

UNIVERSIDAD DE CHILE FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

# EFECTOS DE LA DISTRIBUCIÓN ASIMÉTRICA DE DAÑO EN LA SECCIÓN TRANSVERSAL DE UN CABLE: MODELACIÓN NUMÉRICA.

## MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

ENZO SEBASTIAN DE VICO DE BERNER

PROFESOR GUÍA:

JUAN FELIPE BELTRAN MORALES.

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN:** MAURICIO SARRAZÍN ARELLANO DANILO FERNANDO VARGAS ÁLVAREZ

> SANTIAGO DE CHILE AGOSTO 2013

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL POR: ENZO DE VICO B. FECHA: 12/08/2013 PROF. GUÍA: Sr. JUAN FELIPE BELTRÁN M.

### "EFECTOS DE LA DISTRIBUCIÓN ASIMÉTRICA DE DAÑO EN LA SECCIÓN TRANSVERSAL DE UN CABLE: MODELACIÓN NUMÉRICA"

En el presente trabajo se presenta un modelo mecánico no lineal simplificado para estimar la curva de capacidad residual de un cable dañado en forma asimétrica. Se considera daño la degradación de las propiedades mecánicas de los componentes que forman el cable incluyendo la fractura de éstos. Este modelo es capaz de predecir el gradiente de tensiones y deformaciones en la sección transversal de un cable dañado asimétricamente producto de la concentración de tensiones y deformaciones en los componentes adyacentes al daño. Esta concentración puede producir una falla temprana de los componentes del cable y por consiguiente reducir la carga axial máxima y la deformación axial de fractura en comparación a un cable sin daño. El modelo propuesto (MP) se basa en un análisis de una viga plana no lineal con pequeñas deformaciones considerando hipótesis de Bernoulli. Se asume que el cable está sometido a una carga axial y a una fuerza de corte por unidad de longitud, distribuida en forma uniforme, e inducida por la pérdida de la simetría de la sección transversal del cable. Esta fuerza de corte presenta componentes en los planos vertical y horizontal de manera de representar la geometría helicoidal inicial de los componentes que forman el cable. La solución de la ecuación diferencial resultante en los planos vertical y horizontal permite estimar la deformada del cable para posteriormente, realizando un análisis seccional iterativo, estimar las distribuciones de tensiones y deformaciones; la capacidad axial y deformación de fractura. El modelo propuesto es validado mediante comparaciones con modelos 3D de elementos finitos (Vargas, 2010), datos experimentales de cables de poliéster dañados simétricamente de 6 mm de diámetro con diferentes grados de asimetría (Li et al., 2002), y con modelos mecánicos propuestos en la literatura. (Lanteigne, 1985; MacDougall y Bartlett, 2006).

A partir de los resultados obtenidos en este estudio, se concluye que los modelos reportados en la literatura estiman de forma satisfactoria la respuesta de un cable dañado en forma asimétrica en aquellos casos en que el grado de asimetría de su sección transversal, cuantificado a través del índice de asimetría IA, es menor que 0.2. Por el contrario, el modelo propuesto en este estudio abarca un mayor rango de asimetría de daño (desde IA=0.093 para el cable W(136) hasta IA=0.538 para el cable W(1234), este último corresponde al cable de mayor asimetría presentado en este trabajo) y presenta diferencias, en relación a los datos dados por los modelos de elementos finitos, de un 9.6% promedio en relación a la capacidad residual, un 3% promedio para la distribución de tensiones y deformaciones y menos de un 1% promedio para la deformación de fractura del cable. Los resultados de MP indican que la configuración inicial recta del cable es ligeramente perturbada producto de la asimetría de su sección transversal, induciendo una flexión que se traduce, considerando la máxima asimetría analizada en este estudio (IA = 0.538), en una disminución de la capacidad residual axial sobre el valor entregado por el área neta. Este modelo además de entregar buenos resultados, tiene la ventaja por sobre los modelos de elementos finitos que los tiempos de análisis son reducidos.

Quisiera agradecer a toda la gente que me acompaño durante este proceso, por sobre todo a mis padres, abuelos, hermanos, a mi polola y a todos mis amigos.

# TABLA DE CONTENIDO

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN	1
1.1 MOTIVACIÓN	1
1.2 OBJETIVOS	
1.2.1 Objetivos generales	
1.2.2 Objetivos específicos	
1.3 METODOLOGÍA	
1.4 ALCANCE DE LOS CAPÍTULOS	
1.5 DISCUSIÓN BIBLIOGRÁFICA	
CAPÍTULO 2: ANÁLISIS DE CABLES	DAÑADOS EN FORMA ASIMÉTRICA
MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS	9
2.1 VARIABLES GENERALES DE LA MOD	DELACIÓN EN ANSYS9
2.1.1 Características del material	
2.1.2 Parámetros geométricos generales	
2.1.3 Secciones transversales a analizar	
2.1.3.1 Configuración tipo "packing"	
2.1.3.2 Configuración tipo "wedging"	
2.1.4 Modelo estructural	
2.2 DETERMINACIÓN DE ÍNDICE DE ASI	METRÍA ( <i>IA</i> ) 17
2.3 RESULTADOS OBTENIDOS PARA SEC	CIONES CON DAÑO ASIMÉTRICO 19
2.3.1 Tensiones y deformaciones internas p	para configuraciones "packing"
2.3.1.1 Cable P(1)	
2.3.1.2 Cable P(12)	
2.3.2 Tensiones y deformaciones internas p	para configuraciones "wedging"
2.3.2.1 Cable W(136)	
2.3.2.2 Cable W(1)	

2.3	.2.3 Cable W(12)	
2.3	.2.4 Cable W(123)	
2.3	.2.5 Cable W(1234)	
2.3.3	Gradiente de tensiones y deformaciones en la sección transversal	
2.3.4	Distribución de deformaciones a lo largo del eje longitudinal	
2.3	.4.1 Modelos "Packing"	
2.3	.4.2 Modelos "Wedging"	
2.3.5	Curvas de capacidad para configuraciones "packing"	
2.3.6	Curvas de capacidad para configuraciones "wedging"	
2.3.7	Efectos de la asimetría en la sección transversal del cable sobre la deform	nación
transv	ersal de éste	
	<i>.</i>	
CAPÍTULO	D 3: MODELOS MECÁNICOS PARA EL ESTUDIO DE	CABLES
DANADOS	S EN FORMA ASIMÈTRICA	
3.1 MOI	DELO DE MACDOUGALL Y BARTLETT (2006)	
3.1.1	Desarrollo del modelo	
3.2 MOI	DELO DE LIANTEIGNE (1985)	11
3.2 1	Desarrollo del modelo	++ ۸۸
3.2.1		
3.3 MOI	DELO PROPUESTO	
3.3.1	Desarrollo general del modelo	
3.3.2	Condiciones de borde	
3.3.3	Solución de la ecuación diferencial	53
3.3.4	Algoritmo empleado para la obtención de resultados	55
3 A DET	FRMINACIÓN DE LA RIGIDEZ A ELEXIÓN	60
J.4 DE1	ERMINACIÓN DE LA RIGIDEL A L'EXIÓN	
CAPÍTULO	D 4: ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS	63
4.1 MOI	DELOS DE CONFIGURACION <i>PACKING</i>	
4.1.1	Curvas de capacidad	
4.1.2	Distribución de tensiones y deformaciones	
4.1	.2.1 Distribución de deformaciones por componente, cable $P(1)$	

4.1.2.2	Distribución de tensiones por componente, cable P(1)	67
4.1.2.3	Distribución de deformaciones por componente, cable P(12)	69
4.1.2.4	Distribución de tensiones por componente, cable P(12)	70
4.1.3 De	eformadas de los cables de configuración <i>packing</i> (ver anexo D)	71
4.1.3.1	Deformada cable P(1)	72
4.1.3.2	Deformada cable P(12)	
4.2 MODEI	LOS DE CONFIGURACIÓN WEDGING	74
4.2.1 Cu	Irvas de capacidad	74
4.2.2 Di	stribución de tensiones y deformaciones	81
4.2.2.1	Distribución de deformaciones por componente, cable W(136)	81
4.2.2.2	Distribución de tensiones por componente, cable W(136)	82
4.2.2.3	Distribución de deformaciones por componente, cable W(1)	84
4.2.2.4	Distribución de tensiones por componente, cable W(1)	86
4.2.2.5	Distribución de deformaciones por componente, cable W(12)	88
4.2.2.6	Distribución de tensiones por componente, cable W(12)	90
4.2.2.7	Distribución de deformaciones por componente, cable W(123)	
4.2.2.8	Distribución de tensiones por componente, cable W(123)	
4.2.2.9	Distribución de deformaciones por componente, cable W(1234)	
4.2.2.1	0 Distribución de tensiones por componente, cable W(1234)	
4.2.3 De	eformadas de los cables de configuración wedging (ver anexo D)	
4.2.3.1	Deformada cable W(136)	
4.2.3.2	Deformada cable W(1)	
4.2.3.3	Deformada cable W(12)	
4.2.3.4	Deformada cable W(123)	100
4.2.3.5	Deformada cable W(1234)	101
4.3 CORRE	CCIONES AL MODELO DE LANTEIGNE	102
4.3.1 Cu	Irvas de capacidad de modelos "packing" corregidos	103
4.3.2 Cu	rvas de capacidad de modelos "wedging" corregidos	104
CAPÍTULO 5:	CONCLUSIONES	108
5.1 DISCUS	SIONES Y CONCLUSIONES	108

5.1.1	Modelos FEM	108
5.1.2	Modelos propuestos en la literatura	109
5.1.3	Modelo propuesto (MP)	109
5.1.	3.1 Modelos de configuración <i>packing</i>	109
5.1.	3.2 Modelos de configuración <i>wedging</i>	110
5.1.4	Comentarios generales	111
5.2 REC	OMENDACIONES PARA FUTURAS INVESTIGACIONES	112
REFEREN	CIAS	113
ANEXO A:	GEOMETRÍA DE DEFORMACIÓN	116
A.1 Mo	delos de configuración <i>packing</i> , longitud 2p	116
A.2 Mode	elos de configuración wedging, longitud 2p	117
A.3 Mode	elos de configuración <i>packing</i> , longitud 8p	119
A.4 Mode	elos de configuración <i>wedging</i> , longitud 8p	120
A.5 Mode	elo de configuración <i>packing</i> , longitud 16p	123
ANEXO B:	TABLAS DE RESULTADOS, MODELOS ANSYS	124
B.1 Tabla	as de deformaciones y tensiones extremas, promedio y variación porcentual	124
B.2 Tabla	as de Deformación de falla v/s Fuerza axial	129
ANEXO C:	ÁNGULOS DE HÉLICE ACTUALIZADOS	133
C.1 Cable	es de configuración <i>packing</i>	133
C.2 Cable	es de configuración <i>wedging</i>	134
ANEXO D:	COMPARACIÓN DE DEFORMADAS	136
D.1 Cable	es de configuración <i>packing</i>	136

D.2 Cables de configuración wedging	1	137
-------------------------------------	---	-----

# ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Fig 1.1 Capacidad máxima de cables (Vargas, 2010)	7
Fig 1.2 Deformación de fractura de cables (Vargas, 2010)	8
Fig 2.1 Tensión - Deformación natural	11
Fig 2.2 Rigidez - Deformación natural	11
Fig 2.3 Parámetros geométricos generales	12
Fig 2.4 Mallado de la sección transversal del cable tipo "packing"	13
Fig 2.5 Mallado de la sección transversal del cable tipo "wedging"	14
Fig 2.6 Numeración de componentes (Vargas, 2010)	15
Fig 2.7 Secciones "packing" con daño asimétrico (Vargas, 2010)	16
Fig 2.8 Secciones "wedging" con daño asimétrico (Vargas, 2010)	16
Fig 2.9 Modelo estructural	17
Fig 2.10 Variación del IA respecto a la deformación global del cable	18
Fig 2.11 Deformaciones (a) y tensiones (b) promedio por componente	20
Fig 2.12 Distribución de deformaciones (a) y tensiones (b) en la sección transversal	20
Fig 2.13 Distribución de deformaciones y tensiones a lo largo del cable	20
Fig 2.14 Deformaciones (a) y tensiones (b) promedio por componente	21
Fig 2.15 Distribución de deformaciones (a) y tensiones (b) en la sección transversal	21
Fig 2.16 Distribución de deformaciones y tensiones a lo largo del cable	21
Fig 2.17 Deformaciones (a) y tensiones (b) promedio por componente	22
Fig 2.18 Distribución de deformaciones (a) y tensiones (b) en la sección transversal	22
Fig 2.19 Distribución de deformaciones y tensiones a lo largo del cable	22
Fig 2.20 Deformaciones (a) y tensiones (b) promedio por componente	23
Fig 2.21 Distribución de deformaciones (a) y tensiones (b) en la sección transversal	23
Fig 2.22 Distribución de deformaciones y tensiones a lo largo del cable	23
Fig 2.23 Deformaciones (a) y tensiones (b) promedio por componente	24
Fig 2.24 Distribución de deformaciones (a) y tensiones (b) en la sección transversal	24
Fig 2.25 Distribución de deformaciones y tensiones a lo largo del cable	24
Fig 2.26 Deformaciones (a) y tensiones (b) promedio por componente	25
Fig 2.27 Distribución de deformaciones (a) y tensiones (b) en la sección transversal	25
Fig 2.28 Distribución de deformaciones y tensiones a lo largo del cable	25

Fig 2.29 Deformaciones (a) y tensiones (b) promedio por componente
Fig 2.30 Distribución de deformaciones (a) y tensiones (b) en la sección transversal
Fig 2.31 Distribución de deformaciones y tensiones a lo largo del cable
Fig 2.32 Variación porcentual promedio entre los valores de las tensiones y deformaciones
extremas, configuración "packing"
Fig 2.33 Variación porcentual promedio entre los valores de las tensiones y deformaciones
extremas, configuración "wedging"
Fig 2.34 Distribución de deformaciones a lo largo del cable, P(1)
Fig 2.35 Distribución de deformaciones a lo largo del cable, P(12)
Fig 2.36 Distribución de deformaciones a lo largo del cable, W(136) 30
Fig 2.37 Distribución de deformaciones a lo largo del cable, W(1)
Fig 2.38 Distribución de deformaciones a lo largo del cable, W(12)
Fig 2.39 Distribución de deformaciones a lo largo del cable, W(123)
Fig 2.40 Distribución de deformaciones a lo largo del cable, W(1234) 32
Fig 2.41 Curvas de capacidad, configuraciones <i>"packing"</i>
Fig 2.42 Curvas de capacidad, configuraciones "wedging"
Fig 2.43 Desplazamiento transversal en función del índice de asimetría. Configuraciones
<i>"packing"</i>
Fig 2.44 Desplazamiento transversal en función del índice de asimetría. Configuraciones
"wedging"
Fig 2.45 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; P(1) (8p) 36
Fig 2.46 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; W(1) (8p)
Fig 2.47 Geometría de deformación, vista elevación; P(1) (8p)
Fig 3.1 (a) Vista longitudinal (b) Sección transversal (c) Diagrama de cuerpo libre (MacDougall
y Bartlett 2006)
Fig 3.2 (a) Fuerzas de contacto sobre el núcleo del cable (b) deflexión de la sección transversal
(c) deflexión del eje del cable (MacDougall y Bartlett 2006)
Fig 3.3 (a) Nomenclatura (b) Deflexión antes de dañar el componente (c) deflexión después de
dañar el componente (d) compatibilidad de deflexiones (MacDougall y Bartlett 2006) 41
Fig 3.4 Perfil de deformaciones, MacDougall
Fig 3.5 Perfil de deformaciones, FEM

Fig 3.6 (a) Capa $n$ del cable (b) Configuración capa $n$ ( $K_n$ componentes) en la posición $z$	= 0
(c) Cable bajo curvatura uniforme (J. Lanteigne, 1985)	. 45
Fig 3.7 Diagrama de cuerpo libre de un componente infinitesimal del cable	. 49
Fig 3.8 Condiciones de borde	. 52
Fig 3.9 Equilibrio radial, sección transversal cable P(1)	. 54
Fig 3.10 Diagrama de flujo del modelo propuesto (MP)	. 59
Fig 3.11 Deformación del cable, posterior al desenrollado. (M. Raoof y T.J. Davies, 2004)	. 60
Fig 3.12 Rigidez a flexión modelos de configuración <i>packing</i>	. 61
Fig 3.13 Rigidez a flexión modelos de configuración wedging	. 62
Fig 4.1 Curvas de capacidad, cable P(1)	. 63
Fig 4.2 Curvas de capacidad, cable P(12)	. 64
Fig 4.3 Distribución de deformaciones, componente 6 y 2	. 66
Fig 4.4 Distribución de deformaciones, componente 0	. 66
Fig 4.5 Distribución de deformaciones, componente 5 y 3	. 67
Fig 4.6 Distribución de deformaciones, componente 4	. 67
Fig 4.7 Distribución de tensiones, componente 6 y 2.	. 68
Fig 4.8 Distribución de tensiones, componente 0.	. 68
Fig 4.9 Distribución de tensiones, componente 5 y 3.	. 68
Fig 4.10 Distribución de tensiones, componente 4.	. 68
Fig 4.11 Distribución de deformaciones, componente 0	. 69
Fig 4.12 Distribución de deformaciones, componente 6 y 3	. 69
Fig 4.13 Distribución de deformaciones, componente 5 y 4	. 70
Fig 4.14 Distribución de tensiones, componente 0.	. 71
Fig 4.15 Distribución de tensiones, componente 6 y 3.	. 71
Fig 4.16 Distribución de deformaciones, componente 5 y 4	. 71
<b>Fig 4.17</b> Desplazamiento $v(x)$ , cable P(1)	. 72
<b>Fig 4.18</b> Desplazamiento $w(x)$ , cable P(1)	. 73
<b>Fig 4.19</b> Desplazamiento $v(x)$ , cable P(12)	. 73
<b>Fig 4.20</b> Desplazamiento $w(x)$ , cable P(12)	. 74
Fig 4.21 Curvas de capacidad, cable W(136)	. 75
Fig 4.22 Curvas de capacidad, cable W(1)	. 75
Fig 4.23 Curvas de capacidad, cable W(12)	. 75
viii	

Fig 4.24 Curvas de capacidad, cable W(123)	. 76
Fig 4.25 Curvas de capacidad, cable W(1234)	. 76
Fig 4.26 Distribución de deformaciones, componente 2	. 82
Fig 4.27 Distribución de deformaciones, componente 0	. 82
Fig 4.28 Distribución de deformaciones, componente 8 y 4	. 82
Fig 4.29 Distribución de deformaciones, componente 7 y 5	. 82
Fig 4.30 Distribución de tensiones, componente 2.	. 83
Fig 4.31 Distribución de tensiones, componente 0.	. 83
Fig 4.32 Distribución de tensiones, componente 8 y 4.	. 84
Fig 4.33 Distribución de tensiones, componente 7 y 5.	. 84
Fig 4.34 Distribución de deformaciones, componente 8 y 2	. 85
Fig 4.35 Distribución de deformaciones, componente 0	. 85
Fig 4.36 Distribución de deformaciones, componente 7 y 3	. 85
Fig 4.37 Distribución de deformaciones, componente 6 y 4	. 85
Fig 4.38 Distribución de deformaciones, componente 5	. 86
Fig 4.39 Distribución de tensiones, componente 8 y 2.	. 87
Fig 4.40 Distribución de tensiones, componente 0.	. 87
Fig 4.41 Distribución de tensiones, componente 7 y 3.	. 87
Fig 4.42 Distribución de tensiones, componente 6 y 4.	. 87
Fig 4.43 Distribución de tensiones, componente 5.	. 88
Fig 4.44 Distribución de deformaciones, componente 8 y 3	. 89
Fig 4.45 Distribución de deformaciones, componente 0	. 89
Fig 4.46 Distribución de deformaciones, componente 7 y 4	. 89
Fig 4.47 Distribución de deformaciones, componente 6 y 5	. 89
Fig 4.48 Distribución de tensiones, componente 8 y 3.	. 90
Fig 4.49 Distribución de tensiones, componente 0.	. 90
Fig 4.50 Distribución de tensiones, componente 7 y 4.	. 90
Fig 4.51 Distribución de tensiones, componente 6 y 5.	. 90
Fig 4.52 Distribución de deformaciones, componente 0	. 92
Fig 4.53 Distribución de deformaciones, componente 8 y 4	92
Fig 4.54 Distribución de deformaciones, componente 7 y 5	92
Fig 4.55 Distribución de deformaciones, componente 6	92

Fig 4.56 Distribución de tensiones, componente 0.	93
Fig 4.57 Distribución de tensiones, componente 8 y 4.	93
Fig 4.58 Distribución de tensiones, componente 7 y 5.	93
Fig 4.59 Distribución de tensiones, componente 6	93
Fig 4.60 Distribución de deformaciones, componente 0	94
Fig 4.61 Distribución de deformaciones, componente 8 y 5	94
Fig 4.62 Distribución de deformaciones, componente 7 y 6	95
Fig 4.63 Distribución de tensiones, componente 0.	95
Fig 4.64 Distribución de tensiones, componente 8 y 5.	95
Fig 4.65 Distribución de tensiones, componente 7 y 6.	96
<b>Fig 4.66</b> Desplazamiento $v(x)$ , cable W(136)	97
<b>Fig 4.67</b> Desplazamiento $w(x)$ , cable W(136)	97
<b>Fig 4.68</b> Desplazamiento $v(x)$ , cable W(1)	98
<b>Fig 4.69</b> Desplazamiento $w(x)$ , cable W(1)	98
<b>Fig 4.70</b> Desplazamiento $v(x)$ , cable W(12)	99
<b>Fig 4.71</b> Desplazamiento $w(x)$ , cable W(12)	99
<b>Fig 4.72</b> Desplazamiento $v(x)$ , cable W(123)	100
<b>Fig 4.73</b> Desplazamiento $w(x)$ , cable W(123)	100
<b>Fig 4.74</b> Desplazamiento $v(x)$ , cable W(1234)	101
<b>Fig 4.75</b> Desplazamiento $w(x)$ , cable W(1234)	101
Fig 4.76 Curva de capacidad Lanteigne corregida por MP, P(1)	103
Fig 4.77 Curva de capacidad Lanteigne corregida por MP, P(12)	103
Fig 4.78 Curva de capacidad Lanteigne corregida por MP, W(136)	105
Fig 4.79 Curva de capacidad Lanteigne corregida por MP, W(1)	105
Fig 4.80 Curva de capacidad Lanteigne corregida por MP, W(12)	105
Fig 4.81 Curva de capacidad Lanteigne corregida por MP, W(123)	106
Fig 4.82 Curva de capacidad Lanteigne corregida por MP, W(1234)	106
Fig A.1 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; Cable P(1) - (2p)	116
Fig A.2 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; Cable P(12) - (2p)	116
Fig A.3 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; Cable W(1) - (2p)	117
Fig A.4 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; Cable W(12) - (2p)	117

