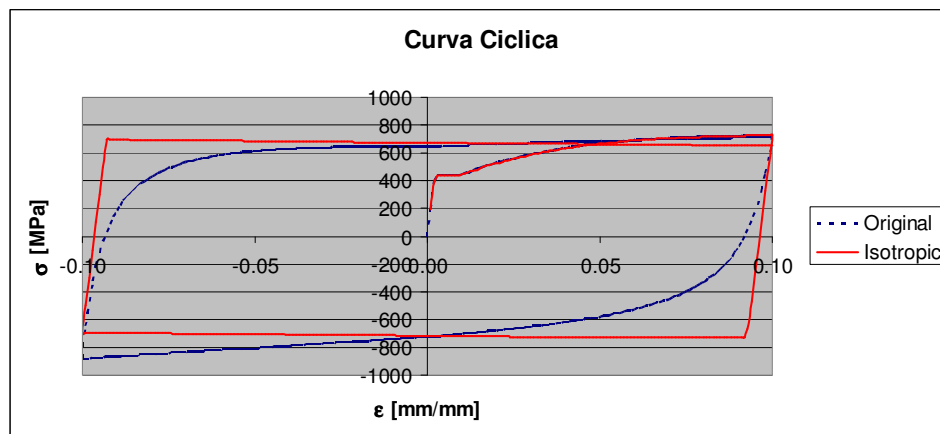


Figura 38 Curva cíclica 10%, Isotropic Hardening y Original del modelo Matlab

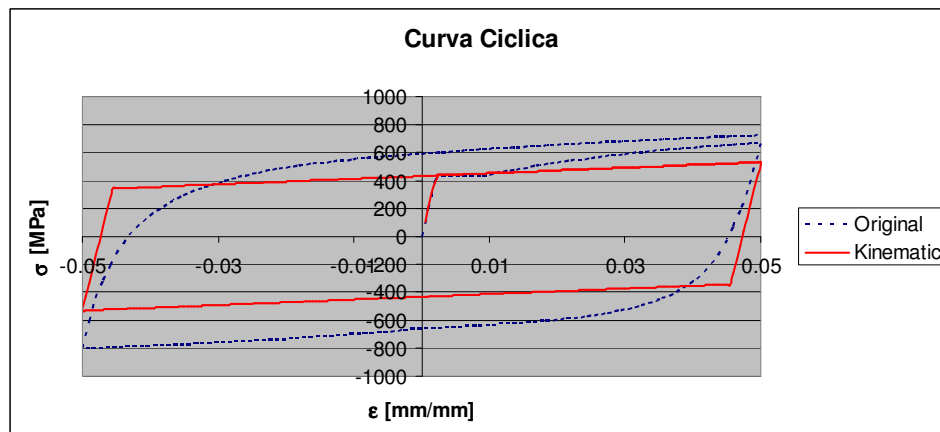


Figura 39 Curva cíclica 5%, Kinematic Hardening y Original del modelo Matlab

- Combined Hardening: es una combinación de los modelos anteriores; considera endurecimiento no lineal e incluye el efecto Bauschinger en la respuesta cíclica. Este modelo tiene la limitación que asume iguales curvas en tracción y compresión, por lo que se evalúa utilizar modelos con cada una de las curvas por separado.

El programa requiere los datos del rango plástico de la curva monotónica punto a punto para realizar una calibración mediante una ecuación del siguiente estilo $\sigma = c_1 \cdot (1 - e^{-c_2 \cdot \epsilon_p})$, donde c_1 y c_2 son constantes calibradas a partir de los datos y ϵ_p es la deformación plástica. Donde σ se mueve asintóticamente a c_1 con el aumento de ϵ_p . El programa realiza una buena calibración de las curvas hasta una deformación de 20% aproximadamente si se ingresan los datos de la curva en tracción hasta la tensión máxima (sin incluir la zona de degradación) y para la curva en compresión los datos calculados a partir de esos datos de la curva en tracción, ver figuras 40 y 41. El problema con el resultado de esta calibración es que los modelos que utilizan ya sea la curva en tracción o compresión muestran grandes deformaciones en las fibras de la sección transversal de la barra, superando el límite de fractura en las fibras traccionadas y el aplastamiento total en las fibras comprimidas. Esto se debe a que los modelos carecen de la sobrerresistencia del acero en compresión, la cual se desarrolla a partir del 12% de deformación, que justamente es el límite de deformación con el que se realiza la primera calibración del material. La opción que se presenta es utilizar la curva completa del acero en compresión para calibrar hasta un nivel de deformación de 37%, ver figura 42. Un ejemplo de curva cíclica utilizando este modelo para el material se muestra en la figura 43.

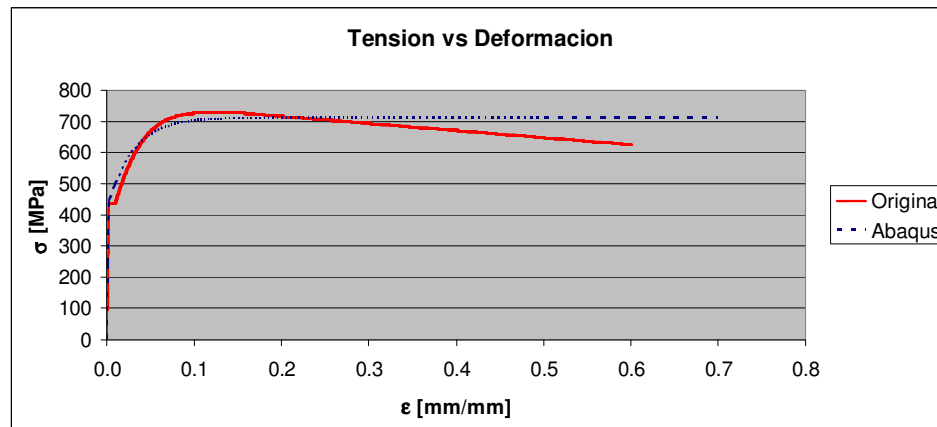


Figura 40 Calibración curva monotónica en tracción

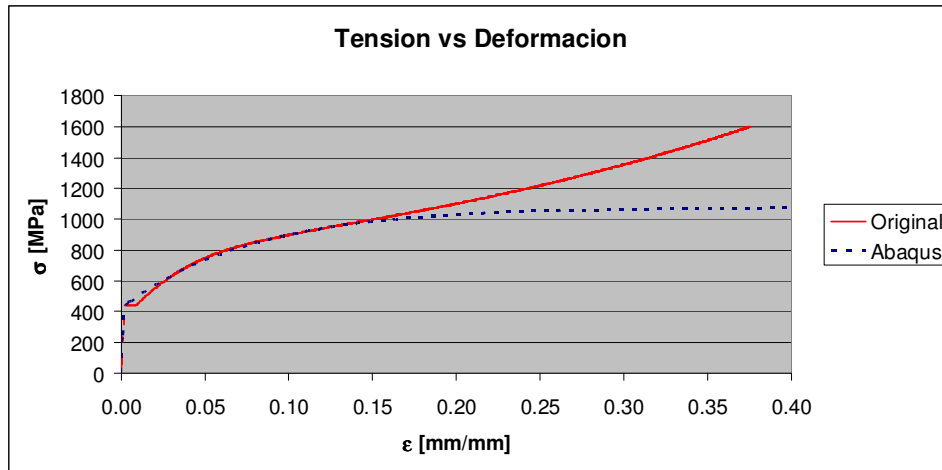


Figura 41 Calibración curva monotónica en compresión

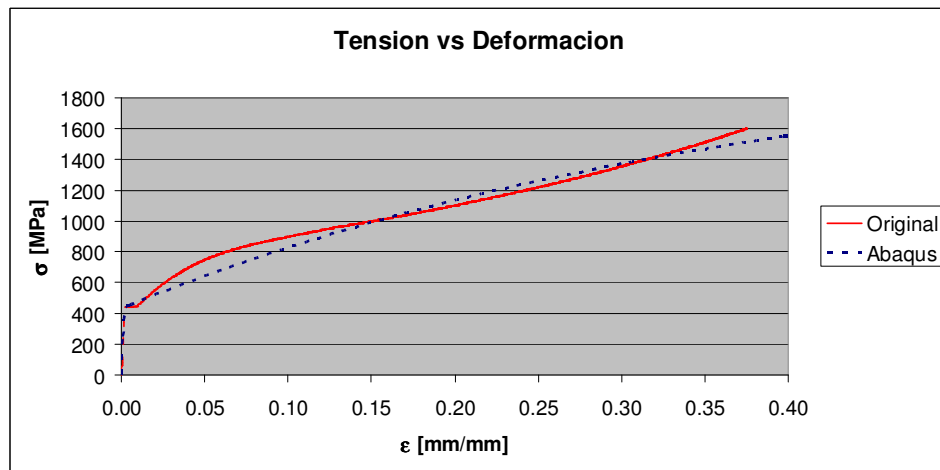


Figura 42 Calibración curva monotónica en compresión completa

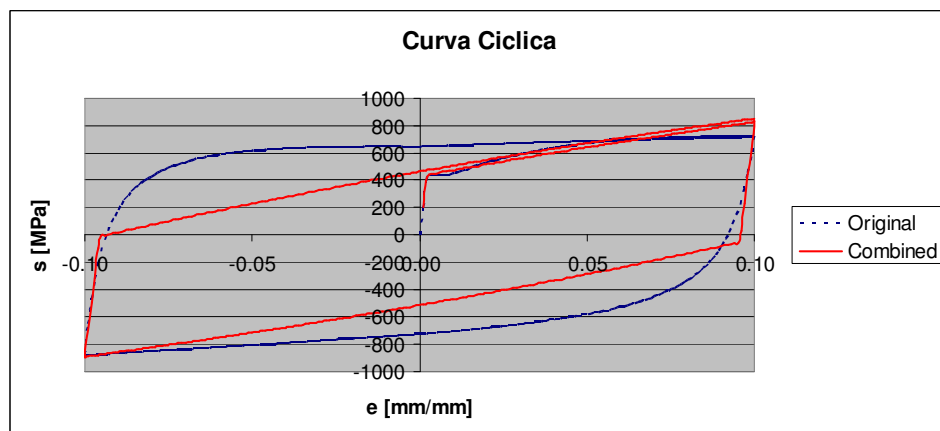


Figura 43 Curva cíclica 10%, Combined Hardening y Original del modelo Matlab

5.3.4.2 “Cast Iron Plasticity”

Este modelo del material tiene la opción de definir las curvas monotónicas en tracción y compresión por separado, pero presenta endurecimiento isotrópico, por lo que la curva cíclica sobreestima las tensiones en la descarga y recarga, lo que resulta por consiguiente en tensiones mucho mayores a las de la curva original utilizada en el modelo de plasticidad concentrada y sin reproducir correctamente el efecto de Bauschinger, ver figura 44.

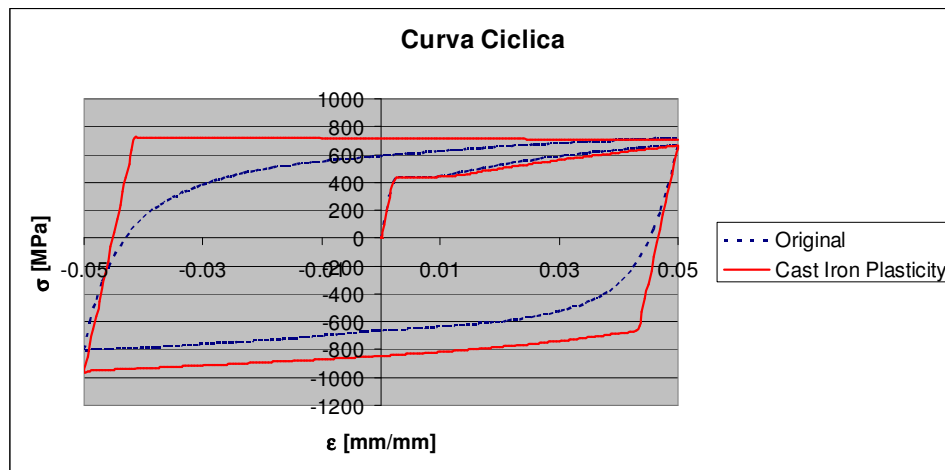


Figura 44 Curva cíclica 5%, Cast Iron Plasticity y Original del modelo Matlab

5.3.5 Cargas

El modelo requiere dos etapas de análisis: imponer la imperfección inicial y luego una carga axial. En el caso de la imperfección inicial, se asigna la carga transversal en el nodo central en un proceso de carga y descarga de modo de obtener el valor predeterminado de la imperfección. Para el proceso de carga axial, debido a la zona de post pandeo, el modelo numérico utiliza un procedimiento de análisis no lineal en el que los estados de equilibrio durante las fases inestables de respuesta se hallan usando el método “Riks” modificado, útil en el análisis de estructuras que presentan comportamiento no lineal geométrico y del material. El método Riks usa la magnitud de carga como una incógnita más del problema, obteniendo simultáneamente cargas y desplazamientos. Por lo tanto debe usarse otra cantidad para medir el progreso de la solución; ABAQUS usa la longitud de arco (“arc length”), a lo largo de la trayectoria de equilibrio de la curva carga - desplazamiento. Más detalles en ABAQUS Documentation [10].

5.3.6 Variables de salida

Las variables necesarias para obtener las curvas tensión vs. deformación y tensión vs. desplazamiento transversal son: reacción en la dirección axial, desplazamiento transversal y axial.

Por otra parte, es necesario conocer las deformaciones que se producen en las fibras de la barra y la curvatura asociada, a fin de establecer zonas de concentración de deformaciones y estimar longitud de la rótula plástica. Estas últimas variables están disponibles según lo siguiente:

- Deformaciones: la opción que el programa trae por defecto es establecer 5 puntos de integración a lo largo del diámetro, en la sección transversal de la barra, los puntos necesarios son los extremos para obtener deformaciones, ver figura 45.

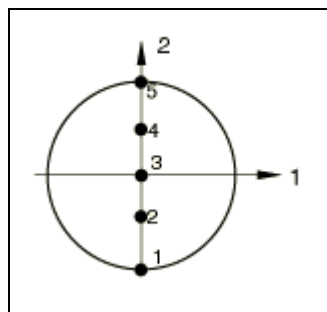


Figura 45 Puntos de integración sección transversal (ABAQUS Documentation [10])

- Curvatura: cada elemento en que se subdivide la barra, tiene un punto de integración en la mitad de su longitud, en este punto es calculada la curvatura. Ver figura 46.

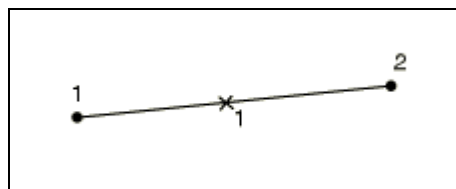


Figura 46 Punto de integración elemento (ABAQUS Documentation [10])

5.4 Resultados

Los modelos realizados en el programa ABAQUS, se utilizan para obtener curvas de tensión vs. deformación, tensión vs. desplazamiento transversal, además de distribución y evolución de la curvatura a lo largo de la barra. Como se mencionó con anterioridad, los casos escogidos para poder realizar comparaciones entre los modelos de plasticidad concentrada y distribuida son los siguientes: $L/d=4$ y 12 , $e/d=0.0$ y 0.5 .

Un punto especial de comparación, es la rigidez inicial del modelo de plasticidad distribuida con los ensayos y el modelo de plasticidad concentrada. Solo se consideran los casos tensión vs. desplazamiento transversal, debido a que los datos de los ensayos han sido digitalizados a partir de las imágenes de las publicaciones, en las cuales la resolución de los gráficos tensión vs. deformación no permite ver claramente la rigidez inicial, ya que hasta un nivel de 1% de deformación las curvas se superponen lo que hace difícil identificar cada una.

5.4.1 Tensión vs. Deformación

5.4.1.1 $L/d=4$ y $e/d=0.0$

La curva tensión vs. deformación no se asemeja en gran medida a la curva del ensayo, es más, se asemeja más a la curva monotónica (sin pandeo) debido a que la imperfección es pequeña y se trata de una barra corta; y es el modelo Matlab el que entrega una mejor aproximación al comportamiento de la barra ensayada.

En la figura 47 es posible apreciar que el modelo en ABAQUS no presenta degradación de la capacidad y luego de aproximadamente un 8% de deformación axial, las tensiones resultan incluso mayores que en el modelo de plasticidad concentrada. Pues como se mencionó antes en este caso prácticamente se reproduce la curva del material.

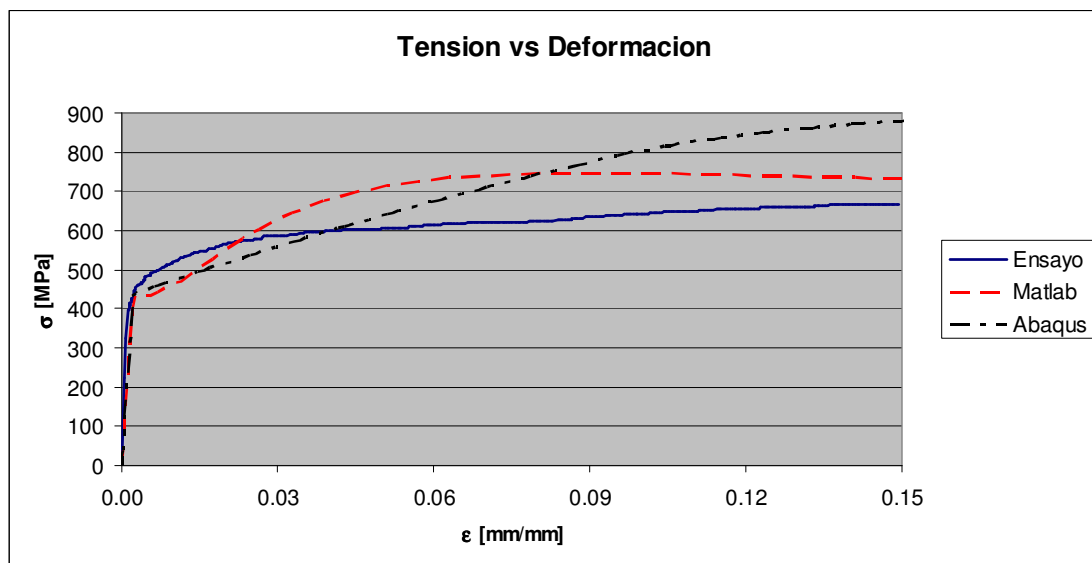


Figura 47 Tensión vs. Deformación, $L/d=4$ y $e/d=0.0$

5.4.1.2 $L/d=4$ y $e/d=0.5$

En este caso, la curva del modelo en ABAQUS, es prácticamente idéntica a la curva del modelo Matlab hasta una deformación de 3%, representando de buena forma la curva del ensayo, ver figura 48, luego de este nivel de deformación el modelo sobreestima las tensiones, lo cual tiene directa relación con que es la curva monotónica de compresión la que está representando el comportamiento del material.

También se incluye la curva con un refinamiento de la malla en el doble de elementos. Las curvas para ambos casos se superponen, indicando que subdividir la barra en 30 elementos es suficiente ya que doblar la malla no tiene impacto en la respuesta de la barra

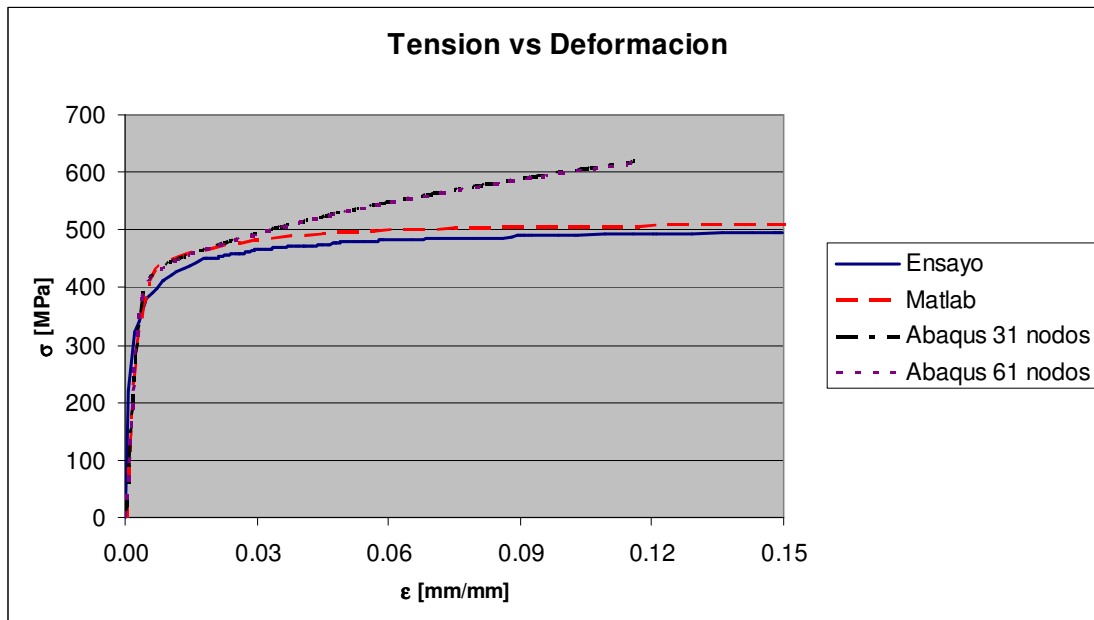


Figura 48 Tensión vs. Deformación, $L/d=4$ y $e/d=0.5$

5.4.1.3 $L/d=12$ y $e/d=0.0$

El modelo ABAQUS en este caso, presenta un comportamiento muy similar al ensayo, con degradación de la capacidad luego de que esta alcanza su máximo, ver figura 49. Hasta un nivel de deformación de 3%, es este modelo el que mejor representa la curva del ensayo aunque la tensión máxima es sobreestimada y alcanza prácticamente el mismo valor que el modelo de plasticidad concentrada. Luego la zona de degradación de capacidad es levemente mejor estimada por el modelo Matlab.

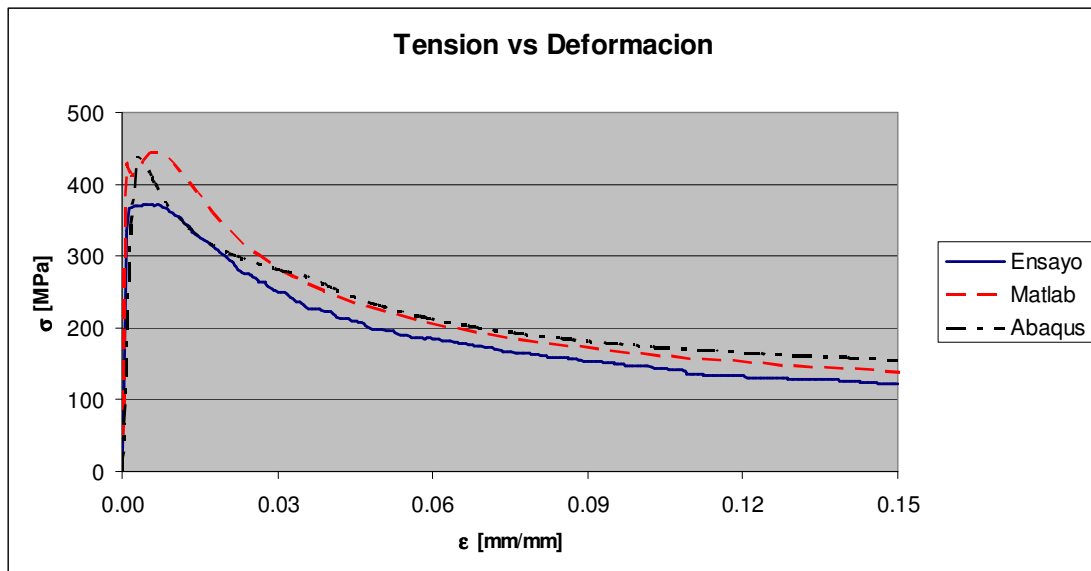


Figura 49 Tensión vs. Deformación, $L/d=12$ y $e/d=0.0$

5.4.1.4 $L/d=12$ y $e/d=0.5$

De forma similar al caso anterior, el modelo ABAQUS presenta un comportamiento similar al ensayo, con degradación de la capacidad luego de que esta alcanza su máximo, ver figura 50. Hasta un nivel de deformación de 3%, el modelo representa de mejor manera la curva del ensayo y en términos de la tensión máxima, esta es sobreestimada, pero alcanza un valor más acertado que el modelo de plasticidad concentrada. Luego la zona de degradación de capacidad es mejor estimada por el modelo Matlab, que tiene relación con que el modelo ABAQUS considera el comportamiento del material representado por la curva monótonica de compresión, y por ende de mayor resistencia.

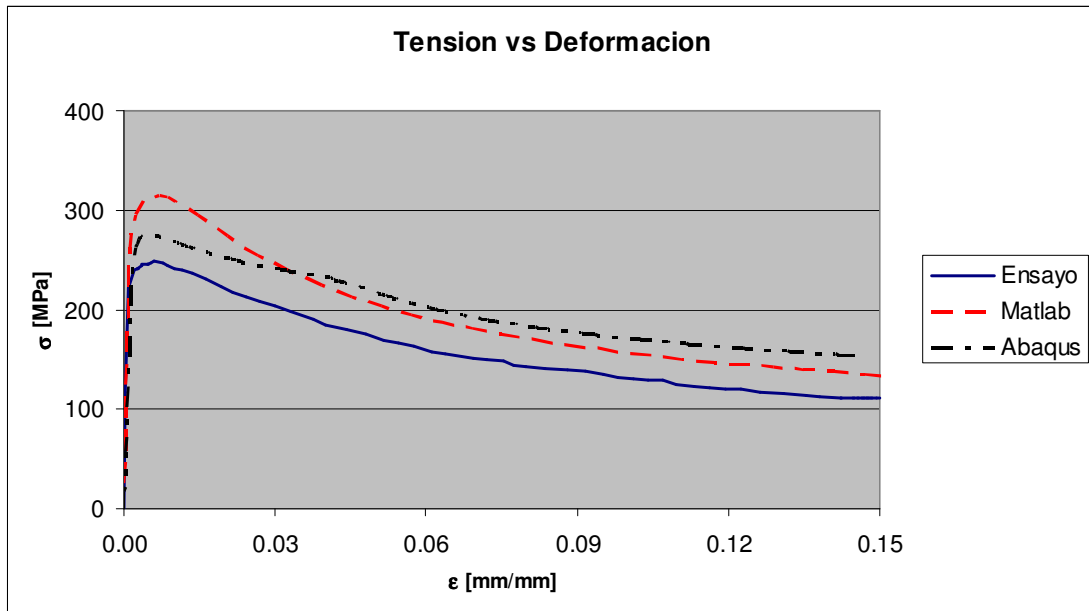


Figura 50 Tensión vs. Deformación, $L/d=12$ y $e/d=0.5$

5.4.2 Tensión vs. Desplazamiento transversal

Al realizar los gráficos tensión vs. desplazamiento transversal, las diferencias observadas entre el ensayo y los modelos Matlab y ABAQUS prácticamente son las mismas mencionadas en la sección anterior. El modelo de plasticidad distribuida en los casos $L/d=4$ no representa de buena forma al ensayo ya que presenta mayor rigidez inicial y a medida que los desplazamientos aumentan mayor es la diferencia entre las curvas, ver figura 51, y es el modelo de plasticidad concentrada el que resulta en una mejor aproximación.

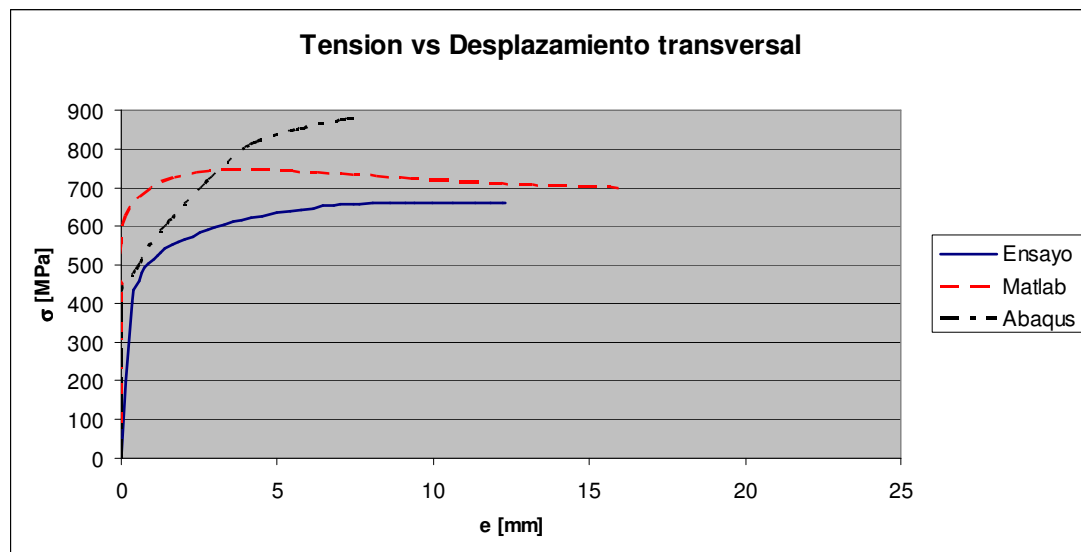


Figura 51 Tensión vs. Desplazamiento transv., $L/d=4$ y $e/d=0.0$

En los casos $L/d=12$ el modelo ABAQUS si resulta una mejor aproximación de los ensayos que el modelo Matlab, la curva se sitúa prácticamente en medio entre las curvas del ensayo y modelo de plasticidad concentrada, ver figura 52. Analizando las tensiones en las fibras al interior de la sección transversal del modelo ABAQUS, se establece que las fibras traccionadas alcanzan niveles de tensión mayor que en el material en tracción original, por lo que es de suponer que una definición más acertada del material en tracción produzca un descenso de la curva tensión vs. desplazamiento transversal.

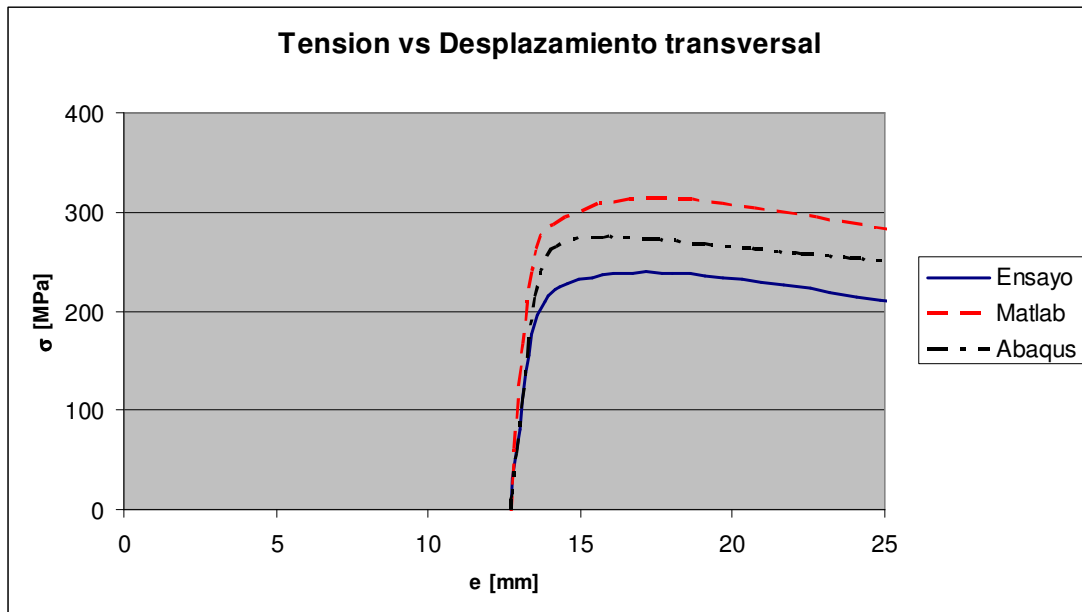


Figura 52 Tensión vs. Desplazamiento transv., $L/d=12$ y $e/d=0.5$

En el capítulo 3 sección 3.4 se realizan comparaciones entre el modelo de plasticidad concentrada y los ensayos, y se establece que una de las principales diferencias es la rigidez inicial que se observa en los gráficos tensión vs. desplazamiento transversal, donde las curvas del modelo Matlab presentan mayor rigidez. Es por esto que se utiliza el modelo ABAQUS además para establecer el impacto que tiene este modelo sobre la rigidez inicial. Para esto se utilizan los mismos gráficos tensión vs. desplazamiento transversal, solo dejando a la vista la zona de rigidez inicial,

Es posible establecer que el modelo ABAQUS se comporta de la misma manera que el modelo Matlab en cuanto a la rigidez inicial en los casos $L/d=4$, ver figura 53. En esto influye por una parte y como ya se mencionó antes, la definición del material. Además para este largo de la barra puede estar influyendo la condición de empotramiento perfecto (ya que esta condición es difícil de obtener en laboratorio), afectando directamente en la rigidez de la barra y posiblemente ser la condición que predomina el problema.

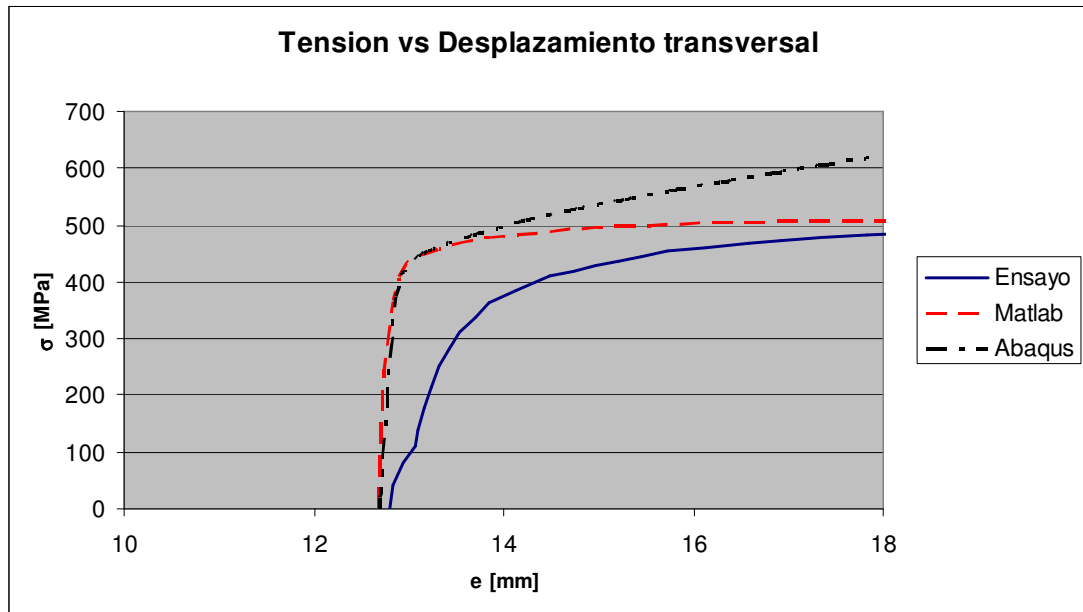


Figura 53 Tensión vs. Desplazamiento transv. Rigidez inicial, $L/d=4$ y $e/d=0.5$

En los casos $L/d=12$ a diferencia de lo que ocurre en los casos $L/d=4$, el modelo de plasticidad distribuida representa muy bien la rigidez inicial de los ensayos, ver figura 54, donde es notoria la diferencia con el modelo de plasticidad concentrada. En estos casos, la razón puede ser que es la discretización de la barra la que predomina el problema lo que por consiguiente es un modelo más flexible.

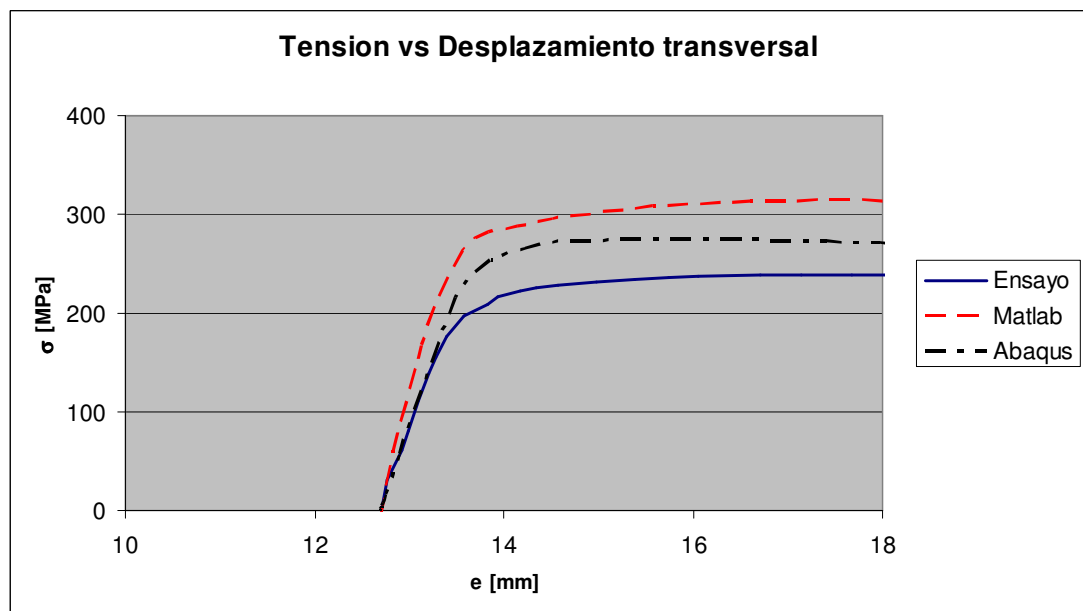


Figura 54 Tensión vs. Desplazamiento transv. Rigidez inicial, $L/d=12$ y $e/d=0.5$

5.4.3 Distribución y evolución de curvatura

El modelo de plasticidad distribuida, además de lo realizado anteriormente, resulta de utilidad para establecer zonas de concentración de deformaciones. Para ello se dibujan los diagramas de curvatura a lo largo de la barra para distinto niveles de deformación axial promedio. En las figuras 55 y 56 es posible localizar las zonas de concentración de deformaciones, es notorio también por la simetría del problema, que el tamaño de la zona central es exactamente el doble que en los extremos. En los casos $L/d=4$, las deformaciones están claramente distribuidas a lo largo de toda la barra, mientras que para $L/d=12$, las deformaciones se concentran en el centro y los extremos.

Se definen dos criterios para establecer la zona de concentración de deformaciones:

- Concentración total de deformaciones, la cual se produce en el cruce por cero de los gráficos de curvatura vs. n° de elemento, el cual se produce exactamente en $L/4$, se denomina este criterio como “caso 1”.
- Concentración de deformaciones a partir del 20% del valor de curvatura máxima por cada nivel de deformación axial, se denomina este criterio como “caso 2”.

Más adelante se utilizarán ambos criterios para establecer la longitud de la rótula plástica, lo que indica finalmente que hay pocas diferencias entre un criterio u otro.

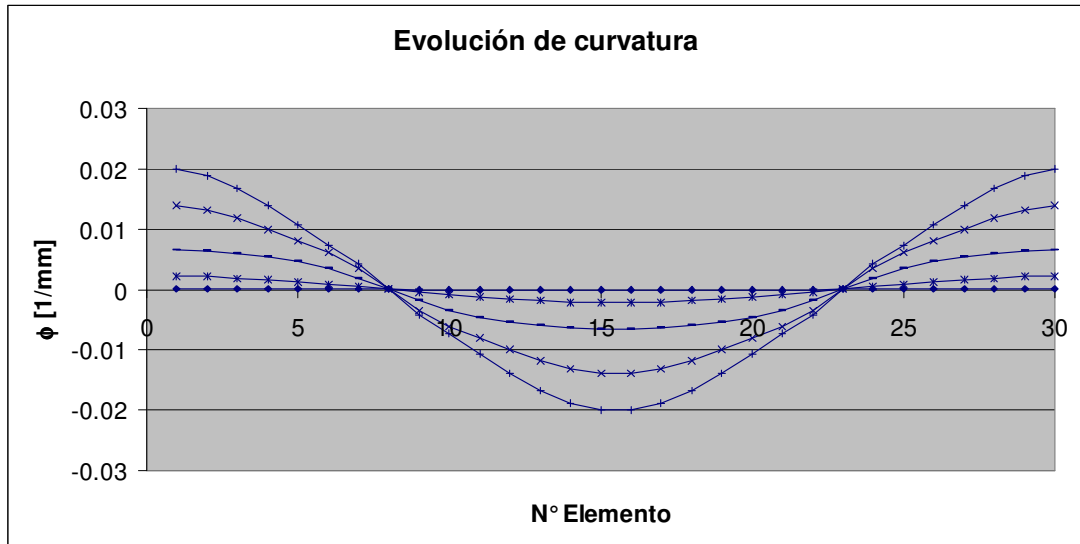


Figura 55 Distribución y evolución de curvatura, $L/d=4$ y $e/d=0.0$

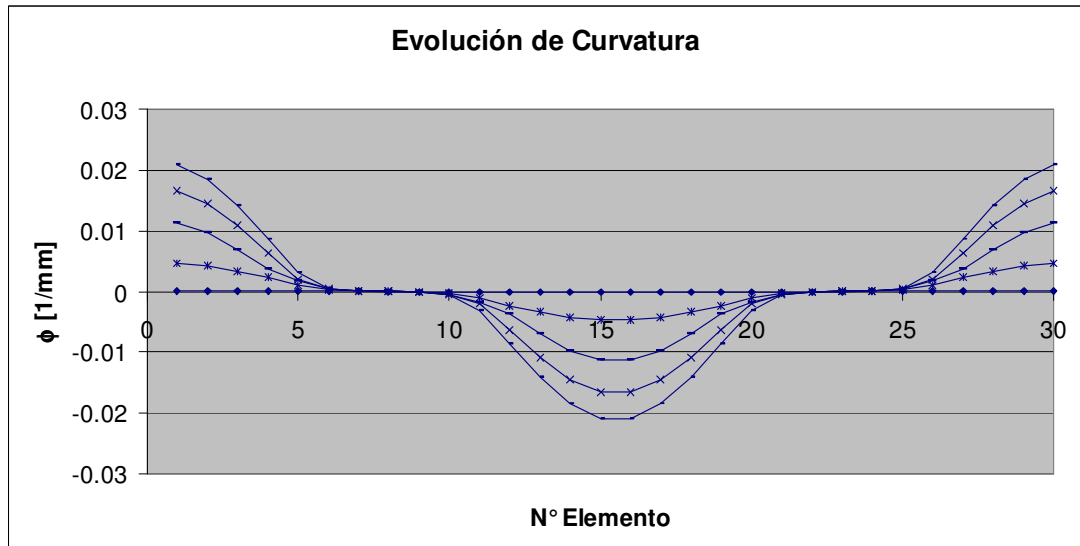


Figura 56 Distribución y evolución de curvatura, $L/d=12$ y $e/d=0.0$

5.4.4 Longitud de Rótula plástica equivalente

A partir de los diagramas de distribución de curvatura, es posible estimar la longitud de las rótulas plásticas. Dada la simetría del problema, basta con analizar solo la zona del extremo. La importancia de este análisis radica en la posibilidad de validar el supuesto del modelo de plasticidad concentrada, donde la longitud de rótula plástica supuesta es $l_p=1.0d$.

Luego de que se establecen las zonas de concentración de deformaciones según se indica en el punto anterior, es necesario un criterio para definir el largo de rótula plástica equivalente. Para ello se consideran dos criterios: uno basado en tratar de reproducir la rotación de la zona de concentración de curvaturas y así mejor representar la deformación axial, y una segunda que intenta reproducir la deformación transversal. Para reproducir la rotación acumulada, se establece una equivalencia entre áreas como se indica a continuación:

$$\phi_{\max} \cdot l_p = \int_0^{L^*} \phi_x \cdot dx \quad (13)$$

Donde L^* es el largo de la zona de concentración de deformaciones definido según cada uno de los criterios del punto 5.4.3

A fin de obtener un valor razonable para la longitud de rótula plástica, el segundo criterio, que tiene relación con igualar el desplazamiento transversal que se produce en la barra en $L/4$, este criterio se denomina “caso 3”, y es estimada como:

$$\phi_{\max} \cdot l_p \cdot \left(\frac{L}{4} - \frac{l_p}{2} \right) = \int_0^{L/4} \phi_x \cdot x \cdot dx \quad (14)$$

De esta forma, se cuenta con tres criterios para definir la longitud de la rótula plástica, lo cuales entregan resultados muy similares entre si. En los casos $L/d=4$ se observa que los valores no tienden a un mismo valor cuando $e/d=0.0$ y 0.5 , lo que puede deberse a que en $e/d=0.5$ no es posible obtener una deformación axial promedio de 15% como en todos los otros casos y por lo

consiguiente el valor del largo de rótula plástica aun no se ha estabilizado como ocurre cuando $L/d=12$, donde el valor se estabiliza en torno a $l_p=0.8d$, ya sea $e/d=0.0$ o 0.5 . En el caso $L/d=4$ y $e/d=0.0$, el valor de la rótula plástica es aproximadamente $l_p=0.5d$, ver figura 57, el caso $L/d=4$ y $e/d=0.5$ entrega un valor $l_p=0.25d$, ver figura 58, para el caso $L/d=12$, $l_p=0.8d$ para niveles de deformaciones sobre el 5%, ya que previo a este valor el largo de la rótula plástica equivalente llega prácticamente a $0.2l_p$, ver figura 59.

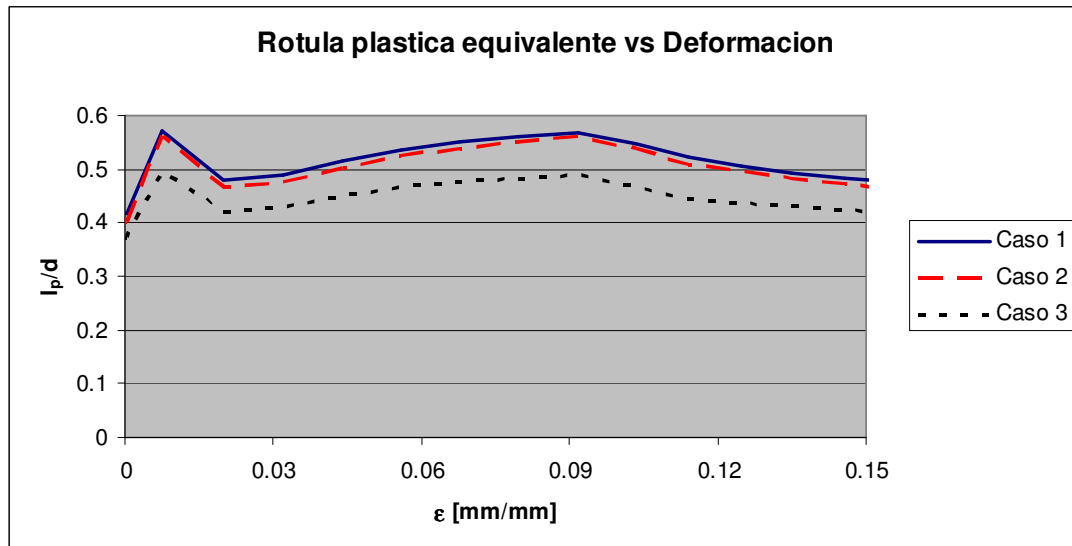


Figura 57 Rótula plástica equivalente. $L/d=4$ y $e/d=0.0$

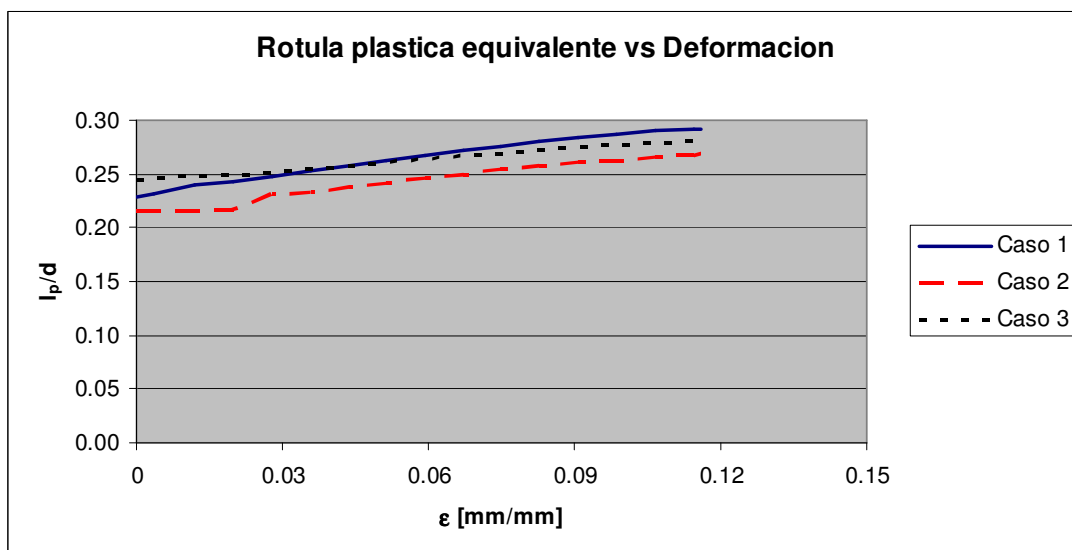


Figura 58 Rótula plástica equivalente. $L/d=4$ y $e/d=0.5$

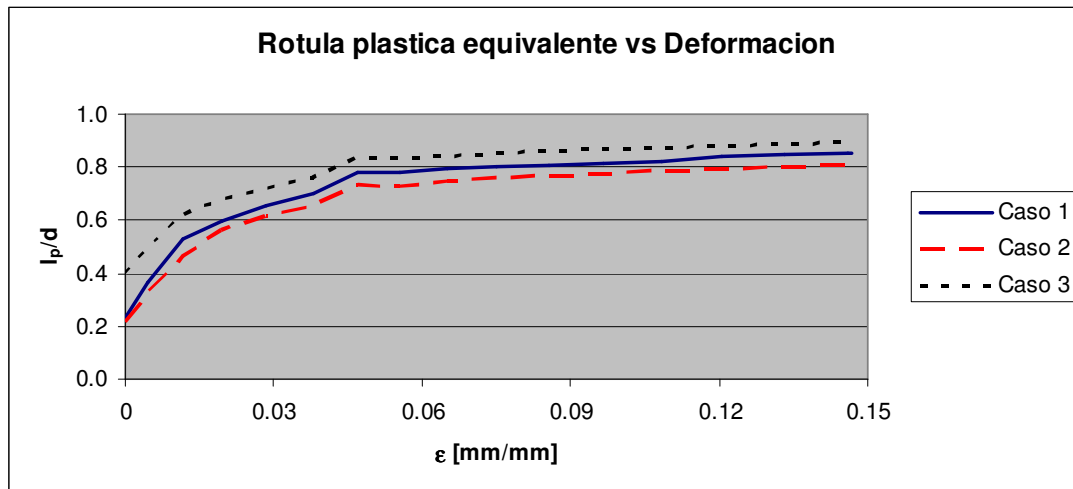


Figura 59 Rótula plástica equivalente. $L/d=12$ y $e/d=0.5$

5.4.5 Modelo de plasticidad concentrada modificado

Luego de establecida la longitud de rótula plástica equivalente y que, según los resultados analíticos, este valor es dependiente del largo de la barra, se incorporan estos valores en el modelo de plasticidad concentrada. En todos los casos el modelo Matlab modificado entrega una curva más rígida que el modelo original, esto era de suponer debido a que en todos los casos resulta $l_p < 1.0d$ y como ya se estableció en el análisis de sensibilidad, una reducción en la longitud de rótula plástica implica un modelo mas rígido.

En el caso $L/d=4$ y $e/d=0.0$, como se muestra en la figura 60, ocurre que el modelo modificado es más rígido que el original y no significa una mejoría en la estimación de la curva del ensayo. En el caso $L/d=4$ y $e/d=0.5$ el valor de rótula plástica $l_p=0.25d$ prácticamente carece de sentido pues resulta en un modelo extremadamente rígido, ver figura 61. La razón de esto es que a menor longitud de la rótula plástica para un mismo nivel de curvatura, el giro en la rótula es menor y por lo tanto los desplazamientos son menores determinando un comportamiento más rígido de la barra.

En los casos $L/d=12$ la variación en la longitud de la rótula plástica es baja, $0.2d$, el impacto sobre la curva también lo es y se da en términos de tensión máxima, esta aumenta, ver figura 62, mientras que la zona de degradación de capacidad prácticamente no sufre modificaciones.

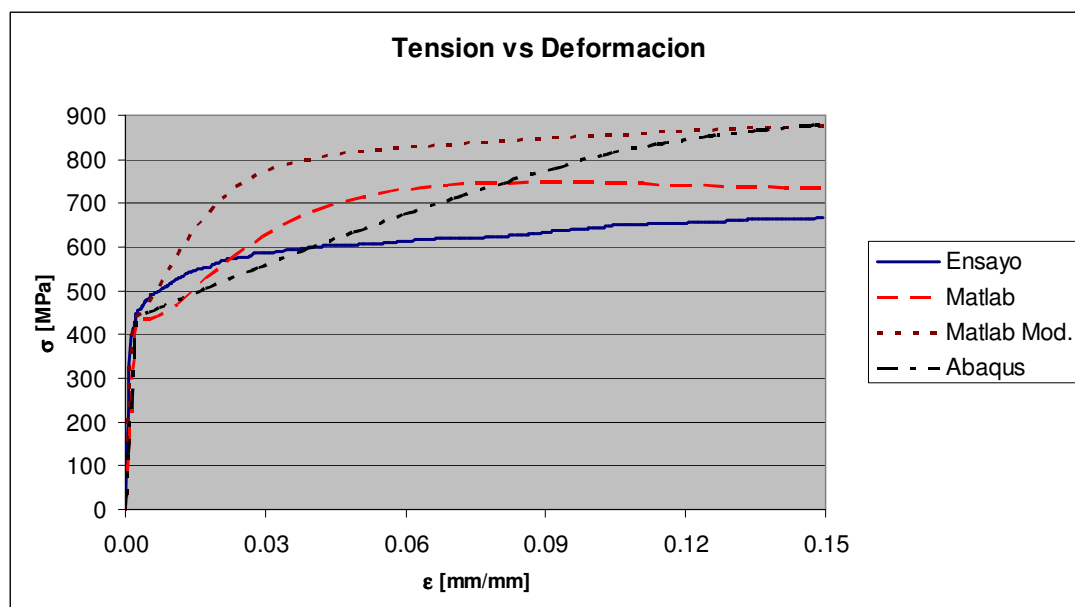


Figura 60 Tensión vs. Deformación. $L/d=4$ y $e/d=0.0$

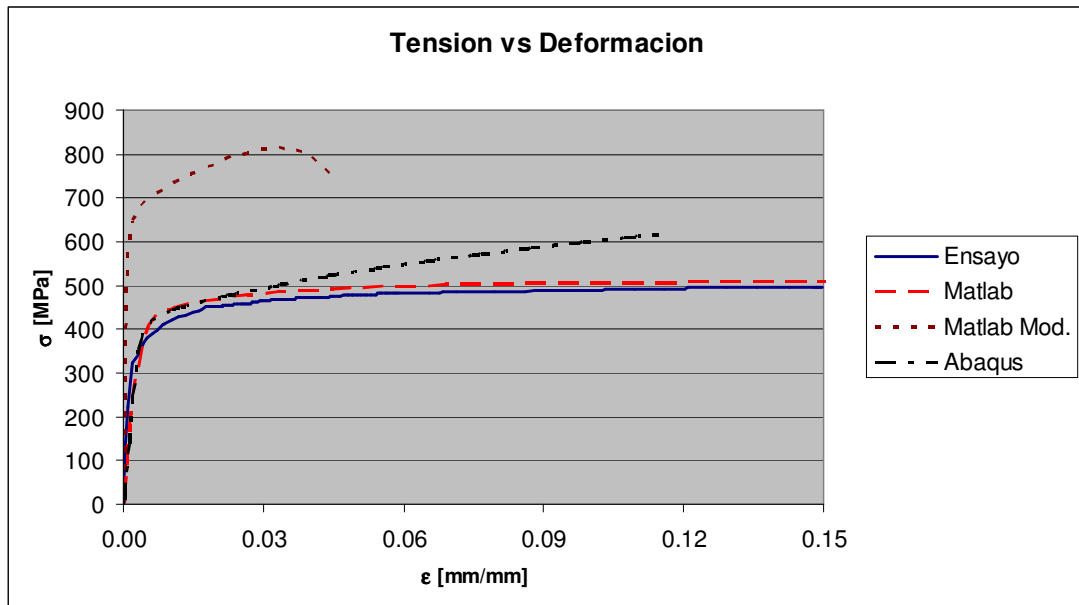


Figura 61 Tensión vs. Deformación. $L/d=4$ y $e/d=0.5$

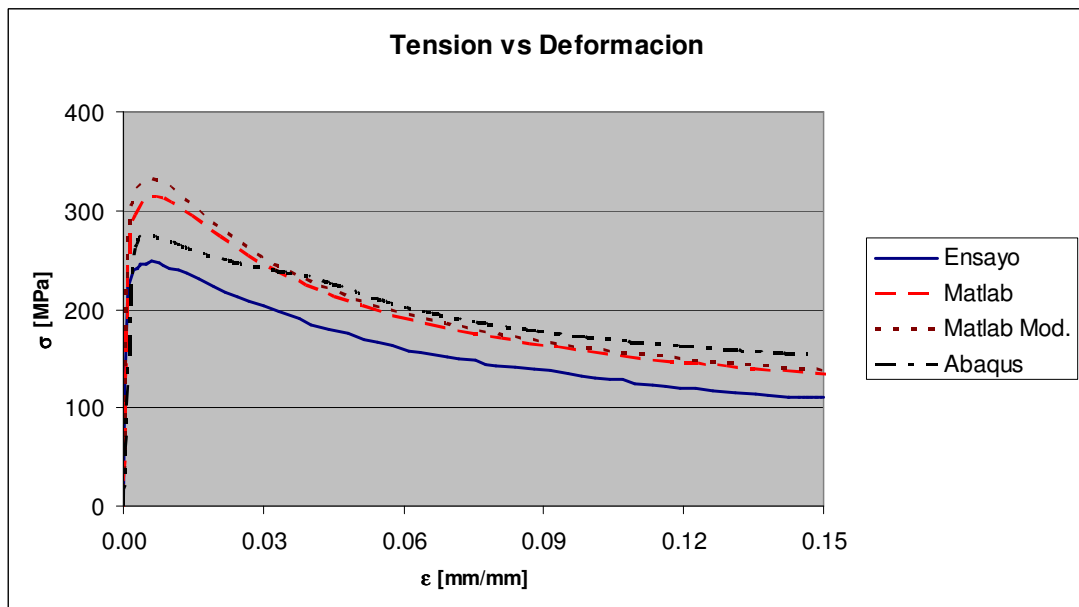


Figura 62 Tensión vs. Deformación. $L/d=12$ y $e/d=0.5$

CAPITULO 6

Comentarios y Conclusiones

En el capítulo 3 sección 3.4, se realizan comparaciones entre el modelo de plasticidad concentrada y los programas de ensayos de Bayrak y Sheik como también Bae, Mises y Bayrak, en estas comparaciones es posible notar que en la mayoría de los casos la zona de degradación de capacidad de los ensayos está bien representada por el modelo, lo que está indicando que la forma lineal escogida para estimar la zona de degradación de capacidad en la curva monótonica de tracción es suficiente.

