



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL DE MINAS

**METODOLOGÍA DE VALORIZACIÓN CON OPCIONES REALES DE
SECUENCIAMIENTO MINERO BAJO INCERTIDUMBRE.**

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN MINERÍA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS

BASTIAN RUDLOFF STEIN

**PROFESOR GUÍA:
NELSON MORALES VARELA**

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
CHRISTIAN MOSCOSO
FERNANDO PEIRANO
JUAN LUIS YARMUCH**

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por CONICYT

SANTIAGO DE CHILE

MARZO DE 2013

Resumen

Tradicionalmente la planificación minera se ha realizado bajo parámetros fijos, los cuales conducen a un plan determinista, y por lo tanto, con baja probabilidad de concretarse. En base a esto, una de las líneas actuales de investigación relacionada a la planificación minera se enmarca en función de incorporar en este proceso una mayor cantidad de variables e información con carácter no determinista. Lo anterior se realiza con el fin de obtener resultados robustos tanto en términos de productividad y valor esperado. Por lo que, la actual falta de incorporación de herramientas adecuadas para el tratamiento de incertidumbre, un robusto entendimiento de los agentes responsables en la toma de decisiones del negocio minero, capacidad computacional e integración, tanto de las distintas áreas que forman parte del proceso minero, como también de aquellas fuentes de variabilidad, son las responsables de la diferencia entre lo planificado y lo observado.

Dentro de las principales causas de incertidumbre en minería se destaca la fuente geológica, la cual es posible de incorporar al proceso de planificación mediante simulaciones condicionales. Estas simulaciones son generadas a partir de técnicas geo-estadísticas basadas en la información proveniente de sondajes. Es esta fuente de incertidumbre en la actualidad una de las responsables en el efecto observado en la confiabilidad de los planes de producción tanto en minería a cielo abierto como subterránea. En particular para la minería de cielo abierto, el proceso actual de planificación minera estudia la confiabilidad de cumplir un plan de producción, generado para un modelo de bloques de Kriging, frente a la utilización del mismo secuenciamiento bajo los distintos modelos de simulación generados. Desde este punto, se busca en el trabajo de tesis desarrollado realizar un set de secuenciamientos fijos, los cuales al ser cruzados bajo los distintos escenarios geológicos construidos, entregar distintas respuestas de confiabilidad y valor esperado.

A la vez, mediante este trabajo, se incorpora el uso de opciones reales, la cual corresponde a una mejora en las herramientas de valorización utilizadas frente a la presencia de incertidumbre. En el proceso de planificación minera estudiado, esta herramienta provee un marco metodológico preciso para dar solución al problema planteado anteriormente. Esta permite incorporar la capacidad de cambiar el secuenciamiento a utilizar en la generación del plan de producción por aquel que entregue un mayor valor para el escenario en particular. El poseer la capacidad de incorporar esta flexibilidad en la valorización de los planes de producción generados bajo incertidumbre, mejora considerablemente la confiabilidad y/o el valor esperado del proyecto.

Abstract

Nowadays, mine planning is done under deterministic parameters, which lead to a deterministic plan, and therefore, a low probability of becoming concrete. Based on this, one of the actual lines of investigation related to the mining planning is framed in accordance with incorporating in this process, a bigger amount of variables and information with a non deterministic character, Which is done with the purpose of obtaining strong results in means of productivity and expected value. For that, the lack of incorporating adequate tools for managing uncertainty, a strong knowledge of the persons in charge of making the decisions in the mining industry, capable computer technology of large amounts of calculations, and finally integrating all of the areas in a mining process as well as the sources of variability. These are the differences between what is planned and what is the actual end result.

Within the main causes of uncertainty in mining, the geological source stands out, which joins the process of planning by means of conditional simulations. These simulations are generated from geo-statistic techniques based on the information originated from drilling. This source of uncertainty in reality is responsible for the low reliability in plans for open pit and underground mines. In particular for open pit mines the actual process of mine planning studies the reliability of meeting the goals of net present value, through the evaluation of the optimum kriging sequence with the realization of the block model by conditional simulations. For this motive the work developed on the thesis seeks to produce a set of new sequences that will show a distinct behavior in terms of the expected value of the business and its reliability at the evaluation of those sequences under the geological scenarios produced.

The construction of a well covered sequence, is done with the methodology of real options. Which allows for addition to net worth of the business, by incorporating the capability of future decision making, whether or not to execute these changes depending on the scenario they are at. The incorporation of real options as a complement to the traditional techniques of evaluation of projects in mine planning under geological uncertainty, with the capacity to change the sequence depending of the real state of mineral grades when production start running, allows to generate an increase in the expected value of the project, as well as improving the reliability of the results.

Agradecimientos

Gracias a mi mamá por su tremendo esfuerzo, paciencia, fortaleza e incansable trabajo durante todos estos años y a Hector por su entrega, ejemplo de vida y perseverancia. Sin sus consejos, valores y sacrificio nada de esto hubiese sido posible.

A mis abuelos Panchito y Rosita por su preocupación, dedicación, cariño y por ser parte fundamental de mi vida.

A ustedes cuatro les dedico este trabajo

También agradezco a mis hermanos Christopher y Gianluca, por la alegría y compañía entregada.

A Consuelo por lo feliz que ha hecho de mi vida y los preciosos momentos que hemos compartido juntos, también agradezco a su familia en especial a Gabriela por su tremenda preocupación.

A los profesores del departamento de Ingeniería de Minas por su tiempo y dedicación, dentro de los cuales destaco a: Aldo Casali, Juan Luis Yarmuch, Christian Moscoso y Xavier Emery.

A Nelson Morales por su apoyo incondicional en el desarrollo de este trabajo de tesis, constante disposición y soporte para sacar adelante este desafío, y al equipo de Delphos por su grata compañía durante los meses compartidos.

A mis amigos de la Universidad de Chile: Emilio Castillo, Andrés Latorre, Maximiliano Alarcón, Kimie Suzuki, Pablo Paredes, Yonathan Molina, Matías Ferrada, Arturo Prieto, Los Industriales y a todos con quienes compartí, por hacer de estos seis años y medio una excelente etapa en mi vida, la cual recordaré por siempre.

Finalmente agradezco al departamento de Ingeniería de Minas y a Anglo American Chile por la Beca otorgada durante mis años de especialidad y a Conicyt por el financiamiento parcial de este trabajo de tesis.

Tabla de contenido

1.- Introducción	1
1.1.- Descripción del problema.....	2
1.2.- Objetivos.....	7
1.2.1.- Objetivo general.....	7
1.2.2.- Objetivos específicos	8
1.3.- Alcances	8
1.4.- Metodología.....	9
1.5.- Estructura de la Tesis.....	11
2.- Análisis bibliográfico	12
2.1.- Planificación minera.....	12
2.1.1.- Planificación tradicional de largo plazo.....	12
2.1.2.- Generación de pits anidados	13
2.1.3.- Selección de fases	15
2.1.4.- Secuenciamiento y construcción del plan de producción	16
2.1.5.- Evaluación económica (Capex, Opex).....	17
2.1.6.- Determinación del pit final	17
2.1.7.- Valor del proyecto.....	18
2.1.8.- Evaluación bajo incertidumbre	18
2.1.9.- Planificación estratégica de minas	19
2.2.- Riesgo e incertidumbre.....	21
2.2.1.- Incertidumbre en minería.....	21
2.2.2.- Análisis toma de decisión de Inversión	23
2.2.3.- Tasa de descuento privada	23
2.3.- Derivados financieros.....	25
2.3.1.- Forward	26
2.3.2.- Futuros	26
2.3.3.- Opciones financieras.....	27
2.3.4.- Opciones reales	30
2.3.5.- Opciones reales en minería	36
2.4.- Breve Reseña Sobre Optimización.....	40

2.4.1.- Programación Lineal.....	40
2.4.2.- Metodología de Branch & Bound.....	41
2.4.3.- Optimización mediante ventanas.....	42
2.5.- Breve reseña sobre geoestadística.....	44
2.5.1.- El kriging.....	45
2.5.2.- Simulación condicional.....	45
3.- Modelo de secuenciamiento minero de largo plazo.....	47
3.1.- Secuenciamiento óptimo de bloques en Largo Plazo.....	47
3.1.1.- Variables de decisión:.....	49
3.1.2.- Parámetros:.....	49
3.1.3.- Restricciones:.....	50
3.1.4.- Función objetivo:.....	51
3.2.- Verificación modelo de secuenciamiento de Largo Plazo.....	51
3.2.1.- Cumplimiento de restricción de máximo y mínimo tonelaje de alimentación a planta por periodo.....	53
3.2.2.- Cumplimiento de restricción de máximo y mínimo movimiento mina por período... 54	
3.2.3.- Cumplimiento de restricción de máximo avance en una fase y entre fases, como también sobre el mínimo avance entre fases contiguas.....	54
3.2.4.- Cumplimiento de restricción de precedencia de banco para una misma fase.....	59
3.2.5.- Cumplimiento de función objetivo.....	61
3.2.6.- Optimización mediante ventanas:.....	63
4.- Modelo de valorización mediante opciones reales.....	65
4.1.- Valor esperado bajo incertidumbre geológica.....	65
4.2.- Decisión sobre secuencia de extracción.....	66
4.3.- Valor esperado bajo incertidumbre geológica con opción sobre la secuencia.....	67
4.4.- Precio y valor de la opción real sobre el secuenciamiento minero.....	67
4.5.- Análisis de inversión con opciones reales y decisión de incorporación de flexibilidad....	68
4.6.- Selección de escenarios a secuenciar.....	69
4.6.1.- Selección de grupos y representantes de estos.....	69
5.- Estudio de caso.....	71
5.1.- Descripción del yacimiento.....	71
5.2.- Simulaciones condicionales caso de estudio.....	73

5.2.1.- Representatividad de la muestra de simulaciones condicionales.....	75
5.3.- Parámetros técnicos y económicos.....	76
5.3.1.- Parámetros técnicos	76
5.3.2.- Parámetros económicos	77
5.4.- Planificación minera.....	79
5.4.1.- Generación de pits anidados	79
5.4.2.- Selección y diseño de fases.....	79
5.4.3.- Pit final y determinación de leyes de corte por destino	80
5.4.4.- Evaluación económica	82
6.- Análisis de Resultados	88
6.1.- Secuencia óptima para estimación por Kriging.....	88
6.2.- Secuencia óptima para simulación condicional 81	94
6.3.- Secuencia óptima para simulación condicional 22.....	95
6.4.- Secuencia óptima para simulación condicional 90.....	96
6.5.- Secuencia óptima para simulación condicional 38.....	97
6.6.- Secuencia óptima para simulación condicional 83.....	98
6.7.- Secuencia óptima para simulación condicional 99.....	99
6.8.- Secuencia óptima para simulación condicional 20.....	100
6.9.- Secuencia óptima para simulación condicional 57.....	101
6.10.- Secuencia óptima para simulación condicional 37.....	102
6.11.- Secuencia óptima para simulación condicional 45.....	103
6.12.- Métricas de inversión secuencias óptimas.....	104
6.13.- Determinación y evaluación de opciones sobre la secuencia.....	106
6.14.- Planificación bajo incertidumbre v/s opción real	109
6.15.- Aporte de la opción real frente al aumento en la tasa de descuento.....	110
7.- Conclusiones y trabajos futuros	113
7.1.- Conclusiones caso de estudio	113
7.2.- Conclusiones generales.....	114
7.3.- Trabajos futuros.....	115
8.- Bibliografía	118
9.- Anexos.....	121
9.1.- Anexo A.....	121

9.2.- Anexo B.....	127
9.3.- Anexo C.....	130
9.4.- Anexo D.....	131
9.5.- Anexo E.....	138

Índice de tablas

Tabla 1: Opción financiera v/s opción real.....	31
Tabla 2: Evidencia del uso de opciones reales en investigación relacionada a proyectos mineros.	38
Tabla 3: Características por fase del yacimiento utilizado en la validación del modelo de secuenciamiento minero.	52
Tabla 4: Número de bancos por fase para yacimiento de validación del modelo de secuenciamiento minero.	52
Tabla 5: Restricción sobre el máximo avance en una fase.	55
Tabla 6: Restricción sobre el máximo avance entre fases.	57
Tabla 7: Restricción mínima distancia entre fases.	59
Tabla 8: Restricción de precedencia de bancos en fase.	60
Tabla 9: Tiempo requerido en la optimización del problema, mediante ambas metodologías y para distintas tasas de descuento.	63
Tabla 10: Comparación GAP optimización mediante ventanas con descuento de 5% en FO.	64
Tabla 11: Descripción de leyes modelo de bloques estimado mediante Kriging.	72
Tabla 12: Comparación modelo de bloques.	72
Tabla 13: Parámetros técnicos utilizados.	76
Tabla 14: Principales parámetros económicos.	77
Tabla 15: Beta principales empresas productoras de cobre.	78
Tabla 16: Comparación tonelaje pits anidados y diseño de fases.	80
Tabla 17: Selección de destino y cubicación fase-banco por ley de cobre.	82
Tabla 18: Parámetros utilizados en el cálculo de equipos de carguío.	83
Tabla 19: Parámetros utilizados en el cálculo de equipos de transporte.	84
Tabla 20: Parámetros utilizados en el cálculo de equipos de perforación.	84
Tabla 21: Ponderación costos de tronadura, administración, apoyo y otros en el costo mina total.	85
Tabla 22: Ponderación costos de capital de equipos de apoyo y otros.	85
Tabla 23: Costo operacional y de capital para planta de procesamiento de 100.000 [TPD].	86
Tabla 24: Estructura e información contenida en el flujo de caja.	87
Tabla 25: Principales estadísticas evaluación secuencia kriging frente a incertidumbre.	91
Tabla 26: Escenarios seleccionados para realizar secuencia de extracción óptima.	93
Tabla 27: VAN de seleccionados frente a secuencia Kriging.	93
Tabla 28: Principales resultados económicos evaluación secuencia 1 frente a incertidumbre.	94
Tabla 29: Principales resultados económicos evaluación secuencia 2 frente a incertidumbre.	95
Tabla 30: Principales resultados económicos evaluación secuencia 3 frente a incertidumbre.	96
Tabla 31: Principales resultados económicos evaluación secuencia 4 frente a incertidumbre.	97
Tabla 32: Principales resultados económicos evaluación secuencia 5 frente a incertidumbre.	98
Tabla 33: Principales resultados económicos evaluación secuencia 6 frente a incertidumbre.	99
Tabla 34: Principales resultados económicos evaluación secuencia 7 frente a incertidumbre. ...	100
Tabla 35: Principales resultados económicos evaluación secuencia 8 frente a incertidumbre. ...	101

Tabla 36: Principales resultados económicos evaluación secuencia 9 frente a incertidumbre. ..	102
Tabla 37: Principales resultados económicos evaluación secuencia 10 frente a incertidumbre.	103
Tabla 38: Métricas de inversión de secuencias construidas.	105
Tabla 39: Secuencias posibles por opción.	107
Tabla 40: Valor y precio de la opción junto a principales métricas para las distintas opciones evaluadas.	108

Índice de figuras

Figura 1: Cadena de Valor de la Industria Minera.	1
Figura 2: Distribución de VAN sin opción y con opción de abandono.....	6
Figura 3: Beneficio de opciones reales en función del valor presente neto y nivel de incertidumbre.....	7
Figura 4: Proceso tradicional de planificación minera de largo plazo.	13
Figura 5: Extracción mediante Best Case.....	15
Figura 6: Extracción mediante Worst Case.....	16
Figura 7: Fuentes de incertidumbre en proyectos mineros.....	22
Figura 8: Riesgo total.	25
Figura 9: Diagrama de pago de contratos forward.	26
Figura 10: Diagrama de pago opción de compra.....	28
Figura 11: Diagrama de pago opción de venta.	29
Figura 12: Cono de incertidumbre.....	32
Figura 13: Relación entre flexibilidad, incertidumbre y valor aportado mediante opciones reales.	33
Figura 14: Beneficio de opciones reales en función del valor presente neto.	33
Figura 15: Cono de incertidumbre definido por simulaciones del activo subyacente.....	35
Figura 16: Optimización mediante ventanas.	43
Figura 17: Relación entre solución incumbente y relajada en función del tiempo de resolución.	44
Figura 18: Espacio de soluciones.	44
Figura 19: Restricción de alimentación a planta.	53
Figura 20: Restricción sobre el movimiento mina.....	54
Figura 21: Restricción sobre el máximo avance en una fase.....	56
Figura 22: Restricción sobre el máximo avance entre fases.....	58
Figura 23: Ejemplo problema con aumento de tonelaje en bancos inferiores.....	60
Figura 24: Perfil de leyes a distintos descuento en la función objetivo.	61
Figura 25: Fino total para ambos secuenciamientos.....	62
Figura 26: Beneficio total para ambos secuenciamientos.	62
Figura 27: Curva tonelaje ley modelo de bloques estimado mediante Kriging.....	71
Figura 28: Modelo de bloques sin estéril (1), modelo de bloques con estéril (2).	73
Figura 29: Fino de cobre yacimiento en estudio para las distintas simulaciones condicionales... ..	74
Figura 30: Boxplot de leyes de simulaciones condicionales y estimación por Kriging.	74
Figura 31: Ley media para las distintas simulaciones condicionales.	75
Figura 32: Resumen pits anidados.....	79
Figura 33: Fino de cobre contenido en el pit final.....	81
Figura 34: Histograma fino de cobre en pit final de simulaciones condicionales.....	82
Figura 35: Secuencia óptima para estimación por Kriging.	88
Figura 36: Plan de Producción secuencia kriging bajo incertidumbre geológica.....	89
Figura 37: Ley de cobre por período para secuencia kriging bajo incertidumbre geológica.	89
Figura 38: VAN de escenarios geológicos bajo secuencia Kriging.	90

Figura 39: Histograma VAN de escenarios geológicos bajo secuencia kriging.	90
Figura 40: Inversión requerida implementación secuencia kriging frente a incertidumbre geológica.....	91
Figura 41: Flujos de caja descontados obtenidos a partir de secuencia kriging bajo incertidumbre geológica.....	92
Figura 42: Plan de producción secuencia 1 bajo incertidumbre geológica.	94
Figura 43: VAN de escenarios geológicos frente a secuencia 1.....	94
Figura 44: Plan de producción secuencia 2 bajo incertidumbre geológica.	95
Figura 45: VAN de escenarios geológicos frente a secuencia 2.....	95
Figura 46: Plan de producción secuencia 3 bajo incertidumbre geológica.	96
Figura 47: VAN de escenarios geológicos frente a secuencia 3.....	96
Figura 48: Plan de producción secuencia 4 bajo incertidumbre geológica.	97
Figura 49: VAN de escenarios geológicos frente a secuencia 4.....	97
Figura 50: Plan de producción secuencia 5 bajo incertidumbre geológica.	98
Figura 51: VAN de escenarios geológicos frente a secuencia 5.....	98
Figura 52: Plan de producción secuencia 6 bajo incertidumbre geológica.	99
Figura 53: VAN de escenarios geológicos frente a secuencia 6.....	99
Figura 54: Plan de producción secuencia 7 bajo incertidumbre geológica.	100
Figura 55: VAN de escenarios geológicos frente a secuencia 7.....	100
Figura 56: Plan de producción secuencia 8 bajo incertidumbre geológica.	101
Figura 57: VAN de escenarios geológicos frente a secuencia 8.....	101
Figura 58: Plan de producción secuencia 9 bajo incertidumbre geológica.	102
Figura 59: VAN de escenarios geológicos frente a secuencia 9.....	102
Figura 60: Plan de producción secuencia 10 bajo incertidumbre geológica.	103
Figura 61: VAN de escenarios geológicos frente a secuencia 10.....	103
Figura 62: Ajuste distribución normal secuencias bajo incertidumbre.	104
Figura 63: Comparación de E(VAN) y confiabilidad de secuencias construidas.	105
Figura 64: Productividad por Opción propuesta.	106
Figura 65: Ajuste distribución de probabilidad normal en opciones.....	107
Figura 66: E(VAN), precio de la opción y confiabilidad para las distintas opciones evaluadas.	108
Figura 67: Valor y precio de la opción para las distintas opciones evaluadas.	109
Figura 68: Efecto de la planificación bajo incertidumbre y del uso de opciones reales.....	110
Figura 69: Comparación de E(VAN) y confiabilidad de secuencias para una tasa de descuento del 11.5%.....	111
Figura 70: E(VAN), precio de la opción y confiabilidad para las distintas opciones evaluadas con tasa de descuento del 11.5%.....	112
Figura 71: Desviación estándar de leyes de cobre y diseño de fases, cota 1100 (izq), cota 1000 (der).	127
Figura 72: Desviación estándar de leyes de cobre y diseño de fases, cota 900 (izq), cota 800 (der).	127
Figura 73: Desviación estándar de leyes de cobre y diseño de fases, cota 700 (izq), cota 600 (der).	128

Figura 74: Desviación estándar de leyes de cobre y diseño de fases, cota 500 (izq), cota 400 (der).	128
Figura 75: Desviación estándar de leyes de cobre y diseño de fases, cota 300 (izq), cota 200 (der).	129
Figura 76: Desviación estándar de leyes de cobre y diseño de fases cota 100 (izq) y leyenda de desviación estándar (der).	129
Figura 77: Fino de cobre (izq) y mineral a planta (der) por fase.	130
Figura 78: Mineral a stock (izq) y estéril (der) por fase.	130
Figura 79: Flujo de caja (arriba-izq), ley de cobre (arriba-der) e inversión (abajo-izq) por período para secuencia 1, junto a histograma de VAN.....	131
Figura 80: Flujo de caja (arriba-izq), ley de cobre (arriba-der) e inversión (abajo-izq) por período para secuencia 2, junto a histograma de VAN.....	132
Figura 81: Flujo de caja (arriba-izq), ley de cobre (arriba-der) e inversión (abajo-izq) por período para secuencia 3, junto a histograma de VAN.....	133
Figura 82: Flujo de caja (arriba-izq), ley de cobre (arriba-der) e inversión (abajo-izq) por período para secuencia 4, junto a histograma de VAN.....	133
Figura 83: Flujo de caja (arriba-izq), ley de cobre (arriba-der) e inversión (abajo-izq) por período para secuencia 5, junto a histograma de VAN.....	134
Figura 84: Flujo de caja (arriba-izq), ley de cobre (arriba-der) e inversión (abajo-izq) por período para secuencia 6, junto a histograma de VAN.....	135
Figura 85: Flujo de caja (arriba-izq), ley de cobre (arriba-der) e inversión (abajo-izq) por período para secuencia 7, junto a histograma de VAN.....	135
Figura 86: Flujo de caja (arriba-izq), ley de cobre (arriba-der) e inversión (abajo-izq) por período para secuencia 8, junto a histograma de VAN.....	136
Figura 87: Flujo de caja (arriba-izq), ley de cobre (arriba-der) e inversión (abajo-izq) por período para secuencia 9, junto a histograma de VAN.....	137
Figura 88: Flujo de caja (arriba-izq), ley de cobre (arriba-der) e inversión (abajo-izq) por período para secuencia 10, junto a histograma de VAN.....	137
Figura 89: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia kriging bajo tasa de descuento de 11.5%.	138
Figura 90: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia 1 bajo tasa de descuento de 11.5%.	138
Figura 91: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia 2 bajo tasa de descuento de 11.5%.	139
Figura 92: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia 3 bajo tasa de descuento de 11.5%.	139
Figura 93: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia 4 bajo tasa de descuento de 11.5%.	139
Figura 94: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia 5 bajo tasa de descuento de 11.5%.	140
Figura 95: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia 6 bajo tasa de descuento de 11.5%.	140

Figura 96: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia 7 bajo tasa de descuento de 11.5%.....	140
Figura 97: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia 8 bajo tasa de descuento de 11.5%.....	141
Figura 98: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia 9 bajo tasa de descuento de 11.5%.....	141
Figura 99: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia 10 bajo tasa de descuento de 11.5%.....	141

1.- Introducción

Chile es el mayor productor y exportador de cobre en el mundo, como también uno de los principales productores a nivel mundial en productos metálicos y no metálicos. Para el año 2012 se proyecta una producción mundial de 16.6 Mton de cobre fino, con un aporte de Chile de 5.4 Mton, lo cual implica un 32.5% de la producción de cobre en el mundo. Estas cifras se logran bajo el requerimiento de una fuerte inversión en minería del cobre, la cual alcanza para el año 2012 los 8,075 MUS\$. Actualmente la inversión en minería de cobre, oro, plata y hierro desde el año 2012 en adelante alcanza los 93,461 MUS\$, lo cual mantiene a Chile como uno de los principales productores a futuro. (Cochilco, 2012)

Actualmente la industria minera opera sobre una amplia cadena de valor, donde algunas compañías se enfocan específicamente en segmentos claves, mientras que otras sobre toda la cadena, dependiendo de la estrategia de la compañía de encontrarse activa o no sobre ciertos segmentos. La cadena de valor de la industria minera consta de: Exploración y Adquisición, Desarrollo, Explotación y Concentración, Fundición y Refinación, Manufactura y finalmente Reciclaje (Horsley T P, 2002).

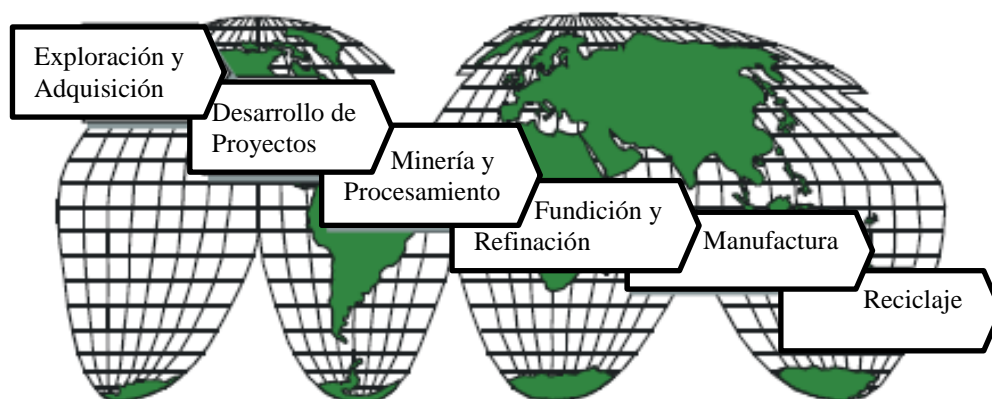


Figura 1: Cadena de Valor de la Industria Minera.

Fuente: *Dollar driven mine planning: The corporate perspective to operational mine planning.*

Gran parte de la capacidad de crear valor se encuentra situada en las etapas de desarrollo y explotación del recurso mineral. Sin embargo, este valor se consolida sólo al término de la cadena, dificultando la capacidad de mejora en procesos aguas arriba. En este punto toma

importancia la planificación minera, la cual permite, mediante la incorporación de mejores prácticas, obtener grandes ganancias en el valor del proyecto. Al igual que la planificación, un diseño capaz de adaptarse a los cambios presentes en la mina y una operación robusta en términos de la capacidad de cumplir con el programa de producción, permitirá mejoras en el resultado final, lo cual en muchos casos se verá reflejado en la valorización de la compañía.

La planificación minera es una parte esencial del proceso con el cual se maximiza el retorno del proyecto, producto de la venta de sus productos minerales. Esta ganancia se logra en base a cuatro etapas de la planificación, las cuales consisten en: planificación estratégica, planificación de largo plazo o de la vida de la mina, planificación de mediano plazo y finalmente la planificación de corto plazo. Estas etapas se caracterizan en cuanto al horizonte de planificación, la ventana bajo la cual se realiza el estudio y la certidumbre con la cual se llevan a cabo. La planificación estratégica busca a partir de la visión de la compañía, aquellas alternativas que permiten crear mayor valor para la compañía. En base a este escenario, se lleva a cabo el plan del negocio el cual considera la vida del proyecto de forma anual, junto al plan de mediano y corto plazo. El primero de estos busca de forma mensual para el primer año, trimestral para el segundo y tercer año y semestral para el cuarto y quinto, asegurar el cumplimiento del plan de negocio. Finalmente es el plan de corto plazo aquel que entrega un mayor grado de información y el cual busca cumplir las promesas realizadas en el plan de mediano plazo, maximizando el uso de todos aquellos recursos disponibles (Horsley T. P, 2002).

1.1.- Descripción del problema

Una de las vías de desarrollo de la planificación minera hoy en día, se basa en incorporar una mayor cantidad de variables y herramientas que permitan lograr resultados más robustos en términos de valor esperado y cumplimiento de promesas productivas, como también maximizar el beneficio del negocio reflejado en el valor de este y la rentabilidad esperada por los accionistas.

Esto se lleva a cabo hoy en día mediante la realización de planes mineros con diferentes horizontes de estudio, dentro de los cuales podemos encontrar planes con gran información y baja incertidumbre en el corto plazo hasta planes de largo plazo los cuales tienden a considerar estimaciones promedio de las variables en estudio.

Si bien en los últimos años se han logrado importantes mejoras en esta área, la falta de total integración de las variables que forman parte de la planificación y una completa disminución de las incertidumbres en éstas, son las responsables de la desviación entre los resultados operacionales actuales en relación a los planes mineros realizados en etapas previas de estudio. Las principales diferencias entre lo planificado y el resultado final de la ejecución de estos planes mineros se ve reflejado en términos de:

- Vida de la mina
- Ingresos
- Costos
- Reservas mineras
- Inversiones

Si bien en la práctica existen diversas fuentes de incertidumbre, un primer paso consiste en limitar aquellas de mayor relevancia en el impacto sobre la inversión o retribuciones futuras que se espera generar, que llevan a obtener resultados subóptimos en la ejecución de los proyectos mineros. Es decir aquellas fuentes cuya variabilidad se considere relevante al nivel que podrían: afectar la viabilidad económica del proyecto, modificar la envolvente económica de la mina resultante, cambiar los ritmos de producción y el secuenciamiento óptimo de la operación, afectando de esta forma al plan de producción establecido.

La incertidumbre se puede dividir según su fuente de origen, pudiendo ser externa o interna. Se entiende por una fuente de origen externa aquellas ajenas a la empresa y por internas, aquellas dictadas por los activos y organización propias de ésta. En minería la principal fuente de incertidumbre externa corresponde al mercado (precio del commodity, precio y disponibilidad de insumos críticos, monto de la inversión, etc), mientras que la incertidumbre geológica y operacional son las más relevantes como fuente de origen interna. En base a esto, los tres tipos de incertidumbre que gobiernan el negocio minero corresponden a: geológica, operacional y mercado. (Mayer Z, Kazakidis V, 2007)

Dentro de las fuentes internas, la geología corresponde al parámetro sobre el cual se presenta una mayor incertidumbre producto de los altos costos asociados a las campañas de sondajes (Tulcanaza E, 1999). Es por esto que las propiedades de algunos sectores de los recursos son estimados con técnicas geo-estadísticas basadas en la información capturada en estudios de

sondajes. El mayor interés actual de trabajar con fuentes internas de incertidumbre se debe a que existe la posibilidad de conocer y acotarlos, a diferencia con las fuentes externas donde sus escenarios futuros se deben a factores incapaces de manejar por la empresa.

Al mismo tiempo, dentro de las fuentes internas, es la del tipo geológico la que presenta un mayor efecto sobre el valor mismo del proyecto, ya que de ésta proviene el estudio sobre los tonelajes y leyes de mineral a considerar en los distintos sectores de la mina. Esta incertidumbre juega un importante rol en el contexto de la planificación minera tanto en minas subterráneas como a cielo abierto, donde en la segunda se debe principalmente a su efecto en la definición del pit final y la secuencia de producción. Actualmente, el secuenciamiento a considerar en la explotación de una mina a cielo abierto es definido mediante un modelo de bloques generado a partir del análisis y estimación mediante Kriging, el cual carece completamente de variabilidad, es decir, no se incorpora en el ejercicio de la planificación la incertidumbre del yacimiento en término de la geología. Sin embargo, cabe destacar que esta incertidumbre dependerá del tipo de yacimiento en estudio, debido a que la variabilidad de las leyes depende principalmente de (Emery X, 2009):

- Continuidad espacial de las leyes (efecto pepita, alcance, etc.)
- Incertidumbre geológica (cuerpos bien definidos reducen la incertidumbre)
- Cantidad de datos disponibles (a mayor cantidad de datos, menor incertidumbre)
- Soporte de los bloques (a mayor soporte, menor incertidumbre)

La generación de escenarios de modelos de bloques mediante simulación condicional, permite incorporar la incertidumbre geológica en el proceso de planificación, ya sea en la definición del pit final y/o en el secuenciamiento minero de largo plazo. Esto se debe a la posibilidad de incorporar la variabilidad en el proceso, logrando la cuantificación de esta.

Si bien lo indicado en los párrafos anteriores corresponde a los parámetros de entrada utilizados en la evaluación de un proyecto minero, los cuales presentan una gran ponderación en el valor resultante de estos, existe una alta capacidad de mejora en termino del proceso y herramientas aplicadas en la evaluación de estos.

El actual proceso utilizado en la toma de decisiones de proyectos mineros, llevan a obtener resultados con baja probabilidad de materializarse producto de la incapacidad de estas

herramientas de generar buenos pronósticos bajo incertidumbre. Estos instrumentos de evaluación consisten en el uso del VAN (valor actual neto) y FCD (flujos de caja descontados), los cuales, por si solos, sirven para evaluar proyectos determinísticos, ya que carecen de capacidad para incorporar el valor de las flexibilidad que se pueden tomar a futuro como estrategia frente a las incertidumbres presentes.

Tanto la planificación bajo incertidumbre, como la metodología de opciones reales, proponen mejoras en la confiabilidad y en el valor esperado de un determinado proyecto. La primera de éstas, incorpora el efecto de la incertidumbre en la generación del proyecto, por lo que éste debiera presentar una mejor reacción frente a los distintos escenarios posibles. Por otro lado, las opciones reales se hacen cargo de los posibles escenarios futuros, tomando ventaja en aquellos perjudiciales como también en los que permiten aumentar el valor asociado.

En esta línea, la incorporación de la metodología de opciones reales propone un rol importante como complemento a las herramientas antes mencionadas cuando existe algún grado de incertidumbre por parte de las variables de importancia en un proyecto. Al mismo tiempo, existe una significativa capacidad de flexibilidad en términos de cambiar el curso del proyecto en una dirección más favorable. Estas flexibilidades pueden ser tan simples como abandonar una explotación minera, expandir la producción mina y/o planta, continuar la explotación de fases marginales, postergar la ejecución de un proyecto, contraer la producción en espera de mejores precios, etc.

Se entiende entonces como una opción real, a la posibilidad de tomar una decisión en busca de un mejor resultado, dado los eventos y/o información obtenida. Esto se logra bajo la incorporación previamente de una flexibilidad, la cual permite cambiar el rumbo en pro de mejores resultados al momento de tener el conocimiento de las variables sobre las cuales se tenía cierto grado de incertidumbre en un principio.

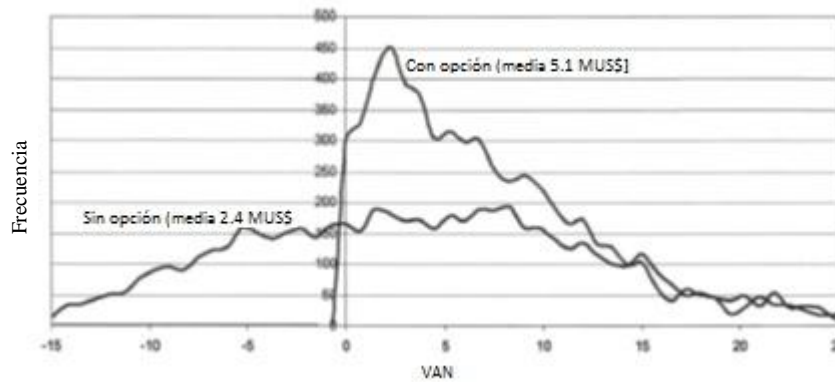


Figura 2: Distribución de VAN sin opción y con opción de abandono.

Fuente: Decision making in flexible mine production system design using real options.

En base a lo mencionado anteriormente, la metodología de evaluación mediante opciones reales no entrega mejoras considerables en valor al tomar decisiones de invertir en proyectos con altos valores de VAN, esto se debe a que, independiente del valor que pueda llegar a agregar la evaluación mediante opciones reales, el proyecto en si ya es atractivo. El mismo efecto se obtiene para proyectos que presentan un VAN muy bajo, donde, independiente del valor agregado mediante esta metodología, la decisión de no invertir se mantendrá.

Sin embargo, este complemento a las metodologías tradicionales de evaluación de proyectos sigue siendo atractivo en términos de la disminución en la varianza de los posibles resultados económicos que trae, así como también en acotar las pérdidas en escenarios de valor negativo en caso de llevarse éstos a cabo. Por lo tanto, la decisión sobre invertir en proyectos de alto valor esperado no cambiará mayoritariamente (puede existir un cambio en la decisión de inversión, cuando se presenta un proyecto de alto VAN esperado y alta variabilidad en inversionistas adversos al Riesgo).

Por el contrario, en proyectos con un bajo VAN esperado, el valor adicionado por la metodología de opciones reales permitirá cambiar la decisión de llevar o no a cabo el proyecto dependiendo de la incertidumbre de éste y el grado de flexibilidad que permite.

Como se ilustra en la figura siguiente, las utilización de la metodología de opciones reales resulta más atractiva en proyectos con valores cercanos a cero y/o con un alto grado de incertidumbre.

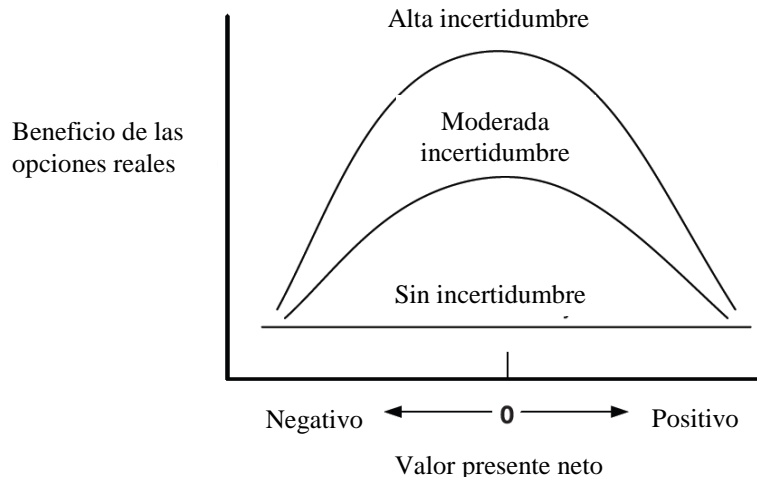


Figura 3: Beneficio de opciones reales en función del valor presente neto y nivel de incertidumbre.

Fuente: Project valuation using real options.

En la actualidad, si bien se ha incorporado el uso de opciones reales en la valorización de proyectos mineros, el tipo de opciones evaluadas y las incertidumbres incorporadas consisten en los casos más tradicionales, mencionados anteriormente, y relacionados en su mayoría a la incerteza del commodity principal. Es por esto que se requiere de la implementación de esta metodología, incluyendo la incertidumbre geológica y considerando flexibilidades reales en el proceso de planificación y aplicables frente a los escenarios requeridos una vez en marcha la producción mina. De esta forma, se espera lograr mejores resultados en la evaluación de proyectos mineros en términos de la promesa en valor y confiabilidad entregada a los inversionistas. Sin embargo, esta metodología siempre dependerá del grado de inclusión de las incertidumbres más relevantes en el proyecto, pudiendo llegar a valores reales cercanos a los entregados en etapas previas a la puesta en marcha del mismo.

1.2.- Objetivos

1.2.1.- Objetivo general

Definir el secuenciamiento óptimo y programa de producción de una mina a cielo abierto bajo la incorporación de incertidumbre geológica, considerando el uso de flexibilidad en el secuenciamiento y valorizada a través de la metodología de opciones reales.

1.2.2.- Objetivos específicos

1. Estudiar el valor esperado y observar el comportamiento de un secuenciamiento y programa de producción óptimo para un modelo de bloques generado mediante Kriging, frente a la incorporación de incertidumbre geológica modelada mediante simulaciones condicionales.
2. Generar grupos de simulaciones condicionales que presenten el mismo comportamiento económico frente al secuenciamiento óptimo para el kriging y elegir para cada uno de estos un candidato al cual generar una secuencia óptima de extracción.
3. Valorizar el aumento en inversión y costos asociados a la generación de nuevos secuenciamientos óptimos para los distintos representantes determinados con antelación, en base al nuevo dimensionamiento en la flota de equipos.
4. Valorizar un proyecto minero mediante la metodología de opciones reales, al incorporar flexibilidad como nuevas secuencias al yacimiento en estudio y comparar el valor frente a la metodología tradicional de evaluación.
5. Indicar la relación entre confiabilidad, valor del proyecto e inversión en el secuenciamiento de una mina a cielo abierto.

1.3.- Alcances

El trabajo que se presenta a continuación se enmarca en el contexto de los siguientes alcances:

1. Planificación minera de largo plazo de minas operadas a cielo abierto con enfoque en el secuenciamiento minero.
2. Construcción de una herramienta de secuenciamiento minero a nivel de fase-banco para el largo plazo.
3. Estudio de caso para un yacimiento de cobre.
4. Incorporación de incertidumbre geológica como simulaciones condicionales por bandas rotantes, con efecto sólo en la ley de cobre.
5. Valorización de la inversión y los costos de operación para distintas secuencias de explotación construidas, a partir de valores medios observados en la industria minera.
6. Incorporación de flexibilidad en opciones reales, por medio de la secuencia de explotación y el dimensionamiento de flota de equipos requerida.

7. Estudiar la relación entre la incorporación de flexibilidad en la secuencia de un proyecto minero y el valor esperado de este, junto a la confiabilidad de lograr rentas por sobre la tasa de interés exigida.
8. La capacidad de procesamiento en el caso de estudio es fija, y no interviene en el proceso de optimización y de evaluación mediante opciones reales de forma directa. Sólo afecta los requerimientos de movimiento mina para lograr el cumplimiento en la alimentación de mineral a esta.
9. La opción se considera al momento de la puesta en marcha del proyecto, por lo que la definición de la secuencia óptima se realiza en $t=0$, con determinación de equipos mina óptima en $t<0$.
10. No se incorpora incertidumbres del tipo externas e internas fuera de la geológica.
11. No se realiza diseño de fases, por lo que solo se consideran pits anidados sin rampa que cumplan con los espacios operativos requeridos, los cuales se mantienen fijos para todas las realizaciones del modelo de bloques.
12. El pit final y la selección de fases se realiza para el modelo de bloques generado mediante Kriging, el cual se conserva frente a los modelos construidos mediante simulación condicional.

1.4.- Metodología

La metodología a utilizar en este trabajo de tesis se presenta en los siguientes puntos:

1. A partir de un yacimiento en estudio, se construye un modelo de bloques mediante el método de Kriging. A la vez se generan cien realizaciones del cuerpo mineralizado mediante simulaciones condicionales. Estas simulaciones permiten incorporar en el estudio de tesis la incertidumbre geológica necesaria para la incorporación de flexibilidades en las etapas de planificación minera.
2. En base al modelo de bloques por Kriging y a la definición de pit final y fases, se determina el secuenciamiento óptimo para este modelo mediante una herramienta de secuenciamiento fase/banco construida. A partir del secuenciamiento se genera el programa de producción, a través del cual, y mediante etapas de valorización, se obtiene el valor del proyecto de forma determinístico, o en otras palabras, siguiendo la metodología tradicional de planificación.

3. El secuenciamiento base generado se aplicará a las distintas realizaciones del modelo de bloques construido mediante simulaciones condicionales, que se encuentran en las fases y pit final definidos para el modelo de kriging. Esto último con el fin de evaluar mediante un programa de producción, la capacidad de cumplimiento de promesas productivas del proyecto en general dada la variabilidad presente por la geología.
4. Calcular la variabilidad en términos de valor en el proyecto minero al incorporar incertidumbre geológica en la planificación minera. Estos resultados se basan en la evaluación de los escenarios generados (simulaciones condicionales) en una planificación realizada bajo parámetros determinísticos (modelo de bloques mediante Kriging).
5. Generar un agrupamiento de las simulaciones condicionales de forma de trabajar con representantes de grupos. Esta agrupación permite que el problema de incertidumbre geológica sea abordable desde el punto de vista del manejo de datos. Este proceso de agrupamiento se realiza mediante el ordenamiento de las simulaciones condicionales de acuerdo al VAN resultante de la aplicación del secuenciamiento base generado.
6. A partir del ordenamiento antes realizado, se procede a generar nuevas secuencias de extracción de largo plazo para un representante de cada grupo construido. Estas secuencias permitirán mejorar los resultados económicos de los distintos escenarios geológicos estudiados.
7. Para cada uno de los secuenciamientos alternativos generados, se evaluarán sus Capex y Opex necesarios y se procederá a evaluar el resultado entre el cruce de cada secuencia con los escenarios geológicos existentes. De esta forma se podrán comparar las secuencias en base a su reacción frente a la incertidumbre geológica.
8. Luego, los secuenciamientos alternativos generados, se evalúan mediante la metodología de opciones reales, de forma de incorporar estos como flexibilidades al secuenciamiento base frente a la incertidumbre geológica. La decisión de tomar o no la opción de secuenciamiento alternativo, dependerá de la inversión y costos extras frente al valor esperado obtenido.
9. Elaborar un gráfico resumen, el cual indique la relación entre confiabilidad y valor esperado del proyecto mediante opciones reales. Estos resultados se obtendrán para los distintos secuenciamientos, los cuales se representaran en función del requerimiento de inversión para cada uno.

1.5.- Estructura de la Tesis

El trabajo de tesis presentado se organiza en 10 capítulos, los cuales se ordenan en 4 partes, estas son:

- Una primera división, la cual incluye los capítulos 1 y 2 que presentan el tema de tesis y los fundamentos teóricos que enmarcan las posteriores aplicaciones al problema presentado.
- Los capítulos 3 y 4 correspondientes a la segunda parte del trabajo de tesis, donde se entrega la construcción de los modelos aplicados en el trabajo de tesis y su verificación del correcto funcionamiento.
- La tercera parte del trabajo, capítulos 5 al 6, indica las características del caso de estudio, entrega los resultados obtenidos de la aplicación de la metodología propuesta y analiza los principales resultados encontrados.
- Por último, los capítulos 7 al 9, entregan las conclusiones obtenidas mediante la implementación del trabajo de tesis, propone las futuras aplicaciones y derivaciones de la metodología utilizada y se entregan los títulos de los investigadores que han realizado aportes en el área y también aquellos desarrollos y resultados que no fueron entregados en capítulos anteriores.

2.- Análisis bibliográfico

En el presente capítulo se mencionan los antecedentes y análisis referentes a la realización del trabajo de tesis presentado. Éste se organiza en función de los principales temas abordados y bajo los cuales se desarrolla la metodología propuesta.

2.1.- Planificación minera

Se entiende por planificación minera a la disciplina de Ingeniería de Minas que se encarga de dar una exitosa solución a una serie de posibilidades que enmarcan el negocio minero. Esto se debe a que la operación y dirección de empresas mineras se prolonga durante una larga vida en la cual se ve envuelta una importante suma de dinero, bajo un alto riesgo. Por lo tanto se busca dar una respuesta confiable a los principales puntos que gobiernan el negocio minero, donde se encuentran (Lerchs H. Grossmann I. F, 1965):

- Estimación de reservas
- Diseño de pit óptimo
- Secuencia de producción
- La determinación de equipos, políticas de mantención y recambio.
- Los mercados a seleccionar
- Tamaño óptimo de procesamiento

Son estos puntos los que permiten indicar los métodos de extracción, mineros y metalúrgicos y las cuotas de minerales a comercializar en el tiempo, resumidas en un programa de producción minero. Este proceso de planificación se menciona en este trabajo de tesis a partir de dos niveles, donde el primero corresponde a la planificación tradicional de largo plazo y el segundo a la planificación estratégica.

2.1.1.- Planificación tradicional de largo plazo

La planificación de largo plazo consiste en una serie de etapas seriadas y determinísticas que buscan, a partir de la información proveniente de un modelo de bloques, obtener el potencial valor del proyecto. El cual se realiza indicando de manera detallada las especificaciones relacionadas en términos de inversión y producción tanto para el proceso mina como planta.

Estos modelos pueden presentar una gran cantidad de información, sin embargo se destaca la ley del mineral, densidad y ubicación del bloque en el espacio. Es a partir de esta información en

conjunto con los parámetros técnicos, requerimientos geomecánicos, anchos mínimos operables, altura de bancos, tamaño de bermas, etc, y económicos, que se realizan las etapas de planificación de largo plazo. Esta metodología de planificación en etapas propuesta por Whittle (Whittle J, 1999), es ampliamente utilizada en la industria y conlleva finalmente a la representación del proyecto mediante un indicador de su valor. La serie de etapas representativas del proceso de planificación tradicional de largo plazo se presentan en la siguiente figura:

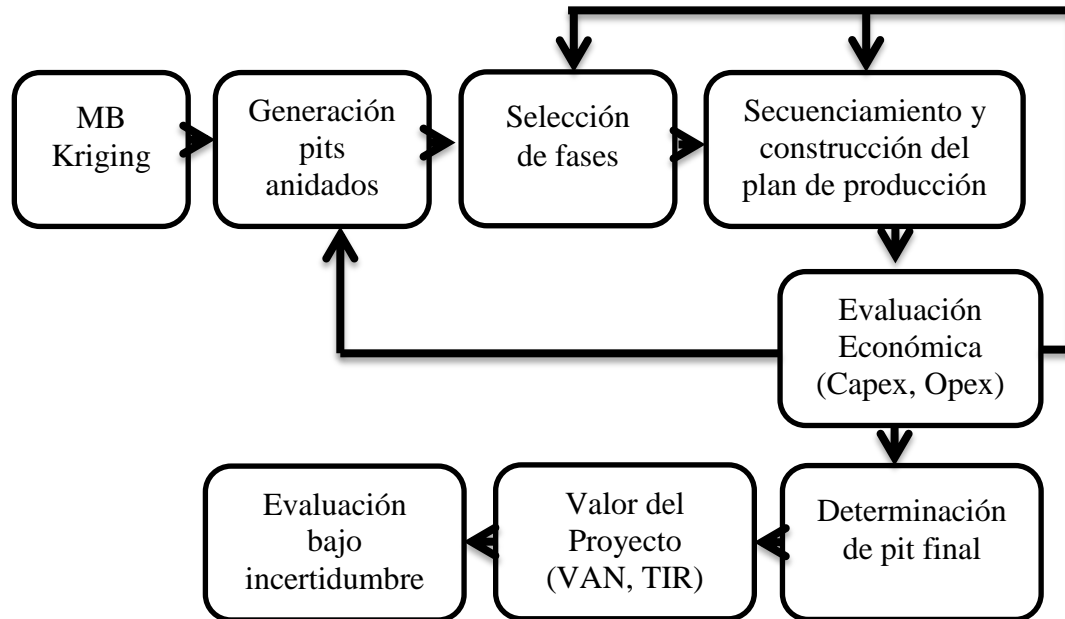


Figura 4: Proceso tradicional de planificación minera de largo plazo.

