



**UNIVERSIDAD DE CHILE**

**Facultad de Economía y Negocios**

**Escuela de Economía y Administración**

**MODELAMIENTO DE LA TASA DE INTERÉS EN CHILE**

**Seminario para optar al Título de Ingeniero Comercial**

**Autores**

Camilo Berríos Moya

Romina Sanhueza Alarcón

**Profesor Guía**

Jorge Gregoire Cerda

Santiago, Chile

Semestre Primavera 2011

## **AGRADECIMIENTOS**

Al profesor Jorge Gregoire le agradecemos sinceramente el apoyo, comprensión y consejo que nos entrego durante la realización de este seminario de título. Compartir con él fue una experiencia positiva ya que nos facilitó la literatura financiera necesaria, y también nos orientó de la manera adecuada en el desarrollo de este trabajo.

Quisiéramos agradecer a la Plataforma de Bloomberg y a la Base de Datos Estadísticos del Banco de Central, las cuales nos proporcionaron información valiosa para la elaboración de esta tesis.

También quisiéramos agradecer a Francisco Marcet, quien nos proporcionó información necesaria para el desarrollo de este trabajo.

Finalmente, quisiéramos agradecer a nuestras familias, en especial a nuestros padres por su apoyo y comprensión durante todo el proceso de investigación y análisis de esta tesis.

## RESUMEN

Este documento examina la estructura temporal de la tasa de interés nominal de corto plazo en Chile mediante el modelo de un factor desarrollado por Vasicek (1977). El comportamiento de la tasa de interés tiene fuertes implicancias para el mercado de capitales. En efecto, los modelos que pueden capturar la dinámica de dicha tasa son bastante útiles al momento de valorar instrumentos financieros y diseñar estrategias de cobertura de riesgo más precisas.

El objetivo de este trabajo es realizar un ejercicio de modelamiento de la tasa de interés de corto plazo en Chile, en función de la estructura econométrica desarrollada por Chan, Karolyi, Longstaff y Sanders (CKLS, 1992) y con las restricciones específicas para el modelo de equilibrio desarrollado por Vasicek (1977). El propósito es identificar si el modelo de Vasicek captura la dinámica del cambio en la tasa de interés de corto plazo en el mercado de capitales chileno. En este trabajo se utiliza la tasa de interés nominal de los Pagarés Descontables del Banco Central (PDBC) para el periodo comprendido entre 1997 y 2011.

Los resultados logrados en esta investigación concluyen que el modelo de Vasicek (1977) presenta ciertas limitaciones al momento de modelar la tasa de interés de los PDBC, debido a que el modelo considera homoscedastidad en los errores. Además asume al parámetro  $\gamma$  con valor nulo, por tanto no puede capturar del todo bien la dinámica de la tasa de interés. Por otra parte, el fenómeno de reversión a la media persiste pero no es tan explícito, lo que puede deberse a un comportamiento más complejo del mercado de renta fija de corto plazo en Chile.

## ÍNDICE

INTRODUCCIÓN .....	6
REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA .....	8
METODOLOGÍA .....	23
RESULTADOS.....	28
CONCLUSIONES .....	38
BIBLIOGRAFÍA .....	39

## INTRODUCCIÓN

Conocer la estructura temporal de la tasa de interés de corto plazo ha sido objeto de estudio, tanto en finanzas teóricas como prácticas. Esto debido a que el conocimiento de dicha estructura tiene fuertes implicancias para el mercado de capitales. Los modelos que pueden capturar la dinámica de la tasa de interés, son bastantes útiles al momento de valorar instrumentos financieros y diseñar estrategias de cobertura de riesgo más precisas. En efecto, Vasicek (1977) deriva una ecuación diferencial para la valorización de bonos descontables. Desarrolla una caracterización explícita de la estructura temporal de las tasas de interés en un mercado eficiente, donde todos los inversores tienen expectativas homogéneas y el mercado se encuentra en equilibrio, es decir no existen oportunidades de arbitraje.

Chan, Karolyi, Longstaff y Sanders (CKLS, 1992) comparan diferentes modelos del cambio de la tasa de interés de corto plazo de un factor, encontrando que los modelos que mejor describen la dinámica de la tasa de interés son aquellos que permiten que la volatilidad condicional de los cambios en dicha tasa sea altamente dependiente del nivel de la tasa de interés. La conclusión lograda por estos autores es de importancia en el uso de los diferentes modelos de estructura temporal de tasas, en su injerencia en la valorización de derechos contingentes y coberturas sobre riesgo de tasas de interés.

Parisi (1998) replica la investigación de CKLS (1992) para el caso chileno, con el fin de identificar que modelos capturan mejor la dinámica del cambio en la tasa de corto plazo en el mercado de capitales, y sus implicancias para los inversores y el Banco Central. Dentro de sus hallazgos identifica la sistemática significancia del beta negativo en todos y cada uno de los modelos estudiados, deduciendo el fuerte control de la tasa de interés por parte de la autoridad monetaria. Además identifica que los modelos más exitosos en capturar la dinámica del cambio de la tasa de interés son aquellos que permiten que su volatilidad no sea constante, siendo altamente sensibles al nivel de la tasa.

Parisi (1999) compara los modelos dinámicos (complejos o teóricos) como el sugerido por CKLS (1992) versus los modelos autoregresivos de primer orden (modelos ingenuos). El

propósito de su trabajo es identificar cuales modelos explican y predicen mejor los movimientos de las tasas de interés nominal de corto plazo en Chile. El autor concluye que el comportamiento de la tasa puede ser explicado y proyectado por los modelos teóricos. Estos últimos presentan mayores ventajas, en términos de ajuste y predicción, que los modelos ingenuos.

Zúñiga (1999) analiza la estructura temporal de la tasa de interés en Chile, poniendo énfasis en el comportamiento de la varianza del proceso. El propósito de su trabajo es comparar distintas especificaciones para las tasas de interés, dado que el valor de los parámetros de esos procesos entrega antecedentes respecto a la naturaleza del mercado de renta fija en Chile. El autor concluye que la volatilidad de los cambios no esperados en las tasas de interés depende positivamente del nivel de dicha tasa. También obtiene reversión a la media, fenómeno que es validado en la mayoría de los estudios realizados a las tasas de interés de los principales instrumentos de renta fija de corto plazo en Chile.

El objetivo de este trabajo es realizar un ejercicio de modelamiento de la tasa de interés en Chile, en base a la estructura econométrica desarrollada por CKLS (1992), con el propósito de identificar si el modelo de Vasicek (1977) captura la dinámica del cambio en la tasa de interés de corto plazo en el mercado de capitales chileno. Parisi (1998) utiliza las tasas de interés nominal de los Pagarés Descontables del Banco Central (PDBC's) para el periodo entre 1983 y 1995 en el desarrollo de su investigación. En este trabajo se utiliza el mismo instrumento de renta fija pero para el periodo comprendido entre 1997 y 2011.

El análisis está estructurado en cuatro secciones. En la primera se estudia la bibliografía existente acerca de los modelos de cambio en la tasa de interés nominal de corto plazo. En la segunda se presenta el modelo y la metodología de estimación, también se describen los datos utilizados. En la tercera se entregan los resultados del modelo descrito en la sección anterior para el caso chileno, en relación a su habilidad explicativa y proyectiva. Finalmente, en la cuarta sección se entregan las conclusiones y recomendaciones finales.

## REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

En esta sección se discuten algunas de las principales aportaciones que han hecho los teóricos al estudio del comportamiento de la tasa de interés de corto plazo, y también de su estructura temporal. Los trabajos realizados por Vasicek (1977) y Chan, Karolyi, Longstaff y Sanders (CKLS, 1992) son el marco de referencia que permite el modelamiento de tasas de interés para determinados casos de estudio y será la base de nuestro seminario. Los trabajos realizados en Chile por Parisi (1998), Parisi (1999) y Zuñiga (1999) tratan de explicar el comportamiento de las tasas de interés en Chile utilizando algunos de los modelos anteriores. A continuación se hace una revisión de los artículos citados arriba.

### **Modelo de Vasicek (1977)**

Este fue el primero en incorporar reversión a la media a un modelo de tasas de interés de equilibrio. Esto permitió un comportamiento acorde con el que se observaba en la realidad, en cuanto a que las tasas presentaban una tendencia a acercarse a cierto nivel promedio a largo plazo. Cuando el tipo de interés a corto plazo era muy elevado tendía a bajar; cuando era muy bajo tendía a subir.

La importancia de conocer el comportamiento de la tasa de interés de corto plazo es clave para la determinación de la estructura temporal. Dicha estructura sirve para la valorización de diferentes activos sensibles a los cambios en la tasa libre de riesgo, valorizaciones que son de importancia tanto para las finanzas teóricas como aplicadas.

El modelo está formulado en tiempo continuo, aunque algunas implicaciones para series de tasas de interés discretas son también señaladas. Resulta ser un modelo de equilibrio general bastante útil debido a sus propiedades para valorar productos derivados de tasas de interés, y a que, presenta reversión a la media a un valor constante lo cual es una propiedad deseable en el análisis de la dinámica de las tasas de interés.