La diferencia entre estos ensayos y el modelo radica en que este último sobreestima las capacidades máximas cuando estas se desarrollan a bajos niveles de deformación, menor a 5%. Esta diferencia, acorde a los resultados obtenidos en el análisis de sensibilidad, se atribuye a diversos factores:

- Tensión de fluencia del acero f_y : produce un efecto sobre las tensiones máximas a bajo nivel de deformación y no modifica la zona de degradación de capacidad. Esto puede ser de utilidad ya que esta zona en general es bien representada por el modelo salvo para casos con $L/d=4$.
- Tensión máxima del acero f_m : afecta la máxima capacidad del modelo pero modifica también la trayectoria completa de la curva, lo que podría ser de utilidad en los casos $L/d=4$ pero no para el resto pues como ya se mencionó, la zona de degradación de capacidad es bien estimada por el modelo.
- Longitud de rótula plástica l_p : ocurre algo muy similar a lo que sucede con la tensión de fluencia f_y , pero con menor impacto.
- Largo de la barra L/d : en este caso sucede algo similar a la tensión máxima f_m . Con la diferencia que variaciones en esta variable constituye un error experimental.

Un caso particular se da para el caso $L/d=4$, en que la tensión máxima no se desarrolla a bajos niveles de deformación sino que se alcanza posterior al 10%. Además, en este caso se acentúa la diferencia en cuanto al ajuste de las curvas medido por la relación de áreas (parámetro 2). En estos casos, las variables de influencia son:

- Tensión máxima del acero f_m , la cual ante una variación de 10% produce también hasta un 10% de variación en la tensión máxima y hasta 8% en el ajuste de curvas.
- Tensión última del acero f_u , que al variar su valor en 10%, únicamente influye cuando $L/d=4$, produciendo una variación de la tensión máxima en hasta un 6% y hasta 2.5% en el ajuste de curvas.

El caso del programa de ensayos de Cosenza y Prota, es un caso especial pues lo que ocurre es prácticamente lo contrario a lo mencionado en los otros dos programas de ensayos, la capacidad máxima se subestima casi en todos los casos, llegando hasta un 25%. Además, una vez alcanzada la tensión máxima, esta no presenta un rango de deformaciones en que esta se mantenga, sino que decae rápidamente. Las posibles razones por las que esto puede suceder en este programa de ensayos son las siguientes:

- Diámetro de las barras: este valor varía entre 8 y 16 [mm], estos son los diámetros más pequeños de todos los ensayos analizados, lo que implica una rótula plástica más pequeña según la definición actual del modelo de plasticidad concentrada para la longitud de rótula plástica ($l_p=1.0d$). Sin embargo, al disminuir el tamaño de ésta, el modelo se vuelve más rígido, por tanto el tamaño de la rótula plástica determinado por un diámetro pequeño no parece tener relación con el rápido decaimiento de la capacidad.
- Barras lisas: en este programa de ensayos se utilizaron barras lisas sin resaltes, lo cual es un aspecto que pudiera generar las diferencias observadas entre el ensayo y el modelo, pero a su vez este no permite hacer la diferencia entre una barra con o sin resaltes.

En cuanto a los modelos desarrollados en ABAQUS, los temas de mayor relevancia son:

- Definición y Calibración del material: si bien el programa ABAQUS no permite utilizar el comportamiento del material en tracción y compresión simultáneamente en el modelo de material “Combined Hardening”, escogido como el más adecuado para representar la curva cíclica del material, la alternativa que se presenta es utilizar las curvas de tracción y compresión por separado.

Debido a que el programa requiere que las curvas sean ingresadas punto a punto en su rango plástico para poder realizar una calibración de los datos, la cual se rige por una ley exponencial creciente y asintótica a un valor constante, lo que ya presenta un problema si se piensa en el material en tracción pues no es posible representar la zona lineal de degradación de capacidad. La calibración del material en compresión se aproxima de mejor forma a la curva original, aunque hasta un nivel de deformación de 15%, las tensiones resultan menores.

Definir los comportamientos en tracción y compresión del material por separado presenta problemas una vez que se ejecutan los modelos:

- La calibración del material en tracción carece de la sobrerresistencia del material en compresión, es por esto que al examinar las deformaciones axiales en las fibras de la sección transversal de los elementos en los que se subdivide la barra, estas superan el límite de fractura y aplastamiento total, lo que resulta inconsistente.
- El material en compresión es el que se utiliza finalmente para implementar los modelos, pues las deformaciones axiales que se registran utilizando la calibración del modelo en compresión no resultan excesivas, y que podrían no ser consistentes con la evidencia experimental. El inconveniente que se presenta es que el modelo resulta más rígido, sin embargo, es la mejor alternativa disponible.

Analizando los modelos en que $L/d=4$, estos resultan de mayor capacidad que el modelo de plasticidad concentrada y los ensayos, es muy probable que la condición de empotramiento perfecto sea la que controla el problema, pues para $L/d=12$, esto no se observa. Por lo mismo, en términos de la longitud de rótula plástica equivalente, no es de extrañar que resulten valores más pequeños, $l_p=0.25d$ cuando $e/d=0.5$ y $l_p=0.5$ cuando $e/d=0.0$, mientras que para $L/d=12$ el valor de la rótula plástica es $l_p=0.8d$.

Aun cuando se cuenta con un material más rígido, el resultado del análisis de rótulas plásticas sugiere que existe dependencia en el valor de l_p en función de L/d , lo que puede significar una mejora para el modelo de plasticidad concentrada.

Por otra parte, el hecho de que las longitudes de rótula plástica resulten menores a un diámetro, $l_p < 1.0d$, debe interpretarse como el efecto que produce en los modelos la definición del material en ABAQUS.

En los modelos de ABAQUS que se refinó la malla de elementos, doblando la cantidad desde 30 a 60, resultan de utilidad para establecer que 30 elementos son suficientes para representar el comportamiento de la barra ya que las curvas tensión vs. deformación prácticamente se superponen, por lo que esto no tiene impacto en la respuesta de la barra.

Finalmente se establece que el modelo de plasticidad concentrada entrega una buena estimación de las curvas tensión vs. deformación, aun cuando esta depende del caso L/d y se trate de un modelo simplificado del problema real. Sin embargo es posible introducir mejoras a este modelo:

- Se debe poner cuidado en los valores nominales de las tensiones de fluencia f_y y máxima f_m del acero.
- Modificar la definición de la longitud de rótula plástica l_p , dependiente de la relación L/d .

BIBLIOGRAFIA Y REFERENCIAS

- [1] - Massone, L. and Moroder, D. (2008) "Buckling Modeling of Reinforcing Bars with Imperfections". Engineering Structures, (artículo en prensa).
- [2] - Bayrak O., and Sheikh, S.A. (2001). "Plastic Hinge Analysis." Journal of Structural Engineering, Vol. 127, No. 9, September, pp. 1092-1100.
- [3] - Bae, S., Miseses, A.M. and Bayrak, O. (2005). "Inelastic Buckling of Reinforcing Bars." Journal of Structural Engineering, Vol. 131, No. 2, February, pp. 314-321.
- [4] - Cosenza, E. and Prota, A. (2006). Experimental behavior and numerical modeling of smooth steel bars under compression. Journal of Earthquake Engineering, Vol. 10, No. 3, pp. 313-329.
- [5] - Mander JB, Priestley MJN, Park R. Seismic design of bridge piers. Department of civil engineering, University of Canterbury. Report 84-2. 1984. p. 483.
- [6] - Dodd, L.L, and Restrepo-Posada, J.I. (1995). "Model for Predicting Cyclic Behavior of Reinforcing Steel." Journal of Structural Engineering, Vol 121, N° 3, March, pp. 433-445
- [7] - Chang GA, Mander JB. Seismic energy based fatigue damage analysis of bridge columns: Part I evaluation of seismic capacity. Department of civil engineering. Technical Report NCEER-94-0006. State University of New York at Buffalo. 1994. p. 483.
- [8] - Menegotto M, Pinto PE. Method of analysis for cyclically loaded reinforced concrete plane frames including changes in geometry and non-elastic behavior of elements under combined normal force and bending. In: Proceedings, IABSE symposium. 1973.
- [9] - Bae S, Miseses A.M. and Bayrak O. Closure to inelastic buckling of reinforcing bars by Sungjin Bae, Alexa M. Miseses and Oguzhan Bayrak. Journal of Structural Engineering 2008; 134(8):1398-1402.
- [10] - ABAQUS. Version 6.5 Documentation.
- [11] - Miseses, A.M. (2002). "Inelastic Buckling Behavior of Concrete Reinforcing Bars under Monotonic Uniaxial Compressive Loading"
- [12] - Dhakal, R.P., Maekawa K. (2002). "Modeling for Postyield Buckling of Reinforcement." Journal of Structural Engineering, Vol 128, N°9, September, pp. 1139-1147.

ANEXOS

A Curvas de Tracción de los Materiales

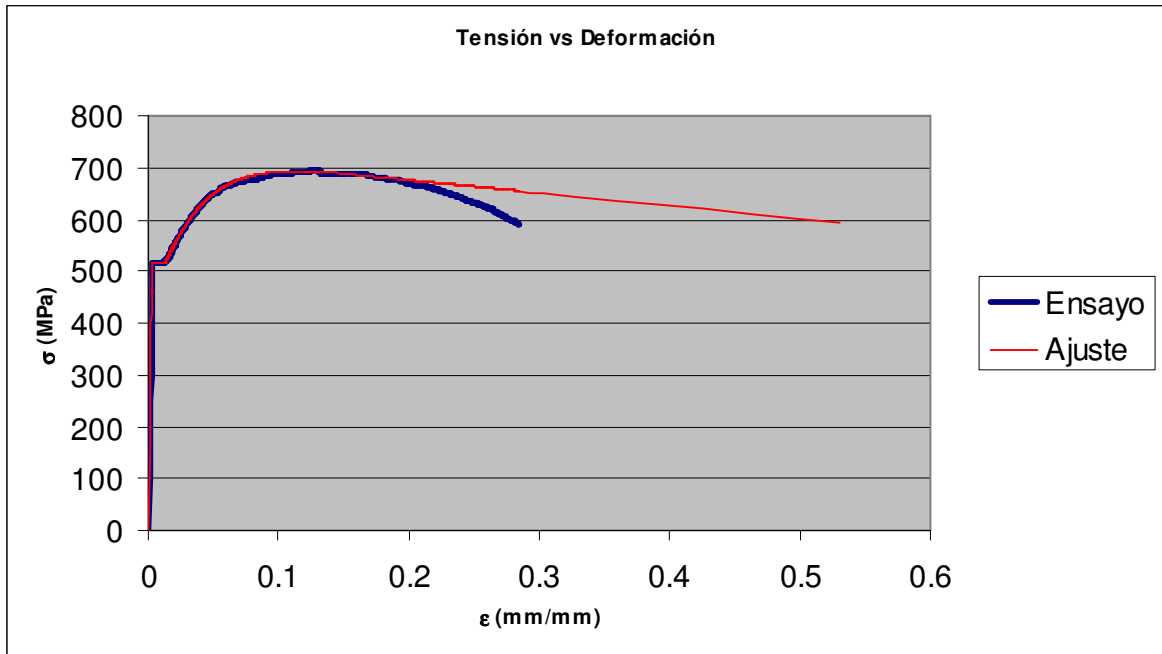


Figura A1 Curva de Tracción, Bayrak

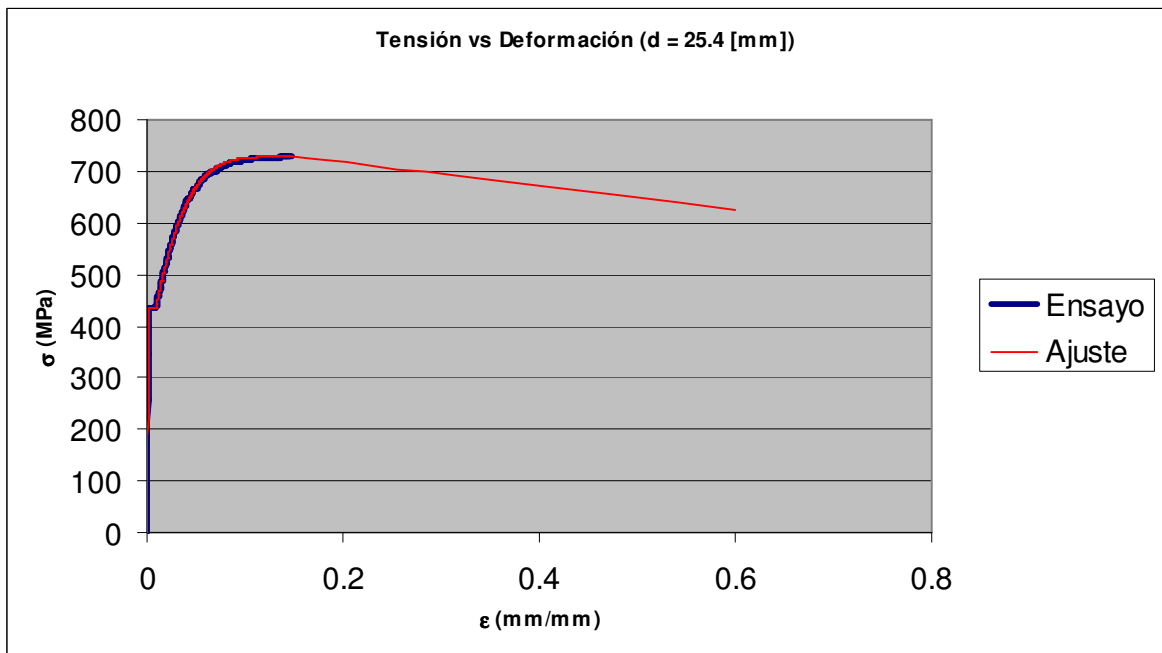


Figura A2 Curva de Tracción, Bae d=25.4 [mm]

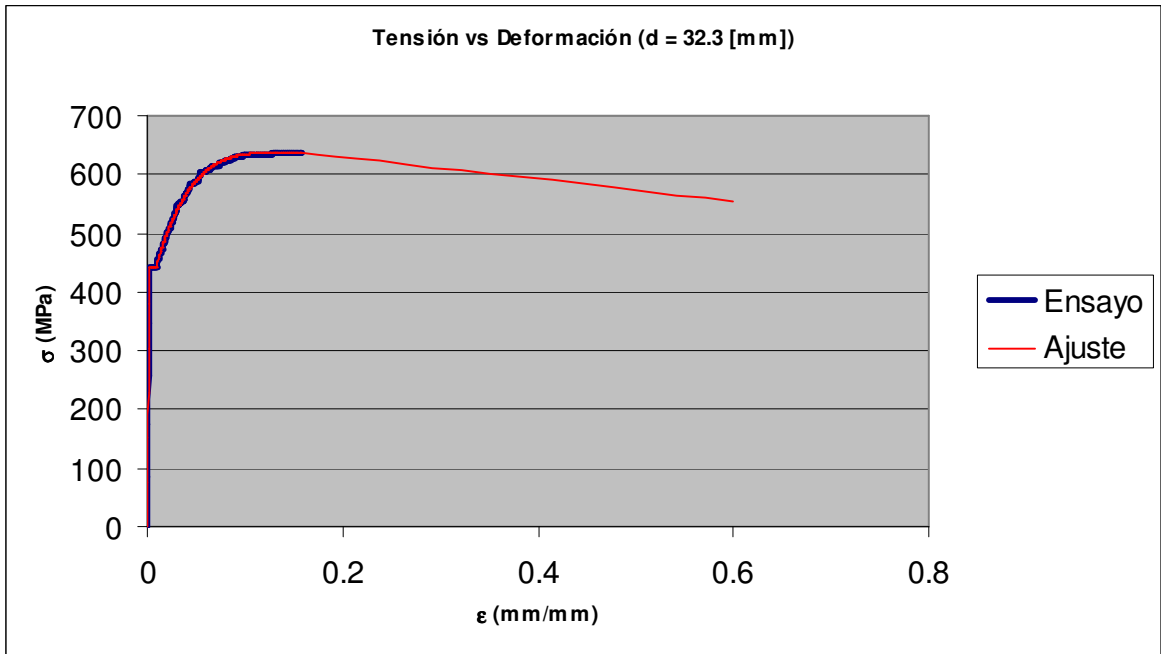


Figura A3 Curva de Tracción, Bae d=32.3 [mm]

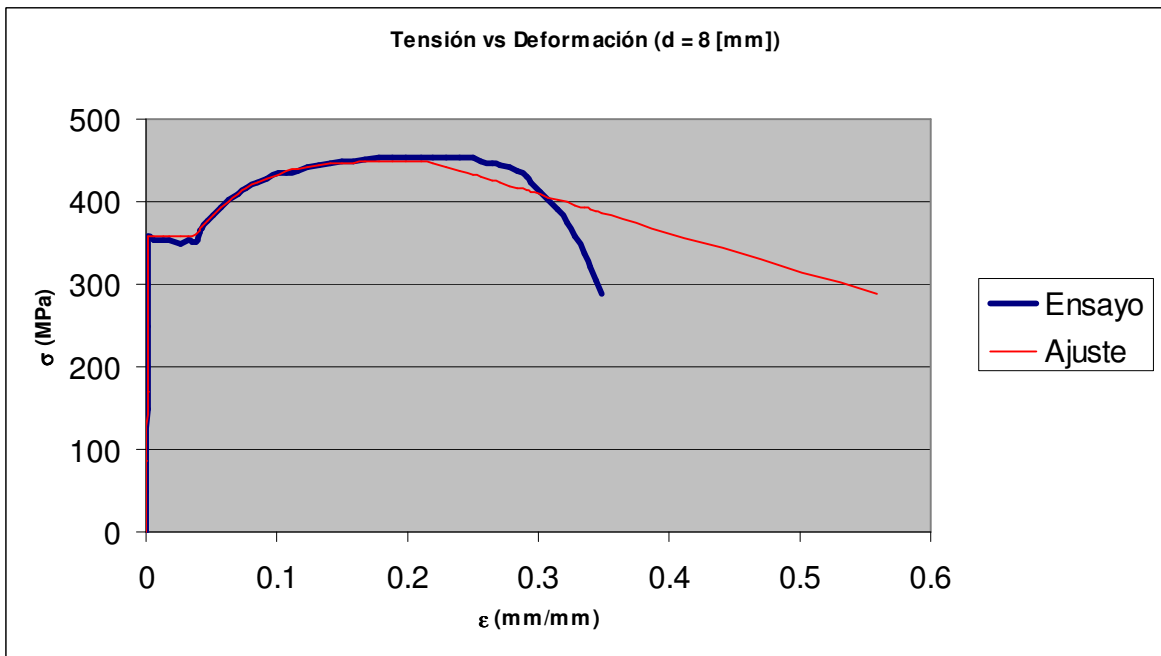


Figura A4 Curva de Tracción, Cosenza d=8 [mm]

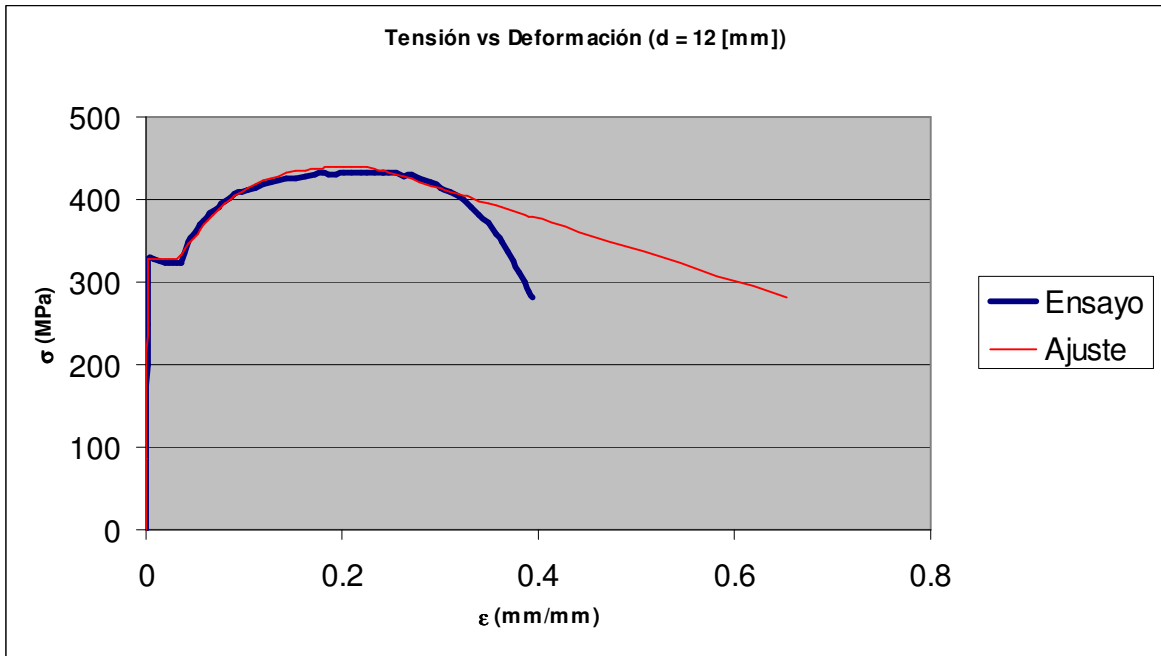


Figura A5 Curva de Tracción, Cosenza d=12 [mm]

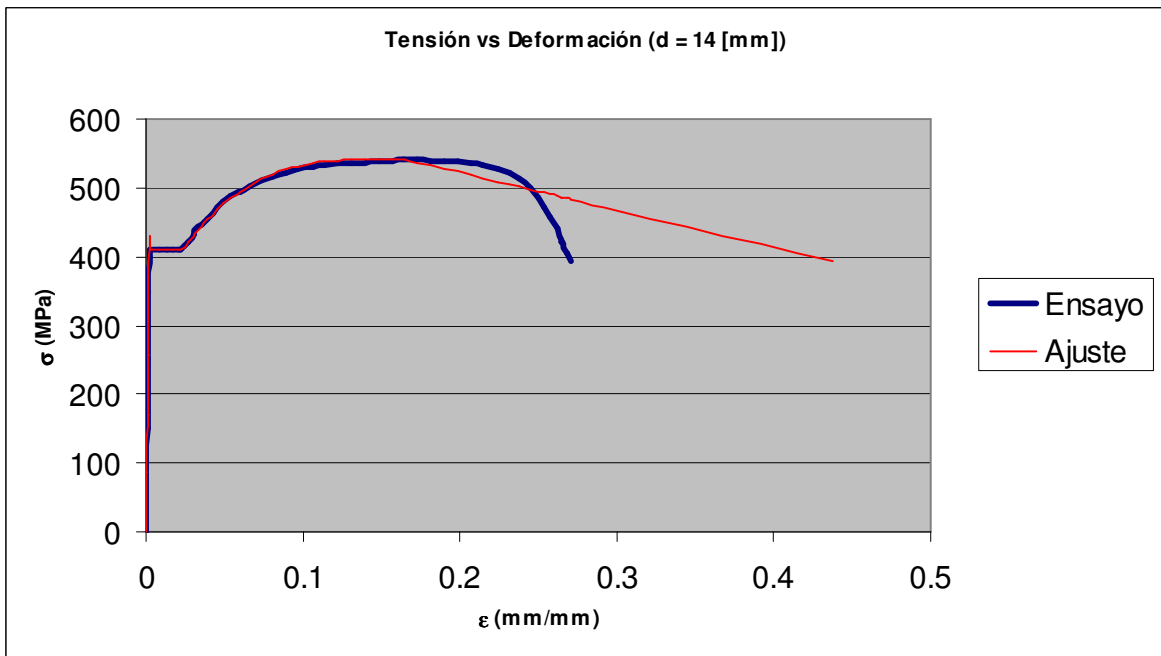


Figura A6 Curva de Tracción, Cosenza d=14 [mm]

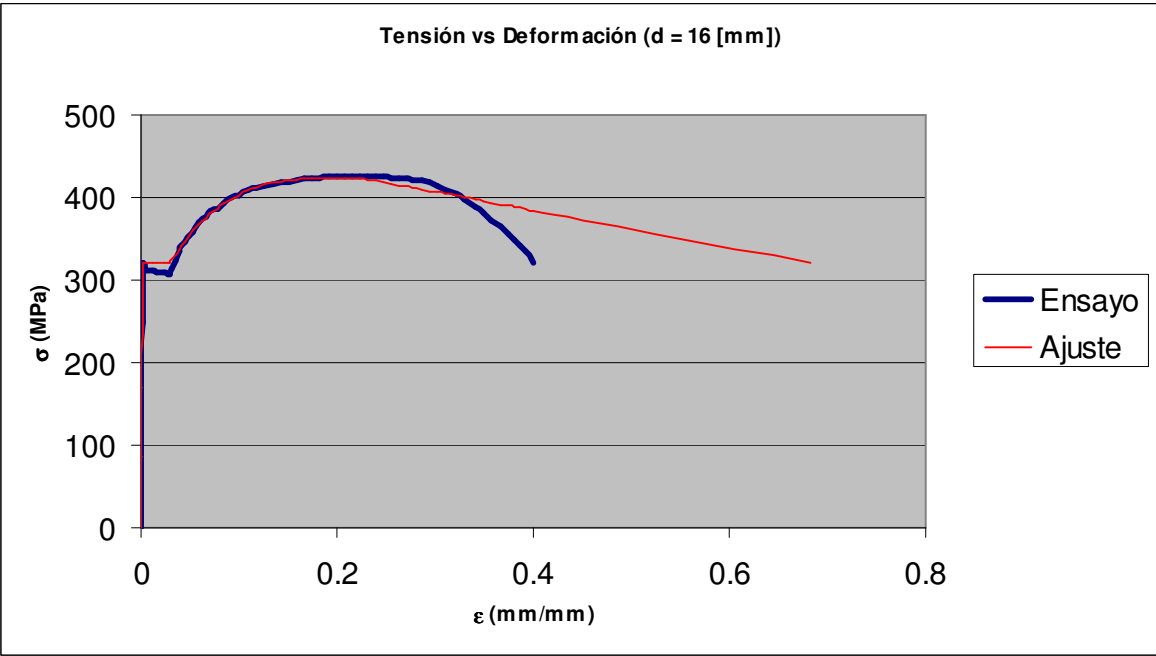


Figura A7 Curva de Tracción, Cosenza d=16 [mm]

B Curvas de Comparación

B1 Curvas Tensión-Deformación axial

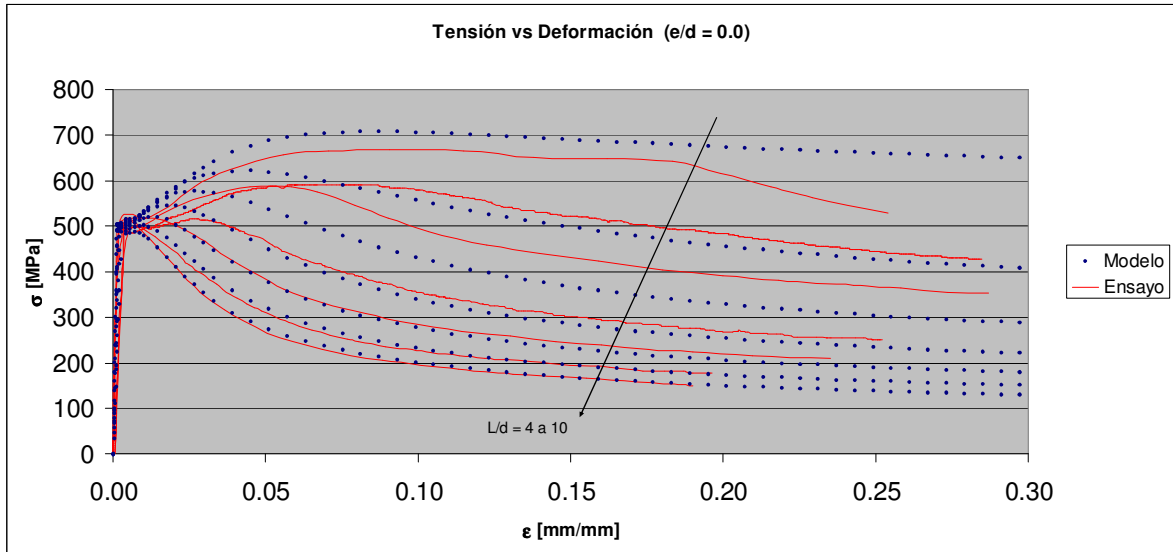


Figura B1 Tensión vs. Deformación, Bayrak $e/d = 0.0$

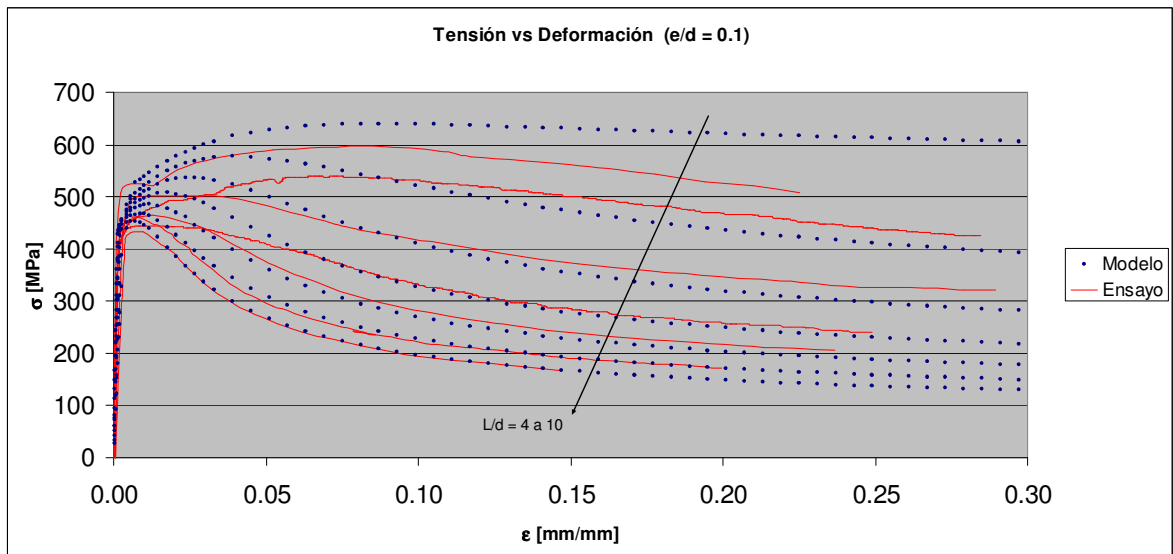


Figura B2 Tensión vs. Deformación, Bayrak $e/d = 0.1$

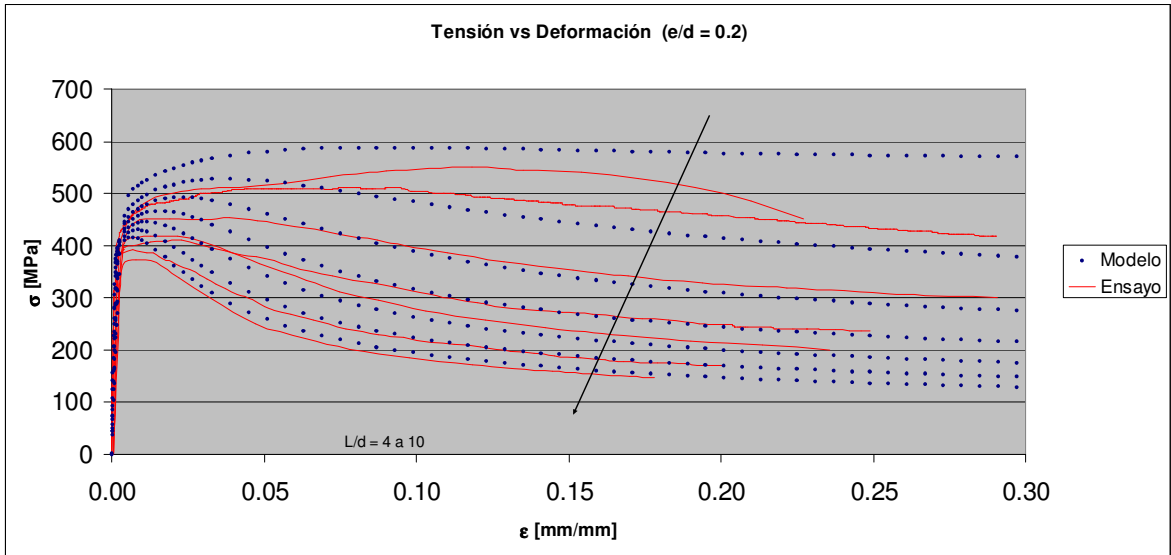


Figura B3 Tensión vs. Deformación, Bayrak e/d = 0.2

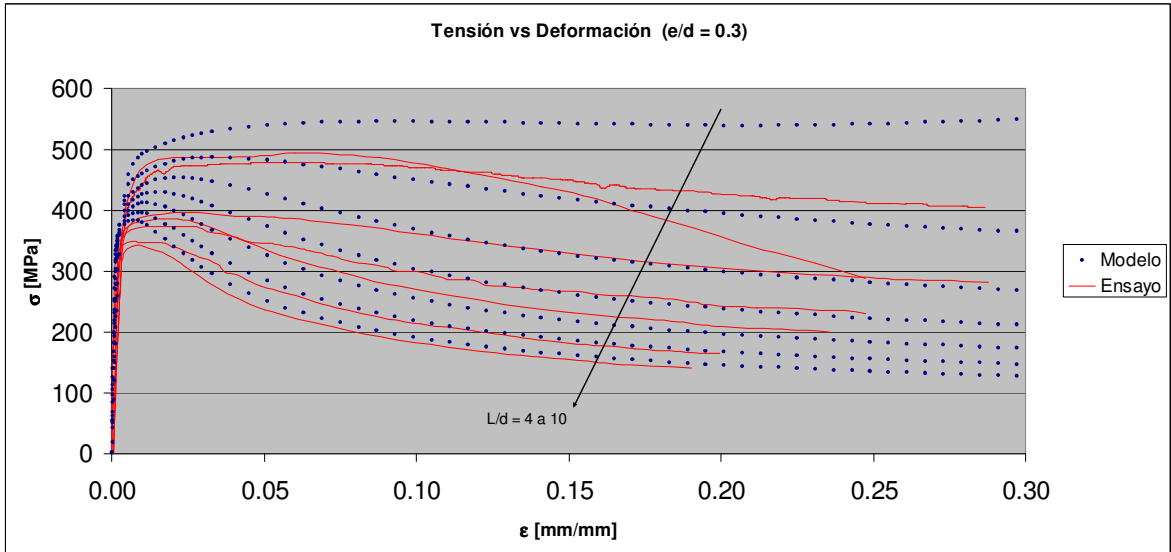


Figura B4 Tensión vs. Deformación, Bayrak e/d = 0.3

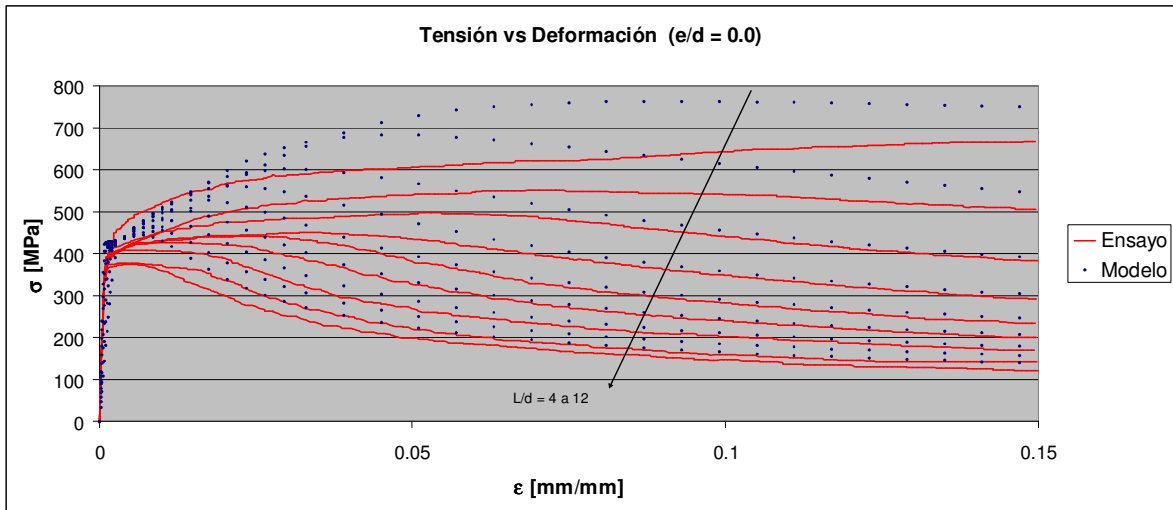


Figura B5 Tensión vs. Deformación, Bae $d=25.4$ [mm], $e/d = 0.0$

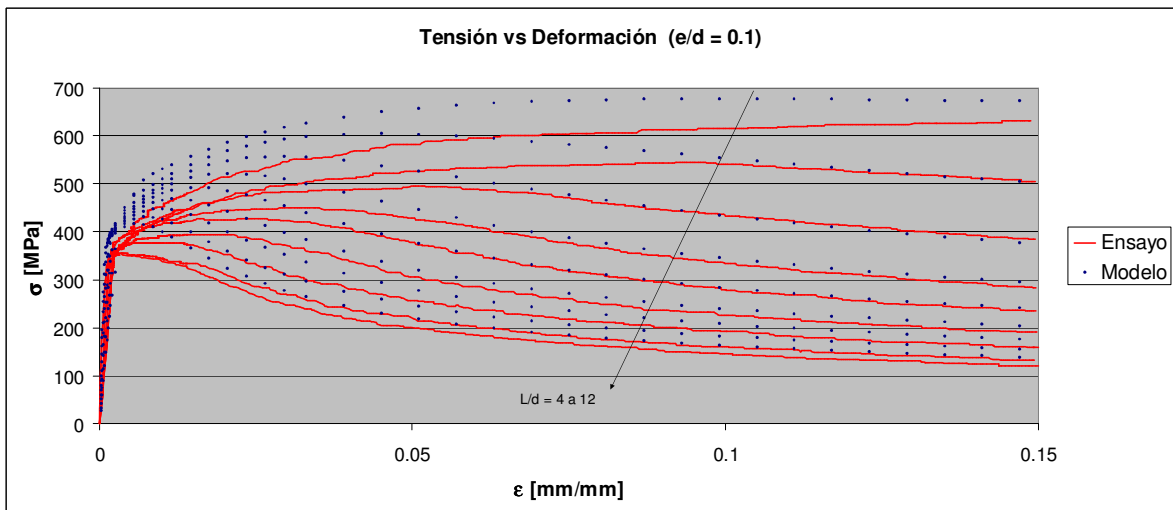


Figura B6 Tensión vs. Deformación, Bae $d=25.4$ [mm], $e/d = 0.1$

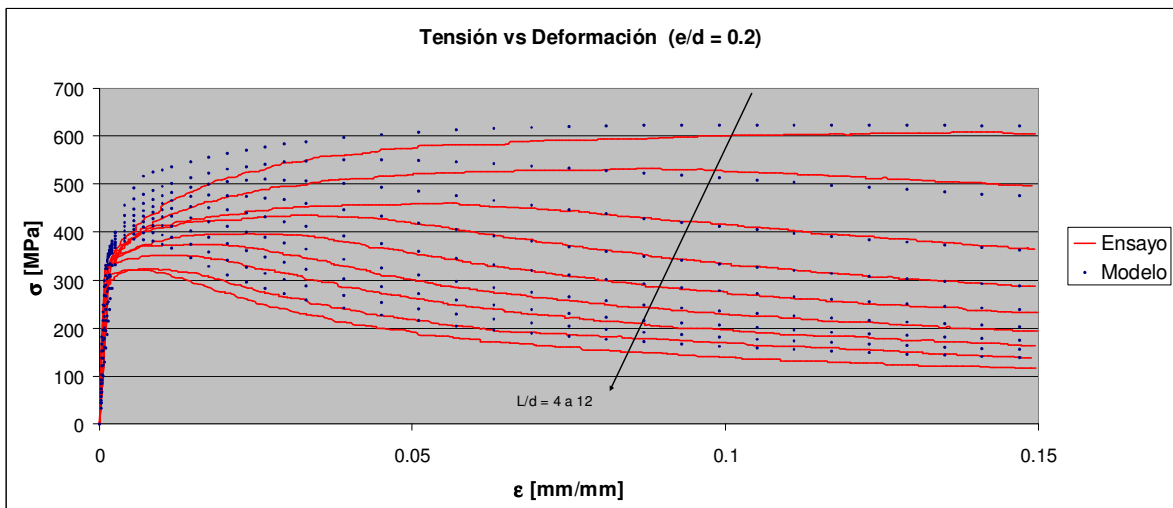


Figura B7 Tensión vs. Deformación, Bae $d=25.4$ [mm], $e/d = 0.2$

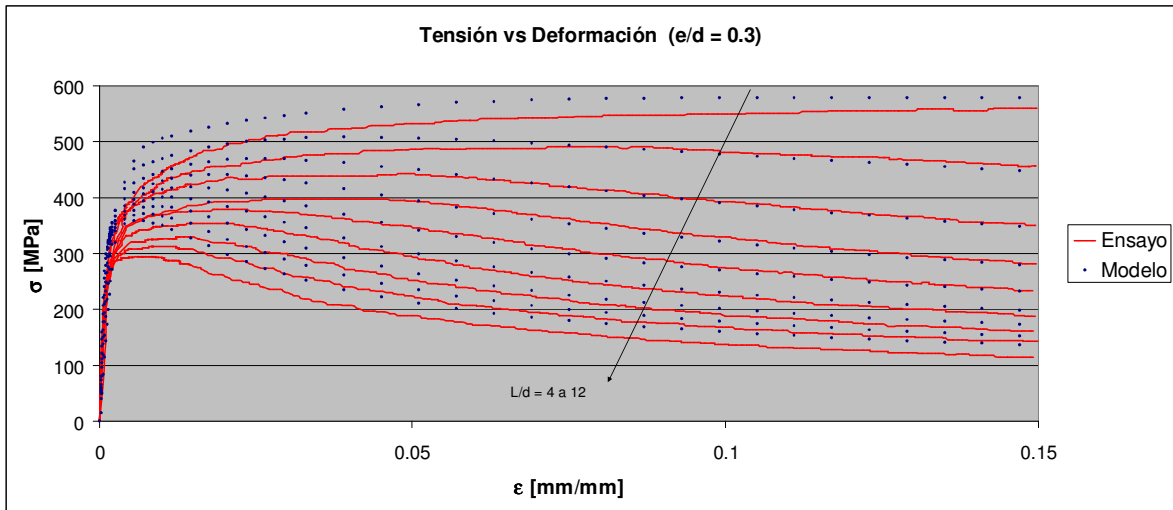


Figura B8 Tensión vs. Deformación, Bae $d=25.4$ [mm], $e/d = 0.3$

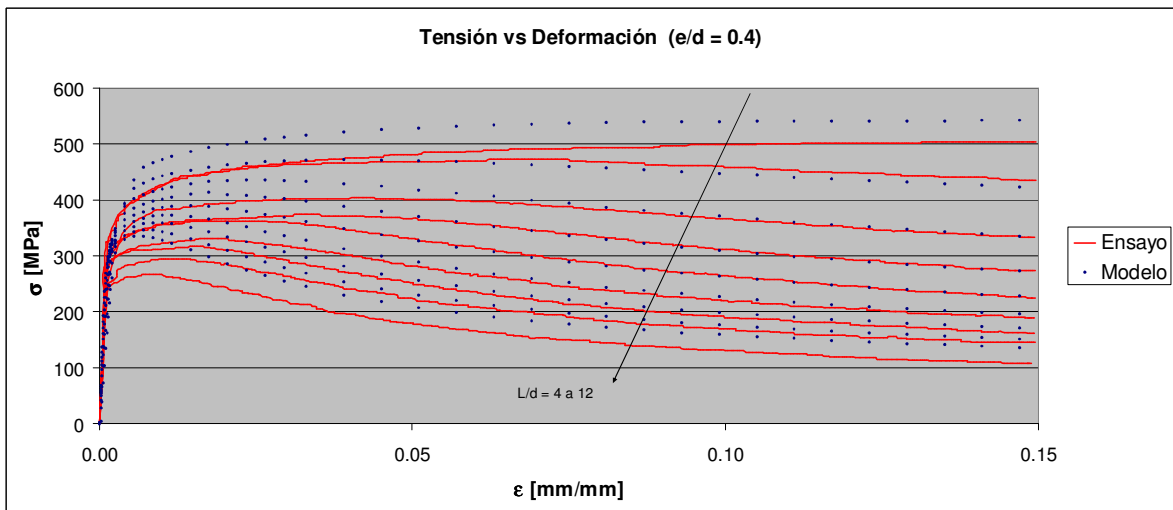


Figura B9 Tensión vs. Deformación, Bae $d=25.4$ [mm], $e/d = 0.4$

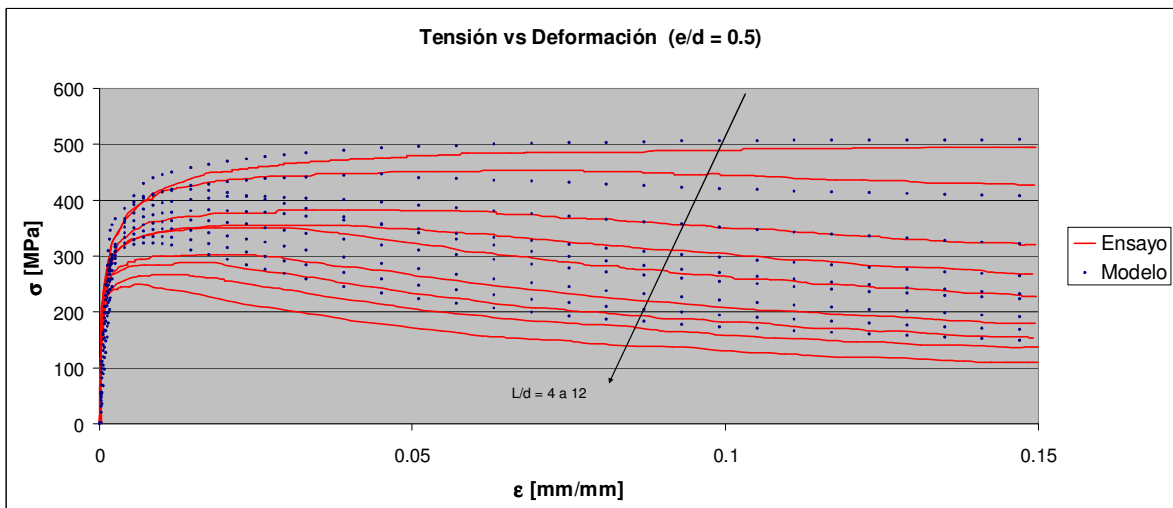


Figura B10 Tensión vs. Deformación, Bae $d=25.4$ [mm], $e/d = 0.5$

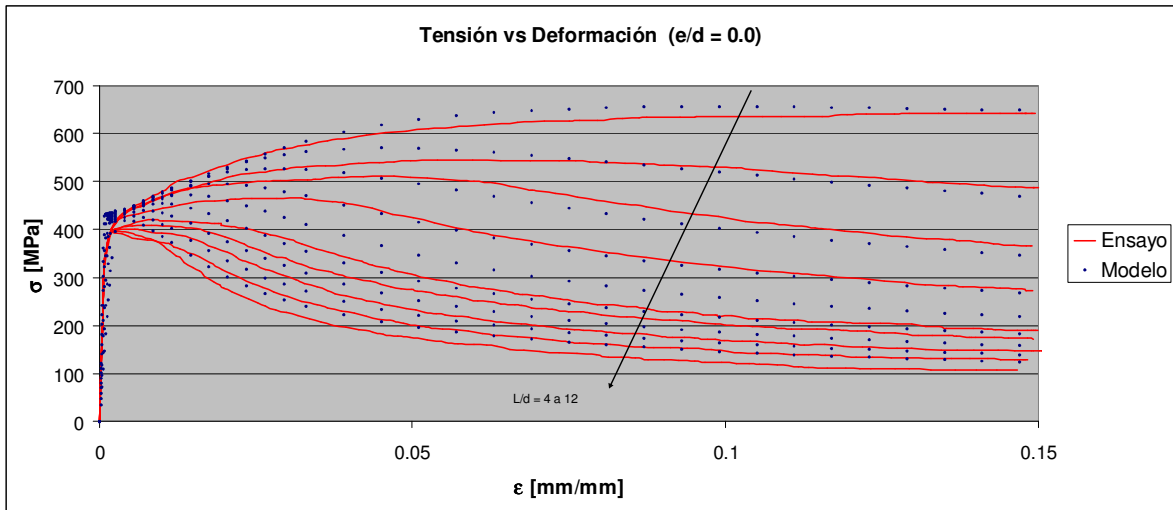


Figura B11 Tensión vs. Deformación, Bae $d=32.3$ [mm], $e/d = 0.0$

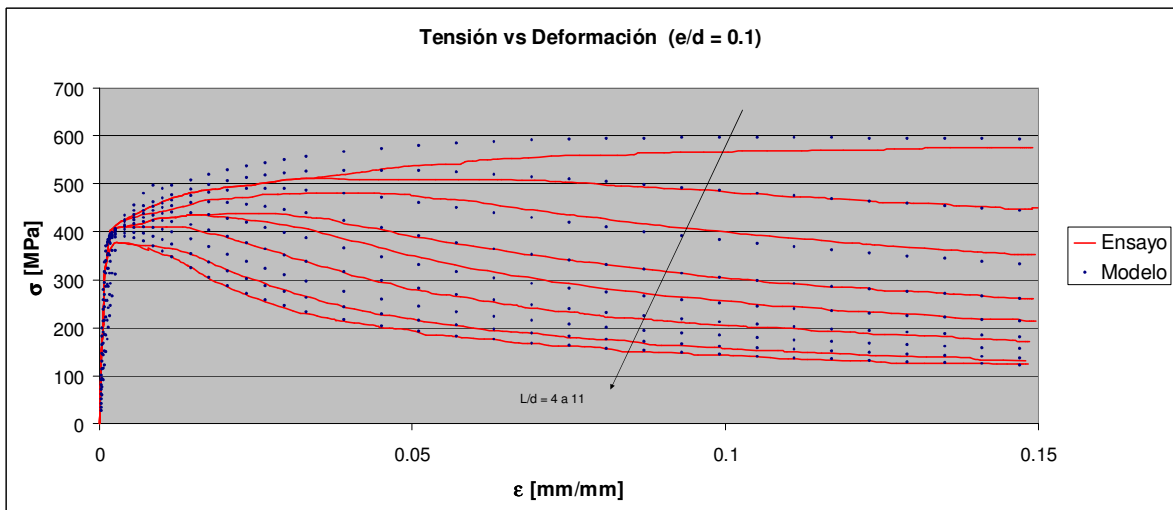


Figura B12 Tensión vs. Deformación, Bae $d=32.3$ [mm], $e/d = 0.1$

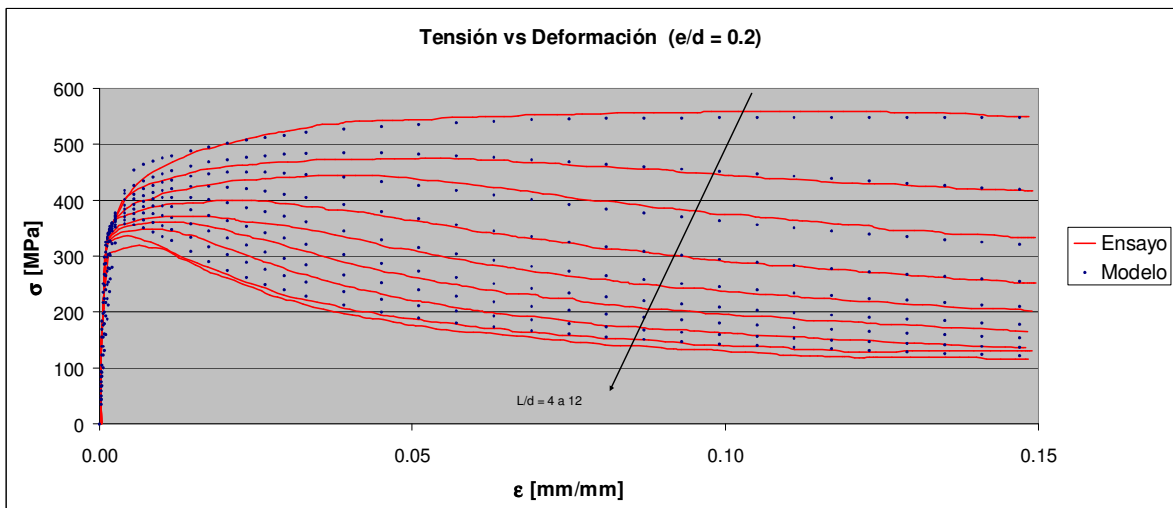


Figura B13 Tensión vs. Deformación, Bae $d=32.3$ [mm], $e/d = 0.2$

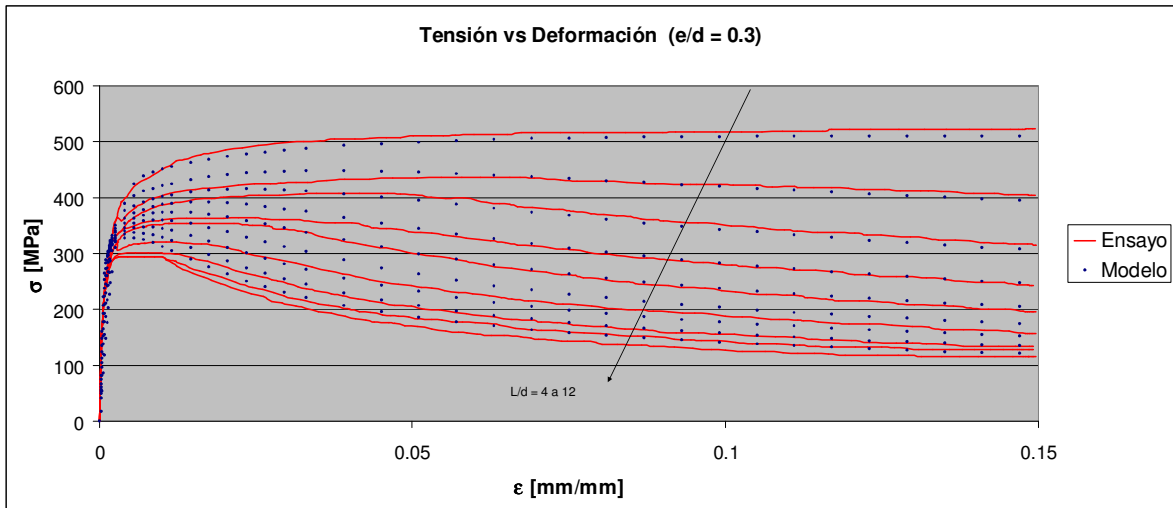


Figura B14 Tensión vs. Deformación, Bae d=32.3 [mm], e/d = 0.3

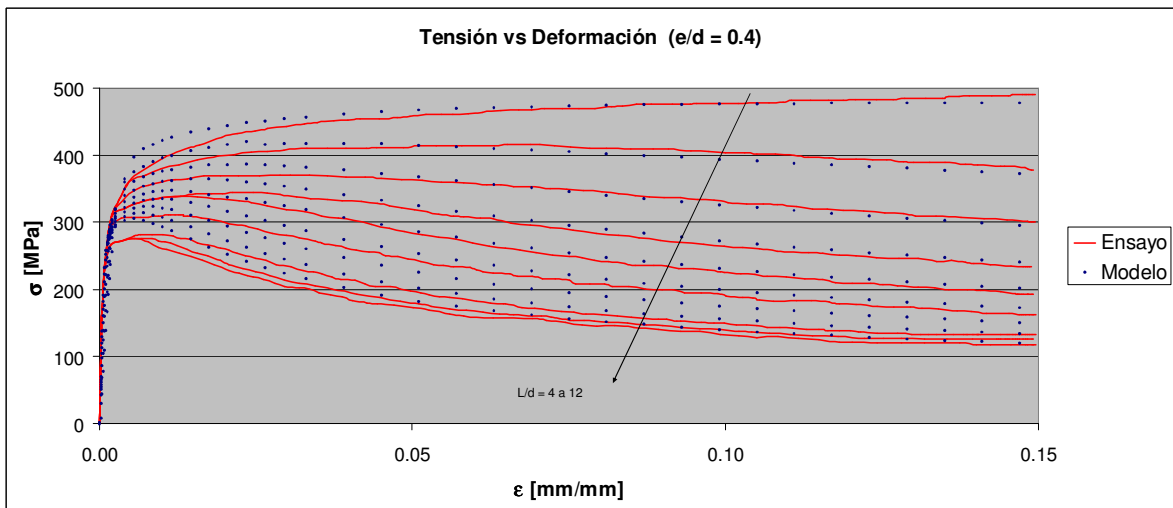


Figura B15 Tensión vs. Deformación, Bae d=32.3 [mm], e/d = 0.4

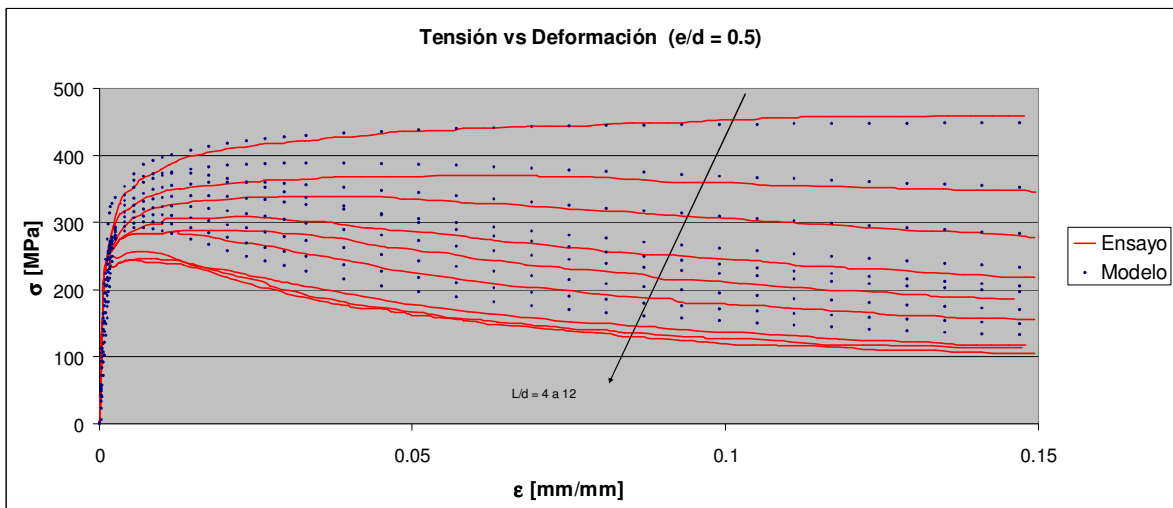


Figura B16 Tensión vs. Deformación, Bae d=32.3 [mm], e/d = 0.5

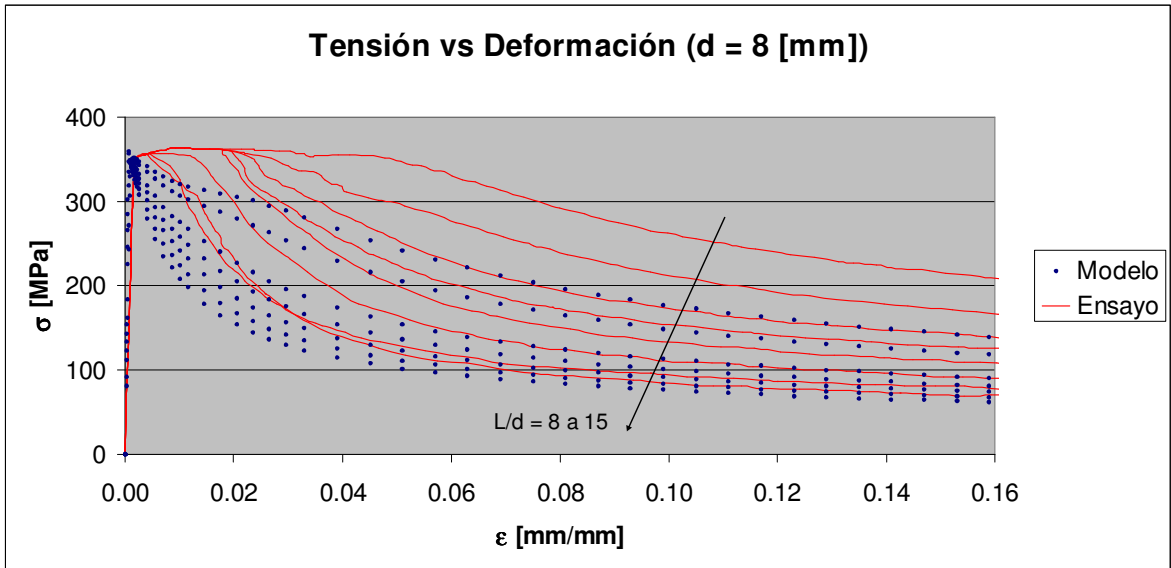


Figura B17 Tensión vs. Deformación, Cosenza d=8 [mm]

