



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

MODELACIÓN Y REDUCCIÓN DE LAS VIBRACIONES TORSIONALES DE UNA TURBINA EÓLICA DE EJE VERTICAL

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO

SEBASTIÁN ENRIQUE GARCÍA GALLARDO

PROFESOR GUÍA
VIVIANA MERUANE NARANJO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN
WILLIAMS CALDERÓN MUÑOZ
ALEJANDRO ORTIZ-BERNARDIN

SANTIAGO DE CHILE
2015

**RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE:** Ingeniero Civil Mecánico.
POR: Sebastián Enrique García Gallardo
FECHA: Santiago, 2015.
PROFESOR GUÍA: Viviana Meruane Naranjo.

MODELACIÓN Y REDUCCIÓN DE LAS VIBRACIONES TORSIONALES DE UNA TURBINA EÓLICA DE EJE VERTICAL

La generación de energía a partir de fuentes renovables no convencionales es una necesidad en el mundo actual. La escasez de combustibles fósiles, la contaminación del medio ambiente, los altos precios de la energía e incluso las políticas públicas de cada país son factores que impulsan el desarrollo de energías renovables no convencionales. En el caso de Chile, la industria eólica alcanza los primeros niveles mundiales en tasa de crecimiento anual de proyectos, haciendo que el mercado eólico se vuelva muy atractivo.

Una forma de generar energía a partir del viento es a través de turbinas, estos son elementos mecánicos capaces de transformar la energía proveniente del viento en energía mecánica que posteriormente puede ser aprovechada como energía eléctrica. Existen dos categorías según su eje de rotación: turbina de eje horizontal y turbina de eje vertical.

Las turbinas de eje vertical poseen ventajas en cuanto a diseño y construcción. Sin embargo, durante su operación están sometidas a esfuerzos y variabilidad en torque que produce torsión en el rotor. Esta se transmite de componente en componente generando vibraciones torsionales en el eje de la turbina. Una vibración torsional es un tipo de vibración existente en ejes rotores y se puede definir como el movimiento torsional de un rotor respecto a su propio eje. La existencia de vibraciones puede llegar a provocar, durante una fase indetectable, daños severos en la turbina.

El objetivo del presente estudio es la construcción de un modelo en elementos finitos para las vibraciones torsionales de una turbina eólica de eje vertical y proponer criterios de diseño y operación que permitan reducirlas. Para desarrollar el modelo, se deben conocer los principios básicos de funcionamiento, identificar los componentes principales y la interacción que existe entre ellos.

El modelo desarrollado se basa en una turbina eólica vertical real, la que es modelada en elementos finitos, integrando cada uno de sus componentes principales. Se obtienen condiciones de operación y se desarrolla un modelo Doble Multiple Steamtube que entrega resultados para variables de interés como fuerzas y momentos en el eje. Se realiza el análisis vibracional de modos y frecuencias naturales del modelo de elementos finitos y se resuelven las vibraciones torsionales a través de tres métodos distintos de integración directa: Diferencias centrales, Wilson Theta y Newmark.

Con el resultado de las vibraciones torsionales se identifican los componentes que sufren las mayores oscilaciones y se estudian criterios de diseño y operación que logren reducirlas. Una geometría del rotor que permite una mejor distribución de inercia, una alta rigidez torsional y una baja inercia rotacional son factores que permiten reducir el valor de las vibraciones torsionales en la turbina. La inclusión de un tercer álabe al diseño original de dos en la turbina también logra efectos significativos y positivos en las oscilaciones. Finalmente la reducción en la velocidad de rotación de la turbina permite controlar las vibraciones en desmedro de una mayor potencia de generación.

Dedicado a mis padres y hermanos

"Porque nada hay imposible para Dios" - Lucas 1:37

Agradecimientos

Después de 6 años de universidad que culminan con esta memoria quisiera agradecer...

Primeramente a Dios por su amor y su misericordia, por haber estado y estar a mi lado todos los días de mi vida dándome la fuerza y aliento para seguir adelante. Puedo decir con certeza que Él es Fiel y ha cumplido cada una de sus promesas. A Jesucristo por salir a mi encuentro hace ya casi tres años y entregarme una nueva vida llena de felicidad, alegrías y esperanza.

A mis padres Benjamín y Eliana por todo el amor que me han brindado en mi vida y ser los mejores padres que existen. Gracias por todo el apoyo y esfuerzo que han hecho durante esta etapa y entregarme lo más preciado que existe en esta tierra. A mi hermano mayor Benjamín por todas las vivencias de niños y perseguir sus sueños ahora al otro lado del mundo. A mi hermana Paulina por ser un sostén en la familia y un ejemplo en mi caminar. A mi hermano Daniel por la amistad, risas y esas tallas internas completamente absurdas. A mis abuelos Manuel y Eliana, a mi tía Ivonne y a toda mi gran familia por el cariño de siempre.

A Karin, mi hermosa compañera de batalla en esta vida y un apoyo incondicional para mí en estos últimos años. Gracias por tu amor, cariño y ser la mejor del universo.

A mis amigos de mecánica: Pedalea Edgar, Carolina, Diego, Pichón, Fernanda Rosa, Tavo, Vicho, Mati, Dani, Seba, Valbort, Cami, Marce, Claudito y Víctor. Mención honrosa al gran equipo de San Pateste campeón de la Mecanicup y al grupo musical de micro que tuvo un éxito efímero junto a Maripa, Pampers y el Pelaito poeta.

A Pedro Morales por ser un amigazo desde el liceo. A aquel grupo de payasos que formó parte del mejor DR dictado un único semestre en la historia de la Facultad: Fútbol. Además quienes derivaron a convertirse en el más unido, gracioso y peor equipo de baby en el que he jugado: Los Beliboys. Al grupo Oikos y en especial al Loco Alberto, Gustavo, Violchen, Gaby, Vale y Pipe por la buena onda, acogida y conversaciones de la vida.

A la profe Vivi por aceptar ser mi profesor guía y cumplir ese rol notablemente. Gracias por la buena disposición y voluntad durante todo este trabajo. A los profes Williams y Alejandro por aceptar ser parte de mi comisión evaluadora. A todos los miembros del DIMEC y en especial a la Sole por haber apañado siempre.

A todos los que han formado parte de mi vida y me han visto crecer: ¡Gracias totales!

Tabla de contenido

1.	Introducción	1
1.1	Antecedentes Generales	1
1.1.1	Turbinas Eólicas.....	1
1.1.2	Aspectos del comportamiento de una turbina	4
1.2	Motivación	5
1.3	Objetivos y Alcances.....	6
1.3.1	Objetivo General	6
1.3.2	Objetivos específicos.....	6
1.3.3	Alcances	6
2.	Antecedentes	7
2.1	Vibraciones Torsionales	7
2.2	Método de Elementos Finitos.....	9
2.3	Modelo de sistema simple para vibraciones torsionales	9
2.4	Modelo para sistemas con transmisión de movimiento.....	10
2.5	Método de Integración Numérica.....	10
2.5.1	Método de las diferencias centrales.....	11
2.5.2	Método de Wilson θ	12
2.5.3	Método de Newmark.....	13
2.6	Modelo de turbina a utilizar	15
2.6.1	Descripción de la turbina Darrieus DOE/Sandia 17 m.....	15
3.	Metodología	19
4.	Construcción del MEF de las vibraciones torsionales.....	20
4.1	Modelo matemático de la turbina.....	20
4.2	Construcción del modelo en elementos finitos.....	22
4.2.1	Rotor de la turbina.....	22
4.2.2	Caja multiplicadora	27
4.2.3	Sistema de poleas	28
4.2.4	Generadores.....	30
4.3	Ensamble de los componentes.....	31
4.4	Adquisición de datos	34
4.4.1	Análisis dimensional y método BINS	34

4.4.2 Resultados de la adquisición de datos	36
4.4.3 Modelo aerodinámico DMS	40
4.4.4 Resultados del modelo DMS	43
4.5. Análisis vibracional.....	51
4.5.1 Modos y frecuencias naturales del modelo	51
4.5.2 Modelo de vibraciones torsionales	52
4.5.3 Resultados modelo de vibraciones torsionales	55
4.5.4 Discusión de resultados.....	100
5. Propuesta de criterios de diseño y operación para la reducción de vibraciones torsionales....	102
5.1 Criterios de diseño.....	117
5.1.1 Geometría del rotor	117
5.1.2 Rigidez torsional del tren de transmisión	117
5.1.3 Inercia rotacional del tren de transmisión	117
5.1.4 Número de álabes	117
5.2 Criterios de operación	118
5.2.1 Velocidad de rotación.....	118
6. Conclusiones	119
7. Bibliografía	122
Anexos.....	124
Anexo A. Código MATLAB: MEF de la turbina	124
Anexo B. Código MATLAB: Modelo DMS.....	126
Anexo C. Código MATLAB: Modelo de vibraciones torsionales	129
Anexo D. Datos adquiridos en la pruebas a la turbina DOE/Sandia 17m.....	132
D.1 Caso 29.6 RPM.....	132
D.2 Caso 37.0 RPM.....	133
D.3 Caso 45.5 RPM.....	134
D.4 Caso 52.5 RPM.....	135

Tabla de Figuras

Figura 1.1 - Turbina eólica de eje horizontal (izquierda) y una turbina de eje vertical (derecha).	2
Figura 1.2 - Turbina eólica de eje horizontal de tres aspas.....	2
Figura 1.3 - Turbina eólica de eje vertical modelo Darrieus.....	3
Figura 1.4 - Potencia eólica instalada acumulada en el mundo.....	5
Figura 2.1 - Movimiento torsional de un eje circular.....	7
Figura 2.2 - Rotor típico bajo vibración torsional.....	9
Figura 2.3 - Idealización de un sistema con cuatro inercias.....	10
Figura 2.4 - Supuesto de aceleración lineal en el método de Wilson.....	12
Figura 4.1 - Esquema del modelo matemático de la turbina.....	20
Figura 4.2 - Dimensiones rotor turbina DOE/Sandia 17m	22
Figura 4.3 - Disco hueco de radios a y b	23
Figura 4.4 - Modelo en elementos finitos del rotor de la turbina en Rotordynamics Software.....	25
Figura 4.5 - Modelo para transmisión de movimiento.....	27
Figura 4.6 - Sistema de poleas.....	29
Figura 4.7 - Modelación torsional del sistema de poleas.....	29
Figura 4.8 - Sistema de generación.....	30
Figura 4.9 - Esquema del ensamble de los componentes.....	31
Figura 4.10 - Esquema de los nodos e interacciones de la turbina.....	32
Figura 4.11 - Curvas de coeficientes C_p y C_m en función de TSR para 29.6 RPM.....	36
Figura 4.12 - Curvas de coeficientes C_p y C_m en función de TSR para 37.0 RPM.....	37
Figura 4.13 - Curvas de coeficientes C_p y C_m en función de TSR para 45.5 RPM.....	37
Figura 4.14 - Curvas de coeficientes C_p y C_m en función de TSR para 52.5 RPM.....	38
Figura 4.15 - Curvas C_p en función de TSR para las distintas RPM.....	38
Figura 4.16 - Curvas de Potencia [kW] en función de la velocidad del viento para las distintas RPM.....	39
Figura 4.17 - Esquema básico del modelo de tubos de corriente	40
Figura 4.18 - Esquema de las fuerzas sobre el álabe	41
Figura 4.19 - Coeficiente de sustentación C_L en función del ángulo de ataque.....	43
Figura 4.20 - Comparación de C_L para distintos números de Reynolds.....	43
Figura 4.21 - Coeficiente de arrastre C_D en función del ángulo de ataque.....	44
Figura 4.22 - Comparación de C_D para distintos números de Reynolds.....	44
Figura 4.23 - Variación del ángulo de ataque en función del ángulo azimutal.....	45
Figura 4.24 - Torque aplicado en función del ángulo azimutal para un valor de TSR=5	46
Figura 4.25 - Torque aplicado en función del ángulo azimutal para un valor de TSR=2	46
Figura 4.26 - Curva de torque en función del ángulo azimutal para 29.6 RPM y distintos valores de TSR....	47
Figura 4.27 - Curva de torque en función del ángulo azimutal para 37.0 RPM y distintos valores de TSR....	47
Figura 4.28 - Curva de torque en función del ángulo azimutal para 45.5 RPM y distintos valores de TSR....	48
Figura 4.29 - Curva de torque en función del ángulo azimutal para 52.5 RPM y distintos valores de TSR....	48
Figura 4.30 - Perfil vertical de viento para una zona similar al de la adquisición de datos	49
Figura 4.31 - Modos de vibración del modelo.....	52
Figura 4.32 - Resorte torsional empotrado.....	54
Figura 4.33 - Desplazamiento angular de un nodo desde su posición original.....	55
Figura 4.34 - Desplazamiento angular de los nodos 29.6 RPM TSR=7.....	55
Figura 4.35 - Desplazamiento angular de los nodos 29.6 RPM TSR=6.....	56
Figura 4.36 - Desplazamiento angular de los nodos 29.6 RPM TSR=5.....	56
Figura 4.37 - Desplazamiento angular de los nodos 29.6 RPM TSR=4.....	57
Figura 4.38 - Desplazamiento angular del Nodo 1 y Nodo 9 en 100 revoluciones, 29.6 RPM	58
Figura 4.39 - Velocidad angular del Nodo 1 y Nodo 9 en 100 revoluciones, 29.6 RPM.....	58

Figura 4.40 - Aceleración angular del Nodo 1 (arriba) y Nodo 9 (abajo) en 100 revoluciones, 29.6 RPM...	59
Figura 4.41 - Desplazamiento angular (arriba) y Oscilación (abajo) para 29.6 RPM.	60
Figura 4.42 - Velocidad angular del nodo 19, 29.6 RPM.....	61
Figura 4.43 - Aceleración angular del nodo 19, 29.6 RPM.....	61
Figura 4.44 - Desplazamiento angular del nodo 20, 29.6 RPM.....	62
Figura 4.45 - Velocidad angular del nodo 20, 29.6 RPM.....	62
Figura 4.46 - Aceleración angular del nodo 20, 29.6 RPM.....	63
Figura 4.47 - Desplazamiento angular del nodo 21, 29.6 RPM.....	63
Figura 4.48 - Velocidad angular del nodo 21, 29.6 RPM.....	64
Figura 4.49 - Aceleración angular del nodo 21, 29.6 RPM.....	64
Figura 4.50 - Desplazamiento angular del nodo 22, 29.6 RPM.....	65
Figura 4.51 - Velocidad angular del nodo 22, 29.6 RPM.....	65
Figura 4.52 - Aceleración angular del nodo 22, 29.6 RPM.....	66
Figura 4.53 - Desplazamiento angular de los nodos 37.0 RPM TSR=7.	67
Figura 4.54 - Desplazamiento angular de los nodos 37.0 RPM TSR=6.	67
Figura 4.55 - Desplazamiento angular de los nodos 37.0 RPM TSR=5.	68
Figura 4.56 - Desplazamiento angular de los nodos 37.0 RPM TSR=4.	68
Figura 4.57 - Desplazamiento angular del Nodo 1 y Nodo 9 en 100 revoluciones, 37.0 RPM.....	69
Figura 4.58 - Velocidad angular del Nodo 1 y Nodo 9 en 100 revoluciones, 37.0 RPM.....	69
Figura 4.59 - Aceleración angular del Nodo 1 (arriba) y Nodo 9 (abajo) en 100 revoluciones, 37.0 RPM...	70
Figura 4.60 - Desplazamiento angular (arriba) y Oscilación (abajo) para 37.0 RPM.	71
Figura 4.61 - Velocidad angular del nodo 19, 37.0 RPM.....	72
Figura 4.62 - Aceleración angular del nodo 19, 37.0 RPM.....	72
Figura 4.63 - Desplazamiento angular del nodo 20, 37.0 RPM.....	73
Figura 4.64 - Velocidad angular del nodo 20, 37.0 RPM.....	73
Figura 4.65 - Aceleración angular del nodo 20, 37.0 RPM.....	74
Figura 4.66 - Desplazamiento angular del nodo 21, 37.0 RPM.....	74
Figura 4.67 - Velocidad angular del nodo 21, 37.0 RPM.....	75
Figura 4.68 - Aceleración angular del nodo 21, 37.0 RPM.....	75
Figura 4.69 - Desplazamiento angular del nodo 22, 37.0 RPM.....	76
Figura 4.70 - Velocidad angular del nodo 22, 37.0 RPM.....	76
Figura 4.71 - Aceleración angular del nodo 22, 37.0 RPM.....	77
Figura 4.72 - Desplazamiento angular de los nodos 45.5 RPM TSR=7.	78
Figura 4.73 - Desplazamiento angular de los nodos 45.5 RPM TSR=6.	78
Figura 4.74 - Desplazamiento angular de los nodos 45.5 RPM TSR=5.	79
Figura 4.75 - Desplazamiento de los nodos 45.5 RPM TSR=4.....	79
Figura 4.76 - Desplazamiento angular del Nodo 1 y Nodo 9 en 100 revoluciones, 45.5 RPM.....	80
Figura 4.77 - Velocidad angular del Nodo 1 y Nodo 9 en 100 revoluciones, 45.5 RPM.....	80
Figura 4.78 - Aceleración angular del Nodo 1 (arriba) y Nodo 9 (abajo) en 100 revoluciones, 45.5 RPM...	81
Figura 4.79 - Desplazamiento angular (arriba) y Oscilación (abajo) para 45.5 RPM	82
Figura 4.80 - Velocidad angular del nodo 19, 45.5 RPM.....	83
Figura 4.81 - Aceleración angular del nodo 19, 45.5 RPM.....	83
Figura 4.82 - Desplazamiento angular del nodo 20, 45.5 RPM.....	84
Figura 4.83 - Velocidad angular del nodo 20, 45.5 RPM.....	84
Figura 4.84 - Aceleración angular del nodo 20, 45.5 RPM.....	85
Figura 4.85 - Desplazamiento angular del nodo 21, 45.5 RPM.....	85
Figura 4.86 - Velocidad angular del nodo 21, 45.5 RPM.....	86
Figura 4.87 - Aceleración angular del nodo 21, 45.5 RPM.....	86
Figura 4.88 - Desplazamiento angular del nodo 22, 45.5 RPM.....	87

<i>Figura 4.89 - Velocidad angular del nodo 22, 45.5 RPM.....</i>	<i>87</i>
<i>Figura 4.90 - Aceleración angular del nodo 22, 45.5 RPM.....</i>	<i>88</i>
<i>Figura 4.91 - Desplazamiento de los nodos 52.5 RPM TSR=7.....</i>	<i>89</i>
<i>Figura 4.92 - Desplazamiento de los nodos 52.5 RPM TSR=6.....</i>	<i>89</i>
<i>Figura 4.93 - Desplazamiento de los nodos 52.5 RPM TSR=5.....</i>	<i>90</i>
<i>Figura 4.94 - Desplazamiento de los nodos 52.5 RPM TSR=4.....</i>	<i>90</i>
<i>Figura 4.95 - Desplazamiento angular del Nodo 1 y Nodo 9 en 100 revoluciones, 52.5 RPM.....</i>	<i>91</i>
<i>Figura 4.96 - Velocidad angular del Nodo 1 y Nodo 9 en 100 revoluciones, 52.5 RPM.....</i>	<i>91</i>
<i>Figura 4.97 - Aceleración angular del Nodo 1 (arriba) y Nodo 9 (abajo.) en 100 revoluciones, 52.5 RPM..</i>	<i>92</i>
<i>Figura 4.98 - Desplazamiento angular (arriba) y Oscilación (abajo) para 52.5 RPM.....</i>	<i>93</i>
<i>Figura 4.99 - Velocidad angular del nodo 19, 52.5 RPM.....</i>	<i>94</i>
<i>Figura 4.100 - Aceleración angular del nodo 19, 52.5 RPM.....</i>	<i>94</i>
<i>Figura 4.101 - Desplazamiento angular del nodo 20, 52.5 RPM.....</i>	<i>95</i>
<i>Figura 4.102 - Velocidad angular del nodo 20, 52.5 RPM.....</i>	<i>95</i>
<i>Figura 4.103 - Aceleración angular del nodo 20, 52.5 RPM.....</i>	<i>96</i>
<i>Figura 4.104 - Desplazamiento angular del nodo 21, 52.5 RPM.....</i>	<i>96</i>
<i>Figura 4.105 - Velocidad angular del nodo 21, 52.5 RPM.....</i>	<i>97</i>
<i>Figura 4.106 - Aceleración angular del nodo 21, 52.5 RPM.....</i>	<i>97</i>
<i>Figura 4.107 - Desplazamiento angular del nodo 22, 52.5 RPM.....</i>	<i>98</i>
<i>Figura 4.108 - Velocidad angular del nodo 22, 52.5 RPM.....</i>	<i>98</i>
<i>Figura 4.109 - Aceleración angular del nodo 22, 52.5 RPM.....</i>	<i>99</i>
<i>Figura 5.1 - Cambio de geometría en el rotor.....</i>	<i>102</i>
<i>Figura 5.2 - Desplazamiento angular de los nodos para ambas geometrías, 52.5 RPM.....</i>	<i>103</i>
<i>Figura 5.3 - Desplazamiento angular del nodo 19 para ambas geometrías, 52.5 RPM.....</i>	<i>104</i>
<i>Figura 5.4 - Desplazamiento angular nodo 19 para distintas rigideces torsionales.....</i>	<i>105</i>
<i>Figura 5.5 - Desplazamiento angular nodo 20 para distintas rigideces torsionales.....</i>	<i>105</i>
<i>Figura 5.6 - Desplazamiento angular nodo 21 para distintas rigideces torsionales.....</i>	<i>106</i>
<i>Figura 5.7 - Desplazamiento angular nodo 22 para distintas rigideces torsionales.....</i>	<i>106</i>
<i>Figura 5.8 - Desplazamiento angular nodo 19 para distintas inercias rotacionales.....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 5.9- Desplazamiento angular nodo 20 para distintas inercias rotacionales.....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 5.10- Desplazamiento angular nodo 21 para distintas inercias rotacionales.....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 5.11 - Desplazamiento angular nodo 22 para distintas inercias rotacionales.....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 5.12 - Curva Torque Modelo DMS para 2 y 3 álabes, 52.5 RPM y TSR=5.....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 5.13 - Desplazamiento angular de los nodos para turbina con 2 y 3 álabes.....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 5.14 - Disposición álabes en la turbina.....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 5.15 - Desplazamiento angular nodo 19 con 3 álabes.....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 5.16 - Desplazamiento angular nodo 20 con 3 álabes.....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 5.17 - Desplazamiento angular nodo 21 con 3 álabes.....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 5.18 - Desplazamiento angular nodo 22 con 3 álabes.....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 5.19 - Desplazamiento angular máximo nodos 1 y 9 para distintas RPM.....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 5.20 - Desplazamiento angular máximo nodo 19 para distintas RPM.....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 5.21 - Desplazamiento angular máximo nodos 20, 21 y 22 para distintas RPM.....</i>	<i>107</i>

1. Introducción

Las turbinas eólicas de eje vertical poseen grandes ventajas por sobre las de eje horizontal. A diferencia de estas últimas están diseñadas para capturar el viento en cualquier ángulo y dirección, además de no necesitar grandes estructuras para su instalación. Sin embargo, existen problemas de vibraciones torsionales que reducen su rendimiento, eficiencia y años de vida, entre otros efectos indeseados.

El trabajo a desarrollar consiste en la modelación de las vibraciones torsionales de una turbina eólica de eje vertical, a través del método de elementos finitos, modelando cada uno de sus componentes e interacciones, y de esta manera proponer luego un diseño que permite minimizar las vibraciones torsionales en la turbina.

1.1 Antecedentes Generales

La producción de energía eléctrica, mediante el uso de generadores eólicos, se basa en el mismo principio que los molinos de viento: aprovechar la energía del viento para hacer girar una turbina, la cual está convenientemente acoplada a un generador eléctrico. Existen diversas turbinas con diseños y tamaños adecuados para diferentes perfiles de viento.

Si bien la generación eólica era prácticamente nula en la década del 80', ha existido un crecimiento importante en el último tiempo. En 2005 se generaron más de 99 TWh y en el año 2009 se superaron los 340 TWh de generación en parques eólicos. Este crecimiento hace prever que en un par de décadas, el 12% de la producción mundial de electricidad tendrá su origen a partir de los recursos eólicos. [1]

1.1.1 Turbinas Eólicas

Una turbina eólica es un dispositivo mecánico que transforma energía cinética proveniente del viento en energía mecánica. Durante el año 1887 Charles Brush construyó lo que hoy se cree es la primera turbina eólica, que operaba a través de un dínamo para generación de electricidad.

En la actualidad existen un sin fin de modelos comerciales de turbinas eólicas para generación de electricidad con distintas innovaciones en cuanto a materiales, geometrías aerodinámicas, sistemas de control electrónicos y aerodinámicos. Esto ha hecho posible el desarrollo de la generación eólica en forma cada vez más eficiente y con un costo cercano a niveles competitivos.

Las turbinas eólicas se clasifican en turbinas de eje horizontal y de eje vertical (HAWTs y VAWTS respectivamente, por sus siglas en inglés). Esta clasificación obedece a la disposición que tenga el eje mecánico de la turbina.

La Figura 1.1 muestra un esquema de ambos tipos de turbina, componentes principales y disposición de éstos en la estructura (Fuente: American Wind Energy Association).

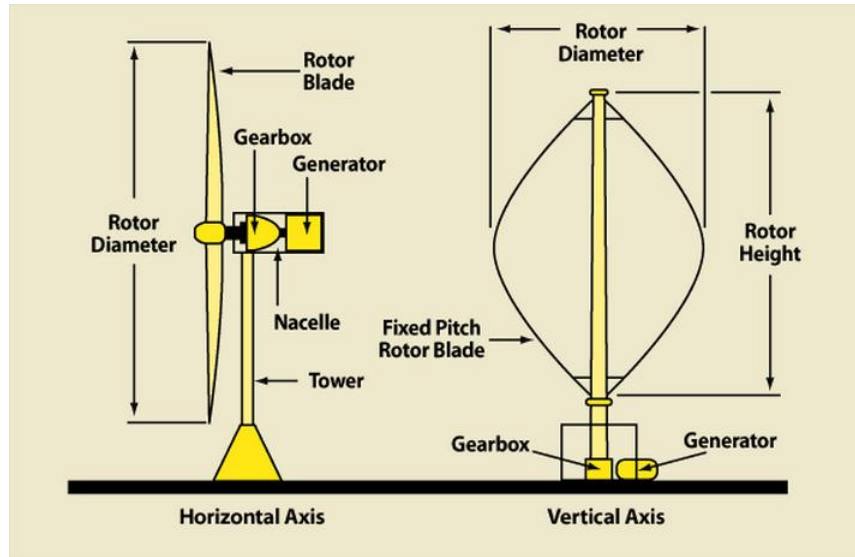


Figura 1.1 - Turbina eólica de eje horizontal (izquierda) y una turbina de eje vertical (derecha).

Turbinas eólicas de eje horizontal

Las turbinas eólicas de eje horizontal (HAWT) poseen su eje de rotación horizontal respecto al suelo y además paralelo al paso del viento. La mayoría de las turbinas comerciales caen en esta categoría. Este tipo de turbinas poseen ciertas ventajas como por ejemplo una baja velocidad de corte del viento y un giro simple. Sin embargo, el generador, caja multiplicadora y todo el equipamiento necesario debe ubicarse sobre la torre lo cual implica que su construcción sea más compleja y costosa. Otra desventaja asociada es que necesita un dispositivo de orientación en la torre que ubique la turbina hacia la dirección del viento. [2]



Figura 1.2 - Turbina eólica de eje horizontal de tres aspas [2].

Turbinas eólicas de eje vertical

Las turbinas eólicas de eje vertical (VAWT) poseen su eje de rotación vertical respecto al suelo y además perpendicular al paso del viento. Esta particularidad permite que la turbina de eje vertical pueda recibir el viento en todas direcciones. El sistema de orientación en estas turbinas es suprimido. Una de las ventajas más significativas es que tanto el generador, caja multiplicadora y componentes necesarios para la generación pueden ser ubicados a nivel de suelo, haciendo que el diseño y construcción de la torre sean altamente simplificados y menos costosos. De igual manera, la mantención de estas turbinas se puede hacer a nivel de suelo. Además, los sistemas *pitch control* no se requieren en aplicaciones síncronas.

La mayor desventaja en este tipo de turbinas es que generalmente no poseen *self-starting* [2]. Se requieren mecanismos que accionen y activen el inicio del giro cuando la turbina está detenida. Además existen posibilidades de que la turbina comience a girar muy rápido si no se tiene un control apropiado provocando la falla del sistema.



Figura 1.3 - Turbina eólica de eje vertical modelo Darrieus [2].

Existen principalmente dos categorías de turbinas eólicas de eje vertical: Las turbinas de tipo Savonius y las turbinas de tipo Darrieus. En esta última categoría existen distintos modelos de acuerdo al tipo de álabes de la turbina.

Las turbinas tipo Darrieus deben su nombre a su inventor Georges Jeans Darrieus, quien las patentó en el año 1925. Su diseño consiste en un eje vertical que conecta álabes con perfiles alares que

pueden ser de forma recta o curva. El diseño original de turbina Darrieus tiene una configuración de perfiles alares curvos, turbina que se conoce como "batidora de huevos" y que se aprecia en la Figura 1.3. Sin embargo, posteriormente se diseñó la turbina con perfiles alares rectos, que tiene como ventaja la reducción de esfuerzos de flexión sobre el álabe [2].

Los álabes de una turbina eólica de eje vertical producen un torque positivo cuando están cruzando el viento y un pequeño torque negativo cuando se mueven paralelamente al viento. Esto provoca que cada álabe de la turbina produzca dos pulsos de torque en cada revolución. De acuerdo al número de álabes de la turbina, en particular dos en la turbina Darrieus, estos pulsos se alinean produciendo una componente de torque altamente variable que se acerca a una sinusoide con una media positiva [3]. Tanto generador, caja multiplicadora y otros componentes electrónicos no están diseñados para operar en condiciones de alta variabilidad de torque, por lo que el tren de potencia podría causar problemas.

La presencia de ciclos de esfuerzos particulares, debido a la variabilidad en el torque, conllevó a la falla por fatiga a un gran número de turbinas. Además existen problemas de vibración, en particular torsional, que también tienen origen en esta particularidad y que son el motivo de estudio de este trabajo.

1.1.2 Aspectos del comportamiento de una turbina

El rotor es el corazón de toda máquina rotativa, y este puede vibrar de tres formas distintas: axialmente, torsionalmente y lateralmente. Las vibraciones axiales ocurren a lo largo del eje del rotor, y las vibraciones torsionales hacen que el eje del rotor se tuerza alrededor de su eje de rotación. Las vibraciones laterales provocan desplazamientos del rotor en las direcciones horizontales y verticales (para un rotor horizontal). La combinación de estas vibraciones produce un movimiento orbital del rotor en un plano perpendicular al eje de rotación. En algunos sistemas, los tres distintos tipos de vibración son independientes el uno del otro, y pueden ser analizados separadamente. Sin embargo, existen sistemas donde se tiene un acoplamiento de las tres formas de vibración [4].

El análisis y, en efecto, la forma en que la turbina se desempeña en servicio están fuertemente determinadas si acaso el rotor es rígido o flexible, el tipo de descansos utilizados y la naturaleza de la estructura soportante. Esto es verdadero independiente del tamaño y complejidad de la turbina. En todos los casos estas condiciones deben ser consideradas en la modelación [4].

Vibraciones Torsionales

Uno de los tipos de vibración presente en ejes que cumplen función de rotor son las vibraciones torsionales, o movimiento torsional del rotor alrededor de su propio eje. En algunos casos, esta es relativamente fácil de modelar debido a que los descansos y soportes tienen poca influencia en las frecuencias naturales. Además existe un problema práctico: las vibraciones laterales, a menor medida, y las vibraciones axiales se vuelven evidentes debido a los efectos que tienen en la turbina y su entorno permitiendo que se desplieguen los esfuerzos necesarios para resolver el problema.

Completamente opuesto, los problemas debido a vibración torsional pueden pasar desapercibidos sin el uso de instrumentación especial. También debido a que un pequeño movimiento es transmitido de componente en componente a partir del rotor, los modos torsionales generalmente tienen un amortiguamiento bajo. Durante esta fase indetectable se pueden provocar daños severos en la turbina [4].

1.2 Motivación

La motivación de este trabajo, más allá del interés académico, tiene una connotación práctica importante en la industria. Cuando se diseñan componentes rotativos de una máquina o turbina es claramente necesario considerar sus características dinámicas. Es crucial que el diseño considere que una turbina que se encuentra en fase de arranque o funcionando en su velocidad de operación no exceda los niveles seguros y aceptables de vibración. Niveles de vibración muy altos en los componentes de una turbina pueden provocar cargas excesivas en los descansos y fallar. Esto puede traer resultados desastrosos.

Otros aspectos que motivan el trabajo son la comprensión y entendimiento del comportamiento de una turbina en distintas circunstancias, incluyendo aquella cuando ocurre una falla en algún componente rotativo de la turbina. Este conocimiento es necesario para realizar diagnósticos de falla y formular estrategias que envuelven importantes decisiones.

Además existe una motivación personal a lo largo de estos años relativa a realizar un aporte, a través de la ingeniería mecánica, en el desarrollo tecnológico de las energías renovables con el objetivo de posicionar al país como una potencia dentro del continente en generación renovable, considerando los recursos existentes y disponibles.

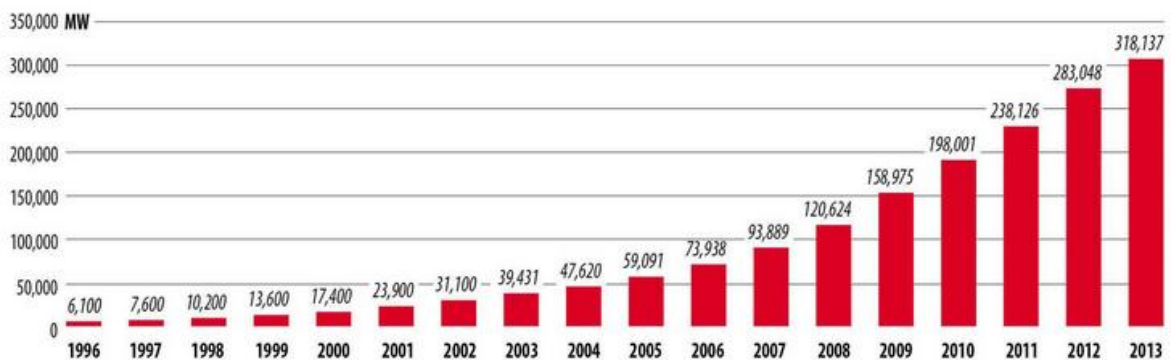


Figura 1.4 - Potencia eólica instalada acumulada en el mundo [5].

Actualmente existen más de 300.000 MW de potencia eólica instalada en el mundo, donde Chile aporta con cerca de 200MW. Además según la revista World Wind Energy Report 2013 nuestro país registra el primer lugar mundial en tasa de crecimiento de potencia eólica instalada en su sistema alcanzando un 76% [5].

1.3 Objetivos y Alcances

1.3.1 Objetivo General

El objetivo de este trabajo es construir un modelo en elementos finitos para las vibraciones torsionales de una turbina eólica de eje vertical y proponer criterios de diseño y operación que logren reducirlas.

1.3.2 Objetivos específicos

Los objetivos específicos de este trabajo son los siguientes:

- Estudiar el comportamiento y principio de funcionamiento de una turbina eólica de eje vertical tipo Darrieus.
- Identificar los componentes principales de la turbina y las interacciones existentes entre estos.
- Construir un modelo en elementos finitos para las vibraciones torsionales en cada uno de los componentes relevantes de la turbina.
- Obtener el modelo de vibraciones torsionales de la turbina ensamblando los distintos modelos de cada uno de los componentes.
- Obtener mediante integración numérica las vibraciones en condiciones típicas de operación.
- Reducir las vibraciones torsionales de la turbina modelada ajustando distintos parámetros y diseño de la misma.

1.3.3 Alcances

Los alcances de este trabajo están relacionados principalmente a la realización de un modelo en elementos finitos que simule las vibraciones torsionales de la turbina. Se utilizarán datos de operación estudiados y validados en trabajos previos.

Además se realiza específicamente la modelación de una turbina eólica de eje vertical tipo Darrieus de álabes curvos.

2. Antecedentes

2.1 Vibraciones Torsionales

Considerando una barra de sección circular de largo L , radio $R(x)$, módulo de corte $G(x)$ y densidad de masa $\rho(x)$, donde x es la coordenada axial de origen en el borde izquierdo de la barra tal como se muestra en la Figura 2.1. Además, la barra está sometida a un movimiento torsional uniforme $\mu(x,t)$ tal como se indica. El desplazamiento angular de la sección es función de la coordenada x y el tiempo t , mientras que el desplazamiento axial y radial desaparecen idénticamente. Se deduce que el desplazamiento lineal, u_ϕ , de una partícula material en el plano de la sección varía linealmente con la coordenada radial r medida desde el eje de la barra [6].

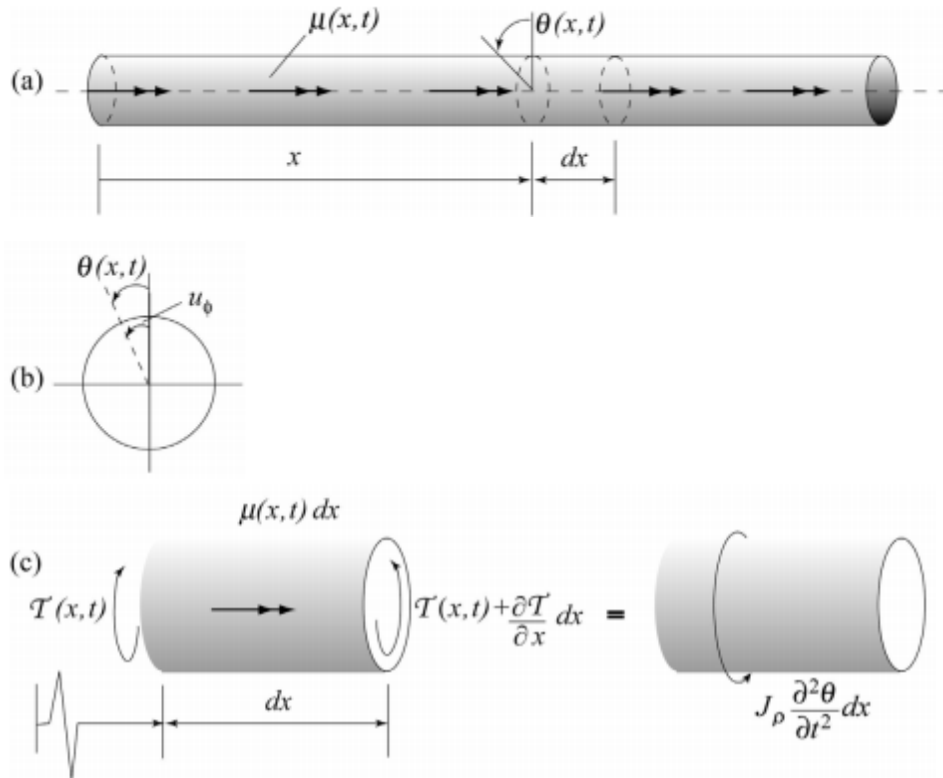


Figura 2.1 - Movimiento torsional de un eje circular: (a) Deformación y cargas, (b) Rotación de la sección circular, (c) Diagrama cinético de un elemento diferencial de eje [6].

