

# Distribuciones de tamaño de burbujas en celdas de flotación de laboratorio e industrial y modelación del efecto de las variables de operación<sup>(\*)</sup>

G. Vallebuona\*, A. Casali\*, F. Rodríguez\* y D. Endara\*

## Resumen

En este trabajo, se caracteriza la distribución de tamaño de burbujas en una celda de flotación, tanto a escala industrial como a escala de laboratorio. En los casos experimentales, los tamaños de burbuja se miden vía análisis de imágenes obtenidas en un dispositivo de toma de muestras y sus distribuciones se expresan en superficie. Las distribuciones de tamaño se representan con un modelo único, equivalente en su estructura para todas las pruebas, tanto industriales como de laboratorio, cambiando sólo sus parámetros. En el caso industrial, utilizando distribuciones reportadas en la literatura y datos obtenidos experimentalmente, se ajusta el modelo propuesto con coeficientes de correlación superiores al 84 %. En el laboratorio, se modela los efectos que las variables operacionales  $J_g$  y  $N_S$ , tienen sobre los parámetros del modelo ( $d_{50}$  y  $l$ ). Del trabajo a escala laboratorio se concluye que combinaciones de  $N_S$  y  $J_g$  producen diferentes distribuciones de tamaños de burbujas.

## Palabras clave

Distribución de tamaño de burbujas. Flotación. Modelación. Muestreo de burbujas.

# Bubbles size distribution in mechanical flotation cells at laboratory and industrial scale and modeling of the effects of the operating variables

## Abstract

In this work, bubble size distribution in a flotation cell, in both industrial and laboratory scale, are characterized. Experimentally, bubbles are sampled, their sizes are measured using image analysis and their distributions are expressed by surface. The distributions are represented with a unique model structure for all tests, either in industrial or laboratory scale, only with different values in the parameters model. In the industrial case, with data reported in the literature as well as with experimental data obtained by the authors, the proposed model is fitted with correlation coefficients higher than 84 %. In the lab, the effects of the operational variables  $J_g$  and  $N_S$  on the parameters  $d_{50}$  and  $l$  are modeled. From the experimental study at laboratory scale it is possible to conclude that combinations of  $N_S$  and  $J_g$  allow producing different bubble size distributions.

## Keywords

Bubble size distribution. Flotation. Modeling. Bubbles sampling.

## 1. INTRODUCCIÓN

En las celdas de flotación, la dispersión del gas en finas burbujas puede expresarse por diversos indicadores: tamaño de burbuja ( $d_B$ ), fracción de volumen retenido de gas ( $e_g$ ), velocidad superficial de gas ( $J_g$ ) y el flujo de superficie de burbujas por unidad de área transversal de la celda ( $S_b$ ). De las variables mencionadas,  $J_g$  corresponde al flujo volumétrico de gas inyectado a la celda, dividido por el área transversal de la misma y es, por tanto, una variable con la cual se puede actuar sobre el proceso. Las demás variables, en particular

para las celdas con agitación mecánica, son el resultado tanto del flujo de gas como del tipo y velocidad del agitador y de las condiciones de la flotación (en particular del tipo y dosis de espumantes). La capacidad de transporte de partículas flotables dependerá, fundamentalmente, de la superficie de gas disponible y en ella influye tanto la cantidad de gas como la distribución de tamaños de burbujas.

Los factores físicos que pueden afectar la dispersión de la fase gaseosa en la celda de flotación son la velocidad del agitador, el tipo de agitador y el flujo de gas, como también el diseño del reactor. Una muy

\* Departamento de Ingeniería de Minas, Universidad de Chile, Av. Tupper 2069, Santiago – Chile. E-mail: gvallebu@ing.uchile.cl.

importante contribución al estudio de este aspecto es la contenida en las investigaciones hechas por Gorain *et al.*<sup>[1]</sup> en celdas mecánicas convencionales. Según estos autores, los diámetros de burbujas producidos por el agitador no son lo único que altera la dispersión del gas. Son igualmente importantes la fracción de volumen retenido de gas y la forma de la distribución de tamaño de burbujas, ya que juntos determinan cuánta superficie de burbujas está disponible para que las partículas sean flotadas.

De todas las variables de la dispersión del gas, es el tamaño de burbuja y más precisamente, la distribución de tamaño de burbujas en la celda, la variable más relevante. Esto, porque un mismo tamaño característico ( $d_B$ ) puede corresponder a distintas distribuciones de tamaño, las cuales causarán distintos efectos en la flotación, por ejemplo, por distintas proporciones de burbujas gruesas y finas. Para la medición de tamaños de burbuja existe tanto la medición directa, mediante el analizador UCT<sup>[2]</sup> y mediante muestreo y análisis de imágenes<sup>[3-8]</sup> como la estimación a partir de mediciones de la fracción de volumen retenido y análisis de flujos<sup>[9]</sup> o a partir de mediciones de flujo de gas y de modelos para el flujo de superficie de burbujas por unidad de área<sup>[10]</sup>.

Entre los métodos disponibles, destacan aquellos que emplean muestreo y técnicas de visualización y análisis de imágenes, siendo su base el desarrollado por Chen *et al.*<sup>[3]</sup>. En efecto, Grau y Heiskanen<sup>[11]</sup> proponen un nuevo instrumento de medición denominado HUT, basado en el sugerido por Chen *et al.* que incorpora, también, algunas de las características prácticas del analizador UCT. Grau y Heiskanen estudian, usando el HUT, el efecto de condiciones operacionales tales como la velocidad del agitador y el flujo de aire sobre las propiedades de la dispersión de gas. Los autores concluyen que el flujo de superficie de burbujas por unidad de área producido en celdas de flotación agitadas mecánicamente podría estar limitado a un intervalo estrecho, con un límite superior bastante bajo<sup>[11]</sup>. Girgin *et al.*<sup>[12]</sup> realizan un estudio similar con una celda de laboratorio autoaspirada, encontrando que el tamaño de burbuja se incrementa con la velocidad del agitador, debido al incremento asociado del flujo de gas.