Fuente: Elaboración propia.

El detalle de estas etapas se entrega en las siguientes líneas.

2.1.2.- Generación de pits anidados

Un problema fundamental dentro de la planificación minera corresponde a la determinación del pit final. Este pit final se entiende como el contorno que limita la extracción de material de aquel que no es removido y que a la vez respeta los requerimientos técnicos/económicos exigidos. El objetivo detrás de esta definición, se basa en encontrar la máxima diferencia entre el beneficio obtenido de la extracción de este material, frente al costo asociado a la extracción y procesamiento involucrado.

En el proceso de selección de pit final óptimo se lleva a cabo la construcción de pits anidados a partir del modelo de bloques representativo del yacimiento en estudio, mediante la utilización de

un factor multiplicador del beneficio asociado a la extracción de cada bloque del yacimiento en el algoritmo de Lerchs & Grossman (Lerchs H. Grossmann I. F. 1965). Este algoritmo genera, para cada set de parámetros económicos, aquel pit que maximiza el valor de la extracción de los bloques incluidos en éste. Es decir, para cada Revenue Factor (factor multiplicador), se genera un pit que respeta las restricciones de precedencias verticales asociadas al ángulo de talud. Un modelo simplificado del beneficio de un bloque y el efecto del Revenue Factor en él, se presenta a continuación:

$$\textit{Beneficio} = \textit{Ingresos} - \textit{Costos}$$

$$\textit{Ingresos} = \textit{Ton} * \textit{ley} * \textit{Rm} * \textit{Precio} * \textit{RF}$$

$$\textit{Costos} = \textit{Ton} * (\textit{Cm} + \textit{Cp}) - \textit{Ton} * \textit{ley} * \textit{Rm} * \textit{Precio} * \textit{C}_{FyR}$$

Dónde:

Beneficio: Beneficio percibido por la extracción del bloque.

Ingresos: Ingreso percibido por la posterior venta del bloque de mineral.

Costos: Costo asociado a la extracción y procesamiento del bloque.

Ton: Tonelaje del bloque evaluado.

Ley: Ley de mineral del bloque evaluado.

Rm: Recuperación metalúrgica.

Precio: Precio del mineral contenido en el bloque.

RF: Revenue factor o factor multiplicador del precio.

Cm: Costo mina asociado a la extracción del bloque.

Cp: Costo planta asociado al procesamiento del bloque.

C_{FyR}: Costo asociado a la fundición y refinación del bloque.

A partir de la variación del Revenue Factor, se obtiene una serie de pits óptimos para cada uno de estos factores multiplicando al precio. Cabe destacar que la generación de pits anidados se realiza con el fin de lograr extraer en los primeros períodos de vida mina aquellos bloques que presentan principalmente un mayor valor o un menor costo asociado, obteniendo mayores beneficios bajo la

evaluación de flujos de caja descontados. La idea mencionada en el punto anterior se explica con mayor detalle en la siguiente etapa del proceso de planificación de largo plazo.

2.1.3.- Selección de fases

Posterior a la generación de pits anidados, se realiza la etapa de selección de fases. Esta etapa consiste en definir que pits anidados se usarán como base en el diseño de fases a realizar, con el fin de lograr la operatividad de estas. Esta etapa es fundamental ya que los pits anidados carecen en su construcción de consideraciones operacionales, tales como rampas y espacios mínimos operables. El fundamento detrás de la utilización de fases de extracción en vez de la consideración de un solo pit final, se explica a continuación.

1) Secuencia de extracción Best Case:

Este tipo de secuencias de extracción corresponde a la extracción de pit a pit generados para los distintos Revenue Factor. Esta secuencia permite extraer una menor cantidad de estéril (disminuir costos) y obtener mejores leyes en períodos iniciales entre otras ventajas. La siguiente figura representa la extracción de bancos utilizando la generación de pits anidados (Best Case).

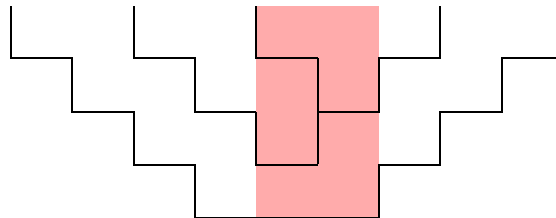


Figura 5: Extracción mediante Best Case.

Fuente: Elaboración propia.

En la figura anterior se observa con color rosa, el mineral existente en el yacimiento.

2) Secuencia de extracción Worst Case:

La secuencia de extracción denominada Worst Case, consiste en la extracción de bancos de mineral y estéril considerando solo la envolvente del pit final. Es decir, no considera el uso de fases en la explotación del mineral, obteniendo desventajas tales como el aumento de los costos al principio de la vida mina y la postergación de altos ingresos por la incapacidad de acceder de manera rápida al mineral de interés. La figura siguiente ilustra la secuencia de extracción mediante banco a banco.

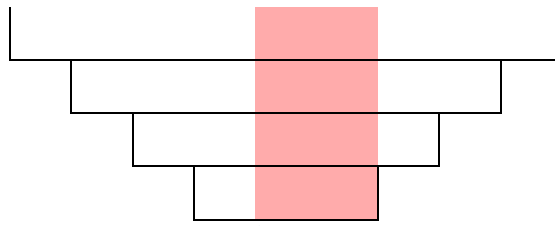


Figura 6: Extracción mediante Worst Case.

Fuente: Elaboración propia.

Nuevamente en la figura anterior, el mineral existente se representa mediante el color rosa. Tanto la ubicación y cantidad de mineral es equivalente en las ilustraciones realizadas para representar ambos casos extremos de secuencias de extracción. A la vez el pit final utilizado es equivalente.

Las secuencias extremas mencionadas anteriormente, permiten acotar en términos económicos la solución del problema del plan minero de largo plazo, junto a reafirmar la teoría detrás de la generación de fases como subconjunto de los pits anidados, en la explotación de un yacimiento de interés. Si bien el óptimo en términos de valor consiste en una extracción pit a pit, esta forma de extracción es comúnmente inviable por no cumplir principalmente con restricciones del tipo operacionales.

Finalmente, la selección de fases hoy en día se da en la mayoría de los casos en base a aquel plan de producción que maximice el valor de la compañía, tomando en cuenta todas aquellas consideraciones técnicas, operacionales y económicas relacionadas.

2.1.4.- Secuenciamiento y construcción del plan de producción

Una vez seleccionadas y diseñadas las fases que permiten el cumplimiento de la operatividad en la explotación, es decir, la incorporación de las rampas de acceso a los distintos bancos y de la generación de espacios mínimos de explotación en los cuales pueda operar un equipo de carguío y transporte, se procede a la obtención del plan de producción.

El plan de producción es, simplemente, el resultado de una secuencia de explotación, mediante el cual se indica los tonelajes de estéril y mineral a extraer por período junto a la ley de alimentación a planta. Es entonces la secuencia de extracción la responsable de indicar las proporciones de extracción de cada fase-banco por período, con el fin de conducir al mejor plan de producción.

Dentro de las principales restricciones utilizadas en la ejecución de una secuencia de extracción, se considera un número mínimo y máximo de bancos que deben ser extraídos de una fase para que la fase siguiente comience en explotación, un número máximo de bancos en ejecución en una fase por período y las capacidades tanto de producción como procesamiento.

2.1.5.- Evaluación económica (Capex, Opex)

La evaluación económica del plan de producción generado requiere de la estimación de gastos de capital (Capex) y de gastos operativos (Opex). Solo en el momento en el que se presenta una secuencia de extracción y el resultante plan de producción, se conoce con mayor certeza el real costo de capital y operacional asociado a la explotación del yacimiento en estudio. Esto se debe a que en este punto se cuenta con la información relevante en términos de los ritmos de producción a considerar, el diseño de fases realizado, la secuencia de explotación, etc.

Esta evaluación de los reales gastos operacionales y de capital sirve como entrada en los términos económicos utilizados para la generación de los pits anidados previamente. Lo anterior lleva a repetir, en caso de ser necesario, el proceso de generación de estas envolventes económicas hasta coincidir en los parámetros económicos utilizados en un principio frente a los gastos operacionales y de capital finalmente requeridos para la puesta en marcha y operación del proyecto.

2.1.6.- Determinación del pit final

La determinación del pit final obedece a una decisión fundamental, donde su elección puede deberse a diferentes objetivos estratégicos de la corporación, sean éstos maximizar el valor presente neto (VAN), el volumen total de reserva, maximizar el tiempo de explotación, minimizar el riesgo de la inversión, etc. (Lerchs H. Grossmann I. F. 1965)(Horsley T. P. 2002).

Si bien la decisión estratégica de determinación del pit final óptimo ha sido eficientemente abordada utilizando el algoritmo de Lerchs & Grossman, este y otros métodos están basados en un modelo de bloques que caracteriza a un cuerpo mineralizado, y un modelo de costos de capital y operacional que no obedecen a los costos obtenidos luego de la generación del plan de producción.

Esta diferencia se debe a la mayor información obtenida luego de realizado el proceso de planificación, en el cual ya han sido respondidas las interrogantes respecto a los ritmos óptimos, programas de mantención y recambio de equipos, selección de fases y secuencia de extracción, etc.

2.1.7.- Valor del proyecto

Mediante la realización de las etapas antes mencionadas se obtiene el potencial valor del proyecto, el cual se expresa principalmente en términos de su valor actual neto (VAN), el que consiste en traer a valor presente mediante una tasa de descuento los flujos futuros. Otro indicador utilizado comúnmente es la tasa interna de retorno, la cual está definida como el promedio geométrico de los rendimientos futuros esperados de las inversiones realizadas. Estos indicadores permiten a los inversionistas o corporaciones tomar decisiones sobre la ejecución de un proyecto. En otras palabras entendemos a estos indicadores como:

- VAN: Diferencia entre el valor de los flujos futuros traídos a valor presente y la inversión realizada para obtener estos flujos.
- TIR: Corresponde a la tasa promedio obtenida como rentabilidad en el transcurso del proyecto. Esta rentabilidad se obtiene a partir de aquella tasa de descuento con la cual se obtiene un VAN igual a cero.

2.1.8.- Evaluación bajo incertidumbre

Debido a las características únicas de los recursos mineros en términos de la incertidumbre que rodea sus propiedades de calidad (ley) y cantidad, junto con las fluctuaciones que afectan al precio de los metales y a las condiciones y exigencias operacionales actuales, es necesario evaluar la reacción de un proyecto minero bajo estas condiciones. Tradicionalmente se utilizan las herramientas clásicas de evaluación frente a la incorporación de incertidumbre de manera de observar el efecto en el valor del proyecto bajo distintas condiciones posibles. Sin embargo, esta evaluación del efecto de la incertidumbre en el valor del proyecto difiere con la planificación bajo incertidumbre en que esta última se hace cargo de esta condición en las etapas de decisión y definición del proyecto (Kazakidis V. Scoble M. 2003).

En los siguientes puntos se abordan las principales propuestas actuales de planificación minera bajo incertidumbre, como estrategia moderna de planificación minera.

2.1.9.- Planificación estratégica de minas

La principal meta perseguida por la planificación minera estratégica corresponde a la maximización del valor a partir de la extracción del recurso mineral. (Davis G. Newman A. 2008). El intento realizado en la maximización de este valor, es llevado actualmente a cabo mediante decisiones realizadas por medio de planificadores respecto a una serie de alternativas. Estas principalmente se basan en aspectos relacionados al tamaño y ritmos de equipos a utilizar, definición de mineral, stock y lastre, accesos y ubicación de los distintos ítems y las distintas posibilidades de secuencia de extracción tanto de mineral como estéril.

La principal diferencia entre planificación estratégica y planificación tradicional radica en el carácter determinístico detrás de la segunda, la cual no toma en cuenta las dificultades y oportunidades existentes detrás de la incertidumbre. El desarrollo de la planificación minera estratégica se puede resumir en cuatro puntos de apoyo a la planificación tradicional. Estos se describen a continuación.

1) Planificación holística:

Dentro de los desafíos de la planificación holística se encuentra la generación de algoritmos y técnicas que permitan optimizar en conjunto el proyecto en su totalidad. De esta forma se cambia la estructura de planificación seriada o en etapas, optimizando el resultado en función de un global y no de áreas en particular. Esto permite mejoras en los resultados debido a la capacidad de incorporar la relación existente entre las distintas etapas.

2) Incorporación de incertidumbre:

La incorporación de incertidumbre conlleva a tomar decisiones diferentes a aquellas que solían ser óptimas bajo una mirada determinística. El proceso de planificación bajo incertidumbre genera una mayor dificultad al tener que considerar un gran número de decisiones en el proceso, por lo que es inevitable requerir de nuevas herramientas y metodologías que permitan enfrentar el problema de toma de decisiones bajo estas nuevas condiciones.

3) Uso de metodologías modernas de evaluación:

Como se menciona en el punto anterior, la incorporación de incertidumbre aumenta la complejidad del proceso de planificación, no solo por el aumento en el número de variables y datos a considerar haciéndolo menos tratable, sino debido al significativo aumento en las posibles alternativas que emergen frente a la incorporación de incertidumbre. Es en este aspecto que el uso de metodologías tradicionales de evaluación, tales como el VAN, son incapaces de incorporar en su evaluación la toma de decisiones sobre distintas alternativas frente a la incertidumbre, ya que estas metodologías son del tipo “ahora o nunca”. Es decir, el análisis mediante VAN no incorpora la capacidad de postergar acciones dentro de sus alternativas, con el fin de lograr mayores beneficios.

En ese sentido, toma fuerza la evaluación mediante la metodología de opciones reales, la cual es un complemento a la metodología tradicional del VAN, incorporando la capacidad de comparar distintas alternativas tomando aquellas decisiones que proyectan un mayor valor del VAN del proyecto. El mayor detalle sobre esta metodología de evaluación mediante opciones reales, se entrega en el punto 2.3 Derivados financieros.

4) Aplicación y uso de metodologías computacionales modernas:

El proceso de optimización enfrentado a la planificación moderna, producto de la incorporación de incertidumbre y decisiones condicionadas a ésta, requiere de un complejo esfuerzo computacional. La posibilidad de llevar a cabo esta tarea requiere del desarrollo de nuevas metodologías que puedan resolver problemas complejos en tiempos computacionales razonables, con el fin de incorporar un mayor número de alternativas y evaluaciones en el proceso.

Los puntos mencionados son un apoyo a la planificación tradicional, por lo que no consisten en una reestructuración del proceso. Lo que busca finalmente la planificación estratégica es incorporar valor, debido a decisiones que finalmente terminan por ser subóptimas. Actualmente se estima que existe entre un 15% a 25% de valor perdido de forma teórica, producto de decisiones tomadas mediante la planificación tradicional (Davis G. Newman A. 2008).

Esta diferencia de valor, consiste principalmente en la incapacidad actual de tomar mejores decisiones en función de todas las posibilidades existentes detrás de la explotación del recurso mineral.

2.2.- Riesgo e incertidumbre

El riesgo detrás de una inversión se produce cuando una o más variables del flujo de caja son aleatorias en vez de determinísticas. En base a ello, no existirá certeza en los flujos de caja de cada periodo, por lo que los indicadores de valoración (VPN, TIR, etc) también serán una variable aleatoria. (Contreras E. 2008)

Cuando la evaluación del proyecto se encuentra bajo estas condiciones, no es directo utilizar como criterio la maximización de VPN de los flujos relevantes, ya que este indicador pasa a ser una variable aleatoria. Es importante diferenciar dos conceptos mencionados durante el trabajo de tesis, los que corresponden a incertidumbre y riesgo.

Se entiende por incertidumbre como la posibilidad de que un evento ocurra o no, mientras que riesgo son las consecuencias resultantes al momento de materializarse las variables para las cuales se tenía un grado de incertidumbre. De esto se entiende que no existe riesgo, cuando no se tienen presentes incertidumbres, sin embargo no siempre existe riesgo cuando se tiene incertidumbre (Mun J, 2006). Pensemos en una empresa minera donde su único producto corresponde a la venta de cobre y para esta realiza un contrato de venta de este commodity a un precio dado, durante la explotación del mineral existirá incertidumbre en el precio del mercado del cobre, no obstante este no afectará el valor de la empresa por lo que no existirá riesgo en relación a este resultado.

2.2.1.-Incertidumbre en minería

En planificación minera se pueden distinguir diversas fuentes de incertidumbre, las cuales pueden clasificarse de acuerdo a su naturaleza, pudiendo ser estas del tipo internas (endógenas) o externas (exógenas). Las fuentes de incertidumbre internas son aquellas dictadas por los activos y la organización propios de la empresa, destacándose las del tipo geológica y operacionales producto del impacto que estas presentan en las retribuciones futuras que se espera lograr. El retorno actual sobre una inversión por lo general difiere sustancialmente al de las etapas de estudio, debido a la probabilidad de error en la estimación de costos de capital, reservas de mineral, costos de operación, beneficios y productividad (O'Hara T. A. 1982).

Por otra parte, las fuentes de incertidumbre externa son aquellas ajenas a la empresa destacándose dentro de esta clasificación la incertidumbre de mercado producto de su impacto en el valor del negocio (Mayer Z, Kazakidis V. 2007).

El conjunto de las principales fuentes de incertidumbre tanto internas como externas se presenta en la siguiente figura.

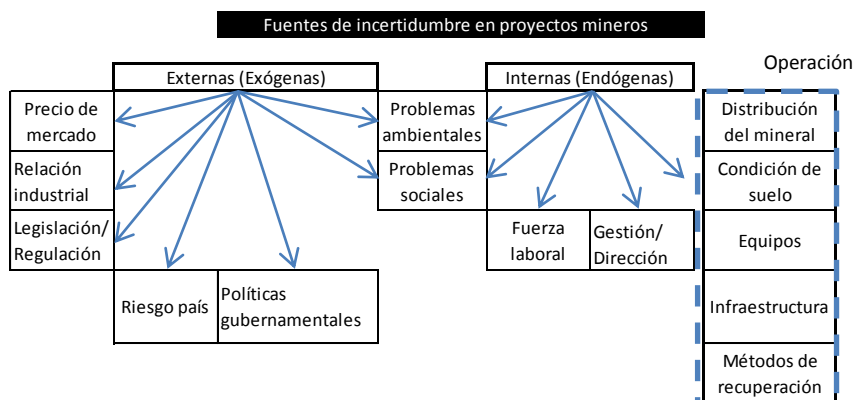


Figura 7: Fuentes de incertidumbre en proyectos mineros

Fuente: Decision making in flexible mine production system design using real options.

La incertidumbre geológica representa el grado de ignorancia que se tiene acerca de la caracterización mineralógica del recurso geológico. Los modelos de incertidumbre buscan caracterizar los valores desconocidos de la variable regionalizada no por estimaciones, sino que por distribuciones de probabilidad. Entendiendo por variable regionalizada, a la variación espacial de ciertas magnitudes las cuales se dan de forma natural.

Conocer cómo es susceptible a distribuirse un valor permite medir la probabilidad que éste sobrepase una determinada ley de corte y entregar intervalos de confianza donde el valor real tiene “grandes probabilidades” de hallarse (Emery X. 2009).

Por otra parte, la fuente de incertidumbre interna del tipo operacional, tiene relación con la realidad misma de la operación de equipos dentro de la operación minera propiamente tal, la cual se caracteriza por tener una variabilidad inherente al funcionamiento de maquinaria bajo grandes exigencias y por tiempos prolongados. Además, se relacionan con la disponibilidad de recursos humanos, posibles fallas en infraestructuras, la variabilidad existente en la mezcla de alimentación a planta, disponibilidad de insumos y condiciones climáticas entre otras.

Finalmente la principal fuente de incertidumbre externa, tiene relación con la incapacidad de predecir con exactitud cómo se comportaran los actores que definen el marco económico mundial, las cadenas de suministros, el actuar de los gobiernos, comunidades y el entorno en general. Estos comportamientos son los que definen el precio del commodity principal, los precios de subproductos, tasas de cambio, precios de energía y otros insumos críticos para la operación, costos de mano de obra, monto de inversión requerido y tasa de descuento principalmente.

2.2.2.-Análisis toma de decisión de Inversión

Existen diversas formas de evaluar la conveniencia de un proyecto bajo la incorporación de riesgo, sin embargo, el método más común en minería corresponde a la medición de este a partir de la desviación estándar, producto de la variabilidad en los flujos de caja que implican finalmente en una variabilidad del VAN del proyecto.

Dentro de las principales métricas a utilizar en el análisis de una inversión con riesgo se tiene (Mun J, 2006):

- Probabilidad de ocurrencia (confiabilidad)
- Desviación estándar y varianza
- Semi desviación estándar
- Volatilidad
- Beta
- Coeficiente de variación
- Value at risk o valor en riesgo
- Evaluación del peor escenario
- Retorno de capital ajustado al riesgo

Estas métricas permiten al inversionista mejorar y complementar la toma de decisión de proyectos bajo riesgo.

2.2.3.-Tasa de descuento privada

La tasa de descuento utilizada en la obtención de flujos de caja descontados juega un importante rol en la determinación para el privado si invertir o no en un determinado proyecto. Esta tasa

exige para un proyecto la rentabilidad mínima esperada para el inversionista dado el nivel de riesgo de este. En otras palabras, la tasa de rentabilidad esperada en la obtención del VPN indica para un inversionista si invertir o no en tal proyecto cuando, presenta un $VPN > 0$ (Fisher I. 1907). La obtención de la tasa de rentabilidad exigida por un inversionista, viene dada por la metodología del CAPM (Capital Assets Pricing Model), el cual explica la rentabilidad esperada como función de la tasa libre de riesgo, un premio por riesgo y finalmente el riesgo sistemático o no diversificable (Black F. Jensen M. Scholes M. 1972).

$$E(R_f) = R_f + [E(R_m) - R_f] * \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)}$$

Dónde:

$E(R_f)$: Rentabilidad esperada o tasa de descuento a utilizar en el flujo de caja.

R_f : Tasa libre de riesgo.

$E(R_m)$: Rentabilidad esperada de mercado (Indices bursátiles, PIB, etc).

$\frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)}$: Riesgo sistemático o β_i , representa la cantidad de riesgo.

$[E(R_m) - R_f]$: Prima por riesgo.

El premio por riesgo, corresponde al mayor nivel de riesgo asumido a cambio de una mayor rentabilidad proveniente de un determinado activo. Este premio debe entenderse como un parámetro de largo plazo, el cual se refiere al diferencial de rentabilidad obtenido de una inversión en activos riesgosos versus una inversión en activos seguros. Se entiende entonces por activos riesgosos, a aquellas inversiones en acciones o proyectos bajo riesgo, mientras que instrumentos libre de riesgo se consideran aquellos instrumentos de deuda emitidas por el gobierno.

El supuesto detrás de la aplicación de esta metodología consiste en considerar a los accionistas como entes optimizantes, por lo que invertirán eficientemente diversificando el número de activos en el portafolio, lo cual conlleva a disminuir por completo el riesgo diversificable.

Por otra parte el riesgo no diversificable no puede ser reducido, sino medido mediante su comparación con los retornos del mercado. Mientras más similares son las fluctuaciones asociadas con los retornos de ambos, del mercado y del proyecto, menor es la sensibilidad del

negocio derivado del proyecto en comparación a los negocios asociados con el mercado, y viceversa.

La relación entre el riesgo diversificable y no diversificable en relación al riesgo total se presenta en la siguiente figura:

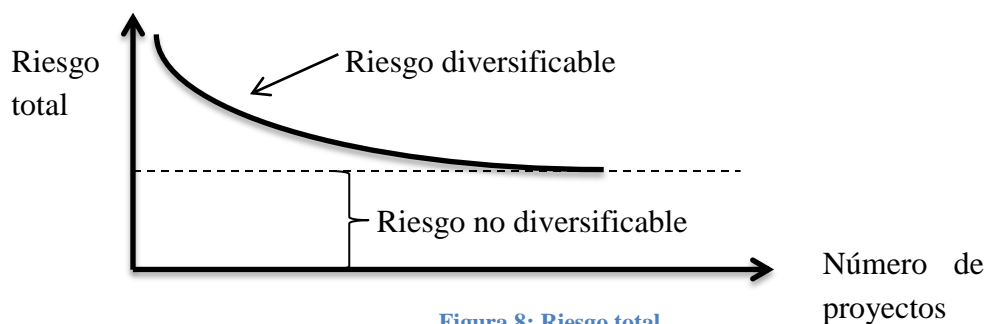


Figura 8: Riesgo total.

Fuente: Elaboración propia.

La relación entre ambos retornos se mide a través del denominado coeficiente beta. Este coeficiente traduce el nivel de riesgo asociado con el negocio (en realidad con todas las variables que influyen en el negocio) en comparación al riesgo proporcionado por el mercado como un todo o por un sector industrial que lo represente y al cual se le asigna valor unidad. Es este nivel el que permite cuantificar una tasa de descuento asociada con los flujos de capitales requeridos por el negocio. De acuerdo al valor que tome el coeficiente beta, si éste es menor que 1, implica que el negocio es menos riesgoso que el mercado, mientras que para valores mayores o iguales a 1, el riesgo del negocio es mayor al de mercado (Sharpe W. 1964).

La tasa de descuento es por último, la que permite consolidar los riesgos asociados con un negocio para efectos de su valorización mediante el valor actual neto (VAN).

2.3.- Derivados financieros

Un derivado financiero o instrumento financiero es un producto financiero cuyo valor se basa en el precio de otro activo. El activo sobre el cual depende toma el nombre de activo subyacente. Algunas de las características generales de los derivados financieros son las siguientes:

- 1) El valor del derivado cambia en respuesta a los cambios del precio del activo subyacente.
- 2) Requiere por lo general una inversión neta pequeña.

- 3) Se liquida en una fecha futura.
- 4) Pueden establecerse en mercados organizados o no organizados.

Los distintos tipos de contratos utilizados como instrumentos financieros, junto a sus características, se indicaran en los siguientes puntos.

2.3.1.- Forward

Los forward corresponden a los derivados financieros más simples, ya que corresponden a un contrato mediante el cual se compra o vende un activo a cierto tiempo futuro (T) y un precio dado (k), los cuales son previamente definidos por ambas partes. Este tipo de instrumentos es un acuerdo entre dos partes el cual no puede ser transado en el mercado (Hull, John C. 2006).

La operación de pago de los contratos forward se entrega en la siguiente figura tanto para la posición de compra del instrumento, como también desde la posición de venta de éste.

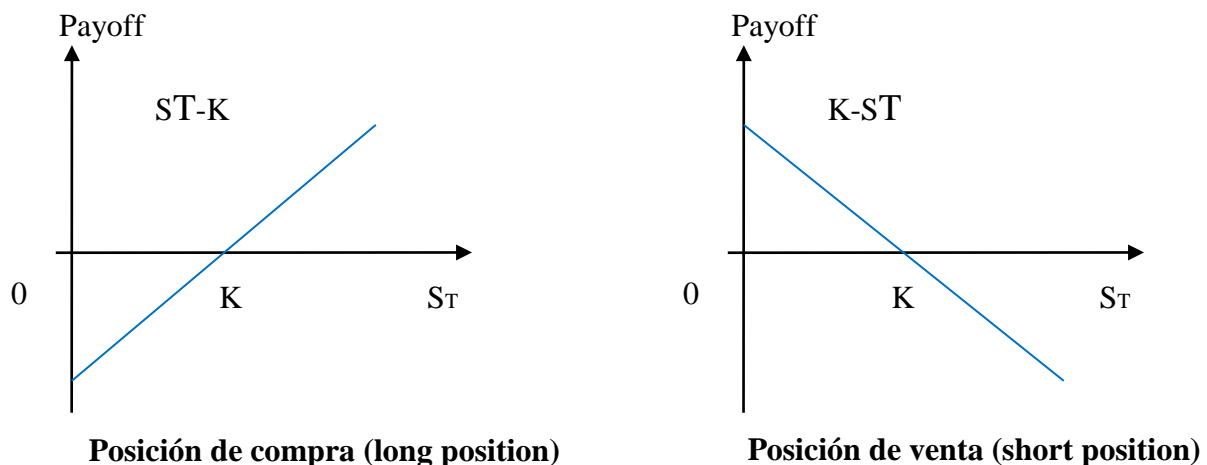


Figura 9: Diagrama de pago de contratos forward.

Fuente: Elaboración propia.

Dónde:

K: Precio predefinido del activo por contrato.

ST: Precio del activo al tiempo de madurez del contrato o precio de mercado.

2.3.2.- Futuros

Los futuros presentan una base común a las contratos forward indicados anteriormente, ya que en estos también existe un acuerdo que obliga a las partes contratantes a comprar o vender un

número determinado de bienes o valores en una fecha futura. No obstante estos se diferencian en que los futuros son contratos estandarizados por lo que pueden ser transados en bolsas.

Al ser transables en bolsa estos contratos deben ser regulados por un agente intermediador, el cual requiere reponer un margen mínimo de mantención, ya sea por parte del comprador o vendedor, en caso de que el precio del bien a entregar fluctúe.

Los diagramas de pago de estos tipos de contrato no difieren de los entregados para los contratos forward, ya que no existen diferencias en su forma de operar, salvo en la regulación de estos últimos (Hull, John C. 2006).

2.3.3.- Opciones financieras

Dentro del mundo de las opciones, éstas pueden ser clasificadas en dos categorías, las financieras y reales. Esta diferenciación depende simplemente en la característica del activo subyacente el cual puede ser financiero (opción financiera) o real (opción real).

Las opciones financieras incorporan la capacidad de tomar decisión en la venta/compra del activo financiero, ya que estos instrumentos dan el derecho pero no la obligación de comprar/vender una cantidad determinada de un activo a un precio fijado de antemano en una determinada fecha.

Como en todos los instrumentos financieros existen dos posiciones dentro de la transacción de éstos, la compra y venta. Las características de estas posiciones se indican a continuación (Kodukula P. Papudesu C. 2006):

- 1) Opción de compra (call): La opción de compra corresponde al derecho pero no la obligación que adquiere el poseedor, mediante el pago de una prima, de comprar un determinado activo a un precio previamente pactado. Desde el punto de vista del comprador, este ejercerá su derecho de compra siempre y cuando el precio de mercado del activo es mayor al precio pactado en el contrato.

El diagrama de pago de una opción de compra se indica en la figura siguiente.

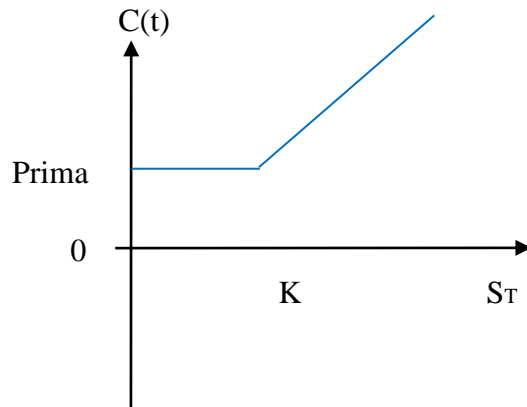


Figura 10: Diagrama de pago opción de compra.

Fuente: Elaboración propia.

De la figura anterior se observa que el beneficio del comprador está dado por la máxima diferencia entre el precio del mercado del activo con el precio de ejercicio pactado y la prima pagada.

$$C(t) = \max[-prima, S_t - K]$$

Dónde:

C(t): Beneficio del comprador de una opción de compra.

- 2) Opción de venta (put): La opción de venta corresponde al derecho pero no la obligación que adquiere el poseedor de la opción, mediante el pago de una prima, de vender un determinado activo a un precio previamente pactado. Desde el punto de vista del comprador de la opción, este ejercerá su derecho de venta siempre y cuando el precio de mercado del activo sea menor al precio pactado en el contrato.

El diagrama de pago de una opción de venta se indica en la figura siguiente.

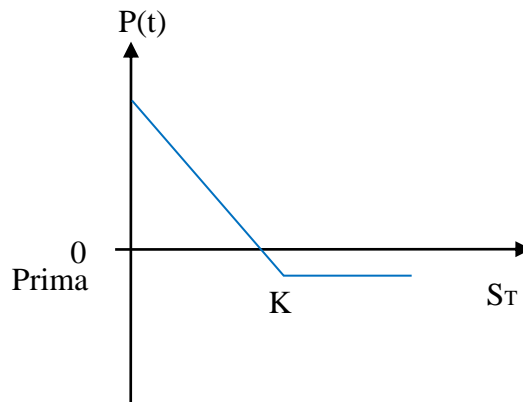


Figura 11: Diagrama de pago opción de venta.

Fuente: Elaboración propia.

De la figura anterior se observa que el beneficio del comprador de la opción de venta, está dado por la máxima diferencia entre el precio de ejercicio pactado con el precio del mercado del activo y la prima pagada.

$$P(t) = \max[K - St, -prima]$$

Dónde:

P(t): Beneficio del comprador de una opción de venta.

Dependiendo del momento en el cual se ejecuta la opción, se diferencian dos tipos correspondientes a los más comunes en el uso de las opciones financieras:

- 1) Americana: Se llama americana a la opción que se puede ejercer durante toda la vida del contrato.
- 2) Europea: Corresponde a la opción que se ejerce solo en la fecha de vencimiento del contrato.

Dentro de los principales parámetros que permiten valorizar una opción financiera se destacan:

- 1) Valor del activo subyacente (S_t): Corresponde al valor del activo a transar, al momento de ejecutar la opción de compra/venta.
- 2) Volatilidad del activo subyacente (σ): Corresponde a la intensidad de los cambios del valor del activo en un horizonte temporal específico. Se usa con el fin de cuantificar el riesgo del instrumento, por lo que a mayor volatilidad mayor es el precio de las opciones, tanto call como put.
- 3) Precio de ejercicio de la opción (K): Precio al cual se transará el activo subyacente en caso de que la opción sea ejercida.
- 4) Fecha de vencimiento de la opción (T): Corresponde a la fecha límite a la cual puede ser ejercida la opción.
- 5) Prima: Pago en dinero que realiza quien adquiere el derecho de la opción a quien se lo otorga.

2.3.4.- Opciones reales

Como ha sido mencionado anteriormente, los métodos tradicionales de decisión de inversión en proyectos presentan falencias bajo la existencia de incertidumbre, independiente de la característica de ésta. Bajo estas condiciones, el poseer la capacidad de reaccionar ante los distintos escenarios presentes permite mejorar las posibilidades de valor del proyecto u otro en ejecución.

Las opciones pueden ser clasificadas en dos categorías, financieras y reales. Dentro de los activos reales se incluyen estados reales, proyectos y propiedades intelectuales, donde la mayoría de estos no son usualmente transados. Al ser las opciones reales una “opción”, éstas mantienen la característica principal en cuanto esta corresponde al derecho pero no la obligación de tomar una acción sobre el activo subyacente. Las opciones reales comparten las mismas características de las opciones financieras, por lo que su terminología también se mantiene para este tipo de opción.

El ejemplo más antiguo conocido en el uso de una opción real fue ejercido por Tales de Mileto (600 a.c) (Kodukula P. Papudesu C. 2006), quién a partir de la observación de las estrellas predijo una excelente cosecha de oliva para la temporada siguiente. En base a esta predicción, Tales compró el derecho de arrendar las prensas de oliva al valor usual. Con lo cual, en caso que la cosecha sea mala, habrá menor necesidad de contar con prensas, por lo que no rentaría y perdería el pago realizado anticipadamente. En caso contrario, de haber una cosecha sobresaliente, Tales arrendaría las prensas a un precio mayor que el usual, con lo cual generaría una fortuna.

El caso anterior, es uno de los ejemplos más citados sobre los primeros usos de opciones reales, ya que Tales compró el derecho pero no la obligación de arrendar las prensas.

Algunas de las principales diferencias entre las opciones financieras y las reales se indican en la siguiente tabla comparativa:

	Opción financiera	Opción real
Precio opción	Precio a pagar para adquirir la opción, el cual es fijado por el mercado	Precio a pagar para adquirir o crear la opción, mantenerla o disminuir la incertidumbre. El precio de la opción no es fijo (negociable)
Precio de ejercicio	Precio a pagar para comprar/vender el activo subyacente. Valor definido por contrato	Costo de comprar/vender el activo subyacente real

Fecha de vencimiento	Definida en las condiciones del contrato	Conocida en algunos casos y en otro no
Poseedor del control del valor de la opción	Nadie	Apropiada gestión puede aumentar el valor de la opción
Valor de la opción en función de la fecha de vencimiento	Mayor valor a mayor vida de la opción	Mayor valor a mayor vida de la opción
Valor de la opción en función de la volatilidad del activo subyacente	Aumenta	Aumenta
Determinación de la incertidumbre	Automáticamente con el vencimiento de la opción	A medida que pasa el tiempo. Muchas veces quien adquiere la opción debe invertir para disminuir la incertidumbre
Liquidación y transacción de la opción	Comúnmente en mercados financieros	En la mayoría de los casos no es transable ni liquidable
Racionalidad detrás de la decisión de ejercer	Altamente racional, dependiente de la diferencia numérica en valor entre el precio del ejercicio y el valor actual del activo subyacente	La decisión puede incorporar implicancias políticas y emocionales (Ej. abandono de un proyecto)

Tabla 1: Opción financiera v/s opción real.

Fuente: Resumen project valuation using real options.

Ejemplo de lo mencionado anteriormente, se observa al comparar estos tipos de opciones donde la financiera se basa en activos financieros como acciones y bonos transados en mercados financieros. Por otra parte, como fue mencionado anteriormente, las opciones reales se basan en estados reales, proyectos y propiedades intelectuales, los cuales normalmente no son transados.

Como ya ha sido mencionado, el uso de flujos de caja descontados y otras herramientas clásicas como métodos de evaluación de proyectos, presentan ciertas limitaciones. Sus limitaciones se observan principalmente cuando existe gran incertidumbre en los flujos de caja relacionados al proyecto y a la vez existe una alta capacidad de gestión en decisiones que permiten cambiar el curso del proyecto.

Dentro de la principal diferencia entre el uso de flujos de caja descontados y la metodología de valorización mediante opciones reales, consiste en que el primero es un modelo determinístico, mientras que el segundo se ajusta a los cambios en el valor del activo subyacente dado la incertidumbre. En ciertos proyectos puede existir un amplio rango de resultados posibles durante la vida del proyecto, debido al crecimiento en la incertidumbre del mismo durante la vida de éste.

Como resultado, se obtiene un rango de posibles valores del activo subyacente en función de la vida del proyecto, tomando como resultado la forma de un cono, el que se entrega en la siguiente figura:

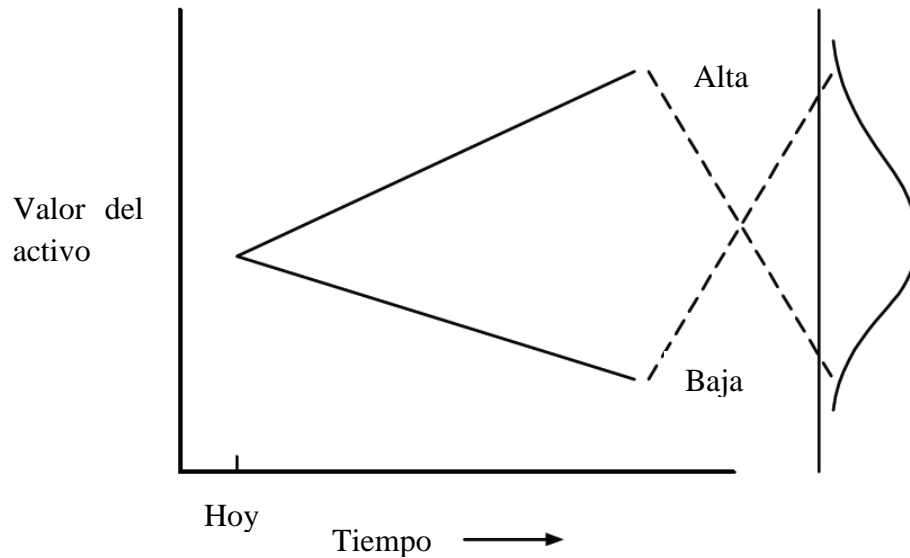


Figura 12: Cono de incertidumbre

Fuente: *Project valuation using real option.*

El análisis a través de opciones reales permite manejar y tomar en cuenta todos los posibles escenarios obtenidos producto de la incertidumbre. Considerando y ejerciendo la opción de cambio en aquellos escenarios que resultan favorables bajo estas condiciones e ignorando o no ejerciendo la opción en aquellos que no generan valor frente a la opción en evaluación.

En base a lo mencionado anteriormente y en consideración de lo expresado unánimemente por los autores revisados, el uso de las opciones reales es más valioso cuando existe una gran incertidumbre asociada al activo subyacente en conjunto con una alta capacidad de flexibilidad, mediante la cual se pueda cambiar el curso del proyecto hacia una dirección más favorable. Por el contrario, cuando existe una baja incertidumbre y poca capacidad de flexibilidad, el uso de opciones reales incorpora bajo valor a la valorización del activo. La relación entre flexibilidad, incertidumbre y valor aportado por la metodología de opciones reales se indica en la siguiente figura:

Flexibilidad	Alto	Intermedio valor de la opción	Alto valor de la opción
	Bajo	Sin valor de la opción	Bajo valor de la opción
		Bajo	Alto
		Incertidumbre	

Figura 13: Relación entre flexibilidad, incertidumbre y valor aportado mediante opciones reales.

Fuente: Project valuation using real option.

Por otra parte, el uso de opciones reales en decisiones de inversión para proyectos con un alto VAN tampoco agrega información respecto a la decisión de llevarse a cabo, ya que estos proyectos bajo las metodologías tradicionales ya son atractivos, por lo que la flexibilidad aportada por la metodología de opciones reales no moverá considerablemente los indicadores. La relación entre el VAN del proyecto y el valor aportado por el uso de las opciones reales en su valorización se presenta esquemáticamente en la siguiente figura.

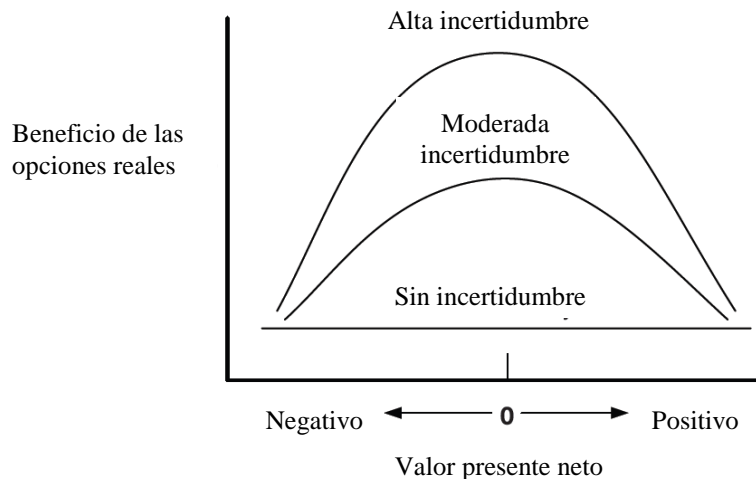


Figura 14: Beneficio de opciones reales en función del valor presente neto.

Fuente: Project valuation using real option.

De la figura anterior se observa que la metodología de opciones reales aporta mayor información para la toma de decisiones en aquellos proyectos con un VAN cercano a cero y a la vez con un alto grado de incertidumbre. Por lo que son en estos casos, donde las opciones reales pueden cambiar finalmente la decisión sobre el proyecto en evaluación.

Dentro de las muchas posibilidades de opciones existentes, éstas se pueden agrupar en dos categorías principales: simples y compuestas. Una opción es del tipo simple cuando ésta depende del valor del activo subyacente, no así las opciones compuestas las que dependen de otra opción u otra etapa previa del proyecto. Es decir para aplicar una opción compuesta se debe llevar a cabo con éxito una etapa anterior. Dentro de los principales ejemplos de opciones reales se tiene.

- 1) Opción de expandir
- 2) Opción de contraer
- 3) Opción de abandonar
- 4) Opción de elegir
- 5) Opción de esperar
- 6) Opción compuesta paralela
- 7) Opción compuesta secuencial
- 8) Opción de aprendizaje
- 9) Opción arcoíris

Los métodos mediante los cuales se resuelve la evaluación mediante opciones reales se pueden clasificar en tres grandes grupos dependiendo del modelo que utilizan en su evaluación. Estos grupos y sus detalles se explican a continuación.

1) Ecuaciones diferenciales parciales:

Este método consiste en resolver una ecuación diferencial parcial con condiciones de borde específicas tales como, tipo de opción, valor de la opción para ciertos puntos, etc. Estas condiciones describen el cambio de valor con respecto a cambios en las variables de interés. Dentro de este tipo de ecuaciones, la más común consiste en la propuesta por Black-Scholes, la cual permite calcular el valor de una opción de compra del tipo europea. Existen diferentes métodos de dar solución a la ecuación diferencial parcial que permite calcular el valor de la opción, dentro de las cuales se destacan:

- Aproximaciones y soluciones analíticas.
- Soluciones numéricas principalmente a través de diferencias finitas.

2) Simulaciones:

El método de simulaciones para resolver problemas mediante opciones reales, es similar a la técnica de Monte Carlo usada en el análisis de flujos de caja descontados. Este método consiste en la realización de simulaciones sobre posibles caminos que pueda seguir el activo subyacente durante la vida del proyecto y de la opción a aplicar. De esta forma se forma un cono de incertidumbre definido por el conjunto de posibles caminos que pueda llevar el proyecto dado la incertidumbre en algunos de sus parámetros en consideración. La representación gráfica de lo mencionado se entrega en la siguiente figura:

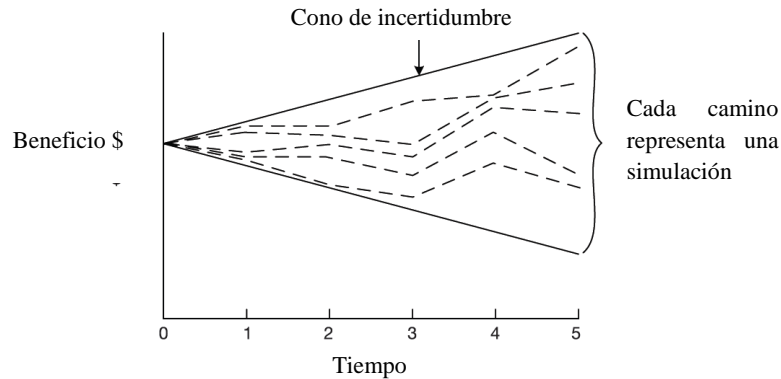


Figura 15: Cono de incertidumbre definido por simulaciones del activo subyacente.

Fuente: Project valuation using real option

Para cada simulación realizada, se divide la vida del proyecto para cada punto en el cual se evalúa la posibilidad de ejercer o no cierta opción. Luego, la decisión sobre la opción a evaluar se realiza comparando el valor del activo subyacente frente al precio de la opción. Si el valor de ejercicio (o valor sin opción) es menor al valor final del activo subyacente (o valor con opción), la opción debiera ser ejercida. Luego, el valor de la opción corresponde a la diferencia entre el valor del ejercicio y el del activo subyacente con opción. En caso contrario, si el valor de ejercicio es mayor al del activo subyacente, el valor de la opción tomará un valor equivalente a cero, dado que no se ejerce la opción. En una opción de compra, si el precio de ejercicio es menor al valor final del activo, la opción de invertir se llevará a cabo, por otro lado, si el precio de ejercicio es mayor la opción no será ejercida. Para una opción de venta, se da el caso contrario, donde la opción se ejercerá en aquellos escenarios donde el precio de ejercicio sea mayor al valor final del activo, ya que en este caso nos encontramos frente a una venta (Ej. proyecto de abandono).

Finalmente, el valor de la opción del proyecto corresponderá al valor promedio para todas las simulaciones, descontadas a valor presente.

3) Cuadrícula o Red:

La resolución de opciones reales mediante el método de cuadrícula, consiste en la construcción de un enrejado, el cual contiene la evolución de todos los posibles valores futuros del activo subyacente durante la vida de la opción. La solución óptima del problema se obtiene a partir de la optimización de las futuras decisiones retrocediendo hasta la decisión actual. Es decir, considera la decisión que mejora el escenario posible de la evolución que surge desde el nodo de decisión. Existen varios métodos de cuadrícula para resolver opciones reales, donde el uso de estos depende de la cantidad de factores de crecimiento y caída que afectan el valor del activo durante la vida de este. Por lo tanto, el valor luego de un periodo puede depender de uno o más factores de subida y bajada, aumentando considerablemente los futuros escenarios posibles. Finalmente los métodos para resolver redes bajo estas condiciones son:

- Binomial
- Trinomial
- Cuatrinomial
- Multinomial

2.3.5.- Opciones reales en minería

Si bien se mencionó que los primeros usos de la metodología de opciones reales recaía a tiempos de Tales de Mileto, fue en el año 1973 que se formalizó un modelo de valorización realizado por Black, Scholes y Merton (Black F. Scholes M. 1973). Desde esos años la metodología de opciones reales fue ampliamente aceptada y desarrollada para el área financiera. Sin embargo, en el año 1985 Brennan y Schwartz realizaron la primera evaluación de un recurso natural mediante la fórmula de Black and Scholes, producto de la naturaleza de incertidumbre que observaron, tanto en el recurso como en los precios. En este estudio, con el precio como principal agente de incertidumbre, se demuestra la importancia del uso de opciones reales, tanto en el valor final del proyecto como en la determinación de las políticas óptimas de desarrollo, manejo y cierre de estos. (Brennan M. J. Schwartz E. S. 1985)

Hoy en día, existe una amplia gama de investigadores que han aplicado la metodología de opciones reales para evaluar diferentes tipos de flexibilidades, bajo distintas consideraciones de incertidumbre y mediante distintas herramientas. Sin embargo, independiente de las características utilizadas en la investigación, todos concuerdan en que las características de los proyectos mineros, permiten incorporar esta metodología de valorización obteniendo beneficios por sobre el uso de los flujos de caja descontados. Esto se debe a que éstos se encuentran gobernados por un alto nivel de incertidumbre y una alta factibilidad de flexibilizar ciertas variables que tradicionalmente han sido asumidas como fijas (tasas de producción, costos fijos y variables, vida del proyecto, etc).

M. Samis indica las principales diferencias existentes entre la metodología de evaluación mediante flujos de cajas descontados y la incorporación de opciones reales. Obteniendo como principal resultado una falla en el descuento realizado como ajuste al riesgo por parte de los flujos de caja, independientemente de la tasa de descuento utilizada (Samis M. et al. 2006).

