



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

AERODINÁMICA DE TURBINAS EÓLICAS MAGNUS DE EJE HORIZONTAL Y
SU POTENCIAL USO EN AMBIENTES URBANOS

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA
INGENIERÍA, MENCIÓN MECÁNICA

GUSTAVO BERNARDO RICHMOND NAVARRO

PROFESOR GUÍA:
WILLIAMS CALDERÓN MUÑOZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
PABLO CASTILLO CAPPONI
RICHARD LEBOEUF

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA
MINISTERIO DE CIENCIA, TECNOLOGÍA Y TELECOMUNICACIONES DE
COSTA RICA

SANTIAGO DE CHILE
2014

Resumen

Este estudio presenta el análisis de una turbina eólica de eje horizontal que utiliza cilindros en rotación, en lugar de aspas con perfiles alares. El principio de funcionamiento de este generador eólico es el efecto Magnus, el cual sucede cuando las aspas cilíndricas se ponen en rotación y se da una interacción entre la corriente de viento incidente y el aire que es arrastrado por las paredes de los cilindros en movimiento. De esta forma se obtiene la sustentación que pone en movimiento la turbina.

El objetivo buscado es caracterizar este tipo de turbina y buscar sus posibles aplicaciones en ambientes urbanos, mediante modelos numéricos y matemáticos que permitan determinar los parámetros de funcionamiento de las turbinas eólicas Magnus de eje horizontal.

Se incluye un análisis teórico del efecto Magnus mediante la teoría de Flujo Potencial, con el cual se logra obtener una expresión analítica de la fuerza que produce este efecto sobre un cilindro en rotación, partiendo de un flujo irrotacional, incompresible y no viscoso.

Para estudiar el desempeño de la turbina, se propone un método numérico no iterativo, que es implementado en un código que permite predecir el rendimiento de turbinas de eje horizontal, el cual es validado con mediciones experimentales de turbinas convencionales.

Posteriormente se adecúa el código para aplicarlo a turbinas Magnus y con ello se obtiene el comportamiento de la curva de potencia ante variaciones en la geometría y cantidad de cilindros, así como las velocidades angulares de la turbina y del aspa cilíndrica.

Los resultados de las simulaciones numéricas se procesan para obtener un modelo matemático del comportamiento de la turbina, el cual permite definir parámetros óptimos de operación y establecer un valor máximo de 0,2 para el coeficiente de potencia de este generador eólico, en el marco de su aplicación en ambientes urbanos.

Abstract

This study covers the analysis of a horizontal axis wind turbine that uses rotating cylinders instead of blades. The working principle of this wind generator is the Magnus effect, which happens when the cylinders start rotating, giving rise to an interaction between the incident wind and the air dragged by the walls of the moving cylinders. This generates lift which puts the turbine in motion.

The goal of this investigation was to characterize this type of turbine and look for possible applications in urban environments, by means of numerical and mathematics methods that permit determination of the working parameters of Magnus horizontal axis wind turbines.

A theoretical analysis of Magnus effect based on potential flow theory is included, which leads to an analytical expression of the force that produces the effect on the rotating cylinder, when an irrotational, incompressible and inviscid flow is considered.

In order to study turbines performance, a non-iterative method is proposed and implemented in code. This approach allows the prediction of the output power, which is validated by experimental measurements of conventional turbines.

The method was adapted to Magnus turbines. It was used to obtain the power curve behavior given geometry variations including changes in the number of rods, as well as turbine and cylindrical blade's angular velocities.

The numerical simulation results were processed to obtain a mathematical model of turbine behavior. The model was used for defining an optimal set of working parameters. Within the range of parameters considered, the maximum turbine power coefficient was 0,2.

Therefore the Magnus turbine could be a viable source of energy in an urban environment.

Para Karol, Vinicio y los que estén por venir...

Agradecimientos

En primer lugar a Dios, nuestro Señor, por el don de la vida y por las ganas de vivir que me da cada día.

En segundo lugar a mi familia, Karol y Vinicio, por el gran sacrificio que realizaron al acompañarme y ser parte de este proyecto.

También agradezco a todas las personas en Costa Rica y en Chile que nos hicieron la vida más amena durante este tiempo, como mis padres, mis suegros y tantos otros amigos.

Además, un sincero agradecimiento a los profesores que me orientaron y guiaron.

Por último, al Instituto Tecnológico de Costa Rica y al Ministerio de Ciencia, Tecnología y Telecomunicaciones por el financiamiento otorgado.

Tabla de contenido

Simbología	1
1. Introducción	3
1.1. Motivación	3
1.2. Antecedentes	3
1.2.1. Turbinas eólicas de eje horizontal	4
1.2.2. Turbinas eólicas de eje vertical	4
1.2.3. Turbinas eólicas Magnus	4
1.3. Objetivos	5
1.3.1. Objetivo General	5
1.3.2. Objetivos Específicos	5
1.4. Metodología	8
1.5. Resultados esperados	8
2. Estado del arte	9
2.1. Efecto Magnus	9
2.2. Turbinas eólicas Magnus	14
3. Efecto Magnus mediante Flujo Potencial	17
3.1. La velocidad potencial	17
3.2. Solución analítica	18
3.3. El efecto Magnus	24
4. Método directo para predecir el rendimiento de turbinas eólicas de eje horizontal	31
4.1. Descripción de los modelos aerodinámicos	31
4.2. Método directo	35
4.3. Resultados y validación del modelo	36
5. Características aerodinámicas de la turbina Magnus	39
5.1. Adecuación del método directo para turbinas Magnus	39
5.2. Resultados del comportamiento aerodinámico de la turbina Magnus	41
5.3. Potencia requerida para operar la turbina Magnus	44
5.3.1. Pérdidas mecánicas por rodamientos	46
5.4. Optimización de la turbina Magnus y comparación con la turbina Fase II	48
5.4.1. Optimización de la turbina Magnus básica	48

5.4.2.	Captura de energía en función de la posición radial	50
5.4.3.	Turbina Magnus perfeccionada	52
5.4.4.	Análisis de sensibilidad	52
5.5.	Turbina Magnus para ambientes urbanos	56
6.	Análisis dimensional y modelamiento matemático de la turbina Magnus	59
6.1.	Análisis dimensional	59
6.2.	Construcción de los modelos	61
6.2.1.	Rangos de las variables	61
6.2.2.	Obtención de los modelos	62
6.3.	Modelo general	68
6.4.	Modelos simplificados	69
6.5.	Coefficiente de potencia máximo	73
7.	Análisis de resultados	77
7.1.	Velocidad angular de los cilindros	77
7.2.	Geometría de los cilindros	79
7.3.	Velocidad angular de la turbina Magnus	80
7.4.	Cantidad de cilindros	81
7.5.	Máximo coeficiente de potencia de la turbina Magnus	81
7.6.	Potencial de la turbina Magnus en ambientes urbanos	83
8.	Conclusión	84
8.1.	Conclusiones	84
8.1.1.	Sobre el modelo de predicción del desempeño de turbinas eólicas de eje horizontal	84
8.1.2.	Sobre los parámetros que gobiernan el funcionamiento de las turbinas Magnus y su coeficiente de potencia	84
8.1.3.	Sobre el desempeño de los generadores eólicos operando en ambientes urbanos y a bajas velocidades de viento	85
8.1.4.	Sobre otras aplicaciones de la turbina Magnus	85
8.2.	Recomendaciones para trabajo futuro	85
	Bibliografía	86

Índice de tablas

4.1. Características aerodinámicas de dos turbinas del NREL	37
6.1. Combinaciones de máximos y mínimos para $B = 2$ según el método DOE. .	63
6.2. Combinaciones de máximos y mínimos para $B = 4$ según el método DOE. .	64
6.3. Combinaciones de máximos y mínimos para $B = 6$ según el método DOE. .	65
6.4. Rangos de valores de las variables de entrada, se han omitido las unidades, U (m/s), Ω (rad/s), R (m), ω (rad/s), D (m).	66
6.5. Comparación entre el modelo con máxima correlación y el modelo simpli- ficado para $B = 2$	69
6.6. Comparación entre el modelo con máxima correlación y el modelo simpli- ficado para $B = 4$	71
6.7. Comparación entre el modelo con máxima correlación y el modelo simpli- ficado para $B = 6$	71
6.8. Combinaciones de adimensionales que entregan el máximo C_{Pot} de acuerdo con las simulaciones para $B = 2$	76
6.9. Combinaciones de adimensionales que entregan el máximo C_{Pot} de acuerdo con las simulaciones para $B = 4$	76
6.10. Combinaciones de adimensionales que entregan el máximo C_{Pot} de acuerdo con las simulaciones para $B = 6$	76

Índice de figuras

1.1.	Turbina de eje horizontal [40]	5
1.2.	Turbina de eje vertical [17]	6
1.3.	Turbina eólica Magnus [33]	7
2.1.	Efecto Magnus [13]	10
2.2.	C_L según varios autores, para $4 \times 10^4 < Re < 1,2 \times 10^5$ [37]	10
2.3.	C_L y C_D en función del tiempo para varios valores de $\bar{\omega}$, según Chou. [12]	11
2.4.	C_L y C_D en función de $\bar{\omega}$, según Karabelas <i>et al.</i> [19]	12
2.5.	C_L y C_D en función de $\bar{\omega}$, $Re = 5 \times 10^5$ (línea punteada), $Re = 10^6$ (línea sólida), $Re = 5 \times 10^6$ (línea de punto-rayas), Karabelas. [20]	13
2.6.	C_L y C_D en función de $\bar{\omega}$, según Childs. [11]	14
2.7.	(a) Características aerodinámicas de un cilindro girando vs un aspa, (b) Efecto de la razón de aspecto en el arrastre del cilindro. [8]	15
3.1.	Flujo potencial alrededor de un cilindro girando [11].	18
3.2.	Puntos de estancamiento para $-\bar{\omega}/2 = 0$, el flujo viaja de izquierda a derecha y el cilindro no rota, existen dos puntos de estancamiento sobre el cilindro.	24
3.3.	Puntos de estancamiento para $-\bar{\omega}/2 = 0,5$, el flujo viaja de izquierda a derecha y el cilindro rota en sentido horario, existen dos puntos de estancamiento sobre el cilindro.	25
3.4.	Puntos de estancamiento para $-\bar{\omega}/2 = 1$, el flujo viaja de izquierda a derecha y el cilindro rota en sentido horario, existe un punto de estancamiento sobre el cilindro.	25
3.5.	Puntos de estancamiento para $-\bar{\omega}/2 = 1,5$, el flujo viaja de izquierda a derecha y el cilindro rota en sentido horario, no existen puntos de estancamiento sobre el cilindro.	26
3.6.	Coefficiente de presión para $-\bar{\omega}/2 = 0$, el flujo viaja de izquierda a derecha y el cilindro no rota.	27
3.7.	Coefficiente de presión para $-\bar{\omega}/2 = 0,5$, el flujo viaja de izquierda a derecha y el cilindro rota en sentido horario.	28
3.8.	Coefficiente de presión para $-\bar{\omega}/2 = 1$, el flujo viaja de izquierda a derecha y el cilindro rota en sentido horario.	28
3.9.	Coefficiente de presión para $-\bar{\omega}/2 = 1,5$, el flujo viaja de izquierda a derecha y el cilindro rota en sentido horario.	29

4.1.	Un elemento de aspa barre todo un anillo [7]	32
4.2.	Velocidades locales y ángulos sobre una aspa, adaptado de [26]	33
4.3.	Fuerzas aerodinámicas sobre un elemento de aspa, adaptado de [26]	34
4.4.	Potencia de la turbina NREL Fase II en función de la velocidad del viento.	37
4.5.	Potencia de la turbina NREL 5MW Baseline en función de la velocidad del viento.	38
5.1.	Velocidades locales y ángulo de ataque sobre un cilindro de la turbina Magnus, adaptado de [26]	40
5.2.	Curvas de potencia de la turbina Magnus de 2 cilindros. En cada gráfico $L = 1$ m (sólida), 2 m (puntos) y 3 m (discontinua); $\omega = 10$ RPM (celeste), 100 RPM (rosado), 1000 RPM (negro) y 4000 RPM (rojo).	42
5.3.	Curvas de potencia de la turbina Magnus de 2 cilindros. En cada gráfico $L = 1$ m (sólida), 2 m (puntos) y 3 m (discontinua); $\omega = 1000$ RPM (negro), 4000 RPM (rojo), 8000 RPM (verde) y 12000 RPM (azul).	43
5.4.	Coefficiente de momento para un cilindro en rotación en función de Re_ϕ [11]	45
5.5.	Comparación de la potencia consumida en rotar un cilindro según Sun <i>et al.</i> y el modelo propuesto, para girar un cilindro de 0,32 m de diámetro y 4,512 m de largo entre 0 y 1000 RPM.	46
5.6.	Curvas de potencia neta de la turbina Magnus de 2 cilindros. En cada gráfico $L = 1$ m (sólida), 2 m (puntos) y 3 m (discontinua); $\omega = 1000$ RPM (negro), 4000 RPM (rojo), 8000 RPM (verde) y 12000 RPM (azul).	47
5.7.	Comparación de la Potencia de la turbina Fase II [10] ($\Omega = 71,3$ RPM) y una análoga tipo Magnus (según el <i>Método directo</i> , con $\Omega = 30$ RPM y $\omega = 500$ RPM), ambas con 3 aspas de 5 m de largo.	49
5.8.	Eje y un cilindro de la turbina Magnus propuesta por Bychkov [9]	50
5.9.	Potencia generada y consumida por cada sección radial para la turbina Fase II [10] ($\Omega = 71,3$ RPM) y una análoga tipo Magnus (según el <i>Método directo</i> , con $D = 1$ m, $\Omega = 30$ RPM y $\omega = 500$ RPM), ambas con 3 aspas de 5 m de largo.	51
5.10.	Comparación de la Potencia de la turbina Fase II [10] ($\Omega = 71,3$ RPM) y una análoga tipo Magnus optimizada (según el <i>Método directo</i> , con $D = 1$ m, $\Omega = 30$ RPM y ω variable), ambas con 3 aspas de 5 m de largo.	53
5.11.	Variación del promedio de P_{Net} al variar 1% cada uno de los factores.	54
5.12.	Variación del promedio de P_{Net} al variar 2% cada uno de los factores.	54
5.13.	Comparación del C_{Pot} de la turbina NREL Fase II frente a dos turbinas Magnus perfeccionadas, una de las mismas dimensiones que la Fase II ($L = 5$ m, $B = 3$, $D = 1$ m, $\Omega = 30$ RPM y ω variable) y otra de dimensiones aptas para el entorno urbano ($L = 2$ m, $B = 3$, $D = 0,6$ m, $\Omega = 30$ RPM y ω variable).	57
6.1.	Relevancia de cada variable en el modelo para $B = 2$	67
6.2.	Relevancia de cada variable en el modelo para $B = 4$	67
6.3.	Relevancia de cada variable en el modelo para $B = 6$	67
6.4.	Correlación de valores observados frente a valores predichos por los cuatro modelos estudiados. La línea sólida representa la correlación perfecta.	69

6.5.	Coeficiente de potencia según el modelo simplificado para dos aspas cilíndricas, a la izquierda $\gamma = 5$ y a la derecha $\gamma = 10$	70
6.6.	Coeficiente de potencia según el modelo simplificado para cuatro aspas cilíndricas, a la izquierda $\gamma = 5$ y a la derecha $\gamma = 10$	71
6.7.	Coeficiente de potencia según el modelo simplificado para seis aspas cilíndricas.	72
6.8.	Cantidad de combinaciones de parámetros $(U_\infty, \Omega, R, \omega, D, \rho, \nu, B)$ que generan un C_{Pot} determinado, considerando 33500 casos.	73
6.9.	Rango de valores de $\bar{\omega}$ promedio vs C_{Pot} para la turbina Magnus, considerando 33500 casos.	74
6.10.	Rango de valores de λ promedio vs C_{Pot} para la turbina Magnus, considerando 33500 casos.	75
6.11.	Rango de valores de γ promedio vs C_{Pot} para la turbina Magnus, considerando 33500 casos.	75

Simbología

a factor de inducción de flujo axial

a' factor de inducción de flujo tangencial

A área

B número de aspas

c cuerda

D diámetro del cilindro

F_D fuerza de arrastre (*Drag* en inglés)

F_L fuerza de sustentación (*Lift* en inglés)

g aceleración de la gravedad, $9,8 \frac{m}{s^2}$

H diámetro del eje de la turbina, conocido en inglés como *hub*

L largo del cilindro, coincide con el radio de la turbina

P potencia total capturada por la turbina

P_{rot} potencia necesaria para girar los cilindros de la turbina

P_{Net} potencia neta de la turbina, calculada como $P - P_{rot}$

p presión

p_∞ presión del viento en la corriente libre

Q torque generado en la turbina por la acción del viento

R radio de la turbina (solamente en el Capítulo 6).

r distancia radial medida desde el centro de rotación de la turbina, $0 \leq r \leq L$

r_c radio del cilindro

T fuerza de empuje (del inglés *Thrust*) que actúa sobre la turbina en dirección paralela a la corriente libre de viento

U_∞ velocidad del viento en la corriente libre

α ángulo de ataque o de incidencia del viento respecto del aspa o cilindro

α_g ángulo geométrico

α_r ángulo de ataque real

μ viscosidad dinámica

ν viscosidad cinemática

ω velocidad angular del cilindro

Ω velocidad angular de la turbina eólica

ρ densidad

$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 DL}$ Coeficiente de arrastre (*Drag* en inglés)

$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 DL}$ Coeficiente de sustentación (*Lift* en inglés)

$C_{Pot} = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho A U_\infty^3}$ Coeficiente de potencia

$C_{pres} = \frac{p-p_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2}$ Coeficiente de presión

$Re = \frac{U_\infty D}{\nu}$ Número de Reynolds

$Re_\phi = \frac{\omega r_c^2}{\nu}$ Número de Reynolds rotacional

$\bar{\omega} = \frac{\omega r_c}{U_\infty}$ Velocidad relativa de rotación del cilindro

$\gamma = \frac{L}{D}$ Razón de aspecto del cilindro

$\lambda = \frac{\Omega R}{U_\infty}$ *Tip-Speed Ratio* (TSR), relación de velocidad periférica de la turbina

2D dos dimensiones

3D tres dimensiones

NREL Laboratorio Nacional de Energía Renovable de los EE.UU.

RPM revoluciones por minuto

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

Costa Rica fue catalogado en 2009 como el país más verde del mundo [1], su Gobierno se ha fijado la meta de ser, para el año 2021, una nación carbono neutral [25]. Actualmente, en el país existen proyectos eólicos que aprovechan viento con velocidades que oscilan entre 8 y 12 m/s, pero la mayor parte del territorio registra velocidades de 4 m/s [38].

A nivel mundial se está estudiando en la actualidad el comportamiento de turbinas eólicas pequeñas que trabajan a bajas velocidades [40], con el fin de incorporar este tipo de generación en ambientes urbanos [39]. Dadas las condiciones de recurso eólico en Costa Rica, existe la opción de explorar tecnologías innovadoras de mini generación eólica como fuente alterna de energía.

En base a los antecedentes mencionados, cobra especial importancia la investigación en el campo de turbinas eólicas de escala doméstica (< 3 kW) [21], por lo que en el presente trabajo se estudia la turbina eólica Magnus de eje horizontal y su potencial para uso en ambientes urbanos.

1.2. Antecedentes

En la actualidad, la creciente demanda de energía ha impulsado diversas e innovadoras maneras de aprovechar el recurso eólico para producción de electricidad. Fei [14] describe un sistema de recolección de energía eólica basado en las vibraciones mecánicas que se inducen en una cinta flexible debido a la interacción del fluido con la estructura. Perkovic [32] presenta un mecanismo que consiste en un volantín diseñado para transformar la energía cinética del viento, a gran altitud, en energía mecánica.

Por otra parte, las turbinas eólicas clásicas, definidas como artefactos para extraer la energía cinética del viento [7], están también en constante rediseño e investigación, para obtener cada vez mejores productos en cuanto a eficiencia, confiabilidad y armonía con el entorno, particularmente, para su uso en ambientes urbanos.

1.2.1. Turbinas eólicas de eje horizontal

Las turbinas eólicas de eje horizontal son las más comúnmente diseñadas hoy en día [23], poseen una torre que soporta el eje de rotación a una determinada altura sobre el suelo y paralelo a este, de modo que se aprovecha la energía del viento que viaja a una velocidad mayor, en tanto más alta sea la torre que soporta a la turbina. La Figura 1.1 muestra una turbina eólica de eje horizontal estudiada por Wright [40] para mejorar el rendimiento a bajas velocidades de viento.

1.2.2. Turbinas eólicas de eje vertical

Las turbinas eólicas de eje vertical (perpendicular al suelo) no han logrado alcanzar el éxito de las de eje horizontal, sin embargo es un concepto válido para ciertas aplicaciones. Existe una amplia gama de formas de turbinas de eje vertical, entre ellas destaca la Darrieus (ver Figura 1.2) la cual fue estudiada ampliamente en Estados Unidos y Canadá en las décadas de 1970 y 1980 [23]. Asimismo, hoy en día se presentan modelos matemáticos y computacionales para el análisis de este tipo de turbinas [17].

1.2.3. Turbinas eólicas Magnus

En el campo de las turbinas eólicas de eje horizontal, recientemente se ha explorado la alternativa de utilizar, en lugar de aspas, cilindros girando que aprovechan el efecto Magnus para la generación de la fuerza de sustentación [8]. La empresa japonesa Mecaro Co. ha fabricado este tipo de generador eólico (ver Figura 1.3), el cual posee una condición óptima de operación bajo la acción de viento a velocidades de 8 m/s y genera una potencia de 3000 W. [33]

Por otra parte Bychkov [8] reporta que la turbina Magnus opera de manera óptima en el rango de velocidades menores a 8 m/s. Lo cual resulta sumamente adecuado para aplicaciones en ambientes urbanos, en los que se registran bajas velocidades de viento.



Figura 1.1: Turbina de eje horizontal [40]

1.3. Objetivos

Los objetivos de este estudio se detallan a continuación:

1.3.1. Objetivo General

El objetivo general es determinar el desempeño (curvas de potencia entregada) y los parámetros que gobiernan el funcionamiento de las turbinas eólicas Magnus de eje horizontal, para su aplicación en ambientes urbanos.

1.3.2. Objetivos Específicos

Los objetivos específicos son los siguientes:

- Construir y validar un modelo de predicción del desempeño de turbinas eólicas de eje horizontal.
- Comparar el desempeño de una turbina tipo Magnus operando a bajas velocidades de viento, con una turbina eólica tradicional.
- Generar un modelo que relacione el coeficiente de potencia de una turbina Magnus con los parámetros adimensionales que gobiernan su funcionamiento.

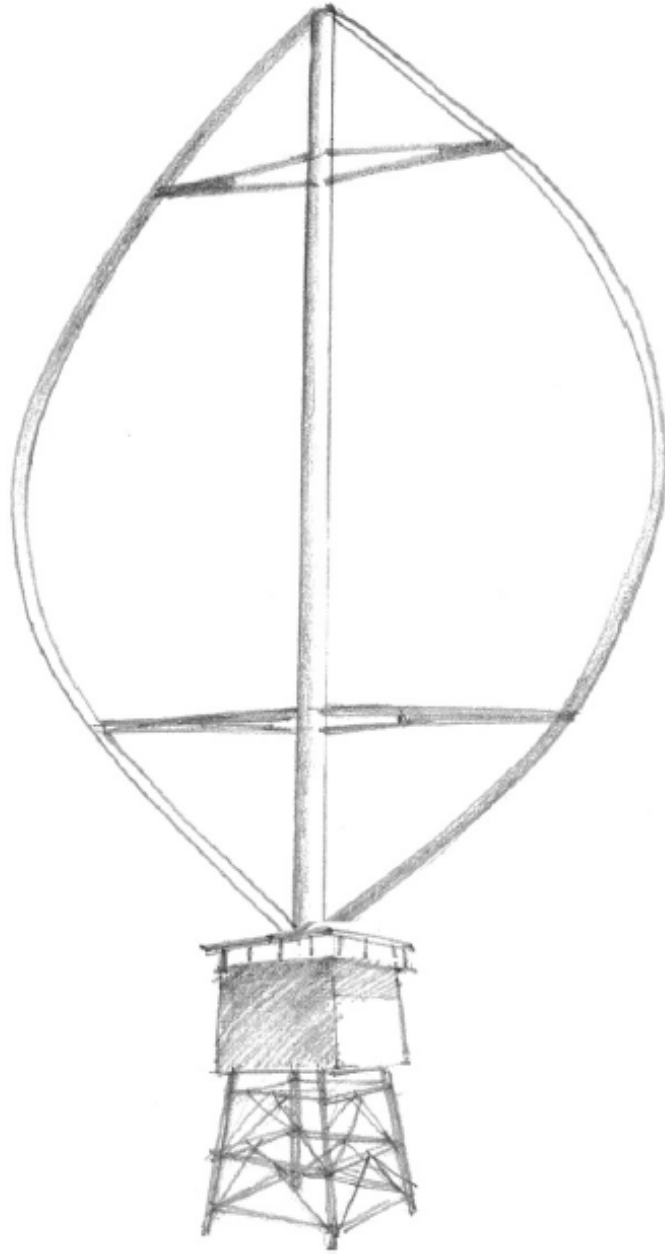


Figura 1.2: Turbina de eje vertical [17]

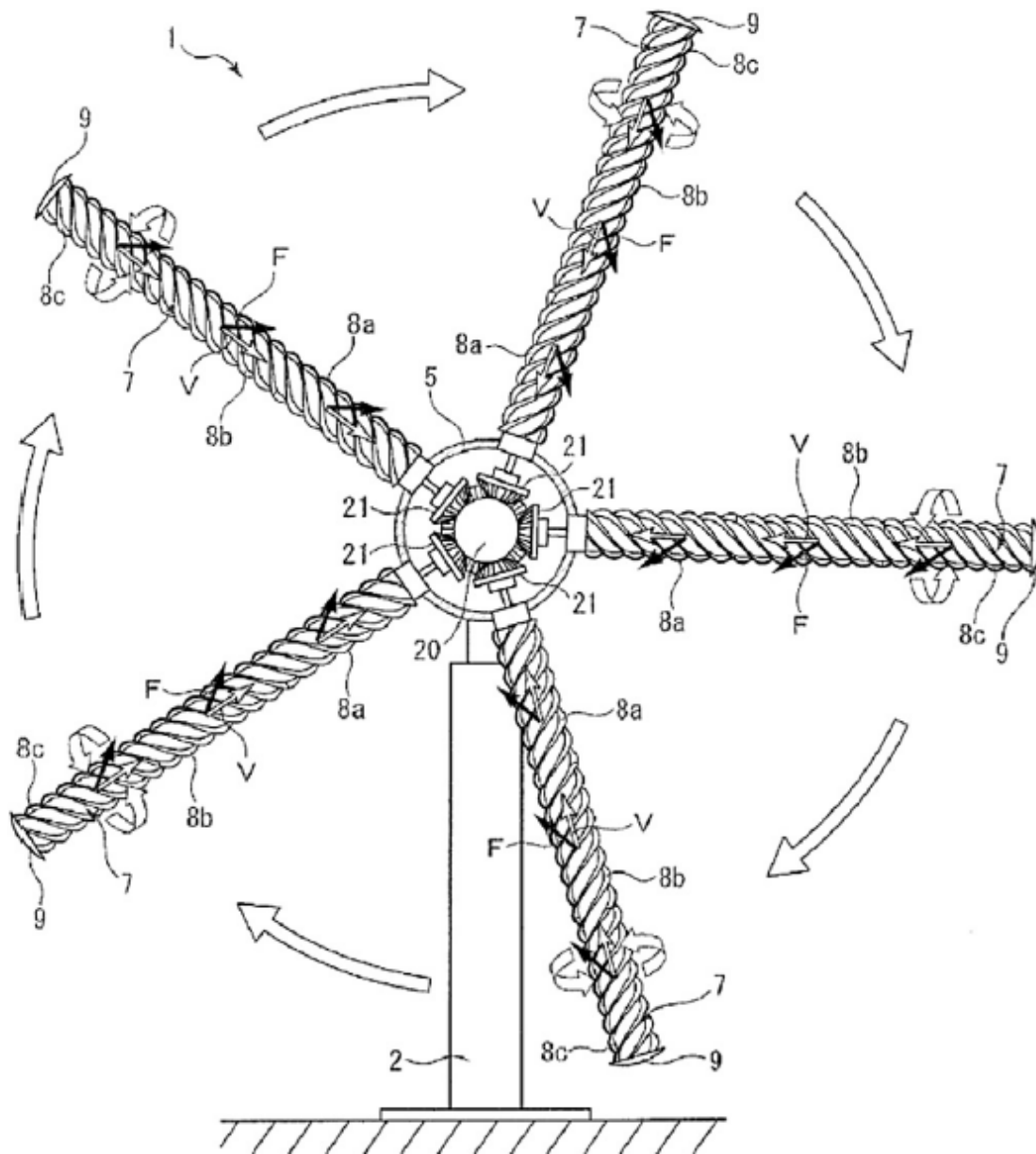


Figura 1.3: Turbina eólica Magnus [33]

1.4. Metodología

Se utilizará el método BEM (*Blade Element Momentum*) para predecir el desempeño de una turbina eólica de eje horizontal tradicional, y posteriormente aplicar este modelo a una turbina eólica tipo Magnus. Con esto se construirá un modelo matemático empleando la técnica de Diseño de Experimentos para definir los rangos de las variables que determinan la potencia de salida de la turbina, los datos obtenidos serán procesados con el software comercial Eureqa (Nutonian Inc.) basado en regresión simbólica.

De ese modo se buscará la respuesta de la turbina bajo el efecto de bajas velocidades de viento, tomando como principales variables la velocidad de rotación y cantidad de cilindros, así como su razón de aspecto (longitud entre diámetro).

1.5. Resultados esperados

Se espera determinar, si la utilización de cilindros en lugar de aspas en una turbina eólica de eje horizontal produce un efecto positivo en la potencia entregada por la turbina bajo la acción de viento de bajas velocidades.

También se pretende precisar si la energía necesaria para hacer girar los cilindros es suficientemente menor a la energía que produce la turbina.

Con la información obtenida se determinará bajo qué condiciones es más favorable el uso de turbinas eólicas tipo Magnus respecto de las turbinas con aspas convencionales.

Finalmente, el principal resultado esperado en este estudio es lograr contribuir al conocimiento y comprensión de este nuevo tipo de turbina, y abrir nuevas opciones de investigación en cuanto a generación eólica en ambientes urbanos.

Capítulo 2

Estado del arte

Se presentan múltiples investigaciones realizadas respecto al efecto Magnus sobre cilindros y una revisión completa de toda la bibliografía disponible respecto a turbinas eólicas Magnus, la cual ciertamente es escasa.

No existe unicidad entre los autores en cuanto al valor de la fuerza de sustentación sobre un cilindro debido al efecto Magnus, tampoco sobre la tendencia de la fuerza de arrastre al aumentar la velocidad de rotación del cilindro.

Ninguna de las referencias presenta una curva de potencia, teórica o experimental, para una turbina Magnus y en pocos casos se comenta el consumo de potencia para generar la rotación de los cilindros. Estos aspectos sí forman parte del presente estudio y en esto radica parte de su originalidad e innovación.

2.1. Efecto Magnus

El efecto Magnus, conocido de esta manera en honor al experimento realizado en 1852 por el físico alemán Gustav Magnus, es una fuerza que actúa sobre un cuerpo en rotación sumergido en un fluido en movimiento, la dirección de esta fuerza es perpendicular a la dirección del flujo según se muestra en la Figura 2.1. No obstante, se dice que Isaac Newton fue el primero en explicar este fenómeno en 1671, mediante observaciones de la trayectoria de una bola de tenis [34].

En 1990 Badr *et al.* [5] estudian el efecto Magnus en flujos no estacionarios, mediante resultados analíticos bidimensionales, $2D$, y experimentales, reportan buenas correlaciones excepto para los casos de alta velocidad relativa de rotación, $\bar{\omega}$, donde los efectos tridimensionales, $3D$, se tornan más pronunciados. Sus resultados muestran que tanto el coeficiente de sustentación, C_L , como el coeficiente de arrastre, C_D , crecen al aumentar la velocidad de rotación del cilindro.