Un aporte muy importante lo constituye el trabajo de Gómez *et al.*<sup>[13]</sup> en el que, utilizando el instrumento de medición presentado por Chen *et al.*<sup>[3]</sup>, en una versión modificada para su utilización a escala industrial, miden y analizan distribuciones de tamaños de burbujas en máquinas de flotación de diferentes plantas concentradoras. Los resultados obtenidos permiten apreciar el efecto del flujo de aire y el efecto del diseño del agitador sobre el tamaño de burbujas, representado por los tamaños

característicos  $d_{32}$  y  $d_{10}$  (tamaño medio de la distribución en número). Los autores destacan<sup>[13]</sup> que el tamaño de burbuja afecta al proceso de flotación y que mejoras en el proceso estarán asociadas a cuán efectivamente se dispersa el gas y se controla el tamaño de burbujas.

En trabajos previos<sup>[6 y 7]</sup> se realizan pruebas experimentales en una celda de laboratorio con aire inyectado, determinando la distribución de tamaños de burbujas mediante muestreo y análisis de imágenes. Se afirma que, como la flotación es un fenómeno superficial, la distribución de tamaños de burbujas sería mejor representada mediante una distribución de superficie en vez de una distribución en número como se realiza en otros trabajos. Las distribuciones encontradas se modelan mediante una ecuación que representa bien la distribución acumulada en superficie bajo el tamaño, en todas las pruebas consideradas.

Como continuación natural de los trabajos mencionados se estudia, en primer lugar, la aplicabilidad del modelo de distribución de tamaños de burbujas encontrado, no sólo a escala de laboratorio, donde se desarrolla<sup>[6 y 7]</sup>, sino también a escala industrial. Posteriormente, y nuevamente en una celda de flotación de laboratorio, trabajando a diversas condiciones de flujo de aire y de agitación, se busca establecer las relaciones entre los parámetros del modelo y dichas condiciones operacionales, con el fin de estudiar su posible variación y sensibilidad.

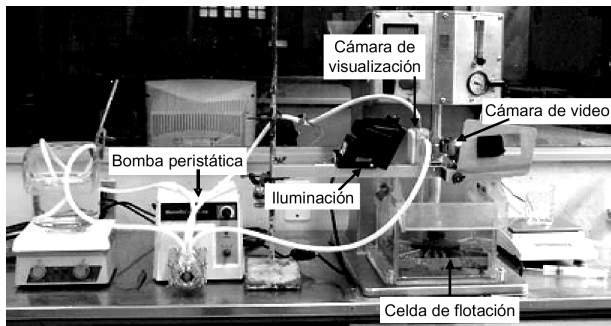
## 2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Dada la realización de pruebas, tanto a escala industrial como a escala de laboratorio, es preciso establecer procedimientos específicos para cada caso.

### 2.1. Pruebas a escala de laboratorio

Se realiza un total de 14 pruebas de flotación primaria en las que se mide la distribución de tamaño de burbujas para distintas condiciones de operación (flujo de aire, agitación, tipo y dosis de espumante). Para las pruebas se utiliza una celda de flotación de laboratorio (Labtech ESSA, 5 litros, aire inducido, discontinua) que se muestra en la figura 1 y mineral de sulfuros de cobre proveniente de la División Andina de CODELCO-Chile. El mineral tiene una ley de Cobre de 1,14 %, que se encuentra en un 96 % como calcopirita y en un 4 % como calcosina.

Las pruebas de flotación primaria se realizan en condiciones estándar, con los reactivos empleados en faena: colector Aero“ promoter 3894 (42,4 g/t) y

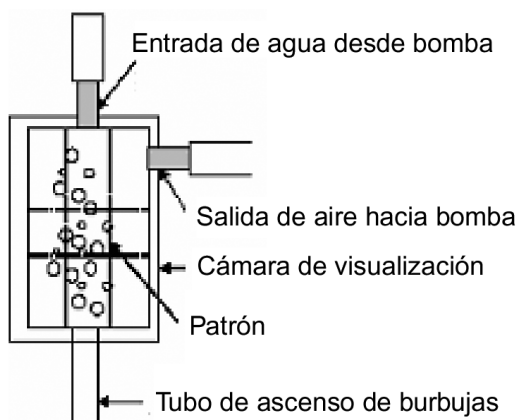


**Figura 1.** Equipo experimental de laboratorio

*Figure 1. Laboratory experimental equipment.*

cal como regulador para un pH de 10,5. Se trabaja con un porcentaje de sólidos en peso de 31,4 % y acondicionamiento de 5 min. En las pruebas, se varía el flujo de aire en cuatro niveles: 9,5, 17,2, 24,9 y 29,6 l/min (en condiciones estándar de presión y temperatura), la velocidad de agitación en cuatro niveles: 400, 420, 430 y 460 rpm y se utilizan dos tipos de espumante: Aerofroth<sup>®</sup> 70 (variando la dosis en cuatro niveles: 24,0, 30,1, 33,1 y 36,1 g/t) o Dow 200 (variando la dosis en cuatro niveles: 37,4, 41,2, 44,9 y 48,7 g/t).

Para la medición del tamaño de burbujas se utiliza un dispositivo de toma de muestras (Fig. 2) basado en el diseño de Gómez *et al.*<sup>[13]</sup>. El equipo está constituido por un tubo de vidrio (8 mm de diámetro interior, 17,5 cm de largo) y una cámara de visualización construida en vidrio (5,2 cm de ancho, 7,2 cm de alto y 3,5 cm de profundidad), llena con agua con espumante del mismo tipo y dosis que el usado en la flotación, cuya finalidad es permitir la filmación en un



