



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

DETERMINACIÓN DE COEFICIENTES DE AMORTIGUACIÓN Y RIGIDEZ DE UN
DESCANSO HIDRODINÁMICO.

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO

RUAL SEBASTIÁN SALDES ARIAS

PROFESORA GUÍA:
VIVIANA ISABEL MERUANE NARANJO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
ALEJANDRO ORTIZ BERNARDIN
ROGER BUSTAMANTE PLAZA

SANTIAGO DE CHILE

AGOSTO 2013

RESUMEN

Los descansos hidrodinámicos son componentes que sirven de apoyo para ejes en maquinarias rotatorias sometidas a altas exigencias. El principio de funcionamiento se funda principalmente en una porción de eje sumergida en un film de aceite a presión, el cual sirve de soporte, lubricante y amortiguador para las grandes vibraciones a las cuales están sometidos. La dinámica de estas componentes es bastante compleja, dado el inestable comportamiento del film de fluido, pero es vital su comprensión para mejorar su desempeño y alargar su vida útil.

La obtención de los parámetros de rigidez y amortiguamiento mediante prototipos experimentales resultan ser la mejor manera de simular la dinámica de éstas componentes para su diseño, pues modelos numéricos y analíticos, si bien arrojan resultados aproximados, no han logrado ser netamente confiables.

Este trabajo consistió en el desarrollo de un método para identificar experimentalmente los coeficientes de amortiguamiento y rigidez de un descanso hidrodinámico mediante un método de modelamiento inverso basado en algoritmos genéticos. El sistema rotor se modela mediante el método de elementos finitos. A diferencia de otros métodos de optimización, los algoritmos genéticos son bastante más estables y si están bien definidos pueden converger al óptimo global.

Los datos son adquiridos de un rotor experimental, el cual posee un descanso hidrodinámico con bomba de aceite y cuatro sensores de desplazamiento, usados para medir la respuesta del sistema a fuerzas externas ejercidas por dos excitadores electrodinámicos. Este montaje se encuentra en el Laboratorio de Sólidos y Vibraciones de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile.

Para la obtención de los coeficientes del descanso, se varían distintos parámetros operacionales, como velocidad de rotación del eje, presión de aceite y magnitud y frecuencia de las fuerzas externas. Se obtuvieron resultados que mostraron tendencias interesantes. La rigidez y amortiguamiento del descanso varían con la velocidad de rotación del eje y con la presión. Se observa también que varían su comportamiento frente a la frecuencia de excitación. Donde no se percibieron tendencias claras fue para la variación de la magnitud de las fuerzas.

En conclusión, con el método propuesto se logró determinar los coeficientes satisfactoriamente, mostrando claras tendencias y evolución de éstos bajo distintas condiciones de operación en el rotor y en el descanso.

AGRADECIMIENTOS

Esta memoria es el resultado final de toda mi carrera, por lo que principalmente agradezco a todas las personas que me han acompañado tanto directa como indirectamente en ésta gran etapa de mi vida.

A la profesora Viviana Meruane, por ser una gran guía, por la paciencia que me tuvo, su tiempo dedicado y por ser una excelente persona. Al departamento de Ingeniería Mecánica, por la buena onda y amabilidad de sus funcionarios y profesores. A Omar Gonzales y todo el personal del laboratorio de Sólidos y Vibraciones, por su disposición y acogida.

A mis compañeros y amigos del departamento: Bomber, JC, Maggi, Nilo, Pancho, Rorro, Vale y Water, por la compañía, por los buenos, malos y difíciles momentos que pasamos en ésta etapa de nuestras vidas. A Alonso, Pancho y JC, colegas de oficina en éste último periodo, por la buena onda y el jugo dado que me permitió hacer más grato éste trabajo.

A mis hermanos: Jechu, Cote, Tallo, Nacho y Benja y en especial a mis viejos: Gerardo y Tegualda, por ser soporte fundamental en éstos años pese a las distancias que nos separaron, por el consejo y apoyo que me dieron hasta en los momentos más difíciles. También a mis abuelas, mis tíos y primos, por la compañía y cariño de siempre.

A mis amigos del colegio: Elzo, Leppe, Mono, Negro, Panda, Rolfo, Sapo, Tata, Tambo y Tetón, que pese a la distancia y el tiempo pasado, siempre estuvieron ahí presentes.

A todos ellos y los que me faltan por nombrar, mil gracias por todo. Me siento muy afortunado de tener gente como ustedes cerca.

TABLA DE CONTENIDO

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Introducción | 1 |
| 1.1 | Antecedentes Básicos | 1 |
| 1.1.1 | Descansos Hidrodinámicos | 1 |
| 1.1.2 | Reseña Histórica | 2 |
| 1.2 | Motivación | 3 |
| 1.3 | Objetivos | 4 |
| 1.3.1 | Objetivo General | 4 |
| 1.3.2 | Objetivos Específicos | 4 |
| 2 | Antecedentes | 5 |
| 2.1 | Método de Elementos Finitos | 5 |
| 2.1.1 | Vector de Desplazamientos Nodales | 5 |
| 2.1.2 | Matrices de Elemento de Eje | 7 |
| 2.1.3 | Matrices de Disco de Inercia | 10 |
| 2.1.4 | Matrices del Descanso Hidrodinámico | 11 |
| 2.1.5 | Matriz de Rigidez del Buje | 13 |
| 2.1.6 | Ensamble de Matrices | 14 |
| 2.1.7 | Comentarios | 14 |
| 2.2 | Métodos de Optimización: Algoritmos Genéticos | 15 |
| 2.2.1 | Descripción del Algoritmo | 15 |
| 2.2.2 | Ventajas y desventajas del uso del método de algoritmos genéticos. | 18 |
| 2.3 | Identificación Experimental de Parámetros con Modelo Matemático en el Dominio Temporal del Film de Aceite del Descanso. | 19 |
| 2.3.1 | Comentarios | 20 |
| 2.4 | Identificación Experimental de Parámetros de un Rodamiento Utilizando Algoritmos Evolutivos. | 21 |
| 2.4.1 | Elaboración del Modelo de Rotor | 22 |
| 2.4.2 | Procedimiento General para Obtener los Parámetros | 23 |
| 2.4.3 | Comentarios | 24 |
| 2.5 | Determinación Analítica de los Coeficientes de Rigidez y Amortiguamiento de un Descanso Hidrodinámico. | 25 |
| 2.5.1 | Comentarios | 28 |
| 3 | Montaje Experimental | 29 |
| 3.1 | Equipamiento Utilizado | 29 |
| 3.1.1 | Rotor Experimental Bently Nevada | 29 |
| 3.1.2 | Sensores de Desplazamiento | 30 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 3.1.3 | Sensores de Fuerzas..... | 30 |
| 3.1.4 | Sistema de Adquisición de Datos Experimentales | 31 |
| 3.1.5 | Excitadores Electrodinámicos | 32 |
| 3.1.6 | Descanso Hidrodinámico..... | 33 |
| 3.2 | Configuración Experimental..... | 34 |
| 3.3 | Adquisición de Datos..... | 36 |
| 3.4 | Prueba Preliminar | 37 |
| 4 | Descripción del Modelo Numérico a Utilizar..... | 38 |
| 4.1 | Simplificación del Sistema de Rotor y Determinación de Nodos del Modelo Numérico. 38 | |
| 4.1.1 | Ecuación de Movimiento del Modelo Numérico | 39 |
| 4.1.2 | Validación del Modelo Numérico | 40 |
| 4.2 | Solución de la Ecuación de Movimiento | 41 |
| 5 | Obtención y Preparación de Datos | 42 |
| 5.1 | Obtención de Datos del Modelo Numérico del Rotor | 42 |
| 5.2 | Obtención y Selección de Datos Experimentales y del Modelo Numérico | 42 |
| 5.3 | Procesamiento de Datos Experimentales y Numéricos Obtenidos | 44 |
| 5.3.1 | Extracción de Señal desde Datos Experimentales..... | 44 |
| 6 | Identificación Experimental de Parámetros | 49 |
| 6.1 | Determinación de Parámetros | 51 |
| 6.1.1 | Restricciones de la Función de Optimización | 51 |
| 7 | Identificación de Parámetros del Modelo Fluidodinámico | 53 |
| 7.1 | Adquisición de Datos..... | 53 |
| 7.2 | Modelo Numérico a Utilizar | 53 |
| 7.3 | Determinación de los Parámetros | 54 |
| 8 | Procedimiento, Resultados y Discusiones..... | 55 |
| 8.1 | Adquisición de Datos Experimentales | 55 |
| 8.1.1 | Selección de Parámetros Operacionales para estudio del Efecto de la Velocidad del Eje en los Coeficientes Buscados..... | 56 |
| 8.1.2 | Selección de Parámetros Operacionales para estudio del Efecto de la Presión del Aceite en el Descanso en los Coeficientes Buscados..... | 57 |
| 8.1.3 | Selección de Parámetros Operacionales para estudio del Efecto de la Intensidad de las Fuerzas sobre el Descanso en los Coeficientes Buscados. | 58 |
| 8.1.4 | Selección de Parámetros Operacionales para estudio del Efecto de la Frecuencia de las Fuerzas sobre el Descanso en los Coeficientes Buscados. | 58 |
| 8.2 | Búsqueda de los Coeficientes a Partir de Datos Experimentales..... | 59 |

| | | |
|-----------|--|-----------|
| 8.2.1 | Ajustes de Parámetros del Algoritmo Genético para Solucionar el Problema de Optimización | 59 |
| 8.3 | Resultados | 60 |
| 8.3.1 | Adimensionalización de los Valores Obtenidos | 60 |
| 8.3.2 | Efectos de la Variación de Velocidad de Rotación del Eje en los Coeficientes | 61 |
| 8.3.3 | Efectos de la Variación de Presión de Aceite en el Descanso Hidrodinámico en los Coeficientes | 66 |
| 8.3.4 | Efectos de la Variación de la Intensidad de Fuerzas Externas Actuando sobre el Eje en los Coeficientes | 70 |
| 8.3.5 | Efectos de la Variación de la Frecuencia de Fuerzas Externas Actuando sobre el Eje en los Coeficientes | 74 |
| 8.4 | Validación de los Resultados Obtenidos..... | 78 |
| 8.4.1 | Discusiones | 81 |
| 9 | Conclusiones | 82 |
| 10 | Bibliografía | 84 |
| A. | Anexo A | 86 |

ÍNDICE DE TABLAS

| | |
|---|----|
| Propiedades de elementos del kit de rotor..... | 29 |
| Características de los sensores de desplazamiento..... | 30 |
| Sensibilidad de cada uno de los sensores utilizados..... | 30 |
| Propiedades del sensor de fuerzas..... | 30 |
| Propiedades del sistema de adquisición de datos..... | 31 |
| Propiedades del excitador electrodinámico SINOCERA®..... | 32 |
| Propiedades del excitador electrodinámico TIRAvib®..... | 32 |
| Propiedades del descanso hidrodinámico..... | 33 |
| Frecuencias naturales del primer modo de vibrar..... | 40 |
| Mediciones tomadas para estudiar los efectos de la velocidad sobre el descanso..... | 56 |
| Mediciones tomadas para estudiar los efectos de la presión de aceite..... | 57 |
| Mediciones tomadas para estudiar los efectos de la intensidad de las fuerzas..... | 58 |
| Mediciones tomadas para estudiar los efectos de la frecuencia de las fuerzas..... | 58 |
| Parámetros del algoritmo de optimización utilizados..... | 59 |
| Parámetros del rotor experimental..... | 60 |

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

| | |
|--|----|
| Esquema del corte transversal de un descanso hidrodinámico..... | 2 |
| Representación nodal de los vectores en el elemento de eje..... | 6 |
| Esquema de corte transversal del descanso hidrodinámico y sus respectivos coeficientes de rigidez y amortiguamiento..... | 11 |
| Esquema utilizado para encontrar la solución óptima..... | 15 |
| Esquema de las operaciones realizadas entre dos generaciones consecutivas..... | 17 |
| Vista en corte transversal del descanso y sus respectivos coeficientes de amortiguamiento y rigidez cruzados y directos..... | 19 |
| Montaje experimental utilizado..... | 21 |
| Esquema de procedimiento utilizado para la identificación de parámetros..... | 23 |
| Vista en corte del descanso y su excentricidad..... | 25 |
| Excentricidad del descanso en función del número de Sommerfeld Modificado..... | 27 |
| Rigidez adimensional en función del número de Sommerfeld modificado..... | 28 |
| Amortiguamiento adimensional en función del número de Sommerfeld modificado..... | 28 |
| Kit de Rotor experimental Bently Nevada utilizado..... | 29 |
| Sistema de adquisición y análisis de datos utilizado..... | 31 |
| Vista en corte lateral y corte transversal del descanso hidrodinámico..... | 33 |
| Montaje experimental..... | 34 |
| Vista lateral y en corte del eje donde se muestra la posición de los sensores de desplazamiento y de fuerzas en el descanso y en la mitad del eje..... | 35 |
| Esquema de adquisición de datos..... | 36 |
| Diagrama de cascada del rotor acelerando sin fuerzas externas..... | 37 |
| Esquema del modelo numérico en elementos finitos a utilizar..... | 38 |
| Esquema de ubicación de sensores en el rotor experimental y sus puntos homólogos en el modelo numérico..... | 42 |
| Respuesta del sistema a la fuerza de excitación en el descanso..... | 44 |
| Respuesta del sistema a la fuerza de excitación en el eje..... | 45 |
| Espectro en frecuencia de la respuesta del sistema a la fuerza de excitación..... | 46 |
| Resultados de la creación de la señal artificial..... | 47 |
| Resultado final para un sensor ubicado en el descanso en dirección de la fuerza..... | 48 |
| Diagrama general del procedimiento a seguir para obtener los parámetros de rigidez y amortiguamiento..... | 49 |
| Esquema utilizado por el algoritmo de optimización para encontrar los parámetros buscados..... | 50 |
| Fuerzas resultantes adimensionalizadas f sobre el rotor en función de la excentricidad ϵ en el descanso..... | 65 |
| Variación de K_{xx} en función de la presión de aceite en el descanso hidrodinámico..... | 66 |

1 INTRODUCCIÓN

El trabajo desarrollado consiste en la determinación de un método robusto para encontrar los coeficientes de rigidez y amortiguación de un descanso hidrodinámico a partir de datos experimentales. Para ello, se dispone de una serie de herramientas y métodos a utilizar en el desarrollo de ésta memoria, con el objetivo que los resultados obtenidos sean lo más cercano posibles a los obtenidos a través de modelos fluido-dinámicos ya elaborados.

1.1 ANTECEDENTES BÁSICOS

En la industria hoy en día se requiere de equipos de alta confiabilidad, especialmente aquellos que son críticos para el funcionamiento de las plantas, faenas de producción y transporte. Son millones de dólares que se invierten año a año para evitar fallas inesperadas en los equipos, las cuáles pueden generar desde cuantiosas pérdidas económicas hasta exponer la integridad y vida de las personas. Es por ello que los esfuerzos deben concentrarse en asegurar el buen funcionamiento de los equipos, para así alargar su vida y reducir costos por mantención y reemplazos.

Una de las etapas fundamentales para asegurar la confiabilidad de las máquinas y sus componentes es el diseño de ellas. Aquí es donde se idean los equipos para cumplir las tareas que se le encomendarán, asegurando que cumplirán con su labor el tiempo de vida que se le designe, y si es posible, más.

A continuación se definen los descansos hidrodinámicos, componentes críticos en el funcionamiento de grandes equipos rotatorios y del cual depende un buen porcentaje de la confiabilidad del sistema completo.

1.1.1 DESCANSOS HIDRODINÁMICOS

Los descansos hidrodinámicos son apoyos para ejes de gran tamaño, que dadas sus características en las cuales son operados, deben pasar si o si por velocidades críticas o soportar grandes vibraciones. Al tener estas componentes una capa de aceite a presión que separa el eje del apoyo, las vibraciones son reducidas en el rango de frecuencia de resonancia por amortiguamiento. Con ello se evita el deterioro acelerado de la componente y todas sus partes involucradas.

Como se aprecia en la Ilustración 1-1, la componente consiste en una sección específica del eje sumergido en una capa de aceite a presión. Además de servir como amortiguador, el film de aceite actúa como lubricador, lo que evita el desgaste por roce entre el eje y el estator.

Estas componentes son usadas frecuentemente para soportar grandes cargas, altas velocidades o en aplicaciones de alta precisión, donde los rodamientos de bolas comunes tendrían una corta vida por las altas exigencias mecánicas a los cuales son expuestos. Además, los descansos hidrodinámicos además tienen costos de mantenimiento es mas bajos.

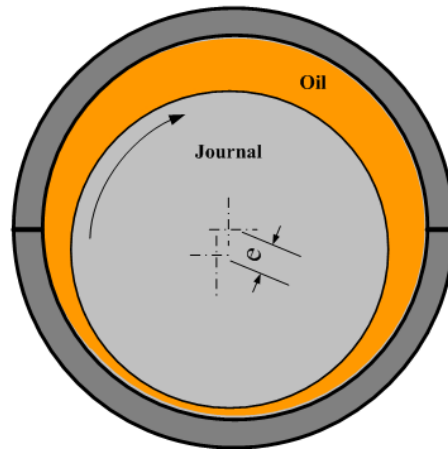


Ilustración 1-1: Esquema del corte transversal de un descanso hidrodinámico. Fuente: www.substech.com.

1.1.2 RESEÑA HISTÓRICA

El interés de crear apoyos para ejes “flotando” en un film de aceite nació a finales de la década del 1880, basados en gran parte por los trabajos teóricos de Osborne Reynolds. Fue en el año 1894, cuando el doctor Albert Kingsbury, inspirado en el los trabajos de Reynolds, elaboró y testeó el primer prototipo de descanso hidrodinámico, sometiéndolo a cargas cada vez mayores. Los resultados de los experimentos fueron satisfactorios.

En el año 1912, el Dr. Kingsbury fue contratado para aplicar su diseño en una hidroeléctrica de la compañía de *Pennsylvania Water and Power* en Holtwood, Pensilvania, ya que los existentes rodamientos de bolas en ese entonces causaban grandes tiempos de detención varias veces al año por inspecciones, reparaciones y reemplazos. El primero de su tipo fue instalado en una unidad de potencia de 12MW, el cual, después de varios ajustes y percances, logró su pleno funcionamiento, durando 75 años con una carga de 220 toneladas, siendo reconocido por la ASME en el año 1987.

En el último tiempo, éstas componentes son sometidas cada vez a más exigencias, siendo la velocidad de rotación requerida por los nuevos equipos uno de los principales problemas, existiendo una limitación causada por el fenómeno denominado *Oil Whirl*, que son altas vibraciones originadas por una inestabilidad en el fluido del descanso que se transmiten por el rotor a toda la máquina cuando se opera a altas velocidades. Pese a ello, grandes han sido los esfuerzos que han dado fruto para suprimir el fenómeno, en los cuales los nuevos diseños de componentes han permitido reducir y suprimirlo (Kingsbury, Inc, 2010).

1.2 MOTIVACIÓN

Hoy en día no existe un modelo confiable que permita predecir el comportamiento vibratorio de los descansos hidrodinámicos, los cuales si no se diseñan u operan correctamente pueden traer graves consecuencias para la máquina, causando su rápido deterioro o destrucción, poniendo en riesgo al personal a cargo y la producción. Actualmente se han hecho esfuerzos para modelar el comportamiento dinámico de éstas componentes, pero no se ha logrado llegar a un modelo completamente confiable y preciso.

Los modelos analíticos y numéricos actuales no simulan el verdadero comportamiento de estos descansos, que si bien aciertan en algunos aspectos, no son de fiar por la cantidad de variables que influyen en realidad en la dinámica de un descanso hidrodinámico. Es por ello que se deben recurrir a prototipos experimentales para obtener datos precisos de su comportamiento bajo distintas condiciones de operación, similar al caso de las turbinas hidráulicas, que antes de ser construidas, deben ser probadas en prototipos de laboratorio que simulen las condiciones en que trabajarán.

Los principales datos adquiridos de los prototipos experimentales para entender la dinámica de los descansos son los coeficientes de amortiguamiento y rigidez. En las últimas dos décadas se han elaborado métodos para identificarlos, sin embargo hasta ahora no han sido muy efectivos ni precisos por la complejidad del problema en sí, pues éstos coeficientes son sensibles a las variadas condiciones de operación que es sometido el rotor, como la velocidad, fuerzas externas, presión temperatura y propiedades del aceite, dinámica del rotor, entre otros.

La principal motivación de éste trabajo es encontrar un método robusto para determinar los coeficientes de rigidez y amortiguamiento experimentales de los descansos hidrodinámicos bajo distintas condiciones de operación, utilizando herramientas como la aplicación de algoritmos evolutivos para encontrar los parámetros buscados. El trabajo se realiza en un rotor experimental instalado en el laboratorio de sólidos y vibraciones de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 OBJETIVO GENERAL

Desarrollar una metodología robusta para la identificación experimental de coeficientes de rigidez y amortiguación en un descanso hidrodinámico bajo distintas condiciones de operación.

1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Diseñar el experimento, basado en el rotor existente, que permita de forma controlada adquirir datos bajo distintos escenarios.
- Desarrollar un modelo numérico del sistema rotor.
- Comparar los coeficientes identificados de forma experimental, con los obtenidos por medio de modelos fluidodinámicos existentes.
- Desarrollar una metodología basada en algoritmos genéticos para identificar los parámetros del descanso.
- Estudiar el efecto de la presión de aceite en el descanso, amplitud y frecuencia de fuerza sobre el eje y velocidad de rotación del rotor sobre los coeficientes de rigidez y amortiguamiento buscados.

2 ANTECEDENTES

2.1 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Consiste en dividir la estructura a modelar en varios elementos discretos, cada uno con su respectiva ecuación de movimiento, los cuales son acoplados para dar con el sistema completo a estudiar. Es una aproximación de los modelos continuos, el cual facilita el cálculo de geometrías complejas con la ayuda de computadoras. Este método es ampliamente utilizado para realizar modelaciones de distintos tipos de sistemas, por ser relativamente sencillo y económico de aplicar en la mayoría de los casos, entregando muy buenos resultados.

Para el caso del modelamiento del rotor, se usan elementos de eje ya elaborados (Lalanne, 1998), consistentes en elementos de eje, disco de inercia, descanso hidrodinámico y apoyos de eje, cada uno con sus respectivos desplazamientos nodales, rigideces, efectos giroscópicos y masas. Se utiliza la aproximación de amortiguamiento proporcional para obtener mejores resultados. A continuación se detallan las matrices y ecuaciones utilizadas para elaborar el modelo numérico del rotor.

2.1.1 VECTOR DE DESPLAZAMIENTOS NODALES

El vector utilizado que describe el desplazamiento nodal de un elemento es el siguiente (Lalanne, 1998):

$$\delta_n = \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ \theta_n \\ \psi_n \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

La variable x e y describen el desplazamiento en los respectivos ejes. Las variables θ y ψ corresponden a las pendientes en los ejes x e y respectivamente. El índice n corresponde al número de nodo a describir.

El vector nodal para un elemento de eje:

$$\delta_e = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \theta_1 \\ \psi_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ \theta_2 \\ \psi_2 \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

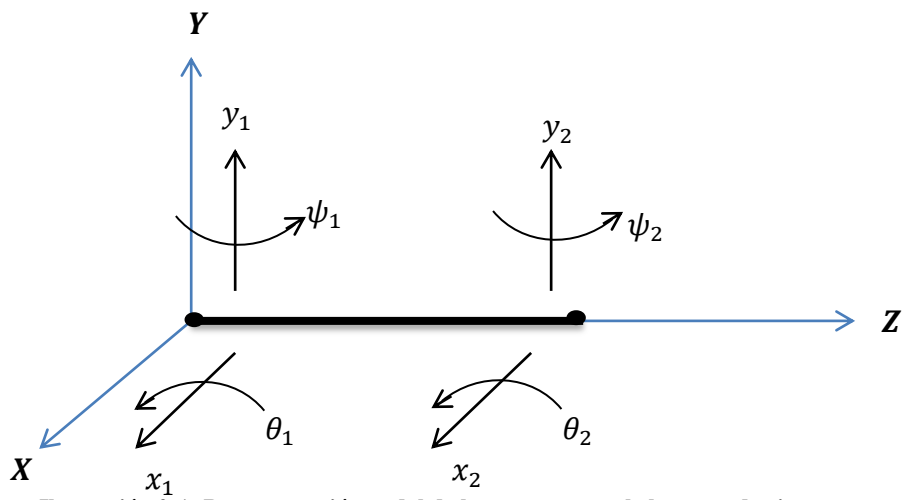


Ilustración 2-1: Representación nodal de los vectores en el elemento de eje.

2.1.2 MATRICES DE ELEMENTO DE EJE

2.1.2.1 Matriz de Rigidez

La matriz de rigidez para el elemento e de eje se muestra a continuación (Lalanne, 1998):

$$[K_e] = \frac{EI}{L^3} \begin{vmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & 4L^2 & 0 & 0 & -6L & 2L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & 2L^2 & 0 & 0 & -6L & 4L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 2L^2 & 6L & 0 & 0 & 4L^2 \end{vmatrix} \quad (2-3)$$

Los parámetros E y I_e corresponden respectivamente al Módulo de Young y momento de inercia de sección del eje. Éste último se define como:

$$I_e = \frac{\pi \left(\frac{d_e}{2}\right)^4}{4} \quad (2-4)$$

2.1.2.2 Matriz de Masa

La siguiente matriz proviene de las clásicas matrices de masas para el elemento del eje (Lalanne, 1998):

$$[M_c] = \frac{\rho S l_e}{420} \begin{vmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{vmatrix} \quad (2-5)$$

La matriz proveniente del efecto secundario de inercia rotatoria:

$$[M_s] = \frac{\rho I_e}{30L} \begin{vmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{vmatrix} \quad (2-6)$$

Los parámetros ρ y S corresponden a la densidad y área de sección del elemento de eje. La matriz de masa total del elemento de eje se define como sigue:

$$[M_e] = [M_c] + [M_s] \quad (2-7)$$

2.1.2.3 Matriz de Efectos Giroscópicos del Eje

La matriz se define como sigue, para el elemento e (Lalanne, 1998):

$$[G_e] = \frac{\rho I \Omega}{15L} \begin{vmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{vmatrix} \quad (2-8)$$

El parámetro Ω corresponde a la velocidad de rotación del eje.

2.1.3 MATRICES DE DISCO DE INERCIA

2.1.3.1 Matriz de Masa de Disco

$$[M_{disco}] = \begin{bmatrix} M_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{Dy} \end{bmatrix} \quad (2-9)$$

Donde M_D corresponde a la masa del disco y $I_{Dx} = I_{Dy}$ momento de inercia del disco en el eje x, cual se define de la siguiente manera:

$$I_{Dx} = I_{Dy} = m_d r d^2 + (1/12)m_d \frac{ld^2}{4} \quad (2-10)$$

Se considera $I_{Dx}=I_{Dy}$, pues la geometría del disco es la misma para ambos ejes.

2.1.3.2 Matriz de Efectos de Coriolis

$$[G_{disco}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{Dy} \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

Donde I_{Dy} corresponde al momento de inercia del disco en el eje Y, dada en la ecuación (2-10).

2.1.4 MATRICES DEL DESCANSO HIDRODINÁMICO

2.1.4.1 Coeficientes de Rigidez y Amortiguación

Se consideran los coeficientes cruzados para la elaboración del modelo numérico, los cuales se representan en la Ilustración 2-2. Para ésta memoria, no se consideran los coeficientes para los grados de libertad en rotación.

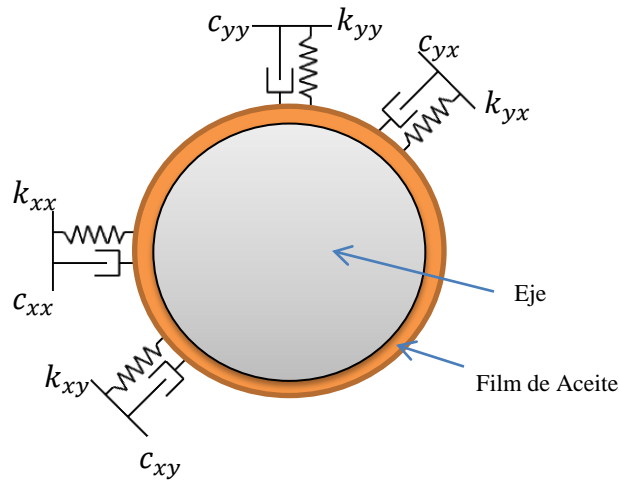


Ilustración 2-2: Esquema de corte transversal del descanso hidrodinámico y sus respectivos coeficientes de rigidez y amortiguamiento.

