



UNIVERSIDAD DE CHILE

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANA DE LEYES CON CAMBIO DE SOPORTE

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS

MANUEL ALEJANDRO SEPÚLVEDA DE LA FUENTE

PROFESOR GUÍA:

JULIÁN ORTIZ CABRERA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

XAVIER EMERY

MARIO SOLARI MARTINI

SANTIAGO DE CHILE

ENERO 2009

*No es el conocimiento,
sino el acto de aprendizaje,
y no la posesión,
sino el acto de llegar allí,
lo que concede el mayor disfrute.*

Carl Friedrich Gauss

Agradecimientos

Quisiera agradecer a mis padres que siempre me dieron su apoyo y energía incondicional, a mi Carito que estuvo conmigo durante todo este proceso, a mis profesores que siempre estuvieron dispuestos a ayudar y a todos mis amigos de la U que hicieron alegre mi transcurso por la universidad.

Además entrego mis agradecimientos a CODELCO por la Cátedra de Evaluación de Yacimientos, que ayudó a mi formación como geoestadístico.

Agradezco también el patrocinio del proyecto **FONDECYT** número **1061103** “**Cuantificación de la Incertidumbre en Atributos Geológicos, Mineros y Metalúrgicos: Nuevos Modelos Geoestadísticos y Aspectos de Implementación**” que permitió la realización de este trabajo.

Resumen

La evaluación de recursos minerales es un factor crítico en un proyecto minero y se lleva a cabo mediante técnicas geoestadísticas de kriging o de simulación. La simulación permite modelar la distribución de leyes u otras variables de interés, con lo cual se pueden realizar análisis de riesgo.

Un factor importante al realizar la evaluación de recursos es el efecto de soporte volumétrico, ya que un cambio de soporte (de las muestras a los bloques de selección minera) genera cambios en las distribuciones de leyes. El tamaño del bloque a evaluar varía según el método de explotación y su selectividad.

La forma convencional de tomar en cuenta el efecto de soporte es simular leyes a soporte puntual y después regularizar las simulaciones a soporte de bloque. La principal desventaja de esta metodología es la gran cantidad de recursos computacionales que utiliza (tiempo de cálculo, memoria en disco duro, uso de procesador y memoria RAM).

El objetivo de la presente memoria es proponer una metodología para la simulación directa a soporte de bloque en el contexto de la simulación secuencial Gaussiana, buscando reducir los requerimientos computacionales, así como cuantificar el efecto en los resultados y su capacidad de generar simulaciones válidas.

Se estudia distintas opciones de simulación directa a soporte de bloque y se selecciona seis metodologías posibles. Posteriormente se compara y analiza la sensibilidad de estas metodologías. Se aplica las metodologías propuestas a un caso de estudio y se compara con la simulación convencional a soporte puntual con posterior regularización a soporte de bloques. El resultado final es la recomendación de la metodología de simulación por descomposición matricial y condicionamiento al promedio de los valores simulados en cada bloque. Esta metodología disminuye los tiempos de cálculo en un 84% y reproduce adecuadamente el efecto de soporte.

Abstract

The evaluation of mineral resources is a critical factor in mining projects and is carried out using geostatistical techniques of kriging or simulation. Simulation allows quantifying the uncertainty in the grades or other variables of interest, and performing a risk analysis.

The support effect is an important factor for the evaluation of mineral resources, since a change in the volumetric support (from samples to selective mining blocks) generates changes in the grade distribution. The size of the block to evaluate depends on the mining method and its selectivity.

The conventional form to account for the support effect is to simulate grades at a point support and then to regularize the simulations to the block support. The main disadvantage of this method is the large amount of computational resources used (hard disk memory, CPU and RAM memory).

The goal of this work is to propose a method for direct simulation at a block support in the context of sequential Gaussian Simulation, aiming to reduce the computational requirements, and to quantify the effect in the results and capacity of generating valid simulations.

Several options for direct simulation at a block support are studied and six possible methods are selected. Then, a comparison and sensibility analysis of these methods is realized. The study ends with the application of the different methods to a study case and comparison with the conventional simulation at a point support followed by a regularization at the block support. The final result is the recommendation of the simulation methodology based on LU decomposition and conditioning to the average value simulated within each block. This method reduces the computational time by 84% and properly reproduces the support effect.

Índice de Contenido

1	Introducción.....	8
1.1	Introducción.....	8
1.2	Objetivos.....	10
1.2.1	Objetivo General.....	10
1.2.2	Objetivos Específicos.....	10
1.3	Alcances.....	10
2	Antecedentes	11
2.1	Conceptos básicos de la geoestadística	11
2.1.1	Variable Regionalizada.....	11
2.1.2	Función Aleatoria	11
2.1.3	Efecto de Soporte.....	13
2.1.4	Anamorfosis Gaussiana	14
2.2	Simulación.....	15
2.2.1	Simulación Gaussiana	15
2.2.2	Simulación secuencial Gaussiana a soporte puntual	15
2.2.3	Algoritmo de descomposición matricial (LU).....	16
2.2.4	Simulación Gaussiana directa a soporte de bloques.....	18
3	Metodología.....	19
4	Desarrollo	20
4.1	Propuestas de simulación directa a soporte de bloque	21
4.1.1	Simulación de bloques con simulación de nodos por LU	23
4.1.2	Simulación de bloques con simulación de nodos en forma secuencial	23
4.2	Propuestas para valor condicionante de bloque ya simulado	24
4.2.1	Promedio de valores Gaussianos simulados en los nodos del bloque	24
4.2.2	Ley de bloque transformada al espacio Gaussiano.....	24
4.2.3	Soporte para el condicionamiento	25
4.2.4	Análisis de valor de bloque simulado.....	25
4.2.5	Análisis del soporte del dato condicionante	30
4.3	Modelos propuestos.....	40
4.4	Análisis de modelos propuestos	41
4.4.1	Número de datos Condicionantes.....	44
4.4.2	Discretización de Bloques	52
4.4.3	Tamaño del bloque	57
4.4.4	Variograma.....	63
4.4.5	Distribución de datos de sondaje (simetría)	77

4.5	Caso de estudio.....	83
4.5.1	Despliegue de Datos.....	83
4.5.2	Análisis variográfico.....	85
4.5.3	Caso Base, Simulación Gaussiana Convencional.....	87
4.5.4	Comparación de modelos propuestos.....	91
5	Conclusiones.....	97
6	Referencias Bibliográficas.....	99
Anexos¹	1
Anexo A	- Propuestas para valor condicionante.....	1
Anexo B	- Análisis de sensibilidad.....	6
Anexo C	- Caso de estudio.....	21
	Validación de modelo multi-Gaussiano.....	21
	Comparación de metodologías.....	23

¹ Los anexos se encuentran en el CD adjunto al final del documento.

1 Introducción

1.1 Introducción

Una de las etapas iniciales en un proyecto minero consiste en la exploración de recursos. Cuando se intenta obtener información suficiente para poder determinar las características de un posible yacimiento (su tamaño, geología, cantidad de recursos asociados, etc). Comúnmente la exploración se realiza mediante el uso de sondajes, a partir de los cuales se obtiene valores “puntuales” de leyes en el yacimiento.

A partir de los datos de sondaje se pueden evaluar los recursos minerales presentes en el yacimiento utilizando técnicas geoestadísticas. Las técnicas utilizadas pueden ser de kriging o de simulación, entre otras. Unas de las principales ventajas de la simulación es que ofrece una manera de cuantificar la incertidumbre en las leyes u otras variables de interés, con lo cual se puede realizar un análisis de riesgo (mejor y peor escenario).

Un aspecto importante a considerar al momento de realizar la evaluación de recursos minerales es el efecto de soporte o de volumen. Generalmente, los datos obtenidos a partir de testigos de sondajes o pozos de tronadura están definidos a soporte casi puntual, pero el volumen al cual se desean evaluar los recursos minerales es la mínima unidad de selección minera (soporte de bloque o USM) o alguna otra unidad de mayor volumen utilizada en la planificación. Este aumento en el soporte genera una disminución de la varianza de las leyes evaluadas con respecto al soporte puntual y una mayor simetría del histograma.

La simulación posibilita tomar en cuenta el efecto del cambio de soporte al simular los valores de leyes en una grilla densa y posteriormente regularizar las realizaciones a soporte de bloque (USM). Una de las principales limitaciones de esta metodología es el tamaño de los modelos generados a soporte “puntual”, lo que dificulta su manejo y almacenamiento, además de grandes tiempos de cálculo de CPU utilizados para generar un gran número de realizaciones.

En esta memoria se estudia una metodología de simulación de valores de leyes directamente a soporte de bloques en el contexto de la simulación secuencial Gaussiana. De esta manera se busca reducir el tamaño de los modelos generados y disminuir los tiempos de cálculo de CPU.

Este trabajo está patrocinado por el proyecto **FONDECYT** número **1061103** “**Cuantificación de la Incertidumbre en Atributos Geológicos, Mineros y Metalúrgicos: Nuevos Modelos Geoestadísticos y Aspectos de Implementación**” y es presentado como trabajo de memoria para optar al título de Ingeniero Civil de Minas de la Universidad de Chile.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo General

Proponer una metodología para la simulación directa a valor de bloque en el contexto de la simulación secuencial Gaussiana y comparar su desempeño con la metodología convencional de simulación “puntual” con posterior regularización de realizaciones a soporte de bloque.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Estudiar procedimiento para simulación directamente a soporte de bloques.
- Estudiar opciones para definir el valor de bloque condicionante de siguientes simulaciones.
- Validar la metodología propuesta contra el caso base de simulación secuencial Gaussiana de “puntos” seguida por rebloqueo.

1.3 Alcances

En el presente trabajo se realiza el estudio e implementación de metodologías para simulación directa a soporte de bloques. Además se implementan las metodologías en un conjunto de datos reales y se comparan los resultados con el caso base para evaluar la calidad de los modelos generados.

2 Antecedentes

Este capítulo busca uniformar conocimientos, describiendo las nociones básicas de los elementos utilizados para llevar a cabo el estudio.

2.1 Conceptos básicos de la geoestadística

2.1.1 Variable Regionalizada

Una variable regionalizada es una función numérica que describe un fenómeno en cada lugar del espacio. Esta función es comúnmente denominada $\{z(x):x \in D\}$, donde x es una posición en la región geográfica “ D ”. La variable regionalizada se caracteriza por presentar una organización a nivel global, pero con gran variación irregular a nivel local, esto hace que sea imposible definirla determinísticamente. Ejemplos de variables regionalizadas pueden ser la densidad de un bloque o la ley de arsénico en un punto.

2.1.2 Función Aleatoria

En cada lugar del espacio, se considera el valor $z(x)$ como una realización de una variable aleatoria. El conjunto de variables aleatorias $\{Z(x):x \in D\}$ se denomina función aleatoria. La variable regionalizada, por lo tanto, representa una realización de esta función aleatoria.

Las variables aleatorias en distintos puntos del espacio presentan correlación entre ellas, lo que refleja la estructuración espacial de la variable regionalizada.

Debido a la limitación en el número de datos experimentales, es imposible inferir la distribución espacial completa de la función aleatoria. Por esta razón en la práctica sólo se utilizan los dos primeros momentos, los cuales son capaces de caracterizar de manera elemental la distribución espacial.

- *Momento de primer orden (Esperanza matemática)*: representa la media $m(x)$ del valor de la variable $Z(x)$ tomado en distintas realizaciones independientes de la función aleatoria.

$$m(x) = E\{Z(x)\}$$

- *Momentos de segundo orden*: La geoestadística considera los siguientes momentos de segundo orden.

- *Varianza a priori*: representa la dispersión de $Z(x)$ en torno a la media $m(x)$ y se define como:

$$Var\{Z(x)\} = E\{Z^2(x)\} - E^2\{Z(x)\}$$

- *Covarianza*: se define para dos variables aleatorias $Z(x_1)$ y $Z(x_2)$

$$C\{x_1, x_2\} = E\{[Z(x_1) - m(x_1)][Z(x_2) - m(x_2)]\}$$

- *Variograma*: mide la desviación cuadrática promedio entre dos variables

$$\gamma(x_1, x_2) = E\{[Z(x_1) - Z(x_2)]^2\}/2$$

Se suele postular una hipótesis de estacionaridad de orden 2, bajo la cual y considerando $Z(x)$ y $Z(x + h)$ como dos variables aleatorias, se llega a lo siguiente:

$$\gamma(x, x + h) = \gamma(h) = C(0) - C(h)$$

Por lo tanto al considerar la hipótesis de estacionaridad, el variograma y la función de covarianza entre dos variables sólo dependen del vector de separación y son herramientas equivalentes.

Existen diversos modelos de ajuste para los variogramas, algunos de ellos son el modelo esférico, exponencial y Gaussiano.

2.1.3 Efecto de Soporte

El efecto de soporte o de volumen es aquel que se produce en la distribución de una variable regionalizada al cambiar la unidad volumétrica de medición (soporte). Un aumento en el soporte de la variable regionalizada tendrá los siguientes efectos.

- *La **varianza** disminuye*
- *El histograma cambia de **forma** (se simetriza)*
- *La **media** global permanece constante*

Existen diversos modelos para cuantificar el efecto producido al variar la unidad volumétrica de medición, entre ellos están la corrección afín, la corrección lognormal indirecta y el modelo Gaussiano discreto.

2.1.4 Anamorfosis Gaussiana

Para generar realizaciones de las leyes en cada punto del espacio es necesario conocer la distribución espacial de la función aleatoria asociada, es decir el conjunto de distribuciones de probabilidad en cada punto del espacio.

Para determinar la distribución espacial de la función aleatoria se aplican modelos de distribución espacial. El modelo de distribución espacial que es lejos el más sencillo de todos es el modelo multi-Gaussiano.

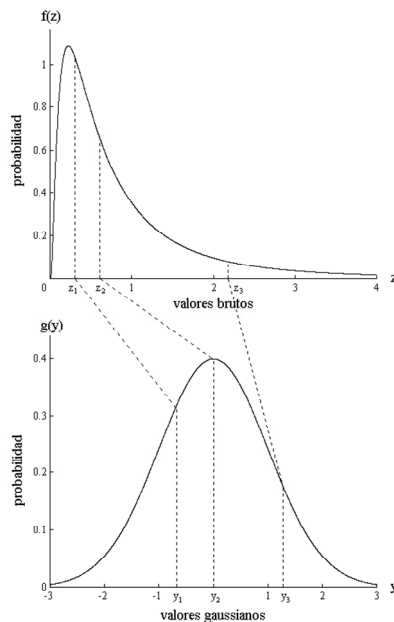
Para aplicar el modelo multi-Gaussiano, se requiere primero **transformar los datos**, para que tengan (una vez transformados) una distribución Gaussiana estándar (de media 0 y varianza 1). Esta etapa se conoce como “transformación” o “anamorfosis” Gaussiana:

$$Z(x) = \Phi[Y(x)]$$

$Z(x)$: representa a las variables originales, o datos brutos

$Y(x)$: es la variable transformada (variable Gaussiana)

Φ : es la función de transformación (anamorfosis)



2.2 Simulación

La simulación consiste principalmente en construir realizaciones de una función aleatoria. Es deseable que cada realización respete los valores conocidos en los sitios de muestreo. Este tipo de simulación lleva el nombre de simulación *condicional*. La simulación no condicional busca solamente construir realizaciones que tengan la misma variabilidad que la variable de estudio, sin tomar en cuenta los valores de los datos.

2.2.1 Simulación Gaussiana

La simulación Gaussiana construye realizaciones de funciones aleatorias Gaussianas. El condicionamiento a los valores reales en este caso se realiza en el espacio Gaussiano con los valores de la variable transformada $Y(x)$.

Para generar estas realizaciones son necesarios ciertos algoritmos, entre ellos se encuentran el algoritmo secuencial y el de descomposición matricial (LU), los cuales son teóricamente equivalentes.

2.2.2 Simulación secuencial Gaussiana a soporte puntual

La simulación secuencial Gaussiana a soporte puntual genera realizaciones de los valores de leyes en una grilla densa. Cada valor simulado está condicionado a los datos reales, y a los valores ya simulados. El condicionamiento se realiza mediante la utilización del llamado **kriging multigaussiano**, el cual es un kriging simple con media 0 aplicada a la variable Gaussiana, manteniendo como media del valor simulado al estimador de kriging simple, y varianza a la varianza de kriging simple. (Verly, G., 1983; Journel, A.G., 1974). Es un método sencillo y fácil de ejecutar que permite el condicionamiento directo a valores reales. Sin embargo, es un método lento pues la matriz de kriging se vuelve cada vez más grande a medida que se desarrolla la simulación.

Se nombran a continuación los principales pasos del algoritmo secuencial:

1. Simulación de un primer valor en punto determinado en forma aleatoria, condicionado a los datos de sondaje transformados a variables Gaussianas.
2. Las posiciones de los siguientes valores a simular será determinada de forma aleatoria. Cada nuevo valor simulado estará condicionado a las variables Gaussianas de sondaje y a los valores a soporte puntual previamente simulados.
3. Se generan más realizaciones una vez simulados todos los puntos o nodos.

Si se desea obtener resultados a soporte de bloques, basta con regularizar las realizaciones al tamaño de bloques deseado. De esta manera además se cuantifica el efecto de soporte, siendo teóricamente válido el resultado (Verly, G., 1984). Las principales desventajas de esta metodología son el tamaño de los modelos generados (lo cual dificulta su manejo y almacenamiento) y el tiempo utilizado para calcular un gran número de realizaciones.

2.2.3 Algoritmo de descomposición matricial (LU)

El algoritmo de descomposición matricial de Choleski (Lower-Upper) resuelve el sistema de kriging simple mediante el uso de matrices. En este caso al descomponer la matriz de covarianzas entre las posiciones de datos condicionantes y las posiciones a simular por medio de Choleski, se obtiene una matriz triangular inferior y superior (donde una es la transpuesta de la otra).

Si se multiplica la matriz triangular inferior con un vector de variables Gaussianas independientes se obtienen de inmediato un conjunto de simulaciones que siguen una distribución Gaussiana. Este algoritmo, al igual que el secuencial, permite el condicionamiento directo a valores reales y es sumamente rápido para generar realizaciones una vez que se tiene la matriz inferior. Una desventaja que tiene este método es que la descomposición LU es muy lenta cuando la cantidad de sitios a simular es importante (>1000).

Se nombran a continuación los principales pasos del algoritmo de descomposición matricial (LU):

1. Se determina la matriz de covarianzas de todas las posiciones puntuales del espacio (posiciones de datos a simular más las posiciones de los datos de sondaje condicionantes).
2. Se descompone la matriz de covarianzas mediante el método de Choleski, obteniéndose una matriz triangular inferior y una matriz triangular superior (Lower-Upper).
3. Se genera un vector de variables Gaussianas independientes $N(0,1)$.
4. Finalmente se obtienen los valores simulados a soporte puntual multiplicando la matriz triangular inferior con el vector de variables Gaussianas independientes.
5. Para generar más realizaciones basta con multiplicar la matriz triangular inferior con otro vector de variables Gaussianas independientes $N(0,1)$.

2.2.4 Simulación Gaussiana directa a soporte de bloques

Una alternativa existente para la simulación directa a soporte de bloques es la *simulación LU de bloques*. En esta propuesta se simulan bloques discretizados (simulación de nodos) a partir de una descomposición matricial (LU) de la matriz de covarianzas. La simulación de nodos dentro de un bloque es condicionada por la información local, pero los bloques se consideran independientes, por lo que no existe un condicionamiento entre ellos (Boisvert, J., Ortiz, J. M., and Deutsch, C. V., (2008)). Los modelos resultantes de la simulación LU pueden ser manejados fácilmente para calcular la media de las leyes y la distribución de leyes de bloque.

Otra opción, que se encuentra aún en estudio, es el modelo Gaussiano discreto combinado con simulaciones.

En este trabajo, se explora la posibilidad de realizar simulaciones de bloques mediante el algoritmo secuencial.

3 Metodología

Se comienza el estudio analizando distintas propuestas de simulación directa a soporte de bloque.

El siguiente aspecto relevante a analizar es qué valor asignar a un bloque cuyos nodos ya fueron simulados, el cual servirá como valor condicionante para las siguientes simulaciones de bloque.

Una vez definidas las alternativas de simulación directa a soporte de bloques y las formas de condicionamiento para las siguientes simulaciones, se propondrán algunas metodologías.

Se continúa el estudio realizando un análisis de sensibilidad de los modelos propuestos a ciertos parámetros relevantes para la simulación, además se comparan los resultados con un caso base (curvas de tonelaje-ley, varianzas condicionales, tiempo utilizado).

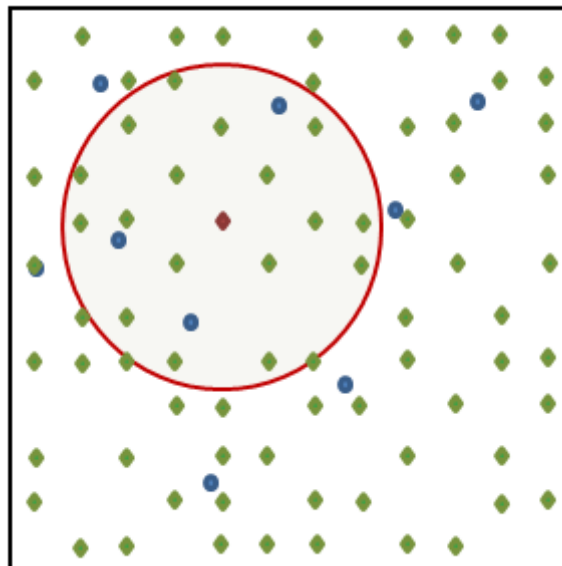
Finalmente se aplican las metodologías propuestas a un conjunto de datos de sondeos reales y se validan los resultados con los obtenidos de la aplicación del caso base (simulación puntual de leyes con posterior rebloqueo).

4 Desarrollo

Para el estudio de las metodologías que permitan la simulación secuencial Gaussiana de leyes directamente a soporte de bloques es necesario basarse en una metodología teóricamente válida, la que servirá como caso base de comparación.

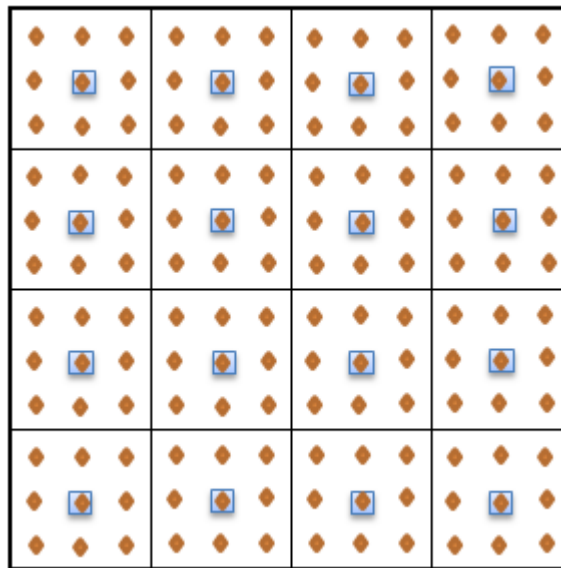
El caso base utilizado en el presente trabajo consiste en la simulación secuencial Gaussiana a soporte “puntual” con posterior rebloqueo de las leyes. Se explica a continuación el procedimiento de esta metodología.

Se simulan en orden aleatorio los puntos o nodos del modelo, condicionados a los datos de sondaje transformados a variables Gaussianas y a los nodos previamente simulados.



- Datos Reales (Gaussianos)
- ◆ Nodo previamente simulado
- ◆ Nodo a simular
- Vecindad de Kriging

Una vez simulados todos los nodos del modelo se transforman las variables Gaussianas simuladas a variables de leyes. Finalmente se regularizan las leyes a tamaño de bloque (promedio de nodos dentro de un bloque).



- Ley de bloque
- Ley simulada en nodo
- Bloque

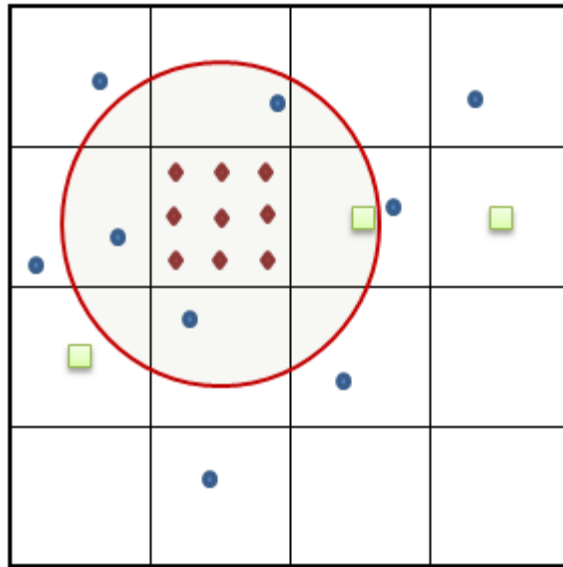
Generando varias realizaciones se puede determinar la variabilidad de las leyes a soporte de bloque además de la ley esperada.

4.1 Propuestas de simulación directa a soporte de bloque

La simulación directa a soporte de bloque busca obtener directamente en forma secuencial el valor de ley de los bloques en un yacimiento. La forma de obtener este valor de bloque es el tema que se desea estudiar en este capítulo.

Se muestran dos propuestas de simulación a valor de bloque. Ambas buscan simular los nodos de un bloque elegido en forma aleatoria dentro de un yacimiento. Lo nuevo de estas propuestas es que los bloques a simular no sólo están condicionados a los datos reales de sondaje, sino que también lo están a los bloques previamente simulados, a diferencia del caso base, que condiciona a nodos previamente simulados.

- Esquema de condicionamiento directo a soporte de bloque



- Datos Reales (Gaussianos)
- Bloque previamente simulado
- ◆ Nodos de bloque a simular
- Vecindad de Kriging

4.1.1 Simulación de bloques con simulación de nodos por LU

En este método se busca simular todos los nodos dentro de un bloque condicionados a los datos de sondaje y a los bloques previamente simulados mediante la descomposición matricial LU. Al resolver el sistema lineal de kriging simple mediante la descomposición matricial, se simulan todos los valores de los nodos dentro de un bloque a la vez.

4.1.2 Simulación de bloques con simulación de nodos en forma secuencial

Esta metodología simula los valores de nodos dentro de un bloque de forma secuencial, esto es, un nodo simulado dentro de un bloque es condicionado por los datos de sondaje, los bloques previamente simulados y los nodos ya simulados dentro del bloque. Los nodos a simular dentro de un bloque son elegidos de forma aleatoria hasta completar el total de nodos.

Ambas metodologías propuestas de simulación de bloques son teóricamente equivalentes, esperándose diferencias sólo en el tiempo de cálculo utilizado para simular los bloques.

4.2 Propuestas para valor condicionante de bloque ya simulado

El factor a tratar en este punto es qué valor asignar a un bloque cuyos nodos ya fueron simulados, el cual condicionará a las simulaciones de los siguientes bloques. En este aspecto, se busca un valor condicionante único que represente los valores de los nodos dentro del bloque con la menor pérdida de información posible, reflejando el efecto de soporte y permitiendo disminuir los tiempos de cálculo.

4.2.1 Promedio de valores Gaussianos simulados en los nodos del bloque

Esta propuesta de dato condicionante es el promedio de los valores Gaussianos simulados en los nodos que discretizan el bloque. Este promedio considera todos los valores de nodos con igual ponderación para cada uno.

$$\text{Valor condicionante} = \frac{1}{n_b} \sum_{i=1}^{n_b} Y_i = \bar{Y}$$

n_b : es el número de nodos del bloque

Y_i : valor Gaussiano simulado en nodo i del bloque

4.2.2 Ley de bloque transformada al espacio Gaussiano

En esta propuesta, una vez simulados los valores Gaussianos dentro de un bloque, estos son transformados uno a uno al espacio de leyes, luego se promedian. Posteriormente el promedio de leyes es transformado nuevamente al espacio Gaussiano mediante la función de transformación inversa a soporte puntual.

$$\text{Valor condicionante} = \phi^{-1} \left[\frac{1}{n_b} \sum_{i=1}^{n_b} \phi(Y_i) \right] = \phi^{-1}[\bar{Z}]$$

n_b : es el número de nodos del bloque

Y_i : valor Gaussiano simulado en nodo i del bloque

4.2.3 Soporte para el condicionamiento

Otro factor importante en el condicionamiento es el soporte considerado para los valores condicionantes. Existen dos alternativas de condicionamiento con distintos soportes.

- **Condicionamiento a soporte puntual**

En este caso, se considera el valor condicionante de un bloque como un valor puntual ubicado en el centro del bloque. De esta manera, la matriz de covarianza considerará este valor como un dato puntual para el condicionamiento.

- **Condicionamiento a soporte de bloque**

El valor asignado al bloque en el espacio Gaussiano será asignado a cada nodo discretizando el bloque. Posteriormente se determinan las covarianzas entre puntos y nodos de bloque y se promedian las covarianzas de los nodos. De esta manera el condicionamiento será a soporte de bloque.

$$C(u_i, V) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N C(u_i, x_k)$$

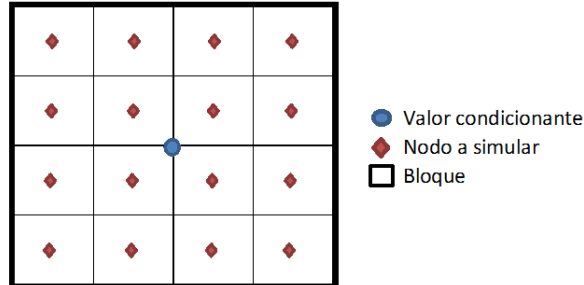
*donde $\{x_k, k = 1 \dots N\}$ son puntos que discretizan el bloque V
 u_i son las posiciones de los puntos a simular o de los datos originales*

4.2.4 Análisis de valor de bloque simulado

En este análisis se comparan las dos propuestas antes nombradas para definir el valor condicionante de un bloque.

El análisis se realizó simulando los valores de nodos de un bloque de dimensiones $10 \times 10 \times 10$ [m³] discretizado en $5 \times 5 \times 1$ nodos en cada dirección respectivamente, esto es 25 nodos.