Por su parte R. Dimitrakopoulos, propone una metodología que permite evaluar proyectos mineros bajo un conjunto de incertidumbre, lo cual acerca esta metodología a las condiciones reales. Al mismo tiempo, evalúa el impacto en el valor actual neto de un proyecto al mejorar el proceso de toma de decisiones incorporando opciones reales, donde obtiene como resultado de la selección de diseño y secuencia óptimos mejoras de entre un 11%-18% en comparación al resultado obtenido mediante evaluación determinística (Dimitrakopoulos R. Abdel S. 2007).

Otros autores como M. Slade, proponen no sólo incorporar el uso de opciones para la toma de decisiones de inversión, si no también considerando las posibles flexibilidades que se dan a futuro en la operación, en consideración de la incertidumbre tanto en precios, costos y reservas remanentes (Slade M. E. 2001). Sin embargo, todos estos presentan un componente común en las conclusiones de sus trabajos, donde mencionan de la metodología de opciones reales las siguientes ventajas:

- El valor de un proyecto minero bajo la metodología de opciones reales, es mayor al obtenido bajo el uso de flujos de caja descontados.
- Las opciones reales son superiores a los flujos de caja descontados, ya que permiten manejar la incertidumbre y actuar frente a las posibles flexibilidades.

- La diferencia en valor obtenido entre el uso de opciones reales y flujos de caja descontados, depende fuertemente de la capacidad de incorporar flexibilidad y el grado de incertidumbre presente.
- La principal característica de los flujos de caja descontados con las opciones reales se basa en el carácter determinístico del primero.

La siguiente tabla muestra un resumen de los trabajos empíricos realizados por diversos autores utilizando opciones reales en proyectos mineros bajo incertidumbre (Shafiee S. Topal E. Nehring M. 2009).

No	Year	Author(s)	Method	Commodity	Mine/project name	Project location
1	1985a	M J Brennan, E S Schwartz	ROV	Copper	Hypothetical	Not available
2	1985b	M J Brennan, ES Schwartz	ROV	Gold	Hypothetical	Not available
3	1986	S K Palm, N D Pearson	DCF, ROV	Copper	Not available	Not available
4	1988	J L Paddock, DR Siegel, J L Smith	DCF, ROV	Oil	Gulf of Mexico	USA
5	1992	N Kulatilaka, A J Marcus	DCF, ROV	Oil, gas	Not available	Not available
6	1992	B Cavender	DCF, ROV	Gold	Hypothetical	USA
7	1993	D G Laughton, H D Jacoby	DCF, ROV	Oil	Not available	Not available
8	1993	J L Mardones	DCF, ROV	Copper	Not available	Chile
9	1993	E Pickles, J L Smith	DCF, ROV	Oil	Not available	USA
10	1994	N Kulatilaka, L Trigeorgis	DCF, ROV	Oil	Hypothetical	Not available
11	1996	D G Laughton	DCF, ROV	Copper	Not available	Not available
12	1996	M Samis, R Poulin	DCF, ROV	Gold	Not available	Not available
13	1997	S Frimpong, J Whiting	DCF, ROV	Copper	Confidential	Not available
14	1998	G Salahor	DCF, ROV	Gas	Not available	Not available
15	1998	M Samis, R Poulin	DCF, ROV	Copper	Not available	Not available
16	1998	G Cortazar, J Casassus	DCF, ROV	Copper	Not available	Not available
17	1998	W S Dunbar, S Dessureault, M Scoble	ROV	Underground mine	Not available	Not available
18	1998	W S Dunbar, S Dessureault, M Scoble	ROV	Gold	Not available	Not available
19	1998	J S Sagi, E E Hiob, S Jones	ROV	Copper	Not available	Not available
20	1998	S Kelly	DCF, ROV	Gold	Lihir Island	Papua New Guinea
21	1999	J E Smith, K F McCardle	DCF, ROV	Oil, gas	Hypothetical	Not available
22	1999	J P Camus, C W Pelley	DCF	Copper	Not available	Not available
23	2000	R T McKnight	DCF, ROV	Copper	Not available	Not available
24	2001	M E Slade	DCF, ROV	Copper	21 mines	Canada
25	2001	S Faiz	DCF, ROV	Oil	Chevron Texaco	USA
26	2002	J A Drieza, J Kicki, P Saluga	DCF, ROV	Zinc, lead	Olkusz Pomorzany	Poland
27	2002	A Moel, P Tufano	ROV	Gold	285 mines	North America
28	2003	D Colwell, T Henker, J Ho, K Fong	DCF, ROV	Gold	27 companies	Australia
29	2004	W Bailey, A Bhandari, S Faiz, S Srinivasan, H Weeds	ROV	Gas	Elba Island	Georgia
30	2004	S Kelly	DCF, ROV	Gold	41 mines	Australia
31	2005	V Blais, R Poulin, M Samis	DCF, ROV	Cooper, gold	Not available	Canada
32	2006	M Samis, G A Davis, D Laughton, R Poulin	DCF, ROV	Copper	Not available	Not available
33	2007	J Hall, S Nicholls	DCF, ROV	Coal	Hypothetical	Not available
34	2007	S Dessureault, V N Kazakidis, Z Mayer	DCF, ROV	Nickel, copper	Sudbury, Western Arizona	Canada, USA
35	2007	P Guj, R Garzon	DCF, ROV	Nickel	Not available	Not available
36	2007	G Dogbe, S Frimpong, J Szymanski	DCF, ROV	Copper	Hypothetical	Not available
37	2008	S Shafiee, E Topal	DCF, ROV	Gold	Hypothetical	Australia

Tabla 2: Evidencia del uso de opciones reales en investigación relacionada a proyectos mineros.

Fuente: Adjusted real option valuation to maximise mining project value.

A pesar de los resultados obtenidos por una serie de investigadores, las bondades resultantes de esta metodología no deben ser generalizadas a otros casos de estudio, a no ser que éstas sean confirmadas a partir de un gran número de evaluaciones (Dimitrakopoulos R. Abdel S. 2007). El mismo autor concluye un aumento entre un 11% a 18% en el valor neto del proyecto, a partir de la evaluación de éste mediante la metodología de opciones reales. Este resultado se obtiene al tomar la decisión del mejor diseño minero bajo incertidumbre de mercado, obteniendo significativas diferencias en la decisión final abordada bajo las metodologías en cuestión.

Al igual que los resultados obtenidos bajo la utilización de opciones reales en la determinación del diseño minero óptimo, el uso de esta metodología en la estimación de reservas ha tenido resultados satisfactorios (Akbari A. D. Osanloo M. Shirazi M. A. 2009). Actualmente, ningún algoritmo comercial toma en consideración la incertidumbre en el precio del metal al momento de definir el pit final óptimo, mientras que este parámetro es el que conlleva un mayor efecto en los límites económicos de éste. Por lo que Akbari A. D. Osanloo M. Shirazi M. A proponen una metodología que incorpora estas falencias en la definición del pit final óptimo obteniendo significativas diferencias en función de la incertidumbre en el precio de evaluación.

Las bondades de las opciones reales no solo son útiles al realizar evaluaciones de largo plazo de proyectos mineros basadas principalmente en decisiones de inversión, sino que también es posible aplicar esta metodología a la planificación de corto y mediano plazo con el fin de mejorar el desempeño de la operación. Bajo estas condiciones, son las incertidumbres tanto operacionales como de mercado, las que permiten mejorar las decisiones finales de estos períodos. Es más, la incorporación de variabilidad de ciertas variables como el precio del combustible, junto a la metodología de opciones reales, puede llevar a la generación de significantes beneficios por medio de una optimización del plan de asignación de equipos bajo estas consideraciones (Shu-xing L. Knights P. 2009).

Algunas de las primeras investigaciones realizadas, evalúa opciones clásicas como diferir, expandir y cerrar, para proyectos hipotéticos obteniendo a la vez resultados satisfactorios en relación al uso de la metodología de opciones reales bajo incertidumbre en recursos naturales, teniendo un significativo efecto las fluctuaciones en el precio de los commodities (Trigeorgis L. Mason J. E. 1987). Actualmente la investigación relacionada a esta metodología se realiza en

operaciones mineras reales, como es el caso de la evaluación realizada a 21 explotaciones de cobre en Canadá y 27 compañías de oro en Australia (Slade M. E. 2001)(Colwell D. et al. 2003), obteniendo igualmente una significativa flexibilidad que permite incorporar la evaluación de cierre, diferir y expandir bajo distintas circunstancias aumentando el valor del proyecto al utilizar la metodología de opciones reales en vez de los flujos de caja descontados.

2.4.- Breve Reseña Sobre Optimización

A continuación se entrega un breve explicación acerca de programación lineal y de la metodología de Branch & Bound, dada su importancia en el trabajo de tesis realizado, ya que a partir de estos se construye el algoritmo el cual permite la generación de las secuencias óptimas que se mencionarán en los siguientes capítulos.

2.4.1.- Programación Lineal

La programación lineal es una rama de la programación matemática que estudia problemas de optimización en los cuales se desea maximizar (o minimizar) una función lineal restringida mediante ecuaciones o desigualdades lineales.

Por lo general, estos problemas de programación matemática involucran el uso o asignación de recursos limitados de la mejor manera posible de tal modo que los costos sean minimizados o las ganancias maximizadas. El término programación lineal define una clase particular de los problemas anteriores que cumplen las siguientes condiciones (Arreola J. Arreola S. 2003):

- El criterio para seleccionar el mejor valor de las variables desconocidas involucradas en el problema, llamadas variables de decisión, puede describirse como función lineal de estas. Ésta recibe el nombre de función objetivo.
- Las reglas de operación que gobiernan el proceso (que definen las alternativas de solución) pueden expresarse mediante un conjunto de ecuaciones o desigualdades lineales a las cuales se les da el nombre de restricciones del problema.

Existen variadas formas de encontrar las variables que llevan a una solución óptima, sin embargo existe un caso particular y consiste en aquellos problemas, cuya solución óptima se compone de variables enteras. Este corresponde a un caso típico de problemas de planificación, en el que la resolución se obtiene analizando las posibles alternativas de valores enteros de esas variables en un entorno alrededor de la solución obtenida, considerando las variables reales o relajadas.

Generalmente, existe una gran diferencia en la función objetivo entre la solución del problema relajado y el óptimo entero, por lo que es necesario utilizar un algoritmo mediante el cual se encuentre la solución exacta. Dentro de los distintos métodos posibles se encuentra Branch & Bound el cual se explica en el siguiente párrafo.

2.4.2.- Metodología de Branch & Bound

B&B es una de las herramientas más usadas en la resolución de problemas de optimización combinados, es decir, aquellos problemas que consisten en encontrar una solución óptima a partir de un set finito de variables posibles las cuales pueden ser enteras (Clausen J. 1999).

El algoritmo de B&B busca la mejor solución posible por sobre todo el espacio de soluciones factibles. Sin embargo, la evaluación explícita de estas posibles soluciones es muchas veces imposible debido al aumento exponencial de las soluciones posibles. Es aquí donde el uso de cotas (bounds) combinados con el valor de la mejor solución encontrada hasta el momento, permite al algoritmo evaluar de forma implícita solo una parte del espacio de soluciones. En cualquier momento durante el proceso de solución del algoritmo, el estado de las posibles soluciones con respecto a la búsqueda del espacio de soluciones se describe como un subconjunto inexplorado de éstos y la mejor solución encontrada hasta el momento.

En un principio, solo existe un subconjunto que consiste en el espacio completo de soluciones y la mejor solución consistente en la resolución del problema original relajado (sin variables enteras). Los subespacios inexplorados son representados como nodos en un árbol de búsqueda dinámico, el cual en un principio solo contiene la raíz y cada iteración de B&B. La iteración consiste en el valor de la cota, y permite seleccionar el siguiente subproblema a estudiar, donde la primera operación de la iteración luego de elegir un nodo es ramificar, es decir, la subdivisión del espacio de soluciones del nodo en dos o más subespacios a ser investigados en una nueva ramificación. Para cada uno de éstos, se verifica si la solución es única para el subespacio, comparándola con la mejor solución actual.

En el caso en que el subespacio no contenga una solución óptima, este es descartado. Por el contrario, si aún es posible una solución óptima, se guarda el conjunto de nodos junto a su cota. Finalmente la búsqueda termina cuando no quedan partes inexploradas del conjunto de soluciones restante, por lo que la solución óptima es aquella guardada como la mejor solución hasta el momento (Clausen J. 1999).

En resumen, los pasos seguidos por el algoritmo de Branch & Bound en la búsqueda de una solución óptima son:

Si la solución obtenida es entera: Finalizar la rama. El óptimo será la solución entera con mejor valor de la función objetivo.

En caso contrario: Tomar el paso siguiente.

Escoger una de las variables cuyo valor en la solución no sea entera.

Ramificación: resolver dos nuevos problemas lineales.

Al primero se le añade la restricción:

$$x_i \leq E(x_{Bi}) \text{ (Redondeado por defecto)}$$

Al segundo se le agrega la restricción:

$$x_i \geq E(x_{Bi}) + 1 \text{ (Redondeado por exceso)}$$

Se realiza la acotación del problema: De los dos problemas anteriores, se escoge aquel que da como resultado un mejor valor de la función objetivo.

Se itera finalmente volviendo al paso 1.

Finalmente de todos los resultados obtenidos para la función objetivo, se selecciona aquel que entrega el mejor valor de entre todos.

2.4.3.- Optimización mediante ventanas.

La heurística de resolución mediante el método de ventanas se implementa de manera de incrementar la velocidad de cálculo y de esta forma disminuir los tiempos de éstos. Así, se logra abordar problemas con un mayor número de variables.

La aplicación de método de ventanas es utilizado en aquellos problemas donde la solución de este se encuentra dividido en períodos, los cuales van desde el primero (1), hasta el horizonte del problema (T). En general, se observa que para un número de variables fijas, la dificultad de resolución del problema en términos de tiempo crece rotundamente con el número de períodos T. A partir de este conocimiento, resulta natural buscar esquemas de resolución que permitan

descomponer el problema de forma que disminuya el consumo en tiempo y recursos manteniendo el valor T acotado.

El esquema de resolución mediante ventanas consiste en resolver el problema original en sub problemas de menor tamaño. En el caso del problema de optimización las ventanas corresponderán a generar soluciones factibles para periodos menores de tiempo al horizonte de tiempo del problema original. Es decir se resuelve el problema de secuenciamiento para los primeros $T' < T$ periodos, luego se fija parte de esta solución y se resuelve para los siguientes T' periodos sin fijar, repitiendo iterativamente hasta haber resuelto para el horizonte completo.

La iteración mencionada anteriormente se indica gráficamente mediante la siguiente figura:

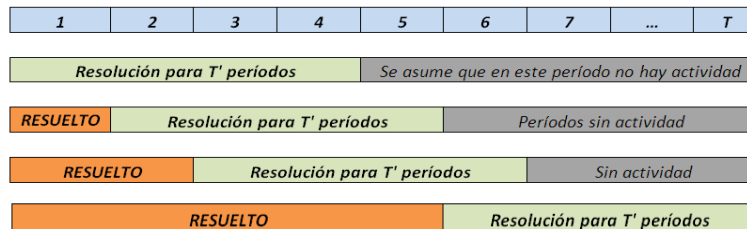


Figura 16: Optimización mediante ventanas.

Fuente: Elaboración propia.

La diferencia entre ambas formas de resolver el problema consiste en que a través de ventanas, el tiempo de resolución es muchísimo menor a solucionar el problema completo. Esto se debe a que, al tener ventanas, la cantidad de periodos es menor, junto a que el valor del problema incumbente se acerca mucho más rápido al valor del problema relajado para esa ventana. Esta diferencia o GAP entre el valor incumbente y el relajado para esa ventana de tiempo se exige a través de un porcentaje (10%, 5%, 1%, etc). Dependiendo de la exigencia en esta diferencia, será el tiempo que tome en encontrar una solución factible óptima. Sin embargo, esta comparación entre el problema relajado para la ventana con el incumbente de esta misma, puede llevar a que el problema final encontrado tenga una diferencia muy superior al problema relajado global (o resolución relajada sin considerar ventanas). Lo importante por lo tanto es comparar estos dos valores.

El GAP entre las soluciones relajadas e incumbentes se indica como:

$$GAP = \frac{Sol.relajada - Sol.entera}{Sol.entera}$$

Por lo tanto el GAP real que interesa debe ser verificado entre el resultado de la solución entera resuelta mediante ventanas con el resultado de la solución relajada para el periodo completo. Representativamente, la diferencia entre la solución incumbente y el problema real durante la optimización se entrega a continuación:

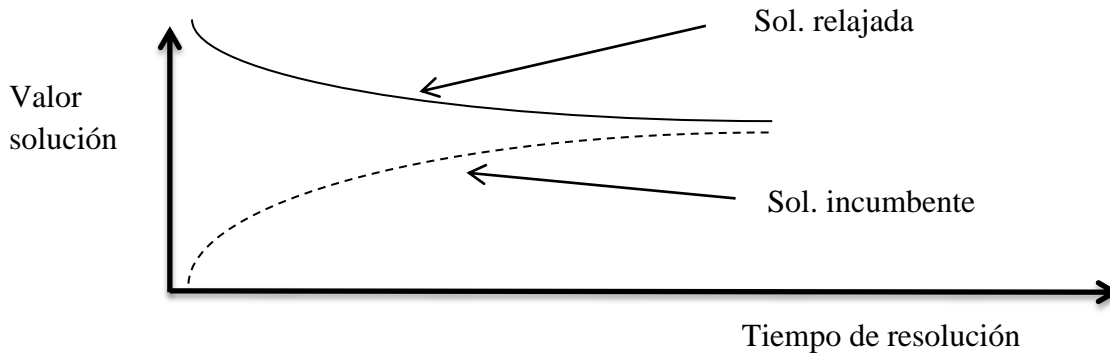


Figura 17: Relación entre solución incumbente y relajada en función del tiempo de resolución.

Fuente: Elaboración propia.

La disminución en el tiempo del valor de la solución relajada se debe al esfuerzo realizado por acercar las restricciones a los valores posibles o espacio de soluciones factibles. Mediante esto converge el valor de la solución relajada con el del problema entero mixto. La imagen siguiente, es una representación del espacio de soluciones factibles tanto para el problema entero mixto y relajado dado por las restricciones (R1, R2, R3).

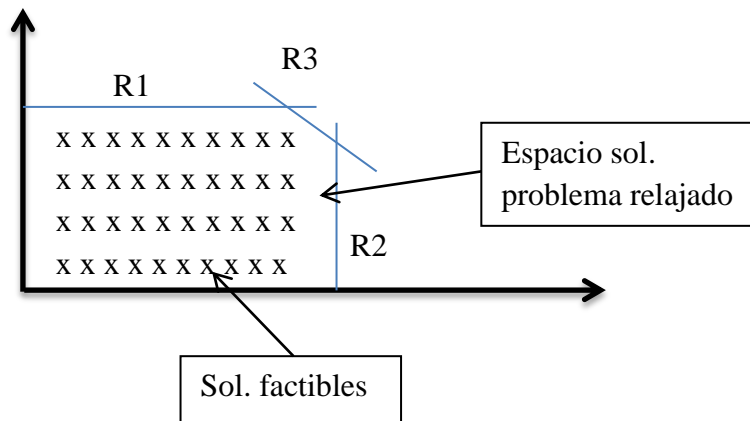


Figura 18: Espacio de soluciones.

Fuente: Elaboración propia.

2.5.- Breve reseña sobre geoestadística

La geoestadística proporciona los formalismos asociados a la estimación de un atributo, al interior de un dominio espacial, sea éste un punto, una longitud, una superficie o un volumen. Ya

que en la extensión de un valor o conjunto de valores conocidos (muestreados) a ese dominio involucra un determinado error o desviación. Este error es de naturaleza aleatoria y, por lo tanto, expresable en términos de un cierto valor esperado o valor medio y una cierta dispersión o varianza de estimación de los errores.

Existen variados criterios mediante los cuales se pueden proporcionar una medida o un estimador de la o las características en estudio con propósitos de estimación. La comparación entre un criterio y otro se basa en sus diferencias de exactitud en las estimaciones y su precisión. Se entiende por exactitud a la cercanía entre el valor estimado y el valor real desconocido. Por precisión se entiende a las fluctuaciones de las estimaciones en torno a su valor esperado.

En relación a la planificación minera, se trabaja en la estimación del recurso in situ mediante dos técnicas geoestadísticas las cuales se mencionan y explican en las siguientes líneas.

2.5.1.- El kriging

El kriging en términos de estimación, consiste en encontrar el mejor estimador lineal de una variable en una región del espacio. Esta estimación se realiza considerando la información disponible, la cual consiste en las muestras realizadas, ya sea al interior o al exterior de la región que se desea estimar. Este estimador minimiza la varianza de estimación al efectuar una ponderación o atribuir un peso al valor asociado a cada muestra en función de disminuir esta varianza antes mencionada.

Al minimizar la varianza de estimación, estamos aprovechando al máximo la información disponible, por lo tanto obteniendo la estimación más precisa del bloque en estudio. Sin embargo, a nivel global, el interés más práctico se da en que permite evitar el error sistemático o un sesgo de sobreestimación o subestimación.

2.5.2.- Simulación condicional

La simulación condicional es el proceso que consiste en establecer un modelo numérico del depósito, de manera de reproducir sus características estadísticas relevantes de la mineralización in situ. Este proceso genera un modelo numérico del yacimiento, el que reproduce la realidad otorgando valores simulados con iguales parámetros estadísticos, principalmente en términos del histograma y variograma asociados, condicionados a encontrar los valores originales obtenidos durante la etapa de muestreo.

La simulación puede responder básicamente a dos criterios:

- 1) Simulación en base a promedios espaciales móviles.
- 2) Simulación secuencial.

El primer criterio se encuentra representado por la generación de promedios móviles en cada punto de una malla tridimensional o mediante la técnica de las bandas rotantes. El segundo criterio se representa mediante simulación secuencias gaussianas o por simulación secuencial de indicadores (Tulcanaza E. 1999).

La principal ventaja que se puede obtener mediante la incorporación de simulaciones condicionales en el proceso minero, se da en la capacidad de predecir las fluctuaciones en la ley de los bloques, ya que se hace honor a los datos reproduciendo la variabilidad, no así el kriging el cual presenta un efecto alisador. Como también la capacidad de incorporar la incertidumbre en la cantidad de recursos existentes para una ley de corte dada. Por último se debe tener ciertas precauciones en la generación de realizaciones del modelo de bloques mediante simulaciones condicionales con el fin de lograr resultados satisfactorios, donde podemos destacar principalmente (Emery X. Ortiz J. Rodríguez J. 2006):

- Elección del modelo geoestadístico y sus parámetros.
- División del yacimiento en zonas geológicas homogéneas.
- Correcta delimitación de las zonas de mineral.

3.- Modelo de secuenciamiento minero de largo plazo.

En el primer punto se dará a conocer el modelo generado para la elaboración de los distintos secuenciamientos óptimos de largo plazo utilizados en la construcción de los planes de producción a partir de las distintas realizaciones del yacimiento, producto de su incertidumbre geológica, mediante sus cubicaciones fase-banco.

En la segunda parte se presenta la verificación de este modelo, en términos del cumplimiento tanto de las restricciones propuestas, como de los resultados entregados.

3.1.- Secuenciamiento óptimo de bloques en Largo Plazo.

Como fue mencionado en el capítulo anterior, el proceso de planificación de largo plazo sigue una serie de etapas que permiten la definición de compromisos de movimiento, desarrollo y producción de fino, lo cual impacta directamente en el valor del negocio. En esta sección se da a conocer la herramienta utilizada para la generación de secuencias óptimas en base al modelo de bloques utilizado.

Tradicionalmente la secuencia de largo plazo es realizada a partir de software comerciales como Whittle, Comet, etc. Por lo que la metodología propuesta en este capítulo corresponde a un análogo a estas herramientas salvo algunas diferencias que se presentarán en los siguientes párrafos.

A partir del estudio de selección óptima de fases realizado junto al diseño operativizado de estas, en el cual se busca incorporar los anchos requeridos para la operación, más la incorporación del posible pit final, se resuelve el siguiente punto en la planificación y administración de una mina. Éste tiene relación con el secuenciamiento de bloques en el tiempo, es decir, el momento en el cual un bloque va a ser extraído de la mina y enviado a alguno de los posibles destinos. La decisión de extracción de bloques en el tiempo permite la construcción de un plan de producción junto a la redefinición del pit final producto de los requerimientos de Capex y cambios en los Opex durante la vida mina y la eventual evaluación económica del yacimiento.

Este cambio en el pit final luego de obtener una secuencia de extracción óptima según los objetivos estratégicos de la compañía, se debe también a la incorporación de tasas de descuento la

cual tendrá un efecto sobre el momento en el cual un bloque sea extraído. La incorporación de temporalidad en la extracción de bloques permite, por lo tanto, incluir importantes restricciones tales como capacidad de procesamiento de mineral y de movimiento mina. El efecto de incorporación de una tasa de descuento no solo permite encontrar el pit final que maximizará el beneficio total, sino que se utilizará para conocer con mayor exactitud el valor real del negocio una vez generado un programa de producción y definir con mayor certeza la promesa de fino en el tiempo.

Dentro de las principales restricciones en el secuenciamiento de extracción, tiene relación con las precedencias de bloques en una misma fase y en relación a las fases contiguas. Éstas se explican más adelante en la definición del modelo matemático detrás del secuenciamiento óptimo desarrollado y más adelante aplicado al yacimiento en estudio.

Debido a la cantidad de bloques y periodos a considerar en la optimización a realizar, con el fin de encontrar el mejor secuenciamiento de éstos se procede a realizar dos simplificaciones previas a la búsqueda de esta secuencia óptima. Estas son:

- Agregación de bloques por banco: Se simplifica el problema a fase-banco, es decir, se genera un bloque por cada fase – banco que resume en términos de tonelaje, ley y otras características a todos aquellos bloques con un destino en común.
- Predeterminación de ley de corte y destino: La agregación de bloques en fase – banco requiere de determinar previamente aquellos bloques que tienen un destino en común. Para esto se requiere entregar la ley y/o característica que diferenciará entre una agregación y otra.

A partir de estas dos simplificaciones realizadas, permiten que el problema sea tratable en tiempo razonable y aplicable a planificación minera de largo plazo. Sin embargo, estas simplificaciones no afectan mayormente el resultado de la optimización en comparación con el valor real obtenido a posteriori, ya que los períodos de optimización utilizados corresponden a un año, por lo que en media no existe diferencia entre un conjunto de bloques – fase y una fase – banco, esperándose mínimas diferencias entre los beneficios obtenidos en períodos anuales. En relación a esto, es en planificación de mediano y corto plazo, donde nos interesa conocer la secuencia misma dentro de un banco que nos permitan asegurar el cumplimiento de los fines y de restricciones preestablecidas, ya que ellas permiten incorporar una mayor cantidad de detalles e información

producto del período de tiempo en el cual se realiza la planificación, como también por el aumento en la información.

También, la incapacidad de reconocer, delimitar y extraer exactamente un bloque en la producción, lleva a que se realice una agregación mayor al momento del secuenciamiento de largo plazo debido al bajo impacto de esta decisión. También cabe destacar que tradicionalmente la planificación de largo plazo incorpora como secuencias la extracción de bancos por completo previo al desarrollo del siguiente, por lo que el modelo utilizado permite incorporar una mayor flexibilidad a la etapa de secuenciamiento para la vida mina.

Finalmente, la formulación matemática que permite modelar el problema de secuenciar la extracción de las distintas fases – bancos en el largo plazo, bajo las restricciones antes mencionadas, cuenta con los siguientes componentes: variables de decisión, parámetros, restricciones y función objetivo. Estos componentes son descritos a continuación.

3.1.1.-Variables de decisión:

Las variables de decisión corresponden a aquellos valores numéricos que son determinados mediante la solución de la función objetivo. En el modelo de secuenciamiento minero de largo plazo, las variables de decisión corresponden a:

- 1) Porcentaje del tonelaje total a extraer de mineral por periodo para cada fase – banco.
- 2) Porcentaje del tonelaje total a extraer de mineral para enviar a stock en cada periodo para toda fase – banco.
- 3) Porcentaje del tonelaje total a extraer del stock para enviar a planta en cada periodo en relación a la fase – banco a la que provenía.
- 4) Porcentaje del tonelaje total a extraer de estéril por periodo para cada fase – banco.
- 5) Si una fase – banco fue extraída o no completamente.

3.1.2.-Parámetros:

Los parámetros corresponden a los valores conocidos del problema y corresponden a aquellos mediante los cuales se alimenta el modelo en la obtención de las variables bajo las cuales resuelve la función objetivo. Los parámetros a utilizar en problemas de minería pueden ser variados, sin embargo, los utilizados en este modelo son:

- 1) Número de fases a considerar en el modelo.
- 2) Horizonte de tiempo a utilizar en la resolución del secuenciamiento óptimo.
- 3) Factor de descuento temporal a utilizar en la función objetivo.
- 4) Cantidad máxima de bancos que puede liderar una fase de aquella contigua y diferencia máxima de bancos que se pueden operar en una misma fase para cada período.
- 5) Cantidad mínima de bancos que debe liderar una fase de aquella contigua.
- 6) Tonelaje de mineral, stock y estéril en cada fase – banco.
- 7) Ley de mineral, stock y estéril asociado a cada fase – banco.
- 8) Requerimiento de alimentación máxima y mínima a planta para cada período.
- 9) Requerimiento de máximo y mínimo movimiento mina para cada período.

3.1.3.-Restricciones:

Se entenderá como restricción del modelo de optimización como la exigencia de cumplir por parte del modelo distintas características propias del secuenciamiento de largo plazo de minas operadas a cielo abierto. Éstas tienen relación principalmente con respetar las capacidades de procesamientos y transporte, como también aquellas restricciones geométricas relacionadas a la precedencia de bancos. Las restricciones incorporadas en el modelo son:

- 1) Extracción de estéril, stock y mineral sea creciente en el tiempo para cada fase-banco. De esta forma se restringe la posibilidad de que se devuelva material extraído a su origen o ubicación original.
- 2) Extracción de estéril, mineral y mineral a stock para cada fase-banco sea completa para cada uno de estos materiales, cuando la fase-banco es extraída completamente.
- 3) Requerimiento mínimo de transporte mina.
- 4) Requerimiento máximo de transporte mina.
- 5) Requerimiento mínimo de envío a planta.
- 6) Requerimiento máximo de envío a planta.
- 7) La extracción de mineral, estéril y stock de un banco inferior será como máximo el mismo porcentaje extraído del banco predecesor (precedencia vertical).
- 8) La restricción de máxima distancia entre fases, se aplica con el fin de exigir mantener una distancia máxima en bancos de explotación entre una fase y la siguiente.
- 9) La restricción de máxima distancia en la fase, se utiliza con el fin de restringir la distancia máxima de bancos en explotación simultáneos en un mismo periodo.

- 10) La restricción de mínima distancia de avance entre un banco de una fase y el de la fase siguiente, permite cumplir restricciones geométricas de ángulo de talud, como también restringir el momento en el cual comienza la fase siguiente en explotación.
- 11) La siguiente restricción juega un papel fundamental sobre las restricciones antes mencionadas, ya que exige terminar por completo los bancos antes de seguir avanzando en profundidad y también en relación a los bancos de fases siguientes.

3.1.4.-Función objetivo:

La función objetivo utilizada corresponde a la maximización del cobre procesado descontado en el tiempo, para el horizonte de tiempo en el cual se realiza la optimización. Esta función se justifica en que la estrategia de planificación de largo plazo utilizada en el trabajo de tesis, busca maximizar el valor del negocio por lo que utilizar una función que optimice en relación a la cantidad de fino procesado, se encuentra en directa correlación con el objetivo de maximización del VAN.

Al ser esta función objetivo una función lineal de las variables antes mencionadas, el resultado obtenido se encontrará sujeto a las restricciones planteadas o también llamado sistema de inecuaciones.

3.2.- Verificación modelo de secuenciamiento de Largo Plazo.

En este punto se revisa el modelo de secuenciamiento de largo plazo en términos del cumplimiento de las restricciones propuestas y del efecto en el valor del proyecto en relación a distintas consideraciones en la función objetivo del modelo. Este valor es el resultante de la evaluación económica del plan de producción construido a partir del secuenciamiento óptimo de largo plazo, para distintas consideraciones de descuento temporal del fino extraído por período.

Los datos utilizados en la verificación del modelo corresponden a un yacimiento de cobre con un diseño final de cuatro fases. Éste corresponde a un yacimiento con un número reducido de parámetros y variables, en relación al utilizado en el caso de estudio presentado más adelante. Al presentar este yacimiento un número menor de parámetros y por lo tanto de variables a resolver por parte del modelo, se puede realizar una serie de cambios en éste con el fin de estudiar los resultados y el impacto frente a distintas consideraciones en su función objetivo y en las restricciones del modelo, en tiempos razonables.

Las principales características del yacimiento, en términos de su tonelaje de mineral, stock y estéril, luego de las etapas de selección y diseño de fase, se entregan en la siguiente tabla:

Ton	Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
Mineral [Mton]	9.7	3.7	3.4	2.4
Fino Mineral [Kton]	305.5	129.9	129.5	69.2
Stock [Mton]	3.4	1.5	1.1	0.8
Fino Stock [Kton]	13.5	5.9	4.1	2.9
Estéril [Mton]	14.9	24.3	37.7	60.1

Tabla 3: Características por fase del yacimiento utilizado en la validación del modelo de secuenciamiento minero.

Fuente: Elaboración propia.

El diseño de fases realizado consiste en cuatro fases, las cuales presentan las siguientes características en relación al número de bancos a extraer por fase:

	Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
N° de Bancos	18	21	27	33

Tabla 4: Número de bancos por fase para yacimiento de validación del modelo de secuenciamiento minero.

Fuente: Elaboración propia.

De la tabla anterior, se observa como fases consecutivas requieren de una mayor profundización con el fin de lograr la extracción de mineral requerida. Esto concuerda con la teoría detrás de la generación de pits anidados, donde bloques de mineral más profundos tienen asociado un mayor costo, por lo que su extracción es postergada en el tiempo.

Dado los datos antes mencionados se procedió a comprobar el correcto funcionamiento del modelo de secuenciamiento de largo plazo, para lo cual se construyó una serie de secuencias bajo distintas restricciones y variaciones en la función objetivo, con lo cual se pudiese comparar los resultados arrojados por el secuenciador y evaluar el correcto funcionamiento de éste. Los resultados de la verificación del funcionamiento de esta herramienta se separan en 5 partes, donde en cada una se revisa una característica del modelo.

La revisión y posterior validación del modelo a implementar en el caso de estudio, se realiza para el yacimiento antes indicado, bajo el cual se obtuvieron los siguientes resultados, los cuales se presentan en el siguiente orden:

- 1) Cumplimiento de restricción de máximo y mínimo tonelaje de alimentación a planta por periodo.

- 2) Cumplimiento de restricción de máximo y mínimo movimiento mina por período.
- 3) Cumplimiento de restricción de máximo avance en una fase y entre fases, como también sobre el mínimo avance entre fases contiguas.
- 4) Cumplimiento de restricción de precedencia de banco para una misma fase.
- 5) Cumplimiento de función objetivo.

A continuación se revisa y entrega un resumen sobre los resultados obtenidos para los puntos antes mencionados.

3.2.1.- Cumplimiento de restricción de máximo y mínimo tonelaje de alimentación a planta por periodo.

En el primer punto de análisis del modelo de secuenciamiento de largo plazo, se procedió a revisar que el resultado de la secuencia obtenida, respete la máxima capacidad de alimentación a planta. El modelo permite también exigir un mínimo de tonelaje de envío a este destino, de manera de asegurar una constante alimentación de mineral. En el siguiente gráfico se compara el resultado obtenido por el secuenciador en relación a las restricciones de máximo y mínimo tonelaje requerido por período.

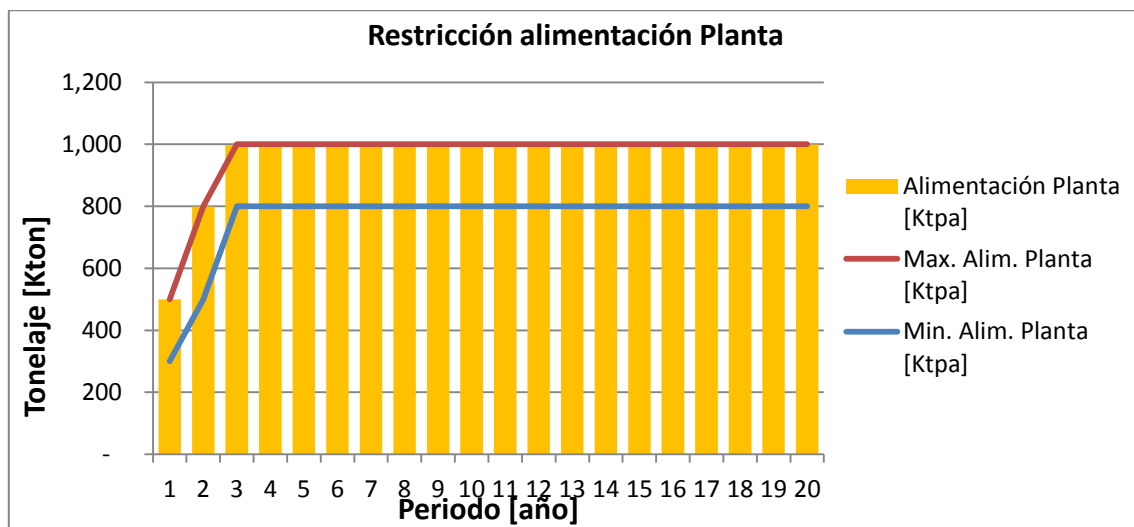


Figura 19: Restricción de alimentación a planta.

Fuente: Elaboración propia.

Se observa del gráfico anterior una correcta implementación del modelo en términos del cumplimiento sobre la restricción de alimentación a planta, tanto en los requerimientos máximos y mínimos exigidos para el caso en evaluación. Debido a que la función objetivo busca

maximizar la cantidad de mineral descontado en el tiempo, se obtiene una alimentación a planta en el límite del máximo exigido, ya que de esta forma se maximiza la función objetivo planteada.

3.2.2.- Cumplimiento de restricción de máximo y mínimo movimiento mina por período.

Al igual que con la alimentación a planta, se tiene una máxima y mínima capacidad de movimiento mina por período. El resultado obtenido mediante la prueba realizada se entrega en el siguiente gráfico:

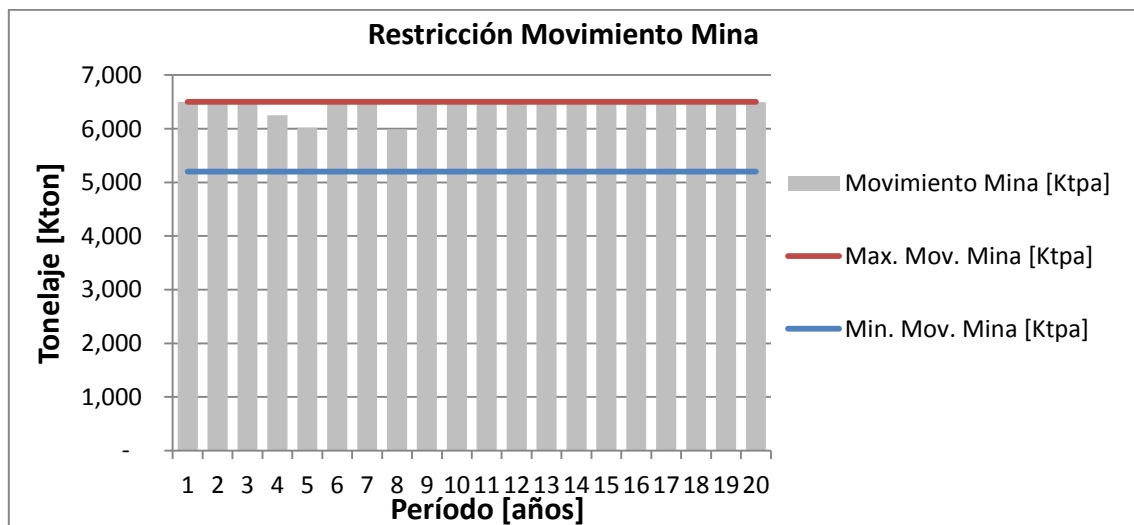


Figura 20: Restricción sobre el movimiento mina.

Fuente: Elaboración propia.

Del gráfico anterior se observa un correcto cumplimiento de las restricciones de máximo y mínimo tonelaje requerido por periodo. Sin embargo, a diferencia de lo obtenido en la restricción de alimentación a planta, se tiene que el movimiento mina no se encuentra en el límite posible. Esto se debe a que el movimiento mina no afecta de forma directa en la función objetivo, sino más bien es la responsable de lograr exponer mineral para su interés. Por lo que sólo extraerá tonelaje que le permita maximizar la función objetivo, tanto por tener una componente de envío a planta, como también por el estéril necesario extraer para contar con una mayor cantidad de mineral a futuro.

3.2.3.- Cumplimiento de restricción de máximo avance en una fase y entre fases, como también sobre el mínimo avance entre fases contiguas.

En este punto se revisa el cumplimiento por parte del modelo de tres restricciones fundamentales en la construcción del secuenciamiento de largo plazo de fase-banco. La primera restricción

llamada “máximo avance en una fase”, indica la diferencia máxima en bancos que pueden ser explotados sin haber finalizado por completo la explotación de un banco superior. De cierta forma esta restricción permite incorporar la capacidad de clavarse en busca de mineral, o de mantener más de un banco activo en una misma fase. El resultado de la verificación del cumplimiento de esta restricción se observa en la siguiente tabla para un periodo y fase en particular:

Banco	% Mineral	% Stock	% Estéril
30	100%	100%	100%
29	100%	100%	100%
28	100%	100%	100%
27	100%	100%	100%
26	100%	100%	100%
25	100%	100%	100%
24	100%	100%	100%
23	100%	100%	100%
22	100%	100%	100%
21	78%	100%	0%
20	0%	100%	0%
19	0%	100%	0%
18	0%	0%	0%

Tabla 5: Restricción sobre el máximo avance en una fase.

Fuente: Elaboración propia.

La tabla anterior representa la extracción de bancos realizados en el período 11 para la fase número 1. Esta imagen indica la correcta implementación de la restricción de extracción paralela de distintos bancos en una misma fase. La restricción exigida fue de un máximo de 4 bancos posibles, lo cual se observa en la tabla donde la secuencia indica como posible extraer material desde el banco 19, ya que el banco ubicado a 4 bancos de diferencia fue extraído por completo en un período anterior. En la imagen siguiente se indica la relación de extracción en función del tonelaje total por banco para el mismo período:

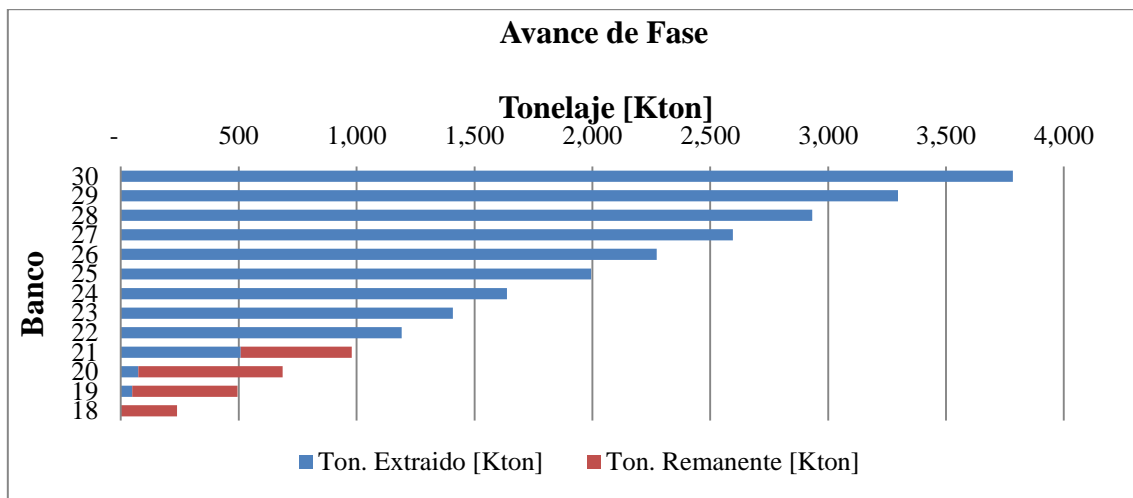


Figura 21: Restricción sobre el máximo avance en una fase.

Fuente: Elaboración propia.

Las barras azules corresponden al tonelaje extraído de la fase, mientras que las barras rojas corresponden al material remanente en esta al período 11. A partir de la imagen anterior se observa el cumplimiento de la restricción en términos del tonelaje, donde la extracción de este decrece en profundidad. A la vez se comprueba la capacidad de extraer bancos en conjunto, observado en los bancos 21, 20 y 19, los cuales aún presentan mineral remanente y a la vez se encuentran en explotación, ya que presentan tonelaje extraído.

La segunda restricción que se estudia en este punto, corresponde a la “máxima diferencia posible de bancos en explotación entre fases contiguas”. De esta forma se controla la distancia vertical en la ubicación de equipos y los posibles eventos generados por mantener altas diferencias de cotas en la explotación tales como caídas de roca. El resultado de la verificación del cumplimiento de esta restricción se observa en la siguiente tabla para un periodo y dos fases en particular:

Banco	Fase 1			Fase 2		
	% Mineral	% Stock	% Estéril	% Mineral	% Stock	% Estéril
30	100%	100%	100%	100%	100%	100%
29	100%	100%	100%	100%	100%	100%
28	100%	100%	100%	100%	100%	100%
27	100%	100%	100%	100%	100%	100%
26	100%	100%	100%	100%	100%	100%
25	100%	100%	100%	100%	100%	100%
24	100%	100%	100%	100%	85%	0%
23	100%	100%	100%	0%	93%	85%
22	100%	100%	100%	78%	0%	100%
21	78%	100%	0%	0%	0%	100%
20	0%	100%	0%	0%	0%	0%
19	0%	100%	0%	0%	0%	0%
18	0%	0%	0%	0%	0%	0%
17	0%	0%	0%	0%	0%	0%
16	0%	0%	0%	0%	0%	0%
15	0%	0%	0%	0%	0%	0%
14	0%	0%	0%	0%	0%	0%
13	0%	0%	0%	0%	0%	0%

Tabla 6: Restricción sobre el máximo avance entre fases.

Fuente: Elaboración propia.

La tabla presentada anteriormente, entrega la extracción porcentual por destino para el periodo 11 de las fases 1 y 2. A partir de ésta se observa el cumplimiento de la restricción ya que existe como máximo una diferencia de 5 bancos entre la explotación de la fase 1 y la fase 2, cumpliendo el requisito de 5 bancos planteado en la restricción del modelo. Se observa de esta misma imagen para la fase 2 el cumplimiento del máximo avance en una misma fase. La presentación del cumplimiento de esta restricción en función del tonelaje de cada fase se presenta en la siguiente imagen:

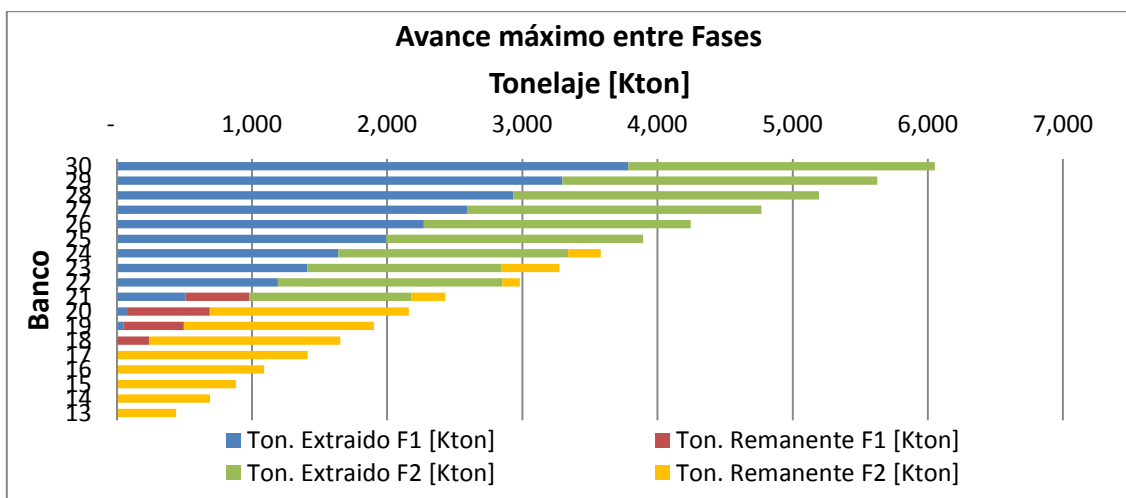


Figura 22: Restricción sobre el máximo avance entre fases.

Fuente: Elaboración propia.

En la imagen anterior, las barras azules corresponden al tonelaje extraído de la fase 1 mientras que las barras rojas muestran el tonelaje in situ para el período 11 en esa misma fase. A la vez, las barras verdes corresponden al tonelaje extraído de la fase 2 mientras que las barras amarillas indican el tonelaje aún in situ para ese período y fase. De éstas se observa que la restricción de 5 bancos como máxima diferencia para explotar entre fases se cumple, ya que la fase 1 se encuentra extrayendo como mínimo desde el banco 19 mientras que la fase 2 se encuentra extrayendo como máximo desde el banco 24.

La última restricción a revisar en este punto corresponde a la mínima distancia de diferencia en bancos de explotación entre fases contiguas. Por motivos geométricos y de estabilidad comúnmente una fase siempre debe liderar a su fase siguiente o a lo menos que se encuentren explotando bancos del mismo nivel. A partir de esta restricción se incorpora la posibilidad de incluso retrasar el comienzo de fases contiguas exigiendo mantener una mínima distancia entre ellas. En la imagen anterior se observa una diferencia de 3 bancos de explotación entre fase 1 y fase 2, pudiendo ser esta diferencia menor. En el ejemplo estudiado se propuso una diferencia de 1 banco como restricción. El cumplimiento de ésta se indica en la siguiente tabla donde se mantiene esta mínima distancia exigida:

Banco	Fase 1			Fase 2			Fase 3		
	% Mineral	% Stock	% Estéril	% Mineral	% Stock	% Estéril	% Mineral	% Stock	% Estéril
30	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
29	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
28	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
27	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
26	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
25	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
24	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
23	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
22	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
21	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
20	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
19	100%	100%	100%	100%	100%	100%	97%	100%	0%
18	100%	100%	100%	100%	100%	100%	60%	0%	0%
17	100%	100%	100%	100%	0%	0%	60%	0%	0%
16	100%	100%	100%	100%	0%	0%	0%	0%	0%
15	100%	100%	100%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
14	100%	100%	100%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
13	100%	100%	100%	0%	0%	0%	0%	0%	0%

Tabla 7: Restricción mínima distancia entre fases.

Fuente: Elaboración propia.

La tabla anterior indica los porcentajes extraídos de cada fase-banco para el periodo 17. En este se observa que la diferencia entre fase 2 y fase 3 se encuentra en el límite de la restricción de mínima distancia, no pudiendo extraer por lo tanto tonelaje del banco 16 de la fase 3 para ese período y mientras no se extraiga parte del tonelaje del banco 15 de la fase 2.

