



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN Y SCHEDULING EN EMBOTELLADORA
ANDINA

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN GESTIÓN DE OPERACIONES
MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

FELIPE JAVIER HENRÍQUEZ BUGUEÑO

PROFESOR GUÍA:
RAFAEL EPSTEIN NUMHAUSER

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
ANDRÉS WEINTRAUB POHORILLE
JOSÉ CORREA HAEUSSLER

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por Conicyt: CONICYT-PCHA/Magíster
Nacional/2013 - 221320508

SANTIAGO DE CHILE
2014

**RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE:** Ingeniero Civil Industrial y grado de
Magíster en Gestión de Operaciones
POR: Felipe Javier Henríquez Bugueño
FECHA: 25 de noviembre de 2014
GUIA: Rafael Epstein Numhauser

PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN Y SCHEDULING EN EMBOTELLADORA ANDINA

Este estudio tiene por objetivo resolver el problema de planificación de producción y scheduling en una planta productora de bebidas gaseosas, utilizando programación lineal entera-mixta.

El proceso de producción investigado se caracteriza por ser multi-producto y multi-etapa, en donde en cada etapa del proceso existen varias máquinas que trabajan de forma paralela.

El proceso productivo consta de 3 etapas. La primera etapa ocurre en los estanques de elaboración, en donde se produce el concentrado de sabor. Posteriormente, en la segunda etapa, el concentrado es trasladado a los multimix, en donde es diluido en agua obteniéndose bebida sin gas. Finalmente, en la última fase, el producto es gasificado y embotellado.

En las líneas de embotellado existe un tiempo por cambiar el producto que se está procesando, lapso durante el cual no se puede producir. Este tiempo es dependiente del orden o secuencia en que son procesados los productos, no así en los estanques o en los multimix, en donde el tiempo por cambiar de sabor es el mismo independiente de los sabores involucrados en el cambio.

Para resolver el problema se implementó un método jerárquico, utilizando dos modelos de programación lineal enteros-mixtos: una formulación aproximada, de menor complejidad computacional, y una formulación exacta que incluye todas las restricciones físicas de la planta.

La creación de la formulación aproximada se realizó con el objetivo de generar un modelo menos complejo desde el punto de vista computacional y utilizar sus resultados para reducir el tamaño del poliedro generado por las soluciones factibles de la formulación exacta, restringiendo la cantidad de productos y sabores que se permiten producir en cada periodo.

Los resultados obtenidos demuestran que al utilizar este tipo de estrategias fue posible obtener soluciones de mejor calidad en tiempos considerablemente menores, incluso alcanzando el óptimo en una instancia real facilitada por la empresa en la cual se desarrolló el trabajo.

Al aplicar estrategias de fix-and-optimize en la formulación exacta restringida se lograron reducir aún más los tiempos de resolución necesarios para alcanzar el óptimo en las instancias basadas en los datos proporcionados por la empresa.

A mi familia.

Agradecimientos

A mis padres Juan Henríquez y Deyanira Bugueño por ser un pilar fundamental a lo largo de mi vida, los dos saben que sin su apoyo me hubiese sido imposible llegar hasta aquí. También agradezco mis abuelos Juan Bugueño y Grimaldina Rosas, a mis hermanos Diego y Kristel, a la Anto y al resto de mi familia, aprecio mucho el cariño y apoyo que me han brindado.

A Carolina por su compañía, por el amor entregado durante los últimos años y por darme las fuerzas necesarias para finalizar este largo proceso.

También desearía agradecer a mis amigos Alan Araya, Carlos Pérez, Pastor Lyon, Felipe Goepfinger, Sebastián Concha, Herman Ferrada y Nicolás Garrido, solo por nombrar algunos.

Agradezco al profesor Rafael Epstein por darme la posibilidad de trabajar junto a él en este proyecto y por el apoyo entregado durante la realización del mismo.

Finalmente agradecer a la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica (CONICYT) que financió este trabajo a través de la Beca CONICYT-PCHA/Magíster Nacional/2013 - 221320508.

Tabla de Contenido

Introducción	1
Breve Descripción de la Empresa	1
Definición del Problema de Planificación de la Producción y Scheduling	2
Motivación	2
Esquema de los Capítulos	3
1. Revisión Bibliográfica	4
2. Descripción del Proceso de Producción	10
3. Objetivos	13
4. Modelos de Optimización	14
4.1. Formulación Exacta	17
4.1.1. Variables de Decisión	18
4.1.2. Función Objetivo	20
4.1.3. Restricciones	20
4.2. Formulación Aproximada	25
4.2.1. Variables de Decisión	26
4.2.2. Función Objetivo	28
4.2.3. Restricciones	28
5. Estrategias de Solución	36
5.1. Formulación Aproximada	36
5.1.1. Producción Mínima	36
5.1.2. Enfoque de Dos Etapas	36
5.2. Formulación Exacta	37
5.2.1. Fijar Variables XC	40
5.2.2. Enfoque 1	40
5.2.3. Enfoque 2	40
5.2.4. Enfoque 3	41
5.2.5. Fix-and-Optimize	41
5.2.6. Maximización de la Producción	42
6. Resultados	44
6.1. Instancias	44
6.1.1. Instancia Real	44

6.1.2.	Instancias Pequeñas	45
6.1.3.	Instancias Medianas	46
6.2.	Resultados Formulación Aproximada	47
6.3.	Resultados Formulación Exacta	48
6.3.1.	Instancias Pequeñas	49
6.3.2.	Instancias Medianas	50
6.3.3.	Instancia Real de 3 Semanas	52
6.3.4.	Instancia Real de 4 Semanas	53
6.3.5.	Fix-and-Optimize	54
6.3.6.	Fix-and-Optimize Gap 1%	55
6.3.7.	Maximización de la Producción	55
6.4.	Análisis de Resultados	58
	Conclusión	59
	Bibliografía	61
	Anexos	63
	Anexo A: Resultados Instancias Pequeñas	63
	Anexo B: Pseudo-código del Algoritmo de Maximización de la Producción	66

Índice de Tablas

6.1. Descripción Instancias	47
6.2. Resultados del Modelo Aproximado	47
6.3. Resultados del Modelo Aproximado con Parámetro $LB > 0$	48
6.4. Resultados Enfoque de 2 Etapas	48
6.5. Resultado Instancias Pequeñas	50
6.6. Resultados Instancia 7	51
6.7. Tamaño Instancia 7	51
6.8. Resultados Instancia 8	51
6.9. Tamaño Instancia 8	52
6.10. Resultados Instancia Real de 3 Semanas	52
6.11. Tamaño Instancia Real de 3 Semanas	53
6.12. Resultados Instancia Real de 4 Semanas	53
6.13. Tamaño Instancia Real de 4 Semanas	53
6.14. Resultados Fix-and-Optimize	54
6.15. Resultados enfoque 3, con Gap Local de un 1%.	55
6.16. Resultados Fix-and-Optimize GAP 1%	55
6.17. Producción Inicial	56
6.18. Resultados Maximización de la Producción, Instancia 7	56
6.19. Resultados Maximización de la Producción, Instancia 8	57
6.20. Resultados Maximización de la Producción, Instancia Real de 3 Semanas	57
6.21. Resultados Maximización de la Producción, Instancia Real de 4 Semanas	57
A.1. Resultados Instancia 1	63
A.2. Tamaño Instancia 1	63
A.3. Resultados Instancia 2	64
A.4. Tamaño Instancia 2	64
A.5. Resultados Instancia 3	64
A.6. Tamaño Instancia 3	64
A.7. Resultados Instancia 4	65
A.8. Tamaño Instancia 4	65
A.9. Resultados Instancia 5	65
A.10. Tamaño Instancia 5	65
A.11. Resultados Instancia 6	66
A.12. Tamaño Instancia 6	66

Índice de Ilustraciones

2.1. Descripción del Proceso Productivo	11
5.1. Reducción del Espacio de Soluciones Factibles	37
5.2. Relación de las Soluciones del Modelo Aproximado con el Modelo Exacto . .	38

Introducción

Breve Descripción de la Empresa

Embotelladora Andina es una empresa dedicada a la producción y elaboración de productos bebestibles bajo la licencia de The Coca-Cola Company.

The Coca-Cola Company es una empresa multinacional, con sede en Estados Unidos, dedicada a la elaboración de bebestibles. Para comercializar sus productos alrededor del mundo, la empresa utiliza el llamado Sistema Coca-Cola. Este sistema, tal como señalan Letelier y Acuña en [1], consiste en la entrega de franquicias geográficas, facultando a un embotellador para producir y distribuir los productos licenciados por The Coca-Cola Company en un territorio determinado, garantizándoles exclusividad.

En la actualidad Embotelladora Andina posee franquicias geográficas en 4 países de Latinoamérica: Chile, Argentina, Brasil y Paraguay. Las ventas en el año 2012 alcanzaron un total de 596,2 MCU (Millones de Cajas Unitarias), transformándose así en la tercera embotelladora con mayor volumen de venta a nivel latinoamericano y la séptima a nivel mundial, según datos proporcionados por Letelier y Acuña en [1].

En Chile, Embotelladora Andina posee 4 plantas de producción ubicadas en Antofagasta, Coquimbo, Santiago y Puerto Natales. En cada planta se debe determinar diariamente los tamaños de los lotes a producir y el orden o secuencia en que los productos serán procesados. Este problema, conocido como planificación de la producción y scheduling, será abordado en este trabajo de investigación, usando como base el proceso productivo de la planta ubicada en Santiago de Chile.

El proceso de producción de bebidas estudiado consta de tres grandes etapas. La primera de ellas ocurre en los estanques de elaboración, en donde se produce el concentrado de sabor (principal materia prima del producto final), luego este concentrado es diluido en agua en los multimix, para finalmente ser transportados a las líneas de envasados, en donde el líquido obtenido en la segunda etapa es gasificado y envasado.

Definición del Problema de Planificación de la Producción y Scheduling

De acuerdo a lo señalado por Kopanos et al. en [2], el objetivo de la planificación de la producción, también referido en la literatura como Lot Sizing, es determinar la cantidad a producir, el tamaño de los lotes de producción y los niveles de inventarios óptimos, lo anterior considerando restricciones de capacidad. Por otra parte el scheduling tiene por objetivo determinar la secuencia en la que los productos son manufacturados en las máquinas, tal como mencionan Fandel y Stammen-Hegene en [3].

La planificación de la producción corresponde a un problema de mediano plazo, mientras que el scheduling corresponde a una decisión de corto plazo. Maravelias y Sung en [4] destacan la interdependencia existente entre ambos niveles de decisión, ya que la cantidad que se desea producir a lo largo del horizonte de planificación debe ser secuenciada en las líneas de producción, por lo que para lograr acercarse a óptimos globales es necesario considerar ambas decisiones de forma simultánea.

Ferreira et al. indican en [5] que para obtener planes de producción eficientes es necesario utilizar modelos de optimización debido a la complejidad del proceso productivo, la gran variedad de productos ofrecidos y el amplio mercado abastecido por la industria. Sin embargo la mayoría de estos modelos se caracterizan por ser difíciles de resolver desde el punto de vista computacional, por lo que es necesario adoptar estrategias de resolución que permitan obtener buenas soluciones en tiempos razonables.

Motivación

El objetivo de este estudio es obtener planes de producción eficientes que permitan minimizar la demanda insatisfecha a lo largo de un horizonte de planificación de mediano plazo, utilizando un modelo de programación lineal entera-mixta. Esta formulación considera todas las restricciones físicas presentes en el proceso de elaboración de bebidas, razón por la cual es llamada formulación exacta.

La formulación exacta se caracteriza por dividir el horizonte de planificación en bloques de una hora y dentro de las variables de decisión más importantes de este modelo se encuentran: la cantidad de unidades a producir de cada producto en las líneas de embotellado, la cantidad de sabor que se debe producir en los estanques de elaboración y el multimix que se utilizará para transportar sabor desde los estanques a las líneas.

El modelo de programación lineal que se pretende resolver en este estudio es de alta complejidad computacional, debido principalmente a las características del proceso de producción y a la variada cartera de productos ofrecidos por la empresa, siendo necesario adoptar estrategias que permitan resolver problemas lineales de gran escala y de esta forma disminuir los tiempos de resolución del modelo de optimización propuesto.

La estrategia de solución que se utilizará para resolver la formulación exacta consiste en la creación de un modelo aproximado, el cual no considerará todas las restricciones físicas de la planta y divide el horizonte de planificación en bloques horarios de mayor duración, para que así pueda ser resuelto rápidamente. En este modelo el horizonte de planificación es dividido en turnos de 8 horas y se consideran solo 2 etapas del proceso productivo: la producción del concentrado de sabor en los estanques de elaboración y el embotellado en las líneas de envasado.

Una vez resuelta la formulación aproximada, se utilizarán sus resultados para disminuir el espacio de soluciones factibles de la formulación exacta, disminuyendo así su complejidad computacional. Esta reducción de tamaño se realizará restringiendo la cantidad de productos y sabores que pueden ser producidos en cada hora del horizonte de planificación considerado.

Esquema de los Capítulos

En el capítulo 1 se realiza una revisión bibliográfica, exponiendo diferentes estrategias que han sido exploradas en otras investigaciones para intentar resolver problemas similares al planteado en este trabajo. En el capítulo 2 se detalla el proceso de producción que será modelado, mientras que en capítulo siguiente se detallan los objetivos del estudio.

En el capítulo 4 se describen los dos modelos de programación lineal entero-mixtos que serán utilizados para resolver el problema de planificación de la producción y scheduling. En el siguiente capítulo se detallan las estrategias que se implementarán para intentar disminuir la complejidad computacional de la formulación exacta y de esta forma obtener soluciones eficientes en tiempos razonables.

Posteriormente, en el capítulo 6, se presentan los resultados obtenidos y finalmente se detallan las conclusiones y trabajo futuro.

Capítulo 1

Revisión Bibliográfica

Según mencionan Ferreira et al. en [5], existen pocos estudios que buscan resolver el problema de planificación de la producción y scheduling en la industria de los bebestibles utilizando modelos de programación lineal entera-mixta. Estas formulaciones alcanzan resultados cercanos al óptimo en tiempos razonables solo en instancias pequeñas, es por este motivo que, en la mayoría de los casos, se buscan estrategias que permitan disminuir los tiempos de resolución, con el objetivo de alcanzar soluciones cercanas al óptimo. Algunas de estas estrategias son detalladas a continuación.

Estrategias Relax-and-Fix

Las estrategias de relax-and-fix consisten en dividir las variables enteras de un modelo lineal entero-mixto en K subconjuntos B_k , los que definen una partición de este tipo de variables. Luego, en cada iteración k , se resuelve el problema original con las variables pertenecientes a los conjuntos B_j ($j = 1, \dots, k-1$) fijas en el valor obtenido en las iteraciones anteriores y relajando a las que pertenecen a B_j ($j = k+1, \dots, K$). Lo expuesto anteriormente es detallado en el siguiente pseudo-código, basado en el algoritmo descrito por Ferreira et al. en [5]:

- 1: Definir una partición del conjunto variables binarias B_k ($k = 1, 2, \dots, K$) y un criterio para fijar las variables
- 2: **for** $k=1, 2, \dots, K$ **do**
- 3: Relajar las variables enteras en el sub-set B_j ($j = k+1, \dots, K$). Resolver modelo m_k resultante
- 4: **if** Modelo m_k infactible **then**
- 5: Stop. Algoritmo no entrega solución factible
- 6: **else**
- 7: Fijar variables enteras B_j ($j = 1, 2, \dots, k$)
- 8: **end if**
- 9: **end for**

Ferreira et al. en [5] utilizan estrategias de relax-and-fix para resolver un modelo lineal que busca determinar la planificación de la producción y scheduling en una planta productora de gaseosas en Brasil. El modelo lineal, que busca minimizar los costos asociados al proceso de producción, considera la sincronización entre 2 etapas del proceso productivo: la producción de sabor y el embotellado del líquido. El horizonte de planificación se encuentra dividido en T macro-periodos, los que a su vez encuentran divididos en micro-periodos de largo variable, cuyo tamaño depende de la cantidad producida. También es necesario mencionar que en este enfoque se considera una simplificación adicional: cada estanque de sabor provee exclusivamente a una línea de embotellado, lo cual permite que la sincronización entre las 2 etapas sea modelada usando variables continuas.

En el estudio se plantearon 2 estrategias para encontrar solución al modelo lineal. La primera estrategia (Algoritmo R.A.) consiste en dividir el problema en dos etapas, es decir, se resuelve primero el modelo lineal considerando solo las variables y restricciones que involucran a las líneas de embotellado de forma de determinar la producción y scheduling en esta etapa del proceso de producción y a partir de las soluciones obtenidas, se fijan las variables binarias del modelo completo. A continuación se detalla cómo funciona este algoritmo:

- 1: Resolver Modelo que solo considera las líneas de embotellado.
- 2: **if** Modelo entrega solución factible **then**
- 3: Fijar variables binarias del modelo completo
- 4: **end if**
- 5: Resolver modelo completo

La segunda estrategia consiste en la utilización de algoritmos de relax and fix. Para obtener los resultados se generaron 15 estrategias de relax-and-fix distintas, las cuales se diferencian entre sí en el criterio utilizado para fijar las variables enteras y en la forma en que se realiza la partición de estas variables. Estas estrategias fueron aplicadas en el modelo completo y también en la primera etapa del algoritmo R.A., es decir, para resolver el modelo que solo considera las líneas de embotellado. Las instancias utilizadas fueron obtenidas a partir de datos reales de la empresa productora de gaseosas, considerando solo 2 líneas de embotellado, con sus respectivos estanques. Los distintos enfoques fueron ejecutados por 4 horas.

Al ejecutar el modelo completo sin ninguna estrategia de solución, utilizando la instancia con los datos originales de la empresa, la función objetivo alcanza un valor de 523.850, con un 98 % de GAP.

Al utilizar el algoritmo R.A. combinado con estrategias de relax-and-fix en la primera etapa los resultados mejoraron considerablemente. En este enfoque, la estrategia de relax-and-fix que logró un mejor desempeño obtuvo un valor de la función objetivo que alcanzó los 306.834 en la instancia original. Los procedimientos utilizados en este estudio permitieron mejorar en un 27,4 % los costos obtenidos por la solución utilizada en la planta estudiada.

Otra estrategia de relax-and-fix es utilizada por Baldo et al. en [6] para resolver la planificación de la producción y scheduling en una industria de cervezas. El modelamiento de este problema es similar al realizado por Ferreira et al. en [5], ya que el proceso productivo

también consta de dos etapas. La primera etapa ocurre en los estanques, lugar en donde el líquido es fermentado, mientras que la segunda etapa corresponde al embotellado.

Para encontrar soluciones al modelo propuesto se utilizaron estrategias de relax-and fix. Una vez encontrada alguna solución inicial factible, se usó una heurística de mejoramiento denominada fix-and-optimize, la cual consiste en separar el conjunto de variables binarias Y en subconjuntos disyuntivos, para posteriormente seleccionar, en cada iteración, alguno de estos subconjuntos de variables binarias dejándolas libres para la re-optimización y manteniendo fijo el valor de las restantes, finalmente si el valor de la función objetivo mejora, entonces el valor de las variables pertenecientes al conjunto Y es actualizado. El pseudo-código es el siguiente:

```

1: Sea  $S$  una solución factible de un modelo  $m$  de valor igual a  $fo_{actual}$ . Sea  $Y$  el conjunto de variables binarias del modelo  $m$ . Definir una partición del conjunto  $Y$  definida por  $Y_k$  ( $k = 1, 2, \dots, P$ )
2: for  $k=1, 2, \dots, P$  do
3:   Resolver modelo  $m_k$ . El cual corresponde al modelo  $m$  con variables del conjunto  $Y/Y_k$  fijas en su actual valor
4:    $fo^* \leftarrow$  Función objetivo de modelo  $m_k$ 
5:    $S^* \leftarrow$  Solución de modelo  $m_k$ 
6:    $y^* \leftarrow$  Valor actual de variables binarias de modelo  $m_k$ 
7:   if  $fo^* \leq fo_{actual}$  then
8:      $fo_{actual} \leftarrow fo^*$ 
9:      $S \leftarrow S^*$ 
10:     $y \leftarrow y^* \quad \forall y \in Y$ 
11:   end if
12: end for

```

Dependiendo de cómo se realice la partición del conjunto de variables discretas, pueden surgir distintas estrategias de fix-and optimize. En este estudio se prueban 5 estrategias diferentes, las que se ordenaron de acuerdo a su performance, utilizando para ello instancias de prueba de menor tamaño. Finalmente en las instancias más grandes el procedimiento consistió en utilizar las 5 mejores estrategias, en orden ascendente (método Proc_Incr) y descendente (Proc_Dec) según su desempeño.