**Figura 2.** Esquema del dispositivo de toma de muestra de burbujas a escala de laboratorio.

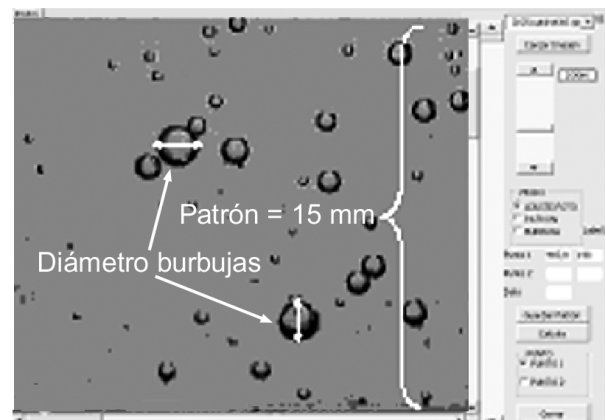
*Figure 2. Bubble sampler at laboratory scale.*

video de las burbujas que por ella pasan y que provienen de la celda de flotación. En esta cámara y tallado en el vidrio se encuentra un cuadrado de 1,5 cm de lado, que sirve como patrón de medición. Además, el medidor se encuentra conectado a una bomba peristáltica (Fig. 1) a través de 2 mangueras, la superior se utiliza para llenar el visualizador con la mezcla de agua con espumante, mientras que la lateral permite extraer el aire acumulado después del ingreso de las burbujas.

Como consecuencia de la introducción del medidor en la celda, comienza a producirse un ascenso de burbujas a través del mismo, las que son filmadas en el momento en que pasan por la cámara de visualización. Esto puede mantenerse por máximo 60 s ya que, tras el ascenso de burbujas cargadas, estas desplazan al agua en la superficie y el mineral se desprende tras alcanzar la interfase, enturbando la cámara de visualización. Se obtiene entonces un video del cual se capturan un cierto número de imágenes (30 cuadros/s) para concretar la medición (Fig. 3). La velocidad y el tiempo máximo de la filmación limitan, entonces, el video útil a un máximo de 800 cuadros.

Tras procesar las imágenes, se determinan los tamaños de las burbujas presentes en cada prueba, los que se deben corregir por la diferencia de presiones que hay entre la celda (punto de muestreo) y la cámara de visualización (punto de filmación), suponiendo burbujas esféricas y comportamiento de gas ideal<sup>[6]</sup>. El factor de corrección así obtenido resulta igual a 0,995.

Con los tamaños corregidos, se agrupa por clases de tamaño y se cuenta el número de burbujas por clase. Se determina, entonces, la correspondiente distribución de tamaños en número de burbujas ( $f_{10}$ , fracción retenida en el tamaño  $i$ ). Dada la naturaleza superficial del fenómeno de la flotación, se procede a



**Figura 3.** Imagen capturada desde video.

*Figure 3. Image from video.*

determinar, a partir de la distribución en número, la distribución en superficie de burbujas ( $f_{i2}$ ).

Además de las consideraciones de velocidad y tiempo de filmación, se debe descartar de una manera sistemática los cuadros iniciales, por falta de equilibrio, que, como se aprecia en la figura 4, en este caso abarca los primeros 120 cuadros. Ambos límites generan el número total de cuadros disponibles.

Sin embargo, como la velocidad de ascenso de burbujas es más lenta que la toma de cuadros, es necesario realizar el estudio de un protocolo de muestreo de cuadros que garantice tanto la representatividad de la información como el evitar que una misma burbuja se mida y cuente más de una vez. A través de una inspección cuadro a cuadro de los videos se determina que, para evitar medir más de una vez la misma burbuja, el análisis debe realizarse como máximo a 1 de cada 6 cuadros, es decir, a 5 cuadros/s.

Para el procesamiento de las imágenes, dado que por cada video se tiene aproximadamente 680 cuadros utilizables (eliminando los 120 cuadros iniciales del período transitorio y los posteriores al cuadro 800 donde se pierde la visibilidad), se procedió a determinar un protocolo de muestreo que permita determinar la cantidad mínima de imágenes que constituyan una muestra representativa.

Si se considera a todas las burbujas como partículas a caracterizar granulométricamente, es posible aplicar el teorema de muestreo de Pierre Gy<sup>[14]</sup> para determinar el número de burbujas que constituyen una muestra representativa. Reemplazando las condiciones particulares del sistema en estudio y simplificando la ecuación original, es posible establecer<sup>[15]</sup> la ecuación (1), para el muestreo de cuadros, como sigue:

$$S_{FE}^2 = \left( \frac{1}{n_b} - \frac{1}{N_b} \right) \left( \frac{1}{f_i} - 2 \right) \quad (1)$$

donde:

$S_{FE}^2$ : varianza del error fundamental.

$N_b$ : número total de burbujas en el lote.

$n_b$ : número de burbujas en la muestra.

$f_i$ : % de partículas del lote de la clase  $i$ .

$i$ : clase granulométrica de interés.

Se considera que, para un muestreo aceptable, la varianza del error fundamental no debe exceder un 2 %; que el valor de  $f_i$  para distribuciones de burbuja en superficie es del orden del 1 % y que se determina que en promedio existen 64 burbujas por cuadro, lo que considerando los 680 cuadros disponibles (800 menos los 120 iniciales) da un valor de 43.500 burbujas para  $N_b$ . En estas condiciones, despejando el tamaño de la muestra  $n_b$  (Ec. (1)), se obtiene que  $n_b$  debe ser 4.400 burbujas, lo que implica, a 64 burbujas por cuadro, muestrear cada 10 cuadros.

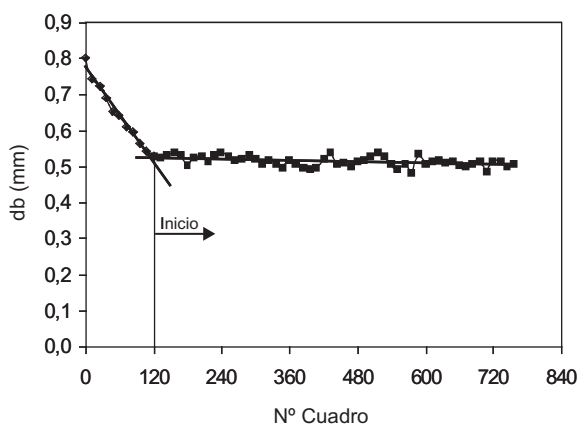
## 2.2. Pruebas a escala industrial

Las pruebas a escala industrial se realizaron en la planta de flotación de la división El Soldado de Anglo American Chile, ubicada a 132 km al noroeste de Santiago de Chile. Esta faena trata 15.000 t/d de mineral sulfurado de cobre con una ley media del orden del 1 % Cu.

