



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

**CÁLCULO DE ENVOLVENTE ECONÓMICA PARA MINAS DE CAVING BAJO
INCERTIDUMBRE GEOLÓGICA**

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN MINERÍA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS

EMILIO ANDRÉ VARGAS VIERLING

**PROFESOR GUÍA:
NELSON MORALES VARELA**

**MIEMBROS DE LA COMISION:
XAVIER EMERY
ERNESTO ARANCIBIA VILLEGAS
WINSTON ROCHER ANDA**

SANTIAGO DE CHILE

2014

Resumen

La planificación minera en su práctica usual, está basada en un enfoque determinista en los términos de referencia a utilizar, ignorando las incertidumbres presentes en los datos de entrada. Siendo la incertidumbre en las leyes de mineral una de gran importancia, debido a su impacto en la estimación de reservas y en el negocio. Usualmente ésta es modelada mediante simulaciones geoestadísticas, dejando en evidencia la existencia de resultados más confiables que los obtenidos mediante métodos convencionales. Muchos trabajos de investigación que consideran la incertidumbre en las leyes minerales, están aplicados a minería a cielo abierto, dejando de lado cálculos en minas subterráneas, y en particular para minas de block/panel caving que son de interés para el presente trabajo. La metodología tradicional del cálculo de reservas, para este último método de explotación, se realiza mediante el cálculo de la ubicación del piso económico o footprint y la envolvente económica, comúnmente calculadas en la industria por el software PCBC de Geovia, el incorporar incertidumbre en este software, requeriría de múltiples iteraciones manuales.

Motivado por lo anterior, este trabajo muestra una metodología que permite calcular la envolvente económica de una mina a ser explotada por el método de block/panel caving incorporando la incertidumbre geológica, permitiendo elegir la ubicación del nivel de producción mediante el cálculo del piso económico y estimar las reservas presentes en la envolvente, esto último se realiza, utilizando el algoritmo de pit final inverso y considerando un cierto porcentaje de confiabilidad. La metodología implementada, es aplicada a un yacimiento real a partir del cual se generan los casos de estudio determinista y bajo incertidumbre.

La herramienta creada fue validada contra el software PCBC, caso determinístico, obteniendo una diferencia del orden del 10% en términos de valor económico del footprint, traduciéndose en diferencias de hasta 50 metros en la cota de ubicación del piso económico. El caso bajo incertidumbre considera 1,000 simulaciones geoestadísticas del yacimiento, sobre las cuales se realizó el cálculo, pudiendo evidenciar que tanto la forma de la envolvente como la ubicación del piso económico varían en cada escenario de leyes, observando una tendencia a ubicar el piso económico en los cinco niveles más profundos. De este último caso, en promedio se obtuvieron reservas del orden de 500 Mton con una ley media de 0.954% de cobre, y un área productiva del orden de 462,000 m², correspondiendo a un valor de envolvente mayor que 7,000 MUSD. Realizando un análisis de riesgo a estos últimos resultados, se tiene que el valor de la envolvente puede ser 2,600 MUSD mayor, o 1,800 MUSD menor que el valor predicho con un 5% de probabilidad.

Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a mi familia por el apoyo sin el cual no hubiera sido posible sobrellevar la carga y exigencias de los estudios universitarios a lo largo de estos años. En especial gracias a mis padres, Cornelio y Kitty, por enseñarme valores como la perseverancia y dedicación, que sin lugar a duda me permitieron alcanzar este momento tan especial donde culmina mi ciclo de estudios universitarios.

Doy gracias al grupo humano que conforma el Departamento de Minas de la Universidad de Chile, tanto profesores, funcionarios y compañeros que hicieron de éste un lugar grato donde estudiar. En particular quiero agradecer al profesor Xavier Emery por su ayuda inmediata cuando necesite asesoría en temas de Geoestadística.

También quiero agradecer al Laboratorio de Planificación Minera, DELPHOS, mi segunda casa, donde estuve realizando mi trabajo de tesis durante estos últimos años, en general a todos los integrantes de este laboratorio que hicieron más grato mi trabajo diario y me apoyaron en los desafíos que afronté durante mi investigación.

Quiero agradecer a mi profesor guía Nelson Morales por su apoyo durante la realización de este trabajo, y además por darme la oportunidad de participar en los seminarios y congresos mineros a los cuales pude asistir durante mi tiempo en DELPHOS, experiencias que no solo sirvieron para adquirir conocimiento, sino también para compartir y conocer nuevos lugares.

Agradezco de manera especial a don Rafael Burgos Fuster, presidente nacional del Círculo de Amigos de Carabineros de Chile, por darme la oportunidad de estudiar esta carrera gracias al financiamiento que su organización me otorgó, ayuda sin la cual me hubiera sido difícil continuar mis estudios.

Finalmente agradezco a la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile, la que por medio del Proyecto Basal FB0809, financió mis estudios de postgrado.

Tabla de Contenido

1.	Introducción.....	1
1.1.	Descripción del problema	1
1.2.	Objetivos.....	3
1.2.1.	Objetivo General.....	3
1.2.2.	Objetivos Específicos	3
1.3.	Alcances	3
1.4.	Metodología.....	4
2.	Antecedentes.....	5
2.1.	Planificación minera	5
2.1.1.	Descripción general de la metodología estándar.....	5
2.1.2.	Pit final en minería a cielo abierto.....	6
2.1.3.	Minería Subterránea.....	9
2.1.3.1.	Minería de Block/Panel Caving.....	10
2.1.3.2.	Optimización y planificación en minería subterránea	14
2.1.3.3.	Footprint y Envolvente Económica en Minas explotadas por Block/Panel Caving.....	15
2.1.3.3.1.	Metodología de planificación PCBC	15
2.1.3.3.2.	Cálculo de la Envolvente Económica.....	16
2.1.3.3.3.	Otros modelos para el cálculo de la envolvente.....	18
2.2.	Geoestadística y Riesgo Geológico.....	20
2.2.1.	Nociones de Geoestadística	20
2.2.1.1.	Kriging.....	20
2.2.1.2.	Simulaciones geoestadísticas	20
2.2.2.	Indicadores de Riesgo	22
2.2.3.	Planificación bajo incertidumbre geológica	23
2.2.3.1.	Pit final bajo incertidumbre geológica	24
2.2.3.1.1.	Ejemplo de Cálculo del Pit Final.....	25
2.2.3.1.2.	Modelo de bloques y simulaciones caso estudio pit final.....	26
2.2.3.2.	Problema de Pit Final	27
2.2.3.3.	Detalles cálculo	28
2.2.3.4.	Resultados cálculo pit final.....	29
2.2.3.5.	Análisis de Resultados Cálculo de Pit Final.....	32

2.3.	Minelink	33
3.	Método para el cómputo de la envolvente económica	35
3.1.	Caso determinístico	36
3.1.1.	Descripción conceptual.....	36
3.1.1.1.	Cálculo del Footprint.....	36
3.1.1.2.	Cálculo de la envolvente económica.....	38
3.1.2.	Validación.....	39
3.1.3.	Implementación en MineLink.....	39
3.2.	Extensión al caso con incertidumbre geológica	40
3.2.1.	Experimentos a ser realizados en el caso de estudio	40
3.2.2.	Observaciones sobre la implementación	41
4.	Caso de estudio.....	42
4.1.	Descripción general	42
4.2.	Generación de escenarios geológicos	42
4.3.	Parámetros técnico-económicos.....	44
4.4.	Ejecución de experimentos realizados	45
4.4.1.	Resultados Footprint	45
4.4.1.1.	Generalidades sobre resultados footprint	45
4.4.1.2.	Validación Metodología Footprint.....	45
4.4.1.3.	Resultados Footprint.....	47
4.4.1.4.	Ubicación Footprint.....	50
4.4.2.	Resultados envolvente económica.....	54
4.4.2.1.	Generalidades sobre resultados de la envolvente.....	54
4.4.2.2.	Envolvente Caso de Estudio.....	56
5.	Análisis de Resultados	59
5.1.	Análisis validación.....	59
5.2.	Análisis Footprint.....	61
5.2.1.	Ubicación del footprint	61
5.3.	Análisis envolvente económica	63
5.3.1.	Observación sobre la cantidad de escenarios	66
5.3.2.	Observación sobre cálculo de footprint con costo de desarrollo no nulo	69
6.	Conclusiones y análisis	72

6.1. Trabajos Futuros.....	76
7. Referencias	77
8. Anexos	81
8.1. Anexo A: Datos de sondajes yacimiento caso de estudio.....	81
8.2. Anexo B: Resultados Corridas Pit Final	82
8.3. Anexo C: Detalles ajuste de distribución valores pit final.....	85
8.4. Anexo D: Gráficos validación footprint MineLink vs PCBC	86
8.5. Anexo E: Ajuste de distribución Envolverte Económica.....	89
8.6. Anexo F: Detalle resultados envolvente económica	93
8.7. Anexo G: Poster MinePlanning-Copper 2013	95
8.8. Anexo H: Paper Caving 2014	96

Índice de Figuras

Figura 1 Pit final (rojo) y fases contenidas dentro del pit final (naranja, verde y celeste), calculado con algoritmo de Lerch & Grossman.	8
Figura 2 Vista en planta esquemática de una mina de Block/Panel Caving.	11
Figura 3 Esquema de una operación mecanizada de block caving en la mina El Teniente. Hamrin 2001 [16].....	12
Figura 4 Vista isométrica de una operación de Panel Caving en la mina Henderson, Laubscher 2011 [24]	12
Figura 5 Esquema comparando los perfiles de los métodos de hundimiento de block y panel caving	12
Figura 6 Método de Macro Bloques, Fuentes et al [18]	13
Figura 7 Diseño de Block Caving inclinado de mina La Encantada, Valencia et al [31].....	13
Figura 8 Ejemplo de Footprint Finder (DOZ mine), valores económicos de columna en colores, Fuente: Diering et al [7].	15
Figura 9 Vista pausada de Footprint Finder durante la generación de la secuencia de extracción, Fuente: Isabel et al [20].	15
Figura 10 Valor económico por columna en Footprint, software GEMS.	16
Figura 11 Cálculo de Footprint Finder para cada cota, a partir del dibujo de una base, software GEMS. .	16
Figura 12 Resultado del cálculo de footprint y la forma obtenida de envolvente económica. Fuente: Geovia.	16
Figura 13 Metodología para el cálculo de la envolvente en PCBC. Fuente: Presentaciones Geovia.....	17
Figura 14 Corte longitudinal de un resultado de cálculo de BHOD con y sin límite de altura de columna de extracción. Fuente: Presentaciones Geovia.	18
Figura 15 Envolvente calculada como pit invertido para diferentes leyes de corte. Fuente: Elkington et al, 2012 [10]	19
Figura 16 Optimización del diseño minero en una mina de oro a cielo abierto, VAN vs. "pits anidados" y perfil de riesgo del diseño optimo tradicional. Fuente: Dimitrakopoulos (2011) [9]	24
Figura 17 Resultados de la metodología mostrada en [33] para 100 simulaciones de un modelo de bloques.....	25
Figura 18 Curva de Tonelaje Ley	26
Figura 19 Conos de precedencia para un ángulo de talud de 45° con 3, 8 y 30 niveles de precedencia de izquierda a derecha. Espinoza et al [13]	27
Figura 20 Histograma Valor Pit Final. La ubicación en la distribución del pit final a partir del kriging se muestra como Kr.	29
Figura 21 Distribución de ley media en pit final. Kr es la ubicación del resultado del kriging.	30
Figura 22 De izquierda a derecha: Vista en Planta para Pit Final de Valor Mínimo, Promedio y Máximo .	31
Figura 23 De arriba hacia abajo: Vista Longitudinal pit final de valor mínimo, promedio y máximo.....	31
Figura 24 Probabilidad Acumulada vs Valor del Pit Final.....	32
Figura 25 Diagrama de la metodología empleada en este trabajo.....	35
Figura 26 Ejemplo de modelo de bloques utilizado para los cálculos. Izquierda: vista en planta. Derecha: vista isométrica filtrando sólo por leyes mayores a 0.001% de Cu.	43
Figura 27 Resultados del cálculo de footprint para el script de MineLink	45

Figura 28 Resumen de los resultados mostrando los máximos en valor económico, tonelaje y área para cada escenario de leyes	45
Figura 29 Vistas isométricas modelo de bloques de prueba.....	47
Figura 30 Resultados del Footprint: Valor económico asociado al footprint para cada nivel y para cada uno de los 1,000 escenarios simulados, destacando el resultado obtenido mediante kriging (cuadros rojos).	48
Figura 31 Resultados del Footprint: Tonelaje asociado al footprint para cada nivel y para cada uno de los 1,000 escenarios simulados, destacando el resultado obtenido mediante kriging (cuadros rojos)	48
Figura 32 Resultados del Footprint: Área del footprint para cada nivel y para cada uno de los 1,000 escenarios simulados, destacando el resultado obtenido mediante kriging (cuadros rojos).....	49
Figura 33 Resultados del cálculo del footprint en la cota 99 para cuatro casos distintos. De arriba abajo y de izquierda a derecha: escenario de leyes del kriging, peor valor, valor promedio y mejor valor económico del footprint.	50
Figura 34 Histograma mostrando la distribución que tiene la ubicación del Footprint de mayor valor económico para los 1000 escenarios de leyes más la estimación por Kriging (Kr en gráfico). Clase indica entre rango se encuentra el nivel de ubicación.	51
Figura 35 Vista en planta de footprints mostrando en colores el valor económico. De arriba de izquierda a derecha, footprints de escenarios de leyes que económicamente tienen el menor valor (cota 47), valor promedio (cota 32) y mayor valor (cota 1)	53
Figura 36 Post-proceso de la envolvente económica, vista en planta en izquierda e isométrica en derecha, arriba sin y abajo con post-proceso.	55
Figura 37 Vista isométrica de envolventes económica calculada a partir del escenario de leyes del kriging	56
Figura 38 Vista isométrica envolventes económicas. De Arriba e izquierda a derecha, envolventes que son económicamente el mínimo, promedio y máximo respectivamente.	57
Figura 39 Histograma mostrando la distribución que tiene el valor de la envolvente económica para 1,000 escenarios.	57
Figura 40 Histograma mostrando la distribución que tiene la ley media del mineral dentro de la envolvente económica para 1,000 escenarios.	57
Figura 41 Histograma mostrando la distribución que tiene el tonelaje contenido dentro de la envolvente económica para 1,000 escenarios.	58
Figura 42 Histograma mostrando la distribución que tiene la ubicación del Footprint de mayor valor económico para los 1000 escenarios de leyes más la estimación por Kriging (Kr en gráfico), ignorando la clase 1 de mayor frecuencia. Clase indica entre rango se encuentra el nivel de ubicación.	62
Figura 43 Resumen del cálculo de la envolvente, mostrando el valor económico, tonelaje, área del footprint y ley media según la ubicación en la que se encuentra el footprint de la envolvente. Valores promedios por clase	64
Figura 44 Histograma mostrando la distribución que tiene la ubicación del Footprint de mayor valor económico para 100 escenarios de leyes más la estimación por Kriging (Kr en gráfico). Clase indica entre rango se encuentra el nivel de ubicación.....	66
Figura 45 Histograma mostrando la distribución que tiene el valor de la envolvente económica para los 100 primeros escenarios.	67

Figura 46 Histograma mostrando la distribución que tiene la ley media del mineral dentro de la envolvente económica para os 100 primeros escenarios.....	67
Figura 47 Histograma mostrando la distribución que tiene el tonelaje contenido dentro de la envolvente económica para los 100 primeros escenarios.	67
Figura 48 Histograma mostrando la distribución que tiene la ubicación del Footprint de mayor valor económico para 1000 escenarios de leyes más la estimación por Kriging (Kr en gráfico). Clase indica entre rango se encuentra el nivel de ubicación. En este caso el footprint es calculado considerando un costo de desarrollo de 3,000 [USD/m2].....	69
Figura 49 Resultados del Footprint: Valor económico asociado al footprint para cada nivel y para cada uno de los 1,000 escenarios simulados considerando un costo de desarrollo de 3,000 [USD/m2], destacando el resultado obtenido mediante kriging (cuadros rojos).....	70
Figura 50 Resultados del Footprint: Tonelaje asociado al footprint para cada nivel y para cada uno de los 1,000 escenarios simulados considerando un costo de desarrollo de 3,000 [USD/m2], destacando el resultado obtenido mediante kriging (cuadros rojos).	70
Figura 51 Resultados del Footprint: Área del footprint para cada nivel y para cada uno de los 1,000 escenarios simulados considerando un costo de desarrollo de 3,000 [USD/m2], destacando el resultado obtenido mediante kriging (cuadros rojos).....	70
Figura 52 Vista en planta sondajes yacimiento	81
Figura 53 Vista trasnversal sondajes yacimiento.....	81
Figura 54 Vista longitudinal sondajes yacimiento	81
Figura 55 Ley media de Cu para cada pit final.....	83
Figura 56 Valor económico total para cada pit final.....	83
Figura 57 Número de bloques dentro de cada pit final	84
Figura 58 Vista en planta sobrepuesta de pits finales con valor económico: Mínimo (rojo), Promedio (verde) y Máximo (azul)	84
Figura 59 Vista longitudinal sobrepuesta de pits finales con valor económico: Mínimo (rojo), Promedio (verde) y Máximo (azul)	85
Figura 60 Test de ajuste distribución lognormal valor pit final, no se rechaza ningún test. Hecho con Statfit.....	85
Figura 61 Resultados validación cálculo de fooprtint script MineLink sin costo de desarrollo.....	88
Figura 62 Ajuste distribución valor económico envolvente, densidad de probabilidad.....	89
Figura 63 Ajuste distribución valor económico envolvente, probabilidad acumulada.....	89
Figura 64 Ajuste distribución valor económico envolvente, grafico de probabilidad	89
Figura 65 Ajuste distribución tonelaje envolvente, densidad de probabilidad.....	90
Figura 66 Ajuste distribución tonelaje envolvente, probabilidad acumulada.....	90
Figura 67 Ajuste distribución tonelaje envolvente, grafico de probabilidad	90
Figura 68 Ajuste distribución ley media envolvente, densidad de probabilidad	91
Figura 69 Ajuste distribución ley media envolvente, probabilidad acumulada	91
Figura 70 Ajuste distribución ley media envolvente, grafico de probabilidad.....	91
Figura 71 Ajuste distribución área footprint asociado a envolvente, densidad de probabilidad	92
Figura 72 Ajuste distribución área footprint asociado a envolvente, probabilidad acumulada	92
Figura 73 Ajuste distribución área footprint asociado a envolvente, grafico de probabilidad	92

Índice de Tablas

Tabla 1 Estadísticas Sondajes, Ley de Cu [%].....	26
Tabla 2 Dimensiones modelos de bloques simulados.	26
Tabla 3 Parámetros económicos valorización bloque	28
Tabla 4 Estadística resultados cálculo pit final	30
Tabla 5 VaR para riesgo del 1, 3 y 5%, caso pesimista.	33
Tabla 6 Especificaciones de los modelos de bloques generados	42
Tabla 7 Parámetros minero-económicos utilizados en experimento a pequeña escala	44
Tabla 8 Diferencias en resultados de footprint optimo entre PCBC y MineLink, con costo de desarrollo nulo.	46
Tabla 9 Diferencias en resultados de footprint optimo entre PCBC y MineLink con costo de desarrollo nulo.	47
Tabla 10 Estadística de la distribución que tiene la ubicación del Footprint de mayor valor económico para los 1,000 escenarios de leyes, incluyendo la estimación por Kriging.	51
Tabla 11 Estadística de la distribución que tiene la ubicación del Footprint de mayor valor económico para los 1000 escenarios de leyes, incluyendo la estimación por Kriging, detallando el tonelaje y área asociados a cada clase de la Tabla 10.	52
Tabla 12 Resultados para la envolvente económica de un mismo modelo de bloques considerando diferentes variaciones en el ángulo de talud y en la cota en la que ocurre el cambio de ángulo.....	54
Tabla 13 Comparación entre footprints máximos económicos para el caso del script de MinLink y PCBC (marcados en rojo), y los respectivos valores no óptimos en la metodología contraría.	60
Tabla 14 Resultados del Value at Risk para la envolvente económica comparado con los valores promedio y kriging, para 1,000 escenarios. Caso pesimista.	64
Tabla 15 Resultados del Value at Risk para la envolvente económica comparado con los valores promedio y kriging, para 1,000 escenarios. Caso optimista.....	65
Tabla 16 Estadística de la distribución que tiene la ubicación del Footprint de mayor valor económico para 100 escenarios de leyes, incluyendo la estimación por Kriging	66
Tabla 17 Resultados del Value at Risk para la envolvente económica comparado con los valores promedio y kriging, para 100 escenarios. Caso pesimista.	68
Tabla 18 Resultados del Value at Risk para la envolvente económica comparado con los valores promedio y kriging, para 100 escenarios. Caso optimista	68
Tabla 19 Estadística de la distribución que tiene la ubicación del Footprint de mayor valor económico para 1000 escenarios de leyes, incluyendo la estimación por Kriging. En este caso el footprint es calculado considerando un costo de desarrollo de 3,000 [USD/m ²]	69
Tabla 20 Resultados para cada pit final	83
Tabla 21 Estadísticas valor económico de envolvente por ubicación del piso económico. Frecuencia por clase idéntica a los resultados del footprint	93
Tabla 22 Estadísticas ley media de envolvente por ubicación del piso económico. Frecuencia por clase idéntica a los resultados del footprint	93
Tabla 23 Estadísticas tonelaje de envolvente por ubicación del piso económico. Frecuencia por clase idéntica a los resultados del footprint	94

Tabla 24 Estadísticas área de footprint de envolvente por ubicación del piso económico. Frecuencia por clase idéntica a los resultados del footprint..... 94

1. Introducción

1.1. Descripción del problema

La planificación minera, tanto para minería a cielo abierto como subterránea, es tradicionalmente aplicada en la industria mediante metodologías que consideran datos determinísticos, para resolver tanto la estimación de reservas como agendamientos de los mismos, y por ende, extendiéndose a horizontes estratégicos y de corto plazo.

Muchos de los datos utilizados para los cálculos mineros, pueden presentar variaciones o no, pueden ser determinados de manera certera, en este caso se habla de una incertidumbre en los datos. A su vez al considerar un parámetro que posee incertidumbre para realizar los cálculos, se genera un riesgo en el resultado esperado, esto al considerar un valor del parámetro en vez de otro posible debido a la incertidumbre.

Por otro lado softwares de diseño y planificación muchas veces no permiten tomar un enfoque basado en la incertidumbre, o de ser utilizados para tal propósito requieren de múltiples "corridos" de manera manual, aumentando el tiempo de cálculo o dificultando el proceso. Nuevos enfoques que han considerado incertidumbre y riesgo en los inputs del problema de planificación han surgido en la última década, permitiendo tener una visión más amplia de las posibles pérdidas y ganancias del proyecto para de esta manera hacer más robusta y certera la promesa de valor del planificador.

Un ejemplo de incertidumbre es la originada a partir de la estimación de los recursos. Tradicionalmente es aceptada la modelación de recursos a partir de métodos como Kriging, inverso de la distancia, etc., sin dar mucha importancia al efecto del suavizamiento en la estimación generada por estos métodos, ni a su posterior impacto en el valor económico, tonelajes, etc. Por otro lado la incertidumbre de no saber a ciencia cierta el valor del contenido de metal presente en un determinado yacimiento es un riesgo real, en cierto grado debido a que no es posible sondear toda el área a explotar. Para tratar de emular esta variabilidad en las leyes predichas, el enfoque usual es mediante simulaciones geoestadísticas, las cuales permiten tener una idea del rango en que se encuentran las leyes en el yacimiento.

Gran parte de las publicaciones actuales sobre incertidumbre geológica en minería, son aplicadas a metodologías de optimización de minería a cielo abierto, habiendo muy poca investigación sobre este tema aplicado a minería subterránea, mucho menos alguno aplicado al masivo método de explotación de block/panel caving. Pese a lo anterior, metodologías para el

cálculo del modelo de recursos aplicadas por softwares comerciales para minas de block caving, son en cierta medida conocidas pudiendo permitir la incorporación de incertidumbre en sus cálculos si es que uno lo desea.

A través de este trabajo, se muestra una metodología para el cálculo del footprint y envolvente económica para minas de block/panel caving incorporando incertidumbre geológica. Lo cual permitirá, tener una idea del impacto de la incertidumbre en las leyes del yacimiento en una etapa temprana del proyecto minero, como es la generación del modelo de recursos. Esto no sólo permitirá delimitar de mejor manera el área a explotar, sino que además se podrá tener una mejor idea de las posibles ganancias o pérdidas involucradas, permitiendo tomar decisiones más arriesgadas o conservadoras dependiendo del nivel de riesgo a considerar, y de las posibles evaluaciones de estrategia de explotación que pudiesen convenir a razón del análisis anterior.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

El objetivo de la tesis es generar una metodología que permita calcular la envolvente económica en minas a ser explotadas por Block/Panel Caving considerando incertidumbre geológica.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Generar una variedad de simulaciones geoestadísticas del yacimiento a estudiar, modelando la incertidumbre.
- Definir la metodología, para el cómputo de reservas bajo incertidumbre geológica.
- Validar los resultados obtenidos por la metodología utilizada, para calcular el footprint.
- Evaluar el impacto que tendría considerar, un enfoque basado en la incertidumbre geológica para calcular la envolvente económica, de una mina subterránea de caving.

1.3. Alcances

- El trabajo realizado solamente se enfoca en la delimitación del modelo de recursos del yacimiento, es decir sin entrar al cálculo del agendamiento o definición de la estrategia de extracción.
- La envolvente económica, sólo será calculada para una arquitectura minera del tipo block/panel caving.
- La variabilidad geológica es incorporada, a través de una cierta cantidad de simulaciones geoestadísticas de un modelo de bloques.
- No se considera mezcla de leyes de mineral dentro del yacimiento.
- Los parámetros geo-económicos de precios, costos, recuperaciones y otras restricciones de tipo minero son determinísticos, es decir no se considera incertidumbre en ningún otro atributo aparte de la ley de cobre.
- Los resultados de envolvente económica subterránea expuestos en este informe, son válidos sólo para el yacimiento utilizado en el estudio, y cualquier cambio en los parámetros utilizados en sus cálculos necesitarán de un nuevo cálculo de la envolvente para poder ser analizados.

1.4. Metodología

La metodología propuesta para solucionar el problema en esta tesis consiste a grandes rasgos en:

1. Modelar la solución al problema del cálculo de la ubicación del piso económico o footprint y la envolvente económica, esto último mediante la utilización del algoritmo de pit final inverso. (Caso determinístico).
2. Implementar la herramienta que permita solucionar el problema descrito en el punto anterior.
3. Validar los resultados de la herramienta mediante el software PCBC. (Caso determinístico).
4. Generar múltiples escenarios de leyes para datos de un yacimiento real, esto a partir de simulaciones geoestadísticas condicionales. A su vez también se realiza una estimación por kriging de modo de tener una comparación con el método de predicción de leyes más tradicional.
5. Extender el cálculo realizado por la herramienta al caso con incertidumbre geológica, utilizando las simulaciones del yacimiento.
6. Analizar los resultados obtenidos mediante la extensión al caso bajo incertidumbre (simulaciones) y el determinístico (kriging), mediante gráficos y estadísticas.
7. Cuantificar el impacto del riesgo debido a la incertidumbre geológica, mediante análisis de riesgo.

2. Antecedentes

2.1. Planificación minera

2.1.1. Descripción general de la metodología convencional

La planificación minera es una parte de la ingeniería de minas que tiene como objetivo transformar los recursos minerales en un negocio productivo, entendiéndose recurso mineral desde un punto de vista económico como aquella porción de un yacimiento que podría ser económicamente extraíble generando un beneficio. Con este objetivo, el plan minero genera una promesa de valor, la cual debe cumplirse para maximizar los beneficios de la empresa minera, y más importante, para la realización del proyecto mismo, programando las actividades a realizar en determinados periodos y los recursos necesarios para la labor, pensando en una planificación de la vida de la mina. Por otro lado hay que considerar que una mala planificación podría llegar a significar grandes pérdidas monetarias (Horsley [18]).

El enfoque que puede adoptar la planificación minera desde un punto de vista de decisiones a tomar puede ser estratégico, conceptual u operativo. En el caso de la planificación estratégica se busca cumplir con los objetivos de la empresa minera teniendo en cuenta los recursos disponibles y el mercado sobre el cual se está trabajando, dado esto, se busca conocer de manera plena los recursos minerales, los métodos de extracción utilizables, la productividad deseada, secuencia de extracción, leyes de corte, etc. (Rubio [28]), para de esta manera tener escenarios productivos con metas de producción en el tiempo. Desde el punto de vista conceptual, se busca obtener el plan minero, para ello es necesario calcular la envolvente económica, realizar un diseño de la mina, un programa de producción, teniendo en cuenta todos los costos, indicadores y recursos necesarios para obtener la solución. Por otro lado, ya teniendo la mina operativa, el paso siguiente en la planificación es optimizar las labores diarias de extracción y manejo de materiales, es aquí donde se hacen mejoras al plan original, ya que se conoce de manera real los rendimientos, productividades y capacidades, junto con otras interferencias y problemas inherentes a la operación.

Más en detalle, los horizontes temporales de la planificación en el agendamiento de la producción, pueden ser largo, mediano y corto plazo. El agendamiento a largo plazo provee una visión estratégica para la operación minera (dependiendo del caso, el plan en este horizonte tiene un rango de 20 a 30 años). En el mediano plazo el rango de periodos puede ir de 1 a 5 años, pero este puede dividirse en periodos de 1 a 6 meses, permitiendo un punto de vista más cercano a la operación, teniendo mayor detalle para el diseño de la extracción en determinadas

áreas de la mina, o permitiendo saber cuáles son los reales requerimientos de equipos para cumplir con la producción. En el caso del corto plazo el plan puede pensarse de un mes a un año, pudiendo desglosarse a sub periodos de días, permitiendo manejar detalles para alcanzar la productividad deseada (Osanloo et al [27]).

En general la planificación debe saber sacar ventajas de los posibles eventos futuros que afecten a la labor minera, o en otras palabras posibles riesgos, por ejemplo cambios en los escenarios de precios, cambios en la demanda de commodities, etc. No sólo buenos recursos minerales garantizan el éxito del proyecto, sino que por ejemplo, implementar un correcto diseño minero acorde a prácticas operacionales entre otros factores, permiten aumentar la posibilidad de éxito. A su vez la planificación minera debe preocuparse de otros recursos que ayudarán a la realización del plan, tales como el capital humano, financiero, etc., sin los cuales la realización del proyecto no sería óptima.

La planificación minera es un proceso iterativo que comienza en las etapas de pre-factibilidad de un proyecto minero, con la estimación de recursos y planificación estratégica, y debería llegar hasta el término de la vida de la mina con la planificación operacional y de corto plazo, preguntándose qué, cuándo y cómo extraer los recursos minerales en los periodos de la vida de la mina (Hustrulid et al [19]).

Por otro lado es importante notar que existen dos enfoques para resolver el problema de la planificación minera, uno de ellos es el determinístico y el otro basado en la incertidumbre. En el primer caso se asume que todos los inputs del problema son valores conocidos y reales. El segundo enfoque considera variabilidad en los datos del problema (por ejemplo ley de mineral, precios de commodities, productividades, utilización de equipos, etc).

2.1.2. Importancia del pit final en minería a cielo abierto

La estimación de las reservas de un yacimiento en las primeras etapas de un proyecto minero es una de las labores más importantes ya que de esta manera se estima la cantidad de mineral disponible para ser explotado, en otras palabras permite conocer la envolvente económica, en particular el denominado pit final en minería a cielo abierto. Debido a que esto último es una parte importante de la metodología utilizada en esta tesis, es conveniente conocer algunos conceptos básicos relacionados con el método de explotación a cielo abierto.

La minería a cielo abierto se aplica a yacimientos superficiales cuyos recursos minerales son extraíbles mediante la creación de un rajo (open pit) generando un beneficio, y cuya construcción es llevada a cabo considerando una planificación minera y restricciones

geomecánicas y de diseño (tales como ángulos de talud, rampas, etc), deformando la superficie donde está ubicado el yacimiento. Generalmente en una operación de rajo para llegar hasta el mineral se debe extraer el lastre, sobrecarga o material sin suficiente valor económico para considerarse como mineral (etapa también llamada stripping) enviándose este a botaderos. El minado se hace a través de bancos mientras la mina va haciéndose cada vez más profunda, finalmente la forma del pit se asemejará en cierta medida a un cono invertido teniéndose que el diseño de la mina completa, considerando los bancos, debe respetar un determinado ángulo de talud global, el cual asegura la estabilidad de la mina (Wenlong [35]).

El pit final corresponde a la forma que tendría el rajo si se extrajera todo el material que es económicamente minable considerando ciertas restricciones (también se puede pensar como la forma que tendría la mina al término de su vida operacional), además sirve para delimitar el contorno máximo que tendría la mina para ubicar instalaciones de apoyo, botaderos o plantas de procesamiento, que deben permanecer durante toda la vida de la mina.

Tradicionalmente el cálculo del pit final se hace a través del algoritmo optimizante de Lerch y Grossman [26], basado en teoría de grafos, el cual consiste en tomar un modelo de bloques y generar una envolvente que contenga a los bloques cuyas columnas de material sobre ellos permitan extraerlos y cuya suma de valor económico con los bloques contiguos laterales sea cada vez mayor. Este algoritmo es utilizado por el popular software Whittle de Geovia [37], precisamente para calcular el pit final y fases dentro del pit, esto último mediante la variación de parámetros económicos (revenue factor). Estas fases permiten secuenciar el movimiento de mineral dentro del rajo, dando el punto inicial para un posterior agendamiento más detallado por periodo. Inspirado en el problema planteado por Lerch y Grossman, Hochbaum [17] expone mejoras para el cálculo del pit final mediante un algoritmo de flujo máximo, que representa una mejora en los tiempos de cálculo del problema que significaba una complicación al considerar modelos de bloques de gran tamaño. Otro método para encontrar el pit final es el algoritmo del cono flotante [19], este algoritmo sub óptimo consiste en seleccionar un bloque como referencia (el cual paga la extracción de los bloques superiores necesarios para acceder a él) y a partir de él se proyecta un cono hasta la superficie respetando la restricción de ángulo de talud. Esta metodología cada vez va agregando más bloques de referencia de manera que los bloques contenidos dentro de los conos que se forman son extraídos dándole forma al pit, sin embargo este planteamiento depende mucho de los bloques de referencia que se escojan, pudiendo tener valores de pit final sobre o subestimados alejados del óptimo.

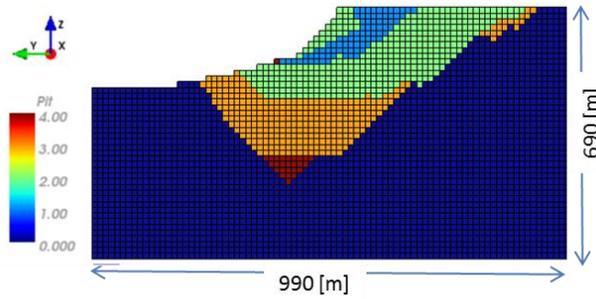


Figura 1 Pit final (rojo) y fases contenidas dentro del pit final (naranja, verde y celeste), calculado con algoritmo de Lerch & Grossman.

El agendamiento de minas a cielo abierto es el siguiente paso luego de delimitar las reservas disponibles en el yacimiento. Dependiendo del horizonte temporal, el plan indicará en qué momento extraer un cierto sector o fase de la mina y/o cuántos bloques del modelo deben ser extraídos. Uno de los primeros algoritmos descritos para realizar este agendamiento está basado en programación lineal (Johnson [21]), en donde a grandes rasgos se busca maximizar el flujo de caja descontado, aunque como se mencionó anteriormente, una primera aproximación al agendamiento puede verse en el concepto de fases anidadas, a través del cual es posible secuenciar la futura extracción de mineral permitiendo seleccionar sectores dentro del pit final.

2.1.3. Minería Subterránea

Cuando la razón estéril mineral resultante para realizar la explotación del cuerpo mineralizado es demasiado alta para los intereses económicos, es necesario utilizar métodos de extracción subterráneos, cuyos sistemas de explotación variarán dependiendo del tipo de roca, mineralización, parámetros económicos, etc. Los métodos de explotación subterráneos pueden clasificarse en tres grandes grupos según el detalle de éstos expuesto en Hamrin [16], los cuales son:

1. Auto-soportados: también conocidos como métodos de caserones abiertos o soportado por pilares, comúnmente aplicado para minería no tan selectiva (ya que deja pilares para mantener la estabilidad del caserón). Ejemplos de este tipo son: Room and Pillar, Stope and Pillar, Shrinkage Stopping, Sublevel Stopping, etc.
2. Soportados artificialmente: en este caso los caserones necesitan ser rellenados para generar el soporte. Estos métodos son de alto costo y generalmente están asociados a yacimientos en que se necesita ser muy selectivo, por ejemplo en la minería de vetas de oro. Dentro de este grupo se encuentran los métodos de Cut and Fill, Bench and Fill, Shrinkage, Vertical Crater Retreat, etc.
3. De hundimiento: estos métodos son utilizados en minería poco selectiva, no tienen soporte como en los casos anteriores. Se basa en la socavación del material del cuerpo mineralizado mediante la creación de un corte en la base de la zona a minar, el mineral cae rellenando la cavidad generada cada vez que esté es en el ciclo productivo. El hundimiento puede ser natural o inducido dependiendo de la calidad de la roca en que se encuentra el cuerpo mineralizado. Algunos métodos de hundimientos son: Block/Panel Caving, Sublevel Caving, Longwall Mining, etc.