Fig A.5 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; Cable W(123) - (2p)	118
Fig A.6 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; Cable W(136) - (2p)	118
Fig A.7 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; Cable W(1234) - (2p)	119
Fig A.8 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; P(1) - (8p)	119
Fig A.9 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; P (12) - (8p)	120
Fig A.10 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; W(1) - (8p)	120
Fig A.11 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; W(12) - (8p)	121
Fig A.12 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; W(136) - (8p)	121
Fig A.13 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; W(136) - (8p)	122
Fig A.14 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; W(1234) - (8p)	122
Fig A.15 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; P(1) - (16p)	123
Fig C.1 Ángulo de la hélice vs Deformación global, Cable P(1)	133
Fig C.2 Ángulo de la hélice vs Deformación global, Cable P(1)	133
Fig C.3 Ángulo de la hélice vs Deformación global, Cable W(136)	134
Fig C.4 Ángulo de la hélice vs Deformación global, CableW(1)	134
Fig C.5 Ángulo de la hélice vs Deformación global, CableW(12)	134
Fig C.6 Ángulo de la hélice vs Deformación global, Cable W(123)	135
Fig C.7 Ángulo de la hélice vs Deformación global, Cable W(1234)	135
Fig D.1 Deformada MP-FEM, cable P(1)	136
Fig D.2 Deformada MP-FEM, cable P(12)	137
Fig D.3 Deformada MP-FEM, cable W(136)	138
Fig D.4 Deformada MP-FEM, cable W(1)	138
Fig D.5 Deformada MP-FEM, cable W(12)	139
Fig D.6 Deformada MP-FEM, cable W(123)	139
Fig D.7 Deformada MP-FEM, cable W(1234)	

# ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2-1 Propiedades del material lineal	9
Tabla 2-2 Parámetros geométricos para configuraciones "packing"	13
Tabla 2-3 Parámetros geométricos para configuraciones "wedging"	14
Tabla 2-4 Tabla resumen de los modelos a analizar	17
Tabla 2-5 Índice de asimetría, geometría "wedging"	19
Tabla 2-6 Índice de asimetría, geometría "packing"	19
Tabla 4-1 Tabla resumen, cable P(1)	64
Tabla 4-2 Tabla resumen, cable P(12)	64
Tabla 4-3 Tabla resumen, cable W(136)	77
Tabla 4-4 Tabla resumen, cable W(1)	77
Tabla 4-5 Tabla resumen, cable W(12)	77
Tabla 4-6 Tabla resumen, cable W(123)	77
Tabla 4-7 Tabla resumen, cable W(1234)	
Tabla 4-8 Tabla resumen Lanteigne corregido, cable P(1)	104
Tabla 4-9 Tabla resumen Lanteigne corregido, cable P(12)	104
Tabla 4-10 Tabla resumen Lanteigne corregido, cable W(136)	106
Tabla 4-11       Tabla resumen Lanteigne corregido, cable W(1)	106
Tabla 4-12 Tabla resumen Lanteigne corregido, cable W(12)	107
Tabla 4-13 Tabla resumen Lanteigne corregido, cable W(123)	107
Tabla 4-14 Tabla resumen Lanteigne corregido, cable W(1234)	107
Tabla B-1 Deformaciones extremas, promedio y variación porcentual P(1)	124
Tabla B-2 Tensiones extremas, promedio y variación porcentual P(1)	124
Tabla B-3 Deformaciones extremas, promedio y variación porcentual P(12)	124
Tabla B-4 Tensiones extremas, promedio y variación porcentual P(12)	125
Tabla B-5 Deformaciones extremas, promedio y variación porcentual W(136)	125
Tabla B-6 Tensiones extremas, promedio y variación porcentual W(136)	125
Tabla B-7 Deformaciones extremas, promedio y variación porcentual W(1)	126
Tabla B-8 Tensiones extremas, promedio y variación porcentual W(1)	126
Tabla B-9 Deformaciones extremas, promedio y variación porcentual W(12)	126
Tabla B-10 Tensiones extremas, promedio y variación porcentual W(12)	127

Tabla B-11 Deformaciones extremas, promedio y variación porcentual W(123)	127
Tabla B-12 Tensiones extremas, promedio y variación porcentual W(123)	127
Tabla B-13 Deformaciones extremas, promedio y variación porcentual W(1234)	128
Tabla B-14 Tensiones extremas, promedio y variación porcentual W(1234)	128
Tabla B-15 Deformación global - Fuerza Axial, P(SD)	129
Tabla B-16 Deformación global - Fuerza Axial, P(1)	129
Tabla B-17 Deformación global - Fuerza Axial, P(12)	129
Tabla B-18 Deformación global - Fuerza Axial, W(SD)	130
Tabla B-19 Deformación global - Fuerza Axial, W(136)	130
Tabla B-20 Deformación global - Fuerza Axial, W(1)	131
Tabla B-21 Deformación global - Fuerza Axial, W(12)	131
Tabla B-22 Deformación global - Fuerza Axial, W(123)	132
Tabla B-23 Deformación global - Fuerza Axial, W(1234)	132

# **CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN**

#### 1.1 MOTIVACIÓN

Los cables, mientras están en servicio, están sometidos a cargas axisimétricas que generan en sus componentes esfuerzos de tracción, corte, flexión y torsión, además de una interacción interna entre los componentes que lo forman. La magnitud y distribución de las tensiones resultantes determinan la respuesta del cable, que se refleja en términos de la elongación y rotación axial. Si el cable presenta daño en alguno de sus componentes, estos esfuerzos pueden experimentar cambios en su distribución en la sección transversal y largo del cable generando una variación en el comportamiento global de éste.

Un cable puede llegar a ser un miembro crítico de un sistema estructural, tales como puentes, grúas, elevadores, anclajes de plataformas y conductores eléctricos entre otros. Por este motivo, es importante estudiar el comportamiento del cable frente a posibles daños de sus componentes mientras está en servicio, de manera de generar criterios o guías de remplazo de cables, los cuales deberán poder predecir cuál es el impacto que este daño produce sobre el sistema estructural.

Modelos analíticos bidimensionales, tanto lineales como no lineales, han sido desarrollados para predecir el comportamiento de cables sometidos a cargas axisimétricas (e.g. Gysling, 2008). Estos modelos se basan en la geometría de la sección trasversal y en el comportamiento del material del cable. Los modelos difieren entre sí en las hipótesis que cada uno de sus autores asocia al comportamiento de cada uno de los elementos que componen el cable, considerando en la mayoría de los casos estados simétricos de la sección trasversal del cable.

El principal objetivo de este trabajo de título es proponer un modelo mecánico para cables dañados que considere la asimetría de la distribución de daño sobre la sección transversal del cable, es decir, se busca generalizar el modelo propuesto por Beltrán (2006) de manera que este último considere los efectos de la asimetría de daño.

Los resultados entregados por el modelo son comparados con datos experimentales presentes en la literatura (Li et al. 2002) y con resultados de simulaciones obtenidos mediante un modelo 3D de elementos finitos desarrollado por Vargas (2010).

#### **1.2 OBJETIVOS**

#### **1.2.1** Objetivos generales

 Proponer un modelo mecánico que considere la distribución asimétrica de daño en la sección transversal de un cable

#### **1.2.2** Objetivos específicos

- Exhaustiva revisión de la literatura relacionada con la modelación de cables dañados.
- Estimar el impacto de la distribución asimétrica de daño sobre la sección transversal del cable en relación a:
  - La distribución de deformaciones y tensiones en la sección transversal del cable dañado.
  - Curva de capacidad del cable. (Rigidez, deformación de fractura y capacidad residual del cable)
- Comparar modelos que predicen el comportamiento de cables con componentes dañados en forma asimétrica propuestos en la literatura.

#### 1.3 METODOLOGÍA

#### Revisión de literatura

Exhaustiva revisión de la literatura que aborde los temas relacionados con los efectos de una distribución asimétrica de daño en la sección transversal de un cable.

### Proponer modelo mecánico que considere los efectos de una distribución asimétrica de daño en la sección transversal del cable

Las hipótesis asociadas a los modelos 2D que consideran simetría en la sección transversal del cable serán removidas de manera de considerar una potencial distribución no homogénea de las propiedades mecánicas de los componentes que forman el cable. La geometría de deformación de un componente del cable considerará el hecho que un cable con distribución asimétrica de daño tendrá una deformación lateral adicional a la deformación axial, por lo que los componentes describirán hélices de orden superior con respecto a la configuración no deformada (Vargas, 2010).

#### Implementación computacional

El modelo desarrollado en el punto anterior es incorporado dentro de un algoritmo numérico general implementado para el análisis de cables.

#### Comparación de resultados

Utilizar los datos experimentales de Li et al. (2002) para cables de poliéster y un modelo 3D de elementos finitos para comparar y calibrar el modelo mecánico propuesto. Las comparaciones estarán relacionadas con:

- a) Curvas de capacidad de los cables.
- b) Deformación axial de fractura.
- c) Capacidad residual.
- d) Distribución de deformaciones y tensiones en la sección del cable.

#### Resultados y conclusiones

Con los resultados obtenidos, se deberá chequear cada uno de los objetivos planteados y de este modo poder realizar las conclusiones correspondientes.

#### 1.4 ALCANCE DE LOS CAPÍTULOS

#### **CAPÍTULO 2:** MODELOS DE CABLES EN ELEMENTOS FINITOS.

En este capítulo se muestra de manera general algunas de las variables involucradas en la modelación de cables en el software de elementos finitos ANSYS tales como: tipo de material, parámetros geométricos generales, secciones transversales a analizar y el modelo estructural propiamente tal. Además se muestran los resultados obtenidos para los modelos con asimetría de daño en la sección transversal.

# **CAPÍTULO 3:** MODELOS DE CABLES DAÑADOS EN FORMA ASIMÉTRICA.

En este capítulo de presentan algunos de los modelos presentes en la literatura que son capaces de predecir el comportamiento de cables dañado en forma asimétrica, entre ellos se analizarán los modelos propuestos por MacDougall y Bartlett (2006), J. Lanteigne (1985) y M. Raoof y T. J. Davies (2003). Además se propone un nuevo algoritmo que estima el impacto del daño asimétrico en la sección transversal.

#### CAPÍTULO 4: ANÁLISIS Y RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados y los análisis de los modelos que predicen el comportamiento de cables dañados en forma asimétrica. Se presentan las curvas de capacidad de cada cable, la distribución de tensiones y deformaciones en la sección transversal del cable y las deformadas, obtenidas a partir del modelo propuesto, para cable en estudio.

#### CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES

En este capítulo se presentan las conclusiones del trabajo desarrollado y algunas recomendaciones para futuras investigaciones.

### 1.5 DISCUSIÓN BIBLIOGRÁFICA

Un cable puede llegar a ser un elemento crítico para una amplia gama de aplicaciones dentro de la ingeniería, como grúas, elevadores, puentes, sistemas de anclajes, conductores eléctricos, entre otros. A partir de su uso específico, cada cable tendrá un número de componentes y una geometría distinta, como también, distintos tipos materiales dentro de sus componentes. Por este motivo, es importante estudiar el comportamiento del cable frente a posibles daños de sus componentes mientras está en servicio, de manera de generar criterios o guías de remplazo de cables, los cuales deberán poder predecir cuál es el impacto que este daño produce sobre el sistema estructural.

Ensayos experimentales y modelos matemáticos han sido desarrollados con el objetivo de estimar el impacto del daño dentro de un cable. Li et al (2002) realizaron ensayos experimentales con pequeños cables de poliéster (diámetros entre 6mm y 13mm), introduciendo el daño (simétrico y asimétrico) cortando previamente ciertos elementos componentes del cable. El autor concluye que, producto del daño asimétrico, se producen gradientes de deformaciones en la sección transversal, lo cual se traduce en una prematura falla del cable. Esta conclusión es sostenida por estudios experimentales de cables de acero dañados en los que el mismo fenómeno aparece, (Hankus (1981), Chaplin y Tantrum (1985), Cholewa y Hansel (1981), Oplatka y Roth (1989), Evans et al (2001), MacDougall y Bartlett (2006), entre otros). Se ha intentado cuantificar la relación existente entre el número y la distribución de componentes dañados con la perdida de capacidad del cable y basados en los estudios experimentales se ha concluido que la pérdida de capacidad del cable producto del efecto de componentes dañados en el cable no es siempre proporcional a la pérdida de área de la sección transversal, sino que depende de la concentración de componentes dañados en la sección y de la distribución de los componentes dañados a lo largo del cable.

Desde el punto de vista teórico, Li et al (2002) presentaron un modelo simple para predecir la carga de rotura de los especímenes ensayados. Este modelo desprecia el aporte realizado por los componentes cortados del cable (efecto del área neta) y se basa en una linealización de la teoría presentada por Costello (1983) para el análisis de cables.

Beltrán y Williamson (2005, 2010 y 2011) desarrollaron un modelo numérico que predice la respuesta de un cable de fibra sintética sometido a cargas axisimétricas y estima el impacto de la fractura de los componentes de un cable en su capacidad de deformación, rigidez y resistencia residual. Beltrán y Williamson (2010 y 2011) proponen una extensión a su modelo denotado 2DEM, el cual se basa en la simetría de la sección transversal y en un análisis seccional del cable que ha sido extendido de manera de capturar la potencial variación de la distribución de deformaciones y tensiones a lo largo de éste. Los componentes fracturados pueden retomar carga por la fricción generada debido a la interacción de éstos con componentes no fracturados. Esta recuperación de carga es gradual y genera una concentración de deformaciones en torno a la zona de fractura (denominada longitud de recuperación) (Raoof, 1991). Lo anterior, induce una rigidización y disminución en la resistencia residual y capacidad de deformación del cable con respecto del modelo de área neta. El modelo, sin embargo, no considera la posible asimetría inducida en la sección de un cable producto de la fractura de algunos de sus componentes.

MacDougall y Bartlett (2005 y 2006) proponen un modelo mecánico que incluye el efecto de la simetría y la asimetría de daño en la sección transversal de un cable compuesto por 6 componentes helicoidales y un núcleo compuesto por un componente recto. El cable descrito es utilizado en estructuras de hormigón pretensado. El daño asimétrico está dado por la rotura de un componente de la capa más externa del cable. Lo anterior genera un desbalance de cargas radiales y un desplazamiento transversal del cable en la dirección del componente dañado que se traducen en una concentración de tensiones y deformaciones en los componentes no dañados del cable y en una disminución en la capacidad máxima y deformación de fractura de éste. MacDougall y Bartlett (2006) proponen que la geometría de deformación del cable corresponde a la de una hélice circular y que después de la deformación existe equilibrio de fuerzas radiales en cualquier sección a lo largo del cable.

Lanteigne (1985) desarrolla un modelo relacionado con el comportamiento mecánico de cables sometidos a cargas estáticas tales como carga axial, torsión y flexión. Este modelo es bastante general y puede ser aplicado a variados tipos de cables, ya sean de diferentes materiales, combinaciones geométricas y diámetros de los componentes. Dentro del trabajo se desarrollan y se obtienen expresiones para los términos de la matriz de rigidez del cable: rigidez axial, flexión, torsión y sus componentes acopladas, fuera de la diagonal, respectivamente. La asimetría en la

distribución de daño puede incorporarse en el acoplamiento de la flexión y carga axial producto de un momento de flexión no nulo en la sección asociado a la carga axial desarrollada por cada componente no fracturado.

Vargas (2010) realizó un estudio sobre el impacto de la cantidad y distribución (simétrica y asimétrica) de componentes dañados en la capacidad máxima, deformación de fractura, rigidez, distribución de tensiones y deformación de un cable. Este estudio se realizó mediante modelos 3D de elementos finitos generados a partir del software ANSYS. El modelo fue validado mediante datos experimentales presentes en la literatura (Li et al 2002). Vargas (2010) propone un índice de asimétria (*IA*), que corresponde a un valor escalar, el cual mide el grado de asimetría de daño en la sección transversal del cable. Este índice se incrementa a medida que aumenta la asimetría en la sección y toma el valor cero en distribuciones simétricas de daño. De este estudio se concluye que una distribución asimétrica de daño tiene un mayor impacto en la reducción de la capacidad máxima y deformación de fractura de un cable con respecto al caso sin daño. Este modelo además sugiere que independiente de la distribución simétrica o asimétrica de daño, la disminución de la capacidad del cable dañado no es siempre proporcional a la pérdida de área resistente, Fig 1.1 y Fig 1.2.



Fig 1.1 Capacidad máxima de cables (Vargas, 2010)



Fig 1.2 Deformación de fractura de cables (Vargas, 2010)

La figura 1.1 muestra que, para cables con un bajo indicie de asimetría (W(136), W(1), W(12) y W(123)), la fuerza axial máxima decrece en forma lineal con la reducción del área neta resistente, en donde la máxima desviación con respecto al modelo de área neta corresponde al cable W(123) con un 5% de diferencia. Para cables con mayores índices de asimetría, esta reducción aumenta llegando a diferencias por sobre el 10% respecto a la curva de área neta. Los datos experimentales tienen un comportamiento similar a los modelos obtenidos a partir de las modelaciones 3D (FEM): la fuerza axial máxima decrece en forma lineal con la reducción de área neta resistente para los cables con bajas asimetrías, mientras que para cables con mayor asimetría la desviación aumenta en forma significativa llegando a valores cercanos al 30%.

En Fig. 1.2 se observa que la deformación axial estimada a partir de los modelos FEM, asociada a la capacidad máxima del cable, disminuye a medida que aumenta el índice de asimetría  $IA_0$ . Los valores promedios de la deformación axial del cable son bien estimados por los modelos FEM, abarcando un rango entre -4% y 18% de los datos experimentales con excepción de la sección W(123) cuyo valor promedio de deformación es sobreestimado en un 25% (Beltrán y Vargas, 2012)

# CAPÍTULO 2: ANÁLISIS DE CABLES DAÑADOS EN FORMA ASIMÉTRICA MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS.

En este capítulo se muestra de manera general algunas de las variables involucradas en la modelación de cables en el software de elementos finitos ANSYS y los resultados obtenidos para los casos de asimetría en la sección.

Adicionalmente, para este estudio se generaron nuevos modelos de manera de complementar los análisis obtenidos por Vargas (2010), incorporando modelos de mayor longitud con el objetivo de verificar si las condiciones de borde juegan un rol fundamental en la geometría de deformación del cable. (Ver Anexo A)

Las características principales del modelo como: Los diferentes tipos de elementos utilizados, las características de los contactos, el tipo material, los criterios de falla y el modelo de fricción, necesarios para la elaboración de los modelos son detallados por Vargas (2010).

#### 2.1 VARIABLES GENERALES DE LA MODELACIÓN EN ANSYS

#### 2.1.1 Características del material

Para configuraciones tipo "*packing*" (denominación dada a cables rígidos transversalmente, cuyo contacto entre componentes es netamente radial), se utilizará un material cuya ley constitutiva es lineal, que en este caso particular, corresponde al acero. Las propiedades del material se muestran en la siguiente tabla.

Material	E, MPa	V	e <sub>máx</sub> mm / mm	$\mathcal{E}_{max}mm$ / mm
Acero	200.000	0.3	0.008	0.00796

 Tabla 2-1 Propiedades del material lineal

donde, E es el módulo de elasticidad, v es el módulo de Poisson,  $e_{máx}$  es la deformación de ingeniería máxima y  $\varepsilon_{máx}$  es la deformación natural máxima para el criterio de falla definida en Ec. 2.1 y Ec. 2.2

$$e = \frac{L_f - L_0}{L_0}$$
 Ec. 2.1

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{L_f}{L_0}\right) = \ln(1+e)$$
 Ec. 2.2

donde, *e* es la deformación de ingeniería,  $\varepsilon$  es la deformación natural o logarítmica exigida por ANSYS y  $L_0$  y  $L_f$  son la longitud inicial y final del cable, respectivamente.

Para la configuración tipo "*wedging*" (materiales de baja rigidez transversal, generalmente sintéticos, cuyo contacto entre componentes es principalmente circunferencial) el material utilizado es poliéster, cuya ley constitutiva es no lineal. Para este caso, se ajusta un polinomio de quinto grado (el cual incorpora un modelo de daño), calibrado a partir de ensayo experimentales de tracción uniaxial, para la función de tensión-deformación (Beltrán, 2006). Para el material no lineal se produce una falla a una deformación promedio 0.124 *mm/mm* con una tensión axial promedio de 897 *MPa* (Gysling, 2008).

Las ecuaciones Ec. 2.3 y Ec. 2.4 muestran el polinomio de quinto grado en función de la deformación ingenieril e y la deformación natural  $\varepsilon$  requerida por el programa ANSYS.

$$\sigma = \sigma_b \left[ 1.11 \left( \frac{e}{e_b} \right) - 2.05 \left( \frac{e}{e_b} \right)^2 + 2.4 \left( \frac{e}{e_b} \right)^3 + 1.19 \left( \frac{e}{e_b} \right)^4 - 1.65 \left( \frac{e}{e_b} \right)^5 \right]$$
 Ec. 2.3

$$\sigma = \sigma_b \left[ 1.026 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b}\right) - 1.537 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b}\right)^2 + 0.884 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b}\right)^3 + 2.951 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b}\right)^4 - 2.325 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b}\right)^5 \right] \quad \text{Ec. 2.4}$$

donde,  $\sigma$  corresponde al valor de la tensión,  $\sigma_b$  es la tensión de falla;  $\sigma_b = 897 MPa$ ,  $e_b$  es la deformación de falla;  $e_b = 0.124 mm/mm$  y  $\varepsilon_b$  es la deformación natural de falla;  $\varepsilon_b = ln(1+e_b)$ = 0.11689.