Se utilizó como dato condicionante un valor de ley en el centro del bloque para simular los valores de los nodos. La simulación Gaussiana de los nodos del bloque se realizó utilizando el algoritmo LU, creándose 1000 realizaciones para el bloque para cada dato condicionante.



Se variaron los valores de ley que condicionan la simulación del bloque y así ver su efecto en ambas propuestas. Los valores utilizados fueron: 0,1; 0,3; 0,5; 1; 2; 3; 4; 5 [% Cu].

Se estudia además en el análisis el efecto de cambiar el alcance en el variograma. Para esto se utilizaron variogramas exponenciales isótropos con 3 alcances distintos (10, 100 y 200 [m]) y un efecto pepita de 0,1. Se muestran a continuación los 3 variogramas utilizados para los valores en el espacio Gaussiano:

$$\gamma_1(\mathbf{h}) = 0,1 + 0,9 \text{Esf}(10)$$

$$\gamma_3(\mathbf{h}) = 0,1 + 0,9 \text{Esf}(100)$$

$$\gamma_2(\mathbf{h}) = 0,1 + 0,9 \text{Esf}(200)$$

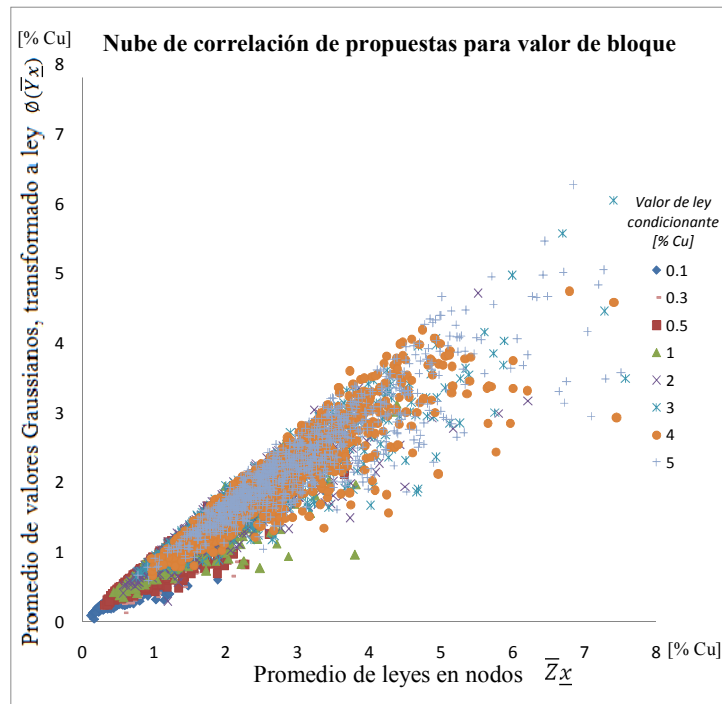
Se asume una distribución lognormal de los datos condicionantes con media 1,65 % de Cu, coeficiente de asimetría 5,89 y desviación estándar 2,16. Con esto la función de transformación puntual es una exponencial:

$$\emptyset(Y(x)) = Z(x)$$

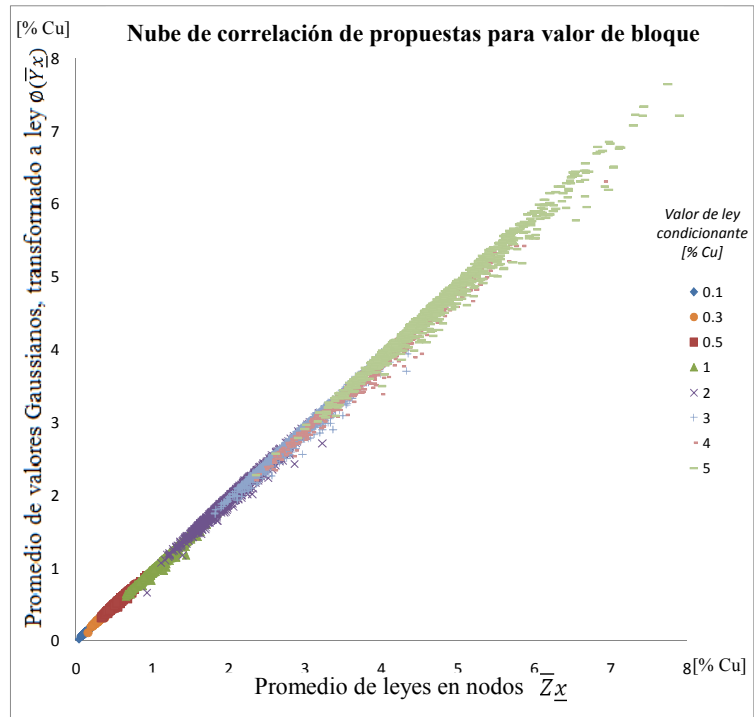
Una vez establecidos los parámetros para el análisis se procede a su aplicación. Los resultados obtenidos se muestran en los siguientes gráficos y tablas. La nube de correlación muestra los resultados en el espacio real para cada propuesta de valor de bloque.

El valor $\phi(\bar{Y}_x)$ está asociado al condicionamiento por el promedio de valores Gaussianos en los de nodos que discretizan el bloque, mientras que \bar{Z}_x es el promedio de los valores transformados al espacio real. Desde el punto de vista teórico, \bar{Z}_x es el valor correcto.

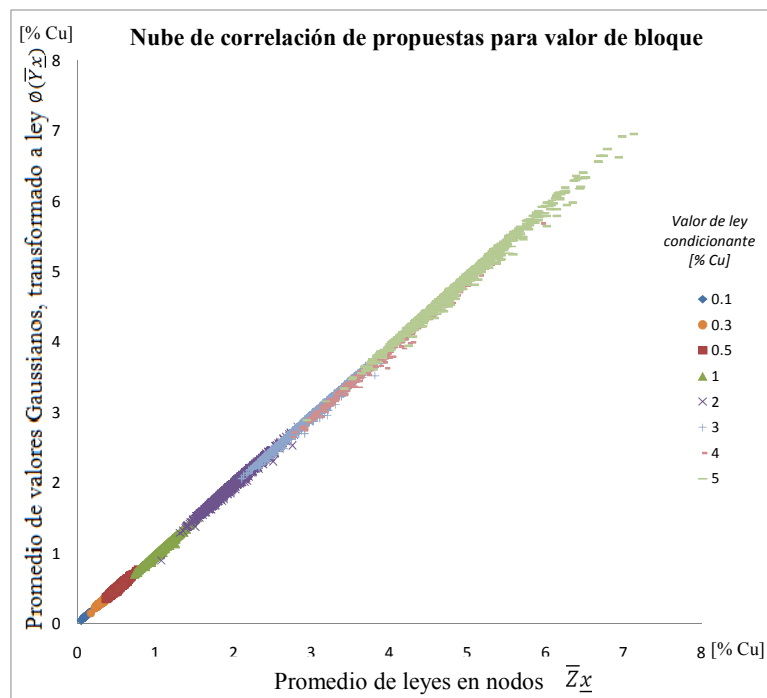
- Variograma con alcance 10 metros



- Variograma con alcance 100 metros



- Variograma con alcance 200 metros



Los coeficientes de correlación de los valores propuestos para condicionar los siguientes bloques son los siguientes.

Alcance [m]	Coefficiente de Correlación
10	0,9345
100	0,9991
200	0,9998

De los resultados obtenidos se puede observar que a medida que aumenta el valor del dato condicionante se hacen más dispersos los valores de las leyes y es mayor aún el efecto si además el alcance del variograma es pequeño, esto debido a la variabilidad de las altas leyes representada por la simulación. El efecto de aumentar el alcance del variograma es que la diferencia entre los valores propuestos es cada vez menor, siendo casi indiferente la elección de uno u otro valor condicionante para alcances mayores. Sin embargo, para alcances menores del variograma se observa una disminución sistemática en los valores de la propuesta del promedio de valores Gaussianos, lo que podría generar una disminución en la ley estimada en las siguientes simulaciones de bloque, y por lo tanto menor ley de mineral sobre una ley de corte.

En las secciones siguientes del presente trabajo se utilizará la notación \bar{Y}_x , para referirse al promedio de los valores Gaussianos en los nodos discretizando el bloque, y la notación $\phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ para referirse a la ley del bloque transformada a Gaussiana.

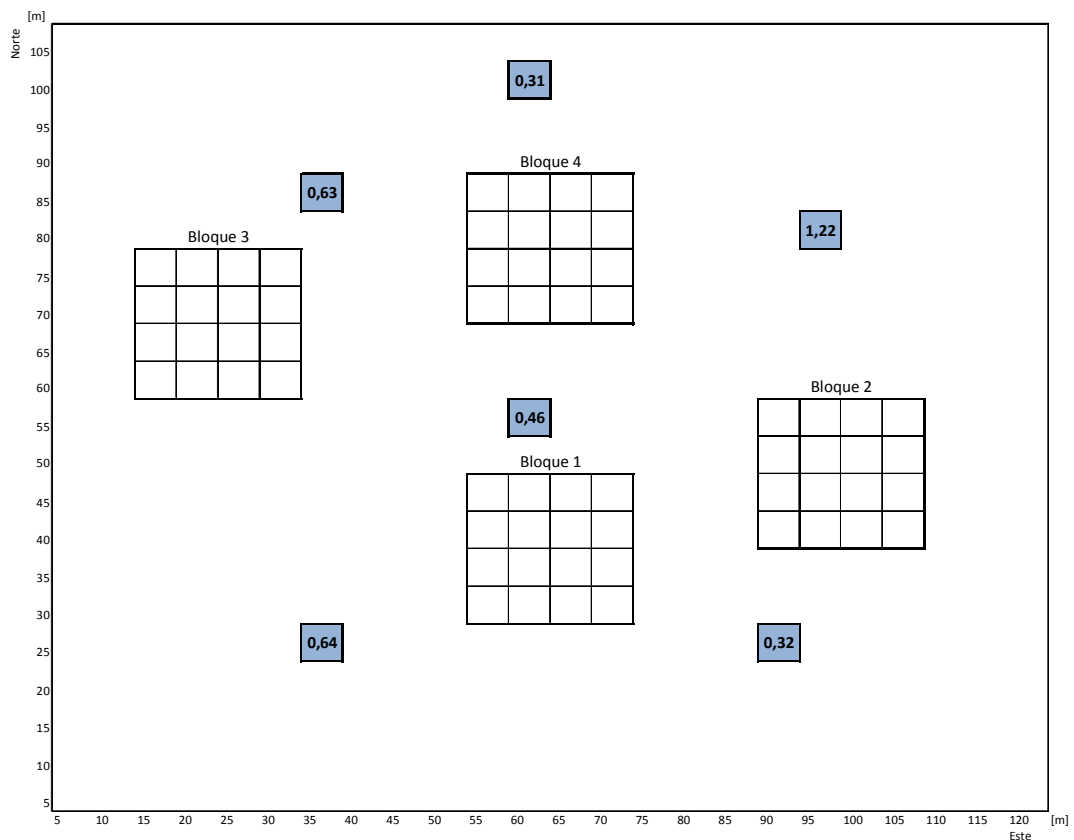
4.2.5 Análisis del soporte del dato condicionante

Este análisis busca estudiar el efecto del condicionamiento a soporte puntual y de bloque sobre los ponderadores de kriging utilizados para la simulación.

Es importante recordar que los ponderadores de kriging dependen de la ubicación de los datos condicionantes en el espacio y del modelo variográfico, pero no del valor de los datos.

Para realizar el análisis se define un conjunto de datos reales y de bloques a simular con la siguiente disposición en el espacio:

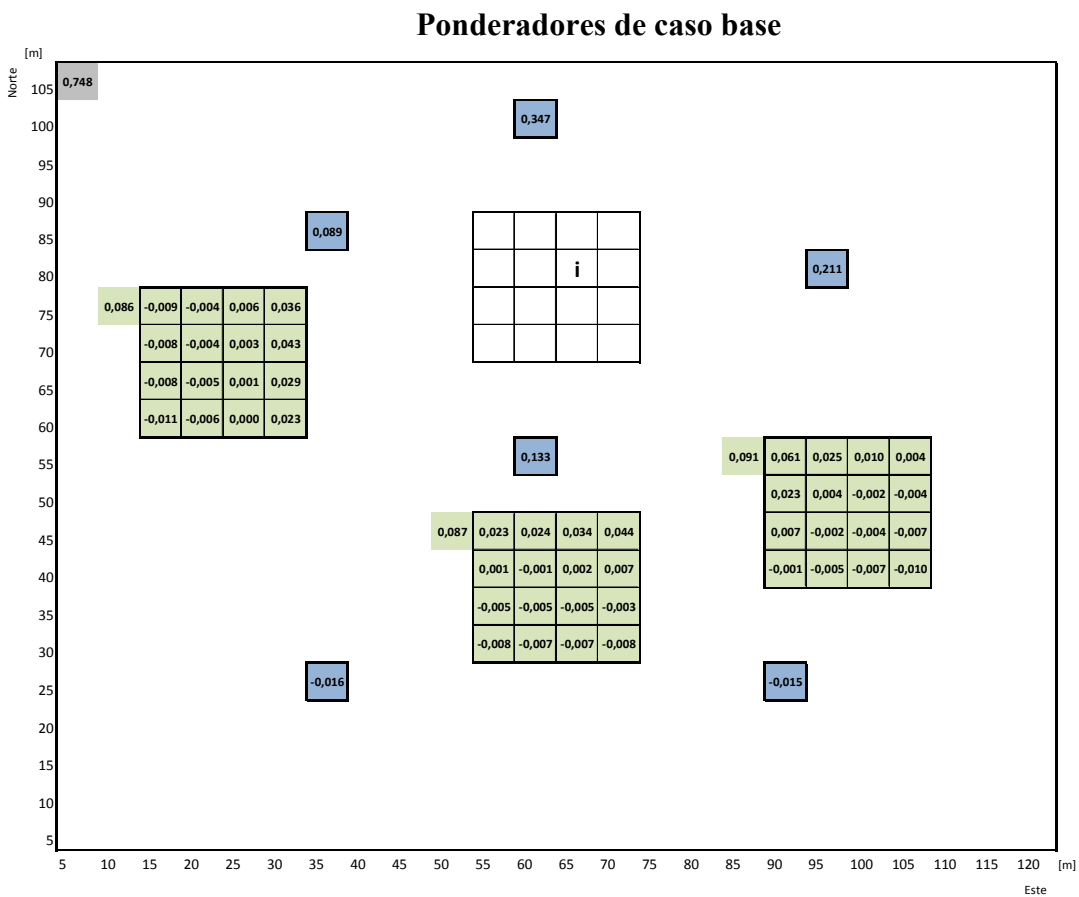
Posiciones de datos y bloques en el espacio



Los puntos en azul corresponden a los datos reales en unidades de % de Cu y los puntos de color blanco corresponden a los nodos dentro de un bloque con dimensiones de 20x20x1 [m³]. El modelo variográfico utilizado para el análisis es el siguiente:

$$\gamma(h) = 0,1 + 0,9 \text{Esf}(200)$$

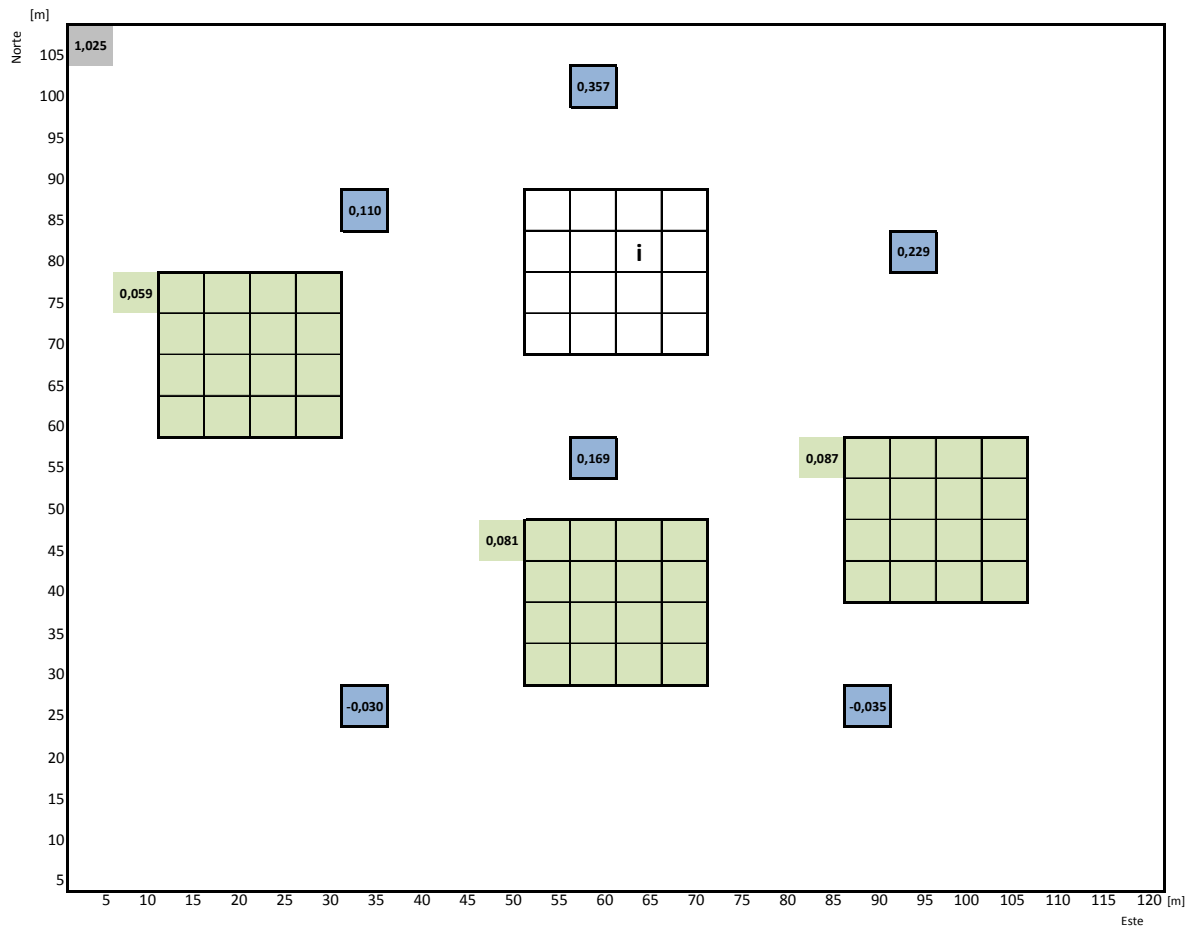
Se muestran a continuación los ponderadores de kriging simple para el caso base en que cada nodo dentro de un bloque ya simulado condiciona los nodos de un bloque siguiente a simular. En este caso los bloques de color verde ya han sido simulados y se desea simular el nodo que contiene la letra “i”.



Los cuadros de color verde ubicados en la parte externa de cada bloque simulado muestran las sumas de los ponderadores de los nodos dentro del bloque. El cuadro de color gris en la esquina superior izquierda de la imagen muestra la suma de los ponderadores del total de los datos condicionantes.

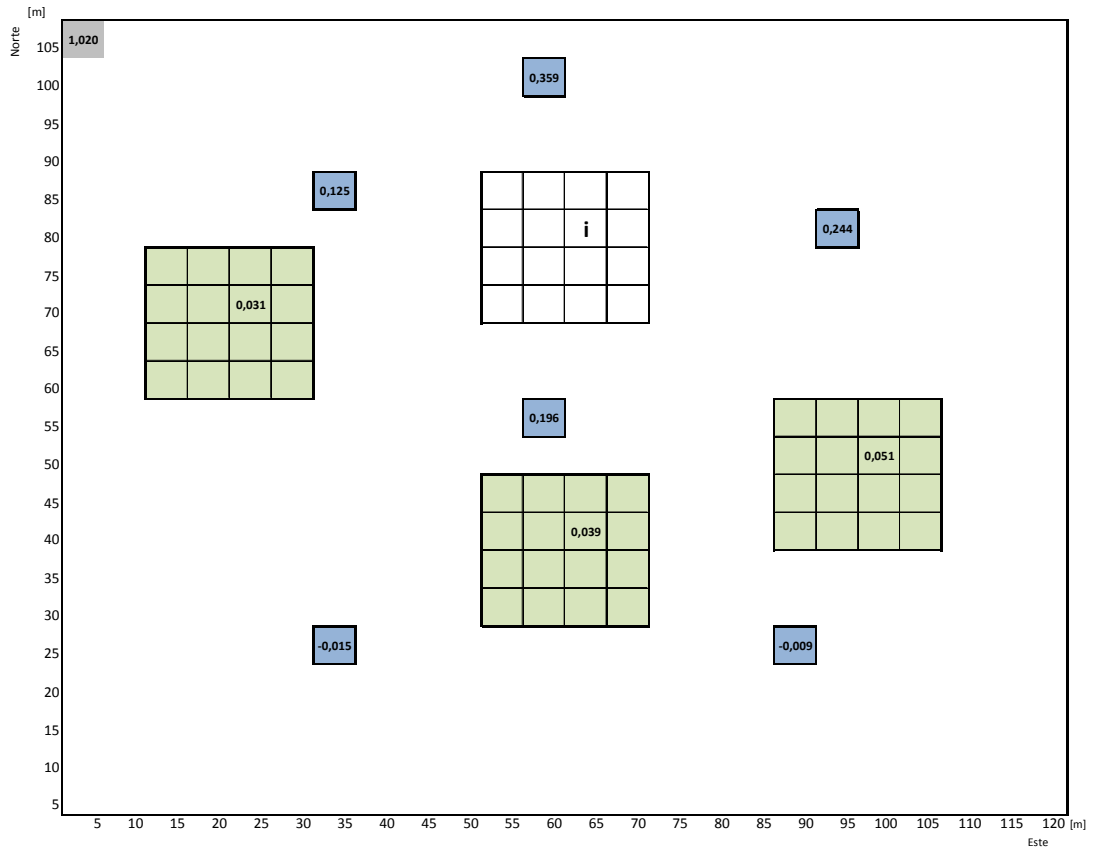
En el siguiente gráfico se muestran los ponderadores de kriging simple para los valores condicionantes ya simulados a soporte de bloque y los respectivos ponderadores de los datos reales. Al igual que en el caso base se desea simular el nodo que contiene la letra “i” y los bloques de color verde ya han sido simulados.

Condicionamiento a soporte de bloque



En el caso del condicionamiento a soporte puntual, los resultados para los ponderadores de kriging simple son los siguientes, asimilando lo mismo con respecto a la secuencia de simulación que en los casos anteriores.

Condicionamiento a soporte puntual



En el caso del condicionamiento a soporte puntual el valor del bloque es asignado en la posición central del bloque. Se puede observar, en el centro de los bloques ya simulados, el ponderador de kriging asociado al valor condicionante correspondiente.

Se muestra a continuación una tabla resumen de los ponderadores.

Casos	Ponderadores de datos originales						Ponderadores de valores de bloque			Suma de ponderadores
Caso Base	0,347	0,089	0,211	0,133	-0,016	-0,015	0,086	0,091	0,087	0,748
Soporte de Bloque	0,3567	0,1095	0,2287	0,1686	-0,03	-0,035	0,0588	0,0872	0,0809	1,025
Soporte Puntual	0,3591	0,1245	0,2443	0,1956	-0,015	-0,009	0,031	0,0506	0,0387	1,0199

Se puede observar un aumento en la ponderación de la mayoría de los datos reales para el condicionamiento a soporte puntual y de bloques comparado con el caso base. En cambio, para los ponderadores de valores de bloques ya simulados, se observa una disminución en la ponderación, más pronunciada en el caso del condicionamiento a soporte puntual y menos significativa en el caso del condicionamiento a soporte de bloque. La suma de los ponderadores aumenta en el caso del condicionamiento a soporte puntual y de bloque casi en la misma magnitud con respecto al caso base.

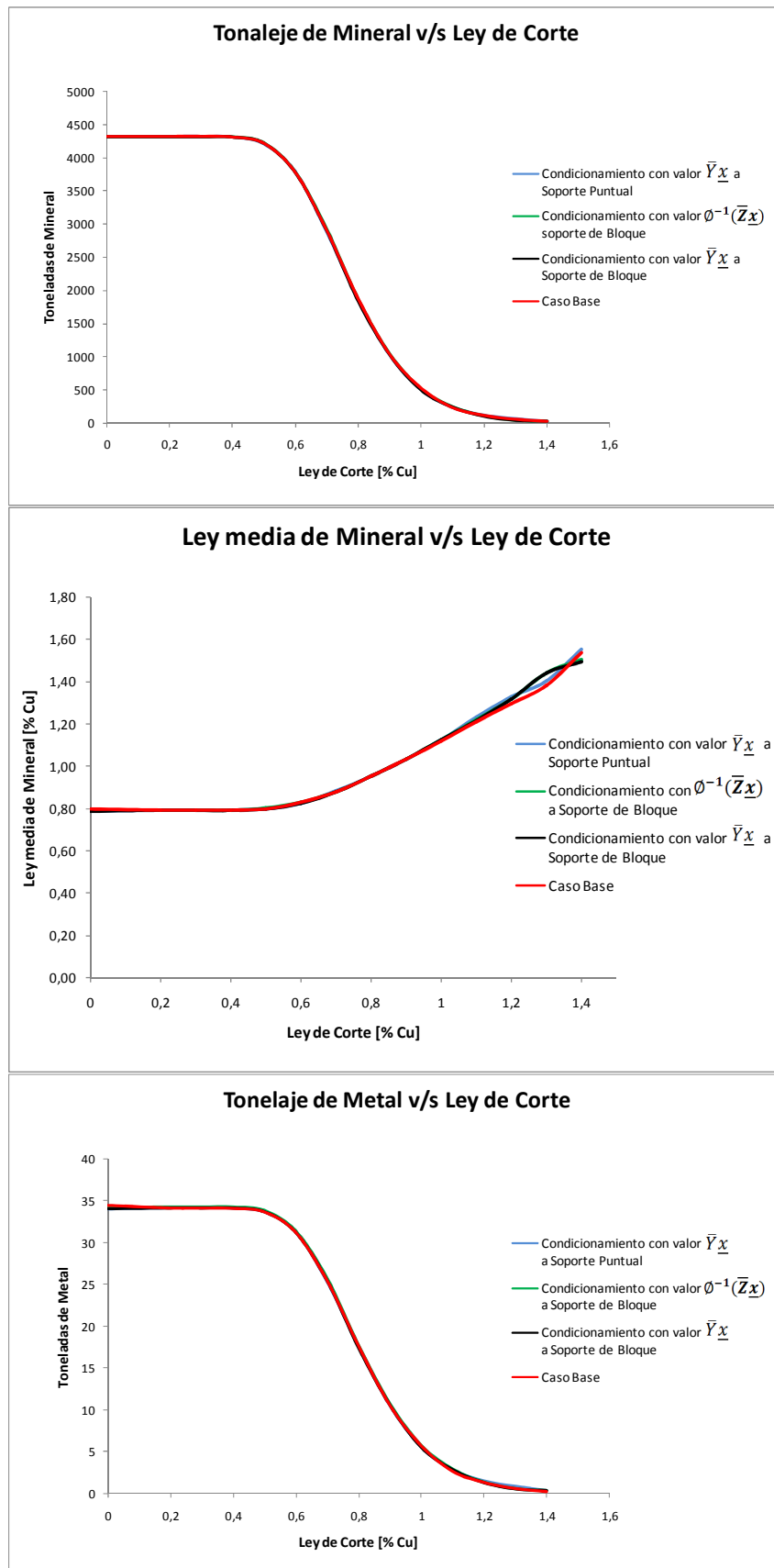
Para concluir el estudio se simularán los bloques mostrados anteriormente condicionados a los datos reales con el fin de estudiar el efecto de los tipos de condicionamiento en las curvas tonelaje ley y la distribución de leyes simuladas. Se aplicarán los siguientes métodos:

- Simulación secuencial de puntos en el espacio con posterior rebloqueo (caso base).
- Simulación secuencial de bloques con simulación por descomposición matricial (LU) de nodos dentro de cada bloque, con valor condicionante \bar{Y}_x considerado de soporte de bloque.
- Simulación secuencial de bloques con simulación por descomposición matricial (LU) de nodos dentro de cada bloque, con valor condicionante $\varnothing^{-1}(\bar{Z}_x)$ considerado de soporte de bloque.
- Simulación secuencial de bloques con simulación por descomposición matricial (LU) de nodos dentro de cada bloque, con valor condicionante \bar{Y}_x considerado de soporte puntual.

Se generaron 1000 realizaciones para cada modelo de simulación, asumiendo que los datos reales siguen una distribución lognormal de media 0,593 [% Cu] y desviación estándar 0,375 [% Cu]. Se asume además una densidad constante igual a 2,7 [t/m³].

Se obtienen finalmente las siguientes curvas de Tonelaje, Ley y Metal para cada modelo, las cuales corresponden al promedio de las curvas de cada realización.

