

**UNIVERSIDAD DE CHILE**

**FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ADMINISTRATIVAS**

**ESCUELA DE PREGRADO**

**SEMINARIO DE TITULO**

**ANÁLISIS DE LA CAPACIDAD PREDICTIVA DEL  
MODELO DE BLACK AND SCHOLES**

---

Integrantes:

Pablo Banfi del Rio

Maximiliano Correa Finsterbusch

Matias Romero Diez

Ricardo Wechsler Jensen

Profesor Guía:

ANTONINO PARISI

**MARZO DE 2003**

# Indice

## Abstract

El objetivo de este trabajo es analizar la capacidad predictiva del modelo desarrollado por Black y Scholes. Para este propósito se testeó la capacidad de diversos modelos autoregresivos, además de un modelo multivariable y otro ingenuo. Las conclusiones se detallan a nivel de acción, modelo, sector y vencimiento. El modelo que obtuvo los mejores resultados a nivel promedio fue el Arima recursivo seguido por el Arima rolling.

Durante el desarrollo del trabajo surgieron objetivos secundarios, uno de estos fue verificar si realmente el mercado sigue o no a B&S. Para esto se compararon los precios calculados por la fórmula con los precios observados en el mercado y se encontró que en un 95% de los casos, el mercado transó los activos a un precio superior al arrojado por la formula. Por esto no somos capaces de afirmar si el mercado sigue o no a B&S, pero es muy probable que su valor sea tomado en cuenta pero complementado por otras variables que el modelo no considera, como podrían ser las expectativas, el valor de la cobertura por riesgo, o la estabilidad económica y política del país.

Por último buscamos un modelo que tuviera resultados probados para una determinada acción y encontramos que el modelo multivariado con las variables Dow (-1), Dow (-4), Dow (-5), Nasdaq (-1), Klac (-1), Klac (-2) y Error (-2) es el que había arrojado la mejor predicción para la acción Klac el mes anterior. Entonces aplicamos los modelos anteriores en conjunto con este a Klac y comparamos los resultados. La idea fue comprobar si es que modelos que fueron precisos en un pasado cercano, lo siguen siendo con el transcurso del tiempo. Los nuevos resultados indicaron que a medida que pasa el tiempo y cambian las condiciones económicas del mercado, los modelos pierden precisión. Finalmente el modelo con mejores resultados fue el modelo Multivariado rolling

Corroboramos que el mercado es complejo, dinámico y que aprende. En ocasiones modelos tan simples como el ingenuo obtuvieron mejores resultados que los modelos más complejos,

lo que indica que hay cuotas de azar, expectativas y otros factores aleatorios que hacen muy difícil predecir el comportamiento del mercado y superar su rendimiento.



# I. Introducción

Antiguamente se creía que el éxito en el mercado financiero se debía principalmente a la intuición y a factores aleatorios que no podían ser incluidos en fórmulas matemáticas. Si alguien lograba una rentabilidad por sobre la del mercado, inmediatamente surgían las suposiciones de que contaba con información privilegiada o simplemente que se contaba con el factor suerte. Sin embargo, gran parte de los economistas utilizan modelos matemáticos para tomar sus decisiones de inversión y por ello han tratado de aplicarlos en distintas circunstancias con el fin de predecir fenómenos aleatorios e interpretar tendencias.

A través de las teorías estadísticas y de probabilidades es posible modelar fluctuaciones del mercado como una manera efectiva de controlar o manejar el riesgo de dicho mercado. Una de estas teorías o técnicas es la de valoración de opciones, la cual, como dice su nombre, tiene como objetivo darle valor a las opciones para poder reducir el riesgo y evitar las fluctuaciones del mercado.

Por otro lado, se puede observar que las transacciones que realizan las personas y las empresas, se diseñan y ejecutan en un entorno económico complejo, interdependiente y dinámico, lo que se traduce en una actividad difícil de explicar y más aún de predecir.

Es la falta de estabilidad en el sistema de cambios, en los tipos de interés, en los mercados, en la solvencia de los países, lo que se traduce en un riesgo alto al realizar cualquier operación financiera o comercial, generándose una demanda de instrumentos financieros que gestionen este tipo de riesgo. Un ejemplo de estos son: Los contratos a plazo, los futuros financieros, las permutas financieras o swaps y las opciones, las que han alcanzado un mayor desarrollo entre los nuevos instrumentos financieros y cuya principal ventaja es su "opcionalidad".

Esta complejidad de las transacciones acelera la revisión de los planteamientos y modelos presentados por una gran diversidad de autores y estudiosos del tema.

Es por esta razón que el tema a tratar, consiste esencialmente en profundizar, tanto en las bases teóricas, como también en la realidad práctica del modelo de valoración de opciones, desarrollado por Fisher Black y Myron Scholes en el año 1973. Los derivados que incluyen,

como se dijo anteriormente, futuros, swaps y opciones tomaron una nueva forma con la fórmula de B&S, transfiriendo el riesgo desde quienes no quieren asumirlo a quienes si están dispuestos a aceptar dicho riesgo, a cambio de una ganancia.

La idea básica del modelo de B&S, es la cobertura dinámica para eliminar el riesgo, lo que significa irónicamente, que mientras más se transa menor es el riesgo. Este es uno de los aportes más importantes en el campo de la teoría y práctica financiera, el cual es necesario para el desarrollo de los mercados de opciones, sobre el que se analizarán las hipótesis, supuestos, fundamentos y elementos estadísticos como instrumentos indispensables para la gestión del riesgo.

## II. Objetivos

### II.1. Objetivos generales

Una forma simple de definir o analizar una opción de compra o call, es considerar que el valor de la opción de compra en el periodo  $t$ , es igual al precio de la acción en el periodo  $t$ , menos el precio de ejercicio (strike price) el cual es pactado en el momento de formalizar el contrato. Esto quiere decir, que el precio de ejercicio no cambia al pasar el tiempo. Lo anterior se puede escribir de la siguiente manera:

$$C_t = S_t - K \quad (1)$$

Ordenando la ecuación N° 1 se obtiene que:

$$S_t = C_t + K \quad (2)$$

Lo cual nos dice que el precio de la acción en  $t$  debiera ser igual al precio de la call en  $t$  más el precio de ejercicio.

Al obtener dicha ecuación (N°2), nos damos cuenta que el modelo de Black y Scholes es también un modelo predictivo, que puede servir para obtener el precio de las acciones en el futuro, es decir, podríamos estimar el precio de la acción a través del cálculo del valor de la opción por medio de la fórmula de Black y Scholes y sumarle el precio de ejercicio de dicha opción. Con ello, tendríamos el precio futuro de la acción en el periodo  $t$ . Por lo tanto, Black y Scholes nos entregan también una manera de predecir los precios futuros de las acciones.

A partir de lo anterior, el objetivo de nuestro trabajo es poder analizar la capacidad predictiva del modelo de Black y Scholes para el precio de las acciones que componen el Dow Jones y compararlo, a la vez, con la capacidad predictiva de un modelo ingenuo auto regresivo uno (AR1), un modelo arima recursivo y un modelo rolling regresión para 30, 60, 90 y 180 días.

De esta manera sabremos si es que el modelo de Black y Scholes es el que mejor predice el precio de las acciones del Dow, y para que plazos e industrias se obtienen los mejores resultados.

## **II.2 Objetivos específicos**

Dentro de los objetivos específicos podemos encontrar los siguientes:

Analizar la capacidad predictiva del modelo a distintos plazos (180, 90, 60 y 30 días). En otras palabras buscaremos el mejor predictor para cada plazo, sector y acción.

Verificar si efectivamente el mercado sigue el modelo Black y Scholes. Queremos investigar si es que el mercado piensa o no que el modelo es un buen predictor.

Encontrar relaciones entre capacidad predictiva, volatilidad, rango de precios o industrias. Eventualmente encontraremos patrones que nos permitan extender conclusiones a otros activos o tipos de acciones.

### III. Hipótesis

Como ya explicamos anteriormente el motivo de nuestra tesis es verificar la capacidad predictiva del modelo. La idea es simple, ellos encuentran una fórmula que dice más o menos cuanto tengo que pagar ahora, para comprar un título más tarde a un precio menor. La persona que quiere vender el título, debe ver cuan variable es la acción, tiene que ver cual es el valor del dinero en el tiempo, el precio el cual se pacta. A nuestro parecer nadie quiere perder plata y es consecuente con el supuesto de racionalidad. Por este motivo el precio cobrado por la opción, debiera al menos compensar, la pérdida por un menor precio pactado en la opción.

Nuestra hipótesis es que el modelo, no es un buen predictor para el precio del activo subyacente. Las razones básicas son las siguientes, Una call es un activo DERIVADO, como tal se deriva del activo subyacente. Esto quiere decir que este tipo de activos sigue al activo subyacente, el cual es el que refleja la información del mercado. Al principio de la vida del derivado, su precio es calculado sobre la base de información pasada. Nueva información será reflejada en el precio de la acción y luego instantáneamente traducida a un cambio en el precio del derivado. Se podría argumentar que mientras mayor sea la vida del activo derivado, menor es su capacidad predictiva y a medida que nos acercamos al período de vencimiento mayor es su capacidad, debido que mientras más tiempo hay para el vencimiento, existe una mayor probabilidad de que entre nueva información al mercado y que cambien las condiciones.

Básicamente el motivo de la tesis es comprobar si es mejor un modelo ingenuo o el modelo de Black y Scholes, para predecir el precio de una acción.

## IV. Reseña Histórica acerca de la Valoración de Opciones.

Las técnicas modernas de valoración de opciones son consideradas entre las más complejas de todas las áreas aplicadas de las finanzas. Los analistas financieros han llegado al punto en que son capaces de calcular, con mucha exactitud, el valor de una opción sobre acciones. La mayoría de los modelos y técnicas empleadas por los analistas actuales están basadas en el modelo desarrollado por Fisher Black y Myron Scholes en 1973 sin embargo, las raíces de estas técnicas derivan de trabajos desarrollados desde fines del siglo XIX cuando en 1887, Charles Castelli escribió un libro titulado “ La Teoría de Opciones sobre Acciones”. Este libro introdujo a la gente a los aspectos especulativos de las opciones pero no tenía ninguna base teórica. Más tarde durante la década del 30, un estudiante francés llamado Luis Bachelier estudió la estructura de la teoría aleatoria en su tesis doctoral que la llamó “La Teoría de la Especulación”. En este trabajo, Bachelier, comparó el comportamiento de compradores y vendedores con la distribución aleatoria de partículas en los fluidos con lo cual anticipó algunas claves desarrolladas por Einstein y la teoría matemática de las probabilidades. Este estudio fue desconocido por décadas y en los 50 fue redescubierto por Paul Samuelson como un gran avance. A través de una serie de ecuaciones, Bachelier creó el primer modelo para las fluctuaciones del mercado accionario. Él también creía que los precios se movían aleatoriamente y que era imposible que éstos fuesen predecidos, pero Bachelier descubrió la forma de controlar el riesgo con un contrato financiero llamado OPCIÓN. Se dio cuenta que una opción podía proteger a los inversionistas de las fluctuaciones del mercado e hizo el primer acercamiento a la valoración de éstas. Pero como se dijo anteriormente, su trabajo no fue valorado por sus profesores.

Mucho después del descubrimiento de Bachelier, en las décadas del 50 y 60, los economistas empezaron a investigar este tipo de contratos que había creado él. Se descubrió que las opciones eran una forma de seguro para controlar el riesgo, que le permitía a los inversionistas comprar y vender acciones por un monto específico que equivale al precio de ejercicio en una fecha determinada futura. Pero a raíz de esto surge la pregunta: ¿Cuánto pagar por dicho contrato?. Esto dependerá básicamente de la confianza de cada individuo en

el mercado. Los economistas tratarían de contestar esta interrogante por medio del desarrollo de modelos matemáticos basados en lo que sería un posible escenario para describir matemáticamente el comportamiento emocional de los inversionistas típicos dándole símbolos a variables como el nivel de satisfacción, raciocinio, agresividad, seguridad, defensa y a los supuestos de los otros corredores. Sin embargo comienzan a surgir preguntas acerca de la capacidad de dichos modelos la cual comienza a ser cuestionada por la sencilla razón de que eran variables que no eran cuantificables lo cual hace a estos modelos inservibles.

Es aquí donde Fisher Black y Myron Scholes a fines de la década del 60 comienzan a investigar y a desarrollar una fórmula que entregue con más exactitud el precio de las opciones.

En otoño de 1969 Fisher Black, contratista financiero de 31 años, y Myron Scholes, profesor asistente de finanzas del MIT de 28 años, lograron llegar a la idea que cambiaría la historia financiera. Black había estado trabajando para Arthur D. Little cuando conoció a un colega que había ideado un modelo para valorar algunos activos financieros. Black tenía un doctorado en matemáticas aplicadas en Harvard y se sintió muy atraído por este modelo. El modelo de su colega estaba enfocado en acciones por lo cual Black centró su atención en las opciones, las cuales no eran tan tranzadas en esa época. Para 1973 Black y Scholes habían escrito el primer paper que entregaba un modelo analítico que entregaría el precio de mercado exacto para una opción de compra europea sobre acciones que no distribuyen dividendos. Este paper fue rechazado por varias revistas especializadas en el tema y luego de que el modelo fuera revisado sobre la base de comentarios de Robert Merton y Eugene Fama, ambos de la Universidad de Chicago, éste fue aceptado en cierta revista. Desde el momento de la publicación de este paper en 1973, el modelo de valoración de opciones de Black y Scholes ha ganado una posición entre los más aceptados de los modelos financieros.

Black y Scholes trataron de hacer algo diferente a todos los modelos anteriores basados en el comportamiento de las personas. Lo que ellos querían era encontrar una fórmula para obtener el precio exacto de una opción en cualquier momento sólo sabiendo el precio de la acción en determinado momento, pero no podían lograrlo con la cantidad de fórmulas que tenían. Por lo tanto, sacaron cada símbolo que representase una variable incuantificable lo cual no causó una variación en el resultado final.

Después de esto, se encontraron por primera vez con las bases del problema que eran los elementos que todos consideraban necesarios para evaluar una opción. Estos son: el precio de la acción, la volatilidad del precio de la acción, el precio de ejercicio o precio strike, la duración del contrato, la tasa de interés y el riesgo de la opción. Todos eran mensurables salvo la medida del riesgo. Decidieron que si el riesgo de la opción no era medido con precisión, entonces podrían hacerlo menos significativo. A esto le llamaron “Hedging Dinámico” lo cual significa que puedes eliminar la falta de precisión de los movimientos de los precios de las acciones, lo cual hizo que el riesgo fuera eliminado de su ecuación. La metodología utilizada se convirtió en uno de los mayores descubrimientos económicos del siglo. Sin embargo, descubrieron un problema de índole práctica con su fórmula el cual era que asumieron que el mercado siempre estaba en equilibrio lo cual implica que la oferta siempre iguala a la demanda.

Es en este momento que Robert Merton se une a Black y Scholes para solucionar dicho problema. Merton aplicó a la fórmula de Black y Scholes el estudio matemático de Kioshi Itto, que hablaban de que para conocer la ubicación de un cohete espacial es necesario saber donde se encuentra en cada momento. Con esto, usó el concepto de tiempo continuo en donde el valor de una opción puede ser permanentemente recalculado y el riesgo continuamente eliminado.

Esta fórmula mejorada por Merton golpeó al mercado en 1973 ya que respondió completamente a la pregunta de cual debería ser el precio de una opción en un determinado momento.

A partir de 1973, varios investigadores financieros han expandido el trabajo original de Black y Scholes. En 1973, Robert Merton obvió el supuesto de no dividendos, en el 76 Jonathan Ingerson obvió el supuesto de un mundo sin impuestos y de los costos de transacción y también, Merton, removió la restricción de tasa de interés constante. Todos estos avances han logrado que el modelo originado en 1969 por Fischer Black y Myron Scholes sea una forma bastante exacta para valorar las opciones sobre acciones y además sea la forma de valoración que es seguida en la mayoría de los mercados. Scholes y Merton formaron junto al famoso trader John Meriweather una gran empresa consultora (LTCM) que los hizo multimillonarios. Sin embargo, vino el desplome de los mercados en Asia en 1997 y los mercados comenzaron a quebrar. Según LTCM, los modelos decían que todo volvería a la normalidad pero esto no fue así ya que el modelo de B&S se basa en mercados que se comportan normalmente y por lo

tanto si el mercado se vuelve anormal, entonces la capacidad predictiva del modelo se pierde. Esto, además, se debe sumar al hecho de que el mercado aprende y por lo tanto todos comienzan a usar el modelo y por consiguiente éste ya no da ventajas por sobre el mercado. Estos dos investigadores ganaron en 1997 el Premio Nobel de Economía por su gran aporte al mundo económico y en especial al mundo financiero.

## V. Marco Teórico

### V.1. Opciones

#### V.1.1. Definiciones básicas

Una opción, generalmente se define como un contrato entre dos partes entre las cuales una tiene el derecho pero no la obligación de hacer algo, usualmente comprar o vender algún activo subyacente. Las opciones son, en su fundamento, diferentes de los contratos a plazo y de futuros. Una opción, como se dijo antes, da a su propietario el derecho a hacer algo y por lo tanto éste no está obligado a ejercer ese derecho. Por el contrario, en un contrato a plazo o de futuros, las dos partes se han comprometido a hacer algo. Mientras firmar un contrato a plazo o de futuros no tiene ningún costo (excepto por los requisitos de garantías), la compra de una opción requiere de entrada, es decir, requiere de un pago o prima que es el precio de la opción que se paga a la parte que emite el derecho por el riesgo asumido por las posibles variaciones del precio de mercado del activo subyacente.