2.1.4.2 Matriz de Rigidez

$$[K_{descanso}] = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & 0 & 0 \\ k_{yx} & k_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

2.1.4.3 Matriz de Amortiguamiento

$$[C_{descanso}] = \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} & 0 & 0 \\ c_{yx} & c_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

Los parámetros $k_{xx}, k_{xy}, k_{yx}, k_{yy}, c_{xx}, c_{xy}, c_{yx}$ y c_{yy} corresponden a los coeficientes de rigidez y amortiguamiento del descanso a buscar en éste trabajo.

2.1.4.4 Matriz de Masa y Efectos de Coriolis

La sección de eje que está dentro del descanso es mayor a la del resto del rotor, por lo que posee una mayor masa que debe ser considerada para obtener mejores resultados.

$$[M_{descanso}] = \begin{bmatrix} m_{des} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{des} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{des_x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{des_y} \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

$$[G_{descanso}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -I_{des_z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{des_z} \end{bmatrix} \quad (2-15)$$

Los parámetros m_{des} , I_{des_z} y I_{des_x} corresponden a la masa del descanso y al momento de inercia en el eje z y x respectivamente. Se considera que $I_{des_x} = I_{des_y}$, pues la geometría es la misma en ambos ejes. El momento de inercia define como:

$$I_{des_z} = \frac{m_{des}(r_{des})^2}{2} \quad (2-16)$$

$$I_{des_x} = \frac{m_{des}(r_{des})^2}{4} + \frac{1}{12}m_{des}l_{des}^2 \quad (2-17)$$

Los parámetros r_{des} y l_{des} son el radio y largo del eje dentro del descanso.

2.1.5 MATRIZ DE RIGIDEZ DEL BUJE

Se desprecia la amortiguación y los coeficientes cruzados para éste caso. Se define como sigue:

$$[K_{buj e}] = \begin{bmatrix} k_{xxbuj e} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{yybuj e} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-18)$$

Los parámetros $k_{xxbuj e}$ y $k_{yybuj e}$ corresponden a las rigideces del buje en el eje x e y respectivamente.

2.1.6 ENSAMBLE DE MATRICES

Para ensamblar matrices, se deben transformar desde sus coordenadas locales a coordenadas globales para formar las matrices totales (Friswell, 2010). Para ello, se define una matriz $[H_e]$ como operador de localización del elemento e , $[w_e]$ como vector de coordenadas locales y $[q]$ vector de coordenadas globales. Los tres se relacionan como sigue:

$$[w_e] = [H_e][q] \quad (2-19)$$

La dimensión de la matriz $[H_e]$ es $(dim(w_e) \times dim(q))$. La matriz $[H_e]$ es booleana, y para el caso general de un nodo cualquiera con cuatro grados de libertad no ubicado en los extremos, se representa como:

$$[H_e] = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (2-20)$$

Sea E el conjunto con todos los elementos que componen el modelo numérico del rotor, las matrices del sistema completo se elaboran como sigue:

$$[M] = \sum_{i \in E} [H_i]^T [M_i] [H_i] \quad (2-21)$$

$$[K] = \sum_{i \in E} [H_i]^T [K_i] [H_i] \quad (2-22)$$

$$[G] = \sum_{i \in E} [H_i]^T [G_i] [H_i] \quad (2-23)$$

$$[C] = \sum_{i \in E} [H_i]^T [C_i] [H_i] \quad (2-24)$$

2.1.7 COMENTARIOS

El método de elementos finitos para elaborar las ecuaciones de movimiento de diversos sistemas es ampliamente utilizado en publicaciones científicas y en la industria, pues es simple de modelar y ensamblar, entregando muy buenos resultados.

2.2 MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN: ALGORITMOS GENÉTICOS

Los algoritmos genéticos se usan para resolver problemas de optimización con o sin restricciones, basados en la teoría de selección natural, el proceso que conduce la evolución biológica. Este algoritmo modifica repetidamente una población de soluciones individuales. En cada paso, éste selecciona los individuos más aptos para solucionar el problema los que son asignados como padres para producir hijos para la siguiente generación. Después de varias generaciones, la población de individuos “evoluciona” a la solución óptima del problema. Se puede usar éste método para resolver variados problemas de optimización que no funcionan adecuadamente con algoritmos estándar, incluyendo problemas en que la función objetivo es discontinua, no diferenciable, estocástica o no lineal (MATLAB, 2008).

2.2.1 DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO

En la Ilustración 2-3 se presenta un esquema de los pasos seguidos para encontrar la solución óptima:

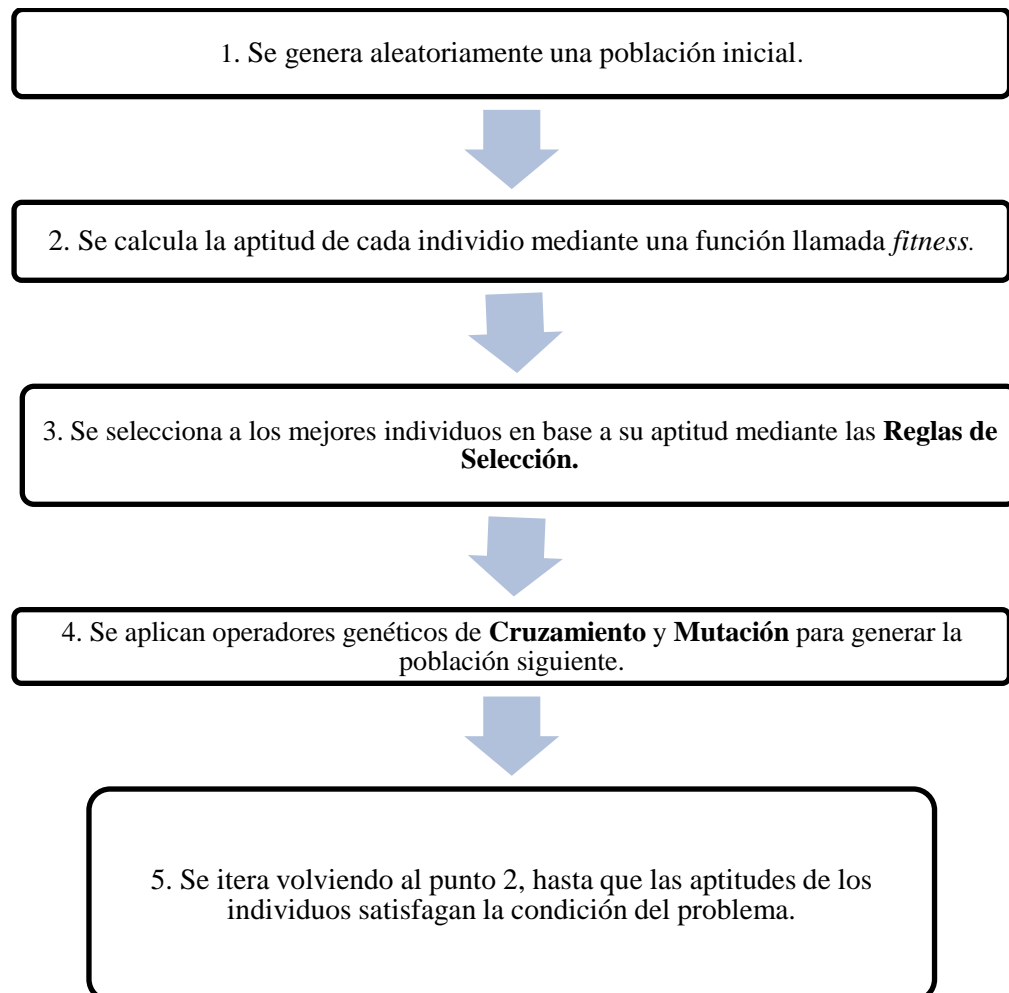


Ilustración 2-3: Esquema utilizado para encontrar la solución óptima.

En la Ilustración 2-4 se muestra un esquema con las operaciones realizadas entre dos generaciones consecutivas. Como se observa en el esquema mostrado en la Ilustración 2-3, el algoritmo usa tres tipos de reglas principales para crear las generaciones siguientes a partir de la actual población, las cuales se describen a continuación:

2.2.1.1 Reglas de Selección:

Selecciona individuos, llamados padres, para que contribuyan para la creación de nuevos individuos para la siguiente generación. Dentro de las principales se definen (Goldberg, 1991):

- *Selección Proporcional*: Sea N en número de individuos existentes en la generación y f_i el desempeño del i -ésimo individuo, la probabilidad de éste para ser seleccionado para pasar a la siguiente generación es

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^N f_j} \quad (2-25)$$

Así, se puede asegurar que se pueda tener más diversidad en la nueva población, ya que los peores individuos también tienen una probabilidad de pasar, a pesar de que sea menor.

- *Selección por Ranking*: Los individuos se ordenan según su desempeño, asignándoles una probabilidad de ser seleccionado en función a su posición en el ranking.
- *Selección por Torneo*: Se realiza la comparación de pequeños grupos elaborados al azar en la población, del cual el mejor individuo de cada grupo es seleccionado para ser padre. Aquí no es necesario evaluar ni comparar la totalidad de la población.

2.2.1.2 Reglas de Cruzamiento:

Es de las reglas más importantes en algoritmos genéticos. Esta regla se aplica con una probabilidad p_c . Si no hay cruzamiento, los hijos resultantes son copias exactas de los padres, no evolucionando el algoritmo hacia el óptimo global. Los principales operadores que existen se describen a continuación (Meruane V. , 2010).

- *Cruzamiento Uniforme*: Selecciona aleatoriamente el gen de un padre para insertarlo en un hijo y del otro padre para hacerlo en el otro hijo.
- *Cruzamiento Aritmético*: Produce dos combinaciones lineales complementarias de los padres.
- *Cruzamiento Heurístico*: Produce una extrapolación lineal de los dos padres. Es la única regla que utiliza sus informaciones de desempeño (fitness) de los padres.
- *Cruzamiento BLX- α* : Genera hijos a partir de valores aleatorios entre dos padres.

2.2.1.3 Reglas de Mutación:

Las mutaciones se utilizan para evitar la pérdida de información potencialmente útil entre las generaciones. Esta operación selecciona un gen al azar del individuo y lo reemplaza por otro seleccionado aleatoriamente del espacio de solución.

2.2.1.4 Múltiples Poblaciones en un Problema

Es posible ejecutar en paralelo varias veces el algoritmo para solucionar el mismo problema con distintas poblaciones y configuraciones. Esto equivale a poblaciones que evolucionan de forma individual y cada cierto tiempo existe migración de individuos entre ellas, para así converger a mejores soluciones. El desempeño de ésta técnica se define por (Meruane V. , 2010):

- *Tasa de Migración:* Define la cantidad de individuos que se comparten entre las poblaciones por cada migración que se realiza.
- *Intervalo de Migración:* Define el número de generaciones entre dos migraciones sucesivas.
- *Topología:* Determina como se conectan las distintas poblaciones que comparten información.

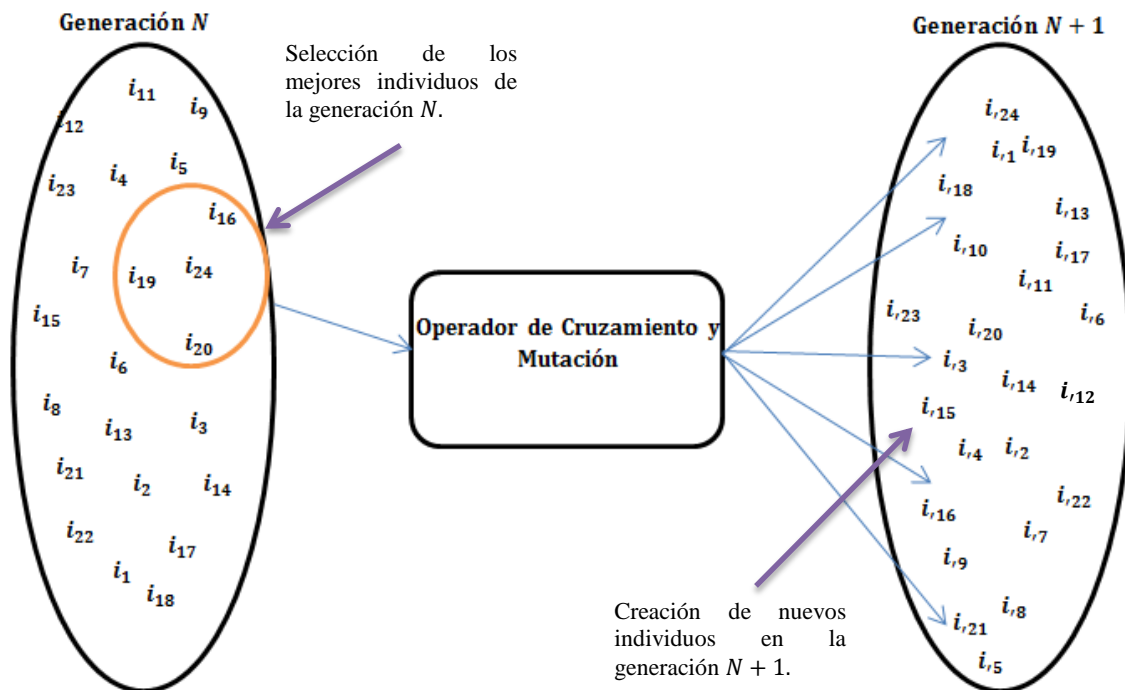


Ilustración 2-4: Esquema de las operaciones realizadas entre dos generaciones consecutivas.

2.2.2 VENTAJAS Y DESVENTAJAS DEL USO DEL MÉTODO DE ALGORITMOS GENÉTICOS.

Entre las principales ventajas del uso de éste método se tienen las que siguen:

- Son intrínsecamente paralelos, pueden operar simultáneamente varias soluciones, en lugar de trabajar de forma secuencial como otros métodos tradicionales. Exploran varios tipos de soluciones, desechando las que no sirven automáticamente.
- Poseen mayores facilidades para encontrar óptimos globales por la gran amplitud de espacio de búsqueda de soluciones que pueden adoptar.

Las principales desventajas de éste método son;

- Pueden tardar mucho en converger o nunca hacerlo, dependiendo de los parámetros que se usen para resolver el problema, como tamaño de población, restricciones, número de generaciones, entre otros.
- Si está mal diseñado el problema, puede converger prematuramente por el predominio de un individuo por sobre el resto, que lleva la solución a un mínimo local.

2.3 IDENTIFICACIÓN EXPERIMENTAL DE PARÁMETROS CON MODELO MATEMÁTICO EN EL DOMINIO TEMPORAL DEL FILM DE ACEITE DEL DESCANSO.

El modelo matemático utilizado (Zhao S. Z., 2005) indica los incrementos de fuerza sobre el film de aceite en el descanso hidrodinámico de un rotor rígido. Se considera un modelo lineal, obtenido de la expansión de primer orden de Taylor sobre la fuerza sobre el fluido, en el cual representa tanto el eje X como el Y.

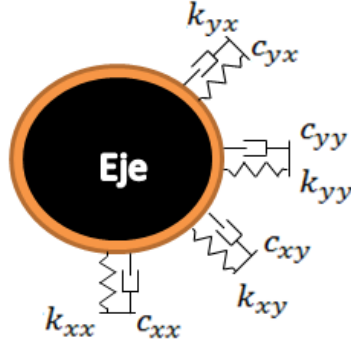


Ilustración 2-5: Vista en corte transversal del descanso y sus respectivos coeficientes de amortiguamiento y rigidez cruzados y directos.

$$\begin{bmatrix} \Delta \tilde{f}_x \\ \Delta \tilde{f}_y \end{bmatrix} = \mathbf{k} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{bmatrix} + \mathbf{c} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad (2-26)$$

El sistema a modelar se muestra en la Ilustración 2-5, en que se representa una masa concentrada con dos grados de libertad con rigidez y amortiguamiento, cuyas ecuaciones de movimiento se representan en la ecuación (2-26). Las matrices \mathbf{k} y \mathbf{c} contienen los coeficientes de rigidez y amortiguación respectivamente. Los términos $\Delta \tilde{f}_x$ y $\Delta \tilde{f}_y$ corresponden al incremento de fuerza en el film en el eje X e Y, x e y corresponden a los desplazamientos en el respectivo eje, \dot{x} e \dot{y} son las velocidades y k_{ij} y c_{ij} son los coeficientes de rigidez y amortiguación respectivamente. Del desarrollo de la ecuación (2-26) se obtiene el siguiente par de ecuaciones:

$$\Delta \tilde{f}_x = k_{xx}(x - x_0) + k_{xy}(y - y_0) + c_{xx}\dot{x} + c_{xy}\dot{y} \quad (2-27)$$

$$\Delta \tilde{f}_y = k_{yx}(x - x_0) + k_{yy}(y - y_0) + c_{yx}\dot{x} + c_{yy}\dot{y} \quad (2-28)$$

Por otro lado, se obtienen los incrementos de fuerzas ejercidas sobre el descanso hidrodinámico experimental:

$$\Delta f_x = F_x - m\ddot{x} \quad (2-29)$$

$$\Delta f_y = F_y - m\ddot{y} \quad (2-30)$$

Los términos F_x y F_y corresponden a las fuerzas externas obtenidas experimentalmente actuando sobre el descanso, m es la masa del rotor y \ddot{x} e \ddot{y} son las aceleraciones en el eje X e Y respectivamente.

Hay que considerar que el modelo recién descrito corresponde a un rotor rígido. Si se quisiera aplicar el modelo de un rotor flexible, habría que considerar el conjunto descanso – rotor dentro de las mismas ecuaciones de movimiento.

A partir de lo presentado en el punto anterior, se pueden encontrar los parámetros k_{ij} y c_{ij} utilizando mínimos cuadrados, aplicando la siguiente función de optimización:

$$\min_{(k,c)} \left(\epsilon^2 = \sum_{i=1}^n (\Delta \tilde{f}_i - \Delta f_i)^2 \right) \quad (2-31)$$

La solución óptima será el conjunto de parámetros contenidos en las matrices \mathbf{k} y \mathbf{d} , que entregará la aproximación más adecuada del modelo a los datos obtenidos experimentalmente.

2.3.1 COMENTARIOS

Éste método posee dos desventajas: El uso del método del gradiente de optimización, que tiene problemas de convergencia a óptimos globales y su alto costo computacional y que utiliza un modelo de rotor rígido, del cual no se pueden obtener buenos resultados si se quiere aproximar a datos experimentales, pues todos los rotores poseen un grado de flexibilidad.

2.4 IDENTIFICACIÓN EXPERIMENTAL DE PARÁMETROS DE UN RODAMIENTO UTILIZANDO ALGORITMOS EVOLUTIVOS.

Esta metodología se basa en la búsqueda de parámetros de amortiguamiento y rigidez mediante algoritmos genéticos de optimización en un modelo de rotor flexible (Kim, 2006). Este trabajo se basa en buscarlos mediante el análisis de la respuesta experimental del desbalance del rotor para compararla con los resultados de un modelo numérico del mismo, que tiene como variables de entrada los coeficientes a buscar. Se encuentran los mejores coeficientes cuando la respuesta del modelo numérico es lo más fiel a la del rotor experimental. Se muestra el montaje experimental utilizado en la Ilustración 2-6.

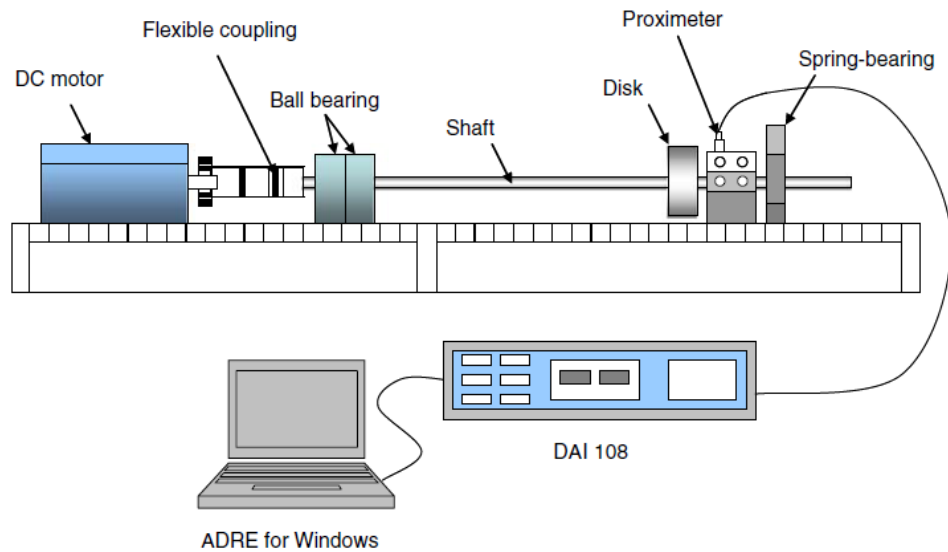


Ilustración 2-6: Montaje experimental utilizado (Kim, 2006).

2.4.1 ELABORACIÓN DEL MODELO DE ROTOR

Para encontrar los parámetros, primero se elabora un modelo numérico del rotor experimental, el cual tiene como parámetros de entrada los coeficientes de amortiguamiento y rigidez directos del rodamiento a estudiar. Encontrando los mejores valores para éstos, el modelo numérico debiera responder al desbalance igual al rotor experimental.

El modelo numérico utilizado es de elementos finitos, explicado en el capítulo 2.1 . Una vez acoplados todos los elementos, se obtiene la ecuación de movimiento del sistema:

$$[M]\ddot{q} + [C]\dot{q} + [K]q = [F] \quad (2-32)$$

$[M]$ es la matriz de masa, $[C]$ la matriz de amortiguamiento, $[K]$ la matriz de rigidez y q el vector global con los desplazamientos de los nodos. $[F]$ es el vector de fuerzas externas actuando sobre el sistema.

Como se necesita la respuesta del sistema a un desbalance en estado estacionario, se realiza el siguiente procedimiento. El detalle del desarrollo de éste método se encuentra en el Anexo A. Se tienen las siguientes ecuaciones:

$$[F] = [F_c] \cos \Omega t + [F_s] \sin \Omega t \quad (2-33)$$

$$q = q_c \cos \Omega t + q_s \sin \Omega t \quad (2-34)$$

Remplazando (2-33) y (2-34) en (2-32), se obtiene

$$\begin{bmatrix} q_c \\ q_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [K] - \Omega^2[M] & \Omega[C] \\ -\Omega[C] & [K] - \Omega^2[M] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [F_c] \\ [F_s] \end{bmatrix} \quad (2-35)$$

Sustituyendo la solución de (2-35) en (2-34) se obtiene la solución del sistema.

2.4.2 PROCEDIMIENTO GENERAL PARA OBTENER LOS PARÁMETROS

En el esquema se muestra el procedimiento general para encontrar los parámetros de amortiguamiento de rigidez y amortiguamiento del rodamiento. Primero se obtiene la ecuación de movimiento del sistema de rotor, ingresando parámetros arbitrarios de rigidez y amortiguamiento. Luego se le aplica un desbalance en el tiempo, obteniéndose una respuesta utilizando las ecuaciones de la sección 2.4.1. Los mismos datos de respuesta se obtienen del rotor experimental. Finalmente se comparan ambas respuestas. Si el error entre ambos es muy grande, se ingresan nuevos parámetros de amortiguamiento y rigidez y se realiza nuevamente el procedimiento, hasta que el error sea aceptable, obteniéndose así los coeficientes buscados.

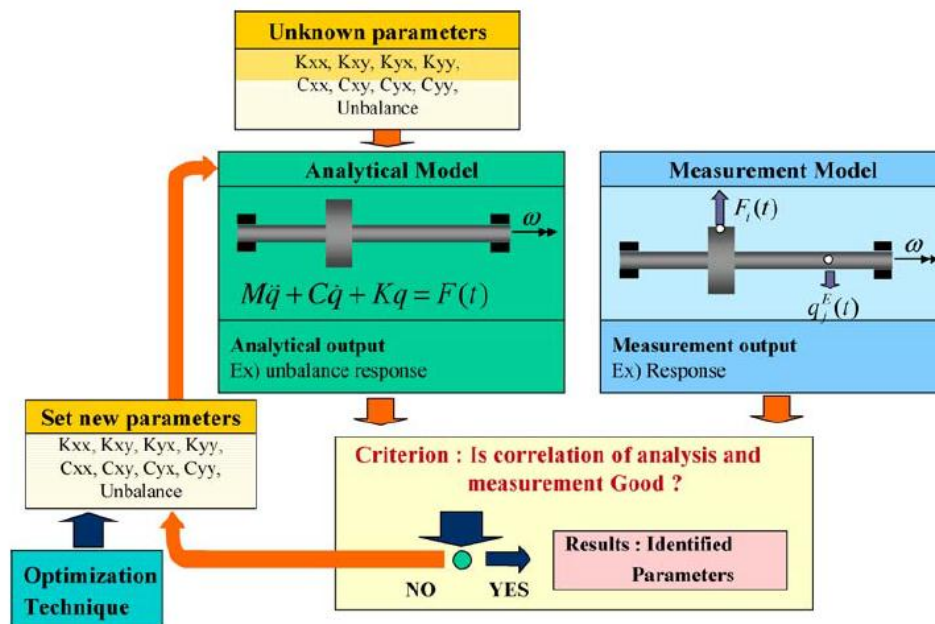


Ilustración 2-7: Esquema de procedimiento utilizado para la identificación de parámetros. (Kim, 2006)

El problema descrito es iterativo, por lo que se puede modelar como un problema de optimización para encontrar los parámetros:

$$\min_{(k,c)} \left(\epsilon^2 = \sum_{i=1}^n (U_e - U_m)^2 \right) \quad (2-36)$$

$$\min_{(k,c)} \left(\epsilon^2 = \sum_{i=1}^n |\log_{10} U_e - \log_{10} U_m| \right) \quad (2-37)$$

$$\min_{(k,c)} \left(\epsilon^2 = \sum_{i=1}^n |U_e - U_m| \right) \quad (2-38)$$

Los problemas (2-36), (2-37) y (2-38) corresponden a distintas maneras de plantear el problema de optimización utilizados en el estudio, en los cuales U_e y U_m corresponden a los desplazamientos experimentales y del modelo respectivamente. Los problemas son resueltos mediante algoritmos genéticos de optimización.

La solución óptima será el conjunto de parámetros contenidos en las matrices \mathbf{k} y \mathbf{d} , que entrega la aproximación más adecuada del modelo a los datos obtenidos experimentalmente.

La búsqueda de parámetros con algoritmos de optimización tradicionales, como el método del gradiente, presenta problemas de convergencia hacia mínimos locales, utilizando además altos costos computacionales. La implementación de algoritmos genéticos en éstos problemas de optimización ha permitido reducir los tiempos de búsqueda de óptimos y facilitando el encuentro de la solución global. (Kim, 2006)

2.4.3 COMENTARIOS

El problema presentado aquí es para un rotor apoyado en rodamientos, elementos en los cuales solo los coeficientes directos de amortiguamiento y rigidez describen su dinámica. Para el caso de los descansos hidrodinámicos, los coeficientes cruzados deben ser considerados, al existir dependencias entre las fuerzas ejercidas y las respuestas en los distintos ejes coordenados.

2.5 DETERMINACIÓN ANALÍTICA DE LOS COEFICIENTES DE RIGIDEZ Y AMORTIGUAMIENTO DE UN DESCANSO HIDRODINÁMICO.

La distribución de presión para un modelo de descanso corto, operando bajo condiciones estacionarias y asumiendo que las propiedades del aceite no varían sustancialmente, se puede obtener como una expresión analítica. La fuerza ejercida sobre el rotor por el aceite del descanso se puede obtener integrando la presión en su superficie. Para éste caso, todas las áreas en que la presión es negativa, que son susceptibles a cavitación, para propósitos de la integración, se consideran como cero. Las fuerzas radiales y tangenciales se pueden escribir como (Friswell, 2010)

$$f_r = -\frac{D\Omega\eta L^3 \epsilon^2}{2c^2(1 - \epsilon^2)^2} \quad (2-39)$$

$$f_t = -\frac{\pi D\Omega\eta L^3 \epsilon}{8c^2(1 - \epsilon^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (2-40)$$

Donde η es la viscosidad del aceite, Ω es la velocidad de giro del rotor, c es la holgura del descanso, L y D es su largo y diámetro y ϵ es la excentricidad. Cuando $\epsilon = 1$, el film de aceite tiene espesor cero en un punto, estando en contacto el rotor con el estator del descanso directamente. En el caso que $\epsilon = 0$, el rotor está perfectamente centrado en el descanso, siendo ambos concéntricos. Se tiene así que la fuerza resultante es

$$f = \sqrt{f_r^2 + f_t^2} = \frac{\pi D\Omega\eta L^3 \epsilon}{8c^2(1 - \epsilon^2)^2} \left(\left(\frac{16}{\pi^2} - 1 \right) \epsilon^2 + 1 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2-41)$$

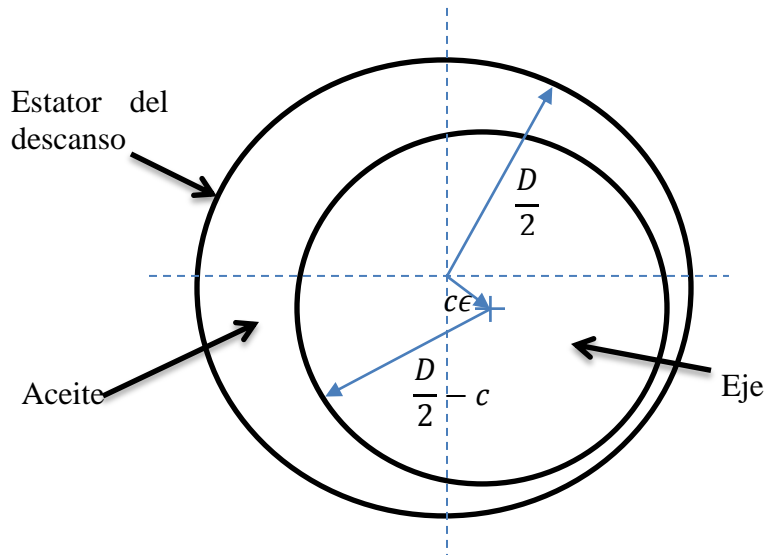


Ilustración 2-8: Vista en corte del descanso y su excentricidad.

