



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

**MODELACIÓN DE LA SEDIMENTACIÓN EN EL EMBALSE RAPEL:
DELTA Y CORRIENTE DE TURBIDEZ**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

JAVIER ESTEBAN BALBONTÍN BELTRÁN

**PROFESOR GUÍA:
YARKO NIÑO CAMPOS**

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
JAVIER GONZÁLEZ SANDOVAL
ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS**

**SANTIAGO DE CHILE
AGOSTO 2013**

MODELACIÓN DE LA SEDIMENTACIÓN EN EL EMBALSE RAPEL: DELTA Y CORRIENTE DE TURBIDEZ

El presente trabajo consiste en la modificación del modelo numérico MOSSEM desarrollado en la tesis de Magíster de González (2006) y su utilización para estudiar los procesos de sedimentación en el embalse Rapel, VI Región, Chile.

El objetivo general es el estudio y aplicación del modelo de sedimentación en el embalse Rapel, considerando el delta de sedimento grueso del comienzo del embalse y la eventual corriente de turbidez que se desarrollaría a lo largo del embalse. Para esto se analizan las ecuaciones asociadas a la corriente de turbidez y se realizan modificaciones en la ecuación de conservación de sedimentos para ajustarla de mejor forma a la geometría utilizada por el modelo. Además, en la ecuación de momentum integrada en una sección transversal, se estudia su aplicabilidad y el efecto producido por cada término de ésta, diferenciándola de la ecuación integrada en la vertical.

Se describen las actividades asociadas a la salida a terreno en los principales cauces afluentes al embalse Rapel: los ríos Cachapoal y Tinguiririca. El objetivo es determinar las características de los sedimentos que transportan ambos cauces y realizar una estimación del coeficiente de rugosidad de Manning a utilizar en la modelación. La granulometría del sedimento grueso se obtiene a través de un software que utiliza imágenes de alta resolución tomadas en la salida. Luego se deben extraer los sedimentos finos de las muestras obtenidas en cada cauce, lo cual se realiza utilizando dos metodologías: filtración y evaporización del agua de las muestras. Finalmente se obtiene la granulometría de los sedimentos finos utilizando un granulómetro láser y la densidad mediante ensayos de gravedad específica de sólidos.

La modelación de la sedimentación del embalse Rapel se realiza desde el año 1971, cuando finaliza el llenado de éste, hasta el fin del año 2009. Existen antecedentes de batimetrías medidas en el verano del año 2010, por lo que éstas fueron de gran utilidad para analizar el comportamiento del modelo.

Finalmente se discuten los resultados obtenidos en la simulación, donde se observa una sobreestimación del volumen de sedimento grueso depositado en el embalse, al ser comparado con el volumen estimado con mediciones en terreno. En el caso de los sedimentos finos, el modelo predice una sedimentación menor a la medida en terreno, por lo cual, se propone una conceptualización alternativa que pueda utilizarse en estudios futuros.

Agradecimientos

Quiero agradecerle a toda mi familia por todo el apoyo que he recibido en todo momento, a mis papás Tatiana y Omar por todo el esfuerzo que han realizado para ayudarme a poder terminar este proceso, además la preocupación que han tenido en todo momento y siempre confiar en mí. A mis hermanas: la tantán, la maca y la tete, por toda su buena onda siempre y compañía. A mis abuelas Mané y Rosa, ya que siempre han estado preocupadas y dispuestas a ayudarme en lo que sea.

También es necesario darles las gracias a tod@s los amig@s incluyendo a los deportistas, ebríos, suneros, guaraní, pelados, larrys, etc, por hacer mi paso por esta ciudad mucho más agradable y relajado de lo que hubiese sido sin ellos. A todos los amigos de la U, desde plan común, pasando por Civil y terminando con los hidráulicos, ya que hicieron de la carrera algo más que sólo temas académicos. He conocido gente muy valiosa en mi estadía por acá, la buena onda de todos siempre agradece y estoy seguro que he construido muy buenas amistades las cuales estoy seguro (si hombre.) perdurarán en el tiempo. A mis amig@s de infancia, quienes siempre han estado en las buenas y en las feas, y siempre confiaron en que este proceso terminaría de buena forma.

Agradecerle a la toda la gente de esta gran Universidad, a los profes y funcionarios, gente de la cual aprendí mucho, al profe Yarko, que siempre estuvo disponible a ayudarme en todo momento en este trabajo, a Javier y también al profe Aldo que también siempre tuvieron la mejor disposición a ayudarme.

Finalmente decir que estoy muy contento y tranquilo al terminar esta etapa y espero seguir compartiendo con cada una de las personas que he conocido en este largo camino, saludos a todos y muchas gracias!!.

Tabla de Contenido

1	INTRODUCCIÓN.....	1
1.1	MOTIVACIÓN.....	1
1.2	OBJETIVOS DEL ESTUDIO	1
1.2.1	General.....	1
1.2.2	Específicos	1
1.3	METODOLOGÍA DEL TRABAJO	2
1.4	ORGANIZACIÓN DEL INFORME	2
2	ANTECEDENTES BIBLIOGRÁFICOS Y DESCRIPCIÓN DEL MODELO	4
2.1	DESCRIPCIÓN DE LA ZONA DE ESTUDIO.....	4
2.1.1	Batimetría 1968 y 2010	4
2.1.2	Hidrología y Gasto Sólido en Suspensión.....	6
2.1.3	Cotas de operación del embalse	7
2.2	FENÓMENO DE ACUMULACIÓN DE SEDIMENTOS Y PÉRDIDA DE CAPACIDAD DE ALMACENAMIENTO EN UN CONTEXTO GLOBAL	7
2.3	DESCRIPCIÓN DE MOSSEM (GONZÁLEZ 2006)	8
2.3.1	Escurrimiento en Cauces Naturales.....	8
2.3.2	Transporte de Sedimento Grueso y Gasto Sólido de Fondo	11
2.3.3	Transporte de Sedimento Fino y Corriente de Turbidez	15
3	ANÁLISIS Y MODIFICACIÓN DE LAS ECUACIONES DE SEDIMENTO FINO UTILIZADAS EN MOSSEM.....	23
3.1	CONTEXTO GENERAL.....	23
3.2	CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DE LA CORRIENTE DE TURBIDEZ	24
3.3	ANÁLISIS DE LAS ECUACIONES GOBERNANTES DE LA CORRIENTE DE TURBIDEZ (GONZÁLEZ 2006).....	26
3.3.1	Turbulencia.....	27
3.3.2	Aproximación de Aguas Someras y Análisis de Escala	27
3.3.3	Integración de las Ecuaciones	31
3.3.4	Hipótesis de Autosimilaridad	37
3.3.5	Ecuaciones Integradas en la vertical.....	41
3.4	ANÁLISIS DE LOS FACTORES DE FORMA Y FLUJOS TURBULENTOS	42
3.4.1	Ecuación de Momentum.....	42
3.4.2	Ecuación de Conservación de Sedimentos	44
3.5	MODIFICACIÓN DE LA ECUACIONES DE SEDIMENTOS.....	45
3.5.1	Incorporación de la capacidad de Resuspensión	45
3.5.2	Ecuación de Conservación de Sedimentos de la Corriente de Turbidez.....	45
3.5.3	Variación del Lecho debido al Sedimento Fino	46
3.6	EXPERIMENTO DE TONIOLO (2003) Y MODIFICACIÓN DE LA CONDICION DE BORDE AGUAS ABAJO	46
3.6.1	Montaje Experimental y Resultados Preliminares.....	46
3.6.2	Modificación de Condiciones de Borde	48
3.6.3	Resultados Definitivos.....	48
4	SALIDA A TERRENO: CARACTERIZACIÓN DE LOS SEDIMENTOS AFLUENTES AL EMBALSE RAPEL	50
4.1	OBJETIVOS.....	50
4.2	PLANIFICACIÓN	50
4.3	VISITA A LOS CAUCES AFLUENTES AL EMBALSE.....	51
4.3.1	Cachapoal	51
4.3.2	Tinguiririca	52
4.4	ANÁLISIS DE LOS SEDIMENTOS DEL LECHO.....	54
4.4.1	Río Cachapoal.....	54
4.4.2	Río Tinguiririca	55
4.4.3	Granulometría del Lecho Afluente al Embalse Rapel	56
4.4.4	Determinación del Coeficiente de Rugosidad de Manning	57
4.5	EXTRACCIÓN DEL SEDIMENTO EN SUSPENSIÓN DE LAS MUESTRAS.....	58

4.5.1	Filtración	58
4.5.2	Evaporación del agua de las muestras	62
4.6	ANÁLISIS DEL SEDIMENTO FINO	63
4.6.1	Densidad	64
4.6.2	Granulometría.....	65
5	MODELACIÓN DEL EMBALSE RAPEL	68
5.1	PARÁMETROS DE MODELACIÓN Y CONDICIONES INICIALES.....	68
5.2	CONDICIONES DE BORDE	69
5.3	RESULTADOS.....	70
6	ANÁLISIS DE LA MODELACIÓN Y DE SUS RESULTADOS	72
6.1	ESCURRIMIENTO SUPERFICIAL.....	72
6.2	GASTO SÓLIDO DE FONDO	73
6.3	SEDIMENTO FINO Y CORRIENTE DE TURBIDEZ	73
6.4	MEDICIONES BATIMÉTRICAS EN TERRENO.....	76
7	COMENTARIOS Y CONCLUSIONES	78
	REFERENCIAS	80
	ANEXO A: BATIMETRÍA 1968.....	I
	ANEXO B: CARACTERÍSTICAS DE LOS PERFILES TRAPECIALES UTILIZADOS EN LA MODELACIÓN ANTES DE LAS INTERPOLACIONES.....	XVII
	ANEXO C: GRANULOMETRÍAS OBTENIDAS EN EL CAPÍTULO 4	XVIII
	ANEXO D: FOTOGRAFÍAS UTILIZADAS EN LA DETERMINACIÓN DE LA GRANULOMETRÍA DEL LECHO.	XXI

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Motivación

La construcción de un embalse produce una modificación en las propiedades del escurrimiento de un cauce, aumenta la altura de escurrimiento y disminuye la velocidad de éste. En consecuencia, se reduce la capacidad de transporte del escurrimiento y aumenta la depositación de sedimentos en el fondo del embalse. La principal consecuencia de la acumulación de sedimentos corresponde a la pérdida de capacidad de almacenamiento. Este fenómeno puede ocasionar la inutilización de un embalse en relativamente poco tiempo.

Una vez que el cauce confluye al embalse, las partículas más gruesas comienzan a depositarse antes que las finas, produciendo lo que se denomina un *delta*, el cual avanza hacia aguas abajo mediante avalanchas de sedimento aportados por el cauce afluente. Por otro lado, si la concentración de sedimento fino en el cauce afluente es lo suficientemente alta se produce la estratificación del embalse, produciendo una *corriente de turbidez*, que inicia su recorrido en el punto de *inmersión*. La corriente de turbidez avanza sumergida, transportando a las partículas finas largas distancias (Mulder y Alexander 2001) y depositándolas incluso en zonas cercanas al muro (De Cesare et al. 2001).

El modelo MOSSEM desarrollado por González (2006) se aplica al embalse Rapel, en donde se ha observado un importante aumento de los niveles del fondo del lecho debido a los procesos de sedimentación. Campañas a terreno realizadas por ENDESA (2010) y Lecaros (2010) indican que existe depositación de sedimentos gruesos y finos, formando un delta al comienzo y produciendo un aumento de la cota del fondo en las zonas cercanas al muro debido a los sedimentos finos.

1.2 Objetivos del Estudio

1.2.1 General

El objetivo general corresponde a estudiar las ecuaciones de la corriente de turbidez del modelo matemático MOSSEM y realizar un estudio de la sedimentación en el embalse Rapel, considerando el delta al comienzo y la corriente de turbidez a lo largo del embalse.

1.2.2 Específicos

Como objetivos específicos se consideran:

- Incorporar la capacidad de resuspension de sedimentos finos a la corriente de turbidez.
- Determinar las características de los sedimentos transportados por los cauces afluentes al embalse Rapel.
- Aplicar el modelo al embalse Rapel, comparando los resultados obtenidos con el levantamiento topográfico realizado por ENDESA (2010) y la batimetría medida con ecosonda por Lecaros (2011).
- Realizar un análisis del estado del modelo y de su aplicación en el embalse Rapel.

1.3 Metodología del Trabajo

La metodología considera las siguientes etapas:

- **Describir las ecuaciones que rigen el movimiento de los sedimentos en embalses.**

Se presenta la deducción de las ecuaciones que gobiernan el transporte y movimiento del sedimento grueso y de la corriente de turbidez en embalses descritas por González (2006).

- **Modificar las ecuaciones del modelo numérico MOSSEM.**

Se modifican las ecuaciones de conservación de sedimentos finos de la corriente de turbidez y del lecho. Luego éstas se programan en el código de MOSSEM, para su posterior aplicación. Además, para verificar la programación, se simula el experimento de Toniolo (2003), el cual consiste en una corriente de turbidez que atraviesa por un cambio de pendiente.

- **Determinar las características de los sedimentos afluentes**

Se realiza una salida a terreno a los ríos Cachapoal y Tinguiririca con el fin de determinar las granulometrías de los sedimentos finos y gruesos. Además, la densidad de los sedimentos finos, y así, obtener mayor precisión de los gastos sólidos existentes en el embalse.

- **Estimar el gasto sólido de fondo y en suspensión afluente al embalse.**

El gasto sólido en suspensión se obtendrá a partir de mediciones realizadas en las estaciones Tinguiririca en los Olmos y Cachapoal en Puente Arqueado hasta el año 1993, luego al no existir mediciones, se utiliza la relación entre el caudal y el gasto sólido en suspensión determinada por Lecaros (2011) para cada río. En el caso del gasto sólido de fondo, se deberá estimar utilizando las relaciones que utiliza el modelo numérico y extrapolar el valor del gasto sólido de fondo obtenido dentro la zona del embalse.

- **Incorporación de la batimetría previa a la operación del embalse.**

Se cuenta con perfiles obtenidos de planos topográficos del año 1968 proporcionados por ENDESA y descritos por Lecaros (2011), los cuales se utilizan como situación inicial de la zona del embalse.

- **Aplicar el modelo modificado al embalse Rapel.**

Se ejecutará el modelo en el embalse Rapel, obteniéndose los valores de los volúmenes de depositación de los sedimentos finos y gruesos en el embalse. Los cuales son analizados y comparados con las estimaciones realizadas en terreno.

1.4 Organización del Informe

Para realizar la modelación de la sedimentación en el embalse Rapel, es necesario conocer las principales características de la zona de estudio y del modelo que se utiliza para simular los procesos sedimentación del embalse. Además, se realiza un análisis de las ecuaciones de la corriente de turbidez, ya que, se cree que este fenómeno es el principal responsable del transporte y la posterior depositación de los sedimentos finos en el embalse.

Por lo tanto, para cumplir con los objetivos planteados, el informe presenta los siguientes capítulos:

- **Introducción:** Se presentan los principales fenómenos que pueden ocurrir debido a la sedimentación de las partículas finas y gruesas, los objetivos y la metodología planteada en el trabajo.
- **Antecedentes Bibliográficos y Descripción del Modelo:** Se entregan los antecedentes del embalse Rapel que serán de utilidad en la modelación y se realiza una descripción de los principales módulos del modelo de simulación de sedimentación en embalses (MOSSEM).
- **Análisis y Modificación de las Ecuaciones de Sedimento Fino Utilizadas en MOSSEM:** Incluye el contexto en el cual la corriente de turbidez adquiere relevancia en la sedimentación en embalses, además, se analizan las ecuaciones que gobiernan la dinámica de la corriente y las modificaciones realizadas.
- **Salida a Terreno: Caracterización de los Sedimentos Afluentes al Embalse Rapel:** Se caracterizan los sedimentos transportados por los cauces afluentes al embalse Rapel, las granulometrías de los sedimentos finos y gruesos, además de la densidad de los sedimentos finos y el coeficiente de rugosidad de Manning a utilizar posteriormente en la modelación.
- **Modelación del Embalse Rapel:** En este capítulo se describen las características de la modelación como las condiciones iniciales, condiciones de borde y los algunos parámetros necesarios para el funcionamiento del programa. Luego se presentan los resultados de la modelación de la sedimentación en el embalse Rapel.
- **Análisis de la Modelación y de sus Resultados:** Se realiza un análisis del comportamiento de los módulos del modelo durante la simulación y de los resultados obtenidos en la depositación de los sedimentos finos y gruesos en el embalse Rapel.
- **Conclusiones:** Se presentan las conclusiones del estudio de sedimentación y comentarios del funcionamiento del modelo junto con sugerir algunas las líneas de trabajo a futuro.

2 ANTECEDENTES BIBLIOGRÁFICOS Y DESCRIPCIÓN DEL MODELO

2.1 Descripción de la Zona de Estudio

El embalse Rapel se ubica en el límite de las provincias Cardenal Caro y Cachapoal, pertenecientes a la sexta región del Libertador Bernardo O'Higgins. Está formado por la junta del río Rapel con el estero Alhué. Posee aproximadamente unos 35 km de largo, alcanzando un ancho máximo de 5 kilómetros en la cubeta Alhué, reduciéndose a unos 100 metros en el muro. Tiene como fecha de inicio de llenado el año 1968, el cual culminaría el año 1971, comenzado su operación. El río Rapel, está formado por la junta del río Cachapoal y el Tinguiririca, los cuales aportan aproximadamente el 87% del caudal afluente (Benítez 1984).

Los afluentes al embalse Rapel, como se detalla en el Capítulo 4, poseen una granulometría extendida, característica de cauces chilenos, en la cual existen sedimentos finos y gruesos. Los sedimentos finos están constituidos principalmente de arcilla y limo, mientras que los gruesos de arena y grava.

El embalse se puede dividir en tres zonas: Alhué, Las balsas y Muro; las cuales se esquematizan en la Figura 2.1.

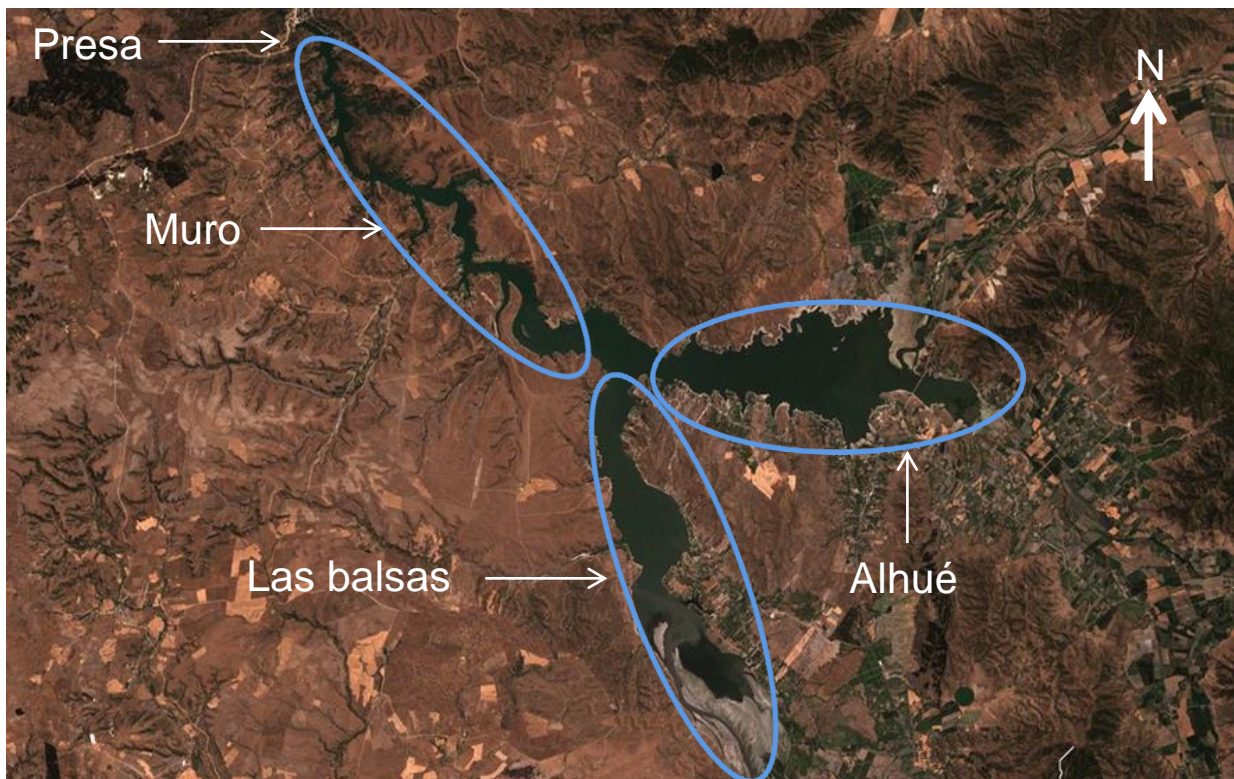


Figura 2.1 Esquema del embalse Rapel.

2.1.1 Batimetría 1968 y 2010

Se cuenta con información de planos topográficos del embalse rapel previos al comienzo del llenado, proporcionados por ENDESA a Lecaros. Los planos se realizaron el año 1959 e incluyen la topografía hasta la cota 110 m s.n.m., a partir de estos datos se obtuvieron perfiles

batimétricos transversales de la situación base, los que se presentan en el Anexo A. En la Tabla 2.1 se presenta un resumen de la batimetría del año 1968.

Tabla 2.1 Resumen de la Batimetría del año 1968.

Perfil	Distancia al Muro [km]	Cota del fondo [m s. n. m.]	Perfil	Distancia al Muro [km]	Cota del fondo [m s. n. m.]
PC1	35,92	101,78	P15	16,38	72,10
PC2	34,68	98,84	P16	15,20	72,09
P1	33,38	95,36	P17	14,13	69,73
P2	32,34	94,28	P18	13,00	69,35
P3	30,49	92,85	P19	11,48	63,52
P4	29,80	90,74	P20	10,09	60,96
P5	28,94	89,67	P21	9,02	52,62
P6	28,13	87,25	P22	8,06	46,44
P7	26,57	86,33	P23	7,12	47,89
P8	25,06	84,15	P24	6,18	43,22
P9	23,90	84,22	P25	5,19	39,72
P10	23,06	80,74	P26	3,92	35,34
P11	21,78	80,97	P27	2,91	28,27
P12	20,72	79,21	P28	1,95	30,42
P13	19,49	78,13	P29	1,00	21,06
P14	18,42	75,13	P30	0,00	15,97

Además se cuenta con mediciones batimétricas realizadas el verano del año 2010 por ENDESA desde el kilómetro 17,2 hasta el 34,9 desde el muro. Esta información es complementada con la campaña a terreno realizada por Lecaros a fines del año 2010.

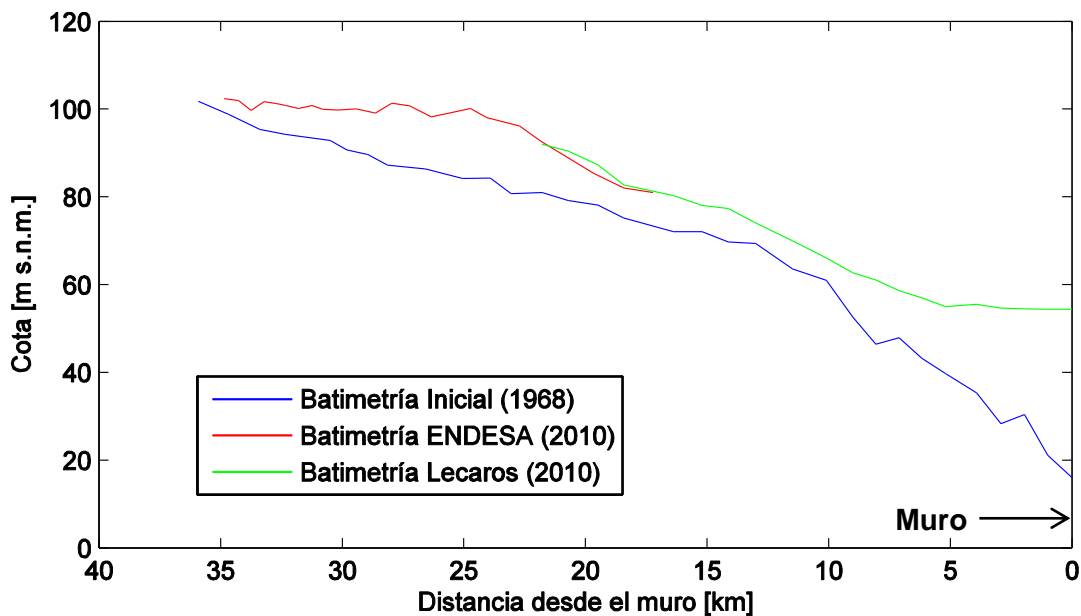


Figura 2.2 Batimetrías del embalse Rapel.

A partir de estos datos, es posible determinar el volumen de sedimentos embancados en la operación del embalse hasta el año 2010, lo cual se realiza integrando mediante el método de los trapecios los perfiles transversales del año 1968, obteniendo el área de sedimentos depositados en cada perfil. Luego se multiplica el promedio de las secciones adyacentes con la distancia entre estos perfiles para obtener el volumen embancado, obteniéndose un volumen total de sedimentos es de aproximadamente de 112 millones de m^3 , de donde 94 millones de m^3 corresponderían a sedimento grueso y 18 millones de m^3 a sedimento fino, considerando la depositación de los 18 kilómetros más cercanos al muro se debe al sedimento fino y lo restante al sedimento grueso.

Tabla 2.2 Distribución del volumen depositado en el embalse Rapel según mediciones.

Perfiles	Distancia entre Perfiles [m]	Volumen Depositado [Millones m^3]	Perfiles	Distancia entre Perfiles [m]	Volumen Depositado [Millones m^3]
PC1-PC2	1.242,2	1,40	P15-P16	1.182,4	0,54
PC2-P1	1.300,0	2,34	P16-P17	1.070,7	0,49
P1-P2	1.045,9	2,88	P17-P18	1.130,7	0,38
P2-P3	1.846,6	8,18	P18-P19	1.516,2	0,34
P3-P4	685,4	4,94	P19-P20	1.392,6	0,77
P4-P5	860,7	8,80	P20-P21	1.072,7	0,81
P5-P6	813,7	10,14	P21-P22	956,1	0,88
P6-P7	1.561,5	16,04	P22-P23	943,7	0,74
P7-P8	1.508,5	10,20	P23-P24	939,5	0,57
P8-P9	1.157,4	6,87	P24-P25	982,4	0,64
P9-P10	841,5	5,67	P25-P26	1.273,3	1,37
P10-P11	1.277,9	8,06	P26-P27	1.012,2	1,85
P11-P12	1.067,3	3,33	P27-P28	958,7	1,87
P12-P13	1.221,3	2,98	P28-P29	952,5	2,53
P13-P14	1.070,1	2,00	P29-P30	998,1	2,88
P14-P15	2.042,1	1,70	Total	35.923,9	112,21

2.1.2 Hidrología y Gasto Sólido en Suspensión

Se cuenta con información de dos estaciones fluviométricas: Cachapoal en Puente Arqueado y Tinguiririca en Los Olmos, las cuales son las más cercanas al embalse en los respectivos ríos. Estas estaciones tienen datos de caudales medios diarios entre los años 1968 y 2010, además de información de gasto sólido a nivel diario entre 1968 y 1991. A partir de estos datos Lecaros (2011) generó relaciones potenciales entre el gasto sólido en suspensión y caudal, las cuales presentan la siguiente forma:

$$Q_s = a \cdot Q^b \quad (2.1)$$

donde Q_s es el gasto sólido en suspensión en $ton/día$ y Q es el caudal medio diario en m^3/s , a y b son constantes que dependen del tipo de régimen hidrológico del cauce. Para ambos ríos se asumió que el régimen pluvial corresponde a los meses entre abril y septiembre, mientras que el régimen nival al periodo entre octubre y marzo de cada año. En el caso del régimen pluvial del río Tinguiririca se tienen dos situaciones, $Q < 150 m^3/s$ y $Q > 150 m^3/s$. Los valores de las constantes a y b para cada caso se presentan en la Tabla 2.3.

Tabla 2.3 Valores de las constantes de la relación caudal-gasto sólido en suspensión (Lecaros 2011).

Cachapoal	Pluvial	Nival
a	0,0626	0,987
b	2,1557	1,746

Tinguiririca	Pluvial		Nival
	Q<150 [m^3/s]	Q>150 [m^3/s]	
a	1,7849	0,0033	2,3402
b	1,3283	2,6323	1,4934

En la Tabla 2.4 se tiene la masa de sedimentos finos aportados por cada río en el periodo comprendido entre enero de 1971 y diciembre del 2009.

Tabla 2.4 Masa afluyente de sedimentos finos aportada por cada río.

	Cachapoal	Tinguiririca	Total
Masa [ton]	86.287.794,5	41.328.394,5	127.616.189

2.1.3 Cotas de operación del embalse

Se utilizan los datos disponibles de ENDESA desde el año 1971 hasta el 2002. Entre los años 2002 y 2010 se utiliza la estadística disponible en el sitio web de la Comisión Nacional de Energía. Estos valores se incorporan al modelo como condición de borde en la zona del muro para la resolución del flujo en el embalse.

2.2 Fenómeno de Acumulación de Sedimentos y Pérdida de Capacidad de Almacenamiento en un Contexto Global

Las consecuencias derivadas por la acumulación de sedimentos en un embalse son múltiples, entre las que se encuentran: el aumento continuo de los niveles del fondo del cauce afluyente, elevando el nivel de los acuíferos del sector y aumentando el riesgo de inundación durante las crecidas; la modificación de los ecosistemas del embalse, debido a la interacción con materias orgánicas, la adsorción de metales tóxicos (González 2006) y el aumento de la capacidad de erosión del cauce hacia aguas abajo puede afectar a las estructuras, como a los ecosistemas emplazados en el sector (Fan y Morris 1992).

En la década de los ochenta, se estimaba que a nivel mundial los embalses perdían su capacidad del orden del 1% anual (Mahmood 1987). En los noventa, China ya poseía más de 80.000 embalses, presentado a la época la tasa de pérdida más grande del mundo, con un promedio de 2,3% anual (Zhou 2007), además, se consideraba que en los embalses con capacidad mayor a 10 millones de m^3 la acumulación de sedimentos se convirtió en su problema principal, resultando una pérdida conjunta del 14,3% de la capacidad total de 80,4 billones de m^3 , llegando en algunos casos al 50% (Chunhong 1995). En España, en la cuenca del río Guadalquivir, hay embalses que han perdido el 95% de su capacidad inicial (Palau 2002).

En Chile, la información existente es limitada a algunas campañas de terreno realizadas en los embalses Rapel (Benítez 1983) y Cogotí (López 1991). Además, en el embalse Rapel, se ha observado que la depositación sedimentos ha producido un importante aumento en los niveles del fondo en la totalidad del embalse (Lecaros 2011).

2.3 Descripción de MOSSEM (González 2006)

El modelo de Simulación de Sedimentación en Embalses (MOSSEM) desarrollado por González (2006), éste involucra tres módulos, cada uno orientado a un proceso de la sedimentación en embalses:

- Resolución del flujo con transiciones de régimen entre subcrítico y supercrítico.
- Transporte de sedimento grueso con granulometrías extendidas.
- Transporte de sedimento fino considerando la posibilidad de formación de corriente de turbidez.

En las siguientes secciones se describen las ecuaciones gobernantes de cada uno de los módulos y el esquema numérico utilizado según la descripción de González (2006).

2.3.1 Escurrimiento en Cauces Naturales

El flujo en cauces naturales se determina a partir de las ecuaciones de Saint-Venant, éstas se pueden obtener a partir de balances de masa y momentum en un volumen control de sección transversal A y largo dx . La deducción de las ecuaciones se puede observar en González (2006).

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(Q^2/A)}{\partial x} = -gA \frac{\partial Z}{\partial x} - g \frac{n^2 Q|Q|}{A R_h^{4/3}} \quad (2.3)$$

Donde A corresponde a la sección transversal del escurrimiento, Q es el caudal, g es la aceleración de gravedad, Z es el nivel de la superficie libre del flujo, n es el coeficiente de rugosidad de Manning y R_h es el radio hidráulico.

De la ecuación de momentum (2.3) se debe mencionar que el primer término del lado derecho engloba los efectos a la fuerza de presión y al peso, las cuales son determinadas en conjunto mediante el gradiente longitudinal de superficie libre. El segundo término del lado derecho corresponde a la fuerza de roce ejercida por el lecho al flujo estimado mediante la relación de Manning, donde el valor absoluto indica que esta fuerza es siempre contraria a la dirección del movimiento.

Los principales supuestos de estas ecuaciones son (Chow 1988):

- La profundidad y la velocidad varían sólo en la dirección longitudinal, por lo tanto, en cada sección transversal la velocidad es constante y la superficie libre es horizontal.
- El flujo es gradualmente variado a lo largo del cauce, tal que las aceleraciones verticales pueden despreciarse y la ley hidrostática es válida.

- Los efectos de la curvatura del eje longitudinal del cauce es despreciable.
- La pendiente del fondo es pequeña y los cambios del lecho son muy pequeños en comparación con los del flujo (hipótesis cuasi-estática).
- Los coeficientes de resistencia para el flujo uniforme y permanente son aplicables al caso impermanente no uniforme, por lo cual la ley de resistencia de Manning es válida.
- El fluido es incompresible y la densidad constante a lo largo del flujo.

El esquema numérico utilizado por MOSSEM para resolver las ecuaciones de Saint-Venant es el de Ying et al. (2004), esquema basado en la técnica de volúmenes finitos, explícito, capaz de tratar flujos transcíticos y geometrías irregulares (González 2006).

Las ventajas del esquema de Ying, es que resuelve las ecuaciones de Saint-Venant utilizando los mismos términos de la ecuación (2.3). Utilizar el gradiente de superficie libre evita problemas que pueden manifestarse por un trato inadecuado de las pendientes de fondo, lo cual puede generar soluciones no conservativas y flujos numéricos (Ying et al. 2004).

Este esquema realiza una aproximación upwind para calcular los flujos en las interfaces de cada celda y el gradiente de superficie libre utilizado es determinado mediante una ponderación entre el número de Courant aguas arriba y aguas abajo del punto correspondiente.

A continuación se presenta el detalle del esquema numérico según la descripción realizada por el autor (Ying et al. 2004) y las modificaciones realizadas por González (2006), las cuales utiliza actualmente el modelo MOSSEM.

Las ecuaciones (2.2) y (2.3) son escritas en su forma conservativa como:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = S(U) \quad (2.4)$$

donde U , $F(U)$ y $S(U)$ son los vectores de las variables conservadas, los flujos y los términos fuente respectivamente, definidos como:

$$U = \begin{bmatrix} A \\ Q \end{bmatrix}, \quad F(U) = \begin{bmatrix} Q \\ \frac{Q^2}{A} \end{bmatrix}, \quad S(U) = \begin{bmatrix} 0 \\ -gA \frac{\partial Z}{\partial x} - g \frac{n^2 |Q| |Q|}{A R_h^{4/3}} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

El dominio se discretiza utilizando una malla centrada en el nodo, como se muestra en la Figura 2.3. En la malla, hay N nodos, N-1 interfaces entre celdas y dos interfaces extremas. Las variables conservadas se definen en el centro de cada celda y representan el valor promedio en cada una de ellas, mientras el flujo es calculado en la respectiva interfaz.

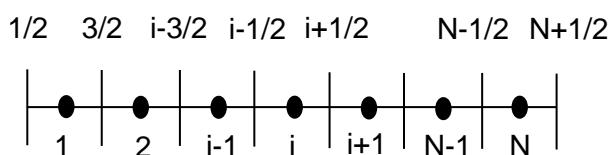


Figura 2.3 Definición de la malla.

Integrando la ecuación (2.4) en la i -ésima celda de largo Δx_i entre los instantes t y $t + \Delta t$ indicados como n y $n + 1$, se obtiene la siguiente ecuación discretizada:

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x_i} (F_{i+\frac{1}{2}} - F_{i-\frac{1}{2}}) + \Delta t S_i \quad (2.6)$$

donde Δx_i es el largo de la celda i -ésima y $F_{i+\frac{1}{2}}$ es el flujo en la interfaz $i + \frac{1}{2}$, el cual se determina como:

$$F_{i+\frac{1}{2}}^n = \begin{bmatrix} Q_{i+k}^n \\ \frac{(Q_{i+k}^n)^2}{A_{i+k}^n} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

el valor de k depende de la dirección del flujo en los nodos vecinos a la interfaz $i + \frac{1}{2}$, de modo que, $k = 0$ si $Q_i > 0$ y $Q_{i+1} > 0$, $k = 1$ si $Q_i < 0$ y $Q_{i+1} < 0$ y $k = \frac{1}{2}$ en otro caso.

Una de las modificaciones propuestas por González (2006) reside en el cálculo de los flujos, en el caso de existir caudales con signos opuestos, es decir. $k = \frac{1}{2}$, ésta se basa en el gradiente de superficie libre según la siguiente ecuación:

$$F_{i+\frac{1}{2}}^n = \begin{bmatrix} F_{i+\frac{1}{2},1}^n \\ F_{i+\frac{1}{2},2}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Q_i^n + Q_{i+1}^n}{10} - \frac{4}{5} g A_i^n \Delta t \frac{(Z_{i+1}^n - Z_i^n)}{(x_{i+1} - x_i)} \\ \frac{(F_{i+\frac{1}{2},1}^n)^2}{A_i^n} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

El término fuente del lado derecho de la ecuación (2.6) se determina como:

$$S_i = \begin{bmatrix} 0 \\ -g A_i^{n+1} \left[w_1 \left(\frac{\partial Z}{\partial x} \right)_{down} + w_2 \left(\frac{\partial Z}{\partial x} \right)_{up} \right] - g \frac{n^2 Q_i^n |Q_i^n|}{A_i^n (R_{h_i}^n)^{4/3}} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

los gradientes de superficie libre se definen a partir de las siguientes expresiones:

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial x} \right)_{down} = \frac{Z_{i+1-k} + Z_{i-k}}{x_{i+1-k} - x_{i-k}}, \quad \left(\frac{\partial Z}{\partial x} \right)_{up} = \frac{Z_{i+k} + Z_{i-1+k}}{x_{i+k} - x_{i-1+k}} \quad (2.10)$$

En este punto es donde está la segunda y última modificación realizada al esquema por González (2006) que consiste en el cálculo del coeficiente k según la ecuación (2.11), para luego evaluar los gradientes de superficie libre aguas arriba y aguas abajo del nodo i , así como en los ponderadores w_1 y w_2 definidos a partir del número de Courant C_r :

$$k = \begin{cases} 0 & \text{si } Q_i > 0 \\ 1 & \text{si } Q_i \leq 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

$$V_i = |Q_i^n|/A_i^n \quad (2.12)$$

$$C_r^{down} = \frac{\Delta t}{x_{i+1-k} - x_{i-k}} \frac{V_{i+1-k} + V_{i-k}}{2}, \quad C_r^{up} = \frac{\Delta t}{x_{i+k} - x_{i-1+k}} \frac{V_{i+k} + V_{i-1+k}}{2} \quad (2.13)$$

$$w_1 = 1 - C_r^{down}, \quad w_2 = C_r^{up} \quad (2.14)$$

Como se puede observar, el esquema numérico funciona en dos etapas. Primero se resuelve la ecuación de continuidad obteniendo el área de escurrimiento y los niveles de la superficie libre en el instante $n + 1$, para luego utilizar estos valores en la resolución de la ecuación de momentum y obtener el caudal en el tiempo $n + 1$. Ambas ecuaciones se resuelven explícitamente, por lo que la estabilidad del esquema está sujeta a la condición de Courant-Friedrichs-Levy:

$$N_{CFL} = Max \left[\frac{\Delta t}{\Delta x_i} \left(|V_i| + \sqrt{\frac{gA_i}{l_{wi}}} \right) \right] \leq 1 \quad 1 \leq i \leq N \quad (2.15)$$

donde l_{wi} es el ancho superficial de la sección de escurrimiento.

Las condiciones de borde se materializan introduciendo dos nodos fantasmas al dominio computacional definido en la Figura 2.3. En estos nodos se especifican las variables conservadas y sus gradientes. En el caso en que el flujo afluente sea subcrítico, el caudal se especifica en el nodo fantasma aguas arriba y la elevación de la superficie libre se obtiene mediante una extrapolación de los dos nodos interiores adyacentes. Para un flujo afluente supercrítico, se especifica el caudal y el nivel de la superficie libre en el nodo fantasma de aguas arriba. Si el efluente no tiene restricciones, los valores del nodo fantasma aguas abajo se obtienen mediante extrapolación lineal de los dos nodos interiores adyacentes para ambas variables. Si el efluente tiene una superficie libre específica, este valor se utiliza en el nodo fantasma aguas abajo.

2.3.2 Transporte de Sedimento Grueso y Gasto Sólido de Fondo

Las partículas gruesas se trasladan manteniéndose en las cercanías del lecho mediante uno de los siguientes mecanismos: deslizamiento, rotación y/o saltación. En el deslizamiento, la partícula se desplaza sin rotar en contacto permanente con el lecho; en la rotación, la partícula se desplaza girando en torno a sí misma sin desprenderse del lecho; y la saltación, el principal mecanismo de transporte de las partículas gruesas, corresponde a una sucesión de coaliciones entre la partícula y el lecho, realizándose un continuo traspaso de momentum del flujo hacia la partícula.

Se ha propuesto que la saltación se realiza en una delgada capa sobre el lecho con un espesor aproximado de dos veces el diámetro de las partículas (Bagnold 1956). Luego Niño y García (1998) demostraron experimentalmente que la altura media corresponde a ese valor y la longitud de salto varía entre 5 y 15 veces el diámetro de la partícula.

Estimar el gasto sólido es seguramente el aspecto más difícil a abordar en el transporte de sedimentos. Desde la década de los cincuenta se han propuesto métodos basados en diferentes enfoques y utilizando distintas metodologías. Sin embargo, ninguna ha podido ser lo suficientemente aceptada, esto debido principalmente a la gran dependencia del proceso con las condiciones locales de cada cauce.

Los enfoques más clásicos en la proposición de metodologías de cálculo del gasto sólido de fondo corresponden al de Bagnold (1956) y el de Einstein (1950).

