



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

**LAS ENCUESTAS Y SU EFECTO EN LA
VOTACIÓN: EQUILIBRIO DE NASH BAYESIANO
CON PREFERENCIAS PRIVADAS Y
ADQUISICIÓN ENDÓGENA DE INFORMACIÓN**

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN
ECONOMÍA APLICADA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL
INDUSTRIAL

NICOLÁS FELIPE RIQUELME CARRASCO

SANTIAGO DE CHILE
JUNIO 2012



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

**LAS ENCUESTAS Y SU EFECTO EN LA
VOTACIÓN: EQUILIBRIO DE NASH BAYESIANO
CON PREFERENCIAS PRIVADAS Y
ADQUISICIÓN ENDÓGENA DE INFORMACIÓN**

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN
ECONOMÍA APLICADA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL
INDUSTRIAL

NICOLÁS FELIPE RIQUELME CARRASCO

PROFESOR GUÍA
MATTEO TRIOSSI VERONDINI

MIEMBROS DE LA COMISIÓN
FELIPE BALMACEDA MAHNS
ALEJANDRO CORVALÁN AGUILAR
JUAN ESCOBAR CASTRO

Este trabajo forma parte del proyecto Fondecyt número 11080132

SANTIAGO DE CHILE
JUNIO 2012

LAS ENCUESTAS Y SU EFECTO EN LA VOTACIÓN: EQUILIBRIO DE NASH BAYESIANO CON PREFERENCIAS PRIVADAS Y ADQUISICIÓN ENDÓGENA DE INFORMACIÓN

Los incentivos a votar en una elección se vuelven relevantes en un contexto en que el voto es voluntario. El presente estudio se inspira en la nueva ley, hoy vigente en Chile, que permite inscripción automática en el padrón electoral y voto voluntario el día de la elección. En esta investigación, se presenta un modelo teórico de agente pivotal para estudiar el efecto de la difusión de resultados de encuestas en los incentivos a votar de los agentes; la elección considera dos candidatos, en donde el ganador es escogido por mayoría simple. El resultado de encuestas afecta directamente las creencias acerca de la composición del electorado que tienen los votantes, lo cual puede repercutir indirectamente en el resultado de la elección. Los objetivos de la investigación son caracterizar la estrategia óptima de votación y el esfuerzo por información precisa por parte de los agentes. Además, obtener el efecto final de cada una de las estrategias en el resultado de la elección, para determinar si son óptimas desde el punto de vista de las preferencias de los agentes. El resultado principal muestra que los votantes, al obtener información precisa acerca de la composición del electorado, actualizan sus creencias, y luego en la etapa de votación, los agentes mostrados en la encuesta como minoría votan con mayor probabilidad que los mostrados como mayoría. Sin embargo, condicional a la composición de preferencias en el electorado, en esperanza, el candidato con mayor número de preferencias obtiene más votos. Luego, si bien la encuesta tiene efectos no deseables desde el punto de vista de los incentivos que entrega a los agentes para el día de la votación, finalmente este efecto no condiciona el resultado de la elección. Este resultado se mantiene al considerar una cantidad infinita de agentes.

Abstract

Incentives to vote in an election become relevant in a voluntary voting context. This study was inspired by the new law in Chile, which allows automatic registration on the electoral roll and voluntary voting on election day. This study presents a theoretical pivotal agent model to study the effect of the dissemination of voting surveys results on agents incentives; it consider two candidates, where the winner is chosen by simple majority. The survey results affect beliefs about the electorate voter composition, which may indirectly affect the outcome of the election. The research objectives are characterize the optimal strategy of voting and effort for accurate information. Also, get the final effect of each strategy in the outcome of the election to determine whether they are optimal from the point of view of agents preferences. The main result shows that the voters, getting accurate information about the composition of the electorate, update their beliefs, and then in the voting stage, the agents shown in the survey as minority are more likely to vote than those shown as a majority. However, conditional on the preference composition in the electorate, the candidate with the highest number of preferences get more votes. Then, although the survey has undesirable effects from the point of view of the incentives given to the agents for the polling day, this effect does not determine the outcome of the election. This result holds considering an infinite number of agents.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Ideas Preliminares	1
1.2. Motivación	2
1.3. Estructura del Documento	3
2. Antecedentes	4
2.1. Explicaciones del voto	4
2.2. Comportamiento Estratégico	6
2.3. Compra de Información	7
2.4. Preferencias e Información	9
2.5. Evidencia Empírica del Efecto de la Información en la Votación	11
2.6. Efecto de la Información sobre la Distribución de Preferencias	12
2.7. Prohibición de la Publicación de Encuestas	14
3. Modelo	16
3.1. Descripción y Supuestos	16
3.2. Probabilidad Pivotal	20
3.3. Señal No Informativa	23
3.4. Estrategia del juego	24
3.5. Etapa de Votación	26
3.6. Voto Obligatorio	28
3.7. Etapa de Compra de Información	29
3.8. Numero Incierto de Agentes	30
Conclusiones	34
Referencias	35

A. Países y Prohibición	38
A.1. Países y su prohibición en difusión de resultados de encuestas	38
B. Proposiciones	40
B.1. Lema 1: Probabilidad Pivotal	40
B.2. Proposición 1: Costo de asistir a votar	41
B.3. Proposición 2: Sin Señal	42
B.4. Corolario 1: Esperanza de Votos sin señal	42
B.5. Lema 2: Sin compra de Información	42
B.6. Proposición 3: Con compra de Información	43
B.7. Corolario 2: Resultado elección	45
B.8. Proposición 4: Voto Obligatorio	46
B.9. Lema 3: Condición de Indiferencia Compra de Información	46
B.10. Proposición 5: Equilibrios	48
B.10.1. Sin compra de Información	48
B.10.2. Con compra de Información	49
B.11. Proposición 6: Desincentivo al voto	49
B.12. Proposición 7: Esperanza de voto	50
B.13. Proposición 8: Equilibrios caso infinito de agentes	50

Capítulo 1

Introducción

1.1. Ideas Preliminares

Con fecha 23 de Enero del 2012, el Presidente de la República de Chile, Sebastián Piñera, promulgó la ley que establece la inscripción automática y el voto voluntario. Entre los fundamentos de la propuesta del Ejecutivo se menciona que de los 11,5 millones de hombres y mujeres chilenas mayores de 18 años, sólo ocho millones están inscritos en los Registros Electorales, existiendo tres y medio millones de ciudadanos que no participan de los procesos electorarios. Si a esa cifra le sumamos la abstención histórica y los votos sistemáticamente nulos o blancos, se llega a la conclusión que casi la mitad de las chilenas y chilenos aptos para votar (más de 5 millones de personas) no participan de las elecciones de autoridades. El proyecto apela también a tomar medidas con respecto al envejecimiento del padrón electoral y a la necesidad de incentivar la participación de los jóvenes, considerando que, según datos oficiales, en el plebiscito de 1988 el 36 % de los votantes eran menores de 29 años, mientras que en la última elección, esta cifra se redujo a menos del 9 %.

En este contexto, a través de la incorporación de esta ley, se busca una manera rápida de incorporar a un número importante de votantes al proceso electoral, brindándoles la posibilidad de concurrir a sufragar el día de la elección. Sin embargo, el carácter de voluntario del voto, no implica necesariamente que los individuos decidan asistir a emitir su sufragio. Existe consenso de que un mayor porcentaje de votantes favorece la democracia desde el punto de vista de la representatividad de las autoridades elegidas y de la mayor participación en los procesos electorarios. Sin embargo, el carácter voluntario da lugar a efectos que pueden ir en dirección contraria a lo que se busca.

Por un lado, al ser el voto voluntario, existe un desincentivo a concurrir a las urnas pues los agentes simplemente no tienen la obligación de hacerlo, al mismo tiempo que deben incurrir en una pérdida de tiempo sacrificando planes personales si deciden ir a votar. Se podría argumentar que como las decisiones se toman en el margen, para decidir concurrir a votar es necesario que el beneficio esperado que trae el ir a votar por el candidato preferido sea mayor al costo de oportunidad que se tenga ese día.

Por otro lado, existe un incentivo opuesto a concurrir a votar ya que bajo el supuesto de que menos gente asistirá a las urnas debido a la no obligatoriedad del proceso, cada voto se torna más importante para lograr que un candidato específico salga ganador. En términos de la literatura de votación, el individuo tiene mayor probabilidad de ser pivotal. Esto último debiera ser internalizado por cada votante, actuando de forma estratégica el día de la elección.

1.2. Motivación

Todo este nuevo esquema se ve afectado debido a señales que reciben los agentes desde su entorno, que le brindan información con respecto a cuál candidato es el que tiene más preferencias en el electorado. El saber ex ante que el candidato propio preferido tiene mayor probabilidad de ganar la elección desincentiva la concurrencia a las urnas de los agentes que lo prefieren, debido a que el beneficio de ver a su candidato ganar lo obtendrá independiente de si asiste a votar o no. Luego, preferirá no incurrir en el costo de asistir a las urnas. Sin embargo, esto también tiene efectos en los votantes que son vistos como minoría. En particular, el voto de estos últimos será de menor utilidad para sus propósitos ya que tendrán una menor posible incidencia en el resultado de la elección. En el agregado, existen múltiples efectos estratégicos que deben ser estudiados para concluir cuál será el resultado final de la elección.

Una forma concreta de ilustrar el rol no claro que juega la difusión de resultados de encuestas en una elección, existe un proyecto de ley sin urgencia en el senado, acerca de la prohibición temporal de la difusión de encuestas en un periodo anterior a las votaciones populares. Si bien se reconoce que una prohibición podría evitar posibles efectos negativos en las creencias de los agentes que pudieran afectar su comportamiento el día de la

votación, también está en juego un factor más ideológico que contradice esta visión, la libertad de expresión. Las opiniones se encuentran ampliamente divididas respecto de este tema en particular, y aunque algunos piensan que no existe un efecto significativo de las encuestas sobre la decisión de asistir a votar, se observa que una cantidad no despreciable de países prohíben la difusión de encuestas dentro de un periodo determinado anterior a la elección.

Debido a la naturaleza estratégica del problema, la herramienta más adecuada para estudiar esta situación en particular es la teoría de juegos, pues permite modelar la decisión de cada agente y el resultado final agregado, producto de dichas decisiones individuales. El modelo desarrollado en el estudio corresponde a uno de valores privados, en donde los agentes solo se diferencian por el candidato que prefieren ganador en la votación. El costo de concurrir a votar se supone constante para todos los agentes. Se modela la información que entregan las encuestas como una señal común que reciben todos los agentes, que muestra cual de los candidatos es apoyado por la mayoría. Sin embargo, será la decisión de cada agente lo confiable que será la señal a recibir, de forma de rescatar el esfuerzo que pueden realizar los agentes por obtener mejor información en un momento anterior a la elección misma.

1.3. Estructura del Documento

En el capítulo 2 se muestran antecedentes teóricos y empíricos que motivan el estudio por el comportamiento de la gente en una etapa de votación. Además, se muestran distintos aspectos relacionados con la información que manejan los agentes y su efecto en sus decisiones. En el capítulo 3 se desarrolla un modelo analítico que intenta responder a las inquietudes planteadas en este trabajo. Finalmente en las conclusiones se rescatan los resultados obtenidos del modelo desarrollado.

Capítulo 2

Antecedentes

2.1. Explicaciones del voto

Existen numerosos trabajos que tratan de modelar los distintos aspectos presentes en una votación. Un elemento importante en el desarrollo de los modelos es considerar que asistir a las urnas es costoso para los agentes. La importancia radica en que sin este elemento, no se podría explicar que un grupo significativo de la población se abstenga de concurrir a votar.

Por otro lado, resulta difícil identificar cuáles son los motivos que llevan a las personas a concurrir a votar en elecciones. La improbabilidad de que el voto individual afecte finalmente la votación debería resultar en que ninguno de los agentes concurra a votar. Es lo que se conoce como la paradoja del voto en términos de Downs (1957). La significativa concurrencia a votar en los hechos, permite concluir que no son solo fines egoístas los que influyen en la decisión de las personas de asistir a votar.

Existen ciertos hechos estilizados interesantes de mencionar acerca de características comunes encontradas en la gente que concurre a votar; Según Geys (2006) estas son: tener un mayor ingreso, mayor educación, participantes de algún partido político y ser de sexo femenino. Por otro lado, para la gente más joven y de avanzada edad es menos probable concurrir a votar. Otro factor que influye es la no representación de las ideas de los partidos. La gente concurre con mayor probabilidad bajo regímenes electorales proporcionales y cuando los candidatos están en una competencia reñida. Por último, en ciertas ocasiones los agentes no votan por su real preferencia apostando por un voto estratégico. Dentro

de las conclusiones de Geys (2006) están la importancia de considerar la interacción entre los distintos grupos y la habilidad de aprender de otros.

El primer modelo que se desarrolla en la literatura para explicar la concurrencia a votar, desde la racionalidad del agente y basándose en considerar que una acción entrega valor solo si afecta el resultado final, Downs (1957), afirma que un agente concurrirá a votar solo si el beneficio esperado de su acto excede el costo del mismo. Este beneficio esperado depende de la diferencia de utilidad que generan las políticas de los dos candidatos a competir, además de la probabilidad de que el voto influya en el resultado final. El costo puede ser dividido en dos partes. Por un lado, está el que se incurre en un momento anterior a la votación, como lo son el buscar información de los candidatos, sus propuestas, habilidades, etc. Por otro, están los costos en que se incurre el mismo día de la elección. Con respecto al primer tipo, Converse (1970, 2000) argumenta que lo dificultoso que resulta el cumplir con tareas políticas en un momento anterior a la elección harían a este costo significativo. Por otro lado, el segundo tipo corresponde al costo que se incurre por concurrir al lugar de votación, y el costo de oportunidad de gastar el tiempo asignado en esa actividad. En trabajos como los de Palfrey & Rosenthal (1985) se ha afirmado que este costo sería más bien bajo para explicar la concurrencia de agentes que se observa en la realidad. Sin embargo, si bien este modelo rescata cambios en el margen en la decisión de concurrir a votar, no ha sido útil para explicar en los datos el nivel de la concurrencia a los procesos electorarios.