Sabiendo cuál es la carga que ejerce el rotor sobre el descanso en dirección vertical gracias al peso, se puede saber la excentricidad reordenando la ecuación (2-41) para dar con ϵ^2

$$\epsilon^8 - 4\epsilon^6 + (6 - S_s^2(16 - \pi^2))\epsilon^4 - (4 + \pi^2 S_s^2)\epsilon^2 + 1 = 0 \quad (2-42)$$

Donde S_s corresponde al número modificado de Sommerfeld o el número de Ocvirk:

$$S_s = \frac{D^3 \Omega \eta L}{8\pi f c^2} \quad (2-43)$$

De la ecuación (2-42) solo se considera la raíz menor que siempre tiene valores que están entre 0 y 1.

Por lo general, la relación fuerza-desplazamiento es no lineal, pero considerando que los desplazamientos son pequeños en el descanso, se puede asumir una relación lineal. Así, se pueden escribir los coeficientes de amortiguación y rigidez adimensionales como

$$[k_e] = \frac{f}{c} \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \quad (2-44)$$

$$[c_e] = \frac{f}{c\Omega} \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \quad (2-45)$$

Donde K_{ij} y C_{ij} son los coeficientes de rigidez y amortiguamiento adimensionales. Estos se pueden escribir como siguen (Hamrock, 2004)

$$K_{xx} = 4h_0(\pi^2(2 - \epsilon^2) + 16\epsilon^2) \quad (2-46)$$

$$K_{xy} = h_0 \frac{\pi(\pi^2(1 - \epsilon^2)^2 - 16\epsilon^4)}{\epsilon\sqrt{1 - \epsilon^2}} \quad (2-47)$$

$$K_{yx} = -h_0 \frac{\pi(\pi^2(1 - \epsilon^2)(1 + 2\epsilon^2) + 32\epsilon^2(1 + \epsilon^2))}{\epsilon\sqrt{1 - \epsilon^2}} \quad (2-48)$$

$$K_{yy} = 4h_0 \left(\pi^2(1 + 2\epsilon^2) + \frac{32\epsilon^2(1 + \epsilon^2)}{(1 - \epsilon^2)} \right) \quad (2-49)$$

$$C_{xx} = h_0 \frac{2\pi\sqrt{1 - \epsilon^2}(\pi^2(1 + 2\epsilon^2) - 16\epsilon^2)}{\epsilon} \quad (2-50)$$

$$C_{xy} = C_{yx} = -8h_0(\pi^2(1 + 2\epsilon^2) - 16\epsilon^2) \quad (2-51)$$

$$C_{yy} = h_0 \frac{2\pi(\pi^2(1 - \epsilon^2) + 48\epsilon^2)}{\epsilon\sqrt{1 - \epsilon^2}} \quad (2-52)$$

$$h_0 = \frac{1}{(\pi^2(1 - \epsilon^2) + 16\epsilon^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (2-53)$$

Así, se obtienen las siguientes curvas para la excentricidad y los coeficientes adimensionales de amortiguamiento y rigidez para el descanso hidrodinámico.

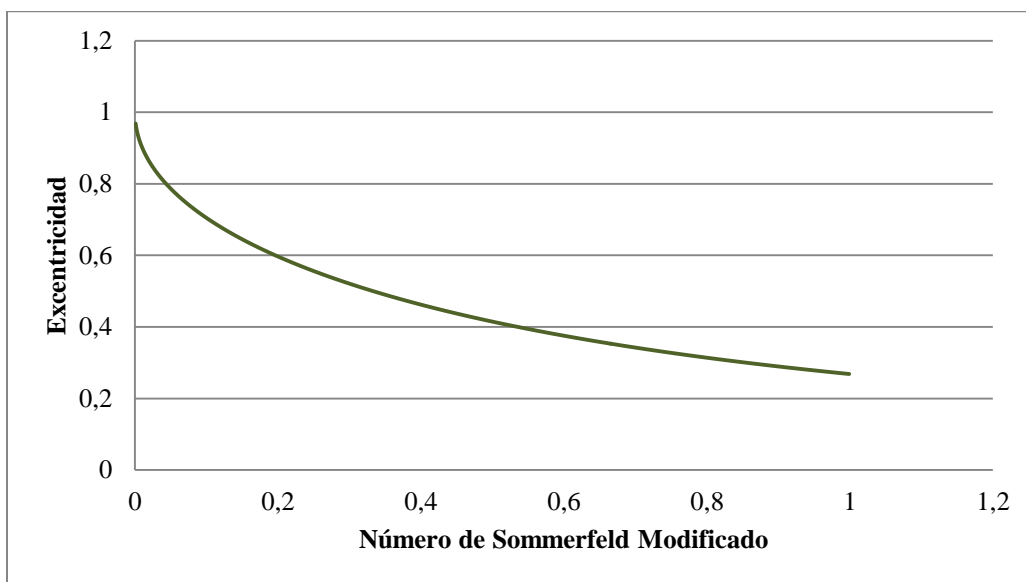


Ilustración 2-9: Excentricidad del descanso en función del número de Sommerfeld Modificado.

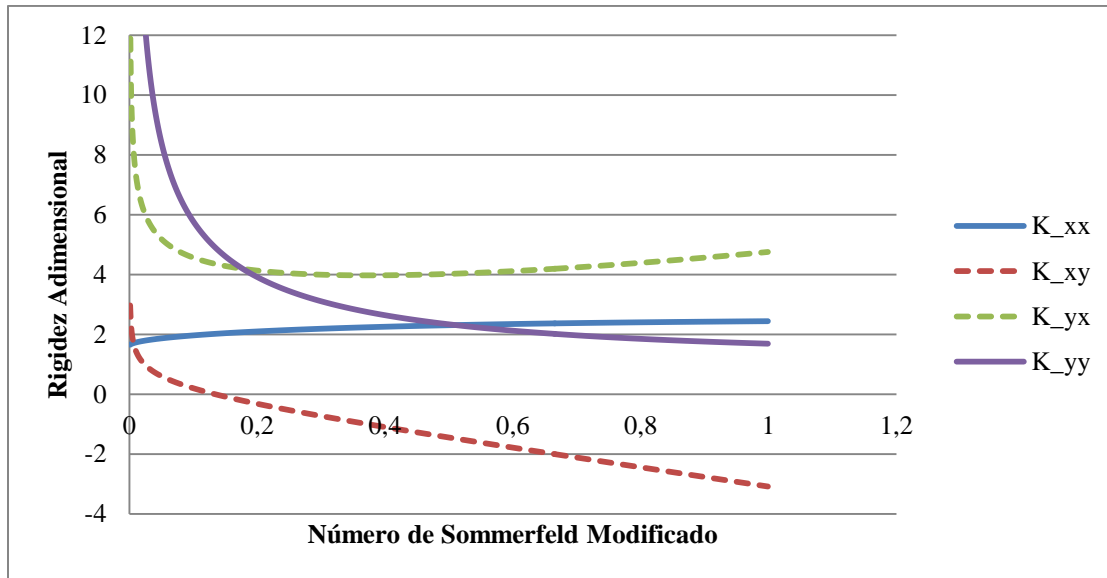


Ilustración 2-10: Rigidez adimensional en función del número de Sommerfeld modificado. Los valores de K_{xy} y K_{yx} son negativos.

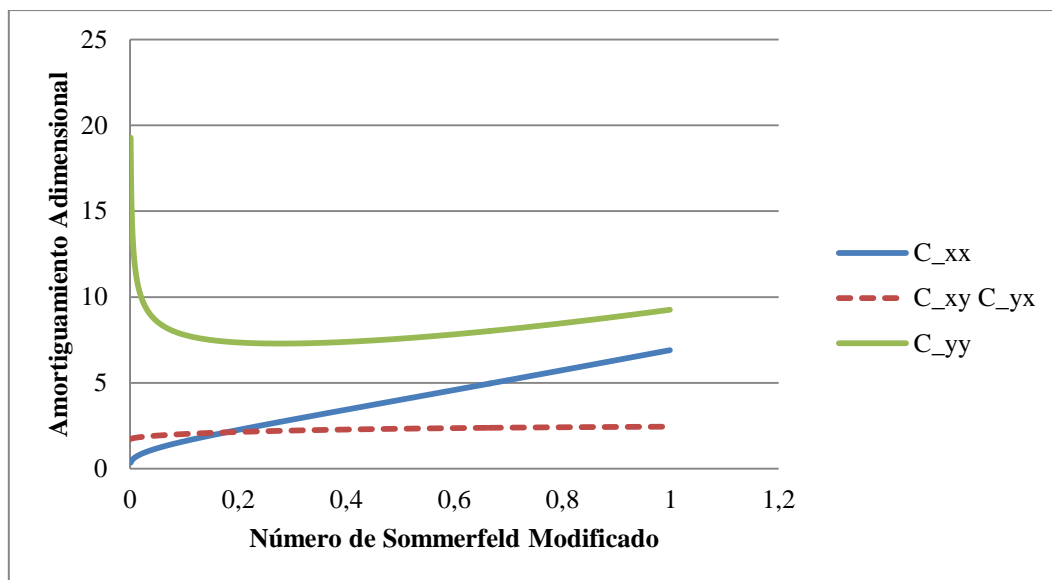


Ilustración 2-11: Amortiguamiento adimensional en función del número de Sommerfeld modificado. Los valores de C_{xy} y C_{yx} son negativos.

2.5.1 COMENTARIOS

Los coeficientes mostrados parten del supuesto de descanso corto, en que $L/D \ll 1$, las propiedades del aceite no varían sustancialmente y que no se ingresa el aceite a presión, como se hace en éste trabajo, por lo que los resultados debieran variar de lo recién mostrado.

3 MONTAJE EXPERIMENTAL

En éste capítulo se detalla el montaje experimental utilizado para obtener los datos requeridos.

3.1 EQUIPAMIENTO UTILIZADO

3.1.1 ROTOR EXPERIMENTAL BENTLY NEVADA

Sistema de rotor ampliamente utilizado en el ámbito académico para estudiar la dinámica de rotores. Está ubicado en el Laboratorio de Sólidos y Vibraciones de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile.

El equipamiento incluye un motor eléctrico de alta velocidad con tacómetro, el cual se conecta al eje mediante un acople flexible, bujes, discos de inercia, sensores de desplazamiento y de fase, un descanso hidrodinámico con bomba de aceite con manómetro y piezas para montar sensores. La ventaja de éste equipo es que se pueden crear una gran cantidad de configuraciones para adaptarlas a los experimentos que se requieran.

Por razones de conveniencia, no se utilizan sensores de desplazamiento incluidos en el kit, por problemas de ruido en la señal que capturan. Los utilizados se describen en el apartado 3.1.2 . Las propiedades de las componentes del kit se muestran en la Tabla 3-1.

Tabla 3-1: Propiedades de elementos del kit de rotor.

| Descripción | Valor |
|--------------------------------------|-----------|
| Diámetro de Eje | 10 mm |
| Largo de Eje | 440 mm |
| Masa de Eje | 0,36Kg |
| Diámetro del Disco de Inercia | 75 mm |
| Espesor del Disco de Inercia | 25,4 mm |
| Masa de Disco de Inercia | 0,8 Kg |
| Velocidad Máxima del Motor | 10000 RPM |

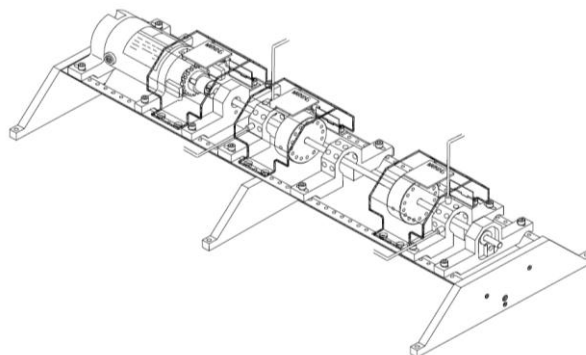


Ilustración 3-1: Kit de Rotor experimental Bently Nevada utilizado. (Bently Nevada, Inc., 2012).

3.1.2 SENSORES DE DESPLAZAMIENTO

Se utilizan cuatro sensores de desplazamiento marca SINOCERA® modelo CWY-DO-501. Las características de detallan en la Tabla 3-2 y en la Tabla 3-3 se muestra la sensibilidad de cada uno de ellos, diferenciados con sus respectivos números de serie.

Tabla 3-2: Características de los sensores de desplazamiento.

| | |
|---------------------------------|----------------------|
| Temperatura de Operación | -20 ~ 120°C |
| Rango de Salida | 1 ~ 9 V |
| Frecuencia de Respuesta | DC - 4000Hz |
| Diámetro | 6mm |
| Largo del Transductor | 47mm |
| Dimensiones de Montaje | M8 x 1mm |
| Poder de Alimentación | -(24 - 30)VDC |
| Gap Recomendado | 1mm |

Tabla 3-3: Sensibilidad de cada uno de los sensores utilizados.

| Número de Serie | Sensibilidad [$mV/\mu m$] |
|------------------------|---|
| 70269 | 7,96 |
| 70270 | 8,07 |
| 70271 | 8,04 |
| 70272 | 8,09 |

3.1.3 SENSORES DE FUERZAS

Las componentes utilizadas son de marca PCB Piezotronics® modelo PCB208C01. Sus características y respectivos números de serie de los dos utilizados se detallan en las Tabla 3-4.

Tabla 3-4: Propiedades del sensor de fuerzas.

| Propiedad | Valor |
|--|----------------------------------|
| Rango de Funcionamiento en Compresión | 44,48 N |
| Rango de Funcionamiento en Tensión | 44,48 N |
| Sensibilidad del Sensor SN 18001 | 112,41 mV/N |
| Sensibilidad del Sensor SN LW34952 | 121,2 mV/N |
| Rango de Frecuencias | 0,01 - 36000Hz |
| Rigidez | 1,05kN/μm |
| Peso | 22,7g |

3.1.4 SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE DATOS EXPERIMENTALES

Los datos son capturados por un sistema de adquisición ECON AVANT®, modelo MI-7016 que posee software propio para el almacenamiento y análisis posterior y exportación de datos. Las principales características se muestran en la Tabla 3-5.

Tabla 3-5: Propiedades del sistema de adquisición de datos.

| Descripción | Valor |
|------------------------------|---------------------------|
| Canales de Entrada | 16 |
| Canales de Salida | 4 |
| Precisión | 24 bits |
| Frecuencia de Muestro Máxima | 192 kHz |
| Rango de Voltaje | $\pm 0,1V \pm 1V \pm 10V$ |



Ilustración 3-2: Sistema de adquisición y análisis de datos utilizado. Fuente: www.econ-group.com

3.1.5 EXCITADORES ELECTRODINÁMICOS

El primer equipo utilizado es de marca SINOCERA® modelo JZK-2. Viene con su propio generador y amplificador de señales. Las principales características se muestran en la Tabla 3-6.

Tabla 3-6: Propiedades del excitador electrodinámico SINOCERA®.

| Descripción | Valor |
|--------------------------------|--------------|
| Rango de Fuerza | $\pm 20N$ |
| Rango de Desplazamiento | $\pm 3mm$ |
| Rango de Frecuencias | 10 – 4000 Hz |

El segundo utilizado corresponde a un TIRAvib® 50009, con amplificador y generador de señales independientes. Sus principales características se describen en la Tabla 3-7.

Tabla 3-7: Propiedades del excitador electrodinámico TIRAvib®.

| Descripción | Valor |
|--------------------------------|--------------|
| Rango de Fuerza | $\pm 12N$ |
| Rango de Desplazamiento | $\pm 3mm$ |
| Rango de Frecuencias | 2 – 13000 Hz |

3.1.6 DESCANSO HIDRODINÁMICO

Se muestra en la Ilustración 3-3 un esquema del descanso hidrodinámico del kit experimental Bently Nevada®. Posee cuatro entradas de aceite proveniente desde la bomba, evacuándolo en la parte posterior. En la Tabla 3-8 se muestran las propiedades del descanso. La presión de aceite se puede regular y medir mediante un manómetro.

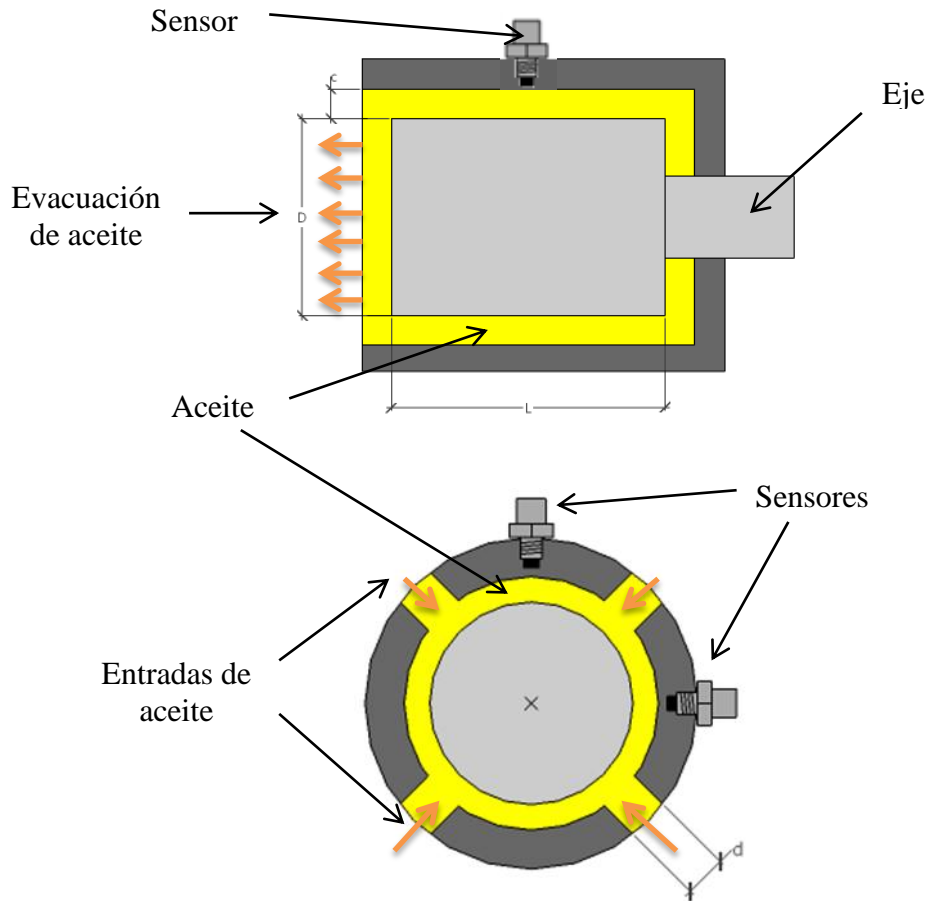


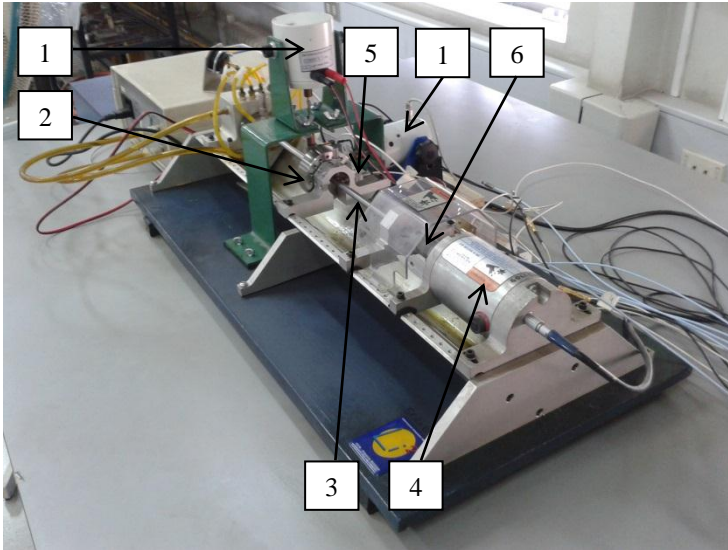
Ilustración 3-3: Vista en corte lateral (Superior) y corte transversal (Inferior) del descanso hidrodinámico.

Tabla 3-8: Propiedades del descanso hidrodinámico.

| Descripción | Valor |
|------------------------------------|-------------------|
| Holgura radial c | 0,16 mm |
| Diámetro del descanso D | 25,4 mm |
| Largo del descanso L | 25,4 mm |
| Diámetro de entrada del aceite d | 2 mm |
| Densidad del aceite ρ | 870 kg/m^3 |
| Viscosidad del Aceite μ | 0,025056 $kg/m s$ |

3.2 CONFIGURACIÓN EXPERIMENTAL

Se apoya el eje en un buje por un lado y por el otro en el descanso hidrodinámico. En la mitad del eje se fija un disco de inercia. Por un lado del disco se conecta dos excitadores electrodinámicos mediante un rodamiento, unidos por un sensor de fuerzas, y por el otro se instalan un sensores de desplazamiento. El montaje se muestra en la Ilustración 3-4.



1. Excitador electrodinámico.
2. Disco de inercia.
3. Eje.
4. Motor eléctrico.
5. Sensor de desplazamiento.
6. Acople flexible.
7. Descanso hidrodinámico.
8. Manómetro.
9. Rodamiento.
10. Sensor de fuerzas.
11. Buje.

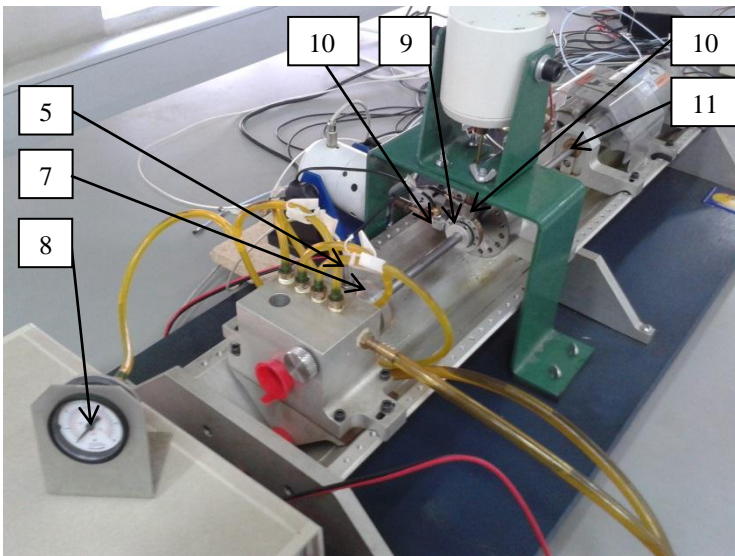


Ilustración 3-4: Montaje experimental.

Los sensores de desplazamiento se instalan de tal manera que midan los ejes x e y simultáneamente en los puntos de interés, como se muestra en la Ilustración 3-5. Para el caso de los sensores de fuerzas, éstos son ubicados de la misma manera que los de desplazamiento, solo que sobre éstos se ejercen las fuerzas provenientes de los excitadores electrodinámicos, actuando como conexión entre estos y el eje. Así se sabe cuáles son las fuerzas que se aplican directamente sobre el eje en los ejes x e y .

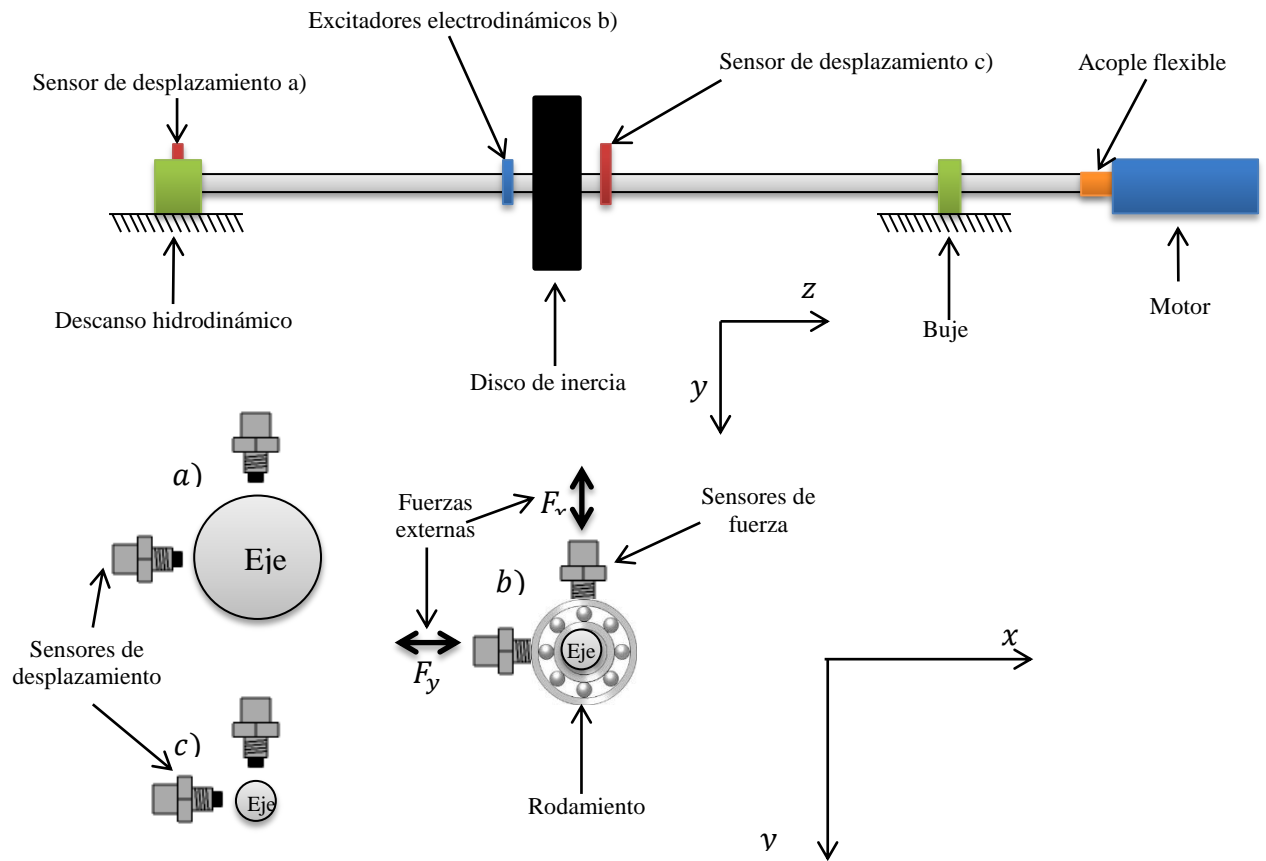


Ilustración 3-5: Vista lateral y en corte del eje donde se muestra la posición de los sensores de desplazamiento y de fuerzas en el descanso (a) y en la mitad del eje (b y c).

3.3 ADQUISICIÓN DE DATOS

Los datos a almacenar por el sistema de adquisición son los desplazamientos en el descanso y en el eje y la fuerza ejercida por el excitador electrodinámico sobre el eje. En cada medición, se debe registrar la velocidad a la que rota el rotor, la frecuencia que la fuerza es aplicada y la presión de aceite en el descanso. La señal es recibida, amplificada y digitalizada por el sistema de adquisición descrito en el capítulo 3.1.4 para luego almacenarlos para su posterior análisis en MATLAB ®. En la Ilustración 3-6 se muestra un esquema del proceso de adquisición de datos.