El enfoque de Bagnold considera que el gasto sólido de fondo es proporcional al exceso de esfuerzo de corte en el fondo por sobre el esfuerzo de corte crítico, donde el esfuerzo de corte crítico es el valor en el cual las partículas comenzarían el movimiento incipiente. Este enfoque es la base en la fórmula de Meyer-Peter y Müller (1948), la cual es una de las más antiguas y utilizadas en el mundo. También utilizando este enfoque de movimiento incipiente se encuentra la relación de Ackers y White (1973). Uno de los principales inconvenientes de la utilización del criterio de movimiento incipiente, es la aplicación en granulometrías extendidas, esto debido a que el movimiento es observado para muchos estados de flujo, pero involucrando distintos tamaños, además, estas fórmulas han sido desarrolladas para sedimentos de tamaño uniforme, por lo que su aplicación a granulometrías extendidas no es directa.

Por otro lado, el enfoque de Einstein considera el proceso de saltación, por lo cual, el proceso es de carácter estocástico, introduciendo distribuciones de probabilidades para representar el movimiento de las partículas. Por lo tanto, este enfoque no tiene restricciones para el inicio del movimiento, y el umbral puede definirse considerando un valor para el cual la tasa es muy pequeña, tal que el cambio morfodinámico es prácticamente despreciable en las escalas de tiempo que son de interés. Otro aspecto, es que siempre existe la probabilidad de movimiento de una partícula, debido a que tarde o temprano la turbulencia puede incorporarla al transporte. Este enfoque es la base de las fórmulas de Parker (1990) y Wilcock y Crowe (2003) utilizadas por MOSSEM.

En 1971 Hirano introduce el concepto de capa activa, que permitió incorporar conceptos que permiten entender de mejor forma el proceso. Uno de ellos es que el flujo de sedimentos del fondo debe basarse en la distribución de tamaños del lecho, esto debido a la necesidad de reconocer las partículas que no están expuestas al flujo, debido a que no pueden ser incorporadas al gasto sólido de fondo.

Otro concepto de importancia es el escondimiento y sobreexposición de las partículas. Cuando existe una mezcla de sedimentos de tamaño variable, su movilidad está determinada principalmente por dos factores: la resistencia que oponen al movimiento debido a su peso, y el arrastre que el fluido puede ejercer dependiendo del grado de exposición de cada partícula. Es decir, el movimiento de cada tamaño es relativo al tamaño del resto de las partículas que forman el lecho. El balance final de estos factores, es una pequeña tendencia de los sedimentos de mayor tamaño a ser menos móviles que los más pequeños.

MOSSEM consideró en un principio cuatro relaciones para estimar el gasto sólido de fondo: Meyer-Peter y Müller (1948), Ackers y White (1973), Parker (1990) y la de Wilcock y Crowe (2003). Estas fueron elegidas debido a la necesidad de evidenciar las diferencias que se obtienen con cada una de ellas, estableciendo los principios sobre los que se desarrolla cada una y así definir su aplicabilidad en los cauces chilenos (González 2006). Una quinta fórmula se incorporó con posterioridad a la publicación de González y corresponde a la fórmula de Meyer-Peter y Müller corregida por Wong y Parker (2006).

Sin considerar que bajo eventos extremos las partículas de sedimento grueso pueden entrar en suspensión o depositarse desde la columna de agua, aplicando el principio de continuidad sobre un volumen de control, se obtiene que la depositación y erosión de las partículas del fondo está determinado por la relación entre los gastos sólidos afluentes y efluentes. De este modo aplicando este principio sobre un volumen de control de largo dx , se obtiene:

$$\frac{\partial m_s}{\partial t} = Gs|_x - Gs|_{x+dx} \quad (2.16)$$

En la obtención de (2.16), se supone que los flujos de sedimentos son en la dirección del cauce, despreciando así los flujos transversales de sedimento grueso.

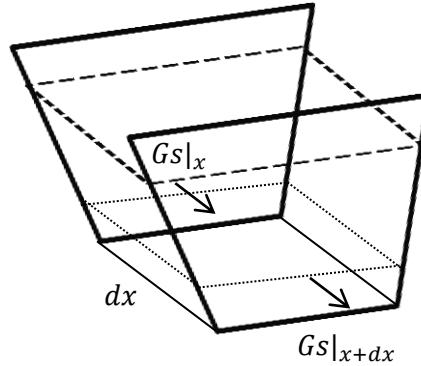


Figura 2.4 Volumen de control de largo dx utilizado y flujos de sedimento grueso.

La masa de sedimento grueso, puede representarse como el producto de la densidad y el volumen efectivo utilizado por el sedimento. Considerando una porosidad λ_s para los sedimentos gruesos y una sección transversal media A_s , la ecuación (2.16) queda:

$$\frac{\partial \rho_s(1 - \lambda_s)A_s}{\partial t} dx = Gs|_x - Gs|_{x+dx} \quad (2.17)$$

Finalmente expresando los gastos sólidos máxicos en términos del flujo volumétrico y expandiendo en una serie de Taylor de primer orden el término evaluado en $x + dx$, se obtiene:

$$\rho_s(1 - \lambda_s) \frac{\partial A_s}{\partial t} dx = -\rho_s \frac{\partial Q_s}{\partial x} dx \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial A_s}{\partial t} + \frac{1}{(1 - \lambda_s)} \frac{\partial Q_s}{\partial x} = 0$$

El valor del gasto sólido se obtiene a partir de las relaciones mencionadas anteriormente, según como el usuario lo estime conveniente.

Para la resolución numérica de la ecuación (2.18), González (2006) implementa en MOSSEM una malla centrada en cada intervalo, de modo que las caras coincidan con los nodos definidos en la sección del flujo, tal como se muestra en la Figura 2.5.

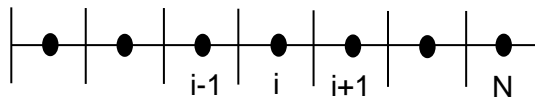


Figura 2.5 Malla utilizada en la resolución de la ecuación (2.18).

De esta forma, en MOSSEM, el esquema numérico se obtiene integrando la ecuación (2.18) entre las posiciones $i - 1$ e i ubicadas en los puntos x_{i-1} y x_i respectivamente y entre los instantes t y $t + \Delta t$ se tiene:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{\partial A_s}{\partial t} dx dt + \frac{1}{(1-\lambda_s)} \int_t^{t+\Delta t} \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{\partial Q_s}{\partial x} dx dt = 0 \quad (2.19)$$

Como las variables x y t son independientes, se reordena la ecuación a la siguiente forma:

$$\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{x_{i-1}}^{x_i} A_s dx \right) dt + \frac{1}{(1-\lambda_s)} \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_t^{t+\Delta t} Q_s dt \right) dx = 0 \quad (2.20)$$

En este punto se realizan las siguientes definiciones:

$$\overline{A}_s = \frac{\int_{x_{i-1}}^{x_i} A_s dx}{x_i - x_{i-1}} \quad (2.21)$$

$$\overline{Q}_s = \frac{\int_t^{t+\Delta t} Q_s dt}{\Delta t} \quad (2.22)$$

De esta forma \overline{A}_s representa el valor medio de la sección transversal entre las posiciones x_{i-1} y x_i y \overline{Q}_s el valor medio del gasto sólido de fondo entre los intervalos t y $t + \Delta t$. A partir de la hipótesis cuasi-estática detallada en González (2006), es posible suponer que el valor medio del gasto sólido de fondo en un intervalo de tiempo puede considerarse igual al valor inicial de éste.

Asumiendo que el área de sedimento \overline{A}_s en el instante t es nula y utilizando el superíndice n para referenciar el tiempo, se tiene que la variación de área de sedimento \overline{A}_s^{n+1} es:

$$\overline{A}_s^{n+1} = -\frac{\Delta t}{1-\lambda_s} \frac{Q_{s_i}^n - Q_{s_{i-1}}^n}{x_i - x_{i-1}} \quad (2.23)$$

Para saber cuánto varía la cota del lecho es necesario conocer la geometría que utiliza el modelo. Como se puede apreciar en la Figura 2.6 las secciones consideradas son trapeziales, por lo tanto el área de sedimento se puede expresar en función de la variación de la cota mediante la siguiente expresión:

$$A_s = \frac{k_l + k_r}{2} \Delta\eta^2 + b_w \Delta\eta \quad (2.24)$$

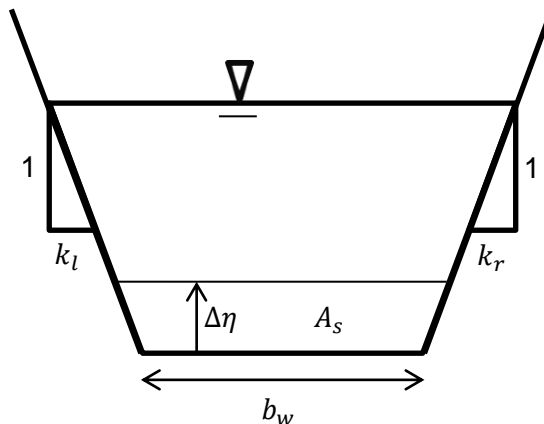


Figura 2.6 Sección transversal considerada en MOSSEM.

$$k_m = \frac{k_l + k_r}{2} \quad (2.25)$$

La sección media de sedimento deposita se define mediante el promedio espacial de b_w y k_m en el tramo entre los nodos $i - 1$ e i , suponiendo que éstos varían linealmente, es decir:

$$\overline{A_s} = \overline{k_m} \Delta \eta^2 + \overline{b_w} \Delta \eta \quad (2.26)$$

donde,

$$\overline{k_m} = \frac{k_{m_i} + k_{m_{i-1}}}{2}, \quad \overline{b_w} = \frac{b_{w_i} + b_{w_{i-1}}}{2} \quad (2.27)$$

La variación de la cota del lecho debido al sedimento grueso en la sección media se asigna al nodo i , entonces reemplazando (2.26) en (2.23), se tiene:

$$\overline{k_m} \Delta \eta_i^2 + \overline{b_w} \Delta \eta_i + \frac{\Delta t}{1 - \lambda_s} \frac{Q_{s_i}^n - Q_{s_{i-1}}^n}{x_i - x_{i-1}} = 0 \quad (2.28)$$

lo cual corresponde a una ecuación cuadrática con la siguiente solución:

$$\Delta \eta_i = \begin{cases} \frac{1}{2\overline{k_m}} \left(-\overline{b_w} + \sqrt{\overline{b_w}^2 + 4\overline{k_m} \frac{\Delta t}{1 - \lambda_s} \frac{Q_{s_i}^n - Q_{s_{i-1}}^n}{x_i - x_{i-1}}} \right); & \overline{k_m} \neq 0 \\ -\frac{1}{\overline{b_w}} \frac{\Delta t}{1 - \lambda_s} \frac{Q_{s_i}^n - Q_{s_{i-1}}^n}{x_i - x_{i-1}} & ; \overline{k_m} = 0 \end{cases} \quad (2.29)$$

Finalmente se necesita agregar una condición de borde para resolver la ecuación (2.29), la cual es el gasto sólido en el nodo inicial, para lo cual el modelo tiene las siguientes opciones:

- Entregar una serie de valores del gasto sólido de fondo, el cual se agrega junto a las condiciones de borde del flujo y la concentración de finos, siendo de la misma cantidad de valores y en los mismos tiempos.
- Utilizar un valor conocido del gasto sólido de fondo constante.
- Extrapolar el valor del gasto sólido en cada tiempo de los dos nodos interiores adyacentes.

2.3.3 Transporte de Sedimento Fino y Corriente de Turbidez

En el caso de los sedimentos finos, el efecto gravitacional es mucho más débil, la turbulencia permite que estas partículas sean transportadas en suspensión abarcando la totalidad de la columna de agua en un cauce.

Si la carga de sedimento es lo suficientemente alta, de modo que su densidad sea mayor que la del agua en el embalse, puede generarse una corriente de turbidez. El cauce presiona al agua del embalse hasta el punto en donde las fuerzas gravitacionales superan a las inerciales produciendo la inmersión del flujo y el inicio de la corriente de turbidez.

La hidrodinámica de la inmersión ha sido estudiada de la mano con las corrientes de turbidez. Para determinar este punto, MOSSEM utiliza el enfoque de Toniolo (2003), el cual es una corrección al enfoque propuesto originalmente por Akiyama y Stefan (1984). Este es un enfoque

unidimensional y consiste en la aplicación de los principios de conservación de masa, volumen y momentum en los siguientes volúmenes de control en la zona de la inmersión.

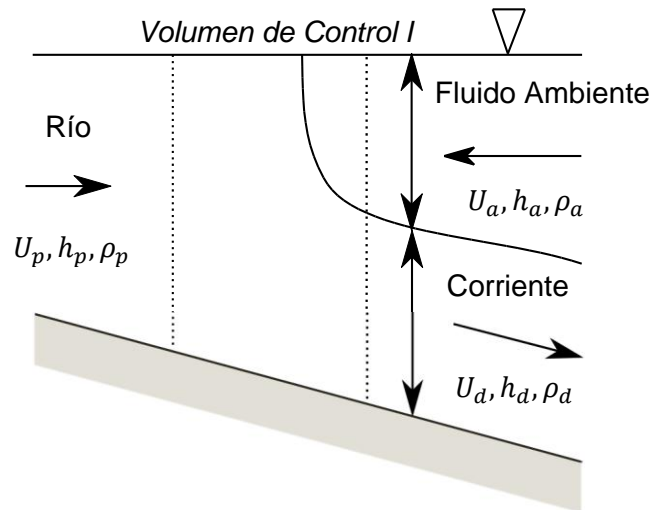


Figura 2.7 Volumen de Control I utilizado para determinar la condición de inmersión.

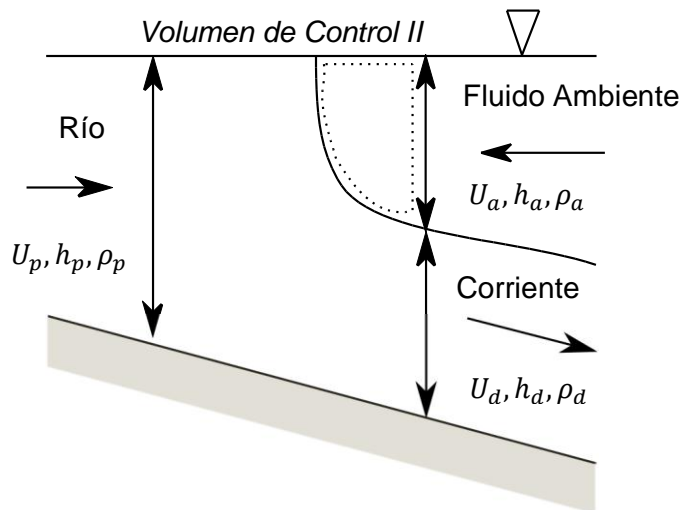


Figura 2.8 Volumen de Control II utilizado para determinar la condición de inmersión.

Los balances de masa, volumen y momentum sobre el *volumen de control I* generan una relación entre el cociente de la altura antes de la inmersión, h_p , y la altura inicial de la corriente, h_d , en función de dos parámetros: el número de Froude densimétrico antes de la inmersión, Fr_{dp} , y el coeficiente de mezcla, γ_p , parámetro definido como la razón entre el caudal incorporado desde el fluido ambiente y el caudal afluente. Luego se realiza un balance de momentum sobre el *volumen de control II*, de donde se obtiene una relación entre el número de Froude del flujo antes de la inmersión y el coeficiente de mezcla. Como resultado del análisis anterior, Toniolo (2003) obtuvo la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{\gamma_p^2} (1 - \varphi)^3 - \frac{1}{\gamma_p^2} \frac{(1 - \varphi)^3}{\varphi} (1 + \gamma_p)^2 - (1 - \varphi)^2 + 1 - \frac{\varphi^2}{1 + \gamma_p} = 0 \quad (2.30)$$

donde,

$$\varphi = \frac{h_d}{h_p} \quad ; \quad \gamma_p = \frac{U_a(h_p - h_d)}{U_p h_p} \quad (2.31)$$

Esta deducción establece que el cociente entre la altura del flujo y la inicial de la corriente dependen exclusivamente del coeficiente de mezcla. Por lo tanto dado un coeficiente mezcla γ_p , se obtiene por (2.30) φ . A partir de φ , se determina el número de Froude densimétrico justo antes de la inmersión, Fr_{dp} , y luego MOSSEM ubica en el cauce el punto donde ocurre este valor. Posteriormente a partir de las relaciones encontradas con los balances anteriores, se determinan las tres condiciones de borde aguas arriba de la corriente: altura de escurrimiento, concentración y velocidad.

En la Figura 2.9 se pueden observar las relaciones gráficas entre los distintos parámetros que definen la inmersión en función del coeficiente de mezcla γ_p , las cuales González (2006) determinó en base a la ecuación (2.30), donde:

$$\chi = 1 - \varphi \quad ; \quad Fr_{dp}^2 = \frac{U_p^2}{RC_p g h_p} \quad ; \quad Fr_{dd}^2 = \frac{U_d^2}{RC_d g h_d} \quad (2.32)$$

las concentraciones C_p y C_d son las del afluente y la corriente sumergida respectivamente.

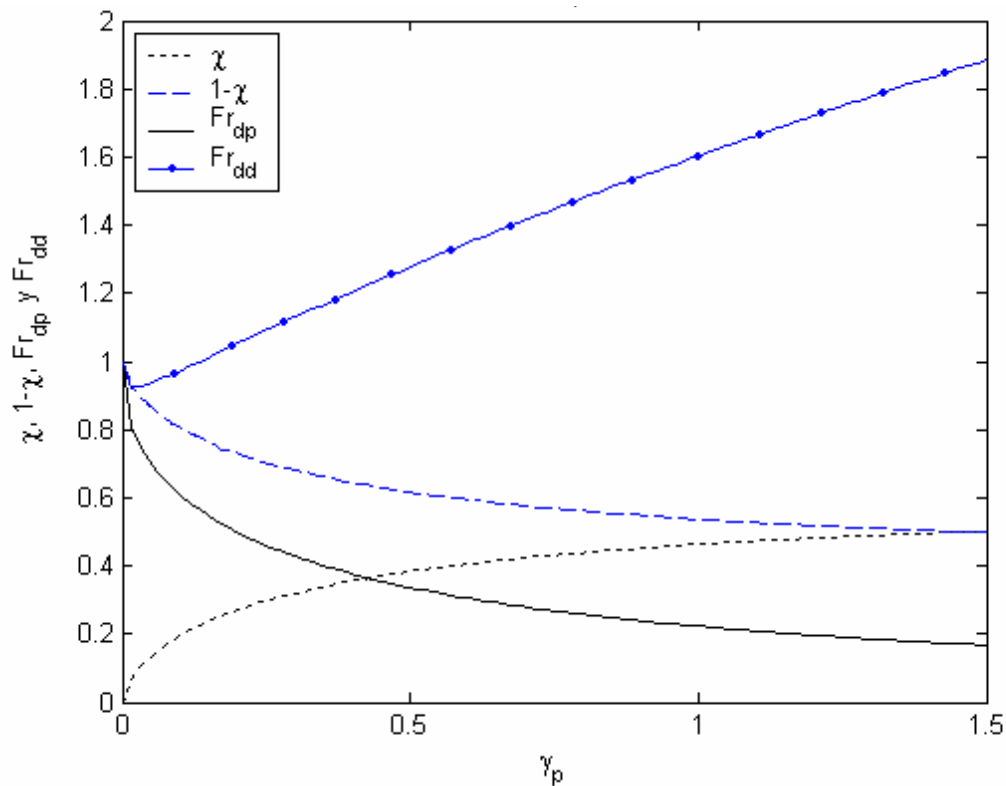


Figura 2.9 Relaciones gráficas para los parámetros de la inmersión (González 2006).

Luego de este punto, el sedimento fino se transporta por debajo de la columna de agua del embalse, pudiendo ser transportado por kilómetros y ser depositado a lo largo del embalse.

El estudio de las corrientes de turbidez nace con el trabajo realizado por Ellison y Turner (1959), a partir de la cual su modelación ha sido un tema tratado por muchos estudios (Akiyama y Stefan 1984; Parker et al. 1986; Farrell y Stefan 1988, García 1993; Lee y Yu 1997).

Si la corriente alcanza el muro del embalse, se forzará la presencia de un resalto hidráulico debido a la condición de borde impuesta por el muro. Este resalto hidráulico, al igual que en flujos en canales abiertos, será la transición entre el flujo supercrítico y el subcrítico de la corriente de turbidez. Existen artículos que evidencian corrientes de turbidez permanentes durante largos periodos de tiempo, en lagos y embalses que alcanzan esta configuración (Kostic y Parker 2003a, b)

Por otro lado, el transporte en suspensión es de gran importancia en los procesos de sedimentación en embalses, ya que, podría ser el principal aporte de gasto sólido afluente a un embalse es de sedimento fino, llegando incluso al 90% del total (Kostic y Parker 2003 a). Por ejemplo, en el caso del río Aconcagua, estimaciones de los afluentes al proyecto del embalse Puntilla del Viento son de un 12,4% de sedimento grueso y un 87,6% de sedimento fino (Gajardo 2003), en el caso del río Nemadji en Minnesota el gasto sólido es un 89% de sedimento fino y un 11% de sedimento grueso como promedio anual (Cooper y Lensch 1998).

En el año 1986, Parker presenta un modelo utilizando las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas en la vertical, el cual es la base del enfoque que utiliza MOSSEM.

El modelo MOSSEM incorpora los efectos de la granulometría extendida en el caso del gasto sólido de fondo, además de tratar escurrimientos en régimen transcrito y considera de manera simplificada la variación longitudinal de la topografía en el flujo (González 2006).

Las ecuaciones de la corriente de turbidez utilizadas por MOSSEM son analizadas en el próximo capítulo, estas se obtienen a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes, las cuales luego incorporar el efecto de la turbulencia y de aplicar la hipótesis de aguas someras, son promediadas en la dirección vertical, obteniendo el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales:

$$\frac{\partial}{\partial t} U h_c + \frac{\partial}{\partial x} U^2 h_c = -\frac{1}{2} R g \frac{\partial C h_c^2}{\partial x} + R g S C h_c - c_f U^2 \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial A_c}{\partial t} + \frac{\partial U A_c}{\partial x} = U \left(e_w - \delta \frac{v_s}{U} \right) l_{cw} \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial C A_c}{\partial t} + \frac{\partial U C A_c}{\partial x} = -v_s C l_{cw} \quad (2.35)$$

La ecuación (2.33) es la correspondiente al balance de momentum, siendo t el tiempo, x la coordenada longitudinal, U es la velocidad media de la corriente, h_c es la altura del flujo, $R = (\rho_s - \rho)/\rho$ es la densidad específica sumergida, con ρ_s la densidad de los sedimentos, g la aceleración de gravedad, C la concentración volumétrica media de la corriente, S la pendiente del fondo y c_f el coeficiente de fricción.

La ecuación (2.34) es la de continuidad de volumen, donde A_c es la sección transversal de la corriente, e_w es un coeficiente de entrada de volumen desde el fluido ambiente, v_s la velocidad de sedimentación de los sedimentos finos, l_{cw} es el ancho de la corriente en la interfaz y δ tiene valor 1 cuando la corriente se encuentra en régimen subcrítico y 0 en supercrítico. Finalmente la ecuación (2.35) es la de conservación de sedimentos.

Las ecuaciones (2.34) y (2.35) corresponden a extensiones realizadas a las ecuaciones integradas en la vertical. En el caso de la continuidad de volumen, esta nueva ecuación corresponde a la integrada en la sección transversal de escurrimiento. En cambio, la ecuación

de conservación de sedimentos es sólo una simplificación de la ecuación integrada en la sección transversal del escurrimiento, tal como se analiza más adelante en el Capítulo 3.

El esquema utilizado en la resolución de estas ecuaciones es el de Ying (2004), por lo tanto la ecuación de momentum se debe modificar para obtener la elevación de la interfaz y poder así aplicar las ponderaciones del esquema, tal como se realizaron en el caso del flujo (González 2006). Entonces, se expande la derivada del primer término del lado derecho de la ecuación de momentum y utilizando la definición de la pendiente del fondo como la variación del lecho en la dirección del flujo, se define la suma entre la elevación del lecho y la altura de la corriente a la elevación de la interfaz Z_c , para obtener la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial t} U h_c + \frac{\partial}{\partial x} U^2 h_c = -\frac{1}{2} R g h_c^2 \frac{\partial C}{\partial x} - R g C h_c \frac{\partial Z_c}{\partial x} - c_f U^2 \quad (2.36)$$

Así se definen los vectores U_{ct} , F_{ct} y S_{ct} , de las variables conservadas, los flujos y los términos fuente respectivamente, como:

$$U_{ct} = \begin{bmatrix} A_c \\ C A_c \\ U h_c \end{bmatrix}, \quad F_{ct}(U_{ct}) = \begin{bmatrix} U A_c \\ U C A_c \\ U^2 h_c \end{bmatrix}, \quad S_{ct}(U_{ct}) = \begin{bmatrix} e_w U l_{cw} - \delta v_s l_{cw} \\ -v_s C l_{cw} \\ -\frac{1}{2} R g h_c^2 \frac{\partial C}{\partial x} - R g C h_c \frac{\partial Z_c}{\partial x} - c_D U^2 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

La malla utilizada en el esquema es la misma que en caso del flujo (Figura 2.3), es decir centrada en el nodo. Las variables en el instante $n + 1$ se obtienen explícitamente a partir de las condiciones en el tiempo n a partir de:

$$U_{ct_i}^{n+1} = U_{ct_i}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x_i} \left(F_{ct_{i+\frac{1}{2}}} - F_{ct_{i-\frac{1}{2}}} \right) + \Delta t S_{ct_i} \quad (2.38)$$

El flujo en la interfaz $i + \frac{1}{2}$, se calcula como:

$$F_{ct_{i+\frac{1}{2}}} = \begin{bmatrix} U_i^n A_{c_i}^n \\ U_i^n C_i^n A_{c_i}^n \\ (U_i^n)^2 h_{c_i} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

En el caso de la corriente el modelo no considera flujos negativos, por lo que las velocidades están restringidas a ser mayores o iguales que cero.

El término fuente S_{ct_i} se determina de la siguiente manera:

$$S_{ct_i} = \begin{bmatrix} e_{w_i}^n U_i^n l_{c_{w_i}} - \delta_i^n v_s l_{c_{w_i}} \\ -v_s C_i^n l_{c_{w_i}} \\ -\frac{1}{2} R g (h_{c_i}^{n+1})^2 \sum w_k \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)_k - R g (C h_c)_i^{n+1} \sum w_k \left(\frac{\partial Z_c}{\partial x} \right)_k - c_D (U_i^n)^2 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Los términos fuente de la ecuación de continuidad de volumen se determinan como:

$$e_{w_i}^n = \frac{0.00153}{0.0204 + Ri_i^n} ; \quad Ri_i^n = \frac{R g C_i^n h_{c_i}^n}{U_i^n} \quad (2.41)$$

$$\delta_i^n = \begin{cases} 0 & \text{si } Ri_i^n \leq 1 \\ 1 & \text{si } Ri_i^n > 1 \end{cases}$$

Por otro lado, las sumatorias de la ecuación de momentum son definidas como:

$$\begin{aligned} \sum w_k \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)_k &= w_1 \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)_{down} + w_2 \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)_{up} \\ \sum w_k \left(\frac{\partial Z_c}{\partial x} \right)_k &= w_1 \left(\frac{\partial Z_c}{\partial x} \right)_{down} + w_2 \left(\frac{\partial Z_c}{\partial x} \right)_{up} \end{aligned} \quad (2.42)$$

los gradientes aguas arriba y aguas debajo de calculan como:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)_{down} &= \frac{C_{i+1}^{n+1} - C_i^{n+1}}{x_{i+1} - x_i} ; & \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)_{up} &= \frac{C_i^{n+1} - C_{i-1}^{n+1}}{x_i - x_{i-1}} \\ \left(\frac{\partial Z_c}{\partial x} \right)_{down} &= \frac{Z_{c_{i+1}}^{n+1} - Z_{c_i}^{n+1}}{x_{i+1} - x_i} ; & \left(\frac{\partial Z_c}{\partial x} \right)_{up} &= \frac{Z_{c_i}^{n+1} - Z_{c_{i-1}}^{n+1}}{x_i - x_{i-1}} \end{aligned} \quad (2.43)$$

Los ponderadores w_1 y w_2 se calculan a partir del número de Courant, utilizando la velocidad media de la corriente.

$$\begin{aligned} w_1 &= 1 - C_r^{down} ; & w_2 &= C_r^{up} \\ C_r^{down} &= \frac{\Delta t}{x_{i+1} - x_i} \frac{(U_{i+1} + U_i)}{2} ; & C_r^{up} &= \frac{\Delta t}{x_i - x_{i-1}} \frac{U_i - U_{i-1}}{2} \end{aligned} \quad (2.44)$$

Debido a su condición de esquema explícito, la discretización espacial-temporal está sujeta a la condición de Courant-Friedrichs-Levy, dada por:

$$N_{CFL} = \text{Max} \left[\frac{\Delta t}{\Delta x_i} \left(|U_i| + \sqrt{gh_{c_i}} \right) \right] \leq 1 \quad 1 \leq i \leq N \quad (2.45)$$

donde N es el número de nodos considerados.

Las condiciones de borde de aguas arriba corresponden a la altura, la concentración y la velocidad, las que se determinan a partir de las características de la inmersión calculada por el modelo, aguas abajo la condición de borde impuesta es que la velocidad es igual a un posible caudal de evacuación de la presa dividido por la sección de escurrimiento aguas abajo.

Por otro lado, la condición inicial se obtiene suponiendo régimen permanente en el caso de la concentración, rellenando el dominio con una solución exponencial que considera la sedimentación de las partículas. La altura de escurrimiento se obtiene considerando crisis en todo el dominio, es decir $Ri = 1$. Finalmente la velocidad inicial se determina asumiendo que el caudal es el mismo en toda la corriente.

El esquema funciona en dos etapas. Primero se resuelven las ecuaciones de continuidad de volumen y sedimento, a partir de las cuales se obtienen las concentraciones y las secciones de escurrimiento para el instante $n + 1$. Al resolver la ecuación de continuidad de volumen, se obtienen las secciones transversales de escurrimiento y posteriormente la elevación de la interfaz Z_c a partir de la geometría trapezoidal. En tanto, al resolver la ecuación de conservación

de sedimento se obtiene el valor del producto CA_c , para el mismo instante, por lo que la concentración se obtiene como:

$$C_i^{n+1} = \frac{(CA_c)_i^{n+1}}{A_{c_i}^{n+1}} \quad (2.46)$$

En la segunda parte del esquema a partir de los valores de nuevos de la concentración y la elevación de la interfaz, se obtienen los gradientes de la ecuación (2.43), para luego resolver la ecuación de momentum y obtener el valor del producto Uh_c en el instante $n + 1$, donde finalmente la velocidad se obtiene como:

$$U_i^{n+1} = \frac{(Uh_c)_i^{n+1}}{h_{c_i}^{n+1}} \quad (2.47)$$

Finalmente la evolución temporal del fondo debido a la corriente de turbidez se determina utilizando la ecuación de Exner en el caso unidimensional. Considerando λ_m como la porosidad del depósito de finos, entonces:

$$\frac{\partial z_f}{\partial t} = \frac{v_s C}{1 - \lambda_m} \quad (2.48)$$

En el caso de no existir corriente de turbidez, el programa realiza un balance de sedimentos en suspensión, el cual se muestra en la Figura 2.10.

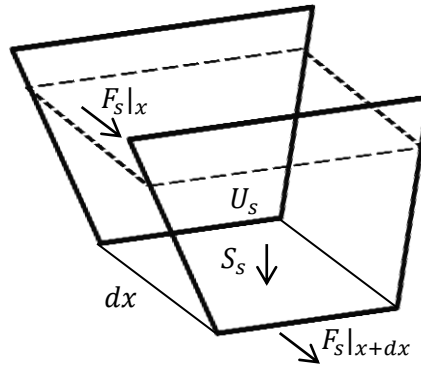


Figura 2.10. Balance de sedimentos finos en volumen de control de largo dx .

Donde U_s representa la masa de sedimentos finos en el volumen de control, F_s los sedimentos finos transportados por el cauce y S_s el término fuente que da cuenta de la sedimentación de las partículas, éstos se determinan como:

$$U_s = AC \quad ; \quad F_s = QC \quad ; \quad S_s = -v_s l_w C \quad (2.49)$$

donde A es la sección transversal del flujo, C es la concentración media en el volumen de control, Q es el flujo del cauce, v_s es la velocidad de sedimentación de las partículas finas y l_w es el ancho superficial del flujo. Entonces, la ecuación que se obtiene a partir de este balance es:

$$\frac{\partial U_s}{\partial t} + \frac{\partial F_s(U_s)}{\partial x} = S_s(U_s) \quad (2.50)$$

El dominio se discretiza utilizando la misma malla presentada en la Figura 2.3, entonces, las variables en el instante $n + 1$ se obtienen explícitamente del a partir de las variables del tiempo n a partir de:

$$U_{S_i}^{n+1} = U_{S_i}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x_i} \left(F_{S_{i+\frac{1}{2}}} - F_{S_{i-\frac{1}{2}}} \right) + \Delta t S_{S_i} \quad (2.51)$$

En el esquema, la variable conservada $U_{S_i}^n$, el flujo en la interfaz $F_{S_{i+\frac{1}{2}}}$ y el término fuente S_{S_i} se calculan como:

$$U_{S_i} = A_i C_i \quad ; \quad F_{S_{i+\frac{1}{2}}} = Q_i^n C_i^n \quad ; \quad S_{S_i} = -v_s l_{w_i} C_i \quad (2.52)$$

entonces la concentración en el nodo i es:

$$C_i = \frac{U_{S_i}}{A_i} \quad (2.53)$$

Finalmente la variación del lecho debido a la sedimentación se determina a partir de la ecuación (2.48).

3 ANÁLISIS Y MODIFICACIÓN DE LAS ECUACIONES DE SEDIMENTO FINO UTILIZADAS EN MOSSEM

3.1 Contexto General

Una vez que un cauce llega a un embalse, éste pierde su capacidad de transporte debido a un considerable descenso en su velocidad, lo cual implica un menor esfuerzo de corte. Por lo tanto, las partículas más gruesas son las primeras en depositar al comienzo del embalse, formando lo que se denomina un *delta* de sedimento grueso.

En estricto rigor, los deltas están formados por tres zonas (Kostic y Parker 2003a); (a) una *zona alta* de baja pendiente, en la cual depositan los mayoritariamente sedimentos gruesos provenientes del cauce afluente, (b) otra zona de alta pendiente denominada *cara del delta*, que se traslada hacia zonas profundas mediante avalanchas de sedimento grueso y (c) una zona de baja pendiente en el fondo embalse, la cual está formada por sedimentos finos que se han depositado principalmente por medio de la corriente de turbidez. Esta estructura se ilustra en la Figura 3.1.

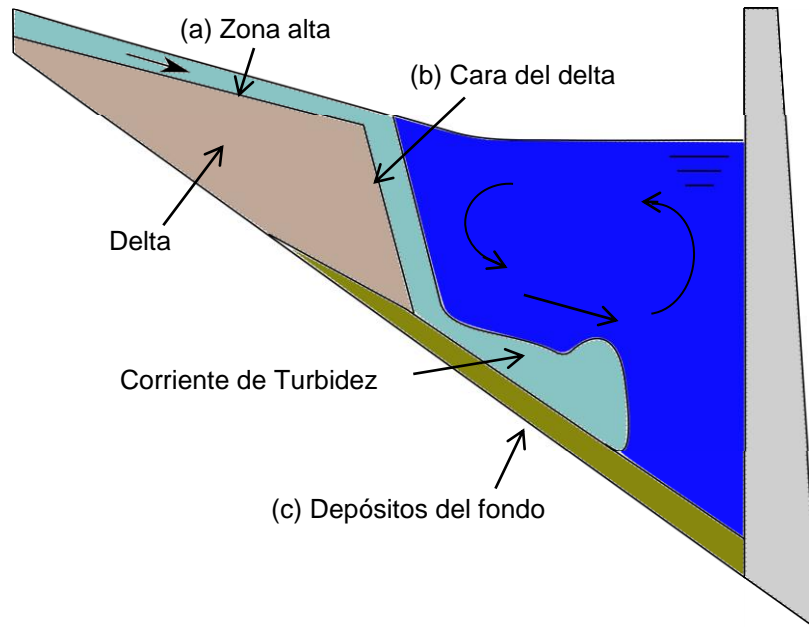


Figura 3.1 Definición del delta y estructura de los sedimentos en el embalse.

La zona alta y la cara del delta se encuentran formadas principalmente por sedimentos gruesos, esto debido a que aún existe un alto esfuerzo de corte en el cauce dada la menor influencia del embalse, razón por la cual el sedimento fino es despreciado, mientras que los depósitos del fondo consisten principalmente en sedimentos finos.

Una vez en el embalse los sedimentos finos pueden depositarse mediante tres mecanismos. El primero consiste en *plumas superficiales* y el segundo en *flujos intermedios*. Ambos mecanismos dependen de la posible estratificación del cuerpo de agua. Las plumas superficiales ocurrirán cuando la densidad del afluente es menor que la densidad mínima del embalse, mientras que los flujos intermedios ocurren cuando esta se encuentra entre la densidad máxima y la mínima. El tercer mecanismo consiste en la *corriente de turbidez*, la cual se forma cuando el afluente es suficientemente denso para producir la *inmersión* total del flujo.

Generalmente la cara del delta tiene una pendiente entre 1 o 2 órdenes de magnitud más empinada que la parte superior, por lo tanto la altura de escurrimiento aumenta rápidamente hacia aguas abajo. Como resultado de esto, es muy probable que la inmersión del flujo se produzca a una corta distancia del comienzo de la cara.

La evolución del delta en las zonas (a) y (b) de la Figura 3.1 depende principalmente de la respuesta que entregue el modelo en el módulo del gasto sólido de fondo. Por otro lado, el depósito del fondo (c) depende exclusivamente de la depositación de los sedimentos finos, y en el caso de existir estratificación debido a sedimentos, de la corriente de turbidez.

3.2 Características Principales de la Corriente de Turbidez

La corriente de turbidez corresponde a un caso particular de una *corriente de densidad*, cuya fuerza motriz se origina a partir de la diferencia de densidad con un fluido inmóvil denominado *fluido ambiente*, teniendo la particularidad de permitir la mezcla a través de la interfaz que los separa. Esta mezcla se realiza permitiendo la incorporación de fluido ambiente a la corriente, lo cual produce un cambio de la densidad en la dirección del flujo.

El fluido considerado corresponde a agua, tanto para el fluido ambiente como para la corriente, por lo tanto, la diferencia de densidad se produce a partir de algún factor externo como la temperatura, sustancias disueltas o sólidos en suspensión. Este último agente externo es el caracteriza una corriente de turbidez.

Además de la corriente de turbidez, existen otros tipos de corrientes de densidad que se generan debido a sólidos en suspensión, las cuales se caracterizan principalmente por tener mayores concentraciones y otros mecanismos de soporte de las partículas. Por lo tanto, existen criterios físicos que distinguen a las corrientes de turbidez, como lo es el límite de Bagnold que indica que la máxima concentración volumétrica que puede ser transportada exclusivamente por turbulencia es del 9% (Bagnold 1962), definiendo así las corrientes de turbidez (*sensu stricto*) (Mulder y Alexander 2001), ya que luego comienzan a ser importantes en el soporte de los sedimentos las interacciones grano-grano. También está la definición de Middleton y Hampton (1973), donde el sedimento es transportado principalmente por turbulencia, definiendo así las corrientes de turbidez (*sensu lato*) (Mulder y Alexander 2001).

Otra característica importante de las corrientes de turbidez corresponde a la capacidad de intercambiar el sedimento con el lecho, incorporándolo mediante erosión o perdiéndolo debido a la depositación del material.

El efecto gravitacional sobre las partículas, además de producir la evidente pérdida de sedimento, genera en la interfaz una pérdida de volumen de la corriente hacia el flujo ambiente, por lo tanto, en la interfaz se producen flujos de agua en ambos sentidos. Ésta última característica se observa con mayor claridad cuando el régimen es subcrítico, es decir, la corriente está influenciada por alguna condición aguas abajo, como la situación de la Figura 3.2, en esta situación la corriente se denomina como *estancada*. Esta situación es la que considera el modelo en el planteamiento de la corriente de turbidez

En la Figura 3.2 se presenta un esquema con los flujos asociados a la corriente de turbidez estancada en un embalse en un estado estacionario.

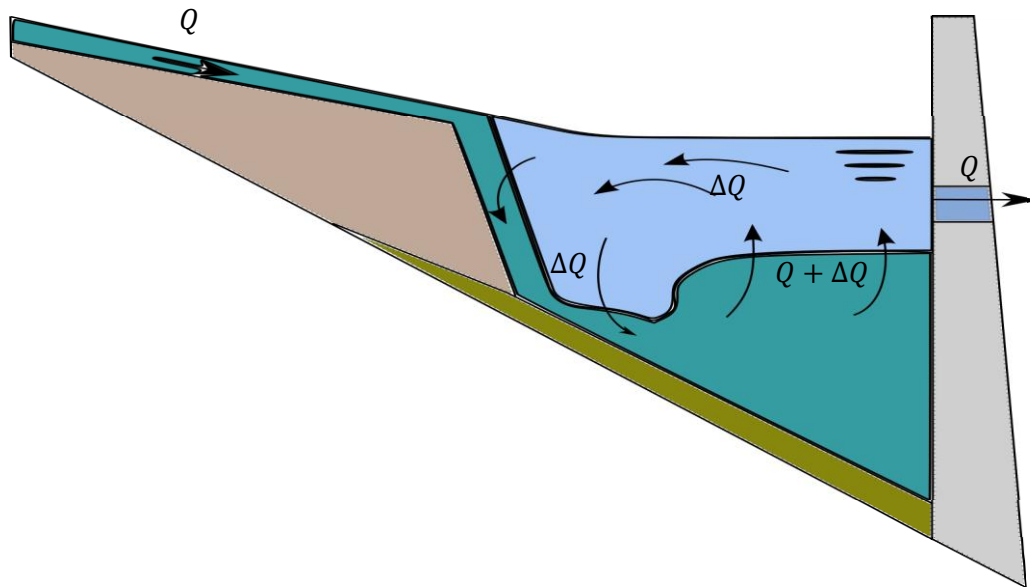


Figura 3.2 Flujos en un embalse con corriente de turbidez estancada en estado estacionario.