Las opciones sirven para protegerse del riesgo que significa mantener posiciones no cubiertas, como por ejemplo cuando existe descalce de monedas (riesgo cambiario). Por otro lado, también permiten especular (correr riesgos) con montos de inversión relativamente pequeños y además, son una forma alternativa para evaluar proyectos de inversión.

Existen dos tipos básicos de opciones. Una **opción de compra (call)** da a su propietario el derecho a comprar un activo en una fecha determinada y a un cierto precio. Una **opción de venta (put)** da al propietario el derecho a vender un activo en una fecha dada a un precio determinado. La fecha especificada en el contrato se conoce como fecha del vencimiento, fecha de ejercicio, o vencimiento (expiration date, exercise date, strike date, o maturity). El precio especificado en el contrato se conoce como precio de ejercicio (exercise price o strike price) y para tener este derecho a comprar el activo a dicho precio se debe pagar una prima.

Las opciones pueden ser americanas o europeas, sin embargo, esto no tiene nada que ver con las ubicaciones geográficas. Las opciones americanas son opciones que pueden ser ejercidas en cualquier momento hasta su fecha de vencimiento, mientras que las opciones europeas sólo

pueden ser ejercidas en la fecha de vencimiento. La mayoría de las opciones negociadas en los mercados son americanas, sin embargo, las opciones europeas son generalmente más fáciles de analizar que las opciones americanas, y algunas propiedades de estas últimas son frecuentemente deducidas de sus análogos europeas.

Existen distintas posiciones en opciones y además, en cada contrato de opciones hay dos partes. En una parte está el inversor que ha tomado la posición larga (es decir, ha comprado la opción) y en la otra parte está el emisor que ha tomado la posición corta (es decir, ha vendido o emitido la opción). El emisor de una opción recibe una entrada en metálico pero adquiere pasivos potenciales para más adelante. Su beneficio/pérdida es la contraria de la del comprador de la opción. En resumen existen cuatro tipos de posiciones en opciones:

- 1) Posición larga en una opción de compra. (comprar una call)
- 2) Posición larga en una opción de venta. (comprar una put)
- 3) Posición corta en una opción de compra. (vender una call)
- 4) Posición corta en una opción de venta. (vender una put)

Existen diversos tipos de opciones dependiendo del activo subyacente sobre el que se emite la opción. Las diversas opciones han ido surgiendo, de modo similar al caso de los futuros, como la respuesta a los diversos entornos económicos y financieros de cada momento. Podemos decir que existen los siguientes grupos de opciones: opciones sobre acciones (stock options), opciones sobre divisas (currency options), opciones sobre índices bursátiles (index options), opciones sobre tipos de interés (interest options), opciones sobre mercancías (commodity options) y opciones sobre futuros (futures options).

### **V.1.2. Opciones sobre acciones**

Como ya mencionamos, un contrato de opciones sobre acciones es un contrato de una opción americana para la compra o venta de un activo subyacente que en este caso corresponde a acciones de una empresa. El valor o prima de la opción tiene una base de estimación o cálculo común para todas las posiciones. Su cálculo adecuado puede ser el principal factor para obtener beneficios o pérdidas. Como veremos, la prima o precio de la opción se puede dividir en dos componentes llamadas valor intrínseco que dependen de las propias características de la opción, y por otro lado el valor extrínseco o temporal que va a depender de factores externos al contrato. Al comprar o vender una opción lo que hacemos es obtener el derecho de

compra o venta a un precio de ejercicio de un activo que en el momento de la operación tiene un valor real de mercado. La relación del precio de ejercicio con respecto al precio del subyacente es el valor intrínseco. Con este componente de valor de la prima lo que hacemos es compensar al vendedor por la diferencia de valor existente con respecto al subyacente en el momento de la compra de la opción y cuyo valor coincidirá con la diferencia que exista entre el precio de ejercicio y precio del subyacente en caso de que sea beneficioso para el comprador y en caso de que la diferencia sea negativa para el comprador se considera que el valor intrínseco será nulo y que a partir de igualar los dos valores el valor intrínseco ira aumentando de forma lineal.

Los detalles del contrato como la fecha de vencimiento, el precio de ejercicio, lo que sucede cuando se declaran los dividendos, el tiempo por el cual los inversores pueden mantener una posición, etc., vienen especificadas por el contrato.

Existen 6 factores determinantes en el precio de una opción sobre acciones:

**El precio actual de las acciones:** el resultado de una opción de compra será la cantidad por la cual el precio de las acciones excede del precio de ejercicio. Por lo tanto, las opciones de compra tienen más valor cuando el precio de las acciones aumenta. En las opciones de venta sucede lo contrario que en las opciones compra.

**El precio de ejercicio:** Generalmente, uno ejerce una opción de compra cuando el precio de la acción al vencimiento es mayor que el precio de ejercicio. Si el precio de ejercicio aumenta, el poseedor de la opción de compra tendrá menos incentivos a ejercerla, por lo tanto el precio de la opción de compra disminuye. En el caso de la opción de venta ocurre lo contrario.

**El tiempo al vencimiento:** Las opciones americanas de compra y venta tienen más valor cuando mayor es el tiempo que falta para el vencimiento. Consideremos dos opciones que difieren solamente en lo que concierne en el tiempo restante para el vencimiento. El propietario de la opción de vida larga tiene todas las oportunidades de ejercicio abiertas en relación con el propietario de la opción corta, y más. La opción larga, por lo tanto debe tener al menos tanto valor como la opción corta.

**La volatilidad del precio de las acciones:** en términos generales, la volatilidad del precio de las acciones es una medida de nuestras incertidumbres sobre el movimiento futuro del precio de las acciones. Cuando la volatilidad aumenta, la posibilidad de que las acciones vayan muy

bien o muy mal, aumenta. Para el propietario de acciones, estos dos resultados tienen a compensarse el uno con el otro. Sin embargo, esto no es así para un propietario de opciones de compra o de venta. El propietario de una opción de compra se beneficia de los incrementos de precios pero ha limitado el riesgo de pérdida en el caso de una caída del precio, de forma que lo máximo que puede perder es el precio de la opción. Para una opción de venta sucede lo contrario. Por lo tanto, el valor de las opciones de compra y de venta aumenta cuando la volatilidad de las acciones es mayor.

**El tipo de interés libre de riesgo:** Ya que las opciones de compra son un derecho de compra de un activo en un futuro a un precio de ejercicio, si actualizamos este precio de ejercicio lo haremos aplicando el tipo de interés vigente, por lo que un tipo de interés más alto tendrá como consecuencia un valor de ejercicio actualizado menor que en compensación vendría traducido en un aumento de la prima de la opción. El caso de una opción de venta que trata de un derecho de venta hará que al aumentar el tipo de interés se reducirá el precio actualizado de venta con lo que tendrá que disminuir también su prima. Las posibles variaciones del tipo de interés que se produzcan dentro de la fecha de vencimiento tendrán consecuencias en la bajada de la prima de las opciones de compra y subida en las de venta, pero según la bibliografía utilizada este factor afecta muy poco en la prima; por ejemplo, para duplicar el precio de una opción de compra tendría que incrementarse en un 60% el tipo de interés.

**Los dividendos esperados durante la vida de la opción:** Los dividendos tienen el efecto de reducir el precio de las acciones en la fecha ex-dividendo. Esto por lo tanto son malas noticias para el valor de las opciones de compra y buenas para el valor de las opciones de venta. Los valores de las opciones de compra, están por lo tanto, correlacionado de forma negativa con los valores de los dividendos anticipados y lo contrario sucede con las opciones de venta.

Para una opción de compra (call), el valor bruto o ganancia bruta lograda por quien compra una call y la mantiene hasta el vencimiento, se puede representar por:

$$C_t = \text{Máx} (0 ; S_t - K) \quad (3)$$

Esto indica que si  $S_t < K$ , la opción vale cero y si  $S_t > K$  la opción vale  $S_t - K$ .

Para una opción de venta (put), el derecho sólo se ejerce si el precio del activo en el mercado resulta menor que el precio de ejercicio. Luego:

$$P_t = \text{Máx} (0 ; K - S) \quad (4)$$

Entonces, para el titular se cumple que si  $S_t < K$  la opción vale  $K - S_t$  y si  $S_t > K$ , la opción vale cero.

Con estas opciones se pueden formar estrategias entre las cuales tenemos básicamente tres familias. Estas son las de especulación, cobertura y arbitraje. La especulación tiene como motivación el buscar utilidades a partir de expectativas diferentes a las del mercado acerca de precios futuros de algunos activos. La cobertura nace a partir de la inestabilidad que presentan los retornos de los activos y tiene como fin aislar algunos tipos de riesgos que no se deseen tomar. Por último, el arbitraje es la acción que permite obtener ganancias anormales, dado el riesgo y la inversión. Pero más específicamente podemos clasificar estas estrategias en:

Las que permiten ganar si el precio del activo subyacente aumenta.

Las que permiten ganar si el precio del activo subyacente disminuye.

Las que permiten ganar si el precio del activo subyacente no cambia demasiado y las que permiten ganar si el precio del activo subyacente cambia bastante.

Las que permiten ganar ocurra lo que ocurra con el precio del activo subyacente (arbitraje).

Así, con este tipo de estrategias es posible cubrirse del riesgo y también disminuirlo.

Para ejercer una opción en el mercado norteamericano, un inversor debe notificarle a su agente que desea ejercer dicha opción. El agente a su vez lo notifica al miembro de la Cámara de Compensación de Opciones (OCC) a través del que opera. Este miembro da entonces una orden de ejercicio a la OCC. La OCC selecciona al azar un miembro con una posición corta pendiente en la misma opción.

Generalmente una opción de compra se ejerce cuando el valor de la acción al vencimiento es mayor al precio de ejercicio. En este caso se dice que la opción está *in the money* ( $S > K$ ). Se dice que la opción está *at the money* si el valor de la acción al vencimiento es igual al precio de ejercicio ( $S = K$ ) y se dice, por último, *out the money* si el precio de la acción al vencimiento es menor al precio de ejercicio ( $S < K$ ). A modo de ejemplo podemos considerar la situación de un inversor que compra una opción de compra europea para 100 acciones de MMM con un precio de ejercicio de 60 dólares. Suponiendo que el precio actual de las acciones es 58 dólares, el vencimiento de la opción es dentro de cuatro meses y el precio de la opción para comprar una acción es de 5 dólares la inversión inicial es de 500 dólares. Si la opción es

Europea, el inversor solo puede ejercerla en la fecha de vencimiento. Si el precio de esa opción a esa fecha es menor a 60 dólares, es evidente que decidirá no ejercerla. No tiene sentido comprar a 60 dólares una acción que tiene un valor de mercado de menos de 60 dólares. En estas circunstancias, el inversor pierde la totalidad de la inversión inicial de 500 dólares. Ahora si el precio de la opción es sobre 60 dólares en la fecha de vencimiento, la opción se ejercería. Si suponemos que el precio por opción es de 75 dólares, ejerciendo la opción, el inversor está dispuesto a comprar 100 acciones a 60 dólares por acción. Si vende las acciones inmediatamente, el inversor obtiene un beneficio de 15 dólares por acción, o 1500 dólares, ignorando costes de transacción. Cuando el coste inicial de la opción se tiene en cuenta, el beneficio neto del inversor es de 1000 dólares.

En una opción de venta, a diferencia del comprador de una opción de compra que espera que el precio de la acción suba, el comprador está esperando que baje. Consideremos un inversor que compra una opción de venta europea para la venta de 100 acciones de HP con un precio de ejercicio de 90 dólares. Supongamos que el precio actual por acción es de 85 dólares, la fecha de vencimiento de la opción es dentro de tres meses, y el precio de una opción para la venta de una acción es de 7 dólares. La inversión inicial es de 700 dólares. Si la opción es europea, solo se ejercerá si el precio por acción está por debajo de 90 dólares en la fecha de vencimiento. Supongamos que el precio de la acción a esa fecha es de 75 dólares. El inversor puede comprar 100 acciones a 75 dólares cada acción y bajo las condiciones de la opción de venta, vender las mismas acciones a 90 dólares para obtener un beneficio de 15 dólares por acción, o 1500 dólares (de nuevo se ignoran los costes de transacción). Cuando el coste inicial de la opción de 700 dólares es tomado en cuenta, el inversor obtiene un beneficio neto de 800 dólares. Por supuesto no hay ninguna garantía de que el inversor vaya a obtener un beneficio. Si el precio final de las acciones está por encima de 90 dólares, la opción de venta vence sin valor y el inversor pierde 700 dólares.

# VI. Modelo de Valoración de Opciones de Black y Scholes.

## VI.1. Análisis del Modelo

El modelo de valoración de opciones de Fisher Black y Myron Scholes no apareció de la noche a la mañana, de hecho, Black comenzó trabajando en un modelo de valoración de garantías de acciones. Este trabajo trataba de explicar como la tasa de descuento de las garantías variaba con el tiempo y el precio de las acciones. Los resultados de éste, trajeron consigo una ecuación de transferencia. Después de este descubrimiento, Scholes se unió a Black y el resultado de su trabajo fue un modelo de valoración de opciones. B&S no pudieron merecer todo el crédito por su trabajo, de hecho, su modelo es actualmente una versión mejorada de un modelo previo desarrollado por A. James Boness de la Universidad de Chicago. Las mejoras de B&S en dicho modelo se tradujeron en la prueba de que la tasa de interés libre de riesgo es el factor de descuento correcto y en ausencia de supuestos que consideran las preferencias por riesgo de los inversores.

La fórmula de Black y Scholes para los precios de opciones de compra (call) europeas y americanas es:

$$C = S * N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2) \quad (5)$$

Donde:

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + s^2/2) T}{s * \sqrt{T}} \quad (6)$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/X) - (r + s^2/2) T}{s * \sqrt{T}} \quad (7)$$

Donde:

S: precio acciones

K: precio ejercicio

T: tiempo hasta el vencimiento

r: tasa libre de riesgo

$\sigma$ : volatilidad del precio de las acciones

La primera parte de la fórmula,  $S * N(d_1)$ , entrega el beneficio esperado por la adquisición de la acción. Esto viene dado por la multiplicación entre el precio de la acción (S) y el cambio en el precio de la opción en relación al cambio en el precio del activo subyacente [ $N(d_1)$ ]. La segunda parte de la fórmula,  $Ke^{-rT} N(d_2)$ , entrega el valor presente de pagar el precio de ejercicio en la fecha de vencimiento. El precio de mercado de la opción de compra es, por lo tanto, calculado basándose en la diferencia entre estas dos partes explicadas.

El supuesto subyacente a este modelo es que el precio de las acciones sigue lo que se llama un recorrido aleatorio (random walk). Esto quiere decir que los cambios proporcionales en los precios de las acciones en un corto período de tiempo se distribuyen normalmente. Esto implica, por otro lado, que el precio de las acciones en cualquier momento del futuro se conoce como una distribución lognormal, la cual se contrasta de una distribución normal en que esta última toma valores positivos y negativos en cambio la lognormal toma solo valores positivos. La distribución normal es simétrica en cambio la lognormal es asimétrica.

Como se dijo anteriormente, el supuesto habitual que se hace en la valoración de opciones sobre acciones es que el precio futuro de una acción dado su precio hoy es lognormal. Esto implica que el rendimiento compuesto continuo de unas acciones en un período de tiempo está distribuido normalmente. Nuestra incertidumbre sobre el precio futuro de las acciones aumenta cuando miramos hacia adelante. Como aproximación, podemos decir que la desviación estándar del precio de las acciones es proporcional a la raíz cuadrada del tiempo futuro de la previsión.

Para estimar empíricamente la volatilidad del precio de una acción ( $\sigma$ ), esta se observa a intervalos fijos de tiempo. Por cada período de tiempo se calcula el logaritmo natural del ratio de los precios de las acciones al final del periodo de tiempo dividido por el precio de las acciones al principio del periodo de tiempo. La volatilidad se estima como la desviación

estándar de estos números dividida por la raíz cuadrada de la duración del periodo de tiempo en años.

La valoración de una opción sobre acciones implica establecer una posición libre de riesgo en la opción y en acciones. Esto siempre puede hacerse si el precio de las acciones y el precio de la opción dependen ambos de la misma fuente de incertidumbre subyacente. La posición que se establece permanece libre de riesgo solo durante un periodo de tiempo muy corto; no obstante, la rentabilidad de una posición libre de riesgo siempre debe ser el tipo de interés libre de riesgo si no hay oportunidades de arbitraje. De hecho esto permite que el precio de la opción se valore en términos del precio de las acciones. La ecuación original de Black y Scholes da el valor de una opción europea de compra y venta (call y put) sobre acciones que no distribuyen dividendos en términos de cinco variables ya mencionadas: el precio de las acciones, el precio de ejercicio, el tipo de interés libre de riesgo, la volatilidad y el tiempo que falta para su expiración.

La rentabilidad esperada de las acciones no forma parte de las ecuaciones de Black y Scholes. Esto nos sorprende pero se deduce a partir del principio general conocido como “valoración neutral del riesgo”. Éste establece que cualquier valor financiero dependiendo de otros activos financieros negociados puede valorarse sobre el supuesto de que el mundo es neutral al riesgo. Este resultado está comprobado y es muy útil en la práctica. En un mundo neutral al riesgo, la rentabilidad esperada de todos los activos financieros es el tipo de interés libre de riesgo, y el tipo de descuento correcto para los flujos de caja esperados también es el tipo de interés libre de riesgo.

Una volatilidad implícita es la volatilidad que, cuando sustituimos en la ecuación de Black y Scholes o sus extensiones, da el precio de mercado de la opción. Los comerciantes controlan las volatilidades implícitas y a veces utilizan la volatilidad implícita del precio de una opción sobre acciones para calcular el precio de otra opción sobre las mismas acciones. Los resultados empíricos demuestran que la volatilidad de unas acciones es mucho más alta cuando los mercados están abiertos que cuando están cerrados. Esto sugiere que una buena parte de la volatilidad del precio de las acciones está causada por la propia negociación de las mismas.