Los criterios de selección para utilizar algún método en particular dependen de muchos factores, sin embargo la mineralización presente en el yacimiento es uno de los más fundamentales. La forma que tiene el cuerpo mineralizado y la distribución de leyes determinará si se tratará de un método masivo o alguno más selectivo, además se debe hacer un balance en cuanto a costos y la dilución esperada, sin dejar de lado características del macizo rocoso tales como estructuras de debilidad, continuidad de la mineralización, hundibilidad y dureza de la roca. La selección del método también debe tener en cuenta objetivos productivos y restricciones inherentes para la realización de la construcción de la mina (por ejemplo explotar

en lugares donde no está permitido deformar la superficie del terreno mediante hundimiento o construcción de un rajo) (Brady & Brown [5]).

2.1.3.1. Minería de Block/Panel Caving

Como ya fue mencionado anteriormente la minería subterránea de block/panel caving se aplica a yacimientos de tipo masivos generalmente con mineralización de no tan alta ley, donde no sea necesario ser selectivo en la forma de extraer el mineral, teniendo como gran ventaja su bajo costo.

Según Laubscher [25] es necesario identificar ciertos parámetros antes de implementar una operación de caving. Algunos de estos son: productividad, fragmentación, malla de extracción, espaciamento entre zonas de extracción, control de la extracción, entrada de dilución, secuencia de hundimiento, etc. El correcto desempeño del método en cuanto a desarrollos, preparación, hundimiento y extracción dependerá de los rangos en que se encuentren estos parámetros, entre otros más.

El método de block caving se basa en realizar un corte basal en la cota donde se posiciona el nivel de hundimiento. Este corte basal generará el hundimiento de la roca, la cual es extraída mediante puntos de extracción (Drawpoints), en donde los espaciamientos entre éstos y el tamaño de cada punto estarán condicionados para la extracción del material socavado.

En cuanto a desarrollos e infraestructura necesaria para la extracción de mineral mediante este método, una serie de niveles son necesarios como mínimo:

- Nivel de hundimiento: Donde se realiza el corte basal que inducirá el caving o hundimiento.
- Nivel de Producción: Donde se encuentran los puntos de extracción y se extrae el mineral.
- Nivel de Transporte: Recibe el mineral extraído desde el nivel de producción mediante piques y lo transporta hacia el exterior de la mina o a alguna planta de procesamiento.
- Nivel de Ventilación: Nivel necesario para la correcta ventilación de la mina, cuya función es la inyección de aire fresco desde el exterior y la extracción del aire utilizado o contaminado fuera de la mina, generando circuitos por donde circula el aire.

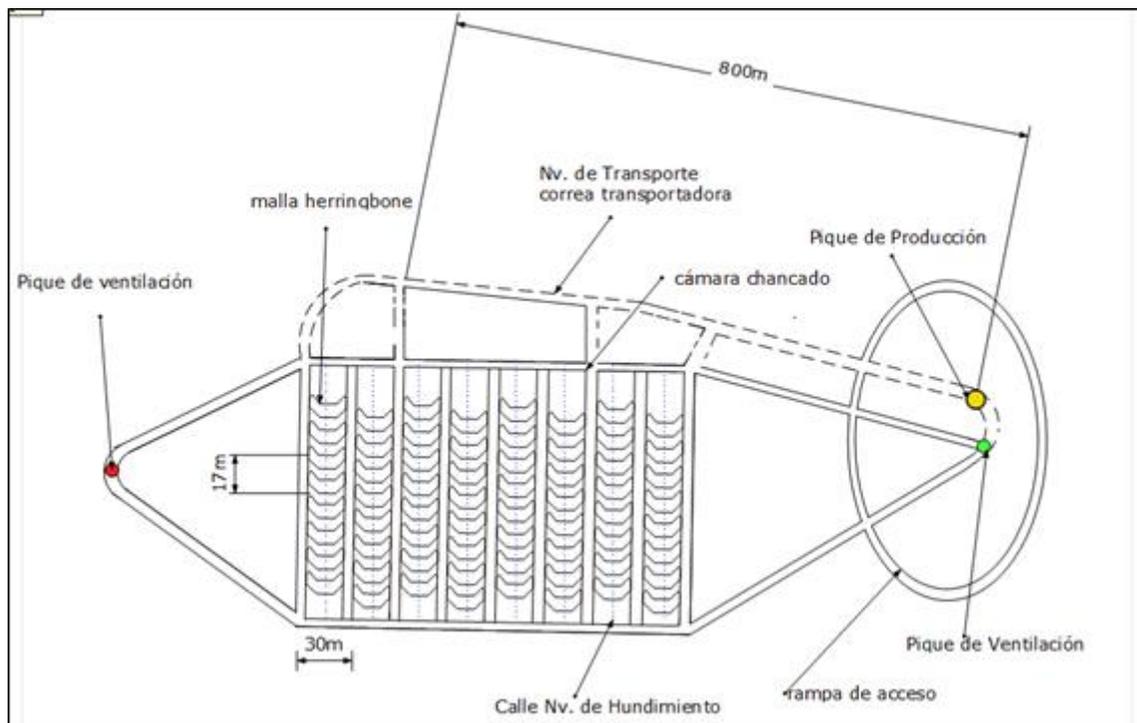


Figura 2 Vista en planta esquemática de una mina de Block/Panel Caving.

Los métodos de Block (BC) y Panel Caving (PC) son similares en cuanto a los desarrollos necesarios, sin embargo, la gran diferencia radica en la estrategia en que se va hundiendo y extrayendo el mineral a lo largo del tiempo. En el caso de BC se hace un corte basal para hundir toda la zona que se quiere explotar (véase Figura 3 y Figura 5), mientras que en el caso del PC el corte basal se va haciendo de manera progresiva en una dirección de avance, permitiendo extraer material y construir los puntos de extracción a medida que avanza el hundimiento (véase Figura 4). A su vez la variante PC también permite explotar cuerpos mineralizados de mayor longitud de manera progresiva.

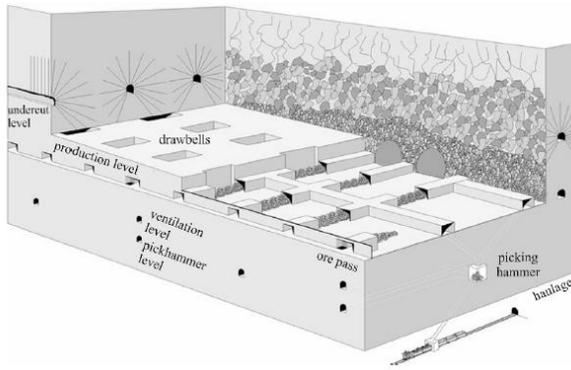


Figura 3 Esquema de una operación mecanizada de block caving en la mina El Teniente. Hamrin 2001 [16]

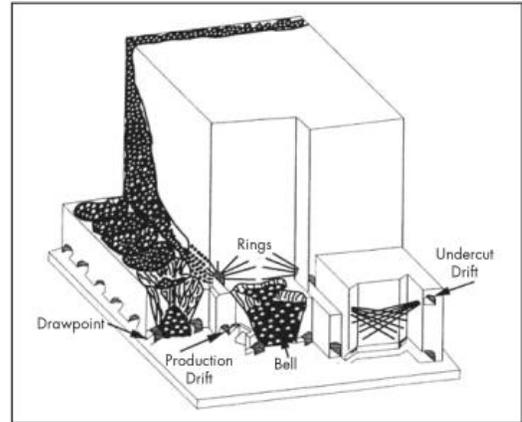


Figura 4 Vista isométrica de una operación de Panel Caving en la mina Henderson, Laubscher 2011 [24]

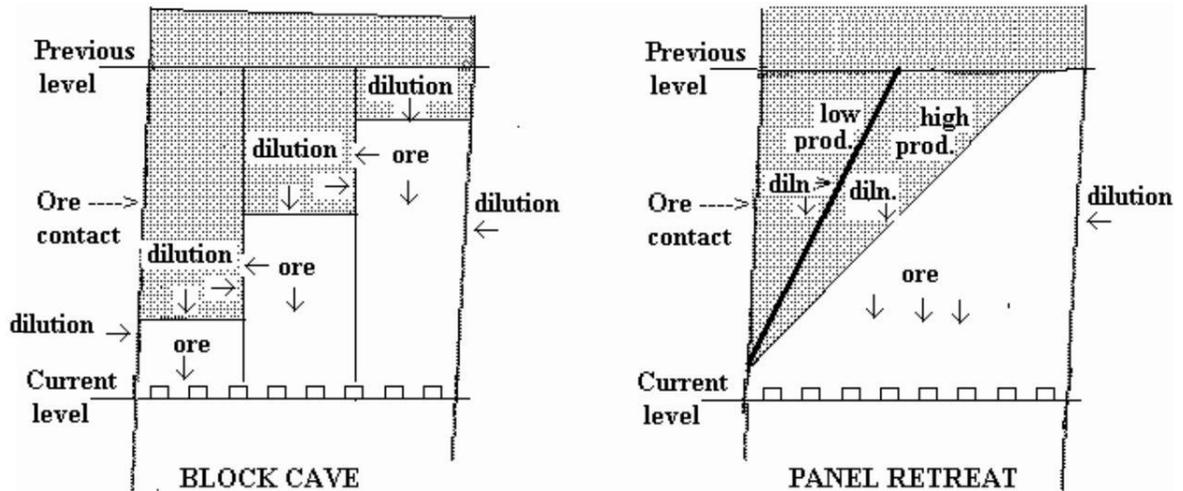


Figura 5 Esquema comparando los perfiles de los métodos de hundimiento de block y panel caving

Nuevas aplicaciones del método de Block Caving pueden verse en el proyecto de Chuquicamata Subterráneo mediante su método de explotación por macro bloques (Fuentes et al [14]). Este método permite tener varias áreas de la mina o “macro bloques” (MB) separados por pilares en distintas etapas, por ejemplo un MB en la etapa de construcción mientras que otro ya extrayendo mineral (véase Figura 6), permitiendo tener un mejor manejo de las interferencias simultáneas de preparación y producción. A su vez este formato de caving por módulos permite continuar con la operación si hay algún colapso dentro de un MB, ya que cada uno de éstos puede considerarse como una mina independiente, teniendo incluso sus propios equipos de producción y desarrollos necesarios para cumplir con la producción, permitiendo mayor flexibilidad.

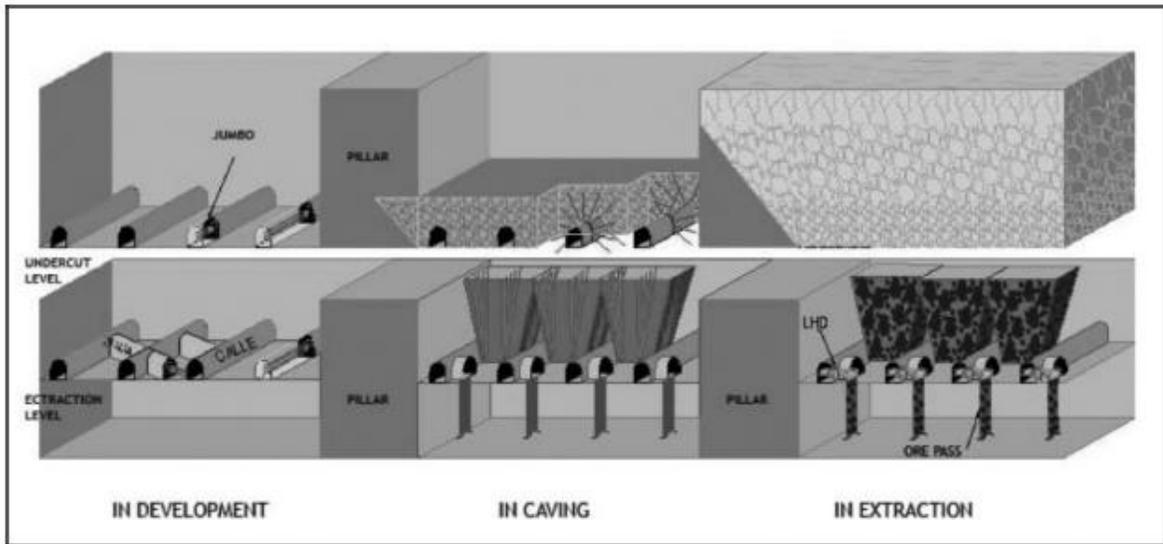


Figura 6 Método de Macro Bloques, Fuentes et al [18]

Otra interesante aplicación del método de block caving es implementado en el proyecto de La Encantada (Valencia et al. [31]), donde se propone un block caving inclinado. En este caso en vez de extraer el mineral en un nivel de producción (véase Figura 7), ubicando los puntos de extracción en niveles distintos. En comparación al método tradicional de block caving esta variante no considera nivel de hundimiento único.

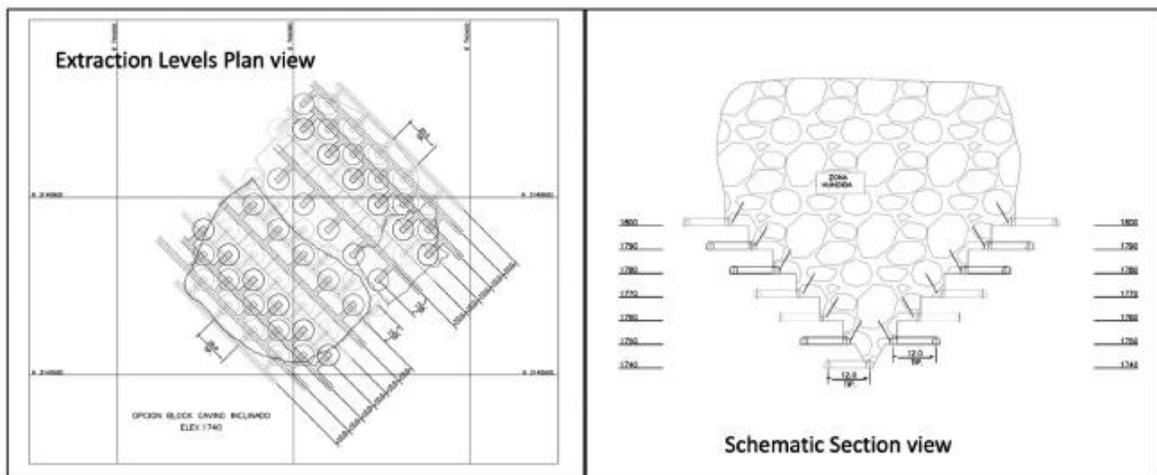


Figura 7 Diseño de Block Caving inclinado de mina La Encantada, Valencia et al [31]

2.1.3.2. Optimización y planificación en minería subterránea

La planificación minera para estos métodos tiene como objetivo maximizar el flujo de caja, pasando por una delimitación de recursos y agendamiento tanto de desarrollo como en la extracción del mineral.

Debido a que en minería subterránea existen diferentes estrategias de explotación, cada depósito tiene una solución especializada de optimización, por lo tanto tener un enfoque general para el diseño óptimo de minas subterráneas es una tarea difícil (Alford et al [1]), lo que se traduce en diferentes sub problemas. Por ejemplo hay metodologías para optimizar el cálculo de la ubicación de los túneles de desarrollo para llegar a las zonas a explotar (Brazil et al [6]), encontrar la ubicación de caserones y envolvente dentro de la cual se encontrarían estos (originalmente implementado por el software de DATAMINE), y agendamiento de caserones y/o bloques de producción (Smith [30] y Kuchta [22]). Dentro del área de la planificación con incertidumbre y adversa al riesgo, resalta la metodología expuesta por Grieco et al [15] en donde se evalúa el impacto de la incertidumbre en el diseño de caserones y el cálculo óptimo de estos dado un cierto nivel de riesgo, la cual permite tener una mejor idea de la delimitación de reservas en una mina subterránea.

Una tendencia en el agendamiento de minería subterránea es utilizar simulaciones y heurísticas para determinar planes factibles a pesar de poder ser sub óptimos, debido principalmente a la dificultad de encontrar soluciones óptimas debido a las restricciones o dificultades de la minería subterránea. Similar a como ocurre en el agendamiento de minas a cielo abierto, estas metodologías permiten tener una solución aceptable en un tiempo razonable.

En el caso de planificación de minas de Block y Panel Caving, el modelo de recursos va variando a medida que avanza la vida de la mina, ya que cada vez que se extrae mineral desde los puntos de extracción se modifica el material quebrado restante, pudiendo permitir la entrada de dilución por malas decisiones en el agendamiento a corto plazo, disminuyendo las leyes medias extraídas por punto, o llegando incluso a perder reservas debido a colapsos en las calles de producción debido a excesos de esfuerzos en la roca. El software PCBC (más detalles de este software en sección siguiente) es bastante utilizado para calcular recursos y obtener el plan de producción, permitiendo incluso considerar escenarios de “best” y “worst case” para el agendamiento de puntos de extracción, similar a como se hace en minas a cielo abierto (Villa [34]). Además esta herramienta permite modelar la mezcla de material dentro de las columnas de extracción mediante migración de material de manera vertical y horizontal, para luego

simular la extracción de material en cada uno de los puntos de extracción de la mina para cada periodo, permitiendo probar diferentes direcciones de avance del caving.

2.1.3.3. Footprint y Envolverte Económica en Minas explotadas por Block/Panel Caving

La envolvente económica en minería subterránea corresponde a los recursos disponibles dentro del yacimiento que pueden ser económicamente extraídos. Para esto se debe considerar que en minas explotadas por block caving la envolvente tendrá relación a las columnas de mineral extraídas por los puntos de extracción, la que condiciona la forma de ésta. Sin embargo otro elemento a considerar en el diseño de ésta es el footprint, es decir, la forma que tendrá el piso a partir del cual se construirá la mina. Los criterios para fijar una determinada ubicación para este piso pueden ser el valor económico, tonelaje o área asociada, entre otros criterios geotécnicos.

2.1.3.3.1. Metodología de planificación PCBC

Algunos softwares comerciales dedicados al diseño de minas subterráneas muestran parte de su metodología aplicada en sus algoritmos, tal es el caso del software GEMS de Geovia (Diering et al [7]), más específicamente el módulo de PCBC presente en éste, mediante el cual se puede calcular de manera relativamente rápida el footprint para cada cota y así poder elegir el mejor piso económico para luego hacer el diseño que llevará a la creación de la envolvente económica.

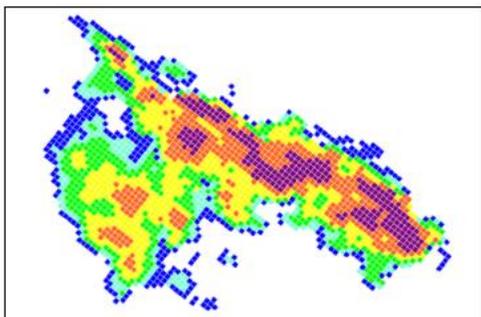


Figura 8 Ejemplo de Footprint Finder (DOZ mine), valores económicos de columna en colores (colores cálidos indican mayor valor), Fuente: Diering et al [7].

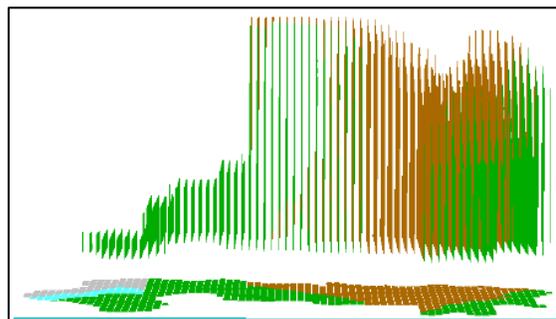


Figura 9 Vista pausada de Footprint Finder durante la generación de la secuencia de extracción, Fuente: Isabel et al [20].

Footprint Finder es una aplicación incluida en el módulo de PCBC del software GEMS que permite obtener el piso económico donde se ubicará el nivel de producción de una mina explotada por block/panel caving. Este recibe como inputs información geológica del modelo de bloques, costos, revenue factors, etc. El software hace el cálculo para cada cota del modelo de bloques, computando el valor económico acumulado por columna de mineral, además puede

aplicar el modelo de mezcla vertical de Laubscher a cada columna, finalmente entregando como output: el valor económico por piso (valor descontado por columna de mineral), área del footprint y tonelaje asociado (suma de tonelajes de columnas pertenecientes al footprint), etc.

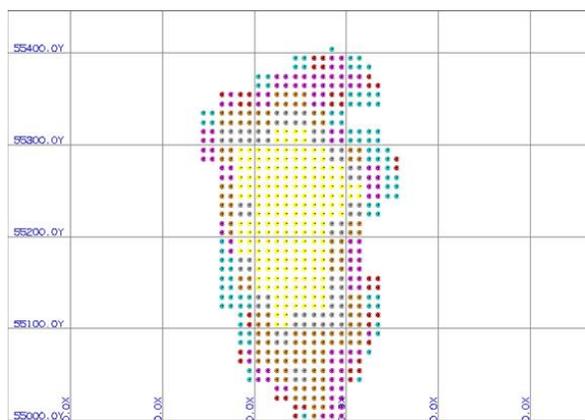


Figura 10 Valor económico por columna en Footprint (colores cálidos indican valor económico alto), software GEMS.

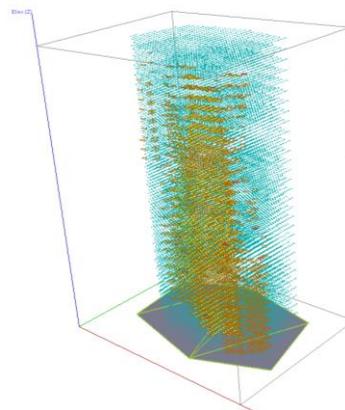


Figura 11 Cálculo de Footprint Finder para cada cota, a partir del dibujo de una base, software GEMS.

2.1.3.3.2. Cálculo de la Envolvente Económica

La envolvente económica por otra parte se calcula siguiendo la forma del footprint y la ubicación de éste. A través de GEMS, mediante la utilización de ciertas aplicaciones de PCBC las cuales reciben como input parámetros asociados a un diseño impuesto por el usuario tal como lo detalla Diering [8].

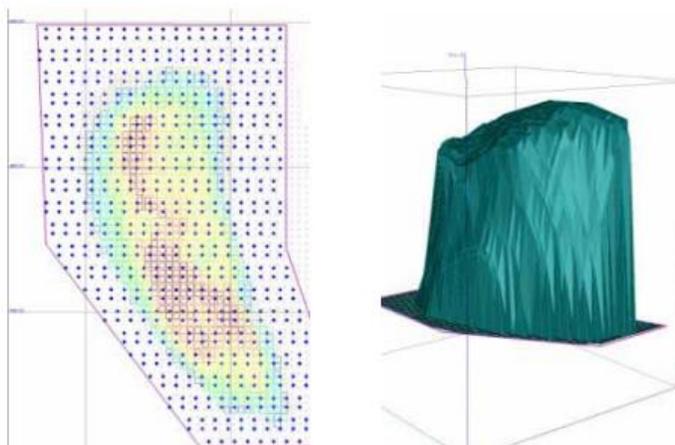


Figura 12 Resultado del cálculo de footprint y la forma obtenida de envolvente económica. Fuente: Geovia.

En primer lugar se deben crear los puntos de extracción contenidos dentro del footprint, luego los bloques son agregados formando conos o columnas de mineral (draw cones) asociadas a cada punto de extracción. Dentro de esta agregación se pueden considerar diferentes

propiedades geomecánicas y del yacimiento, tales como el tipo de roca, densidad, mezcla, dilución, etc. La posición de cada cono y la interacción o sobre posición definirá entre otros parámetros de flujo de mineral por donde será extraído cada porción de mineral.

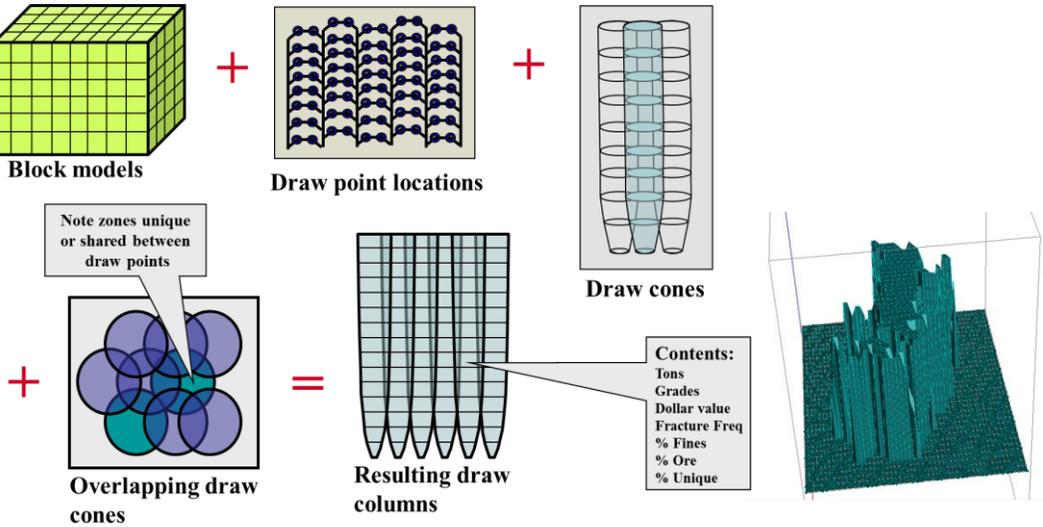


Figura 13 Metodología para el cálculo de la envolvente en PCBC. Fuente: Presentaciones Geovia.

Para la estimación de las reservas presentes en la zona de interés dada la forma del footprint, se utiliza la metodología Best Height of Draw (BHOD) sobre las columnas de extracción, la cual busca hasta qué altura entrega el mejor VAN y por ende si es conveniente extraer la columna de mineral, permitiendo ciertas restricciones como altura de columna máxima y mínima, costos de dilución y cierre del punto de extracción, etc.

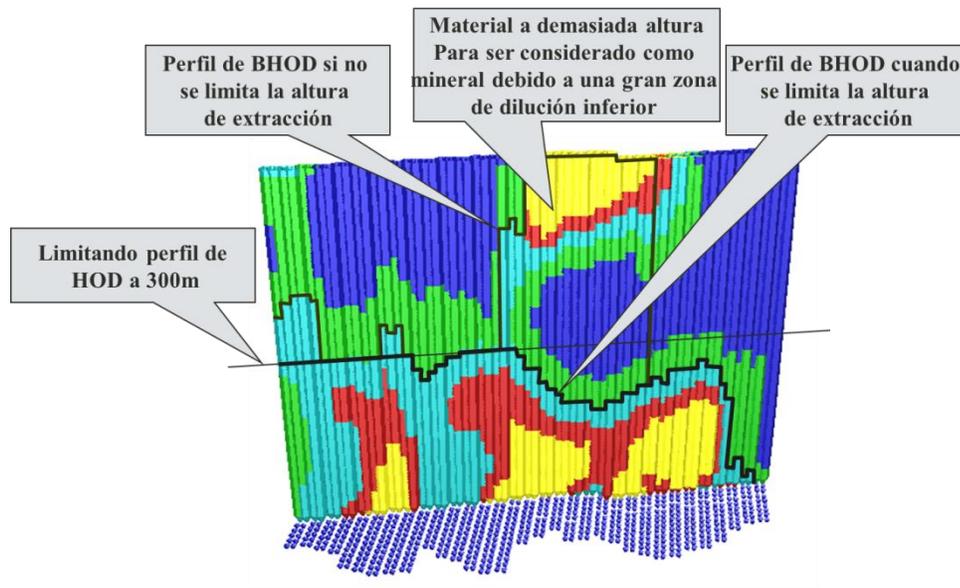


Figura 14 Corte longitudinal de un resultado de cálculo de BHOD con y sin límite de altura de columna de extracción.
Fuente: Presentaciones Geovia.

La metodología de PCBC ha sido validada por más de 20 años y puede considerarse una de las más usadas para el cálculo de reservas en minas de Block/Panel Caving, sin embargo, recientemente han surgido otras metodologías de estimación que presentan enfoques interesantes y diferentes para el problema del cálculo de envolvente y footprint.

2.1.3.3.3. Otros modelos para el cálculo de la envolvente

Se puede pensar la envolvente o contorno de la mina como si fuera un pit invertido donde existe material estéril en superficie y se comienza a extraer desde cierta cota considerado el nuevo lugar geométrico desde donde se comienza la extracción con modificaciones para representar la geometría del método de explotación y generar diferentes resultados utilizando variadas leyes de corte y minimizando la dilución (Elkington et al. [10]) (véase Figura 15). Dado que sigue siendo un problema de cálculo de pit, se agregan ciertas condiciones para restringir el resultado y asemejar la geometría de la mina, esto es:

- Footprint mínimo minable (dimensión en planta).
- Mínima altura de columna.
- Máxima altura de columna.
- Máxima altura de columna adyacente (HOD).

- Distancia de pilar horizontal mínima (si hay áreas de baja ley o dilución significativa que deben ser evitadas, se dejan pilares de ciertas dimensiones para asegurar estabilidad)
- Footprint no incremental (los footprints en niveles superiores al nivel de extracción horizontal, deben estar contenidos dentro del footprint del nivel inmediatamente inferior)

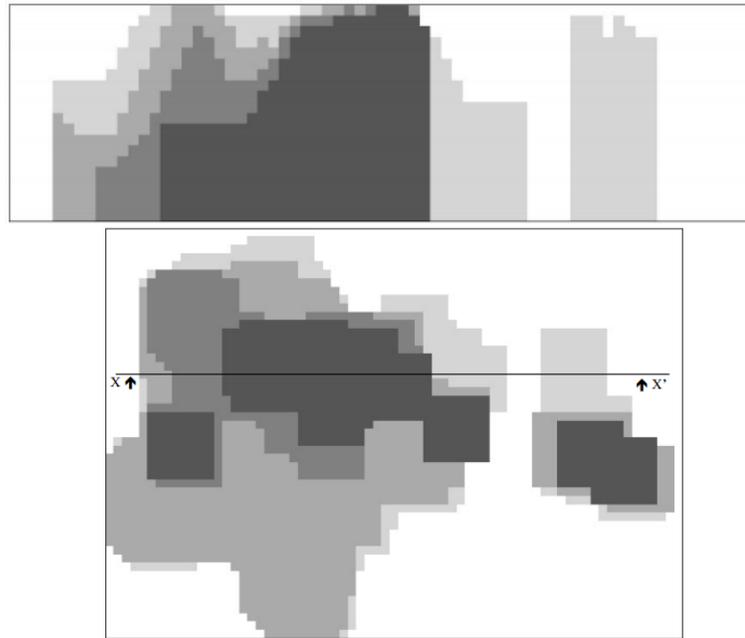


Figura 15 Envolverte calculada como pit invertido para diferentes leyes de corte. Fuente: Elkington et al, 2012 [10]

Como resultado de aplicar la metodología de pit final inverso sobre un rango de leyes de corte, en este paper se obtuvo un set de footprints posibles. Estos últimos se encuentran anidados, similares al concepto de pits anidados utilizado en minería a cielo abierto. Según Elkington et al., la ventaja de tener un cierto número de footprints le permite al planificador, por un lado determinar las áreas de mayor ley que podrían ser explotadas de manera temprana, y por otro lado entregar un rango de envolventes a partir de las cuales alcanzar la productividad deseada.

Esta nueva metodología permite cuantificar las reservas de mineral luego de considerar una dilución planificada y además elegir el posicionamiento del nivel de extracción de mineral. Por otro lado también ofrece la posibilidad de generar diferentes escenarios para variados requerimientos de leyes, permitiendo adelantar o atrasar zonas a explotar de acuerdo a la ley presente en el lugar, o cerrar zonas para posicionar exclusivamente desarrollos.

2.2. Geoestadística y Riesgo Geológico

La incapacidad de conocer con certeza las propiedades de la roca dentro de un yacimiento, específicamente la cantidad de mineral presente, como se analizará en esta tesis, es una de las causas de incertidumbre y riesgo en un proyecto minero. Parte de ésta se debe a la forma en que se cuantifican estas variables. Por tanto, es conveniente conocer algunos de los conceptos detrás de esta incertidumbre, así como la forma en que se puede cuantificar esta.

2.2.1. Nociones de Geoestadística

La geoestadística es un conjunto de herramientas y métodos para analizar datos que están distribuidos en el espacio geográfico. Se aplica al estudio de variables regionalizadas, es decir, variables numéricas que se extienden en el espacio geográfico, conocidas a partir de una toma de muestra. Principalmente con el fin de aplicarlo a evaluación de recursos naturales (minerales, petrolíferos, gasíferos, etc.) [11].

2.2.1.1. Kriging

El kriging es un estimador lineal, insesgado (error de estimación tiene esperanza nula) y preciso (varianza del error mínima), que se utiliza para interpolar una variable regionalizada. Esta interpolación es exacta para los sitios del espacio que tienen datos medidos. La ponderación utilizada por este método se basa en las distancias de los datos al sitio a estimar, redundancia entre los datos (agrupamientos) y continuidad espacial de la variable.

Una propiedad importante del kriging es el suavizamiento, esto es que tiende a subestimar las zonas de valores altos y sobreestimar las zonas de valores bajos. Esto se convierte en un problema cuando se busca determinar el valor de la variable dentro de ciertos límites, como por ejemplo al utilizar una ley de corte para determinar las reservas del yacimiento. Soluciones a este último comportamiento puede ser considerar simulaciones geoestadísticas.

2.2.1.2. Simulaciones geoestadísticas

Una simulación o modelo numérico consiste en construir una variable regionalizada que “se parece” a aquella que se estudia, es decir que reproduce su continuidad espacial y también coincide con los valores medidos en los sitios con datos. Se recurre a las técnicas de simulación porque el conocimiento exhaustivo de la variable real es imposible, por falta de tiempo y presupuesto o a causa de obstáculos naturales (Emery [11]).

Las simulaciones pueden separarse en dos grupos:

- Simulación no condicional: si solo busca construir realizaciones que representen la variable regionalizada, sin tomar en cuenta los valores de los sitios con datos, es decir, reproduce la variabilidad de la variable pero no interpola los datos.
- Simulación condicional: Este tipo de simulación restituye los valores medidos en los sitios con datos. Probabilísticamente hablando esta restricción se formaliza por la noción de distribución condicionada, en donde se busca construir una función aleatoria con la misma distribución espacial que la variable original y conociendo los valores que debe tomar en los sitios con datos.

Dentro de la simulación condicional, uno de los algoritmos que interesan en esta tesis es el de Bandas Rotantes, el cual busca simplificar el problema de simulación en espacios multidimensionales a una dimensión y “expandiendo” el resultado a espacios de dos o tres dimensiones. Este algoritmo es utilizado por la herramienta de simulación TBSIM (Emery et al [12]), la cual es utilizada en esta tesis.

En comparación con el kriging, las simulaciones interpolan de manera exacta en los sitios con datos solamente cuando son condicionales, son inesgadas, no presentan suavizamiento, pero no son precisas.

2.2.2. Indicadores de Riesgo

Al considerar alguna incertidumbre en cualquier área de la planificación minera es conveniente considerar alguna forma de cuantificar el impacto de esta variabilidad dentro del proyecto. Algunas metodologías aplicables son el VaR, CVaR, medidas de confiabilidad, etc. Dado que en esta tesis se trabaja con incertidumbre, es conveniente analizar algunos de estos indicadores con más detalle.

- *Value at Risk (VaR)*

El VaR es una métrica ampliamente usada como medición del riesgo en el mercado, midiendo pérdidas potenciales en un periodo de tiempo específico y con un nivel de confianza (Allen et al. [2]). Usualmente se busca minimizar el VaR tratando de disminuir las pérdidas.

Matemáticamente si consideramos una variable aleatoria de pérdidas L (se considera como tal si preferimos los valores menores de ella por sobre los valores altos, simétricamente $-L$ corresponde a un beneficio), y un escalar $\varepsilon \in [0,1)$ llamado nivel de riesgo, se define el Value at Risk con nivel de riesgo ε de L como:

$$\text{VaR}_\varepsilon(L) := \min\{\ell: \mathbb{P}(L \leq \ell) \geq 1 - \varepsilon\} \quad (1)$$

En otras palabras, $\text{VaR}_\varepsilon(L)$ es el percentil $100 \cdot (1 - \varepsilon)\%$ de L , o el peor (mayor) valor que puede tener L cuando desechemos sus $100 \cdot \varepsilon\%$ peores pérdidas. Intuitivamente, con una probabilidad $1 - \varepsilon$, las pérdidas de L no excederán el valor $\text{VaR}_\varepsilon(L)$ (Lagos et al. [23]).

- *Conditional Value at Risk (CVaR)*

Es una medida de riesgo inspirada en el VaR. Al igual que el valor en riesgo, si consideramos una variable aleatoria de pérdidas L y un nivel de riesgo $\varepsilon \in [0,1)$, el valor en riesgo condicional se define como:

$$\text{CVaR}_\varepsilon(L) := E[L|L \geq \text{VaR}_\varepsilon(L)] \quad (2)$$

Intuitivamente este último valor corresponde al promedio de las $100 \cdot \varepsilon\%$ peores (mayores) pérdidas posibles de L (Lagos et al. [23]).

- *Confiabilidad*

La confiabilidad tiene relación con la probabilidad de que un sistema entero falle, esto basado en distribuciones de falla. Aplicaciones de esto pueden verse en Rubio et al. [29], donde se aplica este concepto a un sistema minero, dentro del cual cada componente del sistema tiene una cierta probabilidad de falla, y además cada uno posee relaciones de dependencia e independencia entre sí, esto con el fin de analizar la confiabilidad en la productividad de una mina subterránea.

2.2.3. Planificación bajo incertidumbre geológica

Tradicionalmente se tiene la idea de que las mediciones y modelos de los atributos de un determinado yacimiento representan de manera certera la realidad presente en la roca. En particular, los valores de las leyes de un determinado yacimiento, luego de un proceso de estimación de recursos, son considerados como confiables para hacer los planes y la evaluación económica de la mina, ignorando de esta manera el suavizamiento generado por el método de estimación.

La incertidumbre geológica se debe a la incapacidad de conocer la cantidad de mineral que hay en cada lugar de un determinado yacimiento, y puede manifestarse tanto en planificación a largo plazo, en la estimación del pit final como en Vielma et al [33], o a corto plazo en el agendamiento por periodos como en Boland et al [4].

