



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

**MODELO MEJORADO DE CORTO PLAZO PARA PREDECIR LA VARIABILIDAD EN
LA LEY DE ALIMENTACIÓN A PLANTA**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS

JUAN LUIS YARMUCH GUZMÁN

PROFESOR GUÍA:
JULIÁN ORTIZ CABRERA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
XAVIER EMERY
VICTOR ENCINA MONTENEGRO

SANTIAGO DE CHILE
AGOSTO 2007

Dedicado a la memoria de:

Roberto Guzmán R. (2005) y Rodolfo Guzmán R. (2006)

“MODELO MEJORADO DE CORTO PLAZO PARA PREDECIR LA VARIABILIDAD EN LA LEY DE ALIMENTACIÓN A PLANTA”

Una de las principales interrogantes en la minería corresponde a la estimación del recurso geológico que, en la etapa evaluativa, determina la cantidad de reservas y condiciona el potencial económico del yacimiento. La predicción de corto plazo resulta problemática cuando sólo se cuenta con datos de largo plazo.

El objetivo general del presente trabajo de título es diseñar y evaluar un algoritmo que simule la extracción de un banco, prediciendo la variabilidad de la ley de alimentación a planta para distintos modelos geoestadísticos. Para ello, se define una metodología para simular la extracción y se implementa una rutina computacional acorde a la metodología propuesta.

La primera parte del trabajo consiste en una descripción del formalismo geoestadístico, técnicas de estimación y simulación geoestadística. Además, se hace una revisión bibliográfica de lo realizado en cuanto a planificación minera, modelos de leyes que incorporan información de corto y largo plazo y estudios sobre simulación de la extracción. Se continúa presentando la metodología desarrollada para simular la extracción de un banco minero y cómo se aplica ésta para estudiar la capacidad de distintos métodos geoestadísticos de largo plazo para predecir la variabilidad de alimentación a planta en el corto plazo. Finalmente, se desarrolla un caso de estudio para aplicar la metodología propuesta, utilizando datos reales de una mina a cielo abierto de cobre.

Si bien la metodología propuesta para simular la extracción resulta ser una solución simplificada del problema, es capaz de reproducir los rasgos más importantes de la extracción real.

Se concluye que la capacidad predictiva mostrada por kriging ordinario utilizando datos de largo plazo es muy inferior a la capacidad predictiva expuesta por la simulación mediante el método secuencial Gaussiano, con y sin incorporación de estadísticas de múltiples puntos. Asimismo, el estudio no muestra pruebas concluyentes de una superioridad en la capacidad predictiva entre la simulación secuencial Gaussiana tradicional y la simulación secuencial Gaussiana que incorpora estadísticas de múltiples puntos.

ABSTRACT

One of the main questions in the mining process concerns the prediction of the geological resources that, in the first stages, determine the amount of reserves and the economic potential of the deposit. Short term prediction is problematic when one only has exploration data.

The goal of this work is to design and evaluate an algorithm that simulates the extraction of a bench, and to predict the variability of the ore grade sent to mill by using different geostatistical models. For this, a methodology to simulate the extraction is defined and a computational program is implemented accordingly.

The first part of the work consists of a description of geostatistical concepts, estimation and simulation techniques. In addition, it makes a bibliographical revision of the state-of-the-art in mine planning, grade models that incorporate short term and long term information and simulation of extraction. Then, the methodology to simulate the mining bench extraction is presented and applied to study the ability of long term geostatistical methods to predict the short term variability of grades sent to mill. Finally, a case study is developed, using a real dataset from an open pit copper mine.

Although the proposed extraction simulation methodology is a simplified solution of the problem, it proves to reproduce the most important characteristics of the real extraction.

It is concluded that the predictive capacity shown by ordinary kriging using long term data is far below the predictive capacity shown by simulation using the sequential Gaussian method, with and without incorporation of multiple-point statistics. Also, the study is not conclusive on whether the traditional sequential Gaussian simulation outperforms the sequential Gaussian simulation that incorporates multiple-point statistics.

AGRADECIMIENTOS

A mis padres y hermanas, a quienes quiero con todo mi ser y que siempre me han brindado todo el apoyo, afecto y comprensión.

A mis amigos y compañeros de universidad que se han dado el tiempo de escucharme, entenderme y aconsejarme. Con mucha alegría los recuerdo y menciono en estas líneas:

Alejandro Leiva, Magin Torres, Andrés Parra, Daniel Silva, Felipe Kremer, Francisco Peña, Pietro Gino Dante Accini Acevedo, Carlitos Castillo, Esteban Prado, Alfredo Rivera, Ignacio Campos, Rodrigo Villarroel, Gabriel "luchito" País, Sebastián Troncoso, Luis Castillo, Patricio Prieto, Eduardo Villalobos, Rodrigo y Gonzalo Gacitúa, Sebastián Carmona, Freddy Rojas, Javier Cornejo, Manuel Aros, Camilo Morales, Titi Vallejos, Victor Riveros, Victor Vidal, Alvaro de la Quintana, Javier Santibañez, Mario Morales, Reynaldo Billyard, Fernando Acosta, Carlos Hernandez, Pamela Navarrete, Francisca Troncoso.

A mis amigos y compañeros de MTB con quienes he vivido gratos y algunos no tan gratos pero memorables momentos: Alejandro "Chaleco" Forch, Gianmarco "yagua" Felippo, Jaime "doc" Fuentes y Gerardo "Mr. G".

A mis amigos de toda una vida: Cristobal Montt, Felipe Bunout, Alejandro Ramírez, Nicolás Hidalgo, Sebastián Santamaría, Tomás Quiroz, Horacio León, Lars Martinson y Diego Montt.

Y en especial a: Julián Ortiz, Xavier Emery, Raúl Castro, Enrique Rubio, Margarita Soto, Loreley Volosky, Gianna Vallebuona, Pablo Vásquez y Manuel Rapiman.

Índice General

1 INTRODUCCIÓN.....	1
1.1.PROBLEMÁTICA Y MOTIVACIÓN	1
1.2 OBJETIVOS.....	3
1.2.1 OBJETIVO GENERAL	3
1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	3
1.3 ALCANCES	4
1.4 DESCRIPCIÓN POR CAPÍTULOS	5
2 ANTECEDENTES	6
2.1 EVALUACIÓN DE RECURSOS.....	6
2.1.1 VARIABLE REGIONALIZADA.....	6
2.1.2 CARACTERIZACIÓN DE UNA FUNCIÓN ALEATORIA.....	7
2.1.3 MÉTODOS DE ESTIMACIÓN	8
2.1.4 SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANA	11
2.1.5 SIMULACIÓN INCORPORANDO ESTADÍSTICAS DE MÚLTIPLES PUNTOS.....	12
2.2 PLANIFICACIÓN MINERA	16
2.3 SIMULACIÓN DE LA EXTRACCIÓN.....	19
3 METODOLOGÍA	20
3.1 MÉTODOS PARA MODELAR LEYES	20
3.1.1 KRIGING ORDINARIO CON DATOS DE LARGO PLAZO	20
3.1.2 SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANA.	21
3.1.3 SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANA INCLUYENDO MPS.	22
3.2 MÉTODOS PARA SIMULAR LA EXTRACCIÓN	22
3.2.1 PROBLEMÁTICA A SOLUCIONAR.	22
3.2.2 MÉTODO PROPUESTO PARA SIMULAR LA EXTRACCIÓN.....	23
3.2.3 IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL DEL MÉTODO PROPUESTO.	25
3.2.4 RUTINA COMPUTACIONAL DE LA IMPLEMENTACIÓN.....	33
3.2.5 EJEMPLOS DE FUNCIONAMIENTO	35
3.3 METODOLOGÍA PARA LA COMPARACIÓN ENTRE LOS DISTINTOS MODELOS DE LEY	38
4. CASO DE ESTUDIO	39
4.1 INFORMACIÓN DISPONIBLE.....	39
4.1.1 GEOLOGÍA DEL YACIMIENTO	40
4.2 ESTUDIO EXPLORATORIO.....	40
4.3 ANÁLISIS VARIOGRÁFICO	43
4.3.1 VARIOGRAMA EXPERIMENTAL.....	43
4.3.2 MODELO VARIOGRÁFICO.	44
4.4 ESTIMACIÓN DE LAS LEYES REALES	44
4.5 KRIGING ORDINARIO DE LEYES UTILIZANDO DATOS DE SONDAJES.....	46

4.6 SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANA.....	47
4.6.1 MODELO VARIOGRÁFICO.	49
4.6.2 SIMULACIÓN.	50
4.6.3 VALIDACIÓN.	51
4.7 SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANA CON MPS.	51
4.7.1 SIMULACIÓN.	52
4.7.2 VALIDACIÓN.	53
4.8 SIMULACIÓN DE LA EXTRACCIÓN.....	54
4.8.1 EXTRACCIÓN DE LA REALIDAD.	55
4.8.2 EXTRACCIÓN DEL MODELO DE KRIGING ORDINARIO.	57
4.8.3 EXTRACCIÓN DE SIMULACIÓN GAUSSIANA.	59
4.8.4 EXTRACCIÓN DEL MODELO DE SIMULACIÓN GAUSSIANA INCORPORANDO MPS	62
4.9 SIMULACIÓN DE LA EXTRACCIÓN REAGRUPADA.	64
4.9.1 EXTRACCIÓN DE LA REALIDAD REAGRUPADA.....	64
4.9.2 EXTRACCIÓN DEL MODELO DE KRIGING ORDINARIO REAGRUPADO	65
4.9.3 EXTRACCIÓN DEL MODELO DE SIMULACIÓN GAUSSIANA REAGRUPADA	65
4.9.4 EXTRACCIÓN DEL MODELO DE SIMULACIÓN GAUSSIANA INCORPORANDO MPS REAGRUPADA.....	67
4.10 ANÁLISIS DE RESULTADOS.	68
<u>5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</u>	<u>75</u>
5.1 CONCLUSIONES	75
5.2 RECOMENDACIONES	77
<u>6 BIBLIOGRAFÍA.....</u>	<u>78</u>
<u>ANEXO A: OTROS ALGORITMOS DE EXTRACCIÓN.....</u>	<u>81</u>
<u>ANEXO B: VALIDACIÓN DEL ALGORITMO DE EXTRACCIÓN.....</u>	<u>83</u>
<u>ANEXO C: CURVAS DE EXTRACCIÓN.....</u>	<u>94</u>
ANEXO C.1: REALIDAD.....	94
ANEXO C.1.1: PASOS	94
ANEXO C.1.2: REAGRUPADO.....	95
ANEXO C.2: KRIGING SONDAJES.....	97
ANEXO C.2.1: PASOS	97
ANEXO C.2.2: REBLOQUEO	98
ANEXO C.3: SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANA	100
ANEXO C.3.1: PASOS	100
ANEXO C.3.2: REAGRUPADA.....	105
ANEXO C.4: SIMULACIÓN SECUENCIAL GAUSSIANA CON MPS	111
ANEXO C.4.1: PASOS	111
ANEXO C.4.2: REAGRUPADOS.....	116
<u>ANEXO D: CÁLCULO DE ERRORES</u>	<u>122</u>
ANEXO D.1: HISTOGRAMAS ERRORES SIMULACIÓN GAUSSIANA	122
ANEXO D.2: HISTOGRAMAS ERRORES SIMULACIÓN GAUSSIANA CON MPS	125

ANEXO D.3: HISTOGRAMAS ERRORES SIMULACIÓN GAUSSIANA REAGRUPADOS.	128
ANEXO D.4: HISTOGRAMAS ERRORES SIMULACIÓN GAUSSIANA CON MPS REAGRUPADAS.....	130
ANEXO D.5: ERRORES PROMEDIO POR MÉTODO.....	132

Índice de Figuras

Figura 1: Aspecto típico de la función variograma.....	8
Figura 2: Patrones de múltiples puntos.....	14
Figura 3: Esquema de los aspectos que incluye la planificación minera.....	17
Figura 4: Esquema conceptual de los horizontes de planificación [4].....	18
Figura 5: Ejemplo de modelo variográfico.....	21
Figura 6: Ejemplo de radio de búsqueda.....	21
Figura 7: Ejemplo de distribución de datos lognormal.....	21
Figura 8: Ejemplo de distribución de datos transformados.....	21
Figura 9: Esquema dos frentes simultaneas de producción.....	23
Figura: 10 Ejemplo gráfico del aumento de atributos en el modelo.....	24
Figura 11: Esquema de la extracción.....	25
Figura 12: Izq: 8 opciones de avance (verde). Der: 4 opciones de avance.....	25
Figura 13: Número de combinaciones para 4 posibilidades (arriba) y 8 posibilidades (abajo) en función de la cantidad de pasos y número de frentes.....	27
Figura 14: Esquema para una frente de producción.....	28
Figura 15: Esquema para dos frentes de producción simultáneas.....	29
Figura 16: Esquema selección de las dos frente a partir de un banco.....	33
Figura 17: Esquema de la posición inicial de la pala.....	34
Figura 18: Esquema de la posición inicial de la pala y el área de avance.....	34
Figura 19: Esquema de la posición de la pala y de la nueva posición inicial del área de avance.....	34
Figura 20: Ley de extracción en función del tiempo.....	35
Figura 21: Simulación de la extracción de una frente sin restricción espacial.....	36
Figura 22: Orden de la extracción de una frente sin restricción espacial.....	36
Figura 23: Simulación de la extracción de una frente con restricción espacial.....	36
Figura 24: Orden de la extracción de una frente con restricción espacial.....	36
Figura 25: Simulación de ley y tonelaje de alimentación a planta sin restricción espacial.....	37
Figura 26: Simulación de ley y tonelaje de alimentación a planta con restricción espacial.....	37
Figura 27: Izq: Vista en perspectiva de datos de pozos. Der: Vista en perspectiva de datos de sondajes.....	39
Figura 28: Histograma de la ley de cobre de pozos.....	40
Figura 29: Histograma de la ley de cobre de sondajes.....	40
Figura 30: Histograma de la elevación de pozos.....	41
Figura 31: Histograma de la elevación de sondajes.....	41
Figura 32: Distribución espacial de sondajes banco 3940.....	41
Figura 33: Distribución espacial de pozos de tronadura banco 3940.....	41
Figura 34: Distribución espacial de pozos de tronadura banco 3952.....	41
Figura 35: Histograma de leyes en los sondajes (banco 3940).....	42
Figura 36: Histograma de leyes en los pozos de tronadura (banco 3940).....	42
Figura 37: Histograma de leyes en pozos de tronadura (banco 3952).....	42
Figura 38: Variogramas direccionales horizontales (banco 3940).....	43
Figura 39: Variogramas direccionales elegidos (banco 3940).....	43
Figura 40: Modelo variográfico banco 3940.....	44
Figura 41: Kriging de ley de pozos (banco 3940).....	45
Figura 42: Histograma del kriging de leyes de pozos.....	45
Figura 43: Kriging de ley de sondajes.....	46
Figura 44: Histograma kriging de sondajes.....	47
Figura 45: Histograma de los datos Gaussianos.....	48
Figura 46: Test de comparación del madograma con el variograma.....	48
Figura 47: Test nubes de correlación diferida.....	48
Figura 48: Modelo variográfico de los datos Gaussianos.....	49
Figura 49: Cuatro realizaciones de la simulación secuencial Gaussiana.....	50
Figura 50: Variograma promedio de las realizaciones (punteado) y modelo variográfico (línea continua).....	51
Figura 51: Cuatro realizaciones de la simulación secuencial Gaussiana con MPS.....	52
Figura 52: Variograma promedio de las realizaciones (punteado) y modelo variográfico (línea continua).....	53
Figura 53: Frente 1 y frente 2.....	55
Figura 54: Ley de alimentación a planta (kriging de pozos).....	56
Figura 55: Frente 1 y frente 2.....	57
Figura 56: Ley de alimentación a planta (kriging de sondajes).....	58
Figura 57: Ejemplo de frente 1 y frente 2.....	59
Figura 58: Ley de alimentación a planta (simulación Gaussiana).....	60
Figura 59: Esperanza de la ley de alimentación a planta (simulación Gaussiana).....	61
Figura 60: Ejemplo de frente 1 y frente 2.....	62
Figura 61: Ley de alimentación a planta (simulación Gaussiana con MPS).....	63

Figura 62: Esperanza de la ley de alimentación a planta (simulación Gaussiana con MPS).....	63
Figura 63: Ley de alimentación a planta reagrupada (kriging de pozos).....	64
Figura 64: Ley de alimentación a planta reagrupada (kriging de sondajes).....	65
Figura 65: Ley de alimentación a planta reagrupada (simulación Gaussiana).....	66
Figura 66: Esperanza de la ley de alimentación a planta reagrupada (simulación Gaussiana).....	66
Figura 67: Ley de alimentación a planta reagrupada (simulación Gaussiana con MPS).....	67
Figura 68: Ley esperada de alimentación a planta reagrupada (simulación Gaussiana con MPS).....	67
Figura 69: Media del error cuadrático para la variable ley.....	69
Figura 70: Media del error cuadrático para la variable tonelaje.....	70
Figura 71: Media del error cuadrático para la variable tonelaje de finos.....	70
Figura 72: Media del error cuadrático para la variable beneficio económico.....	71
Figura 73: Media del error cuadrático para la variable ley, reagrupado a 20 pasos.....	73
Figura 74: Media del error cuadrático para la variable ley, reagrupado a 200 pasos.....	74
Figura 75: Ejemplo gráfico del algoritmo Std(filas).....	81
Figura 76: Ejemplo gráfico del algoritmo opt3D.....	82
Figura 77: Sensibilidad en la elección de caminos.....	84
Figura 78: Modelo utilizado.....	85
Figura 79: Frentes de producción, lo blanco indica el camino seguido por la pala.....	85
Figura 80: Ley de extracción en función del tiempo.....	85
Figura 81: Modelo utilizado.....	86
Figura 82: Frentes de producción, lo blanco indica el camino seguido por la pala.....	86
Figura 83: Ley de extracción en función del tiempo.....	86
Figura 84: Modelo utilizado.....	87
Figura 85: Frentes de producción, lo blanco indica el camino seguido por la pala.....	87
Figura 86: Ley de extracción en función del tiempo.....	87
Figura 87: Modelo utilizado.....	89
Figura 88: Frentes de producción, lo blanco indica el camino seguido por la pala.....	89
Figura 89: Ley de extracción en función del tiempo.....	90
Figura 90: Modelo utilizado.....	90
Figura 91: Frentes de producción, lo blanco indica el camino seguido por la pala.....	90
Figura 92: Ley de extracción en función del tiempo.....	91
Figura 93: Simulación de la extracción de una frente sin restricción espacial.....	92
Figura 94: Orden de la extracción de una frente sin restricción espacial.....	92
Figura 95: Simulación de la extracción de una frente con restricción espacial.....	92
Figura 96: Orden de la extracción de una frente con restricción espacial.....	92
Figura 97: Simulación de ley y tonelaje de alimentación a planta sin restricción espacial.....	93
Figura 98: Simulación de ley y tonelaje de alimentación a planta con restricción espacial.....	93
Figura 99: Tonelaje de alimentación a planta kriging de pozos.....	94
Figura 100: Tonelaje de finos enviados a planta kriging de pozos.....	94
Figura 101: Beneficio económico kriging de pozos.....	95
Figura 102: Tonelaje de alimentación a planta kriging de pozos reagrupado.....	95
Figura 103: Tonelaje de finos enviados a planta kriging de pozos reagrupado.....	96
Figura 104: Beneficio económico kriging de pozos reagrupado.....	96
Figura 105: Tonelaje de alimentación a planta kriging de sondajes.....	97
Figura 106: Tonelaje de finos enviados a planta kriging de sondajes.....	97
Figura 107: Beneficio económico kriging de sondajes.....	98
Figura 108: Tonelaje de alimentación a planta kriging de sondajes reagrupado.....	98
Figura 109: Tonelaje de finos enviados a planta kriging de sondajes reagrupado.....	99
Figura 110: Beneficio económico kriging de sondajes reagrupado.....	99
Figura 111: Tonelaje de alimentación a planta simulación gaussiana.....	100
Figura 112: Tonelaje de finos enviados a planta simulación gaussiana.....	100
Figura 113: Beneficio económico simulación gaussiana.....	101
Figura 114: Promedio de la variable ley para las 100 realizaciones.....	101
Figura 115: Promedio de la variable tonelaje para las 100 realizaciones.....	102
Figura 116: Promedio de la variable tonelaje de finos para las 100 realizaciones.....	102
Figura 117: Promedio de la variable beneficio económico para las 100 realizaciones.....	103
Figura 118: Probabilidad extracción para las 100 realizaciones.....	103
Figura 119: Esperanza tonelaje de alimentación a planta simulación gaussiana.....	104
Figura 120: Esperanza de finos enviados a planta simulación gaussiana.....	104
Figura 121: Esperanza beneficio económico simulación gaussiana.....	105
Figura 122: Tonelaje de alimentación a planta simulación gaussiana, rebloqueada.....	105
Figura 123: Tonelaje de finos enviados a planta simulación gaussiana, rebloqueada.....	106
Figura 124: Beneficio económico simulación gaussiana, rebloqueada.....	106
Figura 125: Promedio de la variable ley para las 100 realizaciones, reagrupada.....	107

Figura 126: Promedio de la variable tonelaje para las 100 realizaciones, reagrupada.....	107
Figura 127: Promedio de la variable tonelaje de finos para las 100 realizaciones, reagrupada	108
Figura 128: Promedio de la variable beneficio económico para las 100 realizaciones, reagrupada.....	108
Figura 129: Probabilidad extracción para las 100 realizaciones, reagrupada.....	109
Figura 130: Esperanza tonelaje de alimentación a planta simulación gaussiana, reagrupada.....	109
Figura 131: Esperanza de finos enviados a planta simulación gaussiana, reagrupada.....	110
Figura 132: Esperanza beneficio económico simulación gaussiana, reagrupada.....	110
Figura 133: Tonelaje de alimentación a planta simulación gaussiana con MPS.....	111
Figura 134: Tonelaje de finos enviados a planta simulación gaussiana con MPS.....	111
Figura 135: Beneficio económico simulación gaussiana con MPS.....	112
Figura 136: Promedio de la variable ley para las 20 realizaciones.....	112
Figura 137: Promedio de la variable tonelaje para las 20 realizaciones.....	113
Figura 138: Promedio de la variable fino para las 20 realizaciones.....	113
Figura 139: Promedio de la variable beneficio económico para las 20 realizaciones.....	114
Figura 140: Probabilidad de la extracción para las 20 realizaciones.....	114
Figura 141: Esperanza tonelaje de alimentación a planta simulación gaussiana con MPS.....	115
Figura 142: Esperanza de finos enviados a planta simulación gaussiana con MPS.....	115
Figura 143: Esperanza del beneficio económico simulación gaussiana con MPS.....	116
Figura 144: Tonelaje de alimentación a planta simulación gaussiana con MPS, reagrupada.....	116
Figura 145: Tonelaje de finos enviados a planta simulación gaussiana con MPS, reagrupada.....	117
Figura 146: Beneficio económico simulación gaussiana con MPS, reagrupada.....	117
Figura 147: Promedio de la variable ley para las 20 realizaciones, reagrupada.....	118
Figura 148: Promedio de la variable tonelaje para las 20 realizaciones, reagrupada.....	118
Figura 149: Promedio de la variable fino para las 20 realizaciones, reagrupada.....	119
Figura 150: Promedio de la variable beneficio económico para las 20 realizaciones, reagrupada.....	119
Figura 151: Probabilidad de la extracción para las 20 realizaciones, reagrupada.....	120
Figura 152: Esperanza tonelaje de alimentación a planta simulación gaussiana con MPS, reagrupada.....	120
Figura 153: Esperanza de finos enviados a planta simulación gaussiana con MPS, reagrupada.....	121
Figura 154: Esperanza del beneficio económico simulación gaussiana con MPS, reagrupada.....	121
Figura 155: Histogramas de los errores de la simulación secuencial gaussiana.....	124
Figura 156: Histogramas de los errores de la simulación secuencial gaussiana con MPS.....	127
Figura 157: Histogramas de los errores de la simulación secuencial gaussiana rebloqueada.....	129
Figura 158: Histogramas de los errores de la simulación secuencial gaussiana con MPS rebloqueada.....	131
Figura 159: Media del error cuadrático para la variable tonelaje, reagrupado a 20 pasos.....	132
Figura 160: Media del error cuadrático para la variable tonelaje de finos, reagrupado a 20 pasos.....	132
Figura 161: Media del error cuadrático para la variable beneficio económico, reagrupado a 20 pasos.....	133
Figura 162: Media del error cuadrático para la variable tonelaje, reagrupado a 200 pasos.....	133
Figura 163: Media del error cuadrático para la variable tonelaje de finos, reagrupado a 200 pasos.....	134
Figura 164: Media del error cuadrático para la variable beneficio económico, reagrupado a 200 pasos.....	134

Índice de Tablas

Tabla 1: Resumen de las estadísticas de los pozos de tronadura.....	40
Tabla 2: Resumen de las estadísticas de los sondajes	40
Tabla 3: Resumen de estadísticas de ley (sondajes banco 3940).....	42
Tabla 4: Resumen estadísticas de ley (pozos de tronadura banco 3940).	42
Tabla 5: Resumen estadísticas de ley (pozos de tronadura banco 3952).	42
Tabla 6: Malla de Interpolación.	44
Tabla 7: Estadísticas del kriging de leyes de pozos.....	45
Tabla 8: Estadísticas kriging de sondajes.....	47
Tabla 9: Estadísticas básicas frente 1 y frente 2.....	55
Tabla 10: Estadísticas básicas frente 1 y frente 2.....	57
Tabla 11: Estadísticas básicas frente 1 y frente 2.....	59
Tabla 12: Estadísticas básicas frente 1 y frente 2.....	62
Tabla 13: Tabla resumen de errores, extracción sin reagrupar (200 pasos).....	71
Tabla 14: Tabla resumen de errores, extracción reagrupada (10 turnos).....	73

1 Introducción

Una de las principales interrogantes en la minería corresponde a la estimación del recurso geológico, que en la etapa posterior de la evaluación determina la cantidad de reservas condicionando el potencial económico del yacimiento, mientras que en la producción juega un papel importante para la toma de decisiones del proceso productivo y extractivo.

Para realizar la medición de la ley se toman muestras representativas del cuerpo geológico en cuestión, para así estimar la cantidad de especie de interés que se encuentra, es decir, el tamaño del cuerpo geológico y la calidad de éste, es decir, su ley. A estas estimaciones se asocia el concepto del error de estimación. Para la cuantificación y minimización del error se utilizan herramientas asociadas al estudio de las probabilidades y estadísticas, como las funciones aleatorias y más específicamente aquellas provistas por la geoestadística. Una vez definidos los recursos y reservas, se utiliza la planificación minera, que corresponde a los lineamientos y estrategias que se ha de seguir para realizar la extracción de una manera que se maximice el beneficio económico.

1.1. Problemática y Motivación

Las estimaciones geoestadísticas son la base para el dimensionamiento de la planta, la cual debe ser alimentada de la forma menos variable posible, ya que cualquier perturbación tendrá una incidencia directa en la recuperación metalúrgica y en los costos del proceso. Esto se debe a que los reactivos del proceso se calculan para un determinado flujo y ley de alimentación. Es por ello que cuando la planta se encuentra en funcionamiento, la planificación de corto plazo cobra una gran importancia al proveer el mineral y garantizar que este mineral posea un conjunto de características deseadas por la planta de procesamiento. Para garantizar que esto ocurra, la planificación de corto plazo se basa en los modelos geoestadísticos de la mina, en donde se poseen estimaciones de las leyes de la especie de interés distribuidas espacialmente dentro del yacimiento.

El concepto de incertidumbre se encuentra implícito en toda estimación, producto de la ignorancia de la realidad. En este trabajo se construyen distintos modelos para la predicción de leyes con información de largo plazo (sondajes). La pregunta fundamental radica en: ¿cuál de

estos modelos representa o simula mejor la realidad en particular, en relación a la variabilidad de distintas variables en la alimentación a planta? Para responder esta interrogante se construye e implementa un algoritmo de simulación de la extracción ante el cual se evalúan las distintas estimaciones geoestadísticas y se comparan contra una “realidad” predefinida.

En este trabajo se evalúa el efecto de la distribución espacial y la extracción en la ley de alimentación a planta. El efecto de la distribución espacial se estudia realizando una estimación tradicional con datos de largo plazo (sondajes), junto con realizar dos simulaciones con los datos de largo plazo, una de las cuales incorpora estadísticas de múltiples puntos inferidas a partir de información de corto plazo (pozos de tronadura).

Para estudiar el efecto de la extracción se propone un algoritmo para simular la manera en la cual se extrae el mineral para las distintas distribuciones espaciales mencionadas anteriormente.

1.2 Objetivos

Este trabajo se enmarca dentro del proyecto Fondecyt N°1061260, cuyo objetivo es aportar conocimiento respecto al uso de estadísticas de múltiples puntos en la simulación condicional para evaluación de recursos y reservas mineras, comprendiendo de mejor manera las consecuencias de utilizar ciertas hipótesis acerca de la distribución de múltiples puntos, como es el caso en aplicaciones convencionales. Esto se hará tanto utilizando una comparación de parámetros estadísticos, como a través de una evaluación económica simplificada de las consecuencias de los cambios en los modelos.

1.2.1 Objetivo General

- Diseñar y evaluar un algoritmo de extracción que simule el orden del arranque de los bloques de un banco prediciendo la variabilidad de la ley de alimentación a planta para distintos modelos geoestadísticos.

1.2.2 Objetivos Específicos

1. Proponer reglas para la simulación de la extracción de los bloques para los modelos a construir.
2. Realizar una estimación tradicional mediante kriging ordinario a partir de los datos de corto plazo. Este modelo representa la “realidad”.
3. Realizar una estimación tradicional mediante kriging ordinario a partir de los datos de largo plazo.
4. Realizar una simulación secuencial Gaussiana a partir de los datos de largo plazo y su variograma.
5. Realizar una simulación condicional utilizando estadísticas de múltiples puntos con los datos de largo plazo y los datos de corto plazo como base de entrenamiento.
6. Estudiar la variabilidad de la ley entregada por los distintos modelos (kriging ordinario, simulación Gaussiana y simulación con estadísticas de múltiples puntos) ante el mismo algoritmo de extracción y comparar este resultado con respecto a la “realidad”.
7. Aplicar la metodología descrita a datos reales.

1.3 Alcances

En este trabajo de título se propone estudiar la capacidad de distintos métodos geoestadísticos de largo plazo para la predicción de la variabilidad de alimentación a planta en el corto plazo.

Los métodos geoestadísticos de ley que se estudiarán son:

1. Kriging ordinario con datos de largo plazo.
2. Simulación secuencial Gaussiana con datos de largo plazo.
3. Simulación secuencial Gaussiana con datos de largo plazo incorporando estadísticas de múltiples puntos entrenadas con datos de corto plazo.

Se diseña e implementa un algoritmo de extracción para el caso de minería a cielo abierto. La implementación considera un solo banco minero, es decir, se aborda el problema en dos dimensiones (2D). El algoritmo desarrollado considera solamente un atributo de los bloques (ley de mineral).

Se evalúan las ventajas y desventajas de los métodos de estimación para la predicción de la variabilidad de la ley de alimentación a planta. Se concluye cuál de estos tres métodos expuestos predice de mejor manera la variabilidad de alimentación a planta. Se considera un horizonte de corto plazo para la simulación de la extracción.

Se asume que el Kriging Ordinario con datos de corto plazo (pozos de tronadura) representa adecuadamente a la realidad.

1.4 Descripción por Capítulos

Esta sección describe de forma breve el contenido de cada capítulo presente en este trabajo de título.

El capítulo 2 corresponde al capítulo de Antecedentes. Este capítulo muestra la revisión bibliográfica relacionada con el desarrollo de los objetivos de este trabajo de título. Además se describen las técnicas de estimación y de simulación condicional.

El capítulo 3 muestra en detalle la metodología desarrollada para evaluar la capacidad predictiva en la variabilidad en la alimentación a planta dada por distintos modelos geoestadísticos mediante un algoritmo de extracción.

Como una forma de validar la metodología propuesta en el capítulo 3 se realiza un caso de estudio desarrollado utilizando tal metodología, que se describe a lo largo del capítulo 4. Se utiliza datos reales provenientes de un yacimiento de cobre. Se compara los resultados obtenidos del algoritmo al extraer la “realidad” con los resultados de una estimación mediante un Kriging Ordinario, una simulación secuencial Gaussiana y una simulación utilizando estadísticas de múltiples puntos.

El capítulo 5 corresponde a las conclusiones y discusiones del trabajo realizado. Se enfatizan las bondades y defectos de los distintos modelos geoestadísticos en relación a la variabilidad en la alimentación a planta. Se propone posibles mejoras y formas de acercamiento a situaciones no consideradas en los alcances de este trabajo.

El capítulo 6 indica la bibliografía consultada, mientras que el capítulo 7 corresponde a los anexos de este trabajo.

2 Antecedentes

La idea de realizar este trabajo es proponer una metodología para simular la extracción de mineral de un banco de una mina a cielo abierto, de modo de poder evaluar la capacidad predictiva de la variabilidad en la alimentación a planta dado por distintos modelos geoestadísticos y poder incorporar las estadísticas de múltiples puntos (MPS, del inglés, multiple-point statistics) con el fin de evaluar si se logra una mejora en la predicción de la variabilidad en la ley de alimentación a planta, tal como se menciona en la sección de objetivos. La ley de mineral está distribuida heterogéneamente a lo largo del yacimiento. El área de planificación es la encargada de designar la secuencia de extracción en función de variables y restricciones tanto económicas como físicas.

2.1 Evaluación de Recursos

La evaluación de recursos se hace en base a un modelo geológico en el que se definen unidades de estimación (estadística y geológicamente homogéneas o consistentes). Dentro de cada unidad de estimación se seleccionan los datos y parámetros para estimar o simular, los cuales se explican a continuación.

2.1.1 Variable Regionalizada

La geoestadística se basa en el estudio de variables regionalizadas, que corresponden a funciones numéricas que describen de forma cuantitativa un cierto atributo presente en una ubicación precisa del espacio. Se representa generalmente como z . Si bien un punto \mathbf{x} del espacio está relacionado con sus vecinos, resulta altamente complejo reconocer, relacionar y utilizar de forma correcta esta relación. Para el estudio de una variable regionalizada se define un dominio limitado D llamado campo de la variable. El punto, la superficie o el volumen sobre el cual se considera la variable regionalizada se denomina soporte. Se considera una variable aleatoria $Z(\mathbf{x})$, donde \mathbf{x} corresponde a un punto dentro del dominio D , como una interpretación probabilística que asocia a la variable una distribución de probabilidad. La función aleatoria es el conjunto de variables aleatorias cuando \mathbf{x} recorre el dominio D y, por lo tanto, captura las relaciones que existen entre las variables aleatorias.

2.1.2 Caracterización de una Función Aleatoria

En geoestadística se utilizan usualmente los dos primeros momentos para caracterizar la distribución espacial de una función aleatoria. El momento de primer orden corresponde a la esperanza matemática, mientras que por momentos de segundo orden se reconocen la varianza, covarianza y variograma.

- **Momento de Primer Orden:** El momento de primer orden corresponde al valor esperado o esperanza de una variable aleatoria. Se puede definir como la suma de la probabilidad de cada suceso multiplicado por su valor.

$$E[Z(\mathbf{x})] = m(\mathbf{x}) = \int_D z(\mathbf{x}) \cdot f_Z(z(\mathbf{x})) \cdot dz \quad (1)$$

- **Momentos de Segundo Orden:**

- **Varianza:** La varianza es una medida de la divergencia de una variable aleatoria de su valor esperado. También se utilizan la desviación estándar, que corresponde a la raíz cuadrada de la varianza.

$$\text{var}[Z(\mathbf{x})] = E\{[Z(\mathbf{x}) - m(\mathbf{x})]^2\} = E[Z(\mathbf{x})^2] - m(\mathbf{x})^2 \quad (2)$$

- **Covarianza:** es el momento de segundo orden de una distribución bivariable. La covarianza entre las dos variables se define como:

$$\begin{aligned} \text{Cov}\{Z(\mathbf{x}), Z(\mathbf{x}')\} &= E\{[Z(\mathbf{x}) - m(\mathbf{x})][Z(\mathbf{x}') - m(\mathbf{x}')]\} \\ &= E \int_{-\infty}^{\infty} dz \int_{-\infty}^{\infty} (z - m(\mathbf{x}))(z' - m(\mathbf{x}')) f(z, z') dz' \end{aligned} \quad (3)$$

- **Variograma:** El variograma se considera para describir la interacción entre valores en sitios separados por un vector \mathbf{h} . Su definición es la siguiente:

$$\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{x} + \mathbf{h}) = \frac{1}{2} \text{var}[Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x})] \quad (4)$$

Se habla de *estacionaridad de segundo orden* de una función aleatoria si sus dos primeros momentos existen y son invariantes por traslación. En este caso se tiene:

$$\forall \mathbf{x}, E[Z(\mathbf{x})] = m = \text{cte.} \quad (5)$$

$$\forall \mathbf{x}, \text{var}[Z(\mathbf{x})] = \text{cov}\{Z(\mathbf{x}), Z(\mathbf{x})\} = C(\mathbf{0}) = \sigma^2 = \text{cte.} \quad (6)$$

$$\forall \mathbf{x}, \mathbf{x} + \mathbf{h}, \text{cov}\{Z(\mathbf{x}), Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})\} = C(\mathbf{h}) \quad (7)$$

$$\forall \mathbf{x}, \mathbf{x}+\mathbf{h}, \gamma(\mathbf{x}, \mathbf{x}+\mathbf{h})=\gamma(\mathbf{h})=C(\mathbf{0})-C(\mathbf{h}) \quad (8)$$

La Figura 1 muestra el aspecto típico de la función variograma. Se aprecian parámetros como el alcance y la meseta, valor en el cual se estabiliza la función variograma. Esta figura no considera el denominado efecto pepita, que consiste en una discontinuidad de la función variograma en el origen ($\mathbf{h}=\mathbf{0}$). Los variogramas tienen la cualidad de caracterizar la variabilidad espacial de una variable regionalizada a lo largo de una cierta dirección del espacio.

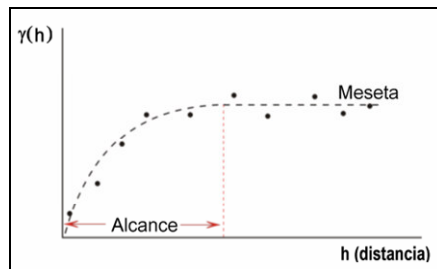


Figura 1: Aspecto típico de la función variograma.

Como en geoestadística se utiliza un número limitado de datos se debe trabajar con un estimador del variograma, el cual se define de la siguiente manera:

$$\hat{\gamma}(\mathbf{h})=\frac{1}{2|\mathbf{N}(\mathbf{h})|} \sum_{\mathbf{N}(\mathbf{h})} \left[z(\mathbf{x}_\alpha)-z(\mathbf{x}_\beta) \right]^2 \quad (9)$$

donde $\mathbf{N}(\mathbf{h})=\{(\alpha, \beta) \text{ tal que } \mathbf{x}_\alpha \text{ y } \mathbf{x}_\beta \text{ sean sitios muestreados } (\mathbf{x}_\alpha-\mathbf{x}_\beta=\mathbf{h})\}$;
 $|\mathbf{N}(\mathbf{h})|$ es el número de pares distintos en el conjunto $\mathbf{N}(\mathbf{h})$.

Esto significa reemplazar la varianza en la expresión del variograma teórico (4) por el valor cuadrático promedio sobre los pares de datos separados por un vector \mathbf{h} .

2.1.3 Métodos de Estimación

Dentro de los métodos tradicionales de la geoestadística se encuentra el kriging que posee la propiedad de ser el mejor estimador lineal insesgado de datos en términos de mínimos cuadrados. La técnica de interpolación por kriging toma en cuenta la continuidad espacial de los datos al considerar el variograma, considera las redundancias entre los datos y nos entrega una varianza de estimación, que mide la dispersión del error cometido.

El valor estimado $Z^*(\mathbf{x}_0)$ en la posición \mathbf{x}_0 por kriging simple (de media m conocida) se escribe de la siguiente forma:

$$Z^*(\mathbf{x}_0) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} Z(\mathbf{x}_{\alpha}) + (1 - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}) m \quad (10)$$

donde $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$ son los sitios con datos y los ponderadores $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ se obtienen imponiendo las condiciones de un estimador insesgado y que minimice la varianza del error. El sistema de ecuaciones que permite encontrar los ponderadores $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ es el siguiente:

$$\sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} \cdot C(\mathbf{x}_{\alpha} - \mathbf{x}_{\beta}) = C(\mathbf{x}_{\alpha} - \mathbf{x}_0) \quad \forall \alpha = 1, \dots, n \quad (11)$$

Finalmente la varianza de estimación en el punto \mathbf{x}_0 queda dada por la siguiente expresión:

$$\sigma_{KS}^2(\mathbf{x}_0) = \sigma^2 - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} C(\mathbf{x}_{\alpha} - \mathbf{x}_0) \quad (12)$$

En general, el *kriging* simple utiliza una media m única de los datos para la estimación, lo cual resulta poco aconsejable, pues conocer con certeza el valor de la media es poco frecuente. Además cuando la media varía de un lugar a otro dentro del espacio a estimar, se desea que nuestro estimador pueda reproducir esta situación. Es así como se plantea el *kriging ordinario* o *kriging de media desconocida*. El *kriging ordinario* al no tomar en cuenta el valor de la media requiere de una condición extra sobre los ponderadores para así satisfacer la propiedad de insesgo. Esta condición se muestra en la siguiente ecuación:

$$\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} = 1. \quad (13)$$

Asumiendo la condición anterior y considerando a μ como un multiplicador de Lagrange los ponderadores que permiten calcular $Z^*(\mathbf{x}_0)$ se obtienen con el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} \cdot C(\mathbf{x}_{\alpha} - \mathbf{x}_{\beta}) + \mu = C(\mathbf{x}_{\alpha} - \mathbf{x}_0) \quad \forall \alpha = 1, \dots, n; \quad \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} = 1 \quad (14)$$

Es importante recalcar que la condición impuesta sobre la suma de los ponderadores $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ (ecuación 13) al ser reemplazada en la ecuación 9 hace que el término $(1 - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha})$ sea

cero, consiguiendo de esta forma que el valor estimado no considere la media. La varianza de estimación queda dada por la siguiente expresión:

$$\sigma_{KO}^2(\mathbf{x}_0) = \sigma^2 - \sum_{\alpha=1}^n C(\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_\beta) - \mu \quad (15)$$

2.1.4 Simulación Secuencial Gaussiana

La simulación consiste en hacer realizaciones de la función aleatoria que se requiere estudiar. Estas realizaciones deben reproducir el histograma y los valores exactos de los datos muestreados así como el variograma. La simulación está generalmente basada en fuertes hipótesis acerca de la distribución espacial (distribución simultánea de múltiples puntos) de la función aleatoria. La mayoría de los métodos se basan en la hipótesis multigaussiana, por su simplicidad matemática [6].

Pese a que la simulación puede ser utilizada para la estimación como un sustituto del *kriging* si es que se promedian los distintos escenarios generados, el fuerte de la simulación geoestadística se da en el análisis de riesgo (escenario más optimista/pesimista) y en la medida de la incertidumbre (ver qué tan distintos son los diversos escenarios). Como se sabe, el *kriging* minimiza la varianza del error de estimación, lo que provoca que éste produzca mapas más suavizados que como realmente se presenta la variable regionalizada en el espacio. La simulación geoestadística trata de corregir el suavizamiento en los mapas de leyes producido por el *kriging*, agregándole a los valores estimados un “error” aleatorio de manera de reproducir de mejor forma la variabilidad espacial de la variable. Debido a lo anterior, resulta imposible distinguir entre el mapa real de la variable regionalizada y un escenario generado mediante simulación geoestadística, ya que cada escenario generado por la simulación reproduce la variabilidad que el atributo de interés presenta en la realidad.

En este trabajo de título se utiliza el algoritmo de simulación secuencial Gaussiana para la simulación condicional de la variable de interés. Como en la práctica la función aleatoria que se desea simular presenta raramente una distribución Gaussiana es necesario realizar una transformación de los datos a valores que sigan una distribución de este tipo, es decir, no se trabaja directamente sobre $Z(\mathbf{x})$, sino sobre su transformada Gaussiana, denotada como $Y(\mathbf{x})$. En la transformación Gaussiana a cada valor original se le asigna el valor único de la distribución normal, con media 0 y varianza 1, que posee la misma frecuencia acumulada. Luego del proceso de transformación se requiere comprobar que los datos sigan las hipótesis multigaussianas. Finalizada la simulación, a los valores generados se le aplica una transformación inversa.

El algoritmo de simulación para $Y(\mathbf{x}_i)$, valor gaussiano correspondiente al valor $Z(\mathbf{x}_i)$ en el espacio original, está dado por:

$$Y_S(\mathbf{x}_i) = Y^*(\mathbf{x}_i) + \sigma_i R_i \quad (16)$$

con: $Y^*(\mathbf{x}_i)$: kriging simple de $Y(\mathbf{x}_i)$ a partir de los valores $\{Y_S(\mathbf{x}_0), \dots, Y_S(\mathbf{x}_{i-1})\}$, considerados como una realización de $\{Y(\mathbf{x}_0), \dots, Y(\mathbf{x}_{i-1})\}$.

σ_i : Desviación estándar del kriging asociada.

R_i : Variable aleatoria Gaussiana de esperanza nula y varianza unitaria, independiente de $\{Y_S(\mathbf{x}_0), \dots, Y_S(\mathbf{x}_{i-1})\}$ y de $\{R_0, \dots, R_{i-1}\}$; $\sigma_i R_i$ es una simulación del error de kriging en \mathbf{x}_{i-1} .

De este modo, la simulación se hace en etapas sucesivas, partiendo del nodo \mathbf{x}_1 y luego condicionando el nodo siguiente con los nodos ya simulados. Siguiendo esta estrategia, nos aseguramos que la simulación reproduce los dos primeros momentos de la función aleatoria de interés. Al existir datos condicionantes pre-existentes, se consideran estos como si fueran nodos ya simulados.

2.1.5 Simulación Incorporando Estadísticas de Múltiples Puntos

Los últimos estudios apuntan a la incorporación de estadísticas de múltiples puntos y el reconocimiento de patrones. Geometrías sinuosas como canales fluviales son difíciles de modelar utilizando la metodología tradicional basada en estadísticas de dos puntos [7]. Sin embargo existen estudios recientes sobre la simulación geoestadística incorporando campos de direcciones de continuidad variable. El utilizar direcciones de anisotropías variables se presenta como una flexibilización de las hipótesis de estacionaridad, las que indican el uso de un variograma único en la simulación de un atributo. El beneficio del uso de anisotropías locales frente al uso de un variograma único, es lograr representar de mejor manera el cambio de la dirección de continuidad o la continuidad dentro de estructuras geológicas con carácter curvilíneo. Se aprecia que la continuidad y orientación de vetas simuladas resultan mucho más realistas al ser comparadas tanto las realizaciones como el promedio de éstas con la interpretación geológica. No obstante a lo anterior, las estadísticas globales entre la simulación propuesta y la tradicional son sumamente parecidas. Por otro lado, el algoritmo de simulación considerando direcciones de continuidad variable, es notoriamente más lento que el algoritmo

tradicional, debido a que un algoritmo de búsqueda eficiente es difícil de practicar porque la configuración de valores de variograma para los nodos en la vecindad de *kriging* es variable junto con la anisotropía local [12].

La continuidad geológica incorpora patrones complejos que van más allá de las capacidades de la estadística basadas en dos puntos [8]. La estadística de múltiples puntos ha sido utilizada en diferentes métodos, como el recocido simulado (Simulated annealing) cuya limitante es el alto costo de procesamiento computacional. Otras simulaciones se basan en algoritmos iterativos, similares a los algoritmos Monte Carlo Cadenas de Markov (MCMC) que consisten en la perturbación de una imagen pixel a pixel, para reproducir estadísticas determinadas. Estos métodos recién mencionados son iterativos y no aseguran la convergencia [7].

Por otro lado, Guardiano y Srivastava (1993) sugieren un método no iterativo de extrema simplicidad al no requerir de *kriging* ni variogramas. Su principal limitante es que el código demanda una extrema cantidad de procesamiento computacional [7]. Una mejora del método impuesto por Guardiano y Srivastava es el propuesto por Strebelle (2002) llamado *snesim* (single normal equation simulation), donde optimiza el algoritmo utilizando árboles de búsqueda [7]. Caers (1999) propone una metodología de reconocimiento de patrones utilizando el entrenamiento de redes neuronales junto con la técnica iterativa de Metropolis-Hasting, para la construcción de modelos estocásticos de reservorios, con la ventaja por sobre los métodos no iterativos que permite la construcción de modelos de mayor tamaño, en donde la gran desventaja es el asegurar la convergencia [8].

Los últimos métodos propuestos apuntan a la integración de probabilidades condicionales estimadas por *kriging* de indicadores junto con el uso de las estadísticas de múltiples puntos. Se propone el uso de los datos de corto plazo (pozos de tronadura) para la inferencia de las estadísticas de múltiples puntos [9].

Para el uso de las estadísticas de múltiples puntos, se debe definir un patrón de reconocimiento, determinar cuál es el arreglo de puntos que se quiere reproducir. Lyster y Deutsch proponen una metodología para calificar aquellos puntos que contienen información más relevante que otros utilizando la entropía de dos puntos [10].

Dos dificultades aparecen a la hora de tratar de incorporar estadísticas de múltiples puntos a los métodos de simulación:

- 1 Las estadísticas de múltiples puntos son más complejas que aquellas basadas en la covarianza, dado que se requiere de un número mayor de repeticiones para obtener una medida confiable de la frecuencia. Además, los puntos deben estar ubicados en una configuración específica y que se repita en los datos disponibles para inferencia (para poder calcular la frecuencia de ocurrencia de los eventos de interés), configuración que puede ser difícil de encontrar si los datos están dispuestos de manera muy irregular en el espacio.

- 2 La integración de estadísticas de múltiples puntos junto a las covarianzas convencionales (de segundo orden) en métodos de simulación es complicada, dado que las estadísticas de múltiples puntos que se pueden extraer a partir de los datos disponibles suelen ser limitadas y, dependiendo de la configuración de los datos, se puede obtener distinta información (estadísticas de múltiples puntos) del mismo fenómeno. Un problema que debe superarse es cómo definir el grado de redundancia entre varias fuentes de información.

Finalmente Ortiz y Emery (2005) desarrollan una metodología para incorporar las estadísticas de múltiples puntos en el algoritmo de simulación secuencial [13]. La incorporación de las estadísticas de múltiples puntos se realiza alternativamente, para uso minero, utilizando datos abundantes y relativamente regulares provenientes de pozos de tronadura. La inferencia de las estadísticas se realiza mediante el uso de indicadores, los cuales representan a un patrón predefinido, ver Figura 2.

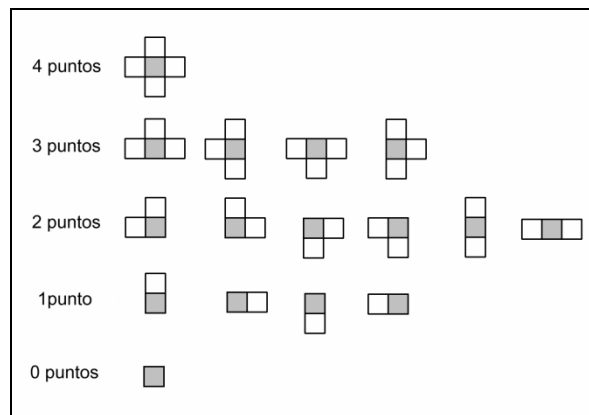


Figura 2: Patrones de múltiples puntos.