Entonces

$$u_\phi(x, r, t) = r\theta(x, t) \quad (2.1.1)$$

$$u_x(x, r, t) = 0, \quad u_r(x, r, t) = 0 \quad (2.1.2)$$

donde $\theta(x,t)$ es el desplazamiento angular de la sección y r es la coordenada radial medida desde el eje de la barra. Definiendo el desplazamiento lineal en términos del desplazamiento rotacional, el esfuerzo de corte $\tau(x,t)$ que actúa en la sección circular se obtiene en términos de la rotación utilizando la Ley de Hooke. Se tiene,

$$\tau(x, r, t) = 2G\varepsilon_{r\theta} = G \left(\frac{du_\phi}{dx} + \frac{1}{r} \frac{du_x}{d\phi} \right) = Gr \frac{d\theta(x, t)}{dx} \quad (2.1.3)$$

Multiplicando el esfuerzo de corte por $r dA$, donde dA es el diferencial de área de la sección circular, sustituyendo en la ecuación 2.1.3 e integrando la expresión resultante sobre el área de la sección se obtiene el torque resultante $T(x, t)$ de la forma:

$$T(x, t) = k_T(x) \frac{d\theta}{dx} \quad (2.1.4)$$

donde $k_T(x) = G(x)J(x)$ es la rigidez torsional de la barra circular y $J(x)$ es el momento de inercia polar de la sección y está dado por:

$$J(x) = \int_{A(x)} r^2 dA = \frac{1}{2} \pi R^4(x) \quad (2.1.5)$$

Aplicando la ecuación $\overline{M}_G = I_G \vec{\alpha}$, que gobierna el movimiento rotacional alrededor del centro de masa, para un elemento de barra se obtiene la ecuación:

$$\mu(x, t) dx + \left[T(x, t) + \frac{dT}{dx} dx \right] - T(x, t) = J_\rho(x) \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Reagrupando los términos e incorporando la ecuación 2.1.4 se obtiene la ecuación de movimiento para el desplazamiento rotacional,

$$J_\rho(x) \frac{d^2\theta(x, t)}{dt^2} - \frac{d}{dx} k_T(x) \frac{d}{dx} \theta(x, t) = \mu(x, t) \quad (2.1.6)$$

Imponiendo las condiciones de borde y completando la discusión [6], se puede reescribir la ecuación de movimiento de forma operacional. Se tiene el operador de rigidez \mathbf{k} y el operador de masa \mathbf{m} , y para el presente sistema se tiene:

$$\mathbf{k} = -\frac{d}{dx} k_T(x) \frac{d}{dx}$$

$$\mathbf{m} = J_\rho(x)$$

Incorporando estas relaciones en la ecuación 2.1.6 se obtiene la ecuación de movimiento para un sistema discreto donde las matrices asociadas son evidentes.

$$\mathbf{m} \frac{d^2\theta}{dt^2} + \mathbf{k}\theta = \mu(x, t) \quad (2.1.7)$$

2.2 Método de Elementos Finitos

El método de elementos finitos es un método numérico general y potente en aplicaciones a problemas del mundo real y que envuelven física complicada, geometría y/o condiciones de borde. En el método de elementos finitos un dominio dado es visto como un conjunto de subdominios, donde cada subdominio está gobernado por una ecuación aproximada por cualquiera de los otros métodos tradicionales. La razón detrás de la búsqueda de aproximar la solución a un conjunto de subdominios se debe al hecho de que se vuelve más simple representar una ecuación complicada como un conjunto de polinomios simples. Por supuesto, cada segmento individual de la solución debe encajar con sus vecinos dando sentido a la función y permitiendo derivadas continuas hasta cierto orden en los puntos de conexión [7].

2.3 Modelo de sistema simple para vibraciones torsionales

Probablemente existan algunos rotores o aplicaciones maquinarias que no experimentan significativamente excitación torsional. Debido a que el propósito de casi todas las maquinas rotativas envuelve consumo, producción y transmisión de energía mecánica, es normal que exista una componente substancial de torque en el eje y, en la mayoría de los casos, este torque tiene un carácter de onda. Incluso una pequeña componente del torque nominal de una máquina constituye un nivel substancial de forzamiento torsional [4].

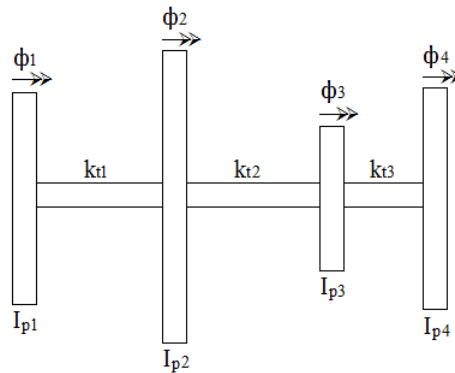


Figura 2.2 - Rotor típico bajo vibración torsional. La inercia del i-ésimo disco es I_{pi} , la rigidez es k_{ti} y la rotación relativa respecto al término de la sección del eje es ϕ_i [4].

Se aprecia en la Figura 2.2 un modelo discreto de las componentes de un rotor típico. Las ecuaciones de movimiento para la vibración torsional son independientes de la velocidad de giro del eje. Luego la ecuación de movimiento se puede escribir de la forma $M\ddot{q} + Kq = 0$ [4]

$$\text{donde } M = \begin{bmatrix} I_{p1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{p2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{p3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{p4} \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} k_{t1} & -k_{t1} & 0 & 0 \\ -k_{t1} & k_{t1} + k_{t2} & -k_{t2} & 0 \\ 0 & -k_{t2} & k_{t2} + k_{t3} & -k_{t3} \\ 0 & 0 & -k_{t3} & k_{t3} \end{bmatrix} \text{ y } q = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{bmatrix}$$

$$k_t = \frac{GJ}{L}$$

2.4 Modelo para sistemas con transmisión de movimiento

Considerando el comportamiento torsional en sistemas con transmisión de movimiento (engranes), se tiene por ejemplo el modelo de la Figura 2.3, usando cuatro inercias rotativas. Los desplazamientos angulares, ϕ_2 y ϕ_3 , de las inercias que representan los engranes se deben ensamblar y por lo tanto no son independientes. Las cuatro ecuaciones de movimiento para este sistema simple se enuncian como sigue:

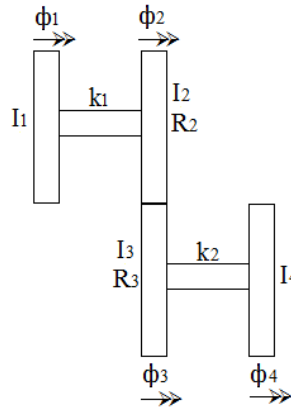


Figura 2.3 - Idealización de un sistema con cuatro inercias.

$$\begin{aligned}
 I_1 \ddot{\phi}_1 + k_1(\phi_1 - \phi_2) &= T_1 \\
 I_2 \ddot{\phi}_2 + k_1(\phi_2 - \phi_1) &= T_2 + R_2 F_{23} \\
 I_3 \ddot{\phi}_3 + k_2(\phi_3 - \phi_4) &= T_3 + R_3 F_{23} \\
 I_4 \ddot{\phi}_4 + k_2(\phi_4 - \phi_3) &= T_4
 \end{aligned}$$

donde F_{23} representa la fuerza instantánea actuando entre los engranes 2 y 3 y $\{T_1, T_2, T_3, T_4\}$ es el torque instantáneo en las inercias $\{1,2,3,4\}$ respectivamente [4].

2.5 Método de Integración Numérica

Para un problema general, la ecuación de movimiento matemáticamente representa un sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden, las que se pueden resolver por procedimientos estándar para ecuaciones diferenciales ordinarias. Sin embargo, estos procedimientos pueden ser costosos si las matrices son grandes. En el análisis de elementos finitos, se utilizan algunos algoritmos eficientes para resolver las ecuaciones de movimiento. Estos métodos se dividen en dos categorías: integración directa y superposición modal [8].

En integración directa las ecuaciones de movimiento son integradas por un procedimiento numérico por pasos, por lo tanto no es necesario hacer las transformaciones de las ecuaciones previo a la integración numérica.

2.5.1 Método de las diferencias centrales

El método de las diferencias centrales utiliza la aproximación:

$$\ddot{x}(t) = \frac{1}{\Delta t^2} (x(t - \Delta t) - 2x(t) + x(t + \Delta t)) \quad (2.5.1)$$

El error en la expansión de la ecuación 2.5.1 es del orden de Δt^2 , para tener el mismo orden de error en la expansión de la velocidad se utiliza:

$$\dot{x}(t) = \frac{1}{2\Delta t} (x(t + \Delta t) - x(t - \Delta t)) \quad (2.5.2)$$

El desplazamiento en el tiempo $t + \Delta t$ se obtiene al considerar la ecuación de movimiento en t :

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = F(t) \quad (2.5.3)$$

Substituyendo, se obtiene:

$$\left(\frac{1}{\Delta t^2}M + \frac{1}{2\Delta t}C\right)x(t + \Delta t) = F(t) - \left(K - \frac{2}{\Delta t^2}M\right)x(t) - \left(\frac{1}{\Delta t^2}M + \frac{1}{2\Delta t}C\right)x(t - \Delta t) \quad (2.5.4)$$

Se debe notar que para calcular $x(t + \Delta t)$, son necesarios $x(t)$ y $x(t - \Delta t)$. Por lo tanto se debe utilizar un procedimiento especial de inicialización. Dado que se conocen $\ddot{x}(0), \dot{x}(0), x(0)$ las ecuaciones 2.5.1 y 2.5.2 se pueden utilizar para calcular $x(-\Delta t)$:

$$x(-\Delta t) = x(0) - \Delta t\dot{x}(0) + \frac{\Delta t^2}{2}\ddot{x}(0) \quad (2.5.5)$$

En general, para llegar a soluciones estables se requiere un paso de tiempo relativamente pequeño. De hecho, en el método de las diferencias centrales ese paso de tiempo debe ser menor que un valor crítico Δt_{cr} . El paso de tiempo crítico se determina como:

$$\Delta t_{cr} = \frac{T_n}{\pi} \quad (2.5.6)$$

donde T_n es el menor período del sistema, entre el inverso de la mayor frecuencia natural y la frecuencia de las fuerzas externas. El algoritmo se presenta a continuación [8].

1. Crear matrices de rigidez K , masa M y amortiguación C .
2. Inicializar $\ddot{x}(0), \dot{x}(0), x(0)$
3. Seleccionar paso de tiempo $\Delta t, \Delta t \leq \Delta t_{cr}$. Calcular constantes de integración.

$$a_0 = \frac{1}{\Delta t^2} ; a_1 = \frac{1}{2\Delta t} ; a_2 = 2a_0 ; a_3 = \frac{1}{a_2}$$

4. Formar matriz de rigidez efectiva $\hat{M} = a_0M + a_1C$.

5. Calcular fuerzas efectivas en t

$$\hat{F}(t) = F - (K - a_2 M)x(t) - (a_0 M - a_1 C)x(t - \Delta t)$$

6. Determinar desplazamientos en $t + \Delta t$:

$$x(t + \Delta t) = \hat{M}^{-1} \hat{F}(t)$$

7. Evaluar aceleraciones, velocidades y desplazamientos en $t + \Delta t$:

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) &= a_0(x(t - \Delta t) - 2x(t) + x(t + \Delta t)) \\ \dot{x}(t) &= a_1(x(t + \Delta t) - x(t - \Delta t)) \end{aligned}$$

2.5.2 Método de Wilson θ

Para la ecuación de movimiento $M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F$ el método asume una variación lineal de la aceleración entre un paso de tiempo t y $t + \theta\Delta t$, donde para asegurar estabilidad incondicional es necesario utilizar $\theta > 1.37$.

La Figura 2.4 representa gráficamente el supuesto de aceleración lineal que se utiliza en el método de Wilson.

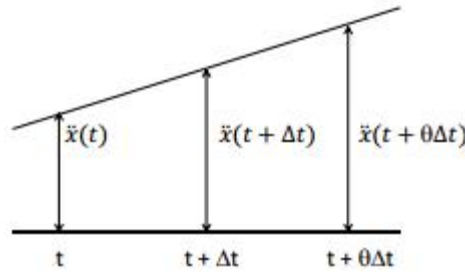


Figura 2.4 - Supuesto de aceleración lineal en el método de Wilson.

Para obtener la solución de los desplazamientos, velocidades y aceleraciones en el tiempo $t + \Delta t$, se considera la ecuación de movimiento en el tiempo $t + \theta\Delta t$. Sin embargo, dado que la aceleración varía linealmente, se utiliza un vector de fuerzas extrapolado linealmente, i.e., las ecuaciones utilizadas con 2.5.7 y 2.5.8.

$$M\ddot{x}(t + \theta\Delta t) + C\dot{x}(t + \theta\Delta t) + Kx(t + \theta t) = \bar{F}(t + \theta\Delta t) \quad (2.5.7)$$

$$\bar{F}(t + \theta\Delta t) = F(t) + \theta(F(t + \Delta t) - F(t)) \quad (2.5.8)$$

El algoritmo se presenta a continuación [8].

1. Crear matrices de rigidez K , masa M y amortiguación C .
2. Inicializar $\ddot{x}(0), \dot{x}(0), x(0)$

3. Seleccionar paso de tiempo Δt y θ . Calcular constantes de integración.

$$a_0 = \frac{6}{(\theta\Delta t)^2} \quad ; \quad a_1 = \frac{3}{\theta\Delta t} \quad ; \quad a_2 = 2a_1 \quad ; \quad a_3 = \frac{\theta\Delta t}{2} \quad ; \quad a_4 = \frac{a_0}{\theta}$$

$$a_5 = \frac{-a_2}{\theta} \quad ; \quad a_6 = 1 - \frac{3}{\theta} \quad ; \quad a_7 = \frac{\Delta t}{2} \quad ; \quad a_8 = \frac{\Delta t^2}{6}$$

4. Formar matriz de rigidez efectiva $\hat{K} = K + a_0M + a_1C$.

5. Calcular fuerzas efectivas en $t + \theta\Delta t$:

$$\hat{F}(t + \theta\Delta t) = F(t) + \theta(F(t + \Delta t) - F(t)) + M(a_0x(t) + a_2\dot{x}(t) + 2\ddot{x}(t)) + C(a_1x(t) + 2\dot{x}(t) + a_3\ddot{x}(t))$$

6. Determinar desplazamientos en $t + \theta\Delta t$:

$$x(t + \theta\Delta t) = \hat{K}^{-1}\hat{F}(t + \theta\Delta t)$$

7. Evaluar aceleraciones, velocidades y desplazamientos en $t + \Delta t$:

$$\ddot{x}(t + \Delta t) = a_4(x(t + \theta\Delta t) - x(t)) + a_5\dot{x}(t) + a_6\ddot{x}(t)$$

$$\dot{x}(t + \Delta t) = \dot{x}(t) + a_7(\ddot{x}(t + \Delta t) + \ddot{x}(t))$$

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t\dot{x}(t) + a_8(\ddot{x}(t + \Delta t) + 2\ddot{x}(t))$$

2.5.3 Método de Newmark

El método de Newmark también se puede relacionar con un método de aceleraciones lineales. Utiliza los siguientes supuestos:

$$\ddot{x}(t + \Delta t) = \dot{x}(t) + [(1 - \delta)\ddot{x}(t) + \delta\ddot{x}(t + \Delta t)]\Delta t \quad (2.5.9)$$

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \dot{x}(t)\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{x}(t) + \alpha\ddot{x}(t + \Delta t) \right] \Delta t^2 \quad (2.5.10)$$

donde α y δ son parámetros que determinan la precisión y estabilidad del método de integración. Cuando $\delta = 0.5$ y $\alpha = 1/6$, las ecuaciones 2.5.9 y 2.5.10 corresponden al método de aceleraciones lineales (que también se obtiene con $\theta = 1$ en el método de Wilson). Newmark propuso originalmente como condición de estabilidad incondicional el esquema de promedio constante de la aceleración (también conocido como regla trapezoidal), en donde $\delta = 0.5$ y $\alpha = 0.25$.

El esquema de promedio de aceleración de Newmark se muestra en la Figura 2.5.

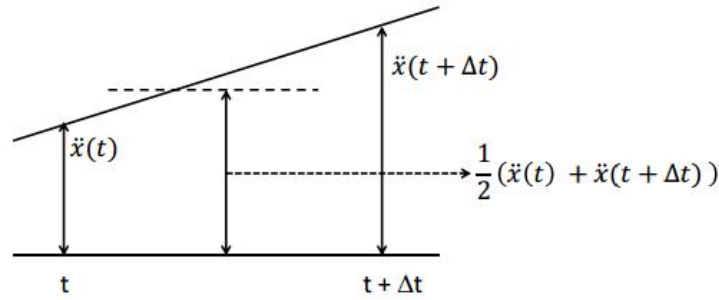


Figura 2.5 - Esquema de promedio de aceleración constante de Newmark.

Adicionalmente a las ecuaciones 2.5.9 y 2.5.10, para la solución de los desplazamientos, velocidades y aceleraciones en $t + \Delta t$, se utilizan las ecuaciones de movimiento en $t + \Delta t$:

$$M\ddot{x}(t + \Delta t) + C\dot{x}(t + \Delta t) + Kx(t + \Delta t) = F(t + \Delta t) \quad (2.5.11)$$

De la ecuación 2.5.10 se puede despejar $\dot{x}(t + \Delta t)$ en función de $x(t + \Delta t)$ y después se puede reemplazar en la ecuación 2.5.9. De esta manera se obtienen las aceleraciones y velocidades en $t + \Delta t$ en función del desplazamiento en $t + \Delta t$. Sustituyendo estas dos expresiones en la ecuación 2.5.11, se puede despejar el desplazamiento en $t + \Delta t$.

El algoritmo se presenta a continuación [8].

1. Crear matrices de rigidez K , masa M y amortiguación C .
2. Inicializar $\ddot{x}(0)$, $\dot{x}(0)$, $x(0)$
3. Seleccionar paso de tiempo Δt y los parámetros α y δ . Calcular constantes de integración.

$$\delta \geq 0.50 \quad ; \quad \alpha \geq 0.25(0.5 + \delta)^2$$

$$a_0 = \frac{1}{\alpha(\Delta t)^2} \quad ; \quad a_1 = \frac{\delta}{\alpha\Delta t} \quad ; \quad a_2 = \frac{1}{\alpha\Delta t} \quad ; \quad a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1 \quad ; \quad a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1$$

$$a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) \quad ; \quad a_6 = \Delta t(1 - \delta) \quad ; \quad a_7 = \delta\Delta t$$

4. Formar matriz de rigidez efectiva $\hat{K} = K + a_0M + a_1C$.
5. Calcular fuerzas efectivas en $t + \Delta t$:

$$\hat{F}(t + \Delta t) = F(t + \Delta t) + M(a_0x(t) + a_2\dot{x}(t) + a_3\ddot{x}(t)) + C(a_1x(t) + a_4\dot{x}(t) + a_5\ddot{x}(t))$$

6. Determinar desplazamientos en $t + \Delta t$:

$$x(t + \Delta t) = \hat{K}^{-1}\hat{F}(t + \Delta t)$$

7. Evaluar aceleraciones, velocidades y desplazamientos en $t + \Delta t$:

$$\begin{aligned}\ddot{x}(t + \Delta t) &= a_0(x(t + \Delta t) - x(t)) - a_2\dot{x}(t) + a_3(t) \\ \dot{x}(t + \Delta t) &= \dot{x}(t) + a_6\dot{x}(t) + a_7\ddot{x}(t + \Delta t)\end{aligned}$$

2.6 Modelo de turbina a utilizar

El tipo Darrieus de turbina VAWT básicamente levanta fuerza para impulsar la turbina de viento. La turbina consiste en dos o más álabes conectados a un eje de rotación vertical. El viento que sopla sobre los contornos de perfil aerodinámico de los álabes crea una sustentación aerodinámica que ejerce la fuerza a lo largo de estos. El tipo de turbina Darrieus con forma de "batidora" minimiza los esfuerzos de flexión a lo largo de los álabes[9]. La Figura 2.6 presenta un bosquejo de este tipo de turbina.

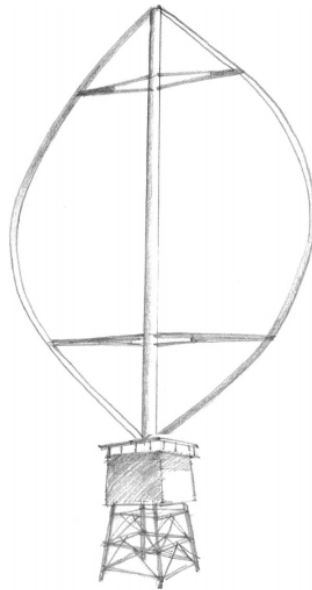


Figura 2.6 - Turbina VAWT Darrieus tipo batidora.

La DOE/Sandia 17m es una turbina diseñada y construida el año 1977. Es financiada por el Departamento de Energía de los Estados Unidos con el objetivo de obtener datos de operación en terreno para una turbina vertical Darrieus, y de esa manera verificar estudios analíticos y proveer una experiencia de primera mano en la construcción y operación de este tipo de turbinas [10].

Una descripción física general de la turbina DOE/Sandia 17m se detalla a continuación con fin de conocer los componentes principales de esta turbina VAWT en particular.

2.6.1 Descripción de la turbina Darrieus DOE/Sandia 17 m

La Figura 2.7 presenta un esquema de la turbina Darrieus DOE/Sandia 17m logrando identificarse los distintos componentes incluyendo el tren de transmisión.

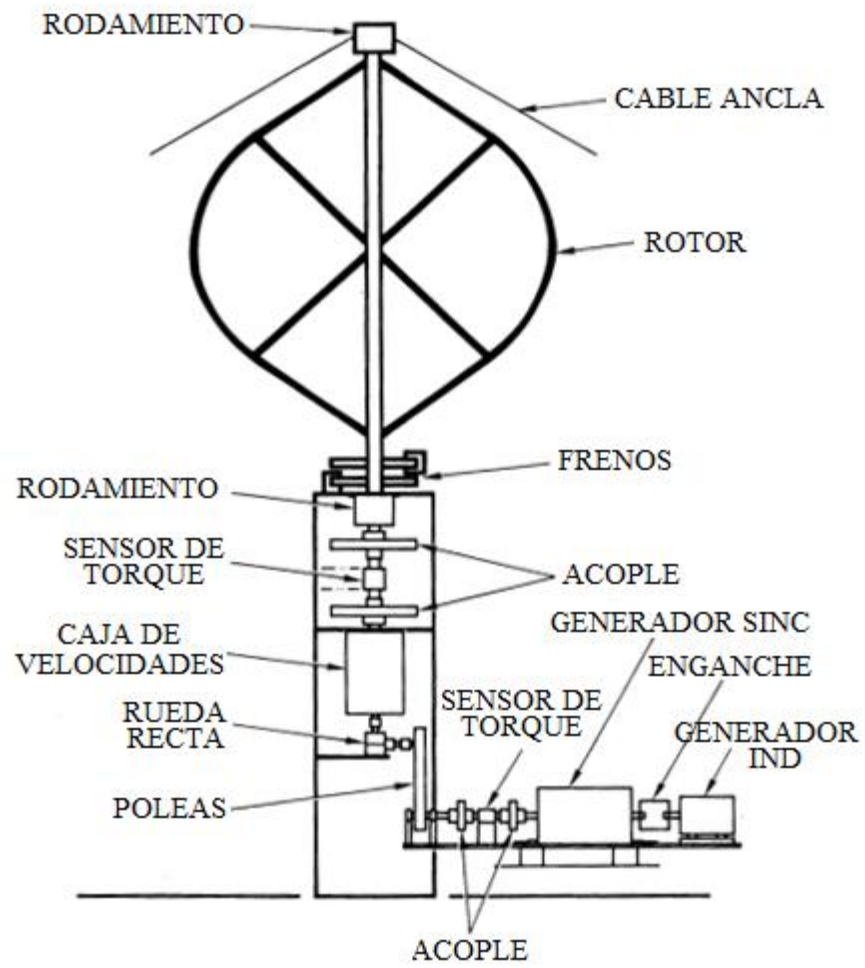


Figura 2.7 - Esquema de componentes principales de la turbina Darrieus DOE/Sandia 17m [11].

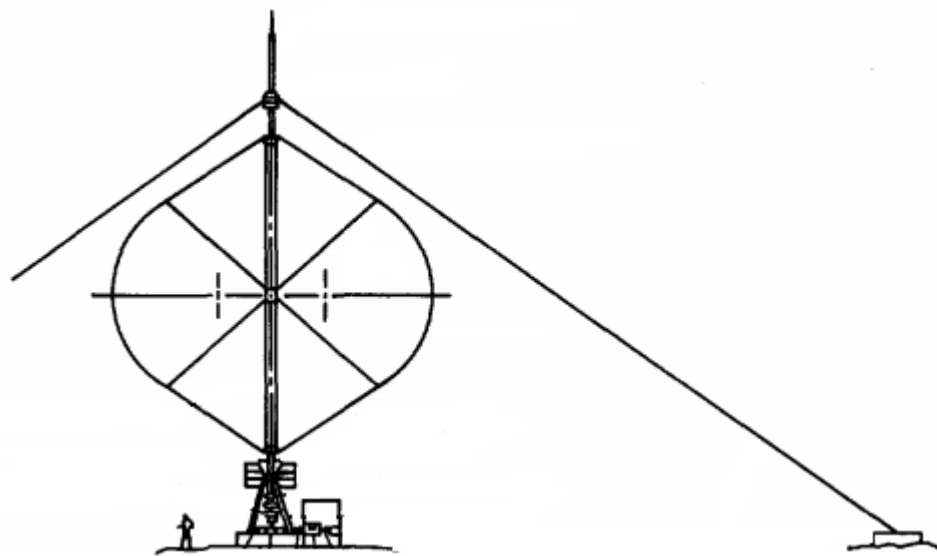


Figura 2.8 - Vista a escala de los componentes de la turbina [12].

Rotor

La turbina DOE/Sandia 17m posee una configuración original con dos álabes. La geometría del rotor consiste en un álabe recto-curvo-recto, aproximándose a una curva troposkiana (esto es la forma que tendría un álabe perfectamente flexible bajo la acción de fuerzas centrífugas). Las secciones rectas forman una cruz, que le entrega una rigidez adicional a la estructura del rotor. Los ángulos que definen esta última estructura se hacen aproximando lo más cerca posible la curva a la troposkiana deseada teóricamente [3]. Todas las secciones son de un perfil NACA 0012 [10] que se presenta en la Figura 2.9.



Figura 2.9 - Perfil de álabe NACA 0012.

Todas las secciones son apernadas en los diferentes puntos, incluyendo la torre central de acero rotatoria. La torre es soportada tanto en la parte superior como inferior por cojinetes de rodillo cónicos y además, se instalan cuatro cables (guy cables) en la carcasa de los cojinetes superiores para proveer el soporte necesario a la torre [10].

Frenos

La DOE/Sandia 17m posee dos discos de freno, localizados inmediatamente debajo de los álabes en el eje rotor de la turbina. Estos discos de acero poseen un diámetro de 36 in. y un espesor de 1 in. Cada disco posee cuatro calibradores hidráulicos. El disco de freno superior es el encargado de proveer un rango controlar el momento que genera la turbina. Tiene una capacidad que varía entre los 3000 y 48000 lbf ft. Este freno también es el normalmente usado para realizar el proceso de detención de la turbina y en ocasiones, ayuda que el generador sincrónico se acople. El disco de freno inferior es de emergencia el cual opera automáticamente en caso de una falla eléctrica o bien en caso de que fallen los controles de detención en la torre de control. Tiene una capacidad de 48000 lbf ft.

Tren de transmisión

Dos acoples flexibles se ubican por debajo del cojinete inferior de la torre con el objetivo de envolver un sensor de torque y protegerlo de golpes mecánicos. Este sensor es utilizado para determinar el rendimiento de la turbina en operación.

Se tiene además una caja multiplicadora que se aprecia en la parte inferior de la figura 3.1.2. Esta posee tres engranes planetarios montados verticalmente con una relación global de 42.87:1 [10]. La caja ha sido modificada para operar con un sistema de lubricación en seco que reduce las pérdidas

por viscosidad interna. Un engrane recto con relación 1:1 se ubica inmediatamente después de la caja multiplicadora.

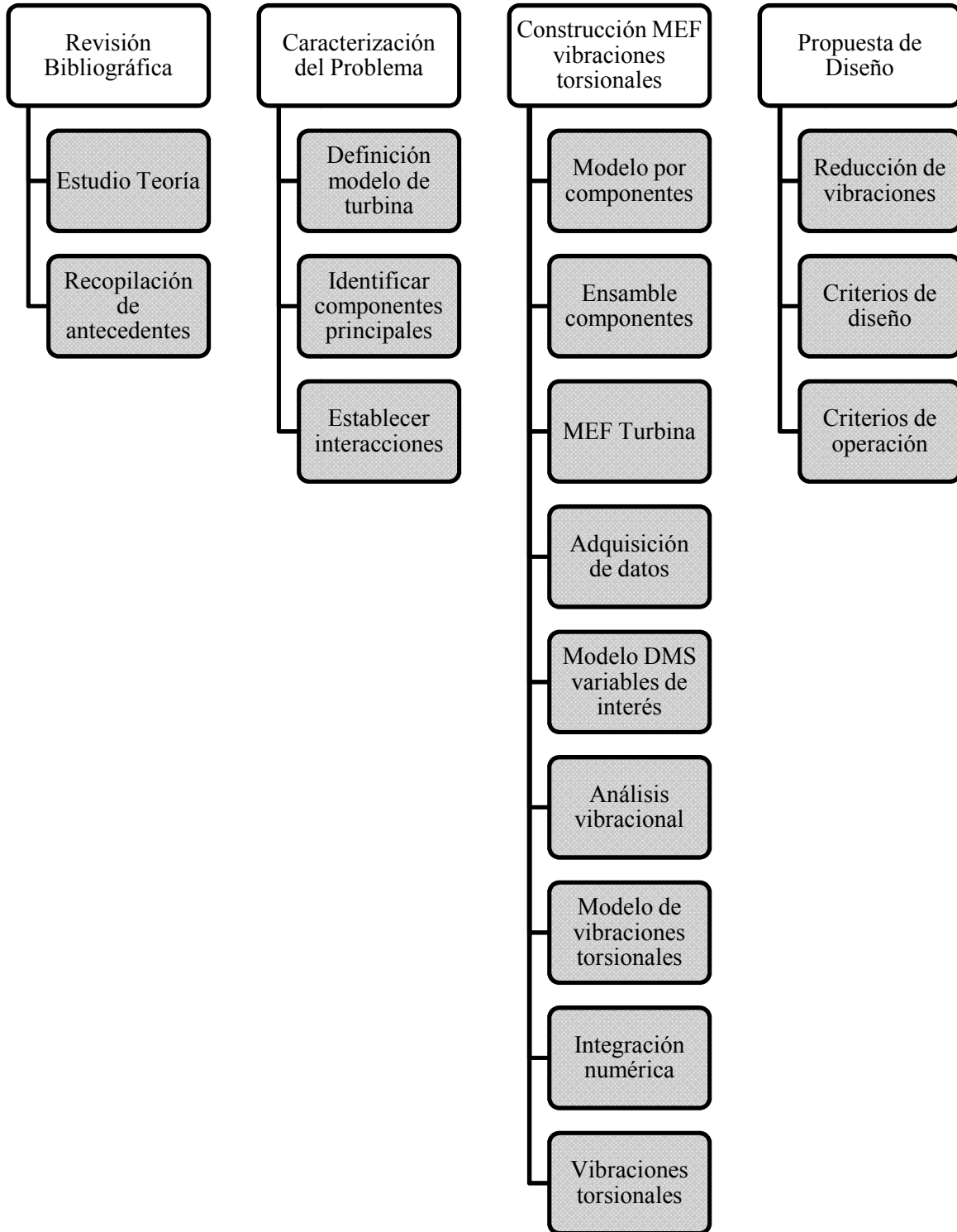
El rango de velocidad del rotor de la turbina varía entre las 29.6 a 52.5 RPM [10]. La relación global del tren de transmisión se varía utilizando una correa dentada y poleas.

Generadores

Los generadores se ubican en el eje de salida de las poleas dentadas. La DOE/Sandia 17m posee dos generadores/motores acoplados por un embrague eléctrico en el eje de alta velocidad del tren de transmisión. Un generador es sincrónico y el otro de inducción. Ambos pueden funcionar como generador o motor dependiendo de la dirección del torque en el eje de salida del tren. El generador sincrónico opera a una velocidad constante de 1800 RPM mientras que el generador de inducción experimenta variaciones cercanas al 3% en velocidad [11]. El generador de inducción se utiliza para mejorar la velocidad de la turbina en proceso de arranque. Además, la incorporación de ambos generadores permite flexibilidad en la evaluación de cada generador por sí solo [11].

3. Metodología

La metodología para llevar a cabo el trabajo y alcanzar los objetivos se presenta en el siguiente esquema:



4. Construcción del MEF de las vibraciones torsionales

4.1 Modelo matemático de la turbina

El modelo matemático de la turbina desarrollado por Sandia se presenta en la Figura 4.1

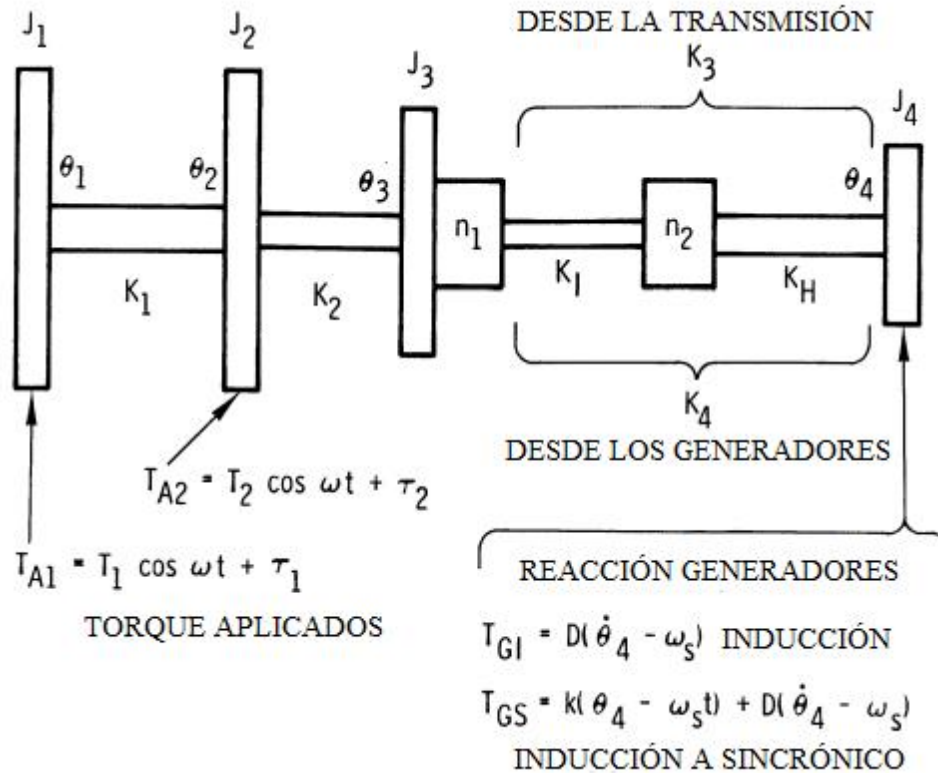


Figura 4.1 - Esquema del modelo matemático de la turbina.

La inercia del rotor de la turbina es modelada como dos discos, J_1 y J_2 , con un resorte torsional K_1 entre ellos. Cada disco representa la mitad de la inercia actual del rotor de la turbina, mientras que K_1 es la rigidez torsional del eje rotor de la turbina. El torque de entrada al rotor de la turbina es representado por T_{A1} y T_{A2} que actúan sobre los discos rotores. T_{A1} y T_{A2} son escritos con coeficientes distintos para dar cuenta del viento de corte si es deseado (la parte superior de la turbina produce mayor torque que la parte inferior debido a que los perfiles de viento aumentan con la altura) [11].

La rigidez torsional del eje lento del tren de transmisión, entre la parte inferior del rotor de la turbina y la entrada a la caja de engranes, es representada por K_2 . La inercia de la caja de engranes es calculada en relación al eje lento y está dada por J_3 . La relación de aumento de la velocidad en la caja de engranes es representada por n_1 . La rigidez torsional del eje de transmisión desde la caja de engranes a las poleas y la rigidez torsional equivalente de la correa dentada se incluyen en K_1 . Esta parte representa la primera etapa del eje de alta velocidad. La relación de transmisión de la correa es n_2 . Finalmente K_H es la rigidez torsional de la segunda etapa del eje de alta velocidad,

entre las poleas y los generadores. K_3 y K_4 es la rigidez equivalente del eje de alta velocidad en relación a los extremos de baja y alta velocidad respectivamente, y son expresadas en términos de n_1 , n_2 , K_I y K_H .

La inercia de ambos generadores y el acople combinada está dada por J_4 . El torque aplicado sobre este disco es la reacción de los generadores. T_{GI} es el torque del motor de inducción mientras que T_{GS} es el torque combinado de ambos generadores [11].

Los valores para las inercias, rigideces torsionales, relaciones de transmisión y distintos coeficientes de la turbina DOE/Sandia 17m se presentan en la Tabla 4.1

Tabla 4.1 - Valores y propiedades de la turbina DOE/Sandia 17m [11].

Propiedades de la turbina para el modelo				
$J_1 = J_2$	$1.10 \cdot 10^4 \text{ kgm}^2$			
J_3	$2.43 \cdot 10^2 \text{ kgm}^2$			
J_4	2.90 kgm^2			
K_1	1.11 Nm/rad			
K_2	$4.49 \cdot 10^5 \text{ Nm/rad}$ (rígido)			
K_2	$2.56 \cdot 10^5 \text{ Nm/rad}$ (blando)			
K_I	$1.41 \cdot 10^5 \text{ Nm/rad}$			
K_H	$3.80 \cdot 10^5 \text{ Nm/rad}$			
K_3	$\frac{n_1^2 n_2^2 K_I K_H}{K_I + n_2^2 K_H}$			
K_4	$\frac{K_I K_H}{K_I + n_2^2 K_H}$			
n_1	42.87			
Turbine RPM	29.6	37.0	45.5	52.5
n_2	1.416	1.134	0.923	0.800
D	57.6 Nms/rad			
K	$1.27 \cdot 10^3 \text{ Nm/rad}$			
w_s	188.5 rad/s			

4.2 Construcción del modelo en elementos finitos

En base al modelo matemático de la Figura 4.1 se construye el modelo en elementos finitos de los siguientes componentes.

4.2.1 Rotor de la turbina

La construcción de modelo para el rotor de la turbina se realiza con el toolbox Rotordynamics para Matlab. Tiene su base en la discretización en elementos finitos del eje rotor, cuya inercia se distribuye en discos a lo largo del mismo. Las dimensiones del rotor de la turbina DOE/Sandia 17m de muestran en la Figura 4.2

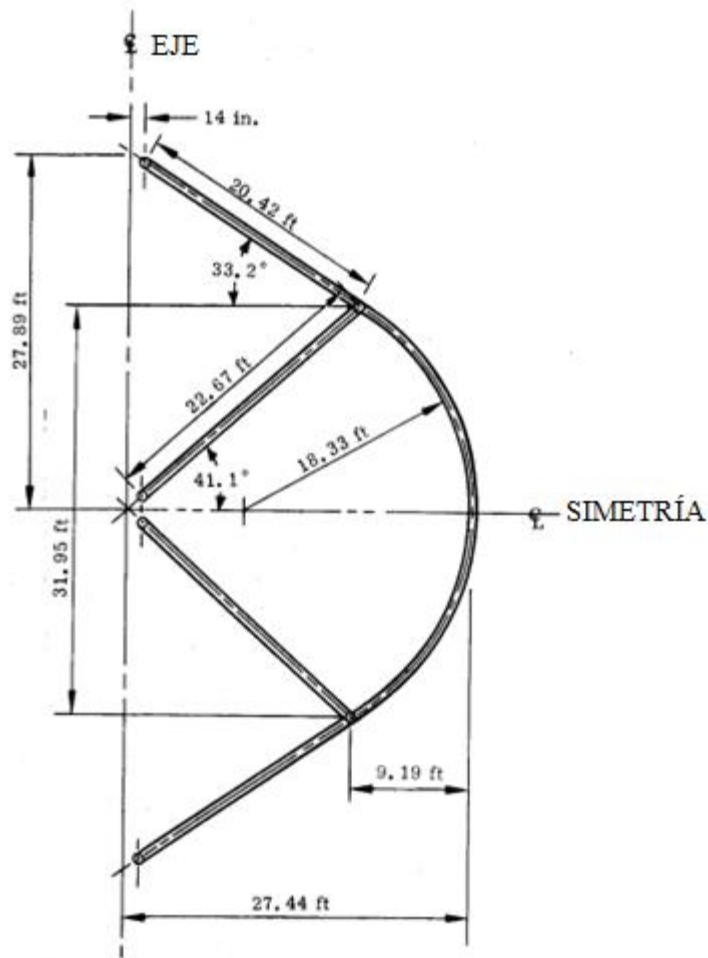


Figura 4.2 - Dimensiones rotor turbina DOE/Sandia 17m [10].

