

Estimación de la estructura temporal de tasas de interés en Chile, 1994-1997

Sergio Zúñiga

Karla Soria

Universidad Católica del Norte

Extracto

En este trabajo estimamos empíricamente la estructura temporal de las tasas de interés (ETTI) en Chile a través de la especificación no lineal parsimoniosa de Nelson y Siegel 1987. Para esto trabajamos con los rendimientos diarios de los bonos cupón cero del Estado transados en la Bolsa de Comercio de Santiago desde 1994 a 1997. Debido a que, en general, las transacciones de los instrumentos no logran llenar satisfactoriamente el espectro de plazos al vencimiento, la información es agregada, lo que implica efectuar estimaciones de la ETTI promedio mensual para el periodo 1994:01-1997:12.

De acuerdo con la evidencia entregada por estudios previos, en todos los meses los resultados confirmaron curvas *spot* siempre descendentes con respecto al plazo al vencimiento hasta su asíntota, mientras que las curvas *forward* se encuentran siempre por debajo de su contraparte *spot*. Conforme a la teoría de las expectativas, es probable que mucho de este efecto se deba a que los niveles actuales de las tasas se encuentran por sobre los niveles de equilibrio de largo plazo. Entre otras, la teoría de los mercados segmentados ofrece también una explicación plausible de la negatividad persistente de la estructura de tasas.

Abstract

In this paper we empirically estimate the structure of the interest rates in Chile by using Nelson and Siegel 1987 parsimonious nonlinear specification. We work with daily yields from discount bonds of the Chilean government, which are traded at the Bolsa de Comercio de Santiago (Santiago Stock Exchange) during 1994 - 1997. Since the transactions of the instruments are unable to satisfactorily fill the spectrum of terms to maturity, the information is added, which implies performing monthly average estimates of the term structure for the 1994:01-1997:12 period.

In agreement with the evidence from previous studies, the results in every month invariably confirmed descending spot curves with regard to the time to maturity, while forward curves always were below spot curves. According to the pure expectations theory, it is probable that much of this effect be due to the fact that current levels of the rates were above their steady state levels. Like other theories, the one on segmented markets also offers a commendable explanation for the persistent negativity of the term structure of interest rates.

Introducción

La estructura temporal de tasas de interés (ETTI) es la relación entre el rendimiento al vencimiento (*yield to maturity* o tasa interna de retorno) de bonos de descuento puro (bonos cero cupón) libres de riesgo y su vencimiento, de modo que puede ser graficada en un plano de plazos y tasas. Adicionalmente, es el nombre dado al patrón de tasas internas de retorno (TIR) de bonos con diferentes plazos de vencimiento, pero apropiadamente corregidos por el llamado "efecto cupón", el cual explica que en un mismo momento dos bonos con el mismo plazo al vencimiento y con igual riesgo, pero con distinta estructura de cupón, sean cotizados con una TIR distinta. La ETTI se diferencia de la curva de rendimientos o *yield curve*¹ publicada regularmente en la prensa financiera justamente por el efecto cupón, debido a que la curva de rendimientos relaciona plazos con la TIR de bonos que pueden contener cupones. En general, ambas curvas son distintas (son iguales sólo para bonos cero cupón), cumpliéndose que la *yield curve* está por debajo de la ETTI si ésta tiene

¹A fin de evitar ambigüedades, en este artículo los autores prefieren el uso de la terminología inglesa para conceptos claves.

pendiente positiva, y viceversa, de modo que el crecimiento de la ETTI es subestimado por la *yield curve* (véase por ejemplo Anderson *et al.* 1996).

A pesar de las importantes aplicaciones de la ETTI tanto en política monetaria como en economía financiera,² su estimación empírica enfrenta variadas dificultades, de las cuales las principales son dos: primero, que en la mayoría de los países existe escasez de bonos cero cupón de plazos mayores que un año, lo que impide inferir directamente de éstos los rendimientos uniperiódicos futuros; y segundo, que para una misma fecha de transacción el espectro de vencimientos es demasiado extenso, y puesto que se tienen más vencimientos que instrumentos cotizados, no es posible tener una solución única (a modo de ecuaciones simultáneas) para el valor de cada uno de los factores de descuento asociados a cada periodo de tiempo futuro (Carleton y Cooper 1976). Una complicación adicional está referida a un efecto impositivo: las ganancias de capital están gravadas a tasas inferiores o exentas respecto a los cupones percibidos, lo que debe generar un "efecto clientela" hacia títulos con distinta estructura de cupones y plazos (véase por ejemplo McCulloch 1975 y Schaefer 1981). En teoría existen dos caminos simples de estimación, tal como construir la curva sólo sobre la base de rendimientos de los bonos que se transen a la par para distintos plazos al vencimiento; sin embargo, el número de instrumentos que cumplen esta característica es demasiado bajo, aun en mercados tan desarrollados como el de los Estados Unidos. También se puede construir la curva a partir del mercado interbancario de *swaps* de tasas de interés; sin embargo, existe el problema del riesgo subyacente en los emisores bancarios, y, además, en Chile no existe información suficiente (Herrera y Magendzo 1997, pág. 3).

En general, existen varios enfoques de estimación de la ETTI y la principal clasificación divide tales estudios en modelos de factores, en los que se hacen supuestos explícitos de la evolución de ciertas variables de estado que definen el proceso junto a condiciones de equilibrio o arbitraje,³ y en técnicas de

²En política monetaria es el principal indicador de las expectativas del mercado acerca de las tasas de interés, la actividad económica y la inflación (para una aplicación de la ETTI en este sentido en Chile, véase, por ejemplo, Zúñiga y Soria 1999). En el campo de la economía financiera ha permitido básicamente mejorar la valoración de activos financieros y diseñar estrategias de inversión y de cobertura de riesgos más precisas.

³En esta línea véanse por ejemplo Merton 1970, Vasicek 1977, Brennan y Schwartz 1977, Dothan 1978, Courtadon 1982 y Cox, Ingersoll y Ross(CIR) 1985. Para una estimación de una serie de modelos pertenecientes a este último grupo en Chile véase por ejemplo Zúñiga 1999.

ablandamiento o ajuste, grupo en el cual se clasifica el presente trabajo. En este segundo grupo se busca construir una función continua de la ETTI sobre la base de la información de cotizaciones de mercado de bonos con cupones o de bonos cero cupón.⁴ Dentro de los modelos de ajuste se destacan los trabajos de McCulloch 1971, basado en *splines* cuadráticos; McCulloch 1975, con *splines* cúbicos; Schaefer 1981, con los polinomios de Bernstein; Vasicek-Fong 1982, con los *splines* exponenciales; Steeley 1991, con los *B-splines*, y Fisher y otros 1995, con una técnica no paramétrica. Puesto que actualmente son varios los bancos centrales europeos que están estimando la ETTI con variantes del "modelo parsimonioso" de Nelson y Siegel 1987 y la extensión de Svensson 1994, nuestro artículo sigue la línea de estos últimos.

Tasas *spot*, *forward* y la ETTI

En tiempo continuo la tasa *spot* es instantánea, y el precio en t de un bono cupón cero que vence en T pagando \$1 al vencimiento está dado por:

$$P(t, T) \equiv e^{-\tau \cdot R(t, \tau)}, \tau > 0, \quad (1)$$

donde $\tau = T-t$ es el tiempo al vencimiento, y $R(t, \tau)$ es el rendimiento al vencimiento (YTM). Ésta es la expresión fundamental de valoración para bonos cero cupón. De aquí, despejando, la ETTI o *curva de rendimientos* queda descrita por:

$$R(t, \tau) = - \frac{1}{\tau} \log P(t, T). \quad (2)$$

Análogamente, si la tasa *forward* $f(t, s)$ es definida por los cambios instantáneos que experimenta la tasa *spot*, entonces la ETTI puede escribirse

⁴Si bien generalmente estos instrumentos sólo están disponibles para periodos inferiores a un año, en nuestro país existen los bonos de reconocimiento, que son bonos cupón cero para muy largos plazos, los que por sus características permiten su aplicación al caso chileno.