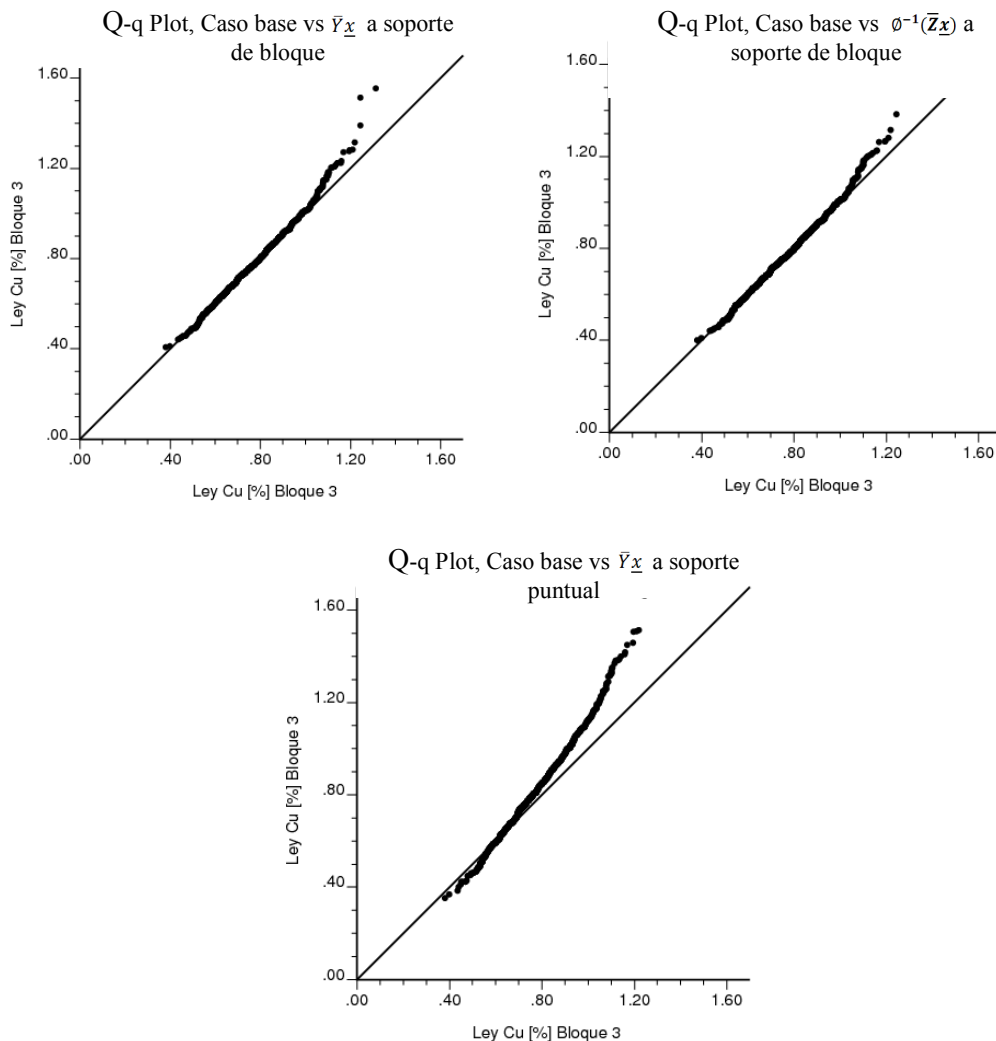
- **Curvas de Tonelaje, ley y Metal**



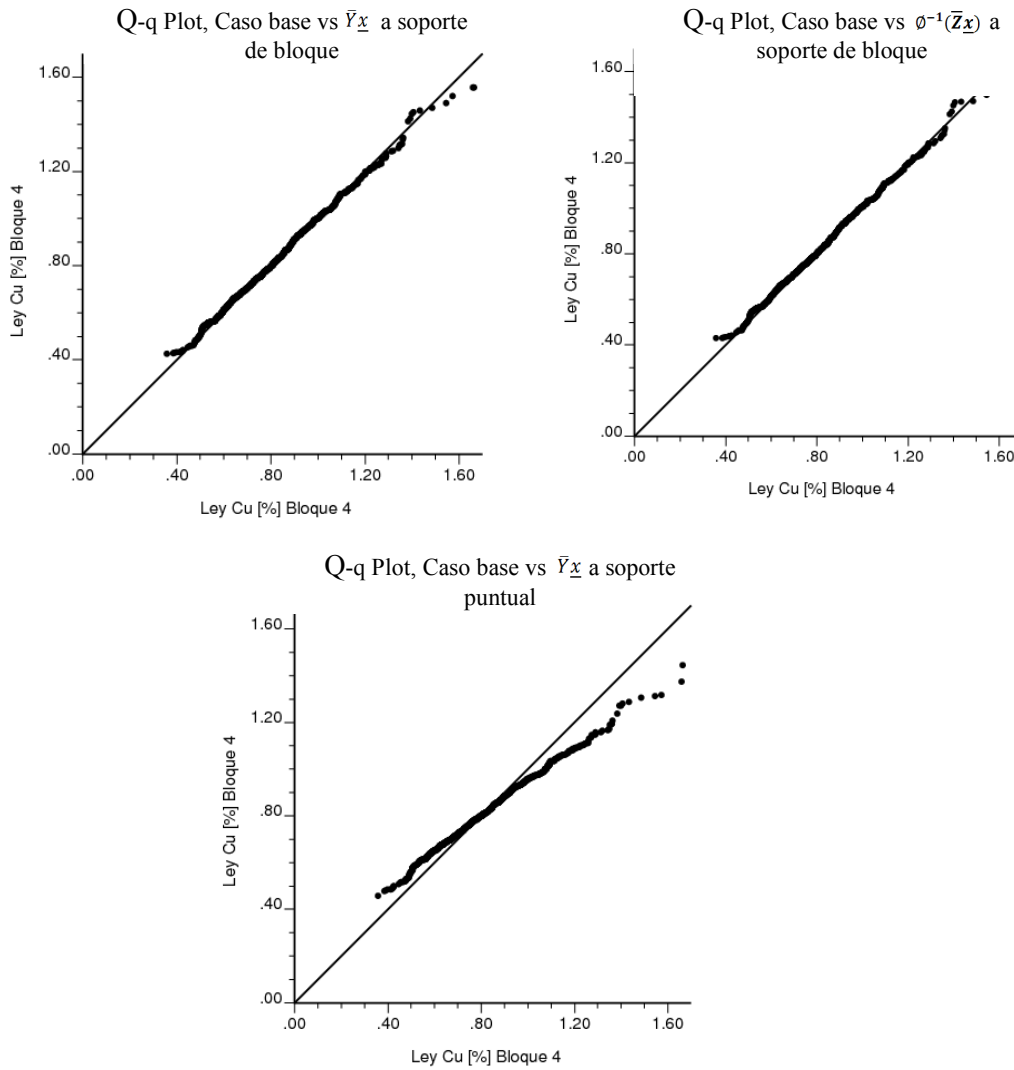
Se observa en las curvas anteriores que las diferencias con respecto al caso base son casi imperceptibles, siendo un poco mayor la diferencia en las curvas en los valores extremos de las leyes de corte (debido a la variabilidad de las altas leyes). Lo anterior indica que los modelos mostrados sirven para estimar con buena precisión los recursos en un yacimiento. Sin embargo, el principal beneficio que ofrece la simulación es poder medir la incertidumbre, por lo que es interesante comparar las distribuciones de los datos simulados por los modelos con las distribuciones generadas por el caso base, el cual es teóricamente válido. Este estudio servirá además para observar cómo los modelos propuestos se comportan frente al efecto de soporte.

Se muestran a continuación, para los bloques 3 y 4, las distribuciones de leyes simuladas por los cuatro modelos, siendo las distribuciones generadas por el caso base las teóricamente válidas.

- **Comparación de distribuciones de datos simulados para bloque 3**



- **Comparación de distribuciones de datos simulados para bloque 4**



La comparación de distribuciones de leyes simuladas para el resto de los bloques puede ser vista en los anexos.

Las correlaciones entre las varianzas condicionales de los bloques simulados para los distintos modelos se pueden observar en la siguiente tabla:

Tabla de Correlación de Varianzas Condicionales

	Caso base	Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Condicionamiento con Valor $\phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ Soporte de Bloque	Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual
Caso base	1	0,9961	0,9948	0,9997
Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	0,9961	1	0,9999	0,9939
Condicionamiento con Valor $\phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ Soporte de Bloque	0,9948	0,9999	1	0,9923
Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual	0,9997	0,9939	0,9923	1

Podemos concluir, a partir de la comparación de distribución de los datos simulados y la tabla de correlación de las varianzas condicionales, que los modelos propuestos representan muy bien el efecto de soporte, siendo menos parecido al comportamiento del caso base el modelo que condiciona a soporte puntual las siguientes simulaciones de bloques. Se observa además que los modelos que condicionan a valor \bar{Y}_x y $\phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ son casi idénticos entre sí cuando condicionan con el mismo soporte, esto debido al elevado valor del alcance del variograma utilizado.

4.3 Modelos propuestos

Al combinar las propuestas para simulación directa a soporte de bloque con los valores propuestos para dato condicionante se pueden considerar los siguientes modelos.

- Simulación de Nodos por **LU** y condicionamiento a valor $\bar{Y}\underline{x}$ considerado de soporte de bloque.
- Simulación de Nodos por **LU** y condicionamiento a valor $\bar{Y}\underline{x}$ considerado de soporte puntual
- Simulación de Nodos por **LU** y condicionamiento a valor $\phi^{-1}(\bar{Z}\underline{x})$ considerado de soporte de bloque.
- Simulación de Nodos por **LU** y condicionamiento a valor $\phi^{-1}(\bar{Z}\underline{x})$ considerado de soporte puntual.
- Simulación de Nodos por método **Secuencial** y condicionamiento a valor $\bar{Y}\underline{x}$ considerado de soporte de bloque.
- Simulación de Nodos por método **Secuencial** y condicionamiento a valor $\bar{Y}\underline{x}$ considerado de soporte puntual.

Los métodos propuestos anteriormente serán analizados y comparados con el método convencional, que es una simulación Gaussiana de leyes a soporte puntual con un posterior rebloqueo. El método convencional será el caso base de comparación debido a que es teóricamente válido. Las metodologías serán programadas en Matlab.

Se busca que los métodos propuestos mejoren el uso de recursos computacionales y se logren obtener resultados válidos, que representen bien el efecto de soporte y la incertidumbre en las leyes simuladas.

4.4 Análisis de modelos propuestos

En este punto se busca hacer un análisis de los distintos modelos propuestos. Este análisis estará basado en la comparación con el caso base y variaciones de ciertos parámetros, para observar sus efectos en los resultados de los modelos de simulación directa a soporte de bloque.

❖ Análisis de sensibilidad

Se determinarán las variaciones en los resultados de los modelos, en cuanto a curvas de tonelaje, ley y metal, tiempo utilizado y correlación de varianzas condicionales, modificando ciertos parámetros. Se ejecutarán los modelos con la utilización de 70 datos reales que siguen una distribución lognormal de media 0,593 [% Cu], un coeficiente de asimetría de 2,17 y desviación estándar 0,375 [% Cu]. La función de anamorfosis Gaussiana para esta distribución es la siguiente:

$$\Phi(Y) = e^{(0,58*y-0.69)} = Z$$

Donde Y es la variable en el espacio Gaussiano y Z la variable en el espacio de leyes.

Las posiciones de los datos condicionantes se pueden observar en un mapa en los anexos. El volumen donde se realizarán las simulaciones tiene dimensiones de 200x200x12 [m³] y en él se encuentran dispersos los datos puntuales de sondaje.

Para realizar el estudio se utilizará la siguiente configuración base:

Condicionamiento	
Número máximo de datos condicionantes de sondaje	10
Número máximo de datos condicionantes previamente simulados	20
Discretización de Bloque	
	4x4x1
Tamaño del Bloque	
	20x20x12 [m ³]
Variograma	
Efecto pepita	0,1
Tipo de variograma	Exponencial
Alcance del variograma	60 [m]
Distribución de datos de sondaje (simetría)	
Coeficiente de asimetría	2,17

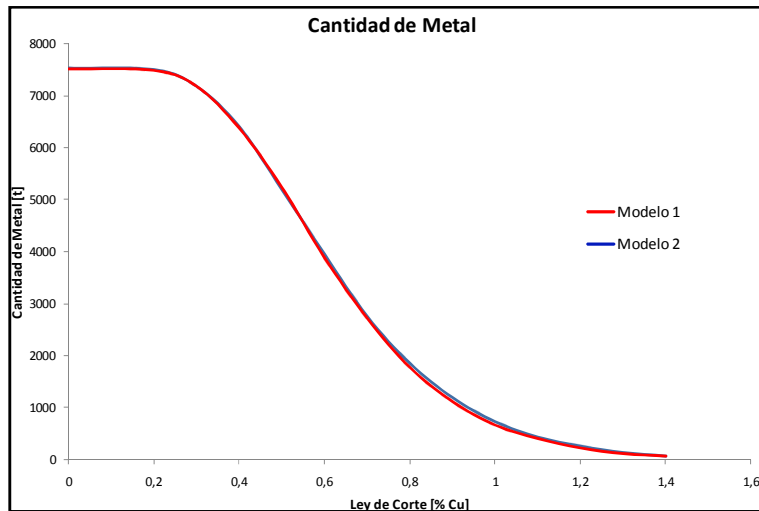
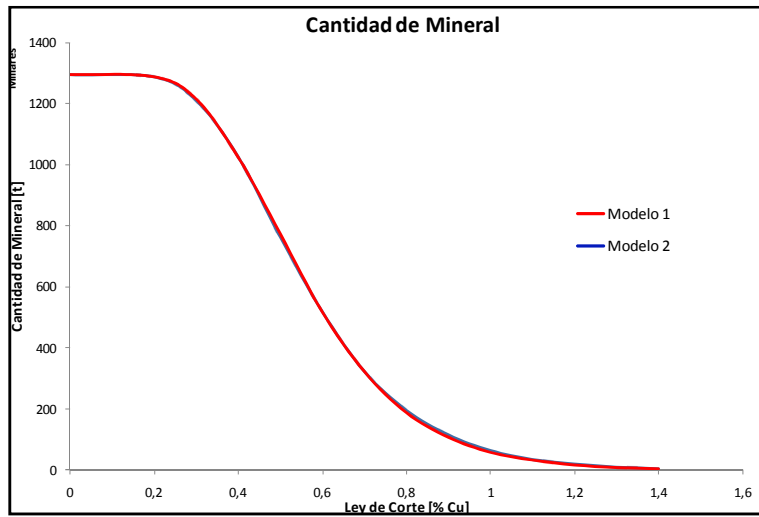
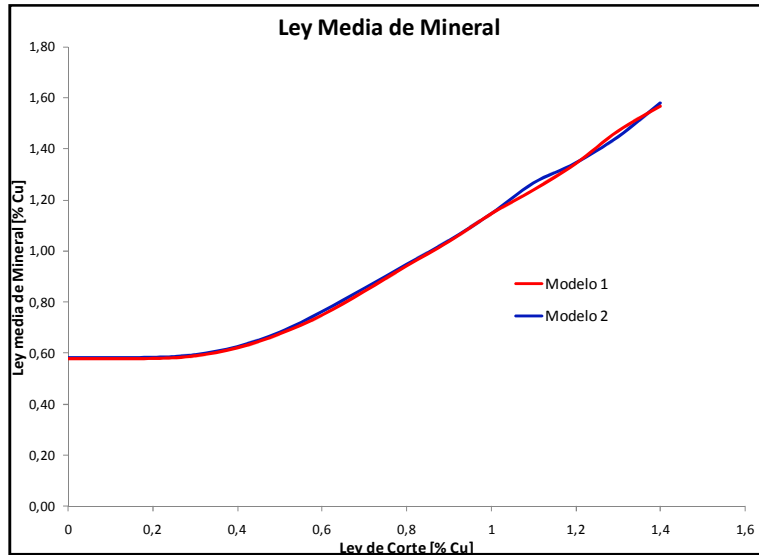
Se generarán 100 realizaciones para cada modelo propuesto y el caso base en cada modificación de parámetros realizada. El variograma utilizado es isótropo y la vecindad de kriging es de 200 x 200 x12 [m³].

Al tratarse de un número limitado de realizaciones existen fluctuaciones importantes de las estadísticas, debido a esto son generados dos conjuntos de realizaciones para el caso base, con distinto número de semilla para los números aleatorios, además se utilizó un refinamiento de 3 subgrillas en ambos casos para evitar artefactos.

Se obtuvo una correlación entre varianzas condicionales de 0,872 para los modelos generados. Este valor sirve de referencia y es de esperarse que las correlaciones entre varianzas condicionales para las demás metodologías con respecto a las del caso base, no superen este valor.

Las curvas de tonelaje y ley fueron las siguientes:

- *Curvas de tonelaje y ley de dos modelos generados por el caso base.*



Las curvas de tonelaje y ley para el modelo 2 no serán mostradas en las siguientes imágenes con el fin de mejorar la visualización de las curvas de las metodologías propuestas, sólo serán mostradas las curvas del modelo 1.

4.4.1 Número de datos Condicionantes

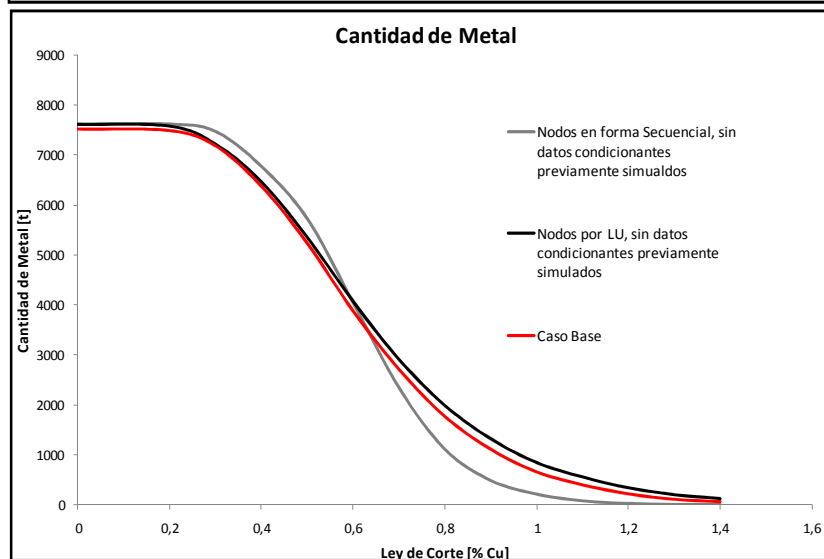
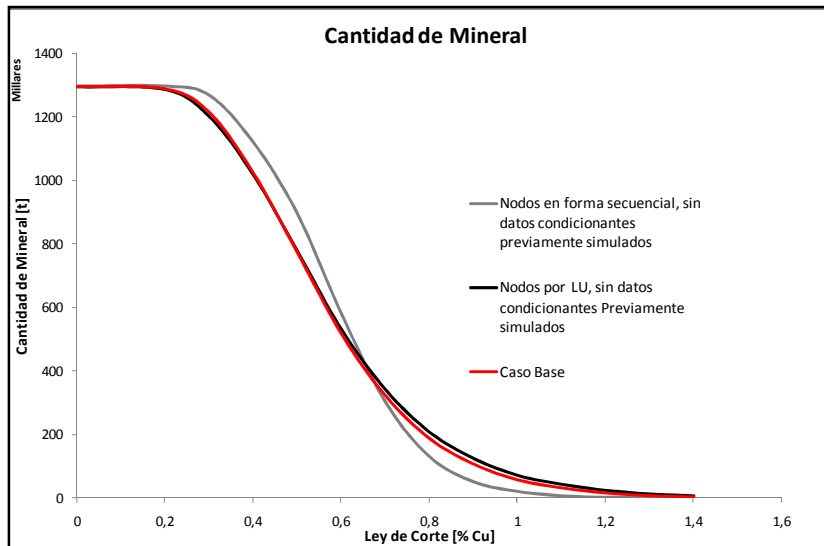
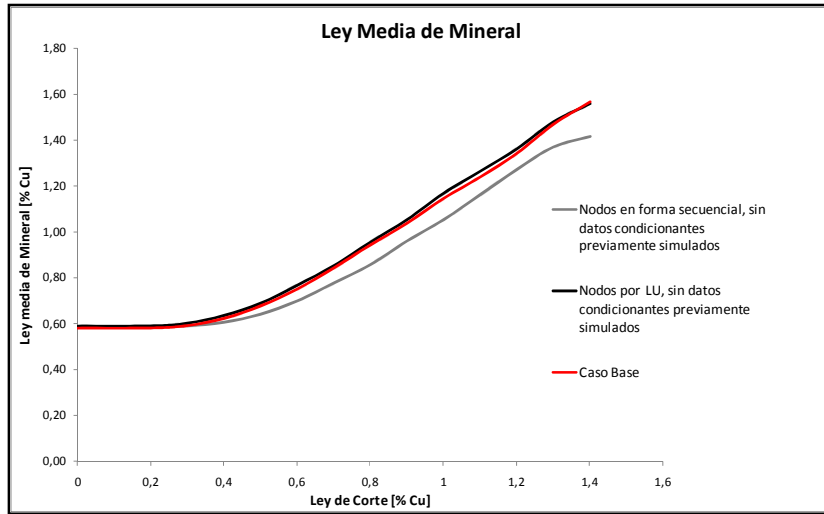
Se estudiará el comportamiento de los modelos en cuanto a la cantidad de datos condicionantes ya simulados considerados dentro de la vecindad, comparándolos con el caso base con 20 datos condicionantes previamente simulados como máximo. Se ejecutan los modelos de simulaciones para 4 cantidades máximas distintas de datos condicionantes previamente simulados, a saber, 0, 1, 20 y 40 datos. El caso de 0 datos condicionantes quiere decir que los bloques se simulan en forma independiente, sin un condicionamiento entre ellos, de esta manera esta metodología sería equivalente a la de *Simulación LU de Bloques* (J. Boisvert, J.M. Ortiz, C.V. Deutsch, 2008).

Se muestran a continuación las curvas de mineral, ley media y metal para cada modelo en los casos mostrados anteriormente, además del caso base con 20 datos condicionantes ya simulados como máximo. Posteriormente se mostrarán las correlaciones entre las varianzas condicionales de los modelos, además del tiempo utilizado en cada caso para generar 100 realizaciones. La densidad de los bloques utilizada para generar las curvas es de 2,7 [t/m³].

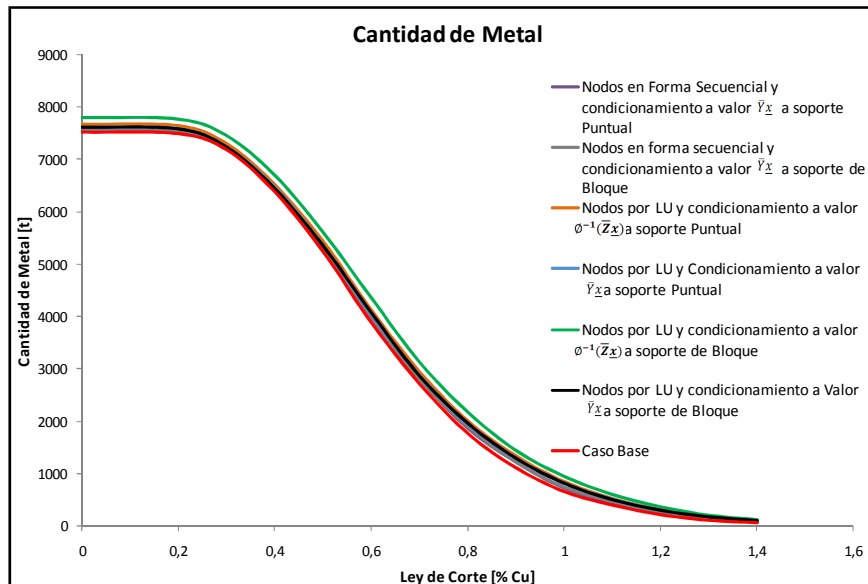
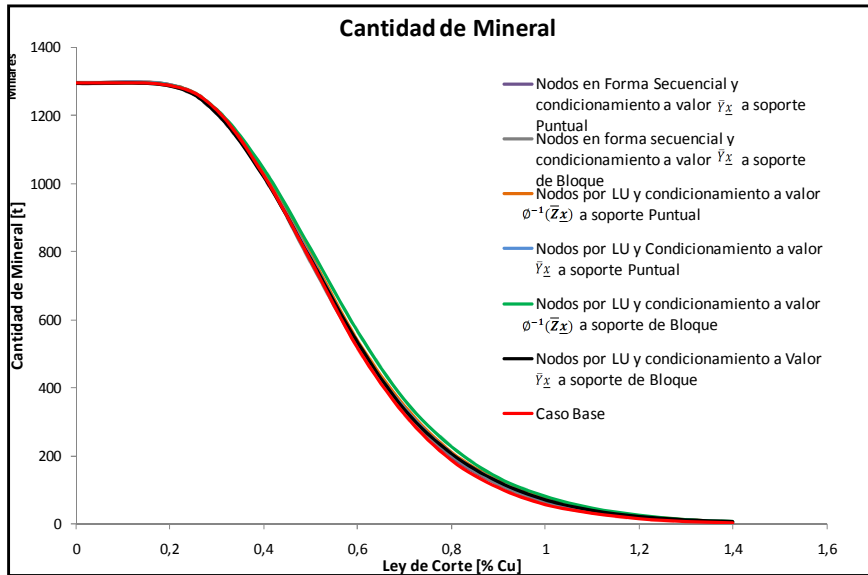
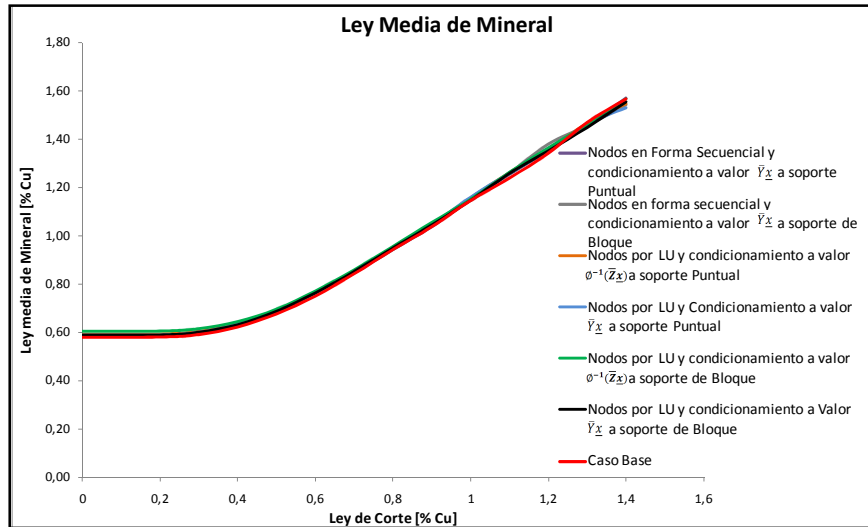
Las nubes de dispersión entre varianzas condicionales del caso base y los modelos podrán ser encontradas en los anexos.

- *Curvas de mineral, ley media y metal*

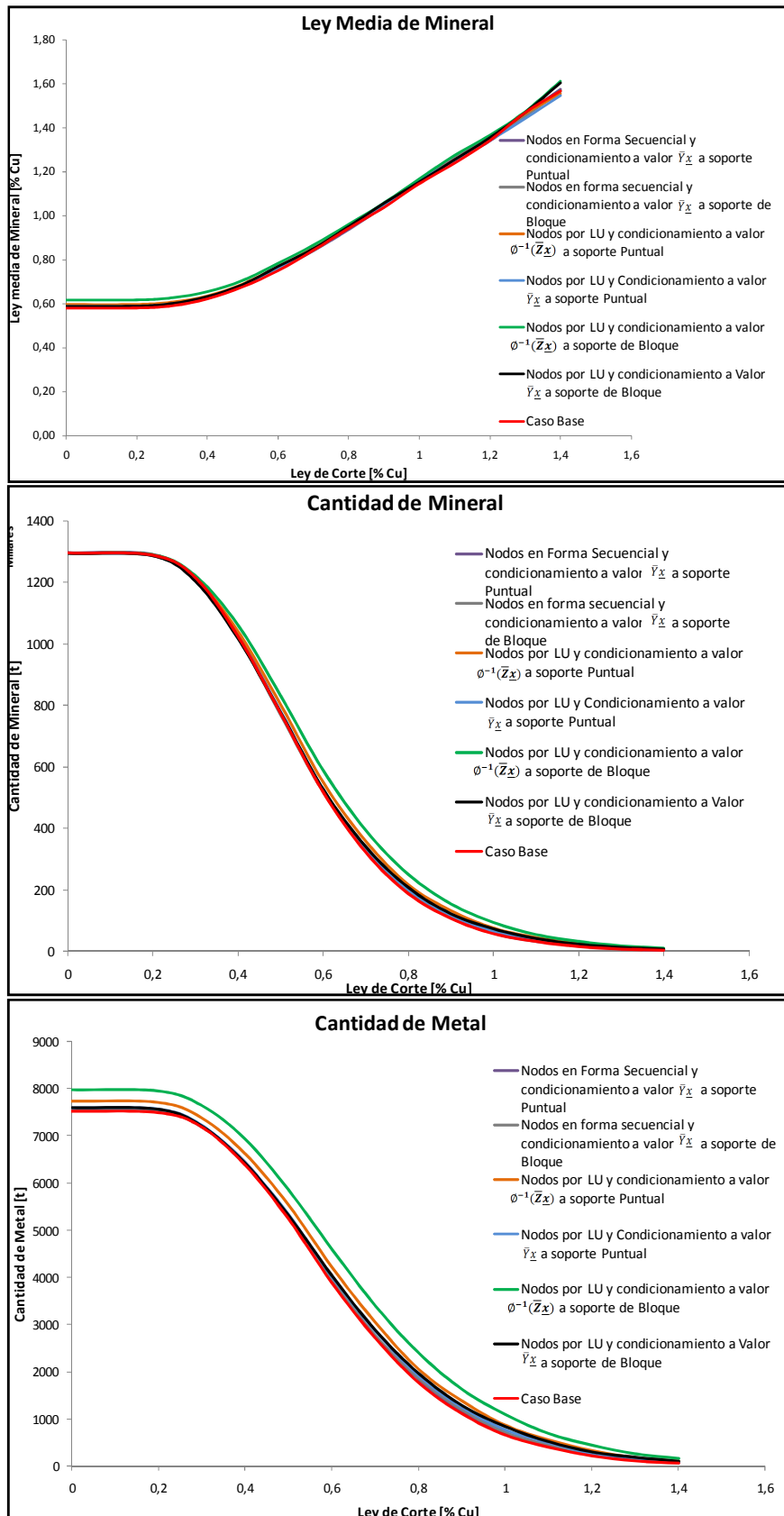
➤ Sin datos condicionantes previamente simulados.



