



**UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**DETECCIÓN DE ANOMALÍAS EN MOLINO DE BOLAS  
USANDO MODELOS NO-PARAMÉTRICOS**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL  
ELECTRICISTA**

**ALEJANDRO HERNÁN LÓPEZ SALAZAR**

PROFESOR GUÍA:

MARCOS ORCHARD CONCHA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

HÉCTOR AGUSTO ALEGRÍA

DORIS SÁEZ HUEICHAPAN

SANTIAGO, DE CHILE

JULIO, 2013

## “DETECCIÓN DE ANOMALÍAS EN MOLINO DE BOLAS USANDO MODELOS NO-PARAMÉTRICOS”

La industria de la minería se ha visto expuesta a un mercado cada vez más exigente, factor que ha hecho necesario establecer estrategias claras de mejoramiento de sus políticas de producción con el fin de satisfacer los desafíos que se le presentan. Es por ello que una de las áreas que ha debido reforzar es la del mantenimiento, donde juegan un rol importante los sistemas que se puedan implementar para optimizar tareas tales como la detección y/o predicción de fallas/anomalías, dentro de estrategias de mantenimiento predictivo.

Es en este punto donde se centra el aporte de la presente Memoria de Título, ya que su objetivo principal es el de desarrollar una herramienta para poder llevar a cabo la tarea de detección de anomalías para el caso de los molinos de bolas, los que forman parte importante en el proceso de molienda del material particulado.

En este estudio se aborda el caso de un molino de bolas con potencia y velocidades nominales de 12 MW y 100 rpm respectivamente, siendo una de sus principales características su accionamiento (*gearless*) que opera como un motor síncrono de gran escala. Ello tiene algunas desventajas, como el presentar fallas que otros molinos no tienen; considérese por ejemplo un mayor riesgo de que sus polos magnéticos resulten quemados. Precisamente este modo de falla motiva el trabajo desarrollado en esta Memoria de Título, que se centra en la detección de la mencionada anomalía a través de la generación de modelos del proceso y análisis de residuos.

Para la generación de residuos se utilizaron Modelos Basados en Similitud (SBM de sus siglas en inglés). Fue implementado un procedimiento para llevar a cabo esta tarea utilizando herramientas estadísticas multivariadas, como es el caso del análisis en componentes principales (PCA por sus siglas en inglés) obteniéndose errores relativos (en sus estimaciones) con respecto al conjunto de datos medidos del 0,88% en promedio, lo que resulta menor en comparación con un modelo de regresión lineal, que tuvo un 3,69% mayor error relativo medio.

En cuanto al método de detección de anomalías, se hizo uso de un sistema basado en histogramas del error, que compara el vector residual obtenido de un conjunto de datos etiquetado como normal con posibles anomalías. Utiliza como pilar el estudio de funciones de distribución (Chi-Cuadrado), para una significancia del 95%, obteniendo una efectividad del 100%, puesto que cada uno de los datos etiquetados como anómalos fueron detectados.

El presente documento pretende ser una base para estudios futuros, asociados a la búsqueda de anomalías en otras maquinarias y análisis de otros modos de fallas.

## AGRADECIMIENTOS

Agradecer en primer lugar a quienes me han brindado su incondicional apoyo y cariño durante todos los desafíos que he enfrentado en esta vida, Polo y Lilia. Su continuo respaldo lo he sentido siempre, no sólo en este proyecto, sino que en todo lo que he hecho, y me ha dado fuerzas para seguir adelante.

Un especial saludo para mis abuelos Héctor y Lilia, quienes me cuidaron durante muchos años prácticamente como un hijo más. Les doy las gracias por haber tenido tanta paciencia conmigo y saber perdonar todos los errores que cometí.

A mi familia en general. A mi hermano Felipe, a mis primas Catalina y Andrea, y a mi tía Cecilia. Todos ellos conforman una parte muy importante para mí, gracias.

Por varios motivos agradezco a la Facultad; por la gente que conocí jugando tenis, por la gente que conocí en el día a día, por todas las puertas abiertas y por mis amigos de eléctrica. En especial me gustaría darles las gracias a estos últimos, ya que, mi vida en la Universidad no hubiera sido lo mismo sin su presencia.

A mi profesor guía Marcos Orchard por su constante ayuda y apoyo durante la realización de esta Memoria de Título, respondiendo siempre de manera clara y rápida a cada una de mis preguntas. Además a los miembros de la comisión, Héctor Augusto y Doris Saez.

A la Compañía Minera Doña Inés de Collahuasi, que me brindó la posibilidad de poder vivir lo que es el trabajo en minería, en especial a Miguel Sánchez, Luis Godoy y Luis Riquelme.

A mis amigos de Pichilemu. Cristian (Hinef), Víctor (Blanco), Pato, Nacho (Tablón), Iván y Sebastián (Chuma). Gracias por todo lo que vivimos siendo más jóvenes, si bien nos hemos separado por estos días, todo lo que hicimos nunca desaparecerá, porque siempre lo recordamos, constantemente, es parte de nosotros.

A quienes conformaron un grupo que jamás olvidaré y, citando a Rodrigo Díaz (Zauriel) “jamás en la vida encontraré algo con qué dar la gracias por haberlos conocido”. De verdad muchas gracias a ustedes.

A quienes me han acompañado durante el último tiempo, gracias por tanto Héctor y Jorge (Frusco), todo lo de los últimos años, en especial el viaje Perú-Ecuador que fue lo mejor.

Finalmente, dar las gracias a quien me ha tenido que soportar en el día a día durante el último tiempo dándome todo su apoyo y cariño, mi polola Carolina Orellana. Un especial saludo para ella, porque también me ayudó de manera invaluable a que este documento saliera de la mejor manera posible, aportando, más que un granito, un saco de arena. De verdad, gracias por todo, haz sido la mejor durante estos meses.

# TABLA DE CONTENIDO

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN .....	1
1.1. ANTECEDENTES .....	1
1.2. ALCANCES .....	1
1.3. OBJETIVOS .....	2
1.3.1. OBJETIVO GENERAL .....	2
1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	2
1.4. ACERCA DE LOS DATOS .....	2
1.5. ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO .....	3
CAPÍTULO 2: REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA Y MARCO TEÓRICO .....	4
2.1. MOLINO DE BOLAS .....	4
2.1.1. SISTEMA DE MOLIENDA .....	5
2.1.2. ACCIONAMIENTO .....	6
2.1.3. MANTENCIÓN .....	11
2.1.4. MOLINO DE BOLAS 1012 .....	11
2.2. DETECCIÓN DE ANOMALÍAS .....	12
2.2.1. DESAFÍOS EN DETECCIÓN DE ANOMALÍAS .....	13
2.2.2. TÉCNICAS DE DETECCIÓN DE ANOMALÍAS .....	14
2.3. GENERACIÓN Y ANÁLISIS DE RESIDUOS .....	15

2.3.1. GENERACIÓN DE RESIDUOS .....	16
2.3.2. ANÁLISIS DE RESIDUOS.....	18
2.4. MODELACIÓN PARA LA GENERACIÓN DE RESIDUOS.....	24
2.4.1. MODELACIÓN PARAMÉTRICA .....	24
2.4.2. MODELACIÓN NO-PARAMÉTRICA .....	26
CAPÍTULO 3: DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA Y MÉTODO DE RESOLUCIÓN .....	29
3.1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	29
3.2. SOLUCIÓN PROPUESTA .....	30
3.2.1. REVISIÓN PREVIA.....	30
3.2.2. MODELO BASADO EN SIMILITUD (SBM) .....	32
3.2.3. ANÁLISIS DE RESIDUO .....	36
3.3. CONDICIONES A CUMPLIR PARA IMPLEMENTAR LA SOLUCIÓN PROPUESTA .....	38
3.3.1. VARIABLES .....	38
3.3.2. CONJUNTO DE DATOS .....	38
CAPÍTULO 4: DISEÑO DE SISTEMA DE DETECCIÓN DE ANOMALÍAS .....	40
4.1. DATOS UTILIZADOS .....	41
4.2. REVISIÓN PREVIA DE LOS DATOS .....	43
4.2.1. ESTUDIO DE CORRELACIONES .....	43
4.2.2. ANÁLISIS EN COMPONENTES PRINCIPALES (PCA) .....	46
4.3. CONJUNTO DE ENTRENAMIENTO.....	49

4.3.1. SELECCIÓN DE LOS DATOS.....	51
4.4. COMENTARIOS SOBRE EL MODELO.....	52
4.4.1. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD.....	53
4.4.2. VALIDEZ DEL MODELO.....	75
4.5. COMPARACIÓN ENTRE RESULTADOS DE LOS MODELOS.....	77
4.6. VALIDACIÓN .....	82
CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y COMENTARIOS .....	88
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	91
ANEXO: FUNCIONES MATLAB.....	93

# ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Correlaciones entre el total de datos.....	44
Tabla 2: Correlaciones entre el total de datos normales.....	44
Tabla 3: Correlaciones entre datos anormales.....	44
Tabla 4: Correlación entre la salida y módulo para el total de los datos.....	45
Tabla 5: Correlación entre salida y módulo para datos normales.....	45
Tabla 6: Correlación entre salida y módulo para datos anormales.....	45
Tabla 7: Agrupaciones de datos normales.....	49
Tabla 8: Matriz “Do” y matriz “Di”.....	50
Tabla 9: Comparación de métodos de estimación para parámetros $d$ y $\varepsilon$ .....	66
Tabla 10: Resultados para modelo ARX de la planta.....	75
Tabla 11: Resumen de análisis de varianza.....	76
Tabla 12: Resumen de resultados obtenidos para cada coeficiente.....	77
Tabla 13: Comparación entre modelos.....	77
Tabla 14: Resumen de datos anómalos para probar el sistema de detección.....	85
Tabla 15: Tabla resumen residuos modelo lineal.....	87

# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Vista frontal funcionamiento molino de bolas [2].....	6
Figura 2: Vista esquemática molino de bolas [19].....	6
Figura 3: Configuración americana para conexión de molino de bolas con motores síncronos [16] .....	8

Figura 4: Configuración europea para conexión de molino de bolas con motores de inducción [16] .....	9
Figura 5: Molino de bolas GMD [12].....	10
Figura 6: Esquema de los procesos asociados al monitoreo [6].....	12
Figura 7: Ejemplo simple de detección de anomalías en un esquema bidimensional [5] .....	13
Figura 8: Esquema de detección de anomalías basada en residuos [8] .....	15
Figura 9: Descripción gráfica de la conversión descrita [6].....	23
Figura 10: Esquema general de trabajo .....	33
Figura 11: Esquema de cálculo.....	34
Figura 12: Esquema para análisis de residuos .....	37
Figura 13: Gráfico de variación de vibración en el tiempo .....	42
Figura 14: Gráfico de variación de potencia en el tiempo.....	42
Figura 15: Gráfico de variación de velocidad en el tiempo.....	43
Figura 16: Proyección en el plano formado por las dos primeras componentes principales.....	47
Figura 17: Proyección en el plano formado por la primera y tercera componente .....	47
Figura 18: Proyección en el plano formado por la segunda y tercera componente.....	48
Figura 19: Comparación entre estimación hecha por modelo SBM y observaciones .....	51
Figura 20: Gráfico error relativo porcentual datos normales .....	52
Figura 21: Gráfico variación logaritmo del residuo ( $\sum e$ ) en función de $d$ .....	54
Figura 22: Gráfico variación logaritmo del condicionamiento en función de $d$ .....	56
Figura 23: Gráfico variación logaritmo del residuo en función de $\varepsilon$ .....	57
Figura 24: Gráfico condicionamiento versus $\varepsilon$ .....	58
Figura 25: Operador de similitud .....	59
Figura 26: Gráfico residuo en función del par $(d,\varepsilon)$ .....	60

Figura 27: Gráfico condicionamiento en función del par $(d,\varepsilon)$ .....	61
Figura 28: Gráfico error relativo medio inferior a 3,25% en función de los parámetros $d$ y $\varepsilon$ .....	62
Figura 29: Gráfico error relativo medio inferior a 2% en función de los parámetro $d$ y $\varepsilon$ .....	63
Figura 30: Gráfico considerando estimación empírica $d$ .....	64
Figura 31: Gráfico considerando estimación empírica alternativa $d$ .....	65
Figura 32: Operador de similitud según modelo alternativo .....	67
Figura 33: Gráfico residuo en función del par $(d,\varepsilon)$ considerando modelo alternativo.....	68
Figura 34: Gráfico condicionamiento en función del par $(d,\varepsilon)$ considerando modelo alternativo	69
Figura 35: Gráfico residuo en función del par $(d,\varepsilon)$ considerando modelo alternativo y valores inferiores a diez .....	70
Figura 36: Gráfico residuo en función de $d$ considerando modelo alternativo .....	70
Figura 37: Gráfico condicionamiento en función de $d$ considerando modelo alternativo.....	71
Figura 38: Gráfico residuo en función de $\varepsilon$ considerando modelo alternativo .....	72
Figura 39: Gráfico condicionamiento en función de $\varepsilon$ considerando modelo alternativo.....	73
Figura 40: Comparación entre modelo SBM alternativo y observaciones.....	74
Figura 41: Error relativo porcentual datos normales modelo alternativo.....	74
Figura 42: Gráfico comparativo entre estimaciones hechas por modelo SBM y observaciones medidas.....	78
Figura 43: Gráfico comparativo modelo SBM alternativo y observaciones medidas.....	79
Figura 44: Gráfico comparativo entre estimación SBM y observaciones datos normales.....	80
Figura 45: Comparación entre estimaciones hechas por los modelos y observaciones .....	81
Figura 46: Gráfico comparativo residuo modelo lineal y residuo modelo SBM .....	81
Figura 47: Histograma del residuo generado para datos normales.....	83
Figura 48: Histograma del cuadrado del residuo generado para datos normales .....	83

Figura 49: Histograma del residuo para datos normales considerando modelo lineal ..... 86

Figura 50: Histograma del cuadrado del residuo para datos normales considerando modelo lineal  
..... 86

# CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

## 1.1.ANTECEDENTES

Debido al aumento de las demandas que ha experimentado la industria del cobre, se ha hecho necesario el aumento de inversión que las compañías mineras destinan para el mantenimiento de máquinas. Entre las diversas estrategias utilizadas en los últimos años, destaca el mantenimiento predictivo, que, pese a sus altos costos, tiene resultados bastante superiores a los que presenta el mantenimiento programado [11].

Dentro de lo que se entiende como la línea de producción, especial atención merece la molienda, donde se procesa el material extraído, considerándose al igual que las otras etapas de este proceso, vital por cuanto una falla en dicha fase interrumpiría el proceso completo. En la molienda participan enormes molinos, como lo son los Molinos Semiautógenos (SAG) y los Molinos de Bolas, siendo estos últimos el foco de atención de esta Memoria de Título.

Se pretende efectuar detección de anomalías en molinos de bolas pertenecientes a la Compañía Minera Doña Inés de Collahuasi, puesto que se desarrolla en el marco de lo que dicha empresa considera mantenimiento predictivo.

La base sobre la cual se trabaja en este documento, la constituyen los modelos no-paramétricos, ya que han demostrado poseer una precisión superior en relación a otras técnicas de modelación; de hecho, para apoyar lo anterior, basta con decir que el modelamiento basado en similitud (SBM, del inglés *similarity based modeling*) ha mostrado cifras que rodean el 25% de mayor precisión respecto de otras técnicas de modelación multivariadas [10].

## 1.2.ALCANCES

Esta Memoria de Título tiene como finalidad desarrollar un sistema de detección de anomalías en molinos de bolas usando modelos no-paramétricos y análisis de residuos en base a histogramas del error. Por ello, los alcances de este trabajo son los de implementar una herramienta que permita llevar a cabo dicha tarea, considerando como caso de estudio uno de los molinos de bolas

pertenecientes a la Compañía Minera Doña Inés de Collahuasi, probando con datos reales de dicha máquina el funcionamiento de la herramienta desarrollada.

## **1.3.OBJETIVOS**

### **1.3.1. OBJETIVO GENERAL**

El objetivo que pretende este trabajo es desarrollar una herramienta mediante la cual se pueda detectar anomalías ocurridas en el “molino de bolas eléctrico” (denominado así por su accionamiento en particular), situado en la propiedad de Collahuasi. Las anomalías asociadas a polos quemados (que es el modo de falla a resolver), son el foco principal de esta Memoria de Título; éstos corresponden a los polos magnéticos que hacen posible el funcionamiento del molino, que en este caso particular se dañan y constituyen un deterioro de la maquinaria.

### **1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Dentro de los objetivos específicos para el trabajo a desarrollar, se tiene:

- Desarrollo de herramienta basada en SBM (*Similarity Based Modeling*) que permita modelar la planta que se desea.
- Aplicación de herramienta para estudiar fallas asociadas a polos quemados.
- Desarrollo de herramienta basada en estadística para analizar residuos y así poder llevar a cabo la labor de detectar anomalías.
- Validación de la herramienta a través de un conjunto de datos específico.
- Validar el modelo a usar a través de la comparación con otra estrategia de detección basada en modelos lineales.

## **1.4. ACERCA DE LOS DATOS**

Se dispone de un conjunto de datos otorgados por la Gerencia de Servicios Operacionales de la Compañía Minera Doña Inés de Collahuasi. Dichos datos fueron entregados bajo la condición de que fueran utilizados responsablemente, por lo que esta Memoria de Título queda restringida a

dicho convenio, que aunque nunca fue formalizado, tiene el mismo efecto que si así hubiese sido, teniendo un carácter confidencial.

## **1.5. ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO**

Este trabajo está constituido por cinco Capítulos, donde se avanza desde lo general a lo más específico. Es así como en el Capítulo 2 se presentan los fundamentos de la detección de anomalías basada en residuos, dando a conocer los pilares que entregan autores de renombre en la materia. En dicha sección se muestran los elementos constitutivos básicos de este tipo de detección, como lo son la generación y el análisis de residuos, haciendo una profundización de los temas en cuanto a modelación y técnicas matemáticas usadas, sobre todo las que guardan relación con el análisis estadístico.

El Capítulo 3 procura aplicar la teoría ya explicada anteriormente al tema generativo de esta Memoria de Título, que es la detección de anomalías en el molino de bolas particularmente.

En el Capítulo 4 se dan a conocer los datos, procedimientos realizados, cálculos, tablas y gráficos de resultados. Es decir, muestra el análisis efectuado, acompañado de los comentarios que se consideren necesarios para una adecuada comprensión de lo obtenido.

Con todos los antecedentes ya dispuestos, se incluye un último capítulo (Capítulo 5) para concluir sobre los resultados obtenidos, el que pretende ser un espacio de discusión en el que se comenta el trabajo y todo lo hecho a lo largo de esta Memoria.

# **CAPÍTULO 2: REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA Y MARCO TEÓRICO**

La industria minera del país se ha convertido en parte vital de la economía nacional. Con el afán de suplir las demandas que se presentan en el mercado internacional se han efectuado distintas labores en pro de incrementar las tasas de crecimiento, a modo de desafío.

Uno de los puntos que cobra importancia cuando se trata de hacer crecer el negocio de la minería, es la optimización del proceso de producción. Dentro de dicho proceso, se encuentra la molienda del material extraído desde la mina, la cual incorpora grandes molinos como son los molinos SAG y los molinos de bolas.

La Compañía Minera Doña Inés de Collahuasi, está especializada en la extracción de cobre, siendo el molibdeno otro de sus productos. Utilizando molinos de bolas como parte importante dentro de sus líneas de producción, la conminución del material resulta una parte relevante de dicho proceso.

El proceso de generación del producto puede entenderse como una cadena de sub-procesos conectados en serie, donde el hecho de que uno de ellos no se encuentre funcionando, hace que se interrumpa la cadena y que no se pueda llegar al producto final.

La presente Memoria, se centra en la detección de anomalías para molinos de bolas, es decir, en el impedir que la cadena de producción se rompa en este punto, reforzando el mantenimiento de esta máquina.

## **2.1. MOLINO DE BOLAS**

Los molinos de bolas son equipos que se utilizan en la industria minera con la intención de conminuir material o minerales mediante impacto, a través de procesos que pueden ser húmedos o secos. Tienen una serie de usos, como es el caso de los productos de silicato, cemento, materiales a prueba de fuego, fertilizantes químicos, vidrio, materiales negros y no ferrosos, cerámicas, nuevos tipos de materiales para construcción, entre otros. En la práctica minera es común verlos trabajar en conjunto con los molinos SAG, con los cuales comparten similitudes y diferencias [1] [18].

Físicamente, el equipo consiste en un tambor cilíndrico, que se orienta horizontalmente y que se apoya en descansos ubicados en sus tapas, que tienden a ser cónicas. Este conjunto es controlado por un sistema de accionamiento, el que hace que gire este tambor sobre su eje principal a una velocidad determinada, que generalmente es constante y que guarda relación con el resultado que se quiere obtener del proceso [1].

El tambor es de acero y su interior está conformado por revestimientos, que también pueden ser de acero y/o goma. Ellos conforman la superficie de contacto con un conjunto de bolas de acero que guarda en su interior [1].

### **2.1.1. SISTEMA DE MOLIENDA**

El sistema de molienda funciona a través del golpe que sufre el material que se ingresa al interior del tambor. Mediante el giro de éste sobre sus descansos, las bolas se elevan a cierta altura y luego por efecto de la gravedad caen; esta misma fuerza generada en el movimiento es la que hace el choque de las esferas sobre el material y permite que se obtenga el producto final; dicho sea de paso, este vaivén también aplica cierta fuerza centrípeta al mismo, que ayuda como efecto complementario. Así, el tambor tiene compartimentos para ingresar las bolas y para el material que se va a moler [1].

Anteriormente se dijo que el proceso puede ser llevado a cabo en seco o por vía húmeda; en el primer caso, el mineral circula hasta que terminen de molerse las pocas partículas de material de gran granulometría no fraccionada, lo cual hace que se aumente el consumo y disminuya el rendimiento del molino. En el segundo caso, se agrega una fracción de agua en peso, lo que hace que se tenga una descarga rápida del mineral [1].

La operación de este equipo se basa en tres variables principales que deben considerarse para la eficiencia y calidad del producto que se quiera obtener [1]. Ellos son:

- Carga de Bolas
- Carga de Material de Alimentación
- Carga de Agua

Estas tres variables deben manejarse con cuidado y dentro de ciertos rangos establecidos, ya que, de lo contrario se alejaría de los puntos de operación que no se quisieran para la máquina o contribuiría a su deterioro, disminuyendo consigo su vida útil [1].

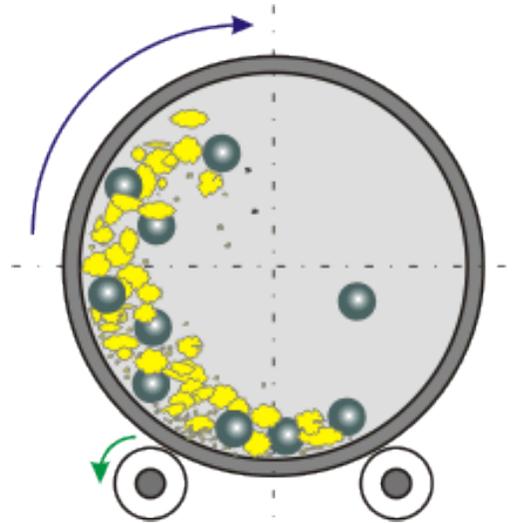


Figura 1: Vista frontal funcionamiento molino de bolas [2]

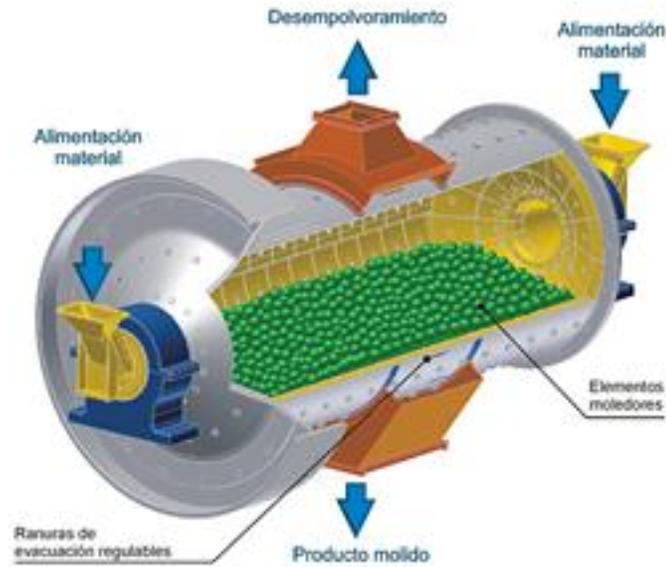


Figura 2: Vista esquemática molino de bolas [19]

### 2.1.2. ACCIONAMIENTO

Los molinos de bolas se pueden clasificar a través de su accionamiento, es decir, mediante el mecanismo que los hace rotar, obteniéndose de manera inmediata tres tipos [16]:

- Por motor de inducción
- Por motor síncrono

- Tipo *gearless*

El accionamiento influye en la disposición de equipos, puesto que determina la configuración a usar; es así, como la transmisión de potencia es realizada por sistemas mecánicos, integrados por una variedad de arreglos de engranajes y/o embriagues. En particular, el accionamiento es realizado por motores de inducción en Europa y por motores síncronos en Estados Unidos [16].

A continuación se detallan estos tipos de accionamiento:

### **2.1.2.1. ACCIONAMIENTO POR MOTOR SÍNCRONO**

Los motores sincrónicos son máquinas de corriente alterna, caracterizados principalmente por tener una velocidad de giro del eje en régimen permanente, el cual es dependiente de la frecuencia que tienen las variables de origen eléctrico, además del número de polos de la máquina. Si bien existen motores monofásicos y polifásicos, en la industria son mayormente utilizados los motores sincrónicos de tres fases [16].

Desde un punto de vista constructivo, esta máquina eléctrica está compuesta por un estator y un rotor, donde el primero es la parte fija de este sistema, mientras que el segundo corresponde al segmento movable. La característica más notoria de este tipo de motor, más que en sus aspectos constructivos, lo es en su parte puramente eléctrica [16].

En cuanto a su funcionamiento, contiene un devanado trifásico que al ser alimentado por una fuente de tres fases crea el fenómeno de “campo magnético rotatorio”, resultado de la interacción de las fuerzas magneto-motrices de los embobinados de estator con la fuente. Por otra parte, el rotor es alimentado mediante corriente continua, a través del denominado “devanado de campo”. Además, este motor posee un devanado en cortocircuito, el que tiene como misión hacer que la máquina funcione sólo a velocidad síncrona, siendo éste denominado “devanado amortiguador” [16].

Se muestra un diseño típico en la Figura 3, para una configuración que utiliza motores síncronos, el que posee una corona dentada y piñón, aunque sin reductor y utilizando máquinas sincrónicas de baja velocidad; vale decir, un motor con gran cantidad de polos, por ejemplo con una velocidad nominal de 200 rpm. Es característico de este tipo de motores el bajo torque de partida, por lo que se usa el sistema piñón directo, el que se equipa con un embriague de aire o un embriague hidráulico entre el motor y el piñón. Estos embriagues ayudan al motor a partir y alcanzar la velocidad nominal previa a la partida del molino. En el caso de grandes potencias, una

combinación de los sistemas de piñones gemelos con corona dentada y embriagues de aire debiese funcionar correctamente [16].

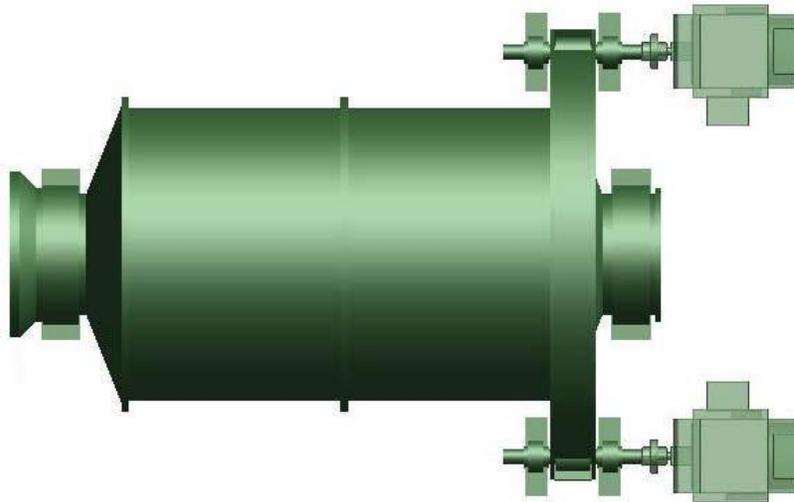


Figura 3: Configuración americana para conexión de molino de bolas con motores síncronos [16]

En el caso de que se usen potencias mayores a los 10 MW, se utiliza el sistema de piñones gemelos. Esto se debe a que actualmente no existen motores de confiabilidad aceptable que sean capaces de generar dichas potencias, debido a las limitaciones en la transmisión mecánica que este nivel de potencia requiere [16].

#### **2.1.2.2. ACCIONAMIENTO POR MOTOR DE INDUCCIÓN**

Las máquinas asíncronas o de inducción son equipos de corriente alterna, que se utilizan principalmente como motores; al trabajar como tales, ocupan una importante posición dentro de la industria actual, que va del 80 al 90% de ocupación al interior de este sector. Dicha participación podría explicarse por sus bajos costos de fabricación y mantención; al mismo tiempo posee un diseño compacto, lo que otorga altos índices de potencia por unidad de volumen. Además, se suman sus mejoras a través de varios años de desarrollo, lo que ha significado múltiples estudios en electrónica de potencia enfocados a este dispositivo, que han facilitado el poder fabricar elementos que permitan efectuar control cada vez más precisos y sofisticados [15].

En lo técnico, el principio de funcionamiento consiste en alimentar el enrollado trifásico del estator desde una fuente de tres fases para producir un campo magnético rotatorio, el cual induce

corrientes alternas en el enrollado del rotor produciéndose así un torque motriz en el eje de la máquina [15].

Dependiendo de la naturaleza del rotor, estas máquinas pueden ser divididas en dos grandes grupos: rotor bobinado y jaula de ardilla. El primero es un bobinado trifásico accesible mediante escobilla, mientras que el segundo está constituido por una serie de conductores metálicos dispuestos paralelamente unos a otros, y cortocircuitados en sus extremos por anillos metálicos [15].

Anteriormente se habló de configuraciones que determinan cómo interactúa el motor con el molino. Ello se puede notar en la Figura 4, la que muestra la denominada *configuración europea*, que posee una corona dentada, engranajes, piñones, reductor y motor de inducción, para una velocidad nominal de 1000 rpm. Dicha configuración puede ser usada como un sistema de piñón simple o dual, es decir, poseer uno o dos motores. En el caso de usar una máquina asíncrona de rotor bobinado, se asegura el torque mínimo para la partida del molino, aunque se sigue teniendo una limitación de la corriente de partida, lo que se traduce en que no sea necesaria la instalación de un embriague de aire para suministrar el torque en el inicio [16].

