

UNIVERSIDAD DE CHILE
Facultad de Ciencias Sociales
Departamento de Educación
Programa Magíster en Educación
Mención Currículo y Comunidad Educativa

**ESTUDIO DEL SIGNIFICADO QUE LE DAN LOS ALUMNOS
DE EDUCACIÓN MEDIA AL PROCESO DE ENSEÑANZA Y
APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS**

Tesis para optar al Grado Académico de Magíster en Educación,
mención Currículo y Comunidad Educativa

TESISTA:
OSCAR ALEMANY LLANOS

DIRECTORA DE TESIS:
MÓNICA LLAÑA MENA

AÑO 2007

AGRADECIMIENTOS

A la Sra. Mónica Llaña M, por su colaboración y su disposición para discutir aspectos relevantes del tema expuesto, que ayudaron a enriquecer la investigación realizada.

INDICE	3
Resumen	5
Introducción	8
CAPITULO I	
- El problema y su Importancia	12
- Formulación del Problema	14
- Objetivos General y Específicos	14
CAPITULO II	
Antecedentes empíricos	17
CAPITULO III	
-Antecedentes Teóricos	20
- Los conceptos y el proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas	20
-Algunas cuestiones sobre el proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas	26
- El interaccionismo simbólico y el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	28
- Normas sociales y sociomatemáticas	33
- La jornada escolar completa	37
- Desesperanza aprendida	44
CAPITULO IV	
- Metodología	47
- Diseño de la Investigación	47
- Sujetos de la Investigación	48
- Técnicas de investigación	48
- Credibilidad del estudio	50
CAPITULO V	
-Análisis e interpretación de los resultados	52
-Análisis e interpretación del significado que dan los alumnos del estudio al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	54
-Análisis e interpretación del nivel matemático que presentan los alumnos del estudio	69
CAPITULO VI	
-Conclusiones	83
-Propuesta pedagógica para alumnos de nivel bajo del estudio	91
-Propuesta pedagógica para alumnos de nivel alto del estudio	94

Bibliografía

98

Anexos

103

RESUMEN

El presente trabajo es un estudio realizado con alumnos de primero a tercero medio de dos colegios subvencionados de la Región Metropolitana y que tiene dos finalidades: una de ellas es diagnosticar la situación que tienen estos alumnos en la asignatura de matemática, a través del conocimiento del significado que ellos le dan al proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática y del nivel matemático expresado en conocimientos y manejos conceptuales que estos estudiantes presentan en esta área; la otra finalidad es implementar talleres de intervención de enseñanza de la matemática destinado a estudiantes de enseñanza media tomando en cuenta el diagnóstico realizado. Los alumnos del estudio forman parte de uno de los tres niveles de rendimiento en la signatura de matemática que se han considerado: nivel bajo, medio y alto. Al nivel bajo pertenecen alumnos con notas inferior a 4,0, al nivel medio pertenecen alumnos con notas entre 4,0 y 5,7 y al nivel alto pertenecen alumnos con notas entre 5,8 y 7,0.

De esta manera la investigación se realizó tratando de cubrir todas las posibilidades de rendimiento que presentan estos alumnos en esta asignatura.

Una de las situaciones que se presentaron durante la investigación, sobre todo en alumnos de nivel alto, fue las diferencias que se dieron entre el nivel que estos alumnos manifestaron tener en resolución de situaciones matemáticas dónde los datos del problema en cuestión no eran explícitos, o dónde lo que había que calcular o demostrar, se necesitaba, para una mejor comprensión, de presentarla de una manera distinta al formato original; y el nivel real mostrado por ellos cuando se enfrentaron a este tipo de problemas en entrevistas, que para fin de la tesis, he denominado entrevistas matemáticas.

Esta diferencia entre lo dicho y lo realizado por estos alumnos del estudio ante determinados problemas, me llevó a replantearme la forma de realizar la investigación, incluyendo las entrevistas matemáticas como parte de las técnicas de investigación en los focales realizados y los por realizar, y en las entrevistas que tuve que realizar para completar el estudio.

Hacer un estudio de este tipo no es fácil, más bien representa un trabajo arduo de constante revisión de los datos obtenidos. En efecto, muchos de los relatos efectuados por los alumnos del estudio en los focales y en las entrevistas practicados no presentaban claridad para el investigador, quién tuvo que

realizar nuevas entrevistas, observaciones y, clases a estos alumnos, con el fin de develar en profundidad el significado que para ellos tiene este proceso.

El material contenido en el anexo, consistente en los focales, en las observaciones de clases y en las entrevistas realizadas, incluyendo las matemáticas, representa sólo una parte, aunque representativa del trabajo que se hizo. Aproximadamente trabajé con 800 alumnos de primero a tercero medio de ambos colegios a través de focales, entrevistas, entrevistas en profundidad, entrevistas matemáticas, observaciones de clases, realizaciones de clases, y con otra cantidad, también importante de los otros actores del proceso educativo: profesores de matemática, de los cursos del estudio y de otros cursos y colegios, profesores jefes de los cursos del estudio, directivos y apoderados, a través de entrevistas, muchas de ellas en profundidad, practicadas durante el proceso de investigación. Esta posibilidad de realizar este trabajo, extenuante en ocasiones, fue posible gracias al cargo que ejerzo en estos colegios, cargo que no me vincula directamente con alumnos, condición que me permitió obtener datos, sobre todo de tipo cualitativo, “de buena calidad”, al no interferir mi posición en los relatos que realizaron los alumnos del estudio.

INTRODUCCIÓN

Una de las características de la sociedad actual es la de estar sometida a continuos cambios. Los avances tecnológicos y la creciente importancia de los medios de comunicación hacen necesaria la adaptación de los ciudadanos a situaciones nuevas y su capacitación para recibir, procesar y emitir información cada vez más tecnificada.

Considerando las ideas anteriores, el Currículo del Área de Matemática que se presenta para la Educación Secundaria Obligatoria, quiere partir de una concepción de esta área integradora y cultural, superadora de la visión academicista, encerrada sobre sí misma y principalmente basada en la deducción que con frecuencia la ha caracterizado.

Desde esta opción, los fines que se atribuyen a la formación matemática son los de favorecer, fomentar y desarrollar en los alumnos la capacidad para explorar, formular hipótesis, razonar lógicamente y predecir, así como la facultad de usar de forma efectiva diversas estrategias y procedimientos matemáticos para plantearse y resolver problemas relacionados con la vida cultural, social y laboral.

Sin embargo, estos propósitos declarados, llevados al aula, son sólo propósitos. En la mayoría de los centros educacionales de nuestro país, la enseñanza de la matemática sigue siendo academicista, y realmente academicista “a medias”, porque la narración que los profesores de matemáticas efectúan en sus clases adolece de cuestiones básicas como lo es enseñar de manera adecuada los conceptos que constituyen la base de todo objeto matemático. Más aún, es menos pensado, considerar que los profesores de matemática presenten metodologías que permitan a los alumnos participar en la formación de los conceptos necesarios para dar forma a los contenidos presentes en los planes y programas oficiales de matemática, de manera que éstos adquieran sentidos para ellos y que les permitan, entre otros propósitos, resolver situaciones problemáticas que les ayuden a entender su entorno y que se transformen en una herramienta que les permita acceder a mejores niveles de vida.

Esta metodología provoca en algunos alumnos, sobre todo en los alumnos en condición de fracaso escolar, continuas frustraciones, que en la práctica los lleva a adquirir actitudes caracterizadas por no tratar de evitar acontecimientos negativos. Estos estudiantes sienten que cualquier esfuerzo que hagan por revertir su situación en nada cambiarán sus estrategias y procedimientos matemáticos deficientes para plantearse y resolver problemas. También provoca en los alumnos de niveles de rendimiento escolar medio y alto en matemática, sensaciones de insatisfacción, caracterizados por el deseo, cada más creciente, de no querer participar por iniciativa propia de las actividades que se proponen en la clase, y de hacerlo sólo por la presión que ejercen los padres y la obligación de ingresar a la educación superior.

CAPITULO I

EL PROBLEMA Y SU IMPORTANCIA

Las instituciones educativas, principalmente los colegios, incluyendo los colegios donde se realiza este estudio, están preocupados por los magros logros que tienen los alumnos en el área de las matemáticas. Esto ha significado que este sea un tema que en lo micro frecuentemente se aborde en consejos de profesores, en reuniones con apoderados, en consejos de curso, y que en lo macro sea un tema país.

Los colegios implementan distintas acciones con el propósito de resolver esta situación, acciones que van desde la puesta en marcha de reforzamientos, incremento en las horas de matemáticas, contratación de profesores de mejor nivel, mayor cantidad de horas de permanencia, reuniones adicionales a las ya contempladas en los departamentos de matemáticas, mejoras en el material didáctico, etc.

Por otra parte, estas medidas en nada parecen aminorar esta situación, y el problema, en lugar de aminorarse, se incrementa. Los magros resultados en los sistemas de medición de la matemática, tanto a nivel nacional como internacional, el descontento de los alumnos, expresado en las recientes movilizaciones estudiantiles, lo demuestran. Las cuantiosas inversiones que el estado ha hecho en educación, plasmado en más y mejores recursos tecnológicos y didácticos en colegios municipalizados y subvencionados parecen estar destinadas al fracaso, y las políticas educacionales implementadas son fuertemente cuestionadas. El problema parece ir más allá de sólo inyectar recursos, y su solución pasa, entre otras cosas, por hacer una revisión profunda de las metodologías que emplean los profesores en el aula de matemática, metodologías que están centradas en el profesor y en los significados que pretende imponer a los alumnos sin que este sea un proceso en el que participen todos los actores involucrados, en especial los alumnos. Sólo la participación de todos los actores involucrados en la construcción del significado matemático, de manera que éste sea fruto del consenso de la clase, será el primer paso que se deberá dar si se desea revertir la situación por la que estamos atravesando en esta área.

Un segundo paso, será el considerar las situaciones reales en que estamos inmersos como parte de los problemas matemáticos a los que tendrían que enfrentarse los alumnos, situaciones que involucran una serie de conceptos, cuando se desea plantear el problema y encontrar su solución.

Un tercer paso deberá consistir en plantear situaciones propias del ámbito de las matemáticas, como lo son las demostraciones matemáticas, y que no guardan una relación directa con el mundo que nos rodea, sino que son propias del mundo en que ellas viven.

Considerar este problema metodológico como parte esencial del debate que se debe dar en términos de resolver la situación planteada y que guarda relación con el nuevo enfoque que hay que dar al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es crucial a la hora de resolver en profundidad la situación por la que atravesamos.

El resolver con éxito la situación planteada, nos permitirá disponer de mejores herramientas para enfrentar sin contratiempos los vaivenes a los que estamos expuestos en la era actual.

La matemática y su proceso de enseñanza y aprendizaje representan un real desafío para profesores, alumnos y apoderados cuando se desea resolver las situaciones que plantea de manera real y exitosa.

FORMULACION DEL PROBLEMA:

Pregunta que guía la investigación

¿Qué significado le otorgan los estudiantes de Enseñanza Media de dos establecimientos educacionales al proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas?

Objetivo general

Conocer el significado que tiene para los alumnos de Enseñanza Media en matemática el proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática.

Objetivos específicos

Identificar los factores que provocan el bajo rendimiento en la asignatura de matemática en los alumnos en situación de fracaso escolar en esta área.

Develar el significado que tiene para los alumnos en situación de fracaso escolar del estudio la clase de matemática.

Develar el significado que tiene para los alumnos de nivel medio y avanzado del estudio la clase de matemática.

Conocer las implicancias y consecuencias para el desempeño de su rol de alumnos que tiene el proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas desde su perspectiva.

Conocer las implicancias y consecuencias que tiene en el desempeño de los alumnos en el área de matemática la jornada escolar completa.

Develar el “mundo de la copia” y su incidencia en el proceso de aprendizaje de las matemáticas de los alumnos de enseñanza media.

Conocer el nivel de habilidades cognitivas que tienen los alumnos del estudio.

Indagar respecto a qué propuesta pedagógica aplicar a los alumnos de enseñanza media de los colegios del estudio en matemáticas y a los niveles de alumnos (bajo , medio, alto rendimiento) a los que se debe dirigir.

Implementar la propuesta pedagógica del objetivo anterior a alumnos de los niveles considerados.

CAPITULO II

ANTECEDENTES EMPÍRICOS

El año pasado se dio a conocer el resultado que Chile tuvo en la prueba TIMMS. En realidad, esta medición del nivel que tienen los países en el área de la educación matemática, y que en el caso de nuestro país fue paupérrimo, no hace más que corroborar el momento complicado por el que pasa la enseñanza de esta asignatura en nuestro país.

Llevo diez años cumpliendo la labor de Coordinador de Ciencias en una red de Colegios de la Región Metropolitana, y he tenido que enfrentar situaciones que al principio me parecían insólitas, pero que ahora no lo son tanto, porque es un hecho “cotidiano” que las clases de matemática giran en torno a ejercicios repetitivos y mecánicos como resolver cien ecuaciones de segundo grado por completación de cuadrados de binomios, resolver cien ecuaciones de segundo grado utilizando una forma particular de la fórmula general, etc. Los profesores se limitan a mostrar a los alumnos la fórmula general, de donde sale ella, es un misterio, ¿cómo se demuestra?, otro misterio, ¿qué conceptos previos se requieren para que este contenido sea entendido por los alumnos?, no se consideran, ¿cómo se relacionan esos conceptos con el concepto nuevo que se está presentando?, otra interrogante.

De esta manera, la matemática carece de sentido y significado para alumnos que están obligados a permanecer atentos a clases de este tipo.

La aseveración anterior está basada en un trabajo que he realizado con miles de alumnos y a través de varios años, y donde el problema suscitado por la enseñanza de un concepto sin considerar los conceptos previos que se necesitan, y lo que es más importante, sin considerar las relaciones que entre ellos se deben dar, para que el alumno hile contenidos que le permitan entender la situación que se está exponiendo, rara vez es resuelto por los profesores.

Menos frecuente aún es encontrar profesores que consideren en la formación matemática que entregan el favorecer, fomentar y desarrollar en los alumnos la capacidad para explorar, formular hipótesis, razonar lógicamente y predecir, así como la facultad de que estos puedan usar de forma efectiva diversas estrategias y procedimientos matemáticos para plantearse y resolver problemas relacionados con la vida cultural, social y laboral.

Esta carencia de sentido y significado a este proceso de enseñanza de las matemáticas se presenta no tan sólo en alumnos en situación de fracaso escolar sino también en alumnos de buen rendimiento. Una de las razones que tuve para abandonar la docencia universitaria en esta área en una de las carreras donde los alumnos que ingresan registran los mayores logros en las pruebas de selección como es la escuela de ingeniería de la Universidad de Chile, se debe al magro nivel de razonamiento matemático y de integración de esta disciplina con otras áreas de ciencias que estos alumnos exhibían en sus ramos de plan común. Alumnos con excelentes puntajes de admisión registraban pésimas notas en sus evaluaciones, lo que se traducía en altos índices de repitencia. Se podría pensar que los niveles de exigencia eran muy altos en esa facultad, pero las situaciones que en la práctica debe resolver un ingeniero los justifican. Cuando les preguntaba a esos alumnos las razones de su mal rendimiento, la respuesta era unánime, la educación matemática que recibimos no contempla actividades que nos lleven a desarrollar nuestro pensamiento, sino que más bien apuntan a una mecanización caracterizada por la omisión de metodologías cuyo eje central sea el encadenamiento de conceptos previos para entender el concepto que se está exponiendo. Por lo tanto, no sólo los alumnos con déficit escolar en esta área se resienten con este tipo de metodologías que emplean los profesores de matemática en las aulas de enseñanza media en nuestro país, sino que es toda la población escolar de media la que tiene que soportar resignadamente largos y tediosos procesos de mecanización que no permiten que los estudiantes sepan de donde provienen las materias que se les presentan y la manera y el lugar en que estas se puedan aplicar.

CAPITULO III

ANTECEDENTES TEÓRICOS

Los conceptos y el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas

¿Qué es un concepto?

Los conceptos son las unidades básicas del pensamiento. Los conceptos son categorías generales de cosas, acontecimientos o cualidades ligados por alguna característica o características comunes a pesar de sus diferencias.

Vygotsky concibe el concepto como un acto de generalización y de abstracción. Podemos considerar dos tipos de conceptos: los que se derivan del mundo exterior como rojo o automóvil que llamamos conceptos primarios y aquellos abstraídos de otros conceptos primarios que denominamos conceptos secundarios.

La mayoría de los nuevos conceptos que necesitamos en la vida ordinaria, son de orden más bien bajo. Sin embargo en Matemáticas los conceptos son más abstractos que en la vida real y con el aprendizaje se tiende a una abstracción todavía mayor .

Lo anterior se ve reflejado al introducir el concepto de función matemática, concepto que requiere de otros conceptos para que pueda ser internalizado, por ejemplo, del concepto de ecuación entre variables y, para comprender este último concepto se necesita tener claridad respecto del concepto de variable, y así sucesivamente. Hay de esta manera una cadena de conceptos asociados a un concepto matemático. Esto convierte a la matemática en una ciencia compleja de entender, porque un concepto que no esté claro en esta cadena tiene como efecto inmediato el no entendimiento del concepto que se está introduciendo y que está asociado a ella.

Los conceptos son unidades que juegan un papel fundamental para un rendimiento correcto en tareas cognitivas dadas, como lo son la identificación de ejemplos y contraejemplos, resolución de problemas y pruebas matemáticas. Sin conceptos, sería imposible un razonamiento complejo como lo es el matemático. La comprensión de los conceptos nos permite conocer el contenido de pensamiento matemático.

¿Cómo construir conceptos matemáticos?

Una serie de investigaciones recientes que tratan de los fenómenos vinculados al aprendizaje de las matemáticas muestran que la construcción de conceptos matemáticos tiene que ver, por una parte, desde un punto de vista general, con la adquisición de conocimientos y consideraciones teóricas sobre la construcción de éstos; y por otra, con la complejidad intrínseca del concepto matemático contemplado.

Desde una perspectiva teórica Duval (1998, p. 175) señala que:

“estamos entonces en presencia de lo que se podría llamar la paradoja cognitiva del pensamiento matemático: por un lado, la aprehensión de los objetos matemáticos no puede ser otra cosa que una aprehensión conceptual y, por otro lado, solamente por medio de las representaciones semióticas es posible una actividad sobre los objetos matemáticos”

Desde un punto de vista teórico, Duval (Idem) dice que para construir conceptos matemáticos no basta trabajar las actividades dentro de un solo sistema de representación, dado que cada representación es parcial con respecto al concepto que representa, sino que debemos considerar como absolutamente necesaria la interacción entre diferentes representaciones del objeto matemático para su formación, debiendo realizar las tareas de conversión de una representación a otra, y viceversa. Son éstas las que propiciarán la construcción de conceptos matemáticos.

En el marco de la construcción de conceptos desde una teoría de las representaciones por parte de los estudiantes, la visualización matemática de situaciones problemáticas juega un papel importante, pues ante un problema ella permite entender su enunciado mediante la puesta en juego de diferentes representaciones de la situación en cuestión, lo que posiblemente conduce hacia la solución del problema. Es importante entonces desarrollar habilidades en nuestros estudiantes sobre la visualización matemática. Pero lamentablemente, como lo demuestran Eisenberg y Dreyfus(1990) la visualización en matemáticas encuentra en profesores y estudiantes una gran resistencia.

Puede ayudar, por ejemplo, a resolver ecuaciones del tipo $ax^2 + bx + c = dx^2 + ex + f$ donde x representa la incógnita, el representar gráficamente las funciones cuadráticas involucradas $ax^2 + bx + c$ y $dx^2 + ex + f$, lo que permite visualizar el punto en que se cortan estas gráficas, de esta manera el estudiante comprueba gráficamente que la solución encontrada utilizando medios algebraicos es la correcta. Son muchas las equivocaciones que nuestros estudiantes cometen al resolver situaciones problemáticas por medios algebraicos, equivocaciones que podrían minimizarse visualizando la situación en cuestión. Es importante, entonces, desarrollar en nuestros estudiantes habilidades que contemplen la visualización matemática; al respecto, Zimmermann (1990, p. 136) afirma que:

Conceptualmente, el papel del pensamiento visual es tan fundamental para el aprendizaje del cálculo que es difícil imaginar un curso exitoso de cálculo que no enfatice los elementos visuales del tema. Esto es especialmente verdad si el curso tiene la intención de promover un entendimiento conceptual, el cual es ampliamente reconocido como carente en la mayoría de los cursos de cálculo como es actualmente enseñado. La manipulación algebraica ha sido enfatizada en demasía y.....en el proceso el espíritu del cálculo se ha perdido.

De acuerdo a lo anterior, no basta con presentar a los estudiantes gráficas de determinados problemas para que ellos a través de su visualización puedan tener mayor claridad de la situación problemática, porque lo que ellos podrán percibir será solamente algunos rasgos de lo que se presenta. Para que el estudiante visualice una gráfica se necesita desarrollar actividades de reconocimiento de ciertos subconceptos representados relacionados con la situación expuesta.

Lo que debemos hacer, desde el punto de vista teórico de Duval, cuando nos enfrentamos a la tarea de conversión entre representaciones es detectar los problemas que allí surgen y una vez detectados poder entenderlos y resolverlos.

A modo de ejemplo, la mayoría de los profesores trabajan las funciones matemáticas sin considerar el uso de la tecnología, esto los lleva, muchas

veces, a hacer desarrollos algebraicos que en puntos de discontinuidades de ellas están incorrectos, aún cuando la gráfica que hacen de la función está correcta. Esta situación de conversión entre representaciones (gráfica y algebraica) puede detectarse y resolverse empleando programas computacionales que van a mostrar a los estudiantes, y también al profesor, qué pasa realmente cuando nos aproximamos a estos puntos.

Debemos, entonces, considerar actividades que contemplen el trabajo con diferentes representaciones cuando introduzcamos conceptos matemáticos, teniendo presente, eso sí, que la coordinación entre representaciones no es trivial (ver Hitt, 1994 y 1998), y que una tarea que nos convoca en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es promover la articulación entre representaciones.

La definición de conceptos en matemática

Uno de los problemas que se originan entre la estructura matemática compuesta por definiciones, teoremas y demostraciones y los mecanismos cognitivos que se activan cuando se adquiere conceptos es la definición de éstos.

Para un matemático profesional es natural incrementar su cultura matemática a través de la definición de conceptos, pero para los profesores de esta área la adquisición de algunos conceptos mediante esta vía no es sencilla, y más aún para los alumnos quienes sienten que aprender matemáticas de esta manera no le garantiza un aprendizaje significativo.

Es importante, por tanto, tener presente los problemas cognitivos que se presentan en nuestros estudiantes al momento de introducir los profesores en el proceso de enseñanza conceptos matemáticos utilizando definiciones.

En psicología matemática (Vinner, 1991) , se considera dos elementos dentro de un marco común: la definición del concepto y su imagen.

Según Sarmiento y Sánchez-Quinzá (1):

“conocer un concepto no garantiza que se haya adquirido. Adquirir un concepto significa que se ha incorporado a nuestro bagaje mental una imagen del mismo. La imagen del concepto es algo no verbal que asociamos a nuestra mente con el nombre de concepto. Puede ser una representación visual, una colección de

impresiones, unas experiencias que se pueden expresar o no verbalmente”.

El proceso de llenado de la celda del concepto que se ha definido es gradual y está en función de la cantidad de ejemplos y explicaciones que se den para reforzarlo, ésta está vacía cuando el concepto se introduce por primera vez pero es imposible que se llene completamente, es decir, que se hayan adquirido todos los aspectos de la definición del concepto.

Ahora, cuando se define un concepto que el alumno conoce, Sarmiento y Sánchez-Quinzá manifiestan que pueden ocurrir tres cosas:

- 1) Se produce una reconstrucción satisfactoria y una acomodación de la imagen del concepto.
- 2) No se asimila la definición y en consecuencia no se modifica la imagen del concepto.
- 3) El alumno hace coexistir su antigua imagen del concepto con la nueva definición y utilizará una u otra según las necesidades académicas.

Según estos autores, a largo plazo como el alumno no ha adquirido de modo significativo el nuevo concepto terminará por volver al antiguo que es el que realmente tiene sentido para él.

Cuando a un alumno se le plantea una tarea cognitiva como lo es la resolución de problemas se activan las celdas de definición del concepto que se utiliza para la resolución y la de la imagen del concepto, pudiendo ocurrir que el alumno realice un análisis puramente formal de los elementos que componen el problema y que entregue una respuesta matemáticamente aceptable, o que trabaje de manera intuitiva y que su respuesta esté impregnada de sentido común.

La realidad es que los alumnos no usan las definiciones en sus tareas cognitivas, sino que recurren a la imagen que tienen del concepto previa a la definición de éste, imagen que tiene que ver con los hábitos de el mundo de la vida cotidiana en lugar del contexto técnico que es el que corresponde.

Por ejemplo, el concepto de pendiente de una recta para un alumno corresponde al ángulo que forma ésta con el eje de las abcisas porque ésta es su imagen del concepto, en lugar de dar la definición técnica que establece que

la pendiente de una recta es la función trigonométrica tangente aplicada al ángulo positivo que forma el eje de las abscisas con la recta.

El alumno, en general, mantendrá la imagen del concepto como referencia frente a la resolución de problemas por ser ésta más natural y, como dicen Sarmiento y Sánchez-Quinzá:

“Sólo un conflicto cognitivo puede convencer al estudiante que tiene que usar la definición del concepto como un criterio definitivo de comportamiento”

El profesor de matemática debe tener presente este tipo de dificultades al momento de planificar su clase y una de las grandes tareas que tiene que realizar es cambiar la manera intuitiva de pensar que tienen los alumnos por una técnica.

Algunas cuestiones sobre el proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en Educación Media.

A continuación señalamos los problemas que consideramos más importantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Media, algunos de tipo cognitivo, y otros de tipo individual, social y cultural.

En la actualidad la enseñanza de las matemáticas está concebida como una transmisión de hechos. Los profesores piensan, en su mayoría, que una clase expositiva de definición de conceptos debe ser comprendida por los alumnos y que esto es suficiente para un buen aprendizaje de las matemáticas. Los magros resultados que nuestros estudiantes obtienen en ésta área es atribuido por los profesores a la formación deficiente y al desinterés que éstos presentan. Ante este escenario algunos profesores se preguntan por los factores que están influyendo en esta situación, y la manera de reaccionar ante los errores que presentan los alumnos ha ido variando desde (¡ustedes son unos flojos!) a (¡tal vez si explico de nuevo!) hasta (¡éste es un problema por el que atraviesan la mayoría de los estudiantes!). Para tratar de remediar la situación los colegios incrementan la cantidad de horas de matemática y la cantidad de material didáctico, pero se insiste en aplicar metodologías que están centradas en la exposición del profesor y en la repetición de los contenidos expuestos por parte de los alumnos.

Es claro que estamos ante problemas intrínsecos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, y una posibilidad de tratar esta inquietud es buscar información en las investigaciones en educación matemática.

Estas investigaciones tienen por objetivo el conocer y comprender el pensamiento matemático y los problemas que surgen de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas por una parte, y por otra, utilizar esta información para mejorar la instrucción en esta área.

Durante muchos años el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ha estado considerado desde la perspectiva del paradigma conductista, pensamiento que considera el conocimiento matemático como una adquisición lineal y secuenciada que pasa por una sucesión de etapas en las que se va incrementando el nivel de abstracción. Lo que importa es el producto final que se consigue y no el proceso empleado para obtenerlo.

En los últimos años la investigación en educación matemática ha estado marcada por un paradigma cognitivista, cuyas ideas claves provienen de Piaget. En esta concepción el sujeto es el actor y el conocimiento matemático es construido por él cuando intenta resolver lo que encuentra problemático en su mundo experiencial. El énfasis se pone en los procesos internos que actúan como intermediarios de esta construcción.

Si bien este modelo contempla aspectos no considerados en la perspectiva conductista, ofrece una visión incompleta de los procesos de aprendizaje de las matemáticas si no se toman en cuenta los contextos social y cultural en que estos ocurren.

En efecto, para los alumnos es de fundamental importancia el sistema de enseñanza en que están inmersos, además de sus normas y costumbres. Muchos estudiantes aprueban matemática aprendiendo el “código social” concretado en relaciones y formas de evaluación que se establece entre éstos y el profesor, sin aprender de manera significativa el ramo.

Chevallard (1992) en la teoría antropológica de la educación considera la dimensión cultural del aprendizaje. En ella se pone de manifiesto la importancia del ambiente de la clase en que el alumno internaliza los conceptos matemáticos; el aprendizaje es distinto en diferentes ambientes, aunque se trate del mismo objeto matemático.

El desconocimiento que la mayoría de los profesores tienen de los contextos en que los alumnos (nuevos para ellos) han adquirido los conceptos matemáticos repercute de manera negativa en la formación de éstos, quienes “quedan descolocados” ante el nuevo escenario que se les presenta. Acostumbrados a un tipo de código social establecido en sus antiguas clases de matemática, los alumnos rechazan el nuevo sistema imperante, lo que repercute negativamente no sólo en la relación con el profesor, sino en su autoestima frente a la asignatura y en el nivel de aprendizaje de ésta.

El interaccionismo simbólico y el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Aspectos generales del Interaccionismo Simbólico

¿De qué manera se desarrolla el significado en la clase de matemática?, ¿de qué manera el profesor y los estudiantes comparten significados matemáticos de manera tal que el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de frutos?

A continuación se intenta responder a estas interrogantes a partir del enfoque de investigación conocido como Interaccionismo Simbólico (IS).

Esta orientación metodológica que comparte las ideas básicas del proceso hermenéutico, o interpretativo, define el análisis de la acción humana, de cualquier acción humana, como una ciencia interpretativa en busca de significado (Geertz, 1983, p. 5), que trata de representar y comprender el proceso de creación y asignación de significados al mundo de la realidad vivida, esto es, a la comprensión de actores particulares, en lugares particulares, en situaciones particulares y en tiempos particulares (Schwagndt, 1994). Herbert Blumer establece los requerimientos de los métodos de investigación en su publicación de 1966 (Williams, 1999, p. 13):

“Desde el punto de vista metodológico o de investigación, el estudio de la acción debe hacerse desde la posición del actor. Puesto que la acción es elaborada por el actor con lo que el percibe, interpreta y juzga, uno tiene que ver la situación concreta como el actor la ve, percibir los objetos como el actor los percibe, averiguar sus significados en términos del significado que tienen para el actor y seguir la línea de conducta del actor como el actor la organiza: en una palabra, uno tiene que asumir el rol del actor y ver este mundo desde su punto de vista.”

Blumer (1969, p. 12) establece tres supuestos básicos, que desarrollan las formas metodológicas del IS como perspectiva:

1.- Los seres humanos actúan en relación con los objetos del mundo físico y de otros seres de su ambiente sobre la base de los significados que éstos tienen para ellos.

2.- Estos significados se derivan o brotan de la interacción social (comunicación, entendida en sentido amplio) que se da en medio de los individuos. La comunicación es simbólica, ya que nos comunicamos por medio del lenguaje y otros símbolos; es más, al comunicarnos creamos o producimos símbolos significativos.

3.- Estos significados se establecen y modifican por medio de un proceso interpretativo: “el actor selecciona, modera, suspende, reagrupa y transforma los significados a la luz de la situación en que se encuentra y la dirección de su acción...; los significados son usados y revisados como instrumentos para la guía y formación de la acción”.

Bauersfeld (1994) indica que es posible utilizar el IS para responder las preguntas anteriores, pero que, ya que ésta disciplina no está directamente interesada en las cuestiones relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de los contenidos curriculares, es necesario realizar una cierta traducción para responder a las cuestiones específicas de la educación matemática.

Godino y Llinares (Revista Educación Matemática, Vol. 12, nº1: 70-92) indica que esta aproximación se apoya en el supuesto de que se generan diferentes prácticas en el aula si se toma las matemáticas como un conjunto de verdades objetivas, como algo existente y documentado objetivamente, o si se ve la práctica en el aula con un proceso de matematización (describe una práctica basada en convenciones sociales más que un conjunto de verdades eternas aplicables universalmente) compartida, guiada por reglas y convenios que emergen de la misma práctica. Cita a (Bauerfeld, Krummheuer & Voigt, 1988) para destacar que esta segunda perspectiva subraya la importancia de la “constitución interactiva” del significado en las aulas y convierte en objeto de investigación las relaciones entre las características sociales de los procesos de interacción, así como las existentes entre el pensamiento del profesor y el de los estudiantes.

Godino y Llinares (Revista Educación Matemática, Vol. 12, nº1: 70-92) cita la síntesis que realizan Sierpinska y Lerman (1996), del programa interaccionista aplicado a la educación matemática quienes estipulan que el IS es una de las aproximaciones a la investigación sobre el desarrollo intelectual que promueve una visión sociocultural sobre las fuentes y el crecimiento del conocimiento. Se enfatiza como foco de estudio las interacciones entre individuos dentro de una

cultura en lugar de sobre el individuo, donde la construcción subjetiva del conocimiento se realiza a través de la interacción.

Para comprender los logros que obtienen los alumnos y las prácticas que se generan en el aula, Bauersfeld (1994; p.138) indica que es necesario considerar perspectivas sociológicas y psicológicas:

- “1) El cambio individual y el desarrollo a través de la participación en la interacción social, incluyendo la inevitable subjetividad de las construcciones personales; y
- 2) La realización permanente de la cultura del aula y el cambio de las regularidades sociales a través de los miembros individuales.”

De esta manera el IS sitúa el aprendizaje matemático entre una perspectiva individualista (Piaget, psicología cognitiva) y una perspectiva colectivista (Vygotsky, teoría de la actividad).

Posicionamiento del IS en relación al significado matemático

El IS es una de las orientaciones metodológicas que comparten las ideas básicas del proceso hermenéutico o interpretativo que trata de comprender el proceso de la asignación de símbolos con significado al lenguaje hablado o escrito y al comportamiento en la interacción social. Una de sus premisas esenciales es que el significado se desarrolla en, y a partir de, la interacción e interpretación entre los miembros de una cultura.

Respecto a la interacción y la interpretación Blumer (1982) señala:

“el significado que las cosas encierran para el ser humano constituye un elemento central en sí mismo....(y) es fruto del proceso de interacción entre individuos.....(el significado) es un producto social...(Además) la utilización del significado por una persona en el acto que realiza implica un proceso interpretativo...con dos etapas claramente diferenciadas...(en primer lugar) el agente se indica a sí mismo cuáles son las cosas hacia la que se encaminan sus actos...(en segundo lugar) la interpretación se convierte en una manipulación de significados...la interpretación es vista como un proceso formativo en el que los significados son utilizados y revisados como instrumentos para la orientación y formación del acto”

Según Cobb y Bauersfeld (1995, p. 9) para el IS la construcción individual de los significados en la clase de matemática tiene lugar en la interacción con la cultura de la clase, y al mismo tiempo contribuye a la constitución de esta cultura. Así, el aprendizaje matemático es un proceso personal, por una parte, y por otra, un proceso de adaptación a una cultura de manera interactiva, más que una internalización de normas y conocimiento objetivado. Según Bauersfeld (1994, p. 140) la práctica matemática en el aula es un proceso de matematización compartida que define una `subcultura´ específica para ese profesor, esos alumnos y esa aula.

Para Godino y Llinares (Revista Educación Matemática, Vol. 12, nº1: 70-92):

“la enseñanza de las matemáticas describe los intentos de organizar un proceso interactivo y reflexivo por el profesor implicado con los estudiantes en una secuencia realizable de actividades, y de establecer y mantener una cultura de aula, más que de transmitir, introducir o incluso redescubrir un conocimiento codificado objetivamente y de antemano. Desde esta perspectiva interaccionista, las diversas construcciones subjetivas de significado y la necesidad de llegar a adaptaciones viables – “significados y regularidades compartidas” requiere oportunidades para las discusiones y para la negociación de los significados.”

Lave y Wenger (1991) destacan que la noción de cultura, que surge del análisis del significado matemático y de las formas de conocerlo en la práctica, plantea el aprendizaje como una forma de participación en la cual existe una interrelación mutua entre sus miembros y su cultura.

Posicionamiento del IS en la negociación de los significados matemáticos

La negociación de significados consiste en la construcción interactiva de la intersubjetividad.

Al iniciar un tema, el profesor, que desea construir sus conceptos matemáticos de manera que los alumnos asocien a ellos un tipo de significados, se encuentra en la práctica con respuestas que muestran que los significados construidos por ellos en relación a esos conceptos está en función de la imagen que tienen del concepto previa a la definición de éste, de manera que los significados matemáticos que trata el profesor de construir al iniciar una

materia difieren de los construidos por los estudiantes. Para que la clase sea viable, es necesario entonces, llegar a un significado compartido que sea comprendido tanto por el profesor como por los alumnos mediante un proceso de negociación de significados. Lo anterior se produce aunque los actores que intervienen en el aula no estén de acuerdo con la forma final del significado. Así, el significado matemático se genera a partir de la interacción social, y no existe de manera independiente de los actores del proceso y de su interacción. Lo anterior no niega la importancia de las posiciones individuales de los actores, por el contrario, ellas contribuyen a generar significados matemáticos que tienen un sello de la clase impensados.

La negociación de los significados matemáticos es relevante en el proceso de formación del concepto en el aula, relevancia que se manifiesta al observar cuidadosamente los microprocesos que se ocurren en una clase.

El significado que un niño de sexto básico le da al concepto cuadrado es diverso cuando un profesor lo menciona por vez primera en una clase; le puede evocar determinados objetos con los que él juega, la cubierta de su escritorio, o tal vez la forma que tienen las baldosas que cubren el piso de la sala de clases, es decir, el cuadrado se interpreta de manera plurisemántica. Más aún, el estudiante tiene una serie de creencias respecto a los distintos elementos que componen la clase de matemática, creencias que obstaculizan el proceso de formación de significados compartidos por los actores del aula. Esta situación muestra la importancia que tiene la negociación matemática pues entre otras cosas permite desafiar esas creencias y lograr un consenso del significado del (o los) concepto (s) en cuestión que desarrolle creencias y actitudes más representativas del espíritu de las matemáticas.

De esta manera la negociación de los significados matemáticos es una forma de describir la manera en la que los estudiantes desarrollan la comprensión de los conceptos matemáticos obteniendo creencias y actitudes acordes con el sentido que tienen las matemáticas.

Normas sociales y sociomatemáticas en el aula

Para describir y comprender las interacciones entre el profesor y los alumnos en el aula es necesario observar lo que pasa en ella; al hacerlo nos damos cuenta que estas interacciones están regidas por normas no explícitas entre ambos actores. En efecto, los ejemplos del alumno, que ante la invitación que le extiende el profesor a realizar un ejercicio responde manifestando que no le interesa hacerlo, y del profesor que pasa un determinado contenido matemático sin exponerlo en diferentes contextos y ejercitarlo lo suficiente para que sea internalizado por los alumnos, muestran normas implícitas en el aula, en la primera el alumno no cumple con los requerimientos de la clase y en la segunda es el profesor el que no cumple con sus obligaciones.

Las normas sociales en el seno de la clase son convenciones que rigen el comportamiento de los actores que participan en ella. Nos muestran la manera en que los actores deben colaborar para hacer viable la clase, y nos describen la manera en que estos actores deben reaccionar socialmente frente a determinadas situaciones que se presentan en el aula. De esta manera, regulan el funcionamiento de las actividades al interior de la clase.

Cuando un estudiante presenta a sus compañeros la resolución que ha hecho de un problema propuesto por el profesor, debe ser capaz de explicarlo, para que ellos entiendan qué elementos ha usado, o cuál es el método empleado en su resolución; a continuación debe justificar su solución, sobre todo si el problema concierne a construcciones geométricas con regla y compás. Ante interrogantes que surgen de la exposición, el alumno debe ser capaz de defender su resolución mediante la justificación de sus argumentos. Sus compañeros, para que la clase sea constructiva, deben ser críticos hacia las afirmaciones que el alumno expositor hace, y también críticos respecto a la posición de sus otros compañeros, que emiten juicios, ya sea desaprobando el contenido de la exposición o manifestando su acuerdo con ella.

El explicar, argumentar, justificar, criticar son ejemplos de normas sociales que ayudan a caracterizar las microculturas del aula.

Centrémonos ahora en clases de matemáticas de cuartos básicos y primeros medios. En ellas los profesores proponen problemas con el objetivo de evaluar la metodología empleada por los alumnos en su resolución.

Estas situaciones nos permitirán abordar aspectos normativos propios de la actividad matemática.

En un cuarto básico la profesora propone a sus alumnos ubicar en un segmento la localidad de Curacavi en cuyos extremos están las ciudades de Santiago y Valparaíso. Les da como datos que la distancia que separa éstas ciudades es 120 Km., y que Curacavi se encuentra a 15 Km. de un servicentro ubicado en la mitad del segmento entre Santiago y el servicentro.

Entre las soluciones correctas que entregaron los alumnos estuvieron las siguientes: Un alumno explicó a su profesora que en primer lugar había calculado la distancia en que se encontraba de Santiago el servicentro: 60 Km., que en segundo lugar como Curacavi se encontraba a 15 Km. del servicentro había calculado los kilómetros que faltaban para completar 60. Otro alumno explicó su resolución de manera gráfica: dibujó en la pizarra un segmento en cuyos extremos estaban al este Santiago y al oeste Valparaíso, en la mitad de él puso al servicentro y ubicó entre él y Santiago a Curacavi; argumentó que la resta $60 - 15$ daba la solución al problema. Un tercer alumno utilizó el esquema anterior, pero empleó las fracciones para explicar su resolución, en efecto, en el servicentro puso la fracción $\frac{1}{2}$, después argumentó que como 15 es la cuarta parte de 60, entonces Curacavi se encuentra en los $\frac{3}{4}$ de la distancia que separa a Santiago del servicentro y, como $\frac{1}{4}$ equivale a 15, entonces $\frac{3}{4}$ que es el triple de $\frac{1}{4}$ corresponde a 45 Km.

La profesora destacó que si bien los métodos empleados por los tres alumnos llevaban a una solución correcta, el tercero era diferente de los otros dos, que los catalogó como usuales; es una manera novedosa de resolver el problema, dado que en la clase no hemos empleado aún esa metodología, porque las fracciones son contenidos que recién estamos empezando a ver, puntualizó.

La segunda situación se da en una clase de matemática de un primero medio. En ella el profesor les pide a sus alumnos intercalar diez números irracionales entre los números racionales 2 y 3, su propósito era evaluar los métodos que ellos emplean en la resolución de este problema.

Uno de los alumnos que resolvió correctamente el problema argumentó que como aproximaciones racionales de $\sqrt{5}$ y $\sqrt{6}$ podían tomarse 2,3 y 2,5 respectivamente, números que se encontraban entre 2 y 3, y que como la media de dos números daba un número que estaba entre esos números, se podía tomar la media entre $\sqrt{5}$ y $\sqrt{6}$, lo que daba el irracional $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{6}}{2}$; posteriormente se podía tomar la media entre $\sqrt{5}$ y $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{6}}{2}$, y así sucesivamente hasta completar los diez números irracionales.

Otro alumno expuso que como $2 = \sqrt{4}$ y $3 = \sqrt{9}$, bastaba considerar las raíces de cuadrados no perfectos que se encontraran entre los cuadrados perfectos 4 y 9, pero dado que entre 4 y 9 se encontraban sólo cuatro números de ese tipo: 5, 6, 7 y 8, entonces lo mejor era considerar $4 = \frac{400}{100}$ y $9 = \frac{900}{100}$, de

esa manera todas las raíces de las fracciones de denominador 100 que están entre $\frac{400}{100}$ y $\frac{900}{100}$, exceptuando las que tienen raíces exactas como lo son

$\frac{441}{100}, \frac{484}{100}, \frac{529}{100}, \frac{576}{100}, \frac{625}{100}, \frac{676}{100}, \frac{729}{100}, \frac{784}{100}, \frac{841}{100}$ constituyen números irracionales

que están entre 2 y 3; argumentó además que como entre 400 y 900 se pueden intercalar 499 números naturales y que como el número de fracciones perfectas citadas anteriormente era nueve, entonces de esta manera se podían intercalar 490 números irracionales entre 2 y 3 y no tan sólo los diez pedidos, es más si

ahora se considera $4 = \frac{40000}{10000}$ y $9 = \frac{90000}{10000}$, entonces procediendo de una

manera análoga a la anterior se puede intercalar más números irracionales entre 2 y 3; así, dijo, se pueden intercalar infinitos números irracionales entre cualquier par de números racionales.

El profesor al referirse a las soluciones presentados por estos dos alumnos destaca la segunda, por ser más elaborada desde el punto de vista cognitivo, por ser diferente a las maneras usuales de resolver este tipo de problemas; aunque las dos formas de resolver la situación planteada le parece matemáticamente eficiente, la segunda además de parecerle diferente, la encuentra elegante.

Estamos, de esta manera, ante aspectos que norman la discusión matemática, propios de la actividad de esta área que se desarrolla en el aula, que regulan las argumentaciones que dan los actores involucrados en la clase y que influyen en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática. A estas normas que se constituyen en la interacción de la clase y a partir de un proceso de negociación se les llama normas sociomatemáticas.

Además de las normas que los profesores han identificado en las propuestas presentadas por los alumnos de los ejemplos anteriores como matemáticamente eficiente, matemáticamente diferente, o matemáticamente novedoso, Voigt (1995) considera que:

Las normas de clase que implican la valoración a un problema como inteligente, y las explicaciones y argumentaciones consideradas como matemáticamente correctas, son normas sociomatemáticas.

Godino y Llinares (Revista Educación Matemática, Vol. 12, nº1: 70-92) consideran que el carácter normativo y regulador que tienen las normas sociomatemáticas en las discusiones matemáticas, son , en la perspectiva social, el correlato de las creencias y valores identificados en la perspectiva psicológica al intentar dar cuenta de cómo los estudiantes llegan a ser intelectualmente autónomos en matemáticas. Yackel y Cobb (1996) al respecto consideran que lo que llega a ser matemáticamente normativo en el aula viene condicionado por los objetivos reales, las creencias, las suposiciones e hipótesis de los actores involucrados en el aula, al mismo tiempo que estos objetivos y la comprensión están influenciados por lo que es legitimado como actividad matemática aceptable.

Si bien lo importante del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es que los alumnos interpreten y resuelvan problemas, y sobre todo que se planteen estrategias para su resolución, las normas sociomatemáticas, aunque no sean obligaciones explícitas que tienen que cumplir, facilitan este proceso. Es más, ellas son muy importantes, porque el desarrollo del razonamiento que alcanzan los estudiantes y del sentido que le dan a los objetos matemáticos es correlativo con la participación que ellos tienen en la construcción del significado matemático.

La jornada escolar completa (JEC)

Posición del presidente del colegio de profesores frente a la JEC

Sin duda, la Jornada Escolar Completa es un requerimiento de nuestro sistema educativo para avanzar en una educación de mayor calidad y equidad.

Fue propuesta por el Colegio de Profesores, con anterioridad a la iniciativa gubernamental que, finalmente, se concretó en Ley.

Sin embargo, en su implementación, presenta graves problemas en el ámbito del financiamiento, en el educativo-pedagógico y en las condiciones laborales de los docentes. De hecho, en el ámbito educativo pedagógico, el sentido fundamental de la JEC, según señalan los documentos oficiales, es “favorecer el tiempo pedagógico educativo de maneras nuevas, diferentes y mejores”.

Lamentablemente, lo que sucede, de manera más frecuente, es que se mantienen durante las horas de clases de la mañana y de la tarde lo mismo que se ha realizado siempre. Las clases siguen siendo las mismas. El resto, son talleres, sin una rearticulación del currículum.

Al no existir programas de perfeccionamiento suficientes, ni nuevas formas de organización del trabajo, en general no se logra, como lo señala la propuesta gubernamental, “posibilitar una pedagogía centrada en el trabajo de los alumnos y sensible a las diferencias individuales”.