como un promedio de las tasas *forward* sobre un período y se puede obtener integrando las tasas *forward*, es decir:

$$R(t, \tau) = \frac{1}{\tau} \int_t^T f(t, s) ds. \quad (3)$$

Inversamente, la ETTI de tasas *forward* es:

$$f(t, T) = - \frac{\partial [\tau \cdot R(t, \tau)]}{\partial T}. \quad (4)$$

Finalmente, de las expresiones anteriores se deduce que la expresión (1) puede reescribirse sobre la base de las tasas *forward* como:

$$P(t, T) = \exp \left(- \int_t^T f(t, \tau) d\tau \right). \quad (5)$$

Puesto que la ETTI puede escribirse de un modo equivalente en términos *spot* (ecuaciones 2 ó 3) o en términos *forward* (ecuación 4), cada una de ellas es recomendada según la aplicación que se le quiera dar y, en particular para los aspectos relacionados con la política monetaria, la ETTI *forward* supera a su contraparte *spot*. Esto se debe a que si el objetivo es obtener información acerca de las predicciones del mercado acerca de las tasas, la ETTI *spot* sólo indica un promedio de las tasas uniperiódicas futuras esperadas, lo que por su agregación no resulta ser de mucha utilidad aquí. Sin embargo, la pendiente de la ETTI *spot* muestra el curso esperado de las tasas *spot* (los cambios futuros en las tasas de interés), de modo que la ETTI *forward* permite separar mejor las expectativas del mercado hacia corto, mediano y largo plazo. Como desventaja, puesto que el uso de las tasas *forward* se fundamenta en el cumplimiento de la hipótesis de las expectativas (inexistencia de un premio por riesgo), su no cumplimiento afectará en mayor medida a las tasas *forward* implicadas que a las tasas *spot*, por cuanto

estas últimas son un promedio de las anteriores (para una discusión detallada véase Dahlquist y Svensson 1994).

El modelo: método de Nelson-Siegel

Hasta hace sólo unos pocos años el método tradicional de ajuste de la ETTI se basó en el uso de los *splines*; sin embargo, las críticas de Shea 1984 y 1985 reorientaron los estudios posteriores.⁵ En este sentido, Nelson y Siegel 1987 proponen una especificación simple, suavizada, flexible y parsimoniosa de la ETTI, en el sentido de que es capaz de representar la gama de formas típicas con las que se asocia, es decir, monótona, cóncava (convexa) y con forma de S.

Según los autores, basados en la teoría (convencional) de las expectativas, "... si las tasas *spot* son generadas por una ecuación diferencial, entonces las tasas *forward*, siendo predicciones, serán la solución de las ecuaciones". Conforme a esto, ellos intentan con una ecuación diferencial de segundo orden con raíces real y no real, respectivamente, de modo que la solución es:

$$f(m; \beta, \tau_1, \tau_2) = \beta_0 + \beta_1 \exp(-m/\tau_1) + \beta_2 \exp(-m/\tau_2), \quad (6)$$

donde $f(m)$ es la tasa *forward* según plazo al vencimiento, el que viene dado por m medido en nuestro caso en años; τ_1 y τ_2 son constantes de tiempo asociadas a la ecuación, en tanto que β_0 , β_1 y β_2 son constantes determinadas por las condiciones iniciales. Debido a que la experimentación de ajuste a datos reales arrojó evidencia de sobreparametrización (existen cinco parámetros para

⁵En términos simples, la crítica se refiere a que los *splines* polinómicos están en gran medida sobreparametrizados, implicando tendencias explosivas hacia el final del periodo de ajuste, inhabilitando el método para predicciones.

estimar), estos autores proponen una ecuación diferencial con raíces iguales, de modo que la solución es:

$$f(m; b, \tau) = \beta_0 + \beta_1 \exp(-m/\tau) + \beta_2 [(m/\tau) \exp(-m/\tau)]. \quad (7)$$

Puesto que la ETTI se obtiene integrando la ecuación anterior conforme a (3), la función resultante es:

$$R(m; b, \tau) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{[1 - \exp(-m/\tau)]}{m/\tau} - \beta_2 \exp(-m/\tau), \quad (8)$$

es decir, para efectos de estimación reescribimos como

$$R(m) = A + B \cdot \frac{[1 - \exp(-m/\tau)]}{m/\tau} + C \cdot \exp(-m/\tau), \quad (9)$$

donde A , B , C y τ son los parámetros por estimar, tal que $\beta_0=A$, $\beta_1=B-C$ y $\beta_2=C$. Nelson y Siegel muestran que esta última especificación es capaz de entregar la gama de formas deseadas para la ETTI.

Este modelo se puede analizar, para el caso de la tasa *forward*, como formado por la adición de tres componentes (los tres miembros del lado derecho de la ecuación 7). El primero es una constante referida al largo plazo, el segundo describe el plazo medio y es una función monótonamente decreciente creciente si $\beta_1 > 0$, o viceversa. El tercer componente entrega una forma de U si $\beta_2 > 0$, o a la inversa.

Además, el modelo posee las siguientes características:

- Puesto que al aumentar m la ETTI tiende a β_0 , entonces ésta es la tasa de largo plazo a la cual la función converge. Es decir:

$$R(\infty; \beta, \tau) = f(\infty; \beta, \tau) = \beta_0.$$

- En el otro caso, cuando m es muy pequeño, la función tiende a $(\beta_0 + \beta_1)$:

$$R(0; \beta, \tau) = f(0; \beta, \tau) = \beta_0 + \beta_1.$$

- Si existe un máximo o un mínimo para la tasa *forward*, eso ocurre cuando ella y el tiempo son, respectivamente:

$$f(m; \beta, \tau) = \beta_0 + \beta_2 \exp(\beta_1 / \beta_2 - 1) \quad \text{y} \quad m = \tau (1 - \beta_1 / \beta_2).$$

- El valor del parámetro τ indica la velocidad de decaimiento en los regresores. Si τ es pequeño, ello implica una rápida disminución en los regresores, lo que permite un mejor ajuste de curvatura en corto plazo.

Debido a que este modelo produce curvas suavizadas, es muy útil en política monetaria para efectuar comparaciones internacionales, tal como mostraremos más adelante. Además, la característica de obtener tasas largas que convergen a una tasa constante revela con claridad las expectativas de largo plazo del mercado. Svensson 1994 desarrolló una extensión que no necesariamente supera a este modelo, la que se presenta en el anexo.

Los datos

El instrumento usado para la contrastación empírica del modelo son los bonos cero cupón del Estado de Chile cotizados en la Bolsa de Comercio de Santiago, compuestos por bonos de reconocimiento (BR) y por pagarés reajustables del Banco Central (PRBC), todos ellos con vencimiento de a lo menos cinco días. Ambas series son reunidas en una misma base de datos, en la cual el tiempo es medido en años (*term*) y las tasas de rendimiento (*yield*) en puntos base porcentuales (%) libres de inflación, es decir, rendimientos reales.⁶

⁶Una alternativa consistió en trabajar con los pagarés reajustables con cupones del BC (PRC); sin embargo, este mercado no es tan activo como el de los PRBC, ni como el de los BR. Por

La tabla 1 y la tabla 2 muestran las estadísticas resúmenes anuales y mensuales, respectivamente, de las series de rendimientos y de tiempo al vencimiento (plazo). Para el caso anual, nótese que altos niveles de rendimiento medio pueden asociarse con altos niveles de dispersión (error estándar), lo cual es coherente con la teoría. Además, el nivel medio de las tasas presenta un leve pero sostenido crecimiento en el período, partiendo en un nivel de 6,308% en 1994 a 6,459% en 1997.