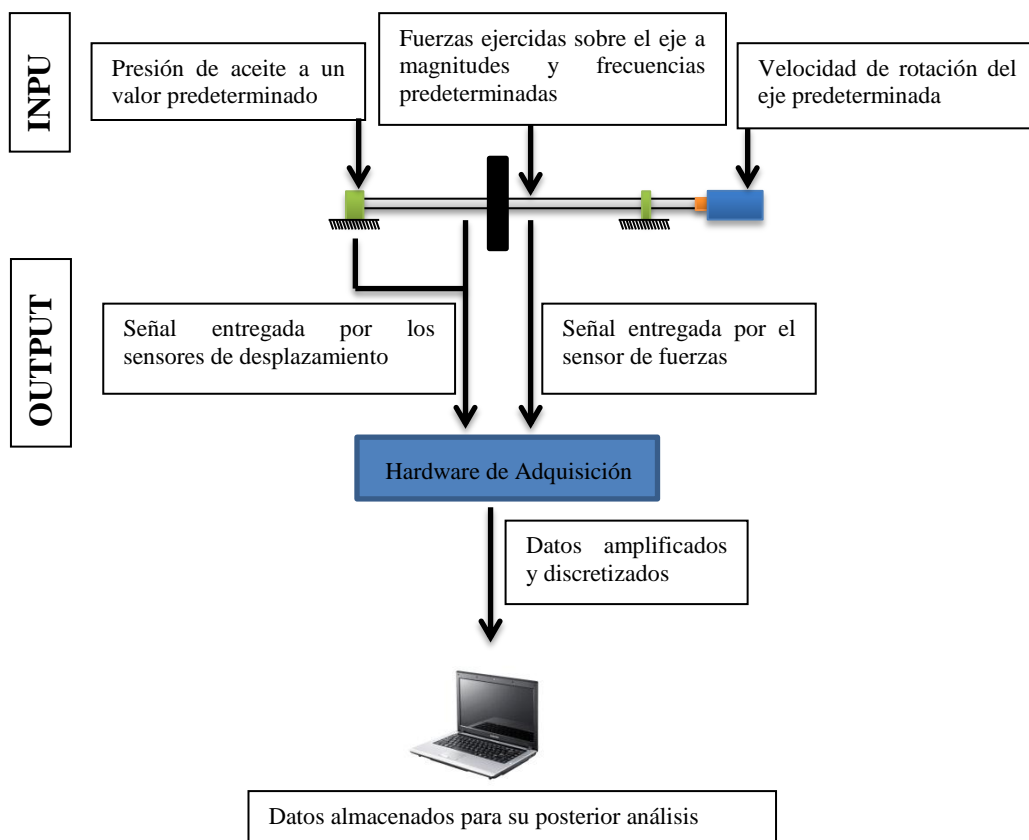


Ilustración 3-6: Esquema de adquisición de datos.

3.4 PRUEBA PRELIMINAR

Se configura el rotor montado sin fuerzas externas actuando, con una presión de aceite de $70kPa$ y se acelera desde 0 a $6000RPM$ en $120s$. Se miden los desplazamientos en el sensor ubicado en la mitad del eje en sentido vertical. En la Ilustración 3-7 se muestra un diagrama de cascada de los resultados, que muestra la evolución del espectro de frecuencias en el tiempo.

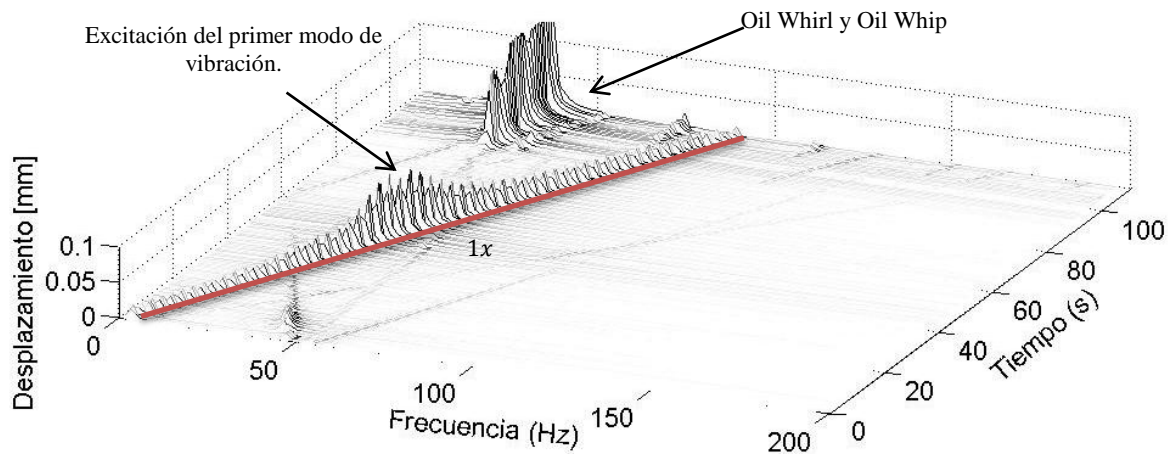


Ilustración 3-7: Diagrama de cascada del rotor acelerando sin fuerzas externas.

Del diagrama se puede observar que cerca de los $40Hz$ o $2400RPM$ está la velocidad crítica del rotor, definida por el primer modo de vibrar, y que cerca de los $70Hz$ o $4100RPM$ aparece un fenómeno llamado Oil Whirl, que evoluciona drásticamente a un Oil Whip. Estos fenómenos ocurren en la capa de aceite del descanso hidrodinámico y corresponden a violentas vibraciones auto excitadas que aparecen a una velocidad por sobre la crítica.

La frecuencia a la que aparece el Oil Whirl es la mitad de la frecuencia de giro del eje. Al seguir aumentando la velocidad, se pasa al Oil Whip, que tienen una mayor amplitud, apareciendo cuando el rotor gira al doble de la velocidad crítica (Meruane V. , 2006). Como en los objetivos de ésta memoria no está el estudio de éste fenómeno, se trabaja con velocidades por debajo de su aparición.

Como se quiere en éste trabajo evitar la influencia del desbalance en el eje, se evita trabajar a velocidades cercanas a la crítica (V_c), para evitar interferencias en la señal. Así, se decide trabajar en un rango acotado de velocidades definidos entre $500RPM$ y $2300RPM$, considerando que $V_c \approx 2450RPM$. Se descarta el trabajo por sobre V_c , por la influencia que podría tener el fenómeno Oil Whirl en la señal, ya que están cercanos uno del otro.

4 DESCRIPCIÓN DEL MODELO NUMÉRICO A UTILIZAR

Para construir el modelo numérico del rotor experimental, se recurrió al método de elementos finitos mencionado en el capítulo 2.1. Se divide el rotor en siete elementos, cada uno con sus respectivas dimensiones y rigideces. Se utiliza amortiguamiento proporcional en el eje. En cada nodo del sistema se consideran cuatro grados de libertad: Dos de desplazamiento y dos en rotación.

4.1 SIMPLIFICACIÓN DEL SISTEMA DE ROTOR Y DETERMINACIÓN DE NODOS DEL MODELO NUMÉRICO.

El rotor simplificado como se muestra en la Ilustración 2-5, consiste en un eje apoyado en dos soportes, cada uno con una rigidez de desplazamiento predeterminada. Solo se considera amortiguamiento en el descanso y en el rotor, en el buje se desprecia. En todos los casos, la rigidez y amortiguamiento en rotación se considera nula. Sobre el rotor se ejercen dos fuerzas de carácter oscilatorio, una en dirección vertical y otra horizontal.

Para la ubicación de los nodos, se consideran puntos del modelo que aportan información relevante para obtener los mejores resultados. Estos son emplazados en el descanso, en el punto donde se ejercen las fuerzas excitadoras, en el punto donde se ubica el disco de inercia, en el lugar de ubicación de los sensores de desplazamiento próximo al disco de inercia, en el buje y en dos puntos específicos del eje. Al extremo derecho se ubica el último nodo, el cual se mueve sin restricciones, ya que se considera el acople del motor flexible en sus cuatro grados de libertad.

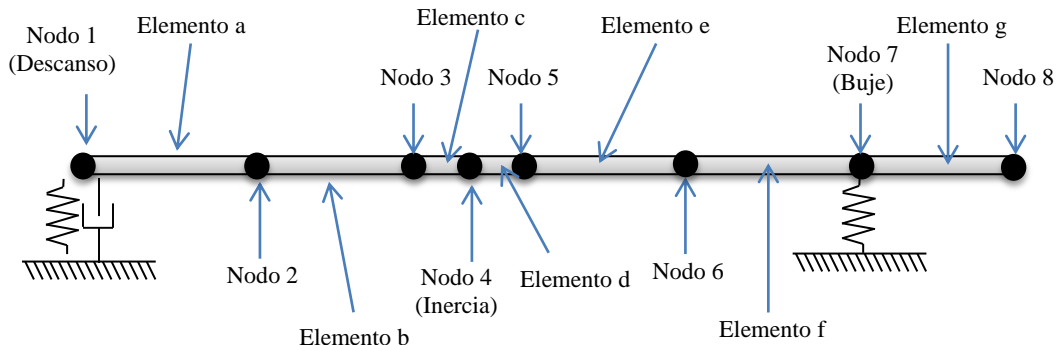


Ilustración 4-1: Esquema del modelo numérico en elementos finitos a utilizar.

La elección de siete elementos se basa en que, para éste caso, la frecuencia del primer modo de vibrar del modelo numérico del rotor no varía para una cantidad mayor a 8 nodos. Estos resultados fueron obtenidos tras analizar los modos normales del mismo rotor para distintas cantidades de elementos, en el cual se remplazó el descanso hidrodinámico de parámetros desconocidos por el mismo buje del nodo 7, cuyos valores sí se conocen.

4.1.1 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO DEL MODELO NUMÉRICO

El sistema simplificado y modelado se expresa con la siguiente ecuación de movimiento (Lalanne, 1998):

$$[M]\ddot{\delta} + ([C] + [G])\dot{\delta} + [K]\delta = [F] \quad (4-1)$$

Las matrices de masa, amortiguamiento, efectos giroscópicos y de rigidez de la ecuación (2-32) ya ensambladas a partir de los elementos del modelo con el procedimiento explicado en el capítulo 2.1.6 se describen a continuación:

$$[M] = [M_{\text{elementos de eje}}] + [M_{\text{descanso}}] + [M_{\text{disco de inercia}}] \quad (4-2)$$

$$[K] = [K_{\text{elementos de eje}}] + [K_{\text{descanso}}] + [K_{\text{bujes}}] \quad (4-3)$$

$$[G] = [G_{\text{elementos de eje}}] + [G_{\text{descanso}}] + [G_{\text{disco de inercia}}] \quad (4-4)$$

$$[C] = [C_{\text{descanso}}] + [C_{\text{proporcional}}] \quad (4-5)$$

El vector $[F]$ corresponde a las fuerzas externas sobre el rotor, el cual en éste caso son las ejercidas por los excitadores electrodinámicos y $[G]$ a la matriz de efectos giroscópicos.

Dada la dificultad de modelar el amortiguamiento en un sistema, como aproximación se escribe como una combinación lineal de las matrices de rigidez y masa del modelo numérico (Meruane V. , Vibraciones Mecánicas, Apuntes para el Curso ME-4701, 2013):

$$[C_{\text{proporcional}}] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (4-6)$$

Las matrices $[C]$, $[M]$ y $[K]$ corresponden a la de amortiguamiento, masa y rigidez del sistema completo. Los valores de α y β se obtienen durante las pruebas del método de obtención experimental de los coeficientes de rigidez y amortiguamiento del sistema, explicado en el capítulo 6. Además de los ocho parámetros a buscar, se ingresan α y β , obteniendo los mismos o cercanos valores iteración tras iteración, resultando $\alpha = 2,68 \times 10^{-5}$ y $\beta = 0.003$.

4.1.2 VALIDACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

Si bien se consideraron todas las variables y parámetros que se tenían al alcance para elaborar el modelo numérico del rotor experimental, es bastante complejo hacerlo exactamente igual. Dado que se elabora una aproximación de la realidad, es necesario comprobar que es lo suficientemente fiel para así asegurar que los resultados son de fiar.

Para realizar la comparación del rotor experimental con el modelo numérico, se recurre a las frecuencias naturales del primer modo de vibrar de ambos sistemas. Para el caso del modelo numérico, se elaboran las matrices de rigidez y amortiguamiento sin considerar el descanso hidrodinámico, pues aquí los parámetros dinámicos son desconocidos. En su lugar, se ubica un buje de valores conocidos igual al utilizado en el montaje experimental. Utilizando la función `eig` de Matlab e ingresando las matrices recién mencionadas se obtienen los 32 valores propios del sistema. Sacando la raíz cuadrada de cada uno y transformando a Hertz, se obtienen las frecuencias naturales de los 32 modos de vibrar. Así, se tiene que para el primer modo de vibrar del modelo numérico, tiene que $\omega_1 = 40,8 \text{ Hz}$.

Para el caso experimental, se reemplaza el descanso hidrodinámico por el mismo buje recién utilizado para que quede en mismas condiciones que el modelo numérico en éstas pruebas. Mediante el uso del programa FEMtools®, se mide la respuesta transiente a constantes impactos con un martillo sobre el rotor, excitando así todos los modos de vibrar. Analizando el espectro de vibraciones, se tiene que el primer modo de vibrar tiene una magnitud de $\omega_1 = 42,64 \text{ Hz}$. Los resultados se resumen en la Tabla 4-1.

Tabla 4-1: Frecuencias naturales del primer modo de vibrar del rotor experimental y del modelo numérico.

| Descripción | Frecuencia del Primer Modo de Vibrar |
|--------------------|--------------------------------------|
| Rotor Experimental | 42,64 Hz |
| Modelo Numérico | 40,8 Hz |

Como se puede observar, los resultados son bastantes cercanos y aceptables, por lo que se tiene un modelo confiable para trabajar.

4.2 SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE MOVIMIENTO

Para la resolución del modelo numérico del rotor, se utiliza la solución para respuesta en estado estacionario de un sistema. Conocido el vector de fuerzas aplicadas sobre el sistema $[F(t)]$, se puede obtener de la solución numérica de la ecuación de movimiento del sistema (4-1) . El detalle del desarrollo de éste método se encuentra en el Anexo A. Se tienen las siguientes ecuaciones (Kim, 2006):

$$[F] = [F_c] \cos \Omega t + [F_s] \sin \Omega t \quad (4-7)$$

$$[\delta_m(t)] = [\delta_m(t)]_c \cos \Omega t + [\delta_m(t)]_s \sin \Omega t \quad (4-8)$$

Remplazando las ecuaciones (4-7) y (4-8) en (4-1), se obtiene

$$\begin{bmatrix} [\delta_m(t)]_c \\ [\delta_m(t)]_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [K] - \Omega^2 [M] & \Omega [C] \\ -\Omega [C] & [K] - \Omega^2 [M] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [F_c] \\ [F_s] \end{bmatrix} \quad (4-9)$$

Sustituyendo la solución de (4-9) en (4-8) se obtiene la solución del sistema:

$$[\delta_m(t)] = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ y_1(t) \\ \theta_1(t) \\ \psi_1(t) \\ \vdots \\ x_7(t) \\ y_7(t) \\ \theta_7(t) \\ \psi_7(t) \end{bmatrix} \quad (4-10)$$

El vector $[\delta_m(t)]$ corresponde a la solución de la ecuación de movimiento (4-1) en el instante de tiempo t .

5 OBTENCIÓN Y PREPARACIÓN DE DATOS

En el presente capítulo, se describen los procedimientos para obtener y preparar tanto los datos experimentales provenientes del rotor como los del modelo numérico elaborado. En el caso de los datos experimentales, como la señal contiene datos que no son relevantes para el trabajo, son filtrados para obtener solo la información que se necesita.

5.1 OBTENCIÓN DE DATOS DEL MODELO NUMÉRICO DEL ROTOR

Para encontrar la solución al sistema descrito por la ecuación de movimiento (4-1), se deben ingresar los coeficientes de amortiguación y rigidez del descanso hidrodinámico y un vector de fuerza $[F(t)]$. Este último es el mismo que el adquirido en las mediciones experimentales $[F_{exp}(t)]$, así, tanto el rotor experimental como el modelo numérico son excitados con las mismas fuerzas. Entonces, las soluciones requeridas provienen la siguiente ecuación de movimiento:

$$[M]\ddot{\delta}_m(t) + ([C(c_{xx}, c_{xy}, c_{yx}, c_{yy})] + [G])\dot{\delta}_m + [K(k_{xx}, k_{xy}, k_{yx}, k_{yy})]\delta_m = [F_{exp}(t)] \quad (5-1)$$

5.2 OBTENCIÓN Y SELECCIÓN DE DATOS EXPERIMENTALES Y DEL MODELO NUMÉRICO

Los datos de desplazamiento y fuerzas obtenidos experimentalmente son extraídos de los seis sensores instalados en el rotor experimental repartidos en tres puntos del rotor. Se instala un par de sensores por cada punto a medir en sus respectivos ejes X e Y, tanto para los desplazamientos como para las fuerzas. La ubicación de los tres puntos coincide con tres nodos del modelo numérico del rotor detallado en el capítulo 4.1 como se puede observar en la Ilustración 5-1. De los datos experimentales, solo se obtienen los desplazamientos, pues no se dispone de sensores que midan las pendientes en cada punto.

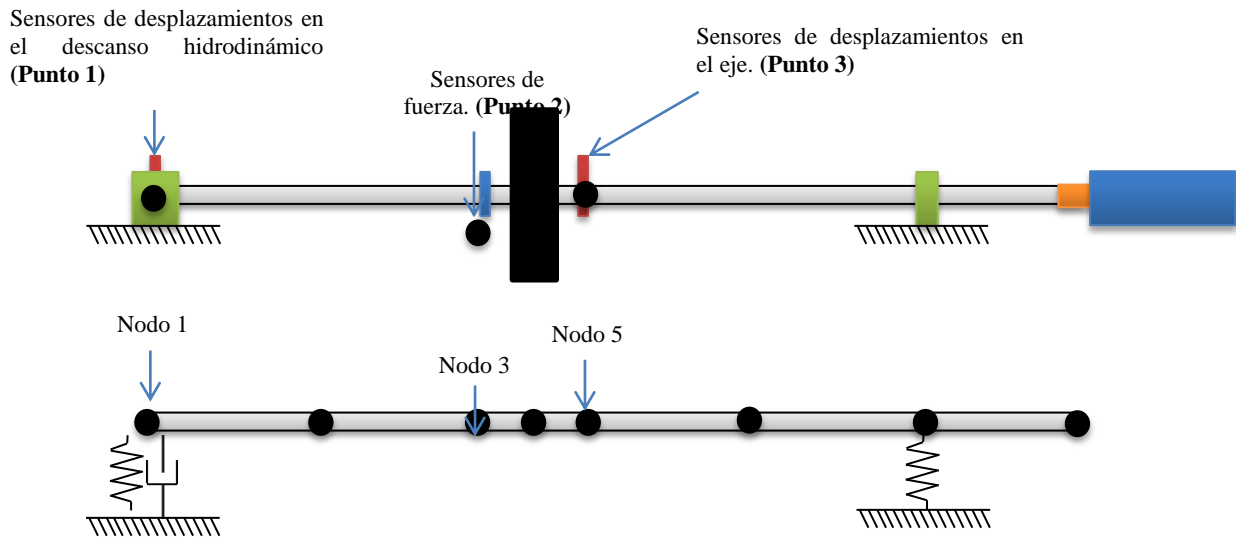


Ilustración 5-1: Esquema de ubicación de sensores en el rotor experimental y sus puntos homólogos en el modelo numérico.

A partir de lo mostrado en la Ilustración 5-1, se tiene que para el rotor experimental, los desplazamientos entregados por el punto 1 y 3 se representan en el vector

$$[\delta_{exp}(t)] = \begin{bmatrix} x_{p1}(t) \\ y_{p1}(t) \\ x_{p3}(t) \\ y_{p3}(t) \end{bmatrix} \quad (5-2)$$

Al igual que los desplazamientos, se obtiene un vector con las fuerzas ejercidas sobre el rotor en función del tiempo, provenientes del punto 2:

$$[F_{exp}(t)] = \begin{bmatrix} F_x(t) \\ F_y(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-3)$$

Como no es posible comparar las pendientes, de los datos del modelo numérico del nodo 1 y 5 solo se extraen los desplazamientos, formando un nuevo vector $[\delta_{m_{sp}}(t)]$, de tal manera que $dim([\delta_{m_{sp}}(t)])=4$. Este vector se representa como sigue:

$$[\delta_{m_{sp}}(t)] = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ y_1(t) \\ x_5(t) \\ y_5(t) \end{bmatrix} \quad (5-4)$$

La numeración de las variables se hace referida al número de nodo, contando de izquierda a derecha.

5.3 PROCESAMIENTO DE DATOS EXPERIMENTALES Y NUMÉRICOS OBTENIDOS

Para el caso de los datos experimentales, la información adquirida viene con una gran cantidad de información que no es necesaria, como las vibraciones causadas por los desbalances en el eje, que predominan en una frecuencia igual a la velocidad de rotación. También hay fenómenos no lineales involucrados en menor medida, ruido captado por defectos en los sensores u vibraciones causadas por otros equipos o componentes del rotor.

Para fines de éste trabajo, solo se necesitan analizar las vibraciones que son respuesta a las fuerzas de excitación producidas por los excitadores electrodinámicos. Para ello, se extrae solo la amplitud y fase de las componentes de la señal que son de interés mediante espectro de frecuencia y de fase. No se utilizan filtros pasa banda en éste caso, pues no tienen precisión a la hora de calcular las amplitudes y fases si la banda a analizar es muy estrecha, requisito fundamental para poder llevar a cabo el trabajo, dada la cantidad de componentes que tiene la señal a frecuencias muy cercanas a las de interés. A continuación se detalla el método utilizado.

5.3.1 EXTRACCIÓN DE SEÑAL DESDE DATOS EXPERIMENTALES.

La señal inicial recibida de los sensores en el descanso y en el eje para un caso cualquiera se muestra en la Ilustración 5-2 e Ilustración 5-3. La primera corresponde a la señal capturada en el descanso y la segunda en el eje (Punto 1 y Punto 3 señalados en la Ilustración 5-1 respectivamente).

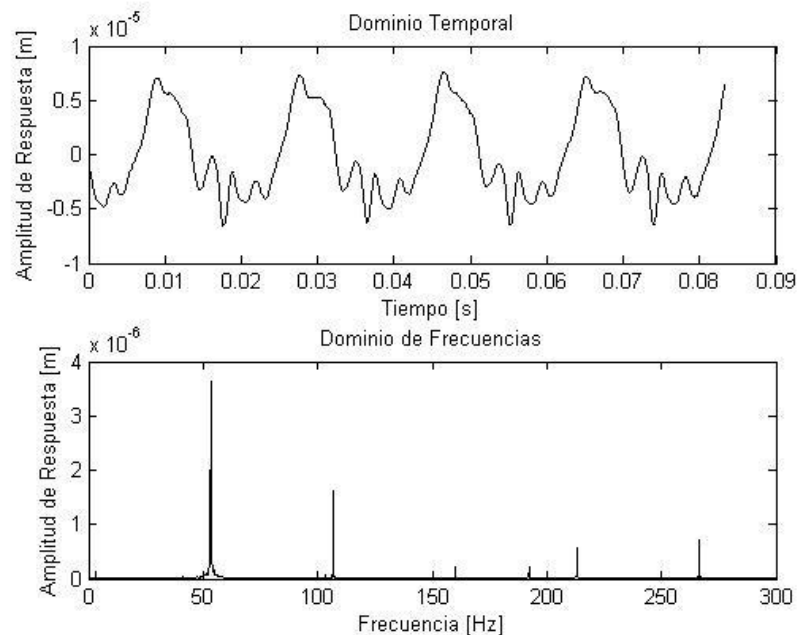


Ilustración 5-2: Respuesta del sistema a la fuerza de excitación en el descanso a una frecuencia de 190Hz, a 3200RPM y una presión en el descanso de 90kPa. Se mide en dirección de la aplicación de la fuerza.

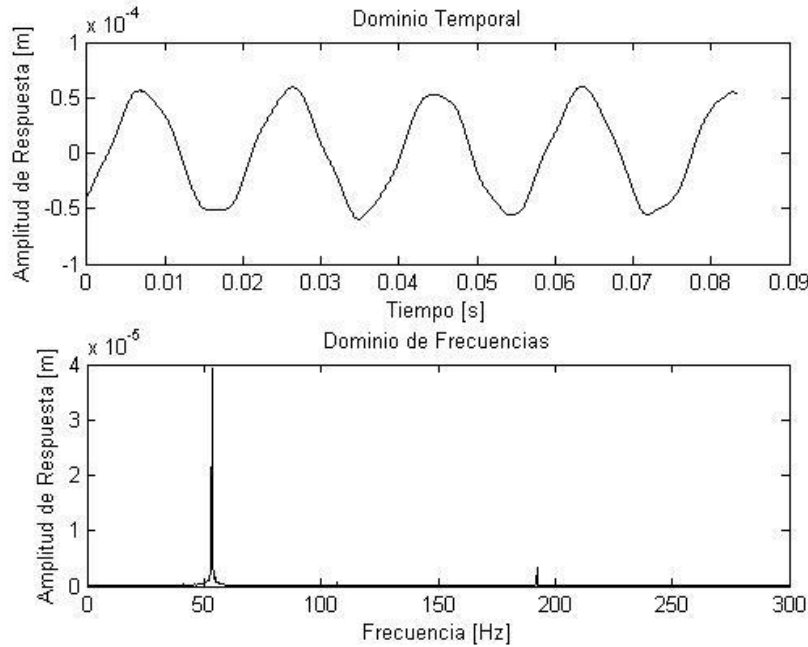


Ilustración 5-3: Respuesta del sistema a la fuerza de excitación en el eje a una frecuencia de 190Hz, a 3200RPM y una presión en el descanso de 90kPa. Se mide en dirección de la aplicación de la fuerza.

La señal a extraer corresponde al peak en los 190Hz, mostrado en el espectro de frecuencias de la señal de la Ilustración 5-3, pues a esa frecuencia se aplica la fuerza. Se ve que en comparación a la amplitud de respuesta al desbalance que está en los 53,3 Hz (3200RPM) es bastante pequeño. La tarea es entonces es crear una senoide que contenga la misma amplitud y fase que la componente de respuesta a la fuerza original de la señal. El procedimiento se describe en las sub secciones que siguen.

5.3.1.1 Búsqueda de Frecuencia Real de Excitación del Sistema.

Al momento de preparar el experimento y ajustar la frecuencia a la que trabajará el excitador electrodinámico, existen pequeñas diferencias entre la que se quiere ingresar y la que realmente se aplica al rotor. Es por ello que en éste paso primero se busca la frecuencia real de excitación, sabiendo como primera aproximación cuál fue la ingresada al excitador. Sea f_0 la frecuencia a la que se ajustó el excitador electrodinámico y f_{real} la frecuencia a la que se excita el sistema, se tiene la siguiente relación:

$$f_{real} = f_0 \pm \delta \quad (5-5)$$

El parámetro δ puede ser estimado para que a continuación se establezca un rango de búsqueda.

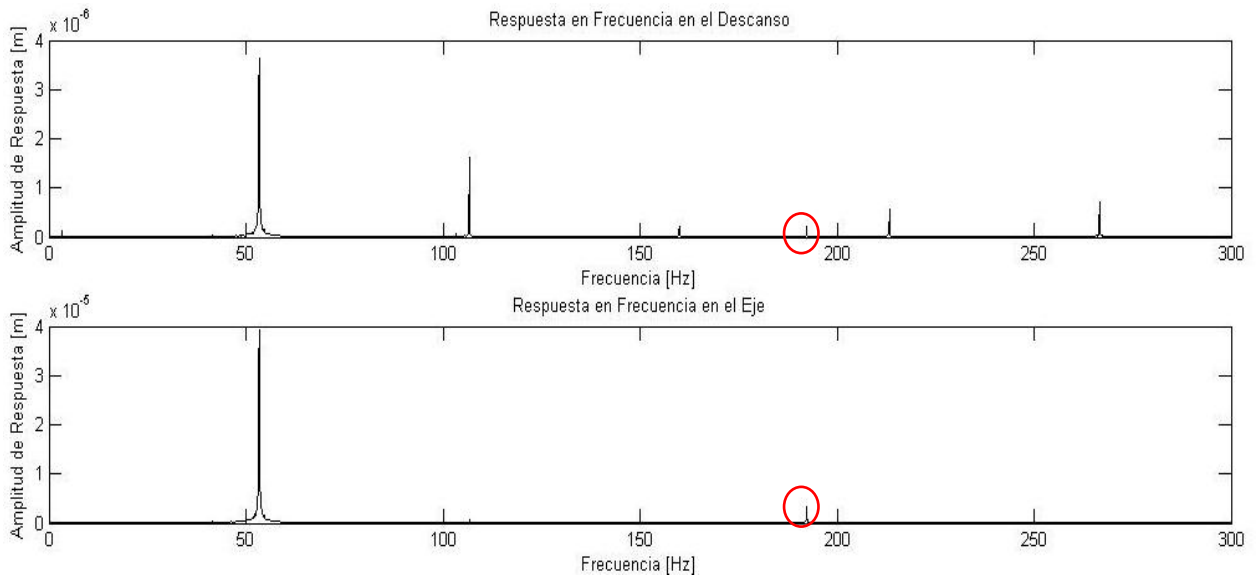


Ilustración 5-4: Espectro en frecuencia de la respuesta del sistema a la fuerza de excitación en dos puntos y en dirección de la fuerza. Los círculos indican la respuesta a la fuerza de excitación de 190Hz.