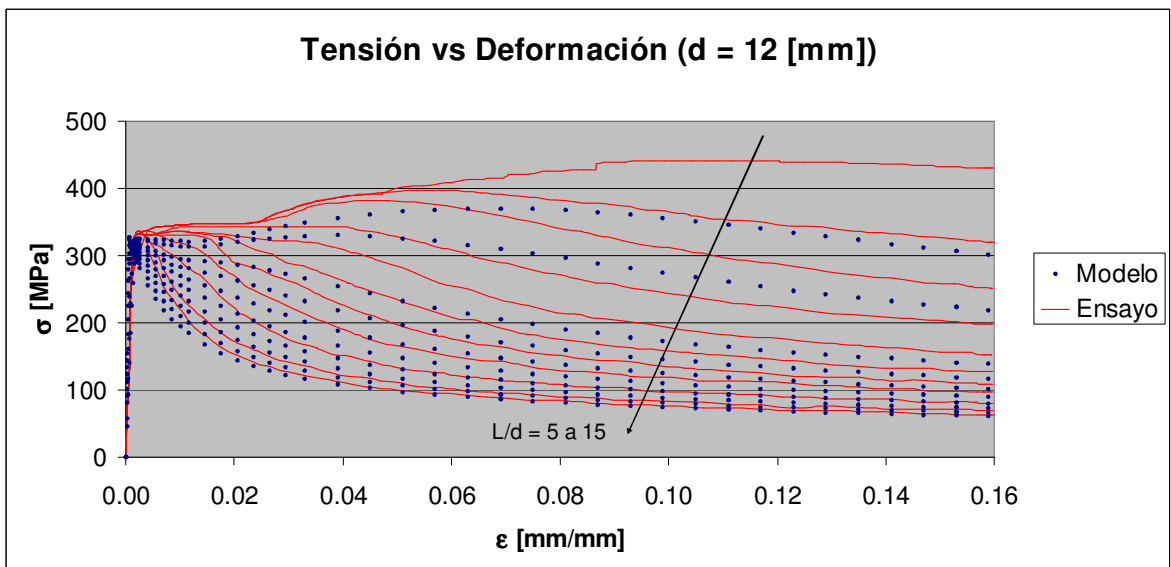


Figura B18 Tensión vs. Deformación, Cosenza d=12 [mm]

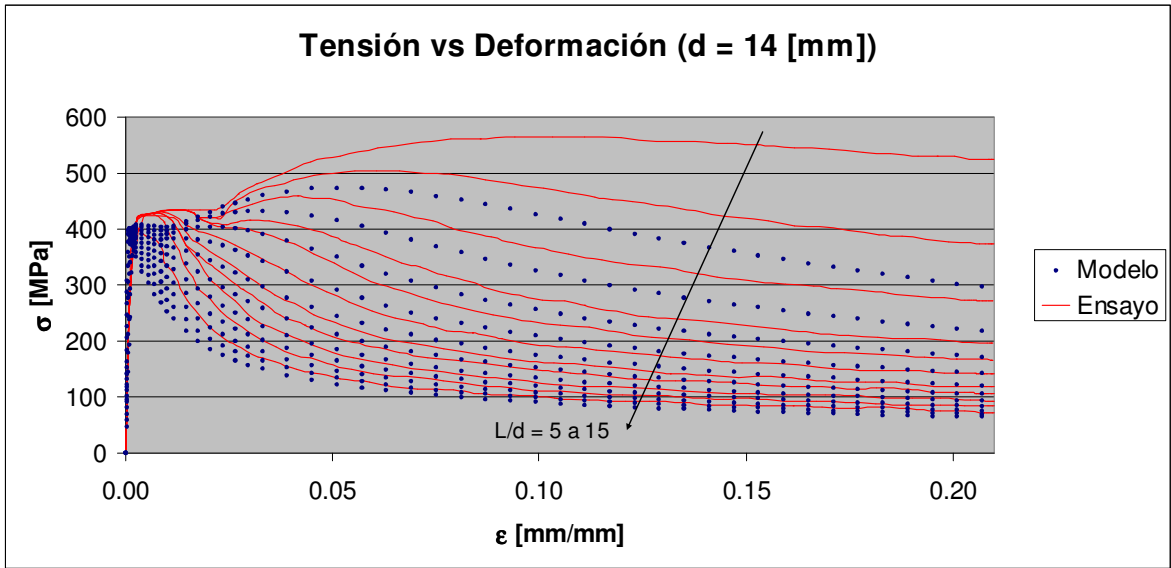


Figura B19 Tensión vs. Deformación, Cosenza d=14 [mm]

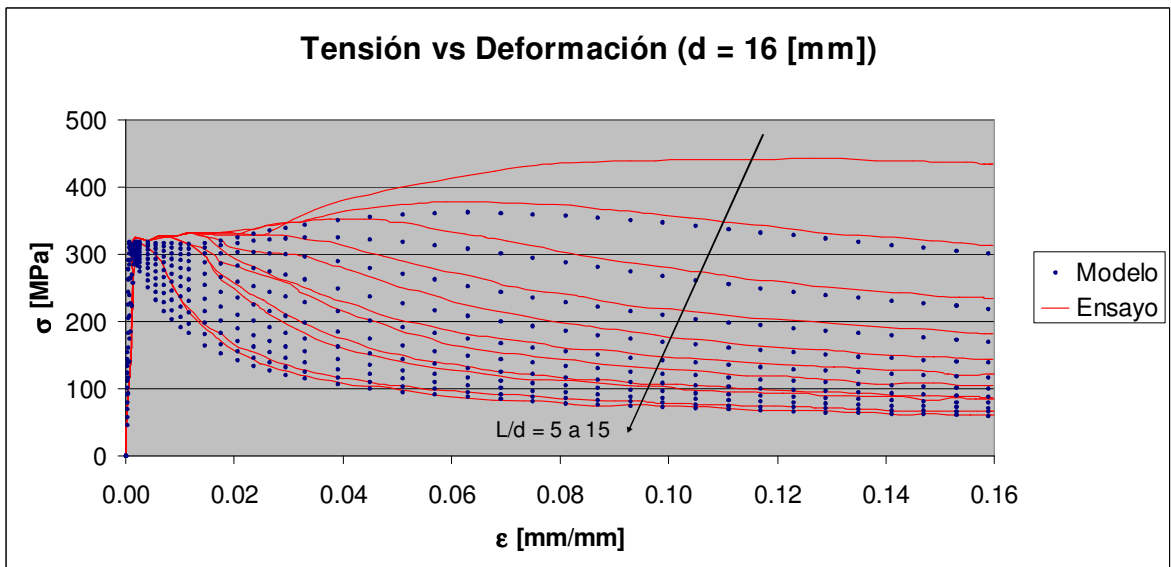


Figura B20 Tensión vs. Deformación, Cosenza d=16 [mm]

B2 Curvas Tensión - Deformación transversal

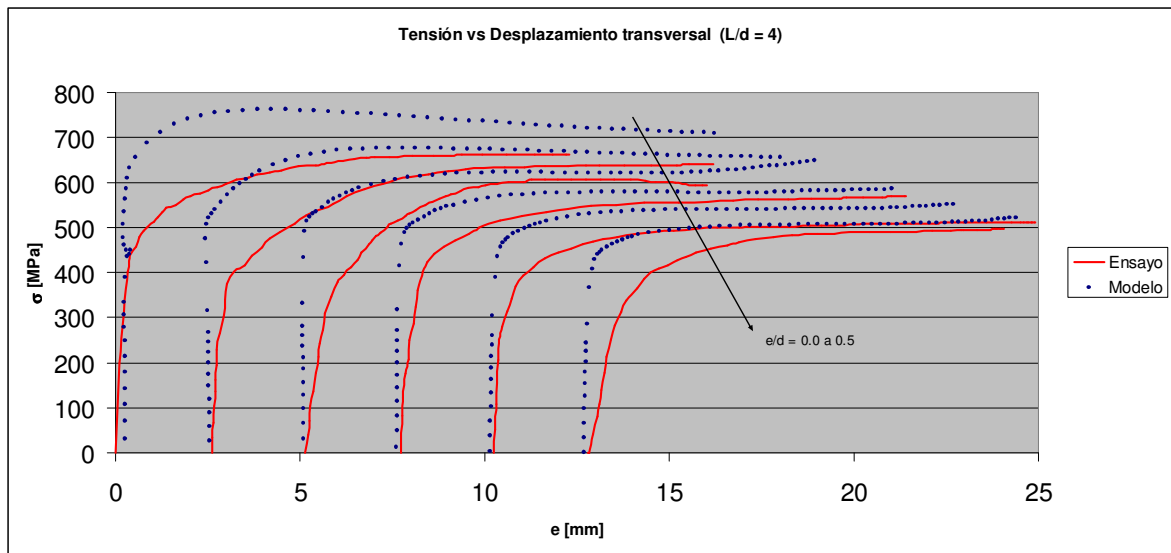


Figura B21 Tensión vs. Desplazamiento transversal, Bae $d=25.4$ [mm], $L/d=4$

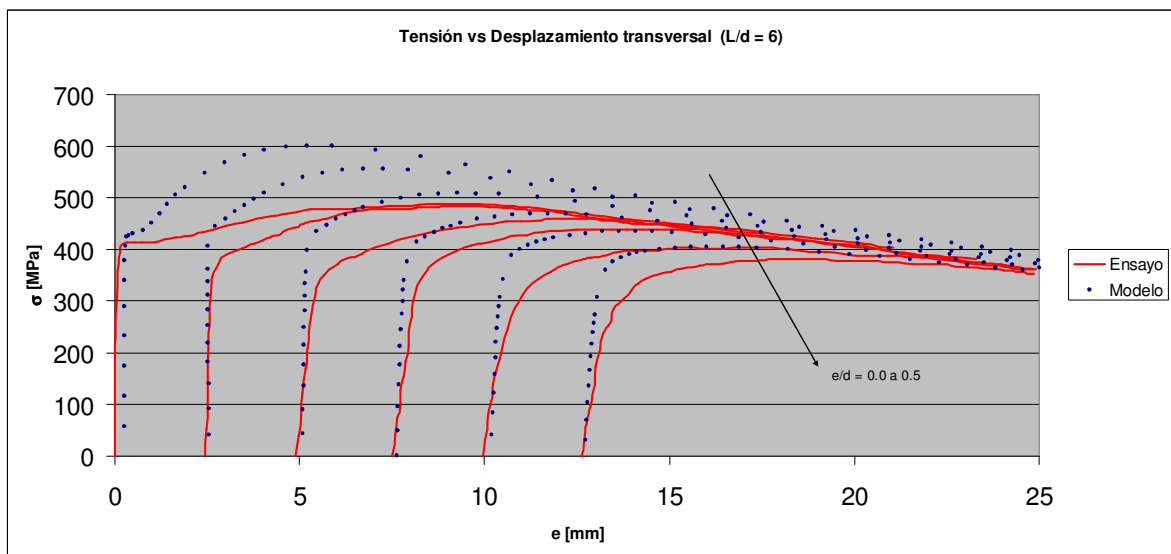


Figura B22 Tensión vs. Desplazamiento transversal, Bae $d=25.4$ [mm], $L/d=6$

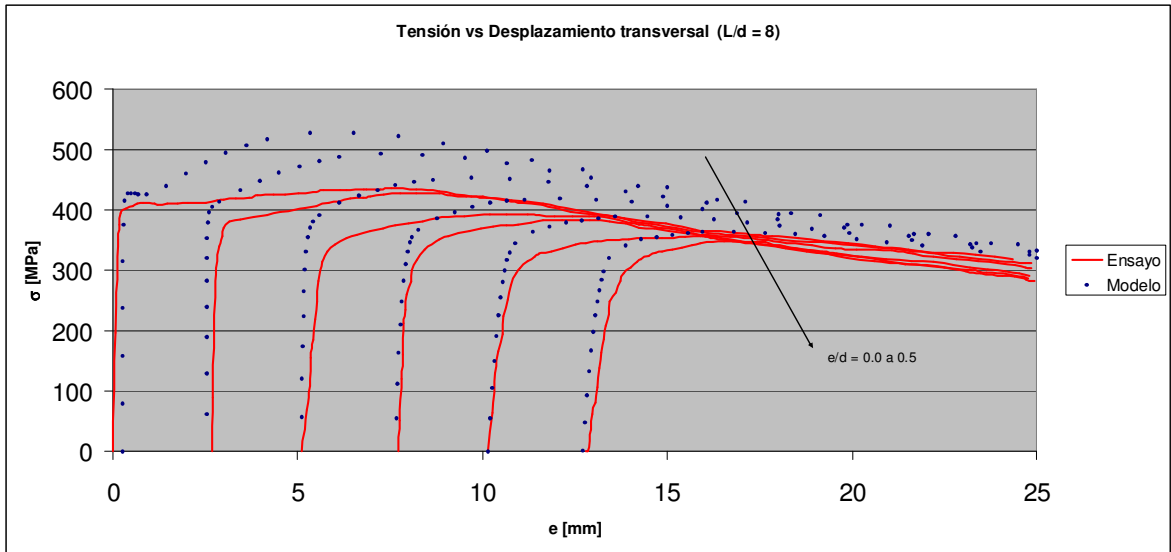


Figura B23 Tensión vs. Desplazamiento transversal, Bae $d=25.4$ [mm], $L/d=8$

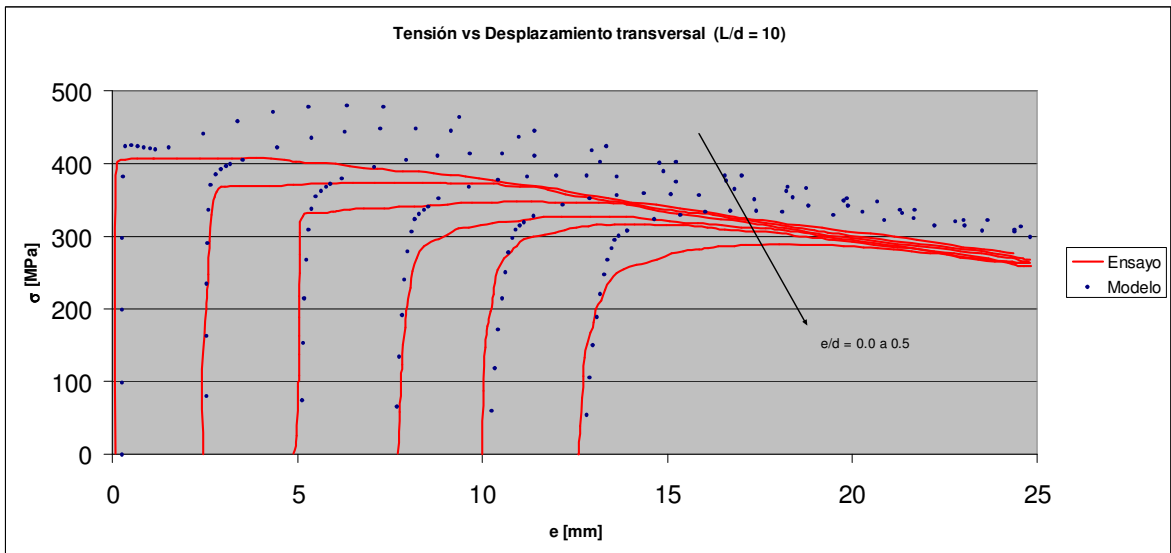


Figura B24 Tensión vs. Desplazamiento transversal, Bae $d=25.4$ [mm], $L/d=10$

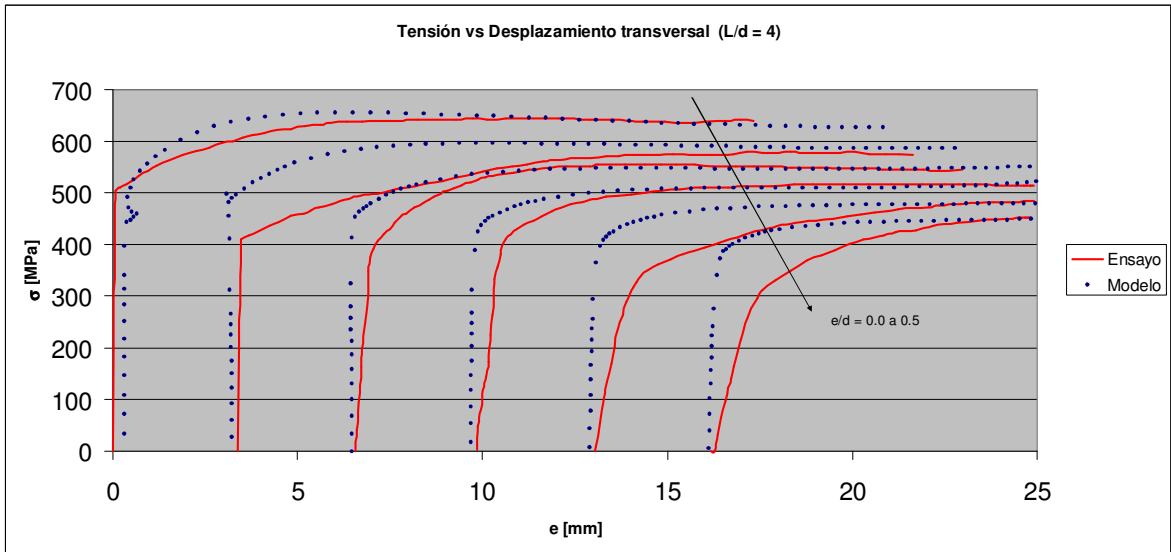


Figura B25 Tensión vs. Desplazamiento transversal, Bae $d=32.3$ [mm], $L/d=4$

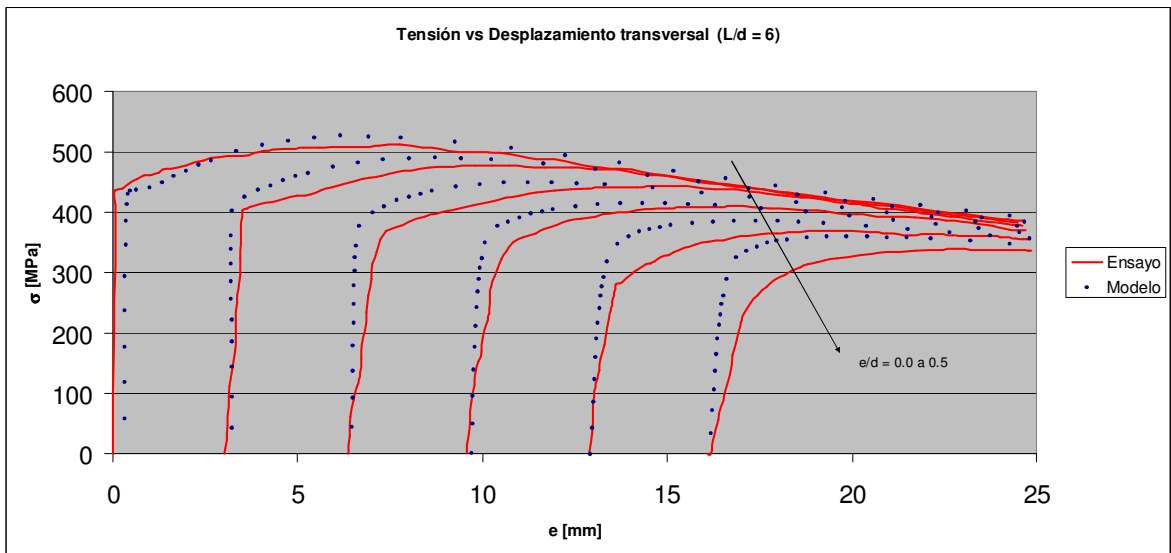


Figura B26 Tensión vs. Desplazamiento transversal, Bae $d=32.3$ [mm], $L/d=6$

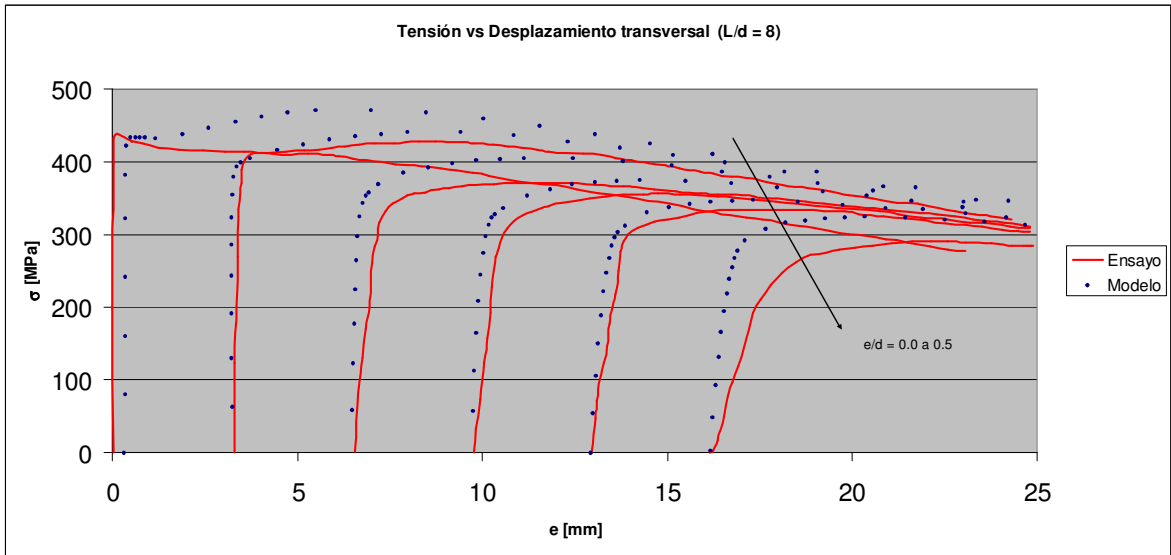


Figura B27 Tensión vs. Desplazamiento transversal, Bae $d=32.3$ [mm], $L/d=8$

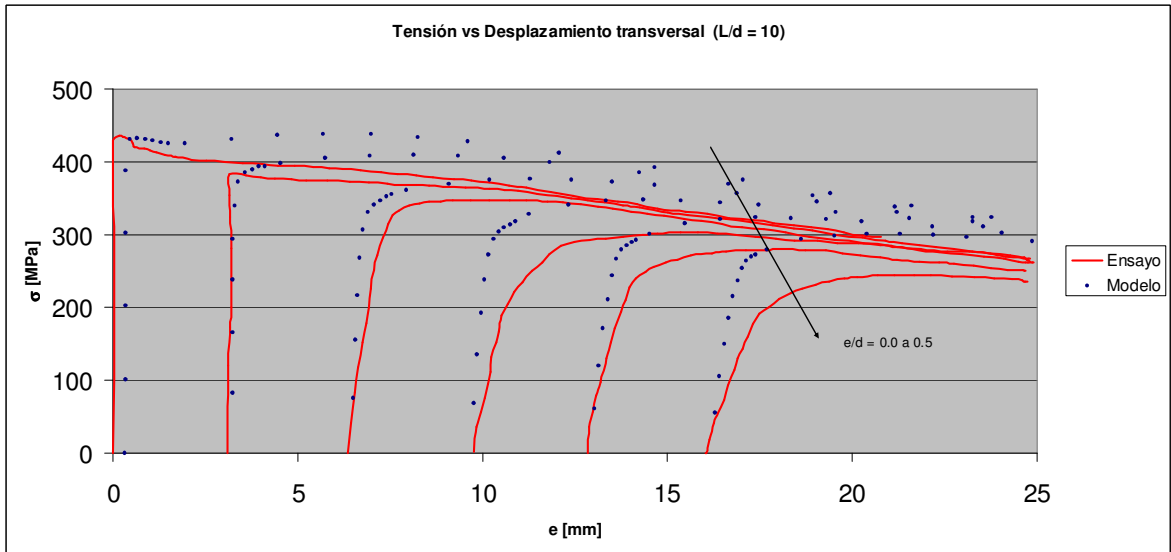


Figura B28 Tensión vs. Desplazamiento transversal, Bae $d=32.3$ [mm], $L/d=10$

C Parámetros de comparación

C1 Parámetro 1, razón de tensiones máximas

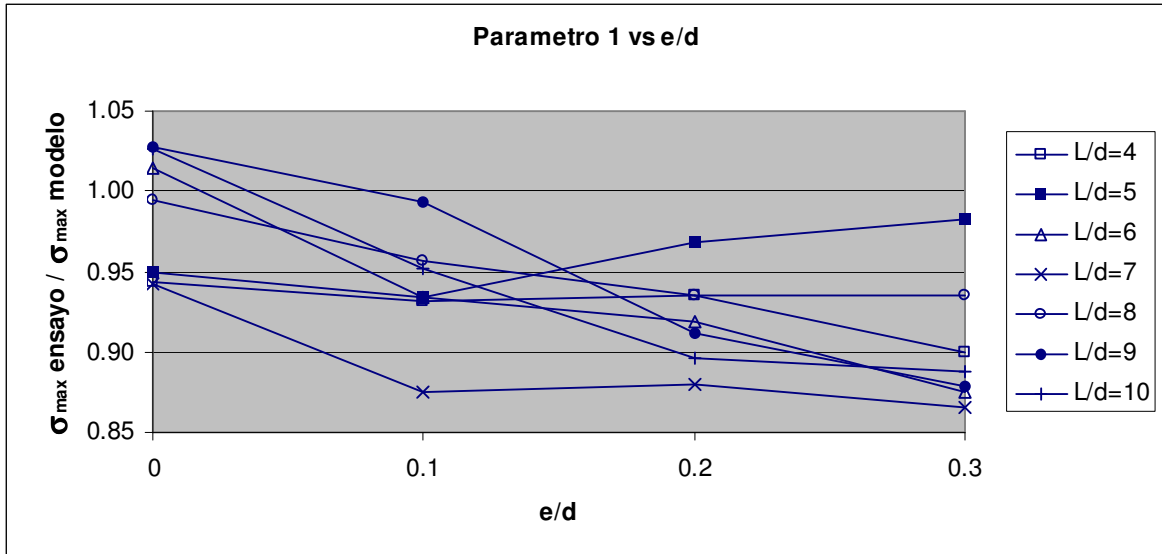


Figura C1 Parametro 1 vs. e/d , Bayrak

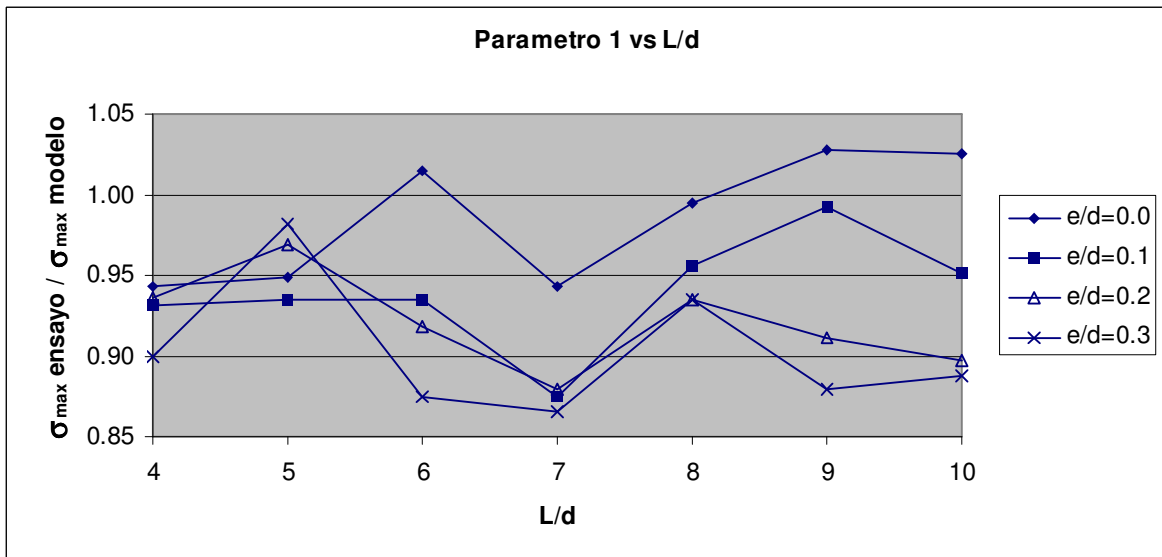


Figura C2 Parametro 1 vs. L/d , Bayrak

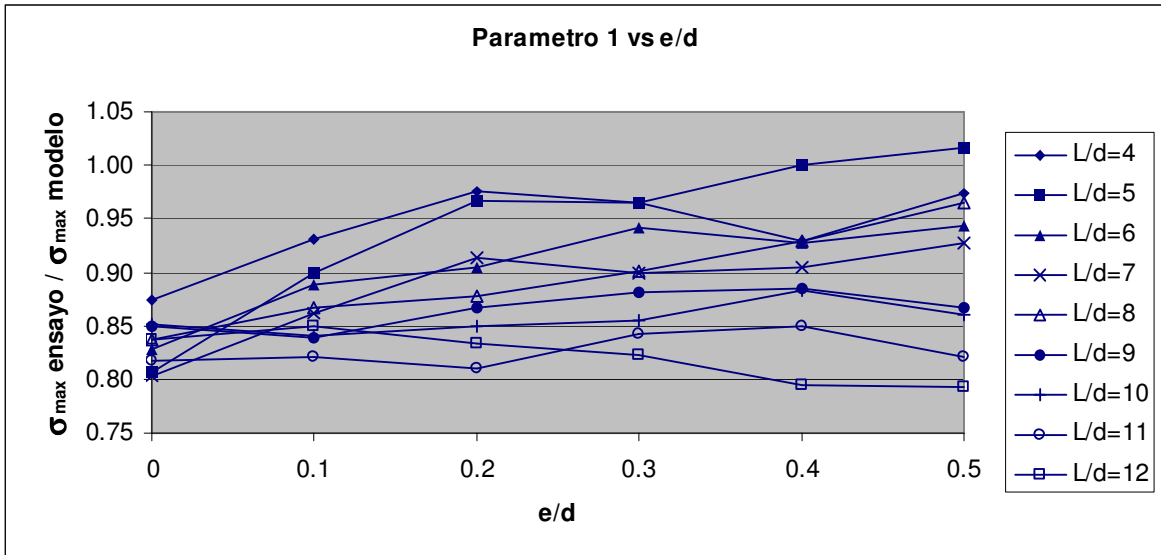


Figura C3 Parametro 1 vs. e/d , Bae $d=25.4$ [mm]

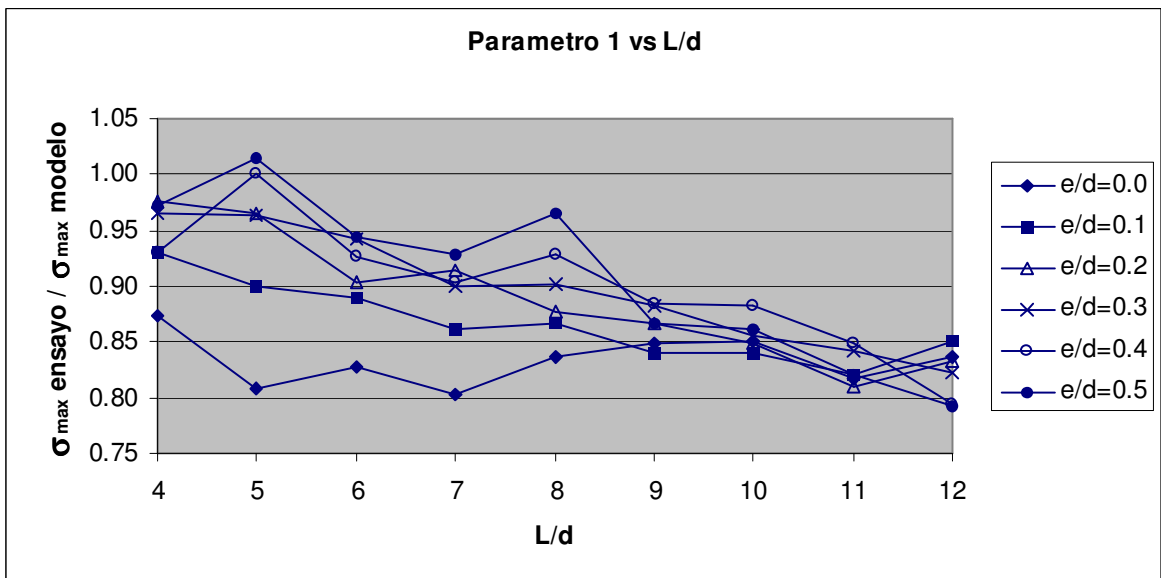


Figura C4 Parametro 1 vs. L/d , Bae $d=25.4$ [mm]

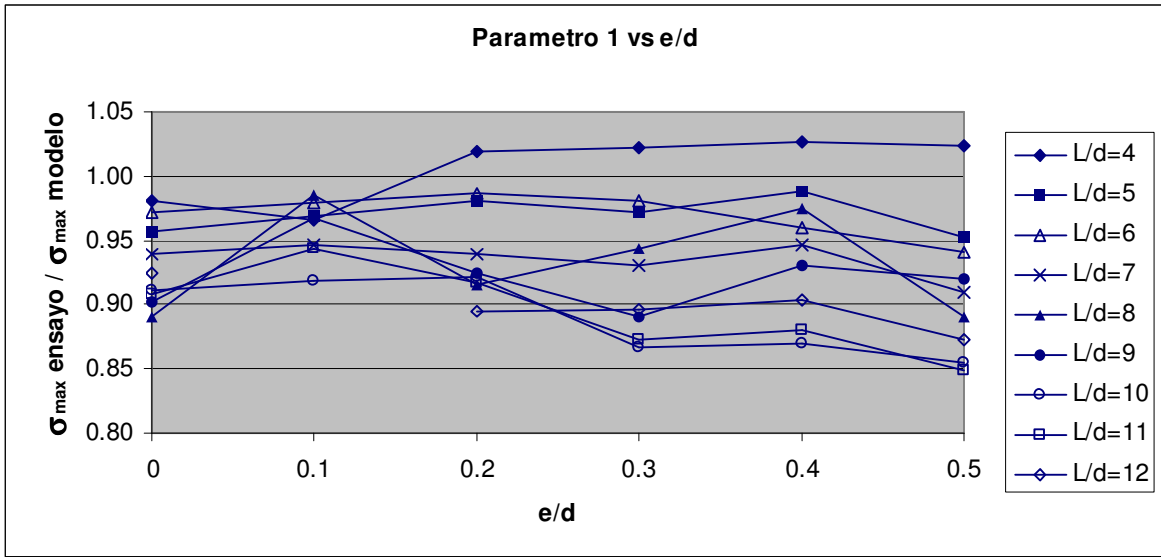


Figura C5 Parametro 1 vs. e/d, Bae d=32.3 [mm]

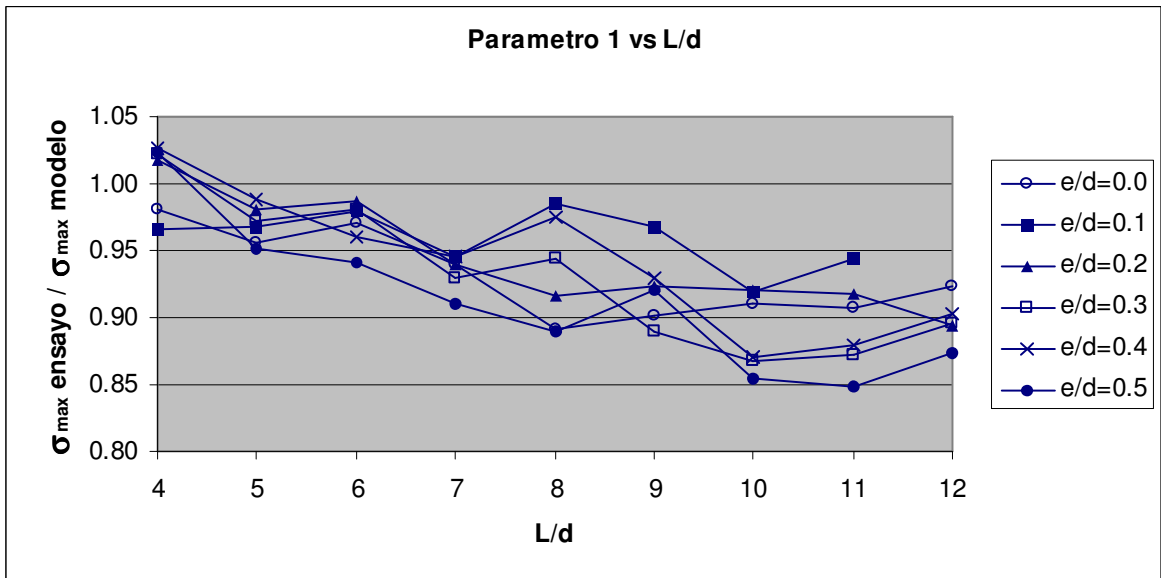


Figura C6 Parametro 1 vs. L/d, d=32.3 [mm]

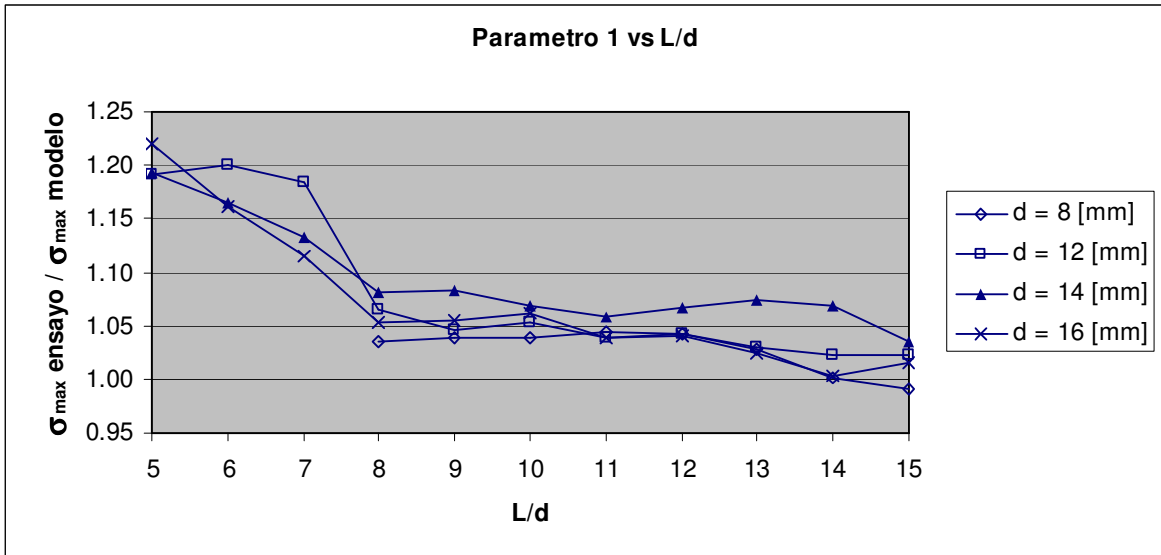


Figura C7 Parametro 1 vs. L/d, Cosenza

C2 Parámetro 2, relación de áreas

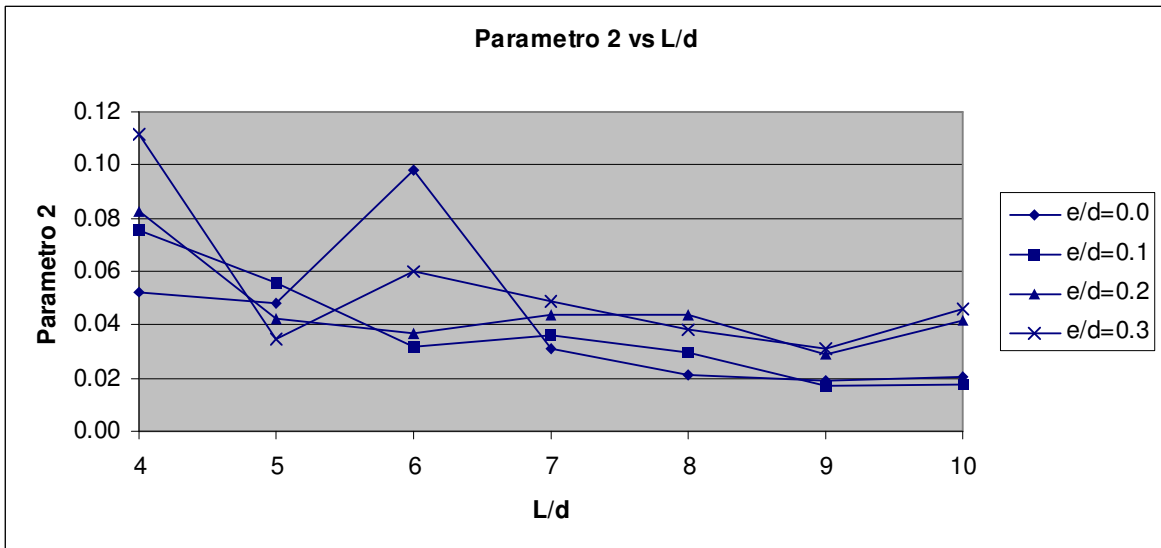


Figura C8 Parametro 2 vs. L/d, Bayrak

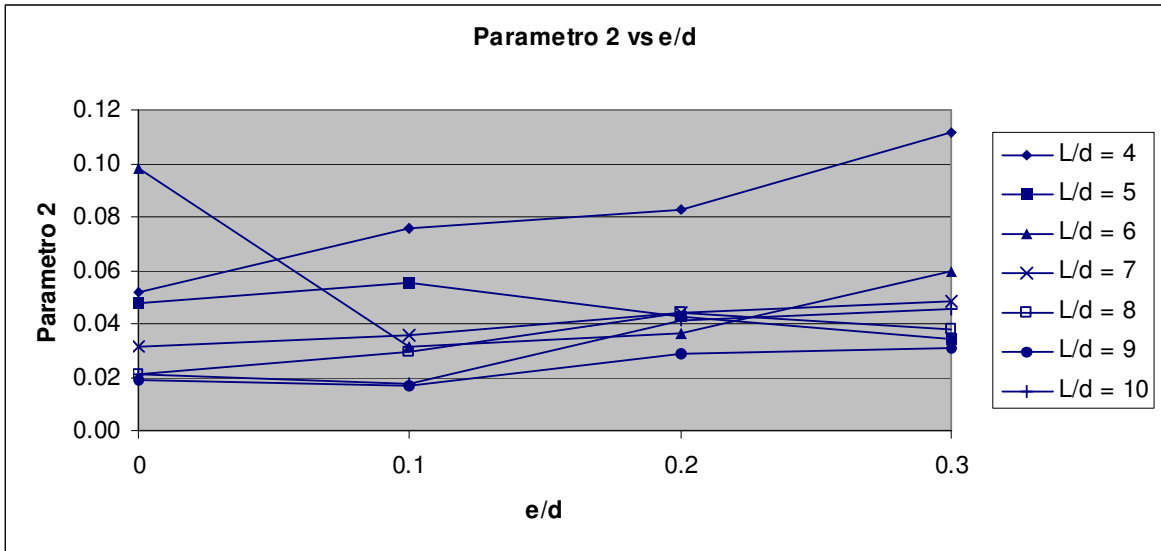


Figura C9 Parametro 2 vs. e/d, Bayrak

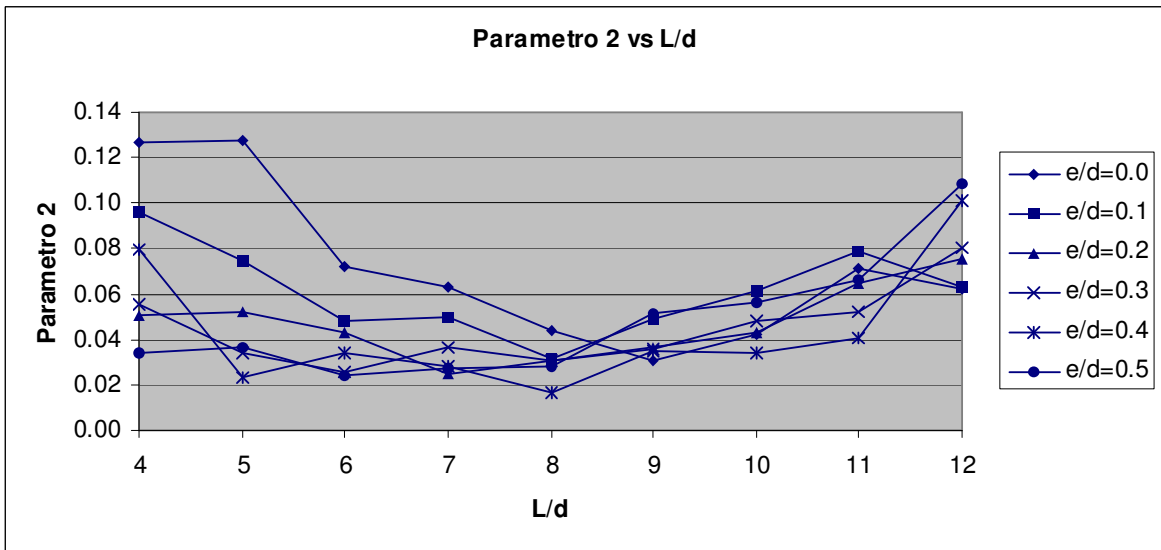


Figura C10 Parametro 2 vs. L/d, Bae d=25.4 [mm]

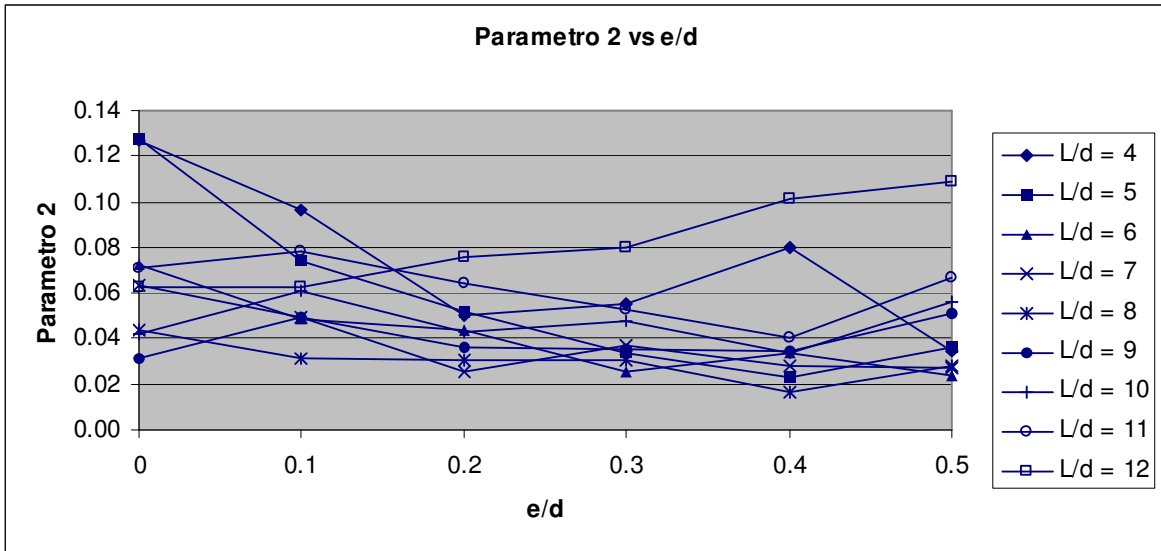


Figura C11 Parametro 2 vs. e/d, Bae d=25.4 [mm]

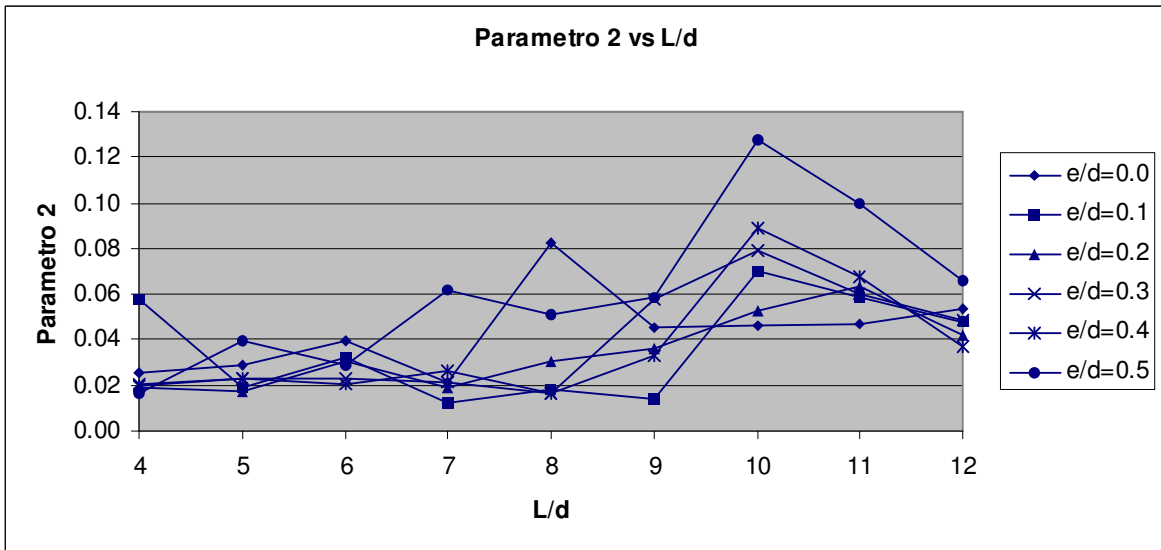


Figura C12 Parametro 2 vs. L/d, Bae d=32.3 [mm]