Se tiene un largo para el eje rotor de 55.78ft (17m). El diámetro externo de la torre es de 20 in (0.50 m) y un espesor de 1 in (0.17 m) [10]. La inercia total del rotor de la turbina es de $2.20 \times 10^4 \text{ kgm}^2$ [11] la cual en el modelo se distribuye en 16 discos, de manera similar al modelo de la Figura 4.1. La inercia de cada disco se calcula proporcionalmente en función del cuadrado de la distancia que posee el álabe de la turbina al eje del rotor, como una aproximación según el teorema

de Steiner [14]. El espesor τ de los discos es de 0.1m y el diámetro externo se calcula en función de la inercia.

$$J_{Rotor} = 2.20 \times 10^4 \text{ kgm}^2$$

$$J_{Disco} = [\%] \cdot J_{Rotor}$$

La construcción del modelo de rotor consta de 18 nodos donde se ubican 17 elementos de eje de largo 1 m. Los 16 discos de inercia se ubican en los nodos centrales. Para los nodos de borde se consideran cojinetes isotrópicos de rigidez constante, además se modelan sin amortiguamiento. La inercia de los cojinetes se considera igual a la de los discos más cercanos.

La Tabla 4.2 presenta la distribución de inercia en los distintos discos, según el nodo y la distancia de los álabes al eje del rotor.

Tabla 4.2 - Distribución de inercia en el rotor.

Nodo	Distancia al eje del rotor [m]	[%] · J_{Rotor}	Inercia [kgm ²]
2	1.52	0.35	77
3	3.05	1.40	308
4	4.58	3.25	715
5	6.18	5.90	1298
6	7.20	8.10	1782
7	7.84	9.65	2123
8	8.22	10.45	2299
9	8.40	10.90	2398
10	8.40	10.90	2398
11	8.22	10.45	2299
12	7.84	9.65	2123
13	7.20	8.10	1782
14	6.18	5.90	1298
15	4.58	3.25	715
16	3.05	1.40	308
17	1.52	0.35	77

Para un disco hueco de radios interno a y externo b cuyo eje de rotación se posiciona según su eje de simetría, como en la Figura 4.3 la inercia se calcula según:

$$J = \frac{1}{2} M \cdot (a^2 + b^2) \tag{4.2.1}$$

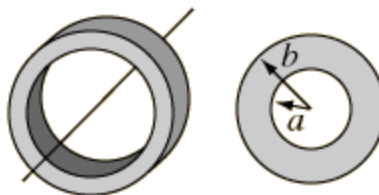


Figura 4.3 - Disco hueco de radios a y b [13].

El radio interno a , se considera igual al radio externo de la torre, es de 10 in (0.25 m). Luego el radio externo se calcula escribiendo la masa en función de la densidad y el volumen. Se consideran discos de acero similar a la torre ($\rho = 7810 \text{ kg/m}^3$). Se tiene:

$$M = \rho \cdot \tau \cdot A = \rho \cdot \tau \cdot \pi \cdot (b^2 - a^2) \quad (4.2.2)$$

$$J_{DISCO} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \tau \cdot \pi \cdot (b^4 - a^4) \quad (4.2.3)$$

Reemplazando los distintos valores en la ecuación 4.2.3 se obtiene un radio exterior para los discos. La Tabla 4.3 indica los valores para el radio exterior de cada disco.

Tabla 4.3- Radio exterior para los discos de inercia.

Nodo	Inercia [kgm ²]	Radio exterior [m]
2	77	0.508
3	308	0.710
4	715	0.875
5	1298	1.015
6	1782	1.098
7	2123	1.147
8	2299	1.170
9	2398	1.183
10	2398	1.183
11	2299	1.170
12	2123	1.147
13	1782	1.098
14	1298	1.015
15	715	0.875
16	308	0.710
17	77	0.508

Las propiedades físicas para el eje del rotor se presentan en la Tabla 4.4

Tabla 4.4 - Propiedades físicas del rotor.

Propiedades físicas del rotor	
Módulo de Young E	211×10^9
Módulo de Torsión G	81.2×10^9
Densidad	7810 kg/m^3
Factor de amortiguamiento	0

La Figura 4.4 muestra el modelo en elementos finitos del rotor en Rotordynamics Software MATLAB.

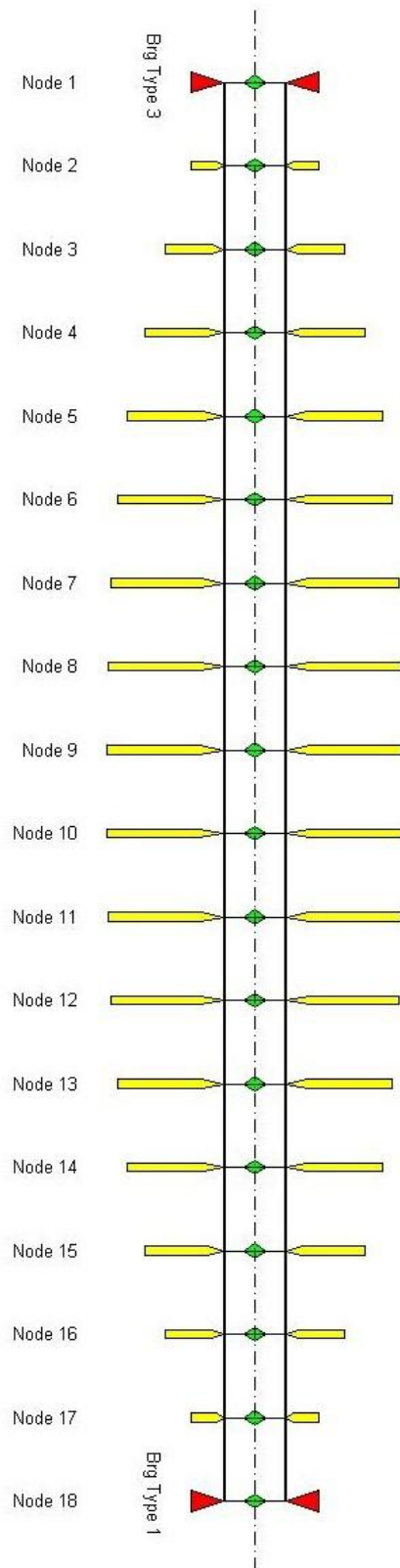


Figura 4.4 - Modelo en elementos finitos del rotor de la turbina en Rotordynamics Software.

A partir de este modelo se obtienen las matrices de masa y rigidez del rotor de la turbina. Las matrices son las siguientes:

$$M = \begin{bmatrix} I_{p_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{p_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{p_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{p_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{p_{18}} \end{bmatrix}$$

donde I_{p_i} corresponde al momento de inercia polar del disco i del rotor. La matriz de rigidez es de la forma:

$$K = \begin{bmatrix} k_t & -k_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_t & 2k_t & -k_t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_t & 2k_t & -k_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_t & 2k_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_t & \ddots & -k_t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_t & k_t \end{bmatrix}$$

donde k_t es la rigidez del elemento de eje y se calcula de la forma:

$$k_t = \frac{G \cdot J_{eje}}{L}$$

donde J_{eje} es el segundo momento de área de la sección del elemento de eje. Luego para todos los elementos es equivalente y tiene un valor de $J_{eje} = 1.664 \cdot 10^{-3} m^2$. Entonces,

$$k_t = \frac{81.2 \cdot 10^9 Pa \cdot 1.664 \cdot 10^{-3} m^2}{1m}$$

$$k_t = 135.167 MNm/rad$$

Ambas matrices tienen dimensiones de 18x18.

4.2.2 Caja multiplicadora

Para construir las matrices de masa y rigidez de la caja multiplicadora se utiliza el modelo de la Figura 4.5 [15].

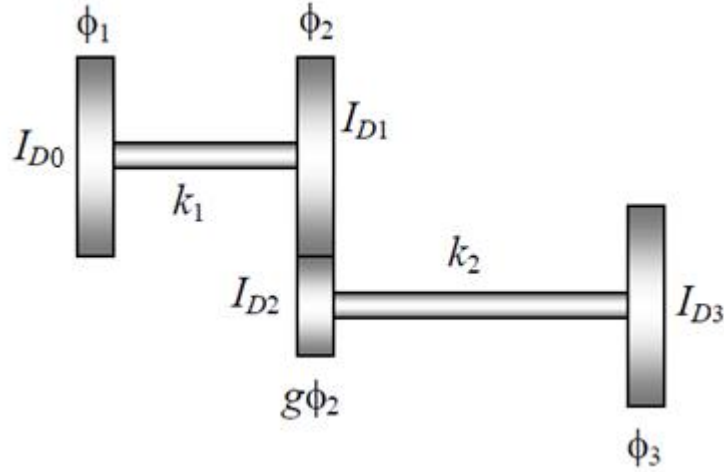


Figura 4.5 - Modelo para transmisión de movimiento.

La variable g es la relación global de los engranes en la caja multiplicadora. Para el caso de la turbina DOE/Sandia 17 m la relación es 42.87 [11]. Las matrices de masa y rigidez están dadas por [15]:

$$M = \begin{bmatrix} I_{D0} & 0 & 0 \\ 0 & I_{D1} + g^2 I_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{D3} \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + g^2 k_2 & -g k_2 \\ 0 & -g k_2 & k_2 \end{bmatrix}$$

Dado que se tiene la inercia total de la caja multiplicadora, las inercias de los engranes representadas por discos se calculan en función de esta. La ecuación 4.2.4 entrega la relación entre la inercia total de la caja multiplicadora y los distintos engranes [16].

$$J_{GBOX} = J_1 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 J_2 \quad (4.2.4)$$

donde J_{GBOX} es la inercia total de la caja multiplicadora, J_1 y J_2 las inercias del engrane mayor y menor respectivamente. N_1 y N_2 son los números de dientes de cada engrane respectivo. Al igual que con el rotor de la turbina, las inercias se representan por discos. Sin embargo, en este caso se utilizan discos macizos cuyas inercias están dadas según la ecuación 4.2.5

$$J = \frac{1}{2} M R^2 \quad (4.2.5)$$

Se tiene la relación 4.2.6 para los dientes y radios del engrane [4]:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad (4.2.6)$$

Se calculan las inercias J_1 y J_2 según la ecuación 4.2.5, considerando los discos de misma densidad y espesor. Entonces la masa se relaciona según 4.2.7 de la forma

$$M = \rho \cdot \tau \cdot \pi \cdot R^2 \quad (4.2.7)$$

Finalmente se encuentra la relación entre las inercias de los engranes reemplazando la ecuación 4.2.7 en la ecuación 4.2.5 y haciendo una razón entre estas. Se tiene:

$$J_1 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \cdot J_2 \quad (4.2.8)$$

I_{D0} es un elemento de inercia proveniente de la matriz de masa del rotor. De igual manera J_{D3} es el elemento de inercia del sistema de poleas. k_1 y k_2 son las rigideces K_2 y K_I de la Tabla 4.1 respectivamente.

Se tienen las siguientes matrices de masa y rigidez para la caja multiplicadora:

$$M = \begin{bmatrix} 3.06 & 0 & 0 \\ 0 & 243 & 0 \\ 0 & 0 & J_{D3} \end{bmatrix} [kgm^2]$$

$$K = \begin{bmatrix} 4.49 \cdot 10^5 & -4.49 \cdot 10^5 & 0 \\ -4.49 \cdot 10^5 & 3.22 \cdot 10^8 & -6.04 \cdot 10^6 \\ 0 & -6.04 \cdot 10^6 & 1.41 \cdot 10^5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Nm \\ rad \end{bmatrix}$$

4.2.3 Sistema de poleas

Para el sistema de poleas, la relación de transmisión está definida según sean las revoluciones por minuto en que opere la turbina. La Tabla 4.5 muestra la relación global del sistema de poleas en función de las RPM.

Tabla 4.5 - Relación de las poleas en función de las RPM.

RPM	n_2
29.6	1.416
37.0	1.134
45.5	0.923
52.5	0.800

La Figura 4.6 muestra un esquema básico de un sistema de poleas y la Figura 4.7 una representación en elementos finitos.

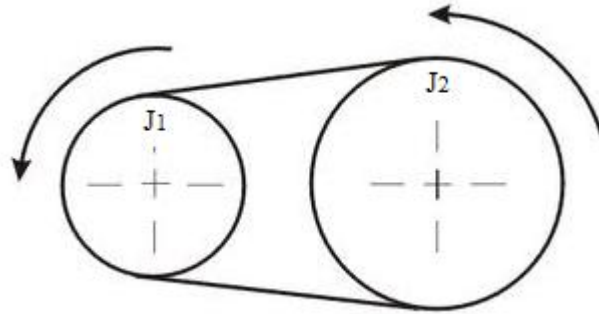


Figura 4.6 - Sistema de poleas.

A diferencia de la caja multiplicadora, en el sistema de poleas no se tiene una unión rígida entre los engranes debido a la correa. Esta particularidad le entrega una rigidez torsional extra al modelo.

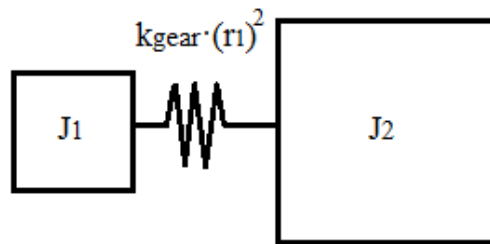


Figura 4.7 - Modelación torsional del sistema de poleas [17].

Se tiene J_1 y J_2 las inercias del piñón y la rueda respectivamente. r_1 y r_2 de igual forma son los radios base respectivos. La rigidez torsional entre ambos, referida al piñón, se escribe como:

$$k_s = k_{gear} \cdot r_1^2$$

donde k_{gear} depende de las propiedades de la correa del sistema de poleas.

Las matrices de masa y rigidez para el sistema de poleas se escriben a continuación.

$$M = \begin{bmatrix} J_{GBOX} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_4 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} K_I & -K_I & 0 & 0 \\ -K_I & K_I + k_s & -k_s & 0 \\ 0 & -k_s & k_s + K_H & -K_H \\ 0 & 0 & -K_H & K_H \end{bmatrix}$$

donde J_4 es la inercia de los generadores. K_I y K_H rigideces del tren de transmisión.

La inercia J_1 del piñón se calcula similarmente a la inercia del engrane menor en el sistema multiplicador y tiene un valor de $7.19 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2$. La inercia J_2 depende de la relación n_2 . La Tabla 4.6 muestra el valor de la inercia J_2 en función de n_2 .

Tabla 4.6 - Inercia de la rueda del sistema de poleas.

n_2	J_2
1.416	$3.58 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2$
1.134	$5.59 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2$
0.923	$8.43 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2$
0.800	$1.12 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$

El factor k_{gear} para un sistema paralelo de poleas es del orden de 10^8 N/m [17]. Para nuestro caso se utilizará un factor $2 \times 10^8 \text{ N/m}$. Luego se tiene un $k_s = 1.52 \times 10^5 \text{ Nm/rad}$.

Entonces las matrices de masa y rigidez para el sistema de poleas está dado por:

$$M = \begin{bmatrix} 243 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7.19 \times 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_4 \end{bmatrix} [\text{kgm}^2]$$

$$K = \begin{bmatrix} 1.41 \cdot 10^5 & -1.41 \cdot 10^5 & 0 & 0 \\ -1.41 \cdot 10^5 & 2.93 \cdot 10^5 & -1.52 \times 10^5 & 0 \\ 0 & -1.52 \times 10^5 & 5.32 \cdot 10^5 & -3.80 \cdot 10^5 \\ 0 & 0 & -3.80 \cdot 10^5 & 3.80 \cdot 10^5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \\ \text{[Nm]} \\ \text{[rad]} \end{bmatrix}$$

4.2.4 Generadores

Para el sistema de generación, se tiene un generador sincrónico y uno de inducción acoplados. La Figura 4.8 muestra un esquema del sistema.

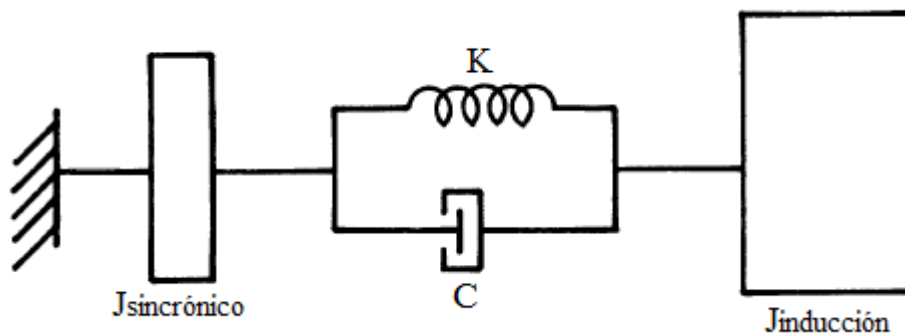


Figura 4.8 - Sistema de generación [18].

Las propiedades K y C corresponden al acople entre ambos generadores. El acople tiene la función de conectar ambos ejes de transmisión. Consiste básicamente en dos superficies rugosas pareadas. Además siempre opera en una de dos condiciones posibles: Enganchado (en tal caso las velocidades a ambos lados del acople son iguales) o bien, Desenganchado (en cuyo caso las velocidades no son iguales a cada lado del acople). Cuando el acople opera enganchado se produce efectivamente una conexión rígida entre ambos generadores y por lo tanto sus respectivas inercias se pueden considerar en conjunto [18].

Para el modelo en elementos finitos se considera que el acople funciona enganchado y por lo tanto, la inercia respectiva al sistema de generación se expresa a continuación:

$$J_{GENERADORES} = J_{SINCRÓNICO} + J_{INDUCCIÓN} = J_4$$

Finalmente la matriz M de la sección 4.2.3 queda de la forma:

$$M = \begin{bmatrix} 243 \text{ kgm}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7.19 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.90 \text{ kgm}^2 \end{bmatrix}$$

La matriz de rigidez del eje empotrado está dada por:

$$K = k_t \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ con } k_t = 1.27 \cdot 10^3 \text{ Nm/rad.}$$

4.3 Ensamble de los componentes

El modelo completo en elementos finitos de la turbina se obtiene a partir del ensamble de los distintos componentes de la turbina. De esta manera lograr escribir las matrices de masa y rigidez del sistema completo. La Figura 4.9 muestra un esquema del ensamble.

$$\begin{bmatrix} \left[\begin{array}{c} M_{ROTOR} \\ \\ \\ \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} M_{GEARBOX} \\ \\ \\ \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} M_{POLEAS} \\ \\ \\ \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} M_{GEN} \\ \\ \\ \end{array} \right] \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c} M_{TURBINA} \\ \\ \\ \end{array} \right]$$

$$\begin{bmatrix} \left[\begin{array}{c} K_{ROTOR} \\ \\ \\ \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} K_{GEARBOX} \\ \\ \\ \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} K_{POLEAS} \\ \\ \\ \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} K_{GEN} \\ \\ \\ \end{array} \right] \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c} K_{TURBINA} \\ \\ \\ \end{array} \right]$$

Figura 4.9 - Esquema del ensamble de los componentes.

Se tiene además la Figura 4.10 que presenta un esquema de los distintos nodos de cada componente y la interacción existente entre ellos. De esta manera lograr realizar el ensamble de manera correcta.

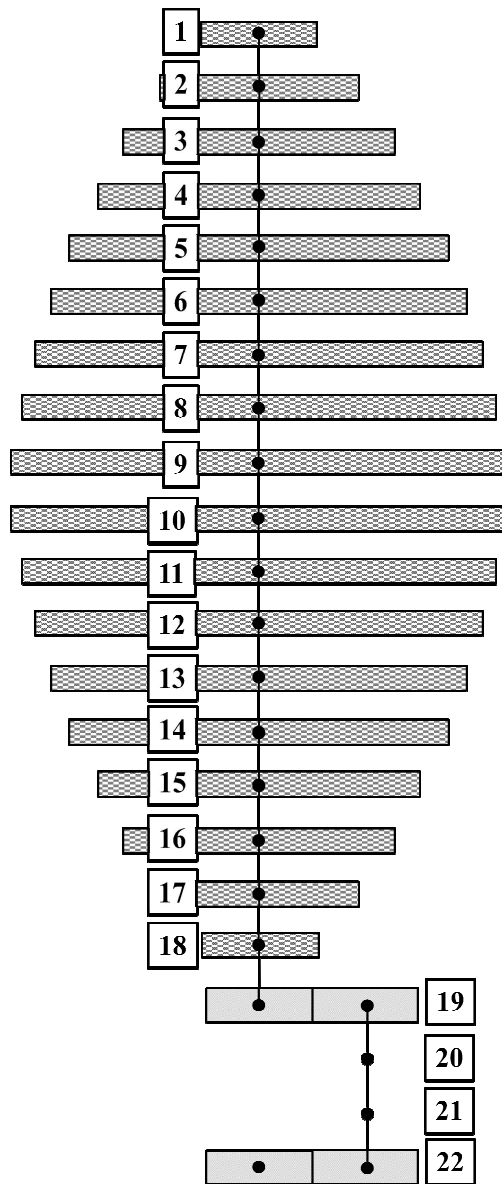


Figura 4.10 - Esquema de los nodos e interacciones de la turbina.

Es preciso notar que los primeros 18 nodos corresponden a los elementos del rotor de la turbina. Los nodos 18 al 20 corresponden a la caja multiplicadora. Los nodos 19 al 22 corresponden al sistema de poleas y finalmente el nodo 22 corresponde a los generadores.

Las interacciones se encuentran en los nodos 18 y 20 en la caja multiplicadora, y en los nodos 19 y 22 en el sistema de poleas y generadores.

Conceptualmente, el método más simple para ensamblar matrices consiste en transformar las coordenadas locales a coordenadas globales para formar las matrices totales [4]. Se define un vector de coordenadas locales w_i para el i -ésimo elemento y q como un vector de coordenadas globales generalizadas. Luego se tiene un operador de localización H_i para cada elemento, que se relaciona de la forma:

$$w_i = q \cdot M_i \quad (4.3.1)$$

La dimensión que tiene la matriz operador de localización H_i está dada por $\dim(w_i) \times \dim(q)$. Además la matriz es de carácter booleano y para el caso general de un nodo con cuatro grados de libertad puede tener distintas formas dependiendo de la ubicación del elemento. Para elementos ubicados en (a) el extremo superior, (b) el centro, (c) el extremo inferior se tienen las matrices de localización de la forma [4]:

$$(a) H_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (4.3.2)$$

$$(b) H_i = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (4.3.3)$$

$$(c) H_i = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3.4)$$

Estas matrices pueden variar el número de filas dependiendo de los grados de libertad que tengan los elementos.

Finalmente, sea V el conjunto de todos los elementos que componen el modelo numérico de la turbina, las matrices de masa y rigidez del sistema completo se obtienen a partir de las ecuaciones 4.3.5 y 4.3.6

$$M_{TURBINA} = \sum_{i \in V} H_i^T \cdot M_i \cdot H_i \quad (4.3.5)$$

$$K_{TURBINA} = \sum_{i \in V} H_i^T \cdot K_i \cdot H_i \quad (4.3.6)$$

Se realiza el ensamble de los distintos componentes y el modelo completo en elementos finitos para las cuatro velocidades distintas de rotor de la turbina DOE/Sandia 17 m estudiadas (29.6 RPM, 37.0 RPM, 45.5 RPM y 52.5 RPM).

4.4 Adquisición de datos

4.4.1 Análisis dimensional y método BINS

La naturaleza inestable del viento requiere el desarrollo de un método estadístico para determinar el *performance* de la turbina. El nombre formal de este método es BINS, y consiste en tomar valores promedio de la velocidad del viento y de la potencia de salida en períodos de tiempo acotado. Estos valores son normalizados en relación a la densidad del aire [19]. Los valores promedio para cada *bin* se calculan como sigue:

$$V_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} V_{n,i,j} \quad (4.4.1)$$

$$P_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} P_{n,i,j} \quad (4.4.2)$$

donde V_i es la velocidad del viento promedio y normalizada en el *bin* i
 $V_{n,i,j}$ es la velocidad del viento normalizada del *data set* j en el *bin* i
 P_i es la potencia de salida promedio y normalizada en el *bin* i
 $P_{n,i,j}$ es la potencia de salida normalizada del *data set* j en el *bin* i
 N_i es el número de datos en el *bin* i

Se utilizan datos adquiridos en pruebas en terreno realizadas a la turbina DOE/Sandia 17m [10].

En este caso, el método *bin* consiste en la asignación de 120 velocidades de viento por *bin* en un rango correspondiente a vientos entre 0 y 60 mph (26.82 m/s). La resolución de los datos es de 0.5 mph (0.22 m/s).

El resultado de la adquisición de datos es una lista de velocidades de viento y torques promedio M_i además de una serie de otros parámetros en cada *bin*.

La potencia de salida de la turbina se calcula para cada *bin* como:

$$P_i = \omega \cdot M_i \quad (4.4.3)$$

donde ω es la velocidad de rotación de la turbina.

La razón de velocidad de punta de álabo o *tip-speed ratio* (TSR) se define para cada *bin* como:

$$TSR_i = \frac{\omega \cdot R}{V_{\infty_i}} \quad (4.4.4)$$

donde R es el radio máximo de la turbina y V_{∞_i} es la velocidad del viento promedio del *bin*.

El coeficiente de potencia para cada *bin* está dado por:

$$C_{p_i} = \frac{\omega \cdot M_i}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} A_s V_{\infty_i}^3} \quad (4.4.5)$$

donde A_s es el área barrida del rotor de la turbina.

El coeficiente de momento para cada *bin* está dado por:

$$C_{m_i} = \frac{M_i}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} A_s V_{\infty_i}^2 R} \quad (4.4.6)$$

donde A_s es el área barrida del rotor de la turbina y R el radio máximo de la turbina.

El coeficiente de performance para cada *bin* está dado por:

$$K_{p_i} = \frac{\omega \cdot M_i}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} A_s (\omega \cdot R)^3} \quad (4.4.7)$$

En este caso se reemplaza la velocidad del viento en corriente libre por la velocidad ecuatorial de los álabes. Luego el coeficiente de potencia alcanza un valor *peak* para una velocidad de viento particular [10].

Otro parámetro que se define es el *advance ratio*, dado por:

$$J_i = \frac{V_{\infty_i}}{\omega \cdot R} \quad (4.4.8)$$

Como se ve, este parámetro es simplemente el inverso del TSR. Además, el número de Reynolds que se utiliza en la adquisición de datos se basa en la cuerda del álabe y está dado por:

$$Re_c = \frac{\rho_{\infty} R \omega c}{\mu_{\infty}} \quad (4.4.9)$$

donde c es el largo de cuerda del álabe y μ_{∞} es la viscosidad de corriente libre.

Finalmente se define la solidez de la turbina, que corresponde a una razón entre el área proyectada de los álabes y el área de barrido de la turbina. Está dado por:

$$\sigma = \frac{NcL}{A_s} \quad (4.4.10)$$

Donde A_s es el área barrida por el rotor, L el largo del álabe y N el número de álabes. Para la turbina DOE/Sandia 17 m, se tiene $\sigma = 0.14$ [10].

4.4.2 Resultados de la adquisición de datos

Los datos de adquisición para la turbina DOE/Sandia 17 m a distintas RPM se encuentran en detalle en el Anexo D de este trabajo.

El intervalo de adquisición de datos es cada 4 segundos. Todos los datos están ajustados a una densidad del aire $\rho_o = 0.0625 \frac{lbm}{ft^3}$ ($1.001 \frac{kg}{m^3}$), la cual corresponde a la densidad del aire a una temperatura de 15.55 °C y una presión de 0.83 bar para una altitud de 1680 m. Todas las velocidades de viento son medidas en referencia a una altura de 44 ft (13.41 m), esto es exactamente la línea central del rotor de la turbina [10].

A continuación las Figuras 4.11 a 4.14 muestran la curva de coeficientes de potencia C_p en función del *tip-speed ratio* TSR para cada las distintas RPM. Además se consideran los coeficientes de momento C_m de igual manera.

Cada curva está realizada en base a los datos de adquisición antes mencionados. La Figura 4.15 muestra una comparación entre las distintas curvas de coeficientes de potencia.

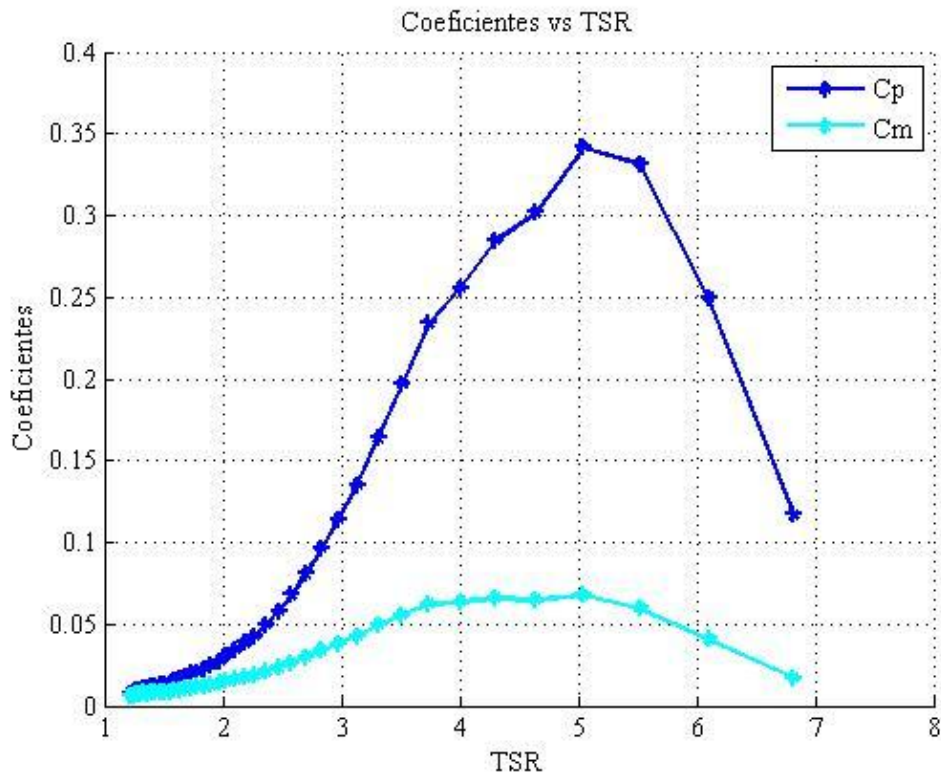


Figura 4.11 - Curvas de coeficientes C_p y C_m en función de TSR para 29.6 RPM.

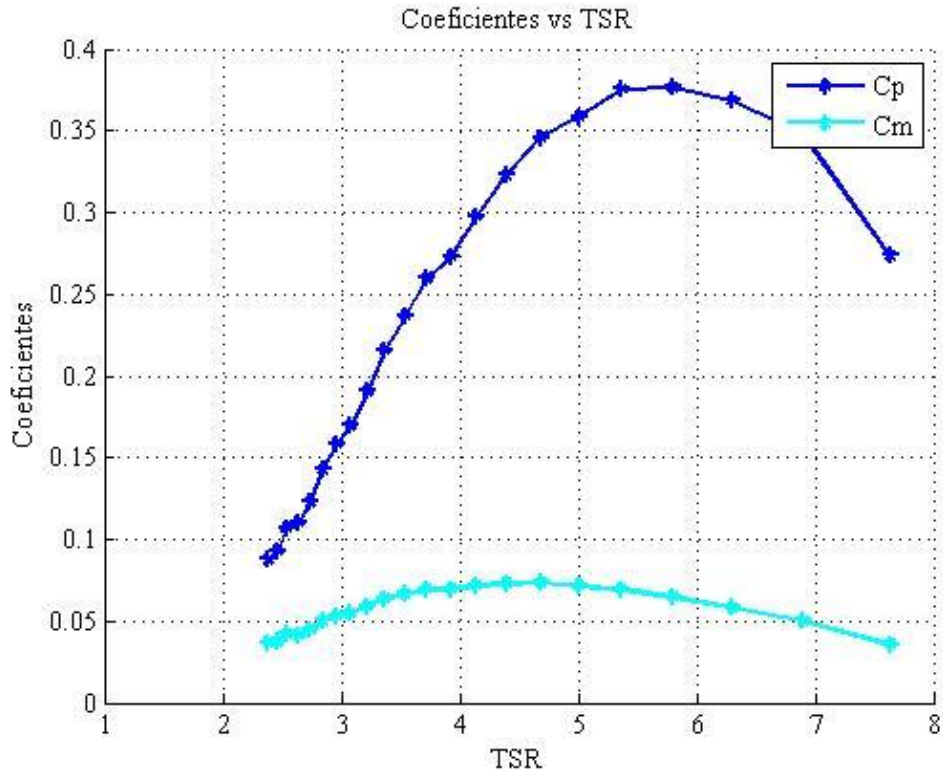


Figura 4.12 - Curvas de coeficientes C_p y C_m en función de TSR para 37.0 RPM.

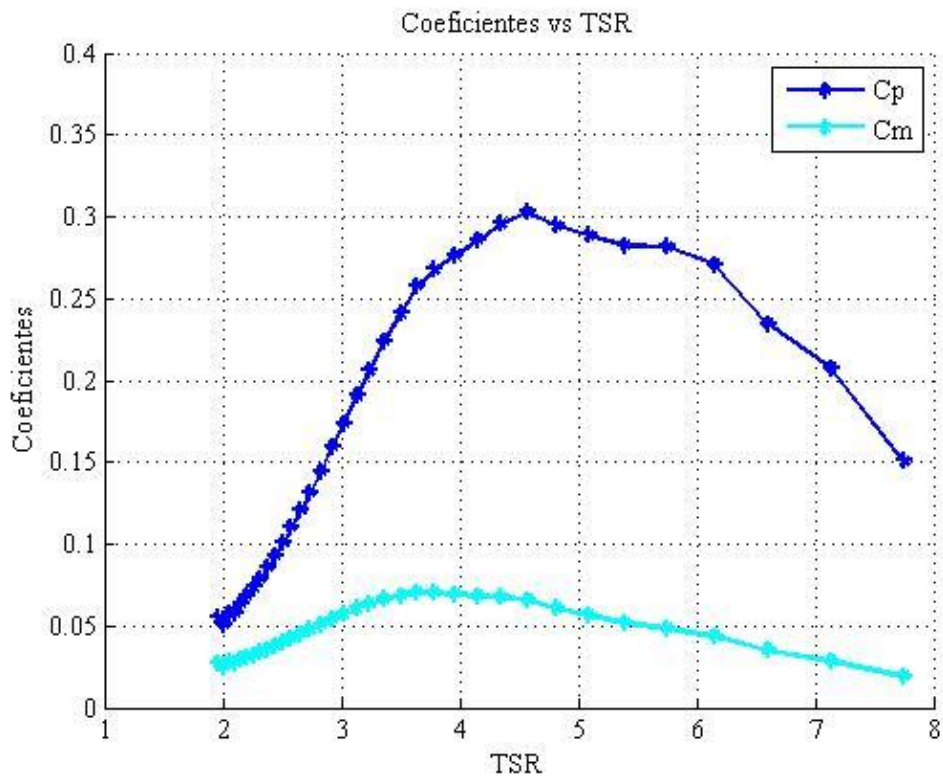


Figura 4.13 - Curvas de coeficientes C_p y C_m en función de TSR para 45.5 RPM.

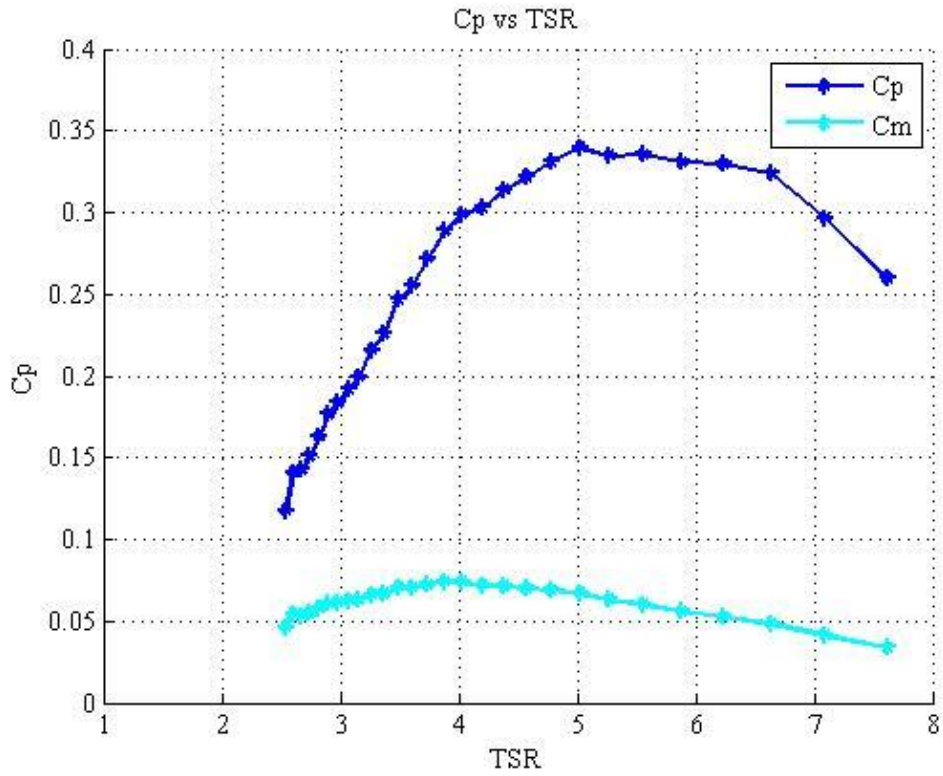


Figura 4.14 - Curvas de coeficientes C_p y C_m en función de TSR para 52.5 RPM.

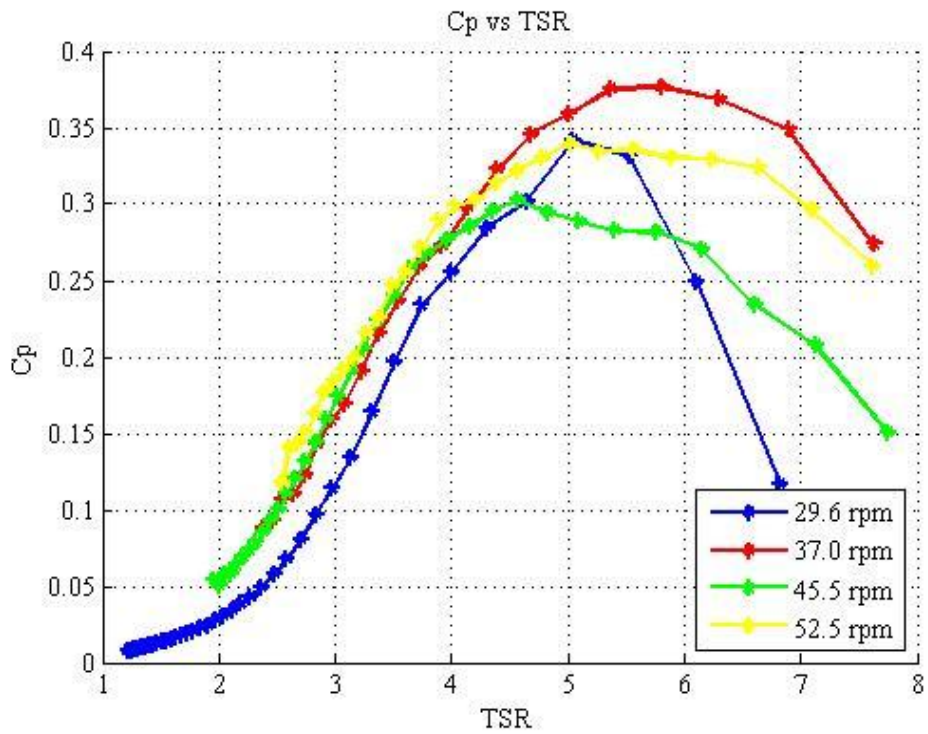


Figura 4.15 - Curvas C_p en función de TSR para las distintas RPM.

En la Figura 4.15 se aprecia la comparación entre las distintas curvas C_p en función de TSR para las distintas RPM a las que gira el rotor de la turbina. Para las 29.6 RPM se aprecia una curva más estrecha que el resto, mientras que para el resto se obtiene una estrechez similar. El máximo C_p alcanza un valor de 0.38 y se obtiene a 37.0 RPM. El C_p máximo a una velocidad de 45.5 RPM es significativamente menor que para las otras velocidades. Según los datos de adquisición [10] la razón de esto no es clara, pero es probable que exista un error en la instrumentación al momento de registrar los datos. Debido a esto, se realiza el análisis de las vibraciones torsionales para 45.5 RPM sin embargo no se incluyen en la comparación con el resto de las velocidades.