Tabla 1

*Estadísticas anuales de los bonos de reconocimiento (BR)
y de los pagarés reajustables del Banco Central (PRBC).*

SERIES	AÑO	Nº OBSERV.	MEDIA	ERROR EST.	MÍNIMO	MÁXIMO
Plazo (años)	1994	13.096	7,461	4,863	0,016	24,060
	1995	18.019	8,155	5,099	0,016	26,220
	1996	18.903	7,597	4,634	0,016	25,550
	1997	16.457	6,957	5,617	0,016	27,550
	1994-1997	66.475	7,563	5,081	0,016	27,550
Tasa (%)	1994	13.096	6,308	0,579	-1,000	21,000
	1995	18.019	6,361	0,680	-1,080	19,340
	1996	18.903	6,417	0,566	-1,510	16,000
	1997	16.457	6,459	0,975	0,000	15,290
	1994-1997	66.475	6,391	0,722	-1,510	21,000

Para el caso mensual, en la figura 1 puede apreciarse con mayor detalle el comportamiento de los rendimientos medios y su dispersión. Nótese que aquí, para efectos de comparación, presentamos también información del año 1993, a pesar de que no fue considerado para el resto del estudio. Ese año presenta un error estándar superior al de los demás años, y el número de observaciones disponibles es significativamente inferior, debido en parte a que los bonos de reconocimiento comenzaron a transarse en la Bolsa de Comercio recién a partir de mayo de 1993. La alta dispersión en los rendimientos arrojó problemas en la

ejemplo, para el año 1997 el número de transacciones totales de PRC fue de sólo 4.796, mientras que las de BR fueron 12.565. En adición, los PRC enfrentan el problema del efecto cupón.

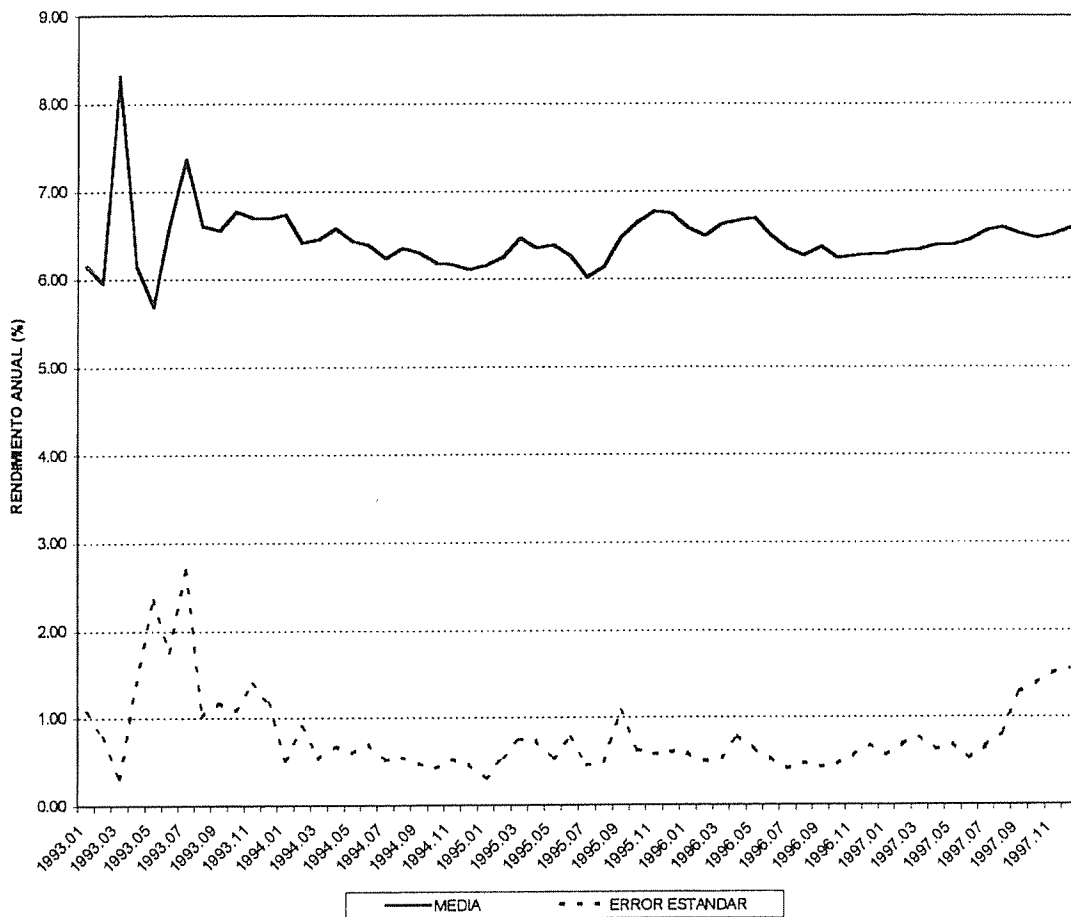
Tabla 2
Estadísticas mensuales de los bonos de reconocimiento (BR)
y de los pagarés reajustables del Banco Central (PRBC)

MES	NºOBS.	MEDIA	ERROR ESTÁNDAR	MÍNIMO	MÁXIMO
1996:01	1.057	6,58	0,59	0,82	11,99
1996:02	667	6,49	0,50	3,60	8,49
1996:03	1.433	6,62	0,54	2,83	10,94
1996:04	1.093	6,67	0,79	-1,51	12,50
1996:05	1.576	6,69	0,64	0,95	11,31
1996:06	1.735	6,49	0,53	1,49	13,62
1996:07	2.731	6,35	0,41	2,47	16,00
1996:08	1.846	6,26	0,48	2,64	15,00
1996:09	1.855	6,37	0,43	1,80	10,93
1996:10	1.642	6,24	0,47	1,80	12,00
1996:11	1.930	6,26	0,57	0,57	12,99
1996:12	1.338	6,28	0,68	0,63	12,00
1997:01	1.349	6,29	0,57	0,34	10,99
1997:02	863	6,32	0,70	1,22	9,00
1997:03	1.265	6,33	0,78	0,01	15,29
1997:04	1.628	6,39	0,63	0,15	13,43
1997:05	1.031	6,39	0,70	1,62	11,45
1997:06	1.529	6,45	0,53	2,32	10,38
1997:07	1.822	6,55	0,67	0,89	10,22
1997:08	1.981	6,58	0,82	0,03	9,74
1997:09	1.378	6,52	1,28	0,86	9,99
1997:10	1.291	6,47	1,38	0,30	9,99
1997:11	1.194	6,51	1,51	0,80	10,50
1997:12	1.126	6,58	1,56	0,00	11,00

MES	NºOBS.	MEDIA	ERROR ESTÁNDAR	MÍNIMO	MÁXIMO
1994:01	617	6,73	0,52	3,43	10,78
1994:02	432	6,41	0,90	-1,00	7,83
1994:03	619	6,46	0,54	2,60	11,36
1994:04	830	6,58	0,68	2,35	11,69
1994:05	1.102	6,43	0,60	2,93	12,00
1994:06	971	6,38	0,70	-0,70	9,99
1994:07	1.056	6,24	0,52	2,37	9,99
1994:08	1.174	6,35	0,55	0,49	10,00
1994:09	1.248	6,30	0,48	1,00	10,04
1994:10	1.238	6,18	0,43	0,49	7,50
1994:11	1.831	6,17	0,53	-0,69	21,00
1994:12	1.978	6,11	0,47	2,00	11,89
1995:01	1.703	6,16	0,30	3,91	12,10
1995:02	1.308	6,25	0,55	1,99	11,07
1995:03	1.363	6,47	0,76	1,00	19,34
1995:04	801	6,35	0,74	3,80	17,57
1995:05	1.408	6,39	0,53	3,50	11,64
1995:06	1.315	6,26	0,77	0,10	14,99
1995:07	2.055	6,02	0,46	-0,88	8,00
1995:08	2.327	6,15	0,50	1,51	10,52
1995:09	1.567	6,48	1,07	-1,08	18,24
1995:10	1.558	6,65	0,63	-0,83	9,99
1995:11	1.488	6,77	0,58	1,90	10,64
1995:12	1.126	6,74	0,61	2,99	15,05