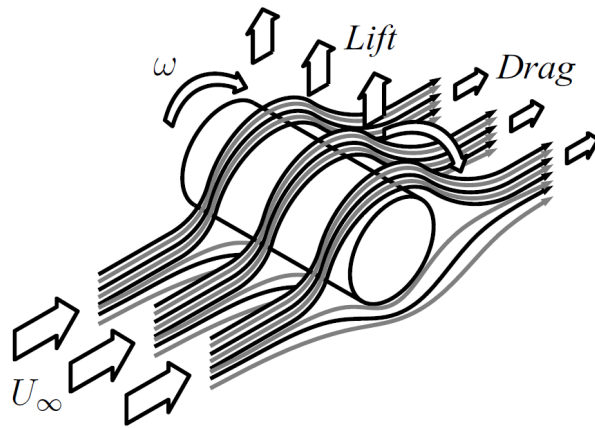


Figura 2.1: Efecto Magnus [13]

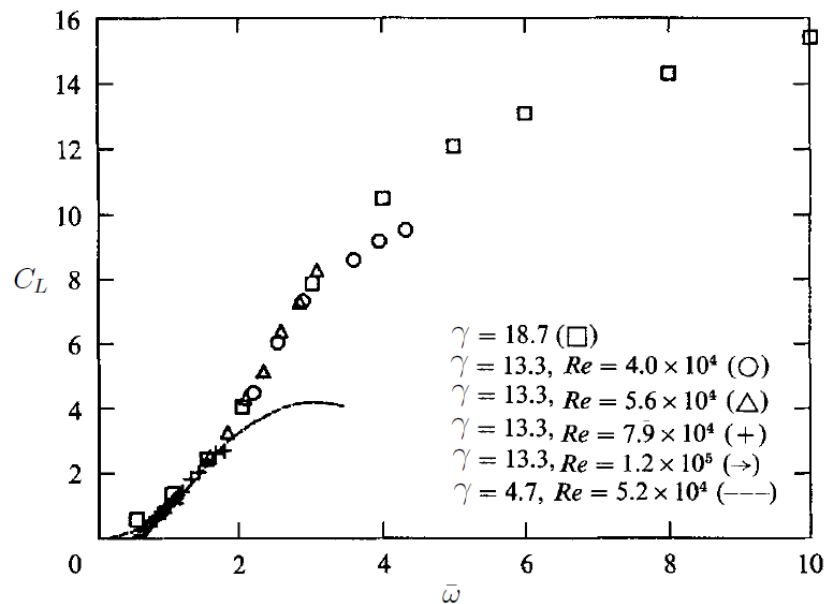


Figura 2.2: C_L según varios autores, para $4 \times 10^4 < Re < 1,2 \times 10^5$ [37]

Tokumar *et al.* [37] en 1993 investigan el C_L promedio de un cilindro girando en un flujo uniforme. Sus resultados experimentales muestran que para una velocidad de rotación fija, al aumentar la razón de aspecto γ (longitud del cilindro entre su diámetro) se aumenta el C_L . Lo anterior implica que este efecto no puede ser capturado adecuadamente mediante estudios $2D$. Los mismos autores también presentan un gráfico de C_L en función de la velocidad de rotación relativa del cilindro $\bar{\omega}$, como se muestra en la Figura 2.2.

En 1998 Nair *et al.* [29] describen las líneas de flujo y el desprendimiento de vórtices alrededor de un cilindro girando. Establecen que es incorrecta la solución para el efecto Magnus mediante la teoría de fluido no viscoso, la cual indica que la sustentación es proporcional a la tasa de rotación. Destacan que para números de Reynolds altos, la rugosidad superficial y los efectos $3D$ juegan un papel muy significativo en el efecto Magnus.

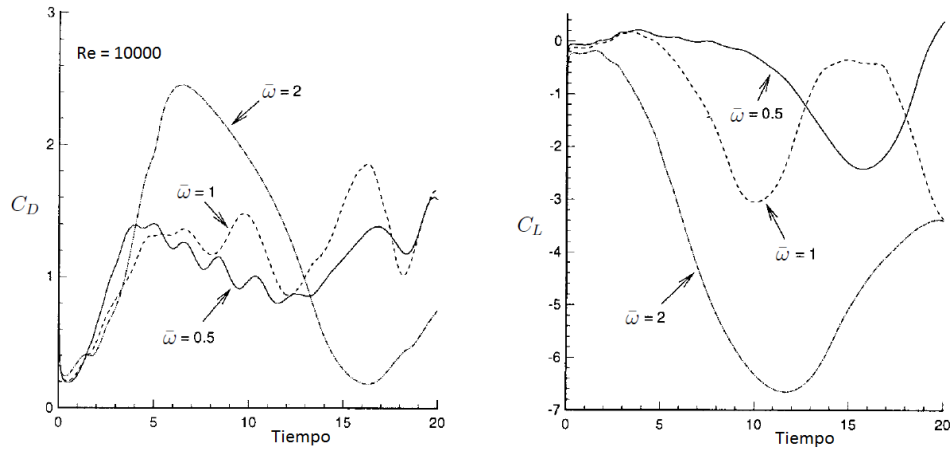


Figura 2.3: C_L y C_D en función del tiempo para varios valores de $\bar{\omega}$, según Chou. [12]

Un estudio numérico sobre desprendimiento de vórtices en un cilindro girando inmerso en un flujo uniforme, es presentado en el año 2000 por Chou [12]. Sus resultados muestran una gran oscilación en los valores de C_L y C_D en función del tiempo, como se muestra en la Figura 2.3. También indican que con una mayor $\bar{\omega}$ se obtienen valores mayores promedio en ambos coeficientes.

En 2001 Norberg [31] destaca que existe una gran dispersión en cuanto a los resultados de distintos autores para las curvas de C_L en función de Re . Esto coincide con lo mostrado en las Figuras 2.2, 2.3 y 2.4, tomadas de varias referencias. Pues destaca que la única tendencia clara es que el C_L se incrementa al aumentar $\bar{\omega}$, pero su valor medio no es único entre los autores.

En 2009 Nobari *et al.* [30] realizan una investigación numérica sobre cilindros girando en flujos no estacionarios. Sus resultados con $Re = 200$, muestran que el C_L aumenta y el C_D disminuye al aumentar $\bar{\omega}$. Esto último es opuesto a lo que presenta la Figura 2.3.

En 2010 Karabelas *et al.* [19] presentan una simulación numérica del tipo LES (*Large Eddy Simulation*) para $Re = 140000$. Sus resultados (ver Figura 2.4) se muestran junto a los de otros autores y de mediciones experimentales, para una amplia gama de Re . Al respecto indican que el C_L aumenta linealmente para bajos valores de $\bar{\omega}$ y para valores más altos aumenta abruptamente, esto es contrario a lo mostrado en la Figura 2.2. En cuanto al C_D destacan que su magnitud decrece al aumentar $\bar{\omega}$, siendo independiente del número de Reynolds.

Mediante simulación numérica, Silva *et al.* [35] presentan en 2011 el comportamiento del C_L y C_D para $Re = 60, 100$ y 200 . Obtienen el mismo comportamiento que Karabelas *et al.* en el C_L , sin embargo en el caso del C_D , presentan una disminución al aumentar $\bar{\omega}$ desde 0 hasta 2, para luego obtener un crecimiento del C_D para $\bar{\omega}$ entre 2 y 3.

Seifert [34] realiza en 2012 una revisión completa sobre el efecto Magnus en aeronáutica. Para el presente trabajo vale destacar que de acuerdo con este autor, los discos sólidos

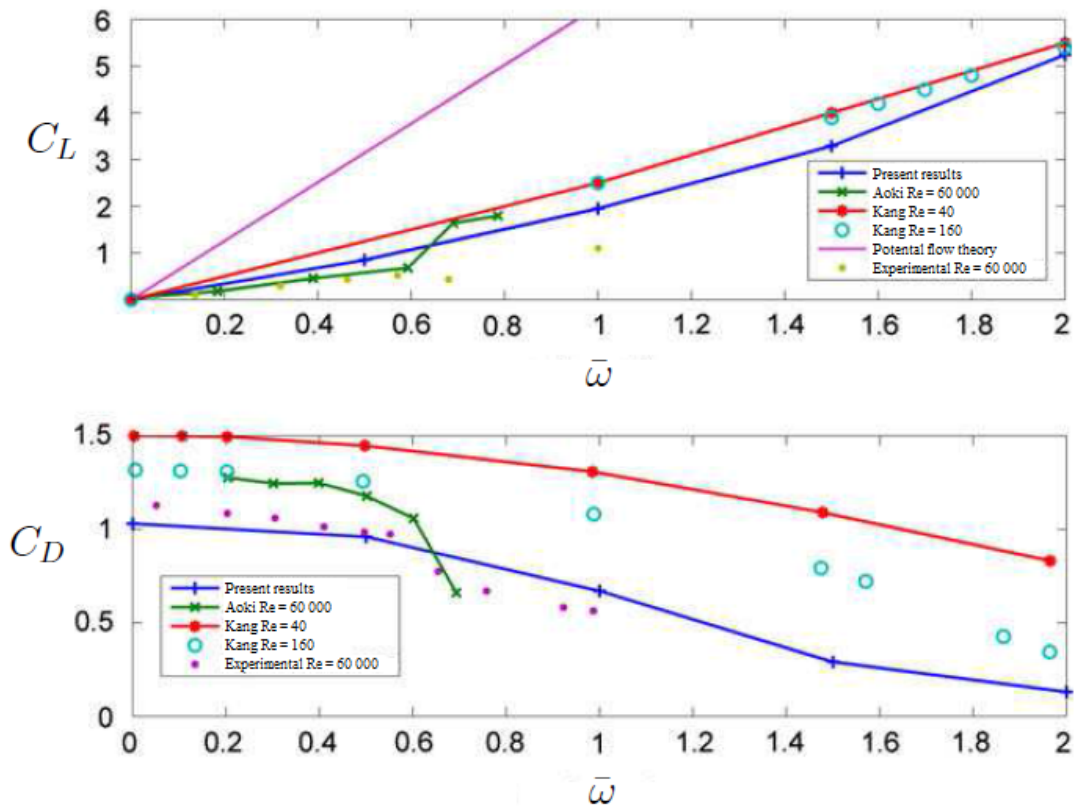


Figura 2.4: C_L y C_D en función de $\bar{\omega}$, según Karabelas *et al.* [19]

que se unen al final del cilindro rotatorio (conocidos como *endplates*) pueden duplicar la fuerza debida al efecto Magnus. También indica que muchos autores aún desconfían de la precisión de los resultados obtenidos en cuanto a la repercusión del número de Reynolds sobre la fuerza producida por el efecto Magnus. En cuanto a la aerodinámica involucrada en el efecto Magnus, menciona que los coeficientes C_L y C_D están determinados solamente por la velocidad de rotación relativa del cilindro $\bar{\omega}$ y no por el ángulo de ataque como en el caso de los perfiles aerodinámicos.

En el mismo año, Muto *et al.* [28] presentan un estudio sobre el fenómeno del efecto Magnus negativo, aplicado a esferas en rotación. De acuerdo con Seifert, este fenómeno también aparece cuando el cuerpo es un cilindro. Muto *et al.* explican la existencia de un número de Reynolds crítico para el cual sucede el efecto negativo, y lo justifican desde consideraciones del comportamiento de la capa límite. Esta situación podría presentarse en el caso de la turbina Magnus, aunque probablemente para un Re distinto al caso de la esfera.

Karabelas *et al.* [20], en 2012 presentan un estudio de flujo turbulento a alto Re pasando alrededor de un cilindro girando. Muestran los coeficientes aerodinámicos para valores mayores de $\bar{\omega}$, en la Figura 2.5. Se observa que para $\bar{\omega} > 3$, el C_D alcanza un valor asintótico, en tanto el C_L continúa creciendo de forma aproximadamente lineal. Es notable la diferencia entre los valores del coeficiente de sustentación para cada $\bar{\omega}$ en las Figuras 2.5 y 2.2.

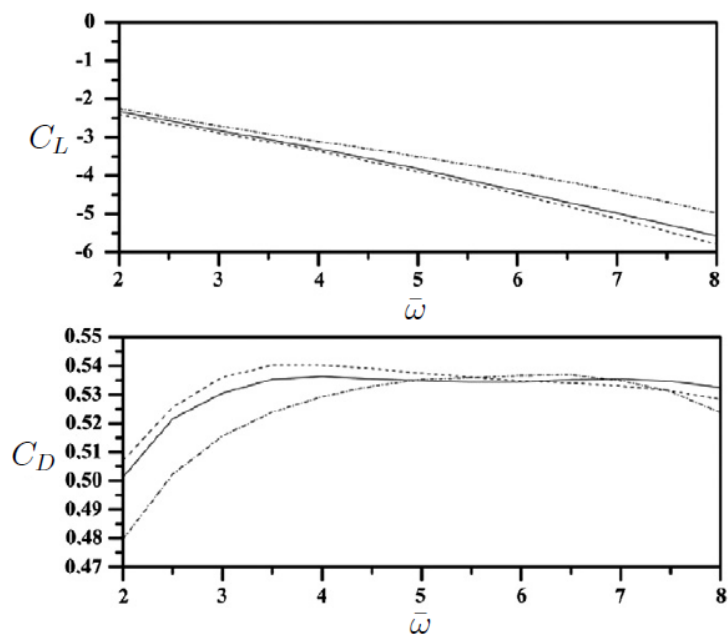


Figura 2.5: C_L y C_D en función de $\bar{\omega}$, $Re = 5 \times 10^5$ (línea punteada), $Re = 10^6$ (línea sólida), $Re = 5 \times 10^6$ (línea de punto-rayas), Karabelas. [20]

En 2013 Zhao *et al.* [41] realizan una comparación del efecto Magnus obtenido con y sin discos laterales en el cilindro rotatorio, usando técnicas CFD. Sus resultados indican que en todos los casos se obtiene una mayor fuerza de sustentación al incorporar los discos laterales, pero la relación C_L/C_D se ve afectada negativamente (disminuida) para valores de $\bar{\omega}$ por debajo de 0,42, en cuatro distintos escenarios. Adicionalmente, de acuerdo con las simulaciones realizadas por estos autores, sobre $\bar{\omega} = 0,42$ para el caso del cilindro sin discos laterales, la relación $C_L/C_D = 1$ aproximadamente. Este segundo resultado difiere de los obtenidos en varios estudios anteriores, citados anteriormente.

Se encuentra en general una tendencia de mayor sustentación y mayor arrastre al aumentar $\bar{\omega}$. El efecto al modificar Re es el inverso, los coeficientes aerodinámicos disminuyen para altos números de Reynolds, $Re > 10^4$. Sin embargo este comportamiento no se reporta de manera unánime entre los distintos autores, como lo presenta Childs [11], en cuanto al C_L y C_D , ver Figura 2.6.

La razón de aspecto de los cilindros es mencionada en muy pocos casos, por lo que no se puede establecer una tendencia clara del comportamiento esperado, al no disponerse de resultados en los que se muestre el efecto de una variación en γ , manteniendo constantes los otros parámetros del sistema.

Se espera que la turbina Magnus capture la energía presente en el viento de forma proporcional a la velocidad angular de los cilindros, pues existirá más sustentación a mayor $\bar{\omega}$. No obstante, será necesario analizar el efecto del arrastre y cuantificar la potencia necesaria en generar la rotación de las aspas cilíndricas, para determinar la respuesta real de la turbina ante modificaciones de $\bar{\omega}$.

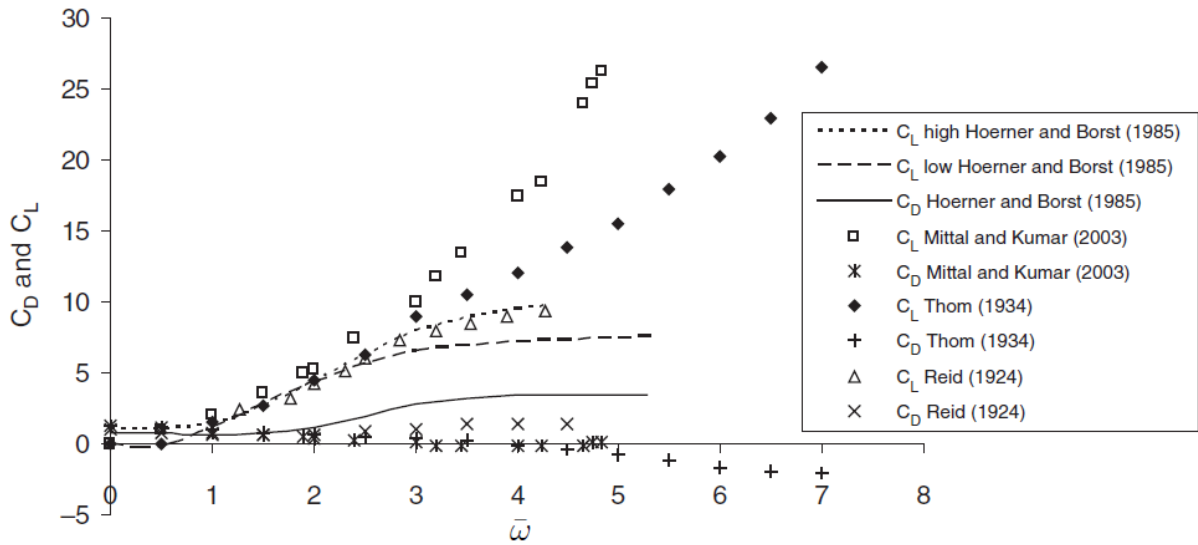


Figura 2.6: C_L y C_D en función de $\bar{\omega}$, según Childs. [11]

2.2. Turbinas eólicas Magnus

En el año 2007 Bychkov *et al.* [8] presentan una investigación teórica y experimental que propone la operación óptima de una turbina eólica que utiliza cilindros girando en lugar de aspas. Exponen como beneficios que este tipo de turbina puede aprovechar el viento en un rango de velocidades de 2 a 40 m/s, que su velocidad angular puede ser hasta tres veces menor que la de una turbina de aspas convencional, y que la aerodinámica de la turbina genera una auto regulación de modo que para viento con velocidades mayores a 35 m/s, el efecto Magnus se ve disminuido y la turbina será auto frenada.

Parte de sus resultados para un cilindro en rotación se muestran en la Figura 2.7, en la cual se ha empleado un cilindro con tapas laterales que tienen el doble de diámetro del cilindro. La Figura 2.7 (a) presenta un crecimiento casi lineal para el C_L y también muestra aumento del C_D al aumentar $\bar{\omega}$. Al confrontar estos resultados con los que muestra la Figura 2.2 se encuentra una gran similitud en el comportamiento del C_L , pero persiste una diferencia apreciable en los valores puntuales para cada $\bar{\omega}$. En cuanto al C_D se encuentra que sus datos son notablemente altos en relación con los que reportan los otros autores supracitados. La parte (b) de esta figura presenta la tendencia del C_D al variar $\bar{\omega}$ y la razón de aspecto γ : se encuentra que el arrastre decrece al aumentar γ , pero que aumenta al aumentar $\bar{\omega}$, lo cual era evidente también en la parte (a) de la figura.

Otro aspecto relevante que se desprende de su experimento, es la optimización de los parámetros de la turbina Magnus, Bychkov *et al.* reportan al respecto seis cilindros con una razón de aspecto de 15 como la configuración óptima de acuerdo con sus parámetros experimentales. Finalmente, destaca que con esta turbina se puede obtener hasta el triple de producción energética en el rango de velocidades entre 4 y 5 m/s, siendo su rango de operación para velocidades menores a 8 m/s, por lo que su periodo de operación diaria sería mucho mayor al de una turbina eólica de aspas convencional.

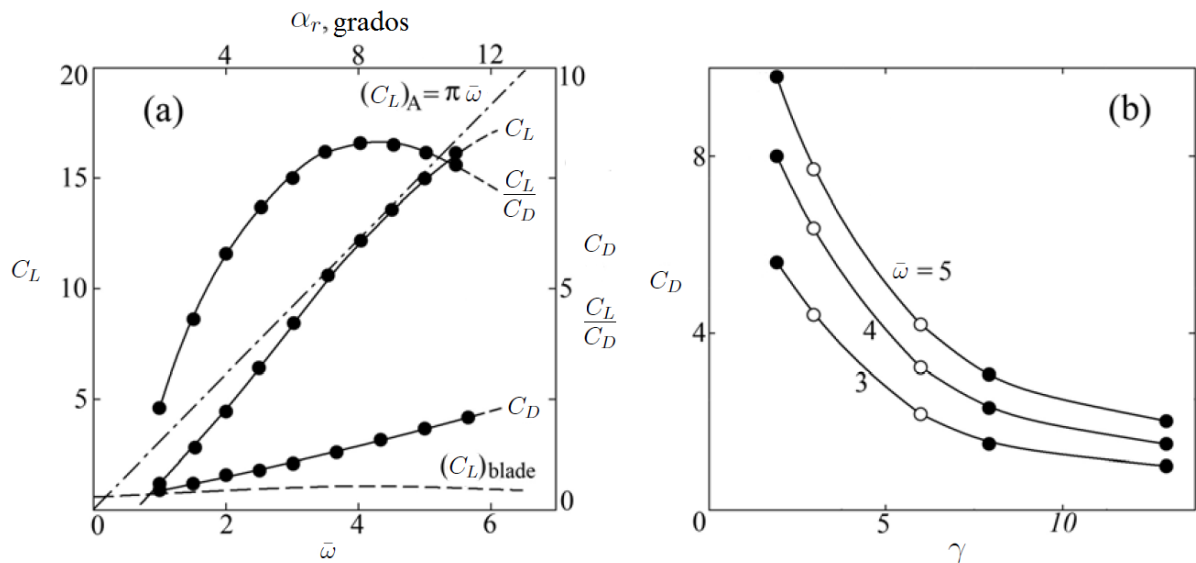


Figura 2.7: (a) Características aerodinámicas de un cilindro girando vs un aspa, (b) Efecto de la razón de aspecto en el arrastre del cilindro. [8]

También en 2007, Akira *et al.* [2] fabrican un prototipo de una turbina Magnus - Savonius, en la cual los cilindros de la turbina Magnus son reemplazados por rotores Savonius. De este modo se evita la necesidad de hacer girar los cilindros con energía externa, pues los rotores Savonius generarían su propia rotación por arrastre. Una de sus conclusiones es que este aparato tendrá un coeficiente de potencia mucho menor al de turbinas similares con aspas, pero que a su vez el costo de fabricación es muy bajo también.

Bychkov [9] en 2008 presenta una alternativa para la turbina Magnus, en la cual una parte del cilindro no gira (cerca del eje de rotación de la turbina). En este caso emplea nuevamente las tapas laterales del cilindro, para suprimir un flujo arremolinado saliendo de las puntas de los cilindros. Sus conclusiones y resultados no varían respecto a lo que presentó en 2007.

En 2009, Gono *et al.* [15] describen la turbina Magnus manufacturada por la empresa Mecaro Co. Destacan que en ese modelo se emplean cilindros con aletas espirales, para potenciar el efecto Magnus generado con la rotación de los cilindros. Lo anterior debido a que con una superficie lisa en los cilindros, se requiere que estos giren con velocidad angular muy alta, consumiendo más energía que la generada por la turbina misma. Producto de las espirales, el autor reporta un aumento muy importante en el C_L de los cilindros, pero no da información sobre el comportamiento del C_D .

Luo [22] *et al.* en 2011 presentan una solución analítica para el desempeño de una turbina Magnus. En su desarrollo no se considera el efecto del arrastre para el cálculo del torque desarrollado por los cilindros, por lo que su modelo corresponde a una turbina en un flujo idealmente no viscoso. Por esta razón el mismo autor indica que sus resultados serán distintos de una aplicación real.

En 2012 Sun *et al.* [36] llevan a cabo una simulación numérica para estudiar el efecto de modificar la forma de los cilindros en una turbina Magnus, empleando ANSYS CFX. Indican que según los estudios previos, agregar estrías o aletas a los cilindros mejora el desempeño de la turbina, pero en su estudio no incluyen estas variantes. La simulación se lleva a cabo con solo un cilindro, aprovechando la periodicidad rotacional del problema e imponiendo adecuadamente las condiciones de borde. Utilizan el modelo de turbulencia SST $k - \omega$ por su precisión en el tratamiento de la capa límite ante gradientes de presión adversos.

De las distintas formas de aspas que analizan, obtienen que un cono truncado, con radio creciente alejándose del eje de rotación de la turbina, produce un coeficiente de potencia mayor que un cilindro circular. Pero para esto requiere mayores valores de $\bar{\omega}$. Además, detallan que para el estudio presentado se utilizó un único valor del número de Reynolds, pero que los coeficientes aerodinámicos dependen fuertemente del valor de Re , el cual no es constante a lo largo del cilindro en rotación.

Esta simulación también muestra que el arrastre sobre la turbina Magnus aumenta en función de la velocidad de rotación de los cilindros.

En el presente año Sedaghat [33] reporta que al igual que en el caso de las turbinas con perfiles aerodinámicos, para el caso de la turbina Magnus resulta clave lograr la reducción de la relación C_D/C_L .

También en 2014, Massaguer *et al.* [24] proponen generar la rotación de los cilindros de la turbina Magnus por efectos centrífugos y auto rotación, evitando la necesidad de invertir energía externa para generar el efecto Magnus. Entre otros aspectos, sus pruebas concluyen que este tipo de turbina genera menos ruido que las convencionales.

La revisión bibliográfica evidencia que la turbina Magnus ha sido objeto de estudio durante los últimos años. En los cuales se ha obtenido que la turbina presenta eventuales ventajas en ambientes urbanos. No obstante estos análisis no han tomado en cuenta la inversión de energía necesaria para hacer funcionar la turbina mediante la rotación de los cilindros.

Se anticipa que el torque de la turbina Magnus sea superior al de una convencional dado su mayor coeficiente de sustentación, con lo que podrá operar a menores velocidades angulares y obtener similares rendimientos. Situación que debe ser analizada contraponiendo los requerimientos de energía mencionados, para obtener la potencia neta de salida de este generador eólico en ambientes urbanos.

Capítulo 3

Efecto Magnus mediante Flujo Potencial

Una forma simplificada de analizar el flujo alrededor de un cilindro rotatorio, inmerso en un fluido en movimiento, es mediante la teoría de flujo potencial. En esta se asume que el flujo es irrotacional (sin vorticidad), incompresible y no viscoso [27].

A pesar que los fluidos ideales no existen, cuando el número de Reynolds es muy alto, el flujo se comporta aproximadamente como no viscoso dado que las fuerzas inerciales dominan sobre las viscosas. Por esta razón, al realizar estas simplificaciones se obtienen resultados que dan un fundamento para el análisis de las turbinas Magnus.

Este capítulo presenta la solución analítica, de una forma rigurosa, para el cálculo de la fuerza producto del efecto Magnus. Se presentan diagramas de las líneas de flujo y los campos de presión para distintas velocidades de rotación del cilindro. Finalmente, se obtiene un importante resultado en el campo de la aerodinámica, el teorema de Kutta-Joukowski, que relaciona la fuerza de sustentación que produce el efecto Magnus con la velocidad de la corriente libre, la densidad del fluido y la circulación.

3.1. La velocidad potencial

Al analizar un flujo como el descrito anteriormente, se encuentra que el vector velocidad puede ser escrito como el gradiente de una función escalar, $\phi(x, y, z, t)$ conocida como velocidad potencial:

$$\vec{V} = \nabla\phi \tag{3.1}$$

Luego, aplicando la ecuación de continuidad para el caso incompresible $\nabla \cdot \vec{V} = 0$, se obtiene la ecuación de Laplace, que gobierna el campo de flujo bajo las condiciones prescritas:

$$\nabla^2\phi = 0 \tag{3.2}$$

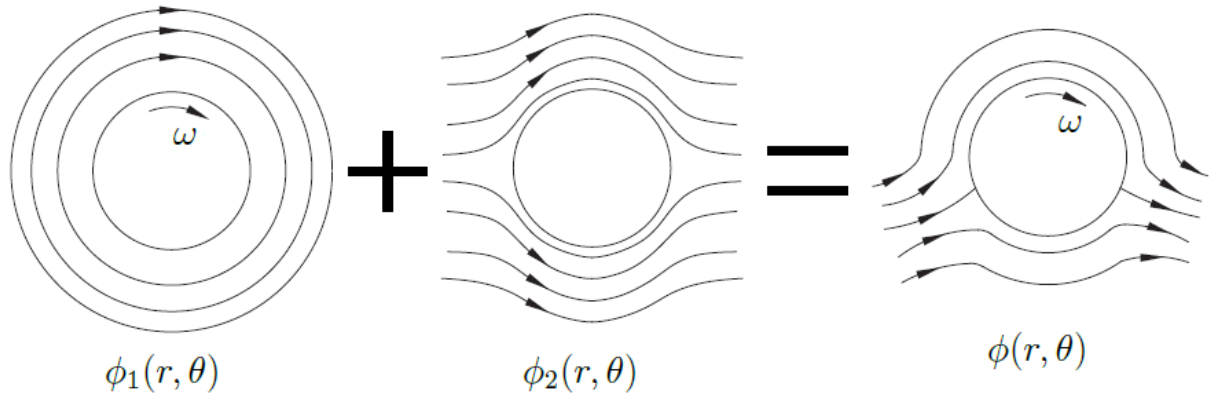


Figura 3.1: Flujo potencial alrededor de un cilindro girando [11].

Dada la geometría del problema en estudio, conviene escribir la ecuación en coordenadas cilíndricas y en dos dimensiones:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} = 0 \quad (3.3)$$

Adicionalmente, se deben imponer las condiciones de borde adecuadas; a saber: no deslizamiento en la pared del cilindro, flujo nulo a través del cilindro y en la región muy lejos del cilindro el flujo debe ser equivalente a una corriente libre.

3.2. Solución analítica

Tomando en cuenta que la ecuación de Laplace 3.3 es lineal, la solución del flujo alrededor de un cilindro girando (de radio r_c) se puede obtener mediante la suma de dos potenciales, uno que corresponda a un cilindro estacionario en una corriente de fluido (ϕ_2) y otro que sea el producto de un cilindro girando en un fluido sin movimiento (ϕ_1), tal como se muestra en la Figura 3.1:

$$\phi(r, \theta) = \phi_1(r, \theta) + \phi_2(r, \theta) \quad (3.4)$$

Potencial del cilindro rotatorio

El potencial asociado al cilindro en rotación (ϕ_1) debe cumplir con la condición de no deslizamiento, esto es, la velocidad tangencial en la frontera del cilindro debe ser la misma que la de un punto en el extremo del cilindro:

$$u_\theta = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi_1(r, \theta)}{\partial \theta} \right)_{r=r_c} = r_c \omega \quad (3.5)$$

Aplicando el método de separación de variables [4], $\phi_1 = g(\theta) \cdot f(r)$, donde $f(r)$ y $g(\theta)$ son funciones por determinar. Luego para cumplir con la Ecuación 3.5, $g(\theta) = \theta$ por tanto $\phi_1 = \theta \cdot f(r)$. Reemplazando esta expresión en la Ecuación 3.3, se obtiene:

$$\frac{\partial^2 f(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f(r)}{\partial r} = 0 \Rightarrow f(r) = c_1 \ln(r) + c_2 \quad (3.6)$$

Donde c_1 y c_2 son constantes que se determinan según las condiciones de borde.