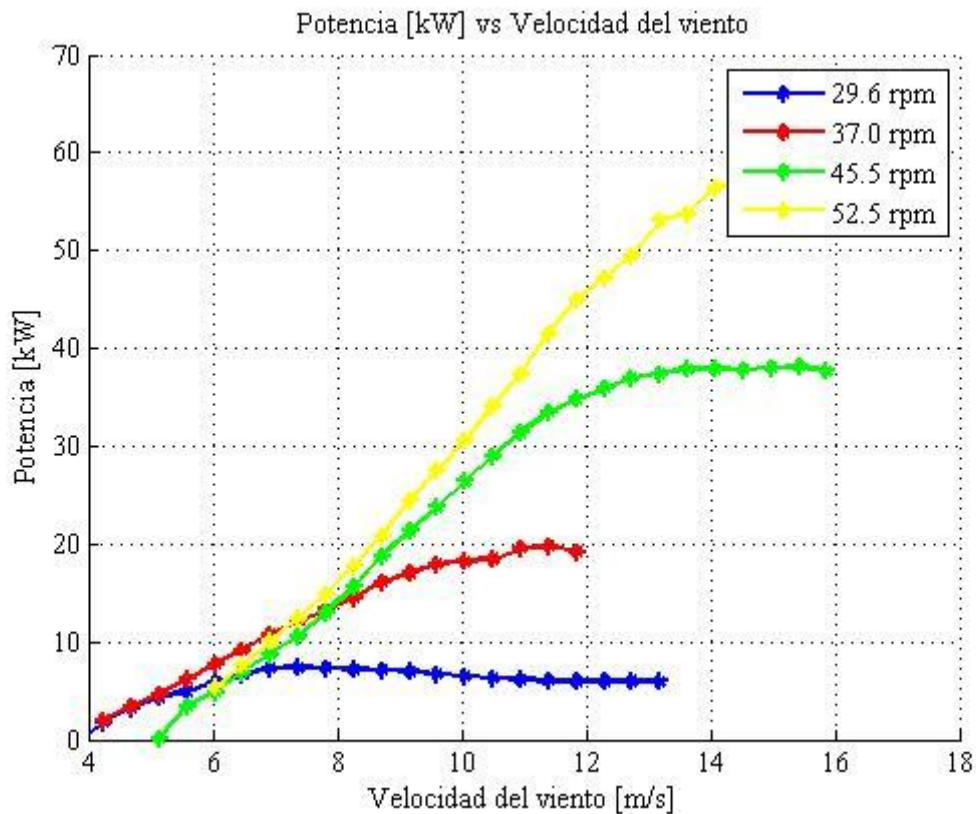


Figura 4.16 - Curvas de Potencia [kW] en función de la velocidad del viento para las distintas RPM.

La Figura 4.16 muestra las distintas curvas de potencia en función de la velocidad del viento para cada número de revoluciones analizada. El aspecto más importante a recalcar es que para cada RPM es posible identificar un peak de potencia que luego disminuye con aumentos en la velocidad del viento (valores más bajos de TSR).

4.4.3 Modelo aerodinámico DMS

Un modelo de predicción preciso para las variaciones en la velocidad del viento a través del rotor de una turbina Darrieus es el Doble Multiple Streamtube Model, desarrollado por primera vez en 1975 por Strickland [20].

Se tiene una serie de tubos de corriente equivalentes que atraviesan el rotor de la turbina y para cada tubo se realiza el balance de momentum y se utiliza la ecuación de Bernoulli para obtener el sistemas de ecuaciones para la velocidad del rotor, que luego permite obtener los coeficientes de potencia.

El modelo tiene su base en que cada álabe de la turbina atraviesa dos veces por el mismo tubo de corriente, sin embargo la segunda vez la velocidad se encuentra afectada por la primera pasada del álabe. La Figura 4.17 presenta un esquema básico del modelo de tubos de corriente.

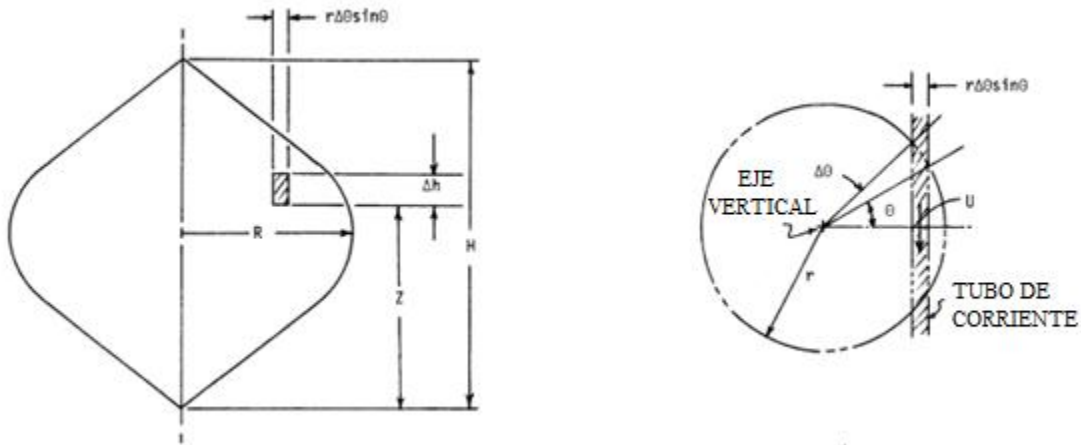


Figura 4.17 - Esquema básico del modelo de tubos de corriente [21].

La variable z indica el nivel del tubo de corriente en el rotor, mientras que Δh es la altura y $r\Delta\theta\sin\theta$ es el ancho del tubo mismo. r es el radio local del rotor y θ es el ángulo azimutal dado por la posición del álabe. La velocidad de flujo libre se denota U_∞ mientras que U corresponde a la velocidad aguas arriba de la rotación. La fuerza promedio ejercida por los álabes en dirección del viento está dada por:

$$\bar{F}_x = 2\rho A_s U(U_\infty - U) \quad (4.4.11)$$

donde ρ representa la densidad del fluido y $A_s = \Delta h r \Delta\theta \sin\theta$ es el área de la sección del tubo de corriente.

Si se consideran N álabes, la fuerza promedio se puede escribir en función de la fuerza que ejerce cada álabes individualmente como:

$$\bar{F}_x = N \cdot F_x \cdot \frac{\Delta\theta}{\pi} \quad (4.4.12)$$

Descomponiendo la fuerza F_x en las direcciones de la cuerda del perfil y la normal a la cuerda se obtiene la fuerza tangencial F_T y la fuerza normal F_N de la forma:

$$F_x = -(F_N \sin\delta \sin\theta + F_T \cos\theta) \quad (4.4.13)$$

donde δ el ángulo meridional dado por la posición del álabes respecto al plano horizontal.

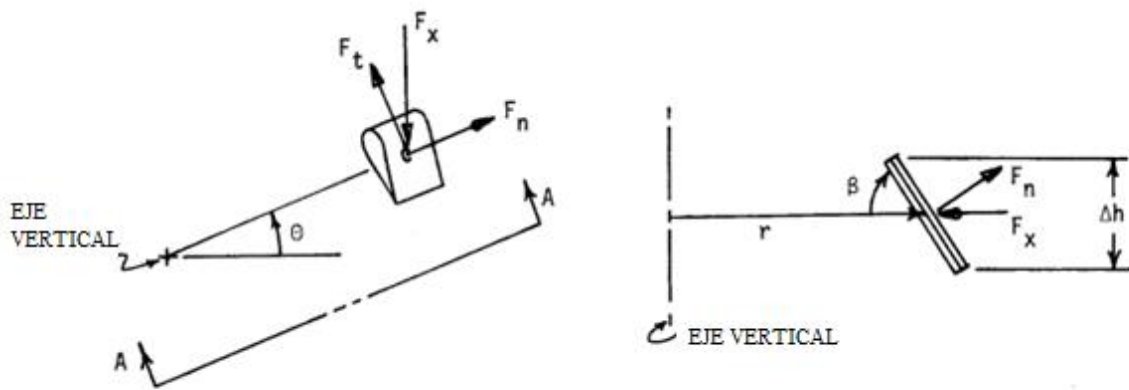


Figura 4.18 - Esquema de las fuerzas sobre el álabes [21].

Las fuerzas normal y tangencial pueden expresarse en función de la velocidad relativa W y el largo de cuerda c del álabes de la forma:

$$F_N = -\frac{1}{2} C_N \rho \frac{\Delta hc}{\sin \delta} W^2$$

$$F_T = -\frac{1}{2} C_T \rho \frac{\Delta hc}{\sin \delta} W^2 \quad (4.4.14)$$

Escribiendo estas fuerzas de manera adimensional se tiene:

$$F_N^+ = -\frac{-F_N \sin \delta}{\frac{1}{2} \rho \Delta hc U_T^2} = C_N \left(\frac{W}{R\omega} \right)^2$$

$$F_T^+ = -\frac{-F_T \sin \delta}{\frac{1}{2} \rho \Delta hc U_T^2} = C_T \left(\frac{W}{R\omega} \right)^2 \quad (4.4.15)$$

donde $U_T = R\omega$ es la velocidad rotacional máxima del rotor y los coeficientes normal y tangencial tienen relación con los coeficientes de sustentación C_L y arrastre C_D del álabe según:

$$\begin{aligned} C_N &= C_L \cos \alpha + C_D \sin \alpha \\ C_T &= C_L \sin \alpha - C_D \cos \alpha \end{aligned} \quad (4.4.16)$$

donde α es el ángulo de ataque y está dado por:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{U \sin \theta \sin \delta}{U \cos \theta + r\omega} \right) \quad (4.4.17)$$

De la ecuación 4.4.11 y 4.4.12 se puede escribir la relación:

$$\frac{NF_x}{2\pi\rho\Delta h \sin \theta U_\infty^2} = \frac{U}{U_\infty} \left(1 - \frac{U}{U_\infty} \right) \quad (4.4.18)$$

y usando la notación F_x^* para el lado izquierdo de la ecuación, se define el factor de interferencia de velocidad como:

$$a = 1 - \frac{U}{U_\infty} \quad (4.4.19)$$

y entonces se tiene la ecuación de momentum:

$$a = F_x^* + a^2 \quad (4.4.20)$$

Esta expresión representa la base del método iterativo para la ecuación de momentum del tubo de corriente. Con esta solución, se tiene un valor preciso para el factor de interferencia, y entonces se puede calcular el torque elemental relativo al centro de cada elemento, determinado por:

$$T_S = \frac{1}{2} \rho r C_T \frac{c\Delta h}{\sin \delta} W^2 \quad (4.4.21)$$

luego el torque para el álabe completo es:

$$T_B = \sum_1^{N_S} T_S \quad (4.4.22)$$

donde N_S es el número de segmentos del álabe, cada uno de largo $(\Delta h \sin \delta)$.

Calculando el torque elemental para N_t valores del ángulo azimutal θ en incrementos de (π/N_t) se tiene el torque promedio en el rotor de N álabes de la forma:

$$\bar{T} = \frac{N}{N_t} \sum_1^{N_t} \sum_1^{N_S} T_S \quad (4.4.23)$$

4.4.4 Resultados del modelo DMS

Se utilizan datos experimentales de coeficientes de sustentación C_L y de arrastre C_D para un perfil aerodinámico NACA0012 a distintos números de Reynolds ($10^4 - 10^7$) [22].

Las Figuras 4.19 a 4.22 muestran el valor de los coeficientes según el ángulo de ataque (en grados) respectivamente y además una comparación entre ellos en relación al Reynolds.

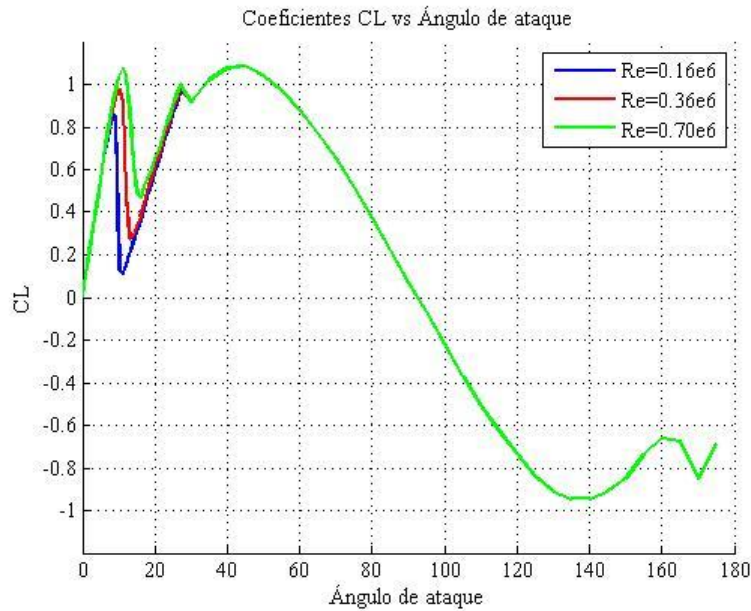


Figura 4.19 - Coeficiente de sustentación C_L en función del ángulo de ataque.

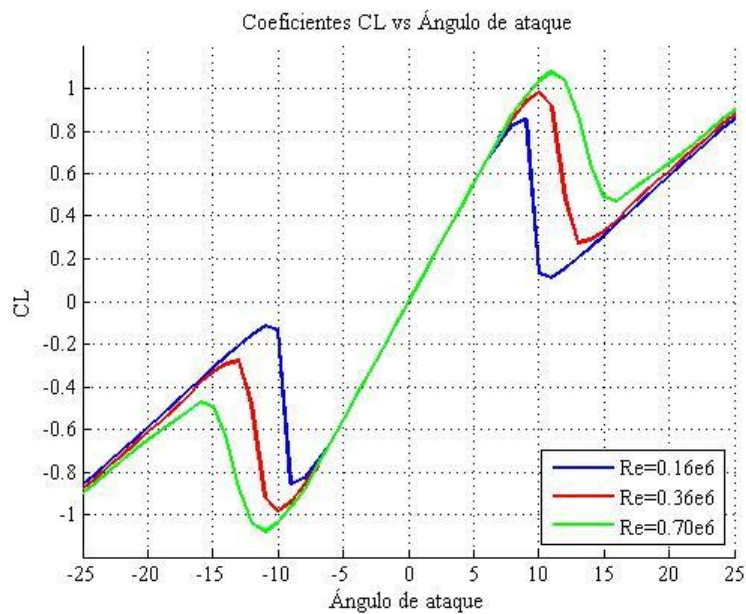


Figura 4.20 - Comparación de C_L para distintos números de Reynolds.

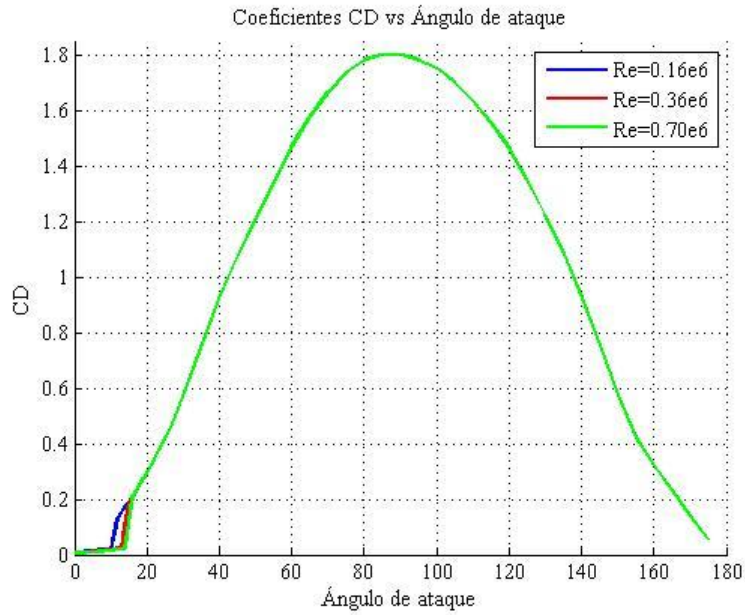


Figura 4.21 - Coeficiente de arrastre CD en función del ángulo de ataque.

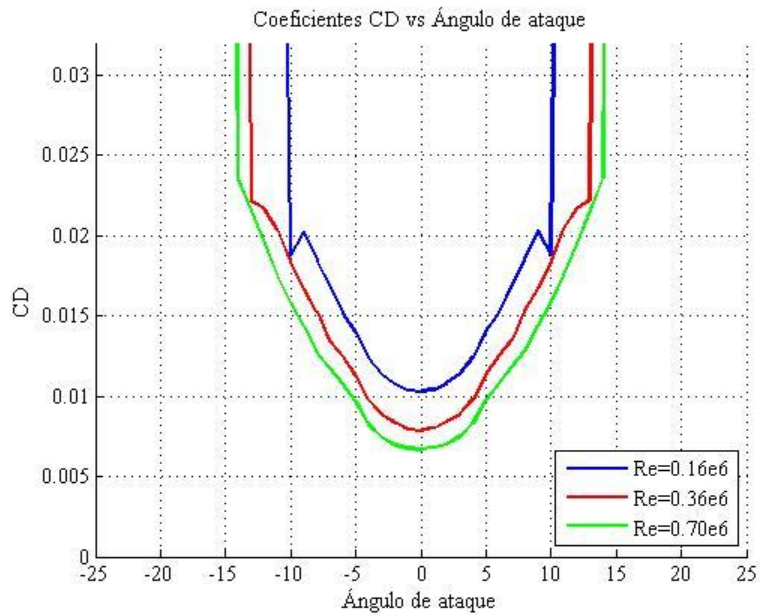


Figura 4.22 - Comparación de CD para distintos números de Reynolds.

Las diferencias significativas entre cada curva se tiene en un rango entre los -25° y 25° en el ángulo de ataque del álabe. Un número de Reynolds más elevado presenta en este caso una mayor sustentación y un menor arrastre. Esto promueve una mayor rotación de la turbina y generación de energía.

Los resultados del modelo DMS entregan las fuerzas normales y tangenciales a las que se somete la turbina y además el momento en el eje, todos en función del ángulo azimutal. Los valores de TSR a utilizar están en el rango de 4 a 7. Valores menores de TSR (1-4) no entregan buenos resultados debido a limitaciones del modelo DMS con relación a la pérdida dinámica [23].

A continuación se presenta el comportamiento del ángulo de ataque en función del ángulo azimutal para los distintos valores de TSR.

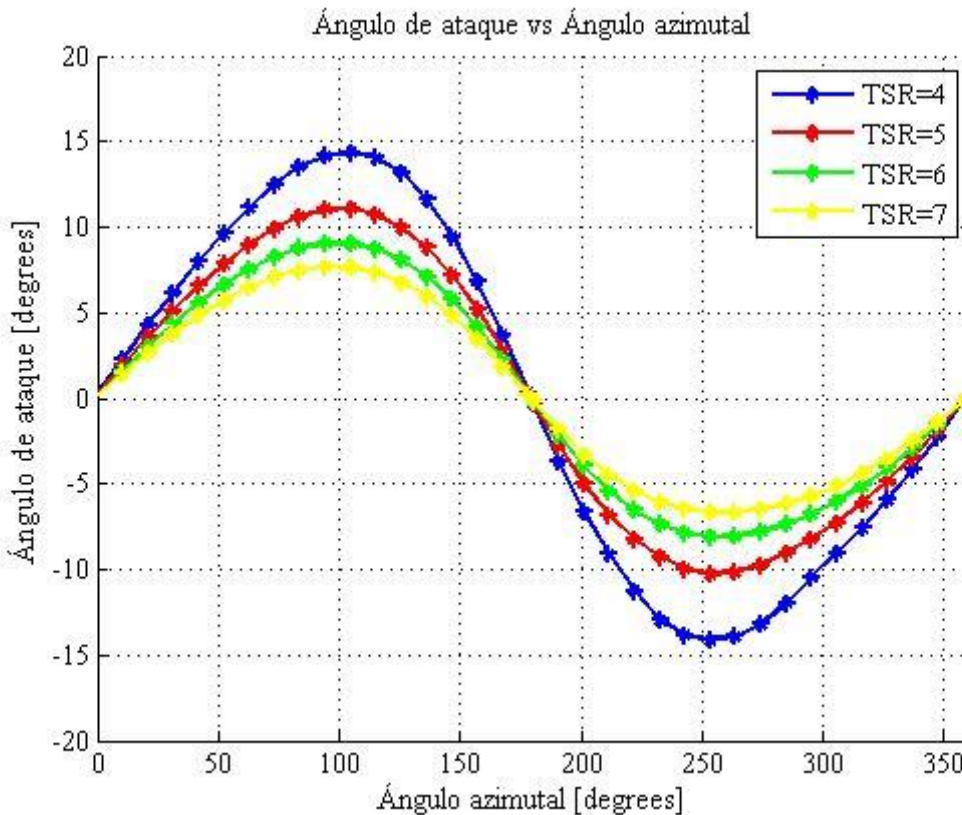


Figura 4.23 - Variación del ángulo de ataque en función del ángulo azimutal para distintos valores de TSR.

Se tienen rangos más acotados en el ángulo de ataque para valores de TSR más altos. Esto tiene una implicancia negativa en la potencia debido a que a menores ángulos de ataque, la sustentación que se genera es también menor, luego los coeficientes de potencia también se ven reducidos. Esto también se ve reflejado en la Figura 4.16 donde para velocidades de viento muy altas la potencia de salida se ve disminuida.

Para las curvas de torque, cuando el $TSR \geq 3.5$ se tienen respuestas armónicas simples. Sin embargo, para valores de $TSR \leq 3.5$ comienzan a presentarse asimetrías cada vez más fuertes entre aguas arriba y aguas abajo debido a los factores de pérdida dinámica [12].

La Figura 4.24 y la Figura 4.25 presentan curvas típicas de torque respecto al ángulo azimutal para valores de TSR en ambas situaciones.

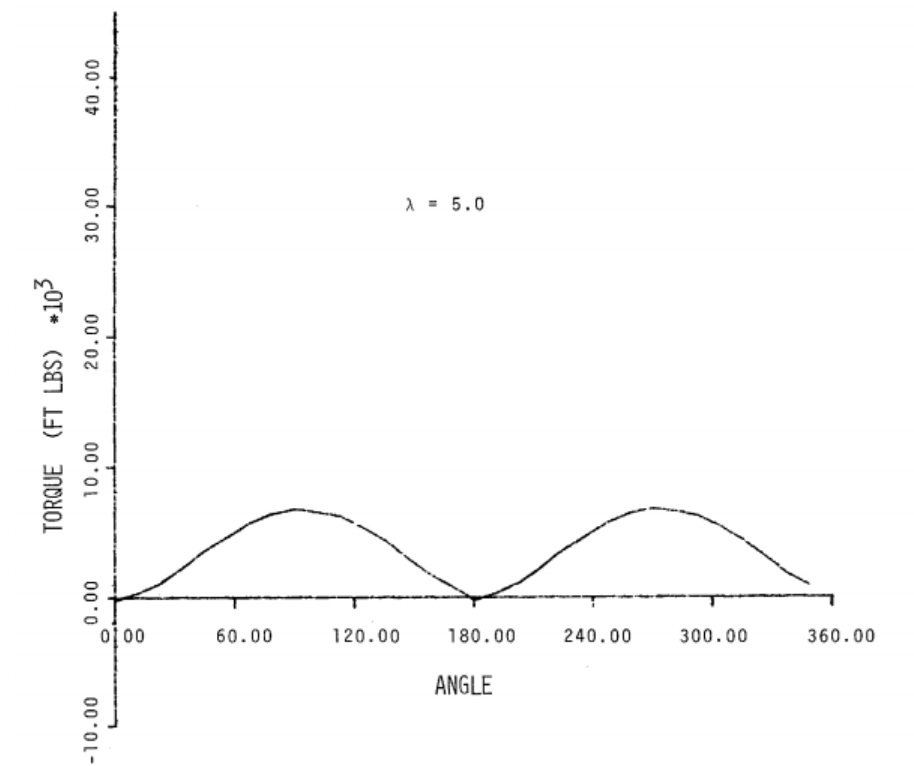


Figura 4.24 - Torque aplicado en función del ángulo azimutal para un valor de TSR=5 [12].

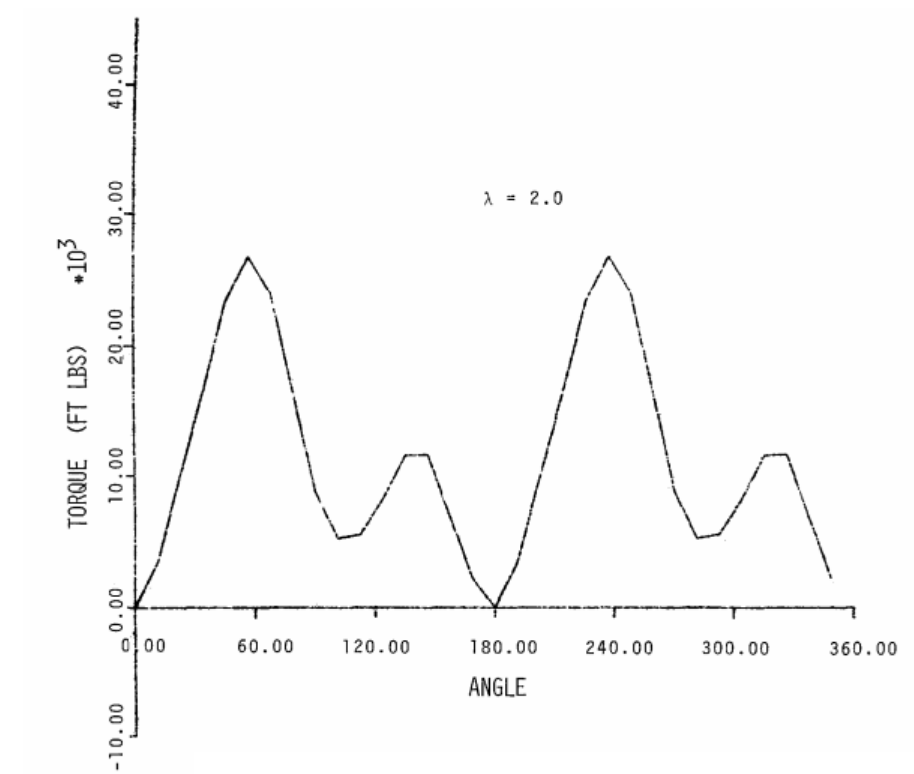


Figura 4.25 - Torque aplicado en función del ángulo azimutal para un valor de TSR=2 [12].

A continuación se presentan las curvas de torque obtenidas a partir del modelo DMS para distintos valores de TSR y revoluciones por minuto del rotor.

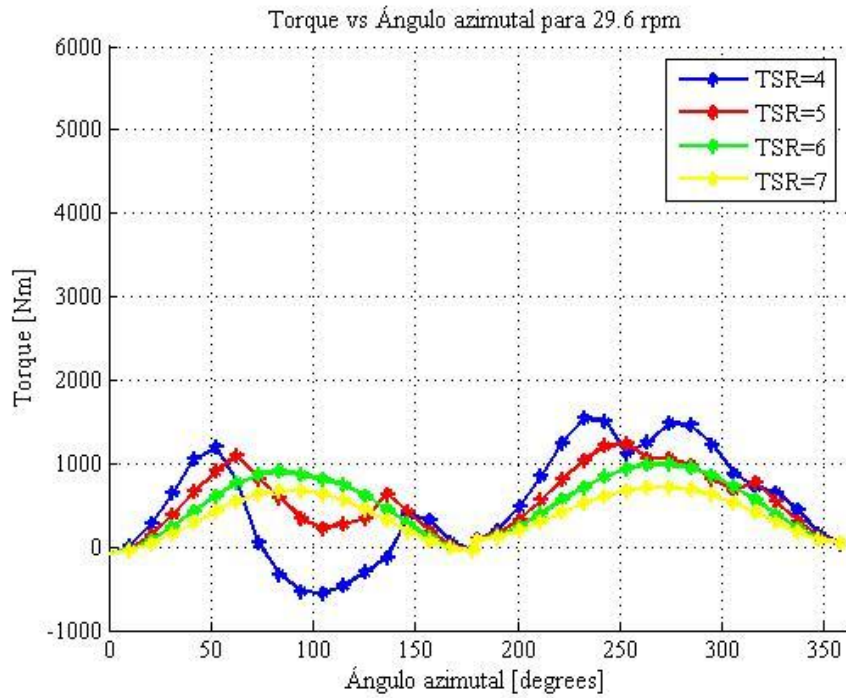


Figura 4.26 - Curva de torque en función del ángulo azimutal para 29.6 RPM y distintos valores de TSR.

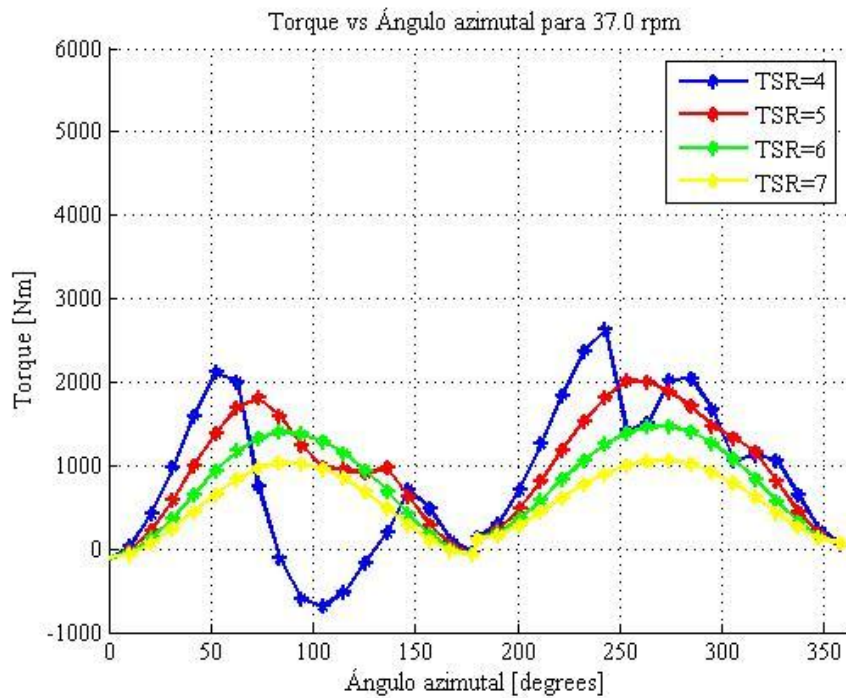


Figura 4.27 - Curva de torque en función del ángulo azimutal para 37.0 RPM y distintos valores de TSR.

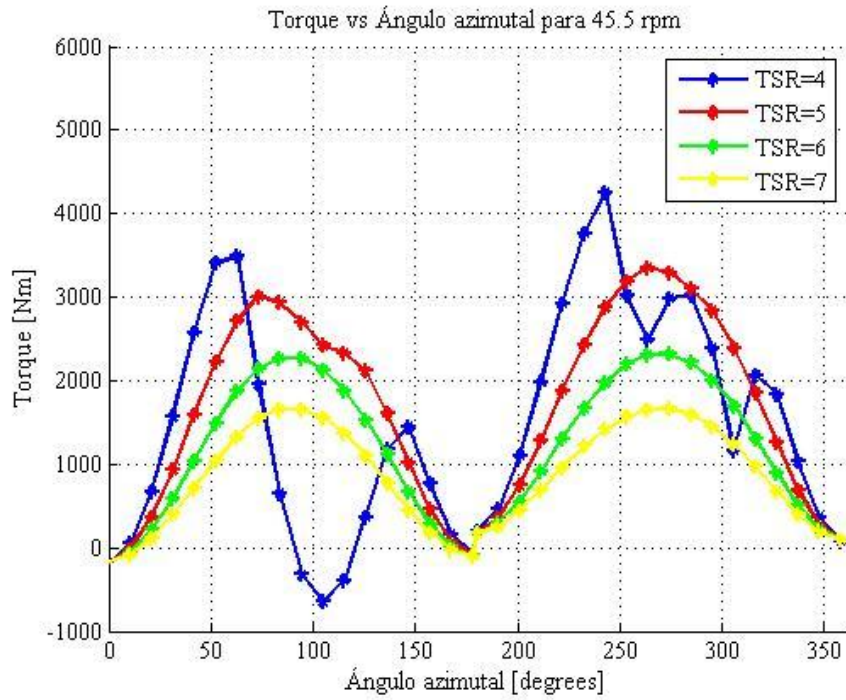


Figura 4.28 - Curva de torque en función del ángulo azimutal para 45.5 RPM y distintos valores de TSR.

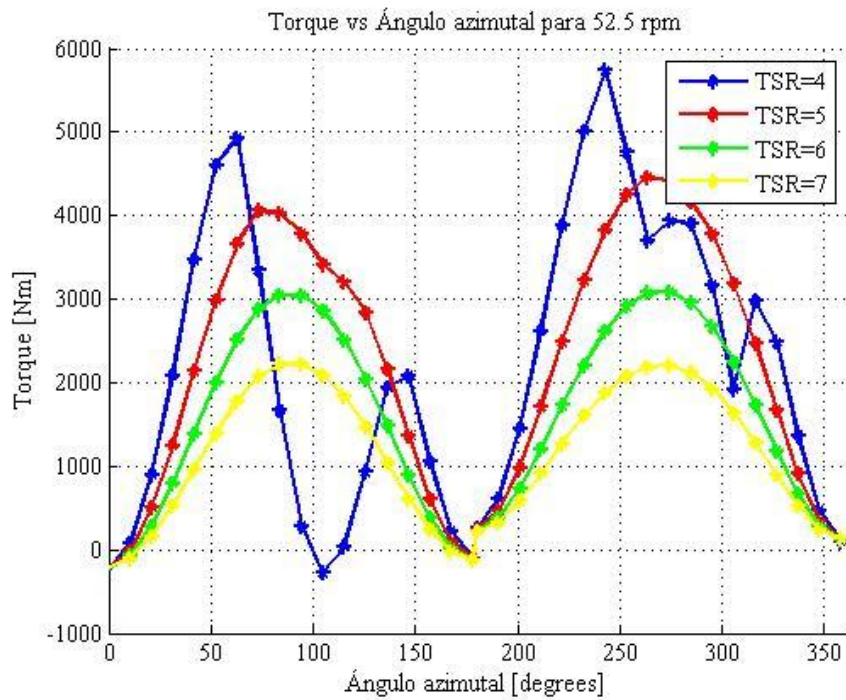


Figura 4.29 - Curva de torque en función del ángulo azimutal para 52.5 RPM y distintos valores de TSR.

En el modelo DMS se considera un perfil de viento constante a lo largo de toda la turbina. Esto tiene un sesgo debido a que en la realidad los perfiles verticales de viento aumentan con la altura. La Figura 4.30 muestra un perfil vertical de viento en una zona similar (altura 1707 m) a la zona donde se realizaron las pruebas en la turbina y la adquisición de datos (altura 1680m).

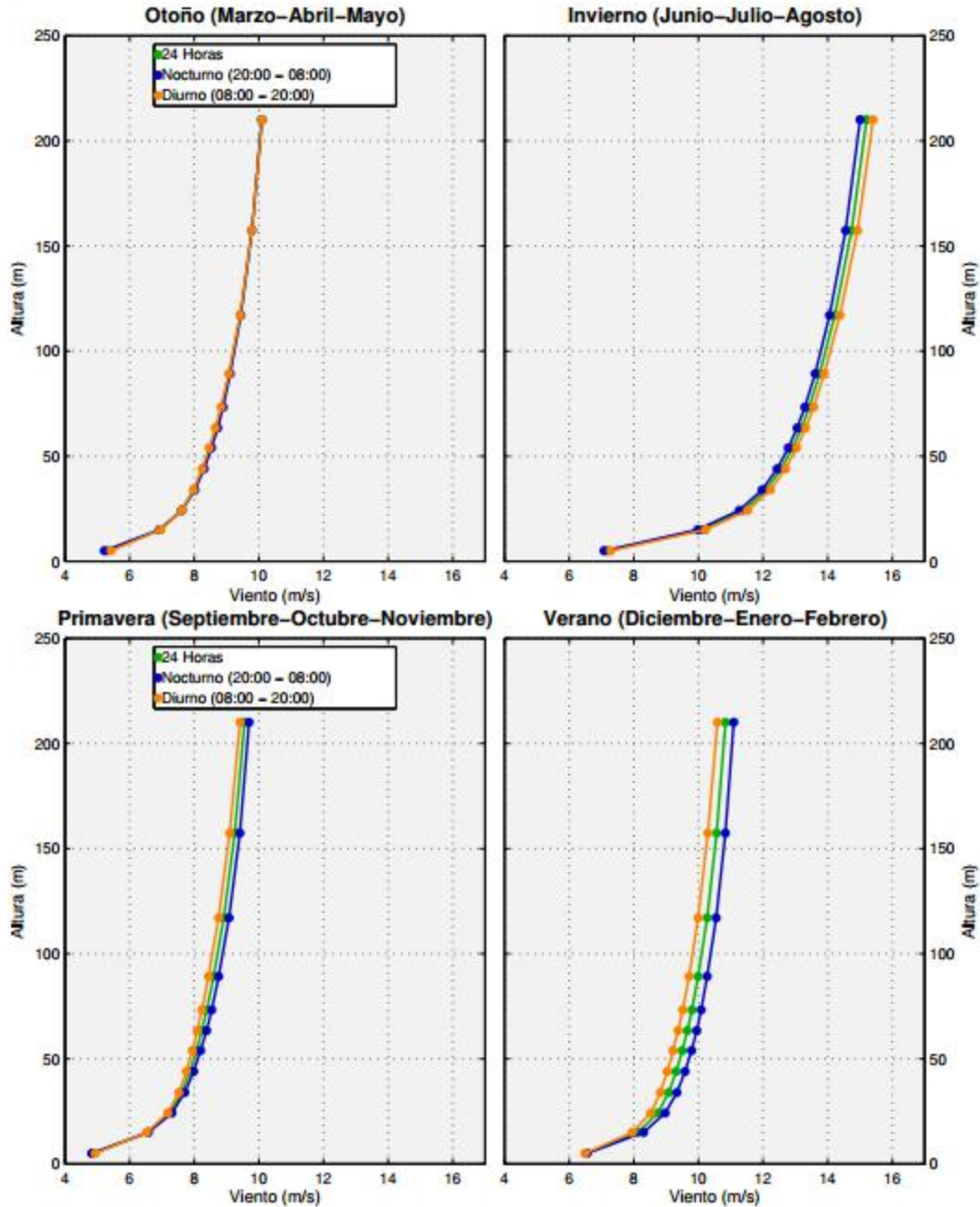


Figura 4.30 - Perfil vertical de viento para una zona similar al de la adquisición de datos [25].

Se aprecia en la Figura, para las distintas estaciones y meses del año, perfiles verticales de viento que aumentan con la altura de una manera no lineal. Para un rango de interés entre 0 y 20 metros de altura se aprecia un cambio en la velocidad del viento que, para un promedio durante las 24 horas,

se encuentran cercanos a 1 m/s. Esta variación en la velocidad del viento no se considera en el modelo. Además para los distintos valores de TSR y velocidad de giro se tienen las siguientes velocidades de viento en el modelo.

Tabla 4.7 - Velocidad del viento en los distintos escenarios.

TSR/RPM	29.6	37.0	45.5	52.5
4	6.44 m/s	7.87 m/s	9.90 m/s	11.4 m/s
5	5.15 m/s	6.29 m/s	7.92 m/s	9.14 m/s
6	4.29 m/s	5.24 m/s	6.60 m/s	7.62 m/s
7	3.68 m/s	4.49 m/s	5.66 m/s	6.53 m/s

El rango de velocidad del viento para los distintos escenarios modelados está entre los 3 m/s y los 11 m/s. Observando la Figura 4.30 se tienen rangos de velocidad similares, para una altura de hasta 20 metros.

A partir de las Figuras 4.26 a 4.29 se observa el comportamiento armónico de la curva de torque en la turbina para los distintos valores de TSR y RPM. Para TSR=4 la curva presenta cierta asimetría aguas arriba y aguas abajo, sin embargo tiene un comportamiento similar a la curva típica de la Figura 4.25

También se observa un aumento en el torque a medida que aumentan las revoluciones por minuto del rotor, alcanzando un valor peak cercano a 1700 Nm para 29.6 RPM y 5800 Nm para 52.5 RPM. De igual forma se aprecian mayores torques a menores valores de TSR. Una disminución en el valor de TSR, para un número de revoluciones por minuto constante, indica que existe un aumento en la velocidad del viento. Luego, se desprende que a medida que la velocidad del viento aumenta se ejerce un mayor torque en el eje del rotor de la turbina.