El dispositivo para caracterizar la distribución de tamaño de burbujas, utilizado en la Planta, es similar al utilizado en el laboratorio pero a una escala mayor, salvo que por el gran volumen de líquido contenido en el nuevo visualizador se prescinde del difusor de calor, puesto que la fuente lumínica no alcanza a afectar la temperatura del líquido.

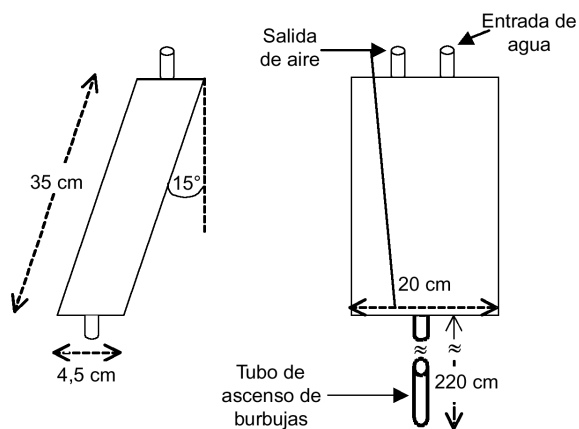
Para dimensionar el dispositivo de toma de muestras, tanto de la cámara de visualización como del tubo de ascenso de burbujas, se consideran tres aspectos: recomendaciones dadas por Gómez *et al.*<sup>[13]</sup>, referidas a las dimensiones del tubo colector y su relación con el espesor del visualizador; las dimensiones de la celda industrial donde se realiza la prueba y factores de delimitación de muestreo. De esta manera, se obtienen las dimensiones que se muestran en la figura 5, destacando que el tubo de ascenso de burbujas debe ser de 1,3 cm de diámetro y de 220 cm de largo (130 cm bajo la interfase pulpa – espuma).

Las experiencias de planta son similares a las de laboratorio. Las grabaciones de video son de 1 min de duración desde que ingresa la primera burbuja al visualizador, ya que las burbujas, en el caso de la planta, demoran casi 10 s en llegar. La extensión de la



**Figura 4.** Períodos transitorio y estacionario durante la captura de imágenes.

*Figure 4. Transitory and stationary periods during the video.*



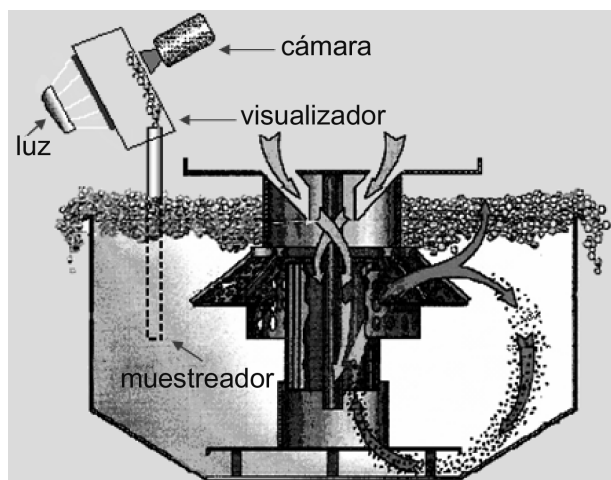
**Figura 5.** Dispositivo de toma de muestras de burbujas, a escala industrial.

*Figure 5. Bubble sampler at industrial scale.*

grabación corresponde a lo utilizado en el laboratorio. La celda de flotación muestreada corresponde a una celda Wemco de 3.000 ft<sup>3</sup> (85 m<sup>3</sup>). El dispositivo de toma de muestras se ubica en las diagonales de la celda, a 130 cm de cada pared y a 180 cm del centro de la celda, con el fin de evitar la interferencia entre el sombrero de la celda y el tubo de ascenso de burbujas, tal y como se muestra en la figura 6.

### 3. VALIDACIÓN A ESCALA INDUSTRIAL

En trabajos previos<sup>[6 y 7]</sup> las distribuciones encontradas en pruebas realizadas a escala de laboratorio, se



**Figura 6.** Disposición del equipo experimental en una celda industrial Wemco.

*Figure 6. Experimental set-up in a Wemco industrial flotation cell.*

modelan mediante la ecuación (2), que representa bien la distribución acumulada en superficie bajo el tamaño, en todas las pruebas consideradas. El modelo encontrado corresponde a:

$$Fu_2(x) = 100 \exp \left( -0,693 \left( \frac{x}{d_{50}} \right)^{-\lambda} \right) \quad (2)$$

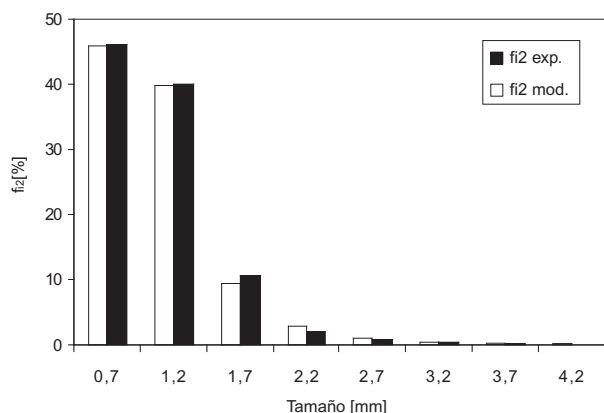
donde,  $d_{50}$  es un parámetro que corresponde al tamaño bajo el cual se encuentra el 50 % de la superficie de burbujas y  $\lambda$  es un parámetro que representa en ancho de la distribución.