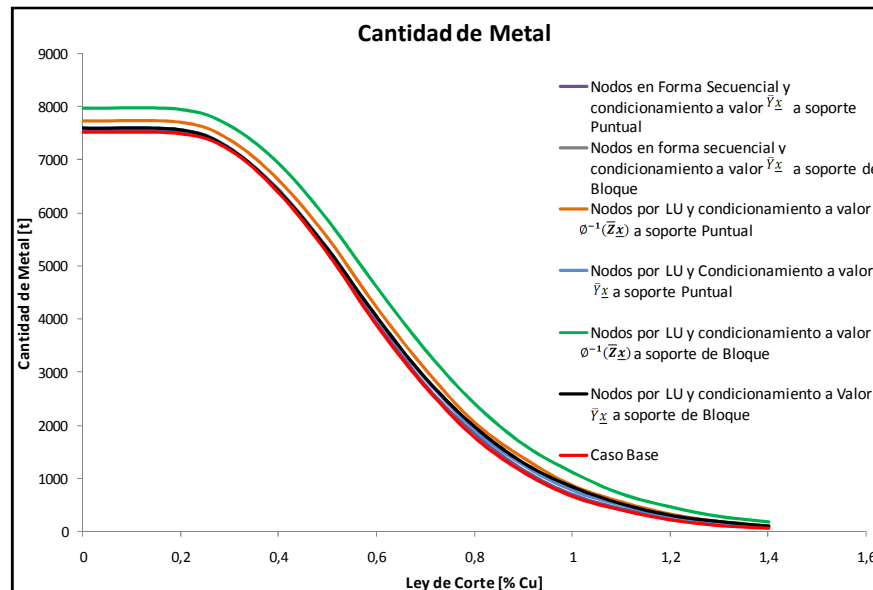
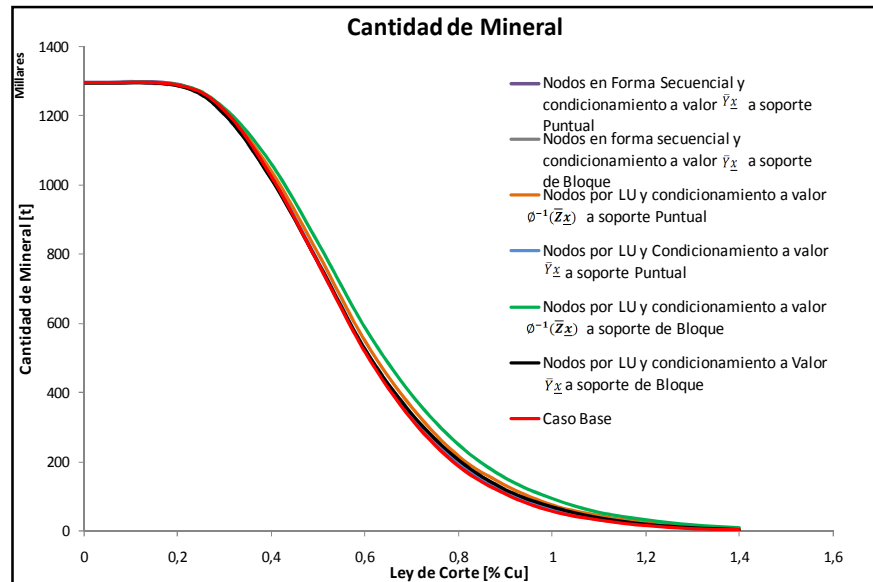
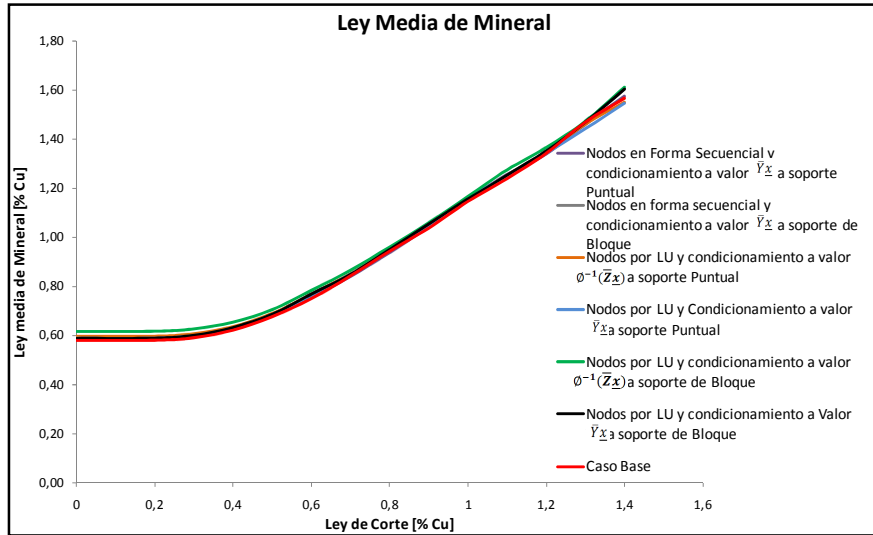
➤ Máximo 1 dato condicionante previamente simulado.



➤ Máximo 20 datos condicionantes previamente simulados.



➤ Máximo 40 datos condicionantes previamente simulados.



Se observa que sin datos condicionantes de bloques previamente simulados, se presenta una diferencia perceptible en las curvas de las metodologías de simulación en forma secuencial y por LU, esto se debe principalmente a que no se simulan los bloques en forma secuencial cuando la cantidad de bloques condicionantes es nula, lo cual no es propicio para reproducir la hipótesis multi-Gaussiana. Sin embargo, al aumentar en la unidad la cantidad de datos condicionantes las curvas se comienzan a superponer, lo que muestra una buena reproducción de las leyes y el tonelaje con respecto al caso base.

Al seguir aumentando la cantidad de datos condicionantes de bloques previamente simulados se genera un efecto contrario donde las curvas comienzan a separarse pero en forma casi imperceptible.

Los modelos que mejor reproducen las curvas de tonelaje, ley y mineral son aquellos de las metodologías que condicionan a valor \bar{Y}_x , siendo mayores las diferencias en los modelos que condicionan a valor $\phi^{-1}(\bar{Z}_x)$. En cuanto al soporte del condicionamiento, el soporte puntual entrega resultados que se asemejan más a las curvas del caso base.

Es más perceptible el cambio debido al número de datos condicionantes para el aumento de 0 a 1 bloque condicionante. Las diferencias de las curvas son de mucho menor grado cuando se aumenta de 1 a 20 y de 20 a 40 bloques condicionantes.

- *Tabla de correlaciones entre varianzas condicionales*

Modelos	Correlación de Varianzas Condicionales con respecto al Caso Base					
	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\bar{\sigma}^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte de Bloque	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\bar{\sigma}^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte Puntual	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual
Máximo 1 dato condicionante previamente simulado	0,708	0,704	0,684	0,713	0,711	0,673
Máximo 20 datos condicionantes previamente simulados	0,710	0,716	0,663	0,716	0,717	0,664
Máximo 40 datos condicionantes previamente simulados	0,710	0,716	0,673	0,715	0,717	0,664

Para el caso de simulación sin datos condicionantes previamente simulados, la correlación con las varianzas condicionales del caso base es de 0,703 para la metodología LU y 0,595 para la metodología secuencial.

En la tabla anterior las correlaciones están calculadas con respecto a las varianzas condicionales del caso base con 20 datos condicionantes previamente simulados como máximo.

Las correlaciones de las varianzas condicionales de las metodologías propuestas con respecto a las del caso base no parecen ser tan sensibles frente a la cantidad máxima de datos condicionantes previamente simulados, excepto para el caso de la simulación secuencial de nodos dentro del bloque, donde frente a 0 datos condicionantes la correlación disminuyó en casi un 11%, esto puede deberse a que el número de realizaciones generadas es muy bajo para que la simulación secuencial de nodos se estabilice.

Todas las metodologías de simulación de nodos por descomposición LU presentaron una correlación similar con respecto al caso base, siendo indiferente la elección de una u otra variante para reproducir el efecto de soporte.

- *Tiempo utilizado en cada caso para generar 100 realizaciones.*

Modelos	Tiempo utilizado para generar 100 realizaciones [min]					
	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte de Bloque	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte Puntual	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual
Máximo 1 dato condicionante previamente simulado	0,5	0,6	5,9	0,4	0,4	2,2
Máximo 20 datos condicionantes previamente simulados	16,8	16,3	251,8	0,5	0,6	3,7
Máximo 40 datos condicionantes previamente simulados	67,5	69,8	1130,2	0,7	0,8	5,7

Para el caso base se utilizaron 10,7 minutos con 20 datos condicionantes previamente simulados para generar 100 realizaciones.

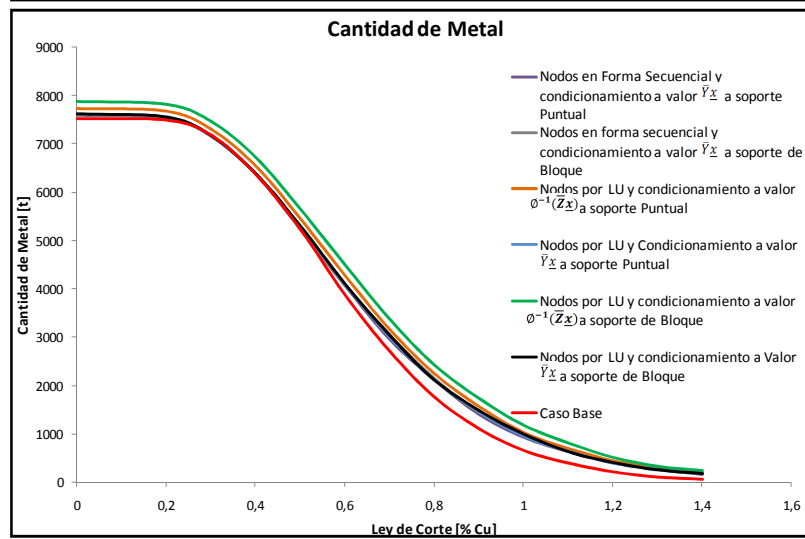
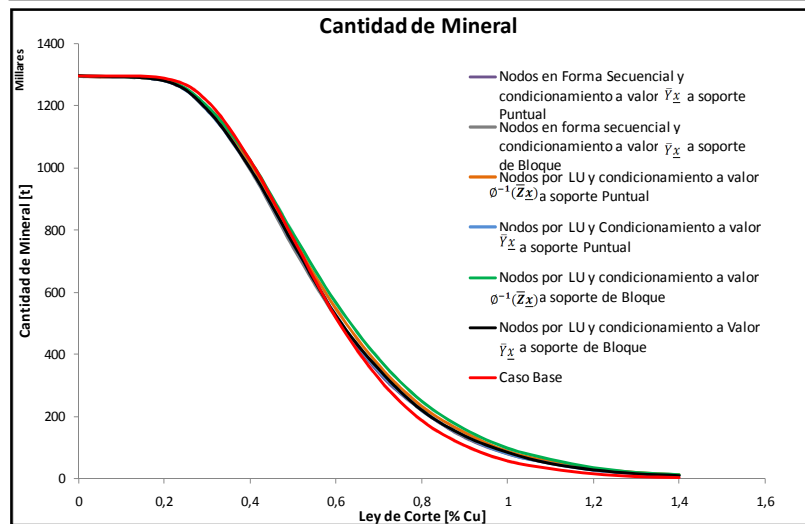
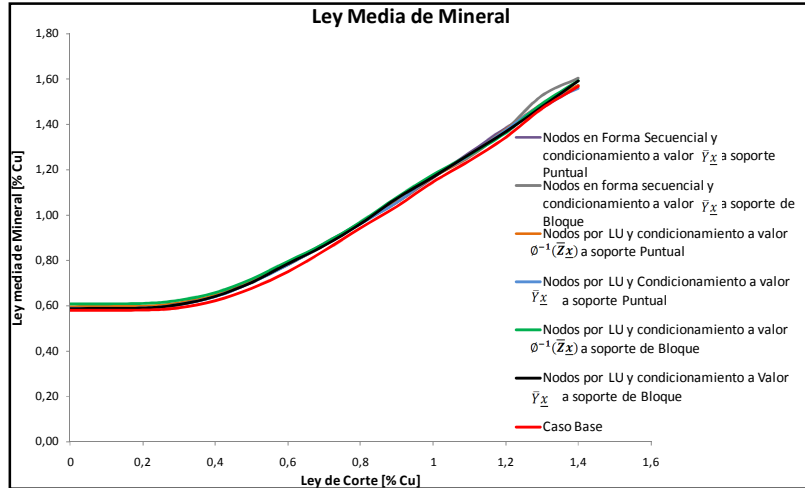
Los tiempos utilizados por las metodologías para generar 100 realizaciones corresponden a un computador con las siguientes características: procesador de 1,8 GHz y memoria RAM DDR de 448 Mb. La gran cantidad de tiempo utilizado para generar 100 realizaciones con la metodología de simulación de nodos de forma secuencial y condicionamiento a valor \bar{Y}_x considerado de soporte de bloque, se debe a que cada vez que se simula un nodo se deben calcular nuevos ponderadores de kriging. Se suma a lo anterior el tiempo necesario para promediar las covarianzas entre nodo a simular y nodos de bloque condicionante.

Se observa una gran influencia de la cantidad de datos condicionantes previamente simulados en los tiempos utilizados para generar las realizaciones para las metodologías que condicionan a soporte de bloque. La disminución en el tiempo utilizado el cercana al 97% cuando pasamos de 20 a 1 dato condicionante previamente simulado como máximo.

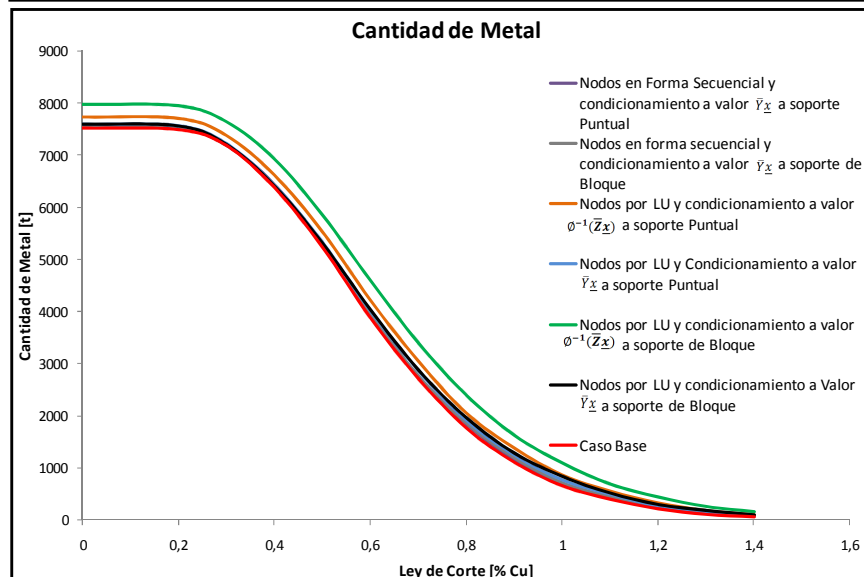
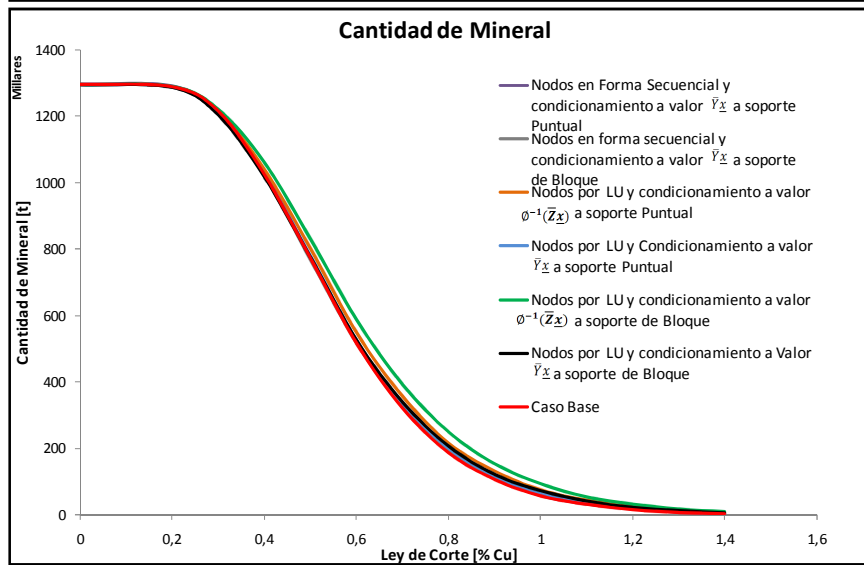
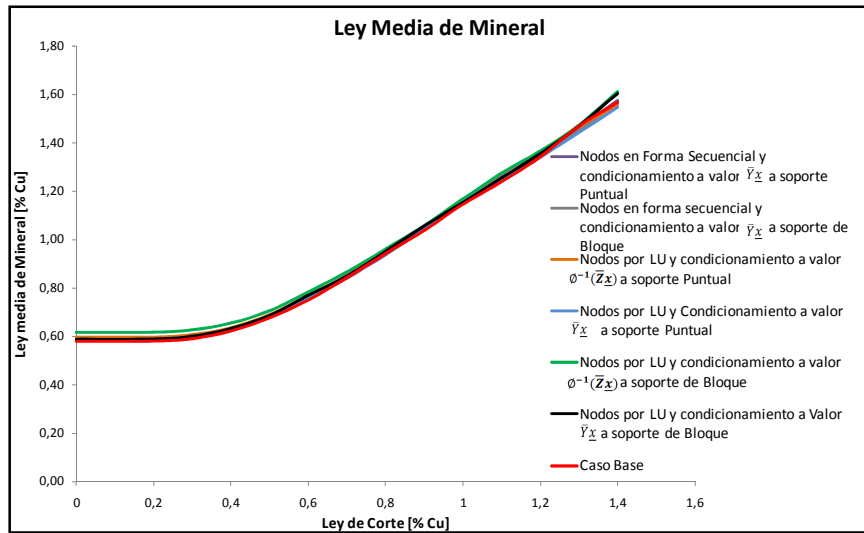
4.4.2 Discretización de Bloques

- *Curvas de mineral, ley media y metal*

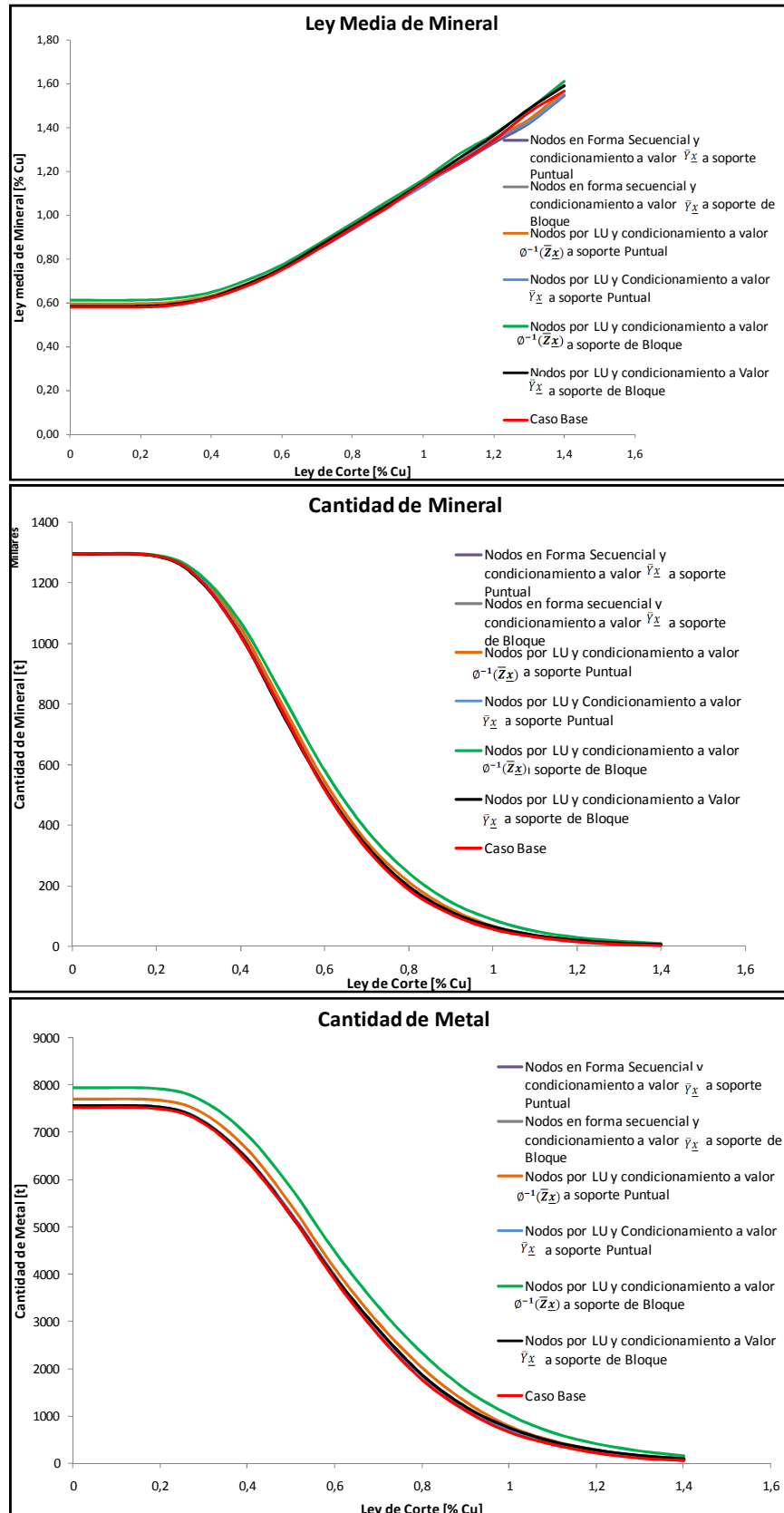
➤ Bloques discretizados en 2x2x1



➤ Bloques discretizados en 4x4x1



➤ Bloques discretizados en 5x5x1



Al aumentar la discretización de los bloques a simular por medio de las metodologías propuestas se asemejan más las curvas, siendo mucho más precisas (cercanas al caso base) las simulaciones directas a soporte de bloques en el caso de la discretización 5x5x1

Al igual que para la cantidad de datos condicionantes los modelos que mejor reproducen las curvas de tonelaje, ley y mineral son aquellos de las metodologías que condicionan al valor \bar{Y}_x . En cuanto al soporte del condicionamiento, el soporte puntual se asemeja más a las curvas del caso base, pero el soporte de bloque en el caso del condicionamiento a valor \bar{Y}_x no presenta diferencias significativas con respecto al condicionamiento a soporte puntual.

- *Tabla de correlaciones entre varianzas condicionales*

Correlación de Varianzas Condicionales con respecto al Caso Base						
Modelos	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\bar{\emptyset}^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte de Bloque	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\bar{\emptyset}^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte Puntual	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual
Discretización de Bloques 2x2x1	0,657	0,665	0,688	0,640	0,645	0,683
Discretización de Bloques 4x4x1	0,710	0,716	0,663	0,716	0,717	0,664
Discretización de Bloques 5x5x1	0,698	0,701	0,672	0,715	0,719	0,700

Al igual que lo observado en las curvas de tonelaje, ley y metal, el efecto de aumentar la discretización de los bloques genera una mejor aproximación al caso base en cuanto a las varianzas condicionales. Sin embargo, los beneficios obtenidos al pasar de una discretización de bloques de 4x4x1 a una de 5x5x1 son mínimos.

- *Tiempo utilizado en cada caso para generar 100 realizaciones.*

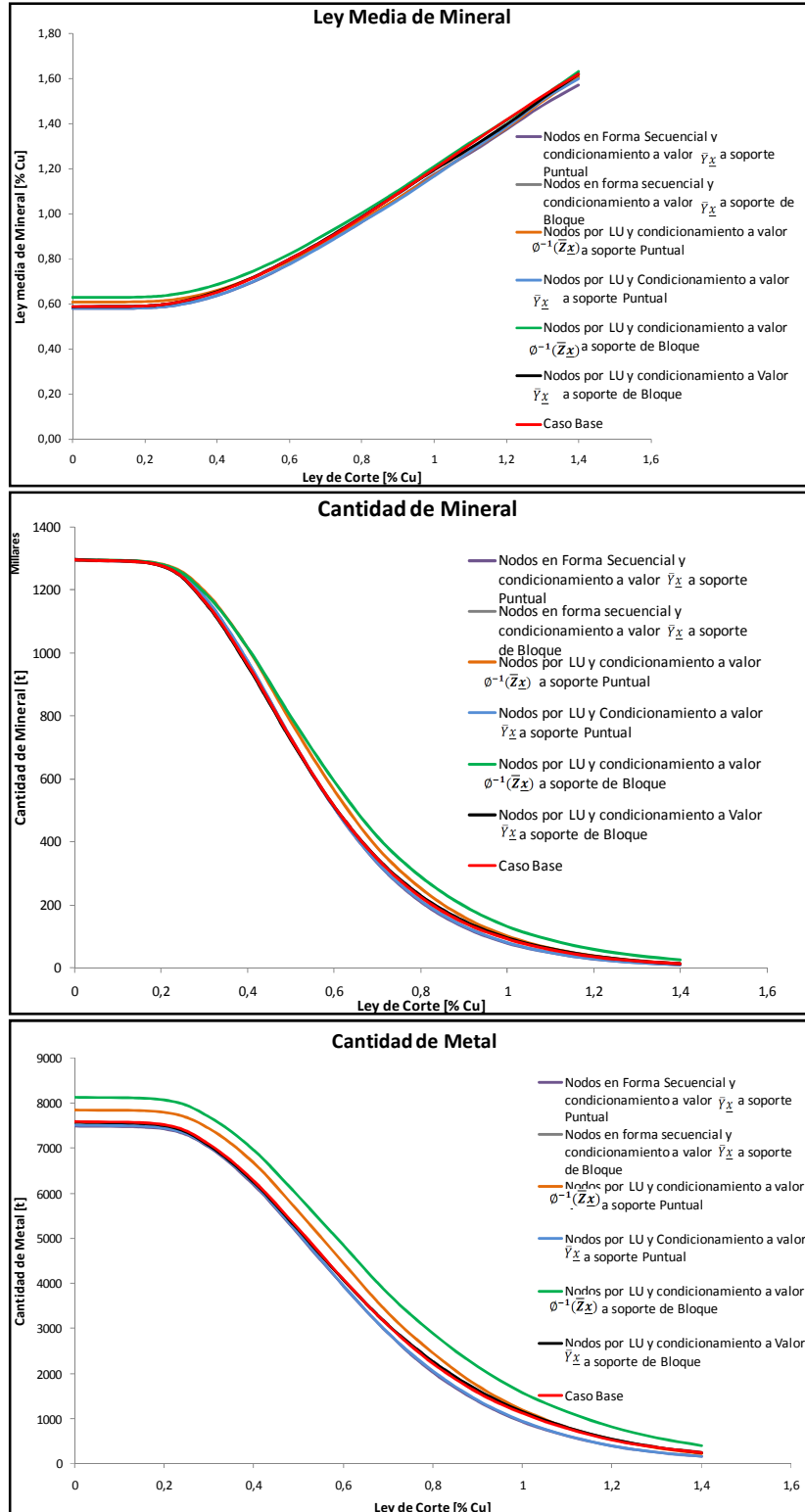
Tiempo utilizado para generar 100 realizaciones [min]							
Modelos	Caso Base	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\bar{\emptyset}^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte de Bloque	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\bar{\emptyset}^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte Puntual	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual
Discretización de Bloques 2x2x1	3,1	1,6	1,6	5,5	0,5	0,4	1,0
Discretización de Bloques 4x4x1	10,7	16,8	16,3	251,8	0,5	0,6	3,7
Discretización de Bloques 5x5x1	17,5	38,7	38,5	940,3	0,6	0,7	6,6

El efecto de aumentar la discretización es muy notorio en los tiempos utilizados para generar las realizaciones. Por ejemplo, al pasar de una discretización de 4x4x1 a una de 2x2x1 el tiempo decrece a un tercio en la mayoría de los modelos.