Otro dato interesante es la frecuencia en Hz que tiene el torque para las distintas velocidades de rotación. Esto es un parámetro importante al comparar con modos de frecuencia natural del sistema. Para las distintas velocidades de rotación se tienen las siguientes frecuencias:

29.6 RPM	0.98 Hz
37.0 RPM	1.23 Hz
45.5 RPM	1.51 Hz
52.5 RPM	1.75 Hz

Los resultados del modelo DMS son los valores de entrada al modelo vibracional. Las distintas condiciones de operación permiten obtener diversos escenarios que luego puedan hacerse comparativos. En particular, las curvas de torque obtenidas son el agente externo en el modelo de las vibraciones torsionales a desarrollar.

4.5. Análisis vibracional

4.5.1 Modos y frecuencias naturales del modelo

Consideremos la ecuación de movimiento de un sistema con múltiples grados de libertad como la del modelo de la turbina, con M_T la matriz de masa y K_T la matriz de rigidez del sistema.

$$M_T \cdot \ddot{x} + K_T \cdot x = 0 \quad (4.5.1)$$

pre-multiplicando por la inversa de la matriz de masa

$$I \cdot \ddot{x} + M_T^{-1} \cdot K_T \cdot x = 0 \quad (4.5.2)$$

asumiendo una solución de la forma $x = u \cdot e^{j\omega t}$, se obtiene que:

$$(M_T^{-1} \cdot K_T - \omega^2 \cdot I) \cdot u = 0 \quad (4.5.3)$$

reordenando y definiendo $\lambda = \omega^2 \cdot I$ y $A = M_T^{-1} \cdot K_T$

$$A \cdot u = \lambda \cdot u \quad (4.5.4)$$

donde $u \neq 0$. Por definición, esto es un problema de valores y vectores propios. El escalar λ que satisface la ecuación 4.5.4 para un vector $u \neq 0$ se denomina valor propio y el vector u correspondiente se denomina vector propio [24].

Por lo tanto, las frecuencias naturales y los modos de vibración del modelo se pueden determinar a partir de los valores y vectores propios de la matriz $A = M_T^{-1} \cdot K_T$.

La Tabla 4.8 muestra las 10 primeras frecuencias naturales del modelo. Los respectivos modos de vibración se presentan en las figuras que le siguen.

Tabla 4.8 - Diez primeros modos y frecuencias naturales del modelo.

Modos y frecuencias naturales	
Modo 1	w = 0.7077Hz
Modo 2	w = 12.380 Hz
Modo 3	w = 23.109 Hz
Modo 4	w = 23.928Hz
Modo 5	w = 33.151 Hz
Modo 6	w = 42.505 Hz
Modo 7	w = 51.227 Hz
Modo 8	w = 59.101 Hz
Modo 9	w = 65.906 Hz
Modo 10	w = 71.709 Hz

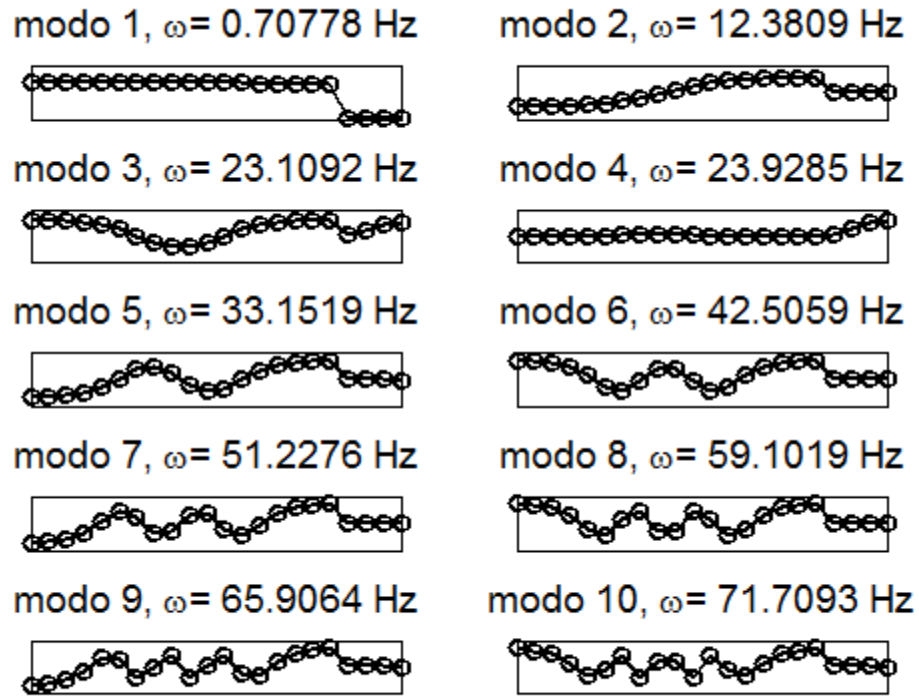


Figura 4.31 - Modos de vibración del modelo.

4.5.2 Modelo de vibraciones torsionales

Para obtener el modelo de las vibraciones torsionales de la turbina se debe resolver la ecuación

$$M_T \cdot \ddot{\varphi} + K_T \cdot \varphi = M(t) \quad (4.5.5)$$

donde φ es el desplazamiento angular de la sección y $M(t)$ es el momento aplicado en el eje de la turbina. Este último se obtiene a partir del modelo DMS y está en función del ángulo azimutal. Como el ángulo azimutal varía en función del tiempo, la ecuación 4.5.5 se puede escribir análogamente de la forma:

$$M_T \cdot \ddot{\varphi} + K_T \cdot \varphi = M(\theta) \quad (4.5.6)$$

El vector $M(\theta)$ obtenido a partir del modelo DMS puede ser visto de la forma:

$$\begin{bmatrix} M_1 & M_2 & M_3 & M_4 & M_5 & \dots & M_n \\ \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \dots & \theta_n \end{bmatrix}$$

donde para cada ángulo azimutal hay un momento M que se ejerce en el eje de la turbina. Por lo tanto para obtener las vibraciones torsionales la ecuación 5.2.2 debe ser resuelta para cada θ_i .

De esta manera se tiene el sistema matricial:

$$\begin{array}{c}
 M_T \cdot \ddot{\varphi}_i + K_T \cdot \varphi_i = M_i \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \downarrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 [22 \times 22] [22 \times 1] + [22 \times 22] [22 \times 1] = [22 \times 1]
 \end{array}$$

donde M_i es el momento ejercido en la turbina en el instante en que el ángulo azimutal es θ_i . Asumiendo una distribución uniforme de momento en el rotor de la turbina, el vector M_i tiene la forma:

$$M_i = \begin{bmatrix} M_i/18 \\ \vdots \\ M_i/18 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \left. \vphantom{\begin{bmatrix} M_i/18 \\ \vdots \\ M_i/18 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}} \right\} \text{18 nodos del rotor}$$

Entonces al resolver la ecuación matricial se obtienen las soluciones:

$$\ddot{\varphi}_i = \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_{1i} \\ \vdots \\ \ddot{\varphi}_{ji} \\ \vdots \\ \ddot{\varphi}_{22i} \end{bmatrix} \quad \varphi_i = \begin{bmatrix} \varphi_{1i} \\ \vdots \\ \varphi_{ji} \\ \vdots \\ \varphi_{22i} \end{bmatrix}$$

Así, al resolver para cada ángulo azimutal se pueden agrupar las soluciones de la forma:

$$\ddot{\varphi} = \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_{1i} & \dots & \ddot{\varphi}_{1k} & \dots & \ddot{\varphi}_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \ddot{\varphi}_{ji} & \dots & \ddot{\varphi}_{jk} & \dots & \ddot{\varphi}_{jn} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \ddot{\varphi}_{22i} & \dots & \ddot{\varphi}_{22k} & \dots & \ddot{\varphi}_{22n} \end{bmatrix}$$

$$\varphi = \begin{bmatrix} \varphi_{1i} & \dots & \varphi_{1k} & \dots & \varphi_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \varphi_{ji} & \dots & \varphi_{jk} & \dots & \varphi_{jn} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \varphi_{22i} & \dots & \varphi_{22k} & \dots & \varphi_{22n} \end{bmatrix}$$

donde $\ddot{\varphi}_{jk}$ y φ_{jk} son las aceleraciones y desplazamientos angulares del nodo j cuando el ángulo azimutal es θ_k respectivamente. Por lo tanto para ver la vibración torsional de un nodo particular durante una revolución se analiza la fila de la matriz relativa al nodo de interés.

Condiciones iniciales

Las condiciones iniciales que se utilizan para resolver el modelo son las siguientes:

1. $\varphi(0) = 0$
2. $\dot{\varphi}(0) = 0$
3. $\ddot{\varphi}(0) = M^{-1} \cdot [M_1 - K \cdot \varphi(0)]$

Se tiene desplazamiento y velocidad inicial igual a cero. La aceleración está dada por la expresión del punto 3 y se ve influenciada por el torque que experimenta la turbina.

Condición de borde

La condición de borde del modelo hace relación a la reacción que ocurre en los generadores. Esta se produce debido al enganche continuo del embriague durante todas las pruebas [11]. La manera de modelar esta reacción es a través de un resorte empotrado de constante torsional k_t como se muestra en la Figura 4.32

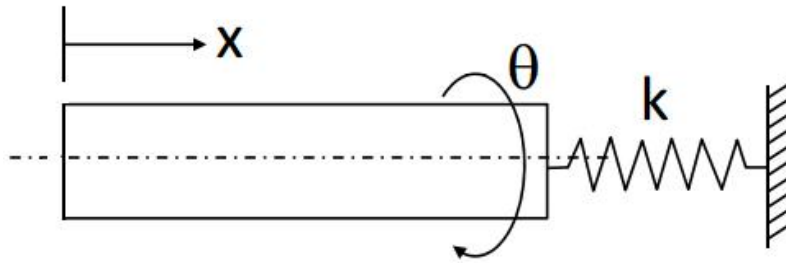


Figura 4.32 - Resorte torsional empotrado.

La condición de borde se aplica en el nodo 22 e implica sumar una nueva matriz de rigidez de la forma:

$$k_t \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$k_t = 1.27 \times 10^3 \text{ Nm/rad}$$

Luego como el resorte está empotrado, se restringe un grado de libertad y se anulan la segunda fila y columna de la matriz de rigidez del resorte. Finalmente la condición de borde se reduce a sumar la rigidez del resorte en el nodo 22 de la matriz de rigidez de la turbina.

4.5.3 Resultados modelo de vibraciones torsionales

Se presentan los resultados del modelo de vibraciones torsionales para las distintas velocidades de operación. Estos resultados son el desplazamiento, la velocidad y la aceleración angular de los distintos nodos para diferentes números de revoluciones y valores de TSR. También se muestra el desplazamiento angular de nodos particulares luego de 100 revoluciones de la turbina.

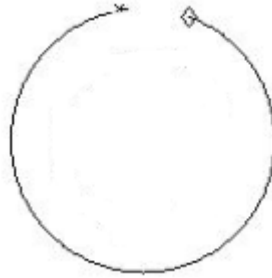


Figura 4.33 - Desplazamiento angular de un nodo desde su posición original.

29.6 RPM

Las Figuras 4.34 a 4.37 muestran el desplazamiento de los distintos nodos de la turbina, para distintos TSR, luego de 10 revoluciones (negro), 50 revoluciones (azul) y 100 revoluciones (cian).

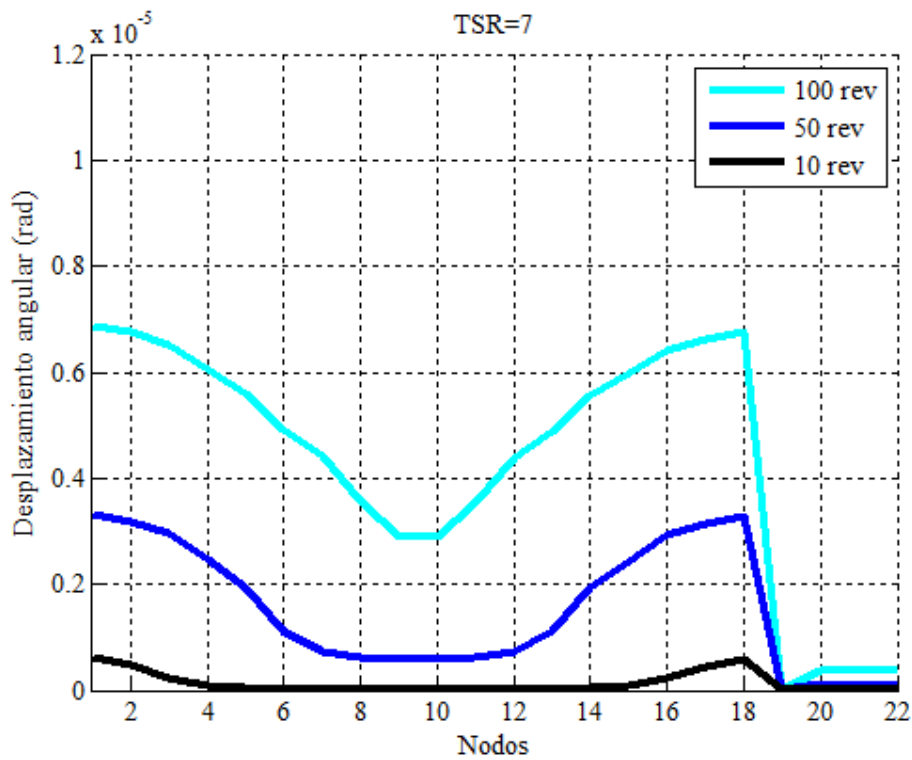


Figura 4.34 - Desplazamiento angular de los nodos 29.6 RPM TSR=7.

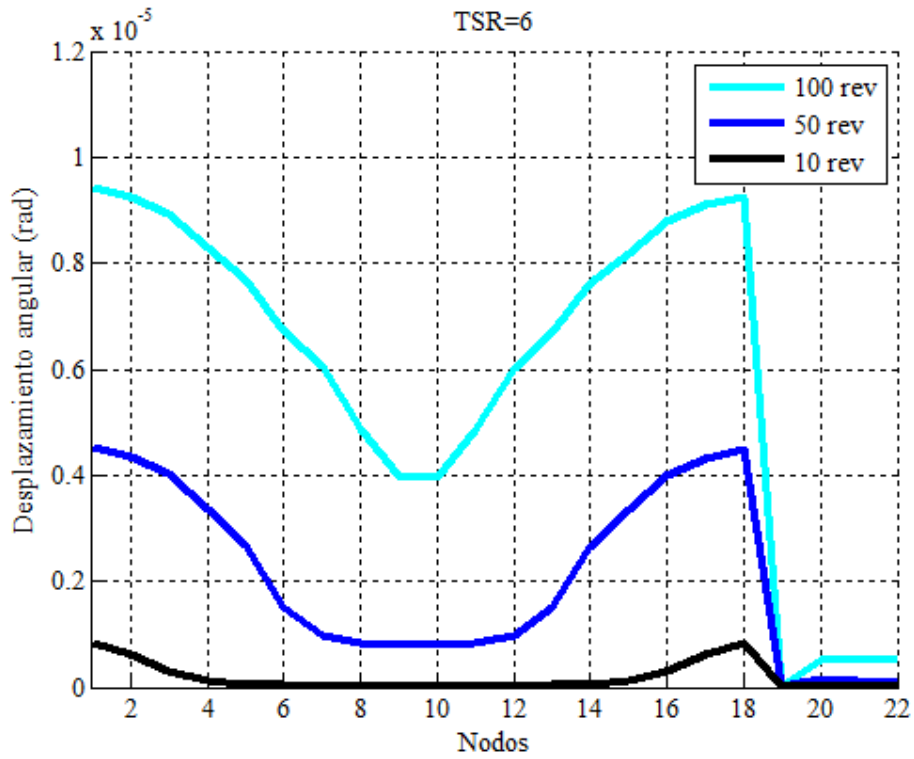


Figura 4.35 - Desplazamiento angular de los nodos 29.6 RPM TSR=6.

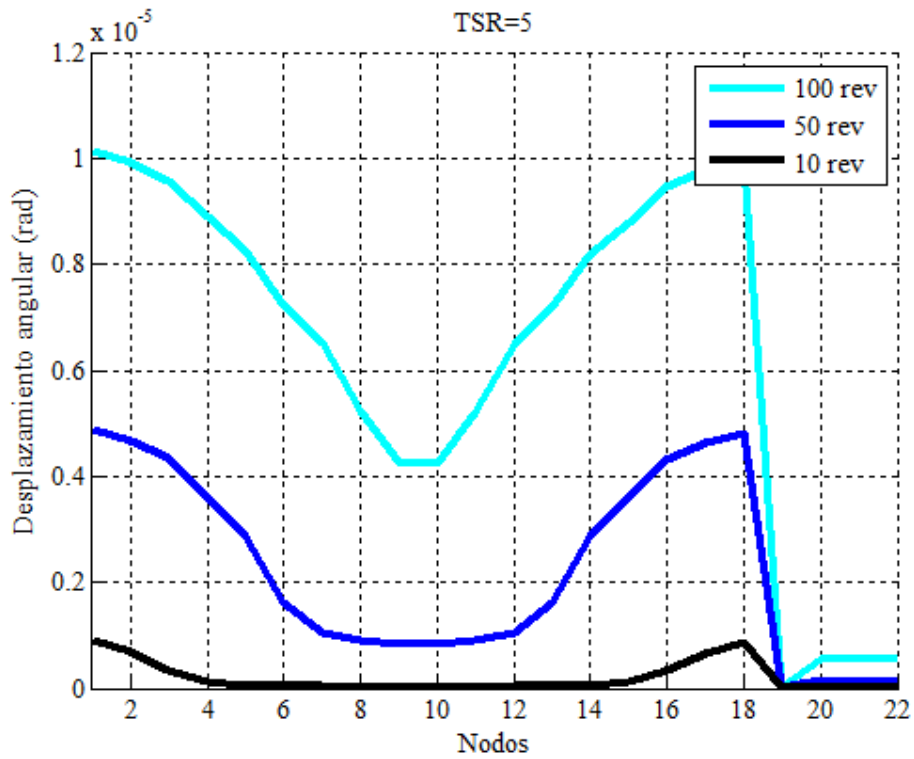


Figura 4.36 - Desplazamiento angular de los nodos 29.6 RPM TSR=5.

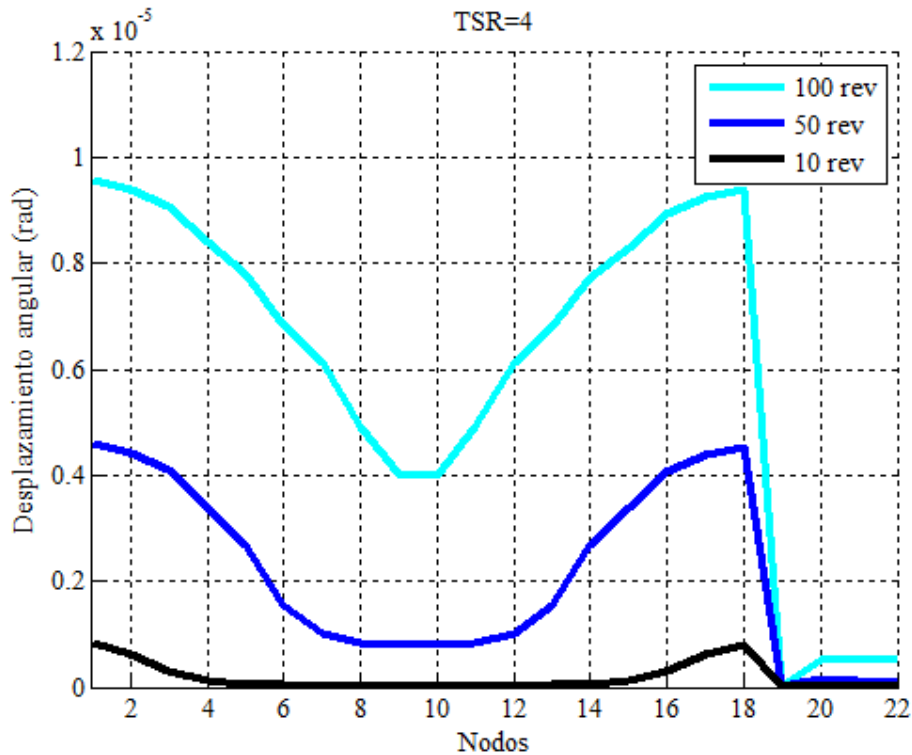


Figura 4.37 - Desplazamiento angular de los nodos 29.6 RPM TSR=4.

A partir de estas figuras, se puede hacer un primer análisis con los siguientes puntos:

- Los nodos del rotor (1 a 18) muestran el mayor desplazamiento. Esto se debe a que el torque se aplica en estos nodos y por lo tanto sufren directamente la excitación.
- Se observa simetría en los desplazamientos nodales del rotor. Hace relación con la simetría geométrica del mismo.
- Los nodos centrales del rotor (9 y 10) son los que muestran el menor desplazamiento respecto a los otros nodos. Se debe a que también son los nodos con mayor inercia.
- Los nodos del eje de transmisión (19 al 22) comienzan a mostrar desplazamiento luego de las 50 revoluciones. Estos nodos no son excitados directamente y su movimiento se debe a la transmisión del momento a través del eje.
- A menores TSR se tienen mayores desplazamientos angulares. Esto se condice con el aumento en la velocidad del viento y las curvas de torque del modelo DMS. Para TSR=4 se observa una baja en los desplazamientos que puede deberse a las consideraciones del modelo DMS.

A continuación se muestran los resultados para los desplazamientos, velocidades y aceleraciones angulares de nodos específicos para un valor TSR=5. Los nodos de interés son:

- Nodo 1 (simétrico al nodo 18)
- Nodo 9 (simétrico al nodo 10)
- Nodo 19, 20, 21 y 22 (nodos del eje de transmisión)

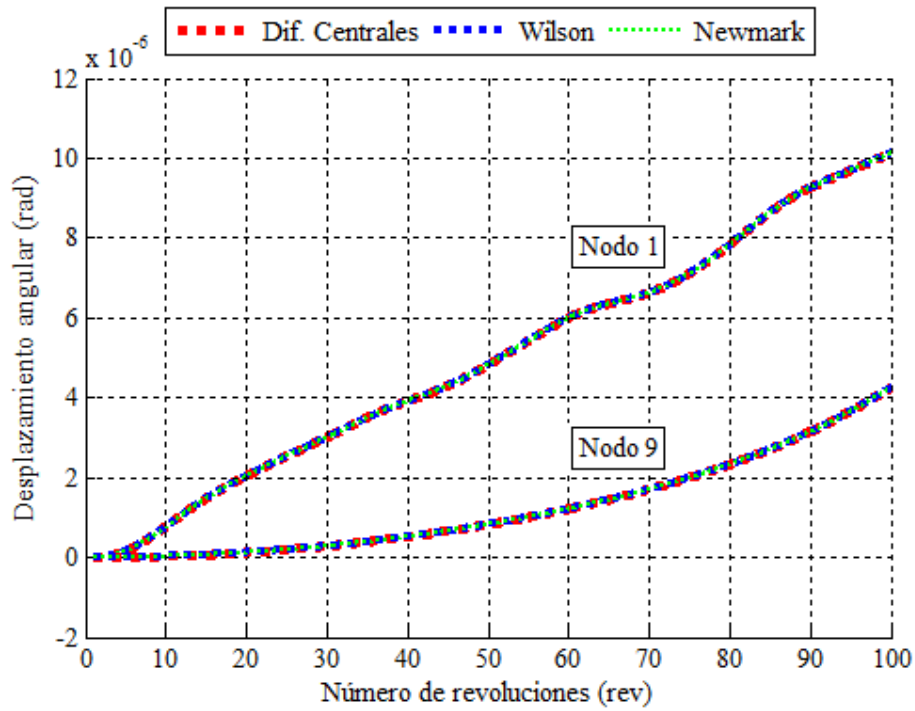


Figura 4.38 - Desplazamiento angular del Nodo 1 y Nodo 9 en 100 revoluciones, 29.6 RPM.

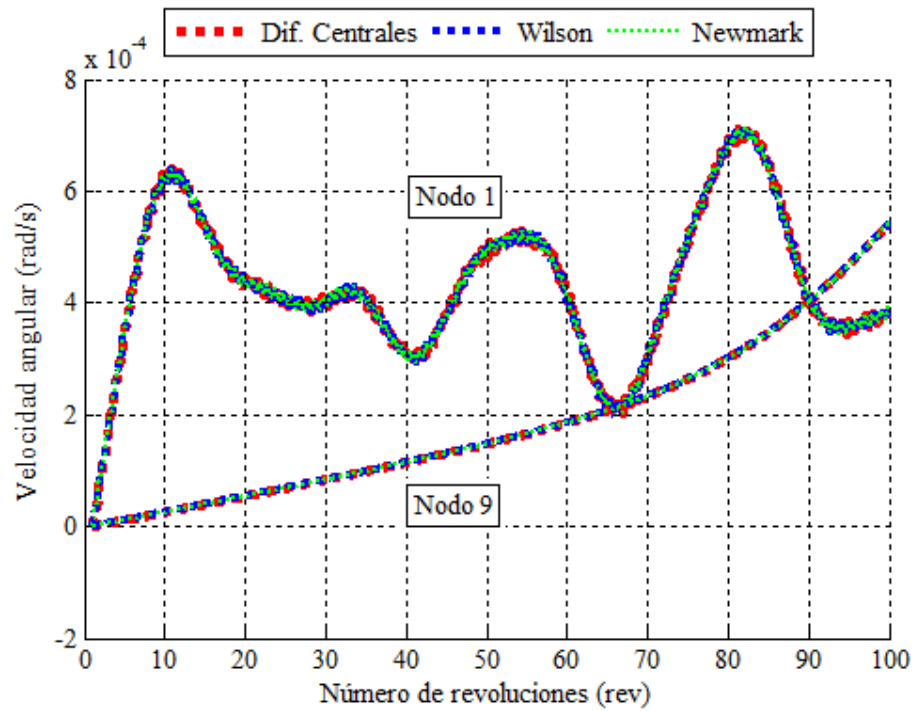


Figura 4.39 - Velocidad angular del Nodo 1 y Nodo 9 en 100 revoluciones, 29.6 RPM.

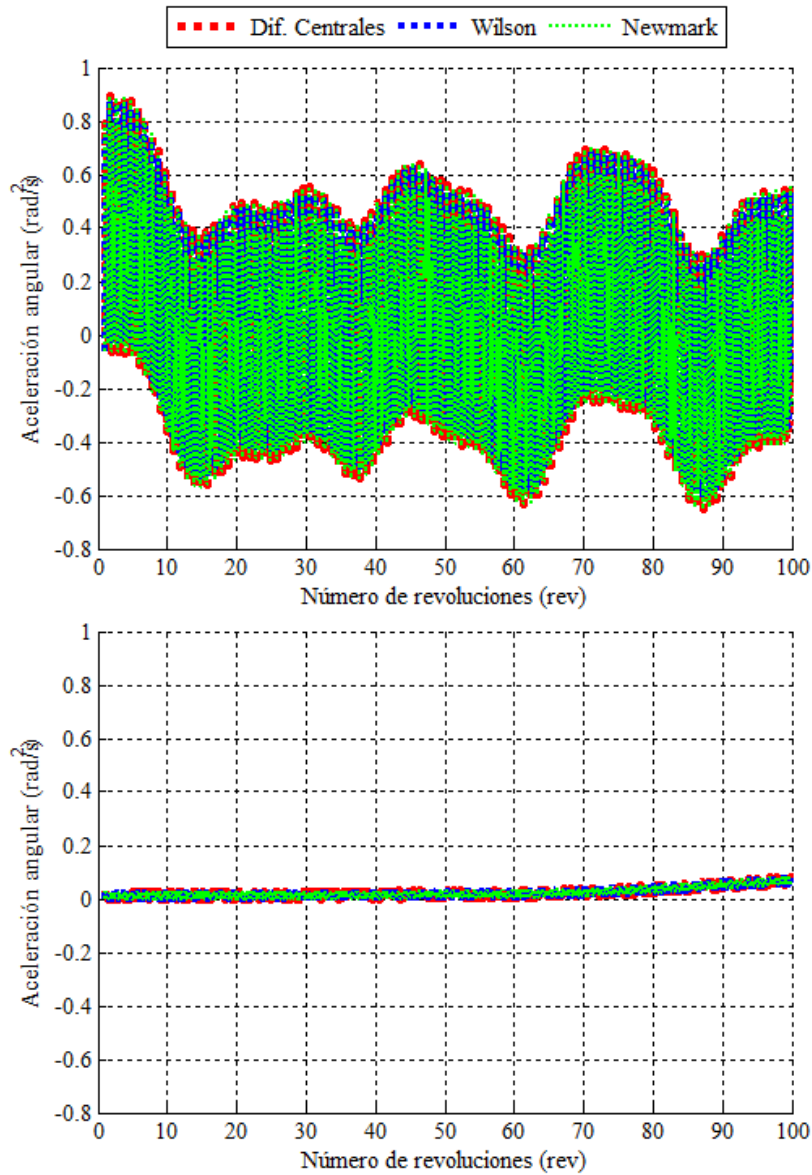


Figura 4.40 - Aceleración angular del Nodo 1 (arriba) y Nodo 9 (abajo) en 100 revoluciones, 29.6 RPM.

- Ambos nodos no presentan oscilaciones en su desplazamiento. El nodo 1 alcanza se desplaza casi el doble de desplazamiento que el nodo 9 en las primeras 100 revoluciones. Esto también se puede apreciar en la Figura 4.36.
- Se aprecian oscilaciones en la velocidad angular del nodo 1. La velocidad del nodo 9 es casi lineal hasta las 60 revoluciones, donde a partir de ahí comienza a pronunciarse una mayor aceleración.
- El nodo 1 presenta rangos amplios en la aceleración para cada revolución, mientras que para el nodo 9 estos rangos son mucho más acotados.

Los resultados para los nodos del eje de transmisión son los siguientes:

Nodo 19

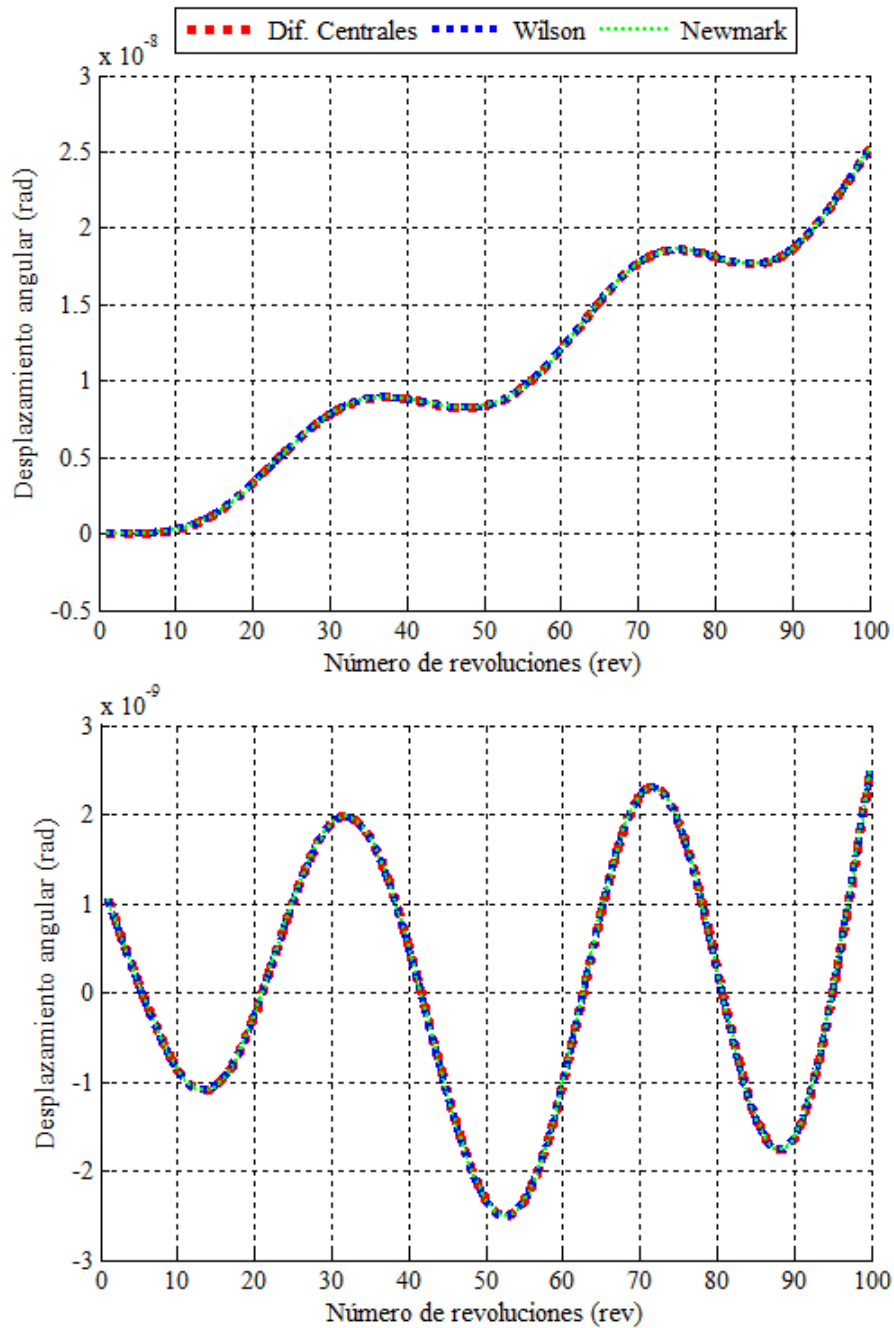


Figura 4.41 - Desplazamiento angular (arriba) y Oscilación (abajo) para 29.6 RPM.

El nodo 19 ya tiene parte en el eje rápido de la turbina, luego del cambio de velocidad en la caja multiplicadora. Este nodo no recibe excitación directa y sus desplazamientos se deben a la transmisión del torque que se ejerce en el rotor de la turbina.

A diferencia de los nodos 1 y 9, en la Figura 4.41 se puede apreciar que existen oscilaciones en el desplazamiento, y por lo tanto el nodo experimenta vibración torsional. Las oscilaciones se obtienen a partir del desplazamiento angular utilizando la función *detrend*. Esto se hace sólo con el nodo 19.

La velocidad y la aceleración presentan oscilaciones más notorias, tal como se observa en las Figuras 4.42 y 4.43 respectivamente.

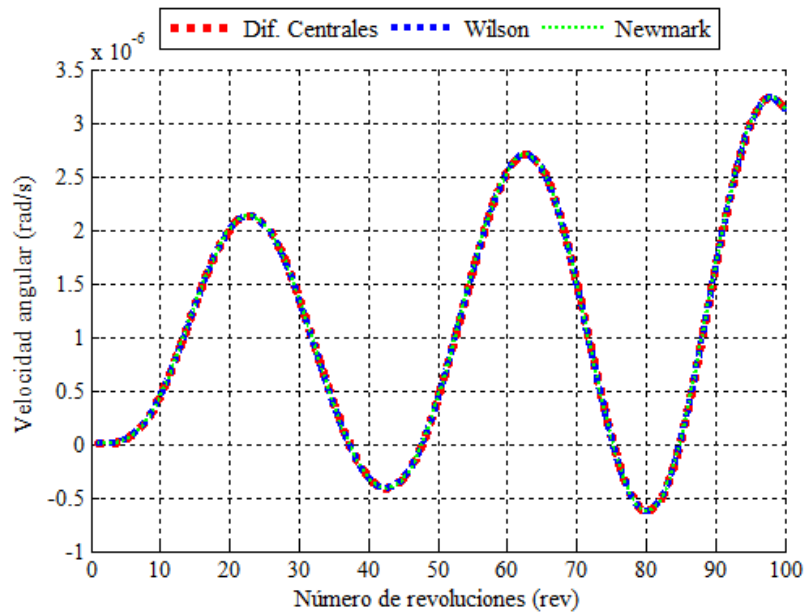


Figura 4.42 - Velocidad angular del nodo 19, 29.6 RPM.

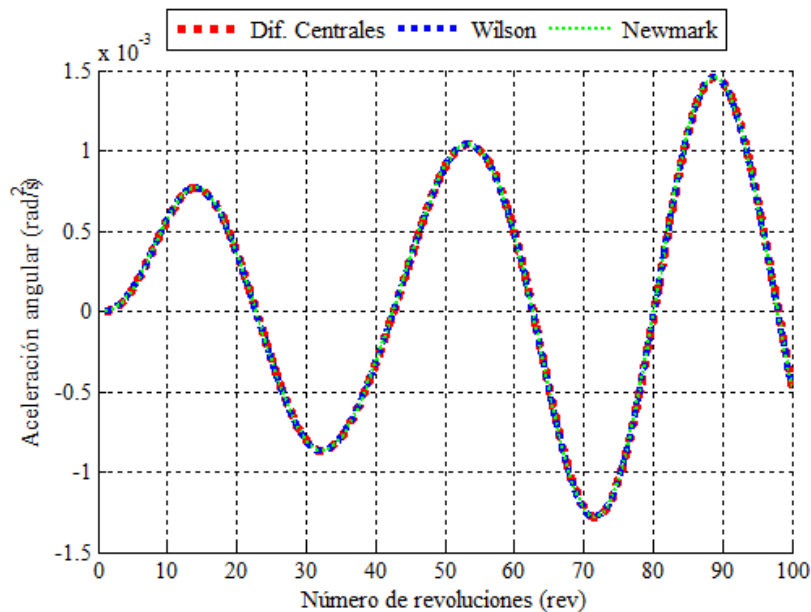


Figura 4.43 - Aceleración angular del nodo 19, 29.6 RPM.

Nodo 20

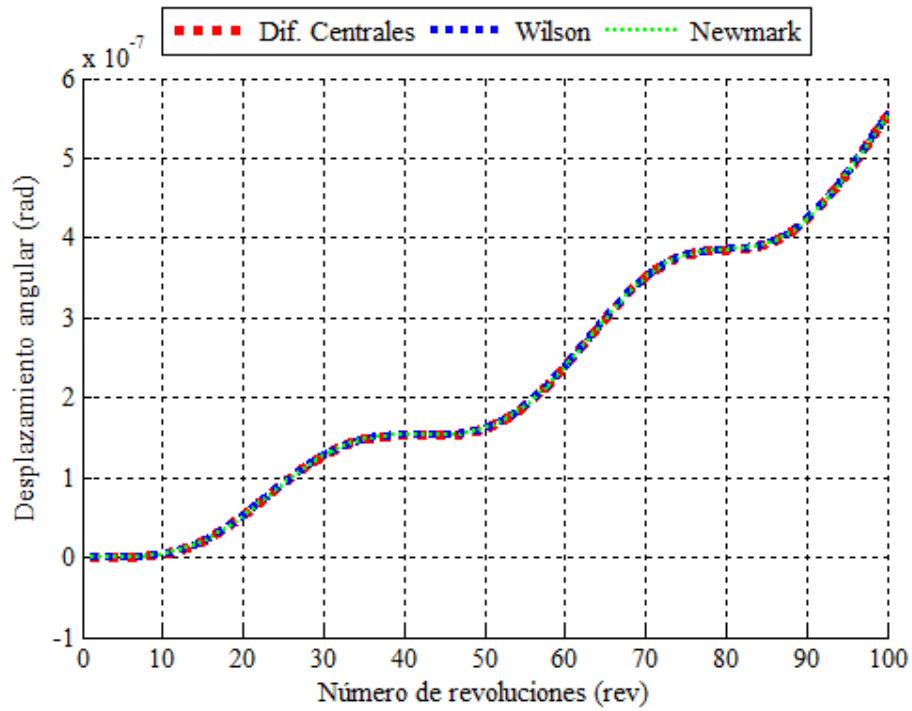


Figura 4.44 - Desplazamiento angular del nodo 20, 29.6 RPM.