Dentro de las ventajas del modelo se pueden mencionar la facilidad de implementación, la simpleza analítica y la habilidad de generar distintas formas de la estructura de tasas de interés. El modelo tiene una base conceptual concreta que permite interpretar la información que contienen las tasas de interés a través del tiempo. El autor considera un mercado donde los inversores compran y emiten promesas de pago, libres de riesgo, por una cantidad específica de dinero que se entregará en una fecha futura dada. Tales promesas son llamadas bonos a descuento.

El modelo está basado en tres supuestos. Con respecto al primer supuesto, este plantea que un crédito de monto  $W$  a la tasa *spot*  $r$  irá aumentando su valor durante el instante  $t$  en:

$$(1)$$

Ecuación que es válida con certeza, en  $t$ , ya que  $r$  es conocida en  $t$ . Los valores posteriores de la tasa *spot*, sin embargo, no son necesariamente ciertos. En otras palabras,  $r_t$  es un proceso estocástico, sujeto a dos requerimientos: primero,  $r_t$  es una función continua en el tiempo, esto es, no cambia de valor por un salto instantáneo. Segundo, se asume que  $r_t$  sigue un proceso de Markov. Bajo este supuesto, el comportamiento futuro de la tasa *spot*, dado su valor actual, es independiente del pasado. En otras palabras, la distribución de  $r_s$  dado  $r_u$ ,  $s < u$  sólo depende de la información disponible en el tiempo  $u$ , es decir sólo depende del valor  $r_u$ .

La propiedad de Markov implica que el proceso de la tasa *spot* está caracterizado por una única variable de estado, es decir su valor actual. La distribución de probabilidad del segmento  $r_s$  esta, por lo tanto, completamente determinado por el valor de  $r_u$ .

Los procesos que son continuos y markovianos son llamados procesos de difusión. Estos procesos pueden ser descritos a través de una ecuación diferencial de la forma:

$$(2)$$



Donde  $r_t$  es un proceso de Wiener<sup>1</sup>, un tipo particular de proceso estocástico de Markov. Las funciones  $\mu(r_t, t)$  y  $\sigma(r_t, t)$  son conocidas como la tendencia y la varianza instantánea respectivamente del proceso  $r_t$ .

El segundo supuesto del modelo menciona que el precio de un bono a descuento depende sólo de la tasa *spot* y de su vigencia (periodo entre colocación y vencimiento). Es decir, el precio del bono cero cupón que se coloca en  $t$  y que al vencimiento  $T$  paga una unidad monetaria se detonará mediante  $P(t, T)$ , o en forma más simple como  $P(t, T)$ , cuando no sea necesario destacar la dependencia con la tasa corta. Así, dicha tasa es la única variable de estado en la estructura de plazos.

Este modelo de un factor asume que el mercado es eficiente. Todos los inversores actúan de forma racional (prefieren más riqueza que menos y utilizan toda la información disponible), tienen expectativas homogéneas y el mercado está en equilibrio. Es decir no hay oportunidades de arbitraje.

Vasicek menciona que el precio del bono descontable satisface una ecuación diferencial estocástica del tipo:

(3)

Donde los parámetros  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  son dados por:

$$\alpha = \frac{1}{\tau} \left( \frac{1}{\tau} - \beta \right) \quad (4)$$

$$\beta = \frac{1}{\tau} \quad (5)$$

---

<sup>1</sup> Un proceso de Wiener se obtiene a partir del límite de un proceso de *random walk*, cuando  $t$  tiende a cero, donde la variable  $Z$ , que sigue el proceso Wiener, puede ser entendida al considerar los cambios en su movimiento en pequeños intervalos de tiempo.

Las funciones  $\mu(r, t)$  y  $\sigma(r, t)$  son la media y la varianza, respectivamente, de la tasa instantánea de retorno al tiempo  $t$  de un bono con fecha de madurez  $s$ , dado que la tasa *spot* actual es  $r$ .

Para ilustrar el modelo general, se da un ejemplo particular que describe la dinámica estocástica de una tasa de interés instantánea que presenta reversión a la media. A continuación se formaliza la noción de reversión a la media a través del proceso de Ornstein-Uhlenbeck,

(6)

Con  $\mu(r, t) = \alpha(\beta - r)$ , correspondiente a  $\sigma(r, t) = \sigma$  en la ecuación (2). El proceso de Ornstein-Uhlenbeck con  $\mu(r, t) = \alpha(\beta - r)$  es a veces llamado *elastic random walk*. Esto significa que es un proceso de Markov con incrementos normalmente distribuidos. En contraste al *random walk* (el proceso de Wiener) que es un proceso inestable y que después de un largo tiempo divergirá a valores infinitos, el proceso Ornstein-Uhlenbeck posee una distribución estacionaria. El *drift* instantáneo  $\alpha(\beta - r)$  representa una fuerza que sigue tirando el proceso hacia su media de largo plazo  $\beta$  con magnitud proporcional a la desviación del proceso desde la media.  $\alpha$  es la esperanza y  $\sigma^2$  la varianza. La esperanza y la varianza condicional del proceso, dado el nivel actual, son:

(7)

— (8)

Respectivamente.

Una de las contribuciones más importantes del trabajo es la determinación de una ecuación diferencial parcial que caracteriza el precio de un bono cero cupón en ausencia de oportunidades de arbitraje. Bajo el supuesto de que la tasa instantánea de interés es conducida por un proceso de difusión, los argumentos de arbitraje desempeñan un papel fundamental en la obtención de dicha ecuación diferencial parcial.

### **Chan, Karolyi, Longstaff y Sanders (CKLS, 1992)**

Estos autores comparan diferentes modelos del cambio de la tasa de interés de corto plazo de un factor, encontrando que los modelos más exitosos en capturar la dinámica del cambio de esta tasa son aquellos que permiten que su volatilidad no sea constante, siendo altamente sensible al nivel de la tasa. La conclusión lograda por estos autores es de importancia en el uso de los diferentes modelos de estructura temporal de tasa de interés, en su impacto en la valorización de derechos contingentes y en la cobertura sobre el riesgo de tasas.

Utilizan una estructura econométrica para comparar los modelos estocásticos de la tasa de interés de corto plazo, formulación que captura la dinámica por medio de la siguiente ecuación estocástica diferencial:

(9)

En que  $r$  es la tasa de interés;  $t$  denota tiempo; en tanto que  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  son parámetros;  $\sigma$  es la desviación estándar del cambio continuo de la tasa libre de riesgo; y  $Z$  es una variable con un proceso de Wiener. Esta formulación dinámica implica que la media y la varianza condicionadas de los cambios en la tasa de interés de corto plazo dependen del nivel de la tasa. CKLS estiman la ecuación (9) por medio del Método Generalizado de Momentos (GMM), sin imponer restricciones sobre los parámetros, a diferencia de lo sugerido por los modelos de cambio en la tasa, que también son abordados por los autores para su comparación.

CKLS estudian la habilidad de capturar la volatilidad del cambio en la tasa de interés para cada modelo. Lo anterior es de suma importancia debido a que la volatilidad de la tasa libre de riesgo es una de las variables claves para la valorización de derechos contingentes tales como opciones sobre bonos; más aún, las estrategias de cobertura óptimas para inversores aversos al riesgo dependen críticamente de la volatilidad de la estructura temporal de la tasa de interés, la cual se logra a partir de la volatilidad del cambio de la tasa libre de riesgo. La comparación se

efectúa a través de la ecuación (9) simplemente colocando las restricciones apropiadas a los cuatro parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $\delta$  para cada uno de los ocho modelos estudiados<sup>2</sup>.

Dentro de los modelos seleccionados para la investigación por CKLS, se encuentra el proceso de Ornstein-Uhlenbeck utilizado por Vasicek (1977) para la valorización de bonos descontables. La restricción que los autores imponen sobre la ecuación (9) para el modelo de Vasicek es que  $\alpha$  sea igual a cero. Es decir:

$$(10)$$

El valor de  $\alpha$  es, según CKLS, la característica más importante que diferencia a los modelos de tasas de interés. En particular, nos muestran que los modelos que permiten  $\alpha < 0$  capturan la dinámica de la tasa de interés de corto plazo mejor que los que requieren  $\alpha > 0$ . Esto se debe a que la volatilidad del proceso es altamente sensible al nivel de la tasa.