La simulación condicional con estadísticas de múltiples puntos se describe a continuación:

1. Definir un orden o camino aleatorio para visitar los nodos de la grilla de simulación.
2. En cada nodo visitado, determinar la distribución condicional mediante un kriging simple de los datos condicionantes y aquellos ya simulados (codificados).
3. Discretizar la distribución condicional dado una serie de umbrales, lo que equivale a calcular las probabilidades condicionales de que la variable en ese lugar no exceda dichos umbrales.
4. Actualizar las probabilidades condicionales originadas utilizando la probabilidad de que la variable exceda el umbral calculado gracias a la configuración de múltiples puntos de los datos condicionantes y los valores previamente simulados.
5. Completar la distribución condicional discreta usando alguna regla de interpolación y, lo más importante, extrapolar los extremos o colas.
6. Simular una variable aleatoria uniforme [0,1] para “leer” desde la distribución condicional el valor simulado de la variable en el nodo visitado.
7. Proceder al nodo siguiente en un patrón aleatorio hasta que todos los nodos sean simulados.

La implementación de esta metodología se basa en la combinación de los siguientes eventos:

- Evento A: Probabilidad de que el nodo no exceda el umbral.
- Evento B: Se define por la información codificada en el indicador provisto por n eventos puntuales $\{I(\mathbf{x}_1) = i_1, I(\mathbf{x}_2) = i_2, \dots, I(\mathbf{x}_n) = i_n\}$.
- Evento C: Se define por los valores de los indicadores de los m puntos $\{I(\mathbf{x}_1') = i_1, I(\mathbf{x}_2') = i_2, \dots, I(\mathbf{x}_m') = i_m\}$

Mediante simulación de indicadores, simulación Gaussiana, o simulación directa se puede calcular la probabilidad $P(A|B)$ mientras que entrenando una base de datos se puede obtener $P(A|C)$. Pero la obtención de $P(A|B,C)$ requiere del conocimiento de la relación entre B y C , la cual generalmente resulta extremadamente difícil de obtener. Utilizando algunas suposiciones se puede obtener una relación del tipo [13]:

$$P(A|B,C) = \frac{\frac{1-P(A)}{P(A)}}{\frac{1-P(A)}{P(A)} + \frac{1-P(A|B)}{P(A|B)} + \frac{1-P(A|C)}{P(A|C)}} \quad (17)$$

Para el cálculo de la probabilidad $P(A|B)$ se utiliza la simulación Gaussiana, el método requiere de una transformación de la distribución original a una distribución Gaussiana:

$$z(\mathbf{x}) = \phi(Y(\mathbf{x})) \quad (18)$$

Es ampliamente conocido que bajo la hipótesis multigaussiana, la distribución condicional se encuentra completamente definida por la media y la varianza obtenida por un kriging simple, que requiere el conocimiento de la función covarianza.

2.2 Planificación Minera

La planificación se entiende como un proceso que tiene por objetivo organizar un conjunto de actividades para el logro de una meta determinada [1]. A pesar de que la planificación minera es esencialmente igual a la planificación llevada a cabo en otras industrias, tiene ciertas características que son únicas, ya que depende de las reservas mineras estimadas que contenga el depósito. Cuando una mina comienza a ser operada, el conocimiento del depósito es mayor, ya que existe una historia productiva fundamentada por la explotación [2]. Sin embargo, una serie de decisiones son tomadas bajo escenarios que poseen una gran incertidumbre. Entre las fuentes de incertidumbres cabe mencionar las siguientes [3]:

Fuentes Técnicas de Incertidumbre

- Geología del depósito.
- Leyes de los recursos.
- Desempeño metalúrgico.

Fuentes Comerciales de Incertidumbre

- Precios de los *comodities*.
- Tasas de cambio.
- Impuestos y royalties.
- Riesgos políticos.

En la industria minera, se ha instalado cada vez con mayor fuerza la planificación minera como columna vertebral del negocio minero debido a las siguientes causas:

- Los dueños o accionistas de las empresas mineras demandan mayor creación de valor en ambientes económicos cada vez más complejos.
- Los directorios de las empresas mineras, se han convencido que la creación de valor en el negocio minero se genera en la formulación del plan minero.

La formulación del plan minero tiene como origen un conjunto de escenarios de negocios posibles, los que poseen diferentes niveles de incertidumbre. El conjunto de escenarios de negocios deben cumplir un amplio espectro; desde aquellos escenarios que capturan el máximo potencial económico, y que por lo general poseen un mayor riesgo asociado, hasta aquellos que se ajustan a la realidad actual y que por lo general tienen un menor riesgo asociado [1], ver Figura 3.

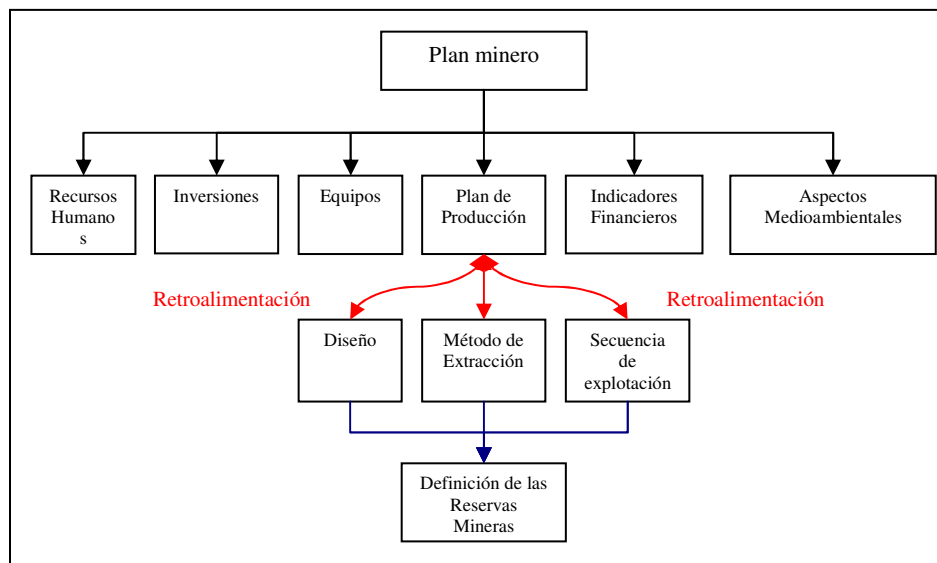


Figura 3: Esquema de los aspectos que incluye la planificación minera.

Existen básicamente tres horizontes de planificación: plan minero de largo plazo, plan minero de mediano plazo y plan minero de corto plazo, los que esquemáticamente se definen como en la Figura 4.

El plan de largo plazo se define de acuerdo con la estrategia de la empresa. Se realiza un perfil para la vida de la mina en una primera aproximación, lo que implica una gran incertidumbre. Generalmente el plan de largo plazo se analiza año a año [5]. En particular se

definen las reservas mineras, la ley de corte, la vida útil de la mina, la secuencia de explotación año a año, las inversiones relacionadas con la capacidad de la mina, el tamaño de la planta y los equipos.

El plan de mediano plazo, posee menos incertidumbre que el plan de largo plazo y debe conciliar la información de corto plazo con las metas establecidas en el plan de largo plazo. Dadas las características que se tienen durante la explotación, se realiza una comparación con las condiciones iniciales definidas para el largo plazo. Para el mediano plazo no se debiera abarcar más de cinco años. En particular se definen el detalle de los equipos, la secuencia de explotación año a año y mes a mes.

En el plan de corto plazo típicamente se analiza la extracción de manera diaria, semanal, o mensual en un plazo que no debiera abarcar más de un año. Se ve lo que está ocurriendo en el momento mismo en que se está operando la mina. Se trata de conciliar con lo que ocurre en el mediano plazo mediante una retroalimentación (productividad, accesos, leyes, etc.). Se definen principalmente los equipos y actividades de apoyo, la secuencia de explotación en el día a día. A continuación se muestra un esquema explicativo donde se aprecia la interacción de estos tres horizontes de producción anteriormente expuestos:

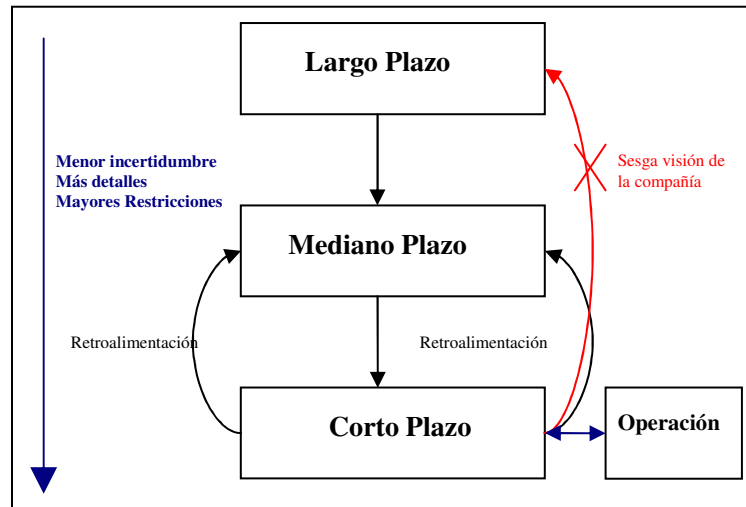


Figura 4: Esquema conceptual de los horizontes de planificación [4]

En el plan de corto plazo se maneja la selección de mineral que se enviará a planta, la que incluye intrínsecamente una variabilidad en las leyes de alimentación. Estas se tratan de prever mediante modelos geoestadísticos y muestreos en zonas aledañas a la producción. Un desafío importante es tratar de anticiparla con la información de largo plazo. Precisamente esto es lo que se busca resolver en este trabajo.

La planificación minera se basa en la información provista por los geólogos y especialistas en la evaluación de yacimientos.

2.3 Simulación de la Extracción

La simulación computacional de la extracción minera, como su nombre lo indica, trata de reproducir la realidad de un proceso extractivo mediante una serie de instrucciones y bajo un número determinado de restricciones. Se pasa de un problema con realidad espacial en tres dimensiones a un problema de flujo particulado en una dimensión. Existen investigaciones con el fin de cuantificar variabilidad de la ley en el tiempo de un determinado mineral, variando la forma de la extracción utilizando distintas alternativas de acopio [11].

3 Metodología

Como se ha mencionado con anterioridad el problema que se pretende resolver en este trabajo de título corresponde a *predecir la variabilidad de la ley de alimentación a planta*. La forma en la cual se abordará consiste en resolver dos problemas:

1. Métodos para modelar leyes.
2. Simulación de la extracción.

3.1 Métodos para Modelar Leyes

Para definir cuál de los métodos de estimación es el mejor para la predicción de variabilidad de ley a planta, primero se debe definir una realidad ante la cual se compararán los resultados obtenidos por los distintos métodos a estudiar.

Para la comparación se define como “realidad” el modelo de kriging ordinario con la información proveniente de pozos de tronadura. Aquella estimación se considerará como la realidad incesgada.

Los métodos a estudiar en este trabajo serán:

1. Kriging ordinario con datos de largo plazo.
2. Simulación secuencial Gaussiana con datos de largo plazo.
3. Simulación secuencial Gaussiana con datos de largo plazo incorporando estadísticas de múltiples puntos de pozos de tronaduras de bancos extraídos con anterioridad.

3.1.1 Kriging Ordinario con datos de largo plazo

En este caso se intenta resolver la interrogante *¿Cómo predecir la variabilidad de corto plazo con métodos convencionales de estimación con datos de largo plazo?*

Se intenta responder esta pregunta mediante la estimación de un modelo de leyes por un kriging ordinario utilizando los datos de largo plazo, es decir, muestras tomadas en sondajes de exploración. Para efectuar este kriging se debe realizar un análisis variográfico de los datos, definir la cantidad de datos máximos y mínimos en la vecindad y definir el radio de búsqueda con los que se realizará la estimación. En la Figura 5 y Figura 6 se esquematiza este procedimiento.

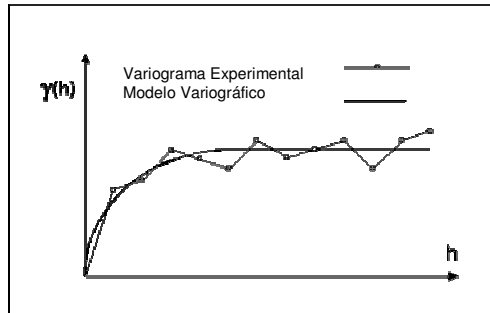


Figura 5: Ejemplo de modelo variográfico.

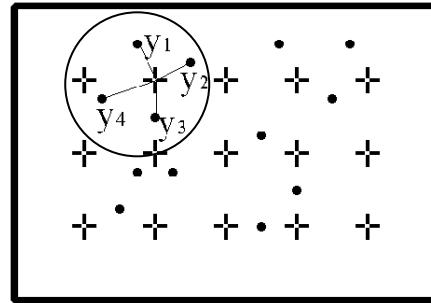


Figura 6: Ejemplo de radio de búsqueda

3.1.2 Simulación Secuencial Gaussiana.

En este caso se busca resolver la interrogante *¿Cómo predecir la variabilidad de corto plazo con simulación con datos de largo plazo?*

Para dar respuesta a tal interrogante se simulará un modelo de leyes mediante el método secuencial Gaussiano. Tal simulación se realizará a través del software *SGSIM* (Sequential Gaussian Simulation) de *GSLIB* [14]. Para esto se debe preparar los datos, transformándolos mediante una función de anamorfosis y así llevar su histograma a una normal [0,1]. Para calcular el variograma se utiliza la aplicación *NSCORE* de *GSLIB*.

Se grafica el histograma de los datos Gaussianos como la función de anamorfosis para detectar posibles errores en este proceso. La Figura 7 y Figura 8 muestran un esquema de la transformación de los datos reales al espacio Gaussiano.

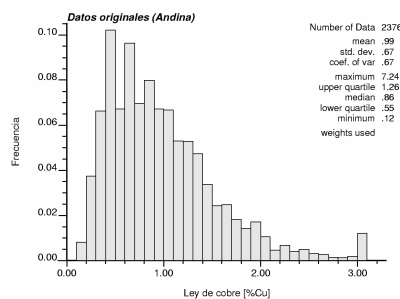


Figura 7: Ejemplo de distribución de datos lognormal.

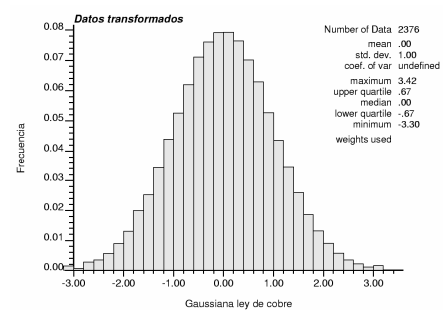


Figura 8: Ejemplo de distribución de datos transformados.

Finalmente se valida la simulación mediante la comparación del modelo variográfico de los datos condicionantes con el variograma promedio de las realizaciones.

3.1.3 Simulación Secuencial Gaussiana Incluyendo MPS.

En este caso se busca resolver la interrogante *¿Se puede mejorar la predicción de variabilidad incorporando estadísticas de múltiples puntos y datos de corto plazo?*

Para dar respuesta a tal interrogante se simulará un modelo de leyes mediante el método secuencial Gaussiano incorporando estadísticas de múltiples puntos provenientes del banco de producción superior. Tal simulación se realizará a través del software *SGSIM* que ha sido modificado para actualizar la distribución condicional [13]. Ésta se discretiza en una serie de umbrales para luego actualizar las probabilidades condicionales con aquellas obtenidas del entrenamiento.

3.2 Métodos para Simular la Extracción

En el capítulo anterior, se mencionó que la implementación de un algoritmo para simulación de la extracción tiene por objetivo el paso de un problema tridimensional a un problema unidimensional. Al simular la extracción se obtiene la secuencia de bloques de mineral que se extraen, pudiendo así estimar la variabilidad de un atributo de interés para el proceso siguiente.

La secuencia de extracción depende de una serie de criterios, como por ejemplo, criterios económicos, técnicos, estratégicos u operacionales.

3.2.1 Problemática a solucionar.

La extracción de mineral es un problema primordial en el proceso minero, dada la relevancia y alto impacto que implica en los procesos posteriores. Con el fin aumentar la flexibilidad del proceso, producto de la necesidad de disponer de mineral para la planta, la extracción de mineral se realiza en distintas frentes de producción de manera simultánea, ver Figura 9.

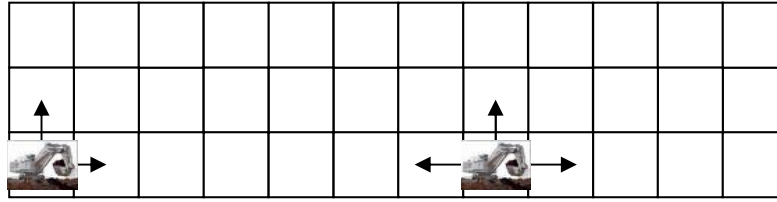


Figura 9: Esquema dos frentes simultáneas de producción.

La planta de procesamiento impone restricciones al proceso extractivo, como por ejemplo: ley del mineral y tonelaje de alimentación constante.

Otras restricciones que tiene este proceso atañen a las limitaciones geométricas o espaciales de avance. Es decir, dada una frente de producción, la pala no puede recorrer un camino libre debido a que, primero debe mantener una concordancia espacial, y segundo por razones de estabilidad geomecánica debe avanzar en bloque.

3.2.2 Método Propuesto para Simular la Extracción.

Para resolver la problemática descrita se procede de la siguiente forma:

1. Se define un banco con m frentes donde cada frente posee un número n de bloques.
2. Se calculan todas las alternativas de extracción para las m frentes.
3. Se elige el mejor camino o secuencia de extracción.

Debido a la gran combinatoria que se produce al resolver este problema se propone una estrategia alternativa de optimización en base a sub-optimizaciones, lo cual no entrega la solución óptima global, sino que entrega un óptimo local, debido a que buscar un óptimo global resulta una tarea de alta complejidad tanto numéricamente como de implementación. La sub-optimización que consiste en definir un número de bloques (n') mucho menor que el número de bloques por frente (n), es decir, $n' \ll n$. Algorítmicamente el procedimiento es el siguiente:

1. Se posiciona la pala en un punto inicial.
2. Se define el bloque inicial.
3. Se optimiza el camino para n' bloques.
4. Se extrae el primer bloque del camino óptimo

5. Se avanza al bloque siguiente del camino óptimo.
6. Se define este bloque como bloque inicial.
7. Se vuelve al ítem 3 hasta cumplir con el número total de bloques a extraer.

La ventaja de este algoritmo radica en que se posee una gran flexibilidad para poder elegir el criterio de selección del camino óptimo, ya que al contar con todas las posibilidades se pueden analizar los datos de cada camino para así encontrar el mejor.

La cantidad de atributos de cada bloque prácticamente no posee límite, ya que se puede considerar el banco como una matriz de tres dimensiones donde las filas (i) y columnas (j) correspondan a su ubicación espacial, y donde las plantas (k) contengan los atributos deseados. Por ejemplo se pueden considerar atributos como densidad de cada bloque, tipo de roca, recuperación, entre otros.

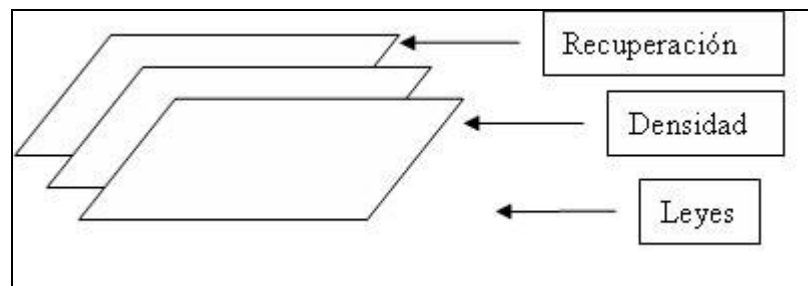


Figura: 10 Ejemplo gráfico del aumento de atributos en el modelo.

La función objetivo permite seleccionar la secuencia de extracción de bloques que satisfaga las restricciones impuestas y puede ser tan compleja como el usuario desee, se puede incorporar cualquier meta y/o restricción sin número limitado de variables, por ejemplo:

- Tonelaje de mineral constante.
- Tonelaje de estéril máximo.
- Tonelaje extraído (total).
- Ley media.
- Total de finos.
- Total de finos recuperados.

También la función objetivo puede ser una combinación de criterios, es decir que la función a minimizar contenga distintos criterios normalizados y ponderados por ciertos valores predeterminados por el usuario, dando mayor o menor importancia a algún criterio.

Este algoritmo se presenta esquemáticamente en la Figura 11, en la figura de la izquierda la pala corresponde al punto inicial y el camino de color verde indica la secuencia óptima de bloques a extraer, en la imagen del centro la pala muestra el nuevo punto inicial, el bloque de color blanco corresponde al bloque extraído y el camino de color verde muestra la nueva secuencia óptima dado que ya se extrajo el bloque anterior, finalmente en la figura de la derecha se muestra un nuevo avance de la pala y su camino óptimo.

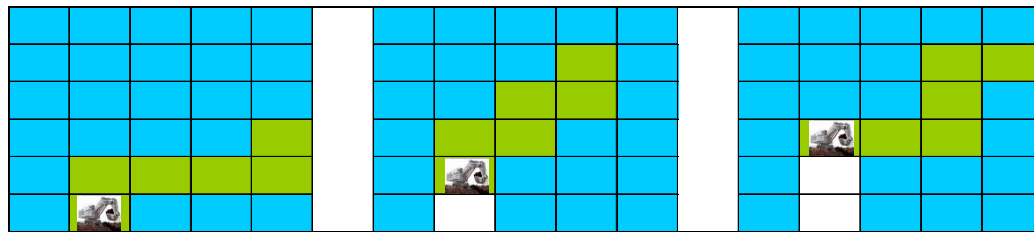


Figura 11: Esquema de la extracción.

3.2.3 Implementación Computacional del Método Propuesto.

Para realizar la implementación del algoritmo se definen los parámetros n , m y n' , es decir, el número de bloques por frente (n), el número de frentes (m) y el número bloques utilizados para la sub-optimización, o número de pasos del camino (n').

En un principio la pala puede moverse en todas las direcciones posibles (ocho), pero dada la combinatoria se plantea acotar la posibilidad de movimiento a cuatro opciones, ver Figura 12.



Figura 12: Izq: 8 opciones de avance (verde). Der: 4 opciones de avance.

El número de combinaciones posibles queda definido por la siguiente formula:

$$Comb = (Pos^{n-1})^m$$

Donde Pos corresponde a las opciones de avance de la pala, n' es el número de pasos del camino y m es el número de frentes simultáneas.

Por ejemplo si se determina el número de posibilidades $Pos = 8$, el número de pasos $n' = 6$ y el número de frentes simultáneas $m = 2$, se obtienen 68.719.476.736 combinaciones, una cifra muy difícil de manejar. En la Figura 13 se aprecia un análisis de combinaciones variando los parámetros anteriormente mencionados.

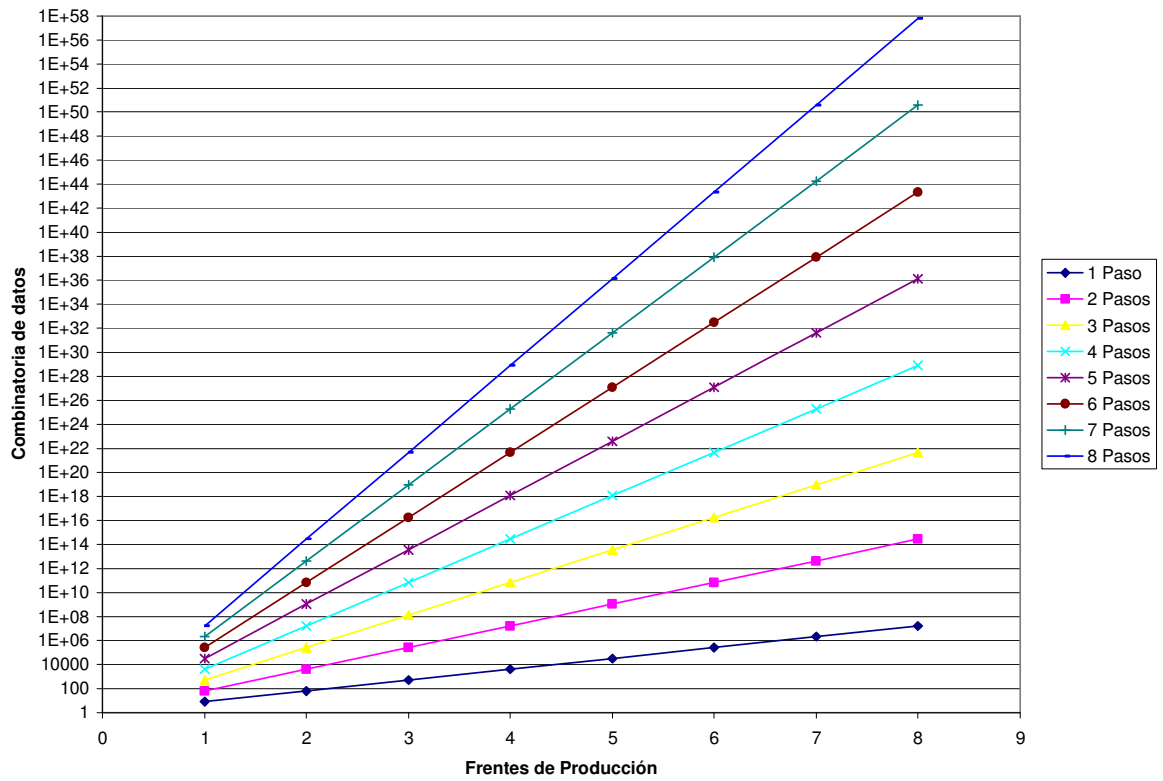
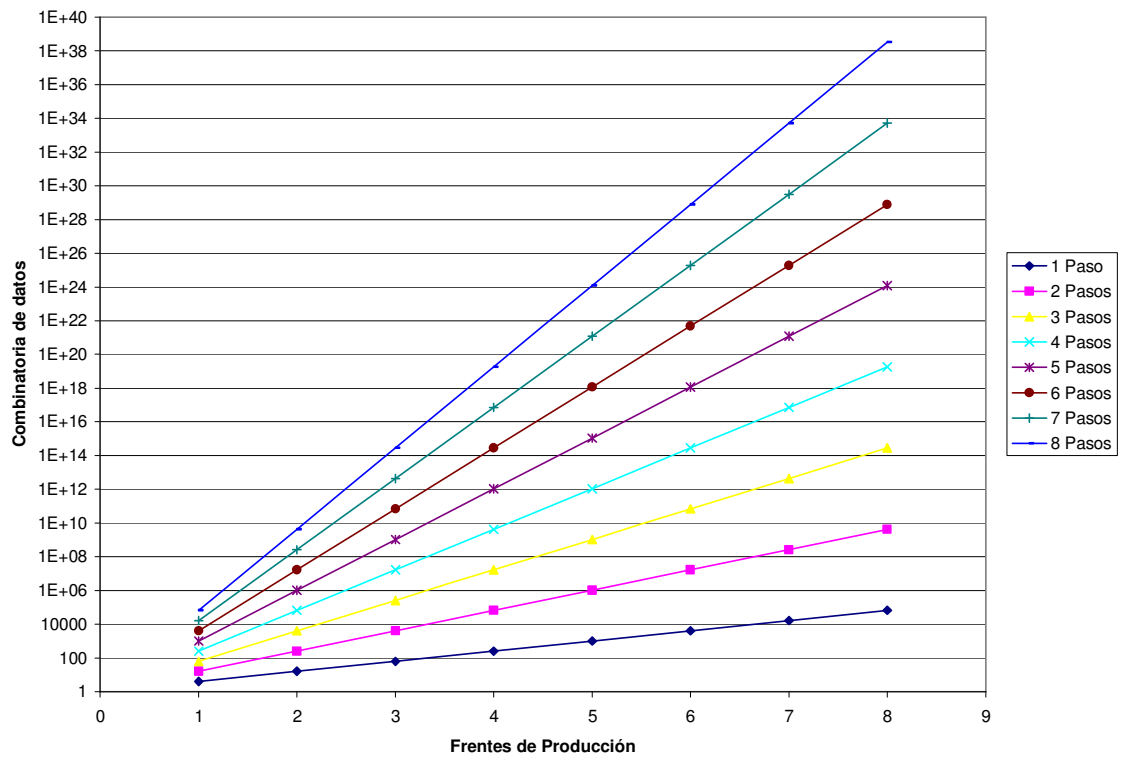


Figura 13: Número de combinaciones para 4 posibilidades (arriba) y 8 posibilidades (abajo) en función de la cantidad de

pasos y número de frentes.

Dado que la capacidad computacional del software MATLAB que se utiliza en este trabajo tiene limitadas las dimensiones de las matrices en alrededor unas decenas de millones de datos, se eligió un número de posibilidades igual a cuatro ($Pos = 4$), un número de pasos igual a seis ($n' = 6$) y el número de frentes simultáneas igual a dos ($m = 2$), obteniendo una combinatoria $Comb = 1.048.576$. A pesar de esto, la metodología es totalmente general.

El modelo de bloques del banco considera como atributo solamente la ley media del bloque, esto es por simplicidad de la implementación computacional.

La programación del código no se realiza de manera recursiva, por ende a medida que se aumentan los pasos, las líneas de código aumentan proporcionalmente a la combinatoria de caminos posibles. La rutina primordial para la solución del problema debe entrega todos los caminos posibles de seis pasos para una frente, ver esquema Figura 14.

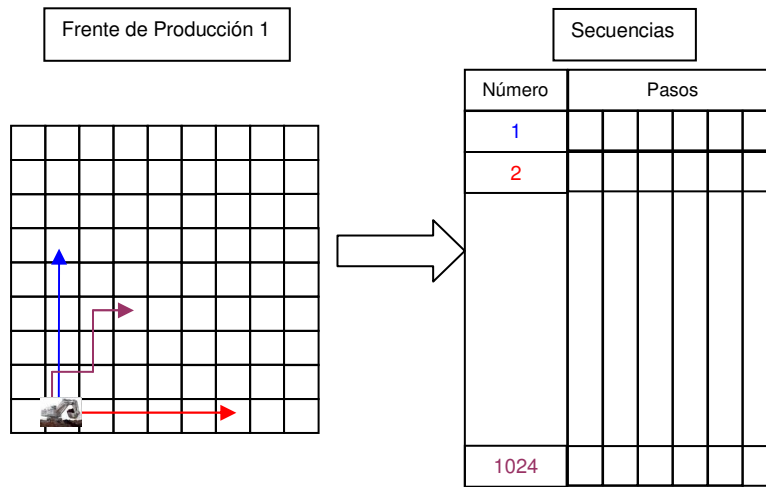


Figura 14: Esquema para una frente de producción.

Para el caso de dos frentes simultáneas se combina la información de los bloques pertenecientes a cada frente, tal como se muestra en la Figura 15.

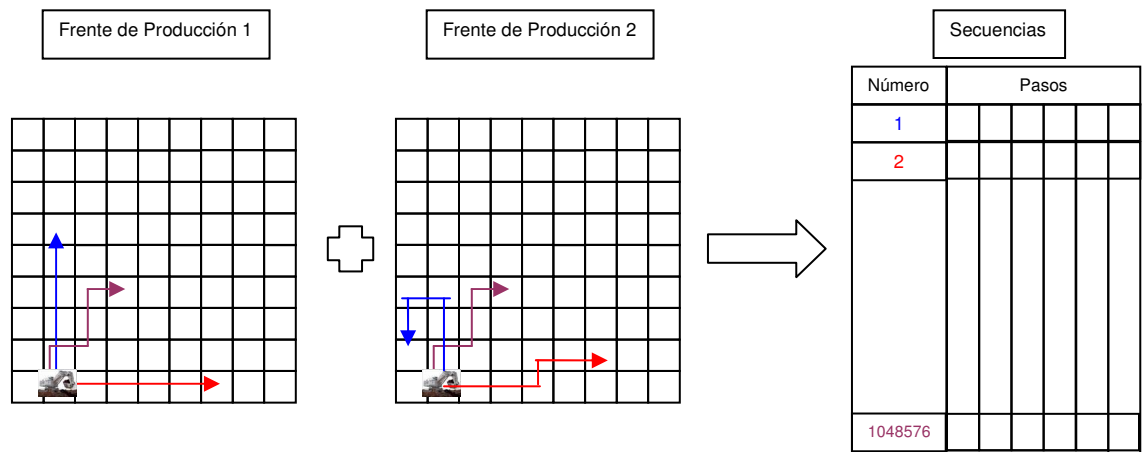


Figura 15: Esquema para dos frentes de producción simultáneas.

Para la combinación de los bloques se cuenta con ocho posibles casos acorde a la tabla siguiente. En la combinación se almacenan cuatro parámetros:

- a) Parámetro 1: Ley de Cu.
- b) Parámetro 2: Cantidad de finos.
- c) Parámetro 3: Tonelaje de mineral.
- d) Parámetro 4: Beneficio económico.

En cada uno de los ocho posibles casos los cuatro parámetros anteriormente expuestos toman valores distintos:

Caso	Frente 1	Frente 2	Parámetro 1	Parámetro 2	Parámetro 3	Parámetro 4
1	Mineral	Mineral	Promedio de las leyes de la frente de producción 1 y la frente de producción 2.	Suma de los finos de la frente de producción 1 y de los finos de la frente de producción 2	Suma del tonelaje de la frente de producción 1 y del tonelaje de la frente de producción 2.	Suma del beneficio económico del bloque de la frente 1 y el beneficio económico de la frente 2.
2	Mineral	Estéril	Ley de la frente de producción 1.	Finos de la frente de producción 1.	Tonelaje de la frente de producción 1.	Beneficio económico del bloque de la frente1 más el costo de extracción del bloque de la frente 2.
3	Mineral	Extraído	Ley de la frente de producción 1	Finos de la frente de producción 1.	Tonelaje de la frente de producción 1.	Beneficio económico del bloque de la frente1 más una penalización económica por pasar por el mismo camino.
4	Estéril	Mineral	Ley de la frente de producción 2.	Finos de la frente de producción 2.	Tonelaje de la frente de producción 2.	Beneficio económico del bloque de la frente 2 más el costo de extracción del bloque de la frente 1.
5	Extraído	Mineral	Ley de la frente de producción 2.	Finos de la frente de producción 2.	Tonelaje de la frente de producción 2.	Beneficio económico del bloque de la frente2 más una penalización económica por pasar por el mismo camino.
6	Estéril	Estéril	Cero	Cero.	Cero.	Costo de extracción del bloque de la frente 1 más el costo de la extracción del bloque de la frente 2.
7	Estéril/ Extraído	Extraído/ Estéril	Cero	Cero	Cero.	Costo de extracción de un bloque de mineral más una penalización económica por pasar por el mismo camino.
8	Extraído	Extraído	Cero.	Cero.	Cero.	Dos penalizaciones económicas por pasar por el mismo camino.

Para seleccionar el mejor camino se debe definir una función objetivo, para ello primero se debe esclarecer lo que se busca maximizar, o minimizar. Los requerimientos o criterios que se utilizarán para la selección del mejor camino serán:

1. Maximización de beneficio económico (α).
2. Ley de alimentación a planta cercana a una ley objetivo (β).
3. Ley de alimentación a planta, lo menos variable posible (γ).

En este caso la función objetivo se considera como la combinación lineal de tres sub-funciones objetivos, es decir,

$$f(\alpha, \beta, \gamma) = \lambda_1 p(\alpha) + \lambda_2 q(\beta) + \lambda_3 r(\gamma) \quad (19)$$

Luego el problema a solucionar es:

$$\min\{f(\alpha, \beta, \gamma)\} \quad (20)$$

Los ponderadores λ_i se definen una sola vez y no se cambian a lo largo de la simulación, su valor depende de la importancia que se le asigne al criterio correspondiente. Para la realización de este trabajo se definen tres criterios de optimización:

1. Componente Económica: La función $p(\alpha)$ representa la variable económica del camino, la cual se cuantifica como la diferencia cuadrática normalizada entre el beneficio del camino y el máximo beneficio de todos los caminos. El beneficio económico del camino se determina en base a una serie de parámetros que se mencionan a continuación:

- a. Densidad del bloque (ρ) [ton/m³].
- b. Volumen del bloque (V) [m³].
- c. Precio del mineral (P_{Cu}) [US\$/lb].
- d. Recuperación minera (rec_{min}) [%].
- e. Recuperación metalúrgica, (rec_{meta}) [%].
- f. Ley del bloque (L_B) [%].

- g. Costo mina (CM) [US\$/Ton].
- h. Costo planta (CP) [US\$/Ton].
- i. Costo refinación y fundición (CRF) [US\$/lb]

El beneficio económico del bloque se calcula mediante:

$$B_i = rec_{\min} \cdot \rho \cdot V \{ [L_B \cdot rec_{meta} \cdot 2204.6 \cdot (P_{Cu} - CRF)] - (CM + CP) \} \quad (21)$$

El beneficio del camino se calcula como la sumatoria de todos los bloques del camino, es decir:

$$B_{camino(j)} = \sum_{i=1}^6 B_i \quad (22)$$

Esto corresponde para el cálculo del beneficio de un camino de seis pasos, para una frente de producción. Cuando se combinan dos frentes de producción simultaneas, se aplican los criterios expuestos anteriormente.

El beneficio máximo corresponde a: $B_{\max} = \max_{j=1:1048576} \{ B_{camino(j)} \}$.

Luego la función objetivo que se minimiza es:

$$p(B_{camino(j)}) = \frac{(B_{\max} - B_{camino(j)})^2}{B_{\max}^2} \quad (23)$$

2. **Variabilidad con respecto a la ley óptima de planta:** La función $q(\beta)$ incorpora una condición de homogeneidad en la ley de alimentación a planta. De alguna manera se trata de privilegiar aquellos caminos que entreguen la sucesión de leyes más similar a la ley media. Se incorpora el parámetro: ley óptima de envío a planta (L_{op})[%].

$$q(L_{B(j)}) = \sum_{i=1}^6 \frac{(L_{op} - L_{B(i)})^2}{L_{op}^2} \quad (24)$$

3. **Varianza de los datos:** La función $r(\gamma)$ tiene por objetivo favorecer a los caminos que posean menor variabilidad, es decir, aquellos caminos que, a pesar de no tener una ley similar a la ley objetivo de envío a planta, esta sea constante.

$$r(L_{(j)}) = \frac{1}{6-1} \sum_{i=1}^6 (L_{B(i)} - \bar{L}_{(j)})^2 \quad (25)$$

3.2.4 Rutina Computacional de la Implementación.

La primera parte de la rutina corresponde a la definición de los parámetros que se utilizarán tanto en la función objetivo como en el resto de las funciones, en particular: dimensión de las frentes de producción, ley de corte del mineral, costo mina, costo planta, costo de refinación y fundición, densidad del mineral, volumen del bloque, precio del cobre, recuperación minera, recuperación metalúrgica, ley objetivo de envío a planta, ponderadores para la función objetivo ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$), punto inicial y restricciones geométricas.

Luego se carga el modelo de bloque y se seleccionan dos frentes de producción como se muestra en la Figura 16.

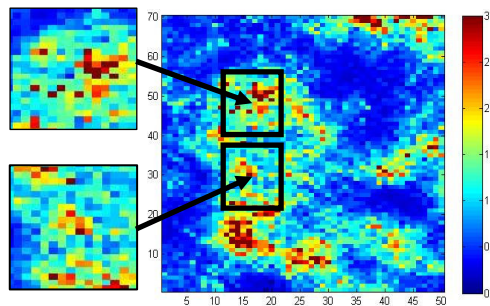


Figura 16: Esquema selección de las dos frentes a partir de un banco.

Se define como estéril todo aquel bloque que posea una ley media estrictamente menor que la ley de corte del mineral.

Con respecto a la restricción espacial o geométrica del avance de la pala se propone lo siguiente:

- Se define una posición inicial del área de avance, que por conveniencia se decide arbitrariamente que coincida con el punto inicial de la pala en cada una de las frentes de producción (Figura 17).
- Se define un área de avance de la pala (número de bloques (n_x) a lo largo del eje X y número de bloques (n_y) a lo largo del eje Y). Ver Figura 18.
- Se define un número de pasos o número de extracciones que se deben realizar antes de cambiar la posición inicial del área de avance. Este número corresponde a $nn = (2n_x - 1)(2n_y - 1)$, esta nueva posición inicial del área de avance corresponderá a la posición de la pala ocurrida la extracción de los nn bloques (Figura 19).

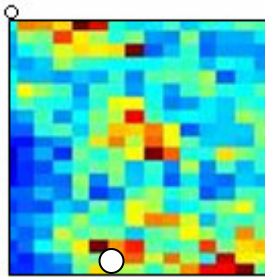


Figura 17: Esquema de la posición inicial de la pala.

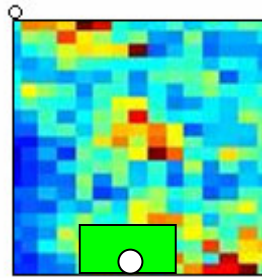


Figura 18: Esquema de la posición inicial de la pala y el área de avance.

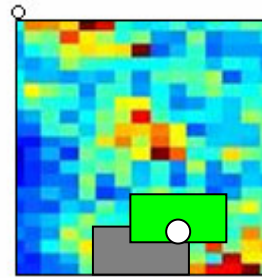
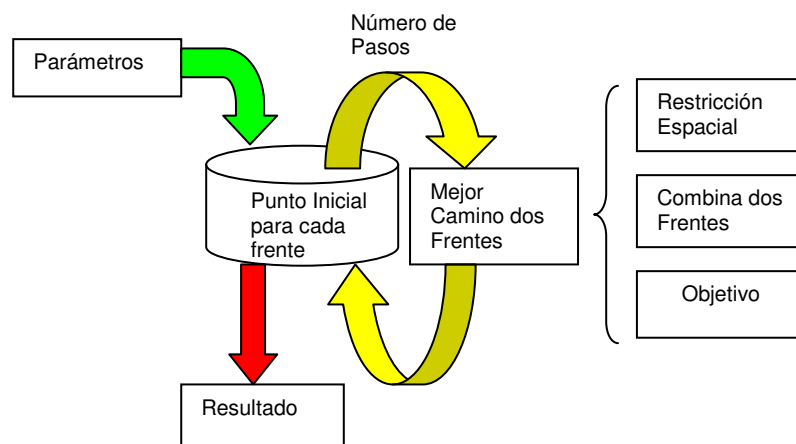


Figura 19: Esquema de la posición de la pala y de la nueva posición inicial del área de avance.

La rutina “Mejor Camino 2 Frentes” (programada en MATLAB) entrega el camino óptimo de seis pasos que se pueden realizar a partir de un punto inicial para cada una de las dos frentes (el mejor de las 1.048.576 combinaciones). Los caminos que no cumplen la restricción espacial son eliminados mediante la rutina “Restricción Espacial”. La rutina encargada de combinar los caminos que pueden realizar dos palas independientes en dos frentes de producción simultáneas corresponde a la rutina “Combina 2 Frentes”. Finalmente la función llamada “Objetivo” evalúa cada uno de las 1.048.576 combinaciones y determina cual es la combinación de caminos óptima (camino de la frente 1 y camino de la frente 2).

En resumen, la función “Mejor Camino 2 Frentes” entrega el camino de la frente 1 y el camino de la frente 2 que minimizan la función objetivo, junto con, la ley, el fino, el tonelaje y el beneficio económico de cada bloque que compone cada uno de los caminos.

Finalmente se obtiene la secuencia de extracción de cada frente.



3.2.5 Ejemplos de Funcionamiento

Las pruebas que se realizaron para validar la aplicación computacional desarrollada en este trabajo de título se encuentran especificadas en “Anexo B: Validación del algoritmo de extracción”. A continuación se muestran algunos ejemplos básicos.

1. El primer ejemplo consiste en imponer que la ley de alimentación a planta sea constante. Para el desarrollo de este ejemplo se libera la restricción espacial y se utiliza como función objetivo la variabilidad con respecto a la ley óptima de planta, definiendo una ley óptima de envío a planta igual a 1.5%. El resultado se muestra en la Figura 20.

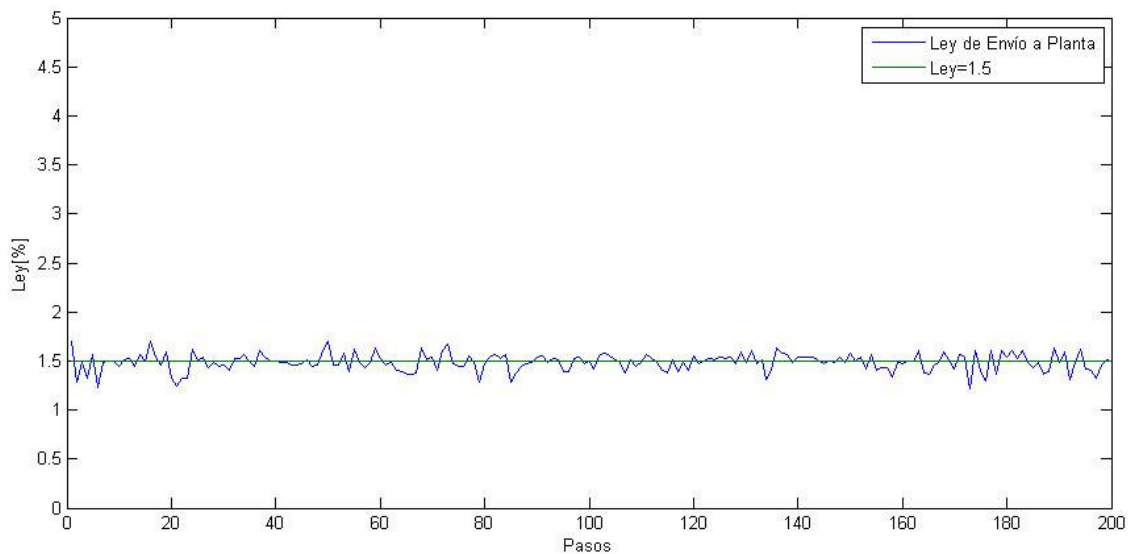


Figura 20: Ley de extracción en función del tiempo

Luego de realizar esta prueba, se puede apreciar una baja variabilidad a lo largo de toda la secuencia de extracción.

2. En el segundo ejemplo se incorpora además la restricción espacial. A continuación se aprecia la secuencia seguida por la pala en la extracción del mineral, ver Figura 21 a Figura 24.

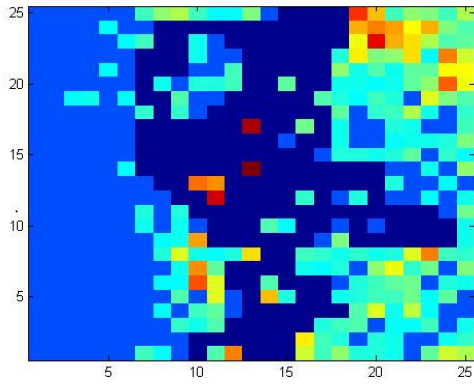


Figura 21: Simulación de la extracción de una frente sin restricción espacial.

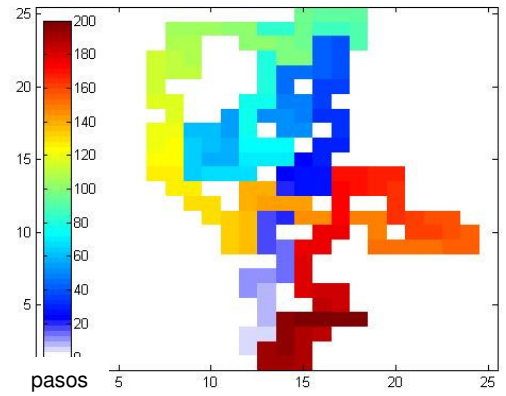


Figura 22: Orden de la extracción de una frente sin restricción espacial.

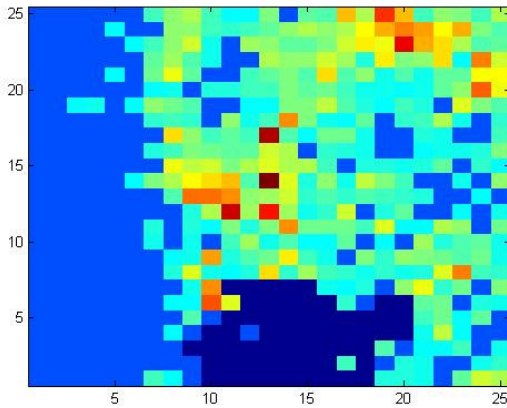


Figura 23: Simulación de la extracción de una frente con restricción espacial.

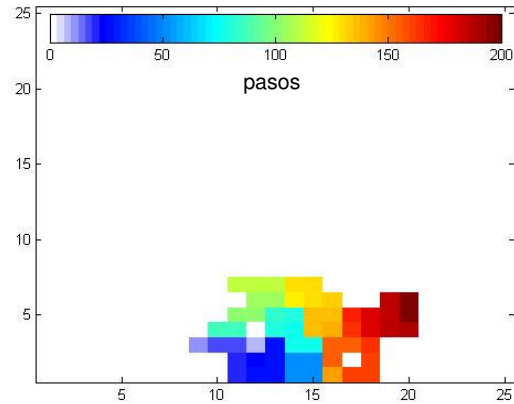


Figura 24: Orden de la extracción de una frente con restricción espacial.

Se aprecia claramente la diferencia entre la extracción sin restricción espacial y aquella con restricción espacial. En el segundo caso se manifiesta un comportamiento de avance en bloques, el cual representa más fielmente la extracción real en un yacimiento. El condicionante del avance en la restricción es forzar a la pala a extraer un cierto número de bloques antes de avanzar a otro grupo o área de extracción. Lo que provoca que en algunos casos se deba extraer estéril para continuar el avance, no llegando mineral a la alimentación. Esta limitante operacional se puede utilizar para el dimensionamiento de stock piles con el fin de suplir la falta de mineral.

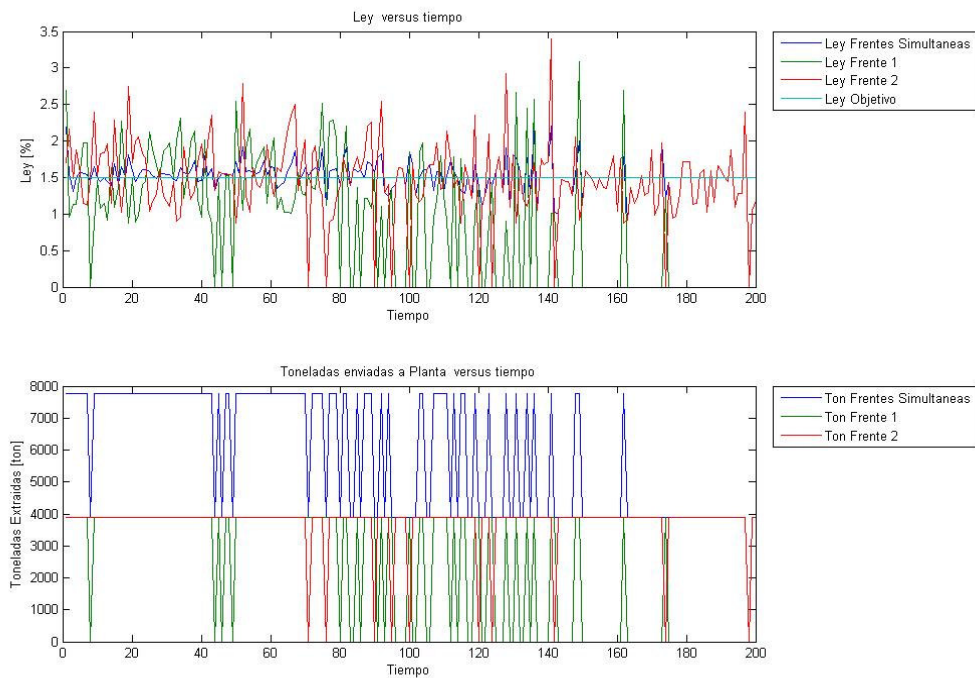


Figura 25: Simulación de ley y tonelaje de alimentación a planta sin restricción espacial.