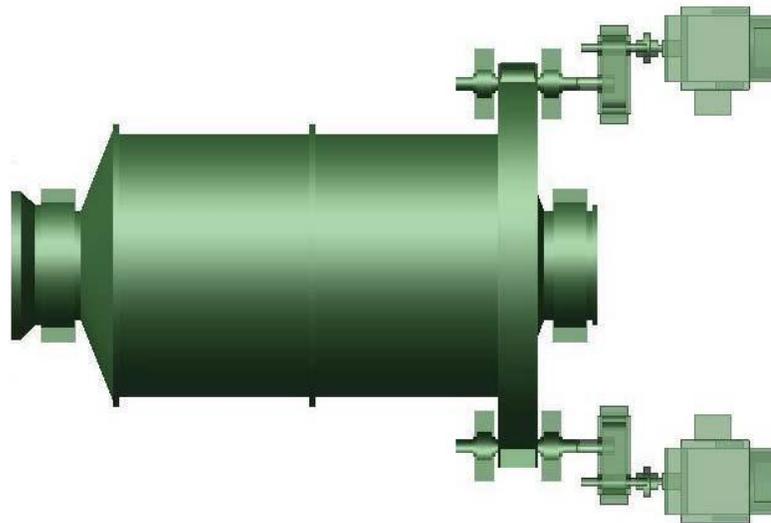


Figura 4: Configuración europea para conexión de molino de bolas con motores de inducción [16]

### 2.1.2.3. ACCIONAMIENTO GEARLESS

El último tipo de accionamiento a revisar en esta sección es el denominado GMD, por sus siglas en inglés *Gearless Motor Drive*, pero que de manera más común se conoce simplemente como *gearless* o motor de anillos. Este nombre se debe a que elimina todo componente mecánico del

sistema de accionamiento que está presente en los molinos convencionales, como la corona dentada, piñones, caja de engranajes, acoplamientos, eje de motores, descansos, entre otros [16].

Este sistema de accionamiento consiste en un motor sincrónico de gran escala, que está diseñado para operar a bajas velocidades (las que son variables), a través de un sistema de control basado en una fuente de CCV (cicloconvertidores). Así, la parte fija y envolvente del molino es la superestructura que conforma el estator del motor síncrono, mientras que el rotor de la máquina es a su vez el tambor del molino; es decir, los polos del rotor son acoplados mecánicamente alrededor de la estructura cilíndrica del molino. Además, toda la potencia del accionamiento del molino es transmitida magnéticamente a éste, eliminando todas las conexiones mecánicas existentes que se usan convencionalmente (engranajes) [16].

En la actualidad, este método es utilizado para accionar molinos SAG con una potencia nominal que está en el rango de los 15 a 30 MW, además de molinos de bolas con una potencia nominal superior a los 17 MW. La desventaja de este método es que es bastante costoso, pero que dado sus índices de eficiencia y carga ha tenido buena acogida en la industria minera [16].

La Figura 5 muestra un Molino de Bolas con funcionamiento GMD:



Figura 5: Molino de bolas GMD [12]

### **2.1.3. MANTENCIÓN**

El principio de funcionamiento de conminución, implica un grave deterioro en el molino ya que debe soportar constantes golpes, que se suman a los esfuerzos clásicos sufridos por ser una máquina rotatoria. Por esta razón se disponen distintos subsistemas que se han desarrollado a través de los años para mejorar su rendimiento y prevenir fallas.

Dentro de esta máquina existen variados sistemas, cuyos parámetros más importantes se ubican dentro de rangos establecidos que aseguran una larga vida útil. La operación correcta de estos parámetros hace que el molino trabaje a la temperatura ideal (que no se caliente en exceso), junto a la regulación de otras variables de interés como lo son las presiones en los descansos, entre otros.

La implementación de estos subsistemas, va acompañada por equipos de monitoreo, que observan las distintas variables involucradas en el funcionamiento de la máquina, con distintos fines (por ejemplo prevenir posibles detenciones por daños), según el tipo de mantención que se le dedique al molino.

### **2.1.4. MOLINO DE BOLAS 1012**

La molienda en la Compañía Minera Doña Inés de Collahuasi, funciona a través de varias líneas de procesamiento, siendo una de éstas la del molino que será objeto de estudio en este documento; en particular, este trabajo se centra en un molino de bolas con accionamiento *gearless*.

Entre sus datos nominales destaca que tiene una potencia de 12 MW y una velocidad de 100 rpm, además, cabe agregar que posee 64 polos con rotación a favor de las manecillas del reloj y una distancia de entrehierro de 15 mm, información otorgada por personal de planta de la Compañía.

Posee dos sistemas de monitoreo importantes, que corresponden al sistema VibroSys™ y el sistema PI; el primero es un sistema que monitorea variables como el flujo magnético y distancia entre rotor y estator, mientras que el segundo, monitorea el sistema en general, pasando por las distintas líneas de molienda y los equipos que lo conforman; es así como se puede acceder a los datos de subsistemas como el de lubricación o el de enfriamiento, según personal de planta.

## 2.2. DETECCIÓN DE ANOMALÍAS

En la industria actual es común realizar acciones de monitoreo a los diversos procesos que se llevan a cabo, y es aún más frecuente su uso en áreas como las de mantenimiento. Sus beneficios son variados, pero los relacionados con anomalías/fallas pueden entenderse en el marco de los cuatro procesos asociados al monitoreo: detección, identificación, diagnóstico y proceso de recuperación [6]:

- Detección: determina cuando una anomalía ha ocurrido o no. La detección temprana puede entregar invaluable información sobre problemas emergentes, para tomar las acciones apropiadas que ayuden a evitar daños a los procesos.
- Identificación: se relaciona con identificar las variables más importantes para el diagnóstico de la falla. El propósito de este procedimiento, es el de enfocar al operador de planta y la atención del ingeniero, en los subsistemas más pertinentes para la detección de la falla, de manera que su efecto pueda ser eliminado de la forma más eficiente.
- Diagnóstico: es la determinación de qué está ocasionando la falla. De manera más específica se define como la determinación del tipo, locación, magnitud, y tiempo de la anomalía. Éste procedimiento es esencial para neutralizar o eliminar una falla.
- Recuperación: también llamado intervención, consiste en remover el efecto de la falla, y es el procedimiento necesario para cerrar el ciclo del proceso de monitoreo.

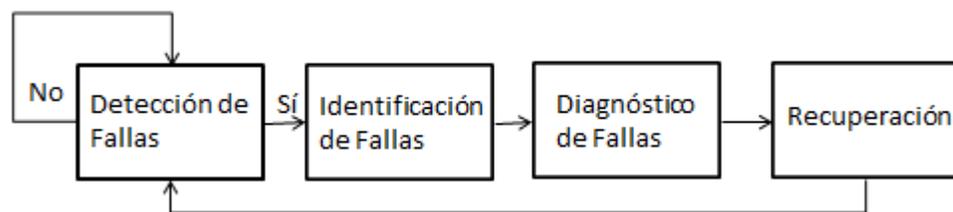


Figura 6: Esquema de los procesos asociados al monitoreo [6]

En la Figura 6 se puede apreciar un esquema que grafica cómo funciona este ciclo del proceso de monitoreo, el cual sirve para señalar el foco de esta Memoria de Título que es el de detección de anomalías, es decir, la primera parte de esta representación.

La detección de anomalías se puede definir como un proceso que se enfoca en la problemática de encontrar patrones en los datos que no están en conformidad con su comportamiento esperado. Estos patrones son usualmente denominados como anomalías, observaciones atípicas o discordantes, excepciones, aberraciones, sorpresas, peculiaridades o contaminantes en diferentes

dominios de aplicación. De ellas, las anomalías y las observaciones atípicas son los dos términos más utilizados en el contexto de detección de anomalías, algunas veces intercambiables [5].

Antes de proseguir es importante definir lo que se considerará una anomalía, puesto que ello entregará un marco de referencia en el cual se limitará la extensión del término, además de fijar un lenguaje común. Las anomalías corresponden a patrones en los datos que no se ajustan con lo que se ha definido como comportamiento normal. En la Figura 7 se ilustran anomalías en un conjunto simple de datos en dos dimensiones; en esta, las muestras tienen dos regiones de operación normal,  $N_1$  y  $N_2$ , ya que la mayoría de las observaciones quedan en éstas. Los puntos que están lo suficientemente lejos de las regiones, como por ejemplo, los puntos  $o_1$  y  $o_2$ , además de los puntos en la región  $o_3$ , son anomalías [5].

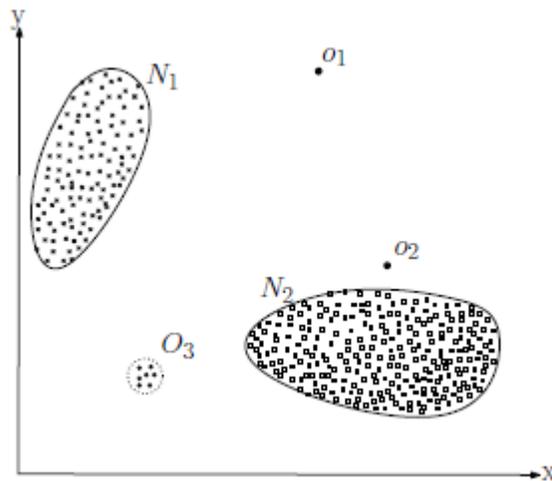


Figura 7: Ejemplo simple de detección de anomalías en un esquema bidimensional [5]

### 2.2.1. DESAFÍOS EN DETECCIÓN DE ANOMALÍAS

Ya entendidos los conceptos de anomalía y su correspondiente detección, a continuación se muestra cómo llevar a cabo este proceso, que corresponde al problema en la detección de anomalías, lo que puede reducirse a encontrar los puntos y/o regiones en el espacio de muestras que no caen en las zonas definidas como de comportamiento normal; si bien puede sonar simple, en la práctica resulta complejo, incluso es bastante más complicado el proceso de encontrar la solución, lo que se explica mediante los desafíos que surgen en el campo de detección de anomalías [5]:

- Es bastante difícil definir una región que encierre cada posible comportamiento normal; además, los límites entre comportamiento normal y anormal usualmente no son precisos. Así, una observación anormal que cae cerca de los límites puede ser normal y viceversa.
- Cuando las anomalías son producto de actos malintencionados, quienes producen estos fraudes a menudo adaptan estas observaciones para hacerlas parecer normales, por lo que la tarea de definir un comportamiento normal se hace más compleja.
- En muchos dominios, lo que se entiende como comportamiento normal sigue evolucionando, pero una noción actual del mismo puede no ser suficientemente representativo en el futuro.
- La noción exacta de una anomalía es distinta en los diferentes dominios de aplicación.
- En los modelos usados para las técnicas de detección de anomalías, la disponibilidad de datos etiquetados para entrenamiento/validación, usualmente resulta ser un tema mayor.
- A menudo, los datos contienen “ruido” que tiende a ser similar a las anomalías, lo que los hace difícil de distinguir y remover.

### **2.2.2. TÉCNICAS DE DETECCIÓN DE ANOMALÍAS**

Existen variadas técnicas en el campo de la detección de anomalías, donde cada una de ellas puede usar múltiples enfoques para entender y solucionar este problema. Se pueden mencionar ciertas categorías, pues hay varias que comparten distintos aspectos sobre cómo enfrentar el problema, pero más que enfocarse en ello, este apartado busca describir su existencia, para más adelante dar un realce a las técnicas que se utilizarán en este trabajo. Ello conduce a la siguiente clasificación [5]:

- Detección basada en el vecino más cercano: se pueden observar dos técnicas como lo son el usar la distancia al k-ésimo vecino más cercano y la densidad relativa. Ambas técnicas se pueden visualizar en la Figura 7, en la que se define lo que se entiende por anomalía.
- Detección basada en grupos: su comprensión es gráfica del esquema mostrado en la Figura 7, donde se busca hacer la distinción entre un grupo y un vecino cercano.
- Detección estadística: se distinguen dos grandes grupos en este punto, conformados por las técnicas paramétricas y las no-paramétricas; dentro de las primeras se encuentran los modelos gaussianos y los de regresión, mientras que en los últimos se pueden observar las basadas en histogramas y en kernel.

En la práctica, para realizar detección de anomalías, es usual el utilizar variables residuos, las que corresponden a variables de análisis encargadas de representar información crucial para la detección y diagnóstico [3].

Estos residuos son variables con propiedades que es apropiado que cumplan [3]:

- Tener valores cercanos a cero para los modos de operación normal.
- Que algún residuo alcance valores diferentes de cero para los modos de operación con anomalías.
- Ser poco sensibles a errores de modelación.
- Ser muy sensibles a fallas.
- Responder rápidamente a posibles fallas.

## 2.3. GENERACIÓN Y ANÁLISIS DE RESIDUOS

Los residuos, en su implementación, responden a cierto diagrama en el que se deben realizar dos etapas, que corresponden a: generación de residuos y análisis de residuos; éstas tienen como objetivo el producir una señal de diagnóstico del proceso y deben ejecutarse de manera secuencial. En este caso particular, la señal de diagnóstico debe entregar la información correspondiente a la detección de anomalías cuando éstas se produzcan [8].

En la Figura 8 se muestra el diagrama antes mencionado para la aplicación de variables residuales.

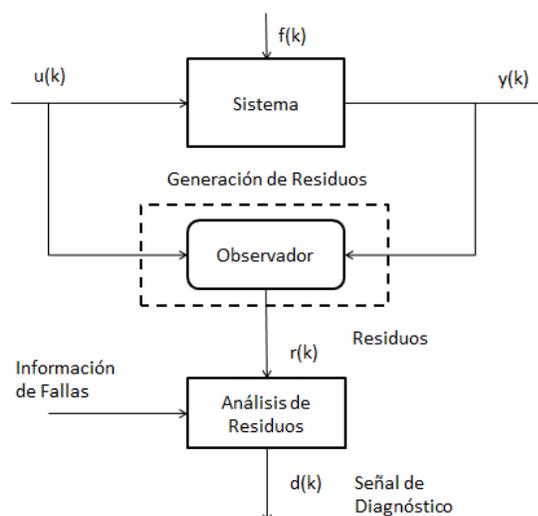


Figura 8: Esquema de detección de anomalías basada en residuos [8]

### 2.3.1. GENERACIÓN DE RESIDUOS

La generación de residuos corresponde a la primera etapa de detección de anomalías mediante variables residuales, la que se define como una etapa en que se crea un conjunto que sea procesado para concluir en la posterior evaluación de residuos. Estos residuos son encontrados a través del cálculo de las diferencias entre las variables medidas y las estimadas mediante la técnica que se utilice [3].

Las técnicas de generación de residuos pueden clasificarse en tres grandes grupos, las que enfrentan este problema desde distintos ángulos [3]:

1. Ecuaciones de Paridad
2. Estimación de Parámetros
3. Observadores

#### 2.3.1.1. ECUACIONES DE PARIDAD

Para esta primera técnica, se considera un conjunto de expresiones que tienen la siguiente forma [3]:

$$g^i(u(k), \dots, u(k - n_a), y(k), \dots, y(k - n_b)) = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.1)$$

Siendo  $g^i(\cdot)$  una función no-lineal, dependiente de observaciones anteriores y parámetros. Además, vale mencionar que  $n_a$  y  $n_b$  corresponden a los retardos para la entrada y salida del sistema [3].

Para el caso particular en que las ecuaciones de paridad se construyen a partir de modelos lineales, las relaciones se pueden escribir de la siguiente manera:

$$y(k) - G^i(q)u(k) = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.2)$$

En donde  $G^i(q)$  es una función de transferencia asociada a la  $i$ -ésima relación de redundancia.

Luego, es posible definir el vector de residuos, el que queda dado por la ecuación (2.3):

$$r^i(t) = g^i(y(k), \dots, y(k - n_a), u(k), \dots, u(k - n_b)), \quad i = 1, \dots, n \quad (2.3)$$

### 2.3.1.2. ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

El objetivo de esta técnica es asociar diferentes parámetros del sistema dinámico a cada modo de operación con fallas. En los planteamientos expuestos al definir lo que es detección de fallas basada en residuos, el bloque de estimación de parámetros genera un vector de estimaciones  $\hat{\theta}(k)$  [3].

Así, se tienen dos formas de generar los residuos [3]:

1. Generación usando diferencias de parámetros: los residuos se pueden obtener como la diferencia del vector  $\hat{\theta}(k)$  respecto de un valor nominal  $\theta^0(k)$  [3]:

$$r(k) = \hat{\theta}(k) - \theta^0(k) \quad (2.4)$$

En este tipo de esquema resulta muy ventajoso que los parámetros  $\theta(k)$  guarden alguna relación matemática con los parámetros físicos  $\gamma(k)$  del proceso.

$$\gamma(k) = f(\theta(k)) \quad (2.5)$$

Luego,

$$\theta(k) = f^{-1}(\gamma(k)) \quad (2.6)$$

Así, si se asume que la función  $f$  tiene cierta monotonía, el vector de residuos se puede entender como una desviación de los parámetros físicos reales  $\gamma(k)$  respecto a los parámetros físicos nominales  $\gamma^0(k)$  [3]:

$$r(k) = \theta(k) - \theta^0(k) \approx \kappa(\gamma(k) - \gamma^0(k)) \quad (2.7)$$

2. Generación usando errores de estimación: el vector de parámetros estimados  $\hat{\theta}(k)$  conduce a la estimación  $\hat{y}(k)$  de las salidas medidas  $y(k)$ . Los residuos se obtienen como [3]:

$$r(k) = y(k) - \hat{y}(k) \quad (2.8)$$

### 2.3.1.3. OBSERVADORES

Ésta última técnica de generación de residuos utiliza observadores o filtros basados en modelos que se acomodan a las distintas fallas. Estos modelos pueden ser de distinta naturaleza, siendo lo importante que produzcan salidas comparables a las que se miden [3].

Los residuos se obtienen entonces como la diferencia entre las salidas medidas del sistema y las estimadas para el modo de operación normal [3]:

$$r(k) = y(k) - \hat{y}(k) \quad (2.9)$$

Otra forma de calcular los residuos es mediante algún procesamiento del error, lo que se designa por medio de una función de transferencia  $W(q)$  en el operador de adelanto  $q$  [3]:

$$r(k) = W(q)(y(k) - \hat{y}(k)) \quad (2.10)$$

Este esquema podría compararse con el de estimador de parámetros, con la diferencia que para éste último se aplica sobre los parámetros. Por otra parte, también podría decirse que es conceptualmente similar al de relaciones de redundancia, con la diferencia que existe un procedimiento para corregir estados [3].

## 2.3.2. ANÁLISIS DE RESIDUOS

El análisis de residuos es la etapa siguiente en este sistema de detección de anomalías, siendo además, la parte final, donde se evaluará si se está en presencia de alguna falla. Ello supone que es un bloque de vital importancia en este proceso, lo que ha conducido a variadas técnicas de análisis de residuos, algunas de las cuales se explican a continuación:

### 2.3.2.1. TÉCNICAS DE ANÁLISIS DE RESIDUOS

Existen distintos puntos de vista para abordar esta materia, siendo algunos de ellos los que se describen brevemente a continuación [3]:

1. **Técnicas de Clasificación:** corresponde a un conjunto de técnicas que posee una base similar al test de hipótesis, es decir, un problema donde una hipótesis nula se construye según el modo de operación normal y las alternativas de acuerdo a los modos de operación con fallas; ello para posteriormente evaluar según una regla de decisión. La diferencia entre las técnicas de clasificación y el test de hipótesis radica en que las primeras no entregan información sobre sus probabilidades de falla o niveles de significancia.

Las redes neuronales y el *Clustering* son claros ejemplos de estas técnicas de análisis de residuos.

2. **Métodos Basados en Reglas:** emplean los conocimientos que se dispongan de los modos de operación del sistema para la evaluación de residuos. Complementan estos métodos, técnicas estadísticas y de clasificación.

Entre los métodos se pueden nombrar: métodos de inferencia y basados en relaciones de causalidad.

3. Técnicas Estadísticas: Consisten en métodos de evaluación de residuos basados en las propiedades estadísticas de los datos de entrada-salida del sistema, permitiendo diseñar reglas de decisión para el problema en el caso de una o varias variables medidas.

### 2.3.2.2. ANÁLISIS DE RESIDUOS BASADOS EN TÉCNICAS ESTADÍSTICAS

Como se mencionó anteriormente, el problema de detección de fallas puede entenderse como la decisión de un test de hipótesis, en el que una hipótesis nula se crea de acuerdo al modo de operación normal, mientras que las hipótesis alternativas se construyen según los modos de operación con fallas, lo que puede expresarse como sigue [3]:

$$H_0: \theta \in \Omega_0 \quad (2.11a)$$

$$H_i: \theta \in \Omega_i, \quad i = 1, \dots, M \quad (2.11b)$$

Del planteamiento, cabe decir que  $\theta$  es un vector de parámetros que permite caracterizar una función de verosimilitud o distribución a posteriori  $p(y(k)|\theta)$  de las observaciones  $y(k) = [y_1(k) \dots y_n(k)]^T$ . Donde  $\Omega_i$  es un conjunto de valores asociados a la hipótesis  $i$  [3].

Es importante recalcar que un test de hipótesis se decide mediante una regla de decisión, la que consiste en un algoritmo que compara los valores de un estadístico en relación a las regiones de aceptación. Así, la evaluación de una regla de decisión genera señales de diagnóstico o de alerta  $d_i(k)$  [3].

Entre las técnicas estadísticas de mayor relevancia destacan:

1. Análisis de Componentes Principales (PCA)
2. Test de Hotelling

### 2.3.2.3. ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES

La idea básica del análisis de componentes principales, o PCA (*Principal Component Analysis*), es reducir la dimensionalidad de un conjunto de datos que considera un gran número de variables interrelacionadas, reteniendo tanto como sea posible, la variación presente en el conjunto de datos. Esto es logrado mediante la transformación de un conjunto de observaciones medidas a un

nuevo conjunto de variables, las componentes principales, que no serán correlacionadas. Éstas componentes son ordenadas, tal que, las primeras retengan la mayor variación presente en todas las variables originales [9].

Se asume que  $x$  es un vector de un largo número de  $m$  variables observadas y que la varianza de estas variables al azar y la estructura de la covarianza o correlaciones entre las  $m$  variables de interés;  $x$  puede ser variable de entrada y salida de un proceso [9].

Ahora, un conjunto de datos considerablemente reducido  $r < m$  de variables es buscado, tal que preserve la mayoría de la información entregada por sus varianzas y covarianzas. Esto es obtenido por un conjunto de vectores ortogonales en las direcciones donde la mayoría de las variaciones de datos ocurren. Entonces, unos pocos componentes principales son suficientes para capturar la varianza de los datos [9].

El procedimiento general consiste en transformar una matriz de datos con  $m$  variables  $x_i(k)$  [9]:

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_m] \quad (2.12)$$

con  $N$  mediciones  $k = 1, 2, \dots, N$  dentro de una nueva matriz de datos:

$$T = [t_1, t_2, \dots, t_r] \quad (2.13)$$

con las mismas  $N$  mediciones, pero menor dimensión  $r < m$ . Esto puede ser obtenido a través de la matriz de transformación  $P$ :

$$T_{[N \times r]} = X_{[N \times m]} P_{[m \times r]} \quad (2.14a)$$

$$P = [p_1, p_2 \dots p_r] \quad (2.14b)$$

Como esta transformación es una matriz de rotación u ortonormal, se tiene:

$$P^T P = I \quad (2.15)$$

Además:

$$X = T P^T \quad (2.16)$$

En la terminología de la estadística multivariable,  $T$  es llamada la matriz de *scores* y  $P$  la matriz de *loading*, lo que hace que lo anterior pueda escribirse:

$$X = t_1 p_1^T + t_2 p_2^T + \dots + t_r p_r^T = \sum_{j=1}^r t_j p_j^T \quad (2.17)$$

Ahora, para encontrar los elementos  $p_j$  de la matriz de transformación  $P$  que lleva a la máxima varianza, se debe resolver un proceso de optimización. Para cada  $j$ , con:

$$t_j = Xp_j \quad (2.18)$$

Maximizar la varianza de los datos  $t_j$  implica:

$$\max t_j^T t_j = \max (Xp_j)^T (Xp_j) \quad (2.19a)$$

$$= \max p_j^T X^T X p_j, \quad (2.19b)$$

bajo la restricción:

$$p_j^T p_j = 1, \quad (2.19c)$$

que significa que las componentes son ortonormales.

Una aproximación estándar para este problema de optimización, es usar el método de los multiplicadores de Lagrange. Si la función  $f(p_j)$  tiene que ser maximizada bajo la condición  $g = p_j^T p_j - 1 = 0$  la función de pérdidas será:

$$V = f(p_j) - \lambda_j g(p_j) \quad (2.20)$$

Donde  $\lambda_j$  es el multiplicador de Lagrange. Esto conduce a:

$$V = p_j^T X^T X p_j - \lambda_j (p_j^T p_j - 1) \quad (2.21)$$

Y:

$$\frac{dV}{dp_j} = 2X^T X p_j - 2\lambda_j p_j = 0 \quad (2.22)$$

O:

$$[X^T X - \lambda_j I] p_j = 0 \quad (2.23)$$

Con:

$$A = X^T X \quad (2.24)$$

Sigue que:

$$[A - \lambda_j I] p_j = 0 \quad (2.25)$$

Así, este es un problema clásico de valores propios.  $A$  es proporcional a la matriz de correlación o matriz de covarianza para datos cuya media es cero,  $\lambda_j$  es un valor propio y  $p_j$  un vector propio de la matriz  $A$ . Luego sigue:

$$p_j^T A p_j = p_j^T \lambda_j p_j \quad (2.26)$$

E insertando en (2.19) se tiene la varianza máxima:

$$\max t_j^T t_j = \max p_j^T \lambda_j p_j \quad (2.27)$$

Así, los mayores valores propios  $\lambda_j$  entregan las máximas varianzas para coordinar los  $t_j$ . Esto significa que se escogen los primeros vectores propios, para realizar el análisis de componentes principales asociados a dichos valores propios que contienen la mayor parte de la varianza [9].

#### 2.3.2.4. TEST DE HOTELLING

La función del Test de Hotelling es la de caracterizar la variabilidad de un conjunto de observaciones a través de un umbral escalar, el que se encuentra adjunto a un determinado nivel de confianza. Su utilidad radica en que hace posible evaluar la estimación, bajo un nivel de confianza, verificando si el error de estimación está situado en una región aceptable para cada subconjunto de variables [6].

Si se considera la matriz  $X$ , definida como la matriz donde las filas están determinadas por las observaciones y las columnas por las variables, se puede definir la matriz de covarianza  $S$  [6]:

$$S = \frac{1}{n-1} X^T X \quad (2.28)$$

Y su descomposición espectral:

$$S = V \Lambda V^T \quad (2.29)$$

Se revela la estructura de correlación de la matriz de covarianza, donde  $\Lambda$  es diagonal y  $V$  es ortogonal ( $V^T V = I$ ). La proyección  $y = V^T x$  de un vector de observación, para  $x \in R^m$  desacopla el espacio de observación en un conjunto de variables no correlacionadas correspondientes a los elementos de  $y$ . La varianza del  $i$ -ésimo elemento de  $y$  es igual al  $i$ -ésimo valor propio en la matriz  $\Lambda$ . Asumiendo que  $S$  es invertible y con la definición [6]:

$$z = \Lambda^{-1/2} V^T x \quad (2.30)$$

El estadístico de Hotelling  $T^2$  está dado por [6]:

$$T^2 = z^T z \quad (2.31)$$

La matriz  $V$  rota el eje mayor para la matriz de covarianza de  $x$ , tal que ellos corresponden directamente a los elementos de  $y$ , y  $\Lambda$  escala los elementos de  $y$  para producir un conjunto de variables de varianza unitaria correspondiente a los elementos de  $z$ . La conversión de la matriz de

covarianza se demuestra gráficamente en la Figura 9, para un espacio de observación bi-dimensional ( $m = 2$ ) [6].

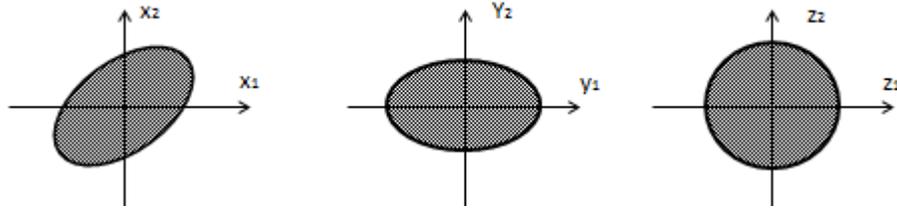


Figura 9: Descripción gráfica de la conversión descrita [6]

El estadístico  $T^2$  está escalado a una norma 2 al cuadrado de un vector de observación  $x$  de su significado. Este escalado sobre  $x$  es en la dirección de los vectores propios y es inversamente proporcional a la desviación estándar sobre estos vectores. Esto sigue un escalar para caracterizar la variabilidad de los datos en el espacio de observación  $m$ -dimensional. Dado un nivel de significancia, apropiados valores para el estadístico  $T^2$  pueden ser determinados automáticamente por la aplicación de la probabilidad de distribución discutida en la sección siguiente [6].

Si se supone un nivel de significancia  $\alpha$ , se considera al estadístico  $T_\alpha^2 = \chi_\alpha^2(m)$  como la distribución  $\chi^2$  con  $m$  grados de libertad y con el nivel de confianza dado anteriormente. Ello sirve para establecer una región de confianza elíptica dada por la siguiente expresión [6]:

$$T^2 \leq T_\alpha^2 \quad (2.32)$$

Así, este estadístico puede ser utilizado para detectar situaciones anómalas en observaciones que se encuentran en el conjunto de datos de entrenamiento. Ello, definiendo el estadístico antes mencionado de la siguiente manera [6]:

$$T_\alpha^2 = \frac{(n-1)^2 \left(\frac{m}{n-m-1}\right) F_\alpha(m, n-m-1)}{n \left(1 + \left(\frac{m}{n-m-1}\right) F_\alpha(m, n-m-1)\right)} \quad (2.33)$$

Siendo  $F_\alpha(m, n-m-1)$  la distribución de Fisher para un nivel de confianza  $\alpha$ , con grados de libertad  $m$  y  $n-m-1$ .

Por otra parte, en ciertas situaciones, las fallas pueden ser detectadas para observaciones fuera del conjunto de datos de entrenamiento, usando la expresión que sigue [6]:

$$T_\alpha^2 = \frac{m(n-1)(n+1)}{n(n-m)} F_\alpha(m, n-m) \quad (2.34)$$

### 2.3.2.5. TEST DE SCHEFFÉ

Es usado para identificar qué variables son indicadoras de una posible perturbación en un sistema de  $m$  mediciones. Está basado en el análisis de cada proceso de medición en una ventana deslizante de  $N$  muestras, donde la desviación medida de las variables de salida del proceso, de un valor de referencia es analizada. Las desviaciones son llamadas residuos [7]:

$$r_i(k) = y_i(k) - y^*_i(k) \quad (2.35)$$

La señal de referencia podría ser un ciclo de control, la salida de un modelo predictivo o el valor medio de la señal en otra ventana deslizante de  $N_m$  muestras, con  $N_m \geq N$ . Cada residuo es procesado por separado para obtener " $m$ " índices  $f_{oi}$  [7]:

$$f_{oi}(k) = \left[ \frac{\bar{r}_i(k)}{\sigma_i(k)} \right]^2 \frac{N(N-m)}{(N-1)m}, \quad (2.36)$$

donde  $\bar{r}_i$ : Valor medio de residuo  $i$ ,  $\sigma_i$ : desviación estándar de residuo  $i$ ,  $N$ : número de muestras de ventana deslizante,  $m$ : número de procesos medidos.

La ausencia de disturbios en  $f_{oi}$  con un grado de confianza " $\alpha$ ", para " $m$ " variables y " $N$ " muestras está dado por [7]:

$$f_{oi} \leq F_{m,N-m}^\alpha, \quad (2.37)$$

donde  $F_{m,N-m}^\alpha$  es un umbral obtenido de la función de distribución de Fisher.