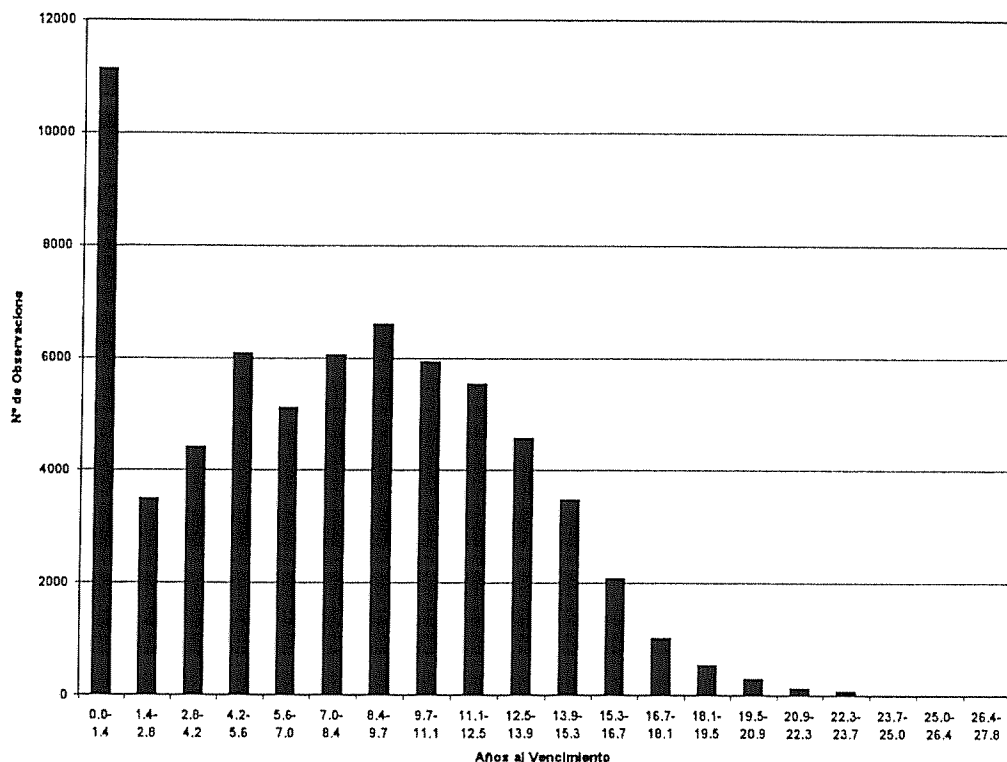
convergencia del algoritmo de optimización para la mayoría de los meses de ese año, y por este motivo fue finalmente excluido del estudio.

Figura 1
La media y la desviación estándar de los retornos mensuales
1993:01-1997:12



La distribución general de la base de datos respecto al plazo al vencimiento aparece concentrada en aquéllos inferiores a dos años, conforme al histograma de la figura 2. Puesto que el número de operaciones se reduce fuertemente con el plazo al vencimiento, en adelante se desechan las operaciones con vencimientos mayores de 18 años.

Figura 2
Histograma BR y PRBC, 1993-1997



En la figura 3 mostramos en un gráfico tridimensional la ETTI semanal para el periodo completo (1994-1997),⁷ donde se destaca la alta dispersión de las tasas de corto plazo. Las figuras 4a, 4b, 4c y 4d muestran la misma información para cada año por separado. Nótese que para el caso de las tasas medias y largas se destacan dos períodos de estabilidad: desde el segundo semestre de 1994 hasta comienzos de 1995 y desde el segundo semestre de 1996 hasta mediados de 1997. En el siguiente apartado prestaremos especial interés a analizar los efectos de esta dispersión respecto a los resultados de la estimación de las curvas ETTI.

⁷Para este gráfico construimos una tabla dinámica, en donde las columnas contienen el plazo al vencimiento, en semestres, y las filas las 208 semanas. El cuerpo de la tabla contiene los rendimientos promedio.