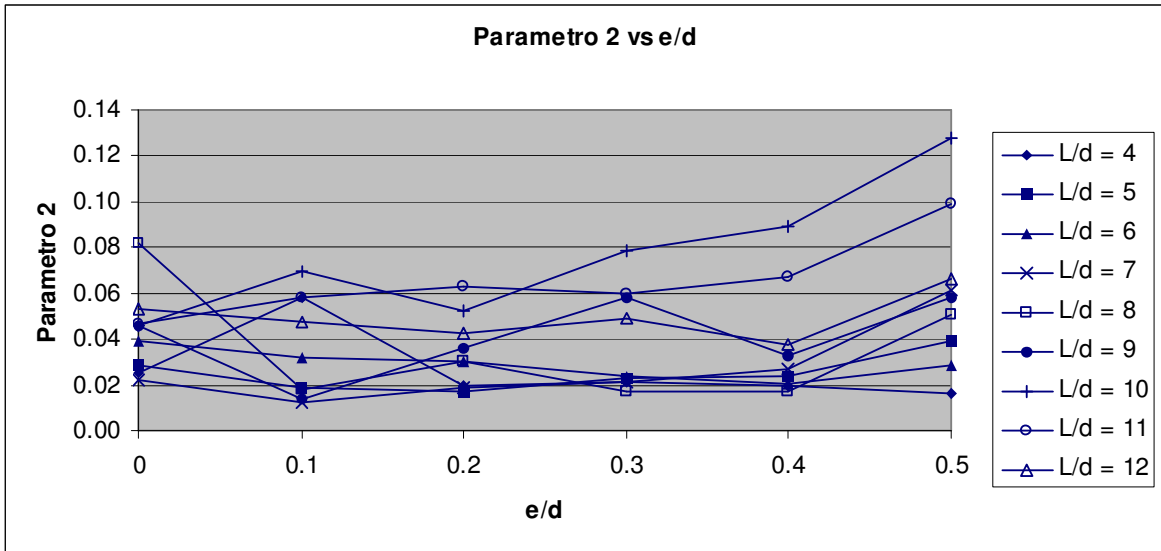


Figura C13 Parametro 2 vs. e/d, Bae d=32.3 [mm]

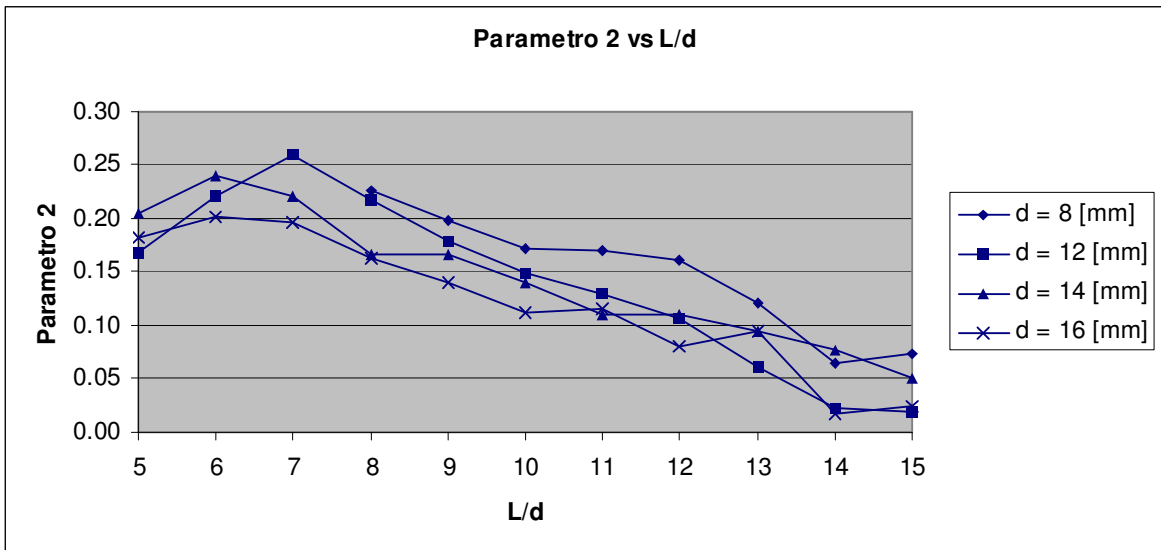


Figura C14 Parametro 2 vs. L/d, Cosenza

D Curvas del material modificadas

D1 Curvas de tracción, efecto de l_p , f_y , f_m y f_u

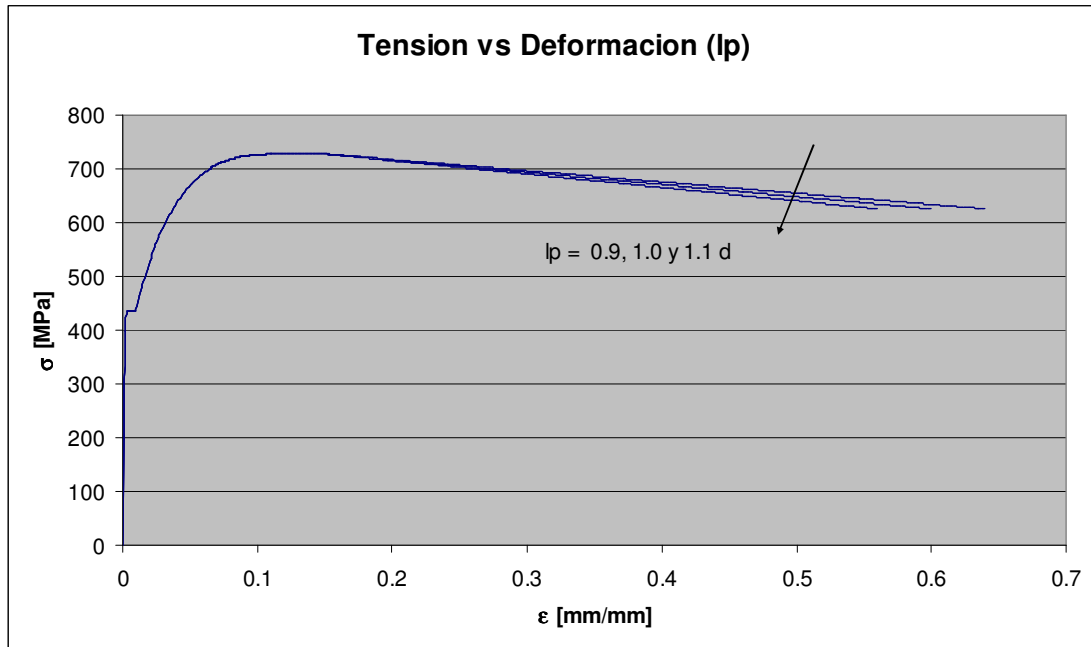


Figura D1 Tensión vs. Deformación. Efecto de l_p

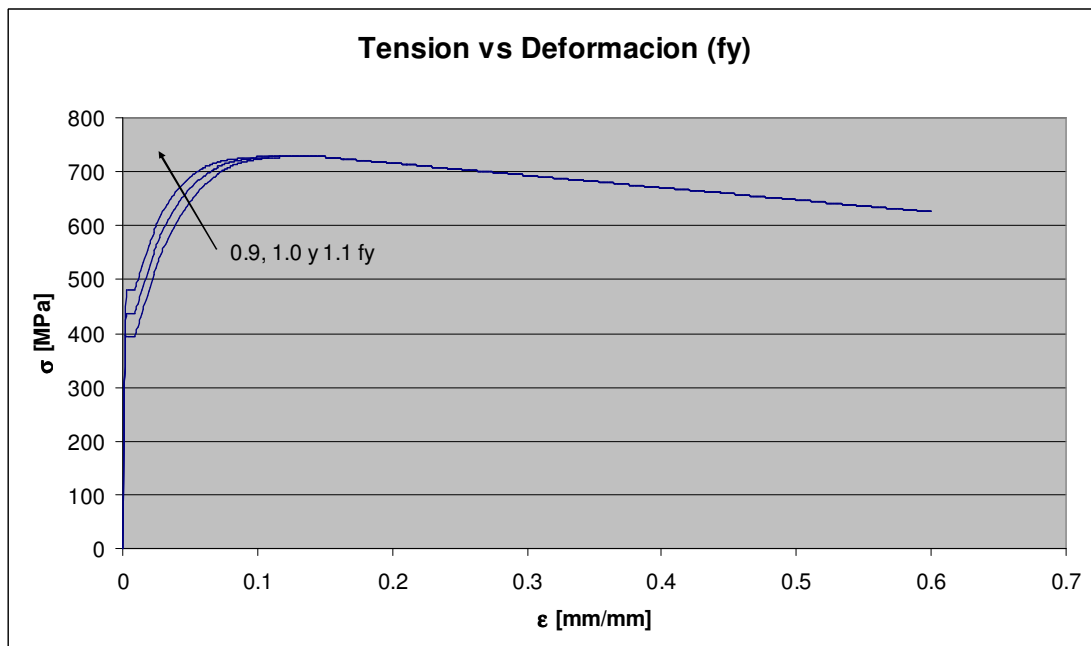


Figura D2 Tensión vs. Deformación. Efecto de f_y

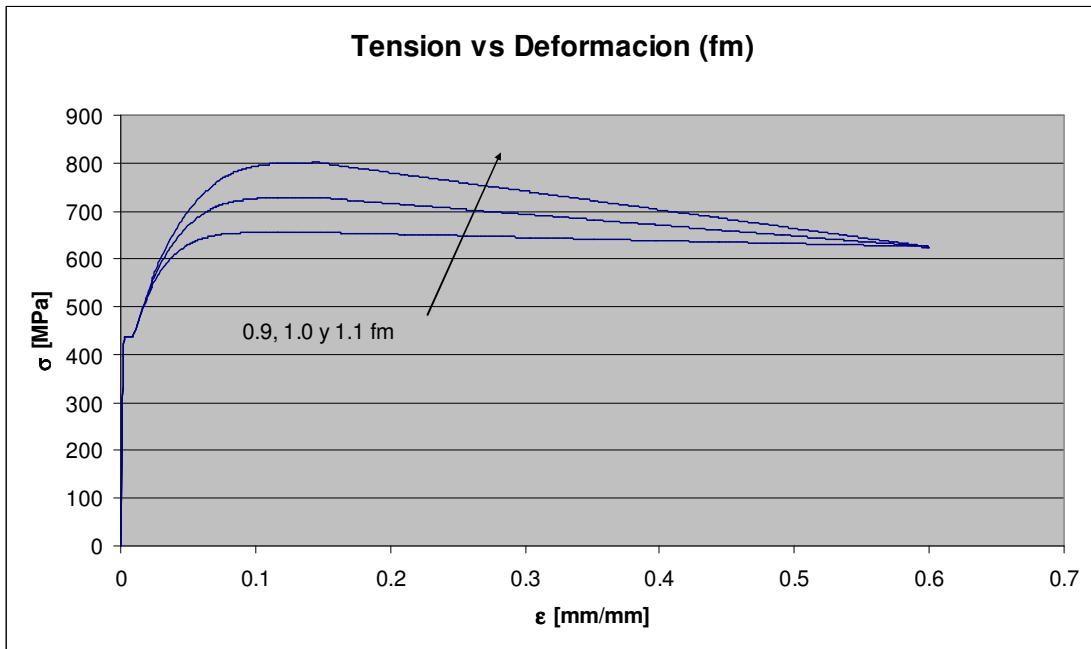


Figura D3 Tensión vs. Deformación. Efecto de f_m

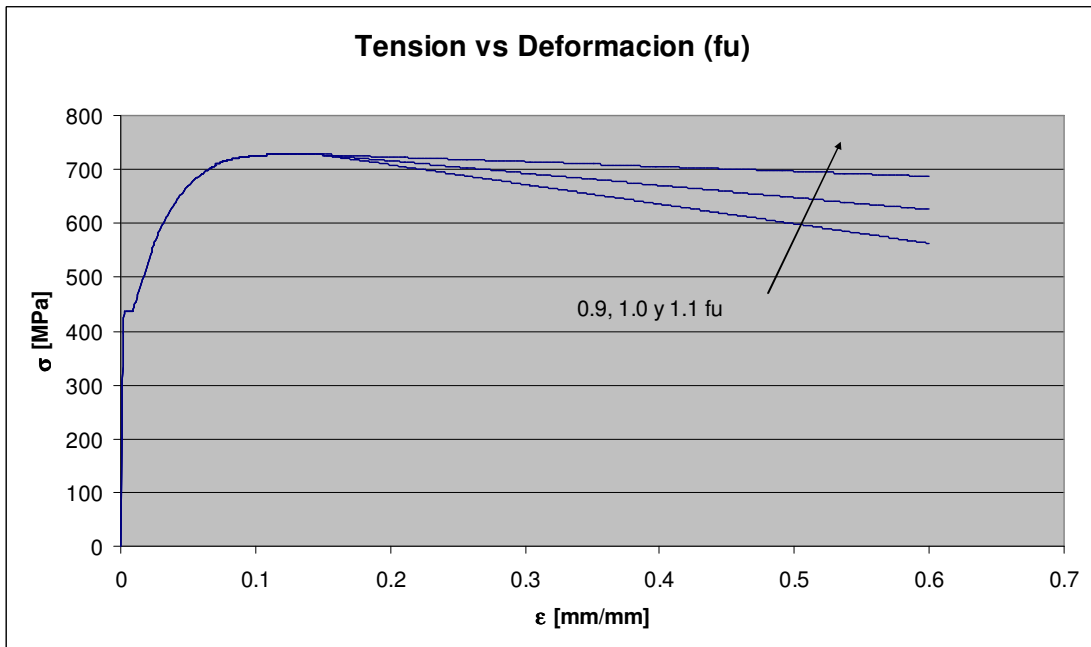


Figura D4 Tensión vs. Deformación. Efecto de f_u

D2 Curva cíclica, efecto de E_0 y R

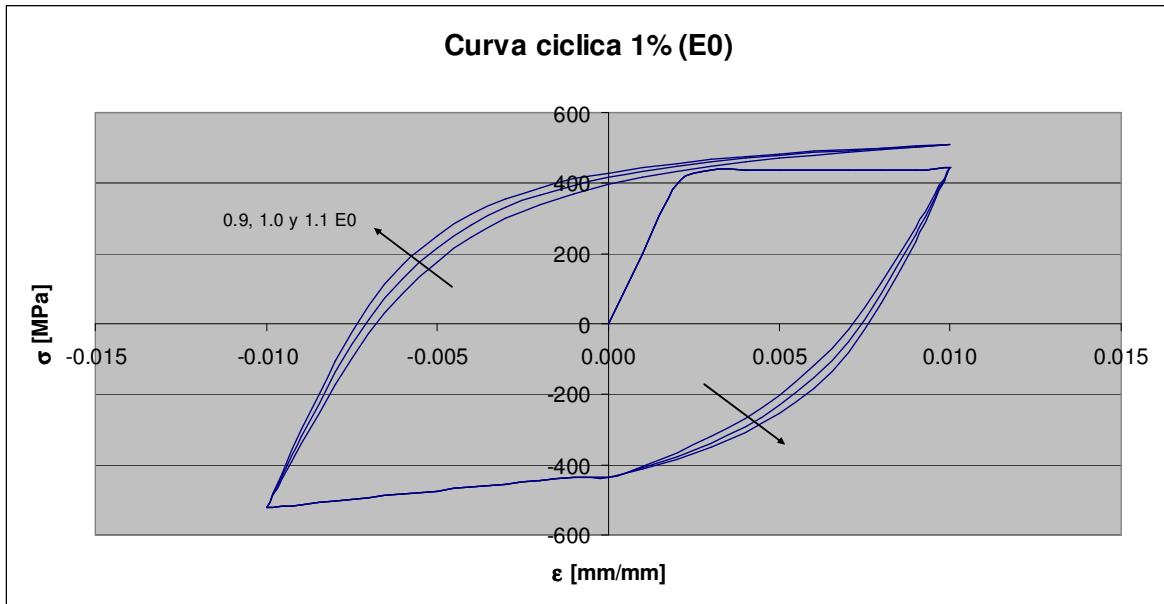


Figura D5 Curva cíclica 1% deformación. Efecto de E_0

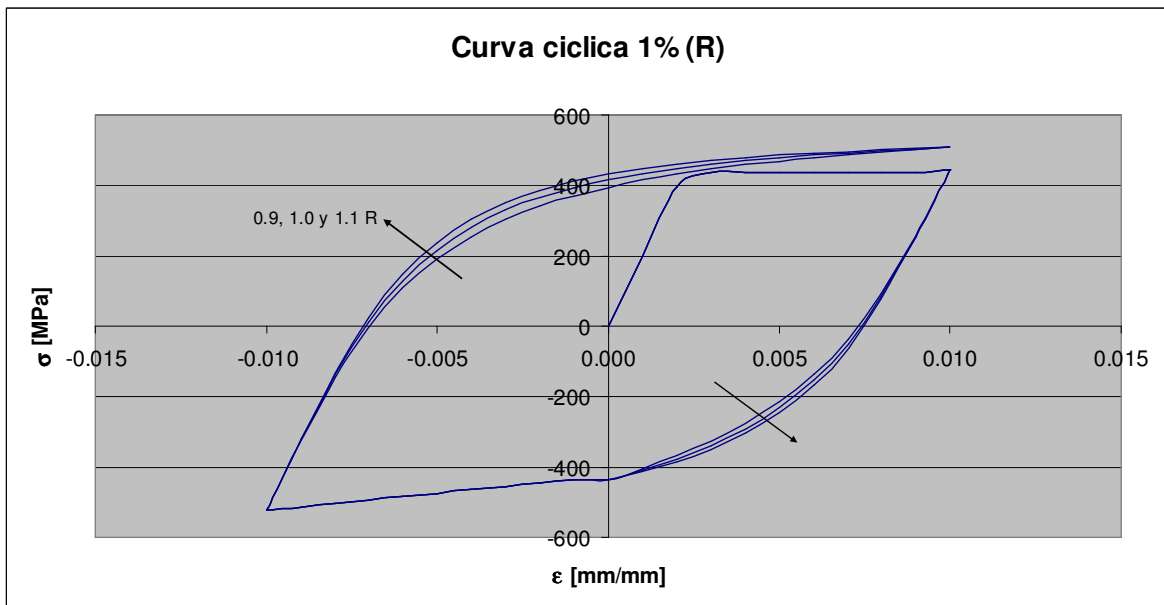


Figura D6 Curva cíclica 1% deformación. Efecto de R

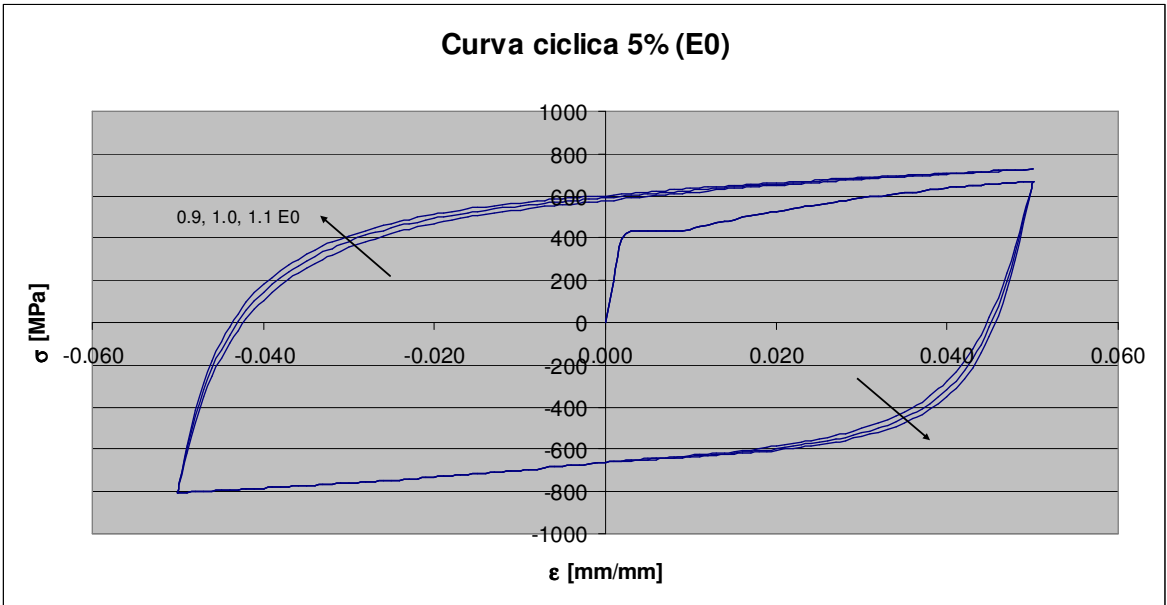


Figura D7 Curva cíclica 5% deformación. Efecto de E_0

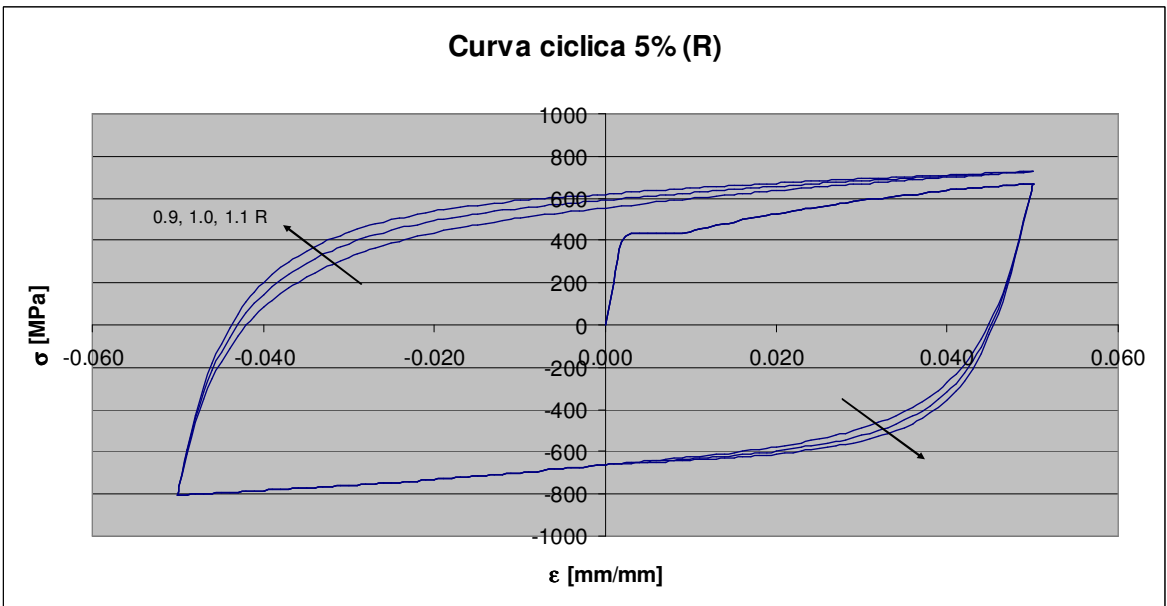


Figura D8 Curva cíclica 5% deformación. Efecto de R

E Curvas modelo original y modificados

E1 Curvas tensión-deformación

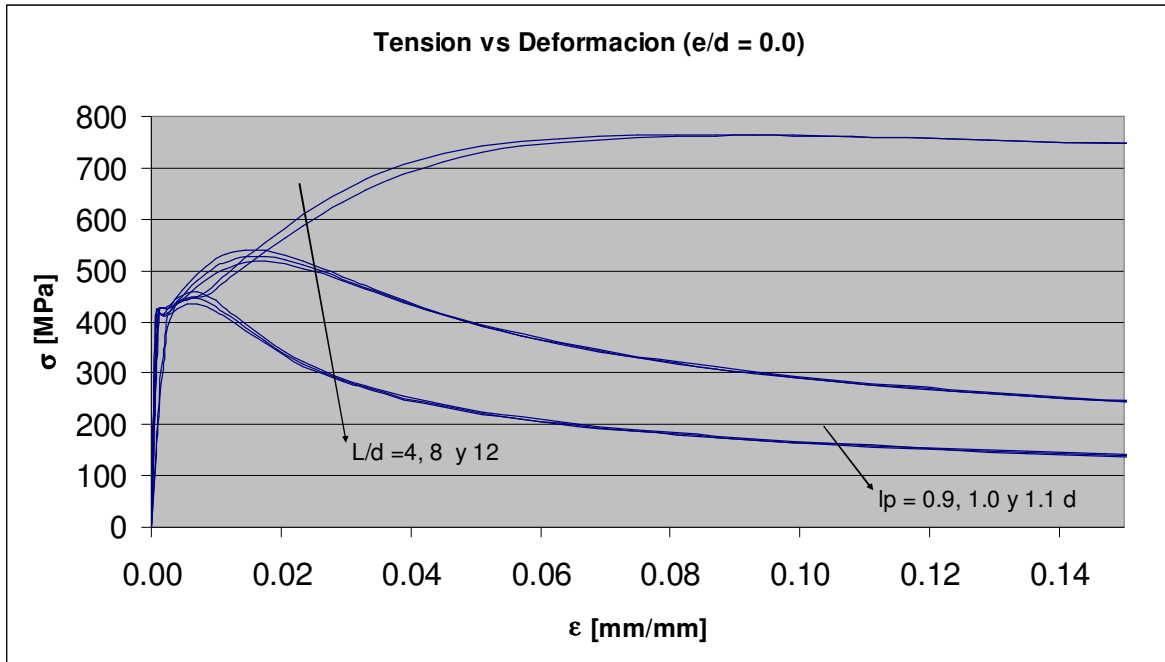


Figura E1 Tensión vs. Deformación e/d = 0.0, Efecto de l_p

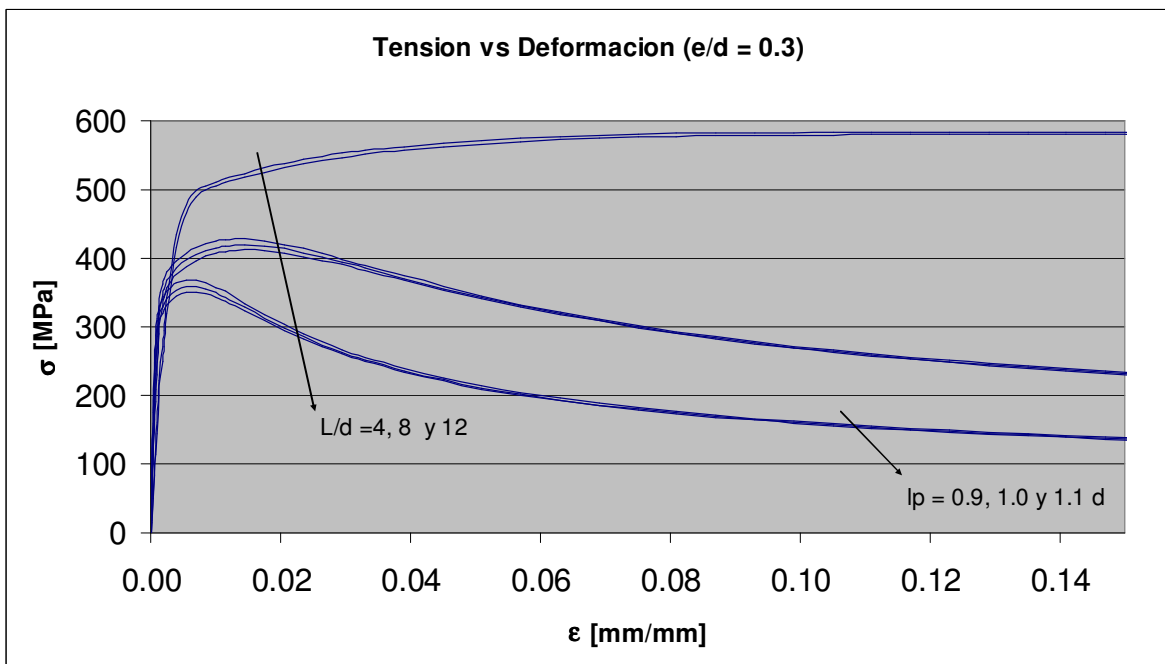


Figura E2 Tensión vs. Deformación e/d = 0.3, Efecto de l_p

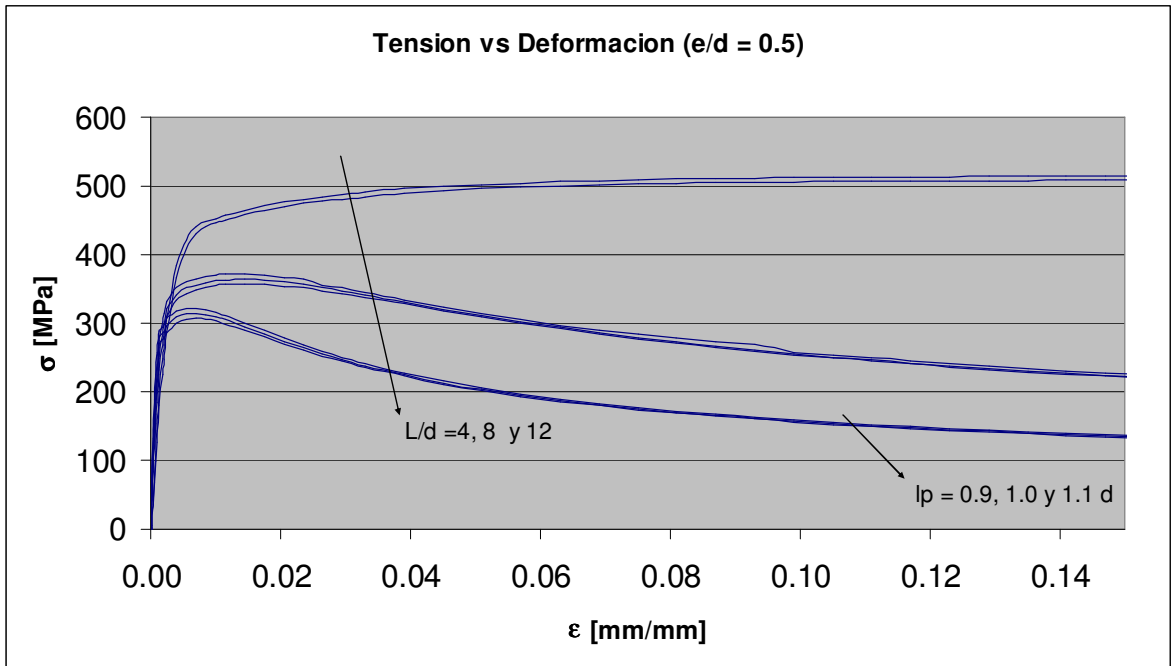


Figura E3 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.5$, Efecto de l_p

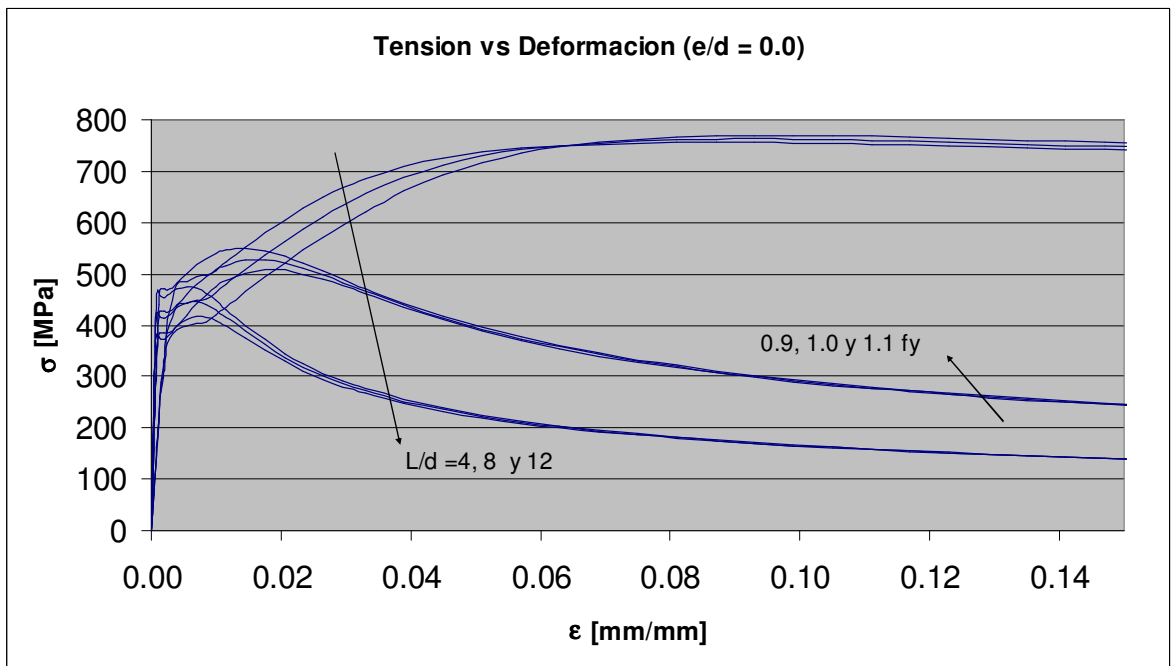


Figura E4 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.0$, Efecto de f_y

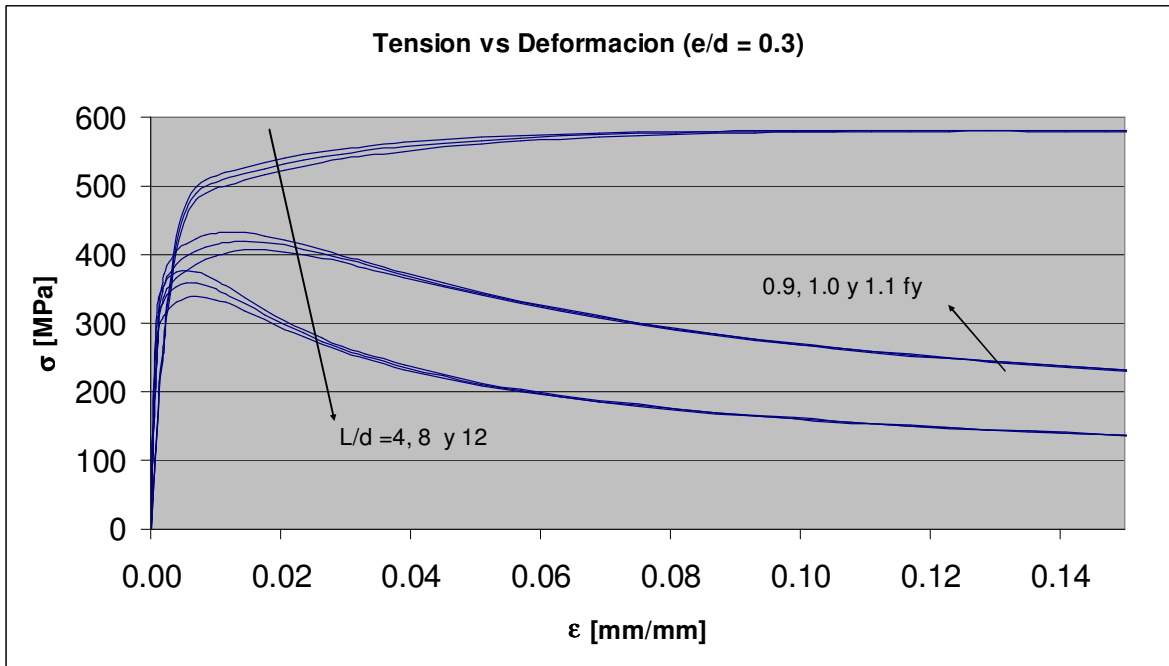


Figura E5 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.3$, Efecto de f_y

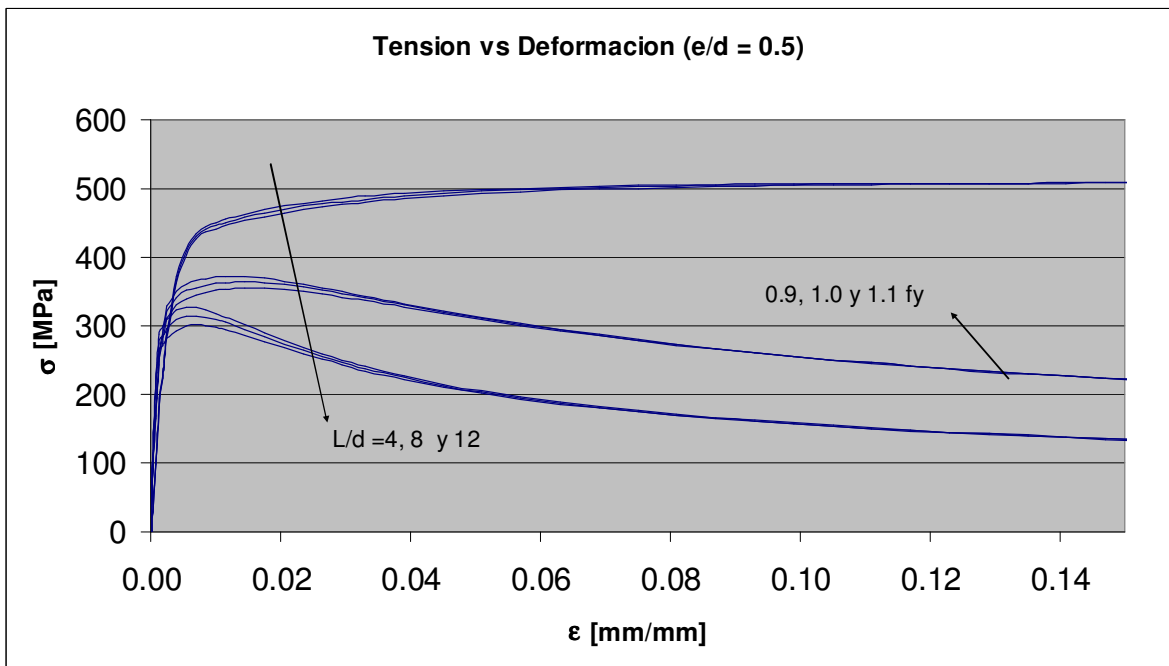


Figura E6 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.5$, Efecto de f_y

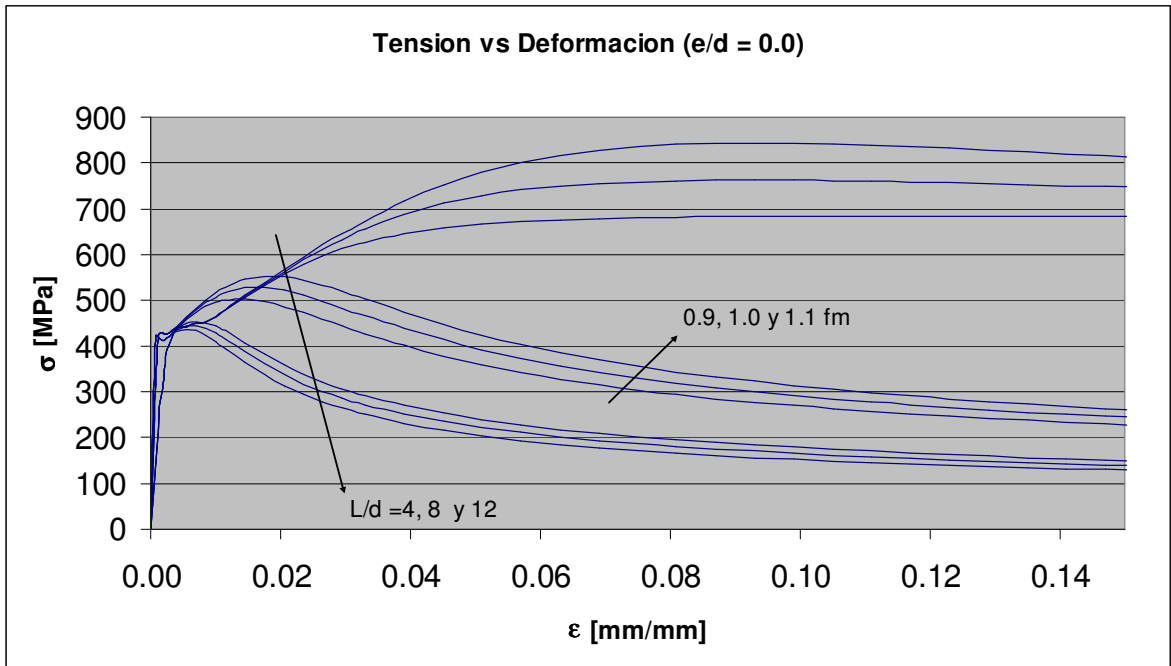


Figura E7 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.0$, Efecto de f_m

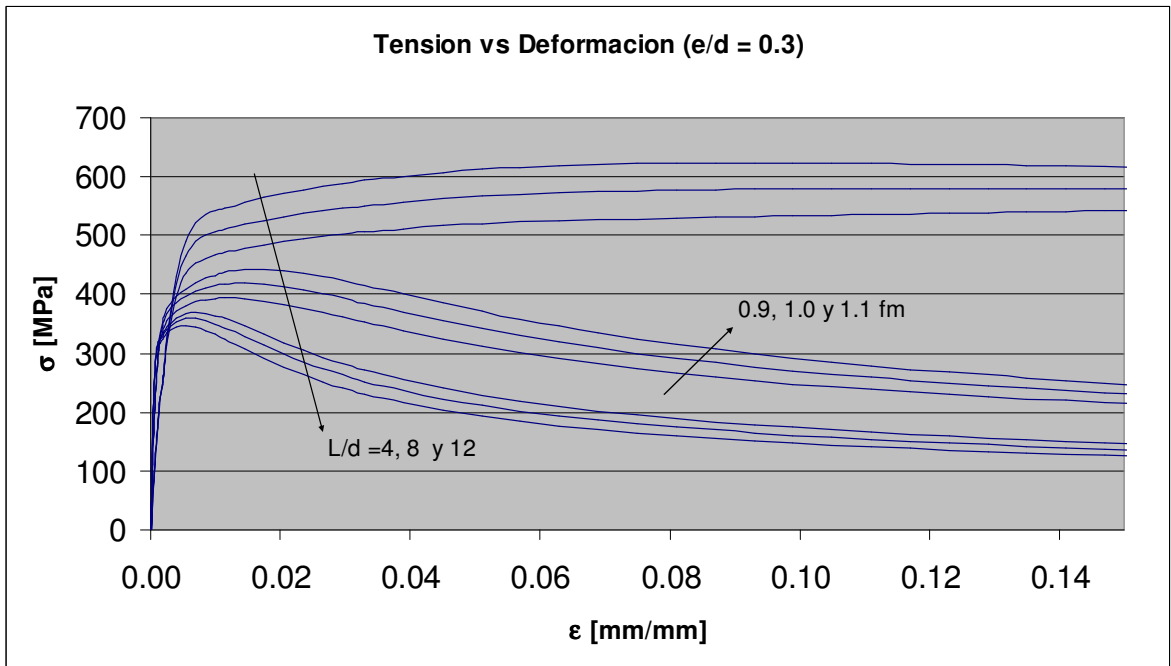


Figura E8 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.3$, Efecto de f_m

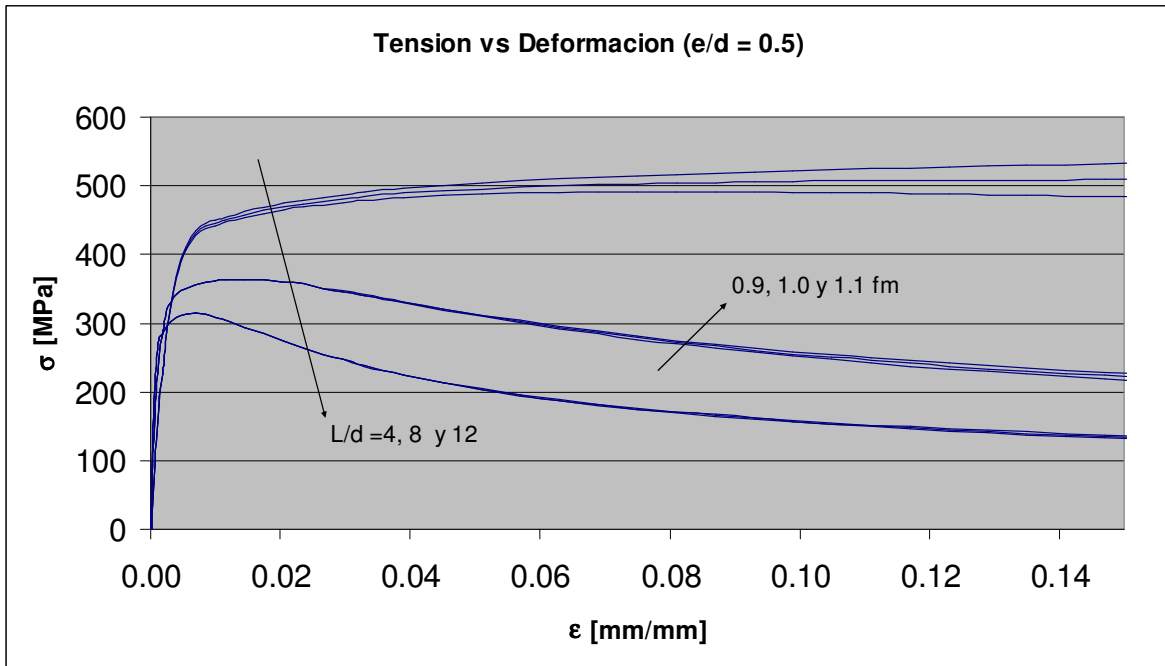


Figura E9 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.5$, Efecto de f_m

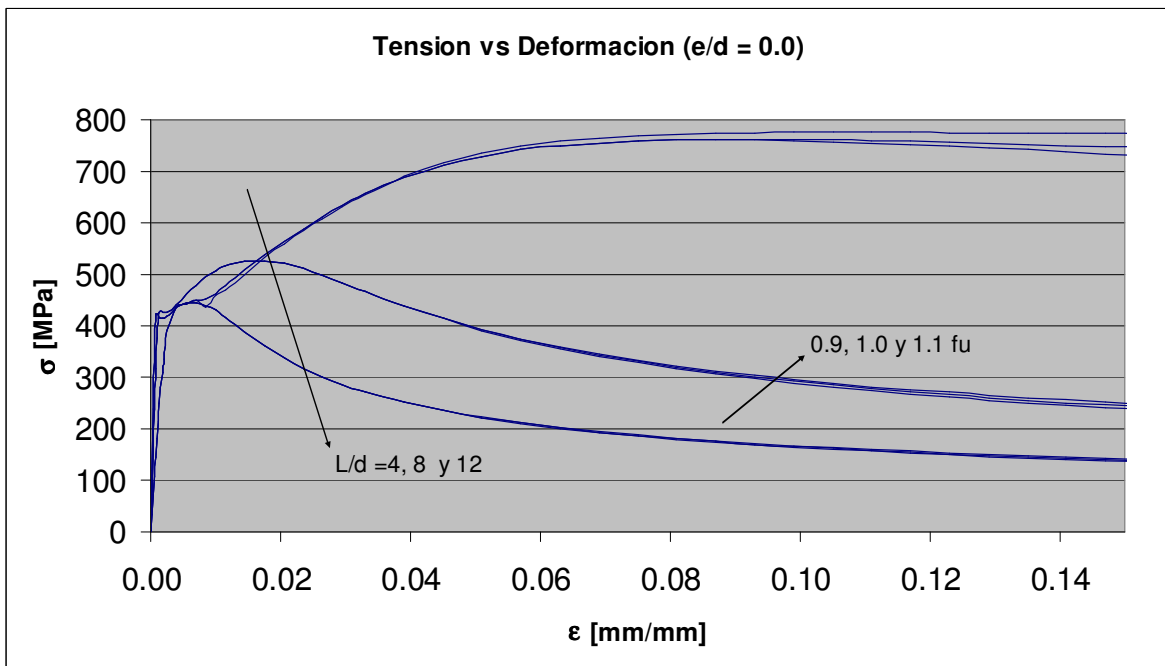


Figura E10 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.0$, Efecto de f_u

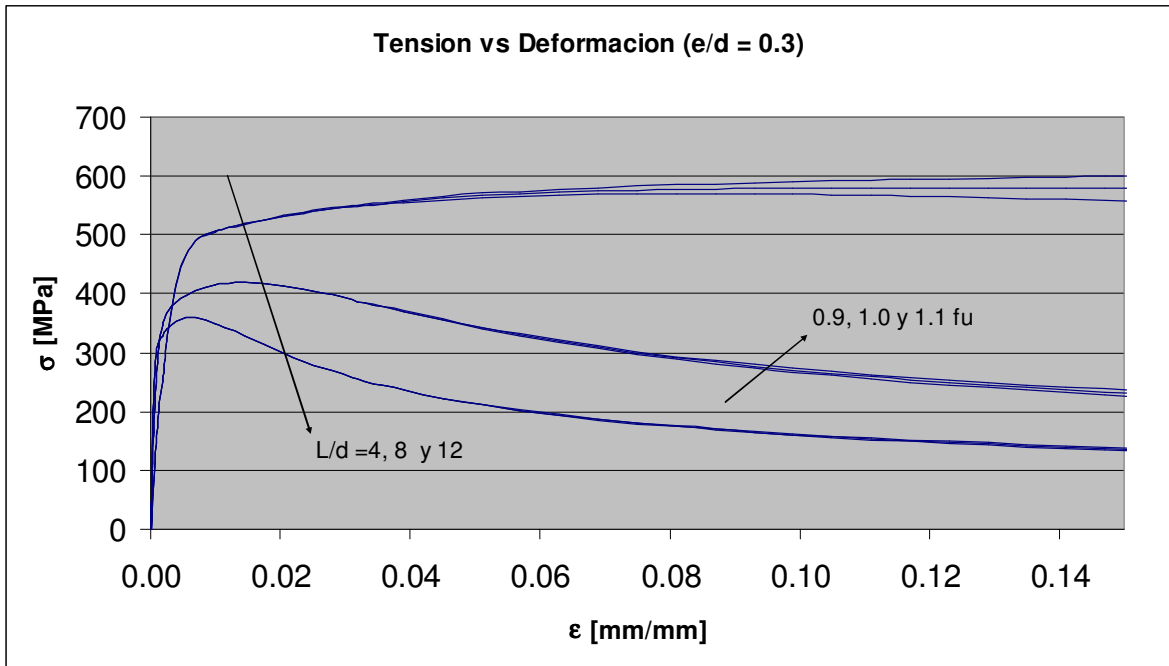


Figura E11 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.3$, Efecto de f_u

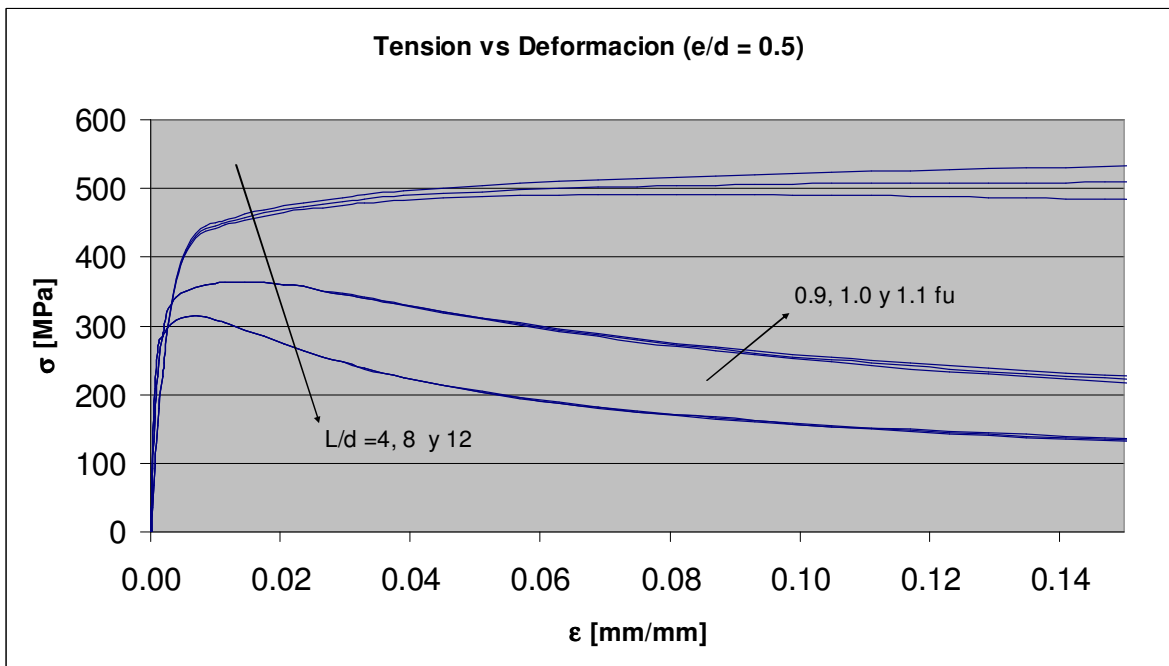


Figura E12 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.5$, Efecto de f_u

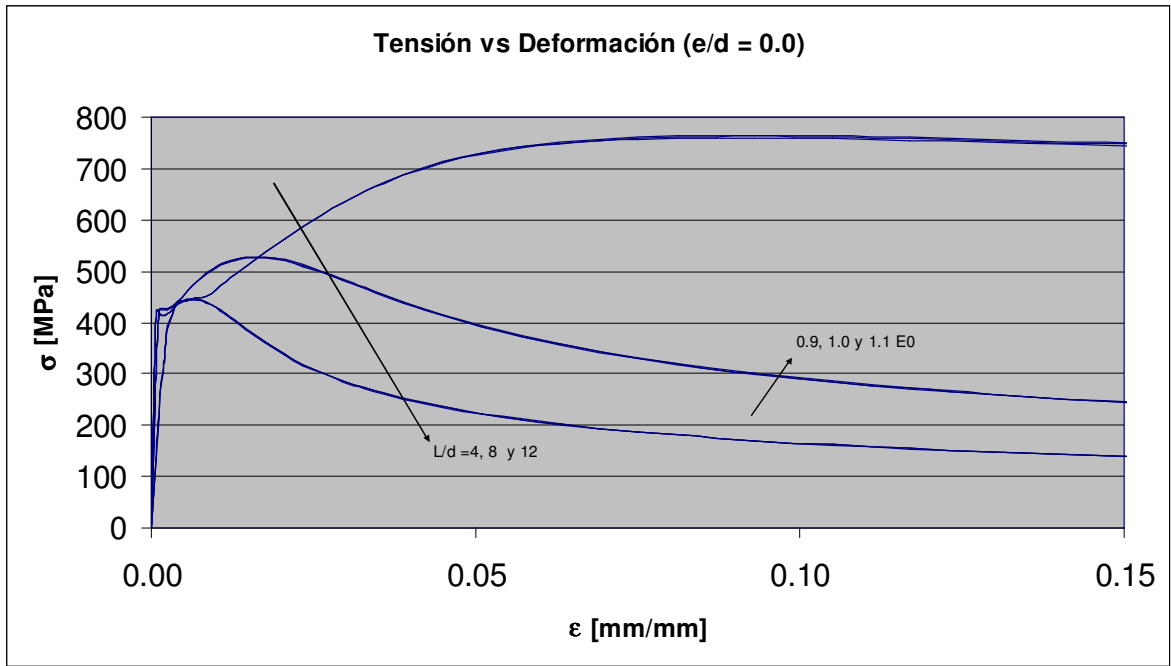


Figura E13 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.0$, Efecto de E_0

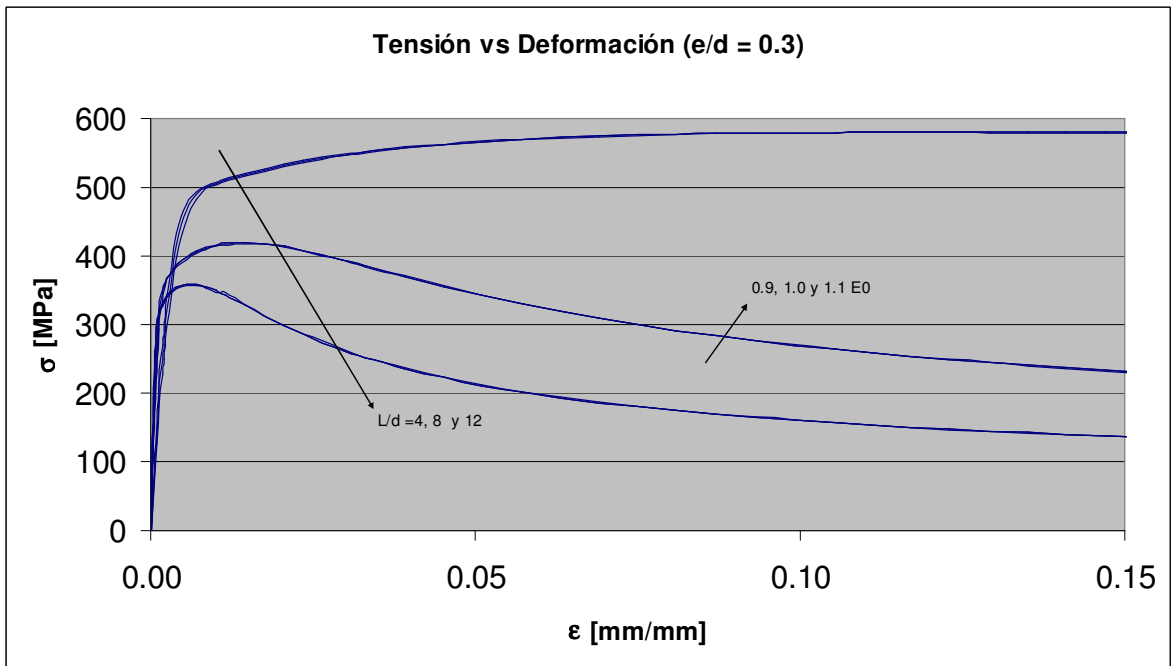


Figura E14 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.3$, Efecto de E_0