## VI.2. Análisis de los supuestos

Los supuestos realizados por Black y Scholes cuando descubrieron su forma de valoración de opciones fueron las siguientes:

El comportamiento del precio de las acciones corresponde al modelo lognormal con  $\mu$  y  $\sigma$  constante. Esto es un supuesto bastante razonable para la mayoría de los activos que ofrecen opciones, pero es claramente una restricción para extender el modelo a activos que se comportan de distinta forma.

No hay costos de transacción o impuestos. Todos los activos financieros son perfectamente divisibles. Usualmente, los participantes del mercado tienen que pagar una comisión para comprar o vender opciones. Aunque estas comisiones son generalmente pequeñas pueden distorsionar el resultado del modelo, las fricciones de mercado siempre han sido un problema para la aplicación de la teoría financiera, lamentablemente no tenemos como incluir cada una de ellas en nuestro análisis.

No hay dividendos sobre las acciones durante la vida de la opción. La mayoría de las compañías pagan dividendos a sus accionistas. Esto podría parecer una seria limitación al modelo considerando la observación de que dividendos más altos producen precios de opciones de compra más bajos. Una manera común de ajustar el modelo a esta situación, es a través de la sustracción del valor descontado de los dividendos futuros del precio de las acciones, la fuente de información utilizada (precios históricos recogidos de la página <http://finance.yahoo.com> ya se encuentran corregidos por efecto dividendo).

La fórmula de B&S se basa en opciones de compra europeas, es decir que solo pueden ser ejercidas en la fecha de vencimiento. Las opciones americanas permiten ejercer dicha opción en el momento que uno quiera durante la vida de ella. Esto hace que este tipo de opciones sean más valoradas debido a su mayor flexibilidad. Esta limitación no produce mayores problemas puesto que muy pocas opciones americanas son ejercidas antes del vencimiento, ya que como se dijo anteriormente las opciones de compra tienen más valor mientras mayor es el tiempo al vencimiento.

Los mercados son eficientes, es decir, la negociación de valores es continua. Este supuesto nos dice que la gente no puede predecir constantemente la dirección del mercado o de una acción individual por lo cual no hay oportunidades de arbitraje libre de riesgo. Esto se refiere

a que no hay posibilidades de aprovecharse de imperfecciones del mercado lo cual hace que el éste sea perfecto y por ende no hay posibilidades de cambios en los mercados. El mercado opera continuamente con precios justos siguiendo lo que se conoce como el proceso de ITO. Para entender en que consiste dicho proceso es necesario conocer primero el proceso de Markov el cual se define como “uno donde la observación del período  $t$  depende sólo de la observación anterior”. El proceso de ITO, entonces, es simplemente un proceso de Markov en tiempo continuo, por ejemplo, dibujar una línea recta sin levantar el lápiz. El supuesto de mercados eficientes es otro ejemplo de fricciones, no tenemos como corregir este problema, ya que estas imperfecciones no son cuantificables.

Los inversores pueden pedir o dejar prestado al mismo tipo de interés libre de riesgo, levantar este supuesto no empeora la estimación del modelo, como se vera mas adelante cambios en la tasa de interes libre de riesgo no tienen un gran efecto en el precio de la call.

El tipo de interés libre de riesgo a corto plazo,  $r$ , es constante. El modelo de B&S usa la tasa libre de riesgo para representar esta tasa constante y conocida. En la realidad no existe este concepto de tasa libre de riesgo, pero la tasa de descuento de los bonos del tesoro del gobierno de los Estados Unidos a 30 días hasta el vencimiento es generalmente usada para representar dicha tasa libre de riesgo. Durante los períodos de rápidos cambios en las tasas de interés, estas tasas a 30 días tienden a cambiar lo cual hace que se viole el supuesto de tasa de interés constante.

Algunos de estos supuestos han sido suavizados por otros investigadores que han replanteado el modelo de Black y Scholes a través de sus investigaciones. Por ejemplo, Robert Merton adecuó la fórmula al supuesto de no dividendos y al de tasas de interés constantes y Jonathan Ingerson adecuó la fórmula al supuesto de un mundo sin impuestos y de costos de transacción.

## VII. Modelo ARIMA

En 1970, Box y Jenkins desarrollaron un cuerpo metodológico destinado a identificar, estimar y diagnosticar modelos dinámicos de series temporales en los que la variable tiempo juega un papel fundamental. Una parte importante de esta metodología está pensada para liberar a los investigadores de la tarea de especificación de los modelos dejando que los propios datos temporales de la variable a estudiar nos indiquen las características de la estructura probabilística subyacente.

La palabra ARIMA significa Modelos Autorregresivos Integrados de Medias Móviles. Definimos un modelo como **autorregresivo** si la variable endógena de un período  $t$  es explicada por las observaciones de ella misma correspondientes a períodos anteriores añadiéndose, como en los modelos estructurales, un término de error. En el caso de procesos estacionarios con distribución normal, la teoría estadística de los procesos estocásticos dice que, bajo determinadas condiciones previas, toda  $Y_t$  puede expresarse como una combinación lineal de sus valores pasados (parte sistemática) más un término de error (innovación). Los modelos autorregresivos se abrevian con la palabra **AR** tras la que se indica el **orden** del modelo: AR(1), AR(2),....etc. El orden del modelo expresa el número de observaciones retrasadas de la serie temporal analizada que intervienen en la ecuación. Así, por ejemplo, un modelo AR(1) tendría la siguiente expresión:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 * Y_{t-1} + E \quad (8)$$

El término de error de los modelos de este tipo se denomina generalmente **ruido blanco** cuando cumple las siguientes tres hipótesis básicas tradicionales:

- $\mu_0$
- varianza constante
- covarianza nula entre errores correspondientes a observaciones diferentes

Podemos decir que la consideración exclusiva de los valores pasados de una determinada variable para explicar su evolución presente y futura supone, al mismo tiempo, una ventaja y un inconveniente:

- la **ventaja** radica en el hecho de no necesitar distintas series de datos (distintas variables) referidas al mismo período de tiempo (característica común a todos los modelos univariantes) y, al mismo tiempo, ahorrarnos la identificación y especificación del modelo en el sentido de la econometría tradicional,

- el **inconveniente** es que, al renunciar a la inclusión de un conjunto más amplio de variables explicativas, no atendemos a las relaciones que sin duda existen entre casi todas las variables económicas perdiendo capacidad de análisis al tiempo que renunciamos, implícitamente, al estudio teórico previo del fenómeno y a su indudable utilidad.

## VIII. Metodología y Obtención de Datos

### VIII.1. Obtención de datos

Para realizar nuestra investigación fue necesario obtener los datos históricos del precio de las acciones que conforman el índice del Dow Jones el cual es reconocido como el padre de los índices bursátiles. Elegimos el Dow Jones ya que se trata del mercado de acciones más conocido de Estados Unidos y en él se negocia un diversificado portafolio con los títulos de 30 empresas de valor fijo sobre un universo de 10.000 empresas que cotizan. A dichas empresas se les llama también de la “vieja economía”, en contraste con las empresas que se listan en el Nasdaq que son en su mayoría tecnológicas.

También se les conoce como “blue chips” (fichas azules) porque su valor capital es sustancial y las “chips” o fichas azules son las de mayor valor en las mesas de juego en los casinos. Originalmente, el Dow incluyó en su índice 12 valores representativos de distintas industrias. Este número se incrementó en 1920 a 20 empresas y en 1928 quedó fijado finalmente en 30.

Al Dow Jones se le ha criticado continuamente por su muestra limitada y por el hecho de que los títulos de mayor precio tienen un impacto más grande sobre el promedio de los movimientos de acciones de menor valor. Sin embargo, el Dow es el más seguido y reconocido índice de acciones y por esto se le considera como un medidor del desempeño del mercado en general. Además se ha convertido en un hito de la historia universal y ha respondido a ciclos de prosperidad, a ciclos de depresiones, a guerras, a derrumbes bursátiles como en 1929, 1987 y 1997 y sobre todo al ataque terrorista del 11 de septiembre del 2001.

Creemos que por todas las razones anteriores el Dow Jones es un mercado consistente que nos entrega información suficiente y representativa de lo que ocurre en los mercados hoy en día. Además representa a la mayoría de los sectores de una economía lo cual lo hace aún más representativo. Las 30 empresas que analizaremos (los precios de sus acciones) y que conforman el promedio industrial Dow Jones son:

Tabla N° 1: Acciones del Dow Jones

EMPRESA	MERCAD O	SÍMBOLO	INDUSTRIA/SECTOR
Alcoa Inc.	NYSE	AA	Aluminio
American Express Co.	NYSE	AXP	Financiera diversificada
AT&T Corp.	NYSE	T	Comunicaciones de línea fija
Boeing Co.	NYSE	BA	Aeroespacial
Caterpillar Inc.	NYSE	CAT	Maquinaria pesada
Citigroup Inc.	NYSE	C	Financiera diversificada
Coca-Cola Co.	NYSE	KO	Bebidas sin alcohol
E.I. Dupont de Nemours & Co	NYSE	DD	Productos químicos/ Materia prima
Eastman Kodak Co.	NYSE	EK	Productos de recreación y servicios
Exxon Mobil Corp.	NYSE	XOM	Petrolera
General Electric Co.	NYSE	GE	Industrial, diversificada
General Motors Corp.	NYSE	GM	Fabricación de autos
Hewlett-Packard Co.	NYSE	HWP	Computadoras
Home Depot inc.	NYSE	HD	Minorista
Honeywell International Inc.	NYSE	HON	Industrial, diversificado
Intel Corp.	NASD/NM	INTC	Semiconductores

	S		
International Business Machines Corp.	NYSE	IBM	Computadoras
International Paper Co.	NYSE	IP	Papelera
J.P. Morgan Chase & Co.	NYSE	JPM	Banca
Johnson & Johnson	NYSE	JNJ	Farmacéutica
McDonald's Corp.	NYSE	MCD	Restaurantes
Merck & Co. Inc.	NYSE	MRK	Farmacéutica
Microsoft Corp.	NASD/NM S	MSFT	Programas de computadora
Minnesota Mining & Manufacturing Co.	NYSE	MMM	Industrial, diversificada
Philip Morris Cos. Inc.	NYSE	MO	Tabacalera
Procter & Gamble Co.	NYSE	PG	Productos para el hogar
SBC Communications Inc.	NYSE	SBC	Coomunicaciones de línea fija
United Technologies Corp.	NYSE	UTX	Aeroespacial
Wal-Mart Stores Inc.	NYSE	WMT	Minorista
Walt Disney Co.	NYSE	DIS	Entretenimiento
Fuente: Yahoo finance			

Para las tasas de interés libre de riesgo usada en el modelo de B&S, se recolectaron los datos históricos de las tasas de los Bonos del Tesoro del Gobierno de Estados Unidos a 10 años las cuales fueron transformadas a los períodos correspondientes, vale decir, a 30, 60, 90 y 180 días. Los datos históricos de estas tasas fueron los únicos que pudimos obtener y las tasas transformadas a los correspondientes períodos no difieren de gran manera. Además las tasas de interés no tienen un gran impacto en el modelo de B&S. Es decir, cambios pequeños en las tasas de interés no provocan cambios significativos en la fórmula de Black y Scholes para valorar opciones.

## **VIII.2. Metodología B&S**

La metodología seguida para comprobar nuestro primer objetivo se explica a continuación. Primero se tomó el precio histórico de las 30 acciones del índice Dow Jones. Esta información fue procesada y ordenada, los datos utilizados finalmente fueron los del período que comprende el 25 de Mayo del 2001, al 03 de enero del 2003. Esto es un total de 400 datos diarios para cada acción. El paso siguiente fue crear 5 opciones call con distintos strike price y vencimientos. El primer vencimiento fue a 180 días luego uno a 90, otro a 60 y finalmente 30 días.

Los precios Strike de cada contrato se calcularon como una aproximación del precio del día anterior al lanzamiento de cada call, luego se construyeron 4 call más, todas bajo el precio de lanzamiento, con diferencias de US \$5 entre cada una. Decidimos trabajar con las 4 calls por debajo del precio de lanzamiento, porque en un intento anterior pudimos encontrar que muchos de los precios de las calls eran iguales a 0 después de ser valorados por la fórmula con strike price muy superiores al precio de lanzamiento. Esto no nos entregaba información relevante haciéndonos perder iteraciones valiosas para la robustez del modelo. Utilizamos una diferencia de US\$ 5 entre cada call, porque de esta forma se plantea el lanzamiento de una call en el libro de John Hull, y una revisión simple de los mercados nos reafirma nuestra metodología. Es importante destacar que, dados los objetivos del trabajo, las opciones fueron creadas puramente por la fórmula, se dejó de lado las fechas de inicio y término que realmente rigen el mercado, una explicación simple a esta acción, es que no sabemos si realmente el mercado sigue a B&S, si tomamos las opciones que en este momento están vigentes en el mercado, corremos el riesgo de que este no lo siga, además de no saber cual va a ser el precio de la acción al vencimiento.

Sobre la base de estos datos se calculó la volatilidad, tomando en cuenta los 90 días anteriores siguiendo las recomendaciones del libro de John Hull capítulo 11. Se recalculó la volatilidad para cada contrato. La tasa libre de riesgo se calculó según la tasa histórica del bono soberano del gobierno americano a 10 años, luego esta tasa fue transformada a la tasa respectiva al período de tiempo de cada contrato (180, 90, 60 y 30 días).

Con la información anterior, se calculó el precio de cada título, es decir 20 títulos por cada acción (5 strike price para 4 distintos vencimientos), utilizando la fórmula de Black y Scholes. Una vez obtenidos los precios de cada título, se sumó el precio strike más el precio del título y se comparó con el precio de cierre.

Utilizando este proceso, podemos comparar las diferencias porcentuales que existen entre la predicción de Black y Scholes y el precio real, además se puede hacer un análisis entre el poder predictivo de los distintos vencimientos.

Después de ordenados y procesados los datos, se calculó con la fórmula el precio de cada call a cada vencimiento, a este precio se le sumó el precio strike de cada acción y esa suma fue restada del precio al vencimiento de la acción, encontrando así el error de predicción. Para evitar que los errores se anularan en el promedio, estos fueron elevados al cuadrado y se les sacó la raíz, dejando así el error en valor absoluto.

Se utilizó el promedio de los errores para cada período para comparar la capacidad predictiva de cada modelo.

### **VIII.3. Metodología Modelo ARIMA**

Para realizar la estimación de los precios de acciones a través del modelo ARIMA y compararlos con los estimados a través de la fórmula de Black y Scholes, se tomaron los datos del Dow Jones para cada acción y luego se realizó dicha estimación para 30, 60, 90 y 180 días. La metodología aplicada fue la siguiente:

1º) Para obtener la estimación Arima de los precios de cierre de las mismas fechas estimadas por B&S, se recolectaron datos suficientes para realizar al menos 1 entrenamiento para el modelo Arima, de manera que las estimaciones para las fechas designadas fueran más confiables. Esto quiere decir que, por ejemplo, para la estimación a 30 días que equivale a 24 datos se tomaron precios de cierre de 120 días antes, es decir,  $24 \times 4 = 96$  datos anteriores. Para

la estimación a 60 días que son 42 datos se tomaron 240 precios de cierre anteriores, es decir,  $42 \times 4 = 168$  datos anteriores y lo mismo para 90 días (62 datos) y para 180 días (125 datos). Se necesitan dos períodos antes del primer entrenamiento para realizar el modelo de manera eficaz.

2º) Desde el primer precio de cierre del período antes del entrenamiento hasta el último precio estimado, se calculó la variación real (variación en las tablas Excel), el error y la variación proyectada o la regresión Arima (proyección en las tablas Excel). La variación real se definió como la diferencia entre el precio de cierre actual y el precio de cierre en el período anterior. Es decir, para 30 días, la variación era  $P_t - P_{t-30}$ , para 60 días era  $P_t - P_{t-60}$  y así sucesivamente. El error se calculó como la diferencia entre la variación real y la variación proyectada. Por último, la variación proyectada (regresión lineal) se definió de la siguiente manera:

$$\Delta P_t = \alpha_1 * \Delta P_{t-1} + \alpha_2 * \text{Error}_{t-1} \quad (9)$$

Es decir, que para 30 días la variación proyectada es:

$$\Delta P_t = \alpha_1 * \Delta P_{t-30} + \alpha_2 * \text{Error}_{t-30} \quad (10)$$

Así sucesivamente para 60, 90 y 180 días.

3º) A partir del entrenamiento y hasta el final de la estimación, se calculó el Error elevado al cuadrado para cada día. Esto se hace para eliminar los signos negativos y tener una magnitud positiva del error diario. Después del entrenamiento, comienzan a calcularse los datos para la estimación posterior. Es por eso que es necesario calcular, antes de comenzar la estimación, la suma de los errores al cuadrado de los errores que servirán para la estimación (es decir, los errores que están después del entrenamiento y antes de la estimación).

4º) Luego del cálculo de la suma de los errores al cuadrado comienza la estimación de los precios de cierre esperados. En primer lugar se calcula el precio esperado que equivale a la suma entre la variación proyectada y el precio de cierre del período anterior ( $E(P_t) = \Delta P_t + P_{t-1}$ ). Así, el precio esperado en la estimación a 30 días es:  $E(P_t) = \Delta P_t + P_{t-30}$  y de la misma manera para 60, 90 y 180 días. Luego se calcula el error de la estimación hecha. Esto es:

Error = Precio Esperado – Precio de cierre del día.