Figura 3
ETTI semanal 1993-1997

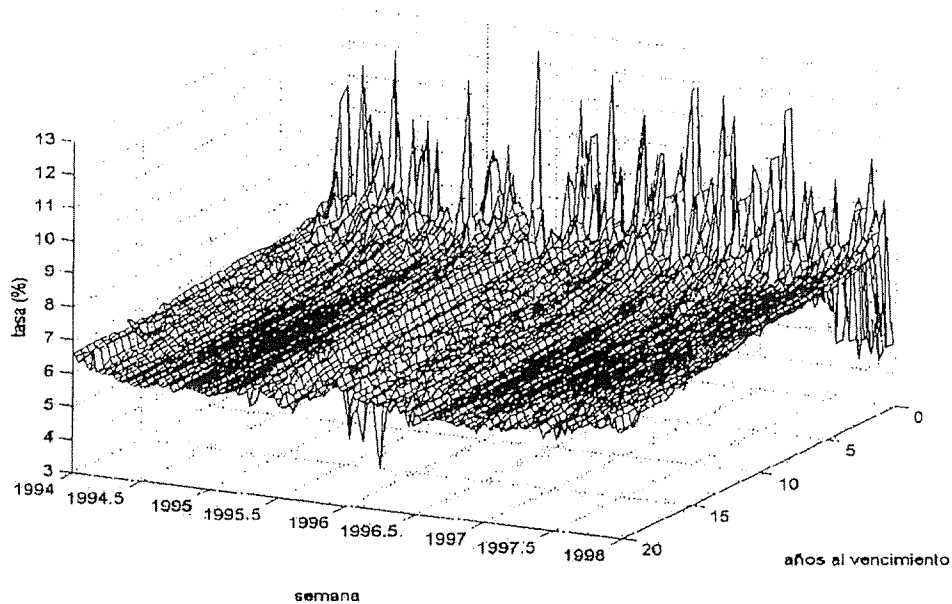


Figura 4a
ETTI semanal 1994

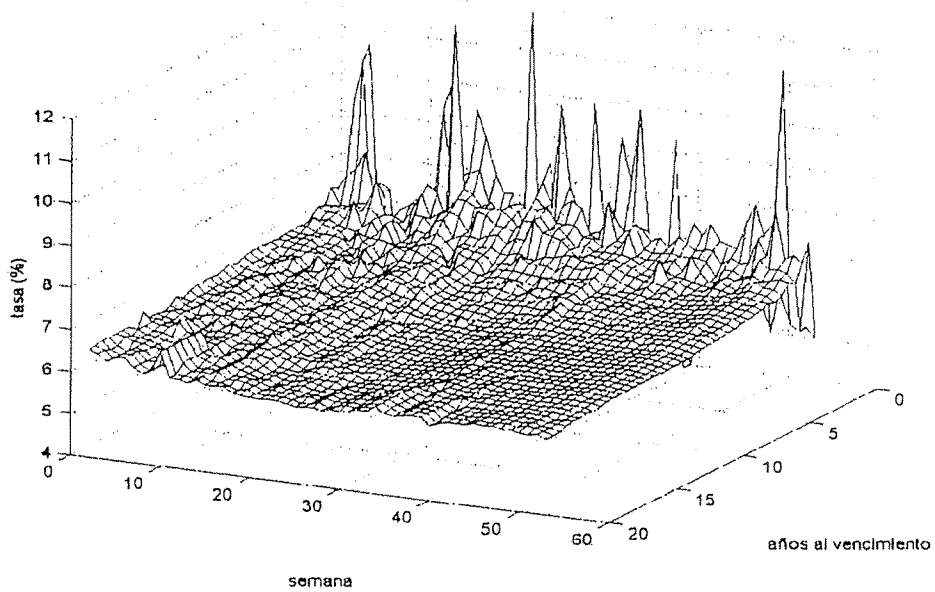


Figura 4b
ETTI semanal 1995

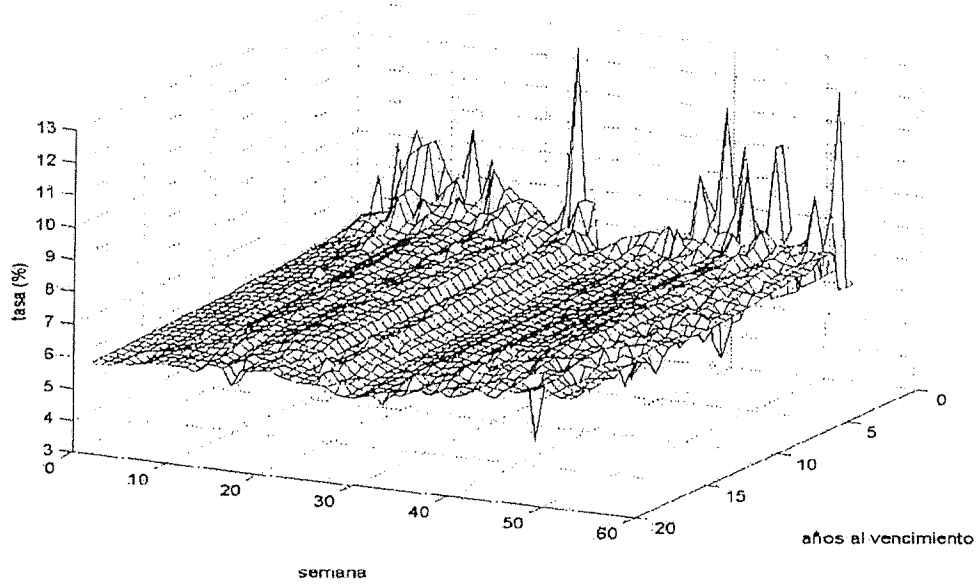


Figura 4c
ETTI semanal 1996

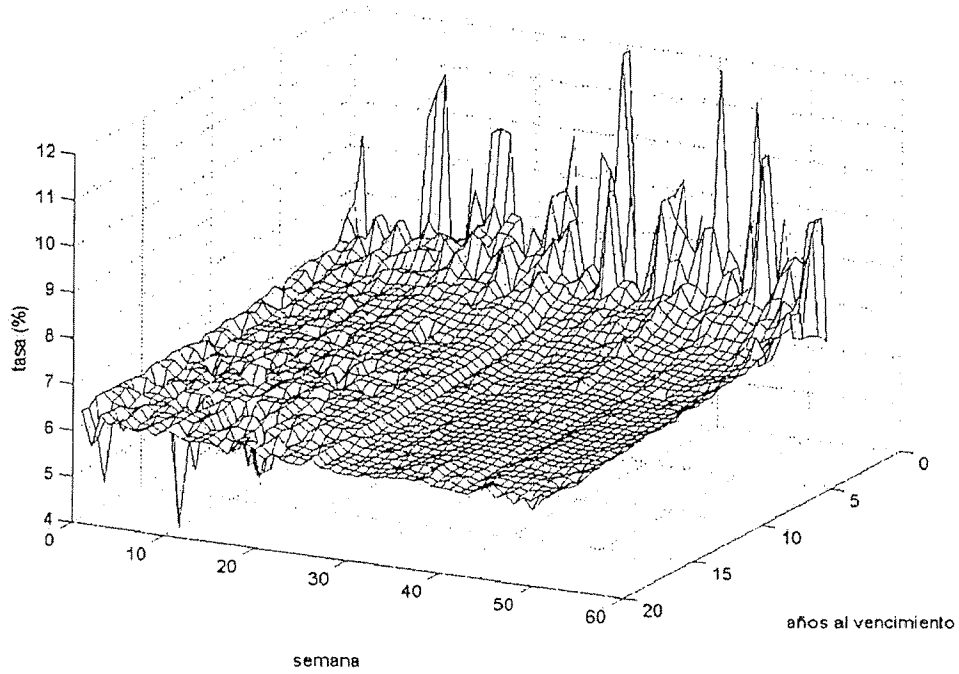
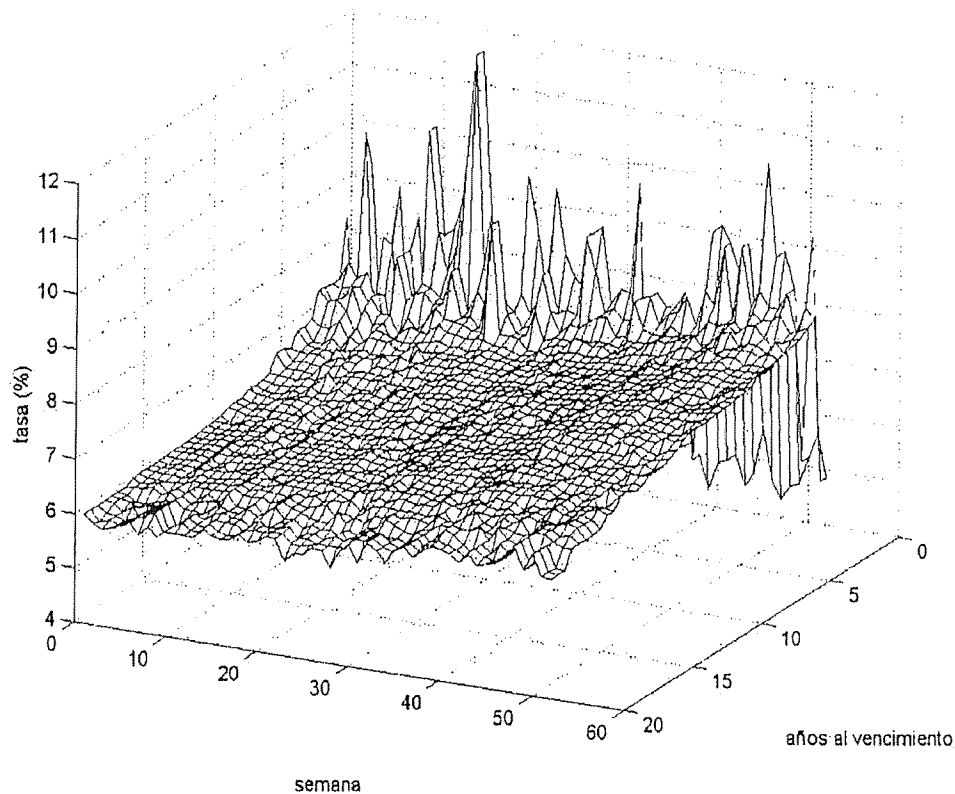


Figura 4d
ETTI semanal 1997



Resultados

Si bien idealmente el modelo puede ser ajustado diaria o semanalmente, debido a que las transacciones de los instrumentos aquí considerados generalmente no logran llenar satisfactoriamente el espectro de plazos al vencimiento en esas frecuencias, la información debió ser agregada en términos mensuales, lo que implica efectuar estimaciones de la ETTI promedio mensual de los parámetros de la ecuación 9 para el período 1994:01-1997:12.

Si bien la estimación puede hacerse por máxima verosimilitud o mínimos cuadrados no lineales, aquí utilizamos este último procedimiento. Para esto suponemos que el rendimiento observado en cierto mes para cada

instrumento que vence en t días (r_t) difiere del rendimiento modelado previamente (R_t) por un término de error o desviación, ε_t , es decir:

$$r_t = R_t + \varepsilon_t.$$

Usando el algoritmo de Gauss-Newton, seguimos el criterio de estimar los parámetros minimizando las desviaciones cuadradas de los rendimientos teóricos respecto de los rendimientos observados, es decir, minimizar la suma de cuadrada de los residuos ($S=RSS$)⁸ dada por:

$$\min_{\beta} S(\beta) = \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2.$$

En la tabla 3 mostramos los principales resultados de la optimización de la ETTI *spot* para el período 1994:01-1997:12. En general, el valor estimado de los coeficientes es altamente satisfactorio en cuanto a su significación estadística, debido a un error de estimación relativamente bajo. Puesto que los valores de A y τ son mayores que cero, se asegura que los rendimientos sean siempre positivos. En esta tabla proporcionamos tres medidas de calidad de ajuste: el error absoluto medio (MAE) y la raíz de los errores medios al cuadrado (RMSE) como dos medidas de ajuste usuales, y en adición incorporamos el estadístico U de Theil.⁹ De los resultados obtuvimos un estadístico $U > 1$ en los meses 1995:09 y 1997:07 a 1997:12, pero si revisamos la figura 1 veremos que justamente en estos meses se supera el nivel de error estándar 1,0, de modo que la dispersión de los datos explica directamente la calidad del ajuste.

⁸Conforme a propiedades asintóticas es posible mostrar que estos estimadores de mínimos cuadrados no lineales son estables, y que para efectos de inferencia puede considerarse que se aproximan a una distribución normal. Sobre este punto y acerca del método de Gauss-Newton, véase por ejemplo Judge y otros 1988, cap. 12.

⁹Este estadístico posee como principal ventaja sobre el RMSE el hecho de arrojar una medición libre de unidades de medida, lo que facilita la comparación de modelos. Los valores superiores a 1,0 en el valor del estadístico son poco alentadores.

Tabla 3
Resultados de la optimización mensual
Estimación por mínimos cuadrados no lineales

F.OBJ. es el valor de la función objetivo (la suma de cuadrada de los residuos). Bajo cada coeficiente aparece su error estándar. R2 es el coeficiente R-cuadrado corregido. MAE es el error absoluto medio. RMSE es la raíz de los errores medios al cuadrado.