Dado que no puede existir flujo a través del cilindro, la velocidad radial debe ser nula en la frontera del cuerpo:

$$u_r = \left(\frac{\partial \phi_1(r, \theta)}{\partial r} \right)_{r=r_c} = 0 \quad (3.7)$$

Sustituyendo $\phi_1 = \theta \cdot f(r) = \theta(c_1 \ln(r) + c_2)$ se obtiene:

$$\frac{\theta c_1}{r_c} = 0 \Rightarrow c_1 = 0 \quad (3.8)$$

De modo que $\phi_1 = \theta c_2$, lo cual, al ser introducido en la Ecuación 3.5 resulta:

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial (c_2 \theta)}{\partial \theta} \right)_{r=r_c} = r_c \omega \Rightarrow c_2 = r_c^2 \omega \quad (3.9)$$

Por lo que finalmente, el potencial asociado al cilindro rotatorio es:

$$\phi_1(r, \theta) = r_c^2 \omega \theta \quad (3.10)$$

Potencial del cilindro estacionario en una corriente

El potencial correspondiente al cilindro estacionario dentro de una corriente (ϕ_2) también debe cumplir que, en la frontera del cuerpo ($r = r_c$), la velocidad radial debe ser nula, para asegurar que no exista flujo a través del cilindro:

$$u_r = \left(\frac{\partial \phi_2(r, \theta)}{\partial r} \right)_{r=r_c} = 0 \quad (3.11)$$

Luego, lejos del objeto, el potencial debe ser equivalente a una corriente libre, que de acuerdo con Munson *et al.* [27] es $\phi_2(x, y) = -U_\infty x$, lo cual, en coordenadas polares y considerando suficiente lejanía del objeto, resulta:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \phi_2(r, \theta) = -U_\infty r \cos \theta \quad (3.12)$$

Estas dos condiciones de borde no suministran información alguna de la forma que debe tener el potencial, de modo que se debe aplicar nuevamente el método de separación de variables $\phi_2 = G(\theta) \cdot F(r)$ y sustituir directamente en la ecuación de Laplace 3.3:

$$r^2 \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} G + r \frac{\partial F}{\partial r} G + F \frac{\partial^2 G}{\partial \theta^2} = 0 \quad (3.13)$$

Donde se pueden emplear derivadas totales dada la dependencia univariable de las funciones $F(r)$ y $G(\theta)$, reordenando y denotando $F' = dF/dr$ y $G' = dG/d\theta$ se obtiene:

$$\frac{r^2 F'' + r F'}{F} = -\frac{G''}{G} \quad (3.14)$$

Dado que el lado izquierdo de la ecuación es únicamente función de la coordenada radial y el lado derecho es función exclusivamente de la coordenada angular, y que estas variables son independientes, cada lado de la ecuación debe ser igual a una constante, que se denota como k . Esto permite resolver por separado cada función, según el objetivo del método de separación de variables.

La ecuación para G es:

$$G'' + kG = 0 \Rightarrow G(\theta) = c_3 \cos(\sqrt{k}\theta) + c_4 \sen(\sqrt{k}\theta) \quad (3.15)$$

Donde c_3 y c_4 son constantes.

Tomando en consideración la geometría del sistema, la velocidad potencial debe ser una función periódica en θ , con periodo 2π , de forma que $G(\theta) = G(\theta + 2\pi)$, por tanto k debe ser un entero positivo, es decir $k = n^2$ con $n = 0, 1, 2, \dots$. De modo que existen infinitas soluciones para G , una para cada valor de n :

$$G_n(\theta) = a_n \cos(n\theta) + b_n \sen(n\theta) \quad (3.16)$$

Donde a_n y b_n son constantes, distintas para cada valor de n .

Retomando la Ecuación 3.14, para F se debe resolver:

$$r^2 F'' + r F' - kF = 0 \quad (3.17)$$

Cuya solución es, considerando los dos casos posibles $k = 0$ y $k \neq 0$, reemplazando $k = n^2$ y tomando en cuenta que para cada valor de n existe una solución:

$$F_n(r) = c_5 \left(\frac{r}{r_c}\right)^n + c_6 \left(\frac{r}{r_c}\right)^{-n} + c_7 + c_8 \ln\left(\frac{r}{r_c}\right) \quad (3.18)$$

Donde c_i son constantes.

Aplicando superposición para todas las posibles formas del potencial ϕ_2 , que son el producto de los resultados de las Ecuaciones 3.16 y 3.18 se obtiene:

$$\phi_2(r, \theta) = \sum_{n=0}^{n=\infty} \left(c_5 \left(\frac{r}{r_c} \right)^n + c_6 \left(\frac{r}{r_c} \right)^{-n} + c_7 + c_8 \ln \left(\frac{r}{r_c} \right) \right) \cdot (a_n \cos(n\theta) + b_n \sen(n\theta)) \quad (3.19)$$

Para determinar el valor de las constantes, se imponen las condiciones de borde, primero la Ecuación 3.12:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^{n=\infty} \left(c_5 \left(\frac{r}{r_c} \right)^n + c_6 \left(\frac{r}{r_c} \right)^{-n} + c_7 + c_8 \ln \left(\frac{r}{r_c} \right) \right) (a_n \cos(n\theta) + b_n \sen(n\theta)) = -U_\infty r \cos\theta \quad (3.20)$$

Comparando ambos lados del igual, se tiene que necesariamente $n = 1$ y $c_7 = c_8 = 0$. Luego el término con c_6 es igual a cero por la condición límite. Considerando lo anterior, la igualdad se reduce a:

$$c_5 \left(\frac{r}{r_c} \right) (a_1 \cos\theta + b_1 \sen\theta) = -U_\infty r \cos\theta \quad (3.21)$$

De donde se obtiene que:

$$c_5 a_1 = -U_\infty r_c \Rightarrow c_5 \neq 0; a_1 \neq 0 \quad (3.22)$$

$$c_5 b_1 = 0 \Rightarrow b_1 = 0 \quad (3.23)$$

Por tanto el potencial de la Ecuación 3.19, resulta:

$$\phi_2(r, \theta) = -U_\infty r \cos\theta + c_6 a_1 \left(\frac{r_c}{r} \right) \cos\theta \quad (3.24)$$

Ahora se aplica la segunda condición de borde, Ecuación 3.11:

$$\left(\frac{\partial \phi_2(r, \theta)}{\partial r} \right)_{r=r_c} = -(U_\infty + \frac{c_6 a_1}{r_c}) \cos\theta = 0 \Rightarrow c_6 a_1 = -U_\infty r_c \quad (3.25)$$

De modo que, finalmente, el potencial correspondiente al cilindro estacionario dentro de una corriente es:

$$\phi_2(r, \theta) = -U_\infty r \cos\theta - \left(\frac{U_\infty r_c^2 \cos\theta}{r} \right) \quad (3.26)$$

Potencial del cilindro giratorio en una corriente

Empleando las Ecuaciones 3.10 y 3.26 en el potencial total 3.4 se obtiene la solución analítica buscada:

$$\phi(r, \theta) = r_c^2 \omega \theta - U_\infty \cos \theta \left(r + \frac{r_c^2}{r} \right) \quad (3.27)$$

Función corriente

Para obtener la función corriente ψ , a partir de la cual se trazan las líneas de corriente (líneas en el campo de flujo que son tangentes a la velocidad de cada partícula en cada punto), se obtienen primero las velocidades a partir del potencial:

$$v_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = -U_\infty \cos \theta \left(1 - \frac{r_c^2}{r^2} \right) \quad (3.28)$$

$$v_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \frac{r_c^2 \omega}{r} + U_\infty \operatorname{sen} \theta \left(1 + \frac{r_c^2}{r^2} \right) \quad (3.29)$$

Ahora, según la definición de la velocidad radial a partir de la función corriente:

$$v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (3.30)$$

Se obtiene la función de corriente, sustituyendo 3.28:

$$\int d\psi = \int r v_r d\theta = -U_\infty \left(r - \frac{r_c^2}{r} \right) \int \cos \theta d\theta = -U_\infty \left(r - \frac{r_c^2}{r} \right) \operatorname{sen} \theta + \zeta(r) \quad (3.31)$$

Donde $\zeta(r)$ es una función por determinar, empleando la definición de la velocidad angular a partir de la función corriente:

$$v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} = U_\infty \left(1 + \frac{r_c^2}{r^2} \right) \operatorname{sen} \theta + \frac{\zeta(r)}{dr} \quad (3.32)$$

Igualando la ecuación anterior con 3.29, se tiene:

$$\frac{\zeta(r)}{dr} = \frac{r_c^2 \omega}{r} \Rightarrow \zeta(r) = r_c^2 \omega \ln(r) + \chi \quad (3.33)$$

Donde χ es una constante arbitraria tomada como cero en la mayoría de textos [27] [4]. En este caso, dado que $\psi = \text{constante}$ coincide con las líneas de corriente, se impondrá por conveniencia $\psi_{r=r_c} = 0$, de modo que reemplazando el resultado anterior en 3.31:

$$\psi_{r=r_c} = \left(-U_\infty \left(r - \frac{r_c^2}{r} \right) \text{sen}\theta + r_c^2 \omega \ln(r) + \chi \right)_{r=r_c} = 0 \Rightarrow \chi = -r_c^2 \omega \ln(r_c) \quad (3.34)$$

Finalmente, la función corriente es:

$$\psi(r, \theta) = -U_\infty \left(r - \frac{r_c^2}{r} \right) \text{sen}\theta + r_c^2 \omega \ln \left(\frac{r}{r_c} \right) \quad (3.35)$$

Puntos de estancamiento y líneas de corriente

Para ubicar los puntos de estancamiento se debe determinar cuándo se cumple que $v_\theta = 0$ en la superficie del cilindro. Empleando $r = r_c$ en la Ecuación 3.29, e igualando a cero se obtiene:

$$v_\theta = 0 = r_c \omega + U_\infty \text{sen}\theta_s (1 + 1) \quad (3.36)$$

Donde el subíndice s se refiere a estancamiento (del inglés *stagnation*). Las posiciones en la superficie del cilindro donde la velocidad es cero son:

$$\text{sen}\theta_s = -\frac{r_c \omega}{2U_\infty} = -\frac{\bar{\omega}}{2} \quad (3.37)$$

Donde $\bar{\omega} = r_c \omega / U_\infty$ representa la velocidad relativa de rotación del cilindro.

De lo anterior se desprende que para $-1 < -\bar{\omega}/2 < 1$ habrán dos puntos de estancamiento, si $-\bar{\omega}/2 = \pm 1$ existirá solo un punto de estancamiento en uno de los polos del cilindro y si $-\bar{\omega}/2 > \pm 1$ no se obtendrán puntos de estancamiento en la superficie del cilindro.

Graficando la Ecuación 3.35, para varios valores de $\psi = \text{constante}$, y estableciendo los parámetros r_c , ω y U_∞ , se puede visualizar lo anterior. Las Figuras 3.2 a 3.5 muestran el patrón de las líneas de corriente, para distintos valores de ψ , donde se ha impuesto una diferencia constante entre los valores de ψ para líneas de corriente adyacentes, de modo que las regiones con mayor densidad de líneas corresponden a zonas de mayor velocidad del fluido, pues de acuerdo con Munson *et al.* [27], los valores particulares de ψ no tienen un significado en sí mismos, pero el cambio en ψ se relaciona con el caudal del flujo.

Este resultado indica que existirá una diferencia en la cantidad de flujo que pasa por la parte superior e inferior del cilindro, por lo que usando consideraciones sobre el

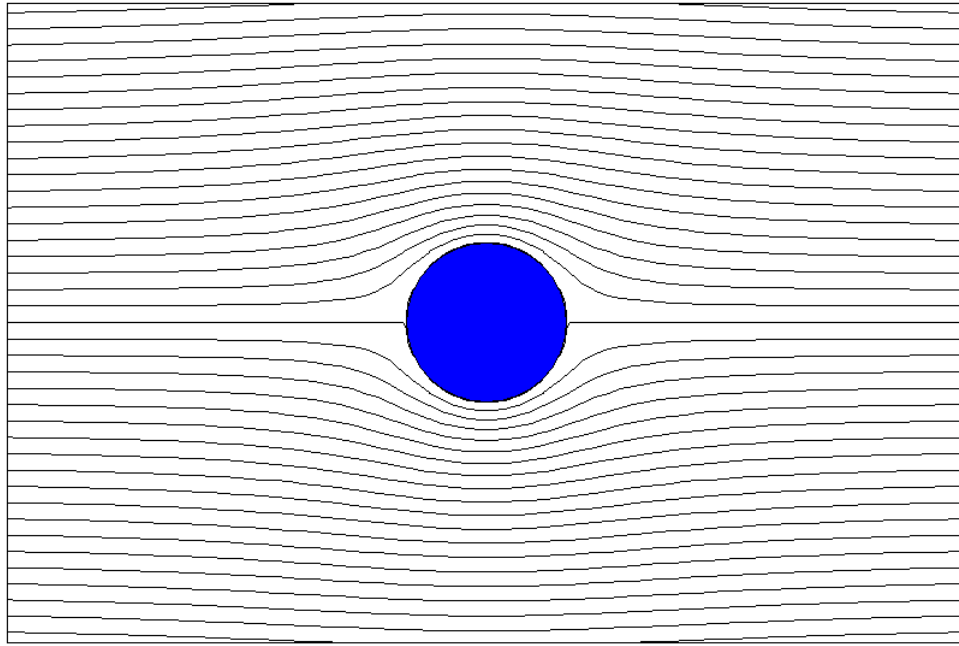


Figura 3.2: Puntos de estancamiento para $-\bar{\omega}/2 = 0$, el flujo viaja de izquierda a derecha y el cilindro no rota, existen dos puntos de estancamiento sobre el cilindro.

comportamiento del campo de presión, en la sección siguiente se obtiene una expresión de la fuerza que actúa sobre el cilindro al estar este en rotación.

Una característica importante que destaca de la Figuras 3.3 a 3.5 es la simetría de las líneas de flujo, lo que causará que la fuerza sea perpendicular a la dirección del fluido incidente, con lo que se obtiene un comportamiento similar al caso de los perfiles alares y por tanto se podrá aplicar a la turbina Magnus los métodos disponibles para turbinas convencionales, con los ajustes respectivos.

3.3. El efecto Magnus

La fuerza sobre un objeto debido a la interacción con el fluido puede ser descrito en términos de los esfuerzos de corte y la distribución de presión que genere en el fluido en la superficie del objeto [27]. Debido que la teoría de flujo potencial aproxima el fluido como no viscoso, los esfuerzos de corte no se consideran y se calcula la fuerza sobre el cuerpo únicamente debido al campo de presión.

Campo de presión

De acuerdo con Munson *et al.* [27], para un fluido no viscoso, incompresible, estacionario e irrotacional, la ecuación de Bernoulli entre dos puntos cualquiera del fluido puede ser escrita como:

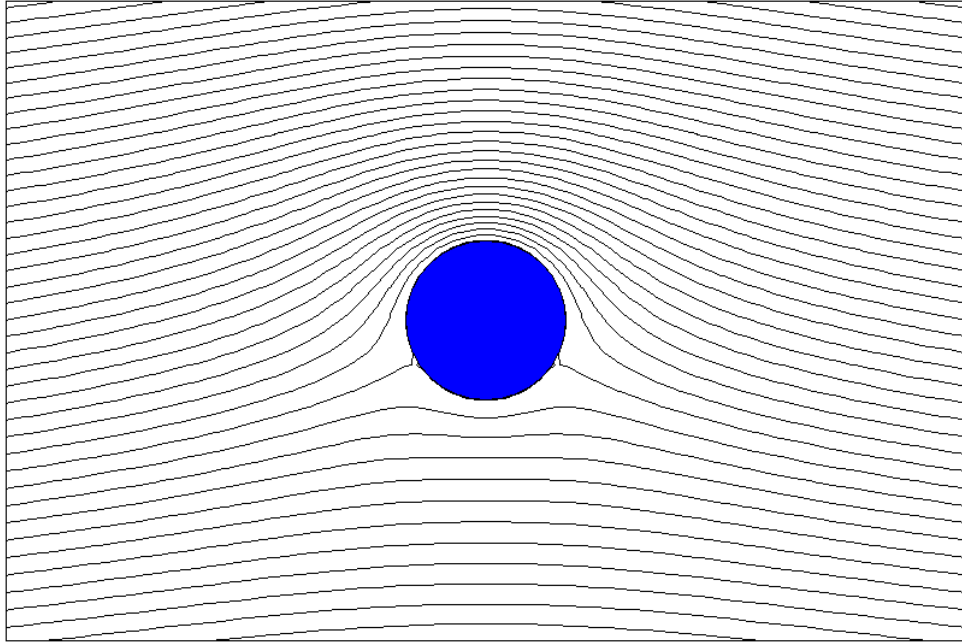


Figura 3.3: Puntos de estancamiento para $-\bar{\omega}/2 = 0,5$, el flujo viaja de izquierda a derecha y el cilindro rota en sentido horario, existen dos puntos de estancamiento sobre el cilindro.

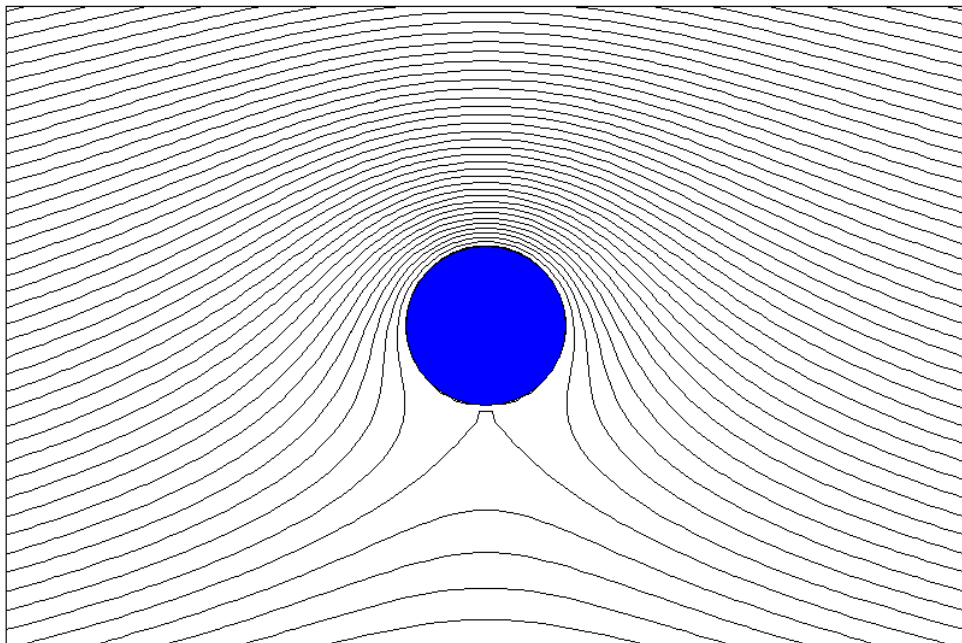


Figura 3.4: Puntos de estancamiento para $-\bar{\omega}/2 = 1$, el flujo viaja de izquierda a derecha y el cilindro rota en sentido horario, existe un punto de estancamiento sobre el cilindro.

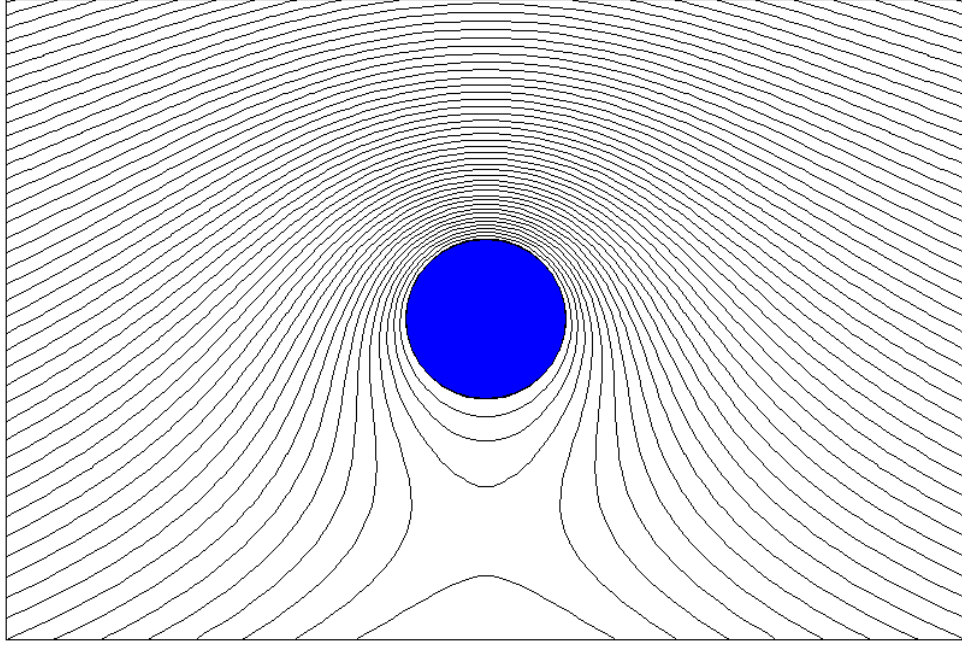


Figura 3.5: Puntos de estancamiento para $-\bar{\omega}/2 = 1,5$, el flujo viaja de izquierda a derecha y el cilindro rota en sentido horario, no existen puntos de estancamiento sobre el cilindro.

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \quad (3.38)$$

Tomando en cuenta que los cambios de presión debidos a diferencias de altura son despreciables para el caso de estudio, debido a que se trata de aire en escala de algunos metros (el tamaño de las turbinas), el término $gz_1 \approx gz_2$.

De este modo, tomando como referencia un punto lejano al objeto, donde la presión es p_∞ y la velocidad es U_∞ , se reordena la Ecuación 3.38 para obtener una expresión para la presión en los alrededores del cuerpo en función de la velocidad del fluido:

$$p = p_\infty + \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 - \frac{1}{2}\rho V^2 \quad (3.39)$$

Donde $V = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2}$, estas dos velocidades están expresadas en las Ecuaciones 3.28 y 3.29.

Una forma usual en la literatura de expresar la presión es mediante el coeficiente de presión (C_{pres}), que es un número adimensional que representa la diferencia de presión de un punto respecto de la presión lejos del objeto, y dicha diferencia en proporción a la presión dinámica lejos del objeto, este coeficiente se obtiene reescribiendo la Ecuación 3.39 de la siguiente forma:

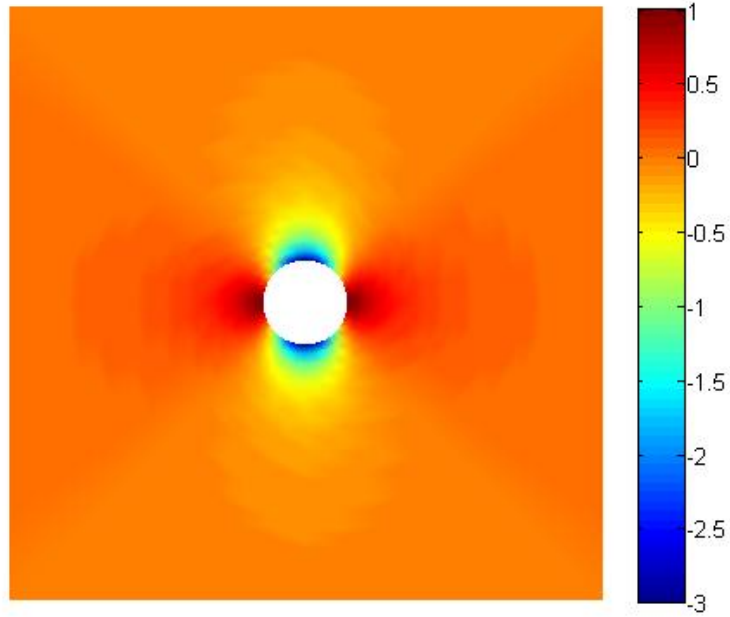


Figura 3.6: Coeficiente de presión para $-\bar{\omega}/2 = 0$, el flujo viaja de izquierda a derecha y el cilindro no rota.

$$C_{pres} = \frac{p - p_{\infty}}{\frac{1}{2}\rho U_{\infty}^2} = 1 - \frac{v_r^2 + v_{\theta}^2}{U_{\infty}^2} \quad (3.40)$$

O bien, reemplazando las expresiones de v_r y v_{θ} según las Ecuaciones 3.28 y 3.29, se obtiene:

$$C_{pres} = 1 - \left(\cos\theta \left(1 - \frac{r_c^2}{r^2} \right) \right)^2 - \left(\frac{r_c^2 \omega}{U_{\infty} r} + \sin\theta \left(1 + \frac{r_c^2}{r^2} \right) \right)^2 \quad (3.41)$$

El campo de presión buscado, responsable del efecto Magnus, se obtiene al graficar la Ecuación 3.41, lo cual se muestra en la Figuras 3.6 a 3.9.

Fuerza sobre el cilindro

Para determinar el valor de la fuerza sobre el cilindro (por unidad de longitud), se requiere evaluar la presión sobre su superficie (p_s), mediante la Ecuación 3.39 en $r = r_c$, y luego integrar dicha presión sobre toda la superficie del objeto [27].

$$p_s = p_{\infty} + \frac{1}{2}\rho U_{\infty}^2 - \frac{1}{2}\rho (r_c \omega + 2U_{\infty} \sin\theta)^2 \quad (3.42)$$

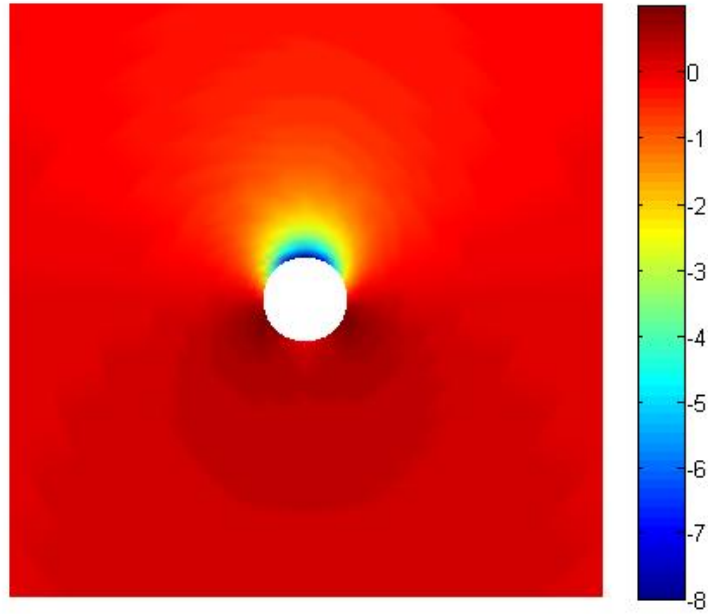


Figura 3.7: Coeficiente de presión para $-\bar{\omega}/2 = 0,5$, el flujo viaja de izquierda a derecha y el cilindro rota en sentido horario.

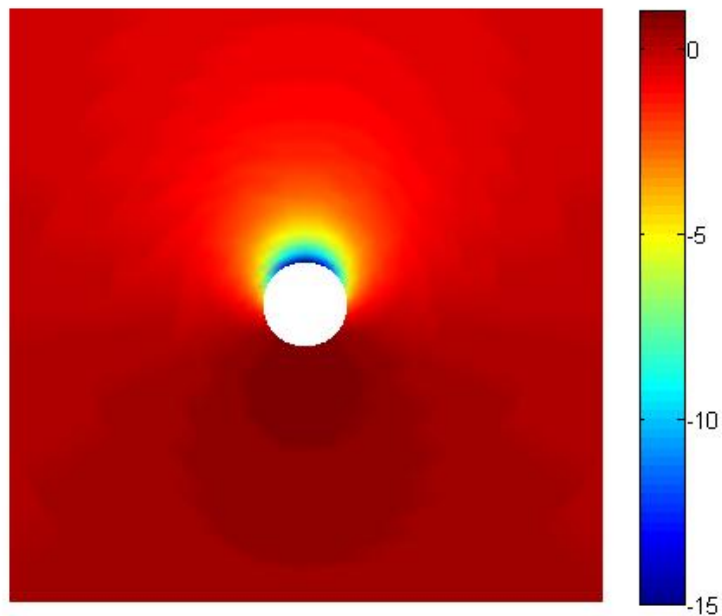


Figura 3.8: Coeficiente de presión para $-\bar{\omega}/2 = 1$, el flujo viaja de izquierda a derecha y el cilindro rota en sentido horario.

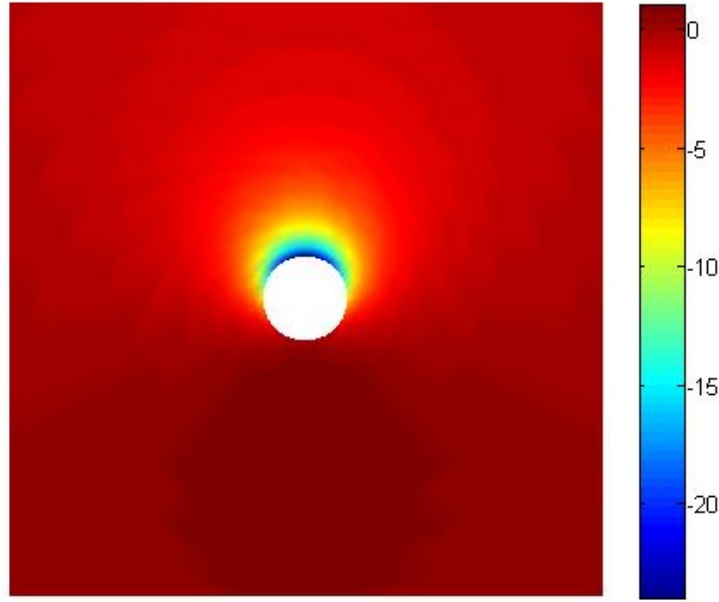


Figura 3.9: Coeficiente de presión para $-\bar{\omega}/2 = 1,5$, el flujo viaja de izquierda a derecha y el cilindro rota en sentido horario.

En el caso de la fuerza horizontal (por unidad de longitud):

$$|F_D| = \int_0^{2\pi} p_s \cos\theta r_c d\theta = 0 \quad (3.43)$$

Este resultado, propio de la teoría de fluidos no viscosos, se explica por la simetría de las líneas de flujo exhibidas en las Figuras 3.3 a 3.5. Para tomar en cuenta el efecto real del arrastre, se deben tomar en consideración los efectos viscosos especialmente dentro de la capa límite, lo cual está más allá de los objetivos de este capítulo.

Para obtener la fuerza vertical (por unidad de longitud), responsable del efecto Magnus:

$$|F_L| = \int_0^{2\pi} p_s \sin\theta r_c d\theta = 2\omega(\pi r_c^2)\rho U_\infty \quad (3.44)$$

Donde su dirección depende de la combinación de la rotación y la velocidad del flujo, tal como se comentó en secciones anteriores. Se observa que la fuerza de sustentación debida al efecto Magnus es proporcional al área del círculo, su velocidad angular, la densidad del fluido y la velocidad de la corriente libre.

Gran parte de la literatura [27] [3] utiliza el concepto de circulación (Γ), tal que en el caso del cilindro $\Gamma = 2\omega\pi r_c^2$, de modo que la fuerza de sustentación se calcula como:

$$|F_L| = \Gamma\rho U_\infty \quad (3.45)$$

Este último resultado se conoce como el teorema Kutta-Joukowski [3] y es el fundamento teórico que explica formalmente el efecto Magnus.

De manera alternativa, la sustentación se puede escribir como coeficiente adimensional C_L tal que:

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 DL} \quad (3.46)$$

De modo que al sustituir la fuerza de sustentación (por unidad de longitud) F_L de la Ecuación 3.44 en la expresión anterior se obtiene el coeficiente de sustentación teórico que predice la teoría de flujo potencial:

$$C_L = \frac{2\pi\omega r_c}{U_\infty} = 2\pi\bar{\omega} \quad (3.47)$$

La relación directamente proporcional entre C_L y $\bar{\omega}$ coincide con los resultados presentados por los distintos autores mencionados en el Capítulo 2.

El coeficiente de sustentación del cilindro en rotación es el que determina la fuerza que hace girar a una turbina Magnus, por lo que al estar relacionado con $\bar{\omega}$, indica preliminarmente que la velocidad de rotación relativa del cilindro será una de las variables que gobernarán principalmente el desempeño de la Magnus.

Capítulo 4

Método directo para predecir el rendimiento de turbinas eólicas de eje horizontal

Se propone un método no iterativo que permite predecir el rendimiento de una turbina eólica de eje horizontal. Se combinan los esquemas de fuerzas aerodinámicas con el modelo del Disco Actuador y la teoría BEM (*Blade Element Momentum*), para obtener el punto de convergencia de estos modelos, en el cual se extraen de forma directa los factores de inducción axial y tangencial que finalmente gobiernan el rendimiento de la turbina.