Sea $A(f)$ la función de espectro de frecuencias proveniente de cualquier sensor y $\delta_1 > \delta$, se tiene que f_{real} es la frecuencia que cumple con la siguiente ecuación:

$$A(f_{real}) = \max\{A(f)\} , \text{ para } f_0 - \delta_1 < f < f_0 + \delta_1 \quad (5-6)$$

Hay que tener cuidado que δ_1 sea lo suficientemente pequeño para evitar que dentro del rango establecido exista un máximo que no corresponda a la componente de respuesta a la fuerza. Así se tiene que $A(f_{real})$ es la amplitud buscada para los datos entregados por un sensor específico.

5.3.1.2 Creación de Señal de Respuesta Artificial

Se crea una función de respuesta a la fuerza en función del tiempo, ya sabiendo la amplitud y frecuencia ω_F a la que opera. La fase ϕ se puede encontrar con la función `phase` de Matlab, ingresando el espectro en frecuencia de la señal a estudiar.

$$\delta_a(t) = A(f_{real}) \sin(t\omega_F + \phi) \quad (5-7)$$

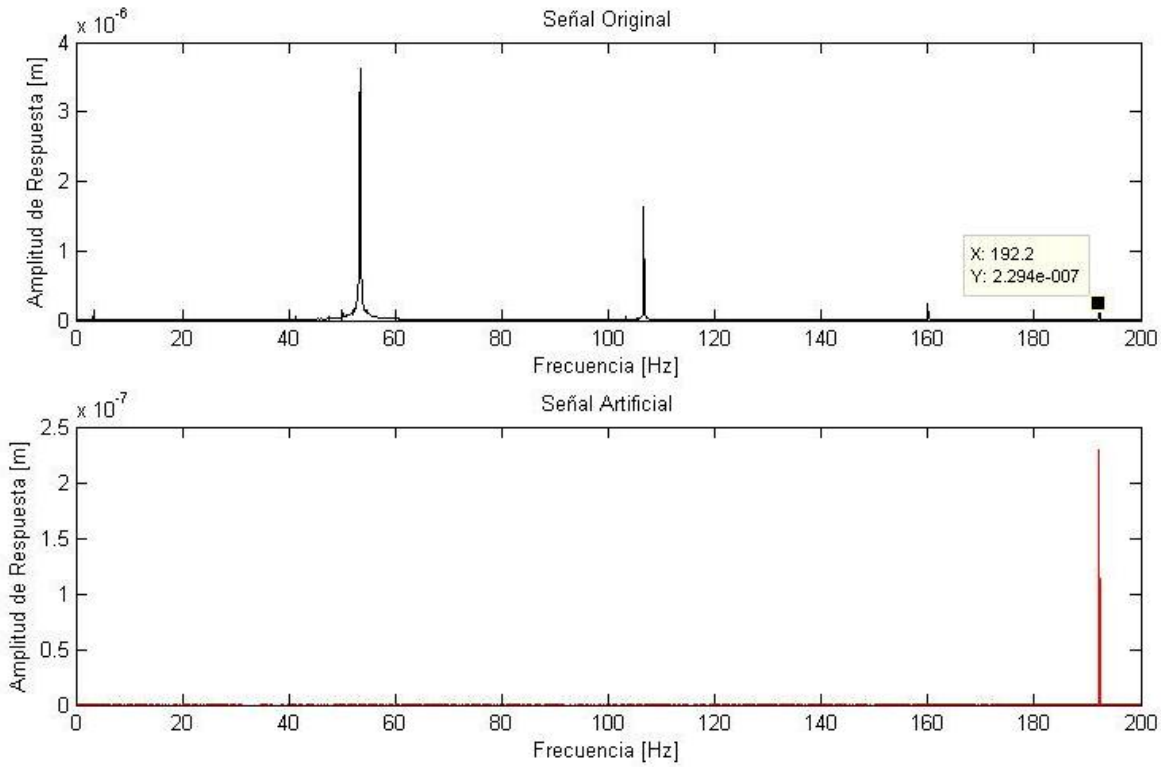


Ilustración 5-5: Resultados de la creación de la señal artificial. Se puede observar que las amplitudes de respuesta a la fuerza son las mismas en ambos casos.

En la Ilustración 5-5 se muestran los resultados de la creación de una señal artificial a partir de datos experimentales de un rotor girando a $3200RPM$ con una presión de aceite en el descanso de $90kPa$. Hay que mencionar que para éste caso, $f_0 = 190Hz$ y $f_{real} = 192,2Hz$.

5.3.1.3 Resultado Final

Se obtiene un nuevo vector $[\delta_{exp}(t)]$ con datos filtrados, tal que $[\delta_{exp}(t)] = [\delta_a(t)]$, que se elabora a partir de la fuerza real de excitación del sistema y la fase y amplitud de la componente de respuesta de la fuerza en la señal temporal de los datos experimentales.

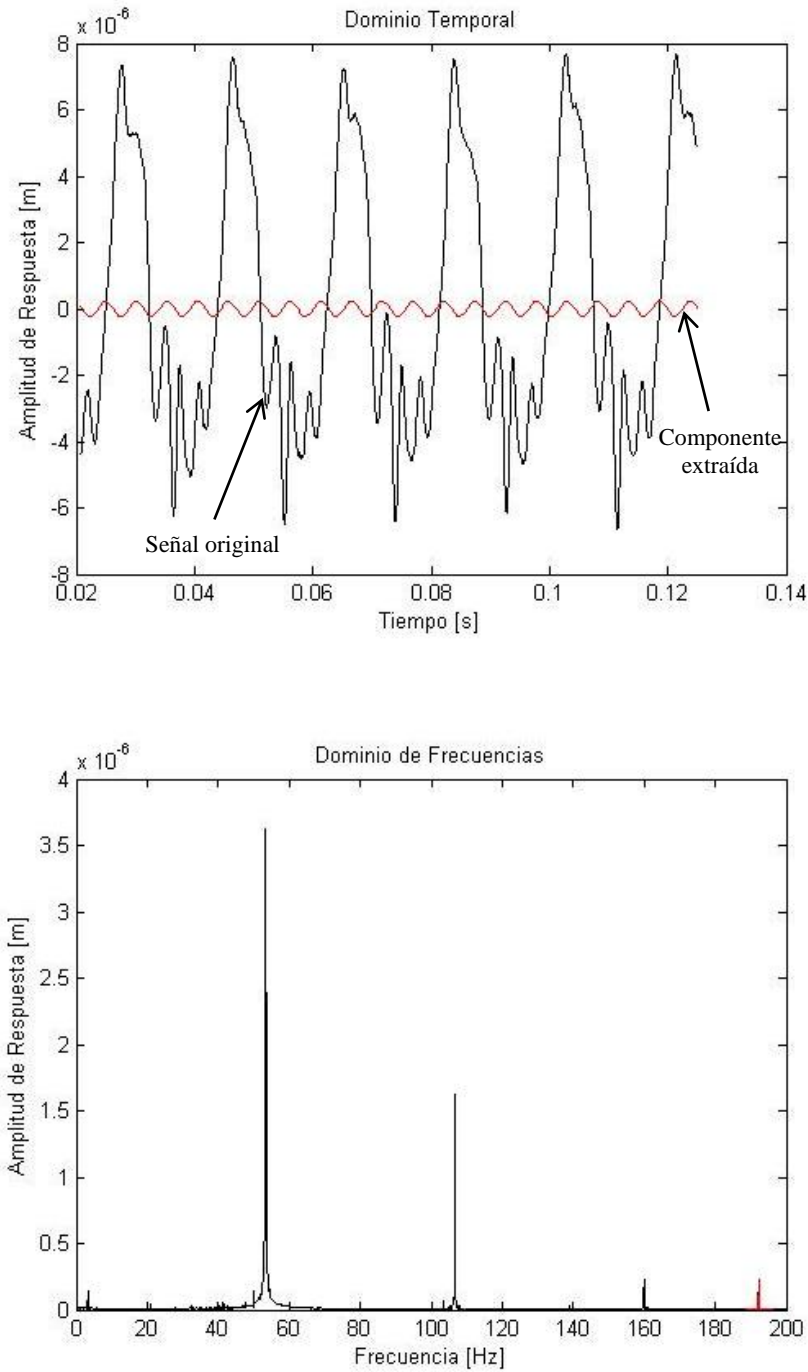


Ilustración 5-6: Resultado final para un sensor ubicado en el descanso en dirección de la fuerza. En rojo están los datos creados y en negro la señal original. Los datos corresponden a un rotor girando a 3200RPM, con una presión en el descanso de 90kPa con una fuerza aplicada a 190Hz.

6 IDENTIFICACIÓN EXPERIMENTAL DE PARÁMETROS

Obtenido el vector $[\delta_m(t)]$ correspondiente al desplazamiento en función del tiempo del modelo numérico, se deben comparar con los datos experimentales de desplazamientos obtenidos, y de ser necesario, ser ajustados para que la diferencia entre ambos sea mínima, variando las únicas variables del modelo numérico: Los parámetros de rigidez y amortiguamiento del descanso hidrodinámico: $k_{xx}, k_{xy}, k_{yx}, k_{yy}, c_{xx}, c_{xy}, c_{yx}$ y c_{yy} .

Como los datos experimentales corresponden solo a los desplazamientos de dos nodos, representados por el vector $[\delta_{exp}(t)]$, solo será necesario el vector de desplazamientos $[\delta_m(t)]$ del modelo. El procedimiento general para la obtención de los parámetros buscados se muestra en el siguiente diagrama y será detallado en el transcurso de éste capítulo.

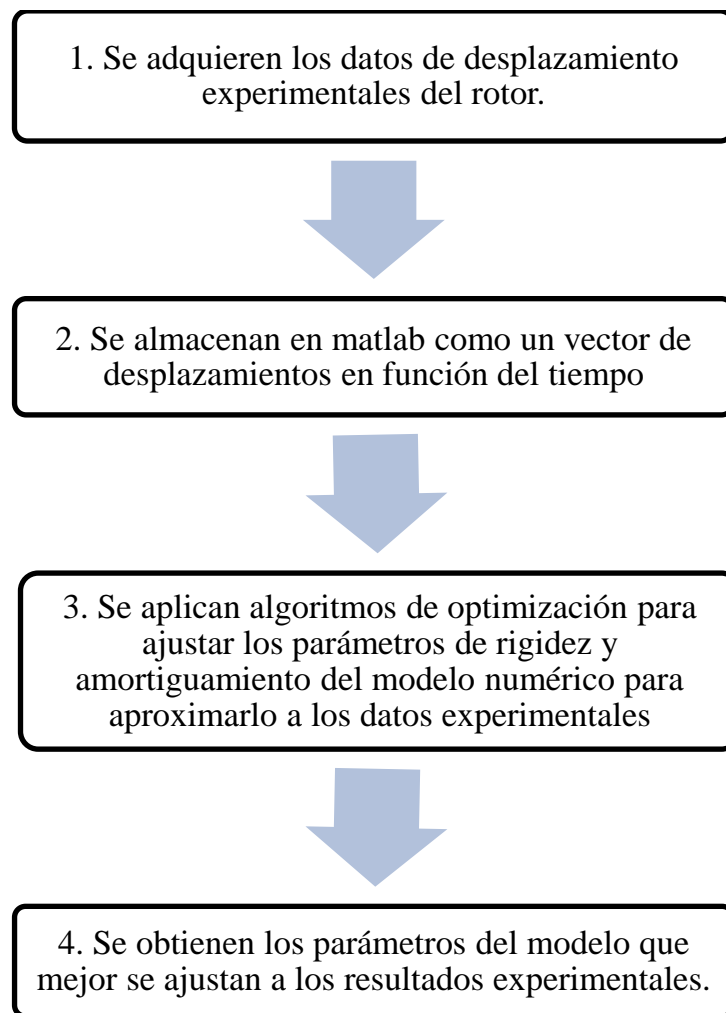


Ilustración 6-1: Diagrama general del procedimiento a seguir para obtener los parámetros de rigidez y amortiguamiento.

El punto 3 de la Ilustración 6-1 se detalla en la Ilustración 6-2.

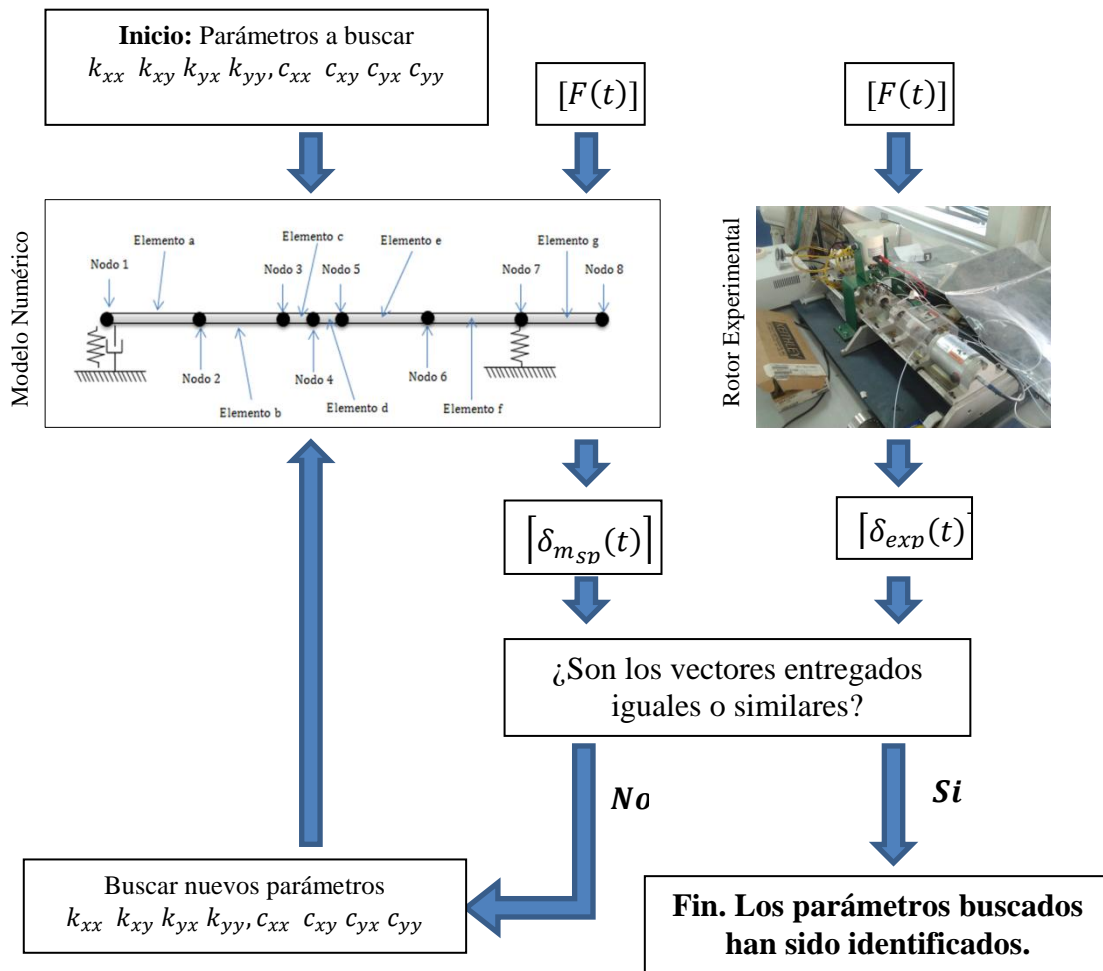


Ilustración 6-2: Esquema utilizado por el algoritmo de optimización para encontrar los parámetros buscados.

6.1 DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS

Sea $[k] = [k_{xx} \ k_{xy} \ k_{yx} \ k_{yy}]^T$ el vector con todos los coeficientes de rigidez del descanso, $[c] = [c_{xx} \ c_{xy} \ c_{yx} \ c_{yy}]^T$ el de los de amortiguamiento incluyendo los coeficientes del amortiguamiento proporcional, $[\delta_{exp}(t)]$ y $[\delta_{msp}(t)]$ los vectores descritos en el capítulo 5.2 , el problema de optimización es (Kim, 2006)

$$\min_{([k],[c])} \left(\epsilon = \left\| \sum_t |[\delta_{exp}(t)] - [\delta_{msp}(t)]| \right\|_1 \right) \quad (6-1)$$

La solución óptima será el conjunto de parámetros contenidos en las matrices $[k]$ y $[c]$, que entrega la aproximación más adecuada del modelo a los datos obtenidos experimentalmente. El método utilizado es optimización con algoritmos genéticos explicado en el capítulo 2.2, utilizando como *fitness* la función ϵ . Se hace uso de cuatro poblaciones en paralelo por cada ejecución del algoritmo.

6.1.1 RESTRICCIONES DE LA FUNCIÓN DE OPTIMIZACIÓN

La convergencia de la solución del problema (6-1) es bastante compleja, pues para la cantidad de parámetros que se pueden aplicar y la cantidad de mínimos locales que existen, se hace necesario acotar la búsqueda de parámetros en límites establecidos y conocidos. Para ello, se utiliza la solución de Ocvirk (1952) que corresponde a un modelo analítico de descanso hidrodinámico corto (Meruane V. , 2006) . En la Ilustración 2-10 e Ilustración 2-11 se muestran los coeficientes adimensionales que entrega su solución en función de la razón de excentricidad en el descanso.

Se define la razón de excentricidad como $\epsilon_0 = e/c$, donde e es la excentricidad del rotor y c es la holgura radial en el descanso. Analizando la Ilustración 2-10 y la Ilustración 2-11 se tiene que las principales restricciones de la función de optimización son las siguientes:

$$k_{xx}, k_{yx}, k_{yy} > 0 \quad (6-2)$$

$$k_{xy} < 0 \quad (6-3)$$

$$c_{xx}, c_{xy}, c_{yx}, c_{yy} > 0 \quad (6-4)$$

7 IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DEL MODELO FLUIDODINÁMICO

El método utilizado para encontrar los coeficientes de rigidez y amortiguamiento en éste caso es más sencillo, ya que este modelo no considera un rotor flexible, solo considera el descanso hidrodinámico flotando en un film de aceite. Aquí se utiliza un modelo fluidodinámico hecho en ADINA que simula un descanso hidrodinámico en un rotor rígido (Salas, 2012).

7.1 ADQUISICIÓN DE DATOS

El software ADINA calcula los datos de desplazamientos, velocidades y aceleraciones en un punto de la porción de eje contenido dentro del descanso. Las fuerzas aplicadas en función del tiempo son los datos ingresados al modelo, por lo que se conocen con anterioridad. Así, una vez extraídos, se designan a los respectivos vectores

$$[\delta_{fl}(t)] = \begin{bmatrix} x_{fl}(t) \\ y_{fl}(t) \end{bmatrix} \quad (7-1)$$

$$[\dot{\delta}_{fl}(t)] = \begin{bmatrix} \dot{x}_{fl}(t) \\ \dot{y}_{fl}(t) \end{bmatrix} \quad (7-2)$$

$$[\ddot{\delta}_{fl}(t)] = \begin{bmatrix} \ddot{x}_{fl}(t) \\ \ddot{y}_{fl}(t) \end{bmatrix} \quad (7-3)$$

$$[F_{fl}(t)] = \begin{bmatrix} F_{flx}(t) \\ F_{fly}(t) \end{bmatrix} \quad (7-4)$$

7.2 MODELO NUMÉRICO A UTILIZAR

El modelo solo posee dos grados de libertad, que corresponden a los movimientos en el eje x e y . Dada una masa m del descanso, siendo el único parámetro conocido, se tiene el siguiente sistema de ecuaciones (Zhao S. Z., 2005):

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} [\ddot{\delta}_{m_{fl}}(t)] + \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} [\dot{\delta}_{m_{fl}}(t)] + \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} [\delta_{fl}(t)] = \begin{bmatrix} F_{m_{flx}}(t) \\ F_{m_{fly}}(t) \end{bmatrix} \quad (7-5)$$

7.3 DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS

Dada la ecuación (7-5), se puede determinar el valor del desplazamiento $[\delta_{fl}(t)]$, conociendo el valor de la fuerza $[F_{m_{fl}}(t)]$ y asignando valores a los parámetros $k_{xx}, k_{xy}, k_{yx}, k_{yy}, c_{xx}, c_{xy}, c_{yx}$ y c_{yy} mediante la solución en estado estacionario del sistema, como se realiza en el capítulo 4.2 y se detalla en el Anexo A . El objetivo es que $[\delta_{m_{fly}}(t)]$ sea lo más próximo posible a $[\delta_{fl}(t)]$. Para realizar esto, se plantea el siguiente problema de optimización:

Sea $[k] = [k_{xx} \ k_{xy} \ k_{yx} \ k_{yy}]$ y $[c] = [c_{xx} \ c_{xy} \ c_{yx} \ c_{yy}]$,

$$\min_{([k],[c])} \left(\epsilon = \left\| \sum_t |[\delta_{fl}(t)] - [\delta_{m_{fly}}(t)]| \right\|_1 \right) \quad (7-6)$$

Los parámetros $[k]$ y $[c]$ que mejor cumplen con el problema planteado corresponden a los parámetros de rigidez y amortiguamiento del modelo fluidodinámico. El método utilizado es optimización con algoritmos genéticos, utilizando como *fitness* la función ϵ . Las restricciones para resolver el problema se explican en el capítulo 6.1.1 .

8 PROCEDIMIENTO, RESULTADOS Y DISCUSIONES

En éste capítulo se presentan los procedimientos para determinar los coeficientes buscados y las discusiones de los resultados obtenidos. Se escogen un conjunto de parámetros operacionales experimentales para obtener los datos requeridos y luego aplicarles el método explicado en el capítulo 7.3. Los resultados obtenidos son discutidos y analizados. Para comprobar la confiabilidad de los resultados, éstos se validan con los parámetros obtenidos de un modelo fluidodinámico ya publicado (Meruane V. P., 2008), utilizando el método explicado en el capítulo 7.

8.1 ADQUISICIÓN DE DATOS EXPERIMENTALES

Para obtener los datos experimentales, se requiere ajustar los siguientes parámetros del montaje experimental:

- Velocidad de rotación del eje.
- Presión de aceite en el descanso hidrodinámico.
- Intensidad de las fuerzas ejercidas sobre el eje x e y.
- Frecuencia de las fuerzas ejercidas sobre el eje x e y.

Con el fin de estudiar la variación de los coeficientes de amortiguamiento y rigidez frente a la variación de las condiciones operacionales del rotor, se toman cuatro conjuntos de datos, cada uno con un objetivo específico, los cuales se listan a continuación:

- Estudiar la variación de los coeficientes en función de la velocidad de giro del rotor, manteniendo constantes la presión de aceite en el descanso, las fuerzas ejercidas sobre el eje y sus respectivas frecuencias.
- Estudiar la variación de los coeficientes en función de la presión de aceite en el descanso, manteniendo constantes la velocidad de rotación del eje y las fuerzas ejercidas sobre éste con sus respectivas frecuencias.
- Estudiar la variación de los coeficientes en función de la intensidad de las fuerzas ejercidas sobre el rotor, manteniendo constante la velocidad del eje, la presión de aceite en el descanso y la frecuencia a las cuales se ejercen.
- Estudiar la variación de los coeficientes en función de la frecuencia en que se ejercen las fuerzas sobre el eje, manteniendo constante sus intensidades, la velocidad del rotor y la presión de aceite en el descanso.

Los valores utilizados se especifican y se justifican en los subcapítulos siguientes.

8.1.1 SELECCIÓN DE PARÁMETROS OPERACIONALES PARA ESTUDIO DEL EFECTO DE LA VELOCIDAD DEL EJE EN LOS COEFICIENTES BUSCADOS.

Las mediciones realizadas se detallan en la Tabla 8-1.

Tabla 8-1: Mediciones tomadas para estudiar los efectos de la velocidad sobre el descanso.

| N° de Medición | Fuerza en eje x e y [N] | Frecuencia en eje y [Hz] | Frecuencia en eje x [Hz] | Presión [kPa] | Velocidad [RPM] |
|-----------------------|--------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|----------------------|------------------------|
| 1 | 10 | 150 | 170 | 170 | 2300 |
| 2 | 10 | 150 | 170 | 170 | 2200 |
| 3 | 10 | 150 | 170 | 170 | 2100 |
| 4 | 10 | 150 | 170 | 170 | 2000 |
| 5 | 10 | 150 | 170 | 170 | 1900 |
| 6 | 10 | 150 | 170 | 170 | 1700 |
| 7 | 10 | 150 | 170 | 170 | 1600 |
| 8 | 10 | 150 | 170 | 170 | 1500 |
| 9 | 10 | 150 | 170 | 170 | 1400 |
| 10 | 10 | 150 | 170 | 170 | 1300 |
| 11 | 10 | 150 | 170 | 170 | 1200 |
| 12 | 10 | 150 | 170 | 170 | 1100 |
| 13 | 10 | 150 | 170 | 170 | 1000 |
| 14 | 10 | 150 | 170 | 170 | 900 |
| 15 | 10 | 150 | 170 | 170 | 800 |
| 16 | 10 | 150 | 170 | 170 | 700 |
| 17 | 10 | 150 | 170 | 170 | 600 |
| 18 | 10 | 150 | 170 | 170 | 500 |

Para la elección del conjunto de velocidades, se utiliza una cota máxima cercana a la velocidad crítica del rotor. Se evitan tomar datos cerca de éste valor, ubicado cerca de los 2450 RPM aproximadamente. No se toman datos por sobre esta velocidad para evitar la posible influencia de los fenómenos de Oil Whirl y Oil Whip explicados en el capítulo 3.4.

8.1.2 SELECCIÓN DE PARÁMETROS OPERACIONALES PARA ESTUDIO DEL EFECTO DE LA PRESIÓN DEL ACEITE EN EL DESCANSO EN LOS COEFICIENTES BUSCADOS.

Las mediciones realizadas de detallan en la Tabla 8-2.

Tabla 8-2: Mediciones tomadas para estudiar los efectos de la presión de aceite sobre los coeficientes.

| N° de Medición | Fuerza en eje x e y [N] | Frecuencia en eje y [Hz] | Frecuencia en eje x [Hz] | Velocidad [RPM] | Presión [kPa] |
|----------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------|---------------|
| 1 | 10 | 150 | 170 | 2000 | 180 |
| 2 | 10 | 150 | 170 | 2000 | 170 |
| 3 | 10 | 150 | 170 | 2000 | 160 |
| 4 | 10 | 150 | 170 | 2000 | 150 |
| 5 | 10 | 150 | 170 | 2000 | 140 |
| 6 | 10 | 150 | 170 | 2000 | 130 |
| 7 | 10 | 150 | 170 | 2000 | 120 |
| 8 | 10 | 150 | 170 | 2000 | 110 |
| 9 | 10 | 150 | 170 | 2000 | 100 |
| 10 | 10 | 150 | 170 | 2000 | 90 |
| 11 | 10 | 150 | 170 | 2000 | 80 |
| 12 | 10 | 150 | 170 | 2000 | 70 |
| 13 | 10 | 150 | 170 | 2000 | 60 |
| 14 | 10 | 150 | 170 | 2000 | 50 |
| 15 | 10 | 150 | 170 | 2000 | 40 |

Se utiliza todo el rango disponible por la capacidad de la bomba de aceite del descanso hidrodinámico. Se fija un valor mínimo para evitar la posibilidad de la presencia de cavitación por las bajas presiones que pueda alcanzar el film de aceite del descanso hidrodinámico.

8.1.3 SELECCIÓN DE PARÁMETROS OPERACIONALES PARA ESTUDIO DEL EFECTO DE LA INTENSIDAD DE LAS FUERZAS SOBRE EL DESCANSO EN LOS COEFICIENTES BUSCADOS.

Tabla 8-3: Mediciones tomadas para estudiar los efectos de la intensidad de las fuerzas sobre los coeficientes.

| N° de Medición | Presión [kPa] | Velocidad [RPM] | Frecuencia en eje y [Hz] | Frecuencia en eje x [Hz] | Fuerza en eje x e y [N] |
|----------------|---------------|-----------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------|
| 1 | 170 | 2000 | 150 | 170 | 10 |
| 2 | 170 | 2000 | 150 | 170 | 9 |
| 3 | 170 | 2000 | 150 | 170 | 8 |
| 4 | 170 | 2000 | 150 | 170 | 7 |
| 5 | 170 | 2000 | 150 | 170 | 6 |
| 6 | 170 | 2000 | 150 | 170 | 5 |
| 7 | 170 | 2000 | 150 | 170 | 4 |
| 8 | 170 | 2000 | 150 | 170 | 3 |

Las fuerzas utilizadas son acorde a las capacidades máximas de los excitadores electrodinámicos. Se utiliza una cota mínima para que las respuestas a las fuerzas sobre el rotor se puedan captan más fácilmente por los sensores de desplazamiento.