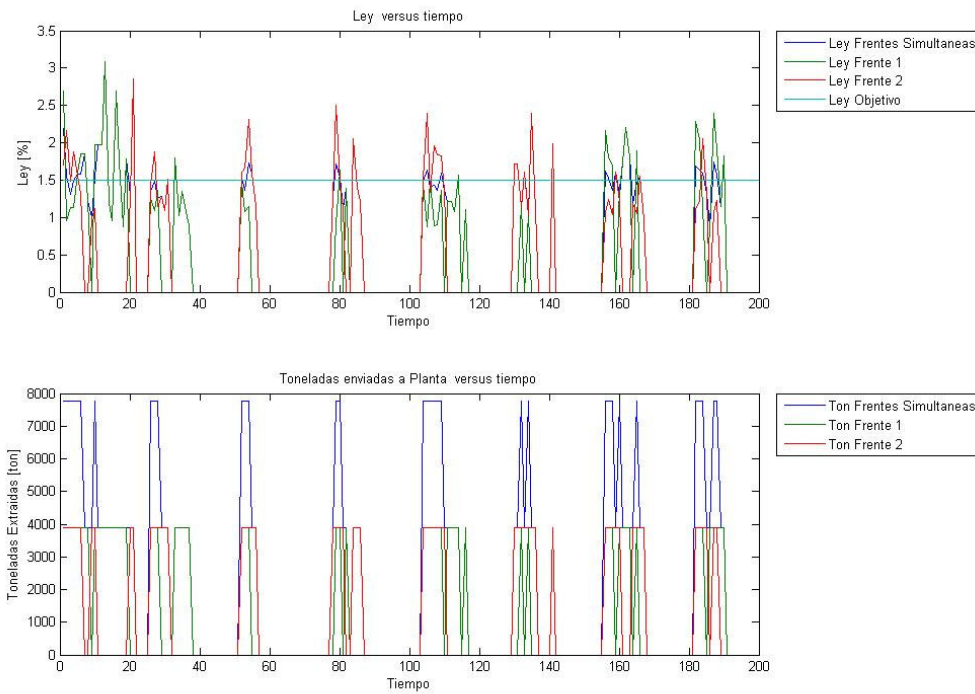


Figura 26: Simulación de ley y tonelaje de alimentación a planta con restricción espacial.

3.3 Metodología para la Comparación entre los Distintos Modelos de Ley

Para la comparación de los distintos modelos de ley, se implementa la simulación de extracción a cada uno de los modelos, analizando la respuesta de cada modelo de leyes con la respuesta entregada al simular la extracción del modelo considerado “real”.

La simulación de la extracción entrega la secuencia de p (número de pasos) bloques extraídos dado un punto de inicio.

Se define como realidad a la secuencia entregada por la simulación de extracción aplicada al modelo de estimación de leyes utilizando kriging ordinario con datos de pozos de tronadura.

Se estudian las diferencias o variaciones entregadas por cada uno de los modelos de ley estudiados en este trabajo con respecto al modelo definido como realidad.

Se calculan las estadísticas del error definido como la diferencia entre la realidad y el modelo estudiado.

Se calcula la esperanza de la ley enviada a planta de las simulaciones con el fin de poder comparar la simulación secuencial con la simulación de la extracción “real”.

4. Caso de Estudio

El caso de estudio de este capítulo corresponde a un esfuerzo para mostrar la metodología propuesta utilizando datos reales. Los datos utilizados corresponden a pozos de tronadura y sondajes de exploración de la mina Andina perteneciente a CODELCO Chile. Se realiza el estudio variográfico de los pozos de tronadura, junto con los sondajes de exploración. Se busca estimar un banco de producción de dimensiones 500x700x12[m]. En este banco de producción se estimarán y simularán las leyes en una malla de 50x70x1 nodos, obteniendo un total de 3500 nodos, con dimensiones de bloque de 10x10x12[m].

La idea es anticipar la variabilidad de corto plazo a partir de los datos disponibles (sondajes y pozos de tronadura). Los sondajes se consideran como los datos de largo plazo que se utilizan para generar los modelos de ley que se estudiarán. Los datos de pozos de tronadura tendrán dos funciones: la primera es que con ellos se realizará un kriging ordinario, y este modelo será considerado realidad; la segunda función es que se utilizarán los datos del banco superior al banco de estudio para el entrenamiento de las estadísticas de múltiples puntos.

4.1 Información Disponible

Se posee una base de datos de sondajes con 2376 datos cuya ley promedio es de 1.05% CuT y otra base de datos de pozos de tronadura con 20893 datos, cuya ley de cobre promedio es de 1.17% CuT. Con el fin de revisar la continuidad espacial de los datos se despliegan en una perspectiva 3D, vista isométrica (Figura 27).

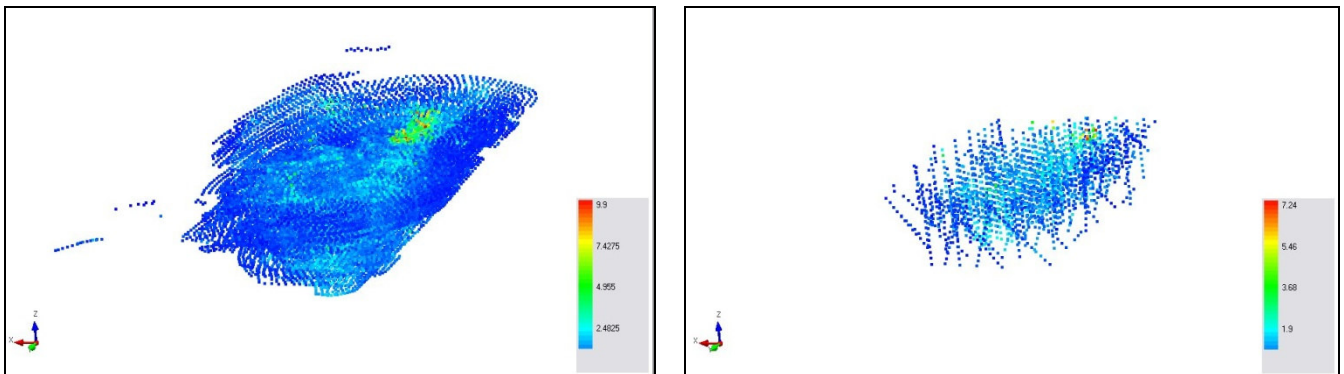


Figura 27: Izq: Vista en perspectiva de datos de pozos. Der: Vista en perspectiva de datos de sondajes.

Las estadísticas básicas de los atributos contenidos en la base de datos de sondajes y en la base de datos de pozos se muestran en la Tabla 1 y Tabla 2.

Número de datos	20893
Variable de estudio	Ley Cu
Media[%]	1.17
Desviación estándar[%]	0.77
Coefficiente de Variación	0.66
Máximo[%]	9.90
Mediana[%]	1.02
Mínimo[%]	0.01

Tabla 1: Resumen de las estadísticas de los pozos de tronadura

Número de datos	2376
Variable de estudio	Ley Cu
Media[%]	1.05
Desviación estándar[%]	0.64
Coefficiente de Variación	0.61
Máximo[%]	7.24
Mediana[%]	0.94
Mínimo[%]	0.12

Tabla 2: Resumen de las estadísticas de los sondajes

4.1.1 Geología del Yacimiento

Los datos corresponden a un depósito porfídico de cobre ubicado en Chile. La roca caja esta compuesta por granodiorita donde se han emplazado brechas de turmalinas. Dentro de la turmalina se identifican sulfuros como calcopirita, pirita, molibdenita y algo de bornita. La brecha turmalina posee una alta ley de cobre (alrededor de un 1.2% CuT).

4.2 Estudio Exploratorio

Para apreciar la distribución que sigue la variable cobre se realizan los histogramas que se muestran a continuación (Figura 28 y Figura 29)

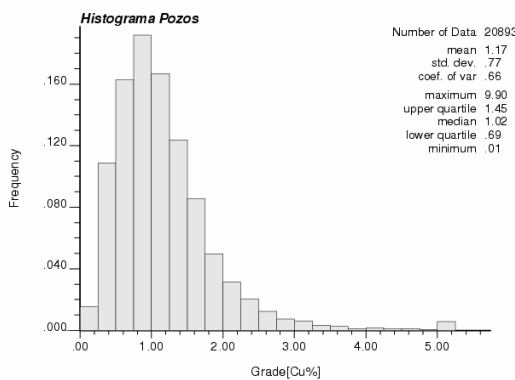


Figura 28: Histograma de la ley de cobre de pozos.

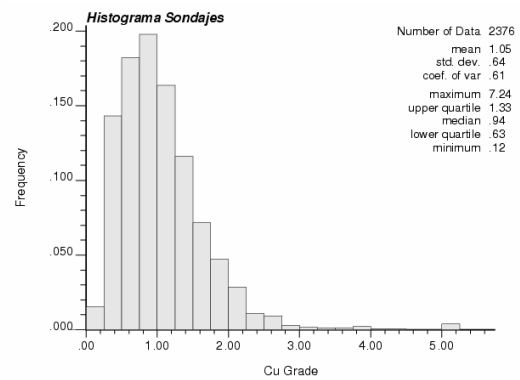


Figura 29: Histograma de la ley de cobre de sondajes.

Se aprecia una distribución lognormal de la ley de cobre, para ambas bases de datos.

Se escoge un banco al cual se le aplicará la metodología descrita en el capítulo anterior. El criterio de selección de este banco corresponde a elegir aquel banco que contenga un número razonable de sondajes y pozos, además de que su banco superior también contenga una cantidad considerable de datos de pozos de producción, para así poder determinar las estadísticas de múltiples puntos. Se muestran los histogramas de la elevación para cada base de datos (Figura 30 y Figura 31)

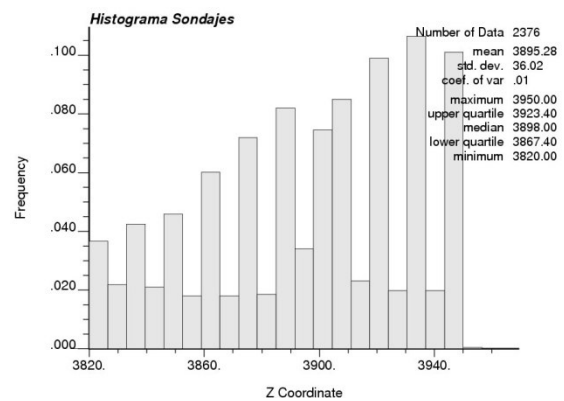
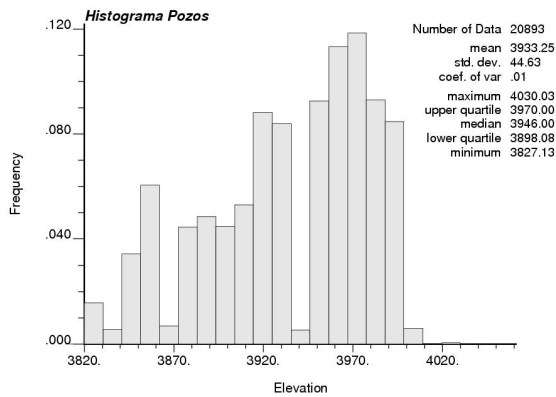


Figura 30: Histograma de la elevación de pozos.

Figura 31: Histograma de la elevación de sondajes.

Al observar los histogramas se elige la cota 3946[m] de los sondajes y de los pozos (según la base de datos de los pozos la elevación 3946[m] corresponde al banco 3940), mientras que el banco 3952 se elige para el entrenamiento de las MPS (su cota es de 3958[m]). A continuación se muestran la distribución espacial de los sondajes (Figura 32) y pozos para los bancos elegidos (Figura 33 y Figura 34)

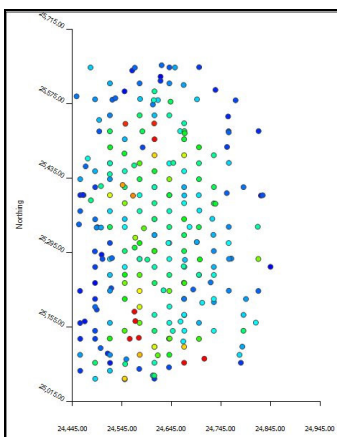


Figura 32: Distribución espacial de sondajes banco 3940.

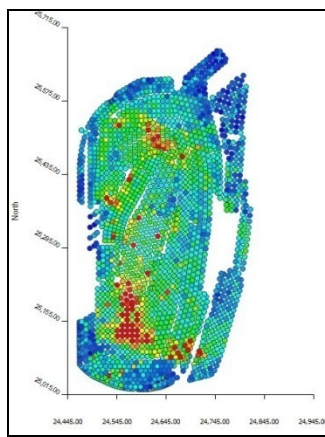


Figura 33: Distribución espacial de pozos de tronadura banco 3940.

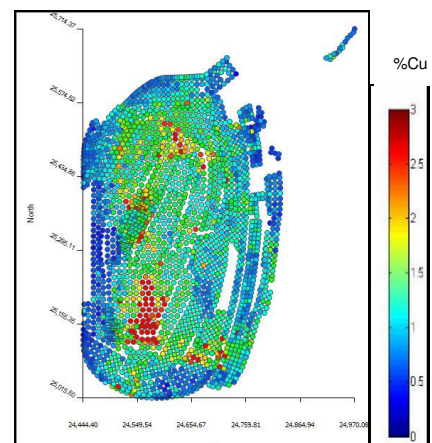


Figura 34: Distribución espacial de pozos de tronadura banco 3952.

Se puede apreciar que en los sondajes se cuenta con un espaciamiento medio de 30 metros en la dirección Norte–Sur y 50 metros en la dirección Este-Oeste, mientras que los pozos de tronadura poseen un espaciamiento medio de 10 metros en la dirección Norte-Sur y de 10 metros en la dirección Este-Oeste. Para apreciar la distribución de la ley de cobre en cada uno de los bancos seleccionados se realiza un histograma para los sondajes (Figura 35), los pozos de banco 3940 (Figura 36) y los pozos del banco 3952 (Figura 37).

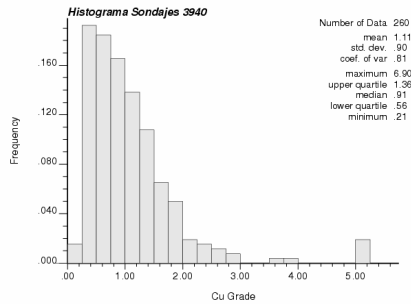


Figura 35: Histograma de leyes en los sondajes (banco 3940).

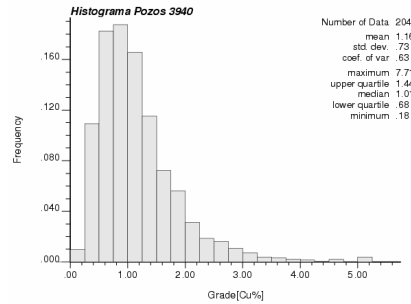


Figura 36: Histograma de leyes en los pozos de tronadura (banco 3940).

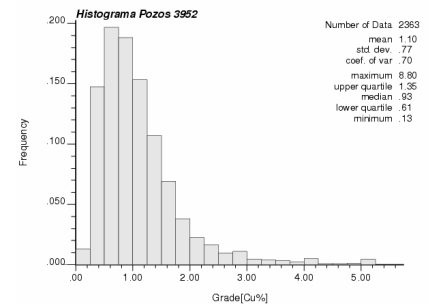


Figura 37: Histograma de leyes en pozos de tronadura (banco 3952).

Se presentan tablas resumen para las estadísticas básicas de las leyes en los sondajes del banco 3940 (Tabla 3), en los pozos de tronadura del banco 3940 (Tabla 4) y en los pozos de tronadura del banco 3952 (Tabla 5).

Número de datos	206
Variable de estudio	Ley Cu
Media[%]	1.11
Desviación estándar[%]	0.90
Coefficiente de Variación	0.81
Máximo[%]	6.90
Mediana[%]	0.91
Mínimo[%]	0.21

Tabla 3: Resumen de estadísticas de ley (sondajes banco 3940).

Número de datos	2048
Variable de estudio	Ley Cu
Media[%]	1.16
Desviación estándar[%]	0.73
Coefficiente de Variación	0.63
Máximo[%]	7.71
Mediana[%]	1.01
Mínimo[%]	0.18

Tabla 4: Resumen estadísticas de ley (pozos de tronadura banco 3940).

Número de datos	2363
Variable de estudio	Ley Cu
Media[%]	1.11
Desviación estándar[%]	0.77
Coefficiente de Variación	0.70
Máximo[%]	8.80
Mediana[%]	0.93
Mínimo[%]	0.13

Tabla 5: Resumen estadísticas de ley (pozos de tronadura banco 3952).

4.3 Análisis Variográfico

4.3.1 Variograma Experimental.

Se realiza un análisis variográfico para los datos de los pozos de tronadura pertenecientes al banco 3940. Con el fin de determinar las direcciones principales de anisotropía se realizan variogramas horizontales cada diez grados con respecto al Norte. Estos poseen 50 pasos con un espaciamiento de 10 metros y una tolerancia de 5 metros, dado que esta combinación permite obtener un variograma relativamente estable. Se obtienen así 18 variogramas, de los cuales se elige el par que posea el menor y mayor alcance (Figura 38). En este caso correspondieron a las direcciones Azimut 40º y Azimut 130º, ambos con inclinación igual a cero (Figura 39).

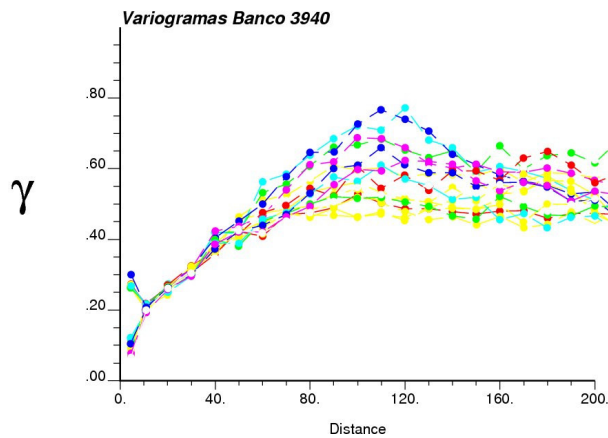


Figura 38: Variogramas direccionales horizontales (banco 3940).

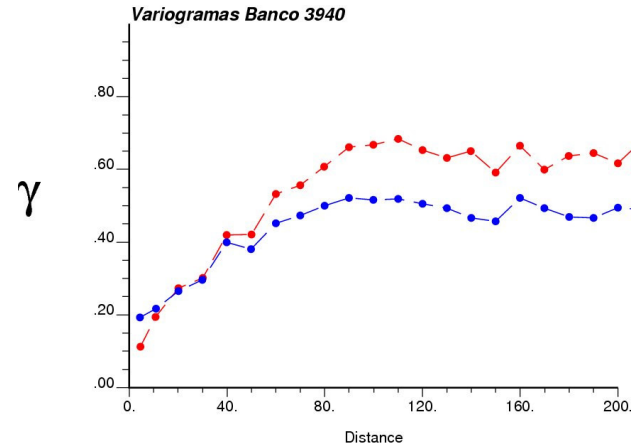


Figura 39: Variogramas direccionales elegidos (banco 3940).

4.3.2 Modelo Variográfico.

El modelo variográfico para las direcciones de Azimut 40º y Azimut 130º consta de un efecto pepita y dos modelos esféricos anidados, en donde el primer alcance corresponde a la dirección N40ºE y el segundo alcance a la dirección N130ºE.

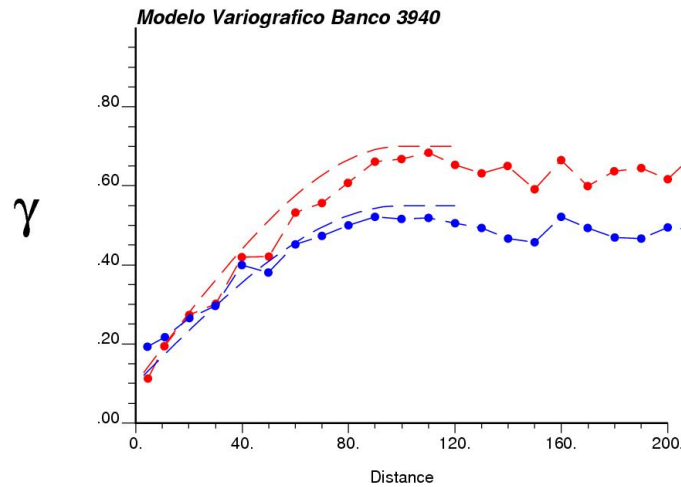


Figura 40: Modelo variográfico banco 3940.

$$\gamma(h) = 0.1 + 0.45esf(100,100) + 0.15esf(100,inf) \tag{26}$$

4.4 Estimación de las Leyes Reales

Antes de realizar la estimación se debe definir la malla de interpolación, la cual corresponde a:

	Mínimo	Máximo	Espaciamiento	Nodos
Coordenada X[m]	24445	24945	10	50
Coordenada Y[m]	25015	25715	10	70
Coordenada Z[m]	3940	3940	12	1

Tabla 6: Malla de Interpolación.

Definida la malla y modelado el variograma experimental, se realiza un Kriging Ordinario de bloques utilizando los datos de los pozos de tronadura del banco 3940, con el programa KT3D de GSLIB. Se considera un radio de búsqueda de 100 metros en la dirección Norte-Sur, 100 metros en la dirección Este-Oeste, y 20 metros en la elevación. Para la estimación de cada nodo, se considera un mínimo de 8 datos y un máximo de 16 datos.

El resultado de esta estimación se visualiza en la Figura 41:

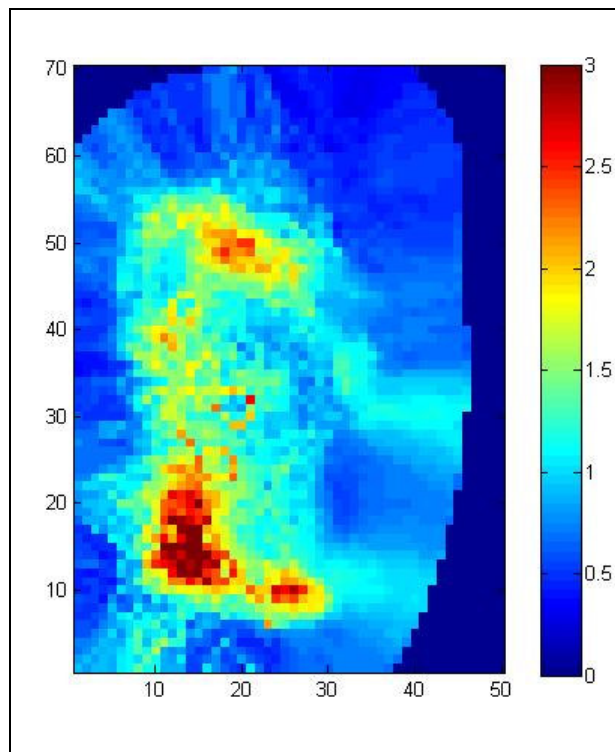


Figura 41: Kriging de ley de pozos (banco 3940).

A continuación se presenta el histograma (Figura 42) y estadísticas básicas de las leyes estimadas (Tabla 7):

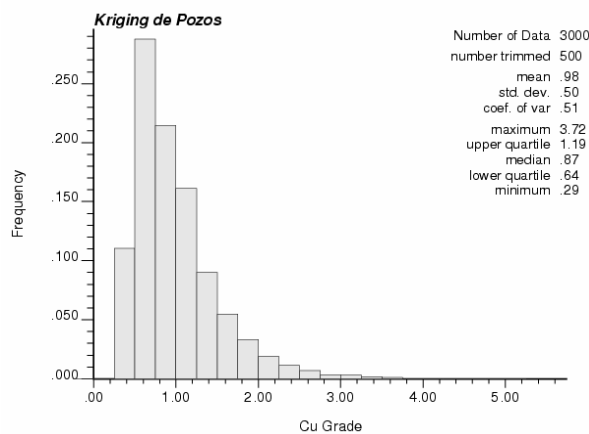


Figura 42: Histograma del kriging de leyes de pozos.

Número de datos	3500
Variable de estudio	Ley Cu
Media[%]	0.98
Desviación estándar[%]	0.50
Coefficiente de Variación	0.51
Máximo[%]	3.72
Mediana[%]	0.87
Mínimo[%]	0.29

Tabla 7: Estadísticas del kriging de leyes de pozos.

Comparando las estadísticas de los pozos de tronadura del banco 3940 (Tabla 4) con respecto a las obtenidas en el kriging (Tabla 7), se observa que existe una disminución en la media (por culpa de la extrapolación en márgenes). También disminuye la desviación estándar y los valores extremos se acercan a la media. Gráficamente se aprecia que el histograma de los valores se suaviza (Figura 42).

4.5 Kriging Ordinario de Leyes Utilizando Datos de Sondajes.

Para la estimación del kriging ordinario usando los datos de sondajes, se utiliza el modelo variográfico calculado con los datos de pozos de tronadura, dado que es el mismo banco.

La malla de interpolación es la misma que aquella presentada en la Tabla 6.

Se realiza un Kriging Ordinario de bloques utilizando los datos de sondajes del banco 3940, con el programa KT3D. Se considera un radio de búsqueda de 100 metros en la dirección Norte-Sur, 100 metros en la dirección Este-Oeste, y 20 metros en la elevación. Para la estimación de cada nodo se considera un mínimo de 8 datos y un máximo de 16 datos

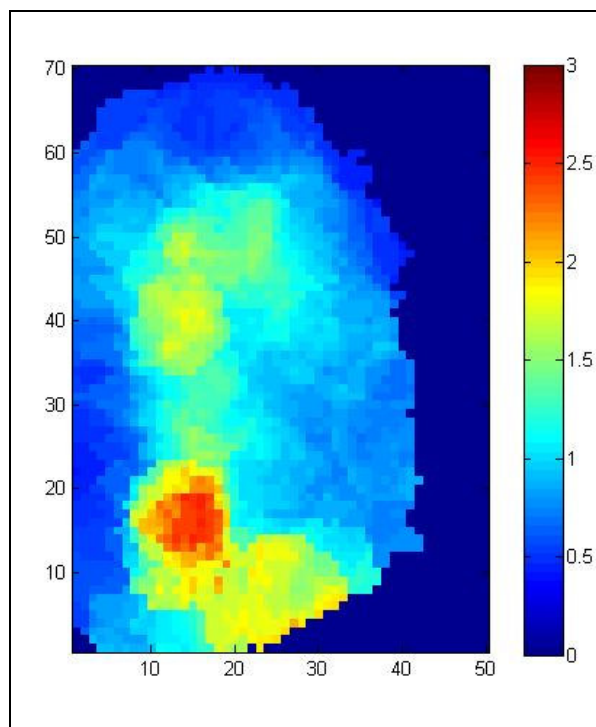
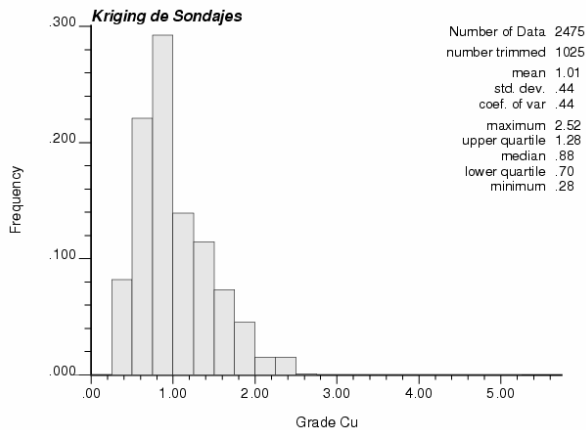


Figura 43: Kriging de ley de sondajes.

A continuación se presenta el histograma (Figura 44) y estadísticas básicas de la estimación (Tabla 8):



Número de datos	3500
Variable de estudio	Ley Cu
Media[%]	1.01
Desviación estándar[%]	0.44
Coefficiente de Variación	0.44
Máximo[%]	2.52
Mediana[%]	0.88
Mínimo[%]	0.28

Figura 44: Histograma kriging de sondajes.

Tabla 8: Estadísticas kriging de sondajes.

Comparando las estadísticas de los pozos de tronadura del banco 3940 (Tabla 4) con respecto a las obtenidas en el laTabla 8, se observa que existe una disminución considerable de la media (por culpa de la extrapolación en márgenes), la desviación estándar y los valores extremos se acercan a la media. La última se debe al mayor suavizamiento producido por la menor cantidad de datos disponibles.

4.6 Simulación Secuencial Gaussiana.

Para la realización de la simulación secuencial Gaussiana usando los datos de sondajes, se utilizan datos desagrupados usando celdas de 40 metros, debido a que el espaciamiento medio es de 50m en la dirección NS y 30m en la dirección EW. La malla de interpolación es igual a la malla mostrada en la Tabla 6:

Se transforman los datos de ley a datos Gaussianos y se comprueba se obtiene un histograma Gaussiano con media cero y varianza uno, tal como se muestra a continuación (Figura 45). Para poder realizar la simulación Gaussiana, se verifica que los datos transformados sigan una distribución bigaussiana. Para ello se realizan dos tests, el primero es un test de comparación del variograma con el madograma (Figura 46), y el segundo es el test de nubes de correlación diferida (Figura 47).

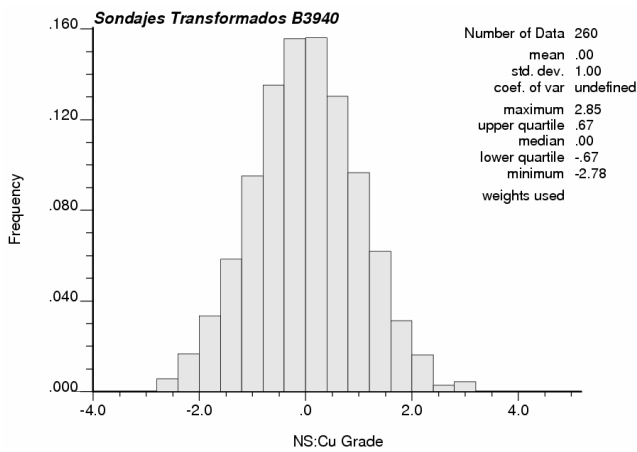


Figura 45: Histograma de los datos Gaussianos.

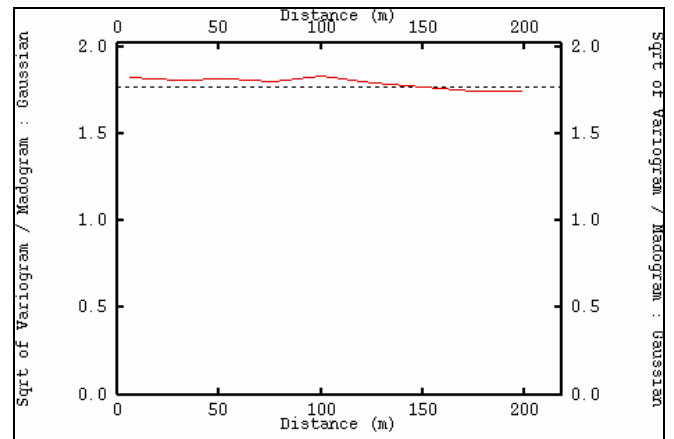


Figura 46: Test de comparación del madograma con el variograma.

El test de comparación del madograma con el variograma consiste en dividir la raíz del variograma por el madograma (variograma de orden 1) y el resultado debiese ser $\sqrt{\pi}$, independientemente de la distancia. Se aprecia que este test se cumple exitosamente, ya que la curva graficada es muy cercana a $\sqrt{\pi} = 1.77$.

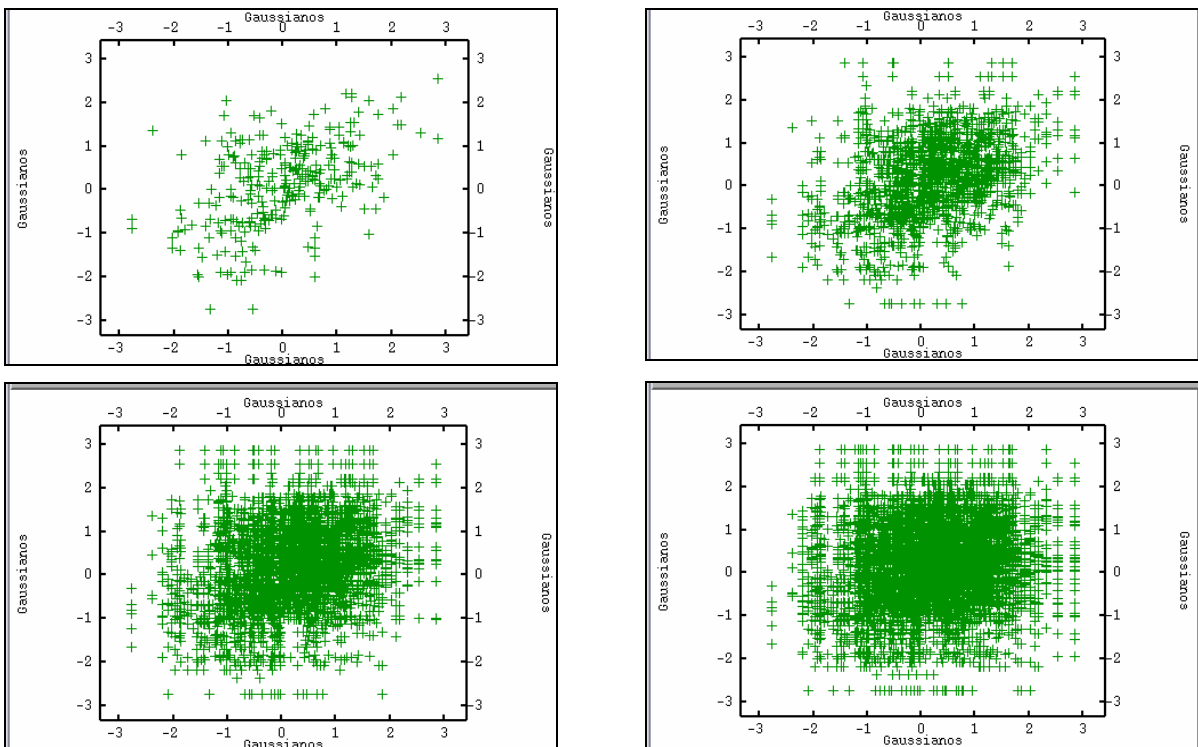


Figura 47: Test nubes de correlación diferida.

Para asegurar la bigaussianidad de los datos, la nube de correlación diferida para distancias pequeñas debe tender a una elipse en torno a la diagonal de 45° , y cuando la

distancia tiende a infinito se debe obtener una nube de correlación circular. En este caso las distancias utilizadas fueron: 25 [m], 60 [m], 90 [m] y 120 [m] respectivamente, cumpliendo el resultado esperado para este test. Se concluye entonces que los datos transformados poseen una distribución bigaussiana, siendo entonces posible la simulación.

4.6.1 Modelo Variográfico.

El modelo variográfico de los datos Gaussianos se realizó para las direcciones de Azimut 40º y 130º en la horizontal, pero debido a su gran parecido se modeló el variograma en forma isótropa.

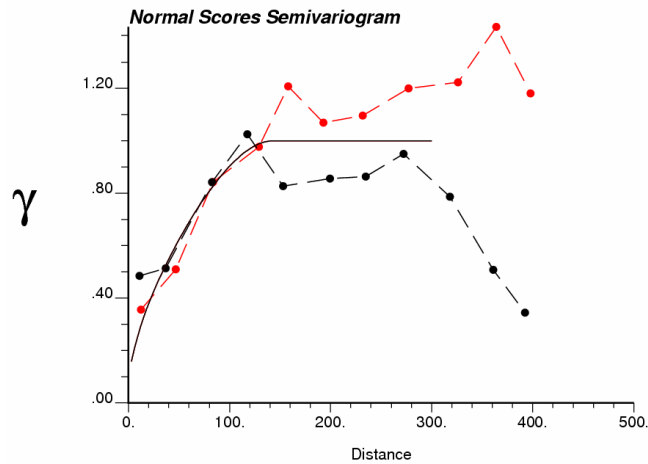


Figura 48: Modelo variográfico de los datos Gaussianos.

$$\gamma(h) = 0.1 + 0.15\text{esf}(35,35) + 0.75\text{esf}(145,145)$$

(27)

4.6.2 Simulación.

Se construyen 100 realizaciones, utilizando un radio de búsqueda de 100 metros en la dirección NS, 100 metros en la dirección EW y 20 metros en la elevación. La cantidad mínima y máxima de datos que se utilizan para simular son 4 y 24 datos respectivamente (en total se cuenta con 206 datos de sondajes en el banco, nodos previamente simulados). El resultado de algunas de las realizaciones se visualiza en la Figura 49.

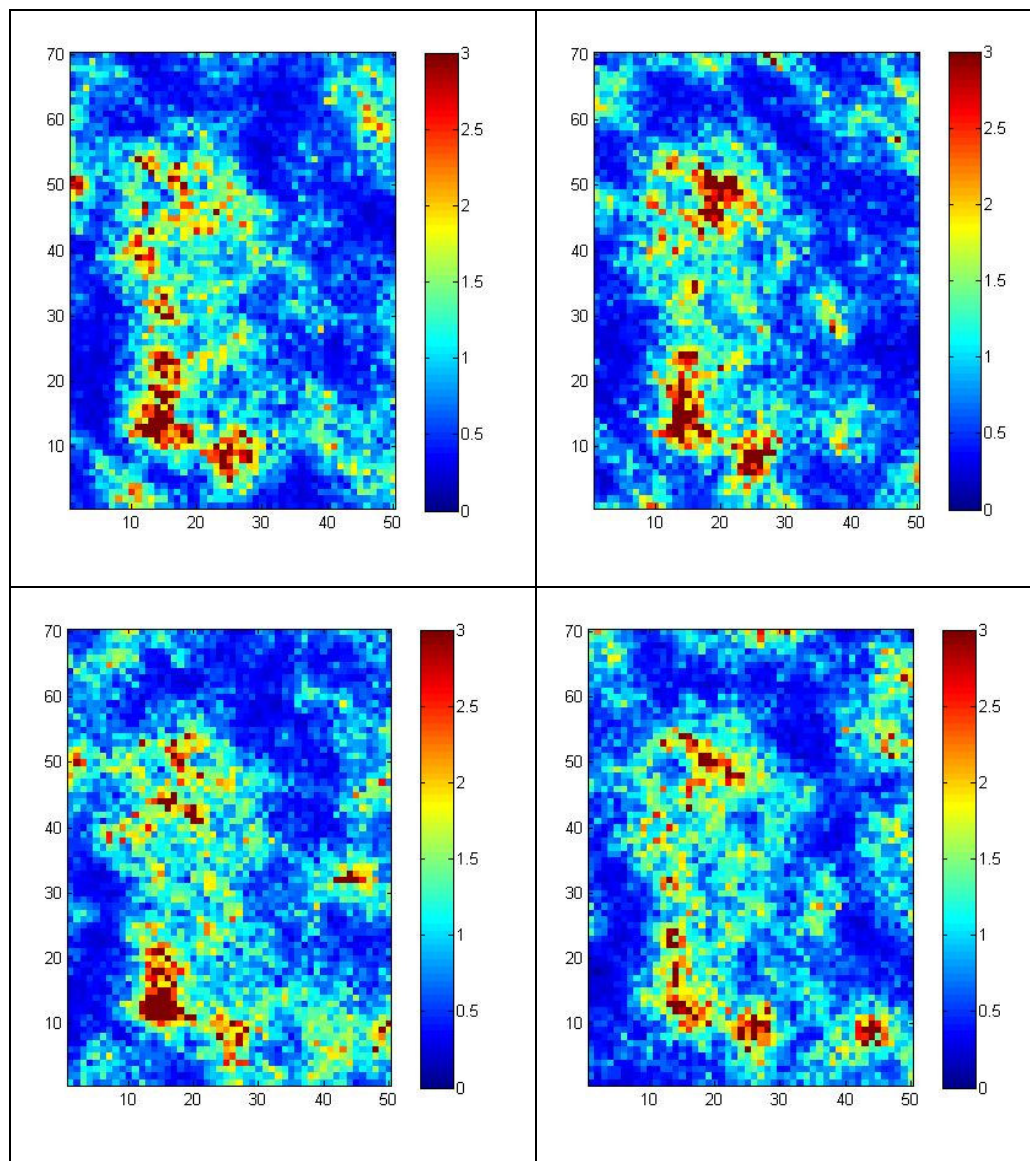


Figura 49: Cuatro realizaciones de la simulación secuencial Gaussiana.

4.6.3 Validación.

Con el fin de validar la simulación, se calcula el variograma promedio de las simulaciones realizadas en el espacio Gaussiano y se compara con el modelo variográfico. El resultado se muestra en la Figura 50. Se concluye que la simulación reproduce satisfactoriamente el modelo variográfico inicial, lo que valida el resultado obtenido.

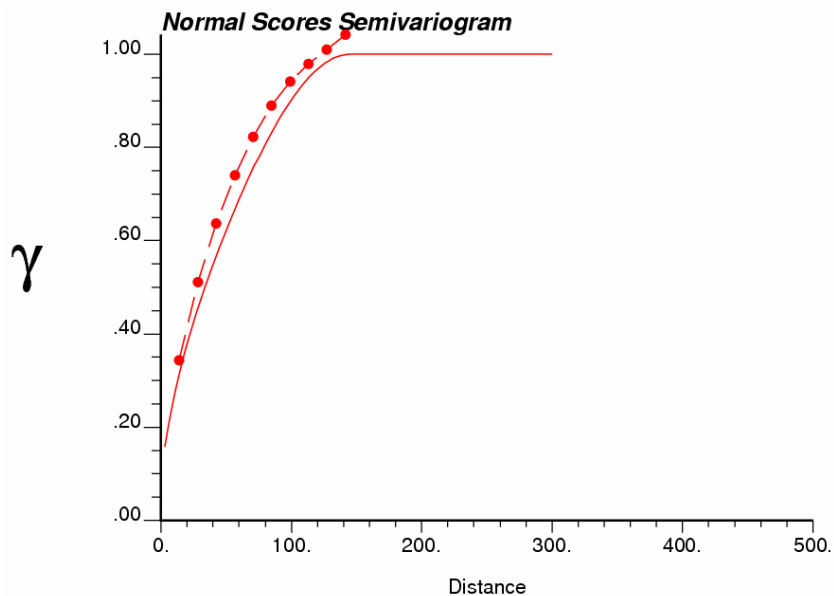


Figura 50: Variograma promedio de las realizaciones (punteado) y modelo variográfico (línea continua).

4.7 Simulación Secuencial Gaussiana con MPS.

Para la realización de la simulación secuencial Gaussiana con estadísticas de múltiples puntos el procedimiento es exactamente el mismo que para la simulación explicada anteriormente. Se utiliza la misma grilla y el mismo modelo variográfico. La diferencia es que se actualiza el modelo de distribución de probabilidades, utilizando el entrenamiento con las estadísticas del banco superior (3952). Los patrones que se utilizan para el entrenamiento de las estadísticas de múltiples puntos son el de un patrón en cruz. El procedimiento de cómo se realiza este proceso se explicó en la sección de antecedentes y para mayor detalle se puede revisar la referencia [13].

4.7.1 Simulación.

Se construyen 20 realizaciones de soporte puntual, con un radio de búsqueda de 100 metros en la dirección NS, 100 metros en la dirección EW y 20 metros en la elevación. La cantidad mínima y máxima de datos que se utilizan para simular son 4 y 24 datos respectivamente. La simulación está condicionada a 206 datos de sondajes y los 2363 datos de pozos de tronadura del banco 3952 son utilizados para el entrenamiento de las estadísticas de múltiples puntos. El resultado de algunas de las realizaciones se visualiza en la Figura 51.

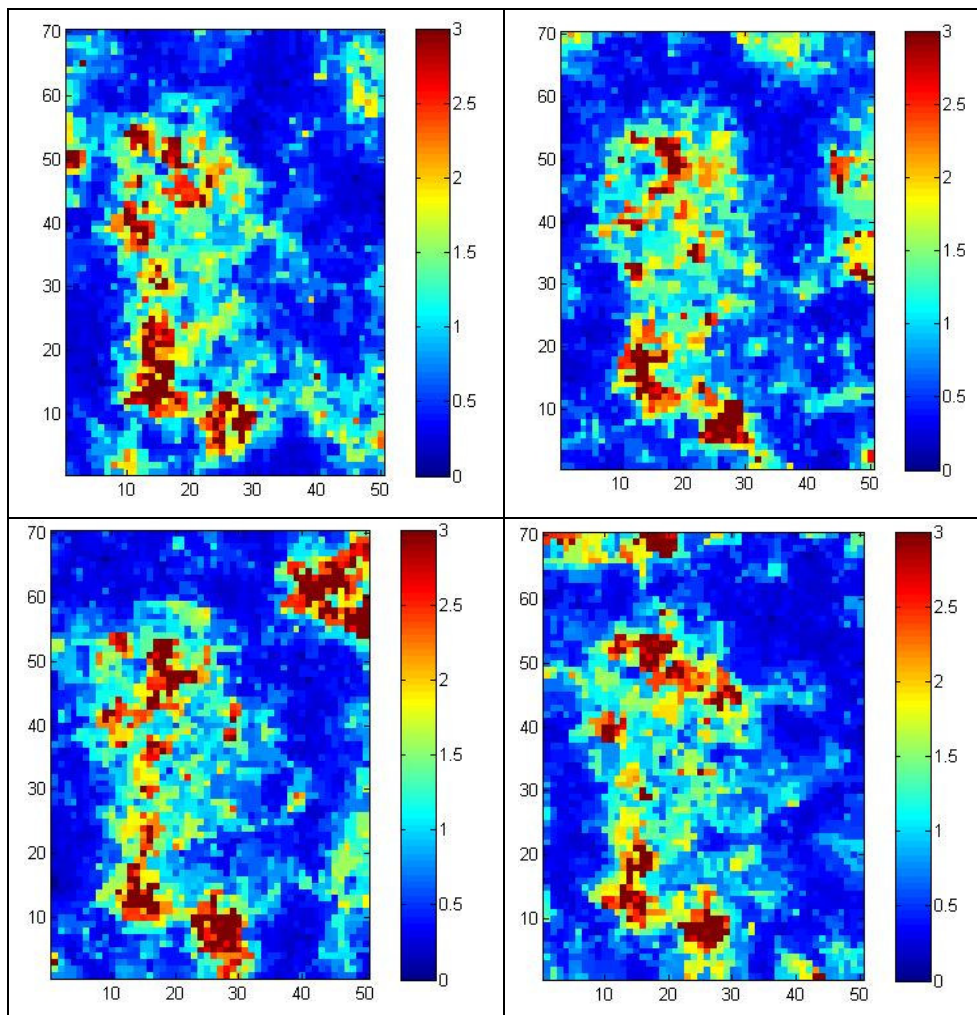


Figura 51: Cuatro realizaciones de la simulación secuencial Gaussiana con MPS.

4.7.2 Validación.

Para validar la simulación, se calcula el variograma promedio de las simulaciones realizadas en el espacio Gaussiano y se compara con el modelo variográfico. El resultado se muestra en la Figura 52, concluyendo que la simulación reproduce el modelo variográfico inicial, lo que valida el resultado obtenido.

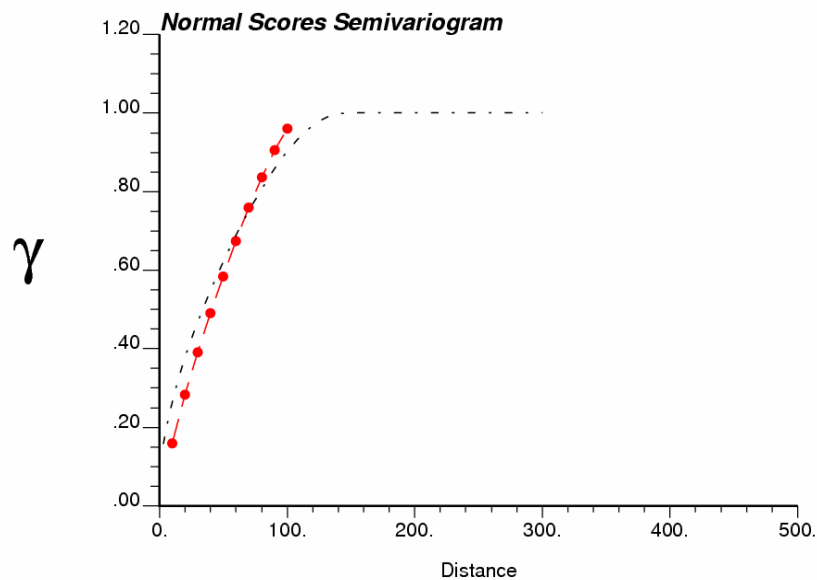


Figura 52: Variograma promedio de las realizaciones (punteado) y modelo variográfico (línea continua).

4.8 Simulación de la Extracción

Como se mencionó en el capítulo de metodología, este algoritmo busca simular la extracción de dos frentes productivas de manera simultánea.

Al algoritmo se le ingresa un modelo de bloques de 70x50 nodos donde cada nodo representa un bloque. Esto implica que cuando se procesa cada realización se asume que la ley del pozo (punto simulado) corresponde a la ley del bloque, es decir, se realiza el método de los polígonos para la asignación de las leyes a los bloques. También se define una ley de corte, correspondiente a la mediana de la base de datos, acorde a la cual se redefinen los bloques del modelo como bloques de estéril y bloques de mineral, los bloques de estéril se consideran con una ley de cobre igual a cero, mientras que los bloques de mineral mantienen su ley original.

La división del modelo de bloques en dos frentes se realiza arbitrariamente. Cada frente es una frente cuadrada de 625 bloques. Para todos los casos estudiados se mantiene fija la ubicación espacial para cada de frente de producción.

Para todas las pruebas que se presentan a continuación, se utilizan los siguientes parámetros en el programa de simulación de extracción:

- Ley de Corte: 0.87%.
- Número de iteraciones o pasos: 200.
- Costo mina: 0.8 [US\$/ton].
- Costo planta: 3.2 [US\$/ton].
- Costo de fundición y refinación: 0.25 [US\$/lb].
- Densidad: 2.7 [ton/m³].
- Volumen del bloque: 10*10*12 [m³]
- Precio del cobre: 1.2 [US\$/lb]
- Recuperación Minera: 95 %.
- Recuperación Metalurgica: 85 %
- Ley objetivo de envío a planta: 1.5 %
- Ponderadores función objetivo
 - $\lambda_1 = \frac{1}{3}$
 - $\lambda_2 = \frac{1}{3}$
 - $\lambda_3 = \frac{1}{3}$
- Punto inicial frente 1: nodo (10,1).
- Punto inicial frente 2: nodo (10,1).
- Restricción espacial en X=5
- Restricción espacial en Y=2

4.8.1 Extracción de la Realidad.

Se realiza la simulación de la extracción para el modelo de leyes considerado como realidad (kriging ordinario de los pozos).