Un segundo tipo de modelos, que buscan ampliar el análisis anterior considera el valor que los agentes asignan a que el sistema de votación funcione como un mecanismo válido para elegir a las autoridades. Esto genera un beneficio extra que no depende de la probabilidad de afectar el resultado de la votación, sino que del valor que los agentes otorgan a la continuidad de la democracia (Riker & Ordeshook, 1968). Debido al beneficio anterior, es que en la práctica este tipo de modelos resulta más adecuado para explicar el nivel de la concurrencia a votar. Sin embargo, como el término pivotal es significativamente cero en comparación con el que tendría el beneficio por la democracia y el costo de votar, la asistencia a votar sería explicada solo por estos dos últimos términos, dejando de lado los incentivos de votar para ganar la elección.

La forma de modelar la concurrencia a votar en la literatura ha sido de distintas formas según cual sea el aspecto a explicar. En el presente trabajo se ocupan las herramientas

de la teoría de juego para modelar la decisión estratégica de cada agente, considerando que el beneficio de un agente depende de su propia acción, como de la de los demás. Un trabajo que da cuenta de este tipo de modelamiento de un proceso de votación es el de Ledyard (1981), el cual muestra que la concurrencia a sufragar será siempre positiva, como resultado de el comportamiento estratégico del problema. Igual forma de modelar desarrollan en su trabajo Palfrey y Rosenthal (1983), buscando caracterizar la asistencia a votar.

2.2. Comportamiento Estratégico

Dentro de los trabajos que modelan la votación de forma estratégica es posible identificar dos formas de modelar las preferencias de los agentes según lo que se busca explicar: con valores privados o comunes. Los valores privados se refieren a modelos en donde los agentes tienen cierta preferencia privada por alguno de los candidatos, la cual es distinta entre los agentes. Es decir, lo que buscan los agentes es que su preferencia privada se imponga. Por otro lado, en los modelos de valores comunes las preferencias son comunes a todos los agentes. Generalmente esto tiene relación con la búsqueda de un bien en común, la cual buscan los agentes por medio de la elección de un candidato.

Uno de los trabajos con valores privados que relaciona el costo de concurrir a las urnas con la estructura de votación en cuanto a la obligatoriedad de asistir a las urnas, es Borges (2004). En este trabajo se muestra que desde un punto de vista social, debido al costo de la votación, un esquema de participación voluntaria es preferido en sentido de Pareto a uno obligatorio. Esto resulta de la externalidad negativa que ejerce una persona sobre los demás votantes al votar por alguna alternativa, reduciendo su probabilidad de ser pivotal, y por consiguiente sus beneficios. Además de este efecto, por el lado de los costos individuales, es mejor un esquema voluntario debido al menor costo agregado en el electorado.

Una forma típica de modelar el tipo de información que tienen los agentes con valores comunes es considerar dos posibles estados del mundo, en donde los agentes reconocen qué candidato es mejor en cada uno de los escenarios. Luego, la discusión se centra en distintos factores que afectan la votación final, pudiendo ver finalmente si ganó el candidato que debía ganar según el estado presente. En el presente trabajo, se modificará el tipo de escenarios posibles, de modo de caracterizar de mejor forma el efecto que tendría

una encuesta en el resultado final. Para esto, los escenarios a considerar son netamente si un candidato posee una mayoría de agentes que lo prefieren o no. Sin embargo, el tipo de información que manejan los agentes será de valores privados, en donde cada agente tiene su propia preferencia por un candidato.

2.3. Compra de Información

Un aspecto importante a considerar tanto en los modelos con valores privados o comunes es que la mayor parte considera la información acerca de los estados como exógena. Una posible variación es endogeneizar la información que se obtiene, de manera de ver los incentivos que tienen los agentes a conocer el estado del mundo. La forma en que la literatura modela lo anterior es considerando que los agentes pueden realizar un esfuerzo costoso por obtener información útil, la cual, a su vez, pueden utilizar a la hora de tomar la decisión de si concurrir a votar o no. Un trabajo que considera lo anterior es Martinelli (2006), en donde los votantes pueden adquirir información costosa acerca de cuál de las dos alternativas es la más beneficiosa según el estado del mundo en que se esté.

En elecciones con un gran número de participantes cada agente tiene una probabilidad muy pequeña de afectar el resultado con sus propias acciones, por lo que no existen incentivos a adquirir información. Esto es lo que se conoce en la literatura como “Ignorancia racional”. Diferentes estudios buscan ver si finalmente esto afecta el resultado de la elección, desde el punto de vista que gane el candidato correcto según el estado.

Como se argumenta en Downs (1957), si todos los agentes expresan sus preferencias, un agente en particular recibirá los beneficios de un electorado bien informado, no importando cuan informado él esté. Luego, la adquisición de información no será la óptima. Como todo el mundo estratégicamente razonará de la misma manera, el resultado de la elección podría no ser el óptimo.

Existen dos versiones de la “Ignorancia Racional”. La versión débil afirma que, debido a la baja probabilidad que tiene para un agente el afectar el resultado de la elección, invertirá poco o nulo esfuerzo en adquirir información política relevante. La versión fuerte afirma que el resultado final de la elección no reflejará los intereses de la mayoría.

El presente trabajo no busca entender cómo los agentes invierten en información acerca de la competencia de los candidatos o en estados del mundo en el cual algún candidato puede ser más favorable (modelos de preferencias comunes). Lo que busca es caracterizar la inversión en conocer la composición del electorado y conocer de mejor forma la distribución de preferencias, para luego ocupar esta información en la etapa de votación. Todo esto supone implícitamente en que un buen resultado es aquel en que gana el candidato que tiene mas preferencias; típicamente un modelo de preferencias privadas.

Es razonable pensar que los agentes están involuntariamente expuestos a un flujo de información en el transcurso de sus actividades. Luego, el costo del agente a tener mejor información corresponde al esfuerzo a poner atención a la información que periódicamente fluye en su entorno.

En los modelos de preferencias comunes, la información viene a representar un bien común, en el cual los agentes subinvierten para su provisión. Esta línea viene de la literatura de agregación de información inspirada en el teorema del jurado de Condorcet (Condorcet, 1785), en el que la información esta dispersa entre los agentes y entre mas votantes concurren, mejor será el resultado por la mayor información agregada. En un modelo de valores privados como el estudiado, la información adquirida por cada agente solo tiene utilidad privada, ya que ayuda al agente a tomar la decisión entre votar y abstenerse lo cual repercute solo en su propio beneficio a la hora de tomar la decisión.

El trabajo de Martinelli (2006), al igual que en Triossi (2010), se puede clasificar como un modelo de valores comunes, en donde la adquisición de información se hace de manera endógena. En este último trabajo se muestra que una elección puede fallar en agregar información, si es que los agentes tienen habilidades heterogéneas. Esto demuestra la importancia de la información que manejan los agentes a la hora de emitir el voto. A diferencia de estos dos últimos trabajos, la adquisición de información en el presente estudio se enfocará en conocer la distribución de preferencias que existe entre los agentes, de manera de ver los efectos de la cantidad de información adquirida, y su repercusión en la decisión de asistir a la votación. Esto difiere del uso típico en la literatura, en donde la mejor información ayuda a conocer qué candidato es mejor para un escenario en particular.

2.4. Preferencias e Información

El estudio de el tipo de preferencias en modelos estratégicos es diverso, con variadas conclusiones. Un trabajo de valores comunes que considera en su conjunto las preferencias individuales de los votantes junto con información externa que reciben los agentes es el de Ghosal y Lockwood (2008). En éste se estudia un modelo en donde las preferencias de los votantes son determinadas por información privada de cada uno, y de información heterogénea en forma de señal ruidosa acerca de la competencia de los candidatos. Las conclusiones muestran que el resultado de la elección depende del sesgo individual hacia uno de estos dos factores. Cuando la votación se hace mayoritariamente siguiendo la información que entregan las señales, la asistencia a votar es menor, dependiendo el resultado, principalmente de la precisión de la señal. De esto ultimo la importancia de incorporar en el modelo endógenamente la cantidad de información a adquirir por los agentes. Importante es notar que en el trabajo estudiado, la información que reciben los agentes será uniforme en cuanto a su contenido para los votantes, ya que se quiere modelar el efecto de una encuesta en la decisión de votar. Lo que podría ser diferente ex ante es el grado de calidad de la señal que recibe cada uno de los agentes.

Dentro de modelos de valores privados que estudian el rol de la información acerca de las preferencias de los demás agentes esta el de Goeree y Grosser (2007). Con un modelo en donde las preferencias de los agentes son obtenidas de la población, entre mas grande sea la correlación entre las preferencias, menor será la asistencia a votar. La intuición de este resultado viene del hecho de reconocer la externalidad positiva que ejerce un agente en los agentes que se abstienen de votar. Como resultado adicional, muestran que las encuestas podrían afectar de manera positiva en la participación, pero de manera negativa en el bienestar, debido a que incentivan al grupo equivocado a votar. Esto explicaría el porque en algunos países esta prohibida la publicación de resultados de encuestas en un periodo anterior a las votaciones. El resultado en detalle deja a los que están en mayoría votando con menos frecuencia y los que están en minoría votando con mayor frecuencia. Mas específicamente en este modelo cada agente obtiene su tipo de una variable aleatoria común, y racionalmente usa esta información para actualizar sus creencias acerca de los demás. Esta actualización sesga la creencia de la mayoría hacia el propio tipo del agente, produciendo el llamado “Efecto del falso censo”. (Ross et al. 1977). Sin embargo, en esta investigación las creencias se suponen algo intrínseco mas de largo plazo, por lo que no se modelan como resultado de una variable aleatoria en un periodo antes de la elección

sino mas bien como un factor exogeno que posee cada uno de los agentes.

En Krasa y Polborn (2009), se estudian los efectos en bienestar de políticas que incrementen la asistencia a votar. Para electorados suficientemente grandes, un incremento de la asistencia a votar es generalmente eficiente. Para electorados pequeños, esta medida es ineficiente solo si el electorado esta dividido o si la participación ya es completa. Estos argumentos estarían a favor políticas públicas que permitan aumentar la asistencia a votar de los agentes. En Krishna y Morgan (2010) se amplia el estudio considerando que los agentes votan según ideología y la competencia (habilidad) de los candidatos. Con lo anterior muestran que el resultado con votación voluntaria y costosa es la optima, cuando se considera un gran numero de agentes. Esto mostraría lo ineficiente de esquemas obligatorios, debido a que la ideología del candidato seria el factor mas explicativo del resultado.

Un modelo que considera el rol de la información acerca de las preferencias de los votantes es el de Taylor y Yildirim (2009), en donde se estudia el efecto de conocer completamente la distribución de preferencias de los agentes en la asistencia a votar y la probabilidad de ganar de cada uno de los candidatos. En particular, muestra que las elecciones son más cerradas y la asistencia a votar es mayor, si los votantes obtienen mayor información acerca de la composición del electorado. Esto podría sugerir que es perjudicial para el proceso que cada agente disponga de información acerca de las preferencias del electorado, ya que haría que la elección finalmente fuese más cerrada, dificultando el que gane la mayoría. Lo que se propone en este trabajo es que los agentes puedan incorporar endógenamente la cantidad de información de modo de estudiar, primero, los incentivos a obtener información (señales mas confiables), y luego sus repercusiones en el resultado final. La incorporación endógena de información puede ser vista como el esfuerzo individual que debe hacer un agente por obtener información de mejor calidad. Se propone así, cambiar la forma en que se modela la información que tienen los agentes, de modo que sea compatible con la compra endógena de información, y además, se ajuste de mejor manera a una situación en que los agentes reciben señales del tipo de resultados de encuestas, en donde se conoce, principalmente, qué candidato es el que tiene la mayoría de apoyo.

2.5. Evidencia Empírica del Efecto de la Información en la Votación

Existe abundante literatura académica en donde se muestra, con estudios empíricos, cómo se ve afectada la concurrencia a votar con distintos tipos de información que maneja la población.

En el caso más extremo del efecto de la información en el resultado de una elección, en un estudio sobre encuestas “The World of Opinion Polls, The Financial Express” (2004) muestra ejemplos en que las encuestas de manera significativa dio por ganador al candidato o partido político que finalmente resulto perdedor. En elecciones en Australia 1993, la mayoría de las encuestas dio por ganador al partido liberal, que finalmente perdió las elecciones. En un hecho similar, en elecciones en EEUU 2002 la mayoría de las encuestas predijieron incorrectamente que los demócratas mantendrían el control del senado. El ejemplo mas notable es el inesperado triunfo de Edward Health en las elecciones Británicas del 1970, cuando las predicciones generalizadas de la derrota del partido conservador llevó a muchos votantes del partido laborista a quedarse en la casa. Es este efecto en particular el que se intenta modelar de manera de encontrar si es significativo en el resultado de la elección.

Otros tipos de información tambien resultan relevantes. En un trabajo reciente de McMurray (2010), se muestra que a mayor calidad de información que poseen los votantes, usando como medida la educación y edad, se hace más probable que un votante concurra a votar. Por otro lado, a mayor información tengan los otros votantes, menor probabilidad de votar tendrá el agente. Aportes que van en la misma línea se observan en Wolfinger and Rosenstone (1980), en donde encuentran que el mejor predictor individual de la participación es la educación. Por otro lado Strate et al. (1989) muestran que la concurrencia a votar aumenta con la edad o experiencia. Como es posible observar, tanto la educación como la experiencia medida a través de la edad determinan la concurrencia a votar de los individuos.