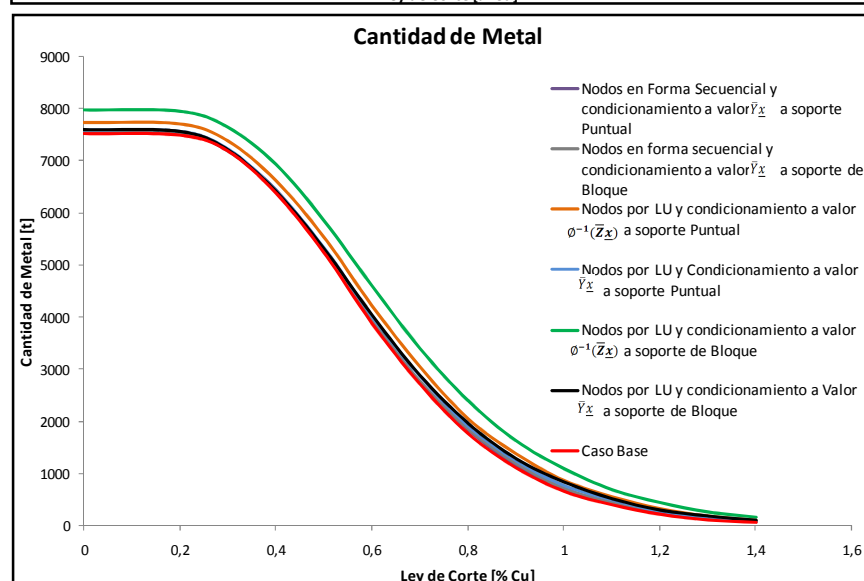
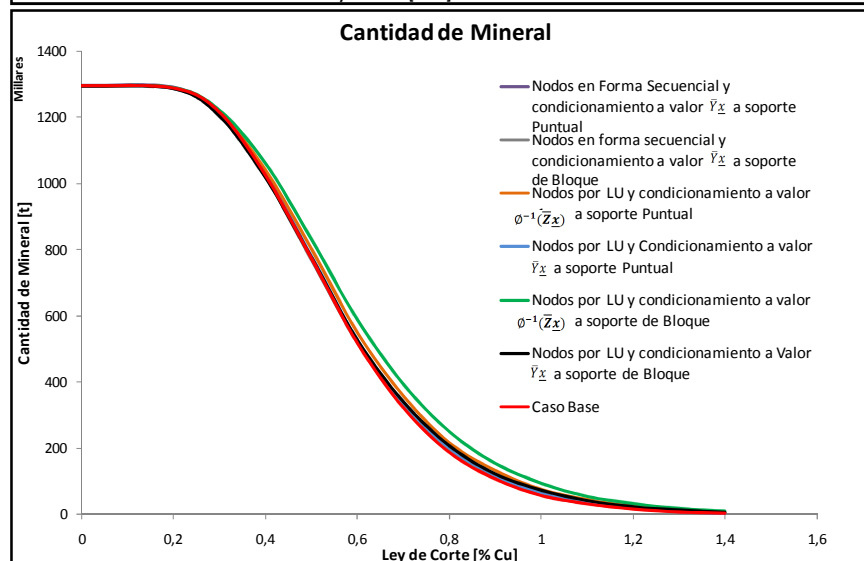
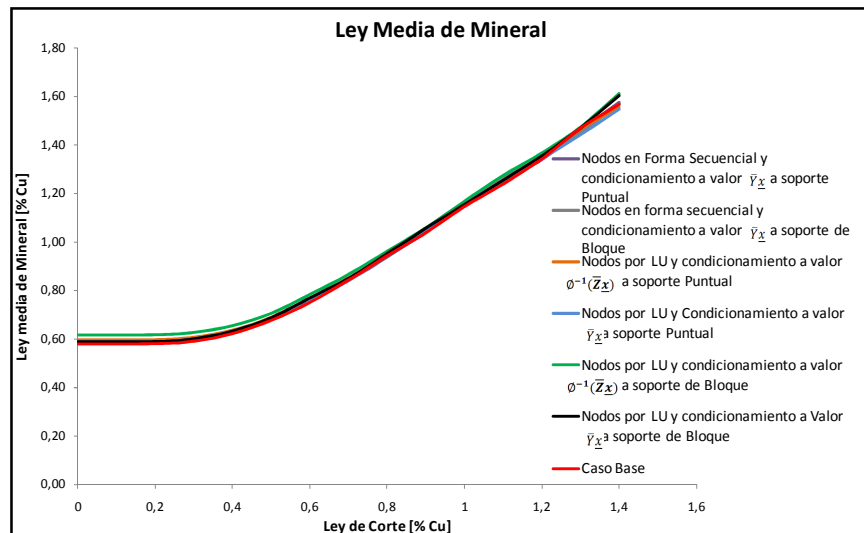
4.4.3 Tamaño del bloque

- *Curvas de mineral, ley media y metal*

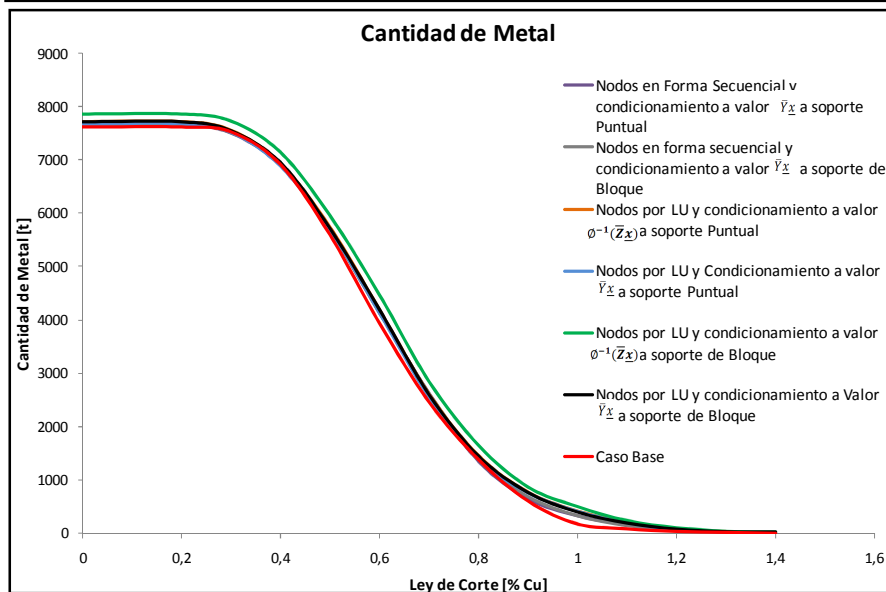
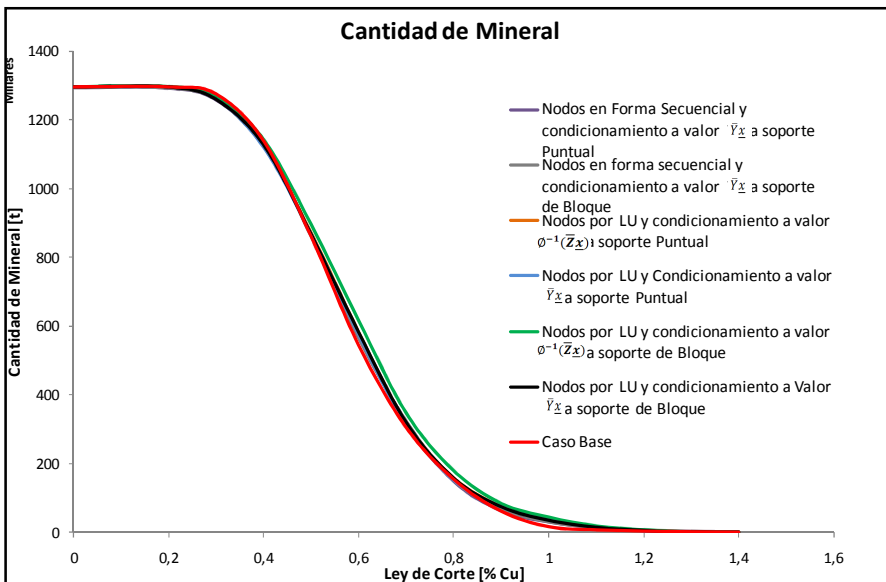
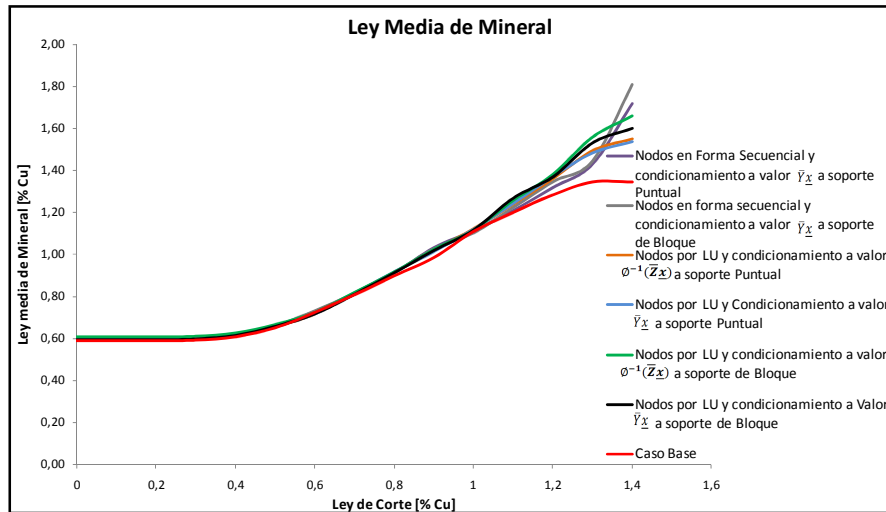
➤ Bloques de 10x10x12 [m³]



➤ Bloques de 20x20x12 [m³]



➤ Bloques de 40x40x12 [m³]



A tamaño de bloques más pequeños ($10 \times 10 \times 12$ [m³]), las metodologías a soporte puntual subestiman las leyes medias y tonelaje de mineral. Por otro lado, las metodologías de condicionamiento a valor $\emptyset^{-1}(\bar{\mathbf{Z}}_{\mathbf{x}})$ sobrestiman las leyes medias y tonelaje de mineral, siendo las únicas metodologías que parecen ser invariantes en los resultados frente al tamaño de los bloques aquellas de condicionamiento a soporte de bloque con valor $\bar{\mathbf{Y}}_{\mathbf{x}}$.

Al aumentar el tamaño de los bloques, las curvas de las distintas metodologías se parecen cada vez más al caso base, pero se presenta una mayor variabilidad para valores grandes de leyes de corte.

- *Tabla de correlaciones entre varianzas condicionales*

Correlación de Varianzas Condicionales con respecto al Caso Base						
Modelos	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\bar{\theta}^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte de Bloque	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\bar{\theta}^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte Puntual	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual
Volumen de Bloques 10x10x12 [m ³]	0,805	0,806	0,774	0,790	0,799	0,775
Volumen de Bloques 20x20x12 [m ³]	0,710	0,716	0,663	0,716	0,717	0,664
Volumen de Bloques 40x40x12 [m ³]	0,510	0,518	0,524	0,507	0,508	0,526

En este caso se mantiene la discretización de 4x4x1 de los bloques generados por el caso base, por lo tanto no se realiza un rebloqueo a distintos soportes para un mismo conjunto de realizaciones, sino que se genera un nuevo conjunto de realizaciones para cada soporte. Lo anterior explica la disminución de la correlación entre varianzas condicionales al aumentar el soporte

Al disminuir el tamaño de los bloques las metodologías que más se benefician en cuanto a la correlaciones de varianzas condicionales con respecto al caso base son las de simulación de nodos de bloque por LU y condicionamiento a soporte de bloque. Sin embargo, este aumento en la correlación no es muy significativo.

Se produce además un aumento en las correlaciones para todas las metodologías propuestas cuando se disminuye el tamaño de los bloques a simular.

- *Tiempo utilizado en cada caso para generar 100 realizaciones.*

Modelos	Tiempo utilizado para generar 100 realizaciones [min]						
	Caso Base	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\bar{\phi}^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte de Bloque	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\bar{\phi}^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte Puntual	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual
Volumen de Bloques 10x10x12 [m ³]	69,9	76,5	74,4	1147,2	3,0	2,8	19,6
Volumen de Bloques 20x20x12 [m ³]	10,7	16,8	16,3	251,8	0,5	0,6	3,7
Volumen de Bloques 40x40x12 [m ³]	2,4	2,1	2,1	32,1	0,1	0,1	0,9

El tamaño de los bloques tiene una gran influencia en el tiempo de cálculo de las realizaciones debido a que influye en la cantidad de bloques a simular. Este efecto se incrementa al tener que generar 100 realizaciones. Se observa una disminución de un 75% en el tiempo utilizado para generar 100 realizaciones en cada metodología cuando aumenta el volumen del bloque en un 75%.

4.4.4 Variograma

En este estudio se cambiarán ciertos parámetros del modelo variográfico para poder cuantificar su influencia en los modelos generados por las metodologías propuestas. Los parámetros a modificar son el efecto pepita, el tipo de variograma y su alcance.

En modelo variográfico a partir del cual se harán las variaciones es el siguiente:

$$\gamma(\mathbf{h}) = 0,1 + 0,9 \text{Exp}(60)$$

✓ Efecto pepita

Para observar el efecto de variar el efecto pepita se implementan las metodologías con los siguientes valores 0; 0,1; 0,4, generándose los siguiente modelos variográficos.

$$\gamma_0(\mathbf{h}) = 0 + \text{Exp}(60)$$

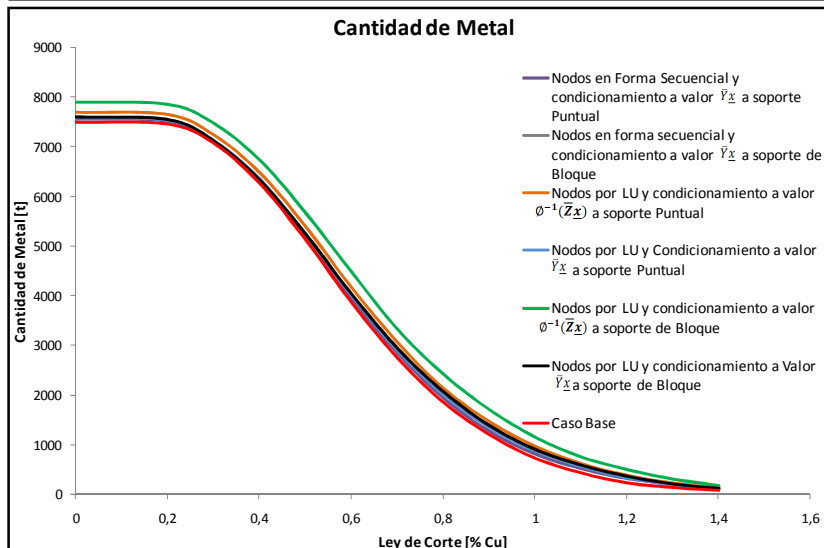
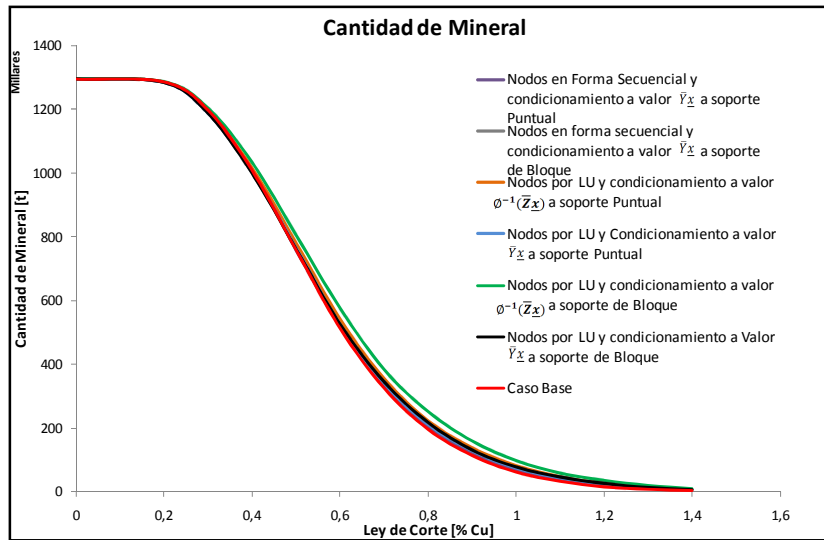
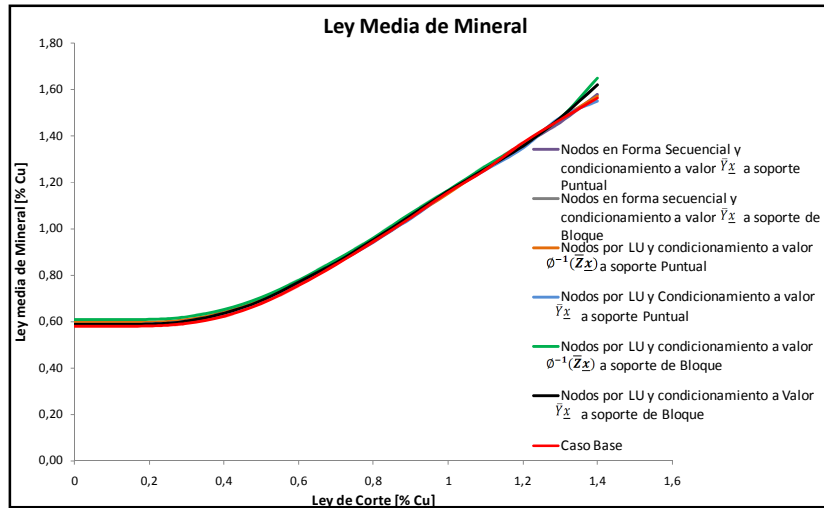
$$\gamma_{0,1}(\mathbf{h}) = 0,1 + 0,9 \text{Exp}(60)$$

$$\gamma_{0,4}(\mathbf{h}) = 0,4 + 0,6 \text{Exp}(60)$$

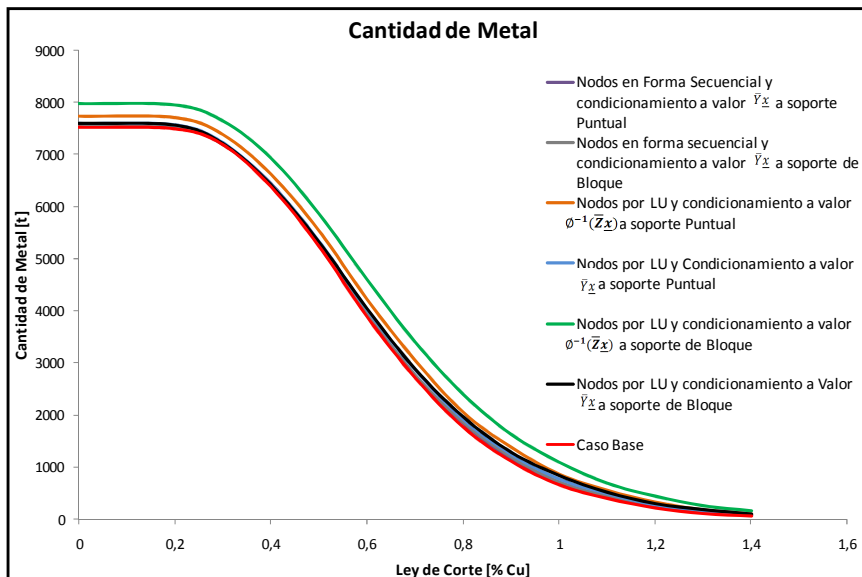
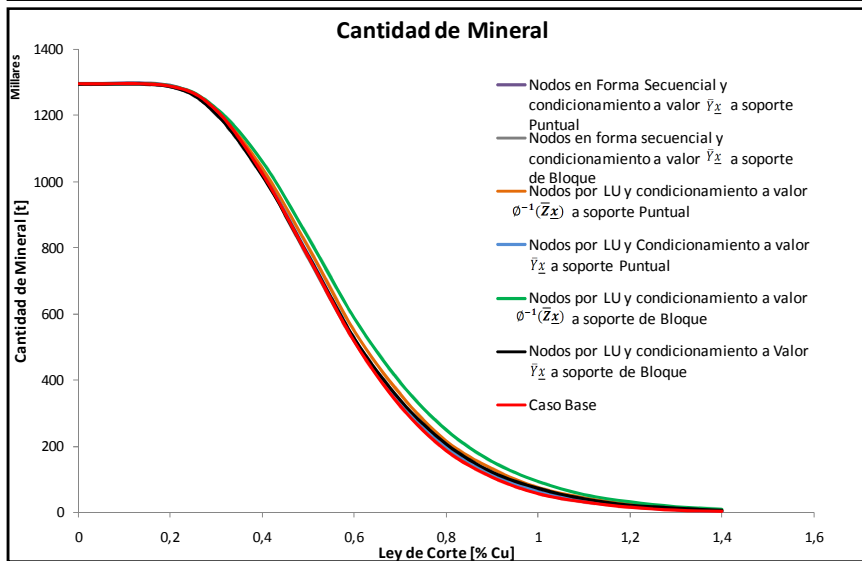
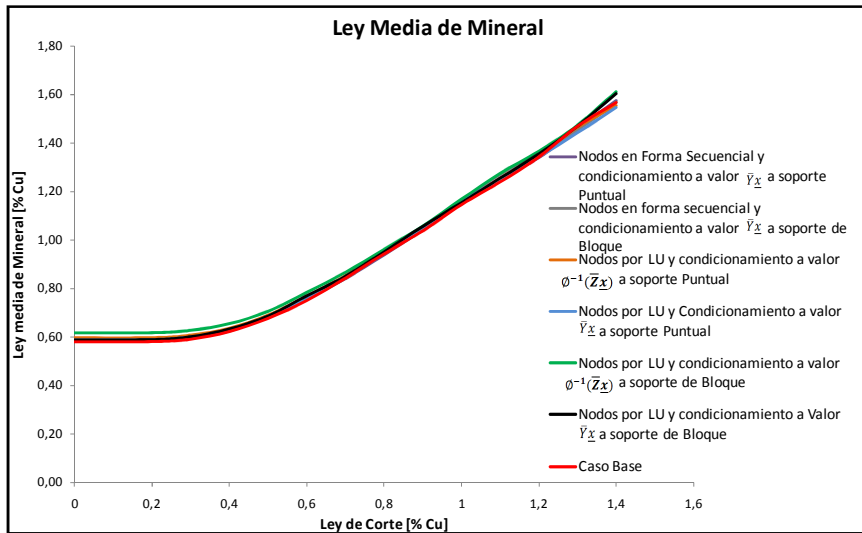
Se muestran a continuación los resultados obtenidos para los distintos casos.

- *Curvas de mineral, ley media y metal*

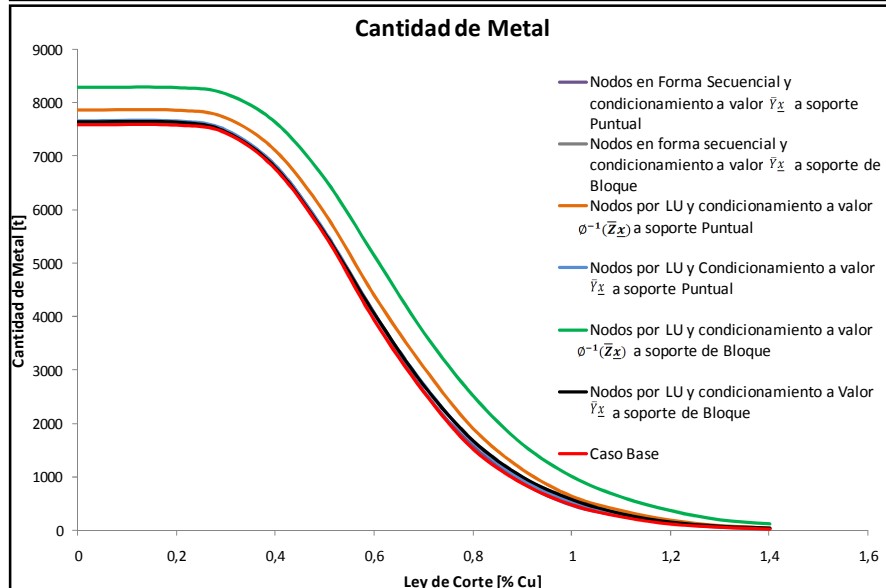
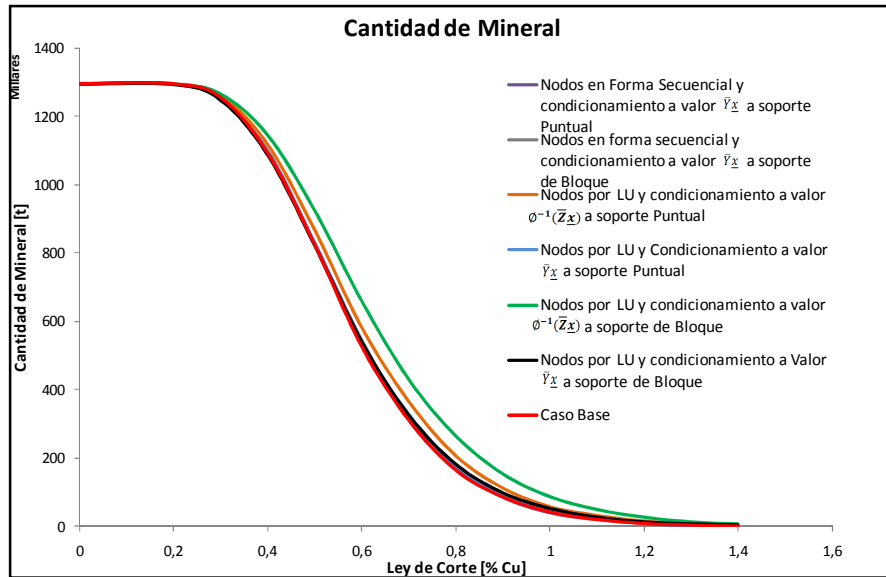
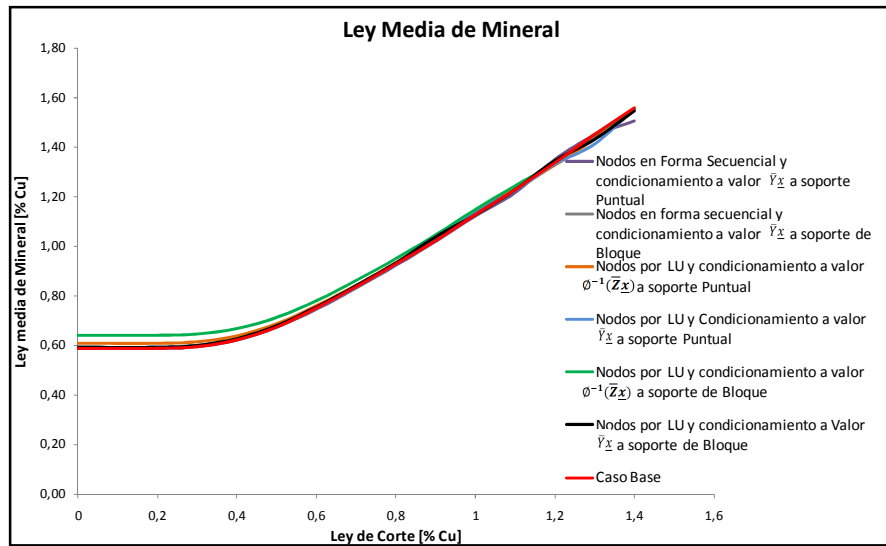
➤ Efecto pepita 0



➤ Efecto pepita 0,1



➤ Efecto Pepita 0,4



No se observa un cambio significativo en las curvas de los modelos generados al pasar de un efecto pepita de 0 a 0,1. En el aumento de un efecto pepita de 0,1 a 0,4, existen cambios perceptibles en las curvas, observándose un mejor ajuste de las curvas para un efecto pepita mayor, excepto para las metodologías con un condicionamiento a valor $\phi^{-1}(\bar{Z}_x)$, en cuyo caso las curvas se alejan de las curvas del caso base.

- **Tabla de correlaciones entre varianzas condicionales**

Correlación de Varianzas Condicionales con respecto al Caso Base						
Modelos	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte de Bloque	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte Puntual	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual
Efecto Pepa 0	0,701	0,704	0,701	0,705	0,705	0,657
Efecto Pepa 0,1	0,710	0,716	0,663	0,716	0,717	0,664
Efecto Pepa 0,4	0,690	0,697	0,690	0,693	0,693	0,654

La tabla de correlaciones de varianzas condicionales, a diferencia de lo observado en las nubes de dispersión (ver anexos), indican una disminución de la correlación al aumentar el efecto pepita a un valor de 0,4. Sin embargo, este cambio en las correlaciones no es tan pronunciado, al menos a estos valores de efecto pepita.

- **Tiempo utilizado en cada caso para generar 100 realizaciones.**

Tiempo utilizado para generar 100 realizaciones [min]							
Modelos	Caso Base	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte de Bloque	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte Puntual	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual
Efecto Pepa 0	10,9	16,5	16,2	247,1	0,5	0,5	3,7
Efecto Pepa 0,1	10,7	16,8	16,3	251,8	0,5	0,6	3,7
Efecto Pepa 0,4	12,3	16,5	16,2	249,2	0,6	0,6	3,7

En la tabla superior no se observan variaciones en cuanto a los tiempos de simulación debido al cambio en el valor del efecto pepita.