Con los resultados obtenidos en el punto 4.3, se verifica el correcto funcionamiento del modelo en términos del cumplimiento de las restricciones impuestas, sean estas la máxima diferencia en bancos entre fases, la mínima diferencia en bancos entre fases, y la máxima cantidad de bancos sin finalizar para una misma fase.

3.2.4.- Cumplimiento de restricción de precedencia de banco para una misma fase.

Cuando la restricción sobre máxima distancia de explotación para una misma fase es mayor a uno, se debe limitar la explotación de bancos inferiores en relación a la explotación de los bancos que anteceden a éstos. Esta restricción de precedencia asegura que el porcentaje extraído de un banco inferior sea menor o igual al del banco superior a éste. Esta restricción no se indica en función del tonelaje, ya que existe la posibilidad de que un banco inferior tenga un tonelaje mayor al de su banco superior, un ejemplo de lo mencionado se entrega en la siguiente figura:

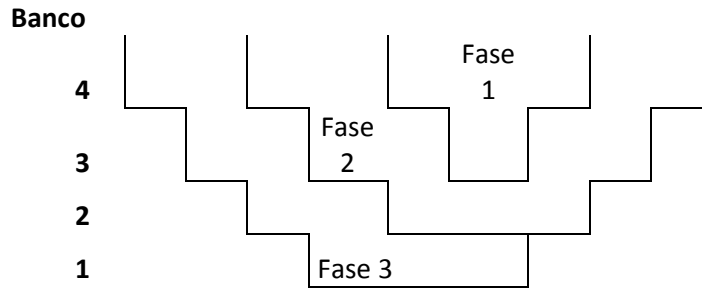


Figura 23: Ejemplo problema con aumento de tonelaje en bancos inferiores.

Fuente: Elaboración propia.

De la imagen anterior se puede observar que el tonelaje del último banco de fase 3 (banco n°1), es mayor al tonelaje del penúltimo banco de esa misma fase (banco n°2). Cuando se tiene esta condición jamás se podría extraer el último banco, si la restricción es construida con respecto al tonelaje extraído en vez de su porcentaje de extracción.

Por otra parte, el exigir un porcentaje igual o menor en bancos inferiores permite extraer un tonelaje menor en profundidad para fases que crecen de manera horizontal, logrando así consistencia con las restricciones geométricas. A continuación se presenta el cumplimiento de la restricción antes mencionada para dos fases y un periodo dado con restricción de máximo avance por fase de 4 bancos.

Banco	Fase 1			Fase 2		
	% Mineral	% Stock	% Estéril	% Mineral	% Stock	% Estéril
30	100%	100%	100%	100%	100%	100%
29	100%	100%	100%	18%	24%	82%
28	0%	25%	100%	24%	0%	100%
27	24%	0%	100%	100%	0%	0%
26	24%	100%	0%	0%	100%	0%
25	0%	100%	0%	0%	0%	0%
24	0%	0%	0%	0%	0%	0%
23	0%	0%	0%	0%	0%	0%

Tabla 8: Restricción de precedencia de bancos en fase.

Fuente: Elaboración propia.

De la tabla anterior se comprueba el correcto funcionamiento de la restricción planteada tanto para la fase 1 como para la fase 2. Al mismo tiempo es posible observar para la fase 1 que se cumple la restricción de 4 bancos como máximo avance en una misma fase.

3.2.5.- Cumplimiento de función objetivo.

La función objetivo construida para el modelo de secuenciamiento de largo plazo, busca maximizar el valor del negocio minero mediante la estrategia de extracción de las mejores leyes en los primeros periodos de vida de este. Otra posibilidad que conlleva al mismo objetivo sobre el valor del negocio, corresponde a la extracción de bloques que presentan un menor costo asociado a su producción, o mejor aún, la combinación de ambos. Sin embargo la incorporación de una tasa de descuento en la función objetivo de maximizar la producción de fino, simplifica la construcción del modelo de secuenciamiento y también los requerimientos tanto en tiempo y cálculo para encontrar un resultado óptimo. Esto último, ya que la incorporación de costos requiere un mayor número de parámetros a considerar, los cuales provienen del diseño minero.

La investigación sobre la fuerza que tiene la función objetivo en el perfil de leyes del programa de producción, se realizó para dos secuenciamientos con las mismas restricciones pero bajo una distinta tasa de descuento temporal en la función objetivo. Los descuentos utilizados corresponden a 0% y 10% respectivamente, obteniendo el siguiente resultado:

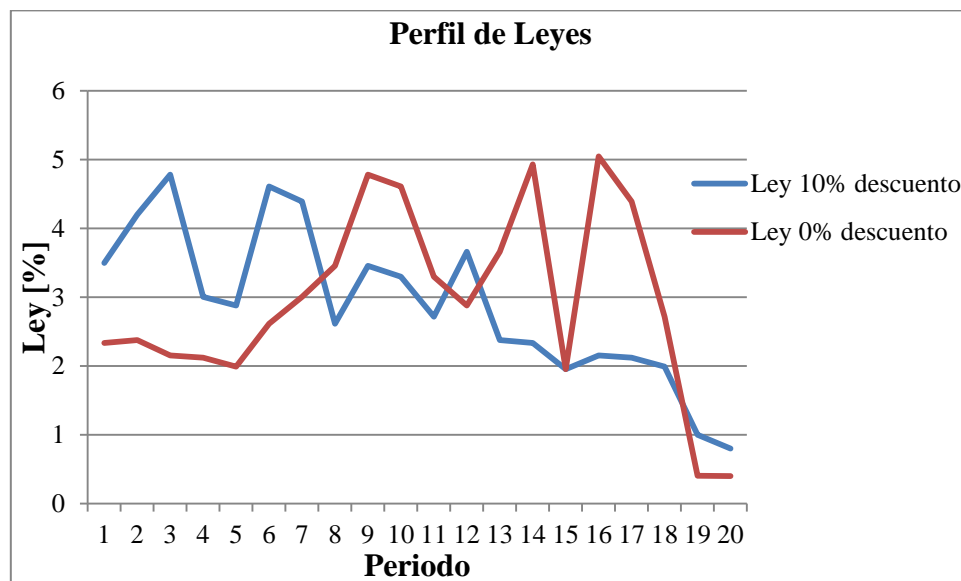


Figura 24: Perfil de leyes a distintos descuento en la función objetivo.

Fuente: Elaboración propia.

De la imagen anterior se observa un perfil de leyes decreciente para una función objetivo bajo una tasa de descuento del 10%, mientras que el perfil de leyes cuando no existe un descuento en la FO no es claro. En términos del fino total obtenido y el beneficio final bajo ambos secuenciamientos resultantes se presenta a continuación:

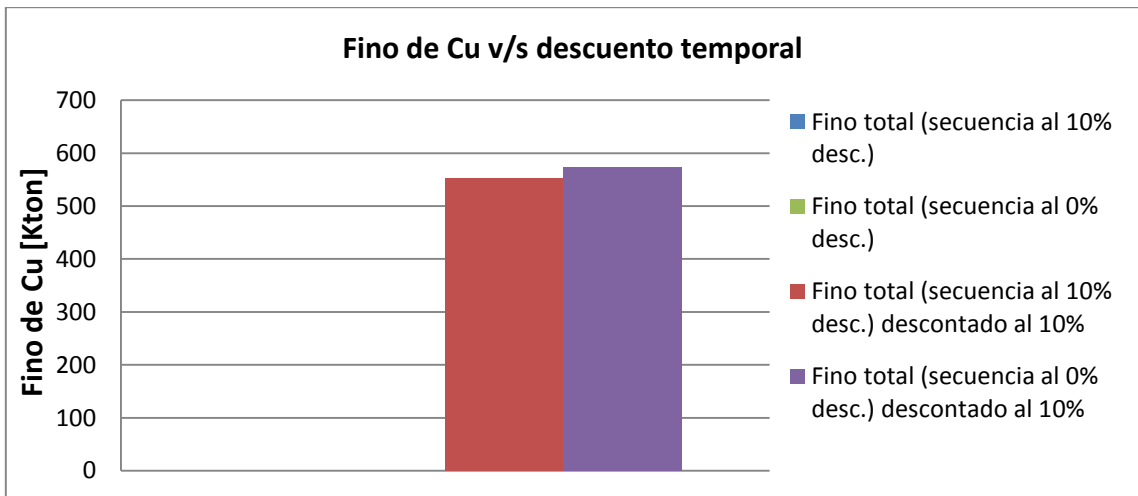


Figura 25: Fino total para ambos secuenciamientos.

Fuente: Elaboración propia

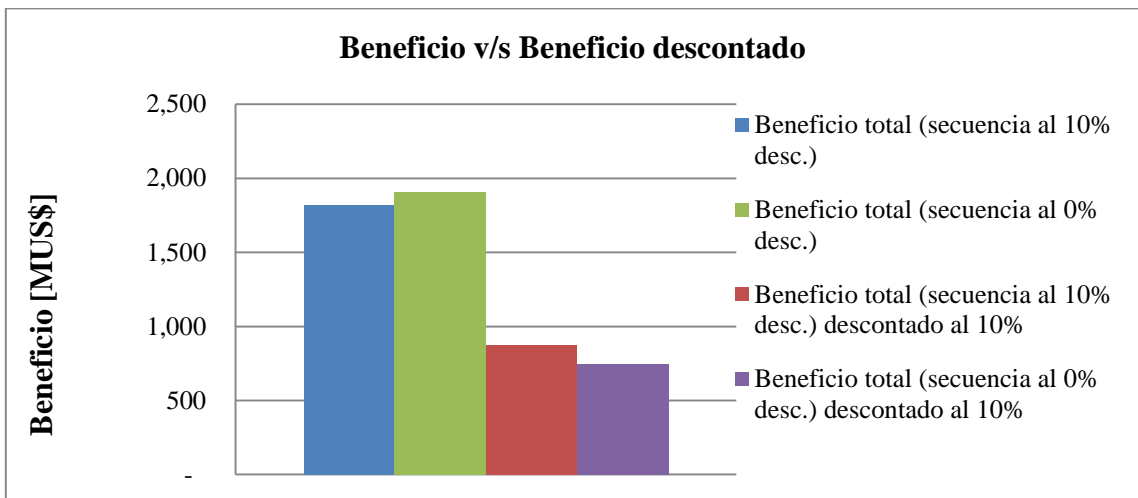


Figura 26: Beneficio total para ambos secuenciamientos.

Fuente: Elaboración propia.

Cabe destacar que el fino resultante para la secuencia obtenida sin descuento en la función objetivo es mayor que en la secuencia obtenida con una tasa de descuento del 10% en esta (producto del manejo realizado con los stocks). Sin embargo el fino descontado temporalmente, a una tasa del 10%, es mayor en la secuencia generada con la incorporación de este descuento en la FO, en comparación con aquella generada sin descuento.

Al evaluar el beneficio obtenido entre ambas secuencias, se obtiene la misma relación entre fino y beneficio, lográndose un mayor beneficio descontado, en aquel secuenciamiento que incorpora la tasa de descuento en la función objetivo del modelo.

Este resultado permite concluir sobre una correcta implementación de la función objetivo ya que se logra un mayor valor en el negocio, al exigir un descuento temporal en la función objetivo del modelo.

3.2.6.- Optimización mediante ventanas:

La implementación de la optimización mediante el algoritmo de ventanas, requiere que este sea comparado frente a la optimización convencional, en términos de valor final de la función objetivo y tiempo utilizado en la obtención del resultado final.

El algoritmo de ventanas, el cual se explicó en capítulos anteriores, se implementa en el modelo de secuenciamiento con el fin de lograr una disminución en los tiempos de resolución del problema de optimización. La incorporación de descuento temporal en la función objetivo aumenta sustancialmente el tiempo requerido para lograr una solución factible y óptima del problema, por lo que se procede a comparar estos puntos críticos ante ambas posibilidades de optimización.

El tiempo utilizado en la resolución del problema mediante el algoritmo de ventanas y mediante optimización convencional a partir de distintos descuentos temporales en la función objetivo, se presenta en la siguiente tabla.

Descuento temporal [%]	0	5	10
Tiempo optimización convencional [s]	1x10 ⁴	1x10 ⁶	1x10 ⁶
Tiempo optimización mediante ventanas [s]	1x10 ²	1x10 ²	1x10 ²

Tabla 9: Tiempo requerido en la optimización del problema, mediante ambas metodologías y para distintas tasas de descuento.

Fuente: Elaboración propia.

De la tabla anterior se observa una considerable disminución en el tiempo de resolución del problema entre ambas metodologías. Sin embargo es necesario comparar el GAP resultante a partir del valor en la función objetivo al utilizar el algoritmo de ventanas. En la siguiente tabla se aborda el problema planteado anteriormente:

GAP ventana	Resultado Ventana	Resultado Relajado Mejorado	GAP Real	Tiempo (s)
10%	3.5321	3.7091	5.01%	120
5%	3.6150	3.7091	2.60%	150
1%	3.6326	3.7091	2.11%	210
0.10%	3.6326	3.7091	2.11%	240

0.01%	3.6327	3.7091	2.10%	300
--------------	--------	--------	-------	-----

Tabla 10: Comparación GAP optimización mediante ventanas con descuento de 5% en FO.

Fuente: Elaboración propia.

De la tabla anterior se observa que la diferencia en el resultado final, entre la solución relajada mejorada, con el GAP real, se mantiene constante y cercana a un 2% al exigir un porcentaje menor al 1% de GAP dentro de cada ventana. Con esto se puede concluir que el GAP exigido por ventana no debiera ser inferior al 1% ya que no mejora la solución del problema. Al mismo tiempo se puede observar que la solución del problema optimizado de forma convencional se encontrará entre resultado relajado mejorado y el obtenido mediante ventanas, por lo que la diferencia en la función objetivo de ambas metodologías de optimización es menor al 2%. Este porcentaje es mínimo en relación a la diferencia en tiempo consumido en la solución del problema entre ambas metodologías.

4.-Modelo de valorización mediante opciones reales.

A continuación se presenta el modelo de valorización mediante opciones reales utilizado en la implementación de esta metodología en la evaluación de un proyecto de minería a cielo abierto. Esta técnica es utilizada bajo incertidumbre geológica, mediante la incorporación de flexibilidad en términos de capacidad de explotación, extracción y movimiento mina, permitiendo cambios en el secuenciamiento minero de largo plazo.

El modelo planteado, permite a partir de un set de secuenciamientos generados, definir aquel que permite maximizar el valor del proyecto dado el escenario en el cual se encuentre. Este modelo en estudio permite incorporar las mejoras en información relacionadas a geología desde el momento en que se define la flota de equipos a utilizar y el momento en el cual se cuenta con estos operativamente. Para esto, la selección de secuencias se realiza a partir del primer período de puesta en marcha de la explotación, dado lo mencionado anteriormente en relación a la incertidumbre geológica, ya que esta ha sido reducida considerablemente desde las etapas previas de estudio del yacimiento. Esta consideración permite definir cuál de los escenarios geológicos realizados es aquel que mejor define al yacimiento en cuestión y mediante el modelo planteado indicar cuál es el requerimiento óptimo de equipos que permiten mejorar el valor del negocio y aumentar su confiabilidad producto de la incorporación de flexibilidad que la metodología de opciones reales entrega.

4.1.- Valor esperado bajo incertidumbre geológica.

El valor esperado de un proyecto minero bajo incertidumbre geológica, viene dado por el promedio del valor actual neto (VAN) obtenido a partir de la evaluación del proyecto determinístico para las distintas realizaciones del modelo de bloques.

El valor actual neto esperado del proyecto determinístico será llamado $E(\text{VAN}_{\text{sin opción}})$, ya que éste no incorpora la capacidad de flexibilidad producto de la incertidumbre del proyecto. Este valor se indica como una esperanza ya que se encuentra ponderado por la probabilidad de ocurrencia de cada suceso, siendo estas simulaciones condicionales equiprobables.

Por lo tanto, el valor esperado de un proyecto bajo incertidumbre geológica se define como:

$$E(VAN_{sin_opcion})_j = \left[\sum_{i=1}^N VAN_{i,j}(Capex_j, Opex_j) \right] / N$$

Dónde:

i = corresponde al escenario en evaluación (ubicaciones fase-banco provenientes de los distintos modelos de simulación geológica)

j = corresponde a la secuencia de extracción en evaluación.

4.2.- Decisión sobre secuencia de extracción.

Como se mencionó anteriormente, la opción de cambio en la secuencia vendrá dada por la posibilidad de optar por aquella secuencia que entregue un mejor valor para el escenario geológico en evaluación.

Para definir aquella secuencia que permite obtener un mayor VAN entre el resto de las secuencias generadas, se debe contar tanto con el Capex y Opex de las distintas secuencias en evaluación. Independiente de la secuencia que maximice el valor del proyecto, se requiere considerar el Capex de aquella secuencia con mayores valores de éste, es decir, de aquella secuencia que requiera un mayor movimiento mina en su extracción. De esta forma el valor económico del escenario en evaluación vendrá dado por el Capex que permita cumplir con la productividad mina de todas las secuencias evaluadas, pero considerando los Opex de la secuencia que maximiza el valor del escenario. El Opex se mantiene, ya que finalmente viene definido por la secuencia seguida y no por el posible requerimiento que permita incorporar flexibilidad en la explotación del yacimiento.

Lo indicado en las líneas anteriores se presenta en la siguiente ecuación, la cual permite encontrar aquella secuencia que maximiza el VAN del proyecto para cada escenario. En otras palabras se maximiza el valor del negocio a partir de la evaluación de cada escenario en particular, por la secuencia que entrega el mayor VAN en esta. El siguiente formulismo permite la toma de decisión de aquella secuencia por escenario en el cual se busca el mayor VAN.

$$MAX \left(VAN_{i,1}(Capex_{j^*}, Opex_j), \dots, VAN_{i,j}(Capex_{j^*}, Opex_{j^*}), \dots, VAN_{i,J}(Capex_{j^*}, Opex_{j^*}) \right) \forall i$$

o

$$MAX(VAN_{i,j}(Capex_{j^*}, Opex_j))$$

Dónde:

Capex_{j*} = corresponde al Capex requerido para cumplir con la productividad propuesta por todas las secuencias en evaluación.

4.3.- Valor esperado bajo incertidumbre geológica con opción sobre la secuencia

A partir de la formula anterior, se puede definir el valor esperado del proyecto con opción de cambio en la secuencia como:

$$E(VAN_{opción}) = \sum_i^N MAX_j (VAN_{i,j}(Capex_{j^*}, Opex_j)) / N$$

Esta fórmula difiere con el valor esperado sin opción, en que la segunda incorpora la capacidad de selección de aquella secuencia que mejora el valor del proyecto, tomando en consideración una mayor inversión para posibilitar la flexibilidad requerida.

4.4.- Precio y valor de la opción real sobre el secuenciamiento minero

El precio de la opción real aplicada, consiste en el aumento en Capex frente al requerido como secuencia base, al incorporar la flexibilidad de cambio en ésta, es decir, la extra inversión requerida para poder cambiar entre las posibles secuencias. En base a lo mencionado anteriormente, el precio de la opción se define como.

$$Precio\ opción = \Delta(Capex)$$

Con:

$$(Capex_{j^*}) = MAX_j(Capex_j)$$

$$\Delta(Capex) = (Capex_{j_{base}} - Capex_{j^*})$$

Dónde:

j_{base} = corresponde a la secuencia base generada, o la secuencia óptima en base a planificación determinística.

Por otra parte, el valor de la opción, corresponderá al aumento o disminución en valor esperado del proyecto frente a la incorporación de opciones reales sobre el secuenciamiento, en base al proyecto sin opción. El valor de la opción, se puede representar mediante la siguiente ecuación.

$$Valor\ opción = \sum_i^N MAX_j (VAN_{i,j}(Capex_j^*, Opex_j)) / N - \sum_{i=1}^N VAN_{i,j}(Capex_j, Opex_j) / N$$

$$Valor\ opción = E(VAN_{opción}) - E(VAN_{sin\ opción})$$

4.5.- Análisis de inversión con opciones reales y decisión de incorporación de flexibilidad.

La decisión de invertir en proyectos evaluados mediante la incorporación de opciones reales, requiere de la evaluación de distintas métricas. Éstas no difieren de las utilizadas para la evaluación de proyectos determinísticos bajo riesgo, por lo que su diferencia radica en el valor resultante del uso de esta nueva metodología. Las métricas a evaluar en el estudio de caso del trabajo de tesis se mencionan a continuación.

- $E(VAN_{opción})$
- Desviación estándar con opción
- Probabilidad del $VAN_{opción} > 0$ (Confiabilidad del proyecto con opción)
- $VAR_{opción}$ a distintos niveles de confianza
- Coeficiente de variabilidad con opción

Luego, la decisión de invertir en un determinado proyecto vendrá dado de los resultados observados para estas distintas métricas y de la decisión en particular, a partir de éstas, para los distintos inversionistas.

Por último, la decisión de incorporar o no flexibilidad en un proyecto vendrá dado por la evaluación y posterior comparación de los resultados obtenidos de las métricas anteriores tanto para el proyecto sin opciones y el mismo evaluado bajo la incorporación de flexibilidad mediante opciones reales.

4.6.- Selección de escenarios a secuenciar

La selección de escenarios a los cuales realizar una nueva secuencia óptima, cumple un papel fundamental en la metodología de opciones reales planteada. Esto se debe a que el contar con una correcta secuencia permitirá incluir la flexibilidad requerida al plan en evaluación. Luego, esto permitirá mejorar el cumplimiento en alimentación de fino para aquellos escenarios que se encontraran representados por el modelo para el cual fue realizada la secuencia óptima, con consecuencias positivas en las métricas de evaluación.

La metodología propuesta para la selección de grupos de escenarios y de los representantes de estos se indica a continuación.

4.6.1.- Selección de grupos y representantes de estos

El primer paso en la construcción de nuevas secuencias de explotación fase-banco que permitan incluir flexibilidad mediante la metodología de opciones reales propuesta, consiste en seleccionar un número de grupos. Estos grupos se seleccionan a partir del ordenamiento en forma creciente del VAN resultante, de la evaluación de la secuencia base obtenida mediante el modelo de bloques de kriging con los modelos generados mediante simulación condicional.

Estos grupos estarán conformados por aquellos escenarios correlativos en cuanto a su resultado en el valor actual neto, donde el primer grupo concentrara a los escenarios con el menor valor de estos, y el último grupo a los últimos valores respetivamente. El número de grupos a seleccionar corresponde a un porcentaje (X) del número de simulaciones totales construidas para incorporar incertidumbre al proceso de planificación. Una vez definidos los grupos se procede a buscar a un representante de estos, para lo cual se recomienda utilizar el escenario con menor VAN dentro del grupo.

El modelo descrito anteriormente se entrega de forma general a continuación:

N =número de simulaciones condicionales generadas.

N' =número de grupos a construir.

Dónde:

$N' = X\% \text{ de } N$

Luego la construcción de grupos, se realiza a partir del ordenamiento creciente de escenarios en términos de su VAN, donde el VAN_1 corresponde al escenario con el más bajo VAN y VAN_N a

aquel que obtuvo el mayor VAN mediante la secuencia estudiada. Los grupos formados, presentan por lo tanto la siguiente estructura:

Grupo_1= Escenarios con $VAN_{(1)}$ al $VAN_{(N/N')}$.

Grupo_i= Escenarios con $VAN_{((i-1)*(N/N')+1)}$ al $VAN_{(i*(N/N'))}$.

Grupo_N'= Escenarios con $VAN_{((N'-1)*(N/N')+1)}$ al $VAN_{(N)}$.

Finalmente los representantes de grupos corresponderán a:

Representante grupo_1= Escenario con $VAN_{(1)}$.

Representante grupo_i= Escenario con $VAN_{((i-1)*(N/N')+1)}$.

Representante grupo_N'= Escenario con $VAN_{((N'-1)*(N/N')+1)}$.

5.- Estudio de caso

Los modelos de secuenciamiento minero de largo plazo y valorización mediante opciones reales bajo incertidumbre geológica, fueron aplicados a un yacimiento del tipo pórfido cuprífero. El modelo de bloques que representa al yacimiento en estudio fue estimado mediante el método de Kriging e incorporada la incertidumbre en las leyes de estos bloques mediante simulaciones condicionales del mismo.

5.1.- Descripción del yacimiento

El yacimiento en estudio consiste en un yacimiento del tipo pórfido cuprífero de 42x57x100 bloques, donde las dimensiones de cada uno de son 20x20x10 (X,Y,Z). Esto genera la suma de 239,400 bloques con información respecto a la ley de cobre del yacimiento y su ubicación espacial. La densidad de la roca es constante para cada bloque y corresponde a 2.7 [ton/m³], con lo que a partir de la información anterior se obtiene un tonelaje total de roca en el modelo de bloques de 2,585.5 [Mton] a una ley media para el yacimiento completo (ley de corte 0) de 0.47 [%] Cu. Las principales características del modelo de bloques generado mediante estimación por Kriging se presentan a continuación:

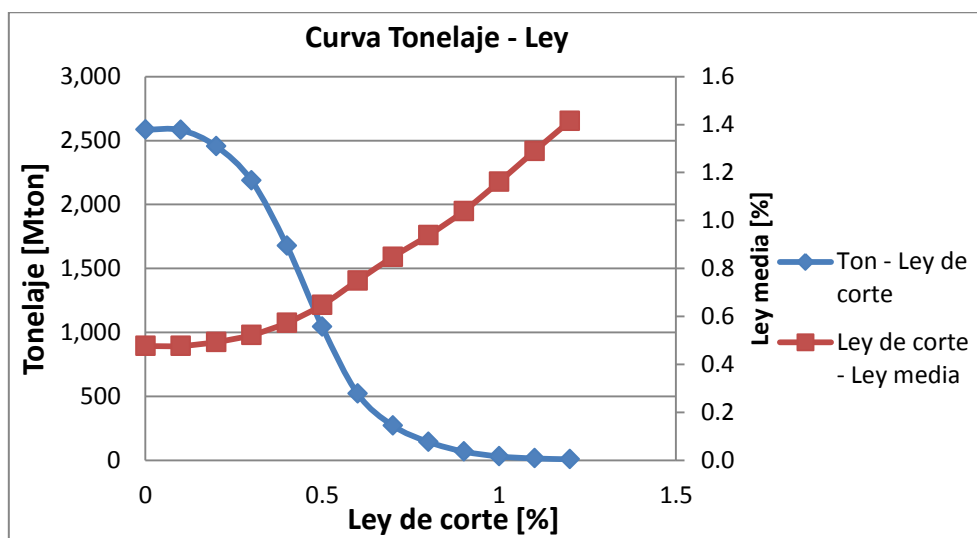


Figura 27: Curva tonelaje ley modelo de bloques estimado mediante Kriging.

Fuente: Elaboración propia.

La figura anterior, entrega la curva tonelaje-ley del modelo de bloques generado por estimación mediante kriging. Como se observa de esta figura, el yacimiento cuenta con 12.3 [Mton] de cobre fino. La descripción básica de leyes se presenta en la siguiente tabla:

Estimación por Kriging	Ley Cu [%]
Max.	2.83
Media	0.47
Min.	0.05

Tabla 11: Descripción de leyes modelo de bloques estimado mediante Kriging.

Fuente: Elaboración propia.

Debido a que el modelo de bloques presenta altas leyes, tanto en profundidad como también en la frontera de éste, se procedió a incorporar una gran cantidad de bloques de estéril en los alrededores del modelo estimado. La razón de este procedimiento se debe a que el software a utilizar en la generación de pits anidados (whittle) no considera como bloques con tonelaje a lo que se encuentre en las fronteras del modelo. Por lo que las restricciones de precedencia de los bloques se cumplirían bajo bloques que no presentan ningún costo debido a su nulo tonelaje, obteniéndose pits anidados con mayores tamaños. También la incorporación de lastre en las fronteras del modelo de bloques, se realiza con el fin de contabilizar este material en la generación de cubicaciones fase-banco a partir del diseño de fases. Por lo tanto, la no incorporación de estéril, subestimaría los costos asociados a la extracción del mineral de interés. La comparación entre el modelo de bloques original y el modelo con estéril incorporado se presenta en la siguiente tabla:

		X	Y	Z
Yacimiento original	Centroide min	1,010	1,010	105
	Centroide max	1,830	2,130	1,095
	N° bloques	42	57	100
	Ton total [Mton]	2,585.5		
	Fino total [Mton]	12.3		
Yacimiento extendido	Centroide min	10	10	105
	Centroide max	2,830	3,130	1,095
	N° bloques	142	157	100
	Ton total [Mton]	24,077.5		
	Fino total [Mton]	12.3		

Tabla 12: Comparación modelo de bloques.

Fuente: Elaboración propia.

La tabla anterior muestra un aumento de 1,000 [m] de estéril en los bordes del yacimiento inicial. Esta incorporación de estéril permite entonces realizar las etapas posteriores del proceso de planificación.

La siguiente figura muestra una vista en planta, donde se indica el estéril incorporado al modelo de bloques original:

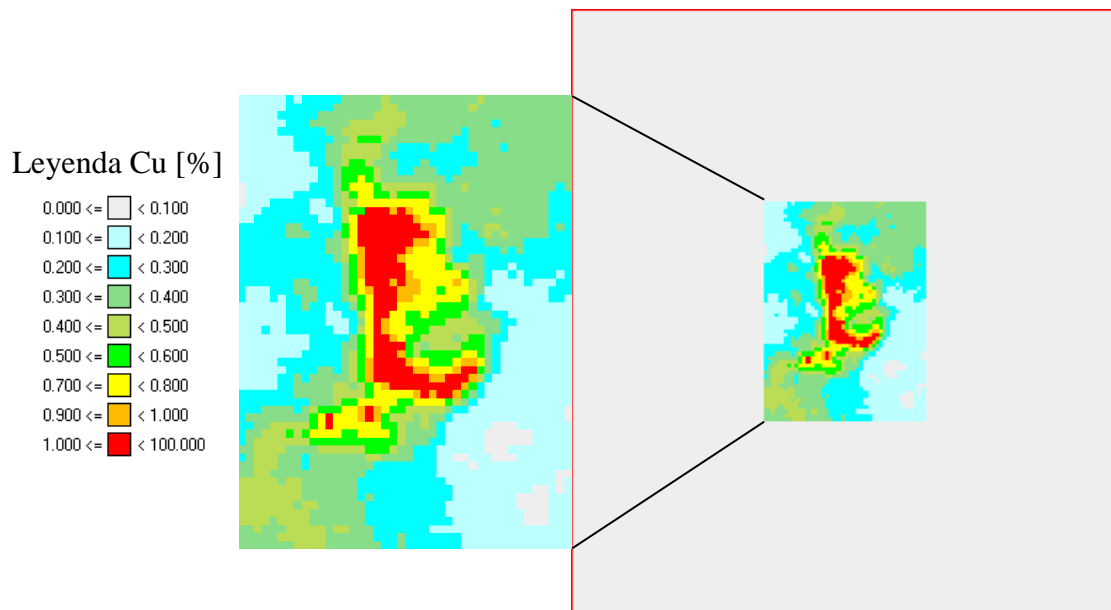


Figura 28: Modelo de bloques sin estéril (1), modelo de bloques con estéril (2).

Fuente: Elaboración propia.

5.2.- Simulaciones condicionales caso de estudio

La incorporación de incertidumbre geológica para el yacimiento en estudio, se realizó mediante la generación de realizaciones del modelo de bloques mediante simulación condicional de bandas rotantes. La característica de interés a simular del yacimiento consiste en la ley de cobre, para la cual se generó 100 estimaciones de esta a partir de la información proveniente de sondajes realizados previamente. Es decir, para cada bloque del modelo de bloques, se tienen 101 estimaciones de su ley, las cuales 100 son generadas mediante simulación condicional y 1 a través de Kriging. La relación de fino de cobre entre las simulaciones condicionales y la estimación de Kriging se presenta en la siguiente figura:

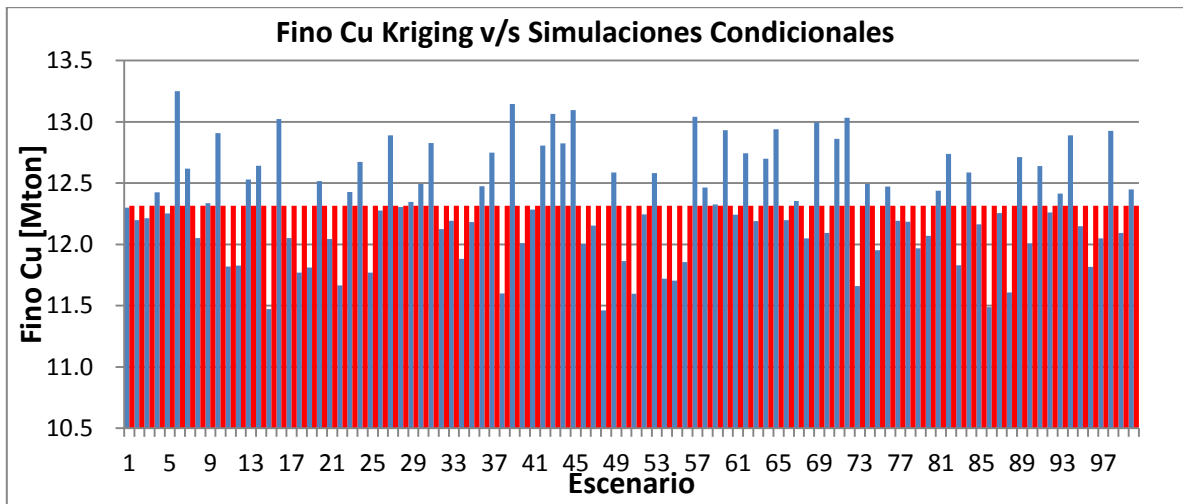


Figura 29: Fino de cobre yacimiento en estudio para las distintas simulaciones condicionales.

Fuente: Elaboración propia.

Las barras rojas de la figura anterior representan el fino estimado para el yacimiento en estudio mediante Kriging, mientras que las barras azules corresponden a la estimación de fino de cobre para las distintas simulaciones condicionales realizadas.

La descripción básica de leyes del yacimiento completo (ley de corte 0) para las distintas simulaciones de este, se presenta mediante un gráfico de caja (Boxplot). Este gráfico entrega información respecto a los valores de ley máximo, mínimo, 1er cuartil, 3er cuartil y la simetría de distribución, para cada simulación generada y la estimación por kriging.

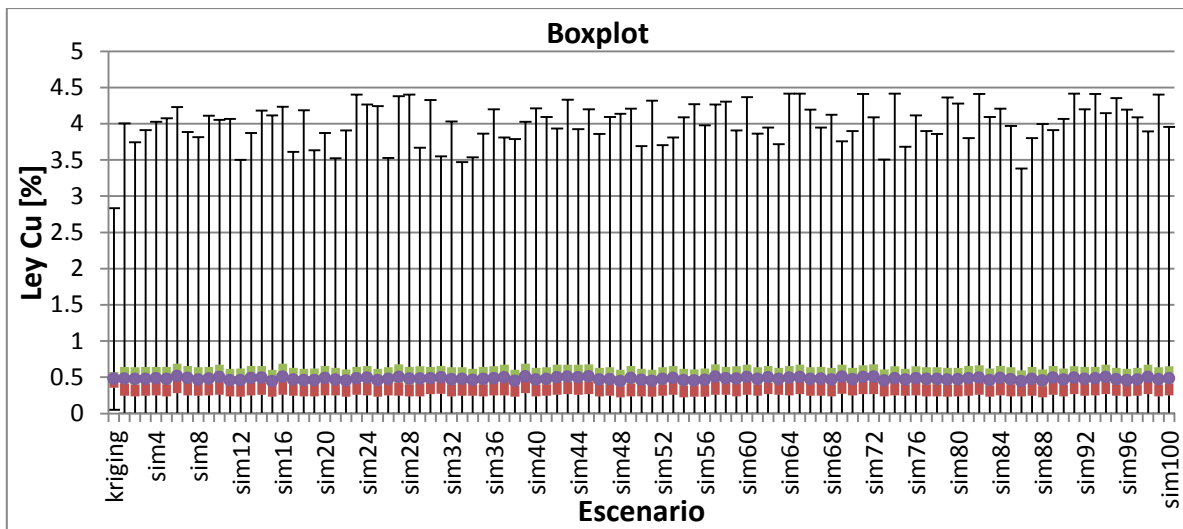


Figura 30: Boxplot de leyes de simulaciones condicionales y estimación por Kriging.

Fuente: Elaboración propia.

El bloxplot anterior, permite observar el efecto alisante del Kriging en las leyes del yacimiento. Este efecto se debe a que el Kriging consiste en un estimador del tipo lineal, el cual otorga un estimador para cada bloque ordinario donde estos estimadores están afectos a una sobre o subestimación. Adicionalmente a estas desviaciones positivas y negativas de los estimadores, una característica importante de su distribución estadística es que ella muestra una dispersión mucho menor que la de los contenidos o leyes reales de los bloques. No así las simulaciones condicionales, las que son capaces de reproducir las distribuciones y valores extremos del yacimiento en estudio.

La variación de ley media para las distintas simulaciones se presenta a continuación:

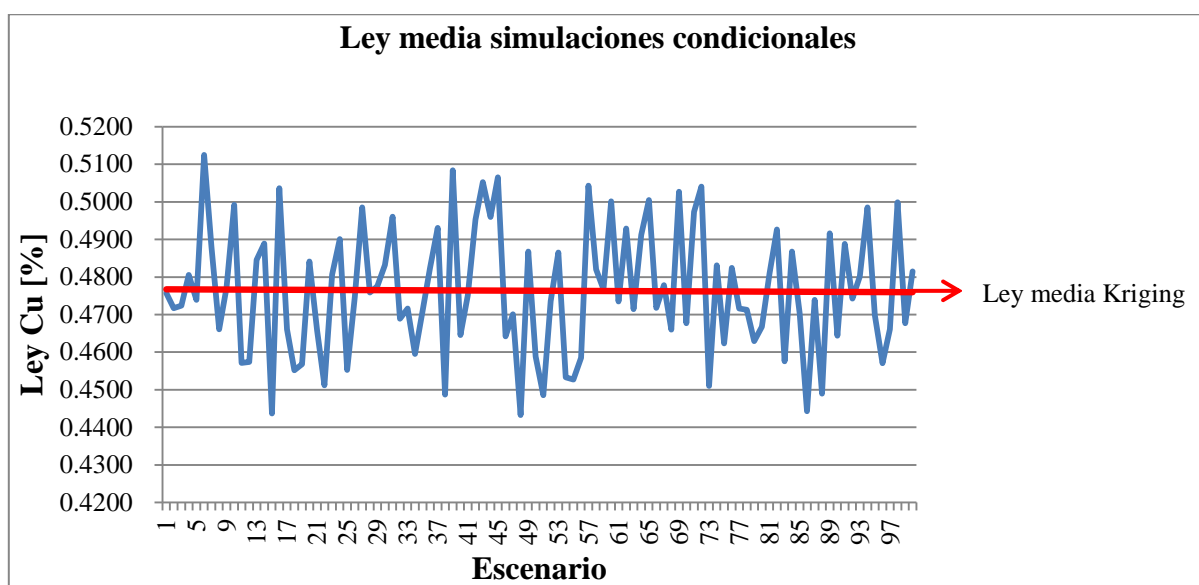


Figura 31: Ley media para las distintas simulaciones condicionales.

Fuente: Elaboración propia.

La línea roja de la figura anterior corresponde a la ley media de cobre del yacimiento para la estimación de este mediante kriging, mientras que la línea azul muestra le ley media de este bajo la estimación con simulaciones condicionales.

5.2.1.- Representatividad de la muestra de simulaciones condicionales

Como ha sido mencionado previamente, se han elegido 100 realizaciones del yacimientos, a fin de representar diversos escenarios, pero cumpliendo con el comportamiento estadístico espacial.

La validez estadística de esta elección se realiza a partir el de error muestral que ellos representan, considerando la dispersión de los datos, el nivel de confianza usual (95%) y el

tamaño muestral propiamente tal. Dependiendo de la variable en análisis se obtiene los siguientes resultados en relación a este error:

- Tomando como variable en análisis las leyes de los bloques, se determina que el error muestral medio es de un 4,7% y el peor de este alcanza un valor de 16,4%.
- Tomando como variable los finos obtenidos en las simulaciones, el error muestral es de un 8,5%.

Ambos indicadores pueden usarse para validar la representatividad de la muestra de escenarios, debido a que están directamente relacionados con la variable final de decisión: el VAN. Considerando que este último tiene una diferencia mayor a un 100% entre el plan con la metodología propuesta y el relativo al método clásico, se concluye que con holgura puede mantenerse la decisión, aun tomándose el peor caso de error.

5.3.- Parámetros técnicos y económicos

Los parámetros técnicos y económicos utilizados en el proceso de planificación y evaluación económica del caso de estudio planteado se presentan a continuación. Tanto los parámetros técnicos como económicos utilizados en el caso de estudio, provienen de Benchmark de empresas Chilenas correspondiente a los valores medios resultantes.

5.3.1.- Parámetros técnicos

Dentro de los principales parámetros técnicos que nos permiten realizar el proceso de planificación tanto desde la definición de pits anidados, diseño final de fases y evaluación económica del proyecto, se presentan en la siguiente tabla:

Angulo de talud global [°]	40
Angulo interrampa [°]	55
Angulo cara-banco [°]	75
Berma [m]	4.3
Recuperación metalúrgica [%]	85
Ancho rampa [m]	30
Pendiente rampa [%]	10

Tabla 13: Parámetros técnicos utilizados.

Fuente: Elaboración propia.

Los parámetros técnicos antes indicados, provienen de la comparación de éstos con operaciones mineras a cielo abierto de características similares tanto en movimiento mina, como alimentación de mineral a planta. La recuperación metalúrgica del 85[%] se obtiene como referencia de plantas de procesamiento de minerales sulfurados de cobre con la misma capacidad de tratamiento a la planta propuesta en el caso de estudio. Al igual que la recuperación metalúrgica, el Capex y Opex relacionado al procesamiento del mineral se obtuvo de la forma antes mencionada.

5.3.2.- Parámetros económicos

Los componentes del modelo económico utilizados en el caso de estudio se entregan en la tabla siguiente:

Precio cobre [US\$/lb]	2.6
Costo venta [US\$/lb]	0.3
Costo mina [US\$/t]	2.5
Costo planta [US\$/t]	8

Tabla 14: Principales parámetros económicos.

Fuente: Elaboración propia.

La tabla anterior muestra los principales parámetros económicos considerados en el proceso de planificación y evaluación económica detrás del yacimiento en estudio. El precio del cobre de largo plazo se consideró de 2.6 [US\$/lb] tomando en cuenta la estimación de 2.59 [US\$/lb] realizada por el comité de expertos convocados por Hacienda para el año 2012. Este precio menor a los precios actuales observados, se debe principalmente a la larga vida del proyecto resultante, la cual se mencionará en los siguientes puntos, lo que genera mayor incertidumbre en el precio futuro del commodity.

Otro punto importante a mencionar en el caso de estudio, corresponde a la tasa de rentabilidad exigida al proyecto, ya que la determinación de ejecutar o no el proyecto en estudio depende fuertemente de este valor. Esta rentabilidad es calculada en base al modelo CAPM indicado previamente en el análisis bibliográfico.

$$E(R_f) = R_f + [E(R_m) - R_f] * \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)}$$

Para la estimación de la prima por riesgo y la tasa libre de riesgo, se procede a estudiar el riesgo sistemático de las principales empresas mineras de cobre del mundo.

Dentro de las fuentes básicas de información para el cálculo de premio por riesgo por diferencial de rentabilidades son bloomberg para los retornos de los mercados accionarios y Banco Central de Chile para las tasas libres de riesgo. Con esta información, el premio por riesgo asciende a un 2.8 [%] partir del IGPA usando tasas libres de riesgo a 5 años de 3.5 [%] anual (Banco Central de Chile, 2011).

El riesgo sistemático o indicador beta, como fue mencionado en el capítulo de análisis bibliográfico, mide el riesgo sistemático o inherente del activo, es decir, aquel que no es posible de diversificar. Éste indica la correlación que tiene con el mercado, por lo que si su relación es exacta su beta es 1, y si no tiene relación alcanza un valor de cero. Por otro lado, si su valor es positivo indica que sigue al mercado, mientras que si es negativo indica que lo sigue inversamente, mientras que altos valores apuntan a un activo altamente volátil.

El beta de las principales empresas productoras de cobre entre los años 2005 y 2009 se presenta en la siguiente tabla (Cochilco, 2010):

	2005	2006	2007	2008	2009	promedio
Anglo American (LSE)	2.51	2.99	2.8	1.3	1.66	2.25
Antofagasta (LSE)	2.27	2.85	3.15	1.23	1.35	2.17
Barrick Gold (NYSE)	1.67	1.79	1.9	0.66	0.44	1.29
BHP Billiton (LSE)	2.42	2.68	2.65	1.22	1.5	2.09
First Quantum (TSX)	2.73	3.84	3.85	2.07	1.9	2.88
Freeport (NYSE)	1.06	1.5	2.03	2.51	1.81	1.78
Jiangxi Copper (SEHK)	2.09	1.52	1.58	2.08	1.9	1.83
Kazakhmyn (LSE)	n/d	n/d	2.81	1.84	2.4	2.35
KGHM (WSE)	1.8	2.1	2.18	1.22	1.73	1.81
Norilsk Nickel (RTS)	1.78	1.67	1.83	1.11	1.09	1.5
Rio Tinto (LSE)	2.25	2.67	2.32	1.38	1.54	2.03
Southern Copper (NYSE)	0.92	1	2.39	1.71	1.56	1.52
Teck Resources (TSX)	2.97	2.84	2.27	2.15	2.86	2.62
Vale (Bovespa)	1.2	1.68	1.73	0.98	1.14	1.35
Xstrata (LSE)	2.36	3.04	2.96	1.46	2.12	2.39
Promedio	2	2.3	2.43	1.53	1.67	1.99

Tabla 15: Beta principales empresas productoras de cobre.

Fuente: Análisis financiero de las estrategias seguidas por las mayores empresas mineras de cobre del mundo.

De la tabla anterior se observa que los valores alcanzados para el beta de las distintas empresas son altos, lo cual refleja que se trata de una industria cuyo valor bursátil amplifica las variaciones que existen en el mercado, por lo que esta sería afectada por los ciclos económicos. En base al

promedio de los betas anuales promediados para las distintas empresas mineras, junto a la prima por riesgo y la tasa libre de riesgo antes indicadas, se obtiene la rentabilidad esperada a aplicar en la evaluación del caso de estudio la cual asciende a un 9 [%] anual.

5.4.- Planificación minera

Para el caso de estudio en cuestión, se realizó una planificación tradicional con el fin de definir y diseñar las fases, determinar el pit final y las leyes de corte para los distintos destinos posibles y finalmente evaluar económicamente bajo una secuencia óptima. Todo esto se realiza en base al modelo de bloques de kriging, para luego seleccionar los escenarios geológicos, generados mediante simulaciones condicionales, bajo los cuales se aplicará la metodología propuesta.

5.4.1.- Generación de pits anidados

La generación de pits anidados se realizó a partir de los parámetros técnicos y económicos indicados anteriormente, considerando un RF inicial de 0.3 hasta un RF de 1. El paso considerado entre un RF y otro fue de 0.02 obteniéndose los siguientes pits:

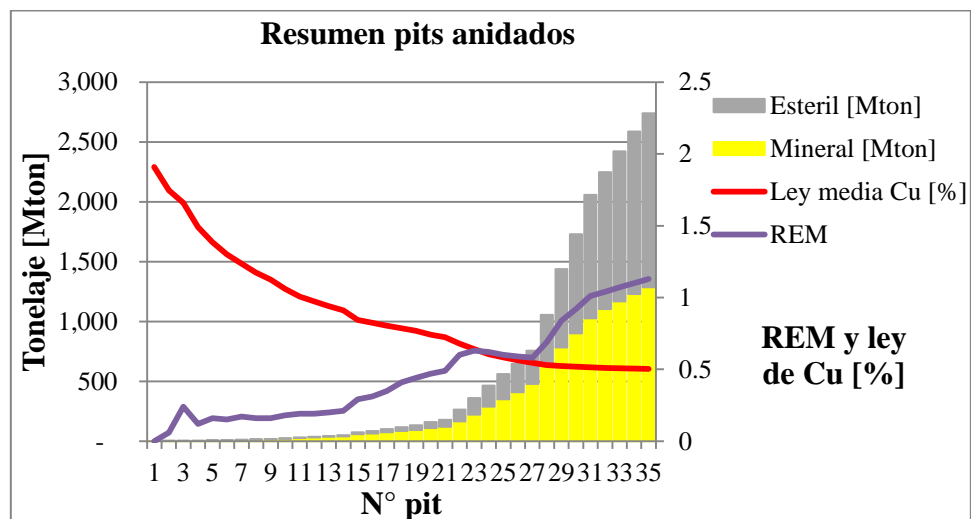


Figura 32: Resumen pits anidados.

Fuente: Elaboración propia.

Se observa en la figura anterior, el normal aumento en tonelaje de estéril y mineral y a la vez de la razón entre éstos, producto del aumento en el RF utilizado.

5.4.2.- Selección y diseño de fases

La selección de fases a partir de los pits anidados previamente calculados (pits anidados del 1 al 35), se realizó tomando en cuenta la mejor estrategia de extracción posible (Best Case) junto a la

posibilidad de operatividad de fases. El diseño de fases consistió en el suavizamiento de los pits anidados y de la incorporación de los espacios mínimos requeridos para la operatividad antes mencionada. El diseño de fases no contempla rampas ya que éstas no afectan los resultados obtenidos mediante la incorporación de la metodología de opciones reales en el secuenciamiento minero, debido a que estos diseños se mantienen fijos frente a la incorporación de incertidumbre.

La relación en tonelaje entre los pits anidados utilizados como base para el diseño de fases y los diseños finales para las fases seleccionadas se presenta en la siguiente tabla:

Pits anidados			Fases diseñadas	
N° pit	Tonelaje [Mton]	Tonelaje acumulado [Mton]	Tonelaje [Mton]	Tonelaje acumulado [Mton]
14	49	49	64	64
21	129	178	113	177
24	288	466	233	410
26	181	646	231	641
27	108	754	202	843
29	684	1,438	390	1,232
30	292	1,730	464	1,696
33	692	2,422	766	2,462

Tabla 16: Comparación tonelaje pits anidados y diseño de fases.

Fuente: Elaboración propia.

La diferencia en tonelajes observada se debe al requerimiento de operatividad detrás del diseño de fases, lo cual impide un exacto seguimiento a los límites propuestos por los pits anidados previamente seleccionados. Las fases indicadas provienen de un proceso iterativo a través del cual se determinó el pit final y se revaluó los parámetros económicos detrás de la construcción de los pits anidados seleccionados.

