



**UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**DESARROLLO DE UN MÉTODO PARA LA EVALUACIÓN DE
PROYECTOS CUYOS *CASH FLOWS* ESTÉN INTER-TEMPORALMENTE
CORRELACIONADOS**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

RODRIGO LUIS PERERA HORTA

**PROFESOR GUÍA:
MARÍA TERESA CORDOVÉZ MELERO**

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
MANUEL DÍAZ ROMERO
ANDRÉS KETTLUN LEYTON**

**SANTIAGO DE CHILE
MARZO 2013**

**RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL
TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL
POR: RODRIGO PERERA HORTA
FECHA: 11 de MARZO 2013
PROF. GUÍA: SRA. MARÍA TERESA CORDOVÉZ
MELERO**

**DESARROLLO DE UN MÉTODO PARA LA EVALUACIÓN DE PROYECTOS CUYOS
CASH FLOWS ESTÉN INTER-TEMPORALMENTE CORRELACIONADOS**

Todo alumno que haya pasado por un curso introductorio a las finanzas, maneja el concepto de costo/oportunidad del dinero y en particular el valor presente de flujos. Utilizando estos conceptos, en particular calculando valor actual neto y usando tasas de descuento es que se intenta responder preguntas fundamentales de las finanzas como: “¿Cuál es el valor de este proyecto?” Sin embargo, mientras se intenta dar respuesta a dicha interrogante, se pasan por alto una serie de falencias que tiene el método convencional y que se intentarán mejorar.

Dicho lo anterior el presente trabajo contiene la justificación para el desarrollo de un nuevo método de evaluación de proyectos que considere la correlación inter-temporal entre los flujos de los proyectos. Además se define una metodología apropiada para llevar a cabo el desarrollo de dicho método, junto con la presentación del alcance del trabajo y los resultados esperados.

Posteriormente se define y ejecuta un plan de trabajo dividido en 6 etapas que en conjunto llevarán a cumplir con el objetivo general definido: “Desarrollar un método alternativo de evaluación de proyectos, que caracterice estadísticamente los flujos tomando en cuenta su media, desviación estándar y correlación entre periodos. Y validar empíricamente dicho método con un proyecto donde haya evidencia de correlación en los *cash flows*.”

Además se presenta el proyecto sobre el cuales se pondrá en prueba el nuevo, dicho proyecto es la construcción de un puente sobre el canal de Chacao que una Chiloé con la masa continental. Del proyecto se posee toda la data necesaria para poder hacer una evaluación económica tanto convencional como por el nuevo método.

Para cumplir con objetivo mencionado se muestra el desarrollo de las expresiones analíticas del nuevo método, y además el generador de números aleatorios correlacionados. El cuál permitió hacer simulaciones de Monte Carlo y poner a prueba el nuevo método obteniéndose diferencias entre resultados menores a un 5%.

En el presente trabajos se analiza si influye o no la matriz de correlaciones al momento de evaluar un proyecto y la magnitudes en que se ve afectada la desviación estándar del mismo, obteniéndose cambios sustanciales, con desviaciones estándares hasta un 60% mayores. También se analiza cuánto influye la precisión al estimar cada flujo en la desviación estándar final, llegándose a la conclusión que influye aún mas que la matriz. Además se muestra la importancia de la precisión en los primero 5 a 7 periodos comparado con los 35 posteriores.

En definitiva el propósito principal de este trabajo que era mostrar el desarrollo, probar la factibilidad e ilustrar la aplicabilidad de este método, se cumplió a cabalidad. Logrando entregar a un tomador de decisiones más herramientas y caracterizando estocásticamente los flujos, haciéndonos cargo de la incertidumbre y entregando al tomador de decisiones mas y mejor información sobre escenarios probables de valores de proyectos, sin caer en las falencias del método convencional.

Tabla de Contenido

I-	INTRODUCCIÓN.....	1
II-	ANTECEDENTES GENERALES	2
III-	OBJETIVOS	4
	<input type="checkbox"/> OBJETIVO GENERAL	4
	<input type="checkbox"/> OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	4
IV-	MARCO CONCEPTUAL	5
	IVA- FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	5
	IVB- CONCEPTOS UTILIZADOS EN EL TRABAJO	6
	IVC- ALCANCES Y RESULTADOS ESPERADOS	8
V-	DESARROLLO DEL MÉTODO CONSIDERANDO CORRELACION INTER-TEMPORAL .	8
	VA- OBTENCIÓN DE EXPRESIONES ANALÍTICAS.....	8
	VB- PROGRAMACIÓN DE GENERADOR DE VECTORES ALEATORIOS CORRELACIONADOS.....	10
	VC- DESCRIPCIÓN DE LAS MATRICES DE CORRELACIÓN	11
VI-	EJEMPLO DE APLICACIÓN	13
	VIA- DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO	13
	VIB- DESCRIPCIÓN DE LOS FLUJOS	14
	VIC- EVALUACIÓN DEL PROYECTO MEDIANTE EL MÉTODO CONVENCIONAL.....	16
VII-	APLICACIÓN DEL NUEVO MÉTODO.....	18
	VIIA- CÁLCULO DE LA ESPERANZA DEL VALOR DEL PROYECTO Y SU DESVIACIÓN ESTÁNDAR	18
	VIIB- CÁLCULO DEL VALOR DEL PROYECTO CON EL MÉTODO ALTERNATIVO.....	19
	VIIC- OTROS INDICADORES RELEVANTES.....	20
VIII-	ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS	21
	VIII A- ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS MÉTODOS.....	21
	VIII B- SENSIBILIDAD A LAS CORRELACIONES	25
	VIII C- SENSIBILIDAD A LAS DESVIACIONES ESTÁNDARES DE LOS FLUJOS.....	29
	VIII D- ANÁLISIS POR FASES	31
	VIII E- CONCLUSIÓN PROYECTO PUENTE CANAL DE CHACAO	32
IX-	CONCLUSIONES	33
	IXB- INVESTIGACIONES PROPUESTAS.....	34
X-	BIBLIOGRAFÍA Y FUENTES DE INFORMACIÓN.....	35
XII-	ANEXOS.....	37
	1. TABLAS DEL INFORME “EVALUACIÓN SOCIAL PUENTES SOBRE EL CANAL DE CHACAO”	37
	2. CÓDIGO PARA GENERAR NÚMEROS ALEATORIOS CORRELACIONADOS	42

Índice de Tablas

Tabla 1: Longitudes tramos de la obra [4] Fuente: Evaluación Social Puente sobre el Canal de Chacao.....	14
Tabla 2: Fuentes de beneficios y costos Fuente: Evaluación Social Puente sobre el Canal de Chacao.....	14
Tabla 3: Flujo vehicular en el Canal Chaco, año 2011 Fuente: Directemar	15
Tabla 4: Valor tiempo social por tipo de vehículo Fuente: Ministerio de Desarrollo Social	16
Tabla 5: Flujos del proyecto Puente Canal de Chacao Fuente: Evaluación Social Puente sobre el Canal de Chacao.....	17
Tabla 6: Comparación método convencional vs. Método nuevo Fuente: Elaboración propia	22
Tabla 7: Sensibilidad de la Desv. Estándar, % Van negativo e intervalos de confianza a cambios en correlación Fuente: Elaboración propia.....	26
Tabla 8: Sensibilidad de la Desv. Estándar, % Van negativo e intervalos de confianza a cambios en el factor de desv. Estándar de los flujos Fuente: Elaboración propia.....	30
Tabla 9: Sensibilidad de la desv. Est. Y el porcentaje de resultados negativos con respecto a variaciones en lambda 1 y lambda 2 Fuente: Elaboración propia	31

Índice de Gráficos

Gráfico 1: Distribución del valor del proyecto simulado Fuente: Elaboración propia	20
Gráfico 2: Resultados de indicador TIR mediante método alternativo Fuente: Elaboración propia	21
Gráfico 3: Resultados simulación del valor del proyecto con método nuevo Fuente: Elaboración Propia	23
Gráfico 4: Simulación <i>Payback Period</i> Fuente: Elaboración propia	24
Gráfico 5: Distribución de la tasa interna de retorno simulada Fuente: Elaboración Propia.....	25
Gráfico 6: Sensibilidad a las correlaciones de las desviaciones estándar y los porcentajes de valor negativo Fuente: Elaboración propia.....	26
Gráfico 7: Comparación de tasas internas de retorno simuladas Fuente: Elaboración propia	27
Gráfico 8: Comparación de <i>Payback Period</i> simulados Fuente: Elaboración propia.....	28
Gráfico 9: Histograma de la tasa interna de retorno (III) Fuente: Elaboración propia.....	29
Gráfico 10: Sensibilidad a las correlaciones de las desviaciones estándar y los porcentajes de valor negativo Fuente: Elaboración propia.....	30
Gráfico 11: Comparación de desviaciones estándar simuladas Fuente: Elaboración propia	31
Gráfico 12: Comparación tasas internas de retorno obtenidas en la simulación Fuente: Elaboración propia	32

I- Introducción

En el mundo de las finanzas, las preguntas fundamentales son: “¿Cuánto debería pagar por esto?” o “¿Cuál es el valor de algo?” Para lograr responder adecuadamente dichas preguntas y determinar el valor de un activo (proyecto), se calcula el valor presente de los flujos futuros (VAN). Para el descuento de los flujos futuros, se considera una tasa libre de riesgo para hacerse cargo del costo oportunidad del dinero y una prima por riesgo (que varía dependiendo del proyecto e industria) para hacerse cargo de la incertidumbre asociada al flujo.

Todo alumno que haya pasado por un curso introductorio a las finanzas domina el concepto de valor presente de flujos futuros. Además, es parte central de la mayoría de los libros de apoyo. Sin embargo, pocos son conscientes al momento de aplicarlo de las falencias que dicho método presenta. Como comentan Arturo Cifuentes y Ercos Valdivieso en “*Discounted Cash Flow Analysis: A new conceptual Framework*” [1], existe una serie de problemas que suelen pasarse por alto y que en definitiva llevan a serios errores en la evaluación de proyectos. Una falencia en particular, analizando el método desde un punto de vista filosófico, es que no se está atacando el problema real, debido a que la aproximación convencional al calcular el VAN, en vez de centrar sus esfuerzos en reducir la incertidumbre de los flujos (numerador), pone énfasis en determinar un WACC más adecuado (denominador). En otras palabras se está apuntando al blanco equivocado.

Por otro lado, en el método convencional, no se considera explícitamente correlación entre periodos. Es, al menos, razonable considerar que en ciertos proyectos existe correlación entre los flujos de un periodo y otro. Con la forma actual de evaluar proyectos, se supone a priori que los flujos no están correlacionados, perdiendo valiosa información al momento de realizar simulaciones. En “*A review and study of Project Investment cash flow correlations*” [2] Carmichael y Balatbat demuestran la utilidad (y mejor precisión) de considerar la correlación al momento de calcular el valor de un proyecto, en contraste con el caso en que se supone correlación 0.

En el presente trabajo, se presentarán y comentarán las falencias del método convencional. Se propondrá un nuevo método para la evaluación de proyectos que permita hacerse cargo de algunas de las falencias discutidas previamente. De ese modo, se pretende que se constituya como una herramienta útil para un tomador de decisiones al momento de determinar si llevar a cabo o no un proyecto. Posteriormente, mediante simulaciones, se buscará validar empíricamente el modelo propuesto con un proyecto en particular, caracterizando estadísticamente los flujos y obteniendo intervalos de confianza para el valor del proyecto(VAN), así mismo se encontrarán indicadores relevantes tales como *payback period* o TIR.

II- Antecedentes Generales

A grandes rasgos cuando se habla de valorización, se pueden distinguir dos escuelas de pensamiento. La primera, ampliamente apoyada y validada por economistas y libros de finanzas corporativas, consiste en estimar los flujos futuros y descontarlos con una tasa “apropiada”. La segunda escuela, acepta la naturaleza probabilística de los flujos futuros e intenta lidiar con ella de forma adecuada. A continuación se discuten brevemente ambos enfoques.

El primero enfoque tiene su origen en Dean (1951) [3] que en aquel entonces se basó en una analogía con la valorización de bonos. Sorpresivamente, los libros de texto en general, son ambiguos en cuanto a qué flujos deben ser usados en el numerador al usar este enfoque: ¿el valor esperado de los flujos? ¿Los valores de los flujos en un escenario pesimista? ¿O quizás el caso base? Independientemente de lo anterior es en el denominador, y para ser precisos, en torno a la tasa de descuento donde se centran la mayoría de las discusiones. Por ejemplo, Robichek y Meyers (1996) [4] reconocieron tempranamente algunos problemas conceptuales en el método en cuestión. Específicamente, apuntaron sus críticas a la (no obvia) suposición que es posible capturar en un solo “numero” dos efectos distintos: riesgo y valor tiempo del dinero (refiriéndose a la tasa de descuento). Fama (1996) [5] también expreso escepticismo con respecto a la precisión de este método cuando la tasa de descuento está basada en el modelo CAPM del primer periodo. Por otra parte, Fama incluso pone en duda los beneficios de este enfoque comparado con usar el simple “*Payback Period*”. Lewellen (1977) [6] también planteó varias dudas, aunque principalmente concentró sus objeciones en las dificultades que tiene el método para “acomodar” flujos con diferentes patrones de dispersión en torno a una media. Berry y Dyson (1980) [7] y Dyson y Berry (1983) [8] discuten algunas situaciones anómalas en las cuales las estimaciones de una “tasa de descuento apropiada” pueden terminar en valores menores que la tasa libre de riesgo. Cochrane (2010) [9] en línea con lo expresado anteriormente por Fama, mostró dudas con respecto a la posibilidad de estimar debidamente la correcta tasa de descuento. Otros autores como Halliwell (2000) [10], Cheremushkin(2009) [11], Creswell (1998) [12], Ariel (1998) [13] o Cifuentes y Valdivieso(2011) [1] han avanzado en criticas adicionales.

Como se mencionó anteriormente, al momento de valorizar un proyecto dado, el 1er enfoque calcula el valor presente utilizando una tasa de descuento “apropiada”: $R = R_f + \delta$ compuesta por la tasa libre de riesgo y una prima por riesgo. Expresando la fórmula para encontrar el valor presente y trabajando algebraicamente la misma se obtiene lo siguiente:

$$PV = \sum_{t=1}^N \frac{X_t}{(1 + R_f + \delta)^t} = \sum_{t=1}^N \frac{(1 + R_f)^t}{(1 + R_f + \delta)^t} \frac{X_t}{(1 + R_f)^t}$$

es decir,

$$PV = \sum_{t=1}^N \lambda^t \frac{X_t}{(1 + R_f)^t} \text{ donde } \lambda^t = \frac{(1 + R_f)^t}{(1 + R_f + \delta)^t} \quad \lambda \leq 1$$

De lo anterior podemos reducir el método estándar a 2 pasos. Primero traer el flujo futuro a presente mediante una tasa libre de riesgo y segundo reducir el valor del flujo descontado (debido a su incerteza) al multiplicarlo por λ^t .