## 2.4. MODELACIÓN PARA LA GENERACIÓN DE RESIDUOS

La detección de anomalías basada en residuos, al usar observadores implica que se debe modelar la planta donde se desea trabajar; para ello existe una serie de enfoques para atacar el problema de encontrar una representación adecuada. Si bien existen distintas clasificaciones de modelos, ésta Memoria de Título se centra en los que se clasifican como paramétricos y los no-paramétricos.

### 2.4.1. MODELACIÓN PARAMÉTRICA

La modelación paramétrica parte de una función de distribución o clasificación conocida, reduciendo el problema de estimar los parámetros que mejor se ajustan a las observaciones de la

muestra. Estos modelos resultan ser muy eficaces cuando el proceso sigue la distribución que ha sido propuesta, pero llegan a ser muy sensibles frente a la violación de las hipótesis de partida cuando se utilizan muestras de tamaño reducido [4].

Dentro de este tipo de modelación se encuentran los denominados modelos lineales en los parámetros, además de la regresión por mínimos cuadrados parciales, o PLS por sus siglas en inglés *Partial Least Squares*.

### 2.4.1.1. MÍNIMOS CUADRADOS PARCIALES

Éste tipo de modelación permite la implementación a través de una reducción de la dimensionalidad del problema, así como la maximización de la covarianza entre la matriz de datos de variables independientes  $X$  y la matriz de datos dependientes  $Y$  para cada componente del espacio. De manera más específica, la constitución la hace una matriz  $X \in R^{n \times m}$  y una matriz  $Y \in R^{n \times p}$ , siendo  $m$  el número de variables predictores,  $p$  el número de variables de salida del sistema y  $n$  el número total de observaciones [6].

La aplicación de esta reducción se basa en un tratamiento en el que se centren y escalen todos los datos, es decir, a cada una de las variables independientes de su correspondiente matriz se le reste su media y al resultado se le divide por su desviación estándar. Ello conduce a que esta matriz sea descompuesta en una denominada *scores*  $T \in R^{n \times a}$  y una matriz denominada de *loading*  $P \in R^{n \times m}$  [6].

Así, se obtiene la descomposición que se observa en la expresión (2.38), siendo el número  $a$  mencionado anteriormente el denominado orden de reducción:

$$X = TP^T + E \quad (2.38)$$

El producto  $TP^T$  puede ser expresado según la definición que tiene para matrices según la ecuación que se enuncia:

$$X = \sum_{j=1}^a t_j p_j^T + E \quad (2.39)$$

De manera muy parecida, la matriz  $Y$  también sufre una descomposición en una matriz  $U \in R^{n \times a}$  y otra  $Q \in R^{p \times a}$ , que corresponden a la matriz de *scores* y de *loading*, respectivamente. Además se les agrega una matriz residual  $\tilde{F} \in R^{p \times a}$ .

Al igual que con la descomposición anterior, la matriz descrita queda desarrollada como sigue:

$$Y = UQ^T + \tilde{F} \quad (2.40)$$

Siguiendo de la misma manera que con la primera matriz, el primer producto que aparece en la expresión también puede ser escrito según la definición que se tiene para esta operación:

$$Y = \sum_{j=1}^a u_j q_j^T + \tilde{F} \quad (2.41)$$

Las matrices son representadas como la suma de una serie de matrices de rango uno. Si  $a$  es escogido igual a  $\min(m, n)$ , entonces  $E$  y  $\tilde{F}$  son cero y PLS se reduce a mínimos cuadrados ordinarios. Ahora, escogiendo  $a$  menor que  $\min(m, n)$  se reduce el ruido y la colinealidad. El objetivo de PLS es determinar los vectores de *loading* y *score* que están correlacionados con  $Y$ , mientras describen un largo número de variaciones en  $X$  [6].

La regresión PLS estima los vectores *scores*  $\hat{u}_j$  con el vector *scores*  $t_j$  según como sigue:

$$\hat{u}_j = b_j t_j \quad (2.42)$$

Siendo  $b_j$  un coeficiente de regresión. Ello, se reduce a una expresión matricial que se escribe:

$$\hat{U} = TB \quad (2.43)$$

Donde  $B \in R^{axa}$  es la matriz de regresión lineal con  $B_{jj} = b_j$ , y  $\hat{U}$  tiene como sus columnas a  $\hat{u}_j$ . Juntando estas últimas ecuaciones y teniendo en cuenta las modificaciones que ha sufrido la matriz de residuos, se obtiene la forma que se observa:

$$Y = TBQ^T + F \quad (2.44)$$

Siendo  $F$  la matriz de error de predicción. Por otra parte,  $B$  es seleccionada tal que se minimice la norma de  $F$ , considerando la norma 2. Los vectores *scores*  $t_j$  y  $\hat{u}_j$  son calculados para cada factor PLS (desde 1 hasta  $a$ ) tal que se maximice la covarianza entre  $X$  e  $Y$  para cada factor [6].

## 2.4.2. MODELACIÓN NO-PARAMÉTRICA

La idea de estos modelos es tratar de aproximar una función de modelamiento mediante el uso de formas funcionales flexibles, sin suponer ninguna estructura funcional establecida a priori; así, estos modelos permiten reconstruir la función que representará el modelo, en todo tipo de situaciones, incluidas aquellas en que la función es sencilla. Estos modelos son de aplicabilidad general, a diferencia de los paramétricos.

Algunos ejemplos de modelos no-paramétricos:

- Kernel Regression (KR)
- General Regression Neural Network (GRNN)
- Radial Basis Function Network (RBNF)
- Similarity Based Modeling (SBM)

Para efecto de éste documento, se usa SBM, el que se detalla a continuación:

#### 2.4.2.1. MODELACIÓN BASADA EN SIMILITUD

Una ventaja importante de las técnicas de modelación no-paramétricas es que no necesitan del conocimiento de las estructuras a modelar a priori, ya que su implementación está basada en la identificación de similitudes y relaciones entre un conjunto de datos dado y las observaciones, en lugar de la construcción de estructuras algebraicas. Un caso particular de dichas estructuras son los modelos basados en similitud (SBM), que estiman la salida del sistema por comparación con mediciones en línea y una base de datos histórica que representa el sistema bajo estudio. SBM ha probado ser un excelente estimador cuando se pone a prueba con múltiples variables [19].

Para comprender los conceptos básicos de modelación de sistemas, se considera el sistema estático definido por [19]:

$$y = f(x), x \in R^m, y \in R^p, \quad (2.45)$$

donde  $x$  e  $y$  son las entradas y salidas del sistema respectivamente, y  $f(\cdot)$  es una función desconocida.

Cuando las mediciones de entrada y salida están disponibles para el sistema antes presentado, es posible definir las siguientes matrices de entrenamiento (entrada y salida respectivamente) [19]:

$$D_i = [x_1 x_2 \dots x_n] \in R^{m \times n}, \quad (2.46a)$$

$$D_o = [y_1 y_2 \dots y_n] \in R^{p \times n}, \quad (2.46b)$$

donde  $y_i = f(x_i), \forall i = 1 \dots n$ , y los pares  $[x_i, y_i]_{i=1 \dots n}$  constituyen una base representativa del sistema, es decir, abarcan regiones que contienen los puntos de operación de éste.

Luego, SBM asume que para una entrada dada  $x^*$ , es posible estimar  $y^* = f(x^*)$  por una combinación lineal de las columnas de  $D_o$  denotada por  $\hat{y}^*$ . Así, el problema de estimar  $y^* = f(x^*)$  puede ser reducido a la determinación de un vector  $w \in R_+^n$ , tal que  $y^* = D_o w$  [19].

Este vector puede ser encontrado como se muestra:

$$w = \frac{\hat{w}}{\sum \hat{w}} \quad (2.47a)$$

$$\hat{w} = (D_i^T \Delta D_i)^{-1} \cdot (D_i^T \Delta x^*), \quad (2.47b)$$

Donde es un operador de similitud.

SBM no está restringido a algún operador de similitud particular, sin embargo, de acuerdo a la literatura debe cumplir ciertos requisitos. Para dos elementos  $A, B \in R^u$ ,  $A\Delta B \in R^+$  debe ser simétrico, además de tener un máximo en  $A = B$ , y monótonamente decreciente con  $\|A - B\|$  [19].

Un ejemplo de operador de similitud lo constituye el operador triangular, que se define como:

$$A\Delta B = \begin{cases} d - \|A - B\|, & \|A - B\| \leq d - \varepsilon \\ \varepsilon, & \|A - B\| > d - \varepsilon \end{cases} \quad (2.48)$$

Donde  $\varepsilon > 0$  es un número pequeño que asegura  $A\Delta B > 0$ , y  $d > 0$  es dependiente de la varianza de las observaciones.

# **CAPÍTULO 3: DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA Y MÉTODO DE RESOLUCIÓN**

Con la base genérica presentada en el Capítulo 2, además de los antecedentes dados sobre el molino que es objeto del presente estudio, corresponde seguir con una descripción más específica del problema a tratar, de modo tal que el marco en el que se desenvolverá el trabajo y los puntos específicos que se resolverán, queden claros.

El primer eje de este capítulo busca describir cuál es la problemática que se quiere resolver y sus implicancias, de manera de generar un marco que delimite el contexto en el que se desenvuelve este proyecto, y finalmente mostrar los antecedentes que rodean el caso específico a tratar, siendo mencionadas las variables en estudio y la importancia que tiene el abordar dicho problema.

Algunos de los puntos tratados en el capítulo anterior que pudieron resultar algo abstractos con respecto a lo que se entiende como solución propuesta, serán profundizados de manera separada en tres segmentos: revisión previa, modelación y análisis del residuo; la descripción se realizará a través de esquemas que muestran cómo se llevan a cabo los cálculos y la obtención de otros resultados.

Finalmente se darán a conocer las condiciones que se tienen para los datos y los requisitos que deben cumplir para llevar a cabo la tarea que se tiene propuesta.

## **3.1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA**

En cuanto a los distintos tipos de mantenimiento, existe el tipo predictivo, donde dentro de sus técnicas de medición, existe una variedad de métodos que buscan obtener datos que den indicios de anomalías, encontrando el ultrasonido, termografías, análisis de vibraciones y otros ensayos no destructivos; cada uno de ellos está enfocado a la detección de ciertos modos de fallas específicos para cada caso, lo que hace que el problema de detección se revise según la falla que se desee estudiar.

Por otro lado, varios son los modos de fallas que afectan al molino de bolas, foco de este estudio, como lo son los daños en las corazas, polos quemados, desbalances, y desgastes en general; por ejemplo, si se quisiera estudiar si existen desgastes en alguna parte de la máquina, basta con

realizar pruebas de ultrasonido para poder determinar si el espesor del lugar a medir está dentro de los estándares del equipo o de la compañía.

Entre los modos de falla que afectan al molino, los polos quemados se han presentado como los más importantes; ésta falla se considera relevante, ya que produce un desbalance en la máquina, producto de la pérdida de simetría magnética del molino y como consecuencia puede traer daños que involucran el detener el sistema para efectuar reparaciones. Sin embargo, al igual como ocurre con el desgaste y las pruebas de ultrasonido, para este modo de falla se dispone del análisis de vibraciones.

## **3.2. SOLUCIÓN PROPUESTA**

Para solucionar el problema planteado, se pretende desarrollar una herramienta que sea capaz de detectar anomalías, basado en la generación y análisis de residuos. Para ello, se ha propuesto el objetivo de crear un modelo no-paramétrico que permita estudiar la planta, de manera de filtrar estadísticamente, qué dato corresponde a una anomalía y cuál no.

El detalle de la solución propuesta se desglosa en tres partes: pre-procesamiento de los datos, generación de residuos y análisis de residuos:

- Pre-procesamiento de los datos: etapa en la cual se conoce el conjunto de observaciones que se tiene a disposición, sus características, relaciones y propiedades que pudieran resultar de interés de analizar.
- Generación de residuos: por su característica de no requerir mayor conocimiento acerca del proceso en sí, se ha optado por la modelación no-paramétrica, siendo de gran utilidad para abordar el sistema; además, se han visto casos en que se ha presentado como una herramienta más precisa para modelar.
- Análisis de los residuos: constituye la etapa donde se realiza la detección de anomalías, a través de funciones de distribución, puesto que dada la cantidad de variables de salida del sistema, se hace inviable implementar el estadístico de Hotelling, ya que se indefine.

### **3.2.1. REVISIÓN PREVIA**

Antes de implementar la herramienta que pretende solucionar el problema propuesto, se requiere hacer un pre-procesamiento de los datos que se disponen, para poder obtener distintos tipos de

información sobre ellos; algunas revisiones incluyen: estudio de correlaciones, regresión lineal multivariable, análisis en componentes principales y mínimos cuadrados parciales.

### **3.2.1.1. ESTUDIO DE CORRELACIONES**

Es importante revisar si las variables en estudio se relacionan de alguna manera entre sí, para poder determinar el enfoque que se le dará a los pasos posteriores. Se privilegiará el uso de método multivariables para dichos efectos; para ser más específico, se estudiará empleando estadística.

Esta sección se divide en dos partes: en primer lugar se considera el caso de la correlación simple entre el conjunto de datos de entrada con el de salida (caso multivariable) y luego se realiza el mismo ejercicio, pero para cada variable del conjunto de entrada por separada. En segundo lugar, se estudiará el módulo de los vectores, es decir, si se entiende cada observación como un vector cuyas dimensiones son las variables en estudio, considerando revisar la correlación entre la norma dos del vector de entrada con la salida.

En esta etapa es posible complementar la revisión, realizando un estudio de regresión lineal múltiple y determinar si existe alguna relación de este tipo para las variables. Esta sección incluye dos tipos de revisiones: por una parte la que se realiza entre el conjunto de variables de entrada y salida, y la que se lleva a cabo entre cada una de las variables de las mismas (entrada y salida).

De este análisis de regresión interesa conocer cómo se comporta el “p-valor”, es decir, qué ocurre con la hipótesis nula en cada caso de estudio, considerando  $P=0,05$  como valor crítico, lo que implica que cuando el valor sea inferior a él, se tendrá que la variable en cuestión sí tiene significancia en el modelo.

Ambas revisiones se llevarán a cabo utilizando el software Microsoft EXCEL, puesto que sus herramientas de análisis de datos permiten llevar a cabo esta tarea de forma simple y rápida.

### **3.2.1.2. ANÁLISIS EN COMPONENTES PRINCIPALES (PCA)**

Un último paso en la revisión previa a la implementación del modelo, consiste en realizar un análisis en componentes principales (PCA) para poder determinar puntos de operación existentes en la base de datos disponible para trabajar, lo que consiste en la identificación gráfica de los

puntos de operación, a través de la proyección de los mismos en las correspondientes componentes principales.

Este paso resulta útil en la conformación del modelo, ya que el hecho de tener demarcadas las zonas de operación más recurrentes donde se concentran los puntos, determinan qué lugares son los más representativos del comportamiento de la planta, y que deben considerarse sí o sí en la conformación del modelo definitivo del sistema, para las tres variables de interés que conforman el conjunto entrada-salida, es decir: velocidad angular, potencia y vibración rms.

Para su implementación se recurre al software MATLAB, siendo posible elegir qué componentes principales se desea revisar para proyectar el sistema.

### **3.2.1.3. MÍNIMOS CUADRADOS PARCIALES (PLS)**

Dependiendo de la dimensionalidad del problema, puede ser adecuado reducirla, lo que se puede lograr a través de PLS, que crea un modelo paramétrico conociendo las correlaciones existentes entre las distintas variables que participan en modelar la planta, determinando cuáles de ellas permiten describir adecuadamente el proceso.

Para este caso particular no será necesario su uso dada la naturaleza del caso, es decir, tan sólo tres variables a analizar (velocidad angular, potencia y vibración rms).

### **3.2.2. MODELO BASADO EN SIMILITUD (SBM)**

Para este caso en particular, se utilizará la modelación no-paramétrica, la que proporcionará la simulación de la planta que se tendrá para el presente trabajo y que representa el fuerte de este proyecto.

Se ha optado por desarrollar un modelo basado en similitud (SBM), en el que se puedan establecer relaciones entrada-salida para las variables que se han tomado para el proceso en cuestión, que es el de estudiar el valor RMS (*Root Mean Square*) de las vibraciones que se han medido en el molino, en función de la potencia y velocidad angular a la que es sometido. Dicho sea de paso, no se busca una función algebraica que describa el proceso, sino que una proyección basada en antecedentes históricos y lo que se quiere estudiar.

Así, en otras palabras, detrás de este tipo de modelación se pretende predecir una salida para una entrada dada, a través de la comparación, ya que, esa entrada la compara con un conjunto de datos históricos que se tienen y cuyas salidas son conocidas, y busca alguna (o algunas) que se le parezcan, para poder evaluar cuál (o cuáles) tienen mayor similitud, para luego otorgarle una respuesta en base a las salidas históricas que el modelo conoce.

De ello se puede deducir que la elección de la base de datos histórica que conforma el modelo de la planta en cuestión, debe ser tal que represente fielmente el comportamiento de la planta, abarcando todos los posibles puntos de operación normales del sistema.

Esto último es lo que explica la utilidad del análisis en componentes principales, puesto que se convierte en una herramienta muy eficiente para poder conformar una buena base de datos que permita modelar de manera correcta el sistema a estudiar.

### 3.2.2.1. ESQUEMA DE TRABAJO

La Figura 10 ilustra el proceso a desarrollar en este tipo de modelo:

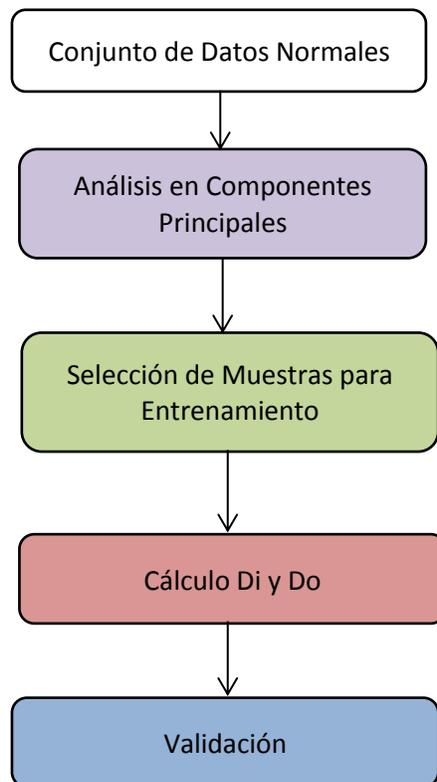


Figura 10: Esquema general de trabajo

### 3.2.2.2. CÁLCULO

El funcionamiento de este sistema se basa en encontrar un vector, el cual se denomina “vector de pesos”, que pondera una matriz de salidas para una cierta entrada, de manera de dar a conocer la proyección del modelo. La determinación de dicho vector se realiza por la comparación que existe entre el dato cuya salida se desea determinar y el conjunto de datos que conforman el modelo de la planta.

Para plasmar la idea señalada, se muestra el siguiente esquema en la Figura 11, que muestra el cálculo que se realiza:

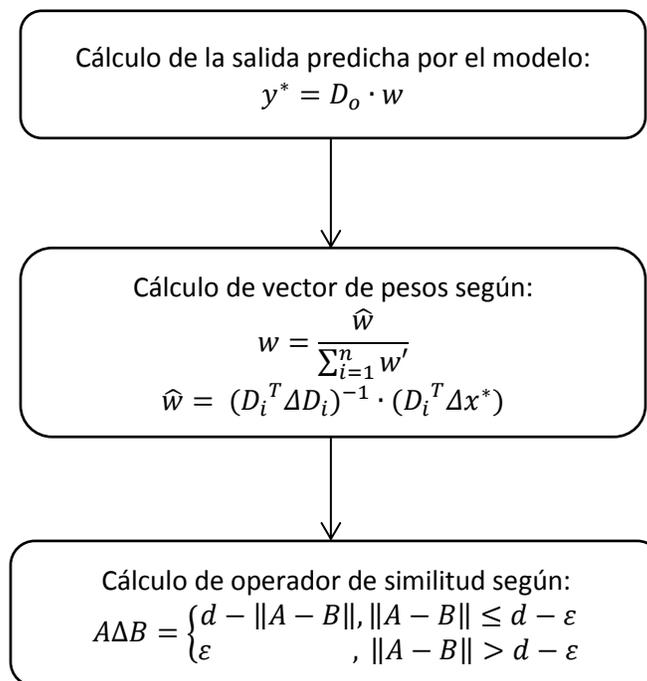


Figura 11: Esquema de cálculo

El sentido de las flechas en el diagrama señala la operación que se debe efectuar para cada cálculo. Es así como para llevar a cabo el cálculo de la salida que predice el modelo, es necesario encontrar el “vector de pesos”, a través del operador de similitud, el cual se define en el recuadro superior.

Cabe mencionar que en el último cuadro se define el operador de similitud triangular, el que, por un lado entrega cierto valor si dos vectores son “muy parecidos”, y por otro, genera un resultado distinto que varía según aumenta su diferencia a partir de un cierto punto, el cual determina que “no son similares”. En el Capítulo 4 se ahonda en lo que se considera “parecido” o no para efectos de esta Memoria.

Si bien el cálculo de dicho valor, a simple vista puede parecer irrelevante, en realidad no lo es, pues afecta el proceso para encontrar el “vector de pesos”; de hecho se vuelve clave hasta el punto en que el cálculo podría volverse una complicación. Esto se explica, ya que existe un término que es una matriz que posteriormente es invertida; sin embargo, si el umbral del que se hace referencia en el párrafo anterior no es el adecuado, dicha matriz podría ser singular.

### **3.2.2.3. IMPLEMENTACIÓN**

En cuanto a la parte práctica de este desarrollo, para la implementación se crearon funciones en MATLAB para llevar a cabo la tarea. Así, se tienen tres funciones que llevan a cabo el proceso de cálculo descrito anteriormente:

- Funcion\_D
- Doble\_v
- SBM\_M

Se presenta un detalle de dichas funciones, para dar a conocer cómo se llevó a cabo la tarea para poder efectuar los cálculos necesarios:

#### 3.2.2.3.1. PRIMERA FUNCIÓN: funcion\_D

La función “funcion\_D” que efectúa la operación de comparar dos vectores, a través del operador de similitud (triangular en este caso). Ésta, recibe como entrada dos vectores de iguales dimensiones, y devuelve el escalar correspondiente según el resultado que se tenga al aplicarle la norma dos a la resta de ellos.

#### 3.2.2.3.2. SEGUNDA FUNCIÓN: doble\_v

La función “doble\_v”, calcula el “vector de pesos”, para un vector de entrada y un conjunto de datos dados, que modelan la planta.

Esta función recibe como entradas la matriz  $D_i$  y el vector de entrada ( $x^*$ ) cuya salida quiere ser estimada. Para encontrar el “vector de pesos”, se realizan algunas operaciones que incluyen el uso del operador de similitud, por lo que llama a la primera función programada.

#### 3.2.2.3.3. TERCERA FUNCIÓN: SBM\_M

La función “SBM\_M” entrega las salidas y el residuo dado a un grupo de vectores de entrada para un conjunto de datos que modelan el proceso dado.

Recibe como entradas: un conjunto de vectores de entrada cuya salida quiere ser estimada, la salida medida para dichas entradas y las matrices que definen el modelo  $D_o$  y  $D_i$ .

### **3.2.3. ANÁLISIS DE RESIDUO**

La parte final de la sección práctica del trabajo, está constituida por el análisis del residuo, que es donde se detectan las anomalías. Para ello, dado que se tiene sólo una dimensión de salida, no es posible llevar a cabo este paso a través del estadístico de Hottelling, pero si se pueden usar alternativas como el test de Scheffé o el análisis de funciones de distribución.

Sin importar cuál sea el método a utilizar, parte de la sensibilidad que se tenga para detectar si un punto cabe en la categoría de anomalía o no, vendrá de la mano del nivel de significancia del método estadístico a usar, puesto que ambas técnicas mencionadas hacen uso de funciones de distribución, ya sea de la función de Fisher, como es en el caso del test de Scheffé o de Chi-cuadrado, como es en el otro análisis al que hace referencia.

Para efectos de esta Memoria se usó el análisis de funciones de distribución, que sigue una línea esquemática tal como se muestra en la Figura 12.

Si bien este esquema es bastante simple, tiene igual validez que cualquier otro método basado en estadística.

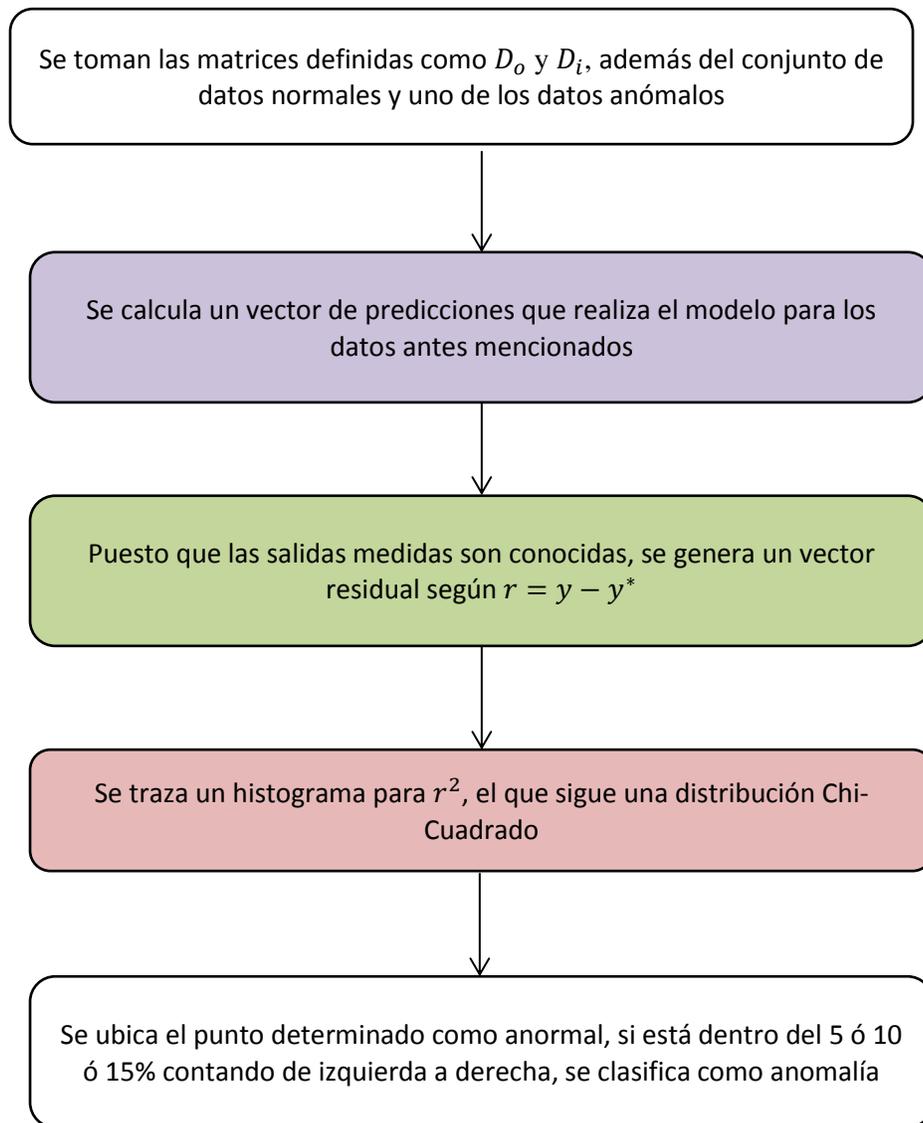


Figura 12: Esquema para análisis de residuos

A continuación se detalla el esquema de la Figura 12:

En primer lugar se selecciona el conjunto de matrices conocidas como  $D_o$  y  $D_i$ , además del conjunto de datos normales no usados dentro de los que se consideraron para entrenamiento y de una de las observaciones etiquetadas como anómalas. Para ese conjunto de datos se estima una salida  $y^*$ , para luego generar un vector residual según:

$$r = y - y^* \quad (3.1)$$

Se traza un histograma para dicho residuo, el que debería seguir una distribución normal con media cero, puesto que la gran mayoría de los datos tiene que encontrarse muy cerca de ahí, ya que, casi todos son normales y sólo se tiene un dato anormal, cuyo residuo debe ser alto.

Luego, se calcula el cuadrado del residuo  $r^2$ , y posteriormente su histograma, el que dada la distribución gaussiana antes mencionada, debe seguir una distribución Chi-Cuadrado, con la gran mayoría de las observaciones etiquetadas como normales muy cerca del origen, mientras que algunas excepciones tendiendo hacia la derecha de la recta numérica. En este punto es donde se valida el sistema, puesto que el punto anómalo debe encontrarse dentro los lugares más alejados del origen, es decir, dentro del grupo formado por el 5 ó 10 ó 15% de puntos más alejados de este.

### **3.3. CONDICIONES A CUMPLIR PARA IMPLEMENTAR LA SOLUCIÓN PROPUESTA**

Para llevar a cabo la solución propuesta, se deben cumplir ciertas condiciones, las que imponen restricciones, que aunque no son exigencias de alto nivel, de todos modos son requisitos mínimos para que la implementación tenga éxito.

#### **3.3.1. VARIABLES**

Las variables en estudio y que se necesitan para realizar el esquema de detección que se propone, deben ser capaces de relacionarse entre sí a través de una conexión entrada-salida, donde no es necesario que exista como tal; de hecho, no se busca una función que relacione las variables que se considerarán de entrada y las que se clasificarán como salida, sólo el nexo.

Por otra parte, se buscan patrones entre las variables, cuya existencia resulta vital para la implementación del método que se postula.

#### **3.3.2. CONJUNTO DE DATOS**

Se requiere un conjunto de datos que cumplan con algunos requisitos, como por ejemplo, que permitan establecer la relación entrada-salida a la que se hace alusión en el párrafo anterior, además, que dichos datos presenten una frecuencia de muestreo adecuada, lo que significa que debe ser tal, que no sea tan baja como para no poder modelar el proceso que se desea estudiar, ni tan alta como para poder estudiar lo que usualmente se conoce como “ruido”.

Finalmente, estos datos también deben estar etiquetados, es decir, que se establezca si están en una situación de condición normal o anormal, con el fin de validar el modelo en cuestión, ya que, el modelo debe ser construido en base a una operación normal de la planta; pero además es importante saber si es capaz de detectar las anomalías presentes, lo que conduciría a cierta retroalimentación, ya que, constituye un punto para poder determinar qué tan sensible debería ser el esquema de detección.

# CAPÍTULO 4: DISEÑO DE SISTEMA DE DETECCIÓN DE ANOMALÍAS

Si bien los Capítulos 2 y 3 se centran en el aspecto teórico de esta Memoria de Título, la presente sección pretende exponer los resultados obtenidos del proceso de detección de anomalías para un molino de bolas, en conjunto con la resolución de los objetivos planteados al inicio de este trabajo.

Éste capítulo se ha estructurado de manera tal que el desarrollo sea presentado de manera secuencial, distinguiéndose seis puntos principales a tratar: conjunto de datos, revisiones previas, entrenamiento de los datos, comentarios sobre el modelo obtenido (modelo SBM), un apartado sobre los resultados obtenidos y la validación del sistema.

La primera parte trata de una presentación breve de los datos que se disponen, para poner a prueba el sistema propuesto, de manera de llevar a cabo la labor de detección de anomalías incluyendo sus características y orígenes.

En la segunda sección ya es posible visualizar las herramientas matemáticas, presentadas en los capítulos anteriores, obteniendo resultados y las primeras informaciones sobre el conjunto de datos que se dispuso para realizar las pruebas.