5º) Calculado lo anterior, se procede a elevar los errores de la estimación al cuadrado y, a la vez, sacarles raíz cuadrada. Esto se hace, como se dijo anteriormente, para eliminar los signos negativos de los errores. Luego, se procede a sacar el promedio de dichos errores y así se obtiene una medida o magnitud del nivel de la estimación a través del modelo Arima.

6º) Finalizados todos los pasos anteriores, se procede a calcular el  $\alpha_1$  y el  $\alpha_2$ . Esto se hace a través de la herramienta Solver del programa Excel. La idea es minimizar la suma de los errores al cuadrado de los errores que servirán para la estimación cambiando las celdas correspondientes a  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  con esto, obtendremos los valores óptimos de  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  que hacen que se minimice la suma de los errores al cuadrado.

Después de aplicar la herramienta solver, nos encontramos con los resultados óptimos para el modelo Arima, es decir, que el promedio de los errores de la estimación es el mínimo. Como resultado de todo lo anterior, podemos comparar las estimaciones de precios hechas por Black y Scholes con relación a las estimaciones de precios hechas con el modelo Arima para 30, 60, 90 y 180 días, utilizando como factor de comparación la suma de los errores al cuadrado.

#### **VIII.4. Metodología modelo ARIMA recursivo.**

Este modelo tiene la particularidad de que minimiza el error de cada dato y no el de la suma total de ellos, de manera que debiera arrojar una mejor predicción.

Este método tiene la misma estructura del modelo anterior, es decir se calcula de la misma manera, pero se incorpora un paso adicional, que consiste en minimizar la suma de los errores al cuadrado, pero esta vez fijando como celda objetivo en la herramienta solver cada una de las sumas de los errores al cuadrado correspondientes para cada día y no solo la sumatoria final de ellos, siempre permitiendo que en la minimización puedan cambiarse las celdas correspondientes a los alfas. Para lograr esto, se debe fijar la celda del primer dato del periodo de entrenamiento y luego ir sumando sucesivamente los errores al cuadrado hasta el final. Esta metodología hace posible obtener una proyección de la variación del precio futuro de la acción que nos arroje un error menor, permite llevar un seguimiento mas detallado y preciso de cada predicción, e identificar los días en que el modelo se alejo mas del precio real y facilitar análisis de datos.

## **VIII.5. Metodología modelo rolling regresion.**

Este método es idéntico al anterior pero no se fija la celda correspondiente al primer dato del periodo de entrenamiento de manera de que la suma de los errores al cuadrado siempre contenga la misma cantidad de datos que va a depender del periodo de análisis, en el caso de 30 días son 24 datos, a diferencia del método recursivo que a medida que se aplica la herramienta solver a los datos para nuestra estimación, el numero de datos en la suma de los errores al cuadrado aumenta.

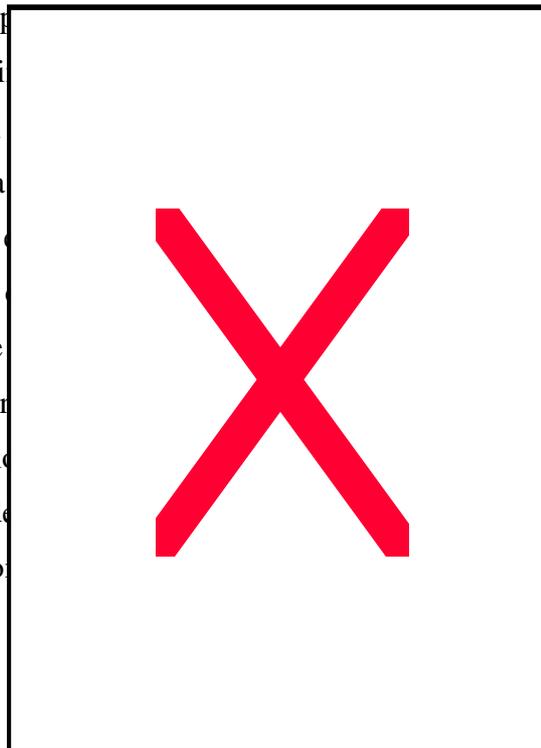
## IX. Análisis de los resultados y conclusiones.

Después de realizado el análisis antes mencionado los resultados encontrados se pueden resumir en la siguiente tabla.

**Tabla N° 2:** Errores y desviaciones promedio de cada modelo

Fig001

En la tabla se puede apreciar el promedio de cada estimación. Podemos ver que en el modelo Black & Scholes y para los periodos de 180 y 90 días nos podría sugerir que el modelo como popularmente se conoce es ingenuo son levemente mejores que los modelos recursivos y no son significativamente mejores que la hipótesis de que el modelo de los modelos no son muy buenos para 180 y 90 días.



estimar, luego los errores estándar de las estimaciones. El modelo Black & Scholes tiene un error menor al de los modelos recursivos, lo que nos sugiere que es un buen estimador de las estimaciones estándar del modelo. Si vemos los datos de los errores que obtienen son los que nos replantearía la hipótesis de que estos dos modelos son buenos sobre todo los periodos de 180 y 90 días.

## IX.1. Análisis por Sector

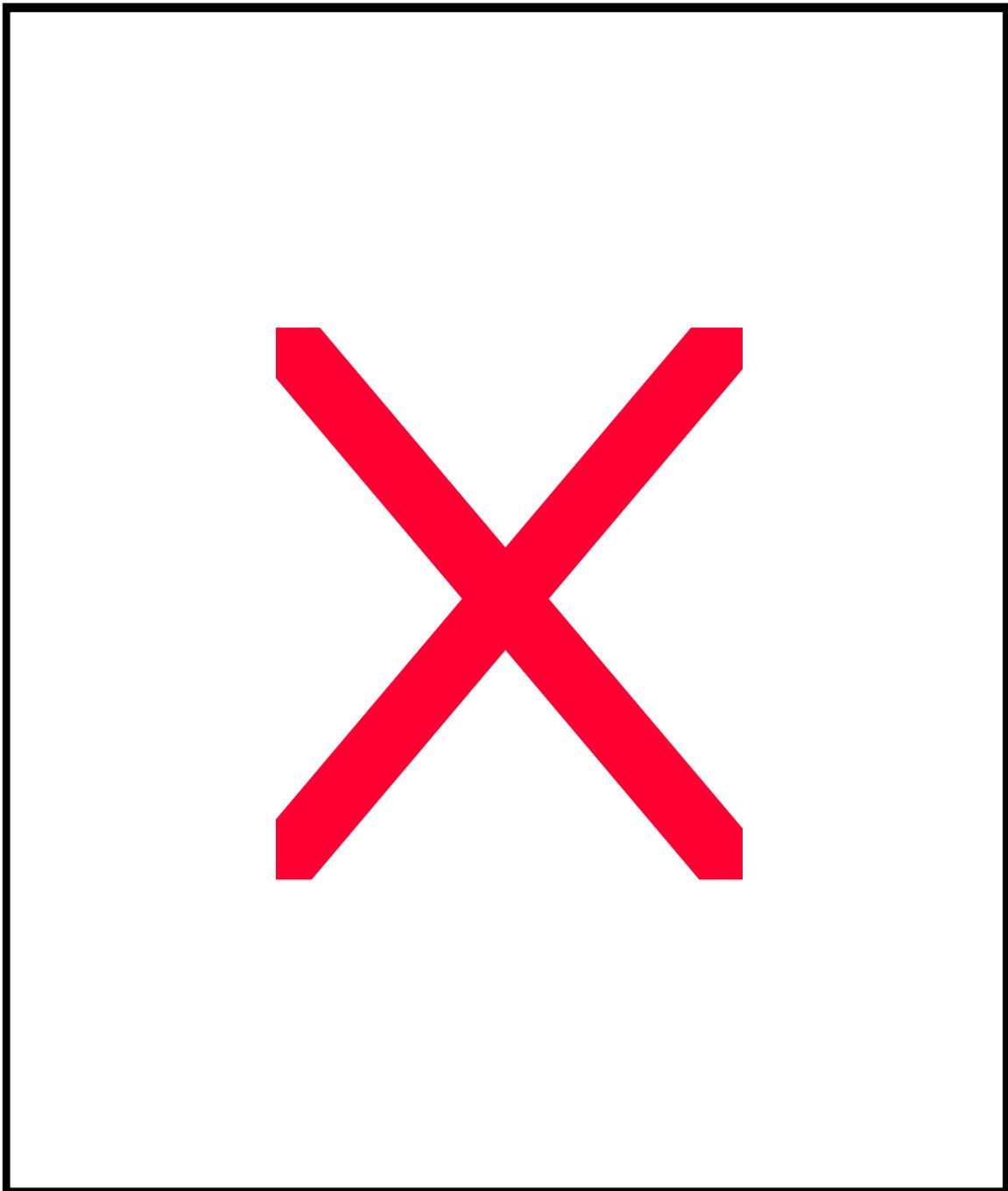


Tabla N° 3: Errores promedio por sector y por modelo

Fig002

### Sector de Consumidores Cíclicos<sup>1</sup>

Para el sector de consumidores cíclicos y una call con un vencimiento a 180 días el modelo con mejor capacidad predictiva es el modelo ingenuo con 3,4 de error y 3,025 de desviación

estándar, lo que nos parece muy raro dado que este modelo es el más sencillo de todos. Sin embargo los modelos Arima recursivo, B&S y Rolling regresion no arrojan un error significativamente superior, con un 4,8 de error promedio, aunque la alta desviación estándar arrojada por el modelo B&S hace muy riesgoso utilizarlo como predictor. Muy lejos se encuentra el modelo Arima con un error de 12,23 y una desviación de 11,74 lo que hace posible descartarlo inmediatamente como instrumento predictor para este sector y este plazo.

Para un vencimiento a 90 días el modelo que arroja el menor error es el modelo Arima Recursivo con 3,92 y una desviación estándar de 5,35. El modelo Rolling regresion arroja un error de 4,36 y una desviación de 6,58, lo que le resta validez como buen predictor. El resto de los modelos presenta un error promedio de 6 y una desviación promedio de 10,2 dejándolos fuera de consideración.

Para un vencimiento a 60 días, los modelos que obtuvieron mejores resultados fueron el Rolling regresion y el Arima Recursivo los 2 con 3,9 de error, aunque el Arima Recursivo presenta una desviación 1,3 puntos superior a la del Rolling haciéndolo más inestable y susceptible a cambios bruscos en el mercado. El modelo de B&S e ingenuo presentan un error promedio de 5 promedio y nuevamente se escapa Arima con 9,29 y 12,91 de desviación.

<sup>1</sup> Ver Anexo N°1 para un análisis y tablas mas detalladas.

Para un vencimiento a 30 días el modelo con mejor capacidad predictiva es el modelo ingenuo con 2,57 de error y una desviación de 1,51, situándolo como un modelo interesante para ser utilizado en comparación con los otros. Los modelos B&S, Rolling y Arima Recursivo arrojan un 3,5 de error promedio y una desviación de 0,25 lo que no es tan malo en comparación con sus pares, pero si lo es a la hora de predecir. Nuevamente el modelo Arima es el que tiene la peor estimación con 11,32 de error y 8,37 de desviación, valores que están muy por sobre lo esperado y permitido lo que lo cataloga como un muy mal predictor.

Al analizar las tablas, podemos concluir que para las acciones General Motors y Eastman Kodak que componen el sector de consumidores cíclicos del Dow Jones, los modelos de B&S y Arima no son recomendables para utilizarlos como predictores, para ningún vencimiento. Por otro lado vemos que el modelo más simple, que es el ingenuo arrojó mejores resultados

---

<sup>1</sup> Ver Anexo N°1 para un análisis y tablas mas detalladas.

en su estimación que los más complejos para los vencimientos a 180 y 30 días, lo que nos podría llevar a pensar que es una buena herramienta. Por último es fácil inferir que si el modelo ingenuo fue el que obtuvo los mejores resultados, no es necesariamente una herramienta útil para predecir el precio de las acciones producto del error que se le asocia, por esto menos lo serán los 3 modelos restantes. Es probable que este inusitado resultado del nuestro modelo ingenuo pueda ser producto de las características del sector, alta estabilidad en sus precios, lo que haya llevado a esta serie de datos a comportarse en forma normal, facilitando la predicción de este modelo. Para verificar esto, debiéramos ver como se comporta en otros sectores. También pudiera ser producto del azar, pero en este caso se debería volver a analizar la validez del modelo con una serie de datos distinta, para poder verificar esto.

### Sector de Consumidores No Cíclicos

Si analizamos el sector de consumidores cíclicos, podemos darnos cuenta que las empresas que se encuentran dentro, tienen la particularidad de ser conglomerados, presentes en todo el mundo, o con negocios de venta mundial o un portafolio diversificado, lo que da como resultado una cierta estabilidad en su valor bursátil, lo que podría augurar un mejor resultado en las predicciones de los modelos.

Para el sector de consumidores no cíclicos y para una call con un vencimiento a 180 días el modelo que obtuvo una mayor capacidad de predicción fue el modelo Arima Recursivo con 4,65 de error y 1,1 de desviación estándar. En este caso los otros modelos tienen una menor efectividad siendo el Rolling regresion el que le sigue con 6,067 de error y 2,1 de desviación estándar. El modelo Arima es el con mayor error con 19.26 pero desviación estándar de 23,04. Esta gran diferencia en los errores y gran desviación estándar puede explicarse a que durante los 180 días tomados de muestra, el precio de los títulos de la acción Procter & Gamble subió en aproximadamente un 60%, variación imposible de pronosticar ni prever por ningún modelo. Por lo que la capacidad predictiva del modelo Arima queda en cuestión para este sector, aunque a priori es posible determinar que ante ausencias de shocks externos su rendimiento aun estará por debajo de la del modelo Rolling regresion y Recursivo.

Para un vencimiento a 90 días el mejor modelo fue el Rolling regresion con 3,51 de error y 1,1 de desviación estándar. El modelo Arima Recursivo presenta una capacidad predictiva muy similar, con un error de 3,68 y una desviación estándar de 0,22 lo que lo deja en mejor

posición a la hora de elegir un modelo. Los modelos de Black & Scholes e Ingenuo presentan 1,5 puntos más de error promedio que sus antecesores y nuevamente se presenta el modelo Arima con el mayor error con 10,98 y esta vez con una desviación de 4,23 que si bien es alta, no justifica su baja capacidad de predicción.

Para un vencimiento de 60 días el modelo con mejores resultados es el Rolling regresion con un 3,19 de error y 1,22 de desviación estándar, seguido muy de cerca por el modelo Arima Recursivo con 3,55 de error y 1,26 de desviación estándar. Los modelos de B&S, Arima e ingenuo presentan casi la misma capacidad predictiva, con un 4,5 de error promedio y 2,5 de desviación estándar.

Para un vencimiento a 30 días, el modelo Rolling regresiones el que tiene el menor error con un 2,8 y 0,4 de desviación estándar. El resto de los modelos presentan una capacidad predictiva similar para este sector, con un error de 3,7 promedio y una desviación estándar de 1,5 promedio.

Como conclusión podemos decir que para las acciones Altria Group, Procter & Gamble y Coca Cola que componen el sector de consumidores no cíclicos dentro del Dow Jones, el modelo que cuenta con el mayor poder de predicción considerando los errores promedio y desviaciones estándar es el Modelo Rolling tanto para los vencimientos a 90, 60, y 30 días. Asimismo el modelo mas recomendado para este sector ante un vencimiento a 180 días es el Arima Recursivo. Sin embargo, los errores y desviaciones estándar presentados por cada uno de estos modelos no es del todo aceptable, por lo que se debe tener cuidado al utilizarlos como herramientas predictoras.

#### Sector servicios

Para el sector servicios y una call con vencimiento a 180 días se obtiene mejor resultado con el modelo Arima Recursivo con 6,9 de error y una desviación estándar de 3,25. Con una capacidad predictiva similar se encuentra el modelo de Rolling con un error de 7,05 y una desviación de 3,14. Los otros 3 modelos presentan una capacidad predictiva inferior con un error de 11 promedio y una desviación estándar de 8 en promedio.

Para un vencimiento a 90 días el modelo con mejor capacidad predictiva es el B&S con 7,56 de error y solo un 2,5 de desviación estándar. Los modelos Arima Recursivo y Rolling le

siguen con un promedio de error de 8,15 y una desviación de 8,5, y los modelos Arima e Ingenuo arrojan un error mucho mayor, ubicándose sobre los 11 puntos.

Para un vencimiento de 60 días el modelo Rolling y recursivo presentan una capacidad predictiva muy similar con un promedio de error de 4,24 y una desviación estándar 3,17 promedio. El modelo B&S le sigue con un error de 4,67 y una desviación estándar de 2,96. Los modelos de Ingenuo y Arima no arrojan un error significativamente superior, pero siguen siendo malos predictores, con 5,758 y 6,032 de error respectivamente.

Para un vencimiento a 30 días el mejor modelo es el Rolling regresion con un error de 3,557 y una desviación estándar de 2,96, siguiéndolo el modelo recursivo con un error de 3,87 y desviación estándar de 1,21. Los tres modelos restantes se vuelven a alejar siendo el modelo Arima el de peor resultado con 7,05 de error y 3,886 de desviación estándar.

Para el sector servicios, se puede ver que la componen variadas empresas, que aunque sean todas del mismo sector trabajan en distintos mercados, tanto nacionales como internacionales, por lo que podría generarse malas estimaciones en los modelos, y analizando los resultados, sus errores y desviaciones estándares, se puede verificar que hay una falta de consistencia entre los modelos, o sea que no se nota la dominancia de uno de ellos como herramienta útil para predecir en este sector.