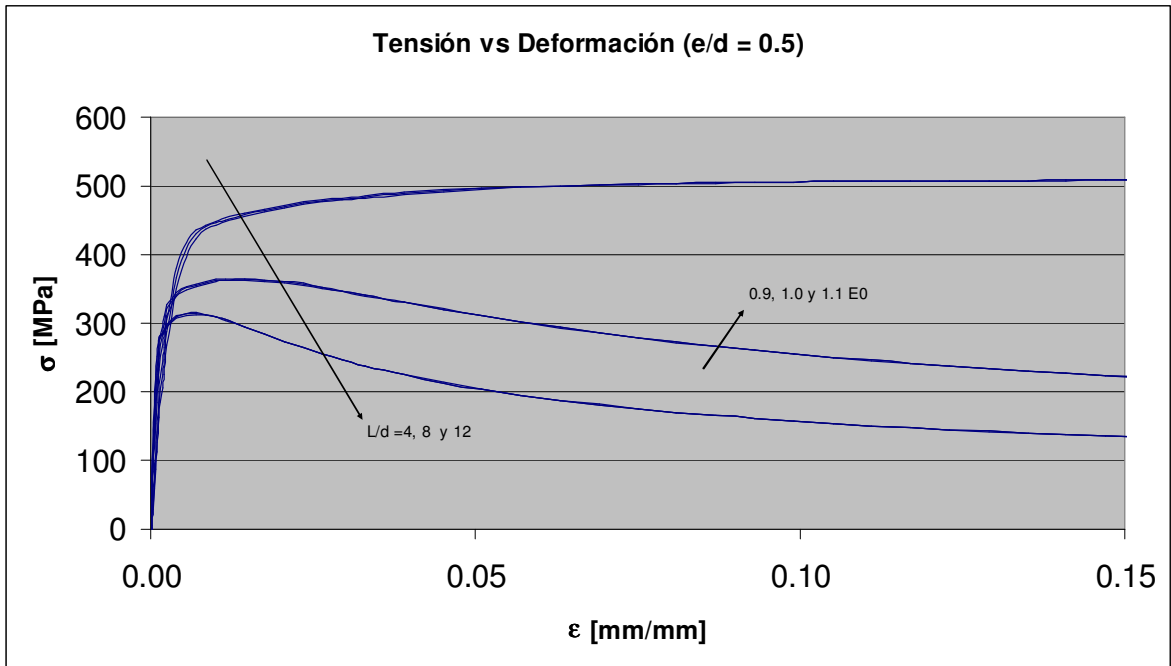


Figura E15 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.5$, Efecto de E_0

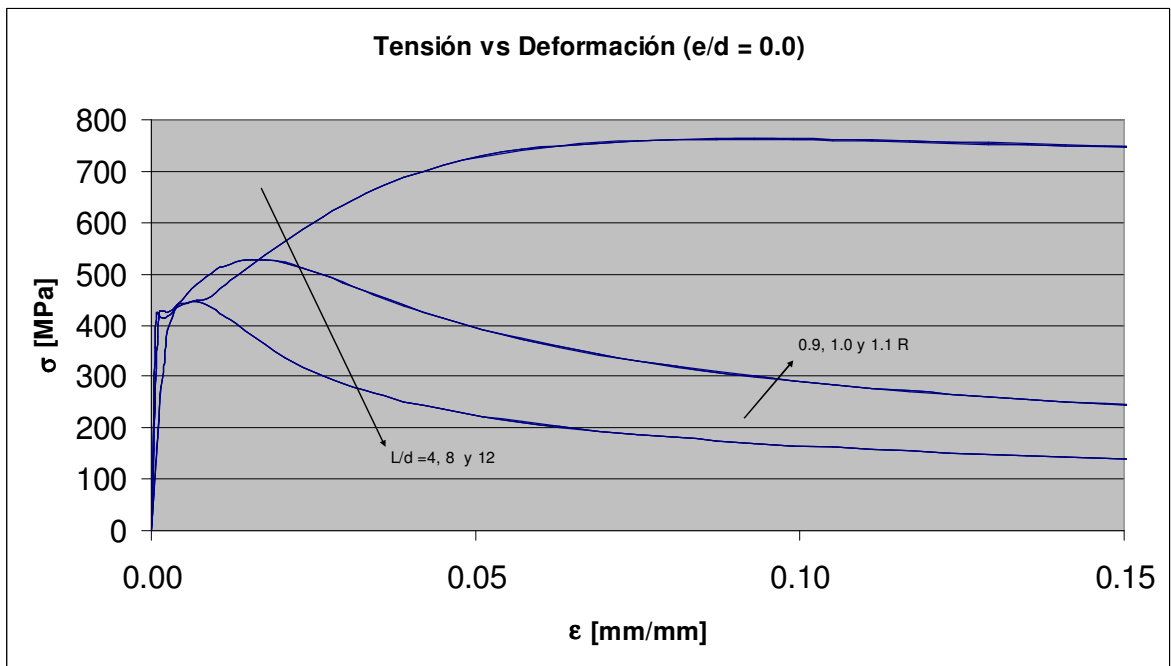


Figura E16 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.0$, Efecto de R

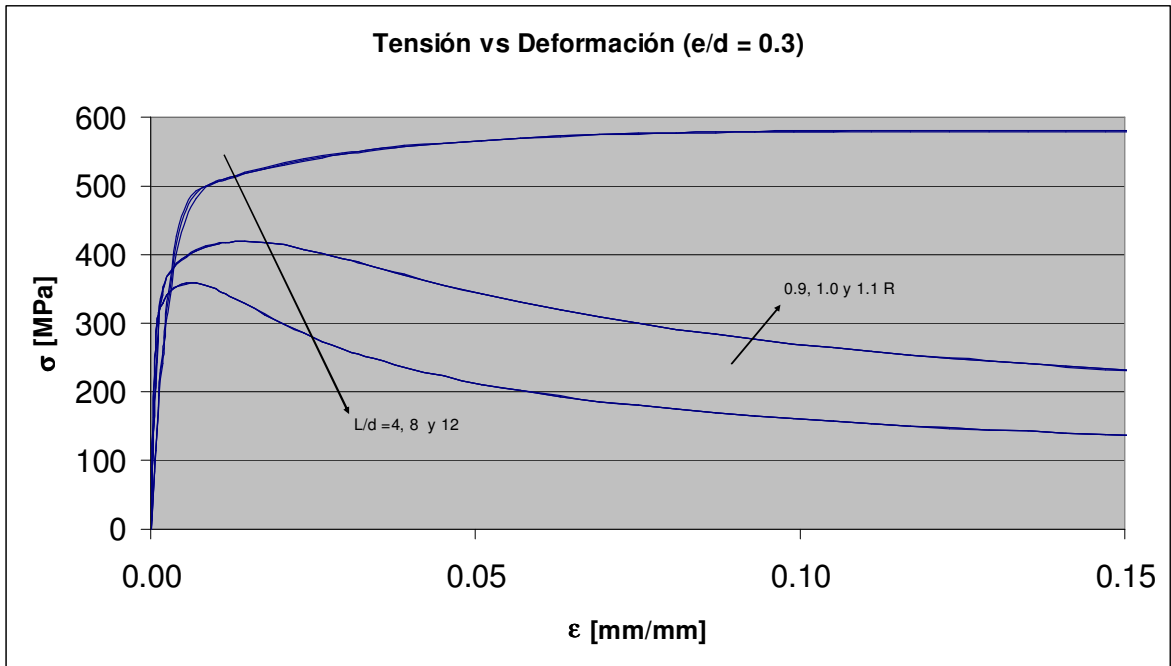


Figura E17 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.3$, efecto de R

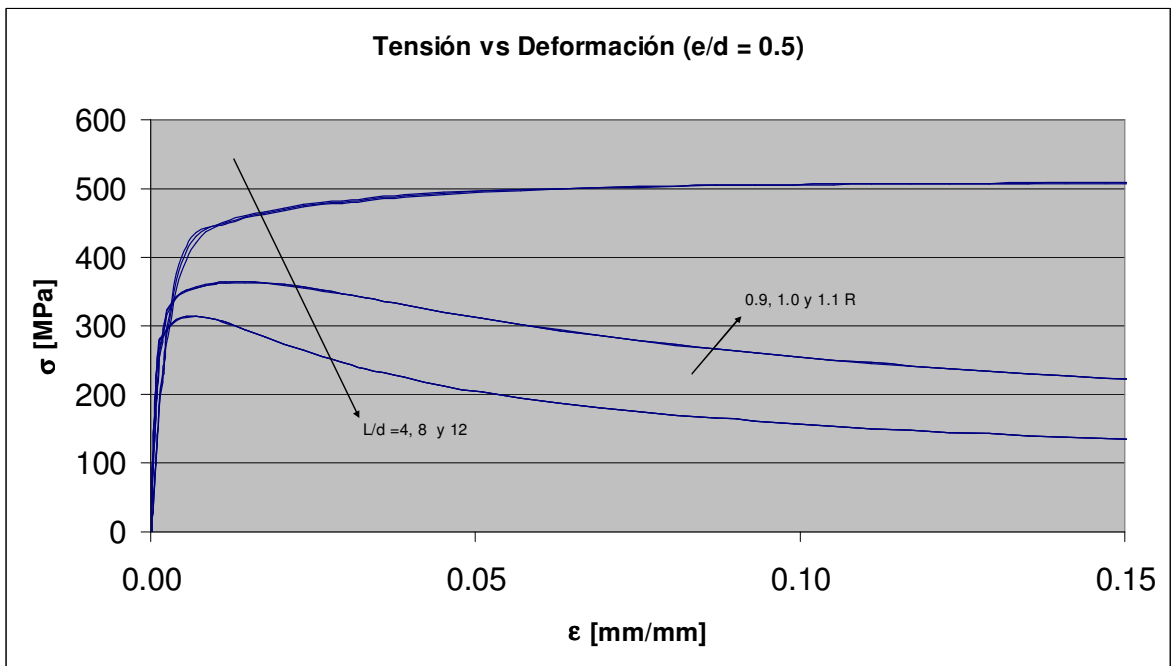


Figura E18 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.5$, Efecto de R

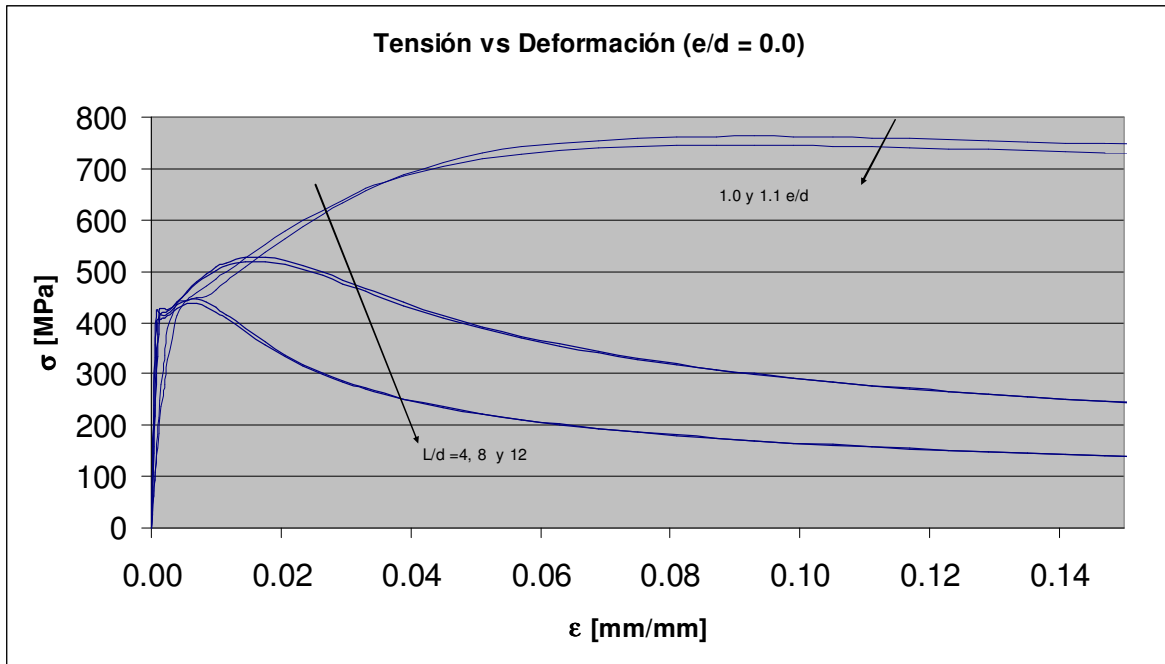


Figura E19 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.0$, Efecto de e/d

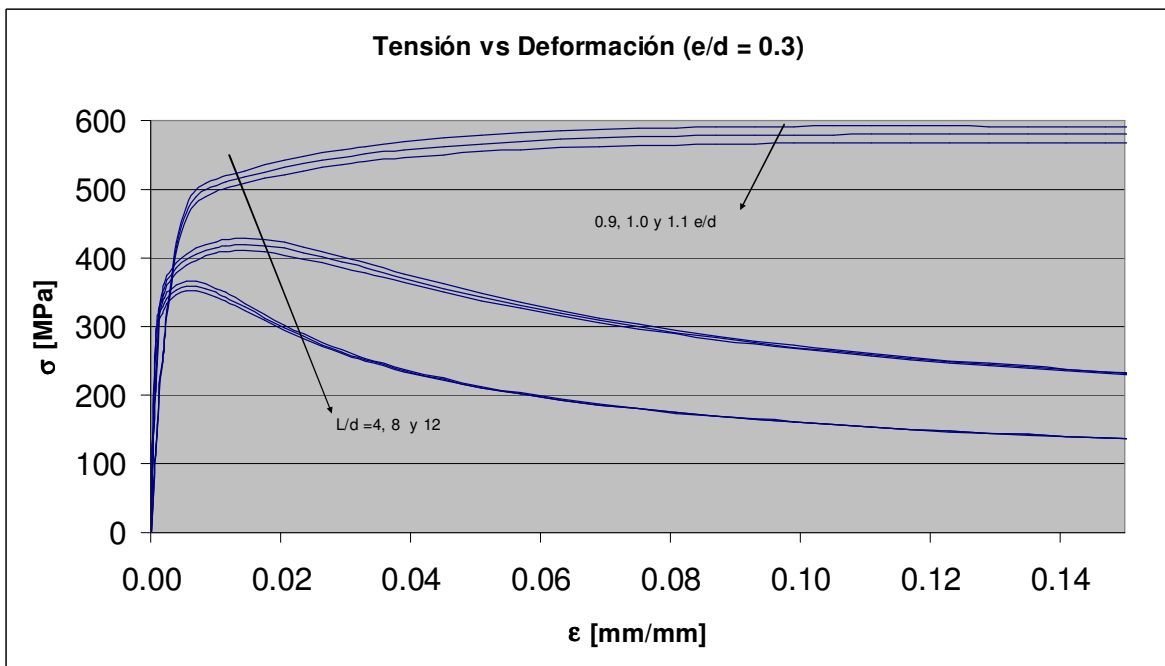


Figura E20 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.3$, Efecto de e/d

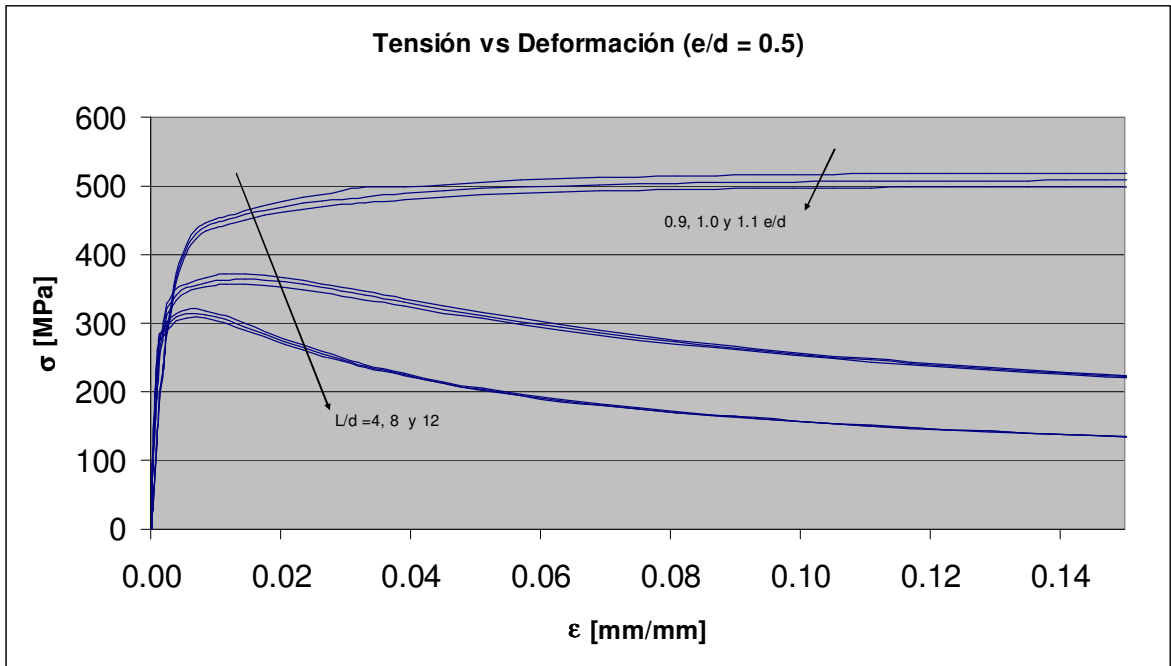


Figura E21 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.5$, Efecto de e/d

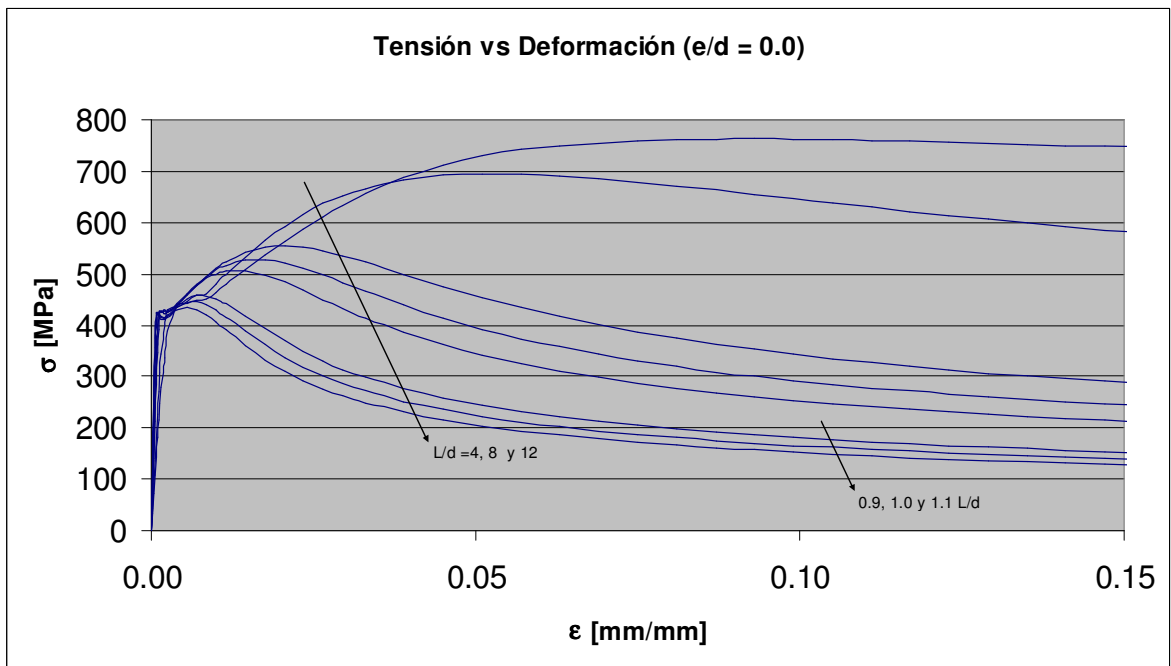


Figura E22 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.0$, Efecto de L/d

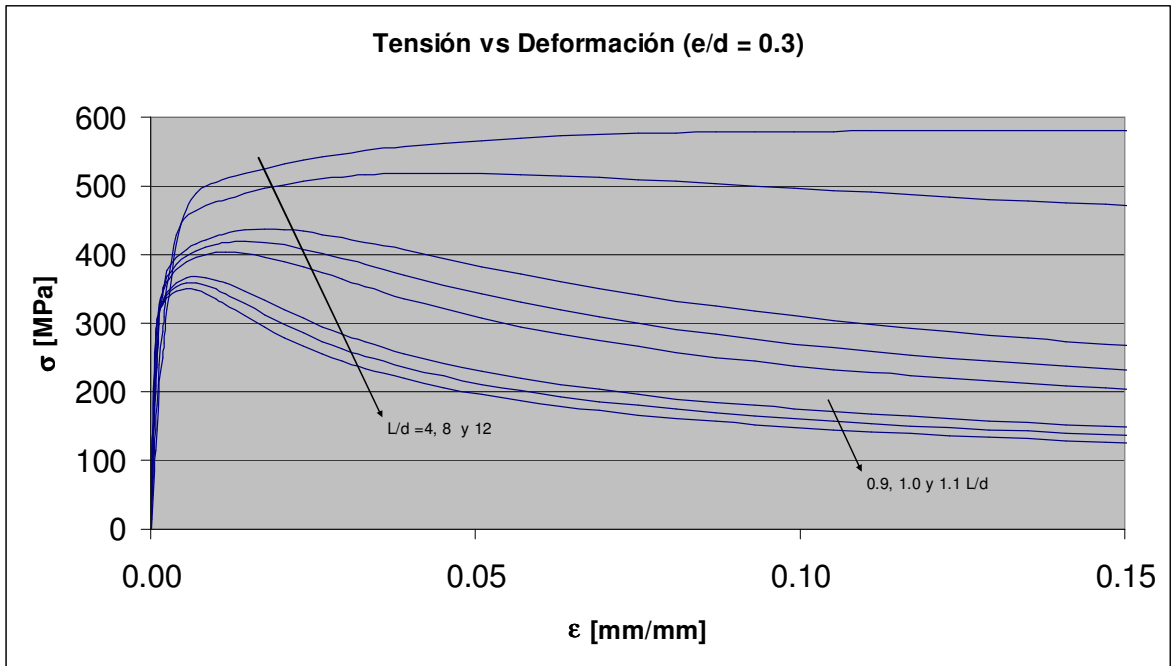


Figura E23 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.3$, Efecto de L/d