Además de la corriente de turbidez estancada, puede generarse la situación en que la corriente no esté influenciada por el muro, produciéndose un frente como el presentado en la Figura 3.3.

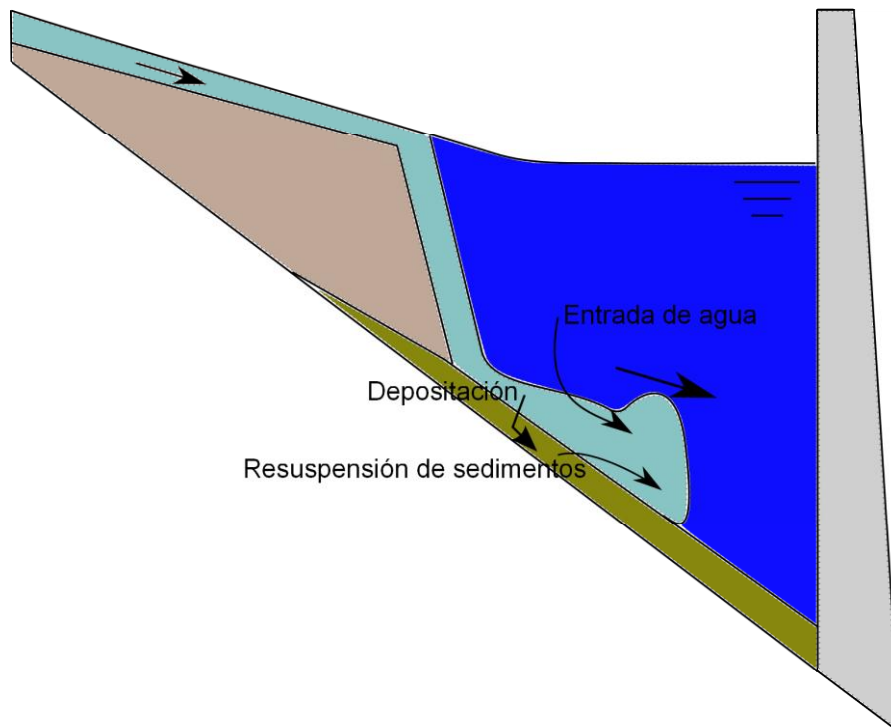


Figura 3.3 Esquema de un frente de corriente de turbidez.

La corriente además, podría tener la capacidad de transportar sedimentos finos por largas distancias, las que pueden alcanzar varios kilómetros. Por lo tanto, una correcta formulación es de suma importancia para explicar muchos fenómenos que involucran este tipo de transporte, por ejemplo, el mecanismo de deposición de sedimentos a lo largo de embalses o lagos.

3.3 Análisis de las Ecuaciones Gobernantes de la Corriente de Turbidez (González 2006)

A continuación se presenta el análisis de las ecuaciones desarrollado por González (2006). Dicho análisis se basó en el enfoque de Parker et al. (1986), y su principal aporte consistió en detallar las consideraciones asociadas a la turbulencia y la escala de los diferentes términos de las ecuaciones. Además, González (2006) presentó una integración de las ecuaciones en la sección de escurrimiento. El análisis se presenta para establecer el contexto de las modificaciones que se describirán más adelante.

Como todo fluido en movimiento, la hidrodinámica de la corriente de turbidez está gobernada por la ecuación de Navier-Stokes, además de las ecuaciones de continuidad de volumen y conservación sedimento.

Asumiendo que las variaciones del flujo en la dirección transversal son muy pequeñas en comparación a las que ocurren las direcciones longitudinal y normal, se tiene:

$$\rho_c \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \right) = -\vec{\nabla} p + \mu_c \nabla^2 \vec{V} + \rho_c \vec{g} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial uc}{\partial x} + \frac{\partial (w - v_s)c}{\partial z} = 0 \quad (3.3)$$

Donde $\vec{V} = (u, w)$ es el vector velocidad, ρ_c es la densidad de la corriente de turbidez, p es la presión termodinámica, μ_c es la viscosidad dinámica de la corriente, $\vec{g} = g(S, -1)$ es la aceleración de gravedad, S es la pendiente del fondo, v_s es la velocidad de sedimentación de los sedimentos de las partículas de la corriente y c es la concentración volumétrica de sedimentos.

En (3.3) se considera que el transporte por difusión del sedimento es despreciable frente al advectivo (Parker, 1986), el que se realiza por medio de la inercia del fluido, de modo que estos flujos corresponden a los productos uc y wc en la dirección longitudinal y normal respectivamente. Por otro lado, para considerar el efecto de la gravedad en las partículas disueltas, se considera la velocidad de sedimentación de éstas.

Si la diferencia de densidad entre ambas capas es pequeña, es posible considerar que no tiene influencia en el comportamiento inercial de la corriente, sólo influenciando el comportamiento boyante. Esta consideración es conocida como la aproximación de Boussinesq, siendo válida cuando la diferencia relativa de densidades no supera al 5% (Sloff 1997).

Ésta se concreta multiplicando los términos inerciales por la densidad del fluido ambiente, en vez de multiplicarlos por la densidad de la corriente de turbidez en la ecuación (3.1) y suponiendo que la viscosidad cinemática de la corriente es similar a la del agua ν , obteniéndose la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho} + \nu \nabla^2 \vec{V} + \frac{\rho_c}{\rho} \vec{g} \quad (3.4)$$

Para el caso de las corrientes de turbidez, es necesario tomar en cuenta el efecto de la concentración en la densidad de la corriente, lo cual se materializa considerando que la masa total es igual a la suma de la masa de agua y de sedimentos, obteniéndose:

$$\rho_c = \rho(1 + Rc) \quad (3.5)$$

donde $R = (\rho_s - \rho)/\rho$, siendo ρ_s la densidad de los sedimentos, por lo tanto, el conjunto de ecuaciones gobernantes es:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho} + \nu \nabla^2 \vec{V} + (1 + Rc) \vec{g} \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial uc}{\partial x} + \frac{\partial (w - v_s)c}{\partial z} = 0 \quad (3.8)$$

3.3.1 Turbulencia

Para incorporar el efecto de la turbulencia, causante de la incorporación y mantención del sedimento en la corriente, las variables del problema son descompuestas como la suma del valor medio más su fluctuación turbulenta.

$$f = \bar{f} + f' \quad (3.9)$$

Reemplazando esta descomposición en las ecuaciones (3.6), (3.7) y (3.8), promediando sobre la turbulencia y eliminando la barra que indica los promedios sobre la turbulencia, se tiene:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}'w'}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + (1 + Rc)gS \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial wu}{\partial x} + \frac{\partial w^2}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial \bar{w}'u'}{\partial x} - \frac{\partial \bar{w}^2}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - (1 + Rc)g \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial uc}{\partial x} + \frac{\partial wc}{\partial z} = -\frac{\partial \bar{u}'c'}{\partial x} - \frac{\partial \bar{w}'c'}{\partial z} + \frac{\partial v_s c}{\partial z} \quad (3.13)$$

3.3.2 Aproximación de Aguas Someras y Análisis de Escala

Esta aproximación consiste en considerar que la escala característica de cambio en la dirección longitudinal L , es mucho mayor que la escala característica en la dirección normal H , esto es:

$$H/L \ll 1 \quad (3.14)$$

3.3.2.1 Ecuación de Continuidad de Volumen

Considerando que U y W son las velocidades características del flujo en las direcciones longitudinal y normal respectivamente, y que L y H son las longitudes características, aplicando estos conceptos en la ecuación de continuidad, se establece que:

$$O\left(\frac{U}{L}\right) + O\left(\frac{W}{H}\right) \sim 0 \quad (3.15)$$

Por lo tanto de (3.15) se puede deducir que los términos de orden U/L son de mismo orden que los términos de orden W/H , obteniéndose que:

$$\frac{U}{L} \sim \frac{W}{H} \quad (3.16)$$

Entonces a partir de (3.14) se obtiene:

$$\frac{W}{U} \ll 1 \quad (3.17)$$

3.3.2.2 Ecuaciones de Momentum

En las ecuaciones de momentum, los productos de las fluctuaciones turbulentas del transporte advectivo de momentum pasan al lado derecho de la ecuación, siendo interpretados como difusión turbulenta de momentum y se representan como esfuerzos de corte. Estos esfuerzos de corte son denominados esfuerzos de Reynolds.

Se considera que la difusión de momentum debido a la viscosidad es despreciable frente a la ocurrida por la turbulencia (Parker et al. 1986), por lo tanto:

$$\tau_{Rij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} \gg \tau_{vij} = \rho \nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.18)$$

A continuación se define el concepto de velocidad de corte u_* , la cual será útil en el análisis de escala, está se define a partir del esfuerzo de corte longitudinal que actúa sobre el fondo τ_b , como:

$$u_*^2 = \frac{\tau_b}{\rho} = \tau_{xz}|_{z=0} \quad (3.19)$$

Es sabido que, en general, en flujos tipo capa límite los esfuerzos de corte en las distintas direcciones son de magnitudes similares, cumpliéndose que:

$$\tau_{Rxx} \sim \tau_{Rxz} \sim \tau_{Rzz} \sim \rho u_*^2 \quad (3.20)$$

A partir de (3.20) y agregando escalas características para el tiempo, la presión y la concentración, llamadas T , P y C respectivamente, se realiza el análisis de escala en la ecuación de momentum en el eje longitudinal (3.10):

$$O\left(\frac{U}{T}\right) + O\left(\frac{U^2}{L}\right) + O\left(\frac{UW}{H}\right) \sim O\left(\frac{P}{\rho L}\right) + O\left(\frac{u_*^2}{L}\right) + O\left(\frac{u_*^2}{H}\right) + O(gS) + O(RCgS) \quad (3.21)$$

Utilizando (3.16) y dividiendo (3.21) por U^2/L , se tiene:

$$o\left(\frac{L}{UT}\right) + o(1) + o(1) \sim o\left(\frac{P}{\rho U^2}\right) + o\left(\frac{u_*^2}{U^2}\right) + o\left(\frac{u_*^2 L}{U^2 H}\right) + o\left(\frac{gSL}{U^2}\right) + o\left(\frac{RCgSL}{U^2}\right) \quad (3.22)$$

Como es sabido, los términos que generan el movimiento corresponden a la de presión y el peso, por lo que estos términos deben ser considerados. El último término, que representa el peso de los sedimentos puede ser escrito como:

$$o\left(\frac{RCgSL}{U^2}\right) = o\left(Ri * S \frac{L}{H}\right) = 1 \quad (3.23)$$

Donde $Ri = RCgH/U^2$ es el número de Richardson o el inverso del número de Froude densimétrico, el cual es cercano a 1 en corrientes de turbidez. Por lo tanto, el segundo término que multiplica al número de Richardson debe tener orden 1.

Este mismo procedimiento se puede realizar con el penúltimo término de (3.22) que representa el peso del fluido, apareciendo esta vez el inverso del número de Froude.

Considerando que el término de presión es de orden 1, la escala de la presión está dada por:

$$P = \rho U^2 \quad (3.24)$$

Por otro lado, si se desean incorporar los fenómenos impermanentes, la escala del tiempo debe ser:

$$T = \frac{L}{U} \quad (3.25)$$

Finalmente para el análisis de los esfuerzos de corte, se tiene que:

$$\frac{u_*^2}{U^2} = c_f \ll 1 \quad (3.26)$$

Donde c_f corresponde al coeficiente de arrastre, el cual experimentalmente se ha mostrado que generalmente posee valores menores a la unidad, por lo tanto la ecuación de momentum en el eje longitudinal se reduce a:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} + (1 + Rc)gS \quad (3.27)$$

Realizando el mismo análisis en la ecuación de momentum en la dirección normal (3.11), se tiene:

$$o\left(\frac{UW}{L}\right) + o\left(\frac{UW}{L}\right) + o\left(\frac{W^2}{H}\right) \sim o\left(\frac{U^2}{H}\right) + o\left(\frac{u_*^2}{L}\right) + o\left(\frac{u_*^2}{H}\right) + o(g) + o(RCg) \quad (3.28)$$

Luego dividiendo (3.28) por U^2/H y utilizando (3.16), se tiene:

$$o\left(\frac{W^2}{U^2}\right) + o\left(\frac{W^2}{U^2}\right) + o\left(\frac{W^2}{U^2}\right) \sim o(1) + o\left(\frac{u_*^2 H}{U^2 L}\right) + o\left(\frac{u_*^2}{U^2}\right) + o\left(\frac{gH}{U^2}\right) + o\left(\frac{RCgH}{U^2}\right) \quad (3.29)$$

Entonces utilizando (3.14), (3.17), (3.23), (3.26) en (3.29), se obtiene la siguiente expresión para la ecuación de momentum en z:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho(1 + Rc)g \quad (3.30)$$

Por lo tanto, la aproximación de capa límite implica considerar distribución de presión hidrostática en la dirección normal al fondo.

Esta ecuación puede ser integrada entre un nivel z y la superficie libre ubicada en $H(x)$, que bajo los supuestos de capa límite tiende a infinito:

$$\int_z^H \frac{\partial p}{\partial z} dz = \int_z^H -\rho g(1 + Rc) dz \quad (3.31)$$

Entonces la distribución de presión es:

$$p(x, z) = \rho g(H - z) + \rho gR \int_z^H cdz' \quad (3.32)$$

Si se considera que el nivel de la superficie libre es horizontal, se tiene que:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = S \quad (3.33)$$

Entonces derivando (3.32) con respecto a la coordenada longitudinal, se obtiene:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho gS + \rho gR \frac{\partial}{\partial x} \int_z^H cdz' \quad (3.34)$$

Reemplazando en la ecuación de momentum longitudinal (3.27):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -Rg \frac{\partial}{\partial x} \int_z^H cdz' - \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} + RcgS \quad (3.35)$$

3.3.2.3 Ecuación de Conservación de Sedimento

Utilizando las escalas definidas anteriormente y utilizando (3.13), se obtiene:

$$O\left(\frac{UC}{L}\right) + O\left(\frac{UC}{L}\right) + O\left(\frac{WC}{H}\right) \sim O\left(\frac{\overline{u'c'}}{L}\right) + O\left(\frac{\overline{w'c'}}{H}\right) + O\left(\frac{v_s C}{H}\right) \quad (3.36)$$

Utilizando (3.16), dividiendo por UC/L y considerando que el último término debe tener orden 1 debido a que es el responsable de la sedimentación de las partículas, la ecuación queda:

$$O(1) + O(1) + O(1) \sim O\left(\frac{\overline{u'c'}}{UC}\right) + O\left(\frac{\overline{w'c'} L}{UC H}\right) + O(1) \quad (3.37)$$

Finalmente se considera que el transporte turbulento de sedimento tiene mayor importancia en la dirección normal (Parker et al. 1986):

$$\overline{w'c'} \gg \overline{u'c'S} \quad (3.38)$$

El segundo término del lado derecho de la ecuación (3.37) debe tener orden 1, ya que representa la capacidad de la corriente de incorporar sedimentos desde el lecho y mantenerlo en suspensión, equilibrándolo así con el término que representa la sedimentación.

Por lo tanto la ecuación de continuidad de sedimento queda de la siguiente manera:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial uc}{\partial x} + \frac{\partial wc}{\partial z} = -\frac{\partial \overline{w'c'}}{\partial z} + \frac{\partial v_s c}{\partial z} \quad (3.39)$$

3.3.3 Integración de las Ecuaciones

A continuación las ecuaciones de momentum (3.35), continuidad de agua (3.12) y la continuidad de sedimento (3.39) son integradas en la sección de escurrimiento, considerando la geometría presentada en la Figura 3.4.

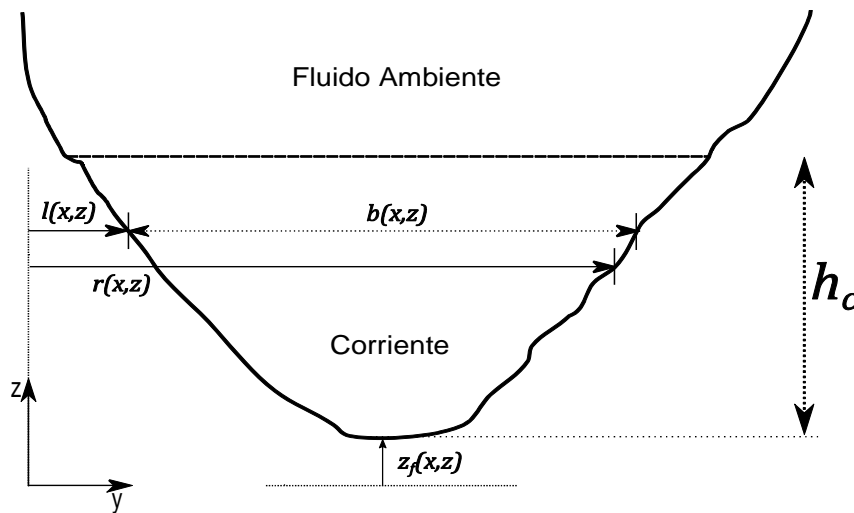


Figura 3.4. Sección transversal al escurrimiento.

Donde z_f corresponde a la coordenada que describe el fondo una vez que los sedimentos comienzan a decantar.

El proceso de integración requiere de la regla de integración de Leibniz, la cual establece que:

$$\frac{\partial}{\partial s} \int_a^b f(r, s) dr = \int_a^b \frac{\partial f}{\partial s} dr + f(b, s) \frac{\partial b}{\partial s} - f(a, s) \frac{\partial a}{\partial s} \quad (3.40)$$

Al aplicar la ecuación (3.40) para encontrar un conjunto de ecuaciones diferenciales que describan el comportamiento de las variables medias sobre el dominio de integración, naturalmente surgen términos que describen en detalle los procesos en cada zona de la sección transversal, dada la dependencia de los límites de integración con las variables independientes.

3.3.3.1 Ecuación de Momentum

La ecuación (3.35) al ser integrada en la sección transversal se obtiene:

$$\begin{aligned}
& \int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial u}{\partial t} dydz + \int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial u^2}{\partial x} dydz + \int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial uw}{\partial z} dydz \\
& = -Rg \int_{z_f}^H \int_l^r \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_z^H cdz' \right) dydz - \int_{z_b}^H \int_{l_b}^{r_b} \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} dydz + RgS \int_{z_f}^H \int_l^r c dydz \quad (3.41)
\end{aligned}$$

Las coordenadas z_b , l_b y r_b son muy cercanas a las paredes, pero fuera del rango en donde los esfuerzos viscosos pueden ser importantes. El primer término del lado izquierdo aplicando (3.40) resulta:

$$\int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial u}{\partial t} dydz = \int_{z_f}^H \left[\frac{\partial}{\partial t} \int_l^r u dy - u(r, t) \frac{\partial r}{\partial t} + u(l, t) \frac{\partial l}{\partial t} \right] dz \quad (3.42)$$

considerando la condición de no deslizamiento:

$$u(l) = u(r) = w(l) = w(r) = 0 \quad (3.43)$$

y reemplazando en (3.42) queda:

$$\int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial u}{\partial t} dydz = \int_{z_f}^H \left[\frac{\partial}{\partial t} \int_l^r u dy \right] dz \quad (3.44)$$

Utilizando nuevamente la regla de Leibniz:

$$\int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial u}{\partial t} dydz = \frac{\partial}{\partial t} \int_{z_f}^H \int_l^r u dydz - \int_l^r u(H) dy \frac{\partial H}{\partial t} + \int_l^r u(z_f) dy \frac{\partial z_f}{\partial t} \quad (3.45)$$

Aplicando nuevamente la condición de no deslizamiento en el lecho, y considerando que la velocidad longitudinal es nula en la superficie libre debido a que el fluido ambiente está en reposo, se tiene:

$$\int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial u}{\partial t} dydz = \frac{\partial}{\partial t} \int_{z_f}^H \int_l^r u dydz \quad (3.46)$$

Para el segundo término de la ecuación (3.41), es posible aplicar exactamente el mismo procedimiento que en el término anterior, obteniéndose:

$$\int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial u^2}{\partial x} dydz = \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_f}^H \int_l^r u^2 dydz \quad (3.47)$$

El tercer término, aplicando Leibniz queda:

$$\int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial uw}{\partial z} dydz = \int_{z_f}^H \left(\frac{\partial}{\partial z} \int_l^r uw dy - uw(r) \frac{\partial r}{\partial z} + uw(l) \frac{\partial l}{\partial z} \right) dz \quad (3.48)$$

Utilizando (3.43) se tiene:

$$\int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial uw}{\partial z} dydz = \int_{z_f}^H \left[\frac{\partial}{\partial z} \int_l^r uw dy \right] dz \quad (3.49)$$

Utilizando nuevamente la condición de no resbalamiento, se tiene:

$$\int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial uw}{\partial z} dy dz = \int_l^r uw(H) dy - \int_l^r uw(z_f) dy = 0 \quad (3.50)$$

El primer término del lado derecho de la ecuación (3.41) da cuenta de la presión, resultando:

$$\int_{z_f}^H \int_l^r \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_z^H cdz' \right) dy dz = \int_{z_f}^H \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_l^r \int_z^H cdz' dy - \int_z^H c(r) dz' \frac{\partial r}{\partial x} + \int_z^H c(l) dz' \frac{\partial l}{\partial x} \right) dz \quad (3.51)$$

Suponiendo que la concentración no varía en la dirección transversal, se tiene que:

$$\int_z^H c(r) dz' = \int_z^H c(l) dz' = \int_z^H cdz' \quad (3.52)$$

Entonces, definiendo $b(x, z)$ como el ancho de la sección transversal, se tiene:

$$\int_{z_f}^H \int_l^r \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_z^H cdz' \right) dy dz = \int_{z_f}^H \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_l^r \int_z^H cdz' dy \right) dz - \int_{z_f}^H \left(\int_z^H cdz' \frac{\partial b(x, z)}{\partial x} \right) dz \quad (3.53)$$

El segundo término del lado derecho se interpreta como la variación de momentum producido por la variación presión provocada por los cambios en el ancho en la dirección del flujo. Desarrollando el primer término del lado derecho de (3.53) se obtiene:

$$\begin{aligned} & \int_{z_f}^H \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_l^r \int_z^H cdz' dy \right) dz \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_f}^H \int_l^r \int_z^H cdz' dy dz - \int_l^r \int_{z=H}^H cdz' dy \frac{\partial H}{\partial x} + \int_l^r \int_{z=z_f}^H cdz' dy \frac{\partial z_f}{\partial x} \end{aligned} \quad (3.54)$$

El primer término es la variación de presión debido al gradiente longitudinal de concentración. El segundo término del lado derecho es nulo debido a que los límites de integración son coincidentes. El último término del lado derecho da cuenta de la presión que ejerce el fondo debido a una variación del fondo. En general, en los depósitos de corrientes de turbidez las variaciones del fondo son pequeñas y suaves (González 2006), por lo tanto este término también se desprecia. Entonces el término correspondiente a la presión es:

$$\int_{z_f}^H \int_l^r \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_z^H cdz' \right) dy dz = \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_f}^H \int_l^r \int_z^H cdz' dy dz - \int_{z_f}^H \left(\int_z^H cdz' \frac{\partial b(x, z)}{\partial x} \right) dz \quad (3.55)$$

El segundo término de la ecuación (3.41) representa la integral en la sección transversal de los esfuerzos de corte turbulentos:

$$\int_{z_b}^H \int_{l_b}^{r_b} \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} dy dz = \int_{z_b}^H \left(\frac{\partial}{\partial z} \int_{l_b}^{r_b} \overline{u'w'} dy - \overline{u'w'}(r_b) \frac{\partial r_b}{\partial z} + \overline{u'w'}(l_b) \frac{\partial l_b}{\partial z} \right) dz \quad (3.56)$$

Considerando que no hay variaciones en la transversal, que el esfuerzo de corte en la superficie libre es nulo e integrando en z , se tiene:

$$\overline{u'w'}(r_b) = \overline{u'w'}(l_b) = \overline{u'w'} \quad (3.57)$$

$$\int_{z_b}^H \int_{l_b}^{r_b} \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} dy dz = - \int_{l_b}^{r_b} \overline{u'w'}(z_b) dy - \int_{z_b}^H \overline{u'w'} \frac{\partial b(z)}{\partial z} dz \quad (3.58)$$

Estos términos dan cuenta del esfuerzo de corte realizado por las paredes de la sección transversal, el primero del fondo y el segundo por las proyecciones transversales de los bordes.

Entonces reemplazando (3.46), (3.47), (3.50), (3.55) y (3.56) en (3.41) se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{z_f}^H \int_l^r u dy dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_f}^H \int_l^r u^2 dy dz + \\ = -Rg \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_f}^H \int_l^r \int_z^H cz' dy dz + \int_{z_f}^H \left(\int_z^H cz' \frac{\partial b(x,z)}{\partial x} \right) dz \\ + \int_{l_b}^{r_b} \overline{u'w'}(z_b) dy + \int_{z_b}^H \overline{u'w'} \frac{\partial b(z)}{\partial z} dz + RgS \int_{z_f}^H \int_l^r c dy dz \end{aligned} \quad (3.59)$$

3.3.3.2 Ecuación de Continuidad de Volumen

Integrando la ecuación de continuidad de volumen (3.12) en la sección transversal, se tiene:

$$\int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial u}{\partial x} dy dz + \int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial w}{\partial z} dy dz = 0 \quad (3.60)$$

Utilizando las condiciones de no resbalamiento al igual que en (3.46), el primer término de (3.60) es:

$$\int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial u}{\partial x} dy dz = \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_f}^H \int_l^r u dy dz \quad (3.61)$$

El segundo término de (3.60) resulta:

$$\int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial w}{\partial z} dy dz = \int_l^r w(H) dy = q_H \quad (3.62)$$

Donde q_H es un caudal ficticio, el cual es requerido debido a la naturaleza de las aproximaciones de capa límite (Parker et al. 1986).

Es necesario mencionar que q_H no es un caudal en la superficie libre, sino que es un valor que es necesario incluir en el análisis debido a la naturaleza de las aproximaciones de capa límite (Parker et al. 1986) y para dar cuenta de la incorporación de fluido, de la pérdida que tiene la corriente por la depositación de los sedimentos y las variaciones temporales de la sección de escurrimiento.

Entonces para darle un sentido físico al término q_H e incorporar las interacciones que ocurren en la interfaz se realizará un análisis integral de continuidad en un volumen de control situado en un tramo de largo dx de la corriente de turbidez.

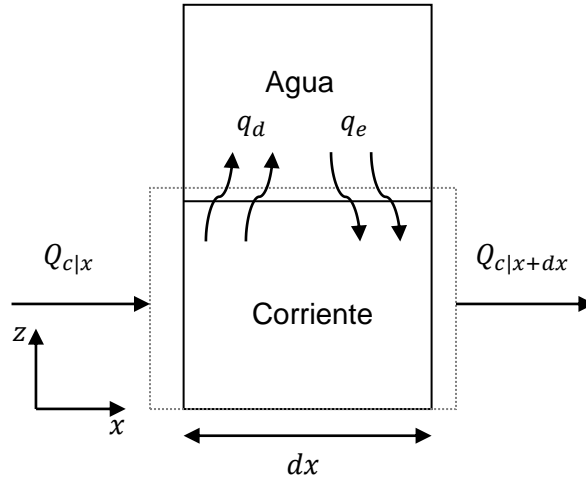


Figura 3.5. Esquema del volumen de control.

La ecuación de continuidad establece que:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + Q_{c|x+dx} - Q_{c|x} = q_e dx - q_d dx \quad (3.63)$$

Donde V es el volumen de la corriente en el volumen de control, q_e es el caudal entrante por unidad de largo, q_d es el caudal que pierde la corriente de turbidez debido a la sedimentación de las partículas y Q es el caudal de la corriente de turbidez.

Dividiendo (63), por el largo dx y tomando el límite cuando x tiende a cero, se obtiene:

$$\frac{\partial A_c}{\partial t} + \frac{\partial Q_c}{\partial x} = q_e - q_d \quad (3.64)$$

donde A_c es la sección transversal de la corriente la cual se define más adelante.

Por otro lado, de la ecuación (3.61), el caudal se define como:

$$Q_c = \int_{z_f}^H \int_l^r u \, dydz \quad (3.65)$$

Por lo tanto, el término q_H discutido anteriormente en (3.62) queda definido como:

$$q_H = \frac{\partial A_c}{\partial t} - q_e + q_d \quad (3.66)$$

3.3.3.3 Ecuación de Conservación de Sedimento

La ecuación (3.39) integrada en la sección transversal es:

$$\begin{aligned} \int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial c}{\partial t} \, dydz + \int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial uc}{\partial x} \, dydz + \int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial wc}{\partial z} \, dydz \\ = - \int_{z_b}^H \int_{l_b}^{r_b} \frac{\partial \overline{w'c'}}{\partial z} \, dydz + \int_{z_b}^H \int_l^r \frac{\partial v_s c}{\partial z} \, dydz \end{aligned} \quad (3.67)$$

donde las fluctuaciones turbulentas son evaluadas en una ubicación cercana al lecho, debido a la necesidad de evitar comportamientos singulares por despreciar la difusión molecular de los sedimentos en suspensión (Parker et al. 1986).

Aplicando la regla de Leibniz al primer término:

$$\int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial c}{\partial t} dy dz = \int_{z_f}^H \left(\frac{\partial}{\partial t} \int_l^r c dy - c(r) \frac{\partial r}{\partial t} + c(l) \frac{\partial l}{\partial t} \right) dz \quad (3.68)$$

Se considera que la variación temporal de los bordes de la sección transversal es en una escala de tiempo mucho menor que aquella en la que ocurren las variaciones de concentración, por lo tanto, el segundo y el tercer término de la ecuación (3.68) se desprecian. Aplicando nuevamente la misma regla en (3.68), se tiene:

$$\int_{z_f}^H \frac{\partial}{\partial t} \int_l^r c dy dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_{z_f}^H \int_l^r c dy dz - \int_l^r c(H) dy \frac{\partial H}{\partial t} + \int_l^r c(z_f) dy \frac{\partial z_f}{\partial t} \quad (3.69)$$

Considerando que la concentración es nula en la superficie libre, junto a que las variaciones temporales de la superficie libre y del fondo son a escalas de tiempo menores, el segundo y el tercer término de (3.69) son despreciados, por lo tanto:

$$\int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial c}{\partial t} dy dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_{z_f}^H \int_l^r c dy dz \quad (3.70)$$

Para el segundo término de (3.67), utilizando las condiciones de no deslizamiento de (3.43), se obtiene:

$$\int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial uc}{\partial x} dy dz = \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_f}^H \int_l^r uc dy dz \quad (3.71)$$

El tercer término del lado izquierdo de (3.67) se integra de manera análoga al realizado en (3.50), considerando que la concentración de sedimentos en la superficie libre es nula, se obtiene:

$$\int_{z_f}^H \int_l^r \frac{\partial wc}{\partial z} dy dz = 0 \quad (3.72)$$

El primer término del lado derecho de (3.67) representa el transporte turbulento vertical de sedimentos. Por lo tanto, suponiendo que no hay variaciones en la dirección transversal y que no existen fluctuaciones turbulentas en la superficie libre, se tiene:

$$\overline{w'c'}(r_b) = \overline{w'c'}(l_b) = \overline{w'c'} \quad (3.73)$$

$$\int_{z_b}^H \int_{l_b}^{r_b} \frac{\partial \overline{w'c'}}{\partial z} dy dz = - \int_{l_b}^{r_b} \overline{w'c'}(z_b) dy - \int_{z_b}^H \overline{w'c'} \frac{\partial b(z)}{\partial z} dz \quad (3.74)$$

Se puede observar que el primer término representa los flujos turbulentos verticales en el lecho, mientras que segundo término los producidos desde los bordes del cauce cuando el ancho varía en la vertical.

Utilizando el procedimiento anterior al último término de (3.67), se obtiene:

$$\int_{z_b}^H \int_l^r \frac{\partial v_s c}{\partial z} dy dz = - \int_l^r v_s c(z_b) dy - \int_{z_b}^H v_s c \frac{\partial b(z)}{\partial z} dz \quad (3.75)$$

donde se describe la sedimentación en el lecho y en los bordes del cauce respectivamente.

Entonces reemplazando (3.70), (3.71), (3.72), (3.74) y (3.75) en (3.67), se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{z_f}^H \int_l^r c dy dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_f}^H \int_l^r uc dy dz \\ = \int_{l_b}^{r_b} \overline{w'c'}(z_b) dy + \int_{z_b}^H \overline{w'c'} \frac{\partial b(z)}{\partial z} dz - \int_l^r v_s c(z_b) dy \\ - \int_{z_b}^H v_s c \frac{\partial b(z)}{\partial z} dz \end{aligned} \quad (3.76)$$

3.3.4 Hipótesis de Autosimilaridad

Para aplicar las ecuaciones de movimiento integradas en la sección transversal, es necesario relacionar las variables locales del flujo con cantidades promediadas o integrales, por lo tanto es necesario realizar suposiciones sobre su distribución.

En el análisis de Parker et al. (1986) las ecuaciones de movimiento se integraron en la vertical, y la relación entre las variables locales y promediadas se realiza a partir de factores de forma que provienen de la hipótesis de autosimilaridad de los perfiles de velocidad y concentración. El análisis que se realiza a continuación es análogo, aunque integrado en la sección transversal.

El área de escurrimiento y los valores medios de la concentración y la velocidad se definen como:

$$UA_c = \int_{z_f}^H \int_l^r u dy dz; \quad U^2 A_c = \int_{z_f}^H \int_l^r u^2 dy dz; \quad UCA_c = \int_{z_f}^H \int_l^r uc dy dz \quad (3.77)$$

El valor del área de escurrimiento obtenido de (3.77), puede ser relacionado mediante la geometría de la sección a valores de la altura de escurrimiento h_c y del ancho medio b_c (González 2006). Por lo tanto, si A_g es el área de escurrimiento cuyo valor proviene de la geometría de la sección, se define el valor de la altura h_c de modo que:

$$A_g = A_c(h_c) \quad (3.78)$$

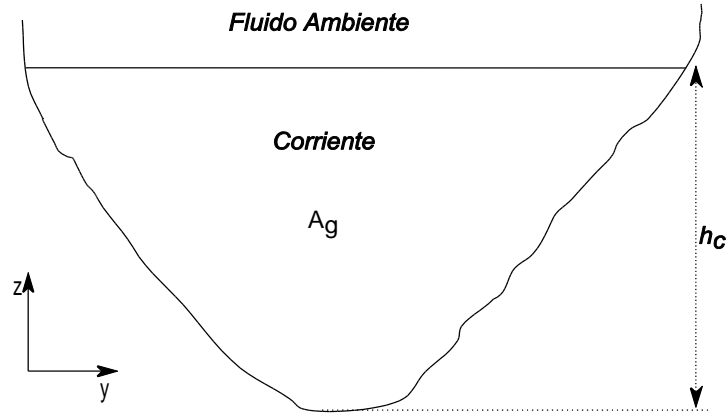


Figura 3.6. Definición de h_c .

Ya definida la altura de escurrimiento, el ancho medio b_c se define a partir del cociente entre el área obtenida en (3.77) y la altura de la corriente:

$$b_c = \frac{A_c}{h_c} \quad (3.79)$$

Con las definiciones de la geometría, se plantean los perfiles autosimilares de concentración y velocidad dados por:

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= U(x, t) \zeta_u(\eta_c, \psi) \\ c(x, y, z, t) &= C(x, t) \zeta_c(\eta_c, \psi) \end{aligned} \quad (3.80)$$

donde,

$$\eta_c = \frac{z-z_f}{h_c} \quad ; \quad \psi = \frac{y-b_c}{b_c} \quad (3.81)$$

por lo tanto se tiene la siguiente relación entre diferenciales:

$$dz = h_c d\eta_c \quad ; \quad dy = b_c d\psi \quad (3.82)$$

Aplicando los perfiles autosimilares en la ecuación (3.77) se obtienen las siguientes condiciones:

$$\int_0^{\eta_H} \int_{\psi_l}^{\psi_r} \zeta_u d\psi d\eta_c = 1 \quad ; \quad \int_0^{\eta_H} \int_{\psi_l}^{\psi_r} \zeta_u^2 d\psi d\eta_c = 1 \quad ; \quad \int_0^{\eta_H} \int_{\psi_l}^{\psi_r} \zeta_u \zeta_c d\psi d\eta_c = 1 \quad (3.83)$$

donde η_H , ψ_l y ψ_r están definidos como,

$$\eta_H = \frac{H-z_f}{h_c} \quad ; \quad \psi_l = \frac{l-b_c}{b_c} \quad ; \quad \psi_r = \frac{r-b_c}{b_c} \quad (3.84)$$

3.3.4.1 Ecuación Momentum

Entonces utilizando las ecuaciones (3.77) a (3.84) en la ecuación integrada de momentum (3.59), se obtiene:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} UA_c + \frac{\partial}{\partial x} U^2 A_c &= - \left[\int_0^{\eta_H} \int_{\psi_l}^{\psi_r} \int_{\eta_c}^{\eta_H} \zeta_c d\eta'_c d\psi d\eta_c \right] Rg \frac{\partial CA_c h_c}{\partial x} \\
&+ \left[\int_0^{\eta_H} \left(\int_{\eta_c}^{\eta_H} \zeta_c d\eta'_c \cdot \frac{\partial b(\eta_c)}{\partial x} \right) d\eta_c \right] Rg Ch_c^2 + \int_l^r \overline{u'w'}(z_b) dy \\
&+ \int_{z_b}^H \overline{u'w'} \frac{\partial b(z)}{\partial z} dz + \left[\int_0^{\eta_H} \int_{\psi_l}^{\psi_r} \zeta_c d\psi d\eta_c \right] Rg SCA_c
\end{aligned} \tag{3.85}$$

definiendo:

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \int_0^{\eta_H} \int_{\psi_l}^{\psi_r} \int_{\eta_c}^{\eta_H} \zeta_c d\eta'_c d\psi d\eta_c \\
\alpha_2 &= \int_0^{\eta_H} \left(\int_{\eta_c}^{\eta_H} \zeta_c d\eta'_c \cdot \frac{\partial b(\eta_c)}{\partial x} \right) d\eta_c \\
\alpha_3 &= \int_0^{\eta_H} \int_{\psi_l}^{\psi_r} \zeta_c d\psi d\eta_c
\end{aligned} \tag{3.86}$$

y reemplazando (3.86) en (3.85) se obtiene:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} UA_c + \frac{\partial}{\partial x} U^2 A_c &= -\alpha_1 Rg \frac{\partial CA_c h_c}{\partial x} + \alpha_2 Rg Ch_c^2 + \int_l^r \overline{u'w'}(z_b) dy + \int_{z_b}^H \overline{u'w'} \frac{\partial b(z)}{\partial z} dz \\
&+ \alpha_3 Rg SCA_c
\end{aligned} \tag{3.87}$$

Los flujos turbulentos de momentum son evaluados a través del esfuerzo de corte en el fondo, el cual se relaciona con la velocidad media mediante un coeficiente de fricción como:

$$\overline{u'w'} = -\frac{\tau_b}{\rho} = -c_f U^2 \tag{3.88}$$

3.3.4.2 Ecuación de Continuidad de Volumen

La ecuación de continuidad de volumen a utilizar es la definida en (3.64), donde q_e es el caudal de entrada a la corriente a través de la interfaz, el cual se puede determinar mediante:

$$\begin{aligned}
q_e &= w_e l_{cw} \\
w_e &= e_w U
\end{aligned} \tag{3.89}$$

Donde w_e es la velocidad de incorporación, l_{cw} es el ancho de la corriente en la interfaz y e_w es un coeficiente de entrada que es función del número de Richardson, dado por (Parker et al. 1986):

$$e_w = \frac{0,00154}{0,0204 + Ri} \tag{3.90}$$

Por otro lado, q_d representa el caudal que circula desde la corriente hacia el fluido ambiente debido a la depositación de los sedimentos. Por lo tanto, se ha propuesto que este caudal es proporcional a la velocidad de sedimentación mediante:

$$q_d = v_s l_{cw} \quad (3.91)$$

Por lo tanto la ecuación (3.64) puede ser escrita como:

$$\frac{\partial A_c}{\partial t} + \frac{\partial Q_c}{\partial x} = U l_{cw} \left(e_w - \frac{v_s}{U} \right) \quad (3.92)$$

Debido a que el coeficiente de entrada e_w se determinó sin considerar la pérdida de volumen de la corriente y en régimen supercrítico, el segundo término del lado derecho de (3.92) sólo se considera cuando la corriente esté en régimen subcrítico, por esta razón la ecuación (2.37) incluye el delta en la ecuación de continuidad de volumen.

3.3.4.3 Ecuación de Conservación de Sedimento

A partir de la hipótesis de autosimilaridad de perfiles de concentración y velocidad aplicada en la ecuación (3.76), se obtiene:

$$\alpha_3 \frac{\partial C A_c}{\partial t} + \frac{\partial U C A_c}{\partial x} = \int_{l_b}^{r_b} \overline{w'c'}(z_b) dy + \int_{z_b}^H \overline{w'c'} \frac{\partial b(z)}{\partial z} dz - \alpha_4 v_s b_c C - \alpha_5 v_s C h_c \quad (3.93)$$

donde:

$$\alpha_4 = \int_{\psi_l}^{\psi_r} \zeta_c (\eta_c = \eta_b) d\psi$$

$$\alpha_5 = \int_0^{\eta_H} \zeta_c \frac{\partial b(z)}{\partial z} d\eta_c \quad (3.94)$$

con:

$$\eta_b = \frac{z_b - z_f}{h_c} \quad (3.95)$$

Los flujos turbulentos de concentración y la concentración cerca del lecho se evalúan a partir de las siguientes ecuaciones de cierre (Parker et al. 1986):

$$\overline{w'c'}(z_b) = E_s v_s \quad (3.96)$$

$$c(z_b) = r_0 C \quad (3.97)$$

Donde E_s es el coeficiente de entrada de sedimentos que depende de la velocidad de corte, el tamaño del sedimento, la velocidad de sedimentación, y la viscosidad del agua, y r_0 es un parámetro que depende de las condiciones del flujo, cercano a 2 en flujo supercrítico (Parker et al. 1987) y aproximadamente 1 en flujo subcrítico (Toniolo et al. 2006b) debido a la mezcla producida por el resalto hidráulico.