Por lo que podríamos concluir que se puede identificar que para las acciones Home Depot, SBC Comms, Wal-Mart Stores, Walt Disney CO, AT&T Corp, y MC Donald's el modelo de Rolling se presenta como el mejor predictor para el plazo de 30 y 60 días, el modelo recursivo para 180 días y el modelo de B&S para un vencimiento de 90 días. Pero nuevamente estos resultados solo nos sirven para determinar que modelo tiene mejor capacidad predictiva que otro, porque dados sus altos errores y desviaciones estándar, no es recomendable utilizarlos como modelos predictores, pero sí como una posible guía.

### Sector Capital Goods

Para las acciones de Boing Co, Honeywell Intl y Caterpillar Inc que componen el sector de Capital Goods del Dow Jones el modelo que resulto con mayor poder predictivo para un vencimiento a 180 días fue el Arima Recursivo con un error de 2,587 y una desviación de 4,92. Con un error muy similar se encuentra el modelo Rolling regresion que presenta un error de 2,641 y una desviación de 3,397. Los otros tres modelos arrojan un error sobre los 3 puntos

sin embargo el Arima simple presenta una desviación de 7,881 comparado con 3,864 del Ingenuo y 5,391 del modelo B&S lo que lo sitúo como el menos confiable para este plazo y este sector.

Para un vencimiento a 90 días el modelo Rolling regresiones el que presenta el menor error con 3,003 y una desviación de 2,648. Los modelos de B&S, Arima e Ingenuo presentan un error muy similar cerca de 3,2 puntos y una desviación cercana a los 2,7 puntos. Esta vez el modelo Arima simple es el que presenta el mayor error con 4,308 y una desviación de 2,423.

Para un vencimiento a 60 días el modelo que presenta el menor error es también el Rolling regresion con 1,427 y una desviación de 3,49. El modelo Arima Recursivo muestra un poder predictivo muy similar con un error de 1,510 y una desviación de 3,441. El modelo B&S, Arima e ingenuo no presentan un error significativamente mayor, siendo el del modelo Ingenuo el mayor con 2,551 puntos y una desviación de 2,983.

Para un vencimiento a 30 días el modelo Arima Recursivo es el que obtuvo los mejores resultados con 1,058 de error y una desviación estándar de 1,214. Sin embargo tanto el modelo de B&S, Rolling regresion e Ingenuo arrojan errores menores a 2 puntos, valores que sin ser muy bajos no cierran la posibilidad de considerarlos a la hora de elegir un modelo predictor.

Para el sector de capital goods, se puede ver que existe una consistencia en los modelos, dominando Arima recursivo para los plazos de 180 y 30 días y Rolling regresion para 90 y 60, con bajos errores y sin diferencias muy significativas entre ellos, lo que se podría deber a las características de las empresas que componen este sector, que son de alto capital y trabajan, en áreas de alta tecnología, en donde no existen muchos competidores, lo que hace a este tipo de empresas, fuertes y estables en el tiempo, no estando exentas de fluctuaciones o shocks de demanda, producto de los ciclos económicos o crisis existentes.

### Sector tecnológico

Para las acciones Microsoft CP, Hewlett-Packard, INTL Bus Machine, Intel Corp que componen el sector tecnológico del Dow Jones, el modelo que presento mejores resultados para un vencimiento a 180 días, fue el Arima Recursivo con un error de 5,54 y 3,47 de desviación estándar. Similar capacidad predictiva tiene el modelo Rolling regresion con 6,662 de error y 4,07 de desviación estándar. Los otros tres modelos arrojan un error y desviaciones

muy altas ubicándose el modelo Arima como el de peor resultado con 17,461 de error y 5,93 de desviación. Errores y desviaciones tan altas para este vencimiento puede ser explicado por el tipo de acciones que componen este sector, acciones muy volátiles que sufren variaciones porcentuales en sus precios superiores a 2 dígitos en tan solo una jornada, lo que afecta directamente las posibilidades de una predicción exitosa.

Para un vencimiento a 90 días el modelo que arrojó mejores resultados fue el Rolling regresión con 4,038 de error y una desviación estándar de 3,24. El modelo Arima Recursivo presenta una capacidad predictiva similar con 4,658 de error y 4,075 de desviación estándar. Los modelos B&S y Arima arrojaron 2 puntos más de error y desviación estándar, lo que les quita validez como instrumentos predictivos. El modelo que obtuvo los peores resultados fue el ingenuo, arrojando casi 5 puntos más de error que el Rolling.

Para un vencimiento a 60 días, todos los modelos presentan un poder predictivo similar, con un error promedio de 5,75 para el sector, pero el modelo ingenuo es el que arroja el menor error y desviación con 4,664 y 2,59 respectivamente.

Para un vencimiento a 30 días, el mejor modelo es el Rolling regresión con 4,868 de error, y 3,014 de desviación estándar. Luego vienen los modelos Arima Recursivo, B&S e Ingenuo con un error muy similar entre ellos, con error promedio de 6,33 y 3,2 de desviación estándar. El modelo Arima es el que presenta los peores resultados con 7,908 de error y una desviación estándar de 3,797.

Para este sector, se puede observar que el modelo Arima recursivo obtiene mejores resultados para el plazo de 180 días, muy similar al Arima Rolling, este último también obtiene los mejores resultados para los plazos de 90 y 30 días y lo que resulta peculiar es que para el plazo de 60 días todos los modelos hayan obtenido similar capacidad predictiva, quizás producto de la alta competencia e innovación del sector.

### Sector Salud

Para las acciones Johnson & Johnson y Merk & Co que componen el sector Salud del Dow Jones el modelo que arrojó los mejores resultados para un vencimiento a 180 días fue el Arima Recursivo con 3,89 de error y una desviación estándar de 2,57. Si bien los errores de todos los modelos tienen similar desviación estándar, el Rolling regresiones el único que se acerca con 4,1 ya que tanto los modelos de B&S e ingenuo arrojan un error por sobre los 8

puntos y muy lejos se ubica el arima simple con 14,884 de error y 4,33 de desviación estándar.

Para un vencimiento a 90 días el modelo que arrojó el menor error fue el Rolling regresion con 3,93 de error y una desviación de 2,82. Muy de cerca le sigue el modelo Arima recursivo con 4,42 de error y una desviación de 3,83. Los otros modelos presentan a lo menos 1 punto mas sobre estos últimos, siendo el modelo Arima el de peor resultado con 9,34 de error y 7,32 de desviación estándar.

Para un vencimiento a 60 días el modelo que presentó el mayor error fue el ingenuo con 5,884 y una desviación estándar de 2,24. Los otros modelos no muestran un resultado significativamente superior situándose el Rolling regresion como el mas exitoso con 3,187 de error y 2,2 de desviación estándar seguido por el Arima Recursivo con 3,41 de error y 2,29 de desviación estándar.

Para un vencimiento a 30 días tanto los modelos de B&S, Rolling regresion Ingenuo presentan un poder predictivo similar con un error promedio de 4,64 y una desviación promedio de 1,89. El modelo Arima es el que sigue con 5,433 de error y 1,214 de desviación y el con peores resultados muy por sobre el resto de los modelos es el Arima simple con 9,005 de error y 3,090 de desviación estándar.

Nuevamente para un vencimiento de 180 días el mejor predictor fue arima recursivo, al igual que rolling para el vencimiento de 90 días y además para el de 60, para el venciendo de 30 días B&S, rolling regresion ingenuo son similares.

### Sector de Materiales Básicos

Para las acciones Alcoa Inc, Du Pont Co, Intl Paper Co que componen el sector de Materiales Básicos del Dow Jones el modelo que obtuvo una mejor predicción para un vencimiento a 180 días fue el Arima Recursivo con 3,256 de error y 2,316 de desviación estándar. Luego viene el modelo Rolling regresion con 4,224 de error y 2,365 de desviación estándar. Los modelos de B&S e ingenuo presentan un error similar con un error promedio de 5,37 y una desviación promedio de 3,45. Por ultimo el modelo con mayor error fue el Arima Simple con 6,845 de error y una desviación de 3,745.

Para un vencimiento a 90 días el modelo de Rolling regresion fue el que presento el menor error con 3,931 y una desviación de 2,356. Muy de cerca le sigue el Arima Recursivo con 4,204 de error y una desviación de 2,269 y los otros tres modelos se alejan en mas de 2 puntos por lo que automáticamente quedan rechazados como herramientas predictivas por lo menos para este sector y este vencimiento.

Para un vencimiento a 60 días todos los modelos presentan una capacidad predictiva similar, situándose el modelo de B&S como el de menor error con 2,912 y una desviación de 1,785. Los otros cuatro modelos tienen un error alrededor de 3,5 lo que sigue siendo malo si es que buscamos algún grado de exactitud, sin embargo el modelo Arima presenta una desviación mucho mayor al resto lo que lo deja en una peor posición a la hora de comparar.

Para un vencimiento a 30 días el modelo Rolling regresiones el que arroja el menor error con 1,329 y una desviación de 0,976, error que no es considerado muy alto y podría ser considerado como herramienta predictora. Los otros modelos si bien no presentan un error significativamente superior, están por sobre los 2 puntos siendo el Arima Simple el con peores resultados con un error de 3,421 y una desviación de 1,905.

### Sector Financiero

Para las acciones Citigroup, JP Morgan Chase y American Express Co que componen el sector financiero del Dow Jones, el modelo que obtuvo los mejores resultados para un vencimiento a 180 días fue el Arima Recursivo con 4,91 de error y una desviación de 3,56. Con el mismo poder predictivo se presenta el modelo Rolling regresion con tan solo unos decimales de diferencia en el error y desviación y luego vienen los modelos de B&S, Arima e ingenuo, los tres con un error superior a los 7 puntos y desviación cercana a 4,5.

Para un vencimiento a 90 días el modelo que arrojó el menor error fue el Rolling regresion con 5,274 de error y 3,987 de desviación estándar. El modelo Arima Recursivo le sigue muy de cerca con 5,465 de error y 3,924 de desviación estándar, pero el resto de los modelos arrojan un error sobre los 8,5 puntos lo que los deja absolutamente descartados para ser utilizados como predictores.

Para un vencimiento a 60 días también se presenta el modelo Rolling regresion con el de menor error con 4,018 y una desviación de 2,158. Los otros cuatro modelos tienen un poder predictivo similar con un error promedio de 4,4 y una desviación cercana a los 2,4, sin

embargo el modelo Arima simple presenta una desviación de 7,358 lo que empeora su posición en comparación con el resto.

Para un vencimiento a 30 días el modelo Rolling regresion se presenta con los mejores resultados, con un error de 2,64 y una desviación de 1,974 lejos del resto de los modelos. El modelo que le sigue en precisión es el de B&S que presenta un error de 3,874 y una desviación de 1,760. Luego tanto el modelo Arima Recursivo como el Rolling regresion presentan un error cercano a 4 y por ultimo el modelo Arima con un error de 6,882 y una desviación de 3,162.

Este sector el cual se caracteriza por un alto nivel de competencia y desarrollo de mercados, logra tener como los modelos que mejor predicen al Arima recursivo para 180 días, y para 90, 60 y 30 días al Arima rolling.

### Sector Energía

La acción XOM que es la que compone el sector energía del Dow Jones es la que obtuvo los mejores resultados en general, presentando errores similares para todos los modelos y una disminución significativa de ellos a medida que se aproxima a la fecha de vencimiento. Aun así es posible identificar modelos con mayor precisión que otros. Para un vencimiento a 180 días el modelo mas preciso fue el ingenuo con 3,256 de error y 2,378 de desviación. Los modelos Arima Rolling, B&S y Arima Recursivo presentan un error cercano a los 4 puntos, valor muy alto para las expectativas de predicción. El modelo Arima es el con mayor error con 5,314 y una desviación de 4,098.

Para un vencimiento a 90 días el modelo con menor error fue el modelo de B&S con 4,937 y una desviación de 3,538. Una similar capacidad predictiva presenta el modelo Rolling regresion con 4,953 de error y una desviación de 2,323. El modelo Arima Recursivo arroja un error de 5,245 y una desviación de 2,624 y muy lejos se encuentran los modelos B&S e Ingenuo con un error sobre los 6 puntos lo que los deja fuera de consideración a la hora de elegir un modelo predictivo.

Para un vencimiento a 60 días el modelo con mayor poder predictivo fue el Rolling regresion con 1,362 de error y una desviación de 0,98. Sin embargo el resto de los modelos presenta un error muy similar todos muy cerca de 1,5 puntos y con una desviación cerca de 1. Pero el

modelo Arima arroja una desviación de 7,358 lo que lo elimina como alternativa al elegir un modelo de predicción.

Para un vencimiento a 30 días todos los modelos presentan un error menor a 1 punto siendo el Rolling regresion el con mejor resultado con un error de 0,597 y una desviación de 0,463. Le sigue muy de cerca el modelo Arima Recursivo con 0,682 de error, pero es el modelo con mayor desviación con 1,214 lo que transforma a esta predicción en una no tan confiable. El modelo que presento el mayor error fue el de B&S con 0,949 y una desviación de 0,603.

### Sector Conglomerates

Para las acciones 3M Company, General Electric Co, y United Tech CP el modelo que obtuvo los mejores resultados para un vencimiento a 180 días fue el Arima recursivo con 4,632 de error y una desviación de 3,541. El modelo que le sigue es el Rolling regresion con 5,06 de error y una desviación de 3,541. Los otros tres modelos presentan un error por sobre los 7 puntos lo que los deja en muy mala posición para ser utilizados como predictores.

Para un vencimiento a 90 días el modelo Rolling regresion fue el que obtuvo el menor error con 3,949 y una desviación de 2,66. El modelo que le sigue en precisión es el Arima recursivo con 4,410 y una desviación de 2,622. Tanto el modelo de B&S, Arima simple e ingenuo presentan un error mayor a los 5 puntos, quitándoles validez como herramientas predictivas.

Para un vencimiento a 60 días tanto el modelo Arima como el Ingenuo presentan similares resultados, situándose el Arima Recursivo como el de menor error con 4,936 y una desviación de 3,56, y el modelo ingenuo con un error de 4,993 y una desviación estándar de 2,867. Los otros modelos arrojan errores promedios superiores a los 5,5 con una desviación estándar de mas de 3,8.

Para un vencimiento a 30 días el modelo B&S es quien obtiene los mejores resultados con un error de 3,997 y una desviación estándar de 2,750, los demás modelos lo siguen muy de cerca con errores apenas superiores a los 4,1.

Para concluir con el análisis de sectores, hay que tener en cuenta que trabajamos sobre promedios de cada sector y que cada uno de ellos los componen diferentes números de empresas, lo que puede llevar a malas interpretaciones, pero nuestra idea es sacar algunas

conclusiones que pueden servir de guía para poder identificar con cual modelo se logra una mejor predicción.

Es así como manera de análisis general, se puede observar que para sectores con un alto desarrollo, competitivo, que contengan empresas multinacionales o con portafolios diversificados, los modelos que en general obtiene mejores resultados son Arima recursivo y Rolling, en especial se puede notar la dominancia de Arima recursivo en los plazos de 180 días así como el Rolling regresion para plazos menores como 90 días.

Los resultados que se presentan en la tabla anterior son categóricos, se establece una clara supremacía del modelo Rolling regresion para todos los sectores exceptuando el sector “Consumer Cyclilal” donde el ganador fue el modelo ingenuo con un periodo de 30 días. Otro hecho interesante, es que en todos los casos el ganador fuel el periodo de 30 días, dentro de todos los resultados se puede decir que el que mayormente se impone es el periodo mas corto. Solo en Health Care y Basic Materials se observa una mejor predicción con periodos de 90 y 180 respectivamente.

## **IX.2. Análisis por modelos<sup>2</sup> y por accion<sup>3</sup>**

### Análisis modelo ARIMA recursivo

Para el modelo ARIMA recursivo con un vencimiento de 180 días la acción que obtuvo mejores resultados en la predicción fue DD con un error de 1,6126 y una desviación estándar de 1,401 y la con peores resultados fue T con un error de 11,346 y una desviación estándar de 8,530. Si vemos la tendencia de los precios (gráfico n° 1 y 2) en ambos casos podemos ver claramente una diferencia, los precios de DD se mantienen constante entre los rangos de precios entre US\$ 35 y US\$ 50 a diferencia de T donde existe una tendencia a la baja en los precios y además existen fluctuaciones o quiebres mayores en los precios, lo que denota mayor volatilidad, esto se puede ratificar por el valor de la desviación estándar que es de casi 8,5, en comparación con la de DD que es de 1,4. En el periodo de estudio el precio de la acción de T bajo desde unos US \$ 250 hasta estar cercano a los US \$ 25 una baja muy fuerte que sin duda tiene que afectar la predicción arrojando un error tan alto.