Del mismo modo se define la rigidez tangente como la derivada de la tensión con respecto a la deformación unitaria. El valor de la rigidez tangente se define tanto para la deformación ingenieril, Ec. 2.5, y la deformación natural, Ec. 2.6, exigida por ANSYS.

$$\frac{d\sigma}{de} = \frac{\sigma_b}{e_b} \left[ 1.11 - 4.1 \left( \frac{e}{e_b} \right) + 7.2 \left( \frac{e}{e_b} \right)^2 + 4.76 \left( \frac{e}{e_b} \right)^3 - 8.25 \left( \frac{e}{e_b} \right)^4 \right]$$
 Ec. 2.5

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{\sigma_b}{\varepsilon_b} \left[ 1.026 - 3.073 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b}\right) + 2.653 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b}\right)^2 + 11.804 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b}\right)^3 - 11.625 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b}\right)^4 \right]$$
 Ec. 2.6

En forma gráfica se obtiene:



Fig 2.1 Tensión - Deformación natural



Fig 2.2 Rigidez - Deformación natural

#### 2.1.2 Parámetros geométricos generales.

La construcción de los cables en este trabajo corresponde a la de un núcleo central recto (primera capa) y a un grupo de componentes dispersos en forma helicoidal en torno al núcleo (segunda capa), cuyos parámetros generales se muestran en Fig. 2.3(a); éstos corresponden a la longitud *L*, el radio de la hélice *R* y el paso *p*. A partir de ellos, se obtiene el ángulo de la hélice  $\theta$  como el ángulo entre el eje del componente helicoidal y el del núcleo del nivel ( $tan(\theta)$ )= $2\pi R/p$ ). La sección transversal del cable queda definida por el radio del núcleo  $r_c$ , el radio de los componentes helicoidales  $r_s$  para configuraciones "packing", el radio exterior  $r_o$  para configuraciones "wedging" y  $\psi$  el ángulo sustentado por el componente helicoidal. Parámetros mostrados en Fig. 2.3(b) y Fig 2.3(c).



Fig 2.3 Parámetros geométricos generales

Los valores de cada parámetro geométrico se muestran en la Tabla 2-2. Éstos se escogieron con el objetivo de replicar y posteriormente comparar con los resultados del modelo propuesto por MacDougall y Bartlett (2006) quienes consideran el efecto de la asimetría de daño en la sección transversal.

Desde el punto de vista de la modelación en ANSYS, la sección transversal del cable de configuración tipo *"packing"* compuesta por un núcleo y 6 componentes helicoidales, ha sido

modelada considerando un mallado compuesto por 37 nodos por componente tal como se muestra en Fig 2.4.

Parámetro	Valor	Modelo FEM
Radio del núcleo $r_c$	2.2 mm	
Paso de la hélice <i>p</i>	160 mm	
Ángulo del elemento helicoidal $\psi = 2\alpha$	60°	
Radio del elemento helicoidal $r_s$	2.15 mm	
Radio de la hélice <i>R</i>	4.35 mm	
Ángulo de la hélice $\theta$	9.7°	
Área del núcleo $A_c$	$15.21 \ mm^2$	
Área del elemento helicoidal $A_s$	$14.56 \ mm^2$	
Área total $Ac + 6A_s$	$102.59 \ mm^2$	

Tabla 2-2 Parámetros geométricos para configuraciones "packing"



Fig 2.4 Mallado de la sección transversal del cable tipo "packing"

Al igual que para la configuración "*packing*", en la tabla, Tabla 2-3, se definen los parámetros geométricos para el modelo de material no lineal de configuración "*wedging*". Los valores fueron escogidos con el objetivo de replicar y posteriormente comparar los resultados con datos experimentales presentes en la literatura (Li et al, 2002).

La sección transversal de este cable, se compone por un núcleo compuesto por una malla de 49 nodos y 8 componentes helicoidales en forma de cuña, de 30 nodos cada uno, Fig 2.5.

Parámetro	Valor	Modelo FEM
Radio del núcleo $r_c$	1.016 mm	
Paso p	81.28 mm	
Ángulo del elemento helicoidal $\psi = 2\alpha$	45°	
Radio externo $r_{ex}$	3.067 mm	
Radio de la hélice R	2.157 mm	
Ángulo de la hélice $\theta$	9.47°	
Área del núcleo $A_c$	$3.24 \ mm^2$	
Área del elemento helicoidal $A_s$	$3.24 \ mm^2$	
Área total $Ac + 8A_s$	$29.19 \ mm^2$	

Tabla 2-3 Parámetros geométricos para configuraciones "wedging"



Fig 2.5 Mallado de la sección transversal del cable tipo "wedging"

#### 2.1.3 Secciones transversales a analizar

Las secciones transversales que se analizan en este trabajo pertenecen a una muestra particular en donde el daño, en los elementos que componen el cable, se distribuye en forma asimétrica. A estos casos, se debe agregar el hecho de que todos los modelos en estudio presentan daño solo en los componentes pertenecientes a su segunda capa, es decir, que el núcleo de la sección permanece intacto. Lo anterior tiene un gran impacto en la respuesta global del cable debido a que estudios experimentales y teóricos muestran que un componente de un cable fracturado puede contribuir a la respuesta global del cable debido a la presencia de fuerzas de fricción, acumulando gradualmente tensión y deformación axial a partir de la región de fractura. Debido a que el daño, en este estudio en particular, ocurre sólo en los componentes de la segunda

capa, los componentes fracturados no contribuyen a la respuesta del cable debido a la inexistencia de fuerzas radiales provenientes de las capas superiores. Produciendo de esta manera distribuciones de tensiones y deformaciones constantes en toda la extensión del cable sin la posibilidad de recuperación de carga.

A continuación se muestran las secciones transversales de los cables con daño asimétrico de interés en este estudio. Para una mejor compresión de la nomenclatura, se asocia un número a cada uno de los componentes pertenecientes a ambas configuraciones geométricas, Fig 2.6.



(a) Configuración tipo "packing"(b) Configuración tipo "wedging"Fig 2.6 Numeración de componentes (Vargas, 2010)

#### 2.1.3.1 Configuración tipo "packing"

Para esta configuración se analizan las secciones transversales señaladas en Fig 2.7. La letra "P" es para identificar que la configuración es del tipo "*packing*" mientras que los números referencian al(a los) componente(s) dañado(s) según la numeración propuesta en Fig 2.6 (a). En este trabajo en particular, el daño corresponde a la fractura completa del componente del cable.

#### 2.1.3.2 Configuración tipo "wedging"

Del mismo modo que el caso anterior, para este tipo de configuración se analizarán las secciones transversales señaladas en Fig 2.8. La letra "W" es para identificar que la configuración es del tipo *"wedging"* mientras que los números hacen referencia al(a los) componente(s) dañado(s) expresados en Fig 2.6 (b).

Los componentes de color gris corresponden a los componentes dañados en la sección, mientras que, los componentes de color blanco, son componentes que no presentan daño.



Fig 2.7 Secciones "packing" con daño asimétrico (Vargas, 2010)



#### 2.1.4 Modelo estructural

El modelo estructural a analizar corresponde a un cable empotrado en uno de sus extremos y libre de desplazarse axialmente a lo largo de su eje longitudinal. En este modelo, de la misma forma que fue considerado en ensayos realizados por Machida y Durelli (1973) (configuración tipo "packing") y por Li et al. (2002) (configuración tipo "wedging") y en modelos 2D (Beltrán, 2006), se restringe la rotación en ambos extremos del cable. Para llegar a la deformación global deseada, en el extremo libre se aplicará un desplazamiento ( $\Delta$ ) tal como se muestra en Fig 2.9. Los valores de la longitud (L) y del desplazamiento ( $\Delta$ ) de cada modelo se muestran en la siguiente tabla:

Configuración	Longitud L,	Desplazamiento	Deformación	Deformación
geométrica	mm	aplicado $\Delta$ , mm	ingenieril e	natural $\varepsilon$
"packing"	320 (2p)	2.54	0.008	0.007968
"packing"	1280 (8p)	10.24	0.008	0.007968
"packing"	2560 (16p)	20.48	0.008	0.007968
"wedging"	162.56 (2p)	20.16	0.124	0.116894
"wedging"	650.24(8p)	80.62	0.124	0.116894

Tabla 2-4 Tabla resumen de los modelos a analizar



Fig 2.9 Modelo estructural

### 2.2 DETERMINACIÓN DE ÍNDICE DE ASIMETRÍA (IA)

El grado de asimetría de la sección transversal del cable es obtenido mediante un factor escalar denominado índice de asimetría (*IA*), este parámetro se obtiene a partir de la siguiente expresión (Vargas, 2010).

$$IA = 1 - \frac{r_o - e(\varepsilon)}{r_o + e(\varepsilon)}$$
 Ec. 2.7

donde  $r_o$  es el radio del cable y  $e(\varepsilon)$  es la distancia medida desde el centroide del cable al centro de rigidez de la sección transversal para un nivel de deformación  $\varepsilon$ . Para los casos con simetría en la distribución de daño, el centroide del cable coincide con centro de rigidez de la sección transversal y el valor de *IA* es cero. Por otro lado, si está presente la asimetría de daño en la sección del cable los valores del *IA* son distintos de cero y toman los valores mostrados en Fig. 2.10(a) y Fig. 2.10(b). En Fig. 2.10(a) se observa que los valores del *IA* son función de la deformación axial del cable producto de la no linealidad de la ley constitutiva del material lo que produce una variación del *IA* para distintos niveles de deformación. Luego, para cuantificar el valor de la asimetría en un valor único, se considera que el *IA* para una deformación global igual a cero ( $IA_o$ ) corresponde a un valor promedio del grado de asimetría en la sección. Lo contrario ocurre para las geometrías *packing* ya que éstas al estar compuestas por un material de ley constitutiva lineal tienen un valor de *IA* constante para todo nivel de deformación, Fig 2.10(b).



(a) Geometría Wedging (Vargas, 2010)



(b) Geometría *Packing* (Vargas, 2010)

Fig 2.10 Variación del IA respecto a la deformación global del cable

En las siguientes tablas se muestra el grado o índice de asimetría ( $IA_o$ ) para cada cable en estudio.

Cable	IA <sub>0</sub>
W(136)	0.093
W(1)	0.162
W(12)	0.313
W(123)	0.441
W(1234)	0.538

Tabla 2-5 Índice de asimetría, geometría "wedging"

Tabla 2-6 Índice de asimetría, geometría "packing"

Cable	IA <sub>0</sub>
P(1)	0.199
P(12)	0.374

### 2.3 RESULTADOS OBTENIDOS PARA SECCIONES CON DAÑO ASIMÉTRICO

Los resultados obtenidos a partir de los modelos de elementos finitos muestran que tanto la distribución de tensiones como la de deformaciones en la sección transversal es simétrica (con respecto al menos un eje de la sección) siendo los componentes adyacentes a los componentes dañados los que presentan mayores valores. Además, a partir de estos mismos datos, se validan las hipótesis de los modelos bidimensionales (2D) ya que para toda sección del cable, tanto la distribución de tensiones como de deformaciones, son constantes en cada sección y no varían dentro del largo.

A continuación se muestran los resultados de las deformaciones y tensiones internas promedio por componente, la distribución de tensiones y deformaciones en la sección transversal y la distribución de tensiones y deformaciones para 5 secciones a lo largo de cada cable. La notación  $e_{ij}$  corresponde a los componentes *i* y *j* en la sección del cable.



#### 2.3.1.1 Cable P(1)

(a) Deformación promedio por componente –

Deformación global del cable

(b) Tensión promedio por componente –
 Deformación global del cable

Fig 2.11 Deformaciones (a) y tensiones (b) promedio por componente










Deformación global del cable

Deformación global del cable

Fig 2.14 Deformaciones (a) y tensiones (b) promedio por componente



Fig 2.15 Distribución de deformaciones (a) y tensiones (b) en la sección transversal





# 2.3.2.1 Cable W(136)

Deformación global del cable

Fig 2.17 Deformaciones (a) y tensiones (b) promedio por componente



Fig 2.18 Distribución de deformaciones (a) y tensiones (b) en la sección transversal







Fig 2.20 Deformaciones (a) y tensiones (b) promedio por componente





Sección (A) Sección (B) Sección (C) Sección (D) Sección (E)
 Fig 2.22 Distribución de deformaciones y tensiones a lo largo del cable.





Fig 2.23 Deformaciones (a) y tensiones (b) promedio por componente





Fig 2.25 Distribución de deformaciones y tensiones a lo largo del cable.

#### 2.3.2.4 Cable W(123)



Fig 2.26 Deformaciones (a) y tensiones (b) promedio por componente





Fig 2.28 Distribución de deformaciones y tensiones a lo largo del cable.

2.3.2.5 Cable W(1234)



Fig 2.29 Deformaciones (a) y tensiones (b) promedio por componente





Las figuras, Fig. 2.11 a Fig. 2.31, muestran que producto de la asimetría de daño en la sección transversal se producen concentraciones de tensiones y deformaciones en los componentes adyacentes al componente dañado, este aumento o disminución, en el caso de los componentes opuestos al componente dañado, es producto de un desplazamiento transversal del cable que induce una flexión en él (Ver Anexo A). Este desplazamiento transversal es producto de la pérdida de equilibrio radial en la sección debida a la asimetría de daño.

#### 2.3.3 Gradiente de tensiones y deformaciones en la sección transversal

En Fig. 2.32 y Fig. 2.33 se muestra la diferencia porcentual que existe entre el promedio de tensiones y/o deformaciones extremas y la deformación máxima y/o mínima en función de la deformación global del cable. En Fig. 2.32 se muestran los datos para configuraciones *"packing"* mientras que en Fig. 2.33 se muestran los resultados para configuraciones *"wedging"*. La notación *SD* es dada a los cables que no presentan daño en su sección transversal.





Fig 2.32 Variación porcentual promedio entre los valores de las tensiones y deformaciones extremas, configuración *"packing"* 

Para los casos sin daño (*SD*) la variación porcentual es baja debido a que no existe una gran diferencia entre los máximos y mínimos tanto para las tensiones como las deformaciones. Esta pequeña variación se debe a que la geometría helicoidal de los componentes externos genera momentos de flexión a nivel local y al tipo de contacto entre sus componentes. Lo contrario ocurre para los casos asimétricos en donde se ve un aumento de la diferencia porcentual de las tensiones y deformaciones extremas con el promedio. La diferencia porcentual se incrementa a medida que aumenta la asimetría en la sección, esto es producto de que a mayor asimetría se tienen desplazamientos transversales más grandes (Ver Anexo A) lo que produce una flexión global del cable.







Fig 2.33 Variación porcentual promedio entre los valores de las tensiones y deformaciones extremas, configuración *"wedging"* 

Algo similar ocurre entre los diferentes tipos de configuraciones geométricas. Se observa que la diferencia porcentual promedio en los casos de configuración "*packing*" es mayor a los casos "*wedging*". Esta diferencia se produce debido a que los cables de configuración "*wedging*" tienen un diametro mucho menor que los cables de configuración "*packing*" y por ende un menor brazo para la flexión, como tambiéninfluye el tipo de contacto que existe entre sus componentes.

#### 2.3.4 Distribución de deformaciones a lo largo del eje longitudinal

Para ejemplificar lo visto en las figuras Fig. 2.13, Fig.2.16, Fig. 2.19, Fig. 2.22, Fig. 2.25, Fig. 2.28 y Fig. 2.31, se obtuvieron, a partir de los modelos 3D, las deformaciones axiales en 3 nodos pertenecientes a la sección transversal del cable, en variadas ubicaciones a lo largo de su eje longitudinal, para dos estados de carga distintos. A partir de estos gráficos, se valida la hipótesis del análisis seccional de los modelos 2D.

# 2.3.4.1 Modelos "Packing"

En Fig. 2.34 y Fig. 2.35 se muestra la distribución de deformaciones a lo largo del cable para los modelos de configuración *"packing"*.



Fig 2.34 Distribución de deformaciones a lo largo del cable, P(1).



Fig 2.35 Distribución de deformaciones a lo largo del cable, P(12).

Ambas figuras muestran la deformación axial ingenieril de los nodos A, B y C en función de la posición a lo largo del cable. Los estados de carga en los cuales se extrajeron los resultados corresponden a una deformación global del cable  $e_g = 0.004$  y  $e_g = 0.0072$ , escogidas en forma aleatoria.

# 2.3.4.2 Modelos "Wedging"

Siguiendo el mismo procedimiento, se presentan los valores de las deformaciones axiales de los nodos A, B y C en función de la posición en el largo del cable para los modelos de configuración "*wedging*".



Fig 2.36 Distribución de deformaciones a lo largo del cable, W(136)



Fig 2.37 Distribución de deformaciones a lo largo del cable, W(1)



Fig 2.38 Distribución de deformaciones a lo largo del cable, W(12)



Fig 2.39 Distribución de deformaciones a lo largo del cable, W(123)



Fig 2.40 Distribución de deformaciones a lo largo del cable, W(1234)

#### 2.3.5 Curvas de capacidad para configuraciones "packing"

Además de los valores de las deformaciones y tensiones internas en cada cable, se tienen las curvas de capacidad para cada cable en función del desplazamiento global de éste. En Fig. 2.41 se muestran las curvas de capacidad para los cables dañados asimétricamente obtenidas para las configuraciones *"packing"* (Ver anexo B).



Fig 2.41 Curvas de capacidad, configuraciones "packing"

En Fig. 2.41 se observa que a medida que aumenta la asimetría en la sección, los valores de la capacidad última y la deformación de falla disminuyen. Esta disminución, en el caso de la fuerza axial, es mayor al efecto producido por la pérdida de área (Vargas, 2010) lo cual se atribuye al efecto del daño asimétrico en la sección.

# 2.3.6 Curvas de capacidad para configuraciones "wedging"

En Fig. 2.42 se muestra la curva de capacidad para las configuraciones geométricas *"wedging"*. En este caso, al igual que los modelos de configuración *"packing"*, la pérdida de capacidad es mayor en comparación con la perdida de área (Vargas, 2010), y entre mayor sea la asimetría en la sección mayor será la reducción tanto de la capacidad axial como de la deformación de falla (Ver anexo B).



Fig 2.42 Curvas de capacidad, configuraciones "wedging"

# 2.3.7 Efectos de la asimetría en la sección transversal del cable sobre la deformación transversal de éste

Como se mencionó en párrafos anteriores, la asimetría del cable produce que éste experimente una deflexión lateral. El valor de este desplazamiento transversal aumenta a medida que crece el grado de asimetría en la sección transversal, como también, a medida que aumenta la deformación global dada al cable.

En las figuras 2.43 y 2.44 se muestran los desplazamientos transversales del cable, para tres diferentes estados de deformación axial escogidos en forma aleatoria. Se observa claramente que, a medida que aumenta el grado o índice de asimetría, el desplazamiento transversal también aumenta. Además, se observa que, para un mismo nivel de asimetría, el desplazamiento transversal del cable aumenta a medida que se incrementa el desplazamiento axial aplicado al cable.



Fig 2.43 Desplazamiento transversal en función del índice de asimetría. Configuraciones *"packing"* 



Fig 2.44 Desplazamiento transversal en función del índice de asimetría. Configuraciones *"wedging"* 

A continuación se muestra la posición deformada del núcleo del cable, tanto para las configuraciones *"packing"* y *"wedging"*, la cuales, fue obtenida a partir de las modelaciones en ANSYS. Las deformadas se presentan para ciertos estados de deformación global del cable, los cuales fueros escogidos de manera de abarcar todo el rango del desplazamiento aplicado.

En las figuras 2.45 y 2.46 se muestra la posición deformada, en función de la deformación global del cable, para los cables P(1) y W(1) respectivamente. En ellas se observa que la deflexión transversal se incrementa a medida que aumenta el estado de desplazamiento aplicado al cable.

La deformada dada por elementos finitos corresponde a una curva similar a una hélice desplazada cierta distancia desde eje inicial del cable y con la diferencia de que esta última se desarrolla no en un eje recto, sino que en un eje con una pequeña inclinación (Fig. 2.47).

El resto de las deformadas, tanto para las configuraciones "*packing*" y "*wedging*" y de longitud 2p, 8p y 16p se muestran en el Anexo A.



Fig 2.45 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; P(1) (8p)



Fig 2.46 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; W(1) (8p)



Fig 2.47 Geometría de deformación, vista elevación; P(1) (8p)

# CAPÍTULO 3: MODELOS MECÁNICOS PARA EL ESTUDIO DE CABLES DAÑADOS EN FORMA ASIMÉTRICA

En este capítulo se muestran algunos de los modelos presentes en la literatura que son capaces de predecir el comportamiento de cables dañados en forma asimétrica. Se analizan los modelos propuestos por MacDougall y Bartlett (2006) y J. Lanteigne (1985). Además, se propone un nuevo modelo capaz de estimar el impacto de la distribución asimétrica de daño en la sección transversal del cable.

Además, se presenta un modelo propuesto por M. Raoof y T.J. Davies el cual estima la rigidez a flexión del cable considerando el efecto de la carga axial.

# 3.1 MODELO DE MACDOUGALL Y BARTLETT (2006)

El modelo propuesto por MacDougall y Bartlett se desarrolla a partir de un caso particular de un cable compuesto por 6 componentes en forma helicoidal y un núcleo compuesto por un componente recto. El modelo básicamente muestra que la concentración tanto de tensiones como deformaciones es producto de un desplazamiento transversal del cable en la dirección en donde se encuentra el componente dañado (desbalance de fuerzas radiales). MacDougall y Bartlett proponen que la geometría de deformación del cable corresponde a la de una hélice circular y que después de la deformación existe equilibrio de fuerzas radiales en toda sección a lo largo del cable.

## 3.1.1 Desarrollo del modelo

Los parámetros geométricos utilizados en este modelo se muestran en la figura, Fig 3.1(a) y 3.1(b) donde *p* corresponde al paso del cable,  $\alpha$  es al ángulo de la hélice y  $R_o$ ,  $R_c$  y  $R_h$  los radios de los componentes externos, del núcleo y del cable, respectivamente.

Si el cable está sometido a una fuerza F (Fig 3.1(c)), cada uno de sus componentes no dañados tomará parte de esta carga denominada  $N_u$ . Este último valor, en conjunto con la geometría del cable, determinará la fuerza de contacto por unidad de longitud que existe entre el núcleo y el componente no dañado según Ec. 3.1 (MacDougall y Bartlett, 2006).