La variabilidad geológica se suele modelar mediante simulaciones geoestadísticas condicionales como en Benndorf et al [3], y a partir de esto tener más de un plan o evaluación económica, dejando en evidencia que muchas veces los resultados obtenidos en la realidad pueden ser significativamente diferentes de los esperados. Un ejemplo de esto es mostrado por Dimitrakopoulos et al. [9], donde el valor del VAN de los pits generados de la manera tradicional (sin considerar incertidumbre geológica) pueden llegar a alcanzarse sólo con una probabilidad del 2 al 4%, mientras que el valor esperado es 25% menor al predicho:

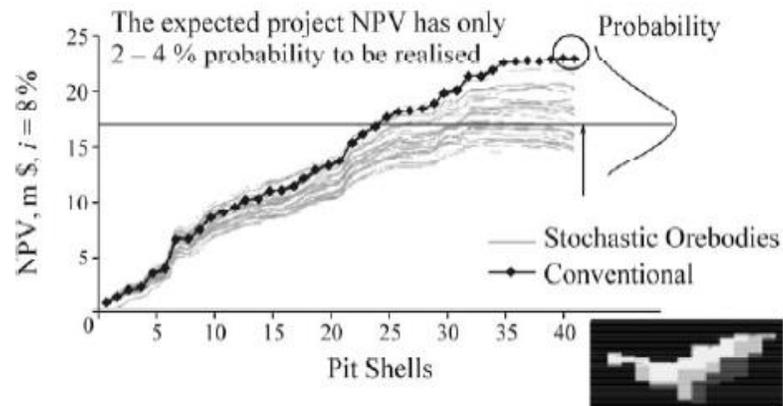


Figura 16 Optimización del diseño minero en una mina de oro a cielo abierto, VAN vs. "pits anidados" y perfil de riesgo del diseño óptimo tradicional. Fuente: Dimitrakopoulos (2011) [9]

Dada la variabilidad en el valor económico generado por la incertidumbre en las leyes, es conveniente adoptar un enfoque estocástico, esto es, que en vez de considerar un solo modelo de bloques a partir del cual se estimen las reservas, se consideren muchos escenarios generados a partir de simulaciones geoestadísticas de un mismo yacimiento, para así poder tener una idea de cuál será el rango de valores en el cual se encuentren las reservas, y así evitar errores de estimación. Al tener una mayor cantidad de escenarios de recursos, también existe la posibilidad de obtener resultados de pit y agendamiento mejores a los generados a partir de métodos tradicionales (deterministas). Esto puede verse en Dimitrakopoulos et al. [9], donde utilizando un enfoque estocástico el pit óptimo resultante tiene un 15% más tonelaje y un 10% más de valor en el NPV del agendamiento, esto por sobre los resultados de la metodología convencional.

Un enfoque basado en la incertidumbre geológica permite tener una visión más amplia de cuáles pueden ser las ganancias o pérdidas en comparación al caso determinístico.

2.2.3.1. Pit final bajo incertidumbre geológica

El problema de pit final típico es el mencionado en Lerchs & Grossmann [25]. Este algoritmo en su versión original no tiene restricciones de capacidad y calcula el contorno óptimo que se espera tendrá el rajo al final de la vida de la mina.

Una primera aproximación para incorporar la incertidumbre geológica dentro del problema de pit final es resolver el problema de Lerchs & Grossmann para diferentes escenarios de leyes, es decir a partir de varias simulaciones de un modelo de bloques. Sin embargo existen otros enfoques que consideran la incertidumbre y control del riesgo asociado dentro del mismo problema de optimización (Vielma et al [33], Lagos et al [23]).

El problema de optimización de pit final considerado en Vielma et al [33] integra el riesgo de la variabilidad dentro del proceso de optimización mediante una restricción probabilística. Esta metodología puede ser considerada como una versión robusta del problema del pit sin restricciones de capacidad, dado que asegura que se alcance un valor $v(x)$ con una probabilidad mayor o igual a δ . Esta probabilidad corresponde a que una cierta solución x del problema de pit final sea mayor en valor que un cierto valor z . Notar que la solución x mencionada anteriormente puede obtenerse por diferentes métodos de cálculo. Para probar la metodología propuesta, Vielma propone una serie de experimentos con el objetivo de ver cuánto varía el valor esperado para distintos niveles de confianza.

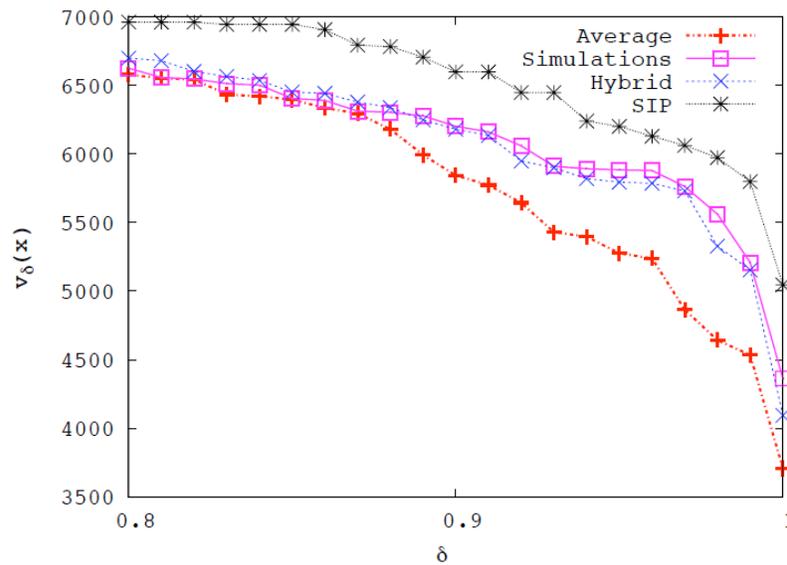


Figura 17 Resultados de la metodología mostrada en [33] para 100 simulaciones de un modelo de bloques

En la figura anterior se muestra cómo varía el valor esperado del pit final para diferentes niveles de confianza, a su vez cada curva significa un método diferente con el cual se obtuvo la solución x . Del gráfico se desprende que si se tiene un nivel de confianza alto, entonces es más probable esperar un menor valor económico del pit final.

2.2.3.1.1. Ejemplo de Cálculo del Pit Final

Con el fin de tener un primer acercamiento al tema de la incertidumbre geológica en la determinación del pit final, se realiza el siguiente caso de estudio.

2.2.3.1.2. Modelo de bloques y simulaciones caso estudio pit final

El yacimiento a partir del cual se hicieron los cálculos en esta sección, corresponde a un pórfido cuprífero real. Las estadísticas y curvas de tonelaje ley de los sondajes de los cuales se obtuvo la información se muestran a continuación:

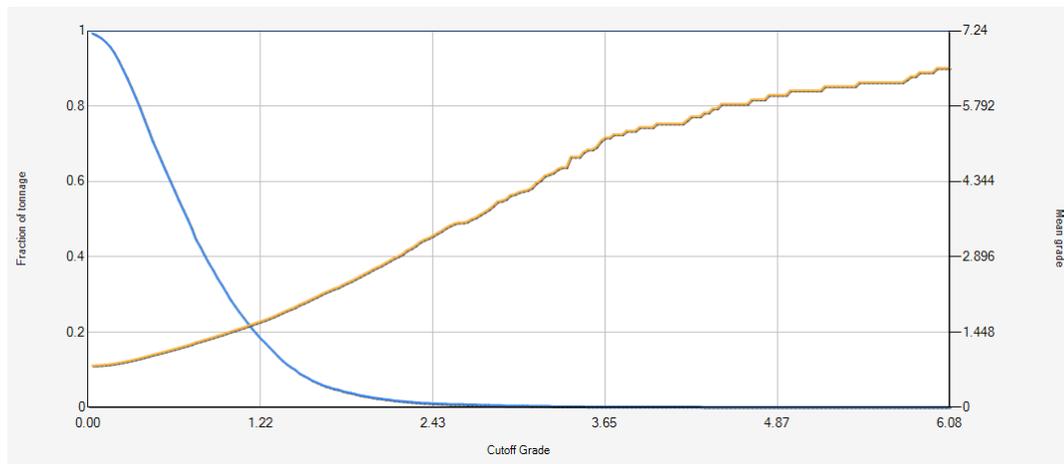


Figura 18 Curva de Tonelaje Ley

Numero de muestras	11,356
Media	0.802
Mínimo	0
Máximo	7.240
Desviación estándar	0.546
Varianza	0.298

Tabla 1 Estadísticas Sondajes, Ley de Cu [%].

A partir de la información de los sondajes del yacimiento y por medio de simulaciones geoestadísticas Gaussianas de Bandas Rotantes realizadas a través del software Isatis, se obtuvieron 100 modelos de bloques. Es importante notar que la simulación geoestadística solamente se utilizó para tratar de representar la incertidumbre geológica, y en este sentido, solamente se simula la ley de cobre para cada uno de los modelos de bloques generados.

Cada uno de estos modelos de bloques tiene las siguientes características:

Largo Este [m]	1,000
Largo Norte [m]	1,560
Largo Cota [m]	1,500
Numero de bloques	2,340,000
Dimensión Bloques [m]	10x10x10

Tabla 2 Dimensiones modelos de bloques simulados.

2.2.3.2. Problema de Pit Final

El cálculo del pit final se hizo a través de la herramienta de pit final de la herramienta MineLink (véase sección 2.3).

Este software permite resolver un problema de pit final típico, como el mostrado en Vielma et al. [33], en donde se tiene un conjunto de B bloques, $\mathcal{B} = \{1, \dots, B\}$, para cada modelo de bloques, con un conjunto de precedencias $\mathcal{P} \subseteq \mathcal{B} \times \mathcal{B}$, tal que si $(i, j) \in \mathcal{P}$ entonces i se extrae antes que j .

$$\max \sum_{i=1}^B v_i \cdot x_i \quad (3)$$

s.a:

$$x_i \leq x_j \quad \forall (i, j) \in \mathcal{P} \quad (4)$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in \mathcal{B} \quad (5)$$

Donde v corresponde al valor del bloque i para un modelo de bloques dado y x es la variable de decisión del problema de optimización.

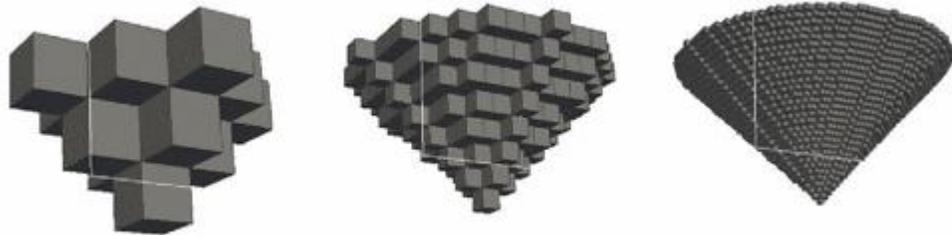


Figura 19 Conos de precedencia para un ángulo de talud de 45° con 3, 8 y 30 niveles de precedencia de izquierda a derecha. Espinoza et al [13]

El algoritmo utilizado en MineLink permite crear las precedencias para más de un nivel de bloques, y a partir de esto darle forma al pit, esto significa, tener un cierto número de bloques asociados por sobre el bloque en que se están definiendo las precedencias.

Para obtener la valorización de los bloques mencionada anteriormente, se utilizó la siguiente fórmula:

$$v_i = (P - C_v) * R * L_i * f * T - C_m * T - C_p * T \quad (6)$$

Donde:

- P : Precio del Cobre [\$/lb]
- C_v : Costo de venta de Cobre [\$/lb]
- R : Porcentaje de recuperación (minera y metalúrgica)
- L_i : Ley de Cobre de bloque i
- f : Factor de conversión de unidades. 2204.62 [lb/t]
- C_m : Costo mina en [\$/t]
- C_p : Costo planta [\$/t]
- T : toneladas por bloque [t]

2.2.3.3. Detalles cálculo

Para poder calcular los pits finales de las 100 simulaciones del yacimiento, fue necesaria la creación de un script escrito en el lenguaje de programación Python, ya que de esta manera se puede manipular y utilizar la librería MineLink de manera rápida y sencilla.

El script, creado para calcular el pit final en cada iteración, hace lo siguiente:

1. Cargar un conjunto de modelos de bloques. Se guardan las coordenadas y leyes de mineral.
2. Valorizar cada bloque según la ecuación 6, utilizando los siguientes parámetros económicos:

Costo Mina [US\$/t]	2
Costo Planta [US\$/t]	16.1
Costo de Venta [US\$/lb]	0.35
Recuperación	80%
Precio Cu [US\$/lb]	2

Tabla 3 Parámetros económicos valorización bloque

Y aplica el siguiente criterio

$$v_i = \begin{cases} v_i & \text{si } v_i \geq 0 \\ -C_m \cdot T & \text{si } v_i < 0 \end{cases}$$

3. Calcular las precedencias para 4 niveles, con un ángulo de talud de 45°.
4. Calcular el pit final, resolver el problema de flujo asociado a la obtención del pit, basado en las restricciones de precedencia.
5. Generar una matriz binaria cuyas filas son las tres coordenadas de los bloques (x, y, z) y las columnas son los modelos de bloques cargados para la iteración actual. Para dicha matriz, un 1 significa que el bloque está dentro del pit final, de lo contrario está fuera del pit.
6. Se reporta la ley media y el valor total para cada pit final.
7. Se genera un archivo con la matriz descrita en el punto 5.
8. Mediante un script auxiliar, se exportan los pits finales en el formato deseado para poder visualizarlos.

Como resultado de la aplicación del script anterior se puede analizar la variabilidad en el valor económico del pit final, la forma de éste y los cambios en las leyes.

2.2.3.4. Resultados cálculo pit final

Obtenidos los valores económicos de los pit finales, se procedió a ordenarlos mediante un histograma, obteniéndose el siguiente gráfico.

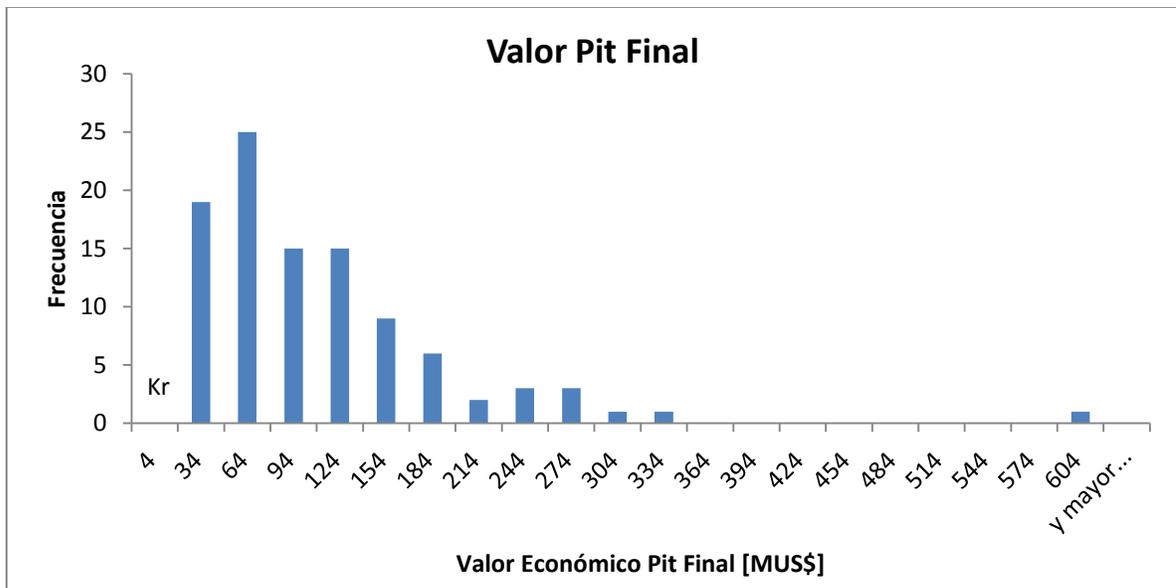


Figura 20 Histograma Valor Pit Final. La ubicación en la distribución del pit final a partir del kriging se muestra como Kr.

Del gráfico anterior se desprende que el valor del pit final sigue una distribución de tipo lognormal, lo que concuerda con pruebas estadísticas de ajuste aplicadas a los datos (véase sección 8.3 anexos).

Por otro lado la ley media por pit final sigue una distribución Gaussiana como se puede ver en el siguiente gráfico:

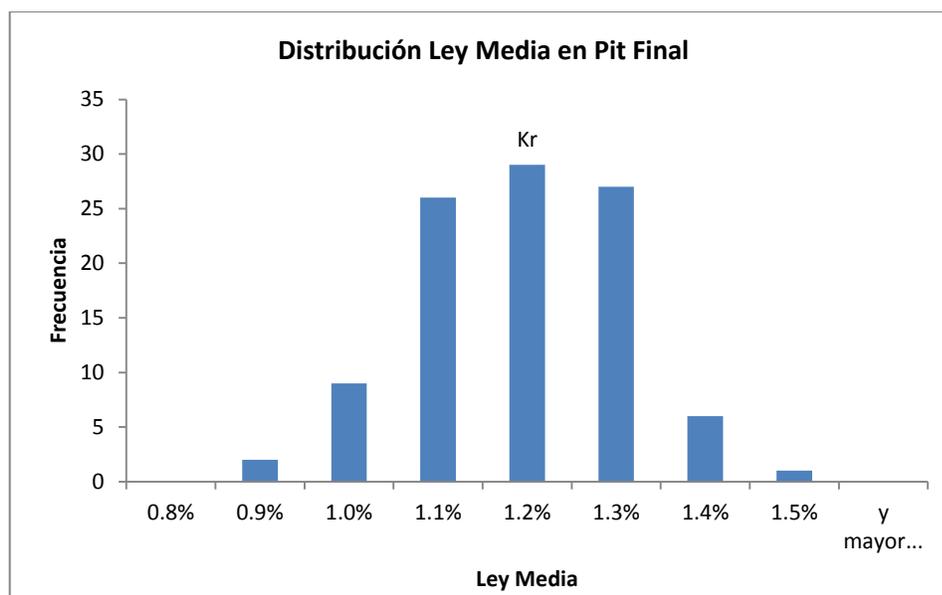


Figura 21 Distribución de ley media en pit final. Kr es la ubicación del resultado del kriging.

A grandes rasgos los resultados del cálculo del pit final pueden resumirse en la siguiente tabla estadística:

	<i>Valor pit [MUS\$]</i>	<i>Bloques en pit</i>	<i>Ley media pit [%]</i>
Promedio	95	20,424	1.10
Desviación estándar	85	12,792	0.10
Mínimo	4	1,353	0.8
Máximo	580	56,965	1.40

Tabla 4 Estadística resultados cálculo pit final

Otro resultado interesante es ver la forma que tiene el pit final, es decir, cómo varían las dimensiones de éste. A continuación se presentan algunas vistas de los pits que presentan el mínimo, promedio y máximo valor económico.

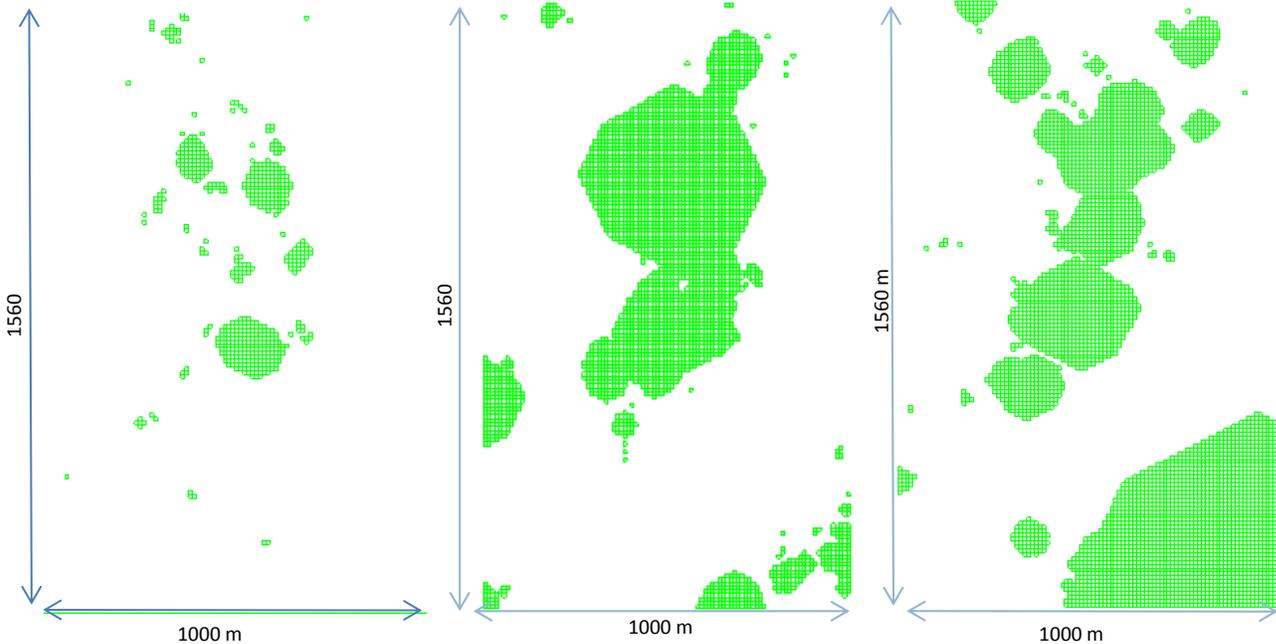


Figura 22 De izquierda a derecha: Vista en Planta para Pit Final de Valor Mínimo, Promedio y Máximo

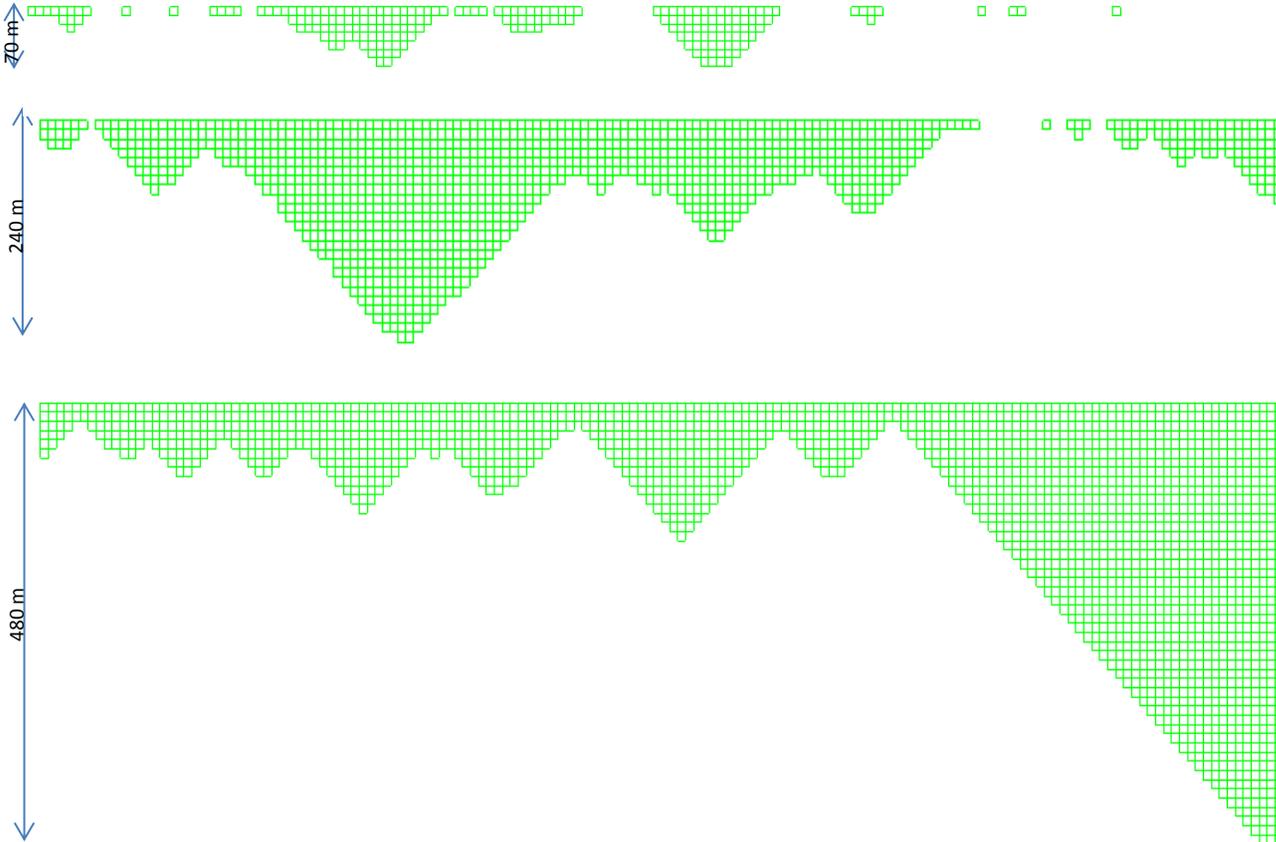


Figura 23 De arriba hacia abajo: Vista Longitudinal pit final de valor mínimo, promedio y máximo

2.2.3.5. Análisis de Resultados Cálculo de Pit Final

Se debe recordar que en los tres escenarios de pit final mostrados anteriormente (valores mínimo, promedio y máximo) se está analizando un mismo yacimiento pero considerando variabilidad en las leyes informadas, dado esto se puede esperar que la forma del pit varíe con respecto a lo que se podría obtener si se considerará un modelo de bloques generado solamente con los datos de los sondajes. La diferencia observada en la forma y, por tanto, en la cantidad de material a mover en cada uno de los escenarios mostrados es de magnitud considerable.

Esto último motiva la idea de cuantificar el riesgo debido a la incertidumbre geológica. Enfoques de planificación robusta como el mostrado en Lagos et al. [23], utilizan la minimización del Valor en Riesgo (VaR), en donde dado un cierto nivel de riesgo se busca tener la mínima pérdida económica.

Considerando el planteamiento del VaR mostrado en la sección 2.2.2, y el valor económico del pit final ($-L$), el cual sigue una cierta distribución, se puede calcular el valor en riesgo del pit a partir de la función de probabilidad acumulada, similar a lo planteado por Whittle et al. [36]:

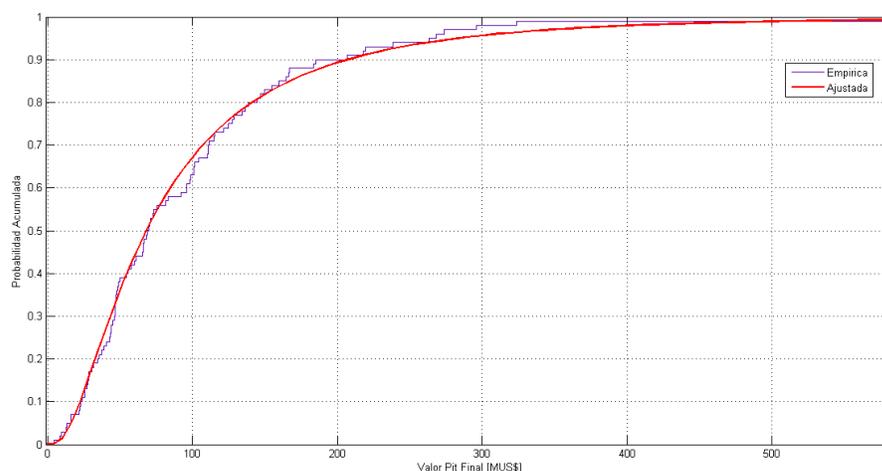


Figura 24 Probabilidad Acumulada vs Valor del Pit Final

Luego utilizando niveles de riesgo del 1,3 y 5% se tienen los siguientes valores para el VaR:

ϵ	VaR [MUS\$]
5%	16.33
3%	13.30
1%	9.04

Tabla 5 VaR para riesgo del 1, 3 y 5%, caso pesimista.

De la sección anterior se infiere que el valor esperado del pit final es aproximadamente de 95 MUS\$, sin embargo dado el cálculo del VaR, según el caso pesimista, existe un 5% de probabilidad de que el valor neto del pit sea menor que 16 MUS\$ que representa tan sólo un 17% del valor esperado, mientras que el caso optimista dice que el valor del pit final puede llegar a ser del orden de 270 MUS\$ con un 5% de probabilidad.

2.3. Minelink¹

MineLink es una librería de estructura de datos para planificación minera, problemas de agendamiento y algoritmos para resolverlos. El objetivo de MineLink es ayudar el desarrollo en el área de algoritmos para planificación minera al proveer un conjunto de herramientas y problemas bien definidos sobre los cuales trabajar. Esta librería fue desarrollada por el Laboratorio de Planificación Minera Delphos, perteneciente al Departamento de Minas de la Universidad de Chile

MineLink está desarrollado en el lenguaje de programación C++, pero también hay herramientas para su utilización en Python de forma de que sea posible interactuar y expandir la librería en forma simple para experimentar.

Esta librería provee varias estructuras de datos y herramientas para trabajar con ellas. Una de las estructuras más importantes es BlockModel, la cual permite almacenar (en memoria, archivos de texto o bases de datos) un conjunto de bloques con un número arbitrario de atributos numéricos. Otro ejemplo relevante es la estructura Precedence que permite modelar ángulos de talud y otras restricciones de diseño.

En términos de problemas de agendamiento, MineLink actualmente implementa dos ejemplos principales:

1. *FinalPitInstance*: Esta clase abstrae el problema de determinar el pit final, es decir, determinar el conjunto de bloques que respeta cierta restricción de talud y cuya suma de una valorización económica sea la máxima.

¹ Fuente: <http://delphos.dmi.uchile.cl/> (consulta: 29 de Julio de 2014)

2. *SchedulingInstance*: Esta clase abstrae una formulación muy general del agendamiento de bloques en un pit, con múltiples destinos por bloque y un número arbitrario de restricciones de precedencia, capacidad y mezcla (entre otras).

Blending Optimization Sequencing and Scheduling (BOS2) es un conjunto de algoritmos diseñados para resolver un *SchedulingInstance*. Detalles de esta herramienta pueden verse en Vargas et al [32]. BOS2 está implementado sobre MineLink y provee las herramientas para calcular agendamientos óptimos al nivel de bloques y respetando todas las consideraciones impuestas por ésta. BOS2 utiliza Programación Lineal para expresar y resolver el problema de agendamiento. Algunas de las consideraciones del problema que son contempladas en BOS2 son:

- Restricciones de mezcla para material según destino o proceso, que deben ser mantenidas en rangos específicos (Por ejemplo: leyes, contaminantes, etc.)
- Restricciones de capacidad para cada componente del sistema minero. Por ejemplo: horas de chancado, toneladas de transporte a nivel e mina, fase-banco, etc.
- Restricciones de ángulo de talud.
- Restricciones de accesibilidad (por ejemplo, a partir de rampas en bancos ya diseñados).

3. Método para el cómputo de la envolvente económica

A grandes rasgos la metodología utilizada en este trabajo se divide en dos, según sea el caso determinístico o el caso bajo incertidumbre. A modo de resumen, a continuación se muestra un diagrama mostrando las etapas de la metodología empleada en cada caso.

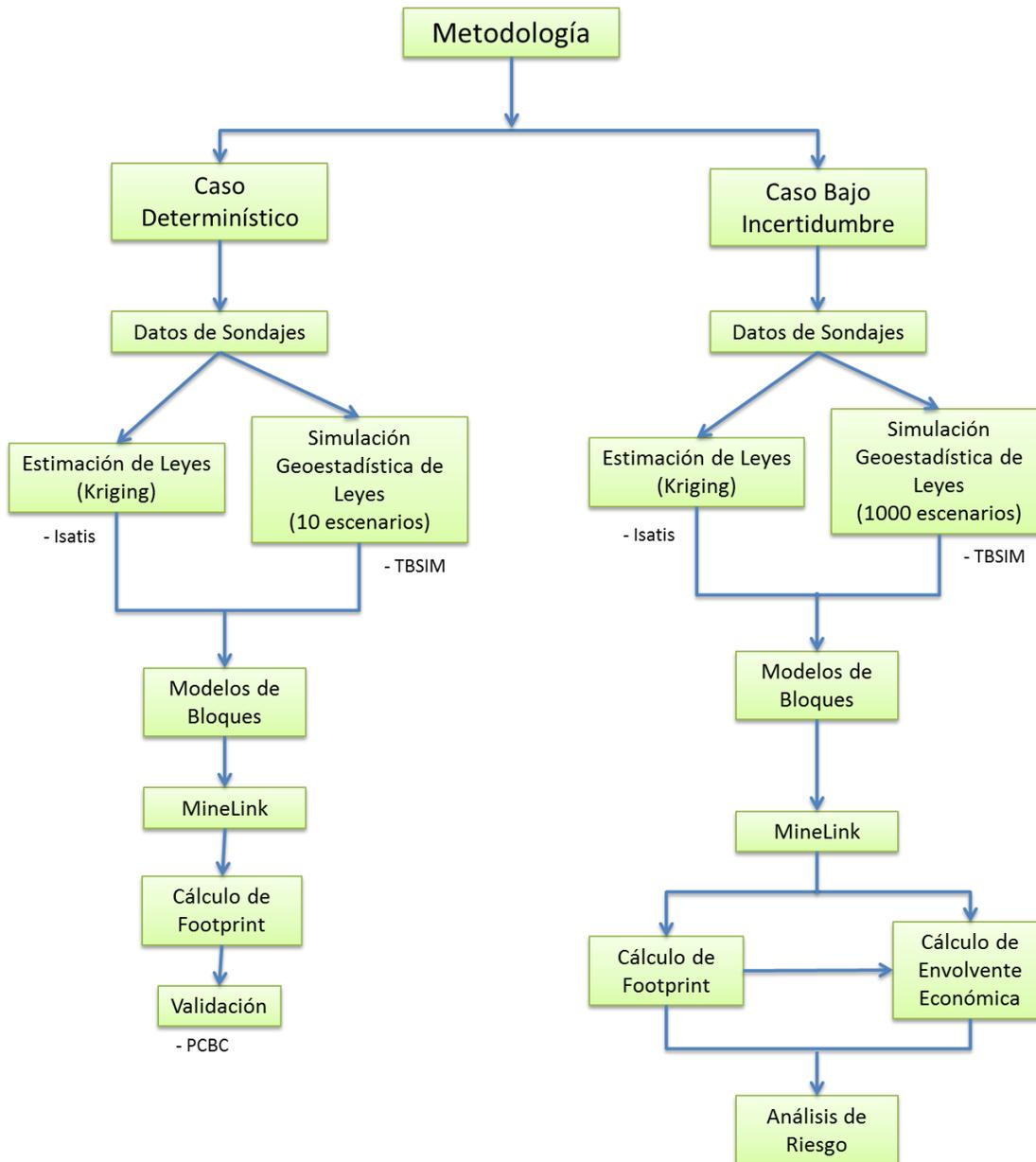


Figura 25 Diagrama de la metodología empleada en este trabajo.

3.1. Caso determinístico

En esta sección, se presentan los detalles de la metodología aplicada al problema determinístico, sin considerar la incertidumbre geológica ni su impacto. El objetivo de esta sección es definir las bases necesarias para la implementación del script que permite el cálculo del footprint y envolvente.

3.1.1. Descripción conceptual

3.1.1.1. Cálculo del Footprint

El cálculo del piso o footprint económico se basa primeramente en fijar una cierta cota Z o nivel i , a partir del cual se calculará la valorización del bloque, dicho valor corresponde al beneficio descontado según el nivel i en el que se encuentre el bloque. La ecuación 7 detalla esta forma de cálculo aplicable para una columna de bloques:

$$v'_i(x, y, z) = \frac{v(x, y, z)}{(1+\alpha)^{vmining} dz} \quad (7)$$

Donde:

- $v(x, y, z)$ = valor económico del bloque ubicado en las coordenadas x , y , z . Véase ecuación 6.
- $v'_i(x, y, z)$ = valor económico descontado del bloque ubicado en las coordenadas x , y , z
- dz = dimensión del bloque en el eje z .
- $vmining$ = tasa vertical de minado [m/año].
- α = tasa de descuento temporal. Usualmente 10%.

La fórmula anterior, se calcula asumiendo que el bloque puede ser extraído en todos los diferentes periodos (al variar la ubicación del piso i). El paso siguiente es aplicar la ecuación 7 a todos los bloques dentro de la columna, esto para cada ubicación i del piso; ya con esto se puede calcular la suma acumulada del beneficio descontado de los bloques por columna, $vc_i(x, y)$, lo que puede verse en la ecuación 8

$$vc_i(x, y) = \sum_{i=0}^{i_{max}} v'_i(x, y, z) \quad (8)$$

En otras palabras dada la ecuación anterior se puede conocer qué piso tiene el mayor beneficio descontado para una sola columna de bloques, sin embargo para que sea económicamente factible extraer la columna en la elevación i , se debe cumplir lo siguiente:

$$vc_i(x, y) \geq D_v \cdot A \quad (9)$$

Donde:

- D_v : es el costo de desarrollo por área de punto de extracción en [\$/m²]
- A : área del punto de extracción [m²]

Las ecuaciones 8 y 9 son calculadas para cada columna (x,y) por separado, luego se debe sumar el valor del piso para todas las columnas (valor acumulado por piso):

$$vp_i = \sum_{(x,y)} vc_i(x, y) \quad (10)$$

Esta última fórmula permite obtener el valor económico del footprint completo, ubicado en el piso i .

La ecuación 9 puede ayudar a obtener el tonelaje asociado a la columna que puede ser económicamente extraída, esto ya que permite saber si conviene o no extraer la columna. Luego conociendo la cantidad de bloques que pueden ser extraídos a partir de un determinado piso i , se puede calcular el tonelaje como la suma acumulada del tonelaje por columna. Luego para saber el tonelaje asociado a un footprint se deben sumar todos los tonelajes acumulados por columna que se encuentran en el piso i (similar a la ecuación 10). Por otro lado utilizando la ecuación 9 se puede saber las columnas que se encuentran en el footprint del piso i , contando las columnas que cumplen la condición, y con esto determinar el área del footprint conociendo las dimensiones de los bloques.