8.1.4 SELECCIÓN DE PARÁMETROS OPERACIONALES PARA ESTUDIO DEL EFECTO DE LA FRECUENCIA DE LAS FUERZAS SOBRE EL DESCANSO EN LOS COEFICIENTES BUSCADOS.

Tabla 8-4: Mediciones tomadas para estudiar los efectos de la frecuencia de las fuerzas sobre los coeficientes.

| N° de Medición | Velocidad [RPM] | Presión [kPa] | Fuerza en eje x e y [N] | Frecuencia en eje y [Hz] | Frecuencia en eje x [Hz] |
|----------------|-----------------|---------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2000 | 170 | 8 | 180 | 200 |
| 2 | 2000 | 170 | 8 | 170 | 190 |
| 3 | 2000 | 170 | 8 | 160 | 180 |
| 4 | 2000 | 170 | 8 | 150 | 170 |
| 5 | 2000 | 170 | 8 | 140 | 160 |
| 6 | 2000 | 170 | 8 | 130 | 150 |
| 7 | 2000 | 170 | 8 | 120 | 140 |
| 8 | 2000 | 170 | 8 | 110 | 130 |

Se escoge un rango alto de frecuencias que estén lejanos a las frecuencias de los dos primeros modos de vibrar del rotor, ubicados específicamente a $\omega_1 = 43,37\text{Hz}$ y $\omega_2 = 327,88\text{ Hz}$.

8.2 BÚSQUEDA DE LOS COEFICIENTES A PARTIR DE DATOS EXPERIMENTALES

Una vez adquiridos los datos experimentales, se procede con la aplicación del método explicado en el capítulo 6 con algoritmos genéticos para obtener los coeficientes de rigidez y amortiguamiento buscados.

Para obtener mejores resultados, se ajustan una serie de parámetros del algoritmo de optimización utilizado en la solución de la ecuación (6-1). Los detalles se explican en la siguiente sección.

8.2.1 AJUSTES DE PARÁMETROS DEL ALGORITMO GENÉTICO PARA SOLUCIONAR EL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN

La solución del problema de la ecuación (6-1) no es una tarea sencilla. La cantidad de variables que contiene el problema hace que sea complicado que se obtengan soluciones estables y que converjan a una velocidad aceptable a un óptimo global, por lo que para usarlo hay que ajustar una serie de parámetros para que funcione correctamente. Se hace una breve descripción de algoritmos genéticos en el capítulo 2.2.

El algoritmo utilizado es un código de Matlab (Meruane V. , 2010) que permite el funcionamiento de múltiples poblaciones en paralelo, facilitando la convergencia y estabilidad. Para efectos de éste trabajo, los parámetros seleccionados para encontrar los coeficientes de todos los datos experimentales se listan en la Tabla 8-5, utilizando cuatro poblaciones simultáneas.

Tabla 8-5: Parámetros del algoritmo de optimización utilizados.

| Descripción | Valor |
|---|------------|
| Número de Genes por Individuo | 8 |
| Tamaño de la Población | 150 |
| Probabilidad de Cruzamiento | 0,8 |
| Probabilidad de Mutación | 0,05 |
| Precisión de los Resultados | 10^{-9} |
| Error aceptado | 10^{-9} |
| Regla de Selección | Ranking |
| Regla de Mutación | Uniforme |
| Regla de Cruzamiento para Población N°1 | Uniforme |
| Regla de Cruzamiento para Población N°2 | Heurístico |
| Regla de Cruzamiento para Población N°3 | Mezclado |
| Regla de Cruzamiento para Población N°4 | Aritmético |

Los valores para las probabilidades de mutación y cruzamiento, tamaño de población y precisiones fueron buscados dentro de rangos específicos de tal manera que se entregaran soluciones estables y convergentes con buenos desempeños (*fitness*). Para el

caso de las reglas de cruzamiento en las poblaciones, se seleccionaron una distinta para población, para así la búsqueda de soluciones sea más variada y facilite el encuentro de óptimos globales y convergentes.

8.3 RESULTADOS

En éste apartado se presentan los resultados obtenidos luego de la aplicación del método para la determinación de los parámetros de rigidez y amortiguamiento del descanso hidrodinámico.

8.3.1 ADIMENSIONALIZACIÓN DE LOS VALORES OBTENIDOS

Para graficar los resultados, se recurre al número de Sommerfeld, utilizado ampliamente en descansos hidrodinámicos (Meruane V. , 2006):

$$S = \frac{\left(\frac{R}{c}\right)^2 \mu n}{p_m} \quad (8-1)$$

R es el radio del eje, c es la holgura radial, n es la velocidad de giro del eje, μ es la viscosidad del aceite y p_m es la presión media en el descanso. Para el caso de los coeficientes de rigidez y amortiguamiento, se utilizan las siguientes relaciones (Meruane V. , 2006):

$$K_{ij} = \frac{ck_{ij}}{F_0} \quad (8-2)$$

$$C_{ij} = \frac{c\Omega c_{ij}}{F_0} \quad (8-3)$$

Los parámetros k_{ij} y c_{ij} son los coeficientes de rigidez y amortiguamiento dimensionales obtenidos, Ω es la velocidad de rotación del eje y F_0 es la carga estática sobre el descanso. Para el rotor experimental utilizado en éste trabajo, se utilizan los parámetros que se consideran constantes en la Tabla 8-6.

Tabla 8-6: Parámetros del rotor experimental.

| Parámetro | Valor |
|------------------|----------------|
| R | 0,005 m |
| c | 0,00016 m |
| μ | 0,025056 kg/ms |
| F_0 | 5,68 N |

Hay que mencionar que en el montaje experimental utilizado, el aceite sufre variaciones de temperatura, cambiando su viscosidad, pero no se puede medir pues no se cuenta con el equipamiento necesario para hacerlo, por lo que se considera un valor constante a temperatura estándar.

8.3.2 EFECTOS DE LA VARIACIÓN DE VELOCIDAD DE ROTACIÓN DEL EJE EN LOS COEFICIENTES

8.3.2.1 Resultados Obtenidos

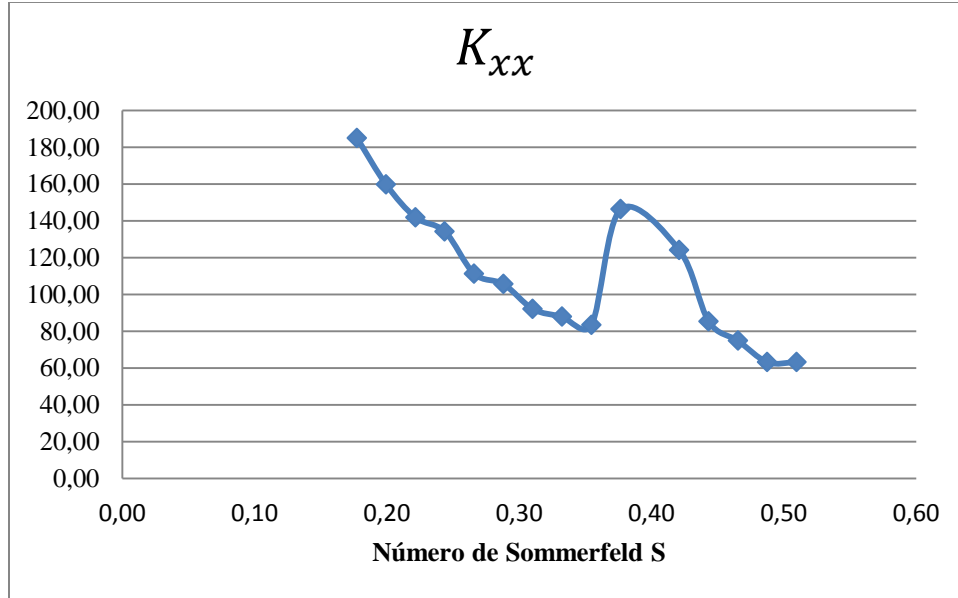


Figura 8-1: Variación de K_{xx} en función de la velocidad de rotación del eje.

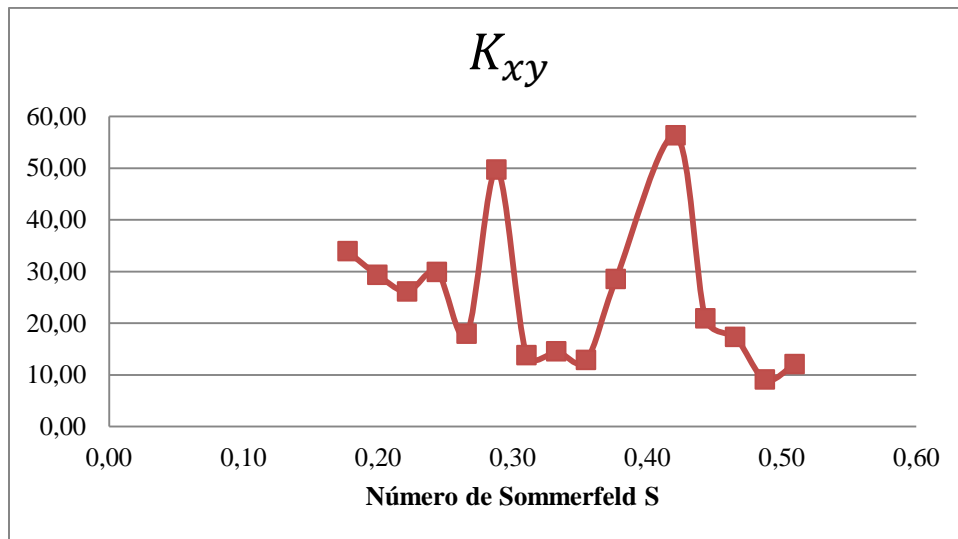


Figura 8-2: Variación de K_{xy} en función de la velocidad de rotación del eje.

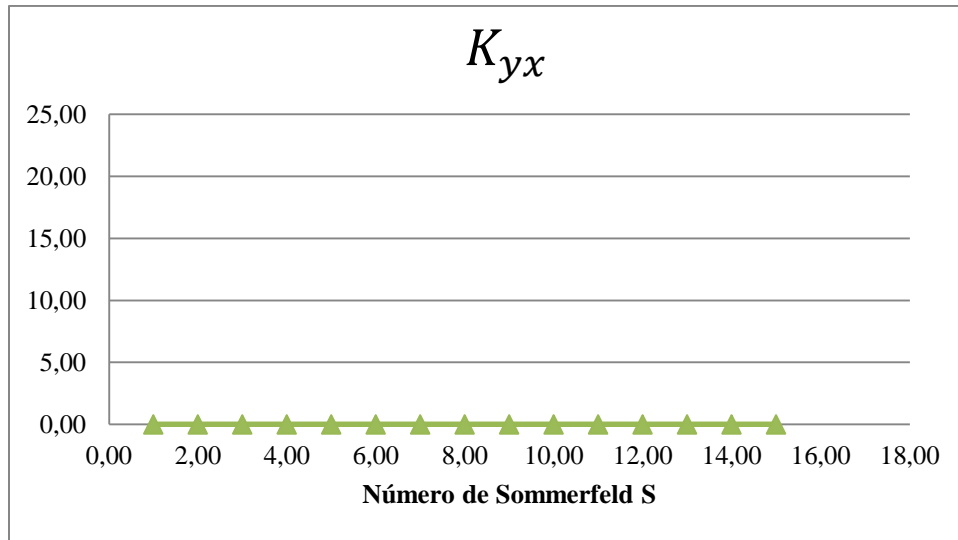


Figura 8-3: Variación de K_{yx} en función de la velocidad de rotación del eje.

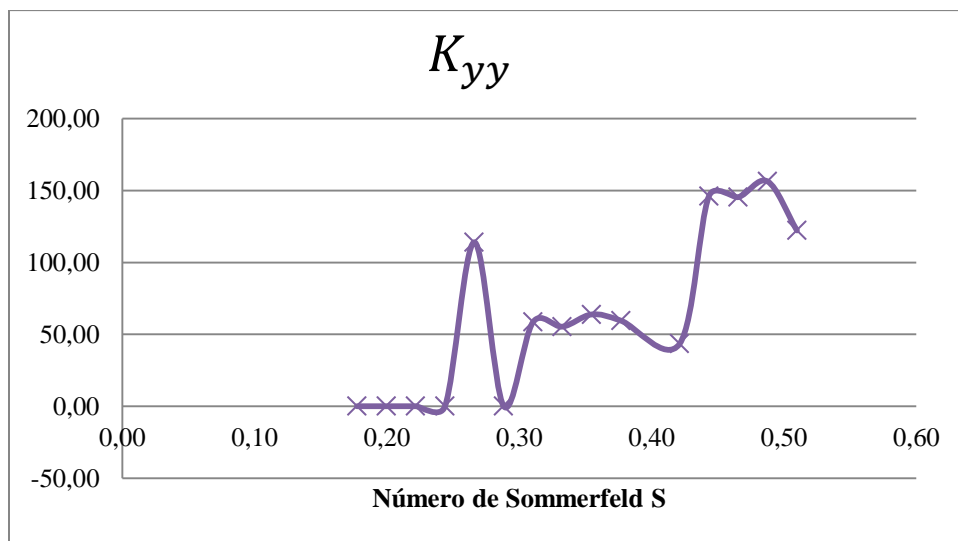


Figura 8-4: Variación de K_{yy} en función de la velocidad de rotación del eje.

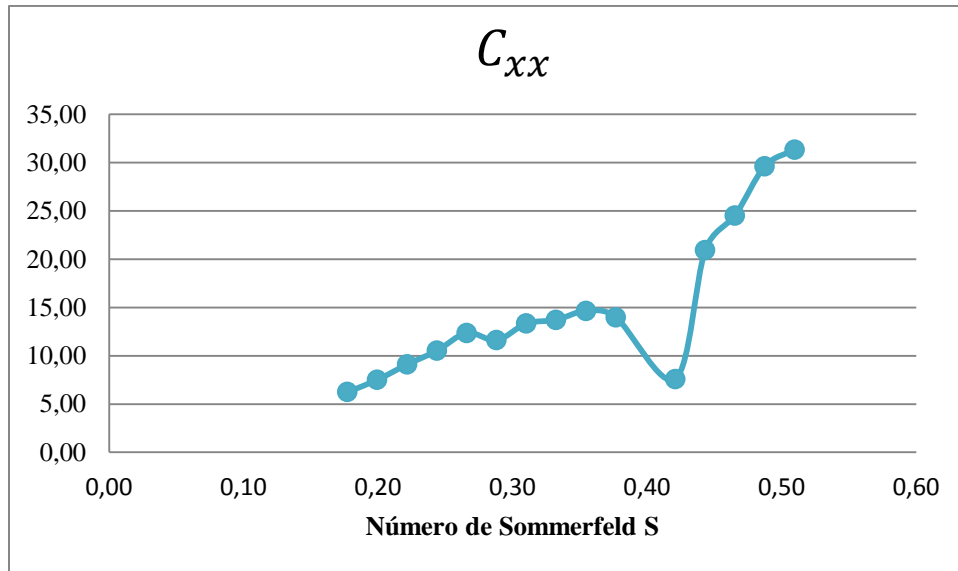


Figura 8-5: Variación de C_{xx} en función de la velocidad de rotación del eje.

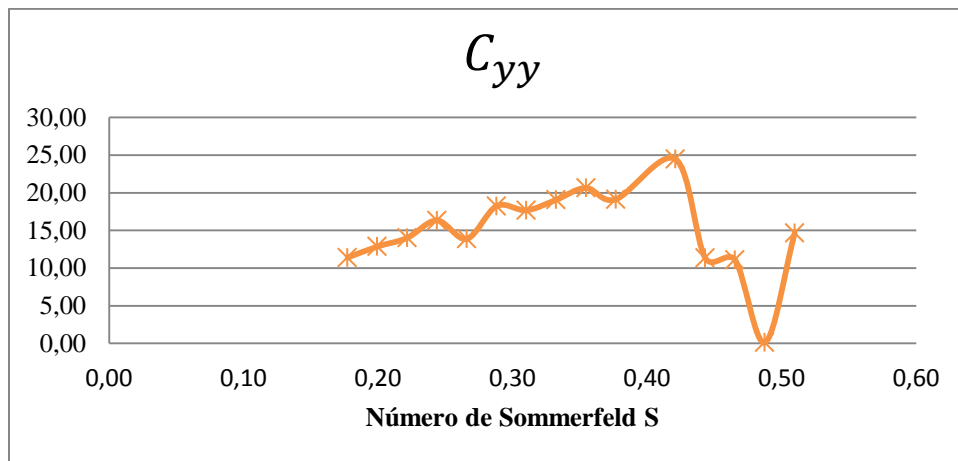


Figura 8-6: Variación de C_{yy} en función de la velocidad de rotación del eje.

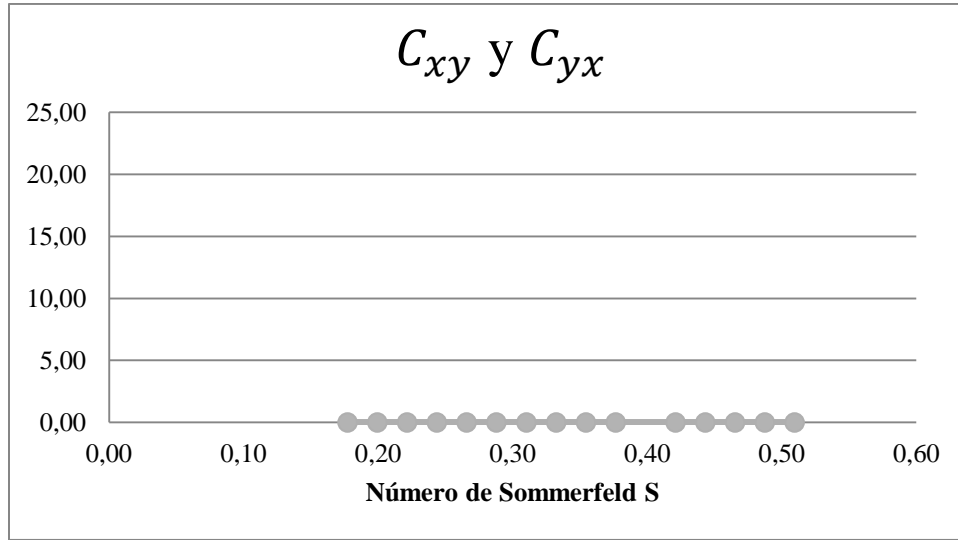


Figura 8-7: Variación de C_{xy} y C_{yx} en función de la velocidad de rotación del eje.

8.3.2.2 Discusiones

Para el caso de la rigidez en el eje x , como se muestra en las Figura 8-1 y Figura 8-2, se ve una disminución de la rigidez en función de la velocidad. La explicación de ello se debe a que la presión que ejerce el aceite sobre rotor sufre una caída por el incremento de su velocidad, respondiendo a la lo que se explica en los antecedentes del capítulo 2.5: Se tiene una fuerza resultante del aceite del descanso sobre el rotor en función de su excentricidad

$$f(\epsilon) = \frac{\pi D \Omega \eta L^3 \epsilon}{8c^2(1 - \epsilon^2)^2} \left(\left(\frac{16}{\pi^2} - 1 \right) \epsilon^2 + 1 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8-4)$$

A partir de ésta expresión, se demuestra en el mismo capítulo que la excentricidad ϵ disminuye con el aumento del número de Sommerfeld, como se ve en la Ilustración 2-9. Sea $\bar{f}(\epsilon) = \frac{8c^2 f(\epsilon)}{\pi D \Omega \eta L^3}$ las fuerzas resultantes adimensionalizadas en función de la excentricidad, se obtiene el gráfico mostrado en la Ilustración 8-1 de la página siguiente. Aquí se puede concluir que las fuerzas resultantes caen mientras aumenta la velocidad de giro del rotor por tendencia a centralizarse en el descanso. Como es menor la fuerza que se ejerce, entonces la rigidez tiende a reducirse de acuerdo a la relación

$$F = k \Delta x \quad (8-5)$$

Donde Δx es el desplazamiento del rotor dentro del descanso, el cual no varía sustancialmente en comparación a las otras dos variables.

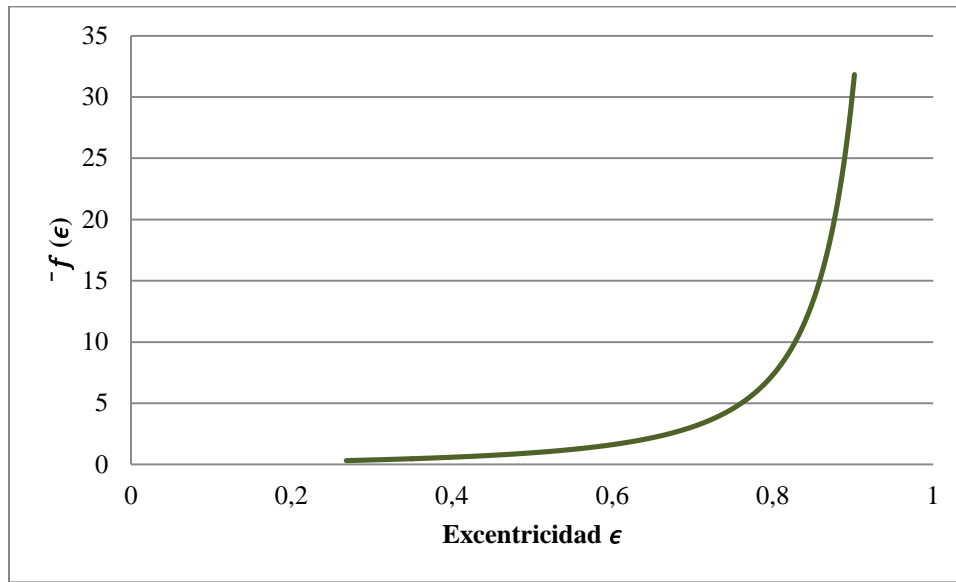


Ilustración 8-1: Fuerzas resultantes adimensionalizadas \bar{f} sobre el rotor en función de la excentricidad ϵ en el descanso.

Para el caso de las rigideces en el eje y , se observa que el rotor se mueve libremente en el eje x cuando se ejerce fuerza en y , por la baja rigidez cruzada que muestra el coeficiente K_{yx} . Para el caso de K_{yy} , a diferencia del caso en el eje x , aumenta la rigidez con el aumento de velocidad. Éste fenómeno puede deberse al efecto del peso que se ejerce el eje del rotor sobre el descanso.

En el caso del amortiguamiento, los coeficientes cruzados C_{xy} y C_{yx} son cercanos a cero, siendo coherentes con los resultados analíticos presentados en el capítulo 2.3. Respecto a los coeficientes directos C_{xx} y C_{yy} se tienen que aumentan, concordando con las solución analítica entregada en la Ilustración 2-11 del capítulo 2.3, pero con distinta magnitud. Ello se debe a que en éste caso hay aceite a presión en el descanso.

Hay que mencionar que al analizar todos los gráficos en ésta parte, todas las tendencias tienen un quiebre para un número de Sommerfeld cercano a $S = 0,4$, generando dos tipos de curvas, que tienen el mismo comportamiento pero con distintas magnitudes. Ello concuerda que para el mismo número de Sommerfeld al momento de tomar las mediciones experimentales, el rotor experimentaba la excitación de un modo de vibrar axial que no era detectado por los sensores que se poseían. Es probable que éstas vibraciones sean provocadas por el acople eje-motor, y que sea éstas las que generen un cambio en la tendencia de las curvas que forman los coeficientes de rigidez y amortiguamiento en función de la velocidad en el descanso hidrodinámico.

8.3.3 EFECTOS DE LA VARIACIÓN DE PRESIÓN DE ACEITE EN EL DESCANSO HIDRODINÁMICO EN LOS COEFICIENTES

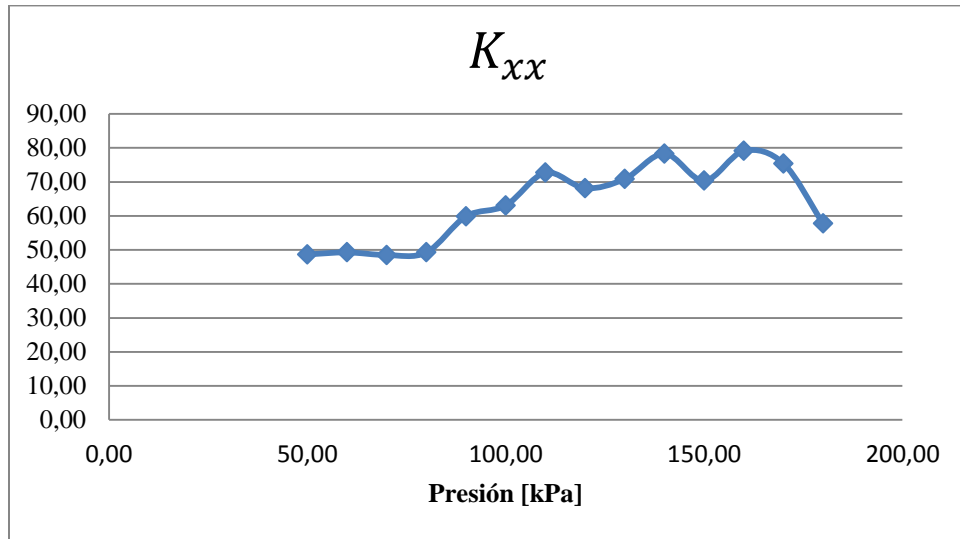


Ilustración 8-2: Variación de K_{xx} en función de la presión de aceite en el descanso hidrodinámico.

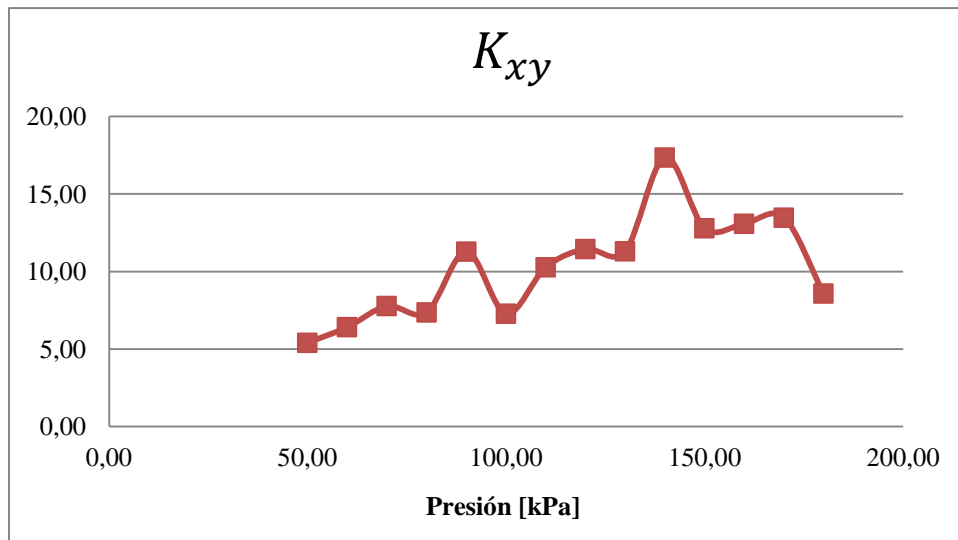


Figura 8-8: Variación de K_{xy} en función de la presión de aceite en el descanso hidrodinámico.

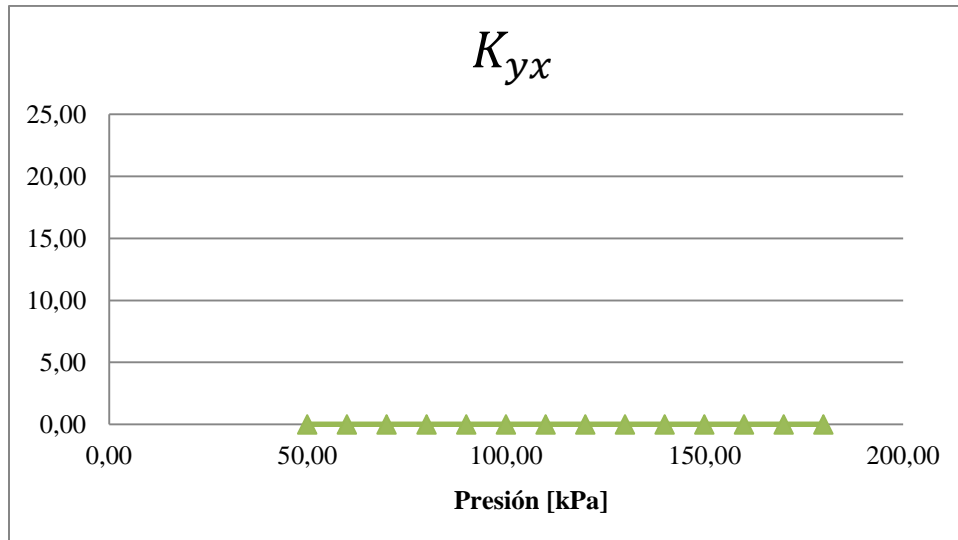


Figura 8-9: Variación de K_{yx} en función de la presión de aceite en el descanso hidrodinámico.