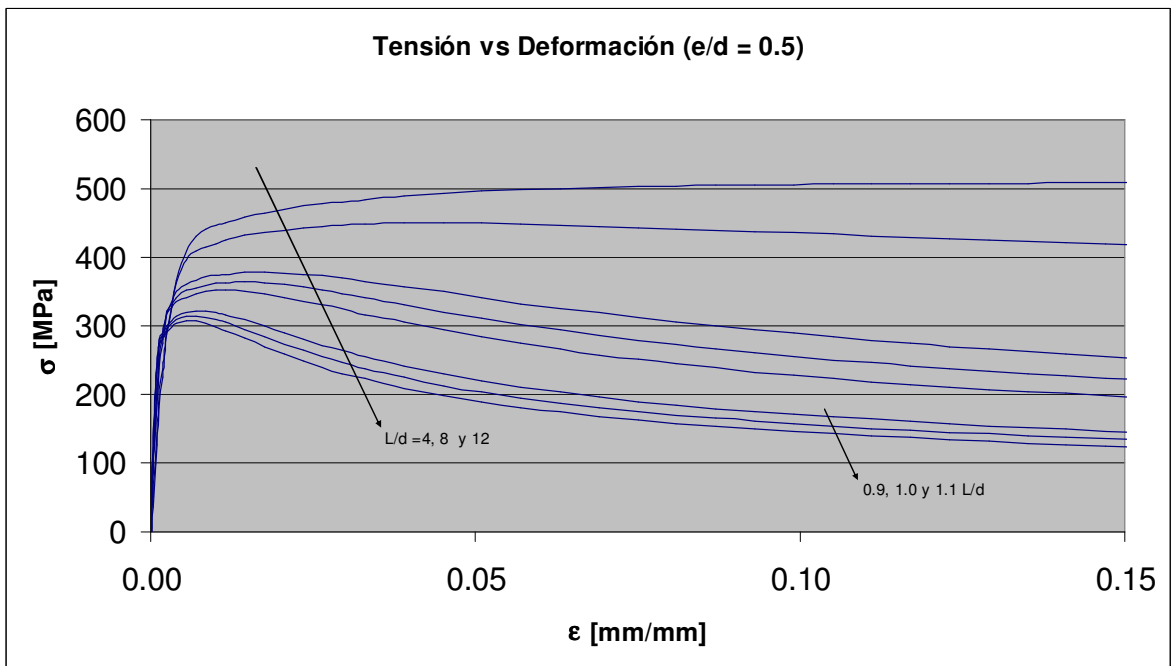


Figura E24 Tensión vs. Deformación $e/d = 0.5$, Efecto de L/d

E2 Curvas tensión-desplazamiento transversal

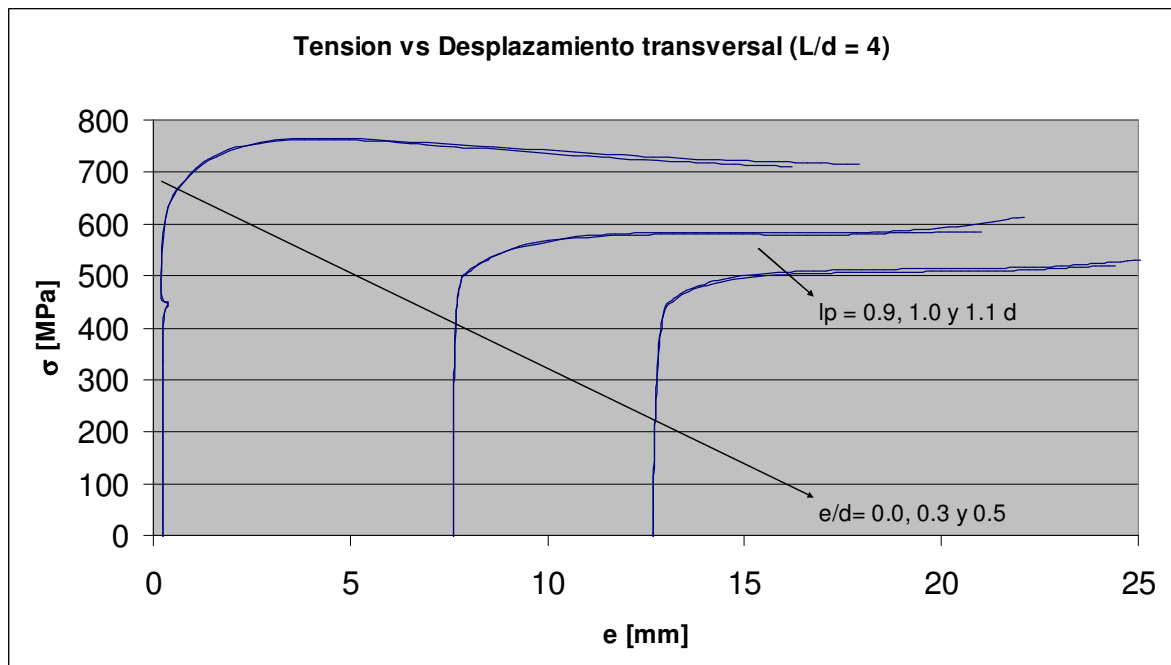


Figura E25 Tensión vs. Desplazamiento transversal $L/d=4$, Efecto de l_p

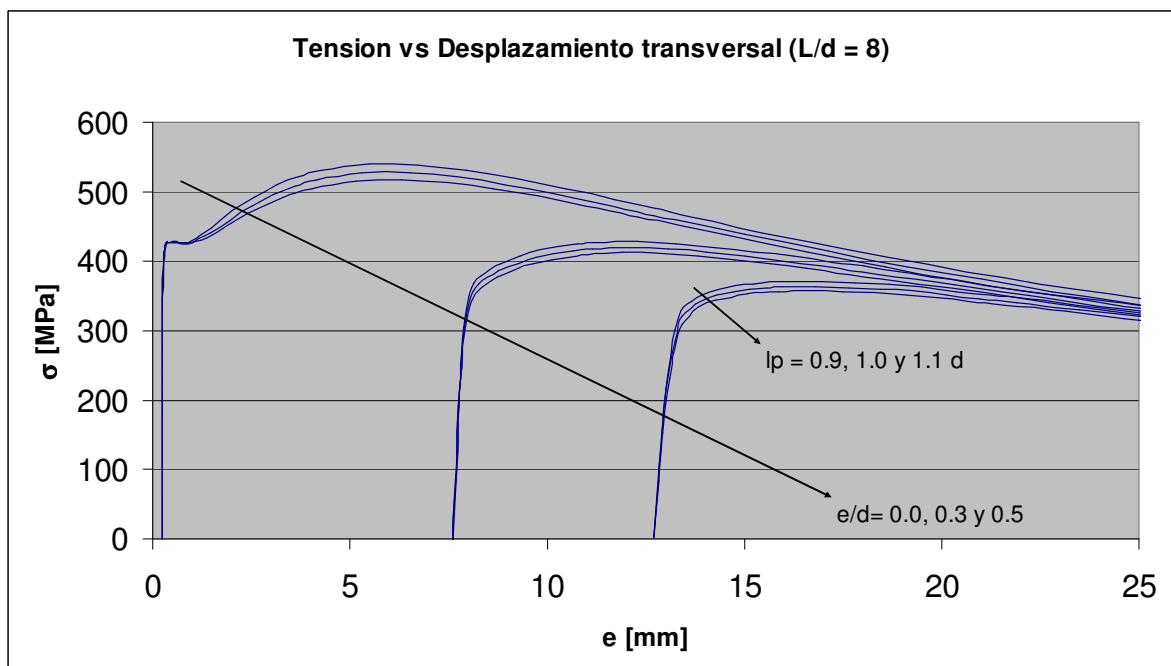


Figura E26 Tensión vs. Desplazamiento transversal $L/d=8$, Efecto de l_p

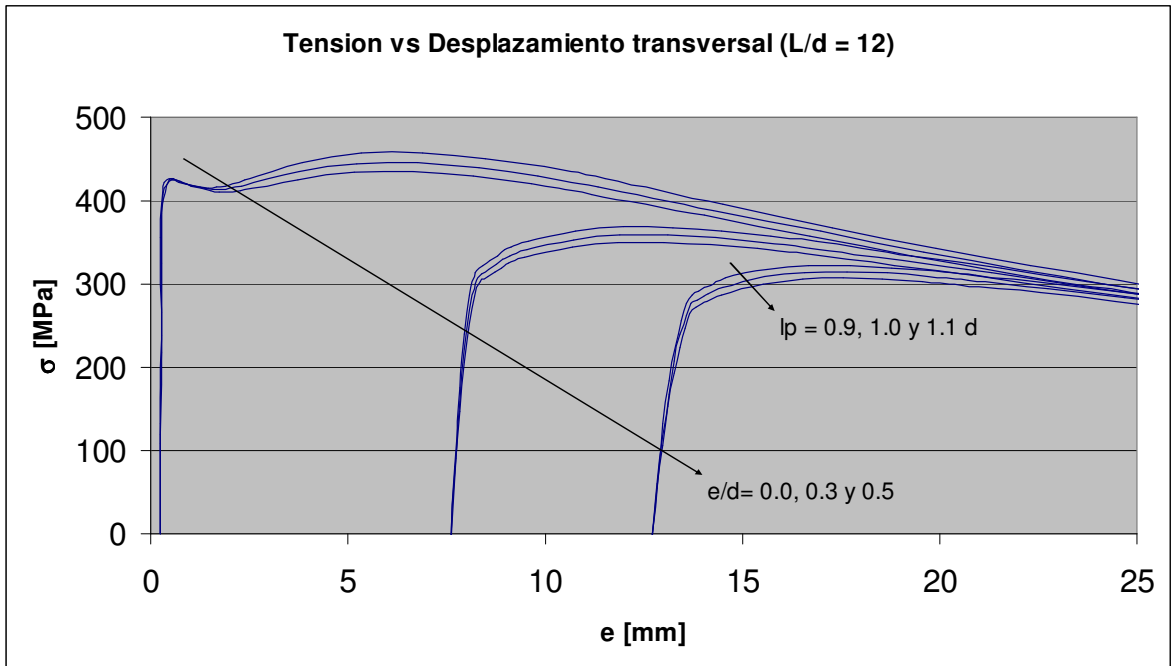


Figura E27 Tensión vs. Desplazamiento transversal $L/d=12$, Efecto de l_p

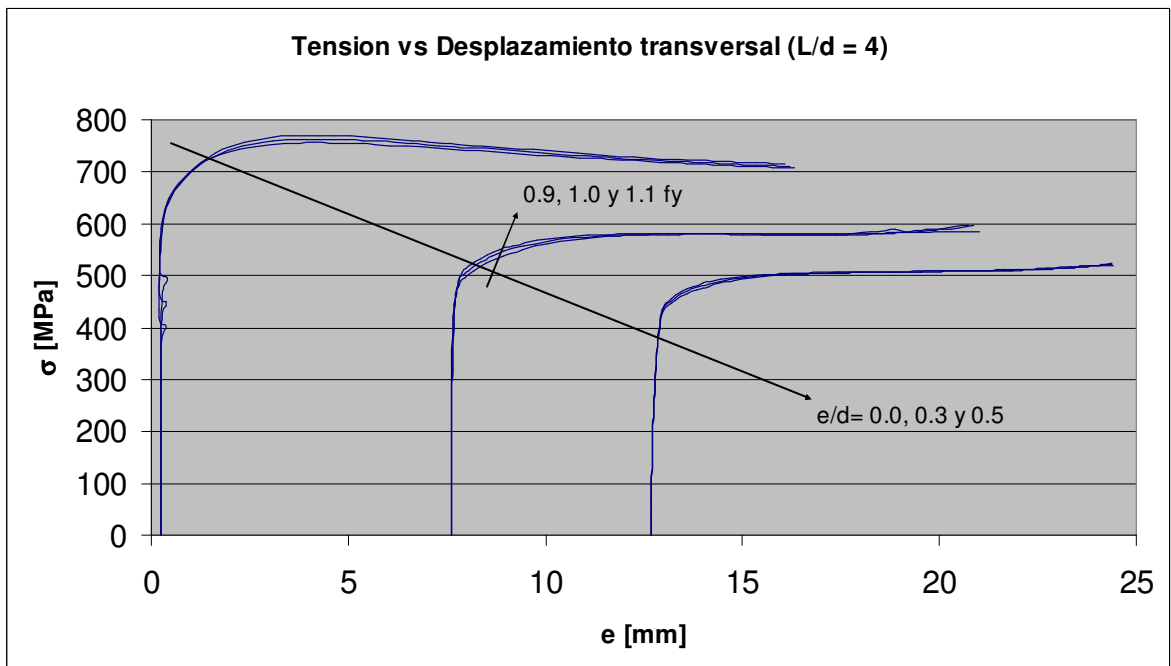


Figura E28 Tensión vs. Desplazamiento transversal $L/d=4$, Efecto de f_y

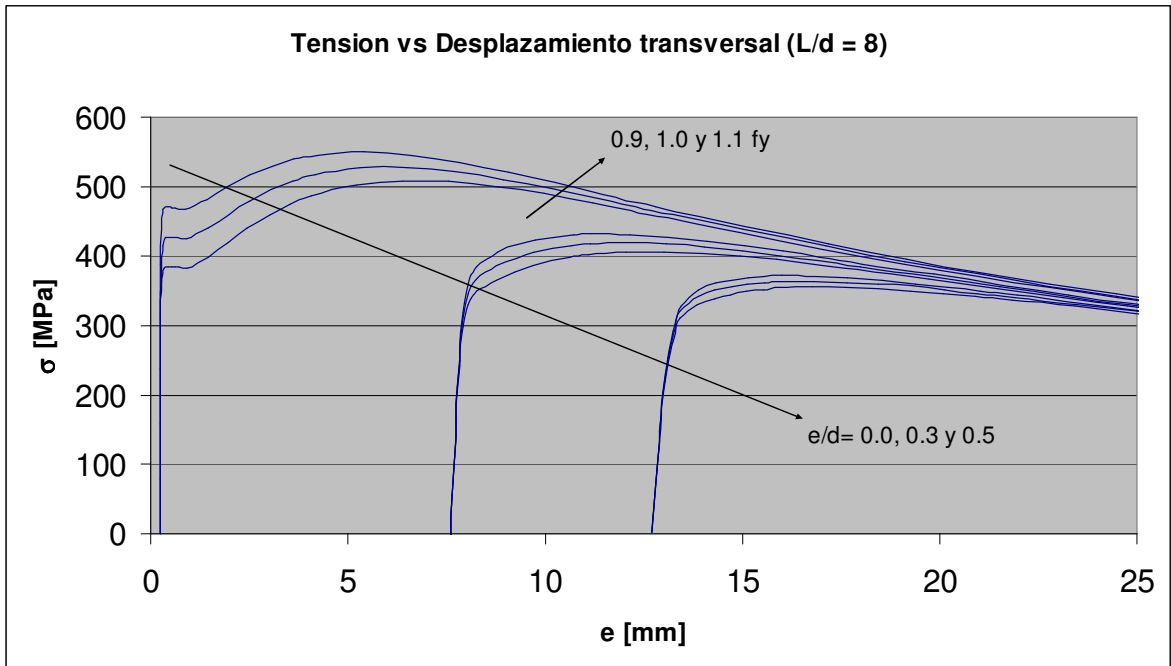


Figura E29 Tensión vs. Desplazamiento transversal L/d=8, Efecto de f_y

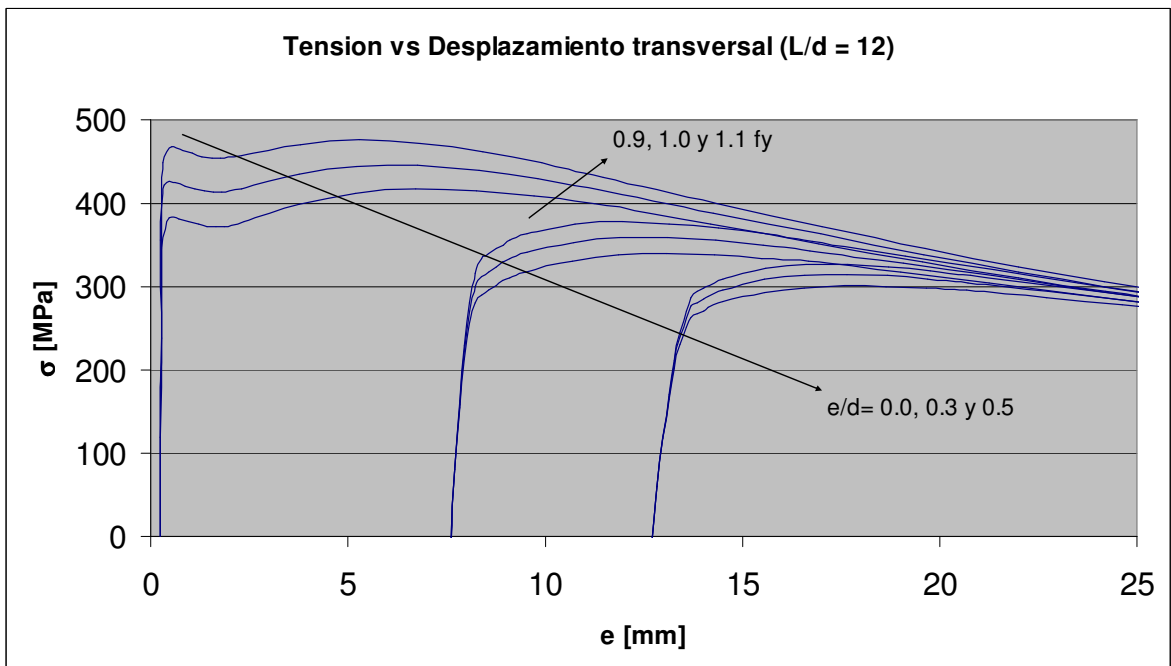


Figura E30 Tensión vs. Desplazamiento transversal L/d=12, Efecto de f_y

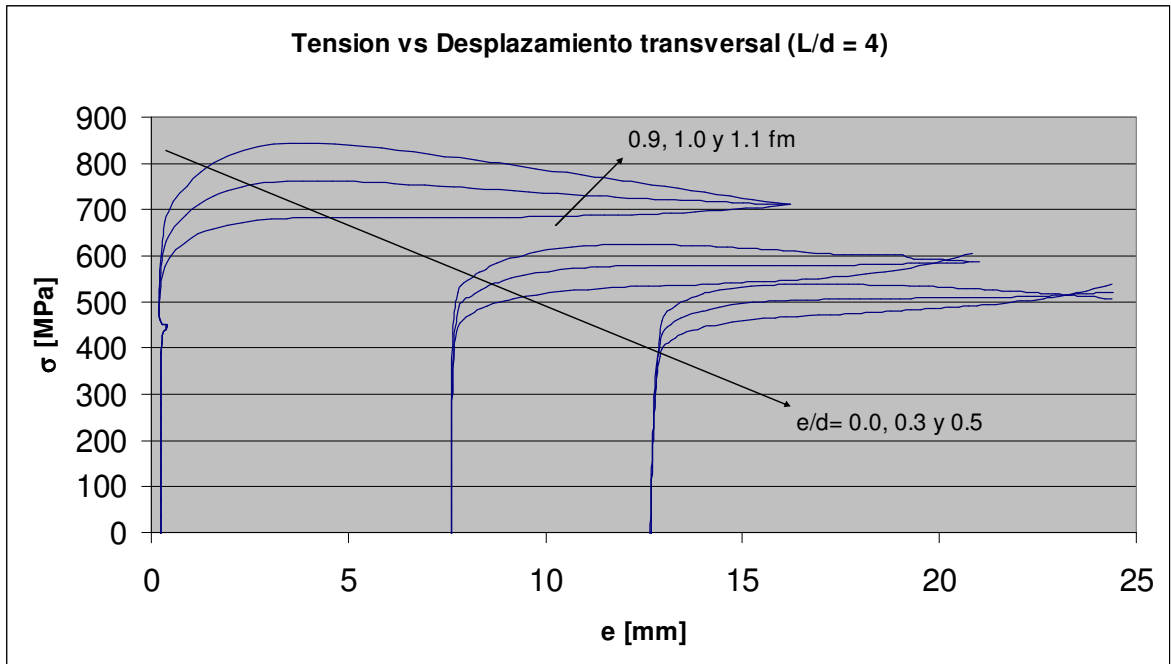


Figura E31 Tensión vs. Desplazamiento transversal $L/d=4$, Efecto de f_m

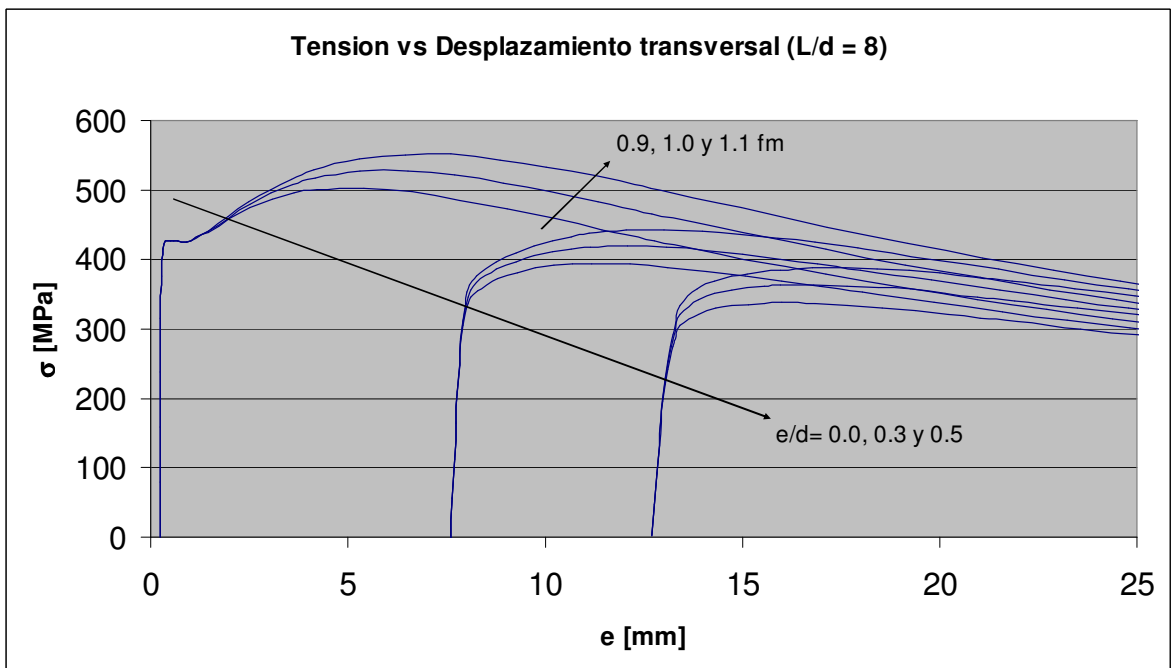


Figura E32 Tensión vs. Desplazamiento transversal $L/d=8$, Efecto de f_m

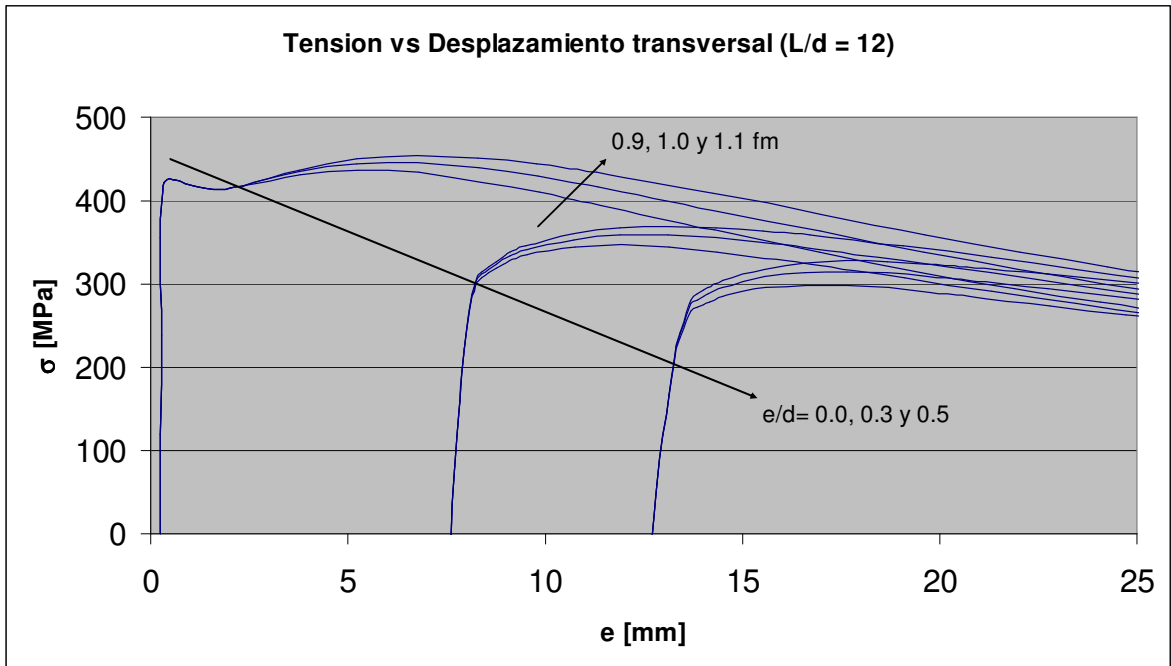


Figura E33 Tensión vs. Desplazamiento transversal $L/d=12$, Efecto de f_m

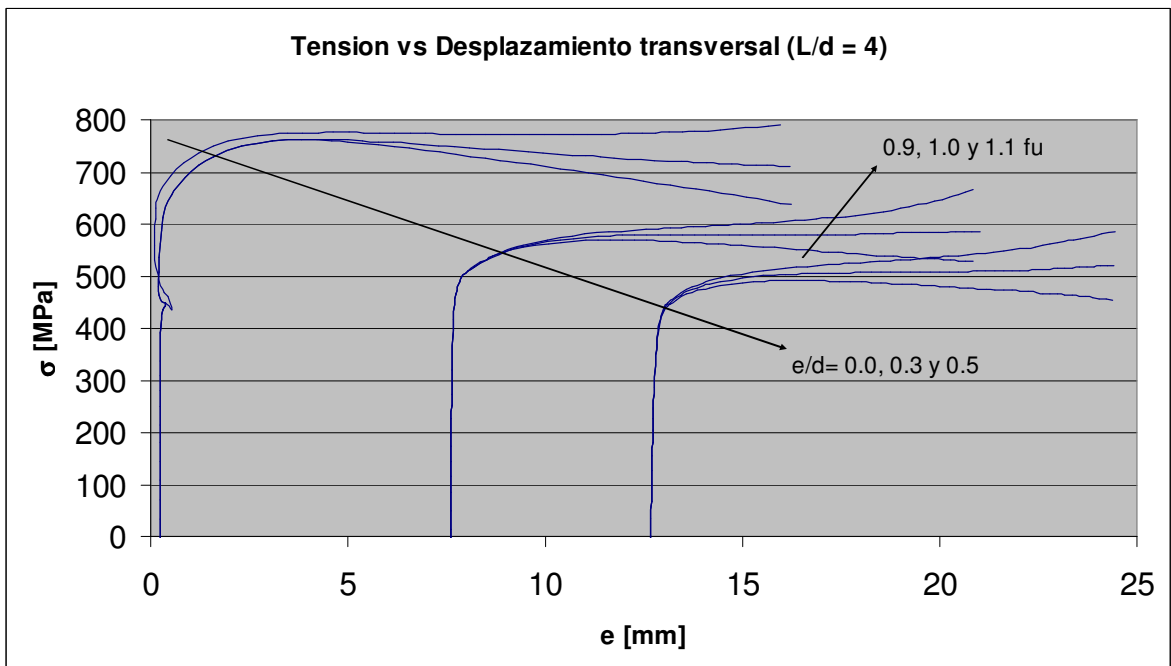


Figura E34 Tensión vs. Desplazamiento transversal $L/d=4$, Efecto de f_u

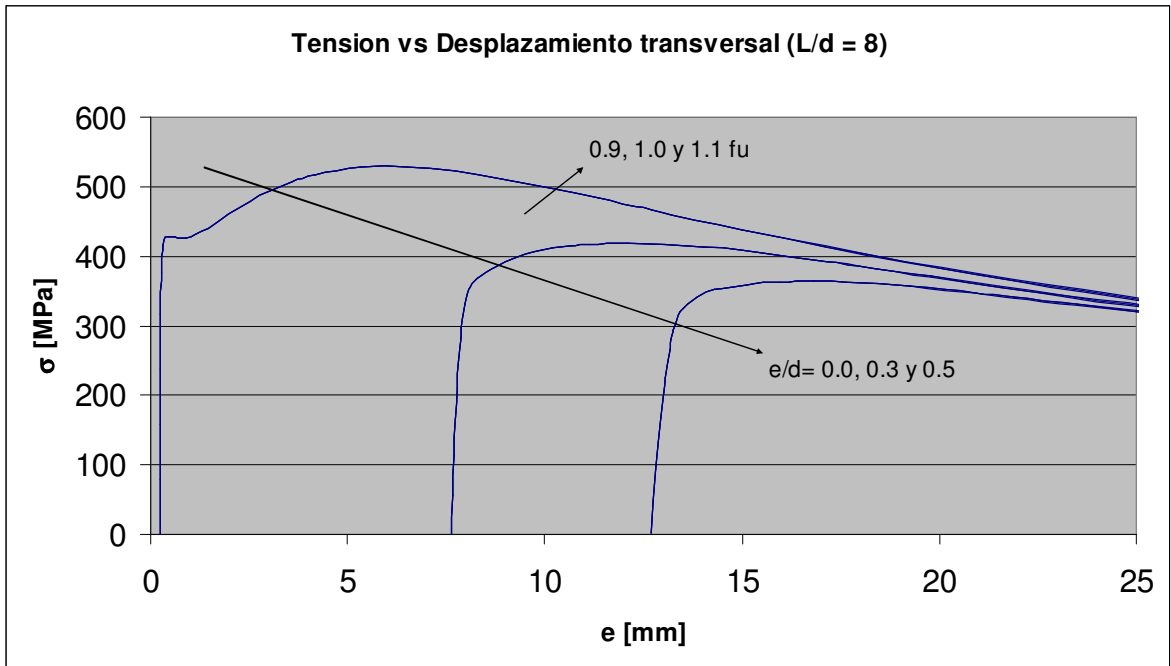


Figura E35 Tensión vs. Desplazamiento transversal L/d=8, Efecto de f_u

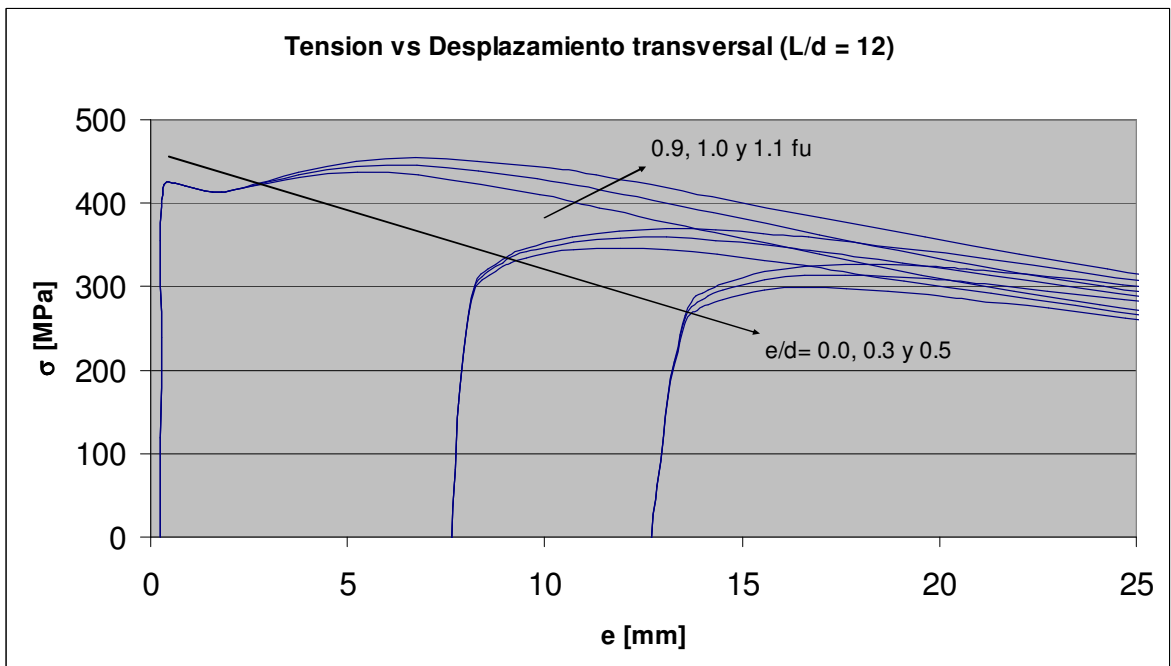


Figura E36 Tensión vs. Desplazamiento transversal L/d=12, Efecto de f_u

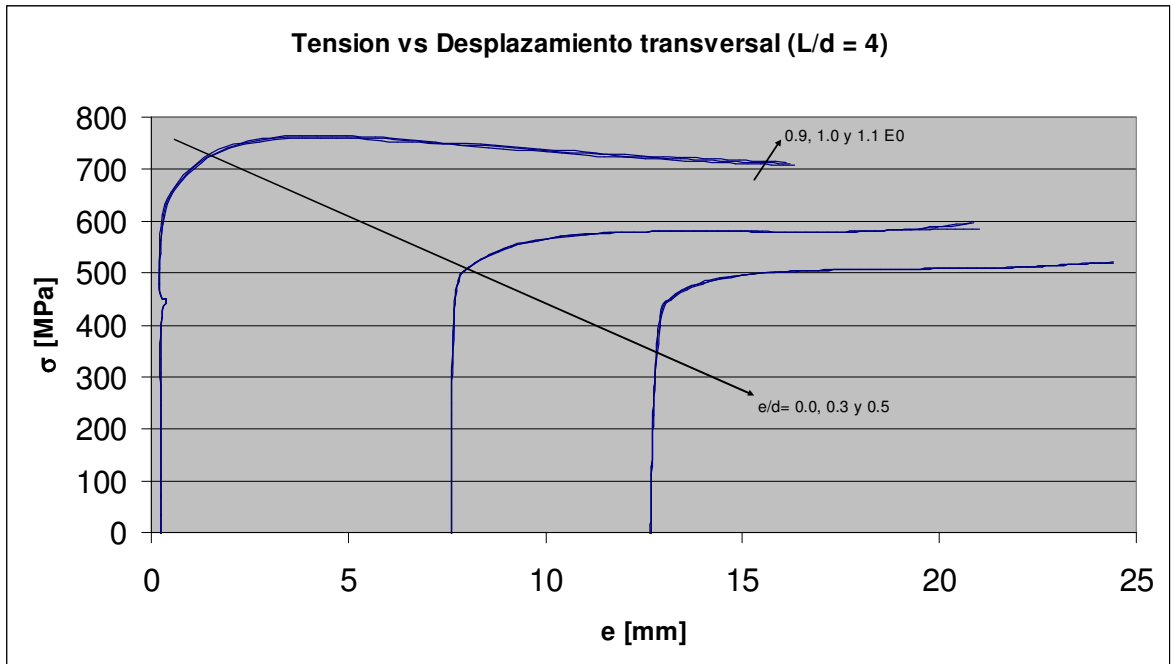


Figura E37 Tensión vs. Desplazamiento transversal $L/d=4$, Efecto de E_0

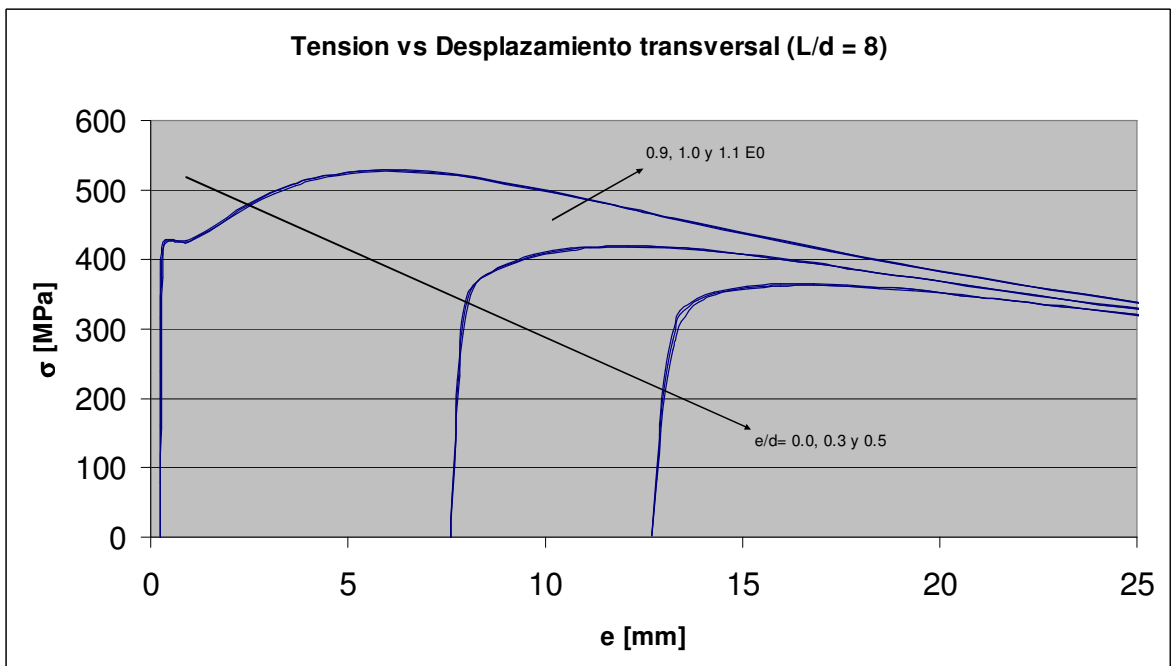


Figura E38 Tensión vs. Desplazamiento transversal $L/d=8$, Efecto de E_0

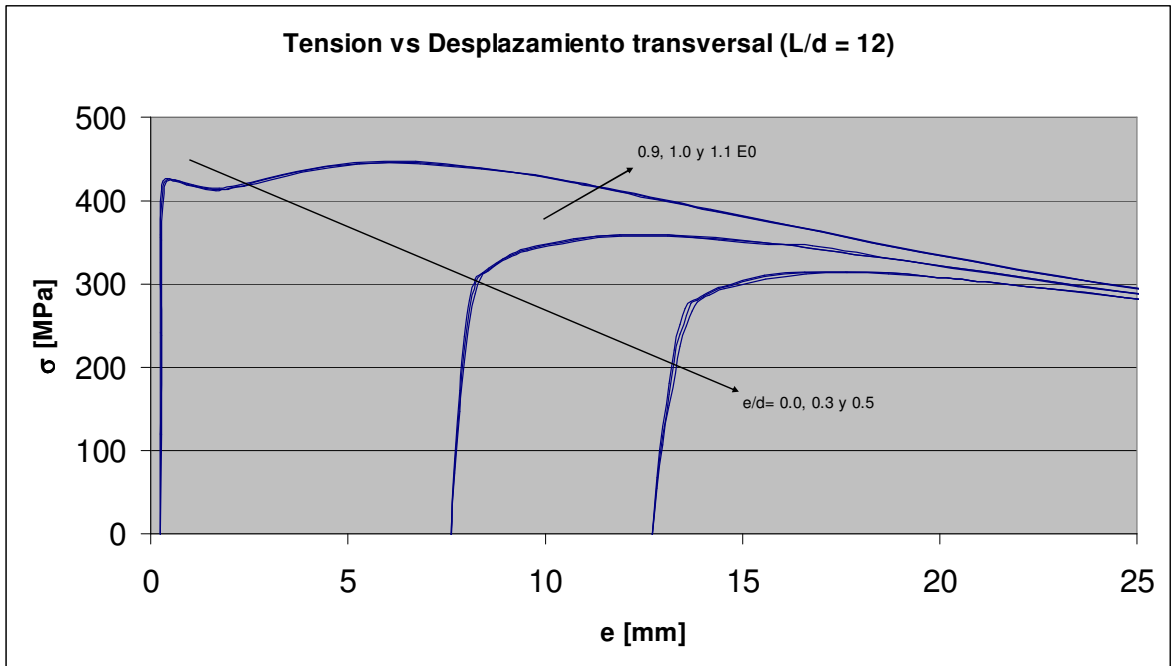


Figura E39 Tensión vs. Desplazamiento transversal $L/d=12$, Efecto de E_0

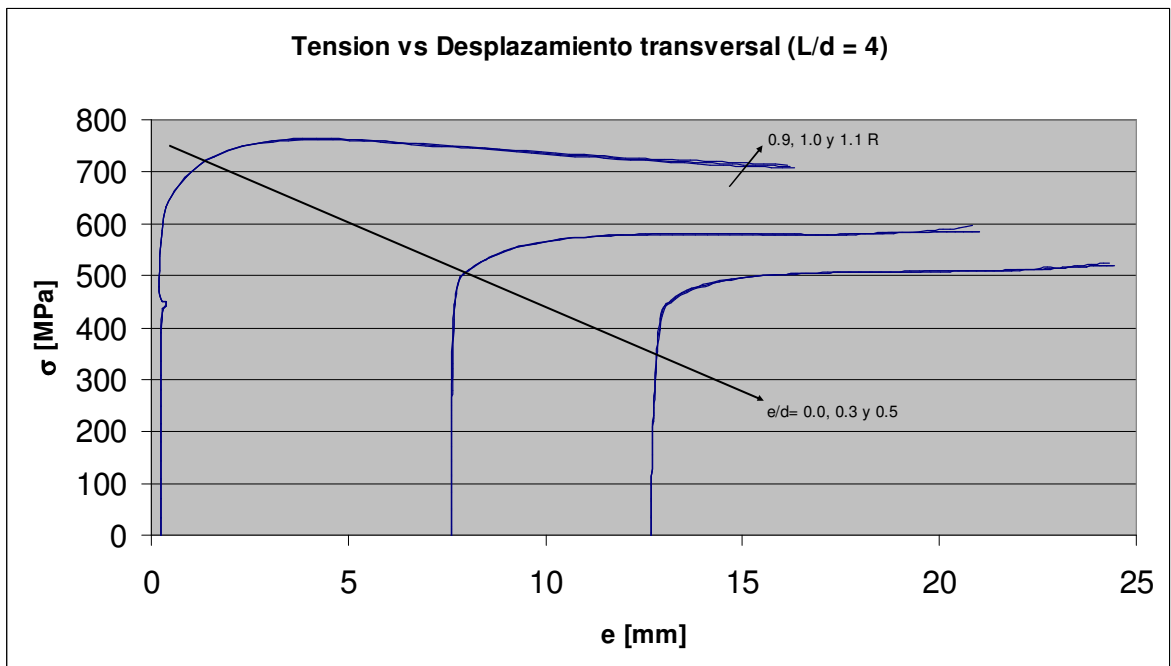


Figura E40 Tensión vs. Desplazamiento transversal $L/d=4$, Efecto de R

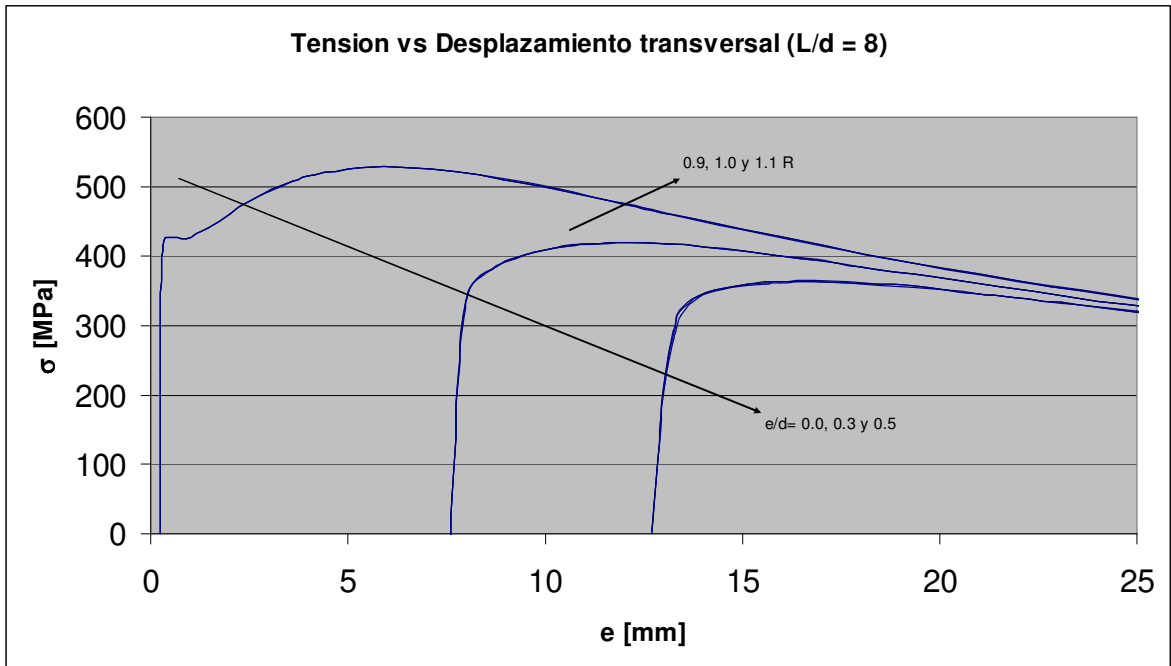


Figura E41 Tensión vs. Desplazamiento transversal L/d=, Efecto de R

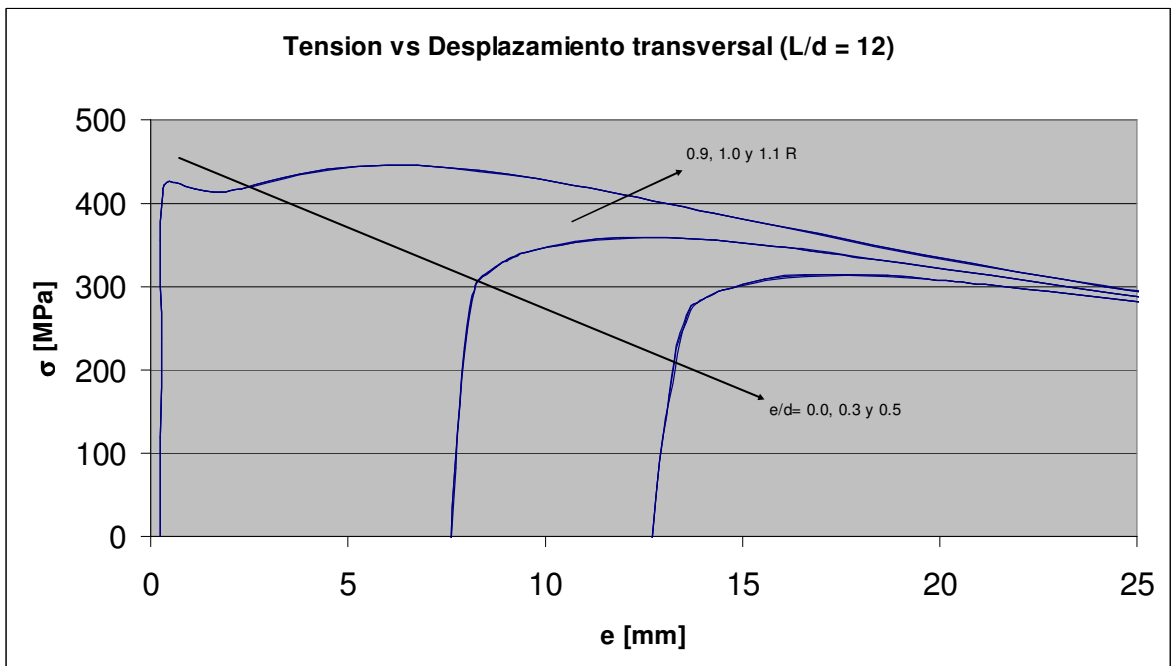


Figura E42 Tensión vs. Desplazamiento transversal L/d=12, Efecto de R

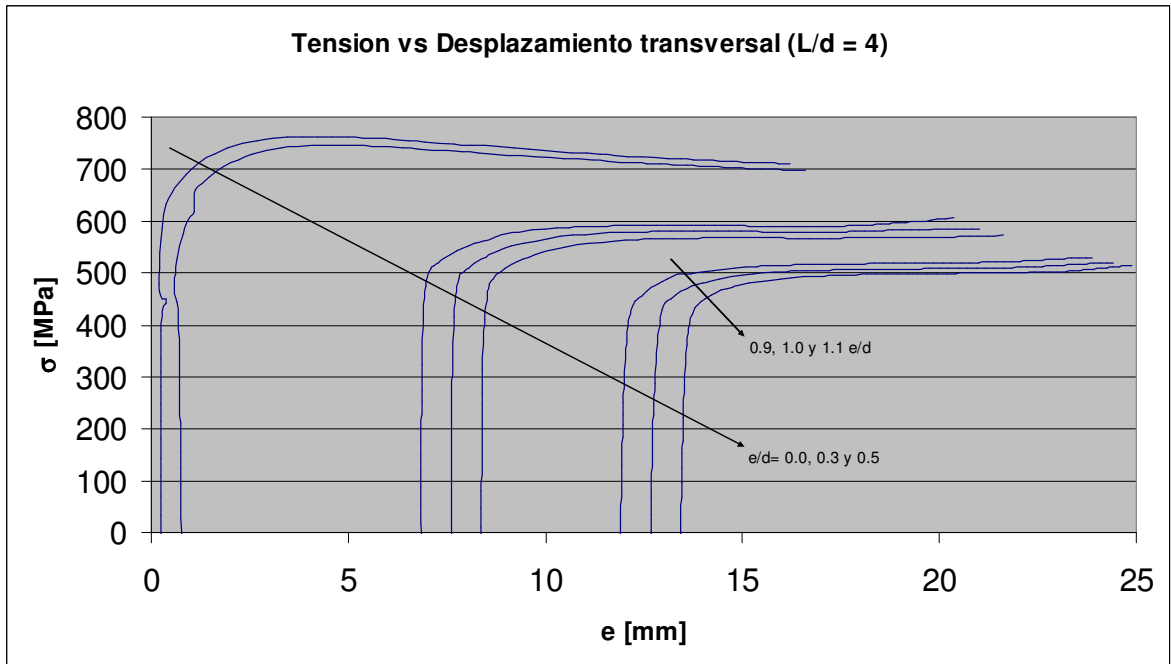


Figura E43 Tensión vs. Desplazamiento transversal $L/d=4$, Efecto de e/d

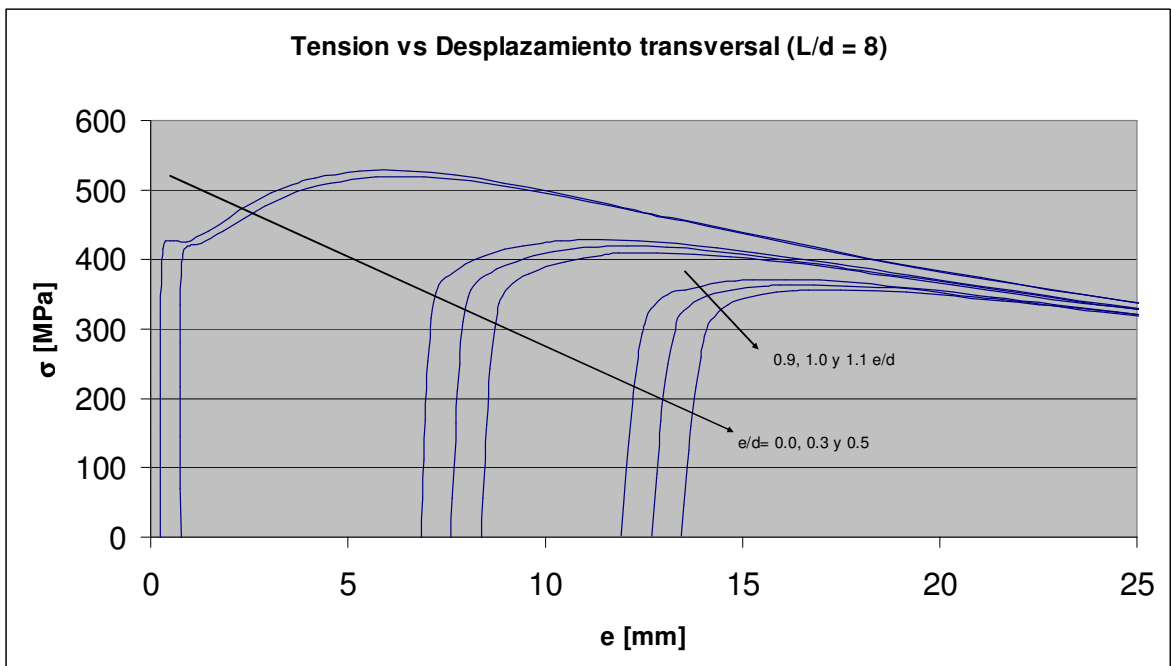


Figura E44 Tensión vs. Desplazamiento transversal $L/d=8$, Efecto de e/d

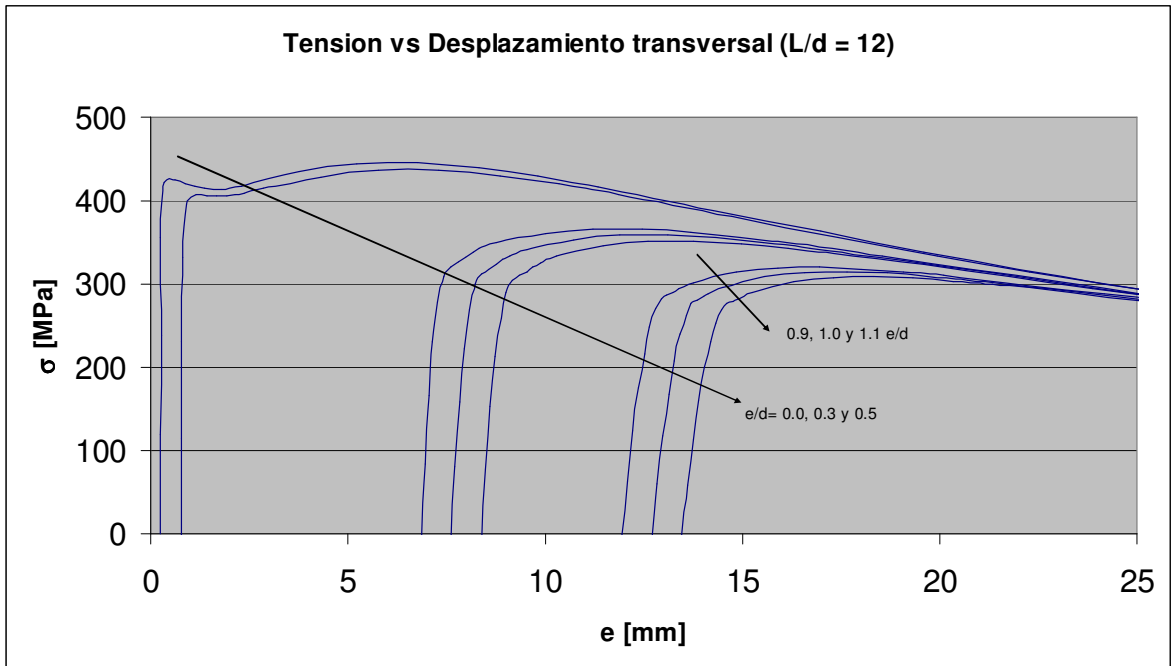


Figura E45 Tensión vs. Desplazamiento transversal $L/d=12$, Efecto de e/d

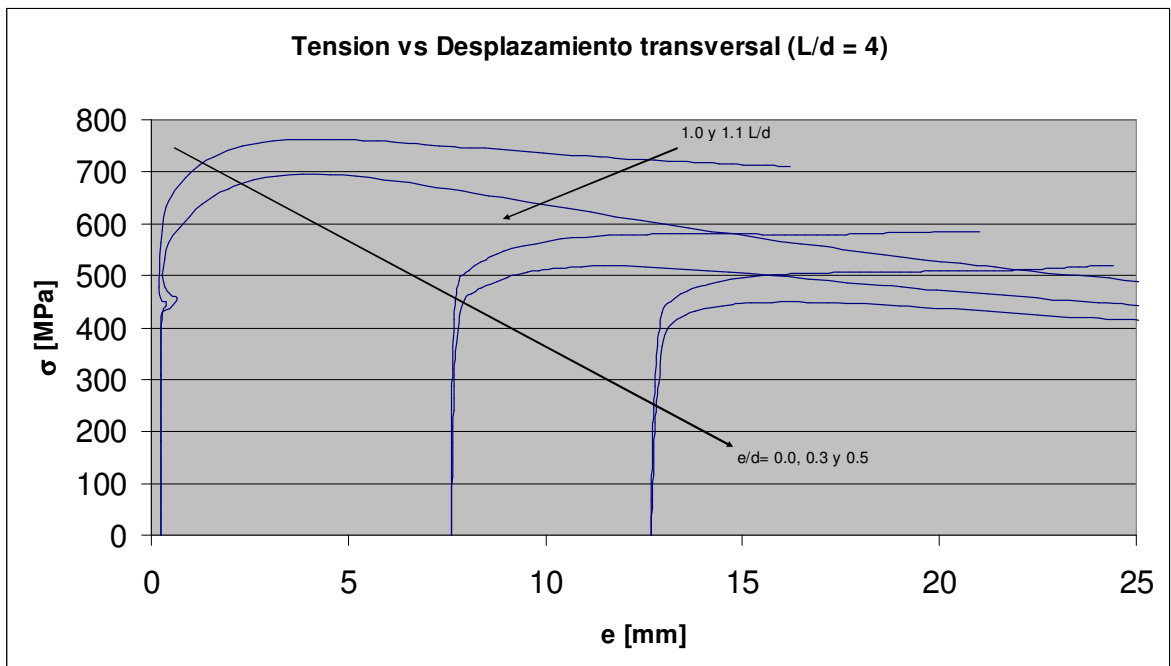


Figura E46 Tensión vs. Desplazamiento transversal $L/d=4$, Efecto de L/d

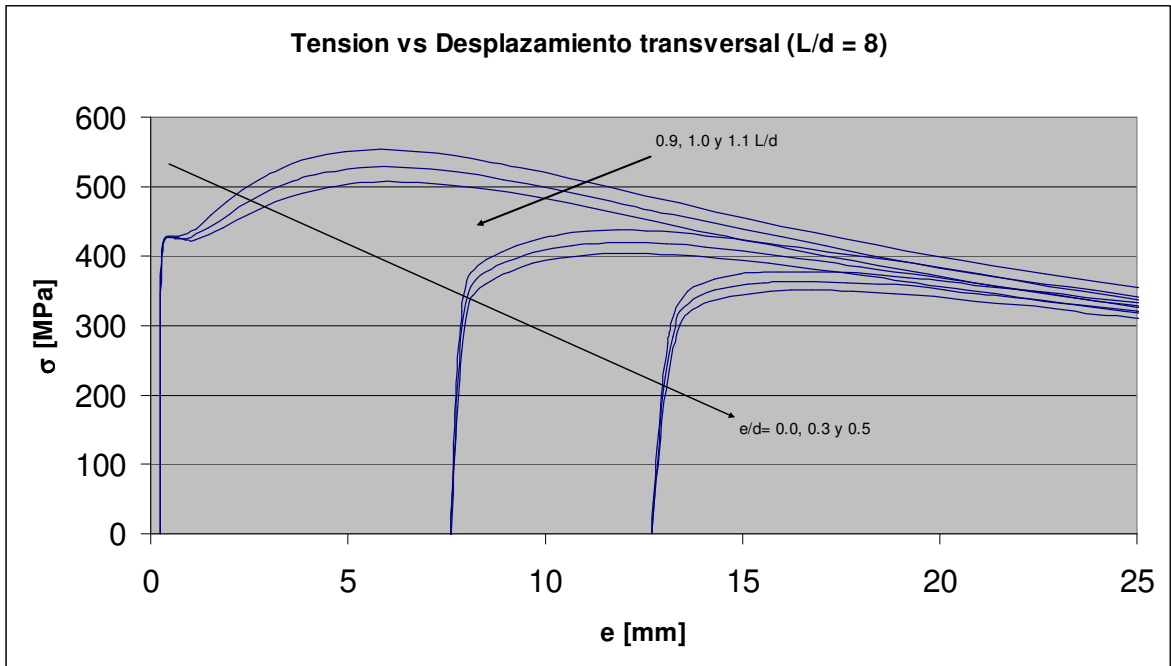


Figura E47 Tensión vs. Desplazamiento transversal $L/d=8$, Efecto de L/d

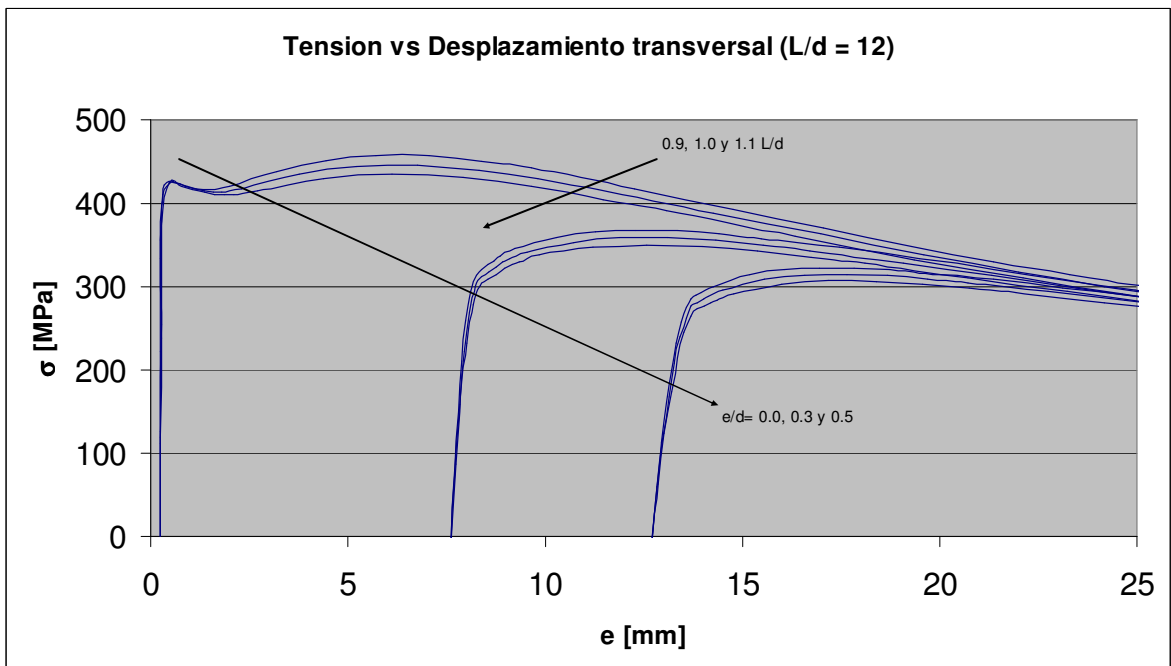


Figura E48 Tensión vs. Desplazamiento transversal $L/d=12$, Efecto de L/d

F Parámetros de comparación para el análisis de sensibilidad

F1 Parámetro 1, razón de tensiones máximas

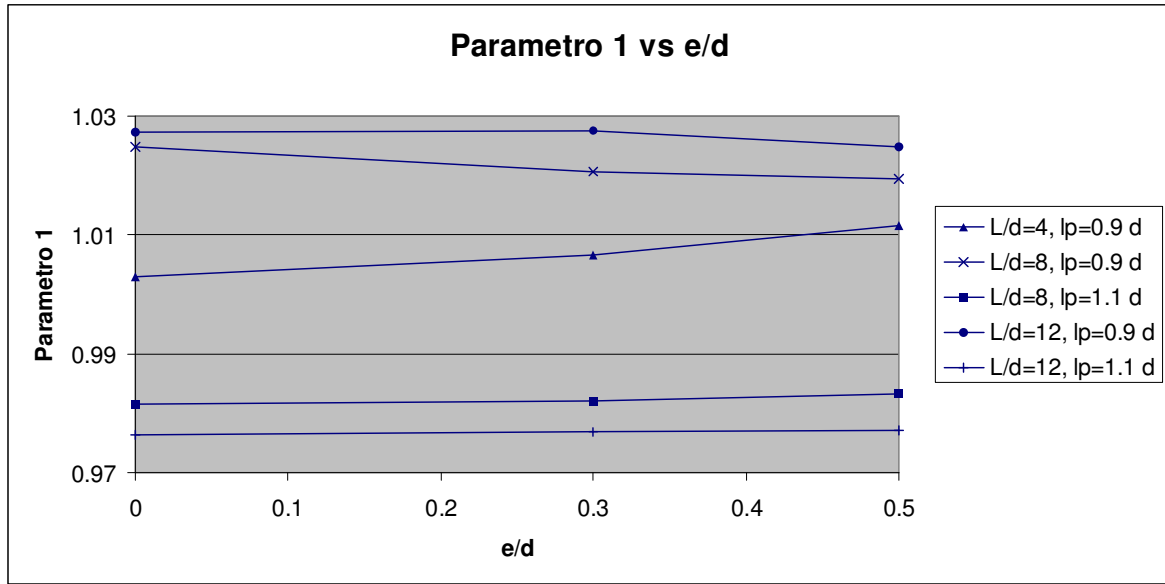


Figura F1 Parámetro 1 vs. e/d, efecto de l_p

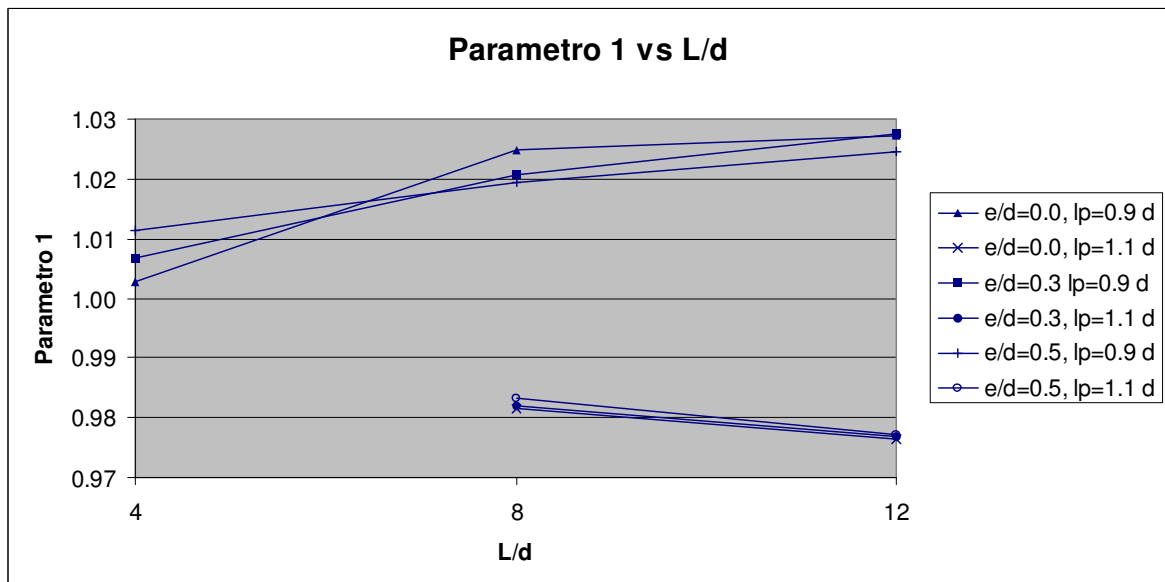


Figura F2 Parámetro 1 vs. L/d, efecto de l_p

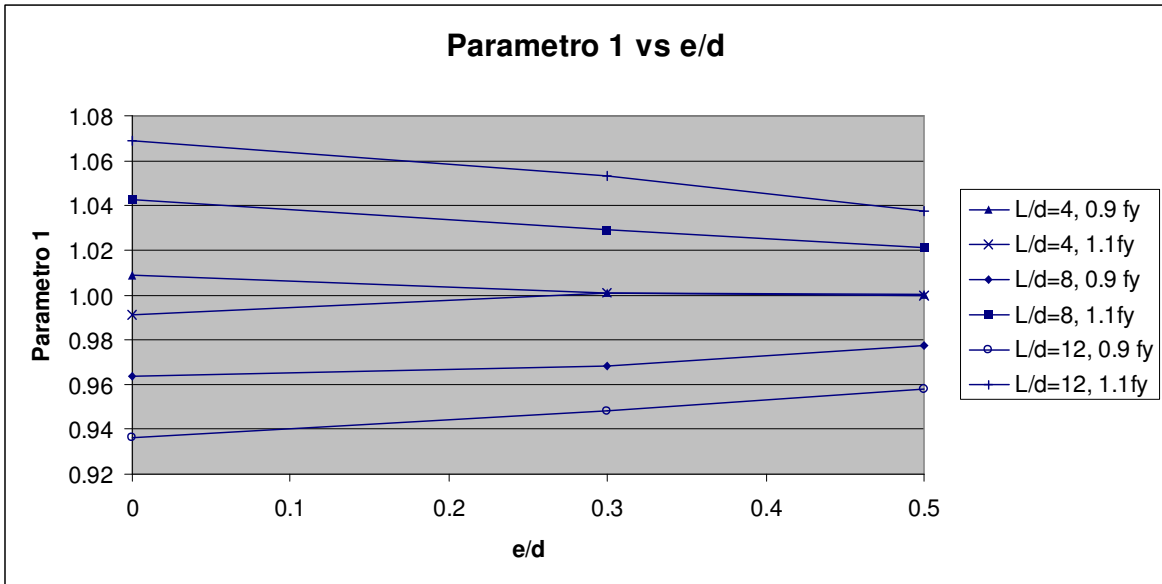


Figura F3 Parámetro 1 vs. e/d, efecto de f_y

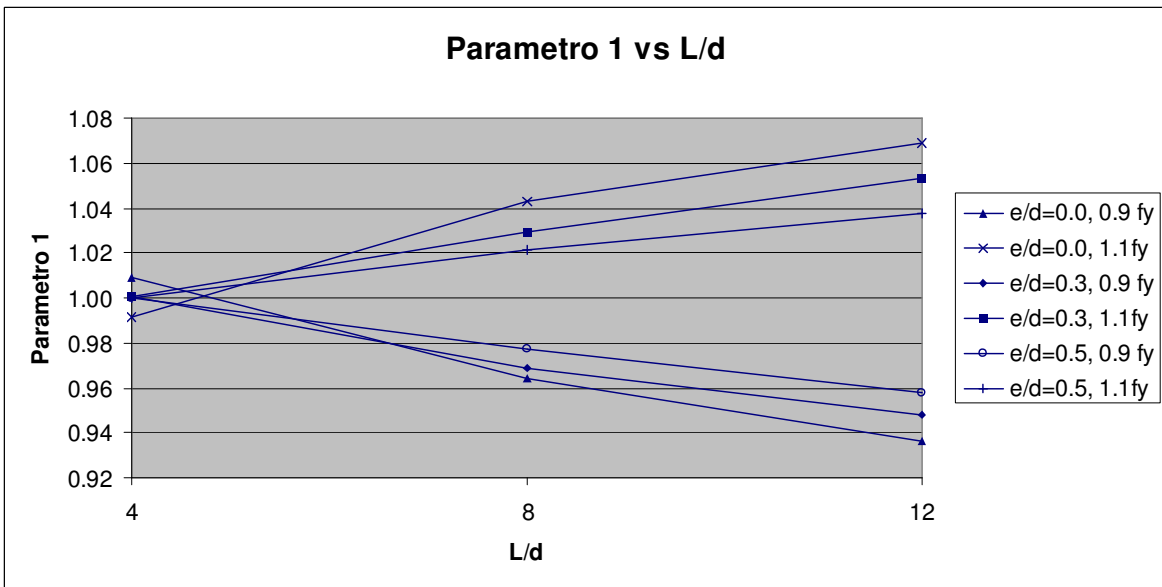


Figura F4 Parámetro 1 vs. L/d, efecto de f_y

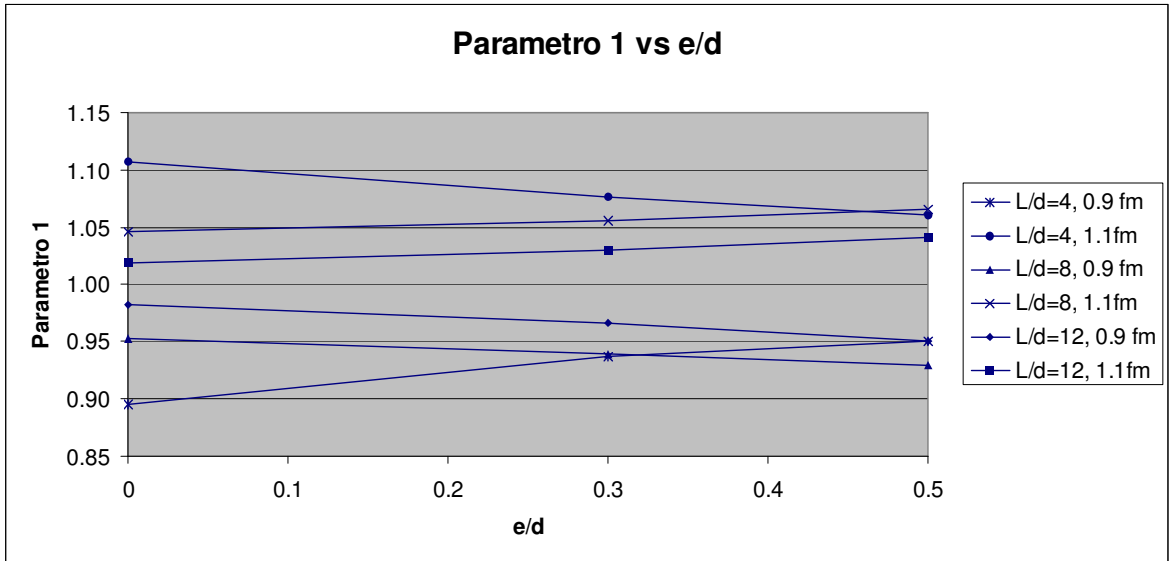


Figura F5 Parámetro 1 vs. e/d, efecto de f_m

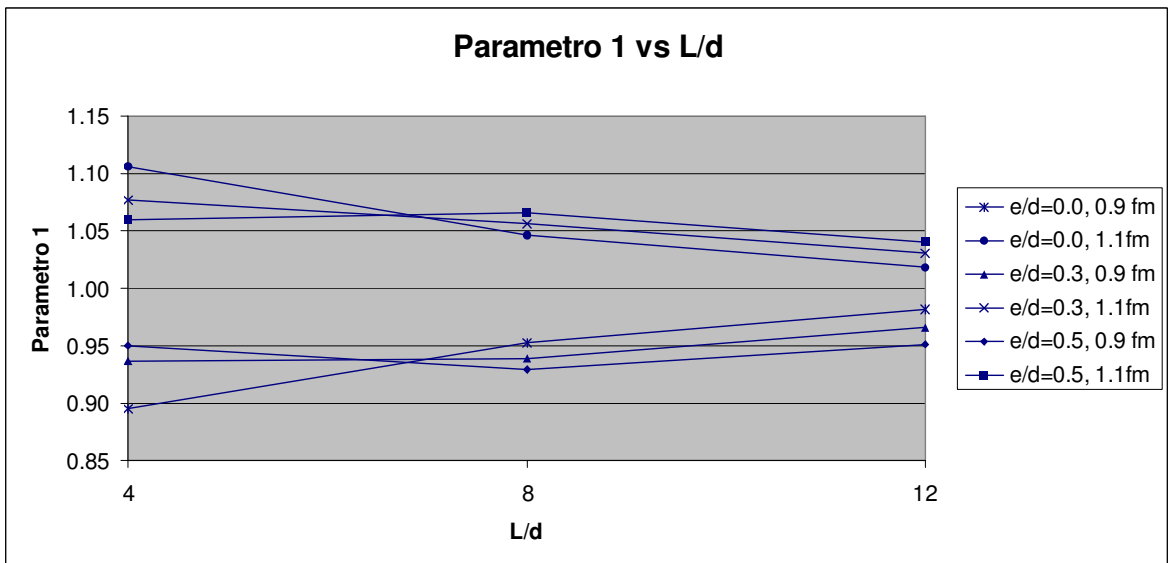


Figura F6 Parámetro 1 vs. L/d, efecto de f_m

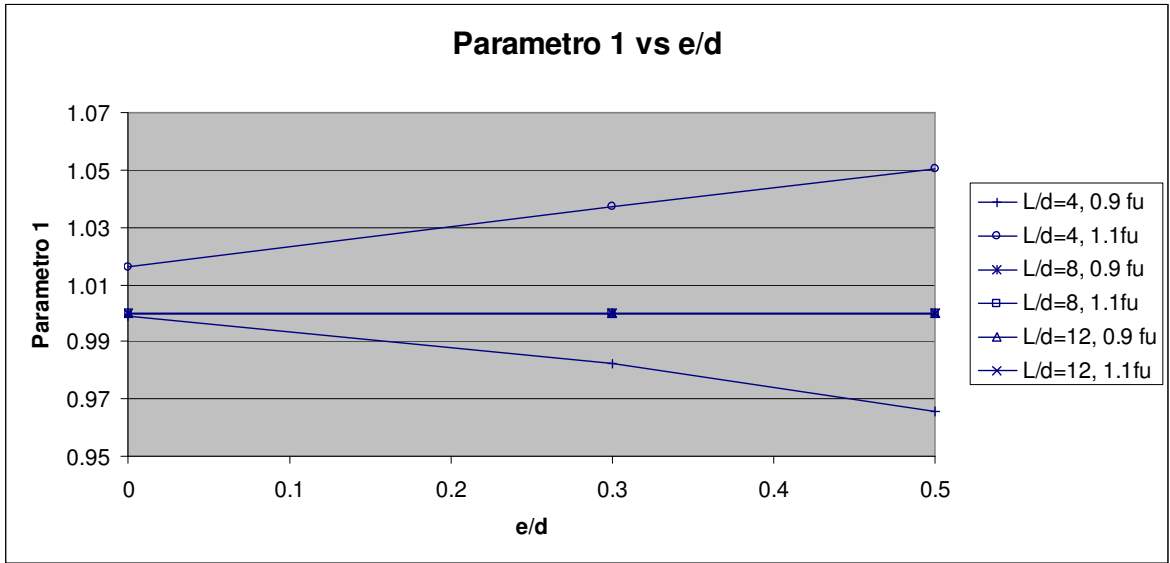


Figura F7 Parámetro 1 vs. e/d, efecto de f_u

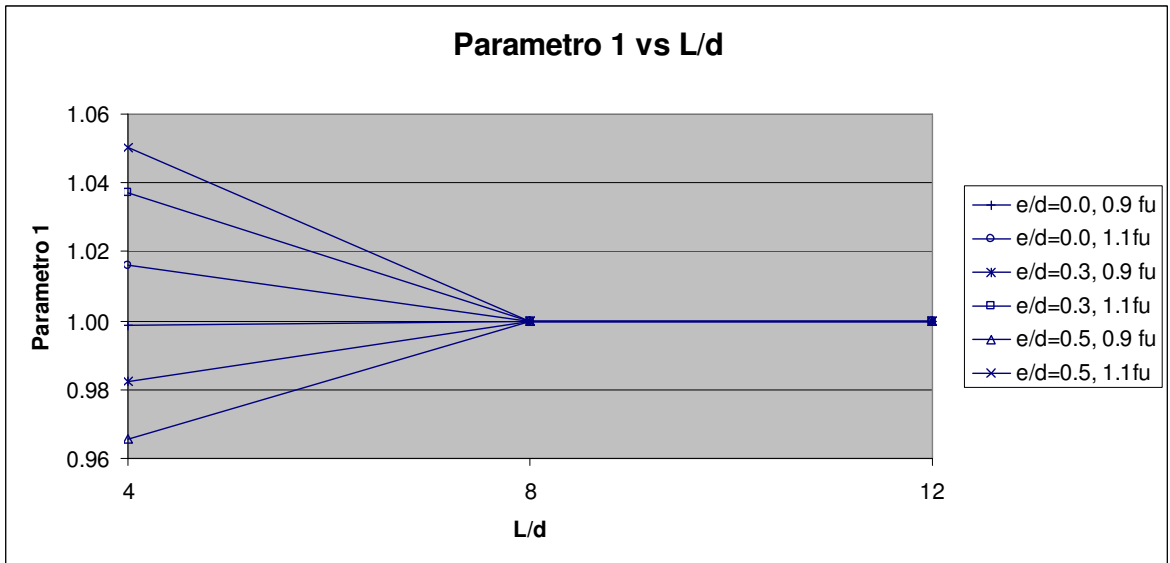


Figura F8 Parámetro 1 vs. L/d, efecto de f_u

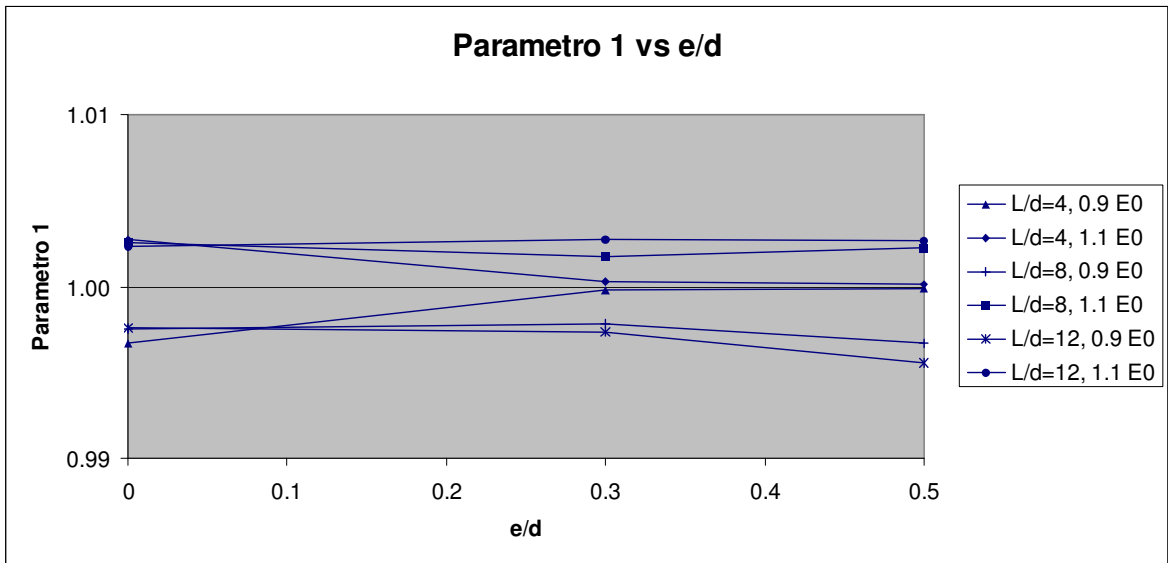


Figura F9 Parámetro 1 vs. e/d, efecto de E_0

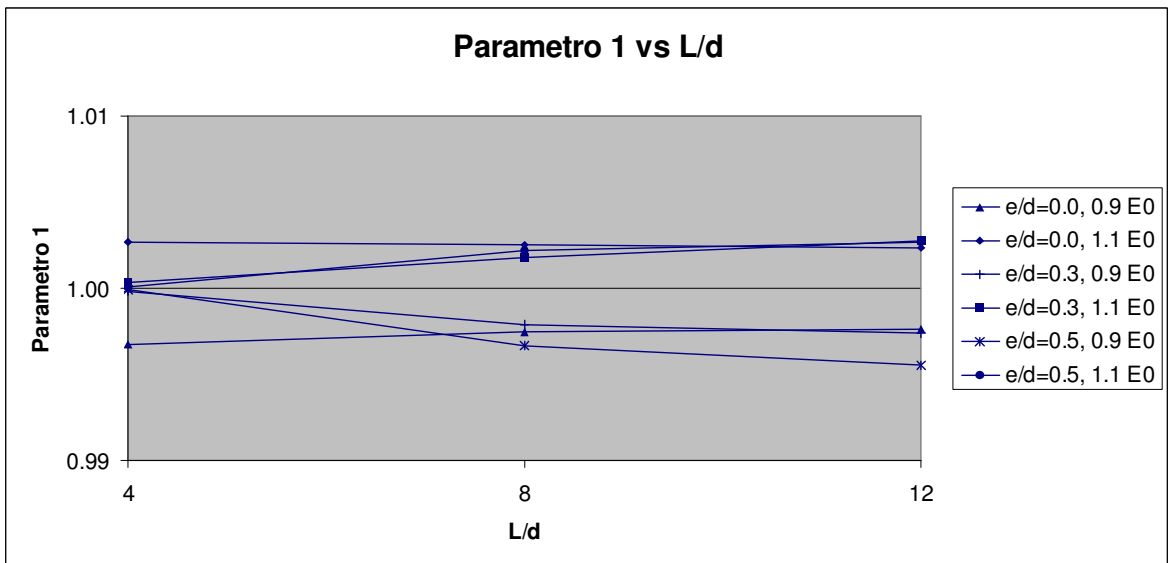


Figura F10 Parámetro 1 vs. L/d, efecto de E_0

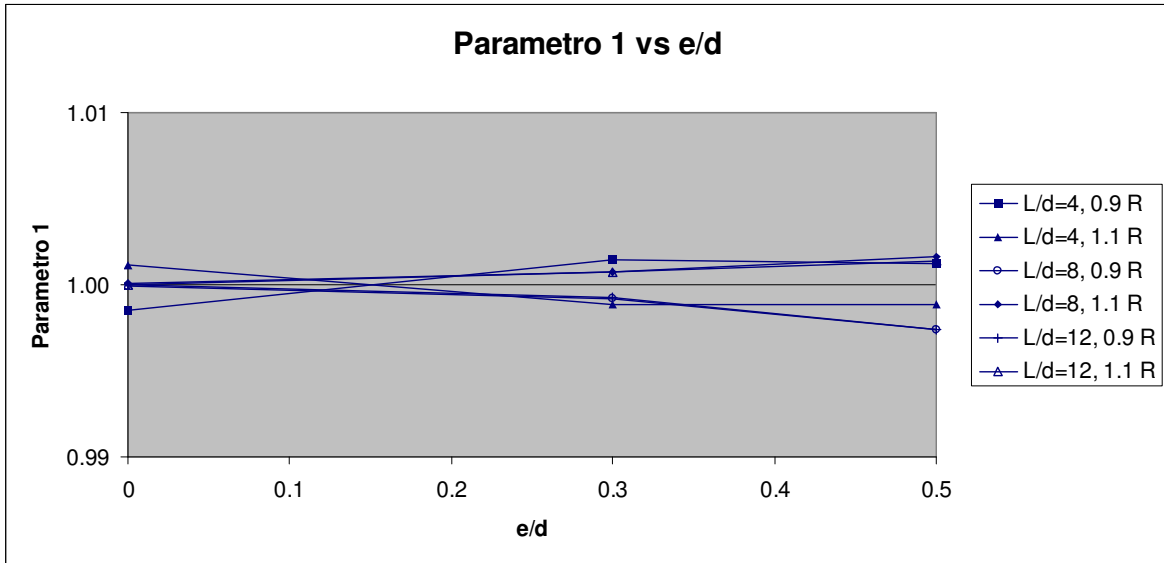