Al ejecutar los métodos Proc_Dec y Proc_Incr durante dos horas, se obtuvo un gap promedio de 20,38 % y 1,13 % respectivamente. Estos valores mejoran ostensiblemente los resultados obtenidos al ejecutar el modelo directamente con CPLEX, deteniendo el proceso después de 2 horas, en donde el gap promedio alcanzado fue de un 98,95 %.

Beraldi et al. también utilizan métodos de relax-and-fix en [7] para optimizar un proceso productivo de una sola etapa, obteniendo un gap promedio de 0,61 % en tiempos de ejecución menores a una hora.

Formulaciones de una Etapa

Ferreira et al. en [8] modelan las dos etapas del proceso productivo estudiado en [5] como si fuesen una sola etapa, para lo cual se desarrollaron 4 formulaciones distintas, las que buscan minimizar los costos de producción. Cabe destacar que es posible modelar el proceso productivo como si constase de una sola etapa debido a que nuevamente se considera que cada estanque provee de sabor exclusivamente a una sola línea. Los 2 primeros modelos están basados en la formulación GLSP (General Lot Sizing Problem) propuestas por Fleischmann y Meyr en [9], mientras que los otras dos se basan en el ATSP (Asymmetric Traveling Salesman Problem). Las formulaciones basadas en el modelo GLSP difieren entre sí en las restricciones que permiten reconocer si hubo cambio de producto entre un turno y otro. Las formulaciones basadas en el modelo ATSP se diferencian en las restricciones de eliminación de sub-tours, la primera de ellas, llamada formulación F1, utiliza las ecuaciones de Muller-Tucker-Zemlin (MTZ) para evitar soluciones con sub-tours, mientras que en la segunda, denominada formulación F2, se consideran las restricciones propuestas por Almada-Lobo et al. en [10], cuyo número crece de forma exponencial con la cantidad de productos.

Tal como se mencionó en el párrafo anterior, en la formulación F2 el número de restricciones utilizadas para evitar soluciones con sub-tours crece de forma exponencial con el tamaño de la instancia, razón por la cual se plantean dos estrategias de resolución. En la primera de ellas, se utiliza un algoritmo de generación de restricciones. La segunda estrategia, llamada estrategia P. S., es similar a la anterior, pero cada vez que se encuentra una solución con sub-tours, se aplica una heurística que tiene por objetivo reparar el mencionado sub-tour, obteniendo así una solución factible en cada iteración.

Este estudio permitió concluir que los modelos basados en el ATSP obtuvieron un mejor comportamiento, siendo la formulación F2 con la estrategia P. S. la que mostró una mejor performance. A modo de ejemplo, esta formulación permitió disminuir en un 37% el valor de la función objetivo obtenida para la instancia P1 utilizada por Ferreira et al. en [5], alcanzando, luego de 4 horas, un valor de 188.799.

Maravelias y Sung reconocen en [4] tres métodos principales para resolver el problema de planificación de la producción y scheduling, los cuales se describen a continuación.

Métodos Jerárquicos

En estos métodos se dispone de un problema maestro el cual provee una serie de decisiones relacionadas con la planificación de mediano plazo, como por ejemplo, la cantidad de producción deseada durante el horizonte de tiempo considerado. Esta información es utilizada en un sub-problema el cual entrega la solución detallada del scheduling, permitiendo determinar la secuencia en que son realizadas las distintas tareas involucradas en el proceso productivo.

Este método es utilizado por Amaro y Barbosa-Póvoa en [11], donde buscan resolver el problema de planificación y scheduling a lo largo de la cadena de suministros de una industria farmacéutica. Para realizar lo anterior se formulan dos modelos lineales-mixtos. En el primero de ellos se modela un problema agregado, el cual permite obtener las decisiones a

nivel de planificación. Posteriormente, la solución obtenida al resolver el problema agregado es utilizada como input en un modelo detallado, cuyas soluciones permiten determinar el scheduling en detalle de toda la cadena de suministro.

El problema agregado se obtiene dividiendo el horizonte de planificación en periodos más largos y agrupando los recursos, tareas y materiales involucrados en la cadena de suministro de acuerdo a características similares.

Una vez obtenidas las soluciones del modelo agregado, es posible disminuir el tamaño y la complejidad del modelo detallado, definiendo límites superiores e inferiores en la cantidad de materiales producidos, recibidos y despachados en cada una de las diferentes etapas de la cadena.

Stefansson y Shah desarrollan en [12] un método jerárquico, el cual consta de tres niveles de decisión, desarrollando un modelo distinto para cada nivel. El primer nivel de decisión consiste en optimizar el plan de producción de largo plazo, para lo cual se desarrolla un modelo agregado que entrega como resultado las cantidades a producir que minimizan la demanda insatisfecha y los costos de producción. Los resultados obtenidos en esta etapa son utilizados como inputs de la etapa intermedia, la cual tiene por objetivo determinar de forma simultánea el plan de producción y la secuencia en que son procesadas las ordenes. Las soluciones de la etapa intermedia, pasan al último nivel de decisión, en donde sirven de inputs en un modelo que entrega el scheduling detallado de las operaciones, incluyendo la secuencia en que los lotes son producidos en cada una de las etapas de producción y el tiempo de procesamiento de cada producto.

Debido a que el proceso de producción del problema estudiado por Stefansson y Shah en [12] es multi-etapa, se utilizó un algoritmo de descomposición para acelerar la resolución de los modelos, resolviendo primero la primera y última etapa del proceso productivo (debido a que son los cuellos de botellas) y partir de estos resultados fijar el valor de algunas variables, para finalmente resolver el modelo con todas las etapas del proceso productivo. Los resultados obtenidos muestran que el uso de la estrategia de solución propuesta en este estudio permitió obtener soluciones de buena calidad en instancias basadas en datos reales.

Métodos Iterativos

Estos métodos, al igual que los jerárquicos, constan de un problema maestro para las dediciones de alto nivel y un sub-problema que resuelve el scheduling detallado. La diferencia con el método anterior radica en que ambos modelos son resueltos forma iterativa, existiendo, en cada iteración, una retroalimentación entre los dos modelos. Lo anterior se realiza debido a que los resultados obtenidos en el problema maestro pueden decantar en soluciones que sean sub-óptimas o infactibles.

Erdirik-Dogan y Grossmann estudian en [13] la planificación y scheduling de una planta multi-producto, cuyo proceso productivo consta de una sola etapa y una sola máquina. En este estudio se plantea un modelo lineal entero-mixto que busca optimizar las ganancias de la empresa, llamado modelo original.

Para disminuir los tiempos de resolución del modelo propuesto originalmente, se formula un algoritmo el cual consiste descomponer el problema en dos etapas. En la primera etapa se diseña un problema maestro, el cual se obtiene a partir de la agregación, modificación y eliminación de algunas restricciones del modelo original, lo anterior con el objetivo de disminuir su complejidad computacional. A partir de las soluciones obtenidas en la primera etapa, se resuelve un sub-problema, el cual se obtiene añadiendo restricciones al modelo original que impiden producir aquellos productos que no fueron seleccionados por el problema maestro.

Se demuestra que el problema maestro entrega un límite superior del modelo original, mientras que a partir del sub-problema se obtiene un límite inferior, por lo que ambos problemas son resueltos iterativamente hasta que la diferencia entre las cotas es lo suficientemente pequeña. Para obtener distintos resultados en cada iteración, cada vez que se completa un ciclo, se añaden cortes al problema maestro.

Para testear la performance de las distintas formulaciones se utilizaron 2 instancias. La primera de ellas consta de 5 productos, de demanda semanal y un horizonte de planificación de 4 semanas, el algoritmo propuesto obtuvo una solución de 43.121 luego de 208 segundos, mientras que el modelo original demoró 6.000 segundos en alcanzar un valor de 43.016. La segunda instancia probada es del mismo tamaño que la anterior, pero la demanda es menor, en este caso, el algoritmo demoró 4 segundos en encontrar el óptimo, versus los 526 segundos del modelo original.

Erdirik-Dogan y Grossmann en [14] utilizan métodos iterativos para resolver un modelo lineal, denominado modelo detallado, que busca determinar la planificación y scheduling de un proceso productivo que consta de una sola etapa, con varias líneas paralelas, en las cuales pueden producir varios productos. Para resolver este modelo, se plantea una estrategia de descomposición de dos etapas. En la primera etapa se resuelve una formulación lineal, la cual está basada en una relajación del modelo planteado inicialmente, mientras que en la segunda etapa se ejecuta el modelo detallado, eliminando aquellos productos que no fueron considerados por la solución de la formulación relajada. Se demuestra que en la primera etapa se obtiene un límite superior de la formulación detallada y en la segunda etapa una cota inferior, por lo que el modelo se resuelve iterativamente hasta que ambos límites convergen, añadiendo, en cada iteración, cortes en la primera etapa para obtener distintos resultados en cada ciclo.

Métodos Full-Space

La última categoría reconocida por Maravelias y Sung en [4] corresponde a los métodos Full-Space, los cuales buscan resolver el modelo detallado de forma directa, es decir, sin reducir el espacio de soluciones factibles. Resolver este tipo de formulaciones de forma directa es complejo, por lo que existen distintas formas de encontrar soluciones, dentro de las cuales se encuentran heurísticas y métodos de descomposición como Benders y Relajación Lagrangeana.

Capítulo 2

Descripción del Proceso de Producción

En el proceso de producción de bebidas se distinguen tres etapas interdependientes entre sí, en cada una de las cuales existen una serie de máquinas que trabajan de forma paralela. Cada máquina puede procesar solo un tipo de producto o sabor a la vez, por lo que, en cada momento, es necesario decidir que ítem será procesado en cada máquina, lo que afecta de forma directa a la eficiencia de los planes de producción.

Las etapas del proceso productivo, que se muestran en la figura 2.1, son detalladas a continuación.

- **Elaboración de Concentrado de Sabor:** En la primera etapa del proceso productivo los jarabes de sabor, enviados por The Coca-Cola Company, son vertidos en los estanques de elaboración en donde se mezclan con agua y endulzantes. El resultado de esta etapa es un concentrado del producto final.
- **Elaboración de Bebida:** Durante esta etapa el concentrado de sabor, obtenido en la etapa anterior, es trasladado a los multimix, en donde es diluido en agua, obteniéndose bebida sin gas.
- **Embotellado:** La última etapa de producción ocurre en las líneas de envasado, la cual consiste en una cinta transportadora en donde las botellas vacías son lavadas y rellenas con algún sabor, los cuales han sido previamente gasificados. Finalmente las botellas son selladas y etiquetadas.

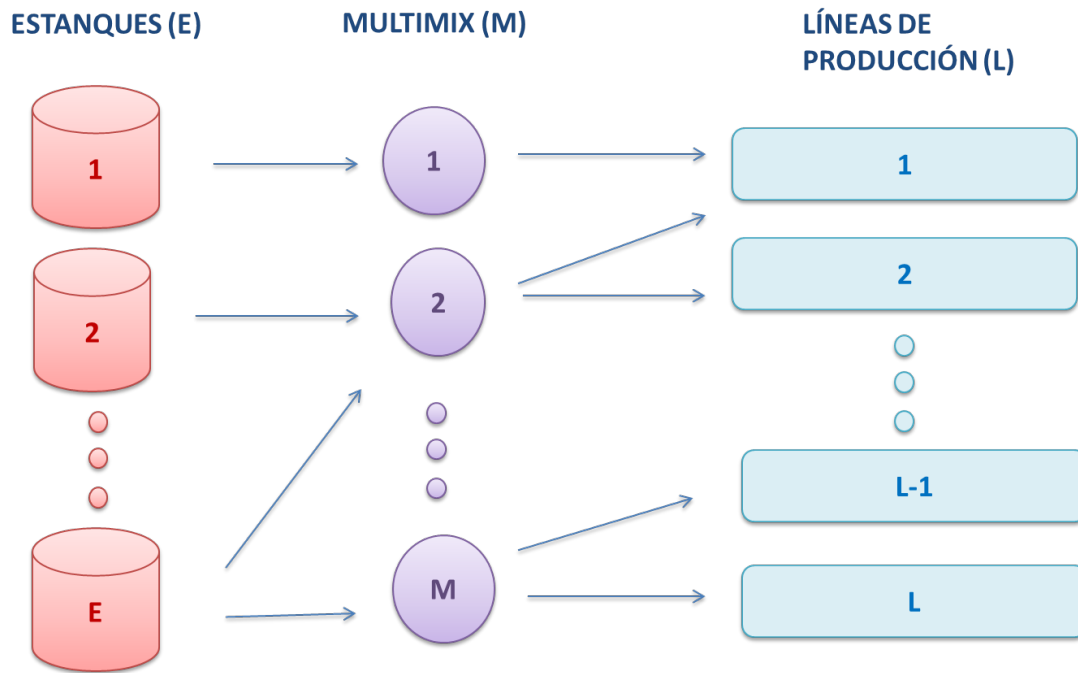


Ilustración 2.1: Descripción del Proceso Productivo

Como se muestra en la ilustración 2.1, para producir cada lote de productos es necesario, en primer lugar, elaborar el concentrado del sabor que utiliza el producto, lo cual es realizado en los estancques de elaboración (E). Luego este concentrado es diluido en agua en alguno de los multimix (M) y trasladado hacia alguna de las líneas de envasado (L), en donde el líquido recibido de los multimix es gasificado y envasado.

Cada producto elaborado se encuentra definido por dos características principales: el formato de su envase y su sabor. En la actualidad existen 122 productos, 28 sabores y 37 formatos diferentes, existiendo 3 grandes categorías de productos:

- **Productos Retornables:** Corresponden a productos que utilizan botellas reutilizables. Debido a que su recolección es compleja, existe una disponibilidad limitada de botellas retornables, por lo que se debe considerar esta restricción al momento de planificar la producción.
- **Productos Desechables:** Estos productos son envasados en botellas que no pueden ser reutilizadas, las cuales son producidas momentos antes de ser ocupadas y su disponibilidad se encuentra siempre garantizada, razón por la cual no se añade una restricción adicional a la planificación de la producción.
- **Post-mix:** Estos productos son comercializados en establecimientos como restaurantes y cines, los cuales deben mezclarse con soda antes de ser vendidos al consumidor final. Se envasan en un recipiente llamado Bags in Box, cuya disponibilidad, al igual que en los productos desechables, está siempre garantizada.

La planta consta de 8 estanques de elaboración, 6 multimix y 11 líneas de envasado. Se trabaja de lunes a sábado y cada jornada de trabajo es dividida en 3 turnos de 8 horas.

Al momento de realizar la planificación de la producción y scheduling es necesario considerar una serie de restricciones físicas de la planta, dentro de las cuales se encuentran:

- Cada línea de envasado puede producir a lo más un producto de forma simultánea.
- Un multimix puede trasladar solo un sabor a la vez. La misma situación se repite en los estanques de elaboración, en donde cada estanque solo puede producir un sabor al mismo tiempo.
- Una línea puede ser abastecida solo por un multimix de forma simultánea, mientras que los multimix pueden abastecer a más de una línea al mismo tiempo. Lo mismo ocurre en los estanques, los cuales pueden estar conectados solo a un multimix a la vez.
- Cada línea de envasado puede producir solo algunos productos y a diferentes velocidades.
- Existen 5 líneas de envasado exclusivas para productos retornables, 4 líneas de productos desechables, 1 línea en donde se elaboran solo productos postmix y otra línea utilizada solamente en productos que utilizan agua mineral como sabor.
- Existen 2 estanques de elaboración y un multimix dedicados exclusivamente a producir y trasladar el concentrado de sabor Coca-Cola. También es importante señalar que existe un multimix que solo puede transportar sabores utilizados en los productos postmix.
- En el caso de los productos retornables, es necesario verificar que existan envases disponibles para su elaboración. Para el resto de los productos esto no es necesario, ya que, tal como se mencionó anteriormente, la disponibilidad de sus envases se encuentra garantizada.
- Existe un tiempo de set-up por cambiar de producto en las líneas de producción, durante el cual no se puede producir. También se incurre en un tiempo de set-up entre cada preparación de concentrado de sabor.
- Debe existir sincronización entre las distintas etapas, de forma tal que si se desea producir un determinado producto, su sabor debe estar disponible en los multimix, garantizando la factibilidad del plan de producción entregado por el modelo.
- La demanda insatisfecha se pierde, es decir, no existe la posibilidad de satisfacer demanda con retraso.

Capítulo 3

Objetivos

El objetivo general de la tesis consiste en desarrollar estrategias de solución para resolver un modelo de programación lineal entero-mixto que permita determinar la planificación de la producción y scheduling de forma simultánea. El modelo de programación lineal entero-mixto está basado en el proceso de producción observado en la embotelladora Andina. Utilizando esta formulación se deberá determinar el tamaño de los lotes a producir, los niveles de inventario, así como también el scheduling o calendarización, indicando el momento y el orden en el que los lotes deben ser elaborados.

El modelo lineal deberá resolver el problema para un horizonte de planificación de al menos 3 semanas, a fin de evitar soluciones miopes en el corto plazo. El tiempo para encontrar estas soluciones no debe exceder las 2 horas.

Capítulo 4

Modelos de Optimización

Para determinar el plan de producción óptimo se utilizarán dos modelos de programación lineal entera-mixta, los cuales buscan minimizar la demanda insatisfecha a lo largo del horizonte de planificación.

La primera formulación presentada en este capítulo es el modelo exacto, en la cual se divide el horizonte de planificación en micro-periodos de una hora y se consideran todas las restricciones físicas incluidas en el proceso productivo.

La segunda formulación busca disminuir el tamaño del problema, generando un modelo aproximado, el cual permite que se violen algunas de las restricciones físicas de la planta. Cabe destacar que en esta formulación, el horizonte de planificación es dividido en turnos de 8 horas y considera solo dos etapas del proceso productivo: los estanques en donde se elabora el concentrado de sabor y las líneas de producción.

La creación del modelo aproximado se realiza con el objetivo de generar una formulación menos compleja desde el punto de vista computacional y utilizar sus resultados para reducir el tamaño del poliedro generado por las soluciones factibles del modelo exacto.

Para efectos de modelación, los productos denominados Post-Mix se incluyen dentro del conjunto de productos desechables. Además para ambos modelos se supondrá que los sabores Coca-Cola, Benedictino con gas y Benedictino sin gas están siempre disponibles y se conectan directamente con las líneas. Lo anterior debido a que los productos que utilizan agua mineral (Benedictino con gas y Benedictino sin gas) no requieren que su sabor sea producido en los estanques, siendo añadido directamente a las líneas de embotellado, y a que el sabor Coca-Cola es producido en dos estanques dedicados exclusivamente a su elaboración, existiendo un multimix que solo se dedica a transportar este sabor desde los estanques a las líneas.

Para el desarrollo de las formulaciones, se utilizarán los conjuntos, subconjuntos y parámetros que se describen a continuación.

Conjuntos

$e \in E$ Estanques de elaboración.