Estudio encargado por el MINEDUC

En el año 2000 el MINEDUC encargó un estudio para observar el funcionamiento de la JEC en las escuelas que ingresaron entre 1997 y 1999, arrojando una percepción muy positiva de los actores del sistema educativo frente a la implementación de la JEC

Habiendo transcurrido tiempo suficiente de implementación de la JEC, surgió la necesidad de emprender un nuevo estudio el cual se encargó a la Dirección de Estudios Sociales de la Universidad Católica DESUC, misma institución que realizó el estudio anterior.

Los objetivos de este estudio fueron evaluar la implementación de la JEC en establecimientos que llevan más de un año en esta modalidad, el uso del tiempo y la percepción de distintos actores del sistema educativo.

Según este estudio los actores profesionales o institucionales (profesores, directores y Jefes de UTP), tienen una evaluación positiva del funcionamiento de la JEC.

El 59% de los profesores, el 60% de los directores y el 57% de los UTPs, la evalúan con notas 6 y 7. En promedio, se califica el funcionamiento de la JEC con una nota 5,6.

El 77% de los docentes se manifiestan de acuerdo o muy de acuerdo con ella.

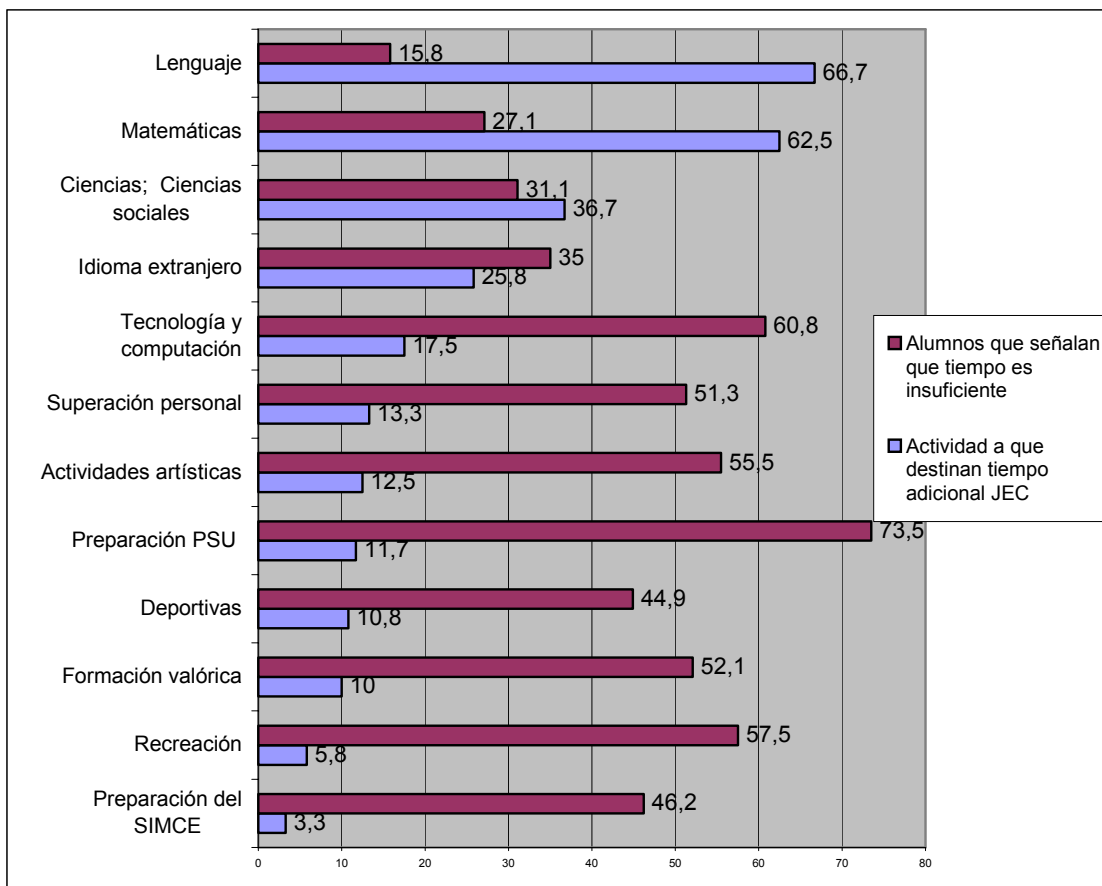
EVALUACIÓN DEL DESARROLLO DE LOS HIJOS EN DIFERENTES ASPECTOS (%)

¿Cómo evalúa usted el nivel de desarrollo de su hijo(a) en los siguientes aspectos...	Básica			Media		
	Muy mala/ Mala	Ni malo ni bueno	Buena/ Muy buena	Muy mala/ Mala	Ni malo ni bueno	Buena / Muy buena
1 Manejo del lenguaje, lectura, escritura	8,2	28,6	63,2	2,5	24,2	73,3
2 Manejo y conocimientos en matemáticas	9,7	22,9	67,4	12,5	44,2	43,3
3 Conocimientos en ciencias naturales (biología, física y química)	3,6	30,4	66,1	6,7	38,7	54,6
4 Conocimiento en ciencias sociales	4,6	30,4	65,0	2,5	28,0	69,5
5 Conocimiento en inglés	14,7	30,9	54,3	12,5	33,3	54,2
6 Práctica de deportes	9,4	14,9	75,7	8,8	21,2	69,9
7 Valores de honestidad	1,4	5,8	92,8	0,0	7,6	92,4
8 Hábitos de disciplina	3,2	16,8	80,0	2,5	9,2	88,3
9 Manejo de computadoras	12,4	17,5	70,1	5,9	16,9	77,1

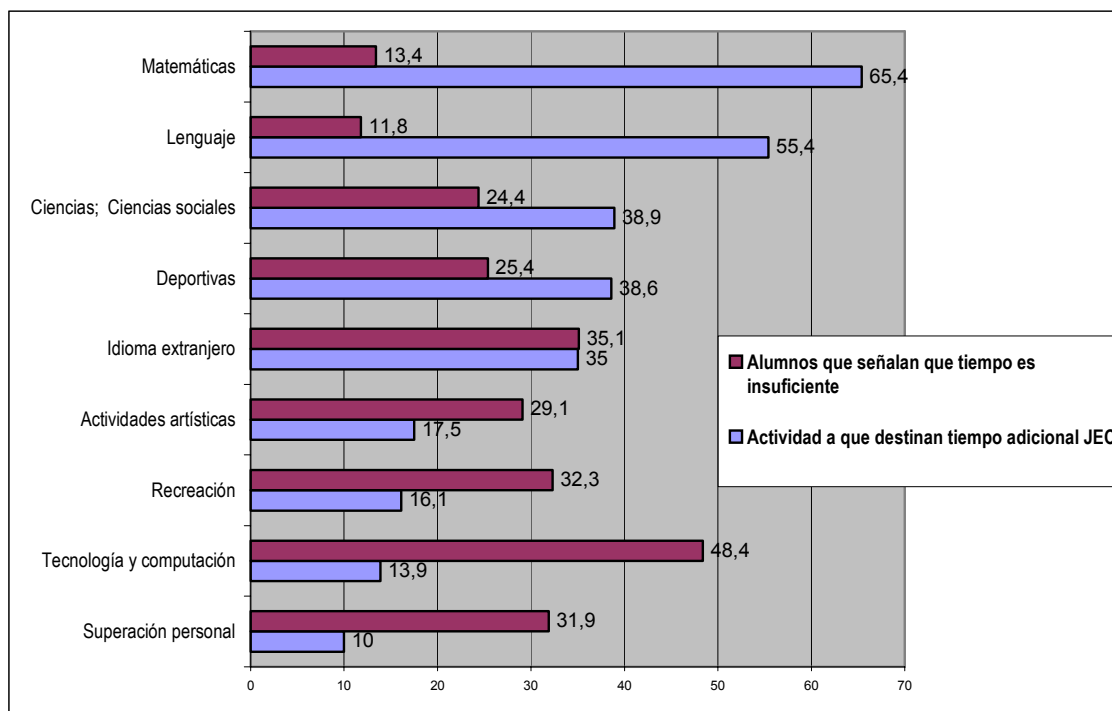
EVALUACIÓN DE CALIDAD DE LA EDUCACIÓN QUE RECIBEN EN EL ESTABLECIMIENTO (%)

¿Cómo evalúas la calidad de la educación que recibes en este establecimiento?	Básica	Media	Total
Muy mala	0,4	0,8	0,5
Mala	3,2	5,0	3,8
Regular	24,6	35,8	28,0
Buena	56,1	53,3	55,3
Muy buena	15,7	5,0	12,5

ACTIVIDADES A LAS QUE DESTINAN TIEMPO ADICIONAL JEC Y EVALUACIÓN DE SUFICIENCIA DE ESTE TIEMPO, SEGÚN LOS ALUMNOS ENSEÑANZA MEDIA



ACTIVIDADES A LAS QUE DESTINAN TIEMPO ADICIONAL JEC Y EVALUACIÓN DE SUFICIENCIA DE ESTE TIEMPO, SEGÚN LOS ALUMNOS ENSEÑANZA BÁSICA



USO DEL TIEMPO

¿Cuál es el uso del tiempo general en JEC y las normas de referencia?
Enseñanza Básica

CATEGORÍA	NORMA	CRÍTICO (%)	BAJO EL RANGO (%)	EN EL RANGO (%)	SOBRE EL RANGO (%)
Total Jornada	35 horas 25 minutos	7,5	21,4	45,7	25,3
Almuerzo	3 horas 45 minutos	12,4	14,0	34,4	38,5
Recreo	3 horas 10 minutos	23,0	45,2	10,3	21,4
Tiempo pedagógico	28 horas 30 minutos	7,5	17,8	47,8	26,9

EFFECTOS DE LA JEC

Se observan 3 áreas en que, de acuerdo a la percepción de los actores, la JEC está teniendo efectos:

Sobre el desarrollo de conocimientos y habilidades de los alumnos:

fundamentalmente en mejorar la formación valórica, la formación deportiva y el manejo de la tecnología y computación de los alumnos.

Sobre el establecimiento: principalmente en el aprovechamiento de la infraestructura, el equipamiento y recursos; la calidad del trabajo en equipo y las prácticas pedagógicas docentes.

Sobre el alumno y su familia: en la disminución del tiempo en que los niños están solos en su casa o en la calle; en el aumento de posibilidades que el apoderado trabaje; en la disminución del tiempo destinado a ver TV.

La Propuesta de los Estudiantes Secundarios

¿Qué debiera tener en cuenta la comunidad educativa sobre el actor “estudiante”?

Agosto de 2006

La comunidad educativa debe asumir o reconocer que:

Existe un actor social “constituido”: los estudiantes

Considerar, que en una comunidad equis no exista, no quiere decir, que no pueda emerger, más aún si esto se expresa en movilizaciones regionales o nacionales.

Hay ámbitos de la JEC, que puede asumir como desafíos a través de los Consejo Escolar del propio establecimiento.

Antes de las movilizaciones existía valoración de la JEC, ese era el punto de partida.

Hoy su eje de atención esta centrado en lo que se esta discutiendo en el Consejo. A partir de la jornada nacional, probablemente, se reactivará lo planteado en la propuesta, quizás con algunas modificaciones.

¿Qué dice la Propuesta estudiantil respecto JEC? Puntos planteados (1):

Sobrecarga horaria,

Específicamente, lenguaje, matemáticas, historia.

Incide en cansancio de estudiantes y profesores, lo que afecta el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Problemas de infraestructura,

Lo que afecta calidad del servicio educacional

Raciones alimenticias, insuficientes y de mala calidad

¿Qué dice la Propuesta estudiantil respecto JEC? Puntos planteados (2):

Asegurar que exista un criterio distintivo entre las jornadas de la mañana y la de la tarde.

En la mañana los ramos tradicionales;

En la tarde, talleres, que debiesen estar enfocados en los intereses de los estudiantes.

Evaluación cuantitativa para los Talleres Formativos.

Deben ser valorados al igual que los ramos tradicionales

¿Qué dice la Propuesta estudiantil respecto JEC? Puntos planteados (3):

Dar facilidades a los alumnos que desarrollan sus vetas artísticas o deportivas (infraestructura, horario, etc.)

Las tareas dentro del horario escolar.

Los docentes no deben enviar tareas para la casa.

Retrasar horario de entrada, sin que signifique retrasar horario de salida, ni fecha del término del período escolar

. Jornada Escolar Completa Diurna y Reforma Curricular

Desesperanza aprendida

La vida es un proceso de cambio constante. Desde la infancia a la adolescencia y a la vida adulta estamos cambiando. Son muchos los factores que producen estos cambios, pero uno de los más importantes es el proceso de aprendizaje. A través de nuestra experiencia, aprendemos información nueva, actitudes nuevas, temores nuevos y habilidades nuevas. También aprendemos a entender conceptos nuevos, a solucionar problemas de nuevas formas e incluso a crearnos una personalidad a lo largo de la vida. En psicología, el término aprendizaje se refiere a cualquier cambio relativamente permanente de nuestra conducta derivado de la experiencia, es decir, a partir de nuestras interacciones con el entorno.

Existen distintas formas de aprendizaje, y el condicionamiento operante es una de ellas, en que las consecuencias de la conducta llevan a cambios en la probabilidad de su ocurrencia.

Una de las formas en que el condicionamiento operante puede funcionar mal revela aspectos de un trastorno psicológico conocido como depresión. Las personas deprimidas experimentan una tristeza extrema, falta de energía, una autoevaluación negativa y una sensación generalizada de desesperanza e indefensión que dura semanas e incluso meses. Para las personas deprimidas, la vida es miserable, el futuro es muy sombrío y se sienten incapaces de mejorar su vida. El psicólogo Martín Seligman (1975) piensa que la indefensión de las personas deprimidas (caracterizada por no tratar de evitar los acontecimientos negativos) es una causa primaria de la depresión, en si misma, es un modelo aprendido de conducta. Denomina a este modelo de condicionamiento operante inefectivo desesperanza aprendida (DA) o indefensión aprendida.

Desde los primeros hallazgos de Seligman se realizaron múltiples estudios en rededor de la DA verificando los mismos resultados.

En esencia describieron un síndrome que resulta del cambio en la percepción de la propia eficacia, en que ciertos eventos son independientes de la conducta y por lo tanto incontrolables. Se conformó una teorización a través de una tríada que conduce a la DA caracterizada por un déficit cognitivo:

1. Motivacional

2. Asociativo

3. Emocional

Esta línea de pensamiento se convirtió en un hito que renueva su vigencia en nuestros días.

El sugestivo paralelismo que guarda la percepción de las circunstancias y vicisitudes por las que atraviesan los alumnos en situación de fracaso escolar en la signatura de matemáticas, con el modelo de DA nos permite comprender las distorsiones cognitivas que le impiden ver la salida a su problema, para lograr un afrontamiento más positivo de su situación.

Seligman sostiene que la DA es una reacción de darse por vencido, de renuncia y desesperanza como consecuencia de creer que todo lo que se haga no cambiará la comprensión del fenómeno en estudio.

CAPITULO IV

METODOLOGÍA

La preocupación central de esta investigación fue conocer en profundidad los significados atribuidos por los alumnos del estudio al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Se necesitaba entonces, registrar, dentro de lo posible, todo lo que realmente sucede en el contexto, de comprender a los alumnos dentro del marco de referencia de ellos mismos, de producir datos descriptivos, como sus palabras y sus conductas observadas, de ver, tanto a los alumnos como el escenario en que están inmersos desde una perspectiva holística.

Es así, como el enfoque de la presente investigación se realizó desde una perspectiva metodológica de tipo cualitativa, única forma real de comprender cómo la gente percibe, entiende e interpreta el mundo, utilizando para ello el contacto estrecho y la interacción directa con la gente, en un contexto de investigación naturalista y de análisis inductivo.

Diseño de la investigación

Estudio de Casos

Interesado en comprender la particularidad del caso del estudio en forma profunda y en su contexto real y natural, se optó por este diseño, que está basado en la descripción y análisis de la situación determinada que nos interesa estudiar, porque desde esta perspectiva, la investigación cualitativa permite la construcción de nuevos conocimientos a partir de los hallazgos de la propia investigación desde la comprensión de significados (Delgado y Gutiérrez, 1999).

Cuando estamos interesados en estudiar un fenómeno particular, como es el conocer el significado que para un grupo de alumnos tiene el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, el estudio de casos, nos da un marco referencial para abordar los múltiples y complejos problemas que enfrenta la sociedad actual desde todas las perspectivas posibles.

SUJETOS DE LA INVESTIGACIÓN

Sujetos de la investigación

Los informantes principales que son protagonistas del fenómeno a estudiar y de acuerdo con los objetivos del estudio, son 8 alumnos de primer año medio, 8 alumnos de segundo año medio y 8 alumnos de tercer año medio en situación de fracaso escolar en el área de matemáticas de uno de los colegios del estudio, y 8 alumnos de primer año medio, 8 alumnos de segundo año medio y 8 alumnos de tercer año medio en situación de fracaso escolar en el área de matemáticas del otro colegio del estudio; 6 alumnos de alto rendimiento de primer año medio, 6 alumnos de alto rendimiento de segundo año medio y 6 alumnos de alto rendimiento tercer año medio de uno de los colegios del estudio, y 6 alumnos de alto rendimiento de primer año medio, 6 alumnos de alto rendimiento de segundo año medio y 6 alumnos de alto rendimiento tercer año medio del otro colegio del estudio; 7 alumnos de rendimiento medio de primer año medio, 6 alumnos de rendimiento medio de segundo año medio y 6 alumnos de rendimiento medio de tercer año medio de uno de los colegios, y 7 alumnos de rendimiento medio de primer año medio, 7 alumnos de rendimiento medio de segundo año medio y 7 alumnos de rendimiento medio de tercer año medio del otro colegio del estudio.

Se realizó un grupo focal con esos estudiantes.

Técnicas de Investigación

La técnica utilizada para la recolección de datos fue el grupo focal, con el propósito de recoger en los estudiantes, el sentido que dan al proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas. Esta es una técnica de “levantamiento” de información de vasto uso en estudios sociales. Su justificación y validación teórica se funda sobre un postulado básico, en el sentido de que: el Grupo Focal es una representación colectiva a nivel micro de lo que sucede a nivel macrosocial, toda vez que en el discurso de los participantes, se reproducen las claves de codificación ideológica (imágenes, conceptos, lugares comunes, etc.), de una comunidad o colectivo social.

El grupo focal se realizó en un ambiente caracterizado por un clima cálido y acogedor, libre de interrupciones, que favoreció la expresión del discurso de los alumnos, de manera que éste fuese libre y espontáneo.

De este modo, se favoreció la expresión de su discurso, precisando algunos aspectos en varias oportunidades, lo que permitió profundizar en tópicos relevantes.

Asimismo, y para contrastar los datos obtenidos por el discurso de los actores, se recurrió a focales adicionales, con los mismos alumnos, en donde se les propuso una serie de ejercicios y problemas matemáticos de materias que estuvieron dentro del marco curricular vigente para que los resolvieran. De esa manera, se obtuvo datos adicionales que contrastados con los obtenidos por el discurso permitieron saber en profundidad el significado que ellos le daban al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Además, y con el propósito de contrastar los datos obtenidos del discurso de los alumnos en el grupo focal y asegurar la credibilidad del estudio se recurrió a una serie de entrevistas individuales a alumnos, profesores jefes de los cursos del estudio y de matemática (no todos del estudio) y directivos, algunas de ellas hechas en profundidad y, que por la cantidad considerable que ellas representan fue imposible colocarlas todas en los anexos; observaciones de clases de matemática y clases de matemática que realicé con el propósito de conocer el significado que para los alumnos tenían los conceptos matemáticos que están dentro del marco curricular de esta asignatura, entrevistas que tuve con cursos con el objetivo de conocer la posición sobre la JEC.

Se optó por la entrevista ya que permitió, por su estructura de diálogo más personal, aumentar las posibilidades de comprender la perspectiva y los significados que proponían los entrevistados. Se optó por la observación porque ésta es una técnica que permite observar los hechos y la realidad presente en los actores involucrados (alumnos-profesora) en el contexto real donde se desarrolla normalmente el proceso de enseñanza-aprendizaje como es la sala de clases.

Credibilidad de estudio

A partir de los datos recogidos en los grupos focales, tanto del discurso de los alumnos como de su parte matemática, las entrevistas y las observaciones, se procedió a buscar las características relevantes de los mensajes a través de la confrontación de la información obtenida, los que fueron codificados de manera que representaran los aspectos relevantes del estudio.

La triangulación metodológica se utilizó con el propósito de recoger datos que apoyen la saturación simbólica.

En este caso se recurrió a las entrevistas y a las observaciones mencionadas. El discurso que se obtuvo de los distintos actores involucrados, permitieron saturar el universo simbólico de significados en relación al fenómeno que se estudió. Estos discursos, que son una forma de comprobar información y contenido para la investigación, permiten realizar un posterior análisis e interpretación de los datos arrojados por las técnicas utilizadas.

CAPITULO V

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

Con la finalidad de tener un diagnóstico lo más profundo y completo posible de la situación que tienen los alumnos del estudio en la asignatura de matemática, se procedió, una vez concluida la recolección de datos, a leer de manera sucesiva y reiterada las transliteraciones de los grupos focales.

La descripción analítica de los relatos permitió obtener temas emergentes en busca de categorías significativas.

La necesidad de conocer el discurso de los actores, dónde queda de manifiesto la percepción y el sentido que ellos dan a la clase de matemática, a sus interacciones con los profesores de matemática, a las razones de su rendimiento, a la incidencia que tiene la JEC en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, a la posición que ellos tienen respecto de la copia en las pruebas y trabajos de matemática, al discurso que dan, sobre todo los alumnos de alto rendimiento, acerca del nivel que tienen en matemática y que es contrastado con entrevistas sobre ejercicios y problemas matemáticos, a las dificultades que se observan en los alumnos en situación de fracaso escolar ante situaciones matemáticas concretas, al real nivel que tienen los alumnos de rendimiento medio en matemática.

Ante lo complicado que resultaba en algunas ocasiones el desentrañar el significado de los relatos de los alumnos, se procedió de manera sostenida a efectuar nuevas entrevistas con el objetivo de tener mayor claridad de esos relatos.

La constante contrastación de los nuevos discursos con los antiguos discursos y el análisis que se hacía de este proceso, fue dando, por una parte, forma al significado que para los alumnos tiene este proceso que estamos estudiando y, por otra, saturando el espacio simbólico, lo que permitió tener una investigación, que espero, sea representativa de lo que realmente sucede al interior del aula de matemática.

Análisis e interpretación del significado que dan los alumnos del estudio al proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática

Análisis e interpretación del nivel matemático que presentan los alumnos del estudio

Análisis e interpretación del significado que dan los alumnos del estudio al proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática

Los alumnos del estudio presentan tres niveles de rendimiento en notas en matemática:

- a) Alumnos de bajo rendimiento con nota promedio inferior a 4,0.
- b) Alumnos de rendimiento medio con nota promedio entre 4,0 y 6,0.
- c) Alumnos de rendimiento alto con nota promedio superior a 6,0.

A los alumnos de bajo rendimiento del estudio de ambos colegios en general no le gusta la matemática, la encuentran complicada, le es difícil, les produce inseguridad y flojera, la estudian por obligación.

“La matemática nunca me ha gustado, no me dan ganas de estudiar, hacer algo obligado es incómodo”

“Es complicada, tampoco me gusta, igual soy floja, como no me gusta me da flojera estudiar”

“Me produce inseguridad”

“Soy muy lenta en matemática”.

(Alumnos de primero y tercero medio)

Están obligados a asistir y poner atención a una clase que en general no significa nada para ellos.

“Nosotros estamos obligados a permanecer aquí igual que en la cárcel, todo el día, obligados a poner atención a profes que no nos interpretan y que pasan cosas que pa` nosotros no significan na`”

(Alumno de tercero medio)

Alumnos muchas veces obligados a resolver ejercicios mecánicos de la manera que el profesor dice y que no saben para que sirven y de dónde vienen.

**“Siempre es igual, explican un ejercicio y después prueba.
El profe es mecánico, se hacen los ejercicios así”**

“Los ejercicios que hacen son mecánicos, sólo reemplazar, no hay aplicación. Nunca explican pa` que sirven, de donde vienen. Primero se divide, después se multiplica, es como una receta pa` resolver ejercicios. No sabemos a qué corresponde los ejercicios que estamos haciendo, a qué contenido”

(alumnos de tercero medio)

Alumnos que tienen que permanecer en clases dirigidas a los mejores estudiantes, sintiéndose ignorados por tener un ritmo de aprendizaje más lento.

“Los profes ahora asumen que todos saben la materia, y siempre están con los alumnos que saben”

“La profe explica como en la universidad, llega y pasa la materia, nosotros le decimos que vaya más lento pero no pesca”

“Precisa que los profes que todos vamos en un nivel, y de repente quedo colgado, me enseñan mis compañeros y entiendo, el profesor adelante nada”

“Después quiero decir que los profes piensan que todos vamos a un mismo nivel y no es cierto porque estoy tratando de entender y quedo colgado, los profes, como no entiendo me tienen mala”

“La tía va muy rápido, no alcanzo a captar lo que quiere decir, no le entiendo”

(alumnos de segundo y tercero medio)

Se produce un estado de tensión constante entre el profesor y los alumnos que tienen un ritmo de aprendizaje más lento, la que se agudiza cuando estos piden al profesor que repase los conceptos de otros años que tienen olvidados o que nunca entendieron.

“Porque se enoja cuando le preguntamos, porque cuando le decimos que no entendemos no explica, dice que la materia es de otros años, que tenemos que repasar, pero nosotros le decimos que no sacamos nada con repasar porque no entendemos”

“El problema que hay es que la profe explica muy rápido y nosotros somos lentos. ¿Entendieron?, decimos que si, para que ella no se enoje”

“Yo creo que debería retirarse. Fuma mucho. Nosotros la estresamos al no entender nosotros. Queda de mal genio toda la clase cuando uno no entiende”

“Cuando los demás hablan, dice, doy por pasada la materia”

“El otro día se enojó, el que quiere sale, dijo, todos salimos, en la sala quedamos 9”

“Viera usted como le faltan el respeto a la María de Los Ángeles (profesora de matemática de 23 años que imparte la parte de Geometría).

Uno dice que no entiende y se enoja. Se altera por todo. Es histérica, le decimos María de los diablos”

**“Uno trae lápiz y se altera. El otro día pensó que la Jennifer le estaba faltando el respeto y era que la puerta estaba mala, la mandaron suspendida”
(alumnos de primero, segundo y tercero medio)**

Estos alumnos sienten inseguridad frente a las pruebas y desmotivación constante.

“Si mi respuesta da un número grande uno piensa que está mala. Tengo inseguridad al dar la prueba. A veces sale la pregunta, a veces no”

**“Me da lata abrir el cuaderno pa estudiar, no me motiva”
(alumnos de segundo medio)**

Todas las situaciones anteriores por la que atraviesan los alumnos en situación de fracaso escolar produce en éstos un estado de desesperanza aprendida. El estudiante que “cae” en este estado siente que cualquier esfuerzo que haga por revertir su bajo nivel en matemática, de nada servirá.

“Cuando abro el cuaderno me da sueño porque es fome, además se que igual me va a ir mal, no saco nada con estudiar”

“La otra vez intenté estudiar, pero me fue igual mal en la prueba”

“Me da rabia no saber, hay gente que lo hace y yo no puedo”

“El problema soy yo, la profe, no se, de verdad quisiera ser mejor pa` las matemáticas, pero no puedo. Creo que no voy a seguir nada que tenga matemática”

“Pa` que voy a estudiar si igual me va mal, nunca me he sacado más de un cuatro”

“Aunque estudie me va mal”

“Pienso en que saqué un 3,2 y estudio, estudio para sacarme un 3,3.

**Me desmotiva saber que siempre me saco rojos.
Qué saco con estudiar si igual me voy a sacar un dos.
Los papas te molestan cuando llegas con un 3,3, otra
vez con un 3,3, los papas le dicen a una a qué voy”
(alumnos de primero, segundo y tercero medio)**

Los alumnos de rendimiento medio en matemática, los que no experimentan estados de desesperanza aprendida como algunos alumnos de nivel bajo, manifiestan que para obtener las notas que tienen, que aunque son regulares o buenas no son excelentes, necesitan estudiar, a diferencia de los alumnos de nivel alto, a los que les basta con sólo poner atención en la clase para obtener excelentes calificaciones.

“ No nos va tan bien, pero si bien”

**“Yo por lo menos necesito estudiar, en la clase capto como la mitad,
necesito estudiar pa` que me vaya bien”**

**“A la Camila y al Alejandro les basta con poner atención en la
clase, a nosotros no, tenemos que estudiar, ellos son secos
pa` la matemática, siempre tienen puros sietes”
(alumnos de segundo medio)**

Alumnos, que un sistema estructurado como lo es el colegio, no tienen conciencia real de la importancia del estudio y, que ante la falta de una guía, estudian generalmente por inercia.

**“En el colegio y en todas partes te obligan a ser estructurado.
No tenemos conciencia de la importancia del estudio”**

**“Hay una inercia, uno termina haciendo las cosas porque sí, si no
hay una persona que nos esté guiando”**

**“Uno no se cuestiona la realidad”
(alumnos de tercero medio)**

Críticos de la labor de los profesores

“El profe me dice que tengo que hacer las cosas como el quiere no de manera más sencilla”

“Los profes comparan siempre los cursos, hubo una vez un ensayo de PSU y fue el promedio más bajo, y los profes lo dicen”

“Les cuesta tener espíritu de superación, porque los profes son estructurados”

**“ Los profes suponen que uno tiene que saber, pero no explican”
(alumnos de tercero medio)**

Sienten la presión de sus padres quienes les exigen que estudien para que obtengan lo único importante para ellos, tener buenas notas.

“Al alumno se le mira mucho por la nota, por la presencia, no por lo que podamos desarrollar.

“Mi papá me dice que no estudiaste lo suficiente, es la frase”

“ Me mato estudiando y mi mamá no está conforme”

“Mi mamá me dice que si me quedo estudiando es porque soy floja”

**“A mis papás sólo les interesa la nota, no la PSU, no nuestro futuro”
(alumnos de tercero medio)**

A los alumnos de nivel de rendimiento alto en matemáticas les gusta a matemática entre otras razones porque hace pensar, porque representa un desafío, porque se puede aplicar, porque es una herramienta que permite hacer descubrimientos y que está presente en todos los aspectos de la vida.

“La encuentro como un desafío, es una meta resolver los ejercicios y me siento bien al realizarlos”

“A una lo hace como pensar, analizar, no hay que memorizar, una aprende algo y después lo ocupa”

“Los filósofos antiguos formaron los principios de la matemática. Ellos descubrieron que con la matemática se podría descubrir todo”

“La matemática es abstracta y se relaciona con todo lo que se hace, es bacán desarrollarla porque todo el mundo está en las leyes de la matemática”

(alumnos de primero, segundo y tercero medio)

Estos alumnos consideran que los profesores centran sus clases en fórmulas más que en aplicaciones de éstas.

“No se aplica, creo que los profes son demasiados teóricos, si se pregunta una variación no lo explican, se basan en las fórmulas y es así porque sí”

“Encuentro que te enseña solamente la materia”

(alumnos de segundo y tercero medio)

Y en largas guías (más bien listados de ejercicios) mecánicas que esperan que los alumnos las resuelvan.

“Me molesta cuando me dan 200 ejercicios”

“Ejercicio largo y resultado cero, mecánico”

“Explican una clase y después pasan guías”

“Anotan en la pizarra, desarrollan guías. Ara. era distinto, hacía guías pero en menor cantidad. Pasaba poca teoría y hartos ejercicios”

“ No tiene nada de malo que nos tapen a guías, pero tiene que ir a la par con nosotros, no sentarnos a que sólo la resolvamos”

(alumnos de primero y tercero medio)

Están obligados a permanecer en una clase que se les hace lenta porque hay alumnos de diferentes niveles, esto les provoca aburrimiento.

“De repente me aburro, va muy lento”

“Yo le cacho altiro a la profe, tenemos que estar esperando a los otros, es muy aburrido”

(Alumnos de segundo y tercero medio)

Esto provoca una clima hostil en la clase debido a que el profesor dirige la clase hacia un segmento de los alumnos, que son los que entienden la explicación que el da, los alumnos que no entienden por la forma que explica quedan excluidos de su ayuda.

“Cap a nosotros nos explica de la mejor forma, pero a los que no entienden no los ayuda, a nosotros si, porque entendemos”

(Alumnos de tercero medio)

Los alumnos y la JEC

Los alumnos de todos los niveles del estudio manifiestan unánimemente su disconformidad con la JEC. Para ellos el tiempo extra que se permanece en el colegio está mal aprovechado.

“No sirve, no porque halle que estar todo el día sea malo, porque hay clases que están mal aprovechadas, están perdidas. Es mal aprovechado ese tiempo”

**“La clase de la tarde nunca la pescamos”
(alumnos de primero y segundo medio)**

El estar todo el día (de 8 a 17:15 horas) asistiendo a clases les resulta agotador y enajenante.

“Tenemos que estar atentos todo el día, nos cansamos mucho”

“Salimos súper tarde, llego tarde a la casa y lo que pasa es que nos dicen tienen que estudiar todo el día, los últimos bloques no quiero hacer nada”

**“No nos alcanza el tiempo, no hablamos nunca con la familia, pasamos todo el rato estudiando”
(alumnos de segundo medio)**

Hay alumnos que piensan que con media jornada subiría el nivel académico y se terminaría el estrés que les ocasiona el actual horario de clases.

“El nivel académico crecería más si fuera media jornada”

**“Voto por la media jornada, no almorzamos bien nunca, en cambio si se llegase a la casa se comería bien, podemos terminar las tareas, es menos estresante”
(alumnos de segundos y terceros medios)**

Colocan como ejemplo de éxito un liceo de media jornada.

**“Debiera tomarse el ejemplo del liceo 1, en esos colegios salen temprano, a esos alumnos les va bien”
(alumno de segundo medio)**

Mientras que hay otros que piensan que la jornada de la tarde debiera ser para desarrollar actividades recreativas y otras que reforzaran las materias pasadas en la mañana.

“Hasta la una clases y después actividades específicas”

“Podría ser una hora para hacer trabajos y la otra para hacer actividades”

“Deportivas, recreativas, artísticas, de reforzamiento de algunas materia más difíciles, o que a uno le cueste más”

“Colocaríamos las horas más pesadas al principio(en la mañana)”

“En la tarde nos gustaría arte, deporte, música, talleres de literatura, de preparación para la universidad”

(alumnos de primeros, segundos y terceros medios)

Los alumnos y la copia

La copia es una práctica que en la actualidad se da de manera frecuente en nuestros establecimientos educacionales y a la que recurren todo tipo de alumnos.

Desde la educación básica los alumnos aprenden diferentes maneras de copiar con el propósito de obtener mejores resultados en sus pruebas. Con esta práctica ilícita, que se manifiesta de manera generalizada en enseñanza media, se llega a situaciones extremas como lo son los casos de alumnos que pasan ciertos ramos esencialmente gracias a ella.

La copia en matemática es también una práctica frecuente, y sobre todo en los alumnos que están en situación de fracaso escolar.

En nuestro estudio develamos este mundo y constatamos, alarmados, que esta práctica es hasta cierto punto “lícita” en alumnos de nivel de rendimiento bajo en matemática.

Al respecto una de las profesoras entrevistadas manifiesta que

“a los alumnos que les cuesta matemática se ven en la obligación de copiar en las pruebas como la única posibilidad de salvar el ramo”

Justifica su aseveración afirmando que

“estos alumnos no entienden la materia que la profesora está pasando, entre otras cosas por la mala base que traen, pero ese problema no se puede solucionar porque la profesora repasa ciertos contenidos que estos alumnos tienen débiles, que corresponden a materias de segundo medio, o en el mejor de los casos a materias de primero medio; pero ese repaso no resuelve el problema de estos alumnos, debido a que tienen vacíos que arrastran desde la básica y que nunca han solucionado. Por lo tanto, se ven en la imposibilidad de entender los conceptos que están viendo, y menos de resolver ejercicios de aplicación de ellos. ¿Qué les queda por hacer?. La mayoría opta por contratar profesores particulares, aunque no es la idea, pues el colegio debería resolver estos problemas, pero lo hacen, y que pasa, que en el mejor de los casos a los alumnos les puede quedar más o menos clara la materia y algunos ejercicios

tipos, pero no les pueden resolver todos los ejercicios que podrían entrar en una prueba, y como en la prueba entran problemas de aplicación y que miden la capacidad que tiene el alumno de aplicar la materia pasada, entonces al alumno le va mal, porque solo sabe a medias la materia y algunos ejercicios tipo. Se ve atrapado en un callejón sin salida, que le queda...copiar pues en nuestro sistema educativo no hay quien se haga responsables por estos jóvenes, por eso digo que la copia es hasta cierto punto lícita para estos alumnos”

(profesora jefe de tercero medio de uno de los cursos del estudio)

Si bien los alumnos de nivel bajo del estudio no hacen explícita la aseveración de la profesora sienten la necesidad de hacerlo.

“No tengo de donde sacar más cabeza y por lo tanto hay que copiar”

“Muchas veces se todo, llego a la prueba y me bloqueo, y no puedo hacer nada”

(alumnos de primero y tercero medio)

Otras veces estos alumnos copian por falta de seguridad o porque no le sale una respuesta.

“Cuando no estoy segura de una respuesta, copio”

“Se copia cuando no me sale la respuesta”

(alumnos de primero medio)

Pero en general estos alumnos copian para sacarse la nota mínima que les permite aprobar matemática; al respecto la profesora anteriormente citada dice:

En general estos alumnos copian para el cuatro, esto tiene dos objetivos, el primero es salvar el ramo, el segundo es que no los descubran, porque pasa desapercibido para los profesores una prueba que tiene nota cuatro, no despierta sospechas.

(profesora jefe de tercero medio de uno de los cursos del estudio)

Estas afirmaciones de esta profesora coinciden con la de los estudiantes.

“Copio pal` 4, otros pa` la mejor nota”

**“Copiamos pal` cuatro”
(alumnos de primero y tercero medio)**

La situación en los segmentos de alumnos de rendimiento medio es diferente porque mientras algunos están en contra de la copia

**“no hay que copiar, yo no copio en ningún ramo, menos en matemática”
(alumna de segundo medio)**

otros si copian pero no de manera frecuente.

**“Copiamos de repente. Hay profesores fáciles de copiar”
(alumno de segundo medio)**

Algunos alumnos copian los temas que no han estudiado

**“Copio porque igual estudio y justo hay algo que no estudié”
(alumno de tercero medio)**

otros quisieran copiar, pero el desarrollo que piden algunos profesores de las respuestas marcadas en las alternativas les impide hacerlo.

**“Copio pero no en todos los ramos, copio en ingles, en matemática
yo no copio porque se pide desarrollo”**

**“Si no hay desarrollo en las pruebas de matemática el problema está malo,
por lo que es difícil copiar, ¿Cómo copio el desarrollo?, es muy difícil”
(alumnos de segundo medio)**

Pero el motivo que más pesa al momento de copiar es la nota, la obligación de sacarse buena nota.

“ Copiamos por presión, porque si sacamos mala nota me castigan, si repetimos es la vergüenza”

“Como a los papás les interesa solamente la nota, entonces hay que sacarlas de alguna manera, copiando si es que uno no sabe la respuesta o no está seguro”

**“Los hechos demuestran que hay que sacarse una nota, porque eso es lo importante, el sistema es así”
(alumnos de primero, segundo y tercero medio)**

Por último, en el segmento de rendimiento alto los alumnos no copian en matemática, y van desde los que no saben como hacerlo

**“No sabría como copiar”
(alumno de primero medio)**

los que no le encuentran sentido hacerlo

**“No conviene copiar, no tiene sentido”
“Los que van copiando se acostumbran, como le va mejor que a mi; no entienden que copiar es peor pa` ellos”**

**“Copiar se puede pero no sirve de nada”
(alumnos de primero y segundo medio)**

porque ellos creen que

“ La PSU es lo importante”

**“ Ahí uno no puede copiar”
(alumnos de primero medio)**

“Va a llegar un momento en que no van a poder copiar, nadie se conoce la PSU y a quien le van a copiar”

Hasta los que creen que hacerlo es anti - ético.

“Porque uno se engaña a sí mismo, cuando copias estas colocando en la prueba el conocimiento de otro, no el tuyo”

“Tiene que ver con los valores”

“Es como si te estuvieran robando los conocimientos”

Análisis e interpretación del nivel matemático que presentan los alumnos del estudio

El análisis de los datos obtenidos al tratar de develar el significado que tiene para los alumnos del estudio el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, muestra claramente que hay un grupo en situación de riesgo que es el de los alumnos de nivel bajo; el estado de desesperanza en que caen al intentar resolver las situaciones que se les presentan y que nunca, o muy pocas veces las resuelven, así lo demuestra. Pero este análisis no muestra el problema matemático que gatilla esta situación, si lo hiciera, tal vez se podría implementar un plan que resolviera, aunque sólo sea en parte, la situación de frustración constante que experimentan. En el transcurso de la investigación, se hizo necesario entonces, buscar una técnica investigativa que nos diera una herramienta para conocer qué aspectos de la enseñanza y del aprendizaje propios de la matemática gatillaban esta situación de desesperanza. Probando con entrevistas sobre problemas matemáticos aplicados a alumnos que no estuvieron contemplados en los focales del estudio, pude obtener la herramienta que andaba buscando y que denominé entrevista matemática, herramienta que me podría dar respuesta acerca de qué aspectos de la matemática producían esa situación de frustración, y más aún, si era posible revertirla y cómo.

Por el contrario, éste análisis mencionado de los datos obtenidos en el caso de los alumnos de nivel medio sí arrojó información suficiente respecto a la situación por la que atraviesan estos alumnos del estudio en el área de matemática. De acuerdo a éste análisis, estos alumnos no experimentan estados de desesperanza aprendida, tampoco tienen conciencia real de la importancia del estudio, sólo lo hacen para evitar la presión de sus padres para quienes lo único importante es la nota, calificación que en la mayoría de los casos es regular o más que regular.

Respecto a los alumnos de nivel avanzado, experimentos de entrevistas matemáticas que realicé con alumnos de promedio siete en matemática, pero que no estuvieron considerados en el estudio, arrojó una diferencia sustancial

entre el discurso que tenían respecto a su nivel de matemática y los resultados que arrojaron las entrevistas matemáticas practicadas.

Además, el análisis anteriormente citado, muestra que los alumnos del estudio de este nivel asisten a clases en donde los profesores se remiten a pasar fórmulas que no aplican, que están obligados a permanecer en ellas resolviendo guías monótonas que hacen lenta la clase y que les provoca aburrimiento.

Tomando en cuenta estos antecedentes, es que a todos los focales con alumnos de niveles bajo y alto del estudio, se les practicó entrevistas matemáticas cuyo análisis se hace a continuación.

Para detectar el nivel que tienen estos alumnos se trabajará en :

- a) El nivel que tienen de conocimiento y comprensión de conceptos matemáticos.
- b) El nivel que tienen de aplicación y análisis de conceptos matemáticos.
- c) El nivel que tienen al enfrentarse a situaciones matemáticas nuevas.
- d) El nivel que tienen para demostrar fórmulas matemáticas.

Alumnos de bajo rendimiento escolar en el área de matemática

Con el propósito de diagnosticar si los alumnos saben identificar y relacionar conceptos matemáticos se les plantea a estudiantes de segundo medio siguiente ejercicio:

Si $(a + b)^2 = 100$ y $a^2 - b^2 = 50$, donde $a, b \geq 0$, entonces el valor de $a - b$ es:

En este ejercicio que los alumnos no resolvieron deben relacionar los productos notables cuadrado de un binomio y suma por diferencia.

Trabajan por separado los conceptos y no los relacionan:

“No se cómo relacionar el cuadrado de binomio y la suma por diferencia”

“¿De donde saco el $a - b$?”

“ $(a + b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ y $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, pero ¿qué hago con esto?”

Ante la pregunta:

“¿Cómo se puede hacer?”

Les digo que como $(a + b)^2 = 100$ y $a, b \geq 0$, entonces $a + b = 10$ y como $a^2 - b^2 = 50$, entonces $a - b = \frac{50}{10} = 5$

Los alumnos ante esta explicación manifiestan:

“No entendí”

“Espérate un poco, $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, pero ¿qué hago con esto?”

Les digo que lo que tienen que hacer es reemplazar.

“Haber, $a + b = 10, a^2 - b^2 = 50$, entonces, claro tiene razón el profe, es 50 partido por 10, claro es 5”

El ejercicio ha sido entendido por los alumnos, quienes me piden que les plantee otro ejercicio similar.

“Profe, tire otro, pero parecido, no estamos acostumbrados a resolver ejercicios donde hay más de una materia, es algo nuevo para nosotros, apenas somos capaces de reemplazar en una fórmula y hacer ejercicios sencillos, no estos”

Les planteo un ejercicio similar al anterior:

Calcular el valor de $a - b$, cuando $a^2 - b^2 = 5$ y $a + b = 10$

Los alumnos después de un tiempo logran resolver el ejercicio sin ayuda.

Para diagnosticar el nivel que los alumnos tienen para hacer demostraciones matemáticas les pido que hagan la siguiente demostración:

Utilizando $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ demuestren que $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Después de 15 minutos estos alumnos de segundo medio no pudieron hacer la demostración.

Al respecto los alumnos manifiestan:

“No se hacer demostraciones, nunca he hecho una”

“Duré como 5 minutos y después me puse a hacer otra cosa, apenas podemos hacer ejercicios dónde se apliquen fórmulas, menos vamos a hacer esto”

Les manifiesto mi preocupación:

No pudieron hacer la demostración, tampoco el problema anterior, ¿por qué?, ¿qué les pasa?

**“Sabe profe, yo intento hacerlo pero no puedo..
Es como que me bloqueo”**

“Me siento que no sirvo pa` matemática, es muy difícil”

“Yo me siento tonta, siempre me pasa lo mismo, cuando tengo que hacer algo nuevo, es como que me hierve la cabeza, me bloqueo y no puedo seguir”

“Eso es profe, ante ejercicios así, nos bloqueamos, y no tan sólo nos pasa a nosotros, yo tengo compañeros que les va mejor que a nosotros y también se bloquean, y no puedo seguir”

“Creo que saco na` con intentar hacerlo porque igual no me va a salir”

A un grupo de alumnos de tercero medio les pedí que demostraran la siguiente fórmula trigonométrica:

Demuestren que para cualquier ángulo $\cos^2 \alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha = 1$

Después de un tiempo los alumnos no pudieron hacer la demostración.

Les doy una pista, utilicen el teorema de Pitágoras.

La situación no ha variado, no han podido demostrar la fórmula.

“No podemos profe, estamos bloqueadas, no servimos pa` la matemática”

“Cuando usted nos hace un ejercicio y nos coloca otro similar no hay problema, pero cuando nos enfrentamos a algo nuevo no podemos, creo que soy tonta”

Al grupo de alumnos de segundo medio les pido que resuelvan una prueba que contiene 10 preguntas de PSU que corresponden a materias pasadas.

El resultado de la prueba es el siguiente:

EL grupo de alumnos obtuvo un 38% de logros, lo que expresado en notas en la escala del 50% es 3,2.

Las preguntas respondidas correctamente por ellos son de nivel 1, es decir, preguntas que miden el conocimiento y comprensión del contenido.

Uno de las preguntas corresponde a un problema de aplicación.

Ningún alumno respondió correctamente la pregunta.

El mismo problema de aplicación que se les preguntó a estos alumnos, también se los pregunto a alumnos de tercero medio.

Después de 5 minutos no han podido resolverlo.