Figura F11 Parámetro 1 vs. e/d, efecto de R

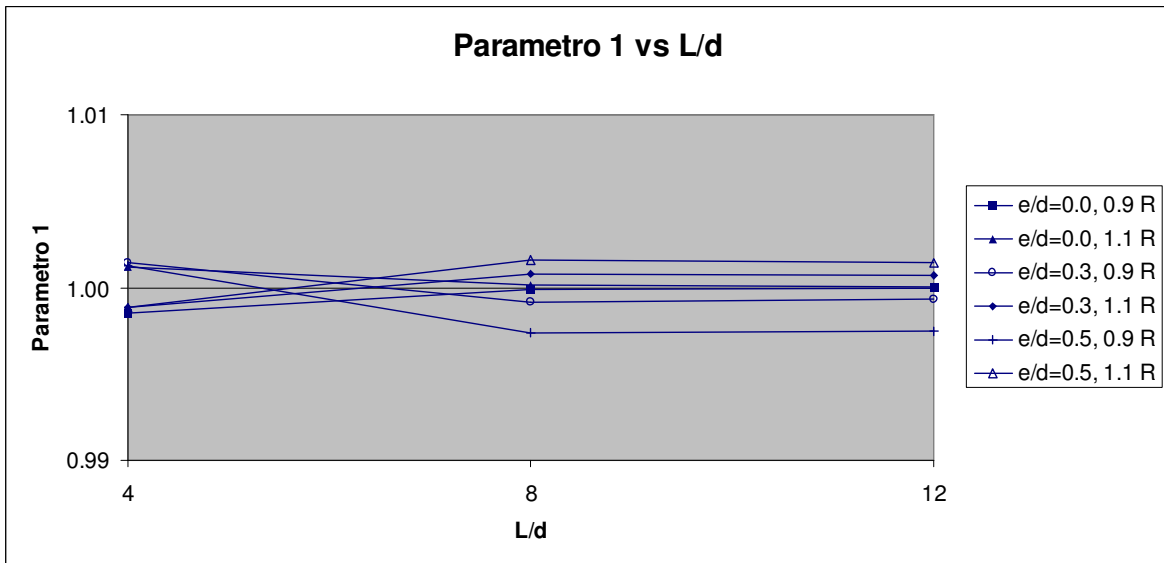


Figura F12 Parámetro 1 vs. L/d, efecto de R

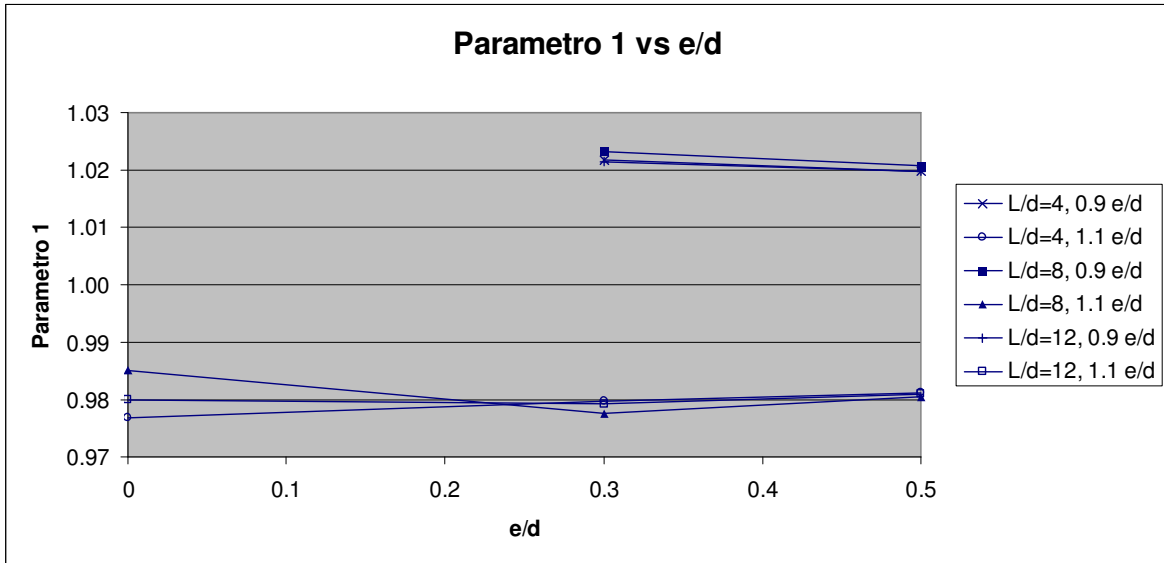


Figura F13 Parámetro 1 vs. e/d, efecto de e/d

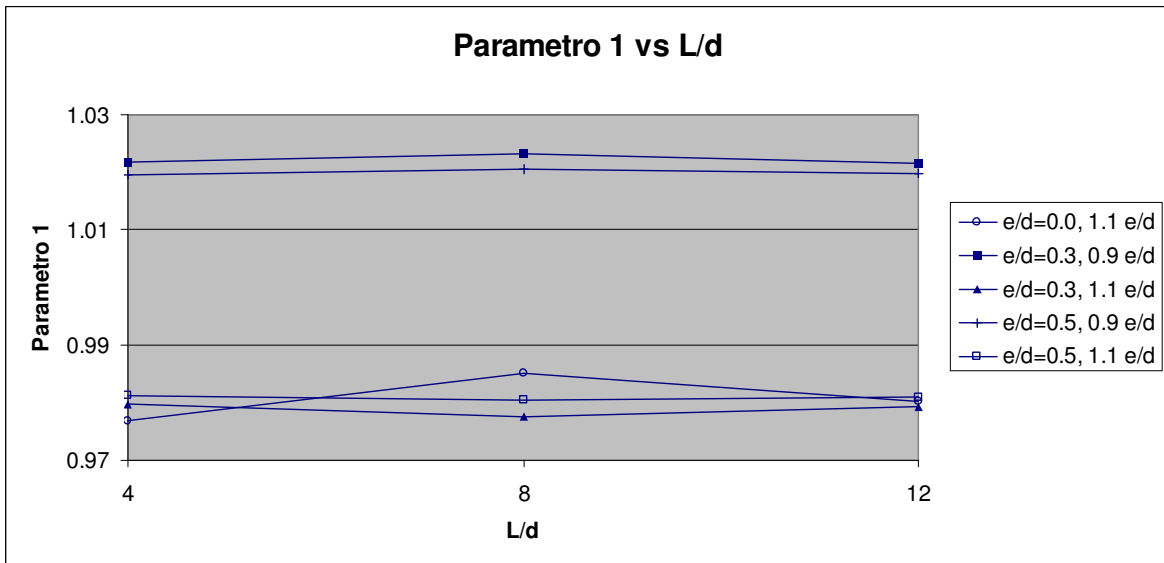


Figura F14 Parámetro 1 vs. L/d, efecto de e/d

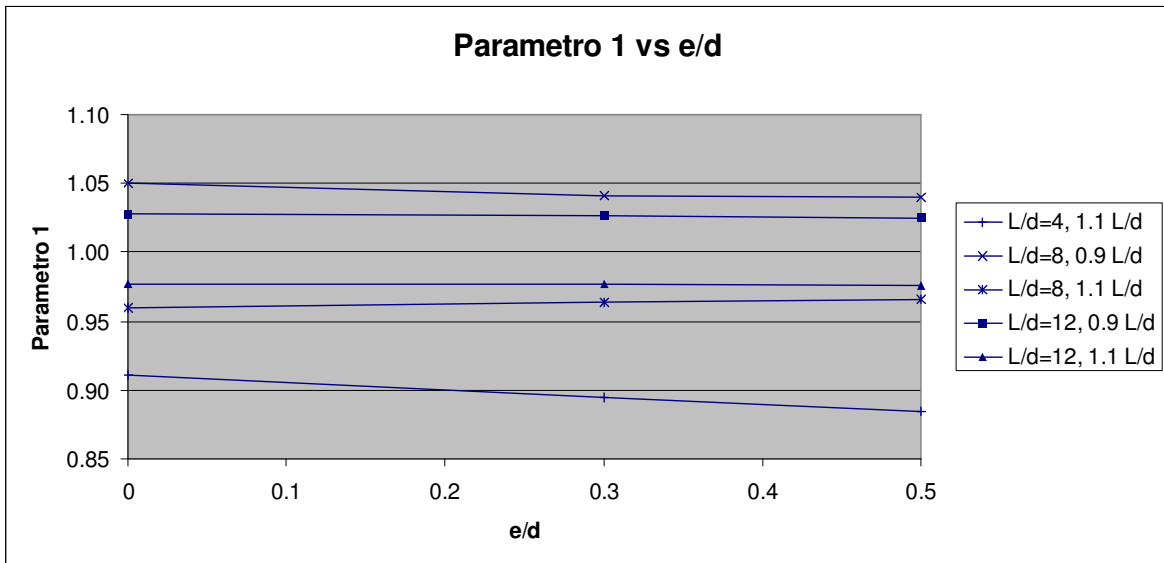


Figura F15 Parámetro 1 vs. e/d, efecto de L/d

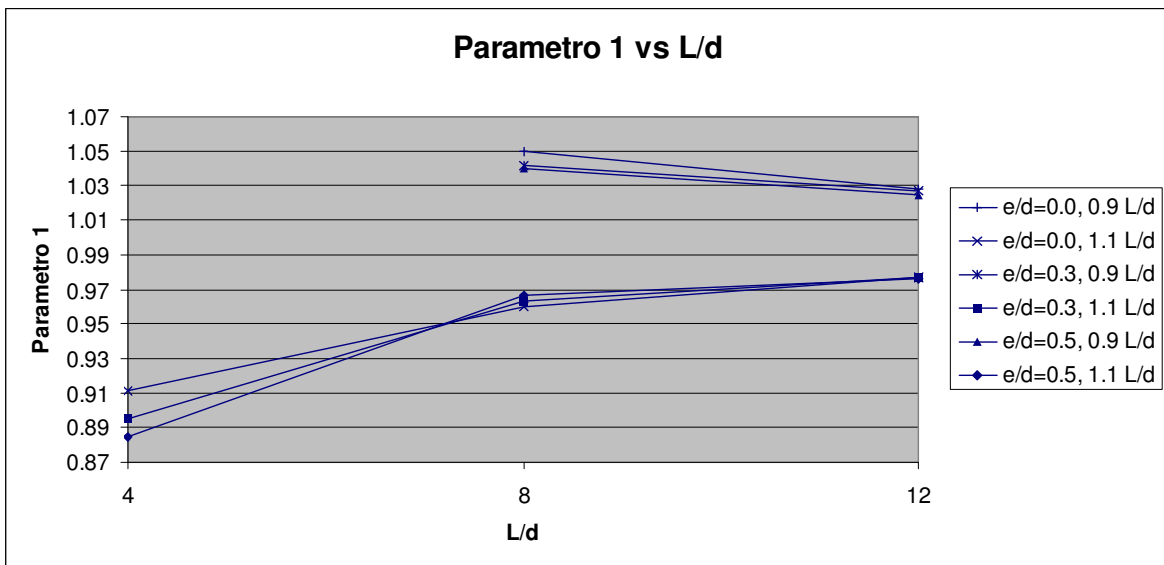


Figura F16 Parámetro 1 vs. L/d, efecto de L/d

F2 Parametro 2, relación de áreas

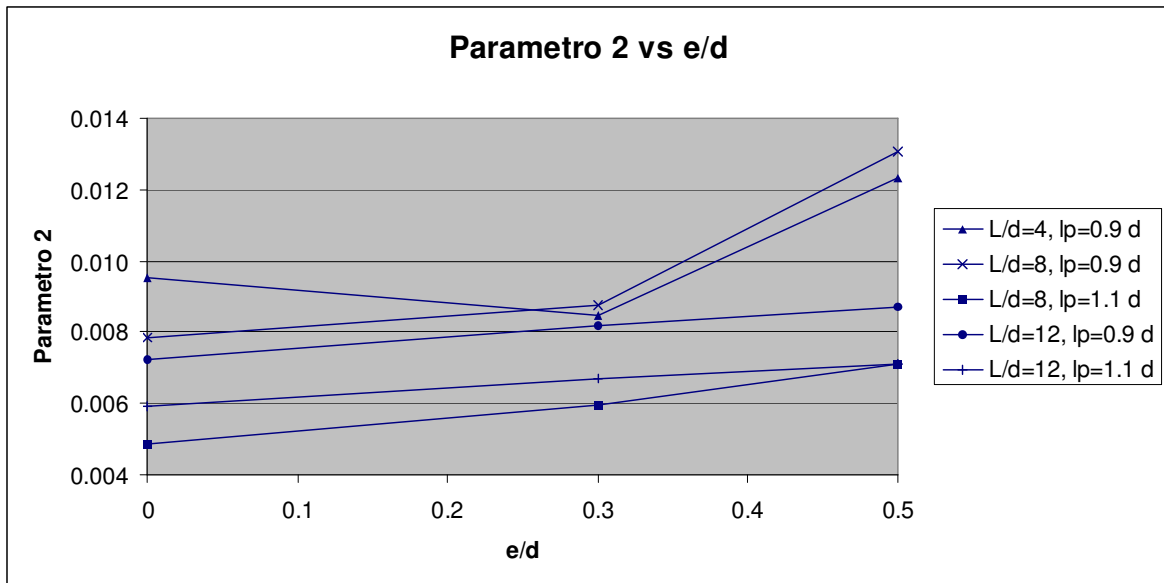


Figura F17 Parámetro 2 vs. e/d, efecto de l_p

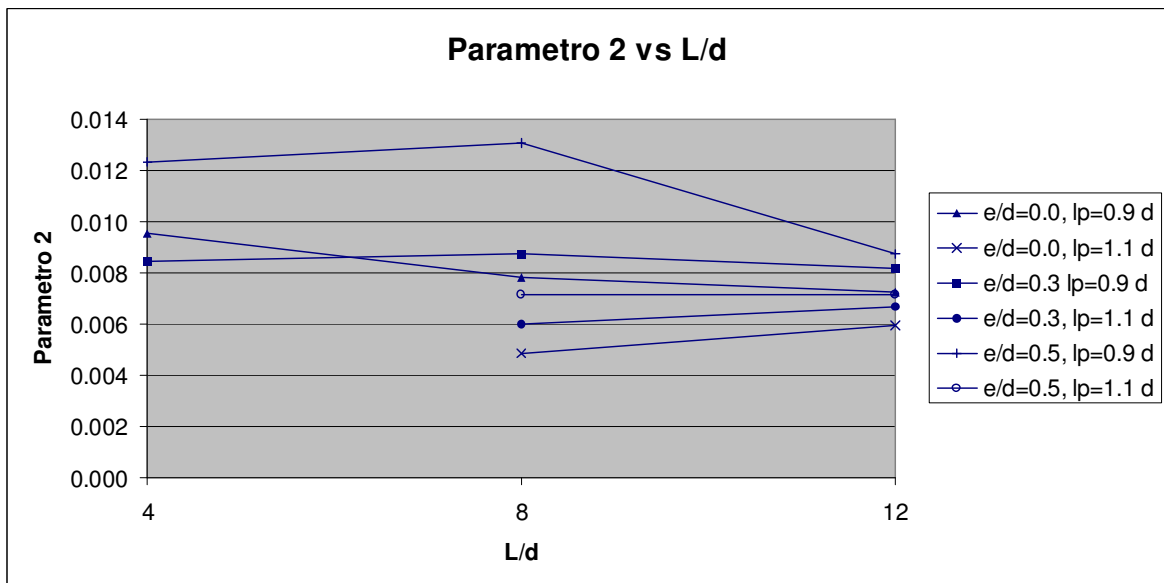


Figura F18 Parámetro 2 vs. L/d, efecto de l_p

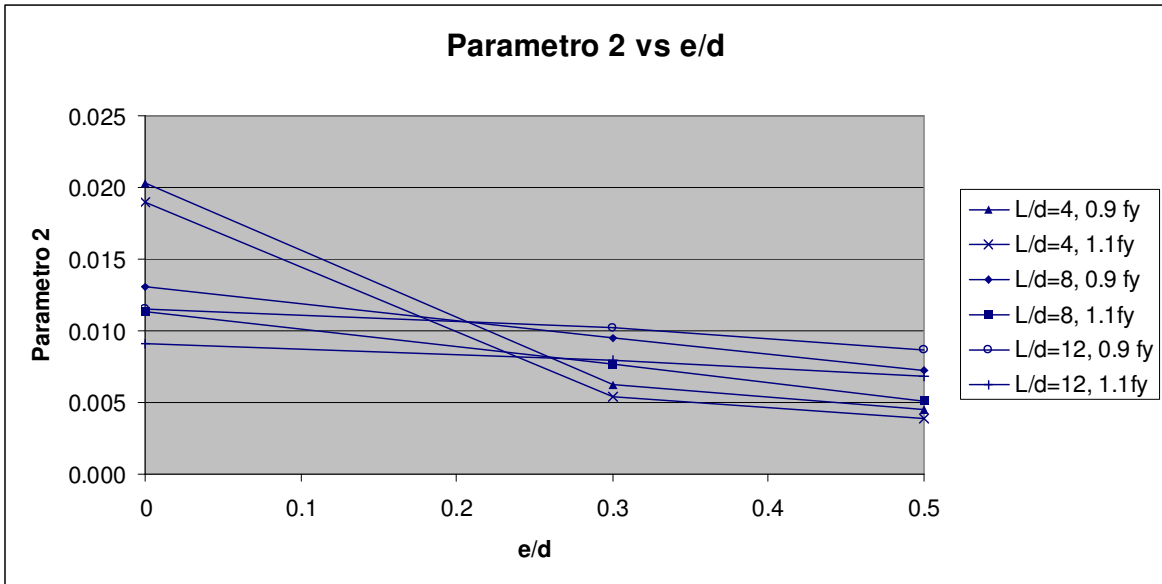


Figura F19 Parámetro 2 vs. e/d, efecto de f_y

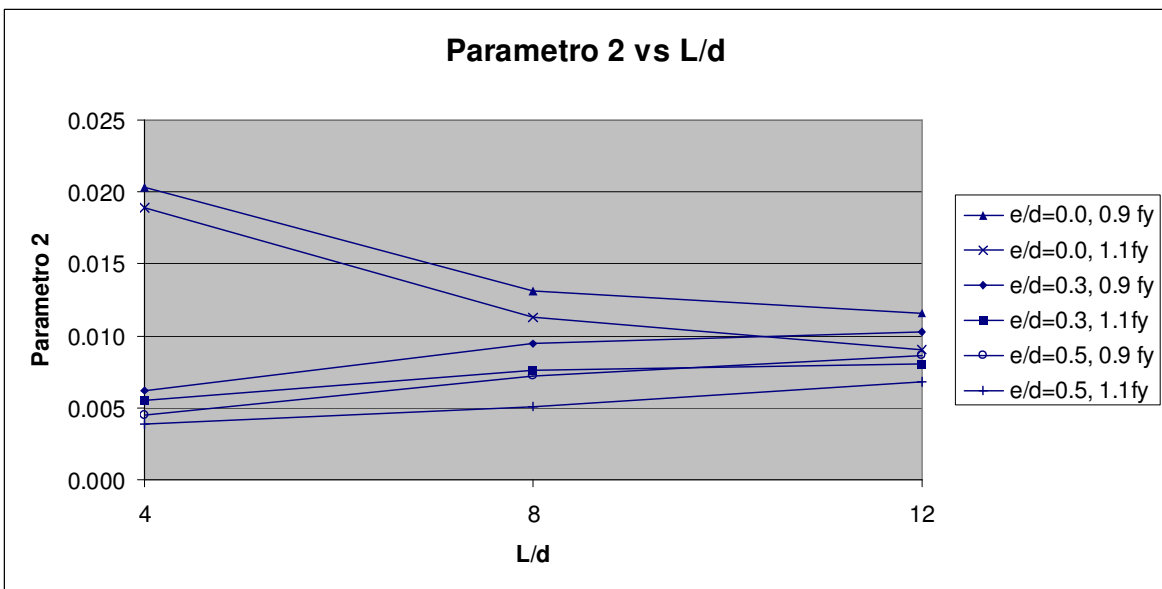


Figura F20 Parámetro 2 vs. L/d, efecto de f_y

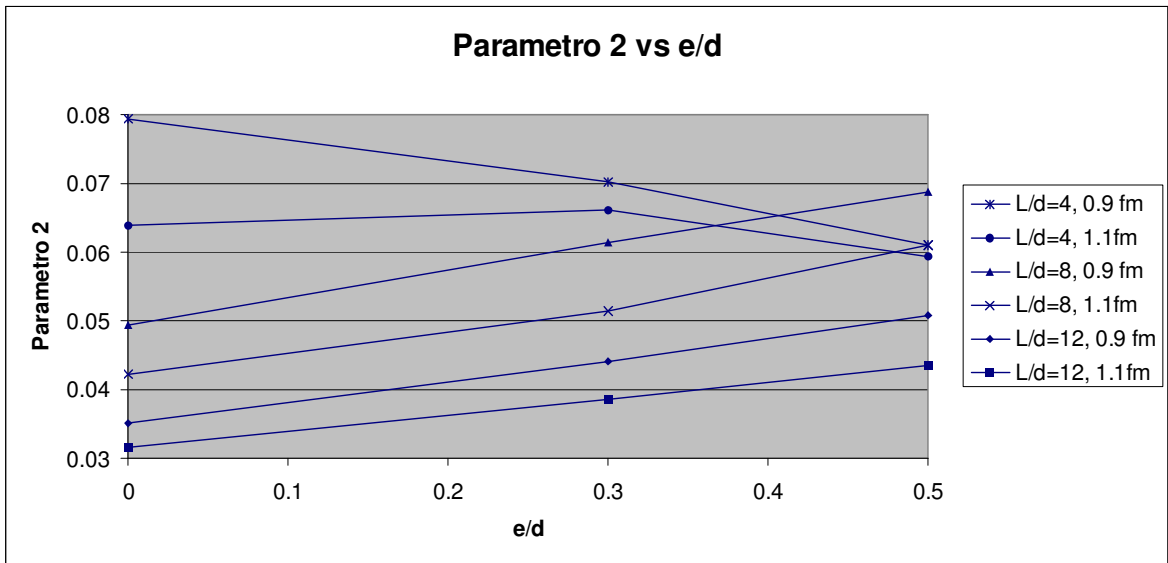


Figura F21 Parámetro 2 vs. e/d, efecto de f_m

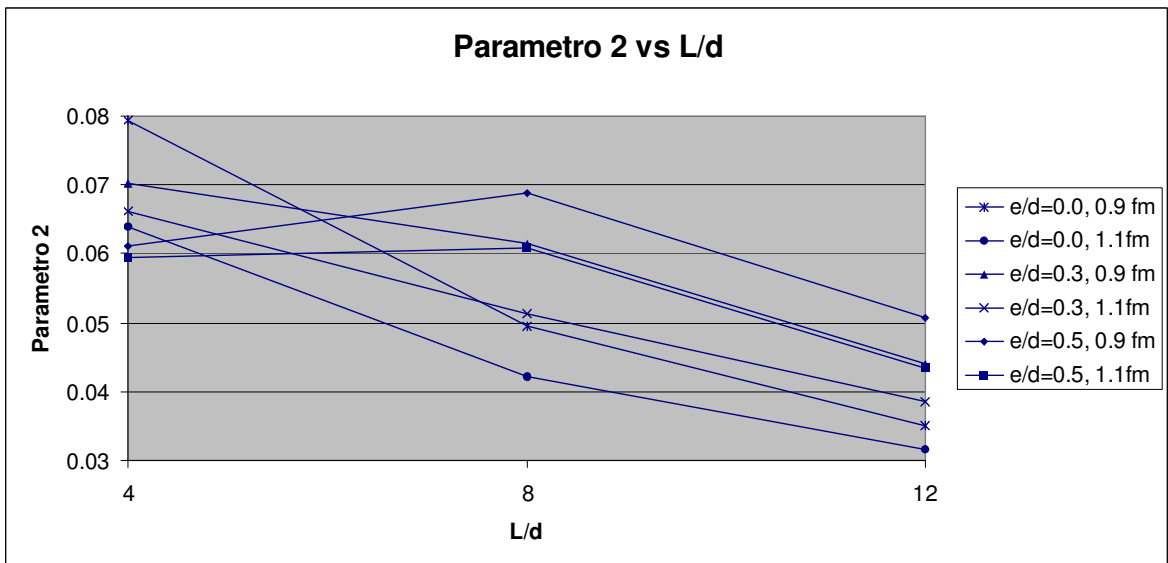


Figura F22 Parámetro 2 vs. L/d, efecto de f_m

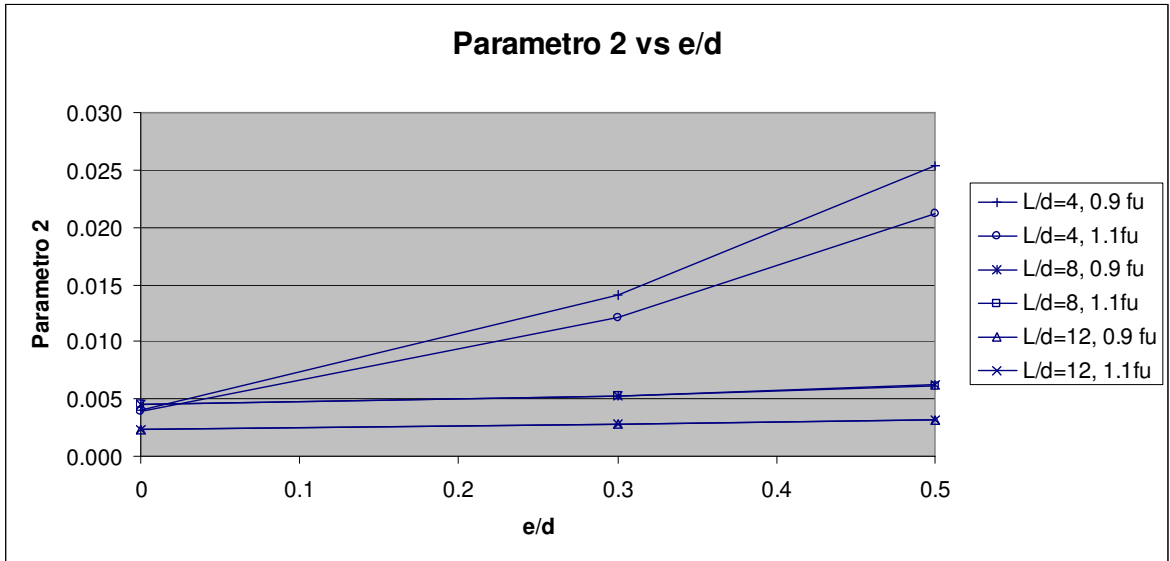


Figura F23 Parámetro 2 vs. e/d, efecto de f_u

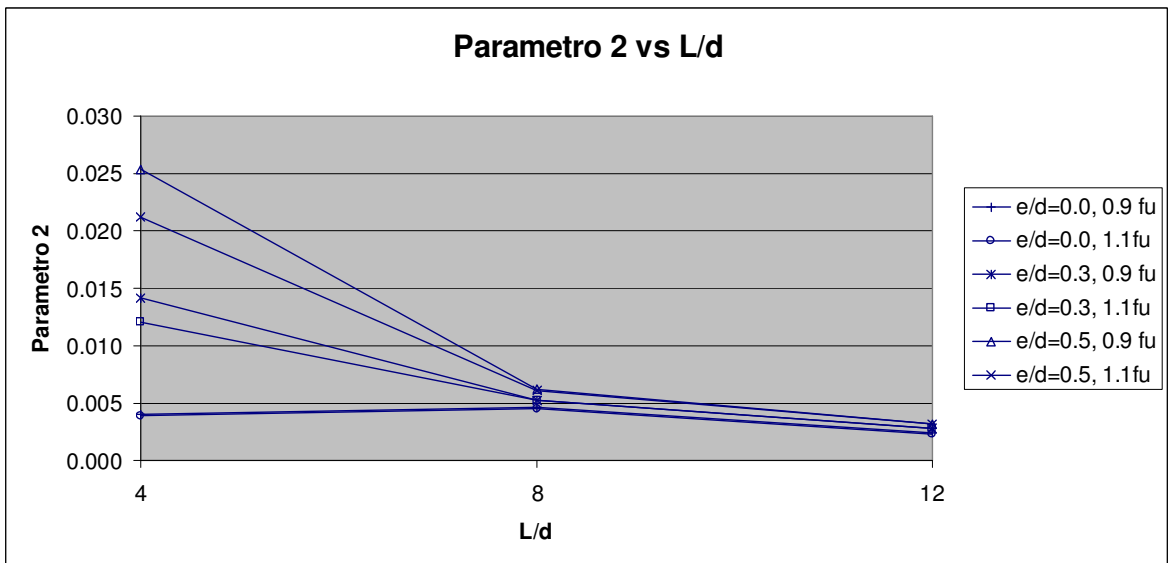


Figura F24 Parámetro 2 vs. L/d, efecto de f_u

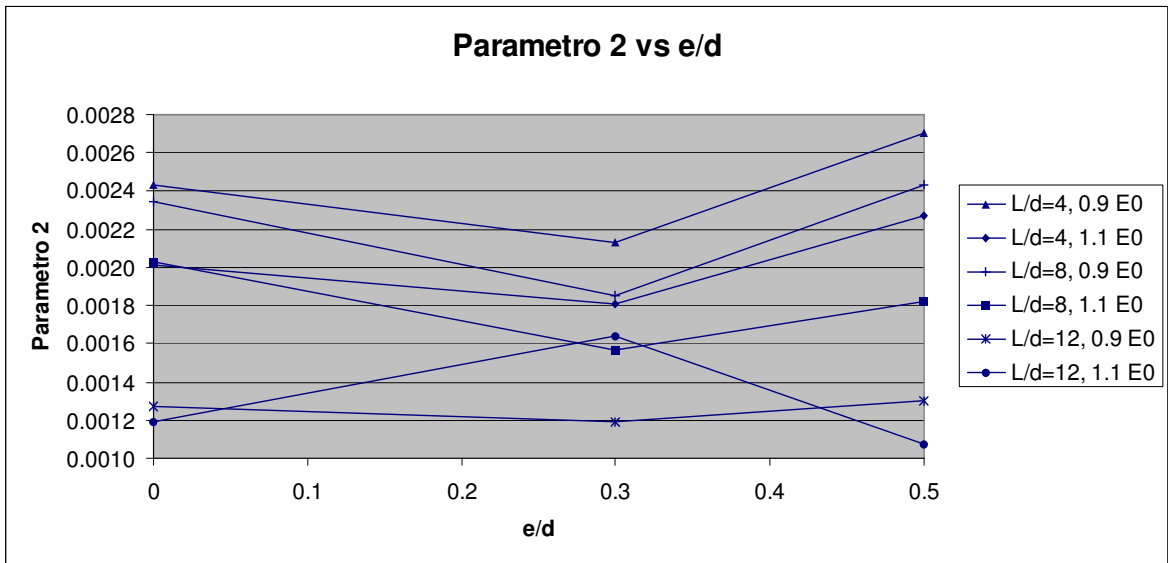


Figura F25 Parámetro 2 vs. e/d, efecto de E₀

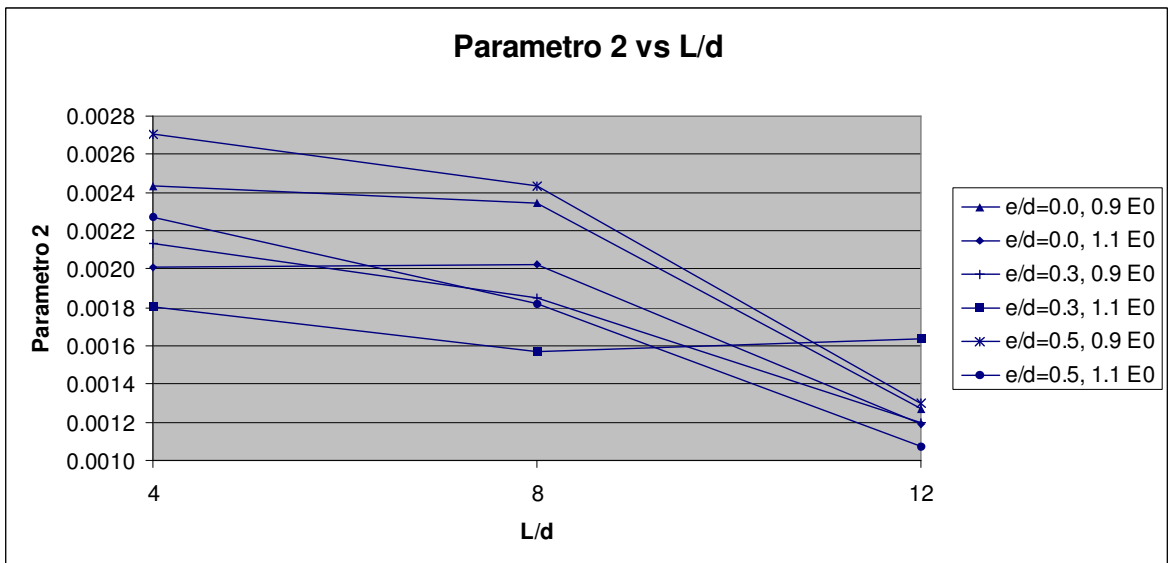


Figura F26 Parámetro 2 vs. L/d, efecto de E₀

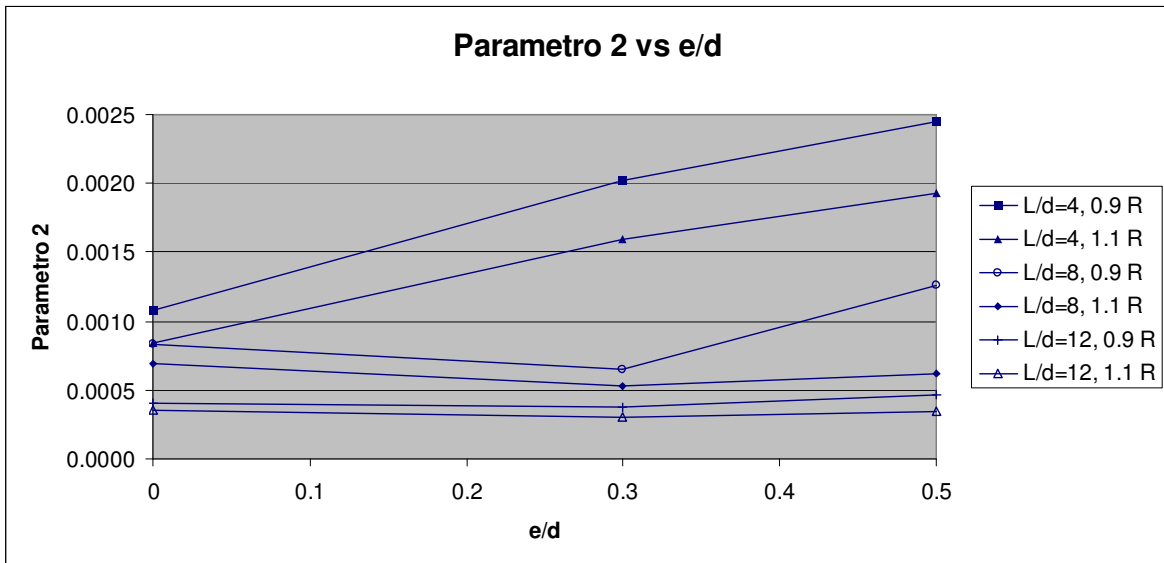


Figura F27 Parámetro 2 vs. e/d, efecto de R

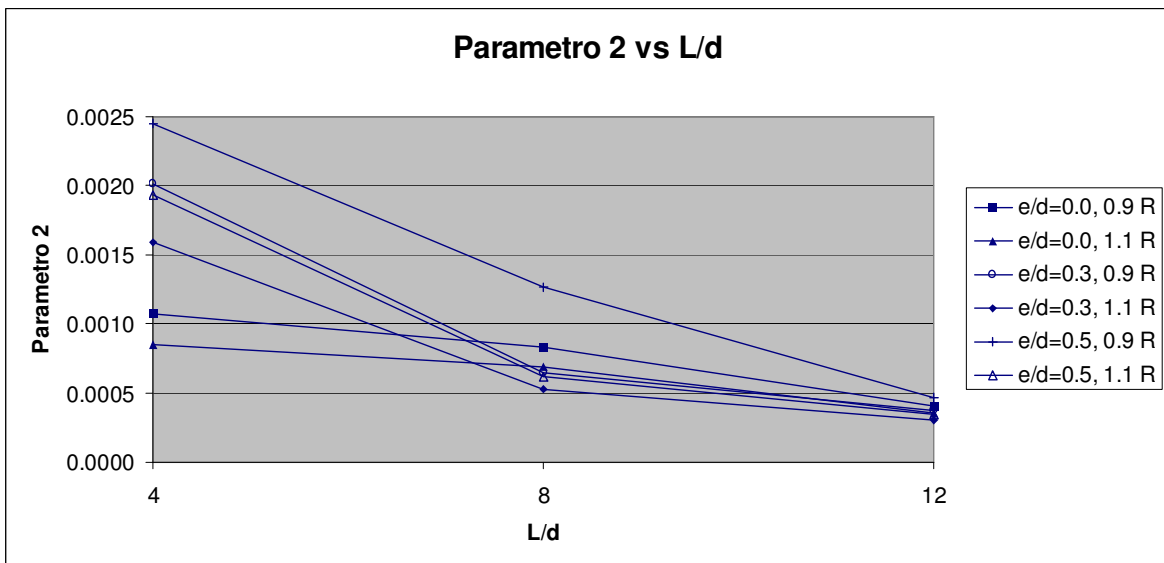


Figura F28 Parámetro 2 vs. L/d, efecto de R

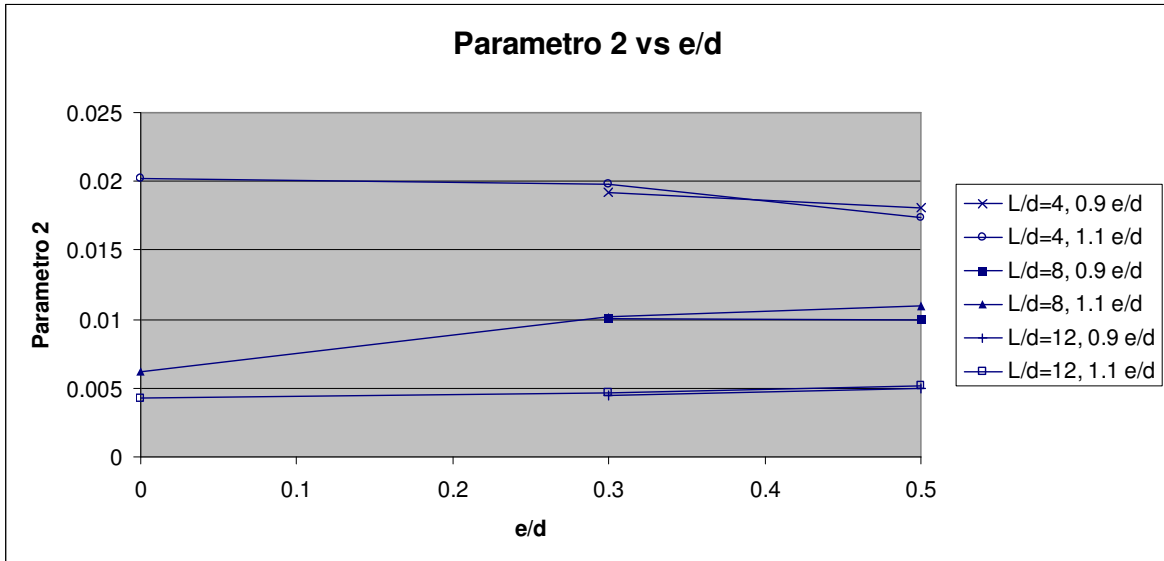


Figura F29 Parámetro 2 vs. e/d, efecto de e/d

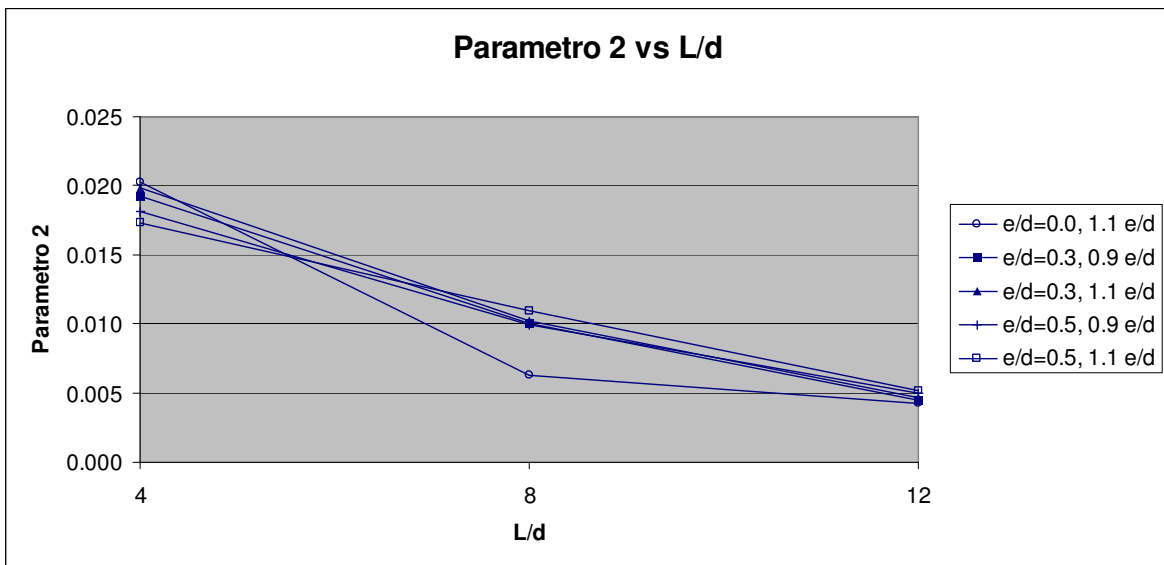


Figura F30 Parámetro 2 vs. L/d, efecto de e/d

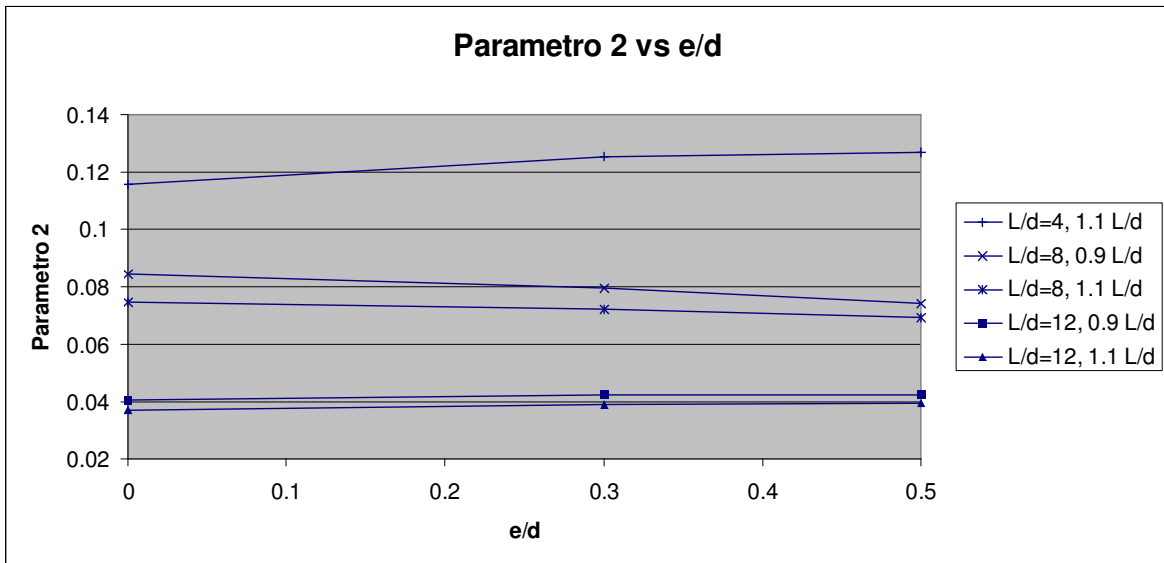


Figura F31 Parámetro 2 vs. e/d, efecto de L/d

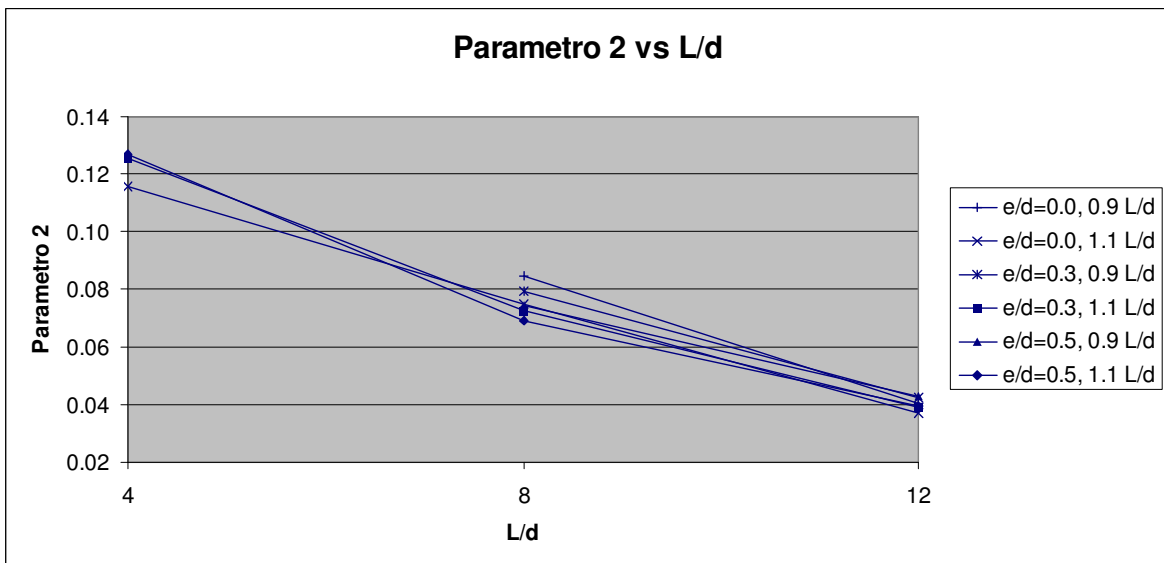


Figura F32 Parámetro 2 vs. L/d, efecto de L/d

G Calibración del material en ABAQUS

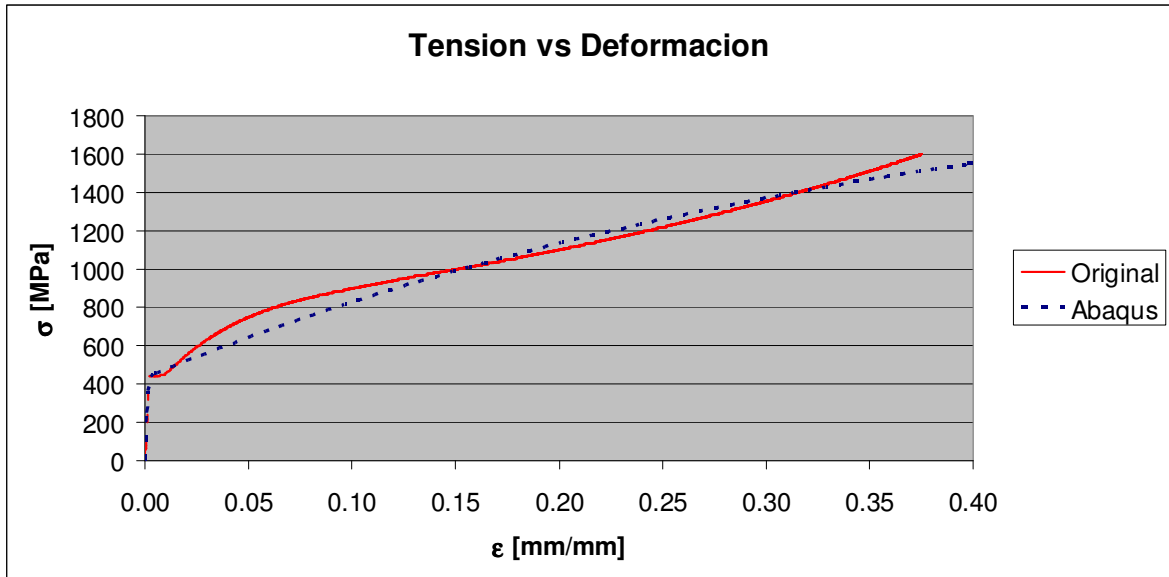


Figura G1 Curva monótonica, calibración curva en compresión

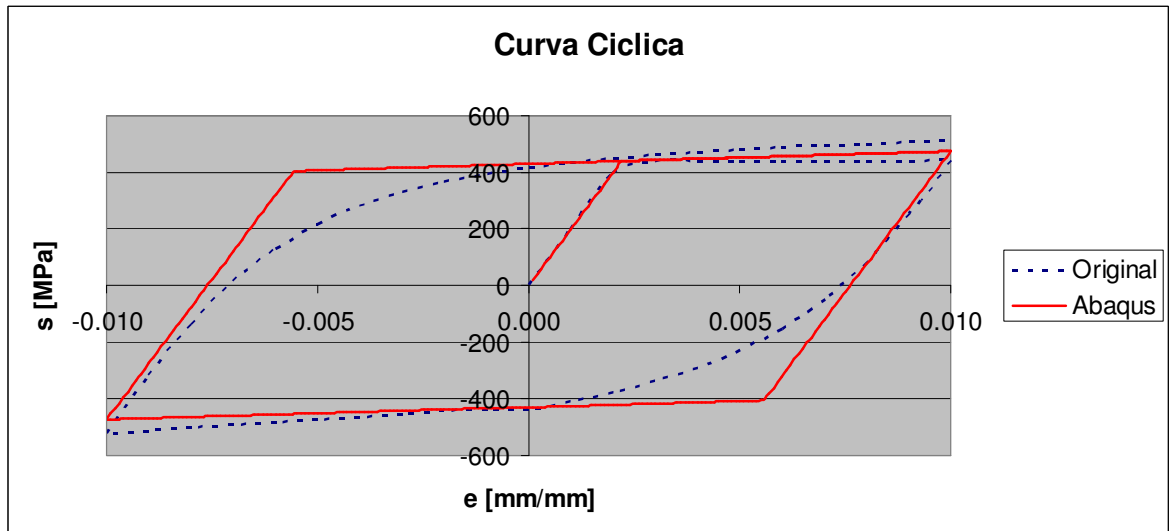


Figura G2 Curva cíclica 1% deformación

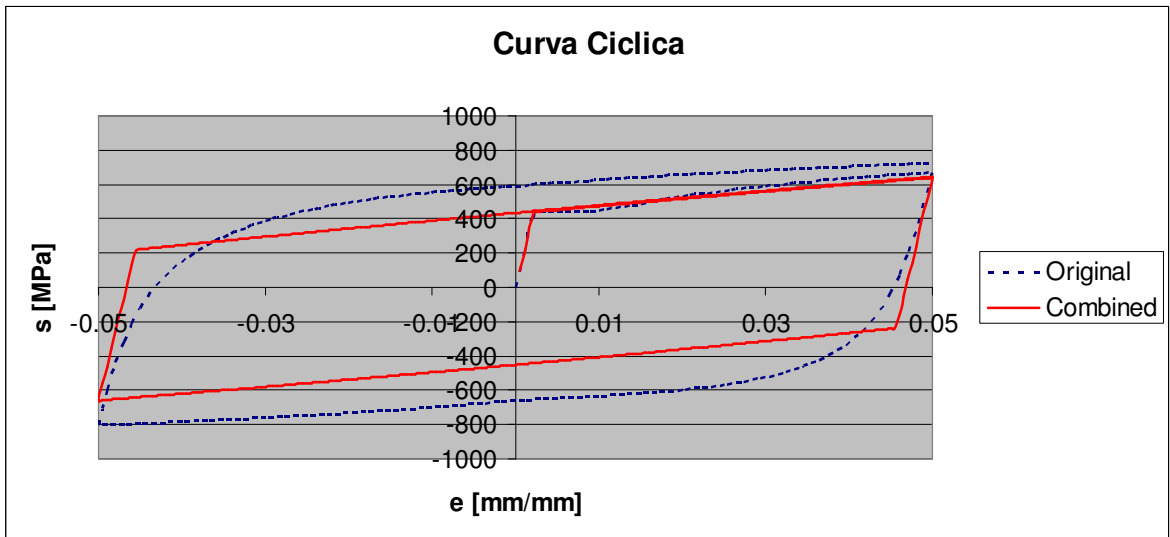


Figura G3 Curva cíclica 5% deformación

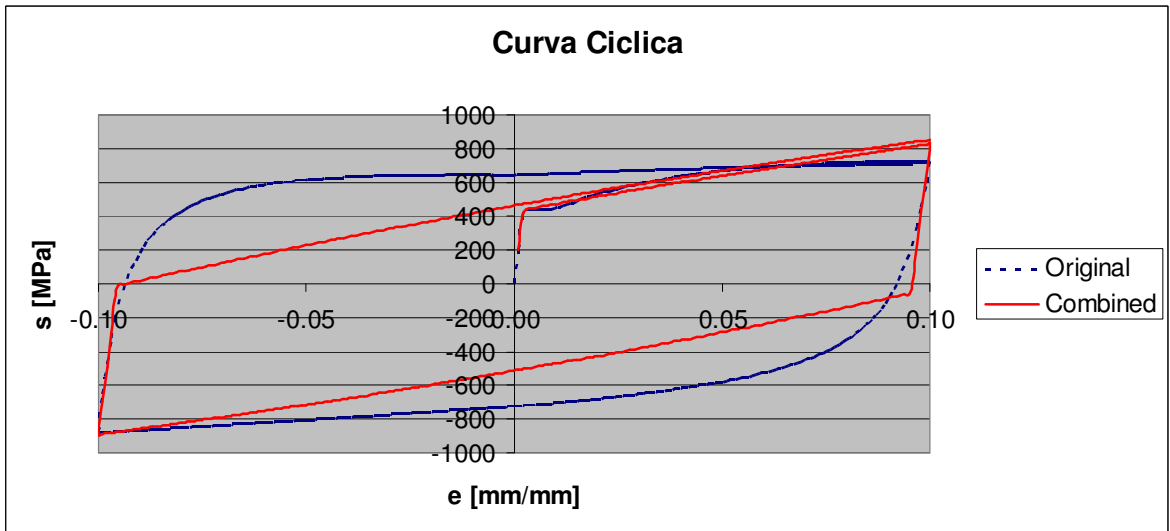


Figura G4 Curva cíclica 10% deformación

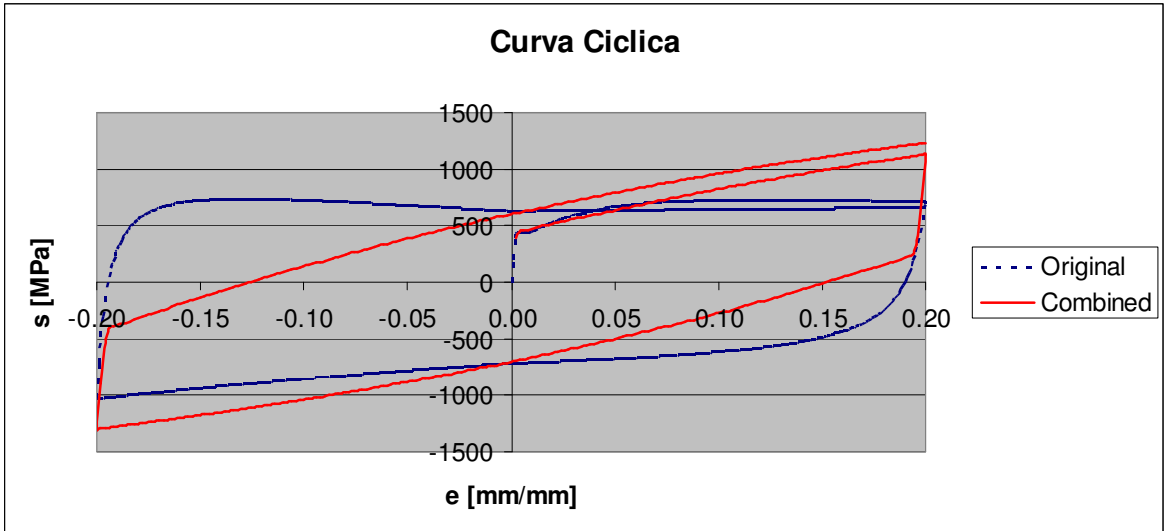


Figura G5 Curva cíclica 20% deformación

H Curvas de comparación en ABAQUS

H1 Curvas Tensión-Deformación axial

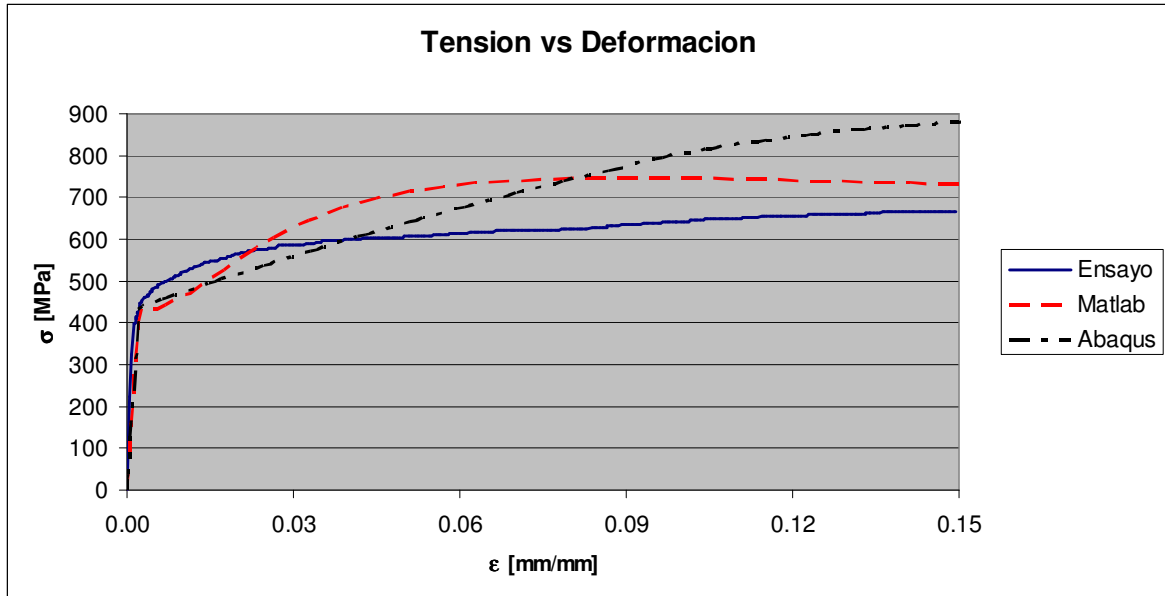


Figura H1 Tensión vs. Deformación. $L/d=4$, $e/d=0.0$

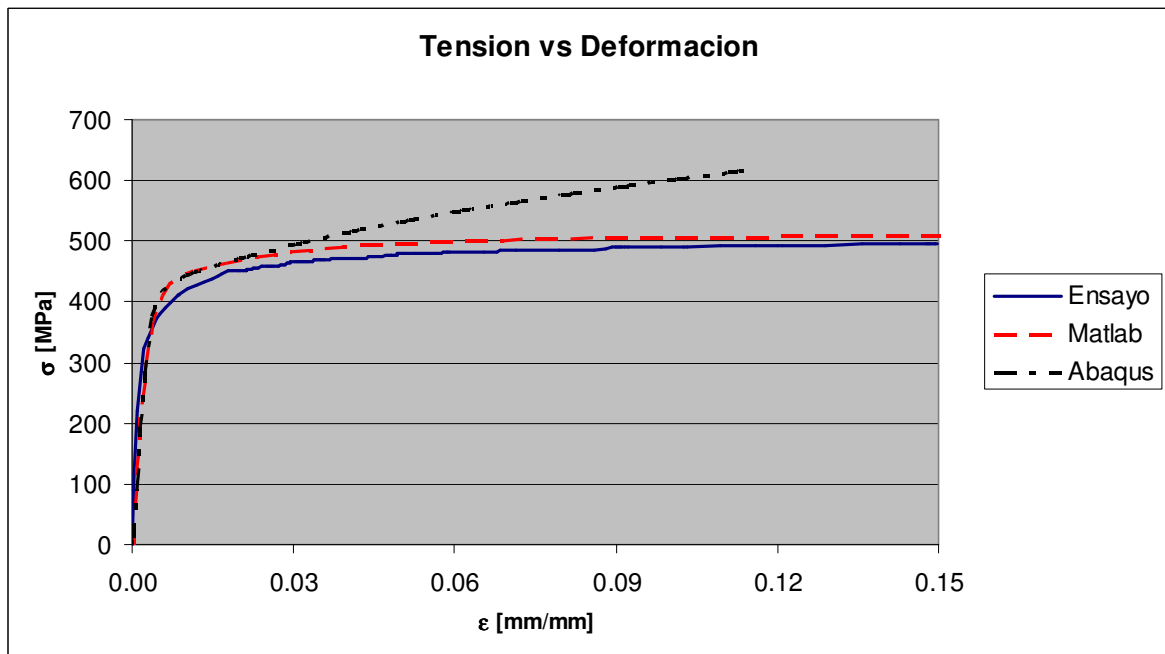


Figura H2 Tensión vs. Deformación. $L/d=4$, $e/d=0.5$

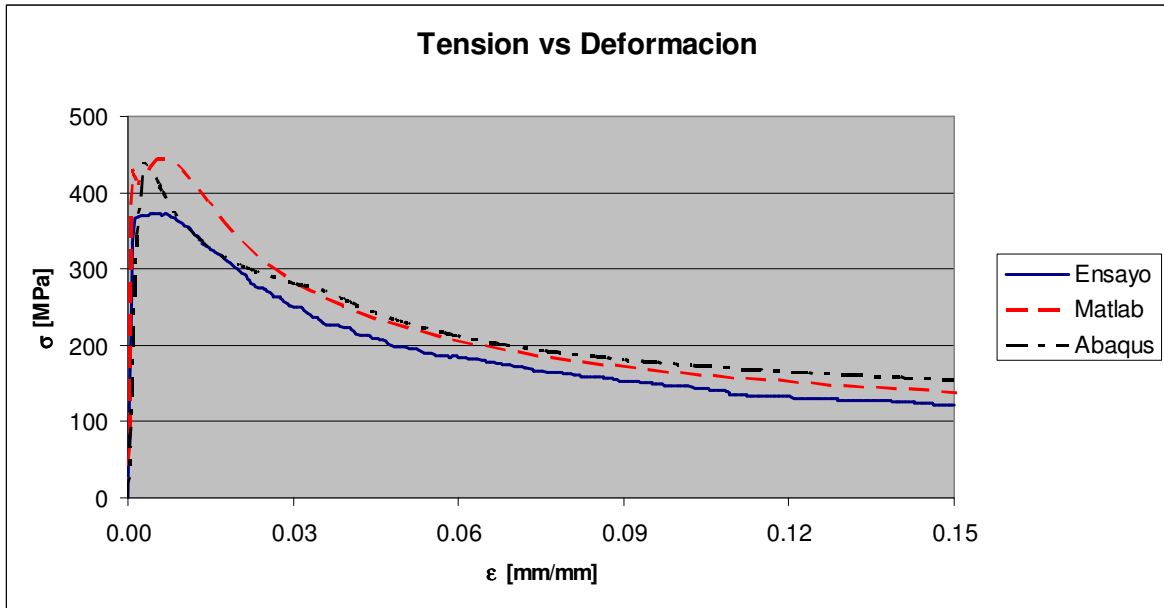


Figura H3 Tensión vs. Deformación. $L/d=12$, $e/d=0.0$

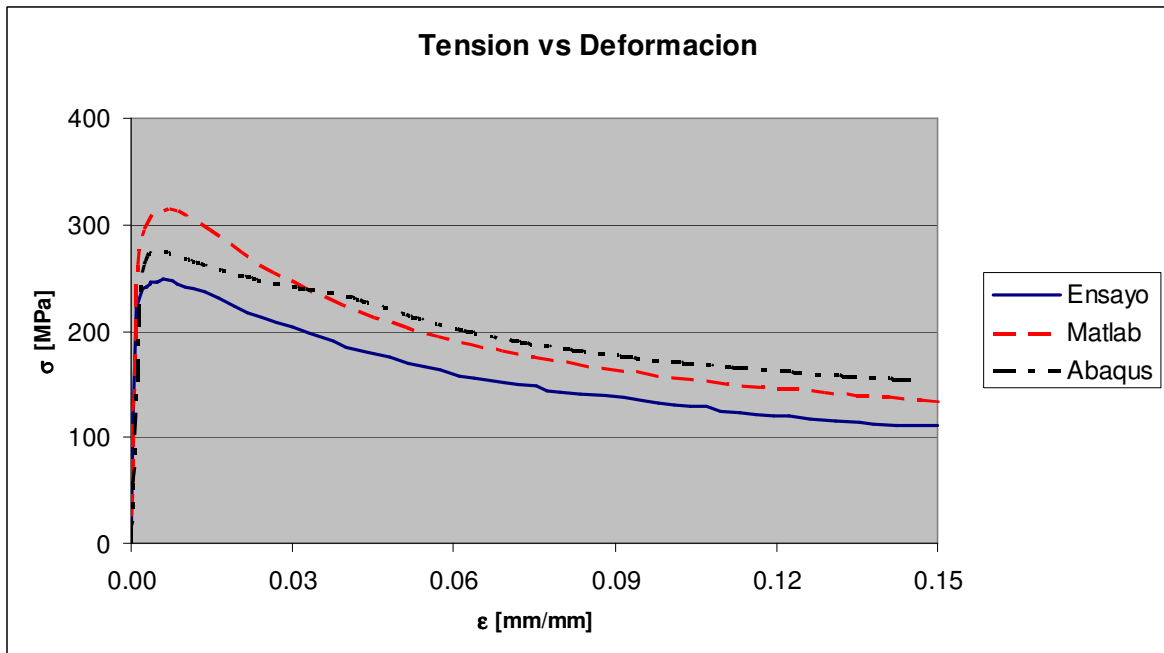


Figura H4 Tensión vs. Deformación. $L/d=12$, $e/d=0.5$

H2 Curvas Tensión-Desplazamiento transversal

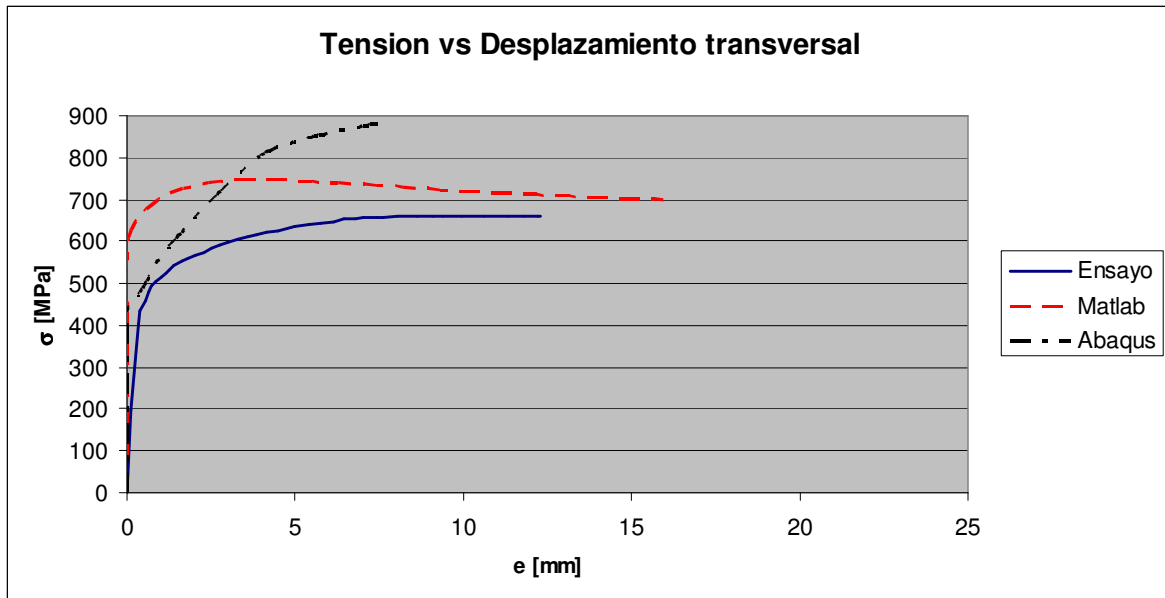


Figura H5 Tensión vs. Desplazamiento transversal. $L/d=4$, $e/d=0.0$

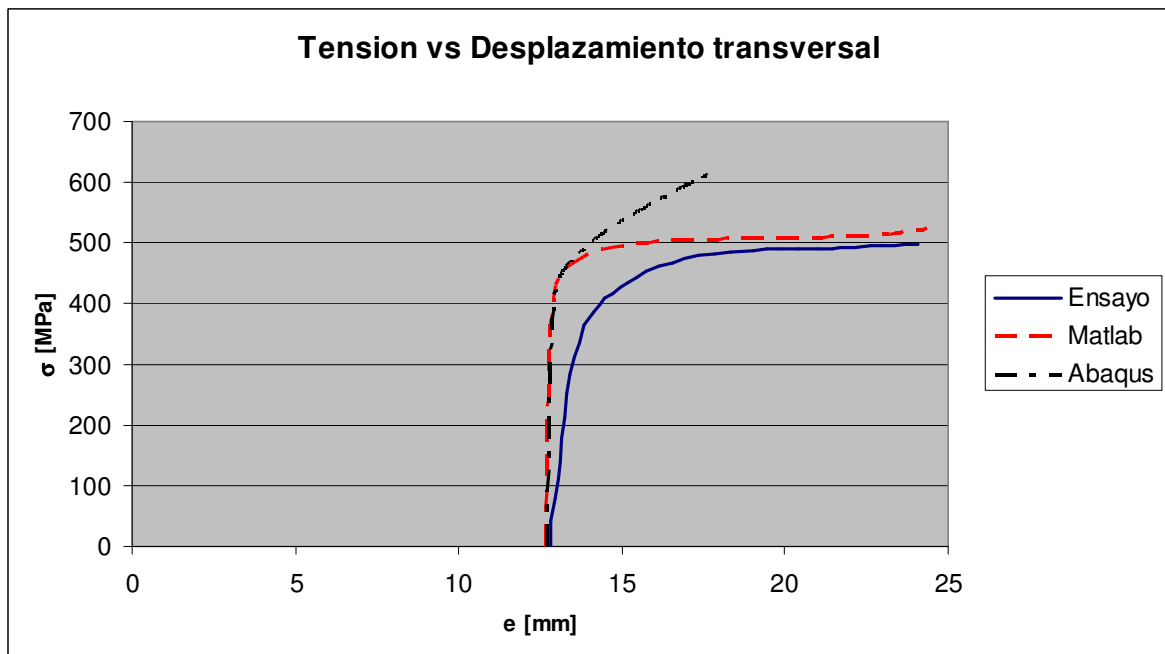


Figura H6 Tensión vs. Desplazamiento transversal. $L/d=4$, $e/d=0.5$

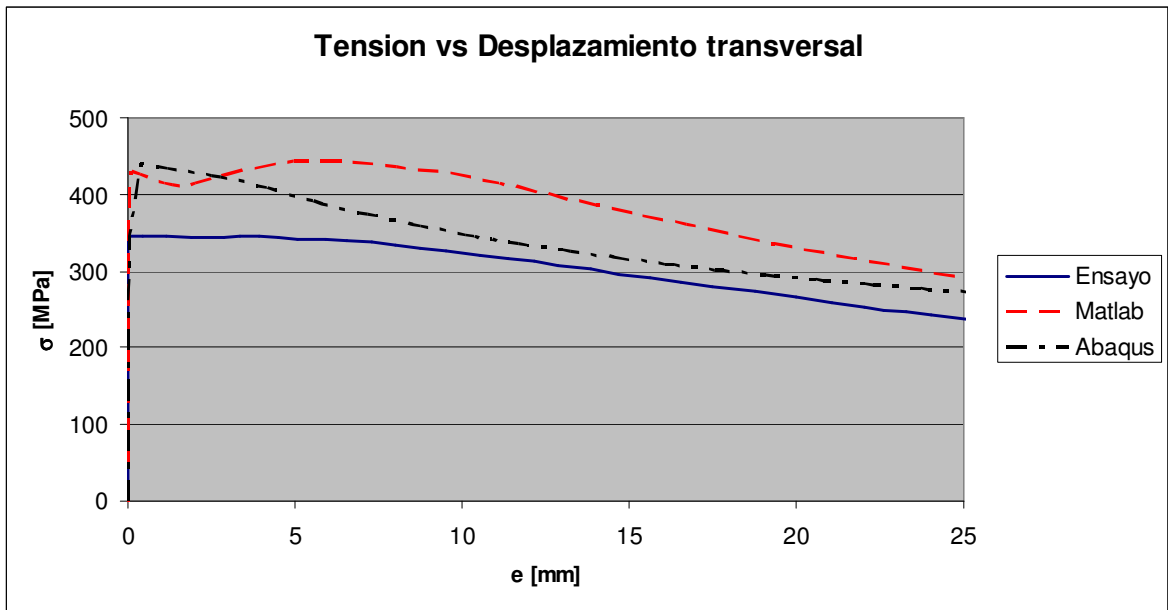


Figura H7 Tensión vs. Desplazamiento transversal. $L/d=12$, $e/d=0.0$

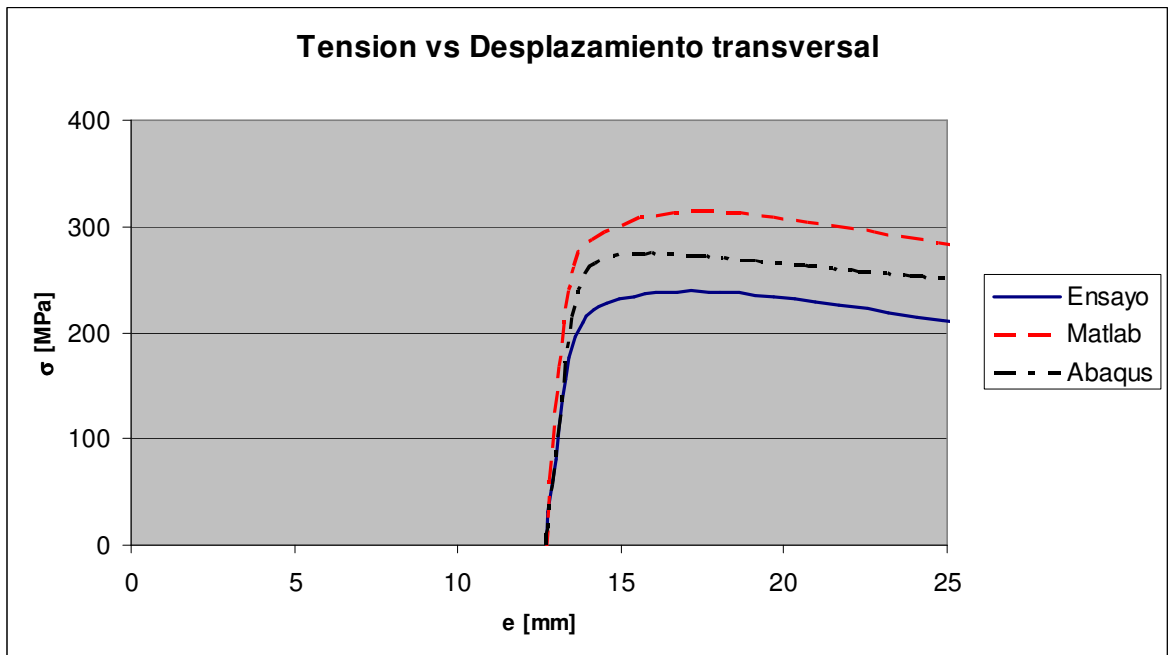


Figura H8 Tensión vs. Desplazamiento transversal. $L/d=12$, $e/d=0.5$

H3 Distribución y evolución de la curvatura

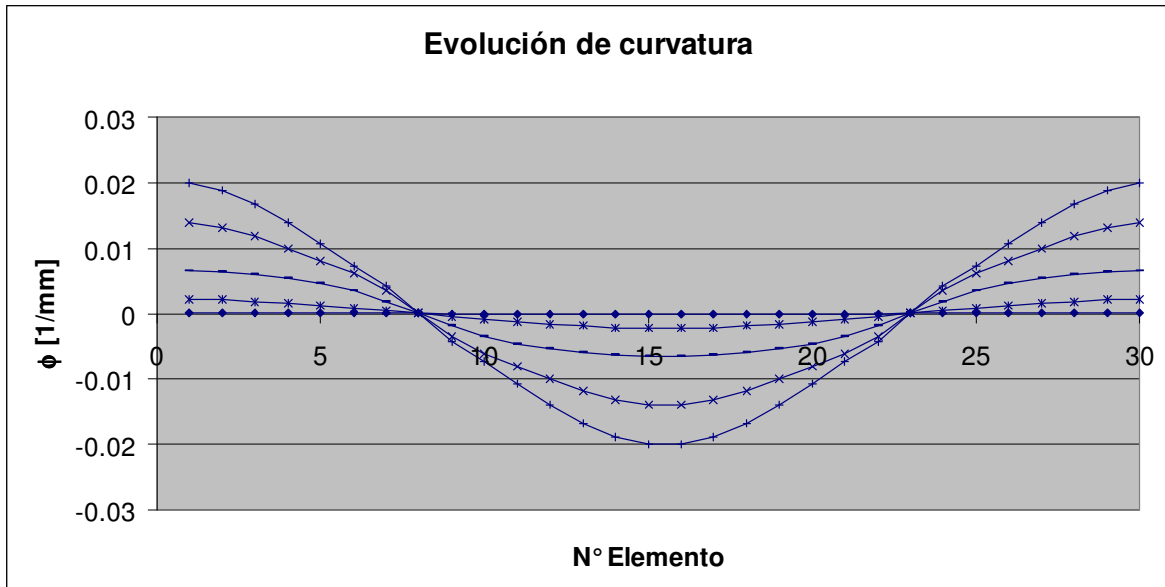


Figura H13 Distribución y evolución curvatura. $L/d=4$, $e/d=0.0$

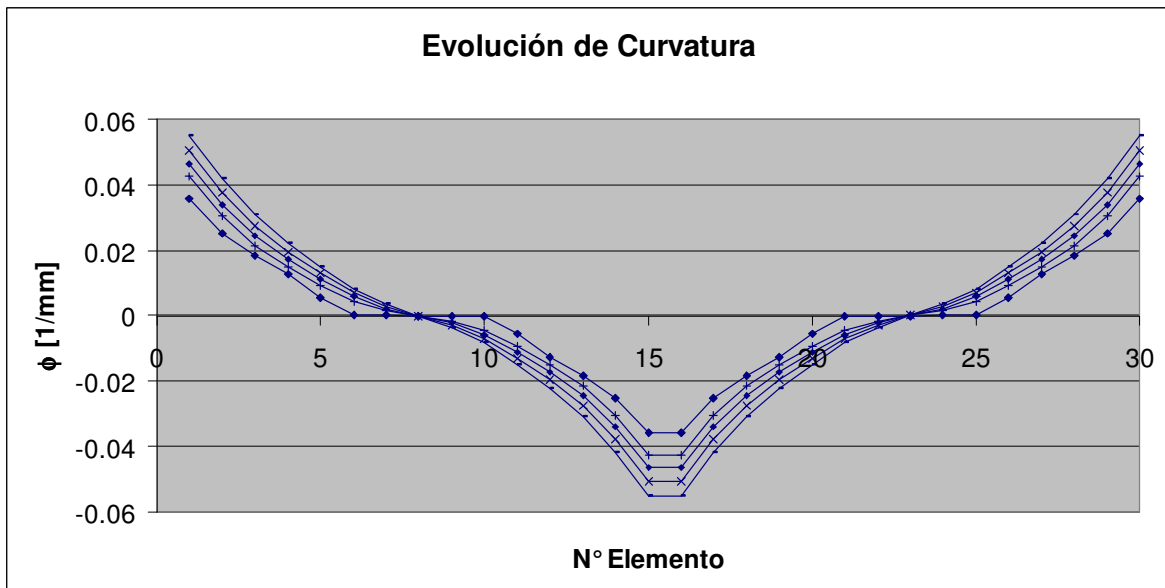


Figura H14 Distribución y evolución curvatura. $L/d=4$, $e/d=0.5$

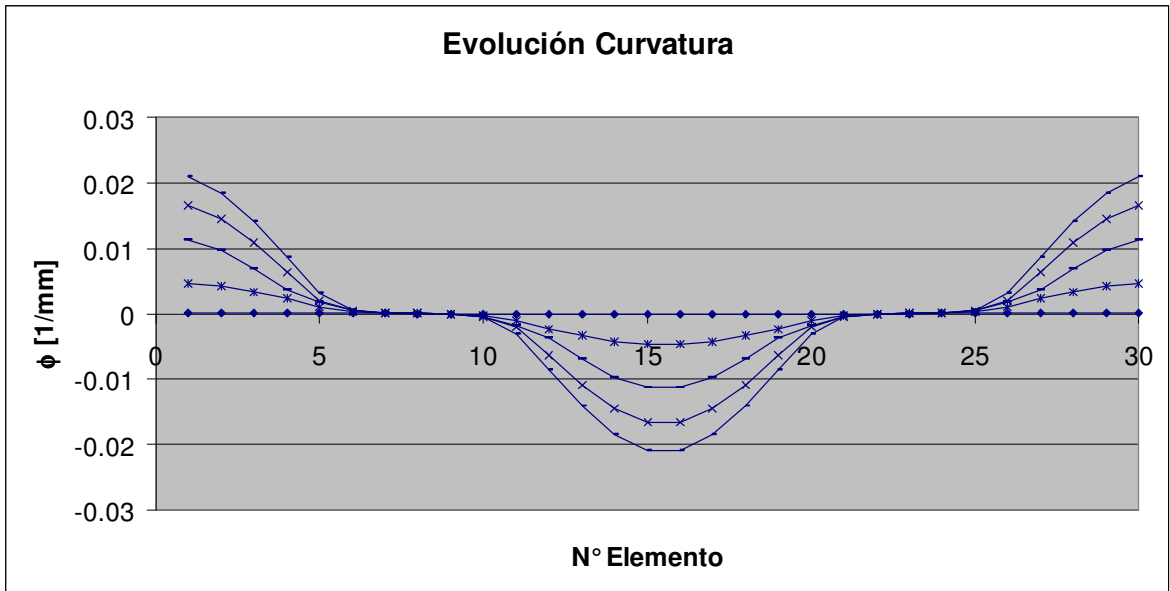


Figura H15 Distribución y evolución curvatura. $L/d=12$, $e/d=0.0$

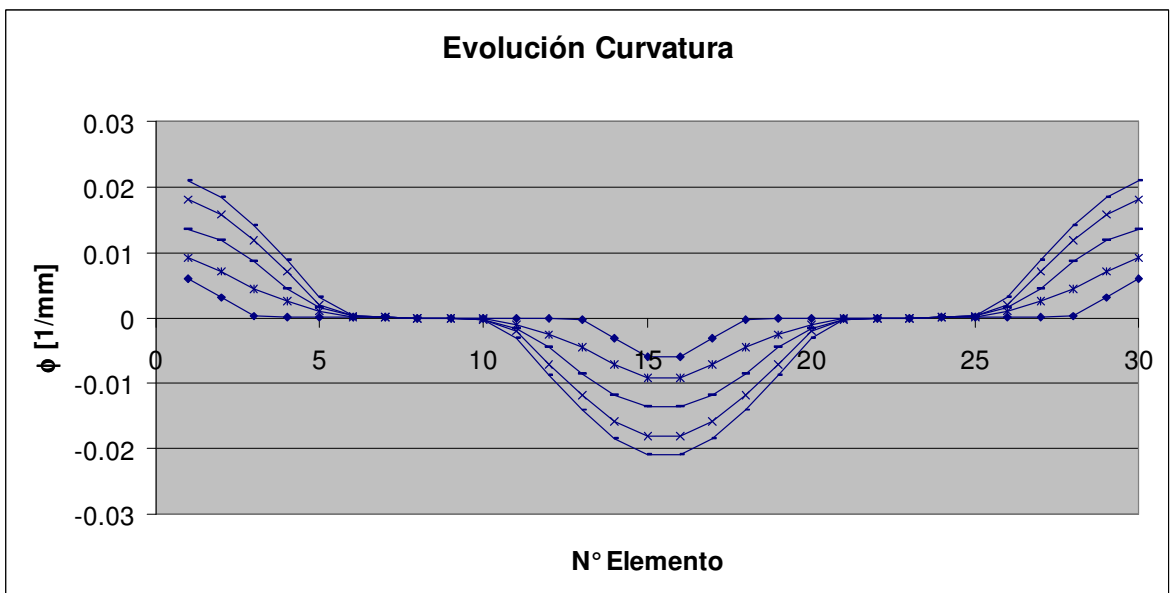


Figura H16 Distribución y evolución curvatura. $L/d=12$, $e/d=0.5$

H4 Rotula plástica equivalente, en función del diámetro