Luego viene el procesado al conjunto de entrenamiento, etapa en que se define cómo será generado el residuo ( $\sum(y - y^*)$ ), para poder entrar a lo que es la detección de anomalías en sí; sin embargo, antes de entrar a lo que es el análisis del residuo, se harán algunos comentarios sobre el modelo, que buscarán discutir puntos que se consideran importantes para efectos del trabajo.

En la quinta parte se desarrolla una etapa de comentarios acerca de las estimaciones realizadas por el sistema propuesto, revisando la capacidad de para estimar salidas (vibraciones RMS) que posee el modelo.

Finalmente se lleva a cabo la validación de la herramienta de detección de anomalías, donde es posible determinar si los resultados son los esperados.

## 4.1. DATOS UTILIZADOS

Los datos fueron proporcionados por la Gerencia de Servicios Operacionales de la Compañía Minera Doña Inés de Collahuasi, donde ingenieros y técnicos especialistas en el área se preocuparon de etiquetar el conjunto que se va a utilizar en las pruebas futuras.

Los datos a manejar están basados en tres variables:

- Vibración RMS
- Potencia
- Velocidad angular

Entendiendo la planta como un sistema entrada-salida, se debe establecer cual(es) variable(s) será(n) la(s) entrada(s) y cual(es) la(s) salida(s). Y para plantear este problema, basta revisar el objetivo principal de este apartado, que consiste en modelar el comportamiento de la vibración (para así poder tener un indicio de un desperfecto en los polos) en función de otras variables que cumplan el rol de manejar los puntos de operación del molino en cuestión. Así, se dispuso que la primera variable (vibración RMS) sería la salida, mientras que las dos restantes (potencia y velocidad angular) las entradas.

Las observaciones fueron tomadas durante los meses de abril y mayo del año 2012, posterior a un gran desperfecto en el que un par de polos resultaron quemados, ocasionando un daño de la máquina. Se tienen tres muestras diarias durante el período en cuestión que logran un total de ciento seis (106) datos etiquetados por el personal especializado del área de mantenimiento. Vale mencionar que si bien la frecuencia de muestreo es baja, se considera que es viable para la ejecución de la técnica que se plantea, puesto que el sistema a modelar no es dinámico [19].

En cuanto a las dimensiones de los datos, se tiene que la potencia se mide en Mega Watts (MW), la velocidad expresada en revoluciones por minuto (rpm) y la vibración en su valor *root mean square* (RMS), en el dominio del tiempo, en milímetros por segundo (mm/s).

La medición de la vibración se lleva a cabo en cuatro puntos de la máquina, lo que se distribuye en cuatro posiciones angulares que son múltiplos de  $90^\circ$ , de los cuales el punto ubicado en  $0^\circ$  se utiliza como ubicación de referencia a la hora de medir esta variable.

Las Figuras 13, Figura 14 y Figura 15, ilustran cómo varían las tres variables señaladas anteriormente. El orden de la muestras se rige por la secuencia temporal que siguen las observaciones.

La primera característica que se puede apreciar en este conjunto de datos es el rango de valores en el que se distribuye cada variable, estableciéndose como patrón entre 4,5 y 8,5 mm/seg para la vibración, entre 13,6 y 15,2 MW para la potencia y entre 10 y 12 rpm para la velocidad angular.

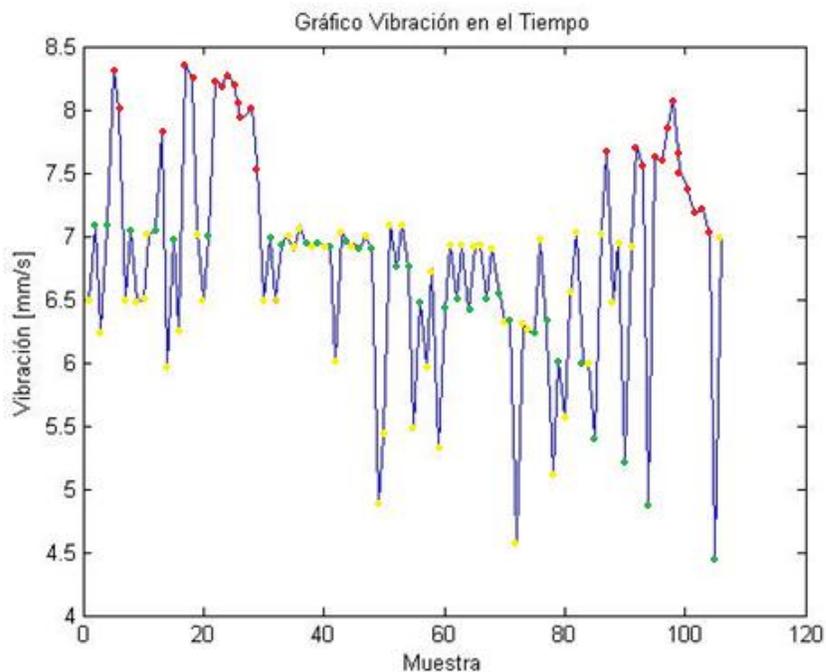


Figura 13: Gráfico de variación de vibración en el tiempo

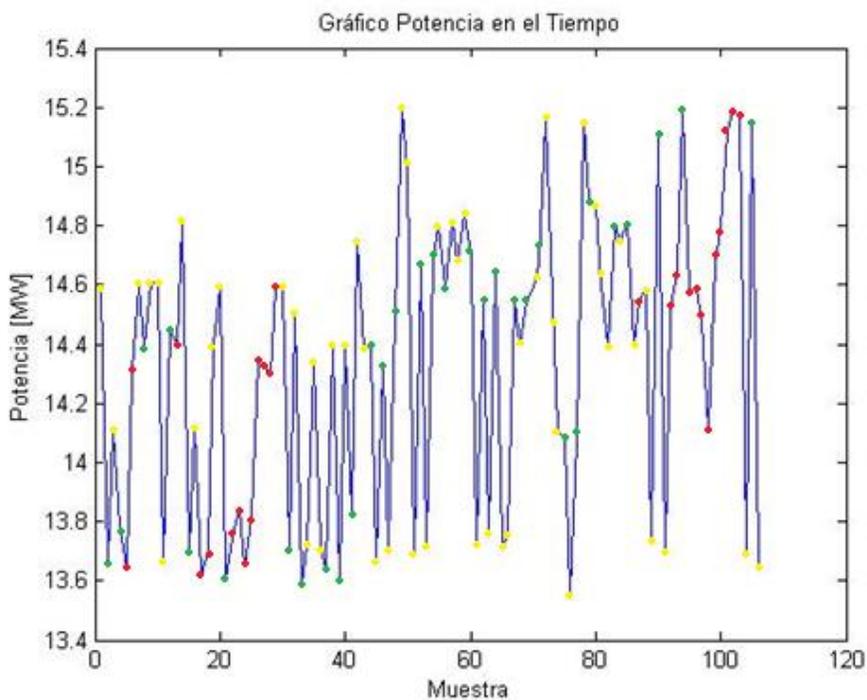


Figura 14: Gráfico de variación de potencia en el tiempo

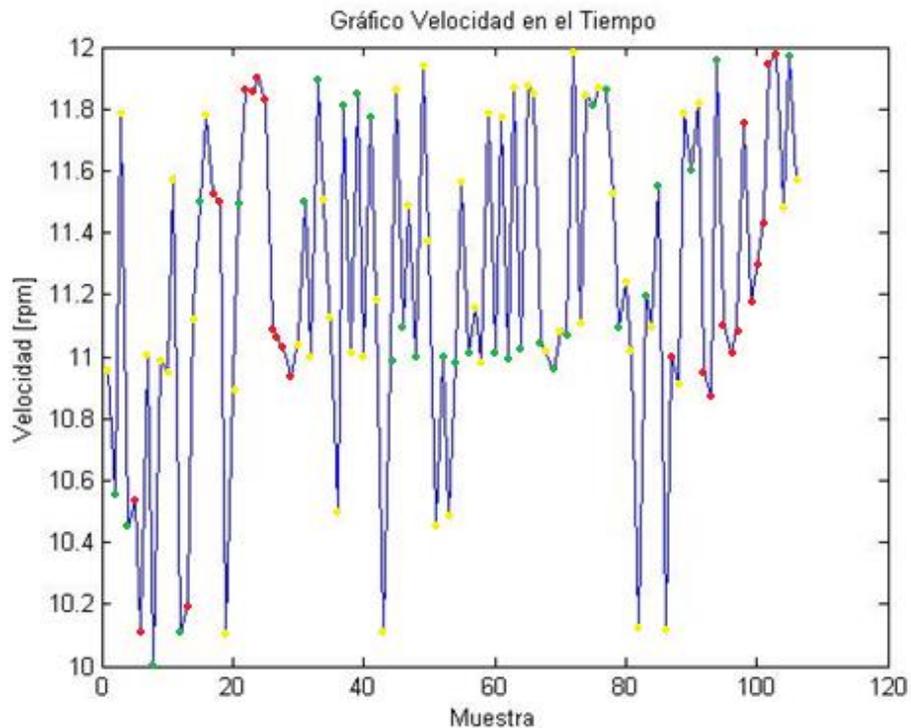


Figura 15: Gráfico de variación de velocidad en el tiempo

En las Figuras 13, Figura 14 y Figura 15, los colores rojo, verde y amarillo denotan a “falla”, “validación” y “entrenamiento”, correspondientemente.

## 4.2. REVISIÓN PREVIA DE LOS DATOS

Se hicieron revisiones previas de los datos para verificar correlaciones y posibles grupos de los mismos asociados a distintos puntos de operación. Entre los estudios que se hicieron, están el de correlaciones y un análisis en componentes principales.

### 4.2.1. ESTUDIO DE CORRELACIONES

Con el fin de revisar las correlaciones existentes entre las variables en estudio, se hace este análisis estadístico, que otorga una primera información sobre el comportamiento de los datos.

Su implementación se llevó a cabo con las herramientas que EXCEL ofrece y sus resultados son los que se muestran.

Al revisar las correlaciones, para todo el conjunto de datos conjunto, se tiene la siguiente relación de correlaciones en la Tabla 1.

<b>CORRELACIONES TOTAL DE DATOS</b>			
	<b>Vibración</b>	<b>Potencia</b>	<b>Velocidad</b>
<b>Vibración</b>	1		
<b>Potencia</b>	-0,5488	1	
<b>Velocidad</b>	-0,2254	-0,1320	1

Tabla 1: Correlaciones entre el total de datos

En la Tabla 1 se observa una leve tendencia a una correlación negativa entre la potencia y la vibración.

Al realizar una inspección simple, se puede notar que existen varias diferencias en el comportamiento entre estado normal y los puntos etiquetados como anormales; por ello, se decidió realizar la misma revisión, pero separando los datos en normales (Tabla 2) y anormales (Tabla 3).

<b>CORRELACIONES DATOS NORMALES</b>			
	<b>Vibración</b>	<b>Potencia</b>	<b>Velocidad</b>
<b>Vibración</b>	1		
<b>Potencia</b>	-0,7685	1	
<b>Velocidad</b>	-0,3859	-0,1474	1

Tabla 2: Correlaciones entre el total de datos normales

En la Tabla 2 se muestran los resultados para el conjunto de datos etiquetados como normales, donde se muestra una clara tendencia a correlación negativa entre la potencia y la vibración, pero reducida para la velocidad.

<b>CORRELACIONES DATOS ANORMALES</b>			
	<b>Vibración</b>	<b>Potencia</b>	<b>Velocidad</b>
<b>Vibración</b>	1		
<b>Potencia</b>	-0,9841	1	
<b>Velocidad</b>	0,0178	-0,0803	1

Tabla 3: Correlaciones entre datos anormales

En la Tabla 3 se muestran los resultados obtenidos para el conjunto de puntos que están clasificados como anómalos, donde se repite la correlación negativa entre la potencia y la vibración, que resulta ser muy cercano al factor unitario; por otra parte, dicho estadístico es demasiado bajo para afirmar la existencia de correlación entre velocidad y vibración.

Al realizar una inspección simple de los datos, llama la atención la posible relación que existe entre el módulo del “vector de entrada” (compuesto por la potencia y la velocidad) con la vibración.

**CORRELACIÓN MÓDULO ENTRADA Y SALIDA**

	Vibración	Módulo
Vibración	1	
Módulo	-0,6055	1

Tabla 4: Correlación entre la salida y módulo para el total de los datos

En la Tabla 4 se muestra una correlación entre la vibración con el módulo del “vector de entrada” aunque no es tan clara, ya que no logra acercarse lo suficiente a la unidad.

**CORRELACIÓN MÓDULO ENTRADA Y SALIDA DATOS NORMALES**

	Vibración	Módulo
Vibración	1	
Módulo	-0,9040	1

Tabla 5: Correlación entre salida y módulo para datos normales

En la Tabla 5 se muestra la relación entre la norma dos del vector de dos dimensiones (potencia y velocidad) y la vibración, donde se aprecia una correlación negativa muy cercana a la unidad entre las variables que fueron clasificadas como normales.

**CORRELACIÓN MÓDULO ENTRADA Y SALIDA DATOS ANORMALES**

	Vibración	Módulo
Vibración	1	
Módulo	-0,7676	1

Tabla 6: Correlación entre salida y módulo para datos anormales

La Tabla 6 resulta ser el análogo del caso anterior, para el conjunto de datos que se dice anormales; una vez más se aprecia una importante correlación negativa de los datos, pero menor al caso anteriormente mostrado (Tabla 5).

En base a estos antecedentes, puede establecerse que efectivamente la vibración es una variable que tiene una correlación inversa, tanto con la potencia como con el módulo del “vector de entrada”.

Se concluye que es factible generar un modelo (ya sea de una o dos variables de entrada, según el esquema discutido en la sección 4.1), dados los índices presentados por las correlaciones en los casos presentados. En especial, llama la atención el vínculo entre el módulo del vector de entrada (formado por la potencia y la velocidad) con la salida (vibración), para el caso de datos normales, ya que, se considera un buen precedente para implementar una herramienta de modelación que compare estos vectores (modelación SBM).

Como complemento a esta revisión de correlaciones, se puede realizar un estudio de regresión lineal, para tener aún más antecedentes sobre el conjunto de observaciones que se dispone; sin embargo, por el momento se omitirá, puesto que más adelante se generará un modelo ARX que pretende el mismo objetivo, además de abarcar otros fines.

#### **4.2.2. ANÁLISIS EN COMPONENTES PRINCIPALES (PCA)**

Uno de los principales usos asociados a este tipo de análisis es reducir la dimensionalidad de los datos, tratando el problema con una menor cantidad de variables pero explicando un porcentaje muy alto de la variabilidad de los mismos; sin embargo, en este caso particular se utilizarán otras ventajas de esta herramienta, como lo es el examinar distintos puntos de operación, lo que se hace a través de la búsqueda de agrupaciones de puntos.

Por otra parte, es importante notar que al ver los mismos puntos proyectados en otros ejes, puede hacer que el problema se presente desde otro punto de vista, lo que podría aportar con otros antecedentes sobre los cuales concluir sobre el comportamiento del sistema.

La interpretación gráfica de los puntos proyectados en las componentes principales, se puede entender como un cubo transparente, en el cuál es posible visualizar por una de sus caras a la vez; es por ello que, dos puntos vistos muy cercanos en una cara, pueden ser confirmados o desmentidos en su cercanía, al verlos desde otra. Por lo mismo, para verificar que las nubes de

puntos que se encontraron en alguna de las proyecciones bidimensionales, se corroboró con las proyecciones sobre otros planos, lo que se puede apreciar en la Figura 16, Figura 17 y Figura 18.

Para la creación de los esquemas que se muestran a continuación, se utilizó la herramienta *mapcaplot(X)* de MATLAB, que en su paquete de funciones, permite que dada una matriz  $X$  se puedan bosquejar proyecciones en los ejes principales, indicando el porcentaje explicado en cada uno de los ejes que se muestra en la Figura 18.

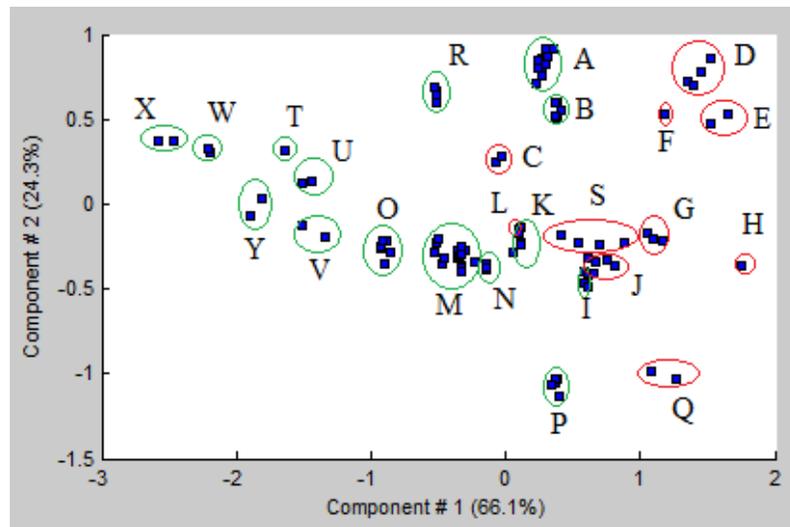


Figura 16: Proyección en el plano formado por las dos primeras componentes principales

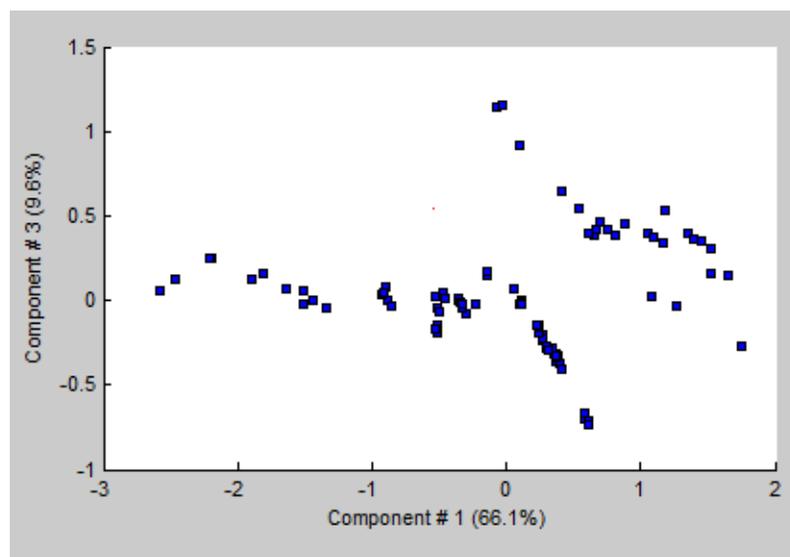


Figura 17: Proyección en el plano formado por la primera y tercera componente

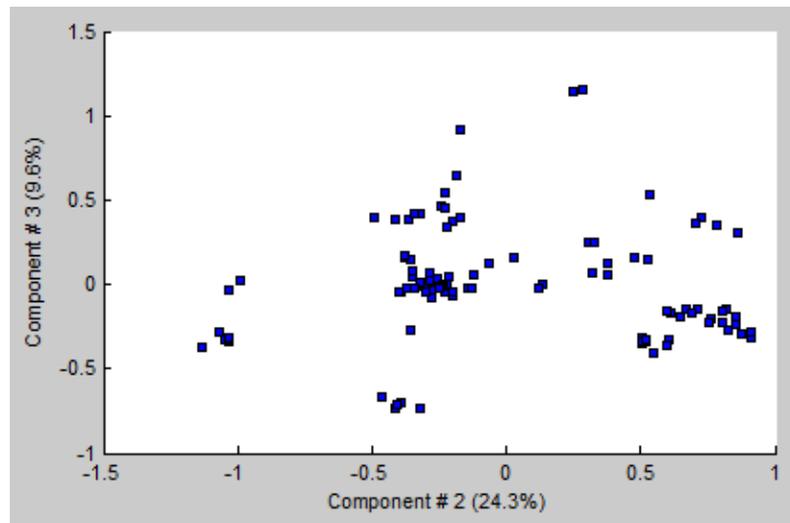


Figura 18: Proyección en el plano formado por la segunda y tercera componente

En la Figura 16 existe una serie de nubes marcadas con colores rojos y verdes, donde su existencia (que realmente se trate de un conjunto de puntos cercanos entre sí), fue comprobada analizando las otras proyecciones (Figura 17 y Figura 18).

Se utilizaron dos colores para remarcar: verde y rojo; el primero indica que se trata de puntos correspondientes a un conjunto de datos etiquetados como normales, mientras que el segundo señala a los clasificados como anómalos. Además, se han nombrado con letras los grupos encontrados, para poder referirse a ellos.

Una utilidad práctica en la herramienta que permite la detección de anomalías, es que los conjuntos de puntos están constituidos por observaciones cercanas entre sí, y dado que el funcionamiento de esta técnica de modelación (SBM) se basa en la comparación, para dos puntos pertenecientes a un mismo conjunto de datos podrá estimar con bastante certeza un valor similar de salida. Así, si se obtiene por lo menos un punto de cada una de las agrupaciones de observaciones etiquetadas como normales, se puede establecer un conjunto apropiado para las matrices  $D_o$  y  $D_i$ .

De modo que el realizar detección de anomalías basada en residuos es el propósito final de este estudio, resulta importante tener un residuo bajo para cada una de las observaciones que se han dispuesto como normales. Por otro lado, si un dato clasificado como normal se encuentra alejado de todos los elementos de las matrices  $D_o$  y  $D_i$ , la estimación de SBM podría diferir en demasía del valor medido, por lo que podría ser detectado como anómalo.

Justamente en ello radica la utilidad que se le dará para efectos de este trabajo, puesto que ayuda a la conformación del conjunto de datos de referencia, ya que, éste se puede construir con al menos un dato de cada agrupación de puntos etiquetados como normales, para poder evitar que se produzcan estos errores.

La Tabla 7 señala una tendencia apreciable en las nubes de puntos, que corresponde a la agrupación de los datos según los valores RMS de las vibraciones.

<b>AGRUPACIONES DE DATOS</b>	
<b>Grupo</b>	<b>Vibración RMS</b>
A	6,94
B	7
I	7,09
K	6,9
M	6,47
O	6
P	7,05
R	6,25
U	5,4
W	4,8
X	4,5
Y	5,2
T	5,31
V	5,5
N	6,75

Tabla 7: Agrupaciones de datos normales

Se requiere tener al menos un representante de cada uno de esos grupos en el conjunto de datos que se usan para modelar la planta, donde no han sido incluidas las agrupaciones de datos anormales, puesto que no representan el proceso y sólo indican que la máquina está operando fuera de una condición normal, que es lo que se quiere detectar en este trabajo.

### **4.3. CONJUNTO DE ENTRENAMIENTO**

Para la implementación se utiliza MATLAB como plataforma de apoyo, puesto que sus herramientas enfocadas a las matemáticas hace que se simplifique el manejo del conjunto de datos.

Se dispone de un subconjunto de los datos normales que se utilizarán para entrenar el modelo, correspondiente a cincuenta (50) observaciones que tienen como finalidad entregar dos matrices denotadas como  $Di$  y  $Do$ , sirviendo como referencia a comparar, para cualquier dato cuya vibración RMS se desea estimar.

Dado el conjunto de datos que se dispone, se ha decidido crear las matrices antes mencionadas con veinticinco (25) datos, los cuáles se elegirán utilizando los resultados obtenidos del análisis de componentes principales.

A continuación se muestran las Matrices  $Do$  y  $Di$  en la Tabla 8; las columnas representan las variables (vibración RMS para  $Do$  y potencia-velocidad angular para  $Di$ ) y las filas las observaciones:

<b>MATRIZ “Do”</b>	<b>MATRIZ “Di”</b>	
	<b>Potencia MW</b>	<b>Velocidad Angular rpm</b>
6,91	14,39	11,01
7,0935	13,71	10,48
5,9715	14,81	11,16
7,09	13,658	10,55
7,05	14,395	10,1
7,054	14,39	10,005
7	13,69	11,5
7,01	13,602	11,491
4,8795	15,2	11,94
5,437	14,99	11,38
5,475	14,8	11,57
6,93	13,82	11,78
5,31	14,84	11,79
6,32	14,591	11,09
4,5736	15,162	11,99
6,32	14,55	11,1
6,975	13,547	11,87
5,117	15,154	11,51
6,89	14,5	11
6,75	14,69	10,99
6,5	14,589	11,01
6,4	14,699	11,01
6,94	13,69	11,82
6,24	14,08	11,81
6,02	14,88	11,09

Tabla 8: Matriz “Do” y matriz “Di”

### 4.3.1. SELECCIÓN DE LOS DATOS

Para la selección se ha decidido tomar el conjunto de datos etiquetado como normal, que arroja un total de ochenta y un (81) observaciones para trabajar, las cuales se han dividido en dos grupos: uno para entrenamiento y otro para validación.

El conjunto de entrenamiento consta de cincuenta (50) datos que fueron elegidos de manera tal, que la muestra fuera distribuida sobre el universo de puntos, de los cuales se conformó el conjunto de puntos para dar a lugar a  $Do$  y  $Di$ , según la discusión que se hizo en el análisis de componentes principales.

De los veinticinco datos que conforman las matrices  $Do$  y  $Di$ , quince (15) están dados por las agrupaciones de puntos (valores entregados por PCA), que se establecerán como exigencia mínima para incluir todas los puntos de operación de la planta; los 10 restantes se escogieron redundando sobre dichos conjuntos.

Así, se conformaron las dos matrices, para un total de tres variables, siendo una de salida del modelo (vibración RMS) y dos de entrada (potencia y velocidad angular), para un total de veinticinco (25) observaciones normales.

En la Figura 19 se grafican los resultados obtenidos, comparando el modelo SBM y los datos medidos:

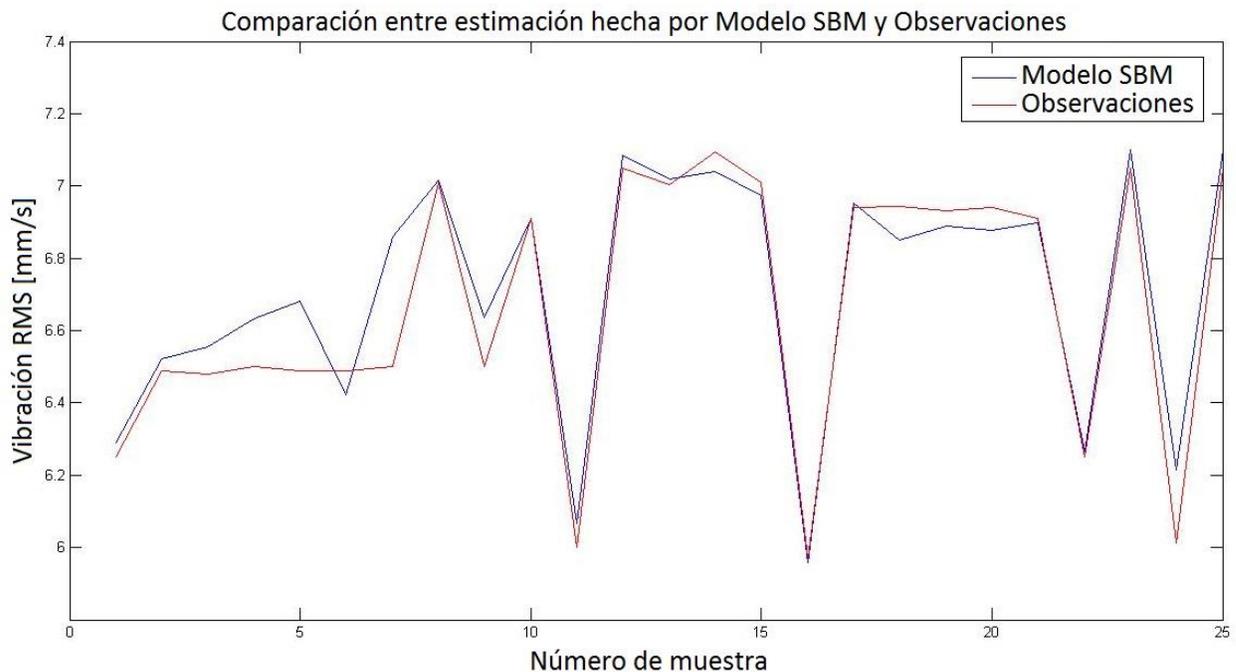


Figura 19: Comparación entre estimación hecha por modelo SBM y observaciones

Probando el modelo adquirido por SBM, para el conjunto de veinticinco (25) observaciones normales que no fueron consideradas para la conformación de las matrices  $D_o$  y  $D_i$ , se obtuvo un resultado donde se puede apreciar la semejanza entre las predicciones hechas por el modelo y los valores medidos, demostrando la capacidad de estimador de vibraciones RMS del sistema diseñado, tal como se muestra en la Figura 19.

Definiendo el error relativo como la diferencia entre el valor medido y el estimado por el modelo, y todo ello dividido por el valor observado, se puede calcular dicho indicador para cada uno de los puntos bajo estudio en esta prueba, obteniendo los resultados que se muestran en la Figura 20.

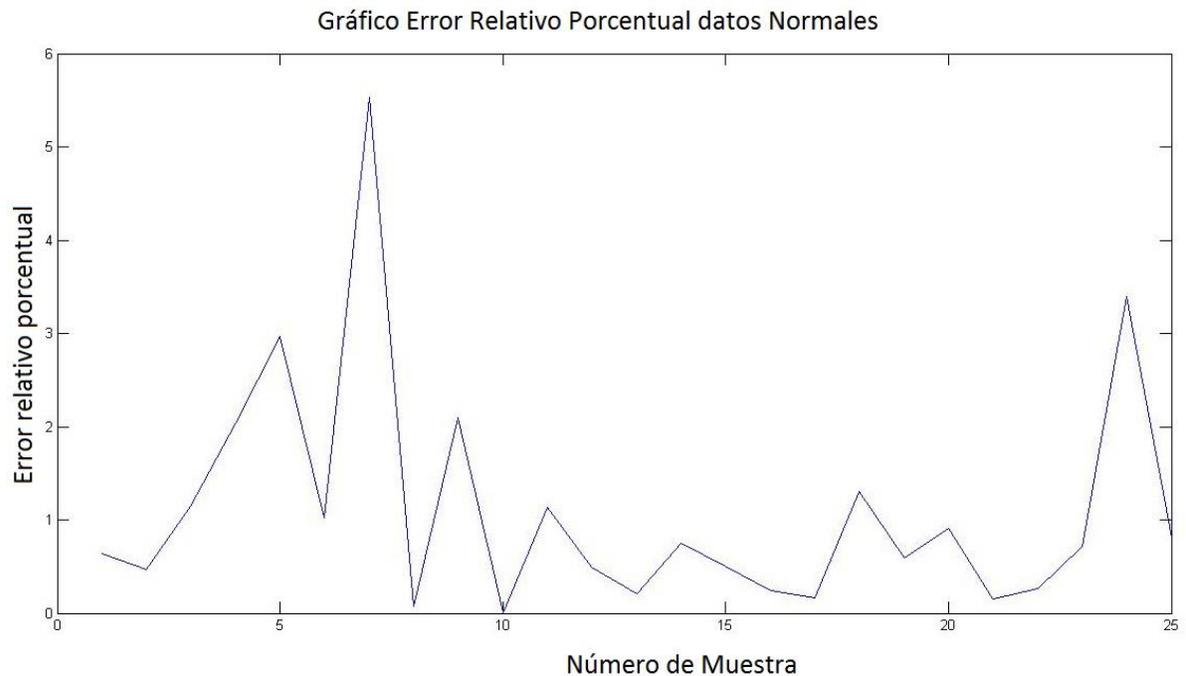


Figura 20: Gráfico error relativo porcentual datos normales

En la Figura 20 se puede apreciar que los errores relativos son muy bajos, siendo éste bajo el 1% para el 64% de los datos. Además, el mayor error resultó igual a un 5,54%, mientras que el mínimo fue de sólo un 0,002%. El valor medio del error relativo fue del 1,11%, lo que ratifica el correcto comportamiento del modelo.