$m \in M$ Multimix.

$l \in L$ Líneas de producción.

$s \in S$ Sabores que necesitan ser producidos en los estancos, por lo que no se incluyen en este conjunto los sabores Coca-Cola, Benedictino con gas y Benedictino sin gas.

$k \in K$ Productos.

$g \in G$ Grupos de productos similares.

$t \in T$ Turnos considerados en horizonte de planificación.

$h \in H$ Horas consideradas en el horizonte de planificación

Subconjuntos

$P_{ret} \subseteq K =$ Productos que utilizan envases retornables.

$P_{nr} \subseteq K =$ Productos que utilizan envases desechables o son envasados en Bags in Box.

$ML_l \subseteq M =$ Multimix que se pueden conectar a la línea l .

$LR \subseteq L =$ Líneas de productos retornables.

$LD \subseteq L =$ Líneas de productos desechables, incluye líneas que producen productos Post-Mix.

$G_l \subseteq G =$ Grupos de productos similares existentes en la línea l . Notar que este subconjunto, está conformado por conjuntos de productos.

$GK_{k,l} \subseteq G_l =$ Grupo al que pertenece el producto k en la línea l .

$S_k \subseteq S =$ Sabor utilizado para producir k .

$K_{SA-SC} \subseteq K =$ Productos que no utilizan ni Coca-Cola ni agua mineral.

$S_{PM} \subseteq S =$ Sabores utilizados en productos Post-Mix.

$M_{PM} \subseteq M =$ Multimix utilizado para producir productos Post-Mix.

$PL_l \subseteq K =$ Productos que se pueden producir en la línea l .

$LK_k \subseteq K =$ Líneas que pueden producir el producto k .

$KS_s \subseteq K$ = Productos que utilizan el sabor s .

$LS_s \subseteq L$ = Líneas que producen productos que utilizan el sabor s .

$LM_s \subseteq L$ = Líneas que pueden conectarse con el multimix m .

$SL_l \subseteq S$ = Conjunto con los sabores de los productos manufacturados en la línea l .

$SM_m \subseteq S$ = Sabores compatibles con el multimix m .

$MS_s \subseteq M$ = Multimix que son compatibles con el sabor s .

$TP \subseteq T$ = Primer turno de cada día.

$Hra9 \subseteq H$ = Novena hora del día (entre 8:00 y 9:00)

Parámetros

$D_{k,t}$ = Demanda por el producto k en el turno t .

$DC_{k,h}$ = Demanda por el producto k en la hora h .

$DPRM$ = Demanda diaria promedio.

$I0_k$ = Inventario inicial del producto k .

SUL_{l,K_l,J_l} = Tiempo de set-up por cambiar de un producto del grupo K_l a uno del grupo J_l en la línea l . Durante este tiempo no puede haber producción en esta línea.

φ_m = Tiempo de set-up estimado, por cambiar de sabor en el multimix m .

δ_e = Tiempo de set-up estimado, por cambiar de sabor en el estanque e .

$VLP_{l,k}$ = Velocidad de producción del producto k en la línea l .

VP_k = Volumen en litros de 1 unidad del producto k .

$DPMAX_k$ = Días de Piso máximo para el producto k .

$HORAS_{l,t}$ = Duración, en horas, del turno t en la línea l , se supondrán iguales a 8.

$HORAS_{e,t}$ = Duración, en horas, del turno t en estanque e , se supondrán iguales a 8.

$RetEnv_{k,t}$ = Retorno de envases del producto $k \in P_{ret}$ en el turno t .

$RetEnvC_{k,h}$ = Retorno de envases del producto $k \in P_{ret}$ en la hora h .

VL_l = Cantidad máxima de sabor, en litros, que se podrían llegar a requerir la línea l durante una hora.

BM = Número que indica la cantidad máxima de litros de sabor que se podrían llegar a transportar durante un turno.

C_s = Cantidad máxima de litros de sabor s que puede producir un estanque de elaboración durante una hora.

CU_s = Cantidad máxima de unidades de concentrado de sabor s que puede producir un estanque de elaboración durante una hora.

CV_s = Equivalencia en litros de una unidad de concentrado de sabor s .

CM_s = Preparación mínima de unidades de concentrado requeridas para garantizar homogeneidad del sabor s en los estanques de elaboración.

LB = Parámetro utilizado en el modelo aproximado, para garantizar un nivel de producción mínimo.

4.1. Formulación Exacta

La formulación exacta se caracteriza por incluir todas las restricciones físicas implicadas en el proceso productivo. En este modelo se considera la sincronización entre las 3 etapas del proceso productivo, garantizando el equilibrio entre el flujo de sabor que pasa desde los estanques de elaboración a los multimix y desde estos últimos a las líneas.

En esta formulación el horizonte de planificación es dividido en bloques de una hora, determinando, en cada uno de estos bloques, la cantidad producida en cada línea de embotellado, el multimix que se utilizará para transportar sabor desde los estanques de elaboración a cada una de las líneas, la cantidad producida de sabor en los estanques y el flujo de sabor entre cada una de las etapas, todo lo anterior sujeto a restricciones inherentes al proceso productivo.

En cada periodo de una hora, en cada línea se podrá elaborar un producto como máximo. Lo mismo ocurre en los estanques de elaboración y en los multimix, los cuales podrán procesar a lo más un sabor en cada bloque horario.

Este modelo considera que el tiempo de set-up por cambiar de sabor en los estanques y en los multimix es el mismo independiente de los sabores involucrados en el cambio. En las líneas de embotellado este tiempo de set-up sí dependerá de la secuencia en que los productos son procesados. Para incluir este hecho en el modelo, los productos se agrupan según características similares, por lo que el tiempo en que una determinada línea de envasado estará sin poder producir, depende del grupo al que pertenezcan los productos involucrados en el cambio.

Es importante destacar que los grupos de productos dependen también de la línea de envasado, de esta forma, en la línea l un producto puede pertenecer al grupo 1 y en la siguiente ser parte del grupo 2. Otro punto que es necesario señalar es que si en horas consecutivas se

producen productos distintos del mismo grupo, también se incurre en un tiempo de set-up. Otras consideraciones que se deben tomar en cuenta son las siguientes:

- No hay 2 multimix con el mismo sabor al mismo tiempo.
- La demanda ocurre en la novena hora de cada día.
- Los multimix tienen capacidad infinita.
- Se trabaja de Lunes a Sabado.
- El retorno de envases se considera como el 65% de la demanda diaria entre los días martes y sábado. El día lunes arriban los envases que llegarían en un día normal, más los envases pendientes de la semana anterior.
- La demanda insatisfecha se pierde.

4.1.1. Variables de Decisión

A continuación se detallan las variables de decisión utilizadas en la formulación exacta, las cuales se dividieron en 5 categorías o grupos dependiendo de la etapa del proceso productivo a la que pertenecen.

Líneas de Envasado

Para modelar el funcionamiento de las líneas de envasado, las variables empleadas fueron las siguientes:

$$XC_{l,k,h} = \begin{cases} 1 & \text{Si la línea } l \text{ está configurada con el producto } k \text{ en hora } h. \\ 0 & \text{En caso contrario.} \end{cases}$$

$PC_{l,k,h}$ = Producción (en unidades) del producto k en la línea l durante la hora h .

$DIC_{k,h}$ = Demanda insatisfecha del producto k en la hora h .

$$SC_{l,g1,g2,h} = \begin{cases} 1 & \text{Si en la línea } l \text{ se produjo, entre la hora } h \text{ y } h+1, \text{ un cambio de producto} \\ & \text{entre uno perteneciente al grupo } g1 \in G_l \text{ y otro del grupo } g2 \in G_l \\ 0 & \text{En caso contrario.} \end{cases}$$

$IC_{k,h}$ = Inventario del producto k al comienzo de la hora h .

Conexión Líneas-Multimix

Para modelar la conexión entre las líneas de embotellado y los multimix se utilizaron las siguientes variables:

$$u_{m,l,h} = \begin{cases} 1 & \text{Si el multimix } m \text{ está conectado con la línea } l \text{ en la hora } h. \\ 0 & \text{En caso contrario.} \end{cases}$$

$F1_{m,l,s,h}$ = Flujo, en litros, de sabor s enviados desde el multimix m hacia la línea l durante la hora h .

Multimix

Las variables de decisión asociadas a los multimix son las siguientes:

$$b_{m,s,h} = \begin{cases} 1 & \text{Si el multimix } m \text{ está transportando sabor } s \text{ en la hora } h. \\ 0 & \text{En caso contrario.} \end{cases}$$

$$\phi_{m,h} = \begin{cases} 1 & \text{Si el multimix } m \text{ cambia de sabor entre las horas } h \text{ y } h + 1. \\ 0 & \text{En caso contrario.} \end{cases}$$

Conexión Estanques-Multimix

Las variables requeridas para modelar el flujo de sabor entre los estanques de elaboración y los multimix son las siguientes:

$$q_{e,m,h} = \begin{cases} 1 & \text{Si se conecta el estanque } e \text{ con el multimix } m \text{ en la hora } h. \\ 0 & \text{En caso contrario.} \end{cases}$$

$F2_{e,m,s,h}$ = Flujo, en litros, de sabor s enviados desde el estanque e hacia el multimix m en la hora h .

Estanques de Elaboración

Finalmente el último grupo corresponde a las variables asociadas a los estanques de elaboración.

$$r_{e,s,h} = \begin{cases} 1 & \text{Si se prepara el sabor } s \text{ en el estanque } e \text{ durante la hora } h. \\ 0 & \text{En caso contrario.} \end{cases}$$

$VC_{e,s,h}$ = Unidades de concentrado de sabor s producidas en el estanque de elaboración e durante la hora h .

$$\omega_{e,h} = \begin{cases} 1 & \text{Si durante la hora } h \text{ se cambia el sabor que se está produciendo en el estanque } e. \\ 0 & \text{En caso contrario.} \end{cases}$$

Naturaleza de las Variables

$$XC_{l,k,h}, u_{m,l,h}, b_{m,s,h}, q_{e,m,h}, r_{e,s,h} \in \{0, 1\}$$

$$PC_{k,h}, DIC_{k,h}, SC_{l,g1,g2,h}, IC_{k,h}, F1_{m,l,s,h}, \pi_{m,h}, F2_{e,m,s,h}, VC_{e,s,h}, \omega_{e,h} \in \mathbb{R}^+$$

4.1.2. Función Objetivo

Tal como se observa a continuación, la función objetivo del modelo exacto busca minimizar la demanda insatisfecha a lo largo del horizonte de planificación.

$$\min \sum_{h \in Hra9, k \in K} DIC_{h,t}$$

4.1.3. Restricciones

En esta sección se presentan las restricciones utilizadas en el modelo exacto, las cuales también fueron divididas en 5 grupos, utilizando el mismo criterio que se empleó para agrupar las variables de decisión.

Líneas de Envasado

Las restricciones requeridas para modelar el funcionamiento de los líneas de envasado son las siguientes:

1. Relación entre variables. Solo es posible producir un producto que se encuentra seteado.

$$PC_{l,k,h} \leq VLP_{l,k} \cdot XC_{l,k,h} \quad \forall l \in L, k \in PL_l, h \in H \quad (4.1)$$

2. A lo más se produce un producto k en cada línea de envasado de forma simultánea.

$$\sum_{k \in PL_l} XC_{l,k,h} = 1 \quad \forall l \in L, h \in H \quad (4.2)$$

3. Ecuaciones de inventario.

$$IC_{k,h} - DIC_{k,h} = IC_{k,h-1} + \sum_{l \in LK_k} PC_{l,k,h-1} - DC_{k,h} \quad \forall k \in K, h \in Hra9 \quad (4.3a)$$

$$IC_{k,h} = IC_{k,h-1} + \sum_{l \in LK_k} PC_{l,k,h-1} \quad \forall k \in K, h \in H \setminus Hra9 \quad (4.3b)$$

$$DIC_{k,h} \leq DC_{k,h} \quad \forall k \in K, h \in Hra9 \quad (4.3c)$$

$$IC_{k,h_0} = I0_k \quad \forall k \in K, h_0 = 0 \quad (4.3d)$$

$$PC_{l,k,h_0} = 0 \quad \forall l \in L, k \in PL_l, h_0 = 0 \quad (4.3e)$$

4. No sobrepasar el nivel máximo de inventario.

$$IC_{k,h} \leq DPMAX_k \cdot DPROM \quad \forall k \in K, h \in H \quad (4.4)$$

5. Producir solo si hay envases disponibles.

$$\sum_{l \in LK_k} \sum_{j=1}^h PC_{l,k,j} \leq \sum_{j=1}^h RetEnvC_{k,j} \quad \forall k \in K, h \in H \quad (4.5)$$

6. Obligar a variables de cambio de producto a valer 1 cuando corresponda.

$$XC_{l,k,h-1} \leq XC_{l,k,h} + \sum_{g2 \in G_l} SC_{l,g1,g2,h-1} \quad \forall l \in L, k \in PL_l, g1 \in GK_{k,l}, h \in H \quad (4.6a)$$

$$XC_{l,k,h-1} \geq XC_{l,k,h} - \sum_{g1 \in G_l} SC_{l,g1,g2,h-1} \quad \forall l \in L, k \in PL_l, g2 \in GK_{k,l}, h \in H \quad (4.6b)$$

7. Si durante una hora h la línea l no está seteada con algún producto perteneciente grupo $g1$, entonces las variables de cambio de producto asociadas a ese grupo toman valor 0.

$$\sum_{g2 \in G_l} SC_{l,g1,g2,h} \leq \sum_{k \in g1} XC_{l,k,h} \quad \forall l \in L, g1 \in G_l, h \in H \quad (4.7a)$$

$$\sum_{g1 \in G_l} SC_{l,g1,g2,h} \leq \sum_{k \in g2} XC_{l,k,h+1} \quad \forall l \in L, g2 \in G_l, h \in H \quad (4.7b)$$

8. No producir mientras se realiza el cambio de producto.

$$\sum_{j=t+1}^{t+SUL_{l,g1,g2}} \sum_{k \in K_l} PC_{l,k,j} \leq VL_l \cdot (1 - SC_{l,g1,g2,h}) \cdot SUL_{l,g1,g2} \quad \forall g1 \in G1, g2 \in G_l, h \in H \quad (4.8)$$

Conexión Multimix-Líneas

Para garantizar una adecuada sincronización entre las líneas de embotellado y los multimix se utilizaron las siguientes restricciones:

9. Equilibrio entre el flujo de sabor que pasa de los multimix a las líneas.

$$\sum_{m \in ML_l} F1_{m,l,s,h} = \sum_{k \in [KS_s \cap PL_l]} VP_k \cdot PC_{l,k,h} \quad \forall l \in L, s \in SL_l, h \in H \quad (4.9)$$

10. Solo hay flujo de sabor entre el multimix m y la línea l si la conexión entre ambos se encuentra activa.

$$\sum_{s \in SL_l} F1_{m,l,s,h} \leq VL_l \cdot u_{m,l,h} \quad \forall l \in L, m \in M_l, h \in H \quad (4.10)$$

11. Una línea solo puede estar conectada a un multimix simultaneamente.

$$\sum_{m \in ML_l} u_{m,l,h} \leq 1 \quad \forall l \in L, h \in H \quad (4.11)$$

12. Solo es posible enviar sabor s hacia las líneas de elaboración desde el multimix m , si mencionado multimix se encuentra configurado para transportar este sabor durante la hora h .

$$\sum_{l \in LM_m} F1_{m,l,s,h} \leq b_{m,s,h} \cdot C_s \cdot CV_s \quad \forall m \in M, s \in SM_m, h \in H \quad (4.12)$$

Multimix

Las restricciones utilizadas en los Multimix se enumeran a continuación:

13. Ecuaciones de cambio de sabor en multimix m

$$b_{m,s,h-1} \leq b_{m,s,h} + \phi_{m,h-1} \quad \forall m \in M, s \in S, h \in H \quad (4.13a)$$

$$\phi_{m,h} \leq 1 \quad \forall m \in M, h \in H \quad (4.13b)$$

14. Si hubo cambio de sabor en multimix m . Entonces el multimix no puede ser utilizado por φ horas.

$$\sum_{j=h+1}^{h+\varphi_m} b_{m,s,j} \leq \varphi_m \cdot (1 - \phi_{m,h}) \quad \forall m \in M, s \in SM_m, h \in H \quad (4.14)$$

15. No hay dos multimix con un mismo sabor, en una misma hora.

$$\sum_{m \in MS_s} b_{m,s,h} \leq 1 \quad \forall s \in S, h \in H \quad (4.15)$$

16. Un multimix puede estar configurado para trasladar a lo más un sabor a la vez.

$$\sum_{s \in SM_m} b_{m,s,h} \leq 1 \quad \forall m \in M, h \in H \quad (4.16)$$

Conexión Multimix-Estanques

Las ecuaciones utilizadas para modelar la conexión entre los estanques de elaboración y los multimix fueron:

17. Equilibrio entre el flujo que pasa desde los estanques a los multimix.

$$\sum_e F2_{e,m,s,h} = \sum_{l \in LS_s} F1_{m,l,s,h} \quad \forall m \in M, s \in SM_m, h \in H \quad (4.17)$$

18. Solo hay flujo si la conexión entre el multimix m y el estanque e está activa.

$$\sum_{s \in SM_m} \frac{F2_{e,m,s,h}}{CU_s CV_s} \leq q_{e,m,h} \quad \forall e \in E, m \in M, h \in H \quad (4.18)$$

19. Un estanque está conectado a lo más a un multimix a la vez.

$$\sum_{m \in M} q_{e,m,h} \leq 1 \quad \forall h \in H, e \in E \quad (4.19)$$

Estanques de Elaboración

Para finalizar se detallan las restricciones asociadas a los estanques de elaboración.

20. Un estanque puede producir a lo más un sabor de forma simultánea.

$$\sum_{s \in S} r_{e,s,h} \leq 1 \quad \forall e \in E, h \in H \quad (4.20)$$

21. Tamaño máximo de las preparaciones.

$$VC_{e,s,h} \leq CU_s \cdot r_{e,s,h} \quad \forall e \in E, h \in H \quad (4.21)$$

22. Tamaño mínimo de las preparaciones.

$$VC_{e,s,h} \geq CM_s \cdot r_{e,s,h} \quad \forall e \in E, h \in H \quad (4.22)$$

23. La cantidad producida de sabor s en el estanque e es mayor que la cantidad enviada hacia los multimix y debe ser preparada 1 hora antes.

$$\sum_{m \in MS_s} F2_{e,m,s,h} \leq CV_s \cdot VC_{e,s,h-1} \quad \forall e \in E, s \in S, t \in T \quad (4.23)$$

24. Ecuaciones de cambio de sabor en el estanque e .

$$r_{e,s,h-1} \leq r_{e,s,h} + \omega_{e,h-1} \quad \forall e \in E, s \in S, h \in H \quad (4.24a)$$

$$\omega_{e,h} \leq 1 \quad \forall e \in E, h \in H \quad (4.24b)$$

25. Si hubo cambio de sabor en estanque e , entonces este estanque no puede ser utilizado por δ horas.

$$\sum_{j=h+1}^{h+\delta_e} r_{e,s,j} \leq \delta_e \cdot (1 - \omega_{e,h}) \quad \forall e \in E, s \in S, h \in H \quad (4.25)$$

La ecuación 4.1 indica que se puede elaborar un producto k en la línea l durante la hora h , solo si la línea se encuentra configurada para producir este producto, es decir, si $XC_{l,k,h} = 1$. Esta restricción también señala que la cantidad elaborada debe ser menor o igual que la capacidad de producción de la línea. La ecuación 4.2 indica que, durante cada hora del horizonte de planificación, cada una de las líneas de envasado debe estar siempre seteada con algún producto, asegurándose, de esta forma, que en una misma línea no se estén elaborando dos productos en forma simultánea.