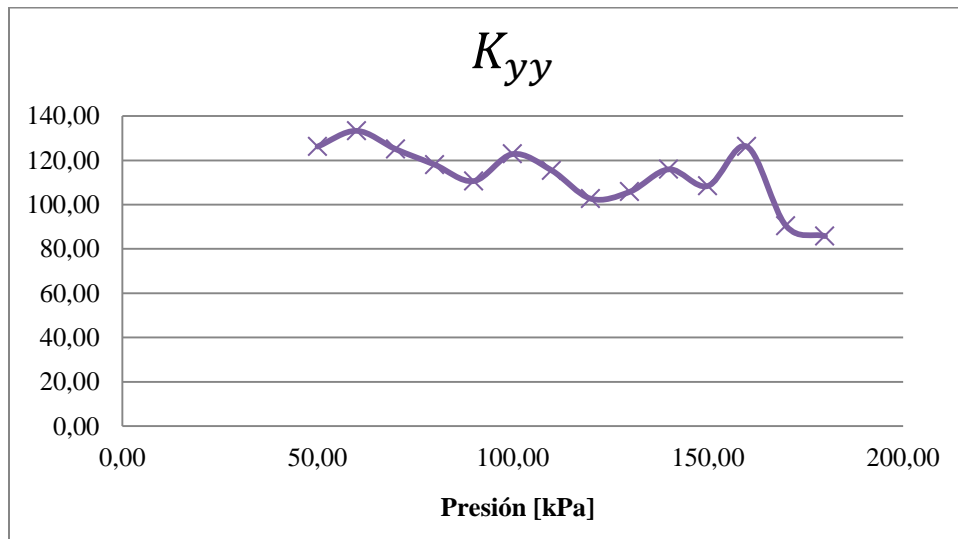


Figura 8-10: Variación de K_{yy} en función de la presión de aceite en el descanso hidrodinámico.

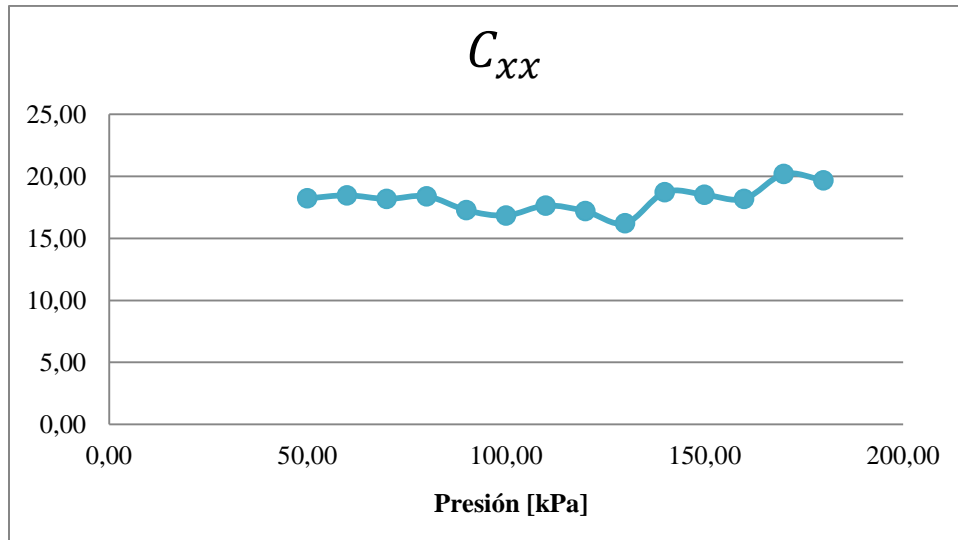


Figura 8-11: Variación de C_{xx} en función de la presión de aceite en el descanso hidrodinámico.

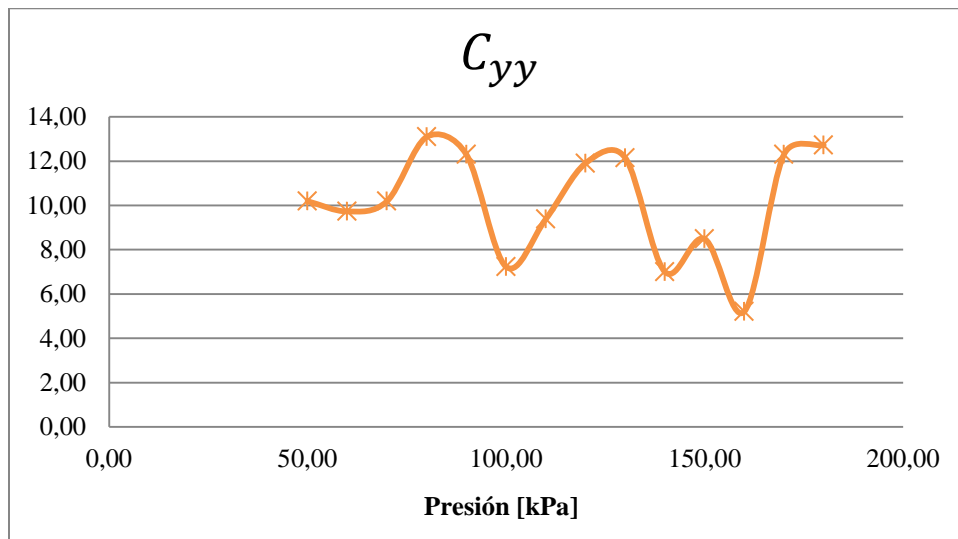


Figura 8-12: Variación de C_{yy} en función de la presión de aceite en el descanso hidrodinámico.

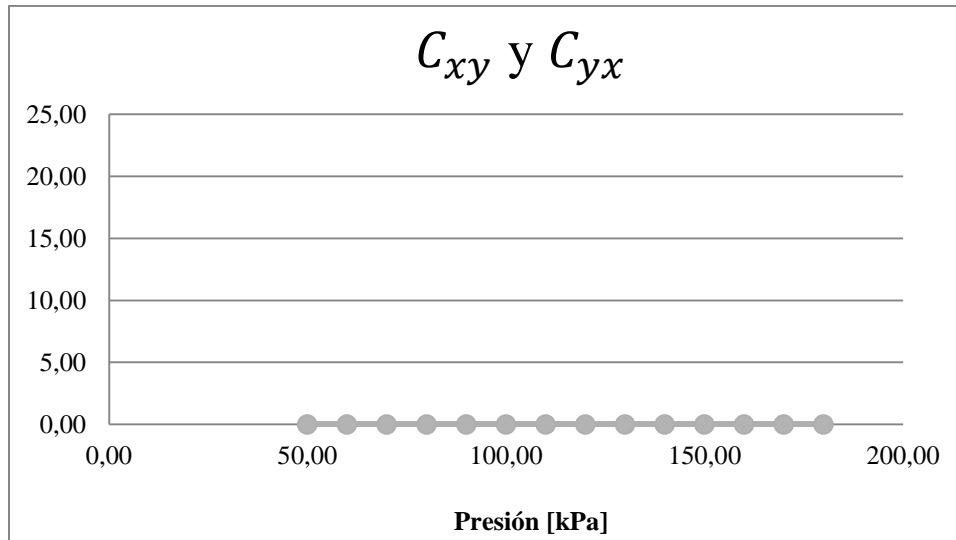


Figura 8-13: Variación de C_{xy} y C_{yx} en función de la presión de aceite en el descanso hidrodinámico.

8.3.3.1 Discusiones

Para el caso de los coeficientes de rigidez en el eje x , se tiene un aumento de presión en el descanso que genera un aumento de la rigidez en los coeficientes. Ello es porque un aumento de presión implica un aumento en la fuerza ejercida sobre el rotor, lo que conlleva a un aumento en la rigidez como se evidencia en la ecuación (8-5). En los coeficientes en el eje y , no se observa tendencia alguna, probablemente influido por la fuerza que ejerce el rotor sobre el descanso debido al peso.

Para los amortiguamientos, el coeficiente C_{xx} tiene un leve incremento, mientras que C_{yy} no tiene tendencia definida. Los coeficientes cruzados son casi nulos, siendo coherente con la teoría presentada en los antecedentes.

8.3.4 EFECTOS DE LA VARIACIÓN DE LA INTENSIDAD DE FUERZAS EXTERNAS ACTUANDO SOBRE EL EJE EN LOS COEFICIENTES

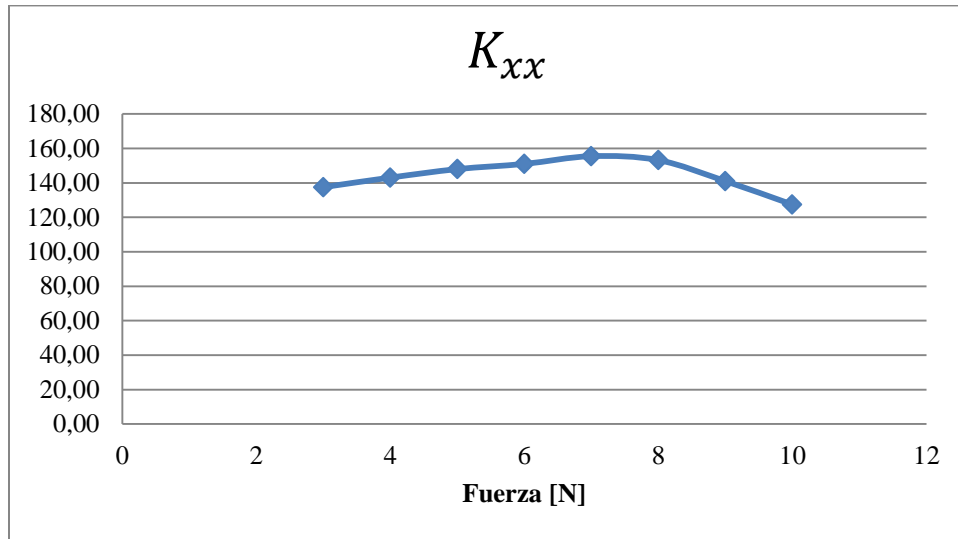


Figura 8-14: Variación de K_{xx} en función de la intensidad de las fuerzas actuando sobre el eje.

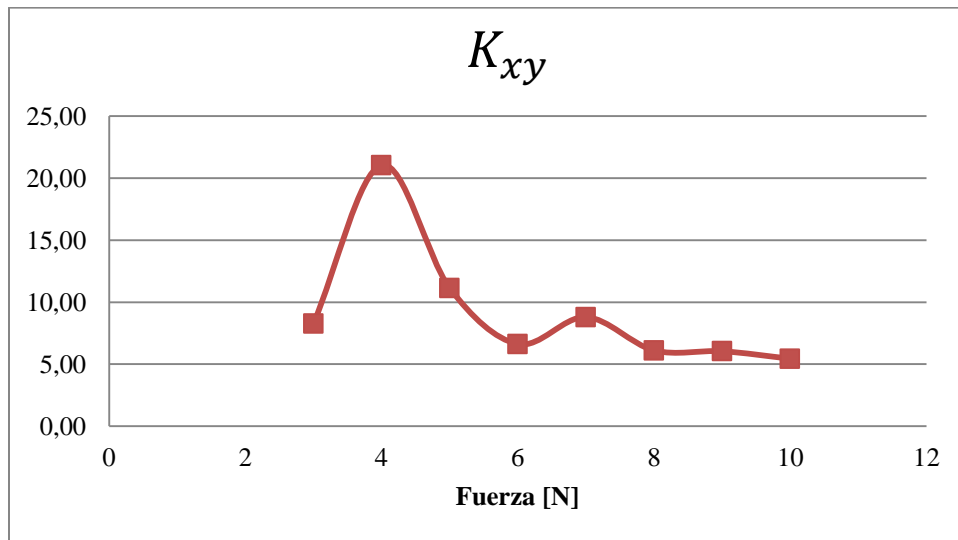


Figura 8-15: Variación de K_{xy} en función de la intensidad de las fuerzas actuando sobre el eje.

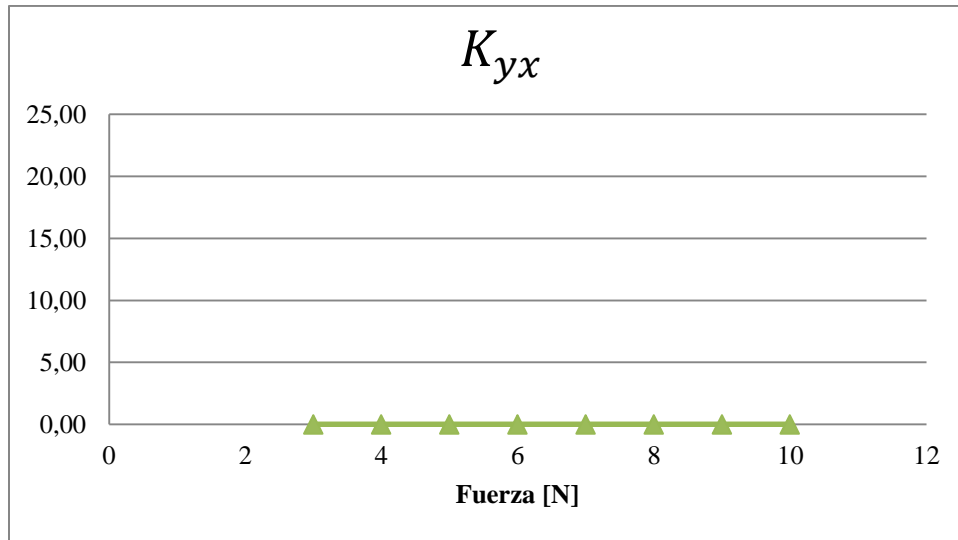


Figura 8-16: Variación de K_{yx} en función de la intensidad de las fuerzas actuando sobre el eje.

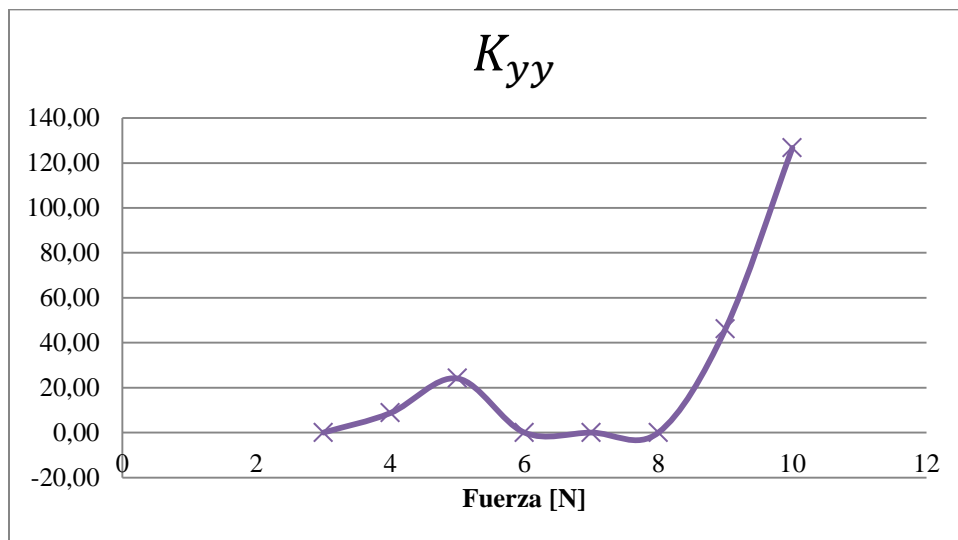


Figura 8-17: Variación de K_{yy} en función de la intensidad de las fuerzas actuando sobre el eje.

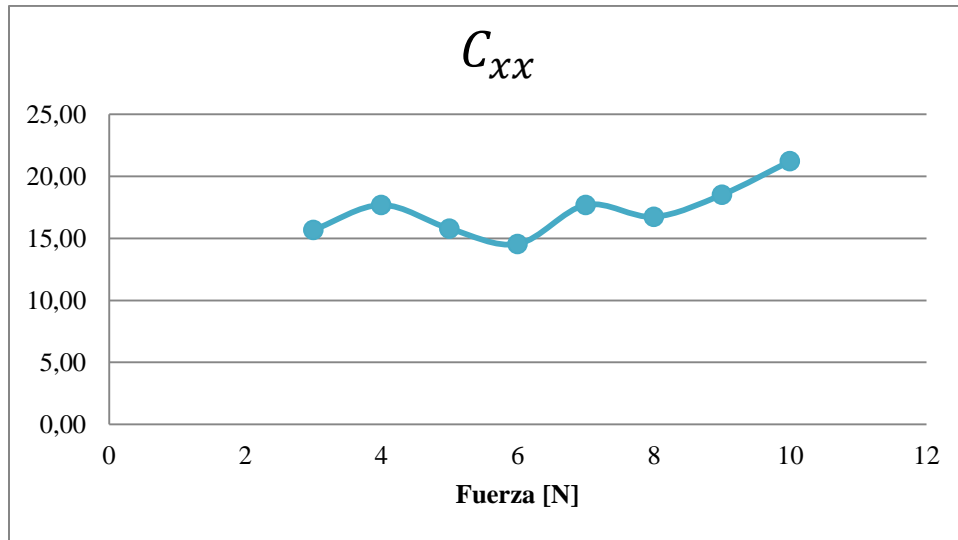


Figura 8-18: Variación de C_{xx} en función de la intensidad de las fuerzas actuando sobre el eje.

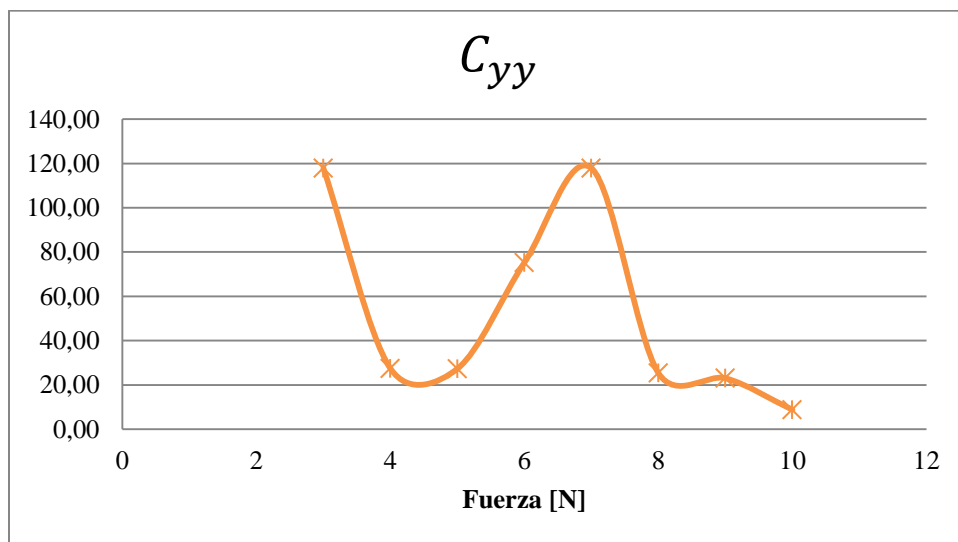


Figura 8-19: Variación de C_{yy} en función de la intensidad de las fuerzas actuando sobre el eje.

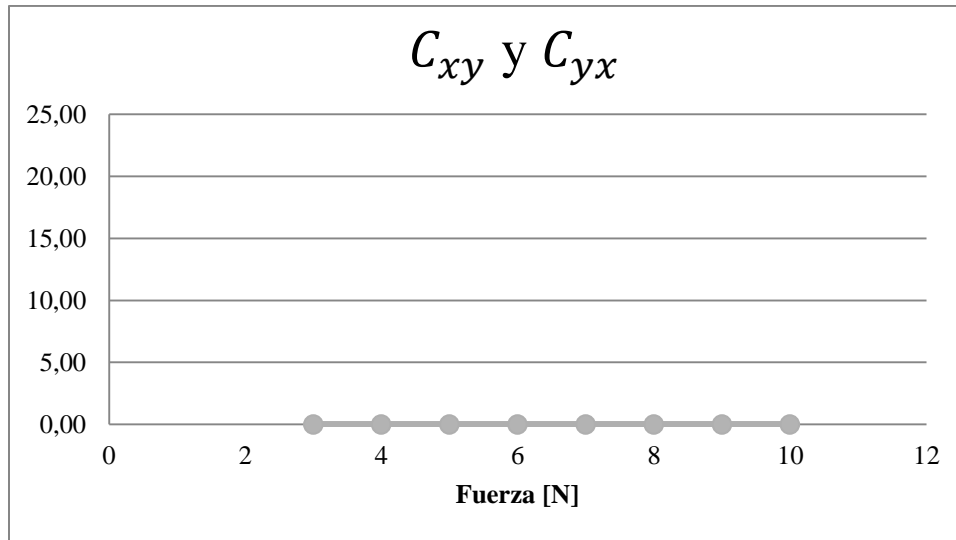


Figura 8-20: Variación de C_{xy} y C_{yx} en función de la intensidad de las fuerzas actuando sobre el eje.

8.3.4.1 Discusiones

Teóricamente, la variación de la magnitud de la fuerza no debiera afectar en los coeficientes de amortiguamiento y rigidez. Para el caso de K_{xx} , existe una pequeña variación parabólica, pero como no es muy pronunciada, se podría deducir que el efecto de la intensidad de la fuerza no es tan influyente. Para los coeficientes cruzados K_{xy} y K_{yx} no existe una tendencia definida, pero para K_{yy} si hay una marcada tendencia al alza para fuerzas mayores a $8N$ que debe ser considerada.

Se observa que para C_{xx} hay un incremento en su valor en función de la fuerza. Ello es probable que ocurra por un consecuente aumento de presión y responda a lo discutido en el capítulo 8.3.3.1. Para los coeficientes de amortiguamiento cruzados, los valores son cercanos a cero como en los otros casos, siendo coherente con los modelos analíticos.

8.3.5 EFECTOS DE LA VARIACIÓN DE LA FRECUENCIA DE FUERZAS EXTERNAS ACTUANDO SOBRE EL EJE EN LOS COEFICIENTES

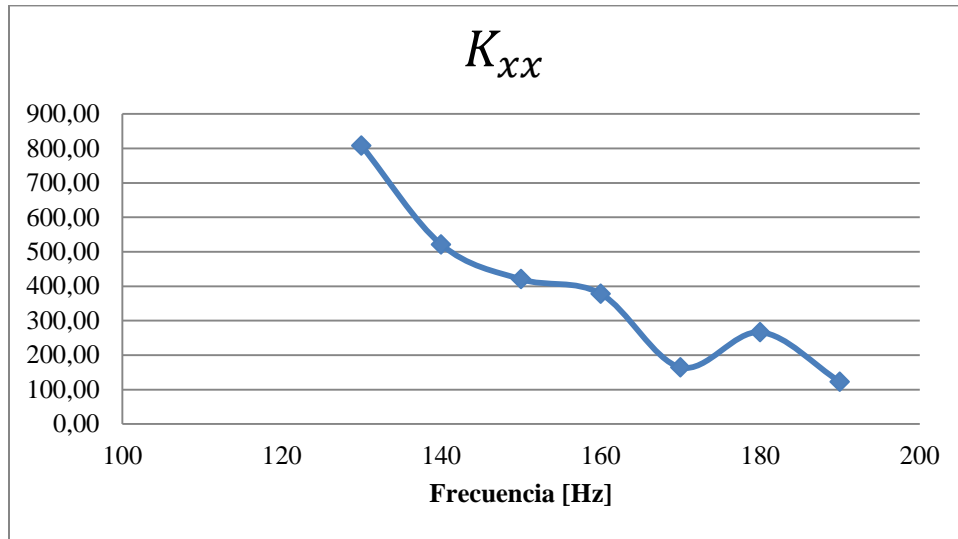


Figura 8-21: Variación de K_{xx} en función de la frecuencia de las fuerzas actuando sobre el eje.

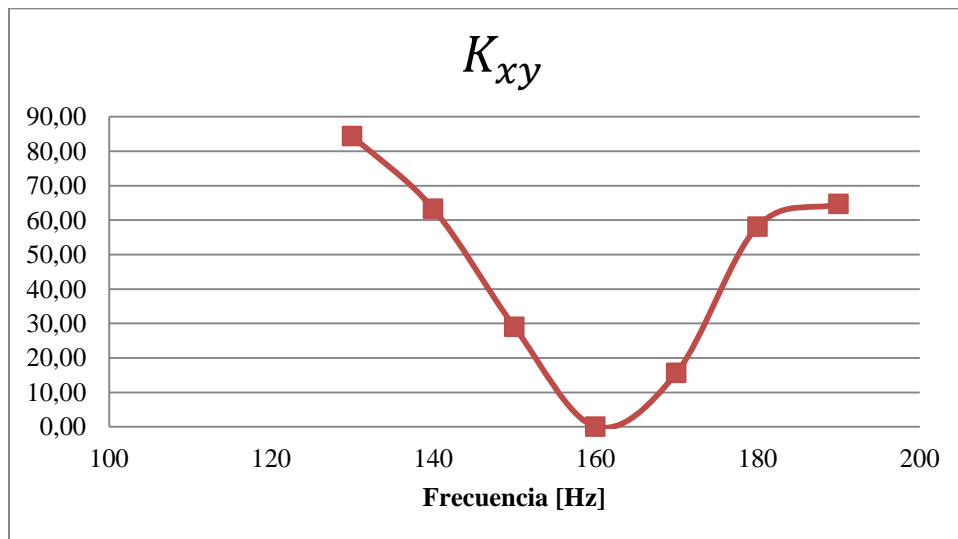


Figura 8-22: Variación de K_{xy} en función de la frecuencia de las fuerzas actuando sobre el eje.

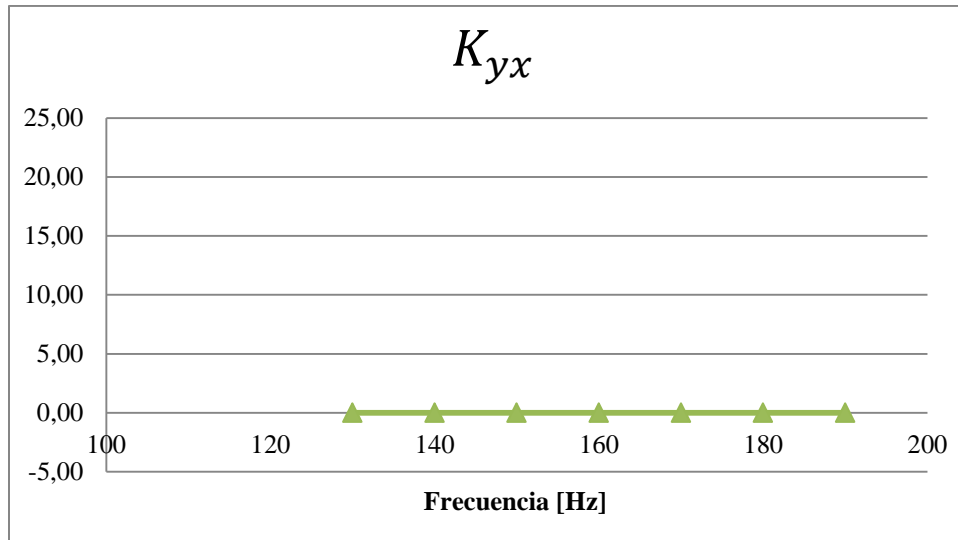


Figura 8-23: Variación de K_{yx} en función de la frecuencia de las fuerzas actuando sobre el eje.

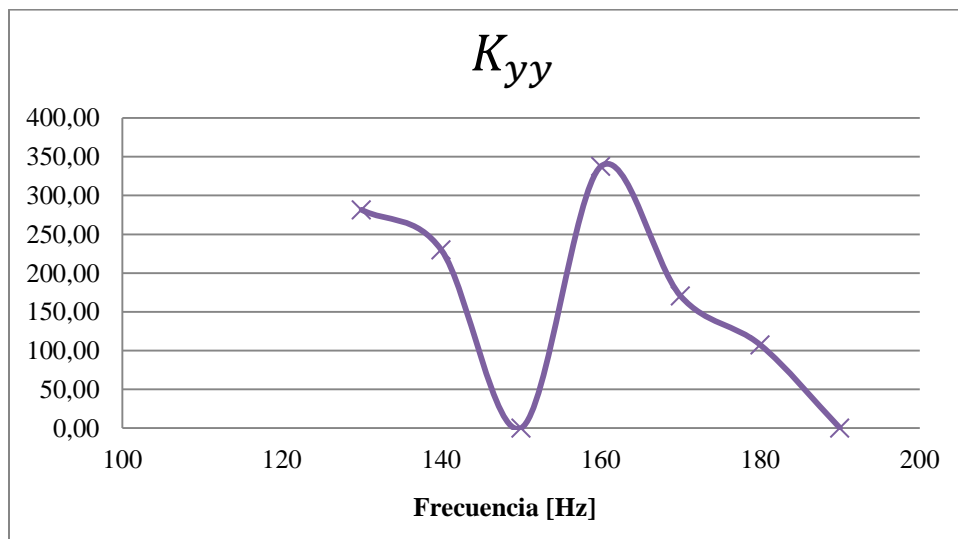


Figura 8-24: Variación de K_{yy} en función de la frecuencia de las fuerzas actuando sobre el eje.