#### 4.4. COMENTARIOS SOBRE EL MODELO

Este apartado pretende reflexionar sobre el modelo SBM y su aplicación en una planta, buscando el conjunto de datos adecuados que sirvan de referencia de manera de estimar las salidas para un vector de entrada dado.

En esta sección del trabajo es posible comentar acerca de lo obtenido, basándose en dos puntos: un análisis de sensibilidad sobre el operador de similitud y una revisión sobre la validez del modelo.

En el primer caso, se procura estudiar cómo influyen los parámetros  $d$  y  $\varepsilon$  en los cálculos que llevan a la obtención del “vector de pesos”, necesarios para poder encontrar la salida que predice el modelo. Por otra parte se desea evaluar la linealidad del sistema, a través de una modelación ARX y su comportamiento en general, en comparación con SBM.

#### **4.4.1. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD**

Este tipo de análisis, está específicamente enfocado a tratar el problema de cómo los parámetros  $d$  y  $\varepsilon$  del operador de similitud afectan al modelo.

Según se verá más adelante en este Capítulo, existe un índice denominado “condicionamiento” que afectaría de manera importante los resultados, puesto que, según el Teorema de Gastinel, se relacionaría con la singularidad de las matrices, lo que concluiría en problemas para el cálculo del “vector de pesos” y posteriormente de la salida que predice el modelo.

##### **4.4.1.1. REVISIÓN DEL PARÁMETRO “ $d$ ” EN MODELOS SBM**

Para el estudio de este parámetro se consideraron cien (100) valores, fijándose  $\varepsilon=0,04$ , donde  $d$  varió entre 0,01 y 1.

En una primera revisión, se llevó a cabo la predicción de datos para el conjunto etiquetado como normal, el que se espera que tenga un valor residual bajo para el parámetro adecuado y elevado para los que no lo son.

Se calculó el residuo (resultado de la resta entre el valor medido de la vibración y el obtenido por el modelo para ésta) para distintos valores de  $d$  y se calculó el módulo de cada uno de dichos vectores; finalmente se mostraron resultados peak, que deformaron la curva resultante, motivo por el cual se eligió tomar su logaritmo (base 10) para poder efectuar comentarios.

En la Figura 21 se muestran claramente los valores más altos y más bajos, donde se considera que estas diferencias son mucho mayores en realidad, puesto que se está usando una escala logarítmica.

Se puede notar que entre  $d=0,01$  y  $d=0,04$  se ven los montes más elevados, que corresponden a puntos con errores de predicción grotescos, donde se podría especular que la matriz estaría cerca de ser singular.

Por otro lado, se tienen dos puntos ( $d=0,99$  y  $d=1$ ) donde el residuo alcanza su valor mínimo, lo que podría interpretarse como puntos a considerar para el parámetro en cuestión.

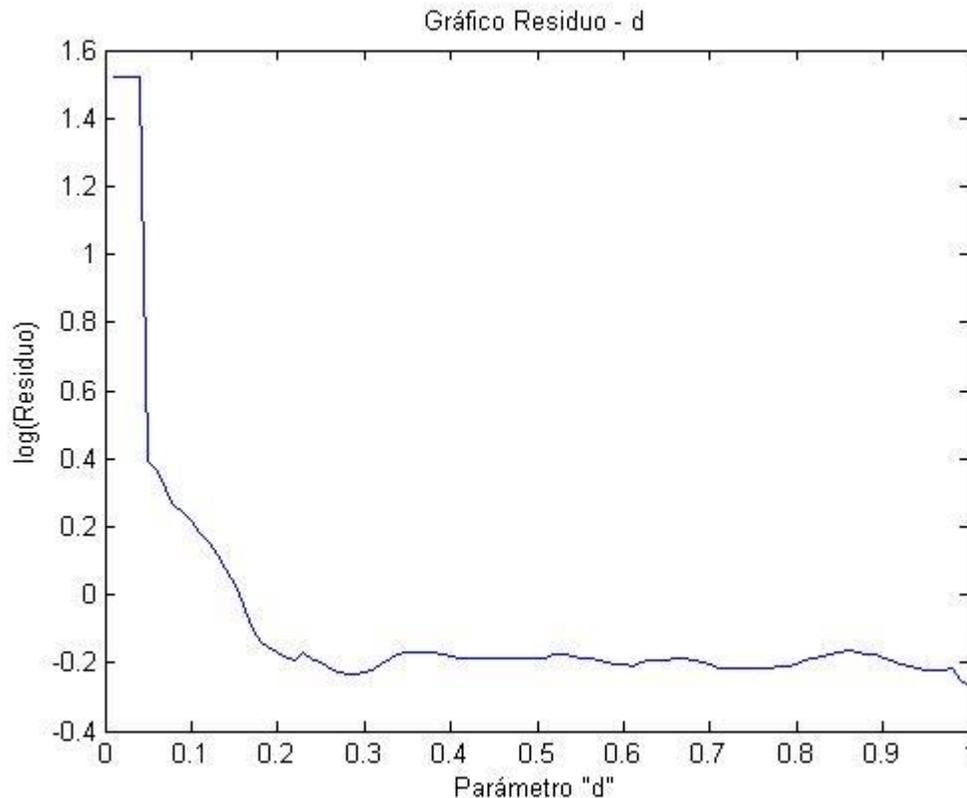


Figura 21: Gráfico variación logaritmo del residuo ( $\sum e$ ) en función de  $d$

En la Figura 21 llama la atención que sólo para un conjunto de asignaciones del parámetro  $d$  el residuo muestre valores bajos, los que resultan ser los mejores candidatos para modelar la planta, por el bajo nivel de error que representan.

Así, se concluye que el valor de  $d$  influye de manera significativa en los resultados obtenidos. Ello, en parte se explica por los problemas que se pueden presentar en el cálculo del “vector de pesos”, donde se debe resolver cierto problema que también será presentado en los párrafos siguientes.

Cuando se realizan los cálculos pertinentes para estimar un valor (vibración), dada una entrada (potencia y velocidad), se debe encontrar un “vector de pesos”, y para ello es necesario resolver una ecuación de la siguiente forma:

$$\hat{w} = A^{-1} \cdot b \quad (4.1)$$

La ecuación (4.1) se puede entender como la solución de un sistema de ecuaciones lineales, por lo que ideas presentes en textos de análisis numérico pueden ser útiles para hacer una revisión al respecto. De manera de aterrizar esta ecuación al caso particular que se está estudiando, conviene precisar que la matriz señalada como  $A$  es el resultado de la aplicación del operador de similitud de la matriz  $D_i$  con ella misma, mientras que el vector  $b$  nace de comparar el vector de entrada cuya salida se desea estimar con la matriz  $D_i$ , es decir, la ecuación (4.2):

$$\hat{w} = (D_i \Delta D_i^T)^{-1} \cdot (D_i \Delta x^*) \quad (4.2)$$

Se comentó que la matriz representada como  $A$  en el sistema podría traer complicaciones si resulta ser no invertible; ello se podría revisar desde un punto de vista analítico, donde juega un papel explicativo el Teorema de Gastinel. Para comprender dicho teorema es necesario explicar lo que es el “condicionamiento”, el que se define como sigue [17]:

$$\kappa(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\| \quad (4.3)$$

Esto se explica ya que, el hecho de que  $A$  tenga un número de “condicionamiento” grande equivale a que se pueda aproximar bien por una matriz no invertible [20]. A su vez,  $d$  surge de la definición del operador de similitud, el cual influye en los coeficientes de  $A$ ; por ello, se puede entender a la matriz  $A$  como una función dependiente de  $d$ :

$$A = f(d) \quad (4.4)$$

Por lo mencionado, estos cálculos son los que podrían traer ciertos problemas, ya que lo que sigue no es más que la multiplicación de una matriz por un vector (Figura 11, bloque 1).

El asunto es resolver un problema, entendido como la solución de un sistema de ecuaciones lineales, donde se sabe que para llegar al resultado deseado se debe invertir la matriz de coeficientes ( $A$ ). La singularidad de dicha matriz tiene relación con qué tan correctas son las estimaciones del modelo y también con el coeficiente de “condicionamiento” que se definió.

En la Figura 22 se ve la relación entre las variaciones que muestra el parámetro  $d$  y el comportamiento del “condicionamiento”, donde vale decir que se debió graficar el logaritmo (base 10) de dicho valor, puesto que fue posible notar escalas demasiado grandes para poder observar las variaciones.

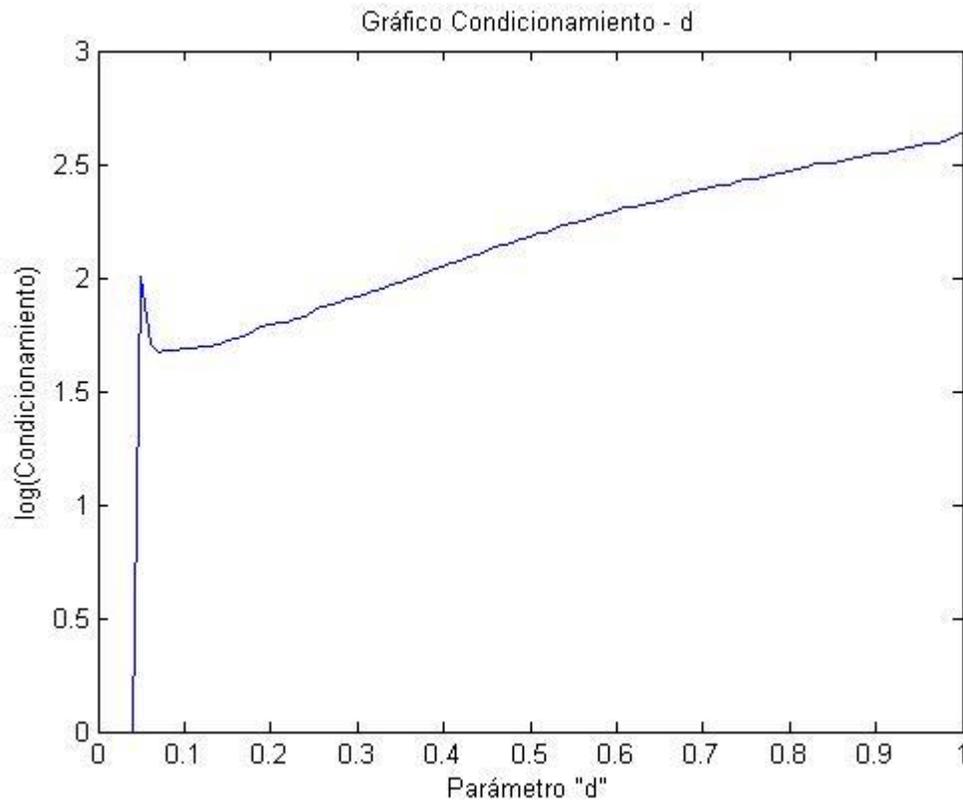


Figura 22: Gráfico variación logaritmo del condicionamiento en función de  $d$

En general, como muestra la Figura 22, son bajos los valores del “condicionamiento”, por lo que se puede concluir que la matriz no presenta problemas de invertibilidad, lo que se refleja en que el residuo también sea pequeño para casi todas las asignaciones del parámetro  $d$ . Además, en los primeros cuatro (4) puntos, el “condicionamiento” alcanza la unidad (por lo que su logaritmo es cero), que es la asignación que le corresponde cuando la matriz  $A$  es singular, lo que se muestra también en la Figura 21, donde de la misma forma el valor que se le asigna a la vibración es nulo, por lo que los puntos graficados corresponden a la norma dos de las vibraciones RMS medidas en el molino ( $\text{residuo}=y-y^*$ ).

#### 4.4.1.2. REVISIÓN DEL PARÁMETRO “ $\varepsilon$ ” EN MODELOS SBM

Para el estudio de este parámetro se consideraron cien (100) valores, estableciéndose  $d=1$ , donde  $\varepsilon$  varió desde 0,01 hasta 1.

Al igual que en el análisis realizado en el apartado referido al parámetro  $d$ , en una primera revisión se llevó a cabo la predicción de datos para el conjunto etiquetado como normal, el que se espera que tenga un valor residual bajo para el parámetro adecuado y elevado para los que no lo son.

Si guiendo con la misma línea que se efectuó en la primera revisión, se calculó un valor residual (resultado de la resta entre el valor medido y obtenido por el modelo) para distintos valores de  $\varepsilon$  y se calculó el módulo de cada uno de esos valores; finalmente, se mostraron resultados peak, que deforman la curva resultante, motivo por el cual se eligió tomar el logaritmo (base 10) para poder efectuar comentarios.

En la Figura 23 se muestran los valores más altos y más bajos, donde se considera que estas diferencias son mucho mayores en realidad, puesto que se está usando una escala logarítmica (base 10). En el valor  $\varepsilon=1$  se observan los montes más elevados, que son puntos con errores de predicción grotescos, donde se puede especular que la matriz estaría cerca de ser singular. Por otro lado, en el punto  $\varepsilon=0,04$ , el residuo alcanza su mínimo valor, lo que puede interpretarse como punto óptimo para el parámetro en cuestión.

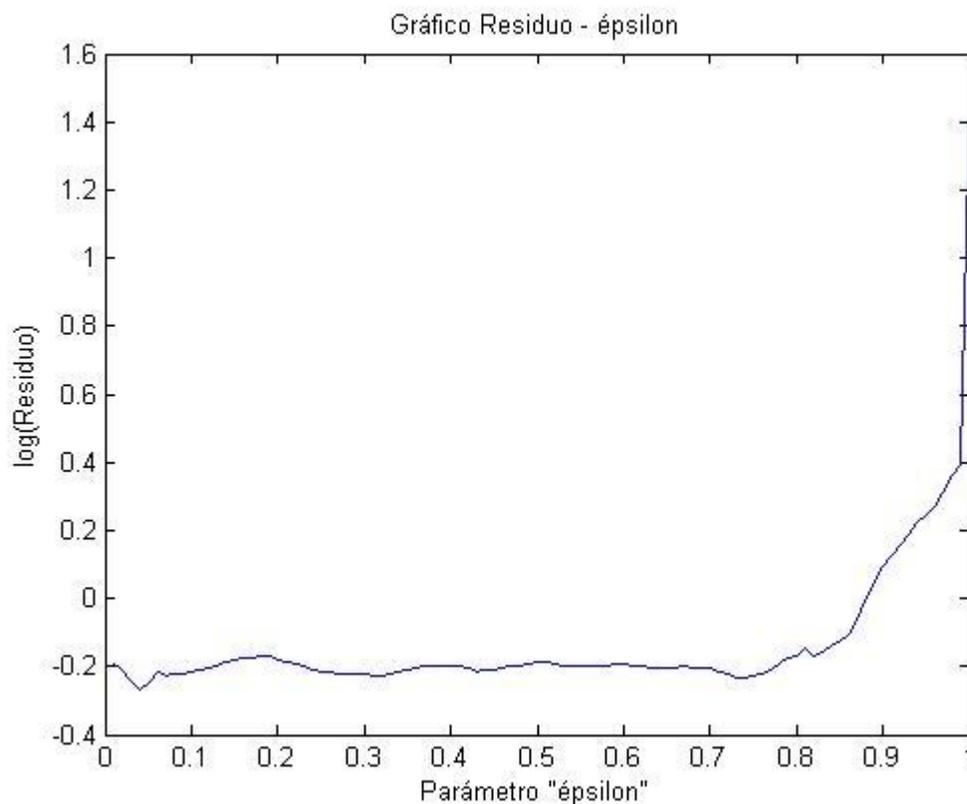


Figura 23: Gráfico variación logaritmo del residuo en función de  $\varepsilon$

A partir de cierto momento ( $\varepsilon=0,8$ ), en la Figura 25 se puede observar que el residuo alcanza sólo valores muy altos. Además, si se revisa la Figura 21, en la que se expresa el residuo en función del parámetro  $d$ , se aprecia el mismo efecto a pero en sentido inverso, ya que, a partir de un valor de  $d$  ( $d=0,2$ ), el residuo comienza a disminuir. Estos números podrían establecerse como un punto de inflexión a partir cuál los parámetros son tan grandes que el operador de similitud ya no cumple la función para la que se dispuso, que corresponde a hacer las veces de filtro entre lo que se considera como símil de lo que no, para dos vectores dados.

Si siguiendo con la analogía que se está aplicando para el parámetro  $\varepsilon$ , con respecto al análisis que se efectuó para  $d$ , las variaciones de este parámetro también deberían afectar la matriz definida como  $A$ , utilizando la misma lógica que se empleó anteriormente. Por ello, se continúa revisando el comportamiento del “condicionamiento” para ver si existe una relación, tal como se muestra en la Figura 24.

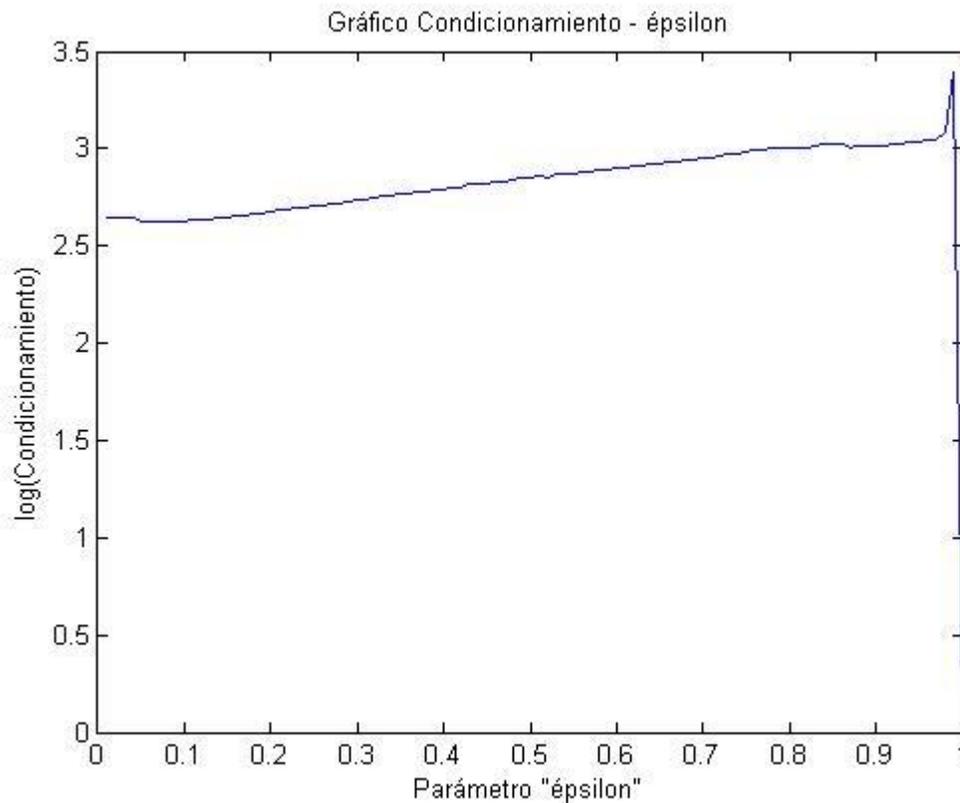


Figura 24: Gráfico condicionamiento versus  $\varepsilon$

En la Figura 24, continúa la tendencia hacia “condicionamientos” bajos, lo que se traduce en que la matriz tiene tendencias a ser invertible en todo el dominio de  $\varepsilon$ , salvo en  $\varepsilon=1$ , que es donde el “condicionamiento” alcanza el valor unitario (logaritmo nulo), momento en el que la matriz  $A$  se hace definitivamente no-invertible.

#### 4.4.1.3. COMPARACIÓN ENTRE LOS PARÁMETROS $\varepsilon$ Y $d$

Como se puede notar en la Figura 25, la forma “triangular” del operador de similitud resulta clara en su apreciación, percibiendo de manera patente que posee una rampa en sus primeros valores, la cual se interpreta como un criterio de igualdad. Ello significa que cuando la resta de los dos vectores que se comparan es menor a la suma dada por  $d - \varepsilon$ , se considerarán como parecidos.

### Operador de Similitud versus resta de vectores

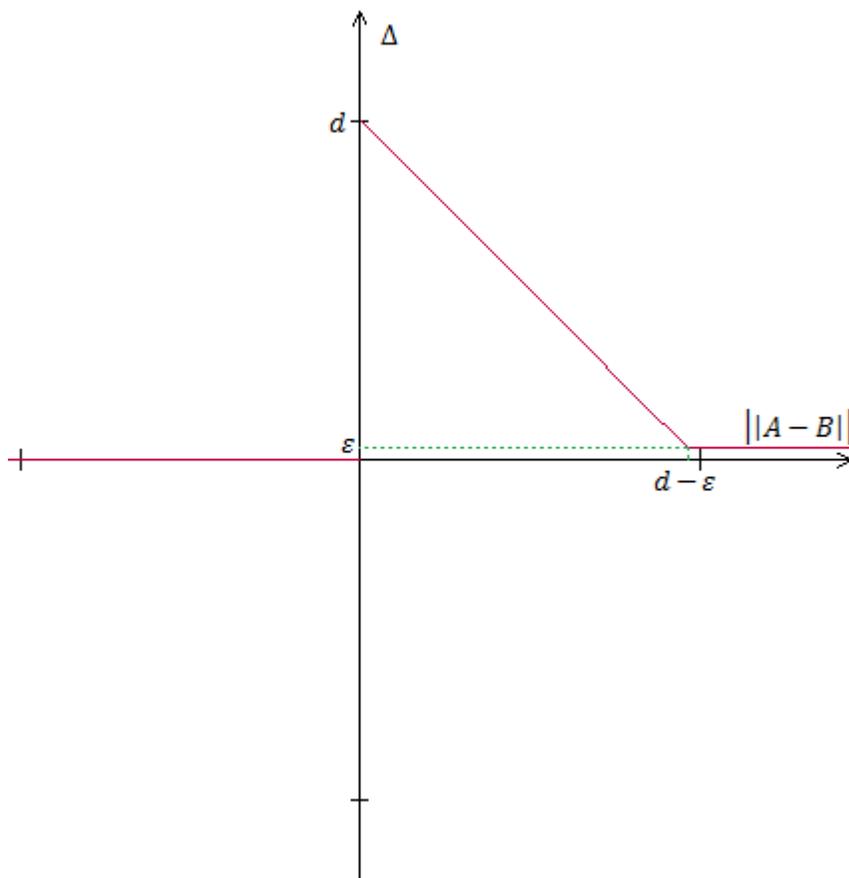


Figura 25: Operador de similitud

#### 4.4.1.3.1. REVISIÓN ANALÍTICA DE LA INFLUENCIA DE LOS PARÁMETROS

Este tipo de revisión pretende identificar la influencia de  $d$  y  $\varepsilon$  (parámetros) en la curva que define el operador de similitud. La influencia de  $d$  está dada por el ancho de la misma, lo que se entiende como el factor que decide qué tan grande debe ser la resta entre los vectores, para que se consideren distintos. Además, define la magnitud de los valores que se consideren parecidos.

El parámetro  $\varepsilon$  comparte dicha influencia en el resultado final, puesto que depende de la resta entre ambas constantes; aparte de esto, tiene otro efecto en el escalar que entrega este operador, influyendo en qué tan grande es la asignación a los valores considerados distintos, puesto que, los puntos que son considerados así, se definen como  $\varepsilon$ .

#### 4.4.1.3.2. REVISIÓN EMPÍRICA DE LA INFLUENCIA DE LOS PARÁMETROS

En la Figura 21 y Figura 23 se grafica el residuo como función de los parámetros  $d$  y  $\epsilon$  respectivamente. Al respecto, anteriormente se mencionó que a partir de cierto umbral alcanzado por estas constantes es posible observar que el residuo se vuelve demasiado alto, por lo que se puede hablar de un límite para la elección de los parámetros adecuados.

Por otra parte, en los mismos gráficos (Figura 21 y Figura 23) existen puntos para cada uno de los parámetros, en que el residuo es mucho más bajo que el resto. Ello significa que dichos valores pueden considerarse como aceptables para la elaboración de un modelo SBM, pues realizan una buena estimación.

Para llevar a cabo un análisis más general, se realiza una revisión discreta para un conjunto de valores de los parámetros bajo estudio en este apartado: se comenzó con valores de 0,01 hasta uno (1) para cada uno de ellos. Así, se produjo un total de cien (100) asignaciones para cada uno de los parámetros, lo que lleva a un universo de diez mil (10.000) combinaciones posibles, lo que se observa en la Figura 26.

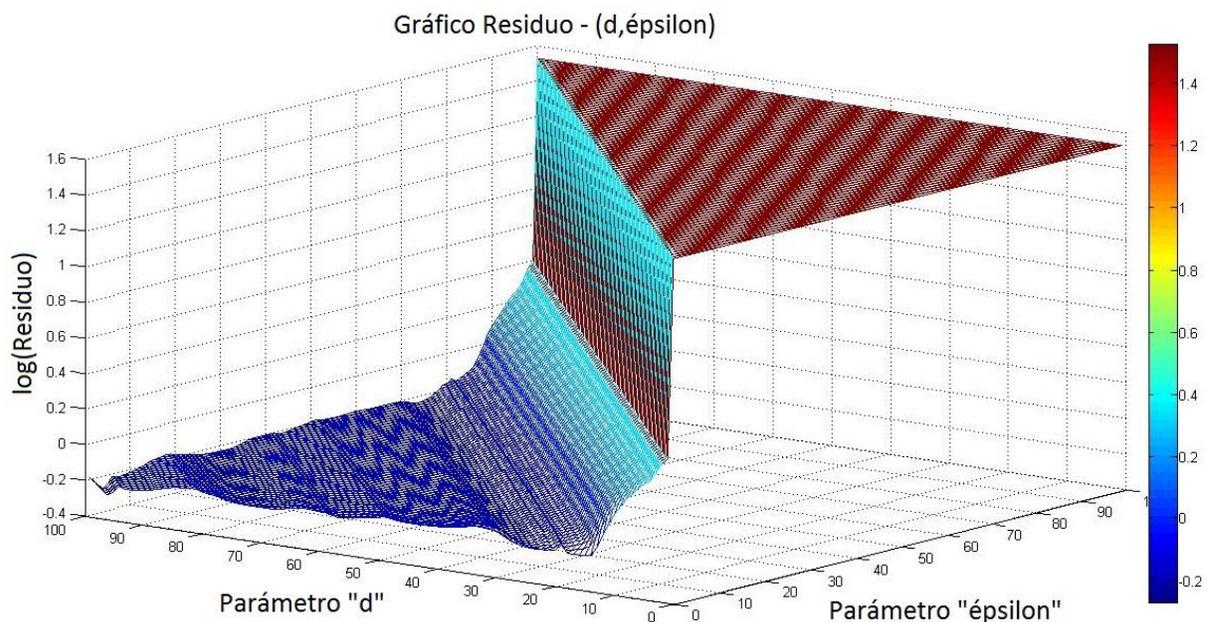


Figura 26: Gráfico residuo en función del par  $(d,\epsilon)$

La Figura 26 muestra un gráfico tridimensional, donde los ejes que representan a los parámetros  $d$  y  $\epsilon$ , conforman el plano horizontal, mientras que la norma dos del vector residual (datos usados para entrenamiento) da lugar al eje vertical. Se hace importante mencionar, que se debió usar logaritmo (base 10) para poder efectuar comparaciones y disminuir las diferencias a un rango más acotado. En una primera inspección vale resaltar que existe un límite en que el valor residual adquiere valores muy altos (remarcados con tono rojizo), casi-constante. La explicación para este plano se basa en que para dichas entradas, la salida estimada por el modelo es nula ya que en el

código (MATLAB) se incorpora una excepción que efectúa los cálculos para obtener un resultado numérico, aún cuando se tenga el caso de una matriz no invertible. Por otra parte, el comportamiento general de la curva da cuenta de la existencia de residuos muy bajos, grupo en que la matriz que efectúa los cálculos ( $A$ ) es invertible y a su vez, se tiene un conjunto donde las matrices son singulares, pero no existiría un subconjunto intermedio en el que se dé la tendencia hacia no invertibilidad.

Se explicó en apartados anteriores presentes en este Capítulo, la posible influencia del “condicionamiento” en los cálculos que efectúa SBM para estimar una salida de la planta, y por ello, se bosqueja su comportamiento en la Figura 27.

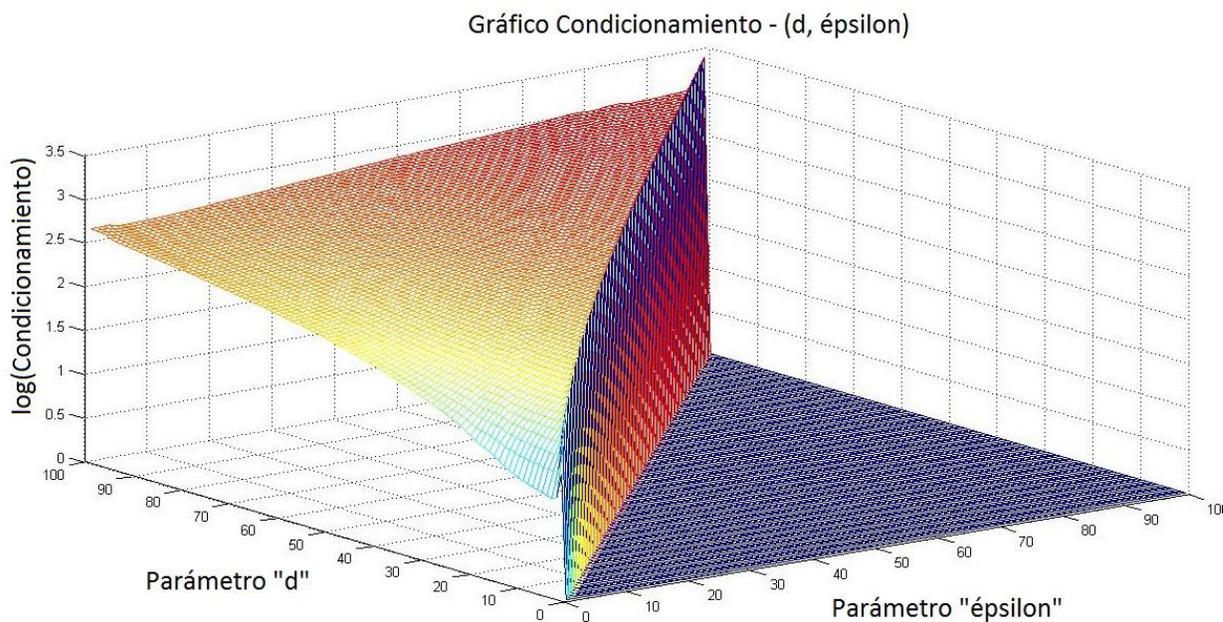


Figura 27: Gráfico condicionamiento en función del par  $(d, \epsilon)$

En la Figura 27 se grafica el “condicionamiento”, donde es posible observar las mismas tendencias mostradas anteriormente en el residuo (Figura 26). En este caso, se añadió la excepción de entregar un valor igual a la unidad en caso de tener una matriz singular, lo que se muestra en el plano que se forma en el sector compuesto por los valores más alto asignados a  $\epsilon$ , y cuando dicho parámetro tiende a ser superior a  $d$ .