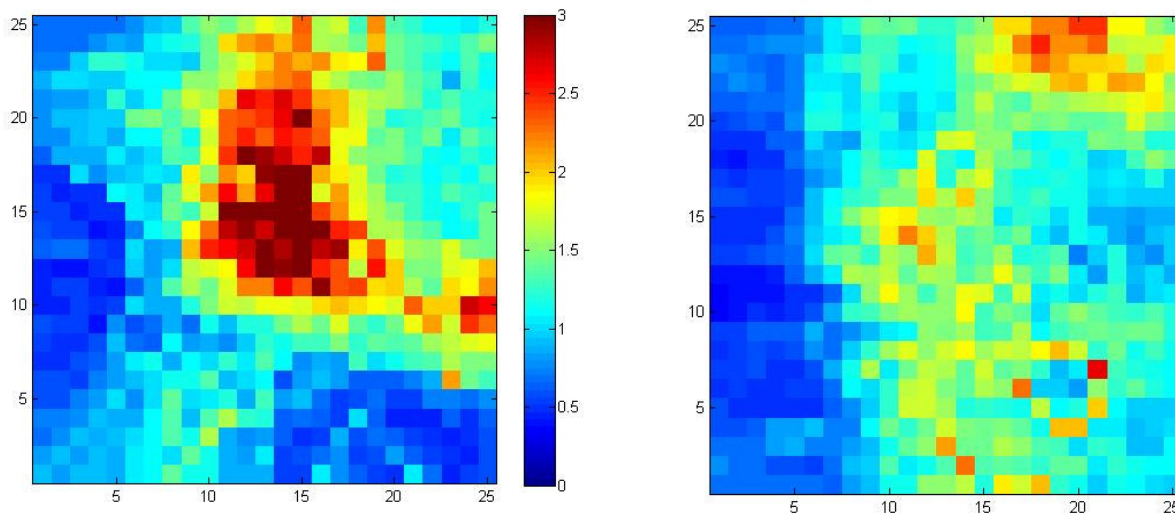


Figura 53: Frente 1 y frente 2.

	Frente 1	Frente 2
Ley máxima [%]	3.72	2.64
Ley media [%]	1.32	1.18
Ley mínima [%]	0.39	0.35

Tabla 9: Estadísticas básicas frente 1 y frente 2

Las variables que se estudian en la simulación de extracción corresponden a la ley de alimentación a planta (Figura 54), el tonelaje total de alimentación a planta, la cantidad de finos y el beneficio económico obtenido.

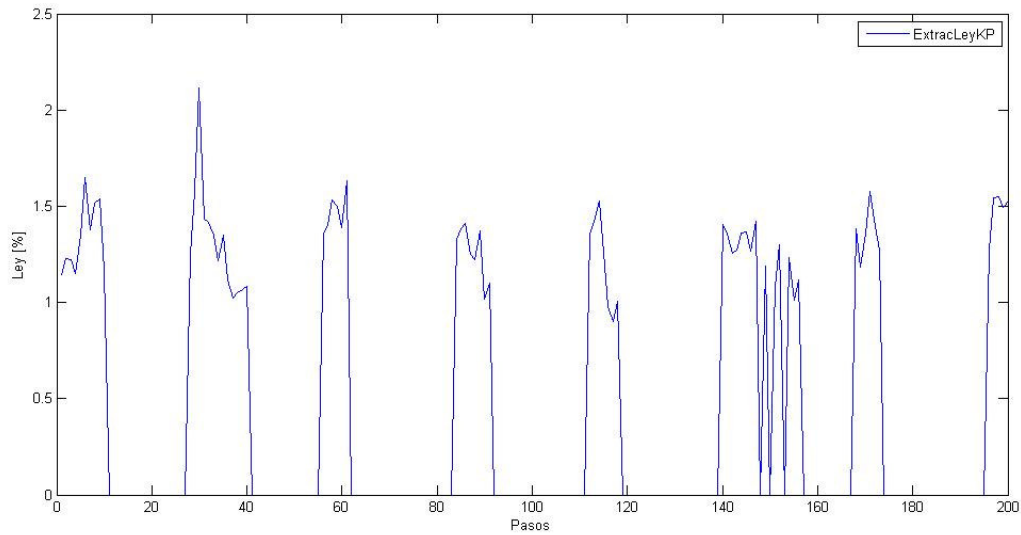


Figura 54: Ley de alimentación a planta (kriging de pozos).

En la figura anterior se muestra la ley de alimentación en función de los pasos. Se puede observar un patrón cíclico en la alimentación de mineral a planta. Este patrón depende de las restricciones geométricas como también de la ley de corte, ya que si la ley de corte es muy alta existen muchos bloques de estéril en el modelo y la restricción geométrica fuerza la extracción de estéril para continuar el avance.

4.8.2 Extracción del Modelo de Kriging Ordinario.

Se ejecuta la extracción del modelo de leyes estimado con un kriging ordinario realizado con los datos de largo plazo (sondajes). Esta extracción se compara con la extracción del modelo considerado como realidad.

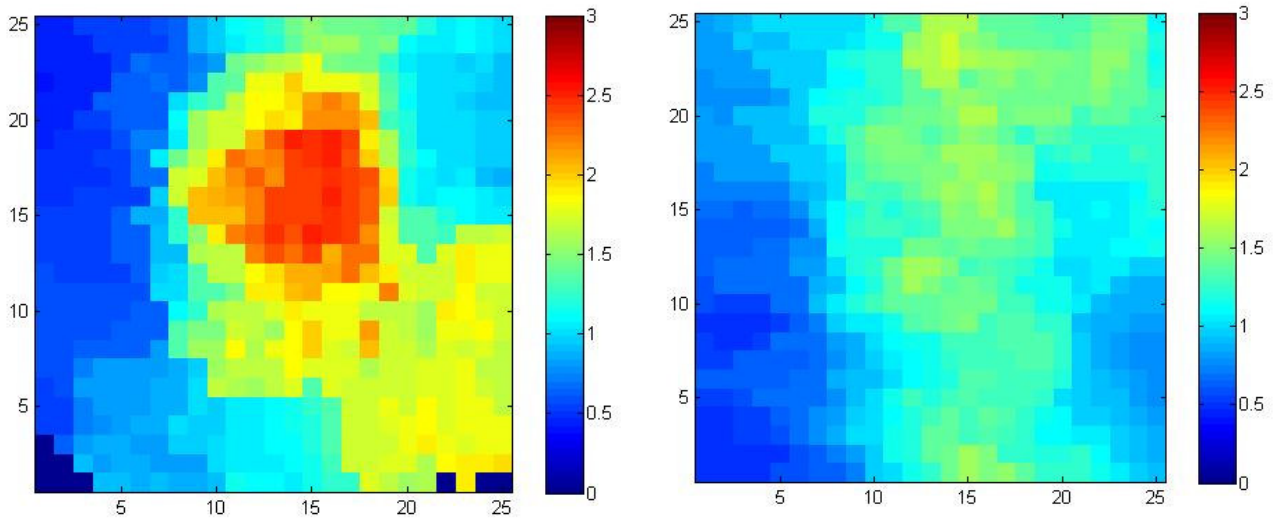


Figura 55: Frente 1 y frente 2.

	Frente 1	Frente 2
Ley máxima [%]	2.52	1.79
Ley media [%]	1.30	1.13
Ley mínima [%]	0	0.47

Tabla 10: Estadísticas básicas frente 1 y frente 2.

En el gráfico siguiente (Figura 56) se muestra la comparación entre la ley de alimentación a planta predicho por el kriging y la ley de alimentación a planta real. Donde para cada modelo se obtiene una curva que representa la ley del bloque según la secuencia de extracción para aquel modelo de leyes. A priori se nota la gran variabilidad que existe entre la predicción y la realidad. Sin embargo, el kriging también predice un comportamiento cíclico en la extracción.

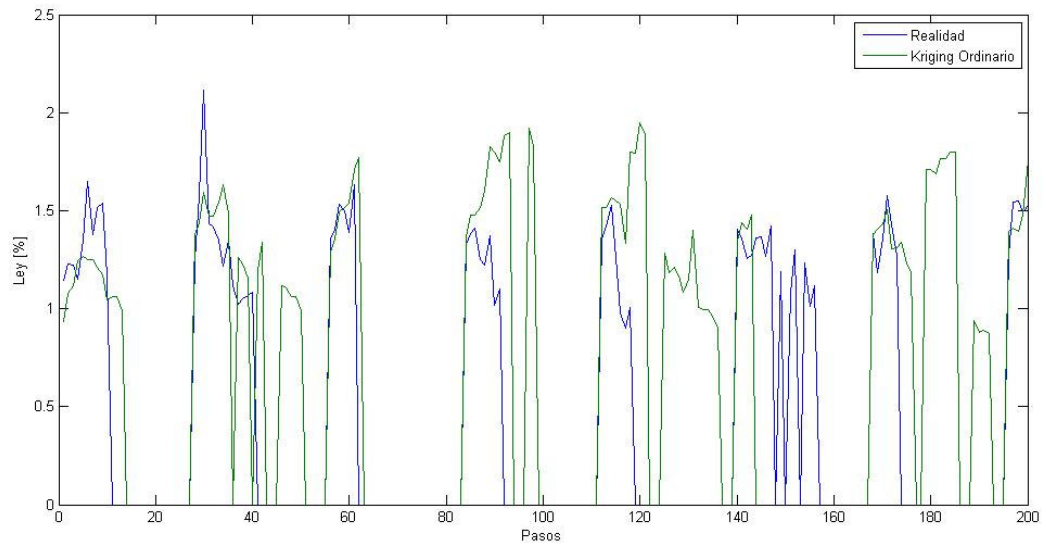


Figura 56: Ley de alimentación a planta (kriging de sondajes).

4.8.3 Extracción de Simulación Gaussiana.

Se efectúa la extracción del modelo de leyes simulado con el método secuencial gaussiano para cada una de las cien realizaciones.

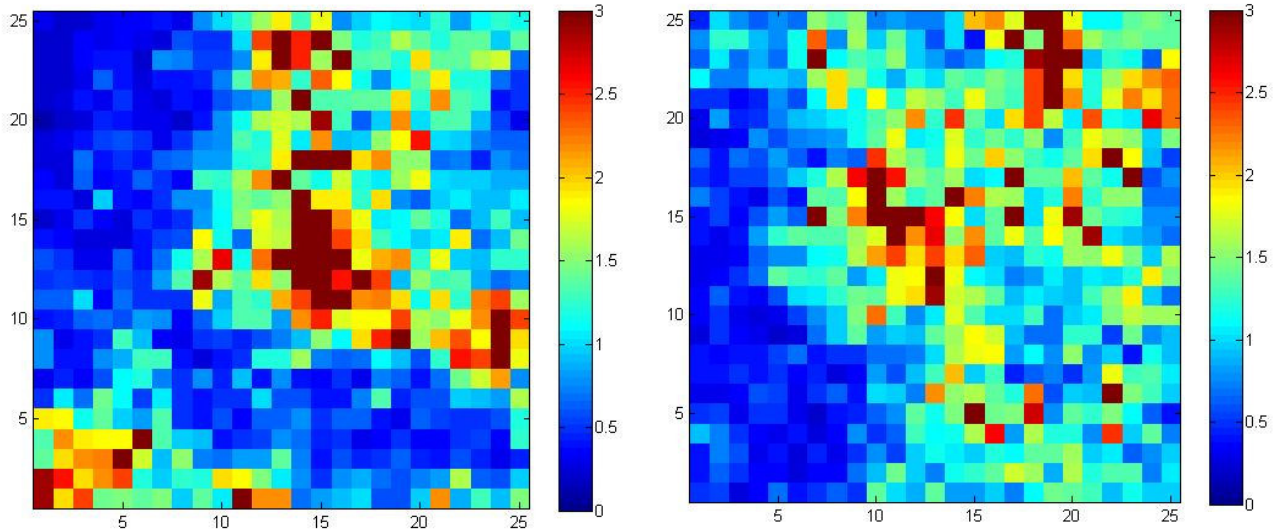


Figura 57: Ejemplo de frente 1 y frente 2.

	Frente 1	Frente 2
Ley máxima [%]	14.96	13.18
Ley media [%]	1.20	1.15
Ley mínima [%]	0.00	0.00

Tabla 11: Estadísticas básicas frente 1 y frente 2.

Al graficar la secuencia de extracción para las cien realizaciones se observa una serie de respuestas para cada una de las variables estudiadas, creando intervalos marcados. La variable ley presenta intervalos de alrededor de 20 pasos donde existe ley, luego unos 10 pasos donde no hay alimentación a planta (Figura 58), este ciclo se repite para cada una de las variables estudiadas (ver “Anexo C: Curvas de Extracción”).

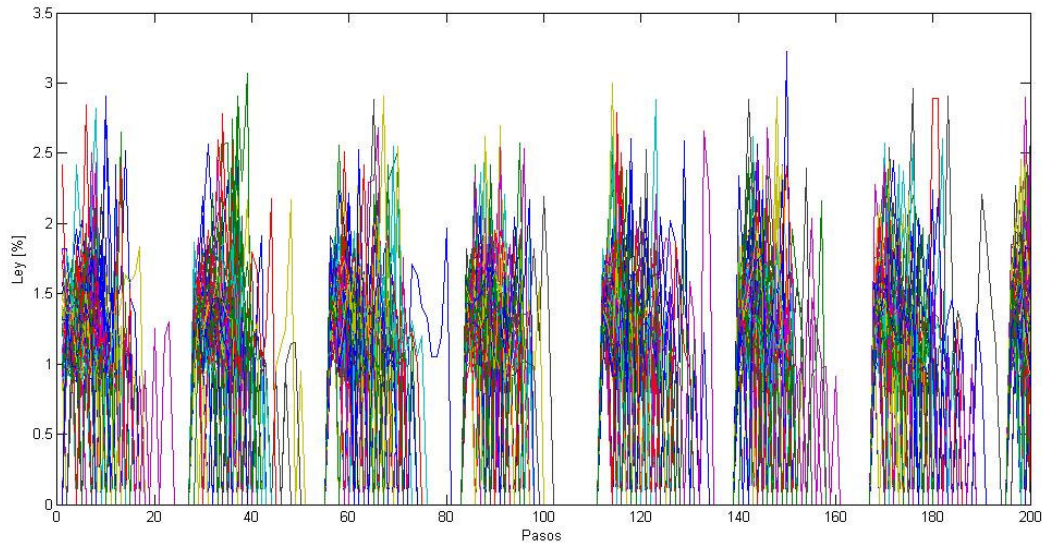


Figura 58: Ley de alimentación a planta (simulación Gaussiana).

Para el cálculo de la desviación que se obtiene entre la realidad y la simulación secuencial Gaussiana, se utiliza la esperanza de la variable, utilizando la siguiente metodología:

1. Para cada paso de la extracción se calcula el promedio de las realizaciones, tomando en cuenta sólo los datos en que hay alimentación.
2. Para cada paso se calcula la probabilidad de alimentación.
3. Se obtienen curvas de variable media y probabilidad de ocurrencia (alimentación).
4. Se calcula la esperanza de la variable.
5. Se compara con la realidad.

Las curvas del promedio de las realizaciones junto con la curva de probabilidad se pueden revisar en la sección “Anexo C: Curvas de Extracción”.

Como se mencionó recientemente, se calcula la esperanza de la variable y se compara con la realidad, a continuación se muestra gráficamente el resultado de la variable ley (Figura 59).

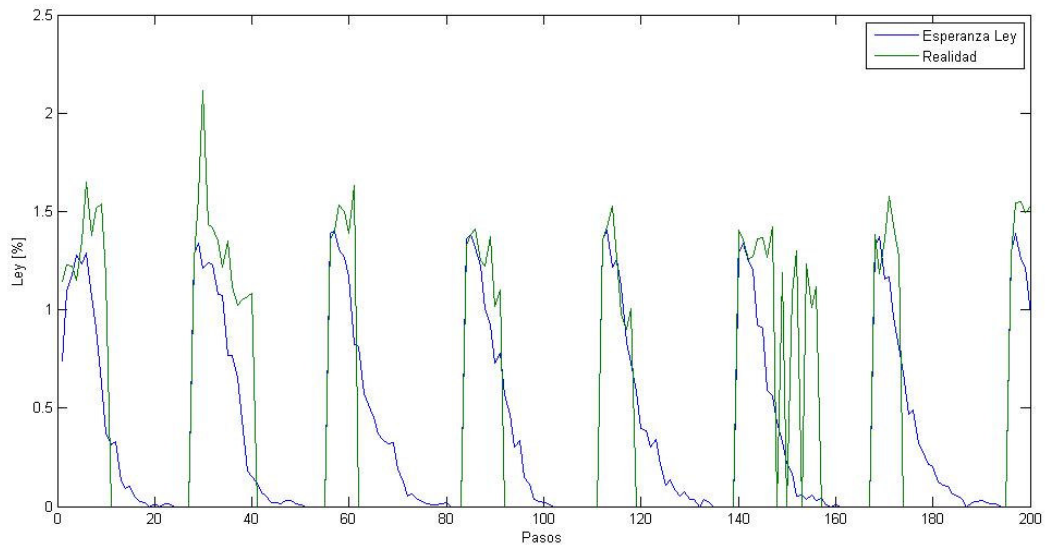


Figura 59: Esperanza de la ley de alimentación a planta (simulación Gaussiana).

Visualmente se aprecia una mayor concordancia con la realidad que la extracción realizada con kriging ordinario.

4.8.4 Extracción del Modelo de Simulación Gaussiana Incorporando MPS

Para las simulaciones efectuadas con el método secuencial Gaussiano utilizando estadísticas de múltiples puntos se ejecuta el algoritmo de extracción a las veinte realizaciones.

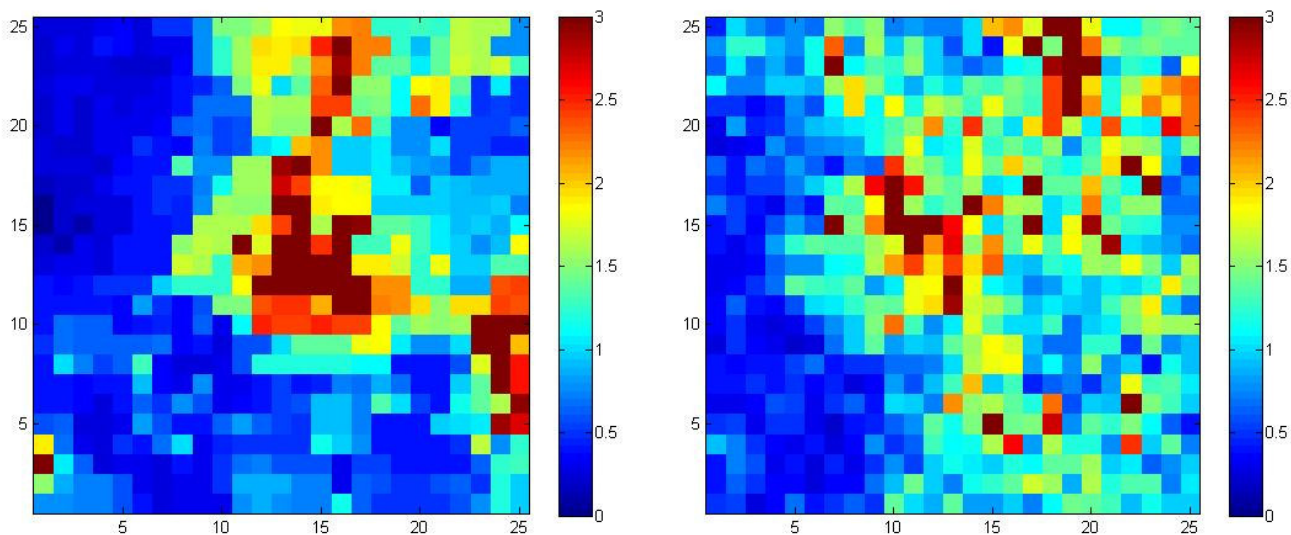


Figura 60: Ejemplo de frente 1 y frente 2.

	Frente 1	Frente 2
Ley máxima [%]	14.48	12.86
Ley media [%]	1.29	1.22
Ley mínima [%]	0	0.02

Tabla 12: Estadísticas básicas frente 1 y frente 2.

Esta extracción se compara con la extracción del modelo considerado como realidad. Al igual que en el caso anterior, se estudia la variabilidad de la ley de alimentación a planta, junto con la variación del tonelaje enviado, la cantidad de finos y el beneficio económico.

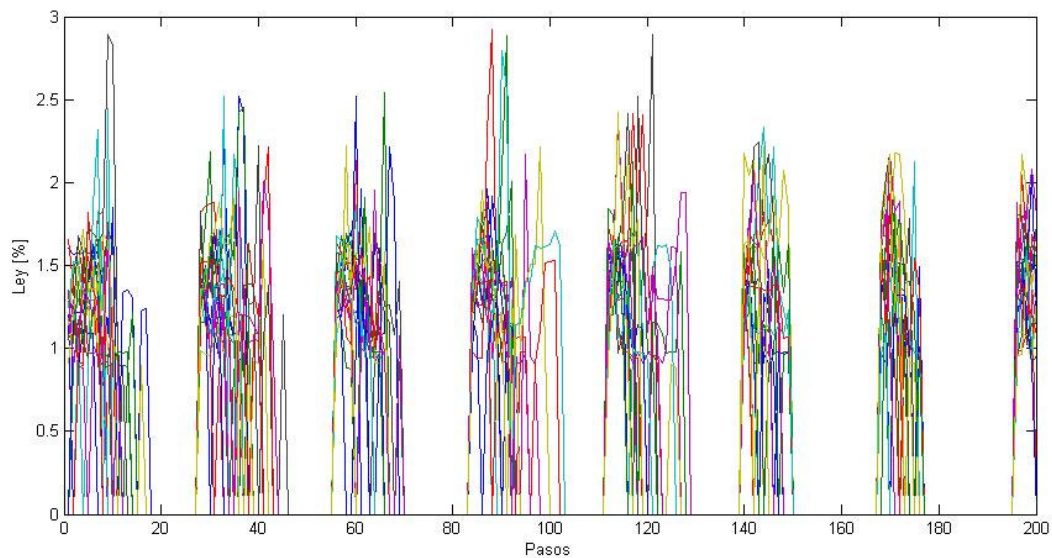


Figura 61: Ley de alimentación a planta (simulación Gaussiana con MPS).

Se calcula la esperanza de la extracción para la ley de alimentación a planta. En la Figura 62 se aprecia que la simulación Gaussiana utilizando estadísticas de múltiples puntos predice satisfactoriamente la realidad.

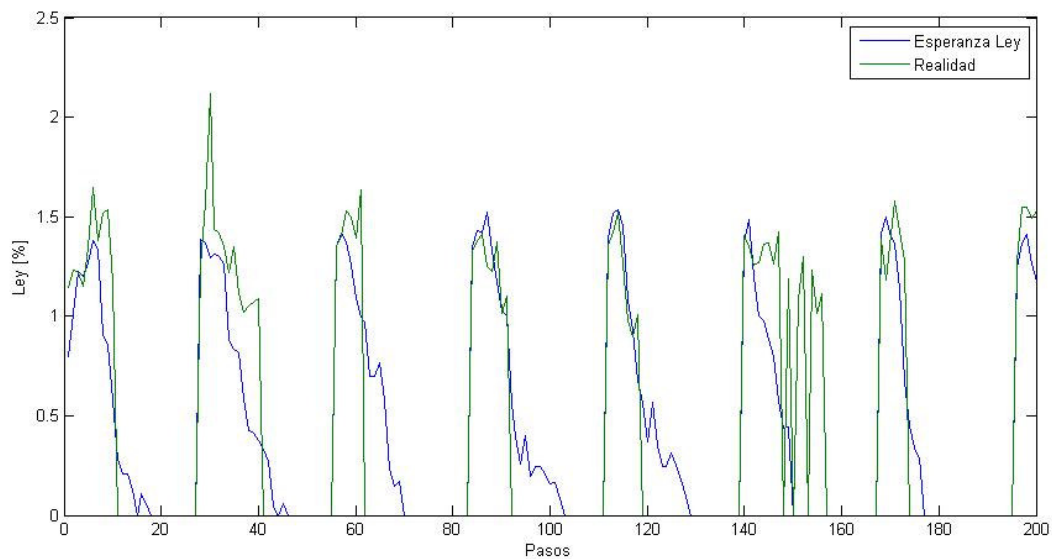


Figura 62: Esperanza de la ley de alimentación a planta (simulación Gaussiana con MPS).

4.9 Simulación de la Extracción Reagrupada.

Se reagrupa la secuencia de extracción para estudiar la variabilidad en un plazo más extenso de tiempo. Para ello se reagrupa la respuesta entregada en subgrupos de 20 pasos, ya que con ese número de pasos se logra suavizar el efecto de los ciclos de la ley de alimentación a planta. Con este reagrupamiento quedaría una extracción de mineral de alrededor de 60.000 [ton] por turno.

Para el cálculo de la ley reagrupada se sumó el tonelaje de finos por un periodo de 20 pasos, y se dividió por la suma del tonelaje total de mineral en un período de 20 pasos.

4.9.1 Extracción de la Realidad Reagrupada

A continuación se muestra la ley de alimentación a planta en función del tiempo (Figura 63).

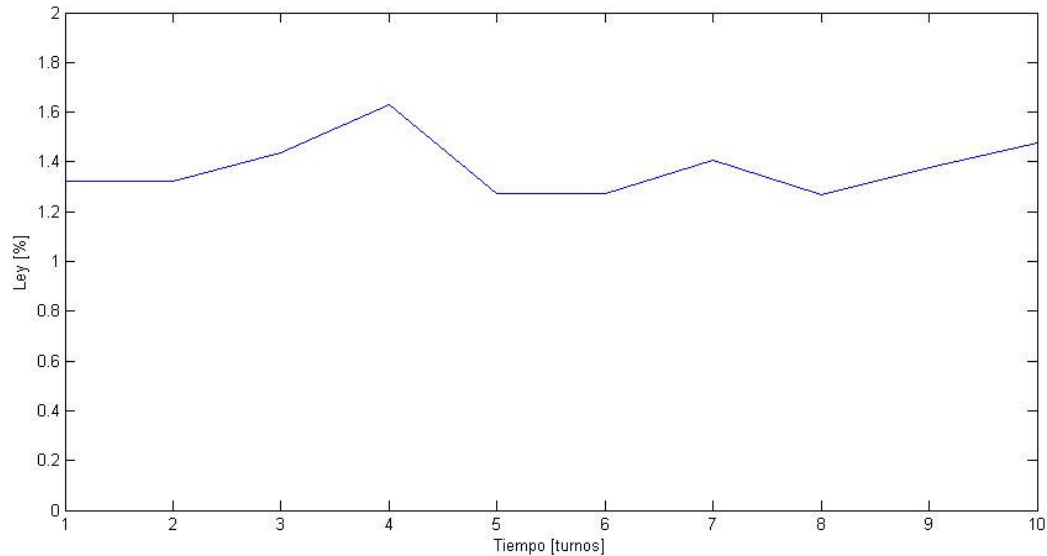


Figura 63: Ley de alimentación a planta reagrupada (kriging de pozos).

4.9.2 Extracción del Modelo de Kriging Ordinario Reagrupado

Se reagrupa la extracción del modelo de leyes estimado con un kriging ordinario realizado con los datos de largo plazo (sondajes) y se compara con la reagrupación de la realidad.

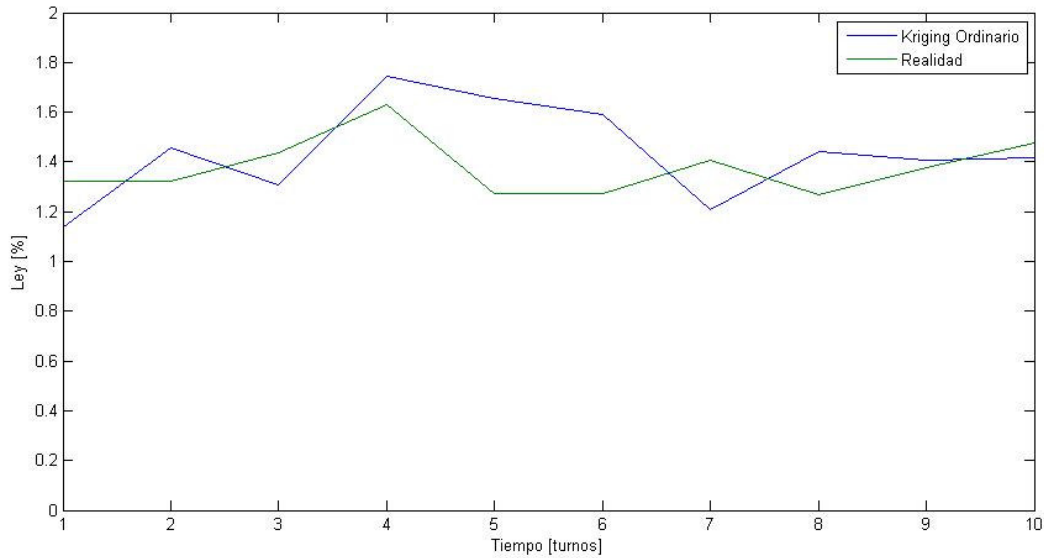


Figura 64: Ley de alimentación a planta reagrupada (kriging de sondajes).

4.9.3 Extracción del Modelo de Simulación Gaussiana Reagrupada

Para cada una de las 100 predicciones de la ley de alimentación a planta, se efectúa el reagrupamiento de la ley de alimentación a planta, el tonelaje de mineral, el tonelaje de finos y el beneficio económico. Luego se calcula la ley media dividiendo la suma de finos por la suma de tonelaje total para un horizonte dado, que en este caso corresponde a 20 pasos.

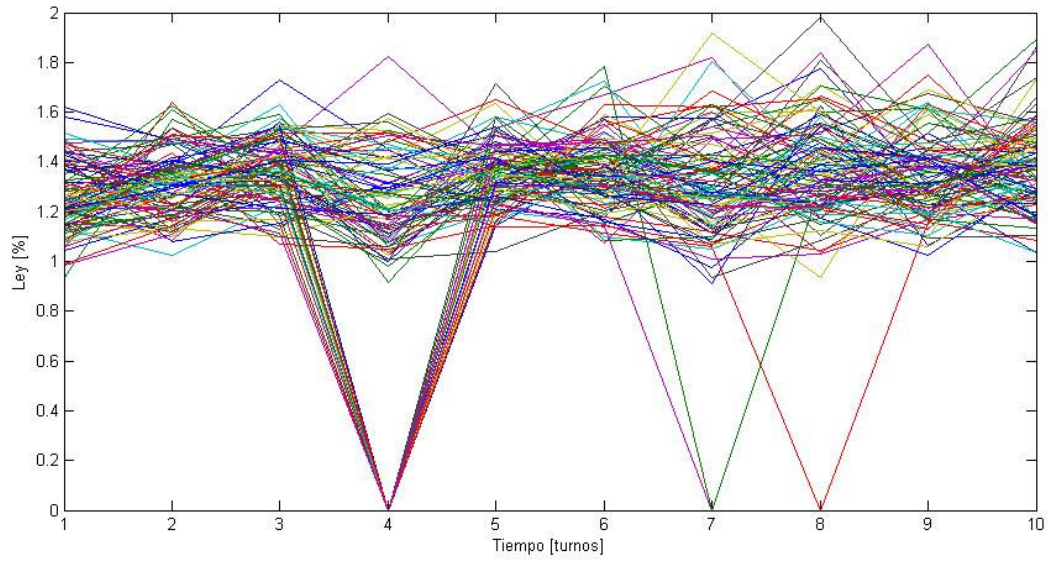


Figura 65: Ley de alimentación a planta reagrupada (simulación Gaussiana).

Para este nuevo horizonte de producción se aprecia una ley más continua en la alimentación, como también se observa claramente que la ley media de las realizaciones tiende un valor cercano a 1.5% CuT, que corresponde al valor impuesto en la función objetivo.

Para realizar la comparación con la curva dada por la extracción real, se calcula la esperanza de la extracción de la misma forma como se calculó en el apartado anterior.

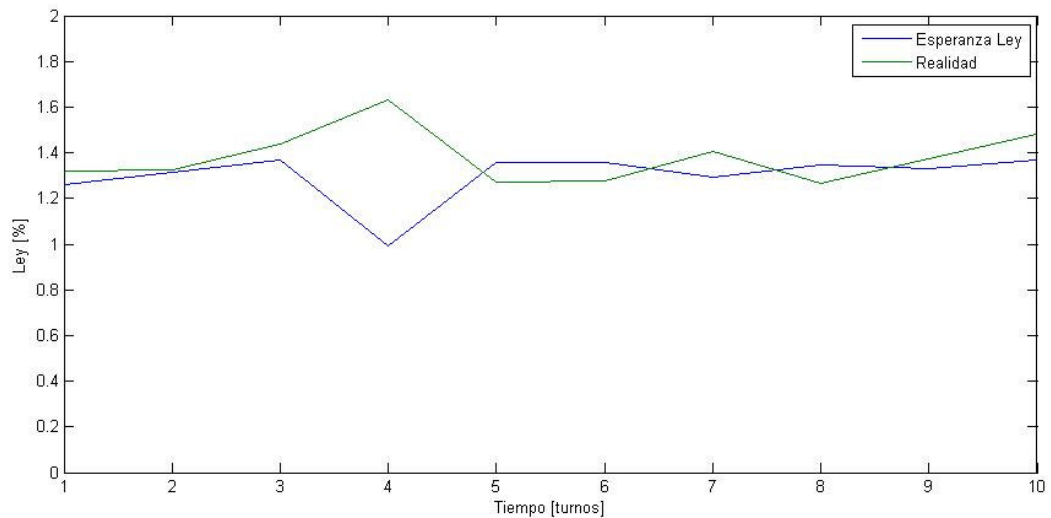


Figura 66: Esperanza de la ley de alimentación a planta reagrupada (simulación Gaussiana).

4.9.4 Extracción del Modelo de Simulación Gaussiana Incorporando MPS Reagrupada

El procedimiento utilizado es exactamente el mismo que el caso de la simulación secuencial Gaussiana reagrupada. Se reagrupan las realizaciones, como también se calcula la esperanza de la extracción. A continuación se muestra la predicción de extracción de las realizaciones, y la esperanza de la ley en función del tiempo.

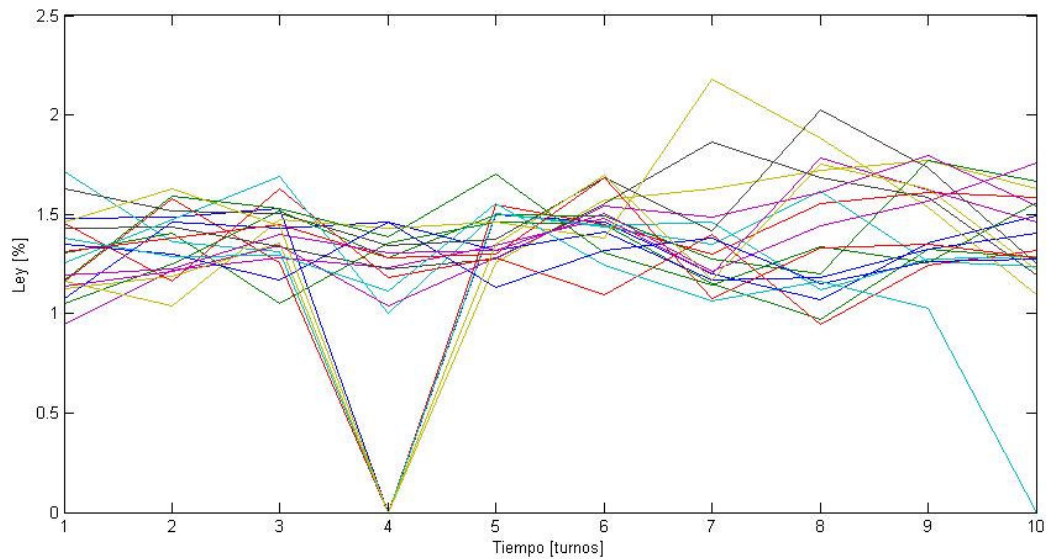


Figura 67: Ley de alimentación a planta reagrupada (simulación Gaussiana con MPS).

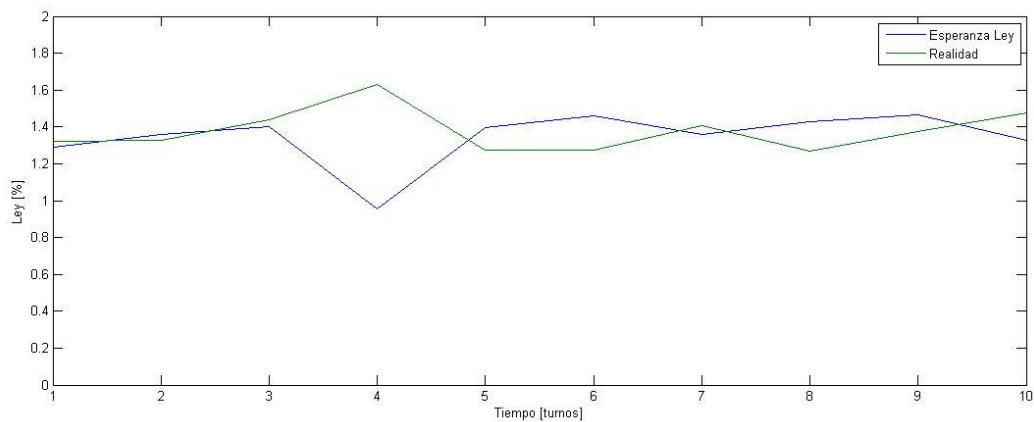


Figura 68: Ley esperada de alimentación a planta reagrupada (simulación Gaussiana con MPS).

4.10 Análisis de Resultados.

Con respecto a la simulación de la extracción directa, es decir sin reagrupar el intervalo de tiempo, se aprecia visualmente una alta variabilidad en la alimentación. En la Figura 54 se puede apreciar el comportamiento cíclico que se había dado a conocer en el capítulo anterior. Este comportamiento es producto de la existencia de bloques considerados estéril (de ley menor a la ley de corte, 0.87%) a lo largo de la extracción y que no son enviados a planta, pero deben ser extraídos. Este comportamiento se repite para las otras variables de estudio, que son el tonelaje de mineral (Figura 99, Anexo C: Curvas de Extracción), el tonelaje de finos (Figura 100, Anexo C: Curvas de Extracción) y el beneficio económico (Figura 101, Anexo C: Curvas de Extracción).

En el caso de la predicción de la variabilidad de la ley del modelo realizado con el kriging ordinario (Figura 56) se aprecia una reproducción parcial de los ciclos de extracción y en algunos casos una mayor ley. Se nota que existen menos intervalos en los cuales no hay alimentación con respecto al modelo considerado realidad. Este comportamiento es producto del suavizamiento de las leyes y se aprecia de mejor manera en el tonelaje de alimentación (Figura 105, Anexo C: Curvas de Extracción), en la cantidad de finos en la alimentación (Figura 106, Anexo C: Curvas de Extracción) y en el beneficio económico predicho (Figura 107, Anexo C: Curvas de Extracción).

En el caso de la predicción utilizando la esperanza de las realizaciones efectuadas con la simulación Gaussiana se aprecia una mayor concordancia en los ciclos de alimentación. Sin embargo hay diferencias en la magnitud de la ley de alimentación (Figura 59). Esta concordancia se repite para el tonelaje de alimentación a planta (Figura 119, Anexo C: Curvas de Extracción), como también en el tonelaje de finos (Figura 120, Anexo C: Curvas de Extracción) y en el beneficio económico (Figura 121, Anexo C: Curvas de Extracción).

Para la predicción realizada con el modelo Gaussiano actualizado con estadísticas de múltiples puntos, a simple vista se aprecia una alta similitud con el resultado de la simulación secuencial Gaussiana tradicional y también se aprecia una reproducción de los ciclos de extracción (Figura 62). Este comportamiento se repite para el resto de las variables. (Figura 141, Figura 142 y Figura 143, Anexo C: Curvas de Extracción).

Se define como error de la estimación a la diferencia numérica entre el valor “real” de la variable y el valor predicho por el modelo de leyes en cuestión. Para cada paso de la extracción se calcula este error, teniendo en un principio 200 errores por modelo. Luego se calcula la media y varianza del error, como también la media del módulo del error y la media del error cuadrático, para cada variable de estudio de cada uno de los modelos de leyes. Para el caso de la simulación secuencial Gaussiana y la simulación Gaussiana incorporando estadísticas de múltiples puntos, se calcula el error de la esperanza de la variable en estudio, como también el error para cada una de las realizaciones (Anexo D: Cálculo de Errores).

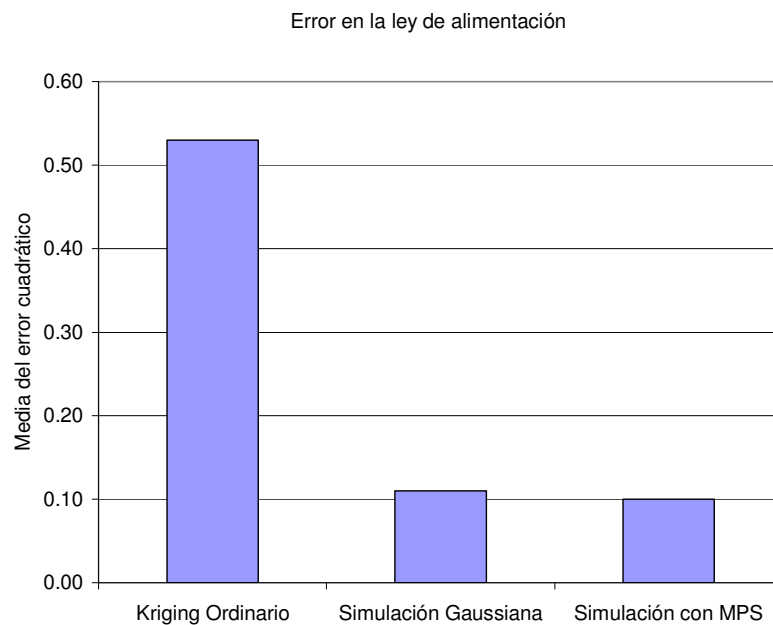


Figura 69: Media del error cuadrático para la variable ley.

En la Figura 69 se muestra un resumen de la media del error cuadrático para la variable ley de la extracción obtenida para cada modelo de predicción de leyes. Se aprecia una gran diferencia entre el kriging ordinario con respecto a la simulación secuencial Gaussiana y a la simulación Gaussiana incorporando estadísticas de múltiples puntos, mientras que entre estas dos últimas no se aprecia una mayor diferencia.

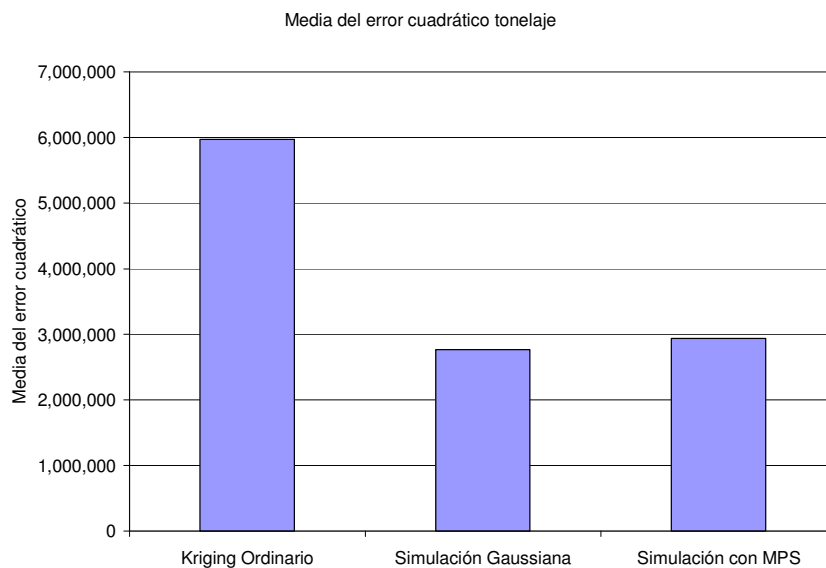


Figura 70: Media del error cuadrático para la variable tonelaje.

Para el caso de la variable tonelaje (Figura 70) se obtiene la misma relación: se ve que la media del error cuadrático es mucho mayor para el kriging ordinario que para la simulación Gaussiana y para la simulación incorporando estadísticas de múltiples puntos. Entre estas últimas no se aprecia gran diferencia.

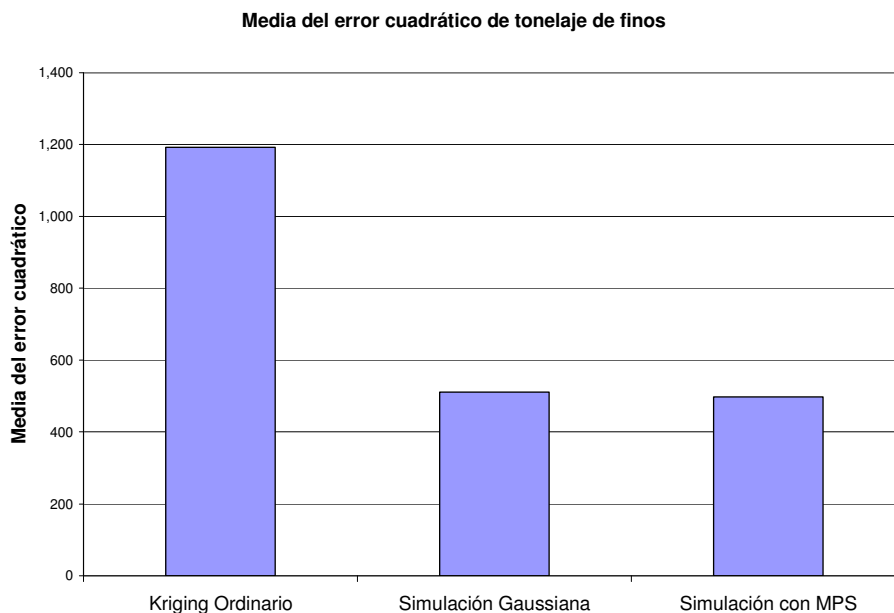


Figura 71: Media del error cuadrático para la variable tonelaje de finos.

A continuación se estudia la media del error cuadrático de la variable tonelaje de finos (Figura 71), obteniendo la misma relación. El error es menor para la simulación secuencial Gaussiana y para la simulación Gaussiana incorporando estadísticas de múltiples puntos. La misma relación se cumple para la variable beneficio económico que se muestra en la Figura 72:

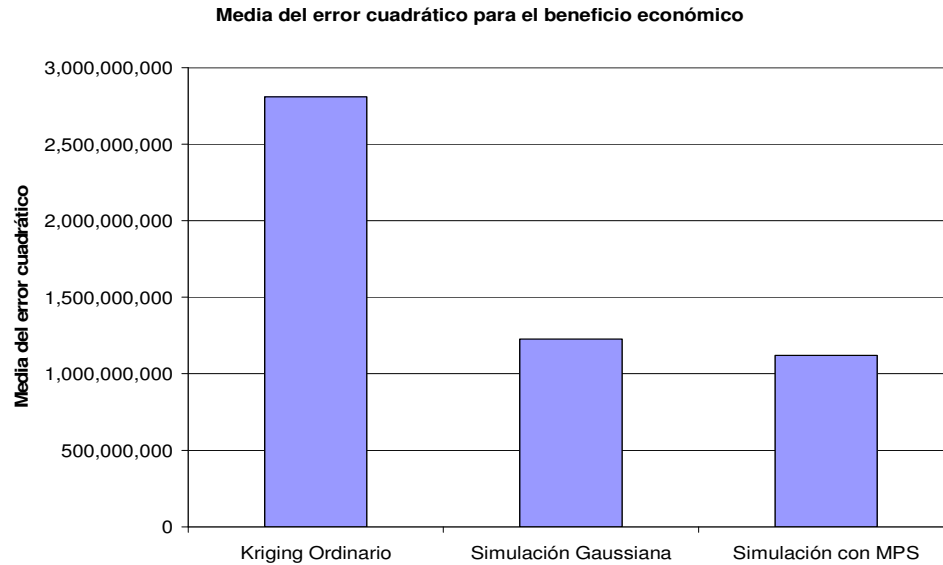


Figura 72: Media del error cuadrático para la variable beneficio económico.

	Kriging Ordinario	Simulación Gaussiana	Simulación con MPS
Ley de alimentación			
Media del error	0.25	-0.05	-0.03
Varianza del error	0.47	0.11	0.10
Media del módulo del error	0.42	0.20	0.18
Media del error cuadrático	0.53	0.11	0.10
Tonelaje de alimentación enviados a planta			
Media del error	719	-541	-551
Varianza del error	5,481,077	2,488,128	2,646,070
Media del módulo del error	1,419	1,047	1,057
Media del error cuadrático	5,971,035	2,768,595	2,936,578
Tonelaje de finos enviados a planta			
Media del error	11	-7	-7
Varianza del error	1,073	462	455
Media del módulo del error	21	14	13
Media del error cuadrático	1,192	511	498
Beneficio económico			
Media del error	17,140	-2,483	-1,773
Varianza del error	2,529,081,806	1,227,877,698	1,193,643,930
Media del módulo del error	32,897	26,909	26,524
Media del error cuadrático	2,810,204,689	1,227,903,646	1,119,819,117

Tabla 13: Tabla resumen de errores, extracción sin reagrupar (200 pasos)

En la reagrupación de la realidad, se aprecia un suavizamiento en la curva de extracción de la ley (Figura 63), observando una ley media casi constante e igual a 1.4% CuT. Se pierde el comportamiento cíclico visto en la extracción sin rebloquear. Este comportamiento se repite para el resto de las variables estudiadas (Figura 102, Figura 103 y Figura 104, Anexo C: Curvas de Extracción).

Para el caso del kriging ordinario se observa una predicción menos variable que la vista en la extracción sin reagrupar (Figura 64). Sin embargo para el resto de las variables estudiadas (tonelaje de alimentación a planta (Figura 108, Anexo C: Curvas de Extracción), tonelaje de finos enviados a planta (Figura 109, Anexo C: Curvas de Extracción) y beneficio económico (Figura 110, Anexo C: Curvas de Extracción)) se aprecia una alta discordancia con respecto a la realidad.

Para la extracción reagrupada de la simulación Gaussiana también se advierte un comportamiento general más suavizado, perdiendo absolutamente el comportamiento cíclico (Figura 65). La curva de la esperanza de la ley se comporta de manera similar a la realidad (Figura 66), como también se aprecia para el comportamiento del tonelaje (Figura 130, Anexo C: Curvas de Extracción), del tonelaje de finos (Figura 131, Anexo C: Curvas de Extracción) y del beneficio económico (Figura 132, Anexo C: Curvas de Extracción).

Para la predicción realizada con el modelo Gaussiano actualizado con estadísticas de múltiples puntos se denota una alta similitud con el resultado de la simulación secuencial Gaussiana tradicional: se pierde el comportamiento cíclico (Figura 67) y la curva de la esperanza de la ley (Figura 68) no difiere mucho con la extracción real. Este comportamiento se repite para el resto de las variables. (Figura 152, Figura 153 y Figura 154, Anexo C: Curvas de Extracción)

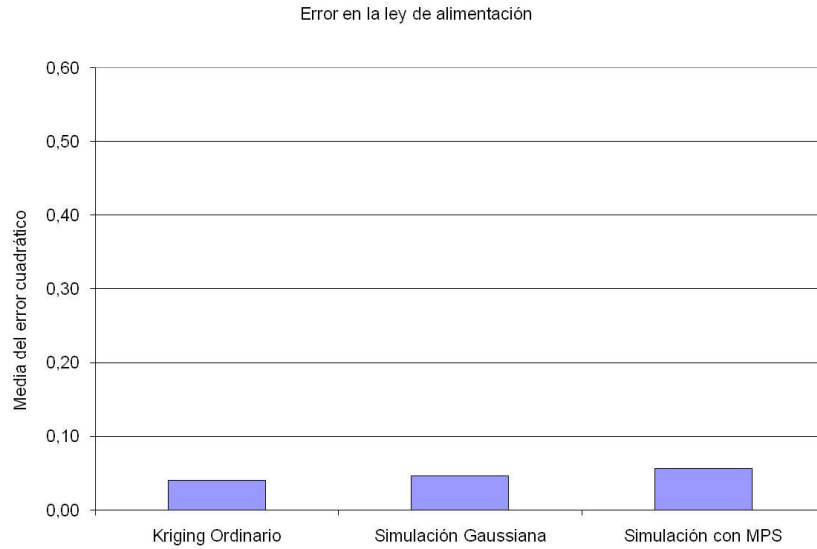


Figura 73: Media del error cuadrático para la variable ley, reagrupado a 20 pasos.