El método es implementado en un código, que es validado confrontando sus resultados con las curvas de potencia de varias turbinas del Laboratorio Nacional de Energía Renovable (NREL por sus siglas en inglés). Se encuentra una concordancia entre los resultados obtenidos por el método propuesto y las mediciones experimentales disponibles.

4.1. Descripción de los modelos aerodinámicos

La teoría del Disco Actuador (*"The Actuator Disc Concept"* descrito en detalle en [7]) explica que el viento disminuye su velocidad al atravesar un generador eólico. Para modelar el intercambio de energía cinética entre el aire y una turbina eólica se define el factor de inducción axial a , el cual es una medida de qué tanto disminuyó su velocidad el viento al salir de la turbina y por ende cuantifica cuánta energía entregó el aire al generador.

Mediante argumentos de conservación de momentum lineal y la ecuación de Bernoulli, Burton *et al.* [7] demuestran que la fuerza horizontal (denotada como T del inglés *Thrust*) ejercida por la turbina al aire y viceversa es:

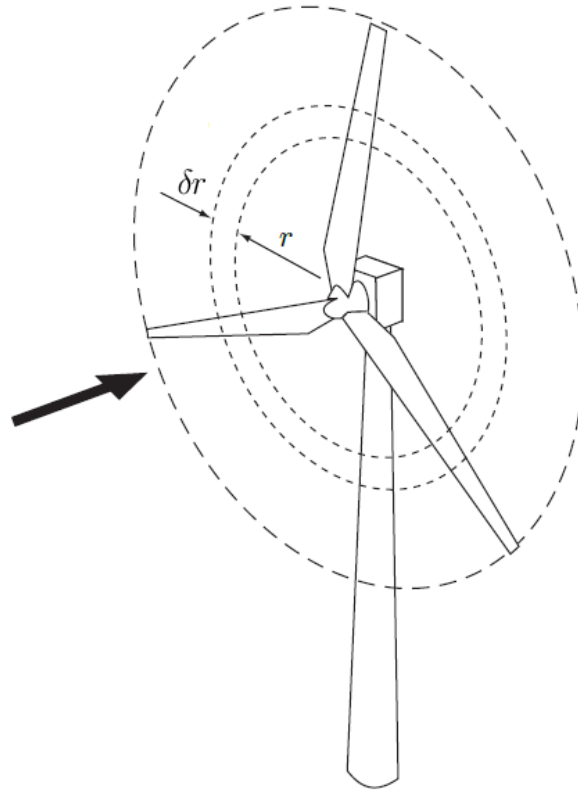


Figura 4.1: Un elemento de aspa barre todo un anillo [7]

$$T = 2\rho U_\infty^2 (a(1-a)) A_d \quad (4.1)$$

Donde U_∞ representa la velocidad del viento libre, lejos de la turbina, ρ es la densidad del fluido, aire en este caso, y A_d es el área del disco que barren las aspas.

Este disco puede ser analizado en pequeños anillos, tal como lo propone la teoría BEM (“*Blade Element Momentum*” descrito en detalle en [7]) según se muestra en la Figura 4.1.

De este modo, la Ecuación 4.1 puede ser escrita para un anillo diferencial como:

$$dT = 2\rho U_\infty^2 (a(1-a)) \delta A_d = 4\rho U_\infty^2 (a(1-a)) \pi r \delta r \quad (4.2)$$

Aquí se ha empleado que $\delta A_d = 2\pi r \delta r$, tomando r como se indica en la Figura 4.1. La Ecuación 4.2 es válida para $a < 0,4$ y dentro de ella se tiene el coeficiente de empuje (C_T).

$$C_T = 4a(1-a) \quad \text{con} \quad a < 0,4 \quad (4.3)$$

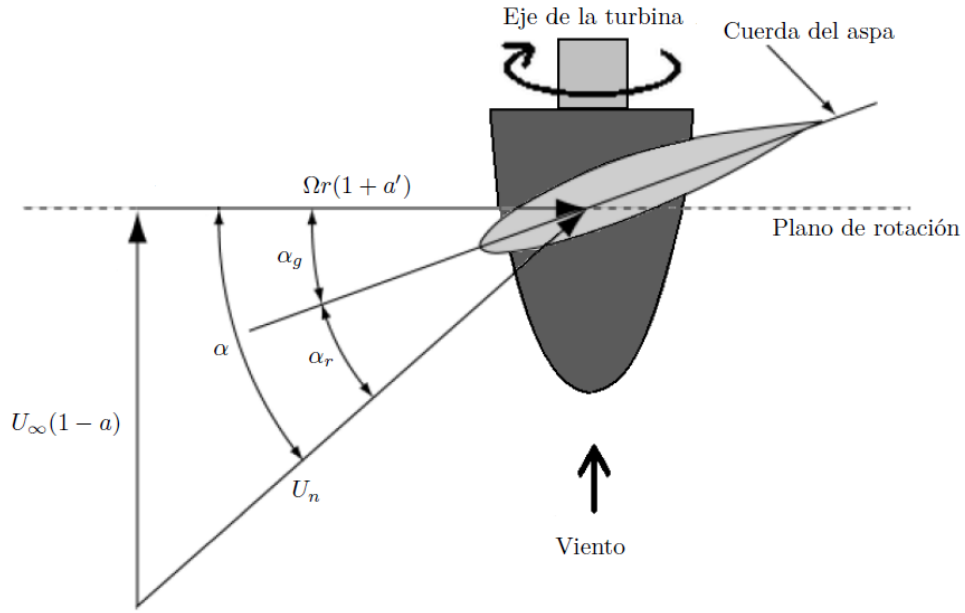


Figura 4.2: Velocidades locales y ángulos sobre una aspa, adaptado de [26]

Adicionalmente, por consideraciones de conservación de momentum angular, Burton *et al.* [7] obtienen que el diferencial de torque generado por el viento en cada disco es:

$$\delta Q = \rho U_\infty (1-a) 2\Omega a' r^2 \delta A_d = 4\rho U_\infty a' (1-a) \Omega \pi r^3 dr \quad (4.4)$$

Donde Ω es la velocidad angular de la turbina y a' es el factor de inducción tangencial, que modela el cambio en la velocidad tangencial del viento al atravesar la turbina eólica. Aguas arriba el viento viaja horizontalmente, pero dado que interacciona con la turbina y la hace girar se genera una fuerza de reacción que dota al viento de velocidad tangencial aguas abajo de la turbina.

Las Ecuación 4.2 pierde validez cuando la turbina opera en un estado de estela turbulenta, que ocurre cuando $a > 0,4$. La corrección de Glauert [26] reemplaza el $C_T = 4a(1-a)$ por:

$$C_T = \frac{8}{9} + \left(4F - \frac{40}{9}\right) a + \left(\frac{50}{9} - 4F\right) a^2 \quad \text{con } a > 0,4 \quad (4.5)$$

Donde F está definido según el modelo de corrección de puntas [26] de la siguiente manera:

$$F = \frac{2}{\pi} \cos^{-1} \left(e^{-f} \right) \quad \text{con } f = \frac{B}{2} \frac{L-r}{r \sin(\alpha)} \quad (4.6)$$

Aquí B representa la cantidad de aspas que componen la turbina, L es la longitud total del aspa, que corresponde al radio de la turbina y de acuerdo con la Figura 4.2, α se escribe como:

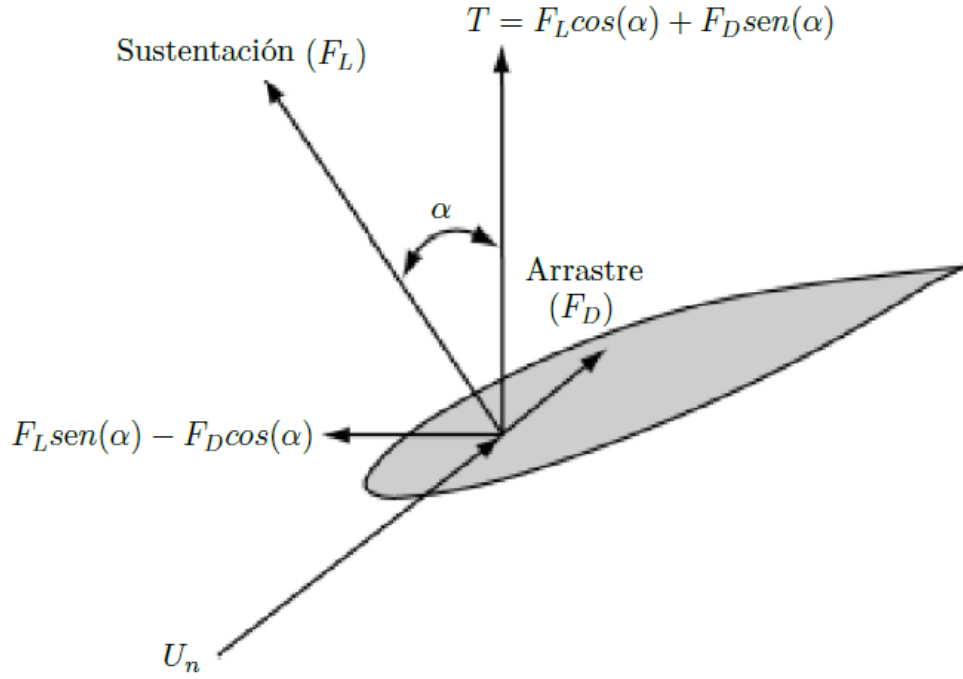


Figura 4.3: Fuerzas aerodinámicas sobre un elemento de aspa, adaptado de [26]

$$\alpha = \text{atan} \left(\frac{U_\infty(1-a)}{\Omega r(1+a')} \right) \quad (4.7)$$

Esta corrección de puntas también se debe aplicar, de acuerdo con Moriarty y Hansen [26], de forma directa en las Ecuaciones 4.2 y 4.4 lo que resulta de la siguiente forma (considerando las diferentes formas de C_T):

$$\delta T = C_T \rho U_\infty^2 \pi F r \delta r \quad (4.8)$$

$$\delta Q = 4 \rho U_\infty a' (1-a) \Omega \pi F r^3 \delta r \quad (4.9)$$

Por otra parte, las velocidades (Figura 4.2) y fuerzas aerodinámicas (Figura 4.3) que actúan sobre un elemento de aspa, permiten escribir expresiones para T y Q en función de las magnitudes de las fuerzas de sustentación (F_L) y arrastre (F_D). No obstante, estas dos fuerzas pueden ser escritas en función de los coeficientes adimensionales C_L y C_D , de acuerdo con Burton *et al.*[7] y de forma diferencial como:

$$\delta F_L = \frac{1}{2} \rho U_n^2 c C_L \delta r \quad (4.10)$$

$$\delta F_D = \frac{1}{2} \rho U_n^2 c C_D \delta r \quad (4.11)$$

Donde c es la cuerda del aspa y U_n es:

$$U_n = \sqrt{U_\infty^2(1-a)^2 + \Omega^2 r^2(1+a')^2} \quad (4.12)$$

4.2. Método directo

Combinando las expresiones para la fuerza horizontal según la conservación de momentum lineal (Ecuación 4.8) y las fuerzas aerodinámicas (Figura 4.3 y Ecuaciones 4.10 y 4.11) se obtiene:

$$C_T \rho U_\infty^2 \pi F r \delta r = \frac{1}{2} \rho U_n^2 (C_L \cos(\alpha) + C_D \sin(\alpha)) B c \delta r \quad (4.13)$$

Análogamente, se igualan las expresiones obtenidas para el torque según la conservación de momentum angular (Ecuación 4.9) y las fuerzas aerodinámicas (Figura 4.3 y Ecuaciones 4.10 y 4.11) para obtener:

$$4a'(1-a)\rho U_\infty \Omega r^3 \pi F \delta r = \frac{1}{2} \rho U_n^2 (C_L \sin(\alpha) - C_D \cos(\alpha)) B r c \delta r \quad (4.14)$$

Las Ecuaciones 4.13 y 4.14 se reescriben de esta manera:

$$2C_T U_\infty^2 \pi F r - U_n^2 (C_L \cos(\alpha) + C_D \sin(\alpha)) B c = R1 \quad (4.15)$$

$$8a'(1-a)U_\infty \Omega r^2 \pi F - U_n^2 (C_L \sin(\alpha) - C_D \cos(\alpha)) B c = R2 \quad (4.16)$$

Donde $R1$ y $R2$ son los residuos de las ecuaciones (ambos con las mismas unidades: longitud al cubo entre tiempo al cuadrado), que idealmente deben ser igual a cero. Pero dado que se igualan dos modelos que toman en cuenta simplificaciones y desprecian efectos como turbulencia y efectos $3D$ entre otros, se debe buscar el punto en el que ambos residuos alcancen un mínimo. De modo que se discretiza el disco actuador en anillos, y para cada valor de r se buscan los valores de a y a' , los cuales se determinan cuando se cumple que:

$$\min_{a,a'} (|R1| + |R2|) \quad (4.17)$$

En el desarrollo anterior, se debe tener presente que los valores de C_L y C_D son característicos de cada perfil aerodinámico y están en función de α_r que es el ángulo real de ataque (ver Figura 4.2), y se relaciona con el ángulo geométrico α_g (que es el que se genera entre el plano de rotación y el eje del aspa) y α mediante:

$$\alpha_r = \alpha - \alpha_g = \text{atan} \left(\frac{U_\infty(1-a)}{\Omega r(1+a')} \right) - \alpha_g \quad (4.18)$$

El método directo, que es implementado en un código, consiste en evaluar la Ecuación 4.17 con todas las posibles combinaciones de a y a' , considerando que ambas pueden tomar valores entre 0 y 1, y que el C_T cambia de forma cuando $a > 0,4$, según se detalló anteriormente. El producto de esta evaluación es una superficie que representa el valor de la suma de los residuos, los cuales están asociados a fuerza y momento que predice de forma no compensada alguno de los dos modelos empleados.

La solución válida para el sistema es el punto donde la superficie de residuo total alcanza el valor mínimo posible. Por lo que una vez evaluadas todas las combinaciones de a y a' , un algoritmo extrae de forma directa los factores de inducción axial y tangencial que finalmente gobiernan el rendimiento de la turbina.

Luego de resolver la Ecuación 4.17 para cada valor de r , se procede a determinar la potencia:

$$\int_0^L dP = \int_0^L \Omega dQ = \int_0^L 4a'(1-a)\rho U_\infty \Omega^2 r^3 \pi dr \quad (4.19)$$

Pero, tomando en cuenta que se ha discretizado el disco en fracciones de radio, se calcula la potencia como:

$$P = \sum_{\Delta r}^L 4a'(1-a)\rho U_\infty \Omega^2 r^3 \pi \Delta r \quad (4.20)$$

El proceso descrito se debe repetir para todo el rango de velocidad de viento en estudio.

4.3. Resultados y validación del modelo

Para validar la implementación del método descrito anteriormente se han utilizado como datos de entrada las características aerodinámicas de dos turbinas del NREL: Fase II [10] y 5MW Baseline [18]. Las características de ambas se presentan en la Tabla 4.1 y los resultados comparativos se muestran en las Figuras 4.4 y 4.5. Destaca la gran diferencia de tamaño y capacidad entre ambas. La turbina de 5MW entrega casi 252 veces más potencia que la Fase II, barriendo la de 5MW con un área 157 veces mayor que la barrida por las aspas de la Fase II.

Se encuentra una adecuada concordancia entre los resultados obtenidos por el método propuesto y las mediciones experimentales para ambas turbinas. En el caso de la Fase II, Figura 4.4, se aprecia una ligera sobreestimación de la potencia para velocidades de viento bajas y altas, menores a 9 m/s y mayores a 19 m/s. En el rango restante, el método presenta una subestimación en la predicción de potencia. No obstante, se captura adecuadamente la tendencia de la curva de potencia y sus valores puntuales, considerando que el modelo empleado no toma en cuenta efectos como rugosidad, pandeo y vibración de las aspas, turbulencia y variación del ángulo de incidencia lateral del viento, entre otros.

Característica \ Turbina	Fase II	5MW
Aspas	3	3
Diámetro de la turbina	10,06 m	126 m
Área barrida	79,49 m^2	12 469 m^2
Velocidad de rotación	71,3 RPM	12,1 RPM
Potencia	19,8 kW	5MW
Cuerda	0,4572 m	1,419 m - 4,652 m

Tabla 4.1: Características aerodinámicas de dos turbinas del NREL

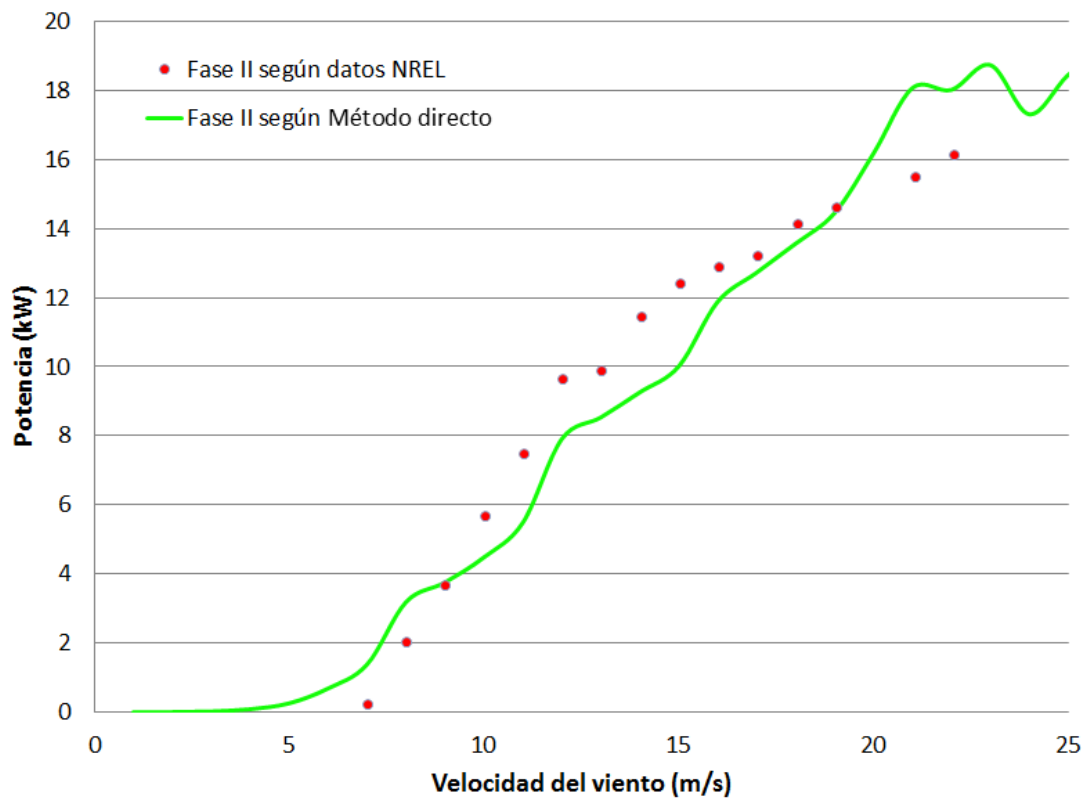


Figura 4.4: Potencia de la turbina NREL Fase II en función de la velocidad del viento.

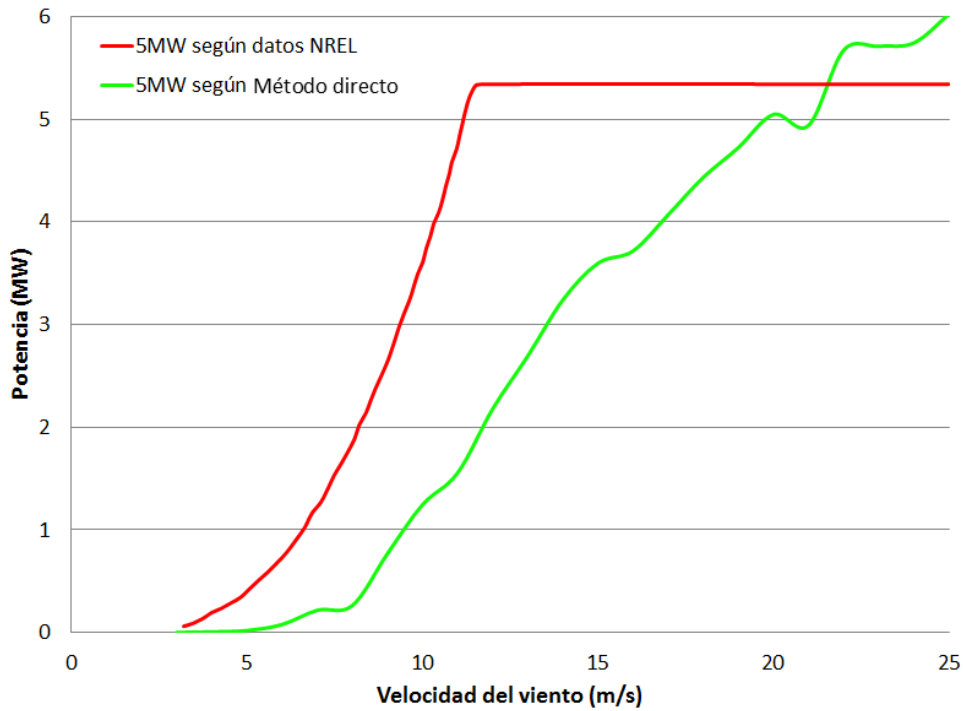


Figura 4.5: Potencia de la turbina NREL 5MW Baseline en función de la velocidad del viento.

Al realizar la comparación con la turbina de 5MW, los resultados indican que la curva calculada se demora en capturar la potencia entregada por el viento, pero sigue adecuadamente el comportamiento y arroja valores dentro del orden de magnitud de esta gigantesca turbina (126 m de diámetro).

Por lo anterior, se obtiene que el método planteado resulta más preciso para turbinas de mediana que de gran escala, aunque en ambos casos ofrece una adecuada predicción de la tendencia de la curva de potencia. Además, esta validación de resultados indica que se simula adecuadamente la captura de la energía presente en el viento, pero de forma conservadora cuando se aplica a turbinas de alta potencia. Esto significa que los efectos no considerados por los modelos empleados son más influyentes en turbinas grandes que en medianas.

Capítulo 5

Características aerodinámicas de la turbina Magnus

Tomando como base curvas de C_L y C_D obtenidas experimentalmente para un cilindro en rotación, se aplica el modelo del Capítulo 4 a una turbina Magnus para un amplio rango de parámetros con el fin de conocer su respuesta (enfocándose en la curva de potencia) ante variaciones en el largo, diámetro y cantidad de cilindros y en la velocidad de rotación tanto de la turbina como de los cilindros. Luego se presenta el rendimiento esperado, pero descontando el gasto energético para hacer rotar los cilindros, y esto se compara con el desempeño de las turbinas de aspas analizadas en el Capítulo 4 para validar el código de predicción de rendimiento.

5.1. Adecuación del método directo para turbinas Magnus

El análisis de la turbina Magnus se lleva a cabo con el mismo planteamiento teórico del Capítulo 4. Las dos diferencias fundamentales que implican una modificación en el método son la geometría del aspa, que ahora es un cilindro, y la rotación del mismo.

A partir de las Ecuaciones 4.15 y 4.16, el sistema a resolver de forma simultánea en este caso para a y a' es:

$$2C_T U_\infty^2 \pi F r - U_n^2 (C_L \cos(\alpha) + C_D \sin(\alpha)) B D = R1 \quad (5.1)$$

$$8a'(1-a)U_\infty \Omega r^2 \pi F - U_n^2 (C_L \sin(\alpha) - C_D \cos(\alpha)) B D = R2 \quad (5.2)$$

Donde se ha tenido en cuenta que al reemplazar el perfil alar por un cilindro, el concepto de cuerda debe ser sustituido por el diámetro (D) del cilindro, como se muestra en la Figura 5.1. Por otra parte, la naturaleza de los coeficientes de sustentación y arrastre constituye una diferencia fundamental de este planteamiento respecto a las Ecuaciones 4.15 y 4.16.

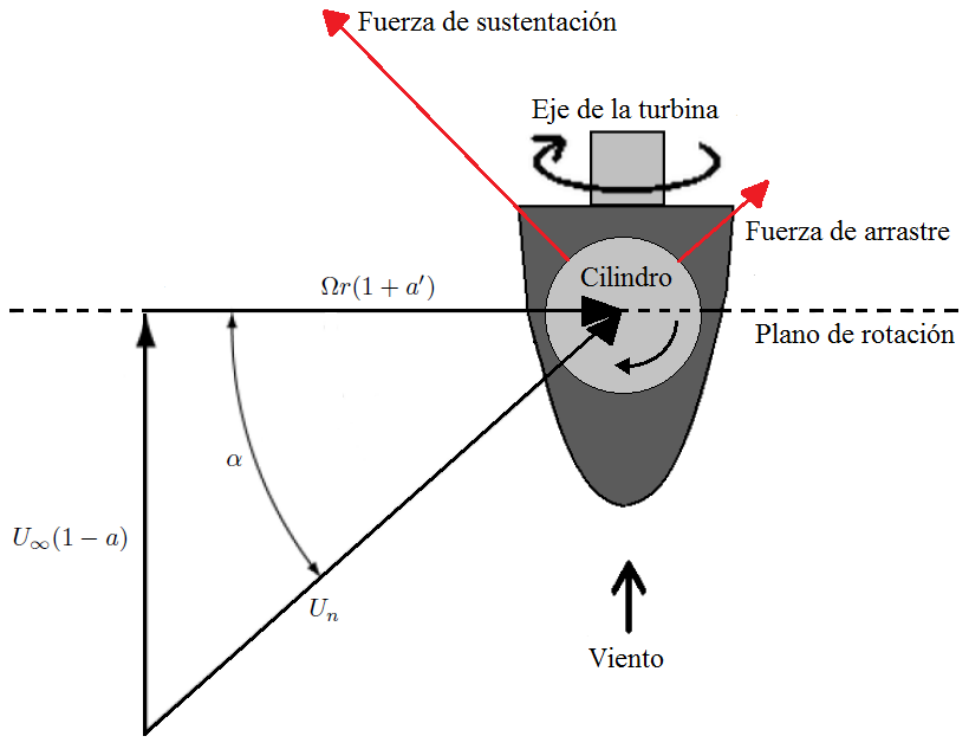


Figura 5.1: Velocidades locales y ángulo de ataque sobre un cilindro de la turbina Magnus, adaptado de [26]

En el Capítulo 4 se mencionó que para los perfiles empleados en las aspas de las turbinas de eje horizontal tradicionales, los coeficientes C_L y C_D son función del ángulo de ataque real α_r y por tanto dependen del ángulo geométrico α_g y del ángulo de ataque o de incidencia del viento respecto del aspa α (ver Figura 4.18).

Pero en el caso de la turbina Magnus estos coeficientes son independientes de α , dada la simetría cilíndrica de sus *aspas*. De acuerdo con la teoría desarrollada en el Capítulo 3, para un cilindro girando el C_L (y por extensión el C_D) son función de la velocidad relativa de rotación del cilindro $\bar{\omega}$, lo cual coincide con los resultados numéricos y experimentales presentados por varios autores y recopilados en el Capítulo 2.

Por lo anterior, para estudiar el desempeño de la turbina Magnus se resuelven las Ecuaciones 5.1 y 5.2 con el mismo método del Capítulo 4, prestando especial atención a la selección de las curvas de C_L y C_D , las cuales son radicalmente distintas para el cilindro respecto a cualquier perfil aerodinámico y por ende contienen la clave para lograr posibles mejoras respecto de las turbinas tradicionales en algún campo de aplicación particular.

5.2. Resultados del comportamiento aerodinámico de la turbina Magnus

Para estudiar el comportamiento aerodinámico de la turbina Magnus, se toma como dato de entrada las curvas de C_L y C_D según las mediciones experimentales de Bychkov *et al.* [8], que se muestran en la Figura 2.7. Con estos coeficientes se aplica el *Método directo* con las modificaciones indicadas en la sección precedente, el cual se programa en el software comercial Matlab.

Es importante insistir en que de acuerdo con lo presentado en el Capítulo 2, no hay unicidad en los resultados que presentan distintos autores para los valores de estos coeficientes en función de $\bar{\omega}$, por lo que el análisis que se presenta a continuación se enfoca en describir el comportamiento general de la turbina.

Tal como se mencionó, la velocidad angular de los cilindros es un parámetro determinante en la turbina Magnus, por esta razón, se ejecuta el análisis de la potencia entregada por la turbina para una amplia variedad de combinaciones del resto de variables: longitud, cantidad y diámetro de los cilindros, así como velocidad angular de la turbina; orientándose principalmente a turbinas de pequeña escala para conocer su potencial aplicación en ambientes urbanos.

Un extracto de los resultados de las simulaciones realizadas mediante el *Método directo*, para una turbina de 2 cilindros, se muestra en la Figura 5.2, donde se han combinado cilindros de 15 y 25 cm de diámetro con velocidades de rotación en el rango de 10 a 4000 RPM y con turbinas de 1 a 3 m de radio con velocidades angulares entre 10 y 30 RPM.

El principal hallazgo de esta combinación de variables es que en general se requiere alta velocidad de rotación del cilindro, del orden de 10^3 RPM para lograr extraer potencia del viento. Esto pues las líneas celeste y rosado ($\omega = 10$ y 100 RPM respectivamente) están sobre la línea de cero potencia en todos los arreglos de variables para turbinas pequeñas.

Por esta razón se realiza una nueva combinación de parámetros donde $\omega = 1, 4, 8$ y 12×10^3 RPM, con el fin de determinar el comportamiento de la curva de potencia en relación con el cambio en todas las otras variables. Parte de este trabajo se presenta en la Figura 5.3.

Con este nuevo escenario es posible definir el comportamiento de la curva de potencia de la turbina Magnus. Destaca que al aumentar la velocidad angular de los cilindros, el parámetro al que es más sensible el sistema, aumenta la potencia y su punto máximo, en relación con la velocidad del viento incidente.

En los resultados mostrados en la Figura 5.3 se observa también que al aumentar la longitud de los cilindros se obtiene una mayor potencia de la turbina. Esto es fácilmente pronosticable dado por el incremento del área barrida por los cilindros. Pero cabe destacar que dicho aumento sucede sin una modificación significativa en el valor de velocidad del viento, donde da inicio la extracción de energía para cada combinación particular de las

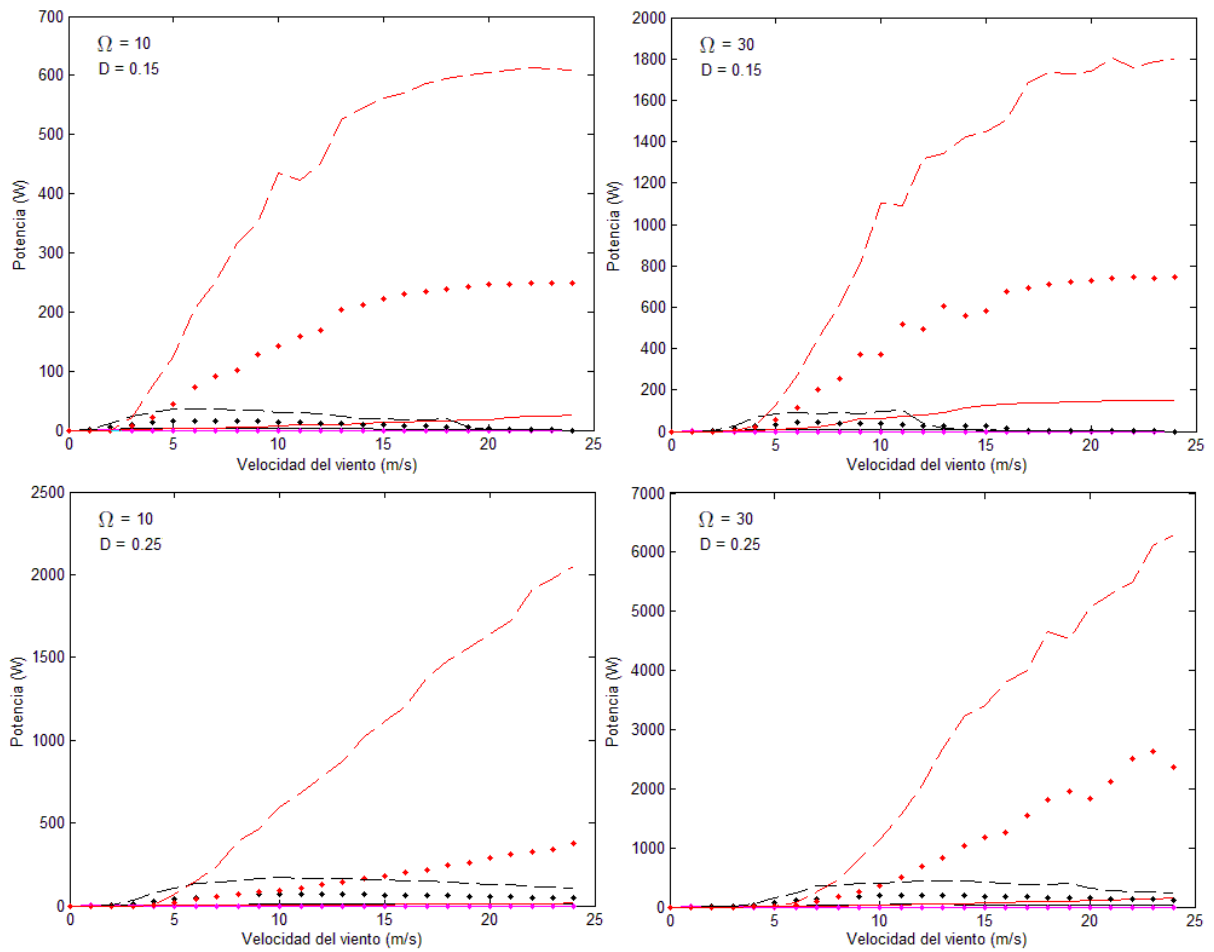


Figura 5.2: Curvas de potencia de la turbina Magnus de 2 cilindros. En cada gráfico $L = 1$ m (sólida), 2 m (puntos) y 3 m (discontinua); $\omega = 10$ RPM (celeste), 100 RPM (rosado), 1000 RPM (negro) y 4000 RPM (rojo).