Las restricciones 4.3a y 4.3b corresponden a las ecuaciones de inventario. La primera se utiliza en los periodos en los que hay demanda, mientras que la segunda en los periodos en los que la demanda es nula. La ecuación 4.3c impide que la demanda insatisfecha sea superior a la demanda. La ecuación 4.3d determina el inventario inicial y la 4.3e indica que la producción en la hora ficticia inicial ($h_0 = 0$) será nula. La Restricción 4.4 establece una cota superior a los niveles de inventario permitidos, mientras que la restricción 4.5 aplica solo en las líneas retornables y asegura la disponibilidad de envases al momento de producir.

Las ecuaciones 4.6a y 4.6b obligan a que la variable $SC_{l,g1,g2,h}$ tome valor 1 cuando se realiza un cambio de producto entre un producto del grupo $g1$ y otro del grupo $g2$ en la hora h . La ecuación 4.7a indica que si ningún producto del grupo $g1$ es producido en la línea l durante la hora h entonces $SC_{l,g1,g2,h}$ será igual a 0. La restricción 4.7b es similar a la anterior e indica que cuando la línea l no está configurada con algún producto perteneciente al grupo $g2$, durante la hora $(h + 1)$, entonces $SC_{l,g1,g2,h}$ también será igual a 0. La ecuación 4.8 obliga a que la producción sea nula mientras se realiza el cambio de producto.

Cuando no ocurre un cambio de producto en la línea l , es decir, cuando en dos horas consecutivas se procesa el mismo producto k , la variable $SC_{l,g,g,h}$, en donde g corresponde al grupo del producto k , puede tomar cualquier valor entre 0 y 1, sin embargo lo anterior no reviste mayor problema, ya que una vez finalizada la ejecución del modelo, el valor de este conjunto de variables puede ser fijado en 0, sin afectar la factibilidad ni optimalidad de la solución.

La ecuación 4.9 asegura que los litros de sabor enviados desde los multimix hacia una determinada línea sean iguales a los litros utilizados por esa línea en el envasado de los productos.

La restricción 4.10 indica que una línea l puede recibir sabor desde un multimix m , durante la hora h , solo si la conexión entre ambos se encuentra activada, lo que ocurre cuando la variable $u_{m,l,h}$ es igual a 1. La ecuación 4.11 obliga a que una línea de envasado esté conectada solo a un multimix de forma simultánea y la ecuación 4.12 indica que es posible enviar flujo de sabor s desde un multimix m , durante la hora h , solo si mencionado multimix está configurado para trasladar este sabor, es decir, si $b_{m,s,h} = 1$.

Las ecuaciones 4.13a y 4.13b obligan a la variable $\phi_{m,h}$ a valer uno cuando ocurre un cambio de sabor en el multimix m durante la hora h . La restricción 4.14 impide que los multimix sean utilizados mientras se está realizando el cambio de sabor. La ecuación 4.15 obliga a que no hayan 2 multimix configurados con el mismo sabor al mismo tiempo y la restricción 4.16 indica que un multimix solo puede transportar un sabor a la vez.

La restricción 4.17 indica que los litros de sabor enviados desde los estanques hacia el multimix m son iguales a la cantidad de sabor enviada desde este multimix hacia las líneas. La restricción 4.18 garantiza que una línea recibe sabor desde un multimix solo si la conexión entre ambos se encuentra activada y la ecuación 4.19 indica que un estanque puede conectarse solo a un multimix de forma simultánea.

La ecuación 4.20 garantiza que en un estanque se produzca a lo más un sabor. Las restricciones 4.21 y 4.22 aseguran que la cantidad producida será menor a la capacidad máxima de los estanques, pero mayor a la cantidad mínima que permite asegurar la homogeneidad del concentrado de sabor. La ecuación 4.23 indica que el flujo de sabor enviado desde los estanques a los multimix durante la hora h debe ser menor a la cantidad producida en los estanques durante la hora $h - 1$.

Finalmente las ecuaciones 4.24a y 4.24b obligan a la variable $\omega_{e,h}$ a valer 1 cuando ocurre un cambio de sabor en el estanque e , durante la hora h . Mientras que la restricción 4.25 impide que los estanques sean utilizados mientras se está realizando el cambio de sabor.

4.2. Formulación Aproximada

Para disminuir la complejidad computacional del modelo exacto se plantea el desarrollo de una formulación aproximada en la cual se considerarán solo dos etapas del proceso productivo: la producción de sabor en los estanques de elaboración y el embotellado en las líneas de producción.

En este modelo el horizonte de planificación es dividido en turnos de ocho horas de duración, los cuales, a su vez, están divididos en micro-periodos o fracciones de turno, cuyo largo depende del valor de las variables de decisión del modelo. En las líneas de envasado dedicadas a elaborar productos retornables, cada turno es dividido en 3 micro-periodos, mientras que en los estanques y las líneas desechables, los turnos son divididos en dos micro-periodos. Dentro de las diferencias con la formulación exacta se encuentran las siguientes:

- El horizonte de planificación es dividido en turnos de 8 horas, durante cada turno se pueden producir a lo más 3 productos distintos en las líneas retornables, es decir, que a lo más ocurren 2 cambios de productos por turno. En las líneas desechables, se permiten producir 2 productos distintos como máximo.
- En cada estanque se realizan 2 preparaciones por turno, las que duran a lo más la mitad del turno, existiendo un tiempo de set-up de 1 hora entre cada preparación.

- Los estanques se conectan de forma directa con las líneas de producción.
- La producción del turno t está disponible a partir del turno $t+1$, es decir, que no puede ser utilizada para satisfacer la demanda del turno t .
- Existen algunas soluciones en las que puede ocurrir una desincronización de tiempo entre las etapas, esto se traduce en que se embotellan productos en las líneas cuyo sabor es producido con posterioridad.

Al igual que en modelo exacto, se utilizarán grupos de productos para determinar los tiempos por set-up, la demanda ocurre durante el primer turno del día y el retorno de envases sigue la misma lógica que en la formulación exacta.

4.2.1. Variables de Decisión

En esta sección se detallarán las variables utilizadas en la formulación aproximada. Al igual que en el modelo exacto, las variables de decisión también se agruparon dependiendo de la etapa del proceso productivo a la cual pertenecen.

Líneas de Envasado

Las variables de decisión utilizadas para modelar el funcionamiento de las líneas de envasado son las siguientes:

$$X_{l,k,t}^A = \begin{cases} 1 & \text{Si la línea } l \text{ se encuentra disponible para producir el producto } k \text{ durante} \\ & \text{la primera fracción del turno } t. \\ 0 & \text{En caso contrario.} \end{cases}$$

$$X_{l,k,t}^B = \begin{cases} 1 & \text{Si la línea } l \text{ se encuentra disponible para producir el producto } k \text{ durante} \\ & \text{la segunda fracción del turno } t. \\ 0 & \text{En caso contrario.} \end{cases}$$

$$X_{l,k,t}^C = \begin{cases} 1 & \text{Si la línea } l \text{ se encuentra disponible para producir el producto } k \text{ durante} \\ & \text{la tercera fracción del turno } t. \\ 0 & \text{En caso contrario.} \end{cases}$$

$Y_{l,k,t}^A$ = Fracción del turno t en que el producto k es producido como primero en la línea l .

$Y_{l,k,t}^B$ = Fracción del turno t en que el producto k es producido como segundo en la línea l .

$Y_{l,k,t}^C$ = Fracción del turno t en que el producto k es producido como tercero en la línea l .

$$S_{l,g1,g2,t}^A = \begin{cases} 1 & \text{Si en la línea } l \text{ se produjo, entre la primera y segunda fracción del turno} \\ & t, \text{ un cambio de producto entre uno perteneciente al grupo } g1 \in G_l \text{ y otro} \\ & \text{del grupo } g2 \in G_l \\ 0 & \text{En caso contrario.} \end{cases}$$

$$S_{l,g^1,g^2,t}^B = \begin{cases} 1 & \text{Si en la línea } l \text{ se produjo, entre la segunda y tercera fracción del turno} \\ & t, \text{ un cambio de producto entre uno perteneciente al grupo } g^1 \in G_l \text{ y otro} \\ & \text{del grupo } g^2 \in G_l \\ 0 & \text{En caso contrario.} \end{cases}$$

$DI_{k,t}$ = Demanda insatisfecha del producto k en el turno t .

$I_{k,t}$ = Inventario del producto k al comienzo del turno t .

$P_{k,t}$ = Producción del producto k en el turno t .

Estanques de Elaboración

Las variables de decisión utilizadas en los estancques de elaboración son:

$$XE_{e,s,t}^A = \begin{cases} 1 & \text{Si el estanque } e \text{ se encuentra disponible para producir el sabor } s \text{ durante} \\ & \text{la primera fracción del turno } t. \\ 0 & \text{En caso contrario.} \end{cases}$$

$$XE_{e,s,t}^B = \begin{cases} 1 & \text{Si el estanque } e \text{ se encuentra disponible para producir el sabor } s \text{ durante} \\ & \text{la segunda fracción del turno } t. \\ 0 & \text{En caso contrario.} \end{cases}$$

$YE_{l,k,t}^A$ = Fracción del turno t en que sabor s es preparado como primero en estanque e .

$YE_{l,k,t}^B$ = Fracción del turno t en que sabor s es preparado como segundo en estanque e .

Conexión Líneas-Estanques

Finalmente, en la sincronización entre las líneas de envasado y los estancques de elaboración se utilizaron las siguientes variables:

$$Z_{e,l,t}^A = \begin{cases} 1 & \text{Si se conecta el estanque } e \text{ con la línea } l \text{ durante la primera fracción del} \\ & \text{turno } t. \\ 0 & \text{En caso contrario.} \end{cases}$$

$$Z_{e,l,t}^B = \begin{cases} 1 & \text{Si se conecta el estanque } e \text{ con la línea } l \text{ durante la segunda fracción del} \\ & \text{turno } t. \\ 0 & \text{En caso contrario.} \end{cases}$$

$\beta_{e,l,t}^A$ = Fracción de la primera parte del turno t en que el estanque e está conectado con la línea l .

$\beta_{e,l,t}^B$ = Fracción de la segunda parte del turno t en que el estanque e está conectado con la línea l .

$\alpha_{e,t}^A$ = Fracción de la primera parte del turno t en que el estanque e está conectado con alguna línea.

$\alpha_{e,t}^B$ = Fracción de la segunda parte del turno t en que el estanque e está conectado con alguna línea.

$Fj_{e,l,s,t}^A$ = Flujo (en litros) del sabor s enviados desde el estanque e a la línea l en la primera fracción del turno t .

$Fj_{e,l,s,t}^B$ = Flujo (en litros) del sabor s enviados desde el estanque e a la línea l en la segunda fracción del turno t .

Naturaleza de las Variables

$$X_{l,k,t}^A, X_{l,k,t}^B, X_{l,k,t}^C, XE_{e,s,t}^A, XE_{e,s,t}^B, Z_{e,l,t}^A, Z_{e,l,t}^B \in \{0, 1\}$$

$$Y_{l,k,t}^A, Y_{l,k,t}^B, Y_{l,k,t}^C, S_{l,g1,g2,t}^A, S_{l,g1,g2,t}^B, DI_{k,t}, I_{k,t}, P_{k,t} \in \mathbb{R}^+$$

$$YE_{l,k,t}^A, YE_{l,k,t}^B, \beta_{e,l,t}^A, \beta_{e,l,t}^B, \alpha_{e,t}^A, \alpha_{e,t}^B, Fj_{e,l,s,t}^A, Fj_{e,l,s,t}^B \in \mathbb{R}^+$$

4.2.2. Función Objetivo

La función objetivo de la formulación aproximada, al igual que la del modelo exacto, tiene como propósito minimizar la demanda insatisfecha ocurrida a lo largo del horizonte de planificación.

$$\text{mín} \sum_{t \in TP, k \in K} DI_{k,t}$$

4.2.3. Restricciones

A continuación se enumeran las restricciones utilizadas en la formulación aproximada.

Líneas de Envasado

Para modelar el funcionamiento de las líneas de envasado se emplearon las siguientes restricciones:

26. En cada fracción del turno o micro-periodo, siempre existe solo un producto k seteado en la línea l .

$$\sum_{k \in PL_l} X_{l,k,t}^A = 1 \quad \forall l \in L, t \in T \quad (4.26a)$$

$$\sum_{k \in PL_l} X_{l,k,t}^B = 1 \quad \forall l \in L, t \in T \quad (4.26b)$$

$$\sum_{k \in PL_l} X_{l,k,t}^C = 1 \quad \forall l \in LR, t \in T \quad (4.26c)$$

27. Relación entre variables, se puede producir una fracción $Y_{l,k,t}^A$ del producto k como primero en la línea l , solo si $X_{l,k,t}^A = 1$. Lo mismo ocurre para las fracciones de tiempo $Y_{l,k,t}^B$ e $Y_{l,k,t}^C$.

$$X_{l,k,t}^A \geq Y_{l,k,t}^A \quad \forall l \in L, k \in PL_l, t \in T \quad (4.27a)$$

$$X_{l,k,t}^B \geq Y_{l,k,t}^B \quad \forall l \in L, k \in PL_l, t \in T \quad (4.27b)$$

$$X_{l,k,t}^C \geq Y_{l,k,t}^C \quad \forall l \in LR, k \in PL_l, t \in T \quad (4.27c)$$

28. La suma de las fracciones de tiempo en un turno es menor a 1.

$$\sum_{k \in PL_l} (Y_{l,k,t}^A + Y_{l,k,t}^B) + \sum_{g1 \in G_l, g2 \in G_l} (S_{l,g1,g2,t}^A \cdot \frac{SUL_{l,g1,g2}}{Horas_{l,t}}) \leq 1 \quad \forall l \in LD, t \in T \quad (4.28a)$$

$$\sum_{k \in PL_l} (Y_{l,k,t}^A + Y_{l,k,t}^B + Y_{l,k,t}^C) + \sum_{g1 \in G_l, g2 \in G_l} [(S_{l,g1,g2,t}^A + S_{l,g1,g2,t}^B) \cdot \frac{SUL_{l,g1,g2}}{Horas_{l,t}}] \leq 1$$

$$\forall l \in LR, t \in T \quad (4.28b)$$

29. El producto inicial del turno t corresponde al último producto seteado en el turno $t-1$.

$$X_{l,k,t}^A = X_{l,k,t-1}^B \quad \forall l \in LD, k \in PL_l, t > 1, t \in T \quad (4.29a)$$

$$X_{l,k,t}^A = X_{l,k,t-1}^C \quad \forall l \in LR, k \in PL_l, t > 1, t \in T \quad (4.29b)$$

30. Definición de la variable de producción.

$$P_{k,t} = \sum_{l \in LK_k} ((Y_{l,k,t}^A + Y_{l,k,t}^B + Y_{l,k,t}^C) \cdot Horas_{l,t} \cdot VLP_{l,k}) \quad \forall k \in Pret \quad (4.30a)$$

$$P_{k,t} = \sum_{l \in LK_k} ((Y_{l,k,t}^A + Y_{l,k,t}^B) \cdot Horas_{l,t} \cdot VLP_{l,k}) \quad \forall k \in K \setminus Pret \quad (4.30b)$$

31. Ecuación de inventario.

$$I_{k,t} - DI_{k,t} = I_{k,t-1} + P_{k,t-1} - D_{k,t} \quad \forall k \in K, t \in TP \quad (4.31a)$$

$$I_{k,t} = I_{k,t-1} + P_{k,t-1} \quad \forall k \in K, t \in T \setminus TP \quad (4.31b)$$

$$DI_{k,t} \leq D_{k,t} \quad \forall k \in K, t \in TP \quad (4.31c)$$

$$I_{k,t_0} = I0_k \quad \forall k \in K, t_0 = 0 \quad (4.31d)$$

$$P_{k,t_0} = 0 \quad \forall k \in K, t_0 = 0 \quad (4.31e)$$

32. No sobrepasar el nivel máximo de inventario.

$$I_{k,t} \leq DPMAX_k \cdot DPROM \quad \forall k \in K, t \in T \quad (4.32)$$

33. Producir solo si hay envases disponibles.

$$\sum_{j=1}^t P_{k,j} \leq \sum_{j=1}^t RetEnv_{k,j} \quad \forall k \in K, t \in T \quad (4.33)$$

34. Obligar a variables de cambio de producto a valer 1 cuando corresponda.

$$X_{l,k,t}^A \leq X_{l,k,t}^B + \sum_{g2 \in G_l} S_{l,g1,g2,t}^A \quad \forall l \in L, k \in PL_l, g1 \in GK_{k,l}, t \in T \quad (4.34a)$$

$$X_{l,k,t}^A \geq X_{l,k,t}^B - \sum_{g1 \in G_l} S_{l,g1,g2,t}^A \quad \forall l \in L, k \in PL_l, g2 \in GK_{k,l}, t \in T \quad (4.34b)$$

$$X_{l,k,t}^B \leq X_{l,k,t}^C + \sum_{g2 \in G_l} S_{l,g1,g2,t}^B \quad \forall l \in LR, k \in PL_l, g1 \in GK_{k,l}, t \in T \quad (4.34c)$$

$$X_{l,k,t}^B \geq X_{l,k,t}^C - \sum_{g1 \in G_l} S_{l,g1,g2,t}^B \quad \forall l \in LR, k \in PL_l, g2 \in GK_{k,l}, t \in T \quad (4.34d)$$

35. Si durante una fracción de turno la línea l no se está produciendo algún producto del grupo G_l , entonces la variable de cambio de producto asociadas a ese grupo toman valor 0.

$$\sum_{g2 \in G_l} S_{l,g1,g2,t}^A \leq \sum_{k \in g1} X_{l,k,t}^A \quad \forall l \in L, g1 \in G_l, t \in T \quad (4.35a)$$

$$\sum_{g1 \in G_l} S_{l,g1,g2,t}^A \leq \sum_{k \in g2} X_{l,k,t}^B \quad \forall l \in L, g2 \in G_l, t \in T \quad (4.35b)$$

$$\sum_{g2 \in G_l} S_{l,g1,g2,t}^B \leq \sum_{k \in g1} X_{l,k,t}^B \quad \forall l \in LR, g1 \in G_l, t \in T \quad (4.35c)$$

$$\sum_{g1 \in G_l} S_{l,g1,g2,t}^B \leq \sum_{k \in g2} X_{l,k,t}^C \quad \forall l \in LR, g2 \in G_l, t \in T \quad (4.35d)$$

36. Asegurar nivel mínimo de producción.

$$LB \cdot \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} DC_{k,t} \leq \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} P_{k,t} \quad (4.36)$$

Estanques de Elaboración

Las ecuaciones utilizadas para modelar esta etapa del proceso productivo fueron:

37. En cada fracción de turno, siempre existe solo un sabor s seteado en el estanque e .

$$\sum_{s \in S} XE_{e,s,t}^A = 1 \quad \forall e \in E, t \in T \quad (4.37a)$$

$$\sum_{s \in S} XE_{e,s,t}^B = 1 \quad \forall e \in E, t \in T \quad (4.37b)$$

38. Es posible producir sabor s en el estanque e , solo si este estanque se encuentra configurado para producir mencionado sabor, además cada preparación dura a lo más la mitad del turno.

$$YE_{e,s,t}^A \leq \frac{XE_{e,s,t}^A}{2} \quad \forall e \in E, s \in S, t \in T \quad (4.38a)$$

$$YE_{e,s,t}^B \leq \frac{XE_{e,s,t}^B}{2} \quad \forall e \in E, s \in S, t \in T \quad (4.38b)$$

39. La fracción del turno en que un estanque esta ocupado, ya sea produciendo o preparandose para producir un determinado sabor, es menor a 1.