Por los mismos motivos que en el caso del residuo, es decir, para poder disponer de un menor rango de valores y apreciar mejor las variaciones, se usa logaritmo (base 10).

El rango de valores en el que se distribuye la curva (sin considerar el plano azul sobre el que ya se comentó) es bajo y da muestras de que no existen tendencias hacia la singularidad de la matriz  $A$  en ningún caso, lo que ya se vio reflejado en los bajos residuos de la Figura 26.

En la búsqueda de los valores residuales más apropiados, se genera el gráfico de la Figura 28, en el que se muestran todos los puntos que tienen un error relativo promedio ( $\sum(y - y^*)/y$ ) inferior al 3,25%, que es una cifra que se dispone como cota, puesto que es el residuo generado por un modelo lineal del sistema bajo estudio; es decir, son todas las combinaciones de  $d$  y  $\varepsilon$  que construyen un modelo SBM que realice mejores estimaciones que uno lineal.

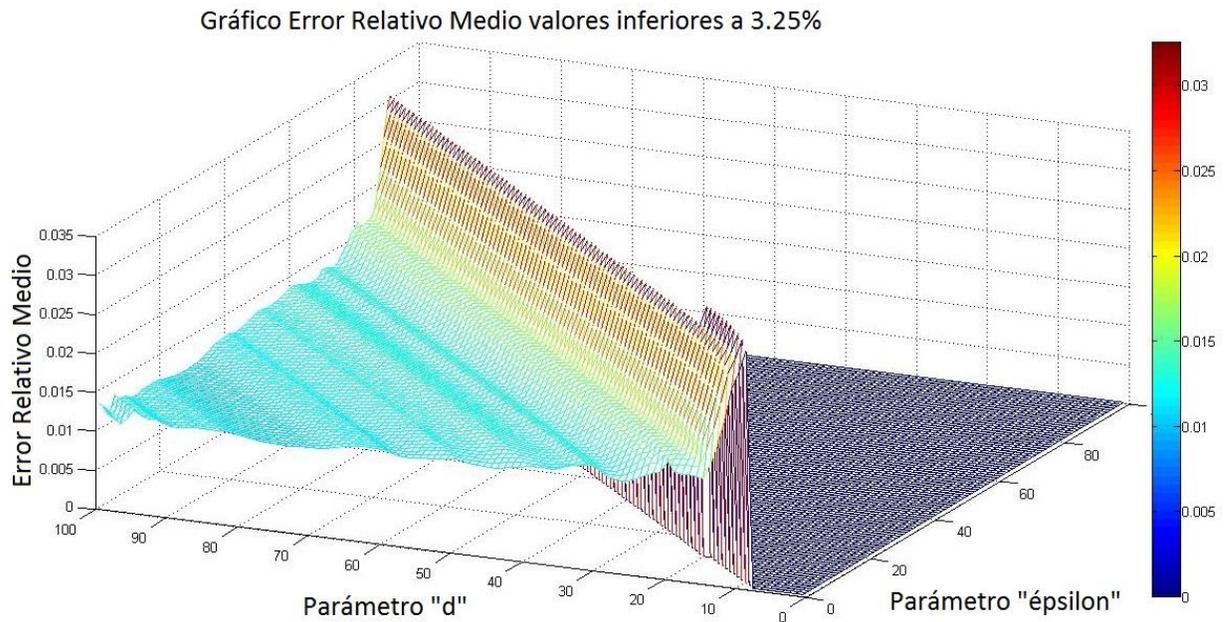


Figura 28: Gráfico error relativo medio inferior a 3,25% en función de los parámetros  $d$  y  $\varepsilon$

En la Figura 28, se pueden observar tendencias similares a las mostradas en la Figura 26 y Figura 27, donde es notoria la división que se produce a partir de una recta que corta el plano conformado por los parámetros  $d$  y  $\varepsilon$ . Esto sugiere que existe una combinación lineal entre dichas variables que define esta cota superior donde el modelo SBM es más acertado en sus aproximaciones que uno lineal.

Realizando una inspección analítica se obtienen las ecuaciones (4.5) y (4.6), en las que se definen los límites para obtener errores relativos inferiores al 3,25%:

$$d - \varepsilon = 0.09, \quad 0.21 \leq d \leq 1 \wedge 0.12 \leq \varepsilon \leq 0.91 \quad (4.5)$$

$$d - \varepsilon = 0.08, \quad 0.09 \leq d \leq 0.19 \wedge 0.01 \leq \varepsilon \leq 0.11 \quad (4.6)$$

#### 4.4.1.3.3. REVISIÓN DE LA VARIACIÓN DEL ERROR RELATIVO

En esta revisión, se considera el error relativo medio  $(\sum(y - y^*)/y)$  porcentual, considerando el conjunto de datos normales etiquetados para validación, para generar el vector residual. Esto se refleja en la Figura 29, que busca mostrar cómo varía este índice según se altera  $d$  y  $\varepsilon$  para errores promedio relativos inferiores al 2%.

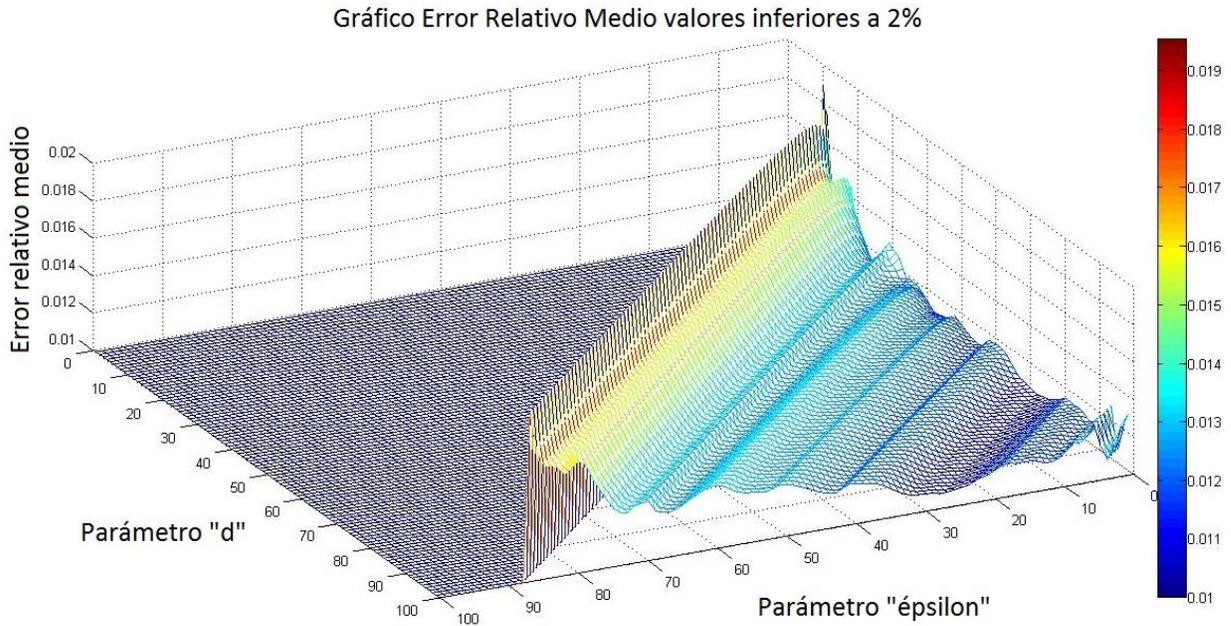


Figura 29: Gráfico error relativo medio inferior a 2% en función de los parámetro  $d$  y  $\varepsilon$

Vale destacar de la Figura 29, el gran número de puntos que alcanza este bajo error relativo, lo que significa que existe una amplia gama de combinaciones entre los parámetros que pueden generar estimaciones muy acertadas con respecto a las observaciones medidas en el modelo. Ello conlleva a que se pueda hacer menos rigurosa la búsqueda del par óptimo que entregue el modelo de la planta (optar por alguno de los métodos de estimaciones de parámetros, por ejemplo), puesto que la búsqueda de las asignaciones que construyan el mejor modelo puede significar un costo demasiado alto (computacional, por ejemplo) en comparación con el beneficio que se obtiene.

Tal como se revisó en la Figura 28, la cota superior del conjunto de datos que cumplen con la restricción de mostrar errores relativos inferiores al 2%, parece ser una recta, lo que equivale a decir que existe una combinación lineal entre los parámetros que definen este límite. Estas ecuaciones están dadas por las expresiones (4.7) y (4.8).

$$d - \varepsilon = 0.13, \quad 0.16 \leq d \leq 1 \wedge 0.03 \leq \varepsilon \leq 0.87 \quad (4.7)$$

$$d - \varepsilon = 0.12, \quad 0.13 \leq d \leq 0.14 \wedge 0.01 \leq \varepsilon \leq 0.02 \quad (4.8)$$

A su vez, en la Figura 29, es posible notar líneas paralelas diagonales, que corresponden a máximos locales. Los valores que adquieren, se pueden observar en el espectro de colores de la barra conjunta al gráfico, notando que son muy bajos (inferiores al 1.4% casi todos). Al igual como se estudió en las revisiones previas, estas rectas responden a la ecuación (4.9).

$$d - \varepsilon = x, \quad 0.13 \leq x \leq 0.98 \quad (4.9)$$

Las cotas de la expresión (4.9) corresponden a la inferior y superior recta encontrada en los datos respectivamente. Estos resultados se explican en la conformación algebraica del operador de similitud triangular, el que define como criterio de semejanza la sustracción entre los parámetros; por ello, se obtienen resultados similares cuando se tiene igual resta.

#### 4.4.1.3.4. ESTIMACIONES EMPÍRICAS DE LOS PARÁMETROS

En la Figura 30 se dispone de un cálculo empírico que dicta que el valor de  $d$  puede calcularse como los dos tercios (2/3) del promedio de las distancias entre los puntos medidos. Este cálculo se hizo en EXCEL, utilizando sólo los datos etiquetados como normales, obteniéndose:  $d=0,5856$  y  $\varepsilon=0,01$ .

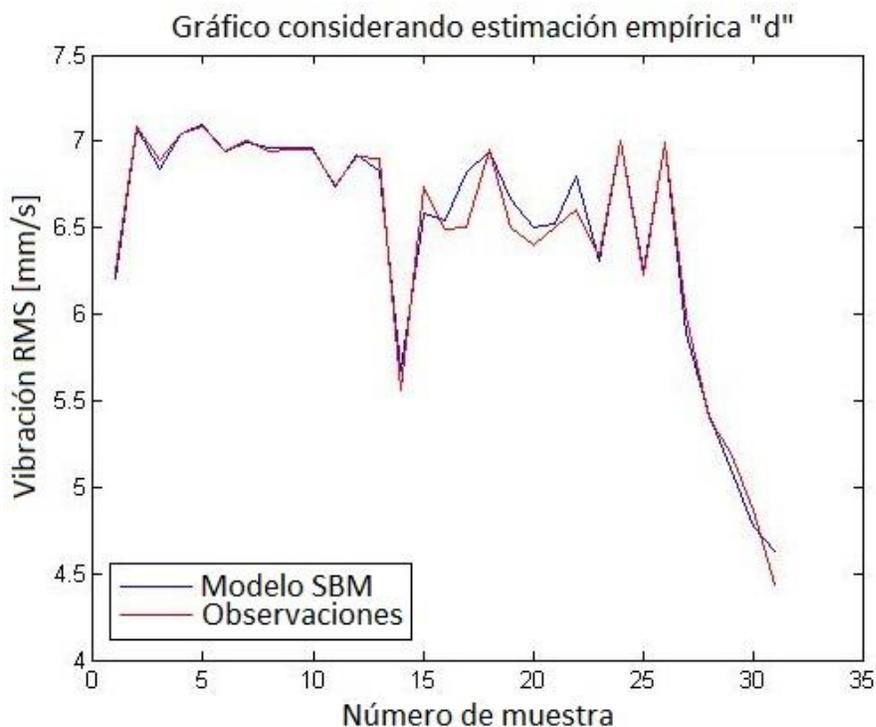


Figura 30: Gráfico considerando estimación empírica  $d$

En otra revisión, en la Figura 31 se consideró cada una de las agrupaciones dadas por el estudio PCA y se determinó la distancia promedio entre sus datos, para después obtener un valor promedio final, igual al promedio entre los resultados por agrupación. De esta manera se obtuvo, calculando los dos tercios (2/3) de dicho resultado, los siguientes parámetros:  $d=0,04768$  y  $\varepsilon=0,01$ .

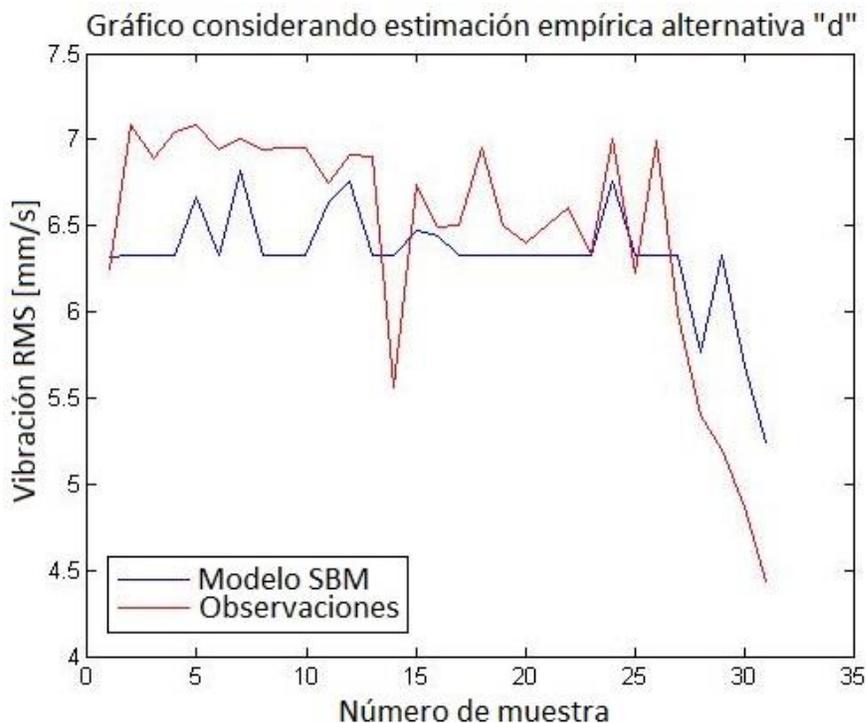


Figura 31: Gráfico considerando estimación empírica alternativa  $d$

En la Figura 30 y Figura 31 se pueden observar las salidas para ambos métodos de estimación de los parámetros, donde se puede inferir que el primer método (Figura 30) produce una estimación más acertada.

Si se revisa su error relativo porcentual ( $\sum(y - y^*)/y$ ), para el primer caso planteado ( $d$  igual a dos tercios (2/3) de la distancia promedio entre datos) en la Figura 30, en varias observaciones, el error es muy bajo, de hecho su media es del 1,04%

En cuanto al segundo método de cálculo (separando por grupos los datos y ponderando por dos tercios (2/3) las distancias promedios entre ellos) en la Figura 31, se obtuvieron aproximaciones más lejanas a las mediciones hechas en el molino de bolas, con un error relativo porcentual medio de un 6,83%.

Otras alternativas que se probaron fueron las siguientes:

- Calcular  $d$  como un tercio (1/3) de la distancia promedio entre los datos.
- Calcular  $d$  como 1,5 dividido en tres (3) veces la distancia promedio, sobre la media de la distancia de cada grupo (las agrupaciones definidas por PCA)
- Calcular  $d$  como un tercio (1/3) de la distancia promedio, sobre la media de la distancia de cada grupo (agrupaciones hechas por PCA).

Los resultados de cada método implementado, se grafica en la Tabla 9:

<b>COMPARACIÓN MÉTODOS DE ESTIMACIÓN PARÁMETROS <math>d</math> Y <math>\epsilon</math></b>			
<b>Método de cálculo</b>	$d$	$\epsilon$	Error relativo (%)
1/3 distancia promedio	0.2928	0.01	1,25
1,5/3 distancia promedio sobre media de grupo	0,03576	0,01	7,83
1/3 distancia promedio sobre media de grupo	0,0238	0,01	9,28

Tabla 9: Comparación de métodos de estimación para parámetros  $d$  y  $\epsilon$

Estas revisiones permiten concluir que el método de calcular los parámetros en base a considerar el promedio de la distancia media entre los datos, otorga un modelo con aceptable capacidad de estimación, al ponderarlos por las constantes consideradas: un tercio (1/3) y dos tercios (2/3). Entre ellos, el error más bajo corresponde a dos tercios (2/3), con un error relativo del 1,04% (Figura 30).

#### **4.4.1.4. REVISIÓN DEL OPERADOR DE SIMILITUD EN MODELOS SBM**

Los modelos basados en similitud pueden utilizar más de un operador para realizar la comparación entre vectores necesaria para poder calcular el “vector de pesos” que tiene el rol de ser un ponderador para hacer el cómputo que entrega el valor que será la estimación hecha por el modelo.

##### 4.4.1.4.1. REVISIÓN ANALÍTICA DE LA INFLUENCIA DE LOS PARÁMETROS $\epsilon$ Y $d$

En este caso, se desea evaluar las consecuencias de considerar la definición según (4.10), es decir, la curva que se representa gráficamente en la Figura 32, sigue la siguiente expresión:

$$A\Delta B = \begin{cases} \epsilon, & \|A - B\| < \epsilon + d \\ d - \|A - B\|, & \|A - B\| \geq \epsilon + d \end{cases} \quad (4.10)$$

## Operador de Similitud versus módulo resta de vectores

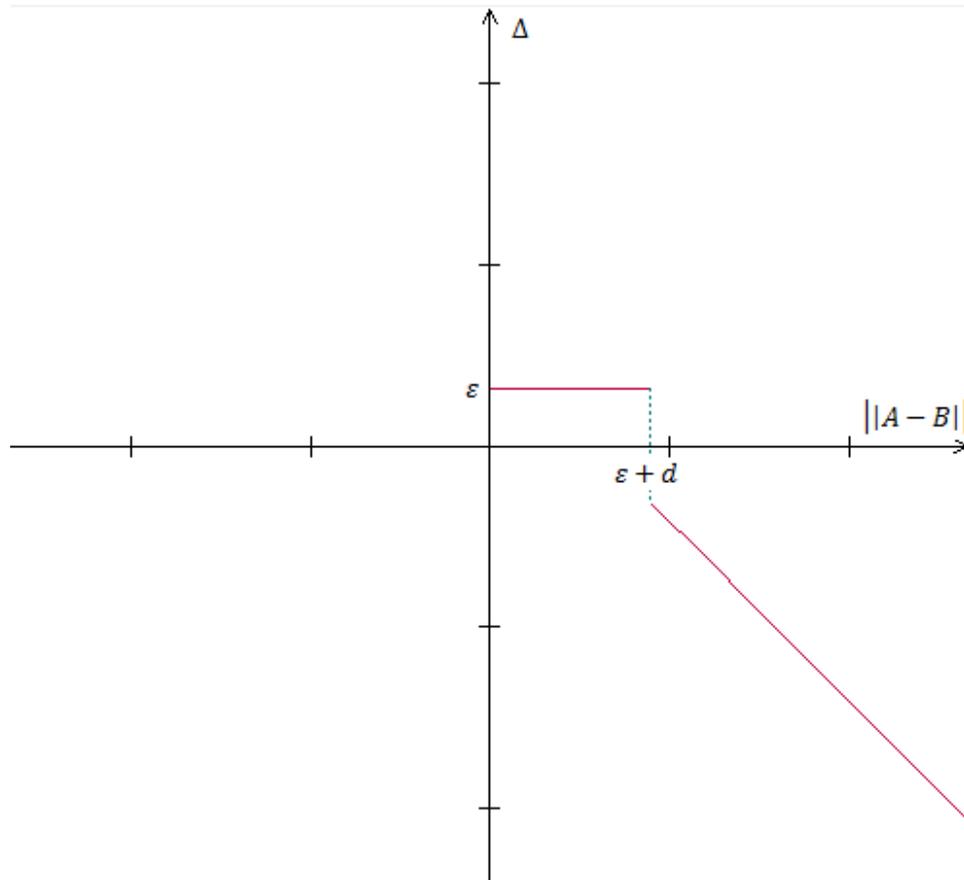


Figura 32: Operador de similitud según modelo alternativo

En la Figura 32 se muestra la nueva definición, en la que se aprecian algunos detalles, como por ejemplo, que no es continua en  $\|A - B\| = \varepsilon + d$ , pero para conocer más detalles es mejor revisar analíticamente lo que se desprende de la imagen.

La influencia de  $d$  está dada por el ancho de la misma, lo que se entiende como el factor que decide qué tan grande debe ser la resta entre los vectores, para que se consideren distintos.

El parámetro  $\varepsilon$  comparte dicha influencia en el resultado final, puesto que depende de la suma entre ambas constantes; aparte de esto, tiene otro efecto en el escalar que entrega este operador, ya que, influye en qué tan grande es la diferencia entre los valores considerados como equivalentes con los demás. Esto último se infiere del hecho de que  $\varepsilon$  corresponde al valor asignado a una resta pequeña entre los vectores, mientras que a partir de  $-\varepsilon$ , la curva comienza a decrecer de manera monótona, cuando la resta no se considera que es tan baja.

#### 4.4.1.4.2. REVISIÓN EMPÍRICA DE LA INFLUENCIA DE LOS PARÁMTROS

Al igual que en el caso del operador utilizado en esta Memoria de Título, en la Figura 33 se realiza un gráfico para revisar el comportamiento del residuo para un conjunto discreto de combinaciones posibles para el par  $(\epsilon, d)$ , que busca minimizarlo.

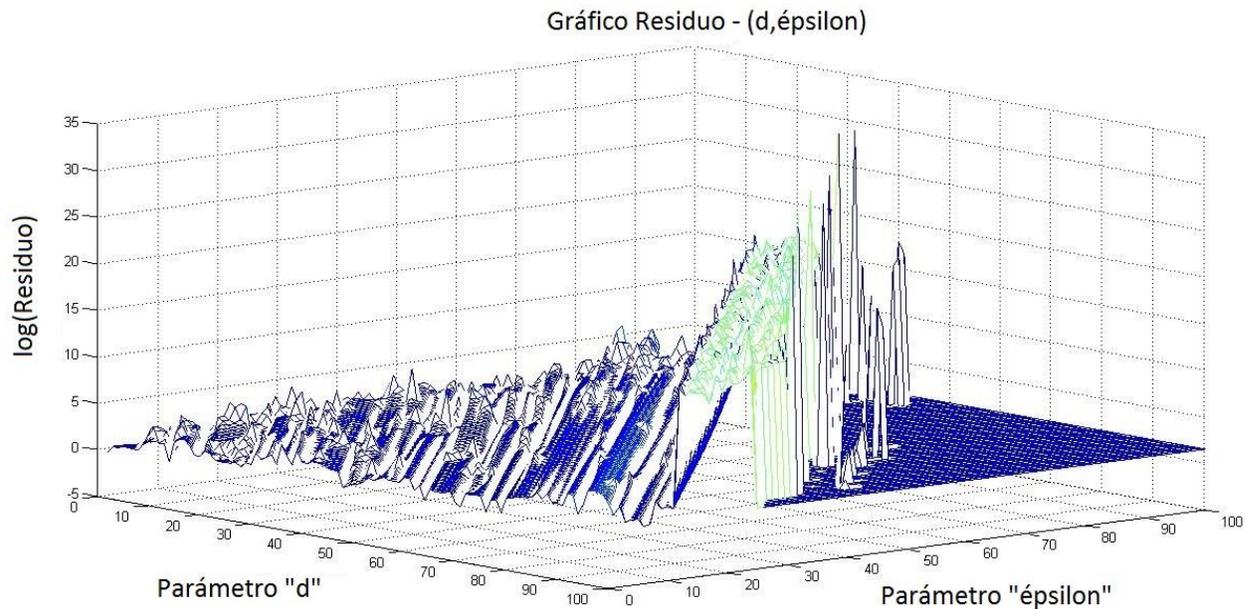


Figura 33: Gráfico residuo en función del par  $(d, \epsilon)$  considerando modelo alternativo

La Figura 33 muestra un gráfico tridimensional, donde los ejes que representan a los parámetros  $d$  y  $\epsilon$ , conforman el plano horizontal, mientras que la norma dos del vector residual (datos usados para entrenamiento) da lugar al eje vertical. Al igual que en el gráfico de la Figura 26, se hace uso de logaritmo (base 10) a modo de efectuar comparaciones; si bien se comporta similar al éste gráfico (Figura 26), existe una brusca variación de los datos (relativo al método oficial) en la región en que los residuos se acercan a valores mínimos, en donde se disminuye el porcentaje de error y con respecto a la presencia de valores residuales muy altos (remarcados con verde); es en ésta zona, donde la matriz  $A$  se comporta con tendencia a ser no invertible, en una forma teórica, que se ratifica mediante el gráfico de la Figura 34.

Se explicó en apartados anteriores presentes en este Capítulo, la posible influencia del “condicionamiento” en los cálculos que efectúa SBM para estimar una salida de la planta; por ello, se bosqueja su comportamiento en la Figura 34.

Gráfico Condicionamiento - ( $d, \epsilon$ )

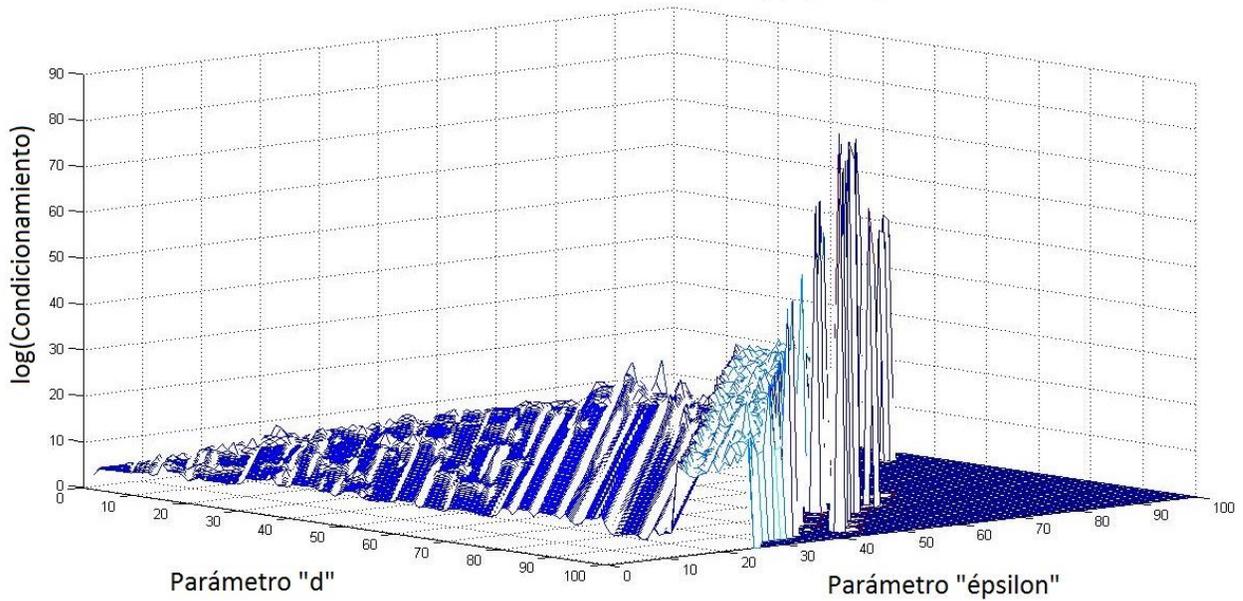


Figura 34: Gráfico condicionamiento en función del par ( $d, \epsilon$ ) considerando modelo alternativo

En la Figura 34 se grafica el “condicionamiento”, donde es posible observar las mismas tendencias mostradas anteriormente en el residuo (Figura 33). En este caso, se añadió la excepción de entregar un valor igual a la unidad en caso de tener una matriz singular, lo que se muestra en el plano que se forma en el sector compuesto por los valores más alto asignados a  $d$  y  $\epsilon$ .

Dado que existen residuos muy altos, se hace necesario ocupar logaritmo (base 10) con el fin de poder realizar comparaciones entre los puntos; sin embargo, cuando se desea cumplir la búsqueda del punto óptimo para trabajar o de los puntos mínimos que puedan cumplir con el propósito de lograr estimaciones que se acerquen a las mediciones tomadas, no resulta ser una buena ayuda.

En la búsqueda de los valores residuales más pequeños, se genera el gráfico de la Figura 35, en el que se muestra un universo de cuatrocientos noventa y ocho (498) puntos distintos de cero que representan a los residuos inferiores o iguales a diez (10), con el fin de poder ubicar de una manera más fácil dónde se debe buscar para encontrar las mejores combinaciones entre  $d$  y  $\epsilon$ .

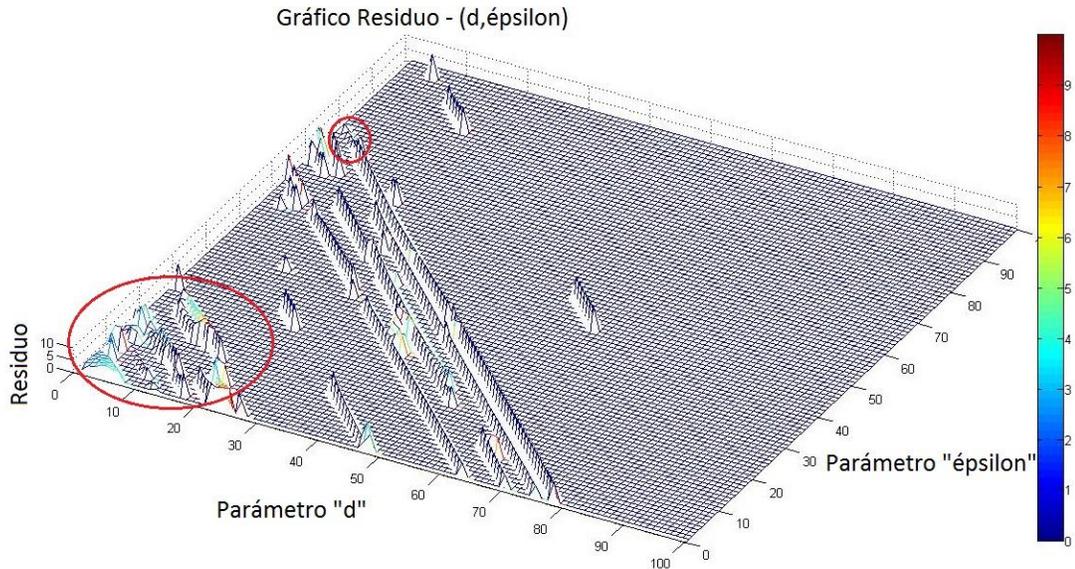


Figura 35: Gráfico residuo en función del par  $(d, \epsilon)$  considerando modelo alternativo y valores inferiores a diez

Con ello, se puede determinar que en el segmento dado por los primeros quince (15) a veinte (20) valores de los parámetros, es decir, cuando tienen asignaciones que varían entre 0,01 hasta 0,15 ó 0,20, se obtienen los valores residuales más bajos (zonas delimitadas con círculos rojos), salvo algunas excepciones que se pueden observar como las diagonales. Sin embargo, la búsqueda de patrones es compleja, puesto que parece comportarse de una manera muy aleatoria.