3.3.5 Ecuaciones Integradas en la vertical

Antes de analizar el uso y la conveniencia las ecuaciones promediadas en la sección transversal, se revisan con las ecuaciones integradas en la dirección vertical, esto debido a que los factores que relacionan las variables medias con las locales están medidos, por lo cual, son de gran utilidad para observar el comportamiento luego de modificar las ecuaciones.

Estas ecuaciones corresponden a un caso particular de las ecuaciones obtenidas anteriormente integradas sobre la sección de escurrimiento.

Considerando que no existen variaciones del ancho de la sección en ninguna dirección, es decir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial b(z)}{\partial x} &= 0 & ; & & \frac{\partial b(z)}{\partial z} &= 0 \\ b(z) &= b_c = l_{wc} = cte & & & & (3.98) \\ \int_l^r u dy &= ub_c & ; & & \int_l^r c dy &= cb_c \end{aligned}$$

Remplazando en las ecuaciones (3.59), (3.64) y (3.76) se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{z_f}^H u dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_f}^H u^2 dz = -Rg \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_f}^H \int_z^H c dz' dz + RgS \int_{z_f}^H c dz + \overline{u'w'}(z_b) \quad (3.99)$$

$$\frac{\partial h_c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_f}^H u dz = \frac{q_e - q_d}{b_h} = w_e - w_d \quad (3.100)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{z_f}^H c dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_f}^H u c dz = \overline{w'c'}(z_b) - v_s c(z_b) \quad (3.101)$$

El análisis de autosimilaridad de estas ecuaciones se realiza definiendo las siguientes variables promediadas sobre la vertical:

$$Uh_c = \int_{z_f}^H u dz \quad ; \quad U^2 h_c = \int_{z_f}^H u^2 dz \quad ; \quad UCh_c = \int_{z_f}^H u c dz \quad (3.102)$$

Entonces los perfiles autosimilares se definen como:

$$\begin{aligned} u(x, z, t) &= U(x, t) \zeta_u(\eta_c) \\ c(x, z, t) &= C(x, t) \zeta_c(\eta_c) \end{aligned} \quad (3.103)$$

donde

$$\eta_c = \frac{z - z_f}{h_c} \quad (3.104)$$

Entonces las condiciones que surgen a partir de las ecuaciones anteriores son:

$$\int_0^{\eta_H} \zeta_u d\eta_c = 1 \quad ; \quad \int_0^{\eta_H} \zeta_u^2 d\eta_c = 1 \quad ; \quad \int_0^{\eta_H} \zeta_u \zeta_c d\eta_c = 1 \quad (3.105)$$

Entonces reemplazando (3.105) en (3.99), (3.100) y (3.101) se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} U h_c + \frac{\partial}{\partial x} U^2 h_c = - \left[\int_0^{\eta_H} \int_{\eta_c}^{\eta_H} \zeta_c d\eta'_c d\eta_c \right] Rg \frac{\partial C h_c^2}{\partial x} + \left[\int_0^{\eta_H} \zeta_c d\eta_c \right] Rg S C h_c + \overline{u'w'}(z_b) \quad (3.106)$$

$$\frac{\partial h_c}{\partial t} + \frac{\partial U h_c}{\partial x} = w_e - w_d \quad (3.107)$$

$$\left[\int_0^{\eta_H} \zeta_c d\eta_c \right] \frac{\partial C h_c}{\partial t} + \frac{\partial U C h_c}{\partial x} = \overline{w'c'}(z_b) - v_s c(z_b) \quad (3.108)$$

En el trabajo realizado por Parker et al. (1987) los factores de las ecuaciones anteriores fueron determinados experimentalmente, obteniéndose los siguientes resultados:

$$\int_0^{\eta_H} \int_{\eta_c}^{\eta_H} \zeta_c d\eta'_c d\eta_c = \frac{1}{2} \quad (3.109)$$

$$\int_0^{\eta_H} \zeta_c d\eta_c = 1$$

Por lo tanto, las ecuaciones de la corriente integradas en la vertical son:

$$\frac{\partial}{\partial t} U h_c + \frac{\partial}{\partial x} U^2 h_c = -\frac{1}{2} Rg \frac{\partial C h_c^2}{\partial x} + Rg S C h_c - c_f U^2 \quad (3.110)$$

$$\frac{\partial h_c}{\partial t} + \frac{\partial U h_c}{\partial x} = U e_w - v_s \quad (3.111)$$

$$\frac{\partial C h_c}{\partial t} + \frac{\partial U C h_c}{\partial x} = v_s (E_s - r_0 C) \quad (3.112)$$

3.4 Análisis de los Factores de Forma y Flujos Turbulentos

3.4.1 Ecuación de Momentum

A partir de las ecuaciones integradas en la sección transversal y analizando los coeficientes de autosimilaridad, se tiene que los valores más complejos de analizar corresponden a los coeficientes α_1 y α_2 , necesarios para describir la fuerza de presión. Se observa que ambos no poseen una directa interpretación dadas las características de sus definiciones, por lo que se realiza algunos supuestos para poder estimar sus valores.

A continuación se presenta el Teorema de Fubini, el cual será de utilizada para realizar la estimación de α_1 y α_3 .

Teorema de Fubini. Sean $R_1 \subset \mathbb{R}^n$, $R_2 \subset \mathbb{R}^m$, $R = R_1 \times R_2 \subset \mathbb{R}^{N+m}$ y $f: R \rightarrow \mathbb{R}$, una función integrable, y tal que las funciones

$$x \in R_1 \rightarrow \int_{R_2} f(x,y)dy, \quad y \in R_2 \rightarrow \int_{R_1} f(x,y)dx,$$

están bien definidas y son integrables. Entonces

$$\int_R f = \int_{R_1} \left(\int_{R_2} f(x,y)dy \right) dx = \int_{R_2} \left(\int_{R_1} f(x,y)dx \right) dy.$$

En el caso de α_1 , se puede observar que este coeficiente posee características similares al medido por Parker et al. (1987) en la ecuación integrada en la vertical para el término de presión. Ambos dan cuenta de la variación de la fuerza de presión en la longitudinal debido a cambios en la concentración o en la sección de escurrimiento. Por lo que una posibilidad para estimarlo es suponer despreciables las variaciones transversales en la concentración y considerar una geometría rectangular dada la falta de información experimental para determinar el valor de las integrales presentadas en la ecuación (3.86).

Entonces, aplicando el Teorema 3.1 y utilizando los supuestos mencionados, se obtiene:

$$\alpha_1 = \int_0^{\eta_H} \int_{\psi_l}^{\psi_r} \int_{\eta_c}^{\eta_H} \zeta_c(\eta_c, \psi) d\eta_c' d\psi d\eta_c = \int_{\psi_l}^{\psi_r} \int_0^{\eta_H} \int_{\eta_c}^{\eta_H} \zeta_c(\eta_c) d\eta_c' d\eta_c d\psi \quad (3.113)$$

$$\alpha_1 = \int_{\psi_l}^{\psi_r} \frac{1}{2} d\psi = \frac{1}{2} (\psi_r - \psi_l) = \frac{1}{2} \frac{r - l}{b_c} = \frac{1}{2}$$

En α_2 , se cree que está la mayor incertidumbre, dado que este término no está considerado en las ecuaciones integradas en la vertical. Este término da cuenta de la variación de presión producida por los cambios de ancho en la dirección del flujo. A partir de su definición, se observa que el valor está determinado explícitamente por la geometría, tanto en la dirección longitudinal como normal a la sección, por lo cual su valor no es constante. Se puede observar que ensanchamientos producirán aumentos de momentum en la corriente y viceversa, y dado que en cauces naturales las variaciones longitudinales de ancho son suaves, se cree que este término tiene un valor considerablemente menor al primer término de presión.

Es necesario realizar mediciones experimentales para encontrar una relación entre la geometría del cauce y el valor de α_2 , utilizando configuraciones geométricas que sean de utilidad para posteriores aplicaciones, y así, incorporar totalmente en el modelo el efecto producido por las variaciones longitudinales de ancho en la secciones de escurrimiento de la corriente mediante este enfoque integral.

Entonces, para poder realizar una estimación que dé cuenta de las variaciones longitudinales de ancho, se realizan los mismos supuestos que en el caso de α_1 , obteniéndose:

$$\alpha_2 = \int_0^{\eta_H} \left(\int_{\eta_c}^{\eta_H} \zeta_c(\eta_c, \psi) d\eta_c' \cdot \frac{\partial b(\eta_c)}{\partial x} \right) d\eta_c = \int_0^{\eta_H} \left(\int_{\eta_c}^{\eta_H} \zeta_c(\eta_c) d\eta_c' \cdot \frac{\partial b}{\partial x} \right) d\eta_c \quad (3.114)$$

$$\alpha_2 = \frac{\partial b}{\partial x} \int_0^{\eta_H} \int_{\eta_c}^{\eta_H} \zeta_c(\eta_c) d\eta_c' d\eta_c = \frac{1}{2} \frac{\partial b}{\partial x}$$

El coeficiente α_3 sirve para describir el término asociado al peso de la corriente, por lo que se utiliza la medición realiza por Parker et al. (1987), entonces, suponiendo nuevamente que no hay variaciones transversales de concentración y una geometría rectangular de la sección transversal, además de aplicar el Teorema 3.1, se obtiene:

$$\alpha_3 = \int_0^{\eta_H} \int_{\psi_l}^{\psi_r} \zeta_c(\eta_c, \psi) d\psi d\eta_c = \int_{\psi_l}^{\psi_r} \int_0^{\eta_H} \zeta_c(\eta_c) d\eta_c d\psi = \int_{\psi_l}^{\psi_r} 1 d\psi = \frac{r-l}{b_c} = 1 \quad (3.115)$$

Las integrales de los flujos turbulentos de momentum indican los esfuerzos de corte sobre el lecho y la proyección transversal del talud lateral. Entonces, dada la geometría trapezoidal que utiliza MOSSEM, se tienen taludes constantes, por lo que suponiendo un comportamiento uniforme en la transversal y utilizando la ecuación (3.88), se tiene:

$$\int_l^r \frac{r}{u'w'}(z_b) dy + \int_{z_b}^H \frac{r}{u'w'} \frac{\partial b(z)}{\partial z} dz = -c_f U^2 (b_w + 2k_m h_c) = -c_f U^2 l_{cw} \quad (3.116)$$

donde,

$$\frac{\partial b(z)}{\partial z} = 2k_m = k_l + k_r \quad (3.117)$$

Finalmente, dada la falta de información para determinar todos los parámetros de la ecuación de momentum con la geometría utilizada por MOSSEM, se decide continuar utilizando la ecuación integrada en la vertical, ya que ésta incorpora términos conocidos.

3.4.2 Ecuación de Conservación de Sedimentos

En la ecuación de conservación de sedimentos, α_4 describe la distribución transversal de concentración cerca del lecho. Entonces, suponiendo que no hay variación transversal, lo que implica que los sedimentos se depositan uniformemente en el lecho y utilizando r_0 para relacionar el valor medio de la concentración con la existente en z_b , se tiene:

$$\alpha_4 = \int_{\psi_l}^{\psi_r} \zeta_c(\eta_c = \eta_b) d\psi = \psi_r(\eta_b) - \psi_l(\eta_b) = \frac{r_0 b_w}{b_c} \quad (3.118)$$

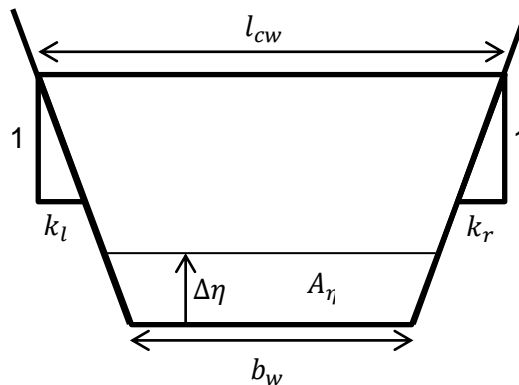


Figura 3.7 Sección transversal de la corriente de turbidez en MOSSEM.

Por otro lado, se ha observado que la concentración en régimen supercrítico tiende a disminuir con la altura (Parker et al. 1986), entonces, la depositación en los bordes no se puede considerar constante, por lo tanto, se considera que la concentración en la interfaz es nula, variando linealmente hasta el fondo donde la concentración es máxima. En el caso del régimen subcrítico, luego del resalto se produce una mezcla en la corriente, por lo que se considera que el valor de la concentración en la corriente es constante en la vertical. Por estas razones, el coeficiente α_5 es estimado como:

$$\alpha_5 = \int_0^{\eta_H} \zeta_c \frac{\partial b(z)}{\partial z} d\eta_c = (1 + \delta)r_0 k_m \quad (3.119)$$

donde δ tiene valor nulo en régimen supercrítico y uno cuando es subcrítico.

Las integrales de los flujos turbulentos de concentración que indican la capacidad de la corriente de incorporar los sedimentos desde el fondo y los taludes. Entonces, dada la geometría del modelo, considerando que no hay variaciones transversales y ocupando la ecuación (3.96) se tiene:

$$\int_{l_b}^{r_b} \overline{w'c'}(z_b) dy + \int_{z_b}^H \overline{w'c'} \frac{\partial b(z)}{\partial z} dz = v_s E_s (b_w + 2k_m h_c) \quad (3.120)$$

3.5 Modificación de la Ecuaciones de Sedimentos

3.5.1 Incorporación de la capacidad de Resuspensión

El coeficiente de entrada de sedimentos, E_s , se determinará a partir de la expresión determinada por García y Parker (1993):

$$E_s = \frac{AZ_u^5}{1 + \frac{A}{0,3} Z_u^5} \quad (3.121)$$

donde:

$$A = 1,3 \cdot 10^{-7} \quad ; \quad Z_u = \frac{u'_{*s}}{v_s} R_p^n \quad ; \quad R_p = \frac{\sqrt{gRD} g^D g}{v} \quad (3.122)$$

El valor del coeficiente n es de 0,6; u'_{*s} es la velocidad de corte provocada por los granos. Los autores proponen la siguiente expresión para determinar la fricción producida por los granos:

$$c_{f_s} = 7,24 \times 10^{-2,75} \quad ; \quad u_{*s}^2 = c_{f_s} U^2 \quad (3.123)$$

La ecuación de conservación de sedimentos (2.35) utilizada por MOSSEM, no posee el coeficiente de entrada debido a que Toniolo (2003) supuso que los niveles de turbulencia no son suficientes como para incorporar sedimentos, por lo tanto, se consideró que el coeficiente r_0 puede ser aproximado a la unidad en todo el dominio para no sobrestimar las tasas de depositación.

3.5.2 Ecuación de Conservación de Sedimentos de la Corriente de Turbidez

A partir de la ecuación (3.93) y reemplazando los valores considerados para α_3 , α_4 y α_5 se obtiene:

$$\frac{\partial CA_c}{\partial t} + \frac{\partial UCA_c}{\partial x} = v_s b_w (E_s - r_0 C) + v_s k_m h_c (2E_s - (1 + \delta)r_0 C) \quad (3.124)$$

3.5.3 Variación del Lecho debido al Sedimento Fino

La evolución del lecho debido a la depositación del sedimento fino se evalúa realizando un balance de sedimentos entre el lecho y la corriente, entonces, suponiendo que la sedimentación es exclusivamente en el fondo del lecho, tal como se observa en la Figura 3.7. Entonces, la nueva ecuación que define la variación temporal del lecho es:

$$\frac{\partial A_\eta}{\partial t} = \frac{v_s b_w (r_0 C - E_s) + v_s k_m h_c ((1 + \delta) r_0 C - 2E_s)}{1 - \lambda_m} \quad (3.125)$$

Entonces:

$$\Delta\eta = \begin{cases} \frac{1}{2k_m} \left(-b_w + \sqrt{b_w^2 + 4k_m A_\eta} \right); & k_m \neq 0 \\ \frac{A_\eta}{b_w} & ; k_m = 0 \end{cases} \quad (3.126)$$

donde λ_m es la porosidad del depósito de finos.

En caso de no existir estratificación en el embalse, la variación del lecho debido a los sedimentos finos se determina a partir de la ecuación (3.126) y la variación de la sección se determina a partir de:

$$\frac{\partial A_\eta}{\partial t} = \frac{v_s l_w C}{1 - \lambda_m} \quad (3.127)$$

donde l_w es el ancho superficial del flujo.

3.6 Experimento de Toniolo (2003) y Modificación de la Condición de Borde Aguas Abajo

3.6.1 Montaje Experimental y Resultados Preliminares

Para verificar la programación del nuevo balance de sedimentos, se realiza una simulación de una corriente de turbidez que atraviesa por un cambio de pendiente. Este experimento corresponde a uno de los realizados por Toniolo (2003) para validar el modelo matemático y numérico propuesto por él para la corriente de turbidez.

El experimento fue desarrollado en un canal de 0,304 m de ancho, 0,76 m. de profundidad y 12,8 m de largo, de los cuales sólo se utilizaron 4 m. del canal en la implementación del lecho con el cambio de pendiente. La superficie libre permanece a una altura de 0,65 m. El primer tramo tiene una pendiente de 29,8% con una extensión de 1,4 m, seguido por un tramo de 2,6 m con una pendiente de 1,7%, por lo tanto, el desnivel entre el extremo aguas arriba y el aguas abajo es de 46 cm correspondiente con la altura de la pared ubicada en el último. Aguas arriba, se ubica una compuerta de 2 cm de alto, la cual permite el ingreso de la mezcla de agua con sedimento fino con una concentración volumétrica del 5% y un caudal de 0,33 l/s. La densidad del sedimento es de 2,5 kg/m³ y un diámetro geométrico de 46 µm, obteniéndose una velocidad de sedimentación de 0,0019 m/s mediante la fórmula de Dietrich descrita en la ecuación (3.128).

$$\frac{v_s}{\sqrt{RgD_s}} = \exp(-2.891394 + 0.95296y - 0.056835y^2 + 0.000245y^4) \quad (3.128)$$

$$y = \ln\left(\frac{v_s D_s}{\nu}\right)$$

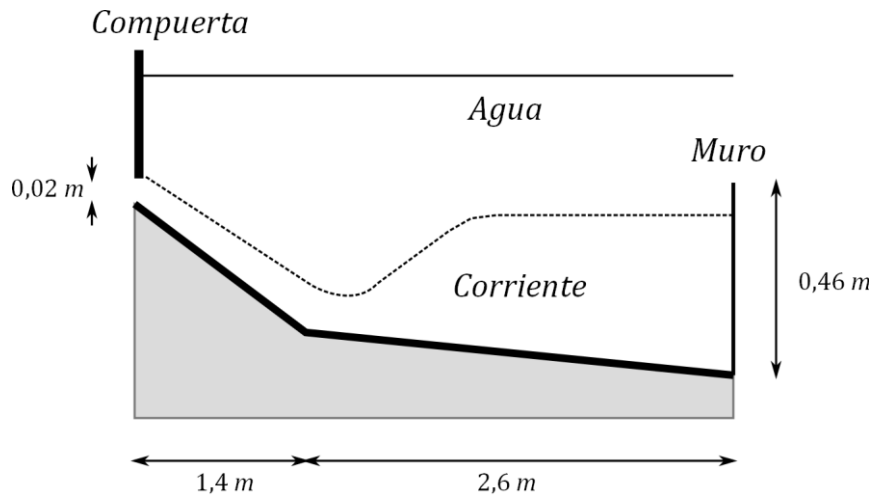


Figura 3.8. Instalación Experimental.

A continuación en las Figura 3.9 y Figura 3.10 se presentan los resultados obtenidos por el modelo en la simulación del experimento antes de modificar las ecuaciones:

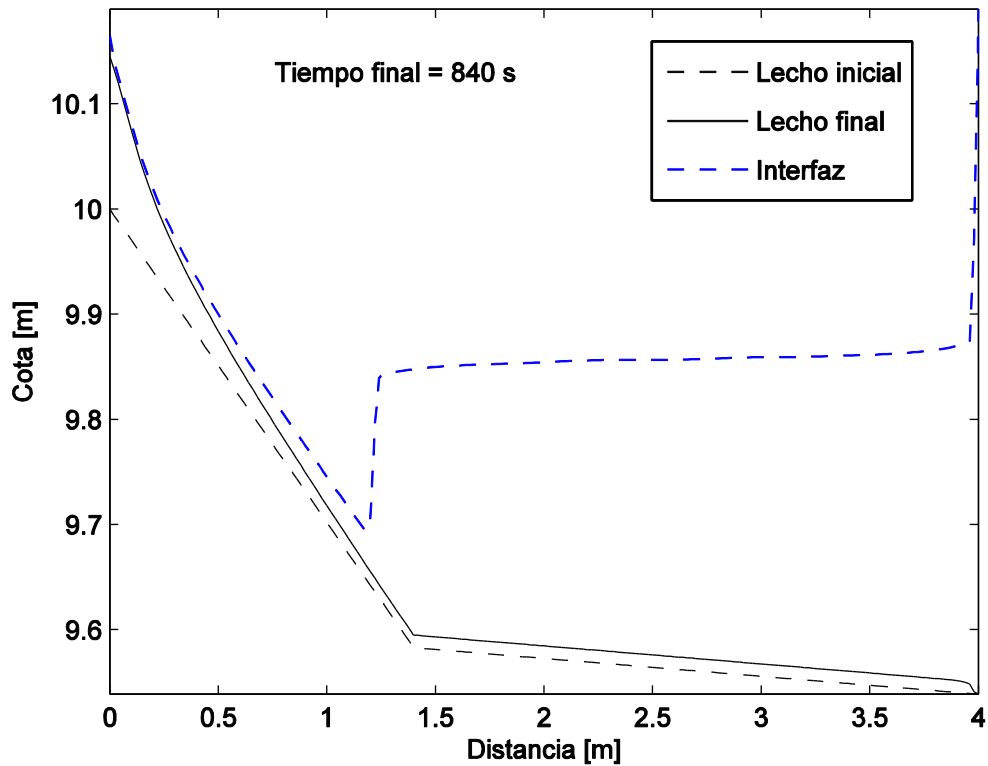


Figura 3.9. Alturas de escurrimientos obtenidas mediante MOSSEM.

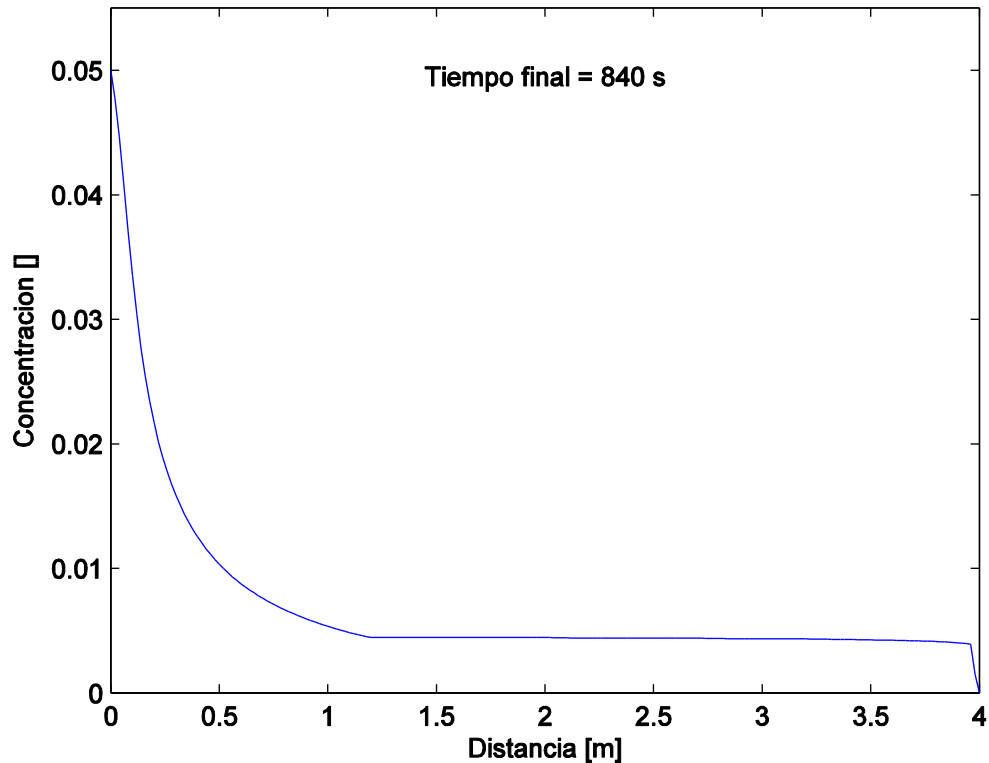


Figura 3.10. Concentración de la corriente en función de la distancia.

3.6.2 Modificación de Condiciones de Borde

Se puede observar que existe un problema en el cálculo de la altura de escurrimiento y la concentración en las cercanías del muro. Por lo tanto, siguiendo las ideas del esquema de Ying, la altura se en el muro se obtendrá mediante la extrapolación de los nodos adyacentes.

La concentración en la zona subcrítica se ha demostrado (Toniolo 2003) que posee el comportamiento de una ecuación de onda de primer orden presentada en la ecuación (3.129). Este resultado se obtiene a partir las ecuaciones de continuidad y conservación de sedimento, considerando que en el flujo subcrítico se pueden desperdiciar la incorporación de fluido ambiente y la resuspensión de sedimentos.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{U \partial C}{\partial x} = 0 \quad (3.129)$$

En la Figura 3.10, se puede observar este comportamiento, por lo tanto, considerando que la velocidad característica de esta ecuación es U , se decide igualar la concentración en el muro a la concentración antes del muro en el tiempo anterior, esto es:

$$C_{muro}^{n+1} = C_{muro-dx}^n \quad (3.130)$$

3.6.3 Resultados Definitivos

Luego de realizar modificaciones en las ecuaciones y sus condiciones de borde, se presentan los resultados en las Figura 3.11 y Figura 3.12, los cuales se comparan con los resultados

experimentales obtenidos por Toniolo en la evolución del lecho. Además se presentan los valores de la altura de la corriente y la concentración en el dominio del experimento.

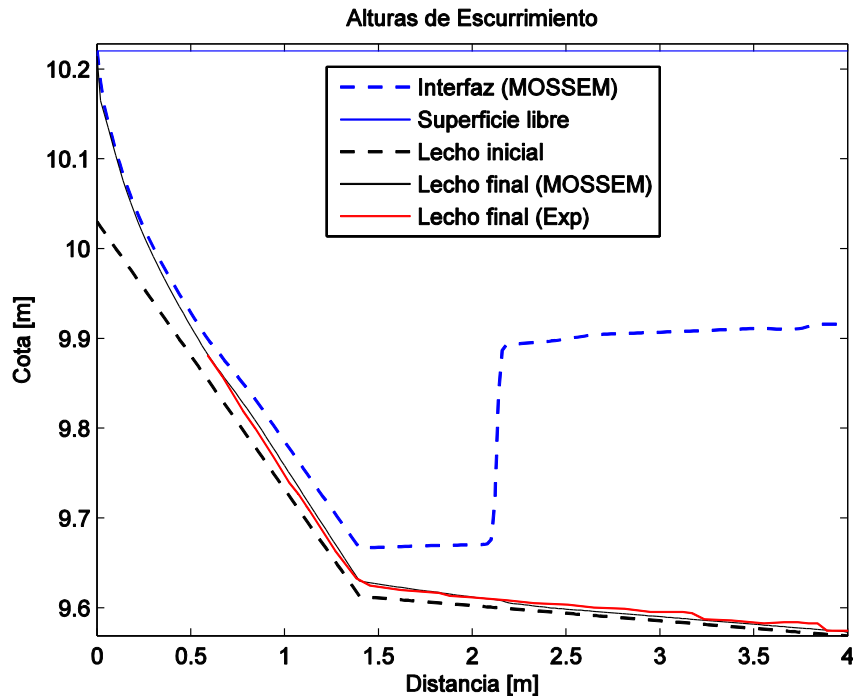


Figura 3.11 Comparación entre resultados experimentales y MOSSEM.

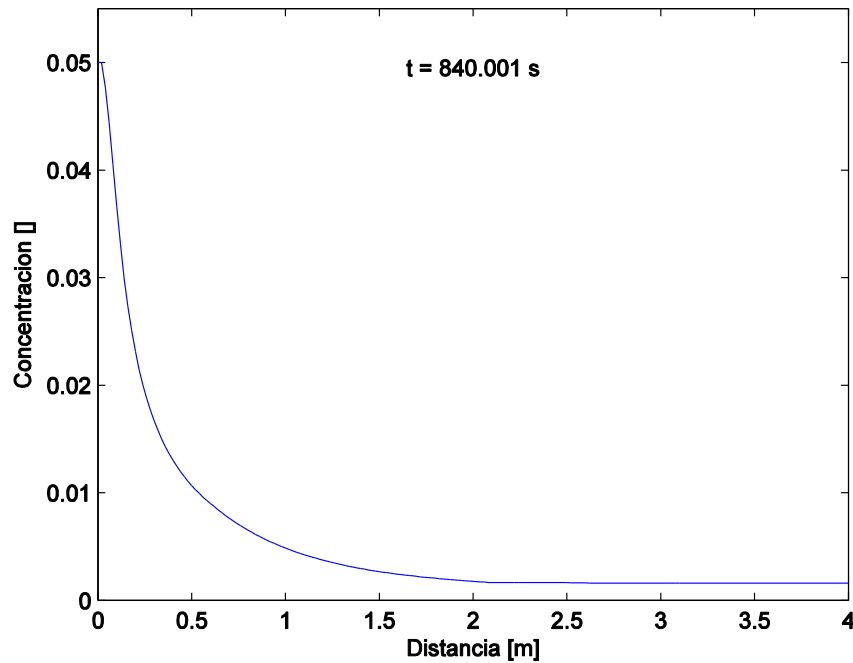


Figura 3.12 Perfil longitudinal de concentración.

A partir de los resultados, se observa un buen ajuste con los sedimentos medidos experimentalmente. Por otro lado, en la simulación se observó que el resalto se desplaza hacia aguas abajo, para luego llegar a una posición de equilibrio. Esto se cree que sucede debido al aumento de momentum debido a la incorporación de sedimentos. Finalmente se observa que los valores en los nodos finales no poseen la anomalía observada antes de cambiar las condiciones de borde.

4 SALIDA A TERRENO: CARACTERIZACIÓN DE LOS SEDIMENTOS AFLUENTES AL EMBALSE RAPEL

4.1 Objetivos

El objetivo de la salida a terreno correspondió a caracterizar los sedimentos que transportan los ríos Cachapoal y Tinguiririca, esto con el fin de poder realizar una simulación de la sedimentación del embalse Rapel con datos medidos.

Los parámetros obtenidos corresponden a las curvas granulométricas de los sedimentos finos y gruesos transportados por ambos ríos y la densidad de los sedimentos finos.

4.2 Planificación

Antes de la salida a terreno, se determinaron los lugares a visitar en cada río y las metodologías necesarias para cumplir con el objetivo.

En la Figura 4.1 se pueden observar los lugares visitados en cada río, los cuales se eligieron debido a su fácil acceso en vehículo y a la cercanía con el embalse.

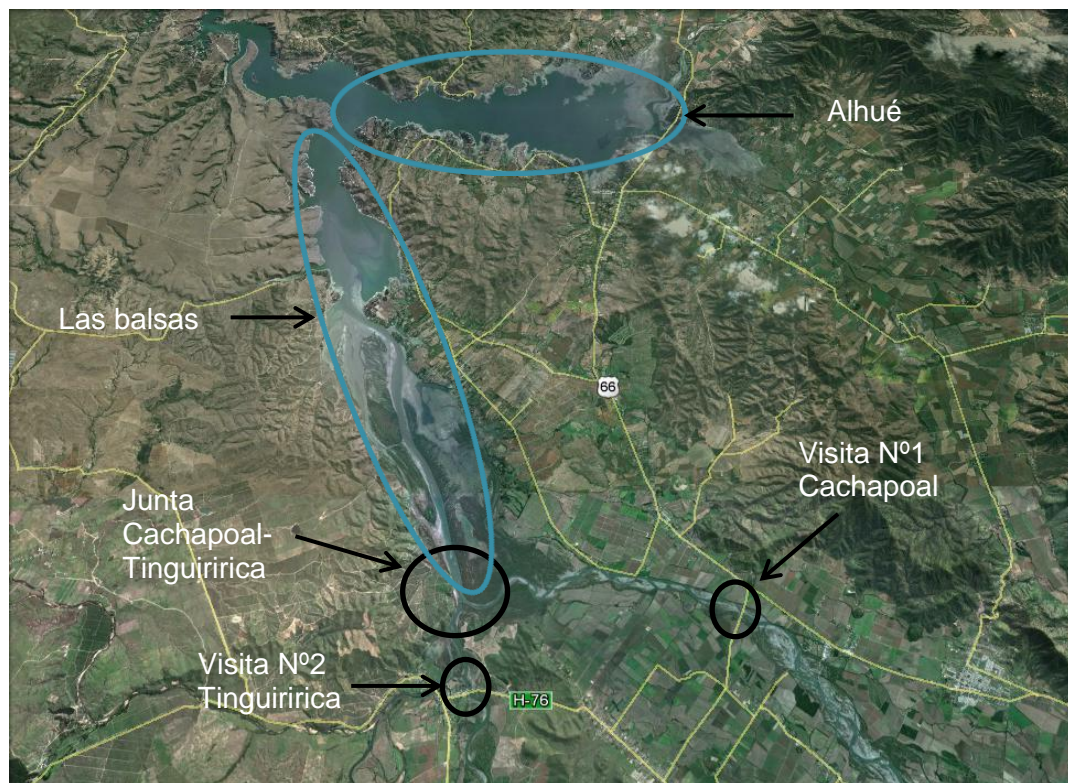


Figura 4.1 Esquema de la visita a terreno e inicio del embalse Rapel.

Además, se revisaron los datos históricos de los afluentes relacionados con el gasto sólido en suspensión e hidrología para determinar el volumen necesario a extraer en cada cauce con el fin obtener cerca de 50 gramos de material en cada caso, determinándose un volumen de 200 litros, aproximadamente, para cada río.

La cantidad de material necesaria para cumplir con los objetivos fue sobreestimada, para así evitar la falta de material en el procedimiento de caracterización.

Para obtener la granulometría de los sedimentos gruesos de la superficie, se optó por utilizar el software WipFrag 2010, el cual mediante un método óptico digital es capaz de reconocer los límites entre los fragmentos y dimensionarlos mediante análisis estadísticos.

Los materiales utilizados en la salida a terreno corresponden a:

- Bomba sumergible Humboldt Q2503 de 0,3 Hp (224 Watts).
- 30 metros de cuerda gruesa.
- Inversor de corriente Black & Decker de 400 Watts.
- 8 bidones de 60 litros de capacidad.
- 25 metros de manguera de diámetro $\frac{3}{4}$ ".
- 2 alargadores de 20 metros cada uno.
- Cámara fotográfica de 12 Mega Pixeles.

4.3 Visita a los Cauces Afluentes al Embalse

El día martes 4 de diciembre del 2012 se llevó a cabo la visita a los ríos Cachapoal y Tinguiririca.

4.3.1 Cachapoal

En primer lugar se visitó el río Cachapoal, donde los 200 litros se repartieron en 4 bidones. Para realizar la extracción se ingresó la bomba sumergible al río en la zona ilustrada en la Figura 4.2.

En el momento de ingresar al cauce, se apreció un importante flujo de sedimentos gruesos en el fondo.



Figura 4.2 Visita al río Cachapoal.

Luego se fotografió la ribera sur del lecho para posteriormente analizarlas con WipFrag, estas imágenes se utilizan para representar la distribución granulométrica del lecho. En la Figura 4.3 se puede apreciar una de las fotografías tomadas en la ribera a los sedimentos gruesos.



Figura 4.3 Sedimentos gruesos de la superficie del lecho del río Cachapoal.

4.3.2 Tinguiririca

Luego se realizó la visita al río Tinguiririca, donde se extrajo el mismo volumen que en el río Cachapoal. En la Figura 4.4 se puede apreciar el lugar visitado, el cual se encontraba influenciado por el embalse, observándose una muy baja velocidad de escurrimiento y bajos niveles de turbulencia. Por otro lado se observaron sedimentos en suspensión, aunque debido a los bajos niveles de turbulencia, es probable una mayor presencia de materia orgánica debido a la menor densidad de este tipo de material, además, no se apreció la existencia de gasto sólido de fondo.



Figura 4.4 Visita al río Tinguiririca.

Además se fotografió la ribera norte de la zona para caracterizar los sedimentos gruesos de la superficie del lecho del río, como se puede observar en la Figura 4.5.



Figura 4.5 Sedimentos gruesos del río Tinguiririca.

4.4 Análisis de los Sedimentos del Lecho

A partir de las imágenes obtenidas en la visita a los ríos Cachapoal y Tinguiririca, se obtienen las granulometrías de ambos ríos, las cuales se comparan con los resultados obtenidos por Benítez (1984).

Los resultados obtenidos por Benítez no incluyen información respecto del contenido de arena del lecho, por lo tanto, estos resultados sólo se presentan para poder corroborar los resultados obtenidos, ya que en la modelación del embalse, el transporte de fondo se estima a partir de la fórmula de Wilcock & Crowe (2003), en donde el contenido de arenas tiene un importante efecto en el valor del transporte de fondo.

4.4.1 Río Cachapoal

Para obtener la granulometría del río Cachapoal, se analizan 3 fotografías obtenidas en el terreno, las que se presentan en el Anexo D, obteniéndose los resultados presentados en la Figura 4.6. Luego se determina la granulometría representativa promediando los resultados.

En la Figura 4.7 se realiza la comparación entre la granulometría representativa del terreno y la obtenida por Benítez (1984) medidas en la zona del Puente Arqueado. Se puede observar que los resultados obtenidos en terreno muestran una granulometría más gruesa que la obtenida por Benítez (1984).

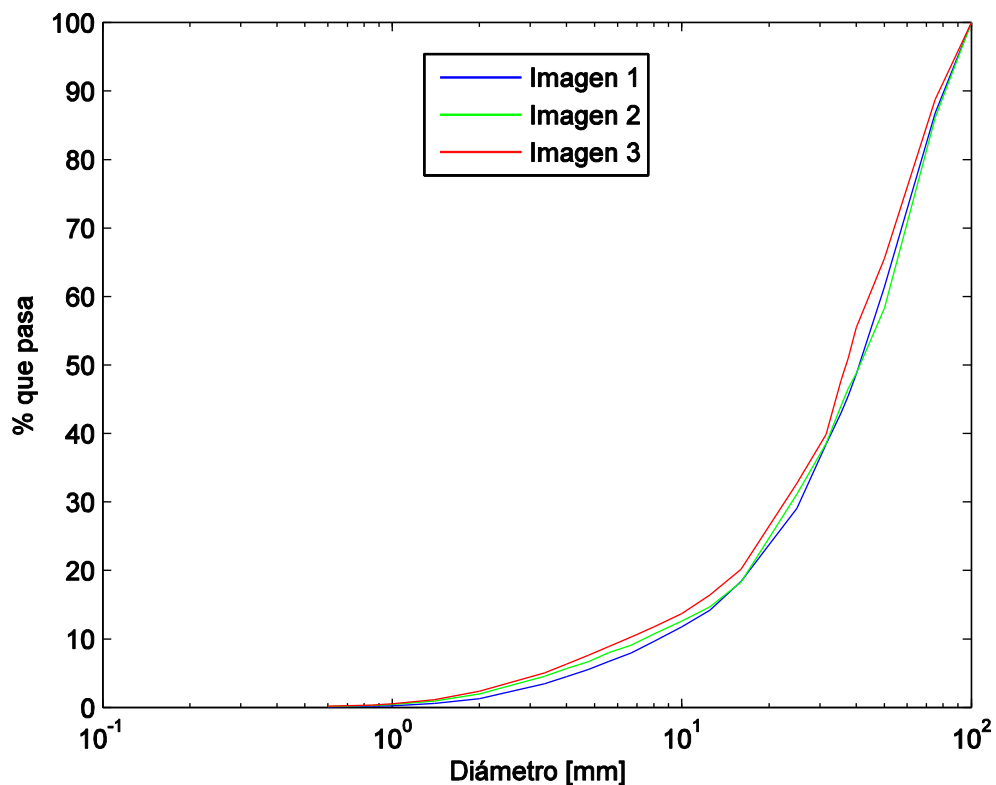


Figura 4.6 Granulometrías obtenidas para los sedimentos del lecho en el río Cachapoal.

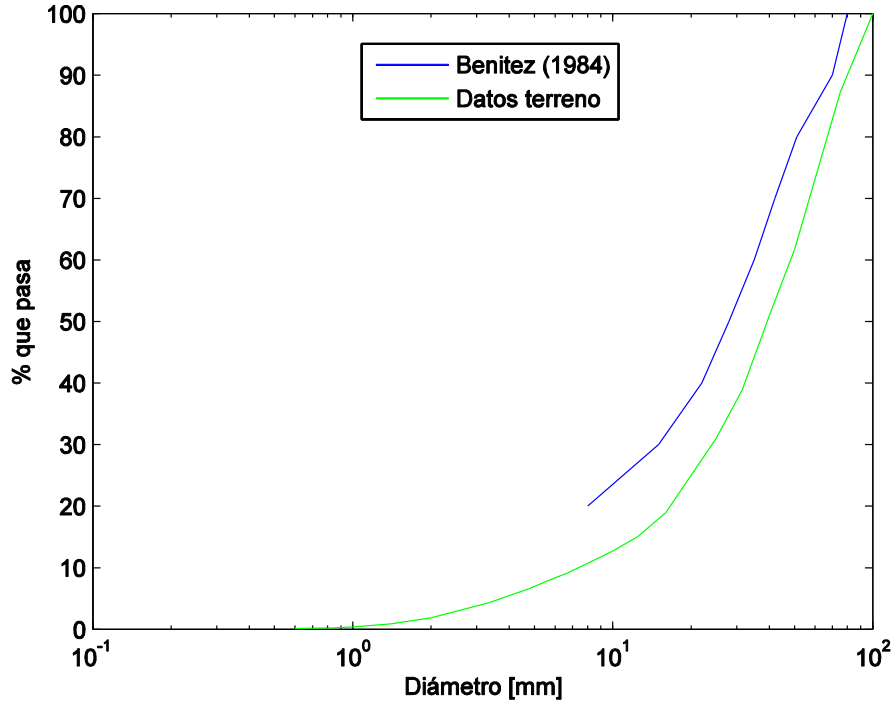


Figura 4.7 Comparación entre Benítez (1984) y la salida a Terreno en el río Cachapoal.