$$\sum_{s \in S} (YE_{e,s,t}^A + YE_{e,s,t}^B) + 2 \cdot \frac{\delta_e}{Horas_{e,t}} \leq 1 \quad \forall e \in E, t \in T \quad (4.39)$$

Conexión Líneas-Estanques

Las restricciones requeridas para modelar la sincronización entre las líneas de embotellado y los estanque de elaboración fueron:

40. Equilibrio de flujo de sabor enviado desde los estanques hacia las líneas.

$$\sum_e (Fj_{e,l,s,t}^A + Fj_{e,l,s,t}^B) = \sum_{k \in [KS_s \cap PL_l]} [(Y_{l,k,t}^A + Y_{l,k,t}^B) \cdot Horas_{e,t} \cdot VLP_{l,k} \cdot VP_k] \quad \forall l \in LD, s \in S, t \in T \quad (4.40a)$$

$$\sum_e (Fj_{e,l,s,t}^A + Fj_{e,l,s,t}^B) = \sum_{k \in [KS_s \cap PL_l]} [(Y_{l,k,t}^A + Y_{l,k,t}^B + Y_{l,k,t}^C) \cdot Horas_{e,t} \cdot VLP_{l,k} \cdot VP_k] \quad \forall l \in LR, s \in S, t \in T \quad (4.40b)$$

41. El flujo de sabor s enviado desde el estanque e hacia las líneas de envasado debe ser menor o igual que la cantidad producida en dicho estanque.

$$\sum_{l \in LS_s} Fj_{e,l,s,t}^A = YE_{e,s,t}^A \cdot Horas_{e,t} \cdot C_s \quad \forall e \in E, s \in S, t \in T \quad (4.41a)$$

$$\sum_{l \in LS_s} Fj_{e,l,s,t}^B = YE_{e,s,t}^B \cdot Horas_{e,t} \cdot C_s \quad \forall e \in E, s \in S, t \in T \quad (4.41b)$$

42. Relación entre variables β y Z .

$$\beta_{e,l,t}^A \leq Z_{e,l,t}^A \quad \forall e \in E, l \in L, t \in T \quad (4.42a)$$

$$\beta_{e,l,t}^B \leq Z_{e,l,t}^B \quad \forall e \in E, l \in L, t \in T \quad (4.42b)$$

43. Relación entre variables, solo es posible enviar flujo de sabor desde el estanque e a la línea l si la conexión está activa.

$$\sum_{l \in LS_s} Fj_{e,l,s,t}^A \leq Z_{e,l,t}^A \cdot BM \quad \forall e \in E, s \in S, t \in T \quad (4.43a)$$

$$\sum_{l \in LS_s} Fj_{e,l,s,t}^B \leq Z_{e,l,t}^B \cdot BM \quad \forall e \in E, s \in S, t \in T \quad (4.43b)$$

44. Si se está produciendo un producto k en la línea l , se debe estar conectado con algún estanque.

$$\sum_{e \in E} \beta_{e,l,t}^A = \sum_{k \in [PL_l \cap K_{SA-SC}]} Y_{l,k,t}^A \quad \forall l \in L, t \in T \quad (4.44a)$$

$$\sum_{e \in E} \beta_{e,l,t}^B = \sum_{k \in [PL_l \cap K_{SA-SC}]} Y_{l,k,t}^B \quad \forall l \in LD, t \in T \quad (4.44b)$$

$$\sum_{e \in E} \beta_{e,l,t}^B = \sum_{k \in [PL_l \cap K_{SA-SC}]} Y_{l,k,t}^B + Y_{l,k,t}^C \quad \forall l \in LR, t \in T \quad (4.44c)$$

45. Una línea puede estar conectada solo a un estanque a la vez.

$$\sum_{e \in E} Z_{e,l,t}^A \leq 1 \quad \forall l \in L, t \in T \quad (4.45a)$$

$$\sum_{e \in E} Z_{e,l,t}^B \leq 1 \quad \forall l \in L, t \in T \quad (4.45b)$$

46. Definición de las variables α^A y α^B .

$$\beta_{e,l,t}^A \leq \alpha_{e,t}^A \quad \forall e \in E, l \in L, t \in T \quad (4.46a)$$

$$\beta_{e,l,t}^B \leq \alpha_{e,t}^B \quad \forall e \in E, l \in L, t \in T \quad (4.46b)$$

47. Tiempo máximo que un estanque puede estar conectado a las líneas, durante el turno t .

$$\alpha_{e,t}^A + \alpha_{e,t}^B \leq 1 \quad \forall e \in E, t \in T \quad (4.47a)$$

$$\alpha_{e,t}^B \leq 0,5 \quad \forall e \in E, t \in T \quad (4.47b)$$

Las ecuaciones 4.26a, 4.26b y 4.26c indican que cada línea de envasado debe estar siempre seteada con algún producto en cada fracción de turno. Notar que aunque la línea l se encuentre disponible para producir algún producto k , es posible que la producción de este ítem sea nula.

El grupo de restricciones 4.27a, 4.27b y 4.27c impiden que exista producción del producto k durante una fracción de turno si la línea de envasado l no está disponible para elaborar este producto. Las ecuaciones 4.28a y 4.28b corresponden a las restricciones de capacidad y señalan que las líneas de envasado no pueden ser ocupadas por más tiempo de lo que dura el turno. Las ecuaciones 4.29a y 4.29b impiden que ocurra un cambio de producto entre el final del turno t y el inicio del turno $t + 1$, mientras que las ecuaciones 4.30a y 4.30b definen a la variable $P_{k,t}$, la que indica la cantidad producida del producto k durante el turno t .

Las ecuaciones 4.31a y 4.31b garantizan el equilibrio del inventario disponible. La primera se utiliza en los turnos con demanda mayor a cero, mientras que la segunda en los periodos en que la demanda es nula. Por otro lado, la ecuación 4.31c impide que la demanda insatisfecha sea superior a la demanda. La ecuación 4.31d establece los niveles de inventario existentes al inicio del horizonte de planificación, mientras que la restricción 4.31e indica que la producción en el turno ficticio inicial ($t_0 = 0$) será nula. La Restricción 4.32 establece una cota superior a los niveles de inventarios y la restricción 4.33 garantiza la disponibilidad de envases en las líneas retornables al momento de producir.

Las ecuaciones 4.34a, 4.34b, 4.34c y 4.34d funcionan de forma similar a las ecuaciones 4.6a y 4.6b del modelo exacto y obligan a las variables de cambio de producto a valer uno cuando corresponda. Las 2 primeras se utilizan para verificar si hubo cambio de producto durante la primera fracción del turno t , mientras que las ecuaciones 4.34c y 4.34d se utilizan solo en las líneas retornables para comprobar si hubo cambio de producto entre la segunda y tercera fracción del turno t .

La restricción 4.35a obliga a que la variable $S_{l,g1,g2,t}^A$ sea igual a cero cuando ningún producto del grupo $g1$ es producido en la línea l durante la primera fracción de turno t , mientras que la restricción 4.35b obliga a esta misma variable a tomar valor cero cuando ningún producto perteneciente al grupo $g2$ es elaborado en la línea l durante la segunda fracción del turno t . Las ecuaciones 4.35c y 4.35d son análogas a las dos restricciones anteriores, pero para los cambios de productos ocurridos entre la segunda y tercera fracción, obligando a la variable $S_{l,g1,g2,t}^B$ a valer cero según corresponda. Al igual que en la formulación exacta, si no hubo cambio de producto entre fracciones de turno consecutivas, las variables de cambio de producto pueden tomar cualquier valor entre 0 y 1.

La ecuación 4.36 es útil en instancias en las cuales el nivel de inventario inicial es alto y obliga a que la producción total durante el horizonte de planificación sea mayor a una cota

inferior. Lo anterior se realiza con el objetivo de entregar soluciones al modelo exacto que permitan producir mayor cantidad.

Las restricciones 4.37a y 4.37b indican que, en cada estanque, solo es posible producir a lo más un producto de forma simultánea. Las restricciones 4.38a y 4.38b señalan que se puede elaborar el sabor s en el estanque e , solo si este último se encuentra configurado para producir mencionado sabor, además obliga a que cada preparación de concentrado de sabor dure a lo más la mitad del turno. La ecuación 4.39 corresponde a la restricción de capacidad de los estanques, esta restricción supone que al final de cada fracción de turno se incluye en un tiempo de set-up de una hora, se incurra o no en algún cambio de sabor.

Las restricciones 4.40a y 4.40b aseguran que la cantidad de sabor s utilizada en la línea l será igual a la cantidad de sabor recibida desde los estanques. La primera se utiliza para las líneas retornables, donde existen 3 fracciones de turno, y la segunda en las líneas restantes. Las restricciones 4.41a y 4.41b indican que los litros de sabor s enviada a las líneas desde el estanque e debe ser igual al volumen de sabor s producido en dicho estanque.

Las ecuaciones 4.42a y 4.42b impiden que las variables $\beta_{e,l,t}^A$ y $\beta_{e,l,t}^B$ sean mayores que cero si la conexión entre el estanque e y la línea l no se encuentra activa. Las ecuaciones 4.43a y 4.43b indican que, en cada fracción de turno de los estanques, solo es posible enviar flujo del sabor s desde el estanque e a hacia la línea l si la conexión entre ambos se encuentra activada.

La ecuación 4.44a, impone que el tiempo en que se está produciendo el sabor s durante la primera fracción del turno t en la línea l , debe ser igual al tiempo al que esta línea, está conectada a alguno de los estanques. La ecuación 4.44b es análoga a la anterior, pero utilizada durante la segunda fracción del turno t . Esta restricción es aplicable solo en aquellas líneas que no son retornables debido a que los turnos en las líneas retornables se encuentran divididos en tres micro-periodos y en los estanques se encuentran divididos en dos, por lo que para poder relacionar los tiempos de conexión estanque-línea en las líneas retornables, se utiliza la restricción 4.44c, que indica que el tiempo en que se está produciendo el sabor s durante la segunda y tercera fracción de la línea retornable lr debe ser igual al tiempo en que alguno de los estanques está conectado a la línea lr durante el segundo micro-periodo de mencionado estanque.

La ecuación 4.45a y 4.45b indican que una línea puede estar conectada solo a un estanque de forma simultánea, evitando, de esta forma, que una línea reciba sabores distintos en un mismo micro-periodo.

En las ecuaciones 4.46a y 4.46b se definen las variables $\alpha_{e,t}^A$ y $\alpha_{e,t}^B$ que indican el tiempo en que el estanque e estuvo conectado a las líneas de envasado. La creación de esta variable es necesaria debido a que un estanque puede conectarse a más de una línea de forma simultánea.

La restricción 4.47a indica que la fracción de tiempo en que los estanques están conectados a las líneas durante un turno es menor a uno, mientras que la ecuación 4.47b asegura que la conexión estanques-líneas de la segunda fracción del turno t ocurra durante la segunda mitad de este turno.

Es importante destacar que las restricciones del modelo aproximado aseguran que, en cada turno, el volumen de sabor utilizado en las líneas de envasado sea igual a la cantidad de concentrado de sabor enviada desde los estanques. Estas restricciones, sin embargo, no garantizan una sincronización perfecta entre ambas etapas, existiendo algunos casos en los que se embotellan productos cuyo sabor es producido durante el mismo turno, pero con retraso. Tampoco se asegura que el concentrado de sabor sea producido una hora antes de ser ocupado en las líneas.

Capítulo 5

Estrategias de Solución

5.1. Formulación Aproximada

5.1.1. Producción Mínima

Tal como se mencionó en el capítulo anterior, en aquellas instancias que comienzan con un inventario inicial alto, se utilizará la ecuación 4.36, con el objetivo de asegurar niveles de producción mínimo, evitando que la demanda sea satisfecha solo con el inventario inicial existente, permitiendo entregar buenas soluciones al modelo exacto.

Debido a lo mencionado en el parrafo anterior, en las instancias basadas en los datos reales de la empresa, el valor del parámetro LB se fijará en valores que fluctúan entre los 1,15 y 1,05.

5.1.2. Enfoque de Dos Etapas

Al imponer el parámetro LB distinto de cero, los tiempos de resolución tienden a ser más altos, por ejemplo, en la instancia real de 4 semanas, el tiempo de ejecución bordea las dos horas. Debido a que la idea es que las soluciones del modelo aproximado se obtengan rápidamente, en estas instancias se utilizará un enfoque de dos etapas, el cual está basado en el algoritmo R. A. desarrollado por Ferreira et al. en [5].

En este enfoque, durante la primera etapa se ejecutará el modelo aproximado considerando solamente las restricciones y variables que involucran a las líneas de envasado (última etapa del proceso de producción). Finalmente, en la segunda etapa, se resuelve el modelo aproximado con todas sus restricciones y variables, dejando a las variables $X_{l,k,t}^A$, $X_{l,k,t}^B$ y $X_{l,k,t}^C$ fijas en el valor obtenido en la primera etapa.

5.2. Formulación Exacta

La estrategia de solución que se aplicará para resolver la formulación exacta consiste en restringir su región de soluciones factibles, en base a los resultados obtenidos por la formulación aproximada. Esta reducción de tamaño permite que el modelo exacto sea menos complejo desde un punto de vista computacional.

Es importante señalar que cuando se realiza la disminución de tamaño de la formulación exacta, es posible que la solución óptima quede fuera de la región factible reducida.

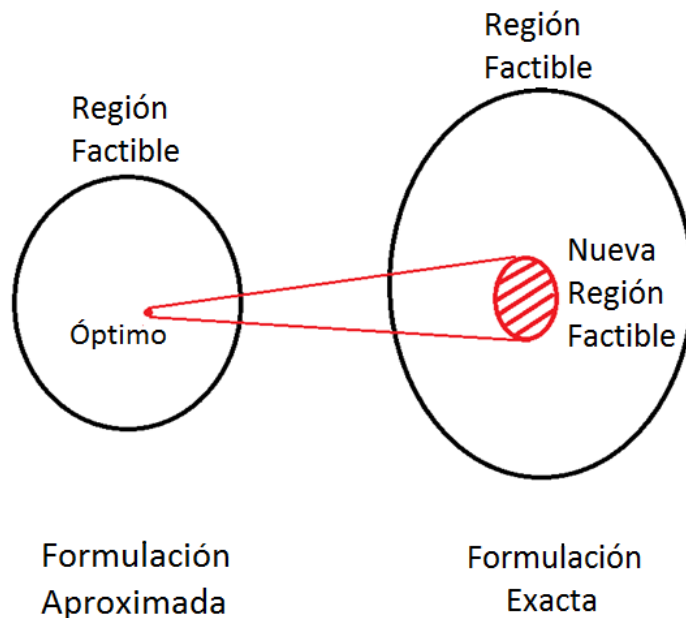


Ilustración 5.1: Reducción del Espacio de Soluciones Factibles

Tal como se observa en la ilustración 5.1, a partir de la solución obtenida en la formulación aproximada, se disminuye el tamaño de la región factible de la formulación exacta, buscando la mejor solución en la región achurada de rojo, por lo que si el óptimo de la formulación exacta se encuentra fuera de esta región, el valor obtenido al resolver este modelo con el espacio de soluciones factibles reducido será mayor al óptimo global.

La reducción del espacio de soluciones factibles de la formulación exacta se realizará restringiendo la cantidad de productos y sabores que se pueden producir en cada hora del modelo exacto.

Para realizar lo mencionado en el párrafo anterior se utilizarán las soluciones de la formulación aproximada para determinar, en cada hora h , el producto que debe ser producido en cada una de las líneas de envasado, definiéndose el parámetro $Sfx(l, k, h)$ el cual toma valor

1 si la solución del modelo aproximado indica que la línea l debe estar configurada con el producto k en la hora h y 0 en caso contrario. Finalmente el valor del parámetro $Sfx(l, k, h)$ será utilizado para restringir el espacio de soluciones factibles de la formulación exacta.

Debido a que en la formulación aproximada los micro-periodos tienen largo variable determinado por el valor de las variables $Y_{l,k,t}^A, Y_{l,k,t}^B, Y_{l,k,t}^C$ y en el modelo exacto tienen largo fijo de 1 hora, para determinar el valor de $Sfx(l, k, h)$ se utilizará un algoritmo que permitirá relacionar las soluciones entregadas por el modelo aproximado con el espacio de soluciones de la formulación exacta.

El algoritmo funciona de la siguiente forma en las líneas desechables: si durante la primera fracción del turno t el modelo aproximado determina que se debe producir el producto $k1$ en la línea l , entonces las primeras $\lceil Y_{l,k1,t}^A \cdot horas_{l,t} \rceil$ horas del turno t serán destinadas a elaborar este producto en la línea l . Finalmente las horas restantes de este turno se asignan al producto que se encuentre seteado en la segunda fracción del turno t .

En el caso de las líneas retornables el procedimiento es similar y las horas correspondientes a la primera fracción del turno t son asignadas de forma análoga. Para continuar con la asignación en estas líneas, si en la segunda fracción del turno t el modelo aproximado determinó que en la línea l se debía elaborar el producto $k2$, entonces las siguientes $\lceil Y_{l,k1,t}^B \cdot horas_{l,t} + SUL_{l,g1,g2} \cdot S_{l,g1,g2,t}^A \rceil$ horas del turno t se asignan al producto $k2$, en donde $g1$ y $g2$ corresponden a los grupos a los cuales pertenecen los productos $k1$ y $k2$ respectivamente, es decir, que durante esta fracción del turno, se considera también el tiempo de set-up requerido para cambiar de producto, puesto que durante este lapso la línea estará asignada al producto $k2$, pero no podrá elaborarlo. Las horas restantes del turno son designados al producto elaborado en la tercera fracción del turno.

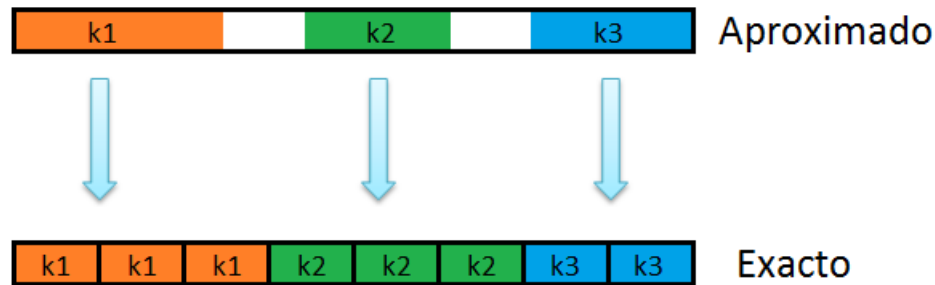


Ilustración 5.2: Relación de las Soluciones del Modelo Aproximado con el Modelo Exacto

En la ilustración 5.2 se realiza una descripción gráfica del funcionamiento del algoritmo que permite determinar el valor del parámetro $Sfx(l, k, h)$ en la línea l , durante un turno t cualquiera. Se supondrá que, en este turno, el resultado de la formulación aproximada indicó que en la línea l se debe producir el producto $k1$ durante 2 horas y media, mientras que los productos $k2$ y $k3$ deben ser producidos por una hora y 45 minutos, además los tiempos

de set-up se considerarán iguales a una hora. Como el modelo aproximado determinó que en la línea l , durante la primera fracción del turno t , el producto $k1$ (color naranja) se produce durante 2 horas y media, entonces las 3 primeras horas de este turno son asignadas a este producto. En el caso del producto $k2$, para realizar la asignación se suma el tiempo de producción, más el tiempo requerido para cambiar del producto $k1$ al $k2$, por lo que los siguientes 3 bloques horarios son asignados al producto $k2$, finalmente las horas restantes de este turno son asignadas al producto que es elaborado en la tercera fracción del turno t .