En el gráfico de error en la ley de alimentación para la extracción reagrupada (Figura 73) se advierte un error muy similar para cada modelo de ley. Sin embargo, en el resto de las variables estudiadas se aprecia que el error asociado mantiene la misma proporción que en el caso de la simulación de extracción sin reagrupar, es decir, el error del kriging de sondeos es mayor que el error de la simulación secuencial Gaussiana y la simulación Gaussiana utilizando estadísticas de múltiples puntos (ver Figura 159, Figura 160 y Figura 161, Anexo C: Curvas de Extracción).

	Kriging Ordinario	Simulación Gaussiana	Simulación con MPS
Ley de alimentación			
Media del error	0.06	-0.08	-0.04
Varianza del error	0.04	0.04	0.06
Media del módulo del error	0.17	0.13	0.15
Media del error cuadrático	0.04	0.05	0.06
Tonelaje de alimentación enviados a planta			
Media del error	12,528	-10,506	-10,325
Varianza del error	649,171,584	219,671,644	257,835,911
Media del módulo del error	22,032	13,962	14,602
Media del error cuadrático	733,992,192	305,644,762	335,788,914
Tonelaje de finos enviados a planta			
Media del error	222	-143	-134
Varianza del error	100,064	31,984	37,909
Media del módulo del error	330	180	189
Media del error cuadrático	139,457	49,346	52,180
Beneficio económico			
Media del error	342,793	-193,604	-178,134
Varianza del error	232,326,554,043	83,671,595,204	94,668,677,142
Media del módulo del error	508,533	280,317	292,188
Media del error cuadrático	326,601,215,499	112,786,771,173	116,933,411,134

Tabla 14: Tabla resumen de errores, extracción reagrupada (10 turnos)

Para dar una respuesta a este fenómeno se reagrupan los datos en 200 pasos, es decir, como si la extracción de los 200 pasos fuese instantánea o en una sola unidad de tiempo.

Se visualiza que para el caso de la ley (Figura 74) a medida que se aumenta el número de pasos que se utilizan para agrupar la predicción, la ley se vuelve muy similar para los métodos, sin embargo para el resto de las variables se mantiene la proporción de los errores. La explicación de este fenómeno consiste en que a medida que se aumenta el número de pasos considerados para agrupar, se está perdiendo información sobre el estudio de la variabilidad en el corto plazo, y se comienza a estudiar si la simulación de la extracción logra la ley objetivo impuesta en la simulación de la extracción, al calcular la ley para los distintos casos se obtiene que el modelo considerado realidad posee una ley media de extracción para los 200 pasos de 1.34% CuT; para el caso de la extracción utilizando el modelo de leyes estimado mediante el kriging ordinario de sondajes se alcanza una ley media de 1.39% CuT; en el caso de la simulación secuencial Gaussiana se obtiene una ley media de 1.34% CuT y finalmente para la simulación Gaussiana incorporando estadísticas de múltiples puntos se consigue una ley media de 1.38% CuT. Todas estas leyes son similares entre sí, verificando el sesgo en la ley a medida que el número de pasos considerados para el reagrupamiento crece. Sin embargo, para el resto de las variables, como lo son el tonelaje de alimentación, el tonelaje de finos enviados a planta y el beneficio económico, se mantienen las proporciones del error (Figura 162, Figura 163 y Figura 164, Anexo C: Curvas de Extracción). La estimación realizada por kriging ordinario posee el mayor error, mientras que los errores alcanzados por la simulación secuencial Gaussiana y la simulación Gaussiana incorporando estadísticas de múltiples puntos son muy similares entre ellos.

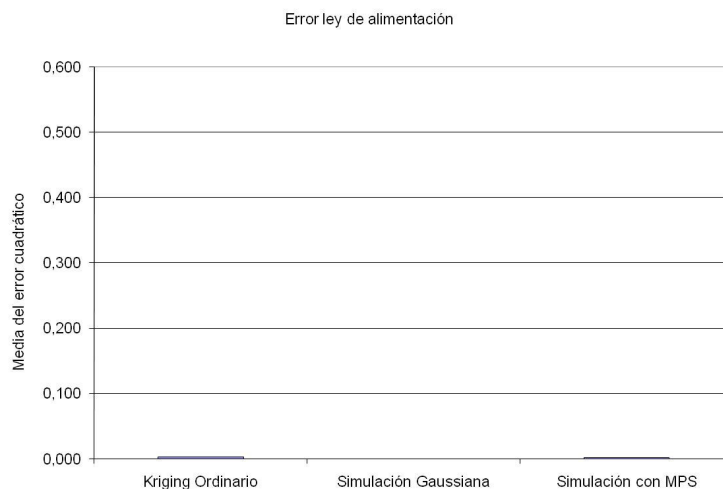


Figura 74: Media del error cuadrático para la variable ley, reagrupado a 200 pasos.

5 Conclusiones y Recomendaciones

5.1 Conclusiones

El diseño de un algoritmo de extracción puede ser una tarea tan compleja como se desee. A lo largo de este trabajo se muestra que el problema combinatorial es una gran limitante a la hora de la implementación, siendo los factores preponderantes la dificultad del manejo de grandes bases de datos y el tiempo de cálculo asociado a esto.

La metodología propuesta para resolver la problemática de la simulación de la extracción resulta ser una solución simplificada del problema. Sin embargo es capaz de reproducir los rasgos más importantes de la extracción real.

La implementación computacional deja abierto un número considerable de parámetros que el usuario puede cambiar según su criterio u objetivo buscado. La validación del programa de simulación de la extracción se realizó con datos aleatorios y con datos reales, entregando siempre un resultado coherente y acorde a los parámetros ingresados.

La implementación computacional es utilizada para estudiar la capacidad predictiva de distintos métodos geoestadísticos de largo plazo para la predicción de la variabilidad de alimentación a planta en el corto plazo. Para el caso del modelo de kriging ordinario condicionado con datos de corto plazo (pozos de tronadura) que se consideró como realidad, se observó que la simulación de la extracción para este modelo arrojó un comportamiento cíclico en las variables estudiadas. Este comportamiento es producto de dos factores, el primero corresponde a la cantidad de mineral que haya predicho el modelo de estimación y el segundo es referente a las restricciones espaciales impuestas en el algoritmo de extracción. Sin embargo las restricciones se mantuvieron constantes a lo largo de todo este estudio.

Para el caso en el que se consideró la extracción en un horizonte de tiempo de corto plazo (extracción sin reagrupar), el modelo de leyes utilizando kriging ordinario condicionado con datos de largo plazo (sondajes) arrojó el mayor error en la predicción de la ley, el tonelaje de mineral, el tonelaje de finos y el beneficio económico. El modelo de leyes correspondiente a simulación secuencial Gaussiana condicionada con datos de largo plazo (sondajes) y el modelo de leyes utilizando la simulación secuencial Gaussiana incorporando estadísticas de múltiples

puntos presentaron un error bastante similar entre ellos y muy por debajo del error arrojado por el kriging ordinario de sondajes.

Para el caso en que se extiende el horizonte de tiempo (se reagrupa la respuesta de la extracción) se observa una disminución en los ciclos de extracción, lo cual es esperable ya que se pierde información al reagrupar la respuesta. Para la predicción de la variable ley, el modelo de leyes utilizando kriging ordinario de sondajes, como los modelos de leyes utilizando simulación secuencial Gaussiana y simulación secuencial Gaussiana incorporando estadísticas de múltiples puntos muestran un error similar. Sin embargo, para la predicción del resto de las variables (tonelaje de mineral, tonelaje de finos y beneficio económico), el kriging ordinario de sondajes presenta un mayor error de estimación, mientras que los modelos de ley utilizando simulación secuencial Gaussiana y simulación secuencial Gaussiana incorporando estadísticas de múltiples puntos arrojan un error muy similar entre ellos y muy inferior al entregado por el kriging ordinario de sondajes.

La razón por la que, al reagrupar los datos, el kriging ordinario de sondajes mejora su predicción de la ley radica en que se deja de estudiar la variabilidad de la ley de alimentación en el corto plazo y se estudia la ley media de alimentación para un intervalo de tiempo dado, la cual tiende a la ley objetivo impuesta en el algoritmo de simulación de la extracción. El kriging suaviza las leyes, generando escenarios subestimados o sobrestimados según sean los datos condicionantes, creando modelos con muy poca variabilidad en los datos adyacentes, a diferencia de la realidad. Este fenómeno se ve intensificado al reagrupar la extracción. El comportamiento del error para el resto de las variables no se ve afectado, debido a que en un modelo más suavizado o continuo existe una mayor (eventualmente podría ser menor) probabilidad de extraer más mineral (por largos períodos) que en la realidad o que en los modelos menos continuos, como lo son el resto de los modelos estudiados. Esto acrecienta la diferencia en el tonelaje de mineral y por consiguiente en el tonelaje de finos y en el beneficio económico.

Finalmente se concluye que la capacidad predictiva mostrada por kriging ordinario utilizando datos de largo plazo es muy inferior a la capacidad predictiva expuesta por la simulación secuencial Gaussiana con y sin estadísticas de múltiples puntos. El estudio no muestra pruebas concluyentes de una superioridad en la capacidad predictiva entre la simulación secuencial Gaussiana y la simulación secuencial Gaussiana incorporando

estadísticas de múltiples puntos, lo cual puede deberse al tamaño del patrón utilizado para el cálculo de las estadísticas de múltiples puntos.

5.2 Recomendaciones

Finalizado este estudio, queda abierta la posibilidad de analizar cómo afectan los parámetros económicos al camino óptimo, es decir, un análisis de sensibilidad de las variables (por ejemplo, el precio del mineral o una ley de corte variable para un determinado horizonte de planificación) para un modelo de leyes fijo.

La mejora de la implementación computacional es un tema interesante de estudiar, se puede incorporar más atributos al modelo de bloques, o más restricciones a la función objetivo.

Se puede utilizar la aplicación desarrollada para el dimensionamiento de stock piles o reservas de mineral, con el fin de suplir la falta de mineral en la alimentación a planta. También puede utilizarse para el dimensionamiento de botaderos.

Resulta interesante que la aplicación computacional desarrollada puede utilizarse en la minería subterránea. Por ejemplo, se puede considerar que el modelo de bloques en dos dimensiones que asimila un banco representa la proyección en planta de las columnas de un block caving, entregándonos la dirección en la cual se abrirán los puntos de extracción.

Un punto adicional es probar distintos patrones utilizados para la obtención de estadísticas de múltiples puntos, para determinar una diferencia marcada con el método secuencial Gaussiano tradicional.

6 Bibliografía

- [1] Azócar, F., y Henríquez, J., 2004 “La Planificación Minera: Eje Estratégico en la Creación de Valor”, paper presentado en Minin 2004.
- [2] Camus, J., 2002, “Management of Mineral Resources: Creating Value in the Mining Business”, Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, 120 p.
- [3] Horsley, T. P., 1996, “Dollar Driven Mine Planning: The Corporate perspective to operational Mine Planning”, Dollar Driven Mine Planning Conference, Sydney.
- [4] Parra, A., 2006, “Generación y Aplicación de un Sistema de Análisis para Planes de Producción”. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil de Minas. Santiago, Chile, Universidad de Chile.
- [5] Fytas, K., Pelley, C., y Calder, P., 1987. “Optimization of open pit short and long range production scheduling”. CIM Bulletin v80, No 904. p.55-61.
- [6] Journel A. G. and Huijbregts C. J., 1978, Mining geostatistics, London: Academic Press, 600 p.
- [7] Strebelle, S., 2002, “Conditional Simulation of Complex Geological Structures Using Multiple-Point Statistics”, Mathematical Geology, v. 34, No.1, p.1-22.
- [8] Caers, J., 1999, “Towards a pattern recognition-based geostatistics”, paper presented at the Stanford Center for Reservoir Forecasting Annual Meeting, v. 12.
- [9] Ortiz, J. and Deutsch, C., 2004, “Indicator Simulation Accounting for Multiple-Point Statistics”, Mathematical Geology, v36, No.5, p.545-565.
- [10] Lyster, S. and Deutsch, C., “Short Note: An Entropy-Based Approach to Establish MPS Templates”. In Report Eight, Centre for Computational Geostatistics University of Alberta p.114-124.

[11] Neufeld, C., Lyall, G. and Deutsch, C., "Simulation of Grade control, Stockpiling and Stacking for Compliance Testing of Blending Strategies". In Report Eight, Centre for Computational Geostatistics, University of Alberta, p.306-326.

[12] Leiva, A., 2007 "Simulación Geoestadística Incorporando un Campo de Direcciones Variables.". Memoria para optar al título de Ingeniero Civil de Minas. Santiago, Chile, Universidad de Chile.

[13] Ortiz, J. M, and Emery, X., 2005, "Integrating Multiple-Point Statistics into Sequential Simulation Algorithms". In Geostatistics Banff 2004, Leuangthong, O., and Deutsch, C. V., eds., Springer p. 969-978.

[14] Deutsch C.V. and Journel A.G., 1998, GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide. Segunda Edición, Oxford University Press, New York, pp.223-226.

Anexos

Anexo A: Otros Algoritmos de Extracción.

El primer algoritmo diseñado fue bautizado como “Std(filas)”, en donde se sigue una extracción secuencial de los bloques, sin considerar la ley de estos, la simplicidad de este algoritmo se contrapone con la poca injerencia que el usuario puede tener sobre él, ya que la secuencia de extracción no depende de ningún criterio impuesto, solamente con una restricción de estabilidad geomecánica supuesta.

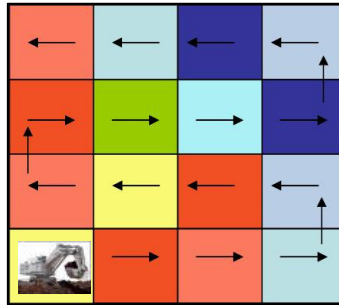


Figura 75: Ejemplo gráfico del algoritmo Std(filas).

El segundo algoritmo diseñado bautizado como “opt3D” se propone una secuencia extractiva basada en la optimización local del próximo paso, es decir, dado un paso se analizan las cuatro posibilidades aledañas, eligiendo la mejor, basándose en la elección de la mayor ley.

La mejora que posee este programa es que el camino depende de los datos del modelo, por lo cual se pueden aplicar algunos de los criterios anteriormente mencionados. La desventaja de este algoritmo es la respuesta obtenida cuando se ve rodeado de sectores ya extraídos, para lo cual se implementó una mejora que consiste en guardar un registro con el camino recorrido y al verse enfrentado a esta situación comenzar a devolverse.

Otra desventaja de este algoritmo es que no se pueden almacenar las alternativas de caminos para desarrollar un criterio más complejo de selección, es decir, es un criterio extremadamente cortoplacista, tampoco se pueden definir restricciones geométricas de avance.

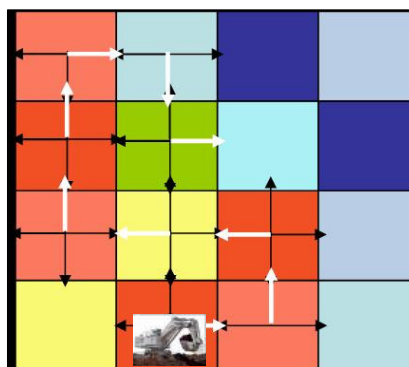


Figura 76: Ejemplo gráfico del algoritmo opt3D.

Anexo B: Validación del algoritmo de extracción

Variabilidad entre caminos: Con el fin de estudiar la sensibilidad en la selección de caminos se realiza una prueba del algoritmo implementado para una sola frente de producción, para esta prueba se considera un modelo de bloque aleatorio, y se fijan arbitrariamente el resto de los parámetros tal como se muestra a continuación:

- Modelo de bloque: Modelo aleatorio de 50x50 nodos, ley máxima 5%.
- Punto de inicio: punto con coordenadas (50,10).
- Densidad del bloque: 2,7[ton/m³].
- Volumen: 15x15x15 [m³].
- Precio del mineral: 1,2 [US\$/libra].
- Recuperación minera: 95%.
- Recuperación metalúrgica 85%.
- Ley óptima de envío a planta: 2%.
- Costo mina: 0,8 [US\$/Ton].
- Costo planta: 3,2 [US\$/Ton].
- Costo refinación y fundición: 0,25 [US\$/libra].
- $\lambda_1 = 0,5$
- $\lambda_1 = 0,4$
- $\lambda_1 = 0,1$

El programa entrega los diez mejores caminos dado un bloque inicial, o punto de partida, y los parámetros descritos anteriormente, los caminos se ordenan de manera creciente, es decir, el primer camino es el más óptimo. Finalmente estos son los caminos elegidos:

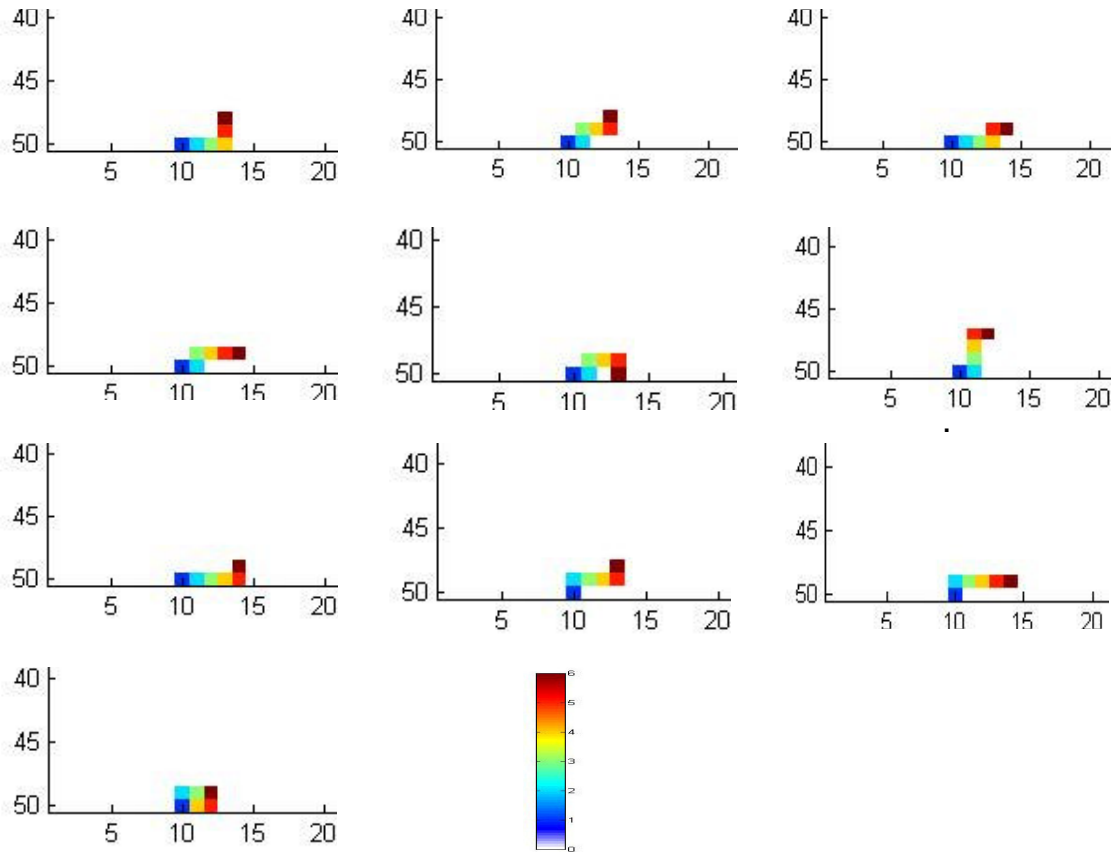


Figura 77: Sensibilidad en la elección de caminos..

1. Función Objetivo

En esta etapa se probará la respuesta del algoritmo ante distintos ponderadores de la función objetivo $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$, con el resto de las variables constantes, no se consideran restricciones espaciales

- a) Considerando que se desea solamente que la **ley alimentación a planta se mantuviese constante**, para el siguiente modelo de bloque.

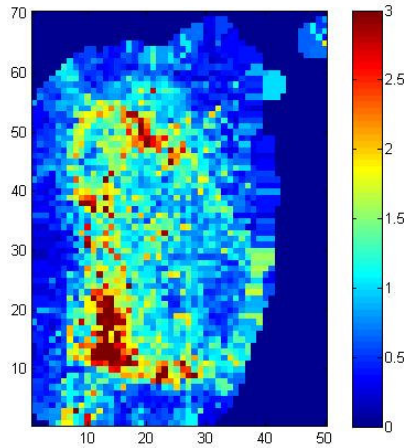


Figura 78: Modelo utilizado

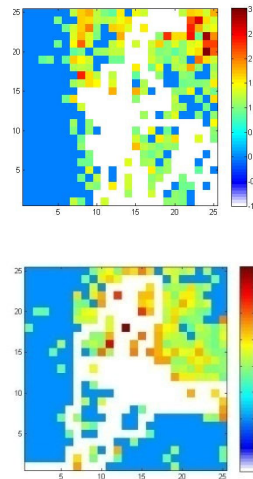


Figura 79: Frentes de producción, lo blanco indica el camino seguido por la pala

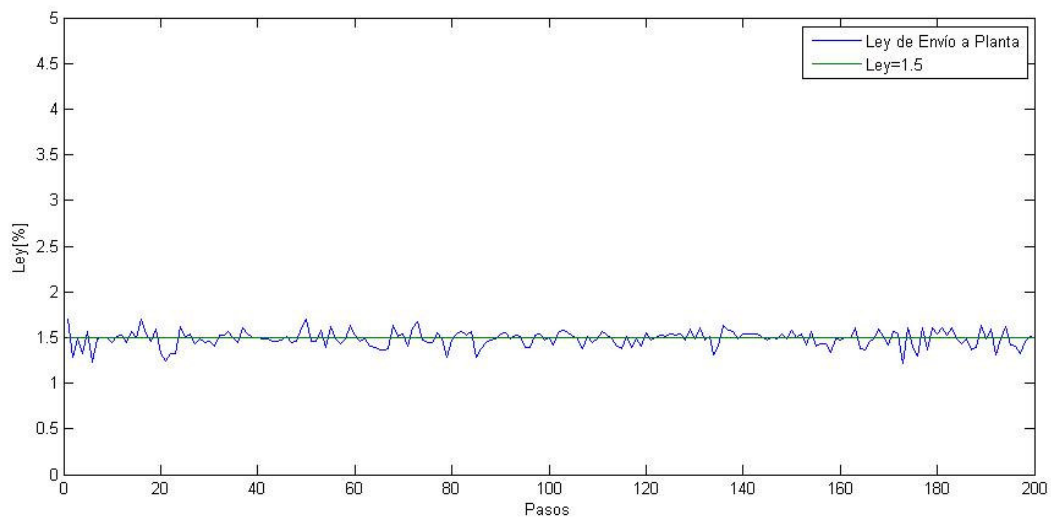


Figura 80: Ley de extracción en función del tiempo

b) Considerando que se desea solamente la **maximización del beneficio económico**, para el siguiente modelo de bloque.

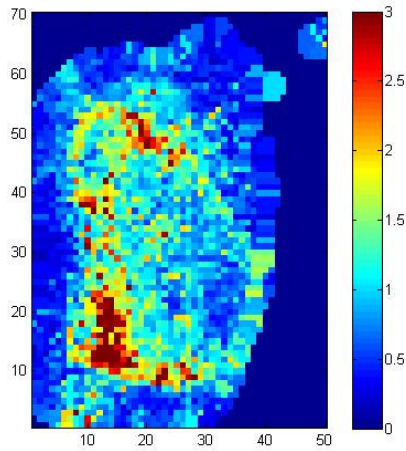


Figura 81: Modelo utilizado

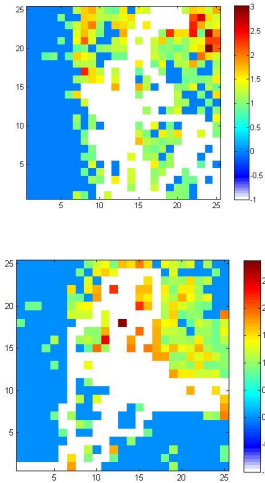


Figura 82: Frentes de producción, lo blanco indica el camino seguido por la pala

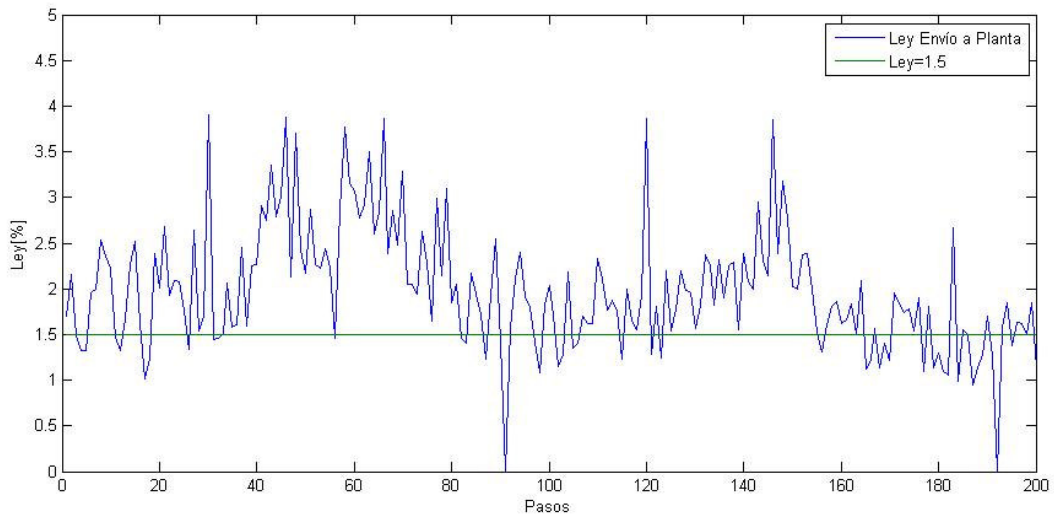


Figura 83: Ley de extracción en función del tiempo.

c) Considerando que se desea solamente la **minimización de la varianza**, para el siguiente modelo de bloque.

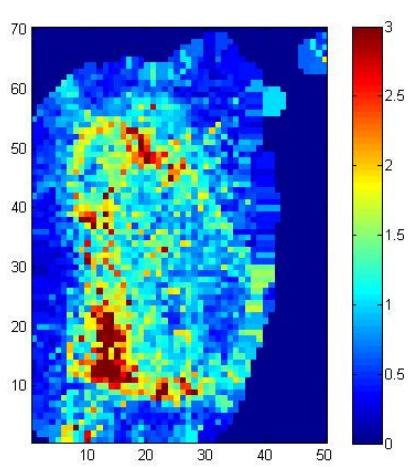


Figura 84: Modelo utilizado

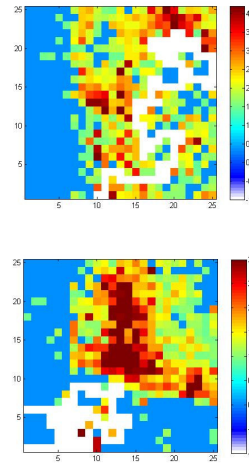


Figura 85: Frentes de producción, lo blanco indica el camino seguido por la pala

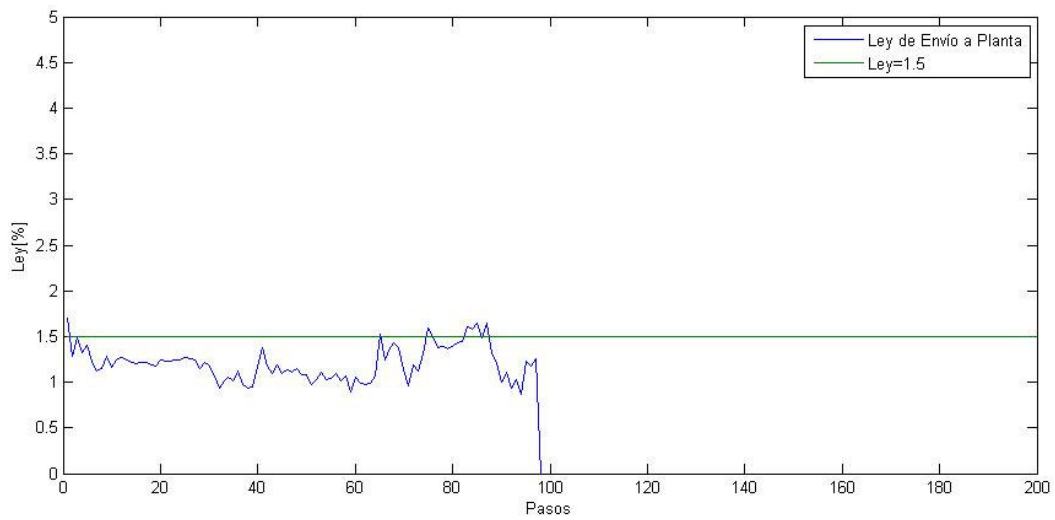


Figura 86: Ley de extracción en función del tiempo.

Al observar estos criterios por sí mismos se aprecia que el algoritmo de extracción sujeto a funciones objetivos dadas trabaja correctamente, en el primer caso se aprecia una ley de alimentación a planta muy cercana a 1,5%. En el segundo caso se aprecia una alta variabilidad de la ley de alimentación a planta, sin embargo estas leyes van muy superior al 1,5% dado en el caso anterior, considerando los mismos puntos de partida, el mismo modelo de bloque y el mismo número de pasos. En el tercer caso el problema de considerar la varianza de los datos del camino de 6 pasos es que la varianza es una diferencia de los datos con respecto a su media, es decir, para el caso de los caminos, para cada camino de 6 pasos la media es distinta, por ende no hay concordancia con los datos de la próxima iteración.

d) **Combinación de criterios:** la función objetivo para el primer caso consistió en considerar el criterio de ley de alimentación a planta constante junto con el criterio de maximización del beneficio económico. El segundo caso consideró los tres objetivos anteriormente analizados, es decir, mantener una ley de alimentación a planta constante junto con el criterio de maximización del beneficio económico y la minimización de la varianza.

- **Primer Caso:** Ley de alimentación a planta constante y maximización del beneficio económico.

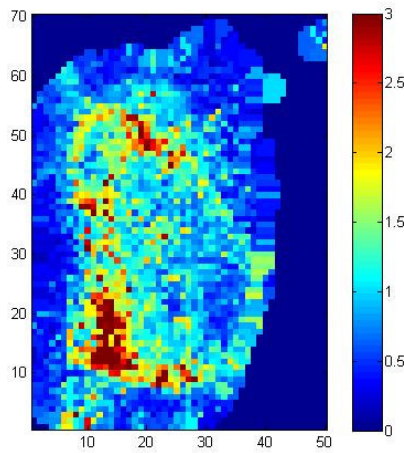


Figura 87: Modelo utilizado

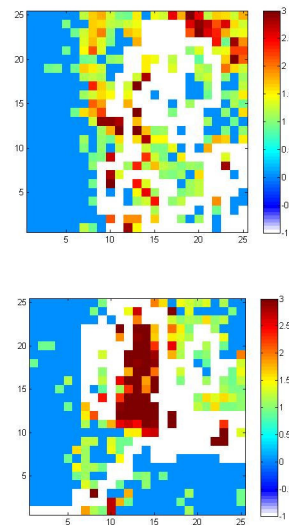


Figura 88: Frentes de producción, lo blanco indica el camino seguido por la pala

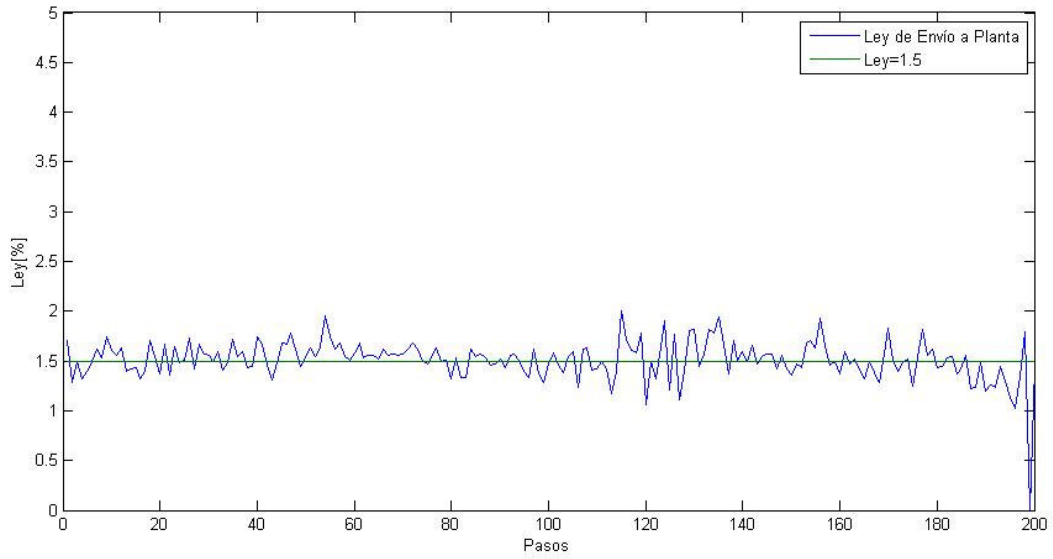


Figura 89: Ley de extracción en función del tiempo.

- **Segundo Caso:** Ley de alimentación a planta constante, maximización del beneficio económico y minimización de la varianza.

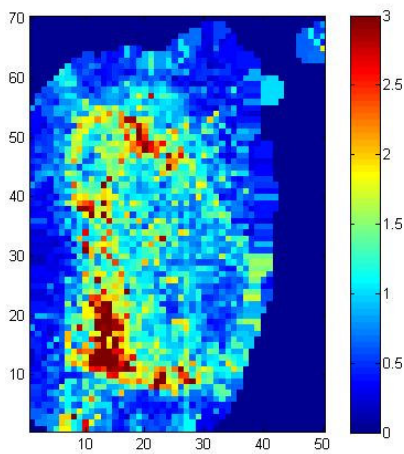


Figura 90: Modelo utilizado

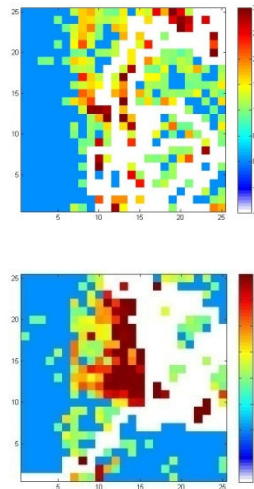


Figura 91: Frentes de producción, lo blanco indica el camino seguido por la pala

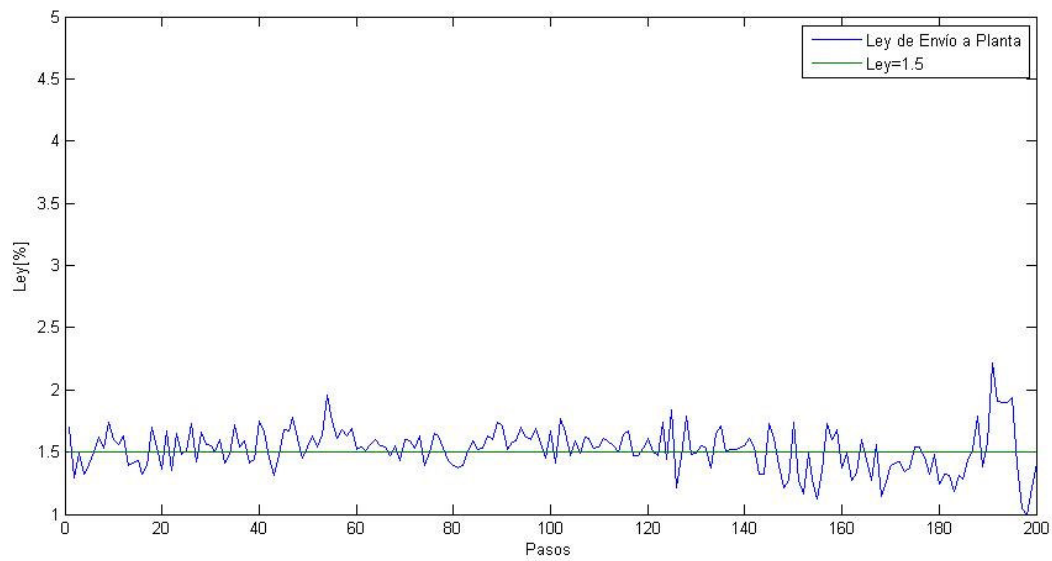


Figura 92: Ley de extracción en función del tiempo.

2. Restricción Espacial: Finalmente se pone a prueba la restricción espacial del algoritmo, a continuación se muestra un ejemplo simple de este algoritmo.:

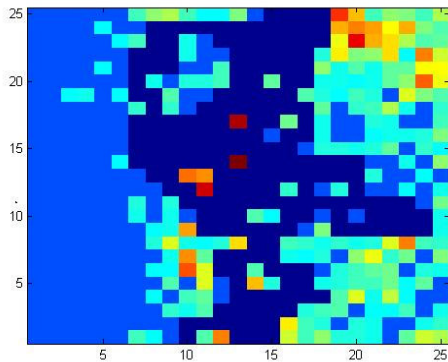


Figura 93: Simulación de la extracción de una frente sin restricción espacial.

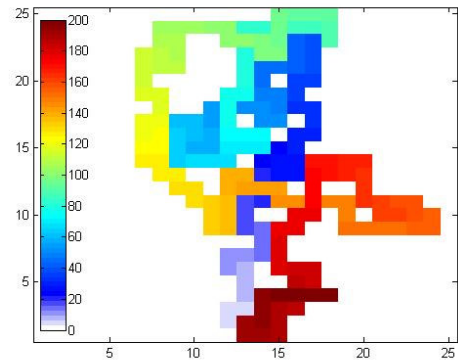


Figura 94: Orden de la extracción de una frente sin restricción espacial.

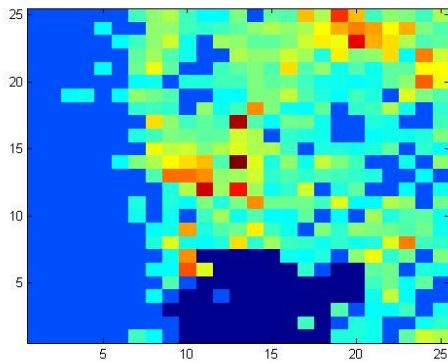


Figura 95: Simulación de la extracción de una frente con restricción espacial.

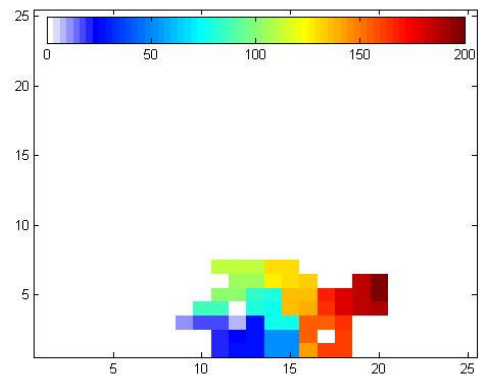


Figura 96: Orden de la extracción de una frente con restricción espacial.

Se aprecia claramente la diferencia entre la extracción sin restricción espacial y aquella con restricción espacial, en el segundo caso se manifiesta un comportamiento de avance en bloques, el cual representa más fielmente la extracción real en un yacimiento.

El condicionante del avance en la restricción es forzar a la pala a extraer un cierto número de bloques antes de avanzar a otro grupo o área de extracción. Lo que provoca que en algunos casos se deba extraer estéril para continuar el avance, no llegando mineral a la alimentación. Esta limitante operacional se puede utilizar para el dimensionamiento de stock piles con el fin de suplir la falta de mineral.

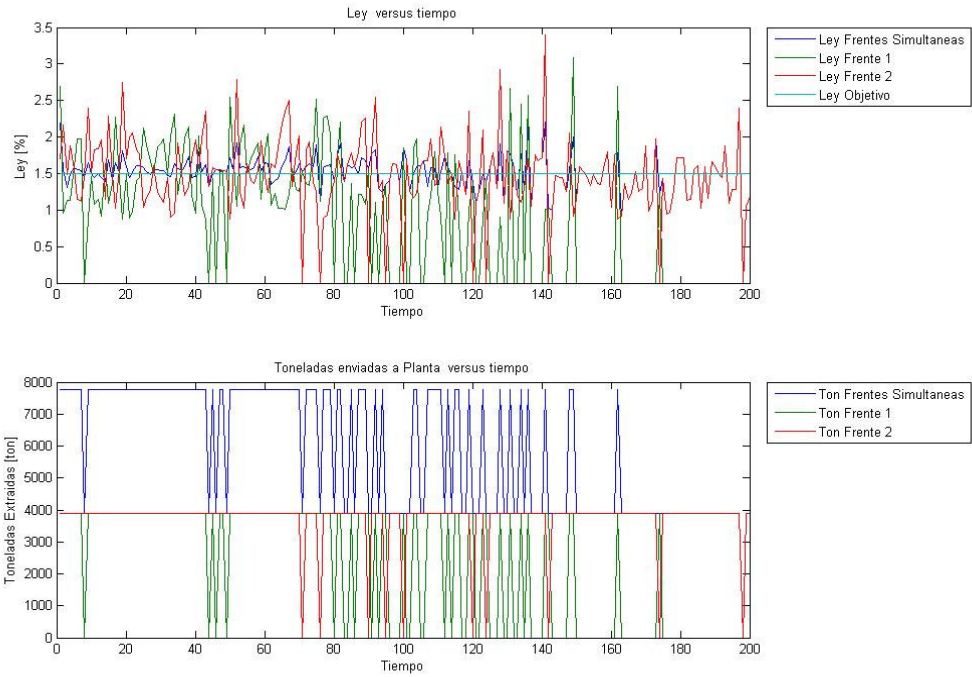


Figura 97: Simulación de ley y tonelaje de alimentación a planta sin restricción espacial.

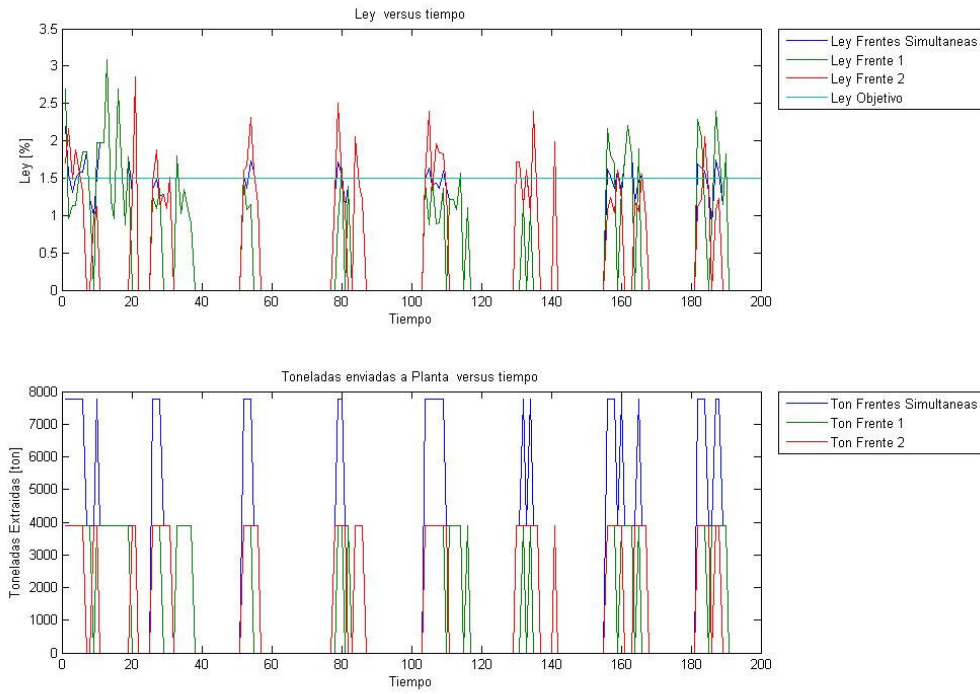


Figura 98: Simulación de ley y tonelaje de alimentación a planta con restricción espacial.

Anexo C: Curvas de Extracción

Anexo C.1: Realidad

Anexo C.1.1: Pasos

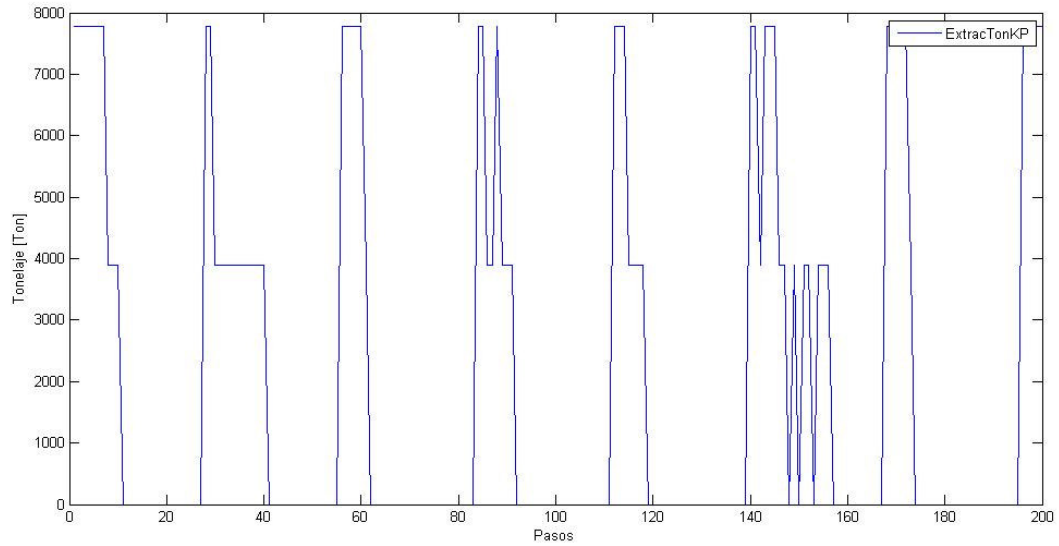


Figura 99: Tonelaje de alimentación a planta kriging de pozos.

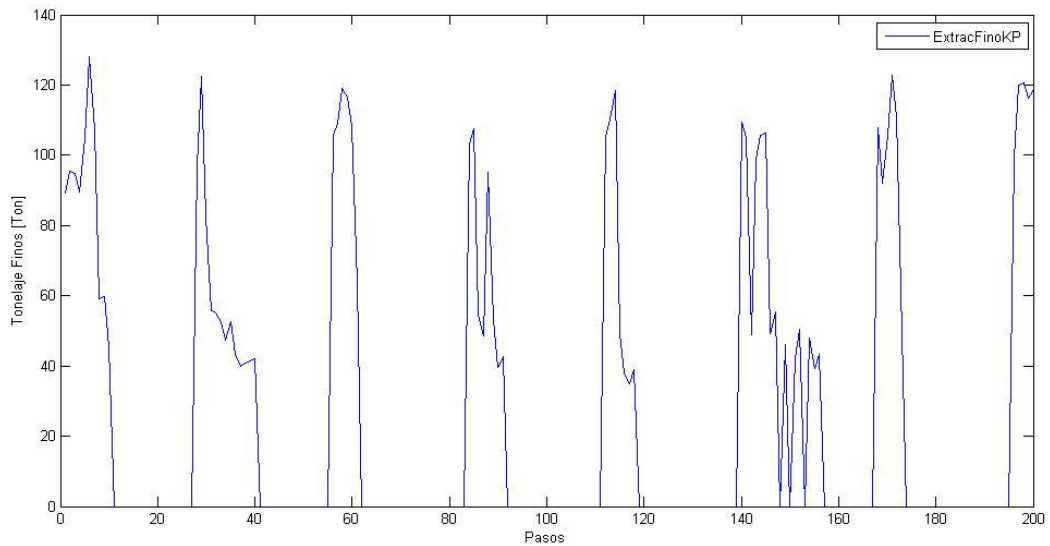


Figura 100: Tonelaje de finos enviados a planta kriging de pozos.

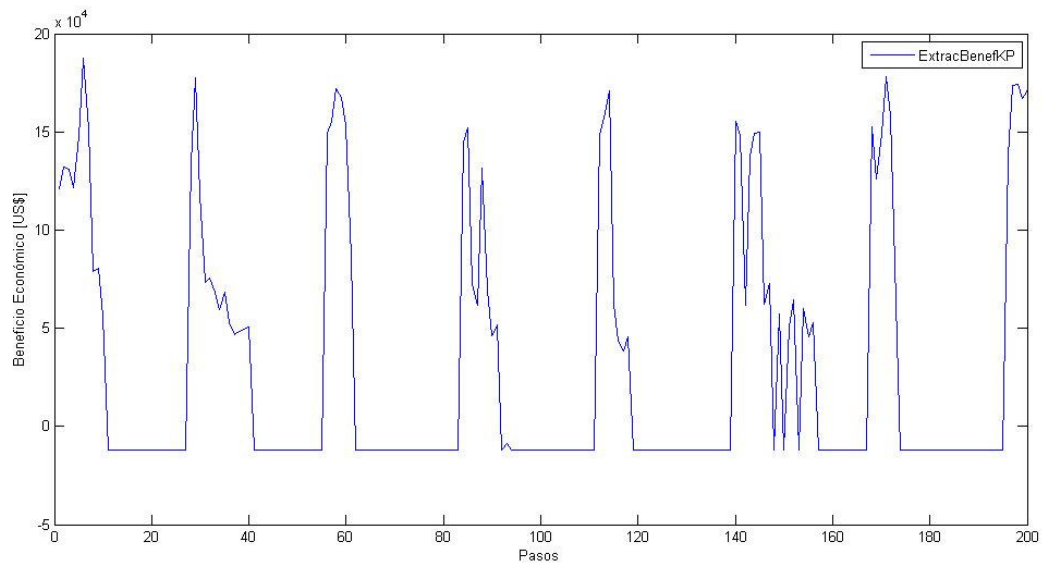


Figura 101: Beneficio económico kriging de pozos.

Anexo C.1.2: Reagrupado

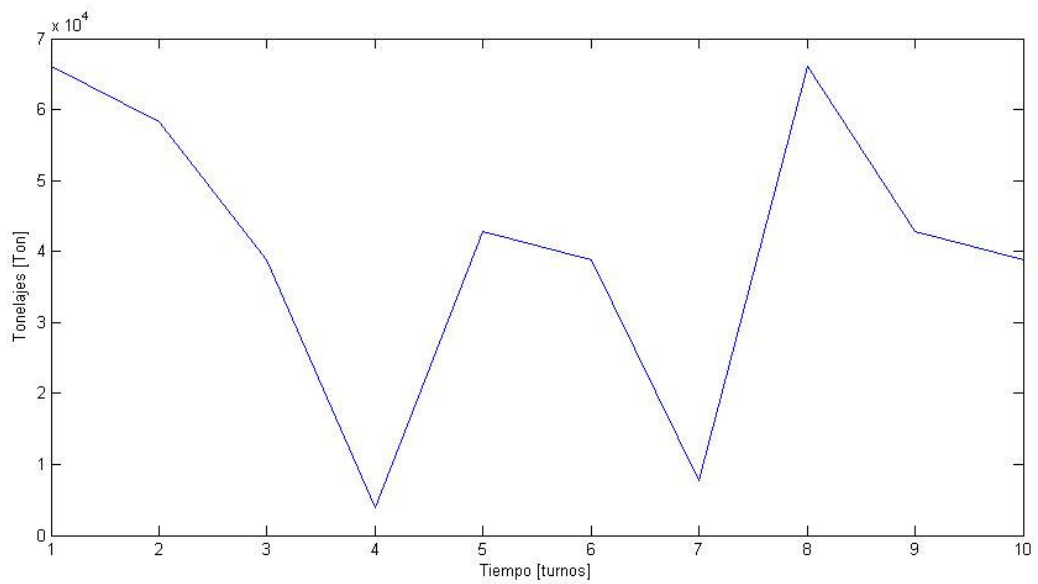


Figura 102: Tonelaje de alimentación a planta kriging de pozos reagrupado.