✓ Tipo de Variograma

Para observar el efecto de variar el tipo de variograma se implementan las metodologías con tres tipos de modelos variográficos: esférico, exponencial y Gaussiano.

$$\gamma_{\text{esf}}(\mathbf{h}) = 0,1 + 0,9 \text{ Esf}(60)$$

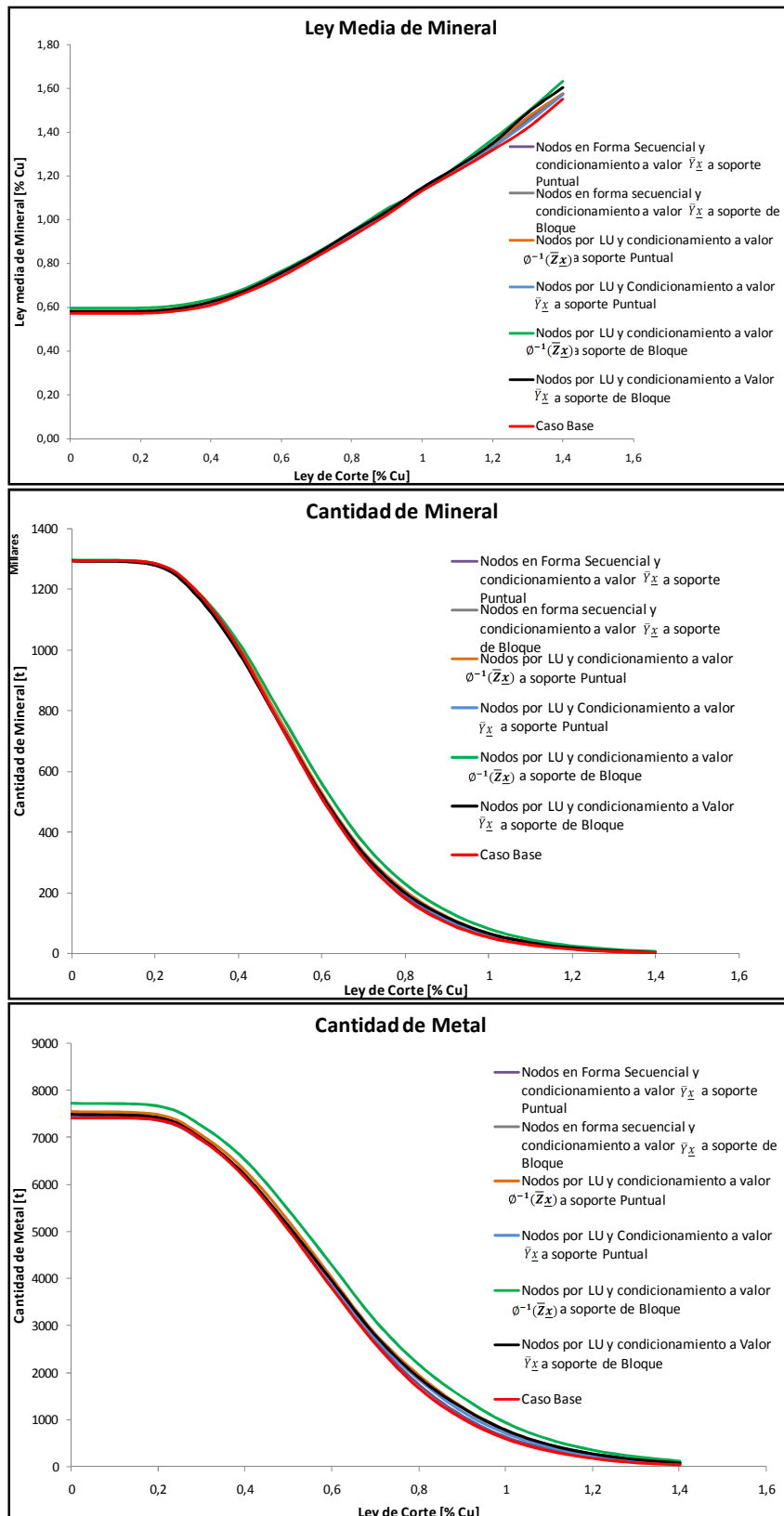
$$\gamma_{\text{exp}}(\mathbf{h}) = 0,1 + 0,9 \text{ Exp}(60)$$

$$\gamma_{\text{Gauss}}(\mathbf{h}) = 0,1 + 0,9 \text{ Gauss}(60)$$

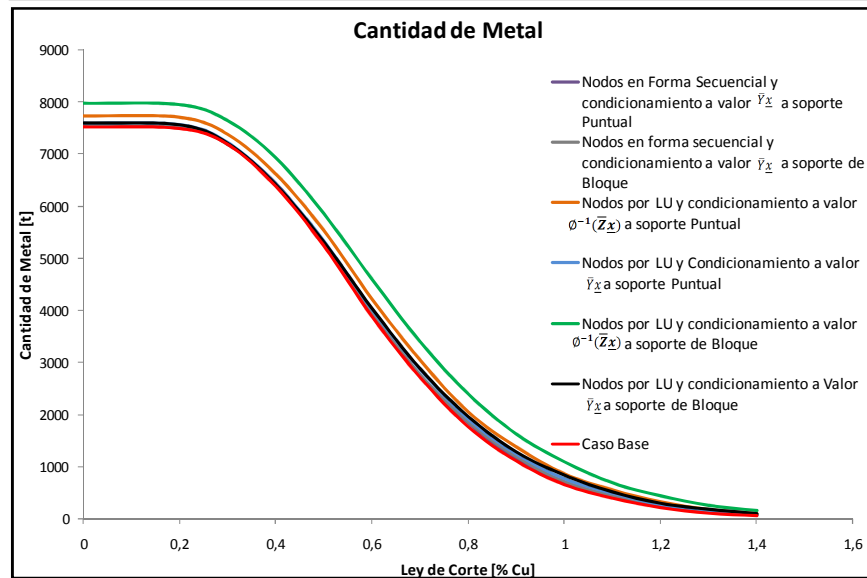
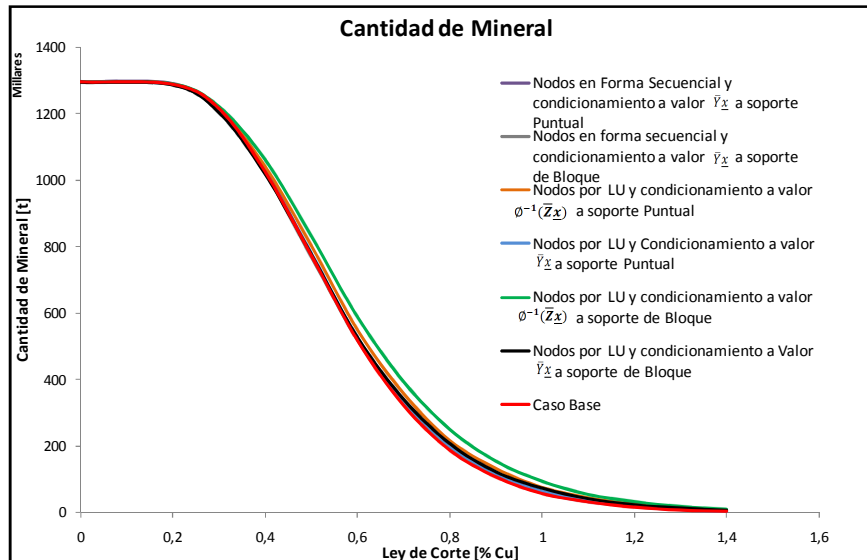
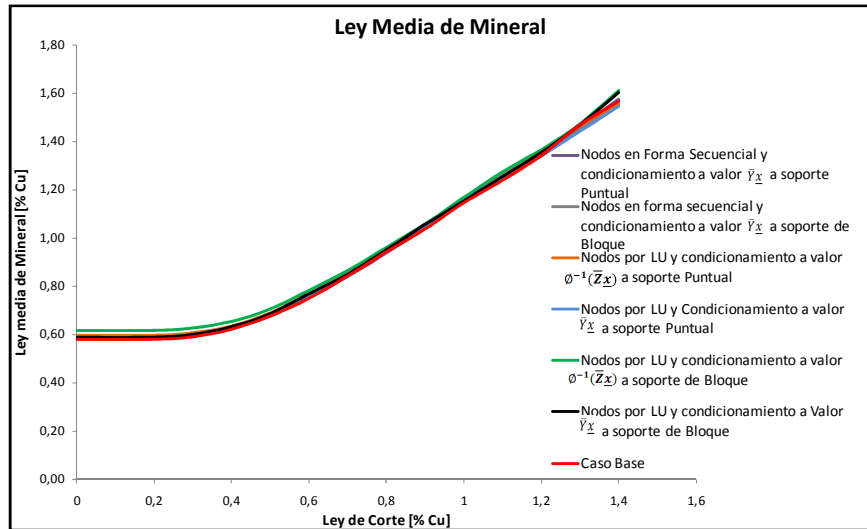
Se muestran a continuación los resultados obtenidos para los distintos casos.

- *Curvas de mineral, ley media y metal*

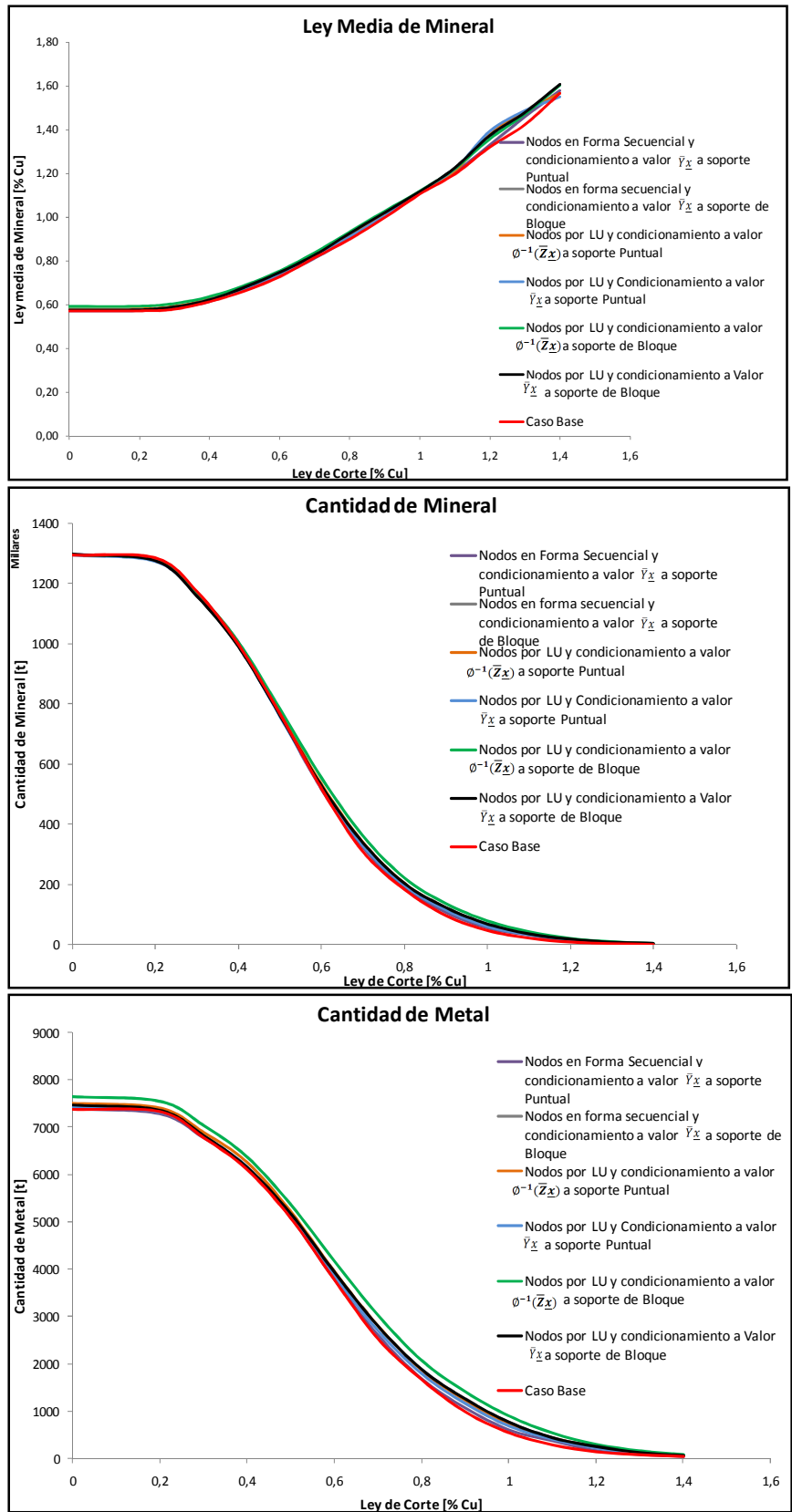
- Variograma esférico



➤ Variograma exponencial



➤ Variograma Gaussiano



El tipo de modelo variográfico que mejor ajusta las curvas de los modelos obtenidos por las metodologías propuestas con el del caso base es el Gaussiano. En el modelo variograma exponencial, las curvas de los modelos generados presentan mayores diferencias con respecto a las del caso base.

- **Tabla de correlaciones entre varianzas condicionales**

Correlación de Varianzas Condicionales con respecto al Caso Base						
Modelos	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\bar{\phi}^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte de Bloque	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\bar{\phi}^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte Puntual	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual
Variograma Esférico	0,747	0,753	0,693	0,754	0,756	0,689
Variograma Exponencial	0,710	0,716	0,668	0,716	0,717	0,664
Variograma Gaussiano	0,777	0,778	0,685	0,774	0,773	0,681

Tal como se infirió de las curvas de tonelaje, ley y metal, con el modelo de variograma Gaussiano las metodologías propuestas alcanzan una mayor correlación de varianzas condicionales con respecto al caso base. La peor correlación se obtiene utilizando un modelo variográfico exponencial.

- **Tiempo utilizado en cada caso para generar 100 realizaciones.**

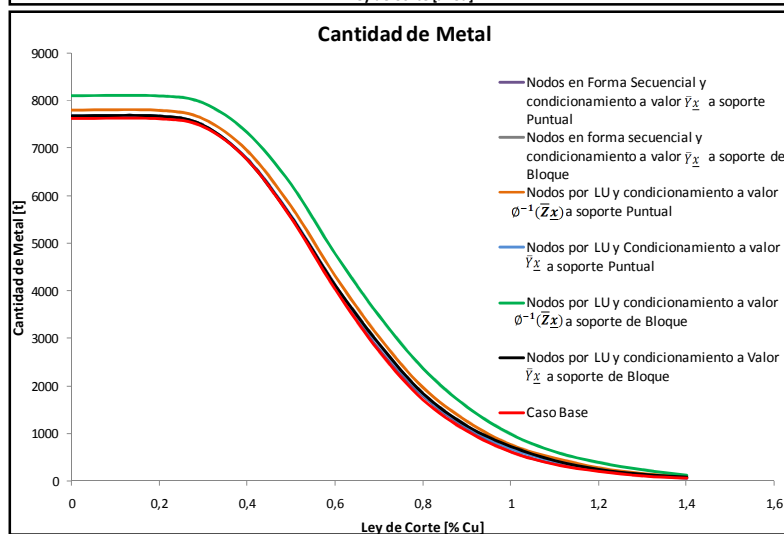
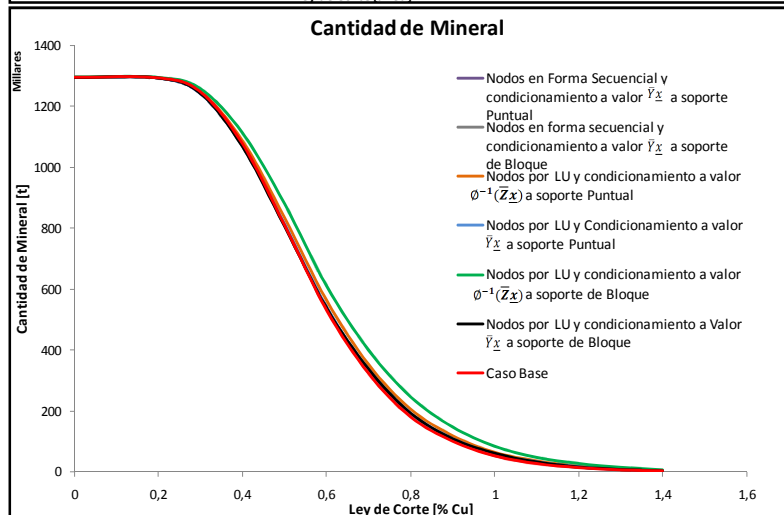
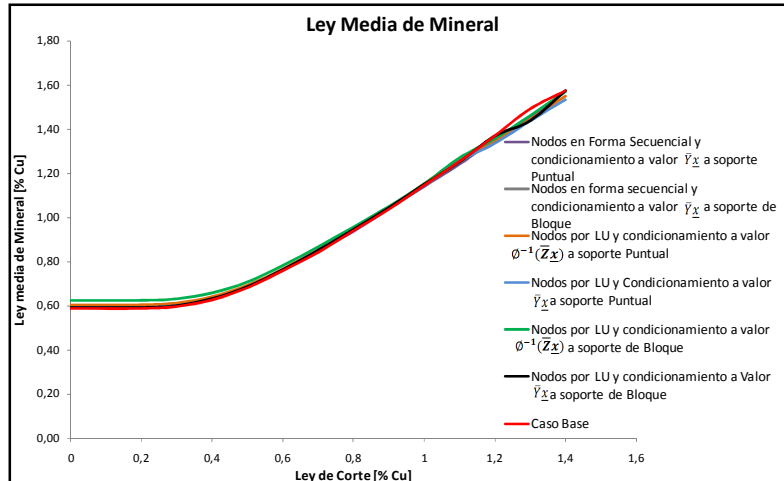
Tiempo utilizado para generar 100 realizaciones [min]							
Modelos	Caso Base	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\bar{\phi}^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte de Bloque	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\bar{\phi}^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte Puntual	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual
Variograma Esférico	10,7	19,1	18,6	286,9	0,7	0,6	4,4
Variograma Exponencial	10,7	16,8	16,3	251,8	0,5	0,6	3,7
Variograma Gaussiano	10,0	16,7	16,2	249,5	0,6	0,6	3,6

Al igual que para el efecto pepita, el cambio en el tipo de variograma no genera cambios significativos en los tiempos utilizados para la generación de realizaciones.

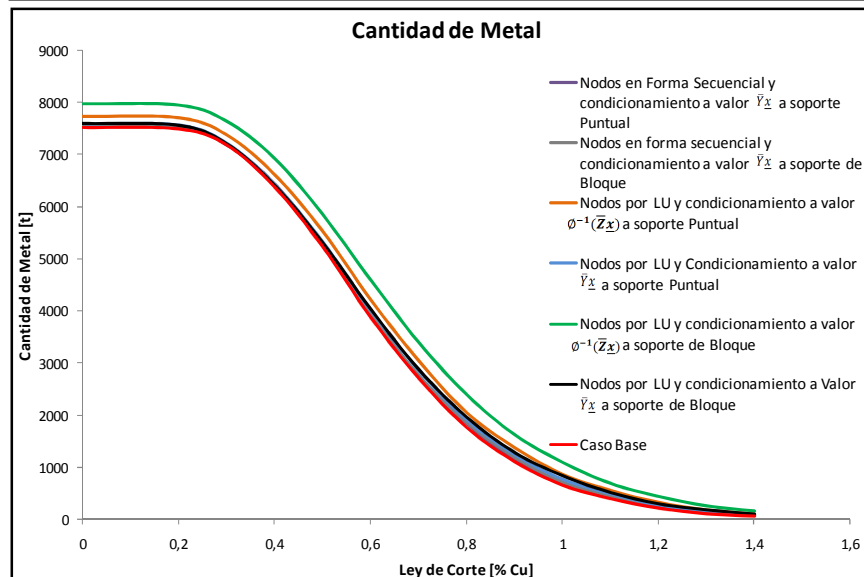
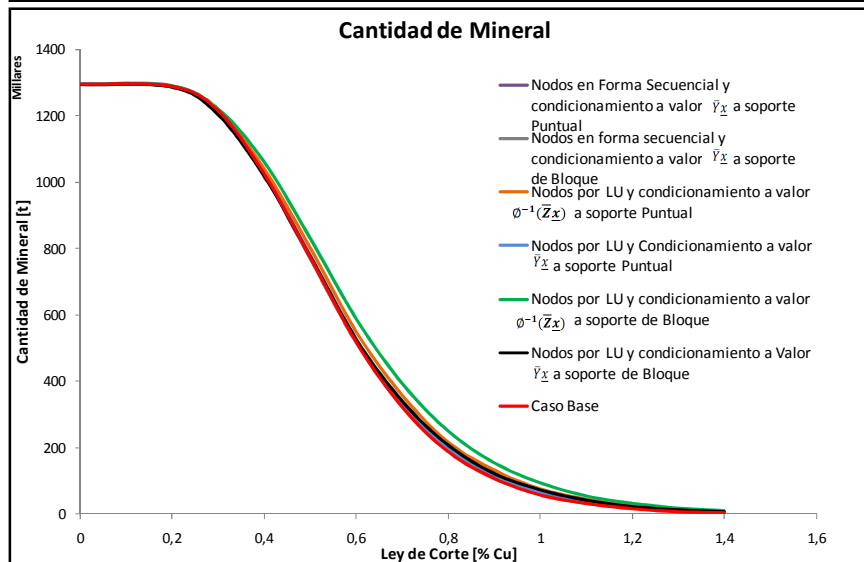
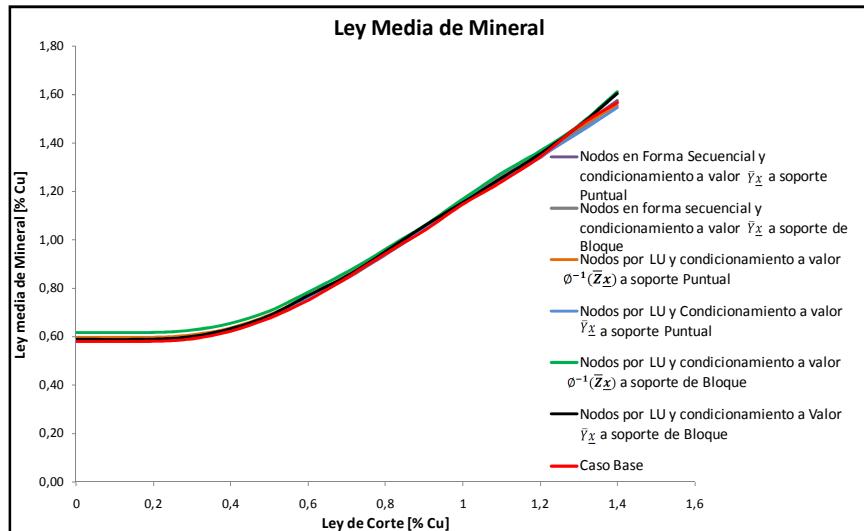
✓ Alcance del variograma

- *Curvas de mineral, ley media y metal*

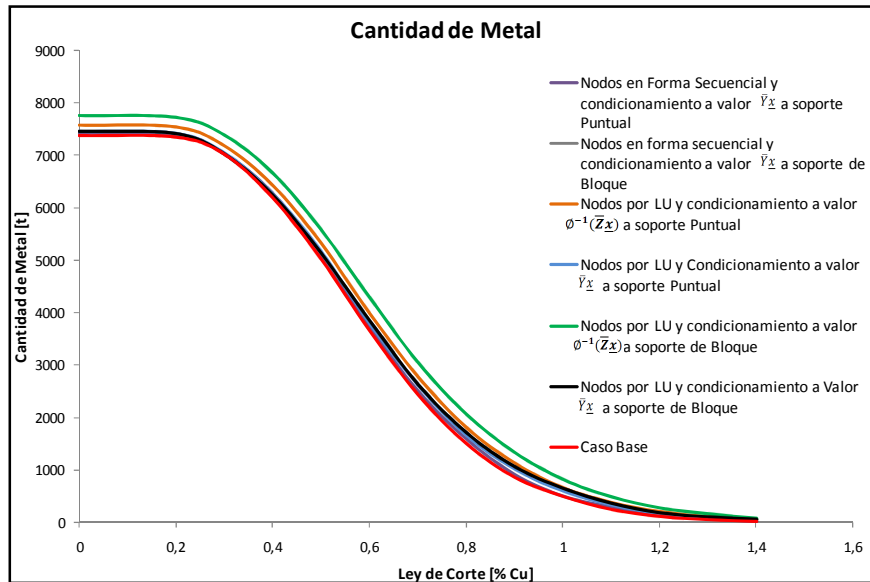
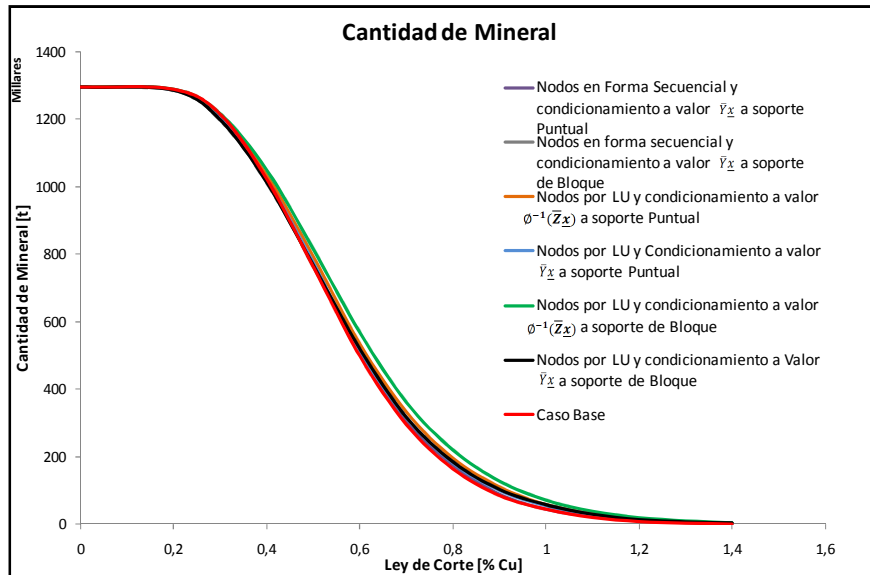
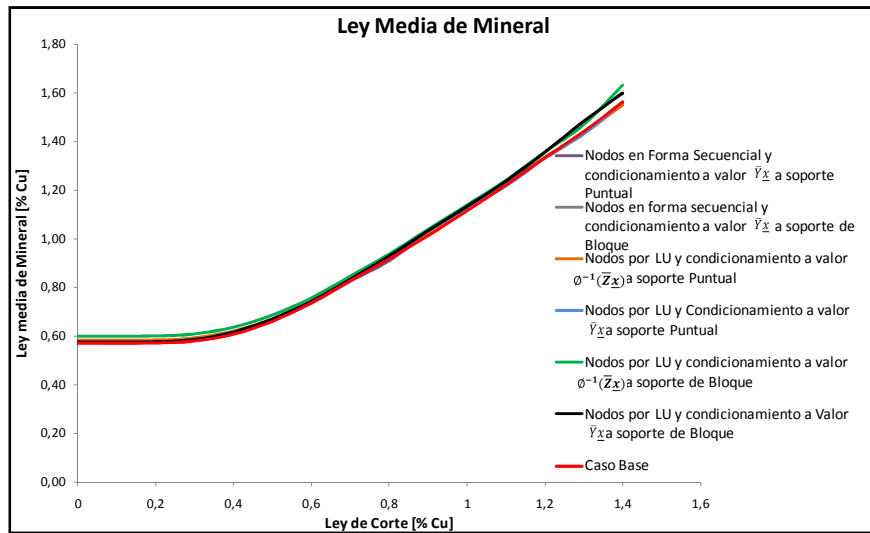
➤ Variograma exponencial con alcance 30 [m]



➤ Variograma exponencial con alcance 60 [m]



➤ Variograma exponencial con alcance 100 [m]



Se observa un pequeño acercamiento de las curvas de tonelaje, ley y metal de los modelos obtenidos por las metodologías propuestas a las del caso base cuando se aumenta el alcance del variograma.

- **Tabla de correlaciones entre varianzas condicionales**

		Correlación de Varianzas Condicionales con respecto al Caso Base					
Modelos		Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\bar{\phi}^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte de Bloque	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\bar{\phi}^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte Puntual	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual
Alcance del Variograma [m]	30	0,603	0,614	0,563	0,605	0,607	0,567
Alcance del Variograma [m]	60	0,710	0,716	0,663	0,716	0,717	0,664
Alcance del Variograma [m]	100	0,752	0,758	0,704	0,758	0,759	0,709

Se observa un aumento significativo de las correlaciones de varianzas condicionales de los modelos obtenidos por las metodologías propuestas con respecto las del modelo obtenido por el caso base, cuando se utiliza un variograma con alcance 100 m. Al disminuir en 30 metros el alcance del variograma se produce un decrecimiento de un 11% en la correlación de varianzas condicionales con respecto al caso base.

- **Tiempo utilizado en cada caso para generar 100 realizaciones.**

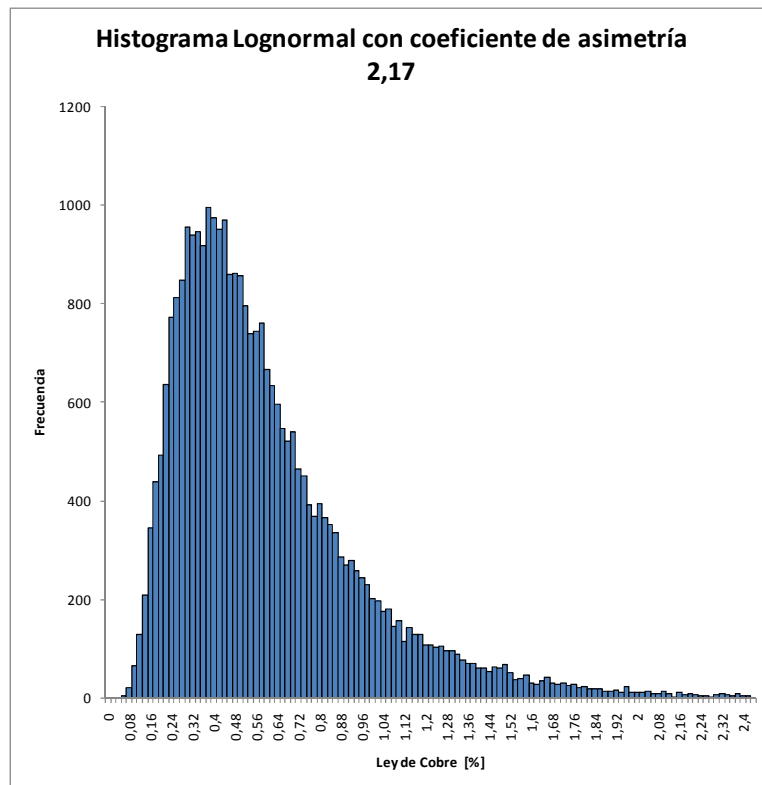
		Tiempo utilizado para generar 100 realizaciones [min]						
Modelos		Caso Base	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\bar{\phi}^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte de Bloque	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\bar{\phi}^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte Puntual	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual
Alcance del Variograma [m]	30	10,3	16,9	16,4	252,9	0,6	0,6	3,7
Alcance del Variograma [m]	60	10,7	16,8	16,3	251,8	0,5	0,6	3,7
Alcance del Variograma [m]	100	9,9	16,7	16,3	248,2	0,6	0,6	3,6

No se generan cambios significativos en los tiempos de cálculo al variar el alcance del variograma.