Como continuación natural de los trabajos mencionados, se requiere estudiar la validez del modelo encontrado, no sólo a escala de laboratorio<sup>[6 y 7]</sup>, sino que también a escala industrial. Para estos efectos se procede de dos maneras distintas: ajuste de distribuciones encontradas por otros autores y reportadas en la literatura y mediante el empleo de un dispositivo dimensionado para realizar pruebas en planta, como se describe en el punto 2.2 de este trabajo.

### 3.1. Validación con datos a escala industrial de la literatura

Para validar el modelo representado por la ecuación 2, se procede a recopilar distribuciones de tamaño de burbujas establecidas en la literatura, que correspondan a mediciones en celdas de flotación realizadas a escala industrial con sistemas trifásicos (mineral-agua-aire). Se busca, expresamente, evitar el uso de distribuciones medidas en sistemas bifásicos (agua-aire), que abundan en la literatura, por considerar que la ausencia de mineral modifica las condiciones experimentales, así como también enmascara la dificultad de medición, en relación a lo que se encuentra en la realidad industrial.

El primer set de datos utilizado corresponde al trabajo de Gómez *et al.*<sup>[13]</sup>. En este trabajo, realizado por el grupo de procesamiento de minerales de la Universidad de McGill de Canadá, los autores presentan las distribuciones de tamaño de burbujas obtenidas en una celda industrial con un dispositivo de su invención, como parte de una campaña experimental en planta. Los datos experimentales corresponden a una distribución en volumen,  $f_{i3}$ , y, tras su transformación a una distribución en superficie,  $f_{i2}$ , mediante la ecuación (3), se ajustan con el modelo (Ec. (2)), obteniéndose una correlación  $R^2$  de 0,999. El ajuste realizado se muestra en la figura 7 y los parámetros del modelo se presentan en la tabla I.



**Figura 7.** Distribución de tamaño de burbujas: experimental de Gómez *et al.*<sup>[13]</sup> y modelada.

*Figure 7. Bubbles size distribution: Gomez et al.<sup>[13]</sup> and estimated values.*

**Tabla I.** Resumen de resultados de validación del modelo a escala industrial

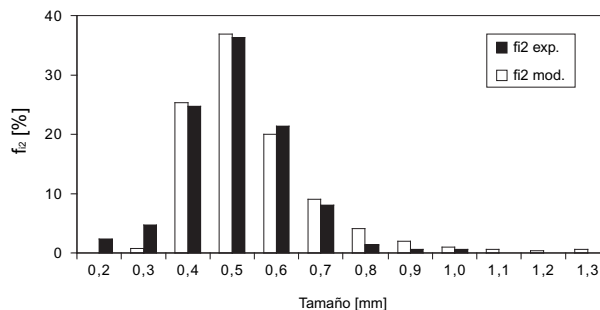
*Table I. Model validation results at industrial scale*

Origen de datos	$d_{50}$ mm	$l$	$R^2$
Gómez <i>et al.</i> <sup>[13]</sup>	1,03	4,0	0,999
Gorain <i>et al.</i> <sup>[1]</sup>	0,63	5,6	0,979
Planta El Soldado	1,37	1,9	0,841

$$f_{i2} = \frac{x_i^{-1} f_{i3}}{\sum x_i^{-1} f_{i3}} \quad (3)$$

donde,  $x_i$  corresponde al tamaño medio de burbujas en la clase  $i$ .

El segundo set de datos utilizado corresponde al trabajo de Gorain *et al.*<sup>[1]</sup>. En este trabajo, realizado por el grupo de procesamiento de minerales del JK Mineral Research Centre de Australia, los autores presentan las distribuciones de tamaño de burbujas obtenidas en una celda industrial de flotación de cinc provista de un agitador Outokumpu (OK), midiendo los tamaños con el empleo del analizador U.C.T. y su muestreador de burbujas asociado<sup>[15]</sup>. Los datos experimentales corresponden a una distribución en volumen,  $f_{i3}$ , y, tras su transformación a una distribución en superficie,  $f_{i2}$ , mediante la ecuación (3), se ajustan con el modelo (Ec. (2)), obteniéndose una correlación  $R^2$  de 0,979. El ajuste realizado se muestra en la figura 8 y los parámetros del modelo se presentan en la tabla I.



**Figura 8.** Distribución de tamaño de burbujas: experimental de Gorain *et al.*<sup>[1]</sup> y modelada. Flujo de aire de 16,5 l/s y agitación de 225 rpm.

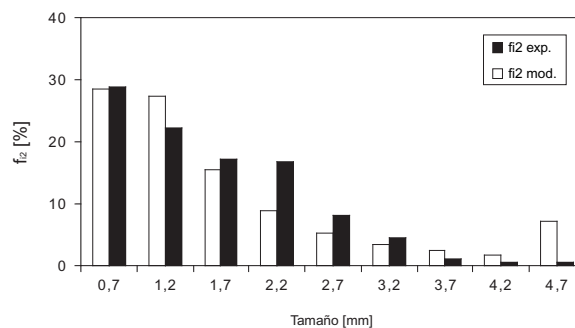
*Figure 8. Bubbles size distribution: Gorain et al.<sup>[1]</sup> and estimated values. Air flow = 16.5 l/s and 225 rpm.*

### 3.2. Validación con datos obtenidos a escala industrial

Mediante el empleo del dispositivo dimensionado para realizar pruebas en la planta de flotación de la división El Soldado de Anglo American Chile, siguiendo el procedimiento ya descrito en el punto 2.2 de este trabajo, se obtiene una distribución en superficie,  $f_{i2}$ , que se ajusta con el modelo (Ec. (2)), obteniéndose una correlación  $R^2$  de 0,841. El ajuste realizado se muestra en la figura 9 y los parámetros del modelo se presentan en la tabla I.

### 4. MODELACIÓN DE $d_{50}$ Y $\lambda$ A ESCALA DE LABORATORIO

Con las condiciones señaladas en el punto 2.1, se realizan 14 pruebas experimentales, variando tanto



**Figura 9.** Distribución de tamaño de burbujas: experimental y modelada.

*Figure 9. Bubbles size distribution: experimental and estimated values.*

el flujo de aire (l/min, en condiciones estándar de presión y temperatura), como la velocidad de agitación,  $N$  (rpm) y el tipo y dosis de espumante. Para efectos de la modelación, el flujo de aire se lleva a velocidad superficial de aire,  $J_g$  en cm/s, dividiéndolo por la sección transversal promedio de la celda en unidades adecuadas. De igual modo, la velocidad de agitación se lleva a velocidad periférica de agitación,  $N_S$ , en m/s, multiplicándola por el perímetro del agitador en unidades adecuadas.