Implícito en el método convencional se encuentran dos importantes suposiciones:

- 1) La incertidumbre asociada a los flujos futuros crece con el tiempo.
- 2) No solo crece con el tiempo, sino que lo hace específicamente de acuerdo al factor arriba expresado.

A partir de lo anterior y sumadas a las críticas de diversos autores a través de los años ya descritas en los párrafos anteriores podemos resaltar 5 “problemas” adicionales que tiene este enfoque:

- 1- No hay razón para creer que la incertidumbre sigue ese patrón, bien podría mantenerse, disminuir o crecer de otra forma en el tiempo.
- 2- El método convencional subestima los flujos negativos, al multiplicarlos por un factor menor a 1.
- 3- Particularmente problemático para proyectos donde la incertidumbre de los flujos es más o menos constante en el tiempo (misma media, varianza), ya que de todas formas castiga más los flujos más alejados en el tiempo.
- 4- El método convencional no trata la correlación entre los distintos periodos, ni siquiera la considera. No hay razón para dejar fuera del análisis a la misma. Existen muchos tipos de proyectos donde es razonable presumir que los *cash flows* si están correlacionados.
- 5- El método convencional intenta hacerse cargo de la incertidumbre en el “numerador” manipulando el “denominador”, es decir no ataca directamente al problema.

A pesar de los problemas anteriormente descritos, *discounted cash flow*, sigue siendo el método más utilizado en la mayoría de las industrias al momento de evaluar y determinar el valor de un proyecto.

El segundo enfoque para valorizar proyectos, que está basado en la idea de capturar la incertidumbre de los flujos futuros a través de sus medias y desviaciones estándares (en vez de ajustar la tasa de descuento) fue propuesto por primera vez por Hillier (1963) [14]. Fuller y Kim (1980) [15], Chen y Moore(1982) [16] y Kim et al. [17] discutieron de diferentes formas la manera en que variaciones en las correlaciones de los flujos afectan el cálculo del valor presente neto de los flujos futuros y su desviación estándar. Bussey and Stevens (1972) [18] presenta alguna orientación en cuanto a la

estimación de coeficientes de correlación, mientras que Johar et al. (2010) [19] aborda este tópico de forma más profunda.

Más recientemente, Kim y Reinschmidt (2012) [20], Chiu y Garza (2012) [21], Sarper et al. (2010) [22] y Tufekci y Young (2007) [23] han progresado a través del trato probabilístico a los flujos proponiendo un número de técnicas para algunos problemas de valorización específicos. Finalmente, Carmichael y Balatbat, en dos artículos (2008 y 2010) [2] [24], describen de excelente manera los aspectos claves pertenecientes al análisis probabilístico de los flujos descontados y proveen una completa revisión de la literatura relevante.

Si bien este segundo enfoque va en línea con lo que se pretende hacer en este trabajo, es decir caracterizar las variables de forma estocástica, éste no considera la correlación entre períodos y más aún, si bien es posible derivar fórmulas analíticas para el cálculo del valor presente neto de un proyecto y su desviación estándar, teniendo esperanzas, desviaciones estándares y correlaciones de los flujos (cómo se presenta más adelante). No es posible establecer una solución analítica para otros indicadores relevantes como la TIR o el *Payback Period* por lo que el método presentado en este trabajo contempla simulaciones que permiten validar las expresiones analíticas y además obtener estos otros indicadores relevantes.

El presente trabajo busca mediante el desarrollo de un nuevo método, hacerse cargo de algunas de las falencias nombradas anteriormente y entregar una herramienta que permita estimar de mejor forma el valor de un proyecto, proveyendo al tomador de decisiones más antecedentes que le permitan, decidir si realizar o no dicho proyecto. Dicho lo anterior se presentan a continuación los objetivos del presente trabajo

III- OBJETIVOS

- **Objetivo General**

Desarrollar un método alternativo de evaluación de proyectos, que caracterice estadísticamente los flujos tomando en cuenta su media, desviación estándar y correlación entre períodos. Posteriormente, validar empíricamente dicho método con un proyecto donde haya evidencia de correlación en los *cash flows*.

- **Objetivos Específicos**

- 1) Describir los *cash flows* estadísticamente, usando medias y desviaciones estándar, incorporando una matriz de correlaciones.

- 2) Obtener expresiones analíticas para esperanza y desviación estándar de un proyecto. Además generar un generador de números aleatorios correlacionados que permitan hacer una simulación.
- 3) Validar expresiones analíticas con una simulación.
- 4) Obtener otros indicadores, como TIR y *Payback* de un proyecto.
- 5) Identificar ventajas del modelo nuevo con respecto al convencional.

IV- MARCO CONCEPTUAL

IVa- Formulación del Problema

En términos generales el problema de valorización puede ser declarado de la siguiente manera. Sea X un vector que representa los flujos asociados a un proyecto, esto es $X' = (x_0, x_1, \dots, x_n)$ donde las componentes corresponden flujos equiespaciados en el tiempo (por simplicidad asumimos que el intervalo entre flujos es de una unidad de tiempo). Además se supone que X sigue una distribución multi-variable F , esto es, $X \sim F(\mu, C)$ donde μ denota el valor esperado de X ($\mu_i = E(x_i)$, para $i = 0, 1, \dots, n$) y C representa la correspondiente matriz de varianzas covarianzas de dimensiones $(n+1) \times (n+1)$.

Por conveniencia, para la mayoría de los análisis es preferible trabajar con la matriz de correlación, C_p , que es únicamente determinada una vez que se conoce C . Recordemos que C_p contiene 1's en toda su diagonal y fuera de la diagonal las componentes están determinadas de la siguiente manera $\rho_{i,j} = \frac{Cov(x_i, x_j)}{\sigma_i \sigma_j}$ donde σ_i y σ_j representan las desviaciones estándares respectivas.

Suponiendo ya estimados los valores de μ_i y σ_i (para $i=0,1,\dots, n$) y $Cov(x_i, x_j)$ (para $i,j= 0,1, \dots, n$ y $i \neq j$) el problema consiste en desarrollar un método para estimar el valor esperado y la desviación estándar de las métricas usuales, como son el valor presente neto (VPN), tasa interna de retorno (TIR) y el *Payback Period*.

Es importante resaltar que no es objeto de este trabajo determinar el vector de medias de los flujos, sus desviaciones estándares o la matriz de correlación. El presente trabajo busca desarrollar un método alternativo de evaluación de proyectos y mostrar la usabilidad y coherencia de los resultados suponiendo conocidas las variables anteriores. Cuando Markowitz desarrollo en 1952 su teoría de portafolio, la misma consideraba los retornos de los activos como variables estocásticas que además tenían una correlación entre sí. Markowitz al desarrollar y probar su teoría no se preocupó del vector de retornos ni sus desviaciones estándares ni correlaciones, él desarrolló un método donde suponiendo que un analista es capaz de encontrar las variables recién dichas, el método funciona. Análogamente en el presente trabajo se presenta un

método que suponiendo conocidas las medias de los flujos, las desviaciones estándares y matrices de correlación entrega la valorización de un proyecto.

IVb- Conceptos utilizados en el trabajo

A continuación se explicarán ciertos conceptos que serán utilizados para el desarrollo del trabajo y que además son necesarios para la comprensión del mismo.

VAN (Valor Actual Neto): Para determinar un valor o precio de cierto proyecto se utiliza comúnmente el valor actual neto. Éste corresponde a el descuento de flujos futuros. Esta idea proviene del concepto de costo/oportunidad del dinero. Dado que un peso hoy no tiene el mismo valor que un peso mañana, es necesario “traer al presente” los flujos futuros para poder sumarlos y encontrar el valor actual de lo que se esté calculando. Analíticamente, se representa de la siguiente forma [25]:

$$VAN = \sum_{t=1}^N \frac{V_t}{(1+k)^t} - I_0$$

Donde V_t corresponde a los flujos en cada periodo t . I_0 representa la inversión inicial y finalmente k representa la tasa de interés a la que se descuentan los flujos. Si el proyecto no tiene incertidumbre se tomará $k = r_f$, es decir, una tasa libre de riesgo. En el caso en que el proyecto si posea un riesgo asociado, se utiliza k distinto de r_f , en particular mayor ya que $k = r_f + \delta$. Donde delta es una prima por riesgo.

WACC (Weighted average cost of capital): El promedio ponderado del coste de capital (por sus siglas en español), corresponde a la tasa de descuento a la cual se debe descontar los flujos para valorizar una empresa. Dicha tasa va a depender de la forma en la que este financiado el proyecto, la industria y la incertidumbre asociada, pero simplificando su escritura queda representada por la siguiente ecuación, ya conocida:

$$k = r_f + \delta [25]$$

Simulación de Montecarlo: El método de Montecarlo, genera números aleatorios con una media y desviación estándar determinada. Eventualmente, si se genera una cantidad de números importante y los graficamos se podrá ver como dichos números aleatorios se aproximan a una campana. Para efectos de la evaluación de proyectos y el VAN, se utiliza para simular distintos flujos, descritos por medias y desviaciones estándares, de modo de hacer un análisis de sensibilidad más completo.

Tasa libre de riesgo: En ingles *risk free rate*, es la tasa a la que se descuentan flujos que no poseen incertidumbre, de modo que solo representa el costo/oportunidad de tener un peso hoy versus un peso mañana. Usualmente, se utiliza como tasa libre de riesgo, las tasas de depósitos a plazo.

Payback period: El indicador Payback en la evaluación de proyectos representa el periodo medido en tiempo, en el cual se recupera una inversión. Es un indicador útil para los tomadores de decisiones, ya que permite discriminar entre distintos proyectos dependiendo de los perfiles de cada inversionista.

TIR: La tasa interna de retorno es en palabras sencillas, la tasa de descuento a la cual el valor de cierto proyecto descontado sería 0. Es decir, la tasa promedio mínima que debería rentar un proyecto para que tenga utilidades.

Factorización de Cholesky: La factorización de Cholesky es cuando teniendo una matriz simétrica definida positiva se descompone como el producto de una matriz triangular inferior y la traspuesta de dicha matriz triangular inferior. Dentro de los variados usos que existen para esta descomposición, es posible utilizarla para simular sistemas con variables múltiples correlacionadas.

Caracterización estocástica de flujos: Como parte del trabajo es necesaria la caracterización estocástica de los flujos. Esto es describir el resultado de cada periodo con medias, desviaciones estándar y matriz de correlación inter-temporal. Una vez considerando dichos datos como datos es que se procede al análisis y simulación para determinar intervalos de confianza de los diferentes resultados.

Gaussian Copula: En probabilidades y estadística, una cópula es un tipo de función de distribución. Normalmente, son utilizadas para describir la dependencia entre variable aleatorias. Son diversos los campos en los cuales se han aplicado copulas para resolver diversos problemas, tales como ingeniería civil, medicina o meteorología. No obstante, el campo en el que han sido más utilizadas es en las finanzas cuantitativas, en particular, en manejo de riesgo. Existen varias familias de copulas y la *Gaussian Copula* es una de ellas. Las fórmulas que describen la copula y su función de densidad quedan descritas en las siguientes ecuaciones:

$$C_{\Sigma}^{Gauss}(u) = \Phi_{\Sigma} \left(\Phi^{-1}(u_1), \dots, \Phi^{-1}(u_d) \right)$$

$$f_{\Sigma}^{Gauss}(u) = \frac{1}{\sqrt{\det \Sigma}} \exp \left(-\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \Phi^{-1}(u_1) \\ \vdots \\ \Phi^{-1}(u_d) \end{pmatrix}^T \cdot (\Sigma^{-1} - \mathbf{I}) \cdot \begin{pmatrix} \Phi^{-1}(u_1) \\ \vdots \\ \Phi^{-1}(u_d) \end{pmatrix} \right)$$

Donde Σ es la matriz de correlaciones; \mathbf{I} es la matriz de identidad; Φ es la función de distribución acumulada inversa de una normal y Φ_{Σ} función de distribución acumulada de una distribución normal multivariada con vector de medias cero y matriz de covarianza igual a la matriz de correlación. La cópula gaussiana se puede utilizar para la simulación, de modo de poder generar vectores de números aleatorios pero manteniendo la correlación que se necesita.

La copula gaussiana ha sido usada exitosamente en otro tipo de aplicaciones, en las cuales se necesita generar vectores aleatorios de acuerdo a una matriz de correlaciones especificada con anterioridad, no obstante hasta donde se ha podido

investigar, nunca ha sido utilizada para problemas de valorización de proyectos (Esto es, generar flujos que tengan una correlación deseada, como así también la media necesitada y la desviación estándar deseada).

IVc- Alcances y resultados esperados

Es importante considerar que el presente trabajo considera el desarrollo del método y la validación empírica con un proyecto en particular. Se espera determinar si en este caso en particular el modelo propuesto posee ventajas con respecto al convencional. Por otra parte, el trabajo no comprende un análisis de la robustez del método ni la replicabilidad del mismo en distintos tipos de proyectos. Lo anterior se dejará propuesto para investigaciones futuras. Así también, si bien en el presente trabajo se empleará una matriz de correlaciones razonable para los casos particulares, queda para investigaciones futuras estudiar de qué forma determinar más fidedignamente dicha matriz de correlaciones.

Como resultados del trabajo se espera obtener expresiones analíticas que permitan incluir correlaciones inter-temporales en la evaluación de proyectos. Se espera determinar numéricamente el valor de un proyecto utilizando dichas expresiones y validarlas comparando el resultado con simulaciones. Luego teniendo estos resultados se utilizara el método convencional para el mismo proyecto y se compararan los resultados.

Se pretende una vez caracterizados los flujos estocásticamente y tomando estas caracterizaciones como dato hacer análisis de sensibilidad y determinar intervalos de confianza para cada uno de los criterios de evaluación de proyecto que se calculen.

Se espera que los resultados obtenidos con el nuevo método se aproximen más al valor real de los proyectos que aquel obtenido con el método convencional. De esta forma se podrán identificar ventajas del modelo nuevo.

V- DESARROLLO DEL MÉTODO CONSIDERANDO CORRELACION INTER-TEMPORAL

Va- Obtención de Expresiones Analíticas

El flujo neto en un periodo determinado, proviene de sumar y restar distintos componentes ya sea relacionado a ingresos o a costos. Presentando lo anterior de forma gráfica al igual que Wagle en [30] el flujo X en cualquier periodo puede ser descrito de la siguiente forma:

$$X_j = Y_{j1} + Y_{j2} + \dots + Y_{jN}$$

Donde Y_{jN} es el flujo en el período j aportado por la componente N.