4.4.2 Río Tinguiririca

En el caso del río Tinguiririca se analizan 2 imágenes obtenidas del terreno, de las cuales se obtienen los resultados presentados en la Figura 4.8.

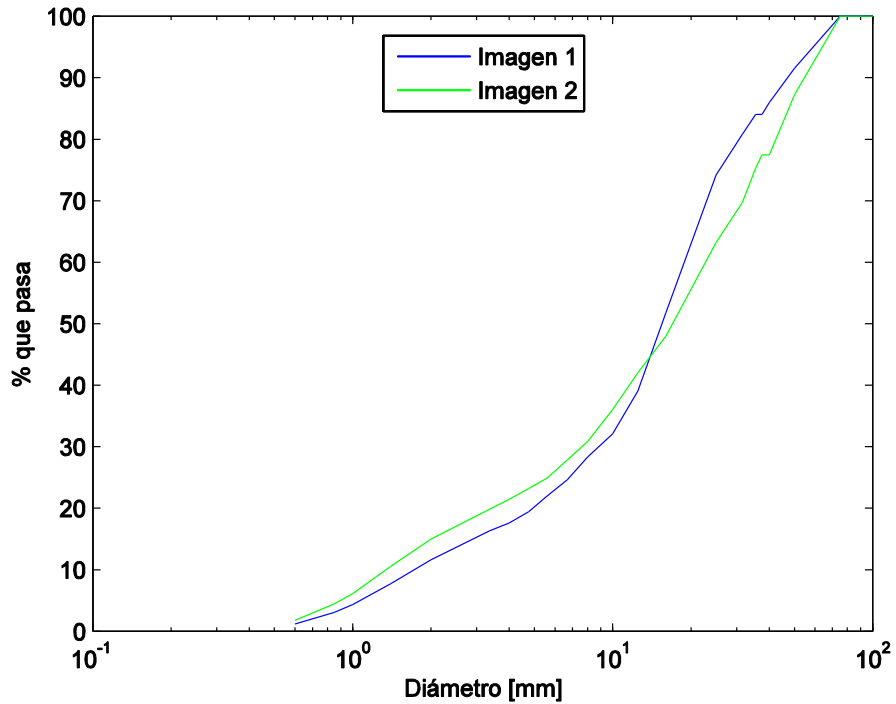


Figura 4.8 Granulometrías obtenidas para los sedimentos del lecho en el río Tinguiririca.

Al igual que en el caso anterior, la granulometría representativa es el promedio de los resultados de cada análisis, para nuevamente compararlos con los resultados obtenidos por Benítez (1984) en el sector de Los Olmos, obteniendo los resultados presentados en la Figura 4.9.

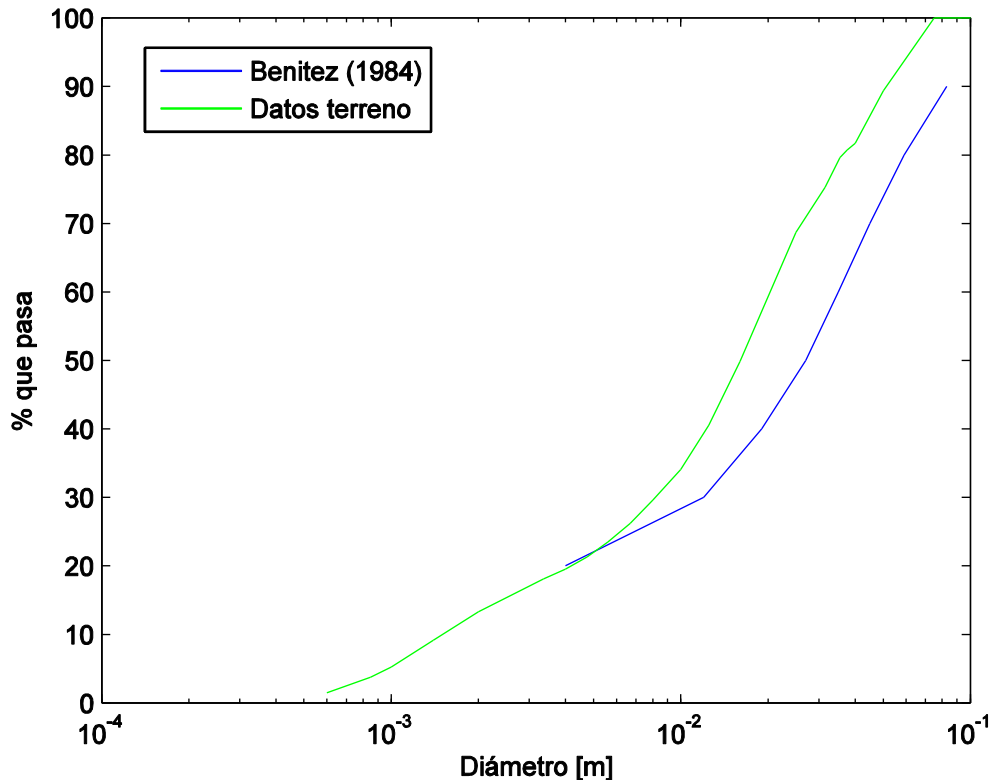


Figura 4.9 Comparación entre Benítez (1984) y la salida a Terreno en el río Tinguiririca.

4.4.3 Granulometría del Lecho Afluente al Embalse Rapel

A partir de los resultados anteriores se obtiene una granulometría representativa afluente al embalse, la cual será utilizada en la modelación del embalse. Se puede observar en la Figura 4.7 que en el río Cachapoal la granulometría obtenida es más gruesa que la medida por Benítez (1984) y en el caso del río Tinguiririca se aprecia en la Figura 4.9 que las mediciones entregaron granulometrías más finas que las medidas por Benítez (1984). Estas diferencias pueden ser consecuencia distintas metodologías empleadas en la determinación de las granulometrías o de los distintos lugares en donde se realizaron las mediciones.

Para obtener la granulometría representativa, se utiliza la estimación gasto sólido de fondo afluente al embalse Rapel de cada río afluente desde el 01 de enero del 1971 al 31 de diciembre del 2009 realizada por Lecaros (2011), donde se utilizó la granulometría de Benítez (1984) y la relación de Wilcock & Crowe (2003). Para finalmente obtener la granulometría representativa afluente ponderando las granulometrías medidas en los ríos en la misma proporción que los valores del transporte de fondo medido por Lecaros (2011).

Como se puede apreciar en la Figura 4.9 la curva granulométrica de Benítez (1984) no posee información acerca del contenido de arenas, por lo tanto Lecaros (2011) realizó 3 estimaciones presentadas en la Tabla 4.1, suponiendo un 5%, 10% y 15% de contenido de arena.

Tabla 4.1 Volúmenes de sedimento grueso en millones de m³ aportado por cada río al embalse Rapel en el periodo 1971-2009 (Lecaros 2011).

Río	Contenido de arenas		
	5%	10%	15%
Cachapoal	23	32	38
Tinguiririca	16	22	25

Para escoger cuál de estos resultados utilizar, se observa la curva granulométrica obtenida en terreno, donde se puede apreciar que el contenido menor a 2 mm es de aproximadamente el 15%.

Por lo tanto, la curva granulométrica representativa será la ponderación de las curvas obtenidas en terreno proporcionalmente a los volúmenes presentados en la Tabla 4.1.

En la Figura 4.10 se presenta la curva granulométrica representativa del lecho medida en terreno, que se utiliza en la modelación de sedimentos del embalse Rapel.

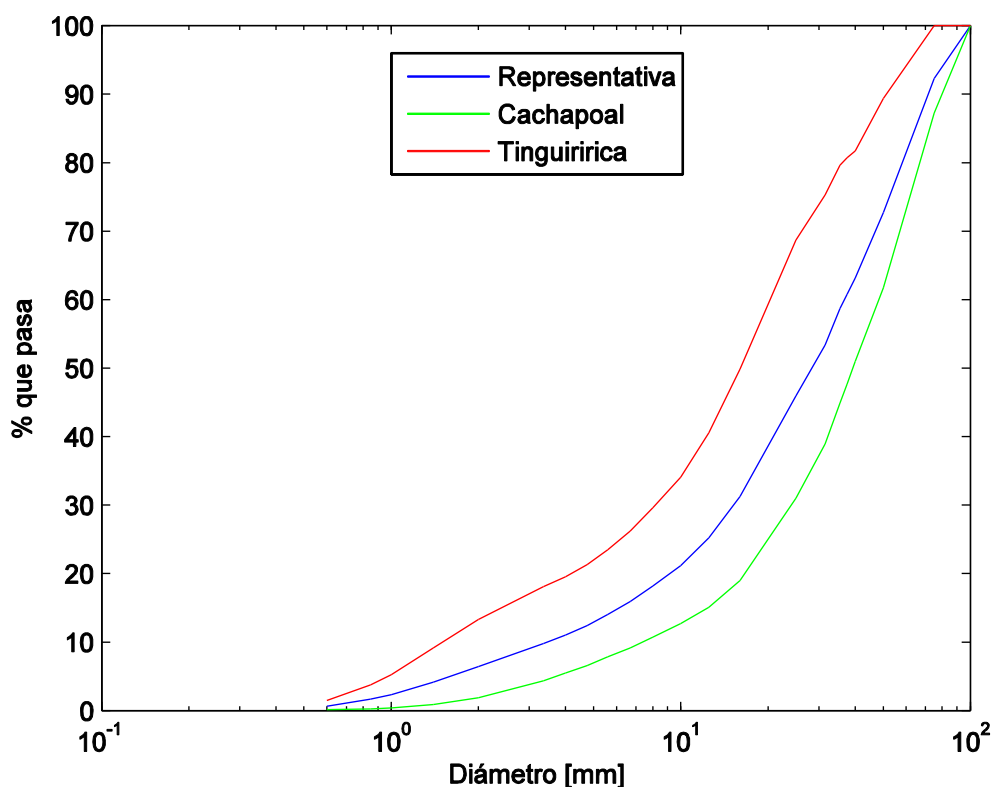


Figura 4.10 Granulometrías del lecho de los ríos afluentes al embalse.

4.4.4 Determinación del Coeficiente de Rugosidad de Manning

A partir de la curva granulométrica de sedimento grueso, se obtiene el coeficiente de rugosidad de Manning, En primer lugar, se utiliza fórmula empírica de Strickler (1923), presentada a continuación:

$$n = 0,047d_{50}^{1/6} \tag{4.1}$$

con $d_{50} = 0,028 \text{ m}$, se obtiene que $n = 0,026 \text{ sm}^{-1/3}$.

Además, se utiliza el procedimiento propuesto por Cowan (1956) para considerar otros parámetros, donde se utiliza la siguiente ecuación:

$$n = (n_0 + n_1 + n_2 + n_3 + n_4)m_5 \quad (4.2)$$

donde n_0 es un valor básico de n para un canal recto, uniforme y liso con los materiales involucrados, n_1 es un valor que se agrega para corregir los efectos de las rugosidades superficiales, n_2 se agrega para considerar las variaciones en forma y tamaño de la sección transversal, n_3 es un valor para considerar las obstrucciones, n_4 es un valor para considerar los efectos de la vegetación y m_5 es un factor de corrección por el efecto causado por los meandros.

En la Tabla 4.2 se presentan los valores utilizados para cada valor de la ecuación (4.2).

Tabla 4.2 Valores utilizados en la ecuación (4.2).

Item	Parámetro	Condiciones	Valor
n_0	Material involucrado	Grava Fina	0,026
n_1	Irregularidad	Pocas	0,002
n_2	Variaciones en la sección	Ocasionales	0,002
n_3	Obstrucciones	Despreciable	0
n_4	Vegetación	Despreciable	0
m_5	Meandros	Despreciable	1

Como se puede apreciar, en valor de n_0 corresponde al determinado con la fórmula de Strickler, entonces, a partir de estos valores se obtiene un coeficiente de rugosidad de Manning de $0,030 \text{ sm}^{-\frac{1}{3}}$, valor que será utilizado en la modelación.

4.5 Extracción del Sedimento en Suspensión de las Muestras

A partir de las muestras obtenidas en terreno se obtienen los sedimentos finos de cada río. Es necesario mencionar que no todos los sedimentos finos que contienen las muestras se incorporan en este análisis, solamente se consideran los de origen inorgánico, ya que, poseen mayor densidad y son los responsables de la inmersión del flujo.

Para separar los sedimentos del agua se utilizaron dos metodologías. La primera consiste en filtración y en segundo lugar en la evaporación del agua de las muestras.

4.5.1 Filtración

Este procedimiento se llevó a cabo en el Laboratorio de Calidad de Aguas del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile.

i. Metodología

El método consiste en el filtrado de las muestras en filtros de Boro-Silicato marca ADVANTEC con porosidad de $0,5 \mu\text{m}$, los cuales son pesados antes de su uso en una balanza analítica marca Sartorius. Esta balanza permite realizar mediciones desde los 0.0001 gr con un error de 0.00005 gr .

La filtración se realiza utilizando un sistema de bombeo en vacío presentado en la Figura 4.11, el cual se compone de:

- Bomba de vacío
- Matraz Kitazato
- Porta Filtro
- Embudo de filtrado
- Sistema de mangueras conectoras



Figura 4.11 Filtros Boro-Silicato y Sistema de Filtrado.

Este sistema permite la separación de las partículas sólidas de la muestras quedando en los filtros con una baja humedad. Luego los filtros son secados en un horno a 105°C durante una hora, para obtener solamente el filtro y las partículas sólidas, para posteriormente pesarlas (Rice et al. 2012).



Figura 4.12 Horno y mufla del Laboratorio de Calidad de Aguas.

Para obtener los sólidos suspendidos inorgánicos, las muestras son calcinadas en la mufla presentada en la Figura 4.12 a 550°C durante una hora. De esta forma se obtienen los filtros más los sedimentos no volátiles, los cuales también son pesados nuevamente (Rice et al. 2012).

Finalmente se deben separar los filtros de los sedimentos, etapa en donde se utiliza un pincel para extraer suavemente los sedimentos. Este instrumento es utilizado ya que dada la fragilidad del filtro, se intenta no romperlo y así evitar la mezcla de estas partículas con los sedimentos. En la Figura 4.13 se muestra el estado de los filtros luego de la extracción de sedimentos.



Figura 4.13 Estado de los filtros luego de realizar la extracción de los sedimentos.

En esta última es donde aparece el principal inconveniente del método de extracción de sedimentos mediante filtros. Éste se origina por la gran adhesión entre el filtro y los sedimentos, sumado a la fragilidad del material de los filtros. Lo cual imposibilita extraer la totalidad de los sedimentos y aumenta la probabilidad de incorporar partículas del filtro a medida que se extraen más sedimentos.

ii. Resultados

a) Río Cachapoal

En el caso de las muestras del río Cachapoal, los sedimentos fueron separados de los filtros de dos formas, esto con el fin de extraerlos en el punto en donde el proceso sea más eficiente, dado los problemas anteriormente explicados.

Por lo tanto, los sedimentos inicialmente fueron separados después de la etapa de calcinación a 550°C y luego haber filtrado 26,61 litros de muestra, se realizó la extracción después del secado en el horno a 105°C, filtrándose 9,44 litros.

En la Tabla 4.3 se presenta un resumen con los resultados obtenidos para el río Cachapoal antes de la separación de los filtros. La masa de sedimentos se determina como la diferencia entre el peso del conjunto filtro-sedimentos y el peso del filtro correspondiente.

Tabla 4.3 Resumen de los resultados de la filtración para las muestras del río Cachapoal antes de la separación.

Número de filtros	Volumen filtrado [lt]	Masa de los sedimentos no calcinados [gr]	Masa de los sedimentos calcinados [gr]	Concentración media [gr/lt]
37	26,61	0,838	0,701	0,032
11	9,44	0,301	-	0,032

Como se puede observar, los volúmenes indican la etapa en la cual se realizó la separación, razón por la cual existe una celda sin valor, ya que la calcinación se realizó posterior a la extracción de sedimento del filtro.

En la Tabla 4.4 se presenta la masa obtenida luego de realizar la separación de los sedimentos con el filtro.

Tabla 4.4 Pérdidas producidas en cada metodología.

Volumen filtrado [lt]	Masa antes de la separación [gr]	Masa después de la separación [gr]	Porcentaje de pérdida [%]
26,61	0,701	0,369	47,34
9,44	0,301	0,099	67,04

Luego se calcinan los 0,099 gramos obtenidos del segundo tipo de separación, obteniéndose 0,085 gramos. Por lo tanto la masa total de sedimentos finos obtenidos por el método de filtración del río Cachapoal es de 0,454 gramos, observándose un 16,4% de materia orgánica en las muestras.

b) Río Tinguiririca

En el caso del río Tinguiririca la extracción sólo se realizó después del proceso de calcinamiento, dada la mayor facilidad obtenida en el caso anterior. En la Tabla 4.5 se presenta un resumen de los resultados obtenidos antes de separar los sedimentos de los filtros.

Tabla 4.5 Resumen de los resultados para las muestras del río Tinguiririca

Número de filtros	Volumen Filtrado [lt]	Masa de Sedimentos no calcinada [gr]	Masa de sedimentos calcinada [gr]	Concentración media [gr/lt]
40	32,5	1,289	1,107	0,040

Se puede observar que la cantidad de materia obtenida es bastante mayor en comparación a las muestras del río Cachapoal siendo similares los volúmenes filtrados. Esto se puede explicar por la diferencia de concentración media existente y principalmente a las grandes pérdidas del proceso de extracción de sedimentos. Por otro lado, se observa un 14,14% de materia orgánica en las muestras.

En la Tabla 4.6 se presentan los resultados obtenidos luego de la separación de los sedimentos del filtro.

Tabla 4.6 Pérdidas producidas luego de la extracción del sedimento.

Volumen filtrado [lt]	Masa antes de extracción [gr]	Masa después de la extracción [gr]	Porcentaje de pérdida
32,5	1,107	1,035	6,50

A pesar de la baja pérdida obtenida en el proceso de filtrado del río Tinguiririca, se observó una distorsión en los sedimentos obtenidos debido a la adhesión que adquirían los sedimentos al filtro, por lo que los resultados contenían una cantidad apreciable de este material.

4.5.2 Evaporación del agua de las muestras

Luego de notar el inconveniente del método anterior, se decidió obtener sedimentos mediante la evaporación del agua de las muestras, lo cual se realizó en el Laboratorio Francisco Javier Domínguez del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile.

i. Metodología

Este procedimiento consiste en insertar las muestras en bandejas pyrex resistentes a altas temperaturas y posteriormente ingresarlas a la mufla del laboratorio marca Nabertherm.



Figura 4.14 Bandejas pyrex y mufla.

Estas bandejas poseen una capacidad de aproximadamente 4 litros, aunque por seguridad se optó por no utilizar la totalidad de la capacidad para evitar posibles rebalses.

La temperatura de funcionamiento de la mufla se programó inicialmente a 95°C, esto para evitar la ebullición dentro de la mufla. Aunque luego de observar una baja tasa de evaporación y una baja temperatura en el agua, se decidió ir aumentando la temperatura de la mufla y así ahorrar tiempo en el proceso de evaporación. Valores cercanos a los 200°C permitían reducir considerablemente el tiempo de evaporación de las muestras, además de mantener el agua sin hervir. También se utilizaron temperaturas cercanas a los 250°C, observándose al líquido hervir.

Luego de evaporar el líquido, se obtienen las bandejas con el sedimento de la muestra. Para extraer el sedimento, se utilizó una espátula de laboratorio, para luego guardarlos según el río.

Finalmente se calcina el material para obtener la materia inorgánica de los sedimentos.

ii. Resultados

A continuación en la Tabla 4.7 se presentan los resultados obtenidos.

Tabla 4.7 Resultados luego de la evaporación del agua de las muestras.

Río	Volumen evaporado [lt]	Masa de sedimento [gr]	Concentración media [gr/lt]
Cachapoal	9,39	4,268	0,455
Tinguiririca	19,05	6,765	0,355

Luego de obtener los sedimentos se realiza el calcinamiento de las muestras, obteniéndose los resultados de la Tabla 4.8:

Tabla 4.8 Resultados obtenidos luego de la calcinación de los sedimentos.

Río	Masa de sedimento [gr]	Masa de sedimento calcinado [gr]	Porcentaje de materia orgánica [%]
Cachapoal	4,268	3,614	15,34
Tinguiririca	6,765	6,028	10,89

A partir de los resultados se observa que las cantidades de sedimentos por este método son mayores a las obtenidas mediante la filtración, esto se debe principalmente a que las muestras utilizadas en este último procedimiento fueron las últimas en ser sacadas de los bidones, por lo que se presume que tenían una mayor concentración.

Por otro lado, si se debe destacar la mayor facilidad en extraer los sedimentos, al no tener la dificultad de una posible mezcla con otras partículas, lo cual permitió extraer prácticamente la totalidad de los sedimentos de las muestras.

4.6 Análisis del Sedimento Fino

Luego de obtener los sedimentos finos, se determina la densidad y la granulometría para ambos ríos.

4.6.1 Densidad

Para obtener la densidad se realizaron dos ensayos de gravedad específica de los sólidos del suelo en el Laboratorio de Geotecnia del IDIEM.

El ensayo consiste en llenar un picnómetro hasta un cierto volumen de referencia con agua y el suelo, medir su masa y temperatura. Luego se realiza el mismo procedimiento, pero sin el suelo. Finalmente se obtiene el volumen de sedimento debido a la diferencia de masa en ambos procedimientos mediante la siguiente expresión:

$$V_s = \frac{m_2 + m_3 - m_1}{\rho_{agua}} \quad (4.3)$$

donde:

- V_s : Volumen de los sedimentos [cm^3].
- m_1 : Masa del picnómetro + agua + suelo seco [gr].
- m_2 : Masa del picnómetro + agua [gr].
- m_3 : Masa del suelo seco [gr].
- ρ_{agua} : Densidad del agua [gr/cm^3].

Luego de obtener el volumen del suelo, se obtiene por definición la densidad de cada muestra.

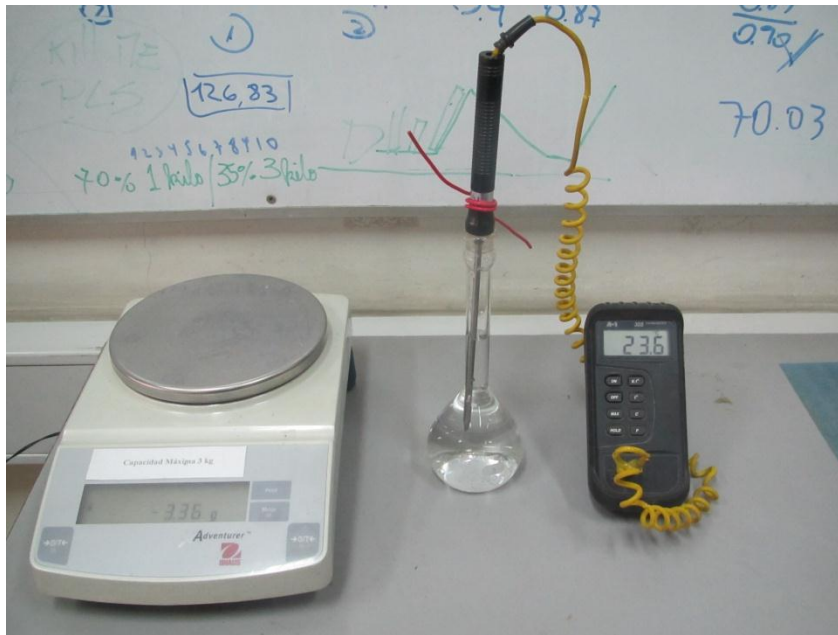


Figura 4.15 Materiales utilizados en el ensayo de gravedad específica de los sólidos

En la Tabla 4.9 se presentan los resultados obtenidos en los ensayos:

Tabla 4.9 Valores obtenidos en el ensayo de gravedad específica de los sólidos.

	Cachapoal	Tinguiririca
Peso Picnómetro + Agua + Suelo, m_1 [gr]	345,760	344,750
Peso Picnómetro + Agua, m_2 [gr]	344,240	341,840
Peso Suelo Seco, m_3 [gr]	2,518	4,860
Temperatura del agua [°C]	27,3	27,3
Densidad del agua, ρ_{agua} [gr/cm ³]	0,996	0,996
Volumen del Sólido [cm ³]	1,001	1,957
Densidad del suelo [gr/cm ³]	2,515	2,483

A partir de los resultados anteriores se calcula la densidad de los sedimentos finos afluentes utilizando la estadística de sólidos suspendidos presentada en la Tabla 2.4. Luego la densidad afluente se determina a partir de:

$$\rho_s = \frac{\text{Masa total afluente}}{\text{Volumen total afluente}}$$

$$\rho_s = \frac{\text{Masa cachapoal} + \text{Masa Tinguiririca}}{\frac{\text{Masa Cachapoal}}{\text{Densidad Cachapoal}} + \frac{\text{Masa Tinguiririca}}{\text{Densidad Tinguiririca}}} \quad (4.4)$$

donde se obtiene una densidad de 2,504 ton/m³.

4.6.2 Granulometría

Para obtener la curva granulométrica de los sedimentos finos, se utilizó un granulómetro láser perteneciente al Área de Sedimentología del Departamento de Geología de la Universidad de Chile. El equipo es el granulómetro láser Mastersizer 2000, el cual tiene incluido el módulo de dispersión de partículas Hldro2000G, ambos marca Malvern. El rango de medición del instrumento abarca desde los 0,02 μm a los 2000 μm .



Figura 4.16 Granulómetro láser con módulo de dispersión Hidro2000G.

El Mastersizer 2000 utiliza la técnica de difracción del láser para medir el tamaño de las partículas. Esto se realiza midiendo la intensidad de la luz dispersada. Estos datos se analizan, para posteriormente obtener el tamaño de las partículas que crearon el patrón de dispersión.

La cantidad de material necesaria para generar una curva granulométrica es variable, aunque se estima que en ningún caso fue superior a 0,5 gramos.

En la obtención de las curvas granulométricas se utilizan los sedimentos obtenidos en la etapa de evaporación, esto debido a la mayor confiabilidad de estas partículas y porque se obtuvo una mayor cantidad de material por este método.

Por cada muestra analizada por granulómetro láser se determinan 3 curvas granulométricas, para dar paso a una representativa. Este proceso se reiteró 6 veces para cada río.

Además se determina el diámetro geométrico medio de cada granulometría mediante la siguiente expresión:

$$\ln(d_{gm}) = \sum_i^n p_i \ln(d_i) \quad (4.5)$$

donde n son los intervalos de la curva granulométrica y d_i es el diámetro representativo del porcentaje p_i .

En la Figura 4.17 y en la Tabla 4.10 se presentan los resultados obtenidos por el granulómetro láser:

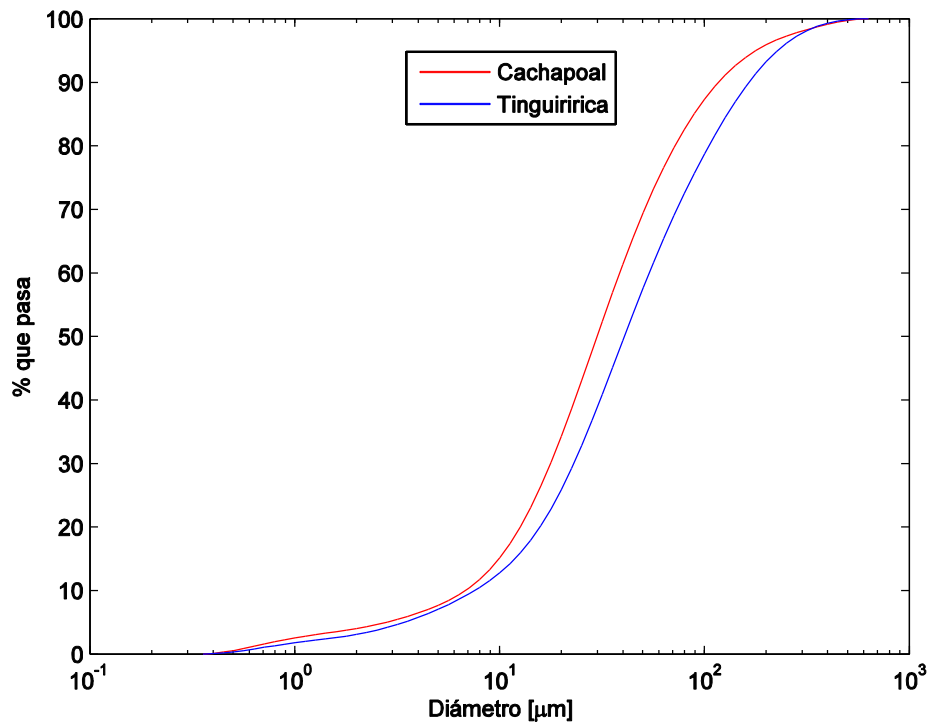


Figura 4.17 Granulometrías de los sedimentos finos de los ríos afluentes al embalse Rapel.

Tabla 4.10 Diámetros característicos de los sedimentos en suspensión.

	Cachapoal	Tinguiririca
$d_{50} [\mu m]$	29,89	40,62
$d_{gm} [\mu m]$	27,88	36,86

A partir de estas granulometrías, se obtiene una que se considera representativa de los afluentes al embalse, entonces, se observa en qué proporción aporta volumétricamente cada río al embalse según la Tabla 4.11.

Tabla 4.11 Volumen de sedimentos en suspensión aportado por cada río.

	Cachapoal	Tinguiririca	Total
Volumen [m^3]	34.305.077	16.643.234	50.948.311

La curva granulométrica representativa se obtiene ponderando las granulometrías de cada río con los volúmenes aportados al embalse, obteniendo el resultado presentado en la Figura 4.18.

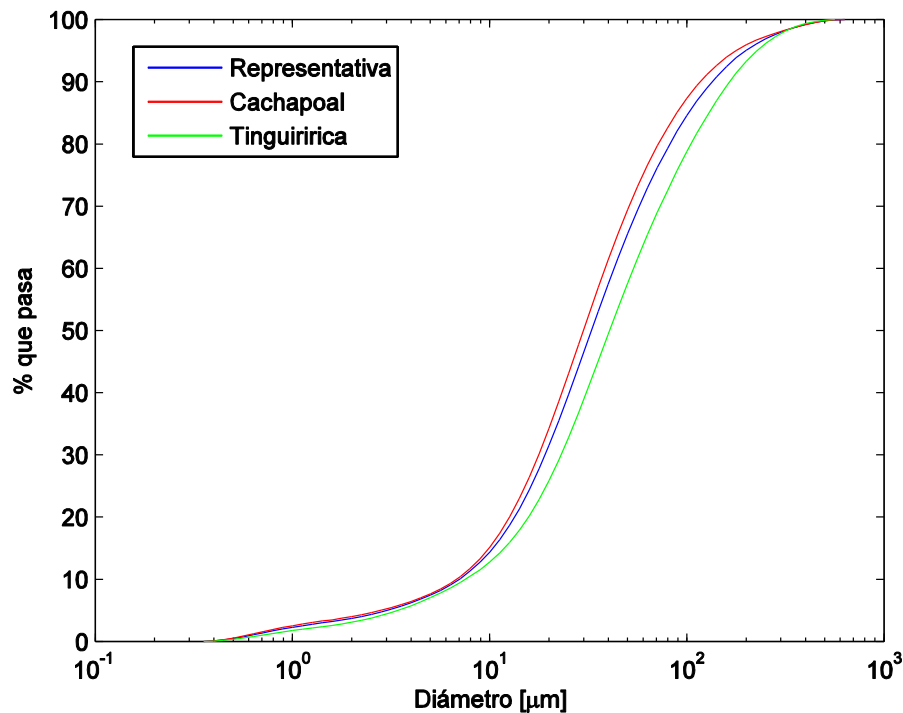


Figura 4.18 Granulometría representativa de sedimentos finos afluente al Rapel.

De la granulometría representativa se determinó un $d_{50} = 34,34 \mu m$ y un $d_{gm} = 30,54 \mu m$, luego a partir del diámetro geométrico medio se obtiene la velocidad de sedimentación utilizando la relación de Stokes (1851), válida para números de Reynolds menores a 1:

$$v_s = \frac{1}{18} \frac{d^2}{\nu} g \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) \quad (4.6)$$

donde ρ_s es la densidad de las partículas sólidas, ρ la densidad del agua, d el diámetro de la partícula, ν la viscosidad cinemática del agua y g la aceleración de gravedad. El valor de la velocidad de sedimentación obtenida es de $0,075 \text{ cm/s}$, con un número de Reynolds de $0,02$.

5 MODELACIÓN DEL EMBALSE RAPEL

La simulación de la sedimentación en el embalse Rapel se realiza desde el año 1971 hasta el 2009. Debido al largo periodo de simulación, éste se divide en intervalos de tiempos menores, con el fin de evitar repetir simulaciones en el caso de existir problemas numéricos durante la modelación. A continuación en la Tabla 5.1 se presentan los periodos utilizados.

Tabla 5.1 Periodos de modelación.

Periodo	Perfiles	Espaciamiento [m]
1971-1974	73	499
1975-1978	73	499
1979-1982	73	499
1983-1986	73	499
1987-1990	73	499
1991-1994	73	499
1995-1998	73	499
1999-2000	145	249
2001-2002	145	249
2003-2004	145	249
2005-2006	145	249
2007-2008	241	150
2009	241	150

Los perfiles trapeciales determinados (Anexo B) se obtienen partir de la batimetría de 1968, a lo cuales se les suavizó la variación del ancho basal en algunos casos, ya que existen algunos perfiles correlativos que tienen fuertes variaciones, ocasionando inestabilidades en la determinación del flujo. Luego los perfiles trapeciales determinados son interpolados con igual espaciamiento para obtener la cantidad de perfiles requeridos en la modelación.

5.1 Parámetros de Modelación y Condiciones Iniciales

Los parámetros de modelación corresponden a todos aquellos datos y coeficientes necesarios para el funcionamiento del modelo. Éstos pueden tener algún sentido físico o computacional, los valores utilizados en la modelación se presentan en la Tabla 5.2.

Tabla 5.2. Parámetros utilizados en la modelación.

Parámetro	Valor
Número de Courant Flujo (Ecuación (2.15))	0,8
Coefficiente de Manning [$sm^{\frac{1}{3}}$]	0,030
Porosidad del depósito de sedimento grueso	0,25
Porosidad del depósito de sedimento fino	0,4
Coefficiente de mezcla γ_p (Ecuación (2.31))	0,6
Velocidad de Sedimentación [cm/s]	0,075
Coefficiente de fricción c_f (Ecuación (3.88))	Entre 0,012 y 0,025
Tiempo a calcular el régimen permanente inicial de la corriente [s]	1.000.000
Número de Courant de la Corriente (Ecuación (2.45))	0,8

Los valores del coeficiente de fricción se escogieron en base a los reportados por Parker et al. (1986), los cuales varían entre 10^{-1} y 10^{-3} . El valor fue variable según el periodo de modelación debido a la sensibilidad observada en las ecuaciones de la corriente con este parámetro en la modelación, produciendo en algunos casos resultados físicamente inconsistentes, como alturas o flujos negativos de la corriente.

El coeficiente de mezcla generalmente presenta valores entre 0,6 y 0,8, por lo que se escogió el menor valor, con el fin de generar la inmersión con un mayor número de Froude densimétrico, según la Figura 2.9, dada las bajas concentraciones que presenta el afluente al embalse,.

El tiempo para calcular el régimen permanente inicial de la corriente, corresponde al tiempo en que el modelo simula la corriente sin considerar variaciones en el lecho, para luego utilizar este resultado como condición inicial cada vez que el modelo determine que existen las condiciones para la inmersión y posterior inicio de una corriente.

Por otro lado, las condiciones iniciales corresponden a la batimetría del año 1968 para el caso del lecho, en el caso del caudal y la altura de escurrimiento, se utiliza la altura y el caudal en condiciones permanentes. En el caso de los periodos siguientes, se utilizan las condiciones finales entregadas por el modelo como condición inicial del siguiente periodo.

La relación de gasto sólido de fondo utilizada corresponde a la de Wilcock y Crowe (2003), la cual considera la granulometría extendida del lecho y a diferencia de la relación de Parker (1990), incluye en su análisis el efecto producido por el contenido de arenas. La granulometría utilizada corresponde a la representativa presentada en la Figura 4.10.

5.2 Condiciones de Borde

Las condiciones de borde corresponden a series diarias de caudal afluente, concentración volumétrica del cauce y altura en el muro. Éstas son interpoladas linealmente por el programa para ir determinando las condiciones de borde en cada instante.

La serie diaria de concentración volumétrica se determina a partir de la serie de gasto sólido en suspensión y de los caudales medios diarios de los ríos Cachapoal y Tinguiririca mediante la siguiente expresión:

$$C = \frac{\text{Gasto sólido en suspensión volumétrico} \left[\frac{m^3}{\text{día}} \right]}{\text{Caudal medio diario} \left[\frac{m^3}{s} \right] * 86400 \left[\frac{s}{\text{día}} \right]} \quad (5.1)$$

Los valores de concentración determinados presentan un mínimo de 3×10^{-7} y un máximo de 4×10^{-3} . Estos valores tienden a crecer a medida que el caudal aumenta, por lo tanto, en periodos de crecida es cuando se presentan las mayores concentraciones de sedimento fino.

Finalmente, debido a la falta de información con respecto al gasto sólido de fondo afluente al embalse, la condición de borde aguas arriba corresponde a una extrapolación realizada por el modelo desde los nodos situados aguas arriba.

En el caso de las condiciones de borde del flujo en el embalse, se observaron inconsistencias en los datos, ya que existen días en los que las variaciones en los niveles del embalse no se justifican con los caudales de entrada, lo cual provoca flujos negativos en la modelación del embalse, en otras palabras, la variación de volumen del embalse es mayor que el volumen

afluente. Por esta razón, se decide modificar la serie de alturas en el muro lo menos posible, bajo el criterio de evitar los flujos negativos en el embalse.

5.3 Resultados

En las Figura 5.1 y Figura 5.2 se presentan la evolución del lecho del embalse a lo largo de la modelación y la comparación con las mediciones realizadas en terreno respectivamente.

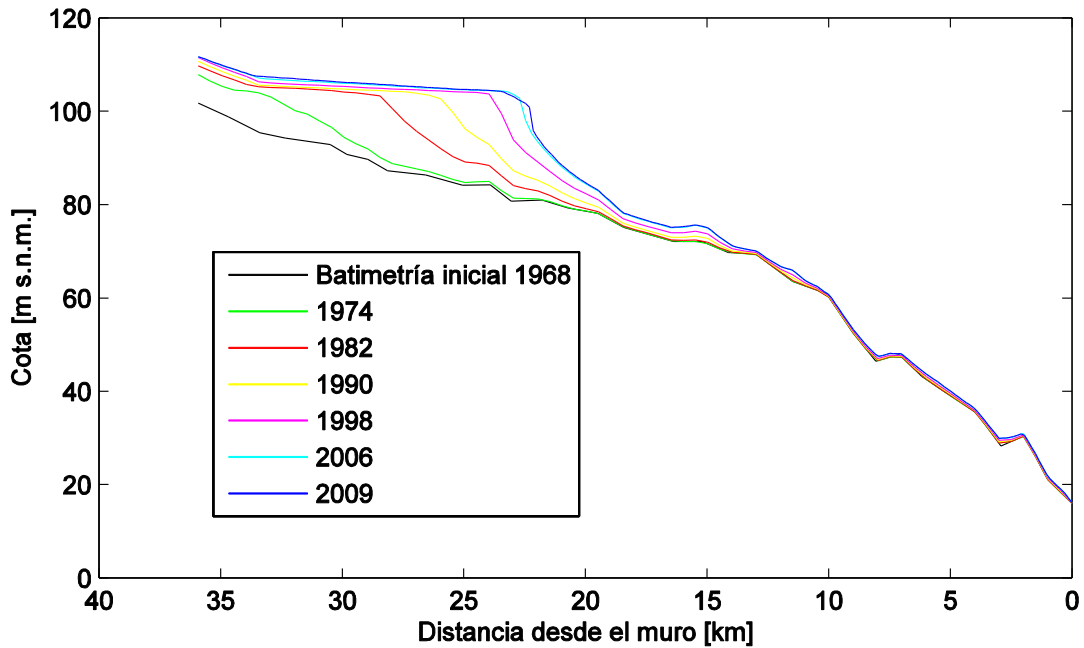


Figura 5.1 Evolución del lecho al final de distintos años de modelación.

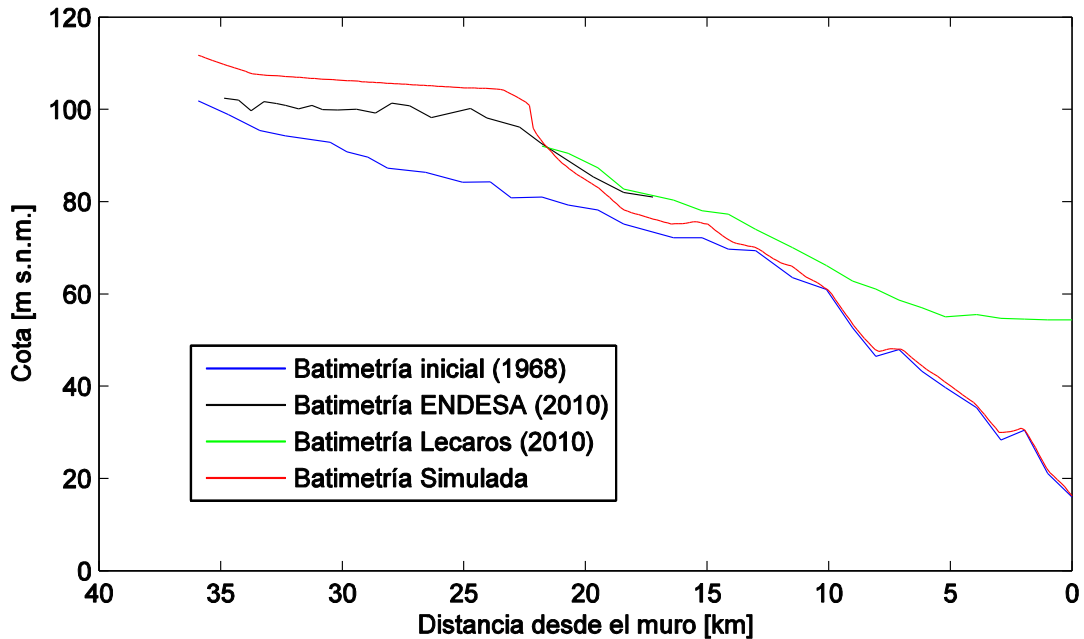


Figura 5.2 Comparación entre los resultados del modelo y las mediciones en terreno.