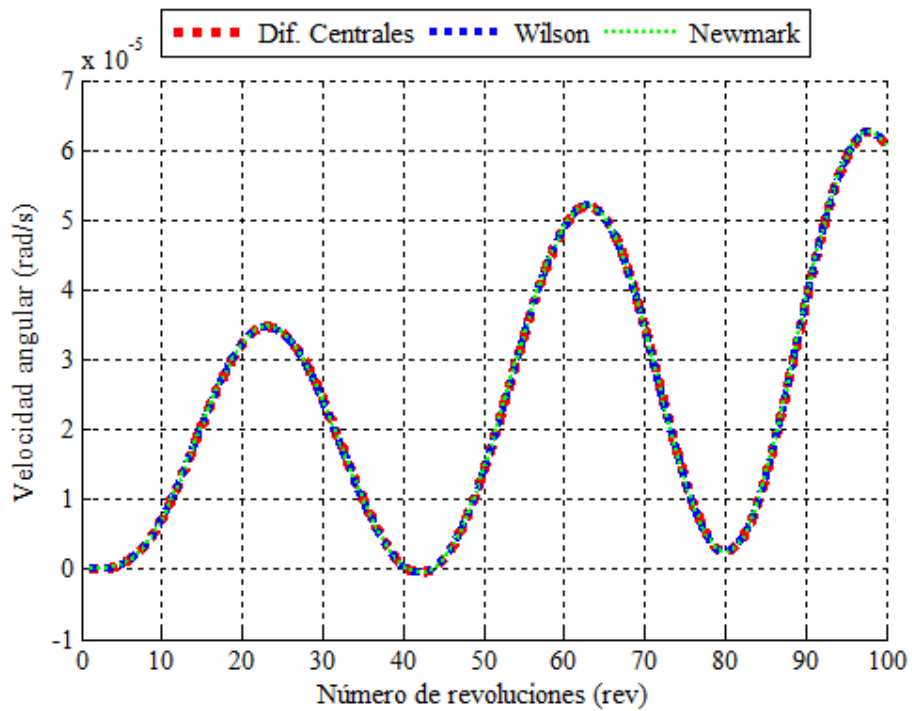


Figura 4.45 - Velocidad angular del nodo 20, 29.6 RPM.

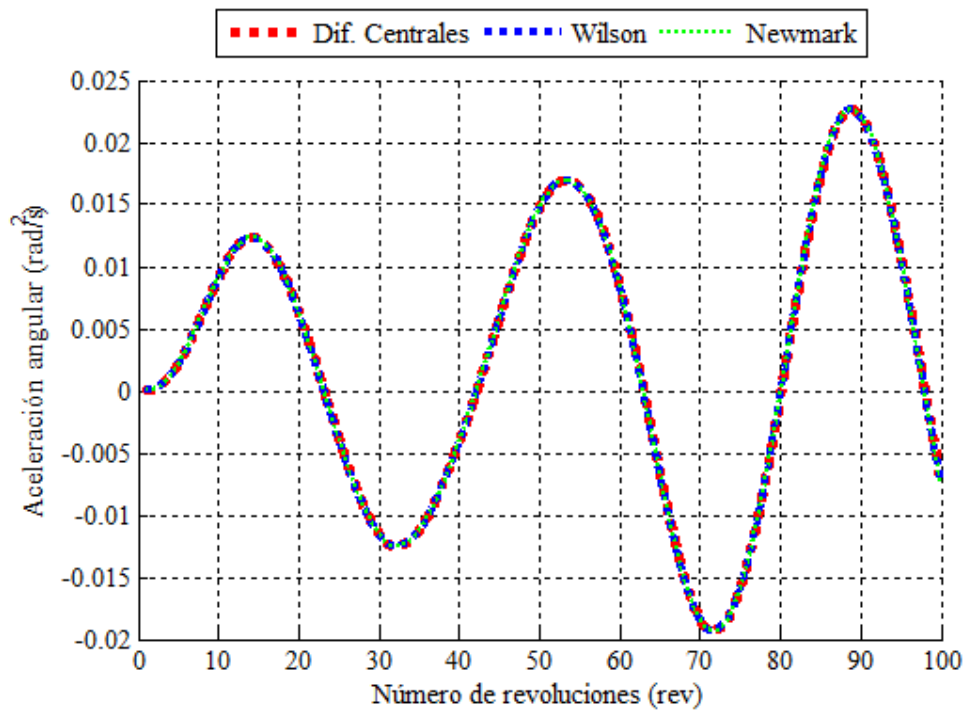


Figura 4.46 - Aceleración angular del nodo 20, 29.6 RPM.

Nodo 21

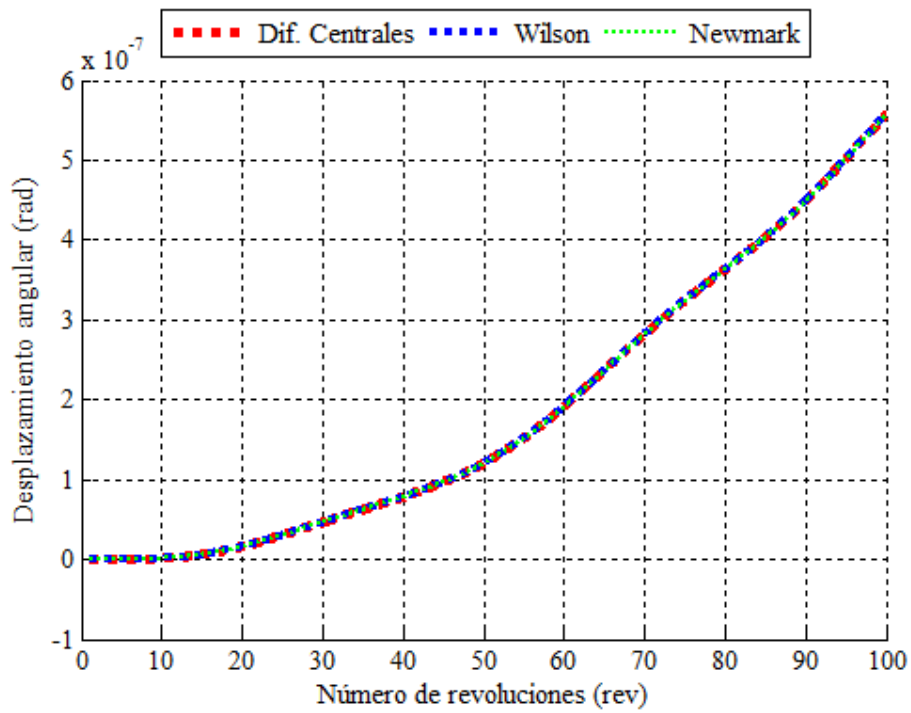


Figura 4.47 - Desplazamiento angular del nodo 21, 29.6 RPM.

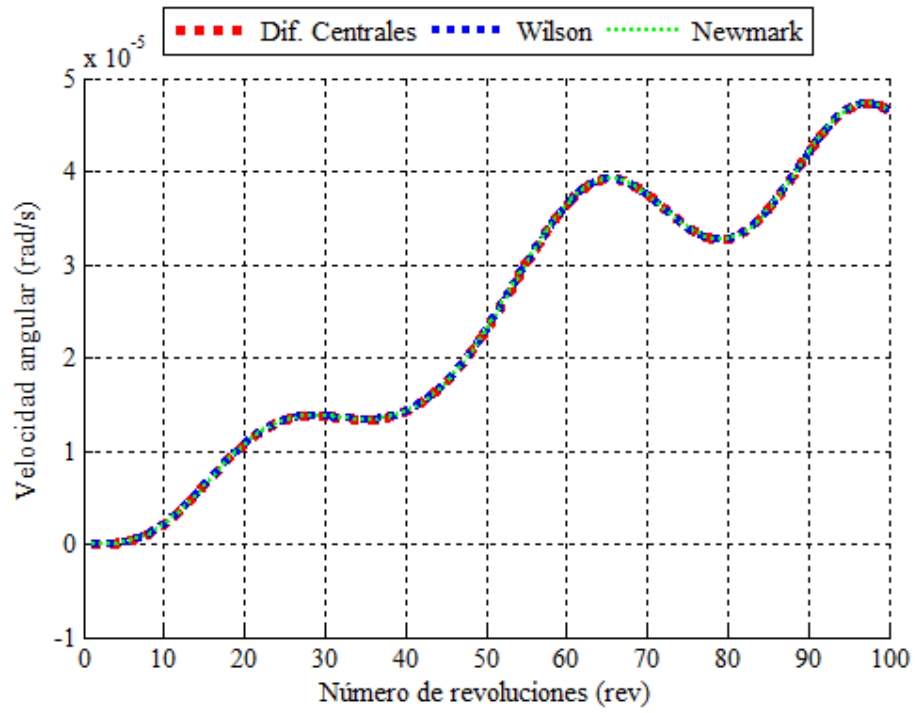


Figura 4.48 - Velocidad angular del nodo 21, 29.6 RPM.

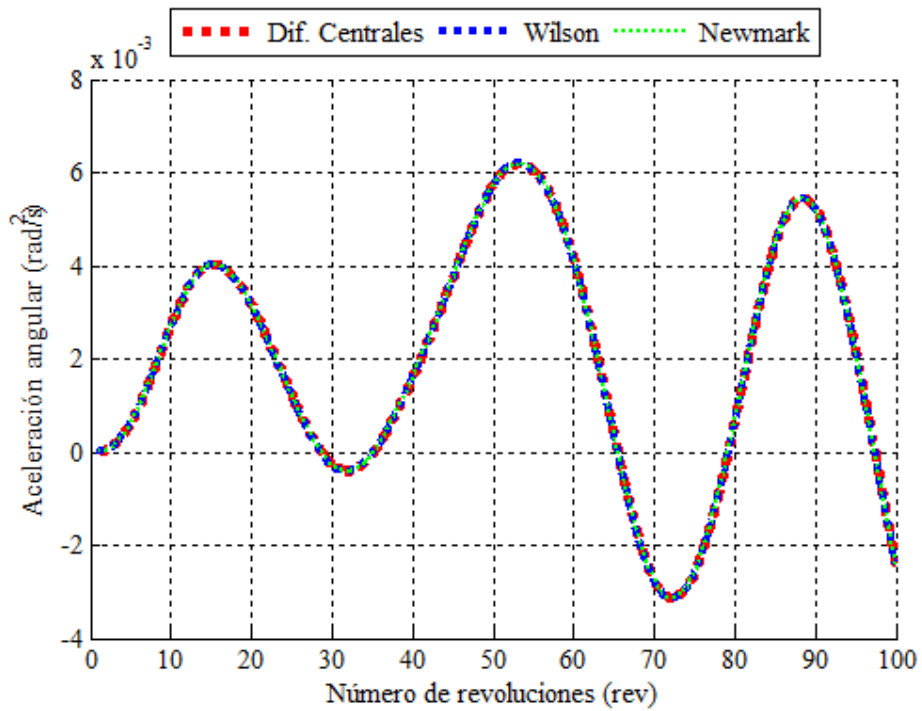


Figura 4.49 - Aceleración angular del nodo 21, 29.6 RPM.

Nodo 22

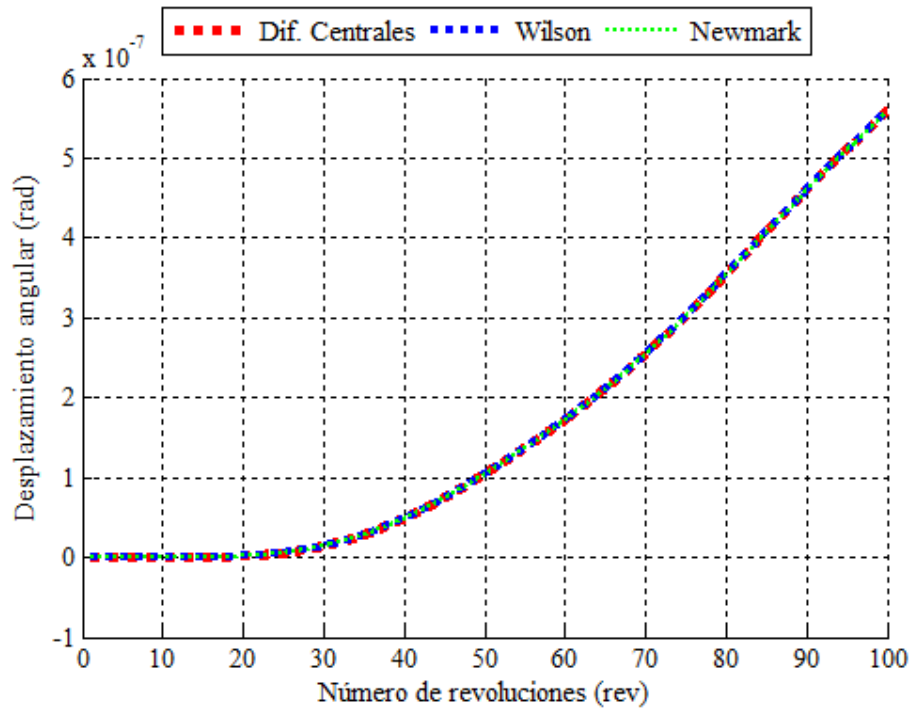


Figura 4.50 - Desplazamiento angular del nodo 22, 29.6 RPM.

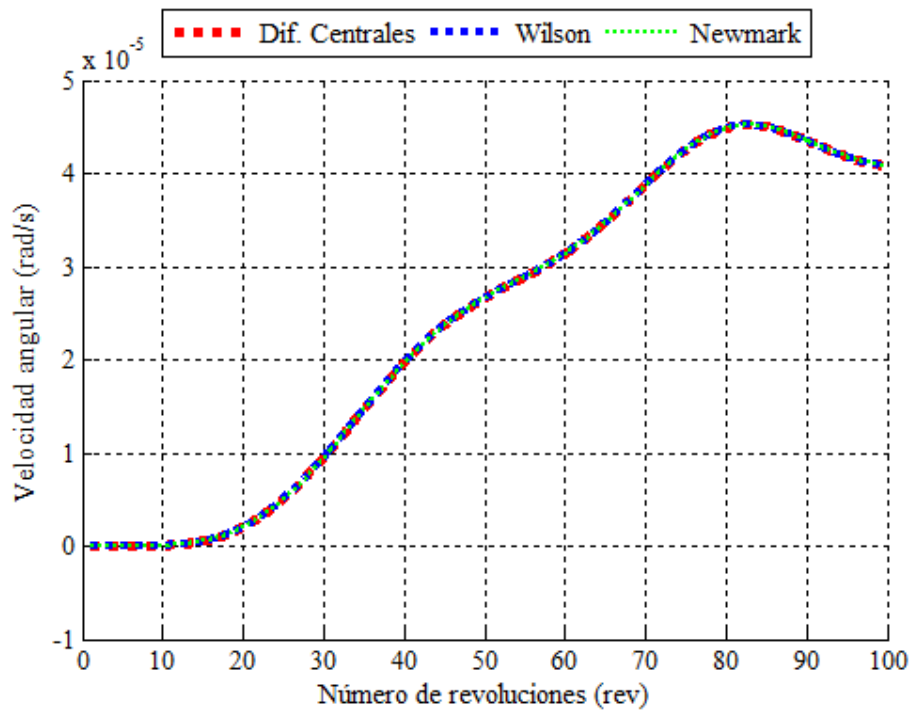


Figura 4.51 - Velocidad angular del nodo 22, 29.6 RPM.

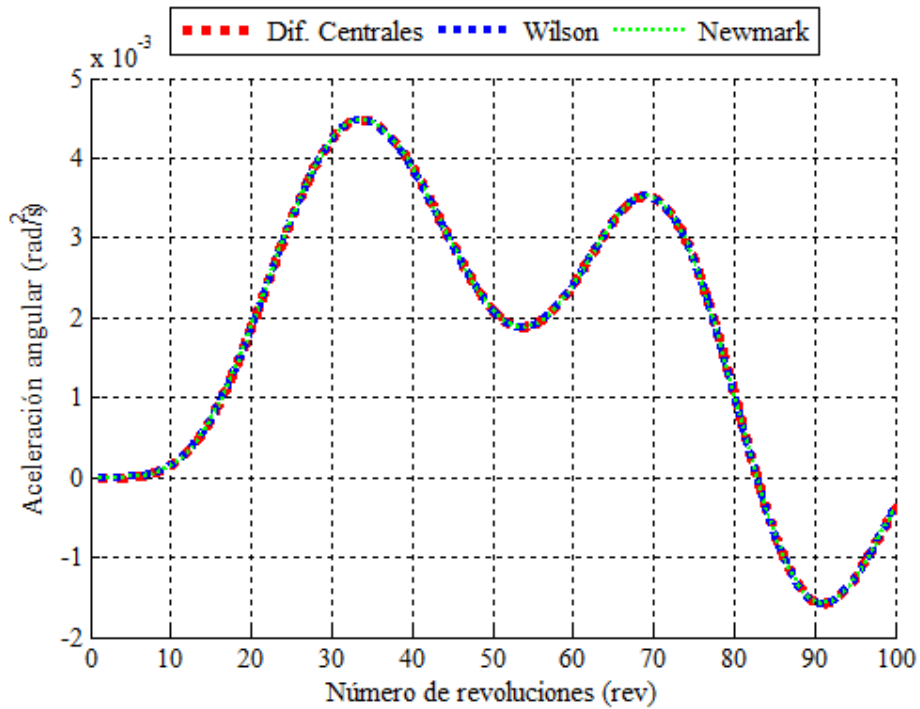


Figura 4.52 - Aceleración angular del nodo 22, 29.6 RPM.

- El nodo 19 y 20 son los que presentan vibración torsional. Se pueden apreciar claramente oscilaciones en las curvas de velocidad y aceleración angular.
- El nodo 21 y 22 no muestran comportamiento oscilatorio. La velocidad en ambos casos es siempre positiva y en el nodo 22 tiende a desacelerarse luego de las 70 revoluciones.
- Los desplazamientos en los nodos del eje de transmisión son mucho menores a los que se observan en los nodos del rotor.

La Tabla 4.9 entrega un resumen de los resultados obtenidos para 29.6 RPM

Tabla 4.9 - Resumen de resultados 29.6 RPM

29.6 RPM: 100 revoluciones			
Nodo	Desplazamiento máx.	Velocidad máx.	Aceleración máx.
1	10.0×10^{-6} rad	7.0×10^{-4} rad/s	0.90 rad/s^2
9	4.0×10^{-6} rad	5.5×10^{-4} rad/s	0.10 rad/s^2
19	25.0×10^{-9} rad	34.0×10^{-7} rad/s	$1.5 \times 10^{-3} \text{ rad/s}^2$
20	5.5×10^{-7} rad	6.2×10^{-5} rad/s	0.02 rad/s^2
21	5.6×10^{-7} rad	4.8×10^{-5} rad/s	$6.0 \times 10^{-3} \text{ rad/s}^2$
22	5.7×10^{-7} rad	4.6×10^{-5} rad/s	$4.5 \times 10^{-3} \text{ rad/s}^2$

37.0 RPM

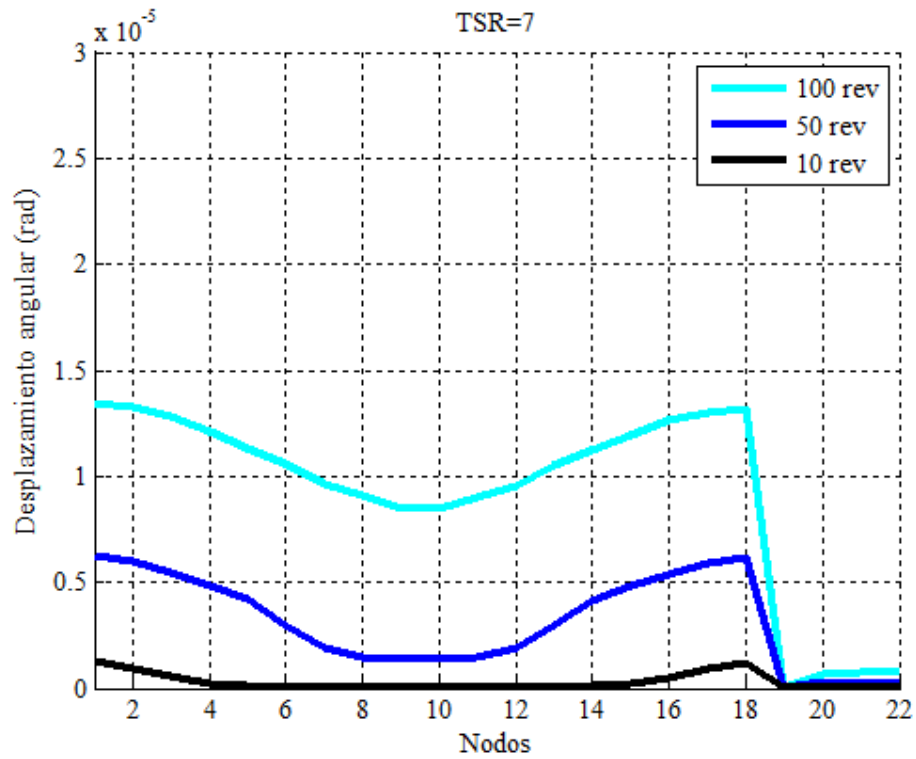


Figura 4.53 - Desplazamiento angular de los nodos 37.0 RPM TSR=7.

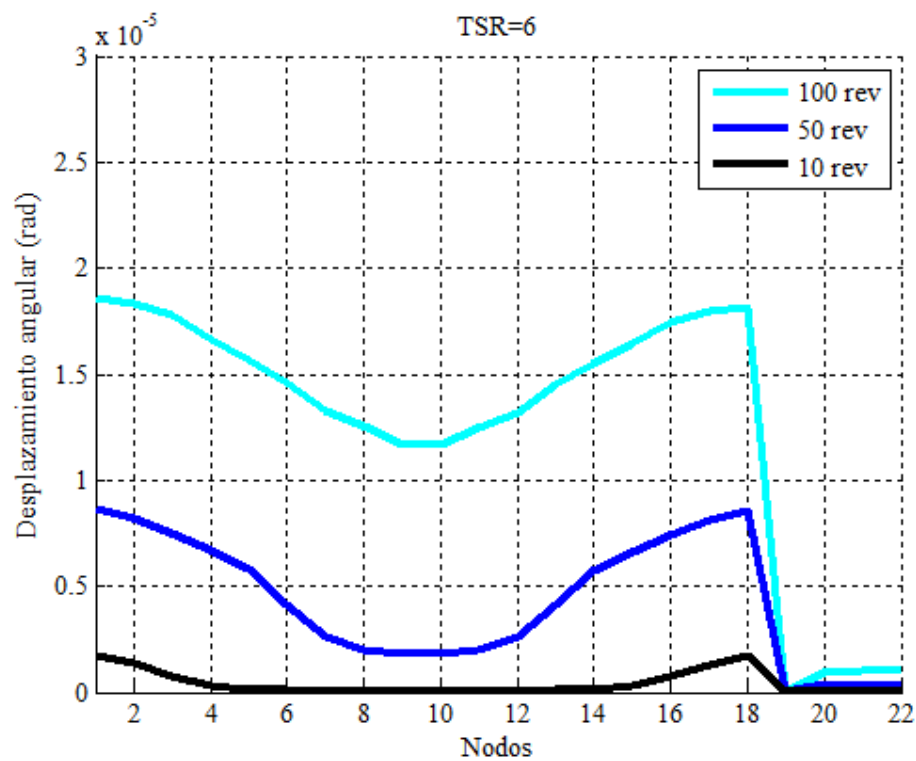


Figura 4.54 - Desplazamiento angular de los nodos 37.0 RPM TSR=6.

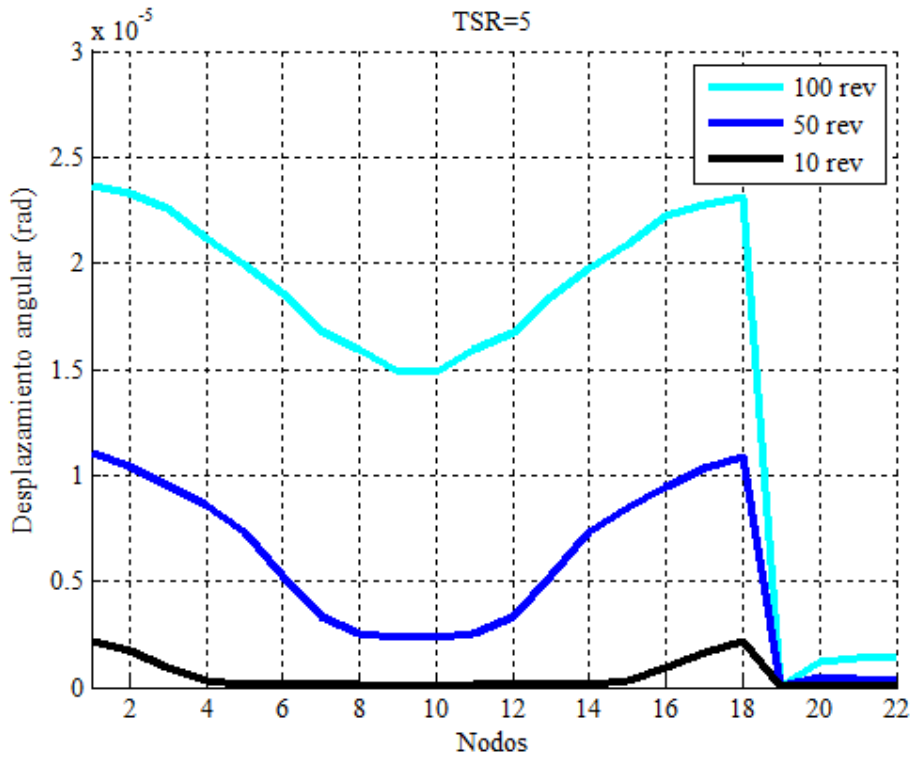


Figura 4.55 - Desplazamiento angular de los nodos 37.0 RPM TSR=5.

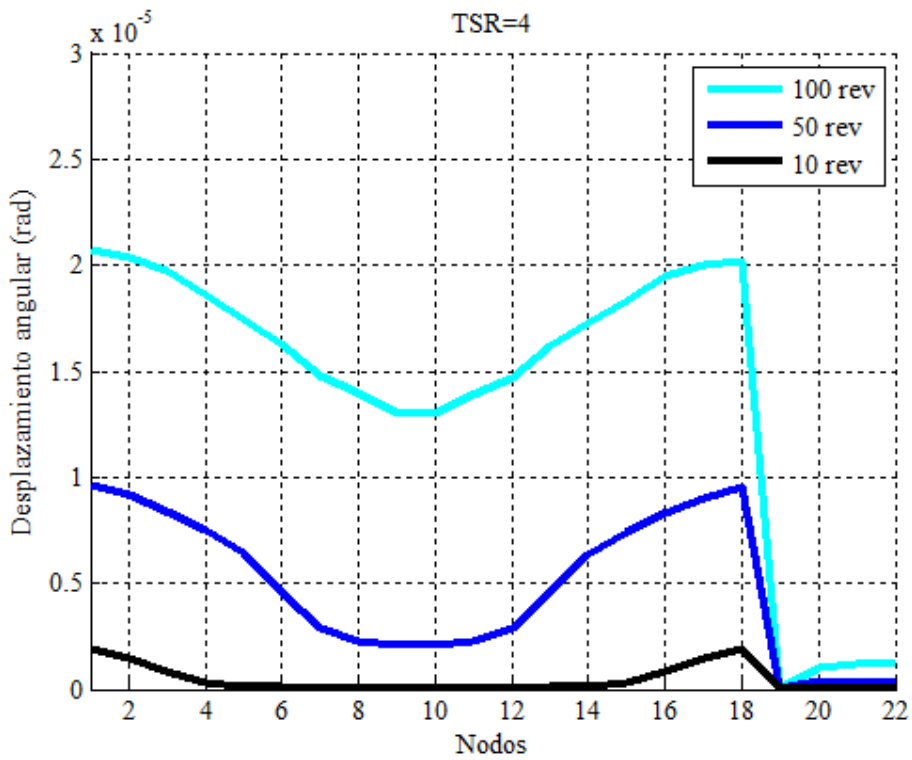


Figura 4.56 - Desplazamiento angular de los nodos 37.0 RPM TSR=4.

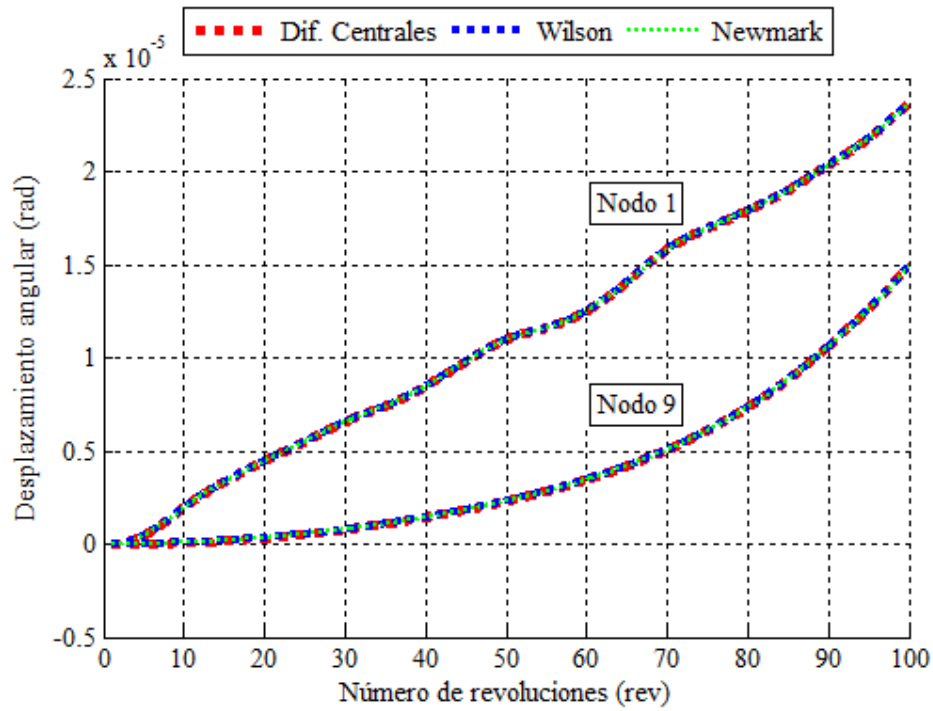


Figura 4.57 - Desplazamiento angular del Nodo 1 y Nodo 9 en 100 revoluciones, 37.0 RPM.

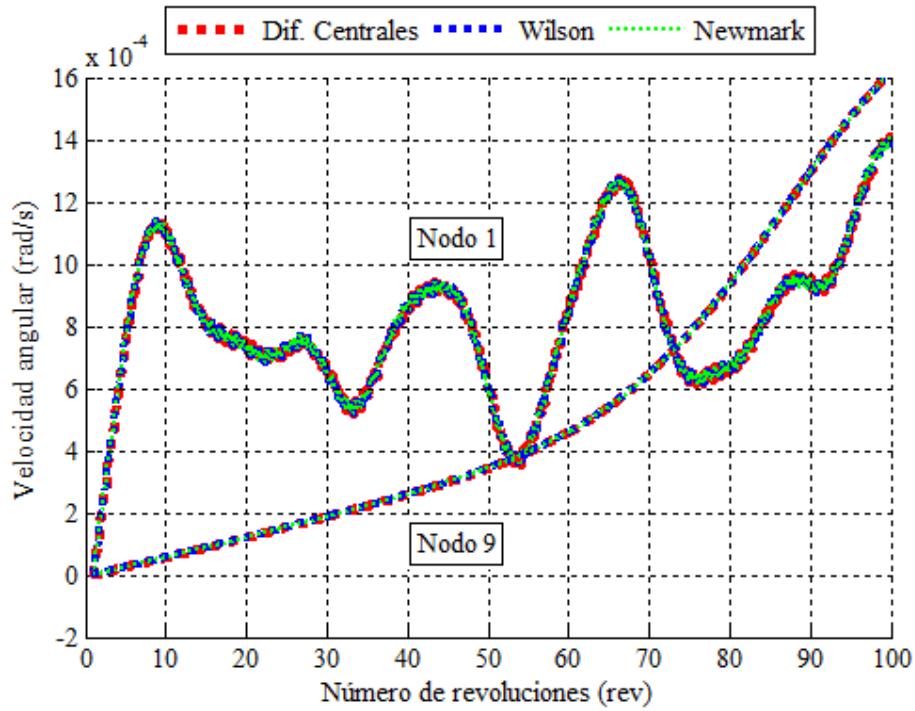


Figura 4.58 - Velocidad angular del Nodo 1 y Nodo 9 en 100 revoluciones, 37.0 RPM.

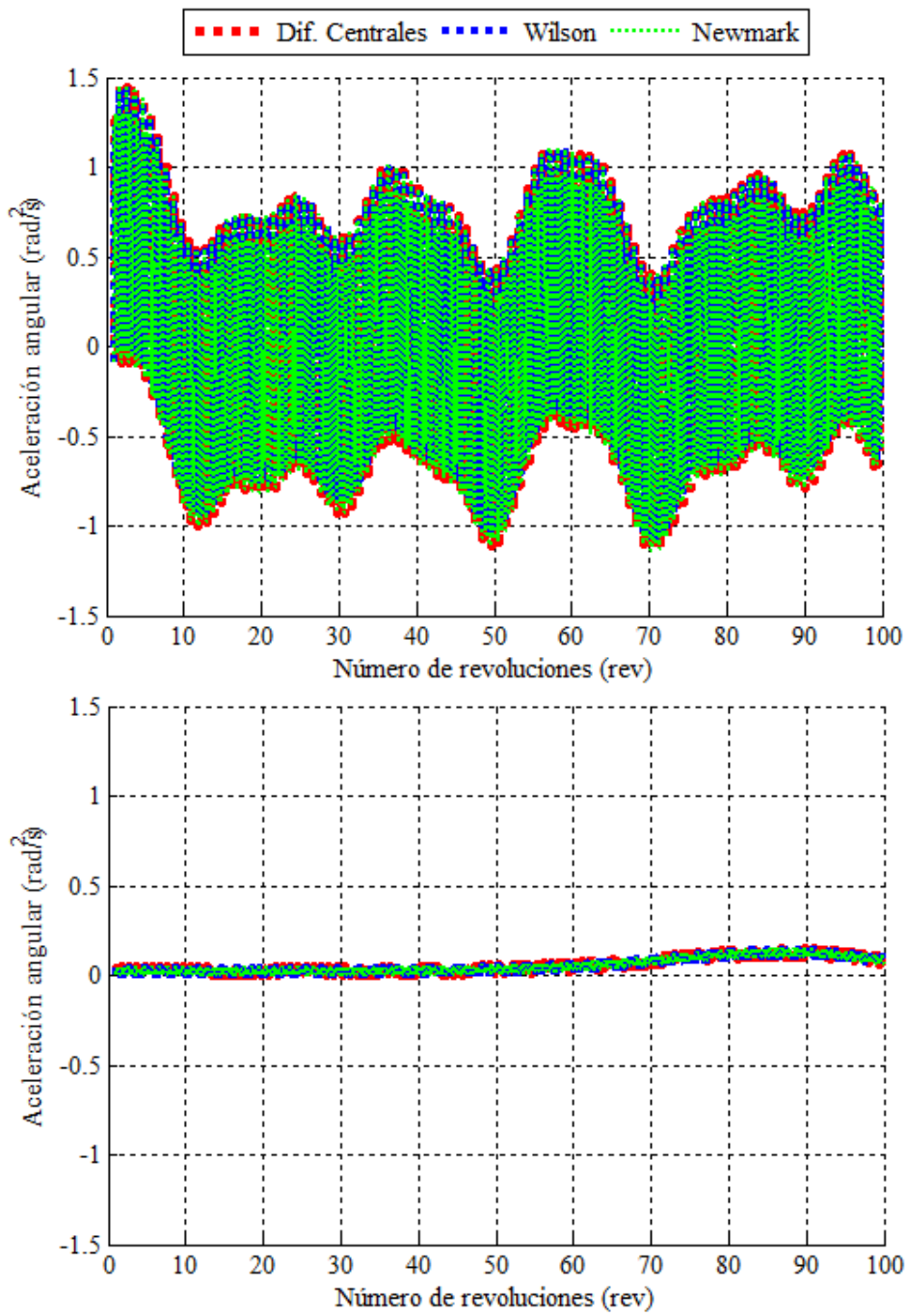


Figura 4.59 - Aceleración angular del Nodo 1 (arriba) y Nodo 9 (abajo) en 100 revoluciones, 37.0 RPM.

Nodo 19

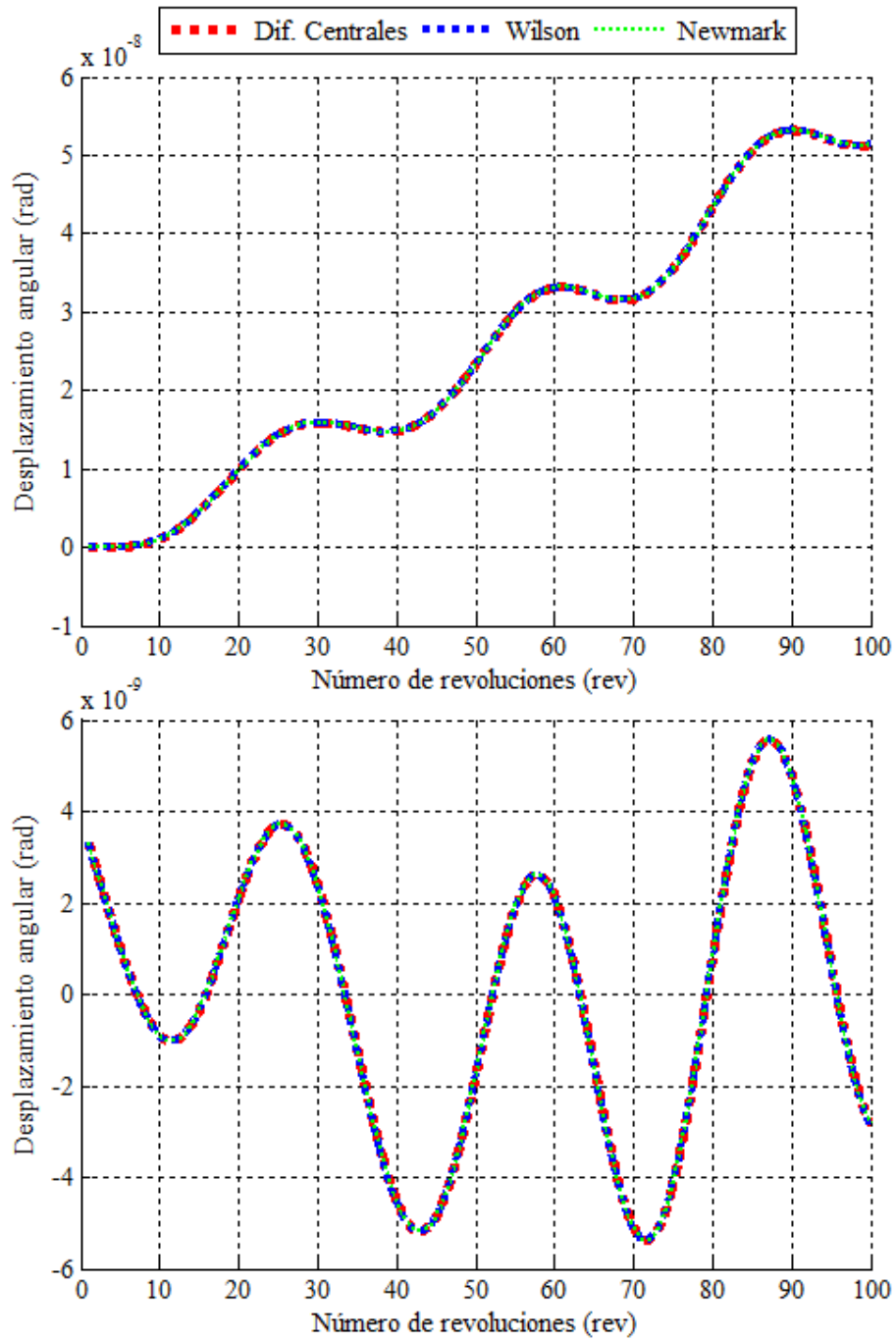


Figura 4.60 - Desplazamiento angular (arriba) y Oscilación (abajo) para 37.0 RPM.