Una de las características de la metodología sugerida por CKLS es que permite dar una opinión sobre las propiedades económicas de cada modelo y la relevancia de los supuestos en relación a los parámetros prefijados. Para ello, calculan los modelos de tasa de interés continua, pero en su especificación econométricamente discontinua en relación al tiempo. En términos simples, dado que no es posible estimar la ecuación (9), se calculan las siguientes ecuaciones, que son una aproximación de dicha formulación:

$$, \quad (11)$$

$$. \quad (12)$$

La principal característica de este modelo *ex post* es que permite que la varianza de los cambios en la tasa de interés dependa directamente del nivel de ésta, cuestión que es consistente con los modelos de tiempo continuo de tasa de interés. De los procedimientos utilizados por los

---

<sup>2</sup> El análisis de cada uno de los modelos utilizados por CKLS (1992) está fuera del alcance de este trabajo, excepto en el caso de Vasicek (1977). Los demás modelos utilizados por los autores son el de Merton (1973), CIR SR (1985), Dothan (1978), GBM (1973), Brennan-Schwartz (1980), CIR VR (1980) y CEV (1975).

autores, el test de bondad de ajuste conocido como criterio de valor mínimo GMM, permite jerarquizar los diferentes modelos de cambio en la tasa de interés, en función de aquel modelo que entregue el valor más bajo de todos los estudiados, dada su baja especificación.

CKLS utilizan dos fuentes de datos alternativos, logrando similares conclusiones, lo cual valida las implicaciones sugeridas por ellos. La primera base de datos es la tasa de interés diaria de los bonos del gobierno estadounidense a tres meses para el periodo comprendido entre 1978 y 1984. La segunda fuente de datos está compuesta por el retorno entregado por los bonos del tesoro estadounidense, para el periodo entre junio 1964 y diciembre de 1989.

Los test de bondad de ajuste realizados por los autores indican que el modelo de Vasicek está mal especificado, ya que tiene valores superiores a seis y puede ser rechazado al 95% de nivel de confianza. Por otro lado, al clasificar los modelos por los valores de  $\chi^2$ , recordemos que en Vasicek el proceso se rechaza, ya que asume  $\sigma^2$  constante. Estos resultados sugieren que la relación entre la volatilidad de tasa de interés y el nivel de ésta es la característica más importante de cualquier modelo dinámico de tasa libre de riesgo de corto plazo. Esto es importante ya que gran parte del debate acerca de los meritos relativos de los distintos modelos se ha centrado en otros aspectos. Por ejemplo, el modelo de Vasicek es a menudo criticado por permitir tasas de interés negativas. Los resultados de CKLS indican que un inconveniente mucho mayor para este modelo es que los cambios en la tasa de interés son homoscedásticos.

En el caso del  $\chi^2$  que describe el ajuste de los distintos modelos para los cambio en la *yield* efectiva. El modelo de Vasicek, estudiado por CKLS, arroja un valor igual a cero ya que este modelo implica que la volatilidad de los cambios de la tasa de interés es constante. La volatilidad de los modelos basados en su poder predictivo está estrechamente vinculado a la clasificación que implica el criterio del valor mínimo de GMM.

En conclusión, el trabajo de CKLS compara ocho modelos competitivos de las dinámicas de la tasa de interés de corto plazo con el fin de determinar cuál es el modelo que mejor ajusta los datos de la tasa de interés diaria de los bonos del tesoro estadounidense. Todos los modelos son anidados dentro de un marco simple que permite compararlos directamente entre sí.

Los resultados indican que es crítico modelar la volatilidad correctamente. Los modelos que mejor describen la dinámica de la tasa de interés son aquellos que permiten que la volatilidad condicional de los cambios en la tasa de interés sea altamente dependiente sobre el nivel de dicha tasa. Los autores señalan que sorpresivamente, los modelos más utilizados, entre ellos el de Vasicek (1977), tienen un mal desempeño en relación a los modelos menos conocidos.

Estos resultados tienen implicaciones importantes para modelos actuales de estructura temporal. Los autores demuestran que una de las características más importantes de dicha estructura es la dependencia de su volatilidad sobre el nivel de la tasa de interés. La mayoría de los modelos de estructura temporal usados, sin embargo, fallan en capturar su dependencia, ya que la volatilidad de la tasa de interés es de importancia fundamental en la valuación de derechos contingentes y coberturas sobre riesgo de tasa de interés. Los resultados obtenidos por CKLS sugieren que los modelos futuros de estructura temporal deben focalizarse en dicha relación.

### **Estimaciones para Chile**

El objetivo del trabajo de Parisi (1998) es replicar la investigación de CKLS (1992) para el caso chileno, con el fin de identificar que modelos<sup>3</sup> capturan mejor la dinámica del cambio en la tasa de interés de corto plazo en el mercado de capitales y sus implicancias para los inversores y el Banco Central.

Los datos utilizados son las tasas nominales de los Pagarés Descortables del Banco Central (PDBC) a 90 días para el periodo comprendido entre los años 1983 y 1995. El método de transacción de este tipo de instrumentos de deuda por parte de la autoridad monetaria, es a través de licitaciones, las que se efectúan a lo menos una vez a la semana. Una de las características más importantes que presentan este tipo de bonos es que la autoridad, al fijar el descuento en los PDBC, está dando a conocer implícitamente su estimación de inflación para los próximos treinta días. El objetivo del trabajo de Parisi es, justamente, identificar el comportamiento de las

---

<sup>3</sup> Los modelos utilizados por Parisi (1998) para identificar aquellos que mejor capturan la dinámica del cambio en la tasa de interés de corto plazo son: CKLS (1992), Merton (1973), Vasicek (1977), Cox-Ingersoll-Ross (CIR, 1985) con raíz cuadrada (SR), Dothan (1978), Movimiento Geométrico Browniano (GBM, 1973) propuesto por Black y Scholes, Brennan-Schwartz (BS, 1980), CIR VR (1980) utilizado por Constantinides e Ingorsoll y el de “Elasticidad Constante de la Varianza” (CEV, 1975) sugerido por Cox.

tasas de interés nominal de corto plazo en Chile, destacando el hecho de que ésta es muy utilizada por el mercado para determinar las expectativas de inflación que tiene el Banco Central.

Parisi, al igual que CKLS (1992), utiliza una estructura econométrica simple para comparar los modelos estocásticos de la tasa de interés de corto plazo. La formulación que captura la dinámica del cambio de dicha tasa, es la ecuación (9) señalada por CKLS, que implica que la media y la varianza condicionadas de los cambios en la tasa de interés de corto plazo dependen del nivel de dicha tasa. El autor utiliza el Método Generalizado de Momentos (GMM) para estimar los parámetros de los distintos modelos llegando a la conclusión de que los modelos que consideran la volatilidad dependiente del nivel de las tasas de interés son los que mejor se ajustan a las tasas nominales. Los modelos en tiempo continuo son discretizados para utilizar datos mensuales de las tasas de los PDBC.

Los resultados indican la significancia de todas y cada una de las variables del modelo CKLS (1992) para el caso chileno. Sin embargo, del análisis econométrico se desprende la presencia del fenómeno de reversión a la media. La sistemática significancia del beta negativo en todos y cada uno de los casos estudiados indica, irrefutablemente, el fuerte control de la tasa de interés por parte de la autoridad.

Es importante recordar que en la investigación de CKLS (1992) los modelos arrojaron un beta negativo no significativo en términos estadísticos, rechazando la hipótesis de reversión a la media e indicando que el mercado de renta fija de corto plazo estadounidense no tiene una tasa de interés de corto plazo prefijada como objetivo de largo plazo, sino que la economía estadounidense buscaba por sí sola su equilibrio de corto plazo. Lo anterior hace que la tasa de interés presente un comportamiento complejo, no explicado por los modelos estudiados por los autores, lo cual no es cierto en el caso chileno según lo estudiado por el autor.

La mayoría de los modelos son rechazados de acuerdo al criterio de valor mínimo GMM, ya que los valores son demasiado altos. Con respecto a la capacidad de los modelos para predecir el cambio en la tasa y en su varianza para el caso chileno, Parisi concluye que el modelo de Vasicek (1977) predice el cambio en la tasa de interés bastante bien, ya que el no es

cercano a cero. En relación a los resultados de CKLS (1992) y los logrados por este autor, existen diferencias en la capacidad predictiva del cambio y la varianza de la tasa de interés, cuestión que se explica en la alta significancia de los modelos estudiados para el caso chileno.

En conclusión, Parisi identifica que los modelos más exitosos en capturar la dinámica del cambio de la tasa de interés nominal de corto plazo chilena son aquellos que permiten que su volatilidad no sea constante, siendo altamente sensible al nivel de la tasa. Lo anterior sugiere que la relación entre volatilidad de la tasa de interés y nivel de ésta es la característica más importante para cualquier modelo de cambio de esta variable. Estas conclusiones son similares a las logradas por CKLS (1992), pero para el caso estadounidense.

El resultado para el mercado de capitales chileno debe ser analizado con cuidado, debido a las propias características de este, personificado en el Banco Central. Parisi señala que esta autoridad utiliza la tasa de los PDBC's para controlar la inflación esperada para los próximos treinta días a partir de las ofertas de PDBC's y PRBC's<sup>4</sup> aceptadas por el instituto emisor.

A pesar de la discrecionalidad del Banco Central con respecto a la tasa de interés de corto en Chile, el modelo no restringido de CKLS (1992) es considerablemente poderoso al explicar el comportamiento del cambio en la tasa de interés, validando la evidencia de reversión a la media en la tasa encontrada por el autor.