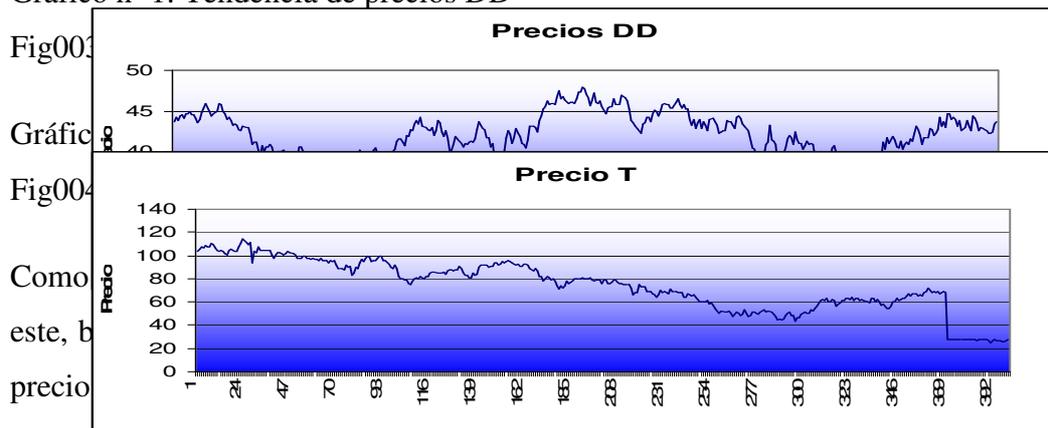
---

2

3

Podríamos decir que DD al ser una empresa multinacional la cual tiene una cartera de negocios muy diversificada en áreas tan diversas como el área aeroespacial y de aviones así como también de agricultura, nos explicaría porque el valor de su acción no se ve afectado, o sea disminuido como en la mayoría de las acciones que componen el Dow, producto de la recesión que a sufrido Estados Unidos principalmente. A diferencia de lo que sucede con T o AT&T que es una empresa que trabaja en el rubro de las comunicaciones especialmente ligada al mercado norteamericano pero con importantes inversiones a escala mundial, el valor de su acción se vio mayormente afectada por los problemas que esta pasando Estados Unidos, con lo que podríamos especular que este modelo tiene una capacidad predictiva mejor si se trata de empresas mas diversificadas, lo que tiene cierta lógica ya que frente a shock inesperados cualquier modelo pierde efectividad, dado la imposibilidad de predecirlos, pero en este caso este modelo tiene suficiente información como para que la recesión no afecte mayormente los resultados.

Gráfico n° 1: Tendencia de precios DD



Diferente es el caso para T (gráfico n° 4) donde hay una clara tendencia a la baja con respecto al Dow, este a tenido una baja de mas 50 % sobre el movimiento del Dow.

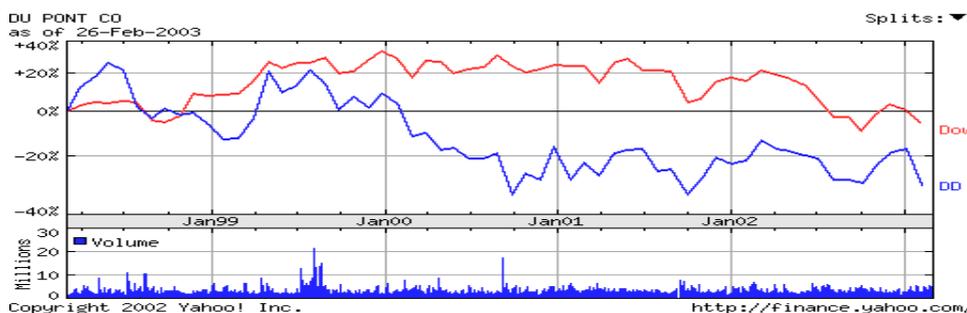


Gráfico n° 3: Comparación tendencia de precios de DD con el rendimiento del Dow

Fig005

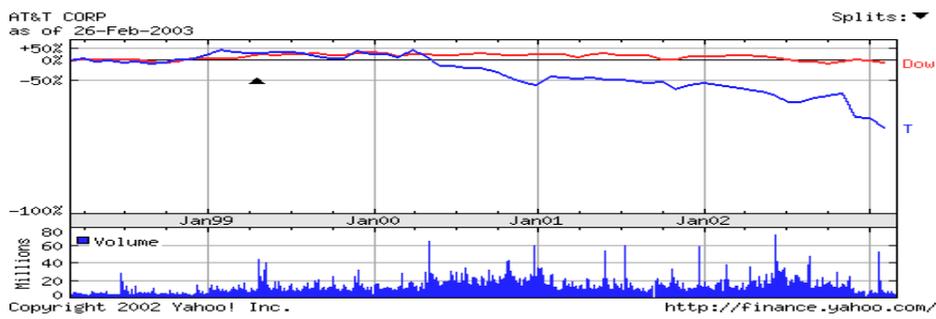


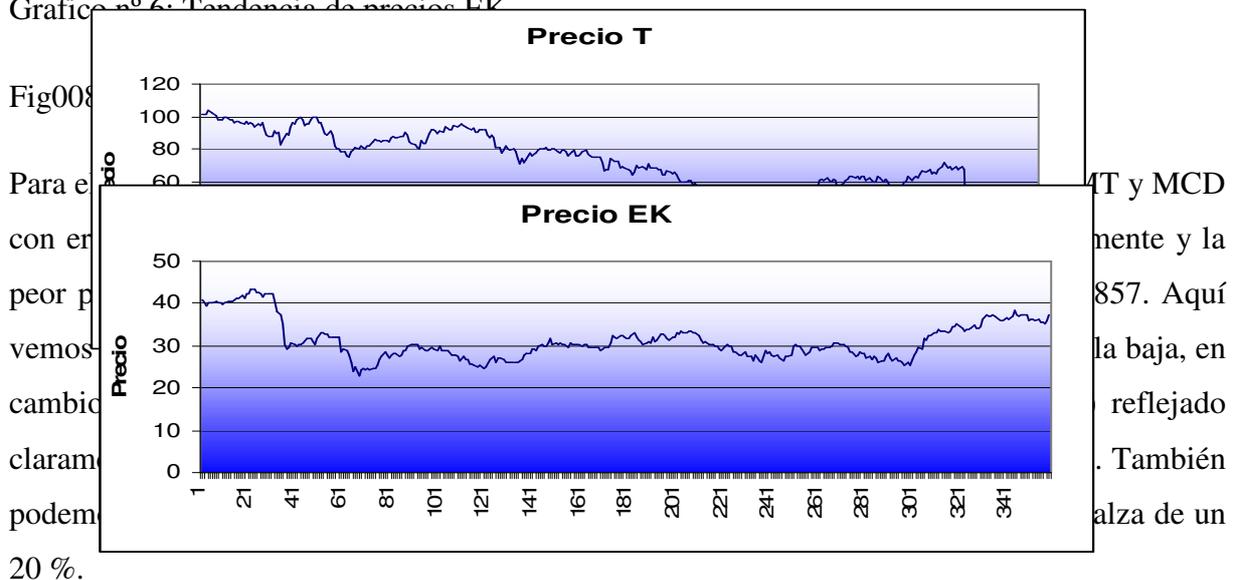
Gráfico nº 4: Comparación tendencia de precios de DD con el rendimiento del Dow  
Fig006

Para el modelo ARIMA recursivo con vencimiento a 90 días el menor error fue para EK con un valor de 2,096 y una desviación estándar de 1,222 y el peor resultado se ve en T con un error de 18,381 y una desviación de 10,301. Al ver la variación de precios (gráfico nº 6) durante el periodo en cuestión, EK demuestra una mayor estabilidad ( variación menor a 15 puntos en el periodo ) en sus precios con un repunte en su valor al final del periodo, en cambio como vemos en el gráfico nº 5 de precios de T, en el existe una mayor variabilidad en los precios dado por una desviación de 10,3 puntos a diferencia de la de EK que es apenas mayor a 1,2. Eastman Kodak (EK) es una empresa que funciona a nivel mundial con ventas a lo largo de todo el mundo, al igual que DD, a diferencia de T como mencionamos anteriormente.

Gráfico nº 5: Tendencia de precios de T

Fig007

Gráfico nº 6: Tendencia de precios EK



Para el  
con er  
peor p  
vemos  
cambio  
claram  
podem  
20 %.

T y MCD  
mente y la  
857. Aquí  
la baja, en  
reflejado  
. También  
alza de un

Gráfico n° 7: Tendencia de precios WNT

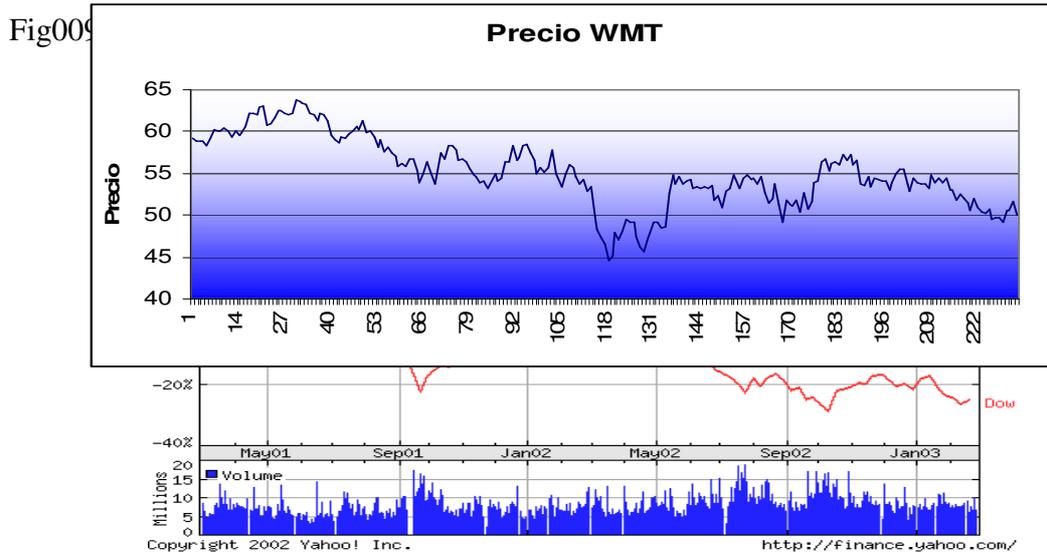


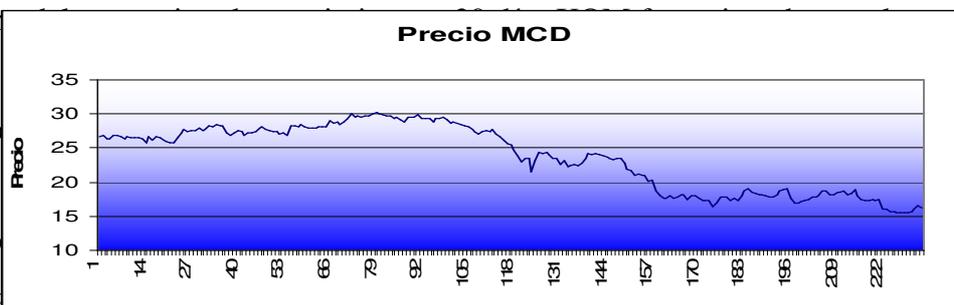
Gráfico n° 8: Comparación tendencia de precios de DD con el rendimiento del Dow

Fig010

Gráfico n° 9: Tendencia de precios MCD

Fig011

Para el r  
0,682 y  
desviaci  
estándar  
correspo  
un 50 %



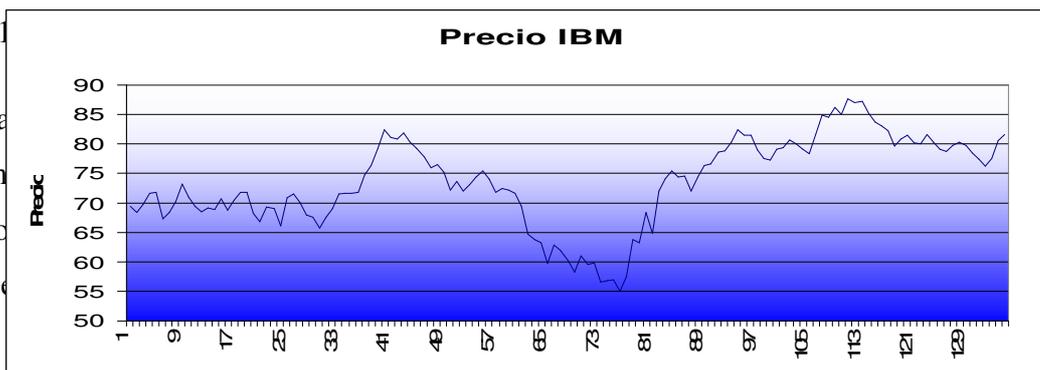
r error con  
e 13,471 y  
desviaciones  
el periodo  
de mas de  
ción de su

valor que va desde los US \$ 250 hasta estar cercano a los US \$ 25 en el periodo de estudio, lo que desfavorece la exactitud de nuestro modelo. Si analizamos a XOM se ve que hay poca variabilidad en su valor (grafico n° 10) a pesar de la crisis económica porque estuvo y esta pasando Estados Unidos y des aceleramiento global.

Gráfico n° 10: Tendencia de precios de XOM

Fig01

Del a  
estim  
men  
baja e



a en las  
eron con  
den a la  
vamente

estables incluso con una leve alza, quizás es por falta de flexibilidad del modelo o falta de información. También existe una relación entre la capacidad predictiva del modelo y la diversificación en distintos mercados de la empresa analizada, es así como empresas de este tipo tienden a tener impactos menores en sus valores bursátiles frente a shocks externos, como la recesión económica de Estados Unidos y el des aceleramiento global, lo que hace mas factible predecir el valor bursátil con estos modelos.

### Análisis modelo rolling regresion

Para el modelo de rolling con vencimiento en 180 días la mejor estimación esta en las acciones de DD ( ver gráfico anterior ARIMA recursivo 180 ) con un error de 2,401 y desviación estándar de 1,792 y la con mayor error de predicción es T con 11,891 y desviación estándar de 7,977, muy parecida esta IBM con 11,329 y desviación estándar de 6,431, se puede notar que la variación de precios para IBM en el periodo de análisis fue grande (grafico nº 11), además de que el valor de la acción siguió una tendencia a la baja, lo cual podría influir en el alto error registrado, lo que no sucede con DD que se mantiene relativamente constante con fluctuaciones menores, reflejadas por una desviación estándar de 1,8.

Gráfico nº 11: Tendencia de precios de IBM

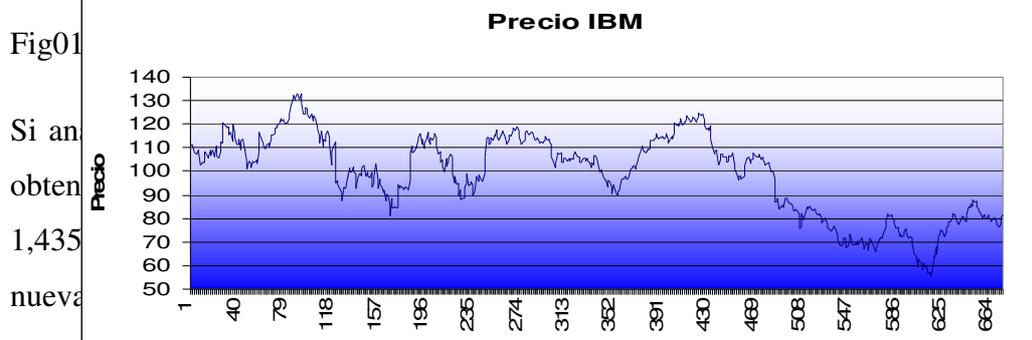


Fig01 Si an obten 1,435 nueva error de 13,49138 y desviacion de 0,513985. HPQ presenta un bajo error pero una desviación estándar un tanto alta, quizás explicada por las variaciones de su precio (gráfico nº 12) que fue de US\$ 45 a casi US\$ 65. T vuelve a obtener un error alto, quizás impulsado por una fuerte y brusca caída del valor de su acción (ver gráfico anterior ARIMA recursivo 90) en especial al final del periodo.

Grafico nº 12: Tendencia de precios de HPQ



Pa er or fue DIS con T con 15,159 y

una desviación estándar de 9,606, donde se ve que la variación de DIS (gráfico n° 13) es de solo 10 puntos. A diferencia de T que es considerablemente mayor.

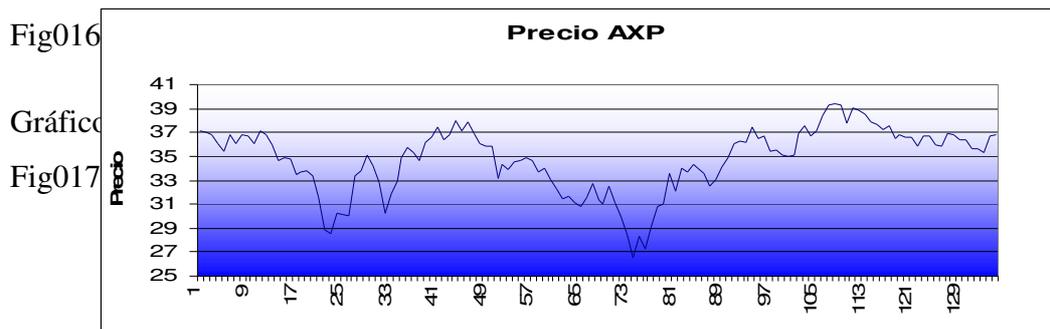
Gráfico n° 13: Tendencia de precios de DIS



con un error de e, el con peores ción estándar de tiene una gran a estimación y el

consecuente error de mas de 10 puntos. Para AXP sus precios (grafico n° 14) se mantienen dentro de un rango entre US\$ 26 y US\$ 40, lo que demuestra mayor estabilidad en su valor.

Gráfico n° 14: Tendencia de precios de AXP



Al analizar este modelo a un plazo de vencimiento de 180 días la acción que resulto con mejor predicción fue EK con un error de 2,967547 y una desviación estándar de 2,096 y el la peor predicción fue IBM con 35,508 y un error de 9,156.

Para un vencimiento de 90 días el modelo con mejor predicción fue EK con un error de 2,528 y una desviación estándar de 1,548. La que queda con la peor predicción es GM con un error de 17,655 y desviación de 4,360.

Analizando el modelo para un vencimiento de 60 días los peores resultados se encuentran en T, GM, HON, con errores de 15,436, 10,924 y 8,307 y con unas desviaciones estándar de 6,806, 2,745 y 3,118 respectivamente. Las con mejores predicciones fueron XOM y DIS con errores de 1,507 y 2,049 y desviaciones estándar de 1,460 y 1,379, respectivamente.

Para un venciendo de 30 días las con mejores resultados fueron XOM y MCD con errores 0,595 y 0,860 con desviaciones estándar de 0,461 y 0,614, respectivamente.