“Yo creo que hay que aplicar semejanza pero no se me ocurre como hacerlo”

“Tal vez con más tiempo, pero no creo, me cuestan los ejercicios en donde hay que aplicar”

Alumnos de alto rendimiento escolar en el área de matemática

A los alumnos de tercero medio de nivel alto se les pide que contesten 15 preguntas (ver anexo) que han estado propuestos en ensayos oficiales de PSU.

Se les da 25 minutos para que lo contesten.

Las preguntas N° 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9 y 15 que miden el conocimiento y comprensión de conceptos las respondió correctamente el 100% de los alumnos de uno de los terceros medios del estudio.

Una de estas preguntas, dónde se reconoce y transforman las propiedades de potencias, es la siguiente:

Problema 2 $\frac{3^{-2} - 3^2}{3^2} =$

- A) -9 B) -2 C) 0 D) $\frac{-80}{81}$ E) $\frac{1}{9}$

Otra de estas preguntas, donde se identifican propiedades de signos es:

Problema 4 ¿Qué resultado se obtiene al simplificar la expresión $\frac{a-1}{1-a}$

Para $a \neq 1$?

- A) 2
B) 1
C) 0
D) -1
E) No se puede simplificar

Las preguntas N° 5, 12, 14 que miden el nivel de comprensión y análisis que tienen los alumnos de conceptos matemáticos, las respondió correctamente el 67% de los alumnos de uno de los terceros medios del estudio.

Una de estas preguntas, que mide estos aspectos es la siguiente:

Problema 5 En la figura 1 se tiene un gráfico que muestra cómo varía la cantidad de bencina que hay en el estanque de una camioneta en un viaje por la carretera.

¿Cuál de las opciones entrega la mayor información correcta que se puede obtener del gráfico?

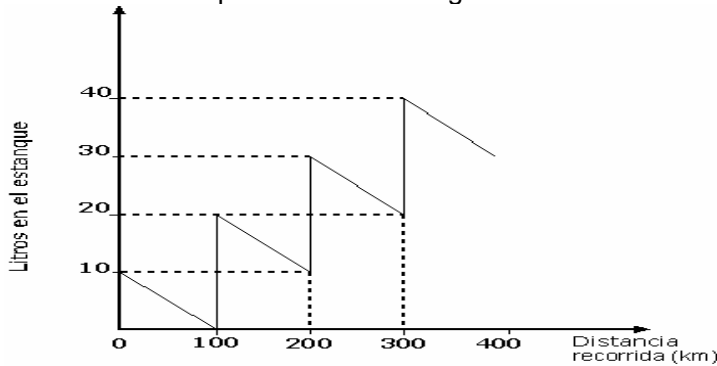


Fig. 1

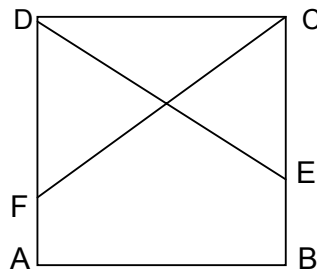
La camioneta se detuvo:

- A) Cuatro veces durante el recorrido para agregar bencina.
- B) Cada 100 kms para agregar más bencina al estanque.
- C) Cada 100 kms para agregar 20 litros de bencina cada vez.
- D) Seis veces durante el recorrido para agregar bencina.
- E) Cada vez que se acabó la bencina, para agregar 20, 30, y 40 litros, respectivamente.

Lo preocupante del resultado es que el problema 13 (mostrado a continuación), que mide el nivel de aplicación y análisis de conceptos matemáticos, relaciona y contrasta conceptos de recta, sistemas de ecuaciones, o conceptos de semejanza y sistemas de ecuaciones, ningún alumno lo respondió.

Problema 13 El lado BC del cuadrado ABCD que muestra la figura mide b y se divide de manera que $CE : EB = 1 : 3$, mientras que el lado AD lo hace de manera que $DF : FA = 1 : 2$. Si la intersección entre los segmentos AE y BF es G el área del triángulo ABG es:

- A) $\frac{2}{3}b^2$
- B) $\frac{1}{3}b^2$
- C) $\frac{2}{17}b^2$
- D) $\frac{3}{17}b^2$
- E) $\frac{2}{5}b^2$



A continuación se muestra el análisis que estos alumnos hicieron de la prueba.

Investigador: ¿Qué les pareció la prueba?

“ Habían problemas que no pude sacar, me faltó tiempo”

“Yo también, haber me parece que fue el problema 10 y 11”

“El 13 estaba imposible, no me alcanzó el tiempo”

Les doy un nuevo plazo para que resuelvan dos de los problemas que más complicaron a estos alumnos.

Investigador: Hagan de nuevo los problemas 10 y 11, tómense 10 minutos.

Investigador: Después de los 10 minutos hay dos alumnos que todavía no han resuelto los ejercicios. Les pregunto como lo hicieron.

“ El problema 11 es aplicar una suma por diferencia, eso es lo que había que darse cuenta, cuando lo vi por primera vez no me di cuenta de eso, ahí salió”

“ Yo también me di cuenta de eso, ahí salió”

“ Pero todavía no puedo hacer el problema 10, no se como hacerlo”

“Yo lo hice con un sistema de ecuaciones , un poco largo pero me salió”

Ante la pregunta:

“¿Profe, hay alguna manera más rápida de hacer ese problema?”

Investigador: Les doy una explicación verbal:

Desarrollen el cuadrado de binomio que tienen, a continuación reemplacen el valor de la suma de los cuadrados de a y b, eso les da a por b...

**“ Mejor profe, tiene el valor de 2ab y como le piden 4ab está listo, ¡qué fácil!,
Sabe profe es que este de ejercicios no nos han hecho nunca hacemos puros
ejercicios mecánicos o de aplicación simple, si seguimos así en la PSU no nos
vamos a sacar el puntaje que necesitamos”**

**“ ¿Ve? Estamos perjudicados, si hiciéramos ejercicios que nos hicieran pensar
un poco más nos iría bien en la PSU”**

Por último, les pido que resuelvan el problema que ningún alumno contestó

Investigador: Ahora resuelvan el problema que nadie sacó, ese problema salió en la prueba del año 2003, es importante que lo resuelvan. Les doy 15 minutos.

Observo a los alumnos mientras intentan infructuosamente de resolver el problema, están muy concentrados mientras trabajan en el problema y han pasado más de 45 minutos y ninguno de los alumnos ha resuelto el problema.

“ ¿Sabe profe?, no podemos, yo voy a seguir intentándolo en la casa”

**“ No se me ocurre, esta es una situación nueva pa` mi y realmente no se como
hacerlo, usted debe pensar que tenemos metas altas pa` entrar a la universidad
y no siquiera sabemos resolver este tipo de problemas, estamos mal
preparados”**

“Denos una pista”

Investigador: Hay dos maneras al menos que pueden emplear para resolverlo, en la primera utilicen un sistema de semejanzas, en la segunda saquen las ecuaciones de las rectas involucradas y después resuelvan el sistema que les queda.

Les propongo que intenten resolver el problema en su casa detectando los conceptos involucrados que ya les dije como primer paso, en general yo diría que hay que tener paciencia cuando uno se enfrenta a situaciones nuevas, pero ustedes van a poder resolverlo, estoy seguro.

Para saber el nivel que tienen para hacer demostraciones matemáticas les propongo que realicen la siguiente demostración :

Investigador: Demuestren que $\sqrt{x^2 + 6x + 9}$ es un número real para cualquier valor de x .

Los alumnos miran el problema y la primera reacción que tienen es la de dar valores a x y ver que para ese valor la expresión que está dentro de la raíz es mayor que cero.

“Profe, he metido varios valores de x y siempre me da positivo”

Investigador: Pero esa no es una demostración, lo que estás haciendo es comprobar que para esos valores de x la expresión es positiva, pero nada más. Si ocuparas ese método tendrías que estar probando con todos los números reales que existen, pero no terminarías nunca porque son infinitos. Cuando se hace una demostración no se trabaja con números que son constantes, se trabaja con letras que son variables que representan generalidades.

D: Que yo me acuerde, nunca hemos hecho algo parecido en clases..

“Es la primera vez que escucho algo semejante”

Investigador: ¿Pero cuando ustedes trabajaron con la ecuación de segundo grado el profesor no se las resolvió ?

“Claro, nos mostró la fórmula del discriminante y nos dijo que es la que teníamos que aplicar para resolver las ecuaciones de segundo grado, resolvimos algunas y después nos dio una guía de cómo 200 ejercicios con ecuaciones de segundo grado, donde teníamos que utilizar la fórmula cada vez que resolvíamos una ecuación, siempre es lo mismo”

“ Yo pensé que eso era resolver la ecuación”

Investigador: Lo que les he preguntado es si el profesor o ustedes resolvieron la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, nada más.

“Claro, con la fórmula”

Investigador: Pero resolver $ax^2 + bx + c = 0$ significa obtener la fórmula.

“Ahora entiendo, lo que usted nos pregunta es si el profe o nosotros hemos demostrado la fórmula, ¿verdad?”

Investigador: Así es.

No responden los alumnos.

Investigador: ¿Por qué no lo intentan?

Los alumnos se toman un tiempo, y al igual que en el caso de la demostración anterior el resultado es negativo.

Les digo que en el primero de los casos para que $\sqrt{x^2 + 6x + 9}$ sea real para todo valor de x , la expresión que está dentro de la raíz debe ser mayor o igual que cero, pero esto siempre es así debido a que $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 \geq 0$

“Ahora entiendo, o sea que lo único que teníamos que hacer era acordarnos del binomio al cuadrado”

“Coni, pero no es tan fácil, se te tiene que ocurrir, y eso es lo difícil, que se te ocurra, aunque sea muy fácil”

“La matemática es eso, creo yo, que te ocurra, porque estay ante una situación que no hay resuelto y ¿cómo lo haces, cómo se te ocurre?”

“O sea que nosotros no hacemos matemática, porque nunca nos enfrentamos a situaciones nuevas, nunca tenemos que demostrar nada, las cosas son porque sí...”

“Lo que nos hacen hacer es sólo ocupar fórmulas, nada más, entonces no nos hacen matemática”

“Nunca nos han hecho entonces, y los perjudicados somos nosotros”

Investigador: Lo importante es que ahora tienen clara sus situaciones con respecto a matemática.

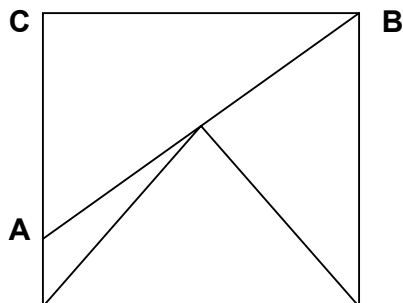
Intenten demostrar la fórmula de la ecuación cuadrática.

“Trataremos de demostrarla en la casa, después les contamos profe”

El siguiente problema corresponde a una situación nueva que se les propone a alumnos de primero medio de promedio siete en matemática de uno de los colegios del estudio.

Para resolver este problema los alumnos necesitan conocer solamente las nociones elementales de cuadrado y triángulo equilátero, que cualquier alumno de sexto básico debiera conocer.

Problema La figura muestra un cuadrado y un triángulo equilátero contenido en él. Se pide calcular el valor del ángulo ABC.



Investigador: Los alumnos miran el problema e intentan resolverlo. Después de unos minutos me dicen que no se les ocurre como hacerlo. Les digo que lo intenten de nuevo. Pasan varios minutos, más de 15 minutos, y no son capaces de resolverlo. En sus hojas tienen una serie de cálculos hechos acerca de teoremas que podrían conducir a una solución, lo que muestra el alto nivel de conocimientos que estos alumnos tienen.

Les pregunto por la manera como obtuvieron esos teoremas, me dicen que son estudiosos, que se consiguen libros y que de manera autodidáctica avanzan.

Me pregunto por la complicación que este problema presenta, porque no tan sólo a ellos les cuesta o no pueden, sino que otros alumnos, y también de promedio 7,0 en matemática les parece complicado.

Han pasado los quince minutos y me dicen que no pueden resolverlo, que en general son reacios a pedir alguna pista que les permita un posible camino de solución. Les digo que lo único que necesitan es saber las propiedades básicas del cuadrado y del triángulo equilátero, pero me vuelven a decir que las tienen presente y que eso no resuelve el problema.

Fíjense que uno de los lados del cuadrado coincide con un lado del triángulo equilátero, por lo tanto se forma un triángulo que tiene dos lados iguales y uno distinto.

“Ahí está claro profe porque esto significa que el ángulo del vértice del triángulo es 30° ”

“Y los ángulos basales valen 75° cada uno, entonces el ángulo es 15° .

¿Sabe profe? , no estamos acostumbrados a que nos den problemas que nos hagan pensar aunque sea un poco, sólo nos dan puras guías que tienen como 200 ejercicios cada una y que más encima tienen todos los ejercicios repetidos, o sea muy parecidos”

“El profe tiene que preocuparse de los que molestan y nosotros quedamos ahí, no avanzamos. El próximo año no sigo en el colegio, mi papá me va poner en otro colegio donde me enseñen más, porque me interesa llegar a la universidad y así no voy a lograrlo, usted vio, no somos capaces de resolver un ejercicio que es fácil, pero no pudimos, no se nos ocurrió”

CAPITULO VI

CONCLUSIONES

Factores que provocan el bajo rendimiento en la asignatura de matemática en los alumnos en situación de fracaso escolar en ésta área.

A los alumnos de bajo rendimiento del estudio de ambos colegios en general no le gusta la matemática, la encuentran complicada, le es difícil, la estudian por obligación.

Estos alumnos sienten inseguridad frente a las pruebas y desmotivación constante.

Tienen profesores que utilizan una metodología que no considera la presentación de los conceptos que subyacen al concepto que se está enseñando, y que no considera las distintas combinaciones entre ellos, lo que provoca un bajo rendimiento en la signatura de matemática.

Significado que tiene para los alumnos en situación de fracaso escolar la clase de matemática.

Para los alumnos en esta situación, la clase de matemática significa una obligación que deben cumplir, que les obliga a soportar a un profesor que los ignora y que dirige la clase hacia los mejores alumnos sólo por tener un ritmo de aprendizaje más lento, a poner atención a la resolución de ejercicios mecánicos que el profesor hace y que no dice para que sirven y de dónde vienen.

Esta clase les significa un estado de tensión constante con el profesor del ramo, la que se agudiza cuando ellos le piden que repase los conceptos de otros años que tienen olvidados o que nunca entendieron.

Conocer las implicancias y consecuencias para el desempeño de su rol de alumnos que tiene el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde su perspectiva para los alumnos en situación de fracaso escolar.

A partir de los datos se muestra un desempeño ineficiente en el rol del profesor de matemática que presenta las siguientes dimensiones:

- No enseña conceptos que permitan que el alumno comprenda, entienda e internalice el contenido o la situación problemática que está siendo expuesta.
- No enseña a relacionar los conceptos que se necesitan para que una situación problemática sea resuelta.

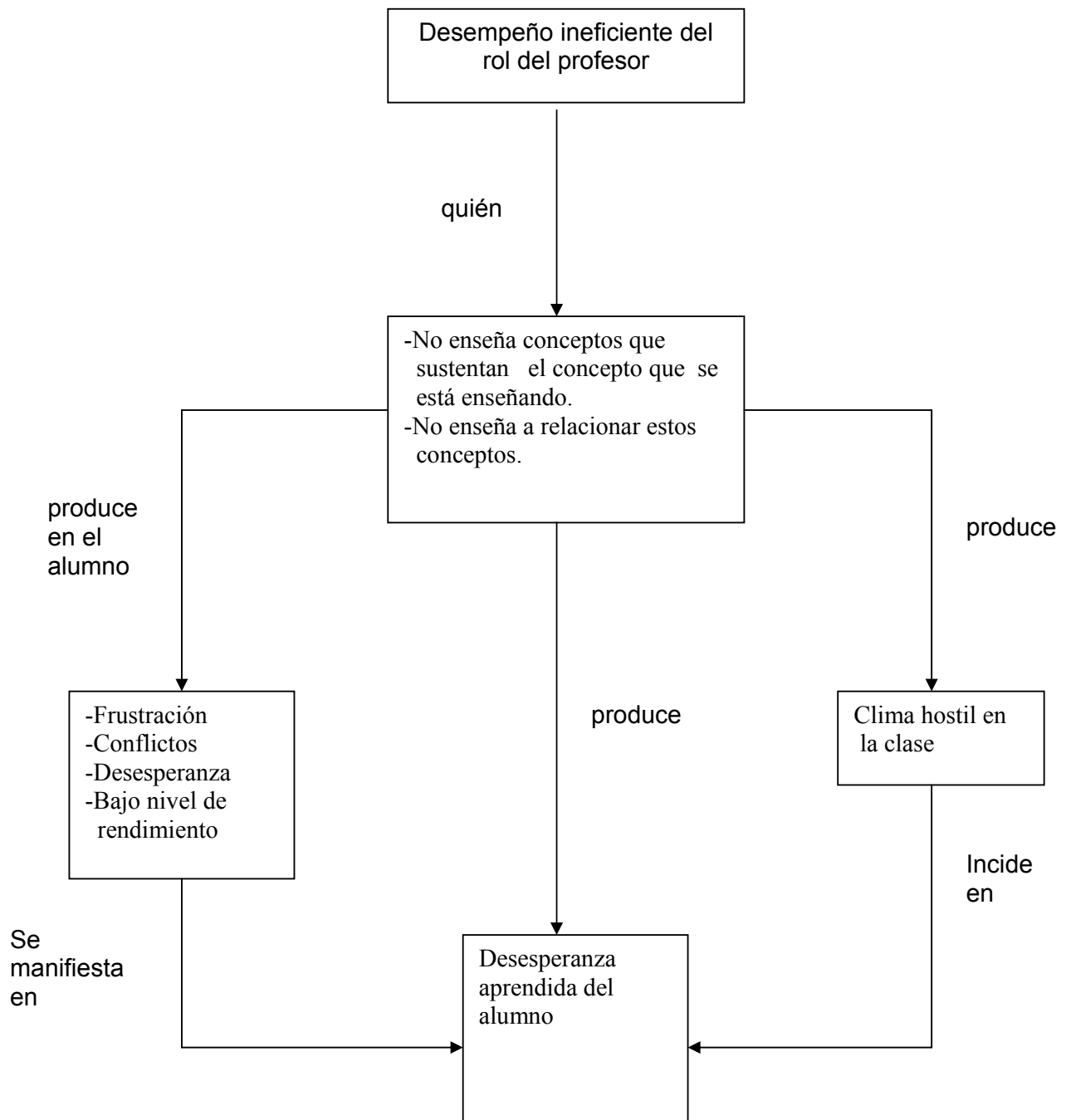
Estas dimensiones que se traducen en un déficit en la presentación de la materia del profesor de matemática incide en el rol del alumno porque producen en él las siguientes dimensiones:

- Frustración
- Conflictos
- Desesperanza
- Bajo nivel de rendimiento

Además de producir un clima hostil en la clase, son una causa de depresión en el alumno diagnosticada como desesperanza aprendida, que es un aprendizaje que adquieren ciertas personas de no evitar acontecimientos negativos cuando estos se presentan, y que en nuestro caso se traduce en que el alumno con mal rendimiento en matemáticas sienta que cualquier medida que tome por revertir su situación de fracaso escolar en esta área de nada servirá, pues ha asumido que siempre tendrá un rendimiento deficiente.

Este es el significado que los alumnos en situación de fracaso escolar del estudio dan al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Esquema que muestra las conclusiones de esta parte de la investigación.



Significado que tiene para los alumnos de nivel medio y avanzado del estudio la clase de matemática.

Para los alumnos de rendimiento medio en matemática, la clase representa el realizar actividades de la manera como el profesor lo estipula, teniendo que escuchar a un profesor estructurado, que no explica, y que da por supuesto que los alumnos saben las materias, hacer constantes comparaciones de rendimiento con otros cursos.

Para los alumnos de nivel alto la clase significa aburrimiento, el estar obligados a permanecer resolviendo guías mecánicas, viendo a profesores centrar sus clases en fórmulas más que en aplicaciones de éstas, siendo espectadores del clima hostil en que se produce cuando el profesor dirige la clase hacia un segmento de los alumnos, que son los que entienden la explicación que el da, quedando el resto excluidos de su ayuda.

Conocer las implicancias y consecuencias que tiene en el desempeño de los alumnos en el área de matemática la jornada escolar completa.

Los alumnos de todos los niveles del estudio manifiestan unánimemente su disconformidad con la JEC.

Para ellos la JEC implica permanecer en el colegio desaprovechando un tiempo que lo podrían ocupar en hacer actividades que reforzaran las materias pasadas o actividades que fueran recreativas de modo de terminar con el estrés que provoca este sistema.

Este sistema provoca una merma en el desempeño académico de los alumnos debido a que las asignaturas que se imparten en la jornada de la tarde en lugar de contribuir a elevar su nivel académico sólo provocan un gran tedio en el estudiantado. Esto se acentúa más aún, cuando uno de esas asignaturas es matemática, clase que requiere de los alumnos una concentración adecuada para tratar de entender las deficientes explicaciones que el profesor de esa asignatura da, concentración que no se da por el alto grado de aburrimiento y cansancio que provoca el estar escuchando todo el día disertaciones que la mayoría de las veces no significan nada para el alumno.

Hay alumnos que piensan que con media jornada subiría el nivel académico y se terminaría el estrés que les ocasiona el actual horario de clases.

Colocan como ejemplo alumnos exitosos que asisten al colegio solamente en la mañana, y que ocupan el tiempo de la tarde para estudiar.

Develar el “mundo de la copia” y su incidencia en el proceso de aprendizaje de las matemáticas de los alumnos de enseñanza media.

La copia es una práctica que en la actualidad se da de manera frecuente en nuestros establecimientos educacionales y a la que recurren todo tipo de alumnos.

La copia es también una práctica frecuente en matemática, y sobre todo en los alumnos que están en situación de fracaso escolar.

Estos alumnos, que atraviesan por una situación muchas veces de total abandono por parte de sus profesores, en el sentido de no serles resueltas sus necesidades básicas de aprendizaje, y que la mayoría de las veces son considerados un estorbo para el profesor de matemática, caen, como demuestra este estudio, en un estado de desesperanza aprendida, que entre otras cosas implica una imposibilidad de revertir su situación de fracaso, y que ante la necesidad de aprobar el ramo copian, y lo hacen de manera de sacar la nota mínima de aprobación, no otra que podría ser más alta, y que les ayudaría a resolver una serie de problemas, entre ellas el ingreso a la universidad.

El sistema injusto en que se encuentran insertos estos alumnos, caracterizado por la exclusión, los lleva a ver en la copia la única posibilidad de resolver su situación de fracaso escolar en esta área.

La situación en el segmento de alumnos de rendimiento medio es diferente porque mientras algunos copian otros están en contra de la copia.

Estos alumnos, como revela el estudio, tienen la presión constante impuesta por sus padres de sacar una buena nota, y para cumplir con ese objetivo muchas veces copian, tratando, a diferencia de los alumnos de nivel bajo, de conseguir mediante este medio la mejor nota.

Por último, en el segmento de rendimiento alto los alumnos no copian en matemática, y van desde los que no saben como hacerlo, los que no le encuentran sentido hacerlo por el daño que ocasiona, los que creen que practicarla es engañarse a si mismo, hasta los que sostienen que esta es una actividad anti-ética porque cuando se copia se está colocando en la prueba el conocimiento de otro, y que por lo tanto debe ser erradicada.

Para ellos, cuyas metas son estudiar en carreras exigentes desde el punto de vista académico, la PSU es lo importante, y se obtiene estudiando, no copiando.

Conocer el nivel de habilidades cognitivas que tienen los alumnos del estudio.

Los niveles que se evaluaron corresponden al nivel de conocimiento, donde se identifican se señalan, se reconocen conceptos matemáticos; el nivel de comprensión donde se traducen, se transforman, se expresan, se representan, se distinguen, entre otra habilidades, conceptos matemáticos; el nivel de aplicación donde se relaciona, se escoge, se desarrolla, se usa y se clasifica conceptos matemáticos; por último, el nivel de análisis donde se contrastan, se comparan, se distinguen, se derivan y se detectan conceptos matemáticos.

Los alumnos de nivel bajo en matemática sólo tienen el nivel de conocimientos.

En ocasiones, cuando se les enfrenta a situaciones similares a otras que se han resuelto, logran resolver el problema, pero dentro del nivel de conocimiento y comprensión.

Los alumnos de nivel alto poseen en alto grado los niveles de conocimiento y comprensión, y en algún grado los niveles de aplicación y análisis.

Estos alumnos se complican cuando tienen que relacionar más de dos conceptos matemáticos, lo mismo ocurre cuando ellos se deben contrastar, comparar y derivar.

Indagar respecto a qué propuesta pedagógica aplicar a los alumnos de enseñanza media de los colegios del estudio en matemáticas y a los niveles de alumnos (bajo , medio, alto rendimiento) a los que se debe dirigir.

El estudio efectuado se puede utilizar para diagnosticar de manera muy profunda la situación que presentan estos alumnos del estudio en el área de matemática, en particular, de conocer el nivel de habilidades cognitivas que tienen.

De acuerdo a este diagnóstico se aplicó un taller de asistencia metodológica de matemáticas a seis alumnos de nivel bajo y a cuatro alumnos de nivel alto en esta área. Los talleres dictados (ver anexos) permitieron conocer el tipo de propuesta pedagógica que se debe aplicar a los alumnos de niveles bajo y alto del estudio.

En síntesis (para mayor detalle ver el capítulo destinado a estas propuestas) estas propuestas son talleres de asistencia metodológica que en ambos niveles deben estar dirigidas a no más de seis alumnos, teniendo como objetivo, en el caso de los alumnos de nivel bajo, el trabajar fuertemente con los conceptos que son necesarios tener ante una determinada situación problemática, a través de su tratamiento, a partir de cero, o a recordarlo cada vez que fuese necesario.

Otro aspecto fundamental del taller se refiere a la forma en que se deben construir los significados matemáticos. La propuesta establece que estos deben ser contruidos a través de un proceso de negociación constante teniendo como marco referencial el interaccionismo simbólico.

Por último, los niveles de las habilidades cognitivas de los problemas resueltos y propuestos deben ser de conocimiento y comprensión, y en algunas ocasiones de aplicación.

En el caso de los alumnos de nivel alto el taller debe priorizar un trabajo individual seguido de uno colectivo, con intervenciones de índole pedagógica del profesor a cargo del taller una vez que los alumnos hallan realizado el mayor esfuerzo por resolver las situaciones planteadas o cuando se necesite algún concepto que los alumnos no manejen o que esté olvidado.

Los niveles de las habilidades cognitivas de los problemas resueltos y propuestos deben ser esencialmente de aplicación y análisis con más de dos conceptos matemáticos.

Estos alumnos deben demostrar exhaustivamente los distintos teoremas que se presenten y enfrentarse continuamente a situaciones matemáticas nuevas.

Nivel que tienen los alumnos para demostrar y resolver situaciones nuevas.

Los alumnos de nivel bajo del estudio no saben demostrar y no saben resolver situaciones nuevas, tanto las demostraciones como los problemas a los que nunca se hallan enfrentado produce en estos alumnos una actitud de rechazo hacia ellos.

Los alumnos de nivel alto efectúan sólo algunas demostraciones matemáticas, las que menos representan problemas; las otras las realizan, pero con una guía del profesor.

En cuánto a los problemas que representan situaciones nuevas ellos manifiestan un gran interés y a veces ocupan días, hasta semanas, en tratar de resolverlos; algunas veces lo logran , pero en otras no.

Síntesis de la investigación

Para los alumnos en situación de fracaso escolar en el área de matemática del estudio, el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas significa un estado de desesperanza aprendida.

Para los alumnos de nivel medio en el área de matemática del estudio, el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas significa la obtención de calificaciones que satisfagan las expectativas de sus padres más que las propias.

Para los alumnos de nivel alto en el área de matemática del estudio, el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas significa aburrimiento, tedio, y la obligación de formar parte de un proceso que no tiene sentido para ellos.

Propuesta pedagógica de asistencia para alumnos de segundos medios en situación de fracaso escolar.

La propuesta que a continuación presento tiene como referencia el taller de asistencia metodológica que se dictó para alumnos en situación de fracaso escolar en el área de matemática en uno de los colegios del estudio.

Taller de asistencia metodológica

Los alumnos que participaron de este taller (ver anexos), cuyo número es seis (dos alumnas y cuatro alumnos), fueron seleccionados por los profesores del segundo medio con más bajo rendimiento entre los cinco segundos medios del colegio estudiado en la prueba de nivel que se aplica en la asignatura de matemática a los colegios de la institución de la que forma parte éste establecimiento.

El investigador del proyecto trabajó con estos alumnos durante los meses de septiembre y octubre de 2006 quince sesiones de noventa minutos cada una los días martes de 14 a 15:30 horas y los jueves de 8 a 9:30 horas en las siguientes fechas:

Mes de septiembre: martes 5, jueves 7, martes 12, jueves 14, martes 26, jueves 28.

Mes de octubre: martes 3, jueves 5, martes 10, jueves 12, martes 17, jueves 19, martes 24, jueves 26, martes 31.

El lugar de trabajo fue la sala de reuniones de consejo de departamentos y del directorio del establecimiento. Un lugar que además de ser cálido está exento del ruido normal que provocan las actividades que se desarrollan en el colegio.

La asistencia de los alumnos del estudio a estas clases fue de un 100% y no hubo atrasos. La hora y media contemplada para cada sesión fue cumplida por los asistentes, quienes demostraron un real interés por este plan, interés que se vio reflejado por el entusiasmo que mostraron de manera continua a través del proceso y por el cumplimiento de las actividades propuestas.

El contenido tratado fue la ecuación de la recta en el plano cartesiano tanto en la parte conceptual como en las aplicaciones que ella genera. De manera

paralela se trabajó en este mismo tema con los alumnos de segundos medios de su curso y de los otros cursos.

La línea metodológica empleada en estas las clases fue la del interaccionismo simbólico (IS), cuya idea central es que el significado matemático se desarrolla en (y a partir de) la interacción entre el profesor y los alumnos y; que la utilización de este significado por estos actores implica un proceso de interpretación en la que los actores indican las cosas hacia las cuáles se encaminan sus actos y, en la revisión y utilización de estos significados como instrumentos para la orientación y formación del acto (Blumer, 1982; p. 3-4).

Estos alumnos que obtuvieron en la prueba de nivel las notas:

1,9 - 2,5 - 1,5 - 3,3 - 1,8 - 2,8

obtuvieron en la prueba de ecuación de la recta respectivamente las notas:

5,7 - 4,6 - 4,3 - 6,1 - 5,1 - 4,0

Los resultados de estos alumnos fueron cotejados con los resultados de 22 alumnos que también obtuvieron malos resultados en la prueba de nivel y que corresponden a los segundos medios B, C y E del establecimiento al que pertenecen los alumnos del taller. Estos cursos trabajaron paralelamente el tema de la ecuación de la recta y la prueba que sobre esta materia se les aplicó a todos los segundos medios del establecimiento fue la misma.

Los alumnos del segundo medio B que obtuvieron en la prueba de nivel las notas: 2,1- 2,3 - 2,3 - 2,4 - 2,4 - 2,4 - 2,4 - 2,4

obtuvieron en la prueba de ecuación de la recta respectivamente las notas:

1,5 - 2,2 - 6,6 - 3,7 -1,5 - 3,5 - 5,6 - 4,3

Los alumnos del segundo medio C que obtuvieron en la prueba de nivel las notas: 2,4 - 2,5 - 2,3 - 2,4 - 2,6 - 2,8

obtuvieron en la prueba de ecuación de la recta respectivamente las notas:

2,7 - 2,0 - 3,1 - 1,8 - 2,3 - 1,6

Los alumnos del segundo medio E que obtuvieron en la prueba de nivel las notas: 2,3 - 2,6 - 2,5 - 2,5 - 2,5 - 2,5 - 2,5 - 2,5

obtuvieron en la prueba de ecuación de la recta respectivamente las notas:

1,0 - 4,1 - 2,0 - 2,7 -5,2 - 2,7 - 4,9 - 3,8

La nota promedio de la prueba de nivel con que los alumnos del taller se presentaron fue 2,3.

La nota promedio que los alumnos del taller obtuvieron en la prueba de la ecuación de la recta fue 4,9.

La nota promedio de la prueba de nivel con que los 8 alumnos del segundo medio B se presentaron fue 2,3.

La nota promedio que estos alumnos obtuvieron en la prueba de la ecuación de la recta fue 3,6.

La nota promedio de la prueba de nivel con que los 6 alumnos del segundo medio C se presentaron fue 2,5.

La nota promedio que estos alumnos obtuvieron en la prueba de la ecuación de la recta fue 2,2.

La nota promedio de la prueba de nivel con que los 8 alumnos del segundo medio E se presentaron fue 2,5.

La nota promedio que estos alumnos obtuvieron en la prueba de la ecuación de la recta fue 3,3.

Los alumnos del taller subieron 2,6 puntos.

Los alumnos del segundo medio B subieron 1,3 puntos

Los alumnos del segundo medio C bajaron 0,3 puntos

Los alumnos del segundo medio E subieron 0,8 puntos

Propuesta pedagógica para alumnos de nivel alto

De acuerdo al diagnóstico realizado para conocer el nivel de conocimientos y de habilidades matemáticas que presentan los alumnos de alto rendimiento en esta área, se pudo constatar que el discurso que estos alumnos sostienen respecto al nivel que ellos alcanzan en la resolución de problemas de naturaleza matemática no concuerda con lo realizado por ellos en las entrevistas matemáticas. Es más, el rendimiento que alcanzaron en algunos problemas de PSU de dificultad media y alta en estas entrevistas, demuestra que las expectativas que ellos tienen de estudiar carreras de altos puntajes, pueden verse truncadas si ellos continúan con el mismo sistema de educación matemática que han tenido hasta ahora.

Es por este motivo que estos alumnos pertenecen a un grupo que está en situación de riesgo respecto a otros grupos de alumnos que a esta altura ya han resuelto una serie de dificultades en su camino por ingresar a carreras universitarias de su agrado y que se dictan en universidades en que ellos quieren estar.

El panorama es aún más duro si se toman en cuenta las dificultades académicas a las que se ven enfrentados los alumnos universitarios que estudian carreras de alto nivel de exigencia, como lo son las carreras de ingeniería que se dictan en las universidades de Chile y Católica, dificultades que se ponen de manifiesto sobre todo en los primeros cursos de cálculo, álgebra y geometría que se dictan en esas carreras y que el alumno debe sortear con éxito, pues son cursos que, además, tienen el carácter de prerequisites para otros cursos de nivel superior de esas carreras.

Se hace imprescindible entonces implementar un plan de asistencia metodológica para estos alumnos en el área de matemática, que éste fuertemente marcado por un nivel acorde con el nivel de ingreso y de exigencias propios de esas carreras en esta área.

La propuesta pedagógica que se presenta, se basa en el taller de asistencia metodológica que se diseñó para cuatro alumnos de segundos y terceros medios de uno de los colegios del estudio que exhibían un promedio de notas sobresaliente en la asignatura de matemática, y que se dictó en la primera quincena del mes de enero del 2007, tuvo como meta la resolución de 191

problemas que miden habilidades cognitivas de nivel de aplicación y análisis de más de dos conceptos en el área de geometría para estudiantes de enseñanza media.

En años anteriores, alumnos que alcanzaron puntajes nacionales en la prueba específica de matemática que antiguamente se daba, o puntajes nacionales en la prueba de matemática de selección universitaria actual, resolvieron el libro del cuál forman parte estos problemas, por lo que la resolución de estos problemas geométricos garantizaba a estos alumnos obtener un nivel acorde con el que tienen los puntajes nacionales en matemática.

Los alumnos trabajaron durante dos semanas en estos problemas, en sesiones de trabajo de cinco horas diarias en uno de los colegios del estudio.

El profesor que dirigió el taller es el investigador que realiza este estudio y que relata a continuación los pormenores del trabajo realizado y la metodología utilizada.

Lo primero que se hizo fue dejar en claro los beneficios que tendrían estos alumnos si lograban resolver los problemas propuestos; lo segundo, fue establecer la metodología de trabajo que se utilizó. Respecto a este último punto, se les dijo a los alumnos que debían cumplir con las siguientes indicaciones:

- a) Leer detenidamente los problemas, hasta que quedara absolutamente claro lo que se preguntaba y los datos que se daban.
- b) Demostrar los teoremas que se necesitaban en cada problema.
- c) Intentar una solución individual de las situaciones planteadas, para realizar después una discusión colectiva de las soluciones alcanzadas.
- d) Tratar en lo posible de resolver veinte problemas diarios.
- e) Preguntar al profesor cuando, tras haber trabajado todas las posibilidades disponibles de solución, la situación se tornara repetitiva.
- f) Preguntar al profesor por los conceptos que no estuvieran claros, y por las posibles estrategias que había que implementar cuando concurrían en un mismo problema más de uno de ellos.
- g) Las demostraciones tenían que ser claras y en lo posible novedosas o diferentes a las que usualmente realizan los estudiantes.

- h) Las soluciones tenían que seguir, en lo posible, reglas sociomatemáticas específicas como matemáticamente diferentes, matemáticamente inteligente, matemáticamente elegante, por nombrar algunas.
- i) No importaba la estrategia que se siguiera para resolver el problema, en el sentido de que los problemas no necesariamente podían hacerse siguiendo un esquema predeterminado o usual, como en general lo piden los profesores. Se trataba de fomentar un pensamiento divergente y no uno convergente. Talvez este era el punto más importante que había que tener en cuenta a la hora de dar las soluciones, soluciones que mostraran, en lo posible, algún grado de creatividad.

Una vez hechas las consideraciones anteriores los alumnos trabajaron en los problemas cumpliendo con algunas de las indicaciones hechas.

Por ejemplo, los alumnos intentaron demostrar los teoremas acerca de ángulos, de áreas, de volúmenes, de semejanzas, de congruencias, de relaciones métricas en la circunferencia, por nombrar algunos; pero las demostraciones realizadas fueron posible gracias a un trabajo colectivo en el que estuvo presente el investigador del proyecto, más que a un trabajo individual, quedando muy claro, eso si, lo que es una demostración matemática, en su estricto sentido. Los alumnos intentaron resolver los problemas individualmente, pero no siempre hubo éxito en ese intento, en general, las soluciones se lograron de a dos, o colectivamente.

La cuota de problemas diarios que había que resolver, en general, se respetó; también la indicación dada en el sentido de preguntar al profesor por conceptos o mezcla de ellos se cumplió cabalmente, porque no siempre los alumnos pudieron mezclar conceptos a la hora de resolver los problemas.

Los alumnos también preguntaron por los problemas que no pudieron resolver, en estricto rigor, al final del proceso, sólo uno de los problemas no pudo ser resuelto, más adelante menciono el problema que está en los anexos, y la forma que emplee para resolverlo.

Respecto a los puntos g), h), i), estos nunca se pudieron cumplir, pues las soluciones alcanzadas por los alumnos siguieron métodos tradicionales,

caminos conocidos, que ponen de manifiesto que en general estos alumnos tienen un pensamiento convergente.

En los doce años que llevo trabajando en educación matemática, sólo en una oportunidad un alumno presentó una solución realmente novedosa, que mostrara un pensamiento divergente. Las soluciones que me ha tocado revisar en todo este tiempo siguen esquemas preconcebidos propios de un pensamiento convergente, lineal, que cumplen, eso sí, algunas normas sociomatemáticas, pero que tienen como marco de referencia las soluciones presentadas por sus pares o por sus profesores.

Estos alumnos van a resolver el resto de los problemas que están propuestos en el libro durante el mes de marzo, contando también con mi ayuda, y existe una probabilidad no nula de que obtendrán un puntaje nacional en la PSU de matemática, de no ser así, lo más probable que ocurra es que su puntaje en la PSU de matemática incida favorablemente en el puntaje ponderado con que postularán a las universidades.

BIBLIOGRAFÍA

Bauersfeld, H. (1988). Interaction, construction, and knowledge: Alternative perspectives for mathematics education. En T. Coony y D. Grows (Eds.), *Effective Mathematics Teaching* (p. 27-46). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics/

Erlbaum. Bauersfeld, H. (1994). Theoretical perspectives on interaction in the mathematics classroom.

En R. Biehler; R. Scholz; R. Strässer y B. Winkelmann (Eds.). *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (pp. 133-146). Dordrecht, NL: Kluwer Academic Pb.

Bauersfeld, H. (1995-a). "Language Games" in the mathematics classroom: their function and 20 their effects. En Cobb, P. y Bauersfeld, H. (Eds.). *The Emergence of Mmeaning: Interaction in Class-room Cultures* (pp.271-292). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, Pub.

Bauersfeld, H. (1995-b).The structuring of the structures: Development and function of mathematizing as a social practice. En L. Steffe y J. Gale (Eds.). *Constructivism in Education*. (pp. 137-158). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Ass. Pub.

Bauersfeld, H., Krummheuer, G. y Voigt, J. (1988). Interactional theory of learning and teaching mathematics and related microethnographical studies.En H.G. Steiner y A.

Vermandel (Eds.). *Foundations and Methodology of the Discipline Mathematics Education (Didactics of Mathematics)* (pp. 174-168). Antwerp: Proceedings of the 2nd TME-Conference. University of Antwerp.

Blumer, H. (1969). *Symbolic interactionism: Perspective and method*. Englewood Cliffs, NJ.:Prentice-Hall. [El interaccionismo simbólico: Perspectiva y método. Barcelona: Hora, 1982].

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7 (2): 33-115.

Brown, J. S., Collins, A. Y Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher*, January-February: 32-42.

- Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997). Estudiar matemáticas; el eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje. Barcelona: ICE Universidad Autónoma/Horsori.
- Cobb, P. y Bauersfeld, H. (Eds.). The emergence of mathematical meaning: Interaction in class-room cultures. Hillsdale, N.J.:Lawrence Erlbaum Associates, Pub.
- Escudero, I. & Sanchez, V. (1999) The relationships between professional knowledge and teaching practice: the case of similarity. Proceedings of the PME-23, Haifa, Israel.
- Gergen, K. J. (1995). Social construction and the educational process. En, L. P. Steffe y J. Gale (Eds). Constructivism in Education. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Ass. Pub.
- Godino, J.D. Salvador Llinares, El interaccionismo Simbólico en Educación Matemática
Revista Educación Matemática, Vol. 12, nº 1: 70-92
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. Recherches en Didactiques des Mathématiques, 14 (3): 325-355. [Recuperable en URL: <http://www.ugr.es/loca/jgodino/articulos.htm>].
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1999). Funciones semióticas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En I. Vale y J. Portela (Eds.), IX Seminário de Investigaçao en Educaçao Matematica. Viana do Castelo: Associação de Profesores de Matematica. [Recuperable en URL: <http://www.ugr.es/loca/jgodino/articulos.htm>].
- Lave, J. y Wenger, E. (1991). Situated learning. Legitimate peripheral participation. Cambridge: Cambridge University Press.
- McClain, K. y Cobb, P. (1997). An analysis of the teacher's role in guiding the evolution of sociomathematical norms. Vanderbilt University.
- Seeger, F. (1991). Interaction and knowledge in mathematics education. Recherches en Didactiques des Mathématiques, 11 (3): 125-166.

- Sierpinska, A. (1996). Whither mathematics education?. En C. Alsina et al. (Eds.), Acta del 8º Congreso Internacional de Educación Matemática (pp. 21-46). Sevilla: Sociedad Thales.
- Sierpinska, A. (1997). Formats of interaction and model readers. For the Learning of Mathematics, 17, 2: 3-11.
- Sierpinska, A. y Lerman, S. (1996). Epistemology of mathematics and of mathematics education. En A. J. Bishop et al. (Eds.). International Handbook of Mathematics Education (pp. 827-876). Dordrecht, NL: Kluwer, Academic Publ.
- Steinbring, H. (1997). Epistemological investigation of classroom interaction in elementary mathematics teaching. Educational Studies in Mathematics, 32: 49-92.
- Voigt, J. (1985). Patterns and routines in classroom interaction. Recherches en Didactique
- BROUSSEAU G. (1997). *The theory of Didactic Situations*. Kluwer. Dordrecht. Netherland.
- CHEVALLARD Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. Recherches en Didactique des Mathématiques 12 (1992) pp. 73-128.
- CORNU B. (1991). *Limits*. In D. Tall (ed.) Advanced Mathematical Thinking. Kluwer Academic Publishers. pp. 153-166.
- DAVIS P. J. (1986) *The nature of proof*. In M Carss (ed.) Proceedings of the fifth international congress on mathematical education. Birkhauser. Boston.
- EISENBERG T. & DREYFUSS T. (1981). *On the Reluctance to Visualize in Mathematics*. Educational Studies in Mathematics 12 (2) pp. 151-169.
- GUZMAN M. (1996). *El Rincón de la Pizarra: ensayos de visualización en análisis matemático*. Editorial Pirámide. Madrid.
- HANNA G. (1991). *Mathematical Proof*. In D. Tall (ed.) Advanced Mathematical Thinking. Kluwer Academic Publishers. pp. 54-61

KITCHER P. (1984) *The nature of mathematical knowledge*. Oxford University Press. New York.

LAKATOS I. (1976) *Proofs and Refutations: The Logic of mathematical discovery*. Cambridge University Press. Cambridge.

TALL D. O. (ed.) (1991) *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers

TALL D. O. & VINNER S. (1981). *Concept image and concept definition in mathematics with particular references to limits and continuity*. Educational Studies in Mathematics 12 (2) pp. 151-169.

TYMOCZKO T. (1986) *Making room for mathematicians in the philosophy of mathematics*. The Mathematical Intelligencer 8 (3) pp. 44-50.

VINNER S. (1991). *The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics*. In D. Tall (ed.) *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers, pp. 65-81.

BLUMER HERBERT, (1982). *El Interaccionismo Simbólico. Perspectiva y Método*. Biblioteca HORA Barcelona

DELGADO Y GUTIERREZ. (1999) *Métodos y Técnicas Cualitativas de Investigación en Ciencias Sociales*. Editorial Síntesis S.A. Madrid

GRIMES, J. & ALLINSMITH, W (1961). Compulsivity, anxiety, and school achievement. *Merrill-Palmer Quarterly*, 7, 247-269.

MELLA, O (1988) *Naturaleza y orientaciones teórico metodológicas de la investigación cualitativa*. <http://www.edu.do/V3/craie/pdf/investigación%20en%20educación.pdf>

PEREZ, G. (1998) *Investigación Cualitativa Retos e Interrogantes*, Tomo I: Metodología, Tomo II Técnica de Análisis de datos. Madrid. Ediciones La Muralla.

ROSH, E (1975) *Cognitive representations of semantic categories*. *Journal of Experimental Psychology*, 4, 328-350.

SELIGMAN, M (1975). *Helplessness: On depression, and death*. San Francisco: W.H. Freeman

ANEXOS

Focal a alumnos de segundo medio de nivel bajo en matemática del colegio Alcántara la Florida

Lugar: Sala de laboratorio de ciencias. Este lugar se encuentra apartado de las salas de clases, siendo, por lo tanto, un lugar tranquilo y sin ruido ambiente.

Hora: 12:00 horas

Investigador: Espero 8 estudiantes con el peor rendimiento en matemáticas de uno de los segundos medios del establecimiento en que se realiza la investigación. Hay tres alumnas y cinco alumnos. En el lugar hay pasteles y bebidas.

Son las 12:10 y ya están los 8 alumnos. Les doy la introducción, les explico las razones de este focal y les propongo el tema de conversación, pidiéndoles la autorización para grabar lo que van a hablar.

M: Pero tío, sin decir los nombres.

Investigador: No se preocupen, solamente escucharé la grabación y la transliteración la efectuaré sin mencionar sus nombres.

Como ustedes saben, para mi es muy importante lo que ustedes tienen que decir respecto a las causas de el mal rendimiento que tienen en matemática.