Finalmente la elección del mejor footprint puede variar dependiendo del criterio a utilizar, algunos de ellos pueden ser: mayor valor económico, tonelaje, área por piso o combinaciones entre ellas. Esta decisión es de gran importancia ya que con esto se fijará la cota en la que se encontrará el nivel de hundimiento de la mina subterránea.

3.1.1.2. Cálculo de la envolvente económica

Como resultado del cálculo del footprint se obtendrá la posición Z , en la que se ubicará el nivel de hundimiento de la mina, o en otras palabras la cota desde la cual se calculará la envolvente económica.

Los puntos principales en el cálculo de la envolvente mediante el script creado en este trabajo son los siguientes:

- Tener el modelo de bloques valorizado (véase ecuación 6)
- Cortar el modelo de bloques:
 - Eliminar los bloques bajo la cota económica Z : Eliminar los bloques que están bajo el nivel en que se encuentra el footprint, para así dejar fija la coordenada desde donde comenzar el cálculo de la envolvente.
 - Fijar la máxima altura de columna: Similar al punto anterior pero cortar el modelo hasta una cierta altura (medida desde la altura económica Z) y de esta manera fijar la máxima altura permitida para el cálculo de la envolvente.
- Para el modelo de bloques modificado, invertir la coordenada z . Adaptación necesaria en el modelo para poder aplicar el algoritmo de pit final mediante la metodología de MineLink.
- Crear restricciones de precedencias para controlar las diferencias de altura para ajustar las columnas. Diferentes ángulos de talud regulando la forma de la envolvente y la diferencia de altura entre columnas de manera implícita.
- Calcular la envolvente económica considerando las restricciones y el modelo de bloques modificado, utilizando el algoritmo de pit final (véase sección 2.2.3.2)
- Post proceso de la envolvente:
 - Fijar la altura de columna mínima: Etapa de limpieza del resultado de la envolvente, columnas económicamente extraíbles de altura menor a la mínima son eliminadas, definiendo de mejor manera el contorno de la envolvente.
 - Fijar de manera implícita dimensiones de footprint mínimas: agrupaciones de columnas muy pequeñas son eliminadas mediante radios de búsqueda.

3.1.2. Validación

Los resultados de footprint obtenidos mediante la metodología utilizada en este trabajo son validados mediante una comparación con el software PCBC, para de esta manera verificar que se obtengan resultados similares a los encontrados con un método de cálculo aplicado tradicionalmente en la industria minera.

La validación contempla realizar los cálculos sobre el modelo de recursos del kriging y 10 modelos de bloques simulados de un yacimiento para ambas metodologías, comparando los siguientes valores para cada footprint:

- Ubicación del piso económico.
- Valor económico del footprint.
- Tonelaje asociado al footprint.
- Área del footprint.

Es importante mencionar que la elección de la posición del footprint para este trabajo, estará sujeta solamente al mayor valor económico, esto como una simplificación a decisiones más complejas en que el tonelaje y/o el área del footprint también influyen en la solución.

3.1.3. Implementación en MineLink

Dado que el tema principal de este trabajo, es calcular la envolvente económica de una mina subterránea a ser explotada por block/panel caving, la implementación de esto es hecho mediante un script de computadora, el cual calcula dicha envolvente considerando ciertos parámetros. Como ayuda a este trabajo se utiliza la librería MineLink (véase sección 2.3), haciendo ciertas modificaciones, éste permite calcular una aproximación a la envolvente mediante el algoritmo de pit final. La utilización e implementación del script de MineLink fueron realizadas mediante el lenguaje de programación Python 2.7

El script implementado en MineLink se divide en dos partes, las que corresponden al cálculo del footprint y la envolvente económica respectivamente. Por un lado el cómputo del footprint sigue una metodología de evaluación económica de cada columna de bloques descontada por profundidad, como el visto en la sección 3.1.1.1, mientras que la envolvente se calcula a partir del algoritmo de pit final inverso, siguiendo la metodología de la sección 3.1.1.2.

Las corridas en MineLink son realizadas en un computador de escritorio con sistema operativo Windows XP y un procesador Intel i5-3570@3.40 GHz con 16 Gb DDR3 de memoria.

3.2. Extensión al caso con incertidumbre geológica

Luego de implementar el script que permite calcular el footprint y la envolvente de la manera deseada, lo siguiente que se espera es que el cálculo incorpore la incertidumbre geológica, de manera de tener una evaluación económica más robusta, y que los resultados obtenidos permitan evaluar el impacto de la incertidumbre.

Los conceptos detrás del cálculo del footprint y envolvente económica para el caso extendido a incertidumbre son los mismos detallados en la sección 3.1.1.1 y 3.1.1.2. Lo nuevo en esta sección es la incorporación de la variabilidad en las leyes mediante un cierto número de realizaciones del modelo de bloques original. Esto último utilizando simulaciones geoestadísticas, las que serán el input para el script de footprint y envolvente.

3.2.1. Experimentos a ser realizados en el caso de estudio

Los principales experimentos a ser realizados en el caso bajo incertidumbre son los siguientes:

1. Generar escenarios de leyes mediante la utilización del software TBSIM (Emery et al. [12]). En este caso se decide realizar 1,000 simulaciones de modo de generar estadísticas más representativas y fácilmente analizables.
2. Calcular la ubicación del nivel de producción, footprint óptimo económico, para los escenarios simulados y el modelo estimado mediante kriging. Como resultado obtener el área del footprint, tonelaje y valor económico asociado al piso para cada escenario y cota en que se encuentre.
3. Calcular la envolvente económica para cada escenario considerando los resultados del paso 2. Como resultado obtener las reservas mediante la cubicación de la envolvente (tonelaje, ley media, etc) y la forma de la envolvente.
4. Obtener estadísticas básicas y distribuciones de los resultados obtenidos en los pasos 2 y 3.
5. Realizar un análisis de riesgo para el valor de la envolvente dado el total de escenarios, mediante la metodología del Value at Risk.

3.2.2. Observaciones sobre la implementación y caso de estudio

El cálculo de los escenarios de leyes, fue hecho utilizando tres computadores de manera de disminuir el tiempo de cálculo y uso de memoria. Cada uno de los computadores tiene las características descritas en la sección 3.1.3. El cálculo fue distribuido de manera que los primeros dos generaran 300 modelos de bloques mientras que el último generara 400 modelos simulados. Para el cálculo de la envolvente bajo incertidumbre, también fue considerada la misma cantidad de modelos de bloques por computador.

Se debe considerar que los escenarios son generados mediante la utilización de la herramienta TBSIM. Esta última se encuentra implementada en el software Matlab, lo cual permite una fácil manipulación para generar los modelos de bloques dados los parámetros entregados.

En el caso de la envolvente se consideraron ciclos de cálculo, los cuales cargan 100 modelos de bloques por ciclo para realizar el computo (por limitación de memoria del computador), liberando memoria en cada iteración (véase las características de los modelos de bloques en sección 4.2).

4. Caso de estudio

4.1. Descripción general

La envolvente económica será calculada, sobre una serie de realizaciones de un yacimiento real, cuyo mineral principal a ser explotado es el cobre. Estas realizaciones corresponden, a simulaciones condicionales generadas a partir de datos de sondajes, además se agrega el caso de estimación de leyes por kriging. A grandes rasgos el caso de estudio corresponde a calcular la ubicación del footprint y estimar las reservas mediante la delimitación del contorno o envolvente económica, esto para los diferentes escenarios de leyes considerados.

4.2. Generación de escenarios geológicos

La generación de escenarios geológicos, fue realizada mediante simulaciones gaussianas condicionales mediante la herramienta TBSIM. Los parámetros utilizados se detallan a continuación.

Los datos a partir de los cuales se realizan las simulaciones geoestadísticas y la estimación por kriging, corresponden a 873 sondajes con 107 metros de largo en promedio, para un yacimiento de pórfido cuprífero, que se traducen en 11,356 puntos en el espacio con datos (véase Anexos sección 8.1). Estos son utilizados para generar modelos de bloques con las características presentes en la Tabla 6.

Parámetro	Valor
Número de bloques	2,340,000
Dimensiones bloque [m]	10x10x10
Niveles	149
Cota mínima [m]	2,755
Cota máxima [m]	4,245

Tabla 6 Especificaciones de los modelos de bloques generados

Para evitar que leyes altas simuladas en zonas sin información de sondajes, sean consideradas como parte de la solución del script, se realiza una ponderación a las leyes de los modelos de bloques originales para dejar fuera estas leyes inferidas, de esta manera no se corre el riesgo de prometer un mayor valor de envolvente en zonas de las que no se tiene información real de los recursos (véase Figura 26). En otras palabras esta modificación del modelo de bloques, se realiza para trabajar con recursos medidos e indicados por la veracidad de la envolvente económica. Las leyes se ponderan por factores que van desde 0.8 a 0.001, aplicándose cada 20 [m] desde donde se encuentra el último dato de sondaje en el plano xy.

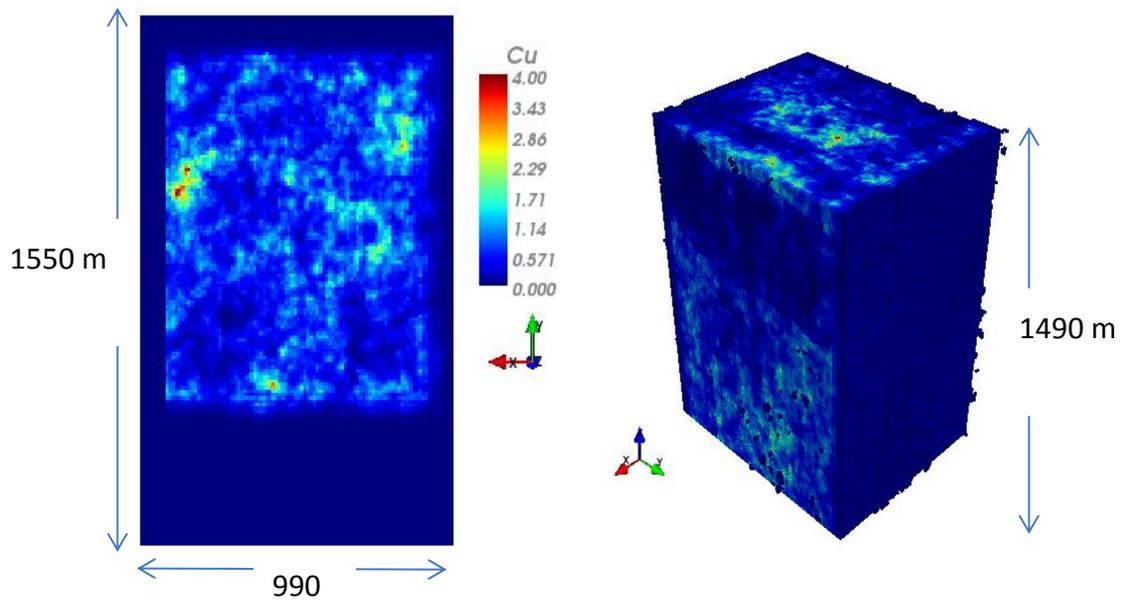


Figura 26 Ejemplo de modelo de bloques utilizado para los cálculos. Izquierda: vista en planta. Derecha: vista isométrica filtrando sólo por leyes mayores a 0.001% de Cu.

Como dato adicional, en general los modelos de bloques obtenidos mediante las simulaciones condicionales hechas en este trabajo tienen leyes altas, debido a la buena ley de cobre que tiene este yacimiento.

4.3. Parámetros técnico-económicos

Los parámetros económicos y mineros a utilizar en los cálculos, son valores algo conservadores y optimistas para una mina subterránea a ser explotada por el método de Block/Panel Caving.

Parámetro	Valor
Precio [US\$/t]	2.5
Costo Venta [US\$/t]	0.35
Costo Mina [US\$/t]	10
Costo Planta [US\$/t]	16.1
Recuperación	87%
Tasa de descuento	10%
Densidad [ton/m ³]	2.7
Altura de columna máxima [m]	500
Altura de columna mínima [m]	100
Productividad [tpd]	200
Utilización [días/año]	200
Área punto de extracción [m ²]	225
Costo desarrollo punto de extracción [US\$/m ²]	3,000

Tabla 7 Parámetros minero-económicos utilizados en experimento a pequeña escala

La valorización económica por bloque (véase ecuación 6), considera un solo proceso de planta para procesamiento de mineral. Además la densidad se considera constante como una simplificación, asumiendo que la ley de cobre es el único atributo que varía y presenta incertidumbre.

El costo de desarrollo por punto en los experimentos es considerado como nulo y como 3,000 [US\$/m²] dependiendo del caso en estudio y para realizar comparaciones, como podrá verse en las secciones posteriores.

Como fue mencionado en la metodología del cálculo de la envolvente, diferentes ángulos de talud son necesarios para simular en cierta medida la diferencia de altura entre columnas contiguas de mineral. Para esto se utilizan los ángulos de 30°, 60° y 90°, los que como se verán en secciones siguientes generan diferentes resultados dependiendo de la combinación entre ubicación y cantidad de ángulos utilizados.

4.4. Ejecución de experimentos realizados

En esta sección se presentarán los principales resultados obtenidos, luego de aplicar la metodología para el cálculo del footprint y envolvente, tanto para el caso determinístico como bajo incertidumbre.

4.4.1. Resultados Footprint

4.4.1.1. Generalidades sobre resultados footprint

Los resultados del script de MineLink para el cálculo del footprint son entregados en planillas de Excel, detallando por cada nivel, la coordenada z, el tonelaje asociado, valor económico del piso y área de cada footprint. Por otro lado teniendo los resultados para cada escenario simulado de leyes, se genera un Excel resumen en el cual se tiene la ubicación de los máximos económicos, de tonelaje y área.

	A	B	C	D	E
1	nivel	Z	Tons	Valor_acum	Area
2	1	2755	348840000	4212941180	258400
3	2	2765	346680000	4204055934	256800
4	3	2775	348435000	4211594610	258100
5	4	2785	350055000	4219176845	259300
6	5	2795	348900000	4213087635	258000
7	6	2805	350460000	4230698896	259600
8	7	2815	351945000	4245096354	260700
9	8	2825	353025000	4255555659	261500
10	9	2835	351810000	4250588047	260600
11	10	2845	354645000	4265627613	262700
12	11	2855	357885000	4284992303	265100
13	12	2865	359370000	4289537575	266200
14	13	2875	361530000	4298504581	267800
15	14	2885	364230000	4311298528	269800
16	15	2895	367200000	4330942098	272000
17	16	2905	370035000	4355959853	274100
18	17	2915	372600000	4379606996	276000
19	18	2925	373545000	4395472120	276700
20	19	2935	375975000	4420855104	278500
21	20	2945	376920000	4436268630	279200
22	21	2955	378000000	4448353076	280000

Figura 27 Resultados del cálculo de footprint para el script de Minelink

	A	B	C	D	E	F	G
1	MAXIMOS POR ESCENARIO						
2	Escenario	Nivel	Tons	Nivel	Valor_acum_Nivel	Area	
3	1	23	675270000	24	5173585937	23	500200
4	2	7	685395000	6	5691096951	7	507700
5	3	32	623970000	37	4993528001	32	462200
6	4	1	679455000	1	5450852314	1	503300
7	5	17	611415000	25	4576946504	17	452900
8	6	18	652320000	25	4709089179	18	483200
9	7	23	688500000	32	4913828324	23	510000
10	8	20	709290000	32	5706663088	20	525400
11	9	21	701865000	22	6314058153	21	519900
12	10	1	807975000	1	6669697791	1	598500
13	11	23	605340000	32	4461393802	23	448400
14	12	13	559575000	37	4223004528	13	414500
15	13	1	671355000	31	4925878328	1	497300
16	14	13	638685000	1	6059982289	13	473100
17	15	13	687960000	1	6235903012	13	509600
18	16	20	715905000	1	5657458075	20	530300
19	17	1	873855000	1	1.0375E+10	1	647300
20	18	1	721440000	1	7622980971	1	534400
21	19	20	746415000	26	6355380490	20	552900
22	20	1	664065000	1	4845515847	1	491900
23	21	3	642195000	28	5203036644	3	475700

Figura 28 Resumen de los resultados mostrando los máximos en valor económico, tonelaje y área para cada escenario de leyes

Los resultados que se mostrarán en las secciones siguientes, se obtuvieron de las planillas output generadas con el script, lo cual es útil para comparar con los resultados de PCBC.

4.4.1.2. Validación Metodología Footprint

El cálculo del piso económico se realizó utilizando tanto el módulo PCBC del software GEMS, como el script de MineLink implementando la metodología expuesta en la sección 3.1.1.1. En ambos casos se utilizaron los mismos modelos de bloques y parámetros económicos. Se debe

tener presente que en esta sección, los modelos de bloques sólo son utilizados para probar las metodologías y no para realizar análisis de incertidumbre.

Los resultados que se muestran a continuación fueron calculados considerando, un costo de desarrollo del punto de extracción igual a cero.

Modelo de Bloques	Nivel	Diferencias		
		Valor Económico	Tonelaje	Área
Kriging	-2	-5%	10%	-33%
1	-5	9%	17%	-14%
2	-1	4%	14%	-6%
3	-1	8%	15%	-13%
4	-1	3%	13%	-7%
5	-1	-2%	11%	-18%
6	-1	-4%	11%	-17%
7	1	2%	11%	-14%
8	-1	1%	13%	-12%
9	-4	0%	11%	-8%
10	0	6%	15%	-1%

Tabla 8 Diferencias en resultados de footprint óptimo entre PCBC y MineLink, con costo de desarrollo nulo.

En la figura anterior los niveles tienen la misma dimensión que los bloques en la coordenada Z, es decir 10 metros. Por otro lado las diferencias negativas implican que los resultados de PCBC, tienen resultados de mayor valor que el script de MineLink.

Para representar de mejor manera estas diferencias, la figura siguiente muestra el valor económico y tonelaje para el modelo de bloques número 1 (véase anexos sección 8.4 para los otros modelos de bloques).

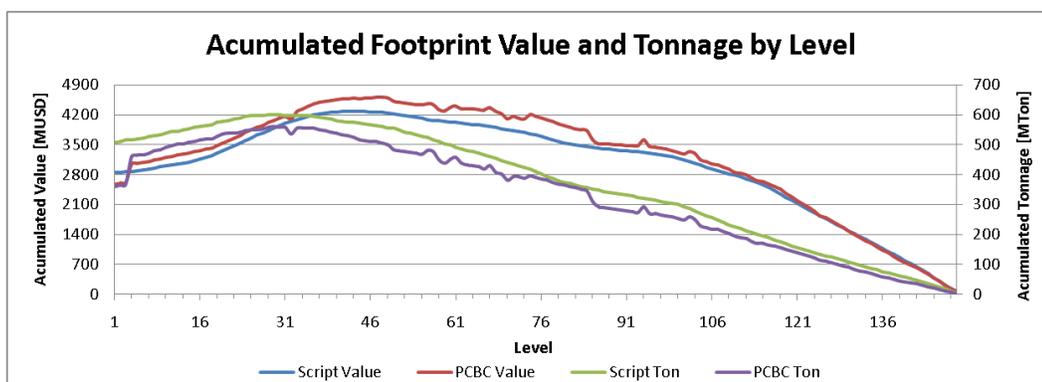


Figura 29 Vistas isométricas modelo de bloques de prueba

Repitiendo el cálculo para encontrar el piso económico máximo, pero esta vez considerando un costo de desarrollo de 3000 [MUSD/m²], con el fin de comparar, se obtienen los siguientes resultados:

Diferencias				
Modelo de Bloques	Nivel	Valor Económico	Tonelaje	Área
Kriging	-3	15%	-26%	-41%
1	1	24%	-6%	-16%
2	-2	24%	-3%	-10%
3	-4	21%	-7%	-15%
4	-10	24%	-7%	-17%
5	-1	28%	-4%	-14%
6	15	19%	-25%	-39%
7	-3	27%	-6%	-13%
8	5	20%	-18%	-31%
9	-5	18%	-9%	-18%
10	-5	22%	-11%	-20%

Tabla 9 Diferencias en resultados de footprint óptimo entre PCBC y MineLink con costo de desarrollo no nulo.

Al igual que en el caso sin costo de desarrollo, las diferencias negativas implican que los resultados de PCBC son mayores en valor que los del script de MineLink.

4.4.1.3. Resultados Footprint

Para el cálculo del footprint se considera el script sin el costo de desarrollo, esto para tener resultados que estén mejor validados. El script para el cálculo del footprint, basado en los

antecedentes de la sección 3.1.1.1, se aplica sobre 1,000 realizaciones del modelo de bloques original.

Para ilustrar la variabilidad en los resultados obtenidos en el cálculo del footprint debido a la introducción de la variabilidad en las leyes, a continuación se muestran figuras con los diferentes valores (suma acumulada de los valores descontados de los bloques que pertenecen a las columnas del footprint), tonelajes asociados (tonelaje de las columnas pertenecientes al footprint) y áreas del footprint para las diferentes cotas o niveles del modelo de bloques, y para los 1,000 escenarios de leyes simulados.

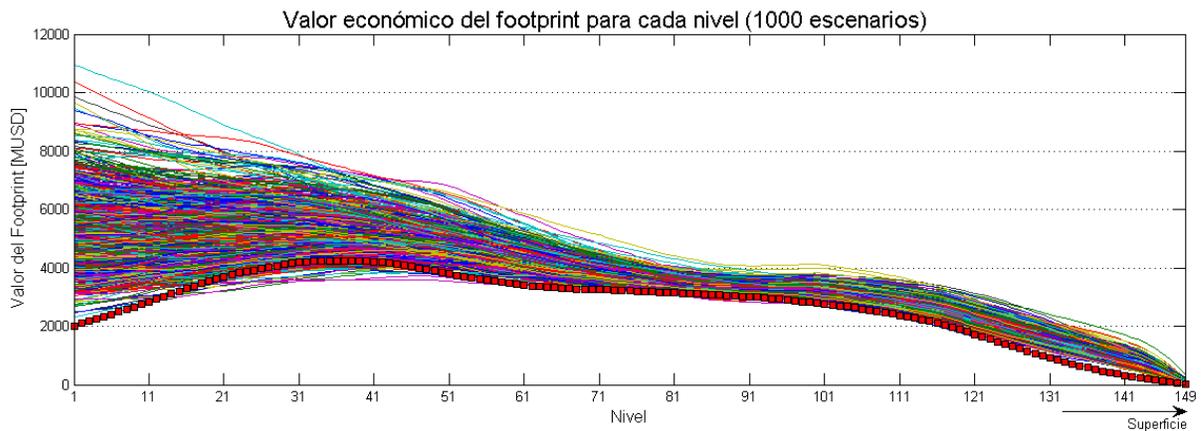


Figura 30 Resultados del Footprint: Valor económico asociado al footprint para cada nivel y para cada uno de los 1,000 escenarios simulados, destacando el resultado obtenido mediante kriging (cuadros rojos).

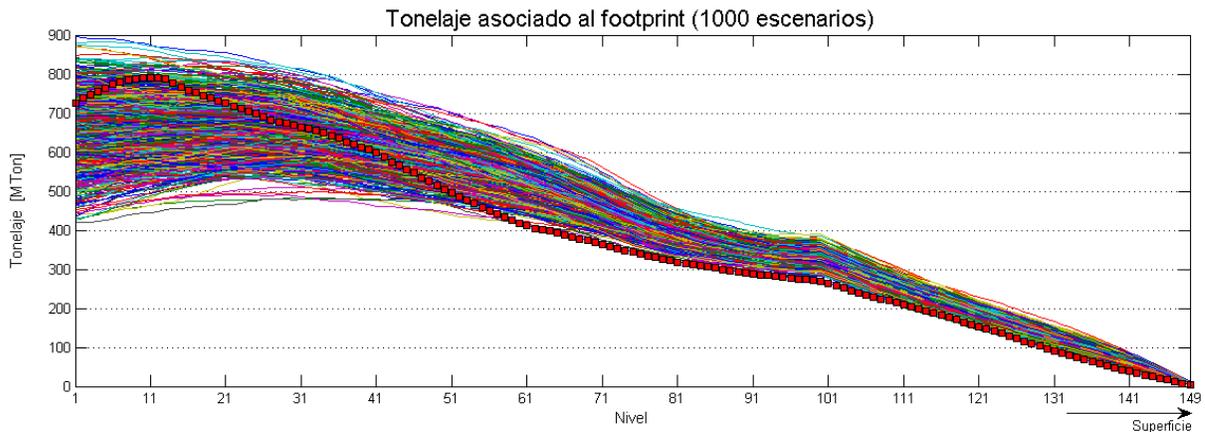


Figura 31 Resultados del Footprint: Tonelaje asociado al footprint para cada nivel y para cada uno de los 1,000 escenarios simulados, destacando el resultado obtenido mediante kriging (cuadros rojos)

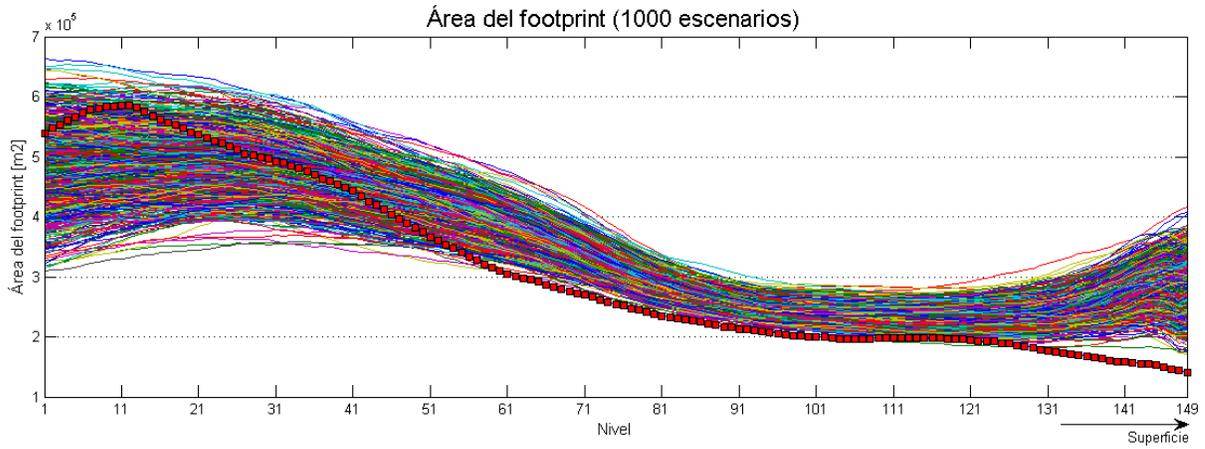
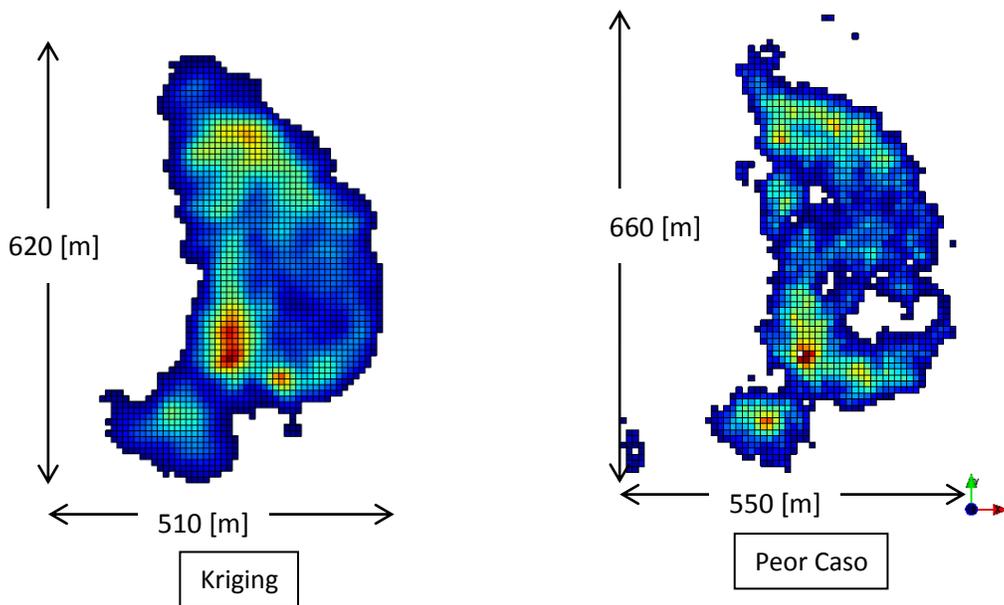


Figura 32 Resultados del Footprint: Área del footprint para cada nivel y para cada uno de los 1,000 escenarios simulados, destacando el resultado obtenido mediante kriging (cuadros rojos)

Fijando una determinada cota para el footprint, es interesante ver la forma que tiene este dado el escenario de leyes a analizar. A continuación se muestra la forma que tiene el footprint en la cota número 99, para los resultados correspondientes al kriging, y los valores económicos peor, promedio y mejor (estos tres últimos con respecto a la estadística de los valores del footprint).



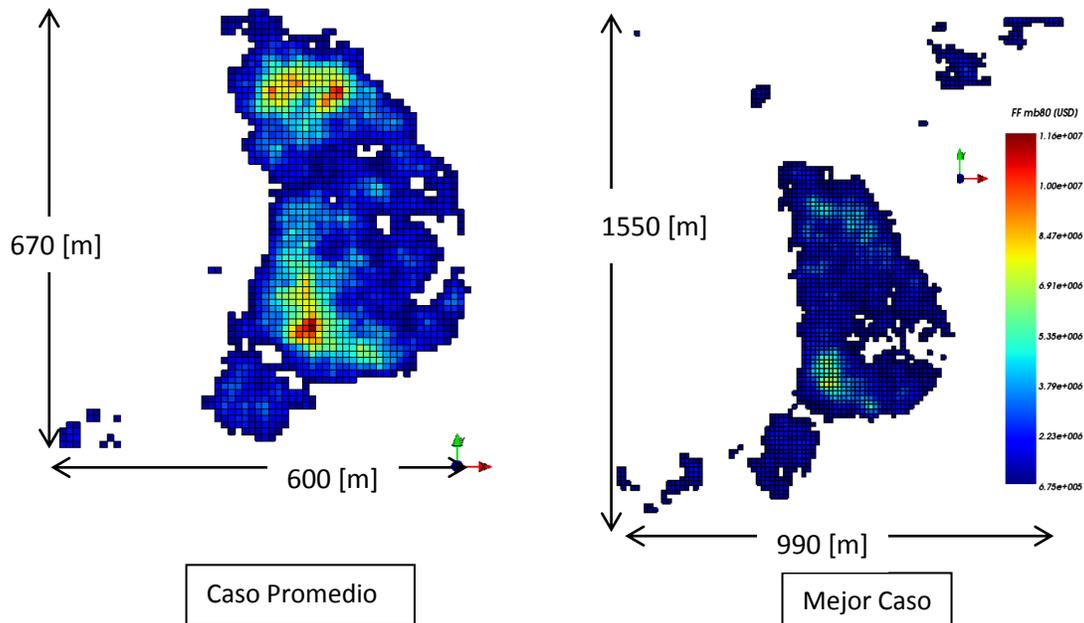


Figura 33 Resultados del cálculo del footprint en la cota 99 para cuatro casos distintos. De arriba abajo y de izquierda a derecha: escenario de leyes del kriging, peor valor, valor promedio y mejor valor económico del footprint.

4.4.1.4. Ubicación Footprint

Como se mencionó en la sección 3, la ubicación del footprint para cada escenario de leyes, es decir el nivel donde estará ubicado el nivel de producción de la mina subterránea, solamente dependerá de encontrar el máximo valor económico de footprint. Esto es una medida de simplificación, ya que el criterio de decisión puede estar sujeto a muchos otros factores en un proyecto minero (los cuales podrían ser perfectamente aplicados o agregados a las planillas entregadas por el script de MineLink). Los resultados para la ubicación de este nivel son mostrados mediante un histograma (en el cual se puede ver el rango de clases de los niveles en donde se ubica el footprint) y una tabla.

Distribución de la Ubicación del Footprint Económico

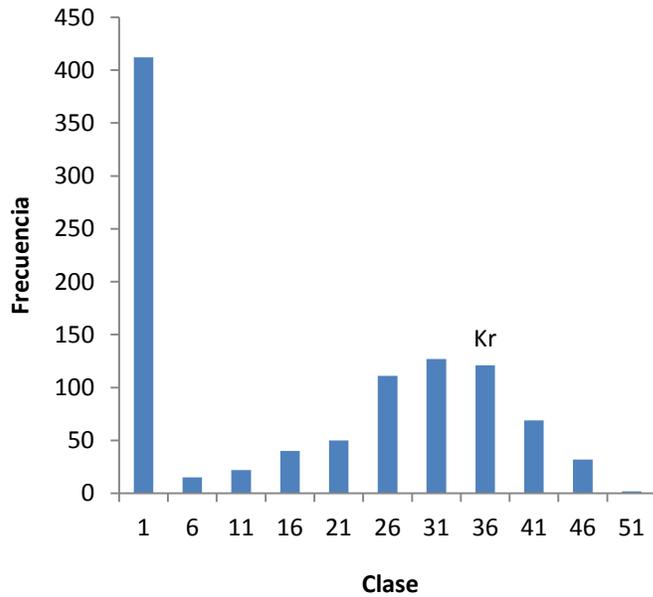


Figura 34 Histograma mostrando la distribución que tiene la ubicación del Footprint de mayor valor económico para los 1000 escenarios de leyes más la estimación por Kriging (Kr en gráfico). Clase indica entre rango se encuentra el nivel de ubicación.

Estadística de Distribución del Footprint Económico [MUSD]

Clases	Mínimo	Máximo	Promedio
1	3,885	10,957	6,340
6	4,978	7,828	6,052
11	4,579	6,990	5,863
16	4,691	7,949	5,803
21	4,389	7,144	5,560
26	3,979	7,516	5,589
31	4,018	6,529	5,268
36	4,110	7,045	4,952
41	4,014	6,003	4,804
46	3,584	5,477	4,479
51	4,233	4,802	4,518

Tabla 10 Estadística de la distribución que tiene la ubicación del Footprint de mayor valor económico para los 1,000 escenarios de leyes, incluyendo la estimación por Kriging.

A su vez las estadísticas de tonelaje y área para los rangos de niveles de la mina se muestran en la siguiente tabla:

Tonelaje asociado a Footprint [Mton]				Área Footprint [m2]		
Clase	Mínimo	Máximo	Promedio	Mínimo	Máximo	Promedio
1	453	874	663	335,500	647,300	491,010
6	560	833	689	414,700	617,300	510,360
11	560	895	680	414,800	662,800	503,918
16	564	879	669	417,500	651,100	495,870
21	555	824	653	411,300	610,400	483,764
26	491	807	668	363,800	597,600	494,789
31	487	832	664	360,400	616,200	491,920
36	493	870	665	364,900	644,100	492,321
41	542	834	674	401,800	617,600	499,301
46	549	800	676	406,400	592,500	500,725
51	567	567	567	419,800	419,800	419,800

Tabla 11 Estadística de la distribución que tiene la ubicación del Footprint de mayor valor económico para los 1000 escenarios de leyes, incluyendo la estimación por Kriging, detallando el tonelaje y área asociados a cada clase de la Tabla 10.

De todos los footprints encontrados, a continuación se muestran los que presentan el mínimo, promedio y máximo valor económico. Como se puede apreciar las formas que tienen estos footprints no son “continuas” del todo, teniéndose columnas de mineral sin vecinos que son económicamente extraíble, sin embargo, la función del footprint en el script creado es la de encontrar dónde estará ubicado el nivel de producción, postergando el suavizamiento del footprint para el cálculo de la envolvente económica.