En cualquier democracia, una fracción importante de ciudadanos se abstiene de votar en las elecciones públicas. Esto es visto como una constante preocupación, ya que se espera que todo ciudadano concurra a ejercer su derecho al voto (o un porcentaje elevado). Es justamente éste el espíritu de la aprobación de la ley que propone inscripción automática

y voto voluntario, ya que permite, por el lado de los votantes, aumentar el patrón electoral en forma considerable, incluyendo grupos que antes no podían optar a votar el día de la elección (por no haberse inscrito previamente), igualando las condiciones para todos los votantes. Además de esto, se argumenta que la obligatoriedad a votar de las personas ya inscritas, hace aumentar en proporción la gente de mayor edad que concurre a votar, lo cual es perjudicial pensando en que todos los estratos etarios deberían ser igualmente representados. Por esto último es que los partidos políticos necesitarán una mayor preocupación por todos los estratos sociales de los votantes, ya que tendrán que incentivar con las mismas energías a sectores que antes no eran considerados, de modo de obtener su voto. Sin embargo, por muy válidos que sean los argumentos en favor de la nueva ley, se corre el riesgo de que finalmente la participación disminuya al ser el voto voluntario. Es reconocido en la literatura que los países con mejores niveles de desigualdad suelen poseer leyes con obligatoriedad del voto como se muestra en el trabajo de Gallego (2009). Además, con leyes de este tipo es finalmente la gente más educada (informada) la que votará con mayor proporción, no cumpliéndose el objetivo para la que fue creada. Mas aún, en un trabajo con datos de Chile, Corvalan & Cox (2011) muestran que el ingreso esta correlacionado con la asistencia a votar, incluso despues de corregir por factore como educación y reemplazo generacional. En particular, muestran que la clase social es un predictor robusto del interes en politica.

Siguiendo en la caracterización de tipos de información que afectan la concurrencia a votar, es posible considerar la propia información política existente. La variable a medir sería tener un mayor conocimiento acerca de temas políticos, o una mayor cultura cívica. Esto ha sido observado en numerosos trabajos empíricos como Degan y Merlo (2007a), Larcinese (2006), encontrando una correlación entre concurrencia a votar y conocimiento político. En particular, en Lassen (2005) encuentran que un mayor nivel de información política causa una concurrencia mayor a votar.

2.6. Efecto de la Información sobre la Distribución de Preferencias

Dentro de la información política posible, un tipo particular juega un rol clave: las encuestas. Esto porque en un contexto donde el concurrir a votar es voluntario, la decisión

de concurrir a las urnas depende netamente de comparar el beneficio que podría traer el voto ejercido a favor del candidato, versus el costo que tiene para el agente el tener que concurrir a las urnas para ejercer su voto. Luego, el agente, si tuviera información clara sobre cómo son las preferencias de los demás agentes, podría inferir si su voto es realmente necesario para vencer en las urnas. En el caso en que exista una cantidad significativa de otros agentes que tengan como preferido igual candidato, el agente podría evitar el costo de ir a votar no concurriendo a las urnas, obteniendo iguales beneficios. Es decir, su mejor estrategia sería abstenerse.

Evidencia empírica de este efecto estudia Klor y Winter (2006). En su trabajo muestran con datos para EE.UU que si las elecciones son muy cerradas en cuanto a votación, la provisión de información acerca de la distribución de preferencias del electorado aumenta significativamente la participación en la elección de los agentes que son, por poco, mayoría, contrariamente a lo que se podría pensar. Si bien la participación en el agregado aumenta, los que pertenecen a la mayoría aumentan más relativamente a los que son minoría. Este efecto heterogéneo viene de las incorrectas creencias por ser pivotal al actualizar por la información recibida.

Por otro lado Sudman (1986) encuentra que revelar los resultados de encuestas realizadas a la salida de los lugares de votación, preguntando a qué candidato se prefirió en las urnas, tiene el efecto de desincentivar las votaciones en otras urnas que cierran más tarde. Este efecto se encuentra principalmente en elecciones donde previamente la competencia entre candidatos se veía muy disputada. Un trabajo adicional es el de Grober y Schram (2010), en donde se estudia el efecto de la información en la asistencia a votar, junto con el bienestar. En base a datos experimentales observan que la entrega de información acerca de la distribución de preferencias aumenta la participación en comparación a no recibir información. Este último efecto se debe principalmente a los agentes que están indecisos en su voto.

En un trabajo reciente, Grober & Schram (2010) encuentran empíricamente que cuando existen encuestas que informan sobre la composición del electorado, el nivel de participación aumenta con respecto a cuando estas son prohibidas. El aumento vendría netamente de los agentes que están indecisos acerca de su voto. Cuando las encuestas muestran una competencia estrecha, la asistencia es alta pero el bienestar es bajo (en comparación con la situación sin encuestas); mientras que cuando las encuestas revelan una compe-

tencia mas desigual, la asistencia es baja, y el efecto en el bienestar es no negativo. Lo mas importante es que el resultado de las encuestas da un indicador de lo estrecho que puede estar la competencia electoral. Los agentes pueden hacer uso de esto para tomar la decisión de concurrir o no a votar el día de la elección. El hecho de que la participación aumenta con lo estrecho que este la elección esta ampliamente comprobado. En Blais (2000) resumen diciendo que en 27 de 32 trabajos empíricos que han testeado esta relación la han comprobado.

Un cambio en la asistencia a votar tiene dos potenciales efectos en el bienestar social. Primero, mas directamente cambian los costos de votación. Segundo, mas indirectamente afecta en las probabilidades que tiene el candidato que es preferido realmente, salga elegido. Esto ultimo depende netamente de cómo las encuestas hacen cambiar la decisión de votar en la gente. Por ejemplo, si el incremento de la asistencia a votar fuera independiente de las preferencias de los agentes, aumentarían las probabilidades de que el candidato correcto finalmente triunfe. Sin embargo esta independencia no es obvia.

Por lo visto, empíricamente el efecto no es claro, existiendo distintos efectos dependiendo de la metodología a ocupar.

2.7. Prohibición de la Publicación de Encuestas

Según un trabajo de ESOMAR (2003), de un total de 66 países encuestados, 30 tienen algún tipo de prohibición de publicación de resultados de encuestas en los periodos anteriores a las elecciones (ver anexo). Ninguna de las políticas anteriores (Si prohibir o autorizar la publicación de encuestas en el periodo anterior a una votación) tiene una clara argumentación a su favor.

Para el caso de Chile, el 20 de Enero del 2010 ingresó una ley al senado con nombre “Limita temporalmente la difusión de encuestas respecto de votaciones populares” (Boletín N° 6826-06) que busca estudiar y dar un veredicto acerca del papel que tiene la difusión de encuestas en el periodo anterior a una elección. Dentro de los aportes a la discusión están los que creen que no existe ningún efecto, por lo que sería irrelevante la prohibición. Por otro lado, están los que creen que una medida de este tipo va en contra de la libertad de expresión por lo que sería una mala medida. Finalmente, están los que creen

que la difusión puede distorsionar la realidad e inducir a comportamientos no deseados en los agentes, los que podrían terminar afectando el resultado de la elección. Con respecto a resultados preliminares de votación popular recopilados por el sitio web del senado, ante la pregunta ¿Cree Ud. que la difusión de encuestas en los días previos a una elección puede ejercer una influencia distorsionadora en la voluntad de los electores? un 68 % opina que sí lo hace. Ante la pregunta ¿Es partidario de suprimir la difusión de encuestas 30 días antes de una elección? un 65 % está de acuerdo. La legislación existente en materia electoral no regula en forma específica lo relativo a las encuestas, sólo en materia de gasto electoral se hace referencia a ellas. Sin embargo, en materia de propaganda electoral las encuestas no se regulan de modo alguno, existiendo un vacío legal evidente que permite realizar prácticas distorsionadoras en materia electoral. Lo que propone el proyecto de ley es establecer la prohibición de la publicación de encuestas electorales dentro de los 30 días inmediatamente anteriores a la fecha correspondiente a la elección.

El propósito de este trabajo es hacerse cargo del efecto que tiene en los incentivos a concurrir a las urnas, la información política disponible acerca de la distribución de preferencias. Una de las fuentes más recurrentes para conocer la distribución de preferencias es la publicación de encuestas realizadas en momentos anteriores a una votación, con lo cual los agentes se hacen una idea acerca del porcentaje de los votantes que prefieren a un candidato en particular.

Capítulo 3

Modelo

3.1. Descripción y Supuestos

En el siguiente capítulo, se desarrolla un modelo que trata de estudiar los efectos que tiene información del tipo encuestas en la probabilidad final de votar en la elección, en un contexto en donde puede existir abstención, y además la calidad de la información de las encuestas puede ser escogida endógenamente. Lo que se busca con esto último es reconocer que los agentes deben realizar un esfuerzo por obtener información de mejor calidad acerca de las preferencias del electorado. Visto de manera práctica, esto correspondería a prestar mayor atención a la información acerca del electorado que esta disponible en su entorno.

De manera de simplificar el análisis que se da en una elección, se consideran solo dos posibles candidatos. La justificación de esto es que, de existir múltiples alternativas, existe evidencia empírica que muestra que en la mayor parte de las ocasiones son solo dos alternativas las que se pelean la mayoría de los votos (Ley de Duverger). Luego, se define a los candidatos como 1 y 2.

Además de los candidatos, existe un número finito n de agentes, que son los que deben escoger entre una de estas dos opciones. Se define λ_1 y λ_2 como el porcentaje de individuos que prefiere al candidato 1 y 2 respectivamente. Se supone además que todos los individuos de la población tienen a un candidato como favorito, es decir cada individuo tiene un tipo privado que es su candidato preferido. Notemos que trivialmente se debe cumplir que $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$.

Un hecho clave en el modelo es que el tipo de cada agente es privado, por lo que inicialmente los agentes no conocen cuál es el valor de λ_1 y λ_2 real del electorado.

De modo de simplificar el modelo, se asumen solo dos valores posibles fijos para λ_i . Es decir, los agentes inicialmente pueden tener solo dos creencias acerca del electorado. O bien ellos creen pertenecen a la mayoría, en caso contrario creen estar en la minoría. Para esto se asume la siguiente notación: $\bar{\lambda} \geq \underline{\lambda}$

Por lo tanto, las dos posibles creencias de la distribución son: $\lambda_1 = \bar{\lambda}, \lambda_2 = \underline{\lambda}$ y la otra $\lambda_1 = \underline{\lambda}, \lambda_2 = \bar{\lambda}$

Se supone además que las creencias de los individuos son iguales inicialmente. Es decir, que la probabilidad de cada uno de los estados para los dos tipos de agentes son iguales a $\frac{1}{2}$. Para esto, definamos dos estados del mundo, A y B, tales que: $P(\text{Estado A}) = P(\text{Estado B}) = \frac{1}{2}$. Así en el estado A se tiene que los tipos 1 son mayoría y los tipos 2 minoría; $\lambda_1 = \bar{\lambda}, \lambda_2 = \underline{\lambda}$. Equivalentemente en el estado B se tiene lo contrario; $\lambda_2 = \bar{\lambda}, \lambda_1 = \underline{\lambda}$.

Los individuos no saben en cuál de los dos estados del mundo se encuentran y cuando se acerca el periodo de elecciones típicamente aumenta el envío de información acerca de cómo se distribuyen las preferencias. El caso más simple es cuando se reciben resultados de encuestas en donde por simplificación la información se puede resumir en dar a conocer a los agentes si se encuentran en la mayoría o minoría de las preferencias. Para modelar esta situación, en un instante previo a la votación los individuos reciben una señal, que les indicará en qué estado del mundo se está. De manera simplificada, la señal solo le indicará a cada individuo si pertenece al grupo de la mayoría o minoría. Luego, la señal puede ser de dos tipos, a favor del estado A o del B. Sin embargo la señal, como cualquier información que reciben los individuos, puede no ser perfecta en relación al verdadero estado de la economía. Es por esto que se definen las siguientes probabilidades condicionales para modelar la precisión de la señal:

$$P(\text{Señal A} / \text{Estado A}) = P(\text{Señal B} / \text{Estado B}) = p$$

$$P(\text{Señal A} / \text{Estado B}) = P(\text{Señal B} / \text{Estado A}) = 1 - p$$

Donde $p \in [\frac{1}{2}, 1]$ representa la calidad de la señal recibida. Así, mayor sea el valor de p , más confiable será la señal recibida para los individuos.

Haciendo un cambio de variable simple, definimos como “calidad de la señal” al valor x , donde $p = \frac{1}{2} + x$, $(1 - p) = \frac{1}{2} - x$. Debido a que en el modelo general, una decisión del agente será la calidad de la señal a recibir, el valor x tiene una interpretación alternativa como el esfuerzo que realiza un agente por obtener información de mejor calidad para poder tomar una decisión mas informada en el instante posterior. Para esto se define $C(x)$ como el costo de obtener información de calidad x , con $C(x) > 0$ para $x > 0$; $C(0) = 0$; $C'(x) > 0$; $C''(x) > 0$; $C'(\frac{1}{2}) = \infty$

Dado lo anterior, se tiene por regla de Bayes lo siguiente:

$$P(\text{Señal A}) = P(\text{Señal B}) = \frac{1}{2}$$

Además:

$$P(\text{Estado A/ Señal A}) = P(\text{Estado B/ Señal B}) = p$$

$$P(\text{Estado A/ Señal B}) = P(\text{Estado B/ Señal A}) = 1 - p$$

De forma intuitiva, los agentes al recibir un tipo de señal, actualizarán sus creencias iniciales sobre la composición del electorado, aumentando la probabilidad a favor del estado del mundo que menciona la señal y disminuyendo al mismo tiempo la probabilidad de lo opuesto a la señal.