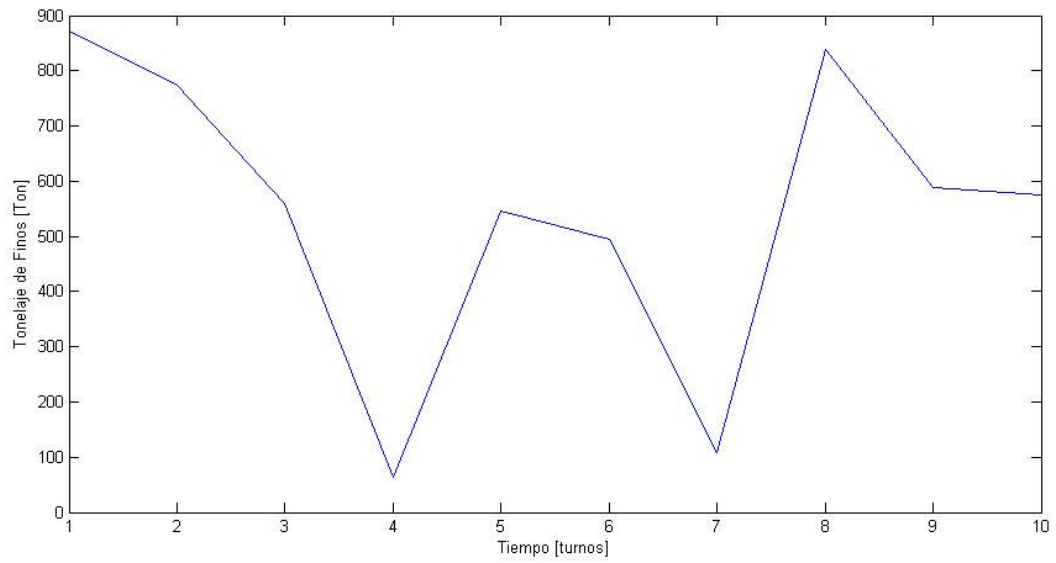


Figura 103: Tonelaje de finos enviados a planta kriging de pozos reagrupado.

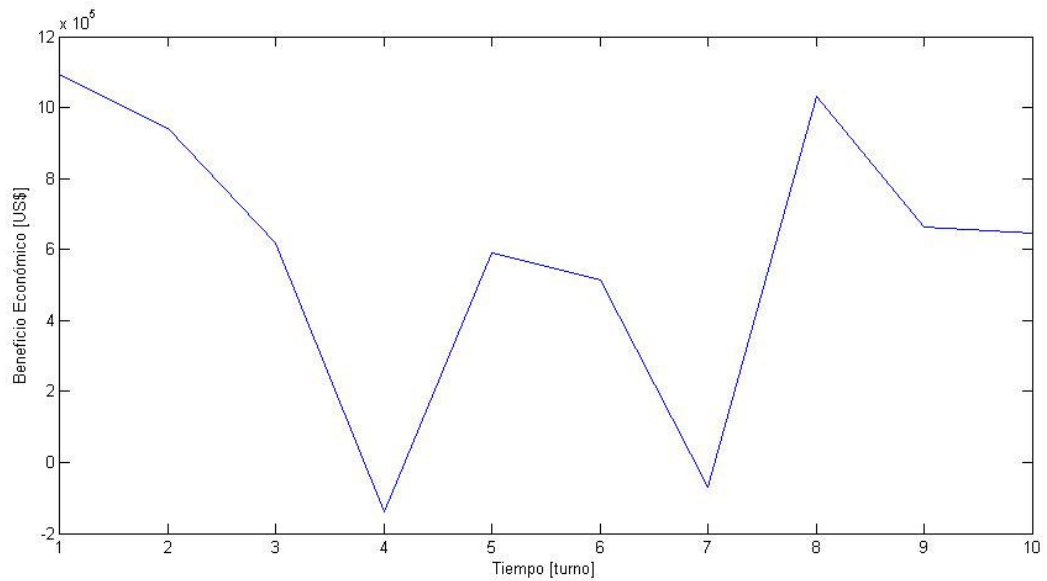


Figura 104: Beneficio económico kriging de pozos reagrupado.

Anexo C.2: Kriging Sondajes

Anexo C.2.1: Pasos

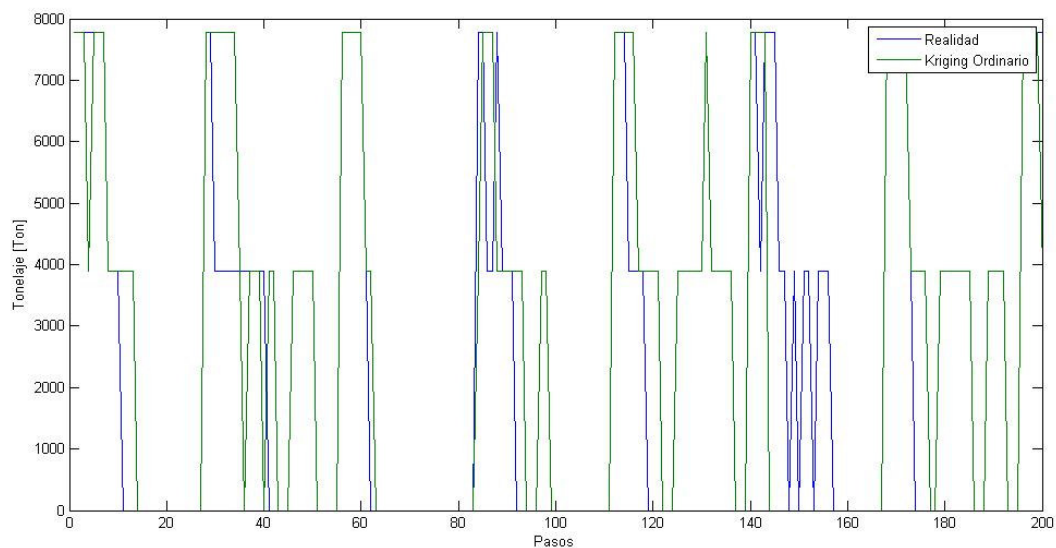


Figura 105: Tonelaje de alimentación a planta kriging de sondajes.

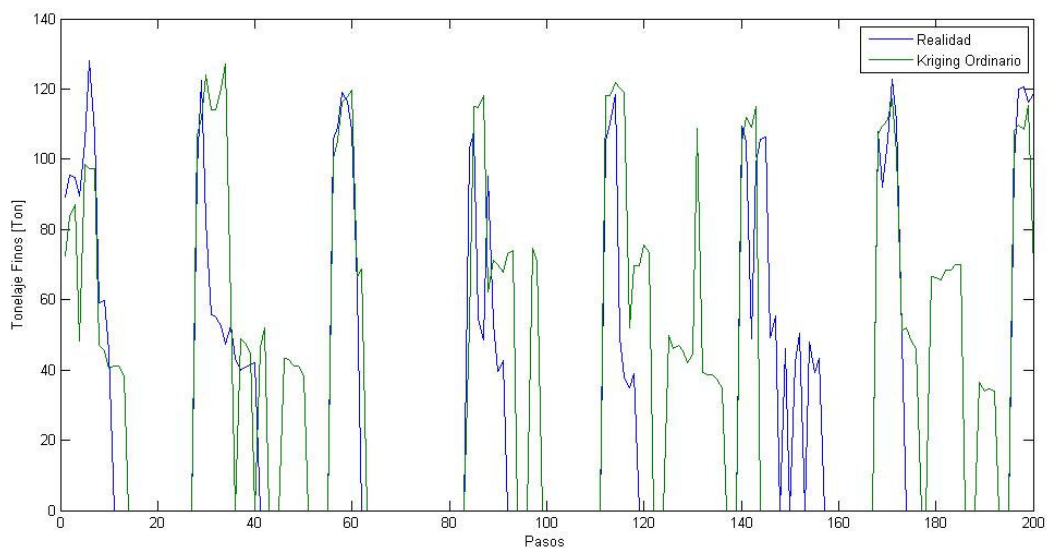


Figura 106: Tonelaje de finos enviados a planta kriging de sondajes.

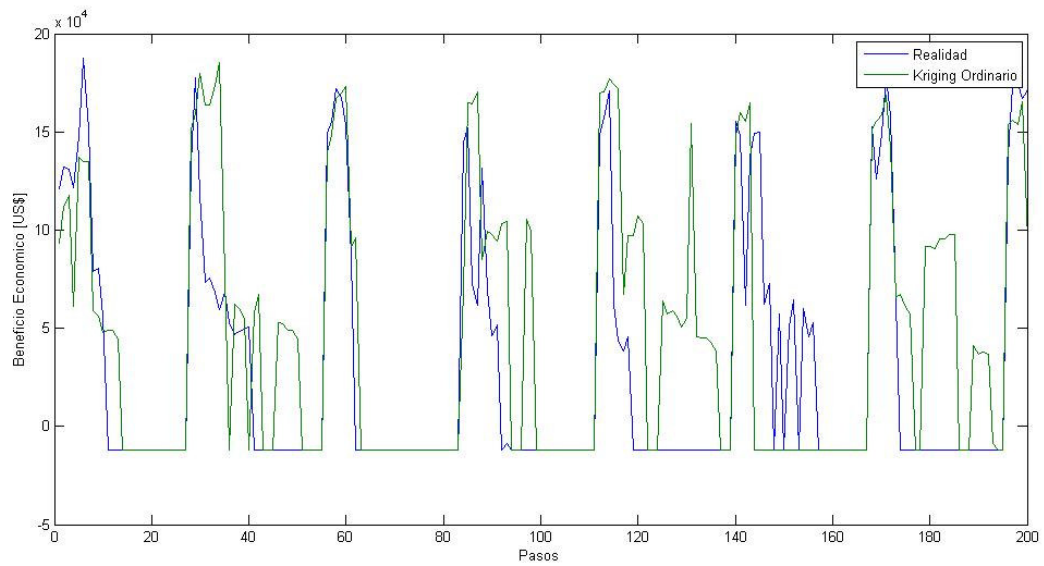


Figura 107: Beneficio económico kriging de sondajes.

Anexo C.2.2: Rebloqueo

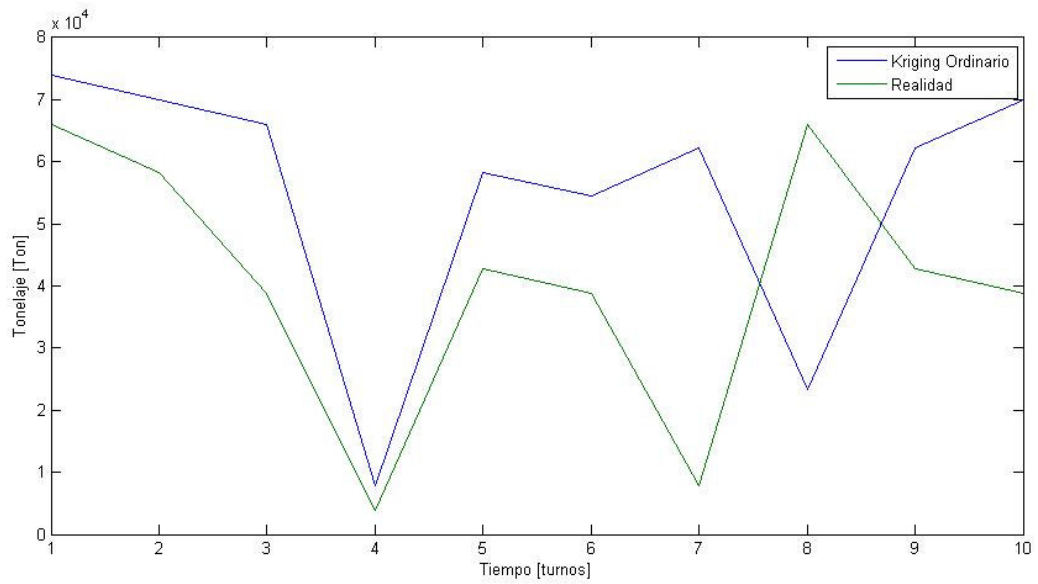


Figura 108: Tonelaje de alimentación a planta kriging de sondajes reagrupado.

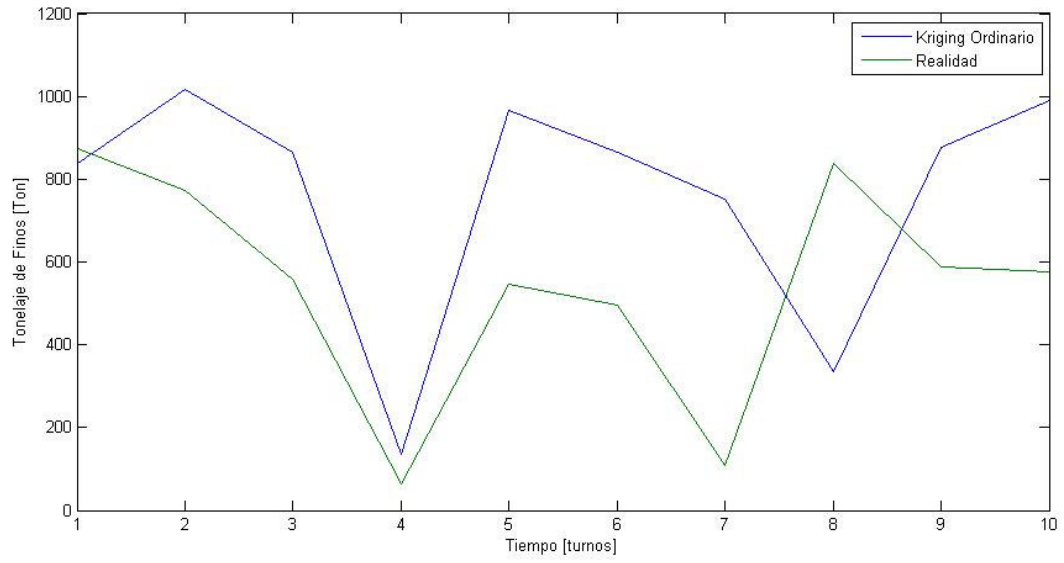


Figura 109: Tonelaje de finos enviados a planta kriging de sondajes reagrupado.

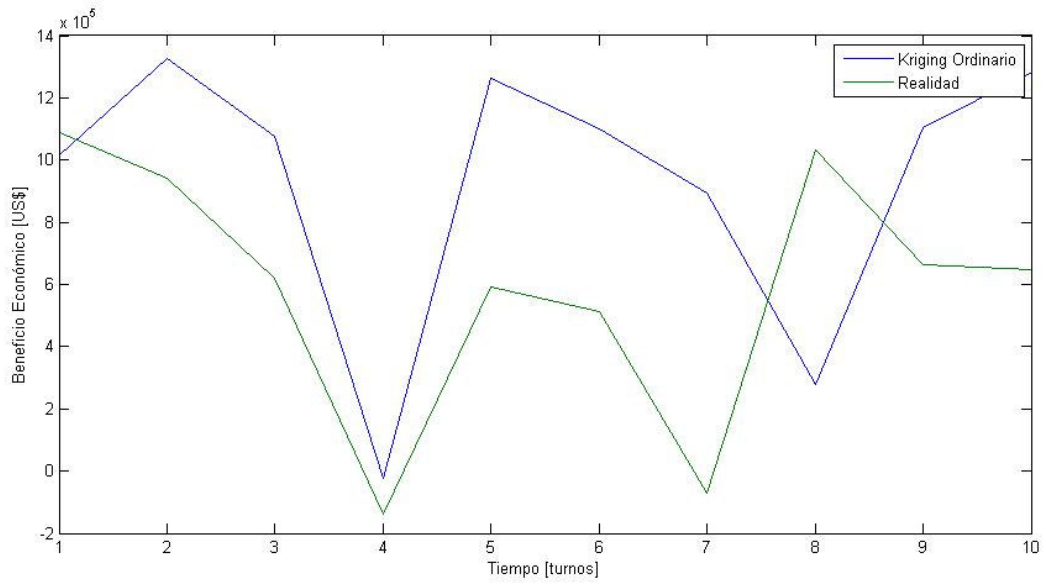


Figura 110: Beneficio económico kriging de sondajes reagrupado.

Anexo C.3: Simulación Secuencial Gaussiana

Anexo C.3.1: Pasos

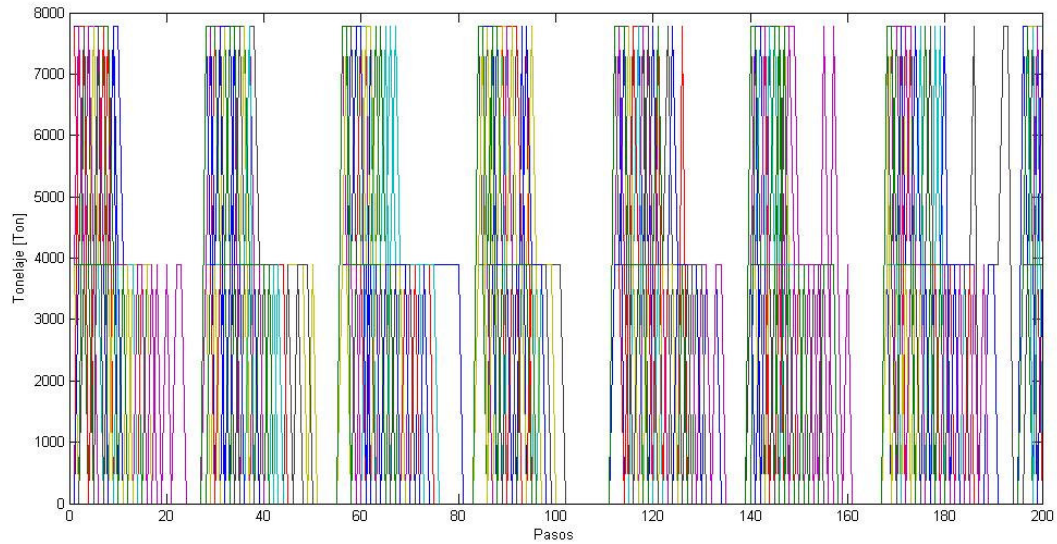


Figura 111: Tonelaje de alimentación a planta simulación gaussiana.

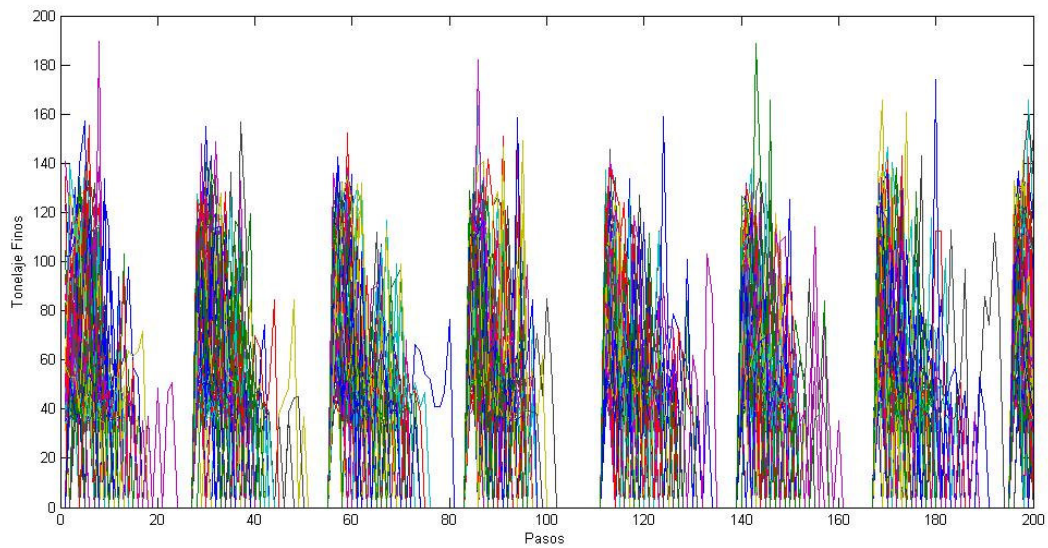


Figura 112: Tonelaje de finos enviados a planta simulación gaussiana.

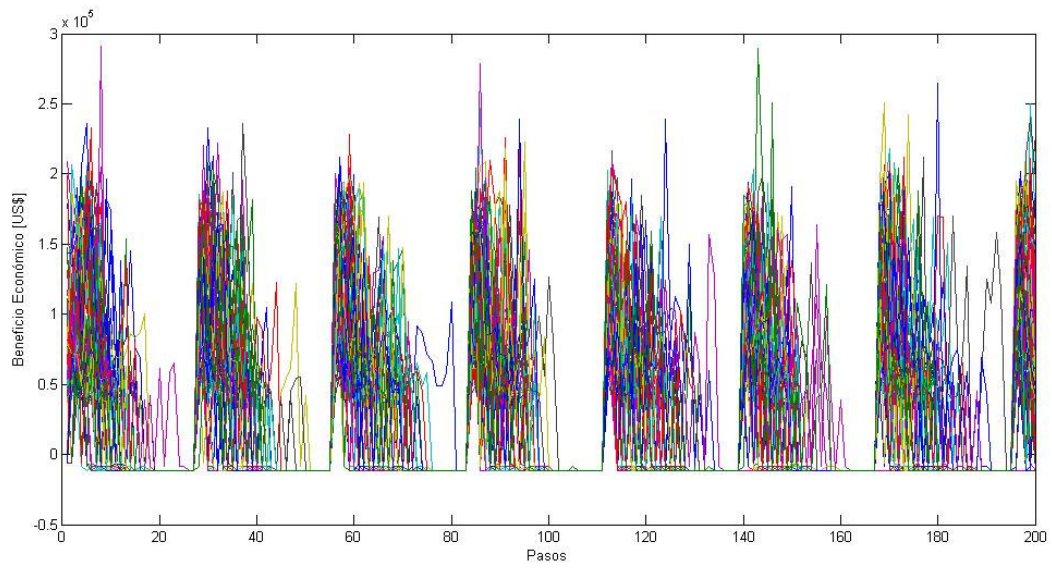


Figura 113: Beneficio económico simulación gaussiana.

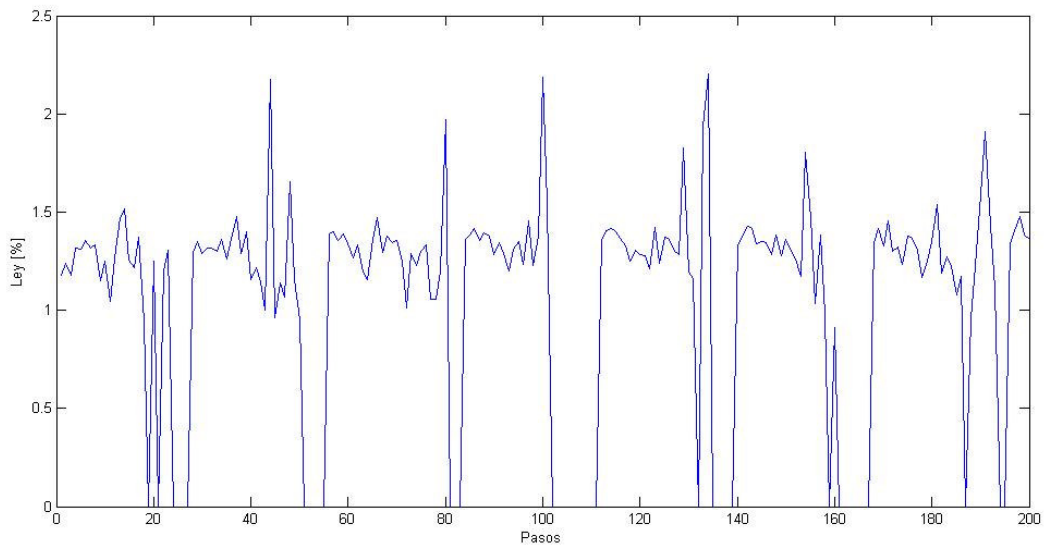


Figura 114: Promedio de la variable ley para las 100 realizaciones

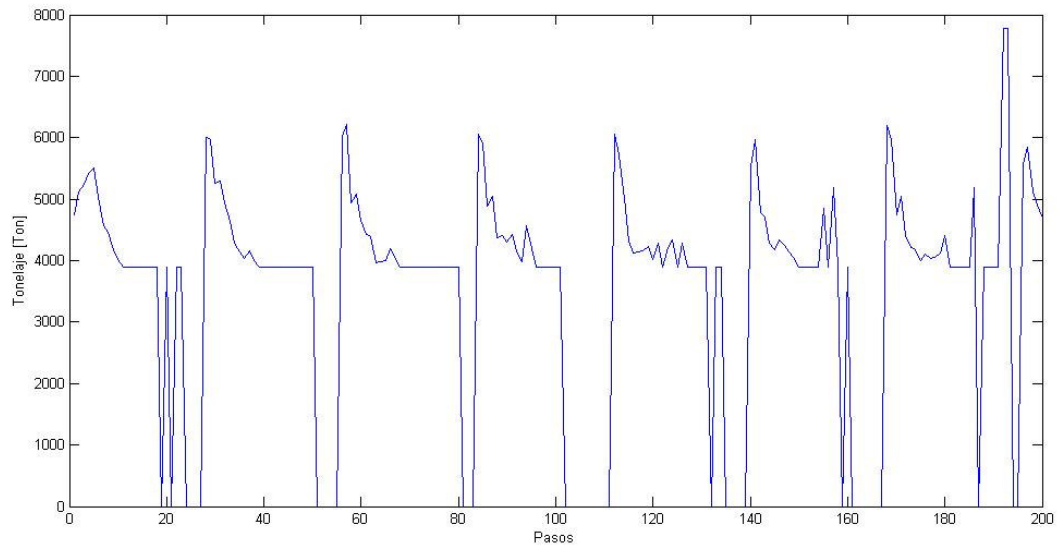


Figura 115: Promedio de la variable tonelaje para las 100 realizaciones

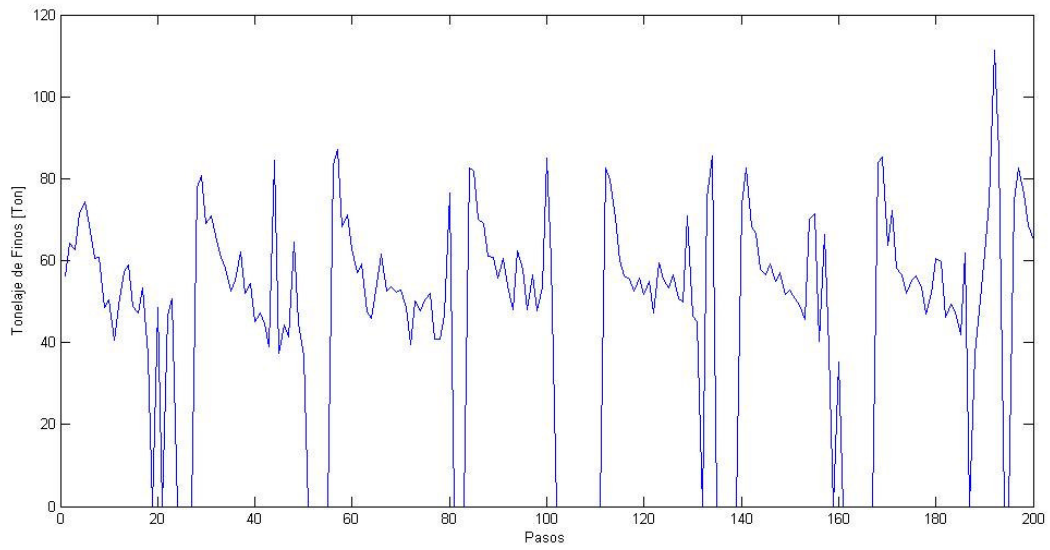


Figura 116: Promedio de la variable tonelaje de finos para las 100 realizaciones

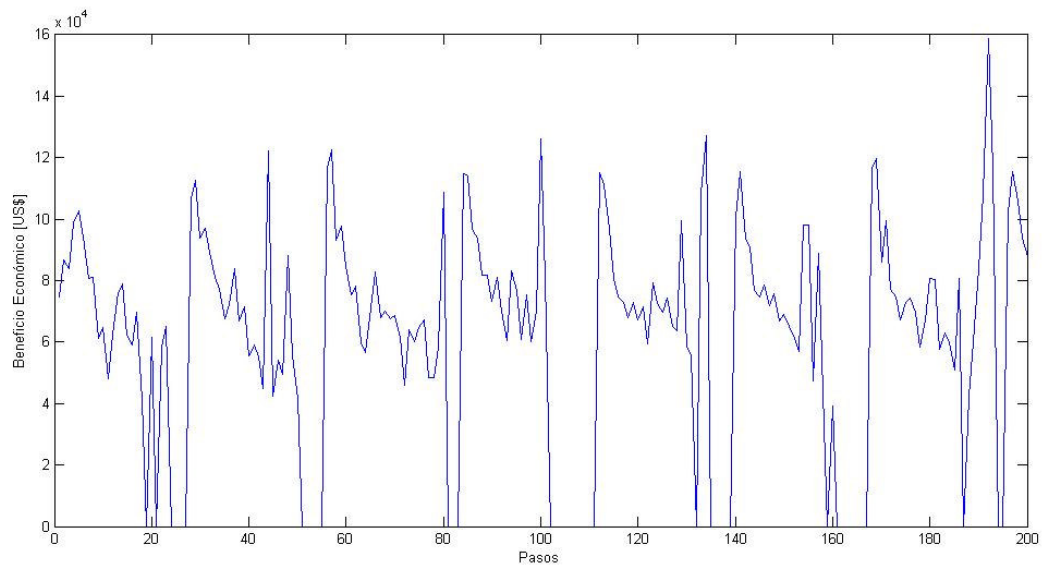


Figura 117: Promedio de la variable beneficio económico para las 100 realizaciones

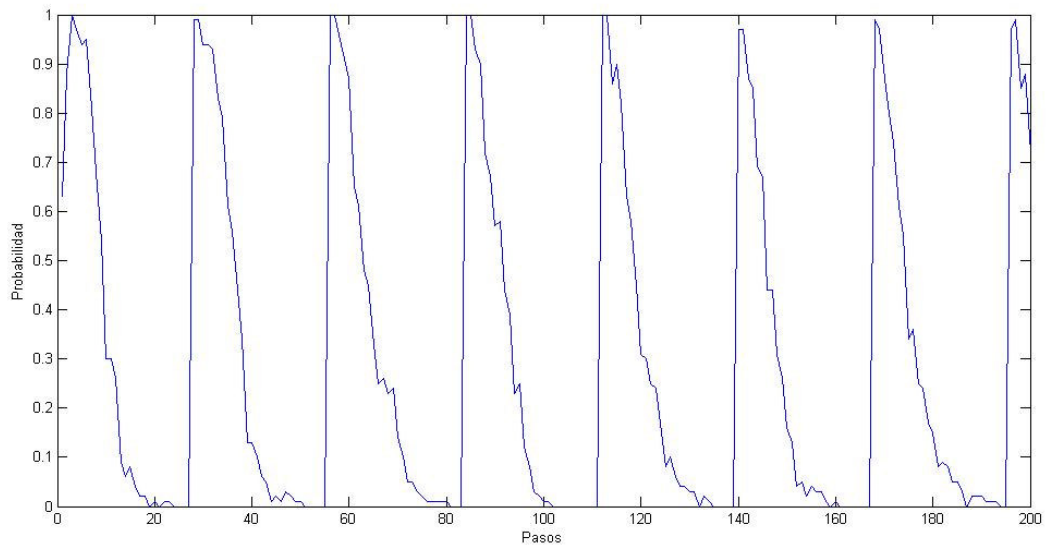


Figura 118: Probabilidad extracción para las 100 realizaciones

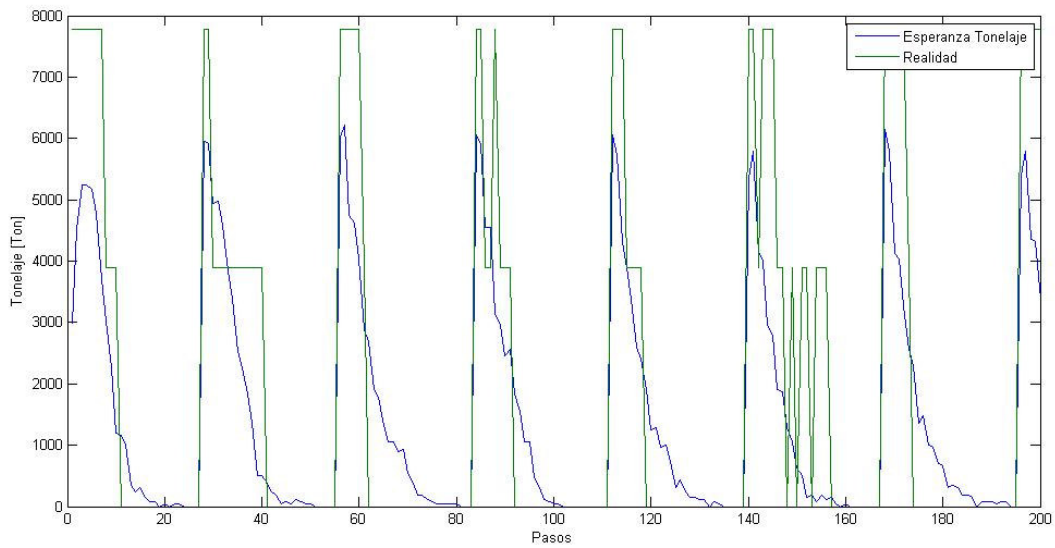


Figura 119: Esperanza tonelaje de alimentación a planta simulación gaussiana.

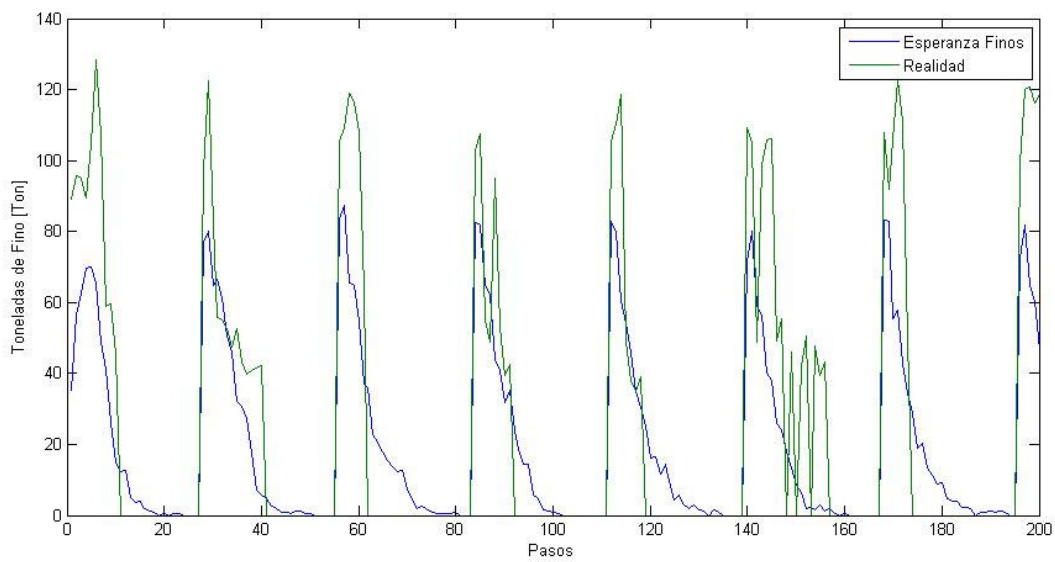


Figura 120: Esperanza de finos enviados a planta simulación gaussiana.

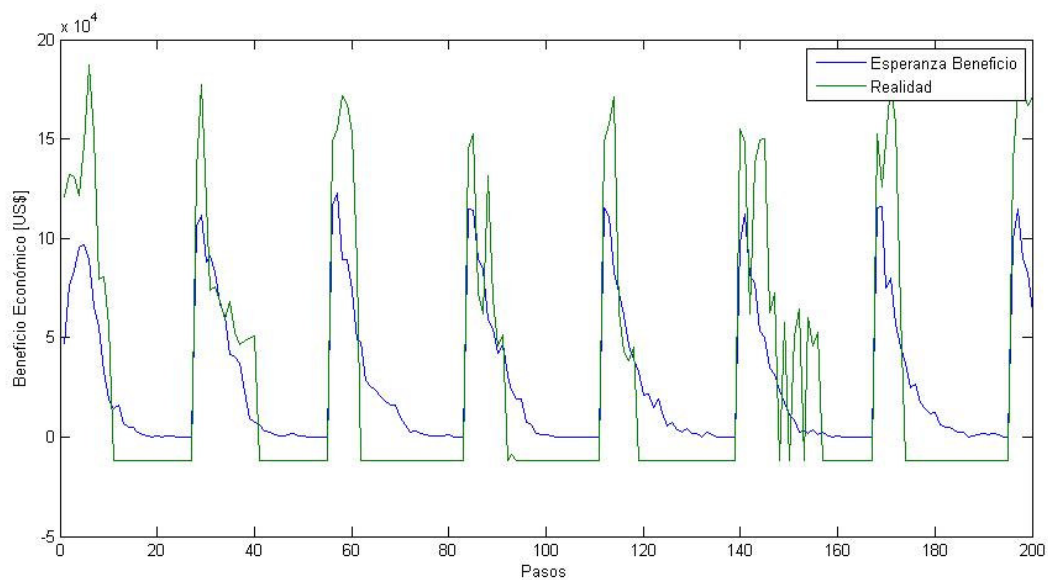


Figura 121: Esperanza beneficio económico simulación gaussiana.

Anexo C.3.2: Reagrupada

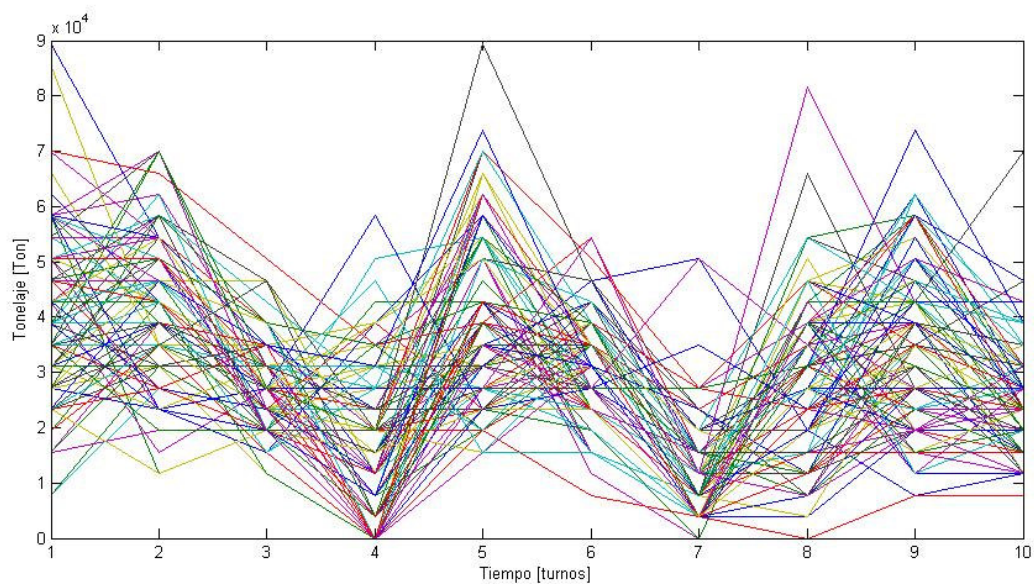


Figura 122: Tonelaje de alimentación a planta simulación gaussiana, rebloqueada.

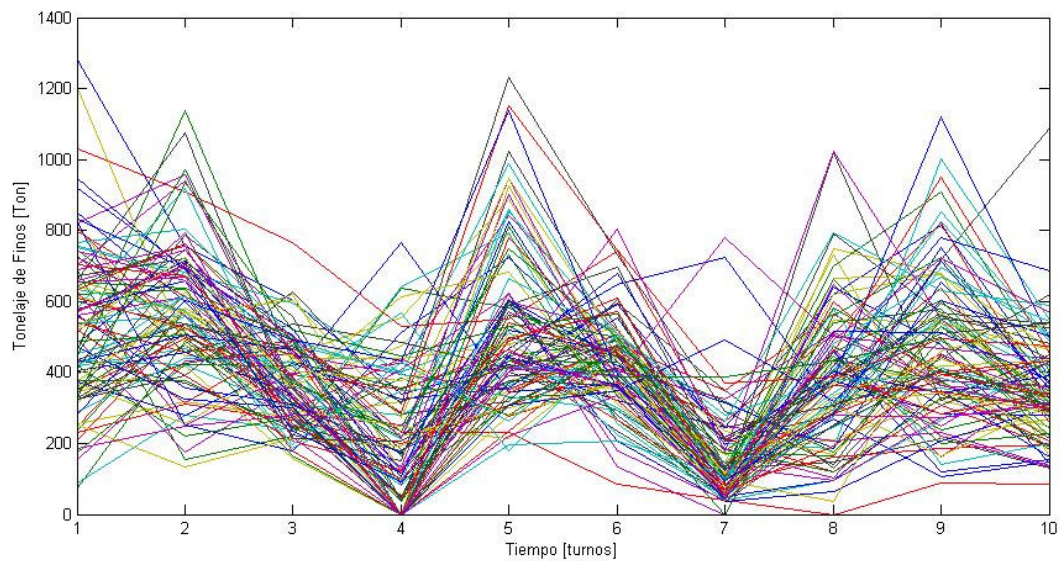


Figura 123: Tonelaje de finos enviados a planta simulación gaussiana, rebloqueada.

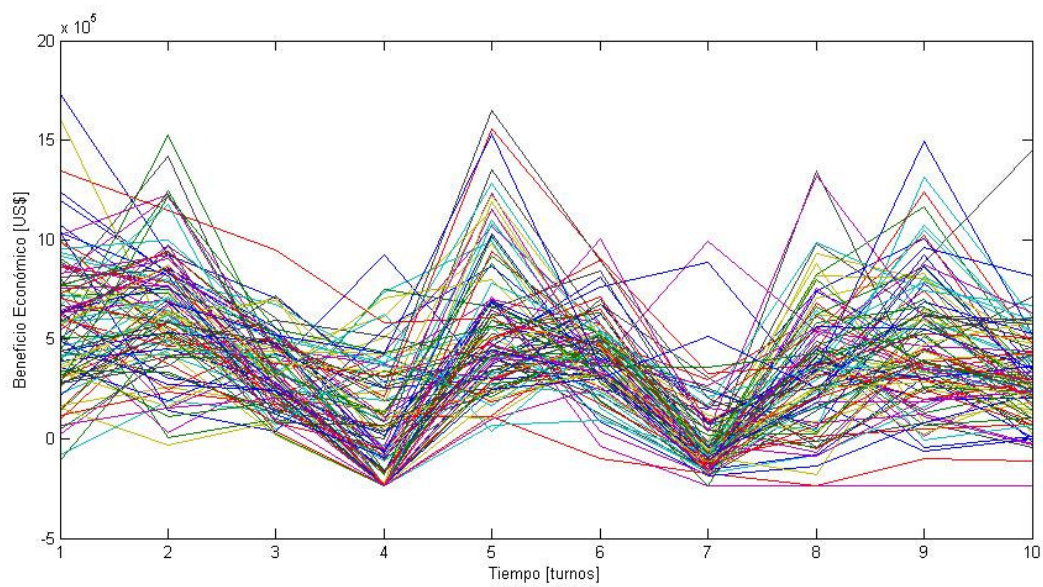


Figura 124: Beneficio económico simulación gaussiana, rebloqueada.

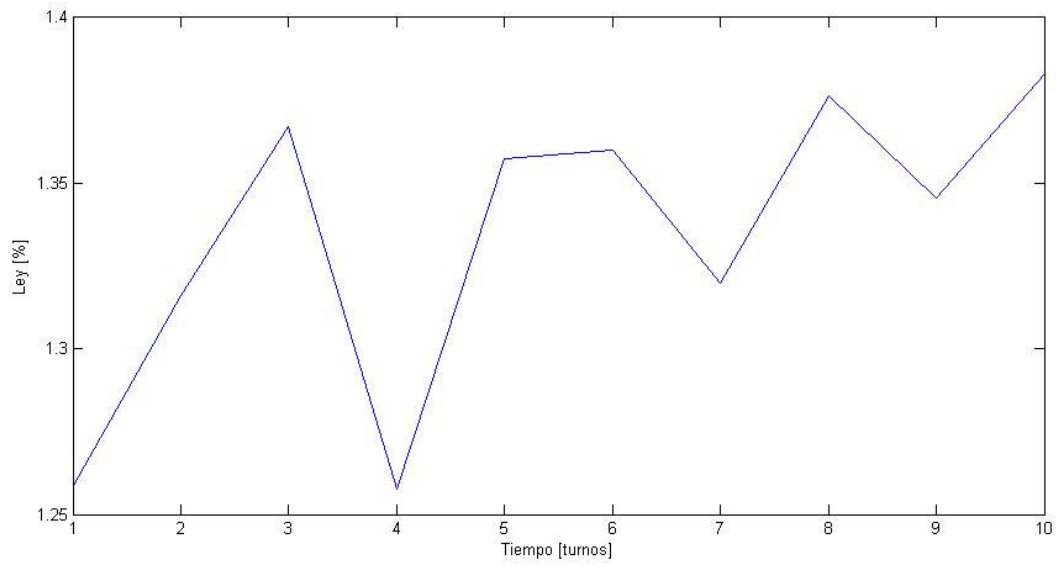


Figura 125: Promedio de la variable ley para las 100 realizaciones, reagrupada

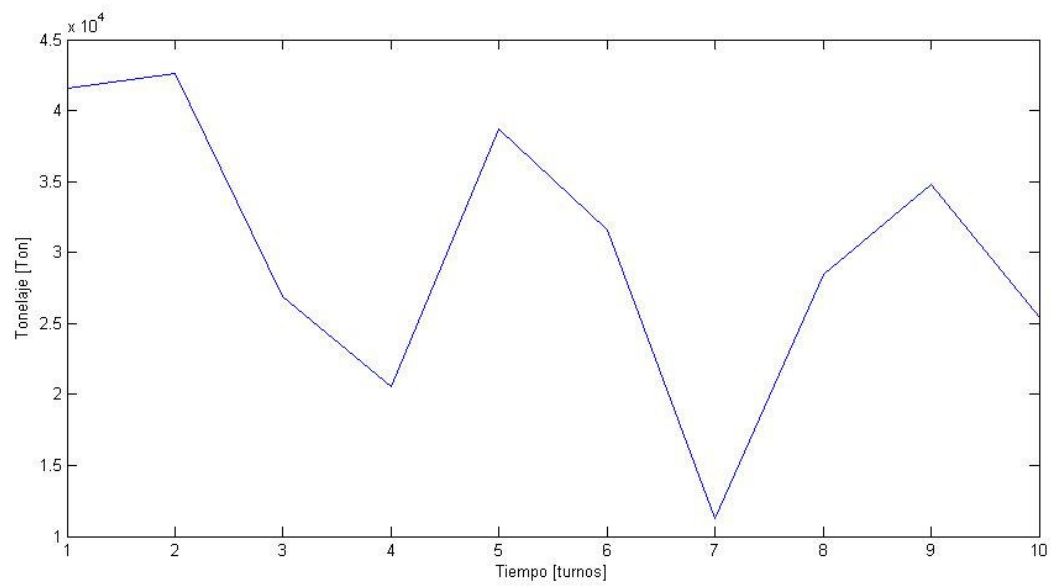


Figura 126: Promedio de la variable tonelaje para las 100 realizaciones, reagrupada

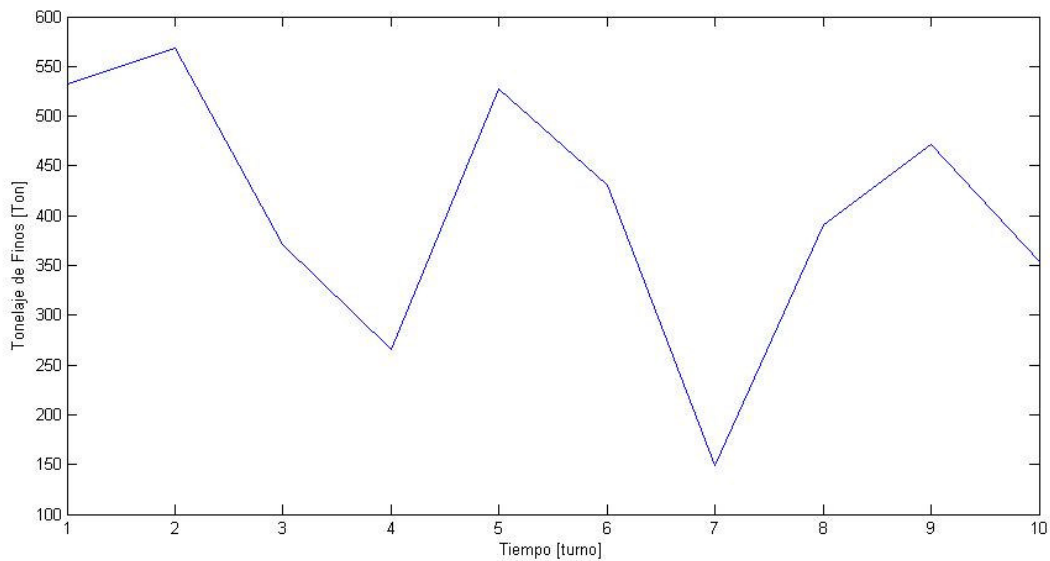


Figura 127: Promedio de la variable tonelaje de finos para las 100 realizaciones, reagrupada

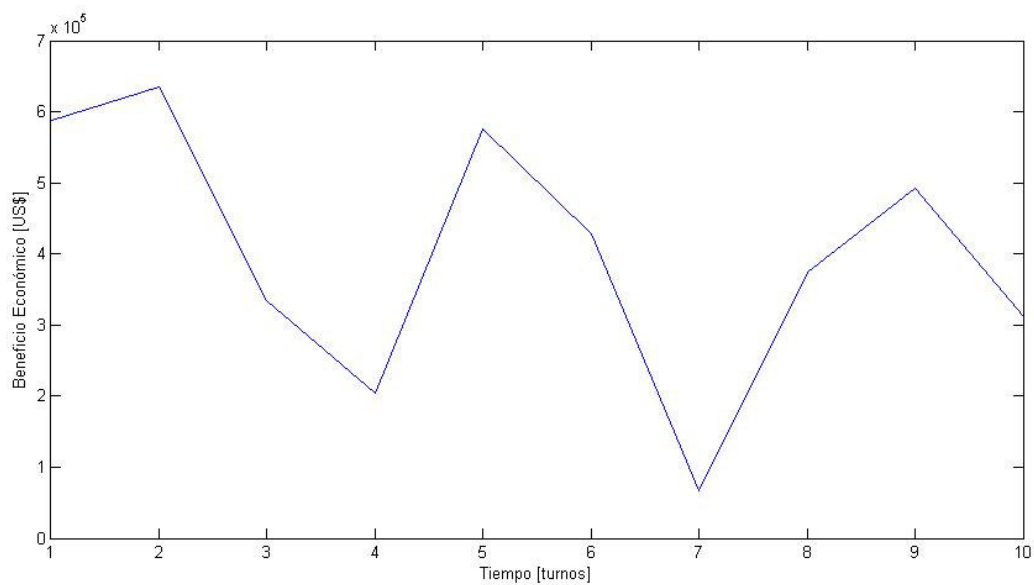


Figura 128: Promedio de la variable beneficio económico para las 100 realizaciones, reagrupada

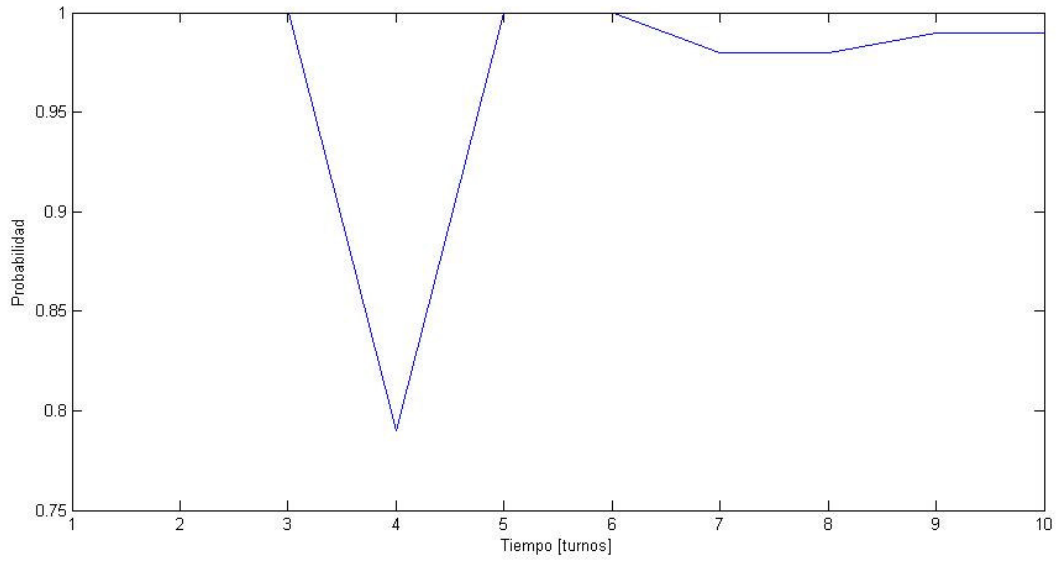


Figura 129: Probabilidad extracción para las 100 realizaciones, reagrupada

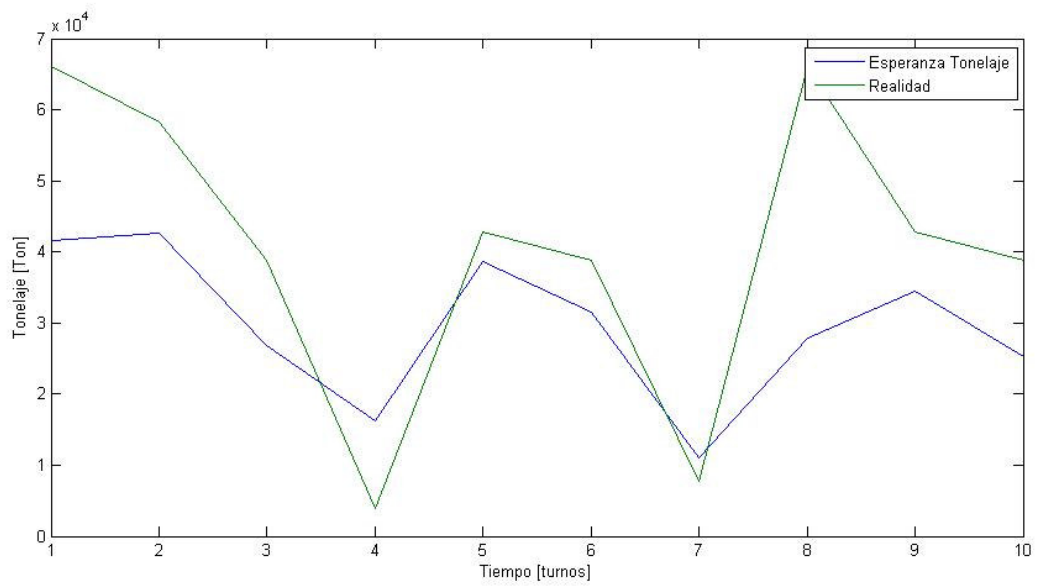


Figura 130: Esperanza tonelaje de alimentación a planta simulación gaussiana, reagrupada.