5.4.3.- Pit final y determinación de leyes de corte por destino

El pit final resultante del proceso de planificación aplicado al caso de estudio, es aquel resultante de la evaluación del plan de producción final junto a los requerimientos de Capex y Opex. Esta envolvente económica final, es generada y evaluada mediante un proceso iterativo desde la construcción de pits anidados, selección y diseño de fases y finalmente el secuenciamiento óptimo detrás de la generación del plan de producción, convergiendo al Capex y Opex utilizados como parámetros económicos en la evaluación de éstos. Por lo tanto, el pit final obtenido permite la extracción de bloques obteniendo un beneficio mayor a cero en los límites de éste.

En el punto 5.4.2 se indicó el pit final el cual se generó en base al pit anidado n° 33 con un RF de 0.96. El pit final diseñado presenta un tonelaje de 2,462 [Mton], con una ley media de 0.57 [%] para una ley de corte de 0.35 [%] y una razón estéril-mineral de 1.9. Esta ley de corte es aquella que diferencia entre el mineral y el estéril en la extracción de material y su forma de obtención será explicada más adelante.

En la siguiente imagen se indica el fino de cobre contenido en el pit final (sobre ley de corte de 0.35 [%]) para las distintas cubicaciones generadas a partir de las simulaciones condicionales realizadas para el yacimiento en estudio:

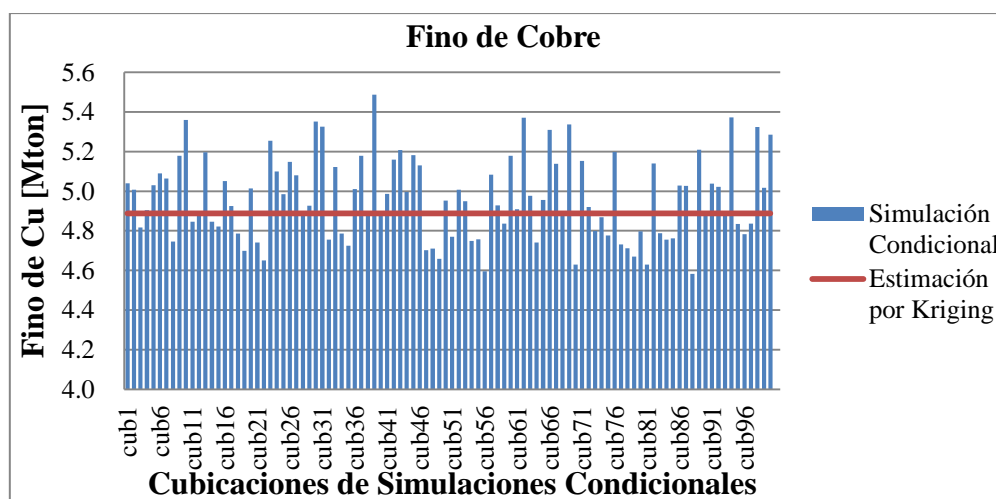


Figura 33: Fino de cobre contenido en el pit final.

Fuente: Elaboración propia.

De la figura anterior se observa una diferencia máxima de 0.9 [Mton] de cobre fino entre las distintas simulaciones generadas mientras que el fino contenido en el pit final a partir de la estimación por Kriging indica un tonelaje de 4.9 [Mton]. La siguiente figura entrega el histograma de fino de cobre sobre ley de corte de 0.35 [%] para las distintas simulaciones condicionales generadas:

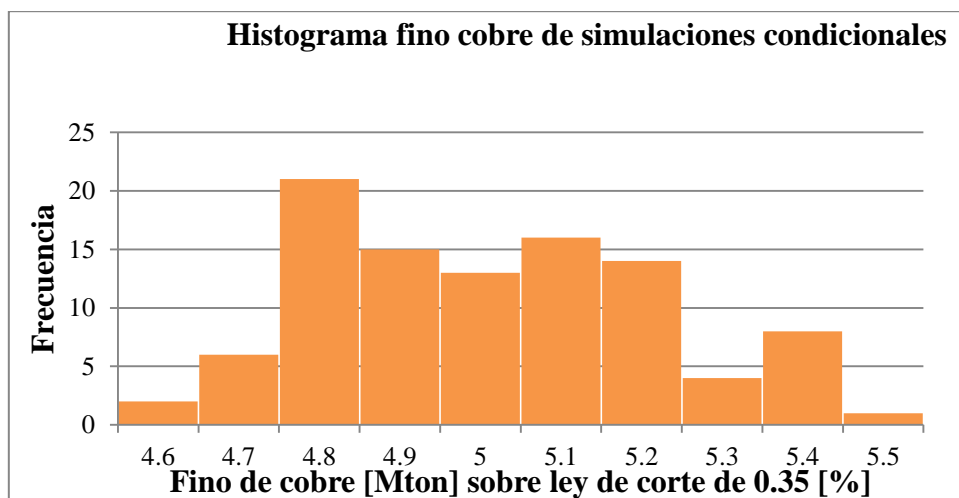


Figura 34: Histograma fino de cobre en pit final de simulaciones condicionales.

Fuente: Elaboración propia.

La utilización de una ley de corte de estéril-mineral mayor a la ley de corte crítica obtenida a partir de los parámetros económicos (0.24 [%]), se debe a la evaluación de distintos planes de producción basados en distintas leyes de corte. De la evaluación realizada se obtuvo el mejor resultado económico bajo una ley de corte estéril-mineral de 0.35 [%]. De la misma forma se evalúa qué ley de corte aumenta el valor del negocio al decidir entre mineral a planta y a stock, obteniéndose finalmente una ley de corte de stock-planta de 0.40 [%].

En resumen, la cubicación fase-banco se realiza agregando aquellos bloques que presentan un destino en común para la misma fase y banco, donde los destinos y las leyes que permiten diferenciar a estos se entregan en la siguiente tabla.

Mineral a planta	Ley de cobre ≥ 0.4
Mineral a stock	$0.35 \leq$ Ley de cobre < 0.4
Botadero	Ley de cobre < 0.35

Tabla 17: Selección de destino y cubicación fase-banco por ley de cobre.

Fuente: Elaboración propia.

5.4.4.- Evaluación económica

La evaluación económica de un proyecto minero requiere la estimación de Capex y Opex a partir del plan de producción propuesto. Si bien anteriormente se entregaron los parámetros económicos principales utilizados en la valorización del yacimiento en estudio, en este punto se indicará con mayor detalle los parámetros y cálculos realizados en la estimación de los costos de capital y operacionales.

La estimación de Capex y Opex mina utilizada, fue estimada en función de benchmark realizado a distintas compañías mineras Chilenas, donde la perforación, carguío y transporte de estéril y mineral se estimó en base a la proporción de estos costos del global mina. Por otra parte, los costos asociados a apoyo de equipos, tronadura, administración y otros, fueron calculados en base a los costos de perforación, extracción y transporte, utilizándose una ponderación diferente en el cálculo del Capex y Opex. Los parámetros y consideraciones utilizadas en el cálculo de éstos, se indican en las próximas líneas.

El cálculo de costos operacionales y de capital asociados al carguío de material se realiza a partir del requerimiento de palas de 73 [yd3], las cuales presentan un costo de capital por pala de 25 [MUS\$] y un costo operacional de 1200 [US\$/hr]. A partir del requerimiento de movimiento mina propuesto en los planes de producción realizados junto a los parámetros entregados en la siguiente tabla, se estiman los costos asociados a esta actividad:

Disponibilidad [%]	80%
Utilización [%]	75%
Eficiencia [%]	85%
Tamaño Balde [m3]	55.8
Factor de llenado [%]	92%
tiempo entre baldada [min]	0.75
Spot Time [min]	0.35
Tiempo espera camión [min]	0.5
Esponjamiento [%]	40%
Capacidad camión [ton]	330

Tabla 18: Parámetros utilizados en el cálculo de equipos de carguío.

Fuente: Elaboración propia.

Dentro de los parámetros utilizados en el cálculo de equipos de transporte se encuentra la capacidad del camión, ya que la estimación de requerimiento de equipos de carguío se realiza a partir de la saturación de éstos.

El cálculo de costos operacionales y de capital asociados al movimiento de material, se realiza en base al requerimiento de camiones con capacidad de 330 [ton] para cumplir con el plan de producción en evaluación. El equipo antes mencionado presenta un costo de capital de 5.5 [MUS\$] y un costo operacional de 560 [US\$/hr]. Los parámetros utilizados en la estimación de requerimiento de equipos de transporte se entregan en la siguiente tabla:

Parámetros velocidad	Vel. Cargado [km/h]	Vel. Descargado [km/h]
Subiendo	11	20
Bajando	35	35
Plano en banco	45	46
InPit Flat	45	46
ExPit Flat	45	46
InDump Flat	45	46
Disponibilidad [%]	85%	
Utilización [%]	70%	
Eficiencia [%]	80%	
Tiempo descarga [min]	2	
Capacidad camión [ton]	330	

Tabla 19: Parámetros utilizados en el cálculo de equipos de transporte.

Fuente: Elaboración propia.

Para el cálculo de los equipos de transporte se requiere además del plan de producción, el tiempo asociado al carguío y las distancias recorridas por año junto a sus características. En cuanto al cálculo de costos operacionales y de capital asociados al proceso de perforación de tiros de producción, se requiere sólo del plan de producción a seguir. El equipo considerado en el cálculo de costos de perforación presenta un costo de capital de 2 [MUS\$] y un costo operacional de 500 [US\$/hr]. Los parámetros utilizados en el cálculo de equipos de perforación se entregan a continuación:

Disponibilidad [%]	75%
Utilización [%]	70%
Eficiencia [%]	80%
Diametro perforación [cm]	25.4
Altura banco [m]	10
Burden [m]	9
Espaciamiento [m]	10
Subdrill [m]	1.1
Stem Length [m]	2.5
Repaso perforación [%]	5%
Densidad roca in-situ [ton/m3]	2.7
Velocidad de perforación [m/hrs]	20
Movimiento entre perforación [min/perforación]	3
Otros [min/perforación]	2

Tabla 20: Parámetros utilizados en el cálculo de equipos de perforación.

Fuente: Elaboración propia.

La estimación de equipos de perforación a partir del plan de producción, permite obtener finalmente el costo, tanto de capital como operacional, asociado a esta actividad.

El cálculo final de Opex mina vendrá dado por la incorporación de los costos de tronadura, administración, apoyo y otros, los cuales se consideran un porcentaje de los costos de carguío, transporte y perforación estimados. El porcentaje utilizado en la evaluación se presenta a continuación:

Porcentaje	ítem
70%	Carguío Transporte Perforación
10%	Tronadura
5%	Administración
10%	Apoyo
5%	Otros

Tabla 21: Ponderación costos de tronadura, administración, apoyo y otros en el costo mina total.

Fuente: Elaboración propia.

De la tabla anterior se puede indicar que el 70 [%] de los costos fueron estimados a partir del plan de producción, mientras que el 30 [%] restante se basó en el resultado de los anteriores.

El cálculo final de Capex asociado a la producción mina, se basa en la incorporación del costo por equipos de apoyo y otros, como porcentaje en base al cálculo realizado en la estimación del costo de capital de perforación, carguío y transporte. La ponderación utilizada frente al Capex total se entrega en la siguiente tabla:

Porcentaje	ítem
78.0%	Carguío Transporte Perforación
16.5%	Apoyo
5.5%	Otros

Tabla 22: Ponderación costos de capital de equipos de apoyo y otros.

Fuente: Elaboración propia.

En cuanto a los costos de capital mina, un 78 [%] de estos se basan directamente del plan de producción en evaluación, mientras que un 22[%], lo realiza indirectamente a partir de una ponderación de este.

Con respecto a los costos, tanto de capital como operacional, relacionados al proceso de tratamiento de minerales, estos se basan en un benchmark para plantas de similares capacidades obteniéndose los siguientes resultados. Cabe recordar que la productividad planta seleccionada, es aquella resultante como óptima para la evaluación del modelo de bloques de Kriging mediante la metodología tradicional de evaluación de proyectos mineros.

Productividad planta concentradora [TPD]	100.000
Costo de capital [MUS\$]	2000
Costo operacional [US\$/ton]	8

Tabla 23: Costo operacional y de capital para planta de procesamiento de 100.000 [TPD]

Fuente: Elaboración propia.

Tanto la productividad, como los costos asociados al procesamiento de minerales, son fijos, ya que la metodología con opciones reales propuesta no afecta la productividad de este proceso. Sin embargo, ésta afecta directamente la productividad mina, por lo que se requiere una constante revaluación de los costos tanto operacionales como de capital asociados a esta actividad.

El flujo de caja utilizado en la evaluación económica de los planes de producción generados con el fin de evaluar la metodología de opciones reales propuesta, considera la siguiente estructura:

Item	Unidad
Periodo	[anual]
Producción Planta	[ton]
Mineral	[ton]
Producción mina	[ton]
Ingreso	[US\$]
Impuesto (Royalty)	[US\$]
Ingreso descontado	[US\$]
Costos	[US\$]
Depreciación	[US\$]
Perdida ej anterior	[US\$]
Utilidad antes impuestos	[US\$]
Impuesto (18.5%)	[US\$]
Utilidad después Impuestos	[US\$]
Depreciación	[US\$]
Perdida ej anterior	[US\$]
Flujo operacional	[US\$]
Inversión	[US\$]
Valor de desecho	[US\$]

Capital de trabajo	[US\$]
Recuperación capital trabajo	[US\$]
Flujo Capitales	[US\$]
Flujo Caja	[MUS\$]

Tabla 24: Estructura e información contenida en el flujo de caja.

Fuente: Elaboración propia.

La estructura planteada en la tabla anterior permite el correcto cálculo del VAN para los distintos escenarios geológicos bajo la consideración de distintos planes de producción. Lo anterior debido a que tanto los costos como las inversiones se basan en el plan de producción en evaluación y son incorporadas posteriormente en el flujo de caja presentado.

6.- Análisis de Resultados

En el presente capítulo se darán a conocer los resultados y el análisis de estos al aplicar la herramienta de secuenciamiento minero de largo plazo, junto a la metodología de valorización mediante opciones reales. La primera parte de este capítulo, analiza el efecto de la secuencia minera de largo plazo en el valor del negocio para un set de escenarios geológicos estudiados, mientras que la segunda mitad, evalúa el efecto en las métricas de inversión al considerar la secuencia como una opción real del proyecto.

6.1.- Secuencia óptima para estimación por Kriging

El primer paso que se realiza en la implementación de la metodología propuesta en este documento, consiste en encontrar la secuencia óptima de extracción para la estimación del modelo de bloque del yacimiento mediante Kriging. Esta secuencia óptima de extracción de fase-banco, se obtiene a partir de la herramienta que se construye y valida con el propósito de aplicar en este estudio. La secuencia de extracción óptima para el escenario de kriging se presenta en la siguiente imagen:

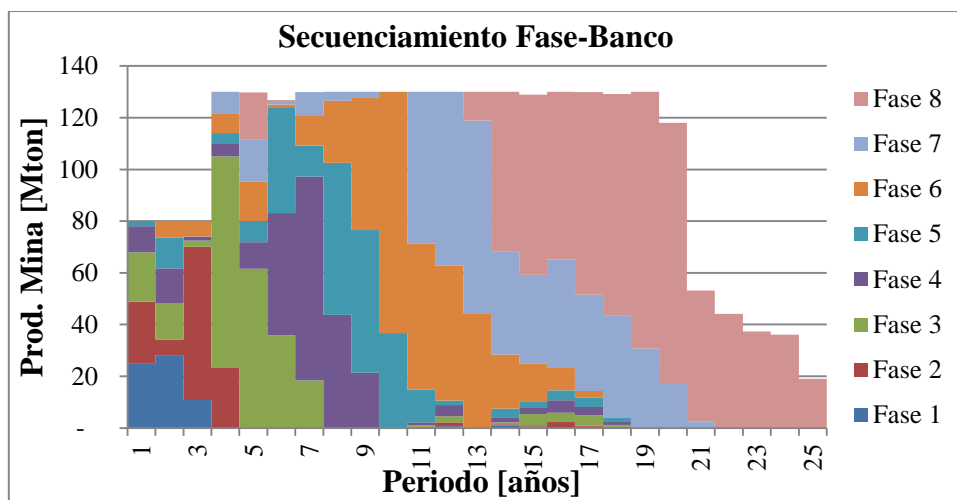


Figura 35: Secuencia óptima para estimación por Kriging.

Fuente: Elaboración propia.

La evaluación de la “secuencia kriging”, se realiza bajo las estimaciones generadas a través de simulaciones condicionales, obteniéndose los siguientes resultados en el plan de producción:

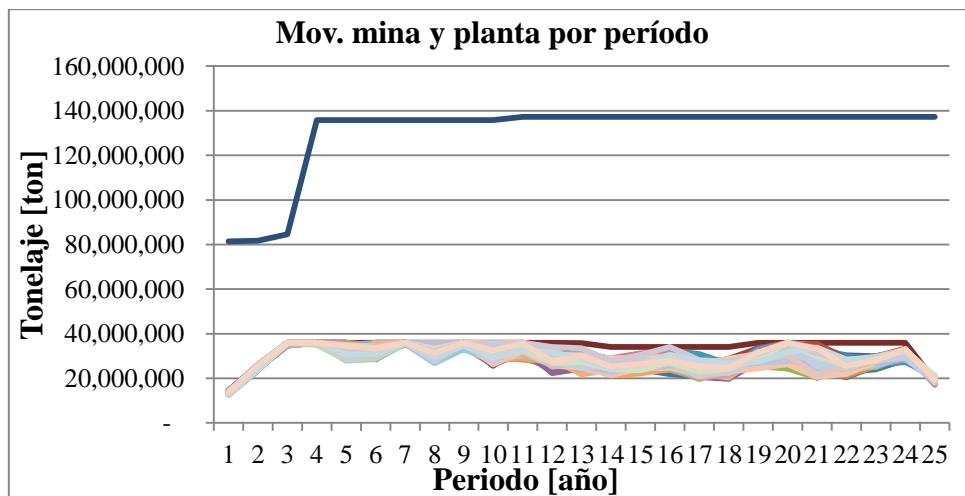


Figura 36: Plan de Producción secuencia kriging bajo incertidumbre geológica.

Fuente: Elaboración propia.

De la figura anterior se observa la variabilidad existente en la alimentación a planta producto de la incertidumbre geológica. Como fue indicado en el caso de estudio, la alimentación a planta es de 100.000 [tpd] o el equivalente a 36 [Mtpa], con un ramp-up del 40 [%] para el primer año y del 70 [%] para el segundo. Por otro lado, el movimiento mina observado en la figura anterior es único, ya que corresponde a aquel que permite cumplir con la “secuencia kriging” frente a la incertidumbre geológica. La variación en la ley de alimentación a planta se presenta en la siguiente figura:

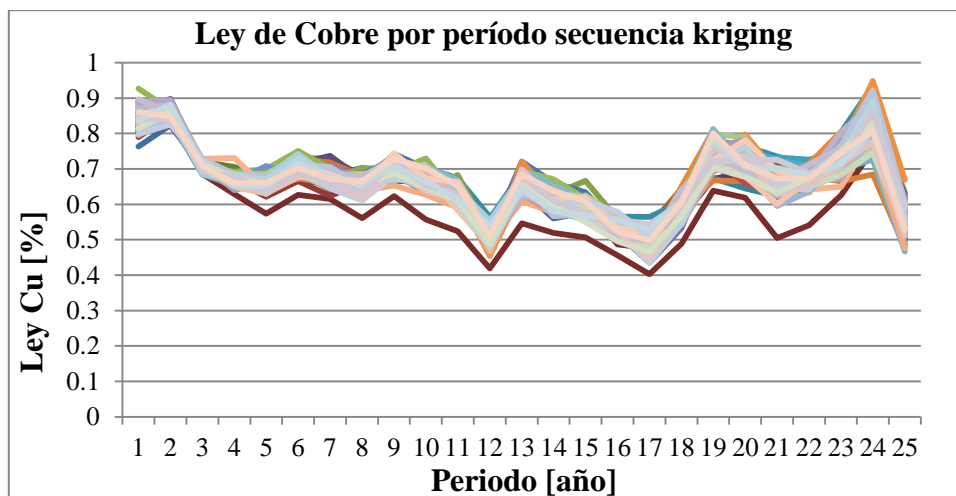


Figura 37: Ley de cobre por período para secuencia kriging bajo incertidumbre geológica.

Fuente: Elaboración propia.

De la figura anterior se observa una disminución en la ley de alimentación a planta entre los períodos 12 y 18, fenómeno atribuible a que la alimentación a planta proviene de los primeros

bancos de las fases 7 y 8 (ver secuencia de extracción Kriging), y dado el aumento de las leyes en profundidad para las fases diseñadas.

De la evaluación de la “secuencia kriging” frente a la incertidumbre geológica, se obtiene el siguiente resultado de VAN para los distintos planes de producción, los cuales son evaluados bajo los parámetros indicados en el caso de estudio:

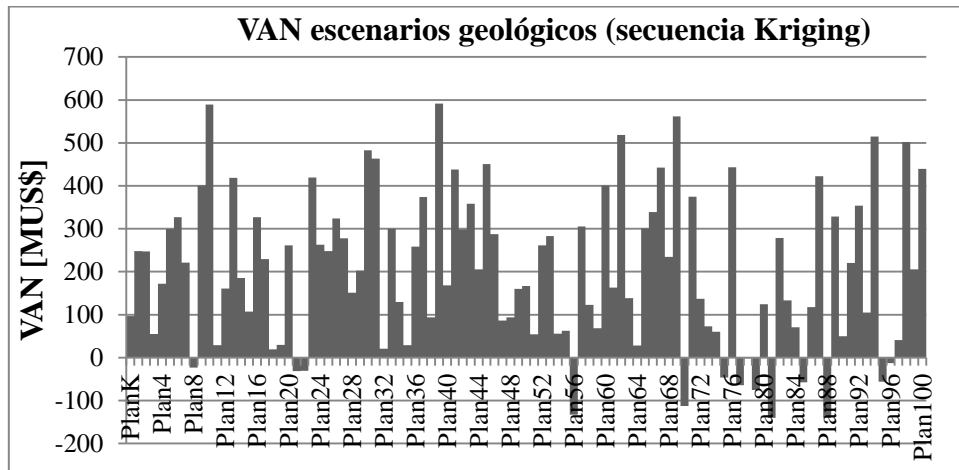


Figura 38: VAN de escenarios geológicos bajo secuencia Kriging.

Fuente: Elaboración propia.

El histograma y las principales estadísticas del resultado entregado en la figura anterior se presentan a continuación:

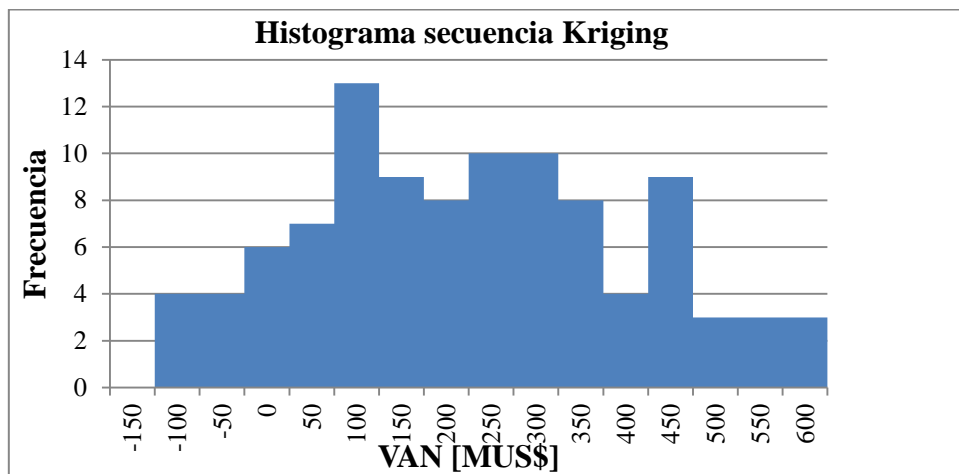


Figura 39: Histograma VAN de escenarios geológicos bajo secuencia kriging.

Fuente: Elaboración propia.

VAN esperado [MUS\$]	200
Min. VAN [MUS\$]	-140

Tabla 25: Principales estadísticas evaluación secuencia kriging frente a incertidumbre.

Fuente: Elaboración propia.

El VAN esperado corresponde al promedio de VAN para los escenarios geológicos evaluados en base a su plan de producción resultante de la secuencia kriging.

La inversión necesaria por período para poder llevar a cabo el proyecto en consideración de la incertidumbre geológica, se presenta en la siguiente figura:

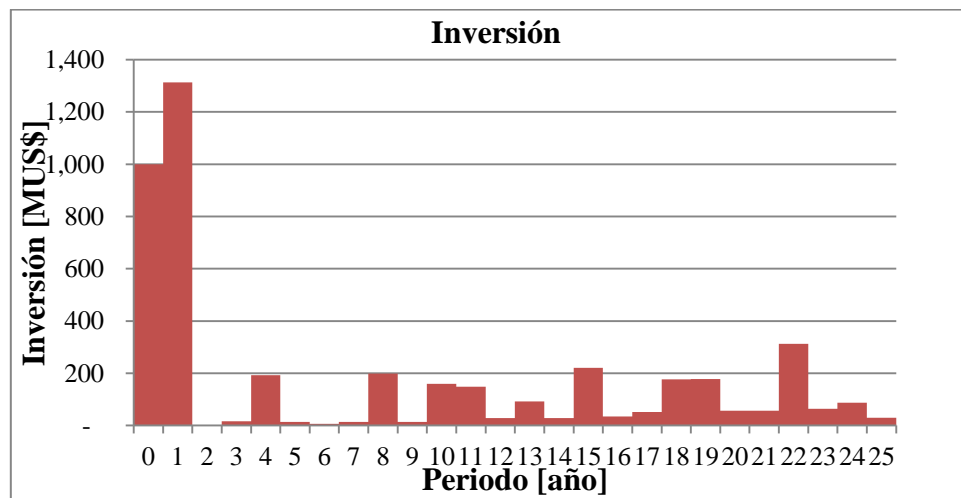


Figura 40: Inversión requerida implementación secuencia kriging frente a incertidumbre geológica.

Fuente: Elaboración propia.

En la figura anterior se observa una alta inversión para los primeros períodos de vida mina, lo cual se debe principalmente al costo de capital necesario en la construcción de la planta de procesamiento, de la que se estima una inversión de 2,000 [MUS\$]. También se observa un aumento progresivo en la inversión, lo cual se atribuye a dos razones principales, la renovación de equipos y el incremento en equipos de transporte producto del aumento en los tiempos de ciclo de éstos, debido a la profundización de bancos en explotación. La inversión total requerida para llevar a cabo la secuencia kriging asciende a los 4,500 [MUS\$], lo cual corresponde a una inversión actual neta de 2,899 [MUS\$].

El comportamiento en el costo mina es incremental debido al mayor costo de transporte por período, obteniendo un costo de 1.52 [US\$/ton] para el primer período y terminando con un costo de 3.13 [US\$/ton], logrando así un promedio de 2.1 [US\$/ton], valor muy cercano al utilizado en la generación de los pits anidados del caso de estudio.

Los flujos de caja descontados, obtenidos para los distintos escenarios evaluados, se presentan en la siguiente figura.

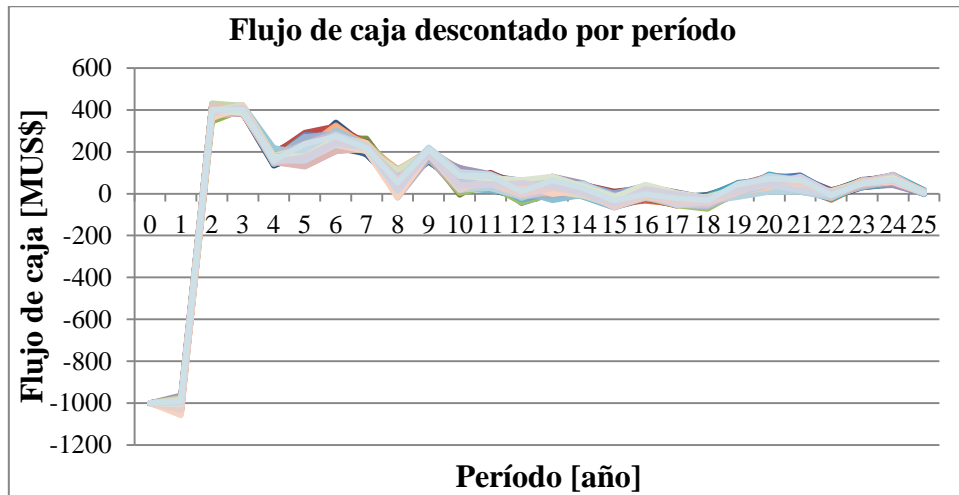


Figura 41: Flujos de caja descontados obtenidos a partir de secuencia kriging bajo incertidumbre geológica.

Fuente: Elaboración propia.

En la figura anterior se observa el efecto de la tasa de descuento utilizada en los flujos, ya que estos presentan un comportamiento decreciente en el tiempo. Sin embargo, es posible distinguir el efecto de la disminución en las leyes de alimentación a planta para el período comprendido entre los años 12 y 18. Las caídas observadas en los flujos para los distintos años, concuerdan con aquellos en que la inversión es más fuerte, tanto por renovación de equipos como por nuevos requerimientos.

La aplicación de la metodología de opciones reales propuesta en este documento, requiere de la generación de secuencias alternativas como flexibilidad a utilizar. Estas secuencias alternativas son generadas mediante la metodología propuesta, donde el valor de N corresponde a 100 y con un 10% de N en la generación de grupos. Es decir, N' toma el valor de 10, por lo que se construyen finalmente 10 grupos donde cada uno contiene 10 escenarios consecutivos de acuerdo a su valor actual neto. Este 10% se debe a que a una mayor generación de secuencias óptimas como flexibilidad, no se percibe ningún beneficio en valor esperado, como tampoco en confiabilidad al utilizar la metodología de opciones reales.

De esta forma, se agrupan los resultados en términos de VAN para los distintos escenarios, formándose 10 grupos ordenados de acuerdo a su valor. El escenario que presente el menor valor

para cada uno de estos grupos, es el seleccionado al cual se le genera una secuencia óptima, según lo indicado en la metodología propuesta.

Los escenarios geológicos seleccionados, de acuerdo a su número identificador, se indican en la siguiente tabla:

Nombre de Grupo	Escenario seleccionado como representante
Secuencia kriging	Estimación kriging
Secuencia 1	Sim. Cond. 81
Secuencia 2	Sim. Cond. 22
Secuencia 3	Sim. Cond. 90
Secuencia 4	Sim. Cond. 38
Secuencia 5	Sim. Cond. 83
Secuencia 6	Sim. Cond. 99
Secuencia 7	Sim. Cond. 20
Secuencia 8	Sim. Cond. 57
Secuencia 9	Sim. Cond. 37
Secuencia 10	Sim. Cond. 45

Tabla 26: Escenarios seleccionados para realizar secuencia de extracción óptima.

Fuente: Elaboración propia.

El VAN de los representantes seleccionados producto de su evaluación frente a la secuencia óptima de Kriging se entregan en la siguiente tabla.

Escenario	VAN
kriging	97
Escenario 81	-140
Escenario 22	-30
Escenario 90	50
Escenario 38	93
Escenario 83	133
Escenario 99	206
Escenario 20	262
Escenario 57	305
Escenario 37	374
Escenario 45	451

Tabla 27: VAN de seleccionados frente a secuencia Kriging.

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados obtenidos para las distintas secuencias generadas, frente a la incertidumbre geológica se presentan en las siguientes líneas.

6.2.- Secuencia óptima para simulación condicional 81

Los principales resultados obtenidos a partir de la generación de la secuencia óptima para la simulación condicional 81, se presentan en los siguientes gráficos:

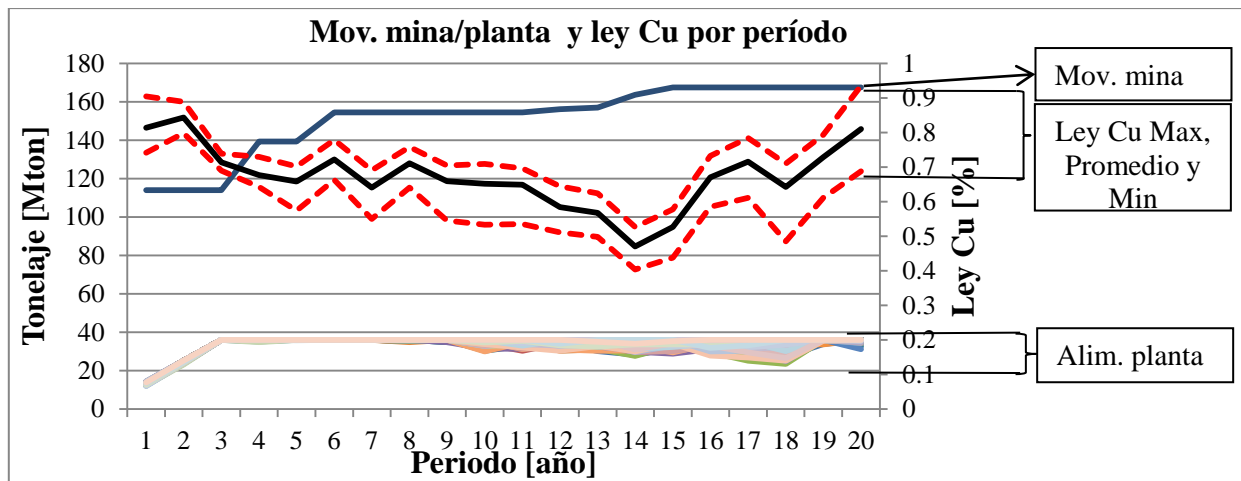


Figura 42: Plan de producción secuencia 1 bajo incertidumbre geológica.

Fuente: Elaboración propia.

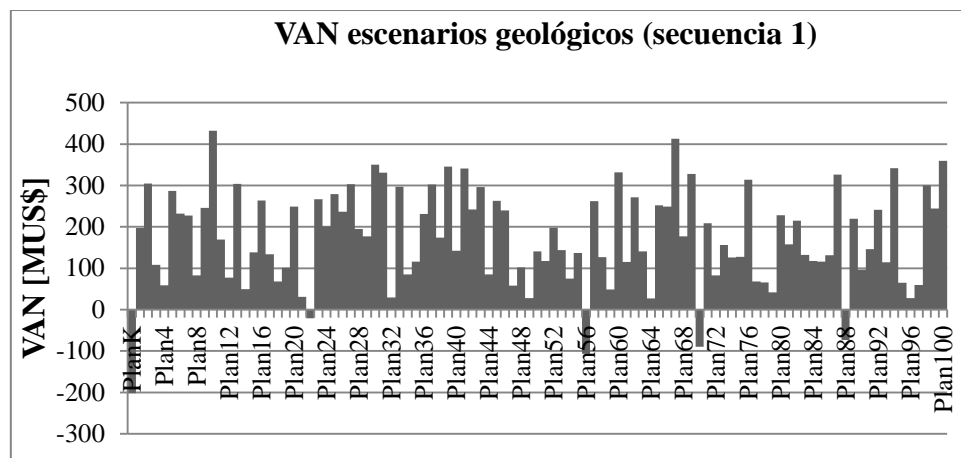


Figura 43: VAN de escenarios geológicos frente a secuencia 1.

Fuente: Elaboración propia.

Los principales resultados económicos de la secuencia 1, frente a la incorporación de incertidumbre geológica se presentan en la siguiente tabla:

VAN esperado [MUS\$]	172
Min. VAN [MUS\$]	- 202
Max. VAN [MUS\$]	432
CAPEX [MUS\$]	4,475
CAPEX descontado [MUS\$]	3,050
OPEX promedio [US\$/ton]	2.15

Tabla 28: Principales resultados económicos evaluación secuencia 1 frente a incertidumbre.

6.3.- Secuencia óptima para simulación condicional 22

Los principales resultados obtenidos a partir de la generación de la secuencia óptima para la simulación condicional 22, se presentan en los siguientes gráficos:

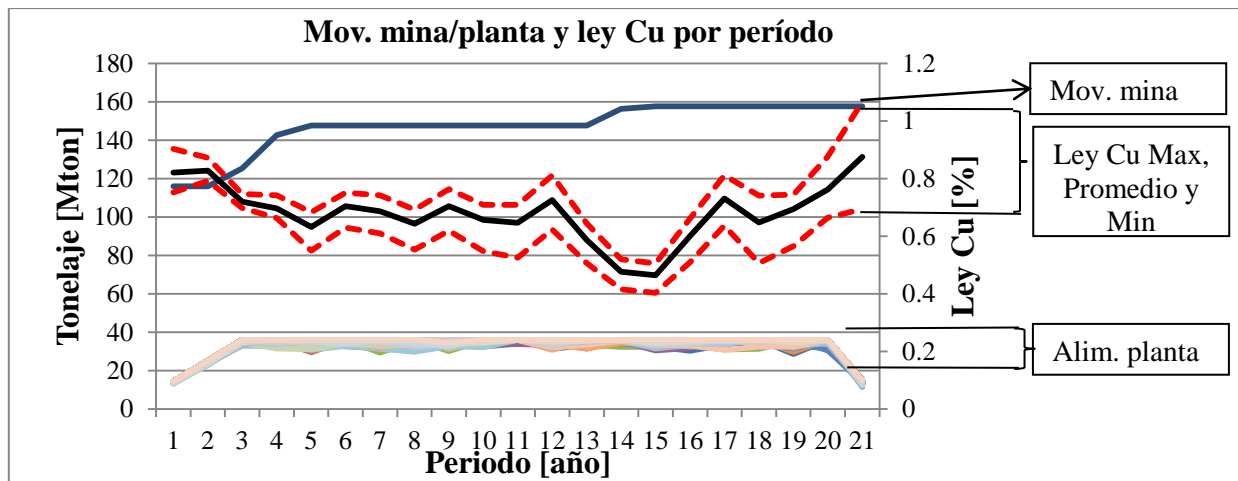


Figura 44: Plan de producción secuencia 2 bajo incertidumbre geológica.

Fuente: Elaboración propia.

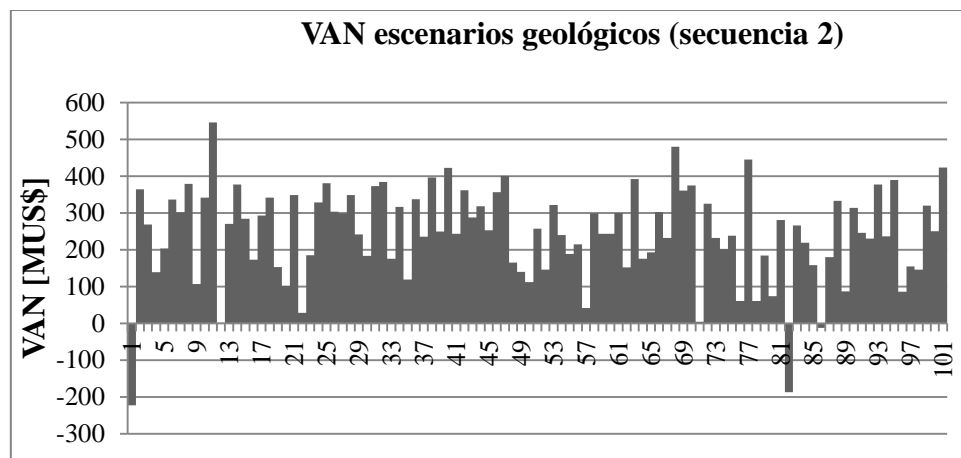


Figura 45: VAN de escenarios geológicos frente a secuencia 2.

Fuente: Elaboración propia.

Los principales resultados económicos de la secuencia 2, frente a la incorporación de incertidumbre geológica se presentan en la siguiente tabla:

VAN esperado [MUS\$]	243
Min. VAN [MUS\$]	- 223
Max. VAN [MUS\$]	546
CAPEX [MUS\$]	4,467
CAPEX descontado [MUS\$]	3,043
OPEX promedio [US\$/ton]	2.17

Tabla 29: Principales resultados económicos evaluación secuencia 2 frente a incertidumbre.

6.4.- Secuencia óptima para simulación condicional 90

Los principales resultados obtenidos a partir de la generación de la secuencia óptima para la simulación condicional 90, se presentan en los siguientes gráficos:

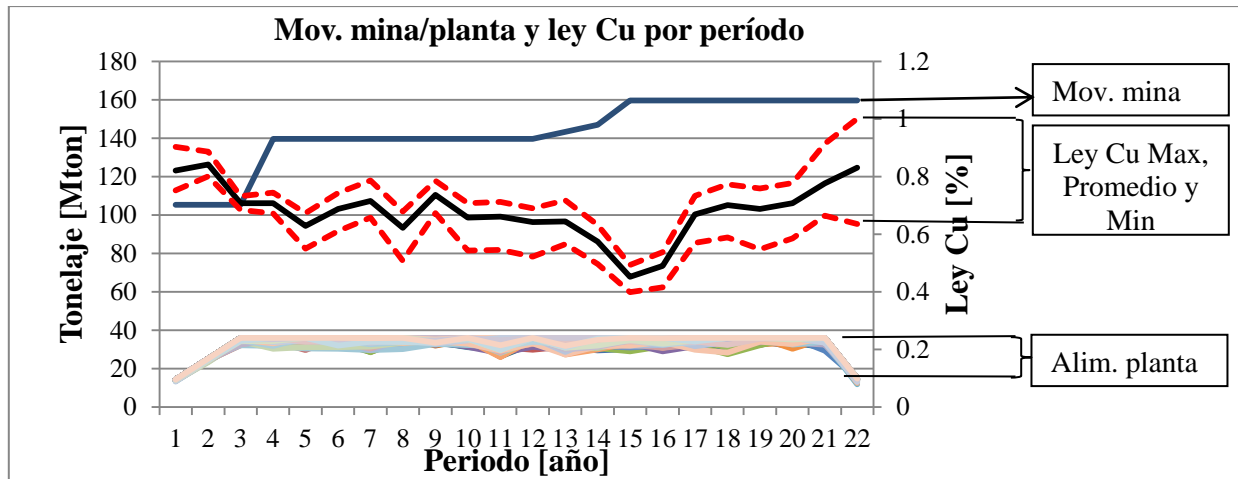


Figura 46: Plan de producción secuencia 3 bajo incertidumbre geológica.

Fuente: Elaboración propia.

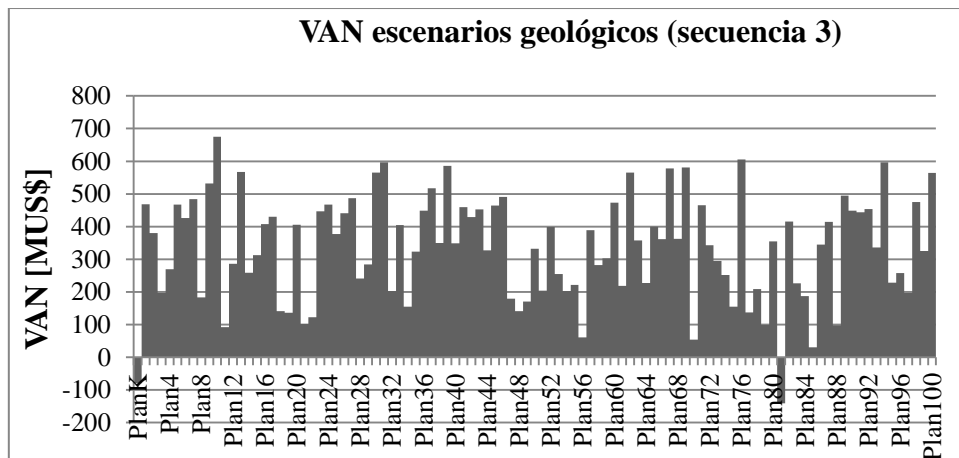


Figura 47: VAN de escenarios geológicos frente a secuencia 3.

Fuente: Elaboración propia.

Los principales resultados económicos de la secuencia 3, frente a la incorporación de incertidumbre geológica se presentan en la siguiente tabla:

VAN esperado [MUS\$]	334
Min. VAN [MUS\$]	141
Max. VAN [MUS\$]	675
CAPEX [MUS\$]	4,487
CAPEX descontado [MUS\$]	2,995
OPEX promedio [US\$/ton]	2.16

Tabla 30: Principales resultados económicos evaluación secuencia 3 frente a incertidumbre.

6.5.- Secuencia óptima para simulación condicional 38

Los principales resultados obtenidos a partir de la generación de la secuencia óptima para la simulación condicional 38, se presentan en los siguientes gráficos:

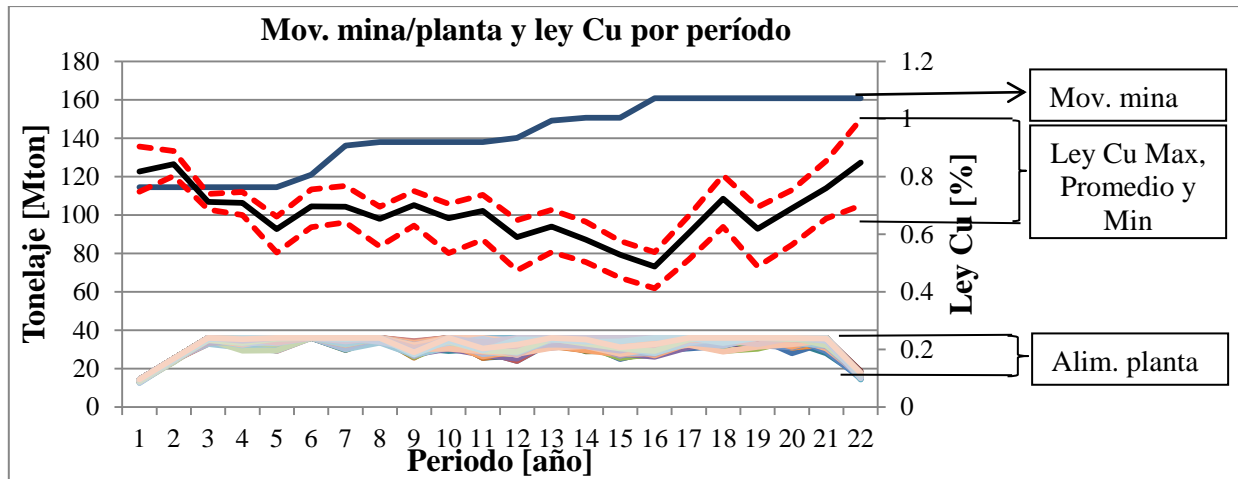


Figura 48: Plan de producción secuencia 4 bajo incertidumbre geológica.

Fuente: Elaboración propia

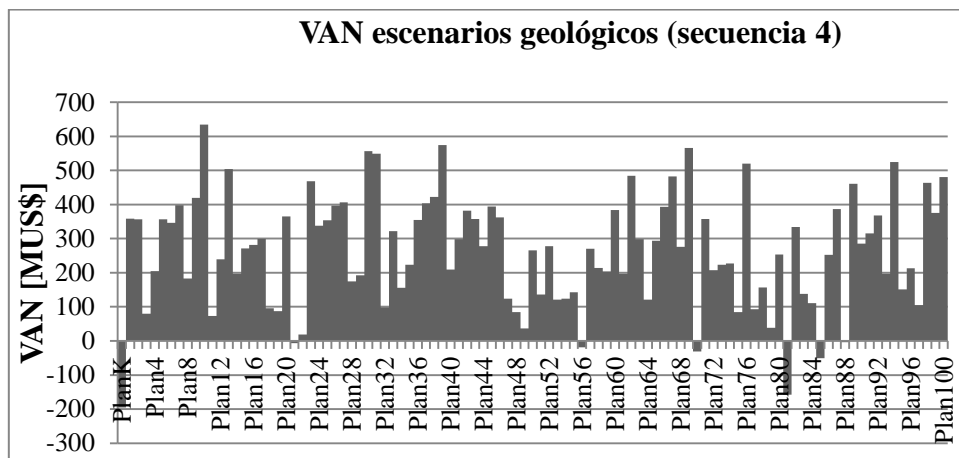


Figura 49: VAN de escenarios geológicos frente a secuencia 4.

Fuente: Elaboración propia.

Los principales resultados económicos de la secuencia 4, frente a la incorporación de incertidumbre geológica se presentan en la siguiente tabla:

VAN esperado [MUS\$]	250
Min. VAN [MUS\$]	195
Max. VAN [MUS\$]	634
CAPEX [MUS\$]	4,516
CAPEX descontado [MUS\$]	2,980
OPEX promedio [US\$/ton]	2.16

Tabla 31: Principales resultados económicos evaluación secuencia 4 frente a incertidumbre.

6.6.- Secuencia óptima para simulación condicional 83

Los principales resultados obtenidos a partir de la generación de la secuencia óptima para la simulación condicional 83, se presentan en los siguientes gráficos:

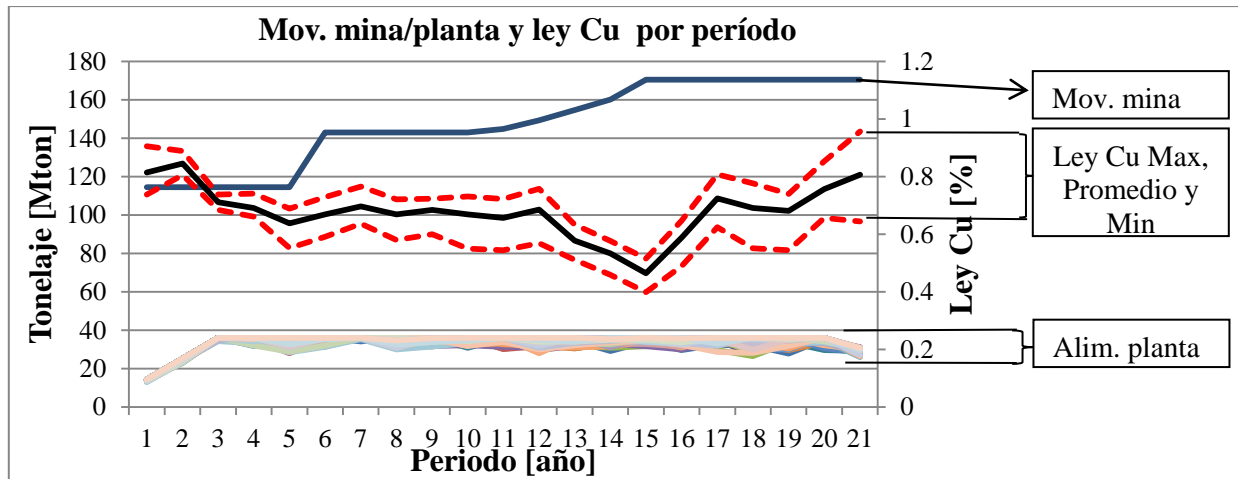


Figura 50: Plan de producción secuencia 5 bajo incertidumbre geológica.

Fuente: Elaboración propia.