El objetivo del trabajo de Parisi (1999) es comparar los modelos dinámicos (complejos o teóricos) como el sugerido por CKLS (1992) que presentan volatilidades estocásticas versus los modelos autoregresivos de primer orden (modelos ingenuos). El propósito es identificar cuales modelos explican y predicen mejor los movimientos de las tasas de interés nominal de corto plazo en Chile.

Los datos utilizados son las tasas bancarias de colocación promedio mensual desde enero 1990 a junio de 1997. En el caso de las tasas de los bonos nominales del gobierno a 30 días, el autor las obtiene del promedio mensual entregado por el Banco Central para el periodo en cuestión y de las licitaciones semanales de PDBC's. Al igual que CKLS (1992), utiliza una

---

<sup>4</sup> Pagars Reajustables del Banco Central de Chile.



estructura econométrica simple para comparar los modelos estocásticos de la tasa de interés nominal de corto plazo. La formulación que captura la dinámica del cambio de dicha tasa, es la ecuación (9) señalada por CKLS. La particularidad de este modelo, en su versión discreta, es que logra incorporar la intuición de que tanto la dinámica del cambio en la tasa de interés como su volatilidad se ven afectadas por el nivel de la tasa. Es decir, cuando la tasa de interés es alta, entonces el cambio y la volatilidad también lo son, cuestión que es observada por el autor durante 1997 y 1998 en economías de países en vías de desarrollo.

Se utiliza el Método Generalizado de Momentos, para estimar la ecuación (9), en su versión discreta y sin imponer restricciones sobre los parámetros. Al utilizar GMM, el autor señala que se pueden derivar muchas generalizaciones, algunas relacionadas con el simple hecho de relajar el supuesto de que los errores se distribuyen idéntica e independientemente (i.i.d), por ejemplo, donde no se asume distribución alguna sobre la muestra estudiada, lo que claramente facilita la explicación de los resultados y su procedimiento, permitiendo además, no sólo probar modelos, sino que también precisar parámetros, en el sentido de entregar un mapa de parámetros definidos para un modelo.

En el caso de los modelos ingenuos, el autor menciona que el cambio en la tasa de interés nominal está explicado por un modelo AR (1). CKLS (1992) sugieren que la volatilidad incondicional observada se logra a partir del cuadrado de la tasa de interés, es por ello que la volatilidad condicional arrojada por el modelo AR (1) resulta a partir de la tasa de interés condicional al cuadrado o su media condicional al cuadrado.

El autor realiza pruebas que dicen relación con el grado de explicación de los modelos sobre el cambio en la tasa de interés y su volatilidad. Para ello utiliza CKLS (1992), quienes recomiendan medir el poder de explicación del cambio en la tasa de interés nominal de corto plazo y de la tasa de interés al cuadrado como *proxy* de la volatilidad de la tasa libre de riesgo. Esto se obtiene calculando, en primer lugar, las series de tiempo de los cambios en la tasa de interés nominal de corto plazo y la varianza condicionadas para cada modelo, usando los valores ajustados de las ecuaciones indicadas anteriormente. Luego calculando la proporción de la variación total *ex post* del cambio en la tasa en estudio o del cambio al cuadrado, que puede ser

explicada por las ecuaciones de media y varianza condicionadas, que se presentan a continuación.

(13)

(14)

El diagnóstico está dado por el  $R^2$  de dichas regresiones, que se obtiene por el método de mínimos cuadrados ordinarios aplicados sobre las ecuaciones (12) y (13) para el caso de la tasa de interés y volatilidad respectivamente, donde  $H$  es el modelo en estudio, que este caso son el CKLS (1992) o modelo ingenuo. Estos  $R^2$ , según CKLS, entregan información acerca de la exactitud con la que cada modelo es capaz de explicar el cambio y volatilidad de la tasa de interés nominal de corto plazo en Chile. Es decir, en la medida que los  $R^2$  sean más próximos a uno, mejor será el poder de predicción del modelo en estudio.

Los resultados del modelo no restringido de CKLS (1992) para el caso chileno muestran que tanto las tasas de los bonos del gobierno como la de los depósitos bancarios, presentan un comportamiento similar, donde la totalidad de los coeficientes son significativos. Además ambas muestras indican la presencia de reversión a la media. El modelo no restringido de CKLS entrega una mejor explicación del comportamiento de la tasa de interés de corto plazo en Chile en su media y varianza, para ambos instrumentos, en comparación a los modelos ingenuos, lo que se desprende al comparar los  $R^2$  y  $F$ , arrojados por los modelos teóricos e ingenuos.

El poder explicativo del comportamiento de las tasas en estudio por parte del modelo no restringido de CKLS (1992) es significativo, especialmente con relación al cambio en la tasa de interés en Chile, sea esta la de los bonos del gobierno o la bancaria, lo que se verifica por un  $R^2$  más próximo a uno versus uno más alejado arrojado por el modelo ingenuo.

Con respecto a la capacidad predictiva de los modelos teóricos, se puede señalar que estos logran un mejor desempeño que los modelos ingenuos. De hecho, en el caso del modelo CKLS (1992) para Chile, que es el de mejor desempeño explicativo, también lo es en su capacidad predictiva dentro de la muestra. En relación a la capacidad de proyectar la volatilidad, los

modelos teóricos también se desempeñan mejor que los ingenuos, al considerar los errores absolutos de la estimación, tanto en su versión dentro como fuera de la muestra. El autor concluye de estos resultados que lo recomendable es el uso de los modelos teóricos por sobre los ingenuos al momento de proyectar la volatilidad de la tasa de interés nominal en Chile.

Del análisis concluye que el comportamiento de la tasa de interés de corto plazo en Chile puede ser explicado y proyectado por modelos teóricos. Las tasas de interés nominales de los bonos del Banco Central como las bancarias se mueven en función de las mismas variables, y además están fuertemente influenciadas entre sí. El autor señala que es posible resolver la discusión referente a qué tasa es la relevante al momento de definir el comportamiento de esta variable de corto plazo en la economía chilena. Además, es posible establecer que el fenómeno de reversión a la media de las tasas de interés se observa en todos y cada uno de los modelos estudiados, cuestión que es consistente con investigaciones previas.

Zúñiga (1999) analiza un área específica de la estructura temporal de las tasas de interés en Chile que consiste en modelar e interpretar el proceso estocástico que rige a los rendimientos según su plazo al vencimiento, poniendo énfasis en el comportamiento de la varianza del proceso. El propósito del estudio es la estimación econométrica de distintas especificaciones para las tasas de interés en varios vencimientos, puesto que el valor de los parámetros de esos procesos debe entregar antecedentes respecto a la naturaleza del mercado de renta fija en Chile.

El trabajo presenta varias precisiones y generalizaciones al hecho por Parisi (1998), quien usa como fuente de información las ventas por ventanilla de los PDBC's, en los cuales el Banco Central fija la tasa de descuento a la que emite el papel y las instituciones bancarias deciden que monto comprar. El autor menciona que es discutible si esta tasa corresponde o no a una tasa de mercado, señalando que el uso de este tipo de datos puede distorsionar los resultados esperados. Además, el autor argumenta, en base a otros teóricos, que la utilización del estimador de GMM por CKLS (1992) y Parisi (1998) para estimar los modelos de niveles<sup>5</sup>, no se comporta bien si el coeficiente  $\beta$ . El autor propone utilizar Máxima Verosimilitud, además amplía el tamaño y la frecuencia de la muestra a cuatro series de tasas semanales con diferentes plazos al vencimiento: 1 año, 5 años, 10 años y 15 años.

---

<sup>5</sup> Los modelos de tasa de interés que van en la línea del trabajo de Chan, Karoly, Longstaff y Sanders (CKLS, 1992).

Como los modelos de niveles restringen la volatilidad sólo a la tasa de interés, el autor en concordancia con otros, propone que la volatilidad también incluya los procesos de información no esperados, puesto que ésta especificación no admite tasas de interés negativas.

Los datos utilizados son las tasas semanales de bonos de reconocimiento (BR). Este tipo de instrumentos de descuento permiten el estudio de estructuras de tasas en el corto y largo plazo, por ello su motivo de análisis. Los BR nacen de la promesa de pago de la jubilación de los trabajadores por las AFPs. Los BR son cedidos a las compañías de seguros quienes los venden en el mercado secundario convirtiendo el papel en un instrumento a valores de mercado, esto desde 1992. Los plazos al vencimiento más frecuentes oscilan alrededor de 9,2, 8,7 y 4,8 años no permitiendo hacer inferencias con las cotizaciones inferiores a 18 meses y superiores a 17 años por poca presencia. Para las distintas series no hay evidencia de curtosis ni sesgo. El uso semanal en vez de mensual, de los datos, tiene la ventaja de proveer una mejor aproximación discreta a los modelos continuos que el autor utiliza en su trabajo, e incrementa el número de observaciones totales lo que debe proveer pruebas estadísticas más apropiadas.