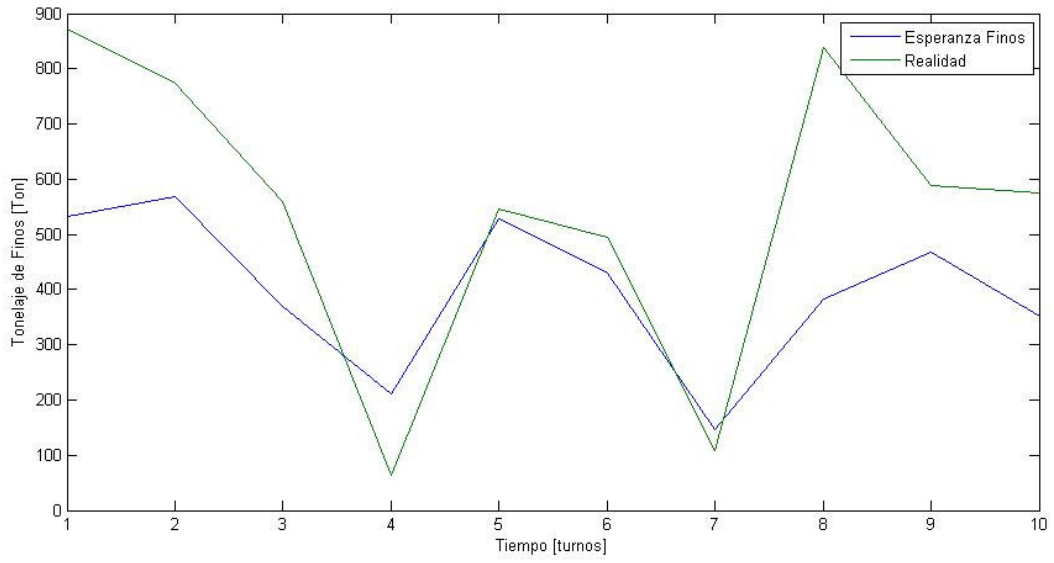


Figura 131: Esperanza de finos enviados a planta simulación gaussiana, reagrupada.

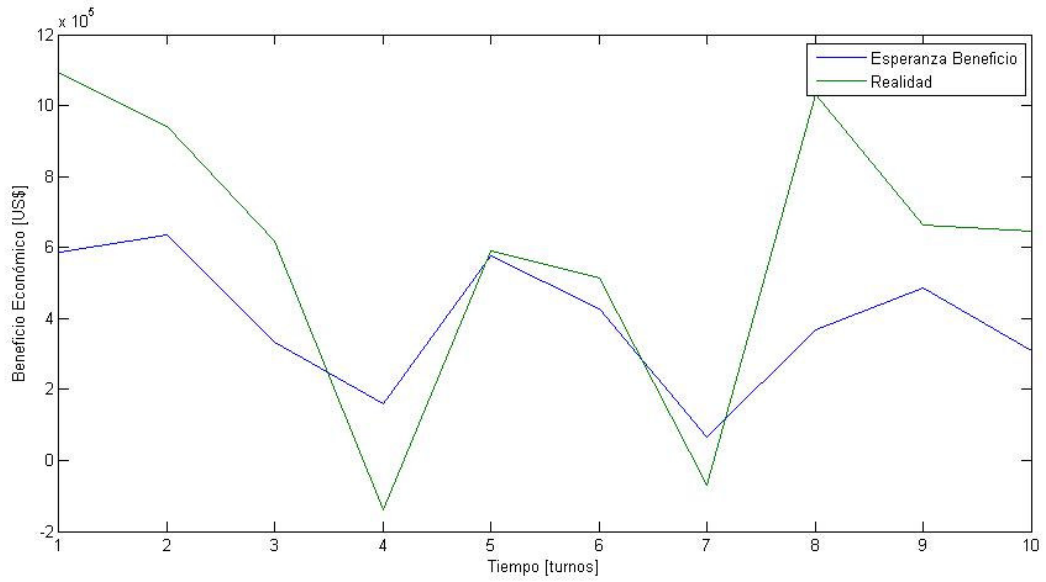


Figura 132: Esperanza beneficio económico simulación gaussiana, reagrupada.

Anexo C.4: Simulación Secuencial Gaussiana con MPS

Anexo C.4.1: Pasos

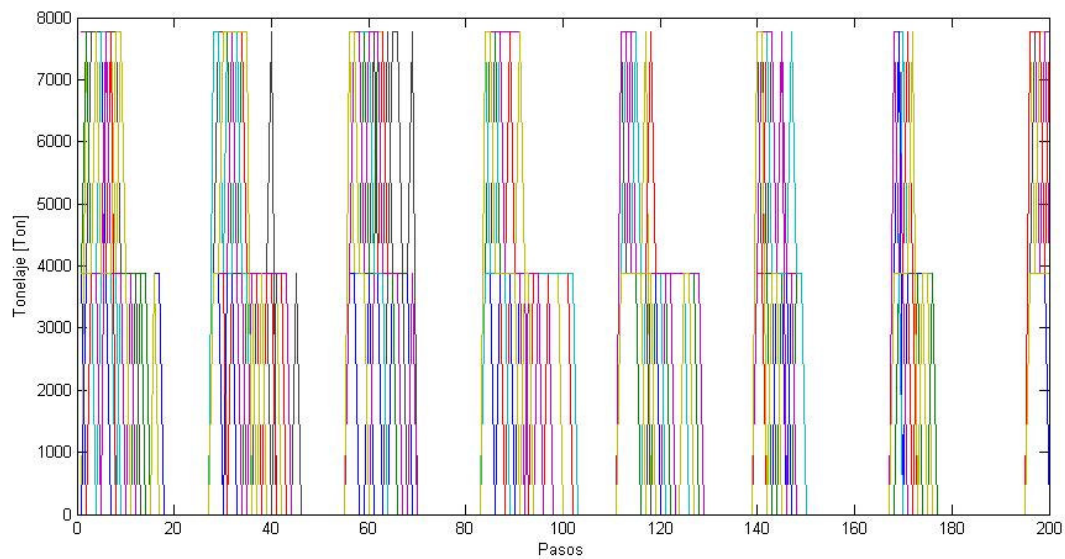


Figura 133: Tonelaje de alimentación a planta simulación gaussiana con MPS.

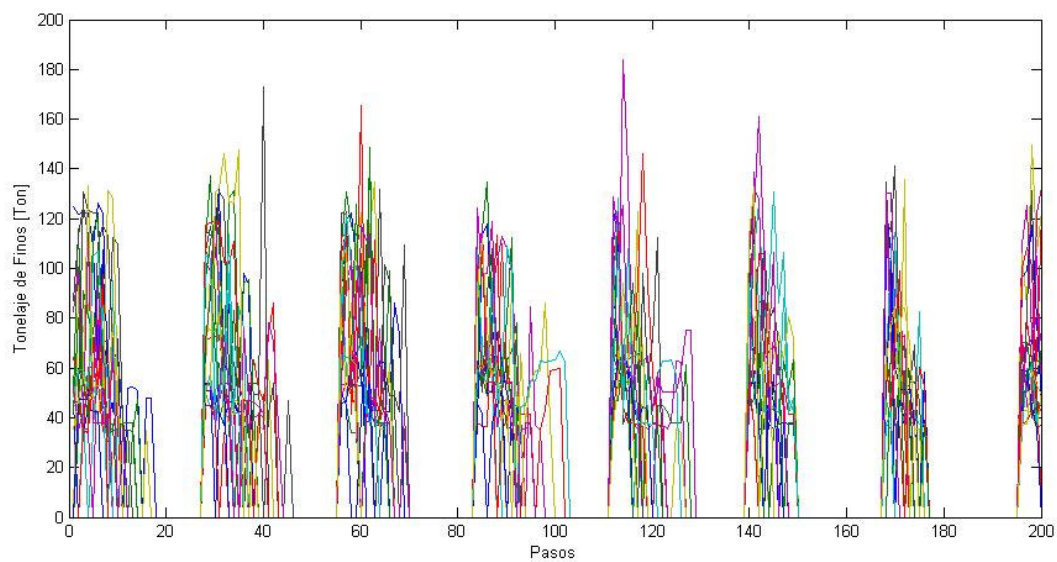


Figura 134: Tonelaje de finos enviados a planta simulación gaussiana con MPS.

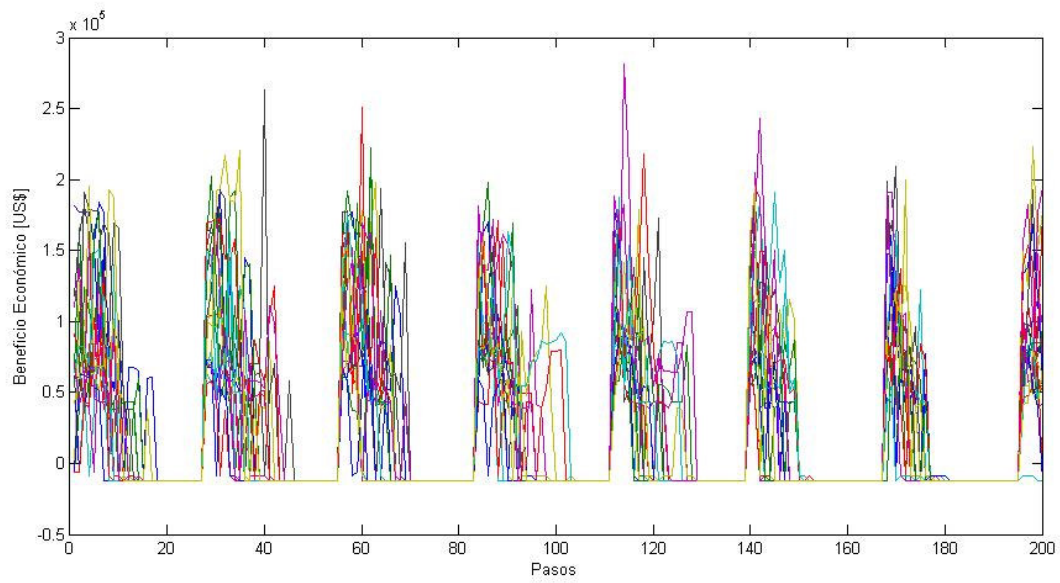


Figura 135: Beneficio económico simulación gaussiana con MPS.

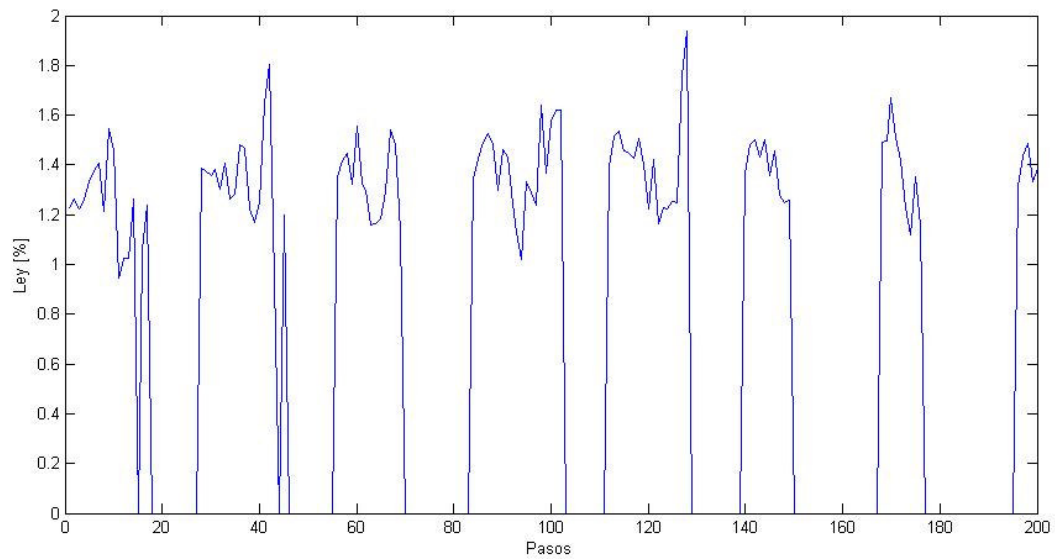


Figura 136: Promedio de la variable ley para las 20 realizaciones.

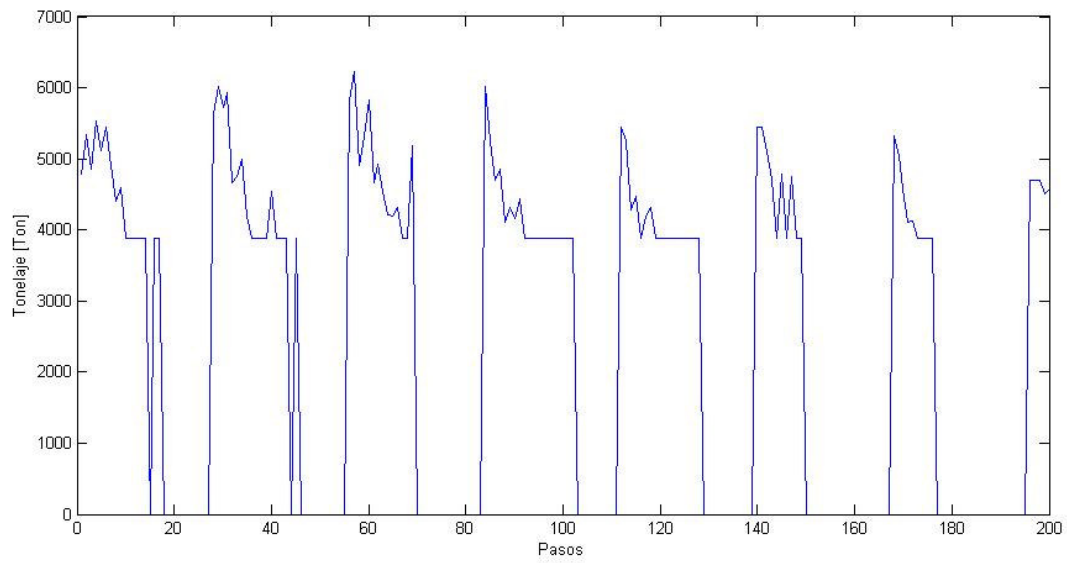


Figura 137: Promedio de la variable tonelaje para las 20 realizaciones.

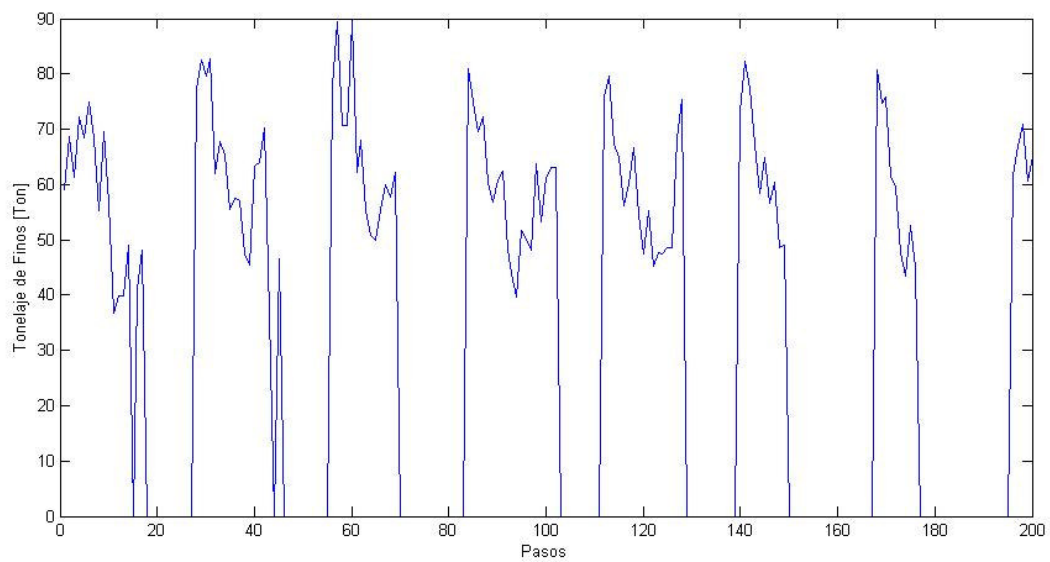


Figura 138: Promedio de la variable fino para las 20 realizaciones.

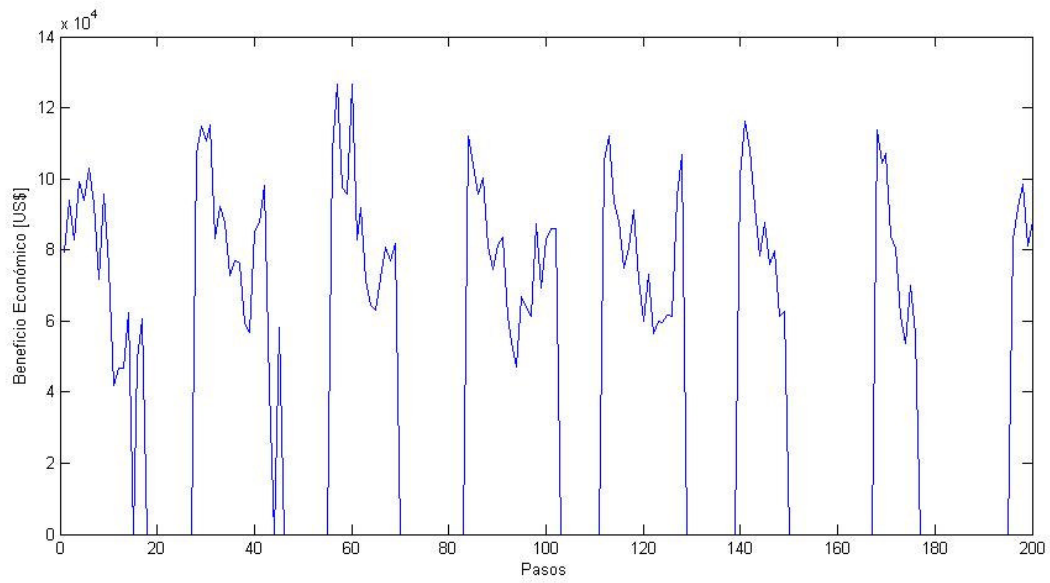


Figura 139: Promedio de la variable beneficio económico para las 20 realizaciones.

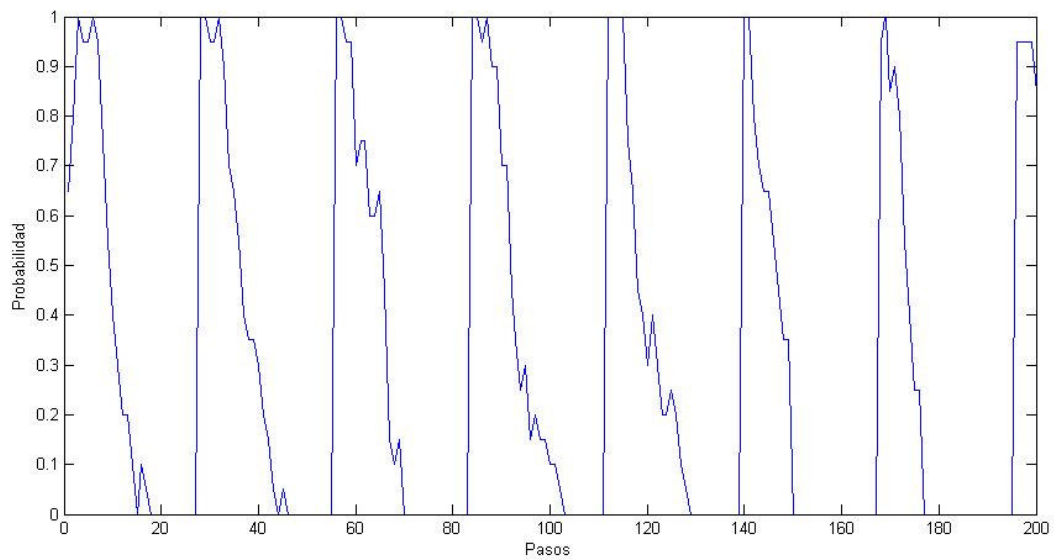


Figura 140: Probabilidad de la extracción para las 20 realizaciones.

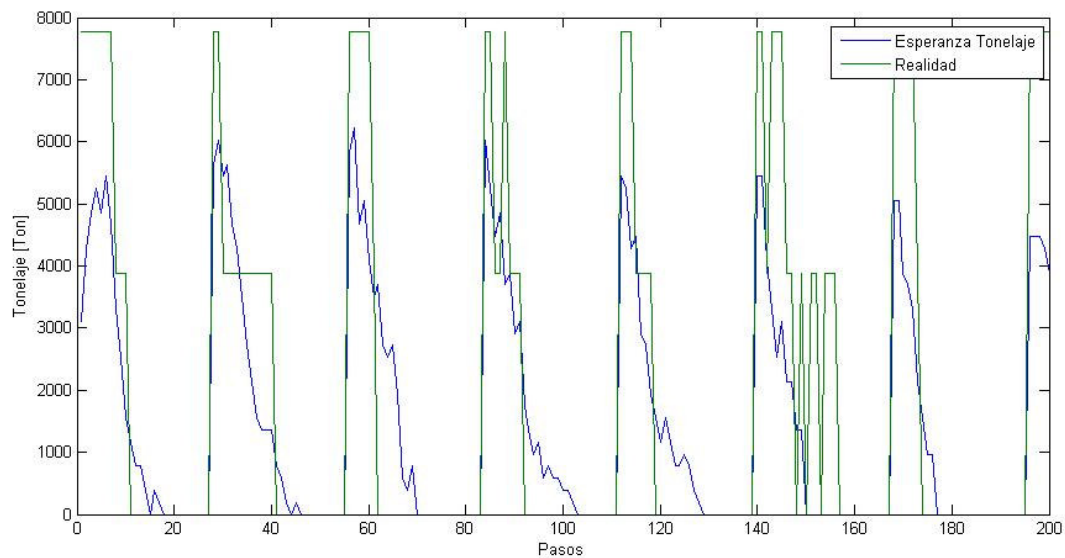


Figura 141: Esperanza tonelaje de alimentación a planta simulación gaussiana con MPS.

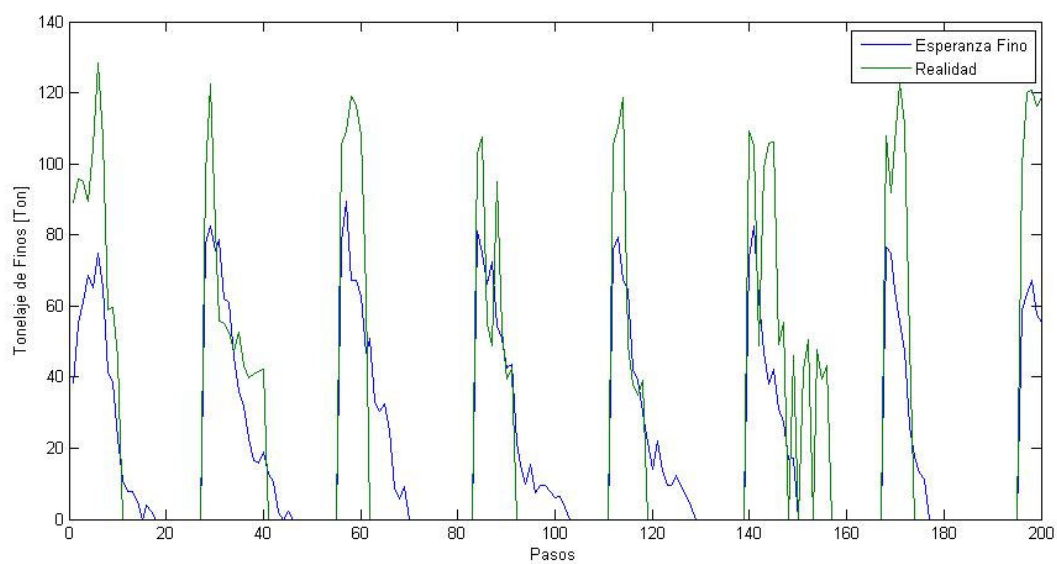


Figura 142: Esperanza de finos enviados a planta simulación gaussiana con MPS.

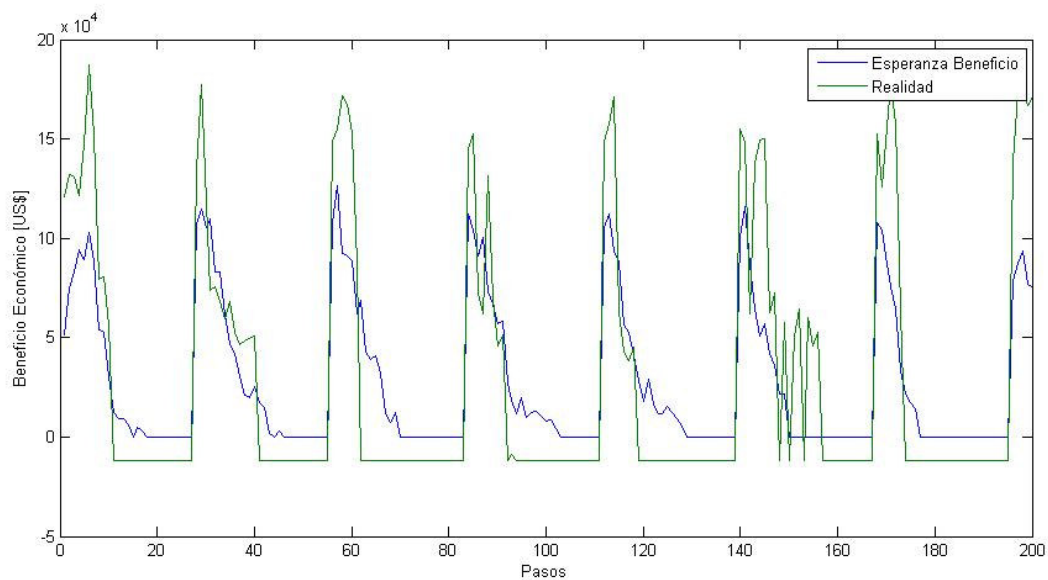


Figura 143: Esperanza del beneficio económico simulación gaussiana con MPS.

Anexo C.4.2: Reagrupados

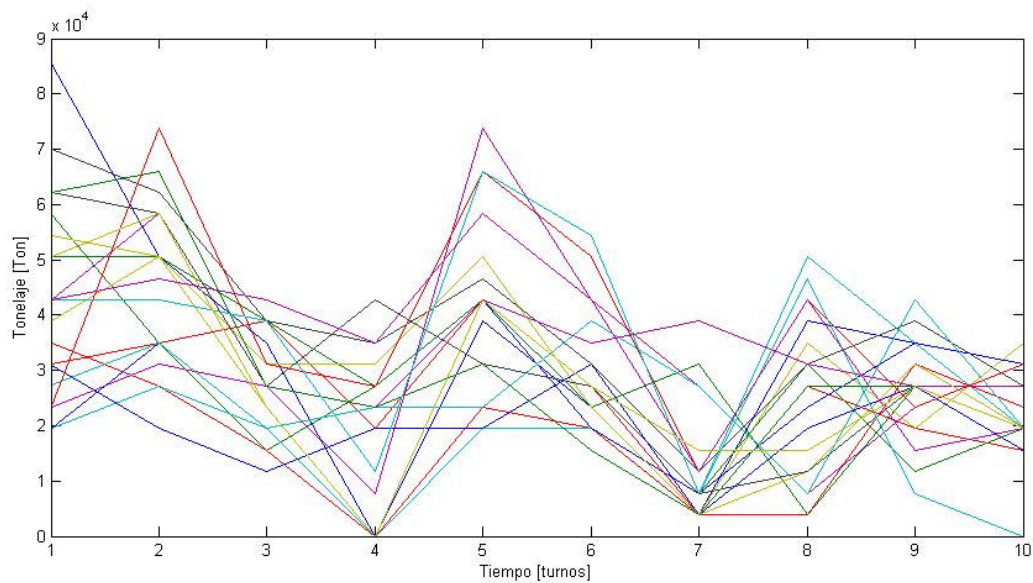


Figura 144: Tonelaje de alimentación a planta simulación gaussiana con MPS, reagrupada.

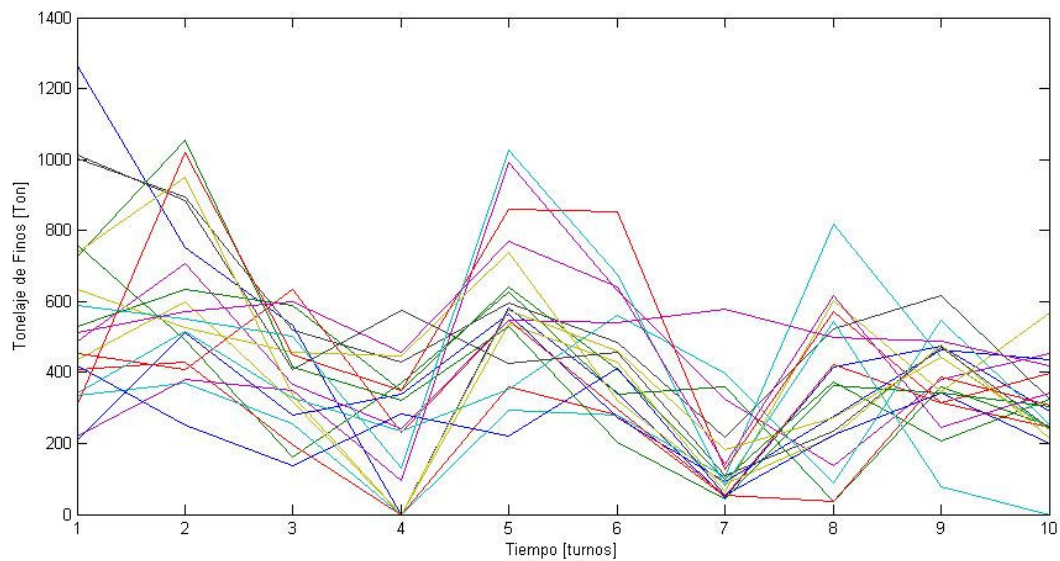


Figura 145: Tonelaje de finos enviados a planta simulación gaussiana con MPS, reagrupada.

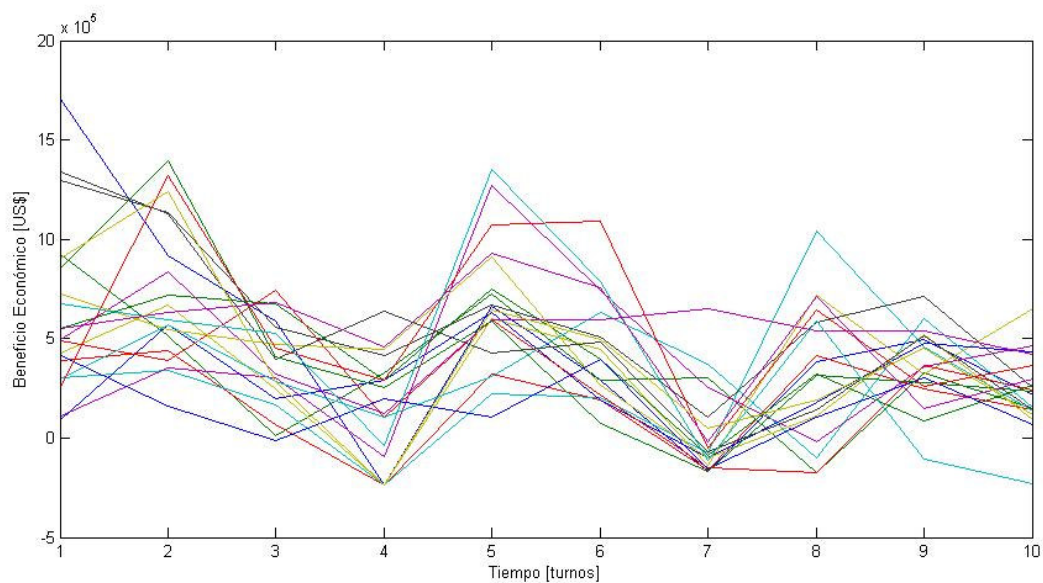


Figura 146: Beneficio económico simulación gaussiana con MPS, reagrupada.

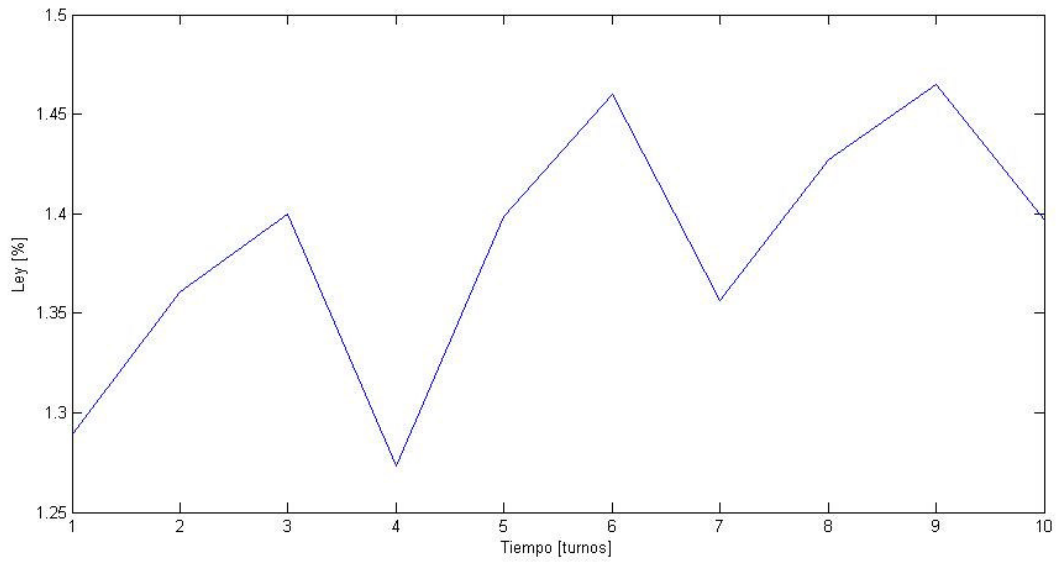


Figura 147: Promedio de la variable ley para las 20 realizaciones, reagrupada.

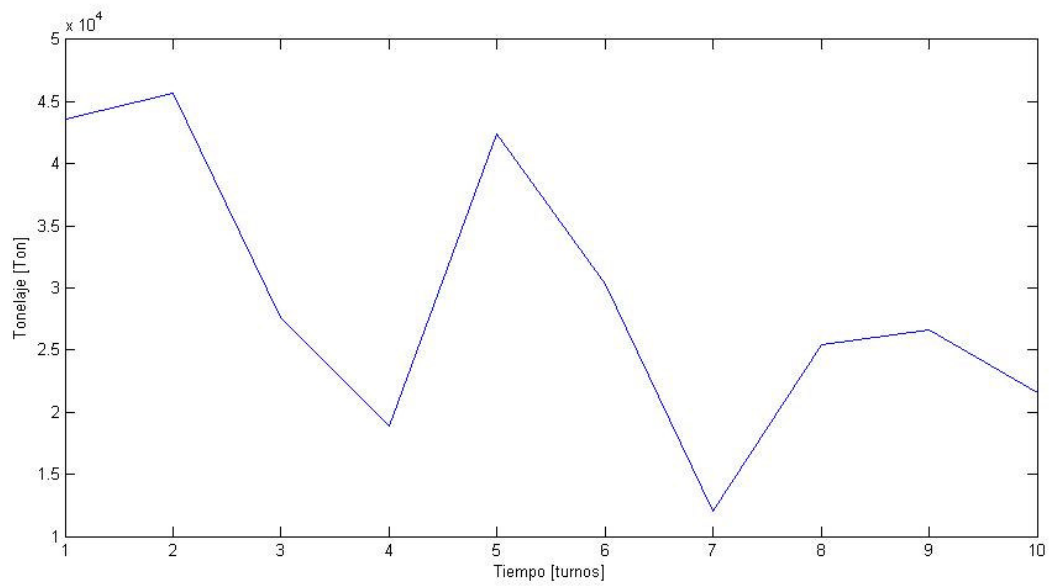


Figura 148: Promedio de la variable tonelaje para las 20 realizaciones, reagrupada.

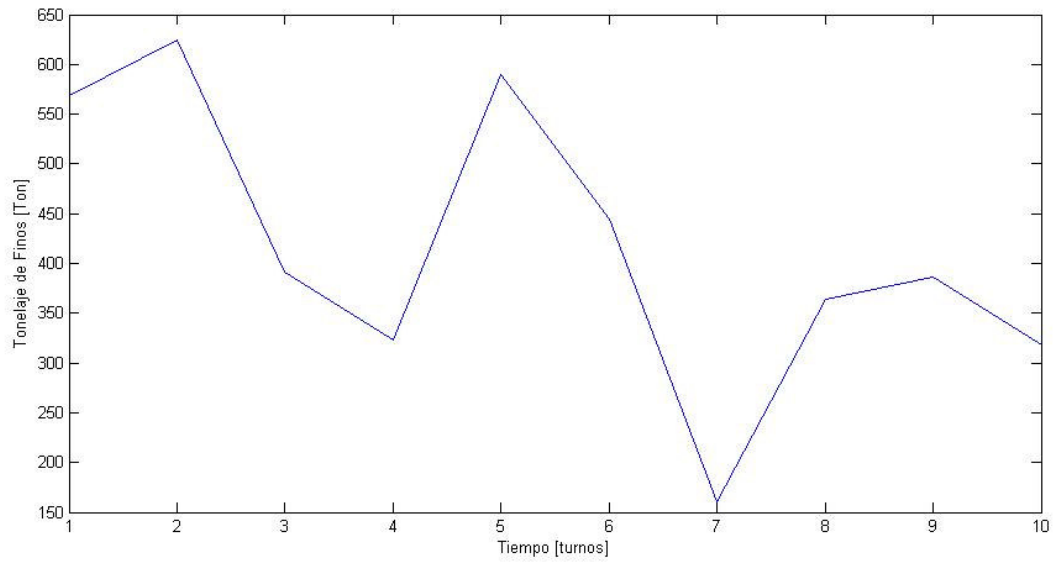


Figura 149: Promedio de la variable fino para las 20 realizaciones, reagrupada.

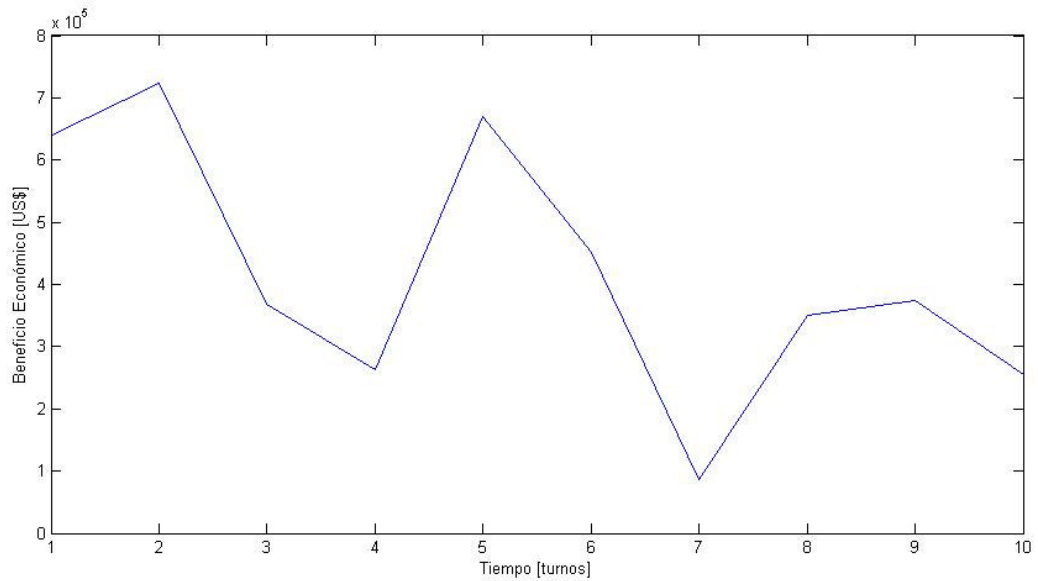


Figura 150: Promedio de la variable beneficio económico para las 20 realizaciones, reagrupada

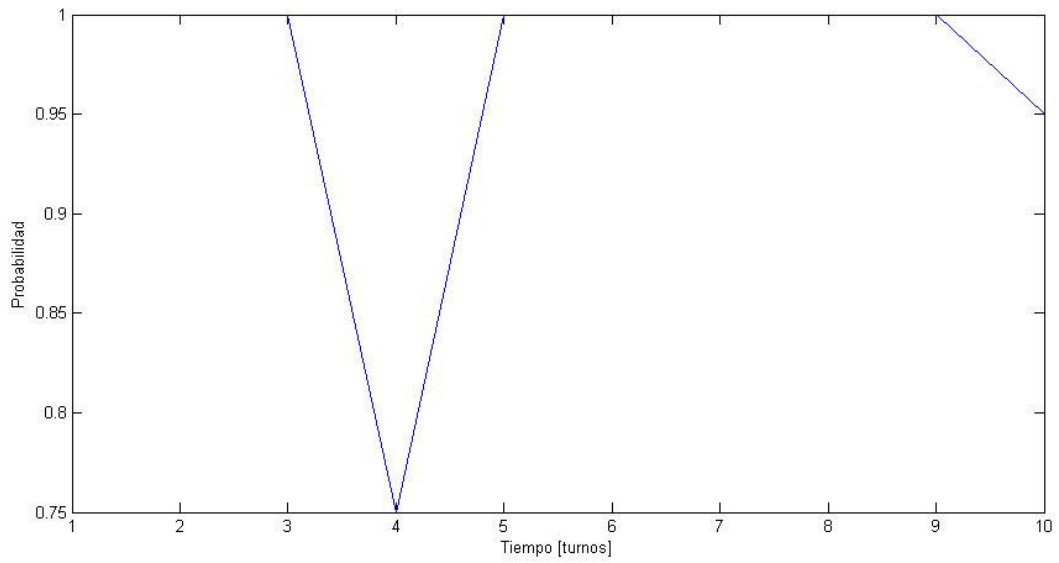


Figura 151: Probabilidad de la extracción para las 20 realizaciones, reagrupada.

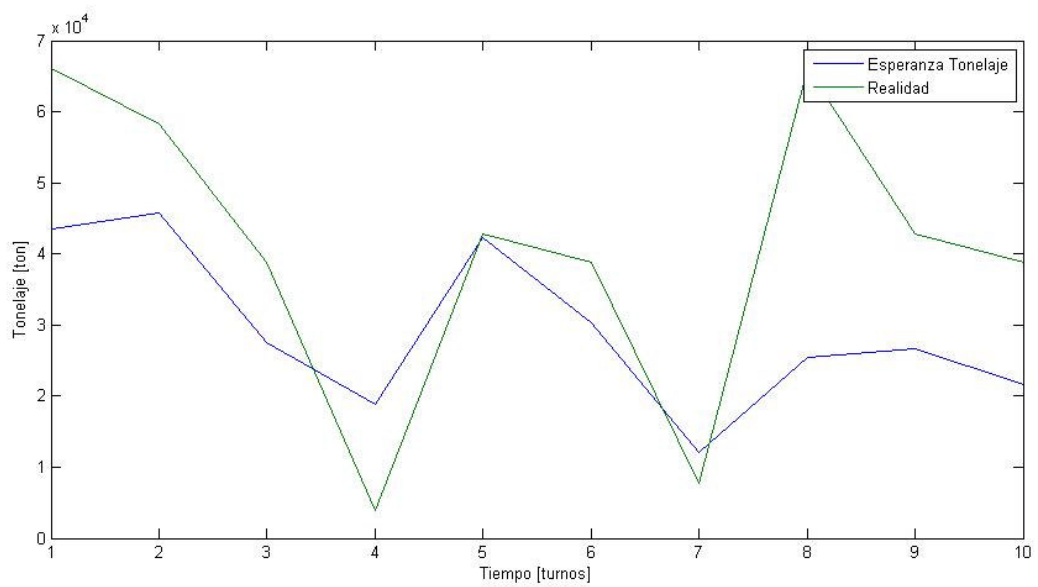


Figura 152: Esperanza tonelaje de alimentación a planta simulación gaussiana con MPS, reagrupada.

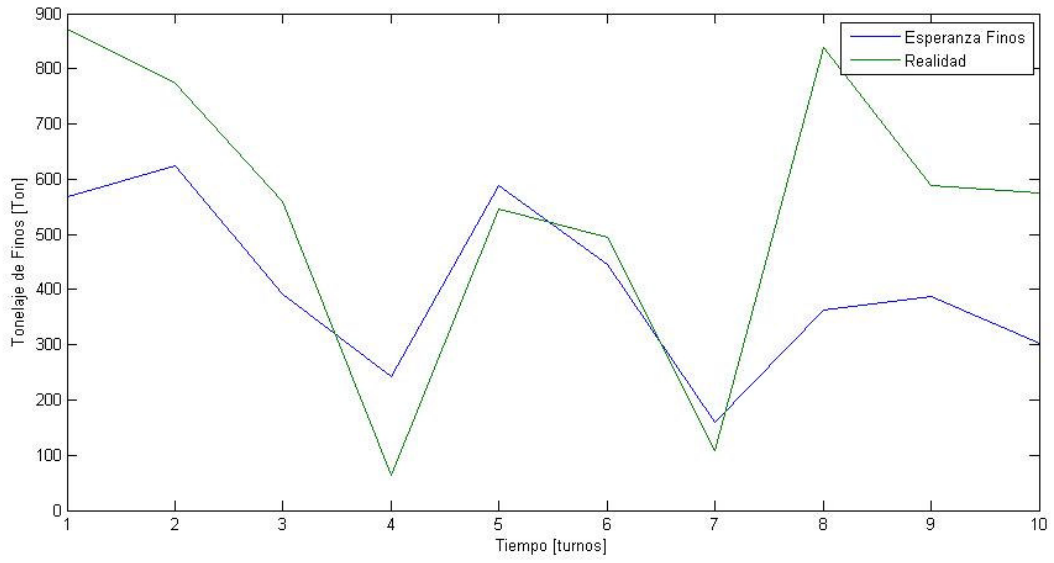


Figura 153: Esperanza de finos enviados a planta simulación gaussiana con MPS, reagrupada.