V: Pero, ¿y si la profe se enoja por lo que digamos?

Investigador: Esta es una investigación, por lo tanto tiene carácter reservado, no voy a revelar nombres.

P: Me cuesta entender matemática.

I: Yo creo que influye el profesor.

C: La tía va muy rápido, no alcanzo a captar lo que quiere decir (el concepto), no le entiendo, como tengo mala base, nunca explica las materias de los años anteriores, entré en séptimo y de ahí no entiendo nada, siempre paso con rojo.

P: Venía con un promedio 6,3 del otro colegio y ahora tengo rojo, aquí van más adelantados.

C: No exigían tanto como acá en el otro colegio, cuando llegué acá rojo.

P: Todos los años he sacado rojo, no me tiene paciencia, sino entiendo se enoja conmigo.

L: La prueba de hoy día no estaba tan difícil, pero no alcancé a terminarla. En clases hago todos los ejercicios y en la prueba no.

A: Si mi respuesta da un número grande uno piensa que está mala. Tengo inseguridad al dar la prueba. A veces sale la pregunta, a veces no.

N: O si no empieza a invertir (invierte el resultado a que llega para obtener la alternativa correcta).

I: Si en un ejercicio se me olvida algo, eso lo vimos en clases, no hace recordar, pasó la vieja (la profesora no hace repaso de materias). Intento hacerlo de cualquier forma el problema, cuando no sale chao. A la sexta vez lo hice. A la novena invento formas, a veces sale.

M: Lo malo es que pide desarrollo (las preguntas con alternativas se corrigen si hay desarrollo de la respuesta).

Investigador: Cuéntenme, ¿estudian las materias, ejercitan, hacen las tareas que la profesora les da?

S: Nadie abre el cuaderno cuando llega a la casa, no hay motivación.

A: Llego cansada a la casa, es muy tarde, llego a las seis.

L: Cuando llego a la casa me acuesto a dormir, los fines de semana chateo hasta como las tres de la mañana.

I: Me da lata abrir el cuaderno pa estudiar, no me motiva, además no entiendo nada.

N: Es más entretenido ir chatear que estar estudiando. La otra vez intenté estudiar, pero me fue igual mal en la prueba.

P: No saca nada con ponerme a hacer ejercicios, no tengo la base. A veces lo intento pero no se la materia. Yo sé que está en el cuaderno, pero es como sino estuviera porque no la entiendo. A veces creo que hay que ocupar el binomio al cuadrado, pero no me sale, porque además hay que factorizar. Puedo hacer una cosa bien pero no alcanzo a hacerlas todas.

C: Cuando abro el cuaderno me da sueño porque es fome, además sé que igual me va a ir mal, no saco nada con estudiar.

A: El otro día hice todos los ejercicios del libro, colapse. Nunca alcanzo a terminar la prueba.

S: No tengo muchos amigos, el problema no es ese. Es que pa resolver un ejercicio se necesita saber muchas cosas, y si es que se una bien. Es muy difícil el colegio y matemática peor.

Investigador: ¿Creen ustedes que este mal rendimiento en matemática les influirá en rendir una buena PSU y en poder ingresar a estudiar la carrera que quieran en la universidad ? . ¿Les interesa la universidad?

P: Interesa rendir una buena PSU.

L: Todos deseamos universidades estatales.

S: A mi me interesa una privada.

N: Prefiero meterme a una privada y no estar un año en un preuniversitario.

A: Mis papas me dijeron que la Mayor era buena. Me interesaría estudiar kinesiología.

M: Nadie quiere estudiar carreras con matemáticas.

C: Yo quiero estudiar economía.

M: Sabemos que si no estudiamos matemáticas nos va a ir mal en la PSU, y todas las carreras piden PSU matemática.

S: Mi papá me dice que todas las carreras tienen matemáticas, y yo creo que es verdad, ¿qué carrera no tiene matemáticas?, todo tiene matemáticas, que lata, hay que aceptarlo, pero todavía me queda tiempo, dos años, más de dos años en realidad.

Investigador: Me gustaría profundizar más acerca de lo que pasa en la clase de matemática respecto a la manera de enseñar de la profesora.

S: El problema que hay es que la profe explica muy rápido y nosotros somos lentos. ¿Entendieron?, decimos que si, para que ella no se enoje.

P: Yo creo que debería retirarse.

C: Fuma mucho. Nosotros la estresamos al no entender nosotros. Queda de mal genio toda la clase cuando uno no entiende.

I: Cuando los demás hablan, dice, doy por pasada la materia.

S: El otro día se enojó, el que quiere sale, dijo, todos salimos, en la sala quedamos 9.

L: Era un problema que venía de antes, por el problema del paro.

Investigador: ¿Qué pasó, qué tiene que ver el paro?

N: Nada, es que dijo que no sabemos nada, ni siquiera por qué nos tomamos el colegio.

A: La profe hace cambios y no los respeta.

M: El ambiente en la clase es tenso la mayoría de las veces.

Investigador: ¿Pero, por qué?

L: Porque se enoja cuando le preguntamos, porque cuando le decimos que no entendemos no explica, dice que la materia es de otros años, que tenemos que repasar, pero nosotros le decimos que no sacamos nada con repasar porque no entendemos.

N: Siempre es lo mismo.

P: La profe explica como en la universidad, llega y pasa la materia, nosotros le decimos que vaya más lento pero no pesca.

Investigador: ¿Qué sienten ustedes cuando no pueden resolver un ejercicio, un problema?

P: Algunas veces me frustró, otras veces no, total se que me cuesta, pero cuando entiendo algo saco esos ejercicios aunque sean pocos.

C: A veces partimos resolviendo un ejercicio, cuando me doy cuenta que alguno de mis compañeros ya lo hicieron, me siento tonto, soy muy lento, pero se que si entendiera la materia sería capaz de sacarlo, aunque me demorara más.

L: El otro día caché como resolver sistemas de ecuaciones de esos de tres incógnitas y en la prueba creo que los tendré buenos.

Investigador: ¿Pero qué pasó?, le entendiste a la profesora?

L: Estaba urgido porque me iba a dar promedio rojo y mis papas me iban a hinchar, así que le pedí a un compañero que me explicara, como me explica con manzanas, usted entiende, entendí, pero me explicó del comienzo, la base, lo malo es que creo que resolví eso no más en la prueba, pero algo es algo.

S: Yo no creo que sea malo pa matemática, o tan malo, porque a veces me doy cuenta que no se, pero no puedo hacer nada, porque cuando logro resolver una parte la otra no puedo porque no tengo la base.

I: Me da rabia no saber, hay gente que lo hace y yo no puedo.

Investigador: Cuéntenme, ¿tienen problemas en la casa para estudiar?

M: No hay problemas en la casa.

L: Los papas tienen muchas expectativas de nosotros.

S: Por ellos ojala que todos estudiáramos en la universidad, ojala en una estatal.

C: El problema no es la casa. Igual mis papas me apoyan. El problema soy yo, la profe, no se, de verdad quisiera ser mejor pa las matemáticas, pero no puedo. Creo que no voy a seguir nada que tenga matemática.

Diagnóstico del investigador sobre el nivel de matemática que tienen estos alumnos

Para detectar el nivel que tienen estos alumnos se trabajará en :

- a) El nivel que tienen para relacionar más de un concepto matemático.
- b) El nivel que tienen para aplicar conceptos matemáticos.
- c) El nivel de PSU que tienen de acuerdo a las materias pasadas.
- d) El nivel que tienen al enfrentarse a situaciones matemáticas nuevas.
- e) El nivel que tienen para demostrar fórmulas matemáticas.

a)

A los alumnos se les plantea el siguiente ejercicio:

Si $(a+b)^2 = 100$ y $a^2 - b^2 = 50$, donde $a, b \geq 0$, entonces el valor de $a-b$ es:

Los alumnos observan el problema e intentan hacerlo. Después de unos minutos declaran no poder resolverlo.

C: No se cómo relacionar el cuadrado de binomio y la suma por diferencia.

L: ¿De donde saco el $a-b$?

M: $(a+b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ y $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, pero ¿qué hago con esto?

S: No tengo que reemplazar, y no se en donde.

El resto de los alumnos está de acuerdo con sus compañeros en la imposibilidad de hacerlo.

P: ¿Cómo se puede hacer?

Investigador: Como $(a+b)^2 = 100$ y $a, b \geq 0$, entonces $a+b = 10$ y como $a^2 - b^2 = 50$, entonces $a-b = \frac{50}{10} = 5$

A: No entendí.

P: Espérate un poco $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, pero ¿qué hago con esto?

Investigador: Pero es cosa que reemplacen.

C: Haber, $a+b = 10, a^2 - b^2 = 50$, entonces, claro tiene razón el profe, es 50 partido por 10, claro es 5.

N: Profe, tire otro, pero parecido, no estamos acostumbrados a resolver ejercicios donde hay más de una materia, es algo nuevo pa` nosotros, apenas

somos capaces de reemplazar en una fórmula y hacer ejercicios sencillos, no estos.

Investigador: Calculen ahora el valor de $a - b$, cuando $a^2 - b^2 = 5$ y $a + b = 10$

L: Haber, yo se que $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, pero..

M: Fácil, fíjate en lo que dijo el profe y reemplaza...

S: Claro como a al cuadrado menos b al cuadrado es 5 y a más b es 10, entonces $5 = 10(a - b)$, profe, a menos b es cero coma cinco.

P: Está bien.

Investigador: Quiero ahora que hagan la siguiente demostración.

Utilizando $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ demuestren que $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, voy a salir un momento, vuelvo después de 10 minutos.

Investigador: Vuelvo después de 15 minutos y los alumnos todavía no han hecho la demostración, más aún, veo que algunos que están haciendo otras actividades.

C: Sabe profe, me aburrí, no se hacerla.

P: No se hacer demostraciones, nunca he hecho una.

M: Duré como 5 minutos y después me puse a hacer otra cosa, apenas podemos hacer ejercicios dónde se apliquen fórmulas, menos vamos a hacer esto.

Investigador: No pudieron hacer la demostración, tampoco el problema anterior, ¿por qué?, ¿qué les pasa?

I: Sabe profe, yo intento hacerlo pero no puedo..

L: Es como que me bloqueo..

C: Me siento que no sirvo pa` matemática, es muy difícil.

A: Yo me siento tonta, siempre me pasa lo mismo, cuando tengo que hacer algo nuevo, es como que me hierve la cabeza, me bloqueo y no puedo seguir.

M: Eso es profe, ante ejercicios así, nos bloqueamos, y no tan sólo nos pasa a nosotros, yo tengo compañeros que les va mejor que a nosotros y también se bloquean, y no puedo seguir.

B: Creo que saco na` con intentar hacerlo porque igual no me va a salir.

Investigador: Me junto con este grupo de alumnos los días viernes en la primera hora en la biblioteca.

Al segundo día les muestro una prueba con problemas de PSU, elijo 10 problemas, 8 de nivel 1 y 2 de nivel 2. Les doy el doble de tiempo de lo que se da a los alumnos que rinden la PSU y los problemas que he elegido corresponden a materias que por programa ya han visto.

Los ejercicios son los siguientes y tienen 35 minutos para hacerlos, háganlos a conciencia, solamente es para saber como están, es sin nota.

Problema 1 En el curso de 32 alumnos 8 de ellos faltaron a clases.
¿Qué porcentaje asistió?

- A) 75%
- B) 25%
- C) 24%
- D) 0,25%
- E) 0,75%

Problema 2 $\frac{3^{-2} - 3^2}{3^2} =$

- A) -9
- B) -2
- C) 0

D) $\frac{-80}{81}$

E) $\frac{1}{9}$

Problema 3 Tres personas compraron carne; María compró las $\frac{7}{10}$ partes de un kilogramo, Lucía los $\frac{3}{4}$ de un kilogramo y Pedro las $\frac{4}{5}$ partes de un kilogramo.

¿Cuál(es) de las aseveraciones siguientes es(son) verdadera(s)?

- I) María compró más carne que Lucía.
- II) Pedro compró más carne que Lucía.
- III) María compró menos carne que Pedro.

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y III
- E) Sólo II y III

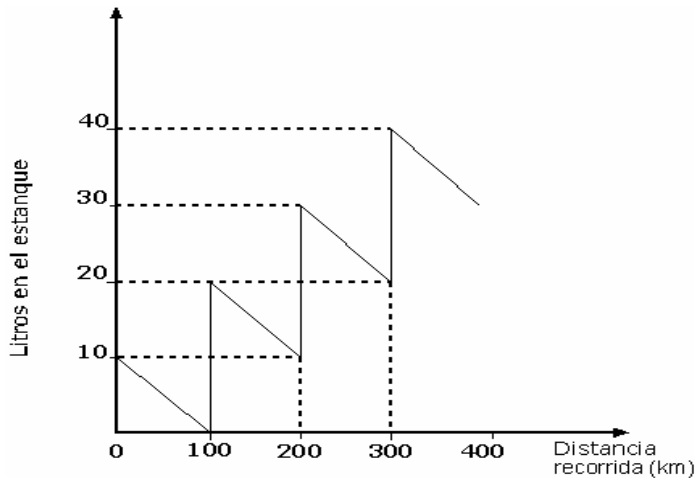
Problema 4 ¿Qué resultado se obtiene al simplificar la expresión $\frac{a-1}{1-a}$

Para $a \neq 1$?

- A) 2
- B) 1
- C) 0
- D) -1
- E) No se puede simplificar

Problema 5 En la figura 1 se tiene un gráfico que muestra cómo varía la cantidad de bencina que hay en el estanque de una camioneta en un viaje por la carretera.
¿Cuál de las opciones entrega la mayor información correcta que se puede obtener del gráfico?

Fig. 1



La camioneta se detuvo:

- A) Cuatro veces durante el recorrido para agregar bencina.
- B) Cada 100 kms para agregar más bencina al estanque.
- C) Cada 100 kms para agregar 20 litros de bencina cada vez.
- D) Seis veces durante el recorrido para agregar bencina.
- E) Cada vez que se acabó la bencina, para agregar 20, 30, y 40 litros, respectivamente.

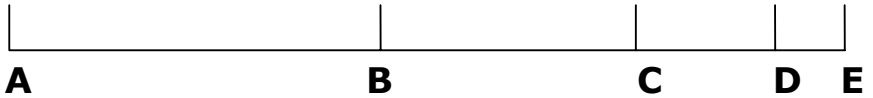
Problema 6 Al desarrollar la expresión $(x - y^2)^2$ un alumno comete un error y da la siguiente respuesta: $x^2 - 2xy^2 - y^4$. El error está en el:

- A) Exponente del primer término.
- B) Signo del segundo término.
- C) Doble producto donde falta el exponente 2 en x.
- D) Exponente del tercer término.
- E) Signo del tercer término.

Problema 7 Si a y b son dos números positivos con $a > b$, el mayor de los números $\frac{a}{b}; \frac{b}{a}; -\frac{a}{b}; -\frac{b}{a}$ es:

- A) $\frac{a}{b}$
- B) $\frac{b}{a}$
- C) $-\frac{a}{b}$
- D) $-\frac{b}{a}$
- E) Ninguna de las anteriores

Problema 8 Observa la figura:



En ella:

$$AB : BC = 2 : 1$$

$$BC : CD = 2 : 1$$

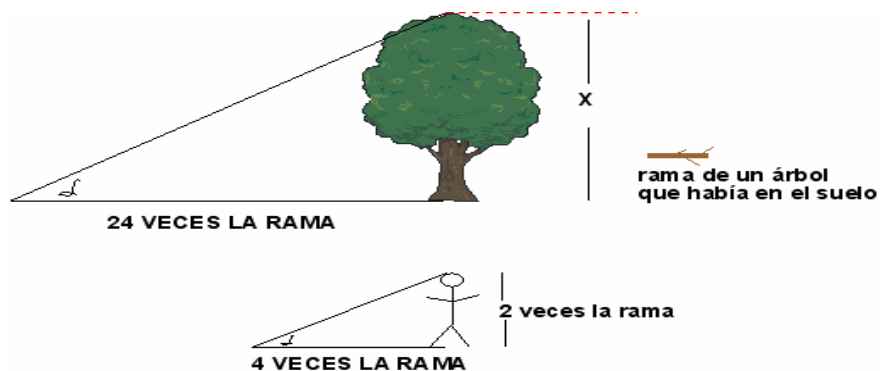
$$CD : DE = 2 : 1$$

¿Cuántos **DE** están contenidos en **AE**?

- A) 8
- B) 12
- C) 6
- D) 15
- E) Ninguna de las anteriores

Problema 9 Un grupo de alumnos del colegio Alcántara asiste con sus profesores de Educación Física a una caminata hacia Lo Caña. Uno de los profesores le pide a sus alumnos que estimen la altura de algún árbol que esté en este lugar usando una rama que mide aproximadamente 1 metro de longitud.

Un grupo de alumnos aplicando lo estudiado realiza el siguiente esquema:



¿Cuál es la altura que ellos estimaron?

- a) 48 metros aproximadamente
- b) 24 metros aproximadamente
- c) 12 metros aproximadamente
- d) 9 metros aproximadamente
- e) 15 metros aproximadamente

Problema 10 Sea x un número real mayor que 6. Si $x^2 - 36$ representa el área de un rectángulo, siendo $x + 6$ uno de sus lados. El otro lado está dado en la alternativa:

- a) $x + 6$
- b) $\frac{x-6}{x+6}$

- c) $x - 6$
- d) $x^2 - 12x + 36$
- e) $x + 36$

La pregunta 1 la respondieron correctamente 6 alumnos
La pregunta 2 la respondieron correctamente 4 alumnos
La pregunta 3 la respondieron correctamente 4 alumnos
La pregunta 4 la respondieron correctamente 3 alumnos
La pregunta 5 la respondieron correctamente 0 alumnos
La pregunta 6 la respondieron correctamente 6 alumnos
La pregunta 7 la respondieron correctamente 3 alumnos
La pregunta 8 la respondieron correctamente 3 alumnos
La pregunta 9 la respondieron correctamente 0 alumnos
La pregunta 10 la respondieron correctamente 2 alumnos

Ese grupo de alumnos obtuvo un 38% de logros, lo que expresado en notas en la escala del 50% es 3,2.

ENTREVISTA

Esta es una entrevista efectuada a una alumna de tercer año medio de rendimiento menos que regular en la asignatura de matemática y que es considerada por el grupo de profesores que le hacen clases como una alumna que tiene una capacidad muy por sobre la media de los alumnos de su curso, que estudia en el colegio en que se está realizando la investigación, y que tiene como profesora de matemática a la profesora de los alumnos del grupo focal que se está analizando.

INVESTIGADOR: He conversado con tu profesora jefe, quien me ha manifestado que tú eres una alumna muy capaz, juicio que lo comparten el resto de los profesores que te hacen clases, pero que en matemáticas esa capacidad no se refleja en un buen rendimiento, sino más bien tu rendimiento te tiene complicada. Me gustaría que me cuentes los motivos porque ocurre esta situación.

ALUMNA: Yo no se para qué sirve cada cosa (por ejemplo, las inecuaciones, productos notables, etc.), entonces no se cuando hay que aplicarlos en algún problema.

Me desespero cuando un ejercicio no me sale y ya van más de dos veces que lo estoy haciendo.

Encuentro tanto cuando en las pruebas o guías tengo que hacer desarrollo, porque hay ejercicios que fácilmente hago de manera mental (y se que están bien), entonces para tener todo el puntaje, pierdo tiempo haciendo desarrollo, que podría ocupar en otro ejercicio.

Cuando estoy haciendo un ejercicio que creo que lo se y que es fácil y lo tengo malo, después al hacer otros ejercicios, los realizo pensando “para qué me voy a esforzar en tratar de hacerlo bien, si igual estará malo”.

Me aburro haciendo los mil pasos necesarios para resolver el ejercicio, porque igual lo tendré malo (lo expliqué en el anterior).

En clases, cuando trato y me mentalizo para poner atención, se me hace todo tan difícil, en cambio si la coní (su hermana) me explica u otra persona (en este caso, usted) y que yo se que ese alguien sabe, le entiendo y se me hace fácil y creo que me irá bien en la prueba, pero después cuando entregan las notas, resulta que me fue me y me frustró.

Nunca he tenido el hábito del estudio, las únicas cosas que si me gusta estudiar, es en las que se que soy buena, principalmente historia.

OBSERVACIÓN DE UNA CLASE DE MATEMÁTICA

Martes 1 de agosto de 2006 entro a observar la clase de matemática del curso al que pertenecen los alumnos del grupo focal del estudio. Esta actividad la he realizado muchas veces, de hecho, parte de mi trabajo consiste en observar clases. De igual manera le pido permiso a la profesora.

Al principio de la observación los alumnos y la profesora manifestaron gestos que “delataban” que estaban siendo observados, pero después, siento, la clase se desarrolló de modo natural, pues el accionar de la profesora y los alumnos así me lo hizo sentir.

PROFESORA: Estoy esperando que guarden silencio para poder empezar la clase.

Ella se queda en silencio en espera de que los alumnos pongan atención a la clase. Ésta situación dura un par de minutos, momento en el cuál la profesora empieza a exponer el tema que va a tratar.

Hoy voy a repasar algunos temas de álgebra que al parecer, y de acuerdo a los resultados de la prueba, no quedaron claros.

ALUMNO: Tía, ¿pero no sería mejor repasar semejanza?, no lo tengo muy claro, y en la última prueba me fue mal en esa materia.

ALUMNA: No, creo que es mejor repasar álgebra, semejanza lo entiendo.

PROFESORA: Vamos a repasar álgebra y al final, si alcanzamos, vamos ver algunos temas que no quedaron claros de semejanza.

ALUMNO: Pero profe....

PROFESORA: En la prueba muchos alumnos respondieron mal el siguiente problema:

Calcular el valor de y en la ecuación $\frac{2x+1}{y} = 5$ cuando x es la mitad de y .

¿Qué pasó, por qué no lo pudieron resolver?

ALUMNA: Yo lo hice...

PROFESORA: Pero, y el resto....¿lo hizo o no?

Si $x = \frac{y}{2}$, entonces reemplazando en la ecuación $\frac{y+1}{y} = 5$, de donde uno

partido por y más uno es 5. Esto significa que uno partido por y es cuatro, es decir que y es un cuarto.

Lo voy a escribir $\frac{y+1}{y} = 5 \Rightarrow 1 + \frac{1}{y} = 5 \Rightarrow \frac{1}{y} = 4 \Rightarrow y = \frac{1}{4}$

ALUMNO: Pero profe ¿de dónde saca que uno más uno partido por y es cinco?

PROFESORA: ¿Pero no la saben?

ALUMNO: Si lo supiéramos no le estaríamos preguntando.

PROFESORA: Es materia de sexto básico, de fracciones y lo tienen que saber.

ALUMNA: Esto nunca me ha quedado claro, desde que lo pasaron en los otros cursos.

PROFESORA: Lo que pasa es que ustedes son muy flojos, no estudian cuando tienen que estudiar. Si hubiesen estudiado en sexto no estarían preguntando estas cosas. Lo único que tienen que saber es que la fracción en la que hay dos términos en el numerador, por ejemplo a más b, y un término en el denominador, por ejemplo c, es a partido por c más b partido por c. ¿Es mucho pedir?. Repasen la materia de los años anteriores, sino no van a entender nada.

Pasemos ahora a resolver otro ejercicio que no pudieron sacar.

En la prueba aparecía el problema, simplificar al máximo la expresión

$$\frac{3a^2b^3 - 12a^3b^5 + 6ab^4}{15a^3b^3}$$

¿Quién lo hizo?

Algunos alumnos levantan la mano

ALUMNO: Yo pensé que estaba bien pero en la prueba lo tuve malo.

ALUMNO: Yo simplifiqué por a al cubo b al cubo.....

PROFESORA: Pasa a la pizarra y veamos lo que hiciste.

ALUMNO:
$$\frac{3a^2b^3 - 12a^3b^5 + 6ab^4}{15a^3b^3} = \frac{3a^2b^3 - 12 + 6ab^4}{15}$$

PROFESORA: Pero, y el resto de los términos, ¿qué pasó, por qué no los simplificaste?

ALUMNO: Pero yo tarjé donde habían a al cubo y b al cubo....

PROFESORA: Dirigiéndose a mi, ¿ves las cosas que hacen estos alumnos?, ni siquiera saben las cosas más elementales, si simplifican por un término tienen que simplificar todos los términos que aparecen por ese mismo término, es una cosa elemental, que debe ser sabida por todos, si no estudian ¿cómo lo van a saber?

ALUMNO: Pero profe, nunca me quedaron claras. El año pasado yo le dije a la otra profe que no entendía, pero no me pescó, me dijo que si estudiaba iba a entender, pero no saco nada si igual no entiendo, estas cosas par mi son chino mandarín.

PROFESORA: A ver Camila, ven a resolver tú el ejercicio.

CAMILA: Yo simplifiqué por tres a b al cubo, y obtuve $\frac{a - 4a^2 + 2b}{5a^2}$

PROFESORA: Eso es lo que hay que hacer, buscar un término que contenga a todos los términos involucrados y después simplificar por ese término todos los términos restantes, gracias Camila.

INVESTIGADOR: Me voy a retirar porque tengo otros asuntos que atender, de todas maneras gracias profesora, hasta luego alumnos.

ENTREVISTA

Esta entrevista la realicé a la profesora de matemática que les hace clases a los alumnos del grupo focal que estoy investigando.

INVESTIGADOR: Estoy preocupado por el rendimiento que tienen los 8 alumnos con peor rendimiento de tu curso y quisiera que me dieras las causas de esta situación desde tú perspectiva.

PROFESORA: Estoy cansada de hablar de este tema. Me pregunta la profesora jefe, la directora. El otro día tuve una reunión con los apoderados del curso, tú sabes que yo soy profesora jefe del curso, y salió el tema. No se que quieren los apoderados, que les resuelva el problema de sus niñitos sin que ellos estudien, es imposible, el problema es la flojera que ellos tienen, mira la prueba que les hice, y hice hasta una clase de reforzamiento haber si entendían.

INVESTIGADOR: ¿Fueron estos alumnos?

PROFESORA: Todos. Oscar, el problema no pasa por ahí, ellos siempre van a clase, si hay de reforzamiento igual van, el problema es que no estudian, imagínate que no tienen idea de la materia del año pasado, ¿cómo van a entender?, estoy choreada, mejor me voy a encontrar un colegio a fin de año y me voy a ir.....

Prende un cigarro y continúa

Había una vieja que me hinchó tanto en la reunión, hasta me insultó, yo le conté a la directora, y me dijo que la iba a citar, algunos apoderados se pasan realmente.

INVESTIGADOR: ¿Pero que te dijo que te tiene tan molesta?

PROFESORA: Dijo que los alumnos no me entendían, que explicaba sólo para un grupo, que un grupo me seguía, que qué estaba haciendo aquí, no se pero yo no le voy a aguantar eso, no tiene por qué insultarme, si tiene que decirme

algo que pida una entrevista, y que no diga esas cosas frente al curso, son temas personales.

INVESTIGADOR ¿pero qué les contestaste tú?

PROFESORA: Que yo trataba de hacer lo mejor posible mis clases, que cuando hay problemas les hago reforzamiento, que siempre los puedo ayudar, pero eso sí, con una condición, que estudien, y sobre que estudien las materias de los años anteriores, que si sus hijos no hacen eso no me puedo responsabilizar por lo que les pasa. Además, Oscar, hay clima denso en la clase, no se que les pasa, no quieren hacer nada, no tienen ninguna actitud de trabajo, lo único que hacen es reclamar, y algunos contestan bastante mal. El otro día estábamos en clases cuando unos alumnos me dijeron que estaban aburridos de la clase, yo les dije que salgan los que quieran, se quedaron en la clase como ocho alumnos, imagínate, no les interesa. Yo voy a trabajar con los que están interesados, no me voy a desvelar más por alumnos que no están ahí, estoy vieja ya y quiero estar tranquila.

**Grupo focal de alumnos de nivel alto de tercero medio
en matemática**

Investigador: ¿Qué piensan de la enseñanza de la matemática en el colegio?

B: Es pobre y poco exigente, siento que las cosas las explican pá que nos vaya bien en las pruebas.

C: Yo no pienso lo mismo, pero pienso que son fome.

Investigador: ¿Por qué?

I: Son monotemáticas las clases, bueno monótonas.

D: Se van a los extremos, hay clases en que pasan y pasan materias y otras clases pasan una guía y resuélvanla.

C: El ritmo, si lo comparo con Biología, cambia, un poco de materia y ejercicio, en lenguaje también, en matemática te pasan toda la materia, después una guía.

D: Las guías están mal hechas, de donde las pillan las dan (los profesores no elaboran guías, las obtienen de cualquier libro o de guías anteriores, sin revisarlas).

D: Cuando estábamos haciendo una prueba, el profe no estaba seguro de la prueba, pues no la han resuelto.

A: Lo que pasa es que cuando uno le va a preguntar algo al profe, no sabe contestar bien, dice, le tengo que preguntar a un colega, quedo con la duda.

C: La repartición de los profes también afecta, un solo profesor es malo. Alguien que le carga la matemática suena, pues es lo mismo.

El profe confunde los ramos (hay división en geometría y cálculo, y el profesor hace ambos), tenemos puras brechas de matemática, de una hora (hay clases de una hora y media: dos horas pedagógicas, y clases de una hora pedagógica: 45 minutos; cuando los alumnos tienen clases de una hora y media, ella es continua y se aprovecha mejor, pero cuando hay clases de 45 minutos, la materia se pasa generalmente a medias y se pierde tiempo en el traslado de salas de los profesores, por lo que realmente las horas son a lo más de 40 minutos; los alumnos tienen muchas clases de sólo una hora pedagógica).

Investigador: ¿De qué manera el sistema funcionaría en forma ideal?

C: Por ejemplo, si colocan algo pa'que me sirva, entonces tienes que prepararlo de tal manera, tengo una motivación inmediata (los profesores deben preparar sus clases de manera que las materias involucradas motiven a los alumnos, de esta manera los estudiantes sienten que los contenidos tratados les sirven).

D: Los ensayos deben ser de la materia que entra hasta tercero medio (los ensayos de PSU matemática que se toman en el colegio involucran todas las materias de matemática de primero a cuarto medio contenidas en los planes y programas, a los alumnos les sirve que los ensayos contemplen solamente materias que han visto).

C: Me gustaría que me pasarán un ensayo completo, y que uno no omitiera materias por no saberlas, que sean ensayos reales, que nos entreguen la información altiro, es decir, que entreguen los resultados altiro.

A: Se debe empezar la PSU en primero medio.

B: Lo que pasa es que hay que hacer ensayos desde antes, para irse acostumbrando al tiempo, hay que tomar el ritmo.

Investigador: ¿Saben para qué estudian matemática?

I: Porque me gusta.

C: porque me gusta y me sirve, pero principalmente porque me gusta, funciono por motivación.

A: Por facilidad, por gusto, la matemática sirve siempre.

D: La matemática es objetiva y el lenguaje es subjetivo, en una guía de comprensión lectora todos tienen distinta interpretación y en matemática no, hay sólo un resultado.

Investigador: ¿Les gusta venir al colegio a estudiar matemática?

I: Me carga.

C: Me aburre.

A: Debiéramos estudiar las cosas que nos sirven para la PSU.

I: Estudiar matemática nos gusta, pero el problema es venir a estudiar al colegio.

D: Estar con gente que no le interesa no sirve. Debieran estar humanistas con humanistas, científicos con científicos.

Investigador: ¿Sienten que los profesores saben?

C: En general (se refiere a los profesores de todas las asignaturas).

D: Siento que dieron la PAA, no les alcanzó el puntaje y estudiaron lo que les alcanzó, no tienen vocación.

B: El año pasado había un cubano que era vacan, pero que a nadie le gustaba, se fue por la profe (un matrimonio de cubanos hizo clases en el colegio en matemática; la profesora se enfermó y el profesor renunció al colegio).

C: Prometió hartas cosas y no las cumplió.

I: Siento que hay dos profes que saben, la profe y el profe saben, pero les explican sólo a la gente que quiere aprender, pero ella es enredada.

C: Sabe lo que quiere explicar, pero le falta la parte pedagógica.

D: A Cap. Le entendía, no había problema.

C: Me pone tensa, porque es muy serio, me intimida.

B: No sabe si está enojado o no, me desconcierta.

C: A mi meda flojera con Cap., pero cuando hay ejercicios me motiva, pero al principio es muy serio.

No me gusta que me interroguen, es lo más latero, mis compañeros se burlan de los que les gusta la matemática.

Investigador: ¿Les han dicho para qué sirven las materias que pasan?

B: Cap. dice, Rod. no, pero hace poco si, el otro día dijo de la historia del plano cartesiano.

Investigador: ¿Las clases son sólo expositivas, o son también de otro tipo?

A: Explican una clase y después pasan guías.

D: Anotan en la pizarra, desarrollan guías. Ara. era distinto, hacía guías pero en menor cantidad. Pasaba poca teoría y hartos ejercicios.

A: No tiene nada de malo que nos tapen a guías, pero tiene que ir a la par con nosotros, no sentarnos a que sólo la resolvamos.

D: Hacer tres semanas que estoy en la misma pregunta, no la corrige en la pizarra y si uno le pregunta, no sabe.

C: A lo mejor donde no estábamos motivados, puede inhibir a los profesores.

D: Peor Coni, una compañera le fue a preguntar y le dijo que a otra semana traigo la respuesta, y hoy día no lo hizo.

C: Yo creo que el patrón es: pasar materia, guía, guía y después prueba.

D: Escribía la materia que entra en la prueba y no alcanzó a explicar, tocaron el timbre y nada más.

Investigador: ¿Es motivante la clase?

D: No.

C: Para nadie.

D: Lo hago (atiendo a la clase), porque me va a sacar a la pizarra y me va a pillar.

B: No me gusta, porque siento que no me hace trabajar, el entorno que rodea a la clase es latero, los otros alumnos se ríen si estás pescando mucho.

Reflexión de una de las alumnas del focal anterior

Profe, considero que trabajamos por automotivación, es decir, si nosotros nos motivamos como individuos (por separado) nos irá mejor o más bien avanzaremos más en nuestro trabajo.

El punto es como nos automotivaremos, para lo que considero adecuado tomar en cuenta factores como: un buen ambiente de trabajo (que no haya tensión de por medio), comodidad a los alumnos (según la persona con música, en silencio, etc.). Creo que este último punto, la comodidad, es lo fundamental.

Si yo me siento cómoda, podré, avanzar más. Por eso hablo de automotivación, debido a que si nosotros mismos somos los que nos preocupamos de realizar el trabajo, progresaremos más rápidamente: Por otro lado pienso que por mucha motivación que traten de imponernos, no conseguirán nada, sino somos nosotros los entusiasmados por las matemáticas.

Diagnóstico del investigador sobre el nivel de matemática que tienen estos alumnos

Para detectar el nivel que tienen estos alumnos se trabajará en :

- a) El nivel que tienen para relacionar más de un concepto matemático.
- a) El nivel que tienen para aplicar conceptos matemáticos.
- b) El nivel de PSU que tienen de acuerdo a las materias pasadas.
- c) El nivel que tienen al enfrentarse a situaciones matemáticas nuevas.
- d) El nivel que tienen para demostrar fórmulas matemáticas.

c)

A los alumnos se les pide que contesten los siguientes problemas que han estado propuestos en ensayos oficiales de PSU.

Se les da 25 minutos para que lo contesten.

Problema 1 En el curso de 32 alumnos 8 de ellos faltaron a clases.
¿Qué porcentaje asistió?

- A) 75% B) 25% C) 24% D) 0,25% E) 0,75%

Problema 2 $\frac{3^{-2} - 3^2}{3^2} =$

- A) -9 B) -2 C) 0 D) $-\frac{80}{81}$ E) $\frac{1}{9}$

Problema 3 Tres personas compraron carne; María compró las $\frac{7}{10}$ partes de un kilogramo, Lucía los $\frac{3}{4}$ de un kilogramo y Pedro las $\frac{4}{5}$ partes de un kilogramo.

¿Cuál(es) de las aseveraciones siguientes es(son) verdadera(s)?

- IV) María compró más carne que Lucía.
- V) Pedro compró más carne que Lucía.
- VI) María compró menos carne que Pedro.

- A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III D) Sólo I y III E) Sólo II y III

Problema 4 ¿Qué resultado se obtiene al simplificar la expresión $\frac{a-1}{1-a}$
Para $a \neq 1$?

- A) 2
- B) 1
- C) 0
- D) -1
- E) No se puede simplificar

Problema 5 En la figura 1 se tiene un gráfico que muestra cómo varía la cantidad de bencina que hay en el estanque de una camioneta en un viaje por la carretera.
¿Cuál de las opciones entrega la mayor información correcta que se puede obtener del gráfico?

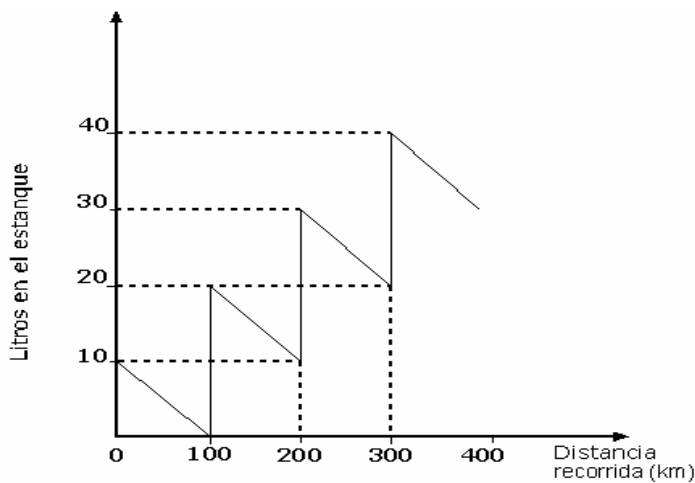


Fig. 1

La camioneta se detuvo:

- A) Cuatro veces durante el recorrido para agregar bencina.
- B) Cada 100 kms para agregar más bencina al estanque.
- C) Cada 100 kms para agregar 20 litros de bencina cada vez.
- D) Seis veces durante el recorrido para agregar bencina.
- E) Cada vez que se acabó la bencina, para agregar 20, 30, y 40 litros, respectivamente.

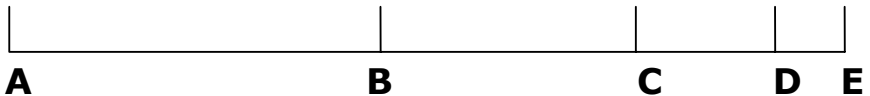
Problema 6 Al desarrollar la expresión $(x - y^2)^2$ un alumno comete un error y da la siguiente respuesta: $x^2 - 2xy^2 - y^4$. El error está en el:

- A) Exponente del primer término.
- B) Signo del segundo término.
- C) Doble producto donde falta el exponente 2 en x.
- D) Exponente del tercer término.
- E) Signo del tercer término.

Problema 7 Si a y b son dos números positivos con $a > b$, el mayor de los números $\frac{a}{b}; \frac{b}{a}; -\frac{a}{b}; -\frac{b}{a}$ es:

- A) $\frac{a}{b}$
- B) $\frac{b}{a}$
- C) $-\frac{a}{b}$
- D) $-\frac{b}{a}$
- E) Ninguna de las anteriores

Problema 8 Observa la figura:



En ella:

$$AB : BC = 2 : 1 \quad BC : CD = 2 : 1 \quad CD : DE = 2 : 1$$

¿Cuántos **DE** están contenidos en **AE**?

- A) 8
- B) 12
- C) 6
- D) 15
- E) Ninguna de las anteriores

Problema 9 Sea x un número real mayor que 6. Si $x^2 - 36$ representa el área de un rectángulo, siendo $x + 6$ uno de sus lados. El otro lado está dado en la alternativa:

- A) $x + 6$
- B) $\frac{x - 6}{x + 6}$
- C) $x - 6$
- D) $x^2 - 12x + 36$
- E) $x + 36$

Problema 10 Si $(a+b)^2 = 80$ y $a^2 + b^2 = 60$, entonces el valor de $4ab$ es:

- A) 20
- B) 30
- C) 40
- D) 50
- E) otro valor

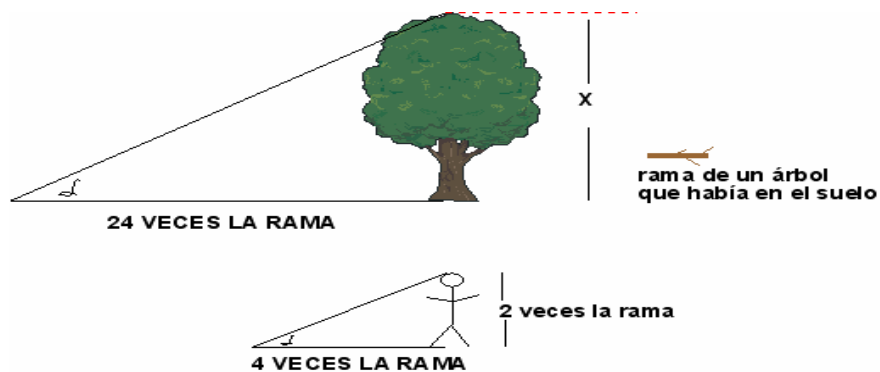
Problema 11 Se sabe que $a^2 - \frac{1}{b^2} = 10$ y que $a - \frac{1}{b} = 5$, entonces el valor de

$a + \frac{1}{b}$ es:

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 6
- E) 0,5

Problema 12 Un grupo de alumnos del colegio Alcántara asiste con sus profesores de Educación Física a una caminata hacia Lo Caña. Uno de los profesores le pide a sus alumnos que estimen la altura de algún árbol que esté en este lugar usando una rama que mide aproximadamente 1 metro de longitud.

Un grupo de alumnos aplicando lo estudiado realiza el siguiente esquema:

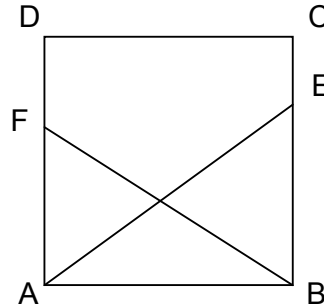


¿Cuál es la altura que ellos estimaron?

- a) 48 metros aproximadamente
- b) 24 metros aproximadamente
- c) 12 metros aproximadamente
- d) 9 metros aproximadamente
- e) 15 metros aproximadamente

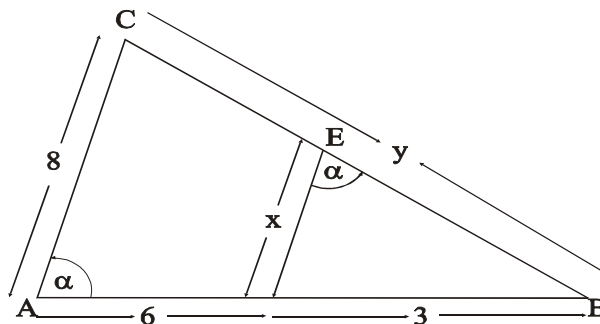
Problema 13 El lado BC del cuadrado ABCD que muestra la figura mide b y se divide de manera que $CE : EB = 1 : 3$, mientras que el lado AD lo hace de manera que $DF : FA = 1 : 2$. Si la intersección entre los segmentos AE y BF es G el área del triángulo ABG es:

- A) $\frac{2}{3}b^2$
- B) $\frac{1}{3}b^2$
- C) $\frac{2}{17}b^2$
- D) $\frac{3}{17}b^2$
- E) $\frac{2}{5}b^2$



Problema 14 El valor de $x \cdot y$ de acuerdo a los datos del $\triangle ABC$, donde $y=BC$ es:

- A) $\frac{8}{3}$
- B) $\frac{48}{3}$
- C) 24
- D) 42
- E) 12



Problema 15 Una urna contiene 5 bolitas negras y seis blancas. ¿Cuántas bolitas negras se debe agregar a la urna para que la probabilidad de extraer una bolita negra sea cuatro séptimos?

- A) 0 bolita negra
- B) 1 bolita negra
- C) 2 bolitas negras
- D) 3 bolitas negras
- E) 5 bolitas negras

La pregunta 1 la respondieron correctamente 6 alumnos
La pregunta 2 la respondieron correctamente 6 alumnos
La pregunta 3 la respondieron correctamente 6 alumnos
La pregunta 4 la respondieron correctamente 6 alumnos
La pregunta 5 la respondieron correctamente 4 alumnos
La pregunta 6 la respondieron correctamente 6 alumnos
La pregunta 7 la respondieron correctamente 6 alumnos
La pregunta 8 la respondieron correctamente 6 alumnos
La pregunta 9 la respondieron correctamente 6 alumnos
La pregunta 10 la respondió correctamente 1 alumno
La pregunta 11 la respondió correctamente 1 alumno
La pregunta 12 la respondieron correctamente 4 alumnos
La pregunta 13 no la respondió correctamente ningún alumno
La pregunta 14 la respondieron correctamente 4 alumnos
La pregunta 15 la respondieron correctamente 6 alumnos

Este grupo de alumnos obtuvo un 76% de logros, lo que expresado en notas en la escala del 50% es 5,5.

Lo preocupante del resultado es que el problema 13 ningún alumno lo respondió, mientras que los problemas 11 y 12 lo respondió un solo alumno.

Investigador: ¿Qué les pareció la prueba?

D: Habían problemas que no pude sacar, me faltó tiempo.

C: Yo también, haber me parece que fue el problema 10 y 11..

B: El 13 estaba imposible, no me alcanzó el tiempo.

Investigador: Hagan de nuevo los problemas 10 y 11, tómense 10 minutos.

Investigador: Después de los 10 minutos hay dos alumnos que todavía no han resuelto los ejercicios. Les pregunto como lo hicieron.

I: El problema 11 es aplicar una suma por diferencia, eso es lo que había que darse cuenta, cuando lo vi por primera vez no me di cuenta de eso, ahí salió.

C: Yo también me di cuenta de eso, ahí salió.

D: Pero todavía no puedo hacer el problema 10, no se como hacerlo.

C: Yo lo hice con un sistema de ecuaciones , un poco largo pero me salió.

A: ¿Profe, hay alguna manera más rápida de hacer ese problema?

Investigador: Les doy una explicación verbal:

Desarrollen el cuadrado de binomio que tienen, a continuación reemplacen el valor de la suma de los cuadrados de a y b, eso les da a por b...

C: Mejor profe, tiene el valor de $2ab$ y como le piden $4ab$ está listo, ¡qué fácil!, Sabe profe es que este de ejercicios no nos han hecho nunca hacemos puros ejercicios mecánicos o de aplicación simple, si seguimos así en la PSU no nos vamos a sacar el puntaje que necesitamos.

I: ¿Ve? Estamos perjudicados, si hiciéramos ejercicios que nos hicieran pensar un poco más nos iría bien en la PSU.

Investigador: Ahora resuelvan el problema que nadie sacó, ese problema salió en la prueba del año 2003, es importante que lo resuelvan. Les doy 15 minutos. Observo a los alumnos mientras intentan infructuosamente de resolver el problema, están muy concentrados mientras trabajan en el problema y han pasado más de 45 minutos y ninguno de los alumnos ha resuelto el problema.

I: ¿Sabe profe?, no podemos, yo voy a seguir intentándolo en la casa.

C: No se me ocurre, esta es una situación nueva pa` mi y realmente no se como hacerlo, usted debe pensar que tenemos metas altas pa` entrar a la universidad y no siquiera sabemos resolver este tipo de problemas, estamos mal preparados.

B: Denos una pista.

Investigador: Hay dos maneras al menos que pueden emplear para resolverlo, en la primera utilicen un sistema de semejanzas, en la segunda saquen las ecuaciones de las rectas involucradas y después resuelvan el sistema que les queda.

A: ¿Cuánto tiempo se demora usted?