El pseudo-código del algoritmo detallado anteriormente es el siguiente:

```

1:  $Sfx(l, k, h) \leftarrow 0 \quad \forall l \in L, k \in K, h \in H.$ 
2: for ( $l \in LD$ ) do
3:    $hra\_actual \leftarrow 1$ 
4:   for ( $t \in T$ ) do
5:     for ( $k \in K$ ) do
6:        $tpolin \leftarrow Y_{l,k,t}^A \cdot Horas_{l,t}; largoturno \leftarrow Horas_{l,t}$ 
7:       while ( $tpolin \geq 0 \wedge largoturno \geq 0$ ) do
8:          $Sfx(l, k, hra\_actual) \leftarrow 1; hra\_actual \leftarrow hra\_actual + 1$ 
9:          $tpolin \leftarrow tpolin - 1; largoturno \leftarrow largoturno - 1$ 
10:      end while
11:    end for
12:    for ( $k \in K$ ) do
13:       $prueba \leftarrow X_{l,k,t}^B$ 
14:      while ( $prueba = 1 \wedge largoturno \geq 0$ ) do
15:         $Sfx(l, k, hra\_actual) \leftarrow 1; hra\_actual \leftarrow hra\_actual + 1$ 
16:         $tpolin \leftarrow tpolin - 1; largoturno \leftarrow largoturno - 1$ 
17:      end while
18:    end for
19:  end for
20: end for
21: Reiniciar valores  $hra\_actual \leftarrow 0; tpolin \leftarrow 0; largoturno \leftarrow 0; prueba \leftarrow 0$ 
22: for ( $l \in LR$ ) do
23:    $hra\_actual \leftarrow 1$ 
24:   for ( $t \in T$ ) do
25:     for ( $k \in K$ ) do
26:        $tpolin \leftarrow Y_{l,k,t}^A \cdot Horas_{l,t}; largoturno \leftarrow Horas_{l,t}$ 
27:       while ( $tpolin \geq 0 \wedge largoturno \geq 0$ ) do
28:          $Sfx(l, k, hra\_actual) \leftarrow 1; hra\_actual \leftarrow hra\_actual + 1$ 
29:          $tpolin \leftarrow tpolin - 1; largoturno \leftarrow largoturno - 1$ 
30:      end while
31:    end for
32:    for ( $k \in K$ ) do
33:       $tpolin \leftarrow Y_{l,k,t}^B \cdot Horas_{l,t}$ 
34:      while ( $(tpolin + \sum_{g1 \in G1, g2 \in G2} (S_{l,g1,g2,t}^A \cdot SUL_{l,g1,g2}) \geq 0 \wedge largoturno \geq 0)$ ) do
35:         $Sfx(l, k, hra\_actual) \leftarrow 1; hra\_actual \leftarrow hra\_actual + 1$ 
36:         $tpolin \leftarrow tpolin - 1; largoturno \leftarrow largoturno - 1$ 

```

```

37:         end while
38:     end for
39:     for ( $k \in K$ ) do  $prueba = X_{l,k,t}^C$ 
40:         while ( $prueba = 1 \wedge largoturno \geq 0$ ) do
41:              $Sfx(l, k, hra\_actual) \leftarrow 1$ ;  $hra\_actual \leftarrow hra\_actual + 1$ 
42:              $tpolin \leftarrow tpolin - 1$ ;  $largoturno \leftarrow largoturno - 1$ 
43:         end while
44:     end for
45: end for
46: end for

```

Una vez determinado el valor del parámetro $Sfx(l, k, h)$ se explorarán diferentes estrategias las cuales tienen por objetivo reducir el espacio de soluciones factibles de la formulación exacta:

5.2.1. Fijar Variables XC

La primera estrategia explorada en este estudio consiste en fijar las variables $XC_{l,k,h}$ en el valor del parámetro $Sfx(l, k, h)$. Es decir, que si el valor de $Sfx(l, k, h)$ es igual a 1, entonces durante la hora h , en la línea l solo se podrá elaborar el producto k .

Al fijar el producto que será producido en cada línea, el espacio de soluciones factibles queda muy restringido, poniendo en riesgo la optimalidad de las soluciones. Es por este motivo que para generar una mayor holgura, se generaron 3 estrategias diferentes para resolver la formulación exacta.

5.2.2. Enfoque 1

Si el modelo aproximado, a través del valor del parámetro $Sfx(l, k, h)$, indica que en la línea l , durante la hora h , debe producirse el producto k , entonces, en la formulación exacta, solo será posible elaborar productos que pertenezcan al mismo grupo de k .

Es decir, que si el valor del parámetro $Sfx(l, k, h)$ es 1, entonces en la línea l , durante la hora h , solo se podrán elaborar aquellos productos que pertenezcan al mismo grupo del producto k .

5.2.3. Enfoque 2

Este enfoque es similar al anterior, pero ahora se permite que en la formulación exacta se produzcan solo productos del mismo sabor, es decir que si la solución del modelo aproximado señala que durante la hora h debe producirse el producto k , entonces en la formulación exacta solo se podrán elaborar productos que sean del mismo sabor que k .

5.2.4. Enfoque 3

Al igual que en el enfoque 1, si el valor del parámetro $Sfx(l, k, h)$ es 1, entonces en la línea l , durante la hora h , solo se podrán elaborar aquellos productos que pertenezcan al mismo grupo del producto k , aunque solo de aquellos sabores que hayan sido ocupados durante esa hora.

5.2.5. Fix-and-Optimize

Debido a que los resultados obtenidos al ejecutar el modelo exacto usando el enfoque 3 no siempre corresponden al óptimo global, se aplicará un algoritmo fix-and-optimize con el objetivo de mejorar las soluciones obtenidas.

Para llevar a cabo este algoritmo es necesario, en primer lugar, realizar una división de las variables enteras en subconjuntos disjuntos. El criterio utilizado para realizar lo anterior fue dividir estas variables de acuerdo a la jornada de trabajo a la cual pertenecen. Una jornada de trabajo comprende desde la novena hora de un determinado día hasta la octava hora del día siguiente.

Una vez realizada la división de las variables, se resuelve iterativamente la formulación exacta, dándole holgura a solo uno de los subconjuntos de variables y dejando a las demás fijas en su valor actual. Para resolver este algoritmo se utilizará el espacio de soluciones factibles generado al utilizar el enfoque 1, notando que una solución del enfoque 3, es también solución factible del enfoque 1.

- 1: Considérese D_k una partición del horizonte de planificación. con $k = 1, 2, \dots, P$
- 2: Crear los conjunto Y_k con $k = 1, 2, \dots, P$
- 3: **for** $k = 1, 2, \dots, P$ **do**
- 4: Si $h \in D_k$ Agregar las variables $XC_{l,k,h}, SC_{l,g1,g2,h}, u_{m,l,h}, b_{m,s,h}, \pi_{m,h}, q_{e,m,h}, r_{e,s,h}$ y $\omega_{e,h}$ al conjunto Y_k .
- 5: **end for**
- 6: Definir $Y \leftarrow \bigcup_k Y_k$
- 7: Definir al modelo m como el modelo exacto con espacio de soluciones restringido mediante el uso del enfoque 1
- 8: Sea SI una solución factible de modelo m , entonces definir:
- 9: $S \leftarrow SI$
- 10: $f_{oactual} \leftarrow$ función objetivo entregada por solución factible S
- 11: $y \leftarrow$ Valor actual de variables pertenecientes al conjunto Y
- 12: **for** $k = 1, 2, \dots, P$ **do**
- 13: Resolver modelo m_k , usando a S como solución inicial . El cual corresponde al modelo m con variables del conjunto Y/Y_k fijas en su valor actual
- 14: $f_{o*} \leftarrow$ Función objetivo de modelo m_k
- 15: $S^* \leftarrow$ Solución de modelo m_k
- 16: $y^* \leftarrow$ Valor alcanzado por las variables pertenecientes al conjunto Y , cuando se re-

```

    solve el modelo  $m_k$ 
17:   if  $fo^* \leq foactual$  then
18:      $foactual \leftarrow fo^*$ ;
19:      $S \leftarrow S^*$ 
20:      $y \leftarrow y^* \quad \forall y \in Y$ 
21:     if  $foactual = optimo$  then
22:       Break
23:     end if
24:   end if
25: end for
26: Return  $S$ 

```

Cabe señalar que la solución inicial SI se obtiene al resolver el modelo exacto utilizando el enfoque 3. Además, en cada iteración, el modelo m_k se ejecuta hasta que alcanza su óptimo o hasta que supere un tiempo límite.

5.2.6. Maximización de la Producción

Luego de obtener las soluciones óptimas de las instancias basadas en los datos reales, se buscará aumentar la producción total, manteniendo los niveles de demanda insatisfecha.

Para realizar lo anterior, se modificará la formulación exacta, definiendo la siguiente función objetivo, la cual busca maximizar la cantidad producida a lo largo del horizonte de planificación:

$$max \sum_{l \in L, k \in PL_l, h \in H} PC_{l,k,h}$$

Además se añadirá la restricción 5.1, la cual garantiza que la demanda insatisfecha será menor o igual a la obtenida por la solución óptima alcanzada al minimizar la demanda insatisfecha, multiplicada por un factor de holgura. Esta restricción queda definida por la siguiente ecuación:

$$DINS \cdot (1 + p) \geq \sum_{h \in H, t \in T, k \in K} DIC_{h,t} \quad (5.1)$$

El parámetro $DINS$ indica el valor de la función objetivo obtenido al resolver el modelo exacto minimizando la demanda insatisfecha, mientras que p corresponde al factor de holgura.

Para resolver esta nueva formulación, llamada a partir de ahora $maxprod$, se necesita disponer de una solución óptima de la formulación exacta, la cual es utilizada para determinar el valor de $DINS$ y para redefinir el valor del parámetro $Sfx(l, k, t)$.

El modelo *maxprod* se resolverá utilizando estrategias de fix-and-optimize y el espacio de soluciones considerado será el entregado por el enfoque 3. El proceso consta de un total de 3 etapas, las cuales se resumen a continuación:

- Etapa 1: A partir de una solución de la formulación exacta, se determina el valor del parámetro *DINS*, se redefine el valor de $Sfx(l, k, t)$ y se restringe el espacio de soluciones, utilizando el enfoque 3. Finalmente se resuelve el modelo *maxprod* fijando a las variables $XC_{l,k,h}$ en su valor actual.
- Etapa 2: Se ejecuta un algoritmo fix-and-optimize, usando como solución inicial la obtenida en la primera etapa y agrupando a las variables enteras según la jornada de trabajo a la cual pertenecen.
- Etapa 3: Se aplica un algoritmo fix-and-optimize en la solución obtenida en la etapa anterior, agrupando a las variables de acuerdo a la línea de producción a la cual pertenecen.

El pseudo-código de este algoritmo se encuentra disponible en Anexos.

Capítulo 6

Resultados

En esta sección se presentan los resultados computacionales de las estrategias de solución propuestas en el capítulo anterior. Los algoritmos y los modelos de programación lineal fueron programados en el software GAMS 24.1.3. Para resolver los modelos lineales se utilizó el solver CPLEX 12.0. Las instancias fueron ejecutadas en un computador Intel® Core™ I5 de 2,5 GHz y 8 GB de RAM.

6.1. Instancias

6.1.1. Instancia Real

Esta instancia se construyó utilizando datos reales de la embotelladora Andina correspondientes a la segunda semana de abril del año 2013. Se considera una demanda diaria constante durante todo el horizonte de planificación.

En esta instancia se incluyeron las 11 líneas de embotellado, 5 multimix y 6 estanques de elaboración. Se consideraron un total de 116 productos de 27 sabores distintos.

Cabe señalar que se excluyeron 2 de los 8 estanques existentes en la planta de producción, debido a que están dedicados exclusivamente a producir el sabor Coca-Cola. Por el mismo motivo, también se excluyó el multimix que es usado únicamente para trasladar este sabor. Se consideró además que los productos que utilizan como sabor agua mineral y Coca-Cola no requieren que su sabor sea producido previamente en alguno de los 6 estanques de elaboración que se incluyeron en los modelos.

Para determinar que estrategia presenta mejor performance, se utilizaron 8 instancias de prueba: 6 instancias pequeñas y 2 instancias medianas, basadas en los datos reales.

El objetivo es resolver la instancia real en tiempos razonables, considerando un horizonte de planificación de 3 y 4 semanas, utilizando las estrategias de solución que muestren un mejor desempeño en las 8 instancias de prueba, las cuales son descritas a continuación.

6.1.2. Instancias Pequeñas

Las instancias pequeñas que se utilizaron para testear la performance de las estrategias de solución propuestas fueron las siguientes:

Instancia 1

En esta instancia se consideran 1 estanque de elaboración, 1 multimix y 2 líneas de envasado, ambas retornables. Se incluyen 8 productos de 5 sabores distintos y, a diferencia de la instancia real, no se considera ningún producto que utilice Coca-Cola o agua mineral, por lo que todos los productos requieren que su sabor sea elaborado previamente en los estanques.

La demanda diaria de cada producto es determinística y constante, es decir, un producto enfrenta la misma demanda todos los días. Los parámetros fueron construidos a partir de los datos reales, considerándose un horizonte de planificación de 3 semanas.

Instancia 2

Esta instancia es idéntica a la primera, salvo que la demanda diaria no es constante. Para lograr lo anterior, se multiplica la demanda diaria utilizada en la instancia 1 por un parámetro distribuido uniformemente entre 0,8 y 1,2.

Instancia 3

En esta instancia se consideran 5 líneas de embotellado, 2 estanques y 2 multimix. De las 5 líneas de envasado, un total de 3 están destinadas a elaborar productos retornables. La instancia consta de 16 productos de 9 sabores distintos y, al igual que en la instancia 1, todos los productos requieren que su sabor sea elaborado previamente en los estanques. La demanda diaria de cada producto no es constante y el horizonte de planificación considerado fue de tres semanas.

Instancia 4

En esta instancia se utilizan los mismos parámetros que en la anterior, pero se considera que el inventario inicial es nulo. El horizonte de planificación utilizado también fue de 3 semanas.

Instancia 5

Se trata de una instancia real reducida, la cual incluye 6 de las 11 líneas de embotellado consideradas originalmente. De las 6 líneas de envasado consideradas, 4 corresponden a líneas dedicadas al envasado de productos retornables, mientras que las 2 restantes están dedicadas a elaborar productos desechables.

También se redujo el número de multimix y estanques, incluyendo 3 de cada uno. Se consideró un total de 39 productos, 9 sabores y el horizonte de planificación utilizado fue de 2 semanas.

Instancia 6

En esta instancia se utilizan los mismos datos y parámetros que fueron ocupados en la instancia anterior, salvo la demanda diaria, la cual es aumentada en un 20 %.

6.1.3. Instancias Medianas

Las instancias medianas que fueron consideradas en el estudio se describen a continuación:

Instancia 7

Corresponde a la instancia real, considerando un horizonte de planificación equivalente a dos semanas.

Instancia 8

Esta instancia es similar a la anterior. La única diferencia se encuentra en la demanda diaria de cada producto, la cual fue multiplicada por un parámetro distribuido uniformemente entre 0,8 y 1,2.

En la tabla 6.1 se resume el tamaño de las instancias, indicando el número de líneas de envasado, líneas retornables, sabores, productos, estanques y multimix que se consideraron en cada una de las instancias.

Instancia	Líneas	Líneas Retornables	Sabores	Productos	Estanques	Multimix
Instancia Real	11	6	27	116	6	5
Instancia 1	2	2	5	8	1	1
Instancia 2	2	2	5	8	1	1
Instancia 3	5	3	9	16	2	2
Instancia 4	5	3	9	16	2	2
Instancia 5	6	4	9	39	3	3
Instancia 6	6	4	9	39	3	3
Instancia 7	11	6	27	116	6	5
Instancia 8	11	6	27	116	6	5

Tabla 6.1: Descripción Instancias

Las instancias pequeñas y medianas serán utilizadas como instancias de prueba y a partir de los resultados obtenidos se seleccionarán las estrategias de solución que muestren un mejor desempeño, las cuales serán aplicadas en la instancia real, utilizando un horizonte de planificación de 3 y de 4 semanas.

6.2. Resultados Formulación Aproximada

En la tabla 6.2 se presentan los resultados obtenidos al resolver la formulación aproximada fijando el parámetro $LB = 0$, es decir, sin exigir una producción mínima. Para cada instancia de prueba se detallan el valor de la función objetivo, el tiempo de ejecución en segundos, la cota inferior obtenida y el gap de la solución.

Instancia	Función Objetivo	Tiempo (s)	Cota Inferior	Gap
Instancia 1	1.750	3	1.750	0,00 %
Instancia 2	3.645	3	3.645	0,00 %
Instancia 3	7.141	11	7.141	0,00 %
Instancia 4	126.501	97	126.501	0,00 %
Instancia 5	105.553	20	105.553	0,00 %
Instancia 6	160.271	35	160.271	0,00 %
Instancia 7	105.692	58	105.692	0,00 %
Instancia 8	112.635	87	112.635	0,00 %

Tabla 6.2: Resultados del Modelo Aproximado

Al fijar el parámetro LB mayor que cero en las instancias basadas en los datos reales, se logra incrementar considerablemente la producción total, sin embargo aumentan también los tiempos de ejecución, lo anterior se resume en la tabla 6.3.

Instancia	Valor <i>LB</i>	Función Objetivo	Tiempo (s)	Producción Total	Demanda Total	Producción con <i>LB</i> = 0	Gap
Instancia 7	1,15	105.692	767	4.264.413	3.708.185	2.124.009	0,00 %
Instancia 8	1,15	112.635	852	4.277.354	3.719.438	2.135.051	0,00 %
Real, 3 Sem.	1,13	105.692	1.753	6.124.210	5.419.655	3.808.427	0,00 %
Real, 4 Sem.	1,05	105.692	7.139	7.487.681	7.131.125	5.511.317	0,00 %

Tabla 6.3: Resultados del Modelo Aproximado con Parámetro $LB > 0$

Para reducir los tiempos de resolución anteriores se utilizó un enfoque de dos etapas, los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Instancia	Función Objetivo	Tiempo (s)	Valor <i>LB</i> 1ª etapa	Valor <i>LB</i> 2ª etapa	Gap Local	Gap Global
Instancia 7	108.413	150	1,22	1,15	0,00 %	2,51 %
Instancia 8	112.635	139	1,22	1,15	0,00 %	0,00 %
Real, 3 Semanas	105.692	322	1,20	1,13	0,00 %	0,00 %
Real, 4 Semanas	106.595	476	1,10	1,05	0,00 %	0,85 %

Tabla 6.4: Resultados Enfoque de 2 Etapas

El gap local indica la brecha existente entre el valor de la función objetivo alcanzado al utilizar el enfoque de dos etapas con la cota inferior entregada por este mismo enfoque, mientras que el gap global compara el valor de la función objetivo con la cota inferior obtenida al ejecutar la formulación aproximada de forma directa.

En la instancia 7 y en la instancia real de 4 semanas se observa que al utilizar el enfoque de dos etapas el valor de la función objetivo aumenta, ya que en la segunda etapa se fijan los productos que se van a elaborar en cada fracción de turno, quitándole flexibilidad al modelo.

6.3. Resultados Formulación Exacta

Una vez obtenidos los resultados de la formulación aproximada es posible aplicar las estrategias de solución propuestas en la sección 5. Para reducir el espacio de soluciones factibles en las instancias basadas en los datos reales, se utilizarán las soluciones de la formulación aproximada entregadas por el enfoque de dos etapas, cuyos resultados se encuentran resumidos en la tabla 6.4, mientras que en las instancias restantes se utilizará el resultado obtenido al resolver el modelo aproximado con el valor del parámetro LB fijado 0.

Debido a que las estrategias de solución utilizan los resultados de la formulación aproximada, para cada enfoque se registrará el tiempo total requerido para obtener la solución óptima, que corresponde a la suma del tiempo de ejecución del enfoque más el tiempo necesario para resolver el modelo aproximado.