Carmichael y Balatbat en [2] estudian la correlación intra-temporal de un flujo. Argumentando que puede existir alguna correlación entre los componentes del flujo en un mismo periodo. En dicho *paper* presentan las siguientes expresiones para flujos intra-temporalmente correlacionados en un periodo en particular:

$$E[X_j] = \sum_{k=1}^m E[Y_{ik}]$$

$$Var[X_j] = \sum_{k=1}^m Y_{ik} + \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{l=k+1}^m Cov[Y_{ik}, Y_{il}]$$

Dónde se tiene que Y_{ik} es la componente k del flujo total en el período i. A partir del desarrollo presentado en el trabajo de Carmichael y Balatbat, podemos análogamente determinar las mismas expresiones pero para flujos inter-temporalmente correlacionados. De hecho si ahora denominamos a X como Valor del Proyecto, Y_i flujo en el período i y además incorporamos costo oportunidad del dinero descontando los flujos con tasa libre de riesgo (r_f), las expresiones para la varianza y esperanza del valor de un proyecto considerando correlación entre períodos queda de la siguiente forma (Hillier 1963; Wagle 1967; Canada and White 1980) [30] [14] [31]:

$$E[X = VP] = \sum_{k=1}^n \frac{E[Y_i]}{(1 + r_f)^i}$$

$$Var[VP] = \sum_{i=0}^n \frac{Var(Y_i)}{(1 + r_f)^{2i}} + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{Cov[Y_i, Y_j]}{(1 + r_f)^{i+j}}$$

Alternativamente podemos escribir la varianza como función de ρ_{ij} , donde ρ_{ij} representa el coeficiente de correlación inter-temporal entre el flujo del periodo i y el flujo del periodo j.

$$Var[VP] = \sum_{i=0}^n \frac{Var(Y_i)}{(1 + r_f)^{2i}} + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\rho_{ij} * \sqrt{Var[X_i]} * \sqrt{Var[X_j]}}{(1 + r_f)^{i+j}}$$

Si consideráramos que los flujos no están correlacionados (como lo hace el método convencional) la varianza del Valor Presente de un proyecto quedaría:

$$Var[VP] = \sum_{i=0}^n \frac{Var(Y_i)}{(1 + r_f)^{2i}}$$

De las ecuaciones recién planteadas se puede ver la importancia que tiene la correlación al momento de caracterizar estadísticamente los flujos del Valor Presente del proyecto y como consecuencia de lo anterior la importancia que puede tener al momento de establecer los riesgos de una inversión.

No obstante se obtuvieron expresiones analíticas para la esperanza y varianza del valor de un proyecto considerando la correlación entre períodos, no es posible encontrar expresiones analíticas de otros indicadores relevantes como la tasa interna de retorno o el *payback period*, así mismo si nos quedásemos solo en éstas expresiones tampoco podríamos obtener información sobre las distribuciones de los distintos indicadores ni intervalos de confianza. Es por esto que el método continúa con la generación de vectores aleatorios, de medias con las desviaciones estándares y correlaciones requeridas.

Vb- Programación de Generador de Vectores Aleatorios Correlacionados

Para poder calcular empíricamente el valor presente de un proyecto considerando la correlación inter-temporal de sus flujos, se tuvo que programar un generador de números aleatorios que considere la correlación entre períodos. Lo anterior es fundamental para poder realizar una simulación de Monte Carlo y ver como varía el valor del proyecto cambiando parámetros como las mismas correlaciones. La programación se hizo en matlab y se utilizó Excel.

El objetivo de la programación es generar un vector de números aleatorios de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

en donde cada componente X_i esta descrita por su media y su desviación estándar y corresponde al flujo del proyecto en el período i , además dicho vector debe tener “impresa” la correlación que se establezca en la matriz de correlaciones.

A continuación basado en el trabajo de Haugh (2010) [26], Schmidt (2006) [27] y Embrechts et al. (2003) [28] se presenta como utilizando la copula gaussiana y la factorización de Cholesky se puede obtener un generador de números aleatorios correlacionados.

En el caso general (cuando no se hace ninguna suposición con respecto a la distribuciones marginales de los flujos, es decir de los x_i ($i= 0,1,\dots,n$) los pasos a seguir son los siguientes:

- 0) Encontrar la descomposición de Cholesky the la matriz de correlación, esto es, encontrar L tal que, $C_p = L * L'$ (factorización que se puede hacer fácilmente en cualquier software matemático como Matlab).

- 1) Generar $Y' = (y_0, y_1, \dots, y_n)$ donde los distintos y_i son variables aleatorias iid $N(0,1)$.
- 2) Calcular Z tal que $Z = L*Y$
- 3) Sea ϕ la función de distribución acumulada de una distribución normal estándar; determinar el vector $U' = (u_0, u_1, \dots, u_n)$ con $u_i = \phi(z_i)$ para $i = 0, 1, \dots, n$, en consecuencia $0 \leq u_i \leq 1$
- 4) Determinar X, el vector de números aleatorios correlacionados, usando $x_i = \mu_i + \sigma_i * F^{-1}(u_i)$ para $i=0, 1, \dots, n$. Notar que F^{-1} representa la inversa de la función de distribución acumulada de la distribución marginal deseada.

Repitiendo los pasos 1 al 4 el número de veces que se desee, se puede generar una cantidad suficiente de vectores de flujos con la correlación, media y desviación estándar, que permitan hacer una simulación.

Ahora bien, si asumimos que todas las distribuciones marginales son idénticas e iguales a una distribución normal (como es nuestro caso) entonces $F_i = \phi$ para todo i , es decir se supone que $X \sim MN(\mu, C)$.

Dicho lo anterior, los pasos recién descritos se simplifican quedando lo siguiente:

- 0) Encontrar la descomposición de Cholesky de la matriz de correlaciones, esto es, encontrar L tal que $C_p = L * L'$
- 1) Generar $Y' = (y_0, y_1, \dots, y_n)$ donde los distintos y_i son variables aleatorias iid $N(0,1)$.
- 2) Calcular Z tal que $Z = L*Y$
- 3) Determinar X, el vector deseado, usando $x_i = \mu_i + \sigma_i * z_i$ para $i=0, 1, \dots, n$.

Repitiendo los pasos del 1 al 3 las veces que sean necesarias se obtienen vectores de variables aleatorias correlacionadas con la media y desviación estándar deseadas.

Vc- Descripción de las matrices de correlación

Las matrices de correlación, son matrices simétricas conformadas por n filas y n columnas que se utilizan para caracterizar la relación o el comportamiento que puede existir entre dos o más variables. Se le llama matriz simétrica a toda matriz que cumpla lo siguiente $a_{i,j} = a_{j,i}$. Las matrices de correlación las podemos escribir en forma general de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \rho_{nn} \\ \vdots & 1 & & & & \vdots \\ & & \ddots & & & \\ \vdots & & & \rho_{ij} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots & \ddots & \\ \vdots & \rho_{ji} & & 1 & & \vdots \\ \rho_{nn} & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 \end{pmatrix}_{n \times n}$$

Dónde se tiene que $\rho_{i,j}$ es el coeficiente simple de correlación lineal entre la variables aleatoria i y la variable aleatoria j. ρ puede tomar cualquier valor dentro del intervalo [-1,1]. Este valor depende de la covarianza entre las variables y la desviación estándar (σ) de éstas, de la siguiente forma:

$$\rho_{i,j} = \frac{Cov(x_i, x_j)}{\sigma_i * \sigma_j}$$

Para efectos de este trabajo, se requiere construir una matriz de 47x47, ya que el mismo contempla 46 periodos más un valor residual. Si bien en este trabajo se pretende considerar la correlación inter-temporal, al contrario del método convencional, para efectos prácticos de simulación solo consideraremos la existencia de correlación para dos periodos posteriores y anteriores. Es decir el flujo X_i estará correlacionado con los flujos X_{i-1}, X_{i-2} y X_{i+1}, X_{i+2} . Además es razonable pensar que el efecto de correlación se irá disminuyendo a medida que los flujos estén separados, siempre y cuando no haya un evento particular como por ejemplo una estacionalidad muy fuerte. En ésta investigación iremos cambiando los parámetros de la matriz analizando el comportamiento del valor del proyecto con dichos cambios, efectos que será posible ver aunque se consideren solo las correlaciones antes señaladas.

Para efectos de este trabajo se considerarán 2 parámetros distintos como coeficiente de correlación entre periodos. El primero para todos los flujos con respecto a su inmediato flujo siguiente o anterior, y el segundo para el flujo sub-siguiente o el anterior. Denominado dichos coeficientes como ρ_1 y ρ_2 . El resto de los coeficientes de correlación se considerarán nulos. Por lo tanto, la matriz quedaría de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} 1 & \cdot & \cdot & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \rho_1 \rho_2 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \rho_1 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \rho_2 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \cdot & \cdot & 1 \end{pmatrix}_{n \times n}$$

Además dado que el proyecto posee dos etapas muy bien definidas y distintas entre si, la construcción y la fase operacional, se podrá también hacer una distinción entre ellas entregando distintos coeficientes de correlación para estos 2 grandes bloques. Dichas distinción también es valiosa realizarla al momento de estimar las desviaciones e estándares de los periodos, ya que la misma no tiene por qué mantener el mismo coeficiente.

Vale la pena destacar que en ningún caso el presente trabajo busca ni tiene como objetivo determinar una matriz de correlaciones exacta ni ideal para el proyecto que se está viendo. Por el contrario y al igual que cuando Markowitz desarrollo su teoría

de portafolio, ésta memoria toma como conocida tanto la matriz de correlaciones como las desviaciones estándares y propone un método alternativo al Discounted Cash Flow convencional.

Con lo descrito anteriormente queda definido un modelo que permite, una vez teniendo un vector con las medias de los flujos de un proyecto y su desviación estándar, calcular cualquiera de las métricas relevantes ya mencionadas. Proporcionando información valiosa al tomador de decisiones.

VI- EJEMPLO DE APLICACIÓN

Se realizó un proceso de selección de proyectos tomando en cuenta información disponible, tipo de proyecto y evidencia de correlación inter-temporal, entre otros aspectos. Revisando data e investigando más de 20 proyectos distintos. A continuación se presentará una breve descripción del proyecto seleccionado y una descripción de sus flujos para poner en práctica el método alternativo de evaluación de proyectos. Una descripción más profunda del proyecto y la evaluación completa se puede encontrar en el informe del Ministerio de Obras Públicas, “Evaluación Social Puente sobre el canal de Chacao Mayo 2012” [29]

Es importante recalcar que la evaluación que se presentará en el presente informe no es del proyecto en solitario, sino que se evalúa el proyecto con respecto a la alternativa existente. En términos prácticos los flujos son una resta entre la nueva opción y la existente (los transbordadores). De lo anterior se desprende la interpretación al resultado, si éste es mayor a 0 significa que es conveniente realizar el proyecto con respecto a seguir con lo que se tiene en este momento. Por el contrario si el resultado es negativo, conviene mantener el sistema de transbordadores existente.

Via- Descripción del proyecto

Construcción de Puente sobre el canal de Chacao [29]

El proyecto seleccionado corresponde a la construcción de un puente sobre el canal de Chacao, que una la isla grande de Chiloé con la masa continental chilena. Actualmente la isla grande, se encuentra conectada con el territorio continental mediante un sistema de transbordadores privados, que durante todo el año recorren los 2,5 km que separan al territorio insular del continente. Naturalmente si bien este servicio funciona todo el año, se ve interrumpido en ciertas ocasiones por condiciones climáticas y de mareas que esporádicamente impiden realizar de manera segura el cruce del canal.

El proyecto en cuestión ha tenido gran exposición pública y atención de la prensa debido a la alta inversión que debe realizarse. No obstante, los partidarios de la realización del mismo, remarcan que dicha conexión permitirá no solo mejora la calidad

de vida de los habitantes de la isla, disminuyendo de manera drástica los tiempos de transporte entre la isla y las ciudades en el continente sino que también tendrá una incidencia directa en el desarrollo de nuevas actividades económicas, educacionales así como también acercará el acceso a la salud a los turistas y al intercambio sociocultural.

El proyecto en cuestión contempla la construcción y el diseño de un puente que cruce el Canal de Chacao, dotando de conexión permanente a la Isla de Chiloé con el continente, logrando una plena conectividad con la Ruta 5, autopista que recorre el país de norte a sur.

Si bien el puente es la obra principal del proyecto, siendo una estructura continua de 2.634 metros de longitud, también es parte del proyecto los tramos de acceso al puente y la conexión con la ya mencionada Ruta 5. La longitud total de las obras es cercana a los 16 kilómetros y medio, el detalle es el siguiente:

Partes del Proyecto	Longitud (m)
Acceso Norte	7.839
Puente Chacao	2.634
Acceso Sur	5.907

Tabla 1: Longitudes tramos de la obra [4]
Fuente: Evaluación Social Puente sobre el Canal de Chacao

Vlb- Descripción de los flujos

Como se explicó anteriormente el proyecto a evaluar es la comparación entre la construcción del Puente Chacao o la continuación de la operación actual de transbordadores. De lo anterior resulta necesario definir o listar los ítems que significarán beneficios y costos del proyecto. La siguiente tabla resume lo anterior:

Fuentes de Beneficios	Fuentes de Costos
<ul style="list-style-type: none"> - Reducción de los tiempos de viaje de las personas que cruzan el canal - Reducciones de los consumos de combustible de vehículos y transbordadores - Ahorros por concepto de costos de operación y mantención de transbordadores e infraestructura naviera 	<ul style="list-style-type: none"> - Inversión y Mantención del Puente, vías de acceso e infraestructuras anexas. - Aumento de los costos de operación y mantención de los vehículos que circularán sobre la nueva infraestructura

Tabla 2: Fuentes de beneficios y costos
Fuente: Evaluación Social Puente sobre el Canal de Chacao

Los parámetros sobre los cuales se realizan los cálculos son los siguientes:

- El horizonte de evaluación es 45 años, los 5 primeros son de construcción y los 40 restantes corresponden a la operación.
- El valor residual de la inversión se estima en 70% de la inversión en el puente y accesos
- El año base para la estimación del flujo vehicular es el 2011, con un flujo de 1.808 vehículos, desglosados en la siguiente tabla:

Vehículos Livianos	Buses	Camiones	TOTAL
1.124	118	566	1.808

Tabla 3: Flujo vehicular en el Canal Chaco, año 2011
Fuente: Directemar

A modo de resumen para determinar los flujos de cada período se consideran las inversiones y construcción, flujo vehicular consumo de combustible, desgaste de los vehículos, mantenciones tanto de puente como de transbordadores e infraestructura marina, costos de operación y consumo de tiempo. Vale la pena destacar que no se consideran flujos positivos en la evaluación. Ya que se toma en cuenta que el valor de un potencial peaje sería el mismo que el actual precio del transbordador, por lo que al hacer el diferencial de ambos casos dichos términos se restan. En los anexos se encuentran las tablas con el detalle de los distintos ítems mencionados anteriormente hasta el fin del horizonte de tiempo de evaluación.