**Fig 3.1** (a) Vista longitudinal (b) Sección transversal (c) Diagrama de cuerpo libre (MacDougall y Bartlett 2006)

$$X_c = \frac{\cos(\alpha)^2}{R_h} N_u$$
 Ec. 3.1

Las fuerzas internas de contacto aplicadas en el núcleo de la sección producen un desbalance de cargas cuando uno de los componentes externos está dañado. En Fig 3.2(a) se muestra claramente que el equilibrio no se cumple en la dirección "y" si un componente del cable está dañado. Para restaurar el equilibrio, el cable se debe deformar perpendicularmente a su eje longitudinal, (Ver Fig 3.2(c)), es decir, debe ocurrir un desplazamiento transversal ( $\delta_p$ ) de éste en la misma dirección donde se encuentra el componente dañado,(Ver Fig 3.2(b)). El efecto que produce este desplazamiento transversal es que los componentes adyacentes al componente dañado aumentan su radio de hélice, mientras que lo contrario ocurre para los componentes opuestos al componente dañado que disminuyen el valor de su radio. Dado que la deflexión del cable produce un aumento o disminución de los radios de hélice de los componentes no dañados del cable, estos aumentarán o disminuirán su deformación axial según la siguiente expresión (MacDougall y Bartlett 2006).

$$\varepsilon_h = \frac{\cos(\alpha)^2}{R_h} \delta_h$$
 Ec. 3.2

donde  $\varepsilon_h$  corresponde al valor adicional de la deformación axial debido a la deflexión del cable y  $\delta_h$  es el aumento o disminución del valor del radio de la hélice en los componentes externos no dañados.



Fig 3.2 (a) Fuerzas de contacto sobre el núcleo del cable (b) deflexión de la sección transversal (c) deflexión del eje del cable (MacDougall y Bartlett 2006)

El segundo paso del modelo es relacionar el valor de la deflexión del cable  $(\delta_p)$  con el aumento o disminución de los radios de hélice de los componentes no dañados del cable  $(\delta_h)$ . Esta relación varía para cada tipo de configuración geométrica y en el caso particular del cable estudiado por MacDougall y Bartlett se tiene lo siguiente: siguiendo la nomenclatura de la Fig 3.3(a) y tomando como ejemplo particular un componente adyacente al componente dañado  $(W_{60^\circ})$ ) de radio  $R_h$  antes de la deformación, (Ver Fig 3.3(b)), y  $R_h$ ' después de la deformación, (Ver Fig 3.3(c)). Si el desplazamiento  $\delta_p$  es pequeño entonces el ángulo NM'N' mostrado en Fig 3.4(d), no sufrirá grandes variaciones, de este modo la relación entre  $\delta_p$  y  $\delta_h$  queda determinada por:

$$\delta_{h,W_{e0}} = \delta_p \cos(60^\circ)$$
 Ec. 3.3

Luego de obtener una relación entre  $\delta_p$  y  $\delta_h$  para todos los componentes siguiendo el mismo proceso descrito en el párrafo anterior, se debe calcular la deformación de cada componente como la suma de 2 términos. El primero corresponde al ya mencionado

anteriormente en la ecuación Ec. 3.2 y el segundo término es producto del desplazamiento axial  $(\Delta)$  producto de las cargas aplicadas al cable.



Fig 3.3 (a) Nomenclatura (b) Deflexión antes de dañar el componente (c) deflexión después de dañar el componente (d) compatibilidad de deflexiones (MacDougall y Bartlett 2006)

La deformación axial producto del desplazamiento  $\Delta$  en el núcleo del cable ( $\varepsilon_{c,\Delta}$ ) y en los componentes externos no dañados ( $\varepsilon_{ex,\Delta}$ ) y siguiendo la nomenclatura de MacDougall y Bartlett según Fig 3.1(a) son

$$\varepsilon_{c,\Delta} = \frac{\Delta}{L}$$
 Ec. 3.4

$$\mathcal{E}_{ex,\Delta} = \frac{\Delta}{L} sen(\alpha)^2$$
 Ec. 3.5

Cabe señalar que los pares de componentes  $(W_{60^\circ}, W_{-60^\circ})$  y  $(W_{120^\circ}, W_{-120^\circ})$  tendrán los mismos valores tanto para las tensiones y deformaciones debido a la presencia de un eje de simetría (eje "y") relacionado a la asimetría producto del daño de la sección transversal. Luego, la deformación de cada componente del cable queda en función del desplazamiento transversal  $\delta_p$ , y para cada componente se tiene:

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta}{L}$$
 Ec. 3.6

$$\varepsilon_{\pm 60^{\circ}} = \frac{\Delta}{L} sen(\alpha)^2 + \frac{\cos(\alpha)^2}{R_h} \frac{\delta_p}{2}$$
 Ec. 3.7

$$\mathcal{E}_{\pm 120^{\circ}} = \frac{\Delta}{L} \operatorname{sen}(\alpha)^2 - \frac{\cos(\alpha)^2}{R_h} \frac{\delta_p}{2}$$
 Ec. 3.8

$$\varepsilon_{180^{\circ}} = \frac{\Delta}{L} sen(\alpha)^2 - \frac{\cos(\alpha)^2}{R_h} \delta_p$$
 Ec. 3.9

La fuerza axial N<sub>u</sub> en cada componente se obtiene multiplicando las ecuaciones Ec. 3.6 a Ec. 3.9 por EA, donde E es el módulo de Young del material en cuestión y A es el área de cada componente helicoidal. Una vez que se obtienen los valores de N<sub>u</sub> para cada componente del cable y, según la ecuación Ec. 3.1, es posible calcular la fuerza de contacto por unidad de longitud que ejerce cada componente helicoidal sobre el núcleo del cable, Fig 3.2(a). De esta forma es posible plantear el equilibrio de fuerzas radiales en la sección y despejar así el valor del desplazamiento transversal  $\delta_p$ .

$$\delta_p = \frac{1}{2} \frac{R_h \tan(\alpha)^2}{L} \Delta$$
 Ec. 3.10

Reemplazando el valor de  $\delta_p$  en las ecuaciones Ec. 3.7, 3.8 y 3.9 se obtienen las deformaciones para cada componente helicoidal del cable.

$$\varepsilon_{\pm 60^{\circ}} = 1.25 \frac{\Delta}{L} sen(\alpha)^2$$
 Ec. 3.11

$$\varepsilon_{\pm 120^\circ} = 0.75 \frac{\Delta}{L} sen(\alpha)^2$$
 Ec. 3.12

$$\varepsilon_{\pm 180^\circ} = 0.5 \frac{\Delta}{L} sen(\alpha)^2$$
 Ec. 3.13

Las ecuaciones Ec. 3.11, 3.12 y 3.13 muestran que el modelo presentado por MacDougall tiene como resultado una distribución lineal de deformaciones en la sección transversal del cable, Fig. 3.4.

Esta distribución de deformaciones difiere a la obtenida a partir de los modelos de elementos finitos, presentada en Fig. 3.5.



Fig 3.4 Perfil de deformaciones, MacDougall



Fig 3.5 Perfil de deformaciones, FEM

La no linealidad de la distribución de deformaciones de la figura 3.5 es producto de posibles deslizamientos relativos de los componentes del cable, aun así, la hipótesis de Bernoulli es una buena aproximación.

#### **3.2 MODELO DE J. LANTEIGNE (1985)**

Lanteigne (1985) desarrolla un modelo relacionado con el comportamiento mecánico de cables sometidos a cargas estáticas tales como carga axial, torsión y flexión. Este modelo es bastante general y puede ser aplicado a variados tipos de cables, ya sean de diferentes materiales, combinaciones geométricas y diámetros de los componentes. Dentro del trabajo se desarrollan y se obtienen expresiones para los términos de la matriz de rigidez del cable: rigidez axial, flexión, torsión y sus componentes acopladas, fuera de la diagonal, respectivamente. La asimetría en la distribución de daño puede incorporarse en el acoplamiento de la flexión y carga axial producto de un momento de flexión no nulo en la sección asociado a la carga axial desarrollada por cada componente no fracturado.

#### 3.2.1 Desarrollo del modelo

J. Lanteigne plantea que la deformación axial total en los componentes del cable es una función de la deformación axial, torsional y curvatura del cable. Despreciando los efectos de segundo orden, se llega a la siguiente expresión para la deformación axial en función de la posición z a lo largo del eje longitudinal del cable, (J. Lanteigne 1985).

$$\varepsilon_i(z) = \cos(\alpha_n)^2 \frac{\partial u}{\partial z} + R_n \sin(\alpha_n) \cos(\alpha_n) \frac{\partial \phi}{\partial z} + R_n \cos(\alpha_n)^2 \sin(\frac{2\pi i}{K_n} - \frac{z \tan(\alpha_n)}{R_n}) \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad \text{Ec. 3.14}$$

donde el subíndice *i*, (Ver Fig 3.6(b)), hace referencia al componente de la capa en cuestión,  $\alpha_n$ y  $R_n$  corresponden al ángulo y al radio de la hélice de la capa n (Fig 3.6(a)),  $K_n$  es el número total del componentes que toman carga pertenecientes en la capa n y  $\frac{\partial u}{\partial z}$ ,  $\frac{\partial \phi}{\partial z}$  y  $\frac{\partial \psi}{\partial z}$  corresponden los valores de la deformación axial, torsional y la curvatura del cable respectivamente (Fig 3.6(b)). De esta manera, es posible determinar la fuerza en el centroide del componente *i* perteneciente a la capa n sujeto a deformación axial, torsional y curvatura mediante la siguiente expresión.

$$F_i(z) = A_n E_n \varepsilon_i(z)$$
 Ec. 3.15

donde  $A_n$  y  $E_n$  corresponden al área y al módulo de Young del componente a analizar.



**Fig 3.6** (a) Capa *n* del cable (b) Configuración capa *n* ( $K_n$  componentes) en la posición z = 0(c) Cable bajo curvatura uniforme (J. Lanteigne, 1985)

Una vez obtenida la expresión para la deformación axial de un componente cualquiera del cable,(Ver Ec. 3.15), y mediante el principio de energía potencial estacionaria que relaciona la energía potencial externa con la energía interna de deformación, se obtiene la matriz de rigidez del cable como sigue:

Suponiendo una variación en los desplazamientos dado por  $\partial(\Delta u)$ ,  $\partial(\Delta \phi)$  y  $\partial(\Delta \psi)$ , la variación de la energía interna de deformación para un componente *i* perteneciente a la capa n queda determinada por:

$$\partial U_i = \iiint_{v_n} E_n \varepsilon_i \partial \varepsilon_i dv_n$$
 Ec. 3.16

donde  $dv_n$  es el diferencial de volumen  $r_n dr_n d\varphi dz / \cos(\alpha_n)$  para un componente de la capa n y  $\partial \varepsilon_i$  es el incremento de la deformación axial.

Sumando sobre todos los componentes y sobre todas las capas del cable, se obtiene una expresión para la variación de la energía interna de deformación total del cable que se muestra a continuación.

$$\partial U = \sum_{n=1}^{N} \sum_{i=1}^{K_n} \partial U_i + \partial U_c$$
 Ec. 3.17

donde  $\partial U_c$  es la contribución del núcleo del cable.

Por otro lado, la variación en la energía interna de deformación es producto de la variación en la energía potencial externa  $\partial V$ .

$$\partial V = \mathrm{T}\partial(\Delta u) + \Im\partial(\Delta \phi) + \mathsf{M}\partial(\Delta \psi)$$
 Ec. 3.18

donde T,  $\Im$  y M son la fuerza axial, la torsión y el momento flector aplicado al cable respectivamente.

A partir de las ecuaciones Ec. 3.17 y Ec. 3.18 se obtiene la siguiente relación.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{T} \\ \mathfrak{I} \\ \mathsf{M} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (AE) & k_{\mathrm{T3}} & k_{\mathrm{TM}} \\ k_{\mathrm{T3}} & (JG) & k_{\mathrm{3M}} \\ k_{\mathrm{TM}} & k_{\mathrm{3M}} & (IE) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta u / l \\ \Delta \phi / l \\ \Delta \psi / l \end{pmatrix} \mathbf{Ec. 3.19}$$

donde (AE), (JG) y (IE) corresponden a la rigidez axial, torsional y a la flexión, mientras que los términos fuera de la diagonal  $k_{T3}$ ,  $k_{TM}$  y  $k_{3M}$  corresponden a los coeficientes de rigidez para los pares axial-torsión, axial-flexión y torsión-flexión respectivamente. Los términos señalados anteriormente quedan determinados por las siguientes expresiones.

$$(AE) = \sum_{n=1}^{N} K_n A_n E_n \cos(\alpha_n)^3 + A_c E_c$$
 Ec. 3.20

$$(JG) = \sum_{n=1}^{N} K_n A_n E_n R_n^2 \sin(\alpha_n)^2 \cos(\alpha_n) + J_c G_c$$
 Ec. 3.21

$$(IE) = \sum_{n=1}^{N} K_n A_n E_n \frac{\left(r_n^2 + R_n^2\right)}{2} \cos(\alpha_n)^3 + I_c E_c + \sum_{n=1}^{N} \sum_{i=1}^{K_n} A_n E_n B_{in}$$
 Ec. 3.22

$$k_{T\Im} = \sum_{n=1}^{N} K_n A_n E_n R_n \sin(\alpha_n) \cos(\alpha_n)^2$$
 Ec. 3.23

$$k_{\text{TM}} = \sum_{n=1}^{N} \sum_{i=1}^{K_n} A_n E_n A_{in}$$
 Ec. 3.24

$$k_{\text{SM}} = \sum_{n=1}^{N} \sum_{i=1}^{K_n} A_n E_n A_{in} R_n \tan(\alpha_n)$$
 Ec. 3.25

donde los términos  $A_{in}$  y  $B_{in}$  están dados por:

$$A_{in} = \frac{R_n^2 \cos(\alpha_n)^3}{l \tan(\alpha_n)} \left[ \cos(\frac{2\pi i}{K_n}) - \cos(\frac{2\pi i}{K_n} + \frac{l \tan(\alpha_n)}{R_n}) \right]$$
 Ec. 3.26

$$B_{in} = \frac{R_n^3 \cos(\alpha_n)^3}{4l \tan(\alpha_n)} \left[ \sin(\frac{4\pi i}{K_n}) - \sin(\frac{4\pi i}{K_n} + \frac{2l \tan(\alpha_n)}{R_n}) \right]$$
 Ec. 3.27

Los coeficientes de la matriz de rigidez fueron obtenidos de manera de abarcar los casos en que uno o más componentes del cable presenten daño. De este modo, si el daño es asimétrico, los términos  $k_{\text{TM}}$  y  $k_{\text{3M}}$  toman valores distintos a cero. Lo contrario ocurre si la configuración del cable es simétrica ya que para este caso se tiene que,

$$\sum_{i=1}^{K_n} \cos(\frac{2\pi i}{K_n}) = 0$$
 Ec. 3.28  
$$\sum_{i=1}^{K_n} \sin(\frac{4\pi i}{K_n}) = 0$$
 Ec. 3.29

lo que da como resultado,

$$\sum_{i=1}^{K_n} A_{in} = 0$$
 Ec. 3.30

$$\sum_{i=1}^{K_n} B_{in} = 0$$
 Ec. 3.31

que finalmente se traduce a que los coeficientes de la matriz de rigidez  $k_{\text{TM}}$  y  $k_{\text{3M}}$  sean cero.

A partir de la ecuación Ec. 3.19 se obtiene el valor de la curvatura del cable  $\Delta \psi / l$ , dato necesario para obtener la deformación en cada componente del cable según la ecuación Ec. 3.14. En este caso particular, el valor de la deformación axial  $\Delta u / l$  es un dato conocido y el valor de  $\Delta \phi / l$  es cero debido a que se restringe la rotación en ambos apoyos del cable.

Finalmente, es de suma importancia mencionar que, para grandes desplazamientos, se debe incorporar al análisis una matriz de rigidez geométrica adicional a la matriz lineal de la ecuación Ec. 3.19. Esta matriz geométrica no se presenta en este trabajo.

#### 3.3 MODELO PROPUESTO

El modelo que se presenta a continuación, estima la respuesta estática (rigidez, distribución de tensiones y deformaciones en la sección transversal, capacidad residual, posición deformada y capacidad de deformación) de un cable dañado en forma asimétrica, mediante un análisis de viga no lineal con pequeñas deformaciones considerando la hipótesis de Bernoulli (secciones planas permanecen planas y normales a su eje centroidal después de la deformación), sujeta a una carga axial y a una fuerza de corte uniforme en el largo, producto de una desbalance de cargas radiales en la sección transversal del cable producto de la distribución asimétrica de daño. A partir de lo anterior, y realizando un análisis seccional, se cuantifican las distribuciones de tensiones y deformaciones y las curvas de capacidad del cable.

#### 3.3.1 Desarrollo general del modelo

La teoría de la viga de Bernoulli se basa en el supuesto de que la sección transversal de la viga permanece plana y perpendicular al eje axial de referencia, después de ocurrida una deformación. De lo anterior se deduce:

$$\tan\left[\theta(x)\right] \cong \theta(x) = \frac{\partial v(x)}{\partial x}$$
 Ec. 3.32

donde  $\theta(x)$  representa la rotación de una sección cualquiera y v(x) corresponde al desplazamiento vertical.

En Fig. 3.7 se muestra el diagrama de cuerpo libre para un componente infinitesimal del cable orientado sobre sobre su eje axial x.



Fig 3.7 Diagrama de cuerpo libre de un componente infinitesimal del cable

en la figura V,  $H \neq M$  corresponden a los esfuerzos de corte, axial y momento, mientras que q,  $h \neq m$  son esfuerzos distribuidos a lo largo del componente.

Mediante un equilibrio de fuerzas en el eje horizontal se obtiene:

$$-H(x) + \int_{x}^{x+\Delta x} h(\xi) d\xi + H(x+\Delta x) = 0$$
 Ec. 3.33

luego, dividiendo por  $\Delta x$  y asumiendo que  $h(\xi)$  es constante para  $\xi \in [x, x + \Delta x]$  se deduce la siguiente expresión:

$$\frac{H(x+\Delta x) - H(x)}{\Delta x} + h(\xi) = 0$$
 Ec. 3.34

si consideramos el limite cuando  $\Delta x \rightarrow 0$  si obtiene:

$$\frac{\partial H}{\partial x} + h(x) = 0$$
 Ec. 3.35

Al realizar un equilibrio de fuerzas en el eje horizontal y siguiendo el mismo procedimiento de las ecuaciones 3.34 y 3.35 se obtiene:

$$-V(x) + \int_{x}^{x+\Delta x} q(\xi) d\xi + V(x+\Delta x) = 0$$
 Ec. 3.36

$$\frac{V(x+\Delta x)-V(x)}{\Delta x}+q(x)=0$$
 Ec. 3.37

$$\frac{\partial V}{\partial x} + q(x) = 0$$
 Ec. 3.38

Finalmente, al realizar un equilibrio de momento entorno al punto *o* se obtiene:

$$-M(x) + M(x + \Delta x) + V(x + \Delta x)(\Delta x + u(x + \Delta x) - u(x)) -$$

$$H(x + \Delta x)(v(x + \Delta x) - v(x)) + \int_{x}^{x + \Delta x} [h(\xi)(v(\xi) - v(x)) +$$

$$\mathbf{Ec. 3.39}$$

$$q(\xi)(\xi + u(\xi)) + m(\xi)]d\xi$$

donde *u* y *v* corresponden al desplazamiento axial y al desplazamiento en la vertical respectivamente. Luego, dividiendo la ecuación 3.39 por  $\Delta x$  y tomando el límite cuando  $\Delta x \rightarrow 0$  se obtiene:

$$\frac{\partial M}{\partial x} + V(1 + \frac{\partial u}{\partial x}) - H \frac{\partial v}{\partial x} + m(x) = 0$$
 Ec. 3.40

Los dos primeros términos de la integral de la ecuación 3.39 se desprecian debido a que el brazo del momento en la integral tiende a cero cuando  $\Delta x \rightarrow 0$ .

Finalmente, las ecuaciones diferenciales de equilibrio que gobiernan el problema son:

$$H' + h = 0$$
 Ec. 3.41

$$V'+q=0$$
 Ec. 3.42

$$M'+V(1+u')-Hv'+m=0$$
 Ec. 3.43

Considerando que las deformaciones son pequeñas, la ley constitutiva para el momento queda determinada por:

$$M(x) = EI^{\text{sec}} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$$
 Ec. 3.44

Luego, diferenciando la ecuación 3.43 se obtiene:

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial V}{\partial x} \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right) + V\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) - H \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial H}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial m}{\partial x} = 0$$
 Ec. 3.45

Reemplazando las ecuaciones 3.41, 3.42 y 3.44 en la ecuación 3.45 y considerando que tanto la carga como la deformación axial no varían a lo largo del cable ( $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$  y h(x) = 0) y que no hay presencia de un momento distribuido a lo largo del cable (m(x) = 0) se obtiene una ecuación diferencial de cuarto orden para el desplazamiento v(x) del cable dada por la ecuación 3.46.

$$EI_{zz}^{sec} \frac{\partial^4 v(x)}{\partial x^4} - q_y(x)(1+u') - H \frac{\partial^2 v(x)}{\partial x^2} = 0$$
 Ec. 3.46

El mismo problema se debe realizar para el otro plano del cable (los cuales coinciden con los ejes principales de la sección) de donde se obtiene el desplazamiento w(x) mostrado en la ecuación 3.47.

$$EI_{yy}^{sec} \frac{\partial^4 w(x)}{\partial x^4} - q_z(x)(1+u') - H \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} = 0$$
 Ec. 3.47

siendo  $I_{zz}$  y  $I_{yy}$  las inercias obtenidas a partir de los ejes principales de la sección modificada del cable dañado.

# 3.3.2 Condiciones de borde

En Fig. 3.8 se presenta un esquema plano del modelo de donde se obtienen las condiciones de borde que gobiernan el problema.



Fig 3.8 Condiciones de borde

Para este modelo en particular (empotrado, empotrado deslizante), las condiciones de borde que gobiernan el problema son:

- $v(x)|_{x=0} = 0$  Ec. 3.48
- $v'(x)|_{x=0} = 0$  Ec. 3.49
- $v(x)|_{x=L} = 0$  Ec. 3.50
- $v'(x)|_{x=L} = 0$  Ec. 3.51

Del mismo modo, para el plano perpendicular al de la figura 3.8 se tiene:

$$w(x)|_{x=0} = 0$$
 Ec. 3.52

$$w'(x)|_{x=0} = 0$$
 Ec. 3.53

$$w(x)|_{x=L} = 0$$
 Ec. 3.54

$$w'(x)|_{x=L} = 0$$
 Ec. 3.55

# 3.3.3 Solución de la ecuación diferencial

Para solucionar las ecuaciones 3.46 y 3.47 es necesario definir las funciones que definen los cortes desbalanceados  $q_y(x)$  y  $q_z(x)$ .

