NOTAS ACERCA DE LA ESTIMACION DE UNA FUNCION DE PRODUCCION AGREGADA

Joaquín Vial

La estimación de las funciones de producción agregadas es un tópico muy popular en estudios macroeconómicos aplicados, debido a los múltiples usos que se pueden dar a esos resultados, aun cuando el respaldo teórico de dicho concepto sea bastante discutido.

Entre las formulaciones más usadas están la función de producción Cobb Douglas, la CES y algunas otras de introducción más reciente como la Translog. En esta nota nos limitaremos al estudio de las dos primeras, debido a que la estimación de la última, usando series de tiempo con periodicidad anual, requiere de más observaciones de las que están disponibles para Chile si se desea obtener resultados con algún significado.

1. La función Cobb Douglas

La forma general de dicha función es:

$$PGB = A\, K^{\alpha}\, E^{\beta}$$

Donde A es un parámetro de escala, que puede variar dependiendo de la existencia de progreso técnico, K es el flujo de servicios de capital y E el flujo de servicios del trabajo. Si $\alpha + \beta = 1$, tenemos retornos constantes a la escala.

Generalmente, esta función se estima directamente aplicando una transformación logarítmica, especificando algún tipo de progreso técnico y verificando la presencia de retornos constantes a la escala:

$$\ln PGB = \ln A + \alpha \ln K + \beta \ln E + \gamma t + u_t \qquad (1)$$

$$\ln \left(\frac{PGB}{E}\right) = \ln A + \alpha \ln \left(\frac{K}{E}\right) + \gamma t + u_t \quad (RCE) \qquad (2)$$

donde γ es el parámetro que representa la tasa de progreso técnico neutral (a la Hicks)[1] y t es el tiempo.

2. La función CES

La forma más general de dicha función es:

$$PGB = A_1 \left[\delta K^{-\rho} + (1-\delta) E^{-\rho}\right]^{-\frac{v}{\rho}}$$

[1] Si suponemos progreso técnico incorporado al trabajo: $E = Le^{\lambda t}$, entonces $\gamma = \lambda(1-\alpha)$.

Donde $\sigma = \dfrac{1}{1+\rho}$ es la elasticidad de sustitución. El grado de homogeneidad de la función depende de v, de manera que si v = 1, tendríamos retornos constantes a la escala.

Para estimar esta función se han sugerido diversos procedimientos que buscan sortear el problema planteado por la no linealidad intrínseca de dicha función, que torna prácticamente imposible la estimación directa de ella. Las alternativas más frecuentes son:

a) Estimación de las condiciones de primer orden de un problema de minimización de costos, dado un nivel de producción, suponiendo competencia perfecta en los mercados de factores.

   Esto conduce a la siguiente ecuación si suponemos retornos constantes a la escala y progreso técnico no neutral.

$$\ln\left(\frac{K}{E}\right) = a + \sigma \ln\left(\frac{w}{P_K}\right) + \lambda t \tag{3}$$

   Donde

$$a = \sigma \ln\left(\frac{1-\delta}{\delta}\right)$$

   En algunos casos se ha sugerido usar la relación capital–trabajo rezagada en un período para representar un ajuste parcial a la relación "óptima".

b) Estimación de funciones de demanda por factores, que surgen de imponer distintas funciones objetivo, tales como maximización de ganancias, minimización de costos dado un nivel de producto, etc. Dentro de este grupo, una especificación de uso algo menos frecuente, se basa en la relación que existe entre la productividad media de los recursos y los precios de los factores, si suponemos que a éstos se les paga el valor de su productividad marginal.

$$\ln\left(\frac{PGB}{K}\right) = \frac{\rho\sigma}{1+\rho} \ln(A_1) + \sigma \ln\delta + \sigma \ln\left(\frac{P_k}{p}\right) + \rho\sigma\gamma t \tag{4.1.}$$

$$\ln\left(\frac{PGB}{E}\right) = \frac{\rho\sigma}{1+\rho} \ln(A_1) + \sigma \ln(1-\delta) + \sigma \ln\left(\frac{W}{p}\right) + \rho\sigma\gamma t \tag{4.2}$$

Esta formulación tiene dos ventajas sobre la anterior. En primer lugar, permite ampliar el número de grados de libertad si se estiman ambas ecuaciones simultáneamente, imponiendo como restricción que los parámetros comunes sean iguales. En segundo lugar, deja abierta la posibilidad de probar diferentes velocidades de ajuste para los distintos factores, si se acepta un esquema de ajuste parcial.

3. Estimaciones

Las estimaciones para Chile se hicieron para datos anuales del período 1960–1980, usando principalmente las series calculadas por Mario Gutiérrez.[2] La única innovación a este respecto fue el cálculo de una tasa de utilización del capital que usa el "método de los peaks (IUK)".[3]

Las ecuaciones estimadas con sus correspondientes restricciones fueron:

— Cobb Douglas.

$$\ln PGB = a_o + a_1 \ln(K \cdot IUK) + a_2 \ln E + a_3 T + u_1 \quad (5.1)$$

$$\ln \left(\frac{PGB}{E}\right) = b_o + b_1 \ln (K \cdot IUK/E) + b_3 T + u_2 \quad (5.2)$$

Estas ecuaciones fueron estimadas excluyendo los años 1971 a 1973 de la muestra y se puso una variable muda multiplicando T, con valores unitarios a partir de 1975 para probar la hipótesis de cambio en el ritmo de "progreso técnico" neutral después de 1975.