Se determinó como punto óptimo de operación el par dado por  $d=0,1$  y  $\epsilon=0,04$ , pero con el fin de revisar la sensibilidad del residuo respecto a su óptimo se grafica la Figura 36 en la que se muestra el residuo como función de  $d$ , considerando  $\epsilon$  fijo.

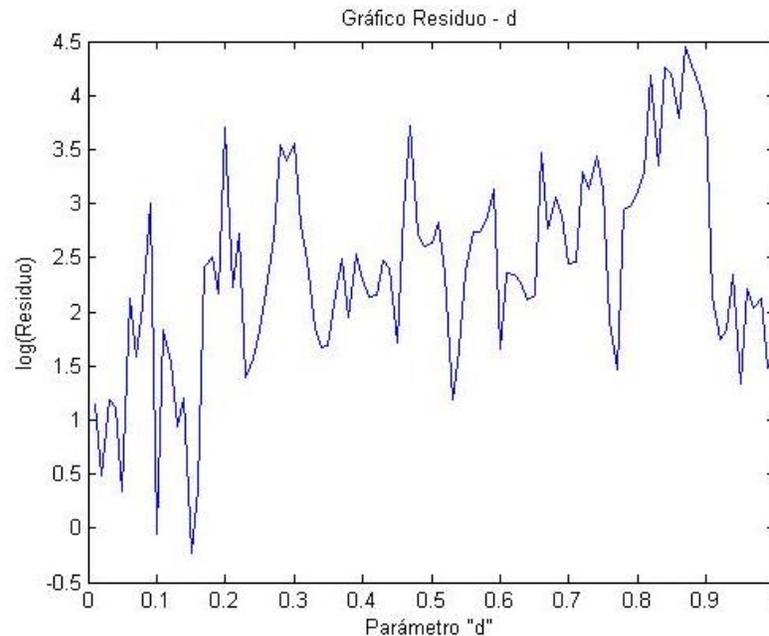


Figura 36: Gráfico residuo en función de  $d$  considerando modelo alternativo

Llama la atención las grandes variaciones que posee la curva, lo que da muestra de una función muy sensible a los cambios del parámetro  $d$ , dando cuenta de un problema a considerar (el determinar el valor de este parámetro) al modelar una planta utilizando ese tipo de modelación no-paramétrica.

A modo de establecer la relación entre las variaciones que muestra el parámetro  $d$  y el comportamiento del “condicionamiento”, se realiza la Figura 37, donde se debió graficar el logaritmo (base 10) de dicho valor, puesto que fue posible notar escalas demasiado grandes para poder observar las variaciones.

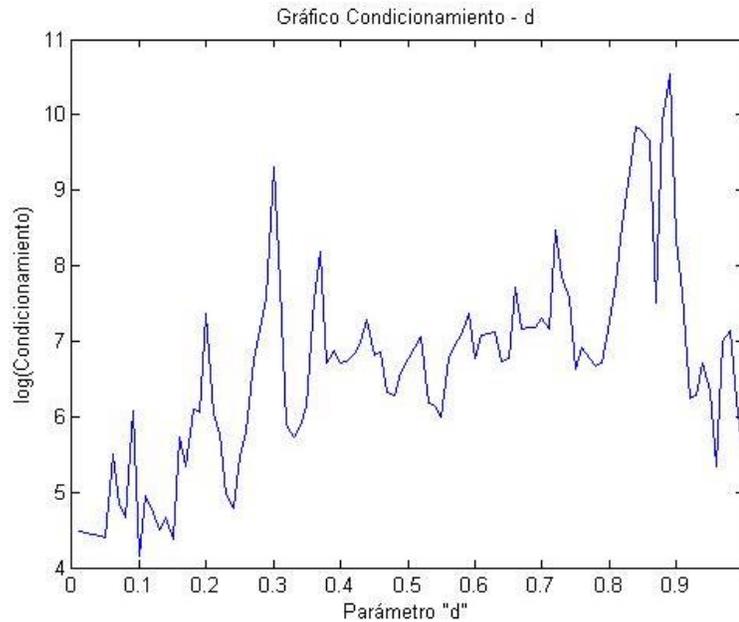


Figura 37: Gráfico condicionamiento en función de  $d$  considerando modelo alternativo

Es posible establecer relación, donde existe correspondencia entre el “condicionamiento” y el valor del residuo ,ya que presenta sus valores más altos y más bajos en puntos cercanos, lo que lleva a que este índice estime qué tan acertado será el cálculo que realiza el modelo.

De forma análoga se efectúa el mismo ejercicio para el caso del parámetro  $\varepsilon$ , considerando a  $d$  como fijo, lográndose en el residuo el gráfico de la Figura 38.

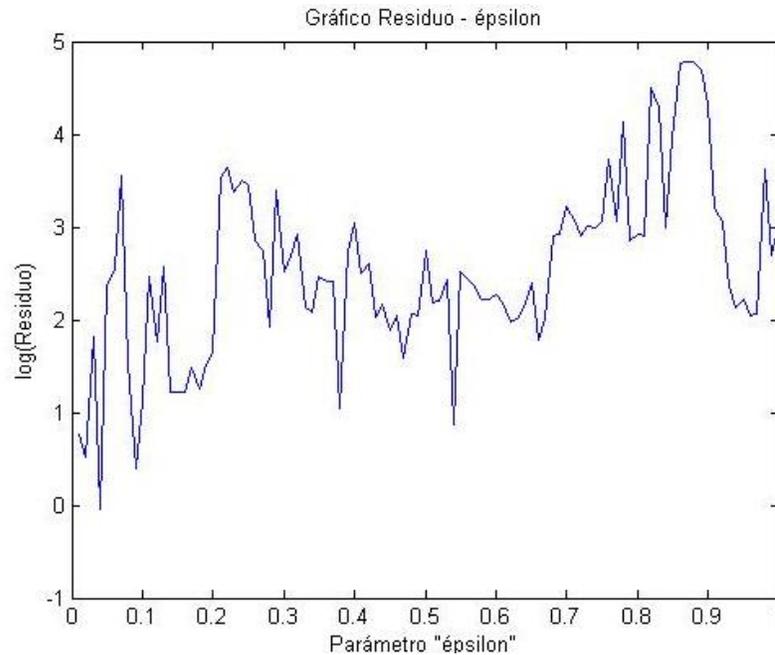


Figura 38: Gráfico residuo en función de  $\epsilon$  considerando modelo alternativo

A partir de cierto momento ( $\epsilon=0,56$ ), en la Figura 38 se puede observar que el residuo alcanza sólo valores muy altos. Además, si se revisa la Figura 36, en la que se expresa el residuo en función del parámetro  $d$ , se aprecia el mismo efecto a partir de un punto muy similar ( $d=0,53$ ), lo que podría establecerse como un punto mínimo a partir del cuál los parámetros son tan grandes que el operador de similitud ya no cumple la función para la que se dispuso, que corresponde a hacer las veces de filtro entre lo que se considera como símil de lo que no, para dos vectores dados.

Siguiendo con la analogía que se está aplicando para el parámetro  $\epsilon$ , con respecto al análisis que se efectuó para  $d$ , las variaciones de este parámetro también deberían afectar la matriz definida como  $A$ , utilizando la misma lógica que se empleó anteriormente. Por ello, se continúa revisando el comportamiento del “condicionamiento” para ver si existe una relación, tal como se muestra en la Figura 39.

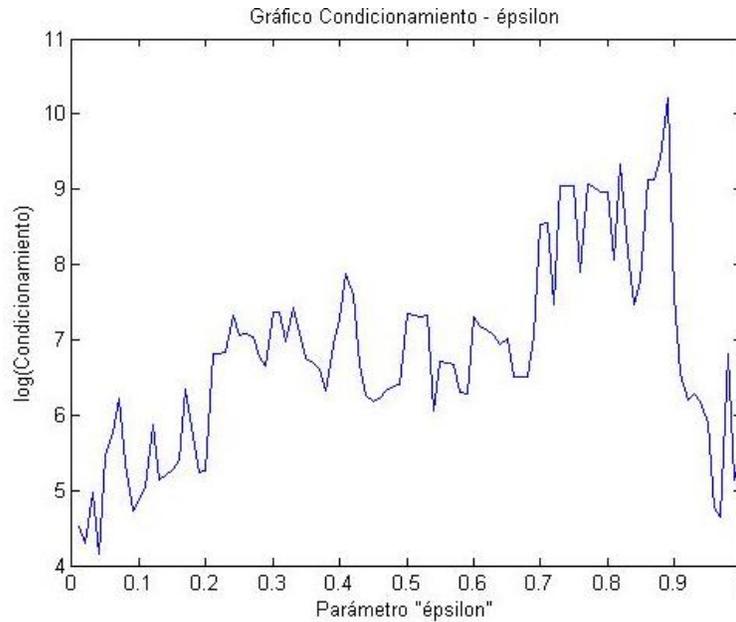


Figura 39: Gráfico condicionamiento en función de  $\varepsilon$  considerando modelo alternativo

En la Figura 39, la tendencia hacia "condicionamientos" muy altos se produce a partir de  $\varepsilon=0,22$ , momento en que la matriz tiende a ser no-invertible, salvo algunas excepciones cercanas a la unidad (1).

Si se compara el gráfico de la Figura 38 con el obtenido en la Figura 39, éste último explica varios aspectos del primero: el punto que resultó tener un menor residuo ( $\varepsilon=0,04$ ), también se mostró como uno de los que obtuvo el condicionamiento más bajo, por lo que la invertibilidad de la matriz  $A$  fue muy alta, mientras que el punto con el mayor condicionamiento también fue uno de los que obtuvo el residuo más alto. Además, las tendencias de ambas curvas tienden a coincidir, por lo que se puede deducir que la calidad de la predicción podría resolverse en función del "condicionamiento".

#### 4.4.1.4.3. RESULTADOS OBTENIDOS

Se considera un conjunto de observaciones compuesto por veinticinco (25) datos, todos ellos clasificados como normales, siendo la misma agrupación utilizada para obtener los primeros resultados logrados (apartado 4.3.1. Figura 19) por el operador que presenta el documento.

En la Figura 40 se muestra la comparación entre la predicción hecha por este modelo alternativo y las medidas observadas en el molino de bolas.

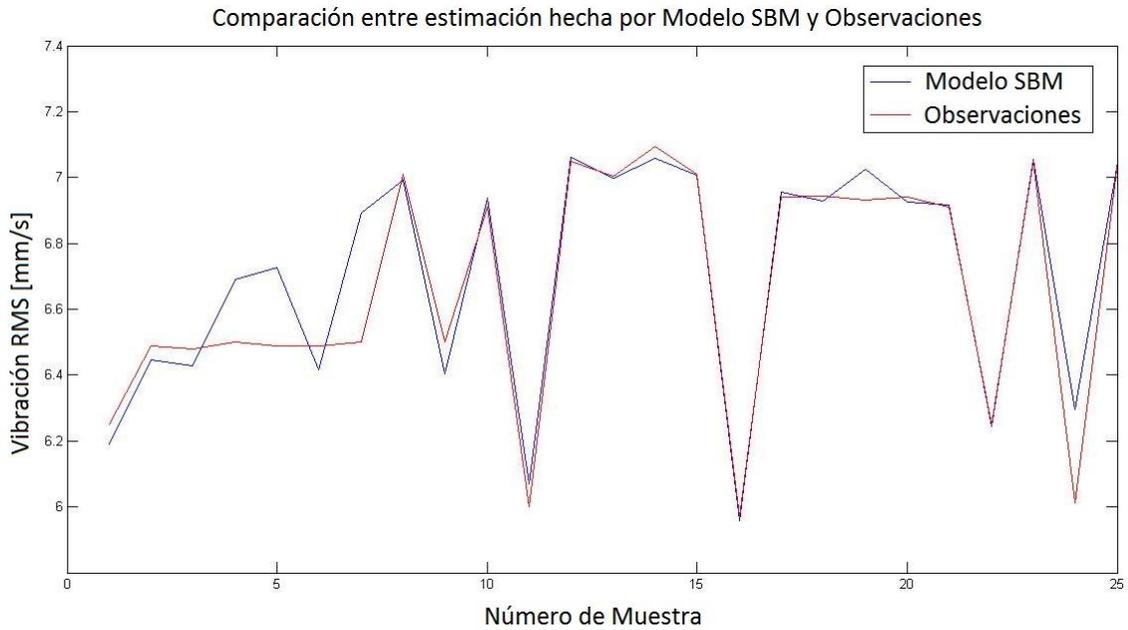


Figura 40: Comparación entre modelo SBM alternativo y observaciones

Considerando la definición de error relativo hecha en apartados anteriores, se calcula dicho indicador, cuyo resultado se grafica en la Figura 41.

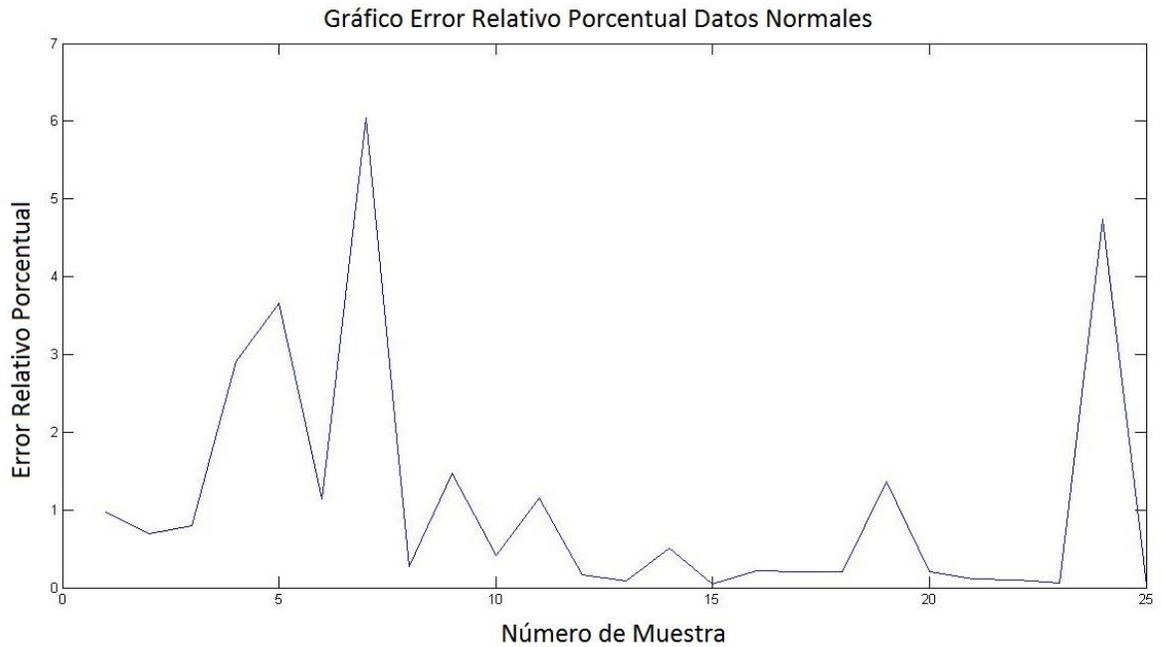


Figura 41: Error relativo porcentual datos normales modelo alternativo

En la Figura 41 se puede apreciar que los errores relativos son muy bajos, siendo el mayor de ellos igual a un 6,05%, mientras que el mínimo fue de sólo un 0,019%. El valor medio del error relativo fue del 1,1%, lo que ratifica el correcto comportamiento del modelo.

#### 4.4.2. VALIDEZ DEL MODELO

Interesa revisar lo que ocurre con otro tipo de modelación, en particular para revisar dos puntos: la linealidad de la planta que se efectuará a través de un modelo ARX y verificar qué tan bueno es el modelo que se llevó a cabo en comparación con uno lineal.

Para ello se utiliza MATLAB para la búsqueda de los coeficientes que definen este tipo de modelación, dada por la ecuación (4.11)

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + e(t) \quad (4.11)$$

Donde el vector  $y(t)$  representa las salidas, mientras que  $u(t)$  es el vector de entradas; vale mencionar que  $e(t)$  es el vector de errores. En cuanto a las matrices de coeficientes, es importante decir que no son constantes, sino más bien polinomios, donde su grado es significativo ya que determina el retardo de la variable que lo multiplica, puesto que son formados por operadores de retardo temporal.

Para la realización de esta tarea, es importante mencionar que la búsqueda del grado de los polinomios en cuestión se hará por simple inspección, revisando cada una de las combinaciones posibles, para finalmente elegir la que obtenga el menor residuo.

Para efectuarlo, se utilizaron los mismos conjuntos de datos que se usaron en SBM, para que la comparación fuera equilibrada, lo que significa que las matrices  $D_i$  y  $D_o$  se emplearon para encontrar los parámetros necesarios por el modelo.

Siguiendo la ecuación lineal dada por (4.11), en la Tabla 10 se resumen los resultados obtenidos:

<b>RESULTADOS PARA MODELO ARX DE LA PLANTA</b>	
<b>Dato</b>	<b>Resultado</b>
A(q)	1
B1(q)	-1.115
B2(q)	-0.6455
B3(q)	29.67
na	0
nb1	1
nb2	1
nb3	1
nk1	0
nk2	0
nk3	0
Función de Pérdida	0.0764
FPE	0.0947
Residuo	1.3821

Tabla 10: Resultados para modelo ARX de la planta

Donde cada prefijo corresponde a:

- na: Número de retrasos de la vibración
- nb1: Número de retrasos para la potencia
- nb2: Número de retrasos para la velocidad
- nb3: Número de retrasos para la constante
- nk1: Retardo entre la vibración y la potencia
- nk2: Retardo entre la vibración y la velocidad
- nk3: Retardo para la constante
- FPE: Error de predicción final de Akaike

Si bien se quiso obtener un modelo dinámico de la planta, esto no fue así, pues los retardos resultaron anulados en el caso óptimo, desde el punto de vista del análisis de menor residuo, por lo que el modelo queda reducido a uno de regresión lineal multivariable.

Una implicancia interesante de comentar, dado los resultados del modelo ARX que se intentó para el molino, es que en su mejor escenario no hubo relación temporal entre los datos, es decir, el dato k-ésimo, sólo depende de las variables en dicho instante. Ello significa que el método de selección de los datos para entrenamiento fue adecuado. Al respecto cabe mencionar que SBM sólo utiliza la comparación entre datos para efectuar una estimación.

Se efectuó una regresión lineal gracias a la herramienta *mvregress()* de MATLAB, que llevó a los mismos coeficientes para las variables de entrada; la linealidad puede estudiarse desde un punto de vista de análisis de varianza, lo cual se llevó a cabo arrojando los resultados que se resumen en la Tabla 11.

<b>ANÁLISIS DE VARIANZA</b>					
	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedios de los cuadrados	F	p-valor
<b>Regresión</b>	2	12,6747	6,3373	72,993	1,9436E-10
<b>Residuos</b>	22	1,9100	0,0868		
<b>Total</b>	24	14,5847			

Tabla 11: Resumen de análisis de varianza

De la información que entrega “p-valor” [10], se puede concluir que el modelo sí es lineal, puesto que el hecho que sea inferior a un umbral de confianza ( $p=0,05$ ), hace que se rechace la hipótesis nula, que para este caso es que los coeficientes del modelo sean todos iguales a cero, lo que es equivalente a decir que ninguna de las variables de entrada tiene influencia en el modelo lineal.

### ANÁLISIS DE COEFICIENTES

	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	p-valor
<b>Intercepción</b>	29,6657	1,9394	15,2957	3,3141E-13
<b>Variable X 1</b>	-1,1152	0,1118	-9,9705	1,2737E-09
<b>Variable X 2</b>	-0,6455	0,1097	-5,8802	6,4476E-06

Tabla 12: Resumen de resultados obtenidos para cada coeficiente

En la Tabla 12, el “p-valor” entrega información sobre el modelo, con la diferencia que la distribución que se utiliza es la t-Student, donde se tienen tres “p-valores” (uno para cada variable), lo que se interpreta como la importancia que tenga o no la variable en el modelo lineal. Así, utilizando el mismo umbral que en el caso anterior ( $p=0,05$ ) es posible concluir que todas las variables, incluida la constante introducida, tienen importancia [10].

En cuanto a resultados comparativos de los modelos, la Tabla 13 resume los datos obtenidos.

### COMPARACIÓN DE RESIDUOS

	SBM	Regresión
<b>Di, Do</b>	6,1567*10 <sup>(-14)</sup>	1,3821
<b>Entrenamiento</b>	0,536	1,0661
<b>Normales</b>	0,4317	1,5502

Tabla 13: Comparación entre modelos

La Tabla 13 entrega los módulos de los residuos para los distintos conjuntos de datos señalados, donde se resalta que si bien la diferencia es baja, es menor para el modelo SBM, lo que significa que es un mejor estimador de vibraciones. Por otra parte vale mencionar que resultaría más simple la modelación lineal, ya que, se debe estimar una menor cantidad de parámetros para efectuar el modelo.

Se puede concluir que en el caso de necesitar un valor estimado con un amplio margen de error, el modelo lineal puede presentarse como una buena aproximación para el caso de detección de anomalías basada en residuos que se trata en este trabajo.

## 4.5. COMPARACIÓN ENTRE RESULTADOS DE LOS MODELOS

Con el fin de establecer la capacidad de predicción de los modelos construidos, se comparan las estimaciones hechas por los modelos (SBM y lineal) con las medidas adquiridas del molino de bolas.

Es por ello que se grafican las estimaciones hechas por el modelo SBM y el lineal respectivamente, para un universo de cincuenta y seis (56) observaciones etiquetadas como normales. No se consideran los datos clasificados como anormales, pues no constituye un escenario propicio para efectuar conclusiones sobre el modelo.

El conjunto de datos que se consideran para este propósito, está constituido por la totalidad de datos normales dispuesto en este estudio, es decir, por todos los datos usados para entrenamiento (a excepción de los que conforman las matrices  $D_o$  y  $D_i$ ) y los utilizados para validación; se consideraron ambas clasificaciones como un solo conjunto, dispuestos de manera aleatoria.

En una revisión previa se comparan los modelos SBM, siendo uno el que se ha utilizado como “oficial” durante este informe, mientras que el otro corresponde al operador alternativo. Ello se expresa en la Figura 42 y Figura 43.



Figura 42: Gráfico comparativo entre estimaciones hechas por modelo SBM y observaciones medidas

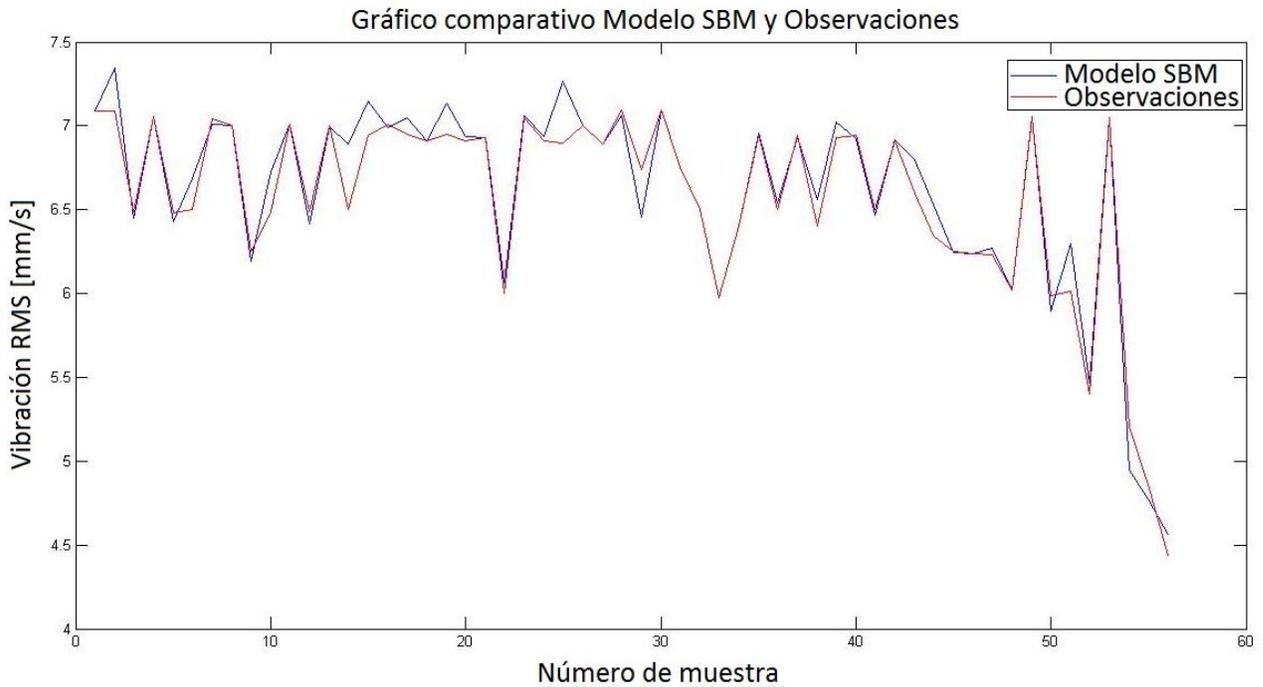


Figura 43: Gráfico comparativo modelo SBM alternativo y observaciones medidas

Si bien ambos modelos muestran aproximar de manera adecuada el comportamiento del molino de bolas, el operador de similitud que aparece como oficial, da cuenta de una mayor cercanía al realizar una inspección de los gráficos.

La comparación entre ambos modelos se hace más notoria desde una mirada más analítica, presentándose como índice de referencia el error relativo con respecto a la señal medida en la máquina. Dicha revisión concluye que ambos modelos contienen un alto porcentaje de errores relativos inferiores al 1%, siendo menor esta cifra en el modelo alternativo (66,07% correspondiente al modelo oficial y 62,5% al modelo alternativo). Además, también comparten errores máximos muy similares, pero que es menor en el modelo presentado como oficial en este documento (5,54% para el modelo oficial y 6% para el caso alternativo). Finalmente, al comparar los errores relativos medios, el modelo alternativo tuvo un error del 1,24%, lo que resultó estar bajo el 0,88% del otro método, concluyéndose que la definición de operador de similitud que se adopta en este trabajo es mejor que la versión alternativa.

En el caso de efectuar la comparación con el modelo lineal de la planta, resulta relevante el poder observar cómo se comporta con respecto a la señal de referencia que conforman las mediciones, lo que se muestra en la Figura 44.

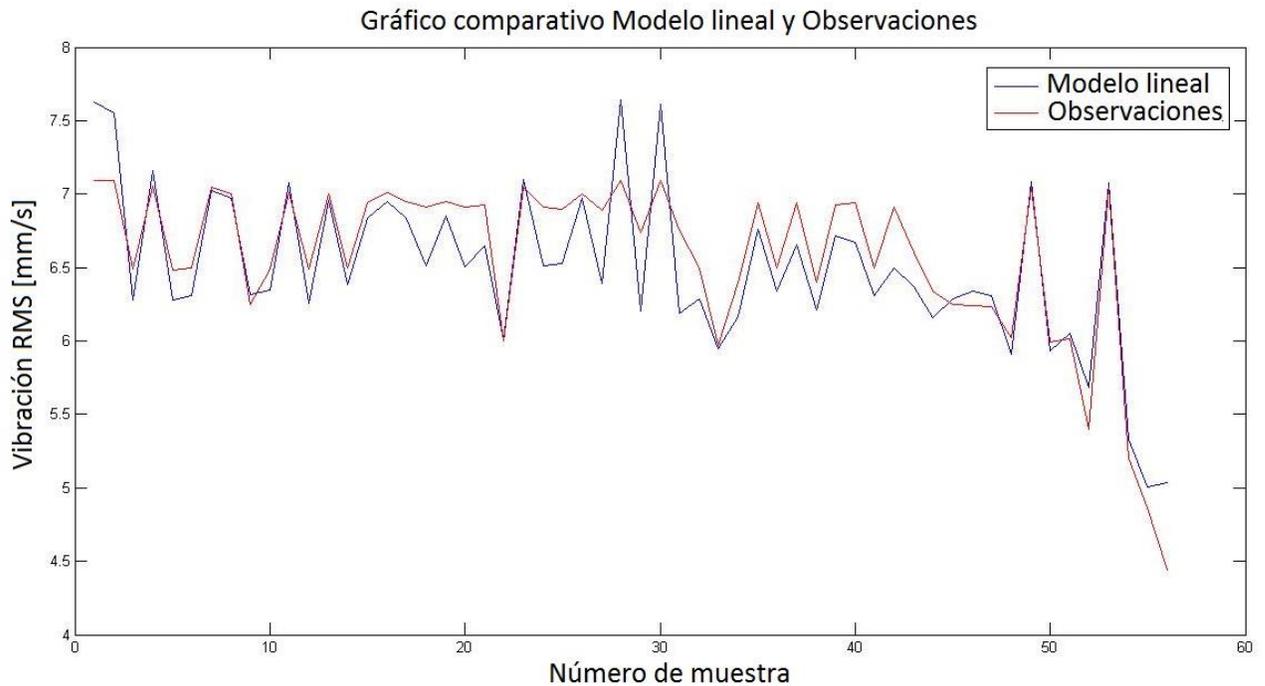


Figura 44: Gráfico comparativo entre estimación SBM y observaciones datos normales

La Figura 44 da muestra de una aproximación muy semejante en varios puntos, los que se caracterizan por las coincidencias entre ambas curvas, pero también da cuenta de otros sectores con diferencias marcadas, que no resultan tan grandes, ya que, su error relativo es de sólo un 3,25% promedio.

En la Figura 45, se establece una comparación entre los dos modelos (SBM y lineal) y las observaciones obtenidas del molino; es posible observar que existe una mayor cercanía entre el modelo SBM (azul) y las observaciones (rojo), lo que indica que éste modelo tiene mayor precisión.

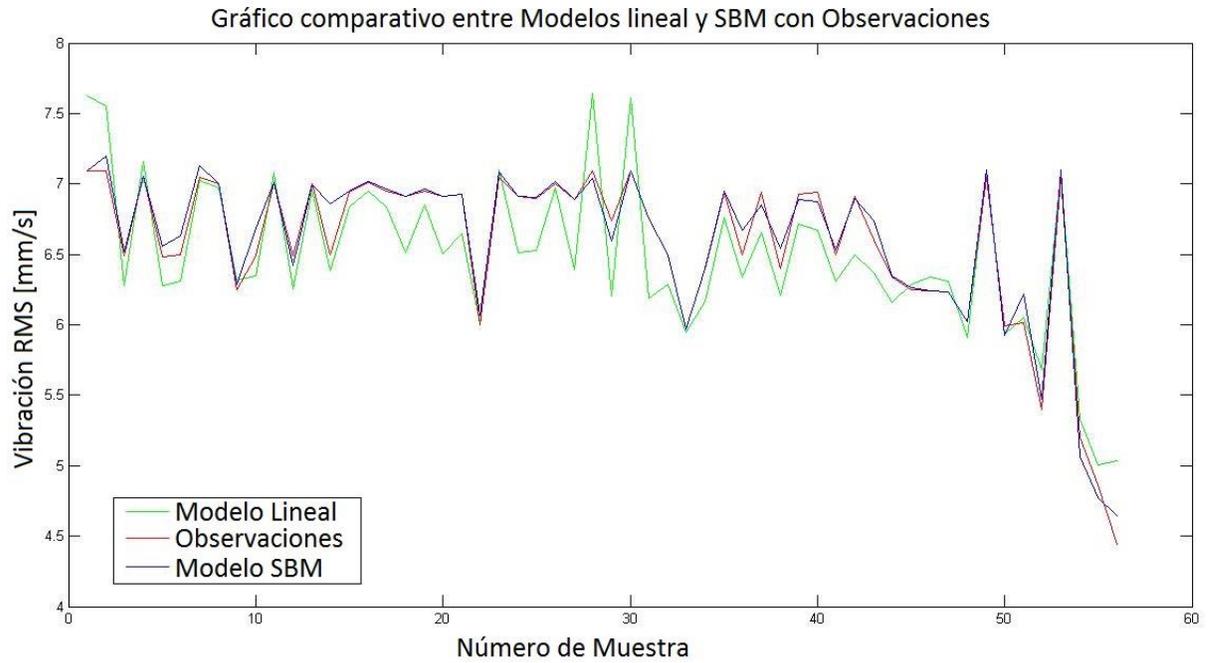


Figura 45: Comparación entre estimaciones hechas por los modelos y observaciones

Finalmente, para hacer más notorias las diferencias, se grafica en la Figura 46 los errores relativos porcentuales para cada punto del dominio de muestras estudiado.