Se puede observar una sobreestimación de los volúmenes del gasto sólido de fondo por parte del modelo. Se cree que esto podría mejorar teniendo mejores condiciones de borde del gasto sólido de fondo afluente al embalse, de esta forma, ingresaría un menor volumen de sedimentos gruesos al embalse. Lo cual, provocaría una disminución de las cotas de los perfiles ubicados aguas arriba y así un mejor ajuste entre el delta simulado y el observado. Otro aspecto importante es la granulometría utilizada, ya que los resultados que entrega la fórmula de Wilcock y Crowe (2003) pueden variar considerablemente dependiendo del tamaño de los granos, como se puede apreciar en las estimaciones realizadas por Lecaros (2011) presentadas en la Tabla 4.1, en donde sólo varía el contenido de arenas de la curva granulométrica. Además, existe la incertidumbre dada en la determinación del coeficiente de rugosidad de Manning, ya que a partir de este parámetro se determina el esfuerzo de corte provocado por el flujo.

El caso de los sedimentos finos, la modelación entrega valores muy bajos de la depositación, observándose periodos en donde ocurre inmersión y otros en los que no, en esta última situación, el modelo supone que el sedimento se distribuye de manera homogénea en la vertical, variando la concentración en la dirección del flujo. Se cree que la principal razón de los bajos valores de la depositación está en el planteamiento de la corriente de turbidez, ya que, el modelo supone que la corriente existe en todo el dominio, desde la inmersión hasta el muro y es probable que la corriente no alcance el muro en su recorrido por el embalse, o, si lo alcanza, esto no se produzca por intervalos de tiempo muy largos.

El volumen total del embanque corresponde a $134 \text{ millones de } m^3$, volumen superior en $22 \text{ millones de } m^3$ al medido en terreno. Además, se observa en la Figura 5.2 una diferencia entre las distribuciones de los sedimentos a lo largo del embalse.

6 ANÁLISIS DE LA MODELACIÓN Y DE SUS RESULTADOS

6.1 Esgurrimiento Superficial

En este módulo se observaron ciertos problemas que ocasionaron el cálculo de flujos inconsistentes, como fuertes oscilaciones o flujos negativos.

El principal fenómeno numérico surgió cuando el delta había ingresado por lo menos unos 10 *km*, aproximadamente en el año 1998, produciendo un fuerte cambio de pendiente de 1 o 2 órdenes de magnitud. Se cree que esta inestabilidad nace del término asociado al gradiente de superficie libre, el cual está ponderado por la superficie de escurrimiento, término que posee importantes valores aguas abajo del delta. Por esta razón, se disminuyó el espaciamiento de la modelación en dos ocasiones, con el fin de otorgar una mayor estabilidad al esquema y así evitar las oscilaciones observadas.

En la Figura 6.1, se muestra una de las oscilaciones el año 2008. Ésta comienza muy cerca de la zona del cambio de pendiente.

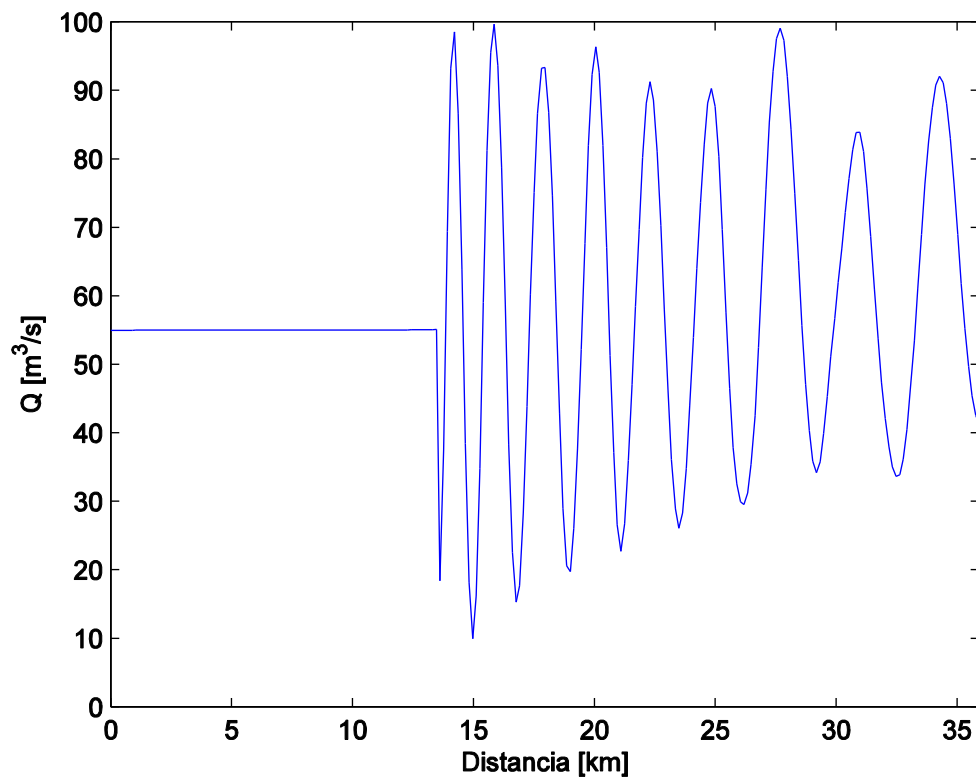


Figura 6.1 Tipo de oscilación observada en el caudal, donde el muro está situado al final del dominio.

Otro inconveniente en este módulo estaría generando al tener secciones de escurrimiento con anchos basales muy grandes en relación al flujo, lo que podría originar una sobreestimación de la fuerza de roce, dado el gran perímetro mojado que existe en relación al área de escurrimiento.

Un importante avance al modelo podría realizarse cambiando la geometría trapezoidal a una más cercana a la real, lo cual permitiría ajustar de mejor manera las secciones de escurrimientos

según el caudal existente, permitiendo una mejor cuantificación de la fuerza de roce, las velocidades del cauce y transporte de sedimentos.

6.2 Gasto sólido de fondo

El gasto sólido de fondo se determinó a partir de la fórmula de Wilcock & Crowe (2003), donde se observó una sobreestimación de los flujos afluentes al embalse, lo cual se evidencia con los volúmenes embancados entre el kilómetro 18 hasta el 36 desde el muro, ya que, estos se consideran principalmente como sedimento grueso. La medición en terreno indica que el volumen embancado en esa zona del embalse corresponde a *94 millones de m³*, mientras que la modelación entrega un volumen de *131 millones de m³*, es decir, una sobreestimación de aproximadamente un 39%.

Dado que la fórmula de Wilcock y Crowe (2003) considera la granulometría extendida, esta sobreestimación del volumen de sedimento grueso se podría explicar si la granulometría estimada en terreno no representa bien el tamaño de los sedimentos gruesos afluentes al embalse Rapel, siendo más fina que la existente en la zona, lo que provocaría un valor mayor del transporte de fondo.

Además, se tiene la incertidumbre acerca de la representatividad del coeficiente de Manning estimado, lo que también puede provocar cambios en los valores del gasto sólido de fondo, ya que a partir de este coeficiente se determina el esfuerzo que actúa en el fondo. Por lo tanto, una sobreestimación este coeficiente, provocaría un efecto similar en el transporte de sedimentos gruesos en el embalse.

6.3 Sedimento Fino y Corriente de Turbidez

Los resultados de la simulación evidenciaron la necesidad de incorporar otras alternativas en la conceptualización que realiza el modelo de la corriente de turbidez. En la modelación, el volumen de sedimentos finos embancados corresponde a *2,7 millones de m³*, si se consideran los *18 kilómetros* más cercanos al muro, en el caso de las mediciones en terreno se obtienen *18,3 millones de m³* de volumen embancado.

En las Figura 6.2 y Figura 6.3 se presenta la situación observada en la modelación en dos periodos en donde hubo inmersión, se puede observar que el flujo supercrítico es ahogado inmediatamente por el resalto, además, la interfaz de la corriente en la zona subcrítica alcanza la superficie libre, situación que no debiese ocurrir.

Se cree muy poco probable que se presente la situación que considera el modelo, en la cual, se supone que la corriente de turbidez alcanza el muro, produciendo un resalto y una corriente de turbidez estancada, similar a la del experimento de Toniolo, ya que, el embalse presenta una topografía con una pendiente muy suave, donde difícilmente pueda desarrollarse un flujo supercrítico sin ser ahogado por el resalto.

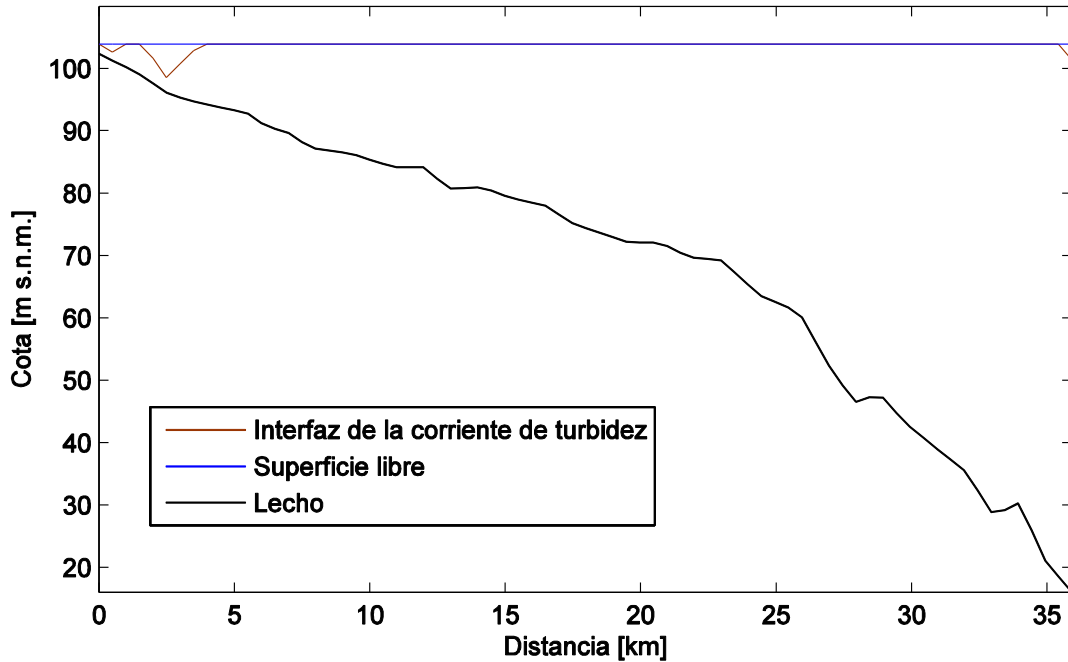


Figura 6.2 Simulación del embalse Rapel el 1 de noviembre de 1971.

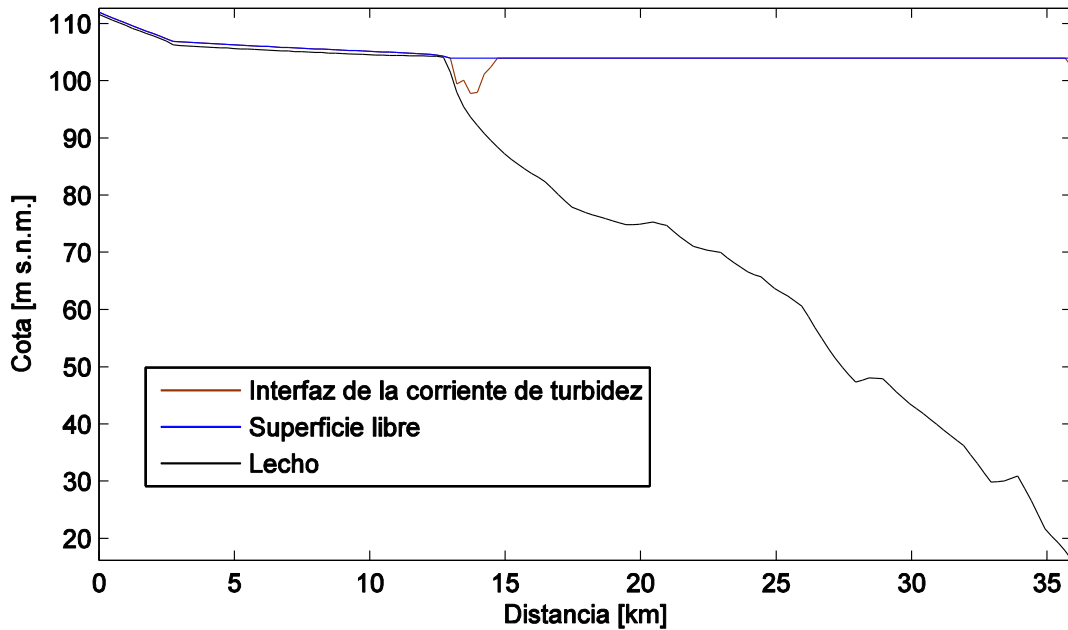


Figura 6.3 Simulación del embalse Rapel el 1 de marzo de 2003.

Además, dado que la inmersión no es continua se pueden generar corrientes de turbidez que debido a la depositación pierdan su momentum, lo que provocaría su desaparición. Esto puede ocurrir antes o después de llegar al muro, lo cual dependerá de la duración de la inmersión del flujo para mantener el momentum de la corriente (Skene et al. 1997; Mulder et al. 1998).

Si la corriente de turbidez está canalizada, es decir, contiene restricciones laterales, el flujo será acumulativo y capaz de incorporar sedimentos (Mulder y Alexander 2001), por lo tanto, un

esquema posible de la corriente de turbidez que puede existir en el embalse rapel se presenta en la Figura 6.4.

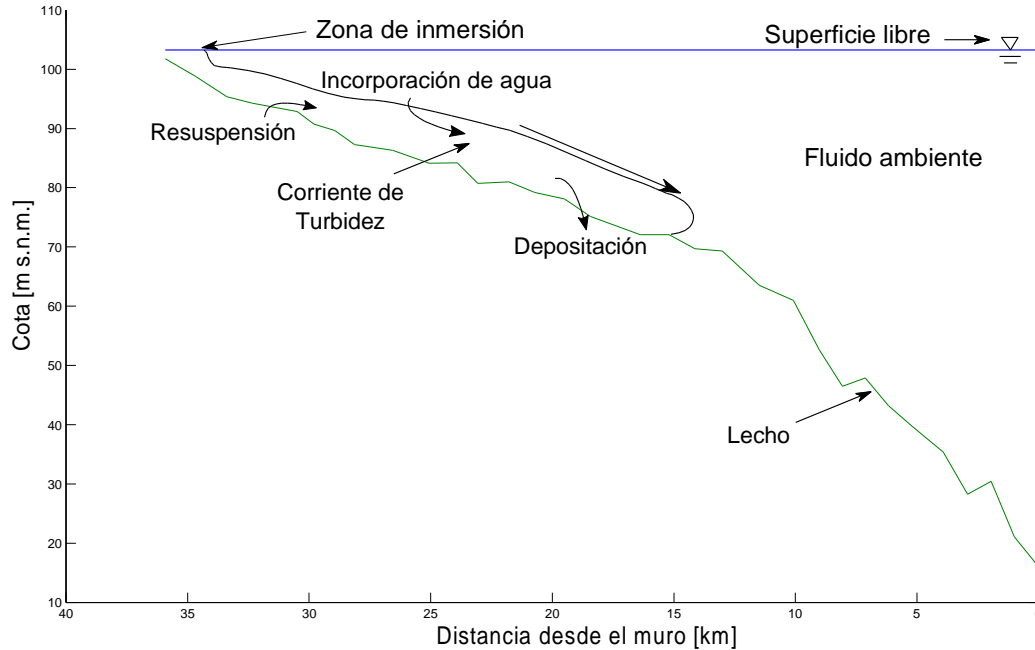


Figura 6.4 Esquema propuesto de la posible corriente de turbidez en el embalse Rapel.

Por lo tanto, se cree necesario realizar un ajuste al planteamiento realizado por MOSSEM, modelando el fenómeno en su totalidad, es decir, la condición inicial debe ser la inmersión y la evolución de la corriente será el resultado de las ecuaciones de movimiento planteadas.

La resolución de estos frentes de corrientes de turbidez como el presentado en la Figura 6.4, ha sido resuelto a partir de las ecuaciones promediadas en la vertical, tanto en una dimensión como en dos dimensiones, utilizando esquemas de diferencias finitas (Imran et al. 1998) o de volúmenes finitos (Bradford 1996; Bradford y Katopodes 1999), estos incorporan distribuciones no uniformes en el tamaño de los sedimentos, lo que mejoraría la precisión de las simulaciones que se realizan.

Este problema es análogo al conocido como *rompimiento de presa* en el caso de las ecuaciones para flujos superficiales. En matemáticas, esto se denomina un problema de Riemann, en donde hay dos estados separados por una pared o una membrana, la cual es removida permitiendo la interacción entre estos estados.

Este frente se desplaza a una velocidad proporcional a la celeridad de las ondas de corrientes de turbidez $c = \sqrt{RC_f gh_f}$, donde C_f es la concentración en el frente y h_f la altura, siendo ésta máxima en la punta del frente e igual a $u_f = 2c$ (Bradford et al. 1997) para una corriente de turbidez ideal, es decir, despreciando los términos fuente. Bradford et al. (1997), muestran numéricamente que al considerar el término fuente de la ecuación de continuidad de volumen, la velocidad disminuye considerablemente, considerando que la entrada de agua produce un esfuerzo de corte interfacial, el cual se opondría al avance del frente. Un efecto similar, pero de menor magnitud, ocurre cuando se incorporan los efectos de la resistencia producida por el fondo.

Una complicación que aparece al modelar estos fenómenos, es decidir qué tan pequeño tiene que ser h para considerar una celda como seca. Esto es necesario para evitar realizar divisiones por cero cuando se calcule la velocidad y la concentración a partir de las variables conservadas Uh y Ch , además de determinar correctamente el valor de los términos fuente. Bradford y Katopodes (1999) consideran un valor ε_h para diferenciar entre las celdas *húmedas* y las *secas*, por ejemplo, si $h < \varepsilon_h$, U y C mantendrán el valor del tiempo anterior y los términos fuente serán nulos. Bradford y Katopodes (1999) utilizaron $\varepsilon_h = 1 \times 10^{-5}$, valor lo suficientemente grande como para mantener la estabilidad numérica y bastante pequeño como para no entorpecer la progresión del frente.

Por otro lado, estudios recientes han enfocado las modelaciones de la corriente de turbidez en modelos que resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes en tres dimensiones, logrando simular la evolución del frente de la corriente. Siendo todos estos programas de carácter comercial, como FLUENT (Georgoulas et al. 2010), CFX-4 (Lavelli et al. 2002; De Cesare et al. 2001) o Flow-3D (Janocko et al. 2013). Estas simulaciones han logrado describir satisfactoriamente sistemas en los que el medio de transporte de sedimentos finos es la corriente de turbidez. Además, estos programas incorporan módulos multi-fase, por lo que se pueden agregar diferentes tamaños de sedimentos.

Se ha observado que el problema de la turbulencia ha sido resuelto por los tres enfoques más utilizados: DNS (*direct numerical simulation*), LES (*large eddy simulation*) y RANS (*Reynolds averaged Navier Stokes equations*).

En el enfoque DNS, la ecuación de Navier Stokes es resuelta directamente, sin la aplicación de un modelo de turbulencia, resolviendo todo el rango de vórtices turbulentos. En el caso del LES, los vórtices de mayor tamaño son resueltos directamente, mientras que los vórtices menores son modelados. Finalmente, el enfoque RANS, contiene variables desconocidas adicionales, por lo que son necesarios modelos de cierre de la turbulencia para determinar el valor de éstas en el análisis. La elección de qué enfoque utilizar está ligado al nivel detalle en el que se quiere resolver el flujo y los recursos computacionales disponibles, aunque se cree innecesario utilizar uno de estos enfoques en situaciones como el embalse Rapel, donde las dimensiones del problema harían requerir una cantidad enorme de recursos computacionales.

Finalmente es necesario recalcar la importancia de incorporar la simulación de frentes de corrientes de turbidez, para así darle una mayor aplicabilidad al modelo. Se cree que dado los fines para los cuales se utiliza el programa, un esquema de volúmenes finitos en una dimensión es suficiente para abordar las corrientes de turbidez que se producen en embalses, y así, realizar estimaciones más precisas de la depositación de sedimentos finos producida por este tipo de fenómenos.

6.4 Mediciones Batimétricas en Terreno

Por otro lado, observando el perfil medido en terreno presentado en la Figura 2.2 por Lecaros (2011) en la zona cercana al muro, se aprecia que la cota de fondo en los últimos 5 kilómetros es prácticamente constante. Esto indica que el volumen depositado aumenta en las cercanías del muro, tal como se observa en la Tabla 2.2. Este resultado implicaría que la carga de sedimentos aumenta en las cercanías del muro, lo cual no es coherente con los análisis realizados en el Capítulo 3, en donde la concentración tiende a disminuir en flujos supercríticos o a ser constante en el caso de que la corriente alcance el muro y exista una zona subcrítica.

Las mediciones de Lecaros (2011), se realizaron los días 27, 28 y 29 de diciembre del año 2010 con un equipo ecosonda BATHY 2010 CHRIP, el cual emite una señal de ultrasonido y capta su

tiempo de retorno. Se cree probable que a partir de las mediciones realizadas en las zonas profundas del embalse los datos hayan sido mal interpretados debido a la estratificación del embalse por temperatura, la que se produce en los meses de verano (Ibarra 2013). A partir del perfil de temperatura (Figura 6.5) medido cerca del muro por Ibarra (2013), se cree posible que las mediciones cercanas al muro correspondan a la termoclina del embalse, lugar donde se ubica el mayor valor del gradiente vertical de temperatura. Este se ubica entre 40 y 50 metros de profundidad, lo que explicaría el perfil batimétrico obtenido por Lecaros (2011), además, Lecaros planteó la necesidad de confirmar las estas mediciones cerca del muro dado el extraño resultados de sus mediciones.

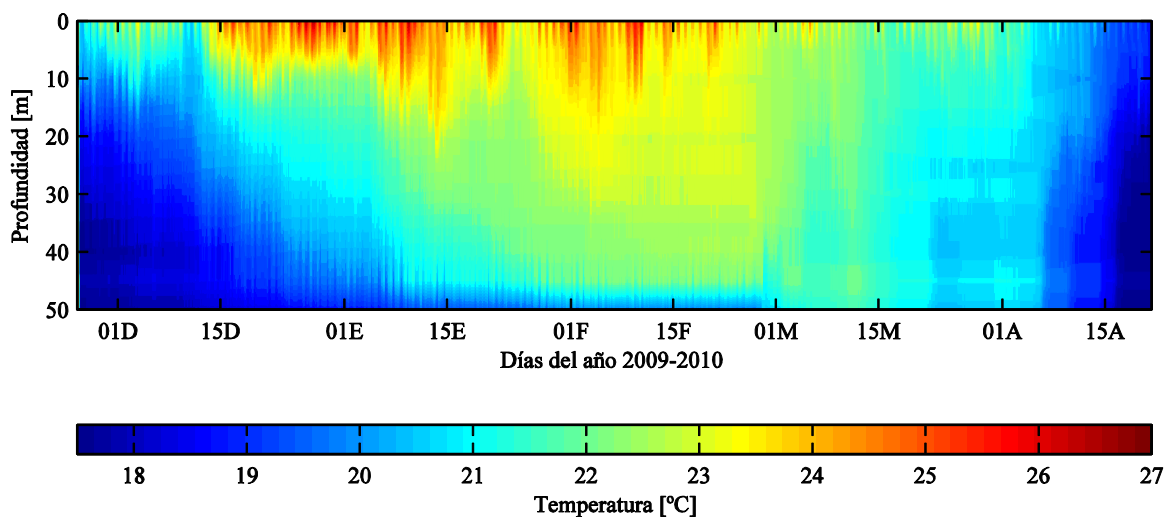


Figura 6.5 Perfil vertical de temperatura entre diciembre del 2009 y abril del 2010 (Ibarra 2013).

Dado que la concentración de sedimentos finos tiende a disminuir a medida que el flujo avanza hacia aguas abajo, se cree que la variación del fondo en las zonas cercanas al muro debiese ser igual o menor que en las zonas ubicadas aguas arriba, entre los kilómetros 5 y 18 medidos desde el muro. Por esta razón, se cree que actualmente la cota del fondo en la presa no debiese ser mayor a los 35 o 40 *m s. n. m.*

7 COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

En este trabajo se ha aplicado el modelo de sedimentación MOSSEM en el embalse Rapel, considerando la depositación de sedimentos gruesos, que se realiza principalmente en el comienzo del embalse, y de sedimentos finos, la cual se produce esencialmente después del delta. A partir de mediciones en terreno, se evaluó el comportamiento del modelo, con el fin de detectar los problemas en la simulación y plantear mejoras para su aplicación futura, y así asegurar que esta sea una herramienta confiable en la predicción y evaluación del comportamiento sedimentológico de este tipo de proyectos.

La simulación del embalse se realizó en un periodo 39 años. Debido a la modelación conjunta del flujo y los procesos de sedimentación, es altamente recomendable dividir la simulación en intervalos de tiempo menores, ya que, las propiedades geométricas y el flujo del embalse están variando constantemente, por lo que es muy probable que ocurran situaciones que produzcan el colapso del modelo. Además, la modelación conjunta de estos procesos requiere un importante esfuerzo computacional, por lo que realizar repeticiones innecesarias, puede significar una pérdida considerable de tiempo.

En el caso del flujo, el modelo lo resuelve utilizando las ecuaciones de Saint-Venant programadas según el esquema de Ying et al. (2004). El principal inconveniente observado, se presenta en las zonas cercanas al delta, donde las pendientes del fondo y las secciones de escurrimiento poseen bruscos aumentos en sus magnitudes. Por lo tanto, una buena alternativa es incorporar una mayor cantidad de perfiles en esta zona, agregando mayor estabilidad al modelo, aunque cuidando que la magnitud de los espaciamientos no tenga variaciones muy fuertes a lo largo del embalse, con el fin de evitar números de Courant muy pequeños en algunas zonas del embalse, disminuyendo la precisión del modelo en estas zonas.

El gasto sólido de fondo se determinó mediante la fórmula de Wilcock y Crowe (2003), donde la modelación reproduce la formación del delta al comienzo, aunque sobreestima sus dimensiones en un 39% aproximadamente. Esto se cree que puede estar ligado a la incertidumbre existente en los flujos afluentes de sedimento grueso. En el caso de tener mediciones batimétricas, se recomienda generar una serie temporal en donde los volúmenes ingresados al modelo sean consecuentes con las mediciones en terreno, aunque evidentemente esto no sería posible en el caso de estar realizándose una evaluación de un proyecto futuro.

Otros aspectos que producen incertidumbre en la determinación del transporte de fondo es la granulometría utilizada como representativa del embalse Rapel y el coeficiente de rugosidad de Manning, ya que, puede ocurrir que los datos determinados en terreno no sean representativos de los existentes en la zona. En el caso de la granulometría, una disminución del tamaño de las partículas provocaría un aumento en el flujo de sedimentos gruesos, por el contrario, un aumento del tamaño lo haría disminuir. El efecto provocado por el coeficiente de Manning tiene relación con el esfuerzo que actúa en el fondo, ya que a partir de parámetro se determina. Se ha observado que si este parámetro aumenta, el esfuerzo de corte también lo hará, provocando un aumento en el transporte de fondo, un descenso produciría el efecto contrario.

Por otro lado, se observó que el planteamiento de la corriente de turbidez genera resalto muy cercano a la zona de la inmersión, lo que implica la existencia de un régimen subcrítico por largas distancias y con secciones de escurrimiento similares a las del flujo, por lo que no se observa estratificación del embalse. Se cree que este resultado no reproduce correctamente el fenómeno, lo cual podría explicar la importante diferencia entre los resultados de la sedimentación de finos simulada y la medida en terreno.

Un avance sugerido para MOSSEM sería no asumir la existencia de una corriente de turbidez estancada y modelar el proceso completo del avance de la corriente desde la inmersión, produciendo un método alternativo de transporte de sedimentos hasta el muro. Ya que en embalses como Rapel, en donde la pendiente de fondo es muy suave, asumir la existencia de un resalto hidráulico, producirá un ahogamiento de la zona supercrítica de la corriente como se observó en el presente estudio.

Un desafío propuesto será la programación del frente de corriente de turbidez presentado en la Figura 6.4, ya que se deben aplicar técnicas numéricas que resuelvan el problema para evitar singularidades en la modelación, como por ejemplo, definir las zonas húmedas y secas en el dominio de modelación, ya que la corriente estará cambiando su dominio de modelación constantemente. Otro aspecto que sería importante adicionar al modelo, es la granulometría extendida en los sedimentos finos, ya que, como se observa en la Figura 4.18, los cauces naturales suelen tener distribuciones de tamaño de sedimento fino no uniforme, por lo que esta herramienta ayudaría a mejorar la calidad de las simulaciones realizadas.

Además, se cree necesario reinterpretar las mediciones batimétricas en las zonas cercanas al muro o hacer nuevas mediciones para complementar correctamente las mediciones batimétricas realizadas anteriormente en el embalse Rapel, ya que, tener mediciones precisas de la zona sería apto para realizar futuras evaluaciones, tanto del modelo como del embalse. Se cree que la cota de sedimento en la zona del muro no debiese ser mayor a los 40 *m s. n. m.*, ya que la concentración tiende a ir disminuyendo en la dirección del flujo, por lo que la variación del lecho no debiese tener el comportamiento presentado en la Figura 2.2 en la zona de la presa.

Finalmente se cree posible realizar una pequeña modificación a las ecuaciones de la corriente de turbidez, utilizando las promediadas en la sección transversal, para poder observar el impacto de las variaciones longitudinales de ancho en flujo, aunque esta aplicación estará limitada a una geometría rectangular y considerando que las variaciones de concentración en la dirección transversal son despreciables, ya que, las ecuaciones de momentum y conservación de sedimentos poseen términos relacionados con la distribución de concentración en la sección transversal que deben ser medidos en secciones irregulares para poder ser aplicados.

REFERENCIAS

- Ackers, P., y White, W., R. (1973). "Sediment Transport: New Approach and Análisis", *Journal of Hydraulic Division*, Vol. 99, No. HY11, pp. 2041-2060.
- Akiyama, J., y Stefan, H. G. (1984). "Plunging Flow into a Reservoir." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 110, No. 4, pp. 484-499.
- Bagnold, R. A. (1956). "The Flow of Cohesionless Grains in Fluids." *Philosophical ransactions Royal Society of London*, Serie A, 249,pp. 235-297.
- Bagnold, R. A. (1962), "Auto-Suspension of Transported Sediment: Turbidity Currents" *Proceedings of the Royal Society of London*, Serie A, Vol. 225, Issue 1322, pp. 315-319.
- Benitez, A. (1984). Estimación de la sedimentación en el embalse Central Rapel, ENDESA.
- Bonnecaze, R. T., Hallworth, M. A., Huppert, H.E. y Lister, J.R (1995). "Particle-Driven Gravity Currents" *Journal Fluid Mechanics*, 250, pp339-369.
- Bradford, S. F., Katopodes, N. D. y Parker, G. (1997). "Characteristic Analysis of Turbid Underflows" *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 123, No. 5, May 1997, pp. 420-431.
- Bradford, S. F. (1996). "Numerical Modelling of Turbidity Current Hydrodynamics and Sedimentation" *Ph.D. Thesis*, University of Michigan.
- Bradford, S. E. y Katopodes, N. D. (1999). "Hydrodynamics of Turbid Underflows. I: Formulation and Numerical Analysis" *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 125, Issue 10, pp. 1006-1015.
- Capart, H., Eldho T. I., Huang, S. Y., Young, D. L., and Zech, Y. (2003). "Treatment of Natural Geometry in Finite Volume River Flow Computations." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 129, No. 5, pp. 385-396.
- Chow, V. T., Maidment, D. R., and Mays, L. W. (1988). "Applied Hydrology", McGraw-Hill, New York, 570 pp.
- Chunhong, H. (1995). "Controlling Reservoir Sedimentation in China." *International Journal of Hydropower and Dams*, March Issue, pp. 50 -52.
- Cooper, P., y Lensch, B. (1998). Erosion and Sedimentation in the Nemadji River Basin: Final Report, Nemadji River Basin Project, Natural Resources Conservation Services, U.S. Forest Service, District Conservationist, Ashland, Wisconsin, pp. 149.
- De Cesare G., Schleiss, A. y Hermann, F. (2001). "Impact of Turbidity Currents on Reservoir Sedimentation." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 127, No.1, pp. 6-16.
- Einstein, H. A. (1950). "The Bed-load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows." *Technical Bulletin 1026*, U.S. Department of the Army, Soil Conservation Service, U.S. Department of Agriculture, Washington, D.C.
- Ellison, T. y Turner, J. (1959). "Turbulent entrainment in Stratified flows." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 6, pp. 423-448.

- ENDESA, (2010). Estudio Embanque Sector Llallauquén. *Informe Técnico*.
- Fan J., y Morris, G. L. (1992). "Reservoir Sedimentation. I: Delta and Density Currents Deposits." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 118, No. 3, pp. 354-369
- Farrell, G. J. y Stefan, H. G. (1988). "Mathematical Modelling of Plunging Reservoir Flows." *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 26, No. 5, pp. 525-537.
- Gajardo, M. (2003). "Estudio del Manejo de Sedimentos en el Embalse Puntilla del Viento, Cuenca del Río Aconcagua, V Región, Mediante el Uso de dos Softwares." *Memoria para optar al título de Ingeniero Civil*. Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.
- García, M. H. (1993). "Hydraulic Jumps in Sediment-driven Bottom Currents." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 119, No. 10, pp. 1094-1117.
- García, M., y Parker, G. (1993). "Experiments on the Entrainment of Sediment Into Suspension by a Dense Bottom Current." *Journal of Geophysical Research*, ASCE, Vol. 98, No. C3, pp. 4793-4807.
- Georgoulas, A., Angelidis, P., Panagiotidis, T. y Kotsovinos, N. (2010). "3D numerical modeling of turbidity currents". *Environmental Fluid Mechanics*. Vol. 10, Issue 6, pp. 603-635.
- Gharangik, A. M., y Chaudry M. H. (1991). "Numerical Simulation of Hydraulic Jump." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 117, No. 9, pp. 1195-1211.
- González, J. (2006). "Sedimentación en embalses considerando el efecto de corrientes de turbidez. Desarrollo e implementación de un modelo matemático y numérico". *Tesis para optar al grado de Magíster en Ciencias de Ingeniería, Mención Recursos Hídricos y Medio Ambiente*. Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.
- Ibarra, G. (2013). "Efecto de la operación hydropeaking en la hidrodinámica de un embalse estratificado: embalse Rapel, Chile central". *Tesis para optar al grado de Magister en Ciencias de la Ingeniería, Mención Recursos y Medio Ambiente Hídrico*. Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.
- Imran, J., Parker, G. y Katopodes, N. (1998). "A Numerical Model of Channel Inception on Submarine Fans". *Journal of Geophysical Research*, Vol. 103, No. C1, pp. 1219-1238.
- Janocko, M., Cartigny, M.B.J., Nemeč, W. y Hansen, E.W.M. (2013). "Turbidity Current hydraulics and sediment deposition in erodible sinuous channels: Laboratory experiments and numerical simulations". *Marine and Petroleum Geology*. Vol. 41, pp. 222-249.
- Kostic, S., y Parker, G. (2003)a. "Progradational Sand-Mud Deltas in Lakes and Reservoirs. Part 1. Theory and Numerical Modeling." *Journal of Hydraulic Research*, Vol 41, No. 2, pp.127-140.
- Kostic, S., y Parker, G. (2003)b. "Progradational Sand-Mud Deltas in Lakes and Reservoirs. Part 2. Experiments and Numerical Simulation." *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 41, No 2, pp. 141-152.
- Lavelli, A., Boillat, J.-L. y De Cesare, G. (2002). "Numerical 3D modelling of the vertical mass Exchange induced by turbidity currents in lake Lugano (Switzerland)".

- Lecaros, M. (2011). "Estudio de sedimentación en el embalse Rapel". *Memoria para optar al título de Ingeniero Civil*. Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.
- Lee, H. Y., y Yu, W. S. (1997). "Experimental Study of Reservoir Turbidity Current." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.123, No. 6, pp. 520-528.
- López, A., Arrau, L. y Núñez, O. (1993). "Sedimentación en el embalse Cogotí." *XI Congreso de Ingeniería Hidráulica*, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.
- Mahmood, K. (1987). "Reservoir Sedimentation: Impact, Extent, Mitigation." *World Bank Report* No. 71, Washington, D.C.
- Meyer-Peter, E., y Müller, R. (1948). "Formulas for Bedload Transport.", *Proceedings, 2nd Congress I.A.H.R.*, Stockholm.
- Middleton, G.V. y Hampton, M.A. (1973). "Sediment gravity flows: mechanics of flow and deposition.", *Turbidity and Deep Water Sedimentation* (Eds: G.V. Middleton y A.H. Bouma), SEPM, Pacific Section, Short Course Lectures Notes, pp. 1-38.
- Mulder, T. y Alexander J. (2001). "The Physical Character of Subaqueous Sedimentary Density Flows and Their Deposits" *Sedimentology*, Vol. 48, pp. 269-299.
- Mulder, T. Syvitski, J.P.M. y Skene, K.I. (1998). "Modelling of erosion and deposition by turbidity currents generated at the river mouths". *Journal of Sedimentary Research*. Vol.68, No. 1, pp. 124-137.
- Niño, Y. y García, M. (1998). "Experiments on Saltation of Fine Sand in Water." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 124, No. 10, pp. 1014-1025.
- Palau A. (2002). "La Sedimentación en Embalses. Medidas Preventivas y Correctoras." *I Congreso de Ingeniería Civil, Territorio y Medio Ambiente*, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puerto, Madrid, España.
- Parker, G. (1990). "Surface-based Bedload Transport Relation for Gravel Rivers." *Journal of Hydraulic Research*, Vol 28, No 4, pp. 417-436.
- Parker, G., García, M., Fukushima, Y. and Yu, W. (1987). "Experiments on turbidity currents over and erodible bed". *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 25, pp. 123-147.
- Parker, G., Fukushima, Y. and Pantin, H. M. (1986). "Self-Accelerating Turbidity Currents." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 171, pp. 145-181.
- Rice, E. W., Baird R. B., Eaton, A. D. y Clesceri L.S. (2012), *Standard Methods For the Examination of Water and Wastewater*, 22nd Edition, Part 2540 D-E, pp 2-66 y 2/67.
- Skene, K.I., Mulder, T. y Syvitski, J.P.M. (1997). "INFLO1: a model predicting the behavior of turbidity currents generated at river mouths" *Computers & Geosciences*, Vol. 23, pp. 975-991.
- Sloff, C.,J. (1997). "*Sedimentation in Reservoirs*", Ph.D. Thesis, Technical University of Delft. The Netherlands, p. 269.
- Stokes, G.C. (1851). "On the effect of the internal friction of fluid on the motion of pendulums" *Cambridge Philosophical Society*, Vol. IX, pp 8-106.

Toniolo, H. (2003). "Debris Flow and Turbidity Current Deposition in the Deep Sea and Reservoirs." *Ph.D. Thesis*, University of Minnesota, 2002, 233 p.

Toniolo, H., Parker, G., Voller, V., y Beaubouef, R. (2006b) "Depositional Turbidity Currents in Diapiric Minibasins on the Continental Slope: Experiments, Numerical Simulation, and Upscaling." *Journal of Sedimentary Research*, Vol. 76, pp. 798-818.

Wilcock, P., y Crowe, C. (2003). "Surface-based Transport Model for Mixed-Size Sediment." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 129, No. 2, pp. 120-128.

Wong, M. y Parker, G. (2006). "Reanalysis and Correction of Bed-Load Relation of Meyer-Peter and Müller Using Their Own Database" *Journal of Hydraulic Engineering*, ACSE, Vol. 132, No 11, pp. 1159-1168.

Ying, X., Khan, A. A., Wang, S. S. (2004). "Upwind Conservative Scheme for the Saint-Venant Equations.", *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 130, No. 10, pp. 967-987.

Zhou, Z. (2007). "Reservoir Sedimentation Management in China .", *International Research and Training Center on Erosion and Sedimentation*, P. O. Box 366, Beijing, China, 100044 2007.