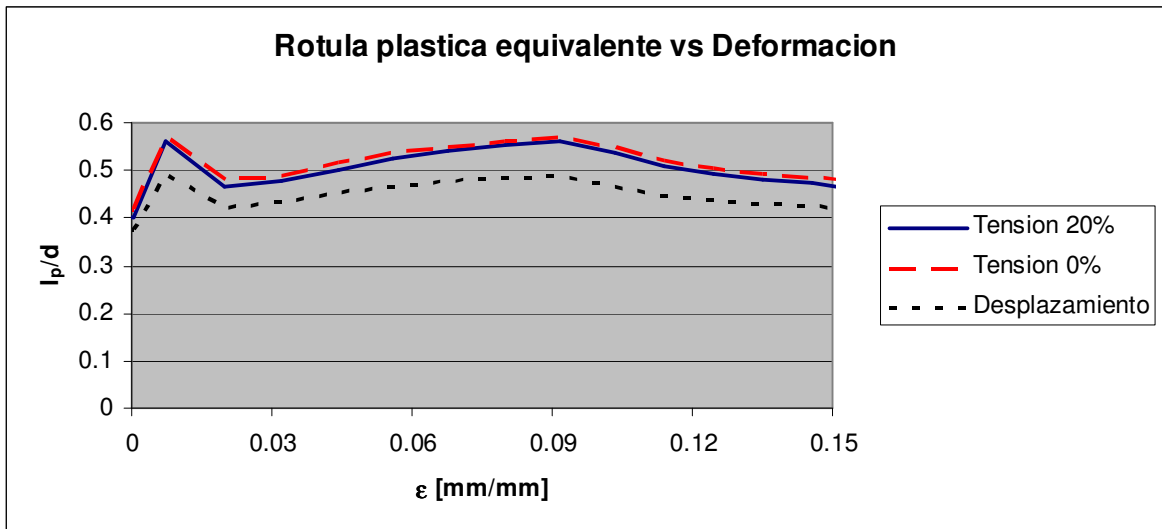


Figura H17 Rotula plastica equivalente. $L/d=4$, $e/d=0.0$

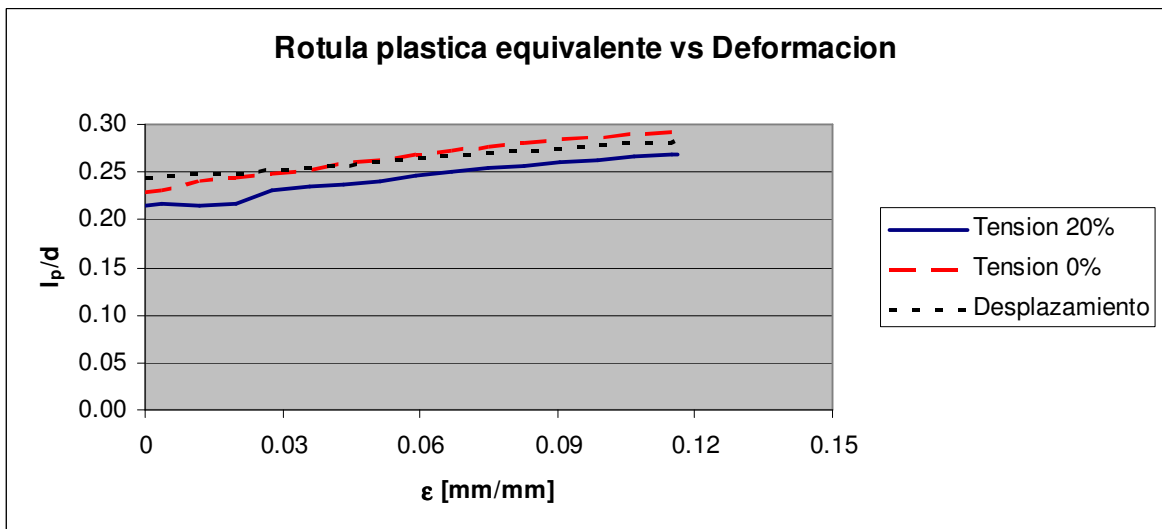


Figura H18 Rotula plastica equivalente. $L/d=4$, $e/d=0.5$

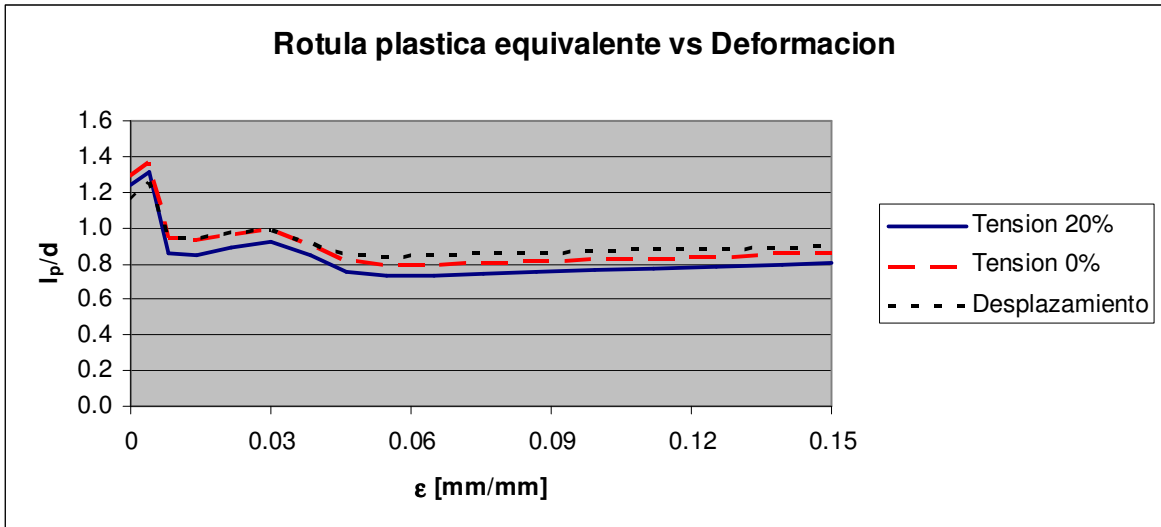


Figura H19 Rotula plastica equivalente. $L/d=12$, $e/d=0.0$

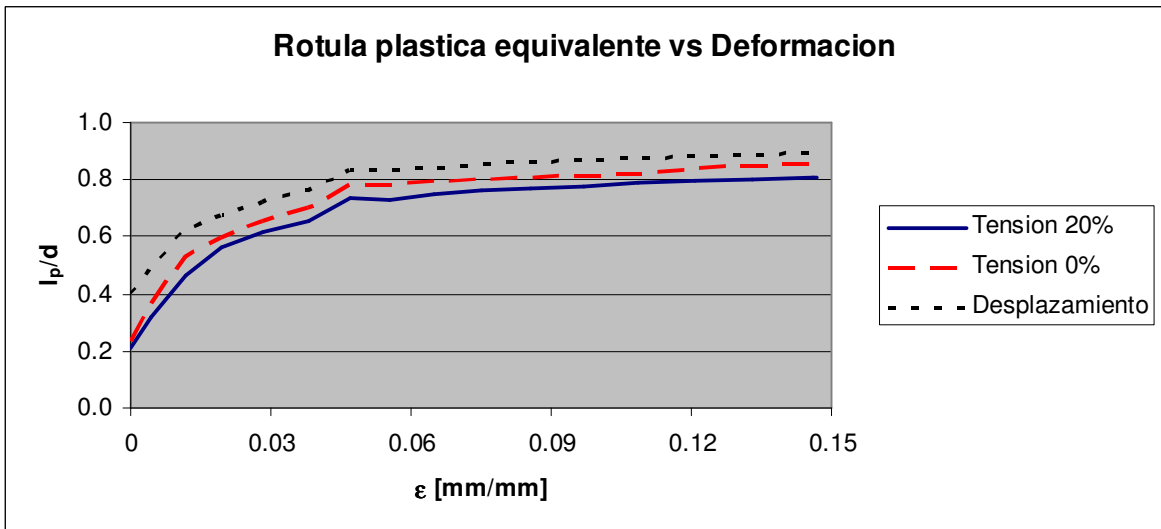


Figura H20 Rotula plastica equivalente. $L/d=12$, $e/d=0.5$

I Modelo Matlab, rótula plástica modificada

II Curvas Tensión-Deformación axial

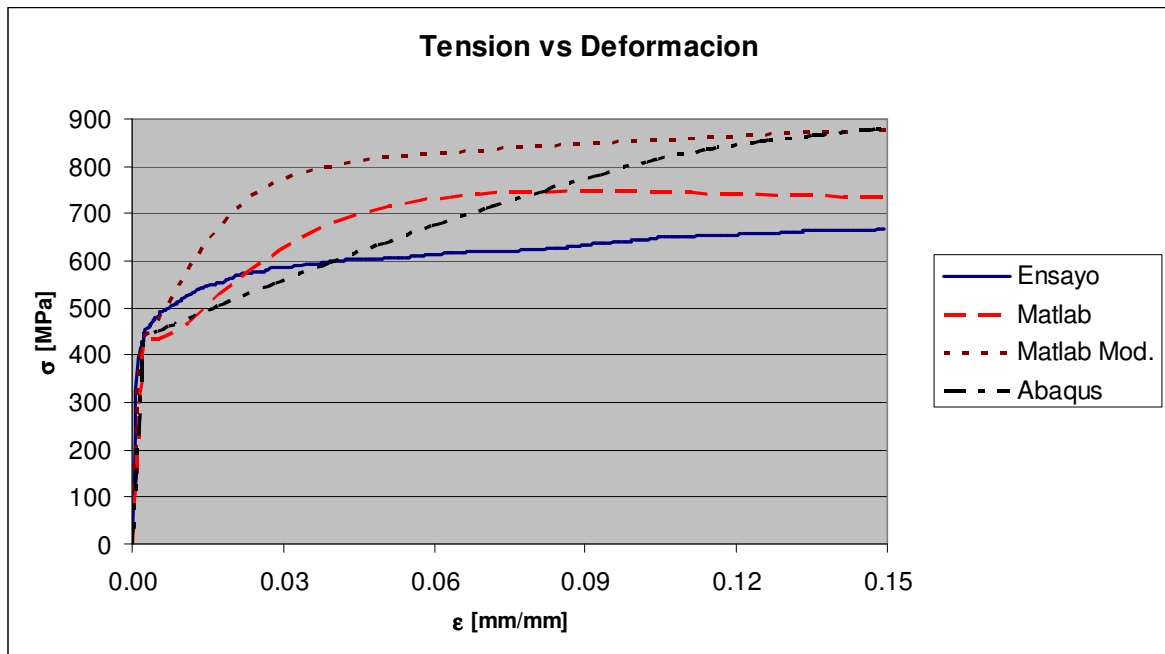


Figura I1 Tensión vs. Deformación. $L/d=4$, $e/d=0.0$

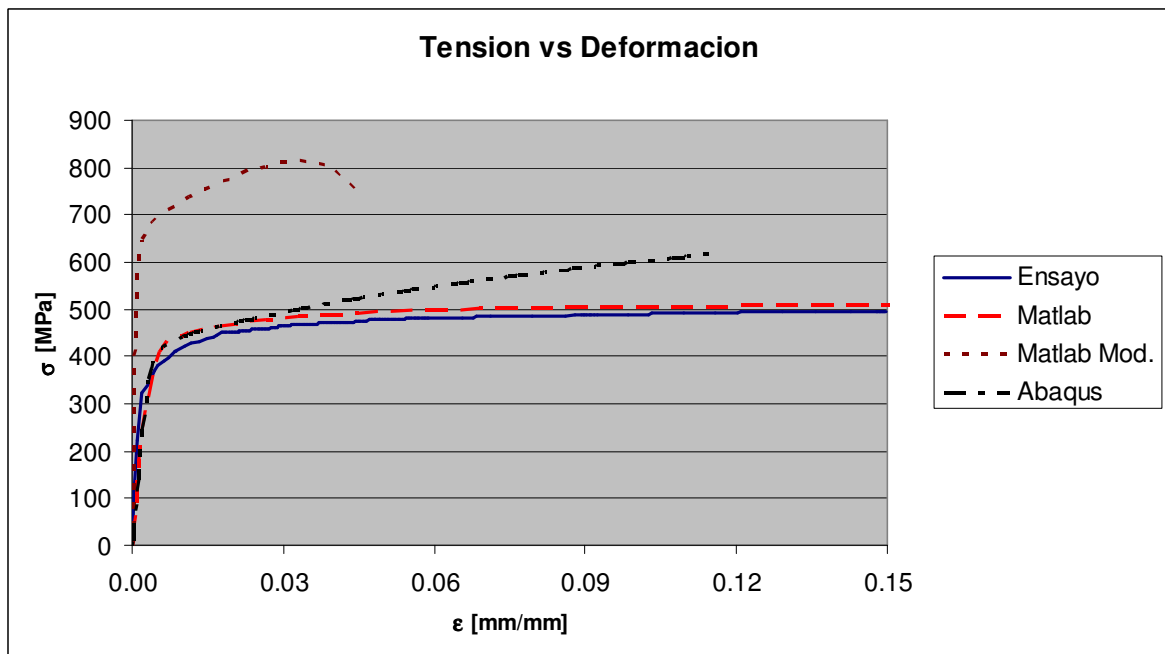


Figura I2 Tensión vs. Deformación. $L/d=4$, $e/d=0.5$

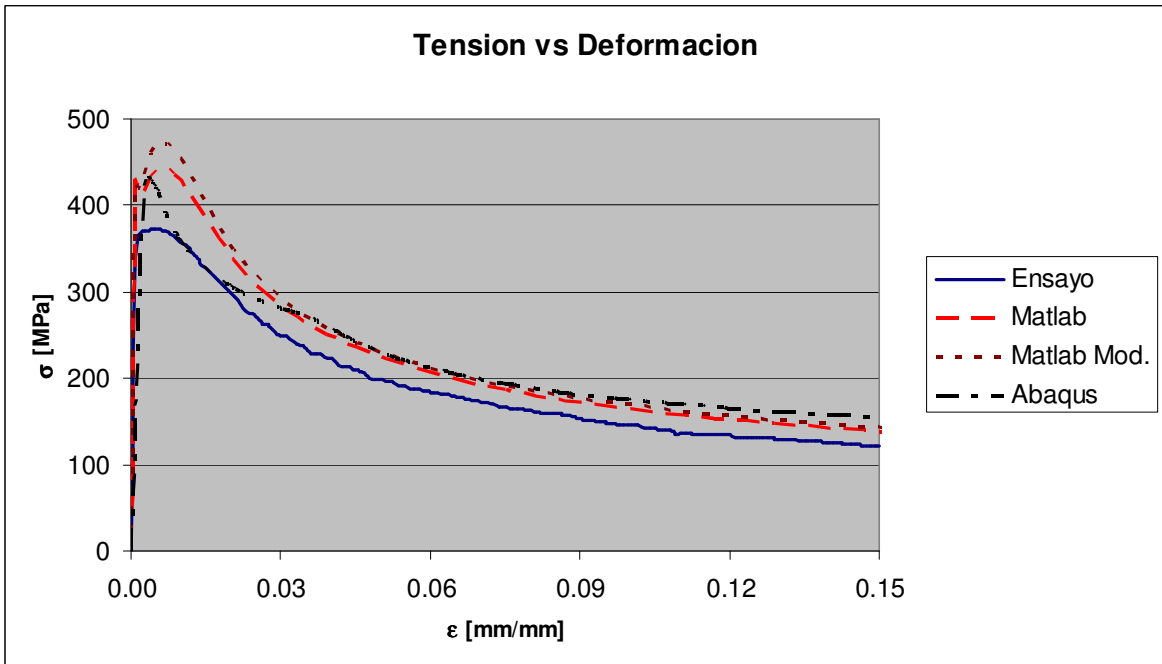


Figura I3 Tensión vs. Deformación. $L/d=12$, $e/d=0.0$

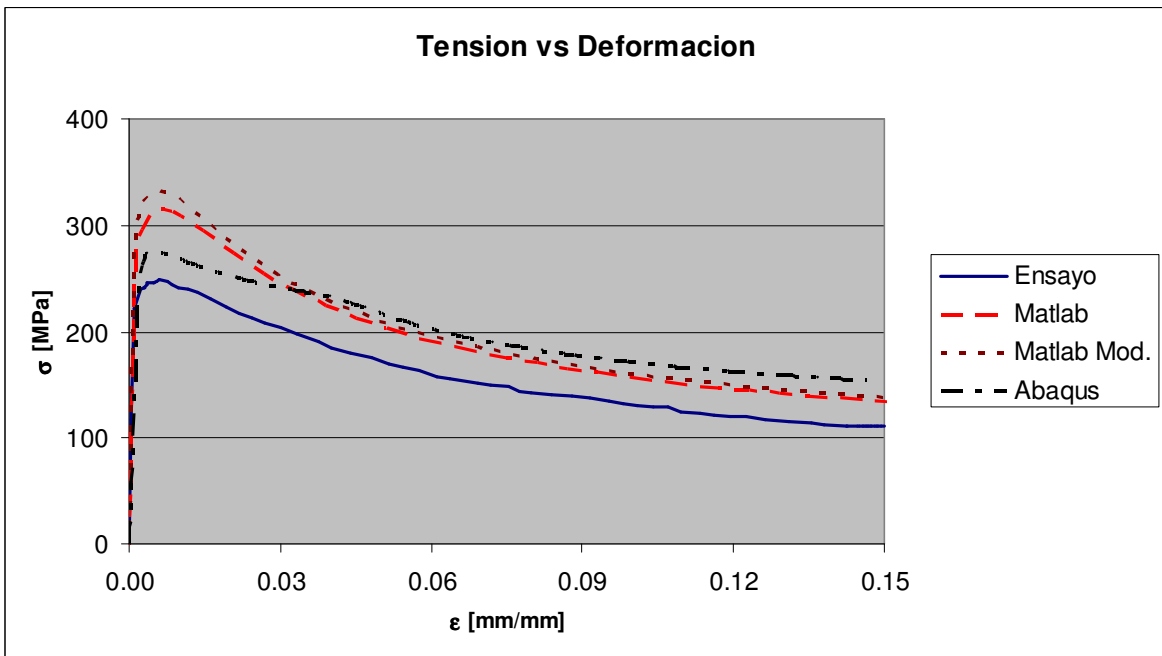


Figura I4 Tensión vs. Deformación. $L/d=12$, $e/d=0.5$

I2 Curvas Tensión-Desplazamiento transversal

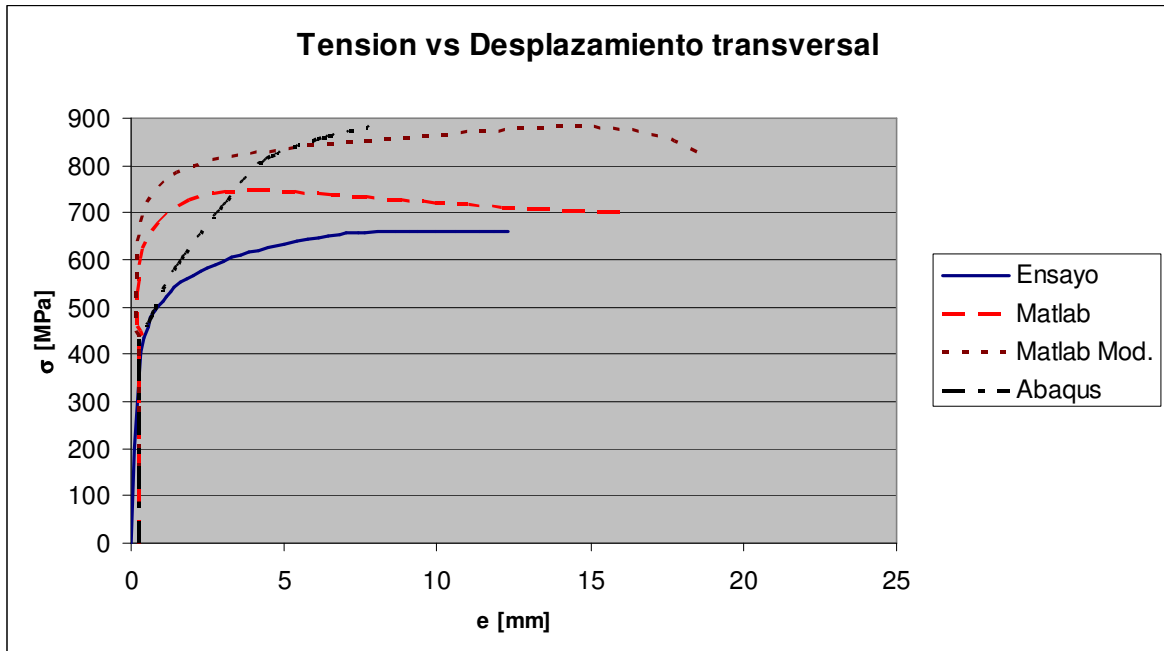


Figura I5 Tensión vs. Desplazamiento transversal. $L/d=4$, $e/d=0.0$

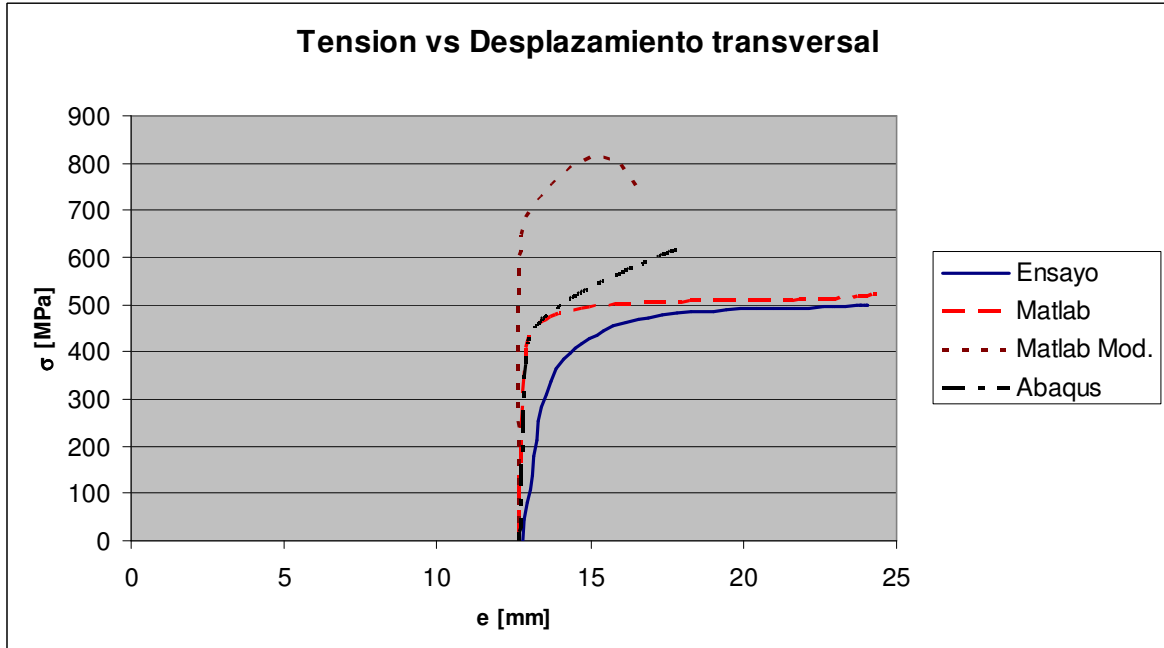


Figura I6 Tensión vs. Desplazamiento transversal. $L/d=4$, $e/d=0.5$

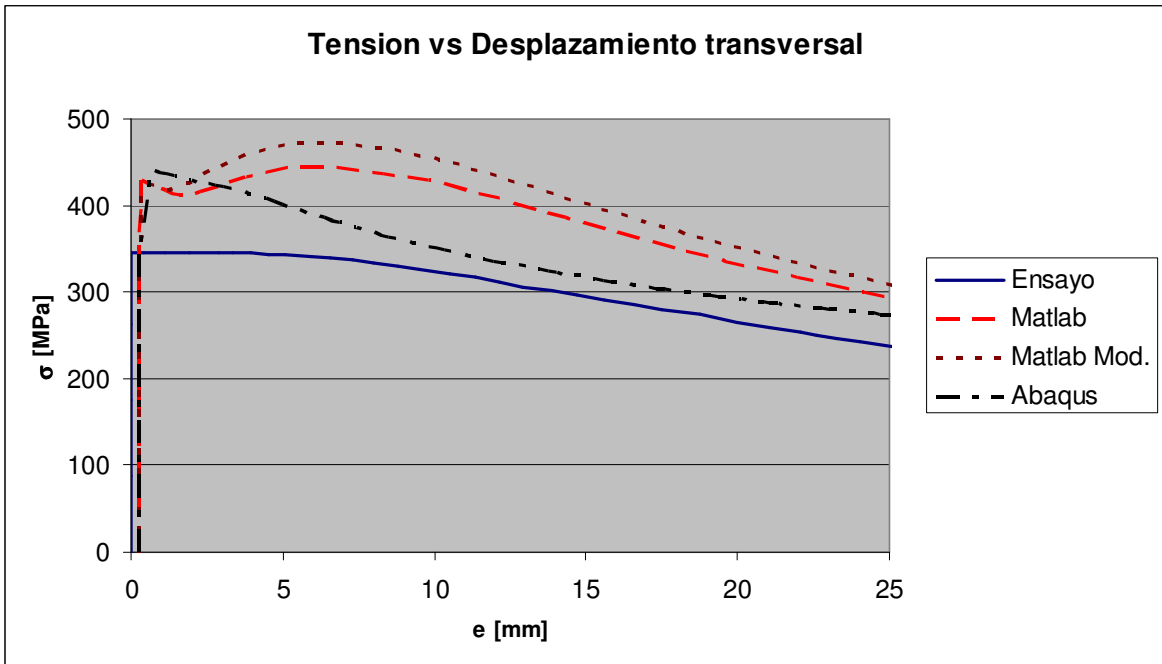


Figura I7 Tensión vs. Desplazamiento transversal. $L/d=12$, $e/d=0.0$

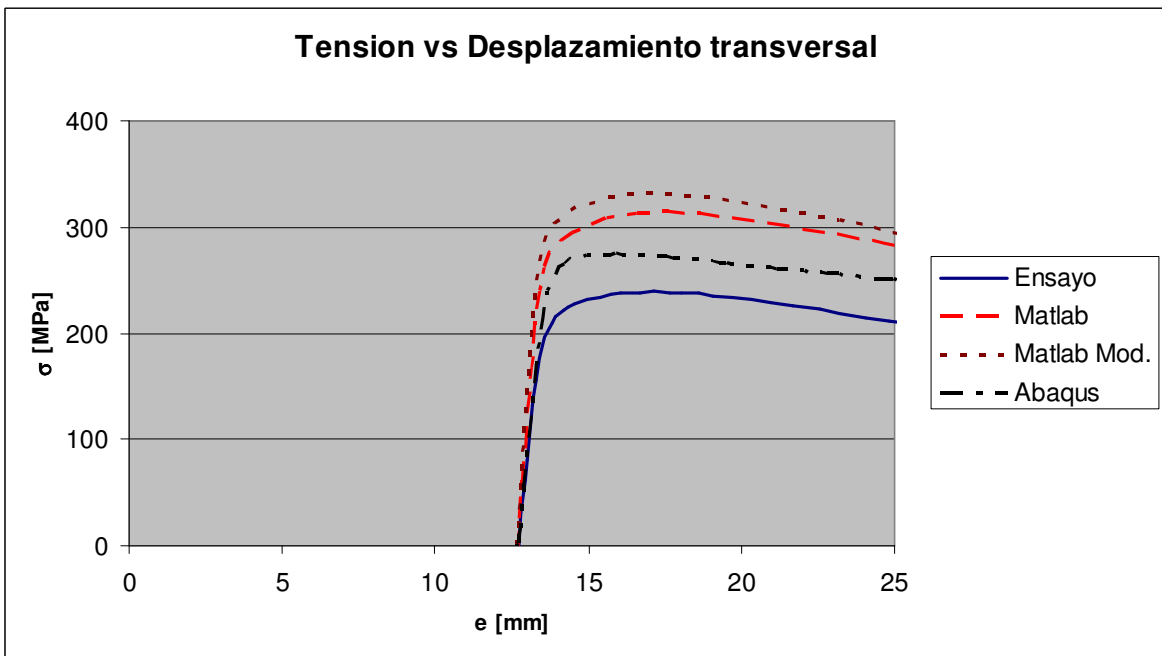


Figura I8 Tensión vs. Desplazamiento transversal. $L/d=12$, $e/d=0.5$

J Códigos en ABAQUS

J1 Caso $e/d=0.0$ y $L/d=4$

```
*****
**COMIENZO DEL MODELO**
*****
*HEADING
BARRA DE ACERO DE REFUERZO [UNIDADES (mm, MPa, N)]
*****
**DEFINICION DE LOS NODOS (L/d=4)**
*****
*NODE
1, 0, 0
31, 0, 101.6
*NGEN, NSET= TODOS
1, 31
*NSET, NSET=INTERESAN, GENERATE
1,31,15
*****
**DEFINICION DE LOS ELEMENTOS**
*****
*ELEMENT, TYPE=B21
1, 1, 2
*ELGEN, ELSET=BARRA
1, 30
*BEAM SECTION, ELSET=BARRA, MATERIAL=ACERO, SECTION=CIRC
12.7
*****
**IMPERFECCION GEOMETRICA**
*****
*IMPERFECTION
1, , 0
2, , 8.69E-03
3, , 2.64E-02
.
.
15, , 0.2453
16, , 0.254
17, , 0.2453
.
.
29, , 2.64E-02
30, , 8.69E-03
31, , 0
```

```

*****
**CONDICIONES DE BORDE**
*****
*BOUNDARY
1, ENCASTRE
31,1
31,6
*****
**DEFINICION DEL MATERIAL**
*****
*MATERIAL, NAME=ACERO
*ELASTIC
198600, 0.3
*PLASTIC, HARDENING=COMBINED
438.92,      0.000000
439.01,      0.000100
439.10,      0.000199
.
.
.
1598.99      ,      0.372727
1599.13      ,      0.372766
1599.27      ,      0.372805
*****
**CARGA AXIAL**
*****
*STEP, INC=400, NLGEOM
CARGA AXIAL
*STATIC, RIKS
0.001, 1, 0.000001, 0.5, , 31, 2, -15.24
*CLOAD, OP=NEW
31, 2, -250000
*****
**PIDIENDO VARIABLES DE SALIDA**
*****
*NODE PRINT, NSET=INTERESAN
U1, U2, RF2
*EL PRINT
E11
SK1
*END STEP
*****
**FIN DEL MODELO**
*****

```

J2 Caso $e/d=0.5$ y $L/d=12$

```
*****
**COMIENZO DEL MODELO**
*****
*HEADING
BARRA DE ACERO DE REFUERZO [UNIDADES (mm, MPa, N)]
*****
**DEFINICION DE LOS NODOS (L/d=12)**
*****
*NODE
1, 0, 0
31, 0, 304.8
*NGEN, NSET= TODOS
1, 31
*NSET, NSET=INTERESAN, GENERATE
1,31,15
*****
**DEFINICION DE LOS ELEMENTOS**
*****
*ELEMENT, TYPE=B21
1, 1, 2
*ELGEN, ELSET=BARRA
1, 30
*BEAM SECTION, ELSET=BARRA, MATERIAL=ACERO, SECTION=CIRC
12.7
*****
**CONDICIONES DE BORDE**
*****
*BOUNDARY
1, ENCASTRE
31,1
31,6
*****
**DEFINICION DEL MATERIAL**
*****
*MATERIAL, NAME=ACERO
*ELASTIC
198600, 0.3
*PLASTIC, HARDENING=COMBINED
438.92, 0.000000
439.01, 0.000100
.
.
.
1599.13, 0.372766
1599.27, 0.372805
```

```

*****
**IMPONER IMPERFECCION MEDIANTE CARGA LATERAL EN EL CENTRO
(e/d=0.5)**
*****
*
*AMPLITUDE, NAME=CARGA, DEFINITION=SMOOTH STEP
0 , 0 , 1 , 1 , 2 , 0
*STEP, INC=200, NLGEOM
*STATIC, DIRECT
0.01, 2
*CLOAD, AMPLITUDE=CARGA
16, 1, 47910
*****
**PIDIENDO VARIABLES DE SALIDA**
*****
*NODE PRINT, NSET=INTERESAN
U1
*END STEP
*****
**COMIENZO DE LA CARGA AXIAL**
*****
*STEP, INC=400, NLGEOM
CARGA AXIAL
*STATIC, RIKS
0.001, 1, 0.00000001, 0.1, , 31, 2, -45.72
*CLOAD, OP=NEW
31, 2, -250000
*****
**PIDIENDO VARIABLES DE SALIDA**
*****
*NODE PRINT, NSET=INTERESAN
U1, U2, RF2
*EL PRINT
E11
SK1
*END STEP
*****
**FIN DEL MODELO**
*****

```