4.4.5 Distribución de datos de sondaje (simetría)

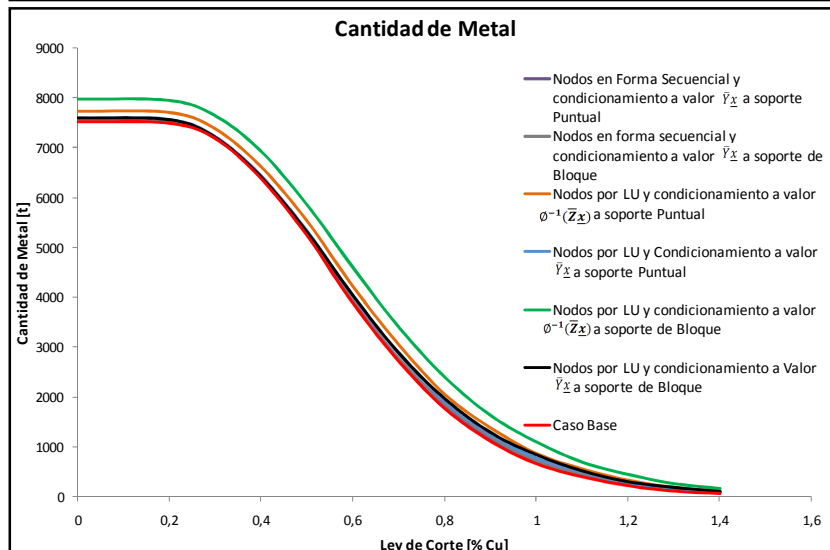
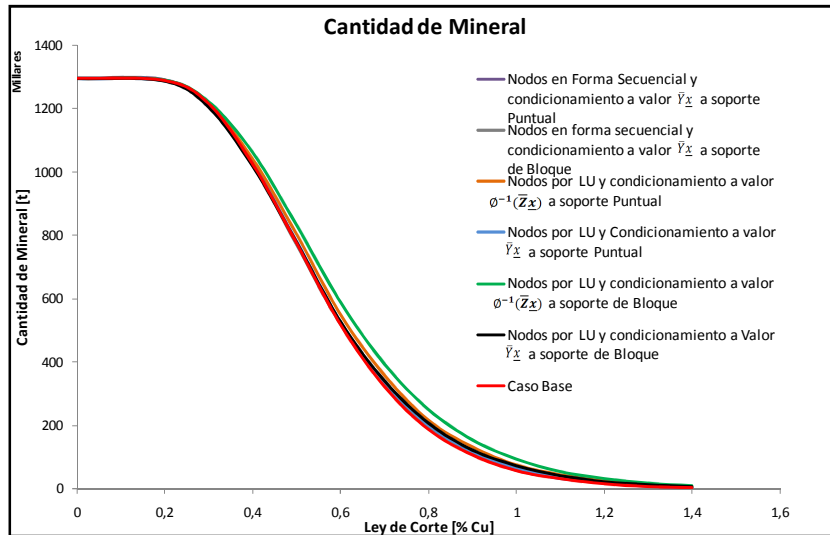
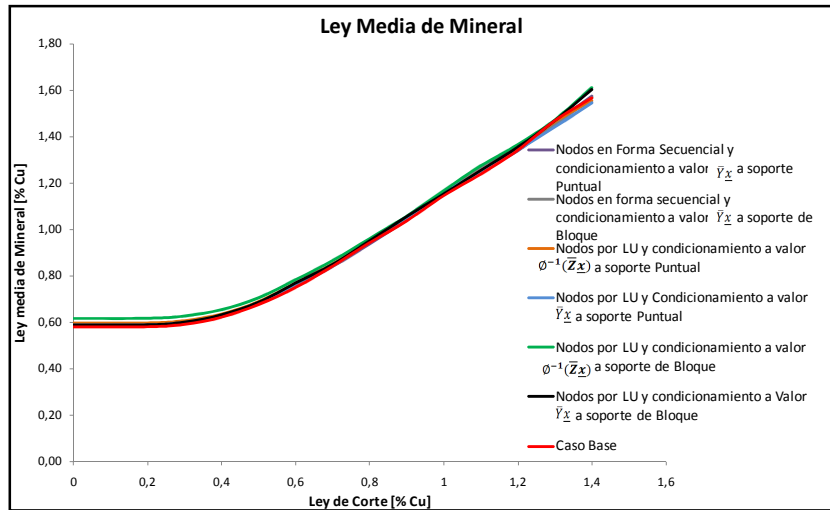
En este estudio se implementan las metodologías con dos tipos de distribuciones que poseen la misma media y desviación estándar, pero distinto coeficiente de asimetría (2,17 y 0).

Para una mejor comprensión del valor de coeficiente de asimetría 2,17 se muestra a continuación un histograma Lognormal, con iguales características que la distribución asimétrica nombrada anteriormente.

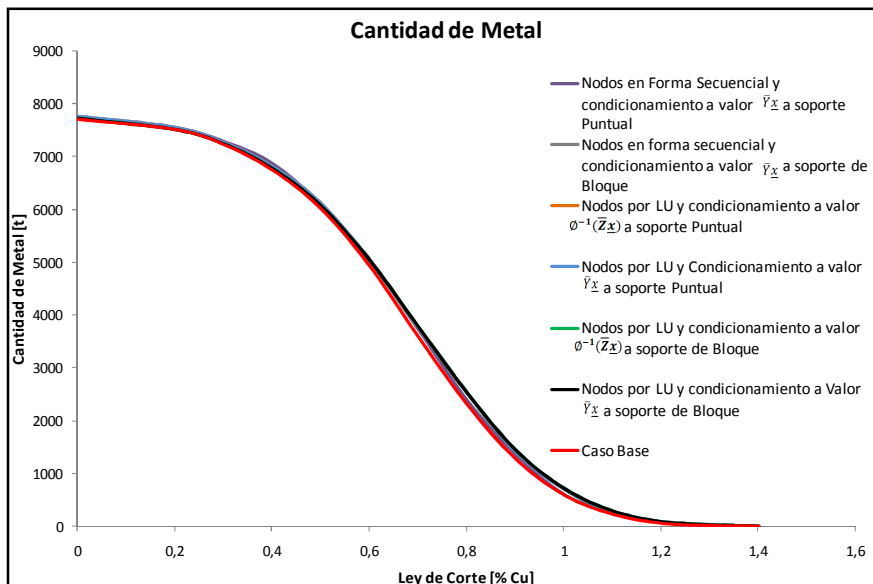
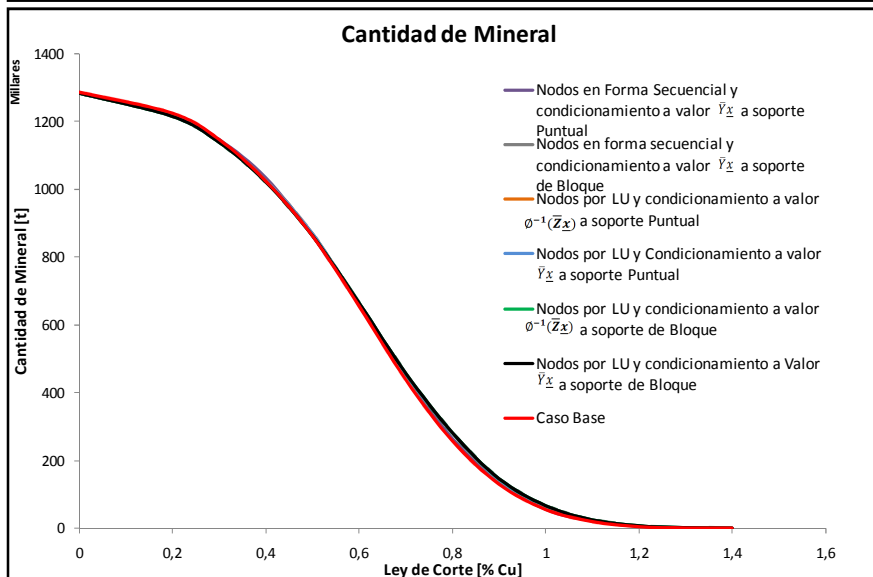
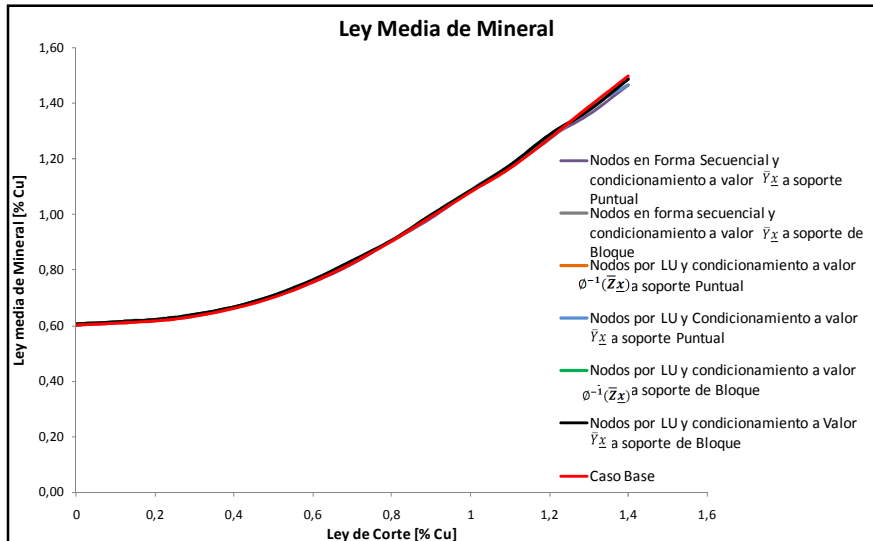


- *Curvas de Mineral, Ley Media y Metal*

➤ Distribución lognormal, coeficiente de asimetría 2,17



➤ Distribución normal, coeficiente de asimetría 0



Al utilizar distribuciones más simétricas, las curvas de tonelaje, ley y mineral de los modelos obtenidos a partir de las metodologías propuestas se asemejan a las curvas del modelo obtenido por la metodología del caso base. Las diferencias entre las curvas de los modelos se hacen casi imperceptibles, mientras que para un coeficiente de asimetría de 2,17 los modelos que condicionan a valor de bloque $\emptyset^{-1}(\bar{\mathbf{Z}}\mathbf{x})$ se alejan en forma pronunciada de las curvas del caso base, siendo menor el efecto en las curvas de las demás metodologías.

En el caso de simetría total la función de transformación \emptyset es lineal, por lo que no debiera existir diferencia entre los valores condicionantes a valor de bloque propuestos. Esto efectivamente se ve reflejado en los resultados.

- *Tabla de correlaciones entre varianzas condicionales*

Correlación de varianzas condicionales con respecto al caso base						
Modelos	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\Phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte de Bloque	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\Phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte Puntual	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual
Coefficiente de asimetría 2,17	0,710	0,716	0,663	0,716	0,717	0,664
Coefficiente de asimetría 0	0,601	0,601	0,581	0,584	0,584	0,552

Si bien las curvas de tonelaje ley y mineral se asemejan cada vez más con un aumento de la simetría, no ocurre lo mismo con las correlaciones entre varianzas condicionales. En el caso de la distribución simétrica se obtiene una correlación disminuida en un 15% con respecto a la correlación con una distribución asimétrica. Lo anterior indica que para distribuciones completamente simétricas las metodologías propuestas no reproducen bien el efecto de soporte determinado a partir del caso base.

- *Tiempo utilizado en cada caso para generar 100 realizaciones.*

Tiempo utilizado para generar 100 realizaciones [min]							
Modelos	Caso Base	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\Phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte de Bloque	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\Phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte Puntual	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual
Simetría 2,17 Distribución Lognormal	10,7	16,8	16,3	251,8	0,5	0,6	3,7
Simetría 0 Distribución Normal	10,2	17,0	16,6	247,7	0,5	0,7	3,7

No se generan cambios significativos en los tiempos de cálculo al variar la simetría de la distribución de los datos.

El análisis de sensibilidad muestra que los factores que generan cambios importantes en las correlaciones entre varianzas condicionales son el alcance del variograma, la asimetría de las distribuciones de los datos de sondaje y el tamaño de los bloques. Al incrementar el alcance aumentan las correlaciones entre varianzas condicionales para todos los modelos, lo mismo ocurre al disminuir el coeficiente de asimetría de los datos de sondaje y disminuir el tamaño de los bloques conservando la discretización.

Para las curvas de tonelaje y ley, los factores más influyentes en cuanto a la semejanza de las curvas de las metodologías con las del caso base son el número de datos condicionantes, el tamaño de los bloques, el modelo variográfico (efecto pepita, alcance y tipo de variograma) y la asimetría de las distribuciones de datos de sondaje. Las metodologías que condicionan a valor de bloque $\phi^{-1}(\bar{Z}\underline{x})$ son especialmente sensibles al modelo variográfico, aumentando las diferencias con las curvas cuando la correlación entre datos es menor.

El tiempo utilizado para generar las realizaciones de las distintas metodologías es muy sensible a los siguientes factores: número de datos condicionantes, discretización de los bloques y el tamaño de los bloques.

Aquellos modelos que condicionan a valor de bloque $\bar{Y}\underline{x}$ tienen la ventaja de no ser demasiado sensibles al modelo variográfico. En cuanto al tiempo utilizado en generar las realizaciones, los modelos que simulan los nodos en forma secuencial y condicionan a soporte de bloque, utilizaron mucho más tiempo que el caso base en generar las realizaciones en la mayoría de los casos.

4.5 Caso de estudio

Para completar el análisis de las metodologías propuestas para simulación directa a soporte de bloque, se implementarán los distintos casos con un conjunto de datos reales, comparando su comportamiento con la metodología convencional de simulación Gaussiana de leyes a soporte “puntual” con posterior rebloqueo, que es teóricamente válido (servirá de caso base).

Para comenzar la implementación se requiere de un análisis preliminar de los datos.

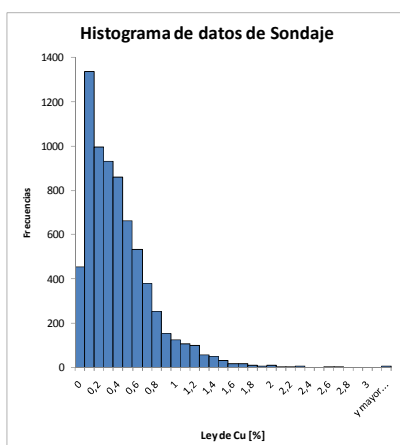
4.5.1 Despliegue de Datos

Los datos de sondajes corresponden a leyes de cobre, y están compositados cada 12 metros. Las estadísticas básicas de estos datos son las siguientes.

- Estadísticas de los datos de sondaje

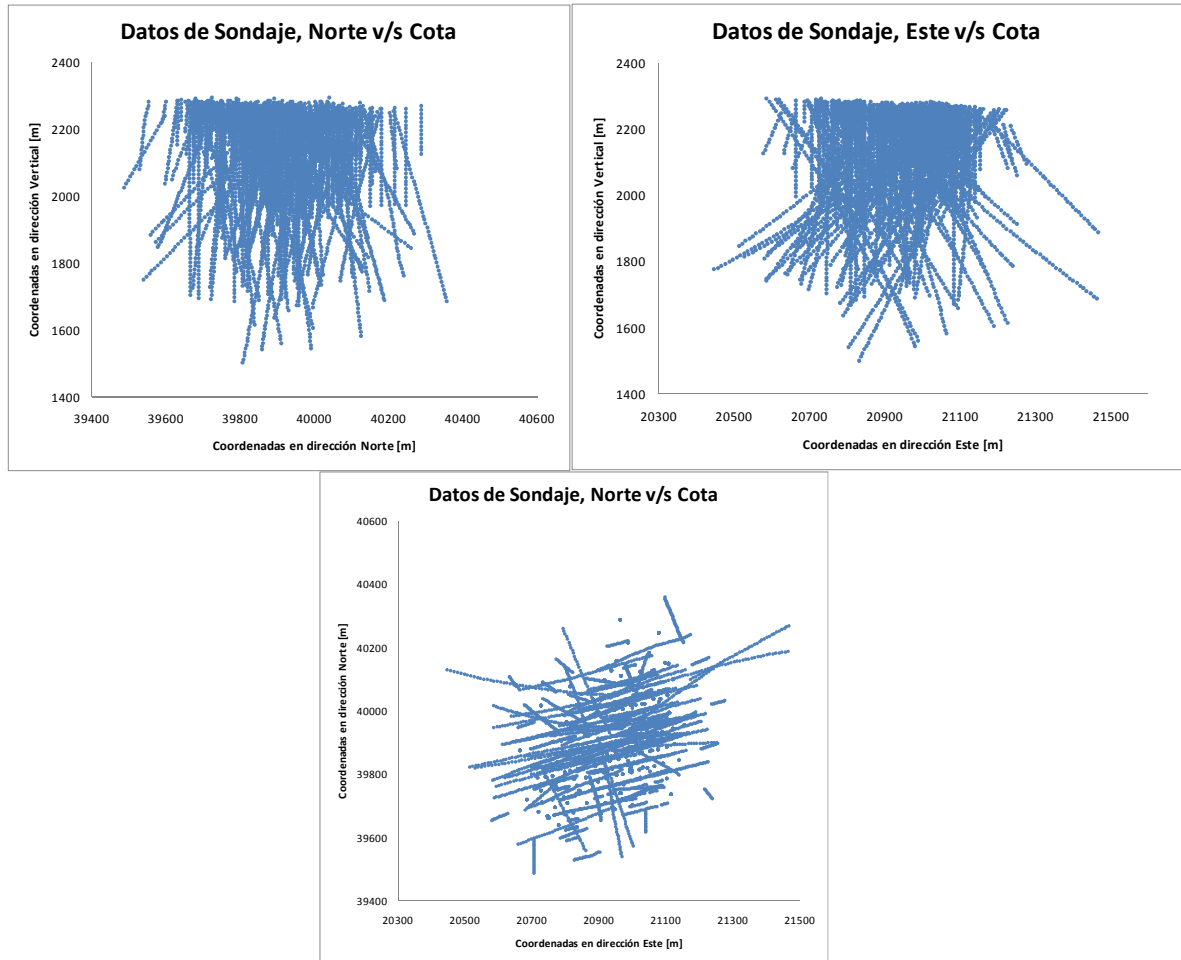
<i>Estadísticas de datos de sondaje</i>	
Número de Datos	7107
Media	0,364 [% Cu]
Desviación Estándar	0,362 %
Máximo Valor	6,302 [% Cu]
Mínimo Valor	0 [% Cu]
Coficiente de asimetría	2,677
Número de Unidades Geológicas	1

- Histograma de los datos de sondaje



La distribución espacial de los datos es la siguiente.

- Distribución espacial de los datos

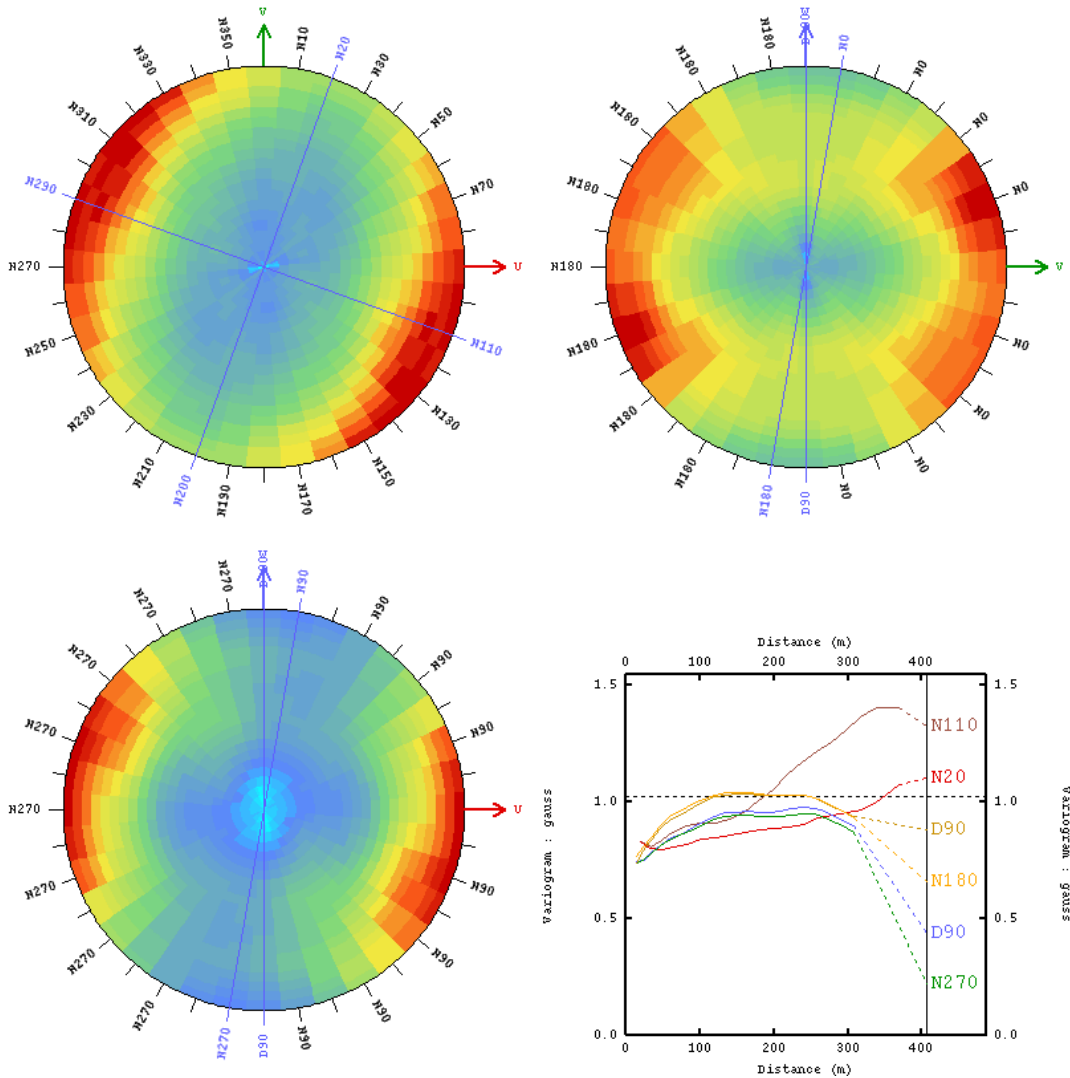


Una vez obtenidas las estadísticas básicas se procede con la aplicación de la anamorfosis Gaussiana. El estudio de aplicabilidad del modelo multi-Gaussiano al conjunto de datos puede ser visto en los anexos del informe.

4.5.2 Análisis variográfico

Una vez transformadas las leyes a valores Gaussianos, se procede con el análisis variográfico. El primer paso es determinar las direcciones principales de anisotropía, para esto se despliega el siguiente mapa variográfico.

- Mapa variográfico de variable Gaussiana



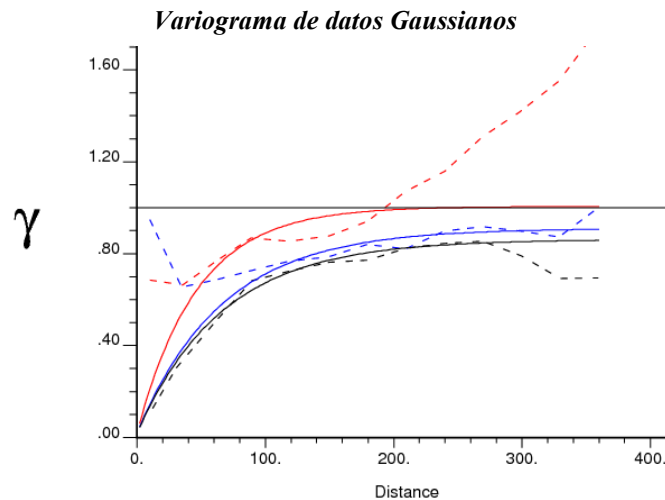
En el plano U-V (Este-Norte) se observa una dirección de continuidad para el variograma experimental (azimut 20°), y una dirección de anisotropía perpendicular a la anterior (azimut 110°). En el plano U-W (Este-Cota) se observa una dirección de continuidad del variograma experimental en la vertical, con lo que estarían definidas 3 direcciones de principales. Con las 3 direcciones nombradas anteriormente se puede modelar el variograma en las direcciones principales.

- Modelo Variográfico

El modelo variográfico creado a partir de los variogramas experimentales en las direcciones principales de anisotropía es el siguiente.

$$\gamma(h) = 0,02 + 0,84 \text{ Exp}(200,140,200) + 0,05 \text{ Exp}(200,140,\infty) + 0,09 \text{ Exp}(\infty,140,\infty)$$

Las direcciones mostradas en el modelo variográfico corresponden a (N20°,N110°,Dip90)



Las curvas de color negro corresponden a la dirección vertical, las de color azul a N20° y las curvas de color rojo corresponden a la dirección N110°.

Una vez definido el modelo variográfico, se puede implementar las metodologías propuestas y el caso base.

4.5.3 Caso Base, Simulación Gaussiana Convencional

Para el caso base se simula las leyes en una grilla fina de dimensiones $5 \times 5 \times 12$ [m³] para cada bloque. Una vez obtenidas, las realizaciones son rebloqueadas a $20 \times 20 \times 12$ [m³].

La dimensión del volumen a simular es de $800 \times 800 \times 660$ [m³] con el origen en las siguientes coordenadas: 20550 [m] este, 39500 [m] norte y 1700 [m] en cota. Con esto la cantidad de “puntos” a simular es de $160 \times 160 \times 55$ (1408000 puntos).

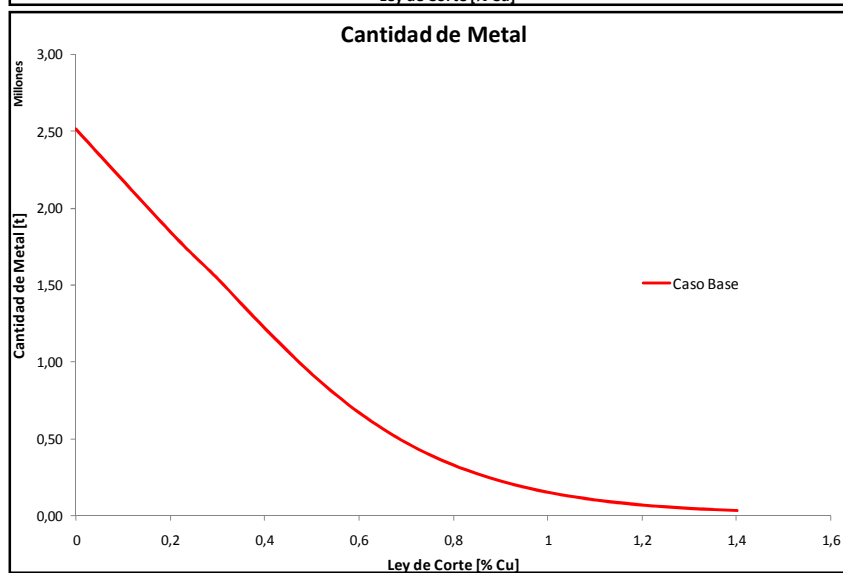
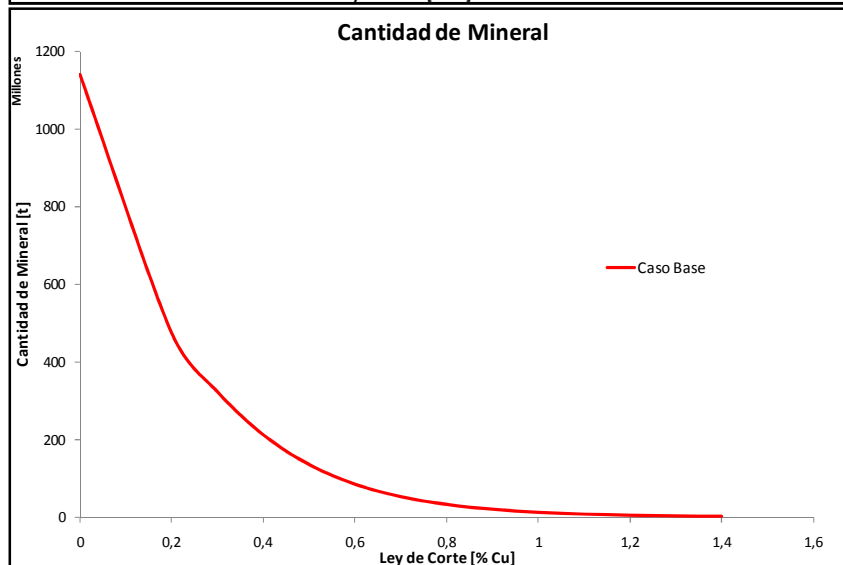
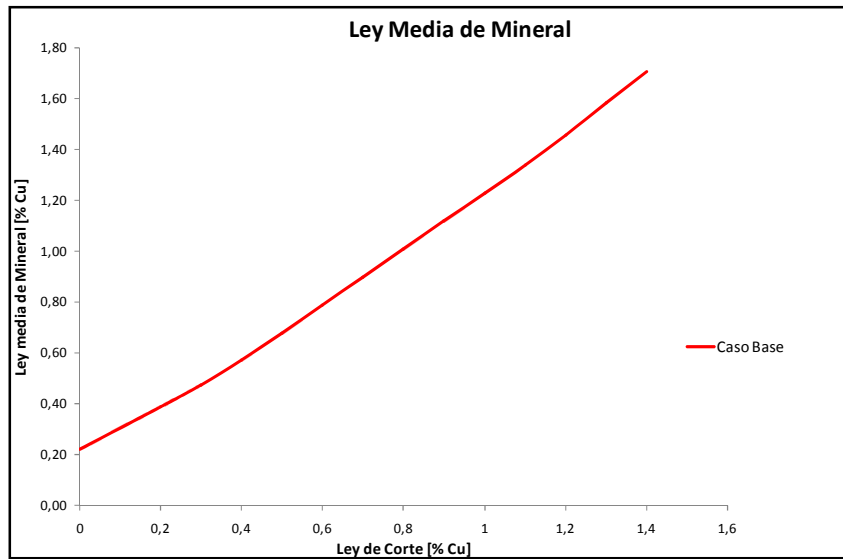
La cantidad de bloques, una vez rebloqueadas las realizaciones, es de $40 \times 40 \times 55$ (88000 bloques) en la dirección este, norte y vertical respectivamente.

Se genera 50 realizaciones para cada metodología propuesta y el caso base. Tanto en el caso base como en el resto de las metodologías la cantidad máxima de datos condicionantes es 8 para valores de sondaje, y de 12 para valores previamente simulados, con el fin de obtener un beneficio en cuanto a los tiempos utilizados en las simulaciones. La densidad utilizada para generar las curvas de tonelaje de mineral y metal es de $2,7$ [t/m³].