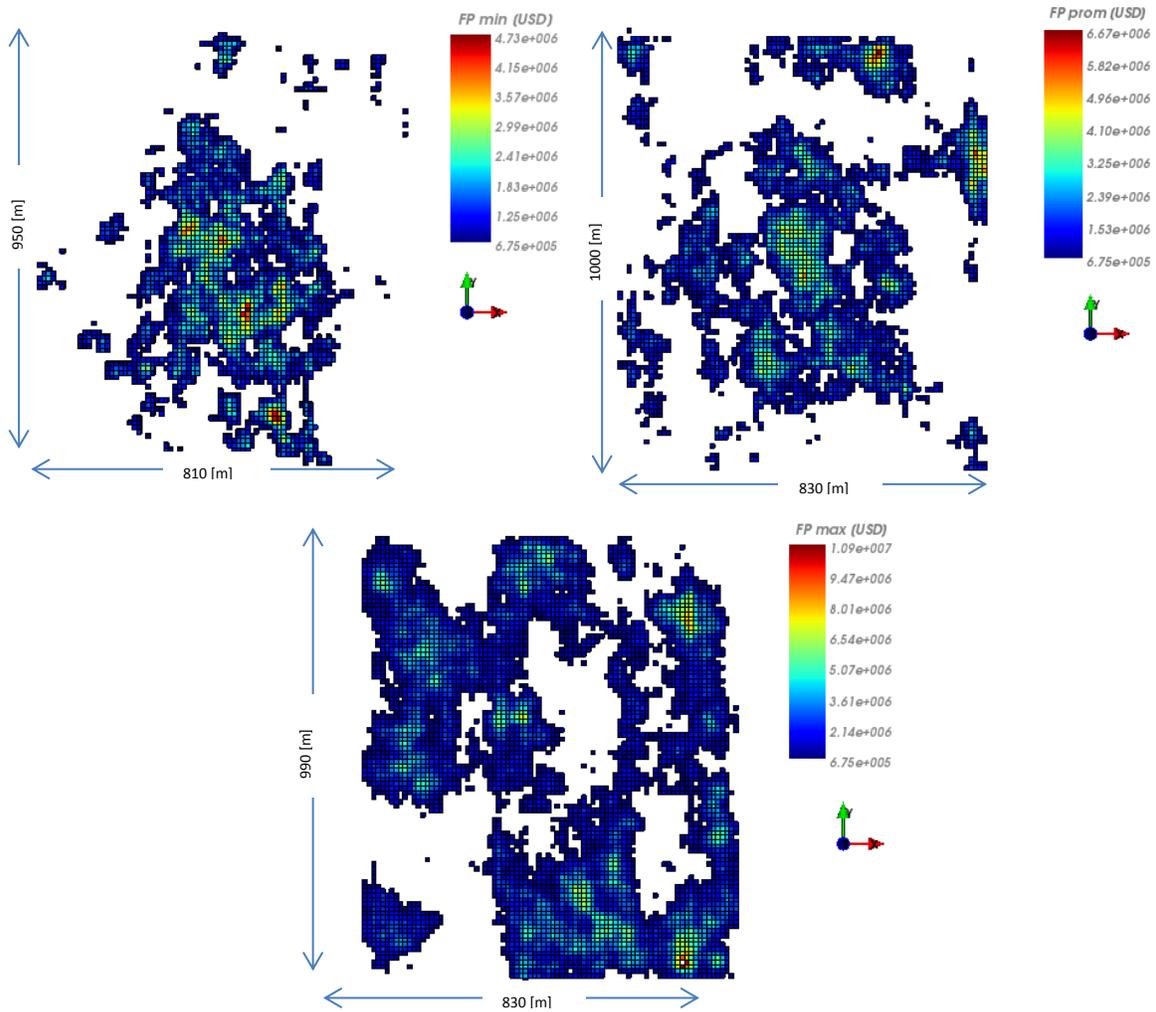


Figura 35 Vista en planta de footprints mostrando en colores el valor económico. De arriba de izquierda a derecha, footprints de escenarios de leyes que económicamente tienen el menor valor (cota 47), valor promedio (cota 32) y mayor valor (cota 1)

4.4.2. Resultados envolvente económica

4.4.2.1. Generalidades sobre resultados de la envolvente

Como se pudo ver en la metodología, el cálculo de la envolvente está basado, en parte, en el algoritmo de pit final y restricciones geométricas para emular la forma que tendría la envolvente de la mina. Dado esto último, la forma que tendrá el techo de la envolvente variará dependiendo del ángulo de talud escogido.

A través del script de MineLink desarrollado para este trabajo, se puede manipular de manera conveniente el número de cambios de talud a lo largo de los niveles de la mina y los ángulos correspondientes, recordando que el ángulo de talud trata de emular en cierta medida la diferencia de altura en columnas de mineral contiguas.

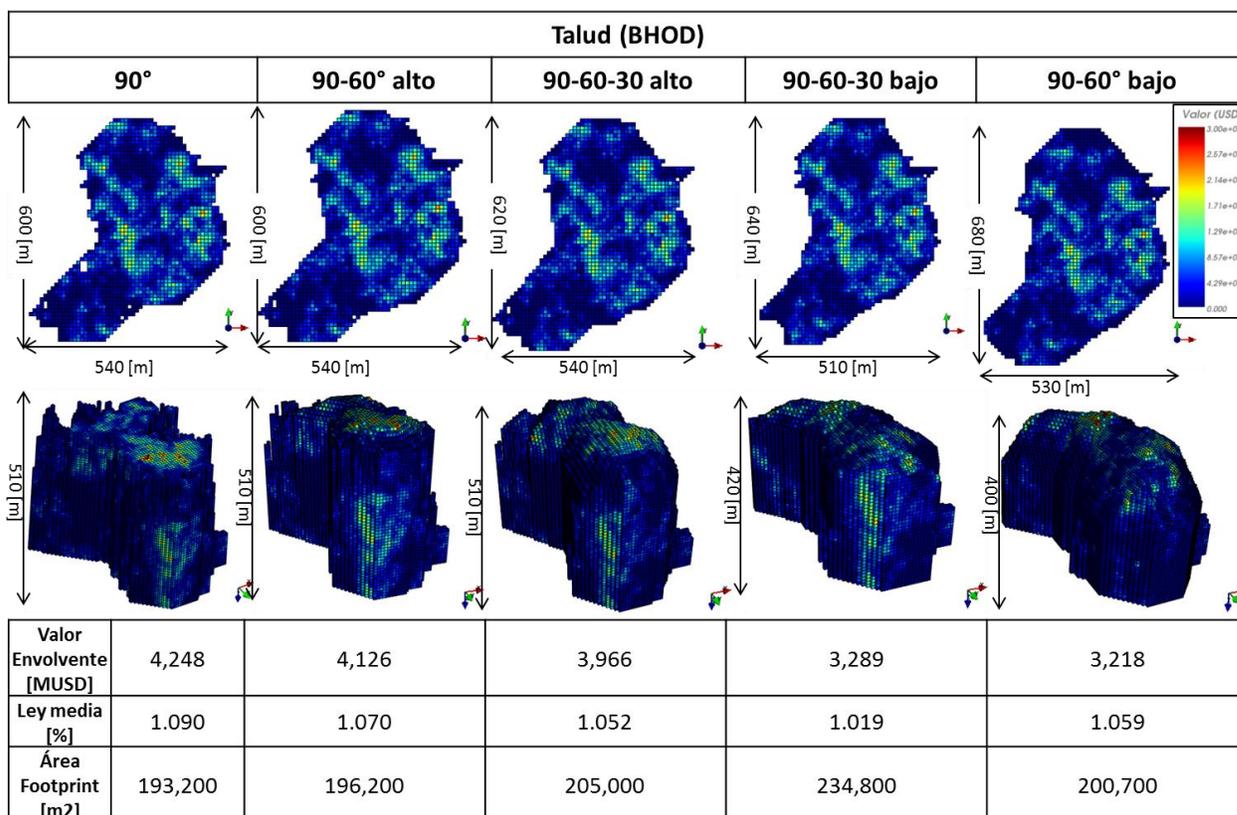


Tabla 12 Resultados para la envolvente económica de un mismo modelo de bloques considerando diferentes variaciones en el ángulo de talud y en la cota en la que ocurre el cambio de ángulo.

Los resultados para los distintos escenarios mostrados más adelante utilizan la combinación de taludes “90° - 60° - 30° alto” como el de la Tabla 12. Esta última combinación de taludes significa, que de todos los niveles que tiene el modelo de bloques sobre el cual se está calculando la envolvente, de abajo hacia arriba, el 60% de los niveles tiene un ángulo de talud

de 90°, luego el 30% restante tiene 60° y el último 10% de ellos tiene 30° de talud. Notar que con las distintas combinaciones de alturas y ángulos también cambia la cantidad de columnas, pertenecientes a la envolvente y la altura de éstas no siempre será el máximo permitido. Por otro lado, en la tabla anterior se observa que dejar el ángulo recto en todas las cotas, genera resultados no tan suaves en la parte del techo de la envolvente, algo similar se observa al cambiar el ángulo de talud de 90° a 60° en una cota muy alta.

Por otro lado, una de las etapas importantes en la obtención del resultado de la envolvente es el post-proceso, el cual permite eliminar columnas de altura menor a la mínima y columnas sin vecinos, “suavizando” el resultado, tal como puede verse en la figura siguiente.

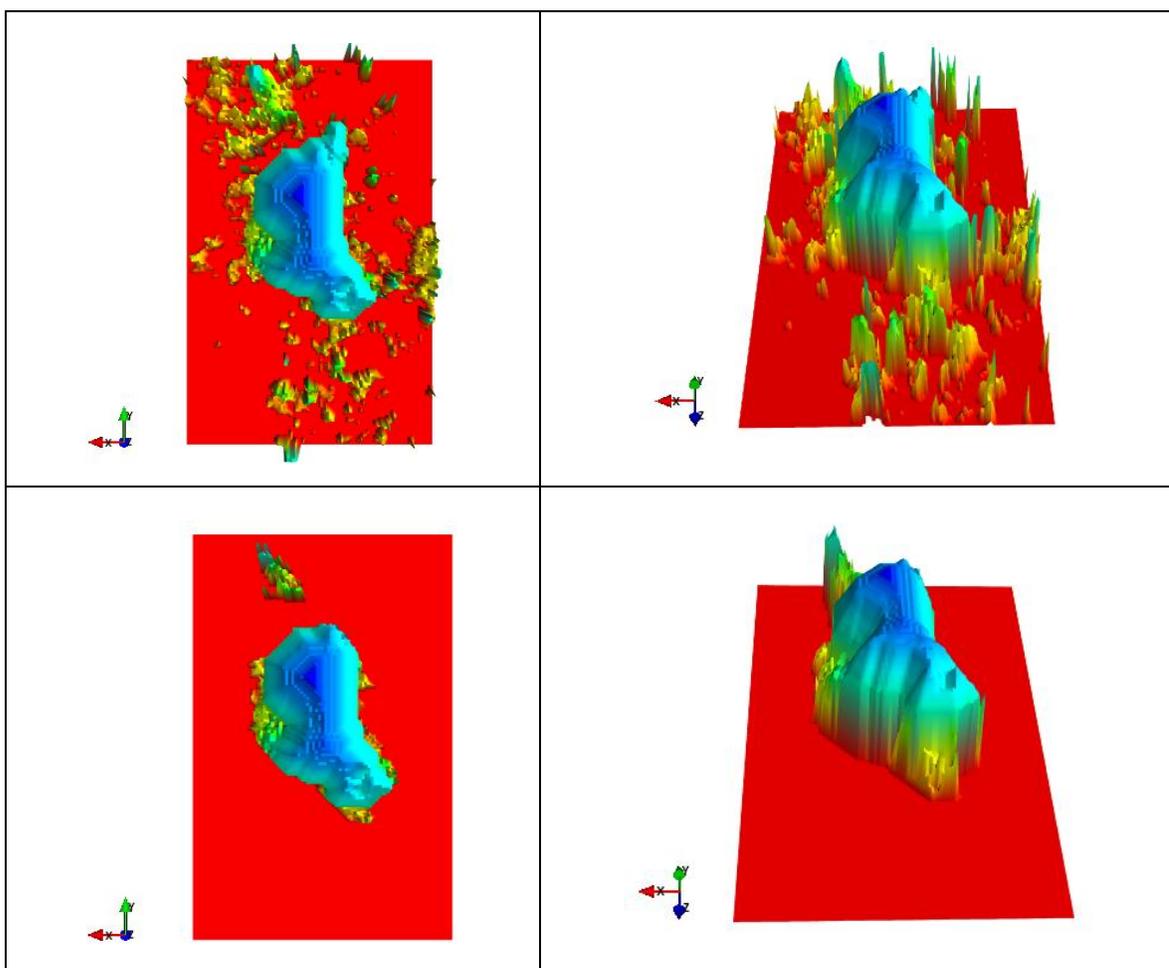


Figura 36 Post-proceso de la envolvente económica, vista en planta en izquierda e isométrica en derecha, arriba sin y abajo con post-proceso.

Al igual que con los ángulos de talud, el script de post-proceso es fácilmente manipulable, pudiendo repetirse la cantidad de veces deseada (generará envolventes cada vez más suaves en términos de eliminar “puntas” generadas por columnas en los bordes) para obtener un resultado más operativizable y/o conservador.

4.4.2.2. Envoltente Caso de Estudio

Los resultados para la envoltente económica toman como input, el modelo de bloques valorizado y la ubicación del footprint económico, tal como se mencionó en la sección 3. Con esto se obtuvieron los resultados del valor, ley media y tonelaje de la envoltente económica para los 1,000 escenarios de leyes. Como era de esperar, viendo los resultados del footprint, la forma de la envoltente puede variar mucho dependiendo del escenario de leyes sobre el cual se calcula.

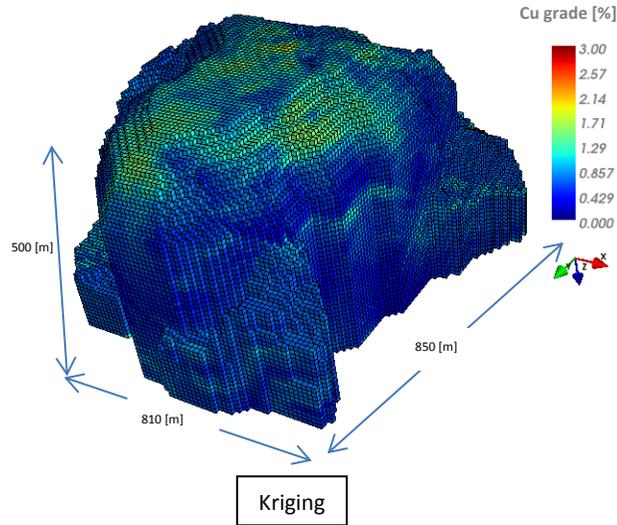
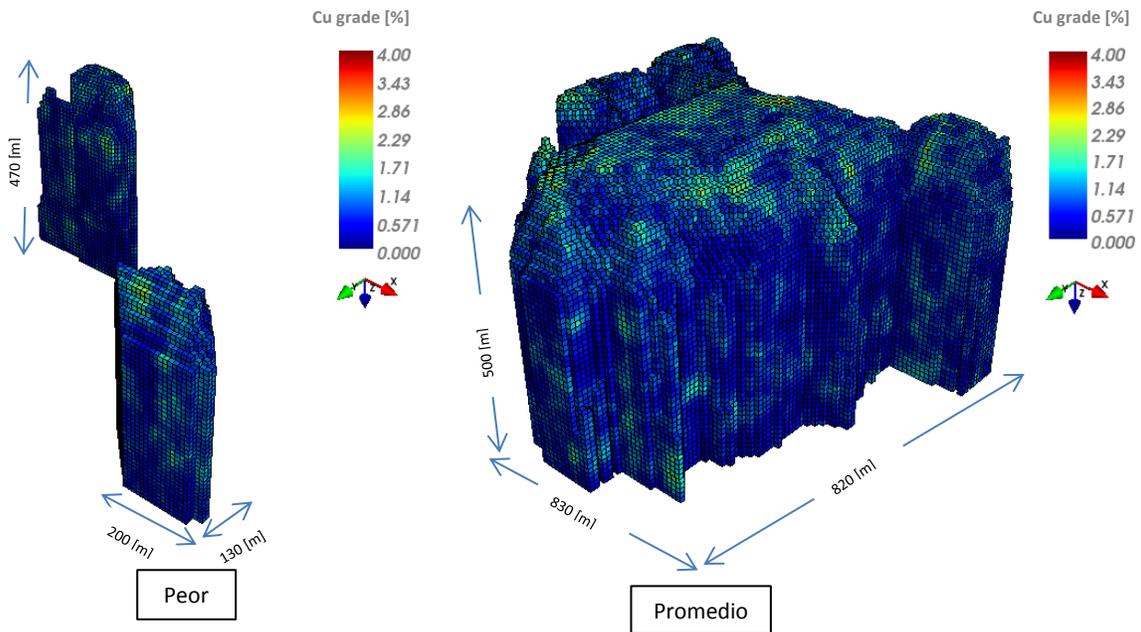


Figura 37 Vista isométrica de envoltentes económica calculada a partir del escenario de leyes del kriging



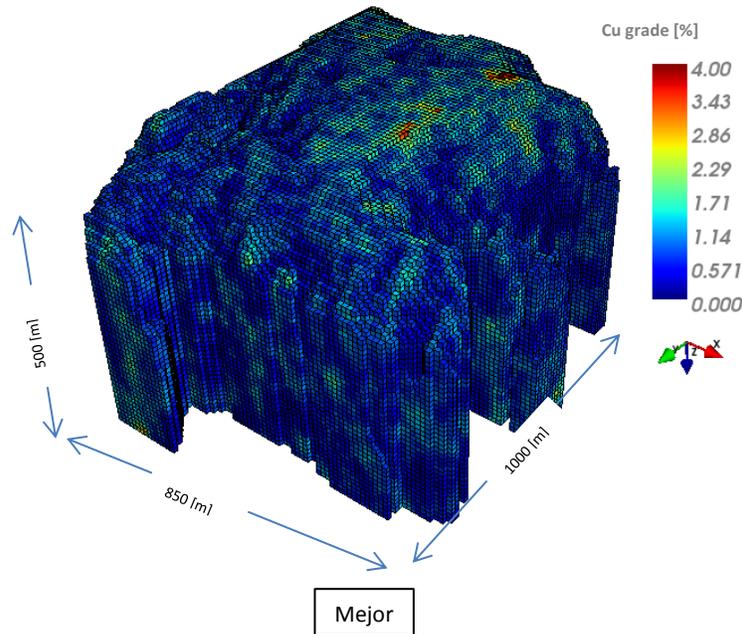


Figura 38 Vista isométrica envolventes económicas. De Arriba e izquierda a derecha, envolventes que son económicamente el mínimo, promedio y máximo respectivamente.

Dado el output del script de MineLink para la envolvente, diferentes estadísticas se pueden obtener a partir del total de escenarios simulados. A continuación se muestran las distribuciones que se obtienen a partir del valor, tonelaje y ley media de las 1,000 envolventes. La importancia de estas distribuciones radica, en el modelamiento de éstas para su utilización en el análisis del riesgo debido a la incertidumbre.

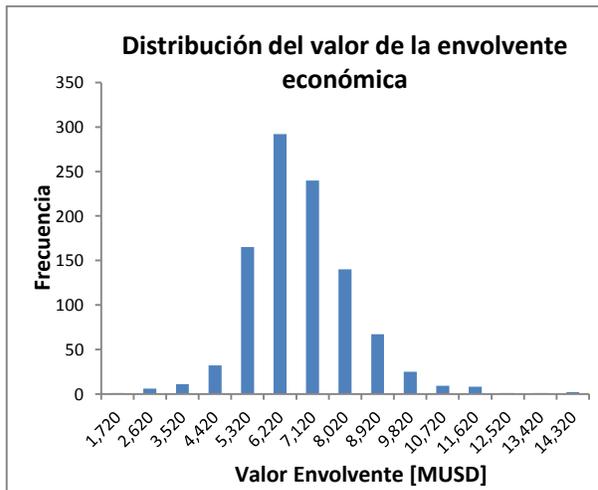


Figura 39 Histograma mostrando la distribución que tiene el valor de la envolvente económica para 1,000 escenarios.

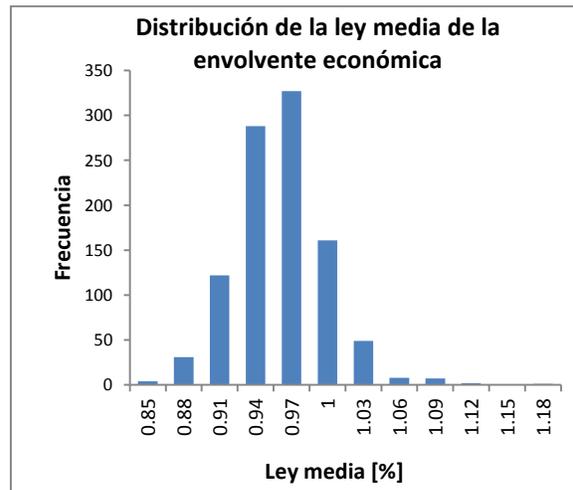


Figura 40 Histograma mostrando la distribución que tiene la ley media del mineral dentro de la envolvente económica para 1,000 escenarios.

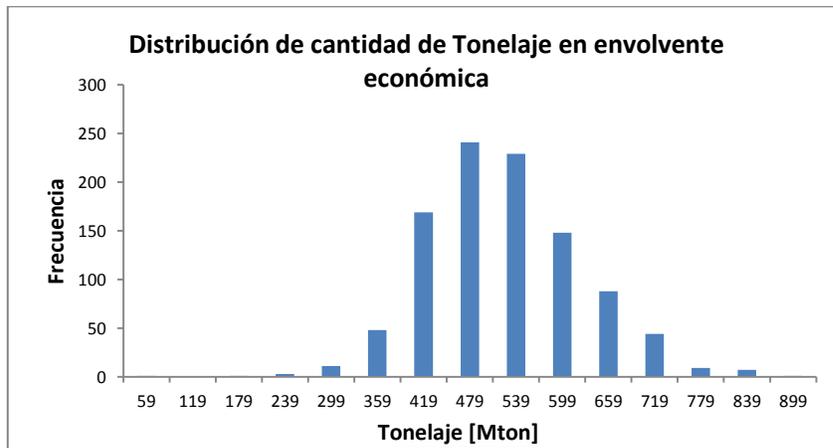


Figura 41 Histograma mostrando la distribución que tiene el tonelaje contenido dentro de la envoltente económica para 1,000 escenarios.

5. Análisis de Resultados

5.1. Análisis validación

Con respecto a la validación de MineLink y PCBC, hay diferencias en términos de valor económico acumulado, tonelaje asociado y área del footprint, por lo tanto es de esperar que también hayan diferencias en la posición del nivel de hundimiento de la mina. Es importante notar que las diferencias aquí mostradas corresponden a las diferencias de valores del footprint de máximo valor económico entre la metodología de PCBC y el script de MineLink (que corresponde al criterio de ubicación del piso económico adoptado para este trabajo). La Tabla 8 resume las diferencias en el resultado del cálculo de footprint para 10 realizaciones de leyes y la estimación por kriging del modelo de bloques (valores negativos significan que los valores de PCBC son mayores que los del script utilizando MineLink). De ésta se desprende que para un costo de desarrollo nulo, el valor económico del piso o footprint varía con respecto a PCBC (footprint finder) en torno al 10%, lo que puede considerarse como variaciones no tan significativas, por otro lado estas diferencias en valor se traducen en diferencias de hasta 50 metros en cota para la ubicación del footprint.

Ahora, si se considera un costo de desarrollo no nulo por punto de extracción, 3,000 [MUSD/m²], se producen diferencias más notorias entre las 2 metodologías puestas a prueba. Como puede verse en la Tabla 9 las diferencias en términos de valor son del orden del 30% y diferencias en la ubicación del footprint de hasta 150 metros.

Los resultados de las tablas Tabla 8 y Tabla 9, dejan en evidencia diferencias en la implementación entre las dos metodologías comparadas, pese a tener semejanzas en los cálculos realizados, aún hay divergencias en cuanto a consideraciones en el cálculo. Estas diferencias en los resultados de ambas metodologías pueden ser atribuidas a factores de penalización o costos considerados en algún punto de la metodología de PCBC, los cuales no se encuentran documentados.

Considerando el máximo valor económico del footprint como único criterio decisivo para la ubicación de éste, se pueden comparar los resultados de la ubicación del piso dado por las metodologías de PCBC y MineLink, fijando el piso y revisando ambos resultados. Esto último se observa en la Tabla 13, considerando los 10 escenarios de leyes simulados y el kriging. En general ambas metodologías entregan valores monetarios mayores que la otra, dependiendo del escenario, lo que no permite afirmar la existencia de una tendencia a que una entregue un valor mayor que otra fijando el piso, sin embargo es interesante observar que la máxima

diferencia en valor económico es de un 11% (a favor del script implementado en este trabajo), la que se encuentra cuando MineLink entrega el máximo piso económico en el primer escenario de leyes. De la Tabla 13 se puede inferir que la magnitud de la diferencia en valor económico, es similar al comportamiento observado en la Tabla 8. Por otro lado tanto cuando el piso económico es determinado por Minelink como por PCBC el tonelaje asociado al footprint encontrado por el script de MineLink es mayor en cada escenario de leyes, mientras que lo contrario ocurre con el área de éste siendo siempre mayor en el caso de PCBC.

		MineLink (Script)				PCBC			
		Nivel	Valor [MUSD]	Tonelaje [Mton]	Área [m2]	Nivel	Valor [MUSD]	Tonelaje [Mton]	Área [m2]
Piso máximo en MineLink	Kriging	36	4,247	635	470,500	36	4,438	580	588,600
	MB1	24	5,174	674	498,900	24	4,627	539	526,600
	MB2	6	5,691	685	507,500	6	5,469	590	538,700
	MB3	37	4,994	619	458,800	37	4,590	524	511,600
	MB4	1	5,451	679	503,300	1	5,287	595	539,500
	MB5	25	4,577	607	449,400	25	4,654	536	526,300
	MB6	25	4,709	638	472,800	25	4,863	566	544,600
	MB7	32	4,914	674	499,200	32	4,817	593	559,200
	MB8	34	5,707	685	507,500	34	5,636	600	566,700
	MB9	22	6,314	700	518,700	22	6,274	627	552,500
MB10	1	6,670	808	598,500	1	6,284	687	603,500	
Piso máximo en PCBC	Kriging	38	4,239	620	459,100	38	4,449	573	624,200
	MB1	29	5,113	659	488,500	29	4,686	559	568,300
	MB2	7	5,688	685	507,700	7	5,475	588	539,100
	MB3	38	4,985	617	457,300	38	4,605	526	519,900
	MB4	2	5,432	678	502,100	2	5,289	594	539,500
	MB5	26	4,568	604	447,700	26	4,660	538	530,300
	MB6	26	4,705	638	472,600	26	4,891	571	551,400
	MB7	31	4,913	676	501,100	31	4,821	598	566,600
	MB8	35	5,704	679	503,300	35	5,639	597	566,200
	MB9	26	6,270	695	514,900	26	6,310	622	560,300
MB10	1	6,670	808	598,500	1	6,284	687	603,500	

Tabla 13 Comparación entre footprints máximos económicos para el caso del script de MinLink y PCBC (marcados en rojo), y los respectivos valores no óptimos en la metodología contraria.

5.2. Análisis Footprint

El escenario generado por el kriging tiene los menores valores económicos de footprint, esperable si se considera que la estimación de leyes con este método genera suavizamiento, disminuyendo los valores al tener leyes “promediadas”. En este sentido, los escenarios de leyes simulados en general ofrecen valores mayores, generando posibilidades de ganancia mayores a priori.

En el gráfico de áreas de footprints es interesante ver la tendencia que tienen las curvas para los niveles más superficiales, se presenta un aumento en el área (curva no decreciente para niveles más superficiales en Figura 32), lo que puede explicarse por un aumento en la cantidad de columnas de mineral que son agregadas al footprint en estos últimos niveles, ya que hay leyes altas en estos sectores; este comportamiento no se observa en el kriging, lo que podría explicarse por el suavizamiento de la estimación de leyes.

De la Figura 33 se observa que la forma del footprint en el caso del kriging, está en cierta medida suavizada, lo que está acorde con el efecto que causa en las leyes el método de estimación de leyes utilizado. Por otro lado y como era de esperarse con los escenarios de leyes generados mediante simulación geoestadística, algunas columnas de mineral son consideradas dentro del footprint mientras que otras no, sin embargo no se observa el suavizamiento del caso anterior. No hay que olvidar que en el caso de las leyes simuladas se trata de reproducir la distribución espacial y valores de las leyes de cobre dentro del yacimiento, por tanto en cada escenario diferente se puede considerar que se tiene una realización del cuerpo mineralizado, y en consiguiente resultados no tan perfectos en la forma preliminar del piso económico son totalmente esperables.

5.2.1. Ubicación del footprint

La ubicación del piso económico tiene una moda en el primer rango de clases, niveles del 1 al 5, correspondiendo al 41% de los casos, dentro de los cuales 395 escenarios están ubicados exactamente en el nivel 1. Por otro lado el footprint económico encontrado mediante las leyes estimadas por kriging posiciona el piso en el nivel 36, cuya clase sólo representa el 12% de los datos de la distribución. En la tabla Tabla 11 se observa la estadística de los pisos máximos económicos, teniéndose que el mínimo y máximo valor económico se encuentran exactamente en los niveles 47 y 1 respectivamente. En cuanto al valor promedio se observa un comportamiento similar, con el mayor promedio en la clase 1 y el menor en la clase 46. Sin embargo al observar los tonelajes asociados a estos pisos económicos (véase Tabla 11) se

tiene que en promedio el máximo tonelaje no se encuentra en los footprints con mayor valor económico, lo que indica que puede ser posible obtener un mayor beneficio a cambio de un tonelaje no tan alto (notar que el mayor económico no es el de mayor tonelaje). Por otro lado como podría esperarse a priori, las áreas siguen el mismo comportamiento que los tonelajes (por ejemplo área máxima si el tonelaje es máximo), ya que éstas están relacionadas con el número de columnas que pertenecen al footprint.

A grandes rasgos el valor económico del footprint esperado correspondiente a los 1,000 escenarios es de aproximadamente 5,708 [MUSD], teniendo un total de 561 escenarios bajo este valor económico, entre los cuales se encuentra el generado por kriging (menor en 1,461 [MUSD]).

Por otro lado, si se ignora la tendencia de posicionar el footprint en el primer rango de niveles, se obtiene el histograma de la Figura 42. Solamente para este caso se espera que el piso económico se encuentre en el rango de niveles del 31 al 35, y por consiguiente aun haciendo esto, el piso óptimo encontrado utilizando las leyes de kriging no coincide con el promedio, es decir el resultado difiere del obtenido mediante el método determinístico.

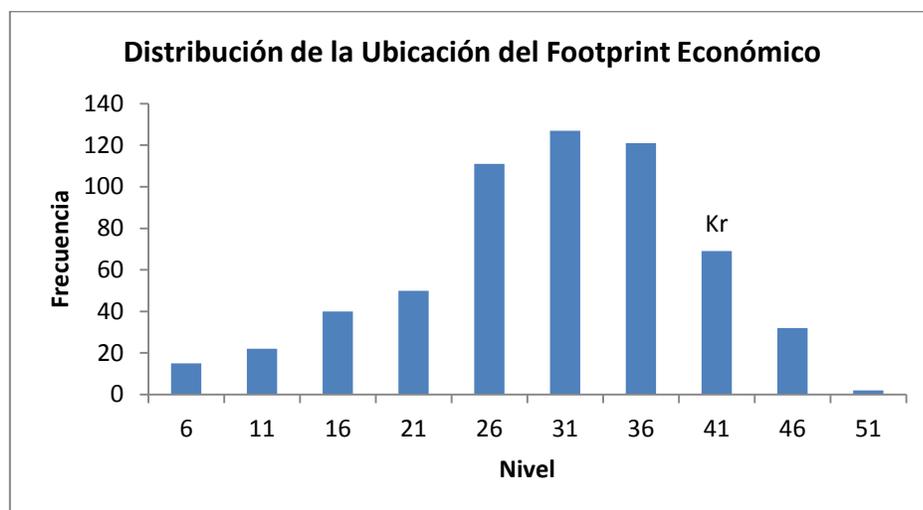


Figura 42 Histograma mostrando la distribución que tiene la ubicación del Footprint de mayor valor económico para los 1000 escenarios de leyes más la estimación por Kriging (Kr en gráfico), ignorando la clase 1 de mayor frecuencia. Clase indica entre rango se encuentra el nivel de ubicación.

5.3. Análisis envolvente económica

El resultado de la envolvente calculada a partir de las leyes de kriging, tiene una forma relativamente más suavizada con un área cercana a la observada en el caso promedio (véase Figura 37 y Figura 38), mientras que inesperadamente el escenario de peor valor económico, presenta una envolvente económica que hace cuestionable la construcción de la mina debido a la poca cantidad de reservas y el bajo valor económico presente (se debe tener presente, que no se están considerando otros costos asociados al método de explotación, que podrían disminuir aún más el valor). Sin embargo en términos del valor promedio, se tienen buenos resultados en cuanto a las reservas y las dimensiones de la envolvente, ya que hay un área de footprint mayor a 420,000 m², permitiendo crear separaciones de zonas a explotar debido a las grandes dimensiones (para que en una etapa posterior del proyecto, se puedan analizar diferentes posibilidades de secuenciamiento).

En general las leyes medias de las envolventes, tienen valores relativamente altos, incluso para el caso de menor valor económico, moviéndose dentro de un rango de 0.85 hasta 1.18 % de cobre, con una ley esperada cercana al 0.9%.

La cantidad de tonelaje que se encuentra contenida en la envolvente económica y que podría considerarse como reservas varía desde 59 a 899 Mton, con un valor esperado entorno a los 420 Mton.

A modo de resumir los resultados obtenidos, a partir del cálculo de la envolvente, basado en la ubicación del piso económico mediante la metodología del cálculo del footprint máximo, a continuación se presenta un gráfico que reúne los promedios de los resultados de la envolvente económica según la ubicación en la que se encuentra ubicado su footprint (véase sección 8.6 en anexos para más detalle).

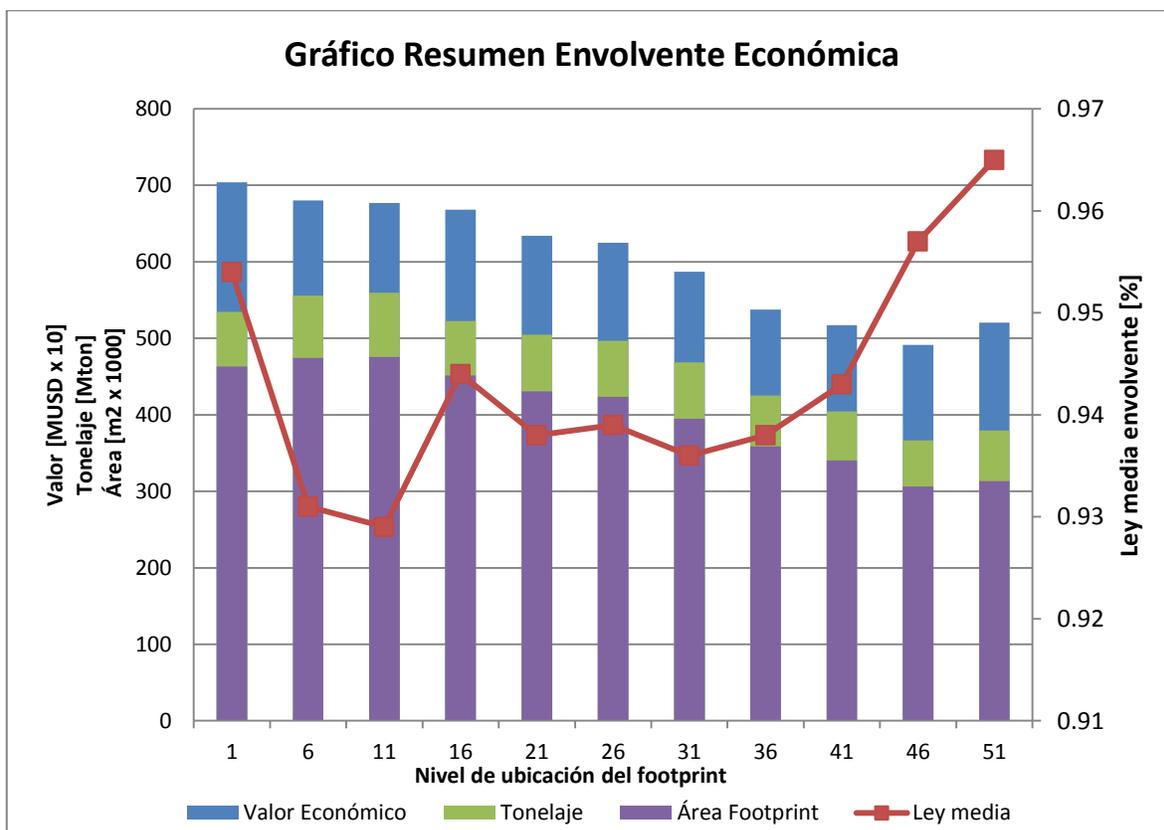


Figura 43 Resumen del cálculo de la envolvente, mostrando el valor económico, tonelaje, área del footprint y ley media según la ubicación en la que se encuentra el footprint de la envolvente. Valores promedios por clase

Las distribuciones para el valor, tonelaje y área pueden ser estimadas mediante distribuciones lognormales, mientras que la ley media mediante una normal (véase anexos sección 8.5), a partir de lo cual se puede calcular el valor que tendría la envolvente para diferentes umbrales de riesgo, mediante la metodología de Value at Risk.

	Value at Risk (1,000 escenarios)			Promedio	Kriging
	Caso pesimista				
	1%	3%	5%		
Valor[MUSD]	3,521	3,921	4,151	6,343	6,207
Tonelaje [Mton]	292	321	338	493	576
Área Footprint [m2]	219,520	258,280	278,680	422,090	550,000
Ley Media [%]	0.8624	0.878	0.886	0.937	0.894

Tabla 14 Resultados del Value at Risk para la envolvente económica comparado con los valores promedio y kriging, para 1,000 escenarios. Caso pesimista.

	Value at Risk (1,000 escenarios)		
	Caso optimista		
	1%	3%	5%
Valor[MUSD]	10,822	9,716	9,184
Tonelaje [Mton]	798	725	688
Área Footprint [m2]	687,000	623,000	592,000
Ley Media [%]	1.032	1.016	1.007

Tabla 15 Resultados del Value at Risk para la envolvente económica comparado con los valores promedio y kriging, para 1,000 escenarios. Caso optimista.

A partir de la tabla anterior, dado un 5% de probabilidad el valor de la envolvente económica puede ser de 4,151 [MUSD], este es el caso pesimista, ya que se está viendo sólo la cola izquierda del gráfico de la Figura 39. Sin embargo viendo la otra cola extrema del gráfico para la misma probabilidad se tiene un valor de 9,184 [MUSD] que corresponde al caso optimista del análisis de riesgo, mientras que si se aumenta el riesgo a un 1% de probabilidad, el caso más optimista correspondería a 10,822 [MUSD].

Por otro lado, también es interesante observar, los valores que puede tener la ley media dentro de la envolvente, dado que esto es importante a la hora de estimar las reservas. Para el caso pesimista del VaR la ley media para un 5% de probabilidad se encuentra aproximadamente en 0.886% de Cu, sin embargo para una probabilidad menor de riesgo la ley no varía en gran magnitud, lo cual es algo bueno en este caso, por otro lado pese a la poca variabilidad en los riesgos considerados aquí, la ley media en riesgo es menor en comparación al valor esperado de los 1,000 escenarios.