Para contrastar la calidad de ajuste de la variedad de modelos de tasas de interés, el autor al igual que CKLS (1992), utiliza una estructura econométrica simple para comparar los modelos estocásticos de dicha tasa. La formulación que captura la dinámica del cambio de la tasa, es la ecuación (9) señalada por CKLS (1992) donde  $\mu$  es el *drift* o tasa esperada de cambio y  $\sigma$  es la desviación estándar de los cambios en la tasa de interés. Una de las características de esta especificación es que reescribiendo  $\mu$  como  $\alpha + \beta r$ , puede ser entendido como la velocidad de reversión a la tasa de interés media, y  $\beta$  como el nivel de equilibrio de largo plazo de las tasas.

La aproximación a tiempo discreto más simple de la ecuación diferencial anterior viene dada por:

$$(15)$$

$$(16)$$

Donde  $I_{t-1}$  es la información disponible en  $t-1$  y  $\sigma^2$  es la varianza condicional de los cambios en la tasa de interés. Estos modelos reciben el nombre de modelos de niveles, puesto que  $\alpha$  y  $\beta$  son parámetros, de modo que la volatilidad es restringida a ser función solamente del nivel de la tasa de interés (la heterocedasticidad entra solamente a través del cuadrado de la tasa de interés).

Con respecto a los resultados obtenidos, el autor señala que la dispersión de la tasa corta (un año) es significativamente mayor que la de tasas de plazos mayores. Los coeficientes estimados son significativos al 5% de confianza. Se logra un mejor ajuste global con tasas de 10 y 15 años. El coeficiente  $\beta$  es siempre positivo, implicando que la volatilidad de los cambios no esperados en las tasas depende positivamente del nivel éstas.

Se observa por el coeficiente  $\beta$  que el proceso de las tasas no es un *random walk*, de modo que los incrementos en las tasas no son independientes. Además, como este coeficiente tiende a descender al aumentar el plazo de las tasas y los rendimientos de los instrumentos de menor plazo, revierten más rápido que las tasas de plazos mayores explicando por qué las series con alta dispersión pueden mantener un carácter estacionario.

Según el autor, los modelos de niveles representan erróneamente la volatilidad debido al deficiente ajuste en comparación a otros modelos estudiados por autor. Al observar los cambios en la tasa de los PDBC's, el autor aprecia que los resultados de GMM aparecen sobredimensionando el cambio de tasas de modo que el ajuste por Máxima Verosimilitud es más preciso, los otros modelos estudiados por el autor muestran un ajuste aún superior. GMM estaría entregando una estimación sesgada del valor medio al cual el proceso revierte. Una de las causas de los problemas de dicho estimador puede deberse, entre otros, a lo arbitrario de la selección de instrumentos.

Las principales conclusiones son que la volatilidad de los cambios no esperados en las tasas dependen positivamente del nivel de las tasas de interés (coeficiente  $\beta$  es siempre positivo) y se obtiene reversión a la media, fenómeno que es validado en la mayoría de los estudios realizados a las tasas de interés de instrumentos de renta fija de corto plazo en Chile.

## METODOLOGÍA

Para efectos de este estudio basado en el modelo de tasas cortas de Vasicek (1997) se trabaja bajo los siguientes supuestos:

Consideremos un mercado en el cual los inversores compran y emiten promesas de pago, libres de riesgo, por una cantidad especificada de dinero que se entregará en una fecha futura dada. Tales promesas serán llamados bonos a descuento. Tenemos  $P(t, s)$  que denota el precio en el tiempo  $t$  de un bono descuento con madurez en el tiempo  $s$ ,  $t \leq s$ , con una unidad de valor al vencimiento,

$$P(s, s) = 1$$

El rendimiento al vencimiento  $R(t, T)$  es la TIR en el tiempo  $t$  de un bono con fecha de madurez  $s = t + T$ ,

$$- \tag{17}$$

Las tasas  $R(t, T)$  consideradas como una función de  $T$  se conocen como la estructura de plazos en el tiempo  $t$ .

La tasa *forward*  $F(t, s)$  se definirá por la ecuación:

$$- \tag{18}$$

En forma explícita para la tasa *forward*, esta ecuación puede ser escrita como:

$$- \tag{19}$$

La tasa *forward* puede ser interpretada como la tasa marginal de retorno de realizar una inversión en bonos para un instante adicional.

Definir ahora la tasa *spot* como la tasa corta a la que los agentes pueden prestar o pedir prestado es:

(20)

Un crédito de monto  $W$  a la tasa *spot*  $r$  irá aumentando su valor durante el instante  $dt$  en:

(21)

Esta ecuación es válida con certeza, en  $t$ , ya que  $r$  es conocida en  $t$ . Los valores posteriores de la tasa *spot*, sin embargo, no son necesariamente ciertos. En otras palabras,  $r(t)$  es un proceso estocástico, sujeto a dos requerimientos: primero,  $r(t)$  es una función continua en el tiempo, esto es, no cambia de valor por un salto instantáneo. Segundo, se asume que  $r(t)$  sigue un proceso de Markov. Bajo este supuesto, el comportamiento futuro de la tasa *spot*, dado su valor actual, es independiente del pasado. En otras palabras, la distribución de  $r(u)$  dado  $r(s)$ ,  $s < u$  sólo depende de la información disponible en el tiempo  $u$  es decir, sólo depende del valor  $r(s)$ . A continuación se revisaran los supuestos del modelo propuesto por Vasicek (1977).

### **Supuesto 1: La tasa *spot* sigue un proceso de Markov continuo.**

La propiedad de Markov implica que el proceso de la tasa *spot* está caracterizado por una única variable de estado, es decir su valor actual. La distribución de probabilidad del segmento  $r(t+dt)$  esta por lo tanto completamente determinado por el valor de  $r(t)$ .

Los procesos que son continuos y markovianos son llamados procesos de difusión. Estos procesos pueden ser descritos a través de una ecuación diferencial de la forma:

(22)

Donde un proceso de Wiener es un movimiento Browniano definido sobre un espacio fijo de probabilidad. Las funciones  $\mu(r, t)$  y  $\sigma(r, t)$  son conocidas como la tendencia y la varianza instantánea respectivamente del proceso  $r$ .

**Supuesto 2: El precio de un bono a descuento depende sólo de la tasa *spot* y de su vigencia (periodo entre colocación y vencimiento)**

El precio del bono cero cupón que se coloca en  $t$  y que al vencimiento  $T$  paga una unidad monetaria se denota mediante  $b = b(r, t; T)$ , o en forma más simple como  $B = B(r, t; T)$  cuando no sea necesario destacar la dependencia con la tasa corta. Así, la tasa corta es la única variable de estado de la estructura de plazos.

**Supuesto 3: El mercado es eficiente**

Todos los inversionistas actúan de forma racional (prefieren más riqueza que menos y utilizan toda la información disponible), todos los inversionistas tienen expectativas homogéneas y el mercado está en equilibrio. Es decir no hay oportunidades de arbitraje.

**Ecuación de estructura de plazos**

El precio del bono satisface una ecuación diferencial estocástica:

$$(23)$$

Donde los parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $\delta$  son dados por:

$$\alpha = \mu(r, t) - r \quad \beta = \sigma(r, t) \quad \gamma = \mu(r, t) - r \quad \delta = \sigma(r, t) \quad (24)$$

$$\alpha = \mu(r, t) - r \quad \beta = \sigma(r, t) \quad (25)$$



Las funciones  $\sigma(r, t)$  y  $\mu(r, t)$  son la media y la varianza, respectivamente, de la tasa instantánea de retorno al tiempo  $t$  de un bono con fecha de madurez  $s$ , dado que la tasa *spot* actual es  $r(t) = r$ .

Para comparar la calidad de ajuste de una variedad de modelos de tasas de interés, CKLS (1992) muestran que muchos de ellos pueden ser derivados de la siguiente ecuación diferencial estocástica (modelo no restringido):

$$(26)$$

Donde  $r$  es la tasa de interés instantánea,  $t$  es el tiempo,  $dW$  es un movimiento Browniano,  $\sigma$  y  $\mu$  son parámetros,  $\alpha$  es el drift o tasa esperada de cambio y  $\beta$  es la desviación estándar de los cambios en la tasa de interés.  $\kappa$  es como la velocidad de reversión a la tasa de interés media, y  $\theta$  es el nivel de equilibrio de largo plazo de las tasas. Vasicek se puede expresar con  $\sigma = 0$ .

Luego el modelo para estimar el valor se sigue el modelo planteado por Vasicek (1977) que se expresa y cumple con todas las características especificadas anteriormente de la siguiente forma:

$$(27)$$

Por tanto queremos buscar los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  que ajusten de mejor forma el modelo. Para esto se hace necesario transformar el modelo de tiempo continuo a uno de tiempo discreto, la siguiente forma representa una buena aproximación:

$$(28)$$

$$(29)$$

Este modelo en tiempo discreto tiene la ventaja de que permite la variación de la tasa de interés los cambios dependen directamente del nivel de la tasa de interés de una manera consistente con el modelo de tiempo continuo. Es importante reconocer que el proceso de discretización de (26) y (27) es sólo una aproximación de la especificación de tiempo continuo. La razón de esto es que en la medición de los cambios en  $r$  en intervalos discretos de tiempo, integrales aparecen en el lado derecho de (27). Donde

Luego, la siguiente ecuación nos permitirá estimar los parámetros que buscamos.