Para la estimación de demanda de flujo vehicular se correlacionaron flujos históricos de vehículos sobre el canal de Chacao(TMDA), obteniendo los datos de DIRECTEMAR (Dirección General del Territorio Marítimo y Marina Mercante), con el PIB de Chile usando el modelo descrito a continuación:

$$\log(TMDA)_{(t)} = \alpha_0 + \alpha_1 * \log(PIB)_{(t)} + e_{(t)}$$

Así mismo para la estimación del crecimiento del PIB nacional se intentó reflejar los ciclos económicos asumiendo que sigue un proceso ARMA (1,1), es decir el crecimiento del PIB sigue un proceso de la siguiente forma:

$$Y_{(t)} = \beta + \alpha * Y_{(t-1)} + \delta * e_{(t-1)} + e_{(t)}$$

Si obviamos los potenciales shocks que puedan haber el resultado del modelo anterior indica que el crecimiento del PIB nacional será cercano a un 4,422% anual. Por lo tanto para la evaluación se considera que el crecimiento del producto interno bruto en los próximos 25 años será de 4,422% anual y en los restantes 20 años, adoptando un criterio conservador, se reduce a la mitad. El detalle de las estimaciones y resultados anteriores se encuentra en el informe del Ministerio de Obras Públicas [29].

Los principales componentes que afectan la evaluación son las inversiones y el ahorro de tiempo. Vale la pena destacar que las inversiones no son solo aquellas necesarias para construir el puente, sino que también hay inversiones contempladas en el caso base, tales como renovación de transbordadores una vez terminada su vida útil o construcción de muelles en el momento que la demanda así lo justifique.

Además de la importante inversión inicial la componente que más peso tiene en la evaluación es el ahorro de tiempo que trae consigo la construcción del puente. Éste ahorro se genera por la diferencia entre el tránsito en un potencial puente comparado con el caso existente hasta ahora, el cruce en transbordador. Para valorizar este ahorro de tiempo de las personas se utiliza el valor del tiempo social por tipo de vehículo que resumimos en la tabla a continuación:

Tipo de Vehículo	Tiempo (\$/h/veh)
Automóvil	7.289
Camioneta	9.927
Camión 2 ejes	4.938
Camión + 2 ejes	4.938
Buses	40.881

Tabla 4: Valor tiempo social por tipo de vehículo
Fuente: Ministerio de Desarrollo Social

Vlc- Evaluación del Proyecto mediante el método convencional

Para la evaluación según el método convencional se utilizó un horizonte de 45 periodos más un último periodo que corresponde al valor residual. Los 7 primeros años comprenden la etapa de inversión y construcción del puente y accesos, los posteriores 38 son de operación. La tasa social de descuento ocupada en la evaluación es de un 6%, dicha tasa está dada por el Ministerio de Desarrollo Social en mayo del 2012.

En la tabla que se muestra a continuación, se simplifica en 5 ítems, todos los descritos tanto en el ítem anterior como otros que puedan haber quedado sin mencionar pero que sí se consideran en la evaluación del Ministerio de Obras Públicas. Se aprecia también que la última columna corresponde al flujo total del año que se esté considerando

Año	Inversión [UF]	Mantenición [UF]	Tiempo [UF]	Combustible [UF]	Operación [UF]	Flujo Total [UF]
2012	-71.426					-71.426
2013	-491.945					-491.945
2014	-3.195.209					-3.195.209
2015	-3.274.476					-3.274.476
2016	-2.705.002					-2.705.002
2017	-3.843.950	0	0	0	0	-3.843.950
2018	-1.708.422	0	0	0	0	-1.708.422
2019	631.853	4.187	231.943	106.147	13.428	987.558
2020	0	4.111	253.607	104.932	13.133	375.783
2021	315.926	4.031	278.944	103.663	12.825	715.390
2022	140.412	7.278	280.014	119.042	17.300	564.045
2023	0	-27.513	306.346	117.658	16.964	413.455
2024	0	7.100	337.752	116.213	16.614	477.679
2025	140.412	571.931	340.876	131.408	21.043	1.205.669
2026	0	-120.208	374.420	129.832	20.661	404.705
2027	0	10.082	414.302	128.187	20.262	572.833
2028	140.412	-299.339	419.198	143.173	24.641	428.085
2029	0	13.139	463.294	141.379	24.206	642.018
2030	140.412	16.300	472.578	156.209	28.548	814.047
2031	631.853	86.383	522.255	154.253	28.073	1.422.817
2032	140.412	19.431	535.860	168.914	32.373	896.991
2033	0	-228.527	592.719	166.781	31.856	562.830
2034	140.412	-37.751	611.136	181.258	36.112	931.166
2035	140.412	25.568	634.672	195.636	40.343	1.036.631
2036	0	25.416	700.720	193.207	39.754	959.097
2037	140.412	98.820	700.975	208.643	44.242	1.193.092
2038	0	-284.058	742.518	207.347	43.928	709.735
2039	1.123.294	98.656	787.879	206.022	43.607	2.259.457
2040	315.926	28.365	803.521	221.498	43.278	1.412.588
2041	0	98.484	850.922	220.117	42.943	1.212.465
2042	0	-102.204	919.132	218.705	42.600	1.078.232
2043	315.926	63.600	925.162	234.101	42.249	1.581.038
2044	0	98.211	997.704	232.629	41.890	1.370.434
2045	0	27.910	1.076.619	231.125	41.524	1.377.178
2046	315.926	98.019	1.088.615	246.435	41.150	1.790.145
2047	0	27.714	1.173.417	244.866	40.767	1.486.764
2048	0	-48.581	1.264.684	243.263	40.376	1.499.742
2049	315.926	27.509	1.283.804	258.482	39.976	1.925.697
2050	0	54.973	1.382.904	256.811	39.567	1.734.255
2051	315.926	27.295	1.432.462	271.967	39.149	2.086.799
2052	0	27.185	1.517.085	270.224	38.722	1.853.216
2053	315.926	150.331	1.576.011	285.314	38.286	2.365.868
2054	0	26.956	1.694.729	283.497	37.840	2.043.022
2055	315.926	26.838	1.764.932	298.519	37.384	2.443.600
2056	0	184.680	1.867.597	296.625	36.918	2.385.821
2057	315.926	26.594	1.948.628	311.576	36.442	2.639.167
2058	8.957.479	-416.517	2.092.303	309.601	35.955	10.978.821

Tabla 5: Flujos del proyecto Puente Canal de Chacao
Fuente: Evaluación Social Puente sobre el Canal de Chacao

Para tomar la decisión de hacer o no el proyecto recién presentado se deben comparar los flujos positivos y los costos de la situación base con respecto a la situación con proyecto. Al calcular el Valor Presente Neto (VAN) con la tasa de descuento mencionada se obtiene el siguiente resultado:

$$\text{VAN}(6\%) = \text{UF } -1.446.828 \quad [29]$$

Es decir el proyecto no sería rentable con los datos dados. El método convencional no contempla ninguna otra información relevante para el tomador de decisiones. En el caso de el puente de Chacao, dicho indicador recién mostrado es el único considerado para decidir si proceder o no con el proyecto junto con la tasa interna de retorno. La TIR en este caso, con los flujos presentados en la tabla 5 es de un 5,40%.

A modo ilustrativo y de comparación si se analizara el mismo proyecto con la tasa libre de riesgo mencionada anteriormente (5,46%). El resultado sería el siguiente:

$$VAN(5,46\%)= UF -201.001$$

VII- APLICACIÓN DEL NUEVO MÉTODO

VIIa- Cálculo de la esperanza del Valor del Proyecto y su desviación Estándar

Se utilizan las expresiones analíticas obtenidas anteriormente para determinar el valor del proyecto y su desviación estándar. Este cálculo se hace no solo con el fin de evaluación del proyecto descrito anteriormente, sino que también y principalmente para poder validar las expresiones mencionadas, mediante la posterior simulación.

Para el cálculo del valor se tiene lo siguiente:

$$E[X = VP] = \sum_{k=1} \frac{E[Y_i]}{(1 + r_f)^i}$$

Para el cálculo de la varianza del valor del proyecto:

$$\text{Var}[VP] = \sum_{i=0}^n \frac{\text{Var}(Y_i)}{(1 + r_f)^{2i}} + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\rho_{ij} * \sqrt{\text{Var}[X_i]} * \sqrt{\text{Var}[X_j]}}{(1 + r_f)^{i+j}}$$

Dónde $r_f = 5,46$ obtenida del promedio del último mes de la tasa de los Bonos del Banco Central de Chile, en pesos a 10 años (BCP 10). Los valores de Y_i son los correspondientes a las estimaciones de cada uno de los flujos, realizadas en la "Evaluación Social Puente sobre el Canal de Chacao Mayo de 2012". La tabla 5 que resume dichos flujos se encuentra en el capítulo de evaluación mediante el método convencional.

Utilizaremos también como base la siguiente matriz de correlaciones, teniéndose $\rho_1 = 0,5$ y $\rho_2 = 0,1$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0,5 & 0,1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0,5 & 1 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0,1 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & 1 & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0,1 \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 1 & 0,5 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 0,1 & 0,5 & 1 \end{pmatrix}_{n \times n}$$

Para la estimación de la desviación estándar de cada período no se posee información, ya que en el informe del gobierno de Chile no se menciona. Dada esta situación se decidió basarse en el trabajo de Parsons o DOE, donde se discute sobre recomendaciones de valores para desviaciones estándares en los flujos de grandes proyectos según las etapas en las que se encuentran [32] [33]. En dichos trabajos se sitúa el parámetro en cuestión entre 5%-10% para la etapa de construcción y en torno a 10% para la operación.

Vale la pena mencionar, que sigma es otro de los parámetros que se variará para realizar análisis en esta investigación, pero para efectos de comprobar las expresiones analíticas utilizaremos $\sigma = 0,10 * \mu_i$.

Usando los datos mencionados se llega al siguiente resultado:

$$\begin{aligned} E[X = VP] &= UF - 201.001 \\ \text{Var}[VP] &= 699.407.419.282 \end{aligned}$$

VIIb- Cálculo del valor del proyecto con el método alternativo

Como ya se había mencionado, para el cálculo empírico del valor del proyecto se realizó una simulación de Montecarlo, dicha simulación no solo permite comprobar la veracidad de las expresiones analíticas, sino que también nos permite determinar intervalos de confianza y otros indicadores, siendo esto un aporte muy valioso al momento de medir la incidencia de la matriz de correlaciones en los posibles valores finales de un proyecto. En el presente trabajo se simuló 30.000 casos, mediante la programación de una herramienta de generación de número aleatorios, que no solo generaba variables aleatorias con una media y una varianza determinada, sino que también imprime la correlación deseada entre cada uno de los periodos.

Al igual que para el caso de las expresiones analíticas se utilizó una matriz de correlaciones cuyos parámetros eran los siguientes: $\rho_1 = 0,5$ y $\rho_2 = 0,1$. Además se consideró el vector de medias de los flujos entregado en el informe del gobierno y un factor del 10% para determinar la desviación estándar de cada período. Obteniéndose los siguientes resultados

$$\begin{aligned} E[X = VP] &= UF - 205.992 \\ \text{Var}[VP] &= 733.924.128.657 \end{aligned}$$

Considerando los resultados de las expresiones analíticas y comparándolos con el resultado empírico se encuentran que éstos difieren en un 2,48% para el caso de la esperanza y 4,93% en el caso de la varianza. Si consideramos que se trata de una simulación, dicha diferencia es razonable y por lo tanto se validan las expresiones analíticas.

En el siguiente gráfico podemos ver como el valor del proyecto sigue una distribución normal con la esperanza y varianza anteriormente señaladas:

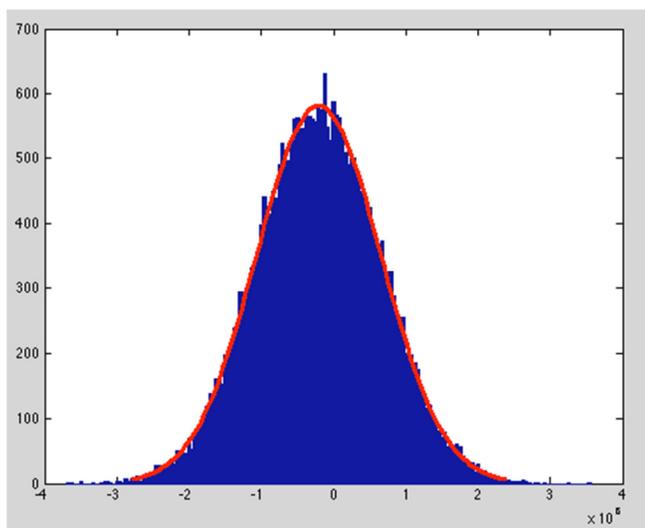


Gráfico 1: Distribución del valor del proyecto simulado
Fuente: Elaboración propia

Además como gracias a la simulación fue posible encontrar un intervalo de confianza para el valor presente neto del proyecto. Con un 95% de confianza, el valor de proyecto se encontrará en el siguiente intervalo:

VIIIc- Otros indicadores relevantes

Ya habiéndose simulado el valor del proyecto y pudiéndose ver la distribución del mismo, es importante conocer otros indicadores que apoyen las decisiones de aquellas personas encargadas de decidir si seguir adelante con un proyecto o no. A continuación se calcularán la tasa interna de retorno del proyecto y el *payback period* del mismo.