ANEXO A: BATIMETRÍA 1968

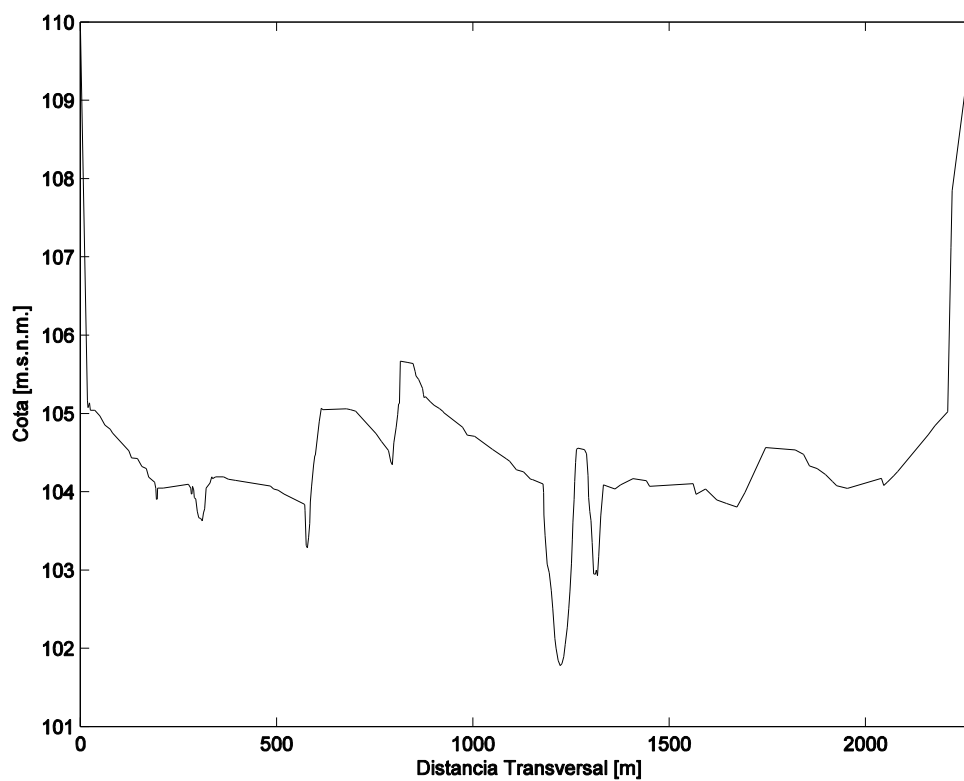


Figura A I. Batimetría PC1.

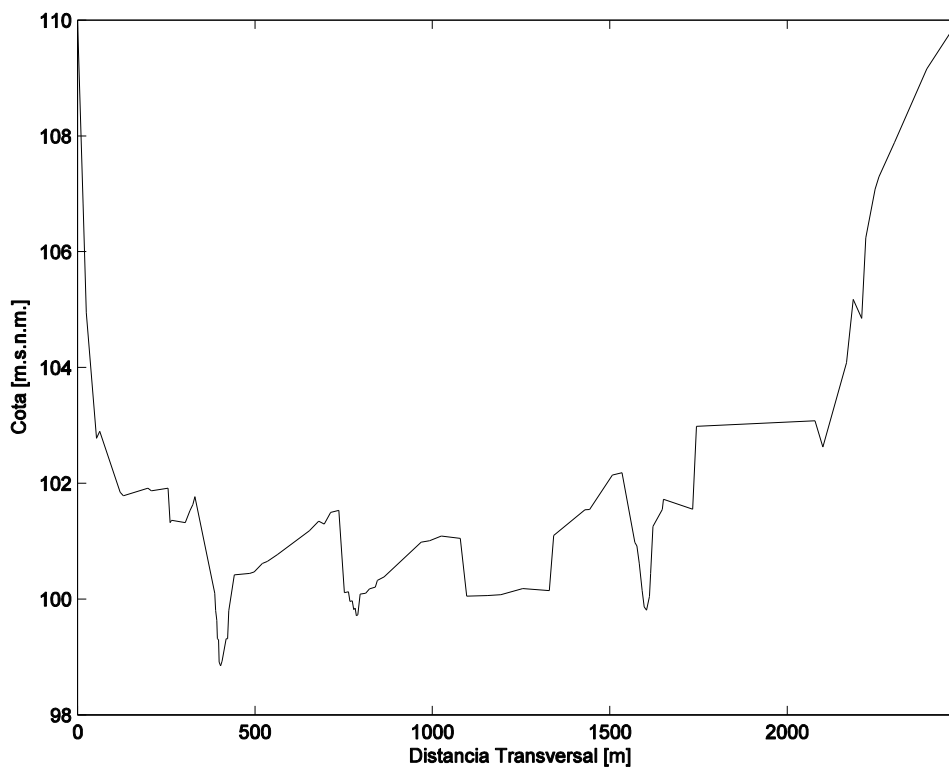


Figura A II. Batimetría PC2.

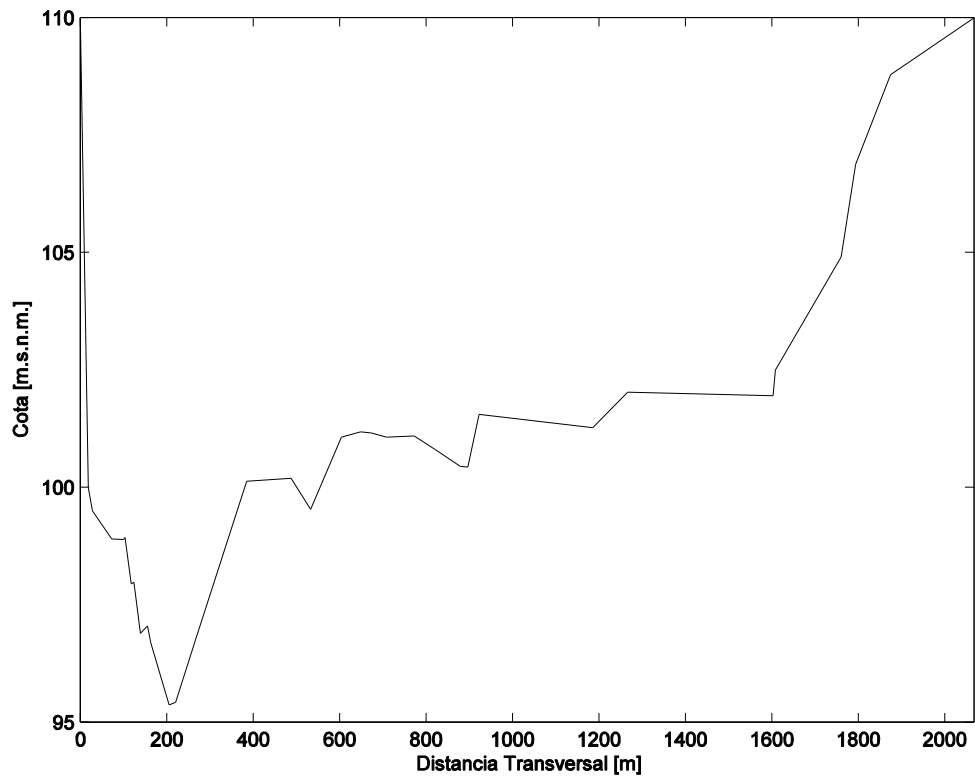


Figura A III. Batimetría P1.

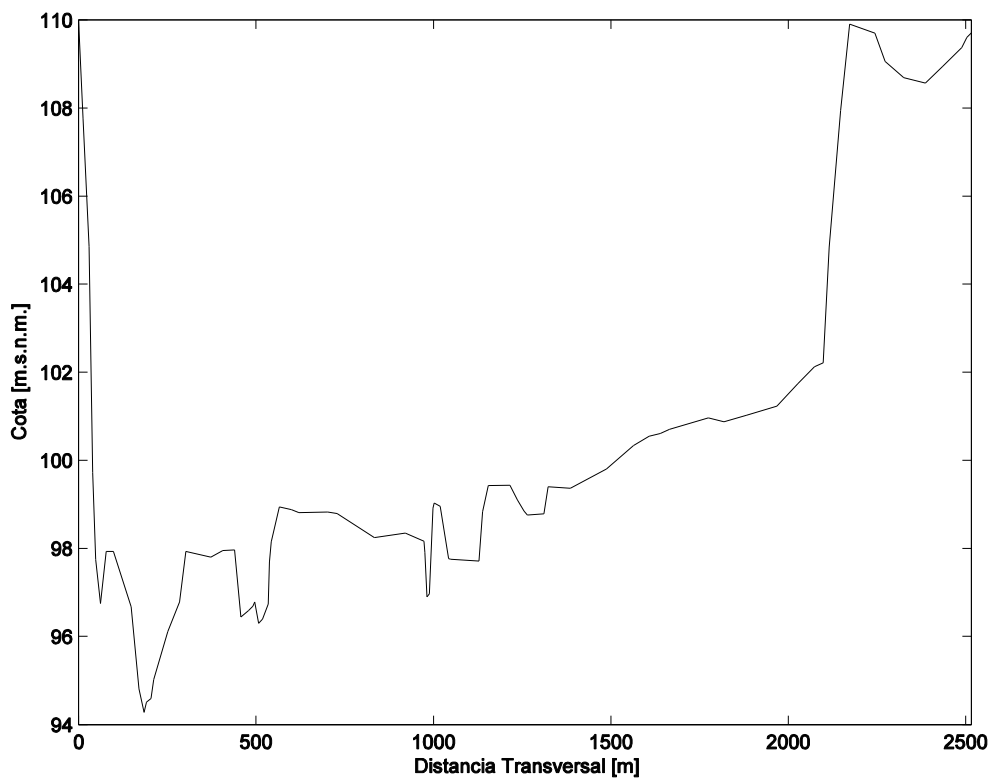


Figura A IV. Batimetría P2.

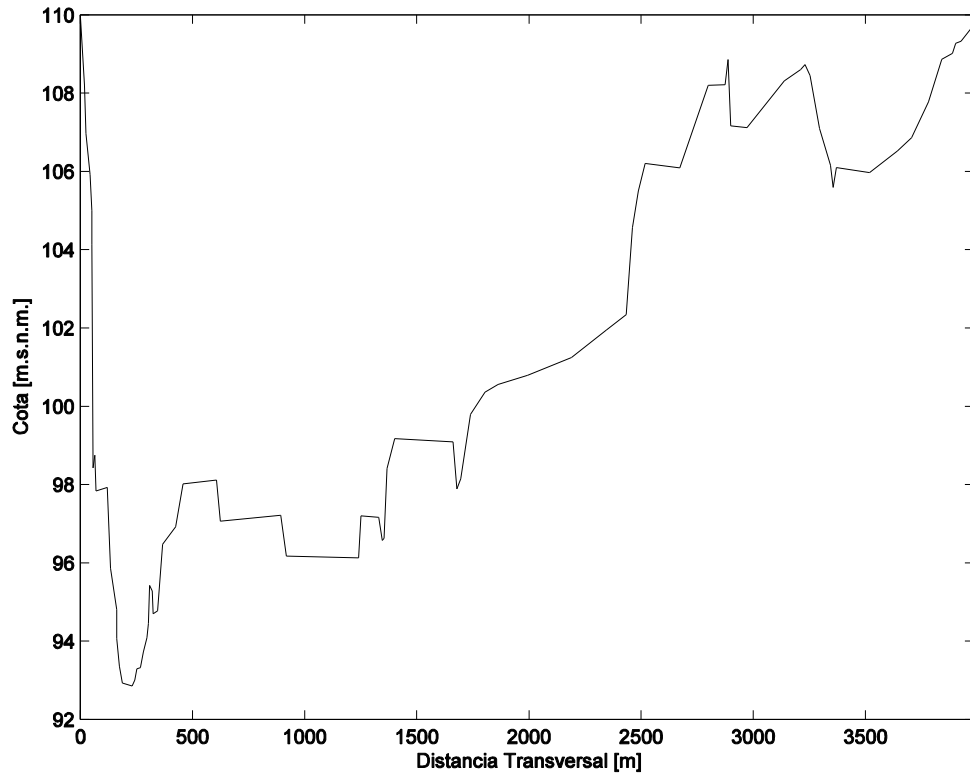


Figura A V. Batimetría P3.

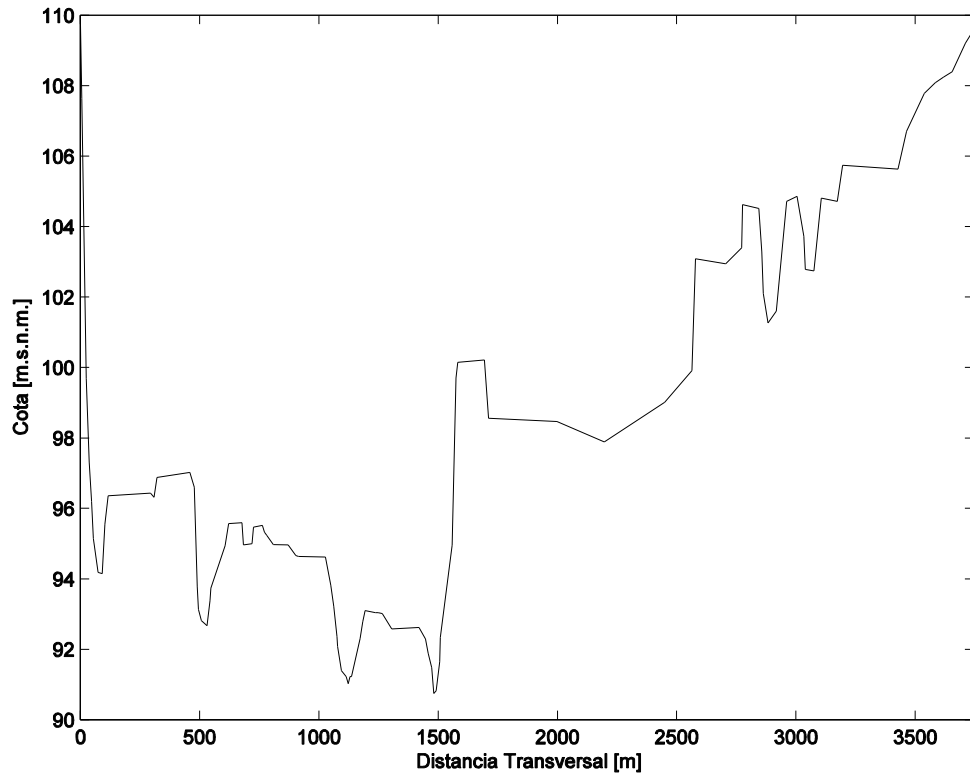


Figura A VI. Batimetría P4.

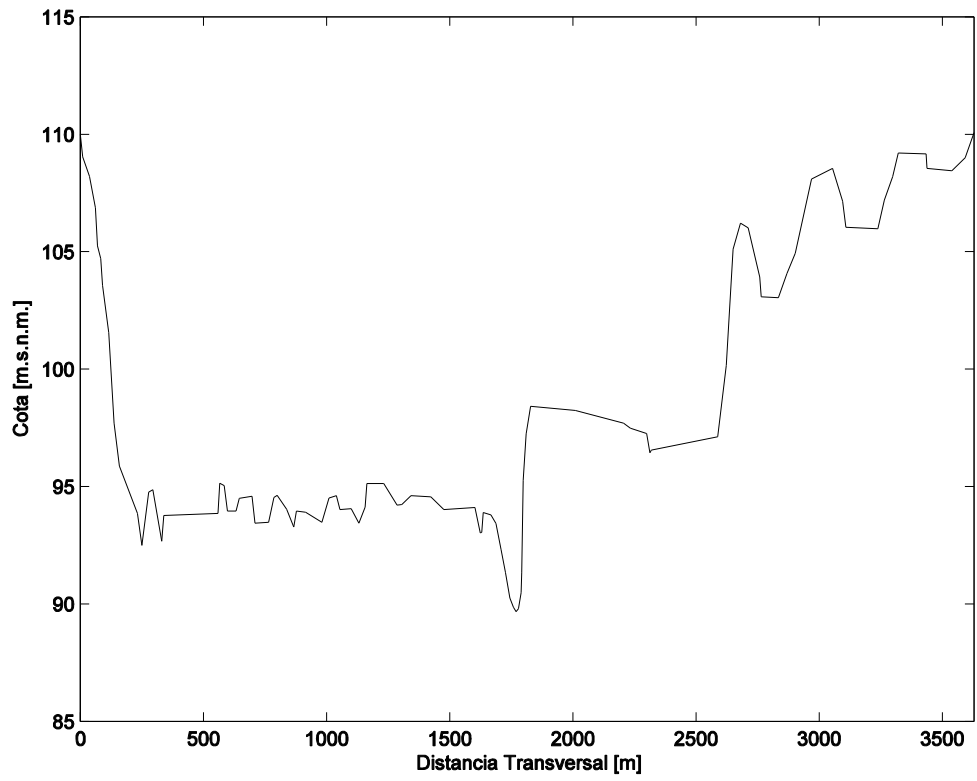


Figura A VII. Batimetría P5.

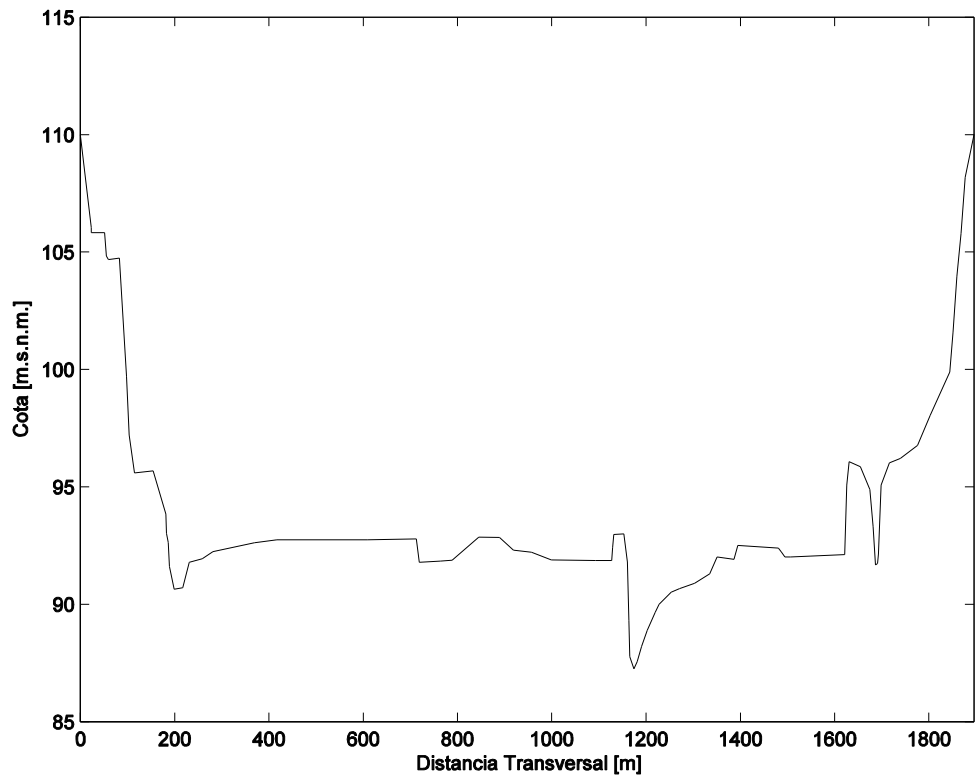


Figura A VIII. Batimetría P6.

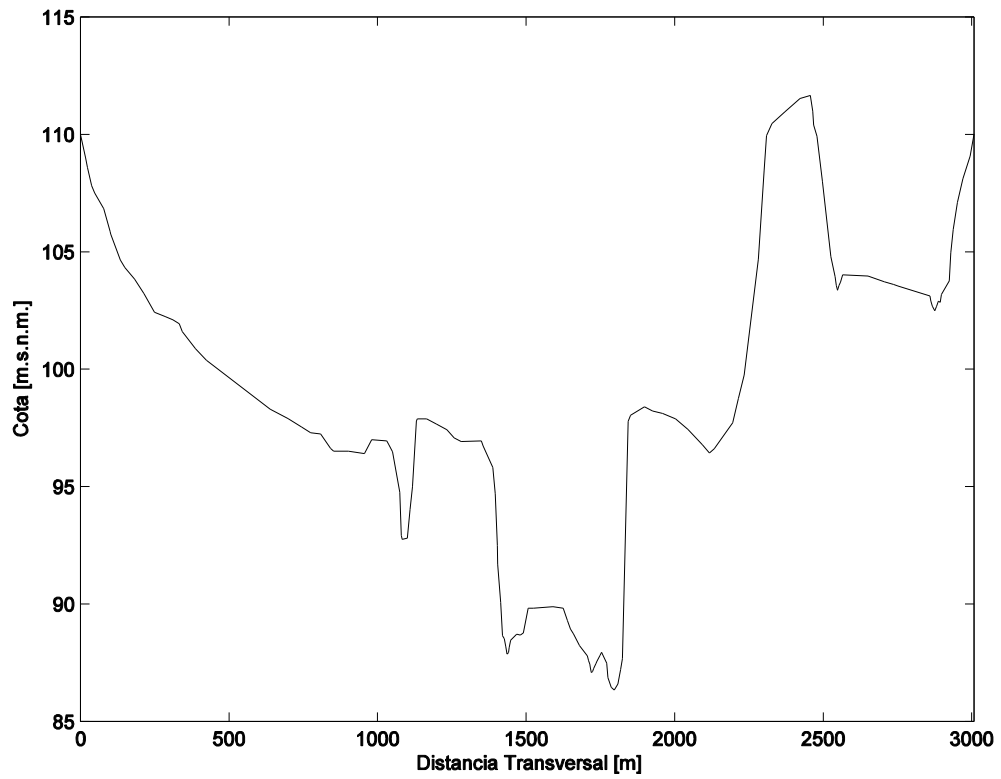


Figura A IX. Batimetría P7.

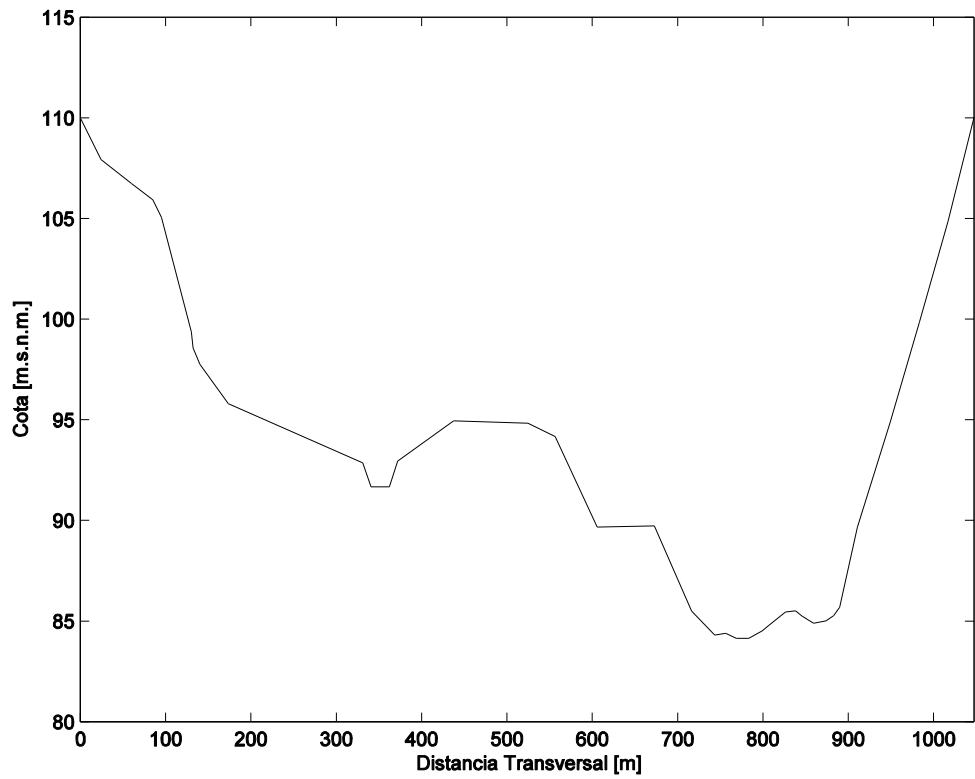


Figura A X. Batimetría P8.

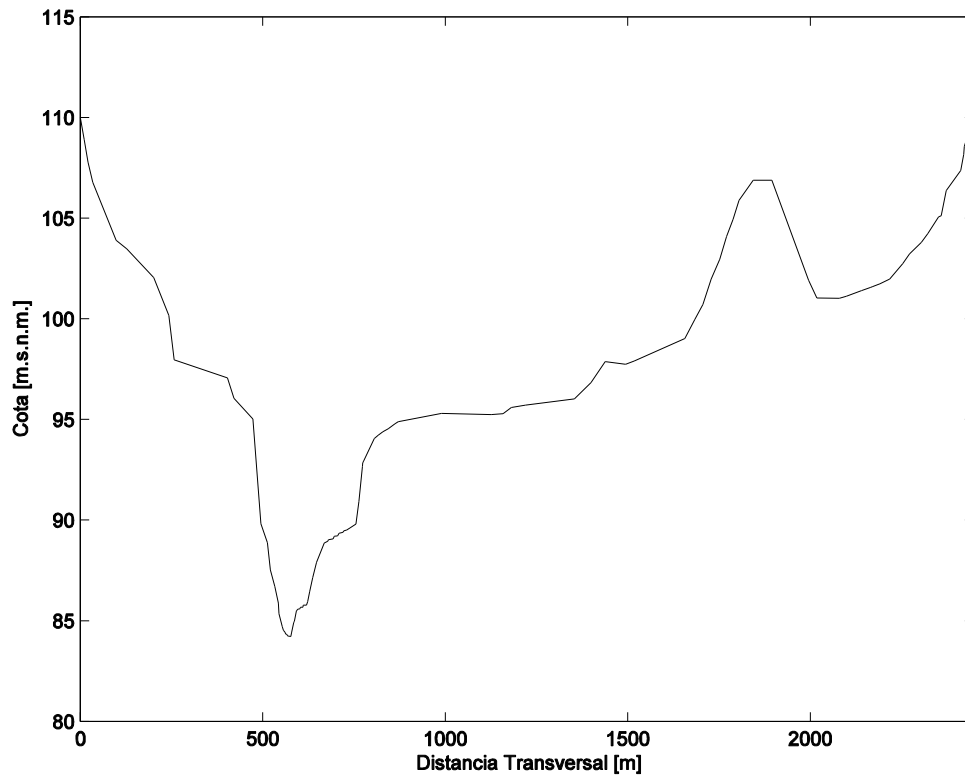


Figura A XI. Batimetría P9.

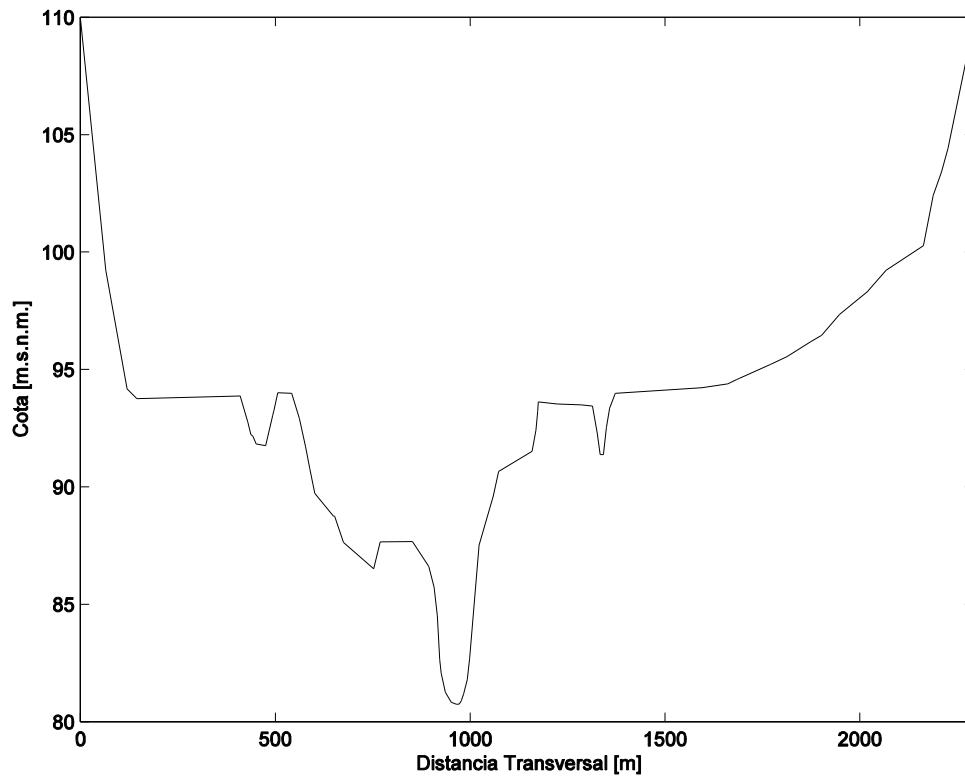


Figura A XII. Batimetría P10.

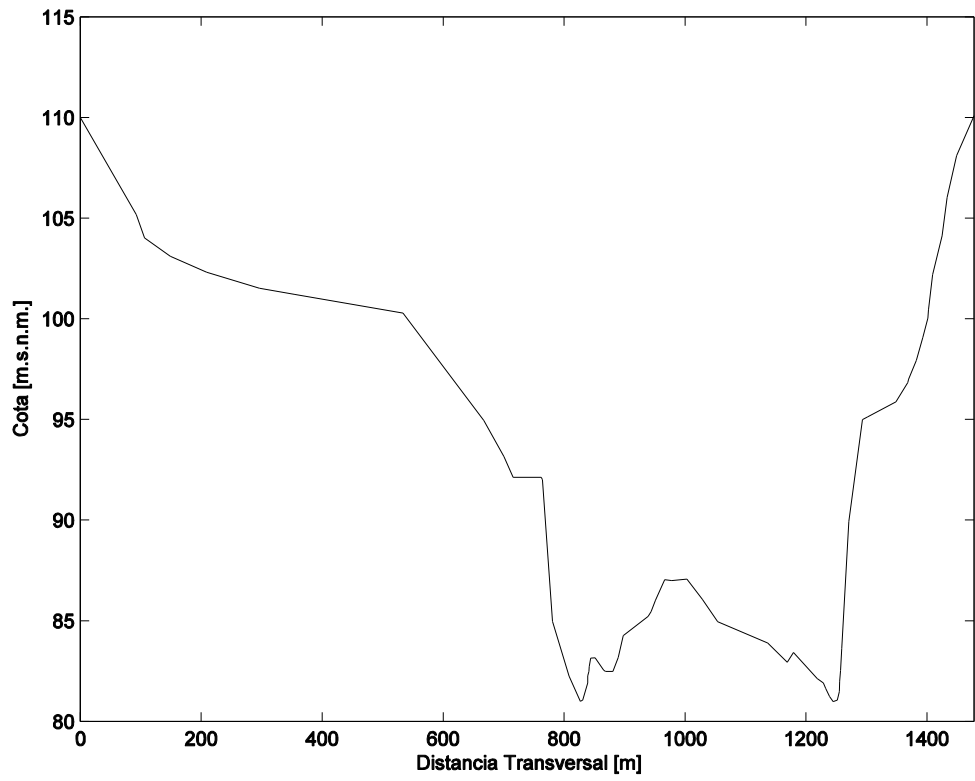


Figura A XIII. Batimetría P11.

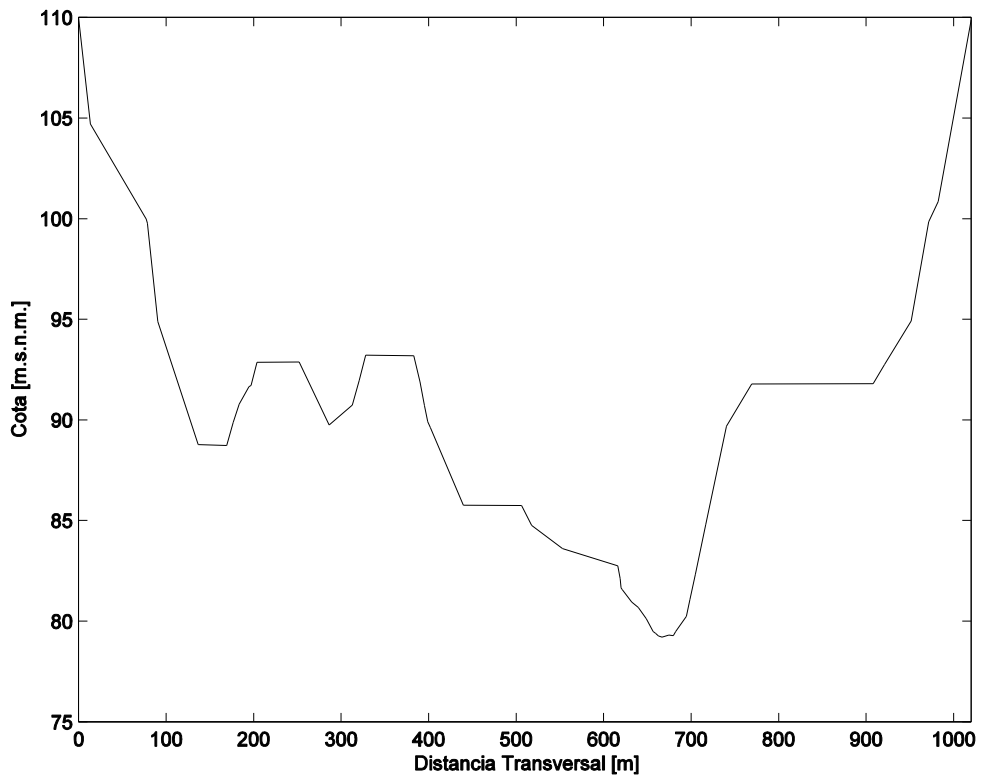


Figura A XIV. Batimetría P12.

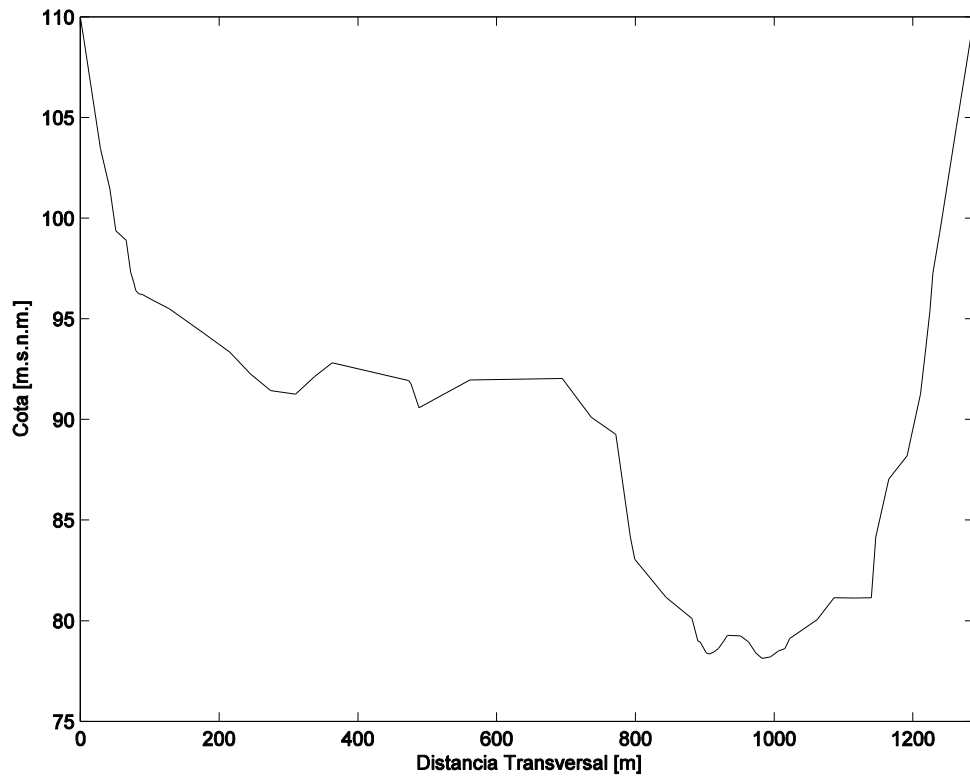


Figura A XV. Batimetría P13.

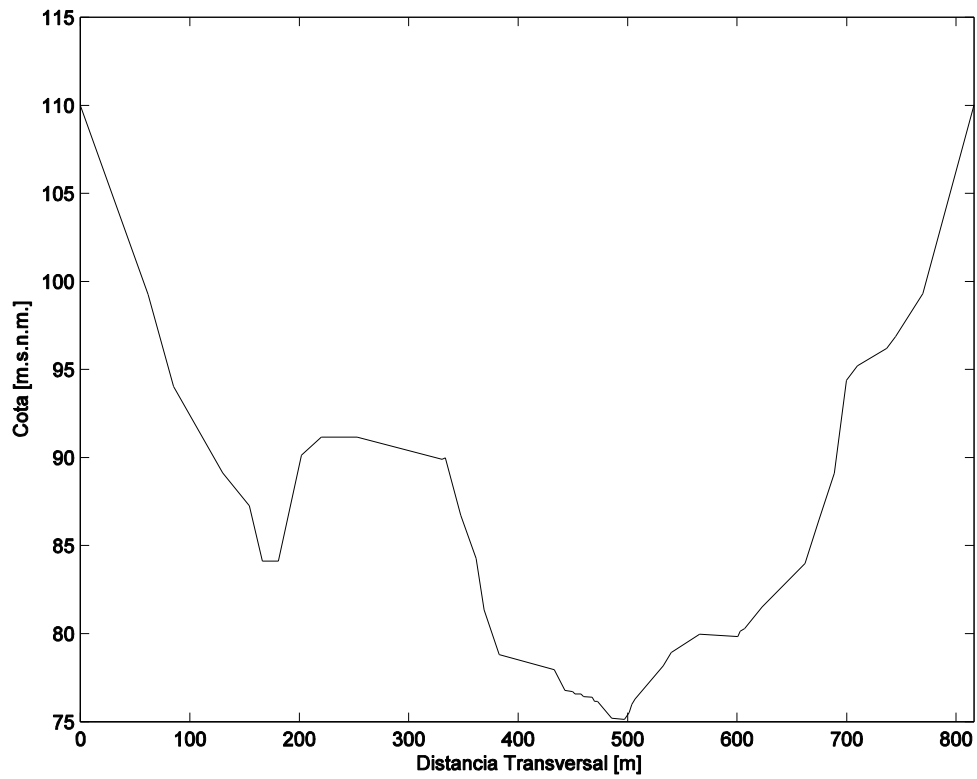


Figura A XVI. Batimetría P14.

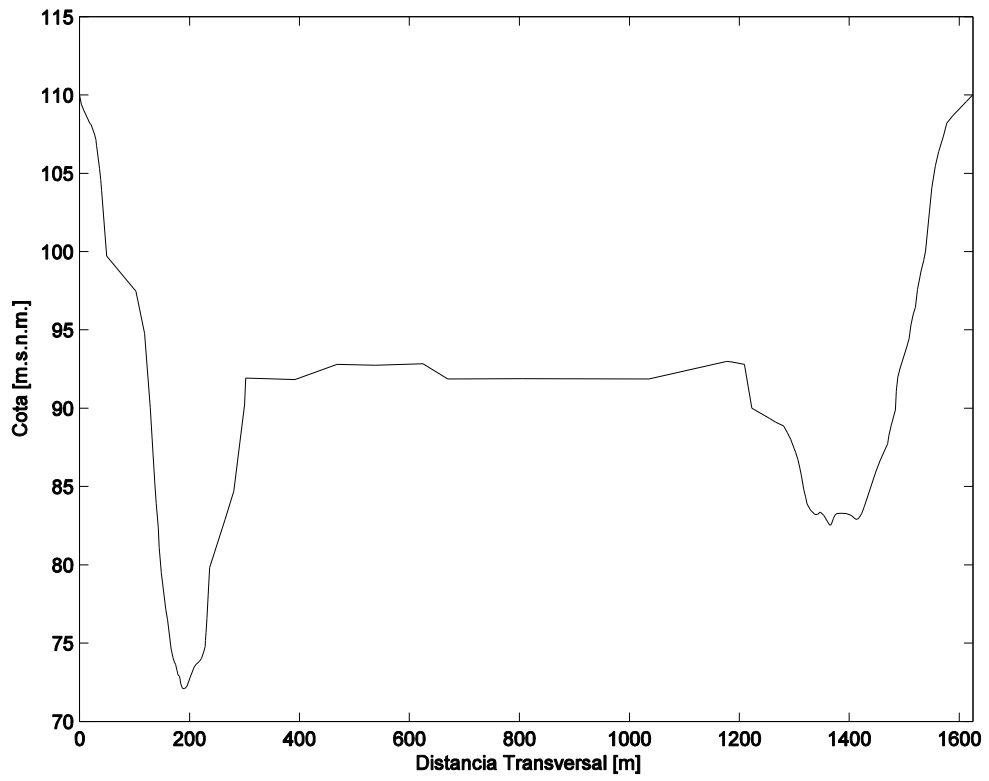


Figura A XVII. Batimetría P15.

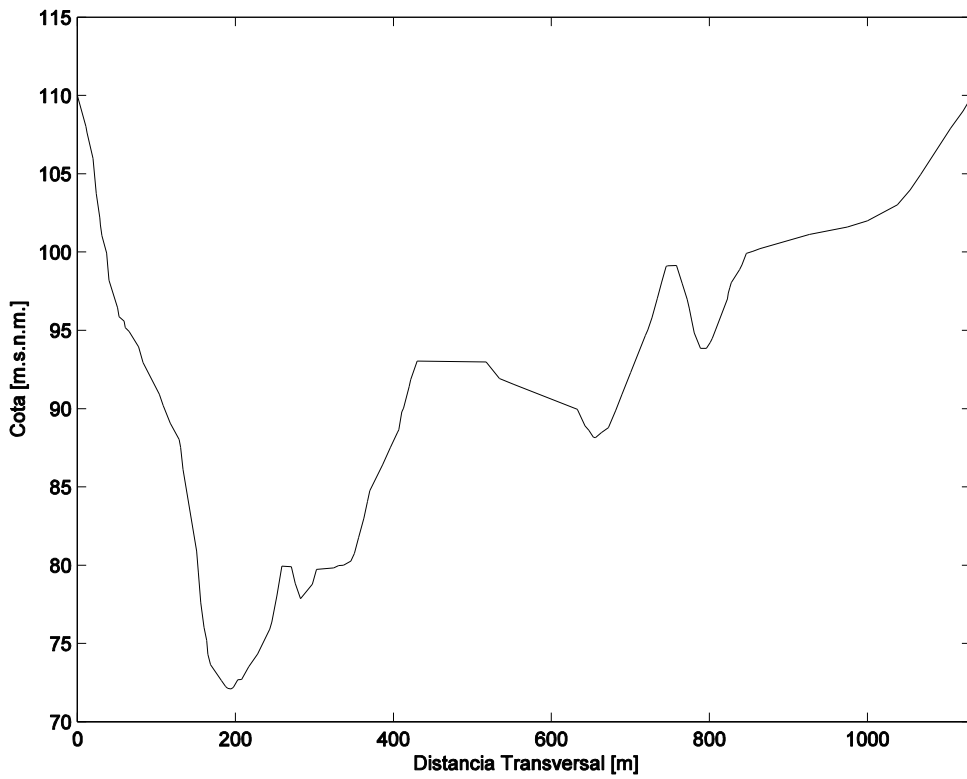


Figura A XVIII. Batimetría P16.