(30)

Para nuestro análisis utilizamos tanto el método generalizado de momentos (MGM) y el método de mínimos cuadrados (MCO). Ya que ambos tienen ventajas y desventajas que nos lleva a considerar ambas opciones para llevar a cabo la investigación.

### **Los datos**

Para este trabajo se quiere observar el nivel de ajuste que tiene el modelo propuesto por Vasicek para explicar la diferencia de las tasas de interés en el tiempo. Los datos utilizados son las tasas de interés nominal de corto plazo de cierre diarios y semanales de los Pagares Descontables del Banco Central de Chile (PDBC's), para el periodo comprendido entre 11 de Julio de 1997 y 25 de noviembre de 2011. Las observaciones semanales corresponden a 654 datos y 1159 diarias, obtenidas de la base de datos Bloomberg.

## RESULTADOS

En esta sección se presentan los resultados logrados a partir de la estimación del modelo de Vasicek. En particular se discutirán las implicaciones del modelo de equilibrio en relación a los resultados de las estimaciones de Parisi (1998), Parisi (1999) y Zúñiga (1999).

Este trabajo presenta varias generalizaciones y precisiones del trabajo realizado por Parisi (1998), quien utiliza las tasas de interés nominal de los PDBC's para el periodo entre 1983 y 1995. En este trabajo se utiliza el mismo instrumento de renta fija de corto plazo, pero para el periodo comprendido entre 1997 y 2011. La licitación de este tipo de instrumento se lleva a cabo en el mercado primario de licitaciones del Banco Central, por lo tanto se utiliza la tasa de interés nominal de corto plazo. El manejo de esta tasa puede alterar los resultados esperados en la estimación. Trabajos posteriores deberán incluir las operaciones del mercado secundario y los instrumentos de intermediación financiera.

Con relación a la estimación del comportamiento de la tasa de interés de corto plazo para el caso chileno, usando el modelo de CKLS (1992) se lograron los resultados que se presentan en las tablas 1 y 3 para las tasas de interés diarias, y en las tablas 2 y 4 para las tasas semanales. Los procedimientos de estimación son mínimos cuadrados y método generalizado de momentos.

De las tablas anteriores, se desprende que en el periodo estudiado, el coeficiente beta, el cual es positivo, no logra ser significativo al 5% de confianza a diferencia de la constante que si lo es. La estimación realiza por Parisi (1998) indica la significancia de todos y cada uno de las variables para el caso chileno, utilizando CKLS (1992), pudiendo validar el modelo estudiado. Parisi (1999) llega a resultados similares, indicando que los modelos teóricos explican de mejor manera el cambio de la tasas de interés en cuestión, debido a la significancia de sus coeficientes. En el caso de Zúñiga (1999), los estimadores resultan ser significativos en su totalidad. Ambos autores indican la presencia de reversión a la media, en el caso de Parisi (1998) el coeficiente beta es negativo en todos y cada uno de los modelos justificado, según él, por el fuerte control de la tasa de interés de corto plazo por parte de la autoridad monetaria para el periodo estudiado. Zúñiga (1999) quien interpreta el coeficiente beta como una medida de velocidad de reversión,

encuentra evidencia significativa de reversión a la media para la totalidad de modelos, indicando que los procesos de incrementos en las tasas no son independientes. Por lo tanto, se puede concluir que el fenómeno de reversión a la media persiste en esta estimación pero no es tan explícito como en trabajos anteriores, lo que puede deberse al tipo de datos utilizados y a un comportamiento más complejo del mercado de renta fija de corto plazo chileno.

En términos generales se observa que los datos presentan problemas que afectan directamente en la correcta estimación de los parámetros mediante el modelo de Vasicek (1977). Principalmente se debe a que estos tienen una volatilidad que se comporta de distinta forma en el tiempo (heterocedasticidad), cuando este modelo asume homocedasticidad en ella.

La bondad de ajuste, es decir el R cuadrado son casi cero, para el caso ajustado de este índice, esto se corresponde tanto con lo visto por CKLS (1992) para datos de Estados Unidos y Parisi (1998) en el caso chileno. Los coeficientes en su mayoría no son significativos al 95% a diferencia de los resultados obtenidos por Parisi (1998) y Zúñiga (1999) que sí lo son.

El coeficiente gamma es igual a cero según la estructura econométrica desarrollada por CKLS (1992) para Vasicek, y por lo tanto no captura tan bien la dinámica de la tasa de interés de corto plazo, como lo hacen otros modelos que consideran un gamma mayor a 1. Del mismo modo el modelo de Vasicek considera una volatilidad constante, haciéndolo menos sensible a los cambios de la tasa.

Tanto para MCO como GMM, sea para datos diarios o semanales, los coeficientes han sido los mismos. Lo que ha cambiado son los *p-values* de cada coeficiente. Esto se debe a las diferencias en los supuestos bajo los que trabaja cada método, pues se observa que a pesar de tener el mismo coeficiente en GMM los coeficientes se vuelven más significativos.

En la tabla 1 se entregan los resultados de la estimación por mínimos cuadrados para la serie de datos diarios. Observamos que el modelo estimado nos arroja un coeficiente de -0,127593 para la constante y de 0,007665 para la variable precio\_cierre, El modelo no es significativo al 95% presentando un test de Fisher de 7,4%, la variable precio\_cierre tampoco es significativa igualmente presenta un *p-value* de 7,4%, no así la constante la que sí es significativa.

Tabla 1: Estimación del modelo a través de MCO para la tasa de interés diaria de los PDBC's en el periodo comprendido entre julio de 1997 y noviembre de 2011 (1159 observaciones)

<i>Variable</i>	<i>Coefficient</i>	<i>Std. Error</i>	<i>t-Statistic</i>	<i>Prob.</i>
C	-0.127593	0.032290	-3.951463	0.0001
PRECIO_CIERRE	0.007665	0.004286	1.788406	0.0740
<i>R-squared</i>	0.002757	<i>Mean dependent var</i>		-0.080044
<i>Adjusted R-squared</i>	0.001895	<i>S.D. dependent var</i>		0.624394
<i>S.E. of regression</i>	0.623803	<i>Akaike info criterion</i>		1.895758
<i>Sum squared resid</i>	450.2230	<i>Schwarz criterion</i>		1.904482
<i>Log likelihood</i>	-1096.592	<i>F-statistic</i>		3.198397
<i>Durbin-Watson stat</i>	1.734250	<i>Prob(F-statistic)</i>		0.073972

En la tabla 2 se entregan los resultados de la estimación por mínimos cuadrados para la serie de datos semanales. Observamos que el modelo estimado nos arroja un coeficiente de -0,219609 para la constante y de 0,001888 para la variable precio\_cierre, El modelo no es significativo al 95% presentando un test de Fisher de 83,87%, la variable precio\_cierre tampoco es significativa igualmente presenta un *p-value* de 83,87%, no así la constante la que sí es significativa.

Al utilizar el promedio semanal de la tasa de interés vemos que el número de observaciones se reduce a 653. Sin embargo los resultados siguen siendo similares, en cuanto a la significancia y especificación del modelo.

Tabla 2: Estimación del modelo por MCO para los datos semanales de la tasa de interés de los PDBC's para el periodo julio 1997 y noviembre 2011 (653 observaciones).

<i>Variable</i>	<i>Coefficient</i>	<i>Std. Error</i>	<i>t-Statistic</i>	<i>Prob.</i>
C	-0.219609	0.069836	-3.144614	0.0017
PRECIO_CIERRE	0.001888	0.009275	0.203586	0.8387
<i>R-squared</i>	0.000064	<i>Mean dependent var</i>	-0.207950	
<i>Adjusted R-squared</i>	-0.001472	<i>S.D. dependent var</i>	1.020597	
<i>S.E. of regression</i>	1.021348	<i>Akaike info criterion</i>	2.883183	
<i>Sum squared resid</i>	679.0924	<i>Schwarz criterion</i>	2.896909	
<i>Log likelihood</i>	-939.3591	<i>F-statistic</i>	0.041447	
<i>Durbin-Watson stat</i>	1.937598	<i>Prob(F-statistic)</i>	0.838741	

En la tabla 3 se entregan los resultados de la estimación por el método generalizado de momentos para la serie de datos semanales. Observamos que el modelo estimado nos arroja un coeficiente de -0,127593 para la constante y de 0,007665 para la variable precio\_cierre. La variable precio\_cierre no es significativa al 95% presentando un *p-value* de 34,88%, no así la constante la que sí es significativa. Tal como lo observaron CKLS (1992) y Parisi (1998) en sus trabajos, el modelo de Vasicek (1977) no captura del todo bien la dinámica del cambio en la tasa de interés nominal de corto plazo en Chile.