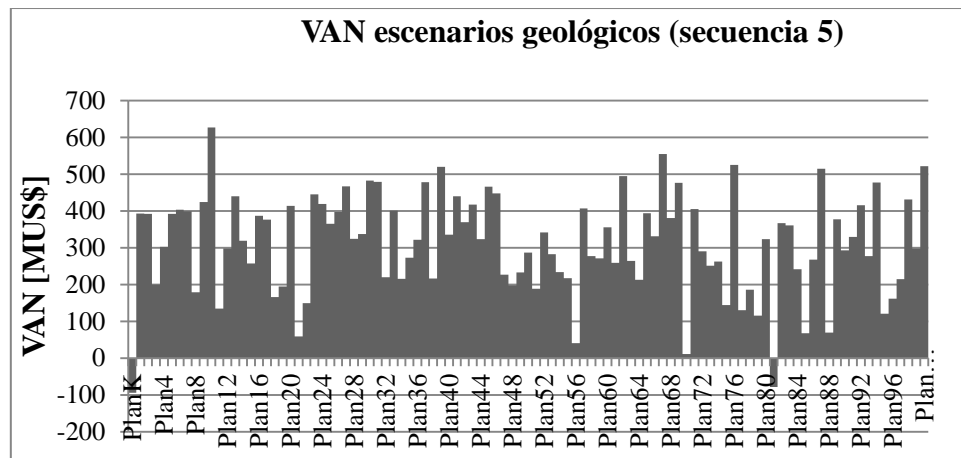


Figura 51: VAN de escenarios geológicos frente a secuencia 5.

Fuente: Elaboración propia.

Los principales resultados económicos de la secuencia 5, frente a la incorporación de incertidumbre geológica se presentan en la siguiente tabla:

VAN esperado [MUS\$]	308
Min. VAN [MUS\$]	94
Max. VAN [MUS\$]	627
CAPEX [MUS\$]	4,638
CAPEX descontado [MUS\$]	3,035
OPEX promedio [US\$/ton]	2.17

Tabla 32: Principales resultados económicos evaluación secuencia 5 frente a incertidumbre.

6.7.- Secuencia óptima para simulación condicional 99

Los principales resultados obtenidos a partir de la generación de la secuencia óptima para la simulación condicional 99, se presentan en los siguientes gráficos:

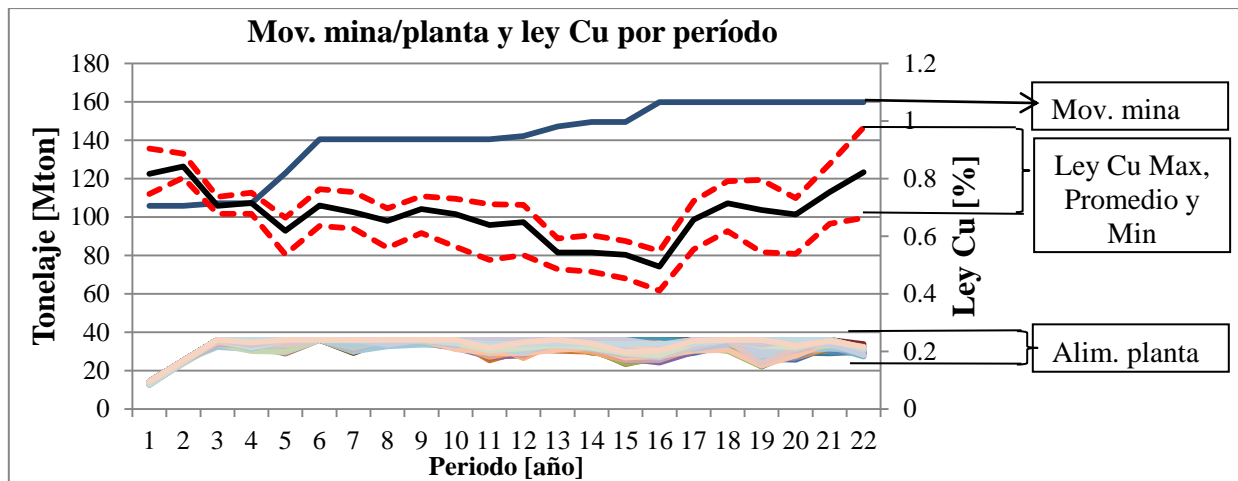


Figura 52: Plan de producción secuencia 6 bajo incertidumbre geológica.

Fuente: Elaboración propia.

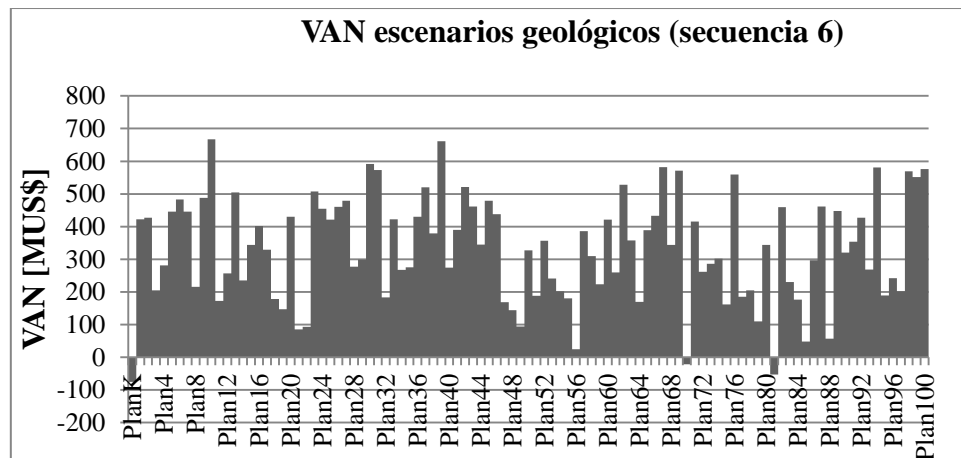


Figura 53: VAN de escenarios geológicos frente a secuencia 6.

Fuente: Elaboración propia.

Los principales resultados económicos de la secuencia 6, frente a la incorporación de incertidumbre geológica se presentan en la siguiente tabla:

VAN esperado [MUS\$]	331
Min. VAN [MUS\$]	76
Max. VAN [MUS\$]	667
CAPEX [MUS\$]	4,481
CAPEX descontado [MUS\$]	2,977
OPEX promedio [US\$/ton]	2.16

Tabla 33: Principales resultados económicos evaluación secuencia 6 frente a incertidumbre.

6.8.- Secuencia óptima para simulación condicional 20

Los principales resultados obtenidos a partir de la generación de la secuencia óptima para la simulación condicional 20, se presentan en los siguientes gráficos:

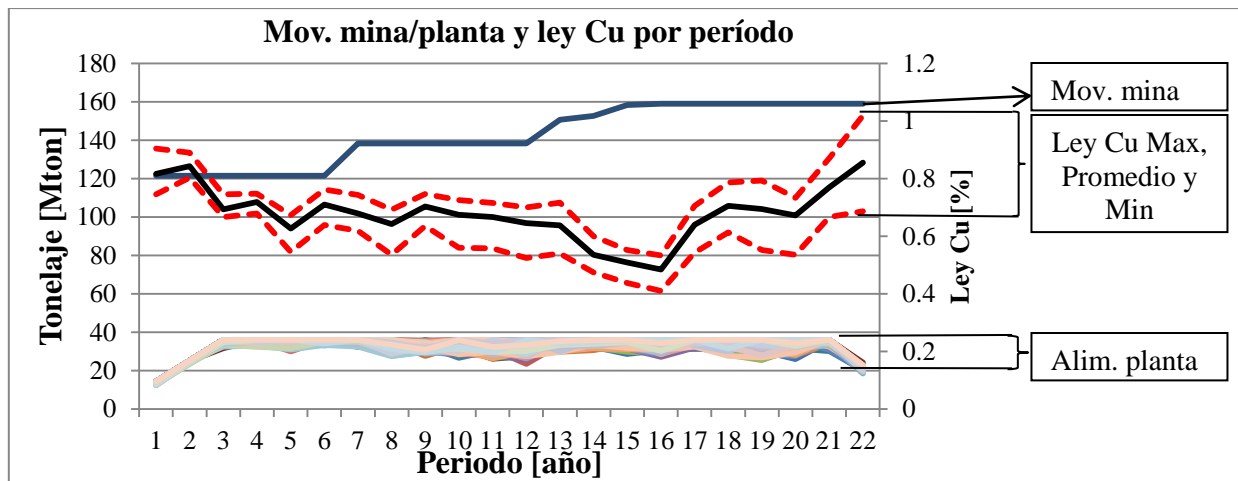


Figura 54: Plan de producción secuencia 7 bajo incertidumbre geológica.

Fuente: Elaboración propia.

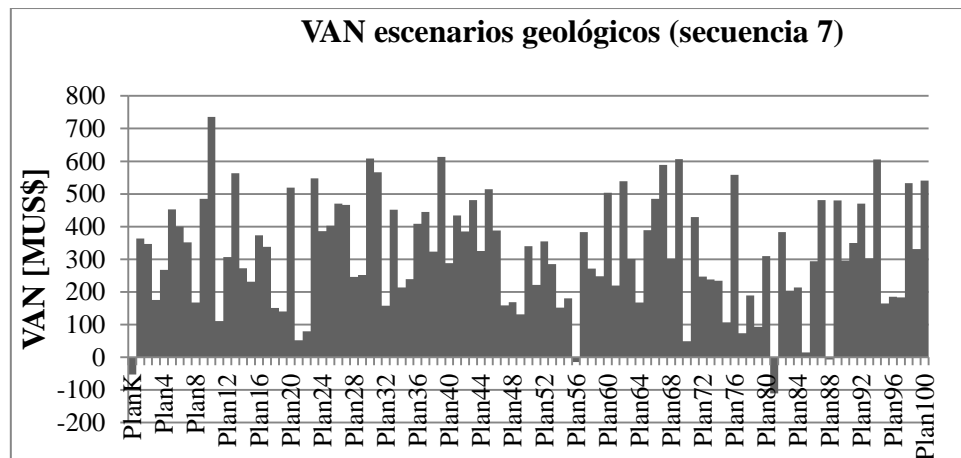


Figura 55: VAN de escenarios geológicos frente a secuencia 7.

Fuente: Elaboración propia.

Los principales resultados económicos de la secuencia 7, frente a la incorporación de incertidumbre geológica se presentan en la siguiente tabla:

VAN esperado [MUS\$]	316
Min. VAN [MUS\$]	- 110
Max. VAN [MUS\$]	736
CAPEX [MUS\$]	4,523
CAPEX descontado [MUS\$]	3,006
OPEX promedio [US\$/ton]	2.16

Tabla 34: Principales resultados económicos evaluación secuencia 7 frente a incertidumbre.

6.9.- Secuencia óptima para simulación condicional 57

Los principales resultados obtenidos a partir de la generación de la secuencia óptima para la simulación condicional 57, se presentan en los siguientes gráficos:

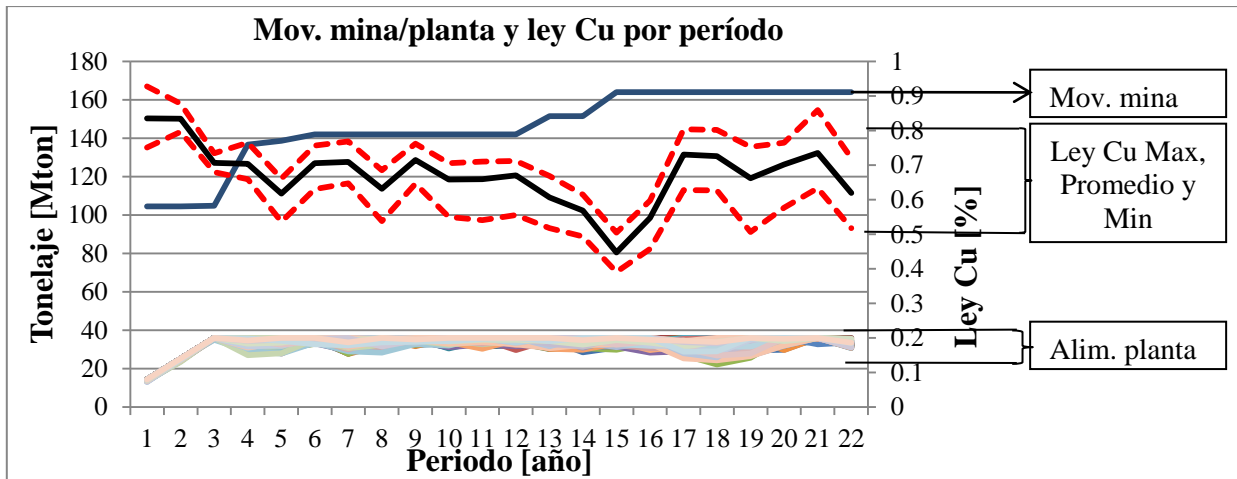


Figura 56: Plan de producción secuencia 8 bajo incertidumbre geológica.

Fuente: Elaboración propia.

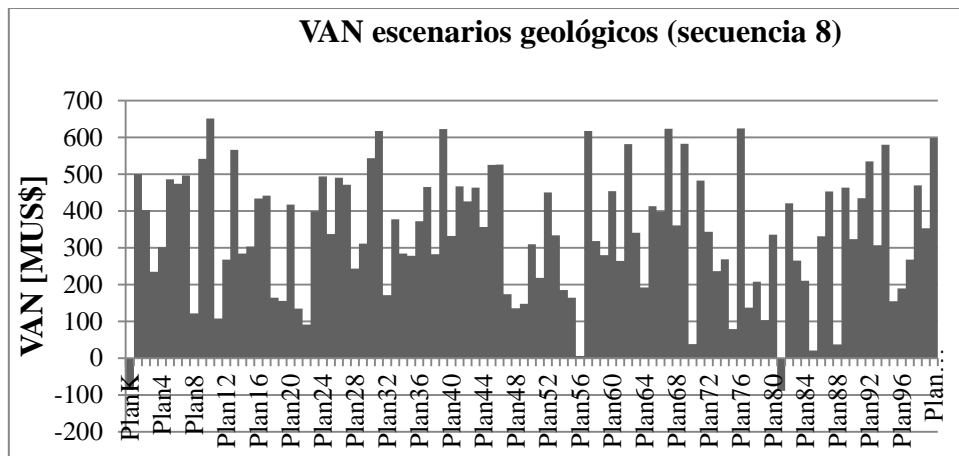


Figura 57: VAN de escenarios geológicos frente a secuencia 8.

Fuente: Elaboración propia.

Los principales resultados económicos de la secuencia 8, frente a la incorporación de incertidumbre geológica se presentan en la siguiente tabla:

VAN esperado [MUS\$]	338
Min. VAN [MUS\$]	- 89
Max. VAN [MUS\$]	651
CAPEX [MUS\$]	4,563
CAPEX descontado [MUS\$]	3,015
OPEX promedio [US\$/ton]	2.16

Tabla 35: Principales resultados económicos evaluación secuencia 8 frente a incertidumbre.

6.10.- Secuencia óptima para simulación condicional 37

Los principales resultados obtenidos a partir de la generación de la secuencia óptima para la simulación condicional 37, se presentan en los siguientes gráficos:

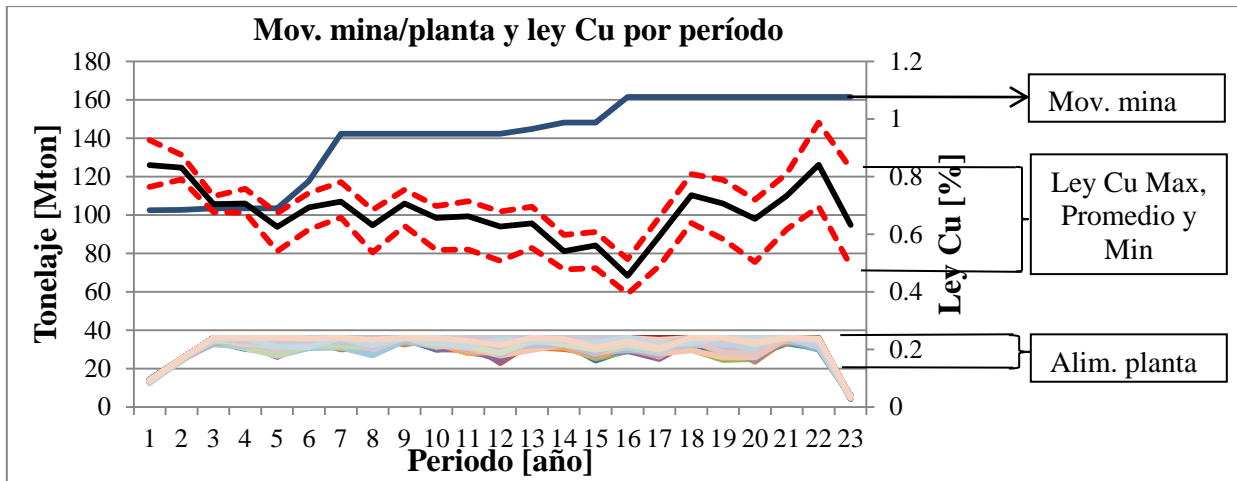


Figura 58: Plan de producción secuencia 9 bajo incertidumbre geológica.

Fuente: Elaboración propia.

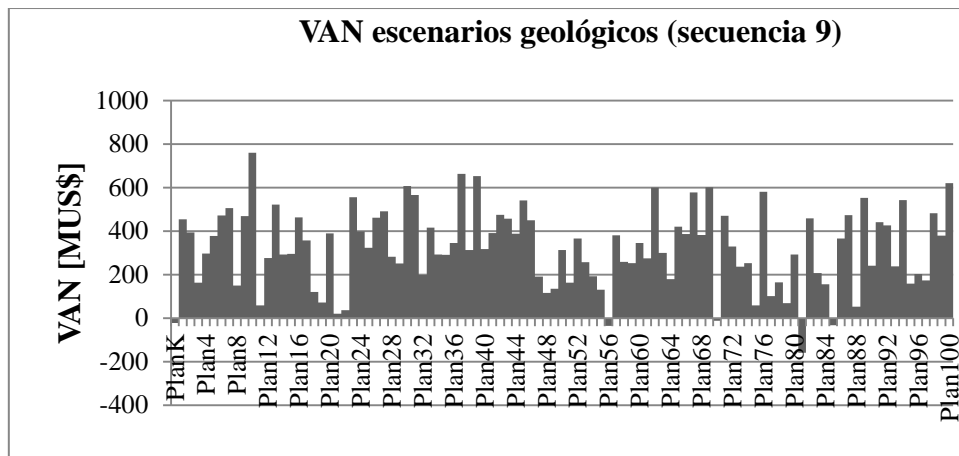


Figura 59: VAN de escenarios geológicos frente a secuencia 9.

Fuente: Elaboración propia.

Los principales resultados económicos de la secuencia 9, frente a la incorporación de incertidumbre geológica se presentan en la siguiente tabla:

VAN esperado [MUS\$]	321
Min. VAN [MUS\$]	160
Max. VAN [MUS\$]	760
CAPEX [MUS\$]	4,563
CAPEX descontado [MUS\$]	2,971
OPEX promedio [US\$/ton]	2.17

Tabla 36: Principales resultados económicos evaluación secuencia 9 frente a incertidumbre.

6.11.- Secuencia óptima para simulación condicional 45

Los principales resultados obtenidos a partir de la generación de la secuencia óptima para la simulación condicional 45, se presentan en los siguientes gráficos:

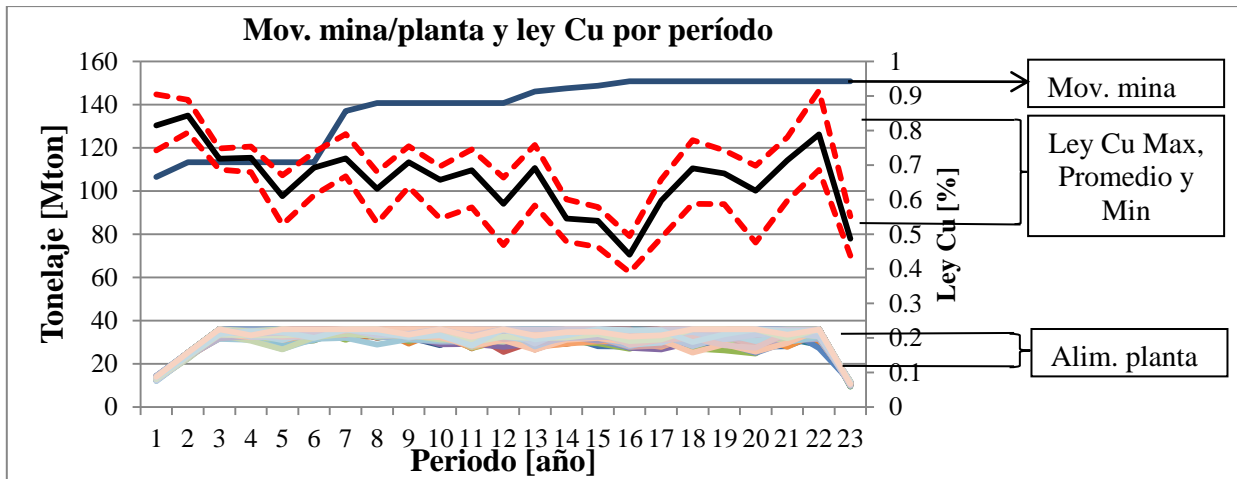


Figura 60: Plan de producción secuencia 10 bajo incertidumbre geológica.

Fuente: Elaboración propia.

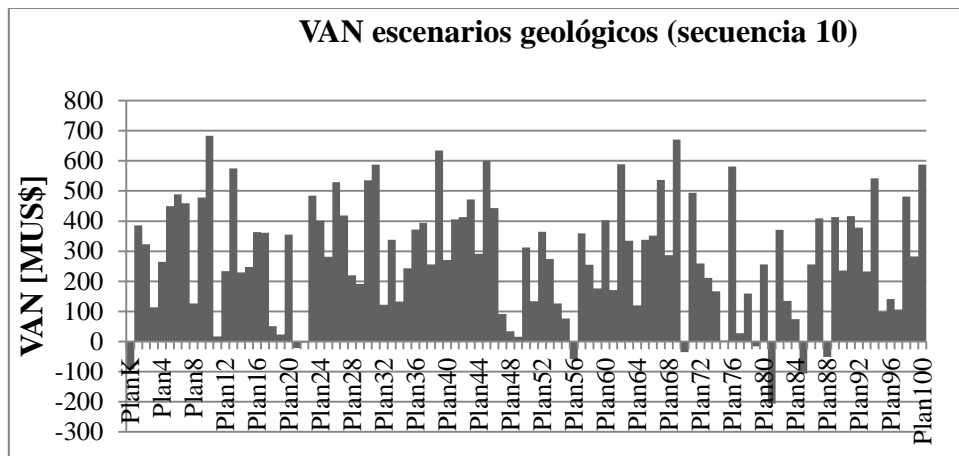


Figura 61: VAN de escenarios geológicos frente a secuencia 10.

Fuente: Elaboración propia.

Los principales resultados económicos de la secuencia 10, frente a la incorporación de incertidumbre geológica se presentan en la siguiente tabla:

VAN esperado [MUS\$]	277
Min. VAN [MUS\$]	-206
Max. VAN [MUS\$]	684
CAPEX [MUS\$]	4,559
CAPEX descontado [MUS\$]	2965
OPEX promedio [US\$/ton]	2.17

Tabla 37: Principales resultados económicos evaluación secuencia 10 frente a incertidumbre.

6.12.- Métricas de inversión secuencias óptimas

Las distintas secuencias evaluadas presentan ventajas y desventajas dependiendo de la métrica utilizada en la decisión sobre en cuál de éstas invertir. El análisis de estas secuencias, se basa en la comparación del VAN esperado, desviación estándar de los flujos posibles, confiabilidad, entendiendo ésta como la probabilidad de obtener un VAN >0, inversión actual neta, VAR (al 10% y 20%) y el coeficiente de variabilidad, donde a mayor valor de este último implica una mayor heterogeneidad por parte de los valores resultantes.

La evaluación de estas métricas se lleva a cabo ajustando distribuciones de probabilidad normal a los valores resultantes para cada secuencia frente a la incorporación de incertidumbre. Las distribuciones resultantes para cada secuencia se presentan en la siguiente imagen:

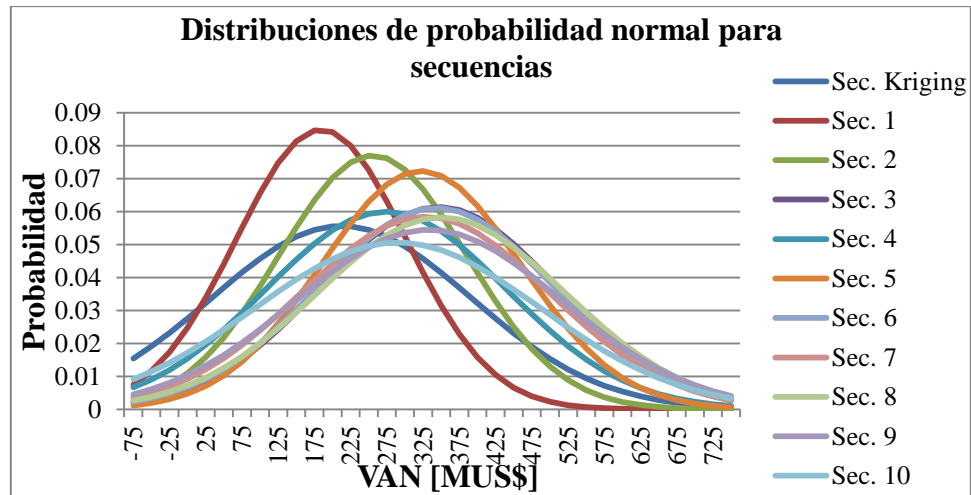


Figura 62: Ajuste distribución normal secuencias bajo incertidumbre.

Fuente: Elaboración propia.

En los ajustes presentados en la figura anterior, se observa el efecto en el valor esperado, como también en los mínimos y máximos valores posibles para las distintas secuencias construidas. El resultado de las métricas de inversión de interés generadas a partir de las distribuciones anteriores se presenta en la siguiente tabla:

Secuencia	sec kriging	sec 1	sec 2	sec 3	sec 4	sec 5
E(VAN) [US\$]	200	172	243	334	261	310
Desv. Est. [MUS\$]	179	117	129	162	166	138
Confiabilidad [%]	0.868	0.929	0.970	0.980	0.942	0.988
Inversión actualizada [MUS\$]	2,899	3,050	3,043	2,995	2,980	3,035
VAN (10%) [MUS\$]	-29	22	78	127	49	134
VAR (10%) [MUS\$]	229	150	165	207	212	176

VAN(20%) [MUS\$]	50	74	135	198	122	194
VAR (20%) [MUS\$]	150	98	108	136	139	116
Coef. de Var.	0.896	0.682	0.532	0.486	0.636	0.444

Secuencia	sec 6	sec 7	sec 8	sec 9	sec 10
E(VAN) [US\$]	331	316	338	321	277
Desv. Est. [MUS\$]	163	171	171	183	197
Confiabilidad	0.979	0.968	0.976	0.960	0.920
Inversión actualizada [MUS\$]	2,977	3,006	3,015	2,971	2,965
VAN (10%) [MUS\$]	122	97	119	87	25
VAR (10%) [MUS\$]	209	219	219	234	252
VAN(20%) [MUS\$]	194	172	194	167	112
VAR (20%) [MUS\$]	137	144	144	154	165
Coef. de Var.	0.493	0.541	0.507	0.571	0.710

Tabla 38: Métricas de inversión de secuencias construidas.

Fuente: Elaboración propia.

La representación gráfica de la relación entre E(VAN) y confiabilidad para las distintas secuencias construidas se presenta en la siguiente figura:

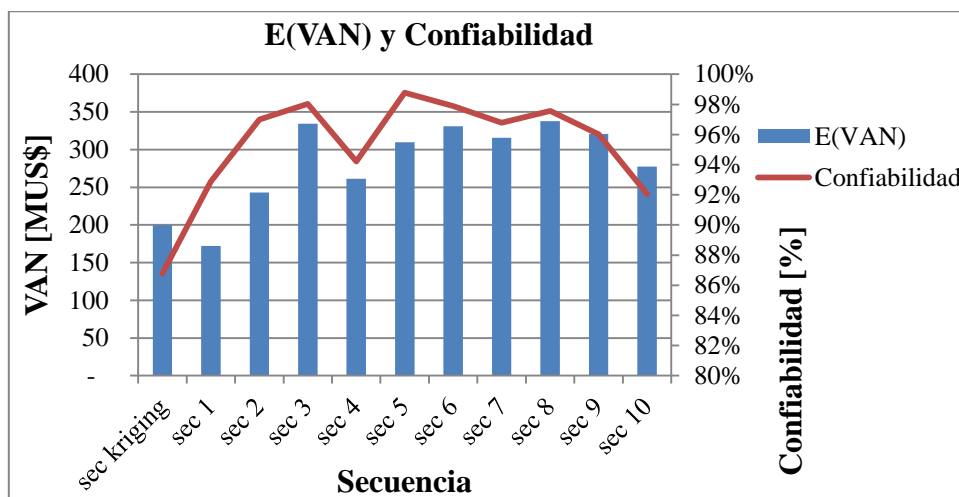


Figura 63: Comparación de E(VAN) y confiabilidad de secuencias construidas.

Fuente: Elaboración propia.

En base a los resultados indicados, se decide por la secuencia 8, como la secuencia base a utilizar en la metodología de opciones reales. Cabe destacar la diferencia, en valor resultante, de elegir una secuencia generada bajo la evaluación de incertidumbre geológica a la secuencia obtenida de manera determinística. La diferencia en valor esperado entre la secuencia kriging y la secuencia 8 alcanza los 138 [MUS\$], diferencia a favor, obtenida gracias a la incorporación de incertidumbre en el proceso de planificación.

6.13.- Determinación y evaluación de opciones sobre la secuencia

En función de los resultados obtenidos en la evaluación de las distintas secuencias realizadas, se seleccionaron diez opciones a incorporar. Estas opciones se generan a partir del aumento en la productividad mina, con lo cual se hace posible el cambio entre las secuencias que puedan llevarse a cabo bajo estas condiciones. Como se menciona anteriormente, la secuencia 8 se considera como la secuencia base a partir de la cual se aplica la metodología de opciones reales propuesta en este documento. El aumento en productividad mina propuesto por las distintas opciones evaluadas se presenta en la siguiente figura:

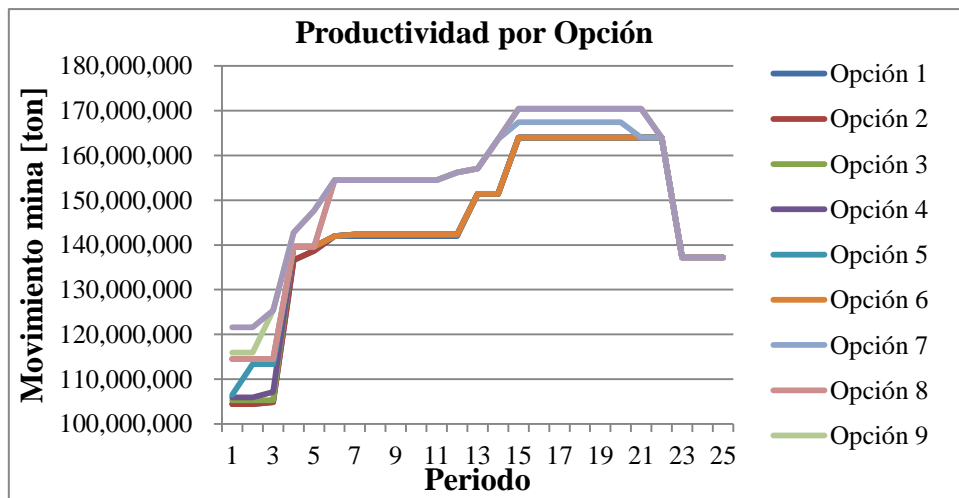


Figura 64: Productividad por Opción propuesta.

Fuente: Elaboración propia.

En la figura anterior se observa como aumenta el requerimiento de movimiento mina en función de la opción propuesta. Mientras mayor es el número de la opción, esta requiere una mayor productividad, con lo cual se puede decidir entre un mayor número de secuencias de extracción dado el escenario en el cual se está evaluando. El detalle de las secuencias que conforman las distintas opciones propuestas se entrega en la siguiente tabla:

		Opción									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Secuencia	Kriging	Kriging	Kriging	Kriging	Kriging	Kriging	Kriging	Kriging	Kriging	Kriging	Kriging
		8	8	3	3	3	3	1	1	1	1
			9	8	6	6	4	3	3	2	2
				9	8	8	6	4	4	3	3
					9	9	8	6	5	4	4
						10	9	8	6	5	5
							10	9	8	6	6

	10	9	8	7
		10	9	8
			10	9
				10

Tabla 39: Secuencias posibles por opción.

Fuente: Elaboración propia.

A partir de las opciones reales propuestas, se obtiene el resultado presentado a continuación, al cual se le ajusta una distribución de probabilidad normal de manera de poder comparar las nuevas métricas de inversión resultantes a partir de la incorporación de esta metodología.

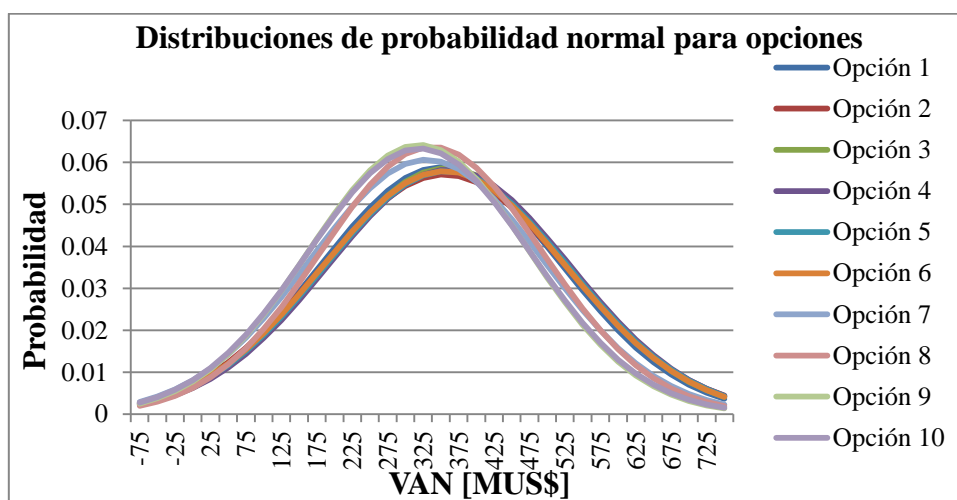


Figura 65: Ajuste distribución de probabilidad normal en opciones.

Fuente: Elaboración propia.

A partir del ajuste de una distribución normal, se estudia el cambio en las métricas de inversión frente a las distintas opciones. El resultado de éstas se presenta en la siguiente tabla junto al valor y precio de la opción para cada una de las opciones generadas:

	opción 1	opción 2	opción 3	opción 4	opción 5
Precio opción [MUS\$]	0.0	0.3	4.2	5.0	9.4
E(VAN) [MUS\$]	338.4	342.5	345.5	348.8	345.2
Valor opción [MUS\$]	0.8	4.9	7.9	11.2	7.6
Confiabilidad	0.977	0.975	0.979	0.979	0.978
Desv. Est. [MUS\$]	169	174	170	171	172
Inversión actualizada [MUS\$]	3015.4	3015.8	3020.2	3021.1	3026.5
	opción 6	opción 7	opción 8	opción 9	opción 10
Precio opción [MUS\$]	12.6	42.2	47.8	66.5	69.3
E(VAN) [MUS\$]	342.5	317.5	324.2	306.6	307.2
Valor opción [MUS\$]	4.9	-20.2	-13.4	-31.0	-30.5

Confiabilidad	0.977	0.973	0.981	0.976	0.975
Desv. Est. [MUS\$]	172	164	156	155	157
Inversión actualizada [MUS\$]	3030.1	3064.1	3070.3	3092.2	3095.5

Tabla 40: Valor y precio de la opción junto a principales métricas para las distintas opciones evaluadas.

Fuente: Elaboración propia.

El precio nulo de la opción que se observa para la opción 1, se debe a que esta secuencia incorpora a la secuencia kriging y, dado que esta secuencia se puede llevar a cabo en base a los requerimientos de la secuencia base (secuencia 8), no es necesario aumentar la inversión en equipos para lograr su cumplimiento.

En la tabla anterior también se observa cómo aumenta el precio de la opción a medida que aumenta la opción a aplicar. Esto concuerda con el aumento en inversión requerida para contar con una mayor productividad mina, sin embargo, este precio de la opción es levemente inferior al aumento en inversión actual, debido al efecto positivo en el VAN asociado a la depreciación de los distintos equipos evaluados en la inversión requerida. Por lo tanto, el precio real de la opción finalmente viene dado por el aumento en inversión, menos los efectos tributarios en la incorporación de ésta. La representación gráfica del aumento en E(VAN) y confiabilidad, frente a la incorporación de opciones se presenta a continuación:

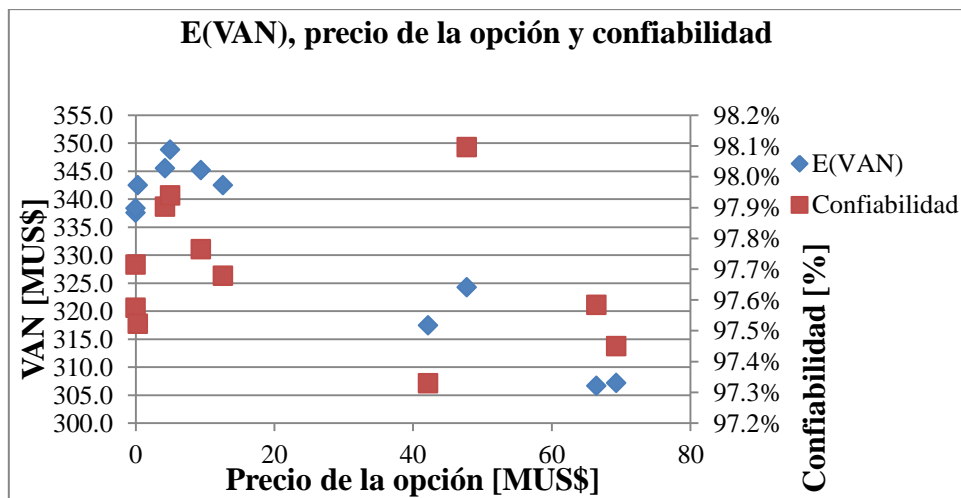


Figura 66: E(VAN), precio de la opción y confiabilidad para las distintas opciones evaluadas.

Fuente: Elaboración propia.

En la figura anterior se observa un aumento en el VAN esperado y de la confiabilidad a medida que aumenta el precio de la opción, sin embargo, este precio el cual está relacionado al aumento en inversión, comienza a perjudicar el valor posible de los distintos escenarios evaluados,

logrando así un efecto negativo, tanto en el valor de la opción, como en la confiabilidad del mismo. Esto se debe a que las mejoras al elegir entre aquellas secuencias que aumentan el valor esperado de un escenario, se ven contrarrestadas por el aumento en inversión requerida. Finalmente, el valor de la opción en relación al precio de esta se entrega en la siguiente figura.

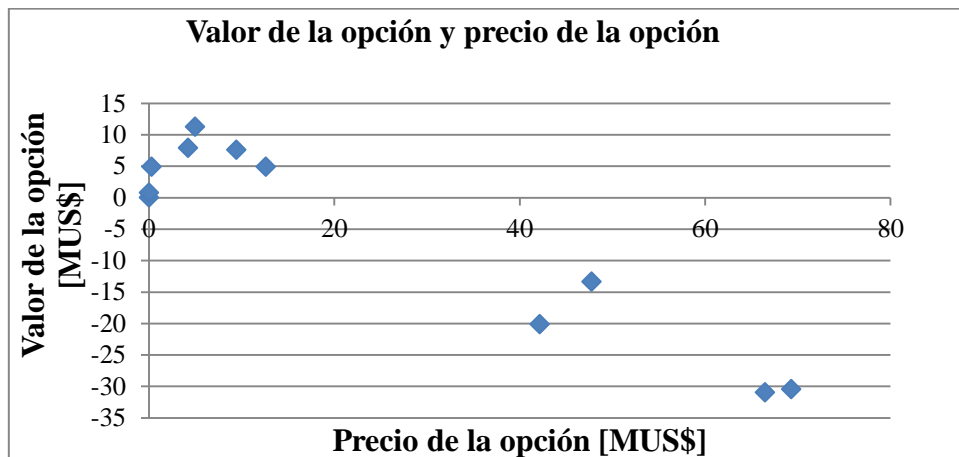


Figura 67: Valor y precio de la opción para las distintas opciones evaluadas.

Fuente: Elaboración propia.

El marcador que se encuentra en el valor 0, corresponde a la referencia del valor sin opción, el cual también se indica en la figura 88.

6.14.- Planificación bajo incertidumbre v/s opción real

El efecto de la incorporación de incertidumbre en el proceso de planificación, en particular en la selección de secuencias óptimas, como también la metodología de opciones reales considerando las distintas secuencias como flexibilidades posibles, se presenta en la siguiente imagen:

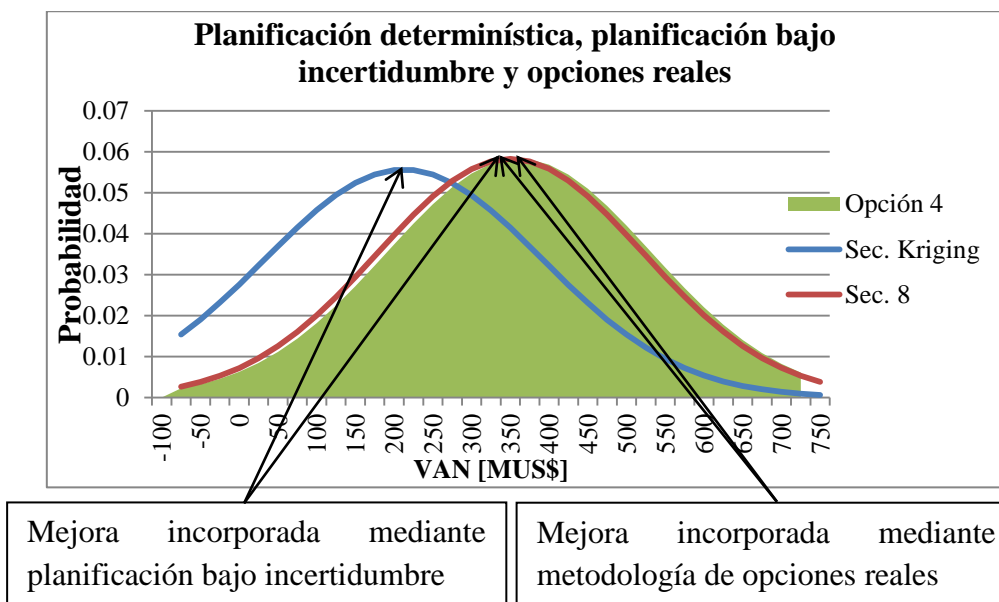


Figura 68: Efecto de la planificación bajo incertidumbre y del uso de opciones reales.

Fuente: Elaboración propia.

Del estudio realizado, se observa un aumento en un 69% en el valor esperado al incluir la incertidumbre geológica en el proceso de planificación. Esto se observa en la diferencia obtenida entre las secuencias kriging y 8. El aporte de las opciones reales alcanza un 3.5%, en relación a la opción 4 frente a la secuencia 8. Se determina la opción 4 como la mejor opción ya que ésta es la que entrega el mayor valor de la opción junto a la máxima confiabilidad. El bajo aporte porcentual en valor por parte de la metodología de opciones reales, se debe a que el caso de estudio no se encuentra dentro de los niveles en términos de valor, bajo los cuales las opciones juegan un rol más importante. Sin embargo, en el siguiente punto se analiza el efecto de las opciones reales frente al aumento en la tasa de descuento utilizada, lo cual lleva al caso de estudio a valores marginales.

6.15.- Aporte de la opción real frente al aumento en la tasa de descuento

La tasa de descuento considerada en el estudio, se obtiene a partir de los betas de las principales empresas productoras de cobre, mientras que el premio por riesgo y tasa libre de riesgo se obtienen a partir de la evaluación por parte del Banco Central. En este punto se procede a realizar el mismo análisis anterior, pero bajo la consideración de una tasa de descuento mayor en el proyecto. La nueva tasa utilizada es de un 11.5 [%], la cual proviene del máximo beta entregado para las empresas productoras de cobre, el cual asciende a 2.88. Se prefiere el cambio en la tasa de descuento de evaluación, a una disminución en el precio del cobre o un aumento en los costos, ya que la decisión sobre la tasa de descuento a utilizar es propia de la empresa, mientras que los precios y costos dependerán principalmente del mercado. De esta forma podemos analizar el impacto de la metodología propuesta frente a distintos niveles de riesgos asociado al negocio frente al mercado.

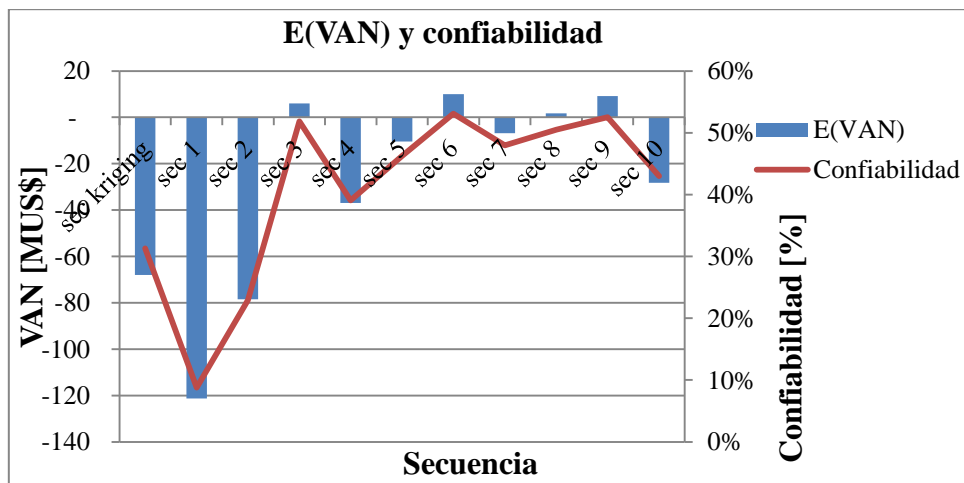


Figura 69: Comparación de E(VAN) y confiabilidad de secuencias para una tasa de descuento del 11.5%.

Fuente: Elaboración propia.

La definición de los escenarios a los cuales generar una secuencia óptima no se cambió en relación a los escenarios definidos previamente, al igual que la definición de las opciones a considerar ni tampoco de la secuencia a considerar como secuencia base.

El efecto del cambio de tasa de descuento en el valor del caso de estudio, se observa en la figura anterior, junto a la disminución en la confiabilidad del mismo. El cambio en la tasa de descuento puede llegar a redefinir que secuencia es la que presenta un mejor valor esperado, ya que ésta impacta de forma directa a la valorización de la producción de fino por período propuesta por cada secuencia. Esto se respalda con el valor de la secuencia 6, la cual bajo una tasa de descuento del 11.5% genera un mayor valor esperado a la secuencia 8.

El efecto en la confiabilidad del proyecto, en relación al precio de la opción y el aumento en el valor esperado se entregan en la siguiente figura:

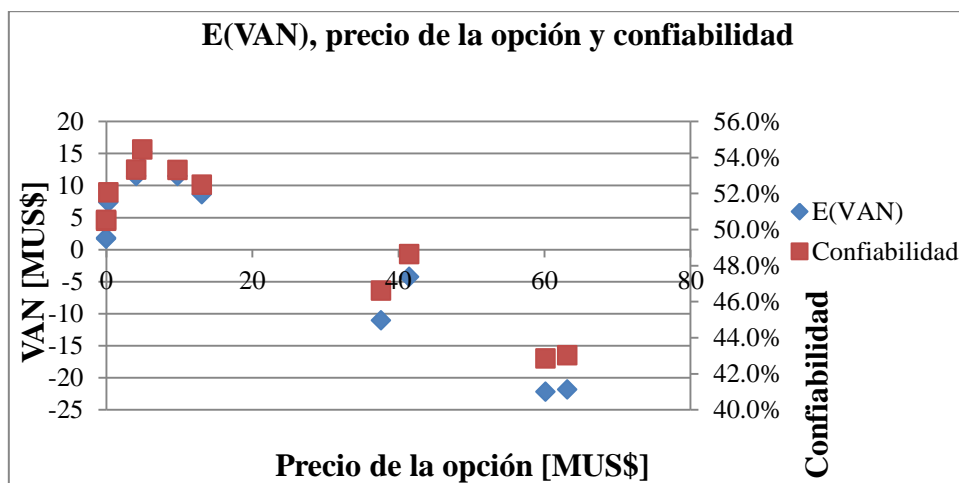


Figura 70: E(VAN), precio de la opción y confiabilidad para las distintas opciones evaluadas con tasa de descuento del 11.5%.

Fuente: Elaboración propia.

En la figura anterior se observa un mayor efecto en la confiabilidad del proyecto en relación a la incorporación de opciones reales en este. La confiabilidad bajo la opción 4 permite aumentar ésta en un 4%, mientras que bajo una tasa de descuento del 9%, el aumento en confiabilidad es de tan solo un 0.5%. En cuanto al valor esperado, la secuencia 8 presenta un E(VAN) de 2 [MUS\$], mientras que la incorporación de la opción 4 aumenta este valor hasta los 15 [MUS\$], obteniendo así un aumento de un 723% mediante la incorporación de opciones reales, y de un 52% frente a la secuencia 6 bajo la misma opción.

7.- Conclusiones y trabajos futuros

Las principales conclusiones que se obtienen del estudio realizado, junto a los trabajos futuros propuestos, se entregan en los siguientes puntos.

7.1.- Conclusiones caso de estudio

La evaluación de secuencias alternativas, generadas bajo incertidumbre geológica, fueron obtenidas a partir de la selección de 10 representantes según la propuesta indicada en el trabajo para un porcentaje de grupos equivalente al 10% de las simulaciones condicionales realizadas. Las secuencias realizadas para cada uno de estos permiten generar diferencias producto del número de fases consideradas en el plan de minado junto al nivel de restricciones incorporadas en el secuenciador de largo plazo construido. Producto de estas diferentes propuestas de secuenciamiento de largo plazo construidas, se obtienen las siguientes conclusiones sólo aplicables al caso de estudio.