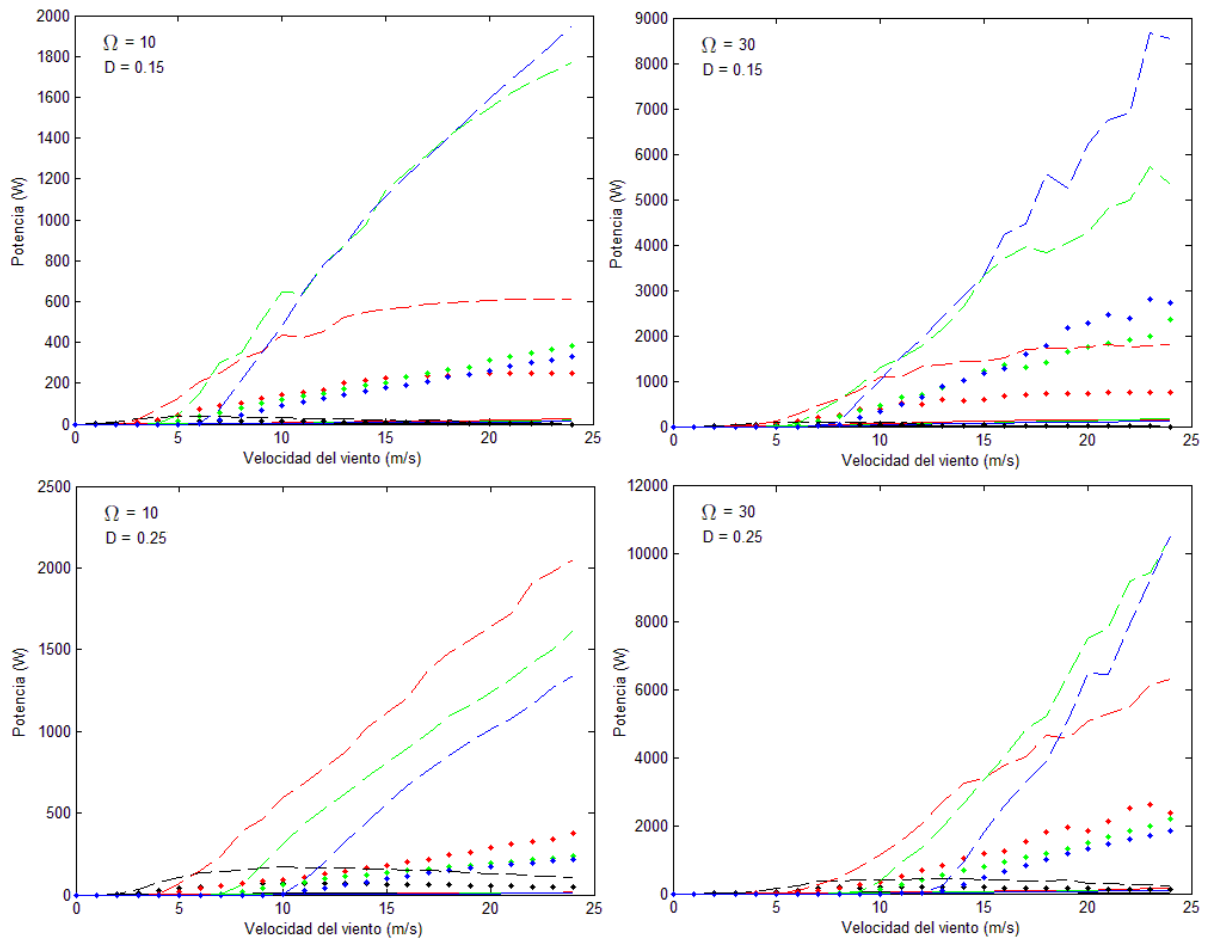


Figura 5.3: Curvas de potencia de la turbina Magnus de 2 cilindros. En cada gráfico $L = 1$ m (sólida), 2 m (puntos) y 3 m (discontinua); $\omega = 1000$ RPM (negro), 4000 RPM (rojo), 8000 RPM (verde) y 12000 RPM (azul).

otras variables.

En cuanto al diámetro de los cilindros, se encuentra que al aumentar su valor también crece la potencia máxima entregada por la turbina, pero la extracción de energía inicia a velocidades del viento mayores y el punto de máxima potencia también se corre a la derecha en el gráfico de potencia en función de la velocidad del viento.

Un comportamiento similar ofrece la variación en la velocidad angular de la turbina. Pero para valores de Ω muy elevados, la potencia máxima se alcanza a valores de U_∞ muy altos, lo cual es impráctico para la mayoría de aplicaciones. De modo que preliminarmente se puede indicar que la turbina Magnus ofrece ventajas para Ω moderados o bajos, tal como se propone por autores como Bychkov *et al.* [8].

En cuanto a la cantidad de cilindros de la turbina y su efecto en el comportamiento, el análisis demuestra que la tendencia es la misma que al aumentar el diámetro del cilindro o la velocidad angular de la turbina. No obstante, cada cilindro representa más material, mayor complejidad de construcción y un nuevo consumo de energía para generar la rotación, por lo que en este parámetro se debe incluir una nueva variable que es el gasto energético necesario para la operación de la turbina en función de la cantidad de cilindros.

5.3. Potencia requerida para operar la turbina Magnus

Para mantener un objeto girando a velocidad angular constante inmerso en un fluido, se requiere vencer el arrastre debido a la fricción entre la superficie del cuerpo y el fluido. De acuerdo con Childs [11], la potencia requerida para mantener en rotación un cilindro se calcula como:

$$P_{rot} = \frac{1}{2} \pi \rho \omega^3 r_c^4 L C_m \quad (5.3)$$

Donde ω es la velocidad angular, r_c el radio y L el largo del cilindro, y C_m es el coeficiente de momento para un cilindro en rotación (ver Figura 5.4), el cual depende del número de Reynolds rotacional (Re_ϕ):

$$Re_\phi = \frac{\omega r_c^2}{\nu} \quad (5.4)$$

Combinando la información de la Figura 5.4 con el rango de Re_ϕ aplicables al caso en estudio, se encuentra que el C_m se puede aproximar de la siguiente manera:

$$C_m \approx 0,1173 Re_\phi^{-0,219} \quad (5.5)$$

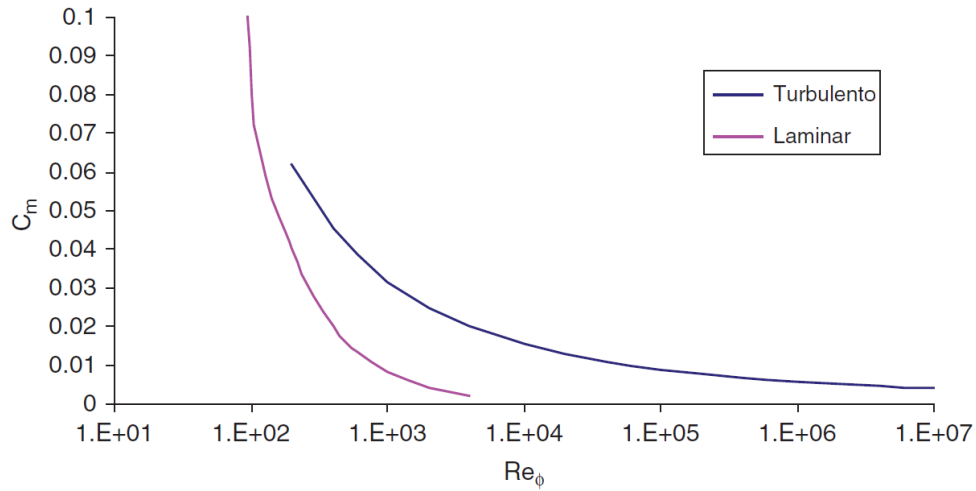


Figura 5.4: Coeficiente de momento para un cilindro en rotación en función de Re_ϕ [11]

Al sustituir las Ecuaciones 5.5 y 5.4 en 5.3 se obtiene una expresión para evaluar la potencia necesaria para rotar todos cilindro de la turbina Magnus:

$$P_{rot} \approx B \cdot 0,05865\pi\rho\omega^3 r_c^4 L \left(\frac{\omega r_c^2}{\nu} \right)^{-0,219} \quad (5.6)$$

Cabe indicar que al emplear una función para extraer los datos de la Figura 5.4, se introduce una aproximación en los resultados. Otra simplificación importante que se ha hecho, es despreciar el efecto de U_∞ en el cálculo del gasto energético en la rotación de los cilindros. Sin embargo, el modelamiento planteado es validado comparando sus resultados con lo que reporta Sun *et al.* [36], sobre la energía necesaria para girar un cilindro de 0,32 m de diámetro y 4,512 m de largo entre 0 y 1000 RPM, con $C_m = 0,02$. La Figura 5.5 evidencia una adecuada concordancia entre los resultados propuestos y el citado autor, aunque de una manera conservadora. La diferencia se explica por las simplificaciones mencionadas anteriormente así como otras pérdidas mecánicas, entre ellas la pérdida por rodamientos que se contempla en el apartado siguiente.

La Figura 5.6 muestra los mismos gráficos de la Figura 5.3 pero descontando la potencia requerida para hacer girar los cilindros. La cual presenta en su mayoría un resultado de potencia neta negativa, es situación indica que se requieren modificaciones que permitan capturar de mejor forma la potencia, lo cual se explora en secciones posteriores.

Dado que se dispone de una expresión para el gasto de potencia, se define la potencia neta como la que efectivamente se obtiene de la turbina,

$$P_{Net} = P - P_{rot} \quad (5.7)$$

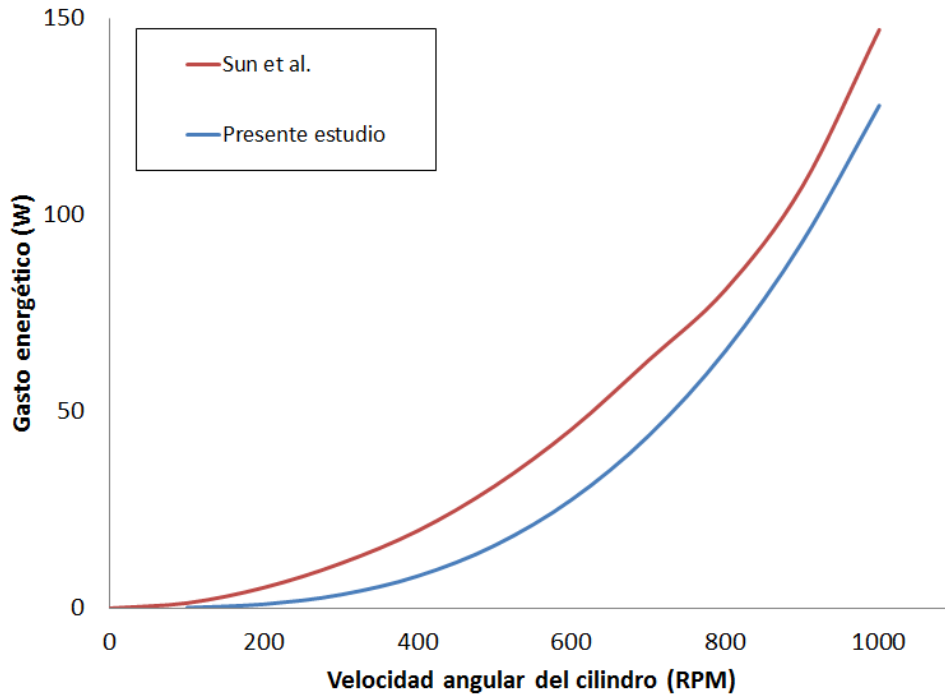


Figura 5.5: Comparación de la potencia consumida en rotar un cilindro según Sun *et al.* y el modelo propuesto, para girar un cilindro de 0,32 m de diámetro y 4,512 m de largo entre 0 y 1000 RPM.

5.3.1. Pérdidas mecánicas por rodamientos

Las turbinas tipo Magnus ven su desempeño disminuido por las pérdidas mecánicas en los rodamientos que soporten sus aspas cilíndricas. Sin embargo no se puede obtener una regla general para calcular de forma teórica las pérdidas que ocasionarán estos componentes, pues estas dependen del tipo de rol, el fabricante, las cargas aplicadas, el lubricante y la temperatura de operación, entre otros factores.

Con el objetivo de incluir el efecto de la fricción por rodamientos de una manera aproximada, se utilizarán los resultados de Grauers [16], que para aplicaciones de turbinas eólicas reporta una pérdida de 2,7% de potencia debido a los rodamientos. Este dato se empleará para cada cilindro, de modo que se incluirá un factor de aumento de 1,027 a la Ecuación 5.6, para obtener una nueva expresión de la potencia consumida por las aspas cilíndricas de la turbina Magnus.

$$P_{rot} \approx B \cdot 0,06023\pi\rho\omega^3 r_c^4 L \left(\frac{\omega r_c^2}{\nu} \right)^{-0,219} \quad (5.8)$$

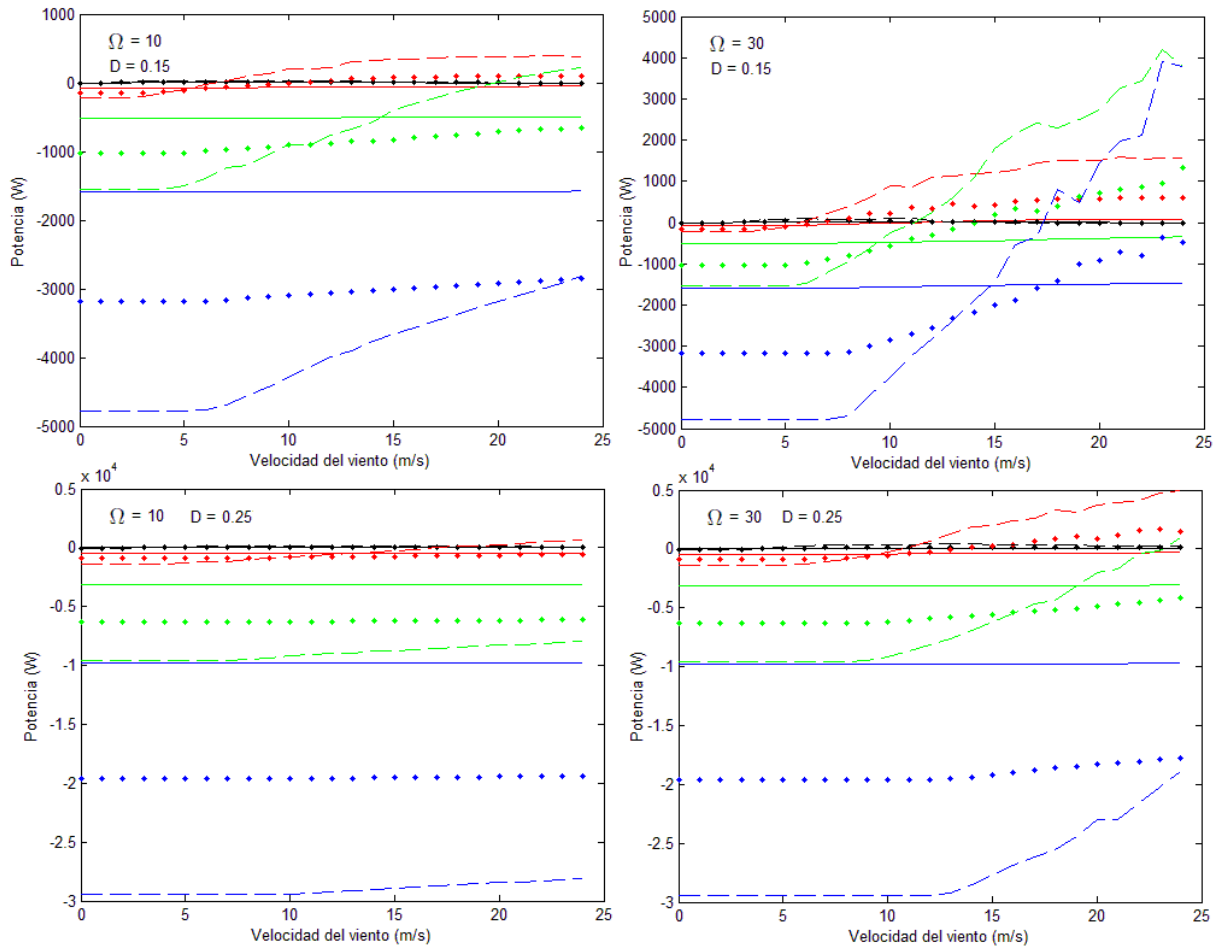


Figura 5.6: Curvas de potencia neta de la turbina Magnus de 2 cilindros. En cada gráfico $L = 1$ m (sólida), 2 m (puntos) y 3 m (discontinua); $\omega = 1000$ RPM (negro), 4000 RPM (rojo), 8000 RPM (verde) y 12000 RPM (azul).

5.4. Optimización de la turbina Magnus y comparación con la turbina Fase II

Aplicando el método directo para turbinas Magnus descrito en la sección 5.1 y descontando el gasto que representa la rotación de sus cilindros, se puede realizar una comparación de la potencia que entrega una turbina Magnus respecto de una turbina convencional de dimensiones similares.

5.4.1. Optimización de la turbina Magnus básica

Se entiende por turbina Magnus básica aquella en la que sus cilindros completos giran a una velocidad angular constante, como la que se muestra en la Figura 1.3. Con el propósito de realizar una comparación con la Fase II, se considera una Magnus de 3 aspas cilíndricas y de 5 m de radio.

El criterio de optimización se aplica sobre la curva de potencia neta de la turbina para maximizarla y consta de dos partes: la primera es exigir que para $U_\infty = 5$ m/s se obtenga $P_{Net} > 0$; la segunda es que el promedio de la potencia neta para 5 m/s $< U_\infty < 15$ m/s sea el máximo de todas las combinaciones analizadas. Los rangos de U_∞ se toman en base al enfoque de la investigación hacia ambientes urbanos.

De manera formal, el problema matemático de optimización se plantea de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{Máx } P_{Net}(\Omega, \omega, D) & \qquad (5.9) \\ \Omega & \in [0, 100] \text{ RPM} \\ \omega & \in [0, 4000] \text{ RPM} \\ D & \in [0, 5] \text{ m} \end{aligned}$$

Las variable a optimizar es la potencia neta en función de la velocidad angular de la turbina (Ω) y de los cilindros (ω) así como el diámetro de las aspas cilíndricas (D).

El proceso de optimización se realiza con el código implementado en Matlab mediante un barrido de todas las posibles combinaciones de las tres variables a optimizar. Los rangos de éstas se definen tomando en consideración los resultados de las características aerodinámicas de la turbina Magnus, descritas en las sección 5.2.

El producto del proceso de optimización se presenta en la Figura 5.7, donde se muestra la comparación de las curvas de potencia entregadas por la turbina Fase II del NREL y una tipo Magnus con las siguientes características óptimas: $\omega = 500$ RPM, $D = 1$ m, $B = 3$, $L = 5$ m y $\Omega = 30$ RPM. El diámetro total de la turbina y la cantidad de aspas son obtenidos de la NREL Fase II (ver Tabla 4.1).

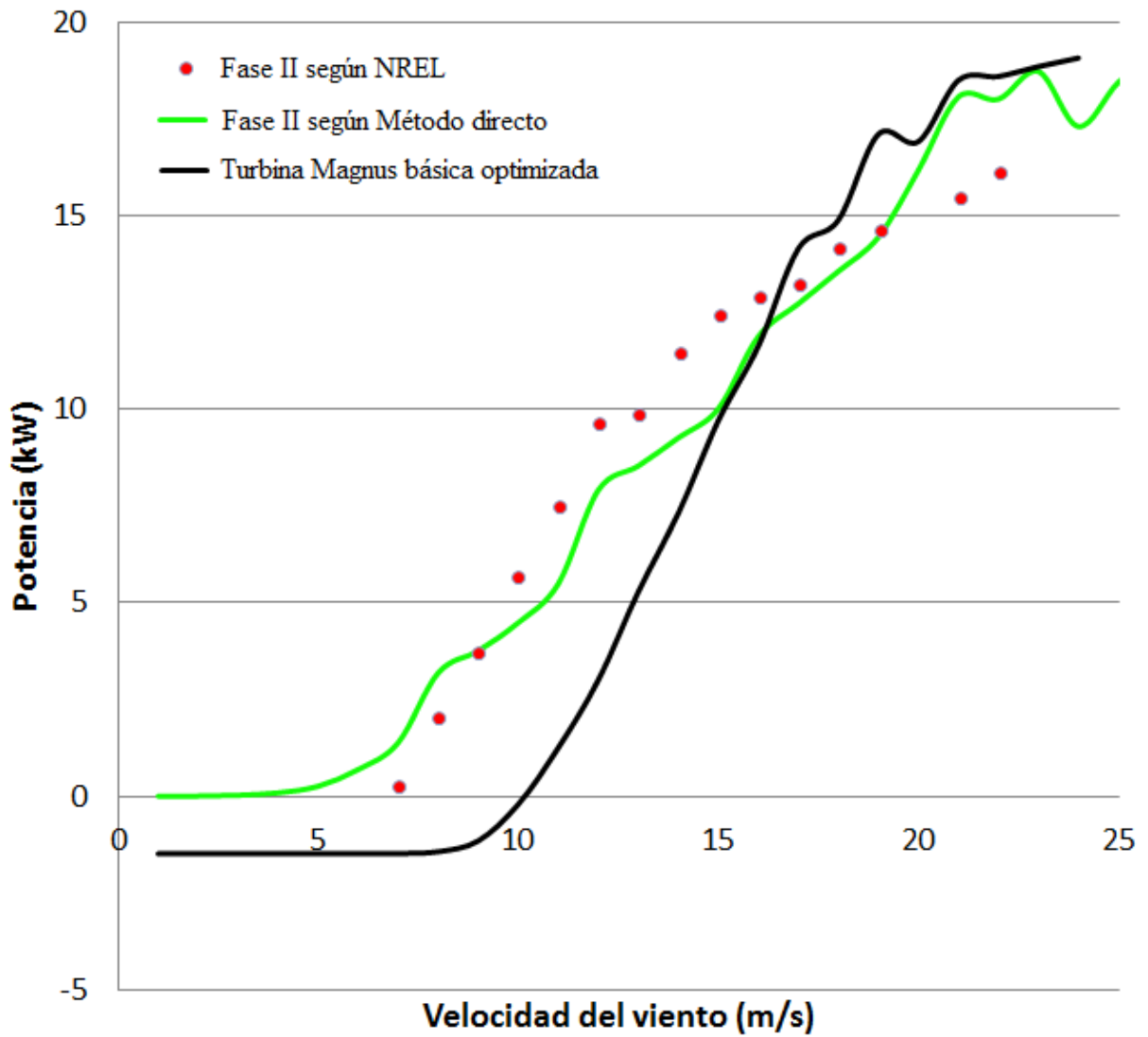


Figura 5.7: Comparación de la Potencia de la turbina Fase II [10] ($\Omega = 71,3$ RPM) y una análoga tipo Magnus (según el *Método directo*, con $\Omega = 30$ RPM y $\omega = 500$ RPM), ambas con 3 aspas de 5 m de largo.

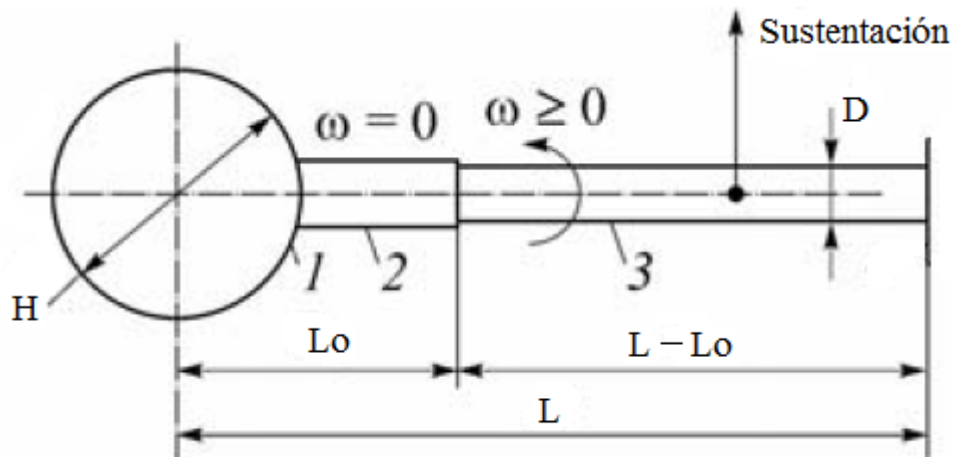


Figura 5.8: Eje y un cilindro de la turbina Magnus propuesta por Bychkov [9]

Además en la solución óptima presentada se reduce la velocidad de rotación de la turbina, desde 71,3 RPM en el caso de la Fase II a solo 30 RPM para la Magnus análoga, lo cual coincide con lo reportado en el Estado del Arte, en cuanto a que la turbina Magnus ofrece como ventaja una menor velocidad angular que las convencionales.

Para bajas velocidades de viento, la turbina Magnus no es capaz de entregar la suficiente potencia para compensar la consumida en la rotación de los cilindros, como se muestra en la Figura 5.7. Razón por la cual no se consideraron los casos en los que $U_\infty < 5$ m/s en el proceso de optimización.

5.4.2. Captura de energía en función de la posición radial

Otra oportunidad de optimización es considerar la alternativa para la turbina Magnus que presenta Bychkov [9], en la cual una parte del cilindro no gira (cerca del eje de rotación de la turbina), tal como lo muestra la Figura 5.8.

Este razonamiento puede estar relacionado con la baja disponibilidad energética que existe en la parte cercana al eje de la turbina, dado que una sección de cilindro de longitud Δr , al girar la turbina barre un área menor que una sección de igual longitud en una zona más distante del eje. Aunado a esto, la potencia necesaria para hacer girar sobre su propio eje una sección Δr del cilindro es la misma sin importar su posición radial¹, por lo que es razonable no imponer rotación en la sección señalada como 2 en la Figura 5.8.

Un análisis cuantitativo de esta situación se lleva a cabo con la turbina Magnus propuesta como análoga a la Fase II del NREL, mediante el *Método directo* programado en

¹Esto es válido según el modelo simplificado que se ha empleado en la sección 5.3, en condiciones reales se debe notar que la velocidad del viento relativa al cilindro aumenta con la coordenada radial, por lo que se incrementa la energía necesaria para hacer girar las secciones más distantes del eje de la turbina.

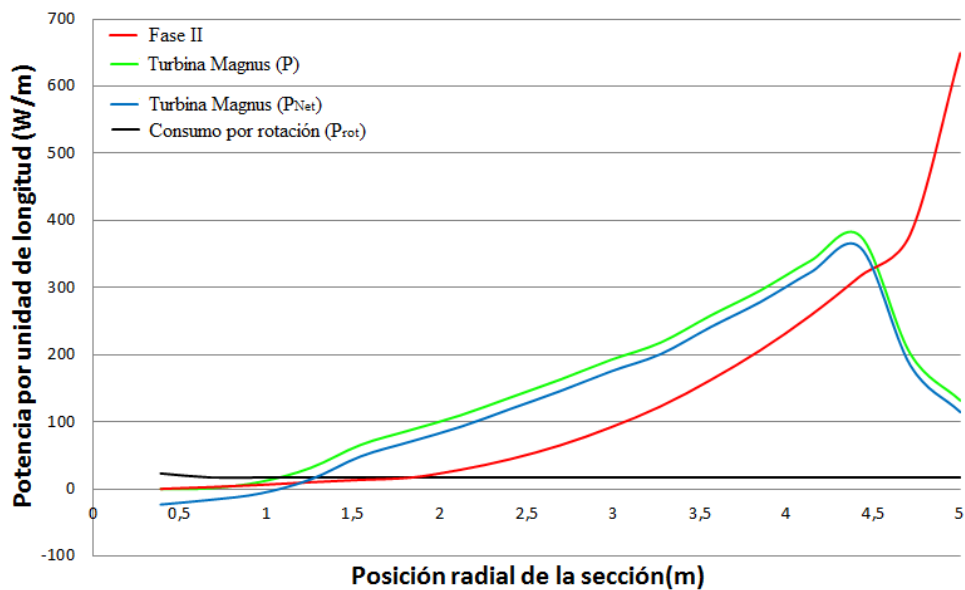


Figura 5.9: Potencia generada y consumida por cada sección radial para la turbina Fase II [10] ($\Omega = 71,3$ RPM) y una análoga tipo Magnus (según el *Método directo*, con $D = 1$ m, $\Omega = 30$ RPM y $\omega = 500$ RPM), ambas con 3 aspas de 5 m de largo.

Matlab. Esta comparación se realiza para una velocidad del viento de 16 m/s, punto en el cual coincide la potencia medida por el laboratorio NREL para la turbina real, con la calculada para la misma turbina mediante el método propuesto en este trabajo, y además con el cálculo para la turbina análoga tipo Magnus.

La Figura 5.9 muestra la potencia generada por cada sección del aspa o cilindro, así como la potencia consumida en la rotación de los cilindros de la turbina Magnus. Tal como se mencionó anteriormente, la potencia invertida en la rotación de cada sección es independiente de la coordenada radial.

Esta comparación muestra una curva verde que corresponde a la potencia entregada por la Magnus sin descontar su propio consumo energético, el cual está representado por la línea negra. La curva azul es la diferencia de las dos anteriores y muestra la potencia teórica aprovechable por la Magnus análoga. Por otra parte la línea roja es el resultado de las mediciones experimentales de potencia para la turbina Fase II del NREL, en virtud de lo generado por cada sección del aspa.

Este resultado demuestra que efectivamente la sección interior del disco barrido por una turbina eólica de eje horizontal captura poca potencia, y en particular para el caso de la turbina Magnus, resulta contraindicado imponer rotación en ese sector del cilindro, dado que no se recupera la energía invertida.

Por otra parte, para esta comparación puntual, se muestra una gran sección, en la coordenada radial donde resultaría más conveniente la utilización de un cilindro girando que un perfil aerodinámico convencional.

5.4.3. Turbina Magnus perfeccionada

La turbina Magnus perfeccionada incorpora a la optimización básica descrita en la sección 5.4.1, el concepto de captura de energía en función de la posición radial (sección precedente). Además, la velocidad angular de sus aspas cilíndricas es variable y se ajusta de forma que maximice la potencia neta de salida en función de la velocidad del viento incidente.