Investigador: Para que un problema sea aprobado por la comisión que construye la prueba éste debe ser sometido a revisión y el equipo que la realiza no puede demorarse más de 30 segundos en resolver cada problema. En este ejercicio me demoré en resolverlo menos de 30 segundos; pero hay que tomar en cuenta que yo soy un matemático y es natural que problemas de enseñanza media no me presenten dificultad alguna, lo importante es saber que conceptos aplicar a la hora de resolver un problema, y si es más de uno, como relacionarlos para resolverlo.

Intenten resolver el problema en su casa detectando los conceptos involucrados que ya les dije como primer paso, en general yo diría que hay que tener paciencia cuando uno se enfrenta a situaciones nuevas, pero ustedes van a poder resolverlo, estoy seguro.

Ahora me gustaría que efectuarán la siguiente demostración :

Demuestren que $\sqrt{x^2 + 6x + 9}$ es un número real para cualquier valor de x .

Los alumnos miran el problema y la primera reacción que tienen es la de dar valores a x y ver que para ese valor la expresión que está dentro de la raíz es mayor que cero.

C: Profe, he metido varios valores de x y siempre me da positivo.

Investigador: Pero esa no es una demostración, lo que estás haciendo es comprobar que para esos valores de x la expresión es positiva, pero nada más. Si ocuparas ese método tendrías que estar probando con todos los números reales que existen, pero no terminarías nunca porque son infinitos. Cuando se hace una demostración no se trabaja con números que son

constantes, se trabaja con letras que son variables que representan generalidades.

D: Que yo me acuerde, nunca hemos hecho algo parecido en clases..

C: Es la primera vez que escucho algo semejante.

Investigador: ¿Pero cuando ustedes trabajaron con la ecuación de segundo grado el profesor no se las resolvió ?

A: Claro, nos mostró la fórmula del discriminante y nos dijo que es la que teníamos que aplicar pa` resolver las ecuaciones de segundo grado, resolvimos algunas y después nos dio una guía de cómo 200 ejercicios con ecuaciones de segundo grado, donde teníamos que utilizar la fórmula cada vez que resolvíamos una ecuación, siempre es lo mismo.

B: Yo pensé que eso era resolver la ecuación.

Investigador: Lo que les he preguntado es si el profesor o ustedes resolvieron la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, nada más.

I: Claro, con la fórmula

Investigador: Pero resolver $ax^2 + bx + c = 0$ significa obtener la fórmula.

C: Ahora entiendo, lo que usted nos pregunta es si el profe o nosotros hemos demostrado la fórmula, ¿verdad?

Investigador: Así es.

No responden los alumnos.

Investigador: ¿Por qué no lo intentan?

Los alumnos se toman un tiempo, y al igual que en el caso de la demostración anterior el resultado es negativo.

Les digo que en el primero de los casos para que $\sqrt{x^2 + 6x + 9}$ sea real para todo valor de x , la expresión que está dentro de la raíz debe ser mayor o igual que cero, pero esto siempre es así debido a que $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 \geq 0$

C: Ahora entiendo, o sea que lo único que teníamos que hacer era acordarnos del binomio al cuadrado.

B: Coni, pero no es tan fácil, se te tiene que ocurrir, y eso es lo difícil, que se te ocurra, aunque sea muy fácil.

I: La matemática es eso, creo yo, que te ocurra, porque estay ante una situación que no hay resuelto y ¿cómo lo haces, cómo se te ocurre?

D: O sea que nosotros no hacemos matemática, porque nunca nos enfrentamos a situaciones nuevas, nunca tenemos que demostrar nada, las cosas son porque sí..

C: Lo que nos hacen hacer es sólo ocupar fórmulas, nada más, entonces no nos hacen matemática.

B: Nunca nos han hecho entonces, y los perjudicados somos nosotros.

Investigador: Lo importante es que ahora tienen clara sus situaciones con respecto a matemática.

Intenten demostrar la fórmula de la ecuación cuadrática.

C: Trataremos de demostrarla en la casa, después les contamos profe.

ENTREVISTAS A ALUMNOS DE NIVELES OPUESTOS EN MATEMÁTICA

Entrevista 1

Se entrevista a una alumna del colegio subvencionado Alicante del Rosal de la comuna de Maipú de segundo año medio que considera a la matemática como uno de los intereses principales de su vida, lo que se pone de manifiesto en el tiempo que a ella le dedica (2 horas diarias como promedio) y en el nivel avanzado de los problemas algebraicos y geométricos que intenta resolver.

Es una de las alumnas que trabaja conmigo en resolución de problemas matemáticos de alto nivel para enseñanza media y que tarda a veces hasta un par de semanas en resolver algunas de las situaciones problemáticas propuestas.

Investigador: ¿ Por qué te gusta la matemática?

Alumna: Por que me entretiene, porque me es fácil y porque me fascinan los desafíos matemáticos.

Investigador: ¿Aunque estos te demanden una gran cantidad de tiempo?

Alumna: No me importa, si tuviera más tiempo, más le dedicaría. A veces le dedico poco tiempo. Esto ocurre cuando tengo muchas cosas que hacer, muchas pruebas que dar, tengo que darle prioridad muchas veces a las notas porque después de todo me sirven para el NEM (notas de enseñanza media que inciden entre un 20% y un 30% de la ponderación para ingresar a la universidad). Es una lata, porque muchas veces estudio materias que no me interesan, pero hay que hacerlo, no siempre una hace lo que le gusta.

Investigador: Pero Carla, el objetivo de que tengas distintos ramos y por consiguiente distintas materias, es formarte como una persona integral; una persona formada de esta manera comprende de mejor manera el mundo que nos rodea, en particular, tiene más posibilidades de integrarse en el mundo laboral, una vez que se tiene una profesión.

Alumna: Eso lo entiendo, pero lo que en realidad pasa es la manera en que los profes pasan la materia, tan mecánica, sin saber para que sirve ni donde se aplica, hay que aprenderla porque si y de memoria, una se sienta en la clase y está obligada a permanecer toda la hora que dura la clase.

Otra cosa que molesta muchísimo es el desorden que se forma en la clase, como a mis compañeros no les interesa lo que el profe está pasando se dedican a causar desorden, y conversan mucho, y yo trato de concentrarme y no me es posible, porque hay mucho desorden. Sabe profe, este desorden es peor cuando toca clases en la tarde, después de almuerzo o en la última hora, mis compañeros ponen muy poca atención, alguno incluso, se ponen a dormir, creo que lo peor que puede pasar en el colegio es la jornada completa, no sirve de nada, porque lo mismo podríamos lograr solamente con clases de 8 a 1 de la tarde, es un tiempo perdido. Lo que no entiendo es por qué tenemos que seguir teniendo clases en la tarde, sobre todo de matemática, donde una tiene que estar concentrada. La jornada completa, ¿no era para que tuviéramos talleres en la jornada de la tarde, o los ramos como artes, educación física?

Nadie está de acuerdo con la jornada completa, porque en lugar de ocupar esas horas para hacer talleres, incluso para hacer las tareas, las ocupan para pasar más materia y sobre de ramos como matemática y castellano.

Investigador: Pero no todos los profesores son iguales...

Alumna: No todos, pero son escasas las excepciones. El año pasado tuvimos un profesor de matemática que era cubano y que sabia muchísimo, y que se notaba que sabia, pero como hacia problemas difíciles mis compañeros no pescaban y el profe se enojaba, habían muchas discusiones, duró unos meses y se fue, su señora que también era profesora de matemática en el colegio no soportó esta situación, se enfermó, como ella renunció, el también renunció.

Investigador: ¿No crees que el profesor pudo haber dosificado el nivel de los ejercicios que presentaba?

Alumna: A lo mejor, pero creo que igual habría sido difícil porque a la mayoría no le interesa matemática, y por eso hacen desorden.

Investigador: ¿Cómo crees que se podría resolver este clima que se da en la clase de matemática?

Alumna: Difícil de resolver si se mantiene la forma en que se hacen las cosas.

Investigador: ¿Puedes explicitar un poco más tu respuesta?

Alumna: Lo que pasa profe, es que es que la manera de hacer clases que tienen los profes no motiva a los alumnos, sobre todo a los que no les interesa la matemática que son la mayoría, y si esas materias se pasan en la tarde peor.

Investigador: ¿A qué porcentaje de los alumnos de tu curso les interesa la matemática?

Alumna: Mire, no creo que sean más de 5 los alumnos que les interesa matemática, y como somos 38, es como el 14% aproximadamente.

Investigador: Continúa con lo que me estabas diciendo.

Alumna: Estaba diciendo que la clase de matemática no motiva a nadie realmente, menos a los que no les interesa. Siempre es lo mismo, saquen el cuaderno, hoy día veremos, por ejemplo, semejanza. El profe da la definición de semejanza, escribe los teoremas y se pone a resolver problemas que escribe en la pizarra, muchas veces ni siquiera deja tiempo pa' que nosotros intentemos resolverlos, ahí empieza el desorden, porque nadie pesca, entonces el profe pasa una guía que tiene como 100 ejercicios, muchas veces mal escritos, parece que sacan ejercicios de diferentes libros o de otras guías y después las pegan, ¿usted cree que alguien se va a motivar con este tipo de clases, con este tipo de guías?

Investigador: Pero todavía no me has respondido la pregunta que te formulé, y que se refería a cómo se puede mejorar el clima hostil que hay en la sala de clases de matemática.

Alumna: La clase debe estar dedicada a satisfacer las metas que tenemos, por ejemplo, que sean clases que permitan preparar la PSU, que sepamos que los ejercicios que estamos resolviendo son de PSU, o por lo menos del tipo de ejercicios que entran en la prueba. Hasta los alumnos más reacios a escuchar la clase estarían más interesados, porque igual tienen que dar la prueba, aunque no les guste la matemática a muchos de ellos, igual tienen que estudiar una carrera y por lo tanto igual tienen que rendir la PSU.

Investigador: ¿Es la única medida que crees tú, puede resolver el problema?

Alumna: Hay otras, por ejemplo la que le he dicho, las clases de matemática debieran ser en la mañana y no en la jornada de la tarde, porque es una pérdida de tiempo que nos pasen contenidos nuevos en esa jornada, los alumnos están obligados a permanecer en su asiento, o si no nos anotan o citan a nuestros padres. Otro aspecto importante es que las materias que nos pasen representen un poco aunque sea lo que nos interesa.

Investigador : ¿Puedes darme un ejemplo?

Alumna: Haber, si por ejemplo, a una le interesa la economía, que los profesores hagan ejercicios de temas económicos, por ejemplo, si a un alumno le gusta el sonido y le gustaría tener un estudio de grabación, o trabajar en un estudio, que hagan ejercicios relacionados con eso, es lo que se me ocurre, pueden haber muchos más ejemplos, de seguro los hay, es cosa que converse con mis compañeros, ellos le van a dar otros ejemplos.

Entrevista 2

Se entrevista a una alumna del colegio subvencionado Alicante del Rosal de la comuna de Maipú de segundo año medio que considera a la matemática como un ramo que no quisiera estudiar, lo que se pone de manifiesto en el tiempo que a ella le dedica (estudia solamente para las pruebas y no más de media hora semanal como promedio) y en el nivel básico que tiene situaciones algebraicas y geométricas.

Es una de las alumnas de su curso que históricamente ha tenido promedio rojo en esta asignatura (en la actualidad sus notas de matemática varían entre 2,0 y 3,0) y que siente que no saca nada con estudiar matemática porque igual le va a ir mal en las pruebas, por lo que no puede revertir su situación de fracaso escolar en esta área.

Investigador: ¿ Por qué no te gusta la matemática?

Alumna: Porque es aburrida, me carga estar en la clase, es una perdida de tiempo, sería feliz haciendo otra cosa en ese tiempo de la clase, además que no entiendo na'.

Investigador: ¿Pero no hay nada realmente que te motive de esta asignatura?

Alumna: Lo que pasa profe, es que como no entiendo na', no me motiva nada que tenga que ver con matemática, asisto a clases porque si no mi mamá me reta y además igual tengo que sacar el cuarto medio, además los profes son tan fomes, si no lo fueran tanto podría tratar de motivarme más.

Investigador: Pero no todos los profesores de matemática que te han hecho clases son iguales...

Alumna: Todos, sin excepción, salvo una vez en la básica, pero en la media son todos aburridos y lateros, lo único que hacen es retar si a uno le va mal, además le ponen atención sólo a los alumnos que entienden, como una es porra no la pescan. El año pasado tuvimos un profesor de matemática cubano y que se notaba que sabía, pero se enojaba conmigo porque no ponía atención

en sus clases y no había clase que no me retaba, pero estoy acostumbrada a eso, siempre es lo mismo, nunca un profe me ha preguntado por qué no entiendo, solamente me retan, y no tan sólo ellos, también en la casa, como llevo malas notas, a mi mamá le he dicho que los profes no están ni ahí conmigo, pero no entiende, cree que por que soy floja.

Investigador: Me gustaría que me des a conocer más concretamente lo que no te gusta de la clase de matemática.

Alumna: ¿Quiere decir ejemplos de cosas que pasan en la clase, de cómo el profe pasa la materia?

Investigador: Exactamente.

Alumna: Sabe lo que pasa profe, es que los profes pasan la materia porque tienen que cumplir, nunca dicen pa' que sirve lo que pasan, llena la pizarra de puras fórmulas, que no las entiendo pa' na', hay que aprenderlas porque si y de memoria, porque en las pruebas se tiene que poner las respuestas como el profe dice, sino malo, y pensar que una tiene que estar en la clase toda la hora que dura la clase, no me gusta es una perdida de tiempo. Ahora, si la clase es en la tarde, peor, porque es lo más aburrido que hay, no se imagina usted profe lo que significa tener clases después de almuerzo o en la última hora, ¿pa' que hicieron la jornada completa?, pa' puro molestar, se suponía que en la tarde iban a haber talleres donde pudiéramos hacer actividades deportivas, artísticas, o por último talleres donde pudiéramos estudiar y hacer las tareas, pero no, lo que hicieron fue colocar más clases, es realmente una lata. ¿Creen acaso que pasándonos materia en la tarde vamos a aprender más?, conozco amigas que asisten a colegios que tienen clases de ocho a una y saben más que cualquiera de mis compañeros, ¿no ve?, no sirve de nada, es una perdida de tiempo no más. Entonces que hace una, conversar y muchas veces hacer desorden, porque no se que hacer, hay que pasar el tiempo de alguna manera.

Investigador: Ese desorden provoca un clima hostil en la clase, donde la relación profesor – alumno no es la adecuada para que el alumno aprenda y el profesor enseñe, ¿estás de acuerdo con lo que estoy afirmando?

Alumna: Estoy de acuerdo, porque eso es lo que pasa, nosotros no aprendemos como debiera ser, en realidad no aprendemos.

Investigador: ¿Cómo crees que se podría resolver este clima hostil que se da en la clase de matemática?

Alumna: No creo que se pueda si las cosas se mantienen como están.

Investigador: ¿Puedes explicar tu respuesta?

Alumna: Creo que la manera de hacer clases que tienen los profes no motiva a nadie, menos a nosotros que somos malos pa' la matemática, los profes siempre hacen lo mismo, se dedican a pasar materia que una tiene que copiar, después una guía y eso es todo, no les interesa si a nosotros nos gusta lo que están pasando, sólo les interesa cumplir con la materia que tienen que pasar, no dan ni siquiera tiempo pa' resolver los ejercicios que plantean, siempre los terminan haciéndolos ellos y una tiene que copiar. Ahora, como le dije anteriormente, esto se agrava si la clase es en la tarde, la clase se vuelve densa, nadie pesca, algunos se ponen a dormir.

Investigador: ¿Pero que tiene que ver esto con el clima hostil que se presenta en la clase, y la manera como se puede resolver esta situación?

Alumna: Mucho profe, porque los alumnos molestamos porque no entendemos, porque no quieren dedicarse a sólo copiar lo que el profe pasa, los alumnos no van a pescar la clase si tenemos que resolver guías sin saber para qué, entonces se produce el desorden. Queremos una clase que nos prepare para la PSU, por ejemplo, porque aunque a muchos de nosotros no nos interese estudiar carreras matemáticas, igual en todas las carreras la PSU matemática

es obligatoria y tenemos entonces que prepararla. Y como le dije recién, que ojalá las clases sean en la mañana, no en la tarde. Creo que si la jornada completa no existiera estaríamos dispuestos a poner atención, incluso, a participar, y todos ganaríamos, el desorden bajaría mucho, el solo pensar que tenemos clases en la tarde nos pone de mal humor.

Investigador: ¿Y de qué manera crees tú un profesor debiera preparar la PSU?

Alumna: Haciendo ejercicios que entren en la PSU, o sea, que sean del tipo de problemas que entran en la PSU.

Investigador: ¿Aparte de enfocar la clase de matemática hacia la PSU, hay otra medida que pueda resolver el problema del clima hostil en la clase de matemática?

Alumna: Aparte de que terminaran con la jornada completa, otra podría ser por ejemplo, que las materias que nos pasen sintamos nosotros que nos sirven pa' resolver problemas que nos interesen, que pa' nosotros representen algo por lo menos.

Investigador : ¿Por ejemplo?

Alumna: No se po', pero si a un alumno practica deporte, que nos enseñen a alimentarnos para hacer ese deporte.

Investigador: ¿Y qué tipo de ejercicios matemáticos se debieran plantear en la clase?

Alumna: Yo estaba poniendo un ejemplo no más, pero se me ocurre que enseñarnos a mezclar alimentos, aplicando, por ejemplo porcentajes o proporciones creo que nos ayudaría.

Entrevista a alumnos de nivel deficiente de primero medio

Investigador: Ustedes son alumnos que les va mal en matemática, ¿por qué?

A: Es complicado.

B: No te gusta.

P: Tampoco me gusta, igual soy floja, como no me gusta me da flojera estudiar.

M: No es cosa de estudiar, exponer atención, si uno entiende lo hace, pero no está en ti, no me estoy dando apoyo, es por flojo.

N: No practico y se me olvida, de repente me dan ganas de estudiar.

I: Es flojera.

B: Lo que pasa es que la mayoría de las horas son en la tarde y eso complica (clases de matemática en la tarde).

N: Después de las dos da sueño, lata.....

Investigador: Pero en algún momento han estudiado, ¿les ha ido mejor cuando lo han hecho?

B: Aunque estudie me va mal.

P: Yo estudio y estudio y me va mal, me dan los nervios en las pruebas.

J: Yo entendía todos los ejercicios, igual me fue mal (alumno entiende los ejercicios en la clase).

N: Si estudio me va a ir bien, lo difícil es sentarse a estudiar, por ejemplo, a todos mis amigos que no conocen el cinco siempre les va bien, los días antes repasan y ponen atención, en mi caso no pongo atención, mis compañeros hablan todo el día.

C: Debería tocar ramos más livianos (en la tarde).

M: Yo vivo lejos y no me queda tiempo.

N: Cuando llego de almuerzo, que te toque física o matemática, mejor nos quedamos afuera, un 15% nos quedamos afuera, la idea sería hacer tareas en ese tiempo, no ramos pesados, física siempre tenemos a última hora.

P: Hay días que no hacemos nada, y el profe de física llega a pasar la materia y eso en la tarde se hace eterno, ahora no tengo nada contra el profe, es buen profe.

B: En matemática estudio y estudio y no me sale.

I: Lo difícil es entender las cosas, si estudio algo que no entiendo me va a ir mal.

C: El profe explica bien, el problema es de uno.

D: El curso es muy desordenado.

M: A los alumnos buenos les aburre este tipo de colegio, necesitan más exigencias.

Investigador: En entrevistas anteriores, y especialmente cuando voy a las clases de matemática, uno de los factores que esgrimen los alumnos ante el bajo rendimiento que muestran es la JEC, ¿qué opinan al respecto ustedes?

A: Es buena si no hubieran ramos tan importantes, matemática en la tarde en pesada.

C: Debería tocarnos ramos más livianos (en la tarde).

M: Yo vivo lejos y no me queda tiempo...

N: Cuando llego del almuerzo, que te toque física o matemática nos quedamos afuera, un 15% nos quedamos afuera; la idea sería hacer tareas en ese tiempo, no ramos pesados, física siempre tenemos a última hora.

P: Hay días que no hacemos nada (hay días en que los profesores faltan), y el profe de física llega a pasar materia y es en la tarde, se hace eterno, no es contra él, es buen profe.

M: Los profes jóvenes son pesados, los más viejitos son más simpáticos.

N: Viera usted como le faltan el respeto a la María de Los Ángeles (profesora de matemática de 23 años que imparte la parte de Geometría).

I: Uno dice que no entiende y se enoja.

C: Se altera por todo.

B: Es histérica, le decimos María de los diablos.

N: Uno trae lápiz y se altera.

I: El otro día pensó que la Jennifer le estaba faltando el respeto y era que la puerta estaba mala, la mandaron suspendida.

M: Exagera todas las cosas.

A: Uno habla y lo reta.

C: Reta por todo.

B: Haces esto, esta mal....

Investigador: ¿Qué opinan de la copia, y si lo hacen, en qué circunstancias lo hacen?

A: Se copia cuando no me sale la respuesta.

P: No es siempre.

C: Cuando no estoy segura de una respuesta, copio.

N: El Jack ayuda, está pa` todo es el capo.

C: El tapa la prueba.

N: Me aseguro si le copio al Jack.

I: Copio pal` 4, otros pa` la mejor nota.

P: Si uno estudia copia pa` tener mejor nota, y si no estudio obvio que opta pal`4.

N: Pal`4, si.

Entrevista a alumnos de alto nivel en matemática de segundo y tercero medio

Investigador: ¿Cuál es la postura de ustedes respecto a la distribución de las horas de la jornada escolar?

F: Prefiero la jornada de 8 a 13 horas pero con un nivel fuerte de exigencia.

Investigador; ¿Por qué?

F: Porque me quedaría tiempo para hacer otras actividades.

Investigador: ¿Puedes explicitar un poco más lo de las otras actividades?

F: Lo que pasa profe es que con la jornada que tenemos salimos como a las cinco y media, como yo quiero que me vaya bien en la PSU tomo un preuniversitario, porque con el nivel del colegio no basta, entonces llego como a las 10 de la noche a la casa, y después estudio como una hora o más, en conclusión duermo muy poco.

Investigador: pero tu haz dicho que no necesitas estudiar matemáticas...

F: Es cierto, no necesito estudiar pa` que me vaya bien en matemática, pero no es el único ramo, yo necesito tener buenas notas en los demás ramos porque el NEM (notas de enseñanza media para postular a la universidad) también me sirve.

También considero que la idea de que sea una jornada de 8 a 15 horas con talleres de reforzamiento y artísticos deportivos en la tarde también sería una solución, pero en ningún caso con clases hasta las cinco y media de la tarde.

Ambas jornadas permitirían subir el nivel de notas en los alumnos, pero prefiero la jornada de 8 a 13 horas.

Y. Yo creo que la jornada debiera tener, por ejemplo, un bloque de castellano o matemática, después un bloque de ciencias que puede ser de física, química o

biología, y el tercer bloque de historia o artes. Al distribuir estas asignaturas en los quince bloques basta y sobra.

Investigador: ¿puedes explicitar tu propuesta?

Y: Hay un bloque de 8 a 9 :30 horas, otro de 9:45 a 11:15 horas, y uno de 11:30 a 13:00 horas por día, en total tenemos 15 bloques ¿verdad?.

Ahora, bastaría con tener tres bloques de matemática, tres de castellano, dos de historia, dos bloques de biología, uno de física y uno de química, hasta ahora tenemos 12 bloques, por último tener un bloque de educación física, uno de artes y uno de filosofía.

Investigador: En esta distribución la hora de consejo de curso no está presente.

Y: En realidad con lo fáciles que son los contenidos en matemática, bastarían dos bloques solamente, aunque pensándolo bien, uno sólo, de ahí se podría sacar la hora de consejo de curso.

Investigador: Haz dicho que basta con un sólo bloque de matemática basta, ¿no crees que es muy poco tiempo....

Y: Con el nivel que nos pasan es más que suficiente, si una actividad se hace en un rato con eso basta, además yo no necesito estudiar pa` que me vaya bien en matemática.

F: Los profes te dan una actividad y pasa una hora.

Y: En matemática pasan un guía corta que la resuelvo en 20 minutos y después nada más. Le ayudo a mi compañero y me aburro.

F: A veces las guías son demasiado fáciles. Los profes las hacen como receta, dicen estas se hacen así, y los ejercicios hay que hacerlos todos iguales, y uno repite lo mismo.

Y: Si hubieran talleres después de la hora de almuerzo se podría profundizar para no perder el tiempo, porque uno sólo puede avanzar. Pero como están las cosas, siento que no nos va a ir como debiera irnos en la PSU. Vea usted profe a los alumnos de cuarto medio, no hay ninguno que realmente vaya a estudiar ingeniería en la universidad de Chile o Católica, menos medicina en esas universidades, a lo más pueden optar a una privada o en el mejor de los casos la Usach.

F: Si, acortar el horario sirve, pues en la casa uno puede avanzar, y después preguntar las dudas que tengo.

Entrevista a alumno de tercero medio de alto nivel en matemática

Alumno: Es bueno copiar hasta cierto punto, hay que saber copiar, en los ramos que me va más o menos es bueno tener un respaldo aparte, otra perspectiva de otra persona.

Investigador: ¿Y cómo sabes que la persona es idónea?

Alumno: Reviso sus respuestas y veo si me sirven, sino me sirven no es necesario copiar.

No ando tratando de copiar, veo que de repente si me las dan, no es malo tener otro resultado.

Primero hago la prueba yo sólo y las que tengo en blanco (preguntas) o duda empiezo a mirar. Por lo que he estudiado veo si está bueno o no, en las de alternativa se puede copiar, en las de desarrollo no, es complicado copiar en las de desarrollo, pa` mi es complicado.

De acuerdo a lo que he estudiado veo si es fidedigna la respuesta que estoy copiando, me puede salir en contra si no hago ese proceso.

Siempre se puede copiar, si uno se consigue las alternativas antes, me las memorizo, y al pasarme la prueba las escribo en la prueba, no es copia propiamente tal.

De repente hay compañeros de otro curso que ya la dieron ya, conseguirse la prueba es complicadísimo.

Investigador: ¿Y cuando ustedes rinden por primera vez la prueba?

Alumno: Ahí a lo que venga, ahí es más difícil copiar, me aseguro demasiado, cuando lo hago lo hago bien.

Hay gente que ha pasado copiando, yo no

Investigador: ¿Cuál es tú posición respecto de la JEC?

Alumno: Mi ideal sería que saliéramos a la una, pero que las horas se trabajen de verdad, un trabajo bien hecho de calidad, depende de muchos factores, pero es lo ideal.

Investigador: ¿Aumentaría el nivel?

Alumno: A los alumnos les iría mejor porque estarían con más energía, después de almuerzo no se puede hacer nada, o sea, se hace cosas, pero uno llega con ánimo de nada, yo me equivoco más.

Los alumnos estarían con mejor predisposición porque tendrían más tiempo, no estarían tan cansados, porque la jornada sería más pequeña.

Pasar los ramos pesados en la tarde es negativo porque uno no llega como en la mañana.

Mi mamá decía que salía temprano cuando ella estudiaba, y aprendía lo mismo que si estuviera todo el día, igual fue a la universidad, aprendió todo, le fue bien en la prueba.

Focal a alumnos de nivel bajo en matemática de tercero medio

Investigador: Cuéntenme, ¿por qué les va mal en matemática?

K: Inseguridad.

M: Me nublo en las pruebas, sabiendo como es el ejercicio (pregunta de la prueba), me olvido de todo y hay veces que también ponen una guía que la hacemos toda, pero en la prueba me cambian (el tipo de preguntas respecto a los ejercicios de la guía) y no se que hacer.

C: Por ejemplo, hacen como tres pruebas en el mes, y nos ponen materias distintas, la primera materia la agarro bien y la segunda no, como que me quedo en la mitad.

D: Lo teórico queda bien, pero aplicarlo es más complicado, falta el razonamiento.

K: Se las fórmulas en la prueba, pero no se como aplicarlas.

C: Hay que desarrollar más el razonamiento sobre todo.

D: Tenemos muy poca base, nos caemos en cosas muy simples.

K: Me esfuerzo, estudio, estudio y me saco un dos, una se desmotiva.

C: Pienso en que saqué un 3,2 y estudio, estudio para sacarme un 3,3.

Me desmotiva saber que siempre me saco rojos. Qué saco con estudiar si igual me voy a sacar un dos.

Los papas te molestan cuando llegas con un 3,3, otra vez con un 3,3, los papas le dicen a una a qué voy.

K: Estudio dos semanas pa` la prueba y mi compañero se saca un cinco y yo un cuatro. Pa` qué estudio.

M: Una va a ver a un tío, y después se cuestiona el haber salido y no haber ocupado ese tiempo en estudiar. Llego a mi casa como a las 6 y recién paro de estudiar a las 10.

C: Yo siempre estudio, mi pololo en cambio no estudia nada, se da cuenta que le va mal. Yo misma lo he ayudado.

K: Los profes dicen tu vas a estudiar lo que yo diga y eso exactamente

M: Creen que no nos esforzamos.

K: Tengo dos azules en matemática, son los trabajos en clases lo que salva un poco.

C: Los papas dicen, si te sacaste un cinco en un trabajo en clases por qué después te sacas un rojo en la prueba.

K: Me avergüenzo de ser tan mala en matemática.

C: Soy muy lenta en matemática.

M: Uno al avergonzarse es como sentir vergüenza el demostrar que uno no sabe.

K: Me da vergüenza el tener un profesor particular, y que te diga raíz de 4, raíz de 9, raíz de 16 y ya... te preguntan ¿entendiste? Y una responde si, y es pura mentira.

Investigador: ¿Tienen conceptos perdidos?

Si, dicen todas.

Investigador: ¿No saben como usar los conceptos?

K: Puedo aprenderme las fórmulas, pero, ¿cómo las ocupo?

C: Si a una le dicen $4/3 + 2/2$, está bien, pero cuando a una le hacen lo mismo pero con una raíz no se que hacer.

Investigador: Pasemos a otro tema, ¿de qué manera incide la JEC en el proceso de aprendizaje de la matemática?

D: No la encuentro tan efectiva, como que al final nos cansa más.

C: No rendimos como se debe, porque hemos estado todo un día con clases.

M: Podrían haber talleres de matemática, pero algo que nos hiciera ejercitar la mente.

C: Además la JEC no está bien hecha.....

D: Llegamos a un punto en que no podemos más, nos quedamos estudiando siempre, y eso nos impide estar con la familia.

K: Yo encuentro que está bien, salvo que los horarios están mal. Si colocaran las materias fuertes en la mañana y las débiles en la tarde sería distinto. No me gusta tener matemática ni historia a las tres de la tarde.

Investigador: ¿Cuál sería el ideal?

D: No nos gustaría irnos pa` la casa antes de las cinco.
Podrían colocar actividades deportivas en la tarde.

M: Y darnos horario pa` hacer las tareas y poder consultar a los profes.

D: Podría complementarse con actividades deportivas.

K: Y reforzar, no pasar guías y decir háganlas.

M: Podría ser en la mañana todas las materias duras, y en la tarde arte y reforzamiento de materias duras.

Investigador: ¿Cuál es la postura de ustedes frente a la copia en las pruebas de matemática?

C: Una llega a un punto en que está haciendo la prueba, sabemos que con 14 puntos tengo un cuatro, llega y hace once, queda como nula, ve al que está al lado y tiene algo, copio porque a veces funciona.

Investigador: ¿Para qué nota copian ustedes?

D: Copiamos pal` cuatro.

K: Yo también.

C: también.

M: También.

Investigador: ¿La inseguridad de ustedes ante las respuesta provoca la copia?

Las alumnas contestan si.

D: Cuando vemos que el tiempo se nos acaba, cuando no tenemos otra opción.

Diagnóstico del investigador sobre el nivel de matemática que tienen estos alumnos

Para detectar el nivel que tienen estos alumnos se trabajará en :

- a) El nivel que tienen para relacionar más de un concepto matemático.
- b) El nivel que tienen para aplicar conceptos matemáticos.
- c) El nivel de PSU que tienen de acuerdo a las materias pasadas.
- d) El nivel que tienen al enfrentarse a situaciones matemáticas nuevas.
- e) El nivel que tienen para demostrar fórmulas matemáticas.

a)

A los alumnos se les plantea el siguiente ejercicio:

Calcular $\operatorname{sen} \alpha$ si $\operatorname{cos} \alpha = \frac{1}{3}$, donde el ángulo α está en el primer cuadrante.

Los alumnos son de tercero medio y trigonometría es una materia que está dentro de los planes y programas para ese curso.

Investigador: ¿Pasaron la materia de trigonometría?

Los alumnos responden afirmativamente.

Investigador: Tómense algunos minutos para resolver el problema.

Pasan aproximadamente 5 minutos y los alumnos no saben que hacer.

K: Me preguntan por seno y me dan el coseno, no se como relacionarlos.

D: No se me ocurre.

Investigador: Revisen el vínculo que hay entre ambas funciones.

Pasan otros 5 minutos y los alumnos no relacionan ambas funciones.

C: Yo se calcular el seno cuando tengo un triángulo rectángulo, pero aquí no hay ninguno.

M: Tal vez si hay una fórmula donde estén el seno y el coseno juntos, ¿pero qué tiene que ver que los ángulos estén en el primer cuadrante?, son demasiadas cosas no entiendo.

Investigador: Les muestro dos maneras de resolver el ejercicio. La primera es construyendo un triángulo rectángulo donde el coseno de uno de sus ángulos agudos sea $\frac{1}{3}$ que puede ser un triángulo donde el cateto adyacente al ángulo α mide 1 y la hipotenusa 3.

Pregunto por el valor del otro cateto.

Después de un tiempo prudente lo obtienen, me dicen que mide $\sqrt{9-1} = \sqrt{8}$, lo que es correcto.

Pregunto la motivo por el que pudieron obtener el valor del otro cateto y no el seno de α .

D: Es fácil profe, porque aplicamos el teorema de Pitágoras.

K: Para obtener el seno no podemos hacerlo directamente.

Investigador: Pregunto ahora que tienen la información por el valor del seno del ángulo.

M: Fácil profe, raíz de 8 partido por 3.

Otra manera es utilizar la fórmula $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$, de donde

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

K: Pero profe, ¿y qué tiene que ver que α esté en el primer cuadrante?

Investigador: El signo de la raíz, porque en el primer cuadrante tanto el seno como el coseno son positivos.

D: Sabe profe, ahora que vemos el problema resuelto es fácil, pero cuando nos enfrentamos por primera vez no podemos resolverlo, es imposible.

K: Mientras más lo miramos no sacamos nada, yo me bloqueo.

M: Yo también, uno sufre, me siento tonta, no puedo, es un verdadero bloqueo el que uno siente.

Investigador: Ahora si les dicen que la tangente de un ángulo es dos y el ángulo se encuentra en el primer cuadrante, ¿me podrían decir el valor que tiene el seno del ángulo?

Los alumnos se ponen a trabajar en el problema y después de un par de minutos me dan la respuesta: $\text{sen } \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Correcto les digo, pero ¿por qué?

D: Fácil profe, construimos un triángulo rectángulo de catetos 1 y 2 e hipotenusa $\sqrt{5}$.

K: El problema es igual al anterior y aplicamos lo mismo que nos dijo usted.

e)

Investigador: Utilicé como otra forma de resolver el problema anterior que $\cos^2 \alpha + \text{sen}^2 \alpha = 1$, demuestren esta fórmula, tómense unos 10 minutos.

Me voy de la sala en que estamos y después de 10 minutos vuelvo.

K: No me hemos podido demostrarla.

M: No sabemos como.

Investigador: les voy a dar una pista, utilicen el teorema de Pitágoras.

Me ausento de la sala y después de 15 minutos vuelvo. ¿Pudieron hacer la demostración?

C: No podemos profe, estamos bloqueadas, no servimos pa` la matemática.

D: Cuando usted nos hace un ejercicio y nos coloca otro similar no hay problema, pero cuando nos enfrentamos a algo nuevo no podemos, creo que soy tonta.

C: Yo creo que pa` matemática si.

K: ¿Cómo se demuestra profe?

Investigador: Como se trata de una demostración tienen que usar un triángulo rectángulo cualquiera, por ejemplo uno que tenga catetos a y b e hipotenusa c.

Si $\text{sen} \alpha = \frac{b}{c}$ entonces $\text{cos} \alpha = \frac{a}{c}$, tenemos así que

$$\text{cos}^2 \alpha + \text{sen}^2 \alpha = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = 1$$

K: Pero profe, ¿por qué 1?

Investigador: De acuerdo a Pitágoras $a^2 + b^2 = c^2$

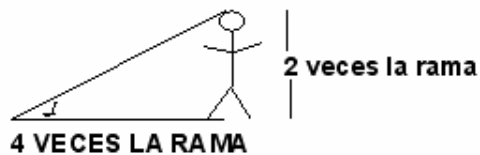
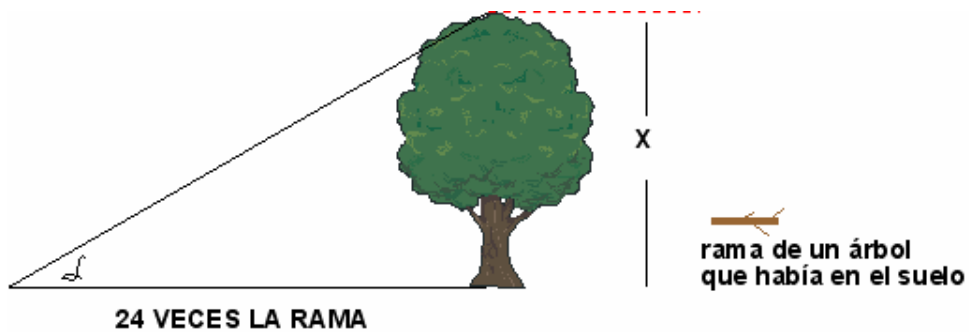
D: Claro, porque queda $\frac{c^2}{c^2}$ y eso es 1, pero jamás se me habría ocurrido

hacerla.

b) Se presenta a los alumnos el siguiente problema de aplicación del concepto de semejanza. Para que lo resuelvan se les da 5 minutos.

Un grupo de alumnos del colegio Alcántara asiste con sus profesores de Educación Física a una caminata hacia Lo Caña. Uno de los profesores le pide a sus alumnos que estimen la altura de algún árbol que esté en este lugar usando una rama que mide aproximadamente 1 metro de longitud.

Un grupo de alumnos aplicando lo estudiado realiza el siguiente esquema:



¿Cuál es la altura que ellos estimaron?

- a) 48 metros aproximadamente
- b) 24 metros aproximadamente
- c) 12 metros aproximadamente
- d) 9 metros aproximadamente

Investigador: Ya pasaron los 5 minutos, ¿tienen una respuesta al problema?

K: No he podido resolverlo.

D: Yo creo que hay que aplicar semejanza pero no se me ocurre como hacerlo.

M: Tal vez con más tiempo, pero no creo, me cuestan los ejercicios de donde hay que aplicar.

- f) Se presentan a los alumnos cinco preguntas de PSU, cuatro de nivel 1 y una de nivel 2.

1. Al reemplazar $n=5$ en una de las alternativas siguientes se obtiene un número entero. ¿Cuál alternativa representa ese número?

- a) $\frac{2n+1}{n-2}$
- b) $\frac{2n}{n+2}$
- c) $\frac{2n-1}{n-2}$
- d) $\frac{2n}{n-2}$
- e) $\frac{2n+1}{n-3}$

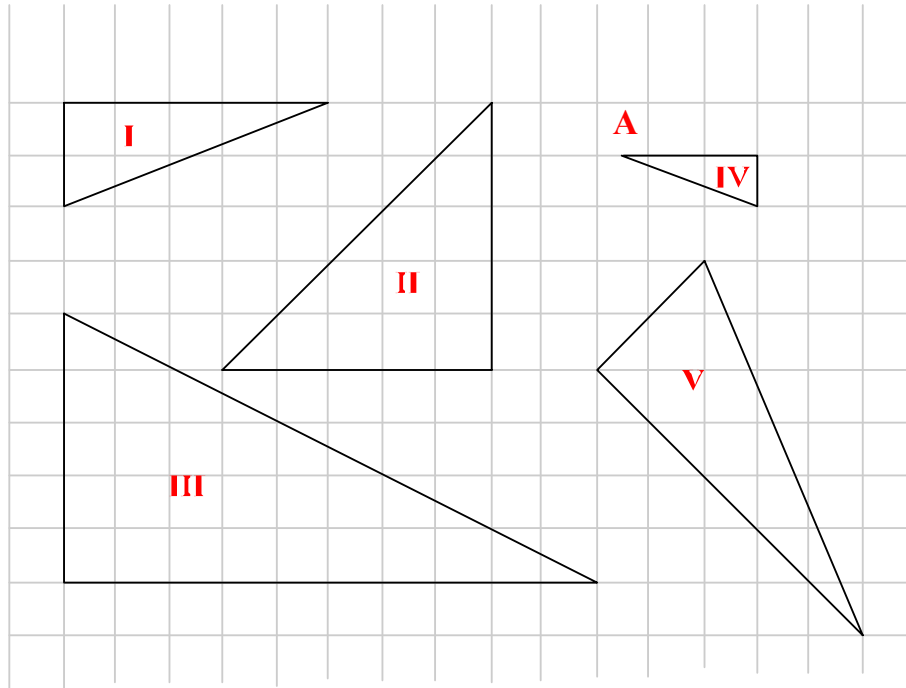
2. Si $a \neq b$, entonces la fracción : $\frac{a-2b}{a-b} - \frac{-a}{b-a} =$

- a) $\frac{2a-2b}{a-b}$
- b) $\frac{-2a-2b}{b-a}$
- c) $\frac{2b}{a-b}$
- d) $\frac{2b}{b-a}$
- e) $\frac{2b+a}{b-a}$

3. Al lanzar cinco veces un dado se obtiene el número 5. La probabilidad de que salga nuevamente el número 5 al lanzarlo otra vez es:

- a) 1
- b) $\frac{3}{4}$
- c) $\frac{1}{3}$
- d) $\frac{1}{6}$
- e) 0

4. El lado de cada cuadradito mide 1 cm. donde A es punto medio del cuadrado respectivo. La alternativa que representa el (o los) triángulo(s) semejante al $\triangle I$ es:



- a) Δ II
- b) Δ III y Δ IV
- c) Δ IV y Δ V
- d) Δ IV y Δ V
- e) Δ II y Δ IV

5. ¿para qué valor de m , la ecuación $mx+1=x$ no tiene solución?

- a) Para $m=-2$
- b) Para $m=-1$
- c) Para $m=0$
- d) Para $m=1$
- e) Para $m=1,5$

Los primeros cuatro problemas corresponden a nivel 1 y el quinto problema a nivel 2.

Los problemas 2, 4 y 5 estuvieron mal contestados por estos alumnos, mientras que el 50% contestó acertadamente el problema 1 y el 75% contestó acertadamente el problema 3.

Entrevista a alumnos de nivel alto de primero medio en matemática

Investigador: ¿Por qué les gusta la matemática?

D: Me gusta porque cuando veo la matemática o la historia de la matemática, los filósofos antiguos formaron los principios de la matemática. Ellos descubrieron que con la matemática se podría descubrir todo.

Encuentro que hace pensar.

J: Me interesa porque a mi papá siempre le ha gustado y eso me motivó. La encuentro súper interesante.

D: Encuentro que te enseña solamente la materia, se aplica lo que se sabe. Cuando ponen un ejercicio se pone más entretenido.

Investigador: No entendí lo que dijiste...

D: Los profesores enseñan solamente la materia y repiten casi solamente eso, en cambio cuando ponen ejercicios donde hay que aplicar se vuelve más entretenido.

Investigador: ¿Cuál es la posición de ustedes frente a la copia en matemática?

D: Que no hay que copiar, yo no copio en ningún ramo, menos en matemática.

J: Yo tampoco.

Investigador: ¿Qué opinan de la JEC?

D: En parte me gusta y en parte no, aquí podemos hacer las cosas, en la casa no.

Lo malo es que es muy agotador, no hay tiempo para estudiar, tiempo pa` los talleres extraprogramáticos.

J: Me gusta que estuviera así, igual tendría su parte buena. Se pasaría más materia si hubiera talleres de reforzamiento.

Investigador: No entendí la última parte....

J: El que estemos en la tarde tendría su parte buena si hubieran talleres de reforzamiento, porque avanzaríamos más y al avanzar más habría más materia, se pasaría más materia....

D: Hay que acostumbrarse al ritmo para estar preparado pa'la universidad. Si ahora te acostumbras a organizar bien los tiempos, entonces te va a costar menos acostumbrarte al ritmo de la universidad.

Investigador ¿Quieres decir que para estar preparado para la universidad debes acostumbrarte a organizar los tiempos para trabajar desde ya a un ritmo fuerte?

D: Así es.

Diagnóstico del investigador sobre el nivel de matemática que tienen estos alumnos

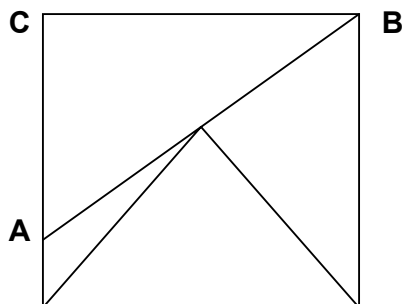
Para detectar el nivel que tienen estos alumnos se trabajará en :

- a) El nivel que tienen para relacionar más de un concepto matemático.
- b) El nivel que tienen para aplicar conceptos matemáticos.
- c) El nivel de PSU que tienen de acuerdo a las materias pasadas.
- d) El nivel que tienen al enfrentarse a situaciones matemáticas nuevas.
- e) El nivel que tienen para demostrar fórmulas matemáticas.

Para diagnosticar el nivel que presentan estos alumnos que presentan promedio 7,0 en matemática se les plantea problemas que requieren para ser resueltos por el alumno el saber relacionar diferentes conceptos matemáticos.

Para resolver el primer ejemplo los alumnos necesitan conocer solamente las nociones elementales de cuadrado y triángulo equilátero, que cualquier alumno de sexto básico debiera conocer.

Problema 1 La figura muestra un cuadrado y un triángulo equilátero contenido en él. Se pide calcular el valor del ángulo ABC.



Investigador: Los alumnos miran el problema e intentan resolverlo. Después de unos minutos me dicen que no se les ocurre como hacerlo. Les digo que lo intenten de nuevo. Pasan varios minutos, más de 15 minutos, y no son capaces de resolverlo. En sus hojas tienen una serie de cálculos hechos acerca de teoremas que podrían conducir a una solución, lo que muestra el nivel que estos alumnos tienen.

Les pregunto por la manera como obtuvieron esos teoremas, me dicen que son estudiosos, que se consiguen libros y que de manera autodidáctica avanzan.

Me pregunto por la complicación que este problema presenta, porque no tan sólo a ellos les cuesta o no pueden, sino que otros alumnos, y también de promedio 7,0 en matemática les parece complicado.

Han pasado los quince minutos y me dicen que no pueden resolverlo, que en general son reacios a pedir alguna pista que les permita un posible camino de solución. Les digo que lo único que necesitan es saber las propiedades básicas del cuadrado y del triángulo equilátero, pero me vuelven a decir que las tienen presente y que eso no resuelve el problema.

Fíjense que uno de los lados del cuadrado coincide con un lado del triángulo equilátero, por lo tanto se forma un triángulo que tiene dos lados iguales y uno distinto.

J: Ahí está claro profe porque esto significa que el ángulo del vértice del triángulo es 30° .

D: Y los ángulos basales valen 75° cada uno, entonces el ángulo es 15° .

¿Sabe profe? , no estamos acostumbrados a que nos den problemas que nos hagan pensar aunque sea un poco, sólo nos dan puras guías que tienen como 200 ejercicios cada una y que más encima tienen todos los ejercicios repetidos, o sea muy parecidos.