Por el lado de los beneficios de los agentes, se suponen de manera de que lo unico que les importe sea que su candidato preferido gane la elección. Luego, para simplificar, se define la función de utilidad de cada uno de los agentes de la siguiente manera:

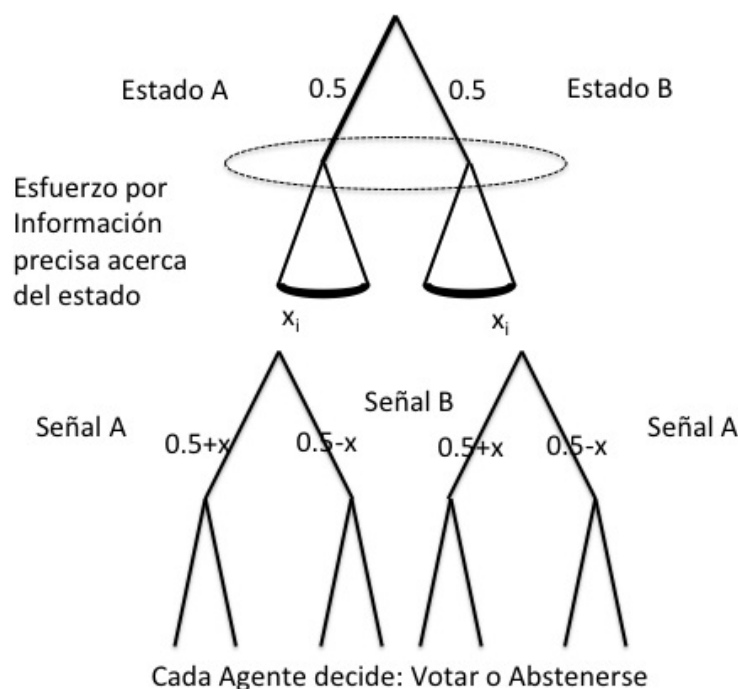
$$U_1(\text{Gane candidato 1}) = U_2(\text{Gane candidato 2}) = 1$$

$$U_2(\text{Gane candidato 1}) = U_1(\text{Gane candidato 2}) = 0$$

En donde el subíndice es el tipo de cada uno de los agentes.

En resumen, el “timing” del problema estudiado es el siguiente:

- Periodo $t=0$ Los votantes deciden la calidad de la información a adquirir acerca de el estado del mundo.
- Periodo $t=1$ Los agentes reciben una señal ruidosa acerca de cual es el estado del mundo. Esta será común para todos acerca del tipo de señal (estado A o B), pero distinta a priori según la adquisición de información de cada agente, .
- Periodo $t=2$ Según la señal y la calidad de información adquirida, los votantes toman la decision de concurrir a votar o abstenerse.



Bajo este esquema, todos los individuos tienen los incentivos para en el caso de concurrir a las urnas votar por su candidato preferido, ya que su beneficio va en directa relación con que su candidato gane. En particular la estrategia de votar por el candidato

preferido domina debilmente a la estrategia de votar por el otro candidato. Luego solo se considerarán situaciones en que un individuo del tipo i vote por el mismo candidato i .

De manera de modelar una situación en donde existe voto voluntario, es decir que los mismos individuos eligen ir y dar el voto a su candidato preferido, o no asistir y no ser considerado, se agrega un costo positivo $c = \text{cte}$ de concurrir a votar. Luego, los individuos tendrán que comparar el beneficio que les trae el asistir a votar versus el costo en que incurren al ir a votar. Un detalle importante es que aunque un individuo en particular no decida asistir a votar, puede igualmente su candidato resultar vencedor, por lo que su utilidad con cierta probabilidad es 1. Es por esto que a la hora de modelar la situación, solo importará para un agente cuando su voto es decisivo en la votación.

3.2. Probabilidad Pivotal

Buscando modelar una situación en que el voto de un individuo sea útil en la votación, este lo será en dos casos:

- Exista un empate entre los votos de los demás agentes, existiendo igual cantidad de votos para cada uno de los candidatos. En este caso, el voto del individuo podrá definir la votación a su favor.
- Los votos de los demás agentes sean tal que con el voto del individuo queden empatados. Es decir, que en número de votos el candidato preferido por el individuo vaya perdiendo por exactamente un voto. En esta situación, se hará el supuesto de que en caso de empate, cada candidato gana con probabilidad $\frac{1}{2}$.

Dado todo lo anterior, cada agente al tomar la decisión de concurrir a votar comparará la utilidad que tiene el concurrir a dar su voto, con la de abstenerse. Esto último se debe a que aunque se abstenga un agente existe probabilidad positiva de que su candidato gane la elección. Luego, la utilidad neta, que corresponde a la resta de la utilidad de concurrir a votar menos la utilidad de abstenerse, toma la siguiente forma:

Lema 1: Para valores fijo de $\lambda_1 = \lambda, \lambda_2 = (1 - \lambda)$ la utilidad esperada de un agente i (dado un estado) es:

$$U_i(\lambda) = \frac{1}{2}P(\text{pivotal})$$

donde

$$P(\text{pivotal}) = P_{i,0} + P_{i,1}$$

con

$$P_{i,0} = \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor} \binom{n-1}{k, k, n-1-2k} (\alpha_i)^k (\alpha_{-i})^k (1 - \alpha_i - \alpha_{-i})^{n-1-2k}$$

$$P_{i,1} = \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n-2}{2} \rfloor} \binom{n-1}{k, k+1, n-2-2k} (\alpha_i)^k (\alpha_{-i})^{k+1} (1 - \alpha_i - \alpha_{-i})^{n-2-2k}$$

$$\alpha_i = \lambda \phi_i, \alpha_{-i} = (1 - \lambda) \phi_{-i}$$

Donde ϕ_i es la probabilidad de que un tipo i vote. Bajo esta notación $P_{i,0}$ representa la probabilidad para un agente tipo i de que se produzca un empate en los votos de los demás agentes, por lo que su voto convertiría a su candidato preferido en ganador. Del mismo modo $P_{i,1}$ representa la probabilidad de que para un agente i los votos de los demás agentes dejen al candidato no preferido como ganador por solo un voto. Luego, con su voto forzaría el empate en la elección.

Así, para un agente tipo i , si el beneficio proveniente del término pivotal menos el costo de votación es mayor que cero, votará con probabilidad 1. En caso contrario, no asistirá a votar.

Una de las diferencias del modelo desarrollados con la literatura relacionada es la forma en como utiliza la información de los agentes. Por ejemplo, en Taylor y Yildirim (2010) se caracteriza un escenario en donde todos los agentes tienen información precisa acerca de la composición del electorado. Es decir, los agentes conocen con certeza el valor de λ que representa la probabilidad de que un agente sea de un tipo en particular. Bajo este supuesto, finalmente muestran que la probabilidad ex ante de un agente de votar por alguno de los candidatos es igual para los dos tipos. Esto último equivale a que los dos candidatos ganen la elección con probabilidad $\frac{1}{2}$. Esto contrasta con lo propuesto en este trabajo, en donde los agentes conocen una distribución del valor de λ el cual es idéntico

para los dos agentes, y es actualizado bayesianamente con la señal comun que reciben. De modo de poder comparar el resultado con precisión en el valor de λ , Taylor y Yildirim (2010) desarrollan un modelo en donde los agentes conocen una distribución del valor de λ , la cual suponen simétrica para los dos tipos de agentes. Es decir, con igual probabilidad creen pertenecer tanto a la mayoría como a la minoría, no siendo una creencia común para todos los tipos. Con los supuestos anteriores, resulta que la probabilidad de un tipo de concurrir a votar es igual para todos los agentes, con lo que finalmente se llega que la probabilidad de ganar la elección para un candidato es mayor si en porcentaje hay más tipos que lo apoyan. Este resultado, junto con el obtenido en el escenario en que se conoce con certeza el valor de λ les permite concluir que entregar mejor información acerca de la composición del electorado a los agentes, haría estrechar los resultados finales, permitiendo en el extremo un empate. Luego, el que los agentes no posean información completa acerca de la composición del electorado sería beneficioso ya que el candidato que es apoyado por la mayoría resulta ganador.

Para resolver el problema de este estudio, se consideran solo equilibrios simetricos en el tipo; es decir, agentes del mismo tipo actuaran de la misma forma en la etapa de la votación. Además de esto en la etapa de compra de información solo se consideran equilibrios en donde todos compran igual cantidad. Lo anterior viene de la literatura de compra de información en señales, en donde se suponen por simplicidad equilibrios en donde todos los agentes compran la misma cantidad de información (Martinelli (2005)). Una analogia a este tipo de modelo viene de la organización industrial de los modelos que provienen del trabajo de d'Áspremont y Jacquemin (1988) sobre investigación y desarrollo de firmas, en el cual en una primera etapa las firmas deciden cuando invertir para luego en una segunda etapa competir en cantidades (o precios) aprovechando la inversión anterior realizada. La diferencia viene del hecho de que la información comprada por un agente en el modelo de este estudio no es observable por los otros agentes, no afectando de forma directa al resto. Por el contrario, en los modelos de investigación y desarrollo la inversión inicial de un agente repercute tanto su propia función de costos, como la de los demás.

Proposición 1: Definamos

$$\underline{c} = \begin{cases} 2 \binom{n-1}{\frac{n-1}{2}, \frac{n-1}{2}} (\bar{\lambda}\lambda)^{\frac{n-1}{2}} & \text{si } n \text{ impar} \\ 2 \binom{n-1}{\frac{n-2}{2}, \frac{n-2}{2} + 1} (\bar{\lambda}\lambda)^{\frac{n-2}{2}} & \text{si } n \text{ par} \end{cases}$$

Se distinguen los siguientes tres casos, en función de los parámetros del problema:

- Si el costo $c \geq 2$, Los agentes no concurrirán a votar.
- Si el costo $c \leq \underline{c}$, Los agentes concurrirán a votar con probabilidad uno.
- En el caso intermedio, cuando $\underline{c} \leq c \leq \bar{c}$ los agentes votarán con probabilidad positiva.

El caso interesante, y que se desarrolla, es el caso intermedio, en el cual el costo de concurrir a votar es tal que el tipo estará indiferente de asistir, por lo que votará con cierta probabilidad, como lo modelado anteriormente.

De manera de comparar el resultado que se obtiene al desarrollar el modelo, es que se calcula primero cual es el resultado de la votación si es que no existiera ninguna señal.

3.3. Señal No Informativa

Proposición 2: Si no existe ninguna señal, los agentes votaran de acuerdo a sus creencias iniciales. Esto finalmente resulta en que los agentes votaran con igual probabilidad $\phi_1 = \phi_2$

El resultado anterior implica que cada uno de los individuos, independiente de su tipo tiene igual probabilidad de asistir a las urnas. Sin embargo, esto no es indicador del resultado final que tiene la elección, ya que depende de cual sea la composición del electorado el resultado final.

Corolario 1: Si no existe ninguna señal, el resultado de la elección estará determinado netamente por el estado en que se esté. Luego

$$E(\text{votos candidato } i - \text{votos candidato } j / \text{Estado } i) \geq 0$$

. Es decir, en esperanza el candidato con mas preferentes obtendrá mas votos.

Al no recibir ninguna información de los estados, al ser estos equiprobables, los agentes son simétricos ex ante, por lo que ninguno tendrá incentivos a votar con mayor probabilidad que otro. Con esto, finalmente se llega a una neutralidad en el resultado final, debido a que el numero de agentes esperado que votaran por cada uno de los candidatos, será idéntica.

El equilibrio corresponde a un Nash Bayesiano en donde las creencias de los agentes acerca de la composición de las preferencias del electorado se actualiza segun la señal, siendo esto último en el factor de decisión para concurrir o no a las urnas a votar.

3.4. Estrategia del juego

De manera mas teórica, la estrategia pura de cada agente corresponde a una tripleta (x, V_1, V_2) en donde $x \in [0, \frac{1}{2}]$, $V_i \in \{votar, abtenerse\}$, donde V_i corresponde a la respuesta del agente a la señal i .

En una primera etapa el agente decide cual es la calidad de la señal que recibirá en un instante posterior. Luego, se realiza la señal y así tomará la decision de concurrir a votar. Sin embargo al momento de tomar la decisión de concurrir a votar, los agentes no tienen información acerca de la calidad de la información de los demás agentes. Luego, a pesar de que el juego es en secuencia, los otros agentes no reaccionan a la compra de información de los demás, si no que lo hacen estratégicamente a su acción en la etapa de votación. El hecho de que cada agente solo observa su cantidad de información a la hora de tomar la decisión de concurrir a votar permite que solo se consideren los efectos directos que tiene la cantidad de información, y no los indirectos via la participacion en la votación.