También es importante destacar que los enfoques propuestos reducen el espacio de soluciones factibles de la formulación exacta, por lo que es posible que la solución óptima global del problema quede fuera de la región reducida y que los óptimo locales de los enfoques de solución propuestos no correspondan al óptimo global, es por este motivo que para evaluar y comparar la calidad de las soluciones entregadas por los distintos enfoques, se definen dos tipos de gap: el gap local y el gap global.

El gap local hace referencia a la diferencia porcentual existente entre la función objetivo y la cota inferior obtenida por la estrategia de solución utilizada, es decir, se compara el resultado obtenido con la mejor solución que se puede obtener al utilizar esta estrategia, mientras que el gap global corresponde a la brecha entre la misma función objetivo y la cota inferior entregada por la formulación exacta al considerar el espacio de solución completo. A continuación se detallan las fórmulas utilizadas para calcular ambos tipos de gap:

$$\text{Gap Global} = 1 - \frac{F.O.}{CIG} \quad (6.1)$$

$$\text{Gap Local} = 1 - \frac{F.O.}{CIL} \quad (6.2)$$

En donde F.O. corresponde al valor de la función objetivo alcanzada por el enfoque de solución utilizado, mientras que CIL indica la cota inferior de la función objetivo obtenida al usar este mismo enfoque. Finalmente el valor de CIG corresponde a la cota inferior de la función objetivo que se alcanza al considerar el espacio de soluciones completo.

Cada estrategia de solución propuesta en el capítulo anterior se ejecutará hasta alcanzar su óptimo local o hasta superar un tiempo límite, el cual debe ser fijado con anterioridad. Los resultados obtenidos por estas estrategias se compararán con los conseguidos por el enfoque Exacto Lim. Tpo., el cual consiste en ejecutar la formulación exacta con el espacio de soluciones factibles completo, deteniendo el proceso cuando se alcanza el tiempo límite.

Los resultados obtenidos se resumen a continuación:

6.3.1. Instancias Pequeñas

En la tabla 6.5 se resume el resultado promedio obtenido al resolver las instancias pequeñas. En esta tabla se detallan el tiempo de ejecución promedio de cada enfoque y el tiempo total promedio. También se indican el gap local y el gap global promedio obtenido por cada uno de los enfoques propuestos en el capítulo anterior y se comparan con el resultado obtenido al resolver la formulación exacta con el espacio de soluciones completo. El tiempo de ejecución límite de cada enfoque fue fijado de forma tal que el tiempo total no sobrepase los 3.600 segundos.

El resultado de estas instancias por separado se encuentra disponible en Anexos.

Enfoque	Tiempo Promedio (s)	Tiempo Total Promedio (s)	Gap Local Promedio	Gap Global Promedio
Exacto Lim. Tpo. ¹	3.548	3.548	31,10 %	31,10 %
Fijar Variables	72	100	0,00 %	19,29 %
Enfoque 1	1.212	1.240	0,37 %	0,62 %
Enfoque 2	2.245	2.273	0,68 %	0,68 %
Enfoque 3	174	202	0,00 %	8,68 %

Tabla 6.5: Resultado Instancias Pequeñas

De la tabla anterior se observa que al resolver la formulación exacta con el espacio de soluciones completo se obtuvo el gap global promedio más alto, alcanzando un valor de 31,10 %. Con este enfoque también se obtuvo el tiempo total promedio más elevado y fue posible alcanzar la solución óptima, luego del tiempo límite, en solo una de las instancias.

Al utilizar el enfoque 1 los resultados obtenidos mejoran considerablemente, alcanzando el óptimo global del problema en 5 de las 6 instancias, en un tiempo total promedio de 1.240 segundos. Los menores tiempos de resolución se obtuvieron al fijar el valor de las variables $XC_{l,k,t}$, sin embargo los óptimos locales alcanzados por este enfoque presentan un gap global promedio de 19,29 %. Un mejor desempeño presenta el enfoque 3, en donde el óptimo alcanzado por este enfoque correspondió al óptimo global en 3 de las 6 instancias pequeñas, con un tiempo promedio de 202 segundos.

6.3.2. Instancias Medianas

Los resultados de las instancias medianas y de las instancias basadas en los datos reales se resumirán en 2 tablas. En la primera tabla se muestran los resultados obtenidos por cada enfoque de solución, detallando el valor de la función objetivo, el tiempo de ejecución de cada enfoque, el tiempo total, la cota inferior alcanzada por el enfoque utilizado, el gap local y el gap global. En la segunda tabla se detallan el número de restricciones y variables de cada uno de los enfoques utilizados. Estas instancias se ejecutaron fijando el tiempo total límite en 2 horas.

Instancia 7

En las tablas 6.6 y 6.7 se comparan los resultados obtenidos al aplicar las diversas estrategias de solución en la instancia 7.

¹Ejecución de la formulación exacta con el espacio de soluciones completo, deteniendo el proceso a los 3.600 s

Enfoque	Función Objetivo	Tiempo (s)	Tiempo Total (s)	Cota Inferior	Gap Local	Gap Global
Exacto Lim. Tpo. ¹	127.733	7.200	7.200	105.692	17,26 %	17,26 %
Fijar Variables	124.330	21	171	124.330	0,00 %	14,99 %
Enfoque 1	105.692	2.196	2.346	105.692	0,00 %	0,00 %
Enfoque 2	117.016	7.050	7.200	109.251	6,64 %	9,68 %
Enfoque 3	110.415	511	661	110.415	0,00 %	4,28 %

Tabla 6.6: Resultados Instancia 7 (Instancia Real de 2 Semanas)

Enfoque	Restricciones	Variables	Variables Discretas
Exacto Lim. Tpo.	549.514	475.098	131.784
Fijar Variables	192.503	148.216	37.481
Enfoque 1	423.144	377.742	99.476
Enfoque 2	230.449	172.736	42.109
Enfoque 3	222.095	167.128	46.937

Tabla 6.7: Tamaño Instancia 7 (Instancia Real de 2 Semanas)

De los resultados se desprende que el enfoque 1 fue el único capaz de alcanzar el óptimo global antes del tiempo límite. El tiempo total requerido por este enfoque para obtener la solución óptima fue de 2.346 segundos. El enfoque 3 también mostró un buen desempeño, alcanzando un gap global de un 4,28 % luego de 661 segundos. Se observa también que los resultados obtenidos por las 4 estrategias de solución utilizadas mejoran de forma considerable los resultados obtenidos al ejecutar la formulación exacta con el espacio de soluciones completo durante 2 horas.

Instancia 8

Las tablas 6.8 y 6.9 resumen los resultados obtenidos en la instancia 8.

Enfoque	Función Objetivo	Tiempo (s)	Tiempo Total (s)	Cota Inferior	Gap Local	Gap Global
Exacto Lim. Tpo. ¹	137.645	7.200	7200	112.635	18,17 %	18,17 %
Fijar Variables	124.954	15	154	124.954	0,00 %	9,86 %
Enfoque 1	112.635	1.086	1.225	112.635	0,00 %	0,00 %
Enfoque 2	120.601	7.061	7.200	112.635	6,61 %	6,61 %
Enfoque 3	112.635	757	896	112.635	0,00 %	0,00 %

Tabla 6.8: Resultados Instancia 8

¹Ejecución de la formulación exacta con el espacio de soluciones completo, deteniendo el proceso a los 7.200 s

Enfoque	Restricciones	Variables	Variables Discretas
Exacto Lim. Tpo.	549.514	475.098	131.784
Fijar Variables	188.885	141.844	36.541
Enfoque 1	418.426	372.352	98.271
Enfoque 2	226.817	116.538	41.256
Enfoque 3	215.917	159.394	45.316

Tabla 6.9: Tamaño Instancia 8

En esta instancia el enfoque 1 y el enfoque 3 fueron los únicos que alcanzaron el óptimo global una vez alcanzado el tiempo límite, requiriendo de un tiempo total de 1.225 segundos y de 896 segundos respectivamente. Al igual que en la instancia anterior, al resolver la formulación exacta con el espacio de soluciones completo se obtuvieron los peores resultados, obteniendo un gap de 18,17% luego de dos horas.

6.3.3. Instancia Real de 3 Semanas

Para Resolver las Instancia Real de 3 semanas se seleccionaron los enfoques que presentaron una mejor performance en las instancias de prueba y se compararon con los resultados obtenidos al ejecutar la formulación exacta con el espacio de soluciones completo. Los enfoques escogidos fueron: el enfoque 1, el enfoque 3 y fijar las variables $XC_{l,k,t}$.

En las tablas 6.10 y 6.11 se presentan los resultados obtenidos en la instancia real, considerando un horizonte de planificación de 3 semanas. Para resolver esta instancia se consideró un tiempo total límite de 9.000 segundos (2 horas y 30 minutos).

Enfoque	Función Objetivo	Tiempo (s)	Tiempo Total (s)	Cota Inferior	Gap Local	Gap Global
Exacto Lim. Tpo. ¹	696.657	9.000	9.000	105.692	84,83 %	84,83 %
Fijar Variables	128.258	69	391	128.258	0,00 %	17,51 %
Enfoque 1	105.692	5.491	5.813	105.692	0,00 %	0,00 %
Enfoque 3	106.112	1.982	2.304	106.112	0,00 %	0,40 %

Tabla 6.10: Resultados Instancia Real de 3 Semanas

¹Ejecución de la formulación exacta con el espacio de soluciones completo, deteniendo el proceso a los 9.000 s

Enfoque	Restricciones	Variables	Variables Discretas
Exacto Lim. Tpo.	823.552	711.666	197.448
Fijar Variables	284.269	214.416	55.067
Enfoque 1	620.964	550.946	145.516
Enfoque 3	325.003	240.770	68.244

Tabla 6.11: Tamaño Instancia Real de 3 Semanas

En esta instancia el gap global obtenido al resolver el modelo exacto de forma directa aumenta considerablemente en comparación con las instancias medianas, alcanzando un valor de 84,83 %. Al fijar las variables $XC_{l,k,tc}$ se requirió de un tiempo total de 391 segundos para alcanzar el óptimo local, obteniendo un gap global de 17,51 %. Utilizando los enfoques 1 y 3 el óptimo local se alcanzó luego de un tiempo tiempo total de 5.813 segundos y de 2.304 segundos respectivamente, el gap global obtenido por el enfoque 3 fue de un 0,40 %, mientras que la solución entregada por el enfoque 1 corresponde al óptimo global del problema.

6.3.4. Instancia Real de 4 Semanas

Para resolver esta instancia se considero un tiempo total límite de 18.000 segundos (5 horas). Los resultados obtenidos se resumen en las tablas 6.12 y 6.13.

Enfoque	Función Objetivo	Tiempo (s)	Tiempo Total (s)	Cota Inferior	Gap Local	Gap Global
Exacto Lim. Tpo. ¹	1.068.294	18.000	18.000	105.692	90,11 %	90,11 %
Fijar Variables	133.446	288	764	133.446	0,00 %	20,80 %
Enfoque 1	106.350	17.524	18.000	105.692	0,62 %	0,62 %
Enfoque 3	106.011	4.278	4.754	106.011	0,00 %	0,30 %

Tabla 6.12: Resultados Instancia Real de 4 Semanas

Enfoque	Restricciones	Variables	Variables Discretas
Exacto Lim. Tpo.	1.097.530	948.234	263.112
Fijar Variables	385.165	295.692	74.853
Enfoque 1	823.556	729.728	192.999
Enfoque 3	443.023	333.188	93.601

Tabla 6.13: Tamaño Instancia Real de 4 Semanas

¹Ejecución de la formulación exacta con el espacio de soluciones completo, deteniendo el proceso a los 18.000 s

En esta instancia se alcanzó el óptimo local solo al fijar las variables $XC_{l,k,t}$ y al utilizar el enfoque 3, cuyas soluciones no corresponden al óptimo global del problema. El gap global obtenido al fijar las variables $XC_{l,k,t}$ fue de un 20,80 %, mientras que el obtenido por el enfoque 3 fue de un 0,30 %. Al ejecutar el enfoque 1 no se alcanzó el óptimo local, de todas formas la solución obtenida presenta un gap global de solo un 0,62 %.

6.3.5. Fix-and-Optimize

En esta estrategia se utilizará como punto de partida la solución obtenida al ejecutar el enfoque 3, a la cual se le aplicará un algoritmo de fix-and-optimize para intentar alcanzar el óptimo global.

El algoritmo será aplicado en las instancias basadas en datos reales para mejorar los resultados obtenidos por el enfoque 3 y de esta forma intentar disminuir el tiempo necesario para alcanzar el óptimo global. En estas instancias, el óptimo local alcanzado al resolver la formulación exacta utilizando el tercer enfoque, no siempre coincidió con el óptimo global, por lo que se utilizará el algoritmo de fix-and-optimize para disminuir esta brecha.

Tal como se mencionó en el capítulo anterior, en cada iteración del algoritmo fix-and-optimize el modelo se resuelve hasta alcanzar su óptimo local o hasta que alcanza un tiempo límite. En la instancia real de 4 semanas este límite de tiempo fue fijado en 100 segundos, mientras que en las instancias restantes, el tiempo límite considerado fue de 50 segundos.

En la tabla 6.14 se resumen los resultados obtenidos, indicando la función objetivo inicial, el número de iteraciones utilizadas, el tiempo de ejecución del algoritmo, el valor de la función objetivo obtenido al finalizar el algoritmo y el gap global obtenido. En la tabla también se muestra el tiempo total, el cual corresponde al tiempo de ejecución del algoritmo más el tiempo requerido para obtener la solución inicial. En la instancia 8 no es necesario aplicar esta estrategia de solución, ya que el óptimo local obtenido al utilizar el enfoque 3 coincide con el óptimo global.

Instancia	Función Obj. Inicial	Número Iteraciones	Tiempo (s)	Tiempo Total (s)	Función Obj. Final	Gap Global
Instancia 7	110.415	1	15	676	105.692	0,00 %
Real, 3 Sem.	106.112	3	129	2.433	105.692	0,00 %
Real, 4 Sem.	106.011	2	130	4.884	105.692	0,00 %

Tabla 6.14: Resultados Fix-and-Optimize

En la tabla anterior se observa que es posible alcanzar el óptimo de la formulación exacta luego de pocas iteraciones y que el tiempo total requerido para obtener esta solución es menor al que necesita el enfoque 1 para alcanzar el óptimo.

6.3.6. Fix-and-Optimize Gap 1 %

Para intentar disminuir aún más los tiempos de resolución se utilizará el algoritmo fix-and-optimize utilizando como punto de partida los resultados del enfoque 3 con un gap de un 1 % , es decir, que para obtener la solución inicial, se ejecutará el modelo exacto, usando el enfoque 3, hasta que la solución entregada por este enfoque alcance un gap local igual o menor al 1 %.

La tabla 6.15 resume los resultados obtenidos al ejecutar el enfoque 3 permitiendo un gap local de un 1%, mientras que en la tabla 6.16 se resumen los resultados obtenidos al aplicar el algoritmo fix-and-optimize.

Enfoque	Función Objetivo	Tiempo (s)	Tiempo Total (s)	Cota Inferior	Gap Local	Gap Global
Instancia 7	111.439	429	579	110.415	0,92 %	5,16 %
Instancia 8	113.648	253	392	112.635	0,89 %	0,89 %
Real, 3 Sem.	106.883	1.566	1.888	106.112	0,72 %	1,11 %
Real, 4 Sem.	106.666	2.336	2.812	106.011	0,61 %	0,91 %

Tabla 6.15: Resultados enfoque 3, con Gap Local de un 1 %.

Instancia	Función Obj. inicial	Número Iteraciones	Tiempo (s)	Tiempo Total (s)	Función Obj. Final	Gap Global
Instancia 7	111.439	13	271	850	105.749	0,05 %
Instancia 8	113.648	7	156	548	112.635	0,00 %
Real, 3 Sem.	106.883	11	470	2.358	105.692	0,00 %
Real, 4 Sem.	106.666	18	1.127	3.939	105.692	0,00 %

Tabla 6.16: Resultados Enfoque Fix-and-Optimize Gap 1 %

Se observa que al utilizar como punto de partida la solución del enfoque 3 con un gap local de un 1%, el tiempo en que se ejecuta el algoritmo de fix-and-optimize y el número de iteraciones necesarias para alcanzar el óptimo aumentan de forma considerable, sin embargo este aumento no impide que el tiempo total disminuya, permitiendo resolver la instancia de cuatro semanas en 3.939 segundos.

6.3.7. Maximización de la Producción

En esta etapa se buscará aumentar la producción de las soluciones obtenidas en las instancias basadas en datos reales. En cada instancia se utilizarán las soluciones proporcionadas por la estrategia que demoró menos tiempo en alcanzar el óptimo global. En la tabla 6.17 se detalla la producción total alcanzada por estas soluciones, la demanda total a lo largo del horizonte de planificación y la demanda insatisfecha.

Instancia	Producción Inicial	Demanda Total	Demanda Insatisfecha
Instancia 7	2.115.954	3.708.185	105.692
Instancia 8	2.105.570	3.719.438	112.635
Real de 3 Semanas	3.778.679	5.419.655	105.692
Real de 4 Semanas	5.397.440	7.131.125	105.692

Tabla 6.17: Producción Inicial

A continuación, se presentan los resultados obtenidos al aplicar la estrategia de maximización de la producción, indicando la producción obtenida, la demanda insatisfecha, el tiempo de ejecución de la estrategia de maximización de la producción, la cota inferior y el gap local.

En las instancias 7 y 8, la cota inferior se obtuvo ejecutando la formulación *maxprod* restringida según el enfoque 3 durante 2 horas, mientras que en las instancias restantes este tiempo fue fijado en 3 horas.

Al igual que en las estrategias de fix-and-optimize utilizadas anteriormente, en cada iteración el modelo es resuelto hasta alcanzar el óptimo local o hasta que alcanza un tiempo límite. En las instancias 7 y 8 el límite de tiempo se fijó en 100 segundos, mientras que en las instancias reales de 3 y 4 semanas el tiempo límite considerado fue de 150 segundos. Además, en cada iteración de la tercera etapa, el modelo se resolvió con una tolerancia de un 0,15 %.

Instancia 7

Los resultados obtenidos al maximizar la producción en la instancia 7 fueron los siguientes:

Holgura	Producción	Demanda Insatisfecha	Tiempo (s)	Cota Inferior	Gap Local
0 %	4.499.758	105.692	1.610	4.780.233	6,23 %
20 %	4.505.643	126.831	1.597	4.786.741	6,24 %
40 %	4.529.538	146.907	1.663	4.798.816	5,94 %
60 %	4.570.769	169.108	1.652	4.803.323	5,09 %

Tabla 6.18: Resultados Maximización de la Producción, Instancia 7

Instancia 8

En la tabla 6.19 se presentan los resultados obtenidos al aplicar la estrategia de maximización de la producción en la instancia 8.

Holgura	Producción	Demanda Insatisfecha	Tiempo (s)	Cota Inferior	Gap Local
0 %	4.547.110	112.635	1.449	4.805.343	5,68 %
20 %	4.572.006	135.162	1.524	4.817.422	5,37 %
40 %	4.588.230	157.689	1.509	4.823.468	5,13 %
60 %	4.608.756	180.216	1.370	4.831.509	4,83 %

Tabla 6.19: Resultados Maximización de la Producción, Instancia 8

Instancia Real de 3 Semanas

Los resultados obtenidos al utilizar la estrategia de maximización de la producción en la instancia Real de 3 semanas fueron:

Holgura	Producción	Demanda Insatisfecha	Tiempo (s)	Cota Inferior	Gap Local
0 %	6.671.886	105.692	3.481	7.325.035	9,79 %
20 %	6.732.654	126.831	3.655	7.327.870	8,84 %
40 %	6.741.314	147.969	3.600	7.328.697	8,71 %
60 %	6.765.700	169.108	3.561	7.329.207	8,33 %

Tabla 6.20: Resultados Maximización de la Producción, Instancia Real de 3 Semanas

Instancia Real de 4 Semanas

Finalmente en la tabla 6.21 se resumen los resultados obtenidos al maximizar la producción en la instancia Real de 4 semanas.