5.3.1. Observación sobre la cantidad de escenarios

Como observación extra a los resultados mostrados anteriormente, también es importante notar la diferencia al considerar un número de escenarios más pequeño, en vez del utilizado hasta ahora. Con esto en mente, es interesante ver la diferencia en las distribuciones para el footprint y la envolvente económica al considerar 100 y 1,000 escenarios.

Para los 100 primeros escenarios de leyes, el footprint tiene los siguientes resultados:

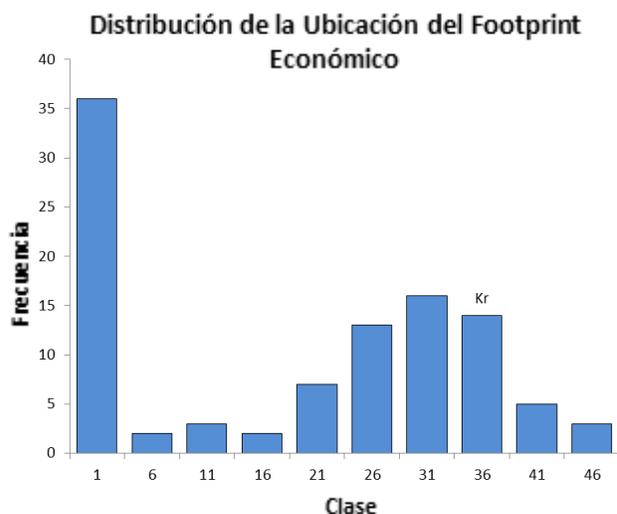


Figura 44 Histograma mostrando la distribución que tiene la ubicación del Footprint de mayor valor económico para 100 escenarios de leyes más la estimación por Kriging (Kr en gráfico). Clase indica entre rango se encuentra el nivel de ubicación.

Estadística de Distribución del Footprint Económico [MUSD]			
Clase	Mínimo	Máximo	Promedio
1	4,846	6,325	5,613
6	5,404	5,691	5,548
11	5,096	5,704	5,325
16	5,529	6,461	5,995
21	4,389	6,347	5,349
26	4,802	7,516	5,745
31	4,322	5,938	5,183
36	4,187	6,478	5,091
41	4,534	5,038	4,799
46	3,853	4,628	4,190

Tabla 16 Estadística de la distribución que tiene la ubicación del Footprint de mayor valor económico para 100 escenarios de leyes, incluyendo la estimación por Kriging

Observando la Tabla 10 y Tabla 16, se puede ver que para el caso en estudio, los valores promedios y máximo de la distribución aumentan, mientras que los valores mínimos se mantienen o disminuyen, al pasar del caso con 100 al de 1,000 escenarios respectivamente. Por otro lado observando la Figura 34 y Figura 44 la forma de la distribución se “suaviza” un poco dejando ver más claramente una distribución normal desde la clase 6 en adelante.

Si se realiza el cálculo de la envolvente para los 100 escenarios, considerando la distribución de ubicación del footprint respectiva, se obtienen gráficos un tanto diferentes a los observados con 1,000 escenarios.

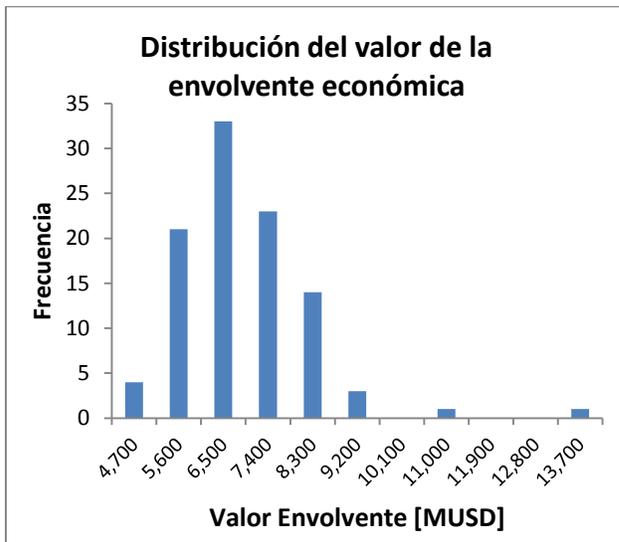


Figura 45 Histograma mostrando la distribución que tiene el valor de la envoltura económica para los 100 primeros escenarios.

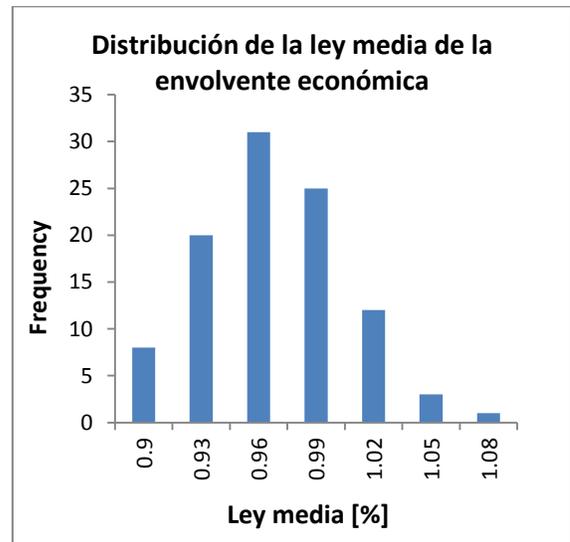


Figura 46 Histograma mostrando la distribución que tiene la ley media del mineral dentro de la envoltura económica para los 100 primeros escenarios.

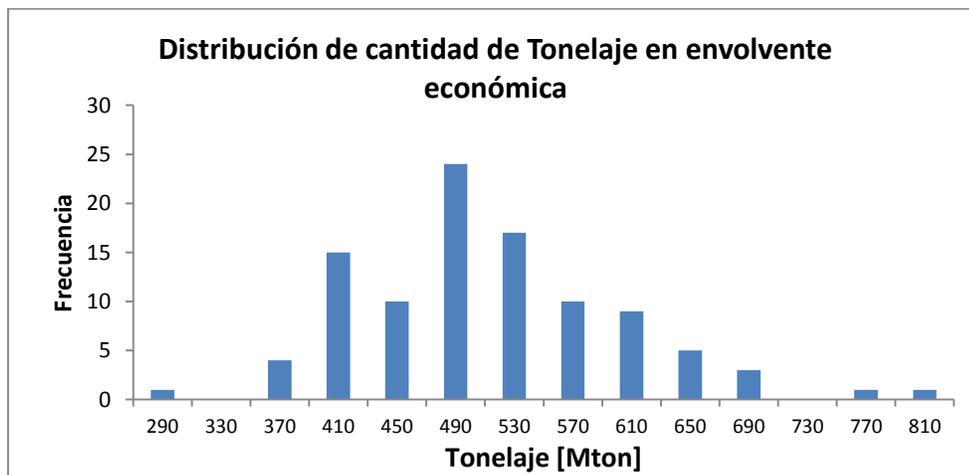


Figura 47 Histograma mostrando la distribución que tiene el tonelaje contenido dentro de la envoltura económica para los 100 primeros escenarios.

Se observa que las distribuciones para los 1,000 escenarios (Figura 39, Figura 40 y Figura 41) en comparación a los de 100 modelos de bloques, están más definidas en términos de la forma que se genera (resultado esperable al aumentar el tamaño de la muestra) y las colas que dejan los datos. El valor de la envoltura para 100 escenarios tiende a ser mejor estimado mediante una distribución lognormal, similar al caso con 1,000 escenarios.

Por otro lado y para cuantificarlo de mejor manera, se puede calcular el valor en riesgo, tal como se realizó en la sección anterior. De esta manera se puede tener una idea de la diferencia de resultados asociados a la muestra y cuantificación del riesgo asociado.

	Value at Risk (100 escenarios) Caso Pesimista			Promedio	Kriging
	1%	3%	5%		
Valor [MUSD]	4,030	4,400	4,605	6,477	6,207
Tonelaje [Mton]	321	348	363	494	576
Área Footprint [m²]	271,000	294,000	306,500	420,084	550,000
Ley Media [%]	0.904	0.932	0.951	0.930	0.894

Tabla 17 Resultados del Value at Risk para la envolvente económica comparado con los valores promedio y kriging, para 100 escenarios. Caso pesimista.

	Value at Risk (100 escenarios) optimista		
	1%	3%	5%
Valor [MUSD]	10,007	9,171	8,764
Tonelaje [Mton]	737	681	653
Área Footprint [m²]	632,000	582,000	558,000
Ley Media [%]	1.039	1.022	1.013

Tabla 18 Resultados del Value at Risk para la envolvente económica comparado con los valores promedio y kriging, para 100 escenarios. Caso optimista

En general se observa que al aumentar el número de escenarios, el valor económico en riesgo asociado a un determinado nivel de confianza disminuye, lo que en otras palabras se traduce en que al considerar una menor cantidad de escenarios, existe el riesgo de prometer valores desfavorable de mayor valor que el que realmente tiene. Por ejemplo con 100 escenarios, existe un 5% de probabilidad de que el valor de la envolvente sea de 4,605 MUSD, pero al considerar 1,000 escenarios, para esta misma probabilidad el valor es de 4,151 MUSD, análogamente se observan disminuciones para el tonelaje, área y ley media de la envolvente al aumentar la cantidad de escenarios.

5.3.2. Observación sobre cálculo de footprint con costo de desarrollo no nulo

Para complementar los resultados mostrados anteriormente, se presentan a continuación los resultados de la ubicación del piso económico, considerando un costo de desarrollo de 3,000 [USD/m²] para los mismos 1,000 escenarios de leyes, utilizados en las secciones anteriores.

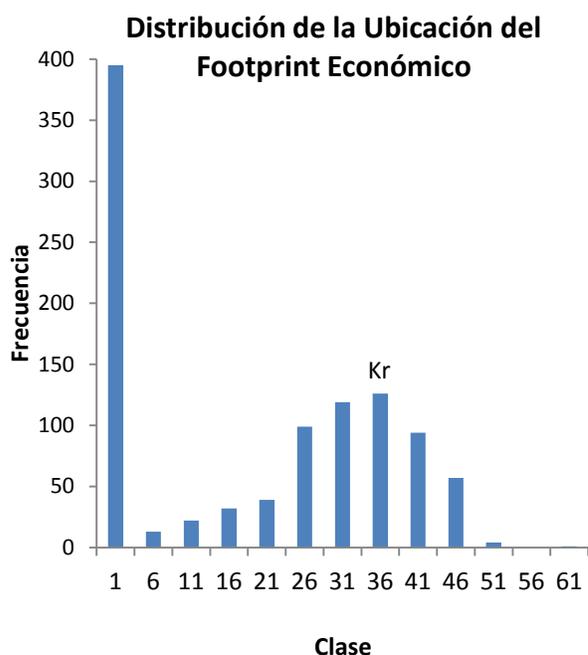


Figura 48 Histograma mostrando la distribución que tiene la ubicación del Footprint de mayor valor económico para 1000 escenarios de leyes más la estimación por Kriging (Kr en gráfico). Clase indica entre rango se encuentra el nivel de ubicación. En este caso el footprint es calculado considerando un costo de desarrollo de 3,000 [USD/m²]

Clase	Mínimo	Máximo	Promedio
1	3,782	10,442	5,821
6	4,674	7,159	5,794
11	3,997	6,990	5,093
16	4,091	7,387	5,325
21	3,778	6,342	5,022
26	3,840	6,924	5,130
31	3,404	6,483	4,830
36	3,441	6,675	4,568
41	3,418	5,569	4,339
46	3,138	5,477	4,090
51	3,674	4,293	3,975
56	-	-	-
61	3,565	3,565	3,565

Tabla 19 Estadística de la distribución que tiene la ubicación del Footprint de mayor valor económico para 1000 escenarios de leyes, incluyendo la estimación por Kriging. En este caso el footprint es calculado considerando un costo de desarrollo de 3,000 [USD/m²]

Al igual que en el caso sin costo de desarrollo, es interesante observar que hay una tendencia a ubicar el piso económico en los niveles más profundos (niveles del 1 al 5), mientras que el kriging está ubicado exactamente en el nivel 40, es decir cuatro niveles más arriba que en el caso del cálculo sin costo de desarrollo. En comparación a los resultados del cálculo de footprint sin costo de desarrollo, se observa que ahora hay una disminución en la frecuencia de ubicación del piso económico en los niveles inferiores, aumentando en los pisos de los niveles 36 en adelante. Este comportamiento puede explicarse por la forma en que son rechazadas las columnas que no paguen su costo de desarrollo, es decir, las columnas más profundas que consideraban leyes más bajas dentro de ellas, ahora no pueden pagar la construcción de un

punto de extracción, prefiriéndose columnas más superficiales, que tienen leyes en promedio más altas.

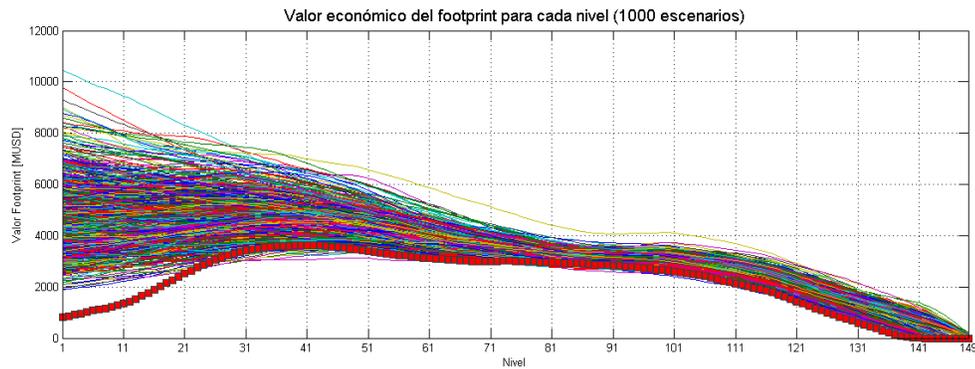


Figura 49 Resultados del Footprint: Valor económico asociado al footprint para cada nivel y para cada uno de los 1,000 escenarios simulados considerando un costo de desarrollo de 3,000 [USD/m²], destacando el resultado obtenido mediante kriging (cuadros rojos).

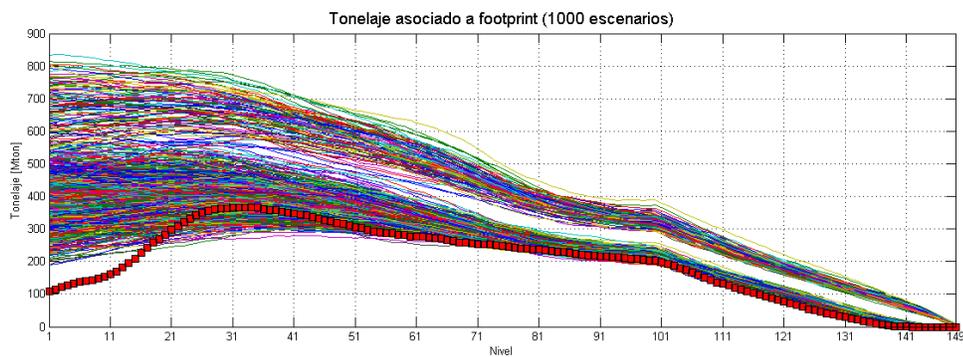


Figura 50 Resultados del Footprint: Tonelaje asociado al footprint para cada nivel y para cada uno de los 1,000 escenarios simulados considerando un costo de desarrollo de 3,000 [USD/m²], destacando el resultado obtenido mediante kriging (cuadros rojos).

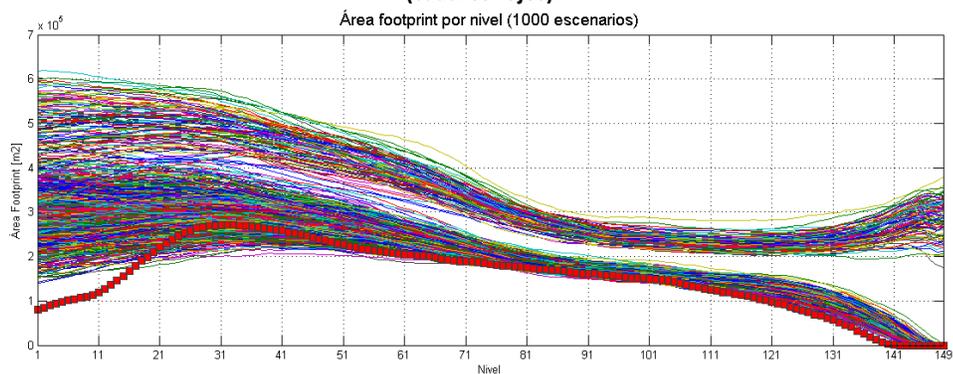


Figura 51 Resultados del Footprint: Área del footprint para cada nivel y para cada uno de los 1,000 escenarios simulados considerando un costo de desarrollo de 3,000 [USD/m²], destacando el resultado obtenido mediante kriging (cuadros rojos).

De las figuras anteriores se observa, que al haber costo de desarrollo no nulo los resultados del footprint para el tonelaje y área, son más dispersos con respecto al caso sin costo. A su vez los resultados obtenidos mediante kriging son inferiores en tonelaje y área para casi todos los niveles del modelo de bloques.

6. Conclusiones y análisis

Durante las últimas décadas, numerosos trabajos referentes a la planificación bajo incertidumbre geológica, han expuesto la importancia de ésta en la realización de un proyecto minero a cielo abierto, dejando en evidencia las pérdidas o ganancias que podría tener el plan minero si se consideran variados escenarios de leyes. Sin embargo poca investigación sobre esta incertidumbre ha sido hecha en minería subterránea, pese a que las herramientas de diseño y cálculo de reservas han existido durante más de una década. Motivado por esto, el trabajo expuesto en esta tesis implementó una herramienta para el cálculo del footprint y la envolvente económica, la cual permite considerar la incertidumbre geológica dentro del problema de la delimitación de reservas en una mina a ser explotada por el método de Block/Panel Caving.

Si bien el cálculo del footprint y el contorno de las reservas en este tipo de minas, son posibles mediante softwares existentes, la ventaja de la herramienta creada en este trabajo es que permite la incorporación de la incertidumbre geológica de manera sencilla, facilitando el cálculo que tendría que hacerse de manera manual, en múltiples iteraciones al utilizar otras metodologías presentes en el mercado. Sumado a lo anterior, la herramienta también permite realizar de manera completamente personalizada el cálculo de la envolvente, permitiendo la manipulación del script de cálculo para incorporar nuevas variables en caso de ser necesario.

Por otro lado, el cómputo de la envolvente efectuado en este trabajo es realizado mediante el algoritmo de pit final inverso, enfoque que extiende el uso de éste algoritmo para el cálculo en minas de Block y Panel Caving, y cuya utilización es poco usual en softwares convencionales.

La metodología propuesta en este trabajo, produce resultados similares a los que pueden verse en el software comercial PCBC, en cuanto al cálculo del piso económico. El script creado para este fin está basado en el cálculo del beneficio descontado por cota en que se ubicaría el footprint. Este script implementado en MineLink fue validado contra PCBC, obteniéndose diferencias en torno al 10% en cuanto a valor económico del footprint, y una diferencia de hasta 50 metros en la ubicación del piso económico, esto sin considerar costos de desarrollo. Las diferencias en cuanto a magnitud, no son tan grandes y por lo tanto los resultados encontrados mediante la metodología implementada en MineLink, pueden aceptarse como válidos para análisis posteriores. Por otro lado también es interesante ver, cómo varía el resultado al considerar un costo de desarrollo no nulo. En este las diferencias en valor económico del footprint se incrementan pudiendo alcanzar un 30%, lo que deja en evidencia una diferencia en

la metodología del script de MineLink y PCBC, pudiendo atribuirse a factores o costos dentro del software de los cuales no tiene documentación. Dado esto se prefirió no hacer mayores análisis a los resultados obtenidos con costo de desarrollo no nulo.

Considerando 1,000 escenarios de leyes para el cálculo del footprint se pudo evidenciar que la forma de este varía según sea el escenario de leyes considerado, además se pudo evidenciar que el footprint calculado a partir de la estimación de leyes del kriging, obtiene un resultado más suavizado y continuo comparado con las simulaciones. En cuanto al valor del footprint a lo largo de todos los niveles del modelo de bloques, se puede evidenciar que existe una mayor dispersión en los niveles más profundos, mientras que en los niveles más superficiales los valores tienden a concentrarse en torno a un valor promedio. Por otro lado los resultados obtenidos mediante las leyes de cobre estimadas mediante kriging, obtienen en general un valor inferior en todos los niveles del modelo de bloques, lo que deja en evidencia una posible ganancia al considerar los escenarios simulados.

El footprint óptimo en este trabajo se consideró como aquel que tiene el mayor valor económico, esto como una simplificación con fines académicos. A partir de lo anterior se pudo evidenciar, que existe una tendencia a ubicar el piso económico en los niveles más profundos del modelo, más específicamente, con una probabilidad del orden del 36%, el piso económico se encuentra ubicado en el nivel número 1, esto dada la estadística de los resultados de las 1,000 escenarios de leyes. Por otro lado el resultado a partir del kriging entrega que el piso económico debiera estar ubicado exactamente en el nivel 36, lo que tiene una probabilidad de tan sólo un 14% en la distribución estadística del piso económico. En otras palabras si se considera sólo el caso determinístico de la estimación de kriging, el piso económico estaría ubicado 350 metros más arriba de lo que indica el caso bajo incertidumbre, además en promedio ubicar el footprint en el nivel 36 tiene un menor valor económico que ubicarlo en los primeros 5 niveles. Este último resultado es importante ya que determina la posición que tendrá el nivel de producción de la mina de block/panel caving.

Los resultados del footprint en la metodología utilizada en esta tesis, sirven como una ayuda en la ubicación del piso económico. Sin embargo debido a que los resultados obtenidos mediante ésta no siempre están suavizados y/o operativizables, se decidió implementar el cálculo de la envolvente económica utilizando el algoritmo de pit final inverso, el cual considera los resultados de la ubicación del piso económico mediante el script de footprint, y permite conocer de manera aproximada el contorno de las reservas de la mina mediante simples manipulaciones del

algoritmo. En este sentido, las restricciones de talud inherentes del cálculo de pit final, ahora cumplieron la misión de representar la diferencia de altura entre columnas contiguas de mineral.

Dada la cantidad considerable de escenarios de leyes, la forma de la envolvente y la cantidad de reservas contenidas dentro de estas varía en cada realización. De esta manera en algunos casos se obtuvieron envolventes de gran tonelaje dentro de las cuales es posible separar en varias zonas la extracción de mineral, mientras que otros resultados podrían complicar la extracción de mineral debido a la pequeña cantidad de tonelaje económicamente extraíble. Las reservas esperadas de la envolvente económica son de 493 Mton a 0.937% de Cu, teniendo un valor de la envolvente del orden de 6,300 MUSD. Este último resultado es mayor en valor monetario y ley media que el obtenido mediante kriging, sumado a esto, tiene un mejor resultado con 14% menos tonelaje y 23% menos área de footprint, lo que podría atribuirse a mejores leyes predichas dentro de la envolvente.

Una de las ventajas del enfoque del cálculo de la envolvente bajo incertidumbre, es que se puede analizar los valores bajo ciertos umbrales de riesgo, y de esta manera tener una mejor idea de las posibles ganancias o pérdidas asociadas al yacimiento propiamente tal, esto bajo la premisa de que las leyes de mineral en el yacimiento no pueden ser conocidas a ciencia cierta y por lo tanto hay variabilidad en ellas. Dado esto, los resultados del VaR arrojan que con un 5% de probabilidad el valor de la envolvente económica puede ser 29% menos que el valor esperado de los 1,000 escenarios (aproximadamente 1800 MUSD menos), este corresponde al escenario pesimista, sin embargo para la misma probabilidad, el análisis de riesgo también arroja un valor optimista, que corresponde a un valor económico 45% mayor que el esperado (más de 2,800 MUSD). Como se puede esperar los valores se hacen cada vez menores y mayores en los casos pesimistas y optimistas respectivamente, cada vez que se asume un riesgo mayor. En cuanto a la ley media de la envolvente bajo riesgo, se tiene que para un 5% de probabilidad la ley media es 6% menor y 7% mayor que la ley esperada, en los casos pesimista y optimista respectivamente. Si bien la ley media no difiere tanto de la estimada, pequeñas variaciones en esta pueden traer grandes consecuencia en las etapas de procesamiento mineral.

Analizando nuevamente los resultados obtenidos mediante las leyes de kriging, se tiene que el valor económico de la envolvente está más cercano al caso pesimista, mientras que la cantidad de tonelaje es más cercano al caso optimista y la ley media más cercana al caso pesimista. Dado esto, utilizar los datos determinísticos de leyes sólo sería favorable a aquellos que quieran

augmentar la cantidad de tonelajes de las reservas, pero a cambio de un valor económico 29% menor que el esperado.

Desde un punto de vista puramente económico, es conveniente ubicar el piso económico en el rango de niveles más profundos (1 al 5), esto ya que en promedio el valor del footprint es máximo aquí, y luego al calcular la envolvente, se tiene que en promedio el valor de ésta también es máximo en estos niveles. Por otro lado la ley media encontrada en estos niveles, es relativamente alta comparada con el promedio de todas las realizaciones, si bien en promedio el tonelaje de la envolvente y el área del footprint en este rango de niveles no son máximos, en magnitud no dista mucho de esto (permitiendo tener en promedio un área mayor a 460,000 m²). Dado todo lo últimamente mencionado, la ubicación del nivel de producción en el primer rango de niveles se observa como una alternativa bastante rentable, sin embargo, en este análisis no se consideran costos de desarrollo para llegar hasta esta profundidad, lo cual podría o no hacer económica esta alternativa.

En general como pudo verse en este trabajo, considerar un enfoque basado en la incertidumbre geológica permite tener más y mejores opciones a partir de las cuales tomar una decisión, en este caso la ubicación del piso económico y el cálculo de reservas de la mina de block/panel caving, mientras que por otra parte un análisis de riesgo permite tener una idea sobre cuáles pueden ser los valores si es que se tiene suerte o no en la predicción de las reservas, ya que hay que considerar que se está trabajando dentro del contexto de una promesa de valor y los atributos presentes en el yacimiento nunca pueden ser predichos de manera certera hasta cuando el mineral es extraído.

6.1. Trabajos Futuros

La creación de esta herramienta, que permite el cálculo del footprint y la envolvente económica de minas de block/panel caving bajo incertidumbre geológica, representa un avance con respecto a las herramientas comerciales existentes que permiten realizar el cálculo de las reservas para este tipo de minas. Sin embargo el script creado en este trabajo puede ser mejorado. Algunas de las modificaciones que quedan propuestas son las siguientes:

- Hacer cambios en la implementación del script de cálculo del footprint, para obtener resultados más similares a los encontrados en PCBC, es decir disminuir la diferencia de valores entre ambas metodologías.
- Realizar el paso siguiente en la etapa de planificación minera, realizar un script que permita secuenciar la extracción de mineral a partir de los resultados de la envolvente económica, y posteriormente crear una planificación de la producción a largo plazo.
- Incorporar sistemas de dilución de mineral en el cálculo de reservas, por ejemplo dilución por flujo de mineral.

7. Referencias

- [1] Alford, C., Brazil, M., Lee, D. H. (2007). "Optimisation in Underground Mining". In Handbook Of Operations Research In Natural Resources, Vol. 99, International Series in Operations Research & Management Science, Springer US, p. 561-577.
- [2] Allen, D. E., Kramadibrata, A. R., Powell, R. J., & Singh, A. K. (2011). "Optimising a Mining Portfolio Using CVaR". Working Paper. Edith Cowan University, School of Accounting Finance & Economics.
- [3] Benndorf J., Dimitrakopoulos R. (2004) "New Efficient Methods for Conditional Simulation of Large Orebodies". Orebody Modelling and Strategic Mine Planning--Uncertainty and Risk Management International Symposium 2004, p. 103-109.
- [4] Boland N., Dumitrescu I., Froyland G. (2008) "A Multistage Stochastic Programming Approach to Open Pit Mine Production Scheduling with Uncertain Geology". Optimization Online, http://www.optimization-online.org/DB_FILE/2008/10/2123.pdf, accessed 31 January 2012.
- [5] Brady B., Brown E., (2006) "Rock Mechanics for Underground Mining", 3rd edition, cap. "Mining Methods and Method Selection" pp. 347-369
- [6] Brazil, M., Grossman P. (2008). "Access layout optimisation for underground mines", Australian Mining Technology Conference, Twin Waters, Queensland. p. 119-128.
- [7] Diering T., Richter O., Villa D. (2010) "Block Cave Production Scheduling Using PCBC" (Gemcom White Paper)
- [8] Diering T. (2000), "PC-BC: A Block Cave Design and Draw Control System", MassMin 2000 (pp. 469-484). Brisbane, Queensland.
- [9] Dimitrakopoulos R. (2011) "Stochastic Optimization For Strategic Mine Planning: A Decade Of Developments". Journal of Mining Science; Mar2011, Vol. 47 Issue 2, p. 138.
- [10] Elkington T., Bates L., Richter O. (2012), "Block Caving Outline Optimisation", MassMin 2012, Sudbury, Ontario, Canada.
- [11] Emery X., (2011) "Fundamentos de Geoestadística". Departamento de Ingeniería de Minas, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.

- [12] Emery X., Lantuéjoul C. (2006), "TBSIM: A computer program for conditional simulation of three-dimensional Gaussian random fields via the turning bands method", *Computers & Geosciences*, Volume 32, Issue 10, December 2006, Pages 1615–1628.
- [13] Espinoza D., Goycoolea M., Moreno E., Newman A. (2012), "MineLib: a library of open pit mining problems", *Annals of Operations Research* July 2013, Volume 206, Issue 1, p. 93-114.
- [14] Fuentes S., Villegas F. (2014), "Block Caving Using Macro Blocks", *Proceedings of Caving 2014*, p. 199-216
- [15] Grieco N., Dimitrakopoulos R. (2009) "Stope design and geological uncertainty: quantification of risk in conventional designs and a probabilistic alternative", *Journal of Mining Science*, Vol. 45, No. 2, 2009, p. 152-163.
- [16] Hamrin, H. (2001). Chapter 1: Underground mining methods and applications. In: *Underground Mining Methods: Engineering Fundamentals and International Case Studies* (eds W. A. Hustrulid and R. L. Bullock), p. 3–14. Society for Mining, Metallurgy and Exploration: Littleton, Colorado.
- [17] Hochbaum D. (2001). "A new-old algorithm for minimum cut in closure graphs," *Networks*, Special 30th anniversary paper, Vol 37, No 4, p. 171-193.
- [18] Horsley T., (2002), "Dollar Driven Mine Planning: The Corporate Perspective to Operational Mine Planning"
- [19] Hustrulid, W., Kuchta, M. (1998) — "Open Pit Mine, Planning and Design". Rotterdam, A.A. Balkema. Vol 1. Chapter 5 "The pit limits", pp. 402-412.
- [20] Isabel A. (2013) "Efficient Evaluation of Block Cave Footprints for a Range of Elevations" (Gemcom White Paper)
- [21] Johnson, T. (1969), "Optimum production scheduling", in *Proceedings of the 8th International Symposium on Computers and Operations Research*, p. 539 – 562
- [22] Kuchta M., Newman A., Topal E. (2003), "Production scheduling at LKAB's Kiruna Mine using mixed integer programming", *Mining Engineering* 55, p. 35–40.
- [23] Lagos G., Espinoza D., Moreno E. and Amaya J. (2011) "Robust Planning for an Open-Pit Mining Problem under Ore-Grade Uncertainty". *Electronic Notes in Discrete Mathematics* Vol. 37 p.15-20.

- [24] Laubscher D. (2011), "Cave Mining", SME Mining Engineering Handbook 3rd Edition, p. 1385- 1397
- [25] Laubscher, D. (1994). "Cave mining - the state of the art". Journal of The South African Institute of Mining and Metallurgy, 94, p. 279-293.
- [26] Lerchs H., Grossmann I. (1965), "Optimum design of open-pit mines," Trans. Canadian Institute of Mining and Metallurgy, Vol. LXVIII p. 17–24.
- [27] Osanloo, M., Gholamnejad, J., Karimi, B. (2008). "Long-term open pit mine production planning; a review of models and algorithms". International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment, p. 3-35.
- [28] Rubio, E. (2002). "Long-term planning of block caving operations using mathematical programming tools". MSc Thesis, University of British Columbia, Vancouver, Canada, Pages 116.
- [29] Rubio E., Dunbar W., Scoble M., Hall R. (2004). "Reliability Theory Applied to Block Cave Production Scheduling", Proceedings MassMin 2004, The Chilean Institute of Mining and Metallurgy, Santiago, Chile, August 2004, pp. 150-155.
- [30] Smith M., Sheppard I., Karunatillake G. (2003), "Using MIP for strategic life-of-mine planning of the lead/zinc stream at Mount Isa Mines", APCOM 2003 Conference, pp. 1–10.
- [31] Valencia J., Paredes P., Macías F. (2014), "La Encantada: An inclined cave design", Proceedings of Caving 2014, p. 217-224
- [32] Vargas M., Morales N., Rubio E. (2009), "A short term mine planning model for open-pit mines with blending constraints", MinePlanning 2009, Santiago, Chile.
- [33] Vielma J., Espinoza D., Moreno E. (2009) "Risk control in ultimate pits using conditional simulations", Proceedings of the APCOM, p. 107-114.
- [34] Villa D. (2014) "Mine sequence optimization for Block Caving using concept of 'best and worst case'", Proceedings of Caving 2014, p. 426-436.
- [35] Wenlong C. (1989) "Application of network flow and zero-one programming to open-pit mine design problems", Ph.D Thesis, The University of Arizona.

[36] Whittle G., Stange W. and Hanson N. (2007) "Optimizing Project Value and Robustness". Project Evaluation Conference Melbourne, Vic, 19 - 20 June 2007.

[37] Whittle, J (1999) "A decade of open pit mine planning and optimization - the craft of turning algorithms into packages". Proceedings of the 28th International Symposium on Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry: p. 15-24.