Con las distribuciones de tamaño de burbujas en superficie obtenidas en cada prueba (Tabla II), se procede a ajustar el modelo expresado en la ecuación (2), determinándose los parámetros  $d_{50}$  y  $l$ , respectivamente, así como la bondad del ajuste expresada en términos del coeficiente de correlación,  $R^2$ . En la tabla III, se presentan tanto las condiciones experimentales de cada prueba como los parámetros y el ajuste respectivos.

Para estudiar en forma aislada el efecto del tipo y dosis de espumante sobre la distribución de tamaño de burbujas, en las condiciones estudiadas, se procede a comparar las distribuciones obtenidas en las pruebas I07 a I14, que corresponden a pruebas de igual  $N_S$  y  $J_g$ , en las que la única diferencia, como se aprecia en la tabla III, es el tipo y dosis de espumante. Los resultados de este análisis se muestran en la figura 10. Es posible apreciar que, para las condiciones estudiadas no se observa efecto alguno, ni del

tipo ni de la dosis de espumante. Se debe señalar que ambos factores (tipo y dosis) están restringidos por los requerimientos metalúrgicos de la flotación, lo que seguramente condiciona estos resultados.

Como consecuencia de lo observado en la figura 10 se decide utilizar los valores promedio de  $l$  y  $d_{50}$  de estas 8 pruebas (I07-I14), como correspondientes a una sola prueba denominada Ipr, para equilibrar su influencia con respecto a las demás pruebas.

Con los resultados de las pruebas I01 a I06 e Ipr, se procede a modelar el efecto de las restantes condiciones de operación ( $N_S$  y  $J_g$ ) sobre los parámetros del modelo de distribución de tamaño de burbujas en superficie (Ec. (2)),  $l$  y  $d_{50}$ . Con el fin de establecer el mejor modelo en cada caso, se utiliza el método de regresión por pasos, tal como se realiza en Casali *et al.*<sup>[16]</sup>. El mejor modelo resultante para el parámetro  $d_{50}$  se presenta como ecuación (4) y la calidad del ajuste logrado se aprecia en la figura 11.

$$d_{50} = -4,56 N_S + 0,89 N_S^2 - 0,04 J_g^3 + 1,9 \quad (4)$$

Equivalentemente, el mejor modelo encontrado para el parámetro  $l$ , se presenta como ecuación (5) y la calidad del ajuste logrado se aprecia en la figura 12.

$$\lambda = 0,06 N_S^3 - 0,13 J_g^3 + 1,9 \quad (5)$$

**Tabla II.** Distribuciones experimentales de tamaño de burbujas

*Table II. Experimental bubble size distributions*

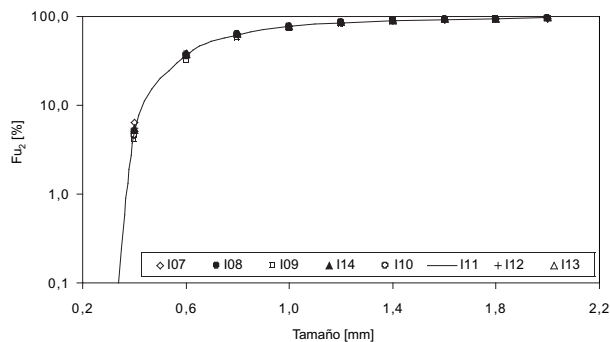
Prueba	Tamaño de burbuja (mm)									
	2,1	1,9	1,7	1,5	1,3	1,1	0,9	0,7	0,5	0,3
Superficie acumulada bajo el tamaño, $Fu_2$ (%)										
I01	98,9	96,2	92,5	88,8	80,5	71,5	59,3	42,3	17,9	0,5
I02	99,5	96,4	94,6	90,4	85,7	78,3	64,8	47,9	20,8	0,4
I03	100,0	99,7	98,6	96,4	90,8	81,8	70,0	51,0	23,1	0,5
I04	99,1	98,4	97,2	94,3	90,6	83,2	69,3	46,9	19,4	0,5
I05	99,6	99,1	97,0	93,0	87,4	76,6	64,1	45,8	20,8	1,0
I06	98,4	97,6	95,8	90,2	82,8	71,0	58,4	43,3	21,3	0,7
I07	98,6	98,2	96,7	94,0	89,0	81,9	68,3	49,2	23,7	1,0
I08	100,0	99,6	98,5	96,1	91,0	83,6	68,6	48,9	22,2	0,7
I09	100,0	97,9	96,2	91,2	84,8	75,6	62,1	44,4	19,2	0,6
I10	100,0	98,7	95,7	91,9	88,0	80,7	68,6	47,7	20,9	0,4
I11	100,0	99,6	98,0	95,4	89,0	81,6	69,3	47,9	20,6	0,5
I12	100,0	97,0	95,5	92,7	88,6	81,3	69,0	48,5	21,9	0,5
I13	100,0	99,6	97,2	95,3	92,2	83,9	70,1	49,0	21,7	0,4
I14	99,0	97,9	95,9	93,5	90,7	84,3	72,7	52,2	18,1	0,3