La tasa interna de retorno de un proyecto, representa la tasa de descuento a la cual la suma de los flujos descontados de dicho proyecto es 0. Dado que se simuló el proyecto 30.000 veces, es valioso no solo conocer el promedio de las distintas TIR sino que también los valores que adoptan en cada uno de los casos. A continuación se encuentran graficados los resultados:

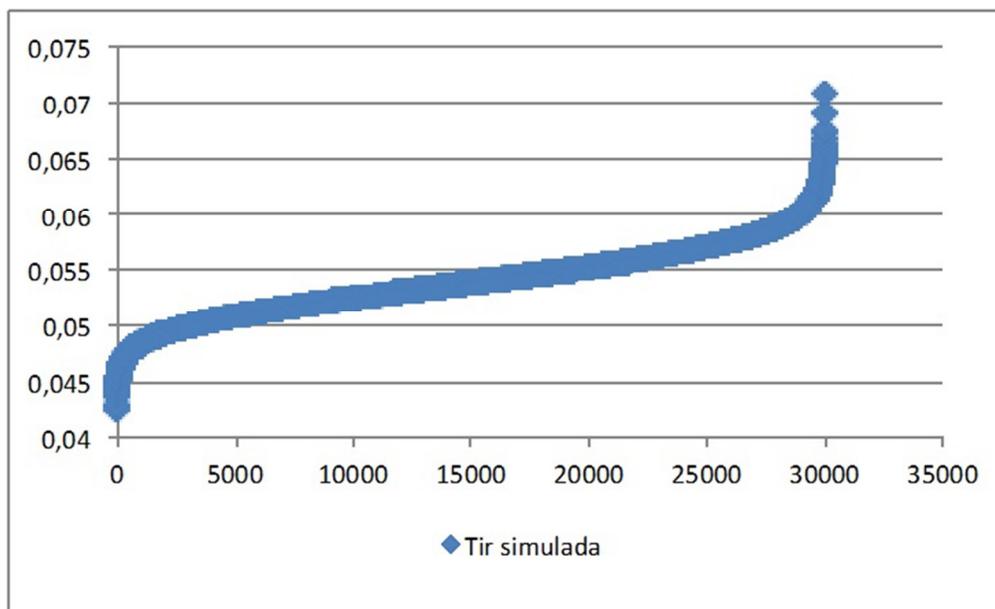


Gráfico 2: Resultados de indicador TIR mediante método alternativo
Fuente: Elaboración propia

Del gráfico anterior destacamos que el valor medio de la TIR es 5,39% y el intervalo de confianza para la tasa interna de retorno a 95 % es:

Dado que la esperanza del valor del proyecto es negativa, en promedio el *payback period* no tendría sentido, ya que nunca se recuperaría la inversión. No obstante si se toma en consideración que la simulación arroja un 60% de valores negativos, quiere decir que hay un 40% de casos en los que este indicador tiene sentido y por lo tanto es valioso para un tomador de decisiones.

Si se toman los casos cuyos valores de proyecto arrojan rentabilidad (40%) y calculamos el indicador para cada uno de ellos, encontramos que el promedio de éste es de 45,5 días. Es decir en los casos rentables, se necesita prácticamente todo el horizonte de evaluación para recuperar la inversión.

VIII- ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS

VIIIa- Análisis y comparación de los métodos

La primera comparación de resultados que se puede ver es la diferencia entre los valores esperados del proyecto, según ambos métodos. Dicha diferencia es más que esperable, ya que el valor esperado trabaja con esperanzas y lo único que cambia de un método al otro es la tasa de descuento, no influyendo la matriz de correlaciones. Por

lo tanto En este ámbito no se podría hacer una comparación ni análisis categórico ya se estarían viendo dos cosas que de por sí son distintas.

Para poder interpretar el resultado del nuevo método y tener una medida de comparación con el antiguo, debemos ver la dispersión de los valores presentes del proyecto, según las simulaciones. Es decir la diferencia en desviaciones estándares que se tienen entre métodos.

Consideremos como caso base y primer punto de comparación cuando tenemos una matriz de correlaciones con $\rho_1 = 0,5$ y $\rho_2 = 0,1$. Y una desviación estándar de 10% de cada uno de los flujos. En la siguiente tabla se compara el método convencional con el nuevo según los parámetros descritos, considerando VAN, desviación estándar TIR promedio, y el porcentaje de resultados del valor del proyecto negativo.

	Caso Convencional	Método nuevo
VAN	-1.446.828	-205.992
Desv. Est.	-	856.694
TIR	5,40%	5,39%
% VAN negativos	-	60%

Tabla 6: Comparación método convencional vs. Método nuevo
Fuente: Elaboración propia

De la tabla anterior se pueden analizar algunos resultados. El caso convencional considera una prima por riesgo al descontar flujos siendo esa la razón por la cual el valor descontado es tan distinto.

Es importante destacar que en el método convencional no se caracterizan estocásticamente los flujos ni se realizan simulaciones, por lo mismo no se tiene desviación estándar ni un porcentaje de simulación con casos rentables o no rentables.

En otras palabras, al utilizar una tasa de descuento que contiene una “prima por riesgo” y no ser honesto con la incertidumbre de los flujos, se pierde información que a priori podría ser útil para el inversionista. Con el método aquí propuesto, se aborda el problema real en la evaluación de un proyecto, siendo honestos con la incertidumbre de los flujos y tratando el problema de la forma más razonable disponible, es decir, caracterizando dichos flujos estocásticamente y trayéndolos a presente con la tasa libre de riesgo.

Haciendo el análisis anterior se consigue información valiosa, que se presenta en la tabla 6, por ejemplo si bien el valor del proyecto es negativo, dada la desviación estándar del mismo, existe un 40% de casos en los cuales el proyecto resulta rentable. Lo anterior queda reflejado en el siguiente intervalo de confianza:

Dependiendo del perfil del inversionista, dicha información puede cambiar el análisis de sobremanera. A continuación se puede ver graficados los resultados del valor de proyecto arrojados por la simulación:

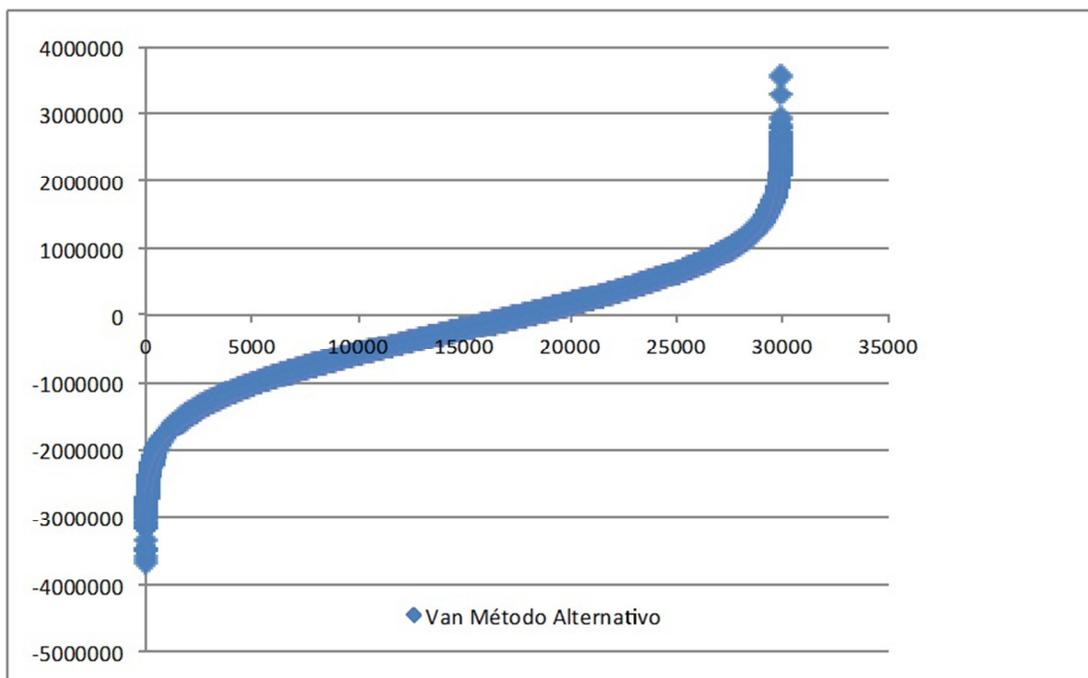


Gráfico 3: Resultados simulación del valor del proyecto con método nuevo
Fuente: Elaboración Propia

La diferencia que se pudo apreciar es en especial importante cuando se están viendo proyectos cuya decisión de inversión no es tan clara. No es lo mismo dar luz verde a un proyecto cuyas simulaciones arrojan un 60% de valorizaciones positivas, a dar luz verde a un proyecto donde éstas alcanzan solo el 50%.

Además se puede apreciar, tal como se esperaba que la desviación estándar del método nuevo es mayor que una eventual desviación estándar de un proyecto sin considerar la correlación, ya que éste es honesto con los flujos caracterizándolos estocásticamente y considerando que una correlación puede hacer que el valor futuro del proyecto tenga mayor volatilidad.

Analizado lo anterior, nace la duda de qué tanto puede cambiar la desviación estándar de un proyecto, cuando se mueve la matriz de correlaciones y qué tanto importa dicha matriz al momento de estimar el valor de un proyecto.

Otros puntos importantes a analizar son los factores relevantes calculados anteriormente. Si bien en el caso convencional el *payback period* no aplica debido a que el resultado es negativo, en la simulación del nuevo método sí es bueno tomarlo en cuenta y sí es información valiosa para el tomador de decisiones.

Como se dijo anteriormente en un 40% de las simulaciones el proyecto es rentable, por lo que es interesante conocer la distribución de dicho indicador. La misma se presenta de manera gráfica a continuación:

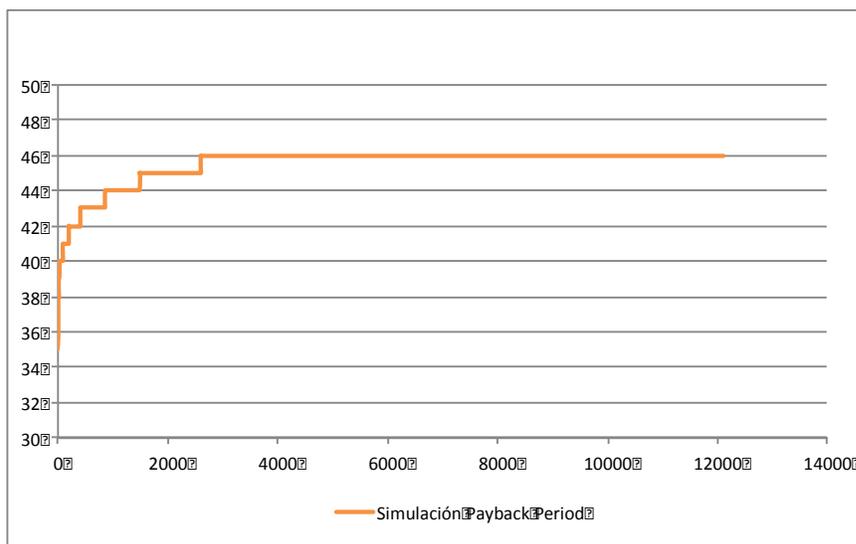


Gráfico 4: Simulación *Payback Period*
Fuente: Elaboración propia

Vemos del gráfico anterior, que la mayoría de los casos en los que el proyecto resulta rentable, logra serlo recién en el último periodo de evaluación.

Otro indicador que se calculó fue la tasa interna de retorno, que en promedio es la misma tanto para el método convencional como para el propuesto en este trabajo, dicha tasa se muestra a continuación, junto con su intervalo de confianza:

$$\text{TIR} = 5,39\%$$
$$\text{TIR}(95\%) = [4.80\% ; 6.06\%]$$

No obstante, con la simulación realizada se puede obtener más información relevante de la misma, cómo lo es su distribución, presentada en el siguiente gráfico:

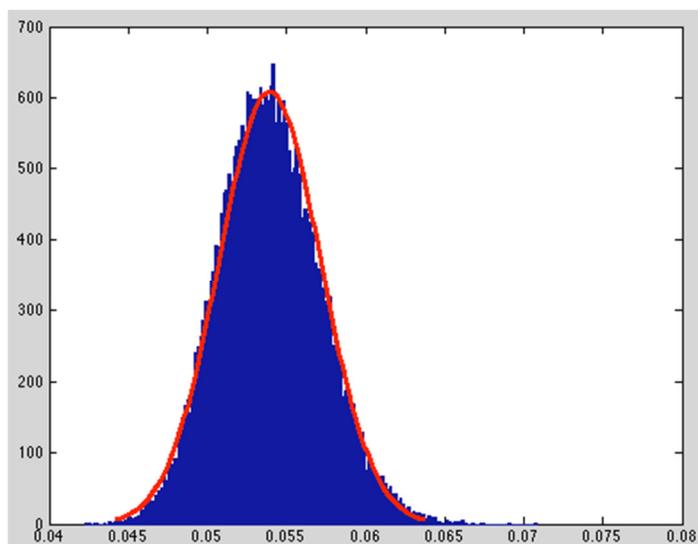


Gráfico 5: Distribución de la tasa interna de retorno simulada
Fuente: Elaboración Propia

Si bien la distribución se asemeja a una normal centrada en el promedio, no lo es. Para lo anterior se utilizó el test de Chi cuadrado y el test de Lilliefors, rechazando ambos la hipótesis nula (la hipótesis nula es que la distribución sigue una normal). Del gráfico anterior se puede ver que la distribución está levemente cargada a la izquierda en la parte alta de la misma.

VIIIb- Sensibilidad a las correlaciones

Para lo anterior se hizo un análisis de sensibilidad aumentando paulatinamente la correlación entre las variables, siempre manteniendo la estructura de la matriz que fue explicada en la correspondiente sección de este trabajo. En la siguiente tabla se resumen los cambios en la desviación estándar y en el porcentaje de resultados con rentabilidad negativa, conforme se aumentan λ y ρ .

Casos		Desv. Estándar	% Van negativo	Van (95%)	TIR (95%)
lambda	0,1	585.535	0,993	[-2.639.145 ; -338.313]	[4,96% ; 5,85%]
rho1	0				
rho2	0				
lambda	0,1	826.070	0,600	[-1.816.486 ; 1.414.712]	[4.82% ; 6.03%]
rho1	0,3				
rho2	0,2				
lambda	0,1	856.694	0,596	[-1.871.325 ; 1.476.347]	[4.80% ; 6.06%]
rho1	0,5				
rho2	0,1				

lambda	0,1				
rho1	0,4	893.331	0,589	[-1.946.150 ; 1.564.056,13]	[4.33% ; 5.73%]
rho2	0,3				
lambda	0,1				
rho1	0,6	957.346	0,582	[-2.062.788 ; 1.667.356]	[4.74% ; 6.15%]
rho2	0,3				

Tabla 7: Sensibilidad de la Desv.Estándar, % Van negativo e intervalos de confianza a cambios en correlación
Fuente: Elaboración propia

Como se puede apreciar, tal como indicaba la expresión analítica para la varianza, la desviación estándar crece junto con el aumento en la correlación del proyecto. Junto con lo anterior, se ve que el porcentaje de las simulaciones cuyo resultado era negativo disminuye acorde aumenta la correlación. Esto indica que a mayor correlación entre períodos, más dispersos son los posibles resultados del valor final del proyecto. La tabla anterior, puede interpretarse también a partir del siguiente gráfico:

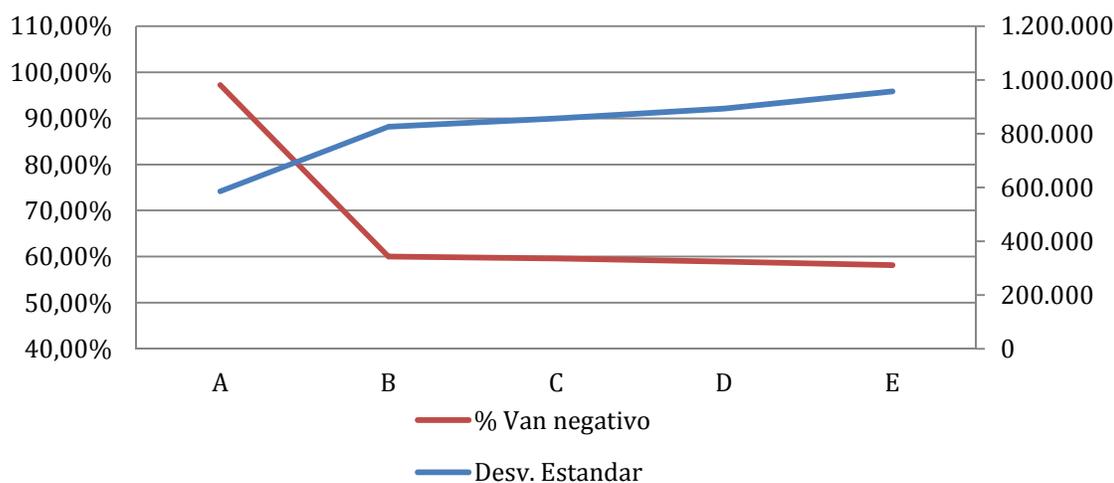


Gráfico 6: Sensibilidad a las correlaciones de las desviaciones estándar y los porcentajes de valor negativo
Fuente: Elaboración propia

Dónde A, B, C, D y E corresponden a los distintos casos de correlación en orden ascendente.