— CES

$$\ln \left(\frac{PGB}{K \cdot IUK}\right) = \beta_K [c_1 + \sigma \ln \left(\frac{p_k}{p}\right) + c_2 T] + (1-\beta_K) \ln \frac{PGB}{K \cdot IUK} (t-1) \quad (6.1)$$

$$\ln \left(\frac{PGB}{E}\right) = \beta_L [d_1 + \sigma \ln\left(\frac{w}{p}\right) + c_2 T] + (1-\beta_L) \ln \frac{PGB}{E} (t-1) \quad (6.2)$$

En este caso se usó una variable muda con valor 1 a partir de 1975, y se aplicó tanto en forma aditiva como multiplicando al tiempo.

Las ecuaciones para la función Cobb Douglas fueron estimadas usando Mínimos Cuadrados Ordinarios. Las ecuaciones para la CES se estimaron en conjunto, usando Máxima Verosimilitud con información completa, imponiendo las restricciones indicadas en las ecuaciones (6.1) y (6.2), es decir que la elasticidad de sustitución es la misma y que la tasa de progreso técnico también es igual. No se quiso imponer la restricción de igualdad del parámetro de escala (A) debido a que ello habría requerido una especificación con no–linealidades más fuertes en los parámetros. Vale la pena hacer notar que especificaciones alternativas en que el coeficiente asociado al tiempo en cada ecuación se dejó libre para expresar diferencias en el ritmo de progreso técnico no neutral, éstas no mostraron diferencias significativas al aplicar un test de razón de verosimilitud.

[2] Mario Gutiérrez: "Ahorro y crecimiento económico en Chile: Una visión del proceso desde 1960 a 1981 y proyecciones de mediano plazo". Documento de Investigación nº 18, Banco Central de Chile, febrero de 1983.

[3] Las series estadísticas y la metodología usada para construir la tasa de utilización están disponibles para quien las solicite.

CUADRO 1

RESULTADOS DE LAS ESTIMACIONES DE LA FUNCION COBB–DOUGLAS
(muestra 1961–1970; 1974–1980)

	ln A	α	β	γ	D*	R^2	log L	DW
1. Forma general	–3,1008	0,8403	0,3891	0,0065	–0,00074	0,9975	57,42	1,33
	(–2,07)	(6,09)	(1,30)	(3,96)	(–0,52)			
2. R.C.E.	–1,0858	1,006	–0,006	0,0083	–0,00061	0,9898	56,23	1,13
	(–14,02)	(15,81)	–	(8,50)	(–0,43)			
3. Forma general	–3,039	0,8550	0,3687	0,0061	–	0,9974	57,23	1,36
	(–2,09)	(6,51)	(1,28)	(4,30)				
4. R.C.E.	–1,0765	1,0152	–0,0152	0,00793	–	0,9897	56,11	1,18
	(–14,94)	(17,38)	–	(17,18)				

*Coeficiente de una variable muda que toma valores 1 desde 1975 en adelante y que multiplica a T. (Es decir, se debe agregar a γ a partir de 1975.

CUADRO 2

RESULTADOS DE LA ESTIMACION DE FUNCION CES CON RETORNOS CONSTANTES A ESCALA Y PROGRESO TECNICO NEUTRAL

(muestra: 1961–1970; 1974–1980)

	δ	ρ	σ	γ	λ_1	β_K	β_L	log L
Modelo 1								
– Sin restricción	0,359	0,105	0,905	0,063	–	–0,07	0,55	94,04
– $\beta_L = 1$	0,327	0,356	0,738	0,027	–	–0,03	1	89,40
Modelo 2 (cambio en el ritmo de progreso técnico en 1975)								
– Sin restricción	0,064	1,645	0,378	0,0199	–0,0098	0,364	1,29	104,16
– $\beta_L = 1$	0,088	1,377	0,421	0,0208	–0,0101	0,348	1	95,56
Modelo 3 (cambio en la productividad media en 1975)								
– Sin restricción	0,036	2,10	0,323	0,0207	–0,0971	0,2107	1,27	101,07
– $\beta_L = 1$	0,056	1,69	0,372	0,0238	–0,1307	0,127	1	97,71

Modelo 1: $PGB = A[\delta(K \cdot IUK)^{-\rho} + (1-\delta)E^{-\rho}]^{-1/\rho} e^{\gamma T}$

Modelo 2: $PGB = A[\delta(K \cdot IUK)^{-\rho} + (1-\delta)E^{-\rho}]^{-1/\rho} e^{\gamma T + \lambda_1 D7580 T}$

Modelo 3: $PGB = A[\delta(K \cdot IUK)^{-\rho} + (1-\delta)E^{-\rho}]^{-1/\rho} e^{\gamma T + \lambda_1 D7580}$

Las conclusiones más interesantes que se desprenden de las estimaciones, serían las siguientes:

— En general, la evidencia tiende a rechazar la hipótesis de elasticidad de sustitución unitaria entre capital y trabajo, lo que invalidaría el uso de funciones del tipo Cobb Douglas. Sin embargo, esta conclusión no es definitiva ya que para las estimaciones de la función CES se impuso la restricción de retornos constantes a la escala.

— Habría una diferencia importante entre la velocidad de ajuste en el uso de capital y trabajo, siendo la primera, sustancialmente, menor que la segunda.

— La evidencia sugiere que la elasticidad de sustitución entre capital y trabajo es relativamente baja (alrededor de 0,35), de manera que la elasticidad –precio de la demanda por este último factor es también pequeña.

— El procedimiento de estimación usado parece sesgar de manera importante el coeficiente de distribución de la función de producción.

— Al estimar simultáneamente las dos ecuaciones de demanda por factores, imponiendo las restricciones de igualdad de los parámetros correspondientes, se consiguen ganancias importantes en términos de eficiencia.