Los cortes desbalanceados  $q_y(x)$  y  $q_z(x)$  se obtienen a partir de un equilibrio de fuerzas radiales en la sección transversal del cable (considerando que se mantiene la geometría helicoidal inicial), como se muestra en el caso particular de una sección transversal, a una distancia x cualquiera, para el cable P(1) de Fig. 3.9. A partir de esta figura se obtienen los cortes  $q_y(x)$  y  $q_z(x)$  desbalanceados:

$$q_{y}(x) = -F_{Des} \cos(\theta(x))$$
 Ec. 3.56  
$$q_{z}(x) = -F_{Des} \sin(\theta(x))$$
 Ec. 3.57

donde  $F_{e_i}$  es la carga axial en el componente *i*,  $\kappa$  corresponde a la curvatura del componente *i* dada por la geometría helicoidal del cable ( $\kappa = \frac{\sin(\alpha)^2}{R}$ ) (MacDougall y Bartlett, 2006),  $F_{r_i}$  es la fuerza radial por unidad de largo producida por el componente *i* y  $\theta$  es el ángulo en que ha rotado la sección para una distancia *x* cualquiera ( $\theta(x) = \frac{2\pi x}{n}$ ).



Fig 3.9 Equilibrio radial, sección transversal cable P(1)

En el caso particular del cable P(1), la fuerza por unidad de largo desbalanceada ( $F_{Des}$ ) corresponde a la fuerza radial producida por el componente opuesto al componente dañado.

Dadas las ecuaciones 3.56 y 3.57 es posible reescribir las ecuaciones diferenciales para los desplazamientos v(x) y w(x) como siguen:

$$v'''(x) - b_z v''(x) = a_z \cos(dx)$$
 Ec. 3.58

$$w'''(x) - b_y w''(x) = a_y \sin(dx)$$
 Ec. 3.59

donde

$$a_{z} = -\frac{F_{Des}}{EI^{sec}} (1 + \frac{\Delta u}{L})$$
 Ec. 3.60

$$a_{y} = -\frac{F_{Des}}{EI^{sec}}_{yy} (1 + \frac{\Delta u}{L})$$
 Ec. 3.61

$$b_z = \frac{H}{EI_{zz}^{sec}}$$
 Ec. 3.62

$$b_{y} = \frac{H}{EI_{yy}^{sec}}$$
 Ec. 3.63

$$d = \frac{2\pi}{p}$$
 Ec. 3.64

Así, las soluciones de las ecuaciones 3.58 y 3.59 son:

$$v(x) = \frac{a_z}{b_z d^2 + d^4} \cos(dx) + C_1 \frac{e^{\sqrt{b_z}x}}{b_z} + C_2 \frac{e^{-\sqrt{b_z}x}}{b_z} + C_4 x + C_3$$
 Ec. 3.65

$$w(x) = \frac{a_y}{b_y d^2 + d^4} \sin(dx) + \overline{C_1} \frac{e^{\sqrt{b_y x}}}{b_y} + \overline{C_2} \frac{e^{-\sqrt{b_y x}}}{b_y} + \overline{C_4} x + \overline{C_3}$$
 Ec. 3.66

siendo  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $C_4$ ,  $\overline{C_1}$ ,  $\overline{C_2}$ ,  $\overline{C_3}$  y  $\overline{C_4}$  constantes obtenidas a partir de las condiciones de bordes vistas en las ecuaciones 3.48 a 3.55.

$$C_1 = 0$$
 Ec. 3.67

$$C_2 = 0$$
 Ec. 3.68

$$C_3 = -\frac{a_z}{b_z d^2 + d^4}$$
 Ec. 3.69

$$C_4 = 0$$
 Ec. 3.70

$$\overline{C_1} = -\frac{La_y b_y e^{-L\sqrt{b_y}}}{d(d^2 + b_y)(2e^{-L\sqrt{b_y}} + L\sqrt{b_y} + L\sqrt{b_y} e^{-L\sqrt{b_y}} - 2)}$$
 Ec. 3.71

$$\overline{C_2} = \frac{La_y b_y}{d(d^2 + b_y)(2e^{-L\sqrt{b_y}} + L\sqrt{b_y} + L\sqrt{b_y}e^{-L\sqrt{b_y}} - 2)}$$
 Ec. 3.72

$$\overline{C_3} = \frac{La_y(e^{-L\sqrt{b_y}} - 1)}{d(d^2 + b_y)(2e^{-L\sqrt{b_y}} + L\sqrt{b_y} + L\sqrt{b_y}e^{-L\sqrt{b_y}} - 2)}$$
 Ec. 3.73

$$\overline{C_4} = -\frac{2a_y(e^{-L\sqrt{b_y}} - 1)}{d(d^2 + b_y)(2e^{-L\sqrt{b_y}} + L\sqrt{b_y} + L\sqrt{b_y}e^{-L\sqrt{b_y}} - 2)}$$
 Ec. 3.74

# 3.3.4 Algoritmo empleado para la obtención de resultados

A continuación se presenta el algoritmo paso a paso utilizado para obtener los resultados relacionados a: curva de capacidad, distribución de tensiones, distribución de deformaciones y

deformada del cable dañado. El algoritmo hace referencia al *n-ésimo* paso incremental del análisis.

Paso N°1: Dado un incremento en desplazamiento axial Δu<sub>n</sub>, se estima el valor de la respuesta axial inicial del cable (H<sup>g=0</sup><sub>n</sub>) considerando una geometría helicoidal según Ec. 3.75.

$$H_n^{g=0} = \left[ (AE(\varepsilon_{xx}))_c + \sum_l (AE(\varepsilon_{xx}))_l \cos(\alpha) \right] \left( \frac{u_n}{L} \right)$$
 Ec. 3.75

donde  $u_n = u_{n-1} + \Delta u_n$  es el desplazamiento axial total aplicado en el paso *n-ésimo* del análisis y donde el parámetro *g* hace referencia a la *g-ésima* iteración.

- Paso N°2: Calcular la fuerza por unidad de largo desbalanceada F<sub>Desn</sub> según la configuración del cable a analizar y los valores de las constantes a<sub>z</sub>, a<sub>y</sub>, b<sub>z</sub>, b<sub>y</sub> y d de las ecuaciones 3.60, 3.61, 3.62, 3.63 y 3.64 respectivamente. Además se deben calcular los valores de las constantes C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, C<sub>3</sub>, C<sub>4</sub>, C
  <sub>1</sub>, C
  <sub>2</sub>, C
  <sub>3</sub>, y C
  <sub>4</sub>, y resolver las ecuaciones diferenciales (Ec 3.58 y Ec 3.59) para ambos planos principales de la sección transversal modificada del cable, obteniendo como resultados los desplazamientos v(x)<sub>n</sub> y w(x)<sub>n</sub> para el n-ésimo incremento de desplazamiento.
- Paso N°3: Calcular el campo de desplazamiento para cada componente del cable, evaluando en secciones donde la orientación de los planos principales coincida con los ejes Y y Z de la figura 3.9.

$$u_{x_n} = u_n - yv'(x)_n + zw'(x)_n$$
 Ec. 3.76

$$u_{y_n} = v(x)_n$$
 Ec. 3.77

$$u_{z_n} = w(x)_n$$
 Ec. 3.78
• **Paso** N°4: Obtener la deformación en cada elemento componente del cable (Ec 3.79), en especial el valor de la deformación axial ( $\varepsilon_{xx}$ ), evaluando en secciones donde la orientación de los planos principales coincida con los ejes Y y Z de la figura 3.9.

$$\varepsilon_{i,j_n} = \frac{1}{2} (u_{i,j_n} + u_{j,i_n} + u_{\alpha,i_n} u_{\alpha,j_n})$$
 Ec. 3.79

Paso N°5: Actualizar el ángulo de la hélice para cada componente del cable (α<sup>i</sup><sub>n</sub>) a partir de las deformadas obtenidas en el Paso N°3 y, utilizando la ley constitutiva del material, calcular la tensión en cada elemento componente del cable según Ec. 3.80. A partir de lo anterior obtener la carga axial según la ecuación 3.81 asumiendo que se mantiene la geometría helicoidal del cable y considerando la actualización de cada ángulo α<sup>i</sup><sub>n</sub>.

$$\sigma_{xx_n} = f(\varepsilon_{xx_n})$$
 Ec. 3.80

$$H_n^{g+1} = \sum_i A_i \sigma_{i_n} = \sum_i T_{i_n}$$
 Ec. 3.81

$$\tan(\alpha_n^i) = \frac{2\pi R_{i_n}}{p_n}$$
 Ec. 3.82

siendo  $T_{i_n}$  la carga axial calculada en el centro de cada componente *i* obtenida a partir de la ecuación 3.80 y  $H_n^{g+1}$  la carga axial total en el cable para el *n-ésimo* incremento de desplazamiento.

El ángulo de la hélice  $\alpha_n^i$  es calculado considerando que la deformada de cada componente del cable (incluyendo el núcleo) es representada por una hélice circular, hipótesis obtenida a partir de los modelos 3D, en donde  $R_{i_n}$  corresponde al radio de la hélice descrita por el componente *i* del cable para el *n-ésimo* incremento de desplazamiento.

• **Paso** N°6: Calcular el error  $(err)_n^{g+1} = H_n^{g+1} - H_n^g$ . Si el error es menor a un 2% (criterio adoptado) la fuerza axial para el *n-ésimo* incremento de desplazamiento queda determinado por  $H_n^{g+1}$  y se comienza un nuevo análisis para el *n+1-ésimo* incremento de

desplazamiento. Si el criterio adoptado no se cumple, se debe retroalimentar el modelo a partir de  $H_n^{g+1}$  para obtener  $H_n^{g+2}$  y seguir el mismo procedimiento.

En el caso de un material con ley constitutiva no lineal, se debe actualizar tanto el valor de la carga axial N y el del módulo de elasticidad promedio (Ec. 3.83) para cada iteración.

$$E_{p}(\varepsilon) = \frac{A_{c}E_{c}(\varepsilon_{c}) + (\sum_{i}A_{i}E_{i}(\varepsilon))}{\sum_{i}A_{i} + A_{c}}$$
 Ec. 3.83

Es necesario mencionar, que en los casos en que se tengan materiales cuya ley constitutiva sea no lineal, se ajusta una curva cuya función sea impar (Ec. 3.84), ya que de esta forma, el eje neutro de la sección, coincide con el centroide de la sección transversal transformada (Mikio Muroaka, 2001).

$$\sigma(x) = \sum_{i=1}^{n} a_i x^{2n-1}$$
 Ec. 3.84

siendo  $a_i$  los coeficientes de la función impar.

# La figura 3.11 muestra un diagrama de flujo paso a paso del modelo propuesto.



Fig 3.10 Diagrama de flujo del modelo propuesto (MP)

# 3.4 DETERMINACIÓN DE LA RIGIDEZ A FLEXIÓN

Para la determinación de la rigidez a flexión del cable se utiliza el modelo simplificado propuesto por M. Raoof y T.J. Davies (2004). Este modelo nace accidentalmente después de enrollar un cable en un carrete circular como método de transporte. Cuando el cable es desenrollado, éste queda con forma helicoidal, como se muestra en Fig. 3.11 (proyección en un plano).



Fig 3.11 Deformación del cable, posterior al desenrollado. (M. Raoof y T.J. Davies, 2004)

donde r corresponde al radio de la hélice proveniente de la deformación del cable, L es el largo total del cable y F es la fuerza axial aplicada.

La rigidez a flexión efectiva del cable (EI)\* se basa en la relación que existe entre la carga axial aplicada al cable F y la variación del radio r. La expresión propuesta por M. Raoof y T.J. Davies (2004) se muestra en Ec. 3.85.

$$m = \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_o}\right) (EI)^*$$
 Ec. 3.85

donde *m* corresponde al momento flector aplicado al cable y R es el radio de curvatura, ambos mostrados en Ec. 3.86 y 3.87.

$$m = F \times r$$
 Ec. 3.86  
$$R = \frac{r}{\sin(\overline{\alpha})^2}$$
 Ec. 3.87

donde  $\bar{\alpha}$  corresponde al ángulo de la hélice producto de la deformación aplicada al cable.

$$\overline{\alpha} = \tan^{-1} \left( \frac{2\pi r}{L} \right)$$
 Ec. 3.88

La propuesta de la rigidez efectiva presentada por Raoof y Davies es aplicada a cada uno de los cables de interés de este trabajo, la rigidez efectiva es obtenida a partir de las deformadas, la fuerza axial y las curvaturas dadas por el modelo no lineal propuesto en el punto 3.3 de este capítulo, obteniendo de esta manera una rigidez efectiva (EI)\* secante a la curva entre el momento y la curvatura.

Las rigideces efectivas a flexión (EI)\* obtenidas a partir del modelo no lineal propuesto (MP) se presentan en las figuras 3.12 y 3.13 para las configuraciones del tipo "*packing*" y "*wedgings*" respectivamente.



Fig 3.12 Rigidez a flexión modelos de configuración packing



Fig 3.13 Rigidez a flexión modelos de configuración wedging

De las figuras 3.12 y 3.13 se observa que para ambas configuraciones existe un aumento de la rigidez efectiva (EI)\* a medida que aumenta la deformación global dada al cable. Este aumento en la rigidez se debe a que mientras mayor sea el estado de deformación, mayor será la capacidad axial presente en el cable, con lo cual se restringe los desplazamientos laterales. Para deformaciones cercanas a 0, se utilizó la rigidez propia del cable EI.

# CAPÍTULO 4: ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS

En este capítulo se muestran los resultados de los modelos simplificados presentes en la literatura y modelos propuestos capaces de predecir el impacto del daño asimétrico en la sección transversal del cable en relación a: la capacidad axial, deformación de fractura y distribución de tensiones y deformaciones internas.

# 4.1 MODELOS DE CONFIGURACIÓN PACKING

# 4.1.1 Curvas de capacidad

En Fig 4.1 y 4.2 se muestran las curvas de capacidad de los cables P(1) y P(12), respectivamente. Las curvas que se presentan corresponden a los modelos de elementos finitos, modelo de Lanteigne, modelo de MacDougall y Bartlett, curva de área neta y la curva del modelo propuesto (MP).



Fig 4.1 Curvas de capacidad, cable P(1)



Fig 4.2 Curvas de capacidad, cable P(12)

A continuación se muestra una tabla resumen en que se detallan los valores de la capacidad máxima y la deformación de fractura asociada para cada cable en estudio. Además se muestran las diferencias porcentuales para las deformaciones de fractura (Dif% Def.) y la capacidad máxima (Dif% F) entre los modelos vistos en el capítulo 3 en relación a los resultados de los modelos 3D de elementos finitos.

 Tabla 4-1 Tabla resumen, cable P(1)

Cable	Modelo	odelo Deformación máxima, mm/mm Fuerza máxima, kN		Dif% Def.	Dif% F
P(1) IA=0.199	FEM	0.0067	103.65	0.0%	0.0%
	Lanteigne	0.0070	109.70	4.5%	5.8%
	MacDougall	0.0065	98.54	-3.0%	-4.9%
	MP	0.0069	117.70	3.0%	13.6%
	Área neta	0.0079	126.71	17.9%	22.2%

**Tabla 4-2** Tabla resumen, cable P(12)

Cable	Modelo	Deformación máxima, mm/mm	Fuerza máxima, kN	Dif% Def	Dif% F
P(12) IA=0.374	FEM	0.0057	62.96	0.0%	0.0%
	Lanteigne	0.0079	67.97	38.6%	8.0%
	MacDougall	0.0079	66.27	38.6%	5.3%
	MP	0.0064	90.56	12.3%	43.8%
	Área neta	0.0079	105.7	38.6%	67.8%

De las figuras 4.1 y 4.2 se observa que las curvas de Lanteigne y MacDougall se flexibilizan en relación a las curvas obtenidas mediante la modelación FEM a medida que aumenta la asimetría en el cable, mientras que la curva estimada por el modelo propuesto (MP) se mantiene más rígida para ambas configuraciones del cable.

Para el cable P(1) (Tabla 4.1) la menor diferencia (sin considerar el efecto de área neta) en relación a la deformación de fractura, está dada por el modelo propuesto (MP) el cual presenta una diferencia de un 3% por sobre el modelo FEM, mientras que la mayor diferencia está dada por el modelo de Lanteigne con un 4.5% sobre el modelo 3D. En relación a la capacidad máxima del cable, el modelo que mejor predice la capacidad, obtenida a partir del modelo FEM, corresponde al modelo de MacDougall y Bartlett el cual presenta una diferencia de un 4.9% bajo el modelo 3D, mientras que el modelo que más se aleja de estos valores corresponde al modelo propuesto (MP) sobreestimando la capacidad en un 13.6%.

Para el cable P(12) (Tabla 4.2), en relación a la deformación de fractura, el modelo que mejor estima esté valor corresponde al modelo propuesto (MP) con una diferencia de un 12.3% por sobre el modelo 3D, mientras que los modelos que más se alejan son los modelos de Lanteigne y MacDougall con un 38.6% sobre la deformación de fractura dada por la modelación en Ansys. En relación a la capacidad máxima del cable, el modelo que mejor predice este valor corresponde al modelo de MacDougall con un 5.3% por sobre el valor del modelo FEM, mientras que el modelo que más se aleja corresponde al modelo propuesto (MP) sobrestimando la capacidad máxima en un 48.3%.

#### 4.1.2 Distribución de tensiones y deformaciones

En esta sección se presentan los resultados de la distribución de tensiones y deformaciones por componente para los cables de configuración *packing* y *wedging*. En cada gráfico se muestra un rango de tensiones y deformaciones obtenidas a partir de los resultados de elementos finitos, el cual representa los valores de las tensiones y deformaciones máximas y mínimas de cada componente del cable. Además, se presentan los valores de las tensiones y deformaciones y deformaciones de las tensiones y deformaciones, calculadas en el centroide de cada componente del cable obtenidas a partir de los

modelos analíticos presentes en la literatura. (Lanteigne (1985) y MacDougall y Bartlett (2006)) y del modelo propuesto (MP).

La nomenclatura utilizada para referenciar cada componente del cable corresponde a la definida en Fig 2.6, la cual se muestra en la esquina superior izquierda de cada gráfico. Los términos  $e_{min}$  y  $e_{max}$  corresponden a las cotas (superior e inferior) de cada componente, tanto para las tensiones como para las deformaciones, dadas por los modelos de elementos finitos (FEM). Por su parte, los términos  $e_i$  hacen referencia al componente *i* del cable.

#### 4.1.2.1 Distribución de deformaciones por componente, cable P(1)

Las figuras 4.3, 4.4, 4.5 y 4.6 muestran la distribución de deformaciones por componente para el cable de configuración *packing* P(1).



**Fig 4.3** Distribución de deformaciones, componente 6 y 2.



Fig 4.4 Distribución de deformaciones, componente 0.



**Fig 4.5** Distribución de deformaciones, componente 5 y 3.



Fig 4.6 Distribución de deformaciones, componente 4.

En este cable en particular, todos los modelos están dentro del rango de las deformaciones obtenidas a partir de elementos finitos, a excepción de los componentes 6 y 2 en donde el modelo de MacDougall sobreestima este valor. El modelo propuesto sobreestima la deformación de cada componente en un promedio del 6% por sobre las modelaciones 3D (FEM), llegando al 11% en el componente 4 y al 0% en el núcleo.

# 4.1.2.2 Distribución de tensiones por componente, cable P(1)

Las figuras 4.7, 4.8, 4.9 y 4.10 muestran la distribución de tensiones por componente para el cable de configuración *packing* P(1).

Al igual que para el caso de las deformaciones, todos los modelos caen dentro del rango de tensiones obtenidas a partir de los datos de elementos finitos con la excepción de los componentes 6 y 2 en donde el modelo de MacDougall está por sobre estos valores. En relación al modelo propuesto (MP), como se trabaja con un material lineal, las diferencias porcentuales dadas en el punto 4.1.2.1 se mantienen para el caso de las tensiones en cada componente (MP sobreestima las tensiones dadas por el modelo FEM en un 6% promedio).

Además, se observa que el modelo que presenta mayores diferencias entre sus componentes (gradiente de tensiones y deformaciones más pronunciado) es el modelo de MacDougall, seguido del modelo de Lanteigne y por último el modelo propuesto (MP).



Fig 4.7 Distribución de tensiones, componente 6 y 2.



Fig 4.8 Distribución de tensiones, componente 0.



Fig 4.9 Distribución de tensiones, componente 5 y 3.



Fig 4.10 Distribución de tensiones,

componente 4.

#### **4.1.2.3** Distribución de deformaciones por componente, cable P(12)

Las figuras 4.11, 4.12 y 4.13 muestran la distribución de deformaciones por componente para el cable de configuración *packing* P(12).

El modelo que mejor estima la distribución de deformaciones es el modelo propuesto (MP), a pesar de que sobreestima la deformación de los componentes 6 y 3 (20% de diferencia con respecto el promedio dado por FEM), quedando por sobre el límite de la barrera de deformación de FEM. El resto de los componentes se encuentran por sobre el promedio de elementos finitos pero dentro de los rangos establecidos (En promedio el modelo propuesto (MP) sobreestima la deformación para el cable P(12), en relación a los modelos FEM, en un 17%). MacDougall por su parte, estima de buena forma las deformaciones de los componentes 6, 3 y 0, pero para satisfacer el equilibrio axial, los componentes 5 y 4 deben tener deformación 0 lo cual se aleja de los limites dados por elementos finitos. Finalmente, con el modelo propuesto por Lanteigne se tiene algo similar, en donde las deformaciones de los componentes 5 y 4 son las que se escapan de los rangos establecidos.



Fig 4.11 Distribución de deformaciones, componente 0.



Fig 4.12 Distribución de deformaciones, componente 6 y 3.



Fig 4.13 Distribución de deformaciones, componente 5 y 4.

#### 4.1.2.4 Distribución de tensiones por componente, cable P(12)

Las figuras 4.14, 4.15 y 4.16 muestran la distribución de tensiones por componente para el cable de configuración *packing* P(12).