Tabla 3: Modelo estimado por GMM para los datos diarios de la tasas de interés de los PDBC's para el periodo entre julio de 1997 y 2011 (1.159 observaciones)

<i>Variable</i>	<i>Coefficient</i>	<i>Std. Error</i>	<i>t-Statistic</i>	<i>Prob.</i>
C	-0.127593	0.043585	-2.927429	0.0035
PRECIO_CIERRE	0.007665	0.008177	0.937369	0.3488
<i>R-squared</i>	0.002757	<i>Mean dependent var</i>		-0.080044
<i>Adjusted R-squared</i>	0.001895	<i>S.D. dependent var</i>		0.624394
<i>S.E. of regression</i>	0.623803	<i>Sum squared resid</i>		450.2230
<i>Durbin-Watson stat</i>	1.734250	<i>J-statistic</i>		9.15E-32

En la tabla 4 se entregan los resultados de la estimación por el método generalizado de momentos para la serie de datos semanales. Observamos que el modelo estimado nos arroja un coeficiente de -0,219609 para la constante y de 0,001888 para la variable precio\_cierre. La variable precio\_cierre no es significativa al 95% presentando un *p-value* de 90%, no así la constante la que sí es significativa.

Tabla 4: Modelo estimado por GMM para los datos semanales de la tasas de interés de los PDBC's para el periodo entre julio de 1997 y 2011 (654 observaciones)

<i>Variable</i>	<i>Coefficient</i>	<i>Std. Error</i>	<i>t-Statistic</i>	<i>Prob.</i>
C	-0.219609	0.083687	-2.624181	0.0089
PRECIO_CIERRE	0.001888	0.015069	0.125310	0.9003
<i>R-squared</i>	0.000064	<i>Mean dependent var</i>		-0.207950
<i>Adjusted R-squared</i>	-0.001472	<i>S.D. dependent var</i>		1.020597
<i>S.E. of regression</i>	1.021348	<i>Sum squared resid</i>		679.0924
<i>Durbin-Watson stat</i>	1.937598	<i>J-statistic</i>		1.81E-30

Al utilizar la estructura econométrica propuesta por CKLS (1992), el modelo de Vasicek debe restringirse a un valor gamma nulo. La consecuencia de esta determinación, es que la estimación no permite capturar del todo bien la dinámica de la tasa de interés nominal. Parisi (1998) señala que esta restricción para el modelo de Vasicek implica que la volatilidad condicional de los cambios en la tasa de interés es constante, situación que puede ser sujeta a discusión.

De la tabla 5 se desprende que el modelo estimado para este estudio entrega una explicación adecuada del comportamiento de la tasa de interés, lo que desprende al comparar los  $R^2$  y  $F$  arrojados por el modelo en estudio con los obtenidos por Parisi (1998). El modelo de Vasicek estimado por Parisi arroja un  $R^2$  de 0,22 lo que significa que el modelo predice bastante bien el cambio en la tasa y varianza para el caso chileno. La varianza *ex post*, no es explicada relativamente bien por Vasicek, lo que verifica por un  $F$  de 0,00 en la estimación de Parisi.

Los resultados son coherentes con los obtenidos por CKLS (1992), observamos que el grado de ajuste del modelo de Vasicek es cercano a cero, debido a que éste considera una desviación homocedástica, y no considera el proceso como autoregresivo, por lo que no se tiene en cuenta los valores del pasado, algo que no ocurre en la realidad, pues en el caso de las tasas en Chile estas se determinan considerando tanto el valor del pasado como las expectativas sobre el futuro.

Al asumir homocedasticidad en la distribución de la muestra observada afecta en gran medida al grado de ajuste que tiene la estimación del modelo, pues los datos al no comportarse de esta manera genera un error en la estimación de los parámetros que permiten proyectar el comportamiento de los datos en el tiempo.

Para el caso chileno la distribución de la tasa de interés y sus respectivas diferencias tienen un comportamiento heterocedastico por lo que se hace necesario considerar otras alternativas o modelos que permitan proyectar esta distribución considerando las características propias que presentan los datos estudiados, ya que el modelo de Vasicek, el que no considera heterocedasticidad, no captura el movimiento real que hacen la tasas y por tanto resulta en una baja explicación de este comportamiento al utilizar este modelo para estimar los parámetros.



Por otro lado, observamos que el fenómeno de la reversión a la media en el caso chileno, nos arroja un beta positivo y no significativo al 95%, por lo tanto podemos concluir que el fenómeno persiste, aunque no es tan explícito como en el caso de Parisi (1998), Parisi (1999) y Zúñiga (1999), donde el beta siempre es negativo y significativo. Esto puede deberse el tipo de datos de utilizados y el periodo de estimación debido a un comportamiento más complejo del mercado de renta fija de corto plazo en Chile.

La reversión a la media en los datos también juega un papel importante a la hora de realizar una buena estimación del modelo, debido a que, como es el caso este problema lleva a que la volatilidad sea menor con el modelo seleccionado pues los valores de equilibrio de largo plazo ( ) serán el promedio histórico que presentan los datos. Para el caso de Parisi este es de 0,226, mientras que para Zúñiga es de 0,017, en nuestro caso para los datos diarios es de 16,646 y para los datos semanales de 116,316

Siendo estos problemas que presentan los datos los que afectan a la correcta estimación de los parámetros a través del modelo planteado por Vasicek (1977).

Tabla 5: Estimación de la tasa de interés de los PDBC's por métodos alternativos.

Datos	Método	ajustado			
Diarios	MCO	-0,127593	0,007665	0,002757	0,001895
	GMM				
Semanales	MCO	-0,219606	0,001888	0,000064	-0,001472
	GMM				

Por lo tanto, el modelo queda descrito de la siguiente forma en el caso de los datos diarios.

En el caso de los datos semanales el modelo queda representado de la siguiente forma.

Se observa que el modelo de Vasicek si bien sigue una misma tendencia con los movimientos de la tasa de interés (ver Ilustración 1y 2), la desviación es mucho mayor, escapándose fuertemente en algunos casos de lo real, y generalmente sobreestimándola.

Esto puede deberse a que este modelo considera que la tasa de interés sigue una distribución normal, cuando esta al parecer dista de cumplir con esta característica como se presenta en las ilustraciones 3 y 4.

Ilustración 1: Cambio efectivo de la tasa de interés y el proyectado por la estructura de CKLS para el modelo de Vasicek, en el caso de la tasa de interés diaria de los PDBC.

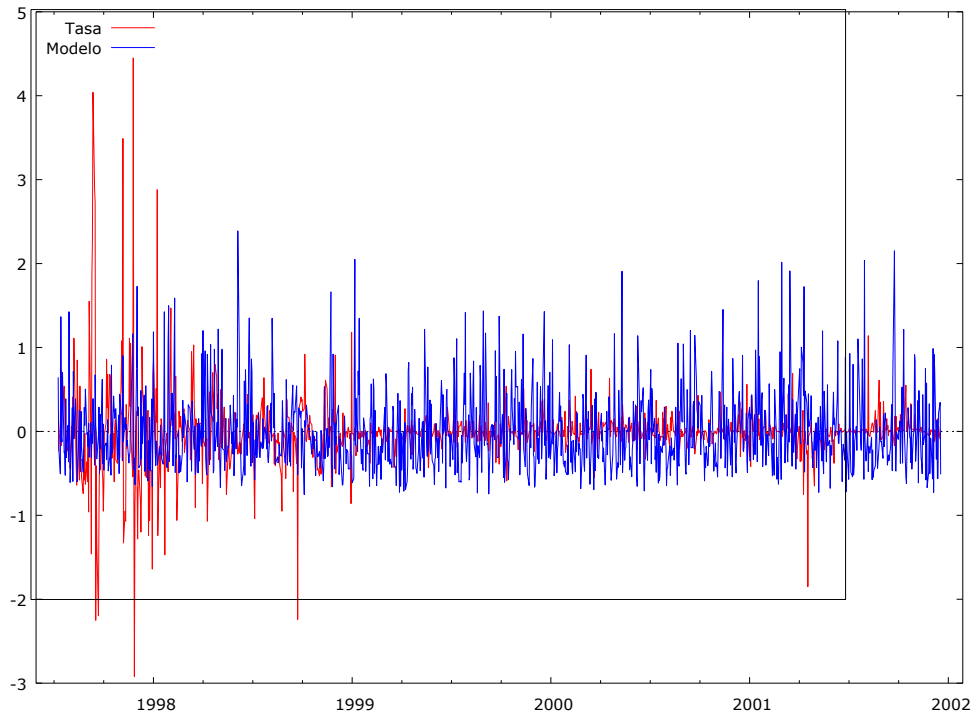


Ilustración 2: Cambio efectivo de la tasa de interés y el proyectado por la estructura de CKLS para el modelo de Vasicek, en el caso de la tasa de interés promedio semanal de los PDBC.