Holgura	Producción	Demanda Insatisfecha	Tiempo (s)	Cota Inferior	Gap Local
0 %	8.393.461	105.692	5.122	9.085.353	8,24 %
20 %	8.397.532	126.831	5.081	9.132.583	8,75 %
40 %	8.398.413	147.969	4.942	9.131.944	8,73 %
60 %	8.434.503	169.108	4.835	9.131.971	8,27 %

Tabla 6.21: Resultados Maximización de la Producción, Instancia Real de 4 Semanas

Se observa que al utilizar esta estrategia fue posible aumentar considerablemente la producción de cada una de las instancias sin afectar la demanda insatisfecha. También es posible concluir que al aumentar la holgura, el crecimiento porcentual de la producción es menor al registrado en la demanda insatisfecha.

6.4. Análisis de Resultados

De los resultados obtenidos se desprende que fue posible resolver la formulación aproximada rápidamente. En las instancias reales, en las cuales se exigió una producción mínima, fue necesario resolver el modelo utilizando un enfoque de dos etapas para disminuir los tiempos de resolución.

El enfoque 1 presenta un buen desempeño, permitiendo alcanzar el óptimo de la formulación exacta, antes del tiempo límite, en 8 de las 10 instancias ejecutadas. Una de las instancias en la cual no se alcanzó el óptimo fue la instancia real de 4 semanas, en la que luego de 5 horas, se obtuvo una solución que arrojó un gap global de un 0,62%. En la instancia 4 tampoco se alcanzó el óptimo global, registrándose un gap de 3,73%.

Otra estrategia que presenta una buena performance corresponde a la utilización del enfoque 3. Esta estrategia demora menos tiempo en ejecutarse que el enfoque 1 y alcanza su óptimo local en todas las instancias, el cual coincide con el óptimo global en 4 de las 10 instancias estudiadas.

Se observa que el algoritmo de fix-and-optimize, utilizando como punto de partida las soluciones del enfoque 3, fue el único que logró encontrar el óptimo en la instancia real que considera 4 semanas como horizonte de planificación.

Cuando en el algoritmo fix-and-optimize se utilizan como solución inicial los resultados obtenidos al ejecutar el enfoque 3 permitiendo un gap local de un 1%, los tiempos necesarios para alcanzar el óptimo tienden a disminuir, debido a que el tiempo requerido para encontrar la solución inicial se reduce.

Por otra parte, al fijar el valor de las variables $XC_{l,k,t}$, se observa una fuerte disminución en los tiempos de resolución, siendo el enfoque que menos tiempo de ejecución requiere para alcanzar su óptimo local, sin embargo los resultados se alejan bastante del óptimo global, ya que, tal como se mencionó en la sección 5.2, el espacio de búsqueda de soluciones factibles se ve reducido de forma considerable.

Finalmente la estrategia de maximización de la producción permite mejorar la calidad de las soluciones obtenidas, aumentando la cantidad total producida durante el horizonte de planificación considerado. En la instancia 7 y en la instancia 8 la producción se incrementó a más del doble, mientras que en las instancias reales de 3 y 4 semanas el incremento de la producción total fue de un 77% y un 56% respectivamente.

Conclusión

En este trabajo se desarrollaron diversas estrategias para resolver un modelo de planificación de la producción y scheduling. Los resultados muestran que la formulación exacta no pudo ser resuelta de forma directa, entregando soluciones que se alejan considerablemente del óptimo en la mayoría de las instancias estudiadas, lo anterior debido a la alta complejidad computacional del modelo.

Para intentar solucionar el problema anterior, se desarrolló una formulación aproximada la cual divide el horizonte de planificación en turnos de 8 horas y viola alguna de las restricciones inherentes al proceso productivo permitiendo, de esta forma, obtener soluciones rápidamente y así poder utilizarlas para reducir el espacio de soluciones factibles generado por la formulación exacta, lo cual permite disminuir la complejidad computacional de este modelo lineal.

La formulación aproximada fue resuelta rápidamente en la mayoría de las instancias ejecutadas. En aquellas instancias que demoraron más tiempo, la utilización de un enfoque de dos etapas permitió encontrar buenas soluciones en menores tiempos. Este enfoque consiste en resolver primero la formulación aproximada considerando solo la última etapa del proceso productivo, correspondiente a las líneas de envasado, y utilizar sus resultados para fijar la secuencia en que serán procesados los productos, para finalmente resolver esta formulación con todas sus restricciones y variables.

Es importante que la formulación aproximada sea resuelta en poco tiempo, ya que las soluciones entregadas por este modelo son utilizadas posteriormente para resolver el modelo exacto.

Para reducir el espacio de soluciones factibles de la formulación exacta, las estrategias propuestas utilizan los resultados obtenidos por la formulación aproximada para restringir la cantidad de sabores que se permiten producir en los estanques y la cantidad de productos que pueden procesar las líneas de envasado en cada hora del horizonte de planificación. Dependiendo de cómo se realice lo anterior, se generaron 4 estrategias de solución distintas.

El uso de este tipo de estrategias, junto con la utilización de un algoritmo de fix-and-optimize, permitió resolver la formulación exacta utilizando datos reales de la empresa, encontrando el óptimo en tiempos menores a dos horas. Lo anterior considerando horizontes de planificación de 2, 3 y 4 semanas.

Si bien en todas las instancias basadas en los datos reales de la empresa fue posible alcanzar el óptimo global con al menos uno de los enfoques utilizados, no es posible generalizar este resultado, ya que al restringir el espacio de soluciones factibles que originalmente considera la formulación exacta, existe la posibilidad de que el óptimo quede fuera del espacio generado por los enfoques propuestos en este trabajo.

Trabajo Futuro

Como trabajo futuro se sugiere estudiar cómo varía la performance de las diferentes estrategias de solución al modificar la formulación del modelo aproximado. Por ejemplo, es posible estudiar como cambian los tiempos de ejecución al relajar o modificar alguna de las restricciones consideradas o al dividir el horizonte de planificación en macro-periodos más largos.

Se propone también buscar nuevas estrategias de solución que disminuyan los tiempos de resolución que presenta la formulación aproximada.

También es posible aplicar los enfoques de solución presentados en este estudio en modelos con funciones objetivos multi-propósito, que incorporen la cantidad producida, costos de inventario, costos de producción o los tiempos de set-up en la función objetivo, o bien utilizar heurísticas de mejora que permitan obtener soluciones que consideren estos aspectos, usando como punto de partida las soluciones obtenidas en este trabajo.

Finalmente es necesario trabajar en la implementación de estos modelos de optimización e integrarlos con las herramientas y sistemas de decisión que existen actualmente en la empresa, de forma de que sean útiles al momento de planificar la producción.

Bibliografía

- [1] Pedro Letelier V. and Patricio Acuña. Reporte sectorial bebidas. [en línea] <http://www.corpbancainversiones.cl/storage/cbi_cr_inf_sec_bebyal_0313.pdf>. 2013. [Consulta: 29 enero 2014].
- [2] Georgios M. Kopanos, Luis Puigjaner, and Christos T. Maravelias. Production planning and scheduling of parallel continuous processes with product families. *Industrial Engineering Chemistry Research*, 50(3):1369–1378, 2011.
- [3] Günter Fandel and Cathrin Stammen-Hegene. Simultaneous lot sizing and scheduling for multi-product multi-level production. *International Journal of Production Economics*, 104(2):308–316, 2006.
- [4] Christos T. Maravelias and Charles Sung. Integration of production planning and scheduling: Overview, challenges and opportunities. *International Journal of Production Economics*, 33(12):1919–1930, 2009.
- [5] Deisemara Ferreira, Reinaldo Morabito, and Socorro Rangel. Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. *European Journal of Research*, 196(2):697–706, 2009.
- [6] Tamara A. Baldo, Maristela O. Santos, Bernardo Almada-Lobo, and Reinaldo Morabito. An optimization approach for the lot sizing and scheduling problem in the brewery industry. *Computers & Industrial Engineering*, 72:58–71, 2014.
- [7] Patrizia Beraldi, Gianpaolo Ghiani, Antonio Grieco, and Emanuela Guerriero. Rolling-horizon and fix-and-relax heuristics for the parallel machine lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent set-up costs. *Computers & Operations Research*, 35(11):3644–3656, 2008.
- [8] Deisemara Ferreira, Alistair R. Clark, Bernardo Almada-Lobo, and Reinaldo Morabito. Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production. *International Journal of Production Economics*, 136(2):255–265, 2012.
- [9] Bernhard Fleischmann and Herbert Meyr. The general lot sizing and scheduling problem. *OR Spektrum*, 18(1):11–21, 1997.
- [10] Bernardo Almada-Lobo, Diego Klabjan, Maria Antónia Carravilla, and José F. Oliveira.

Single machine multi-product capacitated lot sizing with sequence-dependent setups. *International Journal of Production Research*, 45(20):4873–4894, 2007.

- [11] A.C.S. Amaro and A.P.F.D Barbosa-Póvoa. Planning and scheduling of industrial supply chains with reverse flows: A real pharmaceutical case study. *Computers and Chemical Engineering*, 32(11):2606–2625, 2008.
- [12] Hlynur Stefansson and Nilay Shah. Multi-scale planning and scheduling in the pharmaceutical industry. *Computer Aided Chemical Engineering*, 20:1003–1008, 2005.
- [13] Muge Erdirik-Dogan and Ignacio E. Grossmann. A decomposition method for simultaneous planning and scheduling of single stage continuous multiproduct plants. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 45(1):299–315, 2006.
- [14] Muge Erdirik-Dogan and Ignacio E. Grossmann. Simultaneous planning and scheduling of single-stage multi-product continuous plants with parallel lines. *Computers and Chemical Engineering*, 32(11):2664–2683, 2008.

Anexos

Anexo A: Resultados Instancias Pequeñas

Instancia 1

Enfoque	Función Objetivo	Tiempo (s)	Tiempo Total (s)	Cota Inferior	Gap Local	Gap Global
Exacto Lim. Tpo.	1.750	3.287	3.287	1.750	0,00 %	0,00 %
Fijar Variables	3.025	1	4	3.025	0,00 %	42,15 %
Enfoque 1	1.750	12	15	1.750	0,00 %	0,00 %
Enfoque 2	1.750	1.446	1.449	1.750	0,00 %	0,00 %
Enfoque 3	2.375	1	4	2.375	0,00 %	26,32 %

Tabla A.1: Resultados Instancia 1

Enfoque	Restricciones	Variables	Variables Discretas
Exacto Lim. Tpo.	59.432	31.339	10.825
Fijar Variables	29.650	13.053	3.847
Enfoque 1	45.115	22.471	7.826
Enfoque 2	36.173	17.047	4.548
Enfoque 3	30.920	13.907	4.274

Tabla A.2: Tamaño Instancia 1

Instancia 2

Enfoque	Función Objetivo	Tiempo (s)	Tiempo Total (s)	Cota Inferior	Gap Local	Gap Global
Exacto Lim. Tpo.	3.848	3.600	3.600	3.645	5,28 %	5,28 %
Fijar Variables	3.645	1	4	3.645	0,00 %	0,00 %
Enfoque 1	3.645	10	13	3.645	0,00 %	0,00 %
Enfoque 2	3.645	1.298	1.301	3.645	0,00 %	0,00 %
Enfoque 3	3.645	2	5	3.645	0,00 %	0,00 %

Tabla A.3: Resultados Instancia 2

Enfoque	Restricciones	Variables	Variables Discretas
Exacto Lim. Tpo.	59.432	31.339	10.825
Fijar Variables	29.438	12.954	3.809
Enfoque 1	44.331	22.058	7.649
Enfoque 2	36.029	16.974	4.523
Enfoque 3	30.624	13.762	4.213

Tabla A.4: Tamaño Instancia 2

Instancia 3

Enfoque	Función Objetivo	Tiempo (s)	Tiempo Total (s)	Cota Inferior	Gap Local	Gap Global
Exacto Lim. Tpo.	226.754	3.600	3.600	7.141	96,85 %	96,85 %
Fijar Variables	13.133	273	284	13.133	0,00 %	45,63 %
Enfoque 1	7.141	1.876	1.887	7.141	0,00 %	0,00 %
Enfoque 2	7.141	3.341	3.352	7.141	0,00 %	0,00 %
Enfoque 3	8.409	234	245	8.409	0,00 %	15,08 %

Tabla A.5: Resultados Instancia 3

Enfoque	Restricciones	Variables	Variables Discretas
Exacto Lim. Tpo.	150.476	102.962	31.611
Fijar Variables	79.800	48.242	15.571
Enfoque 1	106.627	69.092	22.748
Enfoque 2	101.916	64.970	19.940
Enfoque 3	83.636	50.844	16.872

Tabla A.6: Tamaño Instancia 3

Instancia 4

Enfoque	Función Objetivo	Tiempo(s.)	Tiempo Total(s.)	Cota Inferior	Gap Local	Gap Global
Exacto Lim. Tpo.	385.119	3.600	3.600	126.501	67,15 %	67,15 %
Fijar Variables	144.184	147	244	144.184	0,00 %	12,26 %
Enfoque 1	131.398	3.503	3.600	128.507	2,20 %	3,73 %
Enfoque 2	128.080	3.503	3.600	126.501	1,23 %	1,23 %
Enfoque 3	141.604	384	481	141.604	0,00 %	10,67 %

Tabla A.7: Resultados Instancia 4

Enfoque	Restricciones	Variables	Variables Discretas
Exacto Lim. Tpo.	150.476	102.962	31.611
Fijar Variables	79.628	48.090	15.547
Enfoque 1	106.700	69.208	22.764
Enfoque 2	101.893	64.868	19.947
Enfoque 3	83.303	50.536	16.770

Tabla A.8: Tamaño Instancia 4

Instancia 5

Enfoque	Función Objetivo	Tiempo(s.)	Tiempo Total(s.)	Cota Inferior	Gap Local	Gap Global
Exacto Lim. Tpo.	108.310	3.600	3.600	105.533	2,56 %	2,56 %
Fijar Variables	110.287	4	24	110.287	0,00 %	4,31 %
Enfoque 1	105.533	171	191	105.533	0,00 %	0,00 %
Enfoque 2	105.533	317	337	105.533	0,00 %	0,00 %
Enfoque 3	105.533	160	180	105.533	0,00 %	0,00 %

Tabla A.9: Resultados Instancia 5

Enfoque	Restricciones	Variables	Variables Discretas
Exacto Lim. Tpo.	175.175	130.618	39.015
Fijar Variables	78.758	52.396	14.613
Enfoque 1	124.096	93.326	27.134
Enfoque 2	96.993	63.958	16.506
Enfoque 3	92.054	60.756	18.739

Tabla A.10: Tamaño Instancia 5

Instancia 6

Enfoque	Función Objetivo	Tiempo(s.)	Tiempo Total(s.)	Cota Inferior	Gap Local	Gap Global
Exacto Lim. Tpo.	187.994	3.600	3.600	160.271	14,75 %	14,75 %
Fijar Variables	180.853	5	40	180.853	0,00 %	11,38 %
Enfoque 1	160.271	1.701	1.736	160.271	0,00 %	0,00 %
Enfoque 2	164.997	3.565	3.600	160.271	2,86 %	2,86 %
Enfoque 3	160.271	264	299	160.271	0,00 %	0,00 %

Tabla A.11: Resultados Instancia 6

Enfoque	Restricciones	Variables	Variables Discretas
Exacto Lim. Tpo.	175.175	130.618	39.015
Fijar Variables	75.944	49.183	13.767
Enfoque 1	125.776	94.724	27.563
Enfoque 2	94.110	60.845	15.710
Enfoque 3	88.427	57.201	17.776

Tabla A.12: Tamaño Instancia 6

Anexo B: Pseudo-código del Algoritmo de Maximización de la Producción

- 1: Obtener una solución inicial SI de la formulación exacta
- 2: $DINS \leftarrow$ Demanda insatisfecha obtenida por la solución SI
- 3: $Sfx_{l,k,h} \leftarrow XC_{l,k,h}$
- 4: Modelo $m \leftarrow$ Modelo maxprod
- 5: Sea D_k una partición del horizonte de planificación. con $k = 1, 2, \dots, P$
- 6: Crear los conjunto Y_k con $k = 1, 2, \dots, P$
- 7: **for** $k = 1, 2, \dots, P$ **do**
- 8: Si $h \in D_k$ Agregar las variables $XC_{l,k,h}, SC_{l,g1,g2,h}, u_{m,l,h}, b_{m,s,h}, \pi_{m,h}, q_{e,m,h}, r_{e,s,h}$ y $\omega_{e,h}$ al conjunto Y_k
- 9: **end for**
- 10: $Y \leftarrow \bigcup_k Y_k$
- 11: Resolver modelo m , usando a SI como solución inicial y fijando las variables $XC_{l,k,t}$ en su valor actual
- 12: $S \leftarrow$ Solución obtenida al resolver modelo m
- 13: $y \leftarrow$ Valor de variables pertenecientes al conjunto Y entregadas modelo m
- 14: $fo_{actual} \leftarrow$ función objetivo entregada por solución factible S^*
- 15: **for** $k = 1, 2, \dots, P$ **do**
- 16: Resolver modelo m_k , usando a S como solución inicial, el cual corresponde al modelo m con las variables del conjunto Y/Y_k fijas en su actual valor(y). El modelo m_k se ejecuta

hasta encontrar el óptimo local o hasta alcanzar un tiempo límite

```

17:    $f_{o*} \leftarrow$  Función objetivo de modelo  $m_k$ 
18:    $S^* \leftarrow$  Solución de modelo  $m_k$ 
19:    $y^* \leftarrow$  Valor de variables pertenecientes al conjunto  $Y$  de modelo  $m_k$ 
20:   if  $f_{o*} \leq f_{oactual}$  then
21:      $f_{oactual} \leftarrow f_{o*}$ 
22:      $S \leftarrow S^*$ 
23:      $y \leftarrow y^* \quad \forall y \in Y$ 
24:     if  $f_{oactual} = optimo$  then
25:       Break
26:     end if
27:   end if
28: end for
29: Crear los conjunto  $Z_l$  con  $l = 1, 2, \dots, L$ , en donde L corresponde al número de líneas de
    producción.
30: for  $l = 1, 2, \dots, L$  do
31:   Agregar las variables  $XC_{l,k,h}$ ,  $SC_{l,g1,g2,h}$  y  $u_{m,l,h}$  al conjunto  $Z_l$ .
32: end for
33: Definir  $Z \leftarrow \bigcup_l Z_l$ 
34: Definir  $z \leftarrow$  Valor actual de variables pertenecientes al conjunto  $Z$ 
35: for  $k = 1, 2, \dots, P$  do
36:   Resolver modelo  $m_l$ , usando a  $S$  como solución inicial, el cual corresponde al modelo
     $m$  con las variables del conjunto  $Z/Z_k$  fijas en su actual valor. El modelo  $m_l$  se ejecuta
    hasta encontrar una solución con gap de 0,15 % o hasta alcanzar un tiempo límite.
37:    $f_{o*} \leftarrow$  Función objetivo de modelo  $m_l$ 
38:    $S^* \leftarrow$  Solución de modelo  $m_l$ 
39:    $z^* \leftarrow$  Valor de variables pertenecientes al conjunto  $Z$  de modelo  $m_l$ 
40:   if  $f_{o*} \leq f_{oactual}$  then
41:      $f_{oactual} \leftarrow f_{o*}$ 
42:      $S \leftarrow S^*$ 
43:      $z \leftarrow z^* \quad \forall z \in Z$ 
44:     if  $f_{oactual} = optimo$  then
45:       Break
46:     end if
47:   end if
48: end for
49: Return  $S$ 

```