J: El profe tiene que preocuparse de los que molestan y nosotros quedamos ahí, no avanzamos. El próximo año no sigo en el colegio, mi papa me va poner en otro colegio donde me enseñen más, porque me interesa llegar a la universidad y así no voy a lograrlo, usted vio, no somos capaces de resolver un ejercicio que es fácil, pero no pudimos, no se nos ocurrió.

Les dejo planteado un problema a modo de desafío que consiste en un triángulo cualquiera en el que uno de sus lados se ha dividido en tres partes iguales y otro lado en cuatro partes iguales. Posteriormente se traza un segmento que une uno de los vértices del lado que no se ha dividido con el punto de división inferior de uno de los lados y un segmento que une el otro vértice de este mismo lado con el punto de división inferior del otro lado. Estos segmentos se cortan formando trazos cuya suma de razones se desea conocer.

Focal con alumnos de nivel avanzado de segundo medio

Investigador: ¿Por qué les gusta la matemática?

N: La encuentro como un desafío, es una meta resolver los ejercicios y me siento bien al realizarlos.

C: Me lleva siempre más allá el poder hacer los ejercicios. Me ayuda a fijarme una meta.

V: A una lo hace como pensar, analizar, no hay que memorizar, una aprende algo y después lo ocupa.

M: Encuentro que hace pensar más que otros ramos, por ejemplo, que lenguaje.

C: Es diferente, en lenguaje igual uno no va más allá, tiene un tope, sino es eso, no es.

N: Son preguntas concretas, en matemáticas hay que mezclar varias cosas, en lenguaje son preguntas directas, en matemática es más profundo.

C: Se mezcla más de un contenido.

A: La matemática es abstracta y se relaciona con todo lo que se hace, es bacán desarrollarla porque todo el mundo está en las leyes de la matemática.

B: Me gusta porque es como una corriente filosófica, cada cosa se puede ver de diferente forma.

Investigador: ¿Y cómo es la matemática que se enseña en el colegio?

B: En términos de contenido nos avanzan más que en otros colegios.

N: El nivel es súper avanzado y tratan de prepararnos.

M: Es bueno, porque tratan de prepararnos en la PSU, nos proyecta a la universidad.

C: Se centra en la PSU como meta, darla y pasarla.

B: Nos ayuda a mantenernos en la universidad.

N: Nos preparan psicológicamente por último.

A: Siempre están cambiando de tema, yo creo que es mejor a estar estático en una cosa.

Investigador: ¿Qué opinión tienen de la profesora?

B: De repente me aburro, va muy lento.

C: Yo le cacho al tiro a la profe, tenemos que estar esperando a los otros, es muy aburrido.

M: Yo no encuentro que vaya lento, porque la misma materia la pasa de distintas formas, hay que pensar que no todos entienden de la misma manera.

C: La tía pasa los ejercicios al final.

B: Pasa la materia y después de explicarnos como tres veces hace un ejercicio.

N: Nos quedamos estancados, si pasa los ejercicios al tiro, podemos avanzar.

B: Si me aburro, la Camila también se aburre, empezamos a molestar en la clase.

M: Siempre hay personas que molestar.

V: Hay gente que no le interesa aprender y se resignan.

N: Si reparte los ejercicios al principio es mejor, podemos avanzar, algunos van a estar desarrollándolos.

Nos aburrimos con tanta explicación, pa` que la clase sea más eficiente que entregue los ejercicios al principio.

M: Si también, está bien creo yo que entregue la guía después que ha explicado la materia.

Investigador: ¿Cómo estructurarían la clase?

A: Que vaya de lo más fácil a lo más difícil, que la gradúe. A lo mejor un ejercicio medio difícil al medio.

N: Primero debe ser lo más elemental, después gradualmente ir subiendo.

B: Sino nos pasaría lo de cuarto medio en primero básico.

Investigador: Les presento el siguiente problema de geometría a los alumnos:

Les pido que dibujen un cuadrado de vértices A, B, C, D. Sobre el lado AB les pido que dibujen un triángulo equilátero que tenga como tercer vértice el punto E que está ubicado al interior del cuadrado; a continuación les pido que tracen un segmento que una el vértice E del triángulo y el vértice C del cuadrado. Les pregunto por la medida del ángulo ECD.

Representan correctamente la situación geométrica, pero el valor del ángulo pedido no lo pueden sacar, no obstante que ya llevan más de diez minutos intentando resolver el problema.

Les pregunto por lo que sienten al no poder resolver el ejercicio.

B: No se nos educa en problemas difíciles, sólo en lo básico.

C: No nos enseñan a ser perseverantes. Sino saco el problema me rindo.

V: No estamos acostumbrados a este tipo de problemas.

Investigador: Para resolver el problema presentado a los alumnos se requiere sólo del conocimiento de las propiedades de un cuadrado y de un triángulo equilátero. Aplicando de manera adecuada estos conocimientos, que son a nivel de octavo año, el problema fácilmente se resuelve. Sin embargo los alumnos estuvieron más de quince minutos intentando resolver el problema y no lo consiguieron.

Diagnóstico del investigador sobre el nivel de matemática que tienen estos alumnos

Para detectar el nivel que tienen estos alumnos se trabajará en :

- a) El nivel que tienen para relacionar más de un concepto matemático.
- b) El nivel que tienen para aplicar conceptos matemáticos.
- c) El nivel de PSU que tienen de acuerdo a las materias pasadas.
- d) El nivel que tienen al enfrentarse a situaciones matemáticas nuevas.
- e) El nivel que tienen para demostrar fórmulas matemáticas.

c)

A los alumnos se les pide que contesten los siguientes problemas que han estado propuestos en ensayos oficiales de PSU.

Se les da 25 minutos para que lo contesten.

1. Al remplazar $n=5$ en una de las alternativas siguientes se obtiene un número entero. ¿Cuál alternativa representa ese número?

a) $\frac{2n+1}{n-2}$

b) $\frac{2n}{n+2}$

c) $\frac{2n-1}{n-2}$

d) $\frac{2n}{n-2}$

2. Sea x un número real mayor que 6. Si $x^2 - 36$ representa el área de un rectángulo, siendo $x + 6$ uno de sus lados. El otro lado está dado en la alternativa:

a) $x + 6$

b) $\frac{x-6}{x+6}$

c) $x - 6$

d) $x^2 - 12x + 36$

3. Sabiendo que $5p = 3q$, donde p y q son números distintos de cero, el valor de la expresión $\frac{p^2 + q^2}{p q}$ está representado en la alternativa:

a) $\frac{34}{15}$

b) $\frac{5}{3}$

c) $\frac{3}{5}$

d) $\frac{25}{9}$

4. Si $a \neq b$, entonces la fracción: $\frac{a-2b}{a-b} - \frac{-a}{b-a} =$

a) $\frac{2a-2b}{a-b}$

b) $\frac{-2a-2b}{b-a}$

c) $\frac{2b}{a-b}$

d) $\frac{2b}{b-a}$

5. ¿para qué valor de m , la ecuación $mx+1=x$ no tiene solución?

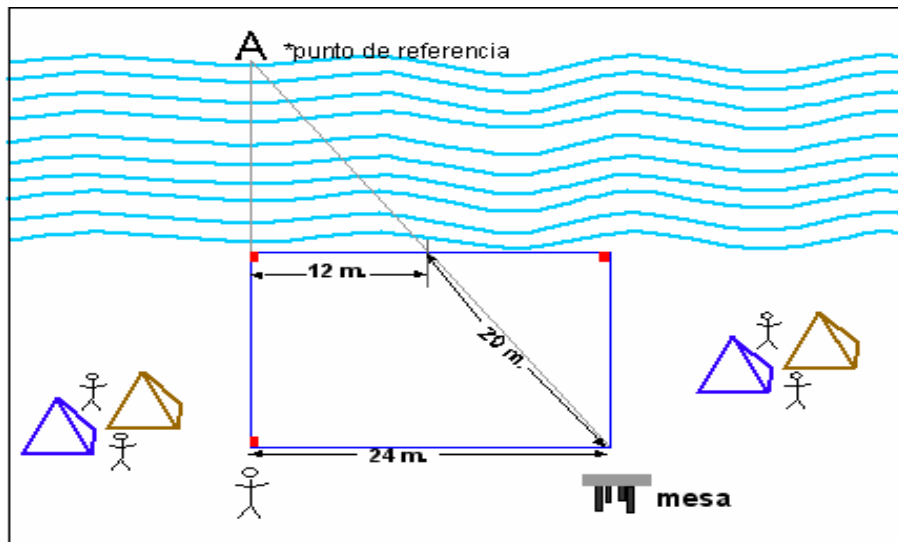
a) Para $m=-2$

b) Para $m=-1$

c) Para $m=0$

d) Para $m=1$

6. Un grupo de scouts va de campamento al cajón del Maipo. Su guía les propone averiguar en el lugar en que se encuentran el ancho que tiene el río. Como éste es torrencioso, no se puede medir directamente. A uno de los scout se le ocurre una idea que queda graficada de la siguiente manera:

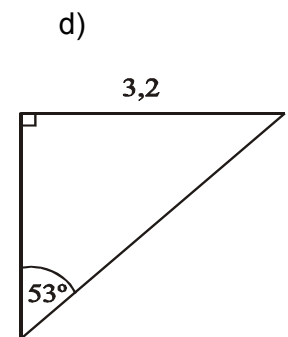
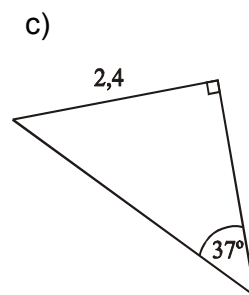
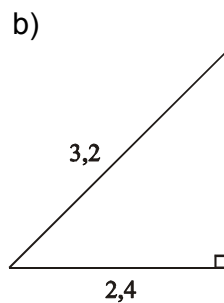
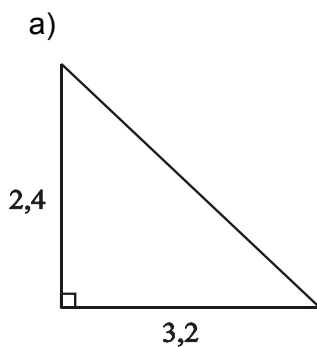
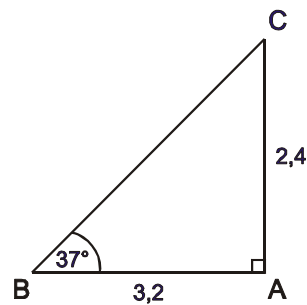


De acuerdo a este esquema, ¿cuál es el ancho del río?

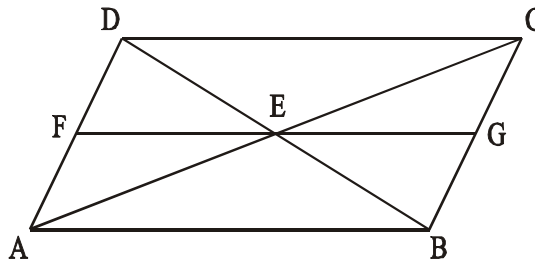
- a) 12 mts.
- b) 16 mts.
- c) 18 mts.
- d) 20 mts.

7. Dado el $\triangle ABC$

¿Cuál de los siguientes triángulos no es congruente con el $\triangle ABC$?

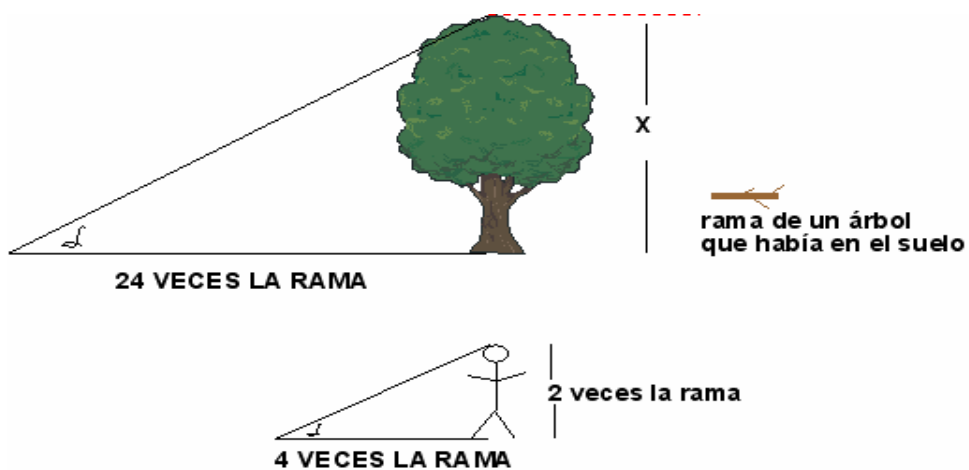


8. En la figura, ABCD es un paralelogramo.
 ¿Cuál de la siguientes alternativas representa una proposición que es siempre verdadera?



- a) $FE \cong GE$ b) $AE \cong DE$ c) $EC \cong EG$ d) $AD \cong DC$

9. Un grupo de alumnos del colegio Alcántara asiste con sus profesores de Educación Física a una caminata hacia Lo Caña. Uno de los profesores le pide a sus alumnos que estimen la altura de algún árbol que esté en este lugar usando una rama que mide aproximadamente 1 metro de longitud. Un grupo de alumnos aplicando lo estudiado realiza el siguiente esquema:



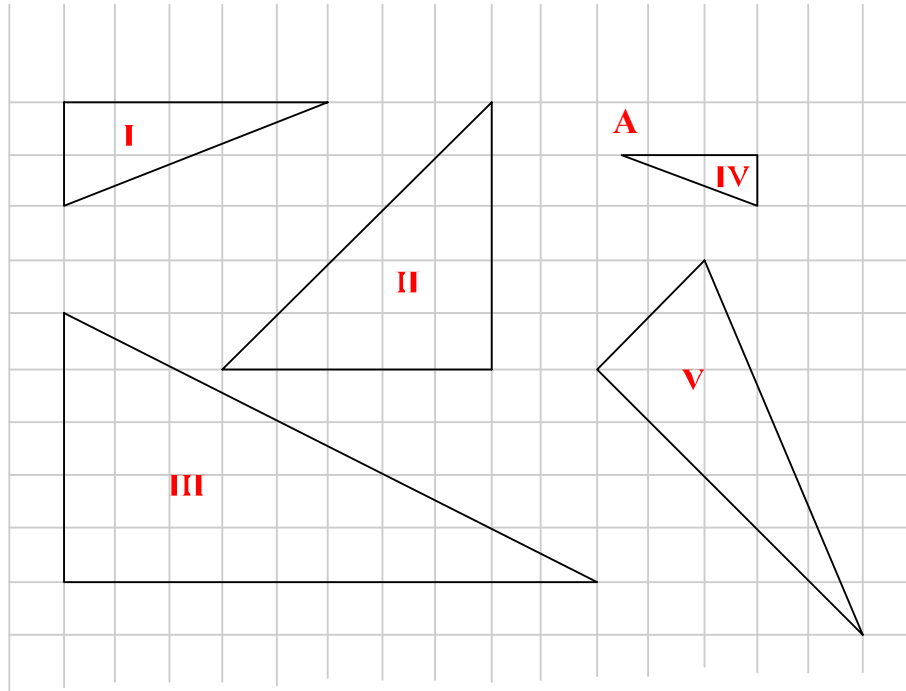
¿Cuál es la altura que ellos estimaron?

- a) 48 metros aproximadamente
 b) 24 metros aproximadamente
 c) 12 metros aproximadamente
 d) 9 metros aproximadamente

10. El lado de cada cuadradito mide 1 cm. donde A es punto medio del

cuadrado respectivo.

La alternativa que representa los triángulos semejantes al ΔI es:



- a) ΔII y ΔIII b) ΔIII y ΔIV c) ΔIV y ΔV d) ΔII y ΔIV

11 Si $(a+b)^2 = 80$ y $a^2 + b^2 = 60$, entonces el valor de $4ab$ es:

- A) 20
B) 30
C) 40
D) 50

12 Se sabe que $a^2 - \frac{1}{b^2} = 10$ y que $a - \frac{1}{b} = 5$, entonces el valor de $a + \frac{1}{b}$ es:

- A) 2
B) 3
C) 4
D) 6

13. Al lanzar cinco veces un dado se obtiene el número 5. La probabilidad de que salga

nuevamente el número 5 al lanzarlo otra vez es:

- a) 1 b) $3/4$ c) $1/3$ d) $1/6$

14. Sea a un número positivo. ¿Qué alternativa, de las que se presentan a continuación,

puede corresponder a la probabilidad de que un evento ocurra?

- a) $\frac{a}{a-1}$ b) $\frac{a^2+1}{a+1}$ c) $\frac{a}{a+1}$ d) $\frac{a+1}{a-1}$

15. Una urna contiene 5 bolitas negras y seis blancas. ¿Cuántas bolitas negras se debe agregar a la urna para que la probabilidad de extraer una bolita negra sea cuatro séptimos?

- a) 0 bolita negra
b) 1 bolita negra
c) 2 bolitas negras
d) 3 bolitas negras

Problema 1 En el curso de 32 alumnos 8 de ellos faltaron a clases.
¿Qué porcentaje asistió?

- A) 75% B) 25% C) 24% D) 0,25% E) 0,75%

Problema 2 $\frac{3^{-2} - 3^2}{3^2} =$

- A) -9 B) -2 C) 0 D) $-\frac{80}{81}$ E) $\frac{1}{9}$

Problema 3 Tres personas compraron carne; María compró las $\frac{7}{10}$ partes de un kilogramo, Lucía los $\frac{3}{4}$ de un kilogramo y Pedro las $\frac{4}{5}$ partes de un kilogramo.

¿Cuál(es) de las aseveraciones siguientes es(son) verdadera(s)?

- C) María compró más carne que Lucía.
CI) Pedro compró más carne que Lucía.
CII) María compró menos carne que Pedro.

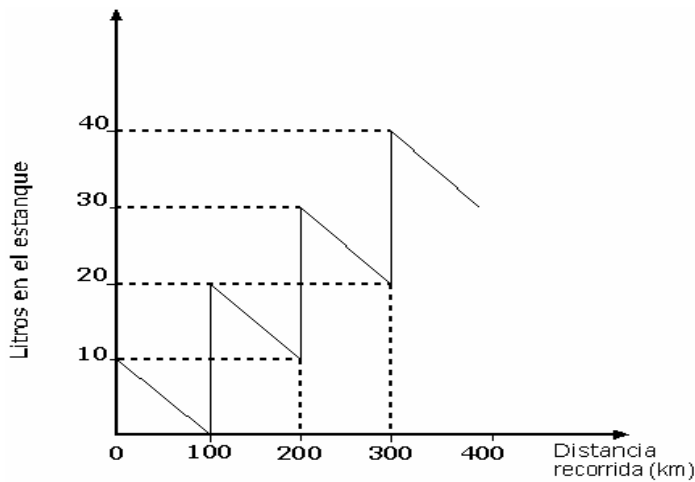
- A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III D) Sólo I y III E) Sólo II y III

Problema 4 ¿Qué resultado se obtiene al simplificar la expresión $\frac{a-1}{1-a}$

Para $a \neq 1$?

- A) 2
- B) 1
- C) 0
- D) -1
- E) No se puede simplificar

Problema 5 En la figura 1 se tiene un gráfico que muestra cómo varía la cantidad de bencina que hay en el estanque de una camioneta en un viaje por la carretera.
¿Cuál de las opciones entrega la mayor información correcta que se puede obtener del gráfico?



La camioneta se detuvo:

- A) Cuatro veces durante el recorrido para agregar bencina.
- B) Cada 100 kms para agregar más bencina al estanque.
- C) Cada 100 kms para agregar 20 litros de bencina cada vez.
- D) Seis veces durante el recorrido para agregar bencina.
- E) Cada vez que se acabó la bencina, para agregar 20, 30, y 40 litros, respectivamente.

Problema 6 Al desarrollar la expresión $(x - y^2)^2$ un alumno comete un error y da la siguiente respuesta: $x^2 - 2xy^2 - y^4$. El error está en el:

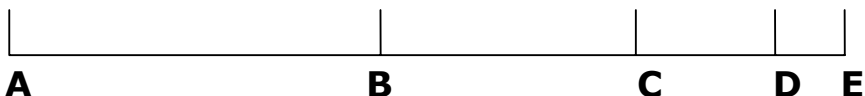
- A) Exponente del primer término.
- B) Signo del segundo término.
- C) Doble producto donde falta el exponente 2 en x.
- D) Exponente del tercer término.
- E) Signo del tercer término.

Problema 7 Si a y b son dos números positivos con $a > b$, el mayor de los

números $\frac{a}{b}; \frac{b}{a}; -\frac{a}{b}; -\frac{b}{a}$ es :

- A) $\frac{a}{b}$
- B) $\frac{b}{a}$
- C) $-\frac{a}{b}$
- D) $-\frac{b}{a}$
- E) Ninguna de las anteriores

Problema 8 Observa la figura:



En ella:

$$AB : BC = 2 : 1$$

$$BC : CD = 2 : 1$$

$$CD : DE = 2 : 1$$

¿Cuántos **DE** están contenidos en **AE**?

- A) 8
- B) 12
- C) 6
- D) 15
- E) Ninguna de las anteriores

Problema 9 Sea x un número real mayor que 6. Si $x^2 - 36$ representa el área de un rectángulo, siendo $x + 6$ uno de sus lados. El otro lado está dado en la alternativa:

- A) $x + 6$
- B) $\frac{x - 6}{x + 6}$
- C) $x - 6$
- D) $x^2 - 12x + 36$
- E) $x + 36$

Problema 10 Si $(a + b)^2 = 80$ y $a^2 + b^2 = 60$, entonces el valor de $4ab$ es:

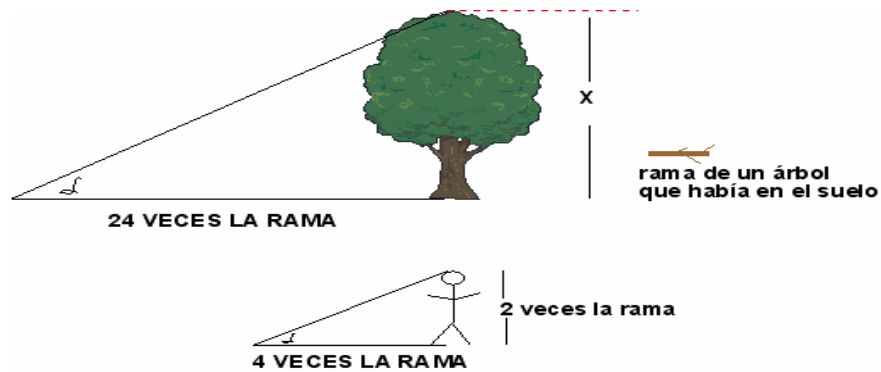
- A) 20
- B) 30
- C) 40
- D) 50
- E) otro valor

Problema 11 Se sabe que $a^2 - \frac{1}{b^2} = 10$ y que $a - \frac{1}{b} = 5$, entonces el valor de $a + \frac{1}{b}$ es:

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 6
- E) 0,5

Problema 12 Un grupo de alumnos del colegio Alcántara asiste con sus profesores de Educación Física a una caminata hacia Lo Caña. Uno de los profesores le pide a sus alumnos que estimen la altura de algún árbol que esté en este lugar usando una rama que mide aproximadamente 1 metro de longitud.

Un grupo de alumnos aplicando lo estudiado realiza el siguiente esquema:



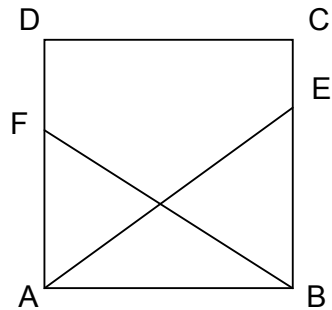
¿Cuál es la altura que ellos estimaron?

- a) 48 metros aproximadamente
- b) 24 metros aproximadamente
- c) 12 metros aproximadamente
- d) 9 metros aproximadamente
- e) 15 metros aproximadamente

Problema 13 El lado BC del cuadrado ABCD que muestra la figura mide b y se divide de manera que $CE : EB = 1 : 3$, mientras que el lado AD lo hace de

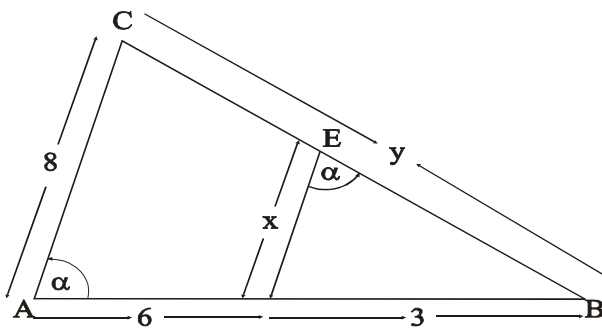
manera que $DF : FA = 1 : 2$. Si la intersección entre los segmentos AE y BF es G el área del triángulo ABG es:

- A) $\frac{2}{3}b^2$
- B) $\frac{1}{3}b^2$
- C) $\frac{2}{17}b^2$
- D) $\frac{3}{17}b^2$
- E) $\frac{2}{5}b^2$



Problema 14 El valor de $x \cdot y$ de acuerdo a los datos del $\triangle ABC$, donde $y=BC$ es:

- A) $\frac{8}{3}$
- B) $\frac{48}{3}$
- C) 24
- D) 42
- E) 12



Problema 15 Una urna contiene 5 bolitas negras y seis blancas. ¿Cuántas bolitas negras se debe agregar a la urna para que la probabilidad de extraer una bolita negra sea cuatro séptimos?

- A) 0 bolita negra
- B) 1 bolita negra
- C) 2 bolitas negras
- D) 3 bolitas negras
- E) 5 bolitas negras

La pregunta 1 la respondieron correctamente 6 alumnos
 La pregunta 2 la respondieron correctamente 6 alumnos

La pregunta 3 la respondieron correctamente 6 alumnos
La pregunta 4 la respondieron correctamente 6 alumnos
La pregunta 5 la respondieron correctamente 4 alumnos
La pregunta 6 la respondieron correctamente 6 alumnos
La pregunta 7 la respondieron correctamente 6 alumnos
La pregunta 8 la respondieron correctamente 6 alumnos
La pregunta 9 la respondieron correctamente 6 alumnos
La pregunta 10 la respondió correctamente 1 alumno
La pregunta 11 la respondió correctamente 1 alumno
La pregunta 12 la respondieron correctamente 4 alumnos
La pregunta 13 no la respondió correctamente ningún alumno
La pregunta 14 la respondieron correctamente 4 alumnos
La pregunta 15 la respondieron correctamente 6 alumnos

Este grupo de alumnos obtuvo un 76% de logros, lo que expresado en notas en la escala del 50% es 5,5.

Lo preocupante del resultado es que el problema 13 ningún alumno lo respondió, mientras que los problemas 11 y 12 lo respondió un solo alumno.

Investigador: ¿Qué les pareció la prueba?

D: Habían problemas que no pude sacar, me faltó tiempo.

C: Yo también, haber me parece que fue el problema 10 y 11..

B: El 13 estaba imposible, no me alcanzó el tiempo.

Investigador: Hagan de nuevo los problemas 10 y 11, tómense 10 minutos.

Investigador: Después de los 10 minutos hay dos alumnos que todavía no han resuelto los ejercicios. Les pregunto como lo hicieron.

I: El problema 11 es aplicar una suma por diferencia, eso es lo que había que darse cuenta, cuando lo vi por primera vez no me di cuenta de eso, ahí salió.

C: Yo también me di cuenta de eso, ahí salió.

D: Pero todavía no puedo hacer el problema 10, no se como hacerlo.

C: Yo lo hice con un sistema de ecuaciones , un poco largo pero me salió.

A: ¿Profe, hay alguna manera más rápida de hacer ese problema?

Investigador: Les doy una explicación verbal:

Desarrollen el cuadrado de binomio que tienen, a continuación reemplacen el valor de la suma de los cuadrados de a y b , eso les da a por b ...

C: Mejor profe, tiene el valor de $2ab$ y como le piden $4ab$ está listo, ¡qué fácil!, Sabe profe es que este de ejercicios no nos han hecho nunca hacemos puros ejercicios mecánicos o de aplicación simple, si seguimos así en la PSU no nos vamos a sacar el puntaje que necesitamos.

I: ¿Ve? Estamos perjudicados, si hiciéramos ejercicios que nos hicieran pensar un poco más nos iría bien en la PSU.

Investigador: Ahora resuelvan el problema que nadie sacó, ese problema salió en la prueba del año 2003, es importante que lo resuelvan. Les doy 15 minutos. Observo a los alumnos mientras intentan infructuosamente de resolver el problema, están muy concentrados mientras trabajan en el problema y han pasado más de 45 minutos y ninguno de los alumnos ha resuelto el problema.

I: ¿Sabe profe?, no podemos, yo voy a seguir intentándolo en la casa.

C: No se me ocurre, esta es una situación nueva pa` mi y realmente no se como hacerlo, usted debe pensar que tenemos metas altas pa` entrar a la universidad y no siquiera sabemos resolver este tipo de problemas, estamos mal preparados.

B: Denos una pista.

Investigador: Hay dos maneras al menos que pueden emplear para resolverlo, en la primera utilicen un sistema de semejanzas, en la segunda saquen las

ecuaciones de las rectas involucradas y después resuelvan el sistema que les queda.

A: ¿Cuánto tiempo se demora usted?

Investigador: Para que un problema sea aprobado por la comisión que construye la prueba éste debe ser sometido a revisión y el equipo que la realiza no puede demorarse más de 30 segundos en resolver cada problema. En este ejercicio me demoré en resolverlo menos de 30 segundos; pero hay que tomar en cuenta que yo soy un matemático y es natural que problemas de enseñanza media no me presenten dificultad alguna, lo importante es saber que conceptos aplicar a la hora de resolver un problema, y si es más de uno, como relacionarlos para resolverlo.

Intenten resolver el problema en su casa detectando los conceptos involucrados que ya les dije como primer paso, en general yo diría que hay que tener paciencia cuando uno se enfrenta a situaciones nuevas, pero ustedes van a poder resolverlo, estoy seguro.

Ahora me gustaría que efectuarán la siguiente demostración :

Demuestren que $\sqrt{x^2 + 6x + 9}$ es un número real para cualquier valor de x .

Los alumnos miran el problema y la primera reacción que tienen es la de dar valores a x y ver que para ese valor la expresión que está dentro de la raíz es mayor que cero.

C: Profe, he metido varios valores de x y siempre me da positivo.

Investigador: Pero esa no es una demostración, lo que estás haciendo es comprobar que para esos valores de x la expresión es positiva, pero nada más. Si ocuparas ese método tendrías que estar probando con todos los números reales que existen, pero no terminarías nunca porque son infinitos. Cuando se hace una demostración no se trabaja con números que son constantes, se trabaja con letras que son variables que representan generalidades.

D: Que yo me acuerde, nunca hemos hecho algo parecido en clases..

C: Es la primera vez que escucho algo semejante.

Investigador: ¿Pero cuando ustedes trabajaron con la ecuación de segundo grado el profesor no se las resolvió ?

A: Claro, nos mostró la fórmula del discriminante y nos dijo que es la que teníamos que aplicar pa` resolver las ecuaciones de segundo grado, resolvimos algunas y después nos dio una guía de cómo 200 ejercicios con ecuaciones de segundo grado, donde teníamos que utilizar la fórmula cada vez que resolvíamos una ecuación, siempre es lo mismo.

B: Yo pensé que eso era resolver la ecuación.

Investigador: Lo que les he preguntado es si el profesor o ustedes resolvieron la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, nada más.

I: Claro, con la fórmula

Investigador: Pero resolver $ax^2 + bx + c = 0$ significa obtener la fórmula.

C: Ahora entiendo, lo que usted nos pregunta es si el profe o nosotros hemos demostrado la fórmula, ¿verdad?

Investigador: Así es.

No responden los alumnos.

Investigador: ¿Por qué no lo intentan?

Los alumnos se toman un tiempo, y al igual que en el caso de la demostración anterior el resultado es negativo.

Les digo que en el primero de los casos para que $\sqrt{x^2 + 6x + 9}$ sea real para todo valor de x , la expresión que está dentro de la raíz debe ser mayor o igual que cero, pero esto siempre es así debido a que $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 \geq 0$

C: Ahora entiendo, o sea que lo único que teníamos que hacer era acordarnos del binomio al cuadrado.

B: Coni, pero no es tan fácil, se te tiene que ocurrir, y eso es lo difícil, que se te ocurra, aunque sea muy fácil.

I: La matemática es eso, creo yo, que te ocurra, porque estay ante una situación que no hay resuelto y ¿cómo lo haces, cómo se te ocurre?

D: O sea que nosotros no hacemos matemática, porque nunca nos enfrentamos a situaciones nuevas, nunca tenemos que demostrar nada, las cosas son porque sí..

C: Lo que nos hacen hacer es sólo ocupar fórmulas, nada más, entonces no nos hacen matemática.

B: Nunca nos han hecho entonces, y los perjudicados somos nosotros.

Investigador: Lo importante es que ahora tienen clara sus situaciones con respecto a matemática.

Intenten demostrar la fórmula de la ecuación cuadrática.

C: Trataremos de demostrarla en la casa, después les contamos profe.

Focal con alumnos de nivel alto en matemática del primero medio

Investigador: ¿Por qué les gusta la matemática?

C: Es como entretenida, tratar de sacar la x es emocionante (sacar la incógnita en una situación problemática es emocionante).

N: En matemática se puede comprobar las cosas, en química, en biología es más difícil.

Fa: Se puede comprobar, pero no observar.

H: A simple vista no.

S: Es un desafío sacar problemas.

Fa: Es como algo que uno quiere resolver si o si.

H: Una se siente realizada al resolverlo.

F: Es como una de las bases del conocimiento, de lo que se deriva todo lo demás, el lenguaje también.

Investigador: ¿Qué les molesta de la clase de matemática?

Fa: Me molesta cuando me dan 200 ejercicios.

N: Cuando es mecánica, cuando es lo mismo.

C: Una se aburre.

F: Ejercicio largo y resultado cero, mecánico.

A mi me gusta eso de la letra, me gusta más que lo otro, que la geometría, como la diferencia de cubos (le gusta la manipulación algebraica).

N: Yo no le encuentro mucha aplicación al álgebra.

S: La base de la matemática es el álgebra, siempre se llega a una ecuación.

F: La Natalia tiene filling (empatía) con los alumnos, la tía Bárbara no.

H: Me gustaba como enseñaba (Natalia que es la profesora de matemática de los primeros medios está con prenatal).

Investigador: ¿Qué opinan de la JEC?

S: Salimos súper tarde, llego tarde a la casa y lo que pasa es que nos dicen tienen que estudiar todo el día, los últimos bloques no quiero hacer nada.

F: El nivel académico crecería más si fuera media jornada.

H: No nos alcanza el tiempo, no hablamos nunca con la familia, pasamos todo el rato estudiando.

Fa: Física nos toca a la última hora...

H: El profe explica bien, pero estamos todos agotados a esta hora.

F: Se sabe que no se puede reorganizar los horarios (el colegio ofrece una determinada cantidad de horas que en el caso de las asignaturas más importantes como matemática o lenguaje es mayor al que ofrecen otros colegios. Debido a esa mayor cantidad de horas y a lo pequeño que es el colegio, que tiene una población de 700 alumnos, es complejo estructurar un horario en el que las horas de estos ramos queden solamente en la mañana).

Fa: Voto por la media jornada, no almorzamos bien nunca, en cambio si se llegase a la casa se comería bien, podemos terminar las tareas, es menos estresante.

H: Estamos agotados y ahora se nos viene todas las pruebas.

F: Las pruebas de nivel están bien, pero tienen que hacerlo en otro tiempo, no ahora.

N: El problema de la JEC es una solución rápida a un problema muy grande.

F: La función de la JEC es que los niños no estén en la calle.

N: Uno está todo el día durmiendo poco.

H: No hay comunicación con la familia.

Investigador: ¿Qué propuesta tienen para la tarde si los ramos se impartieran sólo en la mañana?

Fa: Podría ser una hora para hacer trabajos y la otra para hacer actividades.

Investigador: ¿Qué tipo de actividades?

Fa: Deportivas, recreativas, artísticas, de reforzamiento de algunas materia más difíciles, o que a uno le cueste más.

F: El problema es que no resulta...

S: La mayoría no va a los talleres, lo usan para hacer trabajos.

C: Si alguien nunca hace las tareas, aunque den la hora pa` hacer tareas en el colegio no las ocuparían.

Investigador: ¿Cuál es la postura de ustedes respecto a la copia?

H: En matemática no se puede copiar porque no le entiendo al del lado.

Fa: Las pruebas deberían de ser en parejas.

H: En parejas equitativas.

F: Las matemáticas son un complemento.

Investigador: No entiendo bien tu idea.

F: Lo que pasa es que lo que uno no entiende lo entiendo otro compañero, entre dos es más fácil el entendimiento, ¿me entiende?

S: Cuando hacía los ejercicios con el Fabián siempre me salían bien.

N: Igual no mucho porque uno no desarrolla todas las aptitudes.

H: No podría hacer una prueba en parejas, en otros ramos si se puede hacer de a dos una prueba.

F: No conviene copiar, no tiene sentido.

H: La PSU es lo importante.

F: Ahí uno no puede copiar.

S: Copiar se puede pero no sirve de nada.

Investigador: ¿Por qué?

S: Porque uno se engaña a sí mismo, cuando copias estas colocando en la prueba el conocimiento de otro, no el tuyo.

Fa: En matemática nunca he copiado.

N: Tiene que ver con los valores.

Diagnóstico del investigador sobre el nivel de matemática que tienen estos alumnos

Para detectar el nivel que tienen estos alumnos se trabajará en :

- a) El nivel que tienen para relacionar más de un concepto matemático.
- b) El nivel que tienen para aplicar conceptos matemáticos.
- c) El nivel de PSU que tienen de acuerdo a las materias pasadas.
- g) El nivel que tienen al enfrentarse a situaciones matemáticas nuevas.
- h) El nivel que tienen para demostrar fórmulas matemáticas.

c)

A los alumnos se les va colocando diferentes problemas de nivel de primero medio de PSU y se les da 2 minutos para que contesten.

Problema 1 En el curso de 32 alumnos 8 de ellos faltaron a clases.

¿Qué porcentaje asistió?

- A) 75% B) 25% C) 24% D) 0,25% E) 0,75%

Investigador: Los alumnos no presentan problemas y unánimemente responden la alternativa correcta.

Problema 2 $\frac{3^{-2} - 3^2}{3^2} =$

- A) -9 B) -2 C) 0 D) $\frac{-80}{81}$ E) $\frac{1}{9}$

Investigador: Los alumnos no presentan problemas y unánimemente responden la alternativa correcta.

Problema 3 El cuadrado de $-3m^3$ es

- A) $-9m^6$ B) $9m^6$ C) $9m^3$ D) $-9m^9$ E) $9m^9$

Investigador: De nuevo los alumnos no presentan problemas y unánimemente responden la alternativa correcta.

Problema 4 Tres personas compraron carne; María compró las $\frac{7}{10}$ partes de un kilogramo, Lucía los $\frac{3}{4}$ de un kilogramo y Pedro las $\frac{4}{5}$ partes de un kilogramo.

¿Cuál(es) de las aseveraciones siguientes es(son) verdadera(s)?

- CI) María compró más carne que Lucía.
CIV) Pedro compró más carne que Lucía.
CV) María compró menos carne que Pedro.

- A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III D) Sólo I y III E) Sólo II y III

Investigador: Otra vez los alumnos no presentan problemas y unánimemente responden la alternativa correcta.

Problema 5 A una fiesta asistieron 56 personas. Si había 4 mujeres por cada 3 hombres. ¿Cuántas mujeres asistieron a la fiesta?

- A) 8
B) 21
C) 24
D) 28
E) 32

Investigador: Los alumnos unánimemente responden la alternativa correcta.

Problema 6 Manuela compró una cámara fotográfica que tenía un descuento del 20% y pagó por ella \$36.000.

¿Cuál era el precio de la cámara antes del descuento?

- A) \$28.800
B) \$30.000
C) \$43.200
D) \$45.000
E) \$ 60.000

Investigador: Los alumnos de nuevo unánimemente responden la alternativa correcta.

Problema 8 Si h hombres pueden fabricar 50 artículos en un día.

¿Cuántos hombres se necesitan para fabricar x artículos en un día?

- A) $\frac{hx}{50}$ B) $\frac{50x}{h}$ C) $\frac{x}{50h}$ D) $\frac{h}{50x}$ E) Ninguno de los anteriores

Investigador: Uno de los alumnos se equivoca en marcar la alternativa correcta que es la A). La razón que da es que se equivocó en la resolución de la ecuación, pero que el problema es sacable.

Problema 9 En la figura 1 se tiene un gráfico que muestra cómo varía la cantidad de bencina que hay en el estanque de una camioneta en un viaje por la carretera.

¿Cuál de las opciones entrega la mayor información correcta que se puede obtener del gráfico?

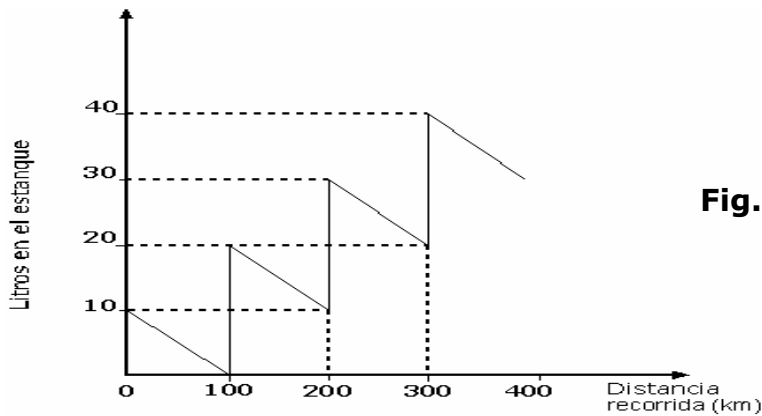


Fig. 1

La camioneta se detuvo:

- A) Cuatro veces durante el recorrido para agregar bencina.
- B) Cada 100 kms para agregar más bencina al estanque.
- C) Cada 100 kms para agregar 20 litros de bencina cada vez.
- D) Seis veces durante el recorrido para agregar bencina.
- E) Cada vez que se acabó la bencina, para agregar 20, 30, y 40 litros, respectivamente.

Investigador: Solamente tres alumnos respondieron acertadamente el problema. Pregunto la razón por la que el resto no pudo sacar el problema.

C: Me faltó tiempo.

S: Me costó, creo que mirándolo más detenidamente sale.

N: Lo tenía, pero me equivoque al final.

Problema 10 ¿Cuál es el valor de x en la ecuación $4 - 2x = -6$?

- A) -5
- B) -1
- C) 1
- D) 5
- E) 7

Investigador: Los alumnos unánimemente responden la alternativa correcta, manifestando que el problema es muy simple.

Problema 11 ¿Cuál de las siguientes ecuaciones **NO** es equivalente a la ecuación $0,03x = 5,2$?

- A) $0,03x = \frac{26}{5}$
- B) $3x = 5,2 \cdot 10^{-2}$
- C) $\frac{3}{100}x = 5\frac{1}{5}$
- D) $\frac{3}{100}x = 5,2$
- E) $3 \cdot 10^{-2}x = 5,2$

Investigador: Cuatro alumnos responden acertadamente, el resto manifiesta que pensaron que preguntaban por equivalente, no leyeron bien.

Problema 12 ¿Qué resultado se obtiene al simplificar la expresión $\frac{a-1}{1-a}$

Para $a \neq 1$?

- A) 2
- B) 1
- C) 0
- D) -1
- E) No se puede simplificar

Investigador: La mitad de los alumnos responde acertadamente. Pregunto a los alumnos que respondieron equivocadamente el por qué de ello.

F: No se me ocurre, el numerador se parece al denominador pero no se qué hacer con eso.

S: Igual que la Francisca no se que hacer, no encuentro la conexión entre el numerador y el denominador.

N: Lo mire y altiro puse 1, creo que me precipite. ¿Cómo lo hiciste Fabián?

Fa: Lo que pasa es que $1-a$ es lo opuesto de $a-1$, por eso me dio -1 .

Problema 13 ¿Cuál de las siguientes expresiones es equivalente a

$$(m+n)^2 - 4mn ?$$

- A) $(m-n)^2$
- B) $m^2 + n^2 - 2$
- C) $m^2 - 4mn + n^2$
- D) $m^2 - mn + n^2$
- E) $m^2 - 2mn + 2n^2$

Investigador: Los alumnos de nuevo unánimemente responden la alternativa correcta.

Problema 14 Si $(a+b)^2 = 80$ y $a^2 + b^2 = 60$, entonces el valor de $4ab$ es:

- A) 20
- B) 30
- C) 40
- D) 50
- E) otro valor

Investigador: Sólo uno de los alumnos responde acertadamente el problema. Les pregunto al resto de los alumnos que les pasó, por qué no pudieron resolver el problema.

F: Traté de hacerlo pero no pude, no cacho como hacerlo.

N: No se, es como raro, ¿cómo lo hiciste Fabián?

Fa: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ y después reemplace $a^2 + b^2$

F: Tenis razón, porque te queda que $2ab = 20$ y listo.

N: Tenis razón, era fácil.

Problema 15 Se sabe que $a^2 - \frac{1}{b^2} = 10$ y que $a - \frac{1}{b} = 5$, entonces el valor de

$a + \frac{1}{b}$ es:

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 6
- E) 0,5

Investigador: Sólo uno de los alumnos responde acertadamente el problema, el mismo que respondió el problema anterior.

Les pregunto al resto de los alumnos que les pasó, por qué no pudieron resolver el problema.

F: Ahora si puedo hacerlo, porque con la explicación del problema anterior es fácil, hay que reemplazar solamente.

S: Pero antes tenis que desarrollar la suma por diferencia.

F: Obvio, se da por sentado, tenis entonces que 5 por algo es 10, o sea 2.

e)

Investigador: Quiero ahora que hagan la siguiente demostración.

Utilizando $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ demuestren que $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Investigador: Vuelvo después de 15 minutos y los alumnos todavía no han hecho la demostración, más aún, veo que algunos que están haciendo otras actividades.

F: No se como hacerla.

Fa: Me ganó, lo que pasa es que no se hacer demostraciones, nunca he hecho una.

M: No he podido, igual hemos hecho algunas demostraciones pero pocas, no tengo práctica.

Fa: Profe, ¿cómo se hace?

Investigador: Los voy a orientar.

Como $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, entonces $(a - b)^2 = (a + (-b))^2 =$

Después de un tiempo breve les pregunto si ahora pueden hacer la demostración, les digo que utilicen una variable auxiliar.

Fa: ¿c por $-b$?, ahí si, está claro.

H: ¿por qué?

Fa: Mira $(a + c)^2 = a^2 + 2ac + c^2$ y ahora reemplaza c por $-b$

H: A, claro, está listo, ahora si.

Focal con alumnos de nivel medio de terceros medios

Investigador: ¿Qué piensan de los profesores de matemática?

B: Les cuesta tener espíritu de superación, porque los profes son estructurados.

I: Los profes suponen que uno tiene que saber, pero no explican.

C: Como que lo dan a resolver, complete la oración.

M: Me reta si uno no sabe.

B: Nadie se cuestiona que es lo que está pasando (los profesores pasan la materia y los alumnos no se cuestionan lo que están aprendiendo).

I: Los profes nos pueden sermonear por lo que no hacemos, pero no nos explican las consecuencias de nuestras acciones.

B: Uno no se cuestiona la realidad.

I: Mis papas me presionan pa` que estudie, pero no me ayudan.

C: Falta la base, es mala, porque no he sido bueno pa` leer, hay otros alumnos que si lo hacen porque hay un incentivo en la casa.

M: En el colegio y en todas partes te obligan a ser estructurado.
No tenemos conciencia de la importancia del estudio.