Debido a la simetría del modelo en cuanto a la respuesta de los agentes a las señales, como notación, la probabilidad de votación de un agente cuando se recibe una señal a favor de su propio tipo será $\phi_L(p)$. Cuando se reciba una señal contraria al propio tipo, la probabilidad será $\phi_H(p)$. Ambas funciones del esfuerzo realizado por los agentes en la etapa anterior, el cual se supone igual para todos. Para efectos de calcular el equilibrio, supongamos sin pérdida de generalidad que los agente reciben una señal a favor del can-

didato 1. Es decir, que hay un mayor número de agentes que prefieren al candidato 1 que al 2. Esto La utilidad bruta esperada será:

$$E(U/\text{Señal A}) = U_{\text{estadoA}} * P(\text{Estado A/ Señal A}) + U_{\text{estadoB}} * P(\text{Estado B/ Señal A})$$

$$E(U/\text{Señal A}) = U_{\text{estadoA}} * p + U_{\text{estadoB}} * (1 - p)$$

$$E(U/\text{Señal A}) = \frac{1}{2}P(\text{pivotal})_{\lambda_1=\bar{\lambda}} * p + \frac{1}{2}P(\text{pivotal})_{\lambda_1=\underline{\lambda}} * (1 - p)$$

En equilibrio, para que cada uno de los individuos vote con cierta probabilidad, si se recibe señal A se debe cumplir que:

$$E_1(U/\text{Señal A}) = E_2(U/\text{Señal A}) = c$$

Luego, ocupando la notación anteriormente definida, la utilidad de los agentes si reciben una señal A será:

$$E_i(U/\text{Señal A}) = \frac{1}{2}(P_{i,0} + P_{i,1})_{\bar{\lambda}}p + \frac{1}{2}(P_{i,0} + P_{i,1})_{\underline{\lambda}}(1 - p)$$

Y las condiciones para los dos tipos de individuos serán:

$$\text{Condición de Equilibrio tipo 1: } \frac{1}{2}(P_{1,0} + P_{1,1})_{\bar{\lambda}}p + \frac{1}{2}(P_{1,0} + P_{1,1})_{\underline{\lambda}}(1 - p) = c$$

$$\text{Condición de Equilibrio tipo 2: } \frac{1}{2}(P_{2,0} + P_{2,1})_{\bar{\lambda}}p + \frac{1}{2}(P_{2,0} + P_{2,1})_{\underline{\lambda}}(1 - p) = c$$

De estas dos ecuaciones, se obtiene la probabilidad de cada tipo de votar ϕ_1 y ϕ_2

Gracias a la simetría del problema, se puede notar que en caso de haber recibido una señal B, cada tipo adoptaría la estrategia contraria. Es decir los tipos 1 adoptarían la estrategia que tomaría un tipo 2 cuando se recibe una señal a favor del estado A.

Notar que este equilibrio depende netamente de la calidad de la información, lo cual será considerado en un momento posterior a la caracterización del equilibrio.

En un instante anterior, los agentes pueden decidir el nivel de calidad de la información que reciben. Esto lo hacen obteniendo mejores valores del parámetro x a un costo definido.

Lema 2: Si no existe compra de información, los agentes votarán con igual probabilidad. Además, el único equilibrio en que los agentes votan con igual probabilidad corresponde al sin compra de información.

Este resultado será útil para poder demostrar mas adelante las características de los equilibrios cuando existe compra de información. La intuición es que al ser los dos estados equiprobable, al no tener una señal informativa las creencias de los agentes no se modificarán, votando con igual probabilidad en la elección.

3.5. Etapa de Votación

Para calcular el equilibrio, se caracteriza el resultado de la segunda etapa en función del parametro p que es la compra de información en la etapa anterior.

De manera de ejemplificar las características del equilibrio en que los agentes votan con cierta probabilidad, tomemos el caso simplificado cuando se tienen 3 jugadores.

$$\begin{aligned} P_{1,0} &= P_{2,0} = (1 - \lambda\phi_1 - (1 - \lambda)\phi_2) \\ P_{1,1} &= ((1 - \lambda)\phi_2) \\ P_{2,1} &= (\lambda\phi_1) \end{aligned}$$

Luego las condiciones de indiferencia quedan:

Tipo 1:

$$\frac{((1 - \bar{\lambda}\phi_1 - (1 - \bar{\lambda})\phi_2) + ((1 - \bar{\lambda})\phi_2))p}{2} + \frac{((1 - \underline{\lambda}\phi_1 - (1 - \underline{\lambda})\phi_2) + ((1 - \underline{\lambda})\phi_2))(1 - p)}{2} = c$$

Tipo 2:

$$\frac{((1 - \bar{\lambda}\phi_1 - (1 - \bar{\lambda})\phi_2) + (\bar{\lambda}\phi_1))p}{2} + \frac{((1 - \underline{\lambda}\phi_1 - (1 - \underline{\lambda})\phi_2) + (\underline{\lambda}\phi_1))(1 - p)}{2} = c$$

Despejando, se llega a que el resultado de las condiciones de equilibrio es:

$$\phi_1 = \frac{1 - 2c}{\bar{\lambda}p + \underline{\lambda}(1 - p)}$$

$$\phi_2 = \frac{1 - 2c}{(1 - \bar{\lambda})p + (1 - \underline{\lambda})(1 - p)}$$

Debido a que se tiene $\bar{\lambda} = (1 - \underline{\lambda})$, se cumple que:

$$\bar{\lambda}p + \underline{\lambda}(1 - p) \geq (1 - \bar{\lambda})p + (1 - \underline{\lambda})(1 - p)$$

Luego, $\phi_1 \leq \phi_2$.

Esto último muestra que al recibir una señal que muestra que se está en la mayoría, los tipos tienden a votar con menor probabilidad que los tipos que piensan estar en la minoría. Este resultado se generaliza al caso de un número de agentes finito.

Para resultados posteriores, notar que también se cumple $\frac{\partial \phi_1}{\partial x} < 0$, $\frac{\partial \phi_2}{\partial x} > 0$ para $x \in (0, \frac{1}{2}]$

Proposición 3: Para el caso general cuando se tiene un número finito de votantes, $p > \frac{1}{2}$ y se recibe una señal a favor del candidato 1, se cumple que $\phi_1 = \phi_L \leq \phi_2 = \phi_H$. Luego, los agentes que prefieren al candidato que la señal muestra como ganador votan con menor probabilidad que los que muestra como perdedor.

Lo anterior indica que la señal al entregar algo de información a los agentes tiene el efecto de incentivar la votación del grupo equivocado, ya que debido a que las creencias se actualizan para todos en el mismo sentido, son los agentes del tipo que es visto como mayoría los que se desincentivan de concurrir a votar gracias al problema free-rider que se produce; Es preferible evitar concurrir a votar debido a que el candidato ganará de forma casi segura. Por otro lado, los agentes de la minoría ven estratégicamente que su voto se hace más útil, por lo que finalmente concurren con mayor probabilidad a votar que los agentes tipo 1.

Corolario 2: El siguiente resultado caracteriza un equilibrio en donde el ganador de la elección es el correcto según el estado en el que se encuentre:

$$E(\text{votos candidato } i - \text{votos candidato } j / \text{Estado } i) \geq 0 \text{ ssi } \frac{\phi_L}{\phi_H} \geq \frac{p - \bar{\lambda}}{p - \underline{\lambda}}$$

Luego, para que el candidato correcto resulte ganador dado cierto estado se deben cumplir las condiciones anteriores.

Esto muestra que en general, información acerca de las preferencias de los agentes estaría provocando una disminución del número de votantes por el candidato 1 y un aumento por los votantes del candidato 2. Sin embargo, el resultado final de la elección depende netamente de los parametros del problema y la cantidad de información que inviertan los agentes.

3.6. Voto Obligatorio

Una interesante comparación del resultado anterior es ver que ocurre cuando el voto es obligatorio. Si este fuera el caso, los agentes no tendrían que comparar la utilidad que les trae el concurrir a votar el día de la elección con el costo en que se incurre. Suponiendo que la obligatoriedad del voto es creíble en el sentido de que existen penas elevadas a los agentes que no cumplan esta regla, el costo de concurrir a votar no será relevante en la decisión de concurrir a votar. Luego, como se menciona anteriormente, debido a que es una estrategia débilmente dominante votar por el tipo propio, cada agente votará por el candidato que prefiere (Esto se debe a la forma de la función de utilidad, y el tipo de modelo con valores privados). Así, resulta que:

Proposición 4: Para el caso general cuando se tiene un número finito de votantes y el voto es obligatorio, se cumple que $\phi_1 = \phi_2 = 1$. Luego,

$$E(\text{votos candidato } i - \text{votos candidato } j / \text{Estado } i) \geq 0$$

Notar que el resultado anterior se cumple independiente de cualquier información o señal que obtenga el agente. De hecho, bajo los supuestos de este modelo, no existen incentivos a invertir información acerca de la composición del electorado.

3.7. Etapa de Compra de Información

Pensemos ahora que la calidad de la información recibida es endógena al modelo. Es decir, los agentes pueden elegir un nivel de calidad de la señal. Intuitivamente, en esperanza, siempre estará mejor un agente teniendo una señal completamente perfecta, por lo que se introduce un nuevo costo, al adquirir información. En forma práctica esto viene a corresponder al esfuerzo que realizan los agentes por conocer con mayor precisión el estado del mundo.

Consideremos ahora $C(x)$ que corresponde al costo para un agente que tiene tener x grado de precisión en la señal. Luego, en una etapa anterior el agente decide cuanta calidad de información comprar x calculando la utilidad de que su candidato gane la elección en función de x .

$$U = P(\text{Gane A}) - cP(\text{votar}) - c(x)$$

Notemos que los dos tipos son iguales ex ante en el momento de comprar información. El supuesto clave es que solo se consideran equilibrios en que la compra de información es la misma para todos. Además, gracias a la condición de optimización en la segunda etapa de los agentes, la utilidad en la primera etapa no dependerá de forma directa de la estrategia seguida en la etapa de la votación.

Lema 3: La condición de indiferencia para la compra de información es:

$$\left(\frac{P_{1,0}}{2}\right)_{\bar{\lambda}, \phi_L, \phi_H} - \left(\frac{P_{1,0}}{2}\right)_{\bar{\lambda}, \phi_H, \phi_L} = C'(x)$$

Donde el lado izquierdo de la ecuación es positivo debido a que $\phi_L \leq \phi_H$.

Proposición 5: Suponiendo que la función de costo $C(x)$ cumple con $C'(0) = 0$, existe un equilibrio del juego secuencial en donde los agentes no compran información, y votan con igual probabilidad en la elección independientemente de la señal. Por otro lado existe un equilibrio secuencial con compra de información positiva, en donde al ver una señal por el estado A los agentes que prefieren al candidato 2 votan con mayor probabilidad que los agentes que prefieren al candidato 1. En caso de una señal B resulta todo lo contrario. Sin embargo, dado un estado de la naturaleza, el numero esperado de votos por el candidato que es mayoría resulta mayor que el candidato contrario.

Intuitivamente al no existir compra en calidad de información, los individuos votarán de acuerdo a las creencias iniciales que se tienen acerca del estado del mundo, sin importar que reciban una señal a favor de un estado. Esto finalmente repercute en que votarán con igual probabilidad, siendo las encuestas neutrales.

El equilibrio con compra de información rescata de manera simple el desincentivo que se crea en los agentes partidarios a cierto candidato, cuando encuestas lo muestran como ganador, en un contexto de voto voluntario. Contrariamente a lo que se podría pensar, los agentes que se ven como minoría se ven más incentivados a concurrir a votar, debido a que su voto se vuelve más útil, y por otro lado, los agentes que son vistos como mayoría se ven desincentivados, por el menor beneficio que les da su voto, prefiriendo abstenerse. Esto termina siendo perjudicial desde el punto de vista de las encuestas, ya que mueve los incentivos en una dirección que no es la deseable desde el punto de vista del resultado que se busca. Sin embargo esto no termina afectando el resultado de la elección, ya que en esperanza, se esperan mayor cantidad de votos para el candidato que tiene que ganar la elección dado cierto estado de la naturaleza.

3.8. Numero Incierto de Agentes

De manera de estudiar el caso cuando el numero de agentes tiende a infinito, se sigue la metodología de Myerson (1998, 2000), en donde se asume que el número de votantes es una variable aleatoria poisson N con esperanza n . Con esta metodología finalmente se mantienen los resultados obtenidos para el caso de agentes finitos. Usando la distribución poisson, la probabilidad de que existan k votantes será $P(N = k) = \frac{e^{-n} n^k}{k!}$. Llamemos σ_1, σ_2 como la esperanza de agentes que votan por el candidato uno y dos respectivamente. Luego, la probabilidad de un empate en la votación es la siguiente:

$$P_{i,0}(\lambda) = e^{-\sigma_1 - \sigma_2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\sigma_1)^k (\sigma_2)^k}{(k!)^2}$$

Equivalentemente, la probabilidad de que el candidato 1 obtenga solo un voto menos que el candidato 2 es:

$$P_{1,1}(\lambda) = e^{-\sigma_1 - \sigma_2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\sigma_1)^{k-1} (\sigma_2)^k}{(k-1)!k!}$$

La expresión para cuando el candidato 2 pierde solo por un voto es análoga.

Luego, las condiciones de equilibrio para el caso agentes infinitos son equivalente a las anteriores, ocupando que en cada estado, la esperanza de agentes que votará por cada candidato sera diferente.

$$\sigma_{1,A} = n * \bar{\lambda} * \phi_1, \sigma_{2,A} = n * \underline{\lambda} * \phi_2$$

$$\sigma_{1,B} = n * \underline{\lambda} * \phi_1, \sigma_{2,B} = n * \bar{\lambda} * \phi_2$$

De forma de caracterizar el equilibrio de mejor forma, es conveniente escribir las expresiones anteriores en términos de la función modificada de Bessel (Olver 1997). Para estudiar los equilibrios en el caso de agentes infinitos, se ocupan las siguientes funciones:

$$I_0(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{z}{2}\right)^k \left(\frac{z}{2}\right)^k}{(k!)^2}$$

$$I_1(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{z}{2}\right)^{k-1} \left(\frac{z}{2}\right)^k}{k!(k-1)!}$$

Con estas funciones, las probabilidades antes calculadas en las condiciones de equilibrio quedan:

$$P_{i,0}(\lambda) = e^{-M_1\lambda - M_2(1-\lambda)} I_0(2\sqrt{M_1M_2\lambda(1-\lambda)})$$

$$P_{1,1}(\lambda) = e^{-M_1\lambda - M_2(1-\lambda)} I_1(2\sqrt{M_1M_2\lambda(1-\lambda)}) \sqrt{\frac{M_2(1-\lambda)}{M_1\lambda}}$$

$$P_{2,1}(\lambda) = e^{-M_1\lambda - M_2(1-\lambda)} I_1(2\sqrt{M_1M_2\lambda(1-\lambda)}) \sqrt{\frac{M_1\lambda}{M_2(1-\lambda)}}$$

Siendo M_i el límite cuando el número de agentes se va a infinito del producto $n\phi_i$

Ahora, ocupando las siguientes aproximaciones cuando se tiene un valor de z lo sufi-

cientemente grande.

$$I_0(z) \approx I_1(z) \approx \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}}$$

Se obtienen ecuaciones de equilibrio análogas al caso de n fijo.