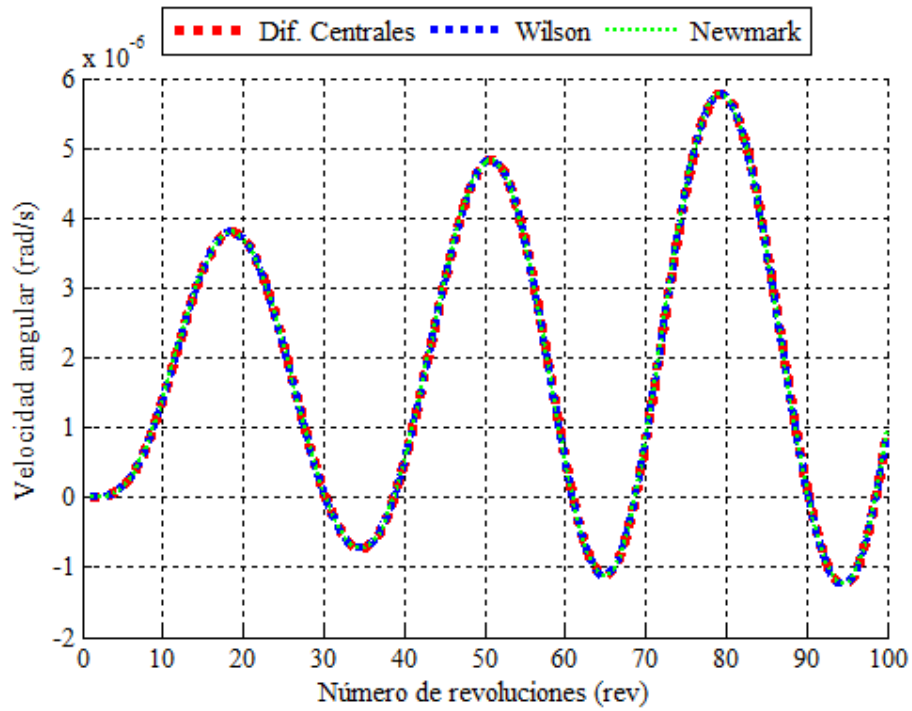


Figura 4.61 - Velocidad angular del nodo 19, 37.0 RPM.

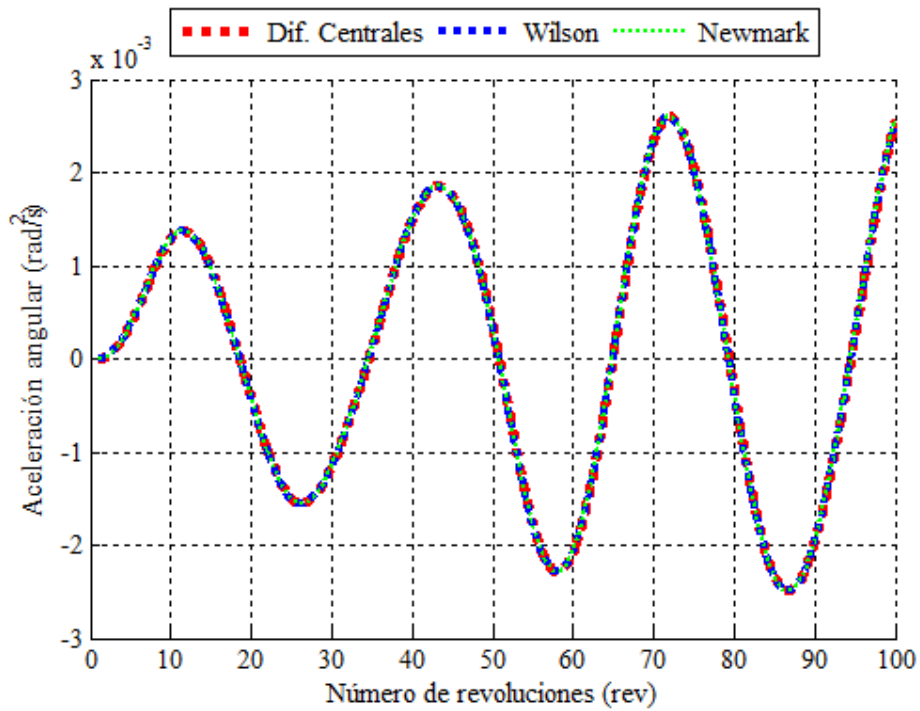


Figura 4.62 - Aceleración angular del nodo 19, 37.0 RPM.

Nodo 20

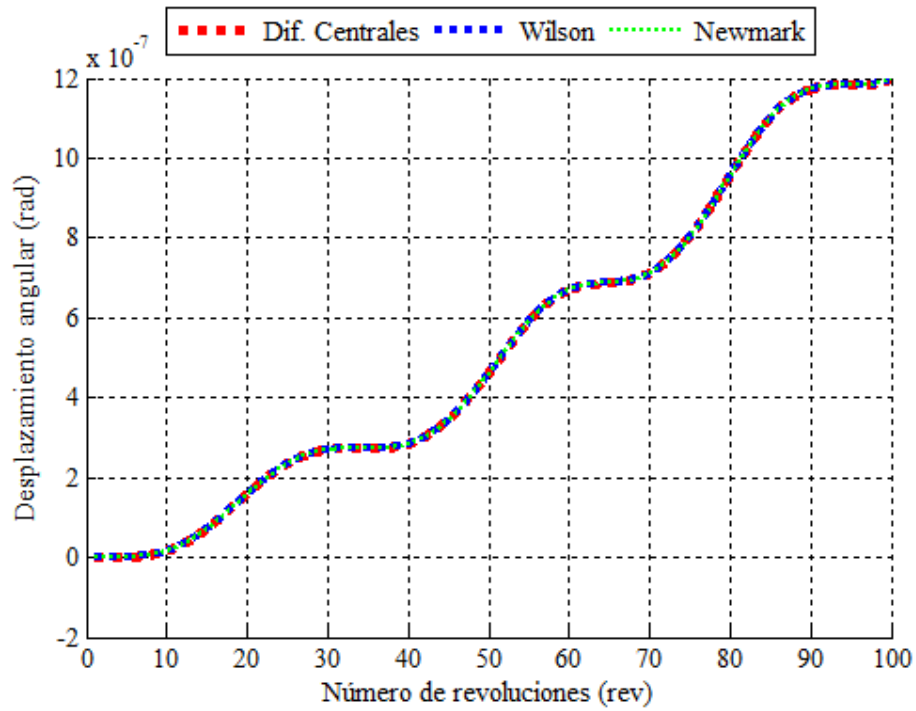


Figura 4.63 - Desplazamiento angular del nodo 20, 37.0 RPM.

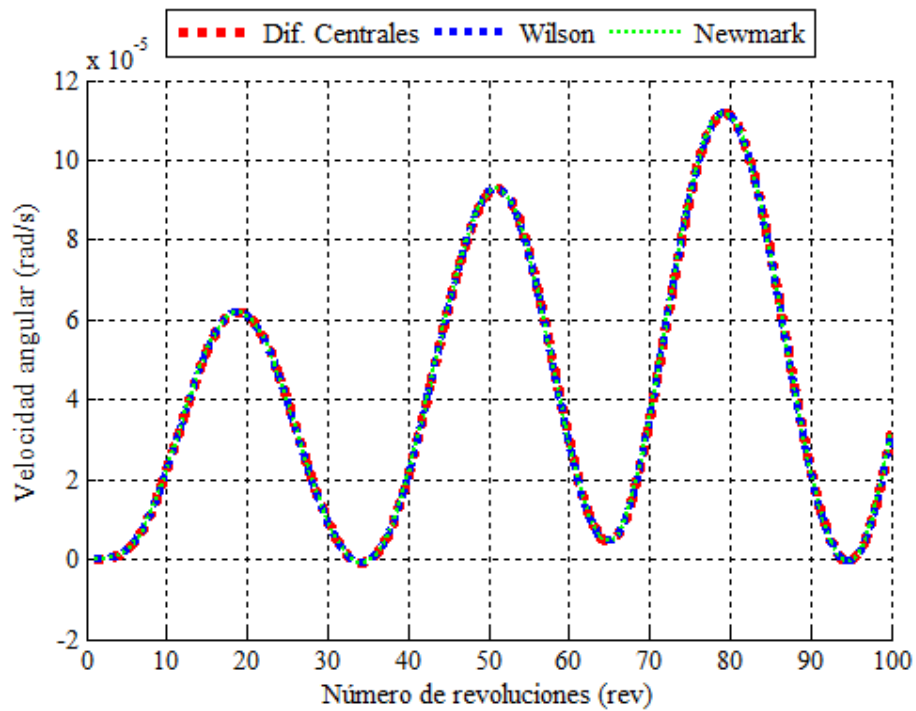


Figura 4.64 - Velocidad angular del nodo 20, 37.0 RPM.

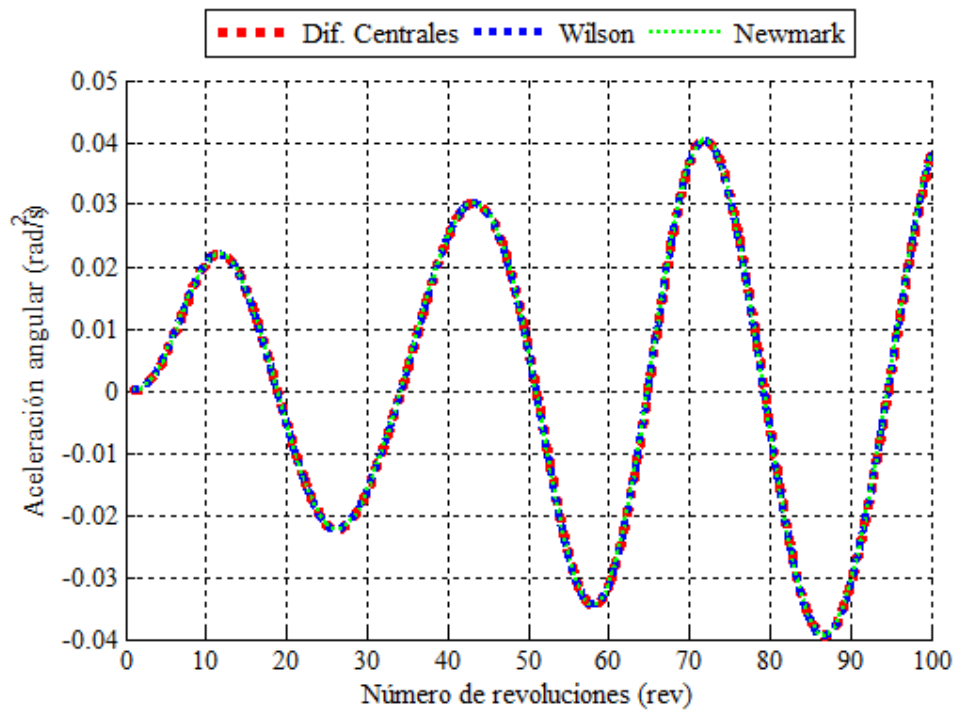


Figura 4.65 - Aceleración angular del nodo 20, 37.0 RPM.

Nodo 21

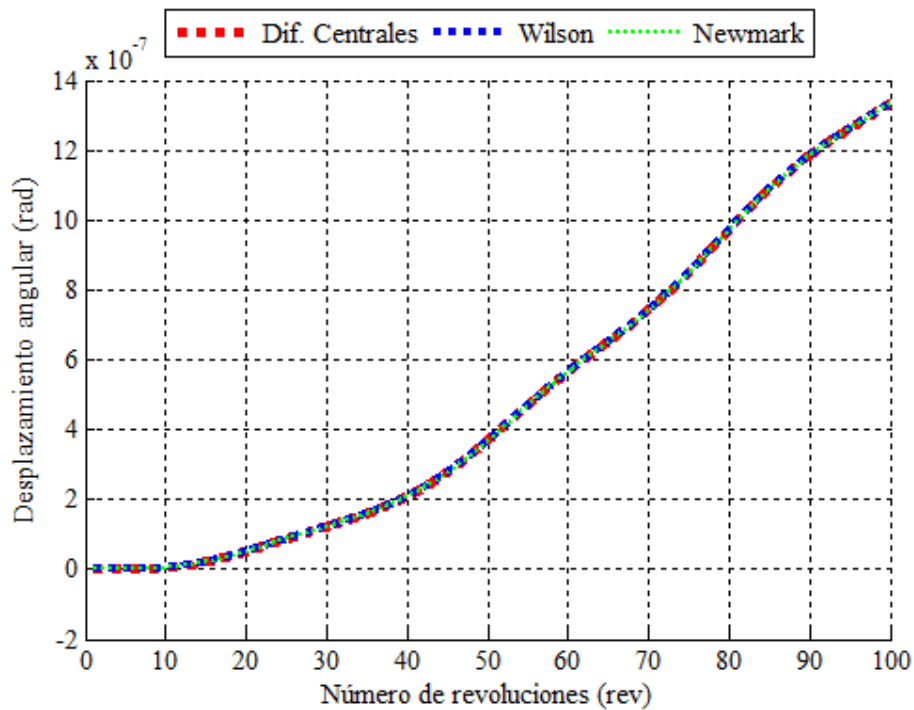


Figura 4.66 - Desplazamiento angular del nodo 21, 37.0 RPM.

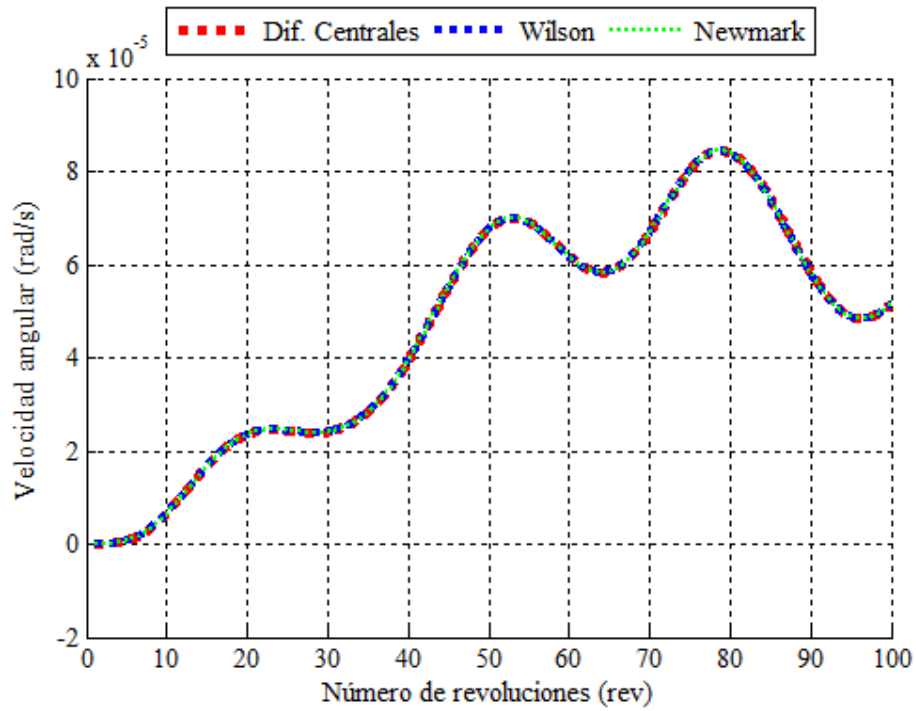


Figura 4.67 - Velocidad angular del nodo 21, 37.0 RPM.

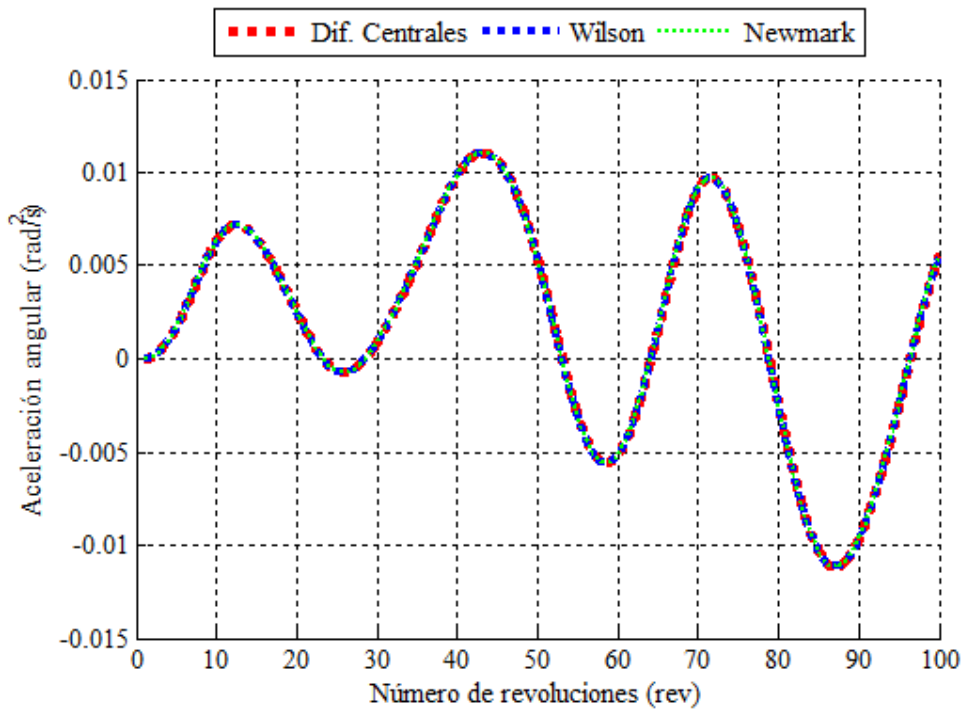


Figura 4.68 - Aceleración angular del nodo 21, 37.0 RPM.

Nodo 22

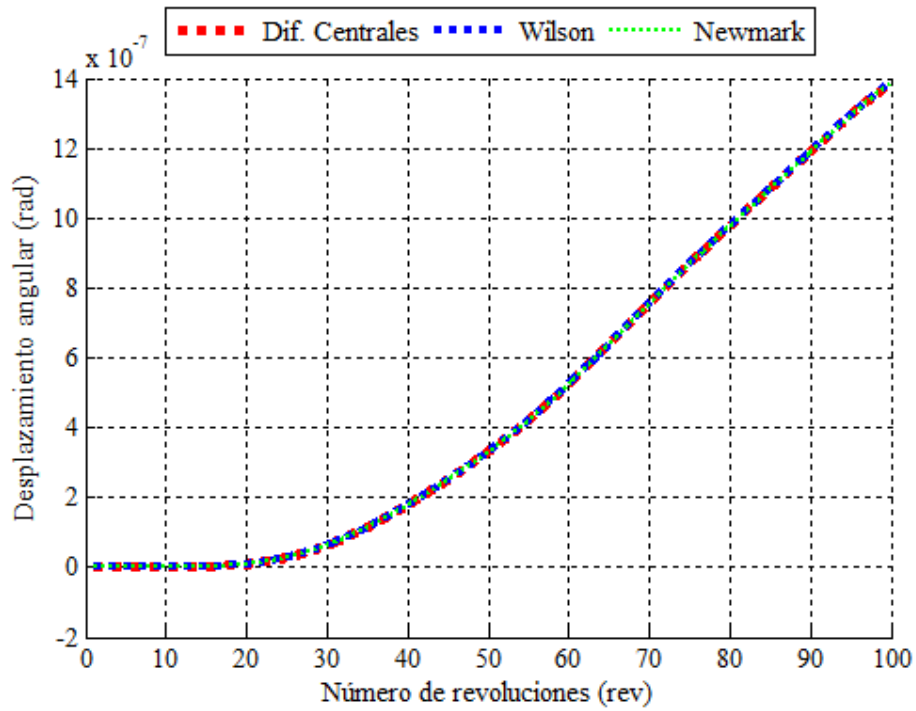


Figura 4.69 - Desplazamiento angular del nodo 22, 37.0 RPM.

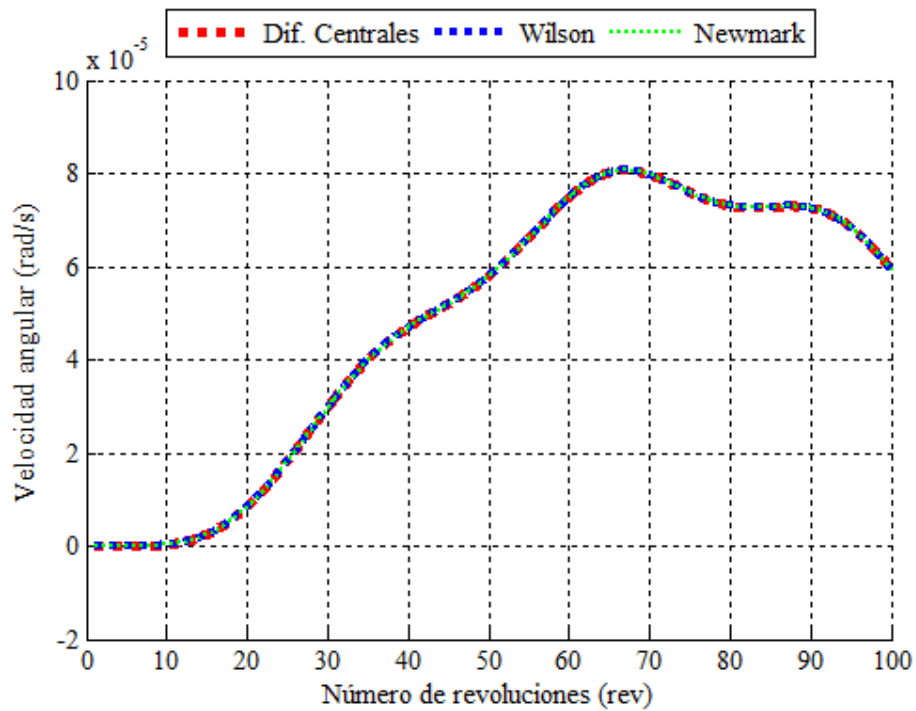


Figura 4.70 - Velocidad angular del nodo 22, 37.0 RPM.

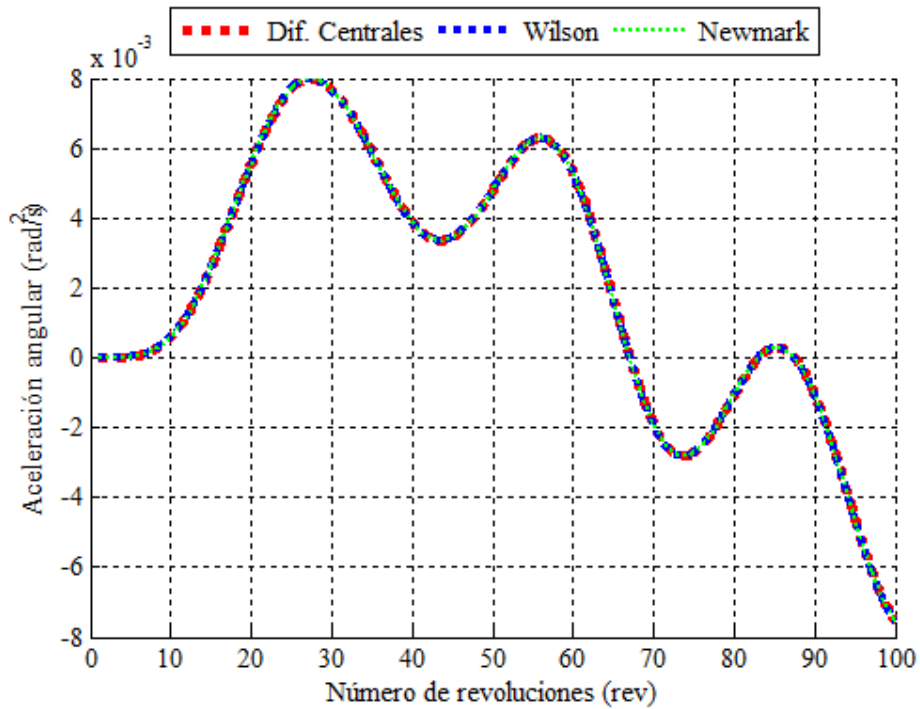


Figura 4.71 - Aceleración angular del nodo 22, 37.0 RPM.

El análisis que se puede realizar para el caso de 37.0 RPM es análogo al anterior. El comportamiento de los nodos es el mismo, sin embargo la amplitud de las oscilaciones es mayor. Esto último se debe a que el torque que se aplica en la turbina también aumenta, por lo tanto la excitación que sufre directamente el rotor e indirectamente el eje de transmisión es mayor.

La Tabla 4.10 muestra el resumen de los resultados.

Tabla 4.10 - Resumen de resultados 37.0 RPM

37.0RPM: 100 revoluciones			
Nodo	Desplazamiento máx.	Velocidad máx.	 Aceleración máx.
1	24.0×10^{-6} rad	14.0×10^{-4} rad/s	1.50 rad/s ²
9	15.0×10^{-6} rad	16.0×10^{-4} rad/s	0.15 rad/s ²
19	54.0×10^{-9} rad	58.0×10^{-7} rad/s	2.6×10^{-3} rad/s ²
20	12.0×10^{-7} rad	11.0×10^{-5} rad/s	0.04 rad/s ²
21	13.0×10^{-7} rad	8.2×10^{-5} rad/s	11.0×10^{-3} rad/s ²
22	14.0×10^{-7} rad	8.0×10^{-5} rad/s	8.0×10^{-3} rad/s ²

45.5 RPM

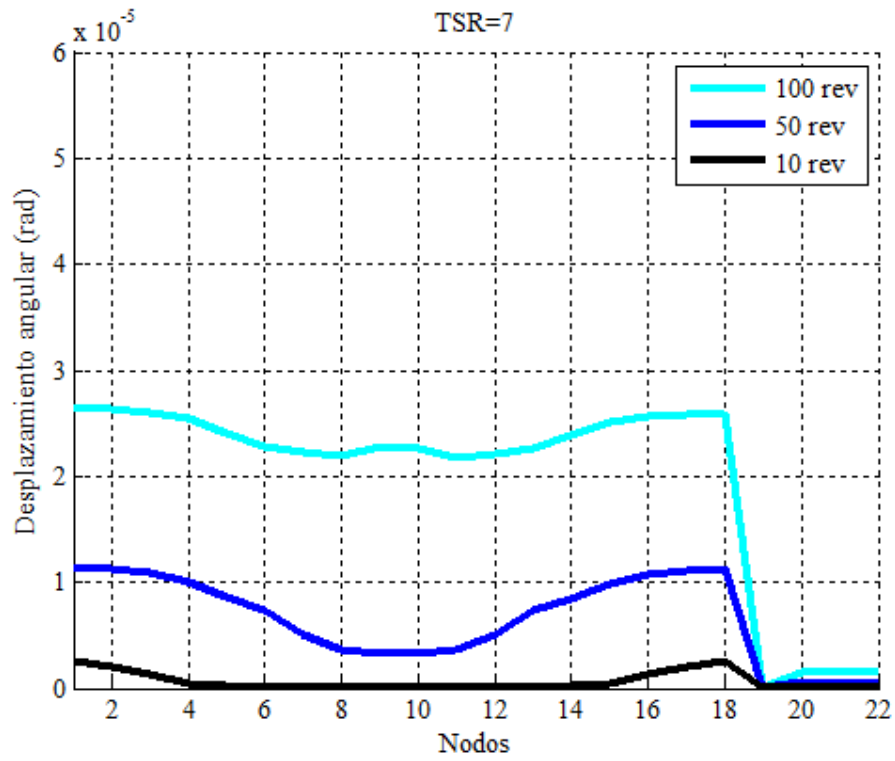


Figura 4.72 - Desplazamiento angular de los nodos 45.5 RPM TSR=7.

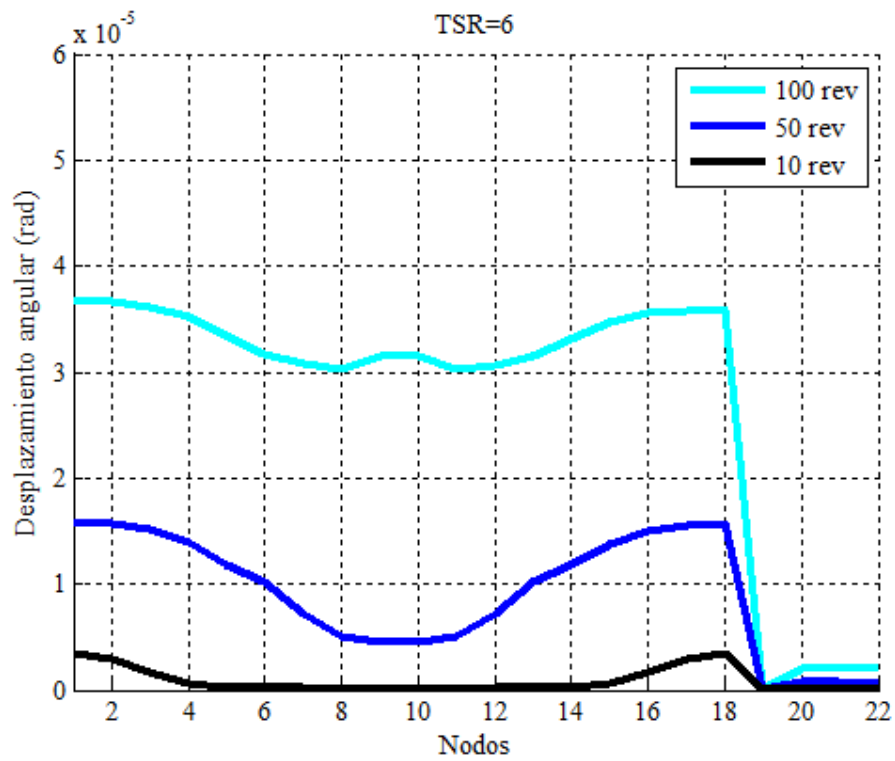


Figura 4.73 - Desplazamiento angular de los nodos 45.5 RPM TSR=6.

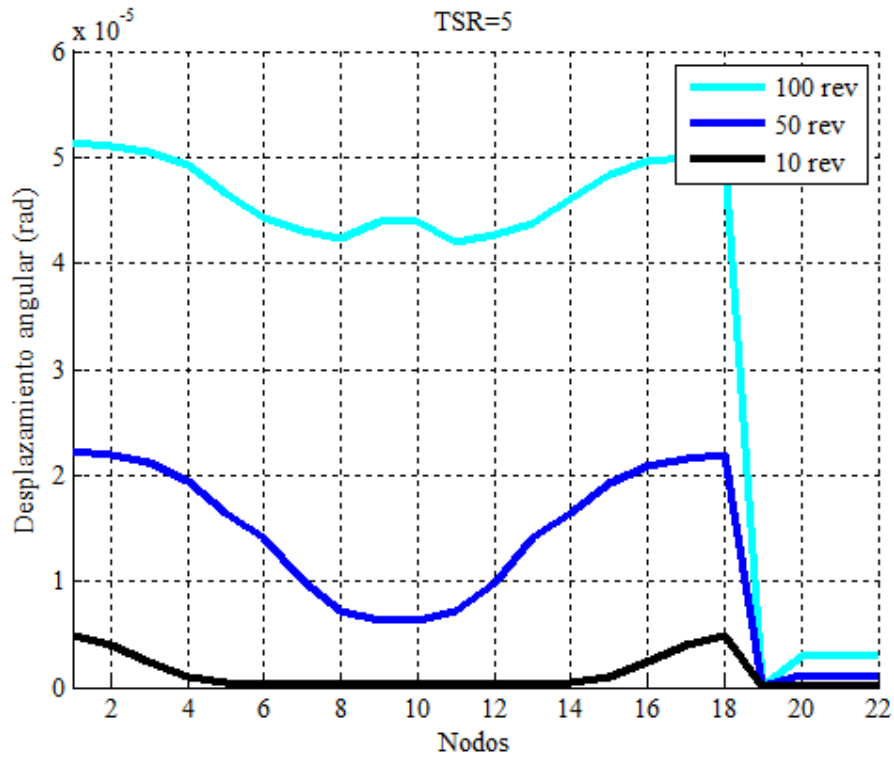


Figura 4.74 - Desplazamiento angular de los nodos 45.5 RPM TSR=5.

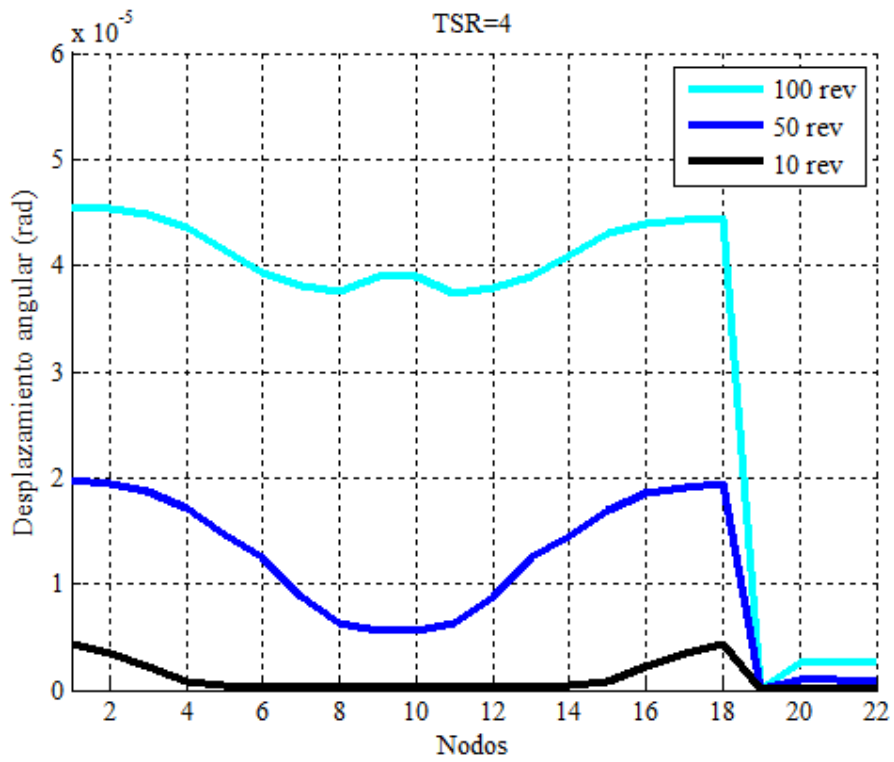


Figura 4.75 - Desplazamiento de los nodos 45.5 RPM TSR=4.

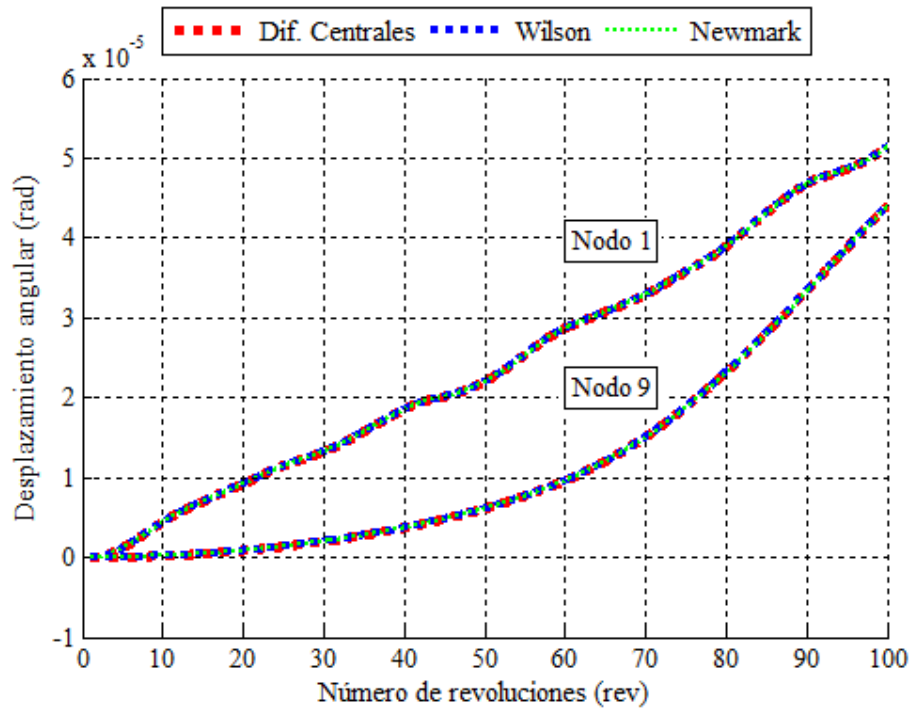


Figura 4.76 - Desplazamiento angular del Nodo 1 y Nodo 9 en 100 revoluciones, 45.5 RPM.

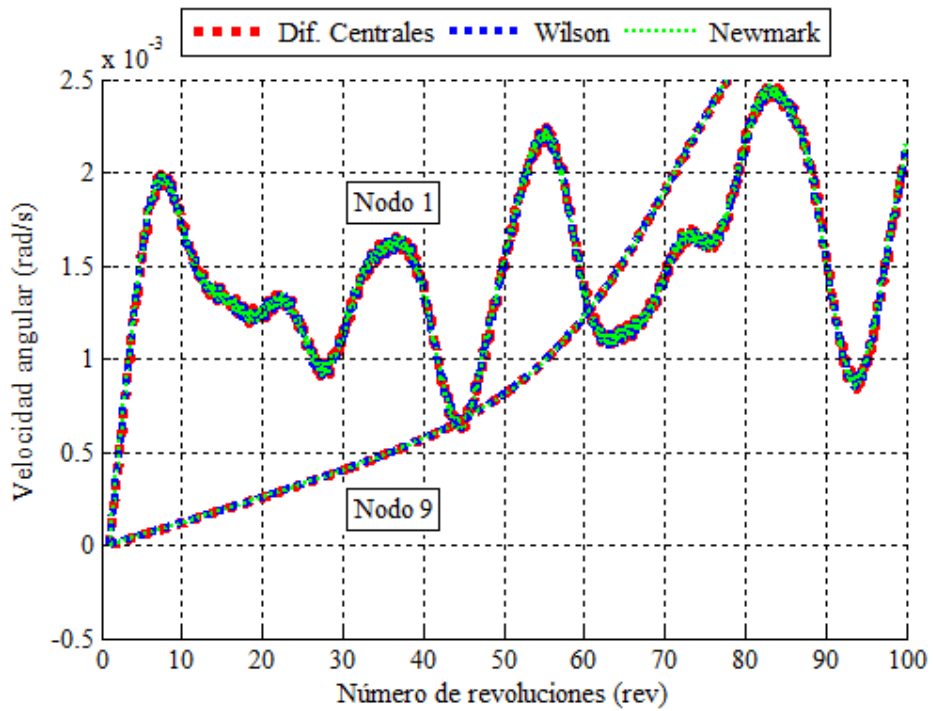


Figura 4.77 - Velocidad angular del Nodo 1 y Nodo 9 en 100 revoluciones, 45.5 RPM.

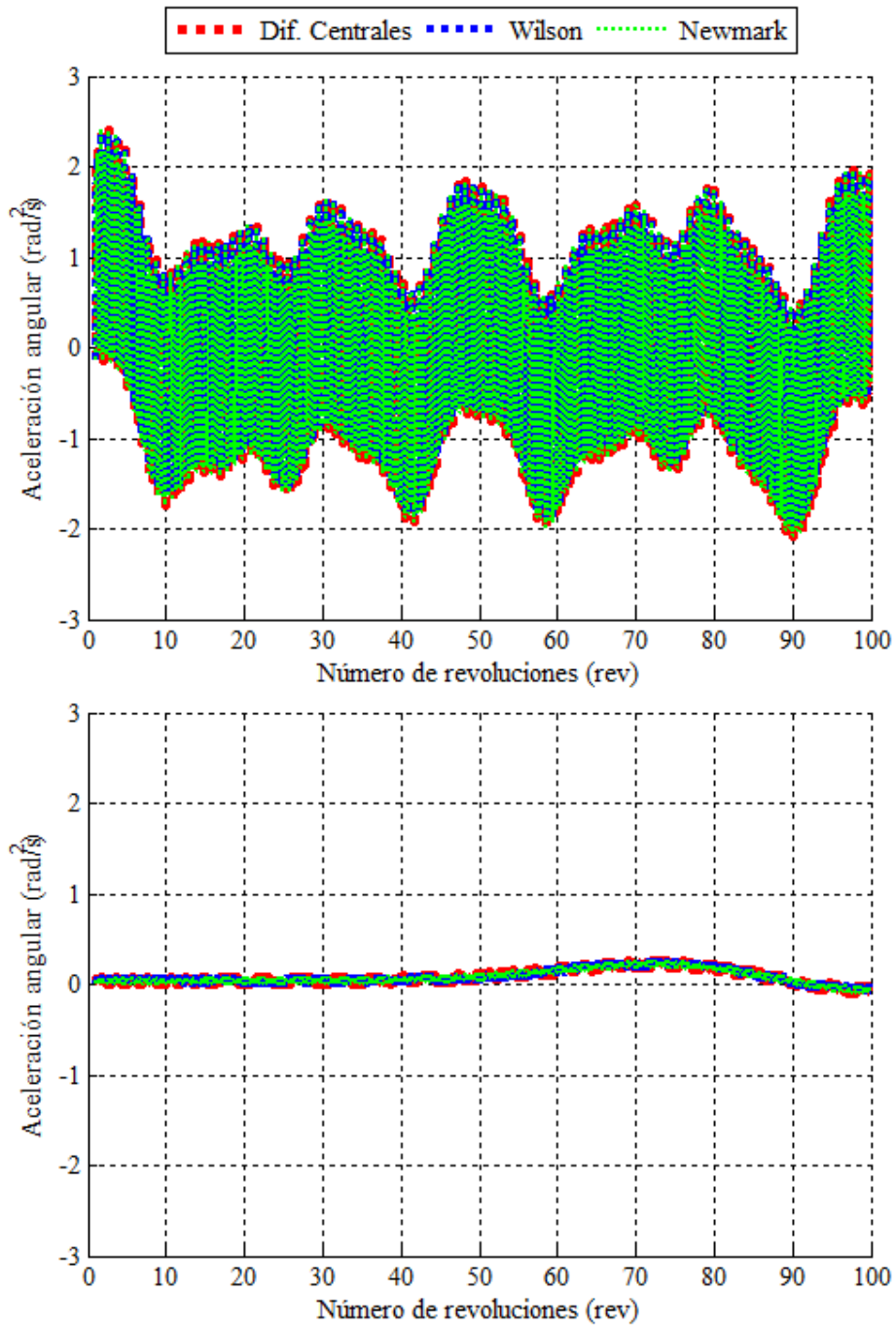


Figura 4.78 - Aceleración angular del Nodo 1 (arriba) y Nodo 9 (abajo) en 100 revoluciones, 45.5 RPM.