D: Hay una inercia, uno termina haciendo las cosas porque sí, no hay una persona que nos esté guiando.

M: En vez de enseñarnos a cuestionarnos las cosas, nos dicen que tenemos que hacer las cosas porque es así.

I: El profe me dice que tengo que hacer las cosas como el quiere no de manera más sencilla.

M: En la casa me obligan a hacer las cosas, me castigan si me va mal.

S: Mi viejo me decía que no importaba la nota, lo importante es aprender, pero no lo pescaba mucho.

I: Mi papá me dice que no estudiaste lo suficiente, es la frase.

D: Me mato estudiando y mi mamá no está conforme.

I: Mi mamá me dice que si me quedo estudiando es porque soy floja.

C: A mis papás sólo les interesa la nota, no la PSU, no nuestro futuro.

I: Los profes comparan siempre los cursos, hubo una vez un ensayo de PSU y fue el promedio más bajo, y los profes lo dicen.

D: Al alumno se le mira mucho por la nota, por la presencia, no por lo que podamos desarrollar.

Nunca se le da importancia a los electivos artísticos, solamente a los matemáticos a los científicos.

Investigador: ¿Podrías explicitar más tu argumento anterior?

D: Lo que pasa, es que una por no ser buena pa` las matemáticas o los ramos científicos no es menos, o sea, nosotros también tenemos talentos, aptitudes, pero no necesariamente científicos. En mi caso soy buena pa` las cosas artísticas y puedo hacer cosas importantes, pero pa` los profes eso no es importante.

Investigador: ¿Cómo les gustaría que fuera la JEC?

D: Hasta la una clases y después actividades específicas.

S: Que hallan actividades más interactivas.

D: Estoy buscando talleres fuera, debieran estar en el colegio.

B: Si tuviéramos talleres de PSU podríamos prepararla en el colegio, en la casa no sacamos nada porque no tenemos quién nos ayude.

C: Los tiempos son mal empleados en el colegio, los tiempos debieran ocuparse mejor. Religión es un tiempo perdido, debieran orientarnos, por ejemplo, respecto a las carreras (en el horario de religión se debería orientar a los alumnos respecto de carreras que los alumnos puedan estudiar en la universidad).

Investigador: ¿Copian ustedes, y si lo hacen, cuál es el motivo?

M: Copiamos de repente. Hay profesores fáciles de copiar.

B: Copiamos por presión, porque si sacamos mala nota me castigan, si repetimos es la vergüenza.

I: A los padres lo que les interesa es la nota, uno se saca buenas notas para complacerlos a ellos.

Investigador: ¿Y qué tiene que ver con la copia lo que acabas de decir?

I: Como a los papás les interesa solamente la nota, entonces hay que sacarlas de alguna manera, copiando si es que uno no sabe la respuesta o no está seguro.

D: Los hechos demuestran que hay que sacarse una nota, porque eso es lo importante, el sistema es así.

S: Copio porque igual estudio y justo hay algo que no estudié, y pa` no bajar la nota copio.

Focal con alumnos de segundo medio de nivel medio

Investigador: ¿Qué opinan de la enseñanza de la matemática en los segundos medios?

C: Cuando se enseñan cosas difíciles aburren, hacer guías es aburrido, hacer lo mismo es aburrido.

D: La hora influye mucho, si la ponen temprano, mal, si la ponen después de almuerzo mal.

Investigador: ¿Qué hora crees entonces que es la adecuada para la clase de matemática?

D: El segundo bloque, porque es como la mejor hora, en la tarde da sueño y la primera hora una también tiene sueño, como una se acuesta tarde.

I: Lo bueno sería que no nos toquen dos clases seguidas de matemática porque uno se aburre 4 horas haciendo lo mismo, escribiendo, etc.

Investigador: ¿Cuál es la relación que tienen con la profesora de matemática?
(La profesora de matemática tenía una relación conflictiva con los alumnos de los segundos medios, sobre todos con estudiantes que presentaban dificultades en el aprendizaje de la matemática).

M: Al principio me llevaba mal con la profe, pero después habló con los apoderados y cambio caleta, 100%.

Investigador: ¿Hace cuánto tiempo que la profesora se reunió con los apoderados y cuál fue el motivo de la reunión?

D: Hace como un mes que la profe se reunió con los apoderados para solucionar los problemas que se presentaron en el curso.

Investigador: ¿Qué tipo de problemas?

D: Había muchos problemas en el curso, la profe se enojaba por todo y el ambiente era malo.

S: La profe se enojaba cuando no entendíamos, sobre todo cuando mis compañeros que más les cuesta preguntaban y la profe les decía que la materia era de primero medio, de octavo y que no tenía por qué volver a explicar.

M: Hubo muchos reclamos y la cosa no daba pa` más, así que tuvieron que hacer una reunión pa` limar asperezas.

I: Como que antes de la reunión nadie le entendía y después cambio caleta, está más preocupada de los alumnos.

S: La profe tiene más disposición pa` explicar.

Teníamos una barrera con ello pero al hablar cambió la situación, pero por parte de los estudiantes y la profe.

M: También nosotros tuvimos que poner de nuestra parte.

Investigador: ¿Esta mejora en la relación profesora alumno ha influido en el aprendizaje de las materias que ahora están tratando en matemática?

M: Ha influido positivamente porque ahora hay una mejor disposición a aprender por parte de nosotros y también se nota por parte de la profe.

I: Por lo menos la profe ahora explica más cuando uno le pregunta y no se enoja como antes.

S: No hay descalificaciones como había antes, antes nos concentrábamos mucho en eso, ahora en cambio estamos más preocupados por poner atención, hay mejor ambiente en la clase.

Investigador: ¿Qué opinan de la JEC?

C: Estamos acostumbrados a la JEC (el colegio desde que empezó a funcionar ha tenido clases hasta las 5 de la tarde, y estos alumnos en su mayoría están desde kinder en el colegio).

A: Creo que matemática debieran estar antes del almuerzo.

I: En la tarde nos gustaría arte, deporte, música, talleres de literatura, de preparación para la universidad.

A: me faltan dos años pa` la PSU y me gustaría tener talleres pa` reforzar lo que no se.

D: Me gustaría que hubiesen talleres pa` reforzar pero no todos los días, podría ser tres días reforzamiento y un día de deporte.

C: Si los talleres son optativos mejor me voy pa` la casa, porque uno es flojo.

S: Salir todos los días a las cinco es estresante....

M: No salgo los días de semana a la calle pues no alcanzo, no hay vida social.

I: Por teléfono si.

Investigador: Ustedes sienten que no sacan nada con estudiar porque igual les va a ir mal en las pruebas.

La respuesta es unánime, no sentimos eso.

Investigador: Por lo tanto cuando ustedes estudian ¿les va bien en las pruebas?

S: No nos va tan bien, pero si bien.

Investigador: Ustedes necesitan estudiar para las pruebas ¿o les basta con poner atención en la clase?

A: Yo por lo menos necesito estudiar, en la clase capto como la mitad, necesito estudiar pa` que me vaya bien.

D: A la Camila y al Alejandro les basta con poner atención en la clase, a nosotros no, tenemos que estudiar, ellos son secos pa` la matemática, siempre tienen puros sietes.

Investigador: ¿Qué opinan de la copia, ustedes copian en las pruebas de matemática?

A: Copio pero no en todos los ramos, copio en ingles, en matemática yo no copio porque se pide desarrollo.

I: Casi nadie copia, en el primer semestre copié en probabilidades porque costaba mucho.

S: Si no hay desarrollo en las pruebas de matemática el problema está malo, por lo que es difícil copiar, ¿Cómo copio el desarrollo?, es muy difícil.

Focal a alumnos de nivel alto de segundo medio

Investigador: ¿Por qué les va bien en matemática?

I: Porque me gusta.

G: Porque me gusta y lo encuentro entretenido. Me gusta calcular, pero si el problema es difícil me cuesta.

A: Prefiero problemas difíciles, los fáciles te pueden ayudar pero no como uno difícil.

J: Me gusta ciertas cosas, las que entiendo me gustan y las que no me aburren. Me gusta más geometría que álgebra.

M: Es lo mismo que dijo la J, si me explica puedo hacerlo, sino me aburro, tengo un vacío y no los puedo sacar, si me falta alguna materia no puedo seguir (la falta de conceptos matemáticos impiden avanzar en la resolución de problemas).

G: En trigonometría estamos perdidos (la falta de conceptos trigonométricos impide avanzar, más que en otras materias, porque son conceptos más específicos).

I: Me gustan los retos, no me gustan los ejercicios que no tienen que ver con la vida, me gustan los que tienen que ver con la vida. Pa` qué me va a servir $2+2$ por si sólo, interesa la aplicación.

A: Todos los ejercicios son de pizarra, ponen $3^2 \cdot 4$, y te dejan ahí, esta forma de hacerlo no te dan la aplicación.

M: Lo importante es la aplicabilidad, pa` que tenga valor cuando tenga que enfrentarse a algún problema.

Uno no lo disfruta si no sabe pa` que va a servir después, estar estudiando por estudiar, na` que ver.

G: La mayoría estudian porque los papas lo obligan o porque necesitan sacar el cuarto medio, no por descubrir horizontes.

Investigador: Pero algún tipo de aplicación deben realizar los profesores de matemática?

A: No se aplica, creo que los profes son demasiados teóricos, si se pregunta una variación no lo explican, se basan en las fórmulas y es así porque sí (no hay explicación más allá de la presentación de las fórmulas).

M: Este ejercicio se hace de esta forma y de esta forma, el Pardo dijo que había que hacerlo de esa forma, había que entregar otra forma (el alumno piensa que el profesor debe dar más de una forma para resolver las situaciones problemáticas).

I: Lo importante es llegar al resultado, no importa la forma que sea (el alumno piensa que los profesores no deben exigir la forma que ellos enseñaron para resolver los problemas, si el problema es resuelto por el alumno por un método o una forma que el profesor no ha enseñado el ejercicio debe ser considerado correcto, porque lo importante es que el problema se ha resuelto).

Investigador: ¿Por qué razón se originan los conflictos?

N: Capellini a nosotros nos explica de la mejor forma, pero a los que no entienden no los ayuda, a nosotros si, porque entendemos (el profesor dirige la clase hacia un segmento de los alumnos, que son los que entienden la explicación que el da, los alumnos que no entienden por la forma que explica quedan excluidos de su ayuda).

M: El profe igual está aburrido porque hacen desorden (los alumnos excluidos hacen desorden en la clase).

A: En el curso están los que entienden, los que tratan de entender, en los que no entienden hay más problemas.

Los que se esfuerzan sino tienen un apoyo se rinden, si el profe no me apoya pa` que sirve, se sienten como frustrados (desesperanza aprendida).

Investigador: ¿Qué opinión tienen de la JEC?

No sirve, no porque halle que estar todo el día sea malo, porque hay clases que están mal aprovechadas, están perdidas.

Es mal aprovechado ese tiempo.

Si saliéramos temprano podríamos hacer talleres.

I: UTP dijo que van a poner horas de historia, ¿de qué va a servir?

Podríamos ocupar esas horas en cosas más importantes.

A: Tenemos pruebas, trabajos, por ejemplo, en tecnología se quedan pegado mucho tiempo en lo mismo, en música lo mismo, si está el plan artístico, se van al plan artístico los que quieren (el tiempo debe ser ocupado en lo que a los alumnos les interesa: pruebas, trabajos, trabajando de manera eficiente).

I: La mayoría tiene que seguir estudiando en la casa.

J: La horas deben aprovecharse, aquí no se aprovechan, se pierden.

M: Debiera tomarse el ejemplo del liceo 1, en esos colegios salen temprano, a esos alumnos les va bien.

A: Además las horas están mal repartidas, algunas están cortadas(las horas son de 45 minutos y los bloques de 90 minutos, cuando en un bloque toca una hora de un ramo y una hora con otro ramo, entonces los 45 minutos se convierten a veces en 30 minutos, debido a que hay que esperar que llegue el otro profesor, se pierde tiempo).

G: Colocaríamos las horas más pesadas al principio(en la mañana).

A: En la tarde hacer talleres.

G: Talleres de computación.

A: Buenos talleres.

I: En la lista estaba taller de ciencias y no se hizo nunca.

A: Que después en la tarde se hagan talleres de reforzamiento.

M: Tenemos ahora la coeficiente 2, igual es agotador, están todos los profes bombardeándonos con materia.

A: Necesito descansar un poco.

D: Las horas de educación física no son constantes, uno hace ejercicios 15 minutos y después hay mucho descanso.

G: En religión se hace un trabajo que es pa` lenguaje y en el fondo es pa` rellenar.

I: Nos metieron la chiva que íbamos a hacer un trabajo para lenguaje y ahora hay uno que va pa` filosofía y la nota no fue. Son pa` inflar las notas.

Investigador: Por qué razón creen ustedes que se produce la copia?

A: Porque uno se siente inseguro con lo que sabe.

D: Pa` los alumnos que les va mal sacar un 4 es como sacar un 7.

I: Es como si te estuvieran robando los conocimientos.

A: Los que van copiando se acostumbran, como le va mejor que a mi; no entienden que copiar es peor pa` ellos.

No toman sus conocimientos, no saben en que están fallando, después que es lo que hacen.

G: Va a llegar un momento en que no van a poder copiar, nadie se conoce la PSU y a quien le van a copiar.

J: En la materia que no entiendo copio, pero en las otras no, en matemática nunca.

M: No sabría como copiar.

J: Las pruebas debieran ser todo de desarrollo.

A: Siempre los profes exigen desarrollo, pero al final terminan corrigiendo las alternativas, los alumnos se dan cuenta de eso(en general los profesores hacen pruebas con alternativas, pero saben que estas pruebas tienen el riesgo de producir una copia fácil, por ese motivo es que les dicen a los alumnos que sólo se tomarán en cuenta las respuestas que tengan desarrollo. Pero en la práctica al profesor le interesa tener la nota lo más rápido posible, por lo que corrige solamente las alternativas, dejando de lado la lectura del desarrollo de cada pregunta; los alumnos se dan cuenta de esto, porque muchas veces colocan un desarrollo por cumplir, pero con la alternativa copiada y que es correcta, el resultado: la pregunta está buena independiente del desarrollo).

G: Lo que menos miran es el desarrollo.

Focal con alumnos de tercero medio de nivel bajo en matemática

Investigador: ¿Por qué les va mal en matemática?

J: Me cuesta estudiar matemáticas, cuando veo un cuaderno me desmotivo, no me dan ganas de estudiar solo, tengo que estar con otra persona. Si presto atención en clases entiendo al tiro, me cuesta estudiar.

E: Cuando me explica sólo, entiendo, precisa que los profes que todos vamos en un nivel, y de repente quedo colgado, me enseñan mis compañeros y entiendo, el profesor adelante nada. Los profes me tienen mala.

Investigador: No me quedó claro tu postura..

E: Lo que quiero decir, es que cuando alguien me explica sólo a mi, entiendo. Después quiero decir que los profes piensan que todos vamos a un mismo nivel y no es cierto porque estoy tratando de entender y quedo colgado, los profes, como no entiendo me tienen mala.

J: Al Vidal le entiendo más, ves que eme dedico a leer en clases entiendo nada, pero al contrario si.

M: La matemática nunca me ha gustado, no me dan ganas de estudiar, hacer algo obligado es incómodo.

Al profe Pardo le entendí algo, me desmotiva porque hacía mal las cosas, al principio la materia era fácil.

C: No me gustan los profes, y no tengo ánimo de estudiar.

J: La matemática no nos influye en nada pa` lo que queremos estudiar.

C: No me gusta el colegio, nunca me ha gustado, no se por qué, en otros colegios no tenia este problema. El ambiente no me gusta.

Asumen que todos vamos a un mismo nivel y la clase la dirigen a los que saben más. Pasan el contenido y listo.

F: Siempre es igual, explican un ejercicio y después prueba. El profe es mecánico, se hacen los ejercicios así. Llevo un ejercicio en la mitad y el profe lo completa, nada más. Estamos en la misma materia porque el curso no avanzaba con la profe.

J: Si no entendíamos volvía a explicar, ahora no, pasan contenidos, nada más. Debe ser porque son nuevos y no nos conocen, la profe Ximena nos conocía y por eso nos ayudaba.

F: Los profes ahora asumen que todos saben la materia, y siempre están con los alumnos que saben.

Estoy rendido con matemática, en lo demás me va bien.

E: El profe te puso un 1,3 porque no hice desarrollo, sino hubiera tenido un cuatro. Ahora me da lo mismo, me rendí, porque después me puso un 1,1, paso con promedio rojo en matemática.

J: Si me saco un uno me voy altiro pa`.

F: Pa` que voy a estudiar si igual me va mal, nunca me he sacado más de un cuatro. Desde primero medio he tenido promedio rojo en matemática, nunca me ha interesado.

C: Las guías están malas, algunos ejercicios, y si el curso le pregunta no dice nada, sólo a las personas que saben. Si están malos los profes lo dejan ahí (los profesores dejan las guías como están, aunque existan ejercicios con equivocaciones).

Investigador: ¿Qué piensan de la JEC?

E: Llego a la casa con sueño.

F: Estamos todo el día encerrados en el colegio, es como una cárcel, salir de aquí y seguir estudiando es demasiado.

F: La clase de la tarde nunca la pescamos.

E: Me levanto a las seis de la mañana y llego un cuarto para las siete a la casa.

F: Tenemos que estar atentos todo el día, nos cansamos mucho.

E: A veces llego a la casa y no como nada, me tiro a la cama y me quedo dormido.

C: Me gustaría que en la tarde hubiera reforzamiento de las materias que me cuestan.

Investigador: ¿Cuál es la posición que ustedes tienen respecto de la copia?

E: Copio pa` sacarme buena nota. No tengo de donde sacar más cabeza y por lo tanto hay que copiar,
Presionan los profes, el inspector, ya ni duermo.

M: Hay ramos que después no nos van a servir, por ejemplo religión.

F: Hago torpedos pero rara vez los uso, no copio.

E: Copio por falta de seguridad y es debido a que me falta estudiar más.

J: De repente, lo estoy resolviendo, miro pal` lado y tiene como dos hojas y me pongo a dormir porque tengo muy poco desarrollo.

C: Muchas veces se todo, llego a la prueba y me bloqueo, y no puedo hacer nada.

E: En matemática me va mal, los otros ramos bien.

J: La actitud del profesor influye en uno, el profe llega con una cara y se nota que no le gusta(profesores hacen clases por cumplir, no por vocación).

F: Si el profe no enseña la base no sacamos nada, porque cuando empieza una materia fácil se entiende al principio, pero después empieza a agregar nuevos conceptos y ahí quedamos(el trabajar con más de un concepto complica a los alumnos)

C: Los ejercicios que hacen son mecánicos, sólo reemplazar, no hay aplicación. Nunca explican pa` que sirven, de donde vienen.

Primero se divide, después se multiplica, es como una receta pa` resolver ejercicios. No sabemos a qué corresponde los ejercicios que estamos haciendo, a qué contenido.

J: La sociedad nos condena a estudiar, el colegio es una cárcel.

Investigador: ¿Por qué piensas lo que acabas de decir?

J: Estamos obligados a estudiar porque sino nos miran mal, sino somos gente que no servimos pa` nada, sólo sirven los que estudian, pa` los papas los que estudian son los hijos modelos, los que no, no, pa` los profes sólo valen los que les va bien, a ellos se les presta atención, a nosotros pa` que sino vamos a ser nada, pero nosotros si podemos serlo, no entienden que lo que no nos gusta es el sistema, nosotros estamos contra el sistema, esto de estar aquí y no saber pa` que, esto es lo que nos da el sistema.

El colegio es como una cárcel, no es una cárcel; el rector es el alcaide, los inspectores son los gendarmes, las rejas que tiene el colegio son como las rejas de la cárcel.

M: Nosotros estamos obligados a permanecer aquí igual que en la cárcel, todo el día, obligados a poner atención a profes que no nos interpretan y que pasan cosas que pa` nosotros no significan na`, igual pasa en la cárcel, los reclusos tienen que hacer las cosas que les dicen que hagan, igual que aquí..

C: Y estamos obligados a estar aquí, la sociedad lo dice así, igual que en la cárcel, ¿se fija?, es una cárcel.

Taller de asistencia metodológica para alumnos de bajo nivel en matemática.

Clase del martes 5 de septiembre

Investigador: Les doy la bienvenida a los alumnos y les doy a conocer el objetivo del proyecto:

Ustedes fueron elegidos para trabajar en este plan que tiene como objetivos el elevar, tanto el grado de entendimiento que ustedes tienen de la matemática, como el rendimiento que presentan en esta área. De esta manera, estoy convencido, podrán salir de ese estado de desesperanza, que ustedes manifiestan que está caracterizado por la sensación de que cualquier esfuerzo que realicen por revertir su situación de fracaso, de nada sirve, porque igual les irá mal en matemática.

Qué les parece si para comenzar nos ponemos de acuerdo en la metodología que emplearemos, es decir, en la manera en que trabajaremos en las clases.

C: Pero profe, usted nos tiene que decir.

F: Yo lo que quiero es que me vaya mejor en matemáticas pa` que mi mamá no me moleste, usted verá la manera de hacer las clases, lo importante es que aprendamos.

Investigador: Es importante que nos pongamos de acuerdo en la manera en que trabajaremos en clases debido a varias razones. Uno de los motivos que los alumnos dan a conocer en las entrevistas que les he hecho respecto a por qué les va mal en matemáticas, es que no se les toma en cuenta en la clase,

que los profesores se dedican a pasar materia y a dar ejercicios sobre esa materia, pero que esa manera de proceder no les ayuda a entender matemáticas; califican las clases que los profesores dictan de mecánica, de foma y de poco representativa; entonces es importante que nos pongamos de acuerdo, reitero, en la forma que se debe hacer la clase.

I: Yo creo, profe, que usted debiera pasar la materia hasta que la entendamos, y después hacer ejercicios, pero que tengan que ver con lo que usted ha pasado, que los entendamos, y fijarse en que realmente los podamos hacer, supervisar, ¿me entiende?.

D: Yo creo, que usted debiera explicarnos pa` que sirve lo que nos va a pasar, pa` saber de que se trata la materia, porque uno siempre que está en una clase está como colgado, no sabe pa` que se hacen esas cosas que pasan, es como que uno se tiene que tragar las cosas por que sí.

C: A lo mejor esas materias nos pueden servir pa` algo, no se, a lo mejor pa` hacer tramites en un banco, pa` diseñar un viaje, no se.

L: A mi lo que más me importa es que los ejercicios, la materia que usted nos va a pasar la entendamos todos. A veces uno entiende de una manera, otro de otra manera, y el profe de otra manera, al final cada cual tira pa` su lado, y no creo que esa sea la idea.

J: No se, yo quiero entender pa` que mis papas no me reten, y pa` eso yo creo que, ojala, todos vamos a un mismo ritmo, no unos antes y otros después, si una materia se pasa todos debemos entenderla antes de pasar a otra.

Investigador: De acuerdo a las opiniones que he escuchado de ustedes y a mi postura metodológica, creo que lo primero que debo hacer es dejar en claro de dónde viene la ecuación de la recta, por ejemplo, por qué se llama ecuación, qué es una recta desde el punto de vista matemático. Después, explicar y ejemplificar las utilidades que tiene este objeto matemático, es decir, mostrar las aplicaciones que éste concepto tiene en la vida cotidiana. Lo segundo que

debemos hacer, creo, es la construcción de significados que sean comprendidos por todos nosotros; por ejemplo, para alguno de ustedes, a lo mejor, el concepto recta lo asocian a una línea, otro alumno lo asocia a una carretera que es lineal, a otro puede que la recta le represente un conjunto de puntos, etc. , en términos técnicos, al principio, los elementos de la clase son plurisemánticos, y lo que pasa de manera usual en las clases de matemática, es que los profesores construyen objetos que tienen significados que son distintos de los significados que para esos objetos construyen los estudiantes. Nosotros no vamos a hacer eso, por el contrario, vamos a poner a disposición de la clase los distintos significados que representa un concepto matemático con el propósito de llegar a un significado compartido, aunque éste no sea compartido por todos nosotros; a este proceso, que trataremos de hacerlo en lo posible, lo llamaremos negociación de significados. Lo tercero que vamos a hacer, con el propósito de que ustedes puedan avanzar en la construcción de los conceptos que iremos viendo, va a ser el trabajar fuertemente en “reparar los conceptos que no tengan claro y que se relacionen con los temas que estemos tratando” y, de repasar aquellos que no recuerden; el objetivo de esto, es que en lo posible, tengan a su disposición los elementos que necesiten, ya sea, para entender la materia que se está pasando, o para trabajar adecuadamente en los problemas que se van a plantear.

Investigador: El contenido que trabajaremos en estas sesiones, como ya se ha dicho, es la línea recta. ¿Qué representa para ustedes una línea recta?

C: Es una línea que es distinta de una línea curva, no se me ocurre otra cosa.

J: A mi igual, además que está formada por puntos, digamos muchos puntos.

Investigador: ¿Y para ti, qué es un punto?

J: No se, es algo que uno pude hacer con un lápiz en el cuaderno, en la pizarra.

I: Pa` mi es algo que puede estar en el plano, por ejemplo en la pizarra, o en el espacio, por ejemplo en esta sala.

F: Los cuadrados están formados por puntos, todas las figuras están formadas por puntos.

P: Pa` mi los puntos son las cosas que forman las figuras, todas las figuras.

D: ¿De qué están formados todo lo que nos rodea?, de puntos.

Investigador: ¿Qué línea tiene más puntos, L_1 o L_2 ?

L_1 _____ L_2 _____

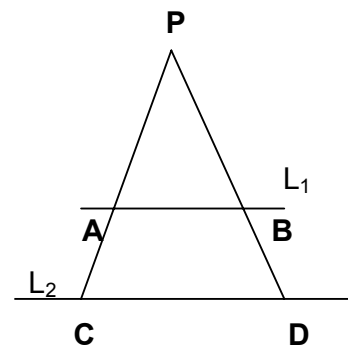
C: L_2

I : También

Investigador: Y ustedes qué creen, ¿están de acuerdo con sus compañeros?

Los alumnos responden que L_2 tiene más puntos que porque es más larga.

Investigador: Les dibujo las dos rectas y un punto **P** cualquiera como indica la figura. Después tomo puntos **A** y **B** cualquiera en L_1 , y una recta que pasa por **P** y por ellos y que intersecta, respectivamente, a los puntos **C** y **D** de L_2 como muestra la figura. Les digo que, siguiendo esta técnica, a cualquier punto de L_1 le corresponde un punto de L_2 .



¿Qué concluyen?

C: Haber si entendí profe, usted primero puso las rectas L_1 y L_2 , después puso un punto **P**, después puso un punto **A** y **B** en la recta L_1 , después unió a **A**

con **P** y se formó **C** en L_2 , después unió **P** con **B** y obtuvo **D** en L_2 , eso lo entendí, pero lo que dijo al final no.

I: Yo si lo entendí, lo que pasa es que pa` cualquier punto que tomis de la primera recta obtenis uno de la segunda recta, ¿es así profe?

Investigador: Pero te falta, algo más.

I: No se me ocurre.

F: Usted lo dijo, pero no me acuerdo, ¿puede repetirlo?

Investigador: Pero analicemos lo que hemos hecho, ustedes han manifestado que para cualquier punto de una de las rectas existe un punto de la segunda recta que se corresponde con el primero, ¿verdad?

P: Haber si entendí, si tomo un punto en la primera recta al unirlo con **P** le corresponde un punto de la segunda recta, y como este punto es cualquiera...

D: Es entonces obvio, tienen los mismos puntos las rectas, o sea, la misma cantidad de puntos.

C: Claro, porque pa` cualquiera punto de una recta le corresponde un punto de la otra recta, pero sabe profe, no me cuadra, porque la recta L_2 es más grande que la L_1 y debiera tener más puntos, pero aquí tiene la misma cantidad, esto es muy raro.

Investigador: Lo que pasa es que ustedes están pensando en puntos físicos, que tienen dimensiones, que son puntos que son apreciables; pero en realidad, los puntos que están en las rectas anteriores como el **A**, **B**, **C**, **D** no son puntos físicos, son puntos matemáticos, que no tienen una dimensión determinada.

P: Lo que quiere usted profe, ¿es qué los puntos no existen?

Investigador: Existen pero sólo en el ámbito de las matemáticas, en la vida cotidiana no, son objetos inventados, como lo son los números, como son las funciones, como son los teoremas, los corolarios, los axiomas matemáticos. Si en la Tierra desapareciera la especie humana y no quedara ningún vestigio de ella, no habría teoremas, axiomas, números, ni ningún objeto matemático. Las matemáticas son una invención del ser humano y sus objetos no existen en el mundo físico, real.

J: Eso quiere decir profe que como los puntos no existen en la realidad, tampoco existen las figuras geométricas....

C: No entiendo lo que dijiste recién.

J: Lo que pasa es que como las figuras como los cuadrados, las esferas, los cubos, están formados por puntos, y como los puntos no existen tampoco pueden existir las figuras de la geometría, ¿me entiendes?

C: Yo que creí que los cuadrados existían, pero como, yo veo cuadrados en todas partes y circunferencias también.

Investigador: Lo que tú ves son aproximaciones de cuadrados, de circunferencias. Por ejemplo, si se construyera un cuadrado perfecto, digamos de lado un metro, nos daríamos cuenta que en realidad es imposible que un objeto mida exactamente un metro, pues la medición la hace un ser humano que comete algún error en la medida, también el instrumento con que mide está sujeto a algún error...

P: Pero si lo hiciera una máquina, ¿qué pasaría?

Investigador: Igual habría errores en las medidas, porque todos los instrumentos tienen especificado un error, independientemente de la precisión que puedan tener, unos tienen más o menos errores asociados, pero son errores, y hay que tomarlos en cuenta.

I: Entiendo lo que usted quiere decir, pero no mucho.

Investigador: Si se construyese un objeto que midiese, por ejemplo, tres milímetros de largo, al verificar esa medida acercando el objeto a un microscopio, nos daríamos cuenta que en realidad el objeto mide 2,99 o 3,01 milímetros.

I: Ya entendí, es imposible lograr una medida exacta, por más cuidado que se tenga al tomarla, nunca va a ser perfecta, siempre va a ser inexacta.

Investigador: Hay ramas de las matemáticas que se dedican a estudiar los errores que hay en las mediciones. Me tocó dictar cursos para ingenieros en la universidad en los que habían capítulos destinados a estudiar los errores, y al igual que como ocurre en geometría, dónde hay teoremas geométricos como el teorema de Pitágoras, hay también teoremas que conciernen a la teoría de los errores.

J: No tenía idea que existieran cosas como los errores, o que los cuadrados no existen, los profesores nunca nos han dicho nada de esto, y...

C: Yo creo que ni siquiera ellos saben...

D: Los profes no saben na`, ni siquiera saben pa` ellos, pero pa` que seguimos, no vamos a cambiar nada.

Investigador: Ahora vamos a tratar los puntos desde un punto de vista matemático, situándonos en el plano. Recordemos que el plano es aquella región que tiene dos dimensiones, dicho de otra manera, es bidimensional. La pizarra es un plano, porque tiene largo y ancho, la cubierta de la mesa es bidimensional porque tiene largo y ancho, las paredes de esta sala son bidimensionales porque tienen largo y alto.

C: ¿Qué figuras son tridimensionales?

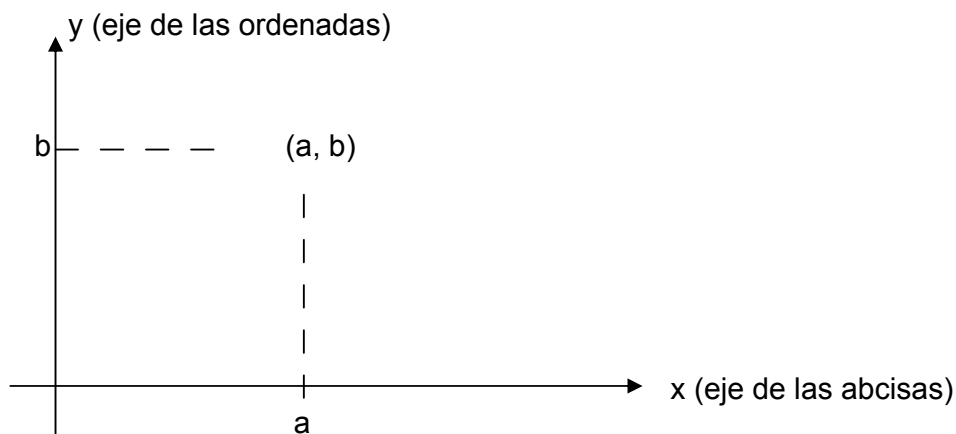
Investigador: Esta sala es tridimensional porque tiene largo, ancho y alto, es decir tres dimensiones, una caja es tridimensional porque tiene largo, ancho y alto, el espacio en que vivimos es tridimensional por las mismas razones.

P: ¿Y cuál sería una figura unidimensional?

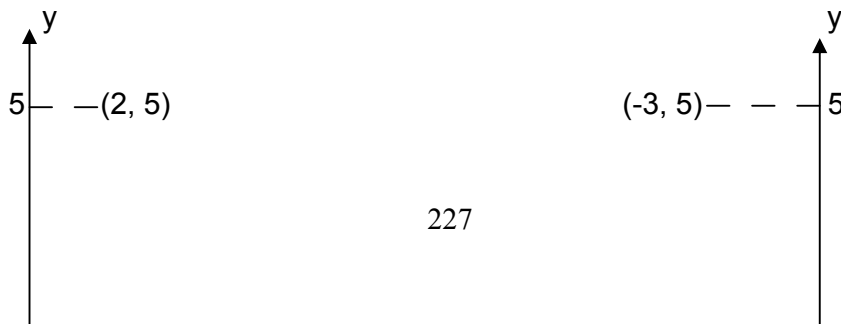
J: La línea recta porque tiene sólo largo.

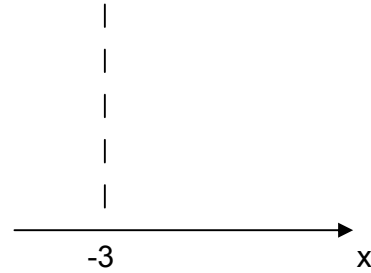
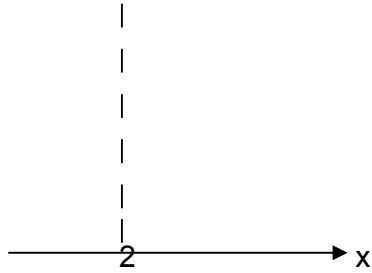
I: También el alto de la sala, el techo es bidimensional. Ya aprendí.

Investigador: Para finalizar, vamos a considerar, como elemento para trabajar el plano, el sistema rectangular de coordenadas, que es un sistema que está compuesto por dos ejes: el eje de las abscisas que denotaremos por x , y el eje de las ordenadas, que denotaremos por y ; usualmente se les llama eje x y eje y . En este sistema bidimensional de coordenadas los puntos son objetos que tienen dos componentes: la primera corresponde al eje x y la segunda al eje y . Por ejemplo, en el punto (a, b) a corresponde a la coordenada que está en el eje x , y b a la coordenada que está en el eje y . Lo anterior se encuentra reflejado en el siguiente esquema:



Por ejemplo, el punto $(2, 5)$ está representado en el siguiente diagrama:





Clase del jueves 7 de septiembre

Investigador: En la clase pasada nos pusimos de acuerdo en la metodología que vamos a emplear en las clases, en el concepto de línea recta y, en el concepto de punto matemático y de sus diferencias con lo que conocemos cotidianamente de punto y que coincide con la idea que tenemos de punto físico. También introducimos los conceptos de unidimensional (una dimensión), bidimensional (dos dimensiones) y tridimensional (tres dimensiones), remitiendo nuestro trabajo con la línea recta a el plano bidimensional.

No obstante, que de acuerdo a lo planificado, había contemplado para la clase pasada el referirme a la procedencia y la utilidad de la línea recta, lo que tratamos en esa clase fueron los temas ya mencionados, no porque deliberadamente hubiese querido hacerlo, sino debido a que el concepto de punto, que pensé en mencionarlo solamente, no estaba claro, es más, hubo que dedicarle el tiempo adecuado para que quedara internalizado en la estructura cognitiva de los alumnos. En matemática, muchas veces no se pueden hacer las cosas que se tienen planificado hacerlas, debido a que la negociación de los significados nos lleva, usualmente, a desviarnos del tema inicial contemplado, o a profundizar en aspectos de los que se pensaba, se tenía la claridad suficiente. Desgraciadamente, los profesores, con el propósito de cumplir con las exigencias administrativas que les impone la jefatura técnica, pasan los contenidos de acuerdo a lo planificado, dejando de lado la posición que tienen los alumnos respecto a el tema que se está tratando, de esta manera, el significado que tiene el concepto en cuestión para el profesor no es el mismo que tiene para los alumnos.

En esta clase vamos a hablar de la importancia que tiene la línea recta en la vida cotidiana. Supongamos que ustedes están planificando una fiesta cuyo objetivo es reunir fondos para una gira de estudios. Una de las actividades que

van a realizar es la venta de completos en la fiesta, específicamente van a vender italianos y dinámicos, por la que tienen presupuestado recaudar \$100.000. ¿De cuántas maneras se puede realizar la venta si el precio de venta de cada italiano es \$300 y de cada dinámico \$400?, es decir, ¿cuántas unidades de cada uno de ellos se puede vender para llegar a ese monto dado que sabemos lo que vale la unidad de cada uno?

¿Qué harían ustedes para resolver el problema?

P: Déjeme ver....

I: Lo que no sabemos es la cantidad de italianos y de dinámicos que hay..

C: Llámale x a la cantidad de italianos y llámale y a la cantidad de dinámicos.

D: ¿Pero, qué hacemos con eso?

Investigador: Dense un poco más de tiempo.

(han pasado un par de minutos y una de las alumnas toma la palabra)

C: No se me ocurre.

D: A mi tampoco, no se que hacer con los x y con los y, no se como ocuparlos.

Investigador: Si vendieran un italiano, ¿cuánto dinero recaudan?

J: \$300

Investigador: Ahora, si venden dos italianos, ¿cuánto dinero recaudan?

C: \$600

Investigador: Pero, en términos de \$300, que vale la unidad, ¿cómo se expresa \$600?

P: Trescientos por dos.

Investigador: ¿Y si se recaudan \$1.200?

C: Trescientos por cuatro.

Investigador: Es decir, si se venden un italiano se recauda trescientos por uno, si se venden dos italianos: trescientos por dos, si se venden tres italianos: trescientos por tres, . Ahora, si se venden a italianos, ¿cuánto se recauda?

F: Por uno, trescientos por uno, por dos, trescientos por dos, por a..

C: Trescientos por a.

Investigador: Volvamos a nuestro problema, se vendieron x italianos a \$300 la unidad e y dinámicos a \$400 la unidad, ¿cuánto dinero se vende en total por estos x italianos e y dinámicos?

I: Por los italianos se vendieron $300x$ pesos y por los dinámicos $400y$ pesos..

C: En total se vendieron los italianos más los dinámicos, o sea, $300x + 400y$

J: Está bien, eso es.

Investigador: ¿Y cuánto es el dinero que tenían pensado recaudar por la venta de los italianos y dinámicos?

P: \$100.000

Investigador: Entonces, ¿cuál es la ecuación que representa al problema?

(Los alumnos se dan un par de minutos y responden)

J: Si por los x italianos y por los y dinámicos se vendieron $300x + 400y$ pesos, y como por otra parte se desea vender \$100.000....

F: Está claro, hay que igualar los \$100.000 con $300x + 400y$, o sea la ecuación es $300x + 400y = 100000$

Investigador: La ecuación anterior, que tiene dos incógnitas: x e y, representa la ecuación de una recta en el plano...

C: ¿Pero por qué es la ecuación de una recta?, no entiendo.

Investigador: Dividamos la ecuación anterior por 100, esto nos da la ecuación equivalente $3x+4y=1000$, ¿están de acuerdo?

I: No profe, no se lo que hizo.

P: Mira, lo que hizo el profe fue dividir por 100, pero me queda $3x+4y=100000$, no se de dónde saca la ecuación que a usted le dio.

Investigador: Es importante que dejemos claras las materias que no dominan. Ustedes no deben seguir adelante con una materia sino tienen claros todos los conceptos que ésta involucra. Por ejemplo, como una ecuación es una igualdad entre dos expresiones, en este caso tenemos una igualdad entre las expresiones $300x+400y$ y 100000 , esto significa que el realizar una determinada operación con una de esas expresiones implica realizarlo con la otra expresión. Por ejemplo, si sumamos o restamos un término a $300x+400y$, esta misma suma o resta se debe realizar con 100000 ; así, $300x+400y + 50 = 100000+50$, o $300x+400y -10,5 = 100000 -10,5$; también si multiplicamos un lado de la ecuación por una expresión, también se debe multiplicar el otro lado por la misma expresión. De esta manera, $(300x+400y) \cdot 23 = 100000 \cdot 23$.; lo mismo pasa en el caso de la división, si dividimos por una determinada expresión uno de sus lados, lo mismo se debe hacer con el otro lado. En nuestro caso, $(300x+400y):100 = 100000:100$, pero como en general

$(a+b):c=a:c+b:c$, entonces $(300x+400y):100=300x:100+400y:100=3x+4y$, y como $100000:100=1000$, entonces $3x+4y=1000$.

J: Profe, pero todavía no sabemos por qué razón $3x+4y=1000$ es una recta.

Investigador: Sabemos que una línea recta o recta está formada por puntos, ¿de acuerdo?

Si responden los alumnos.

Investigador: Demos ahora a x el valor 100, es decir, $x=100$, entonces el valor de y es...

P: Si $x=100$, entonces $300+4y=1000$, o sea que $4y=1000-300$, o sea que $4y=700$. Como el 4 está multiplicando, pasa al otro lado dividiendo, ¿no es así?, entonces $y=700:4=175$, pero ¿qué hago con esto?

C: Fácil, fijate $x=100$, $y=175$, o sea que tenemos el punto $(100, 175)$.

F: Está bien profe, pero que hacemos ahora.

Investigador: Obtengan otro punto.

J: Pero, ¿cómo lo hacemos?

F: Fíjate en lo que hizo el profe, para obtener un punto le dio un valor a x y calculó el valor de y ; así obtuvo el punto.

J: O sea que puedo darle a x otro valor y obtener el valor de y . Haber, si $x=1$, entonces $3+400y=1000$; pasando el 3 a la derecha restando, porque claro, está sumando, entonces $4y=997$. Al pasar dividiendo el 4...me queda un número que no es exacto, no me sirve.

Investigador: Te sirve, lo que pasa, es que el punto que obtienes es difícil de graficar, les sugiero que piensen en un valor de x que permita obtener un valor de y fácil de graficar.

Los alumnos realizan cálculos que les permita obtener puntos fáciles de graficar. Después de tres minutos uno de ellos da la solución siguiente:

P: Si $x=200$, entonces $600+4y=1000$, o sea que $4y=400$, fácil, $y=100$. Claro tenemos el punto $(200, 100)$.

Investigador: Está correcto el punto que obtuvieron, ahora grafiquen los puntos que tienen.

I: ¿Pero cómo lo hacemos?, porque tengo que x vale 100 y que y vale 175, y el otro punto, x vale 200 y tengo que y vale 100, pero no se como hacerlo, porque si tuviera $X=1$ sería fácil.

Investigador: Sabemos que los valores que están en el eje x corresponden a números reales y que lo mismo pasa en el eje y .

J: Pero profe, ¿en qué nos ayuda eso?, yo ni siquiera me acuerdo de los números reales.

Investigador: ¿Se acuerdan ustedes?, refiriéndome a los otros alumnos.

I: Más o menos profe, sabe yo creo que están los enteros, los decimales...

P: Te faltan, están los irracionales..

C: ¿Cuáles son esos?

P: La raíz de dos, la raíz de tres, la raíz de cuatro no, porque es dos, y así.

F: Las fracciones, los números periódicos, los naturales, creo que esos faltan.

J: Son todos los números que conocemos.

Investigador: Si unimos las clasificaciones hechas por ustedes y hacemos algunos ajustes y precisiones a ellas, podemos caracterizar éste conjunto.

Ustedes han dicho que están los números naturales, los números enteros, las fracciones, los números decimales y los periódicos y también las raíces no exactas.

Los números naturales y enteros están en los reales y esta clasificación está correcta, pero tanto las fracciones como los decimales como los números periódicos forman parte de un conjunto que es el de los números racionales, que está constituido por fracciones cuyo numerador y denominador son números enteros con la excepción del cero en el denominador: $Q = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in Z, q \neq 0 \right\}$. Los números decimales son racionales

debido a que se pueden expresar como el cociente entre dos enteros, por ejemplo, $0,2 = \frac{2}{10}$, también $1,3 = \frac{13}{10}$; los números periódicos son racionales

porque se pueden representar por enteros partidos por enteros, por ejemplo, $0,\bar{4} = \frac{4}{9}$, también los números semiperiódicos son racionales, pues al igual que

los decimales y los periódicos se pueden expresar como enteros partidos por enteros, por ejemplo, $0,0\overline{24} = \frac{24}{990}$, o $0,2\overline{34} = \frac{234-2}{990} = \frac{232}{990}$.

Recapitulemos, hasta el momento tenemos que los números reales R están constituidos por los números naturales N , los números enteros Z y los números racionales Q .

C: Profe, pero los números naturales y los enteros también son fracciones..

I: ¿Pero, por qué son racionales?

C: Lo que pasa es que el natural cuatro es cuatro partido por uno, o sea, una fracción.

J: Pero también es ocho partido por dos.

C: Y lo mismo pasa con los enteros.

Investigador: Lo anterior que ustedes han dicho, y que está correcto, se puede resumir diciendo que una parte de los números reales es el conjunto de los números racionales...

P: ¿Y cuál es la otra parte?

Investigador: Ustedes han manifestado que las raíces no exactas son números reales, y tienen razón, pero falta precisar y completar esta idea. Para ello una posibilidad es preguntarnos por las características que tienen estas raíces, por ejemplo, ¿a qué es igual $\sqrt{2}$?

F: Tendríamos que buscar un número que multiplicado por si mismo de 2...

J: Uno coma algo..

C: Haber, 1,4 por 1,4 es ..1,96..

P: Entonces sería mejor 1,41 por 1,41 que es..1,9881

D: ¿Y qué pasa con 1,42?, 1,42 por 1,42 es..2,0164 me paso..

C: Mejor 1,412 eso da... 1,993744, cada vez es mejor, está mejor aproximado.

Investigador: ¿Qué concluyen?

D: Que la raíz de dos puede tener varios valores..

C: No, es mejor decir que raíz de dos es inexacta.

Investigador: La verdad que trabajar con raíces inexactas no es un tema fácil, como tampoco es fácil el saber a qué es igual el número pi, unos dicen que es

igual a 3,14 otros que es 3,14159; en la actualidad son miles las cifras que se han descubierto del número pi. Sería bueno que indaguen en internet respecto al número pi, específicamente respecto a la cantidad de cifras que se han obtenido de él.

Otro número “famoso” de éste tipo es el número e; en tercero medio van a ver los logaritmos, un concepto matemático que está relacionado con las potencias, y el tipo de logaritmo más importante, por la aplicación que tiene a distintas ramas de ciencias y tecnologías, es el logaritmo natural, que tiene como uno de sus elementos el número e.

Todos estos números, como las raíces inexactas y los números π y e, por citar algunos ejemplos, forman parte de un conjunto que está constituido por números cuya parte decimal no sigue una lógica definida, como los números racionales, por ese motivo se les llama números irracionales, conjunto que se denota por la letra I .

Los números reales están constituidos por la unión de estos dos conjuntos, matemáticamente: $R = Q \cup I$.