De manera formal, el nuevo problema matemático de optimización en este caso parte de $\Omega = 30$ RPM y $D = 1$ m, y se plantea de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{Máx } P_{Net}(L_0, \omega, U_\infty) & \quad (5.10) \\ L_0 & \in [0, 5] \text{ m} \\ \omega & \in [0, 4000] \text{ RPM} \\ U_\infty & \in [0, 25] \text{ m/s} \end{aligned}$$

Esta nueva optimización se programa en Matlab en tres etapas. Como paso inicial se lleva a cabo el procedimiento de la optimización básica según los criterios de la sección 5.4.1. La segunda etapa del código realiza un barrido de todos los posibles valores para L_0 (ver Figura 5.8), tomando en cuenta los argumentos de la sección 5.4.2; el criterio de optimización en este caso es encontrar el valor de L_0 que genere el máximo valor promedio en la curva de potencia en función del viento. El paso final del proceso, que resulta ser el principal por tener un mayor efecto en la potencia neta, es optimizar para cada valor de U_∞ la velocidad angular de los cilindros de forma que punto a punto se obtenga un máximo en la potencia neta.

El resultado se muestra en la Figura 5.10, que presenta una mejora significativa respecto de lo presentado en la Figura 5.7.

En este caso se ha eliminado el sector de potencia negativa, pues al optimizar el sistema, se impone que en los casos que la potencia consumida sea mayor que la entregada, los cilindros no giren. Con este modelo optimizado de velocidad de rotación variable de los cilindros, persiste un rendimiento menor de la turbina tipo Magnus respecto de la Fase II, en el rango de velocidades de 5 a 15 m/s. Posteriormente, la potencia entregada por la Magnus crece de forma desmedida, pero para efectos prácticos de operación, esta potencia entregada se puede gobernar fácilmente disminuyendo la velocidad de rotación de los cilindros, lográndose una potencia constante de operación si fuese necesario.

5.4.4. Análisis de sensibilidad

Utilizando la técnica de “Un factor a la vez” OFAT (de sus siglas en inglés *One Factor At a Time*) se realizó un análisis de sensibilidad del resultado obtenido de la turbina Magnus perfeccionada. De esta forma se asegura la calidad de la solución encontrada, que depende de múltiples entradas, por otro lado, se obtiene una noción del orden de

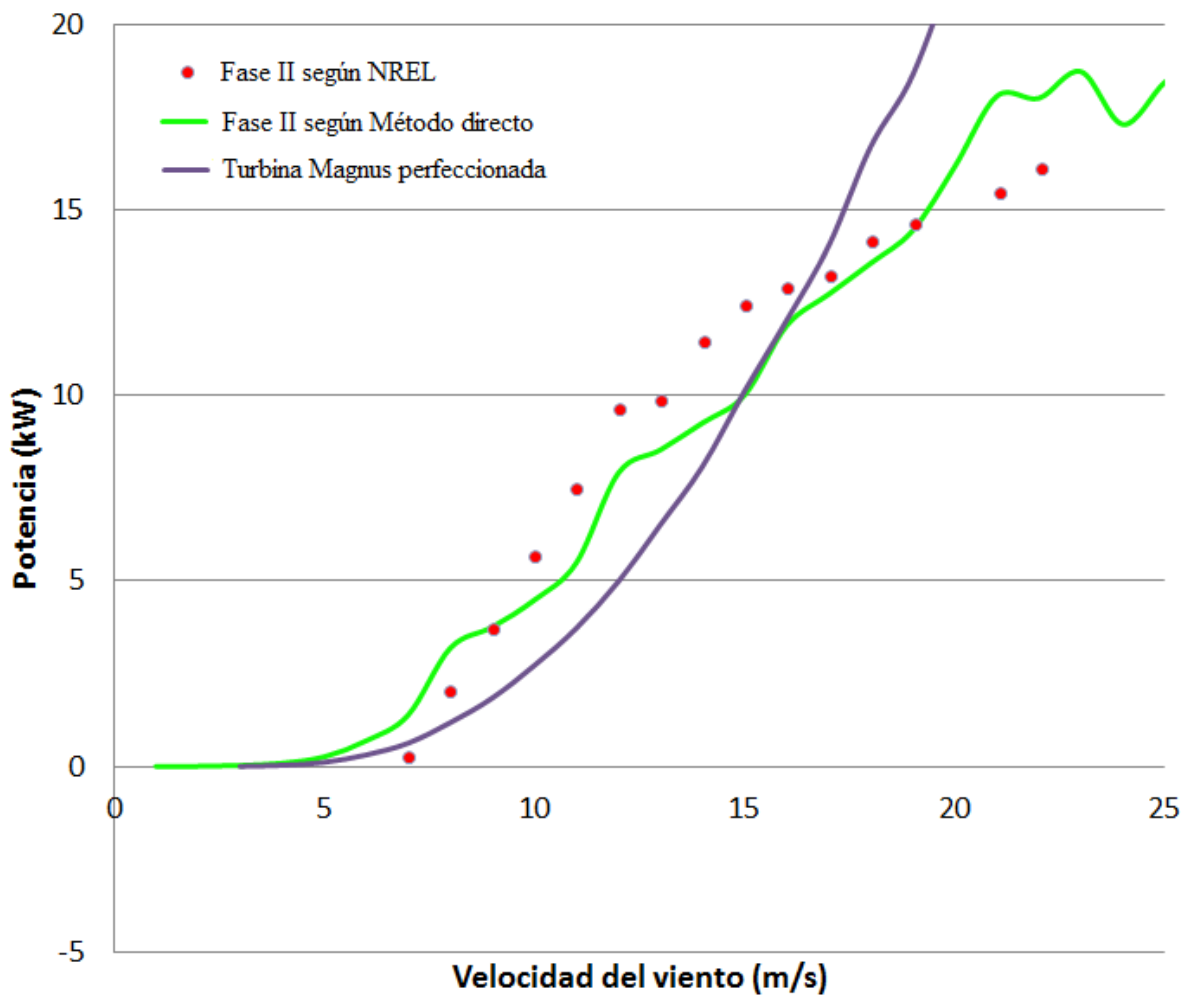


Figura 5.10: Comparación de la Potencia de la turbina Fase II [10] ($\Omega = 71,3$ RPM) y una análoga tipo Magnus optimizada (según el *Método directo*, con $D = 1$ m, $\Omega = 30$ RPM y ω variable), ambas con 3 aspas de 5 m de largo.

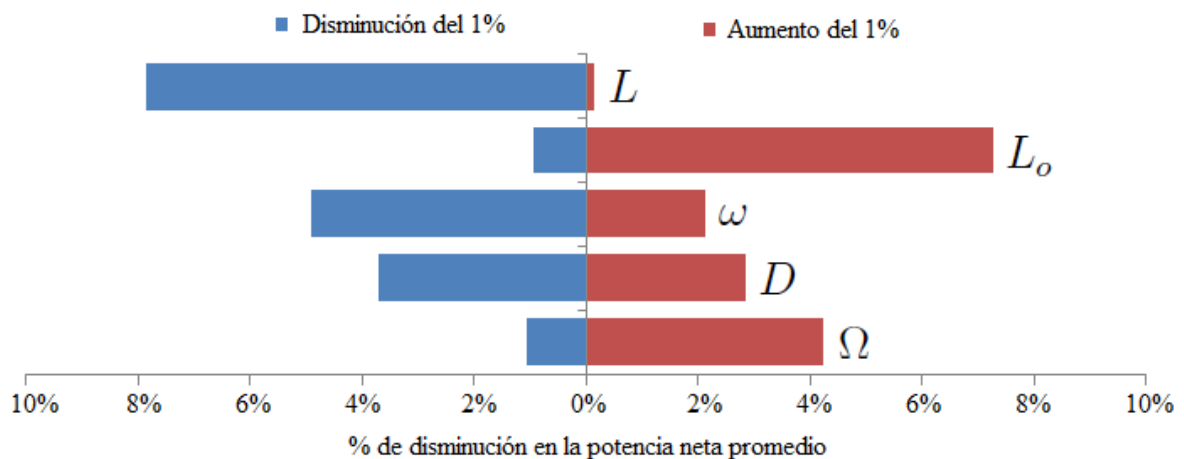


Figura 5.11: Variación del promedio de P_{Net} al variar 1% cada uno de los factores.

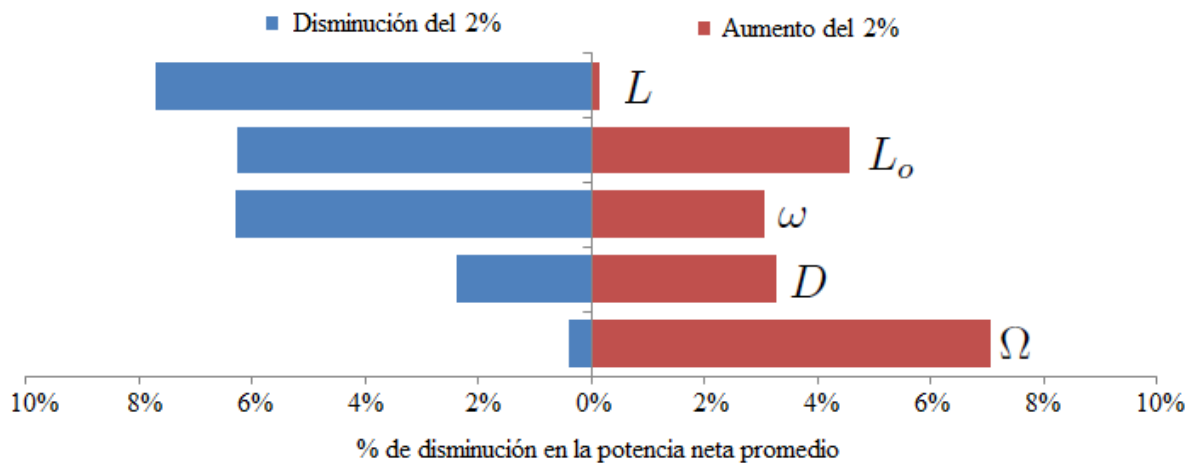


Figura 5.12: Variación del promedio de P_{Net} al variar 2% cada uno de los factores.

importancia de cada uno de los parámetros en la variación de la salida de potencia de la turbina, mediante gráficos tornado, ver Figuras 5.11 y 5.12.

La Figura 5.11 se construye evaluando la variación del promedio de P_{Net} al aumentar o disminuir un 1% cada uno de los factores que determinan la potencia de la turbina. La Figura 5.12 se realiza de la misma manera pero modificando en un 2% cada variable, esto con el fin de analizar si los cambios en la potencia tienen algún nivel de proporcionalidad respecto de las variaciones en las entradas.

En general las Figuras 5.11 y 5.12 muestran la no linealidad del sistema en estudio, dado que aumentar o disminuir una entrada, genera un efecto no proporcional en la potencia neta. En la mayoría de los casos el porcentaje de disminución de la potencia es mayor que el porcentaje de cambio en las entradas.

El detalle del efecto de cada variable sobre la potencia se presenta a continuación:

Longitud del cilindro Al evaluar la sensibilidad respecto al radio total de la turbina, la potencia depende directamente del largo del cilindro debido al área barrida por la turbina, la cual aumenta o disminuye dependiendo si el cilindro tiene una longitud mayor o menor. La razón por la cual la potencia se ve mayormente afectada al disminuir que al aumentar L , es porque el sistema trabaja con un punto óptimo de ω para $L = 5$ m, de modo que al aumentar el tamaño de la turbina, se captura más potencia pero para un ω no óptimo.

Además, por la no linealidad de las ecuaciones que gobiernan este sistema, se comprobó que para turbinas demasiado grandes, el costo energético de hacer girar el cilindro causa que la turbina sea ineficiente, de modo que en este caso particular, con un cilindro de 30m de largo, se obtiene prácticamente la misma potencia que si se utilizara $L = 20$ m, luego si este valor aumenta a 40 m, la potencia entregada es menor que para el caso de $L = 20$ m.

Longitud no giratoria del cilindro Según las consideraciones de captura de energía en función de la posición radial, aumentar L_0 representa un ahorro en cuanto a rotación del cilindro y a la vez una pérdida pues será un sector que no tendrá sustentación. Por esta característica antagónica se obtiene que la potencia se modifica más al aumentar L_0 un 1 % que si se incrementa en un 2 %.

Por otra parte, al disminuir L_0 la relación si es directa, mayor disminución implica mayor impacto en la potencia neta de salida. Esto se debe a que la zona cercana al eje de la turbina tiene poco contenido energético, ver Figura 5.9, por lo que disminuir L_0 implica una inversión en rotación del cilindro que no se compensa con la energía capturada.

Velocidad angular del cilindro Esta fue la principal variable de optimización del modelo de la turbina Magnus perfeccionada, pues se definió su valor óptimo punto a punto para cada valor de U_∞ . Las Figuras 5.11 y 5.12 muestran que no es la variable más sensible del sistema de forma absoluta, sin embargo, causa un efecto importante en la potencia de salida en todos los casos (aumentar o disminuir; 1 % o 2 %), a diferencia de L y L_0 .

Diámetro del cilindro Se presenta nuevamente un comportamiento no lineal al modificar D , pues el efecto de disminuirlo un 2 % es menor que si se reduce en un 1 %. La razón es que tanto la sustentación como el gasto energético son proporcionales a D , por lo que modificarlo tiene un efecto positivo y negativo al mismo tiempo, que compiten y entregan estas respuestas no lineales en el resultado.

Velocidad angular de la turbina El comportamiento de la potencia al modificar Ω resulta similar al variar un 1 % o un 2 %, en cuanto a que en ambos casos la variación en P_{Net} es mucho mayor al aumentar Ω que al disminuirla. Esto coincide con la información

contenida en la literatura que indica que la turbina Magnus presenta un mejor rendimiento a bajas velocidades angulares de la turbina.

Velocidad del viento Como el análisis se realizó para un rango de velocidades del viento y no para un valor fijo, el sistema captura por sí mismo la sensibilidad respecto a la variación en la velocidad del viento, se encuentra que a mayor velocidad del viento mayor potencia captura la turbina. Además se identifica en todos los casos un mínimo de velocidad del viento para el cual la turbina desarrolla potencia.

Cantidad de cilindros La cantidad de aspas cilíndricas, $B = 3$, se mantuvo en el mismo valor que la cantidad de aspas de la turbina base para la comparación, la Fase II del NREL, por tanto, este parámetro no se incluyó en el análisis de sensibilidad.

Tipo de fluido: densidad y viscosidad Tomando en cuenta el enfoque de la investigación en energía eólica, solamente se considera el aire como fluido de trabajo, de modo que la viscosidad y densidad se trataron como constantes.

5.5. Turbina Magnus para ambientes urbanos

La turbina Magnus optimizada de la sección 5.4.3 tiene un radio de 5 m, lo cual resulta excesivo para su aplicación en ambientes urbanos, por lo que se presenta la comparación de esa turbina con una más pequeña, de 2 m de radio, la cual ha sido optimizada empleando todas las técnicas indicadas anteriormente, con el fin de determinar el potencial de la turbina Magnus en ambientes urbanos.

Una manera de realizar una comparación entre turbinas de diferentes dimensiones y capacidades es a través del análisis adimensional, en el cual se emplean valores de referencia para cada parámetro de interés. Un ejemplo de esta situación se realizó en el Capítulo 3 al definir el coeficiente de presión.

En el caso de la potencia, se utiliza el coeficiente de potencia C_{Pot} , que se define como la cantidad de potencia que captura una turbina en relación al máximo disponible en el viento:

$$C_{Pot} = \frac{P_{Net}}{\frac{1}{2}\rho AU_{\infty}^3} \quad (5.11)$$

Esta conversión de energía en trabajo mecánico tiene un valor máximo teórico de 0,593, conocido como Límite de Betz [7]. Por esta razón, en adelante se mostrará siempre como cota máxima de potencia capturable el 59,3% de la disponible en el viento.

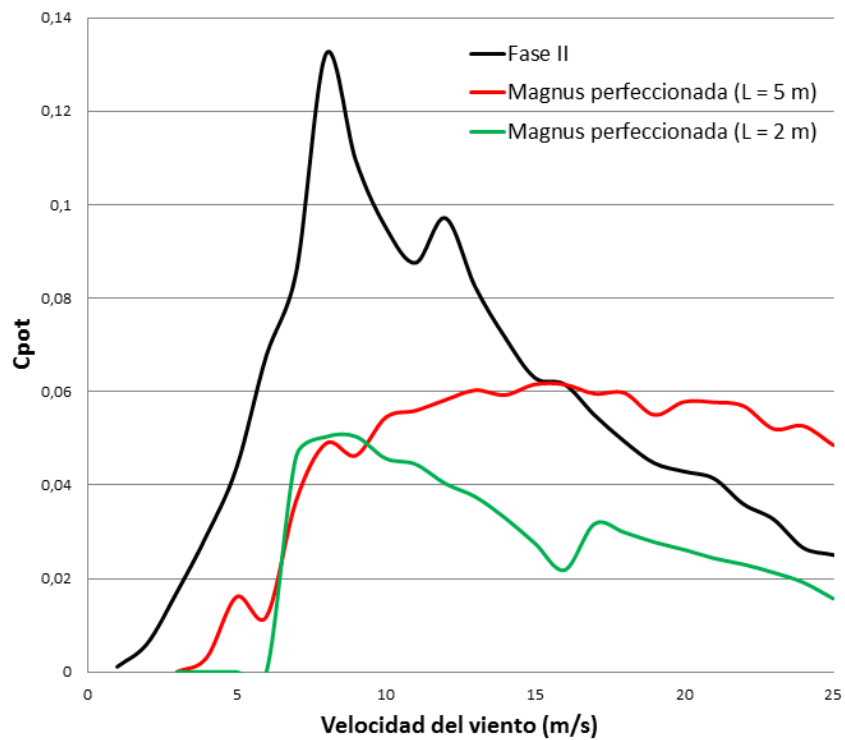


Figura 5.13: Comparación del C_{Pot} de la turbina NREL Fase II frente a dos turbinas Magnus perfeccionadas, una de las mismas dimensiones que la Fase II ($L = 5$ m, $B = 3$, $D = 1$ m, $\Omega = 30$ RPM y ω variable) y otra de dimensiones aptas para el entorno urbano ($L = 2$ m, $B = 3$, $D = 0,6$ m, $\Omega = 30$ RPM y ω variable).

La Figura 5.13 muestra el C_{Pot} en función de la velocidad del viento para la turbina NREL Fase II y dos turbinas Magnus.

La turbina tipo Magnus de 5 m de radio corresponde con la turbina Magnus análoga a la Fase II que se presenta en la Figura 5.10, con 3 aspas cilíndricas, $D = 1$ m, $\Omega = 30$ RPM y ω variable.

El caso de la turbina Magnus de 2 m de radio, la cual posee dimensiones adecuadas para el ambiente urbano y presenta las siguientes características: 3 aspas cilíndricas, $D = 0,6$ m, $\Omega = 30$ RPM y ω variable.

En todos los casos el coeficiente de potencia resulta bajo, especialmente para la turbina de pequeña escala, pues su rendimiento disminuye para altos valores de velocidad del viento y a su vez requiere al menos 6 m/s del viento incidente para entregar potencia.

También destaca que la turbina tipo Magnus análoga a la Fase II presenta un C_{Pot} bajo a pesar de haber sido objeto de las mejoras descritas anteriormente.

Capítulo 6

Análisis dimensional y modelamiento matemático de la turbina Magnus

En los capítulos precedentes se ha presentado la potencia que entregan las turbinas eólicas en función de la velocidad del viento incidente, sin embargo, en todos los casos se ha hecho énfasis en que dicha potencia depende también de la cantidad de cilindros, la velocidad angular y el radio tanto de la turbina como de cada cilindro, además, de la densidad y viscosidad del fluido en el que está inmerso el generador eólico.

En el presente, mediante la técnica de análisis dimensional se propone la existencia de una relación matemática que involucre todas las variables de interés en el funcionamiento de una turbina eólica tipo Magnus. Se plantean varios modelos considerando expresiones adimensionales representativas, lo que permite graficar el coeficiente de potencia y determinar puntos óptimos de operación.

Vale destacar que en ningún estudio previo sobre la turbina Magnus se ha realizado un análisis de esta naturaleza.

6.1. Análisis dimensional

Considerando como variable de interés la potencia, se propone que debe existir una relación de la forma¹:

$$P_{Net} = f(U_{\infty}, \Omega, R, \omega, D, \rho, \nu, B) \quad (6.1)$$

Donde las dimensiones de cada magnitud física, utilizando [M, L, T] como masa, lon-

¹Solamente en esta sección se usará R como radio de la turbina, en el resto del texto se emplea L para ese parámetro.

gitud y tiempo respectivamente, son las siguientes:

$$P_{Net} : ML^2T^{-3}$$

$$U_{\infty} : LT^{-1}$$

$$\Omega : T^{-1}$$

$$R : L$$

$$\omega : T^{-1}$$

$$D : L$$

$$\rho : ML^{-3}$$

$$\mu : ML^{-1}T^{-1}$$

B es un término adimensional.

De acuerdo con la técnica de análisis dimensional (descrita entre otros por Munson *et al.* [27]), en el sistema analizado existen 9 magnitudes físicas, listadas arriba, y a la vez estas se expresan en función de 3 dimensiones [M, L, T]. La resta de estos dos valores, representa la cantidad mínima de números adimensionales (conocidos como términos Pi) que se requieren para modelar el sistema.

Munson *et al.* [27] dan una guía directa para obtener los números adimensionales a partir de las magnitudes físicas del problema en estudio. Para el caso de la turbina Magnus, se puede construir el siguiente grupo de términos Pi :

$$\Pi_1 = \frac{P_{Net}}{\rho R^3 \Omega^3}$$

$$\Pi_2 = B$$

$$\Pi_3 = \frac{U_{\infty}}{R\Omega}$$

$$\Pi_4 = \frac{\omega}{\Omega}$$

$$\Pi_5 = \frac{D}{R}$$

$$\Pi_6 = \frac{\mu}{R^2 \Omega \rho}$$

Por conveniencia se pueden redefinir los adimensionales de la siguiente manera:

$\Pi'_1 = \frac{\Pi_1}{\Pi_3^3} = \frac{P_{Net}}{U_{\infty}^3 R^2 \rho}$. Este conjunto corresponde al coeficiente de potencia, salvo por las constantes π y $1/2$ en el denominador.

$\Pi'_2 = \Pi_3^{-1} = \frac{R\Omega}{U_{\infty}}$. Este grupo es conocido en la literatura como TSR (del inglés *Tip-Speed Ratio*, relación de velocidad específica o periférica), se usa para denotarlo la letra

griega λ .

$\Pi'_3 = \frac{\Pi_4 \Pi_5}{\Pi_3} = \frac{\omega D}{U_\infty}$. Se identifica que este término es igual que $2\bar{\omega}$. Siendo que $\bar{\omega}$ es ampliamente utilizado en este texto y en la literatura.

$\Pi'_4 = \Pi_5^{-1} = \frac{R}{D}$. Esta división es conocida como la razón de aspecto en la literatura, en este texto ha sido definida como γ .

$\Pi'_5 = \frac{\Pi_3}{\Pi_6} = \frac{\rho U_\infty R}{\mu}$. Este grupo corresponde al número de Reynolds.

$\Pi'_6 = \Pi_2 = B$.

Considerando estas definiciones y grupos adimensionales, se puede reescribir la Ecuación 6.1 de la siguiente manera:

$$\frac{P_{Net}}{U_\infty^3 R^2 \rho} = f\left(\frac{R\Omega}{U_\infty}, \frac{\omega D}{U_\infty}, \frac{R}{D}, \frac{\rho U_\infty R}{\mu}, B\right) \quad (6.2)$$

o bien, agregando algunas constantes y empleando la nomenclatura correspondiente, se obtiene:

$$C_{Pot} = f(\lambda, \bar{\omega}, \gamma, Re, B) \quad (6.3)$$

6.2. Construcción de los modelos

6.2.1. Rangos de las variables

El primer paso para determinar la forma que tiene la función de la Ecuación 6.3, es definir el rango de valores de cada una de las variables físicas que gobiernan el sistema, para el cual la turbina efectivamente entrega potencia. Esto es particularmente importante pues, por ejemplo, para velocidades angulares muy bajas de los cilindros, el efecto Magnus tiende a cero y no se genera sustentación que haga funcionar la turbina. Por otra parte, si los cilindros giran con una velocidad excesivamente alta, la potencia consumida en operar la turbina supera la potencia capturada y el resultado es inaceptable, una turbina que gasta energía de forma neta.

El método sistemático empleado para definir la variación en los parámetros, es conocido como Diseño de Experimentos (DOE de sus siglas en inglés *Design of Experiments*). Esta técnica plantea entre otras cosas, generar una matriz con todas las posibles combinaciones de los máximos y los mínimos de las variables, y para cada combinación obtener el valor de la salida (la potencia en este caso).

De este modo, es necesario llevar a cabo 2^n simulaciones (ver Tablas 6.1 a 6.3), donde

n representa la cantidad de variables, que corresponden a la velocidad del viento, la velocidad angular de la turbina, el radio de la turbina, la velocidad angular del cilindro, el diámetro del cilindro y la cantidad de aspas cilíndricas. El fluido será aire en todo caso, por lo que la densidad y viscosidad no serán variables susceptibles de modificación en el estudio que se lleva a cabo.

Para simplificar el análisis y disminuir el tamaño de la matriz de combinaciones, tomando en cuenta que la cantidad de cilindros B es una variable discreta, se analiza por separado el caso en que la turbina tenga 2, 4 y 6 aspas cilíndricas.

Considerando todo lo anterior y sin perder de vista que se busca estudiar una turbina con potencial urbano, es decir, con un tamaño que no resulte impráctico para ser instalado cerca de zonas habitadas, se obtienen luego de varias iteraciones los rangos mostrados en la Tabla 6.4 para las variables de interés.

Cabe destacar que no es posible utilizar el mismo rango de valores para los distintos B , pues por ejemplo el conjunto que resulta adecuado para $B = 2$ produce en su mayoría el resultado $P_{Net} = 0$ si se aplica para $B = 4$ o $B = 6$.

6.2.2. Obtención de los modelos

Dado que se busca un modelo para cada valor de B , la Ecuación 6.3 debe ser reescrita de la siguiente manera:

$$C_{Pot} = f_B(\lambda, \bar{\omega}, \gamma, Re) \quad (6.4)$$

Para obtener la forma de cada función f_B se utiliza el software Eureka de Nutonian Inc. El cual, mediante la técnica de Regresión Simbólica busca una función que ajuste un grupo de datos. De modo que, con los rangos definidos anteriormente, se genera una tabla de más de 7000 combinaciones para cada valor de B , y según las definiciones de los números adimensionales, se obtiene una tabla con las cinco variables de interés que aparecen en la Ecuación 6.4.

Una vez procesada la información por Eureka, el software entrega un paquete de posibles funciones que ajustan los datos, siendo las más complejas las que poseen una mejor correlación.

Las soluciones con el menor error posible, para los casos estudiados, son las siguientes:

B = 2

$$C_{Pot} = \frac{\lambda(1,04921 - 1,14688\cos(0,845995\bar{\omega}))}{\gamma + (1,04921\lambda)e^{1,14688\lambda\bar{\omega}\cos(0,845995\bar{\omega})-\bar{\omega}} + e^{\frac{\bar{\omega}^2,57183+8,39035\lambda^2}{\gamma}} - \cos(0,845995\bar{\omega})e^{1,04921\lambda}} \quad (6.5)$$

U_{∞} (m/s)	Ω (rad/s)	R (m)	ω (rad/s)	D (m)	P_{net} (W)
6	3	2	200	0,1	40,94
6	3	2	200	0,25	0,00
6	3	2	600	0,1	24,88
6	3	2	600	0,25	0,00
6	3	4	200	0,1	171,98
6	3	4	200	0,25	178,67
6	3	4	600	0,1	302,94
6	3	4	600	0,25	0,00
6	6	2	200	0,1	70,51
6	6	2	200	0,25	0,00
6	6	2	600	0,1	9,97
6	6	2	600	0,25	0,00
6	6	4	200	0,1	108,86
6	6	4	200	0,25	0,00
6	6	4	600	0,1	21,20
6	6	4	600	0,25	0,00
20	3	2	200	0,1	27,62
20	3	2	200	0,25	589,65
20	3	2	600	0,1	342,21
20	3	2	600	0,25	0,00
20	3	4	200	0,1	0,00
20	3	4	200	0,25	2924,37
20	3	4	600	0,1	1759,36
20	3	4	600	0,25	8051,75
20	6	2	200	0,1	0,30
20	6	2	200	0,25	1227,19
20	6	2	600	0,1	753,37
20	6	2	600	0,25	1131,44
20	6	4	200	0,1	0,00
20	6	4	200	0,25	4864,07
20	6	4	600	0,1	3565,17
20	6	4	600	0,25	12866,30

Tabla 6.1: Combinaciones de máximos y mínimos para $B = 2$ según el método DOE.

U_{∞} (m/s)	Ω (rad/s)	R (m)	ω (rad/s)	D (m)	P_{net} (w)
7	2	2	200	0,1	38,01
7	2	2	200	0,2	52,46
7	2	2	300	0,1	65,68
7	2	2	300	0,2	0,00
7	2	5	200	0,1	274,11
7	2	5	200	0,2	1067,41
7	2	5	300	0,1	628,23
7	2	5	300	0,2	498,65
7	5	2	200	0,1	97,03
7	5	2	200	0,2	41,36
7	5	2	300	0,1	146,52
7	5	2	300	0,2	0,00
7	5	5	200	0,1	243,85
7	5	5	200	0,2	0,82
7	5	5	300	0,1	838,79
7	5	5	300	0,2	0,00
20	2	2	200	0,1	12,38
20	2	2	200	0,2	245,03
20	2	2	300	0,1	61,14
20	2	2	300	0,2	453,89
20	2	5	200	0,1	0,00
20	2	5	200	0,2	2183,71
20	2	5	300	0,1	601,11
20	2	5	300	0,2	5077,70
20	5	2	200	0,1	8,39
20	5	2	200	0,2	749,40
20	5	2	300	0,1	185,90
20	5	2	300	0,2	1589,62
20	5	5	200	0,1	0,00
20	5	5	200	0,2	4701,65
20	5	5	300	0,1	145,29
20	5	5	300	0,2	11765,74

Tabla 6.2: Combinaciones de máximos y mínimos para $B = 4$ según el método DOE.

U_{∞} (m/s)	Ω (rad/s)	R (m)	ω (rad/s)	D (m)	P_{net} (W)
6	3	2	200	0,1	40,94
6	3	2	200	0,25	0,00
6	3	2	600	0,1	24,88
6	3	2	600	0,25	0,00
6	3	4	200	0,1	171,98
6	3	4	200	0,25	178,67
6	3	4	600	0,1	302,94
6	3	4	600	0,25	0,00
6	6	2	200	0,1	70,51
6	6	2	200	0,25	0,00
6	6	2	600	0,1	9,97
6	6	2	600	0,25	0,00
6	6	4	200	0,1	108,86
6	6	4	200	0,25	0,00
6	6	4	600	0,1	21,20
6	6	4	600	0,25	0,00
20	3	2	200	0,1	27,62
20	3	2	200	0,25	589,65
20	3	2	600	0,1	342,21
20	3	2	600	0,25	0,00
20	3	4	200	0,1	0,00
20	3	4	200	0,25	2924,37
20	3	4	600	0,1	1759,36
20	3	4	600	0,25	8051,75
20	6	2	200	0,1	0,30
20	6	2	200	0,25	1227,19
20	6	2	600	0,1	753,37
20	6	2	600	0,25	1131,44
20	6	4	200	0,1	0,00
20	6	4	200	0,25	4864,07
20	6	4	600	0,1	3565,17
20	6	4	600	0,25	12866,30

Tabla 6.3: Combinaciones de máximos y mínimos para $B = 6$ según el método DOE.

B	$U_{\text{mín}}$	$U_{\text{máx}}$	$\Omega_{\text{mín}}$	$\Omega_{\text{máx}}$	$R_{\text{mín}}$	$R_{\text{máx}}$	$\omega_{\text{mín}}$	$\omega_{\text{máx}}$	$D_{\text{mín}}$	$D_{\text{máx}}$
2	6	20	3	6	2	4	200	600	0,1	0,2
4	7	20	2	5	2	5	200	300	0,1	0,2
6	7	20	2	5	2	5	200	300	0,1	0,18

Tabla 6.4: Rangos de valores de las variables de entrada, se han omitido las unidades, U (m/s), Ω (rad/s), R (m), ω (rad/s), D (m).