8. Anexos

8.1. Anexo A: Datos de sondajes yacimiento caso de estudio

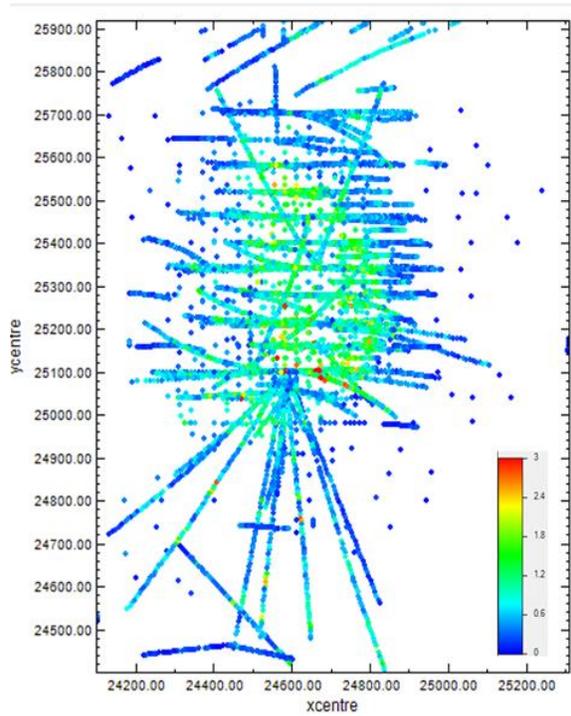


Figura 52 Vista en planta sondajes yacimiento

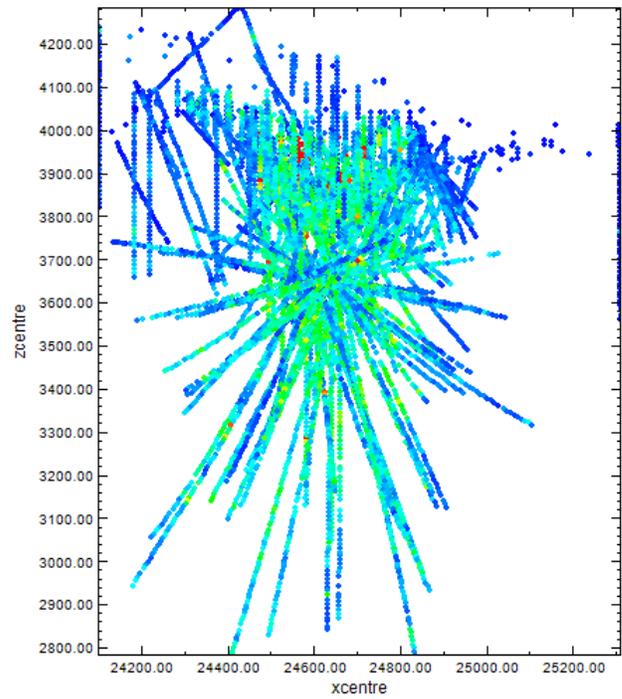


Figura 53 Vista transversal sondajes yacimiento

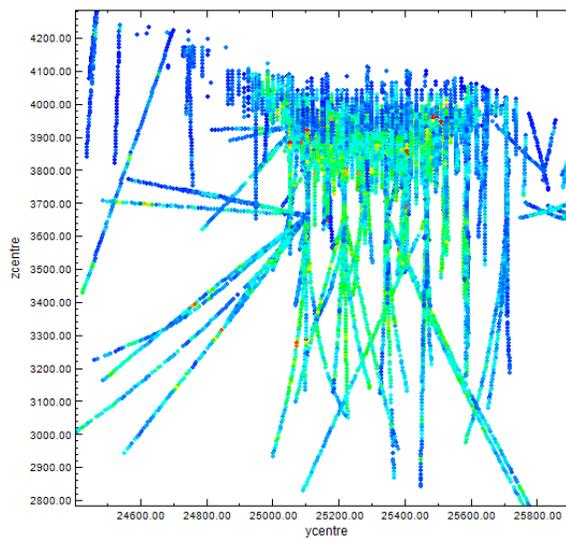


Figura 54 Vista longitudinal sondajes yacimiento

8.2. Anexo B: Resultados Corridas Pit Final

Pit	N° Bloques Pit	Valor Pit [USD]	Ley Media Pit
1	12,039	47,005,794	1.131%
2	21,423	42,482,512	1.047%
3	22,941	144,758,650	1.163%
4	14,906	59,847,475	1.178%
5	1,353	4,405,518	1.200%
6	5,011	23,902,419	1.160%
7	29,862	111,549,310	1.094%
8	17,500	166,309,431	1.257%
9	26,797	268,142,107	1.287%
10	32,177	263,260,767	1.217%
11	10,226	68,307,156	1.232%
12	16,360	81,377,269	1.078%
13	29,877	149,443,767	1.124%
14	5,389	22,265,815	1.122%
15	25,377	65,905,909	1.019%
16	6,985	25,300,913	1.081%
17	37,795	127,551,751	0.986%
18	25,886	166,746,036	1.164%
19	41,161	206,592,487	1.056%
20	9,151	21,670,516	1.066%
21	22,693	110,953,767	1.143%
22	30,456	96,112,076	1.041%
23	4,856	22,998,430	1.204%
24	13,718	68,778,101	1.167%
25	28,639	65,330,992	0.981%
26	6,860	38,953,440	1.253%
27	27,039	73,403,522	1.057%
28	3,070	15,841,273	1.266%
29	4,984	43,815,462	1.371%
30	29,765	43,034,973	0.920%
31	5,898	70,737,012	1.437%
32	11,868	69,969,946	1.220%
33	28,198	54,257,019	0.935%
34	23,336	110,304,976	1.061%
35	4,953	28,449,599	1.269%
36	5,899	55,342,920	1.353%
37	24,535	115,154,213	1.073%
38	25,858	154,893,668	1.136%
39	16,385	12,799,634	0.911%
40	16,818	101,074,668	1.144%

41	15,052	70,343,428	1.139%
42	4,342	28,519,466	1.259%
43	13,453	83,228,412	1.228%
44	19,864	31,907,871	0.948%
45	12,143	13,322,144	0.919%
46	2,136	16,316,851	1.342%
47	6,214	27,320,486	1.238%
48	6,967	46,383,836	1.148%
49	38,544	295,856,930	1.211%
50	18,070	104,042,454	1.235%
51	35,916	101,730,382	1.070%
52	32,185	217,981,279	1.203%
53	24,676	124,789,931	1.136%
54	8,641	44,864,845	1.207%
55	5,266	27,974,038	1.252%
56	42,145	159,712,822	1.100%
57	9,211	40,742,803	1.151%
58	21,498	96,006,397	1.150%
59	8,499	48,320,133	1.275%
60	5,754	25,704,229	1.201%
61	10,558	37,360,840	1.114%
62	16,879	43,841,195	1.065%
63	56,965	323,837,514	1.133%
64	6,605	46,206,079	1.262%
65	37,657	134,344,339	1.035%
66	40,076	185,177,648	1.082%
67	20,712	138,625,611	1.177%
68	25,209	72,532,923	1.074%
69	29,906	91,958,035	1.020%
70	40,381	100,771,212	1.071%
71	28,221	114,732,864	1.064%
72	13,250	98,835,486	1.266%
73	33,074	183,553,389	1.179%
74	10,558	66,516,672	1.228%
75	23,022	47,663,676	0.934%
76	8,504	61,078,421	1.241%
77	56,413	30,433,356	0.882%
78	29,569	46,877,480	0.833%
79	2,854	9,502,472	1.203%
80	45,703	579,949,098	1.322%

81	16,313	50,109,816	1.144%
82	23,923	128,778,284	1.181%
83	38,175	273,941,835	1.211%
84	34,608	219,650,789	1.154%
85	12,604	47,430,565	1.166%
86	10,092	48,804,104	1.188%
87	19,016	121,398,453	1.232%
88	35,440	147,146,990	1.079%
89	44,889	238,636,783	1.173%
90	2,566	8,198,790	1.144%
91	30,265	75,219,768	1.068%

92	9,873	46,670,747	1.181%
93	19,031	34,471,922	1.024%
94	23,734	65,903,597	1.048%
95	32,299	136,285,345	0.995%
96	12,977	98,076,539	1.301%
97	5,369	35,530,332	1.302%
98	27,473	110,802,912	1.084%
99	19,386	57,724,935	1.023%
100	29,619	164,912,444	1.164%

Tabla 20 Resultados para cada pit final

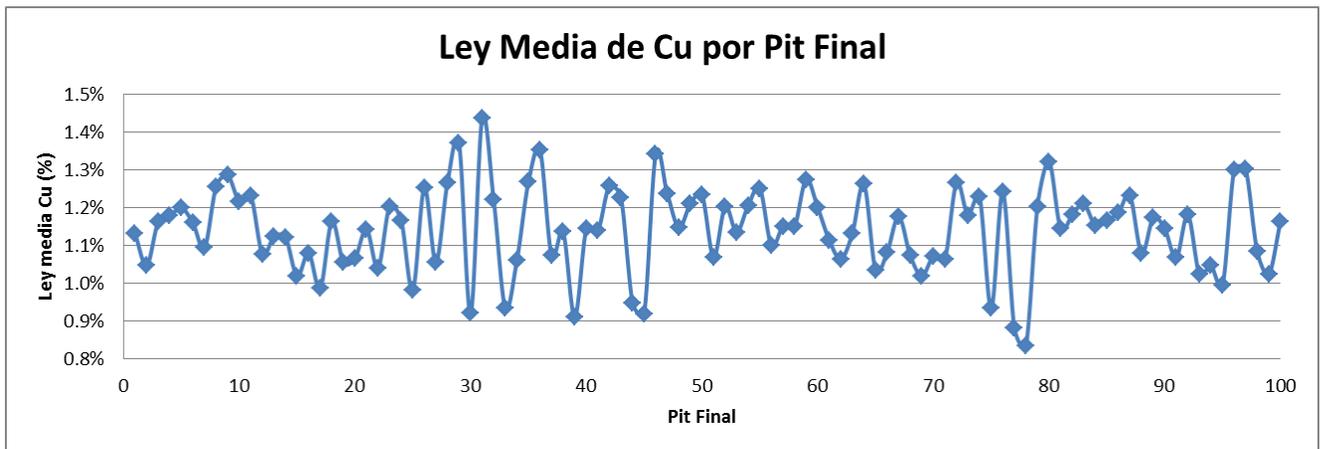


Figura 55 Ley media de Cu para cada pit final

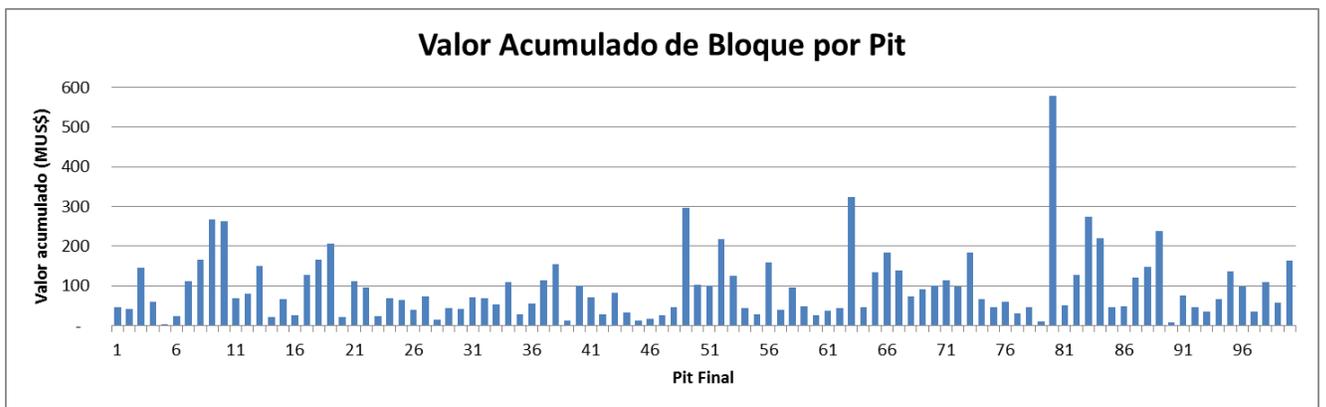


Figura 56 Valor económico total para cada pit final

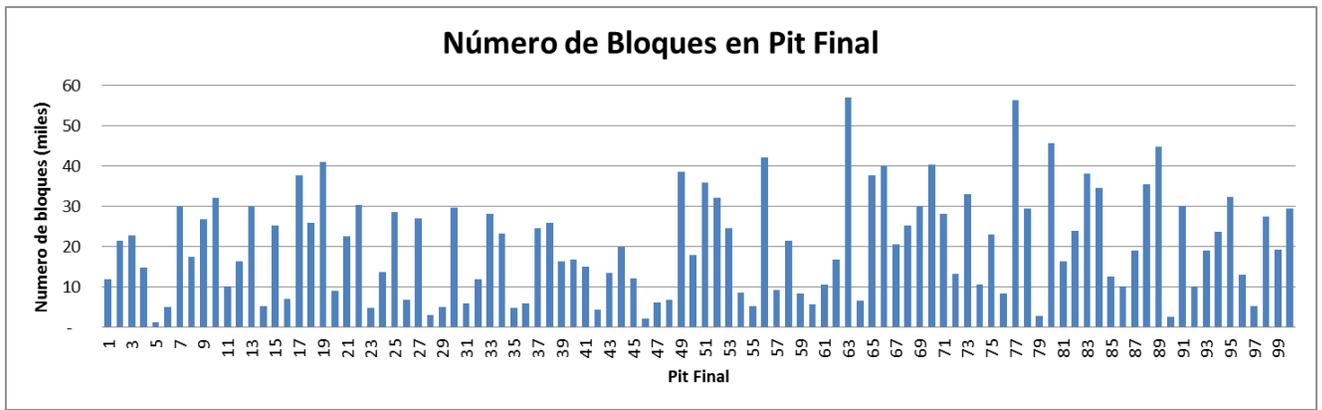


Figura 57 Número de bloques dentro de cada pit final

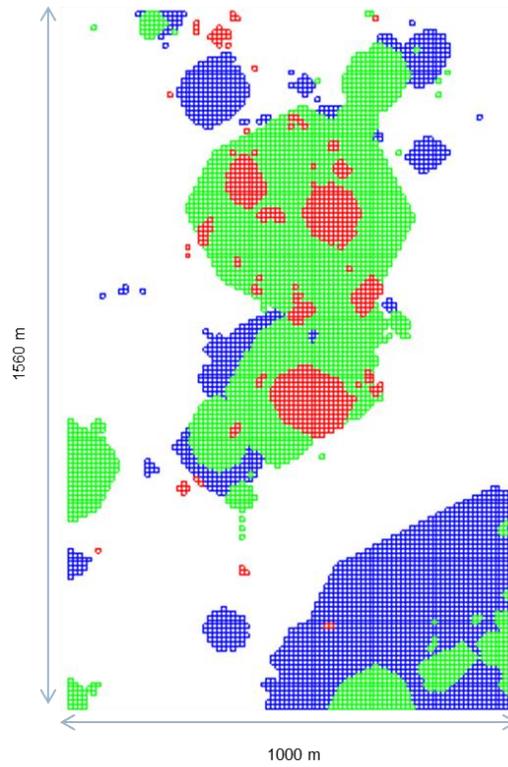


Figura 58 Vista en planta sobrepuesta de pits finales con valor económico: Mínimo (rojo), Promedio (verde) y Máximo (azul)

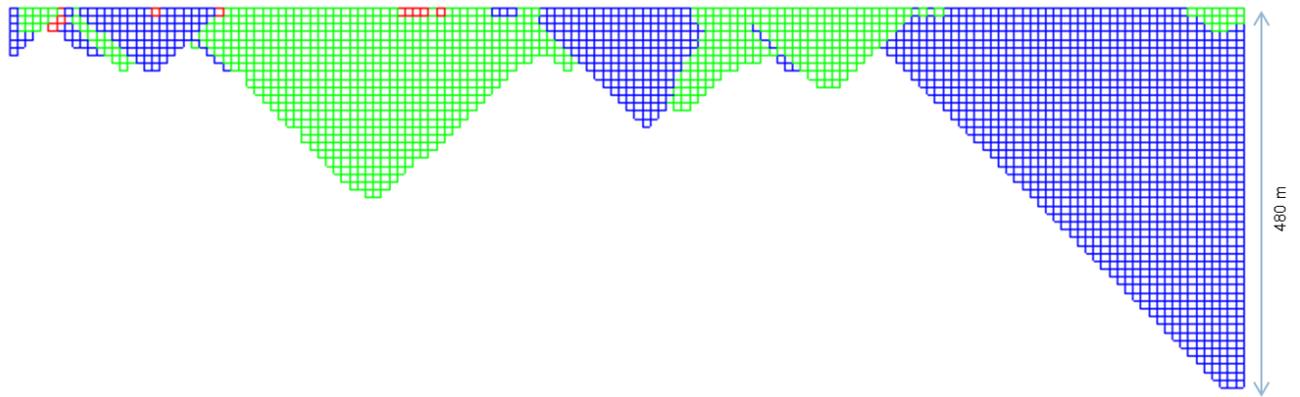


Figura 59 Vista longitudinal sobrepuesta de pits finales con valor económico: Mínimo (rojo), Promedio (verde) y Máximo (azul)

8.3. Anexo C: Detalles ajuste de distribución valores pit final

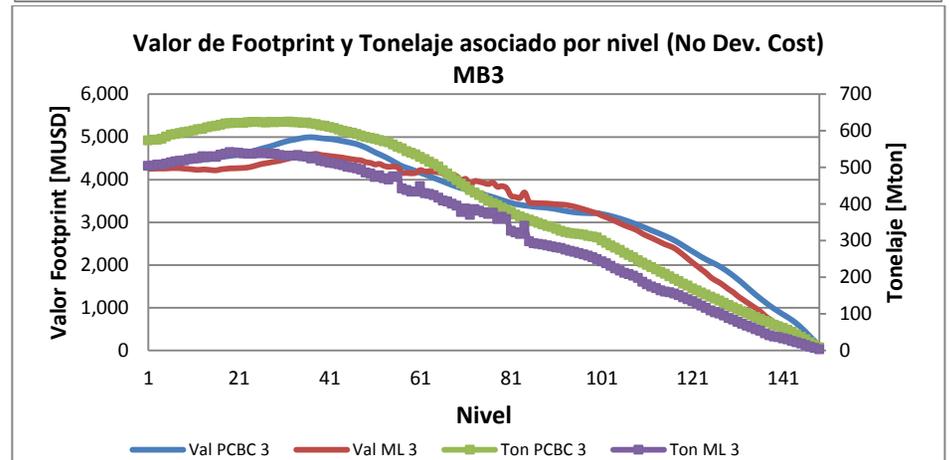
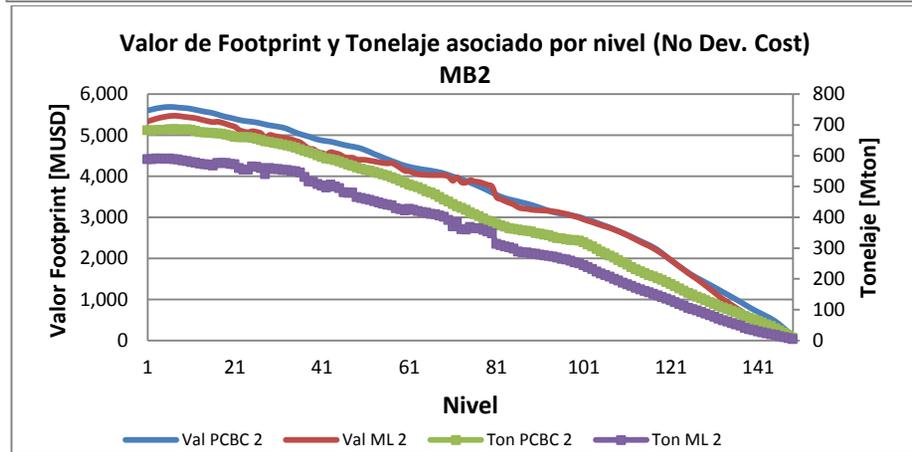
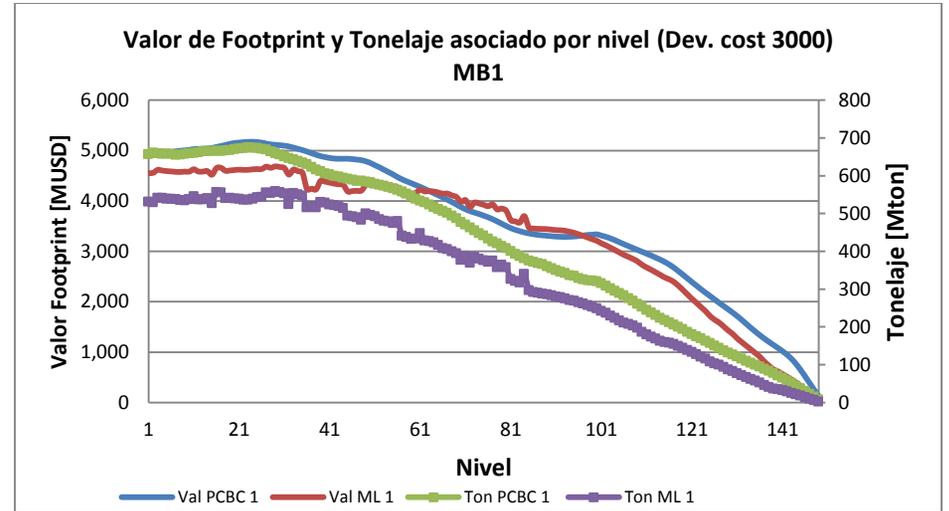
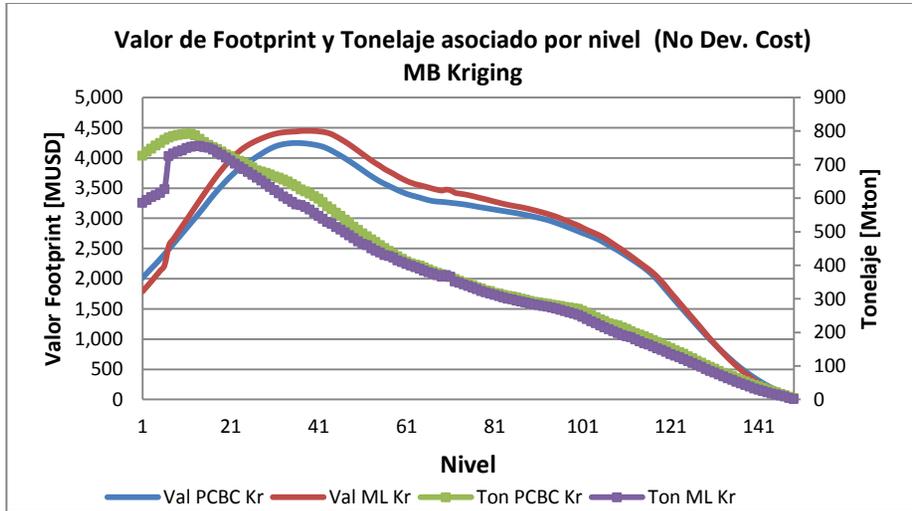
```

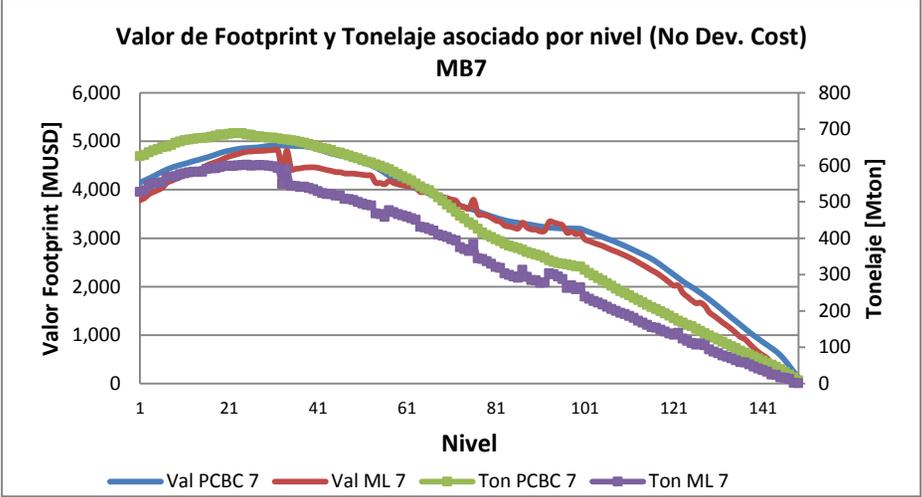
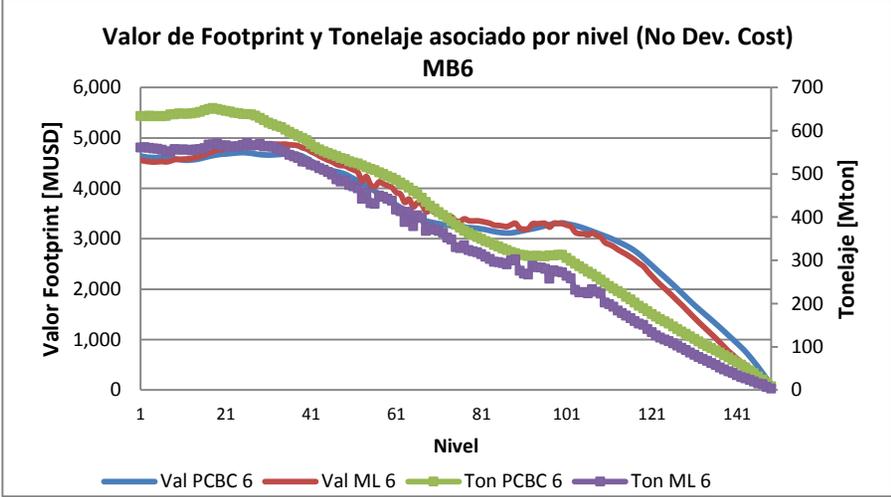
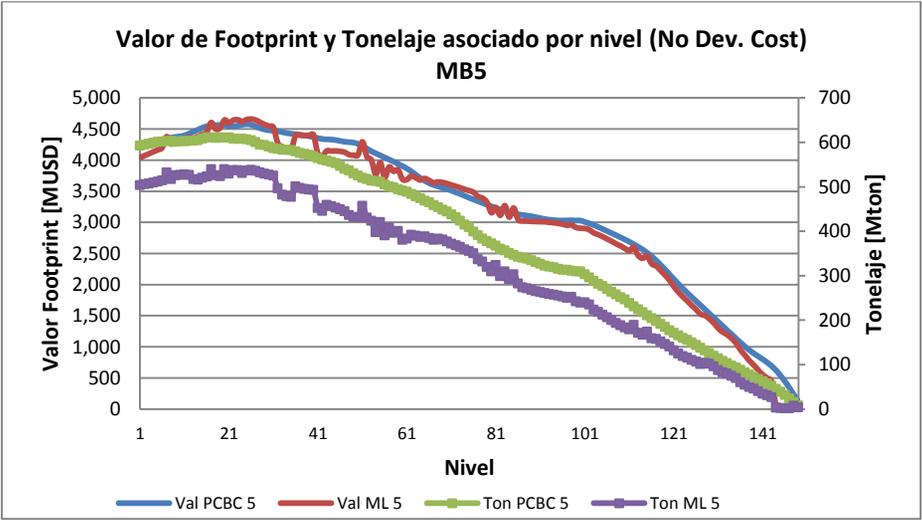
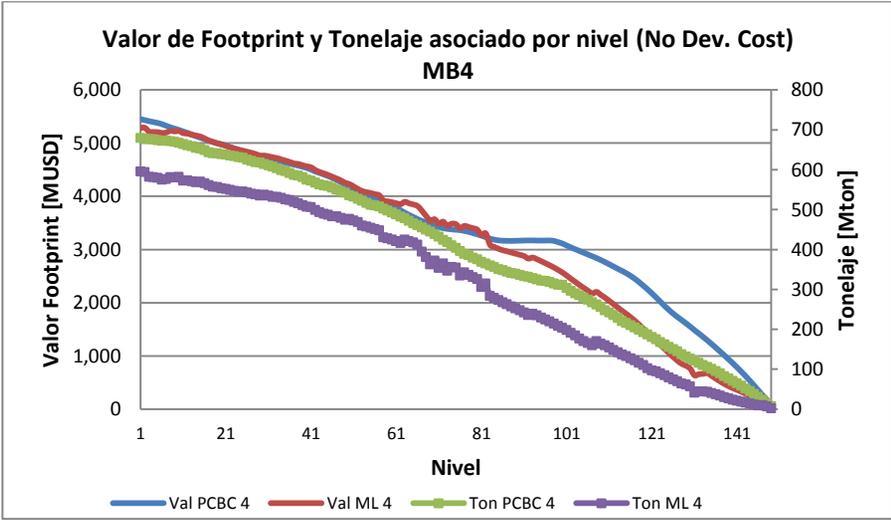
Lognormal
  minimum = 4 [fixed]
  mu      = 4.15861
  sigma   = 0.908374
Chi Squared
  total classes      6
  interval type     equal probable
  net bins          6
  chi**2            3.08
  degrees of freedom 5
  alpha             0.05
  chi**2[5,0.05]   11.1
  p-value           0.688
  result            DO NOT REJECT
Kolmogorov-Smirnov
  data points       100
  ks stat           0.0654
  alpha             0.05
  ks stat[100,0.05] 0.134
  p-value           0.762
  result            DO NOT REJECT
Anderson-Darling
  data points       99
  ad stat           2.4
  alpha             0.05
  ad stat[0.05]    2.49
  p-value           0.0558
  result            DO NOT REJECT

```

Figura 60 Test de ajuste distribución lognormal valor pit final, no se rechaza ningún test. Hecho con Statfit

8.4. Anexo D: Gráficos validación footprint MineLink vs PCBC





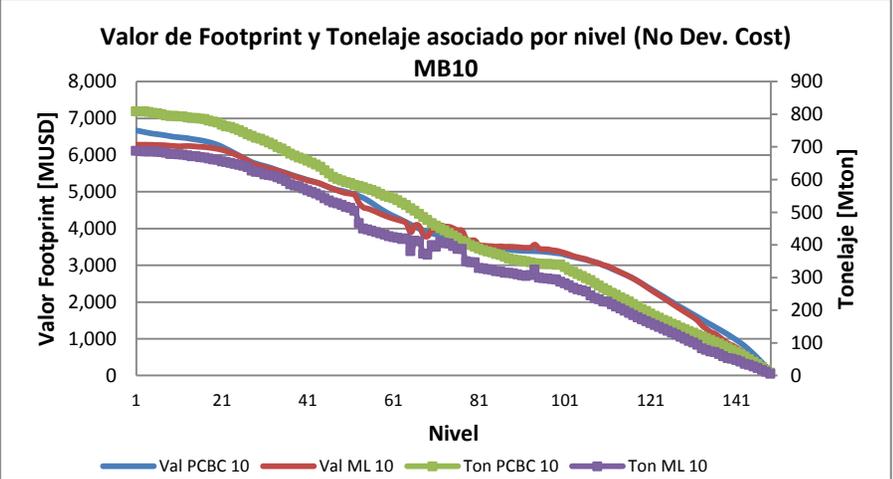
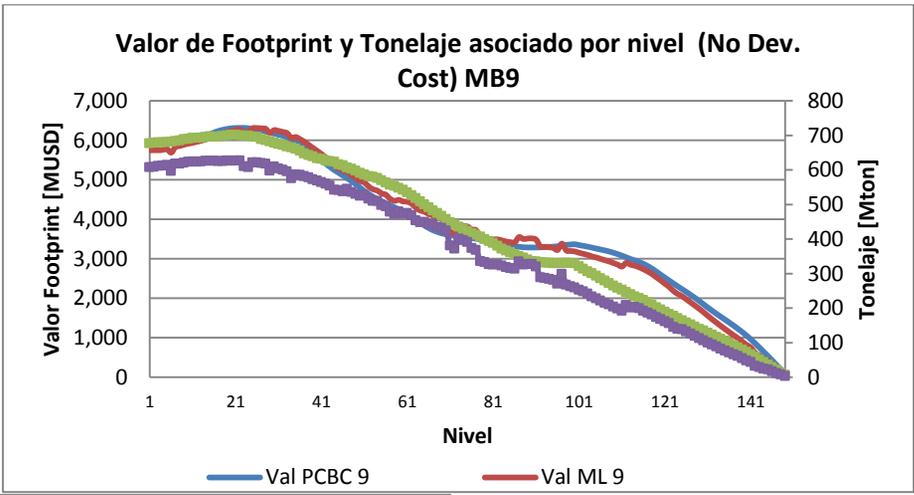
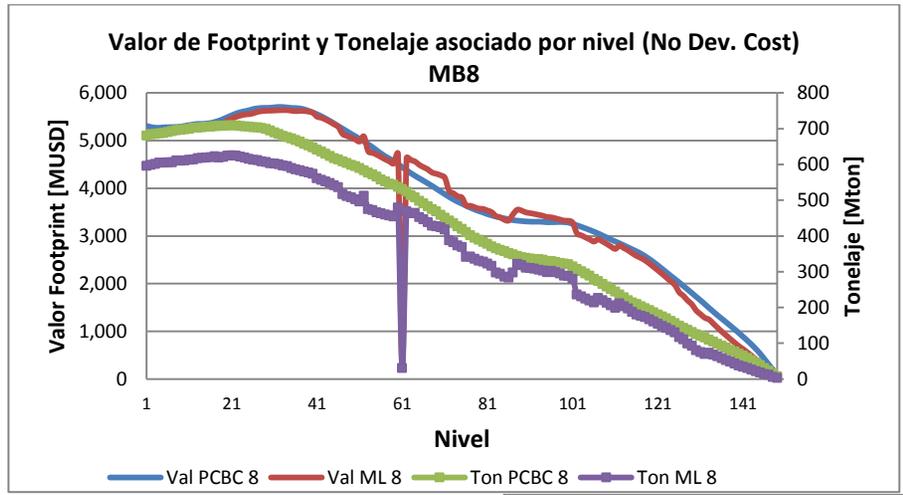


Figura 61 Resultados validación cálculo de footprint script MineLink sin costo de desarrollo

8.5. Anexo E: Ajuste de distribución Envolvente Económica

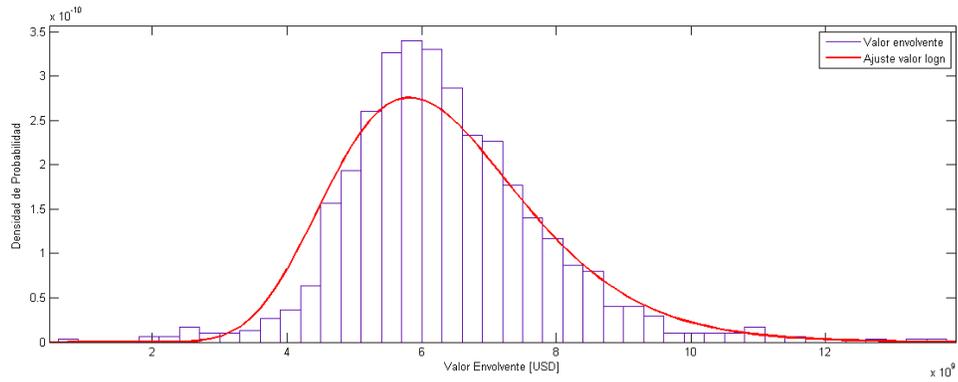


Figura 62 Ajuste distribución valor económico envolvente, densidad de probabilidad

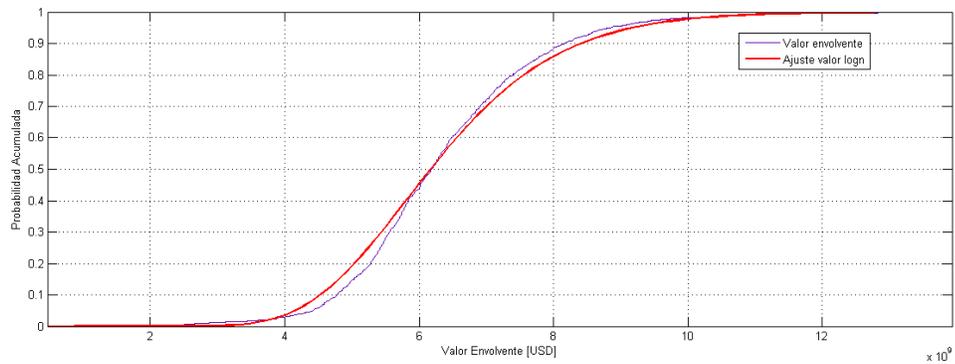


Figura 63 Ajuste distribución valor económico envolvente, probabilidad acumulada

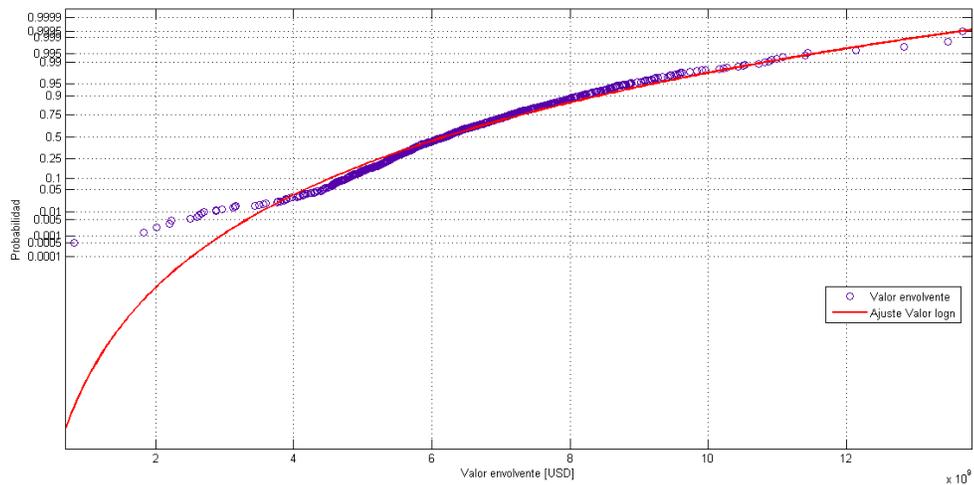


Figura 64 Ajuste distribución valor económico envolvente, grafico de probabilidad