Al igual que para el caso de las deformaciones, el modelo que mejor estima las tensiones en cada componente del cable de configuración *packing* P(12) es el modelo propuesto (MP), el cual se encuentra dentro de todos los rango de valores obtenidos a partir de las modelaciones en elementos finitos salvo en los componentes 3 y 6. En promedio, el modelo propuesto MP sobreestima las tensiones en cada componente del cable en un 17%.



Fig 4.14 Distribución de tensiones,

# componente 0.





componente 6 y 3.



Fig 4.16 Distribución de deformaciones, componente 5 y 4.

# **4.1.3** Deformadas de los cables de configuración *packing* (ver anexo D)

En esta sección se presentan las deformadas obtenidas a partir de la solución de la ecuación diferencial dada por el modelo propuesto (MP). Éstas se comparan con las deformadas obtenidas a partir de los modelos de elementos finitos (FEM).

Las deformadas que se presentan corresponden al núcleo de cada cable en estudio y se obtienen en función de la posición a lo largo del cable para ambos planos principales de la sección transversal del cable.

#### **4.1.3.1 Deformada cable P(1)**

En las figuras 4.17 y 4.18 se muestran las deformadas para dos estados de deformación global del cable P(1) (e = 0.0016 y e = 0.0048) en ambos planos principales de la sección transversal del cable (v(x) y w(x)), las deformaciones globales escogidas corresponden a un 20% y a un 60% respectivamente del total de la deformación aplicada al cable.



**Fig 4.17** Desplazamiento v(x), cable P(1)



**Fig 4.18** Desplazamiento w(x), cable P(1)

# 4.1.3.2 Deformada cable P(12)

Al igual que en el caso anterior, en las figuras 4.18 y 4.19 se muestran las deformadas para dos estados de deformación global del cable P(12) (e = 0.0016 y e = 0.0048) en ambos planos principales de la sección transversal del cable (v(x) y w(x)). Las deformaciones globales escogidas corresponden a un 20% y a un 60% respectivamente del total de la deformación aplicada al cable.



**Fig 4.19** Desplazamiento v(x), cable P(12)



**Fig 4.20** Desplazamiento w(x), cable P(12)

En las figuras 4.17 a 4.20 para los cables de configuración *packing* (P(1) y P(12)) se observa que el modelo propuesto (MP) sobreestima el valor de las deformadas en ambos planos de estudio, sobre todo en el cable P(12) donde existen diferencias mayores a un 100% en relación a los modelos FEM, para el modelo del cable P(1) esta diferencia es de alrededor de un 25% promedio.

# 4.2 MODELOS DE CONFIGURACIÓN WEDGING

# 4.2.1 Curvas de capacidad

En las figuras 4.21, 4.22, 4.23, 4.24 y 4.25 se muestran las curvas de capacidad de los cables W(136), W(1), W(12), W(123) y W(1234) respectivamente. Las curvas que se presentan corresponden a las obtenidas mediante el análisis de elementos finitos (FEM), a los modelos presentes en la literatura (Lanteigne y MacDougall) y al modelo propuesto (MP), además se presentan las curvas experimentales de Li et al (2002).

En las figuras 4.23 y 4.25 correspondientes a los cables W(12) y W(1234) se incorporan datos experimentales provenientes de los cables W(1) y W(123), ya que estos últimos ensayos se ajustan mejor a las curvas previamente señaladas.



Fig 4.21 Curvas de capacidad, cable W(136)



Fig 4.22 Curvas de capacidad, cable W(1)



Fig 4.23 Curvas de capacidad, cable W(12)



Fig 4.24 Curvas de capacidad, cable W(123)



Fig 4.25 Curvas de capacidad, cable W(1234)

A continuación se muestra una tabla resumen en que se detallan los valores de la capacidad máxima y la deformación de fractura asociada para cada cable en estudio. Además se muestran las diferencias porcentuales para las deformaciones de fractura (Dif% Def.) y la capacidad máxima (Dif% F) entre los modelos vistos en el capítulo 3 y datos experimentales en relación a los resultados de los modelos 3D de elementos finitos.

Cable	Modelo	Deformación máxima,	Fuerza máxima,	Dif%	Dif%
		mm/mm	KIN	Der	F
	FEM	0.123	15.60	0.0%	0.0%
	Lanteigne	0.110	14.26	-10.6%	-8.6%
W(136) IA=0.093	MacDougall	0.109	14.20	-11.4%	-9.0%
	MP	0.122	16.77	-0.8%	7.4%
	Área Neta	0.124	15.65	0.8%	0.3%
	Exp-a	0.121	17.03	-1.6%	9.2%
	Exp-b	0.106	13.39	-13.8%	-14.2%
	Exp-c	0.101	12.14	-17.9%	-22.2%

Tabla 4-3 Tabla resumen, cable W(136)

Tabla 4-4 Tabla resumen, cable W(1)

Cable	Modelo	Deformación máxima, mm/mm	Fuerza máxima, kN	Dif% Def	Dif% F
	FEM	0.121	20.50	0.0%	0.0%
W(1) IA=0.162	Lanteigne	0.108	18.21	-10.7%	-11.2%
	MacDougall	0.109	18.20	-9.9%	-11.2%
	MP	0.122	22.33	0.8%	8.9%
	Área Neta	0.124	20.88	2.5%	1.9%
	Exp-a	0.124	19.83	2.5%	-3.3%
	Exp-b	0.124	20.03	2.5%	-2.3%

 Tabla 4-5 Tabla resumen, cable W(12)

Cable	Modelo	Deformación máxima, mm/mm	Fuerza máxima, kN	Dif% Def	Dif% F
	FEM	0.121	17.83	0.0%	0.0%
W(12) IA=0.313	Lanteigne	0.106	12.97	-12.4%	-27.3%
	MacDougall	0.102	12.0	-15.7%	-32.7%
	MP	0.122	19.54	0.8%	9.6%
	Área Neta	0.124	18.26	2.5%	2.4%
	Exp-b	0.079	11.54	-34.7%	-35.3%
	Exp-c	0.124	18.61	2.5%	4.4%

Tabla 4-6 Tabla resumen, cable W(123)

Cable	Modelo	Deformación máxima, mm/mm	Fuerza máxima, kN	Dif% Def	Dif% F
W(123) IA=0.441	FEM	0.118	14.61	0.0%	0.0%
	MP	0.118	16.17	0.0%	10.7%
	Área Neta	0.124	15.65	5.1%	7.1%
	Exp-a	0.088	9.72	-25.4%	-33.5%

Cable	Modelo	Deformación máxima, mm/mm	Fuerza máxima, kN	Dif% Def	Dif% F
W(1234) IA=0.538	FEM	0.116	11.87	0.0%	0.0%
	MP	0.116	13.25	0.0%	11.6%
	Área Neta	0.124	13.04	6.9%	9.8%
	Exp-c	0.116	10.14	0.0%	-14.6%

**Tabla 4-7** Tabla resumen, cable W(1234)

De las figuras 4.21 a 4.23 se observa, al igual que para las configuraciones *packing*, que las curvas de capacidad obtenidas a partir de los modelos de Lanteigne y MacDougall se flexibilizan, en comparación a las modelaciones FEM, a medida que aumenta el valor del índice de asimetría en la sección del cable, mientras que las curvas estimadas por el modelo propuesto (MP) se mantienen siempre más rígidas.

En las figuras 4.24 y 4.25 correspondiente a los cables W(123) y W(1234), las curvas provenientes de los modelos de MacDougall y Lanteigne no se presentan debido a que se alejan en demasía a los resultados obtenidos a partir de la modelación en elementos finitos. Lo anterior se adjudica al hecho de que estos cables poseen un índice de asimetría elevado y algunos de los supuestos, utilizados en la confección de los modelos, se dejan de cumplir.

De la tabla 4-3, correspondiente a los resultados del cable W(136) se tiene lo siguiente:

En relación a la capacidad máxima del cable, el modelo que mejor predice los resultados obtenidos a partir de la modelación de elementos finitos, es el modelo propuesto (MP) el cual posee una diferencia de un 7.4% por sobre la capacidad máxima obtenida del modelo FEM. Los modelos de Lanteigne y MacDougall, por su parte, predicen una capacidad máxima que poseen un 8.6% y un 9.0% de diferencia por debajo del modelo FEM, mientras que los datos experimentales son los que presentan las mayores diferencias, con un 9.2% por sobre el modelo de elementos finitos para el experimento "a" y un 14.2% y 22.2% por debajo del modelo FEM para los ensayos "b" y "c".

En relación a la deformación máxima de fractura, el modelo que mejor predice los resultados obtenidos a partir de la modelación en ANSYS es el modelo propuesto (MP) el cual presenta una diferencia de un 0.8% por debajo del modelo FEM. Los modelos MacDougall y

Lanteigne, por su parte, predicen una deformación de fractura máxima que, al igual que el modelo propuesto (MP), está por debajo del modelo FEM en un 4.9% y 10.6% respectivamente. Los datos experimentales muestran deformaciones de fractura máxima por debajo del modelo 3D, siendo el experimento "a" el más cercano con una diferencia de un -1.6%, mientras que los ensayos "b" y "c", presentan una diferencia de un -13.8% y un -17.9% respectivamente.

De la tabla 4-4, correspondiente a los resultados del cable W(1) se tiene lo siguiente:

En relación a la capacidad máxima del cable, el modelo que mejor predice el resultado obtenido a partir de la modelación en ANSYS, es el modelo propuesto (MP) con un 8.9% de diferencia por sobre el modelo FEM. Por otro lado, la capacidad máxima obtenida por los modelos de Lanteigne y MacDougall se encuentra por debajo de la modelación 3D, ambos con una diferencia de un 11.2%. Los datos experimentales subestiman los resultados de la capacidad máxima obtenida de los modelos FEM presentando una diferencia de un -3.3% para el experimento "a" y un -2.3% para el experimento "b".

En relación a la deformación máxima de fractura, el modelo que mejor predice el valor de la modelación en ANSYS es el modelo propuesto (MP), el cual se encuentra en un 0.8% por sobre del valor del modelo FEM. Los modelos de Lanteigne y MacDougall se encuentran por debajo de la deformación de fractura obtenida a partir del modelo de elementos finitos, con una diferencia del 10.7% y un 9.9% respectivamente. Los datos experimentales "a" y "b" muestran una deformación de fractura máxima por sobre el valor dado por el modelo FEM, presentando una diferencia ambos de un 2.5%.

De la tabla 4-5, correspondiente a los resultados del cable W(12) se tiene lo siguiente:

En relación a la capacidad máxima del cable, el modelo que mejor predice el valor obtenido a partir de la modelación en ANSYS es el modelo propuesto (MP) con un 9.6% de diferencia por sobre el modelo FEM. MacDougall y Lanteigne por su parte, predicen un valor de la capacidad máxima por debajo de la modelación de elementos finitos en un 32.7% y un 27.3% respectivamente. Los datos experimentales que se presentan, corresponden a los obtenidos a partir del cable W(123) para el ensayo "b" y el cable W(1) para el ensayo "c". El ensayo "b"

subestima el valor de la capacidad máxima del modelo FEM en un 35.3%, al contrario que el ensayo "c" el cual sobrestima el valor de la modelación FEM en un 4.4%.

En relación a la deformación máxima de fractura, el modelo que mejor predice el valor obtenido a partir de la modelación en ANSYS es el modelo de propuesto (MP) el cual se presenta un 0.8% de diferencia por sobre la deformación de fractura dada por la modelación FEM. Los modelos de MacDougall y Lanteigne se encuentran por debajo de la modelación FEM con una diferencia de un 15.7% y un 12.4% respectivamente. El ensayo experimental "b" subestima el valor de la deformación máxima de fractura, obtenido de la modelación FEM, en un 34.7% mientras que el ensayo "c" sobrestima este valor en un 2.5%.

De la tabla 4-6, correspondiente a los resultados del cable W(123) se tiene lo siguiente:

En relación a la capacidad máxima del cable, el modelo propuesto (MP) predice un valor por sobre de la modelación 3D con una diferencia de un 10.7% mientras que el ensayos experimental "a", por debajo del valor obtenido de la modelación FEM, tiene una diferencia de un 33.5%. Los modelos propuestos por MacDougall y Lanteigne, que no se muestran en la tabla, tienen diferencias superiores al 40% por debajo de la modelación 3D.

En relación a la deformación máxima de fractura, el modelo propuesto (MP) predice una diferencia de un 0.0% en comparación a la modelación en ANSYS, mientras que el ensayo experimental "a" esta diferencia toma un valor de un -25.4%.

De la tabla 4-7, correspondiente a los resultados del cable W(1234) se tiene lo siguiente:

En relación a la capacidad máxima del cable, el modelo propuesto (MP) estima un valor por sobre la modelación FEM, con una diferencia de un 11.6%. El dato experimental que se presenta, corresponde al obtenido a partir del cable W(123) para el ensayo "c". El valor de la capacidad máxima proveniente de este ensayo experimental, subestima el valor de la capacidad máxima obtenida de la modelación 3D con una diferencia de un 14.6%. En relación a la deformación máxima de fractura, el modelo propuesto (MP) predice una diferencia de un 0.0% en relación a la modelación 3D, al igual que el ensayo experimental "c" en donde la deformación de fractura corresponde a la misma obtenida a partir de la modelación en ANSYS.

# 4.2.2 Distribución de tensiones y deformaciones

En esta sección se presentan los resultados de la distribución de tensiones y deformaciones por componente para cada cable de configuración *wedging*. En cada gráfico se muestra un rango de tensiones y deformaciones obtenidas a partir de los resultados de elementos finitos(FEM), el cual representa los valores de las tensiones y deformaciones máximas y mínimas de cada componente del cable, este rango de tensiones y/o deformaciones se utilizará como patrón de comparación con los modelos presentes en la literatura y con el modelo no lineal propuesto (MP). Se presentan los valores de la distribución de tensiones y deformaciones, calculadas en el centro de cada componente del cable, obtenidas a partir de los modelos presentes en la literatura (Lanteigne(1985) y MacDougall y Bartlett(2006)) y el modelo propuesto (MP).

#### 4.2.2.1 Distribución de deformaciones por componente, cable W(136)

Las figuras 4.26, 4.27, 4.28 y 4.29 muestran la distribución de deformaciones por componente para el cable de configuración *wedging* W(136).

El modelo que mejor representa la distribución de deformaciones es el modelo propuesto (MP), ya que, para cada componente en estudio, éste siempre se encuentra dentro del rango dado por elementos finitos. Los modelos de Lanteigne y MacDougall por su parte sobreestiman los valores de las deformaciones, en relación a los datos de elementos finitos, para el componente 2 y subestiman este rango de deformaciones en los componentes 7 y 5. Los componentes 4, 8 y 0, que se encuentran sobre un eje cercano al centroide de la sección, son los que sufren menos cambios en sus deformaciones y se encuentran siempre dentro del rango dado por FEM.



Fig 4.26 Distribución de deformaciones,



Fig 4.28 Distribución de deformaciones, componente 8 y 4.



Fig 4.27 Distribución de deformaciones,



componente 0.

Fig 4.29 Distribución de deformaciones, componente 7 y 5.

La diferencia promedio entre las deformaciones dadas por el modelo propuesto (MP) y las obtenidas mediantes las modelaciones 3D son del orden del 2.9%.

# 4.2.2.2 Distribución de tensiones por componente, cable W(136)

Las figuras 4.30, 4.31, 4.32 y 4.33 muestran la distribución de tensiones por componente para el cable de configuración *wedging* W(136).

Al igual que para el caso de las deformaciones, los modelos de Lanteigne (1985) y MacDougall y Bartlett (2006) mantienen la tendencia de sobreestimar los valores de las tensiones en los componentes más cercanos al componente dañado (componente 2) y subestimar las tensiones de los componentes más alejados a éste (componente 7 y 5). El modelo propuesto (MP) por su parte, siempre se encuentra dentro del rango de elemento finitos muy cercano al valor extremo máximo.

La diferencia promedio entre las tensiones dadas por el modelo propuesto (MP) y las obtenidas mediantes las modelaciones 3D son del orden del 2.4%.

Se observa que los modelos que poseen los gradientes de tensiones y deformaciones más pronunciados son los modelos de MacDougall y Lanteigne. Lo anterior se debe a que ambos modelos estiman curvaturas mayores a las del modelo propuesto (MP) y al modelo de elementos finitos (FEM).

900







Fig 4.31 Distribución de tensiones, componente 0.



Fig 4.32 Distribución de tensiones, componente 8 y 4.





Dentro de las razones, por las cuales se obtienen buenos resultados entre los modelos presentes en la literatura y los resultados obtenidos a partir de las modelaciones 3D, podemos mencionar que, en este cable en particular, se tienen desplazamientos transversales pequeños debido al bajo grado de asimetría en la sección transversal de éste. Lo anterior es válido tanto para los valores de la distribución de deformaciones y distribución de tensiones en los componentes del cable.

# 4.2.2.3 Distribución de deformaciones por componente, cable W(1)

Las figuras 4.34, 4.35, 4.36, 4.37 y 4.38, muestran la distribución de deformaciones por componente para el cable de configuración *wedging* W(1).

Se observa que la distribución de deformaciones obtenida a partir de los modelos presentes en la litaretura sigue la misma tendencia observada en el cable W(136), en donde se sobrestiman los valores de las deformaciones de los componentes más cercanos al componente dañado (componente 8 y 2) y se subestiman los valores de las deformaciones de los componentes más alejados de éste (componente 6, 5 y 4).

El modelo propuesto (MP) por su parte, se encuentra dentro de los rangos de deformaciones dados por elementos finitos, siempre más cercano al extremo máximo. Éste presentas una diferencia promedio, en relación a las deformaciones dadas por FEM, de un 3.2%.



Fig 4.34 Distribución de deformaciones, componente 8 y 2.



Fig 4.35 Distribución de deformaciones, componente 0.







Fig 4.37 Distribución de deformaciones, componente 6 y 4.



Fig 4.38 Distribución de deformaciones, componente 5.

#### **4.2.2.4** Distribución de tensiones por componente, cable W(1)

Las figuras 4.39, 4.40, 4.41, 4.42 y 4.43 muestran la distribución de tensiones por componente para el cable de configuración *wedging* W(1).

Al igual que para el caso de las deformaciones, la distribución de tensiones obtenida de los modelos presentes en la literatura sobrestiman las tensiones de los componentes adyacentes al componente dañado (componente 8 y 2) y subestiman el valor de las tensiones de los componentes diametralmente opuestos al componente fracturado (componente 6, 5 y 4). Del mismo modo, el modelo propuesto (MP) se encuentra dentro del rango de tensiones, obtenido a partir de los modelos de elementos finitos, en cada uno de los componentes del cable. La diferencia promedio entre las tensiones obtenidas por el modelos propuesto (MP) y las dadas por las modelaciones 3D (FEM) alcanza un 2.8%.

A partir de las figuras presentadas se observa que el gradiente de tensiones más pronunciado está dado por los modelos propuestos por MacDougall y Lanteigne en los cuales los valores extremos dados por los componentes adyacentes y opuestos al componente dañado presentan diferencias mayores al 90% contra un 5% dado por el modelo propuesto (MP).



Fig 4.39 Distribución de tensiones,

componente 8 y 2.



Fig 4.41 Distribución de tensiones, componente 7 y 3.



Fig 4.40 Distribución de tensiones,

componente 0.



Fig 4.42 Distribución de tensiones,

componente 6 y 4.



Fig 4.43 Distribución de tensiones, componente 5.

Para esta configuración, el modelo que mejor se ajusta al rango de valores de las deformaciones y tensiones obtenidas a partir de las modelaciones 3D es nuevamente el modelo propuesto (MP).

# 4.2.2.5 Distribución de deformaciones por componente, cable W(12)

Las figuras 4.44, 4.45, 4.46 y 4.47 muestran la distribución de deformaciones por componente para el cable de configuración *wedging* W(12).

De las figuras siguientes, se observa que los modelos propuestos en la literatura predicen una distribución de deformación en donde la diferencia, entre la deformación de los componentes adyacentes y los componentes opuestos al componente dañado, se incrementa debido al mayor grado de asimetría de la sección del cable. El aumento de la diferencia en la deformación, se debe a que los modelos presentados, en comparación a los resultados de la modelación en ANSYS, estiman curvaturas de mayor magnitud debido a que éstos no consideran el aporte producido por la carga axial sobre la magnitud del desplazamiento lateral del cable. El modelo propuesto (MP) por su parte, al igual que en las configuraciones anteriores, se encuentra dentro del rango de valores dado por los modelos de elementos finitos. El modelo propuesto (MP) sobreestima las deformaciones, en comparación con los modelos 3D (FEM) en un 3.3%.





componente 8 y 3.









0.12 0.1 Deformacion e (ing), mm/mm 000 000 8000 90 80 100 e min, emax FEM e65 Lanteigne e65 MacDougall e65 MP 0.02 0 0.08 0.12 0 0.02 0.04 0.06 0.1 Deformacion global del cable (ing), mm/mm



# 4.2.2.6 Distribución de tensiones por componente, cable W(12)

Las figuras 4.48, 4.49, 4.50 y 4.51 muestran la distribución de tensiones por componente para el cable de configuración *wedging* W(12).



Fig 4.48 Distribución de tensiones,

componente 8 y 3.



Fig 4.49 Distribución de tensiones,

componente 0.









Fig 4.51 Distribución de tensiones,

componente 6 y 5.

Al igual que en la distribución de deformaciones, la diferencia entre la tensión de los componentes adyacentes al componente dañado y la tensión de los componentes opuestos a éste se ve incrementada por los modelos de Lanteigne y MacDougall en relación a los datos obtenidos de la modelación FEM.

El modelo propuesto (MP) por su parte, se encuentra dentro del rango de tensiones dadas por los modelos de elementos finitos en todos los componentes del cable, sobreestimando la tensión dada por los modelos FEM en un 3.2%.

#### 4.2.2.7 Distribución de deformaciones por componente, cable W(123)

Las figuras 4.52, 4.53, 4.54 y 4.55 muestran la distribución de deformaciones por componente para el cable de configuración *wedging* W(123).

Tal como se comentó en párrafos anteriores, las curvas provenientes de los modelos Lanteigne y MacDougall no son presentadas para los cables W(123) y W(1234), debido a que ambos modelos entregan resultados que se alejan en demasía a las curvas obtenidas a partir de la modelación en ANSYS. Esto se debe a que las configuraciones de los cables señalados poseen un índice de asimetría elevado y algunos de los supuestos (pequeñas deformaciones), utilizados en la confección de los modelos, se dejan de cumplir.