La secuencia propuesta a partir de la estimación de kriging está muy lejos de ser una secuencia óptima de extracción bajo la existencia de incertidumbre geológica, ya que se obtiene una diferencia del orden de los 138 [MUS\$] entre la secuencia óptima generada bajo la estimación por kriging, a la secuencia óptima para el escenario proveniente de la simulación condicional número 57. Sin embargo esta secuencia no es a priori la secuencia óptima bajo incertidumbre, ya que está debiera ser aquella resultante de la optimización en conjunto de todos los escenarios en estudio. Por lo tanto la diferencia entre una secuencia determinística en base a la estimación de kriging y una secuencia óptima en base a todos los escenarios, puede aumentar esta brecha de 138 [MUS\$] obtenida.

Sin embargo, la mayor diferencia se observa entre el valor que se obtiene de forma determinística, es decir mediante la secuencia de kriging evaluada en esta estimación, donde este valor alcanza tan solo los 97 [MUS\$], obteniéndose así una diferencia de 241 [MUS\$] o un 250% entre una planificación determinística y realizada bajo incertidumbre.

La implementación de la metodología de opciones reales en el caso de estudio permite incorporar la falta de capacidad de optimizar el plan en función de la incertidumbre, por lo que mediante esta metodología se observaron considerables mejoras en las métricas de evaluación del proyecto, donde los resultados obtenidos muestran un aumento del 3.5% en el valor esperado, lo que

equivale a 12 [MUS\$] y a un aumento del 52% equivalente a 13 [MUS\$] para una tasa de descuento de 11.5%. En ambos casos se observa un incremento en la confiabilidad del proyecto, la cual se relaciona con la probabilidad de obtener rentas por sobre la tasa de interés exigida. En base a esto se cumple satisfactoriamente el objetivo principal del trabajo realizado en relación a la posibilidad de mejorar los resultados esperados del negocio minero y la disminución del riesgo asociado a este, mediante el uso de opciones reales.

7.2.- Conclusiones generales

La evaluación de secuencias alternativas, generadas bajo incertidumbre geológica, permite aumentar el valor esperado del negocio y la confiabilidad de obtener retornos positivos bajo estas condiciones. Sin embargo la posibilidad de evaluar secuencias alternativas viene de la mano del grado de flexibilidad a incluir en las restricciones utilizadas en la generación de secuencias óptimas para los distintos escenarios evaluados. A menor libertad por parte de estas, menor será la diferencia resultante en la secuencia de largo plazo generada, con lo que la diferencia en valor también se verá acortada. En esta misma línea, el lograr incorporar un mayor número de fases en el diseño de estas aumenta las posibilidades de extracción, incrementando las posibilidades de diferenciación entre una secuencia óptima para un escenario geológico y otro, y acercando a la vez el secuenciamiento a la extracción mediante pit a pit o best case.

La implementación de opciones reales en la planificación minera toma en cuenta el hecho de que las secuencias resultantes no optimizan el conjunto de la incertidumbre, sino que a un set de escenarios previamente definidos. Esto permite a la metodología de opciones reales incorporar esta mejora en su evaluación aumentando el resultado esperado del proyecto. Estos se basan principalmente en un aumento en el valor actual neto del negocio junto a un incremento en la confiabilidad del proyecto, la cual se relaciona con la probabilidad de obtener rentas por sobre la tasa de interés exigida.

Si bien la incorporación de flexibilidad en el proyecto y la evaluación de este mediante opciones reales aumenta el valor esperado del mismo, existe un trade off entre el aumento en inversión y costos asociado a mantener una opción factible, con el aumento en valor que esto genera, llegando a límites en los cuales se produce el efecto contrario producto de los altos Capex y Opex necesarios. Por lo que la decisión sobre la o las opciones a considerar debe ser realizada inteligentemente con el fin de que el precio de la opción a pagar sea mínimo, mientras que el valor de esta misma sea máximo.

Aun cuando existe una estrecha relación entre la cantidad de fino estimado por una simulación dentro de los límites del pit final con el valor resultante, el uso de una secuencia óptima o cercana a esto, para ese escenario en particular lleva a obtener valores muy superiores a los obtenidos en escenarios evaluados bajo secuencias subóptimas. Esta capacidad de aumentar el valor mediante la generación de una secuencia óptima, es la que finalmente permite obtener las mejores observadas mediante el uso de opciones reales.

La incorporación de incertidumbre geológica, mediante el uso de simulaciones condicionales, permite advertir sobre el uso de la estimación por kriging en la generación de secuencias de extracción óptimas. El suavizamiento experimentado mediante esta estimación en el estudio realizado, lleva a generar una mayor cantidad de mineral de baja ley, con lo cual se disminuye el requerimiento de productividad para cumplir la capacidad de alimentación a planta. Esta disminución lleva a lograr planes de producción bajo incertidumbre, los cuales carecen de capacidad de cumplimiento, dado que las estimaciones mediante simulaciones condicionales generan la misma cantidad de fino, pero con una cantidad menor de mineral producto de leyes más extremas.

En relación al párrafo anterior, la definición de destino de bloques y el pit final utilizado debiese cambiar al tomar estas decisiones de manera estocástica y no determinística con la estimación por kriging como se realiza tradicionalmente. Por lo que se recomienda incorporar en el proceso de planificación la incertidumbre existente en el proyecto, dada la alta capacidad de mejorar el valor final percibido en la ejecución de estos.

7.3.- Trabajos futuros

La incorporación de incertidumbre geológica en el proceso de planificación, junto a la metodología de opciones reales en la evaluación del mismo, conllevan un gran desafío por delante en cuanto a mejorar los modelos utilizados, como también en incorporar una mayor cantidad de variables de interés en el problema a resolver. En relación al modelo de secuenciamiento minero de largo plazo, los desafíos futuros en este, van de la mano en cuanto a mejorar e incorporar los siguientes puntos.

1. Mejorar las técnicas de resolución: La principal mejora en la técnica de resolución del modelo de secuenciamiento, es en el tiempo que conlleva alcanzar el óptimo en la función

objetivo. El disminuir este tiempo requerido, permite evaluar un mayor número de secuencias óptimas para distintos escenarios geológicos, con lo cual se logra un mayor número de flexibilidades posibles a evaluar mediante la metodología de opciones reales.

2. Incluir nuevas restricciones: Dentro de las nuevas restricciones a incluir en el modelo de secuenciamiento de largo plazo, el límite máximo y mínimo de ley del mineral de alimentación a planta por período junto a restricciones de TPH (capacidad de alimentación a planta), permiten acercar el resultado obtenido a la explotación minera y a la vez al cumplimiento de este al momento de su ejecución.
3. Estudiar e implementar el manejo de stocks: Si bien el manejo de stock de por sí es complejo en cuanto a la organización de este, el implementar una nueva restricción de capacidad e implementar el mezclamiento que ocurre en el interior de estos, permite generar un resultado más cercano a lo observado en la operación minera.
4. Mejora de función objetivo: Una mejora relevante a incluir en la función objetivo consiste en incluir el costo asociado a la extracción y procesamiento de un bloque, junto a los ingresos percibidos por este. De esta forma se mejora la relación entre la función objetivo y la evaluación económica final a utilizar.

Los trabajos futuros en relación a la metodología de opciones reales y al proceso de planificación minera se entregan a continuación:

1. Estudio del precio de la opción: El estudiar el precio de la opción requiere de un mayor detalle en relación al cálculo del Capex y Opex asociado a la secuencia en evaluación y a la opción a incorporar.
2. Opciones a considerar: La posibilidad de contar con nuevas flexibilidades en el uso de opciones reales, permite aspirar a obtener un mayor aumento en el valor generado mediante esta metodología.
3. Incluir incertidumbre de mercado y operacional: El incluir estas incertidumbres permite contar con una mayor probabilidad de lograr finalmente el valor prometido en los resultados obtenidos de la explotación del recurso mineral, disminuyendo de esta forma el riesgo asociado a esta actividad.
4. Estudiar las posibles alianzas estratégicas a realizar con empresas proveedoras de equipos mineros. Esto ya que los requerimientos de CAPEX señalados en el trabajo de tesis realizado, con el fin de aumentar la flexibilidad del proceso productivo, se aleja de las

capacidades de empresas con bajo capital. Por lo que generar una opción que impacte únicamente a los costos operacionales puede generar grandes beneficios frente a la actual condición. Ya que hoy en día se debe recurrir a la utilización de empresas contratistas para dar el movimiento mina necesario, aumentando considerablemente el costo asociado a esta actividad.

8.- Bibliografía

1. Cochilco. (2012). “Informe Tendencias del Mercado del Cobre, Balance 2013 y perspectivas 2013-14”. Comisión Chilena del Cobre, Dirección de Estudios y Políticas Públicas.
2. Horsley T. P. (2002). “Dollar driven mine planning: The corporate perspective to operational mine planning. AMC reference material.
3. Mayer Z, Kazakidis V. (2007). “Decision making in flexible mine production system design using real options”. *Journal of Construction Engineering and Management*, Vol. 133, No. 2, p. 169-180.
4. Whittle J. (1999). “A decade of open pit mine planning and optimization – the craft of turning algorithms into packages”. *Proceedings of the 28th International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industries*, Colorado School of Mines, Golden.
5. Lerchs H. Grossmann I. F. (1965). “Optimum design of open pit mines”. *Canad. Inst. Mining Bull.* 58, p. 47-54.
6. Newman A. et al. (2010). “A review of operations research in mine planning”. *Interfaces* 40(3), p. 222-245.
7. Kazakidis V. Scoble M. (2003). “Planning for flexibility in underground mine production systems”. *Min. Eng.* 55(8), p. 33-39.
8. Davis G. Newman A. (2008). “Modern strategic mine planning”. *Proceedings of the 2008 Australian Mining Technology Conference, AusIMM*, p. 129-139.
9. Contreras E. (2008). “Apuntes de finanzas”. Departamento Ingeniería Industrial, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
10. Mun J. (2006). “Modelling risk, applying monte carlo simulation, real options analysis, forecasting, and optimization techniques”. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.

11. Irvin F. (1907). "The rate of interest, its determination and relation to economic phenomena". MacMillan, New York, NY.
12. O'Hara T. A. (1982). "Analysis of risk in mining projects". CIM Bulletin, Canadian Inst. of Mining and Metallurgy, 75(843), p. 84-90.
13. Black F. Jensen M. Scholes M. (1972). "The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests". Praeger Publishers, pp. 79-121 in M. Jensen ed., Studies in the Theory of Capital Markets. New York.
14. Sharpe W. (1964). "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk." Journal of Finance. 19:3, pp. 425-42.
15. Hull J. (2006). "Options, Futures and Other Derivatives". Sixth Edition. Prentice Hall.
16. Kodukula P. Papudesu C. (2006). "Project valuation using real options, a practitioner's guide". J. Ross Publishing, Inc.
17. Emery X. (2009). "Tópicos avanzados en evaluación de yacimientos". Departamento de Ingeniería de Minas, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
18. Tulcanaza E. (1999). "Evaluación de recursos y negocios mineros: incertidumbres, riesgos y modelos numéricos". Instituto de Ingenieros de Minas de Chile, Santiago, Chile.
19. Black F. Scholes M. (1973). "The pricing of options and corporate liabilities". J. Polit. Econom. 81, p. 637-654.
20. Brennan M. J. Schwartz E. S. (1985). "Evaluating natural resource investments". J. Bus. 58(2), p. 135-157.
21. Samis M. Davis G. A. Laughton D. Poulin R. (2006). "Valuing uncertain asset cash flows when there are no options: a real options approach". Resource. Policy 30, p.285-298.
22. Dimitrakopoulos R. Abdel S. (2007). "Evaluating mine plans under uncertainty: Can the real options make a difference?". Resources Policy, Vol. 32, No. 3, p. 116-125.
23. Slade M. E. (2001). "Valuing managerial flexibility: an application of real option theory to mining investments". J. Environ. Econom. Manage. 41, p. 193-233.

24. Shafiee S. Topal E. Nehring M. (2009). "Adjusted real option valuation to maximise mining project value – a case study using century mine". Project Evaluation Conference 2009, p 125-134.
25. Akbari A. D. Osanloo M. Shirazi M. A. (2009). "Reserve estimation of an open pit mine under price uncertainty by real option approach". Mining Science and Technology (China), Vol.19, No.6, p. 709-717.
26. Shu-xing L. Knights P. (2009). "Integration of real options into short-term mine planning and production scheduling". Mining Science and Technology (China), Vol. 19, No. 5, p. 674-678.
27. Trigeorgis L. Mason J. E. (1987). "Valuing managerial flexibility". Midland Corporate Finance Journal, 5, p.14-21.
28. Colwell D. Henker T. Ho J. Fong K. (2003). "Real option valuation of Australian gold mines and mining companies". The Journal of Alternative Investments, summer, p. 23-38.
29. Kodukula P. Papudesu C. (2006). "Project valuation using real options, a practitioner's guide".
30. Arreola J. Arreola S. (2003). "Programación lineal, una introducción a la toma de decisiones cuantitativa". International Thomson Editores.
31. Clausen J. (1999). "Branch and Bound algorithms – principles and examples". Department of Computer Science, University of Copenhagen, Copenhagen, Denmark.
32. Banco Central de Chile, (2011). "Estimación del premio por riesgo en Chile". Documentos de trabajo, Banco Central de Chile.
33. Cochilco, (2010). "Análisis financiero de las estrategias seguidas por las mayores empresas mineras de cobre del mundo". Comisión Chilena del Cobre, Dirección de Estudios y Políticas Públicas.
34. Emery, X., Ortiz, J. M., and Rodríguez, J. J., (2006). "Quantifying Uncertainty in Mineral Resources by Use of Classification Schemes and Conditional Simulation". Mathematical Geology (ISI), vol. 38, number 4, p. 445-464, May 2006.

9.- Anexos

9.1.- Anexo A

El modelo de secuenciamiento minero de largo plazo realizado en lenguaje AMPL se presenta en las siguientes líneas.

Variables de decisión:

- 1) Porcentaje del tonelaje total a extraer de mineral por periodo para cada fase – banco.

$$p_{ore}(fasebanco, t) \dots [0,1]$$

- 2) Porcentaje del tonelaje total a extraer de mineral para enviar a stock en cada periodo para toda fase – banco.

$$p_{stock}(fasebanco, t) \dots [0,1]$$

- 3) Porcentaje del tonelaje total a extraer del stock para enviar a planta en cada periodo en relación a la fase – banco a la que provenía.

$$p_{from_stock}(fasebanco, t) \dots [0,1]$$

- 4) Porcentaje del tonelaje total a extraer de estéril por periodo para cada fase – banco.

$$p_{waste}(fasebanco, t) \dots [0,1]$$

- 5) Si una fase – banco fue extraída o no completamente.

$$done(fasebanco, t) \dots \text{binaria}$$

Parámetros:

- 1) Número de fases a considerar en el modelo.

$$nphases \dots \text{entero} > 0$$

- 2) Horizonte de tiempo a utilizar en la resolución del secuenciamiento óptimo.

$$horizon \dots \text{entero} > 0$$

- 3) Factor de descuento temporal a utilizar en la función objetivo, correspondiente a:

$$update_factor \dots [0,1] = \frac{1}{(1+i)^t}$$

- 4) Cantidad máxima de bancos que puede liderar una fase de aquella contigua y diferencia máxima de bancos que se pueden operar en una misma fase para cada período.

$$max_dist(fase, fase) \dots entero \geq 0$$

- 5) Cantidad mínima de bancos que debe liderar una fase de aquella contigua.

$$min_dist(fase, fase) \dots entero \geq 0$$

- 6) Tonelaje de mineral, stock y estéril en cada fase – banco.

$$t_ore(fasexbanco)$$

$$t_stock(fasexbanco)$$

$$t_waste(fasexbanco)$$

- 7) Ley de mineral, stock y estéril asociado a cada fase – banco.

$$v_ore(fasexbanco)$$

$$v_stock(fasexbanco)$$

$$v_waste(fasexbanco)$$

- 8) Requerimiento de alimentación máxima y mínima a planta para cada período.

$$\text{Máxima alimentación a planta} = plant_capacity(t)$$

$$\text{Mínima alimentación a planta} = plant_demand(t)$$

- 9) Requerimiento de máximo y mínimo movimiento mina para cada período.

$$\text{Máximo movimiento mina} = transport_capacity(t)$$

$$\text{Mínimo movimiento mina} = transport_demand(t)$$

Restricciones:

- 1) Extracción de estéril, stock y mineral sea creciente en el tiempo para cada fase-banco.

$p_{ore}[p, b, t] \geq p_{ore}[p, b, t - 1]$ No devolución de mineral extraído a la mina.

$p_{stock}[p, b, t] \geq p_{stock}[p, b, t - 1]$ No devolución de mineral a stock a la mina

$p_{from_stock}[p, b, t] \geq p_{from_stock}[p, b, t - 1]$ No devolución de mineral extraído desde el stock a este destino.

$p_{waste}[p, b, t] \geq p_{waste}[p, b, t - 1]$ No devolución de estéril extraído a la mina.

- 2) Extracción de estéril, mineral y mineral a stock para cada fase-banco sea completa para cada uno de estos materiales.

$$done[p, b, t] \leq p_{ore}[p, b, t]$$

$$done[p, b, t] \leq p_{stock}[p, b, t]$$

$$done[p, b, t] \leq p_{waste}[p, b, t]$$

- 3) Requerimiento mínimo de transporte mina.

$$\sum_p^P \sum_b^B 1 *$$

$$\{t_{ore}[p, b] * (p_{ore}[p, b, t] - (if\ t > 1\ then\ p_{ore}[p, b, t - 1]\ else\ 0))$$

$$+ t_{stock}[p, b] * (p_{stock}[p, b, t] - (if\ t > 1\ then\ p_{stock}[p, b, t - 1]\ else\ 0))$$

$$+ t_{stock}[p, b] * (p_{(from_stock}[p, b, t]) - (if\ t > 1\ then\ p_{(from_stock}[p, b, t - 1]\ else\ 0))$$

$$+ t_{waste}[p, b] * (p_{waste}[p, b, t] - (if\ t > 1\ then\ p_{waste}[p, b, t - 1]\ else\ 0))\}$$

$$\geq transport_demand[t]$$

- 4) Requerimiento máximo de transporte mina.

$$\sum_p^P \sum_b^B 1 *$$

$$\{t_{ore}[p, b] * (p_{ore}[p, b, t] - (if\ t > 1\ then\ p_{ore}[p, b, t - 1]\ else\ 0))$$

$$\begin{aligned}
& +t_stock[p, b] * (p_stock[p, b, t] - (if\ t > 1\ then\ p_stock[p, b, t - 1]\ else\ 0)) \\
& \quad + t_stock[p, b] * (p_from_stock[p, b, t]) - (if\ t \\
& \quad > 1\ then\ p_from_stock[p, b, t - 1]\ else\ 0)) \\
& + t_waste[p, b] * (p_waste[p, b, t] - (if\ t > 1\ then\ p_waste[p, b, t - 1]\ else\ 0))\} \\
& \leq transport_capacity[t]
\end{aligned}$$

5) Requerimiento mínimo de envío a planta.

$$\begin{aligned}
& \sum_p^P \sum_b^B 1 * \\
& \{t_ore[p, b] * (p_ore[p, b, t] - (if\ t > 1\ then\ p_ore[p, b, t - 1]\ else\ 0)) \\
& +t_stock[p, b] * (p_from_stock[p, b, t] - (if\ t > 1\ then\ p_from_stock[p, b, t - \\
& 1]\ else\ 0))\} \\
& \geq plant_demand[t]
\end{aligned}$$

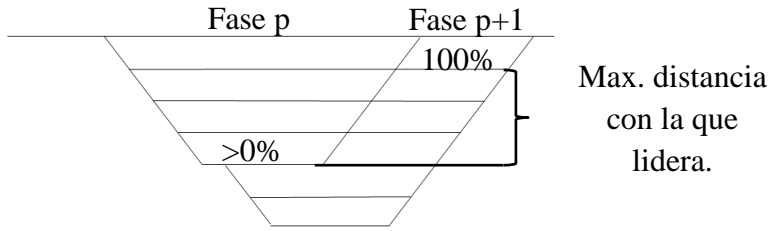
6) Requerimiento máximo de envío a planta.

$$\begin{aligned}
& \sum_p^P \sum_b^B 1 * \\
& \{t_ore[p, b] * (p_ore[p, b, t] - (if\ t > 1\ then\ p_ore[p, b, t - 1]\ else\ 0)) \\
& +t_stock[p, b] * (p_from_stock[p, b, t] - (if\ t > 1\ then\ p_from_stock[p, b, t - \\
& 1]\ else\ 0))\} \\
& \leq plant_capacity[t]
\end{aligned}$$

7) Extracción de mineral, estéril y stock de un banco inferior será como máximo el mismo porcentaje extraído del banco predecesor (precedencia vertical).

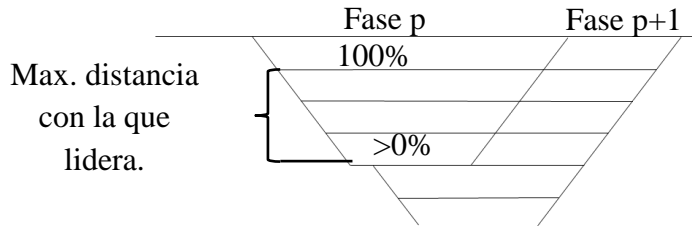
$$\begin{aligned}
& p_ore[p, b - 1, t] + p_stock[p, b - 1, t] + p_waste[p, b - 1, t] \\
& \leq p_ore[p, b, t] + p_stock[p, b, t] + p_waste[p, b, t]
\end{aligned}$$

8) Restricción de máxima distancia entre fases.



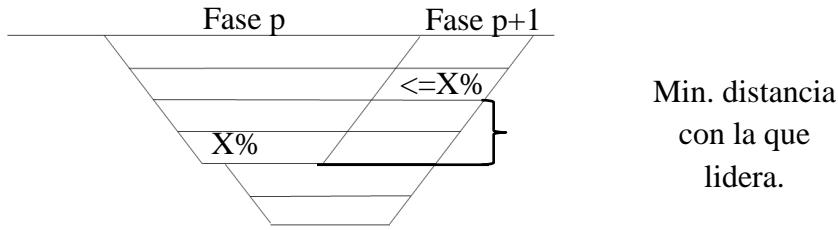
$$\begin{aligned}
 & p_{ore}[p + 1, b + \max_dist[p, p + 1], t] \\
 & + p_{stock}[p + 1, b + \max_dist[p, p + 1], t] \\
 & + p_{waste}[p + 1, b + \max_dist[p, p + 1], t] \\
 & \geq (p_{ore}[p, b, t] + p_{stock}[p, b, t] + p_{waste}[p, b, t])
 \end{aligned}$$

9) Restricción de máxima distancia en la fase



$$\begin{aligned}
 & p_{ore}[p, b + \max_dist[p, p], t] \\
 & + p_{stock}[p, b + \max_dist[p, p], t] \\
 & + p_{waste}[p, b + \max_dist[p, p], t] \\
 & \geq (p_{ore}[p, b, t] + p_{stock}[p, b, t] + p_{waste}[p, b, t])
 \end{aligned}$$

10) Restricción de mínima distancia de avance entre un banco de una fase y el de la fase siguiente.



$$\begin{aligned}
 & p_ore[p + 1, b + \min_dist[p, p + 1], t] \\
 & + p_stock[p + 1, b + \min_dist[p, p + 1], t] \\
 & + p_waste[p + 1, b + \min_dist[p, p + 1], t] \\
 & \leq (p_ore[p, b, t] + p_stock[p, b, t] + p_waste[p, b, t])
 \end{aligned}$$

11) Restricción de desarrollo completo de un banco previo al desarrollo de bancos inferiores.

$$\begin{aligned}
 & p_ore[p, b - \max_dist[p, p], t] \\
 & + p_stock[p, b - \max_dist[p, p], t] \\
 & + p_waste[p, b - \max_dist[p, p], t] \\
 & \leq 3 * done[p, b, t]
 \end{aligned}$$

Función Objetivo:

$$F.O: Max \sum_t^T \sum_p^P \sum_b^B update_factor(t - 1) *$$

$$\begin{aligned}
 & \{v_ore[p, b, t] * t_ore[p, b] * (p_ore[p, b, t] - (if t > 1 then p_ore[p, b, t - 1] else 0)) \\
 & + v_stock[p, b, t] * t_stock[p, b] * (p_from_stock[p, b, t] - (if t \\
 & > 1 then p_from_stock[p, b, t - 1] else 0)) \\
 & + v_waste[p, b, t] * t_waste[p, b] * (p_waste[p, b, t] - (if t \\
 & > 1 then p_waste[p, b, t - 1] else 0))\}
 \end{aligned}$$

9.2.- Anexo B

En las siguientes imágenes se presenta la desviación estándar de las leyes de cobre, del caso de estudio, producto de la incertidumbre geológica. Además se incorpora el diseño de fases utilizado en el estudio realizado.

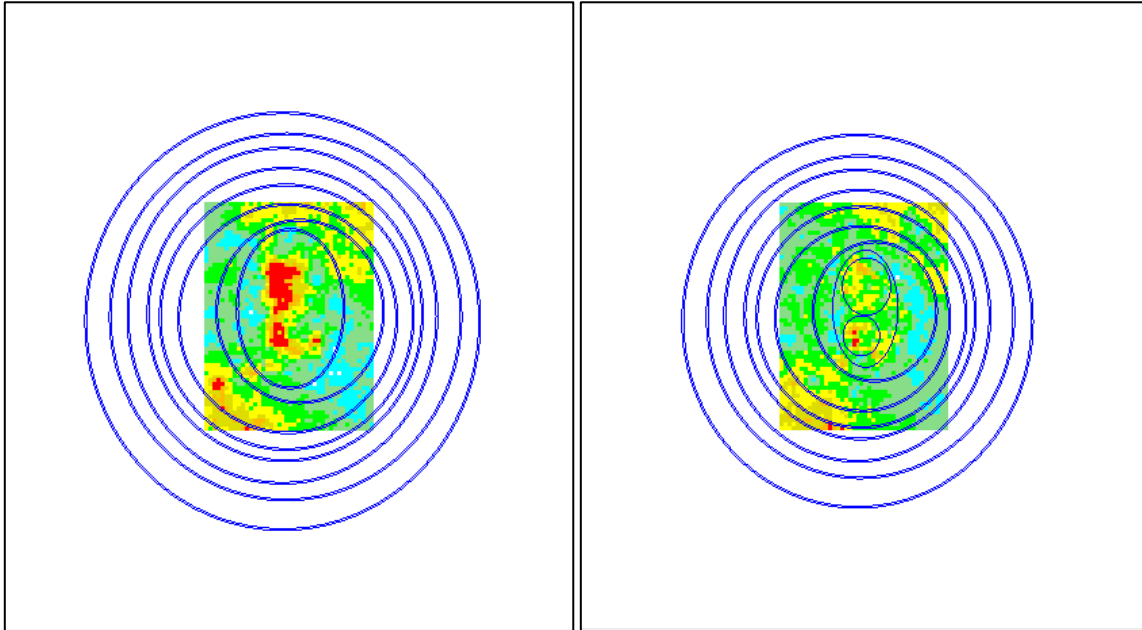


Figura 71: Desviación estándar de leyes de cobre y diseño de fases, cota 1100 (izq), cota 1000 (der).

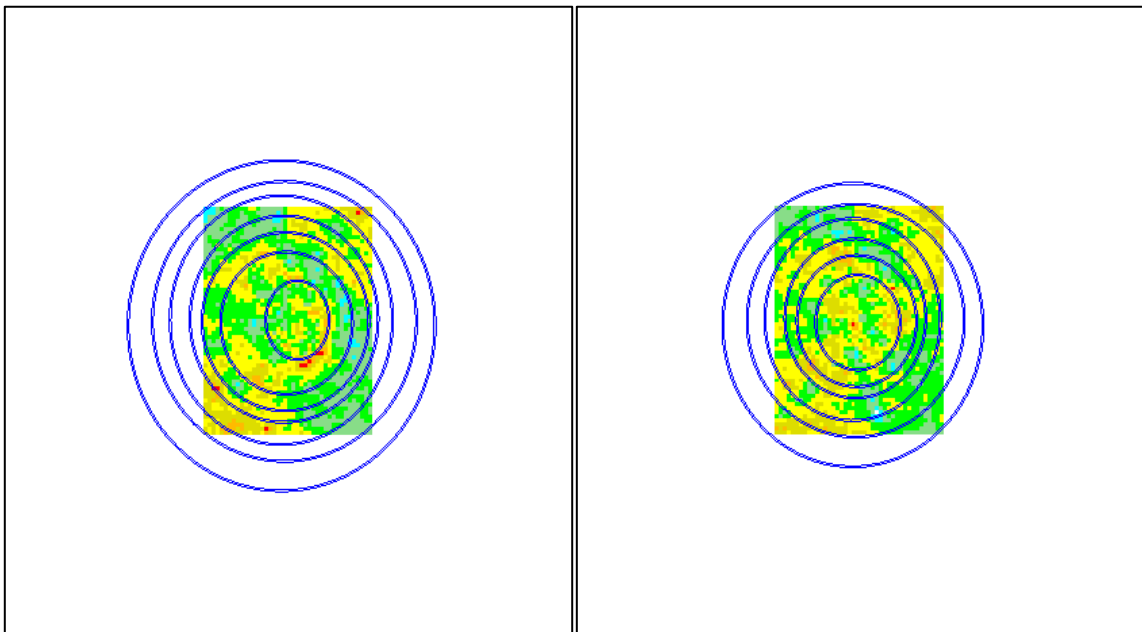


Figura 72: Desviación estándar de leyes de cobre y diseño de fases, cota 900 (izq), cota 800 (der).

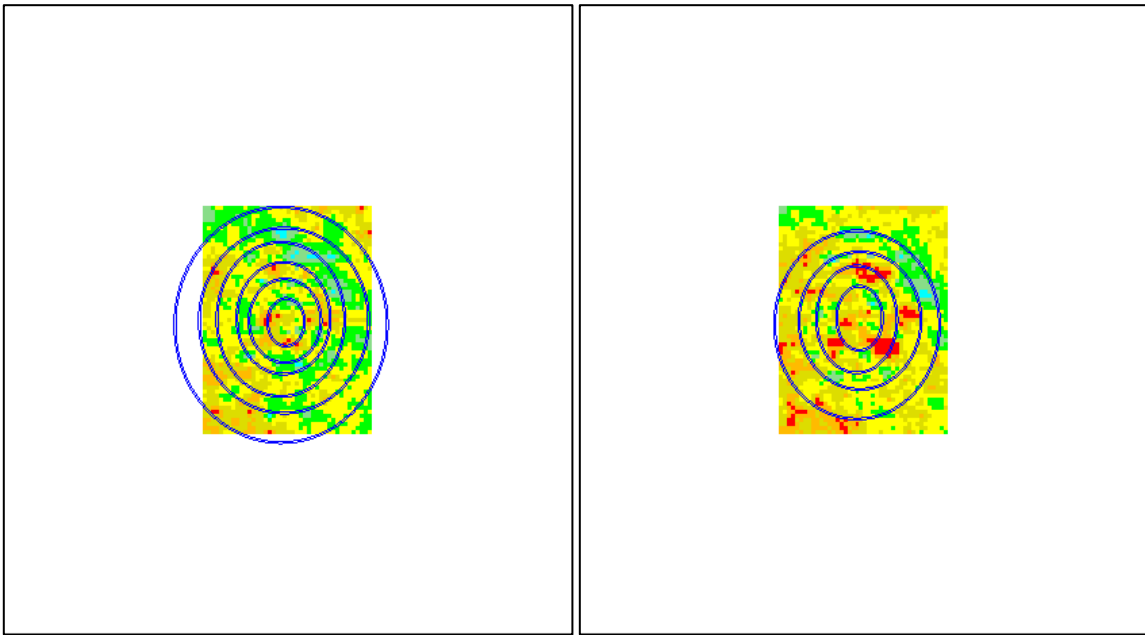


Figura 73: Desviación estándar de leyes de cobre y diseño de fases, cota 700 (izq), cota 600 (der).

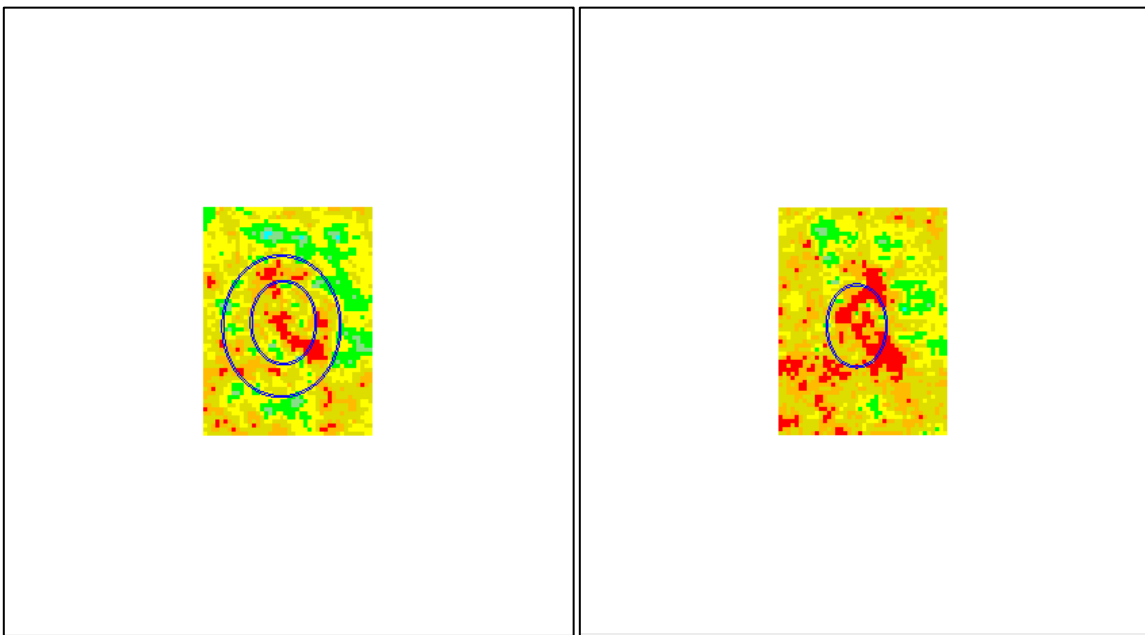


Figura 74: Desviación estándar de leyes de cobre y diseño de fases, cota 500 (izq), cota 400 (der).

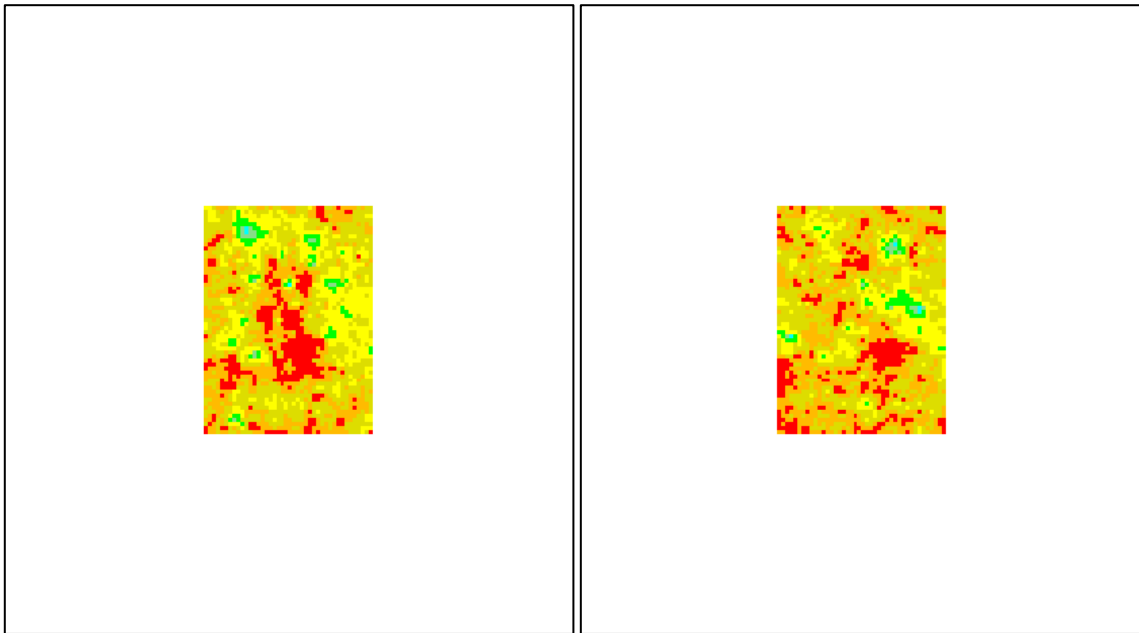


Figura 75: Desviación estándar de leyes de cobre y diseño de fases, cota 300 (izq), cota 200 (der).

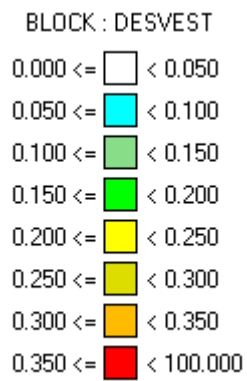
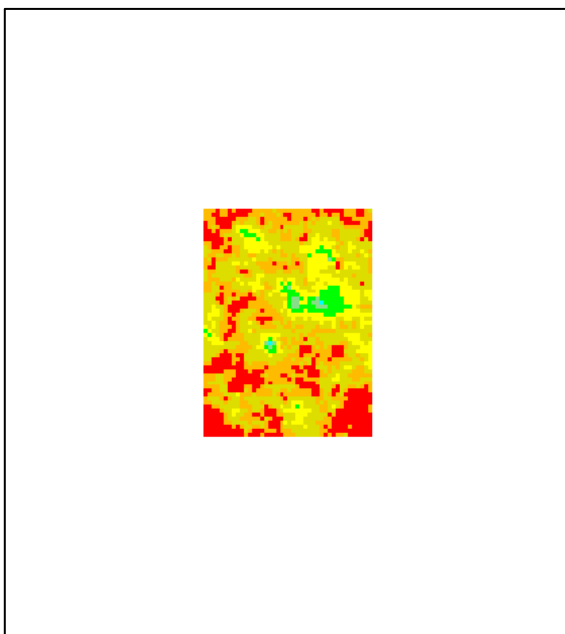


Figura 76: Desviación estándar de leyes de cobre y diseño de fases cota 100 (izq) y leyenda de desviación estándar (der).

9.3.- Anexo C

Las siguientes figuras muestran el contenido de fino de cobre, mineral, mineral a stock y estéril para cada una de las fases construidas en relación a la incertidumbre geológica incluida mediante simulaciones condicionales.

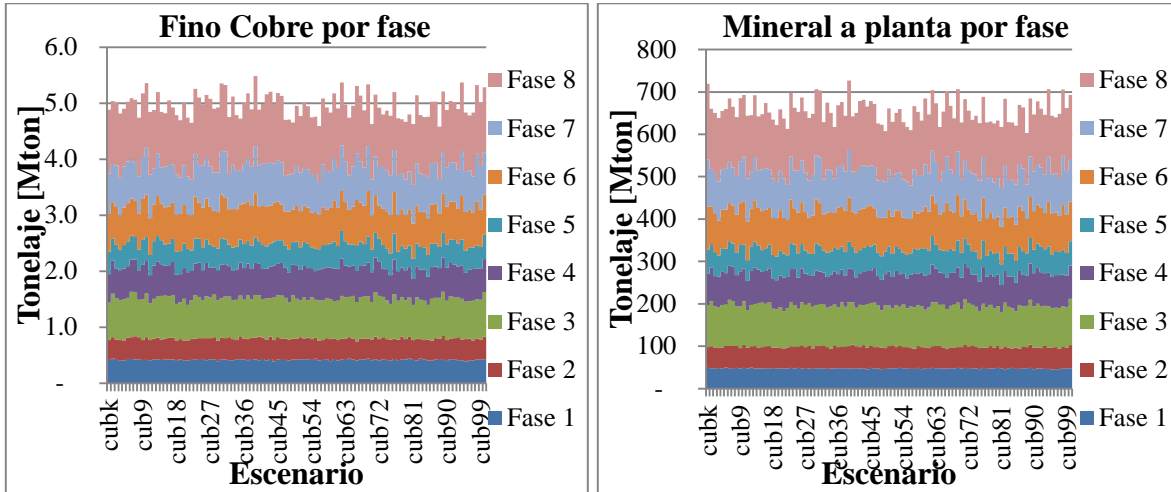


Figura 77: Fino de cobre (izq) y mineral a planta (der) por fase.

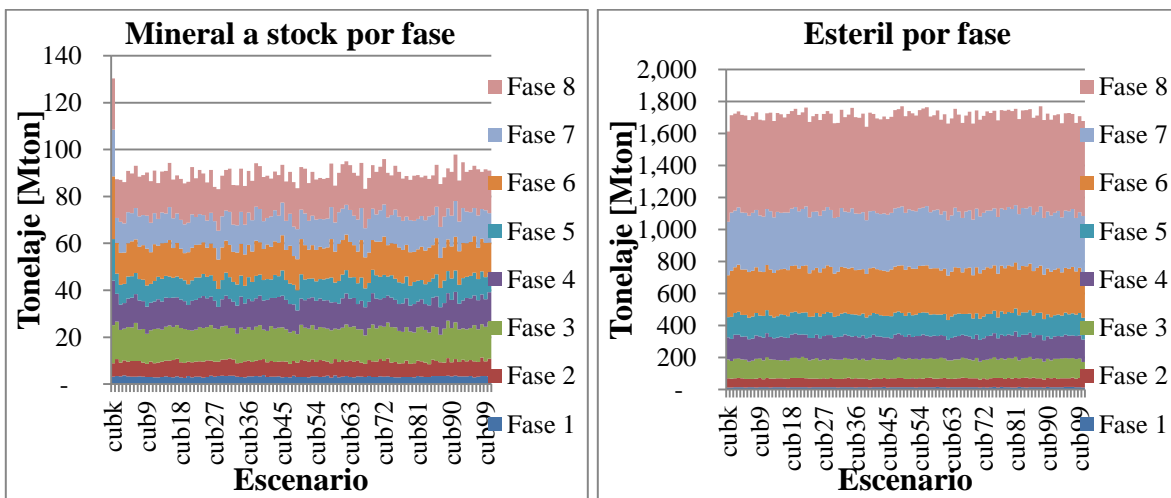


Figura 78: Mineral a stock (izq) y estéril (der) por fase.

9.4.- Anexo D

El detalle de los flujos de caja, inversión y leyes por período para cada una de las secuencias elaboradas y evaluadas frente a incertidumbre geológica se presenta a continuación junto al histograma resultante de la evaluación de cada secuencia realizada.

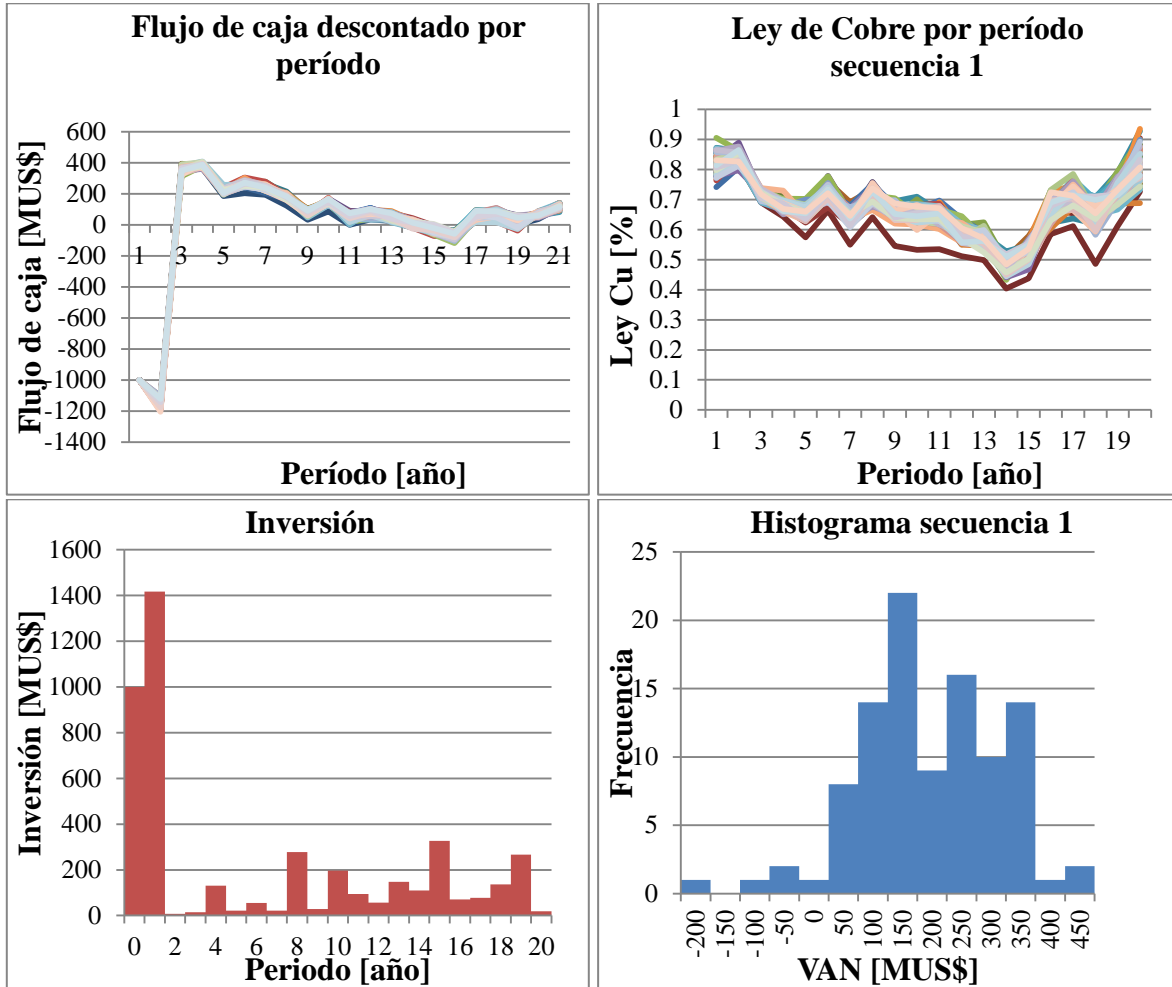


Figura 79: Flujo de caja (arriba-izq), ley de cobre (arriba-der) e inversión (abajo-izq) por período para secuencia 1, junto a histograma de VAN.

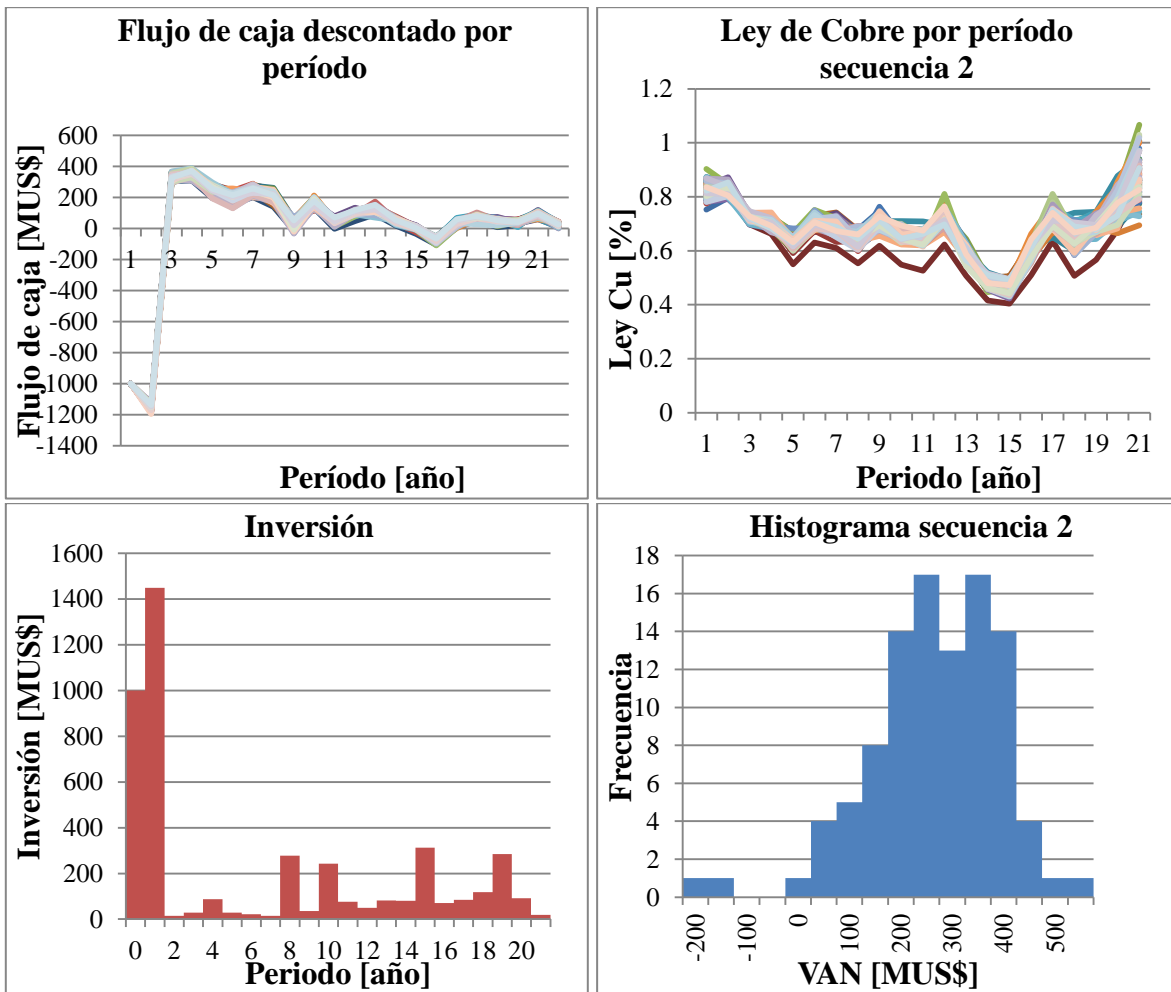
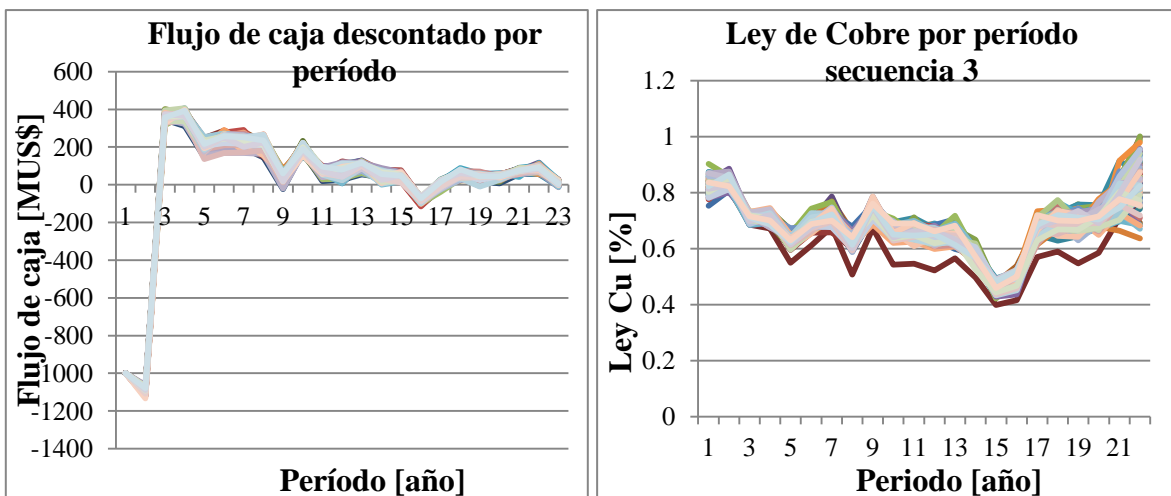


Figura 80: Flujo de caja (arriba-izq), ley de cobre (arriba-der) e inversión (abajo-izq) por período para secuencia 2, junto a histograma de VAN.