Proposición 6: En equilibrio, cuando el numero de agentes tiene a infinito, las probabilidades de votación condicionales al tipo $\phi_1 = \phi_L$ y $\phi_2 = \phi_H$, tienden a cero.

Mientras la probabilidad de participación tiende a cero a la vez que el numero de votante aumenta, la participación esperada esta determinada por la velocidad con que este converge a cero.

Proposición 7: En equilibrio, cuando el numero de agentes tiende a infinito, el numero de votos esperado para cada uno de los agentes converge.

De manera de poder mirar que candidato tiene mayor probabilidad de ganar la elección, el hecho de que la esperanza de votos tienda a un valor, al tender el numero de agentes a infinitos, permite poder comparar finalmente estos últimos, y así observar que candidato es mas probable que gane la elección.

En equilibrio, cuando el numero de agentes tiende a infinito, se obtienen resultados análogos a los que se obtienen en el caso de agentes finitos. Es decir:

Proposición 8: Suponiendo que la función de costo $C(x)$ cumple con $C'(0) = 0$, existe un equilibrio del juego secuencial en donde los agentes no compran información, y el numero esperado de participantes por tipo es el mismo. Además, la probabilidad de asistir a las urnas queda caracterizada por la siguiente ecuación:

$$\frac{e^{M(1+2\sqrt{\bar{\lambda}\lambda})}}{\sqrt{4\pi M\sqrt{\bar{\lambda}\lambda}}} \left(2 + \sqrt{\frac{(1-\bar{\lambda})}{\bar{\lambda}}} + \sqrt{\frac{(1-\underline{\lambda})}{\underline{\lambda}}} \right) = 4c$$

Por otro lado, existe un equilibrio secuencial con compra de información positiva, en donde al ver una señal por el estado A los agentes que prefieren al candidato 2 votan con mayor probabilidad que los agentes que prefieren al candidato 1. En caso de una señal B resulta todo lo contrario. Sin embargo, dado un estado de la naturaleza, el numero es-

perado de votos por el candidato que es mayoría resulta mayor que el candidato contrario.

La interpretación de estos últimos resultados es análoga a la encontrada con agentes finitos.

Conclusiones

Los incentivos de concurrir a votar y adquirir información en un contexto de voto voluntario no son claros. El considerar señales que entregan información a los agentes acerca de la distribución de preferencias podría causar efectos no deseados en la elección. En este estudio se muestra que cuando existe compra de información por parte de los agentes, las encuestas tienen un efecto contrario a lo deseado, incentivando de mayor forma el voto por el candidato que es visto en minoría por la señal. Esto nace del efecto free-rider por parte de los agentes que ven a su candidato apoyado por la mayoría, y de la mayor probabilidad pivotal que obtienen los agentes que son vistos como minoría. A pesar de lo anterior, dada una distribución de preferencias, en esperanza el número de votos por el candidato correcto es mayor. Luego, el efecto que tiene la difusión de encuestas en un periodo anterior a la votación no será significativo en el resultado. Lo anterior se mantiene al considerar un número infinito de agentes. Al considerar el voto obligatorio, al ser un modelo de valores privados cada agente votará por su preferencia, por lo que en esperanza ganará el candidato correcto. Sin embargo, el costo en que incurre la sociedad en su conjunto por la obligatoriedad de concurrir a votar es mayor. Podría argumentarse que a razón de un mismo resultado en esperanza, y menor costo agregado de la sociedad por concurrir a votar, es preferible un sistema de voto voluntario. Sin embargo, el efecto en los agentes no es beneficioso desde el punto de vista que incentiva a los agentes equivocados a votar en mayor probabilidad que los que debieran hacerlo. Posibles extensiones debieran considerar la validez de este resultado ante nuevos elementos; estos podrían ser el incorporar valores comunes, incorporar costos de votación heterogéneos y realizar una validación empírica en base a datos recopilados en próximas elecciones.

Referencias

- Sitio Gobierno de Chile <http://www.gob.cl/discursos/2012/01/23/promulgacion-ley-inscripcion-automatica-y-voto-voluntario.htm>.
- Sitio del Senado N° Boletín:6826 – 06 .
- Blais, A. (2000), “To Vote or Not to Vote: The Merits and Limits of Rational Choice Theory” Pittsburgh PA: University of Pittsburgh Press.
- Borgers, T. (2004), “Costly voting”. *Amer. Econ. Rev.* 94, 57-66.
- Converse, P. (1970), “Attitudes and Non-attitudes: Continuation of a Dialogue”, in E.R. Tufté (ed.), *The Quantitative Analysis of Social Problems*. Reading PA: Addison-Wesley, pp. 168-89.
- Converse, P. (2000), “Assessing the Capacity of Mass Electorates”, *Annual Review of Political Science*, 3, 331-53”.
- Corvalán, A., Cox, P. (2011), “When Generational Replacement in Class Biased: Voter Turnout in Chile”, Disponible en SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1904353>.
- Degan, Arianna, Antonio Merlo. (2007a), “A Structural Model of Turnout and Voting in Multiple Elections” Penn Institute for Economic Research Working Paper 07-011.
- Downs (1957), “An Economic Theory of Political Action in a Democracy”, *The Journal of Political Economy*, Vol. 65, No. 2. (Apr., 1957), pp. 135-150.
- ESOMAR (2003), “The Freedom to Publish Opinion Poll Results- Report on a Worldwide Update”.
- Gallego, A., (2009), “Understanding unequal turnout: Education and voting in comparative perspective”. Working Paper
- Geys (2006), “Rational Theories of Voter Turnout: A Review”, *Political Studies Review*: 2006 Vol 4, 16-35.
- Ghosal, S., Lockwood, B., (2008), “Costly voting when both information and preferences differ: is turnout too high or too low?”. *Soc. Choice Welfare*.

- Goeree, J., Großer, J. (2004), “False Consensus Voting and Welfare Reducing Polls”. Working Paper Series in Economics 9, University of Cologne, Department of Economics.
- Großer, J., Schram, A. (2010), “Public Opinion Polls, Voter Turnout, and Welfare: An Experimental Study”. Labsi Experimental Economics Laboratory University of Siena 014, University of Siena.
- Klor, E., Winter, E., (2006), “On public opinion polls and voters turnout”. Working paper, The Hebrew University of Jerusalem.
- Krasa, S., Polborn, M., (2009), “Is mandatory voting better than voluntary voting?”. *Games and Economic Behavior*, Elsevier, vol. 66(1), pages 275-291, May.
- Krishna, V., and Morgan, J., (2010), “Overcoming Ideological Bias in Elections”. *NajEcon Working Paper Reviews*, www.najecon.org.
- Larcinese, V. (2006), “Information Acquisition, Ideology, and Turnout: Theory and Evidence from Britain”. *STICERD Political Economy and Public Policy series 18.2*
- Lassen, D. (2005), “The Effect of Information on Voter Turnout: Evidence from a Natural Experiment”. *American Journal of Political Science*, 49(1): 103-118.
- Ledyard, J., (1981), “The Paradox of Voting and Candidate Competition: A General Equilibrium Analysis”. Working Papers 224, California Institute of Technology, Division of the Humanities and Social Sciences.
- Martinelli, C., (2006), “Would rational voters acquire costly information?”. *J. Econ. Theory* 129, 225-251.
- McMurray (2010), “Empirical Evidence of Strategic Voter Abstention”, Working Paper
- Palfrey, T., Rosenthal, H., (1983), “A Strategic Calculus of Voting”. *Public Choice*, 41 (1), 7-53.
- Palfrey, T., Rosenthal, H., (1985), “Voter Participation and Strategic Uncertainty”. *American Political Science Review*, 79, 62-78.
- Myerson, R. (1998), “Population uncertainty and poisson games”. *Int. J. Game Theory* 27, 375-392.

- Myerson, R., (2000), “Large poisson games”. J. Econ. Theory 94, 7-45.
- Olver, F., (1997), “Asymptotics and special functions”. AKP Classics, Wellesley, MA: A K Peters Ltd.,
- Riker, W.H., Ordeshook, P.C. (1968), “A Theory of the Calculus of Voting”, American Political Science Review, 62, 25-42
- Ross, L., Greene, D., and House, P. (1977), “The False Consensus Effect: An Ego-centric Bias in Social Perception and Attribution Processes” Journal of Experimental Social Psychology. 13, 279?301.
- Strate, J., Charles J., Charles D., Coit F., (1989), “Life Span Civic Development and Voting Participation”. American Political Science Review, 82(2):443-464.
- Sudman, S., (1986), “Do exit polls influence voting behavior”. Public Opinion Quart. 50, 331-339.
- Taylor, C., Yildirim, H., (2009), “Public information and electoral bias”. Games Econ. Behav. 68, 353-375.
- Triossi, M., (2010), “Costly information acquisition. Better to toss a coin?”. Documentos de Trabajo 267, Centro de Economía Aplicada, Universidad de Chile.
- Wolfinger, R., Rosenstone, S., (1980), “Who Votes?”. New Haven: Yale University Press.

Anexo A

Países y Prohibición

A.1. Países y su prohibición en difusión de resultados de encuestas

Tabla de Países con prohibición de difusión de resultados de encuestas.

País	Días de prohibición
Argentina	1
Bolivia	2
Bulgaria	7
Canadá	2
Colombia	1
Corea Del Sur	23
Costa Rica	2
Croacia	1
Cyprus	7
Eslovaquia	14
Eslovenia	7
España	5
Francia	1
Grecia	15
Israel	1
Italia	15
Luxemburgo	30

País	Días de prohibición
Macedonia	5
México	7
Nepal	1
Panamá	1
Perú	1
Polonia	1
Portugal	1
República Checa	7
Rumania	2
Suiza	10
Turquía	7
Uruguay	7
Venezuela	2

Lista de países que no poseen prohibición:

Alemania, Australia, Austria, Bangladés, Bélgica, Bosnia & Herzegovina, Brasil, Dinamarca, Emiratos Arabes, Estados Unidos, Estonia, Filipinas, Finlandia, Georgia, Holanda, Honduras, Islandia, India, Indonesia, Irlanda, Japón, Kazakstán, Latvia, Malasia, Nueva Zelanda, Nigeria, Noruega, Pakistán, Puerto Rico, Reino Unido, Rusia, Sudáfrica, Suecia, Taiwán, Tailandia, Ucrania.

Anexo B

Proposiciones

B.1. Lema 1: Probabilidad Pivotal

Notemos de forma inicial que los agentes se pueden clasificar en tres grupos según lo que realicen en la votación; Los que votan por el candidato 1, los que votan por el candidato 2, y los que se abstienen (independiente de su preferencia, la cual es irrelevante en el resultado de la elección). Para un agente de tipo i , notemos como P^* la probabilidad de que exista la cantidad de votos tal que el candidato preferido por el agente i gane sin importar si este agente concurre a votar. Notemos como P_0 como la probabilidad de que los votos para cada uno de los candidatos sea la misma, es decir, que con el voto del agente i , el candidato preferido por este agente gana la elección. Denotemos por otro lado, como P_1 la probabilidad de que la cantidad de votos para cada uno de los candidatos sea tal que con el voto del agente i se logre un empate en la votación. Luego, la utilidad del agente i de concurrir a votar es:

$$U_{votar} = P^* + P_0 + \frac{P_1}{2} - c$$

El termino P_1 debe corregirse por $\frac{1}{2}$ debido a que con el voto del agente i , se logra un empate, en donde el ganador de la elección se escoge con igual probabilidad. Por otro lado, la utilidad en el caso de que se abstenga de votar es:

$$U_{abstencion} = P^* + \frac{P_0}{2}$$

Luego, el agente i para tomar la decision de concurrir a votar debe calcular la utilidad neta de concurrir a votar

$$U = U_{votar} - U_{abstencion} = \frac{P_0 + P_1}{2} - c$$

Luego, para un valor fijo de $\lambda_1(\lambda_2)$, la probabilidad de que un agente cualquiera vote por un candidato i será:

$$\alpha_i = \lambda\phi_i$$

En donde ϕ_i es la probabilidad de que un agente que prefiere al candidato i concurra finalmente a votar. Definido lo anterior, las probabilidades P_0 y P_1 serán:

$$P_{i,0} = \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor} \binom{n-1}{k, k, n-1-2k} (\alpha_i)^k (\alpha_{-i})^k (1 - \alpha_i - \alpha_{-i})^{n-1-2k}$$

$$P_{i,1} = \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n-2}{2} \rfloor} \binom{n-1}{k, k+1, n-2-2k} (\alpha_i)^k (\alpha_{-i})^{k+1} (1 - \alpha_i - \alpha_{-i})^{n-2-2k}$$

El termino obtenido $\frac{P_0+P_1}{2}$ es lo que se conoce en la literatura como probabilidad pivotal.

B.2. Proposición 1: Costo de asistir a votar

La probabilidad de ser pivotal se maximiza cuando la estrategia de los demás agentes es no concurrir a votar. Luego, el valor máximo que puede tomar el costo c para que la estrategia sea votar con una probabilidad entre cero y uno es la utilidad de un agente cuando los demás votan con probabilidad nula. Esto lleva finalmente a que $c \leq \bar{c}$.