B = 4

$$C_{Pot} = \frac{1,12402\lambda\bar{\omega}\text{sen}(5,99588 + 0,70823\bar{\omega})}{\gamma + \bar{\omega}^2 + 1,12402\lambda\bar{\omega}\text{sen}(5,99588 + 0,70823\bar{\omega}) + (\bar{\omega}\lambda^{\lambda-0,600952})^{\frac{39,1895}{15,4388+\gamma-5,08794\bar{\omega}}}} \quad (6.6)$$

B = 6

$$C_{Pot} = \frac{\lambda(\bar{\omega} - 0,622961)}{0,622961\gamma + 2,4409\lambda\bar{\omega}^{-1,02776\gamma} + \gamma^{\frac{\lambda\bar{\omega}^2}{0,61351\lambda\gamma - \text{sen}(1,02776\gamma) - 0,590037\bar{\omega}\lambda^3}}} \quad (6.7)$$

De estas complicadas expresiones, destaca que en ninguna de ellas aparece el número de Reynolds. Vale aclarar que del conjunto de posibles soluciones que Eureka presenta, en algunas sí figura el número de Reynolds como una variable del modelo, pero es en una minoría de casos. La relevancia de cada una de las variables en los modelos se puede ver en las Figuras 6.1 a 6.3.

Para el caso de la turbina Magnus, los adimensionales más representativos son $\bar{\omega}$ y λ , que corresponden a la velocidad relativa de rotación del cilindro y el TSR, respectivamente. De acuerdo con Bychkov [8], $\bar{\omega}$ gobierna principalmente el desempeño de la turbina Magnus, lo que se confirma con los modelos planteados.

En los tres casos, la razón de aspecto indicada como “gamma” aparece en la tercera posición, por lo que este adimensional no es dominante en ningún escenario.

La relevancia de $\bar{\omega}$ se esperaba, pues el efecto Magnus está definido por la velocidad de la periferia del cilindro y la velocidad del viento incidente, variables que definen a $\bar{\omega}$. En cuanto a λ , su importancia es muy similar entre los tres modelos, lo que confirma la validez de analizar esta turbina con un modelo para eólicas convencionales, pues su comportamiento es semejante en cuanto a la dependencia con λ . La diferencia con respecto de los perfiles alares convencionales, es que en este caso se puede obtener una curva de sustentación y arrastre variable para un cilindro dado, modificando su velocidad de rotación.

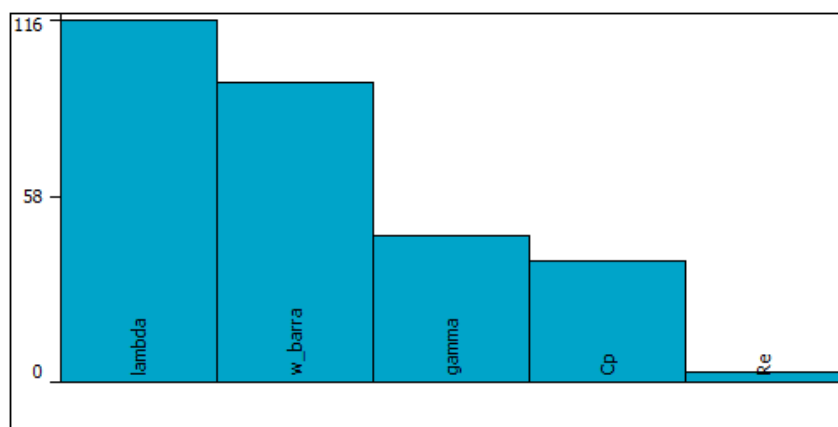


Figura 6.1: Relevancia de cada variable en el modelo para $B = 2$.

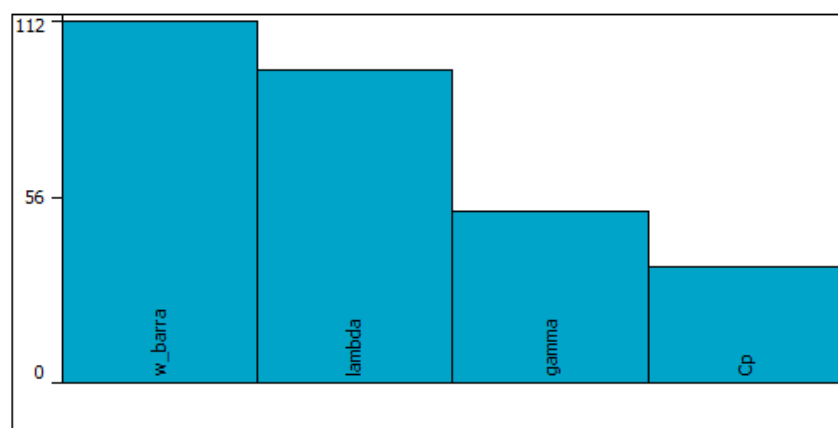


Figura 6.2: Relevancia de cada variable en el modelo para $B = 4$.

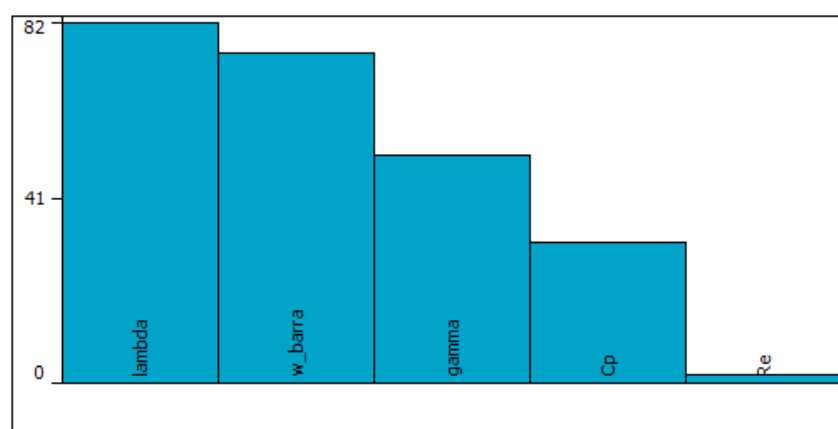


Figura 6.3: Relevancia de cada variable en el modelo para $B = 6$.

6.3. Modelo general

Otra aproximación posible al modelamiento de la turbina Magnus, consiste en obtener una forma general para la Ecuación 6.3, incluyendo a B como un parámetro adimensional.

Para alcanzar este objetivo, se combina toda la información de las secciones precedentes, con nuevas simulaciones para los casos en que $B = 1, 3$ y 5 . Se define como 6 el número máximo de cilindros con base en la bibliografía referente al tema, en la cual no se reporta ninguna turbina tipo Magnus de más de 6 aspas cilíndricas.

El tiempo requerido por el software Eureka para procesar la información y crear el modelo general, es significativamente mayor que para los casos con B fijo, pues ahora se analizan seis veces más datos y con una nueva variable por cada combinación.

El modelo general con el menor error reportado es el siguiente:

$$C_{Pot} = \frac{0,840258\lambda\bar{\omega}^2 B}{38,0597 + \gamma + \gamma B + 0,546276\gamma^{-\bar{\omega} B e^{0,381757\lambda}} + B^{0,433157\bar{\omega} e^{\bar{\omega} + 0,750584\lambda}}} \quad (6.8)$$

Destaca nuevamente la ausencia del número de Reynolds en el modelo. Además, para este caso general, la variable principal es $\bar{\omega}$, al igual que en los casos de B fijo.

La principal diferencia de este modelo respecto de los tres obtenidos para B fijo, es la calidad de la correlación entre los datos observados y los predichos. Tal como se esperaba, se obtiene una mejor correlación al dejar fijo un parámetro, B en este caso. La Figura 6.4 muestra que para los tres casos de B fijo, la línea de correlación es aproximadamente diagonal, pero en el caso del modelo general, se muestra una dispersión mucho mayor, que indica una pobre correlación.

Esta situación indica que probablemente existen efectos de orden superior que afectan el comportamiento del modelo cuando se varía el número de aspas cilíndricas, los cuales no son capturados adecuadamente por el método de simulación utilizado. Por otra parte, es posible que para lograr una mejor correlación en el modelo general, sea necesario aumentar la cantidad de combinaciones ingresadas a Eureka y se requiera también multiplicar el tiempo de procesamiento de los datos.

Otra causa de la dispersión de los datos en el modelo general, es que las Ecuaciones 4.13 y 4.14 que gobiernan el desempeño de la turbina son rígidas, por lo que dependen altamente de las condiciones impuestas en el análisis, de modo que al permitir que la cantidad de cilindros sea variable, se dificulta la predicción del comportamiento del sistema.

Dada la baja correlación que presenta el modelo general, se descarta su uso en el presente trabajo.

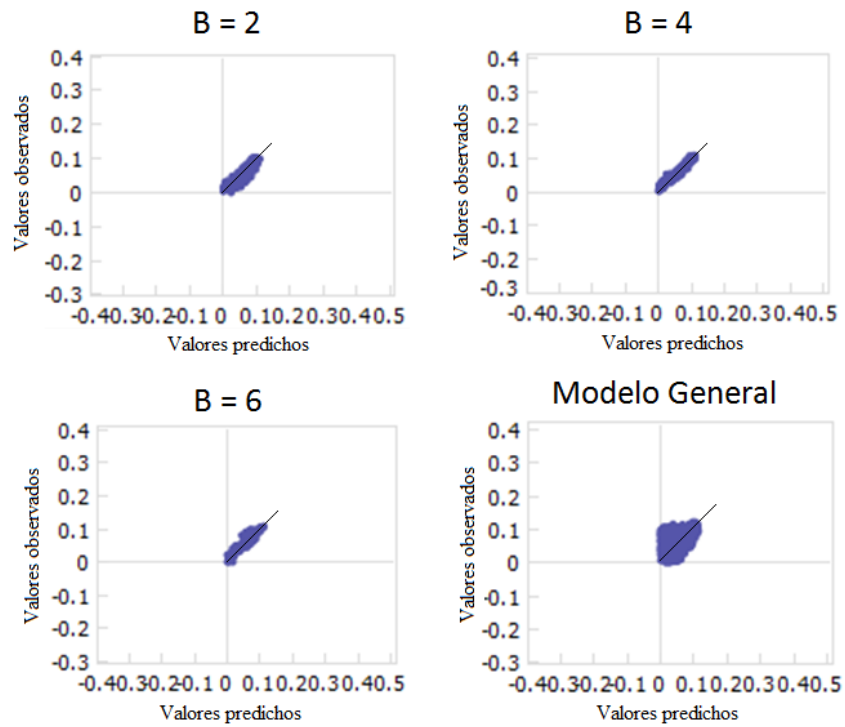


Figura 6.4: Correlación de valores observados frente a valores predichos por los cuatro modelos estudiados. La línea sólida representa la correlación perfecta.

$B = 2$	Modelo con máxima correlación	Modelo simplificado
Coefficiente de Correlación	0,984876	0,929789
Error Cuadrático Medio	$2,687 \times 10^{-5}$	$1,213 \times 10^{-4}$
Error Absoluto Medio	0,003408	0,006565

Tabla 6.5: Comparación entre el modelo con máxima correlación y el modelo simplificado para $B = 2$.

6.4. Modelos simplificados

El programa utilizado para modelar el coeficiente de potencia, entrega un conjunto de posibles modelos, entre los cuales varía la complejidad, el coeficiente de correlación y el error.

Con el objetivo de realizar una interpretación del efecto de las variables en los modelos, se propone en esta sección, para cada valor de B , una expresión de menor complejidad que las propuestas en la sección 6.2.

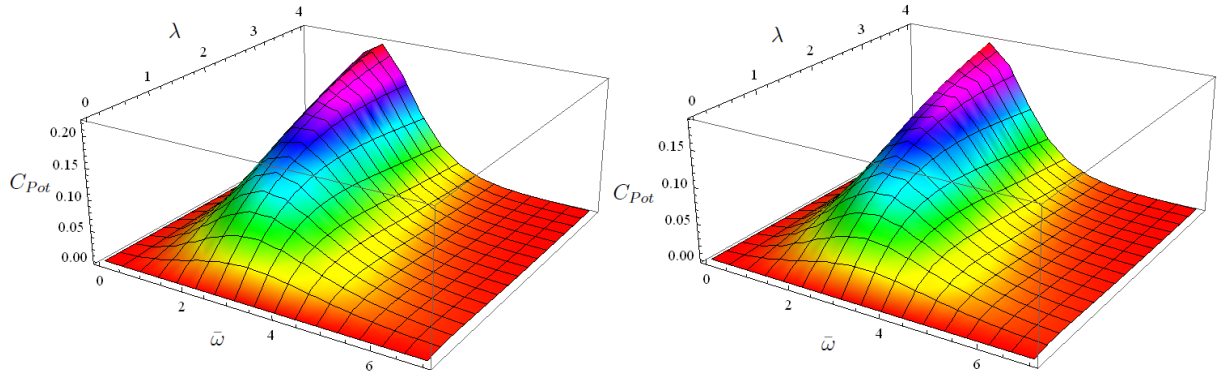


Figura 6.5: Coeficiente de potencia según el modelo simplificado para dos aspas cilíndricas, a la izquierda $\gamma = 5$ y a la derecha $\gamma = 10$.

Caso $B = 2$

En la Tabla 6.5 se muestra la comparación del modelo simplificado con el modelo más preciso obtenido por Eureka para el caso de la turbina Magnus operando con dos aspas cilíndricas, el coeficiente de potencia simplificado para $B = 2$ es:

$$C_{Pot} = \frac{1,12\lambda\bar{\omega}^2}{18,2 + 2,82\gamma + (3,01 + \lambda)\bar{\omega}} \quad (6.9)$$

La potencia se relaciona de forma simple con la variable γ , pues es inversamente proporcional, por lo que se puede realizar la graficación de la superficie que representa a C_{Pot} para un valor de γ dado, y se sabe que para valores mayores de la razón de aspecto, la potencia entregada será menor.

Con este panorama, la Figura 6.5 muestra el coeficiente de potencia para dos valores de γ , donde destaca que los puntos de operación óptimos del sistema son para $\bar{\omega}$ ligeramente mayor a 2 y altos valores de λ .

Es importante enfatizar que este modelo simplificado solo tiene validez dentro de los rangos establecidos en la Tabla 6.4, que coinciden con los límites de la Figura 6.5. De modo que los resultados no son extrapolables, por tanto, aunque la forma de la superficie de la Figura 6.5 sugiere que el C_{Pot} continua aumentando para $\gamma > 4$, la información obtenida fuera de los rangos no está sustentada por las simulaciones o datos experimentales y no puede ser tomada como resultados de este estudio.

Caso $B = 4$

De manera similar al caso anterior, en la Tabla 6.6 se presenta la comparación entre ambos modelos para el caso de cuatro cilindros, el coeficiente de potencia simplificado para $B = 4$ es:

$B = 4$	Modelo con máxima correlación	Modelo simplificado
Coefficiente de Correlación	0,992611	0,933386
Error Cuadrático Medio	$1,335 \times 10^{-5}$	$1,187 \times 10^{-4}$
Error Absoluto Medio	0,002321	0,005356

Tabla 6.6: Comparación entre el modelo con máxima correlación y el modelo simplificado para $B = 4$.

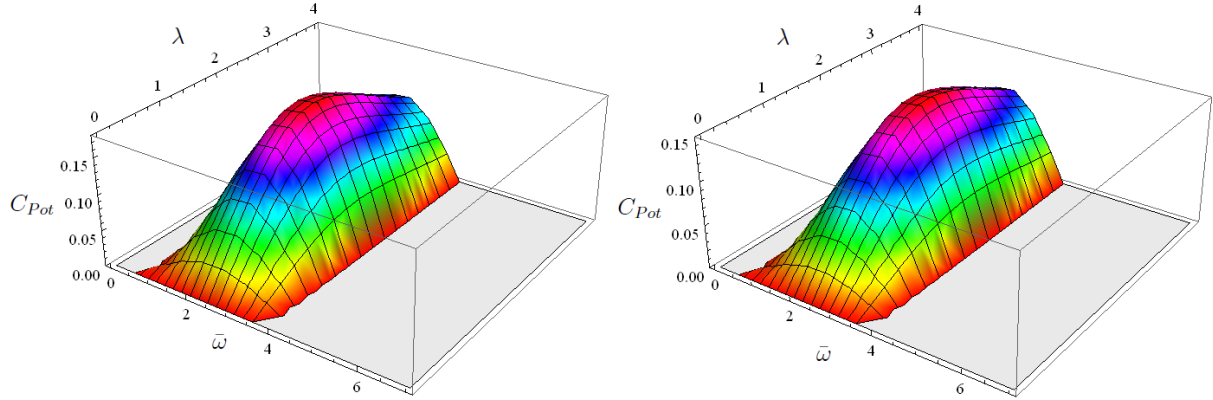


Figura 6.6: Coeficiente de potencia según el modelo simplificado para cuatro aspas cilíndricas, a la izquierda $\gamma = 5$ y a la derecha $\gamma = 10$.

$$C_{Pot} = \frac{2,19\lambda \text{sen}(5,56 + \bar{\omega})}{10,8 + \gamma + \lambda^3} \quad (6.10)$$

Nuevamente la potencia es inversamente proporcional a γ , por lo que se realiza el mismo tratamiento que para el caso de dos cilindros. La Figura 6.6 presenta el C_{Pot} para los mismos dos valores de γ que se usaron en el caso de $B = 2$. La tendencia en cuanto a $\bar{\omega}$ se mantiene respecto al caso anterior, pero los puntos óptimos de operación son para $2 < \lambda < 3$.

Caso $B = 6$

Para el caso de seis aspas cilíndricas, se muestra en la Tabla 6.7 la comparación entre los modelos, el coeficiente de potencia simplificado para $B = 6$ es:

$B = 6$	Modelo con máxima correlación	Modelo simplificado
Coefficiente de Correlación	0,992855	0,934062
Error Cuadrático Medio	$1,401 \times 10^{-5}$	$1,303 \times 10^{-4}$
Error Absoluto Medio	0,002366	0,007198

Tabla 6.7: Comparación entre el modelo con máxima correlación y el modelo simplificado para $B = 6$.

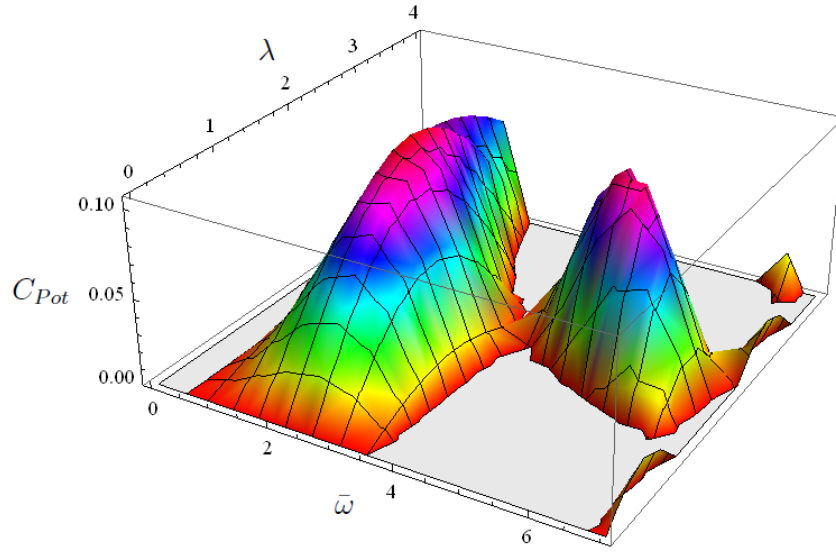


Figura 6.7: Coeficiente de potencia según el modelo simplificado para seis aspas cilíndricas.

$$C_{Pot} = 0,107 \text{sen}(5,76 + \bar{\omega}) \text{sen}(0,392\lambda\bar{\omega}) \quad (6.11)$$

Tomando en cuenta que en este caso no aparece la variable γ , es posible graficar el coeficiente de potencia considerando los rangos de interés de cada adimensional, la Figura 6.7 presenta la superficie correspondiente. Se muestra que alrededor de $\bar{\omega} = 2$ se obtienen valores altos de C_{Pot} para el rango $1 < \lambda < 3$. Existe otro sector del alto C_{Pot} para $\bar{\omega} = 5$, pero para un rango muy estrecho de la variable λ .

La existencia de dos máximos relativos en la Figura 6.7 se debe a la forma del modelo de la Ecuación 6.11, dado que el producto de dos funciones oscilatorias será oscilatorio también. Sin embargo existe cierto nivel de amortiguación pues el máximo relativo para $\bar{\omega} = 5$ es menor que para $\bar{\omega} = 2$, por tanto se puede afirmar que para este modelo el punto óptimo es cercano a $\bar{\omega} = 2$, en concordancia con los modelos para $B = 2$ y $B = 4$.

Destaca que por la forma simple de esta expresión, el C_{Pot} máximo que se puede obtener es de 0,107, pues las funciones seno tienen como máximo valor la unidad.

Modelo simplificado general

Retomando la intención de obtener un modelo general y empleando las características de Eureka, se explora el resultado de imponer para $B = 4$ y $B = 6$ la forma del modelo para $B = 2$, esto es, se aplica regresión simbólica usando para $B = 4$ y $B = 6$:

$$C_{Pot} = \frac{C_1 \lambda \bar{\omega}^2}{C_2 + C_3 \gamma + (C_4 + \lambda) \bar{\omega}} \quad (6.12)$$

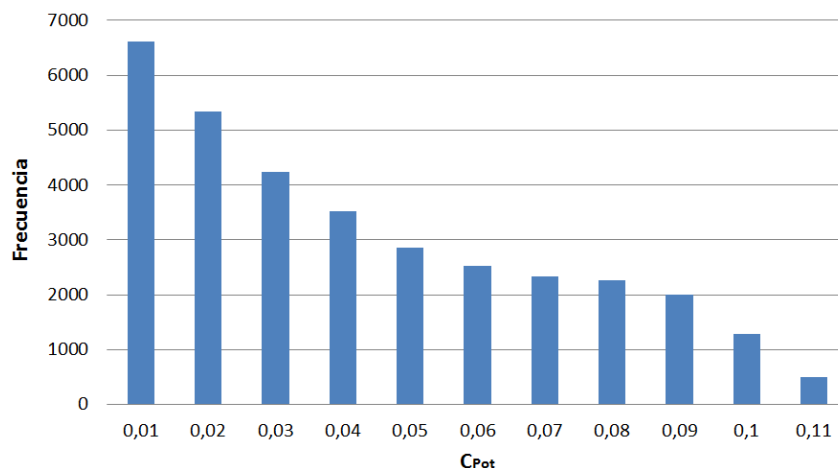


Figura 6.8: Cantidad de combinaciones de parámetros ($U_\infty, \Omega, R, \omega, D, \rho, \nu, B$) que generan un C_{Pot} determinado, considerando 33500 casos.

Donde los C_i son constantes a determinar por Eureka para cada B .

Los resultados muestran un coeficiente de correlación menor que 0,1 aún después de varios días de ejecución del programa Eureka. Por esta razón se descarta nuevamente la posibilidad de obtener un modelo general para los distintos valores de B .

6.5. Coeficiente de potencia máximo

Uno de los principales resultados que se obtienen para la turbina Magnus según los métodos propuestos en este trabajo, enfocándose a turbinas de dimensiones aptas para ambientes urbanos, de menos de 5 metros de radio, es el coeficiente de potencia máximo que ofrece la turbina, al considerar su potencia de salida neta.

La Figura 6.8 presenta la cantidad de combinaciones que producen un C_{Pot} determinado, empleando el código de simulación desarrollado. Se han agregado para este caso las simulaciones que corresponden a $B = 1, 3$ y 5 , para un total de 33500 casos. Destaca que la relación es decreciente, de modo que existen muchas combinaciones que generan un coeficiente de potencia bajo, pero la cifra disminuye al buscarse un valor alto para C_{Pot} .

Considerando los extremos de la Figura 6.8, resultan infinitas las combinaciones que producen un $C_{Pot} = 0$, esto debido a la particularidad que tiene la turbina tipo Magnus de requerir potencia para operar, por lo que son muchas las combinaciones de parámetros en las cuales la potencia de salida es cero, o incluso negativa, al consumirse más energía de la que se captura del viento. No obstante, en el código empleado para modelar la turbina, se ha optimizado la potencia de salida variando la velocidad angular de los cilindros, de modo que en todos los posibles casos de potencia negativa neta, la velocidad angular óptima de las aspas cilíndricas ha sido cero, por lo que la potencia consumida óptima, así como la entregada, han sido nulas también.

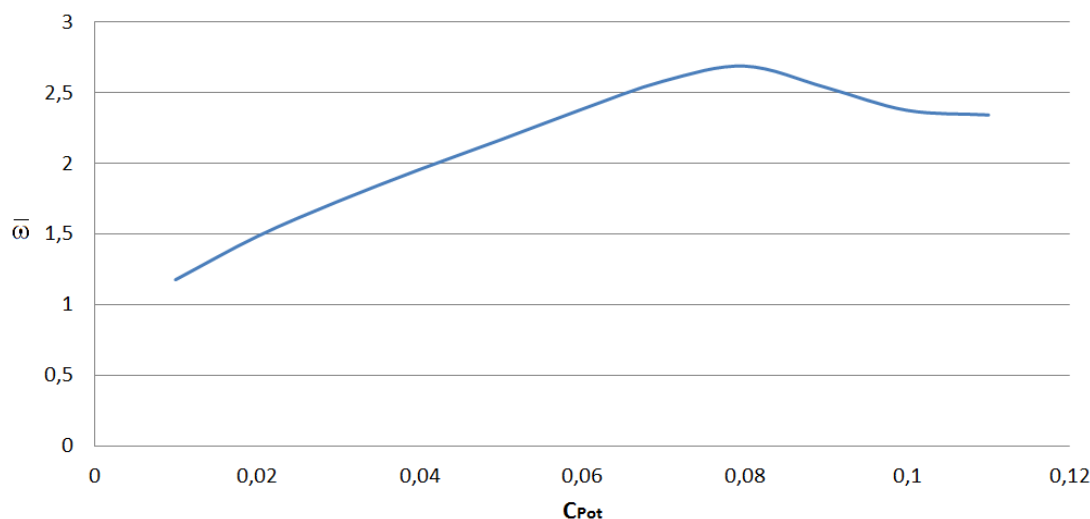


Figura 6.9: Rango de valores de $\bar{\omega}$ promedio vs C_{Pot} para la turbina Magnus, considerando 33500 casos.

El extremo derecho de la Figura 6.8 sugiere que, para una turbina tipo Magnus con las condiciones de la presente investigación, son escasas las combinaciones que permiten obtener un coeficiente de potencia mayor a 0,12.

Dado que la variable principal en la turbina tipo Magnus es la velocidad de rotación periférica de las aspas cilíndricas, se presentan en la Figura 6.9 el rango de valores óptimos para $\bar{\omega}$, tomando en cuenta los valores promedio de este adimensional² para cada valor de C_{Pot} .

Cabe señalar que los datos que muestra la Figura 6.9, son similares a lo reportado por Sedaghat [33], quien indica que el rango óptimo en una turbina tipo Magnus para $\bar{\omega}$ es entre 1,5 y 2,5.

La Figura 6.10 contiene el rango de valores de λ promedio para un determinado C_{Pot} . Destaca que los valores máximos del coeficiente de potencia son para $\lambda = 1,8$, esta situación no se aleja mucho de la tendencia de las Figuras 6.6 y 6.7, pero si discrepa del modelo de la Figura 6.5. No se encuentra en la literatura disponible algún valor de referencia para este adimensional.

Los valores de γ promedio para un determinado C_{Pot} se presentan en la Figura 6.11, donde destaca que los máximos y mínimos valores del coeficiente de potencia se dan, en promedio, para altos valores de γ . Por este motivo se puede afirmar que el análisis de valores promedio para este adimensional no brinda información concluyente sobre su efecto en la potencia neta de salida de la turbina Magnus.

Las Tablas 6.8, 6.9 y 6.10 presentan los cinco mejores casos para el C_{Pot} según las simulaciones realizadas con Matlab dentro de los rangos definidos para el análisis. Se encuentra que λ oscila alrededor de 1,8 en concordancia con los resultados de la Figura 6.10.

²Para el rango de valores del número de Reynolds que se abarcan en este estudio, $10^5 < Re < 10^6$.

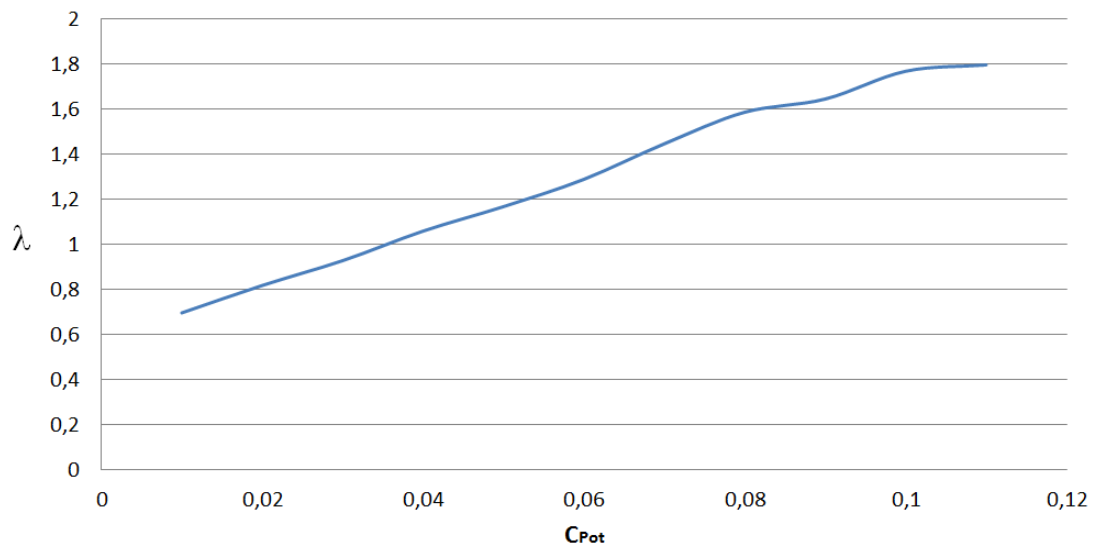


Figura 6.10: Rango de valores de λ promedio vs C_{Pot} para la turbina Magnus, considerando 33500 casos.

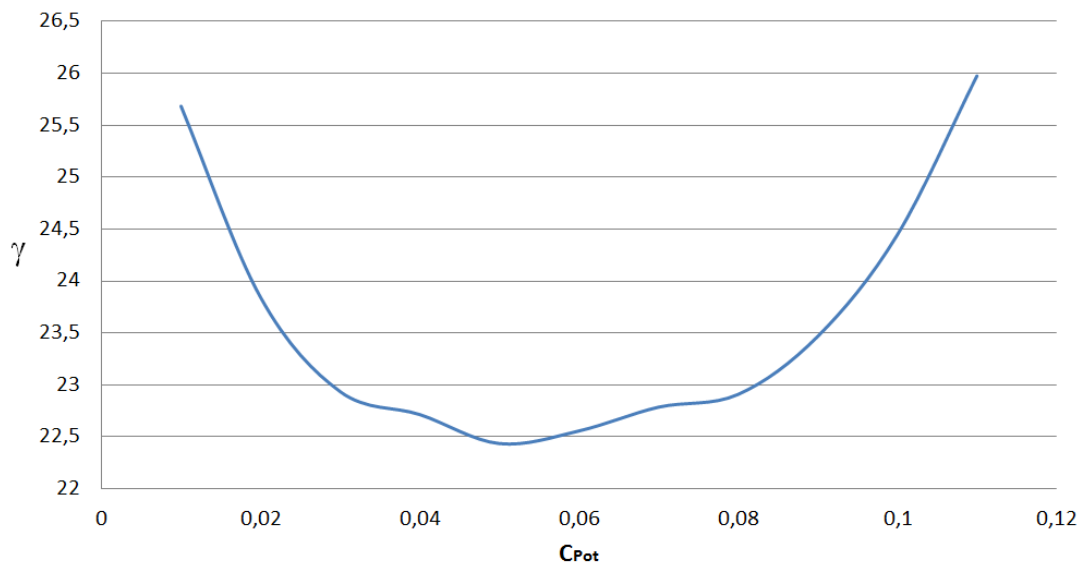


Figura 6.11: Rango de valores de γ promedio vs C_{Pot} para la turbina Magnus, considerando 33500 casos.