**Tabla III.** Condiciones de operación de las pruebas y resultados del ajuste de la ecuación 2

*Table III. Tests operational conditions and model fitting results*

Prueba	Condiciones operacionales			Resultados ajuste		
	$N_S$ m/s	$J_g$ cm/s	Dosis espumante g/t	l	$d_{50}$ mm	$R^2$
I01	2,24	0,7	33,05 (*)	2,44	0,77	0,938
I02	2,35	0,7	33,05 (*)	2,50	0,71	0,964
I03	2,58	0,7	33,05 (*)	2,75	0,67	0,971
I04	2,41	0,4	33,05 (*)	2,68	0,69	0,973
I05	2,41	1,0	33,05 (*)	2,62	0,72	0,941
I06	2,41	1,2	33,05 (*)	2,36	0,75	0,903
I07	2,41	0,7	24,04 (*)	2,59	0,68	0,963
I08	2,41	0,7	30,05 (*)	2,74	0,68	0,963
I09	2,41	0,7	36,05 (*)	2,54	0,73	0,947
I10	2,41	0,7	37,44 (**)	2,67	0,70	0,968
I11	2,41	0,7	41,18 (**)	2,68	0,69	0,964
I12	2,41	0,7	44,93 (**)	2,62	0,69	0,964
I13	2,41	0,7	48,67 (**)	2,73	0,68	0,969
I14	2,41	0,7	33,05 (*)	2,70	0,68	0,988

Notas: (\*) espumante MIBC, (\*\*) espumante Dow 200.

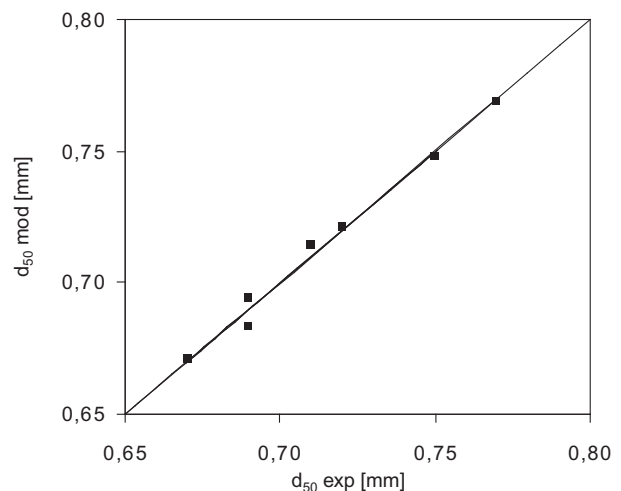


**Figura 10.** Efecto del espumante (tipo y dosis) en la distribución en superficie de tamaño de burbujas.

*Figure 10. Effect of frother (kind and dosage) on surface bubble size distribution.*

Con el modelo de distribución de tamaño de burbuja en superficie, constituido por las ecuaciones (2), (4) y (5); se evalúa el efecto de las condiciones operacionales: velocidad superficial de aire,  $J_g$ , y velocidad periférica de agitación,  $N_S$ , sobre dicha distribución. Este efecto se aprecia en la figura 13.

Como se aprecia en la figura 13, es posible alcanzar importantes variaciones en la distribución de tamaño de burbujas al modificar el flujo de aire y/o la velocidad de agitación, esto considerando constantes

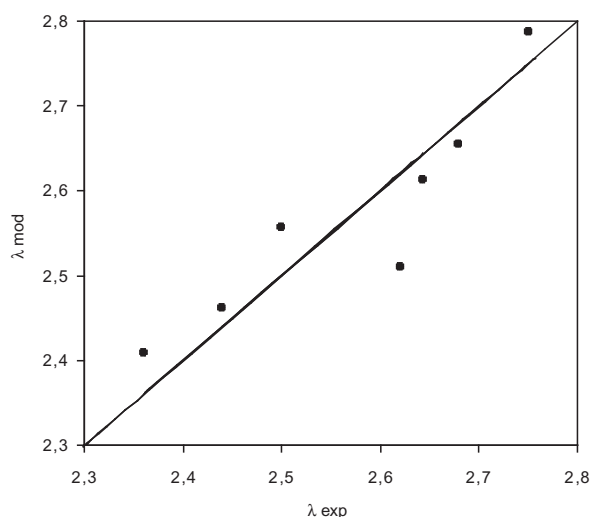


**Figura 11.** Modelación del parámetro  $d_{50}$  (Ec. (4)): valores experimentales y modelados.  $R^2 = 0,988$ .

*Figure 11. Modeling of  $d_{50}$  (Eq. (4)): experimental and estimated values.  $R^2 = 0,988$ .*

el área transversal de la celda y el diseño del agitador. Los cambios posibles de lograr pueden, aun, ser mayores que los mostrados, pues se evaluó  $J_g$  y  $N_S$  sólo en el rango del estudio experimental. Como se aprecia, para el caso posible de comparar ( $J_g = 1$  cm/s y  $N_S = 2,41$  m/s) ya que se conoce la distribución





**Figura 12.** Modelación del parámetro  $l$  (Ec. (5)): valores experimentales y modelados.  $R^2 = 0,822$ .

*Figure 12. Modeling of  $l$  (Eq. (5)): experimental and estimated values.  $R^2 = 0,822$ .*

experimental, si bien la predicción no es perfecta, sigue la tendencia y la mayor parte de los puntos experimentales caen en la zona intermedia que corresponde, salvo en el caso de los tamaños mayores, donde se produce una compresión de los datos al acercarse al 100 %. El ajuste total para estas condiciones presenta un coeficiente de correlación,  $R^2$ , entre valores ajustados y modelados, de 0,972.

## 5. CONCLUSIONES

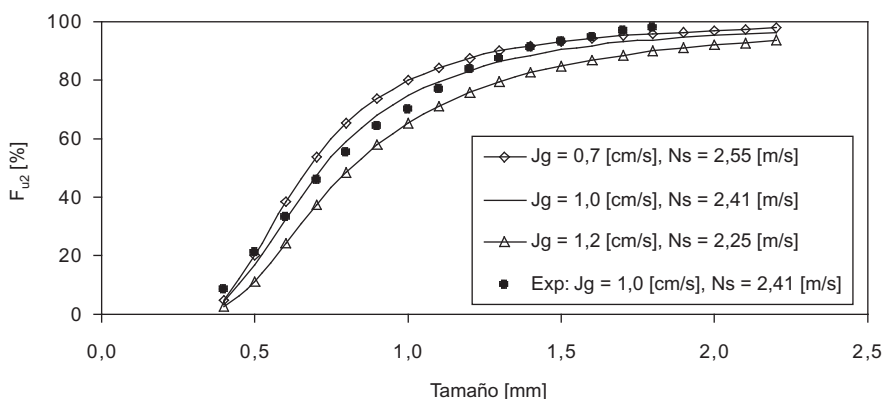
Es posible caracterizar la distribución de tamaño de burbujas presentes en una celda de flotación, tanto

a escala industrial como a escala de laboratorio. Para la medición de estos tamaños se utiliza un dispositivo de toma de muestras y una cámara de visualización, que permite la filmación, en un video, de las burbujas que pasan por ella. La determinación de los tamaños de burbujas se realiza vía análisis de las imágenes obtenidas del video. Las distribuciones de dichos tamaños se expresan como distribución en superficie y se presentan como porcentaje acumulado bajo el tamaño ( $F_{u_2}$ ) y como porcentaje retenido ( $f_{i_2}$ ).