Por otro lado, la probabilidad de ser pivotal se minimiza cuando los demas agentes asisten a votar con probabilidad segura. Luego, el valor minimo que puede tomar el costo para que los agentes voten con probabilidad entre cero y uno es la utilidad de un agente cuando los demás votan con probabilidad uno. Esto lleva finalmente a que $\underline{c} \leq c$, con:

$$\underline{c} = \begin{cases} 2 \binom{n-1}{\frac{n-1}{2}, \frac{n-1}{2}} (\bar{\lambda}\underline{\lambda})^{\frac{n-1}{2}} & \text{si } n \text{ impar} \\ 2 \binom{n-1}{\frac{n-2}{2}, \frac{n-2}{2} + 1} (\bar{\lambda}\underline{\lambda})^{\frac{n-2}{2}} & \text{si } n \text{ par} \end{cases}$$

B.3. Proposición 2: Sin Señal

En caso de no recibir señal acerca de cual estado del mundo es equivalente a recibir una señal no informativa. Luego, el resultado es análogo a lo obtenido en Lema 2.

B.4. Corolario 1: Esperanza de Votos sin señal

Es directo de calcular la esperanza de votos al considerar que se esta en un estado de la naturaleza dado.

B.5. Lema 2: Sin compra de Información

Veamos que pasa en el caso cuando $p = 1/2$. En este caso las condiciones de equilibrio quedan de la siguiente forma:

$$\text{Condición de Equilibrio tipo 1: } \frac{1}{2}(P_{1,0} + P_{1,1})_{\bar{\lambda}}p + \frac{1}{2}(P_{1,0} + P_{1,1})_{\underline{\lambda}}(1-p) = c$$

$$\text{Condición de Equilibrio tipo 2: } \frac{1}{2}(P_{2,0} + P_{2,1})_{\bar{\lambda}}p + \frac{1}{2}(P_{2,0} + P_{2,1})_{\underline{\lambda}}(1-p) = c$$

De la simetría de estas dos ecuaciones con respecto a ϕ_1 y ϕ_2 sigue que $\phi_1 = \phi_2$.

Veamos ahora que pasa si $\phi_1 = \phi_2$. Supongamos que $p \neq 1/2$. Igualando las dos ecuaciones, se tiene que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(P_{1,0} + P_{1,1})_{\bar{\lambda}}p + \frac{1}{2}(P_{1,0} + P_{1,1})_{\underline{\lambda}}(1-p) &= \frac{1}{2}(P_{2,0} + P_{2,1})_{\bar{\lambda}}p + \frac{1}{2}(P_{2,0} + P_{2,1})_{\underline{\lambda}}(1-p) \\ \left(\frac{1}{2}(P_{1,0} + P_{1,1})_{\bar{\lambda}} - \frac{1}{2}(P_{2,0} + P_{2,1})_{\bar{\lambda}} \right) p &= \left(\frac{1}{2}(P_{2,0} + P_{2,1})_{\underline{\lambda}} + \frac{1}{2}(P_{1,0} + P_{1,1})_{\underline{\lambda}} \right) (1-p) \end{aligned}$$

Como se cumple que:

$$\left(\frac{1}{2}(P_{1,0} + P_{1,1})_{\bar{\lambda}} - \frac{1}{2}(P_{2,0} + P_{2,1})_{\bar{\lambda}} \right) = \left(\frac{1}{2}(P_{2,0} + P_{2,1})_{\underline{\lambda}} + \frac{1}{2}(P_{1,0} + P_{1,1})_{\underline{\lambda}} \right)$$

$$\Rightarrow p = 1/2$$

Lo cual demuestra la equivalencia.

B.6. Proposición 3: Con compra de Información

Supongamos que se recibe una señal a favor del estado A. De las condiciones de equilibrio tenemos que:

$$\text{Condición de Equilibrio tipo 1 } \frac{1}{2}(P_{1,0} + P_{1,1})_{\bar{\lambda}}p + \frac{1}{2}(P_{1,0} + P_{1,1})_{\underline{\lambda}}(1 - p) = c$$

$$\text{Condición de Equilibrio tipo 2 } \frac{1}{2}(P_{2,0} + P_{2,1})_{\bar{\lambda}}p + \frac{1}{2}(P_{2,0} + P_{2,1})_{\underline{\lambda}}(1 - p) = c$$

Haciendo el cambio de variable $p = \frac{1}{2} + x$, $(1 - p) = \frac{1}{2} - x$ y derivando con respecto a x las condiciones anteriores se obtiene que:

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial x} \left(\left(\frac{\partial(P_0^1 + P_1^1)}{\partial \phi_1} \right)_{\bar{\lambda}}p + \left(\frac{\partial(P_0^1 + P_1^1)}{\partial \phi_1} \right)_{\underline{\lambda}}(1 - p) \right)$$

$$+ \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \left(\left(\frac{\partial(P_0^1 + P_1^1)}{\partial \phi_2} \right)_{\bar{\lambda}}p + \left(\frac{\partial(P_0^1 + P_1^1)}{\partial \phi_2} \right)_{\underline{\lambda}}(1 - p) \right) = (P_0^1 + P_1^1)_{\underline{\lambda}} - (P_0^1 + P_1^1)_{\bar{\lambda}}$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial x} \left(\left(\frac{\partial(P_0^2 + P_1^2)}{\partial \phi_1} \right)_{\bar{\lambda}}p + \left(\frac{\partial(P_0^2 + P_1^2)}{\partial \phi_1} \right)_{\underline{\lambda}}(1 - p) \right)$$

$$+ \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \left(\left(\frac{\partial(P_0^2 + P_1^2)}{\partial \phi_2} \right)_{\bar{\lambda}}p + \left(\frac{\partial(P_0^2 + P_1^2)}{\partial \phi_2} \right)_{\underline{\lambda}}(1 - p) \right) = (P_0^2 + P_1^2)_{\underline{\lambda}} - (P_0^2 + P_1^2)_{\bar{\lambda}}$$

Luego se utiliza la regla de Cramer para resolver sistemas de ecuaciones de 2×2 . Después, se evalúan las derivadas en $p = \frac{1}{2}$, en donde se cumple que $\phi_1 = \phi_2$ (proposición 0). Finalmente se ocupan las siguientes equivalencias que se dan en este caso:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial(P_{0,1} + P_{1,1})}{\partial\phi_1} \right)_{\bar{\lambda}} &= \left(\frac{\partial(P_{0,2} + P_{1,2})}{\partial\phi_2} \right)_{\underline{\lambda}} \\ \left(\frac{\partial(P_{0,1} + P_{1,1})}{\partial\phi_1} \right)_{\underline{\lambda}} &= \left(\frac{\partial(P_{0,2} + P_{1,2})}{\partial\phi_2} \right)_{\bar{\lambda}} \\ \left(\frac{\partial(P_{0,1} + P_{1,1})}{\partial\phi_2} \right)_{\bar{\lambda}} &= \left(\frac{\partial(P_{0,2} + P_{1,2})}{\partial\phi_1} \right)_{\underline{\lambda}} \\ \left(\frac{\partial(P_{0,1} + P_{1,1})}{\partial\phi_2} \right)_{\underline{\lambda}} &= \left(\frac{\partial(P_{0,2} + P_{1,2})}{\partial\phi_1} \right)_{\bar{\lambda}} \end{aligned}$$

Luego, se despeja $\frac{\partial\phi_1}{\partial x}, \frac{\partial\phi_2}{\partial x}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial\phi_1}{\partial x} &= \frac{(\bar{\lambda} - \underline{\lambda})P^*}{\frac{\partial((P_1^1)_{\bar{\lambda}} - (P_1^1)_{\underline{\lambda}})}{\partial\phi_1} - \frac{\partial((P_1^1)_{\bar{\lambda}} - (P_1^1)_{\underline{\lambda}})}{\partial\phi_2}} \\ \frac{\partial\phi_1}{\partial x} &= \frac{-(\bar{\lambda} - \underline{\lambda})P^*}{\frac{\partial((P_1^1)_{\bar{\lambda}} - (P_1^1)_{\underline{\lambda}})}{\partial\phi_1} - \frac{\partial((P_1^1)_{\bar{\lambda}} - (P_1^1)_{\underline{\lambda}})}{\partial\phi_2}} \end{aligned}$$

con

$$P^* = \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor} \binom{n-1}{k, k, n-1-2k} (\phi)^{2k+1} (\underline{\lambda}\bar{\lambda})^k (1-\phi)^{n-2-2k}$$

Donde la parte de abajo de cada una de las derivadas es distinta de cero.

Luego, podemos ver que al aumentar p , el crecimiento que tiene ϕ_2 es igual al decrecimiento de ϕ_1 en $x = 0$. Así, se debe cumplir que $\phi_2 > \phi_1$. Esto último, junto con el hecho de que $\phi_1 = \phi_2$ ssi $p = \frac{1}{2}$ muestran que $\phi_2 > \phi_1 \forall p \in (\frac{1}{2}, 1)$ (debido a la continuidad de ϕ_2 y ϕ_1 con respecto a x)

Adicionalmente a lo anterior, del sistema de ecuaciones anterior es posible demostrar por contradicción que en ningún caso $\frac{\partial\phi_1}{\partial x} = 0 \vee \frac{\partial\phi_2}{\partial x} = 0$. De suponer que alguno de los dos es igual a cero (o los dos términos al mismo tiempo), se llega a que $x = 0$, en donde por lo anteriormente demostrado se sabe que $\frac{\partial\phi_1}{\partial x} < 0, \frac{\partial\phi_2}{\partial x} > 0$. Luego, por continuidad se obtiene que las derivadas tienen el mismo signo para $x \in (0, \frac{1}{2}]$.

B.7. Corolario 2: Resultado elección

De los resultados obtenidos, el número esperado de votos en la elección para cada uno de los candidatos es:

$$E(\text{votos candidato } i/\text{Estado } i) \\ = E(\text{votos candidato } i/\text{Estado } i, \text{señal } i)p + E(\text{votos candidato } i/\text{Estado } i, \text{señal } j)(1 - p)$$

$$E(\text{votos candidato } j/\text{Estado } i) \\ = E(\text{votos candidato } j/\text{Estado } i, \text{señal } i)p + E(\text{votos candidato } j/\text{Estado } i, \text{señal } j)(1 - p)$$

donde

$$E(\text{votos candidato } 1/\text{Estado } 1, \text{señal } 1) = \phi_L \bar{\lambda} \\ E(\text{votos candidato } 1/\text{Estado } 1, \text{señal } 2) = \phi_H \bar{\lambda} \\ E(\text{votos candidato } 2/\text{Estado } 1, \text{señal } 1) = \phi_H \underline{\lambda} \\ E(\text{votos candidato } 2/\text{Estado } 1, \text{señal } 2) = \phi_L \underline{\lambda}$$

Desarrollando algebraicamente se obtiene que

$$E(\text{votos candidato } i/\text{Estado } i) \geq E(\text{votos candidato } j/\text{Estado } i)$$

ssi

$$\frac{\phi_L}{\phi_H} \geq \frac{p - \bar{\lambda}}{p - \underline{\lambda}}$$

De las condiciones de equilibrio se obtienen las siguientes funciones continuas en función del nivel de compra de información de los agentes $\phi_L(p)$, $\phi_H(p)$.

Luego, es posible definir la siguiente función en la variable de información, la cual será continua.

$$g(p) = \frac{\phi_L}{\phi_H}(p - \underline{\lambda}) - (p - \bar{\lambda})$$

Además, ocupando el hecho de que $\frac{\partial \phi_L}{\partial x} \leq 0$ y $\frac{\partial \phi_H}{\partial x} \geq 0$, se obtiene que $\frac{\partial g(p)}{\partial p} \leq 0$

Notemos que $g(0,5) > 0$ y $g(1) = 0$. Esto último se obtiene de ver que bajo la compra total de información ($p = 1$) se rescata el resultado de Taylor & Yildirim (2010) para el caso de certeza absoluta del estado. Debido a la continuidad de la función, se obtiene que $g(p) > 0, p < 1$. Luego, del resultado anterior sigue que $\forall p \in [\frac{1}{2}, 1]$, $E(\text{votos candidato } i/\text{Estado } i) \geq E(\text{votos candidato } j/\text{Estado } i)$

B.8. Proposición 4: Voto Obligatorio

La demostración es directa de considerar la obligatoriedad del voto.