MES	F. OBJ.	A	B	C	TAU	Nº	R2	MAE	RMSE	U THEIL
1994:01	70,4	6,468 0,029	5,735 0,263	-6,656 0,286	0,434 0,023	617	0,578	0,176	0,338	0,576
1994:02	131,2	6,404 0,047	4,997 0,404	-7,106 0,415	0,306 0,022	432	0,622	0,247	0,551	0,685
1994:03	74,9	6,155 0,029	5,288 0,226	-6,142 0,250	0,463 0,025	619	0,581	0,174	0,348	0,569
1994:04	101,3	6,091 0,023	8,080 0,193	-9,760 0,232	0,403 0,014	830	0,734	0,194	0,349	0,605
1994:05	103,2	5,991 0,017	6,971 0,143	-8,649 0,179	0,396 0,012	1.102	0,741	0,172	0,306	0,647
1994:06	102,1	5,779 0,020	9,157 0,177	-10,914 0,216	0,393 0,011	971	0,786	0,129	0,324	0,573
1994:07	64,5	5,745 0,017	5,943 0,103	-6,748 0,119	0,569 0,016	1.056	0,770	0,110	0,247	0,603
1994:08	128,6	5,965 0,018	7,789 0,202	-9,741 0,254	0,290 0,008	1.174	0,635	0,160	0,331	0,713
1994:09	77,2	6,022 0,012	5,557 0,144	-7,661 0,187	0,276 0,009	1.248	0,727	0,121	0,249	0,613
1994:10	56,0	5,994 0,010	4,295 0,097	-5,817 0,115	0,276 0,007	1.238	0,749	0,095	0,213	0,628
1994:11	377,4	5,998 0,018	4,726 0,232	-6,240 0,281	0,255 0,014	1.831	0,258	0,108	0,454	0,747
1994:12	122,4	5,913 0,011	5,191 0,117	-6,844 0,132	0,361 0,009	1.978	0,719	0,104	0,249	0,677
1995:01	57,4	5,985 0,007	3,597 0,088	-4,696 0,117	0,329 0,011	1.703	0,633	0,082	0,184	0,595
1995:02	108,7	5,963 0,014	7,664 0,174	-9,691 0,201	0,351 0,010	1.308	0,726	0,151	0,288	0,621
1995:03	354,8	6,307 0,024	6,166 0,246	-8,475 0,265	0,291 0,013	1.363	0,545	0,207	0,510	0,771
1995:04	167,7	6,322 0,032	4,946 0,296	-6,771 0,304	0,407 0,024	801	0,616	0,188	0,458	0,675
1995:05	133,5	6,344 0,015	3,806 0,170	-5,592 0,185	0,353 0,016	1.408	0,666	0,223	0,308	0,881
1995:06	204,8	6,242 0,022	4,900 0,253	-7,378 0,260	0,347 0,015	1.315	0,737	0,206	0,395	0,774
1995:07	136,9	5,986 0,009	3,365 0,119	-5,764 0,131	0,218 0,007	2.055	0,682	0,128	0,258	0,825
1995:08	111,7	6,153 0,006	2,831 0,097	-5,856 0,112	0,174 0,005	2.327	0,806	0,138	0,219	0,754
1995:09	849,3	6,363 0,026	7,040 0,312	-11,780 0,367	0,169 0,007	1.567	0,528	0,337	0,736	1,060

(Continúa)

Tabla 3 (continuación)

MES	FOBJ	A	B	C	TAU	Nº	R2	MAE	RMSE	U THEIL
1995:10	190,0	6,687 0,016	3,382 0,210	-5,965 0,225	0,293 0,014	1.558	0,693	0,200	0,349	0,879
1995:11	220,4	6,744 0,016	3,989 0,224	-5,974 0,247	0,281 0,014	1.448	0,557	0,193	0,385	0,901
1995:12	246,2	6,502 0,030	5,339 0,296	-6,255 0,324	0,402 0,026	1.126	0,416	0,236	0,468	0,774
1996:01	231,0	6,263 0,028	6,178 0,346	-7,332 0,398	0,363 0,026	1.057	0,367	0,199	0,467	0,824
1996:02	66,8	6,221 0,023	5,604 0,250	-6,762 0,296	0,390 0,026	667	0,593	0,151	0,316	0,604
1996:03	178,9	6,322 0,015	6,832 0,226	-8,530 0,286	0,290 0,013	1.433	0,569	0,169	0,353	0,769
1996:04	325,7	6,289 0,030	8,453 0,292	-10,089 0,324	0,322 0,014	1.093	0,520	0,243	0,546	0,739
1996:05	195,5	6,140 0,016	9,096 0,183	-10,512 0,228	0,354 0,010	1.576	0,692	0,144	0,352	0,620
1996:06	167,5	6,109 0,014	9,575 0,189	-10,986 0,219	0,304 0,008	1.735	0,649	0,120	0,311	0,656
1996:07	198,5	5,932 0,011	7,759 0,137	-8,210 0,156	0,324 0,007	2.731	0,565	0,108	0,270	0,640
1996:08	203,6	5,853 0,015	8,616 0,189	-9,159 0,208	0,329 0,009	1.846	0,530	0,106	0,332	0,731
1996:09	140,3	5,832 0,015	8,284 0,167	-8,555 0,186	0,376 0,009	1.855	0,595	0,109	0,275	0,648
1996:10	165,9	5,816 0,016	8,090 0,185	-8,394 0,201	0,317 0,009	1.642	0,542	0,126	0,318	0,683
1996:11	260,6	5,825 0,016	10,304 0,202	-11,674 0,229	0,250 0,006	1.930	0,584	0,122	0,367	0,749
1996:12	333,6	5,905 0,025	9,705 0,295	-10,695 0,315	0,266 0,010	1.338	0,463	0,221	0,499	0,861
1997:01	204,1	5,893 0,021	8,914 0,234	-9,506 0,244	0,348 0,011	1.349	0,530	0,159	0,389	0,786
1997:02	205,6	6,389 0,019	2,362 0,275	-9,026 0,600	0,024 0,002	863	0,505	0,296	0,488	0,870
1997:03	327,5	6,106 0,026	9,365 0,308	-11,409 0,325	0,263 0,010	1.265	0,568	0,208	0,509	0,774
1997:04	229,5	6,172 0,018	6,670 0,170	-7,765 0,177	0,366 0,011	1.628	0,640	0,159	0,375	0,761
1997:05	229,3	6,338 0,027	5,665 0,284	-7,363 0,287	0,270 0,013	1.031	0,538	0,248	0,472	0,846
1997:06	144,8	6,296 0,014	4,574 0,121	-5,622 0,132	0,356 0,012	1.529	0,656	0,191	0,308	0,837
1997:07	476,8	6,439 0,027	3,534 0,201	-4,612 0,204	0,585 0,039	1.822	0,408	0,180	0,512	1,119
1997:08	615,8	6,665 0,021	3,539 0,248	-5,897 0,263	0,250 0,013	1.981	0,536	0,231	0,558	1,320
1997:09	1063,0	6,503 0,081	4,257 0,443	-6,332 0,366	0,878 0,081	1.378	0,531	0,418	0,878	1,235
1997:10	831,6	6,797 0,046	5,214 0,413	-8,267 0,393	0,394 0,025	1.291	0,663	0,396	0,803	1,138
1997:11	801,8	6,855 0,046	6,088 0,414	-10,414 0,412	0,296 0,014	1.194	0,703	0,419	0,819	1,090
1997:12	1602,3	6,933 0,091	3,547 0,535	-5,771 0,490	0,518 0,073	1.126	0,413	0,612	1,193	1,277

Estimados los coeficientes y recordando que $\beta_0=A$, $\beta_1=B-C$ y $\beta_2=C$, entonces usando (7) y (8) podemos construir la ETTI *forward* y *spot* mensuales respectivamente para efectos de graficarlas. Como resultado, la ETTI *spot* es siempre convexa desde el origen y descendente hasta su asíntota, tal como se muestra en la figura 5, donde se grafican tales curvas para los 48 meses. Este resultado coincide con los expuestos por Herrera y Magendzo 1997 y por Zúñiga 1999. La ETTI *forward* también presenta una estructura similar para todos los meses (figura 6), destacando una pronunciada caída de tasas hasta un mínimo entre los 6 y 12 meses al vencimiento, a partir de donde éstas aumentan suavemente hacia la tasa de largo plazo. Durante el mes de febrero de 1997 ambas curvas tienen un comportamiento marcadamente distinto de los demás, debido al bajo valor del coeficiente B estimado, y probablemente la explicación de este hecho, más que deberse a un comportamiento distinto del mercado de renta fija durante ese mes (mediados de 1996 a mediados de 1997 fue un periodo de relativa estabilidad en las tasas), se deba al bajo número de observaciones de plazos disponibles. Comparaciones con curvas de otros países europeos y los Estados Unidos pueden encontrarse, por ejemplo, en Svensson 1994.