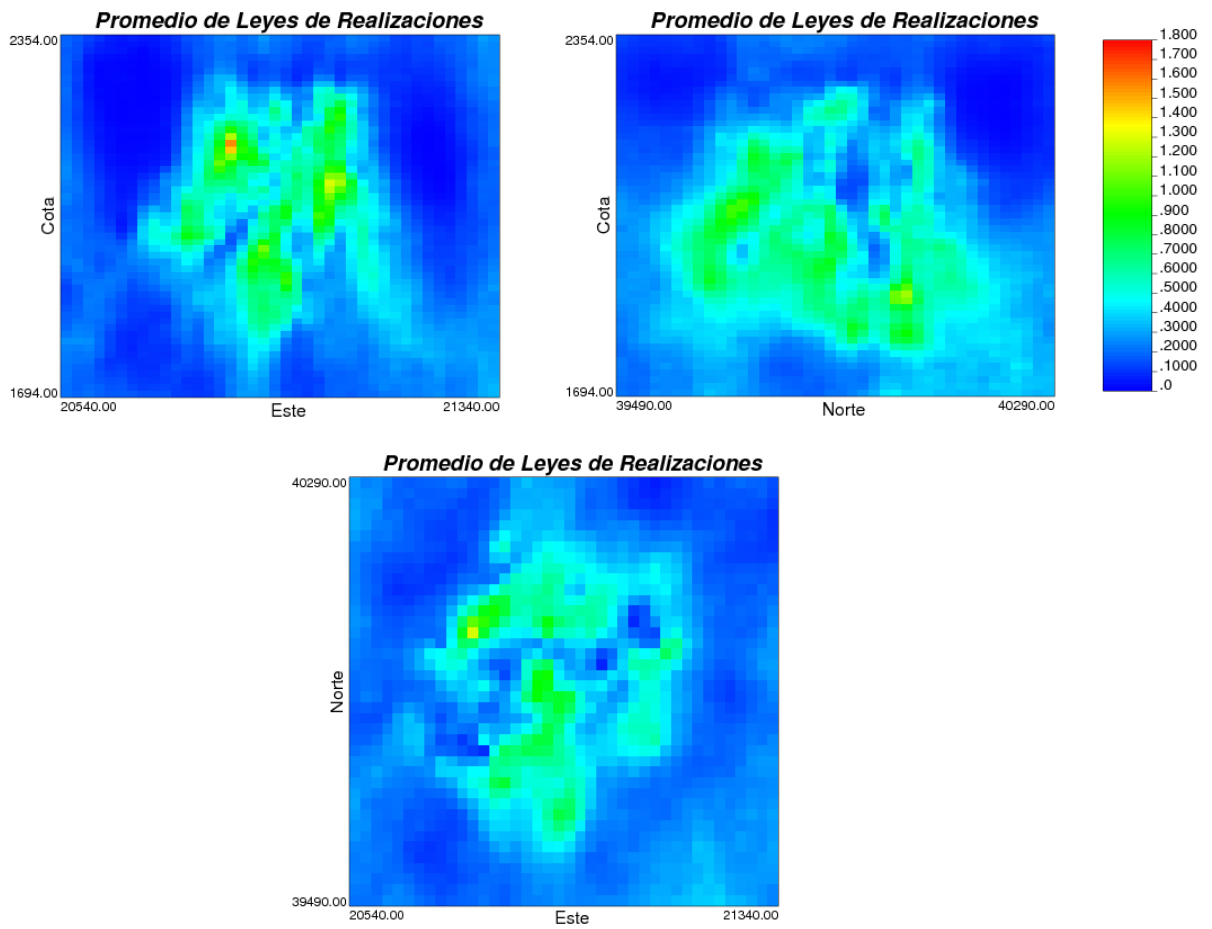
Los resultados de la aplicación del caso base se muestran a continuación.

La correlación entre varianzas condicionales de dos conjuntos de realizaciones para el caso base fue de 0,724. Se muestra este valor para poder cuantificar los resultados al comparar las metodologías propuestas con el caso base.

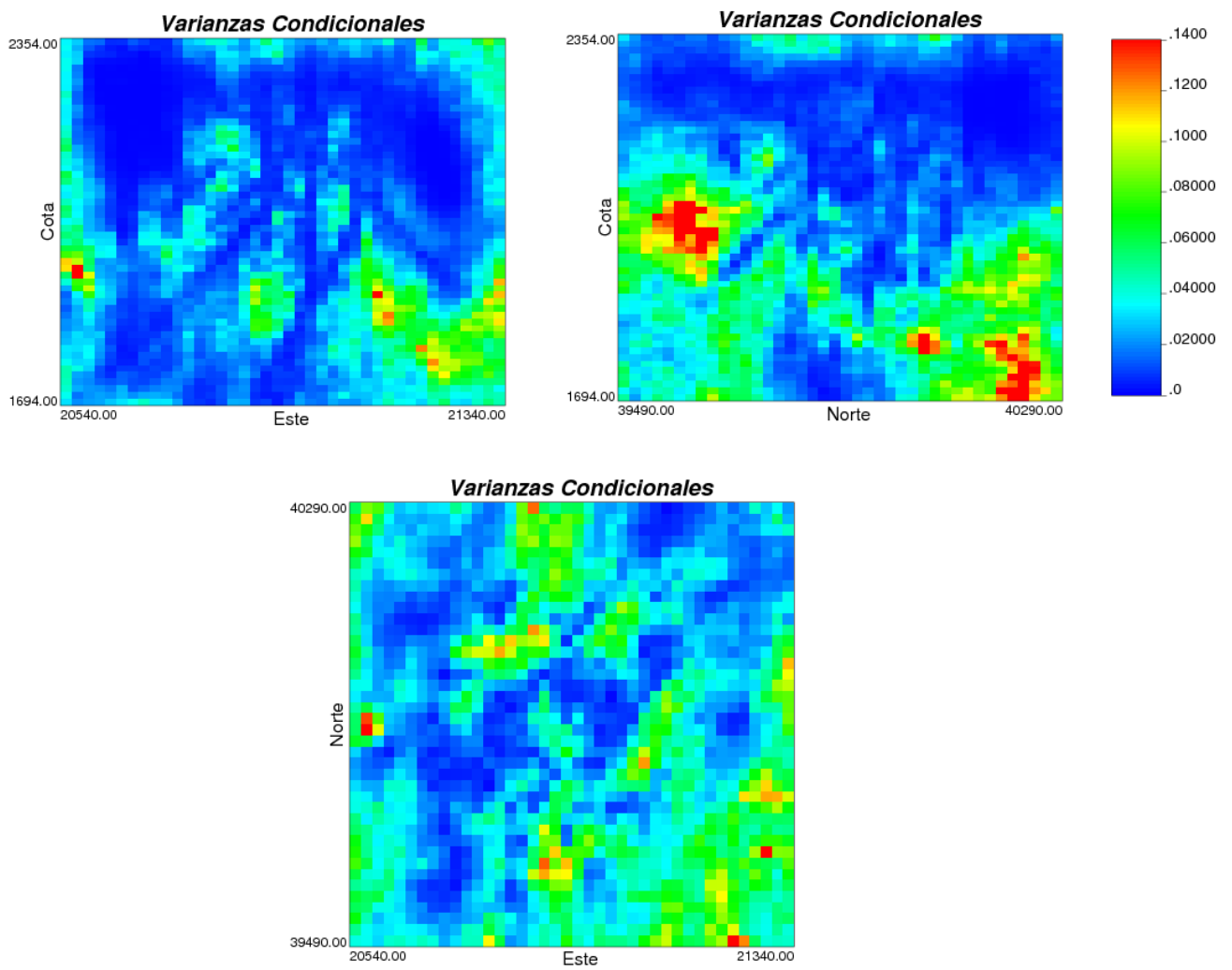
- Curvas de mineral, ley y metal



- Mapas de leyes (promedio de 50 realizaciones) para la sección N° 20 en cada dirección del espacio.



- Mapas de varianzas condicionales para la sección N° 20 en cada dirección del espacio.



4.5.4 Comparación de modelos propuestos

A partir del análisis de sensibilidad se descartan algunos modelos debido a la cantidad de tiempo utilizado en la generación de realizaciones, tiempo que es muy superior al del caso base.

Resulta de interés aplicar las metodologías con las cuales se obtuvieron mejores resultados en el análisis de sensibilidad. Por lo tanto, los modelos que se aplicarán al caso estudio son los siguientes.

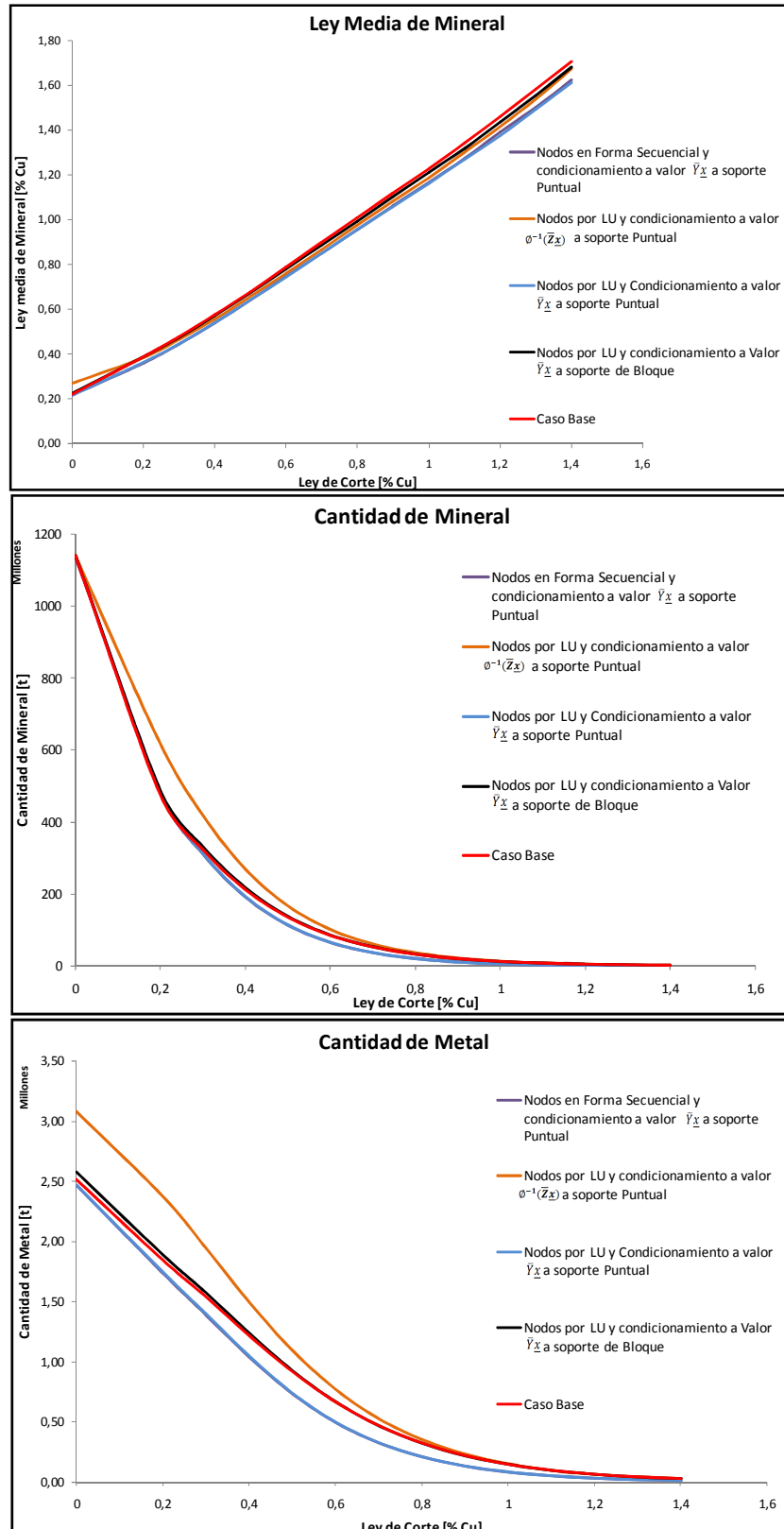
- Simulación de Nodos por **LU** y condicionamiento a valor $\bar{Y}\underline{x}$ considerado de soporte de bloque.
- Simulación de Nodos por **LU** y condicionamiento a valor $\bar{Y}\underline{x}$ considerado de soporte puntual
- Simulación de Nodos por **LU** y condicionamiento a valor $\emptyset^{-1}(\bar{Z}\underline{x})$ considerado de soporte puntual.
- Simulación de Nodos por método **Secuencial** y condicionamiento a valor $\bar{Y}\underline{x}$ considerado de soporte puntual.

Dentro de los modelos nombrados anteriormente la segunda y cuarta metodología son teóricamente equivalentes.

Ya definidos los modelos a aplicar en el caso estudio se procede a analizar la calidad de los resultados en cuanto a la reproducción de las curvas de mineral, ley y metal del caso base, y varianzas condicionales.

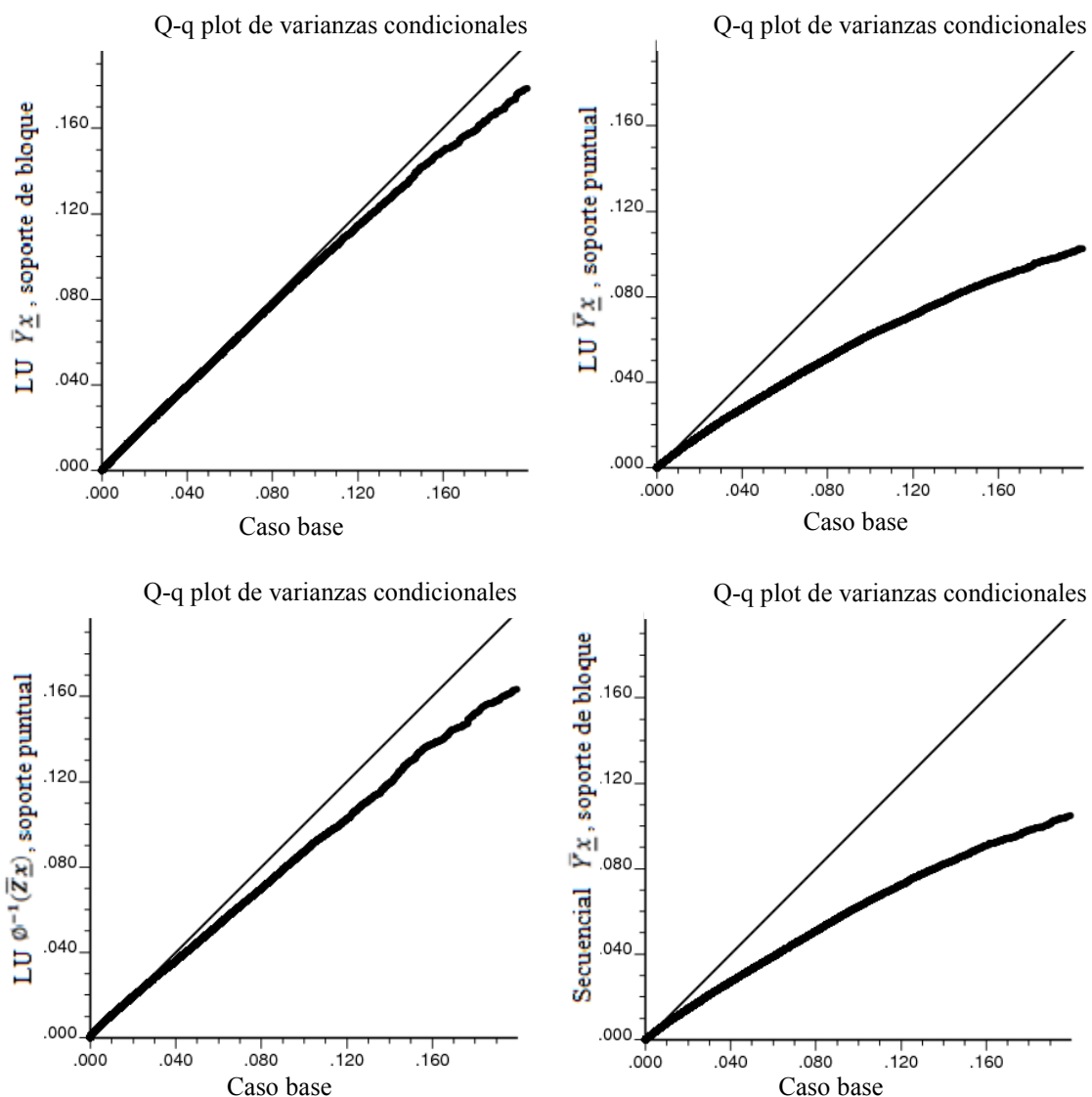
4.5.4.1 Calidad de los resultados

- Curvas de mineral, ley y metal



Para las curvas mostradas anteriormente la única metodología que reproduce bien el comportamiento del caso base es la de simulación de nodos por descomposición LU y condicionamiento a valor \bar{Y}_x considerado de soporte de bloque. Las metodologías de condicionamiento a soporte puntual subestiman los valores de cantidad de metal y ley media de mineral. La metodología de simulación de nodos por descomposición LU y condicionamiento a valor $\phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ considerado de soporte puntual reproduce un poco mejor el comportamiento de la curva de cantidad de mineral que aquellas que condicionan a valor \bar{Y}_x en el mismo soporte, pero existe una gran diferencia en los resultados para la ley media de mineral con respecto al caso base.

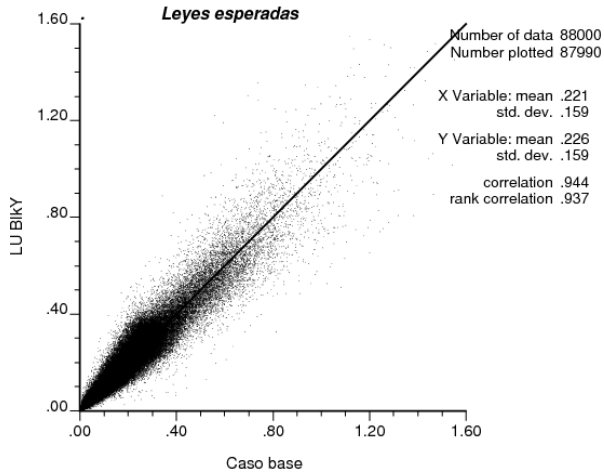
- Comparación de distribuciones de varianzas condicionales mediante cuantiles



- Nubes de correlación entre leyes esperadas (medias condicionales)

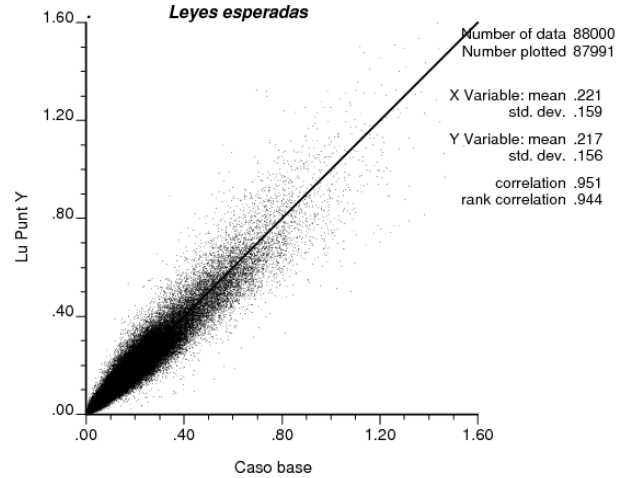
Nodos por LU, valor condicionante

\bar{Y}_x a soporte de bloque



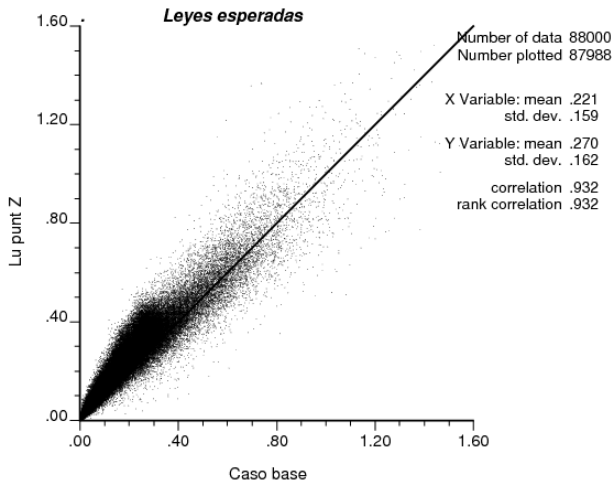
Nodos por LU, valor condicionante

\bar{Y}_x a soporte puntual



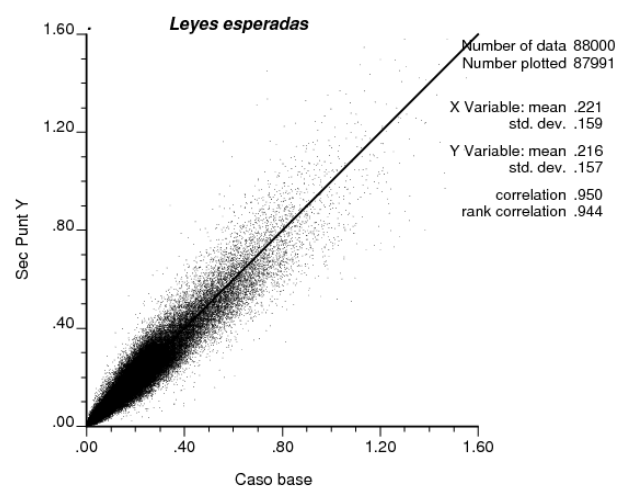
Nodos por LU, valor condicionante

$\Phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ a soporte puntual



Nodos en forma secuencial, valor

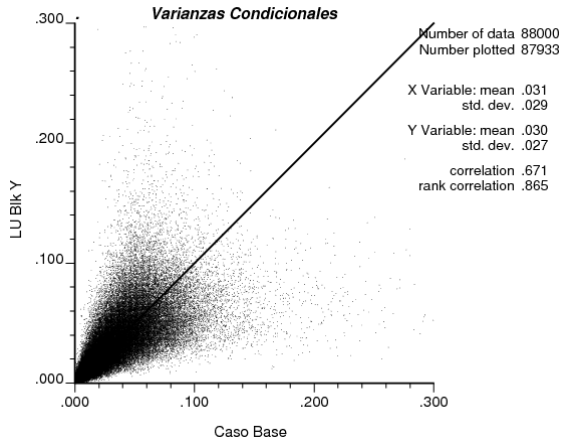
condicionante \bar{Y}_x a soporte puntual



- Nubes de correlación entre varianzas condicionales

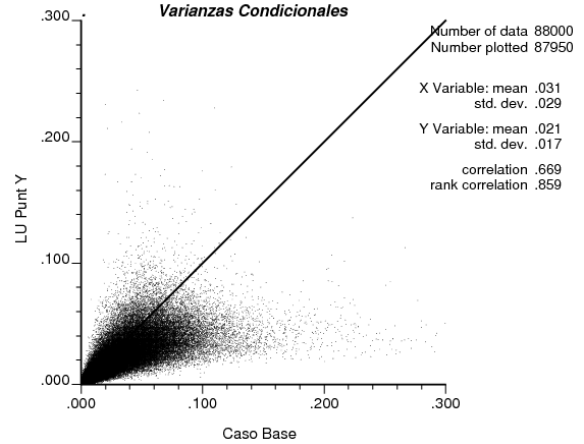
Nodos por LU, valor condicionante

\bar{Y}_x a soporte de bloque



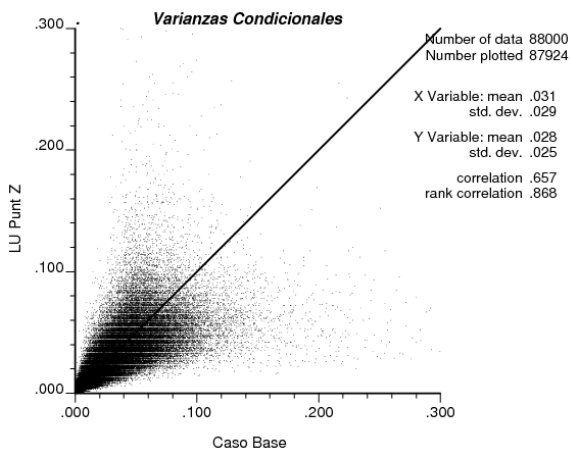
Nodos por LU, valor condicionante

\bar{Y}_x a soporte puntual



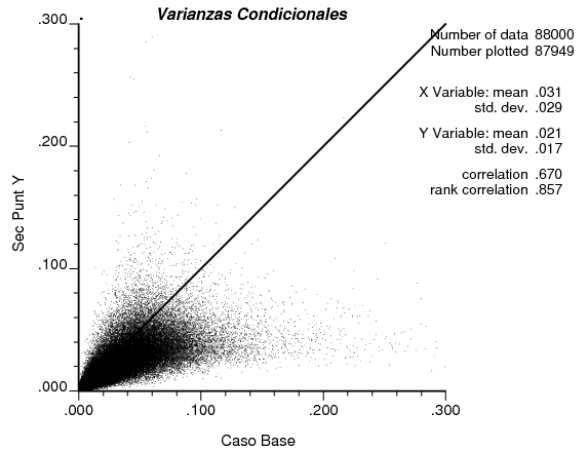
Nodos por LU, valor condicionante

$\Phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ a soporte puntual



Nodos en forma secuencial, valor

condicionante \bar{Y}_x a soporte puntual



Las metodologías que no presentan sesgo en las nubes de dispersión entre varianzas condicionales son las de simulación de nodos por descomposición LU con valor condicionante \bar{Y}_x a soporte de bloque y simulación de nodos por LU con valor condicionante $\Phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ a soporte puntual. Para las nubes de dispersión entre leyes esperadas todos los modelos están bien correlacionados con el caso base, excepto el caso de simulación de nodos por LU con valor condicionante $\Phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ a soporte puntual, pues posee un pequeño sesgo.

4.5.4.2 Memoria y tiempos de simulación utilizados

Tiempo Utilizado para 50 realizaciones [hr]				
Caso Base	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte de Bloque	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual	Nodos por LU, Condicionamiento con Valor $\Phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ a Soporte Puntual	Nodos en forma Secuencial, Condicionamiento con Valor \bar{Y}_x a Soporte Puntual
11,00	1,80	0,27	0,33	0,80

Los tiempos utilizados en la simulación disminuyeron en más de un 84% con respecto al tiempo utilizado por el caso base, siendo aún mayor la disminución en las metodologías que condicionan a soporte puntual.

Las realizaciones fueron generadas en un computador con procesador de 3,01 Ghz y 1 Gb de RAM DDR.

En cuanto a la memoria en disco duro utilizada para almacenar los modelos, para el caso base el modelo utiliza 504 Mb de espacio en disco duro y las propuestas de simulación utilizan sólo 19 Mb debido a que en estos casos el modelo está determinado a soporte de bloque.

5 Conclusiones

A partir del estudio de métodos para simulación directa a soporte de bloques y valor asignado a bloques ya simulados se lograron definir seis propuestas de simulación. Estas propuestas generan una innovación en cuanto a la simulación directa a soporte de bloques, ya que integran el condicionamiento de los bloques previamente simulados para las siguientes simulaciones.

Con el análisis de sensibilidad se logra establecer que los factores más relevantes en cuanto al tiempo utilizado en generar las realizaciones son: La cantidad de datos condicionantes previamente simulados, la discretización de los bloques simulados y el tamaño de los bloques. Las metodologías que presentaron un mejor comportamiento en las curvas de tonelaje-ley frente a las distintas variaciones hechas en el análisis de sensibilidad fueron la simulación de nodos por descomposición **LU** y condicionamiento a valor \bar{Y}_x considerado de soporte de bloque y la simulación de nodos por método **Secuencial** y condicionamiento a valor \bar{Y}_x considerado de soporte de bloque. En la correlación con respecto a las varianzas condicionales del caso base, las metodologías que presentaron mejores resultados en todas las variaciones realizadas fueron la simulación de nodos por **LU** y condicionamiento a valor \bar{Y}_x con soporte de bloque y la simulación de nodos por **LU** y condicionamiento a valor $\phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ con soporte puntual.

Al aplicar una selección de metodologías a un caso de estudio con valores reales de leyes se determina que la metodología que tiene un mejor comportamiento es la de simulación de nodos por **LU** y condicionamiento a valor \bar{Y}_x con soporte de bloque. Las metodologías que condicionan a valor \bar{Y}_x a soporte puntual presentaron una subestimación en los valores de leyes y sesgo en las nubes de correlación de varianzas condicionales, lo que indica una mala reproducción del efecto de soporte mostrado por el caso base. La metodología de simulación de nodos por **LU** y condicionamiento a valor $\phi^{-1}(\bar{Z}_x)$ con soporte puntual presentó un buen comportamiento en cuanto a las correlaciones con la varianza condicional del caso base, pero una alta diferencia en las curvas de tonelaje-ley, diferencias que puede deberse a la utilización de una tabla de transformación inversa no muy fina. Este es uno de los principales problemas prácticos de esta metodología.

Basado en las semejanzas de las curvas de tonelaje-ley del caso base, la buena reproducción del efecto de soporte, la correlación de leyes estimadas y el tiempo utilizado en los cálculos se recomienda la siguiente metodología:

- Simulación de nodos por descomposición LU y condicionamiento a valor \bar{Y}_x considerado de soporte de bloque.

La metodología recomendada, pese a no ser la que utiliza menor tiempo de cálculo, reduce en un 84% el tiempo utilizado por el caso base para 12 datos condicionantes previamente simulados. La disminución de la cantidad de datos condicionantes puede producir mayor diferencia del modelo con respecto al del caso base, pero una ganancia de tiempo significativo.

La cantidad óptima de datos condicionantes es un aspecto interesante a seguir investigando, ya que una ganancia de tiempo significativa puede compensar una pérdida de fidelidad de los modelos generados, especialmente en las primeras etapas de la evaluación de un proyecto minero. También resulta interesante evaluar el comportamiento de la metodología recomendada frente a yacimientos con características distintas al estudiado.

Un trabajo futuro es implementar la metodología propuesta en un software fácil de utilizar, que permita la difusión y aplicación de la metodología en proyectos reales.

6 Referencias Bibliográficas

Simulación Gaussiana a soporte Puntual

[1] Verly, G., 1983. The Multigaussian Approach and its Applications to The Estimation of Local Reserves.

[2] A.G. Journel, 1974. Geostatistics for Conditional Simulation of Orebodies. Economic Geology 69 (5): 673-687.

[3] J.P. Chilès, P. Delfiner, 1999. Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty. Wiley, New York, 695 p.

Simulación Gaussiana a soporte de Bloques

[4] J. Boisvert, J.M. Ortiz, C.V. Deutsch, 2008. Local Recoverable Reserves Prediction with Block LU Simulation.

[5] G. Verly, 1984. The Block Distribution Given a Point Multivariate Normal Distribution. In: Geostatistics for Natural Resources Characterization, pp. 263-290.

[6] Denis Marcotte and Michel David, 1985. The Bi-Gaussian Approach: A Simple Method for Recovery Estimation.