B.9. Lema 3: Condición de Indiferencia Compra de Información

En una primera etapa, los votantes escogen el nivel de precision de la señal que recibirán acerca del estado del mundo. La función de utilidad que enfrentan un votante i :

$$U = P(\text{Gane candidato } i) - cP(\text{votar}) - C(x)$$

$$\begin{aligned} P(\text{Gane candidato } i) &= P(\text{Gane candidato } i/\text{Estado } 1)P(\text{Estado } 1) \\ &\quad + P(\text{Gane candidato } i/\text{Estado } 2)P(\text{Estado } 2) \\ &= (P(\text{Gane candidato } i/\text{Señal } 1, \text{Estado } 1)P(\text{Señal } 1/\text{Estado } 1) \\ &\quad + P(\text{Gane candidato } i/\text{Señal } 2, \text{Estado } 1)P(\text{Señal } 2/\text{Estado } 1))P(\text{Estado } 1) \\ &\quad + (P(\text{Gane candidato } i/\text{Señal } 1, \text{Estado } 2)P(\text{Señal } 1/\text{Estado } 2) \\ &\quad + P(\text{Gane candidato } i/\text{Señal } 2, \text{Estado } 2)P(\text{Señal } 2/\text{Estado } 2))P(\text{Estado } 2) \end{aligned}$$

Donde:

$$P(\text{Gane candidato } i/\text{Señal } 1, \text{Estado } 1) = \phi_{i,s1} \left(P_{i,0} + \frac{P_{i,1}}{2} \right)_{\bar{\lambda},s1} + (1 - \phi_{i,s1}) \frac{P_{i,0}}{2} \bar{\lambda},s1$$

$$P(\text{Gane candidato } i/\text{Señal } 2, \text{Estado } 1) = \phi_{i,s2} \left(P_{i,0} + \frac{P_{i,1}}{2} \right)_{\bar{\lambda},s2} + (1 - \phi_{i,s2}) \frac{P_{i,0}}{2} \bar{\lambda},s2$$

$$P(\text{Gane candidato } i/\text{Señal } 1, \text{Estado } 2) = \phi_{i,s1} \left(P_{i,0} + \frac{P_{i,1}}{2} \right)_{\underline{\lambda},s1} + (1 - \phi_{i,s1}) \frac{P_{i,0}}{2} \underline{\lambda},s1$$

$$P(\text{Gane candidato } i/\text{Señal } 2, \text{Estado } 2) = \phi_{i,s2} \left(P_{i,0} + \frac{P_{i,1}}{2} \right)_{\underline{\lambda},s2} + (1 - \phi_{i,s2}) \frac{P_{i,0}}{2} \underline{\lambda},s2$$

Así:

$$\begin{aligned}
P(\text{Gane candidato } i) &= \left(\left(\phi_{i,s1} \left(P_{i,0} + \frac{P_{i,1}}{2} \right)_{\bar{\lambda},s1} + (1 - \phi_{i,s1}) \frac{P_{i,0}}{2} \right)_{\bar{\lambda},s1} p \right. \\
&\quad + \left. \left(\phi_{i,s2} \left(P_{i,0} + \frac{P_{i,1}}{2} \right)_{\bar{\lambda},s2} + (1 - \phi_{i,s2}) \frac{P_{i,0}}{2} \right)_{\bar{\lambda},s2} (1 - p) \right) \frac{1}{2} \\
&\quad + \left(\left(\phi_{i,s1} \left(P_{i,0} + \frac{P_{i,1}}{2} \right)_{\underline{\lambda},s1} + (1 - \phi_{i,s1}) \frac{P_{i,0}}{2} \right)_{\underline{\lambda},s1} (1 - p) \right. \\
&\quad + \left. \left(\phi_{i,s2} \left(P_{i,0} + \frac{P_{i,1}}{2} \right)_{\underline{\lambda},s2} + (1 - \phi_{i,s2}) \frac{P_{i,0}}{2} \right)_{\underline{\lambda},s2} p \right) \frac{1}{2} \\
&= \phi_{i,s1} \left(\frac{p(P_{i,0} + P_{i,1})_{\bar{\lambda},s1}}{4} + \frac{(1-p)(P_{i,0} + P_{i,1})_{\underline{\lambda},s1}}{4} \right) \\
&\quad + \phi_{i,s2} \left(\frac{(1-p)(P_{i,0} + P_{i,1})_{\bar{\lambda},s2}}{4} + \frac{p(P_{i,0} + P_{i,1})_{\underline{\lambda},s2}}{4} \right) \\
&\quad + p \frac{1}{2} \left(\frac{P_0}{2} \right)_{\bar{\lambda},s1} + (1-p) \frac{1}{2} \left(\frac{P_0}{2} \right)_{\bar{\lambda},s2} \\
&\quad + (1-p) \frac{1}{2} \left(\frac{P_0}{2} \right)_{\underline{\lambda},s1} + p \frac{1}{2} \left(\frac{P_0}{2} \right)_{\underline{\lambda},s2}
\end{aligned}$$

lo cual, ocupando las condiciones de equilibrio del votante 1 ante las dos señales posibles.

$$\begin{aligned}
P(\text{Gane candidato } i) &= \phi_{i,s1} c_i \left(1 - \frac{1}{2} - p + 2p \frac{1}{2} \right) + \phi_{i,s2} c_i \left(p + \frac{1}{2} - 2p \frac{1}{2} \right) + p \frac{1}{2} \left(\frac{P_0}{2} \right)_{\bar{\lambda},s1} \\
&\quad + (1-p) \frac{1}{2} \left(\frac{P_0}{2} \right)_{\bar{\lambda},s2} + (1-p) \frac{1}{2} \left(\frac{P_0}{2} \right)_{\underline{\lambda},s1} + p \frac{1}{2} \left(\frac{P_0}{2} \right)_{\underline{\lambda},s2}
\end{aligned}$$

=

La probabilidad de votar es:

$$\begin{aligned}
 P(\text{Votar}) &= P(\text{Votar/Estado 1})P(\text{Estado 1}) + P(\text{Votar/Estado 2})P(\text{Estado 2}) \\
 &= (P(\text{Votar/Señal 1,Estado 1})P(\text{Señal 1/Estado 1}) \\
 &\quad + P(\text{Votar/Señal 2,Estado 1})P(\text{Señal 2/Estado 1}))P(\text{Estado 1}) \\
 &\quad + (P(\text{Votar/Señal 1, Estado 2})P(\text{Señal 1/Estado 2}) \\
 &\quad + P(\text{Votar/Señal 2, Estado 2})P(\text{Señal 2/Estado 2}))P(\text{Estado 2}) \\
 &= (\phi_{i,s1}p + \phi_{i,s2}(1-p))\frac{1}{2} + \phi_{i,s1}(1-p) + \phi_{i,s2}p)\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

Luego la utilidad será

$$U = p\frac{1}{2}\left(\frac{P_0}{2}\right)_{\bar{\lambda},s1} + (1-p)\frac{1}{2}\left(\frac{P_0}{2}\right)_{\bar{\lambda},s2} + (1-p)\frac{1}{2}\left(\frac{P_0}{2}\right)_{\Delta,s1} + p\frac{1}{2}\left(\frac{P_0}{2}\right)_{\Delta,s2} - C(x)$$

Por ultimo, notar que debido a la simetría en la respuesta a las señales, se tiene que:

$$\phi_{i,s1} = \phi_{j,s2}$$

Además, con la notación definida $\phi_{1,s1} = \phi_{2,s2} = \phi_L$ y $\phi_{2,s1} = \phi_{1,s2} = \phi_H$

Ocupando que $p = \frac{1}{2} + x$ la condición marginal para x quedará:

$$\left(\frac{P_{1,0}}{2}\right)_{\bar{\lambda},\phi_L,\phi_H} - \left(\frac{P_{1,0}}{2}\right)_{\bar{\lambda},\phi_H,\phi_L} = C'(x)$$

B.10. Proposición 5: Equilibrios

B.10.1. Sin compra de Información

Las condiciones que debe cumplir un equilibrio en el juego secuencial son:

$$\text{Condición de Equilibrio tipo 1 } \frac{1}{2}(P_{1,0} + P_{1,1})_{\bar{\lambda}}p + \frac{1}{2}(P_{1,0} + P_{1,1})_{\Delta}(1-p) = c$$

$$\text{Condición de Equilibrio tipo 2 } \frac{1}{2}(P_{2,0} + P_{2,1})_{\bar{\lambda}}p + \frac{1}{2}(P_{2,0} + P_{2,1})_{\Delta}(1-p) = c$$

$$\left(\frac{P_{1,0}}{2}\right)_{\bar{\lambda},\phi_L,\phi_H} - \left(\frac{P_{1,0}}{2}\right)_{\bar{\lambda},\phi_H,\phi_L} = C'(x)$$

La tripleta $\phi_L = \phi_H, x = 0$ cumple con las tres ecuaciones al mismo tiempo. Luego consiste en un equilibrio.

B.10.2. Con compra de Información

Suponiendo que la función de costo $C(x)$ cumple con $C'(0) = 0$, y es lo suficientemente cercana a cero en un entorno a cero, existe un equilibrio secuencial con compra de información positiva, en donde los agentes que prefieren al candidato 2 votan con mayor probabilidad que los agentes que prefieren al candidato 1.

Llamemos

$$f(x) = f(\phi_L(x), \phi_H(x)) = \left(\frac{P_{1,0}}{2}\right)_{\bar{\lambda}, \phi_L, \phi_H} - \left(\frac{P_{1,0}}{2}\right)_{\bar{\lambda}, \phi_H, \phi_L}$$

Luego, si la función de costos es lo suficientemente cercana a cero en cero, $\exists \alpha$ tal que $f(\alpha) > C'(\alpha)$ Además, suponiendo que

$$C'\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \infty$$

, que es equivalente a considerar que la ultima unidad marginal de información es infinitamente cara, se tiene que $f\left(\frac{1}{2}\right) < C'\left(\frac{1}{2}\right)$

Luego, por teorema del valor intermedio, y con la continuidad de la función de costos se obtiene que $\exists x > \frac{1}{2}$ tal que $f(x) = C'(x)$.

B.11. Proposición 6: Desincentivo al voto

Supongamos que $\phi_i \rightarrow 0$. Luego se tiene que $M_i = n\phi_i \rightarrow \infty$ Supongamos por un lado que se cumple que: $\lim \sqrt{n\phi_1 n\phi_2} < \infty$ En este caso:

$$\lim \frac{e^{-M_1 \bar{\lambda} - M_2(1-\bar{\lambda})} e^{2\sqrt{M_1 M_2 \bar{\lambda}(1-\bar{\lambda})}}}{\sqrt{2\pi 2\sqrt{M_1 M_2 \bar{\lambda}(1-\bar{\lambda})}}} \left(1 + \sqrt{\frac{M_2(1-\bar{\lambda})}{M_1 \bar{\lambda}}}\right) = 0$$

ya que $\lim \frac{e^{-M_1 \bar{\lambda}}}{\sqrt{M_1 \bar{\lambda}}} = 0$, y $\lim e^{-M_2(1-\bar{\lambda})} \sqrt{M_2(1-\bar{\lambda})} < \infty$

En caso contrario, en que se cumple que $\lim \sqrt{n\phi_1 n\phi_2} = \infty$ se tiene igualmente que:

$$\lim \frac{e^{-M_1\bar{\lambda}-M_2(1-\bar{\lambda})}e^{2\sqrt{M_1M_2\bar{\lambda}(1-\bar{\lambda})}}}{\sqrt{2\pi}2\sqrt{M_1M_2\bar{\lambda}(1-\bar{\lambda})}} \left(1 + \sqrt{\frac{M_2(1-\bar{\lambda})}{M_1\bar{\lambda}}}\right) = 0$$

ya que el denominador no esta acotado y el numerador si.

Luego, bajo este argumento $\phi_i \rightarrow 0$ ya que $c > 0$ lo cual es una contradicción.

B.12. Proposición 7: Esperanza de voto

Supongamos por contradicción que $\lim n\phi_i \rightarrow \infty$. Por igual argumento que en la Proposición 6 se obtiene que la ecuación de equilibrio no se cumple debido a que el costo es positivo.

B.13. Proposición 8: Equilibrios caso infinito de agentes

Suponiendo que la función de costo $C(x)$ cumple con $C'(0) = 0$, existe un equilibrio del juego secuencial en donde los agentes no compran información, y votan con igual probabilidad en la elección.

La demostración es análoga al caso de agentes finitos. Al tomar las ecuaciones de equilibrio se obtiene lo siguiente en el caso infinito:

Ecuaciones de votación:

$$\begin{aligned} & \frac{e^{-M_1\bar{\lambda}-M_2(1-\bar{\lambda})}e^{2\sqrt{M_1M_2\bar{\lambda}(1-\bar{\lambda})}}}{\sqrt{2\pi}2\sqrt{M_1M_2\bar{\lambda}(1-\bar{\lambda})}} \left(1 + \sqrt{\frac{M_2(1-\bar{\lambda})}{M_1\bar{\lambda}}}\right) p \\ & + \frac{e^{-M_1\lambda-M_2(1-\lambda)}e^{2\sqrt{M_1M_2\lambda(1-\lambda)}}}{\sqrt{2\pi}2\sqrt{M_1M_2\lambda(1-\lambda)}} \left(1 + \sqrt{\frac{M_2(1-\lambda)}{M_1\lambda}}\right) (1-p) = 2c \end{aligned}$$

$$\frac{e^{-M_1\bar{\lambda}-M_2(1-\bar{\lambda})}e^{2\sqrt{M_1M_2\bar{\lambda}(1-\bar{\lambda})}}}{\sqrt{2\pi}2\sqrt{M_1M_2\bar{\lambda}(1-\bar{\lambda})}} \left(1 + \sqrt{\frac{M_1\bar{\lambda}}{M_2(1-\bar{\lambda})}}\right) p$$

$$+ \frac{e^{-M_1\lambda-M_2(1-\lambda)}e^{2\sqrt{M_1M_2\lambda(1-\lambda)}}}{\sqrt{2\pi}2\sqrt{M_1M_2\lambda(1-\lambda)}} \left(1 + \sqrt{\frac{M_1\lambda}{M_2(1-\lambda)}}\right) (1-p) = 2c$$

Ecuación de compra de información:

$$\frac{1}{2} \left(e^{-M_1\bar{\lambda}-M_2(1-\bar{\lambda})} - e^{-M_1\lambda-M_2\bar{\lambda}} \right) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(M_1M_2\bar{\lambda}\lambda)^k}{(k!)^2} = C'(x)$$

Por el mismo argumento del caso con agentes finitos, se obtiene que $M_1 = M_2$, $x = 0$ es un equilibrio, donde la expresión que caracteriza a M es

$$\frac{e^{M(1+2\sqrt{\lambda\bar{\lambda}})}}{\sqrt{4\pi}M\sqrt{\lambda\bar{\lambda}}} \left(2 + \sqrt{\frac{(1-\bar{\lambda})}{\bar{\lambda}}} + \sqrt{\frac{(1-\lambda)}{\lambda}} \right) = 4c$$

Este último termino se obtiene de hacer $M_1 = M_2$ en cualquiera de las ecuaciones de votación.

La demostración cuando existe compra de información positiva es análoga al caso de agentes finito, pero con el trio de ecuaciones definido en la proposición 8.