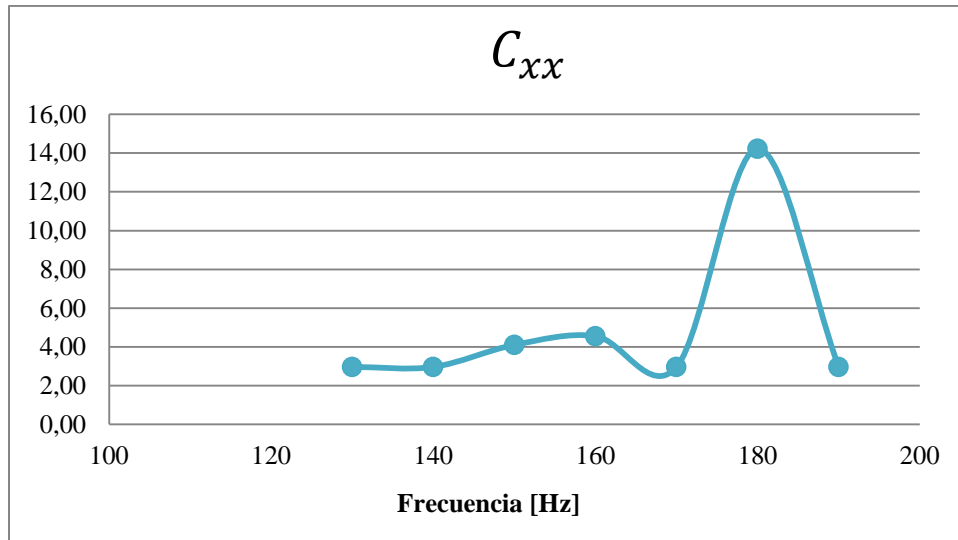


Figura 8-25: Variación de C_{xx} en función de la frecuencia de las fuerzas actuando sobre el eje.

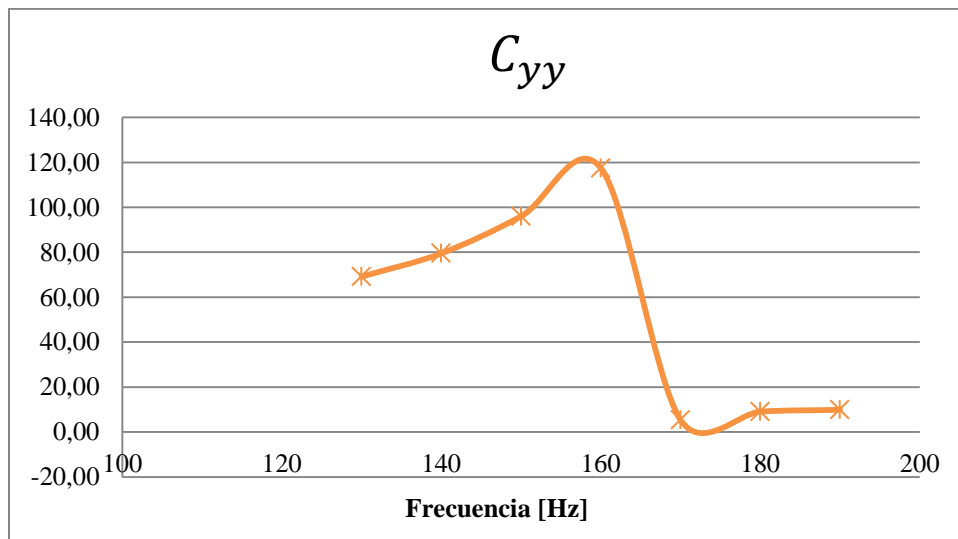


Figura 8-26: Variación de C_{yy} en función de la frecuencia de las fuerzas actuando sobre el eje.

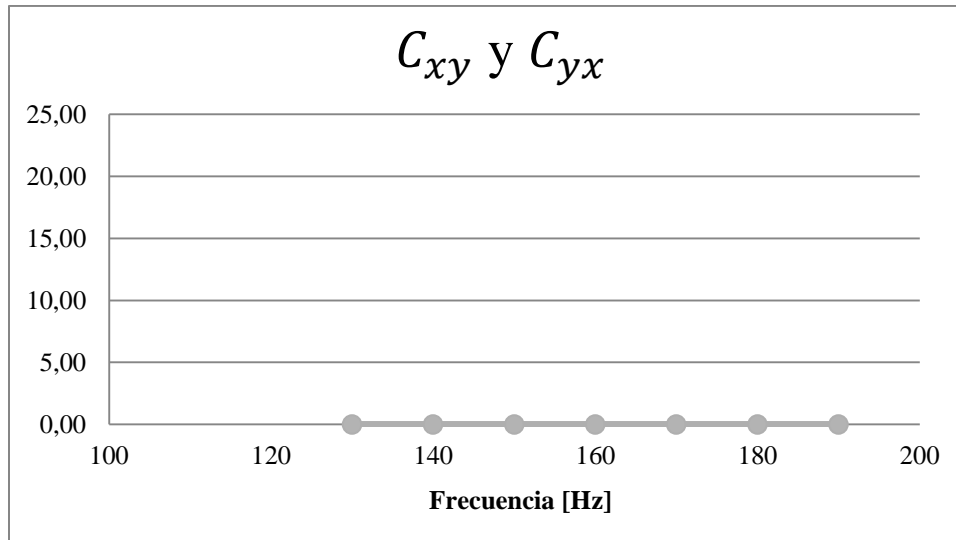


Figura 8-27: Variación de C_{xy} y C_{yx} en función de la frecuencia de las fuerzas actuando sobre el eje.

8.3.5.1 Discusiones

En el caso de las rigideces, para los coeficientes directos se observa una disminución cuando aumenta la frecuencia. Teóricamente no debiera afectar ésta variable en la rigidez, pero el comportamiento del film de aceite sugiere que si existe una dependencia de la frecuencia en el descanso hidrodinámico, al igual que con los coeficientes de amortiguamiento directos, que tienen a aumentar.

8.4 VALIDACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

Como se mencionó anteriormente, los resultados son validados con un modelo fluidodinámico ya publicado. Se compararon cuatro mediciones, en las cuales solo se varía el número de Sommerfeld. Los procedimientos de obtención de los coeficientes de amortiguamiento y rigidez para éste caso se detalla en el capítulo 7. La adimensionalización de los parámetros del modelo se realiza con el procedimiento explicado en el capítulo 8.3.1. Para ambos casos, los parámetros operacionales como velocidad, presión de aceite, magnitud y frecuencia de las fuerzas y velocidad de rotación del rotor son exactamente los mismos.

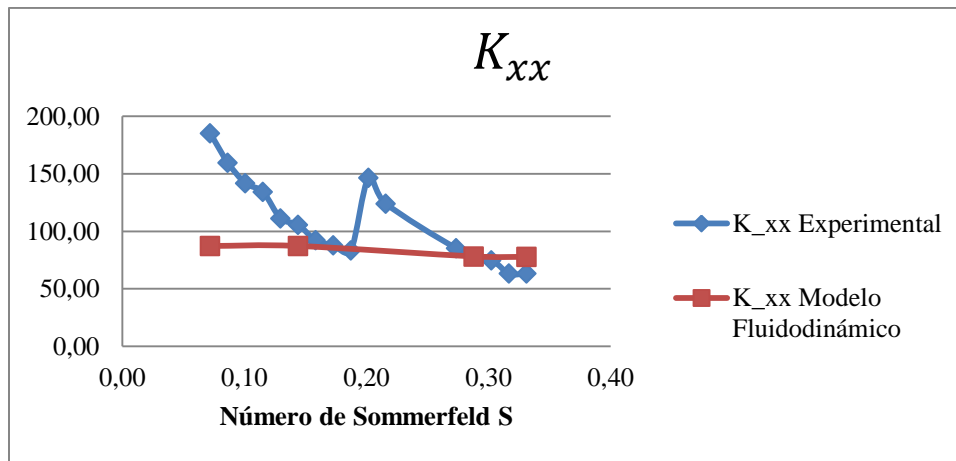


Figura 8-28: Comparación de K_{xx} entre modelo experimental y fluidodinámico.

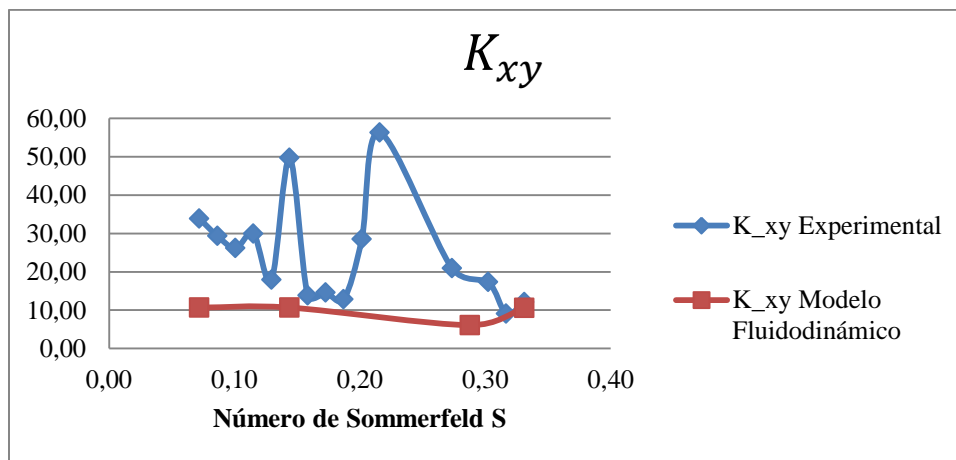


Figura 8-29: Comparación de K_{xy} entre modelo experimental y fluidodinámico.

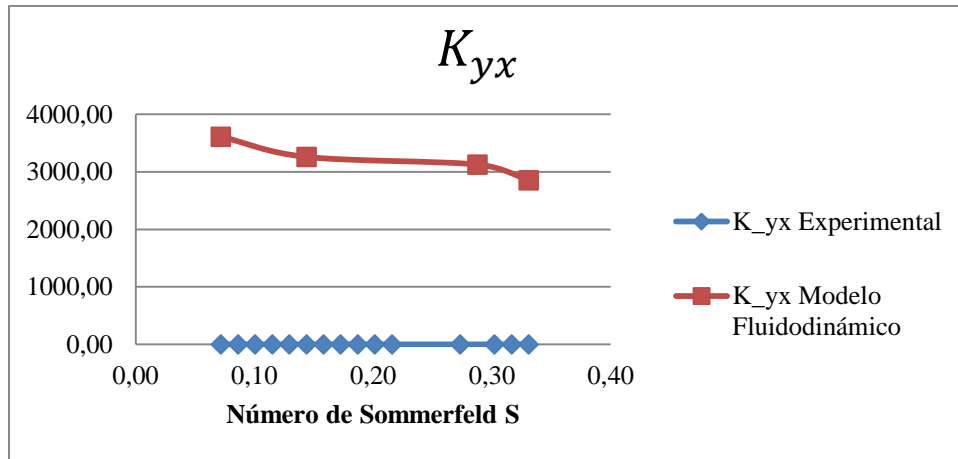


Figura 8-30 Comparación de K_{yx} entre modelo experimental y fluidodinámico.

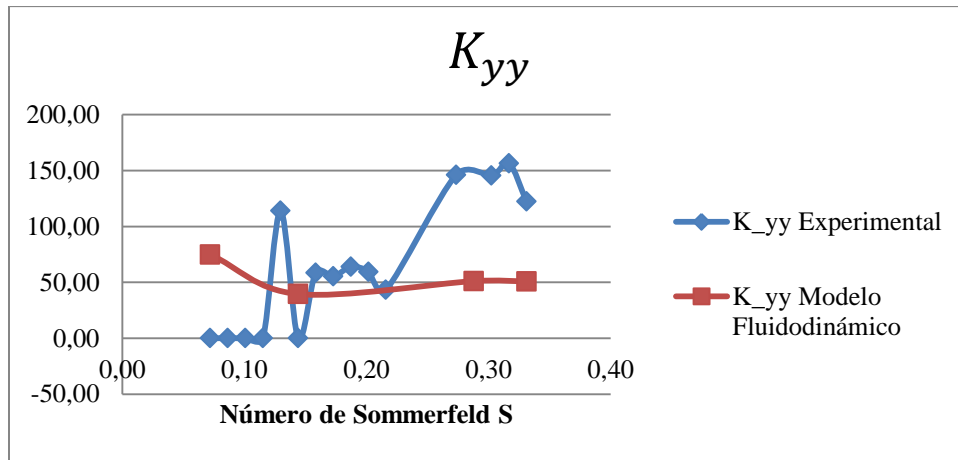


Figura 8-31: Comparación de K_{yy} entre modelo experimental y fluidodinámico.

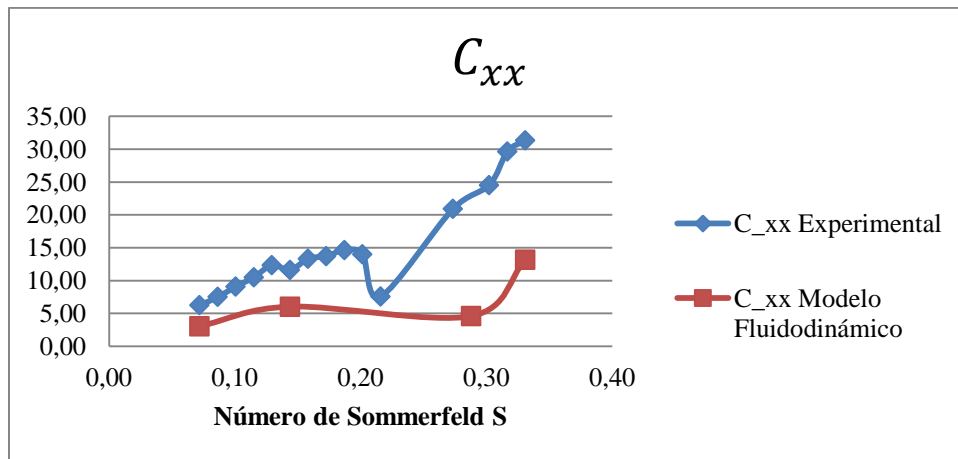


Figura 8-32: Comparación de C_{xx} entre modelo experimental y fluidodinámico.

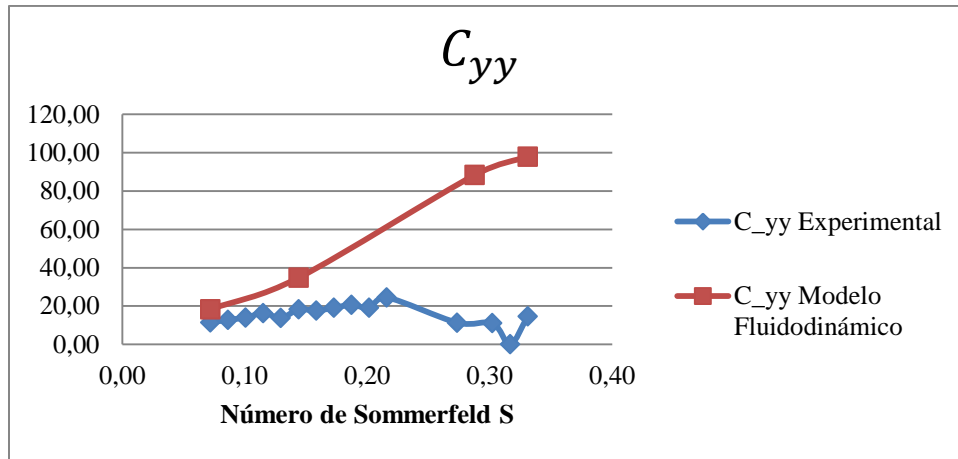


Figura 8-33: Comparación de C_{yy} entre modelo experimental y fluidodinámico.

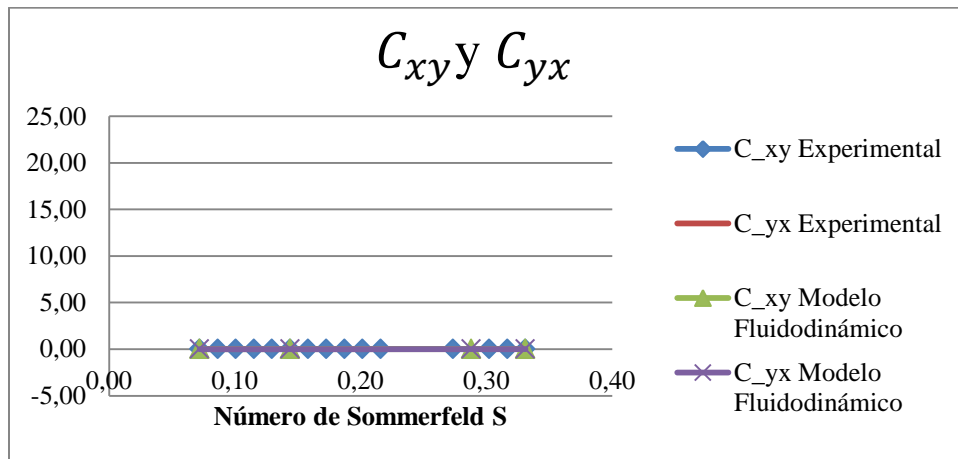


Figura 8-34: Comparación de C_{xy} y C_{yx} entre modelo experimental y fluidodinámico.

8.4.1 DISCUSIONES

Se puede ver que hay concordancias entre el modelo experimental y del modelo fluidodinámico. Los órdenes de magnitud son coherentes entre sí y las curvas tienen en la mayoría de los casos las mismas tendencias, pero aun así se pueden apreciar algunas diferencias, como por ejemplo la marcada tendencia en los coeficientes de rigidez experimentales en comparación a los fluidodinámicos. Otro aspecto que llama la atención es que para K_{yx} en un caso es casi nulo, y en el otro es muy alto respecto a todos los coeficientes obtenidos. Pese a ello, los resultados son aceptables, y las diferencias se pueden deber a algunos aspectos, como por ejemplo:

- El modelo fluidodinámico representa un rotor rígido, lo que baja la precisión respecto a resultados reales.
- El aceite del rotor experimental sufre variaciones en su temperatura tanto en su paso por la bomba de aceite como en el descanso mismo producto del roce, lo que cambia sus propiedades, aspecto que no considera el modelo fluidodinámico.
- El modelo fluidodinámico no considera la flexibilidad de la carcasa del descanso.

9 CONCLUSIONES

En general, el comportamiento de los fluidos es bastante complejo de modelar debido a la cantidad de factores que influyen. Para éste caso, la cantidad de variables que hay involucradas hacen bastante complejo ajustar un modelo preciso para predecir el comportamiento de un descanso hidrodinámico. Si bien se obtuvieron algunos resultados y tendencias en éste trabajo, los limitados y estrechos rangos de parámetros experimentales que se ensayaron solo permitieron visualizar algunas tendencias en casos específicos. Pese a ello, los resultados son satisfactorios al ser validados con un modelo fluidodinámico ya publicado.

El método para obtener parámetros es robusto, pues se logra hacer converger las soluciones a óptimos globales y estables con costos computacionales reducidos, tras una exhaustiva selección de algoritmos y parámetros de optimización para encontrar los coeficientes que mejor se adaptan a los problemas propuestos.

El montaje experimental resultó funcionar bastante bien. Las únicas observaciones que existen es que faltó capturar algunos datos que pudieron haber sido relevantes para encontrar los parámetros, como lo son la temperatura del aceite, que aumentaba con la cantidad de uso de la bomba de aceite del descanso hidrodinámico y las vibraciones axiales, como se discute en el capítulo 8.3.2.2. Como no se poseían ni las componentes ni los sensores apropiados para capturar esos datos, solo se realizaron observaciones cualitativas.

El modelo numérico utilizado con elementos finitos tuvo un nivel de precisión bueno. Logró modelar el movimiento del rotor bajo distintas condiciones de operación. La ubicación de los nodos permitió que la cantidad de elementos necesarios hayan sido reducidos, lo que permitió un costo computacional algo más reducido. Su validación fue satisfactoria, pues el valor de la primera frecuencia natural de vibrar era bastante cercana a la del rotor real, como se demuestra en el capítulo 4.1.2. Solo faltó ingresar algunas variables como grados de libertad axiales, los coeficientes de rigidez y amortiguamiento en grados de libertad de rotación, pero como experimentalmente no era posible medirlos, se optó por simplificar el modelo y despreciarlos.

El uso de algoritmos genéticos para encontrar los parámetros fue el más idóneo para aplicar la metodología de identificación de parámetros, pues técnicas como éstas favorecen la convergencia en óptimos globales. El problema en que se aplicó éste método en sí posee una gran cantidad de mínimos locales, que para técnicas de optimización como del gradiente hubiera sido bastante complejo converger en soluciones únicas y óptimas. El uso de cuatro poblaciones en paralelo por cada problema resuelto fue decisivo al momento de hacer converger las soluciones de un mismo problema a valores constantes y óptimos.

En cuanto a los resultados, si bien se realizaron las pruebas en estrechos rangos de parámetros operacionales, mostraron en algunos casos interesantes tendencias y comportamientos en cada problema. En el caso de la variación de velocidad, se observan claras variaciones de rigidez y amortiguamiento, que es muy probable que ocurran por la reducción de la excentricidad o centralización del eje en el descanso a medida que aumenta la velocidad. Un aspecto que llama la atención que tras alcanzar un modo de vibrar axial del eje al regular las velocidades del rotor, el cual fue detectado visualmente al momento de tomar los datos por la falta de los sensores adecuados, las tendencias de casi todos los

coeficientes de amortiguamiento y rigidez cambiaban en su magnitud pero no es su comportamiento, dividiendo los resultados en dos partes por cada coeficiente, como se discute en el capítulo 8.3.2.

Para el caso de la presión hay variaciones en la rigidez del descanso, por lo que es un parámetro determinante si se quiere regular el comportamiento dinámico de éstas componentes. Se observa que un aumento en la presión de aceite aumenta la rigidez del descanso y aumenta levemente su amortiguamiento.

Para el caso de la variación de fuerza y la frecuencia de su aplicación, teóricamente su variación no debiera cambiar ni la rigidez ni el amortiguamiento. Para el primer caso en que se varía la intensidad, los efectos en los coeficientes no son muy marcados ni muestran tendencias bien definidas, no así la variación de frecuencia, que claramente se observa que un aumento de ésta disminuye la rigidez en el descanso y tiende a aumentar el amortiguamiento.

Como se discutió, son un gran número de variables que hay que cuidar al momento de diseñar y operar estas componentes. Es de vital importancia entender como se comportará el descanso hidrodinámico frente a la variación de cualquier parámetro operacional, como lo son los que se han estudiado en éste trabajo, pues una mala manipulación u omisión de algún aspecto, puede terminar con graves consecuencias para los equipos que los usen y hasta poner en riesgo la integridad y vida de las personas.

Para trabajos futuros en éste tema, hay que considerar la variación de temperatura del aceite del descanso y las vibraciones axiales, las cuales podrían ser despreciadas haciendo el ajuste correspondiente al acople del motor con el rotor. También, para obtener resultados más precisos, se debieran considerar los grados de libertad en rotación en el descanso y elaborar un modelo de rotor no lineal.

10 BIBLIOGRAFÍA

- Bently Nevada, Inc. (2012). *Operation and Maintenance Manual*. Nevada.
- Childs, D. (1993). *Turbomachinery Rotordynamics: Phenomena, Modeling & Analysis*. Texas: Jhon Wiley & Sons, INC.
- Friswell, M. P. (2010). *Dynamics of Rotating Machines*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Goldberg, D. D. (1991). *A comparative analysis of selection schemes used in genetic algorithms*. Urbana.
- Hamrock, B. S. (2004). *Fundamentals of Fluid Film Lubrication*. Marcel Dekker, NJ.
- Kim, Y. Y. (2006). Bearing parameter identification of rotor–bearing system. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 493–506.
- Kingsbury, Inc. (2010). *A General Guide to the Principles, Operation and Troubleshooting of Hydrodynamic Bearings*. Philadelphia: HB.
- Lalanne, M. F. (1998). *Rotordynamics Prediction in Engineering*. Chichester: : John Wiley & Sons.
- MATLAB. (2008). *Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox 2: User Guide*. Natick: The MathWorks.
- Meruane, V. (2006). *Identificación Numérico Experimental de Parámetros en descansos Hidrodinámicos*. Santiago: Universidad de Chile.
- Meruane, V. (2010). *Damage detection based upon modern experimental and numerical dynamic analysis techniques for mechanical structures*. Leuven: Katholieke Universiteit Leuven.
- Meruane, V. (2013). *Dinámica Estructural, Apuntes Para el Curso ME-706*. Santiago: Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Chile.
- Meruane, V. (2013). *Vibraciones Mecánicas, Apuntes para el Curso ME-4701*. Santiago: Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Chile.
- Meruane, V. P. (2008). Identification of nonlinear dynamic coefficients in plain journal bearings. *Tribology International*, 743-754.
- Rao, J. (1983). *Rotor Dynamics*. New Delhi, India: John Wiley & Sons.
- Salas, L. B. (2012). *Determinación numérica de coeficientes dinámicos no lineales de un descanso hidrodinámico cilíndrico*. Santiago: Universidad de Chile.
- Zhao, S. X. (2005). Stability and response analysis of symmetrical single-disk flexible rotor-bearing system. *Tribology International*, 749-756.

Zhao, S. Z. (2005). Experimental identification of linear oil-film coefficients using least-mean-square method in time domain. *Journal of Sound and Vibration*, 809-825.

ANEXO A

Para encontrar la solución de una ecuación de movimiento para estados estacionarios, se realiza el siguiente procedimiento. Sea la siguiente ecuación de movimiento para un sistema excitado a una frecuencia Ω :

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = [F(t)] \quad (\text{A-1})$$

El desplazamiento y la fuerza se puede escribir como

$$x(t) = X_s \sin(\Omega t) + X_c \cos(\Omega t) \quad (\text{A-2})$$

$$F(t) = f_s \sin(\Omega t) + f_c \cos(\Omega t) \quad (\text{A-3})$$

Diferenciando el desplazamiento se obtiene

$$\dot{x}(t) = \Omega X_s \cos(\Omega t) - \Omega X_c \sin(\Omega t) \quad (\text{A-4})$$

$$\ddot{x}(t) = -\Omega^2 X_s \sin(\Omega t) - \Omega^2 X_c \cos(\Omega t) \quad (\text{A-5})$$

Remplazando (A-2), (A-4) y (A-5) en (A-1)

$$[M](-\Omega^2 X_s \sin(\Omega t) - \Omega^2 X_c \cos(\Omega t)) + [C](\Omega X_s \cos(\Omega t) - \Omega X_c \sin(\Omega t)) + [K](X_s \sin(\Omega t) + X_c \cos(\Omega t)) = f_s \sin(\Omega t) + f_c \cos(\Omega t) \quad (\text{A-6})$$

La ecuación (A-6) se debe cumplir $\forall t$, en particular para $t = 0$ y $t = \frac{\pi}{2}\Omega$. Eso implica que

$$[M](-\Omega^2 X_c) + [C](\Omega X_s) + [K](X_c) = f_c \quad (\text{A-7})$$

$$[M](-\Omega^2 X_s) + [C](-\Omega X_c) + [K](X_s) = f_s \quad (\text{A-8})$$

Reordenando

$$([K] - \Omega^2[M])X_c + \Omega[C]X_s = f_c \quad (\text{A-9})$$

$$([K] - \Omega^2[M])X_s - \Omega[C]X_c = f_s \quad (\text{A-10})$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} [K] - \Omega^2[M] & \Omega[C] \\ -\Omega[C] & [K] - \Omega^2[M] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ X_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_c \\ f_s \end{bmatrix} \quad (\text{A-11})$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} X_c \\ X_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [K] - \Omega^2[M] & \Omega[C] \\ -\Omega[C] & [K] - \Omega^2[M] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [f_c] \\ [f_s] \end{bmatrix} \quad (\text{A-12})$$

Encontrando los valores de X_c y X_s y replazándolos en (**A-2**) se encuentra la solución $x(t)$ del sistema en estado estacionario.