Si se analizan los resultados presentados, se ve que si existe una correlación entre períodos tanto la desviación estándar como el porcentaje de valores simulados del proyecto no rentables varían y de forma significativa. Como ya se mencionó no es objetivo de este trabajo determinar una matriz de correlaciones adecuada para este

proyecto, pero sí se puede ver que si se tiene dicha matriz los resultados pueden variar hasta en un 40% en el caso del porcentaje de resultados no rentables.

Consideremos un caso cuyo resultado sea el inverso al que aquí se presenta, es decir valor presente (método convencional) es positivo y además una simulación de Montecarlo arroja que de 30 mil escenarios distintos, ninguno arroja una situación de perdida. Es probable que el tomador de decisiones, opte por invertir y desarrollar el proyecto.

Ahora bien, si ese mismo tomador de decisiones, tuviese una matriz de correlaciones adecuada para el proyecto y lo somete al método aquí propuesto, podría encontrar que tanto la prima por riesgo como la no consideración de la matriz de correlaciones, escondían información de posibles valores presentes del proyecto. Como por ejemplo la diferencia de 40% vista anteriormente, (en sentido contrario, es decir 40% de simulaciones negativas) por lo que la toma de decisión no sería tan directa. Es decir el método aquí propuesto y aplicado entrega efectivamente mayor información a las personas que evalúan futuros proyectos.

Los otros indicadores pertinentes también se ven afectados al hacer el análisis de sensibilidad. A continuación se presentan 2 gráficos, donde se ven las variaciones en la TIR y en el *payback period* respectivamente:

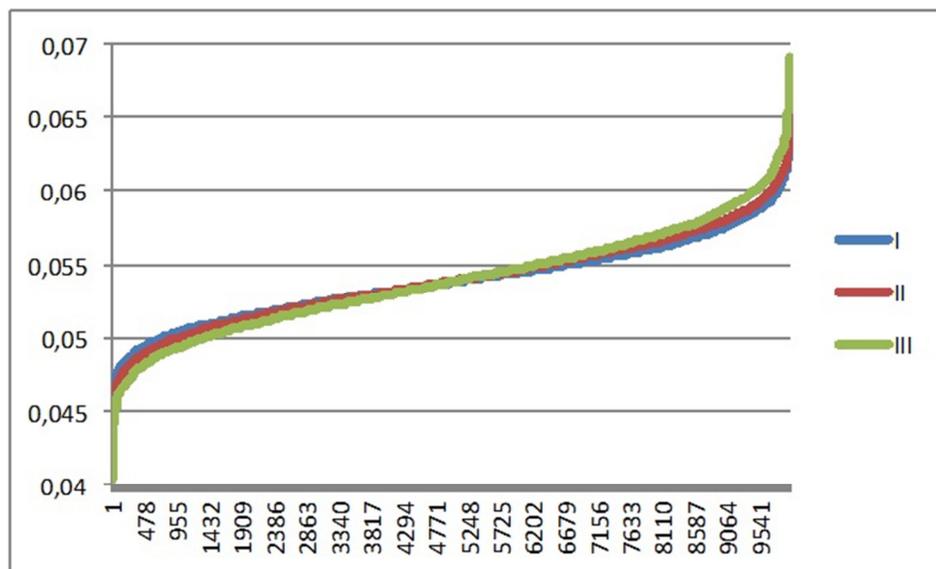


Gráfico 7: Comparación de tasas internas de retorno simuladas
Fuente: Elaboración propia

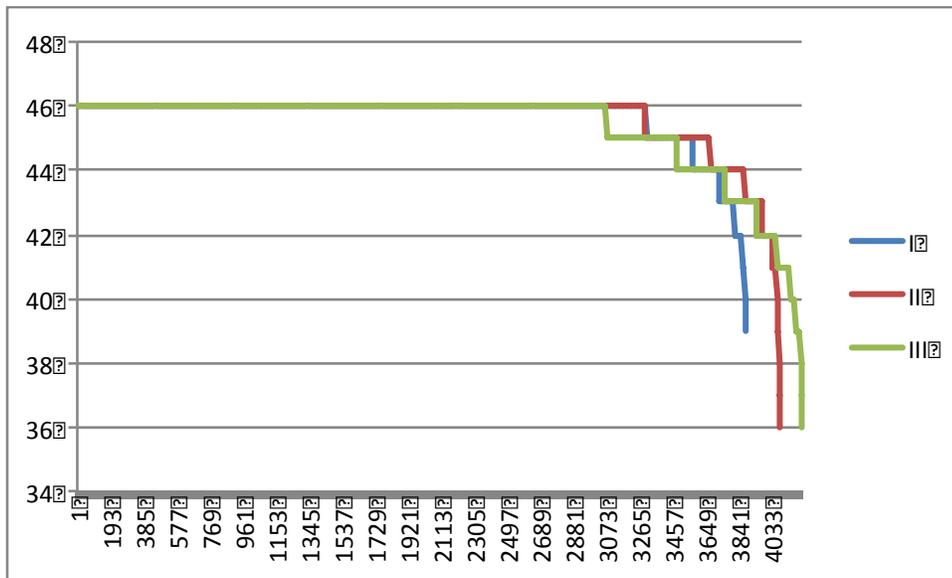


Gráfico 8: Comparación de *Payback Period* simulados
Fuente: Elaboración propia

A partir de éstos se puede ver como al considerar la correlación inter-temporal en la evaluación del proyecto, la misma afecta de forma considerable los indicadores. Los casos I, II y III corresponden a matrices de correlaciones con los siguientes coeficientes de correlación:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= 0,2 \text{ y } \rho_2 = 0,1 \\ \rho_1 &= 0,3 \text{ y } \rho_2 = 0,2 \\ \rho_1 &= 0,6 \text{ y } \rho_2 = 0,3 \end{aligned}$$

Se aprecia como a medida que la correlación aumenta también aumenta el intervalo de TIR posibles y el *payback period* presenta más casos favorables.

Es relevante destacar también que ninguno de los dos indicadores recién mencionados siguen una distribución normal. La tasa interna de retorno se asemeja a una, no obstante al someter los resultados a test de normalidad estos dan negativos, podemos ver el caso III graficado a continuación:

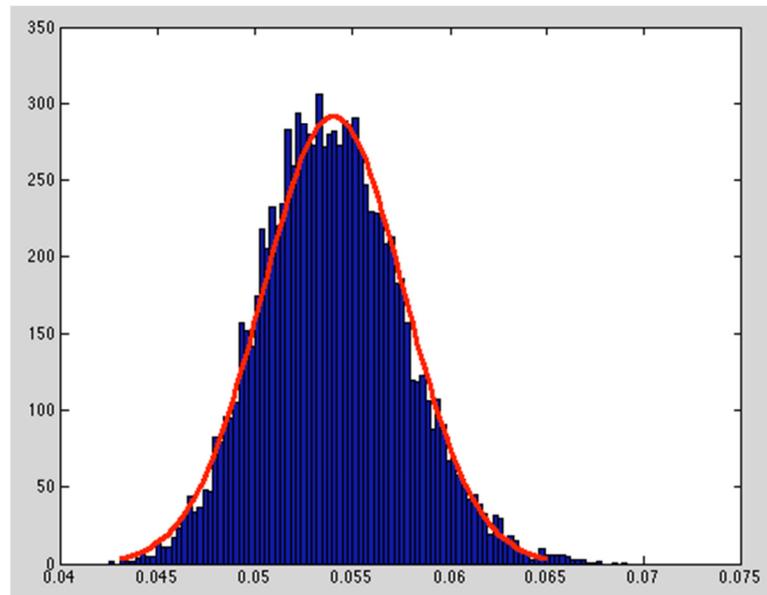


Gráfico 9: Histograma de la tasa interna de retorno (III)
Fuente: Elaboración propia

VIIIc- Sensibilidad a las desviaciones estándares de los flujos

Cómo se vio en la subsección anterior, la matriz de correlaciones influye considerablemente al momento de valorizar un proyecto. No obstante éste no es el único parámetro que puede hacer variar dicha valorización, también tenemos la desviación estándar de los flujos.

Al igual que se mencionó al hablar de la matriz de correlaciones, no es motivo de este trabajo determinar ni encontrar la desviación estándar más adecuada para este proyecto, sino que es responsabilidad del que valoriza el proyecto determinar adecuadamente este parámetro y en esta memoria solo se pretende mostrar que el método propuesto funciona correctamente una teniéndose dichos parámetros. Además como se habló antes, lo interesante es ver los intervalos en los cuáles se mueve el valor del proyecto moviendo éstos.

Se procedió a hacer un análisis de sensibilidad, aumentando la desviación estándar de cada flujo desde un factor de 5% a un 20%, manteniéndose estable la correlación entre los flujos con valores de .Se obtuvieron los resultados que se detallan en la siguiente tabla:

Casos		Desv. Estándar	% Van negativo	Van (95%)	TIR (95%)
lambda	0,05	429.991	0,68	[-1.046.137 ; 636.195]	[5.08% ; 5.71%]
rho1	0,5				
rho2	0,1				

lambda	0,1	856.694	0,6	[-1.871.325 ; 1.476.347]	[4.80% ; 6.06%]
rho1	0,5				
rho2	0,1				
lambda	0,15	1.283.914	0,564	[-2.715.693 ; 2.340.592]	[4.53% ; 6.46%]
rho1	0,5				
rho2	0,1				
lambda	0,2	1.711.689	0,552	[-3.558.903 ; 3.122.079]	[4.28% ; 6.86%]
rho1	0,5				
rho2	0,1				

Tabla 8: Sensibilidad de la Desv. Estándar, % Van negativo e intervalos de confianza a cambios en el factor de desv. Estándar de los flujos

Fuente: Elaboración propia

En la tabla se puede apreciar como a medida que varía el factor que multiplica las medias de los flujos, para determinar las desviaciones estándares de cada uno de ellos, La varianza del valor del proyecto total aumenta incluso de forma mucho más considerable que cuando se analizaban las correlaciones. Éste resultado si bien era esperable, es importante el análisis para determinar la magnitud de los cambios. En la última columna se aprecia que los cambios llegan a ser en torno a un 15%, lo cual es una variación muy grande sobre todo si el proyecto a evaluar es de infraestructura. La tabla anterior también se puede interpretar a partir del siguiente gráfico:

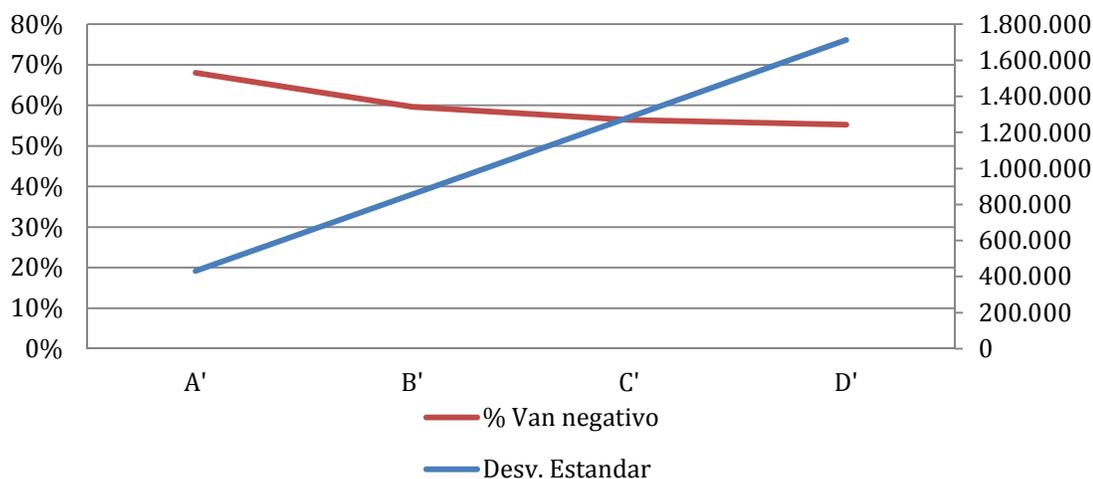


Gráfico 10: Sensibilidad a las correlaciones de las desviaciones estándar y los porcentajes de valor negativo

Fuente: Elaboración propia

En el eje horizontal se encuentran las 4 situaciones distintas presentadas en la tabla 8, ordenadas de menor a mayor según el coeficiente de variación de la desv. Estándar. A partir de los datos y el gráfico recién mostrados podemos ver que existe una gran sensibilidad con respecto a la desviación estándar de cada flujo, inclusive mayor que a la matriz de correlaciones. Por lo tanto, es necesario que al momento de

evaluar un proyecto se dediquen grandes esfuerzos a minimizar la varianza de cada uno de los flujos.

Al igual que en los casos expuestos en el ítem anterior, con el aumento en la desviación estándar de cada período, aumenta también el intervalo de tasas de interés de retorno y los resultados del *payback period* relevantes toman más protagonismo

VIII d- Análisis por fases

En el proyecto sobre el cual se está elaborando este trabajo, se pueden identificar dos fases muy distintas entre sí, la fase de construcción y la fase de operación. A priori no hay razón para suponer que exista correlación entre los flujos de ambas fases ni tampoco que las varianzas o desviaciones estándares de los mismos se comporten igual, es por eso que a continuación se analizan algunos casos en los cuáles se tienen consideraciones 0 las correlaciones entre flujos de estas dos fases y además se toman valores distintos para los coeficientes de desviación estándar de cada sub-matriz.