En las figuras siguientes se observa que el modelo propuesto (MP) predice una distribución de deformación que se encuentra dentro del rango de deformaciones obtenida a partir de los modelos FEM, estando siempre más cercano al valor extremo máximo, sobreestimando el valor de las deformaciones, en relación a los modelos 3D (FEM) en un 4.1% promedio.



Fig 4.52 Distribución de deformaciones, componente 0.



**Fig 4.54** Distribución de deformaciones, componente 7 y 5.



Fig 4.53 Distribución de deformaciones,

componente 8 y 4.



Fig 4.55 Distribución de deformaciones, componente 6.

# 4.2.2.8 Distribución de tensiones por componente, cable W(123)

Las figuras 4.56, 4.57, 4.58 y 4.59 muestran la distribución de tensiones por componente para el cable de configuración *wedging* W(123).
Al igual que para el caso de las deformaciones, el modelo propuesto (MP) predice una distribución de tensiones la cual se encuentra dentro del rango de deformaciones obtenida a partir de los modelos de elementos finitos en todos los componentes del cable, siempre más cercano al valor extremo máximo. El modelo propuesto (MP) sobreestima el valor de las tensiones, en relación a los modelos 3D (FEM), en un 3.8%



Fig 4.56 Distribución de tensiones, componente 0.



Fig 4.57 Distribución de tensiones,

componente 8 y 4.



Fig 4.59 Distribución de tensiones,

#### componente 6.



Fig 4.58 Distribución de tensiones, componente 7 y 5.

#### 4.2.2.9 Distribución de deformaciones por componente, cable W(1234)

Las figuras 4.60, 4.61 y 4.62 muestran la distribución de deformaciones por componente para el cable de configuración *wedging* W(1234).

En las figuras siguientes, se observa que el modelo propuesto (MP) predice valores de deformación los cuales se encuentran dentro del rango de deformaciones dado a partir de los modelos de elementos finitos en todos los componentes del cable. El modelo propuesto (MP) sobreestima las deformaciones dadas por los modelos FEM en un 4.3% promedio.



Fig 4.60 Distribución de deformaciones, componente 0



Fig 4.61 Distribución de deformaciones, componente 8 y 5.



Fig 4.62 Distribución de deformaciones, componente 7 y 6.

## 4.2.2.10 Distribución de tensiones por componente, cable W(1234)

Las figuras 4.63, 4.64 y 4.65 muestran la distribución de tensiones por componente para el cable de configuración *wedging* W(1234).



Fig 4.63 Distribución de tensiones,

componente 0.



Fig 4.64 Distribución de tensiones, componente 8 y 5.



Fig 4.65 Distribución de tensiones, componente 7 y 6.

Al igual que para el caso de las deformaciones, el modelo propuesto (MP) predice una distribución de tensiones la cual se encuentra dentro del rango de deformaciones obtenida a partir de los modelos de elementos finitos en todos los componentes del cable, siguiendo la tendencia se siempre estar más cercana al valor extremo máximo. El modelo propuesto MP sobre estima las tensiones dadas por los modelos FEM en un 3.8% promedio.

### 4.2.3 Deformadas de los cables de configuración *wedging* (ver anexo D)

En esta sección se presentan las deformadas obtenidas a partir de la solución de la ecuación diferencial dada por el modelo propuesto (MP) las cuales se comparan con las deformadas obtenidas a partir de los modelos de elementos finitos FEM.

Las deformadas que se presentan corresponden al núcleo de cada cable en estudió y se obtienen en función de la posición a lo largo del cable para ambos planos principales de la sección transversal del cable.

#### 4.2.3.1 Deformada cable W(136)

En las figuras 4.65 y 4.66 se muestran las deformadas para dos estados de deformación global del cable W(136) (e = 0.031 y e = 0.074) en ambos planos principales de la sección transversal del cable (v(x) y w(x)), las deformaciones globales fueron escogidas en forma aleatoria. Éstas corresponden a un 25% y a un 60% respectivamente del total de la deformación aplicada al cable.



Fig 4.66 Desplazamiento v(x), cable W(136)



**Fig 4.67** Desplazamiento w(x), cable W(136)

#### 4.2.3.2 Deformada cable W(1)

En las figuras 4.68 y 4.69 se muestran las deformadas para dos estados de deformación global del cable W(1) (e = 0.031 y e = 0.074) en ambos planos principales de la sección transversal del cable (v(x) y w(x)).



Fig 4.68 Desplazamiento v(x), cable W(1)



**Fig 4.69** Desplazamiento w(x), cable W(1)

#### 4.2.3.3 Deformada cable W(12)

En las figuras 4.70 y 4.71 se muestran las deformadas para dos estados de deformación global del cable W(12) (e = 0.031 y e = 0.074) en ambos planos principales de la sección transversal del cable (v(x) y w(x)).



**Fig 4.70** Desplazamiento v(x), cable W(12)



**Fig 4.71** Desplazamiento w(x), cable W(12)

#### 4.2.3.4 Deformada cable W(123)

En las figuras 4.72 y 4.73 se muestran las deformadas para dos estados de deformación global del cable W(123) (e = 0.031 y e = 0.074) en ambos planos principales de la sección transversal del cable (v(x) y w(x)).



**Fig 4.72** Desplazamiento v(x), cable W(123)



**Fig 4.73** Desplazamiento w(x), cable W(123)

#### 4.2.3.5 Deformada cable W(1234)

En las figuras 4.74 y 4.75 se muestran las deformadas para dos estados de deformación global del cable W(1234) (e = 0.031 y e = 0.074) en ambos planos principales de la sección transversal del cable (v(x) y w(x)).



**Fig 4.74** Desplazamiento v(x), cable W(1234)



**Fig 4.75** Desplazamiento w(x), cable W(1234)

En promedio, el modelo propuesto MP sobreestima el valor de deformada del cable, en relación a los resultados de elementos finitos (FEM), con distribución de daño asimétrico en la sección transversal, en los siguientes porcentajes: Para el cable W(136) la deformada es sobreestimada en un 53%, para el cable W(1) la deformada es sobreestimada en un 50%, para el cable W(12) la deformada es sobreestimada en un 40%, para el cable W(123) la deformada es sobreestimada en un 40% y finalmente para el cable W(1234) esta diferencia llega a los 31%.

#### 4.3 CORRECCIONES AL MODELO DE LANTEIGNE

Las curvas de capacidad obtenidas a partir del modelo de Lanteigne, presentadas en los puntos 4.1 y 4.2 pueden ser corregidas mediante la incorporación de la rigidez efectiva a flexión del cable (EI)\*, obtenida mediante el método simplificado propuesto por Raoof y Davies (2004), detallado en el capítulo 3.4.

Las curvaturas, obtenidas a partir de las deformadas del modelo propuesto (MP), incluyen el acoplamiento existente entre la carga axial y el momento local producido por el desplazamiento transversal del cable. Lo anterior no ocurre en el modelo propuesto por Lanteigne ya que este efecto no es capturado. Debido a esto, se obtienen desplazamientos transversales de mayor magnitud, en especial en aquellos cables, en los cuales el grado de asimetría es mayor, y curvas de capacidad más flexibles en comparación con los resultados obtenidos a partir de los modelos 3D.

En adición a la corrección por la rigidez efectiva a flexión (EI)\* se añade una variación al modelo, la cual consiste en modificar la posición del centroide del cable. El nuevo eje estará ubicado en el centroide de la sección transversal modificada del cable dañado. Este supuesto no es considerado por J. Lanteigne, ya que en su estudio se trabaja con un caso particular de un cable compuesto por 49 componentes, de los cuales solo 2 están dañados, por lo que la diferencia entre el centroide de la sección sin daño y la sección dañada transformada es despreciable.

El valor de (EI)\* considera el efecto producido por la carga axial en la rigidez a flexión del cable, produciendo una aumento en su rigidez tal como se muestra en las figuras 3.12 y 3.13. A medida que aumenta la carga se restringen los desplazamientos laterales, produciendo que, la

distribución de tensiones y deformaciones, sea más uniformes en la sección. De este modo se soluciona el problema de las fuerzas de compresión, en los componentes apuestos al componente dañado, producto de una excesiva deflexión del cable.

### 4.3.1 Curvas de capacidad de modelos "packing" corregidos

Las curvas de capacidad corregidas para los cables P(1) y P(12) de configuración tipo "*packing*" son presentadas en las figuras 3.76 y 3.77, además se presentan tablas comparativas con los valores de la capacidad máxima del cable y su deformación de fractura asociada a los modelos de Lanteigne, Lanteigne corregido (MP) y Modelo 3D (FEM) y la diferencia porcentual en relación al modelo FEM.



Fig 4.76 Curva de capacidad Lanteigne corregida por MP, P(1)



Fig 4.77 Curva de capacidad Lanteigne corregida por MP, P(12)

Cable	Modelo	Deformación máxima, mm/mm	Fuerza máxima, kN	Dif% Def.	Dif% F
P(1) IA=0.199	FEM	0.0067	103.65	0.0%	0.0%
	Lanteigne	0.0070	109.70	4.3%	5.5%
	Lanteigne C.	0.0074	114.38	9.4%	9.4%

**Tabla 4-8** Tabla resumen Lanteigne corregido, cable P(1)

**Tabla 4-9** Tabla resumen Lanteigne corregido, cable P(12)

Cable	Modelo	Deformación máxima, mm/mm	Fuerza máxima, kN	Dif% Def.	Dif% F
P(12) IA=0.374	FEM	0.0057	62.96	0.0%	0.0%
	Lanteigne	0.0079	67.97	27.8%	7.3%
	Lanteigne C.	0.0068	93.83	16.8%	32.9%

Las curvas obtenidas a partir del modelo de Lanteigne, corregido por la rigidez efectiva  $(EI)^*$  estimada con el método propuesto por Raoof y Davies, se rigidizan en relación a la curva dada por el modelo de Lanteigne. Producto de esta rigidización se produce un aumento de la capacidad máxima del cable para ambas configuraciones. Paralelamente al incluir el efecto del cambio de posición del centroide de la sección, se produce un cambio en la deformación de fractura del cable, generando un aumento ésta en el cable P(1) y una disminución en el cable P(12).

## 4.3.2 Curvas de capacidad de modelos "wedging" corregidos

Las curvas de capacidad corregidas para los cables W(136), W(1), W(12), W(123) y W(1234) de configuración tipo "*wedging*" son presentadas en las figuras 3.78, 3.79, 3.80, 3.81 y 3.82, además se presenta una tabla comparativa entre los valores de la capacidad máxima del cable y su deformación de fractura asociada a los modelos de Lanteigne, Lanteigne corregido (MP) y Modelo 3D (FEM) y la diferencia porcentual en relación al modelo FEM.



Fig 4.78 Curva de capacidad Lanteigne corregida por MP, W(136)



Fig 4.79 Curva de capacidad Lanteigne corregida por MP, W(1)



Fig 4.80 Curva de capacidad Lanteigne corregida por MP, W(12)



Fig 4.81 Curva de capacidad Lanteigne corregida por MP, W(123)



Fig 4.82 Curva de capacidad Lanteigne corregida por MP, W(1234)

Cable	Modelo	Deformación máxima, mm/mm	Fuerza máxima, kN	Dif% Def.	Dif% F
W(136) IA=0.093	FEM	0.123	15.60	0.0%	0.0%
	Lanteigne	0.110	14.26	-10.6%	-8.6%
	Lanteigne C.	0.124	16.92	0.8%	8.5%

Tabla 4-10 Tabla resumen Lanteigne corregido, cable W(136)

Tabla 4-11 Tabla resumen Lanteigne corregido, cable W(1)

Cable	Modelo	Deformación máxima, mm/mm	Fuerza máxima, kN	Dif% Def.	Dif% F
W(1) IA=0.162	FEM	0.121	20.50	0.0%	0.0%
	Lanteigne	0.108	18.21	-10.7%	-11.2%
	Lanteigne C.	0.124	22.52	2.5%	9.9%

Cable	Modelo	Deformación máxima, mm/mm	Fuerza máxima, kN	Dif% Def.	Dif% F
W(12) IA=0.313	FEM	0.121	17.83	0.0%	0.0%
	Lanteigne	0.106	12.97	-12.4%	-27.3%
	Lanteigne C.	0.122	19.39	0.8%	8.7%

 Tabla 4-12 Tabla resumen Lanteigne corregido, cable W(12)

 Tabla 4-13 Tabla resumen Lanteigne corregido, cable W(123)

Cable	Modelo	Deformación máxima, mm/mm	Fuerza máxima, kN	Dif% Def.	Dif% F
W(123)	FEM	0.118	14.61	0.0%	0.0%
IA=0.441	Lanteigne C.	0.122	16.63	3.4%	13.8%

 Tabla 4-14 Tabla resumen Lanteigne corregido, cable W(1234)

Cable	Modelo	Deformación máxima, mm/mm	Fuerza máxima, kN	Dif% Def.	Dif% F
W(1234)	FEM	0.116	11.87	0.0%	0.0%
IA=0.538	Lanteigne C.	0.120	13.62	3.4%	14.7%

A partir de las correcciones realizadas por la rigidez efectiva a flexión (EI)\* obtenida a partir del modelo de Raoof y Davies (2004) y por la nueva ubicación del centroide en la sección trasversal modificada, se observa un aumento de la capacidad máxima del cable y una mejor estimación de la deformación de fractura en todos los cables estudiados. La diferencia entre porcentajes entre el modelo de Lanteigne y Lanteigne corregido aumenta a medida que aumenta la asimetría en el cable. En el caso particular de los cables W(123) y W(1234), esta diferencia en capacidad varió desde valores superiores al 40% por bajo la modelación 3D a sobrestimar este valor en un 13.8% y un 14.7%, respectivamente. En relación a la deformación de fractura, el modelo de Lanteigne corregido estima deformaciones que no superan 3.4% por sobre la modelación 3D (FEM) para los casos con mayor grado de asimetría, llegando en algunos casos a diferencias menores al 1%.

# **CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES**

Considerando los resultados, obtenidos por los modelos en elementos finitos desarrollados por Vargas (2010) y por los datos experimentales de Li et al. (2002), se ha podido comparar y ver el rango de aplicación de los modelos mecánicos presentes en la literatura propuestos por Lanteigne (1985) y MacDougall y Bartlett (2006) para predecir el comportamiento mecánico de cables dañados asimétricamente. En particular, se ha propuesto y validado un modelo mecánico no lineal simplificado que es capaz de estimar la capacidad residual de un cable dañado en forma asimétrica, la deformación de fractura asociada, predecir el gradiente de tensiones y deformaciones en la sección transversal del cable producto de la concentración de tensiones y deformaciones en los componentes adyacentes al daño y estimar su deformada Adicionalmente se ha extendido el modelo propuesto por Lanteigne (1985) de manera de realizar análisis a cables con secciones transversales de mayor asimetría que las que el modelo original permite.

#### 5.1 DISCUSIONES Y CONCLUSIONES

#### 5.1.1 Modelos FEM

A partir de los nuevos modelos de elementos finitos (modelos de mayor longitud), se concluye que el largo de éstos no influye en la respuesta final del cable dañado y que las condiciones de borde dadas al modelo FEM no modifican la respuesta del cable en relación a curva de capacidad, deformación de fractura, distribución de tensiones y deformaciones y en su deformada final. A partir de lo anterior, es válido realizar comparaciones con los resultados obtenidos tanto con los modelos de longitud 2p, 8p o 16p teniendo en cuenta la particular geometría de los cables analizados en este estudio: cables de dos capas en que el daño asimétrico era inducido en los componentes de la capa exterior (segunda).

#### 5.1.2 Modelos propuestos en la literatura

Los modelos propuestos en la literatura (MacDougall y Bartlett (2006) y Lanteigne (1985)) estiman de buena manera la capacidad residual, curvas fuerza-desplazamiento, distribución de tensiones y deformaciones en la sección transversal en cables dañados en forma asimétrica, siempre que éstos posean un índice de asimetría (*IA*) menor que 0.199 (Cable P(1)) para configuraciones *packing* y 0.162 (Cable W(136) y W(1)) para configuraciones *wedging*.

Para índices de asimetría mayores a los presentados en el párrafo anterior, el modelo propuesto por MacDougall y Bartlett (2006) comienza a sobreestimar el valor del desplazamiento transversal, producto del desequilibrio radial, produciendo, en algunos casos, cargas de compresión en los componentes opuestos al componente dañado, hecho por el cual las curvas de capacidad se comienzan a flexibilizar. Lo anterior se debe a que en el desarrollo de este modelo el acoplamiento entre la deformación lateral y la carga axial presente en el cable no es considerado. En otras palabras, el cable no se deforma hasta que se cumpla el equilibrio radial, sino que se deforma hasta que su rigidez a flexión lo permita.

Al igual que en el modelo propuesto por MacDougall y Bartlett (2006), el modelo desarrollado por Lanteigne (1985) sobreestima los valores de la curvatura del cable a medida que aumenta el grado de asimetría en la sección transversal ( $IA \ge 0.199$  para cables de configuración *packing* y  $IA \ge 0.162$  para cables de configuración *wedging*), producto de que la carga axial y el desplazamiento transversal no están acoplados, produciendo en los Cable W(123) y W(1234) que sus componentes más alejados al elemento dañado tomen carga de compresión y produciendo una flexibilización de las curvas de capacidad.

#### 5.1.3 Modelo propuesto (MP)

#### 5.1.3.1 Modelos de configuración packing

Para los cables de configuración tipo *packing*, el modelo propuesto (MP) estima de forma satisfactoria la capacidad residual y deformación de fractura del cable P(1), sobreestimando estos

valores en un 13.6% y 3% respectivamente con respecto a los resultados entregados por la formulación 3D FEM. Distintito es el caso del cable P(12), en que todos los modelos mecánicos analizados en este estudio sobreestiman ya sea la capacidad residual o la deformación de fractura en porcentajes mayores al 35%.. (Tabla 4-1 y 4-2). De acuerdo a este estudio, que incluye los resultados asociados a la configuración tipo *wedging*, se estima que los resultados obtenidos para el cable P(12) mediante 3D FEM deben ser reestudiados e idealmente contrastados con datos experimentales.

La distribución de tensiones y deformaciones en la sección transversal del cable dañado, estimadas por el modelo propuesto, se encuentra dentro de los rangos máximos y mínimos dados por los modelos de elementos finitos, pero siempre por sobre el promedio de cada componente. (6% por sobre los modelos FEM para el cable P(1))

El modelo analítico que mejor estima la deformada del cable dañado asimétricamente de manera directa, es el modelo propuesto (MP), que se asemeja, en relación a los modelos FEM, tanto en la magnitud del desplazamiento transversal, como también, en la forma que adquiere en cada plano del cable. (Fig. 4.17 y 4.18). Esta deformada es sobreestimada en un 25%, en relación a los datos dados por los modelos FEM, para el cable P(1)

Es necesario mencionar que para los modelos de configuración *packing* no se tienen datos experimentales con los cuales validar los modelos de elementos finitos (FEM), por lo cual, no es posible asegurar la exactitud de los valores presentados.

#### 5.1.3.2 Modelos de configuración wedging

En cables de configuración tipo *wedging*, el modelo propuesto (MP) presenta pequeñas diferencias tanto en la capacidad residual del cable como en su deformación de fractura asociada, abarcando un rango, en relación a la capacidad, desde un 7.4% de diferencia, en relación a los modelos FEM, para el cable W(136) (IA=0.093) y un 11.6% para el cable W(1234) (IA=0.538), mientras que, para la deformación de fractura, la máxima diferencia no supera el 1% en todos los cables analizados.

Al igual que para el caso de los modelos de configuración *packing*, la distribución de tensiones y deformaciones en la sección transversal del cable, dada por el modelo propuesto, se encuentra dentro de los rangos dados por los modelos de elementos finitos, pero siempre por sobre el promedio de estos últimos (3.2% por sobre FEM en promedio).

En relación a la estimación de las deformadas del cable dañado en forma asimétrica, el modelo propuesto es el que mejor se asemeja a las deformadas dadas por los modelos FEM, tanto en la magnitud del desplazamiento transversal, como también, en la forma que adquiere la deformada en cada plano del cable. La razón entre el desplazamiento transversal, obtenido por el modelo propuesto, y largo original del cable (8p) en los cables de menor índice de asimetría (W(136) IA=0.093 y W(1) IA=0.162) no supera el 0.05%, mientras que para los desplazamientos obtenidos por los modelos 3D FEM, considerando los mismo cables, este valor aumenta a 0.07%. El mismo análisis aplicado a los cables de mayor grado de asimetría (W(12) IA=0.313, W(123) IA=0.441 y W(1234) IA=0.538) entrega como resultado una razón del 0.3% para el modelo propuesto y un 0.2% para los modelos FEM. Es decir, la relación porcentual desplazamiento lateral/largo cable para un amplio rango de valores del IA ([0.093-0.538]), es inferior al 0.2% y 0.3% considerando los resultados de 3D FEM y MP respectivamente. Esto implica que la configuración inicial recta del cable es ligeramente perturbada producto de la asimetría de su sección transversal lo que se traduce en que la configuración deformada de éste puede ser representada por una hélice circular de acuerdo al algoritmo asociado a MP.

#### 5.1.4 Comentarios generales

El modelo propuesto (MP), si bien sobreestima tanto la capacidad residual del cable como la deformación de fractura asociada, en relación a los modelos FEM, es capaz de abarcar mayores rangos de asimetría en la sección transversal del cable, lo cual no fue posible obtener con los modelos propuestos en la literatura. Además, estima de buena manera la distribución de tensiones y deformaciones en la sección transversal del cable y la deformada que adquiere el cable una vez dañado. Finalmente, se concluye que el modelo propuesto (MP) entrega una buena aproximación de la respuesta del cable dañado en forma asimétrica, con la ventaja, en relación a los modelos FEM, de que los tiempos de análisis son reducidos.

Existen guías y/o criterios de retiro (reemplazo) de cables dañados (Vidar et al., 2004) en donde se hace necesario realizar ensayos experimentales individuales de los componentes de los componentes que forman el cable con distintos grados de daño para posteriormente, mediante fórmulas analíticas, que se basan en el concepto de área neta estimar la respuesta del cable dañado. Una aplicación directa del modelo propuesto (MP), es que éste puede ser utilizado en reemplazo de los ensayos experimentales y de este modo optimizar tanto los recursos de tiempo como de dinero.