Si hacemos un análisis de estos tres últimos modelos se puede observar que hay una tendencia a disminuir los errores conforme nos acercamos al plazo de vencimiento en especial a en los modelos recursivo y rolling, como habíamos supuesto, hay que destacar que para el modelo ingenuo en la mayoría de los casos aumenta cuando pasamos de 180 a 90 días.

Podemos ver que las menores desviaciones estándar están presentes en el modelo ingenuo, particularmente para el plazo de 90 días quizás por que los datos los forzamos a una normal. El error promedio del modelo ingenuo está claramente sobre los otros dos, siendo estos últimos muy similares, debido quizás a la similitud entre los modelos.

Estos resultados se podrían esperar ya que los modelos arima recursivos y rolling regresion según su forma, incorporan información pasada para poder predecir la futura, por lo que, sus ajustes debieran ser mejor que la de nuestro modelo ingenuo que sigue una normal, ya que los datos no los forzamos a seguir un modelo tan rígido, que deba cumplir con mayores restricciones funcionales.

### Análisis modelo B&S

Las acciones que obtuvieron la mejor predicción para el modelo de Black & Scholes y para un vencimiento de 180 días fueron Eastman Kodak con 2,653 de error y una desviación estándar de 1,58 y Du Pont Ko con 3,886 de error y 2,95 de desviación estándar.

Gráfico n° 16: Tendencia de precios de EK

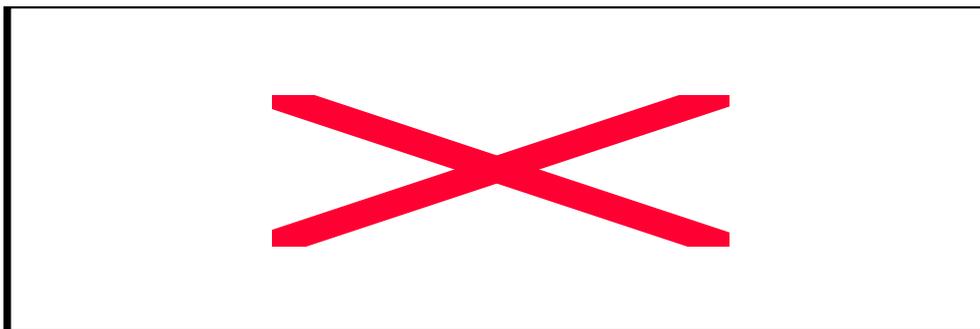
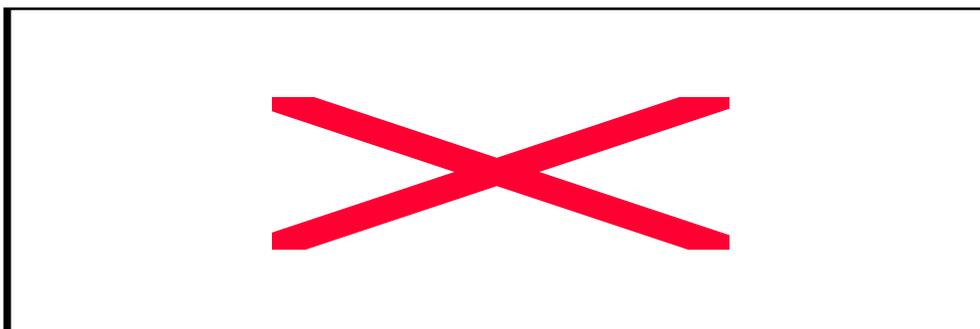


Gráfico n° 17: Tendencia de precios de DD



Al analizar los gráficos de la tendencia de los precios de estas acciones, podemos ver que no sufrieron grandes variaciones durante el periodo de estudio, lo que permitió que el modelo no estuviese expuesto a shocks externos que afectaran su poder predictivo.

Sin embargo al analizar los gráficos de la tendencia del precio de las acciones AT&T Corp e Intel Bus Machine, podemos ver que estos si sufrieron una variación significativa.

Gráfico n° 18: Tendencia de precios de T

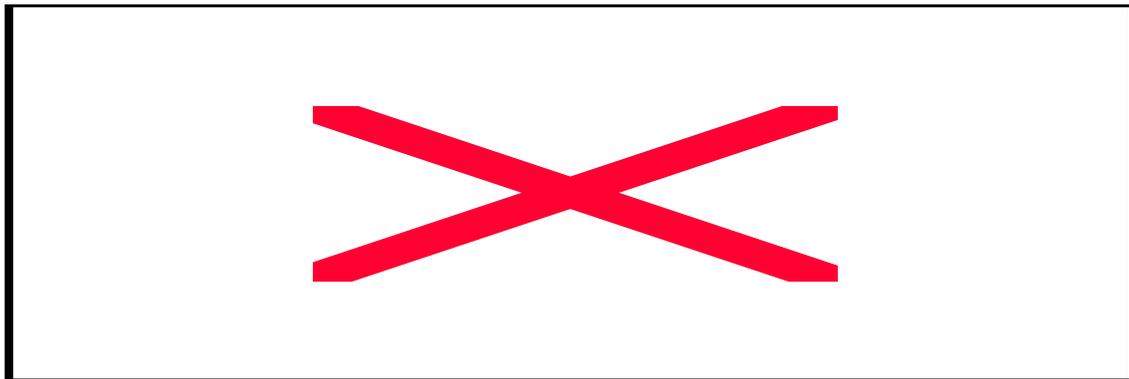


Fig020

El precio de AT&T bajo en cerca de un 70% durante el periodo de evaluación pasando de US\$103,05 a US\$ 28,06, asimismo el precio de los títulos de Intl Bus Machine también sufrió grandes fluctuaciones con variaciones Cercanas al 50% en cortos periodos de tiempo, partiendo de US\$112,19 al inicio, luego bajando a US\$ 56,5 y posteriormente volviendo a subir a US\$ 81,65.

Gráfico n° 19: Tendencia de precios de IBM

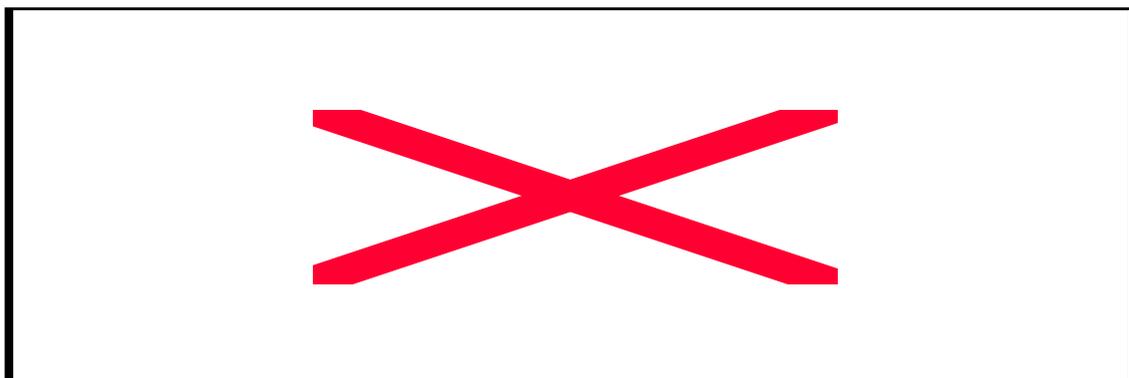


Fig021

Creemos que estas bruscas oscilaciones en los precios son determinantes en el origen de errores tan altos como los de AT&T con 25,57 de error y 11,79 de desviación o los de IBM con 38,07 y 9,06 de desviación estándar. Sin embargo, a demás de estas situaciones

puntuales, los errores de las otras acciones tanto a nivel individual como a nivel promedio también son muy altos. El promedio de los errores para un vencimiento a 180 días fue de 9,12 con una desviación estándar de 5,39, valores que están muy por debajo el rendimiento esperado y corrobora nuestras sospechas de que el modelo de Black & Scholes no es una buena herramienta predictiva.

Al analizar los errores promedio del modelo de B&S podemos ver que estos si siguen el patrón que esperábamos, disminuyendo el error en conjunto con su desviación, a medida que nos acercamos a la fecha de vencimiento. Pero también identificamos que para los vencimientos a 180 y 90 días el modelo de B&S es el que tiene los errores promedio mas altos después del modelo Arima, y para los vencimientos a 30 y 60 días sus predicciones son casi tan inexactas como las arrojadas por el modelo mas simple, el Ingenuo, demostrando nuevamente que no es una buena herramienta a la hora de predecir el precio de una acción.

Tabla nº 4: Errores promedio para el modelo de B&S

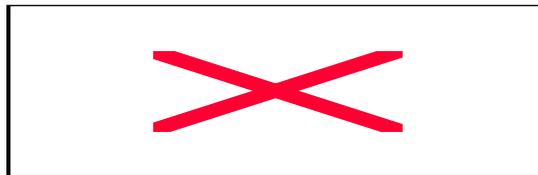


Fig022

Por otra parte vemos que los mejores resultados para este modelo se obtuvieron para un vencimiento a 60 y 90 días, presentando el menor error en 5 acciones de un total de 30 para cada vencimiento. Sin embargo estos errores son muy altos para los rendimientos esperados y no cumplen otra misión aparte de corroborar la inexactitud del modelo. Las acciones que arrojaron los menores errores para un vencimiento a 90 días fueron DIS con 6,18, HD con 11,68, MRK con 4,81, T con 8,74 y XOM con 4,96. Para un vencimiento a 60 días las acciones que obtuvieron los mejores resultados fueron AA con 3,46, KO con 3,05, MSFT con 4,85, T con 11,81 y C con 4,8.

Por ultimo es claro que bajo ninguna circunstancia debemos utilizar este modelo para predecir a los vencimientos de 180 y 30 días ya que solo se obtuvo los menores errores en una ocasión para cada plazo y los errores arrojados también fueron por sobre lo esperado.

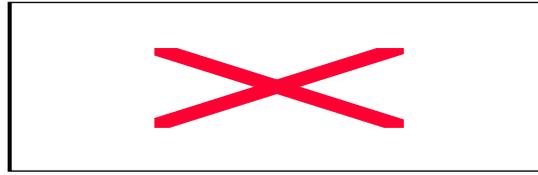
### Análisis modelo ARIMA

Al analizar las tablas con los errores promedio podemos ver que los errores del modelo Arima aumentaron en cerca de un 30% en comparación con los arrojados por B&S para un vencimiento a 180 y 90 días. Sin embargo al contrario como hemos visto en los otros modelos el menor error se encuentra en un vencimiento a 60 días y este aumenta al llegar el vencimiento a 30 días, hecho que contradice nuestra hipótesis de que mientras más cercano nos encontremos de la fecha de vencimiento, menor será el error. Esto puede explicarse debido a que la consideración exclusiva de los precios de 30 días hacia atrás, puede no estar considerando datos relevantes de un pasado mas lejano, o puede estar dejando de lado otras variables que influyen directamente en el comportamiento del precio, lo que indudablemente afecta las posibilidades de explicar su evolución presente y futura. Además la desviación promedio del vencimiento a 180 días es 7,35, 4 puntos por sobre la de 30 días, lo que sin duda le resta precisión a la predicción y hace replantearnos la efectividad del modelo para ese plazo.

Por otra parte identificamos que el error de algunas acciones aumentó significativamente, así como también aumento el numero de acciones con errores de mas 2 dígitos. Por ejemplo para un vencimiento a 180 días encontramos a BA con 26,75 de error y 15,49 de desviación estándar, EK con 26,62 de error y 10,02 de desviación, IBM con 33,67 de error y 11,12 de desviación, JNJ 23,74 de error y 4,69 de desviación, PG con 45,8 de error y 10,7 de desviación, y WMT con 23,43 de error y 6,5 de desviación. Valores que sin duda son determinantes en el aumento del error promedio. Sin embargo también identificamos que hay acciones que mantienen un error bajo, aun para un vencimiento a 30 días. Tal es el caso de DIS con 1,62 de error y 1,54 de desviación, GE con 1,19 de error y 0,83 de desviación, y XOM con 0,76 de error y 0,52 de desviación. Acciones que si analizamos el comportamiento de sus precios, vemos que se mantuvieron relativamente estables durante el periodo de evaluación facilitando el escenario predictivo para el modelo.

Adicionalmente identificamos que el modelo Arima simple es el con peores resultados, tanto a nivel promedio como a nivel individual. De un total de 30 acciones y cada una con 4 vencimientos, las predicciones arrojadas solo obtuvieron el error mas bajo en una sola oportunidad y fue para un vencimiento a 60 días para la acción IP. En esa oportunidad arrojó un error de 2,54 pero con una desviación de 7.35, valor extremadamente alto vuelve a poner en duda la eficacia del modelo.

Tabla nº 5: Errores Promedio para el modelo Arima



## **X. ¿Sigue el mercado a B&S?**

Uno de nuestros objetivos secundarios es verificar si realmente el mercado sigue al modelo de B&S para valorar opciones. Se argumenta en la literatura, que el modelo B&S y sus modificaciones, es el mejor modelo para valorar opciones. Sobre la base de la literatura, se podría deducir que el mercado debiera seguir el modelo, pero nosotros planteamos que en la realidad esto no se cumple, por ende testaremos la hipótesis de que el mercado no utiliza a B&S como herramienta única de valoración, en otras palabras, si el precio de mercado de las opciones, difiere del calculado por la fórmula de B&S, esto implicará que el mercado no utiliza a B&S como herramienta única, si no que se complementa con otra información disponible en el mercado. Nuestra hipótesis esta basada en ideas muy simples. Como todo modelo purista, no se toma en cuenta una infinidad de fricciones existentes en el mercado; a veces hacer el supuesto de mercados eficientes, implica un error grande.

Los efectos que nos hacen pensar que el mercado no sigue a B&S son los siguientes:

- Los agentes del mercado perciben distintos niveles de impuesto, tasas de interés libre de riesgo, expectativas y entre otras, distintas comisiones por la compra de activos.
- Existen distintos niveles de aversión al riesgo por parte de los actores del mercado, esto los puede hacer valorar opciones, que por la fórmula de B&S, sean de valor cero.

Todas estas diferencias, nos hacen pensar que en muchos casos la valoración por el modelo B&S diferirá del precio de mercado.

### **X.1. Metodología**

Para verificar si es que el mercado sigue o no a B&S para la valoración de opciones, se siguió el proceso lógico, es decir, comparar el precio de mercado de una opción en un periodo dado de tiempo, con el precio calculado con la fórmula de B&S.

Desafortunadamente, los precios de mercado no se pueden encontrar si es que la opción no fue transada durante el día, esto reduce la muestra considerablemente.

Para los datos que si se encontraban disponibles, se calculo los errores en valor absoluto, es decir la diferencia entre la valoración B&S y el precio de mercado. Luego se definió un criterio para decir si es que el mercado sigue o no a B&S.

Se calculó la diferencia porcentual entre el valor que el mercado da a la opción y la valoración calculada por B&S. Sabemos que no podemos exigir que esta diferencia sea igual a cero, por los problemas descritos anteriormente, por lo que a nuestro juicio una diferencia porcentual grande nos indica la no-valoración por el modelo B&S. Esto nos muestra también que el modelo de B&S no esta incluyendo variables importantes al momento de valorar una opción.

Las comparaciones serán hechas por acción, además se cuenta con información de cuatro Strike para cada opción, por lo que se analizaran los cuatro diferente strike price y el promedio final.

## X.2. Análisis de resultados

Los resultados encontrados en el experimento se pueden resumir en el siguiente cuadro :

Tabla nº 6: Resumen resultados modelo B&S



culado  
ada, es  
arar el  
otros  
ual de  
tS, es  
todas  
ene el  
e B&S  
star 0,

puesto que de ser así, todo el mercado lo pediría y por ley de demanda tomaría un precio. No

queremos decir que este es el motivo de la diferencia, creemos que es más probable que personas posean expectativas distintas, además de distintos grados de exposición al riesgo. Quizás un ejemplo, para ilustrar esta idea podría ser una persona que le gusta jugar al kino. Esta persona invierte una pequeña suma de dinero con la esperanza casi nula de obtener niveles extraordinarios sobre su inversión. Esta persona cree que aunque pequeña, tiene la posibilidad de ganárselo. En el caso de B&S debe haber gente que por algún motivo cree que la acción va a subir de forma anormal y aunque la posibilidad de que esto suceda es pequeña, la inversión es ínfima y permite obtener altos niveles de rentabilidad.

Se pueden observar pocas acciones que tienen niveles de diferencias bajo, solo *DIS*, *GE*, *IP* y *MCD*, poseen niveles inferiores al 20%, además es necesario reconocer que el número de veces que fue transada la opción difiere para cada acción. Se podría argumentar que a un mayor número de transacciones, la opción puede ser vista como “barata” por el mercado es decir que por alguna razón el mercado piensa que puede subir el precio de la acción, o bien desea cubrirse en esa acción. En otras palabras creemos que el número de transacciones influye en el tipo de información que entrega el precio.

Si calculamos ahora el promedio ponderado de las diferencias porcentuales, podemos observar la influencia del número de transacciones. Lamentablemente el dato del número de transacciones por día no se encuentra disponible, pero usaremos como Proxy el número de días transados.

Nuestra hipótesis es que si el mercado sigue a B&S el promedio de la diferencia porcentual va a bajar, es decir, si es que hay solo una persona dispuesta a comprar cuando la acción es valorada como \$0 por B&S, el promedio ponderado de las diferencias debiera caer.

Como se puede observar, el promedio ponderado aumento en todos los casos. Esto nos indica que la mayoría de las transacciones fueron realizadas con diferencias porcentuales grandes, respecto a la valoración de B&S.