Lambda Construcción	Lambda Operación	Desv. Estándar	% de Van negativos
0,05	0,2	683.507	0,61
0,2	0,05	1.548.028	0,55
0,05	0,1	1.548.028	0,55
0,1	0,2	480.338	0,66

Tabla 9: Sensibilidad de la desv. Est. Y el porcentaje de resultados negativos con respecto a variaciones en lambda 1 y lambda 2

Fuente: Elaboración propia

Si además se grafican los resultados de las simulaciones de valores del proyecto para los dos primeros casos de la tabla queda lo siguiente:

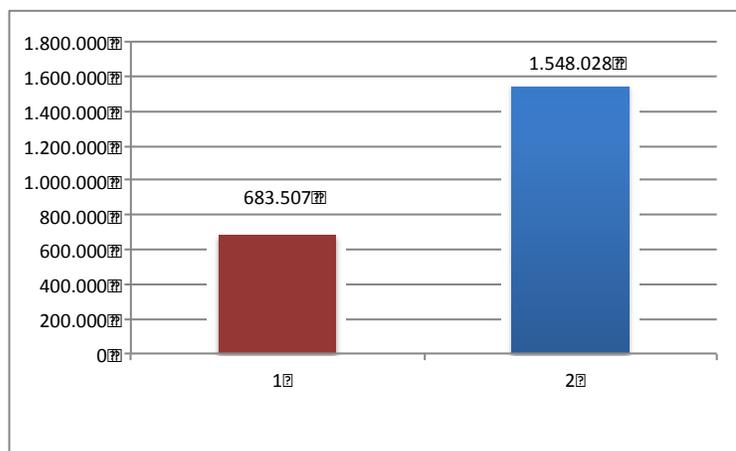


Gráfico 11: Comparación de desviaciones estándar simuladas
Fuente: Elaboración propia

La columna roja (1) representa a la primera fila de la tabla, es decir una situación en la cual se fue capaz de determinar con bastante exactitud los flujos de la fase de construcción, no pudiendo hacer lo mismo con la fase de operación. En cambio la línea azul (2) representa el exacto contrario, siendo más preciso en la fase operacional que la de construcción.

Es posible deducir guiado tanto por el gráfico como la tabla 9, que es mucho más valioso enfocar los esfuerzos a determinar de forma más exacta los flujos de los primeros 5 años que de los restantes 45, ya que de esta manera se reduce de manera considerable la dispersión del posible valor que pueda llegar a tener el proyecto.

En el gráfico que sigue se presentan los distintos valores de la tasa interna de retorno para los mismos casos anteriores

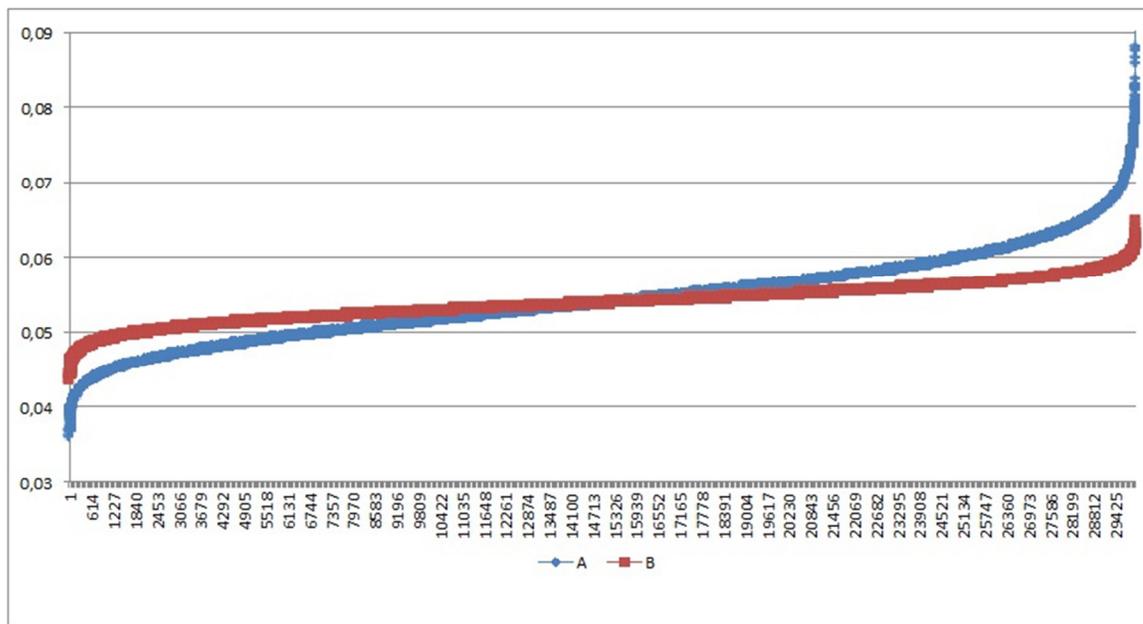


Gráfico 12: Comparación tasas internas de retorno obtenidas en la simulación
Fuente: Elaboración propia

Como se puede apreciar, al igual que en el gráfico anterior, la línea roja corresponde al caso donde los flujos en fase de construcción fueron mejor estimados y la línea azul el caso contrario. Queda a la vista la notable variación en la dispersión de los resultados de la tasa interna de retorno, siendo mucho menos volátil la línea roja.

VIII- Conclusión proyecto Puente Canal de Chacao

El presente trabajo no tiene como objetivo llegar a y a conclusión en cuanto a si construir o no el puente sobre el canal de Chacao. Es pertinente a esta memoria ilustrar la aplicabilidad del método nuevo desarrollado, y debido a esto se trabajó con el

proyecto del canal de Chacao. No obstante se pueden destacar algunos hechos pertinentes al proyecto.

Se mostró que si bien la esperanza del valor del proyecto que negativa y por ende el proyecto sería no rentable, al utilizar el método aquí propuesto y caracterizar las variables estocásticamente considerando la correlación, se tiene un porcentaje no menor de las simulaciones (que varía dependiendo de qué matriz de correlación y desviaciones estándares se usen) resultaron rentables. Por lo mismo la decisión de proceder o no con el puente no es tan directa.

Además se estudió que en este caso el margen de error con el que se estiman los flujos es más relevante que la correlación entre ellos. Más importante aún se pudo ver que es considerablemente más importante ser preciso en determinar la varianza posible de los flujos en los primeros 5 a 7 años, que en los restantes más de 35 años, para efectos de la desviación estándar del valor total del proyecto.

Por lo tanto a modo de conclusión y sugerencia, se recomienda antes de tomar una decisión enfocar los esfuerzos en determinar de manera más fidedigna y con menos margen de error los flujos en la etapa de construcción. Utilizando esta información y una matriz de correlaciones razonable, el tomador de decisiones podrá contar con una cantidad razonablemente mayor de información antes de rechazar o aceptar la construcción.

IX- CONCLUSIONES

En el presente trabajo se desarrolló un método alternativo de evaluación de proyectos, caracterizando estadísticamente los flujos, tomando en cuenta su media, desviación estándar y correlación entre periodos. Se procedió, con éxito, a verificar las expresiones analíticas del método propuesto mediante una simulación de Montecarlo. Posteriormente, se puso a prueba dicho método con un proyecto donde era razonable suponer existencia de correlación en los cash flows, logrando ilustrar la aplicabilidad y correcto funcionamiento de este nuevo método, pudiendo además realizar distintos análisis y cumpliendo así a cabalidad con los alcances de esta memoria

Primero es importante volver a destacar que el modelo aquí propuesto es mas "honesto", ya que se hace cargo de la incertidumbre existente en los flujos, caracterizándolos estocásticamente y no esconde esa incertidumbre en una tasa de descuento mayor, cómo lo hace el DCF. Además utilizando este modelo no se incurre en un error sistemático con los flujos negativos, como si ocurre con el método convencional, lo anterior es particularmente importante en proyectos de infraestructura en los que se tienen sucesivos años con flujos negativos asegurados.

Otra gran ventaja y quizás la mas importante que se obtiene con la aplicación del método propuesto es la considerable mayor cantidad de información que éste entrega al tomado de decisiones. Posibilitando hacer un análisis mas profundo, que incluso pueden llevar a 2 personas a tomar decisiones diferentes debido a perfiles de riesgo

distintos. El método convencional solo arroja “un numero” dónde la regla dice que si este numero es negativo, no conviene realizar el proyecto y si el numero es positivo sí conviene. La nueva propuesta, entrega intervalos de confianza al tomador de decisiones. El hecho de realizar una simulación de Montecarlo donde se pueden ver las distintas probabilidades del valor del proyecto, permite que las personas acorde al riesgo que se deseen incurrir, tomen una decisión.

Es importante destacar cómo aumenta la desviación estándar acorde aumenta la matriz de correlaciones. Se puede concluir a partir de este trabajo la importancia de la matriz de correlaciones en la desviación estándar del valor de un proyecto. Los casos extremos, correlación igual a 0 (método convencional) o correlación total, igual a 1, son ambos poco representativos de la realidad y por lo tanto llevan a errores o al menos información muy parcial e incompleta. Por ejemplo en el trabajo se vio como la desviación estándar del proyecto si se simulaba con correlaciones 0, comparado con correlaciones “altas” de un 60% y 30% entre periodos, variaba más de un 60%. Es decir, si se tuviese una matriz de correlaciones adecuada, la desviación estándar del proyecto cambia considerablemente, comparada al método convencional.

Se vio en el trabajo que la desviación estándar de cada flujo es el principal influyente en la desviación estándar del proyecto total. Por lo tanto y a modo de recomendación es importante destinar la mayoría de los esfuerzos a determinar de forma fidedigna y con la menor varianza posible los flujos del proyecto, en especial los de los primeros años. De modo de obtener resultados más precisos.

IXb- Investigaciones Propuestas

El propósito principal del trabajo aquí expuesto fue desarrollar, probar la factibilidad y funcionalidad de un nuevo método de evaluación de proyectos que considerara la correlación inter-temporal de los flujos. Lo anterior se logró utilizando matrices de correlación y desviaciones estándares de los flujos razonables. Queda propuesto para trabajos futuros, el desarrollo y la implementación de métodos para estimar de mejor manera la desviación estándar de cada flujo y matrices de correlaciones fidedignas para los distintos tipos de proyectos en distintas industrias, de modo de obtener resultados mas precisos al momento de aplicar el nuevo método

X- BIBLIOGRAFÍA Y FUENTES DE INFORMACIÓN

- [1] Arturo Cifuentes and Ercos Valdivieso, *Discounted Cash Flow Analysis: A New Conceptual Framework*, Junio 2011, Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile.
- [2] D.G. and Balatbat, M.C.A Carmichael, "A review and study of project Investment cash flow correlations," vol. 1, no. 1, pp. 1-21, Jan. 2010.
- [25] Brealey, Myers, and Marcus, *Fundamentals of Corporate Finance*, 6th ed. USA: McGraw-Hill Irwin.
- [34] Martin Haugh, *The Monte Carlo framework, examples from finance and generating correlated random variables*, 2004, Manual.
- [15] Fuller and Sang-Hoon Kim, *Inter-temporal Correlation of Cash Flows*, 1980, Paper.
- [35] Hui et al, *Analysis of Correlated Risky Cash Flows*, 1993, Paper.
- [36] Benjamin C. Esty, Frank J. Lysy, and Carrie Ferman, *Nghe An Tate & Lyle Sugar Company (Vietnam)*, Mayo 27, 2003, Caso de Estudio.
- [37] Robert E. Kennedy, *InterGen and the Quezon Power Project: Building Infrastructure in Emergin Markets*, Agosto 20, 2000, Caso de Estudio.
- [29] Ministerio de Obras Publicas, *Evaluación Social Puente sobre el Canal de Chacao*, Mayo 2012, Informe Final Evaluación del Puente sobre el canal de Chacao.
- [30] B. Wagle, "A Statistical Analysis of Risk in Capital Investment Projects," *Operational Research Society*, vol. 18, no. 1, pp. 13-33, 1967.
- [14] F.S. Hillier, "The Derivation of Probabilistic Information for the Evaluation of Risky Investments," *Management Science*, vol. 9, no. 3, pp. 443-457, 1963.
- [31] Canada J.R. and White J.A., *Capital Investment Decision Analysis for Management and Engineering*, 1980, Prentice-Hall.
- [32] Parsons, , 1999.
- [33] DOE, , 2004.
- [3] J. Dean, *Capital Budgeting*, 1951.
- [4] A and Myers, S. Robichek, "Conceptual problems in the use of risk-adjusted discount rates," *The Journal of Finance*, vol. 21, no. 4, pp. 727-730, 1966.
- [5] E. Fama, "Discounting under Uncertainty," *The Journal of Business*, vol. 69, no. 4, pp. 415-428, 1996.
- [6] W. Lewellen, "Some observations on risk-adjusted discount rates," *The Journal of Finance*, vol. 32, no. 4, pp. 1331-1337, 1977.
- [7] R.H. and Dyson, R.G. Berry, "On the negative risk premium for risk adjusted discount rates," *Journal of Business Finance & Accounting*, vol. 10, no. 1, pp. 427-436, 1980.
- [8] R.H. and Dyson, R.G. (1983) Berry, "On the negative risk premium for risk adjusted discount rates: a reply," *Journal of Business Finance & Accounting*,

- vol. 10, no. 1, pp. 157-159, 1983.
- [38] F. Black, "A simple discounting rule," *Financial Management*, vol. 17, no. 2, pp. 7-11, 1988.
- [10] L.J. Halliwell, A critique of risk-adjusted discounting, 2000, Paper presented at the XXXII International ASTIN Colloquium.
- [11] Cheremushkin S.V., Revisiting modern discounting of risky cash flows, 2009.
- [12] D.L. Creswell, Risk-adjusted economic value analysis, January 1998, Discussion of papers already published.
- [13] R. Ariel, "Risk adjusted discount rates and the present value of risky costs," *The Financial Review*, vol. 33, pp. 17-30, 1998.
- [9] John Cochrane, Presidential Address, *The Journal of Finance*, 2010.
- [16] S. and Moore, W. Chen, "Investment decisions under uncertainty: application of estimation risk in Hillier approach," *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 17, no. 3, pp. 425-440, 1982.
- [17] S.H., Elsaid, H.H. and Kim, D.J. Kim, "Derivation an intertemporal correlation coefficient model base on cash flow component and probabilistic evaluation of a project's NVP," *The Engineering Economist*, vol. 44, no. 3, pp. 276-294, 1999.
- [18] L.E. and Stevens, G.T. Bussey, "Formulating correlated cash flow streams," *The Engineering Economist*, vol. 18, no. 1, pp. 1-30, 1972.
- [19] K., Carmichael, D.G. and Balatbat, M. Johar, "A study of correlation aspects in probabilistic NPV analysis," *The Engineering Economist*, vol. 55, pp. 181-199, 2010.
- [20] B.C. and Reinschmidt, K.F. (2012) Kim, "A second moment approach to probabilistic IRR using taylor series," *The Engineering Economist*, vol. 57, no. 1, pp. 1-19, 2012.
- [21] S.S. and Garza, E.F. Chiu, "A companion for NVP: The generalized relative rate of return," *The Engineering Economist*, vol. 57, no. 3, pp. 192-205, 2012.
- [22] H., Palak, G., Chacon, P.R. and Fraser, J.M. Sarper, "Probability distribution function of the internal rate of return for short-term projects with some random cash flows and extensions," *The Engineering Economist*, vol. 55, no. 4, pp. 350-378, 2010.
- [23] S. and Yound, D.B. Tufekci, "Moments of the present worths of general probabilistic cash flows under random timing," *The Engineering Economist*, vol. 32, no. 4, pp. 303-336, 2007.
- [24] D. and Balatbat, M. Carmichael, "Probabilistic DCF analysis and capital budgeting and investment- a survey," *The Engineering Economist*, vol. 53, no. 1, pp. 84-102, 2008.
- [26] M. Haugh, Generating random variables and stochastic processes, 2010, Notes for a Monte Carlo simularion course. Columbia University.
- [27] T. Schmidt, Coping with copulas, 2006.
- [28] P. Lindskog, F. and McNeil, A. Embrechts, Modelling dependence with copulas and applications to risk management, 2003.