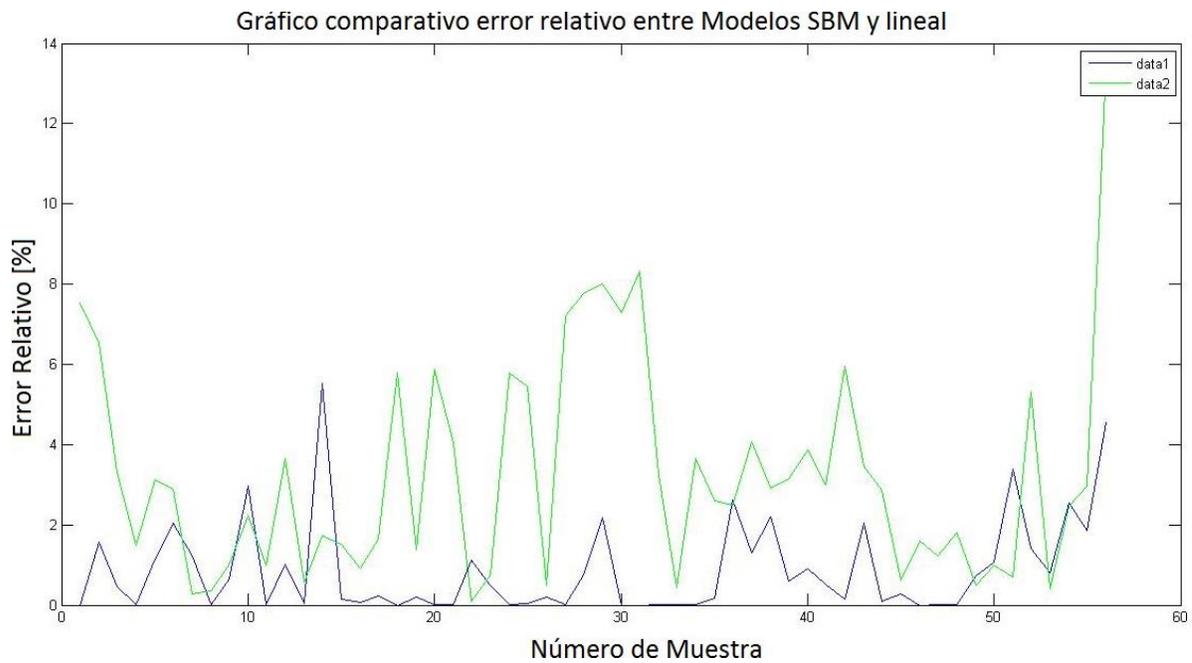


Figura 46: Gráfico comparativo residuo modelo lineal y residuo modelo SBM

## 4.6. VALIDACIÓN

Para la validación del sistema creado, se dispone de un total de cincuenta y seis (56) datos (todos ellos etiquetados), donde treinta y un (31) de ellos son clasificados como normales, mientras que los restantes veinticinco (25) están en la categoría de anómalos.

El esquema para validar utiliza el análisis de residuos que estudia funciones de distribución, donde el vector residual es generado por las treinta y un (31) observaciones que componen el conjunto de datos normales que no fueron utilizados para entrenamiento, a los que se le suma uno de los datos pertenecientes al conjunto etiquetado como anómalo. Ello se realiza veinticinco (25) veces, uno por cada dato que se dice anormal. Vale mencionar que se utilizó una significancia del 95% para la distribución Chi-cuadrado.

En el gráfico de la Figura 47 se muestra la distribución del residuo generado por los treinta y un (31) datos que se etiquetaron como normales, donde la distribución se asemeja a una Normal con media cero. Ello, es para asegurarse que el residuo sigue dicha distribución, pues si lo hace, el cuadrado del residuo debe seguir una Chi-Cuadrado.

En la Figura 48, efectivamente se muestra una distribución Chi-cuadrado, que será la que interesa para determinar si un punto de los que se va a estudiar, es clasificado como anomalía o como un punto normal.

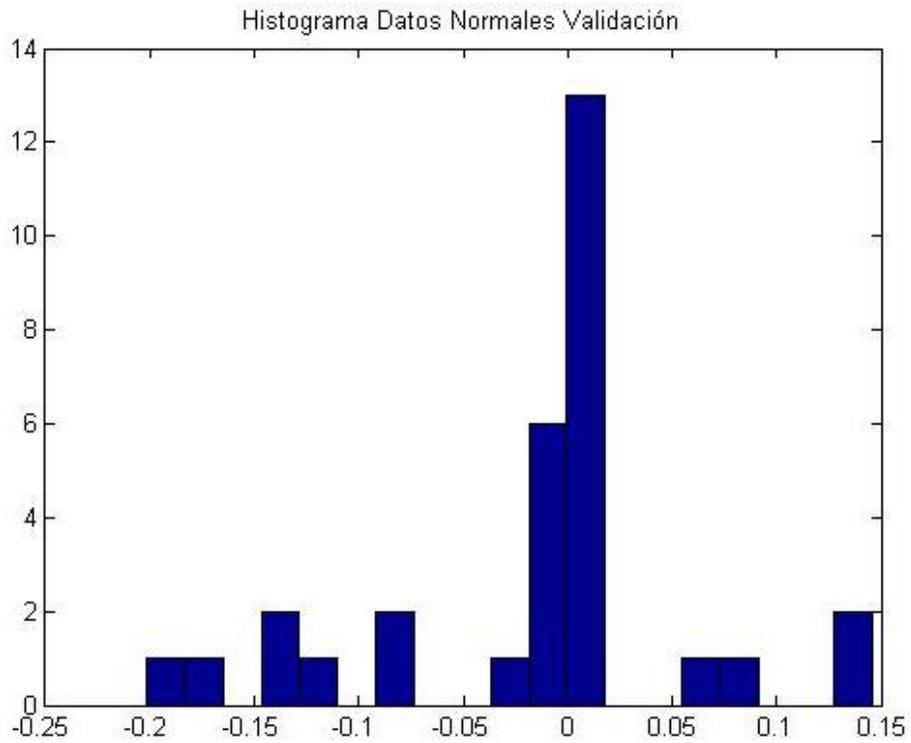


Figura 47: Histograma del residuo generado para datos normales

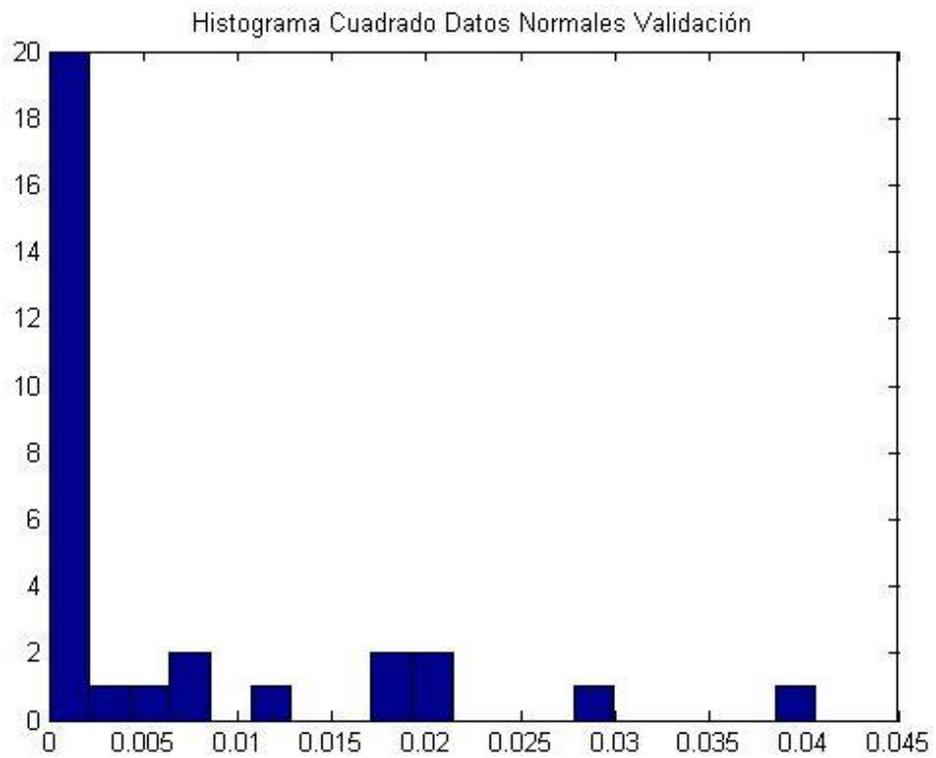


Figura 48: Histograma del cuadrado del residuo generado para datos normales

La idea principal que se persigue en esta técnica de detección de anomalías, es buscar puntos que tengan un residuo sospechosamente alto, lo que genera una interrogante sobre qué es lo que se considera un residuo alto: la respuesta está dada por el vector residual de referencia que entregan los datos etiquetados como normales, puesto que ellos dan la nota sobre lo que es un residuo normal y por encima de ello ya se puede hablar de un dato anómalo.

En términos prácticos del método que se ha implementado, es intuitivo que la gran mayoría de los datos normales tendrán un residuo muy cercano a cero, donde algunas excepciones a las reglas que rige el modelo tendrán residuos más alejados. Si se eleva al cuadrado el vector residual, se tendrá que los residuos menores a uno, alcanzarán un valor aún más cercano al cero, mientras que los mayores a la unidad incrementarán bastante su valor a medida que avanzan en la recta numérica.

La significancia, en este caso particular, se puede entender como el porcentaje de los datos que está más cercano al cero, lo que puede ser comprendido como una barrera estadística, que separa la distribución, Chi-cuadrado en este caso, en dos partes, que es lo que se quiere lograr: un punto que discrimine lo que será considerado como una anomalía y lo que se le llamará dato normal [10].

Esta barrera impuesta por el vector residual que componen los datos normales, puede verse como un parámetro que determina cuan sensible es el modelo, puesto que si es alta, el filtro para llamar anomalía a un dato será más riguroso, mientras que si es baja el criterio será menos estricto. Así, el tamaño de la significancia dependerá del caso a estudiar, puesto que si es muy alta, podría considerar como normales datos que no lo son, mientras que si es muy baja podría clasificar como anormales datos que no están en dicha categoría. Vale mencionar que dado el comportamiento de la planta a estudiar se ha tomado una significancia del 95%, número estándar para este tipo de situaciones.

Dada la distribución del residuo de referencia que se mostró anteriormente, se procede a calcular el valor residual de cada uno de los datos etiquetados como anómalos para verificar si es que el sistema desarrollado es capaz de detectarlo o no.

La Tabla 14 muestra los resultados obtenidos para cada uno de los veinticinco (25) datos etiquetados como anormales, donde se expresa el porcentaje de significancia mínima para detectarlos y si el sistema los detectó o los dejó pasar como puntos normales; también es posible deducir que todos los valores son detectados para el nivel de significancia escogido, lo que conduce a un nivel de efectividad del método del 100%, lo cual representa un buen indicio. Por otro lado, si se considera un nivel de significancia del 90%, existe un punto, que fue etiquetado como normal y que sería detectado como anomalía por la herramienta y corresponde al punto

dado por una potencia de 15,15 MW, una velocidad de 11,98 rpm y una vibración de 4,44 mm/seg.

Si se hace la revisión para una significancia de un 85% hay otra observación clasificada como normal que haría que se encendieran las alarmas, y corresponde al punto dado por una potencia de 14,55 MW, una velocidad de 11 rpm y una vibración de 6,5 mm/seg.

**TABLA RESUMEN DE RESIDUOS**

Dato	Residuo Cuadrado	Significancia
1	1,5856	96,875
2	1,0160	96,875
3	0,3737	96,875
4	1,8602	96,875
5	1,5751	96,875
6	1,9298	96,875
7	2,1732	96,875
8	1,9458	96,875
9	1,7663	96,875
10	1,1032	96,875
11	1,0145	96,875
12	1,1405	96,875
13	0,8341	96,875
14	1,0738	96,875
15	0,7794	96,875
16	0,8516	96,875
17	1,8069	96,875
18	1,1842	96,875
19	1,5087	96,875
20	3,3015	96,875
21	1,8918	96,875
22	2,7221	96,875
23	4,1902	96,875
24	5,5971	96,875
25	6,6723	96,875

Tabla 14: Resumen de datos anómalos para probar el sistema de detección

Por otra parte, vale la pena revisar el comportamiento del modelo lineal que se dispone, con el fin de verificar si es aplicable a este método de detección de anomalías. Para ello, se sigue de la misma manera que con el modelo SBM, graficando el histograma para el residuo del conjunto de

datos normales considerados para validación (Figura 49), además de su valor elevado a dos (Figura 50).

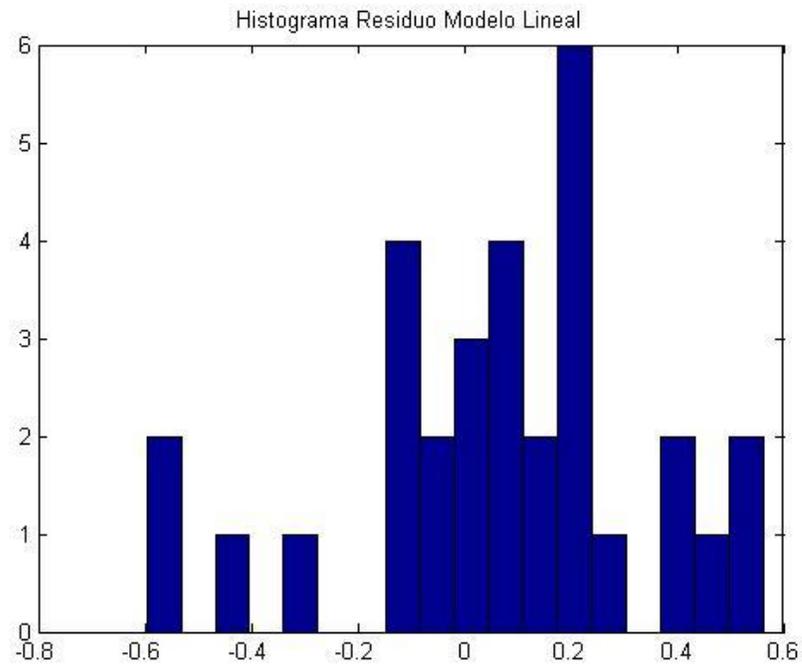


Figura 49: Histograma del residuo para datos normales considerando modelo lineal

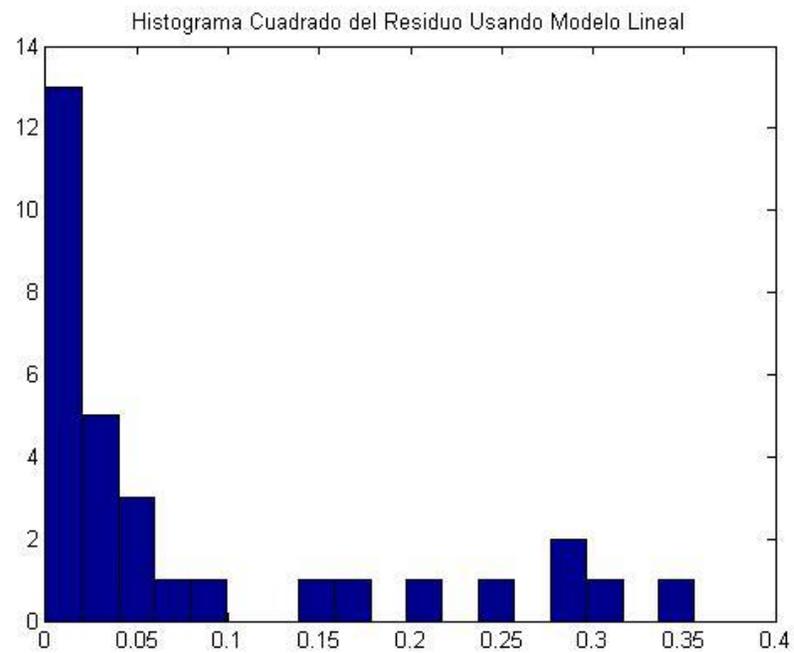


Figura 50: Histograma del cuadrado del residuo para datos normales considerando modelo lineal

El procedimiento es análogo al realizado para el modelo SBM, por lo que se revisa para cada uno de los datos etiquetados como anómalos.

**TABLA RESUMEN RESIDUOS MODELO LINEAL**

Dato	Residuo Cuadrado	Significancia
1	0,4489	96,875
2	0,6555	96,875
3	0,6693	96,875
4	1,7409	96,875
5	1,6814	96,875
6	2,5005	96,875
7	2,5918	96,875
8	2,3889	96,875
9	2,4633	96,875
10	2,0361	96,875
11	1,9847	96,875
12	1,9554	96,875
13	1,5397	96,875
14	1,8179	96,875
15	1,7322	96,875
16	1,5116	96,875
17	1,9187	96,875
18	1,6976	96,875
19	2,0790	96,875
20	3,0338	96,875
21	2,0961	96,875
22	2,4033	96,875
23	3,4354	96,875
24	4,7040	96,875
25	4,8662	96,875

Tabla 15: Tabla resumen residuos modelo lineal

De la Tabla 15 se concluye que usando el modelo lineal se obtienen los mismo resultados que en el caso del modelo SBM, es decir, la linealidad de la planta es tal que hace que este esquema de detección de anomalías funcionó para el 100% de los casos, al considerar una significancia del 95%.

# CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

La minería es una de las industrias que actualmente sufren exigencias y demandas que aumentan con el pasar del tiempo, hecho donde el mantenimiento de las máquinas es fundamental para alcanzar las metas de producción. La ingeniería juega un rol fundamental en el ámbito de detección de fallas/anomalías, permitiendo lograr importantes avances y mejoras, como lo es el detectar de manera temprana una situación que puede resultar en un daño irreparable, con todo el costo económico, material e incluso humano que ello conlleva.

Con este hecho en mente, la presente Memoria de Título propuso estudiar la problemática de detectar anomalías en molinos de bolas, particularmente el tipo *gearless* perteneciente a la Compañía Minera Doña Inés de Collahuasi, ubicada en la Región de Tarapacá, de Chile; el objetivo general que se propuso, fue el de desarrollar una herramienta para realizar la acción de detección temprana, basándose en la generación de residuos utilizando modelación no-paramétrica, enfocándose en las fallas asociadas a los polos quemados del molino, problemática frecuente en este tipo de maquinaria.

Para realizar la labor de detección de anomalías, se desarrolló una herramienta de modelación basada en similitud (SBM), a través del uso de análisis en componentes principales (PCA), de manera de detectar patrones relacionados con los puntos de operación existentes. Como elemento coayudante, se utilizó MATLAB como plataforma, para efectuar los cálculos y así estimar las salidas requeridas. Mediante estas acciones, el método a desarrollar resultó ser bastante eficiente, ya que logró realizar estimaciones muy cercanas a los datos medidos, comprobando la efectividad de las técnicas hechas.

El análisis asociado a fallas por polos quemados, se hizo a través del estudio de las vibraciones a las que es sometida la máquina, comprobando correlaciones existentes entre ésta y otras variables (potencia y velocidad angular), donde fue posible observar una marcada correlación negativa entre los datos etiquetados como vibraciones anormales y la potencia, además de otra, pero en menor escala, para observaciones clasificadas como normales, aunque de todos modos bastante mayor a la correlación entre la potencia y el conjunto de datos completo como uno solo. En este punto la velocidad no mostró mayores correlaciones con sus pares, sin embargo, si se visualiza el conjunto de entrada como un vector cuyas dimensiones son la potencia y la velocidad, su norma dos sí muestra una correlación negativa con la vibración, lo que se interpreta como la viabilidad de la aplicación del modelo SBM propuesto, ya que existen patrones de comportamiento..

Se llevó a la práctica la herramienta desarrollada, modelando la planta a través del conjunto de ciento seis (106) datos etiquetados, con un conjunto de entrenamiento consistente en cincuenta (50), dejando los restantes cincuenta y seis (56) para validación, lo que arrojó resultados satisfactorios, pues al comparar con los resultados reales medidos, se obtuvieron errores relativos muy bajos, donde para el conjunto de datos de entrenamiento que no conformaron las matrices del modelo, arrojaron un error relativo promedio del 1,11%, mientras que para el conjunto de observaciones consideradas para validación, dicho porcentaje alcanzó el 0,79%. Las excepciones fueron constituidas por dos puntos que tuvieron errores relativos del 4,54% y el 2,63%, pero en general un gran número de los errores (64,52%) se encontraron bajo el 1%, lo cual muestra una gran precisión.

Los parámetros  $d$  y  $\varepsilon$ , revisten una parte importante dentro de los cálculos, puesto que la estimación puede arrojar resultados erróneos (no poder efectuar los cálculos pertinentes por estar en presencia de matrices singulares) si dichas constantes están mal asignadas. Ello, en parte importante, porque define los coeficientes de la matriz ( $A$ ) que es necesario que sea invertible, pues se calcula su inversa en una parte del proceso. El problema es que cuando tiende a ser singular también se comporta de manera muy inestable. Para ello se encontró un índice, que aparece en los textos de análisis numérico bajo la denominación de “condicionamiento”, el que demostró su utilidad, pues varía de manera conjunta con la singularidad, tal y como pudo verse de manera gráfica (Figura 34).

Con respecto a los parámetros que componen el operador de similitud triangular ( $d$  y  $\varepsilon$ ), se realizaron pruebas con el fin de estudiar su comportamiento, en ellas se encontraron rangos de valores para los cuales se obtienen modelos capaces de realizar estimaciones cercanas a los valores medidos, localizándose una región delimitada por una combinación lineal de dichas constantes (ecuación (4.6), (4.7), (4.8) y (4.9)). Por otra parte, se llevaron a cabo pruebas a partir de estimaciones empíricas para la determinación de dichas constantes, de donde se concluye que un buen método para esta tarea lo constituye el calcular el promedio de las distancias entre los datos y finalmente multiplicar dicho valor por dos tercios ( $2/3$ ).

Con respecto a la modelación basada en residuos se efectuó una revisión para determinar la influencia del operador destinado a realizar la tarea de comparar vectores y concluir sobre su similitud. En ella, se pudo comprender que la forma de este operador hace variar el comportamiento la matriz que determina el vector de pesos, puesto que la hace más tendiente hacia la singularidad, tal y como se mostró en la Figura 34, hecho que implicó obtener predicciones menos precisas para una gran cantidad de pares ( $d, \varepsilon$ ). Además, se mostró una gran variabilidad en la capacidad del modelo SBM, con respecto a los parámetros  $d$  y  $\varepsilon$ , de obtener buenas estimaciones de las observaciones medidas en el molino de bolas, transformándose la

búsqueda de estas constantes en un problema difícil relativo a lo que significa con el operador de similitud “oficial” usado en este trabajo .

En cuanto al análisis de residuos, vale la pena mencionar que funcionó a la perfección el método propuesto, ya que mostró una efectividad de un 100% al ser testeado por el conjunto de cincuenta y seis (56) observaciones, donde treinta y un (31) de ellas fueron clasificadas como normales y las restantes como anómalas (25). El método de revisar las funciones de distribución puede parecer menos formal (que usar el test de Scheffé, por ejemplo), pero demostró ser muy preciso. Las condiciones exigidas por el Test de Scheffé fueron cumplidas por el conjunto de datos, sin embargo, no se obtuvieron los resultados esperados al realizar su implementación, lo que se explicaría por algún error en la programación que no fue detectado.

Al comparar el modelo SBM con uno lineal, éste último demostró ser más simple y que podía entenderse una relación lineal entre las variables de entrada y salida, lo que se tradujo en que se vieran residuos relativamente bajos (error relativo promedio del 3,25%), que podrían ser de utilidad si se necesita una aproximación a priori de una entrada dada; además, se revisó el caso de llevar a cabo el mismo esquema de detección, pero usando el modelo lineal, donde se obtuvo el mismo nivel de significancia que en SBM (95%) y la misma efectividad (100%).

Se propone, como desafío a futuro, una extensión de los trabajos efectuados en esta Memoria de Título que puedan incluir otros modos de fallas que afectan al molino, utilizando para ello, información basada en los demás ensayos no destructivos aplicados a esta máquina. Junto con ello la aplicación a otras máquinas, puesto que, tal como se mencionó anteriormente en las conclusiones, la detección de anomalías fue muy eficiente.

Desde el punto de vista de la implementación, se propone crear soluciones para encontrar los parámetros  $d$  y  $\varepsilon$  de manera más expedita, además de realizar la tarea de revisión de histogramas del error de una manera más analítica y menos gráfica que la que se llevó a cabo en este documento.

# REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Alcántara, J. (2008). *Diseño Práctico de un Molino de Bolas*. (Tesis para obtener el Título de Ingeniero Mecánico). Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México.
2. Álvarez, G. *Vista frontal funcionamiento molino de bolas* [fotografía]. (s.f.). Recuperado de [http://profesores.elo.utfsm.cl/~agv/elo323/2s06/projects/GerardoAlvarez/proyecto\\_fin\\_al.html](http://profesores.elo.utfsm.cl/~agv/elo323/2s06/projects/GerardoAlvarez/proyecto_fin_al.html)
3. Araya, J. (1997), *Estimación de parámetros para su aplicación en diagnóstico de fallas*. (Tesis de maestría en Ciencias de la Ingeniería). Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile.
4. Bonilla, M., Olmeda, I. & Puertas R. (2003). Modelos Paramétricos y No-Paramétricos en Problemas de Credit Scoring. *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, 23(118), 840.
5. Chandola, V., Banerjee, A. & Kumar, V. (2009). Anomaly Detection: A Survey. *ACM Computing Surveys*.
6. Chiang, L., Russell, E. & Braatz, R. (2001). Fault Detection and Diagnosis in Industrial System. *Industrial Control Centre*, Escocia, Gran Bretaña: Springer.
7. González, G., Orchard, M., Cerda, J., Casali, A. & Vallebuona, G. (s.f.). Local Models for Soft-sensors in a Rougher Flotation Bank. *Departamentos de Ingeniería Eléctrica y Minas*. Universidad de Chile, Santiago, Chile.
8. Isermann, R. (1984). Process Fault Detection Based on Modeling and Estimation Methods – A Survey. *International Federation of Automatic Control*. Gran Bretaña.
9. Isermann, R. (2005). An Introduction to Fault Tolerance. *Fault-Diagnosis System*, Darmstadt, Alemania: Springer.
10. Lacourly, N. (2002). Estadística. *Departamento de Ingeniería Matemática*. Universidad de Chile, Santiago, Chile.
11. León, A. (2011). *Detección de Anomalías en Procesos Industriales Usando Modelos Basados en Similitud*. (Memoria para optar al Título de Ingeniero Civil Electricista). Universidad de Chile, Santiago, Chile.

12. Molino de Bolas GMD [foografía]. (s.f.). Recuperado de [http://www04.abb.com/global/seitp/seitp202.nsf/0/25efd94d3b3713cac1257842003e08a8/\\$file/toromocho\\_538.jpg](http://www04.abb.com/global/seitp/seitp202.nsf/0/25efd94d3b3713cac1257842003e08a8/$file/toromocho_538.jpg)
13. Olarte, W., Botero, M. & Cañon, B. (2010). *Técnicas de Mantenimiento Predictivo Utilizadas en la Industria*. Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia.
14. Romo, J. & Morales, N. (1982). Máquinas Sincrónicas. *Departamento de Ingeniería Eléctrica*. [Publicación N° 38]. Universidad de Chile, Santiago, Chile.
15. Romo, J., Morales, N., Valdenegro, A. & Palma, R. (1996). Máquinas Eléctricas. *Departamento de Ingeniería Eléctrica*. Universidad de Chile, Santiago, Chile.
16. Sandoval, R. (2011). *Análisis de Utilización de Motores de Inducción de Rotor Bobinado en el Accionamiento de un Molino de Bolas*. (Memoria para optar al Título de Ingeniero Civil Electricista). Universidad de Chile, Santiago, Chile.
17. Stoer, J. & Bulirsch, R. (1992). *Introduction to Numerical Analysis*. Berlin, Alemania: Springer [Second edition].
18. Tejada, W. (2010). *Análisis Dinámico de Molino SAG*. (Memoria para optar al Título de Ingeniero Civil Mecánico). Universidad de Chile, Santiago, Chile.
19. Tobar, F., Yacher, L., Paredes, R. & Orchard, M. (2011). Anomaly detection in power generation plants using similarity-based modeling and multivariate analysis. *American Control Conference, 1940-1945*.
20. Varas, M. (2000). Introducción a Cálculo Numérico. *Departamento de Ingeniería Matemática*. Universidad de Chile, Santiago, Chile.
21. Vista esquemática molino de bolas [fotografía]. (s.f.). Recuperado de [http://www.portonartesano.com.ar/modules/Diccionario\\_Artistico/images/Ceramica/molino-de-bolas.jpg](http://www.portonartesano.com.ar/modules/Diccionario_Artistico/images/Ceramica/molino-de-bolas.jpg)

# ANEXO: FUNCIONES MATLAB

Este anexo incluye los códigos implementado en MATLAB y que fueron utilizados para obtener los resultados que fueron mostrados en esta Memoria de Título, son tres las funciones que conforman este apartado y se detallan a continuación:

## 1. FUNCIÓN “funcion\_D”

```
function delta = funcion_D(A,B)
%Definición de los parámetros
d=0.1;
e=0.04;

%Resta de los vectores a comparar bajo el operador de similitud
R=A-B;

%Definición de la función por rama
aux=norm(R,2);

if aux<d-e
    delta = d-aux;

else
    delta = e;
end

end
```

## 2. UNCIÓN “doble\_v”

```
function find_W1 = doble_v(Di,x)

%Definición tamaño
[~,n] = size(Di);

%Matriz llamada “A” durante el documento
S=zeros(n,n);

for i=1:n
    for j=1:n
        S(i,j) = funcion_D(Di(:,i),Di(:,j));
    end
end

%Vector denominado “b” durante la Memoria
Z=zeros(n,1);

for k=1:n
    Z(k,1) = funcion_D(Di(:,k),x);
end
```

```

end

%Cálculo "vector de pesos"
if det(S)==0
    find_W1=0;
else
    find_W1=S\Z;
end

end

```

### 3. FUNCIÓN "calc\_SBM"

```

function SBM=calc_SBM(Do,Di,x)
%Tamaño "vector de pesos"
[~,n] = size(Di);

%Determinacion "vector de pesos"
w1 = doble_v(Di,x);

if w1==0
    SBM=0;
else
    suma=0;
    for i=1:n
        suma = suma+w1(i);
    end

w = w1/suma;

%Cálculo final estimación hecha por SBM
SBM = Do*w;

end

end

```