Podemos concluir que el mercado no utiliza el modelo B&S para valorar las opciones de compra (CALL). Y por consecuente paridad de PUT y CALL tampoco lo hace para las opciones PUT.

Un punto importante a destacar es que en solo unos pocos casos la diferencia porcentual fue negativa, es decir el modelo decía que el precio era mayor al que se estaba transando en el

mercado. ¿Significa esto que hay oportunidades de arbitraje?, no se puede responder a esta pregunta con un no categórico, puesto que los casos fueron muy pocos y solo por un día, corrigiéndose nuevamente en la siguiente transacción. La segunda conclusión que se puede sacar de estos datos es que probablemente hay un fenómeno que la formula no incluye, puesto que la diferencia es siempre hacia el mismo lado. En otras palabras el mercado sistemáticamente valoró la opción mas que la formula B&S. La explicación lógica que se nos ocurre, es que la formula no incluye el valor que le otorgan, los agentes, de mercado a la protección de riesgo.

## XI. Modelos ante la acción Klac

Otra de nuestras interrogantes en nuestra tesis era comparar los resultados obtenidos con los de otro modelo que sus resultados estuviesen probados con éxito, en el pasado. Es por esto que consultamos a nuestro profesor guía y este nos sugirió un aplicar un modelo multivariable a la acción klac.

### Modelo Multivariable

El modelo sugerido por el profesor guía de esta tesis, trabaja con las diferencias de las siguientes variables semanales:

- Índice Dow retrasado en 5 periodos
- Índice Dow retrasado en 4 periodos
- Índice Dow retrasado en 1 periodo
- Índice Nasdaq retrasado en 1 periodo
- Acción Klac retrasada 1 periodo
- Acción Klac retrasada 2 periodos
- Error de la estimación 2 periodos atrás

Todas estas variables son ponderadas en la ecuación lineal por un alfa, el cual es minimizado mediante la herramienta solver. En otras palabras la herramienta solver nos permite encontrar los “pesos” eficientes para cada variable dentro de la ecuación. Los “pesos” eficientes encontrados para la estimación a 1 semana, fueron los siguientes:

Tabla N° 7: “Alfas” eficientes para estimación a 1 semana.

A1	a2	a3	a4	a5	a6	a7
0.000336649	0.0004579	0.00013078	-0.0012299	-0.04259515	0.13078063	-0.04303575
<i>DOW (-5)</i>	<i>DOW (-4)</i>	<i>DOW (-1)</i>	<i>NASDAQ (-1)</i>	<i>KLAC (-1)</i>	<i>KLAC (-2)</i>	<i>Error (-2)</i>

Como se puede observar las variables más importantes fueron la acción Klac retrasada en uno y dos periodos y el error de predicción retrasado dos periodos.

Después de realizar este estudio se procedió a aplicar la misma metodología para todos los modelos, pero esta vez fue calculado semanalmente, es decir, se pretende predecir el precio de la acción para la semana siguiente, además se incluyo el Modelo Multivariable rolling que sigue la misma lógica que el rolling Regresion, este modelo se incluyo por que este último obtuvo buenos resultados anteriormente. De este análisis se encontraron los resultados expuestos en la siguiente tabla.

Tabla N° 8: Resumen errores promedio

Fig025

Podemos observar que el modelo Multivariado Rolling fue el que obtuvo el mejor resultado.

En segundo lugar encontramos el modelo Rolling regresion, y en un tercero el modelo Arima Regresivo. El modelo B&S se encuentra muy cercano al ultimo lugar. El modelo ingenuo en este caso, es un mal predictor, pues al tomar el promedio anterior, desde un principio, el valor de la información más reciente, va disminuyendo, es decir si tenemos un promedio de 3 datos y agregamos un cuarto, el ultimo tiene un 25% de representatividad, pero si tenemos un promedio de 99 datos, el numero 100 tiene un 1% de representatividad. Si corregimos el modelo ingenuo no quedan los siguientes resultados.

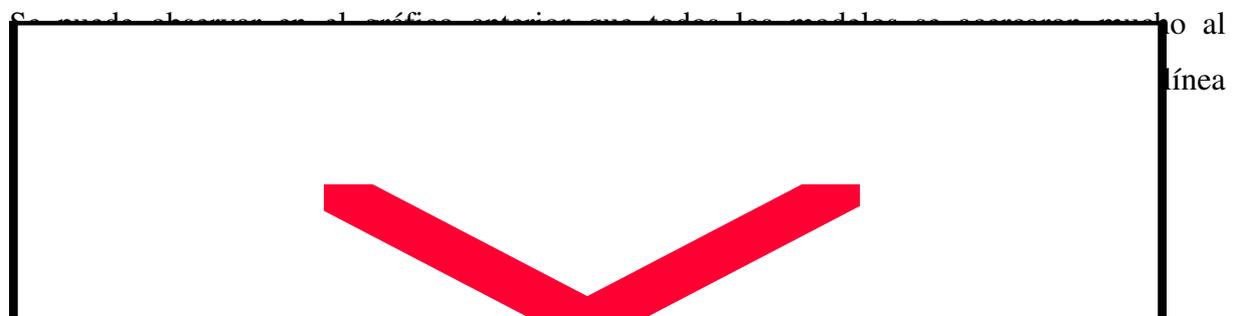
Tabla N°9: Errores promedio Modelo Ingenuo

Modelo Ingenuo	
Error promedio	3.8637106
Desv. Estand	3.2889072

El cambio de metodología no mejora el modelo, a pesar de esto no se aleja mucho del modelo B&S, que es bastante mas elaborado.

Gráfico n° 20: Comparación de la tendencia de la acción Klac con el resultado de los modelos.

Fig026



recta. También se puede ver que el modelo B&S se encuentra siempre desplazado a la derecha de la acción, es decir va reaccionando muy tardíamente a los cambios de precios. Lo que lo hace un mal predictor par esta acción, este hecho nos afirma que el precio de los activos derivados sigue al activo subyacente y no al contrario.

Los modelos Multivariados y Arima se encuentran muy cercanos, al parecer lo esencial es encontrar una combinación optima de información nueva y antigua.

## XII. Conclusiones

El objetivo principal de este estudio, era encontrar la efectividad del modelo de B&S, para predecir el precio de una acción. A lo largo del trabajo surgieron objetivos secundarios, los cuales fueron testeados en el desarrollo del estudio.

### **Objetivo principal**

Nuestra primera hipótesis fue la de que el modelo de B&S no es un buen predictor para el precio de los activos subyacentes, para comprobar esto, se decidió comparar la capacidad predictiva del modelo con respecto a los modelos ARIMA, ARIMA recursivo, Rolling regresion y por ultimo un modelo ingenuo. Además de esto se decidió comparar los resultados a distintos vencimientos.

A nivel promedio, para todos los vencimientos, el modelo que obtuvo mejores resultados fue el ARIMA recursivo con un error promedio de 4,845 y una desviación estándar de 2,805. A este modelo le siguieron el ARIMA Rolling, B&S, modelo Ingenuo y finalmente el ARIMA AR1, siendo este el con mayor error y mayor desviación, quedando descartado como predictor a nivel promedio.

Es importante mencionar que estos resultados promedian mucha información, por lo que es injusto usarlo como guía predictiva, por este motivo efectuamos un análisis mas detallado.

### **Conclusiones por vencimientos**

Para un vencimiento de 180 días el modelo que obtuvo el menor error promedio fue el ARIMA recursivo con 5.273 y una desviación estándar de 3,683. A este modelo le siguieron el Arima Rolling, luego el ingenuo, B&S y en el ultimo lugar el Arima Simple.

Para un vencimiento de 90 días el modelo mejor evaluado fue Arima Recursivo con un error de 5,665 y un a desviación estándar de 3,408. A este modelo le siguen Arima Rolling, B&S, ingenuo y por ultimo Arima.

Para un vencimiento a 60 días el modelo con el menor error promedio fue el Arima Recursivo con 4,302 y desviación estándar de 2,919. A este modelo le siguen B&S, Arima Rolling, ingenuo y por ultimo Arima.

Para un vencimiento a 30 días el modelo que obtuvo menor error de predicción fue Rolling regresion con 3,409 y desviación estándar de 2,407. Siguiendo lo el Arima Recursivo, Ingenuo, B&S y al final Arima.

## **Conclusiones por modelo**

### **Modelo Black & Scholes**

El modelo de B&S obtuvo en 10 oportunidades el error mas bajo de un total de 120 oportunidades (que se componen por la ponderación entre las 30 acciones que forman el Dow Jones y los 4 distintos vencimientos 180, 90, 60, y 30 días), en otras palabras el modelo fue en 10% de las ocasiones el con mayor precisión. Para un vencimiento a 180 y 30 días solo una acción obtuvo el menor error para cada plazo, es decir el modelo fue superior al resto en solo el 0,83% de las oportunidades. Tanto para los vencimientos a 90 y 60 días el modelo obtuvo en 5 ocasiones el menor error para cada plazo, es decir en 4,17% de las ocasiones posibles el modelo de B&S fue el que obtuvo la mayor precisión.

Estos porcentajes indican que B&S es un pésimo predictor en comparación con los otros modelos y refleja que hay muchas variables determinantes en la fijación de los precios que no están siendo consideradas. Otra explicación radica en que las variables incluidas no son relevantes o se encuentran desfasadas en el tiempo. Como conclusión las estadísticas indican que no es recomendable en ningún caso utilizar el modelo de B&S como predictor del precio de una acción, ya que en los casos en que obtuvo mayor precisión que los demás modelos, los errores fueron demasiados altos y estuvieron siempre por sobre lo esperado.

### **Modelo Arima**

El modelo Arima obtuvo en tan solo una oportunidad la mayor precisión lo que representa un 0,83% de las oportunidades, porcentaje que no es suficiente, para siquiera pensar en considerarlo como predictor y lo deja en la peor posición a la hora de comparar entre los distintos modelos. El error más bajo lo obtuvo para un vencimiento a 60 días y fue para la acción Intl Paper Co (IP).

Por otra parte fue el modelo que presento los errores mas altos por acción, por vencimiento y a nivel promedio. Además, tras el análisis de datos fue el único modelo que aumento su error cuando tuvo que predecir a un plazo de 30 días, hecho que pudo encontrar su explicación en que al solo considerar los datos de 30 días antes, dejaba información pasada sin considerar que era muy determinante a la hora de fijar los precios, induciendo el aumento de los errores. Por ende la conclusión es categórica, nunca utilizar el modelo Arima para predecir el precio de una acción para ningún plazo y menos uno cercano a la fecha de vencimiento.

### **Modelo Arima Recursivo**

El Modelo Arima Recursivo fue el con mayor poder de predicción en 31 oportunidades, representando un 25,83% del total. Al desglosar este porcentaje encontramos que los mejores resultados se presentaron para un vencimiento a 180 días, donde obtuvo el menor error en 14 oportunidades, es decir un 11,67% del total. Para un vencimiento a 90 días presento los errores más bajos en 8 oportunidades, es decir un 6,67% del total ubicándose detrás del modelo Rolling regresion que es el que obtuvo el mayor numero de veces, el menor error. Ante una predicción a 60 días este modelo disminuye su rendimiento en cuanto al numero de acciones con menor error, siendo el más exacto en solo el 5% de las ocasiones. Ante una predicción a 30 días es el más preciso solo en 3 ocasiones, representando un 2,5% del total.

Cabe destacar que este análisis solo dice relación con el numero de veces que el modelo resulto ser más exacto que los demás y un porcentaje alto no siempre coincidirá con los errores promedios más bajos. Esta aclaración es necesaria para no producir confusiones en este caso, ya que el modelo Arima Recursivo es el con los errores promedio más bajos para vencimientos a 180, 90, y 60 días, sin embargo el Rolling regresion es el con el mayor numero de acciones con el error mas bajo para un vencimiento a 90, 60 y 30 días. Las estadísticas y pruebas indican que este modelo lograra una mayor precisión que los otros, mientras mayor sea la información y el numero de datos del pasado con que trabaje.

### **Modelo Rolling regresion**

El Modelo Rolling regresion fue el modelo más exacto en 50 oportunidades, lo que representa un 41,67% del total y es el modelo que obtuvo la mayor cantidad de acciones con predicciones más exactas, tanto para los vencimientos a 90, 60 y 30 días. Para un vencimiento a 180 días solo obtuvo un 5,83% de las veces una predicción con el menor error. Y para un

vencimiento a 60 días fue el 7,5% de las ocasiones el modelo mas preciso. Sin embargo para los plazos de 90 y 30 días los porcentajes de éxito aumentan significativamente, encontrando que para 90 días el 13,33% de las veces fue el modelo con menor error y para un plazo a 30 días fue lejos el modelo que obtuvo el mayor numero de veces la predicción más exacta con un 15% de las oportunidades.

Como explicamos en las conclusiones del modelo anterior aunque éste sea el modelo que tiene el mayor número de acciones con predicción más exacta, sus errores promedio no son los más bajos. Esto puede explicarse por la dispersión de los errores. Al analizar los datos vemos que hay errores que son muy altos y muchos que son muy bajos, y naturalmente estos datos extremos se anulan quedando un promedio relativamente bajo. Sin embargo, hubo solo una ocasión en que este tipo de promedio bajo, pero con desviación alta, pudo ganarle a las predicciones más precisas y homogéneas del modelo Arima Recursivo y fue para un vencimiento a 30 días. Si analizamos la tabla promedio, vemos que si bien los resultados entre los modelos Arima recursivo y Rolling son similares, los errores y las desviaciones estándar del modelo Recursivo siempre son menores a las del Arima Rolling, pero precisamente cuando la desviación de este último duplica a la del Recursivo es cuando se encuentra el error promedio mas bajo. Sin duda esto se debe a que los errores del modelo recursivo fueron más homogéneos pero más bien altos, alrededor de 4 puntos, en cambio los errores del Rolling fueron más dispares pero con extremos mas cargados a errores bajos que a altos.

### **Modelo Ingenuo**

El modelo ingenuo obtuvo en 26 oportunidades la mayor precisión, representando un 21,67% del total (tabla nº 9). Tanto para vencimientos a 180, 60 y 30 días el modelo obtuvo casi la misma cantidad de acciones con una predicción mejor que la del resto de los modelos. En 8 ocasiones el modelo fue el más exacto para un vencimiento a 180 días, lo que significa que un 6,67% de las veces presentó el error mas bajo siendo superado solo por el Arima Recursivo. El resultado para 90 días es muy malo, tanto por numero de acciones con predicción imprecisa, como por error promedio, siendo exitoso en solo el 0,83% de las ocasiones. Para una predicción a 60 días el modelo logro posicionarse como el mejor en 7 ocasiones, lo que se traduce en un 7,5% del total, situándose solo bajo el Rolling regresion que tiene un 13,33%. Para un vencimiento a 30 días el modelo ingenuo presentó los mejores resultados en 8 oportunidades con un 6,67% del total, superando también a los modelos Arima, Arima Recursivo y B&S. Para ser el modelo mas simple y solo considerar la variable precio

desfasada en un periodo, este modelo supero todas las expectativas de rendimiento y puso en duda la complejidad y numero de variables de los otros modelos.

Tabla n° 10: Porcentaje en que cada modelo resulto ser el mas exitoso.

	B&S	ARIMA	Arima Recursivo	Arima Rolling	Ingenuo
Vencimiento					
180	0,83%	-	11,67%	5,83%	6,67%
90	4,17%	-	6,67%	7,50%	0,83%
60	4,17%	0,83%	5%	13,33%	7,50%
30	0,83%	-	2,50%	15%	6,67%
TOTAL	10%	0,83%	25,83%	41,67%	21,67%

Como conclusión, si tomamos como variable de decisión el numero de veces en que un modelo obtuvo la precisión mas exacta, entonces deberíamos optar por el Rolling regresion como herramienta para predecir el precio de una acción, luego el Arima Recursivo, el Ingenuo, B&S y en última opción el Arima. En resumen los resultados obtenidos en esta tesis son los siguientes:

B&S no es un buena herramienta para predecir el precio de una acción. El análisis realizado muestra que los modelos Arima Recursivo y Rolling superan los rendimientos de este complejo modelo.

Al ser B&S un modelo para activos derivados, se cumple la hipótesis de que los resultados son mejores cuando el plazo a predecir es menor.

Comprobamos que el mercado no sigue en un 100% la formula de B&S para valorar activos derivados. Creemos que lo sigue como guía pero además considera otras variables, como la valoración del riesgo.

Al comparar los distintos modelos incluyendo el recomendado por nuestro profesor guía, encontramos que el comportamiento de las predicciones de B&S se asemejan mucho al

comportamiento de la acción, pero desfasado en el tiempo, aparentemente la metodología rolling es la con mejores resultados.

Corroboramos que el mercado es complejo, dinámico y aprende y aunque el modelo de nuestro profesor estaba probado en el pasado, los cambios en el entorno económico hicieron cambiar los resultados.

Sorprendentemente modelos muy simples obtuvieron buenos resultados, lo que indica que hay cuotas de azar, expectativas y otros factores aleatorios que hacen muy difícil predecir el comportamiento del mercado y superar su rendimiento.

## XIII. Anexos

### Anexo N°1

Fig027

### AnexoN°2

Fig028

### AnexoN°3

Fig029

## XIV. Bibliografía

Options, futures, and other derivatives, fifth edition; *John Hull*

<http://finance.yahoo.com>

<http://www.parisinet.com>

Fundamentals of corporate finance, fifth edition; Stephen A. Ross

<http://www.duke.edu/~charvey/Classes/ba350/optval/optval.htm>

[http://www.tradersedgeindia.com/option\\_valuation.htm](http://www.tradersedgeindia.com/option_valuation.htm)

<http://www.uam.es/departamentos/economicas/econapli/pdf/Box-Jenkins.PDF>