XII- ANEXOS

1. Tablas del Informe “Evaluación Social Puentes sobre el Canal de Chacao”

PRECIOS SOCIALES (VIGENTES A DICIEMBRE DE 2011)

Tipo de vehículo	Combustible (\$/litro)	Lubricante (\$/litro)	Neumáticos (\$/un)	Veh. Nuevo (Miles \$/un)	Mantenición (\$/hora)	Tiempo (\$/h/veh)
Automóvil	451,1	4.081	34.099	7.619,6	3.213	7.289
Camioneta	451,1	4.081	67.373	8.984,8	3.213	9.927
Camión 2 ejes	465,2	1.925	104.341	18.209,8	3.213	4.938
Camión + 2 ejes	472,7	1.925	206.716	41.199,6	3.213	4.938
Buses	472,7	1.925	206.716	65.989,4	3.213	40.881

Fuente: Ministerio de Desarrollo Social, Montos expresados en moneda del 31 de Diciembre de 2011.

COSTOS DE MANTENCIÓN RUTINARIA DE NAVES

Ítem	Periodicidad (meses)	Costo Mantenición (UF/ítem)	Provisión Mantenición (UF/año)
Carena de la Nave	24	1.789	895
Motor Propulsión N°1	60	716	143
Motor Propulsión N°2	60	716	143
Motor Generador N°1	34	119	42
Motor Generador N°2	34	119	42
Schotell Pumpel Jet # 1	20	239	143
Schotell Pumpel Jet # 2	20	239	143
Embragues (3 unidades)	20	492	295
Mantenición Imprevistas y Rutinarias	12	1.432	1.432
TOTAL ANUAL POR NAVE			3.278

Fuente: Evaluación Social Puente Bicentenario Chiloé CCOP, Febrero 2003.

RESULTADOS ESTIMACIÓN NÚMERO DE NAVES POR TIPO Y RAMPAS EN INVERSIONES AÑOS 2019-2051

Año	Total de Naves 210 ML	Total de Naves 500 ML	Total Naves	Rampas	Inversión Naves (UF)	Inversión Rampas (UF)
2019	8	0	8	5	631.853	0
2020	8	0	8	5	0	0
2021	8	0	8	6	0	315.926
2022	9	0	8	6	140.412	0
2023	9	0	9	6	0	0
2024	9	0	9	6	0	0
2025	10	0	10	6	140.412	0
2026	10	0	10	6	0	0
2027	10	0	10	6	0	0
2028	11	0	11	6	140.412	0
2029	11	0	11	6	0	0
2030	12	0	12	6	140.412	0
2031	12	0	12	8	0	631.853
2032	13	0	13	8	140.412	0
2033	13	0	13	8	0	0
2034	14	0	14	8	140.412	0
2035	15	0	15	8	140.412	0
2036	15	0	15	8	0	0
2037	16	0	16	8	140.412	0
2038	16	0	16	8	0	0
2039	16	0	16	8	1.123.294	0
2040	15	1	16	8	315.926	0
2041	15	1	16	8	0	0
2042	15	1	16	8	0	0
2043	14	2	16	8	315.926	0
2044	14	2	16	8	0	0
2045	14	2	16	8	0	0
2046	13	3	16	8	315.926	0
2047	13	3	16	8	0	0
2048	13	3	16	8	0	0
2049	12	4	16	8	315.926	0
2050	12	4	16	8	0	0
2051	11	5	16	8	315.926	0
2052	11	5	16	8	0	0
2053	10	6	16	8	315.926	0
2054	10	6	16	8	0	0
2055	9	7	16	8	315.926	0
2056	9	7	16	8	0	0
2057	8	8	16	8	315.926	0
2058	8	8	16	8	0	0

. ESTIMACIÓN TMDA PERIODO 2011-2058

Año	VL	BUS	CS	CP	TOTAL
2011	1.124	118	283	283	1.808
2012	1.207	127	304	304	1.941
2013	1.260	132	317	317	2.027
2014	1.316	138	331	331	2.116
2015	1.374	144	346	346	2.210
2016	1.435	151	361	361	2.308
2017	1.498	158	377	377	2.410
2018	1.564	165	394	394	2.517
2019	1.633	172	411	411	2.628
2020	1.706	180	429	429	2.744
2021	1.781	188	448	448	2.866
2022	1.860	196	468	468	2.992
2023	1.942	205	489	489	3.125
2024	2.028	214	511	511	3.263
2025	2.118	223	533	533	3.407
2026	2.211	233	557	557	3.558
2027	2.309	243	581	581	3.715
2028	2.411	254	607	607	3.879
2029	2.518	265	634	634	4.051
2030	2.629	277	662	662	4.230
2031	2.745	289	691	691	4.417
2032	2.867	302	722	722	4.613
2033	2.994	315	754	754	4.817
2034	3.126	329	787	787	5.029
2035	3.264	344	822	822	5.252
2036	3.409	359	858	858	5.484
2037	3.484	367	877	877	5.605
2038	3.561	375	897	897	5.729
2039	3.640	383	916	916	5.856
2040	3.720	392	937	937	5.985
2041	3.802	401	957	957	6.118
2042	3.887	409	979	979	6.253
2043	3.972	418	1.000	1.000	6.391
2044	4.060	428	1.022	1.022	6.533
2045	4.150	437	1.045	1.045	6.677
2046	4.242	447	1.068	1.068	6.825
2047	4.336	457	1.092	1.092	6.976
2048	4.431	467	1.116	1.116	7.130
2049	4.529	477	1.140	1.140	7.287
2050	4.630	488	1.166	1.166	7.449
2051	4.732	498	1.191	1.191	7.613
2052	4.837	510	1.218	1.218	7.782
2053	4.944	521	1.245	1.245	7.954
2054	5.053	532	1.272	1.272	8.130
2055	5.165	544	1.300	1.300	8.309
2056	5.279	556	1.329	1.329	8.493
2057	5.395	568	1.358	1.358	8.681
2058	5.515	581	1.389	1.389	8.873

PERFILES DE CONSUMO DE COMBUSTIBLE. CIFRAS EN UF/ANUALES

Año	Costos Combustible Situación con Proyecto	Costos Combustible Situación Base	Diferencial Costos Operación
2019	28.667	134.814	106.147
2020	29.934	134.866	104.932
2021	31.258	134.921	103.663
2022	32.640	151.682	119.042
2023	34.083	151.741	117.658
2024	35.591	151.803	116.213
2025	37.164	168.572	131.408
2026	38.808	168.640	129.832
2027	40.524	168.711	128.187
2028	42.316	185.489	143.173
2029	44.187	185.566	141.379
2030	46.141	202.350	156.209
2031	48.181	202.434	154.253
2032	50.312	219.226	168.914
2033	52.537	219.318	166.781
2034	54.860	236.118	181.258
2035	57.286	252.922	195.636
2036	59.819	253.026	193.207
2037	61.142	269.785	208.643
2038	62.494	269.841	207.347
2039	63.875	269.897	206.022
2040	65.288	286.786	221.498
2041	66.731	286.848	220.117
2042	68.207	286.912	218.705
2043	69.715	303.816	234.101
2044	71.256	303.885	232.629
2045	72.831	303.956	231.125
2046	74.442	320.877	246.435
2047	76.088	320.954	244.866
2048	77.770	321.033	243.263
2049	79.489	337.971	258.482
2050	81.247	338.057	256.811
2051	83.043	355.010	271.967
2052	84.879	355.103	270.224
2053	86.756	372.070	285.314
2054	88.674	372.172	283.497
2055	90.635	389.154	298.519
2056	92.639	389.264	296.625
2057	94.687	406.263	311.576
2058	96.781	406.382	309.601

: DETALLE DE COSTOS DE OPERACIÓN NAVES

Ítem	[UF/año]
Personal	4.080
Otros Costos Operacionales	716
Total Costos Operacionales por Nave	4.796

Fuente: Evaluación Social Puente Bicentenario Chiloé CCOP (Febrero 2003).

: CONSUMOS DE TIEMPO POR ETAPAS

Ítem	Valor Naves 210 ML (minutos)	Valor Naves 500 ML (minutos)
Estiba	9,33	16,33
Cruce	20,00	20,00
Bajada	4,00	7,00
TOTAL	33,33	43,33

Fuente: Estudio Empormontt 2012. (Estiba), Empomontt (Bajada)- Estudio Cade-Idepe (Tiempo de Cruce)

AHORRO DE TIEMPO POR TIPO DE VEHÍCULO

Tipo de vehículo	Consumo Tiempo Transbordador 210 ML (h/Veh)	Consumo Tiempo Transbordador 500 ML (h/Veh)	Diferencial Consumo Tiempo Puente y Accesos COPER (h/Veh)	Ahorro Tiempo (h/Veh)	Ahorro Tiempo Con Naves 210 ML (UF/veh)	Ahorro Tiempo con Naves 500 ML (UF/veh)	Velocidad Media Puente y Accesos COPER ((km/h)
Vehículos Livianos	0,5555	0,7221	0,0945	0,4610	0,1712	0,2330	91,00
Camiones Simple	0,5555	0,7221	0,1102	0,4453	0,0988	0,1357	78,00
Camiones Articulados	0,5555	0,7221	0,1218	0,4337	0,0962	0,1332	70,60
Buses	0,5555	0,7221	0,0976	0,4579	0,8409	1,1469	88,06

COSTOS ANUALES DE OPERACIÓN PARA VEHÍCULOS

Tipo de vehículo	Lubricantes [Lt/km]	Costo ítem Lubricantes [UF/veh]	Neumáticos [Neu/Km]	Costo ítem Neumáticos [UF/veh]	Repuestos [Veh/Km]	Costo ítem Repuestos [UF/veh]	Costos Operación Anuales [UF/Veh]
Vehículos Livianos	1,26E-03	0,0011	6,37E-05	0,0006	1,39E-06	0,0012	0,0029
Camiones Simple	3,81E-03	0,0017	9,63E-05	0,0042	4,50E-06	0,0028	0,0087
Camiones Articulados	5,11E-03	0,0023	2,11E-04	0,0119	1,21E-06	0,0055	0,0197
Buses	2,91E-03	0,0013	7,01E-05	0,0040	4,43E-07	0,0057	0,0110

Fuente: Evaluación Social Puente Bicentenario Chiloé CCOP (Febrero 2003), actualizada.

3: AHORRO DE TIEMPO SITUACIÓN CON PROYECTO – SITUACIÓN BASE

Año	Ahorro Tiempo excluidas las colas [UF/año]	Ahorro Tiempo por colas [UF/año]	Ahorro Total Tiempo [UF/año]
2019	206.100	25.842	231.943
2020	218.873	34.735	253.607
2021	232.437	46.508	278.944
2022	246.841	33.173	280.014
2023	262.138	44.208	306.346
2024	278.383	59.369	337.752
2025	295.635	45.240	340.876
2026	313.956	60.463	374.420
2027	333.413	80.890	414.302
2028	354.075	65.123	419.198
2029	376.017	87.276	463.294
2030	399.320	73.258	472.578
2031	424.067	98.188	522.255
2032	450.347	85.514	535.860
2033	478.255	114.464	592.719
2034	507.894	103.243	611.136
2035	539.369	95.303	634.672
2036	572.794	127.925	700.720
2037	595.412	105.563	700.975
2038	618.922	123.596	742.518
2039	643.361	144.518	787.879
2040	684.019	119.502	803.521
2041	711.028	139.895	850.922
2042	755.586	163.546	919.132
2043	785.421	139.741	925.162
2044	834.244	163.460	997.704
2045	885.698	190.922	1.076.619
2046	920.670	167.945	1.088.615
2047	977.028	196.389	1.173.417
2048	1.036.401	228.284	1.264.684
2049	1.077.324	206.480	1.283.804
2050	1.142.331	240.573	1.382.904
2051	1.210.793	221.669	1.432.462
2052	1.258.602	258.483	1.517.085
2053	1.333.536	242.475	1.576.011
2054	1.412.425	282.304	1.694.729
2055	1.495.464	269.468	1.764.932
2056	1.554.514	313.083	1.867.597
2057	1.645.360	303.268	1.948.628
2058	1.740.957	351.346	2.092.303

2. Código para generar números aleatorios correlacionados

```
%% Creemos el código|
% definimos el vector mu, con las medias para cada periodo
muy=[cargamos el vector ya sea manualmente o leyendolo de Excel];
mu=zeros(10000,45);

for i=1:7
    mu(:,i)=muy(i);
end

sd=[cargamos el vector ya sea manualmente o leyendolo de Excel];

% definimos la matriz de correlaciones
corr_mat= [se ingresa a mano en Matlab];

%choleski factorization
L = chol(corr_mat);
U1=zeros(10000,45);

for i=1:7
    U1(:,i) = normrnd(0,sd(i),10000,1);
end
%%U1= normrnd(0,sd,10000,45);%genera vector con mu y sd deseadas

U= mu + U1*L;%set correlation
% esto lo usamos para comprobar correlacion

x=U(:,1);%first random vector
y=U(:,2);%2 random vector
z=U(:,3);%3 random vector
b=U(:,4);%4 random vector
n=U(:,5);%5 random vector
m=U(:,6);%6 random vector
q=U(:,7);%7 random vector
corr(x,y) %chequeamos correlaciones
corr(x,z)
corr(b,q)

van=zeros(10000,1);
for i=1:10000
    van(i)= sum(U(i,:));
end
Vansimulado = mean(van);
Vanesperado = sum(muy);
hist(van)
```