λ	$\bar{\omega}$	γ	C_{Pot}
1,50	2,50	15	0,1098
1,85	3,08	25	0,1073
1,91	2,91	22	0,1070
1,64	2,73	15	0,1063
2,00	2,50	20	0,1056

Tabla 6.8: Combinaciones de dimensionales que entregan el máximo C_{Pot} de acuerdo con las simulaciones para $B = 2$.

λ	$\bar{\omega}$	γ	C_{Pot}
1,82	2,45	22,22	0,1131
1,67	2,20	16,67	0,1130
1,82	2,55	20	0,1118
1,82	2,55	25	0,1116
1,54	2,15	20	0,1112

Tabla 6.9: Combinaciones de dimensionales que entregan el máximo C_{Pot} de acuerdo con las simulaciones para $B = 4$.

El comportamiento de $\bar{\omega}$ es similar en las tres tablas y tiene una adecuada correspondencia con lo que ilustra la Figura 6.9. En cuanto a γ se muestra una gran variación entre los casos de una misma tabla y entre una tabla y las otras, por lo que nuevamente resulta insuficiente la información para describir el comportamiento de la potencia con base en este adimensional.

Por otra parte, de acuerdo con los modelos simplificados de la sección 6.4, se encuentra que para el caso de $B = 2$, el coeficiente de potencia puede alcanzar valores cercanos al 0,2, cuando $\bar{\omega}$ es ligeramente superior a 2 y λ es del orden de 4.

En cuanto al modelo para $B = 4$, los valores máximos que alcanza el C_{Pot} rondan el 0,18 para un restringido conjunto de valores, donde nuevamente $\bar{\omega}$ ronda el valor de 2.

Finalmente, el modelo para $B = 6$ arroja un claro máximo para el C_{Pot} de 0,107, tal como se comentó, cuando $\bar{\omega}$ es de nuevo aproximadamente 2.

λ	$\bar{\omega}$	γ	C_{Pot}
1,82	2,45	27,78	0,1148
1,67	2,49	31,25	0,1142
1,78	2,31	25	0,1141
1,45	2,18	25	0,1138
1,67	2,67	31,25	0,1137

Tabla 6.10: Combinaciones de dimensionales que entregan el máximo C_{Pot} de acuerdo con las simulaciones para $B = 6$.

Capítulo 7

Análisis de resultados

Se presenta un análisis detallado del comportamiento de la turbina Magnus en función de la velocidad angular de los cilindros y su geometría, la velocidad angular de la turbina y la cantidad de cilindros; considerando todos los resultados obtenidos en los capítulos precedentes. Luego se discute sobre el máximo coeficiente de potencia de esta turbina y su potencial en ambientes urbanos.

7.1. Velocidad angular de los cilindros

Las características aerodinámicas de la turbina Magnus que se presentan en el Capítulo 5, son basadas en que en este tipo de turbina, los coeficientes de sustentación y arrastre solamente dependen de la velocidad de rotación del cilindro y no del ángulo de ataque del viento incidente.

A partir de esto, se obtiene que las turbinas Magnus requieren una alta velocidad de rotación del cilindro, del orden de 10^3 RPM para lograr extraer potencia del viento. Esta situación se debe a que la curva del coeficiente de sustentación, que bajo la acción del viento es el responsable del movimiento de la turbina, no inicia en el origen de coordenadas, sino que para valores menores a $\bar{\omega} = 0,5$, se obtiene $C_L = 0$, ver Figura 2.7.

Además, de conformidad con el análisis realizado en el Capítulo 3, para que exista el efecto Magnus se requiere un adecuado balance entre la velocidad del viento incidente y la rotación del cilindro, dado que una corriente de viento muy tenue no genera ninguna sustentación; por otra parte, se obtiene el mismo resultado si la velocidad del viento es excesiva, dado que en ese caso resulta despreciable la diferencia de velocidad del viento en las caras del cilindro y el sistema se puede aproximar como si el cuerpo cilíndrico no estuviese girando.

Por otra parte, si el cilindro gira a muy baja velocidad angular, no modifica las líneas

de corriente del viento y por ende no se genera sustentación, pero también se obtiene cero sustentación si el cilindro gira con una velocidad angular excesiva. En este caso el fenómeno se debe a que en la vecindad del cilindro las líneas de corriente corresponden prácticamente a las de un cilindro girando y no es posible percibir el efecto del flujo de viento externo.

Esta situación se debe analizar en combinación con el efecto del consumo energético que representa girar los cilindros de la turbina Magnus, pues aunque resulta tentador operar la turbina con un coeficiente de sustentación de 10 o de 15, dado que el perfil cilíndrico es capaz de alcanzar esas cifras (ver Figura 2.7), el gasto de energía necesario se incrementa de manera exponencial al aumentar la velocidad de rotación del aspa cilíndrica (ver Figura 5.5).

Para tomar en cuenta todos estos factores, se generan los modelos de la sección 6.4, donde se encuentra que, para los tres casos estudiados (2, 4 y 6 aspas cilíndricas), existe un número óptimo, aproximadamente $\bar{\omega} = 2$, para el que se obtiene la máxima potencia posible.

El conjunto de modelos matemáticos (Figuras 6.1 a 6.3) propone a $\bar{\omega}$ como la variable que gobierna principalmente el comportamiento de la turbina Magnus, lo que coincide con lo establecido por autores como Bychkov [8]. Destaca también la importancia del TSR, lo que es usual en turbinas eólicas de eje vertical y confirma la validez de emplear en la Magnus el mismo método de análisis que se utiliza en las turbinas convencionales.

Dado que $\bar{\omega}$ combina la velocidad del viento con la velocidad angular del cilindro, es razonable el comportamiento de las curvas de potencia (Figuras 5.2 a 5.6), en las cuales al aumentar la velocidad angular de los cilindros, se incrementa la potencia capturada y además el punto de máxima potencia ocurre para una velocidad mayor del viento incidente, pues al aumentar la velocidad angular de cada cilindro, se genera más sustentación. Para mantener $\bar{\omega} = 2$ es necesario una mayor velocidad del viento, por lo que el punto de máxima eficiencia se desplaza a la derecha en la curva de potencia versus viento incidente.

Considerando estas características, la turbina Magnus resulta adecuada para zonas con viento de velocidades moderadas y altas, dado que es ineficiente o incluso no logra capturar la potencia disponible en el viento si éste viaja a menos de 5 m/s, de acuerdo con los resultados de las Figuras 5.2 a 5.6.

Esta condición implica que este tipo de turbina no es la idónea para los territorios donde imperan vientos de baja velocidad, como los descritos por Torres [38] en los que se registran principalmente velocidades menores a 4 m/s.

No obstante lo anterior, la principal diferencia de la turbina Magnus respecto de las convencionales de aspas, es la facultad de tener curvas de sustentación y arrastre variables, y fácilmente modificables alterando la velocidad angular de los cilindros.

Por ejemplo, este tipo de turbinas presentan un método de frenado muy superior al caso de las turbinas convencionales, pues no se requiere propiamente un sistema de freno, ya que

basta con detener la rotación de los cilindros (desactivando el mecanismo correspondiente que los haga girar), para que la curva de sustentación de las aspas cilíndricas sea igual a cero de forma casi inmediata (los cilindros continuarán girando por inercia un periodo corto). De este modo, en caso de presentarse vientos con velocidades importantes que podrían dañar un sistema de generación eólico convencional, la turbina Magnus representa una opción segura y fácil de frenar.

Por otra parte, al explorar la respuesta de la turbina ante una optimización de la velocidad de rotación de las aspas cilíndricas, se obtiene una gran mejora pues se eliminan todos los casos en los que se presenta una potencia neta negativa (ver Figura 5.6).

Además, para cada valor de velocidad de viento, la potencia de salida aumenta considerablemente al optimizar ω en función de U_∞ , tal como se aprecia al comparar las Figuras 5.7 y 5.10.

Más aún, el desempeño de la Magnus es muy superior al de la Fase II para $U_\infty > 15$ m/s (ver Figura 5.10). En cuanto al rango de bajas velocidades de viento, existe una diferencia positiva a favor de la turbina convencional, pero la Magnus puede presentar ventajas competitivas que compensen la deficiencia en potencia, como por ejemplo: robustez y bajo costo de fabricación, al ser más resistente y simple de fabricar un cilindro que un perfil alar; costo de mantenimiento, un cilindro giratorio posiblemente requiere limpieza menos frecuente que un perfil alar, además se presume que la vida media de un cuerpo cilíndrico puede ser mayor que la de un perfil aerodinámico.

7.2. Geometría de los cilindros

Del mismo modo que en las turbinas eólicas convencionales, al aumentar la longitud de las aspas cilíndricas y por ende el radio de la turbina Magnus, se obtiene una mayor potencia de salida (ver Figura 5.3). Esto debido a que se incrementa el área barrida y la potencia disponible en el viento es proporcional a dicha área.

Pero cabe destacar que, a diferencia del aumento en la velocidad de rotación de los cilindros, en este caso no ocurre una modificación significativa en el valor de velocidad del viento donde da inicio la extracción de energía, por lo que hacer la turbina más grande no la hace ineficiente para bajas velocidades del viento, como sí ocurre cuando se aumenta ω .

Sin embargo, dada la orientación del presente trabajo a turbinas aplicables en ambientes urbanos, no se exploran a fondo las ventajas de aumentar el tamaño de la turbina. Solamente se puntualiza que, de acuerdo con el análisis de sensibilidad realizado en la sección 5.4.4, existe un punto para el cual el aumento del radio de la turbina Magnus causa una pérdida en la potencia neta entregada, pues el gasto necesario para la rotación de las aspas cilíndricas aumenta de forma no compensada por la potencia disponible en el viento. Esto, debido al comportamiento no lineal de la función que gobierna el consumo energético necesario para hacer girar los cilindros.

En cuanto a variaciones en el diámetro de las aspas cilíndricas, la curva de potencia presenta un comportamiento similar al obtenido cuando se modifica ω ; esto es, si aumenta el diámetro se captura más potencia para valores de velocidad del viento más altas.

La mejora en la captura de potencia se debe, por una parte, a que las fuerzas aerodinámicas sobre las aspas de turbinas eólicas son directamente proporcionales a la cuerda (ver Ecuaciones 4.10 y 4.11) y en el caso de las turbinas Magnus, el diámetro corresponde con el concepto de cuerda de un aspa convencional.

Por otra parte, considerando la definición de $\bar{\omega}$, que en su numerador contiene tanto a ω como al radio del cilindro, resulta razonable que un aumento en el radio cause un efecto similar al de aumentar la velocidad angular del cilindro, pues en ambos casos se requiere un aumento en el denominador (que es la velocidad del viento) para mantener $\bar{\omega} = 2$ constante y operar en el punto de C_{Pot} óptimo.

Este comportamiento coincide con lo expresado en los modelos de la sección 6.4, ya que si se tiene $B = 2$ o $B = 4$ se obtiene que el coeficiente de potencia es inversamente proporcional a la razón de aspecto, por lo que es directamente proporcional al diámetro de los cilindros, de modo que un mayor diámetro se traduce en más potencia capturada.

Una característica geométrica para la turbina Magnus se extrae de los resultados de la Figura 5.9, de la cual resulta evidente que es contraindicado imponer rotación en la parte del cilindro que está cerca del eje de la turbina, pues se captura menos potencia de la que se extrae. Esta condición se tomó en cuenta en el resto de las simulaciones realizadas, de modo que siempre se optimizó el radio interior fijo.

Pero además de este resultado, que coincide con la alternativa propuesta por Bychkov [9], resulta interesante una nueva opción que también se desprende de la Figura 5.9, que consiste en optimizar la captura de potencia en función de la posición radial combinando un cilindro giratorio con un perfil alar convencional. Esto pues, para el caso particular, en la sección del aspa de 1,5 a 4,5 m el cilindro captura más potencia que el perfil alar y para el resto del aspa, es mejor el desempeño del perfil.

Esta configuración no fue profundizada en el presente proyecto, pero destaca que una de las posibles aplicaciones del concepto del efecto Magnus en turbinas eólicas, es justamente que solo una parte del aspa sea cilíndrica giratoria y el resto sea un perfil alar. Lo anterior de acuerdo con los resultados presentados empleando un modelo de análisis estacionario.

7.3. Velocidad angular de la turbina Magnus

La variación en la velocidad angular de la turbina modifica la curva de potencia de modo que, conforme se aumenta Ω se requiere una mayor velocidad del viento para que la turbina extraiga energía, pero a la vez se obtiene como beneficio que la cota máxima de potencia se incrementa.

Sin embargo, para valores de Ω similares a los que se emplean en turbinas eólicas convencionales, la potencia máxima se alcanza a valores de U_∞ muy altos (20 - 25 m/s), lo cual es impráctico para la mayoría de aplicaciones. Por tanto, preliminarmente se puede indicar que la turbina Magnus ofrece ventajas para Ω moderados o bajos, tal como se propone por autores como Bychkov *et al.* [8], quienes señalan que la turbina Magnus opera de forma adecuada a un tercio de la velocidad angular de las eólicas convencionales, situación que se obtuvo también en este trabajo en la sección 5.4.

7.4. Cantidad de cilindros

Comparando los modelos de la sección 6.4, para 2, 4 y 6 aspas cilíndricas, resulta el mejor escenario posible $B = 2$.

Esta condición se debe posiblemente al consumo asociado a cada cilindro giratorio, pues en contraste con las turbinas eólicas convencionales, donde aumentar o disminuir la cantidad de aspas es únicamente función de las necesidades aerodinámicas de la turbina, para la Magnus cada cilindro adicional representa un consumo energético, además de la modificación en su respuesta aerodinámica.

Por tanto, se obtiene que el coeficiente de potencia es menor conforme aumenta la cantidad de aspas cilíndricas, siendo el escenario más desfavorable con $B = 6$, donde el C_{Pot} máximo alcanzable es 0,107 según los modelos simplificados.

7.5. Máximo coeficiente de potencia de la turbina Magnus

Los modelos simplificados de la sección 6.4, ofrecen importantes características de la turbina Magnus y permiten conocer la relación entre los parámetros que gobiernan esta turbina. Se debe tomar en cuenta que de acuerdo con las Tablas 6.5, 6.6 y 6.7, el error cuadrático medio de los modelos simples es un orden de magnitud mayor que el de los modelos que ofrecen máxima correlación. Dicho error en el C_{Pot} es del orden de 10^{-4} , por lo que se puede afirmar que los modelos de menor correlación también aproximan de forma adecuada el comportamiento de la potencia de salida de la turbina Magnus.

Algunas de las características que se obtienen son: la existencia de un valor óptimo para $\bar{\omega}$; la gran relevancia del TSR (λ) lo que valida el estudio de la turbina Magnus con los métodos usuales para turbinas de aspas, pues en estas últimas el TSR es un parámetro primordial; la relación para la razón de aspecto (γ) que muestran los modelos donde $B = 2$ y $B = 4$, en los que resulta beneficioso para la potencia emplear un γ pequeño, pues son inversamente proporcionales; y la respuesta a la pregunta de la cantidad adecuada de cilindros, pues se obtiene que entre 6, 4 y 2 resulta beneficioso el menor número de aspas

cilíndricas.

Cabe destacar que uno de los principales resultados de los modelos, tanto el numérico del Capítulo 5 como el matemático del Capítulo 6, es la existencia de un conjunto óptimo de parámetros que maximizan la potencia de salida y a su vez, que definen un coeficiente de potencia máximo para la turbina Magnus.

Según se observa en la Figura 6.8 y en las Tablas 6.8, 6.9 y 6.10, no existe ninguna combinación de parámetros físicos dentro de los rangos analizados que permitan obtener un coeficiente de potencia superior a 0,12. Con el modelamiento matemático, se logra establecer en la Figura 6.5, una cota máxima para el C_{Pot} cercana a 0,2, a la vez que se identifica la combinación de números adimensionales que generan este punto de operación óptimo.

Este bajo C_{Pot} se debe principalmente al gasto energético que realiza la turbina Magnus para operar. En menor medida, obedece a que el C_D de un cilindro es alto comparado con el mismo de un perfil aerodinámico.

De modo que, aunque la relación C_L/C_D para un cilindro giratorio es mayor que para un perfil alar, existe un costo en potencia en el caso del cilindro, para generar un C_L elevado, lo que se traduce en una notoria disminución en el C_{Pot} máximo de la turbina tipo Magnus.

Es importante aclarar que los parámetros óptimos así como el coeficiente de potencia máximo que se ha obtenido, están ligados fuertemente a las curvas de C_L y C_D empleadas para un cilindro en rotación y al número de Reynolds.

Si se logra disminuir el arrastre sobre el cilindro, se mejora el C_{Pot} máximo. Para validar esta afirmación se realizó el ejercicio de repetir todas las simulaciones y el modelamiento matemático asumiendo $C_D = 0$, con lo cual se obtuvo un coeficiente de potencia del orden de 0,24. Este resultado significa una mejora importante respecto a los máximos alcanzables cuando se toma en cuenta el arrastre y a la vez respeta el Límite de Betz.

En cuanto a la sustentación, la turbina Magnus podrá explotar mejor las corrientes de viento de bajas velocidades si se logra, para un cilindro en rotación, una curva de C_L que registre mayores cifras para valores bajos de $\bar{\omega}$.

En cuanto al número de Reynolds, la dependencia se da en dos sentidos: por una parte, las curvas de C_L y C_D son dependientes del fluido en el cual esté inmerso el cilindro y al aumentar la viscosidad (disminuir el Re) se pueden obtener mayores coeficientes de sustentación; por otra parte, en el presente estudio se trabaja con aire ($\nu = 1,51 \times 10^{-5} m^2/s$), a velocidades entre 1 y 25 m/s y en turbinas de 2 a 5 m de radio, por lo que el rango de interés para el número de Reynolds está entre 10^5 y 10^6 , dentro del cual no hay variaciones importantes como, por ejemplo, cambios de régimen de laminar a turbulento.

Por otra parte, dado que las únicas dos variables en este estudio que modifican el Re son U_∞ y L , y ambas forman parte de otros adimensionales, se puede argumentar que en este caso Re no es un término Pi .

Es por estos motivos que los modelos del Capítulo 6 no incluyen explícitamente a Re , pero se debe tener en cuenta que su validez se limita al rango $10^5 < Re < 10^6$.

7.6. Potencial de la turbina Magnus en ambientes urbanos

Una característica necesaria para la operación de una turbina eólica en ambientes urbanos, es que su tamaño permita la instalación lo más cerca posible del punto de consumo de la energía. Con este objetivo, se analiza una turbina Magnus de 2 m de radio (ver Figura 5.13) y se obtiene que requiere al menos 6 m/s para entregar potencia.

Esto se debe a que la turbina consume energía en su operación y la disponible es proporcional al cubo de la velocidad del viento incidente, por lo que una corriente de 4 m/s, por ejemplo, no tiene suficiente cantidad de energía que compense lo invertido en la rotación de los cilindros.

Este resultado indica que la turbina no es apta para zonas de baja velocidad de viento. Sin embargo, la turbina Magnus de 5 m de radio presenta un rendimiento superior a su análoga de aspas convencionales (ver Figura 5.13) en el sector de más de 15 m/s de velocidad del viento.

Esta condición, sumada a las características favorables de la turbina Magnus (robustez, simpleza de diseño y fabricación), sugieren una eventual aplicación de este tipo de generadores eólicos en zonas cercanas a las ciudades, no precisamente dentro de la zona urbana, pero sí en su periferia, donde usualmente existen corrientes de viento de mayor velocidad y una turbina de 5 m de radio puede operar sin causar un gran impacto visual.

Aunado a lo anterior, se pueden multiplicar los beneficios si se explora la posibilidad de una turbina híbrida, que sus aspas tengan la parte intermedia tipo Magnus y la exterior con un perfil alar convencional, según se discutió más arriba.

Estas opciones pueden eventualmente aumentar el C_{Pot} máximo discutido en la sección precedente, pues se modifica el arrastre del aspa a la vez que se consume menos potencia en la operación de la turbina, por tener menor longitud de cilindros en rotación.

Queda abierto el campo de investigación sobre la posible aplicación de turbinas de mediana escala, tipo Magnus, en parques eólicos que por sus dimensiones puedan ser ubicados cerca de las zonas urbanas. Para esto es necesario determinar si la turbina Magnus ofrece ventajas de emplazamiento respecto a las eólicas convencionales.

Capítulo 8

Conclusión

8.1. Conclusiones

8.1.1. Sobre el modelo de predicción del desempeño de turbinas eólicas de eje horizontal

La relación de velocidad específica de la turbina (TSR) es una variable fundamental tanto en turbinas de aspas convencionales como en las de aspas cilíndricas, lo que valida el uso de un mismo método de predicción de rendimiento para ambos tipos de turbinas de eje horizontal.

Se encuentra una adecuada concordancia entre los resultados obtenidos por el método propuesto y las mediciones experimentales para turbinas de mediana escala disponibles de resultados publicados anteriormente.

8.1.2. Sobre los parámetros que gobiernan el funcionamiento de las turbinas Magnus y su coeficiente de potencia

Se requiere una velocidad de rotación del orden de 10^3 RPM de las aspas cilíndricas de una turbina tipo Magnus para lograr extraer potencia del viento, lo cual coincide con lo obtenido en investigaciones anteriores.

La variable que gobierna el comportamiento de esta turbina es la velocidad relativa de rotación del cilindro $\bar{\omega} = \omega r_c / U_\infty$. En concordancia con otros autores, se encuentra que para un rendimiento óptimo, la turbina debe operar en valores cercanos a $\bar{\omega} = 2$.

La turbina Magnus resulta eficiente con un bajo número de cilindros, dado que al aumentar la cantidad de aspas cilíndricas disminuye el máximo C_{Pot} alcanzable. Situa-

ción opuesta a lo presentado por Bychkov [8], quien en su estudio no considera el gasto energético en la rotación de los cilindros.

La eficiencia de este tipo de turbinas es directamente proporcional al diámetro del cilindro para un radio de turbina dado, lo cual no había sido reportado anteriormente en la bibliografía.

Acorde con lo señalado por otros autores, la turbina Magnus opera de forma adecuada a velocidades angulares menores que las eólicas convencionales de eje horizontal.

8.1.3. Sobre el desempeño de los generadores eólicos operando en ambientes urbanos y a bajas velocidades de viento

El desempeño a bajas velocidades de viento y en escalas domésticas es superior en turbinas eólicas convencionales con respecto a las turbinas Magnus.

El coeficiente de potencia máximo para una turbina Magnus con potencial para ambientes urbanos es cercano a 0,2. Lo cual resulta menor que para las turbinas de aspas convencionales de eje horizontal.

Para aumentar el desempeño de la turbina, es necesario disminuir el arrastre sobre los cilindros sin modificar su velocidad de rotación.

8.1.4. Sobre otras aplicaciones de la turbina Magnus

La turbina Magnus tiene un potencial de aplicación en regiones con viento de velocidades moderadas y altas, de 5 m/s en adelante; también en zonas periféricas de las ciudades.

Este tipo de generador eólico representa una opción segura y fácil de frenar en caso de presentarse vientos con altas velocidades. Esto representa una ventaja importante sobre las turbinas de aspas, dado que fuertes vientos podrían dañar un sistema de generación eólico convencional.

8.2. Recomendaciones para trabajo futuro

Analizar la combinación de un cilindro giratorio con un perfil alar convencional, aprovechando las ventajas de cada geometría en los distintos sectores radiales del aspa, de acuerdo con los resultados presentados empleando un modelo de análisis estacionario.

Valorar si la turbina Magnus ofrece ventajas de emplazamiento respecto a las eólicas convencionales, enfocándose en las características de la estela que genera la turbina.

Estudiar el potencial de micro parques eólicos de turbinas tipo Magnus de mediana escala, en zonas cercanas a los centros urbanos e industriales.

Comprobar si la turbina Magnus presenta ventajas como robustez, bajo costo de fabricación y de mantenimiento.

Realizar simulaciones del desempeño de este tipo de generador inmerso en otro fluido, como el agua, para conocer su potencial de aplicación hidrocínético.

Construir prototipos y realizar mediciones experimentales, tanto en aire como en agua.

Explorar el potencial de esta turbina en ambientes adversos, como zonas con nieve y viento con fuertes ráfagas.

Bibliografía

- [1] S. Abdallah, S. Thompson, J. Michaelson, N. Marks, and N. Steuer. The happy planet index 2.0, 2009.
- [2] I. Akira, S. Kawashima, Y. Nishizawa, I Ushiyama, and N. Komatinovic. A study on savonius type magnus wind turbine. *Europe premier wind energy event*, 2007.
- [3] J.D. Anderson. *Fundamentals of aerodynamics*. McGraw-Hill, 3 edition, 2001.
- [4] S. Askari and M.H. Shojaeefard. Mathematical modeling of potential flow over a rotating cylinder. *IJE Transaction A: Basics*, 24(1), 2011.
- [5] H. M. Badr, M. Coutanceau, and S.C. Dennis. Unsteady flow past a rotating circular cylinder at reynolds numbers 1 000 and 10 000. *Journal Fluid Mechanics*, 220:459–484, 1990.
- [6] R.B. Bird, W.E. Stewart, and Lightfoot E.N. *Fenómenos de transporte*. LIMUSA WILEY, 2 edition, 2006.
- [7] T. Burton, N. Jenkins, D. Sharpe, and E. Bossanyi. *Wind Energy Handbook*. Wiley, 2 edition, 2011.
- [8] N. M. Bychkov, A. V. Dovgal, and V. V. Kozlov. Magnus wind turbines as an alternative to the blade ones. *The Science of Making Torque from Wind: Journal of Physics: Conference series*, 75, 2007.
- [9] N.M. Bychkov. Magnus wind turbine. 3. Calculated characteristics of the windwheel. *Thermophysics and Aeromechanics*, 15(2), 2008.
- [10] O. Ceyhan. *Aerodynamic design and optimization of horizontal axis wind turbines by using BEM theory and genetic algoritm*. Thesis for the degree of master of science in aerospace engineering. Middle East Technical University, Turkey, 2008.
- [11] P. R. N. Childs. *Rotating Flow*. Elsevier Inc., 2011.
- [12] M.H. Chou. Numerical study of vortex shedding from a rotating cylinder immersed in a uniform flow field. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 32:545–567, 2000.

- [13] L.C. Correa, J.M. Lenz, C.G. Ribeiro, J.G. Trapp, and F.A. Farret. Mppt for magnus wind turbines based on cylinders rotation speed. *Center of Studies in Energy and Power Systems - Federal University of Santa Maria*, 2013.
- [14] F. Fei, J. D. Mai, and W. J. Li. A wind-flutter energy converter for powering wireless sensors. *Sensor and Actuators A: Physical*, 173:163–171, 2012.
- [15] R. Gono, S. Rusek, and M. Hrabcik. Wind turbine cylinders with spiral fins. *8th EEEIC International Conference on Environment and Electrical Engineering*, 2009.
- [16] A. Grauers. Efficiency of three wind energy generator systems. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 11(3), 1996.
- [17] M. Islam, D. S.-K. Ting, and A. Fartaj. Aerodynamic models for darrieus-type straight-bladed vertical axis wind turbines. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 12:1087–1109, 2008.
- [18] J. Jonkman, S. Butterfield, W. Musial, and G. Scott. Definition of a 5-MW reference wind turbine for offshore system development, 2009.
- [19] S.J. Karabelas. Large eddy simulation of high-reynolds number flow past a rotating cylinder. *International journal of heat and fluid flow*, 31:518–527, 2010.
- [20] S.j. Karabelas, B. C. Koumroglou, C. D. Argyropoulos, and N.C. Markatos. High reynolds number rturbulent flow past a rotating cylinder. *Applied Mathematical Modelling*, 36:379–398, 2012.
- [21] D. Li, S. Wang, and P Yuan. A review of micro wind turbines in the built environment. *Renewable Energy Research Group, College of Engineering, Ocean University of China, Qingdao, China*, 2010.
- [22] D. Luo, D. Huang, and G. Wu. Analytical solution on magnus wind turbine power performance based on the blade element momentum theory. *Journal of Renewable and Sustainable Energy*, 3, 2011.
- [23] J. F. Manwell, J. G. McGowan, and A. L. Rogers. *Wind Energy Explained: Theory, Design and Application*. Wil ey, 2 edition, 2009.
- [24] A. Massaguer, E. Massaguer, T. Pujol, M. Comamal, and J. Velayos. Blade shape influence on aerodynamic efficiency of a magnus wind turbine using particle image velocimetry. *Renewable Energy and Power Quality Journal*, 2014.
- [25] MINAE. <http://www.minae.go.cr/index.php/actualidad/anuncios/38-campana-limpia-tu-huella> visitada el 02 de 04 de 2014.
- [26] P.J. Moriarty and A.C. Hansen. Aerodyn theory manual, 2005.
- [27] B.R. Munson, D.F. Young, T.H. Okiishi, and W.W. Huebsch. *Fundamentals of fluid*

mechanics. John Wiley and Sons, Inc., 6 edition, 2009.

- [28] M. Muto, M. Tsubokura, and N. Oshima. Numerical visualization of boundary layer transition when negative magnus effect occurs. *Journal of Visualization*, 15:261–268, 2012.
- [29] M.T. Nair, T. K. Sengupta, and U.S. Chauhan. Flow past rotating cylinders at high reynolds numbers using higer order upwind scheme. *Computers and fluids*, 27(1):47–70, 1998.
- [30] M.R.H. Nobari and J. Ghazanfarian. A numerical investigation of fluid flow over a rotating cylinder with cross flow oscillation. *Computers and Fluids*, 38:2026–2036, 2009.
- [31] C. Norberg. Flow around a circular cylinder: aspects of fluctuating lift. *Journal of fluids and structures*, 15:459–469, 2001.
- [32] L. Perkovic, P. Silva, M. Ban, N. Kranjcevic, and N. Duic. Harvesting high altitude wind energy for power production: The concept based on magnus effect. *Applied Energy*, 101:151–160, 2013.
- [33] A. Sedaghat. Magnus type wind turbines: Prospectus and challenges in design and modelling. *Renewable Energy*, 62:619–628, 2014.
- [34] J. Seifert. A review of the magnus effect in aeronautics. *Progress in Aerospace Sciences*, 55:17–45, 2012.
- [35] A. R. Silva, A. S. Neto, A. M. G. Lima, and D. A. Rade. Numerical simulations of flow over a rotating circular cylinder using the immersed boundary method. *Journal of the brazilian society of mechanical sciences and engineering*, 33(1), 2011.
- [36] X. Sun, Y. Zhuang, Y. Cao, D. Huang, and G. Wu. A three-dimensional numerical study of the magnus wind turbine with different blade shapes. *Journal of Renewable and Sustainable Energy*, 4, 2012.
- [37] P. T. Tokumar and P. E. Dimotakis. The lift of a cylinder executing rotary motions in a uniform flow. *Fluid Mechanics*, 255:1–10, 1993.
- [38] E. Torres. *Generación Distribuida: Estudio de Requerimientos para la Interconexión a la Red de Distribución. Tesis para optar por el grado de Bachiller en Ingeniería Eléctrica*. Universidad de Costa Rica, 2011.
- [39] F. Wang, L. Bai, J. Fletcher, Whiteford J., and D. Cullen. The methodology for aerodynamic study on a samll domestic wind turbine with scoop. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 96:1–24, 2008.
- [40] A. K. Wright and D. H. Wood. The starting and low wind speed behaviour of a small horizontal axis wind turbine. *Journal of Wind Engineering and Industrial*

Aerodynamics, 92:1265–1279, 2004.

- [41] J. Zhao, Q. Hou, H. Jin, J. Yan, Y. Zhu, and G. Li. Discussion on improving magnus effect of cylinder based on cfd. *International conference on mechatronics and automation*, 2013.