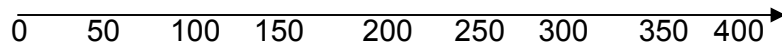
Volviendo al sistema de coordenadas rectangulares, ésta tiene como ejes rectas de números reales.

Clase del martes 12 de septiembre

Investigador: En la clase pasada ustedes intentaron graficar los puntos (200, 100) y (100, 175); uno de las precisiones que había que hacer para que se facilitase esta gráfica era conocer los números que componían los ejes del sistema rectangular de coordenadas. Recordemos que entre todos concluimos que estos números eran los reales, conjunto que quedaba caracterizado por la unión de los números racionales y los números irracionales.

Volviendo a la gráfica de estos puntos, en el primero de ellos $x=100$ e $y=200$, la pregunta que surge guarda relación con la manera en que estos números los ubicamos en estos ejes. Pero la solución es fácil si dividimos estos ejes, por ejemplo, en números que van de 50 en 50 como muestra el esquema:

| | | | | | | |



¿Qué otra posibilidad se puede dar?

F: Dividir de 25 en 25.

P: Dividir de 30 en 30.

(Los alumnos grafican fácilmente los puntos y trazan la línea recta que pasa por ellos. Ante la pregunta inicial, del por qué la ecuación $3x+4y=1000$ representaba una línea recta, les digo:)

Investigador: Obtengan un punto distinto a los anteriores a partir de la ecuación obtenida y comprueben que está sobre la línea recta de la gráfica que obtuvieron.

(Trabajando en grupo de tres alumnos obtienen los puntos (160, 130) y (180, 115); al graficarlos se dan cuenta que están en la línea recta que trazada anteriormente)

Investigador: Les voy a mostrar otro ejemplo acerca de la utilidad de la recta..

I: Falta que nos diga cuáles son las ecuaciones de la recta, o....cómo son las ecuaciones de la recta.

Investigador: Hay varios aspectos acerca del tema de las ecuaciones en general que ha que precisar. Ustedes lo que conocen son las ecuaciones de primer grado, y saben que se llaman así debido a que la incógnita tiene grado uno, pero no las asocian a gráficas. Las asociaciones que se puedan hacer dependen del contexto en que estemos trabajando, por ejemplo, $x=3$ en un contexto puede significar que 3 es el valor de la incógnita que satisface una ecuación, pero si estamos trabajando en dos dimensiones $x=3$ puede significar la línea recta vertical que corta al eje x en el valor 3. En efecto, sabemos que una recta en el plano está constituida por puntos (x, y) , y de acuerdo a lo que hemos visto como ejemplos, a partir de un valor que uno elige para x obtiene

uno para y , es decir, y depende de x , o como se dice matemáticamente, y está en función de x lo que se denota $y=f(x)$ (la f denota que y está en función de x , que y depende de x), en el caso del ejemplo anterior cuando teníamos la recta $3x+4y=1000$, cuando asignábamos a x el valor 100, entonces $4y=700$, de donde $y=175$; cuando $x=200$, entonces $y=100$.

C: Profe, ¿puede ser al revés, es decir, que para un valor que una elija para y obtenga uno para x ?

Investigador ¿Qué crees tú?

C: Veamos, si yo digo que $y=10$, entonces $3x+40=1000$, o sea que $3x=960$, o sea que $x=960:3=320$

J: O sea que x puede depender de y .

Investigador: ¿Y cómo se denota lo que acabas de decir?

J: Que x está en función de y

D: No po, el profe dijo denota, $x=f(y)$.

Investigador: Volvamos a nuestro ejemplo, les había dicho que situándonos en el plano, $x=3$ puede corresponder a la recta vertical que corta al eje x en el valor 3, y que para verificarlo bastaba con obtener de la ecuación $x=3$ puntos que correspondieran a dicha recta.

F: Pero falta la y para hacerlo, o sea, aquí tenemos sólo la x y no la y , ¿cómo lo hacemos?

Investigador: ¿Cómo creen ustedes que se puede hacer?, yo digo que la y está presente.

C: Si la y no está tiene que estar multiplicada por cero.

I: ¿O sea que $0 \cdot y + x = 3$?

Investigador: Correcto.

C: Entonces ahora podemos obtener los puntos...

F: Si $y=1$, entonces $0 \cdot 1 + x = 3$, o sea que $x=3$, bien ah.., tenemos el punto (3, 1). Si ahora $y=5$, entonces $0 \cdot 5 + x = 3$, o sea, el punto (3, 5). Si ahora $y=10$, entonces $0 \cdot 10 + x = 3$, o sea, el punto (3, 10).

J: O sea, si x es tres para cualquier valor de y .

Investigador: Grafiquen ahora los puntos que obtuvieron.

(Los alumnos rápidamente grafican los puntos y comprueban que $x=3$ corresponde a la recta vertical que corta al eje x en 3)

Investigador: Si estamos en el plano, ¿qué creen ustedes que representa la ecuación $y=5$?

C: Fácil, una recta que pasa por $y=5$

Investigador: Está bien, pero falta..

C: Ya se, una recta que sea horizontal y que pase por $y=5$.

Investigador: Muy bien.

Realicemos ahora algunos ejercicios dónde apliquemos lo que hasta ahora hemos aprendido acerca de la ecuación de la recta.

- 1) En un mismo sistema de coordenadas grafiquen las rectas $L_1: x=4$; $L_2: x=1$; $L_3: y=1$; $L_4: y=5$; una vez que hallan terminado calculen el perímetro y el área de la figura que se forma.
- 2) Determinen tres puntos que estén en la recta $2x+3y=12$.
- 3) En la recta $\frac{x-4y}{2} = 6 + 2y$, ¿cuál es el valor de x cuando $y=2$, 1?

(Los alumnos trabajan en el primer problema graficando las rectas propuestas e identificando correctamente la figura que se forma: un rectángulo de largo 4 y ancho 3; también calculan correctamente el perímetro y el área del rectángulo)

Investigador: ¿Cómo obtuvieron el ancho y largo del rectángulo, más aún, cómo saben que la figura es un rectángulo?

J: Se ve que es un rectángulo de lados tres y cuatro.

C: Yo creo lo mismo.

Investigador: Pero, ¿por qué los ángulos interiores del cuadrilátero que se forma son rectos?

F: Porque se ven de 90° .

P: Yo creo que es porque los lados son paralelos con los ejes.

Investigador: Si recuerdan cuando hablamos del sistema rectangular de coordenadas, una de las características de él es que los ejes x e y son perpendiculares...

I: Entonces como los lados son paralelos a los ejes y los ejes son perpendiculares, entonces los ángulos son de 90° .

J: No me queda muy claro.

C: Es cosa que mires bien no más, fíjate, los lados son paralelos al eje x y al eje y, y cómo el eje x forma 90° con el eje y, entonces los ángulos de la figura son rectos, obvio.

Investigador: Aún falta que ustedes justifiquen matemáticamente las medidas que obtuvieron de los lados del rectángulo.

C: Si $x=4$ y después $x=1$, entonces es obvio que el lado mide 3.

Investigador: Pero si en lugar de números enteros tuviéramos decimales, por ejemplo, $x=2,01$ y $x=4,978$, ¿cómo se calcularía el lado de la figura en cuestión?

F: No se ocurre, no se.

J: ¿Habría que restar?

Investigador: Noten que del origen de coordenadas hasta $x=4,978$ hay 4,978 unidades, y que desde el origen a 2,01 hay 2,01 unidades, ¿cuántas unidades separan estas dos medidas?

I; Fácil, hay que restar $4,978-2,01$

..

J: Pero, ¿por qué?

I: Porque es lo que hay entre 4,978 y 2,01.

Investigador: Y, ¿por qué entonces los lados del rectángulo son tres y cuatro?

C: Tres es por cuatro menos uno, y cuatro es por cinco menos uno.

Clase del jueves 14 de septiembre

Investigador: En la clase pasada quedaron propuestos dos ejercicios, en el primero tenían que determinar tres puntos que estén en la recta $2x+3y=12$, y en el segundo, obtener el valor de x en la ecuación $\frac{x-4y}{2} = 6 + 2y$, cuando $y=2,1$.

¿Los hicieron?

(Las respuestas de estos alumnos fueron diversas, unos lo intentaron hacer, otros no miraron los problemas, otros no saben despejar las incógnitas adecuadamente)

Investigador: Vamos por parte, en el primer problema ¿qué dificultades tuvieron?

J: Yo le di a x el valor 2 y me quedó que $3y=8$, pero y no me quedó un número entero, me quedó una fracción: $y=8/3$.

Investigador: El resultado que obtuviste es correcto, las soluciones no tienen por qué ser sólo enteras o naturales, también pueden ser números decimales, periódicos, irracionales.

Y: Entonces también podría ser $x=5$, $y=2/3$...

C: ¿Qué pasa cuando x toma valores negativos?

Investigador: Ingresas un valor negativo para x.

C: Si $x=-1$ implica que $-2+3y=12$, aquí $3y=14$ lo que da que $y=14/3$.

P: Yo le voy a dar a x el valor -10, entonces $3y=32$, o sea que $y=32/3$.

D: Los puntos son entonces $(2, 8/3)$, $(-1, 14/3)$ y $(-10, 32/3)$

Investigador: Ahora, ¿cuál es el valor de x que obtienen cuando ingresan $y=2,1$ en la ecuación $\frac{x-4y}{2} = 6 + 2y$?

C: Está más difícil, porque aquí hay fracciones.

Investigador: Pero intenten.

(Los alumnos tratan de determinar el valor de x , pero se ven complicados, las expresiones fraccionarias siempre causan dificultades a las personas que trabajan con ellas si no las han tratado adecuadamente en los cursos de matemáticas que han tenido)

Investigador: Ingresen el valor $y=2,1$ en la ecuación.

C: Entonces queda que $\frac{x-4 \cdot 2,1}{2} = 6 + 2 \cdot 2,1 = 10,2$; ahora paso sumando el 8,4

y entonces $\frac{x}{2} = 18,6$; ahora paso multiplicando el 2 y entonces $x = 37,2$.

Investigador: ¿Están de acuerdo ustedes con el procedimiento empleado?

P: A lo mejor había que haber pasado multiplicando primero el 2, no se, tengo mis dudas.

F: Nunca me quedó en claro el tema de las fracciones, ni menos con ecuaciones.

(Uno de los problemas más frecuentes con los que se encuentran los alumnos es con la falta de claridad respecto a conceptos que necesitan para resolver determinadas situaciones problemáticas, en mi opinión, lo que hay que hacer es “reparar esos conceptos perdidos”; en este caso, se debe tratar los aspectos olvidados o no conocidos de la operatoria con fracciones y con ecuaciones fraccionarias)

Clase del martes 26 de septiembre

Investigador: Hoy día vamos a trabajar matemáticamente el concepto de recta...

C: Se refiere usted que descubriremos la ecuación..

J: Pero ya sabemos como es más o menos.

Investigador: Como ustedes dicen, tenemos algunas nociones de lo que es una recta y de lo que es su ecuación, cuando digo que vamos a trabajar matemáticamente este concepto me refiero a que vamos a deducir entre todos la dependencia que se establece entre un valor cualquiera de el eje de las abcisas y el valor que le corresponde al eje de las ordenadas. Específicamente, responderemos a la pregunta: ¿dado un x perteneciente al eje de las abcisas, cuál es el y correspondiente al eje de las ordenadas?

Sabemos que por dos puntos pasa una recta, entonces, consideremos dos puntos cualquiera por los que pase esa recta, ¿cuáles podrían ser esos puntos?

C: Podría ser el (1, 6) y el (3, 9).

I: No creo...

C: ¿Por qué no?

I: Porque sería una recta dada.

F: No entiendo que queris decir con eso de dada...

I: Una recta dada, esa es la palabra, o sea, una recta que pasa por sólo esos puntos...

P: ¿Y qué tiene de malo que pase sólo por esos puntos?

I: Que no es una recta cualquiera, y pa' determinar lo que hay que determinar hay que tener una recta cualquiera, y eso se consigue con una recta que pase por dos puntos cualquiera.

Investigador: ¿Y cuáles podrían ser esos puntos?

I: Unos generales, o sea que tengan letras: (a, b) y (c, d).

Investigador: Correcto, cuando se trabaja en matemáticas tratando de obtener una ecuación que sirva para todos o una gran cantidad de casos, se debe trabajar con letras, no con números, porque los números representan un caso particular, por ejemplo, la recta que pasaba por los puntos (1, 6) y (3, 9) es una recta determinada, fija, en cambio la que pasa por los puntos (a, b) y (c, d) es una recta cualquiera que sirve como modelo.

Ahora bien, como tenemos que establecer la dependencia que hay entre el x y el y de un punto cualquiera (x, y) perteneciente a la recta, entonces ubiquemos ese punto entre los puntos (a, b) y (c, d).

F: ¿Y por qué tiene que estar entre los dos puntos y no puede estar más arriba del (c, d) o más abajo del (a, b)?

Investigador: Realmente da lo mismo. Ahora hagan un sistema de coordenadas y ubiquen los puntos (a, b), (c, d) y entre ellos el (x, y), o dónde ustedes estimen conveniente.

(Los alumnos construyen el sistema de coordenadas y ubican en el eje x, de izquierda a derecha, a, x, c; y en el eje y de abajo hacia arriba c, y, d)

C: ¿Qué hacemos?

I: No se me ocurre.

F: A mi tampoco.

Investigador: Tienen que tener presente que (a, b) y (c, d) son puntos dados, fijos, y que en función de esos puntos tienen que determinar la correspondencia que existe entre x e y .

Les voy a dar una idea, formen triángulos rectángulos que sean semejantes.

(Los alumnos después de trabajar por espacio de cinco minutos forman dos triángulos semejantes, uno que tiene como vértices los puntos (a, b) , (x, b) y (x, y) , y otro que tiene como vértices los puntos (x, y) , (c, y) y (c, d))

F: ¿Y qué podemos hacer con estos triángulos?

I: Oye, fíjate que son semejantes, porque tienen los mismos ángulos..

F: Y además son rectángulos, por lo de los ejes.

J: Pero, sabís qué, se puede establecer relaciones de semejanza entre los lados de los triángulos.

P: Pero, ¿cuáles son los lados?

(Los alumnos se toman otros diez minutos en descubrir que dos de los lados de uno de los triángulos son $x-a$, e $y-b$, y que dos de los lados del otro triángulo son $c-x$ y $d-y$)

C: Pucha la cuestión difícil, siempre no se nos ocurre que hacer.

Investigador: Es cosa que establezcan las relaciones entre esos lados, utilizando los teoremas de semejanza.

P: No me acuerdo de ese teorema.

I: Si, ¿cuál es?

Investigador: Hagan un esfuerzo y traten de recordar.

C: Parece que era ángulo – ángulo, algo así.

Investigador: Recuerden que lo primero que deben hacer es darle nombre a los ángulos de los triángulos.

(Los alumnos denominan mediante α , β y 90 cada uno de los ángulos de los triángulos formados)

C: ¿Y ahora qué?

F: Ahora me acordé, lado α β es al α β como α 90 es al α 90 , y así.

I: Ahora sí, $x-a$ es al $c-x$ como $y-b$ es al $d-y$.

C: O sea que $\frac{x-a}{c-x} = \frac{y-b}{d-y}$, pero no se que más hacer.

P: Pero es cosa de despejar, $(x-a)(d-y) = (y-b)(c-x)$, y ahora hay que multiplicar..

D: O sea, $xd - ay - ad - xy = yc + bx - bc - xy$

C: Parece que te equivocaste.

D: ¿En qué?

C: En los signos de la primera multiplicación.

D: Ya caché, debiera quedar $xd + ay - ad - xy = yc + bx - bc - xy$

I: Ahí está bien.

P: Ahora se van los xy porque tienen los mismos signos.

J: Ahora hay que pasar todos los términos con y a la izquierda y los conocidos y los con x a la derecha, esto queda $ay - cy = bx - xd + ad - bc$, pero hasta ahí no más llevo.

P: Ahora si que no hacer, nunca he entendido esa parte de las ecuaciones, apenas puedo con números y voy a poder con letras.

Investigador: Es cosa que factoricen por y a la izquierda de la ecuación y por x a la derecha de ella.

D: Haber $(a - c)y = (b - d)x + ad - bc \dots$

C: Y ahora es cosa de pasar dividiendo lo que está multiplicando a a-c.

I: O sea, $y = \frac{(d - d)x + ad - bc}{a - c}$

Investigador: O sea que $y = \frac{d - d}{a - c}x + \frac{ad - bc}{a - c}$.

Si llaman $m = \frac{d - b}{a - c}$, entonces $y = mx + \frac{ad - bc}{a - c}$.

Ahora, fíjense que $\frac{ad - bc}{a - c}$ es un dato en la ecuación, porque depende de valores dados (a, b) y (c, d).

Cuando x toma el valor cero, ¿qué pasa con la recta?

C: La recta pasa por el eje y...

Investigador: ¿Entonces?

C: Que y es igual a un número por x más un número que pasa por el eje y.

Investigador: Si llamamos a ese valor n, entonces $y = mx + n$.

A m se le llama pendiente de la recta, y a n el valor dónde la recta corta al eje y.

Clase del jueves 28 de septiembre

Investigador: Hagamos un resumen de lo visto hasta ahora.

Sabemos que una recta en el plano está formada por puntos matemáticos, en el sentido de que ellos no tienen dimensión física.

También sabemos que para determinar una recta basta conocer dos puntos que pertenezcan a ella, inversamente, dos puntos determinan una recta.

Sabemos que para caracterizar una recta se necesita conocer la dependencia que se produce entre los valores que se den en el eje x y los que se obtienen, a partir de ellos, en el eje y. La dependencia anterior se conoce como ecuación de la recta en el plano.

Sabemos que la ecuación de la recta es de la forma $y = mx + n$, donde m representa la pendiente de la recta y n al valor en que la recta corta al eje y. Al respecto, en la clase anterior caracterizamos la pendiente, demostrando que ella es de la forma $m = \frac{d - b}{c - a}$, donde (a, b) y (c, d) son puntos conocidos que pertenecen a ella.

C: Sabe profe, no se lo que significa esa división que está escrita en la pizarra.

Investigador: Y para ustedes, ¿qué significado tiene el cuociente anterior?

(Los alumnos miran la expresión tratando de asociarla a lo que han aprendido en las clases anteriores o al conocimiento que tienen anteriormente)

F: Yo creo que hay que relacionarla con los triángulos que construimos en la clase del martes, pero no se cómo.

J: El problema es que ninguno de los triángulos que hicimos tiene los lados $d-b$ y $c-a$.

P: Pero a lo mejor podemos construir un triángulo que los tenga.

J: Pero es fácil, mira los puntos (a, b) y (c, d) .

(Los alumnos construyen un triángulo rectángulo con los puntos anteriores y deducen que los catetos son $c-a$ y $d-b$)

D: Pero profe, ¿cuál es el otro lado?

I: O sea que queris saber cuál es la hipotenusa..

D: ¿Por qué la hipotenusa?

I: Porque es el lado más grande...

D: Ahh...el que se opone a 90° , pero ¿y cómo se calcula?

Investigador: ¿Se acuerdan ustedes de un teorema que permitía calcular el valor de uno de los lados de un triángulo rectángulo conociendo los otros dos?

C: El teorema de Pitágoras.

I: Pero no me acuerdo como era.

Investigador: Y ustedes, ¿se acuerdan?

J: Parece que había que construir cuadrados sobre los lados del triángulo.

P: Ahora me acuerdo, $c^2 = a^2 + b^2$.

Investigador: Pero, ¿qué representa c, a y b?

C: No me acuerdo, algo representaba.

Investigador: Los voy a ayudar. En un triángulo rectángulo ustedes han dicho que el lado más grande es la hipotenusa. En la expresión $c^2 = a^2 + b^2$, ¿cuál es lado más grande?

(Los alumnos piensan un momento breve de tiempo, y concluyen que es c)

I: Entonces los catetos son a y b.

D: O sea que el teorema de Pitágoras dice que la hipotenusa al cuadrado es igual a un cateto al cuadrado más el otro cateto al cuadrado. Eso me recuerda al camino más corto que hay que hacer cuando camino a mi casa.

J: Me acuerdo que uno decía que se iba por la pitagórica.

Investigador: Estamos ahora en condiciones de responder la pregunta planteada anteriormente respecto del valor que tenía la hipotenusa del triángulo rectángulo de vértices (a, b), (c, d), y¿cuál es el tercer vértice?

C: EL tercer vértice es, haber.... , déjeme ver...(c, b).

Investigador: Correcto. Falta sólo determinar el valor de la hipotenusa.

J: Fácil profe, sabemos que la hipotenusa al cuadrado es igual a un cateto al cuadrado más el otro cateto al cuadrado, entonces....como los catetos son c-a y d-b y la hipotenusa es entonces, haber si la llamo h, entonces, fácil... $h^2 = (c - a)^2 + (d - b)^2$..

I: Saca raíz, es lo que tenís que hacer.

J: Tenis razón, entonces $h = \sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2}$

P: Estoy mal, porque la solución debe tener dos raíces.

J: Pero la hipotenusa es positiva, por lo tanto hay sólo una.

Investigador: Recapitulando, tenemos, de acuerdo a los cálculos hechos por ustedes, y de los que estoy de acuerdo que los lados del triángulo son: $c-a$, $d-b$ y $\sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2}$.

Ahora retomemos nuestra discusión respecto a lo que representa la pendiente

$$m = \frac{d-b}{c-a}.$$

C: Está claro profe, es uno de los catetos partido por el otro cateto.

J: Pero con lo que tu decis, podría ser cualquiera de los catetos, yo creo que falta pa` tener clara la idea.

Investigador: La recta contiene a la hipotenusa del triángulo que han construido, ¿no es así?, y fíjense que si prolongamos la recta, entonces la recta corta al eje x de manera que se forma un ángulo que es el que va del eje x a la recta en sentido contrario de las agujas del reloj (les hago el dibujo y la situación expuesta les queda claro a los alumnos), ahora, fíjense en que ese ángulo es el mismo que forma la hipotenusa del triángulo con el cateto $c-a$, ¿están de acuerdo?

(Los alumnos responden que están de acuerdo)

Entonces ¿qué podemos concluir?

D: Que la pendiente de la recta es el cateto que se opone al ángulo que forma la recta con el eje x, ángulo positivo, partido por el cateto que está al lado del ángulo.

P: Mejor decirlo así: para calcular la pendiente de una recta lo primero que hay que hacer es fijarse en el ángulo que forma el eje x con la recta, después hay que colocar ese ángulo en el triángulo y hacer la división del cateto opuesto a ese ángulo con cateto que está al lado del ángulo.

I: Hay todavía una forma más fácil de sacarla, forma un triángulo rectángulo y el cateto que es paralelo al eje y se parte por el cateto que es paralelo al eje x.

D: O sea, siempre es el cateto paralelo al eje y partido por el cateto paralelo al eje x.

Investigador: Practiquemos lo aprendido.

Ejercicio 1 Dibujen los triángulos asociados a las rectas que pasan por los puntos:

- a) (1, 0) y (3, 5)
- b) (2, 5) y (-1, 1)
- c) (2, -4) y (1, 7)

A continuación determinen las pendientes de esas rectas.

Ejercicio 2 Si la pendiente de una recta es $m=2$, calcular:

- a) La ecuación que permite calcular el valor de e, si la recta asociada a ella pasa por los puntos (1, 3) y (2, e).
- b) Utilizando la ecuación anterior calcule el valor de d en la ecuación

$$d - e^2 - (5 - e)(2 - 3e).$$

Calcule el valor de la pendiente de una recta que pasa por los puntos (e, 2d) y (5-e, 3d+4e).

Calcule el valor de y en la ecuación $y+2=2x-3e$, cuando $x=d-e$

(Los alumnos trabajan en los problemas planteados y logran los resultados correctos después de quince minutos. Antes de terminar la clase se les pide a los alumnos estudiar en la casa los conceptos que hemos visto, con el objetivo de que puedan recurrir a ellos sin previa revisión de las anotaciones registradas en el cuaderno)

Clase del martes 3 de octubre

Investigador: Les hago a los alumnos una serie de preguntas respecto a los conceptos vistos y que a través de negociaciones de significado se ha intentado que puedan internalizarlas.

(Las respuestas que dan los alumnos a las preguntas denotan que los conceptos requeridos no están del todo afianzados, pero que no obstante, existe un grado de certeza en sus respuestas que al comienzo del taller era muy escaso)

A continuación vamos a explotar un poco más el concepto de pendiente, y para lograr este objetivo voy a requerir de ustedes que me digan la imagen cotidiana que tienen ustedes de este concepto cuando lo asocian al camino que recorre un vehículo en una carretera.

Les recuerdo que hay letreros en la carretera que anuncian pendientes fuertes a modo de ejemplo.

J: A mi me imagino que las pendientes de un camino tienen que ver con la inclinación que tiene el camino, mientras mayor inclinación hay, mayor pendiente hay....

C: Cuando el camino es plano no hay pendiente, o sea que la pendiente es cero.

P: Yo también me imagino lo mismo, tiene que ver con que tan inclinado está el camino.

Investigador: Me parece que las asociaciones que ustedes hacen son correctas, y para completar sus ideas diremos que cuando un camino está inclinado, en el sentido que cuesta subirlo, entonces su pendiente en ese tramo es positiva. Diremos también que cuando el camino es plano entonces la pendiente es cero, y que cuando hay que bajar un camino enganchado, y por lo tanto frenado, entonces el camino tiene una pendiente negativa.

De la misma manera, una recta tiene pendiente positiva cuando al recorrerlo de izquierda a derecha la recta tiene una inclinación positiva, es decir, subimos en el plano, por el contrario, diremos que la recta tiene pendiente negativa cuando al recorrerla de izquierda a derecha bajamos en el plano. Por último, cuando no se sube ni se baja al recorrer la recta de izquierda a derecha, entonces la recta tiene pendiente cero.

Análogamente, si el triángulo que forman dos puntos dados de una recta tiene una hipotenusa que al recorrerla de izquierda a derecha sube en el plano, entonces la pendiente de ella es positiva, en caso contrario es negativa, y si no sube ni baja entonces la pendiente es cero. En ese caso, les manifiesto, para saber el valor de la pendiente de una recta, basta con construir el triángulo asociado a ella y efectuar el cociente entre el cateto paralelo al eje y con el cateto paralelo al eje x, pero que dicho cociente tiene que estar acompañado del signo menos cuando la hipotenusa “está en bajada”.

Les pido que apliquen lo anteriormente dicho para que calculen las pendientes de las rectas que pasan por los puntos:

- a) $(2, 5)$ y $(-2, 4)$
- b) $(-1, 1)$ y $(2, -3)$
- c) $(5, 9)$ y $(1, 1)$

A continuación les pido que dibujen un cuadrado de lado 12 y que lo sitúen en el plano cartesiano, de manera que dos de los vértices de él sean los puntos $(0, 0)$ y $(12, 12)$. También les pregunto por la pendiente del segmento que une los puntos $(0, 0)$ y $(12, 9)$.

Ahora, les pregunto por la pendiente del segmento que une los puntos $(0, 12)$ y $(12, 0)$.

(Los alumnos trabajan en equipo, aproximadamente veinte minutos, y logran determinar con éxito sus ejercicios)

Por último, les pido que calculen las pendientes de las rectas que cortan el eje x en 5 y al eje y en 3; al eje x en -4 y al eje y en 4. Respecto a éste último ejercicio, les pregunto por el valor del ángulo positivo que forma el eje x con la recta.

(Los alumnos en veinticinco minutos aproximadamente responden los ejercicios, pero les falta calcular el ángulo del último ejercicio, no saben como hacerlo)

Investigador: Concéntrense en el triángulo que forman los ejes coordenados y la recta.

(Los alumnos se dan un tiempo aproximado de cinco minutos y no reconocen que el triángulo que se forma es isósceles rectángulo)

Vuelvo a preguntar por el tipo de triángulo que es el formado. Los lados son todos distintos o no.

(Responden que hay un par de lados iguales)

Insisto, qué triángulo tiene dos lados iguales y es rectángulo.

C: El triángulo isósceles...

J: Falta, es isósceles, estamos de acuerdo, pero además es rectángulo.

D: Ah....entonces es rectángulo isósceles.

I: Pero un ángulo es 90° y los otros son iguales porque los lados son iguales, ahí está, es 45° .

Investigador: Hay otra forma también de darse cuenta que el ángulo es 45° , noten que los catetos del triángulo miden 4 unidades. Si forman un cuadrado

de lado 4, entonces la recta corresponde a la diagonal del cuadrado, y como las diagonales de los cuadrados son bisectrices de 90° entonces el ángulo pedido es 45° .

Clase del jueves 5 de octubre

Investigador: Ya sabemos calcular la pendiente de una recta a través del triángulo rectángulo asociado a ella. Ahora trataremos entre todos de calcular el otro parámetro que nos falta determinar para determinar completamente su ecuación. ¿Cuál es el otro parámetro y qué representa?

I: La pendiente es el m y el otro es el n y...déjeme acordarme..

C: Acuérdate, es donde la recta corta al eje y.

Investigador: Bien, pero como decía anteriormente, el problema es calcularlo, recordemos que la ecuación de una recta es $y = mx + n$, donde m es la pendiente de la recta y n es el valor en el eje y donde la recta lo corta.

¿Se les ocurre alguna idea?

(Ninguna dicen los alumnos)

Investigador: ¿Qué significa que el punto (4, 3) esté en la recta $y = 2x + n$?

C: No se profe...

I: Yo creo que en el punto (4, 3) x vale 4 e y vale 3, y hasta ahí nomás llego.

Investigador: Pero pueden reemplazar en la ecuación...

P: O sea, reemplazar $x=4$ e $y=3$, fácil poh... $3 = 2 \cdot 4 + n$, o sea que $n=3-8=-5$

D: O sea que la ecuación es $y = 2x - 5$.

Investigador: Correcto, muy bien.

Entonces parece que una manera de calcularlo, es una vez que conocemos la pendiente, conocer además un punto que esté en la recta, como en el caso anterior.

P: Profe, pero si no se conoce la pendiente ¿qué pasa?

Investigador: Tenemos en ese caso dos incógnitas que calcular: m y n . ¿Cuántos puntos creen ustedes que se necesita conocer que estén en la recta cuando hay dos incógnitas?

C: Cómo hay dos, entonces se necesitan dos puntos.

Investigador: Y es cosa que reemplacen esos puntos en la ecuación para que puedan determinar los valores de m y n .

Por ejemplo, si saben que los puntos $(2, 5)$ y $(3, 9)$ pertenecen a la recta $y = mx + n$, entonces al reemplazarlos obtienen...

$$J: 5 = m \cdot 2 + n \quad \text{y} \quad 9 = m \cdot 3 + n$$

C: Exprésalo mejor como $5 = 2m + n$ y $9 = 3m + n$, pero y, ¿cómo sacamos el valor de m y el de n ?

Investigador: ¿Se recuerdan de primero medio, o de octavo, cuando el profesor resolvió sistema de ecuaciones?

P: Sabe profe, no me acuerdo.

(El resto de los alumnos también responde que no se acuerda, aunque manifiestan que en algún momento vieron esta materia)

Investigador: Noten que $5 = 2m + n$ y que $9 = 4 + 5$. Pero $9 = 3m + n$, entonces...

C: $3m + n = 4 + 5$

J: Pero fíjate, $5 = 2m + n$, entonces $3m + n = 2m + n + 4 \dots$

P: O sea que $3m = 2m + 4$, porque las n se van, o sea que $m = 4$.

I: Ya, tenemos el m , y ahora, el problema es calcular el n .

C: Pero es cosa que reemplacis nomás el valor de m , pero no se en cuál de las ecuaciones.

D: En cualquiera, todas dan lo mismo, o sea que $5 = 8 + n$, o sea que $n = -3 \dots$

F: Entonces la ecuación es $y = 4x - 3$

Investigador: Ejercitemos ahora, para ello determinemos las ecuaciones que pasan por los puntos:

- a) (1, 3) y (3, 8)
- b) (1,7) y (3, 9)
- c) (2, -5) y (1, -2)
- d) (-3, 3) y (4, -4)
- e) (-1, -3) y (3, -7)
- f) (10,15) y (15, -6)

(Los alumnos trabajan el tiempo que les falta para terminar la clase, y no presentan problemas en la resolución)

Clase del martes 10 de octubre

Investigador: Hasta el momento hemos trabajado con la ecuación $y = mx + n$. Sabemos que podemos determinar los parámetros m y n si conocemos dos puntos que pertenezcan a la recta, también sabemos que podemos

determinar n si conocemos m y un punto que esté en la recta, y por último, podemos determinar m si conocemos el valor de n y un punto que esté en la recta.

Ahora vamos a trabajar la ecuación de la recta utilizando otra notación, pero que es equivalente con la anterior. Consideramos la forma $ax + by + c = 0$, forma que es lineal porque tanto x como y tienen exponentes de grado uno. ¿Por qué esta forma es equivalente con la forma $y = mx + n$?

C: ¿Usted quiere que esta pregunta la respondamos nosotros?

Investigador: Por lo menos que lo intenten.

I: En una la x está a la izquierda y en la otra a la derecha...

P: Tendríamos que dejar en las dos la x a la derecha, pero no se ocurre.

J: ¿Pero cómo podemos dejar la x a la derecha?, yo creo que hay que pasarla no más, haber... $by = -ax - c$, y pasar dividiendo la b , o sea que $y = \frac{-ax}{b} - c$.

Investigador: ¿Qué piensan ustedes de lo que ha hecho su compañera?

C: No se, yo creo que está bien...

I: Parece que la b está mal pasada a la derecha, porque también debe dividir a la c , yo creo, no se.

Investigador: Recordemos, como lo dije anteriormente, que cuando uno opera con una expresión una ecuación, debe hacerlo en ambos lados de ella, en este caso, al dividir por b , tenemos que dividir por b todas las expresiones involucradas en la ecuación, tanto las que están a la izquierda de ella como las

que están a la derecha. Es decir, $\frac{by}{b} = \frac{-ax-c}{b} = \frac{-ax}{b} - \frac{c}{b}$, o sea, que

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}.$$

C: Pero profe, tenemos que convertir esa forma a la forma con la pendiente y con el n.

I: Pero ahí está, $m = -\frac{b}{a}$ y $n = -\frac{c}{a}$.

Investigador: ¿Qué opinan acerca de lo que hizo su compañero?

F: Yo creo que está bien, pero siempre nos topamos con esos detalles, y ahí quedamos botados, porque todo lo que hagamos pa` delante va a estar mal.

Investigador: Lo importante es que ustedes pregunten al profesor los conceptos que no tienen claros...

C: Pero no nos pezcan...pero usted ya lo sabe.

Investigador: Vamos a reforzar las técnicas anteriores con una serie de ejercicios que les voy a proponer para que los resuelvan. Háganlos a conciencia, de manera que estos conceptos y técnicas que tienen un poco extraviadas, queden claras, muy $m = -\frac{b}{a}$ claras.

Calcular los valores de m y n en las siguientes ecuaciones:

a) $y = \frac{3x+2}{4}$

b) $y = \frac{-4x+5}{3}$

c) $5y = \frac{x+2}{6}$

d) $-4y = \frac{-3x-5}{7}$

$$e) \frac{y}{-2} = \frac{x+1}{4}$$

$$f) 5y - 3x = 6$$

$$g) -y + x = 2$$

$$h) \frac{1}{2}y - 5x = 4$$

$$i) (3+x)(5-y) = -xy$$

$$j) (x+2y)(5-3y) + 6xy = 0$$

$$k) \frac{y-1}{x+2} = 3$$

$$l) \frac{x-1}{y+2} = 3$$

$$m) \frac{2y+x}{x+4} = 4$$

(Los alumnos trabajan el tiempo que queda de clases y resuelven la mayoría de los ejercicios. El trabajo fue individual en algunos ejercicios y grupal en otros. Hubo que “reparar” una serie de conceptos mal entendidos, y agregar otros, que tenían olvidados o que no tenían. Los problemas que no pudieron resolver quedaron de tarea para la casa)

Clase del jueves 12 de octubre

Investigador: En esta clase vamos a hacer más gráficas de rectas y vamos a ejercitar la obtención de rectas dados dos puntos que pertenezcan a ella, dados un punto y el valor de la pendiente, dada una recta paralela a la pedida y que pase un punto conocido.

C: Mejor profe, así reforzamos los conocimientos que ya tenemos.

Investigador: Los ejercicios son los siguientes:

- a) Obtener la ecuación de la recta que pase por los puntos (1, -4) y (3, 6).
- b) Obtener la ecuación de la recta que pase por los puntos (-1, -2) y (-3, 1).
- c) Obtener la ecuación de la recta que pase por los puntos (1/2, -2) y (1, 6).
- d) Obtener la ecuación de la recta que pase por los puntos (1, 4/3) y (-2, 4).
- e) Obtener la ecuación de la recta que pase por el punto (-2, -4) y que sea paralela a la recta $2x+y=5$
- f) Obtener la ecuación de la recta que pase por el punto (3, -1) y que sea paralela a la recta $\frac{x-1}{y+2} = 2$.
- g) Obtener la ecuación de la recta que pase por el punto (1, -2) y que corte al eje y en el punto (0, 6).
- h) Obtener la ecuación de la recta que corte a los ejes x e y en $x=2$ e $y=3$.

(El trabajo efectuado por los alumnos estuvo exento de problemas relativos al concepto de lo que es recta, pero estuvo impregnado de problemas derivados de la pérdida de conceptos del área de los números racionales y del área de las ecuaciones)

Investigador: En lo que queda de clases les voy a definir, sin demostrar, el concepto de perpendicularidad entre rectas, y la relación que matemática que se da. Dos rectas son perpendiculares cuando se cortan o intersectan en 90° , las pendientes de estas rectas multiplicadas entre sí dan el valor -1.

Con las definiciones anteriores traten de calcular las ecuaciones de las rectas siguientes:

- a) Calculen la ecuación de la recta que es perpendicular a la recta $y+x=2$ y que pasa por el punto (-1,2).
- b) Una recta que corta al eje y en $y=-3$ es perpendicular al recta que pasa por los puntos (-1,3) y (2, -4).

(El segundo ejercicio complicó a los alumnos quienes tuvieron, en primer lugar, que calcular la pendiente de ambas rectas, en segundo lugar,

tuvieron que aplicar la condición de perpendicularidad, y en tercer lugar tuvieron que reconocer el n de los datos del problema)

Clase del martes 17 de octubre

Investigador: En esta oportunidad vamos a aplicar los conocimientos que tenemos sobre rectas para resolver una serie de problemas de la vida cotidiana.

Qué les parece que resolvamos situaciones relativas a monedas. Para esto, supongamos que tenemos \$1000 en monedas de \$50 y \$100, ¿cuántas monedas de \$50 se tiene cuando hay 4 monedas de \$100?

Entiendo que uno podría resolver este problema sin necesidad de recurrir a la ecuación de la recta, pero la idea es recurrir a ella para adquirir la práctica necesaria para resolver otro tipo de problemas más sofisticados que el planteado.

C: Tenemos que calcular la pendiente y el n , ¿verdad?

Investigador: Pero para eso tienes que fijar tu postura respecto a lo que vas considera como la variable x y la variable y , creo yo.

C: x podría ser la cantidad de monedas de \$100 e y la cantidad de monedas de \$50, ¿le parece?

Investigador ¿Qué opinan ustedes?

(Los alumnos están de acuerdo)

Dibujen los ejes x e y , colocando lo que significa cada uno de ellos.

Después (aunque no es necesario) traten de calcular la pendiente y el valor don la recta corta al eje y.

J: ¿Por qué dice usted que no es necesario calcular la pendiente?

Investigador: Planteen la situación y se van a dar cuenta.

(Los alumnos calculan las cantidades de dinero que hay en monedas de \$50 y \$100 y lo igualan a \$1000)

D: Fácil profe, como x es la cantidad de monedas de \$100, entonces tenemos $100x$ pesos en plata, y tenemos también $50y$ pesos en plata, ahora tenemos que igualar eso con 1000, lo que da $100x+50y=1000$.

P: Pero son números muy grandes los que hay, son muy complicados pa` trabajar.

I: Pero simplifica por 10, como dijo el profe, hay que dividir todo por 10, así que tenemos $10x+5y=100$...

P: Pero todavía se puede simplificar más, por 5, esto queda $2x+y=20$...

I: Oye, pero esa es la ecuación de la recta, tenía razón profe, no se necesitaba calcular la pendiente.

Investigador: ¿Cuál es la pendiente y el n ?

C: Fácil profe, $m=-2$ y $n=20$.

¿Qué información obtenemos con estos datos?

J: Que la recta corta al eje y en 20 y que la pendiente es negativa, o sea que está pa` bajo.

(Los alumnos grafican la recta)

Investigador: Noten que del dibujo se desprende que a medida que crece x y decrece...

J: O sea que cuando tenemos más monedas de \$100 menos tenemos de \$50.

C: Pero respondamos lo que nos preguntó el profe, si tenemos cuatro monedas de \$100 tenemos que calcular las monedas de \$50 que tenemos.

I: Pero es cosa que remplacis no más, $x=4$, entonces $8+y=20$, o sea $y=12$.
O sea, 4 de \$100 me da \$400 y 12 de \$50 me da \$1000, esta bien, bacan.

Investigador: Ahora, sería bueno que trabajen en los siguientes problemas, para que adquieran práctica en la resolución de problemas.

- 1) Si tienen \$500 en monedas de \$10 y \$50, ¿cuál es la ecuación de la recta asociada a este problema, cuál es su pendiente, su n , y cuál es la cantidad de monedas de \$10 que se tiene cuando hay 80 monedas de \$5?
- 2) En la Universidad de Santiago, las notas se colocan en la escala de 0 a 100%; en este caso, un 100% para ellos equivale a un siete para nosotros y un 0% un uno para nosotros.
¿Qué nota corresponde en esa universidad un cinco para nosotros?
- 3) En el Estadio Nacional se realiza un recital que pretende recaudar \$350000000 en entradas. Las hay de \$5000 para niños y \$10000 para personas con más de catorce años. ¿Cuál es la ecuación y sus parámetros que representan a la situación planteada?
Si asisten 12400 niños, cuántos adultos lo hacen?

(Los alumnos trabajaron concientemente en los problemas, inicialmente de manera individual, y después de manera colectiva. Si bien resolvieron los problemas, esto se produjo a un ritmo lento)

Ptje. Ideal 31

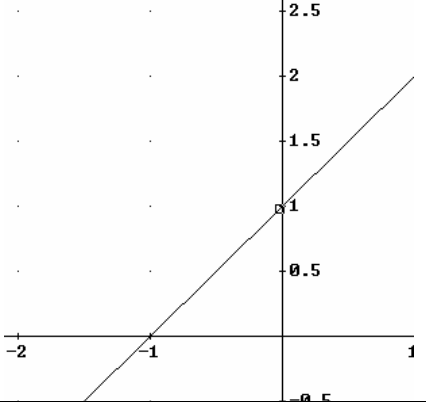
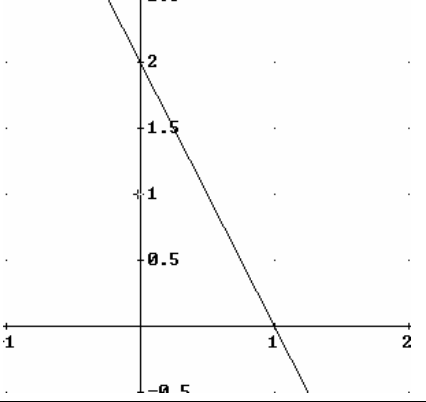
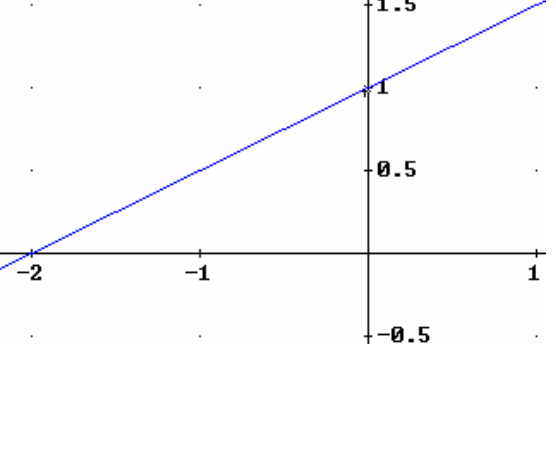
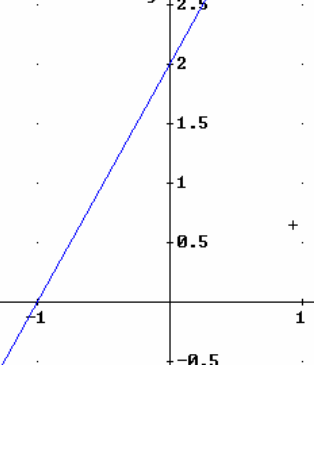
Ptje. Real _____

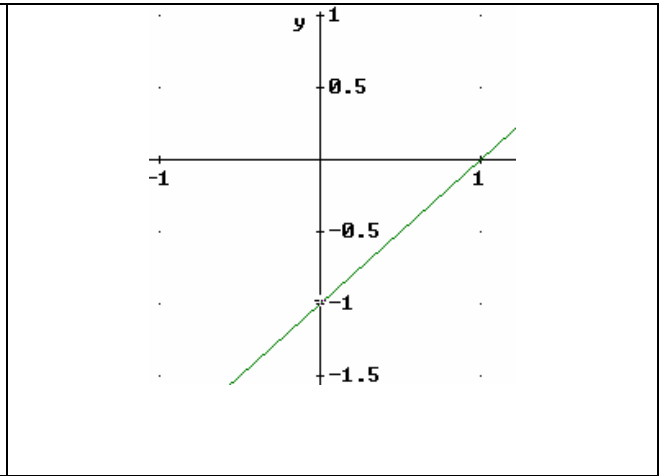
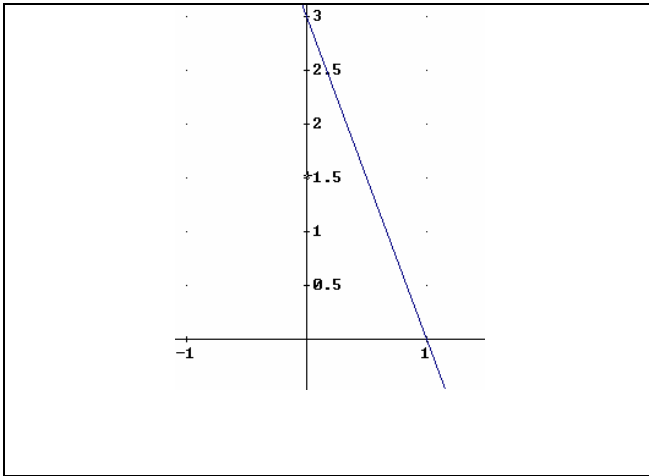
Nota

Función lineal II Medio

Nombre completo: _____ Curso: _____ Fecha: _____

I) En cada ejercicio coloca los valores de la pendiente “m” y coeficiente de posición “n”.
(1 Ptos. CRC)

<p>m = _____ n = _____</p>	<p>m = _____ n = _____</p>
	
<p>m = _____ n = _____</p>	<p>m = _____ n = _____</p>
	
<p>m = _____ n = _____</p>	<p>m = _____ n = _____</p>



II) Completa según corresponda: (1 Ptos. CRC)

$m =$ $(1, \quad)$	$n =$ $(\quad, 2)$	$m =$	$n =$ $x = 2 \quad y =$

III) Calcula los valores de m y n en: (1 Pto. CRC)

Ecuación de la recta:	$m =$	$n =$	Ecuación de la recta:	$m =$	$n =$
1) $2y + x + 1 = 0$			2) $2y + 4x - 2 = 0$		
3) $y - 3x = 2$			4) $\frac{2x + y}{x - y} = 2$		

IV) Calcular la distancia entre los puntos A y B. Escribir el desarrollo del problema y el resultado (2 Ptos. CRC)