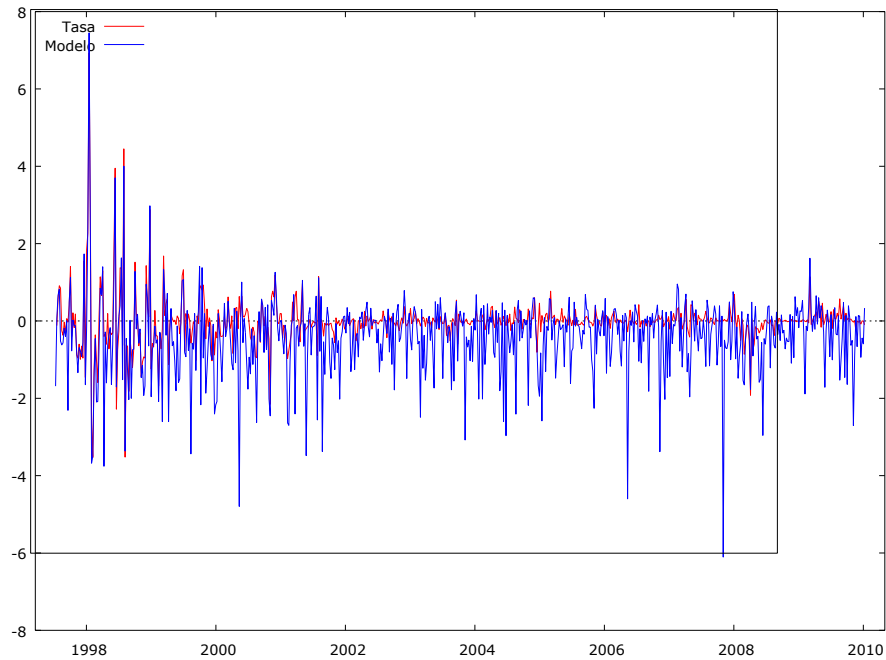


Ilustración 3: Tasa de interés diaria de los PDBC.

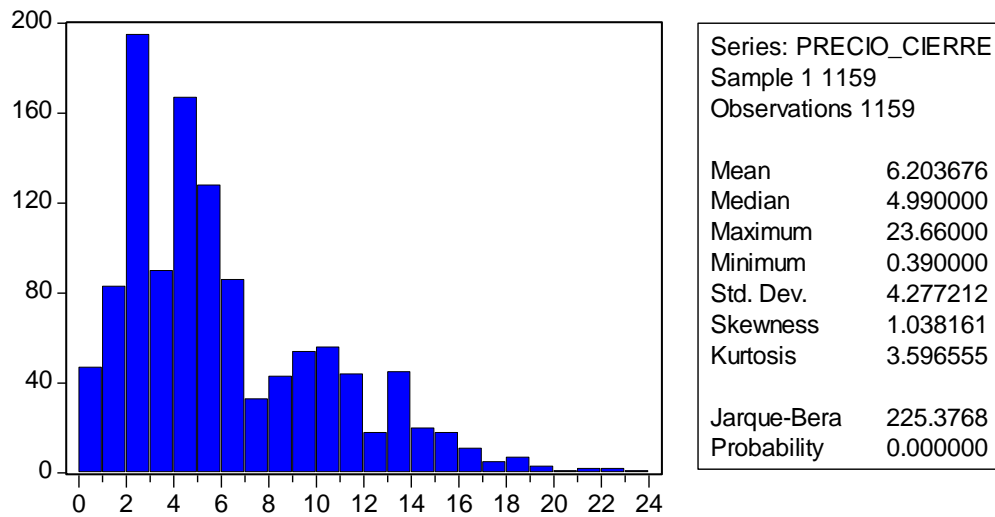
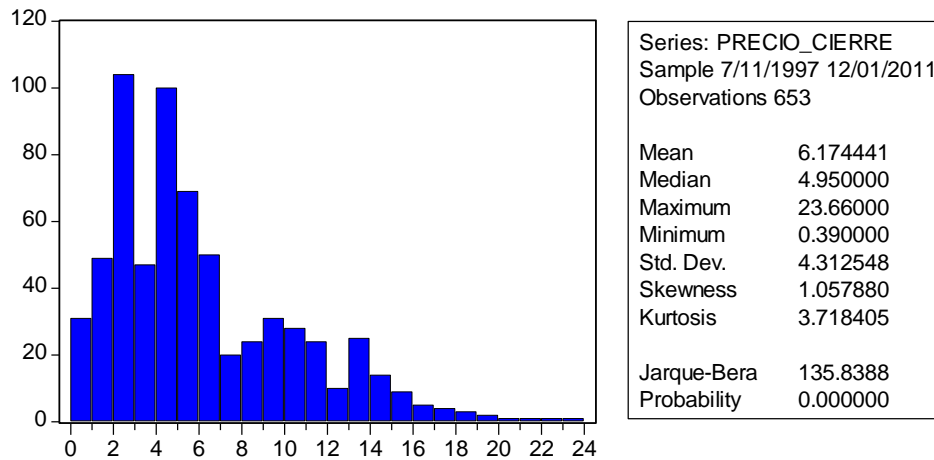


Ilustración 4: Tasa de interés promedio semanal de los PDBC.



A modo de comparar los resultados obtenidos por este estudio y los resultados obtenido por Parisi (1998) y Zuñiga<sup>6</sup> (1999), es que se confecciona la Tabla 6.

Tabla 6: Resultados obtenidos por este estudio, el de Parisi (1998) y Zuñiga (1999)

Modelo	Estudio		Parisi	Zuñiga
	Diarios	Semanales		
Variable	-0,1275	-0,2196	0,113	0.0060
	0,0076	0,0018	-0,50	-0.3506
	0	0	0	0.5592
	0.1764	0.3963	0,089	0.0027
	0.002757	0,000064	0,22	-
ajustado	0.001895	-0,001472	0,00	-

<sup>6</sup> Modelo CKLS debido a que no se tienen datos para Vasicek.

## CONCLUSIONES

En este trabajo se examinó la estructura temporal de la tasa de interés de corto plazo en Chile a través del modelo de un factor desarrollado por Vasicek (1977). Dicha estructura es fundamental para elaborar estrategias de coberturas de riesgo más precisas y valorar instrumentos financieros en el mercado de capitales chileno.

A partir del ejercicio de modelamiento se observó que la estructura econométrica elaborada por CKLS (1992) para el modelo de Vasicek no capturó del todo bien la dinámica del cambio en la tasa de interés nominal de corto plazo en Chile. El modelo estimado por MCO no fue significativo y tampoco logró un buen nivel de ajuste. Con el estimador GMM, se lograron similares resultados. Esto pudo deberse a la presencia de homoscedasticidad en los errores y, posiblemente, al desarrollo discretizado de la estimación. Por otro lado, el modelo asume al parámetro gamma con valor nulo, no pudiendo capturar del todo bien la dinámica de la tasa de interés.

En el caso de la reversión a la media en el caso chileno, la estimación nos arrojó un beta positivo y no significativo al 95%, concluyendo que el fenómeno persiste, aunque no de manera tan explícita como en el caso de las estimaciones hechas por los autores vistos en este trabajo; donde el beta siempre es negativo y significativo. Esto pudo deberse a un comportamiento más complejo del mercado de renta fija de corto plazo en Chile para el periodo estudiado.

En este trabajo se utilizó como fuente de datos las ventas por ventanillas de los PDBC. La licitación de este tipo de instrumento se lleva a cabo en el mercado primario de licitaciones del Banco Central, por lo tanto se utiliza la tasa de interés nominal de corto plazo. El manejo de esta tasa pudo alterar los resultados esperados en la investigación. Trabajos posteriores deberán incluir las operaciones del mercado secundario y los instrumentos de intermediación financiera.

## BIBLIOGRAFÍA

BREALEY, R., MYERS, S. y ALLEN, F. Principios de finanzas corporativas. Octava edición, Madrid, Mc Graw Hill, 2006.

CHAN, K. C., KAROLYI, A., LONGSTAFF, F. A. y SANDERS A. B. An empirical comparison of alternative models of the short-term interest rate. The Journal of finance, 67(3): 1209-1227, Julio 1992.

HULL, J. Introducción a los mercados de futuros y opciones. Cuarta edición, Madrid, Prentice Hall, 2002.

MOLINARE, A. Estructura y dinámica de tasa de interés reales en Chile: Información contenida en lo pagarés reajustables con pagos en cupones del Banco Central. Tesis (Magíster en Ciencia de la ingeniería). Santiago, Chile. Pontificia Universidad Católica de Chile, Escuela de Ingeniería, 2002.

PARISI, F. Tasa de interés nominal de corto plazo en Chile: Una comparación empírica de sus modelos. Cuadernos de Economía, 35(105): 161-182, 1998.

PARISI, F. Predicción de tasas de interés nominal de corto plazo en Chile: Modelos complejos versus modelos ingenuos. Economía Chilena, 2(3): 27-40, 1999.

VASICEK, O. An equilibrium Characterization of the term structure. Journal of Financial Economics, 5(2):177-188, 1977.

VASICEK, O. y FONG, G. Term structure modeling using exponential splines. Journal of Finance, 37(2): 339-348, 1982.

ZÚÑIGA, S. Modelos de tasas de interés en Chile: Una revisión. Cuadernos de Economía, 36(108): 875-893, 1999.