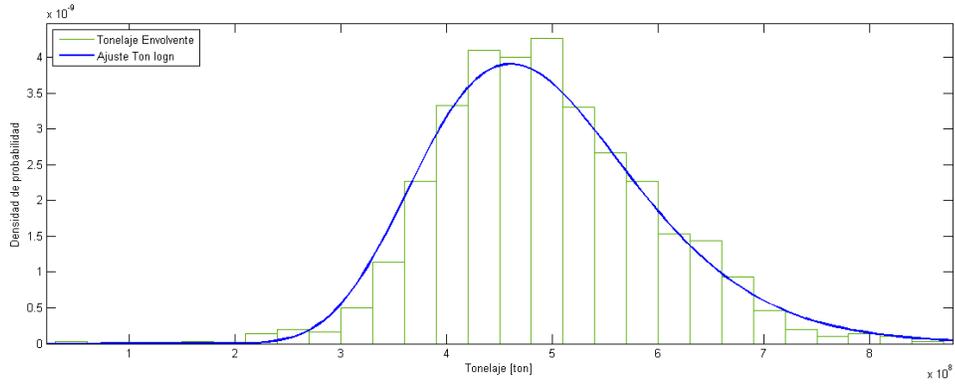


Figura 65 Ajuste distribución tonelaje envolverte, densidad de probabilidad

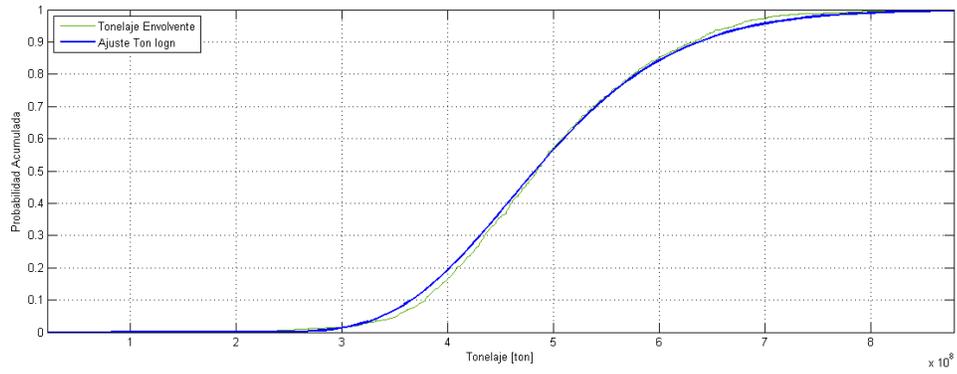


Figura 66 Ajuste distribución tonelaje envolverte, probabilidad acumulada

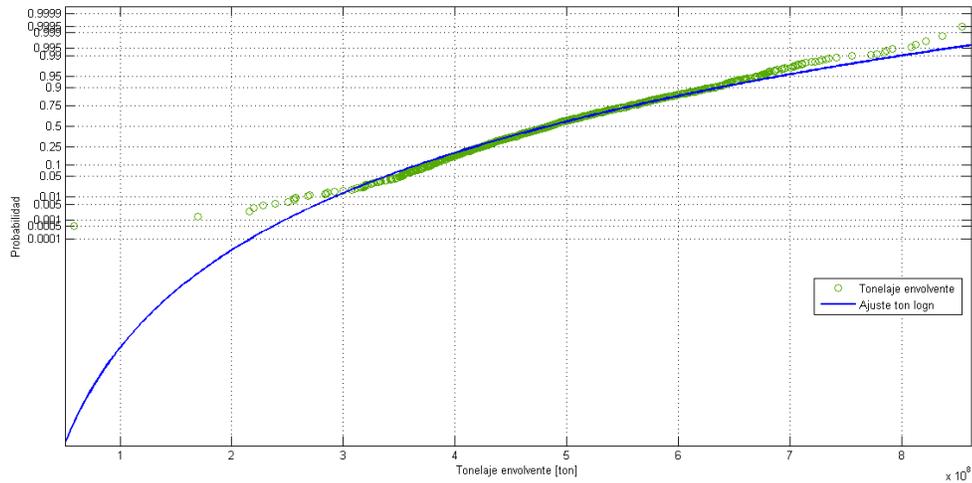


Figura 67 Ajuste distribución tonelaje envolverte, grafico de probabilidad

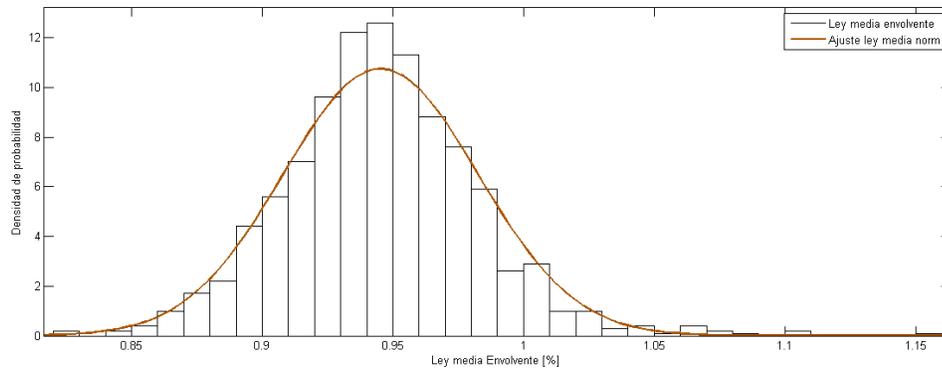


Figura 68 Ajuste distribución ley media envolvente, densidad de probabilidad

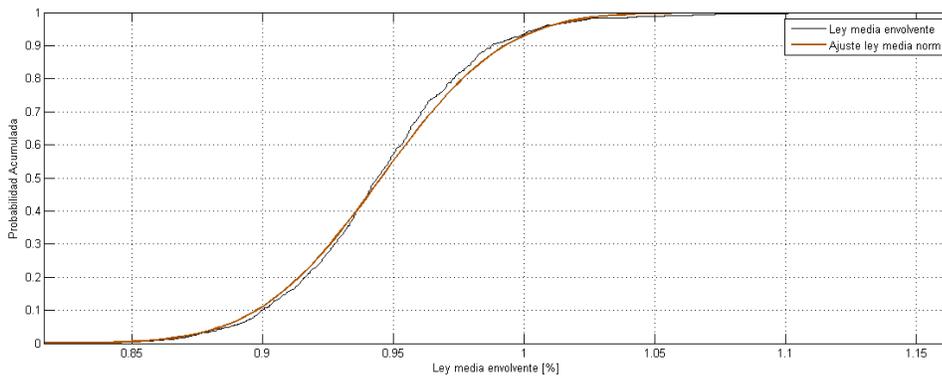


Figura 69 Ajuste distribución ley media envolvente, probabilidad acumulada

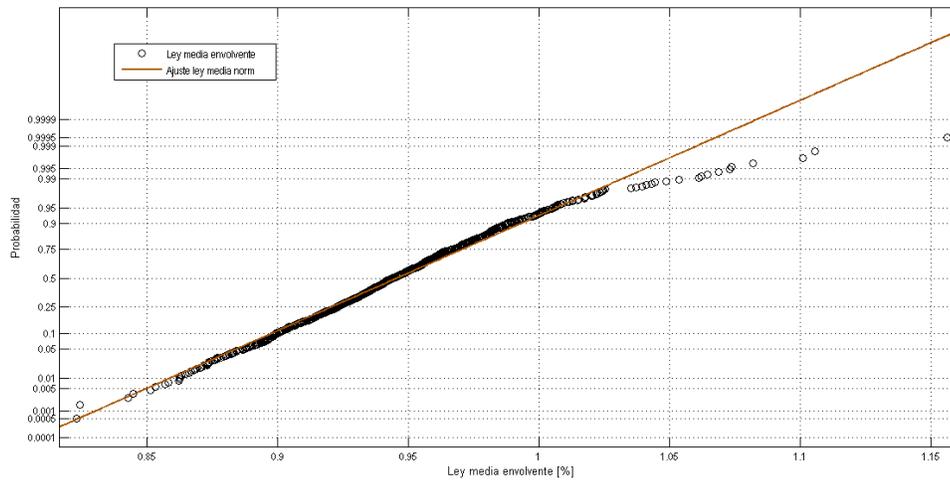


Figura 70 Ajuste distribución ley media envolvente, grafico de probabilidad

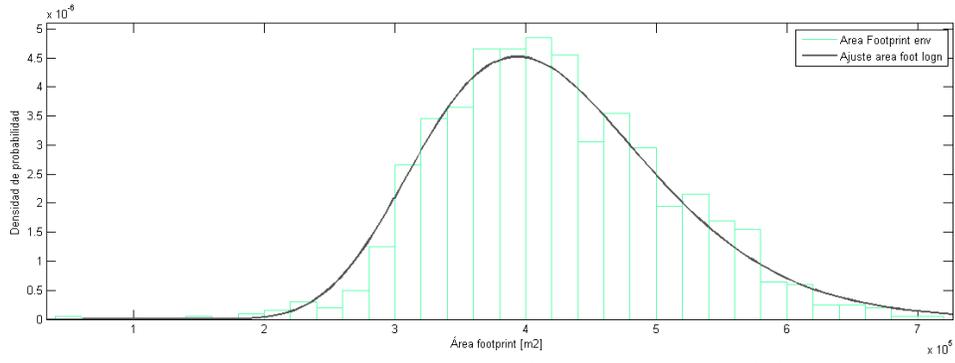


Figura 71 Ajuste distribución área footprint asociado a envolvente, densidad de probabilidad

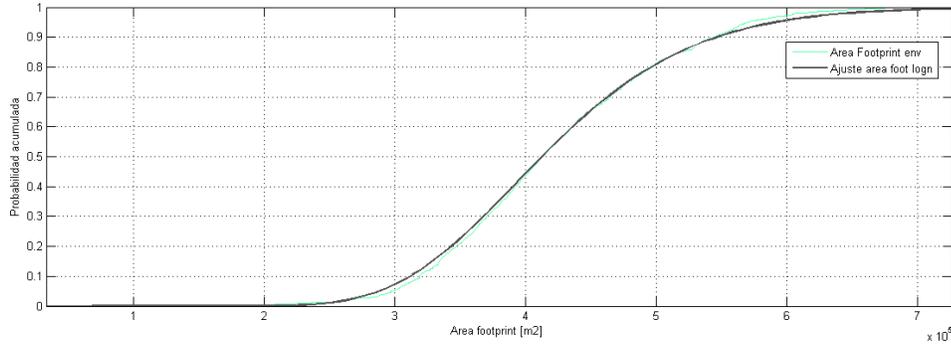


Figura 72 Ajuste distribución área footprint asociado a envolvente, probabilidad acumulada

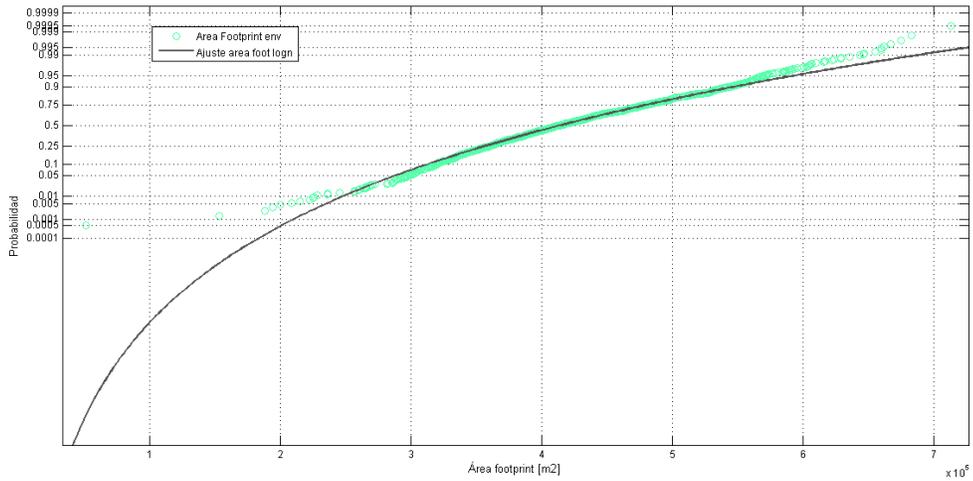


Figura 73 Ajuste distribución área footprint asociado a envolvente, grafico de probabilidad

8.6. Anexo F: Detalle resultados envolvente económica

Valor económico envolvente según posición de su footprint [MUSD]			
Rango pos. footprint	mínimo	máximo	promedio
1	2,697	13,682	7,037
6	5,616	8,756	6,804
11	5,111	8,205	6,769
16	4,689	8,794	6,682
21	4,567	8,578	6,342
26	3,757	8,887	6,250
31	2,965	7,773	5,868
36	2,017	8,021	5,375
41	820	6,774	5,170
46	3,149	6,661	4,914
51	4,792	5,616	5,204

Tabla 21 Estadísticas valor económico de envolvente por ubicación del piso económico. Frecuencia por clase idéntica a los resultados del footprint

Ley media envolvente económica según posición de su footprint [% Cu]			
Rango pos. footprint	mínimo	máximo	promedio
1	0.845	1.156	0.954
6	0.892	0.981	0.931
11	0.869	0.971	0.929
16	0.889	1.009	0.944
21	0.874	1.007	0.938
26	0.853	1.025	0.939
31	0.858	1.006	0.936
36	0.823	1.018	0.938
41	0.857	1.001	0.943
46	0.888	1.006	0.957
51	0.943	0.987	0.965

Tabla 22 Estadísticas ley media de envolvente por ubicación del piso económico. Frecuencia por clase idéntica a los resultados del footprint

Tonelaje envolvente según posición de su footprint [Mton]			
Rango pos. footprint	mínimo	máximo	promedio
1	256	854	535
6	454	693	556
11	399	755	560
16	369	665	523
21	352	647	505
26	270	686	497
31	310	581	468
36	215	681	425
41	59	542	405
46	300	465	367
51	375	384	380

Tabla 23 Estadísticas tonelaje de envolvente por ubicación del piso económico. Frecuencia por clase idéntica a los resultados del footprint

Área de footprint de envolvente según su posición [m²]			
Rango pos. footprint	mínimo	máximo	promedio
1	222,600	713,000	462,999
6	367,100	604,200	474,127
11	336,500	629,300	475,736
16	305,200	591,300	451,648
21	302,900	562,900	430,826
26	236,200	606,500	423,688
31	265,200	504,800	394,870
36	188,300	559,200	358,736
41	51,500	477,400	340,477
46	256,300	392,300	306,334
51	305,800	321,200	313,500

Tabla 24 Estadísticas área de footprint de envolvente por ubicación del piso económico. Frecuencia por clase idéntica a los resultados del footprint.

8.7. Anexo G: Poster MinePlanning-Copper 2013

Footprint and Economic Envelope Calculation for Block Caving Based Mines Under Geological Uncertainty

Emilio Vargas*, Nelson Morales, Delphos Mine Planning Laboratory, AMTC, University of Chile

Introduction

Traditional long term mine planning is done based on deterministic information, therefore constructing plans and making decisions that are not robust and estimating value and production promises that cannot be achieved.

One example of this is uncertainty on the resource model: while techniques like conditional simulations to model the variability of grades are widely known and well developed, existing mine planning tools do not allow incorporating them into the planning procedure. They only allow to integrate uncertainty in the planning process at its end, by means of some sensibility analysis so that variability is estimated, but not controlled.

This work deals with developing a tool such that it can incorporate geological uncertainty in early stages of the planning process: defining the economic envelope in a massive underground mine.

Methodology

1. Develop a tool to optimize the economic envelope for each Z level.
2. Validate the tool against existing software alternative(s).
3. Extend tool to compute a robust footprint.

Optimizing the Economic Envelope

To get the economic envelope of a massive underground mine, the approach we use is to calculate an inverted final pit with some specific constraints by: (1) cutting the block model at each Z level, (2) inverting the Z coordinates, (3) evaluating the blocks in each column, (4) creating precedence constraints to control the difference of heights for adjacent columns, and finally (5) computing an ultimate pit.

All the steps described above are solved using the BOS2M software developed at the Delphos Mine Planning Laboratory of the University of Chile (BOS2M is an open-pit scheduler and sequencer), because this tool is very flexible and can be scripted to do this automatically.

As a result from this methodology, we obtain an approximation for the economic envelope of the underground mine

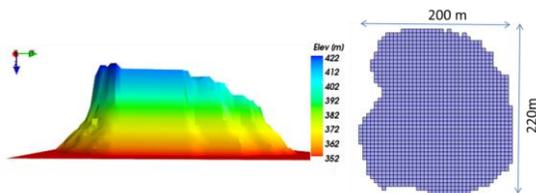


Fig. 1 Economic Envelope calculated with the inverted final pit algorithm

Validation against known tools and results

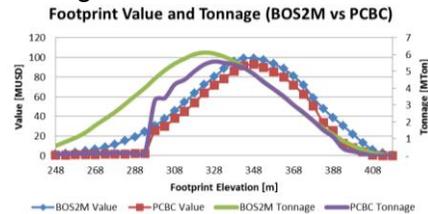


Fig. 2 BOS2 against PCBC Footprint

Extension to consider geological uncertainty

Once we have developed a tool to optimize the economical envelope, the geological uncertainty is introduced by conditional Gaussian simulations of a mineral deposit, generating S different resource models.

For each block model, we can then compute the optimal footprint at each different Z level.

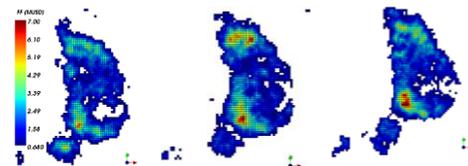


Fig. 3 Different footprint shapes at the maximum economic elevation, from left to right: worst, mean and best scenario.

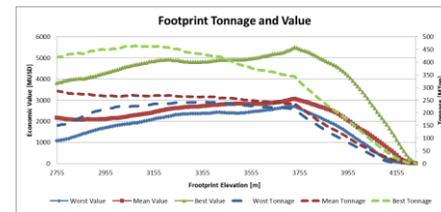


Fig. 4 Footprint Value and associated tonnage for each elevation (worst, mean and best scenario)

Finally, there are several alternatives to consolidate the results for each simulation into a final decision. We currently consider: Maximum Expected Value, Economic Envelope with given confidence level, Value at Risk, etc.

Conclusions

We have developed a software tool that computes the economic envelope for each Z level of a massive underground mine, and validated it against known solutions. This tool is very quick and customizable, so it allows us to integrate geological uncertainty through conditional simulations that show that the variations in the shape of the footprint and envelope can be significant. Currently we are defining some possible criteria to consolidate the different economic envelopes into a final decision.

*This presentation is part of a Master thesis

Subject: Economic Envelope Calculation for Caving Based Mines Under Geological Uncertainty.
Corresponding author: evargas@ing.uchile.cl

Bibliography

- [1] Vielma J., Espinoza D. and Moreno E. (2009) "Risk control in ultimate pits using conditional simulations"
- [2] Dimitrakopoulos R. (2011) "Stochastic Optimization For Strategic Mine Planning: A Decade of Developments".
- [3] Diering T., Richter O., Villa D. (2010) "Block Cave Production Scheduling Using PCBC" (Gemcom White Paper)
- [4] Isabel A. (2013) "Efficient Evaluation of Block Cave Footprints for a Range of Elevations" (Gemcom White Paper)

8.8. Anexo H: Paper Caving 2014

Footprint and Economic Envelope Calculation for Block/Panel Caving Mines under Geological Uncertainty

E. Vargas University of Chile, Chile

N. Morales University of Chile, Chile

X. Emery University of Chile, Chile

Abstract

Traditional long-term mine planning is based on deterministic ore body models, which ignore the uncertainty in the geological resources. Therefore, the mineable resources and mine plans are not robust and the actually obtained values may not meet the promised values at the beginning of the project. Geological uncertainty can result in important differences in the economic value of the plan and in the outline shape of the mine.

This paper deals with developing a tool that incorporates geological uncertainty in early stages of the planning process: defining the economic envelope in a massive underground mine. The rationale is to compute an economic outline of the mine that aims to maximise the contained value while limiting the difference of the height of adjacent columns, all this for each level. As a result, this tool gives an approximation of the shape and value of the economic envelope of a block cave mine, which can be used as an input to a post scheduling process.

The algorithm is tested on a real case study and validated against existing software alternatives. Afterwards, it is extended to work with geological uncertainty, which is modelled using a set of conditional simulations of the mineral grades. The results for this case study indicate that geological uncertainty can generate a gap greater than 100% in the economic value of the footprint and the total tonnage of the envelope, between the best and the worst grade scenarios. On the other hand, the shape of the envelope varies in each grade scenario, making it difficult to make an optimal decision on the placement of the developments for a posterior extraction sequence.

1 Introduction

Traditional long-term mine planning is based on deterministic information, therefore plans and decisions may not be robust against uncertainty and estimated value and production promises may not be achieved. One example of this is the uncertainty on the resource model: while techniques like conditional simulations are well developed to model the spatial variability of grades, existing mine planning tools do not allow incorporating them into the planning process. They only allow integrating uncertainty a posteriori, by means of sensitivity analyses, so that variability is estimated but not controlled.

Many authors analyse the impact of geological uncertainty in open pit mines in terms of differences between promises and actual values (e.g., Dimitrakopoulos, 2011), but there is a lack of references about uncertainty in underground mines. On the other hand, approaches are used to calculate mine reserves in block/panel caving mines. The draw point oriented methodology (Diering, 2000) has been validated and improved along the years and seems to be the mainstream methodology; meanwhile another recent

methodology based on the upside down pit algorithm (Elkington et al., 2012) generate mine outlines and footprints using different cut-offs, but none of these methodologies consider geological uncertainty in their algorithm.

This work aims at developing a tool such can incorporate geological uncertainty in early stages of the planning process: defining the economic envelope in a massive underground mine. The results of the case study will be specific to the ore body and block/panel caving mining method.

2 Methodology

The main objective is to calculate the economic envelope of an ore body to be mined using the block/panel caving method. To this end, two methodologies are used to calculate the economic footprint and envelope, respectively.

2.1 Footprint Calculation

Similar to the footprint finder methodology (Diering et al. 2008), we calculate the economic level where the undercut level should be placed, it means the economic boundary and layout of the underground mine. It is based on the profit of the blocks discounted by when they will be extracted given the position of the block in the block column (equation 1).

$$v'_i(x, y, z) = \frac{v(x, y, z)}{(1 + \alpha)^{\frac{dz}{v_{\text{mining}}}}} \quad (1)$$

Where:

- v and v'_i = block economic value and discounted value of the block assuming i as the undercut level [\$/t].
- dz = block height [m].
- v_{mining} = Vertical Mining Rate [m/yr].
- α = discount rate.

To simplify the decision where to put the undercut level, the value of the footprint will be the only decision variable. This implies finding the maximum footprint economic value.

2.2 Economic Envelope Calculation

Given the results of the economic level, the next step is to calculate the economic envelope. This will represent an approximation to the mining reserves in the ore body. The methodology behind this section is based on the ultimate pit algorithm, and is applied with some modifications in order to resemble the caving geometry, as follows:

- Cut the block model:
 - Remove the block model data below the economic Z level.
 - Set the maximum height of column.
- Invert the Z coordinate in the block model.
- Create a set of slope precedence constraints in order to control the maximum adjacent height of draw (HOD).

- Calculate the economic envelope using the constraints and modified block model, given equation 2:

$$\max \sum_{i=1}^B v_i \cdot x_i \quad (2)$$

Where:

B = total number of blocks

v_i = economic value of block i

x_i = binary decision variable to extract block i or not

- Post processing of the envelope:
 - Set minimum column height
 - Set minimum mining footprint dimensions.

The steps described above are solved using the MineLink library which is part of the BOS2M open-pit scheduler and sequencer (Rubio et al 2011). In addition, the results of the economic level (footprint) are validated against PCBC (GEMS) software commonly used in caving mines.

2.3 Extension to consider geological uncertainty

Once we have developed a tool to optimise the economical envelope, the geological uncertainty is introduced by using conditional simulations to generate different resource models. The simulations are constructed with the TBSIM program (Emery and Lantuéjoul, 2006). For each simulation (block model scenario), the optimal footprint and economic outline of the mine can be computed. Subsequently, a quantification of the uncertainty is done, applying the Value at Risk (VaR) evaluation which has been used in previous publications to assess the impact of geological uncertainty in open pit projects (Vielma et al. 2009).

3 Data

The data consist of 100 simulations of a real ore body. Each one of these simulations has a total of 2.34 million blocks of 10x10x10 m³ and 149 levels (10 meters per level). The copper grade was the only simulated variable, and the tonnage and density for each block are assumed constant. It is also supposed that all the calculations are done over the same mineralised zone (same rock type). The economic data used in the block evaluation is shown in Table 1.

Table 1 Economic parameters

Parameter	Value
Price [US\$/t]	2.5
Selling Cost [US\$/t]	0.35
Mine Cost [US\$/t]	10
Plant Cost [US\$/t]	16.1
Recovery	87%
Density [ton/m ³]	2.7

Maximum Column Height [m]	500
Minimum Column Height [m]	100
Productivity [tpd]	200
Utilisation [days/year]	200
Slope Angle	45°- 60°- 90°

Also, validation was done over block model obtained by kriging and 10 different simulations, using the same economic parameters in the two methodologies. No development costs were used in the economic evaluation.

4 Results

4.1 Validation

Between the methodology used in this paper and PCBC there are some differences in terms of accumulated value, tonnage and area of the footprint, thus there are differences in the economic level where the undercut level will be placed. Table 2 summarises these differences for the 11 block models evaluated (negative values mean PCBC values are greater than MineLink values).

Table2 Differences between PCBC and MineLink methodologies

Block Model	Level	Differences		
		Economic Value	Tonnage	Area
Kriging	-2	-5%	10%	-33%
1	-5	9%	17%	-14%
2	-1	4%	14%	-6%
3	-1	8%	15%	-13%
4	-1	3%	13%	-7%
5	-1	-2%	11%	-18%
6	-1	-4%	11%	-17%
7	1	2%	11%	-14%
8	-1	1%	13%	-12%
9	-4	0%	11%	-8%
10	0	6%	15%	-1%

To illustrate the previous table, the results for the accumulated economic value and tonnage for one simulated block model are shown in Figure 1.

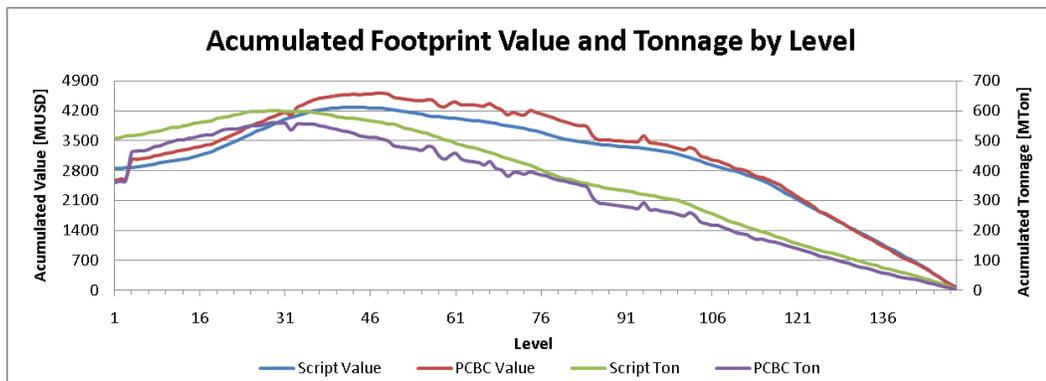


Figure 1 Footprint validation results over one simulation

The difference in value between these two methodologies is up to 10% near the optimum economic level, and greater differences can be observed in the last and less deep levels.

4.2 Footprints Results

Applying the methodology described in this paper, different curves of accumulated value and tonnage can be generated for each scenario. Given that all these curves were generated over 100 simulations of the ore body, the differences between the curves depict the geological variability or uncertainty (Figures 2 and 3).

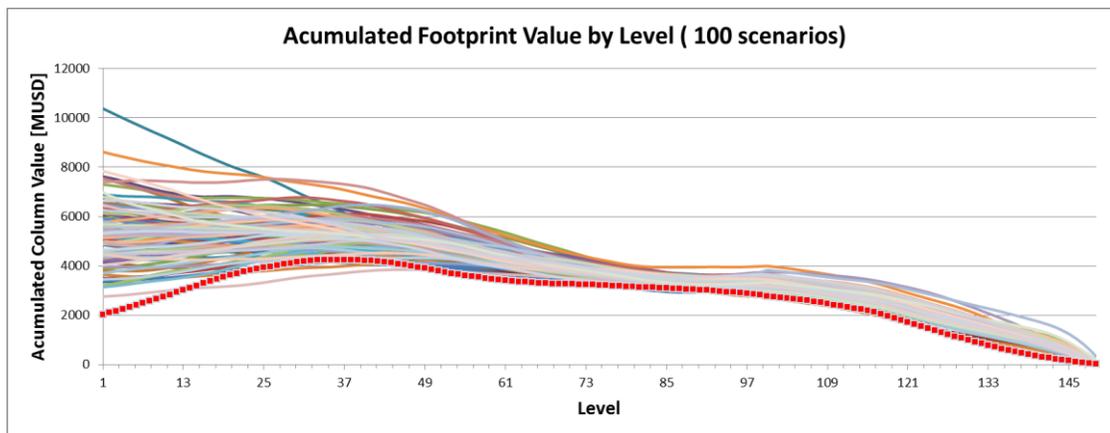


Figure 2 Footprint Results: value over 100 simulations (dashed curve is the kriging scenario)

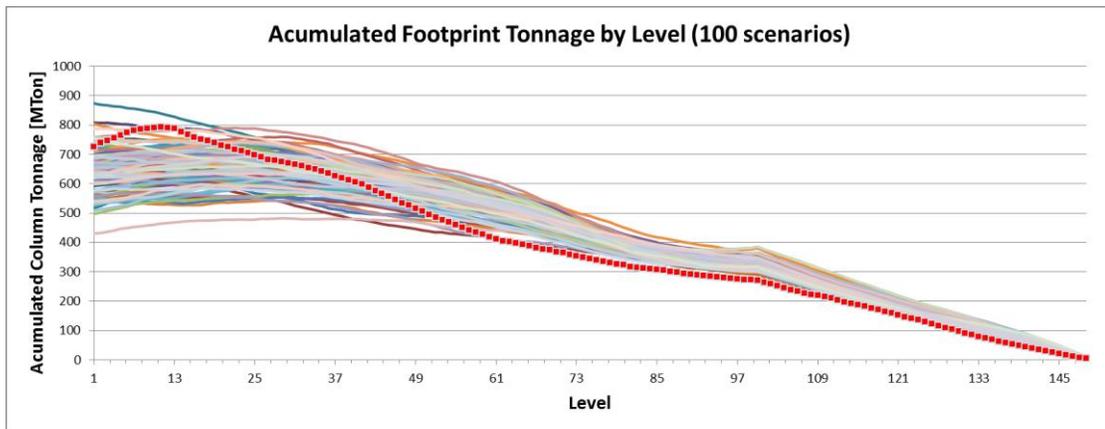


Figure 3 Footprint Results, tonnage over 100 simulations (dashed curve is the kriging scenario)

The accumulated value of the footprint varies for every simulation, thus the placement of the undercut level will have the same behaviour, resulting in a distribution of elevations (Figure 4).

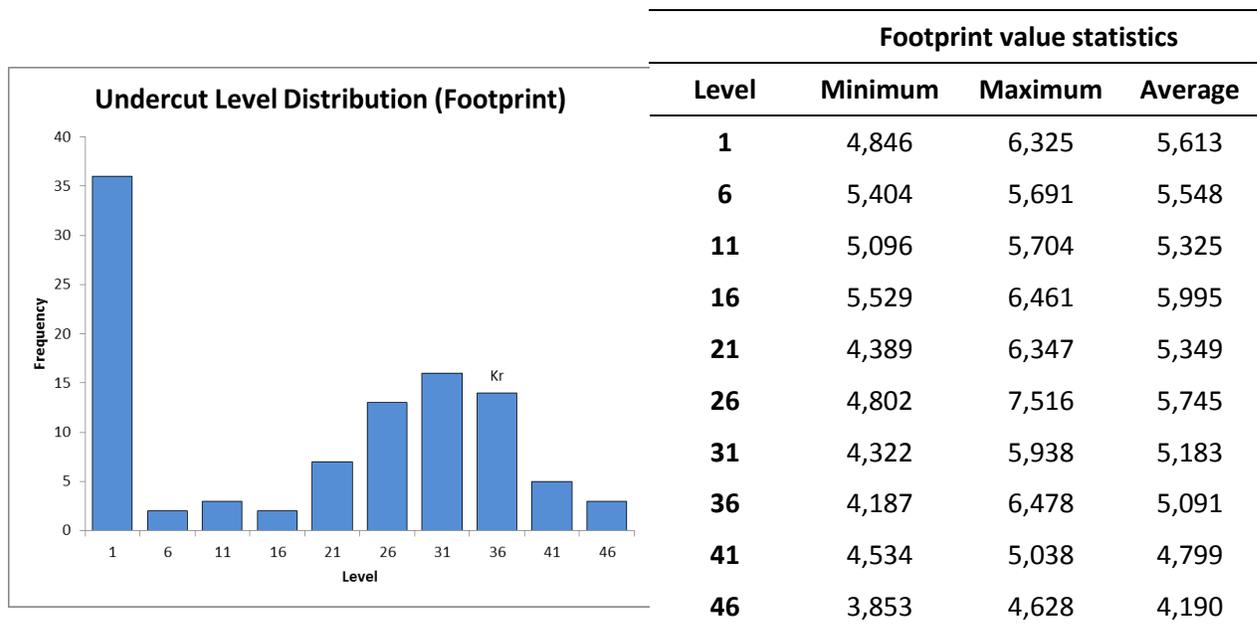


Figure 4 Undercut Level Placement Distribution (Kr indicates the place of the kriging scenario)

From Figure 4, class level 1 has the greatest average value and frequency while class level 36 (where the kriging scenario is placed) has one of the lowest average values.

4.3 Economic Envelope Results

Given the undercut elevation for each block model (economic footprint result), the envelope or outline of the mine is calculated over the 100 simulations in order to give an idea of the reserves on each block model. The distributions of the value and mean grade are shown in Figure 5.

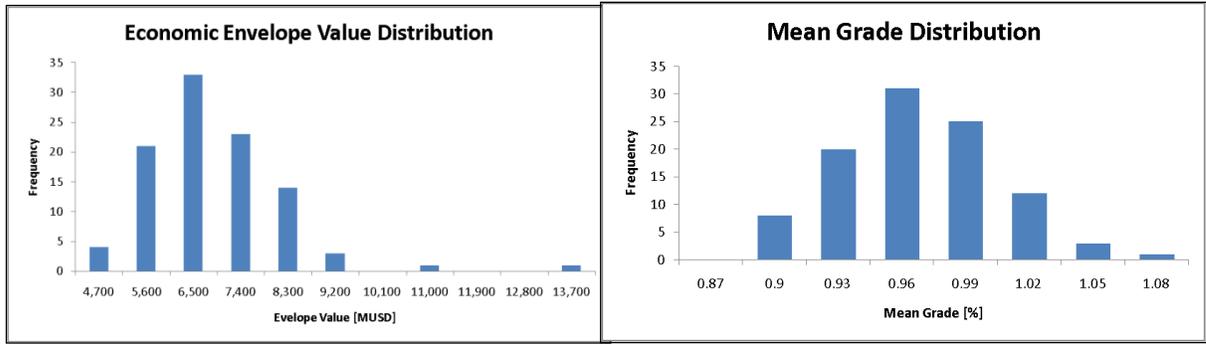


Figure 5 Economic Envelope Value and Mean Grade Distribution

The shape of the envelope changes because of the geological uncertainty and the variability in the placement of the economic footprint. To illustrate this point, the kriging, best and worst economic values are displayed in Figure 6.

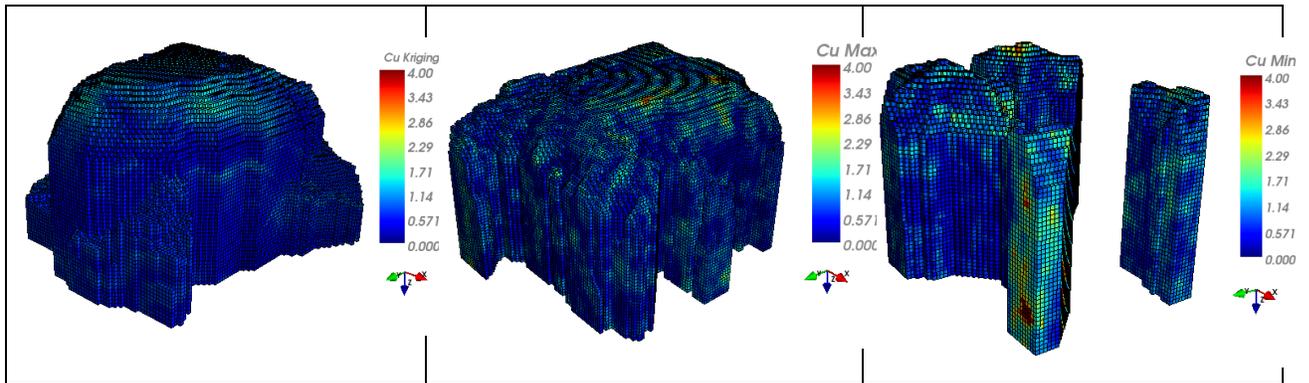


Figure6 Economic Envelope for Kriging, Best and Worst Values Scenarios

Given the previous results, a measure of the risk is really useful to summarise the variability. In this case the value at risk (VaR) evaluation is done. To calculate the VaR of the economic value, the distribution can be estimated as a lognormal distribution, which allows calculating the value associated with some risks levels (Table 3). Similar fittings are considered for the tonnage, area and mean grade distributions.

Table3 Value at Risk for Economic Envelope results compared against average and kriging values

	Value at Risk			Average	Kriging
	1%	3%	5%		
Value [MUSD]	4,030	4,400	4,605	6,477	6,207
Tonnage [Mton]	321	348	363	494	576
Area Footprint [m²]	271,000	294,000	306,500	420,084	550,000
Mean Grade [%]	0.904	0.932	0.951	0.930	0.894

5 Conclusions

Geological uncertainty is a subject that recently has been integrated in open pit mining to know the risks and opportunities present in mining projects, but this uncertainty has been less studied in underground mine projects, specifically in block/panel caving mines which represent massive operations and, once they start the cave, great modifications to the mining method are not easy to perform. With this motivation, a methodology able to calculate the footprint and economic envelope of an underground mine under geological uncertainty is proposed, in order to have a wide vision of the possibilities besides deterministic approaches or kriging estimates.

The footprint tool was validated against commonly used PCBC software, resulting in differences around 10% near the maximum economic level, which is a good approximation considering that both tools are an approximation to reality.

In terms of economic value, the kriging scenario is one of the worst along the levels in the ore body. Using the uncertainty approach, one generates possibilities to improve the profit, and in addition the placement of the economic footprint varies because of the variability in the accumulated value per column, noting differences in footprint value up to 8,000 MUSD. Given the 100 simulations shown here, there is a probability of about 36% to find the economic footprint in the deepest elevation (level 1) and only 14% probability to find it in the level 36 (where the kriged model says it should be). A good decision must consider the values and these probabilities so the maximum profit could be gained at the minimum risk.

Once the placement of the footprint is done, the next step is to estimate the economic envelope or outline of the mine. In this aspect differences in the shape and value are noted. The envelope economic value obtained by the kriged block model is below the expected economic value obtained with the 100 simulations, which could be attributed to the grade smoothing made by the kriging method. The value at risk analysis in this case tell us that with a 5% of risk the value of the economic envelope could be 29% less than the expected value, which means approximately 1,800 MUSD.

As a general thought, geostatistical simulations give us many possible scenarios, which can be assumed alike the real ore body, thus a risk analysis for the results of a large amount of simulations could help us to take the best decision for the project given the geological uncertainty.

Acknowledgements

The authors thank the Advanced Mining Technology Centre (AMTC), Delphos Mine Planning Laboratory and the Mining Engineering Department at the University of Chile for supplying the resources needed to develop this research.

References

1. Dimitrakopoulos R., 2011, 'Stochastic Optimization For Strategic Mine Planning: A Decade of Developments', Journal of Mining Science March 2011, Volume 47, Issue 2, pp 138-150.
2. Diering T., 2000, 'PC-BC: A Block Cave Design and Draw Control System', MassMin 2000 (pp. 469-484). Brisbane, Australia.
3. Elkington T., Bates L. and Richter O., 2012, 'Block Caving Outline Optimisation', MassMin 2012, Sudbury, Ontario, Canada.
4. Diering T., Richter O. and Villa D., 2008, 'Block Cave Production Scheduling Using PCBC', MassMin 2008, Luleå, Sweden.
5. Vargas M., Morales N. and Rubio E., 2009, 'A short term mine planning model for open-pit mines with blending constraints', MinePlanning 2009, Santiago, Chile.

6. Emery X., Lantuéjoul C., 2006, 'TBSIM: A computer program for conditional simulation of three-dimensional Gaussian random fields via the turning bands method', *Computers & Geosciences*, Volume 32, Issue 10, December 2006, Pages 1615–1628.
7. Vielma J., Espinoza D. and Moreno E., 2009, 'Risk control in ultimate pits using conditional simulations' in *Proceeding of APCOM 2009*, Vancouver, Canada.