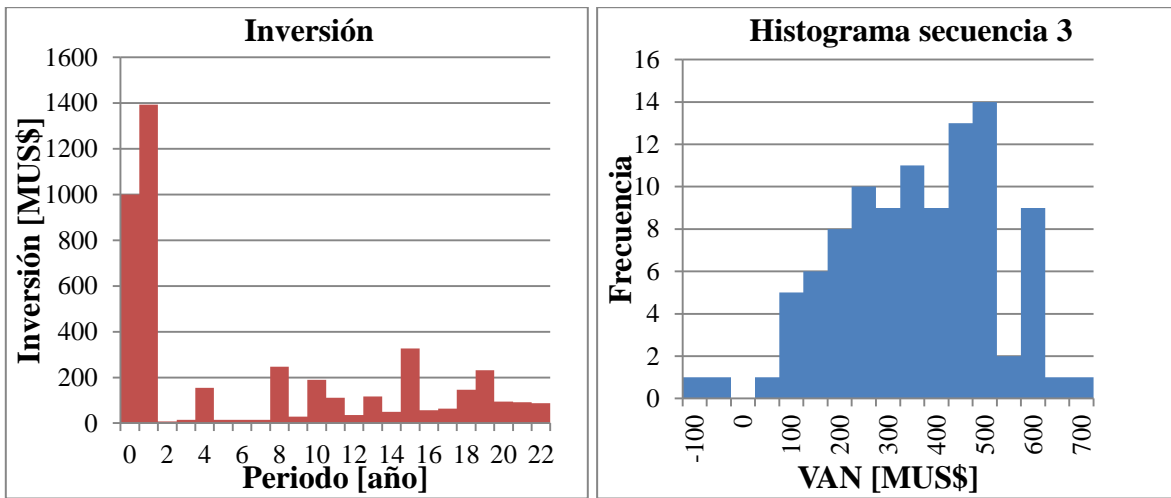


Figura 81: Flujo de caja (arriba-izq), ley de cobre (arriba-der) e inversión (abajo-izq) por período para secuencia 3, junto a histograma de VAN.

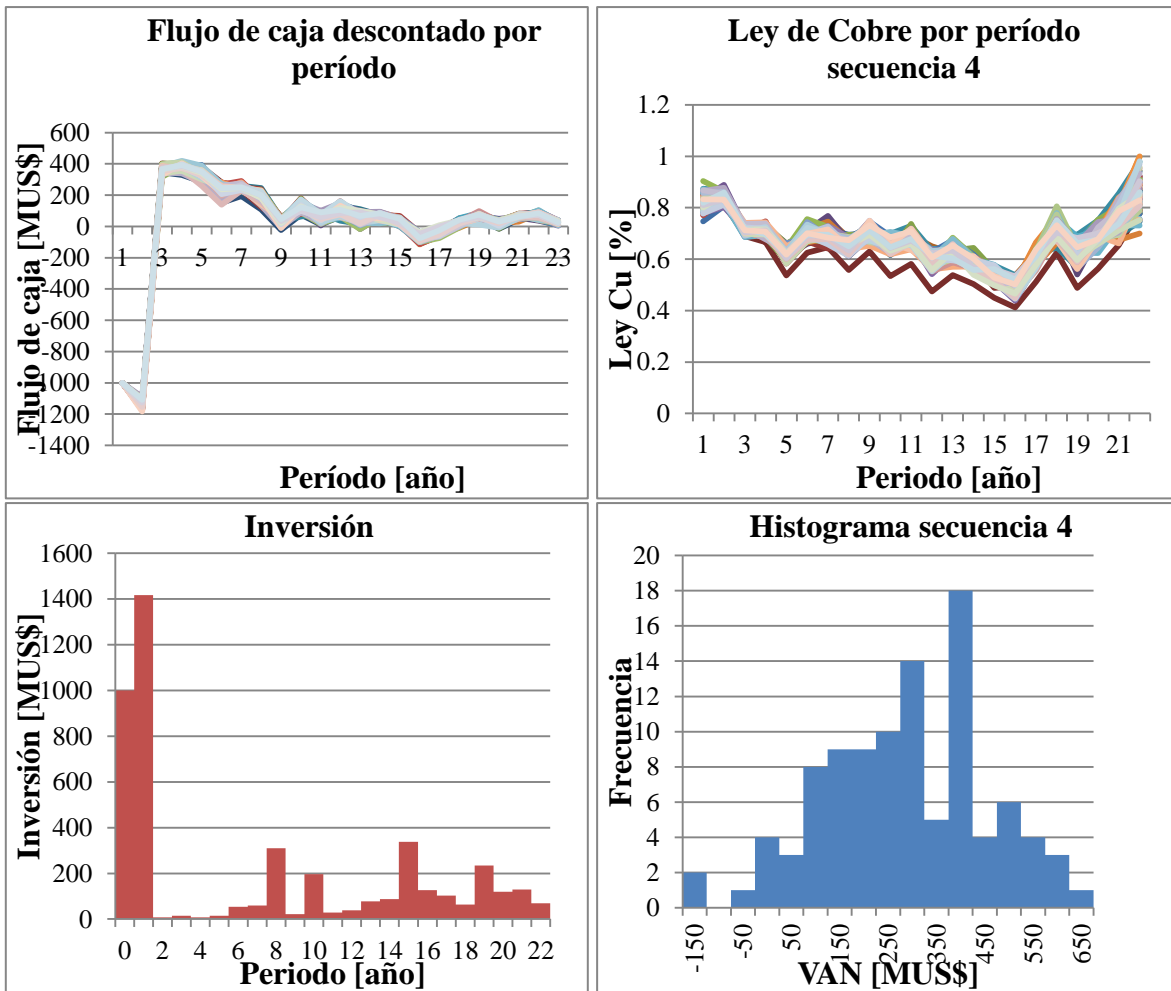


Figura 82: Flujo de caja (arriba-izq), ley de cobre (arriba-der) e inversión (abajo-izq) por período para secuencia 4, junto a histograma de VAN.

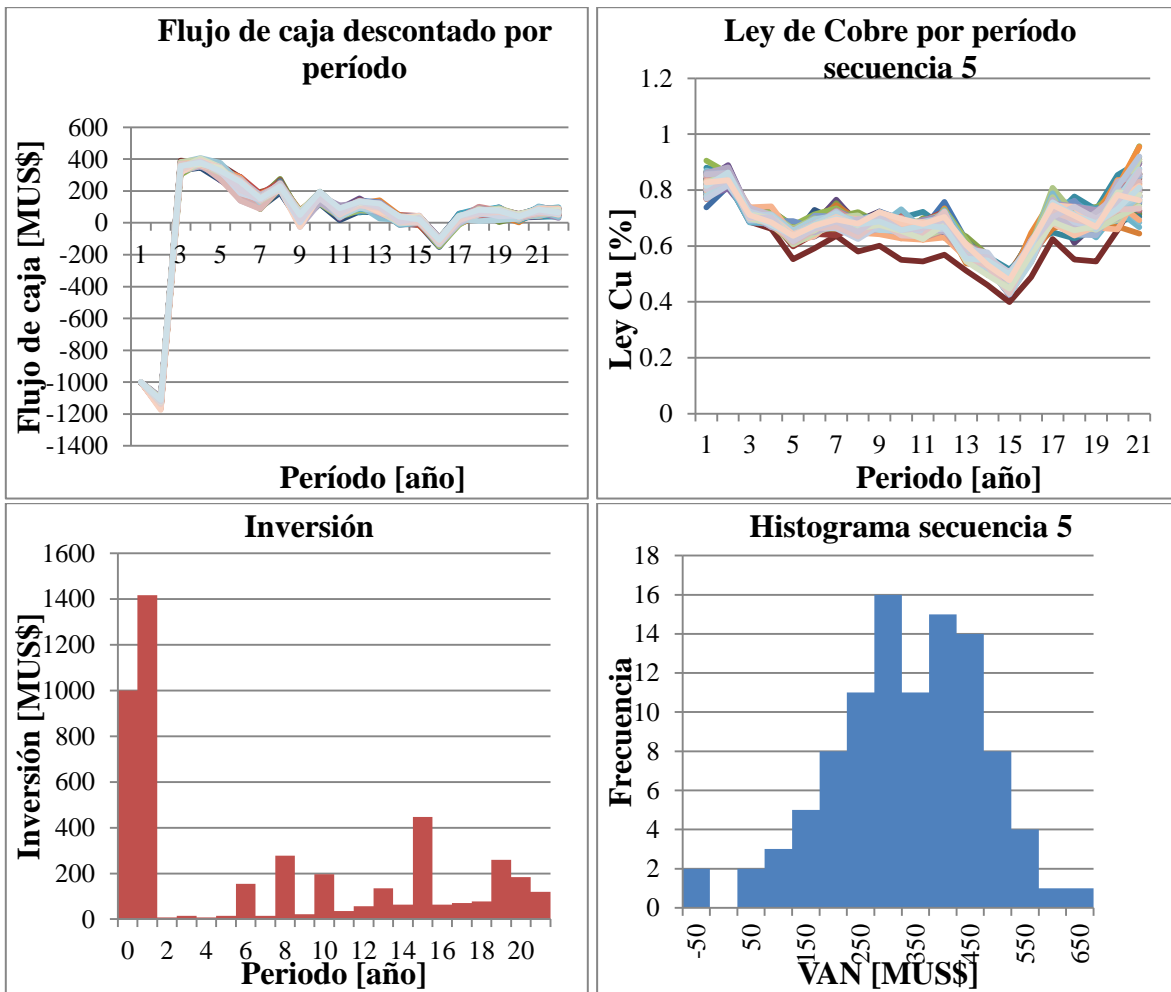
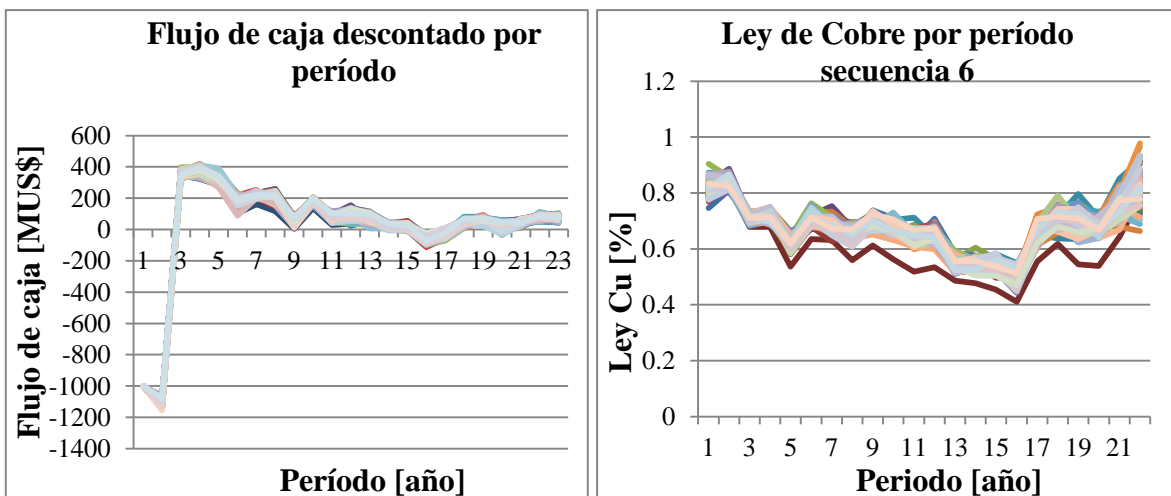


Figura 83: Flujo de caja (arriba-izq), ley de cobre (arriba-der) e inversión (abajo-izq) por período para secuencia 5, junto a histograma de VAN.



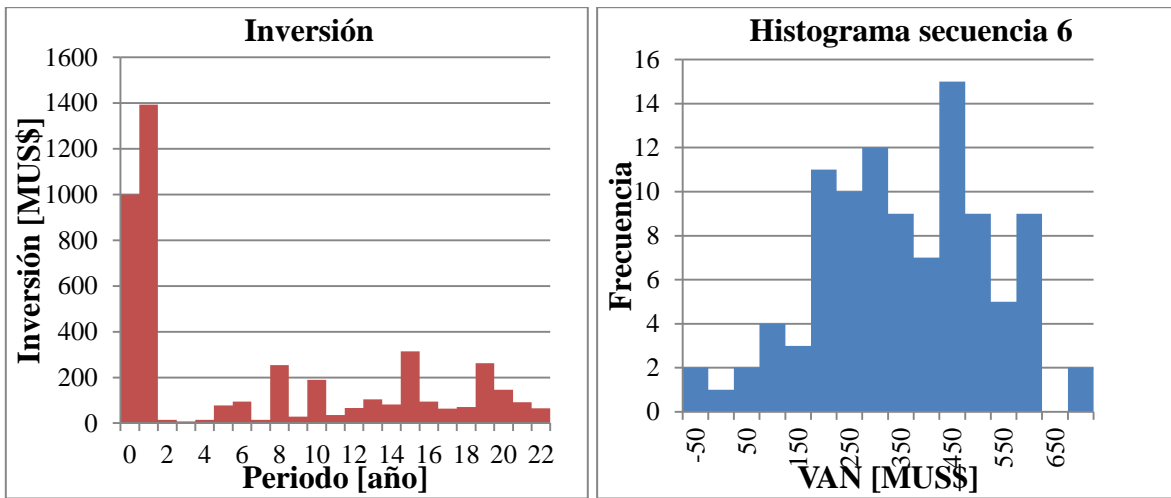


Figura 84: Flujo de caja (arriba-izq), ley de cobre (arriba-der) e inversión (abajo-izq) por período para secuencia 6, junto a histograma de VAN.

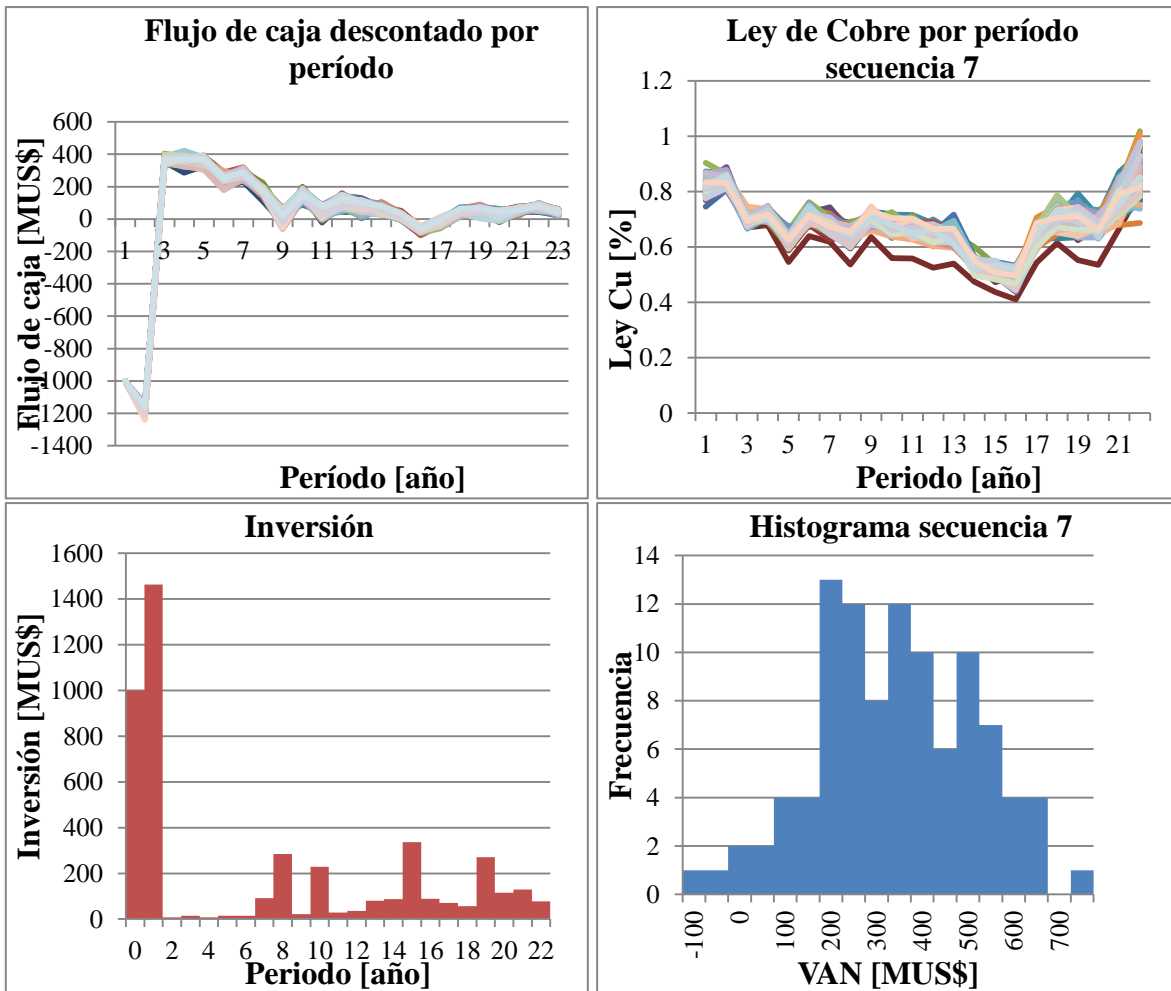


Figura 85: Flujo de caja (arriba-izq), ley de cobre (arriba-der) e inversión (abajo-izq) por período para secuencia 7, junto a histograma de VAN.

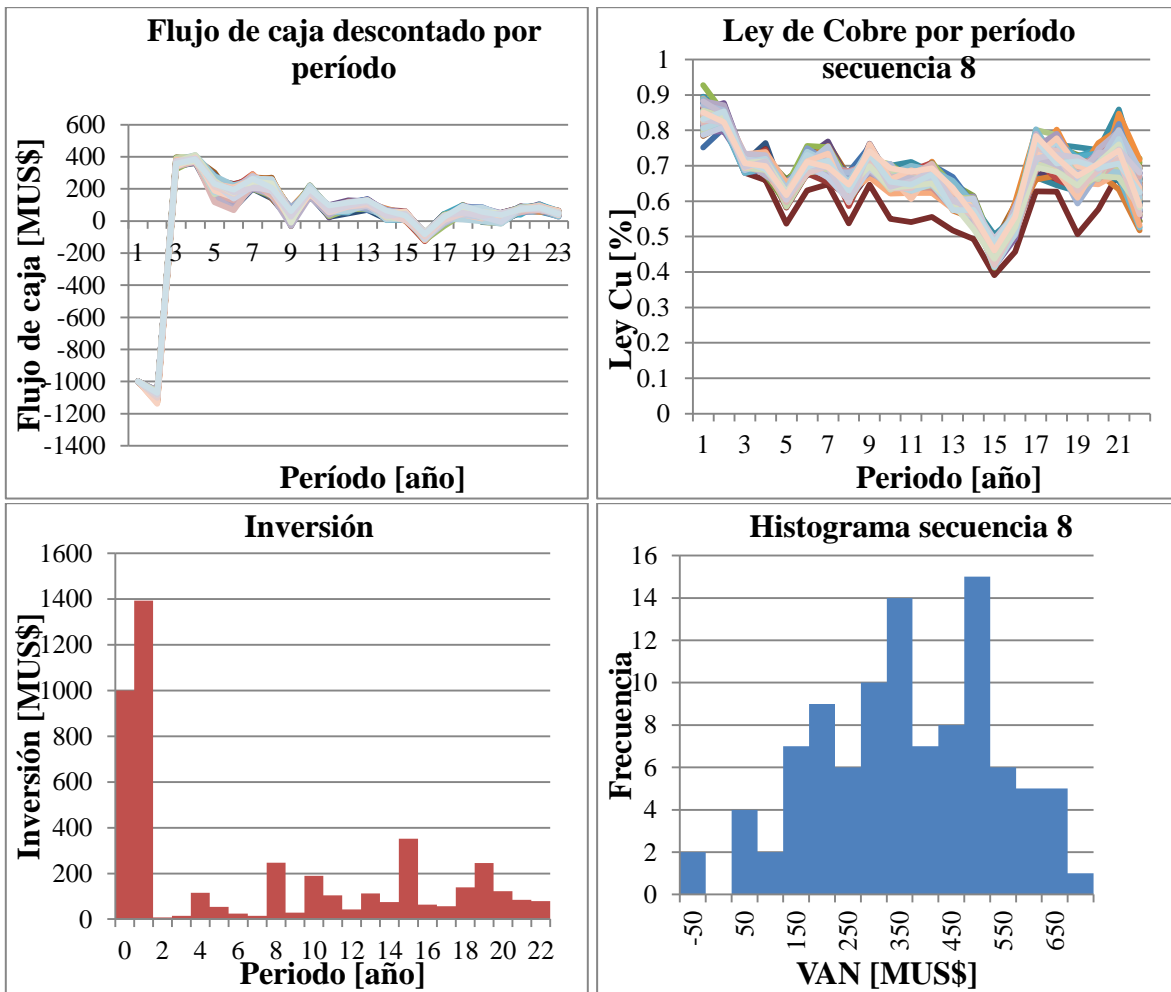
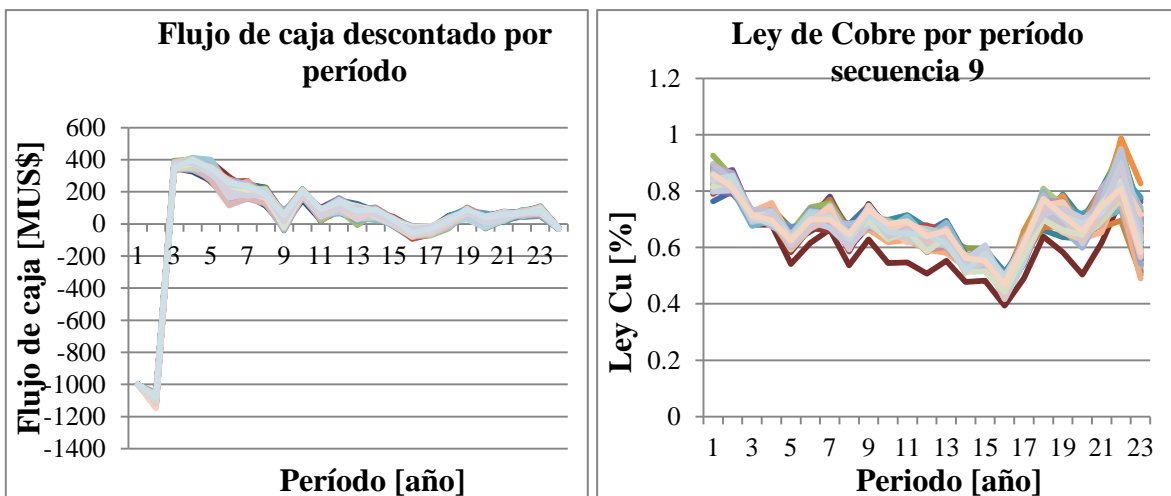


Figura 86: Flujo de caja (arriba-izq), ley de cobre (arriba-der) e inversión (abajo-izq) por período para secuencia 8, junto a histograma de VAN.



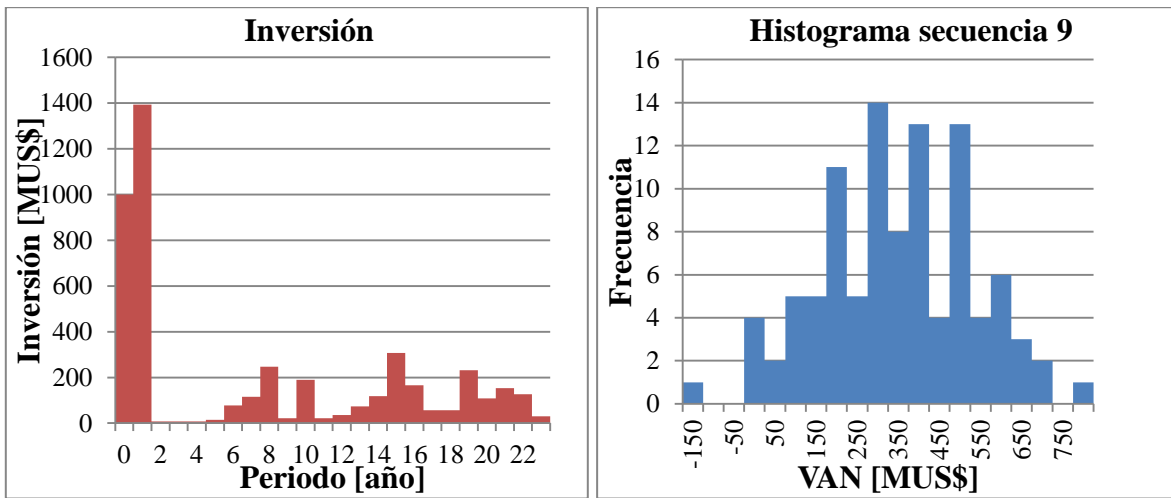


Figura 87: Flujo de caja (arriba-izq), ley de cobre (arriba-der) e inversión (abajo-izq) por período para secuencia 9, junto a histograma de VAN.

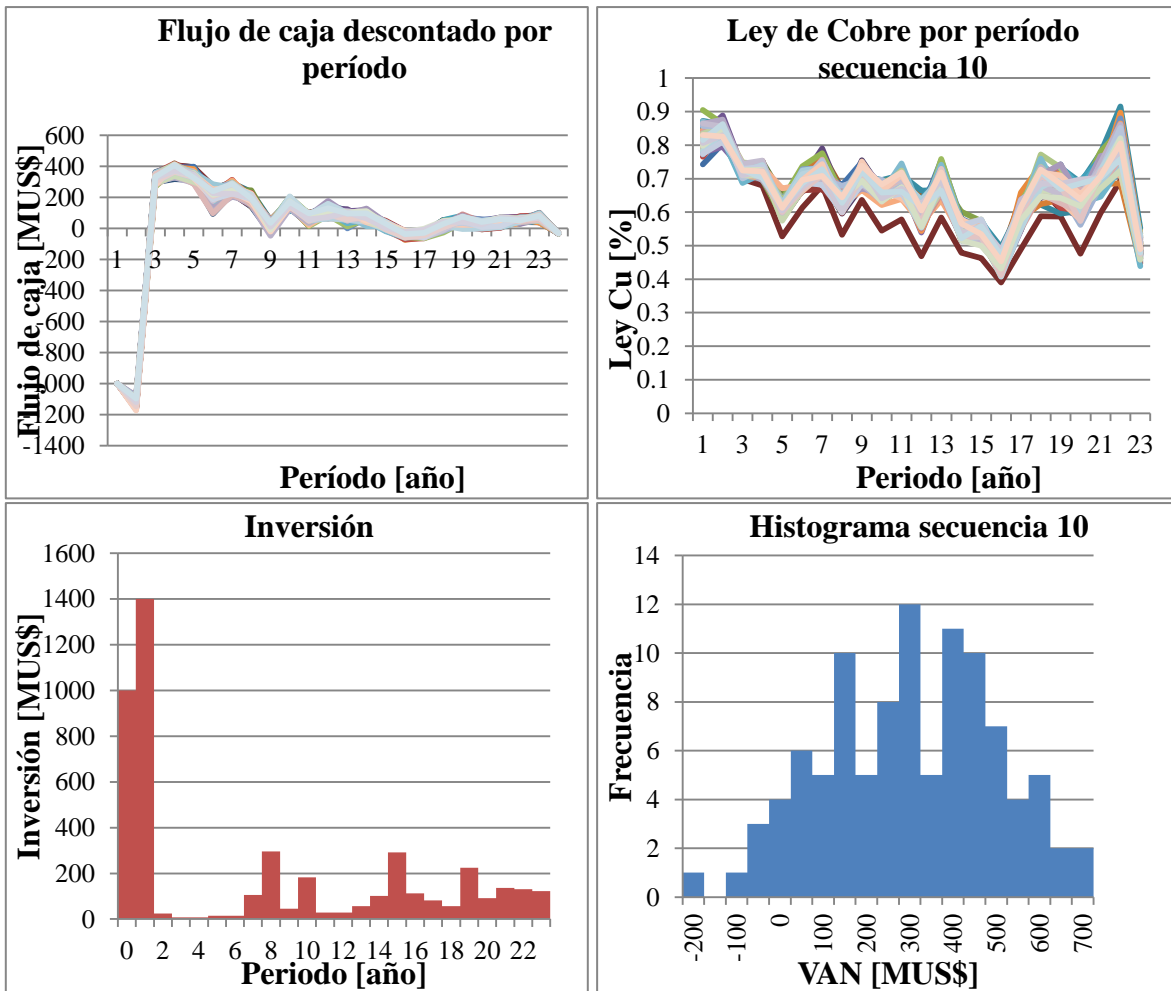


Figura 88: Flujo de caja (arriba-izq), ley de cobre (arriba-der) e inversión (abajo-izq) por período para secuencia 10, junto a histograma de VAN.

9.5.- Anexo E

El resultado económico para los escenarios geológicos en función de la secuencia evaluada, considerando una tasa de descuento del 11.5%, junto al histograma de estos, se presenta en las siguientes figuras.

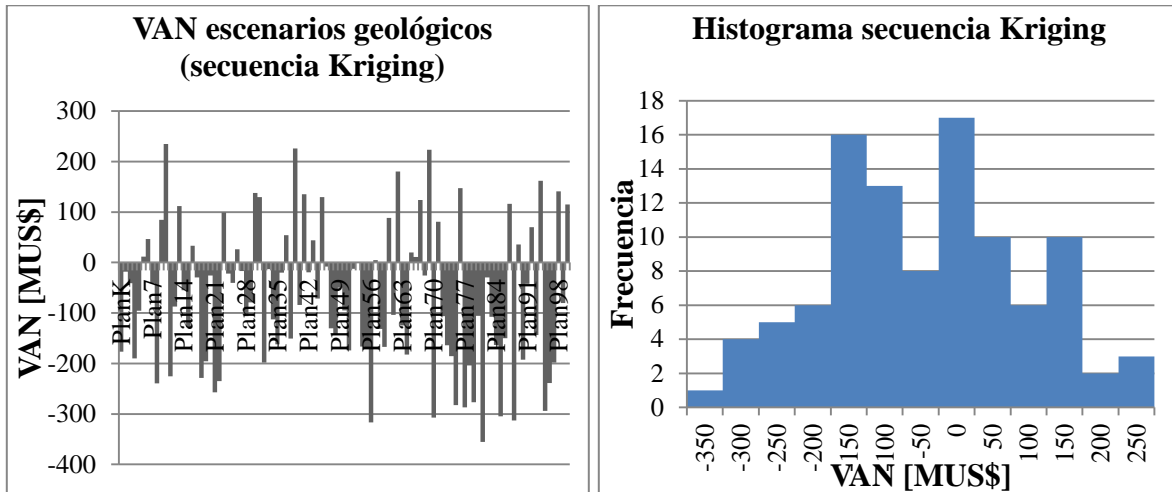


Figura 89: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia kriging bajo tasa de descuento de 11.5%.

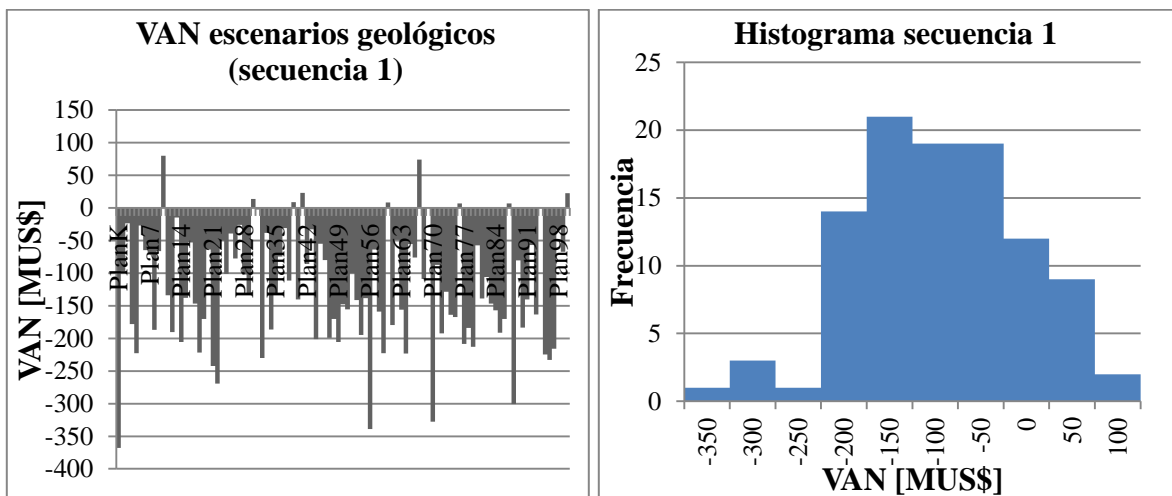


Figura 90: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia 1 bajo tasa de descuento de 11.5%.

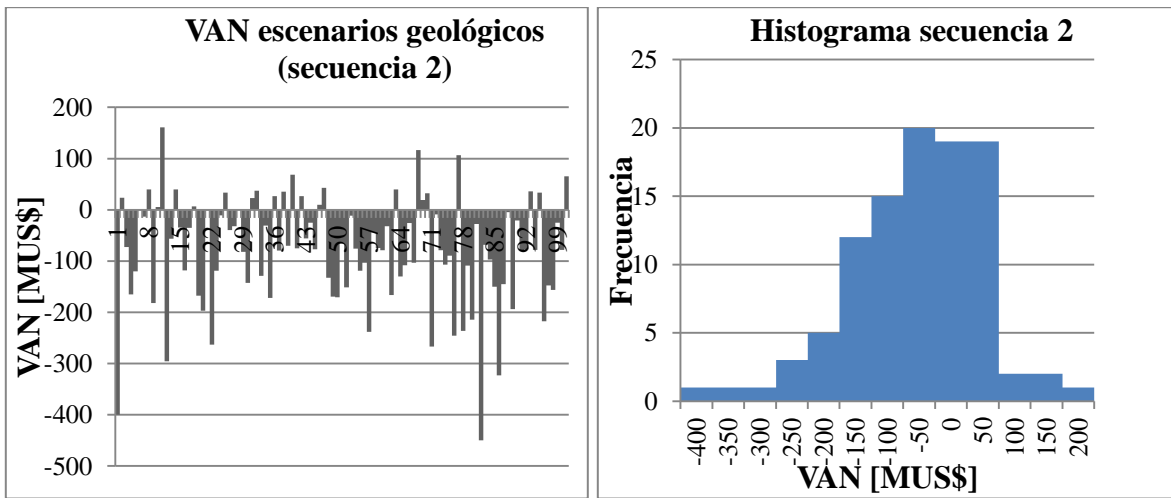


Figura 91: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia 2 bajo tasa de descuento de 11.5%.

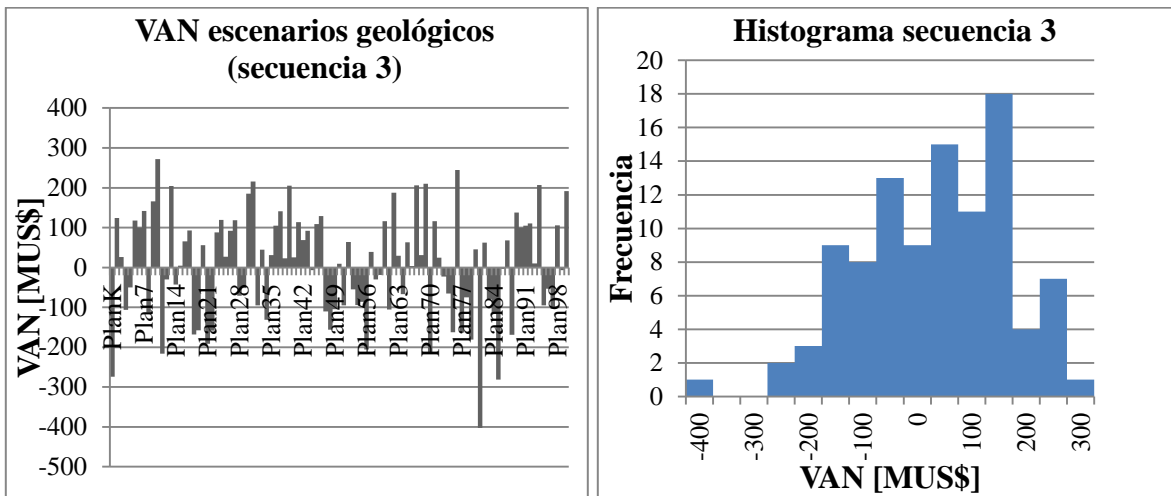


Figura 92: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia 3 bajo tasa de descuento de 11.5%.

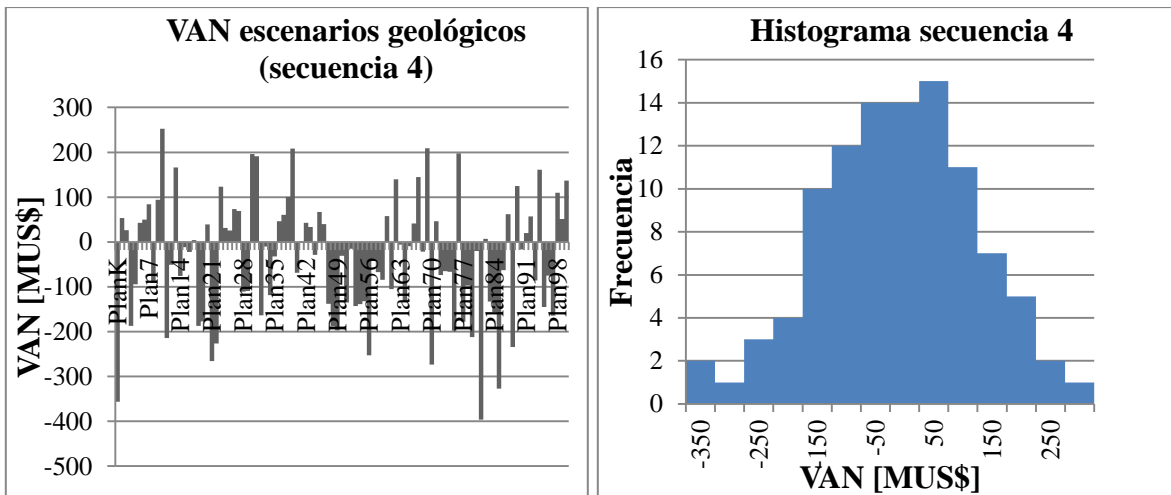


Figura 93: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia 4 bajo tasa de descuento de 11.5%.

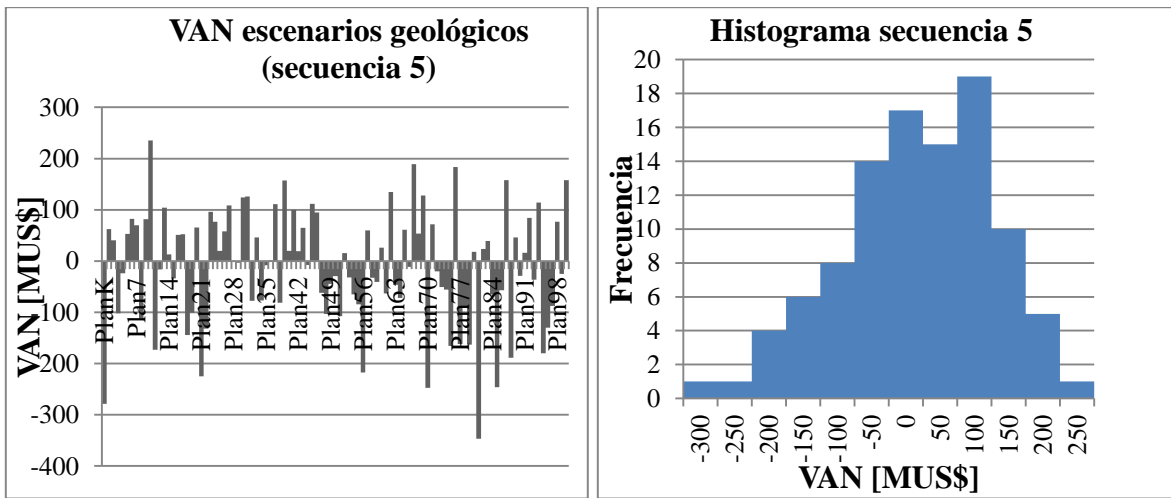


Figura 94: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia 5 bajo tasa de descuento de 11.5%.

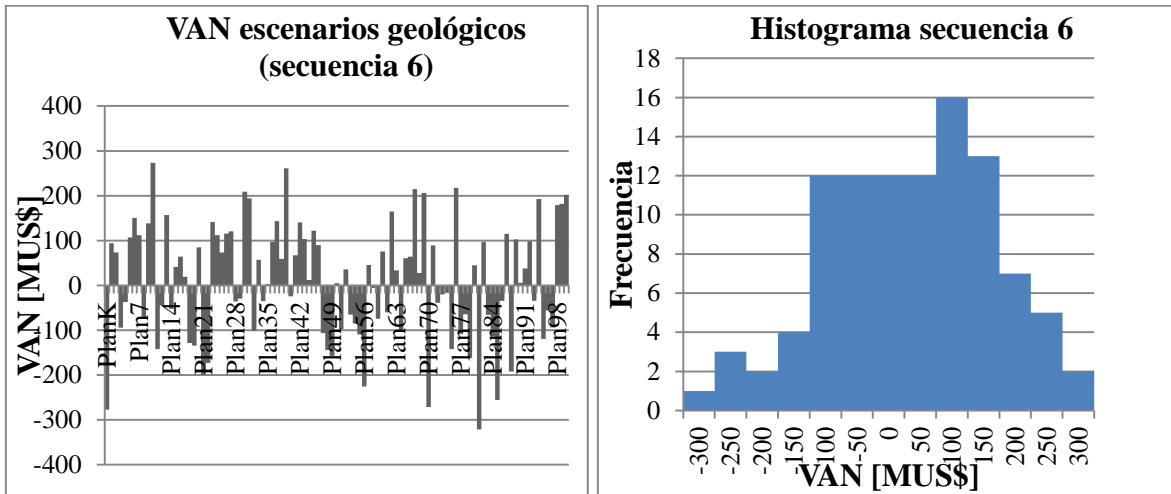


Figura 95: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia 6 bajo tasa de descuento de 11.5%.

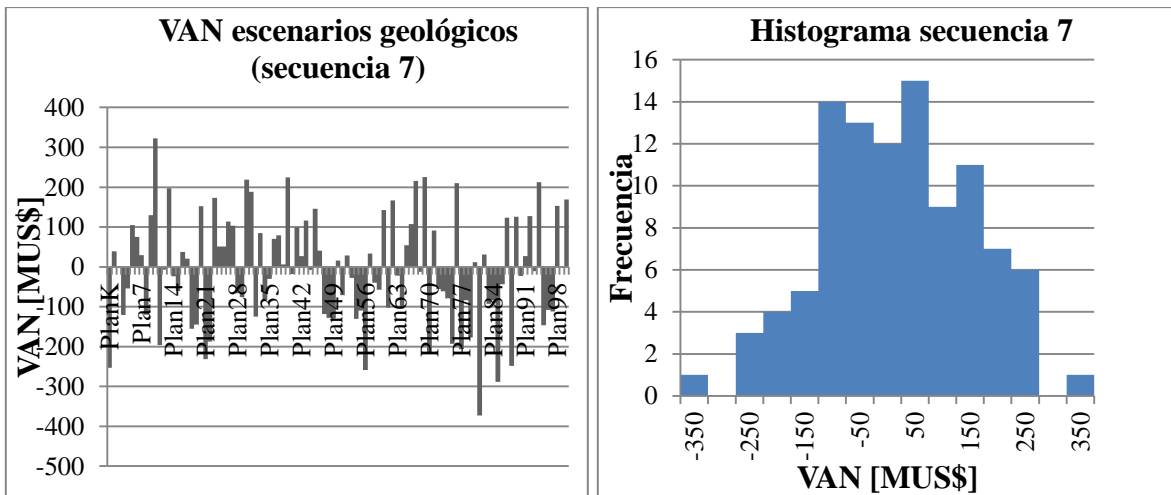


Figura 96: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia 7 bajo tasa de descuento de 11.5%.

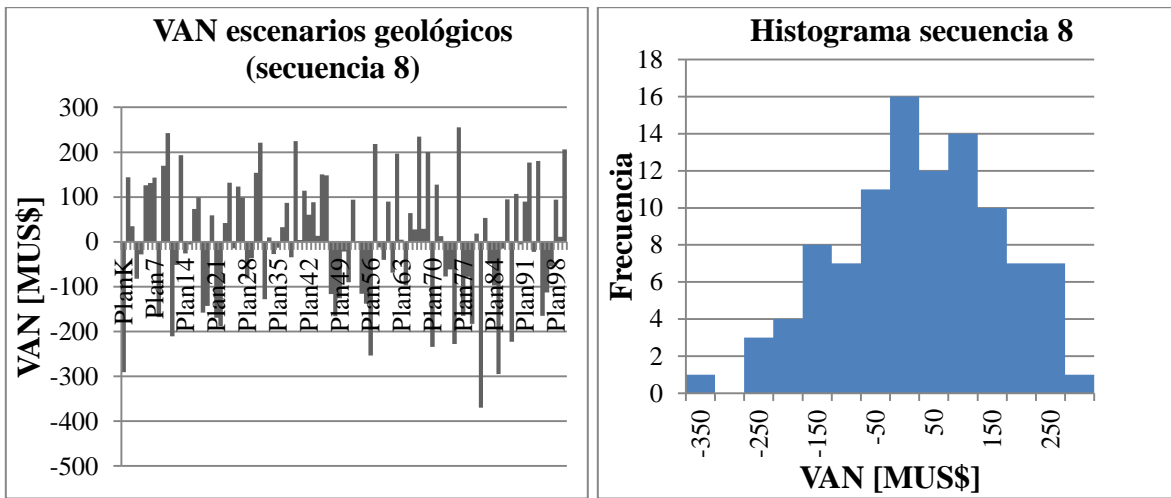


Figura 97: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia 8 bajo tasa de descuento de 11.5%.

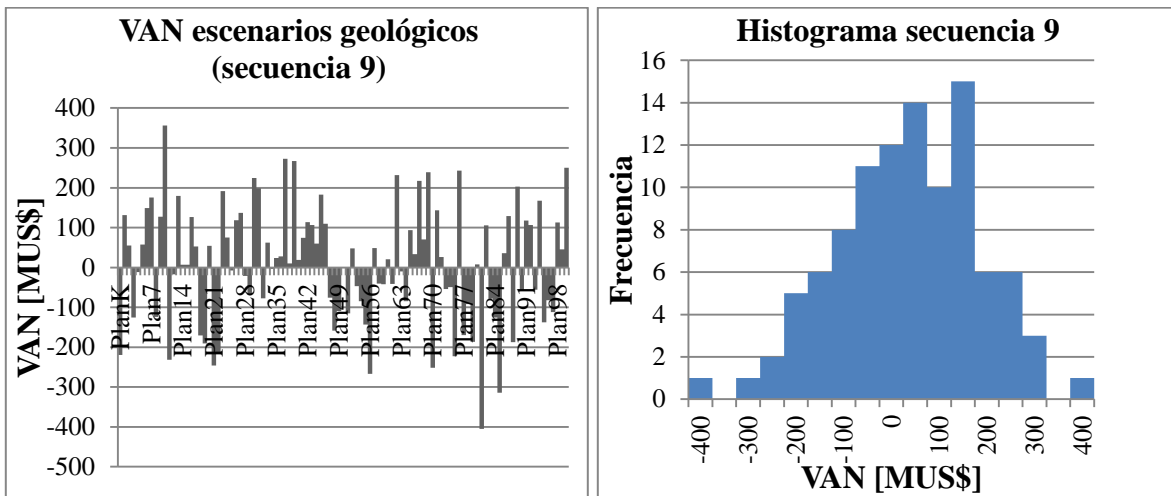


Figura 98: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia 9 bajo tasa de descuento de 11.5%.

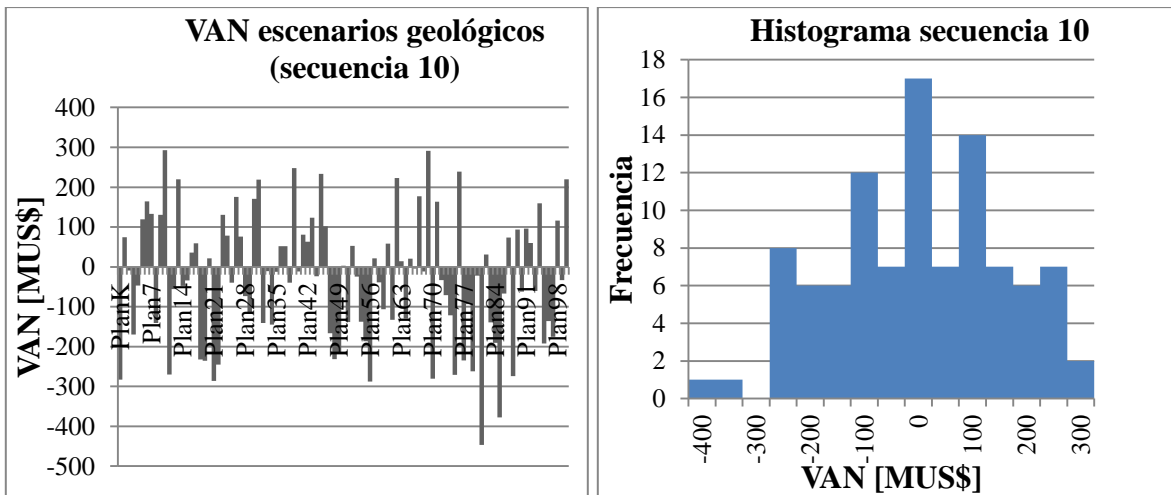


Figura 99: Van escenarios (izq) e histograma (der) para secuencia 10 bajo tasa de descuento de 11.5%.