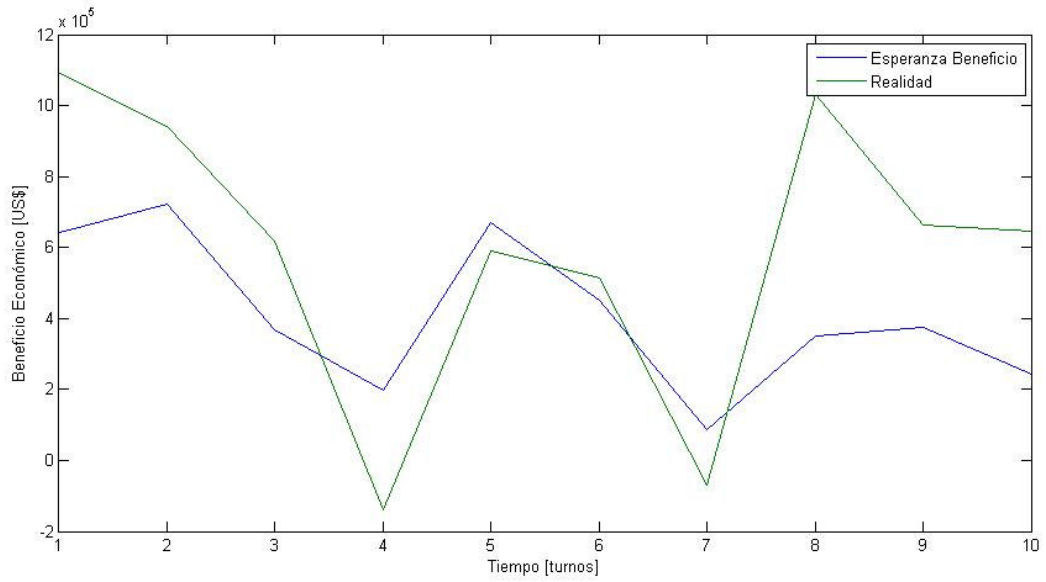
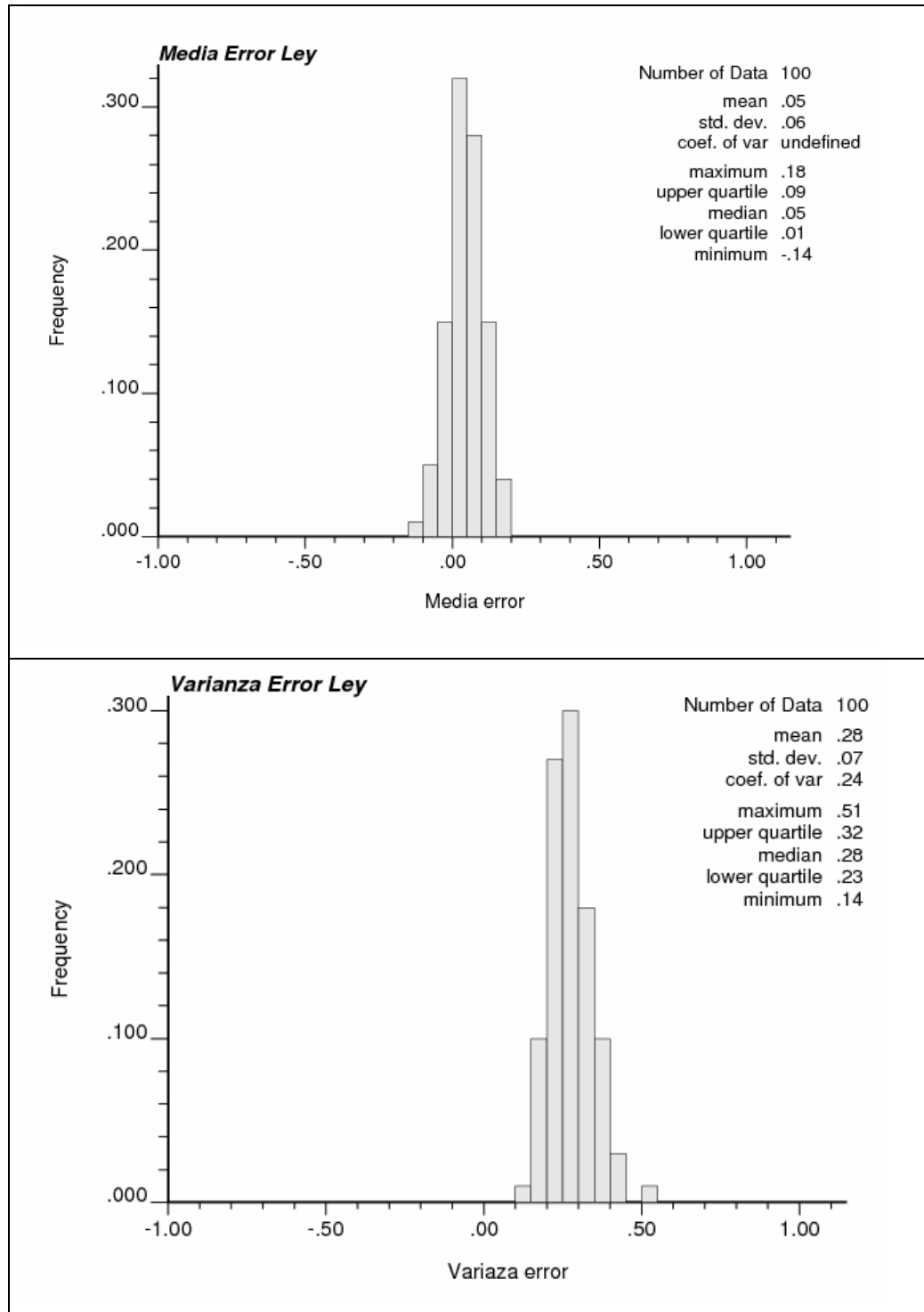
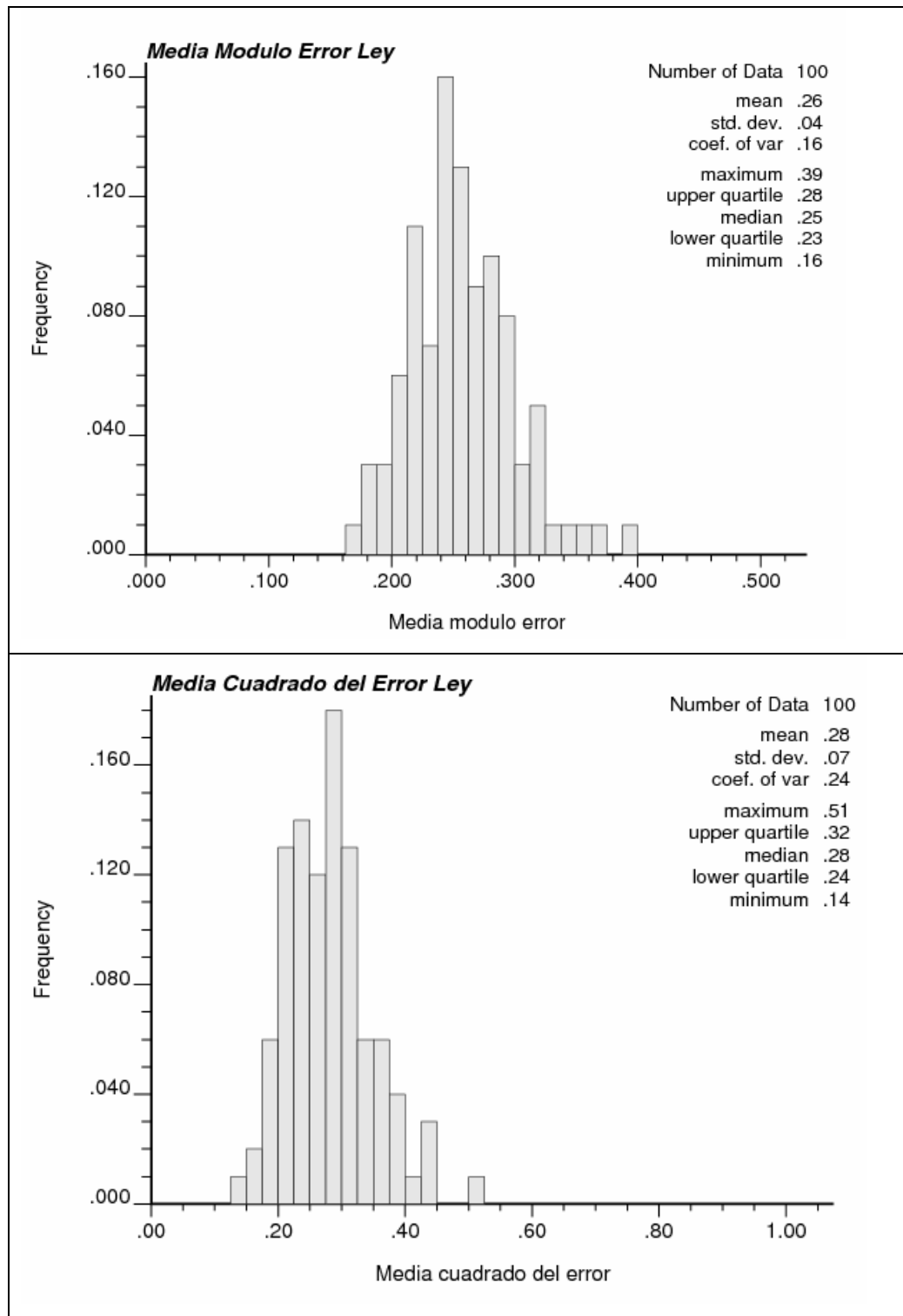


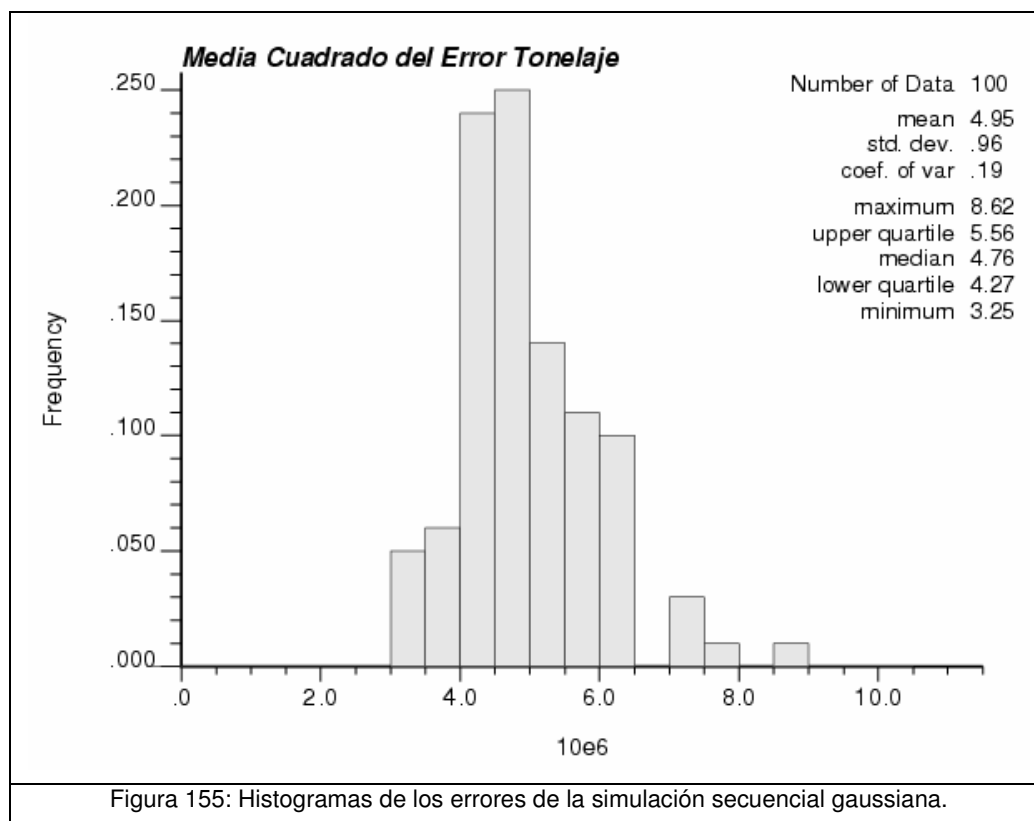
Figura 154: Esperanza del beneficio económico simulación gaussiana con MPS, reagrupada.

Anexo D: Cálculo de Errores

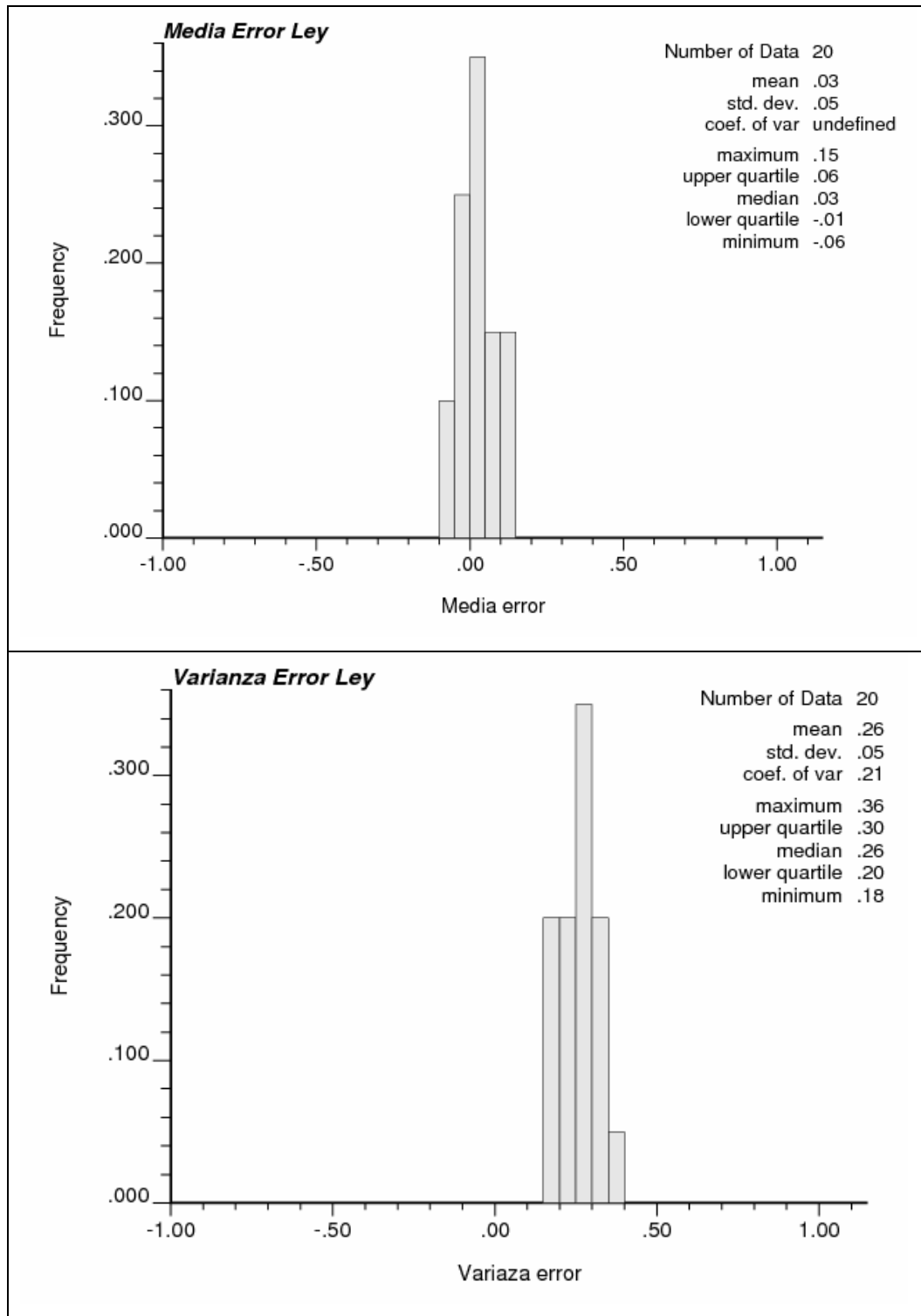
Anexo D.1: Histogramas errores simulación gaussiana

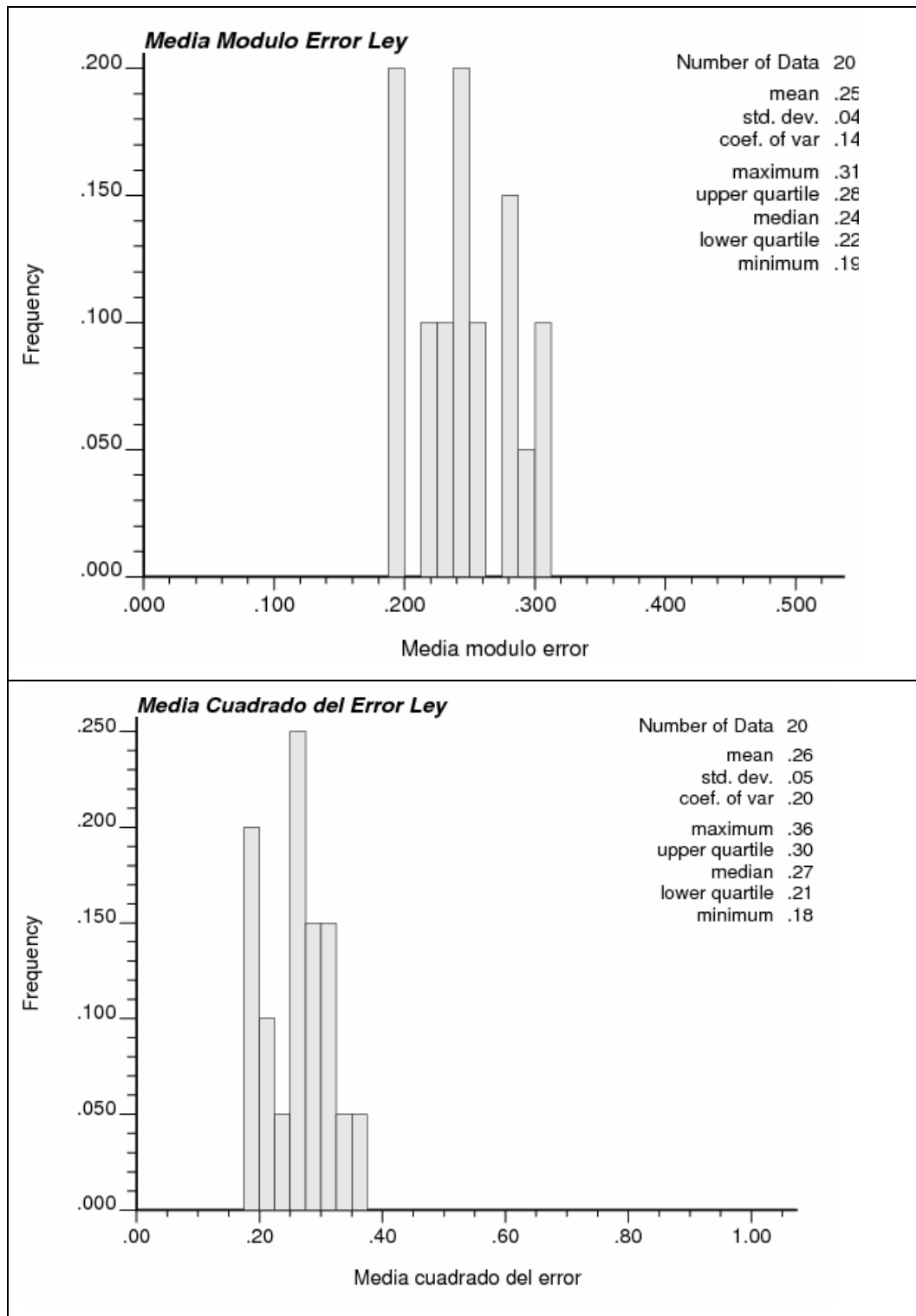


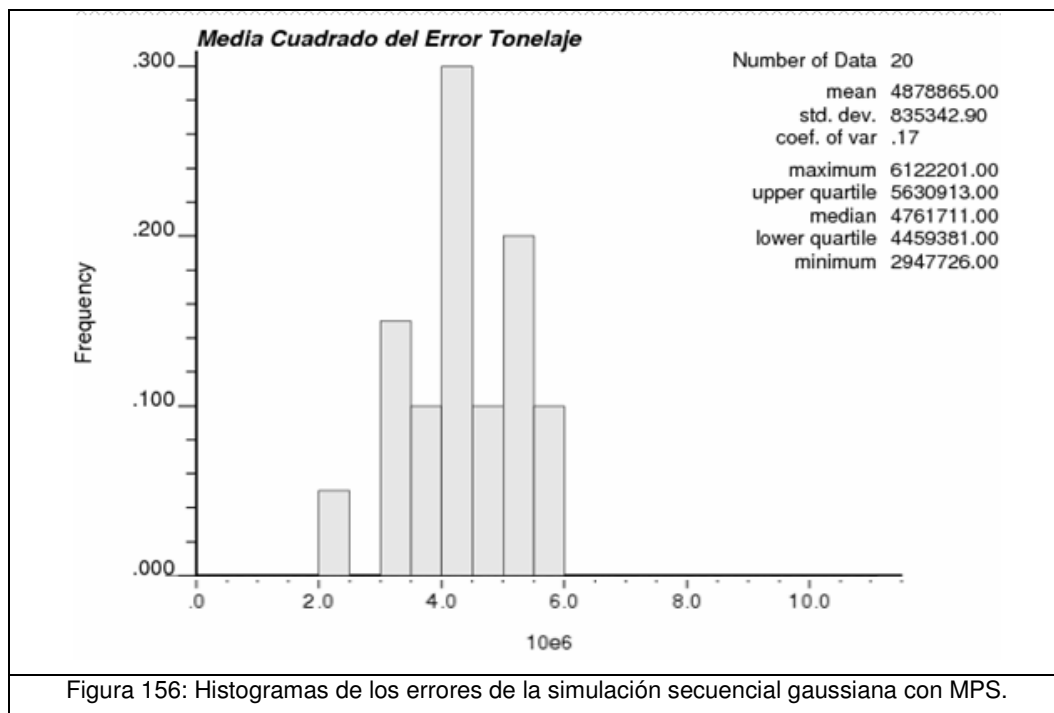




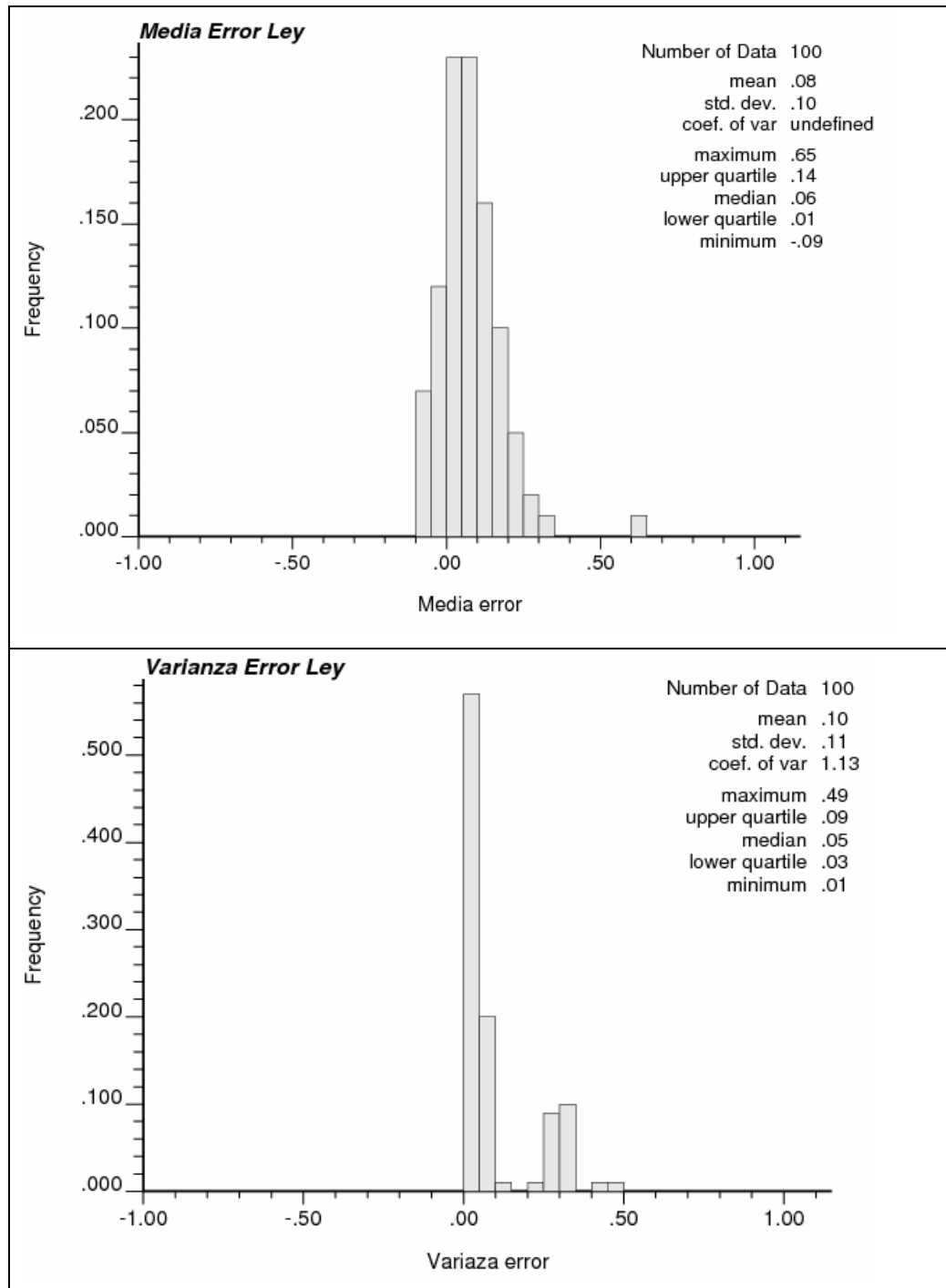
Anexo D.2: Histogramas errores simulación Gaussiana con MPS

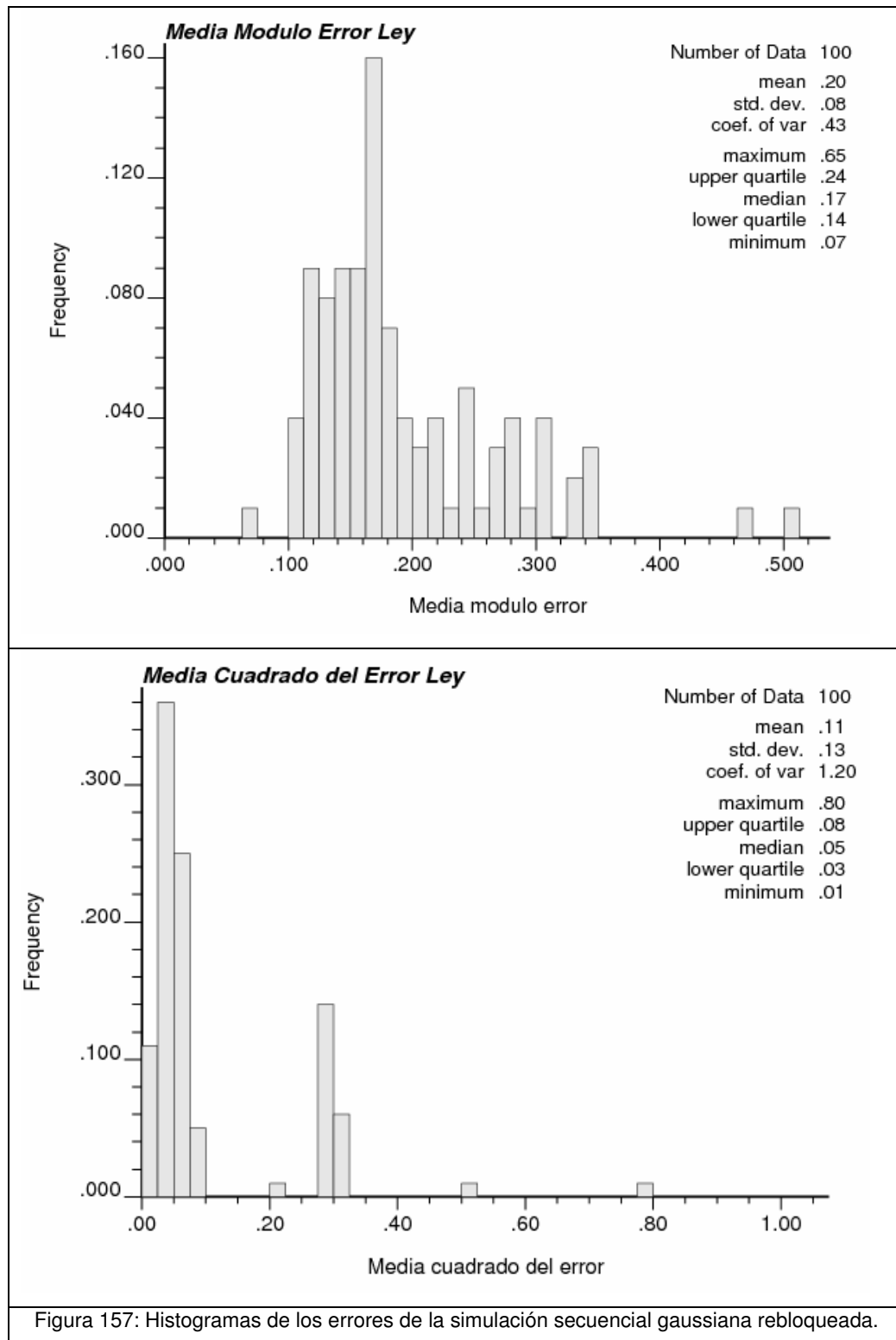




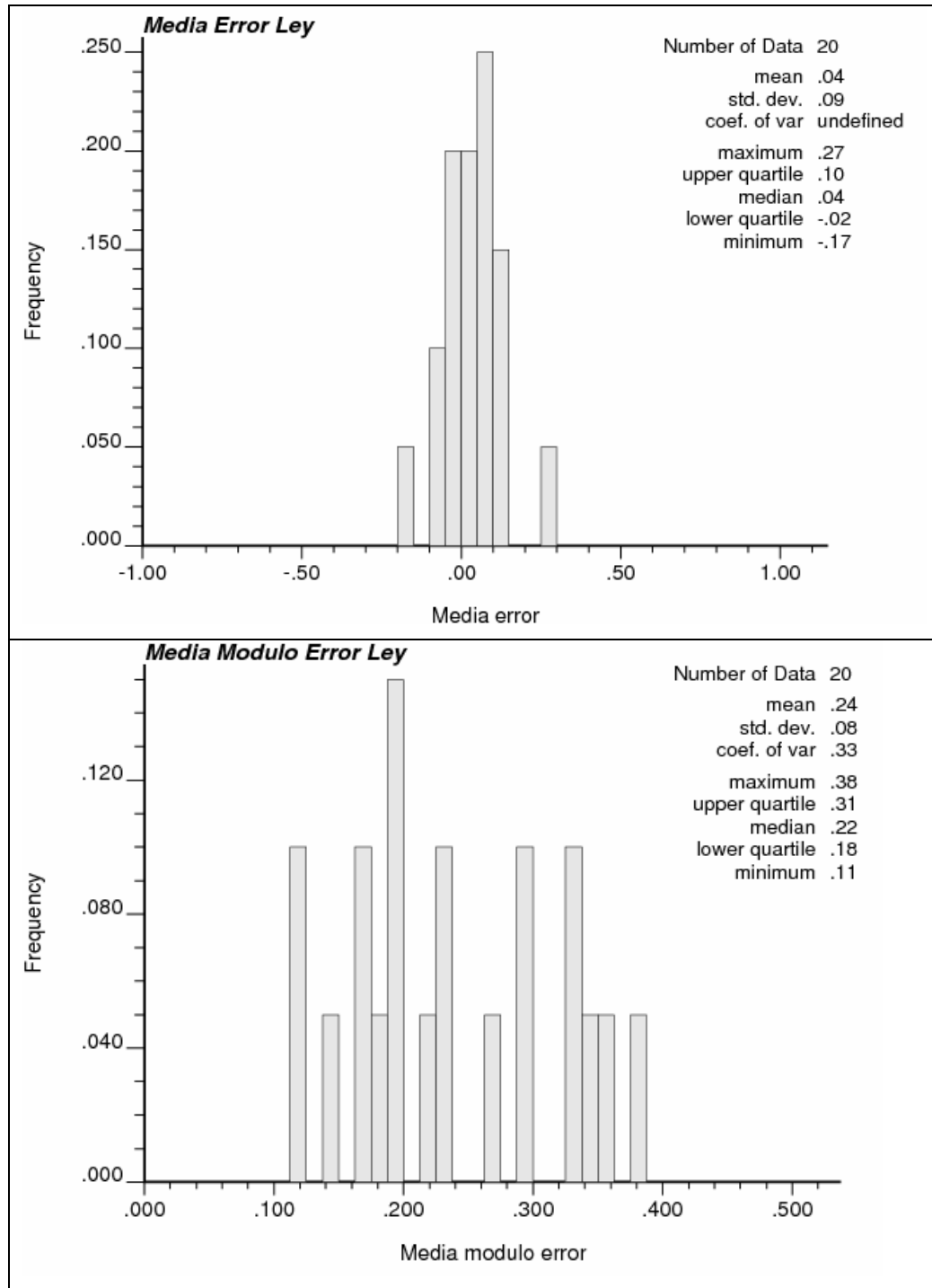


Anexo D.3: Histogramas errores simulación gaussiana reagrupados.





Anexo D.4: Histogramas errores simulación Gaussiana con MPS reagrupadas.



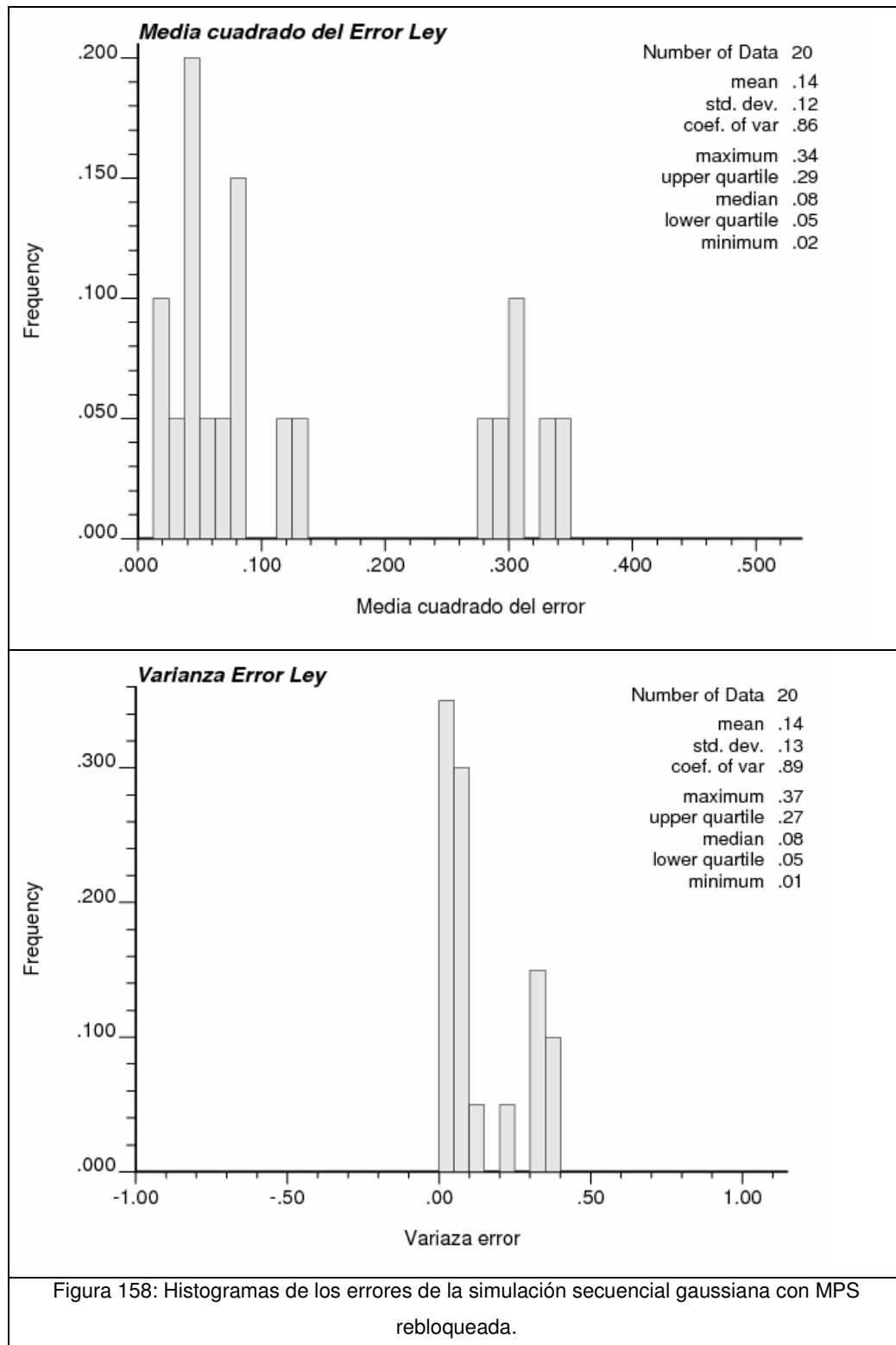


Figura 158: Histogramas de los errores de la simulación secuencial gaussiana con MPS rebloqueada.

Anexo D.5: Errores Promedio por Método.

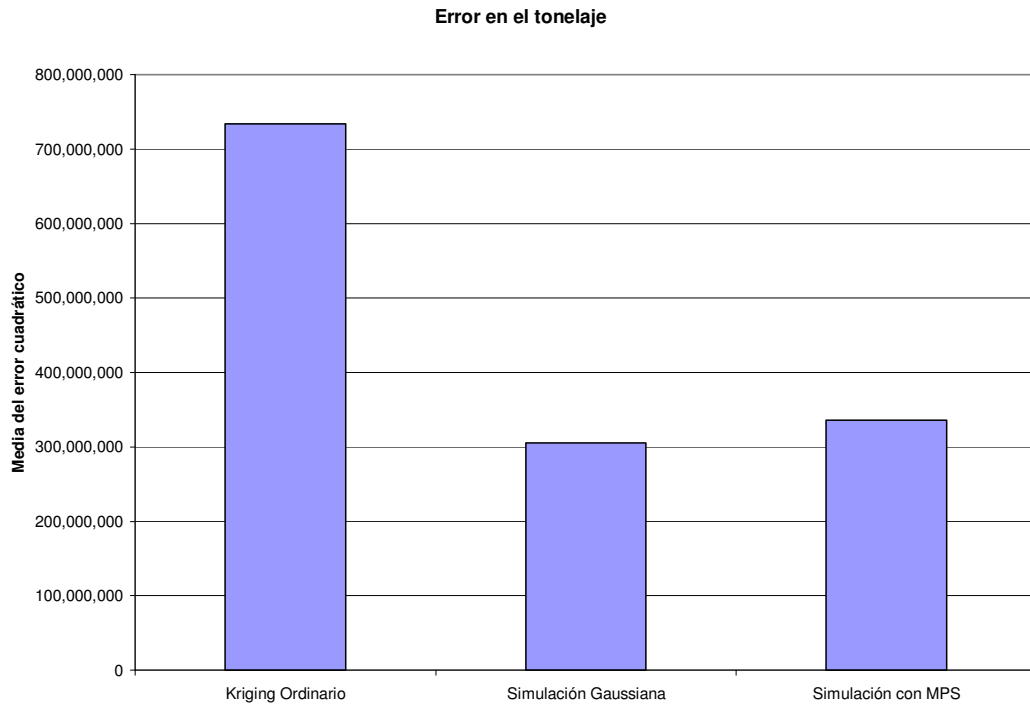


Figura 159: Media del error cuadrático para la variable tonelaje, reagrupado a 20 pasos.

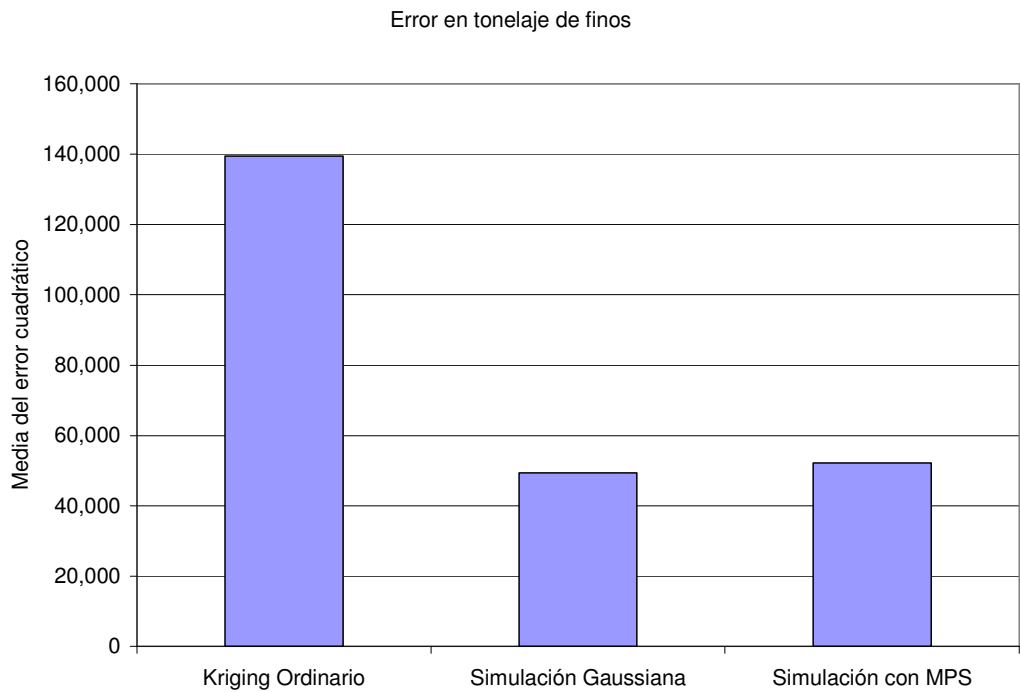


Figura 160: Media del error cuadrático para la variable tonelaje de finos, reagrupado a 20 pasos.

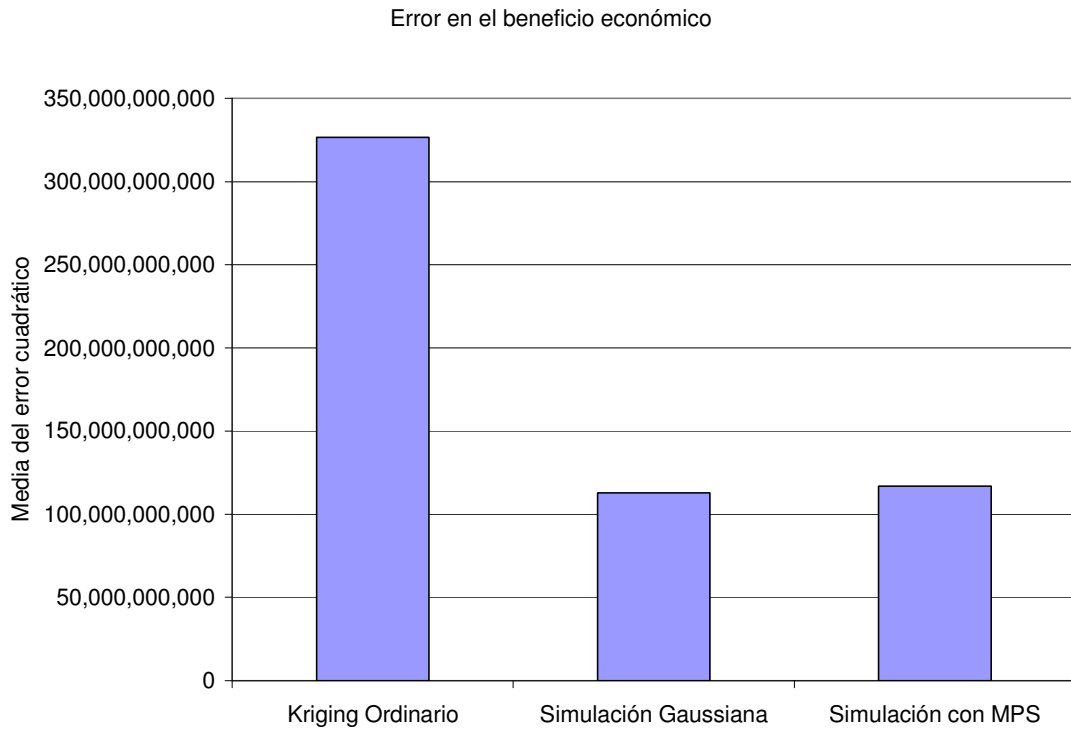


Figura 161: Media del error cuadrático para la variable beneficio económico, reagrupado a 20 pasos.

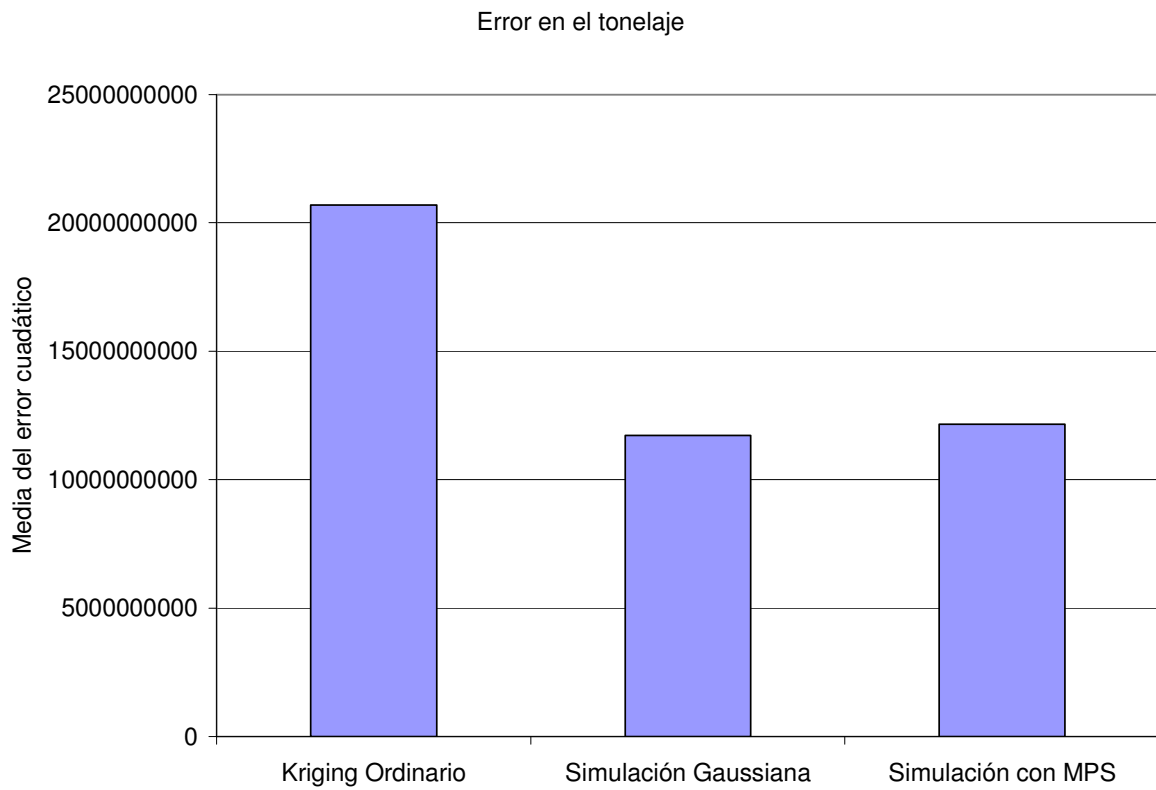


Figura 162: Media del error cuadrático para la variable tonelaje, reagrupado a 200 pasos.

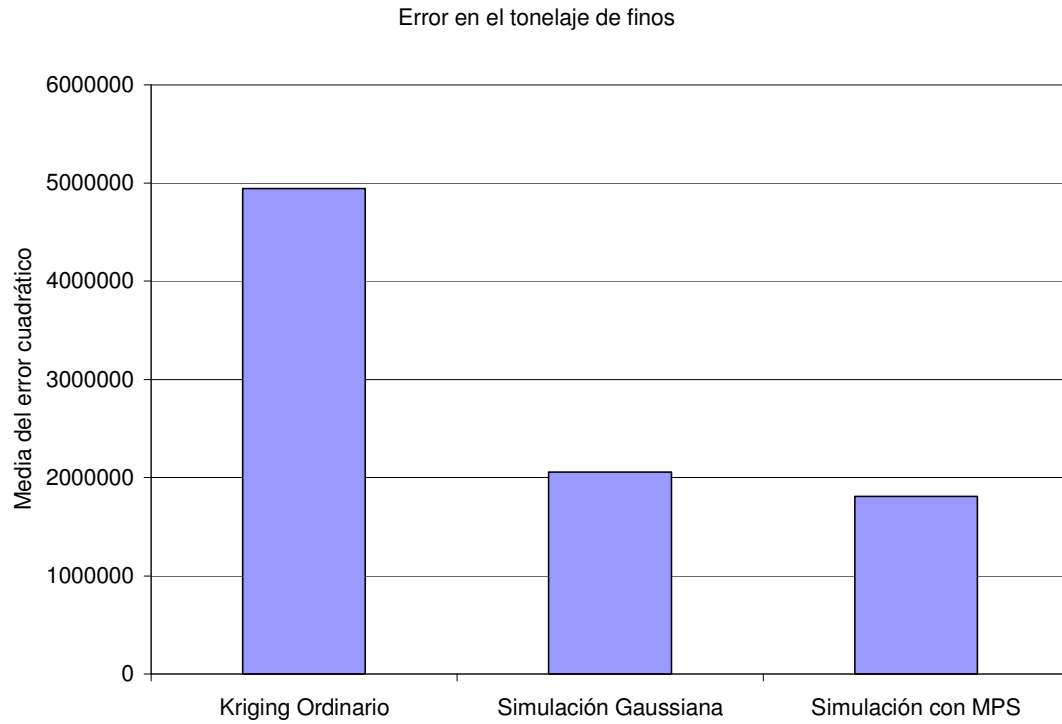


Figura 163: Media del error cuadrático para la variable tonelaje de finos, reagrupado a 200 pasos.

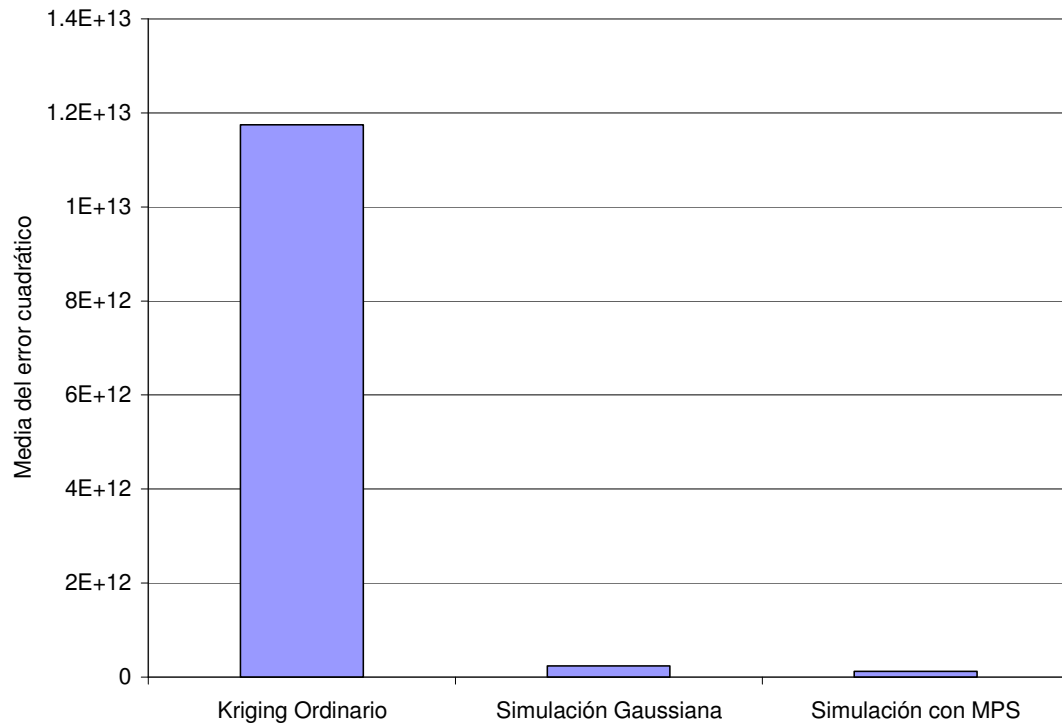


Figura 164: Media del error cuadrático para la variable beneficio económico, reagrupado a 200 pasos.