Las distribuciones de tamaño de burbujas se pueden representar con un modelo único (Ec. (2)), equivalente en su estructura para todas las pruebas, tanto industriales como de laboratorio, cambiando sólo sus parámetros.

En el caso industrial, utilizando distribuciones de tamaño de burbujas reportadas en la literatura, así como datos obtenidos experimentalmente por los autores de este trabajo, se ajusta el modelo propuesto con coeficientes de correlación superiores al 84 % (ver figuras 7, 8 y 9).

En el laboratorio, es posible modelar el efecto que las variables operacionales, velocidad superficial de aire,  $J_g$  y velocidad periférica de agitación,  $N_s$ , tienen sobre los parámetros del modelo de la distribución acumulada en superficie bajo el tamaño ( $d_{50}$  y  $l$ ), representado por la ecuación (2). El resultado de esta modelación consiste en las ecuaciones (4) y (5), que se integran al modelo general. El grado de ajuste de estos modelos de los parámetros se muestra en las figuras 11 y 12. De ambos modelos, destaca el del  $d_{50}$  con un coeficiente de correlación cercano al 99 %, mientras que el correspondiente a  $l$  alcanza, sólo, al 82 %, indicando que se requiere aun mayor experimentación y modelación de este parámetro. Para el modelo general (Ecs. (2), (4) y (5)) se alcanza, en el caso comparado, un ajuste del 97 %.



**Figura 13.** Efecto de  $J_g$  y  $N_s$  en la distribución en superficie de tamaño de burbujas.

*Figure 13. Effect of  $J_g$  and  $N_s$  on surface bubble size distribution.*

También, en el estudio a escala de laboratorio se encuentra que, para las condiciones estudiadas, no se observa efecto alguno, ni del tipo ni de la dosis de espumante. Se debe señalar que ambos factores (tipo y dosis) están restringidos por los requerimientos metalúrgicos de la flotación, lo que, seguramente, condiciona estos resultados.

Del trabajo a escala laboratorio es posible concluir que combinaciones de  $N_s$  y  $J_g$  permiten, como se muestra en la figura 13, producir diferentes distribuciones de tamaños de burbujas con las que sería posible enfrentar diversas condiciones de flotación en que se requiera modificar este factor.

## Agradecimientos

Los autores agradecen a la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica de Chile (CONICYT), por el financiamiento, a través del Proyecto FONDECYT N° 1050939, del trabajo de investigación que permitió esta publicación.

## REFERENCIAS

- [1] B.K. GORAIN, J.P. FRANSIDIS Y E.V. MAM-LAPIG, *Miner. Eng.* 8 (1995) 615-635.
- [2] J. YIANATOS, L. BERGH, P. CONDORI Y J. AGUILERA, *Miner. Eng.* 14 (2001) 1.033-1.046.
- [3] F. CHEN, C. GÓMEZ Y J. FINCH, *Miner. Eng.* 14 (2001) 427-432.
- [4] J. HERNÁNDEZ-AGUILAR, R. COLEMAN, C. GÓMEZ Y J. FINCH, *Miner. Eng.* 17 (2004) 53-61.
- [5] R. GRAU Y K. HEISKANEN, *Miner. Eng.* 18 (2005) 1.164-1.172.
- [6] G. VALLEBUONA, A. CASALI Y W. KRACHT, *Rev. Metal. Madrid* 41 (2005) 243-250.
- [7] W. KRACHT, G. VALLEBUONA Y A. CASALI, *Miner. Eng.* 18 (2005) 1.067-1.076.
- [8] M. BAILEY, J. TORRALBA, C. GÓMEZ Y J. FINCH, *Miner. Eng.* 18 (2005) 125-126.
- [9] S. BANISI Y J.A. FINCH, *Miner. Eng.* 7 (1994) 1.555-1.559.
- [10] G. VALLEBUONA, C. SUAZO Y A. CASALI, *Proc. COPPER 2003, III-Mineral Processing*, Santiago, Chile, C. Gómez y C. Barahona (Eds.), 2003, pp. 211-224.
- [11] R. GRAU Y K. HEISKANEN, *Miner. Eng.* 16 (2003) 1.081-1.089.
- [12] E. GIRGIN, S. DO, C. GÓMEZ Y J. FINCH, *Miner. Eng.* 19 (2006) 201-203.
- [13] C. GÓMEZ, J. HERNÁNDEZ-AGUILAR, G. MCSORLEY, P. VOIGT Y J. FINCH, *Proc. COPPER 2003, III-Mineral Processing*, Santiago, Chile, C. Gómez y C. Barahona (Eds.), 2003, pp. 225-240.
- [14] F. PITARD, *Pierre Gy's Sampling Theory and Sampling Practice*, CRC Press, 2da. Ed., Boca Raton, USA, 1993.
- [15] J. TUCKER, D. DEGLON, J. FRANZIDIS, M. HARRIS Y C. O'CONNOR, *Miner. Eng.* 7 (1994) 667-680.
- [16] A. CASALI, G. GONZÁLEZ, F. TORRES, G. VALLEBUONA, L. CASTELLI Y P. GIMÉNEZ, *Powder Technol.* 99 (1998) 15-21.