#### 5.2 RECOMENDACIONES PARA FUTURAS INVESTIGACIONES

Se sugiere realizar más comparaciones, esta vez con cables que posean secciones transversales con un mayor número de componentes y que, a la vez, posean un diámetro mayor en comparación a los cables presentadas en este trabajo. Además, se sugiere realizar investigaciones sobre los criterios o tolerancias de aceptación de cables dañados abarcando el mayor número de rubros o aplicaciones, en relación a su utilización.

## REFERENCIAS

[1] Chaplin CR, Tantrum N, 1985, "The influence of wire break distribution on strength", Organisation Internationale pour l'Etude de l'Endurance des Cables (OIPEEC). Round table conference, Glasgow, Scotland; June.

[2] Cholewa W, Hansel J., 1981, "The influence of the distribution of wire rope faults on the actual breaking load", Organisation Internationale pour l'Etude de l'Endurance des Cables (OIPEEC), Round Table Conference, Krakow, Poland; June.

[3] Cholewa W., 1989, "Wire fracture and weakening of wire rope", Wire rope discard criteria: round table conference. Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Institute of Lightweight Structures and Ropeways, Zurich, Switzerland; September.

[4] Costello, G.A., 1990, Theory of Wire Rope, Springer-Verlag, New York, USA.

[5] Gysling A., 2008, "Comparación de Modelos Analíticos que Predicen el Comportamiento de Cables Sometidos a Cargas Axisimétricas" Tesis, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

[6] Hankus J., 1981, "Safety factor for hosting rope weakened by fatigue cracks in wires", Organisation Internationale pour l'Etude de l'Endurance des Cables (OIPEEC), Round Table Conference, June, Krakow.

[7] Hjelmstad, Keith D., 2005, "Fundamentals of Structures Mechanics". 2<sup>a</sup> ed.

[8] Hong et al., 2005, "Bending Behavior of Helically Wrapped Cables," Journal of Engineering Mechanics, Vol. 135 N° 5, pp. 500 – 511.

[9] J. F. Beltran y E. B. Williamson, 2005, "Degradation of rope properties under increasing monotonic load," Ocean Engineering, Vol. 32, pp. 823-844.

113

[10] J. F. Beltran y E. B. Williamson, 2011, "Numerical procedure for the analysis of polyester damaged ropes," Engineering Structures, Vol. 33, pp. 1698-1709.

[11] J. F. Beltran y E. B. Williamson, 2010, "Numerical simulation of damage localization in polyester mooring ropes," J. of Engineering Mechanics, Vol. 136, pp.945-959.

[12] J. F. Beltrán, 2006, "Computational modeling of synthetic-fiber ropes", PhD Thesis, The University of Texas at Austin, Austin, Texas, USA.

[13] J.F. Beltrán, D. Vargas, 2012, "Effect of rope components distribution throughout rope cross-section on polyester rope response: Numerical approach." J. of Mechanical Sciences, Vol. 64, pp 32-46.

[14] J.J Evans, I.M.L. Ridge, C.R. Chaplin, 2001, "Wire failures in ropes and their influence on local wire strain behavior in tension–tension fatigue", J Strain Anal, Vol. 36, No 2, pp. 231– 244.

[15] J. Lanteigne, 1985, "Theoretical estimation of the response of helically armoured cables to tension, torsion and bending", J. Applied Mechanics, Vol. 52, pp. 423-432.

[16] Li. D., Miyase A., Williams J.G., Wang S.S., 2002, "Damage Tolerance of Synthetic-Fiber Mooring Rope: Small-Scale Experiments and Analytical Evaluation of Damaged Subropes and Elements". Composites Engineering and Application Center (CEAC). College of Engineering, University of Houston, Houston, TX, 77204-0903.

[17] MacDougall C., Bartlett F. M., 2003, "Tests of Unbonded Seven-Wire Tendon with Broken Outer Wires". ACI Structural Journal, Vol. 100, No 5, September-October 2003.

[18] MacDougall C., Bartlett F. M., 2005, "Mechanical Model for Unbonded Seven-Wire Tendon with Symmetric Wire Breaks". Journal of Engineering Mechanics, Vol. 131, No 12, December 1, 2005, c ASCE, ISSN 0733-9399/2005/12 pp. 1239-1247.

[19] MacDougall C., Bartlett F. M., 2006, "Mechanical Model for Unbonded Seven-Wire Tendon with Single Broken Wire". Journal of Engineering Mechanics, Vol. 132, No 12, December 1, 2006, c ASCE, ISSN 0733 9399/2006/12 pp. 1345-1353.

[20] Mikio Muraoka, 2001, "The maximum stress in optical glass fibers subjected to two-point bending", Journal of electronic packaging, Vol. 123, March.

[21] Oplatka G, Roth M., 1989, "Relation between number and distribution of wire breaks and the residual breaking force", OIPEEC round table conference on wire rope discard criteria, Zurich.

[22] Papailiou, K., 1997, "On the Bending Stiffness of Transmission Line Conductors," IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 12, N° 4, pp.1576-1583.

[23] Raoff, M, 1991, "Wire recovery length in a helical strand under axial-fatigue loading."Int. J. of Fatigue, Vol. 13, pp 127-132.

[24] R.A. Sousa et al, 2010, "The influence of bending and shear stiffness and rotational inertia in vibrations of cables: An analytical approach", J Engineering Structures, Vol. 33, pp. 689-695.

[25] Vargas D., 2010, "Análisis de cables de sección transversal sin daño y con daño simétrico y asimétrico sujetos a cargas axisimétricas utilizando modelos tridimensionales de elementos finitos", tesis de Ing. Civil, U de Chile.

[26] Vidar R. et al, 2004, "Fiber Rope Damage Assessment and Acceptance Criteria – New Guideline". Offshore Techology Conference, Houston, Texas, U.S.A, 3-6 May.

# ANEXO A: GEOMETRÍA DE DEFORMACIÓN



## A.1 Modelos de configuración *packing*, longitud 2p.

Fig A.1 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; Cable P(1) - (2p)



Fig A.2 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; Cable P(12) - (2p)

## A.2 Modelos de configuración *wedging*, longitud 2p.



Fig A.3 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; Cable W(1) - (2p)



Fig A.4 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; Cable W(12) - (2p)



Fig A.5 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; Cable W(123) - (2p)



Fig A.6 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; Cable W(136) - (2p)



Fig A.7 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; Cable W(1234) - (2p)



## A.3 Modelos de configuración packing, longitud 8p

Fig A.8 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; P(1) - (8p)



Fig A.9 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; P (12) - (8p)



A.4 Modelos de configuración wedging, longitud 8p

Fig A.10 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; W(1) - (8p)



Fig A.11 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; W(12) - (8p)



Fig A.12 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; W(136) - (8p)



Fig A.13 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; W(136) - (8p)



Fig A.14 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; W(1234) - (8p)

## A.5 Modelo de configuración packing, longitud 16p



Fig A.15 Geometría de deformación, vista isométrica y planta; P(1) - (16p)

## B.1 Tablas de deformaciones y tensiones extremas, promedio y variación porcentual

$e_g mm / mm$	$e_{\rm max} mm / mm$	$e_{\min} mm/mm$	$e_{prom} mm / mm$	Variación %
0.0008	0.0010	0.0003	0.0007	57%
0.0024	0.0030	0.0010	0.0020	48%
0.0040	0.0048	0.0018	0.0033	45%
0.0056	0.0066	0.0028	0.0047	41%
0.0067	0.0080	0.0033	0.0056	42%
0.0068	0.0081	0.0033	0.0057	42%

Tabla B-1 Deformaciones extremas, promedio y variación porcentual P(1)

Tabla B-2 Tensiones extremas, promedio y variación porcentual P(1)

$e_g mm / mm$	$\sigma_{ m max}$ MPa	$\sigma_{_{ m min}}$ MPa	$\sigma_{{}_{prom}}$ MPa	Variación %
0.0008	205.60	56.60	131.10	57%
0.0024	598.00	209.40	403.70	48%
0.0040	951.80	364.40	658.10	45%
0.0056	1311.20	550.00	930.60	41%
0.0067	1598.24	651.65	1124.95	42%
0.0068	1617.27	659.41	1138.34	42%

Tabla B-3 Deformaciones extremas, promedio y variación porcentual P(12)

e <sub>g</sub> mm/mm	$e_{\rm max} mm/mm$	$e_{\min} mm/mm$	$e_{_{prom}}$ mm / mm	Variación %
0.00080	0.00112	-0.00005	0.00053	110%
0.00240	0.00300	-0.00015	0.00143	110%
0.00400	0.00576	0.00014	0.00295	95%
0.00560	0.00781	0.00078	0.00430	82%
0.00568	0.00792	0.00079	0.00436	82%

$e_g mm / mm$	$\sigma_{_{ m max}}$ MPa	$\sigma_{_{ m min}}$ MPa	$\sigma_{_{prom}}$ MPa	Variación %
0.00080	224.40	-10.72	106.84	110%
0.00240	600.00	-29.40	285.30	110%
0.00400	1151.80	27.20	589.50	95%
0.00560	1562.00	156.60	859.30	82%
0.00568	1584.31	158.84	871.58	82%

Tabla B-4 Tensiones extremas, promedio y variación porcentual P(12)

Tabla B-5 Deformaciones extremas, promedio y variación porcentual W(136)

$e_g mm / mm$	$e_{\rm max} mm/mm$	$e_{\min} mm/mm$	$e_{prom} mm / mm$	Variación %
0.012	0.013	0.010	0.011	14%
0.025	0.026	0.021	0.023	11%
0.037	0.038	0.031	0.035	10%
0.050	0.050	0.043	0.047	8%
0.062	0.063	0.054	0.058	8%
0.074	0.075	0.065	0.070	7%
0.087	0.088	0.076	0.082	7%
0.099	0.100	0.087	0.094	7%
0.112	0.112	0.098	0.105	7%
0.124	0.125	0.110	0.118	7%

Tabla B-6 Tensiones extremas, promedio y variación porcentual W(136)

$e_g mm / mm$	$\sigma_{_{ m max}}$ MPa	$\sigma_{_{ m min}}$ MPa	$\sigma_{_{prom}}$ MPa	Variación %
0.012	85.79	67.46	76.62	12%
0.025	147.10	124.99	136.04	8%
0.037	199.72	171.78	185.75	8%
0.050	258.15	220.79	239.47	8%
0.062	333.61	276.51	305.06	9%
0.074	432.50	348.02	390.26	11%
0.087	556.04	437.63	496.83	12%
0.099	682.09	546.43	614.26	11%
0.112	809.42	666.37	737.89	10%
0.124	903.52	787.36	845.44	7%

$e_g mm / mm$	$e_{\rm max} mm/mm$	$e_{\min} mm/mm$	$e_{prom} mm / mm$	Variación %
0.012	0.013	0.009	0.011	19%
0.025	0.026	0.020	0.023	13%
0.037	0.038	0.031	0.034	11%
0.050	0.050	0.042	0.046	9%
0.062	0.062	0.053	0.057	8%
0.074	0.074	0.064	0.069	7%
0.087	0.086	0.075	0.081	7%
0.099	0.098	0.086	0.092	6%
0.112	0.110	0.098	0.104	6%
0.122	0.123	0.107	0.115	7%

Tabla B-7 Deformaciones extremas, promedio y variación porcentual W(1)

Tabla B-8 Tensiones extremas, promedio y variación porcentual W(1)

$e_g mm / mm$	$\sigma_{_{ m max}}$ MPa	$\sigma_{_{ m min}}$ MPa	$\sigma_{{}_{prom}}$ MPa	Variación %
0.012	88.25	63.98	76.12	16%
0.025	147.76	120.59	134.18	10%
0.037	200.63	168.47	184.55	9%
0.050	255.23	216.24	235.73	8%
0.062	326.73	271.32	299.03	9%
0.074	419.62	341.29	380.45	10%
0.087	533.41	430.43	481.92	11%
0.099	664.03	536.71	600.37	11%
0.112	790.48	655.82	723.15	9%
0.124	890.09	757.52	823.81	8%

Tabla B-9 Deformaciones extremas, promedio y variación porcentual W(12)

$e_{g} mm / mm$	$e_{\rm max} mm/mm$	$e_{\min} mm/mm$	$e_{prom} mm / mm$	Variación %
0.012	0.015	0.006	0.011	42%
0.025	0.028	0.016	0.022	27%
0.037	0.040	0.027	0.034	20%
0.050	0.053	0.038	0.045	16%
0.062	0.065	0.049	0.057	14%
0.074	0.077	0.060	0.069	12%
0.087	0.090	0.072	0.081	11%
0.099	0.102	0.083	0.093	10%
0.112	0.115	0.094	0.104	10%
0.121	0.124	0.102	0.113	10%

$e_g mm / mm$	$\sigma_{_{ m max}}$ MPa	$\sigma_{_{ m min}}$ MPa	$\sigma_{_{prom}}$ MPa	Variación %
0.012	97.74	45.52	71.63	36%
0.025	156.12	102.74	129.43	21%
0.037	209.69	152.56	181.12	16%
0.050	270.70	199.44	235.07	15%
0.062	349.53	251.75	300.64	16%
0.074	448.97	317.26	383.12	17%
0.087	576.42	399.56	487.99	18%
0.099	706.97	501.82	604.39	17%
0.112	830.93	617.58	724.25	15%
0.121	897.67	708.89	803.28	12%

Tabla B-10 Tensiones extremas, promedio y variación porcentual W(12)

Tabla B-11 Deformaciones extremas, promedio y variación porcentual W(123)

$e_g mm / mm$	$e_{\rm max} mm/mm$	$e_{\min} mm/mm$	$e_{prom} mm / mm$	Variación %
0.012	0.016	0.004	0.010	62%
0.025	0.030	0.013	0.022	38%
0.037	0.043	0.024	0.033	28%
0.050	0.055	0.035	0.045	22%
0.062	0.065	0.044	0.055	19%
0.074	0.080	0.058	0.069	16%
0.087	0.092	0.069	0.081	14%
0.099	0.105	0.080	0.092	13%
0.112	0.117	0.091	0.104	12%
0.118	0.124	0.097	0.111	12%

Tabla B-12 Tensiones extremas, promedio y variación porcentual W(123)

$e_g mm / mm$	$\sigma_{\scriptscriptstyle \mathrm{max}}$ MPa	$\sigma_{_{ m min}}$ MPa	$\sigma_{_{prom}}$ MPa	Variación %
0.012	103.04	29.03	66.04	56%
0.025	165.09	88.75	126.92	30%
0.037	220.05	140.97	180.51	22%
0.050	284.28	188.13	236.20	20%
0.062	348.62	227.77	288.19	21%
0.074	472.52	300.43	386.48	22%
0.087	599.76	379.07	489.41	23%
0.099	732.93	476.79	604.86	21%
0.112	851.27	589.61	720.44	18%
0.118	896.13	654.59	775.36	16%

$e_{g} mm / mm$	$e_{\rm max} mm/mm$	$e_{\min} mm/mm$	$e_{prom} mm / mm$	Variación %
0.012	0.017	0.002	0.010	82%
0.025	0.032	0.011	0.021	50%
0.037	0.045	0.021	0.033	36%
0.050	0.057	0.032	0.045	28%
0.062	0.070	0.044	0.057	23%
0.074	0.082	0.055	0.068	20%
0.087	0.094	0.066	0.080	17%
0.099	0.107	0.077	0.092	16%
0.112	0.119	0.089	0.104	15%
0.116	0.124	0.092	0.108	15%

 Tabla B-13 Deformaciones extremas, promedio y variación porcentual W(1234)

 Tabla B-14 Tensiones extremas, promedio y variación porcentual W(1234)

$e_{g} mm / mm$	$\sigma_{_{ m max}}$ MPa	$\sigma_{_{ m min}}$ MPa	$\sigma_{{}_{prom}}$ MPa	Variación %
0.012	109.50	13.47	61.49	78%
0.025	173.04	72.61	122.82	41%
0.037	229.72	127.34	178.53	29%
0.050	296.98	175.47	236.23	26%
0.062	383.69	224.57	304.13	26%
0.074	493.19	283.26	388.23	27%
0.087	621.04	357.90	489.47	27%
0.099	753.89	451.28	602.59	25%
0.112	866.53	561.01	713.77	21%
0.116	897.38	599.65	748.51	20%
## B.2 Tablas de Deformación de falla v/s Fuerza axial.

$e_{g} mm / mm$	$F_{Axial} kN$
0.0000	0.00
0.0004	7.38
0.0008	14.77
0.0016	29.54
0.0024	44.30
0.0032	59.07
0.0040	73.84
0.0048	88.61
0.0056	103.38
0.0064	118.14
0.0072	132.91
0.0080	147.68

Tabla B-15 Deformación global - Fuerza Axial, P(SD)

Tabla B-16 Deformación global - Fuerza Axial, P(1)

$e_{g} mm / mm$	$F_{Axial} kN$
0	0
0.0008	12.02
0.0016	24.16
0.0024	36.54
0.0032	48.82
0.004	61.27
0.0048	73.74
0.0056	86.21
0.0064	98.66
0.00672	103.65

Tabla B-17 Deformación global - Fuerza Axial, P(12)

e <sub>g</sub> mm / mm	$F_{Axial} kN$
0.00000	0.00
0.00080	8.26
0.00160	17.26
0.00240	26.17
0.00320	33.99
0.00400	42.65
0.00480	52.71
0.00560	62.07
0.00568	62.96

e <sub>g</sub> mm / mm	$F_{Axial} kN$
0.000	0.000
0.006	1.233
0.012	2.274
0.019	3.160
0.025	3.935
0.031	4.644
0.037	5.333
0.043	6.045
0.050	6.819
0.056	7.690
0.062	8.682
0.068	9.815
0.074	11.095
0.081	12.521
0.093	15.738
0.099	17.459
0.115	21.747
0.124	23.477

Tabla B-18 Deformación global - Fuerza Axial, W(SD)

Tabla B-19 Deformación global - Fuerza Axial, W(136)

$e_g mm / mm$	$F_{Axial} kN$
0.000	0.000
0.006	0.830
0.012	1.550
0.019	2.160
0.025	2.668
0.031	3.162
0.037	3.656
0.043	4.095
0.056	5.209
0.062	5.867
0.068	6.644
0.074	7.485
0.081	8.442
0.087	9.483
0.093	10.598
0.099	11.730
0.105	12.875
0.123	15.598

e <sub>g</sub> mm / mm	$F_{Axial} kN$
0.000	0.000
0.006	1.096
0.012	2.006
0.019	2.798
0.025	3.493
0.031	4.129
0.037	4.745
0.043	5.381
0.050	6.071
0.062	7.729
0.068	8.735
0.074	9.872
0.081	11.138
0.087	12.518
0.099	15.510
0.112	18.499
0.122	20.500

Tabla B-20 Deformación global - Fuerza Axial, W(1)

Tabla B-21 Deformación global - Fuerza Axial, W(12)

$e_{g} mm / mm$	$F_{Axial} kN$
0.000	0.000
0.006	0.879
0.012	1.680
0.019	2.375
0.025	2.989
0.031	3.551
0.037	4.095
0.043	4.652
0.050	5.253
0.056	5.926
0.062	6.691
0.068	7.563
0.074	8.548
0.081	9.645
0.087	10.844
0.099	13.449
0.105	14.780
0.118	17.223
0.122	17.831

$e_{g} mm / mm$	$F_{Axial} kN$
0.000	0.000
0.006	0.655
0.012	1.326
0.019	1.931
0.025	2.469
0.031	2.961
0.037	3.432
0.043	3.911
0.050	4.423
0.062	5.640
0.068	6.374
0.074	7.205
0.081	8.133
0.093	10.235
0.099	11.366
0.105	12.505
0.118	14.611

Tabla B-22 Deformación global - Fuerza Axial, W(123)

Tabla B-23 Deformación global - Fuerza Axial, W(1234)

e <sub>g</sub> mm / mm	$F_{Axial} kN$
0.000	0.000
0.006	0.459
0.012	0.998
0.019	1.508
0.025	1.968
0.031	2.388
0.037	2.787
0.043	3.187
0.050	3.612
0.056	4.081
0.062	4.610
0.068	5.211
0.074	5.893
0.087	7.490
0.093	8.386
0.099	9.323
0.105	10.270
0.114	11.540
0.117	11.874

## ANEXO C: ÁNGULOS DE HÉLICE ACTUALIZADOS

A continuación se muestra en forma gráfica el valor del ángulo de la hélice de cada componente del cable (8p) a medida que aumenta el desplazamiento axial aplicado.



#### C.1 Cables de configuración packing





Fig C.17 Ángulo de la hélice vs Deformación global, Cable P(1)

#### C.2 Cables de configuración wedging



Fig C.18 Ángulo de la hélice vs Deformación global, Cable W(136)











Fig C.21 Ángulo de la hélice vs Deformación global, Cable W(123)



Fig C.22 Ángulo de la hélice vs Deformación global, Cable W(1234)

# ANEXO D: COMPARACIÓN DE DEFORMADAS

En esta sección se presentan las deformadas obtenidas por el modelo propuesto (MP) y las obtenidas por las modelas 3D (FEM), se muestra una vista isométrica de la posición deformada del centroide del cable para dos estados de deformación escogidos en forma aleatoria. Cada plano representa la solución obtenida a partir de la ecuación diferencial, planteada en el capítulo 3.3, v(x) y w(x) respectivamente. Para una mejor presentación de los resultados, se escogieron los cables de largo 8p tanto para las configuraciones *packing* y *wedging*.

#### D.1 Cables de configuración packing

Las figuras D.1 y D.2 muestran la posición deformada dada por los modelos MP y FEM para las deformaciones globales del cable 0.0016 y 0.0048 correspondientes a un 20% y un 60% del total de la deformación aplicada al cable.



**Fig D.23** Deformada MP-FEM, cable P(1)



Fig D.24 Deformada MP-FEM, cable P(12)

### D.2 Cables de configuración wedging

Las figuras D.3, D.4, D.5, D.6 y D.7 muestran la posición deformada dada por los modelos MP y FEM para las deformaciones globales del cable 0.031 y 0.074 correspondientes a un 25% y un 60% del total de la deformación aplicada al cable.



Fig D.25 Deformada MP-FEM, cable W(136)



Fig D.26 Deformada MP-FEM, cable W(1)



Fig D.27 Deformada MP-FEM, cable W(12)



Fig D.28 Deformada MP-FEM, cable W(123)



Fig D.29 Deformada MP-FEM, cable W(1234)