En la figura 7 ilustramos comparativamente el comportamiento para la ETTI real chilena del mes de octubre de 1995 con la ETTI nominal de Suecia obtenida por Dahlquist y Svensson 1994 para un día en particular. Existen dos diferencias que deseamos destacar: en Suecia el mínimo de la curva *forward* se encontró alrededor de los 12 a 14 meses desde la fecha de transacción, y desde ahí en adelante la curva es creciente a tasas muy pequeñas, es decir, muestra pendientes negativas y positivas. Por el contrario, la curva *spot* que hemos estimado es siempre descendente (no existe un mínimo), de modo que la curva *forward* no la corta en ningún momento. Por otro lado, llama la atención la persistencia en la negatividad de la ETTI chilena, puesto que en los países con mercados de renta fija muy activos, como en los Estados Unidos, la ETTI suele presentar una mezcla de pendientes, es decir, formas cóncavas y/o convexas. Nótese además que la forma que obtuvimos para ambas curvas (*forward* y *spot*) nos entrega indicios de que el mercado no incorpora expectativas o información más allá de dos años, puesto que a partir de allí no existe un cambio importante en la forma de las curvas. En comparación, nótese que en el caso de Suecia las curvas se estabilizan en su asíntota después de los 5,5 años.

Figura 5
ETTI spot mensual 1994:01-1997:12

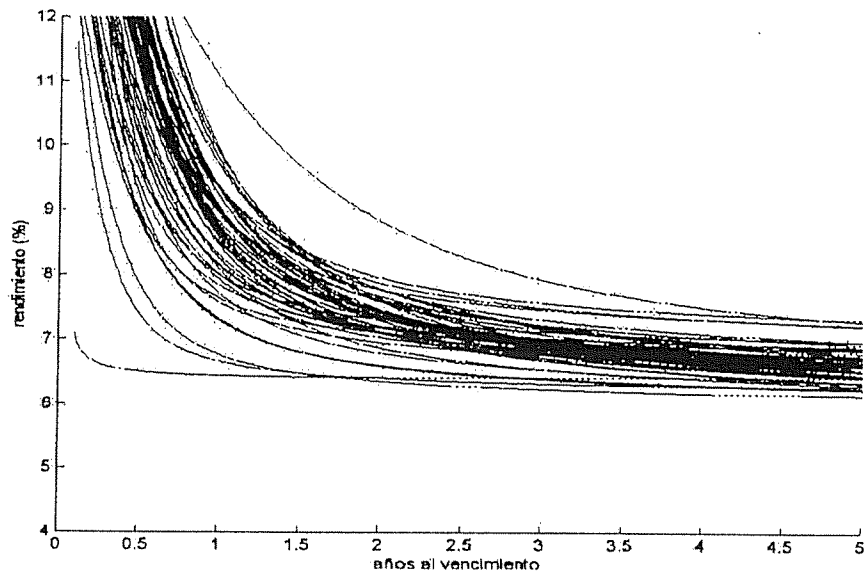


Figura 6
ETTI forward mensual 1994:01-1997:12

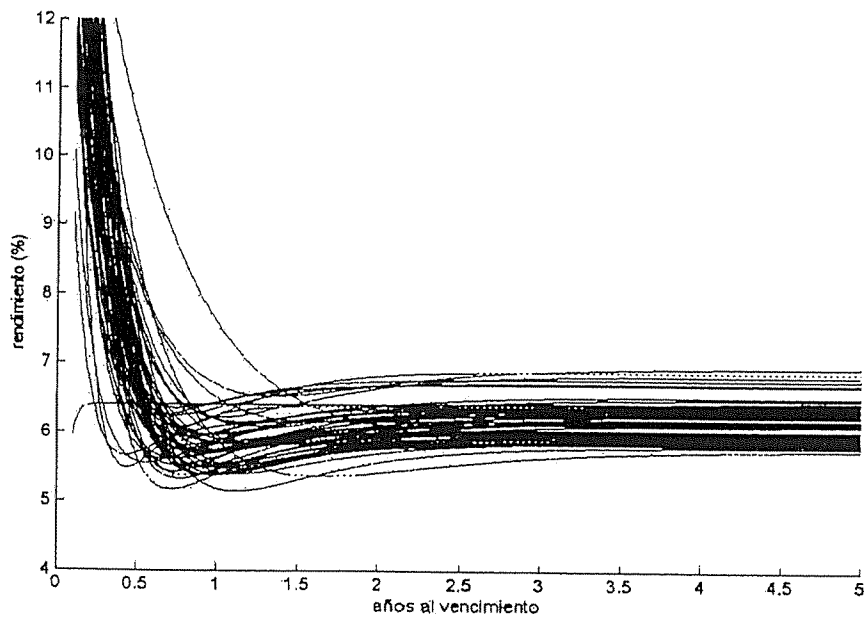
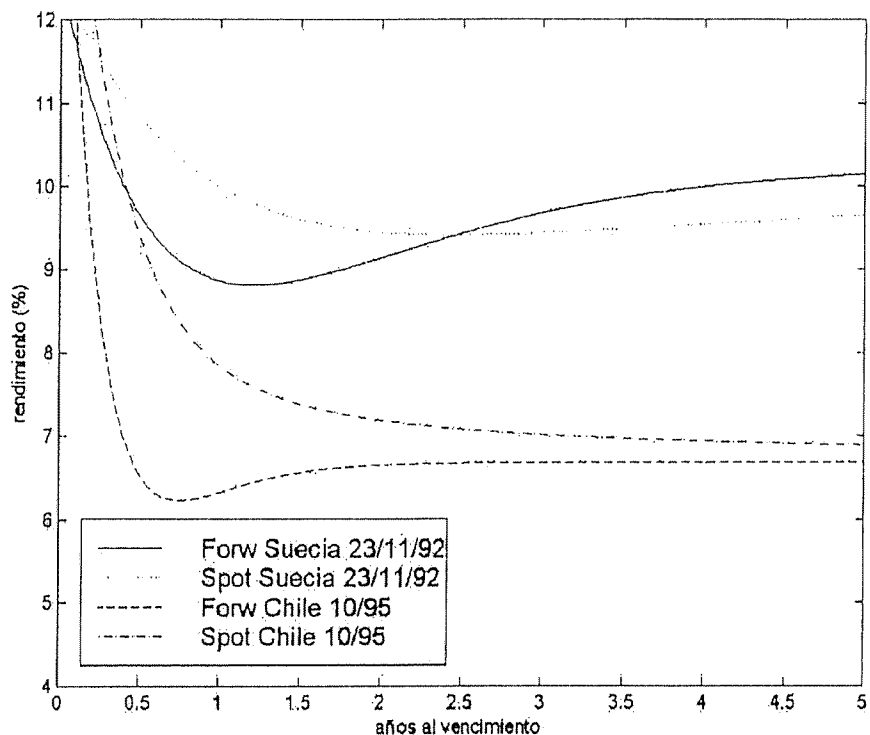


Figura 7
Comparación ETTI Chile frente a Suecia



Al respecto, por lo general se tiende a suponer que la ETTI *spot* debe tener pendiente positiva, sin embargo Wood 1983, en un estudio que abarca más de un siglo, muestra que las pendientes negativas (también llamadas "perversas") han sido tan comunes como las pendientes positivas en los Estados Unidos. El autor observa que hasta 1970 las curvas tienden a tener pendiente positiva cuando los rendimientos son "bajos", y tendiente negativa cuando los rendimientos son "altos". De acuerdo con esta observación y en concordancia con la teoría de las expectativas puras, es posible concluir que una de las principales causas de la persistencia de la negatividad en la curva chilena se debe justamente a un nivel de tasas superior al de equilibrio.