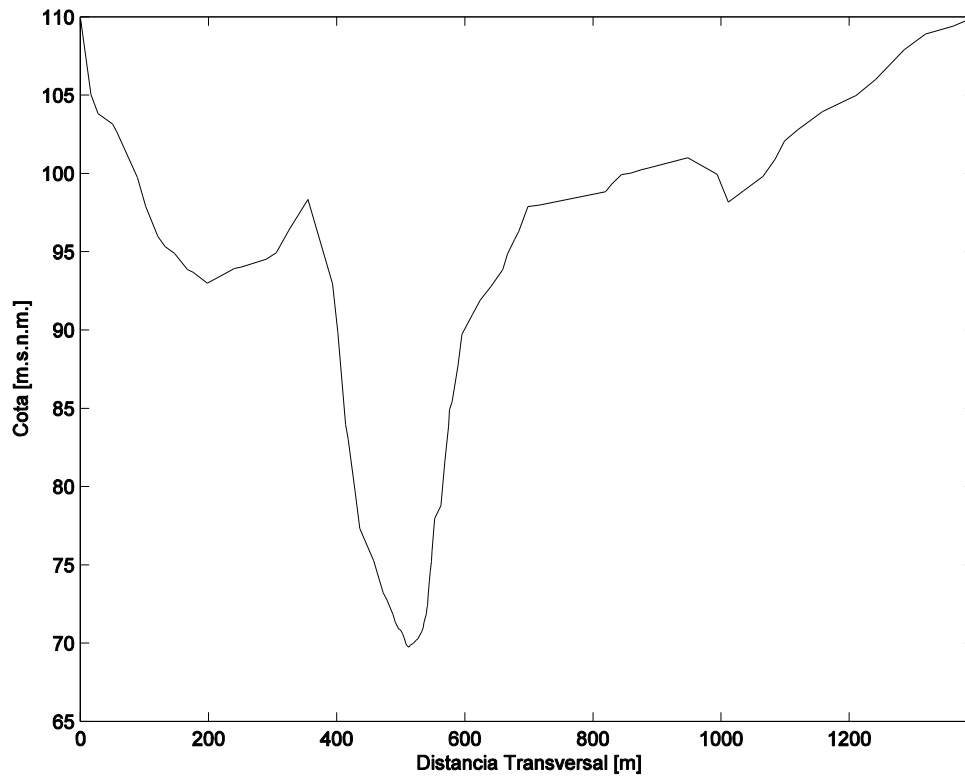


Figura A XIX. Batimetría P17.

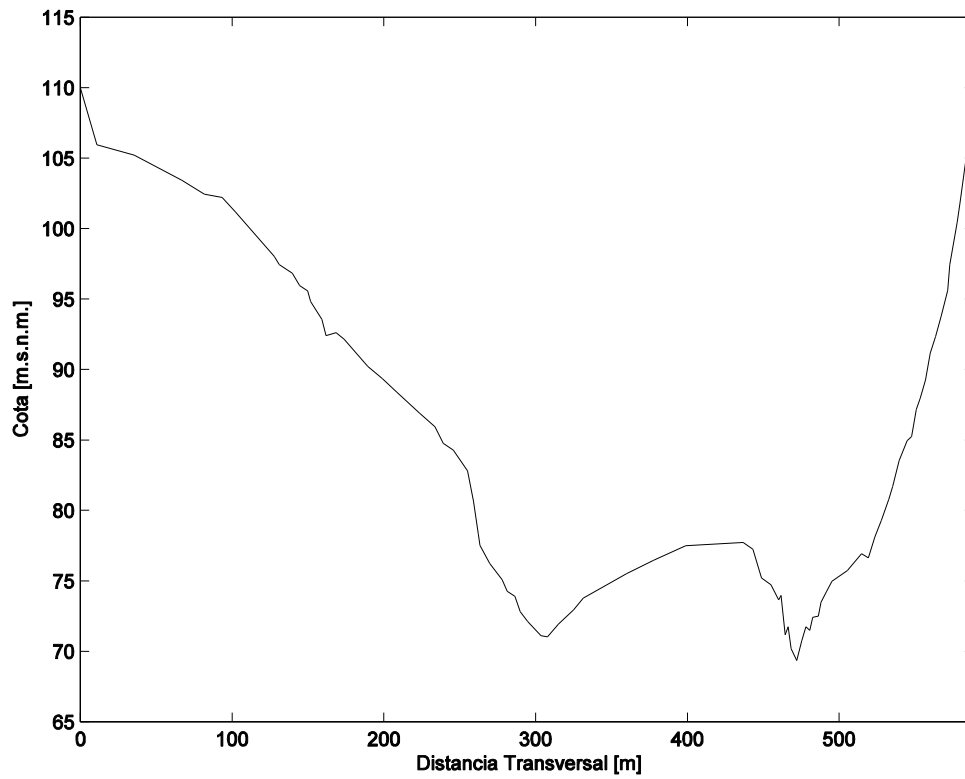


Figura A XX. Batimetría P18.

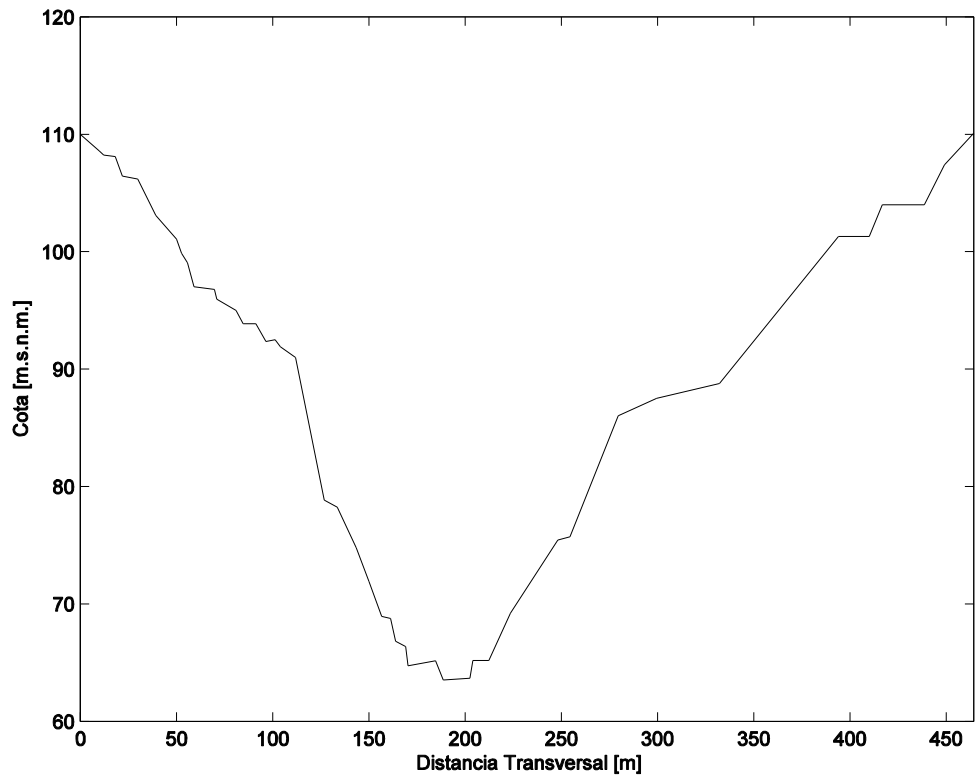


Figura A XXI. Batimetría P19.

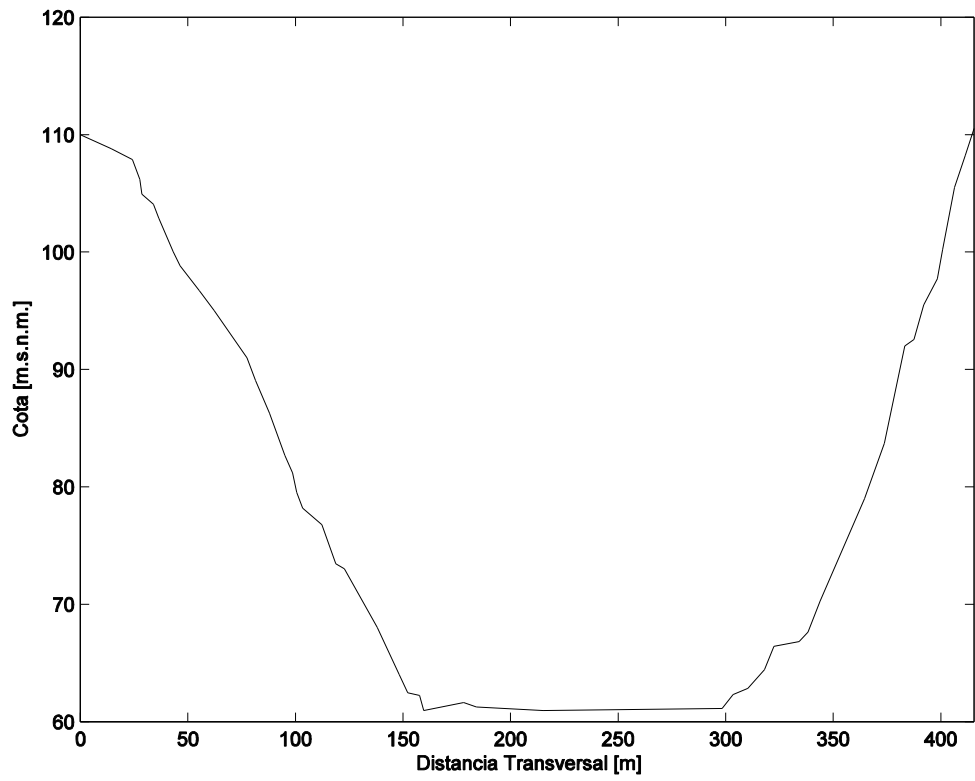


Figura A XXII. Batimetría P20.

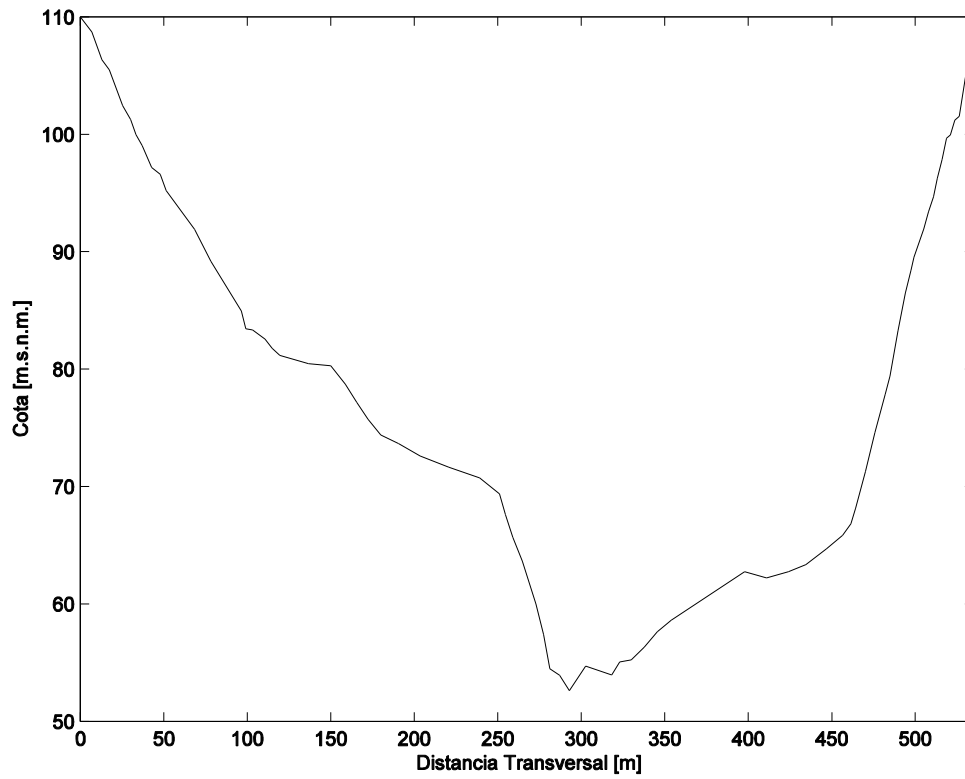


Figura A XXIII. Batimetría P21.

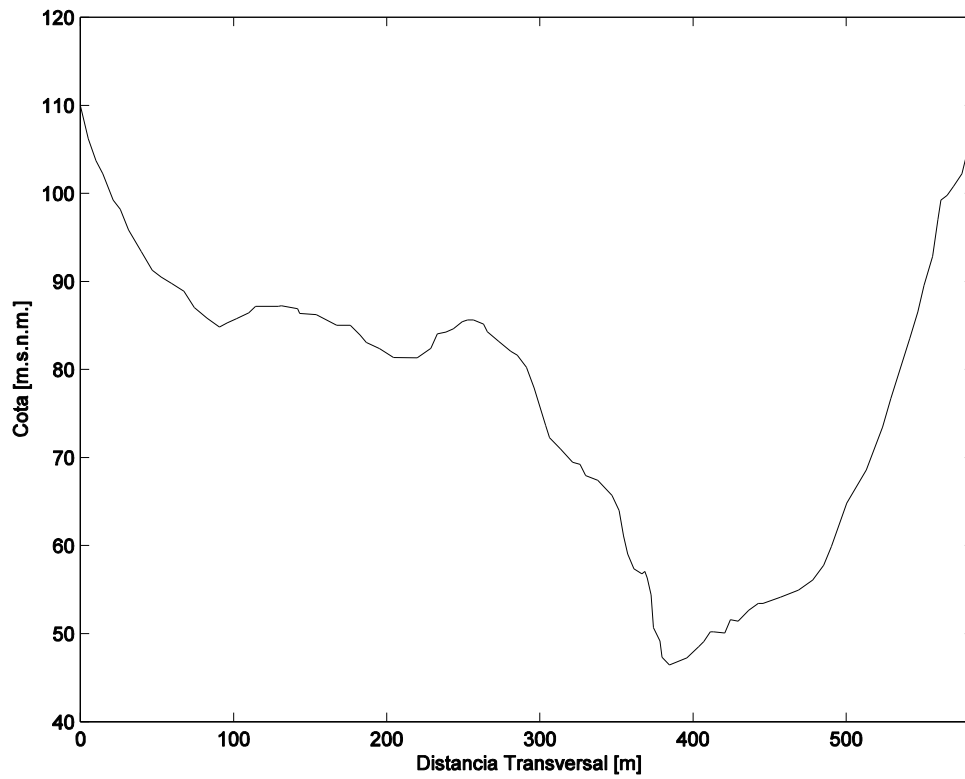


Figura A XXIV. Batimetría P22.

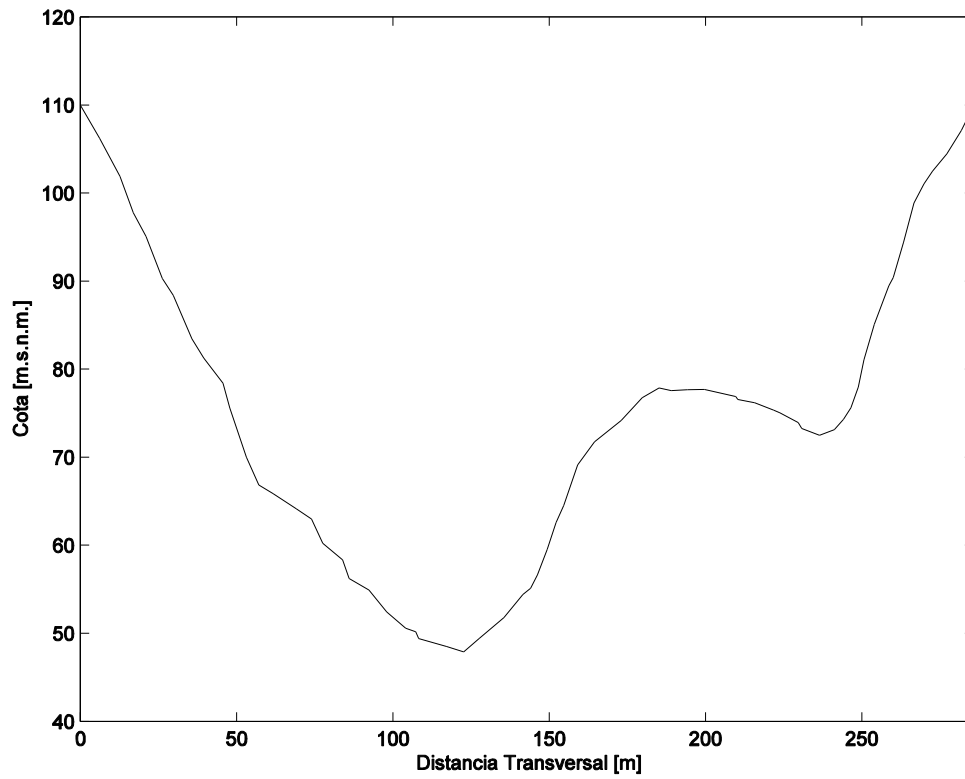


Figura A XXV. Batimetría P23.

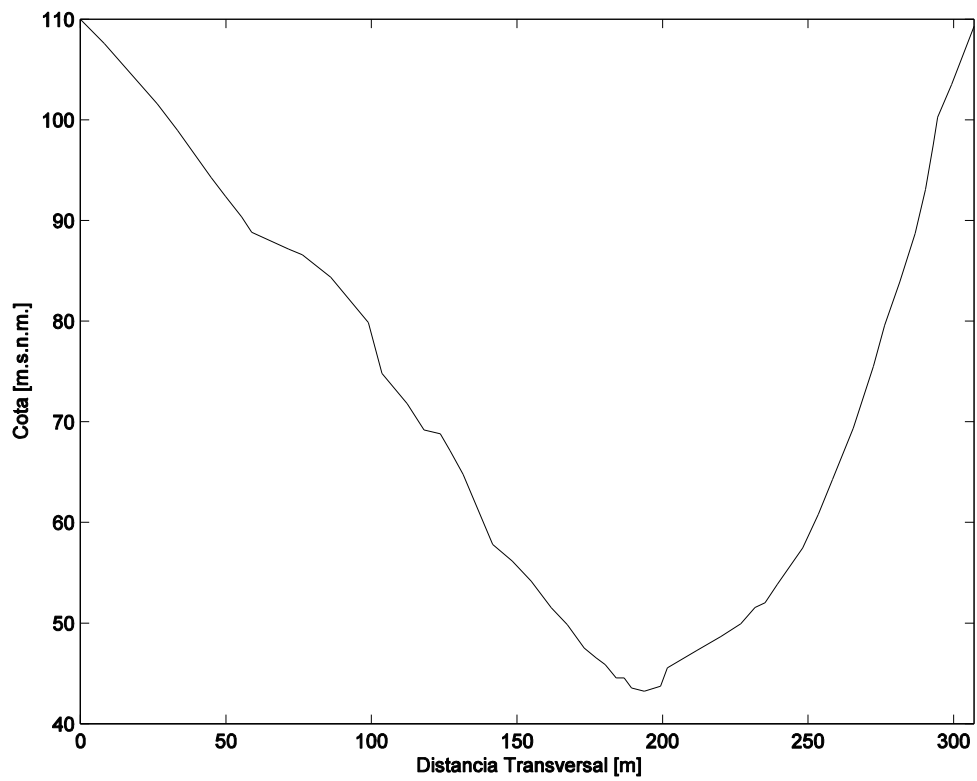


Figura A XXVI. Batimetría P24.

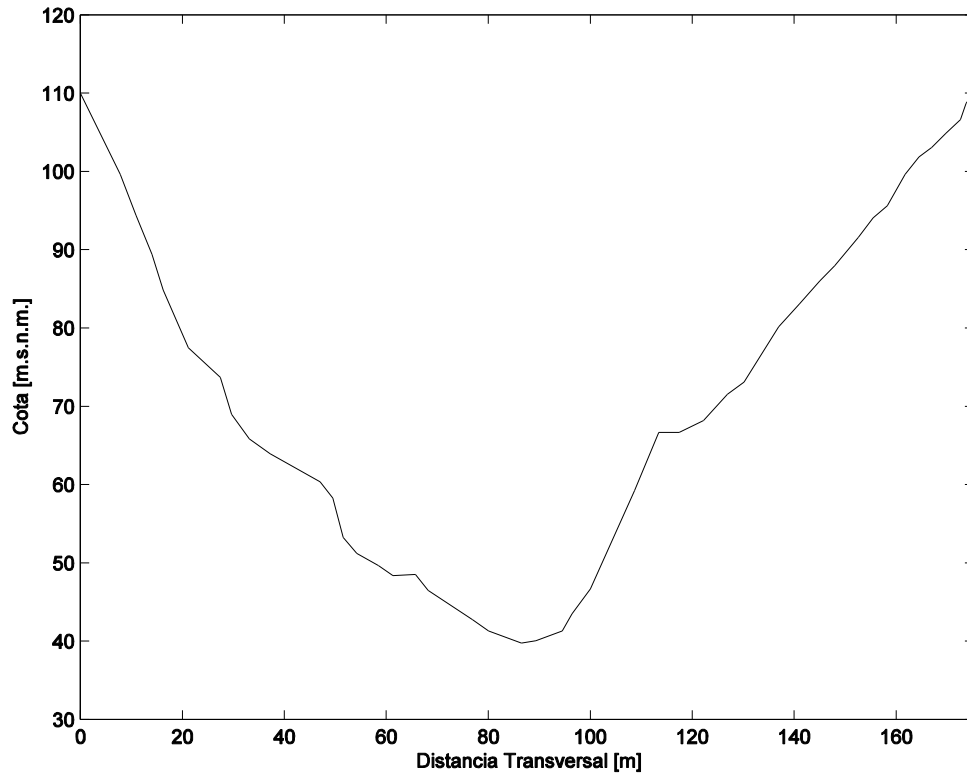


Figura A XXVII. Batimetría P25.

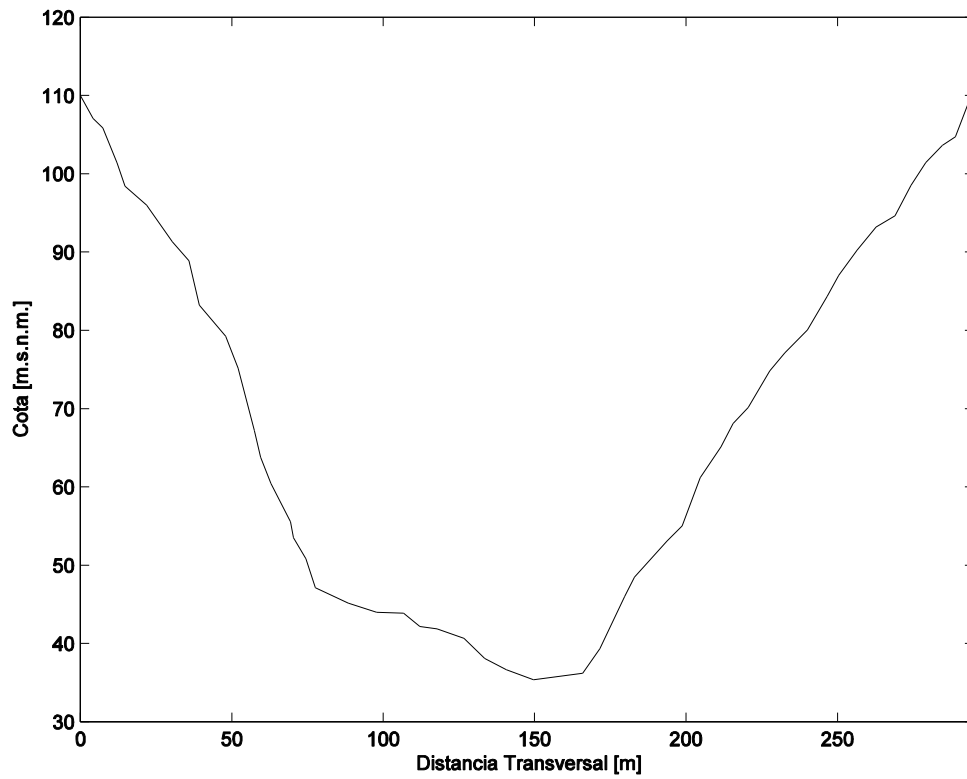


Figura A XXVIII. Batimetría P26.

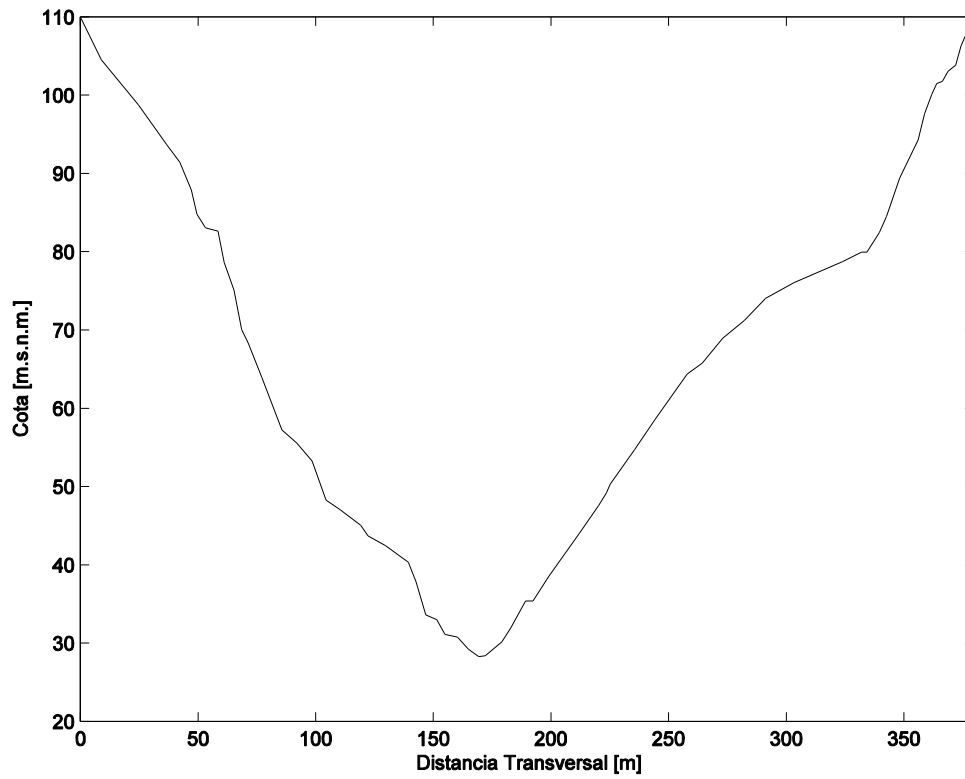


Figura A XXIX. Batimetría P27.

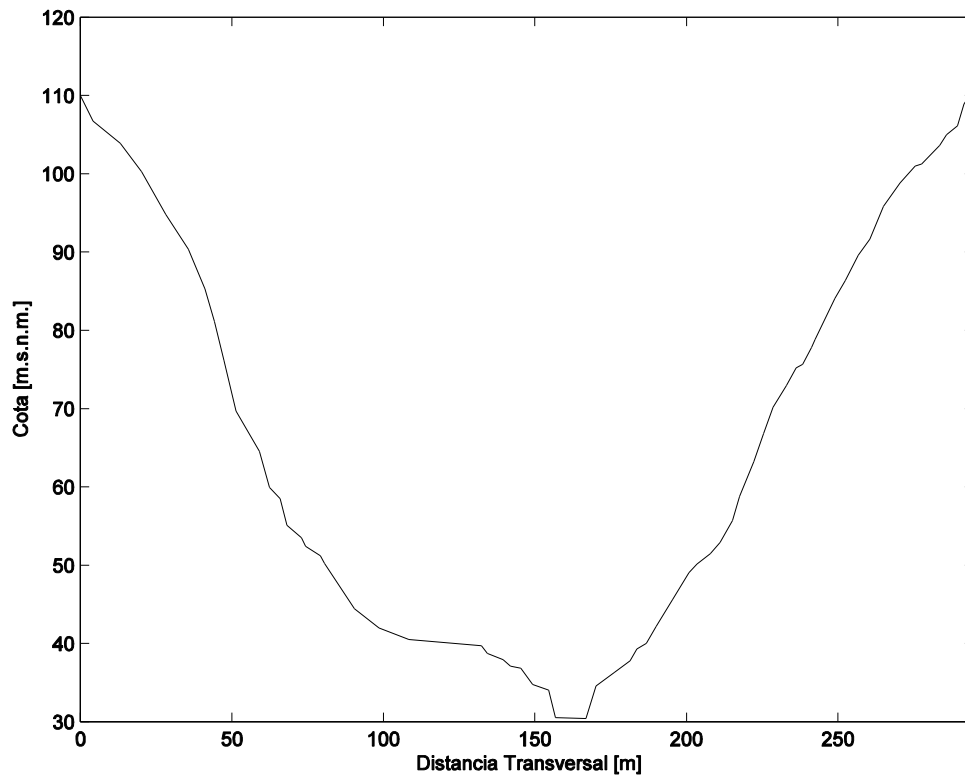


Figura A XXX. Batimetría P28

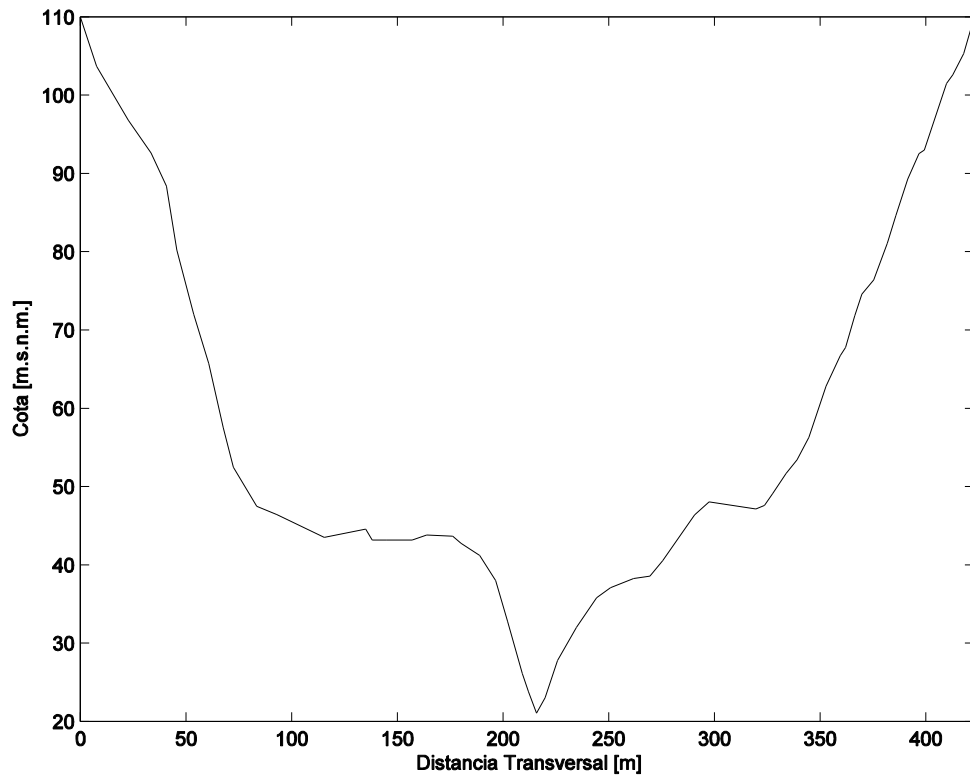


Figura A XXXI. Batimetría P29.

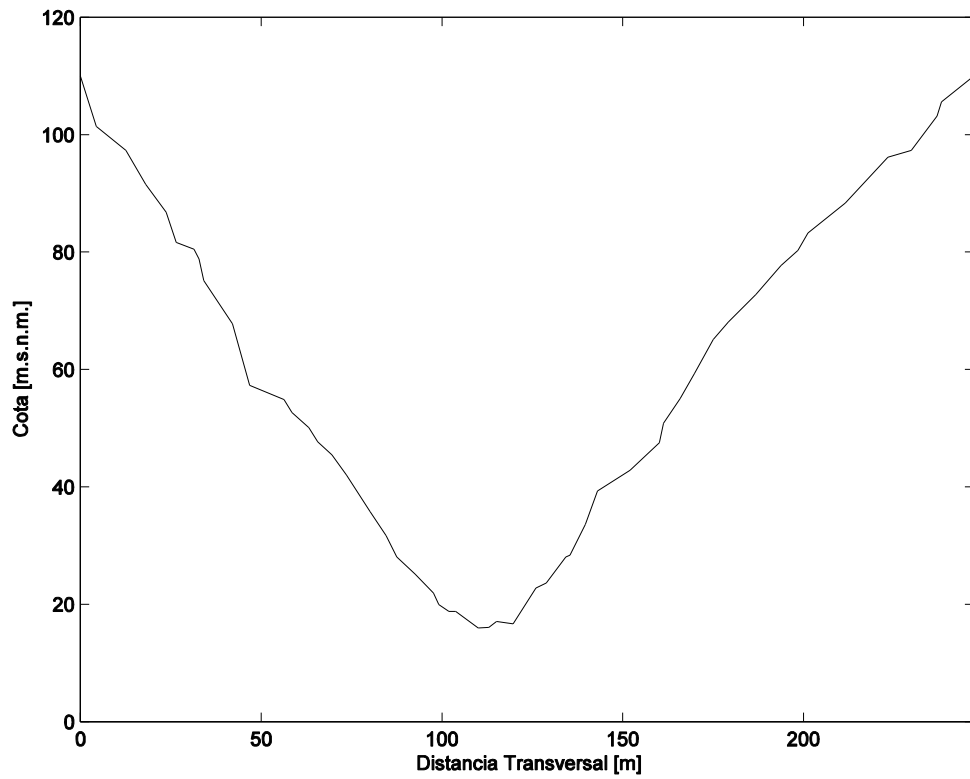


Figura A XXXII. Batimetría P30.

ANEXO B: CARACTERÍSTICAS DE LOS PERFILES TRAPECIALES UTILIZADOS EN LA MODELACIÓN ANTES DE LAS INTERPOLACIONES

Tabla B I. Características de los trapecios determinados a partir de la batimetría.

Distancia [m]	Cota [m.s.n.m.]	Ancho basal [m]	Talud Izquierdo	Talud Derecho
0	101,78	150	10,81	29,72
1.242	98,84	150	10,81	29,72
2.542	95,36	150	10,81	29,72
3.588	94,28	150	10,81	29,72
5.435	92,85	150	10,81	29,72
6.120	90,74	150	10,81	29,72
6.981	89,67	150	15,12	23,96
7.794	87,25	150	19,43	18,19
9.356	86,33	150	23,74	12,43
10.864	84,15	150	28,05	6,66
12.022	84,22	100	19,40	50,43
12.863	80,74	70	37,71	44,68
14.141	80,97	100	31,19	35,09
15.209	79,21	130	24,66	25,51
16.430	78,13	160	18,14	15,93
17.500	75,13	190	11,61	6,34
19..542	72,10	115	8,05	10,95
20.725	72,09	40	4,48	15,56
21.795	69,73	70	4,22	4,10
22.926	69,35	200	6,32	1,69
24.442	63,52	30	3,30	4,63
25.835	60,96	160	3,06	1,84
26.907	52,62	130	5,14	1,92
27.864	46,44	100	4,41	1,63
28.807	47,89	60	1,45	1,85
29.747	43,22	40	2,61	1,24
30.729	39,72	20	0,92	1,21
32.002	35,34	60	1,34	1,81
33.015	28,27	40	1,65	2,26
33.973	30,42	50	1,32	1,51
34.926	21,06	70	2,03	1,93
35.924	15,97	20	1,06	1,28

ANEXO C: GRANULOMETRÍAS OBTENIDAS EN EL CAPÍTULO 4

Sedimentos Finos:

Tabla C I. Granulometrías sedimentos finos.

Representativa		Cachapoal		Tinguiririca	
Tamaño [μm]	% Que pasa	Tamaño [μm]	% Que pasa	Tamaño [μm]	% Que pasa
0,36	0,00	0,36	0,00	0,36	0,00
0,40	0,10	0,40	0,12	0,40	0,06
0,45	0,26	0,45	0,30	0,45	0,17
0,50	0,50	0,50	0,57	0,50	0,35
0,56	0,78	0,56	0,88	0,56	0,56
0,63	1,09	0,63	1,23	0,63	0,80
0,71	1,41	0,71	1,58	0,71	1,06
0,80	1,73	0,80	1,93	0,80	1,31
0,89	2,03	0,89	2,26	0,89	1,55
1,00	2,30	1,00	2,55	1,00	1,78
1,12	2,55	1,12	2,82	1,12	1,99
1,26	2,77	1,26	3,06	1,26	2,19
1,42	2,99	1,42	3,28	1,42	2,39
1,59	3,21	1,59	3,50	1,59	2,59
1,78	3,45	1,78	3,74	1,78	2,83
2,00	3,71	2,00	4,01	2,00	3,10
2,24	4,02	2,24	4,32	2,24	3,41
2,52	4,37	2,52	4,66	2,52	3,78
2,83	4,76	2,83	5,04	2,83	4,19
3,17	5,20	3,17	5,46	3,17	4,66
3,56	5,69	3,56	5,93	3,56	5,19
3,99	6,22	3,99	6,45	3,99	5,76
4,48	6,82	4,48	7,02	4,48	6,39
5,02	7,48	5,02	7,68	5,02	7,07
5,64	8,24	5,64	8,45	5,64	7,81
6,32	9,11	6,32	9,35	6,32	8,61
7,10	10,12	7,10	10,43	7,10	9,49
7,96	11,31	7,96	11,72	7,96	10,46
8,93	12,72	8,93	13,29	8,93	11,55
10,02	14,40	10,02	15,17	10,02	12,80
11,25	16,37	11,25	17,41	11,25	14,24
12,62	18,68	12,62	20,02	12,62	15,93
14,16	21,35	14,16	23,03	14,16	17,91
15,89	24,39	15,89	26,43	15,89	20,20

Tabla C I. Granulometrías sedimentos finos.

17,83	27,79	17,83	30,18	17,83	22,85
20,00	31,52	20,00	34,27	20,00	25,85
22,44	35,53	22,44	38,60	22,44	29,20
25,18	39,76	25,18	43,12	25,18	32,86
28,25	44,15	28,25	47,73	28,25	36,77
31,70	48,60	31,70	52,35	31,70	40,88
35,57	53,04	35,57	56,90	35,57	45,09
39,91	57,40	39,91	61,31	39,91	49,34
44,77	61,61	44,77	65,52	44,77	53,55
50,24	65,63	50,24	69,49	50,24	57,66
56,37	69,41	56,37	73,19	56,37	61,63
63,25	72,95	63,25	76,60	63,25	65,43
70,96	76,22	70,96	79,71	70,96	69,03
79,62	79,25	79,62	82,54	79,62	72,46
89,34	82,02	89,34	85,09	89,34	75,71
100,24	84,56	100,24	87,36	100,24	78,78
112,47	86,86	112,47	89,37	112,47	81,69
126,19	88,94	126,19	91,13	126,19	84,42
141,59	90,79	141,59	92,65	141,59	86,97
158,87	92,42	158,87	93,94	158,87	89,30
178,25	93,84	178,25	95,02	178,25	91,40
200,00	95,05	200,00	95,92	200,00	93,25
224,40	96,07	224,40	96,66	224,40	94,84
251,79	96,93	251,79	97,29	251,79	96,18
282,51	97,65	282,51	97,83	282,51	97,28
316,98	98,26	316,98	98,30	316,98	98,16
355,66	98,77	355,66	98,74	355,66	98,84
399,05	99,20	399,05	99,13	399,05	99,33
447,74	99,55	447,74	99,49	447,74	99,67
502,38	99,82	502,38	99,79	502,38	99,88
563,68	99,96	563,68	99,95	563,68	99,97
632,46	100,00	632,46	100,00	632,46	100,00

Sedimento Grueso:

Tabla C II. Granulometrías sedimentos gruesos.

Representativa		Cachapoal		Tinguiririca	
Tamaño [m]	% Que pasa	Tamaño [m]	% Que pasa	Tamaño [m]	% Que pasa
0,1	100	0,1000	100,00	0,1000	100,00
0,075	92,293	0,0750	87,23	0,0750	100,00
0,05	72,693	0,0500	61,73	0,0500	89,39
0,04	63,150	0,0400	50,97	0,0400	81,70
0,0375	60,768	0,0375	47,66	0,0375	80,72
0,0355	58,684	0,0355	44,91	0,0355	79,65
0,0315	53,335	0,0315	38,94	0,0315	75,24
0,025	45,942	0,0250	31,00	0,0250	68,69
0,016	31,225	0,0160	18,98	0,0160	49,87
0,0125	25,200	0,0125	15,11	0,0125	40,57
0,01	21,169	0,0100	12,70	0,0100	34,07
0,008	18,213	0,0080	10,73	0,0080	29,61
0,0067	15,910	0,0067	9,14	0,0067	26,22
0,0056	14,063	0,0056	7,88	0,0056	23,47
0,0047	12,424	0,0048	6,60	0,0048	21,30
0,004	11,066	0,0040	5,50	0,0040	19,55
0,0034	9,803	0,0034	4,35	0,0034	18,10
0,002	6,418	0,0020	1,89	0,0020	13,31
0,0014	4,161	0,0014	0,90	0,0014	9,13
0,001	2,331	0,0010	0,42	0,0010	5,25
0,0008	1,663	0,0009	0,28	0,0009	3,77
0,0006	0,673	0,0006	0,14	0,0006	1,48

ANEXO D: FOTOGRAFÍAS UTILIZADAS EN LA DETERMINACIÓN DE LA GRANULOMETRÍA DEL LECHO.

Río Cachapoal:



Figura D I. Imagen I río Cachapoal.



Figura D II. Imagen II río Cachapoal.



Figura D III. Imagen III río Cachapoal.

Tinguiririca:



Figura D IV. Imagen I río Tinguiririca.



Figura D V. Imagen II río Tinguiririca.