Finalmente, si bien de acuerdo con la teoría de las expectativas puras podemos concluir que el mercado sistemáticamente ha estado apostando a una baja de tasas, la que no se produjo durante el período en estudio, no podemos descartar explicaciones diferentes del fenómeno, tal como, por ejemplo, la teoría

de los mercados segmentados (Modigliani-Sutch), según la cual diferentes compradores y vendedores de bonos pueden tener preferencia por bonos de corto plazo (hábitat preferido), lo que llevaría a que los bonos cortos tengan rendimientos mayores que los bonos largos. La teoría del premio por liquidez (Hicks-Lutz) claramente no es respaldada por los resultados. Las líneas de investigación futuras en esta área entregarán mayores explicaciones del fenómeno que aquí hemos presentado.

Resumen

El objetivo de este trabajo ha sido obtener estimaciones de la estructura temporal de tasas de interés en Chile para los años 1994, 1995, 1996 y 1997, ajustando el modelo parsimonioso de Nelson y Siegel 1987. Para esto hemos construido una base de datos de rendimientos de los instrumentos de renta fija cero-cupón del Estado chileno que se transan en la Bolsa de Comercio de Santiago.

A pesar del gran número de observaciones de transacciones disponibles para los instrumentos aquí considerados (alrededor de 66.000 registros), generalmente no se logra llenar satisfactoriamente el espectro de plazos al vencimiento según una frecuencia diaria o semanal, y en consecuencia la información debió ser agregada en términos mensuales. Usando mínimos cuadrados no lineales obtuvimos las 48 estimaciones de parámetros para el periodo 1994:01-1997:12, las que permiten construir las curvas ETTI *spot* y *forward*.

Los resultados entregan una curva *spot* siempre descendente hasta converger a la asíntota (no existe un mínimo), de modo que la curva *forward* no la corta en ningún momento. A la luz de la teoría de las expectativas puras, la persistencia de esta peculiaridad debe explicarse en el sentido de que los niveles de tasas del periodo estudiado se encuentran sobre su nivel de equilibrio de largo plazo. No se puede descartar otras explicaciones del fenómeno, y en este sentido la teoría de los mercados segmentados puede ser también una explicación plausible de la negatividad de la ETTI.

ANEXO

La extensión de Svensson

Svensson 1994 extendió el trabajo de Nelson y Siegel, agregando un cuarto término a la expresión de la tasa *forward*, por lo que a través de los dos nuevos parámetros se permite una forma de U adicional en las curvas.

La expresión para las tasas *forward* es

$$f(m; \beta, \tau) = \beta_0 + \beta_1 \exp(-m/\tau) + \beta_2 [(m/\tau) \exp(-m/\tau)] + \beta_3 [(m/\tau_2) \exp(-m/\tau_2)].$$

Para obtener la tasa *spot* se integra igual que antes en (8), obteniendo

$$R(m; \beta, \tau) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{[1 - \exp(-m/\tau)]}{m/\tau} - \beta_2 \exp(-m/\tau) + \beta_3 \frac{[1 - \exp(-m/\tau_2)]}{m/\tau_2} - \beta_3 \exp(-m/\tau_2),$$

o, alternativamente,

$$R(m; \beta, \tau) = \beta_0 + \beta_1 \frac{[1 - \exp(-m/\tau)]}{m/\tau} + \beta_2 \left[\frac{[1 - \exp(-m/\tau)]}{m/\tau} \exp(-m/\tau) \right] + \beta_3 \left[\frac{[1 - \exp(-m/\tau)]}{m/\tau} \exp(-m/\tau) \right].$$

Para efectos de estimación, este modelo es parametrizado al igual que el modelo de Nelson y Siegel. Sin embargo, ahora se tienen seis parámetros para estimar, en lugar de cuatro, lo que provoca algunas dificultades comparativas en la convergencia del algoritmo de optimización, las que no necesariamente se justifican, motivo por el cual no se implementa en este artículo.

Referencias

- ANDERSON, N.F. y otros (1996). *Estimating and Interpreting the Yield Curve*. N.York: Wiley.
- BRENNAN, M. y E. SCHWARTZ (1977). "Saving Bonds, Retractable Bonds and Callable Bonds". *Journal of Financial Economics* 5, pp. 67-88.
- CARLETON, W. e IAN COOPER (1976). "Estimation and Uses of the Term Structure of Interest Rates". *The Journal of Finance* 31(4):1.067-1.083.
- COX, J. C., J. E. INGERSOLL y S. A. ROSS (1985). "A Theory of the Term Structure of Interest Rates", *Econometrica* 53, pp.385-407.
- DAHLQUIST, M. y L. SVENSSON (1994). "Estimating the Term Structure of Interest Rates with Simple and Complex Functional Forms: Nelson & Siegel vs. Longstaff & Schwartz". *Arbetsrapport* N° 15. Sveriges Riksbank, Suecia.
- DOTHAN, U. (1978). "On the Term Structure of Interest Rates". *Journal of Financial Economics* 6, pp. 59-69.
- FISHER, M., D. NYCHKA y D. ZERVOS (1995). *Fitting the Term Structure of Interest Rates with Smoothing Splines*. Federal Reserve Bank, Finance and Economics Discussion Paper 95-1.
- HERRERA, L. O. e I. MAGENDZO (1997). *Expectativas financieras y la curva de tasas forward de Chile*. Documentos de trabajo (23), Banco Central de Chile.
- JUDGE, G. y otros (1988). *Introduction to the Theory and Practice of Econometrics*, 2 ed. N.York: Wiley.
- McCulloch, J. (1971). "Measuring the Term Structure of Interest Rates", *Journal of Business* 44, 19-31.
- _____ (1975). "Tax Adjusted Yield Curve". *The Journal of Finance* 30 (3):811-830.

- MERTON, R. (1970). *A Dynamic General Equilibrium Model of Asset Market and Its Application to the Pricing of the Capital Structure of the Firm*. Sloan School of Management, Massachusetts Institute of Technology, W.P. N° 497-70.
- NELSON, CH. y A. SIEGEL (1987). "Parsimonious Modeling of Yield Curves", *Journal of Business* 60, pp.473-489.
- SCHAEFER, S. (1981). "Measuring a Tax-Specific Term Structure of Interest Rates in the Market for British Government Securities", *The Economic Journal* 91, pp.415-438.
- SHEA, G. (1984). "Pitfalls in Smoothing Interest Rates Term Structure Data: Equilibrium Models and Spline Aproximations", *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 19, pp.253-269.
- _____ (1985). "Interest Rate Term Structure Estimation with Exponential Splines: a Note", *Journal of Finance* 40 (4):512-29.
- STEELEY, J. M. (1991). "Estimating the Gilt-Edged Term Structure: Basis Splines and Confidence Intervals", *Journal of Business, Finance and Accounting* 18 (4):512-29.
- SVENSSON, L. (1994). *Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994*, International Monetary Fund WP/94/114, y también en NBER Working Paper N° W4871.
- VASICEK, O. (1977). "An Equilibrium Characterization of The Term Structure", *Journal of Financial Economics* 5, pp.177-188.
- VASICEK, O. y G. FONG (1982). "Term Structure Modeling Using Exponential Splines", *The Journal of Finance* 37 (2):339-325.
- WOOD, J. H. (1983). "Do Yield Curves Normally Slope Up? The Term Structure of U.S. Interest Rate, 1862-1982", *Economic Perspectives: Federal Reserve Bank of Chicago* 7, pp.17-23.

ZÚÑIGA, S. (1999). "Modelos de tasas de interés en Chile: una revisión". Por aparecer en *Cuadernos de Economía*.

ZÚÑIGA, S. y K. SORIA (1999). *La estructura de tasas, los retornos accionarios y la actividad real, ¿es posible predecir el crecimiento económico chileno? Evidencia del periodo 1989-1997*. Documentos de trabajo, Escuela de Ingeniería Comercial, Universidad Católica del Norte, Chile.