Nodo 19

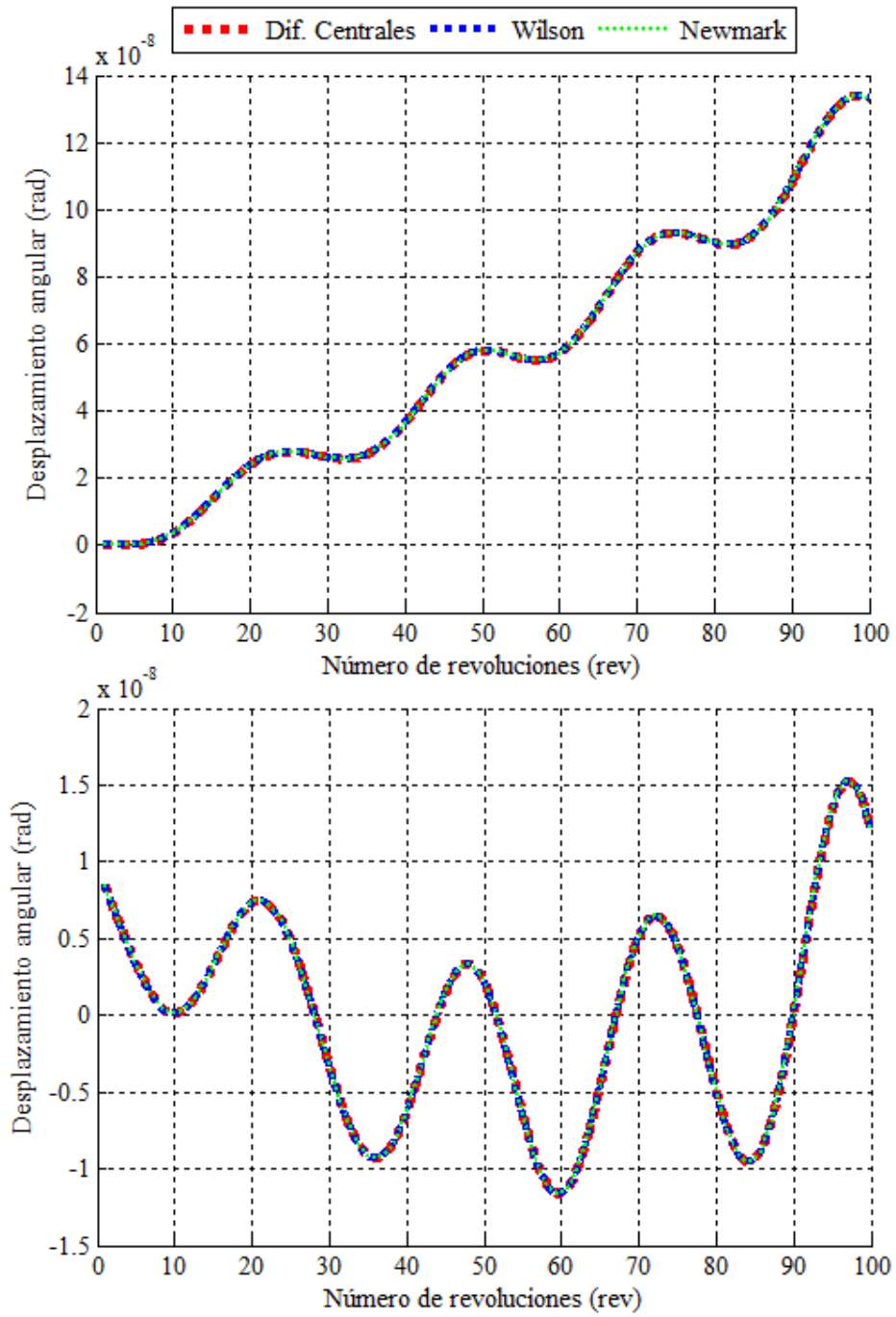


Figura 4.79 - Desplazamiento angular (arriba) y Oscilación (abajo) para 45.5 RPM.

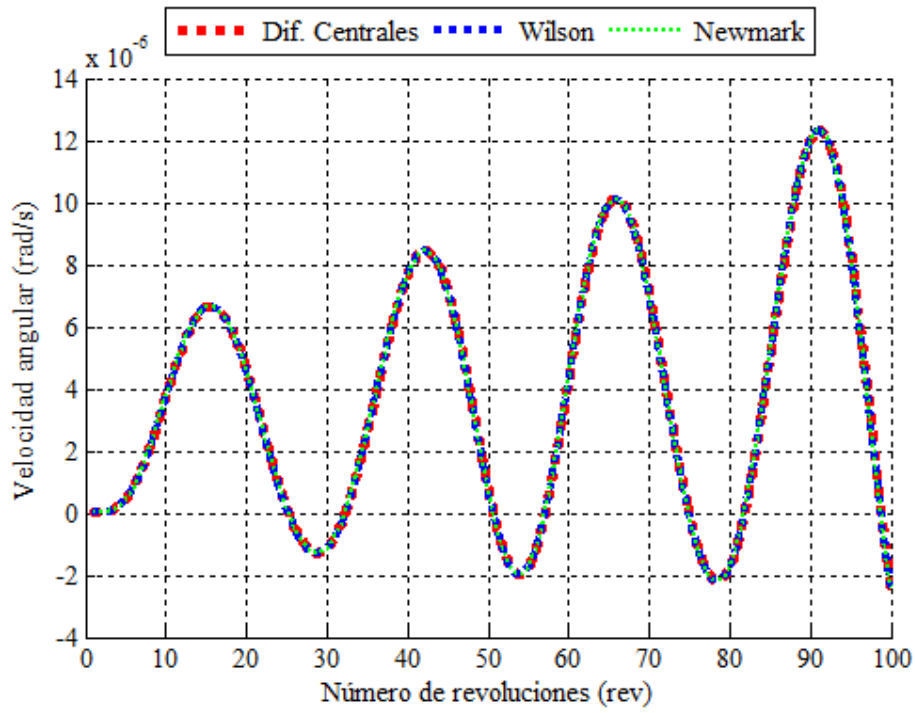


Figura 4.80 - Velocidad angular del nodo 19, 45.5 RPM.

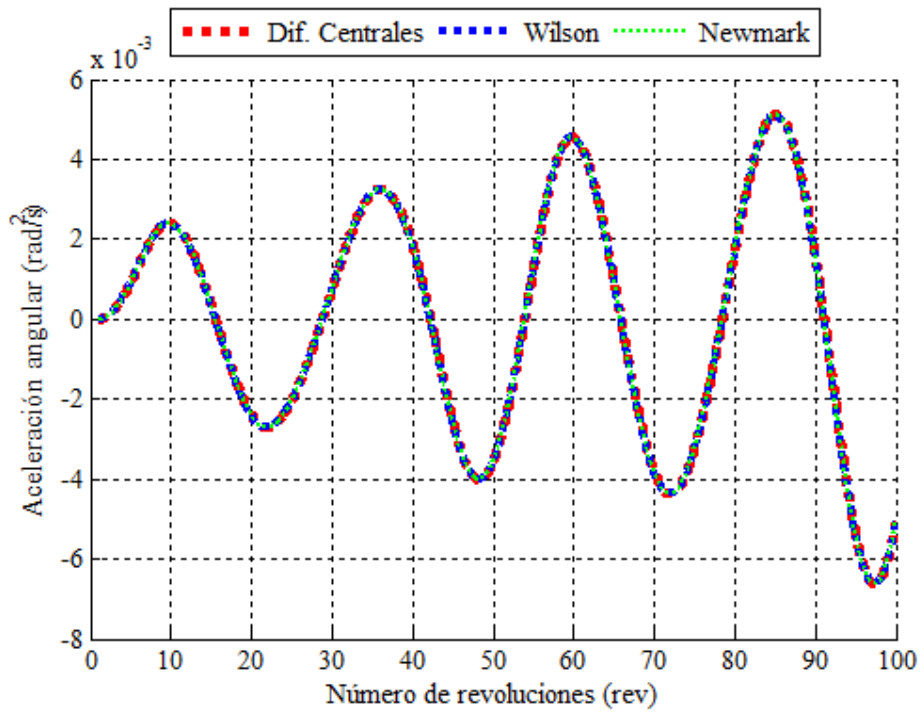


Figura 4.81 - Aceleración angular del nodo 19, 45.5 RPM.

Nodo 20

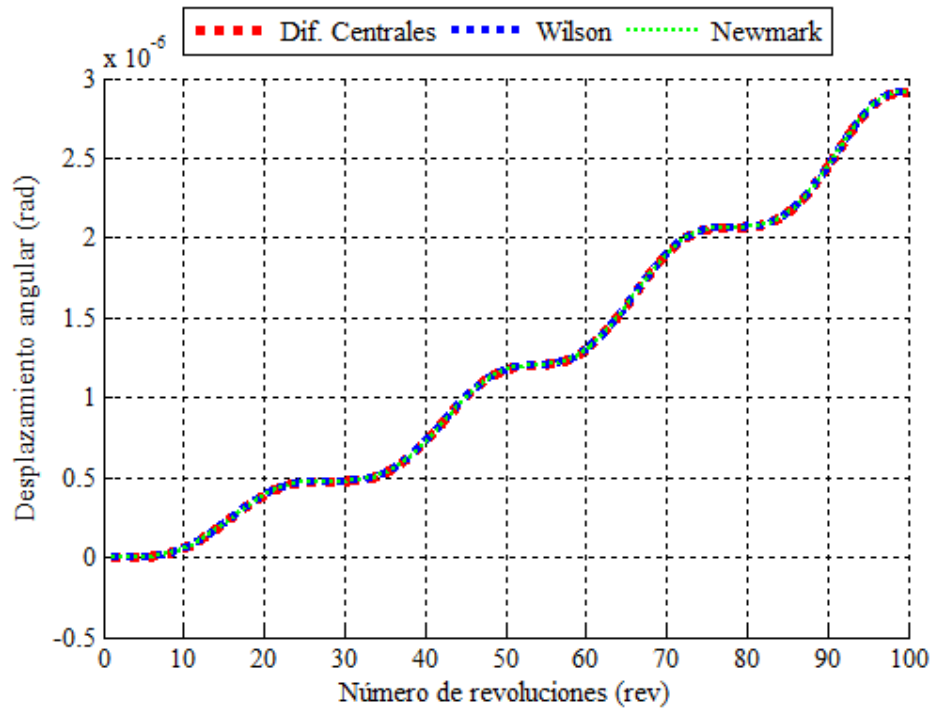


Figura 4.82 - Desplazamiento angular del nodo 20, 45.5 RPM.

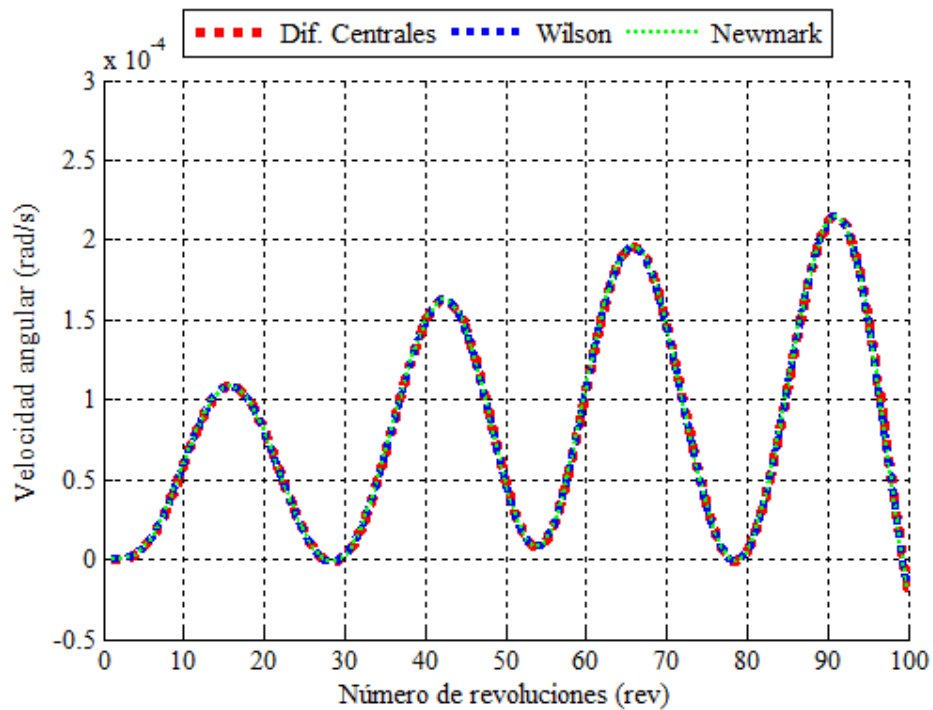


Figura 4.83 - Velocidad angular del nodo 20, 45.5 RPM.

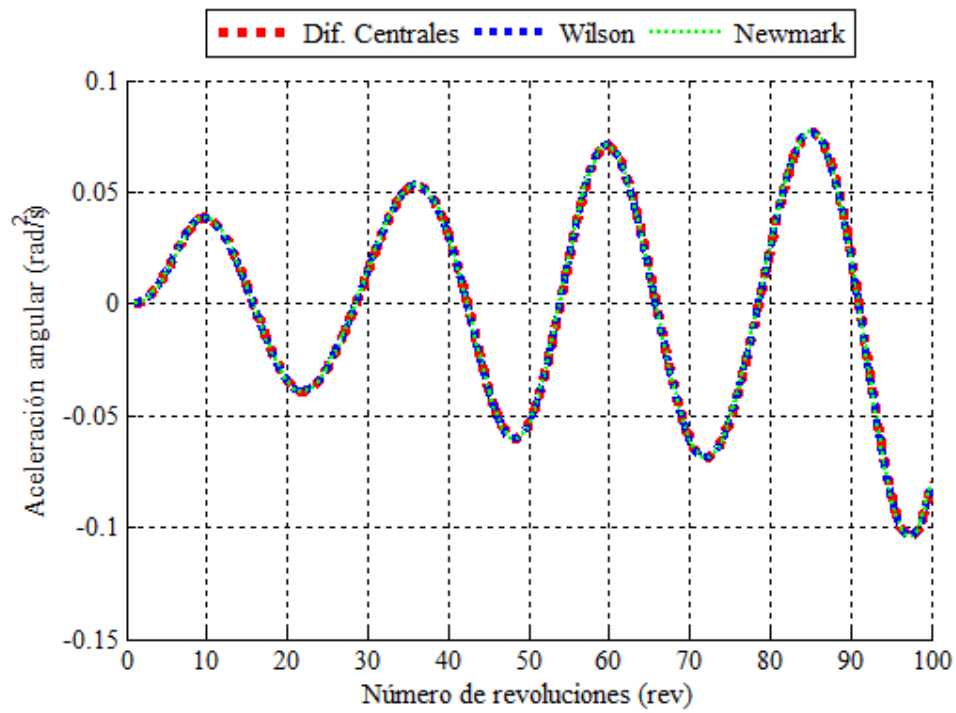


Figura 4.84 - Aceleración angular del nodo 20, 45.5 RPM.

Nodo 21

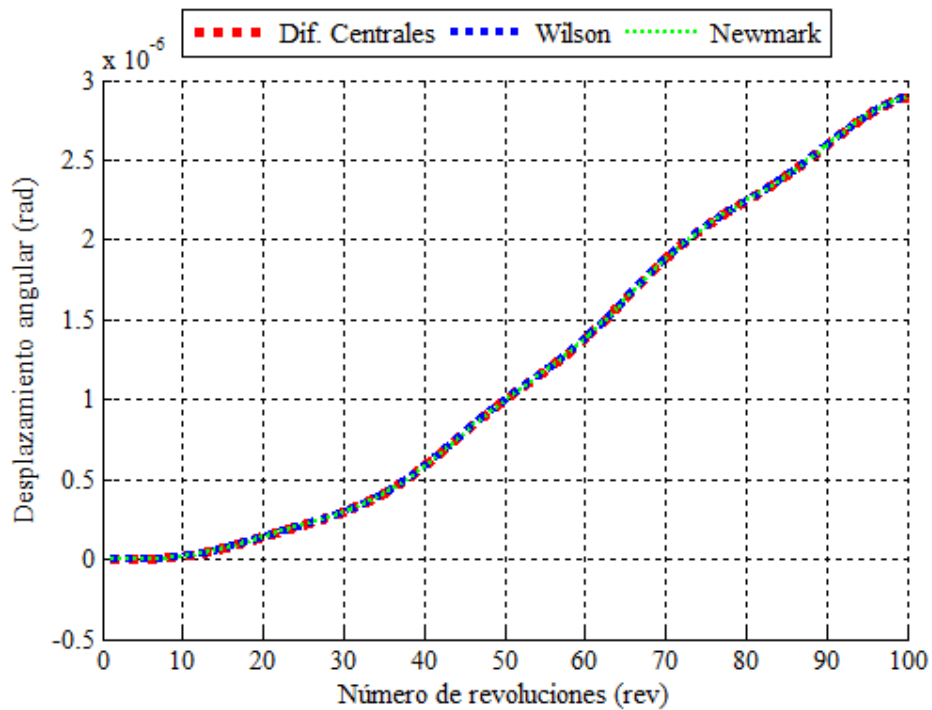


Figura 4.85 - Desplazamiento angular del nodo 21, 45.5 RPM.

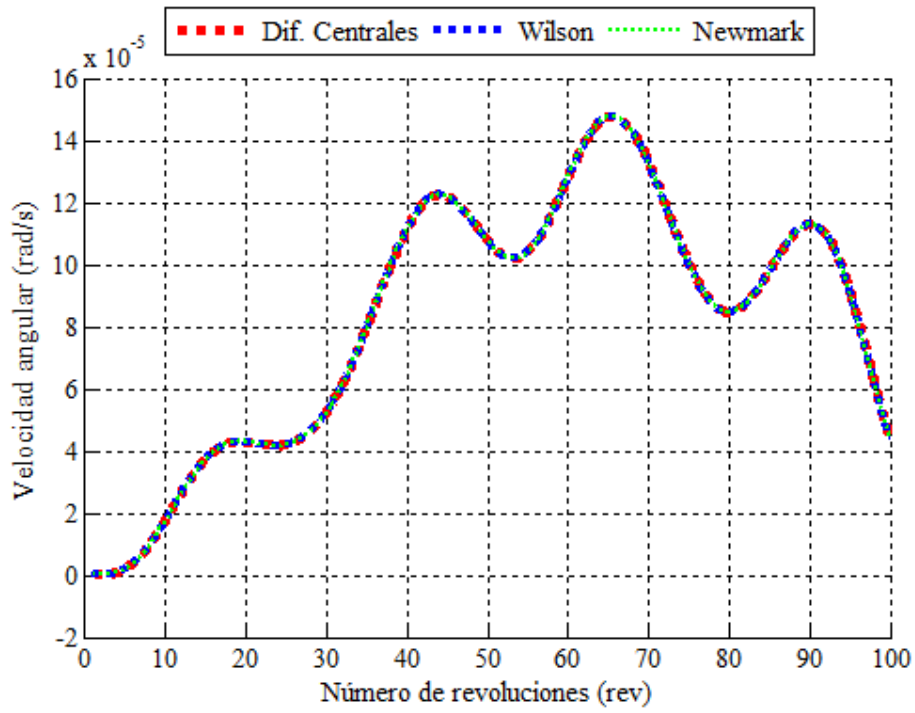


Figura 4.86 - Velocidad angular del nodo 21, 45.5 RPM.

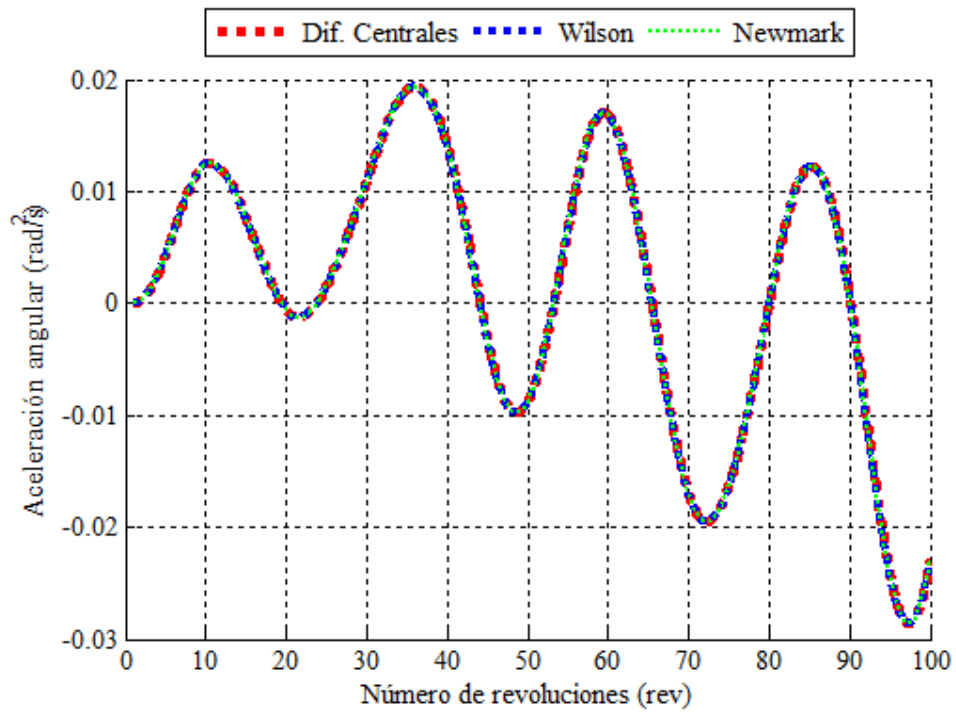


Figura 4.87 - Aceleración angular del nodo 21, 45.5 RPM.

Nodo 22

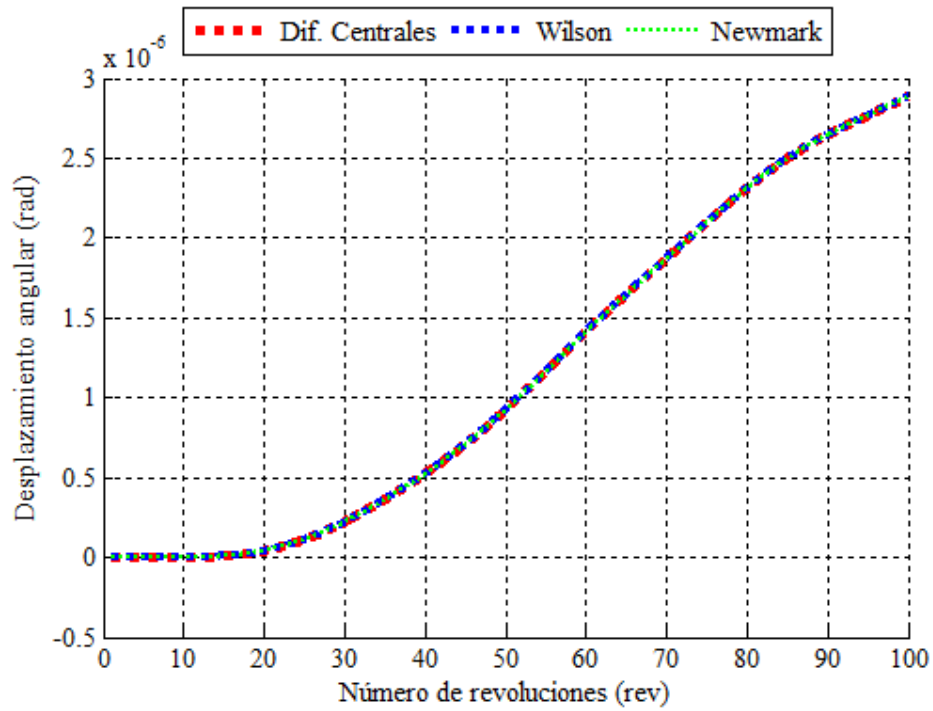


Figura 4.88 - Desplazamiento angular del nodo 22, 45.5 RPM.

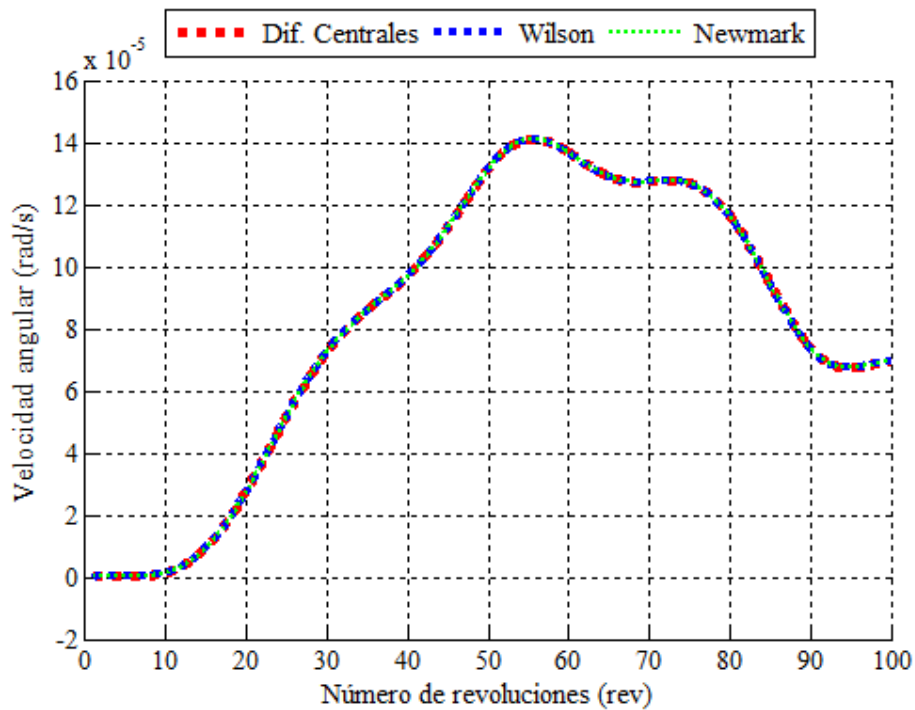


Figura 4.89 - Velocidad angular del nodo 22, 45.5 RPM.

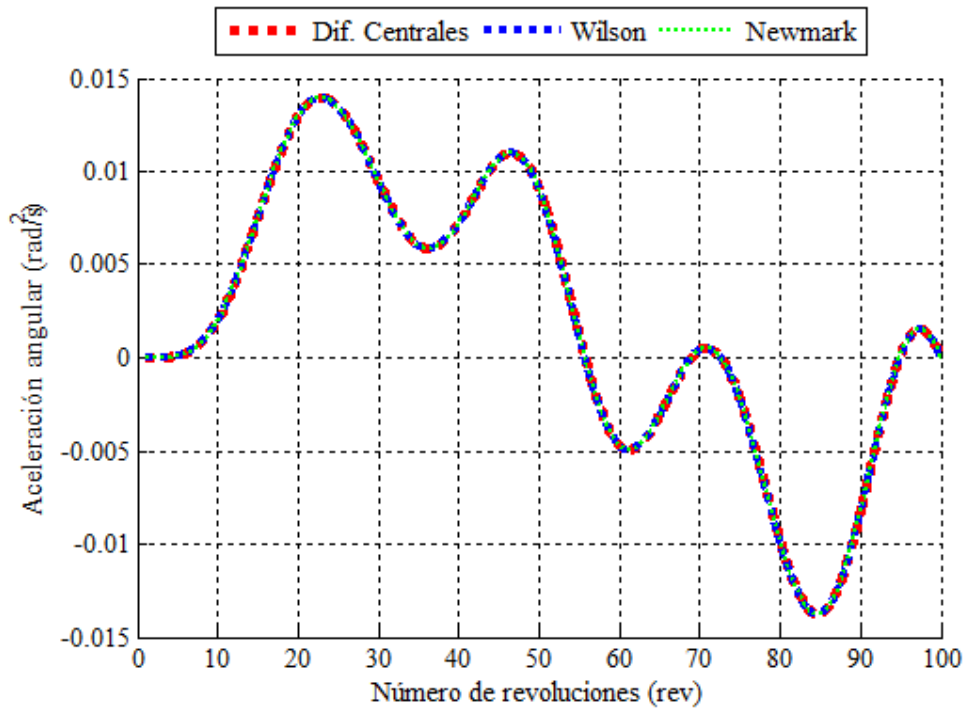


Figura 4.90 - Aceleración angular del nodo 22, 45.5 RPM.

De igual forma que en los casos anteriores, el nodo 19 es quien presenta el mayor comportamiento oscilatorio. Los desplazamientos angulares de cada nodo siguen aumentando con las RPM. Las diferencias en el desplazamiento entre los nodos extremos y centrales del rotor son menos agresiva que en los casos anteriores.

La Tabla 4.11 muestra el resumen de los resultados.

Tabla 4.11 - Resumen de resultados 45.5RPM

45.5 RPM: 100 revoluciones			
Nodo	Desplazamiento máx.	Velocidad máx.	Aceleración máx.
1	52.0×10^{-6} rad	24.0×10^{-4} rad/s	2.40 rad/s^2
9	45.0×10^{-6} rad	25.0×10^{-4} rad/s	0.40 rad/s^2
19	135.0×10^{-9} rad	120.0×10^{-7} rad/s	$5.0 \times 10^{-3} \text{ rad/s}^2$
20	29.0×10^{-7} rad	22.0×10^{-5} rad/s	0.08 rad/s^2
21	29.0×10^{-7} rad	15.0×10^{-5} rad/s	$20.0 \times 10^{-3} \text{ rad/s}^2$
22	29.0×10^{-7} rad	14.0×10^{-5} rad/s	$13.0 \times 10^{-3} \text{ rad/s}^2$

52.5 RPM

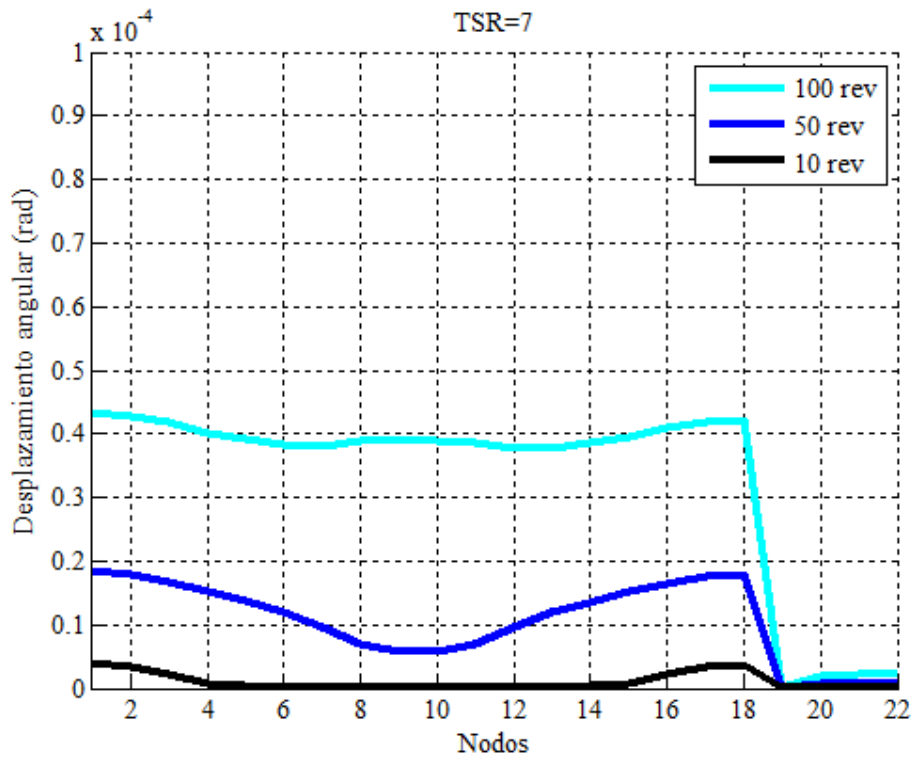


Figura 4.91 - Desplazamiento de los nodos 52.5 RPM TSR=7.

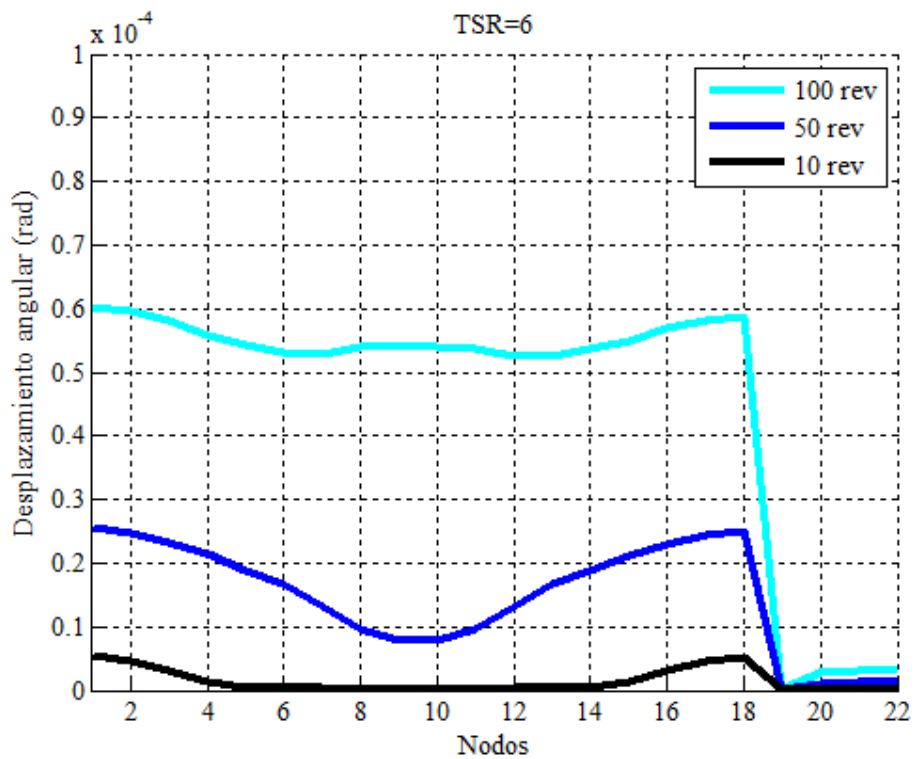


Figura 4.92 - Desplazamiento de los nodos 52.5 RPM TSR=6.

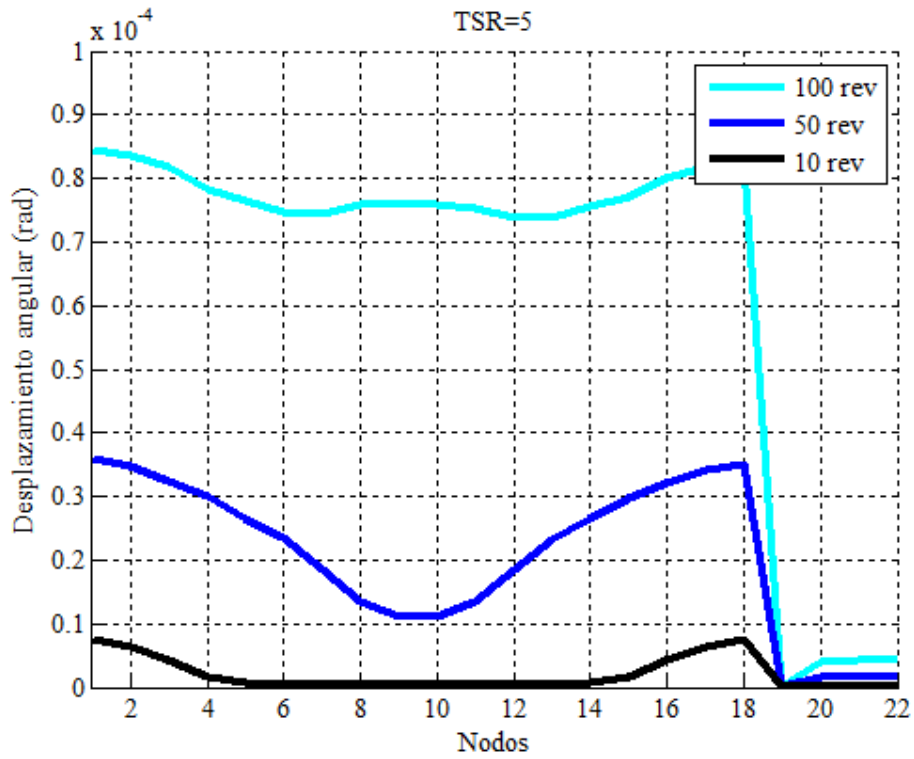


Figura 4.93 - Desplazamiento de los nodos 52.5 RPM TSR=5.

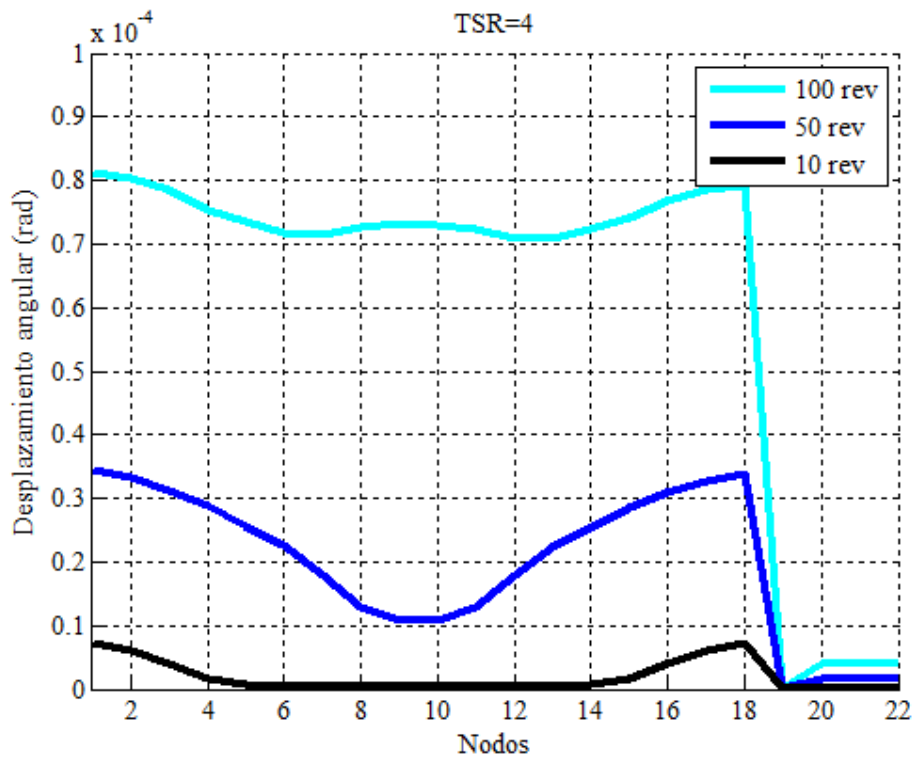


Figura 4.94 - Desplazamiento de los nodos 52.5 RPM TSR=4.

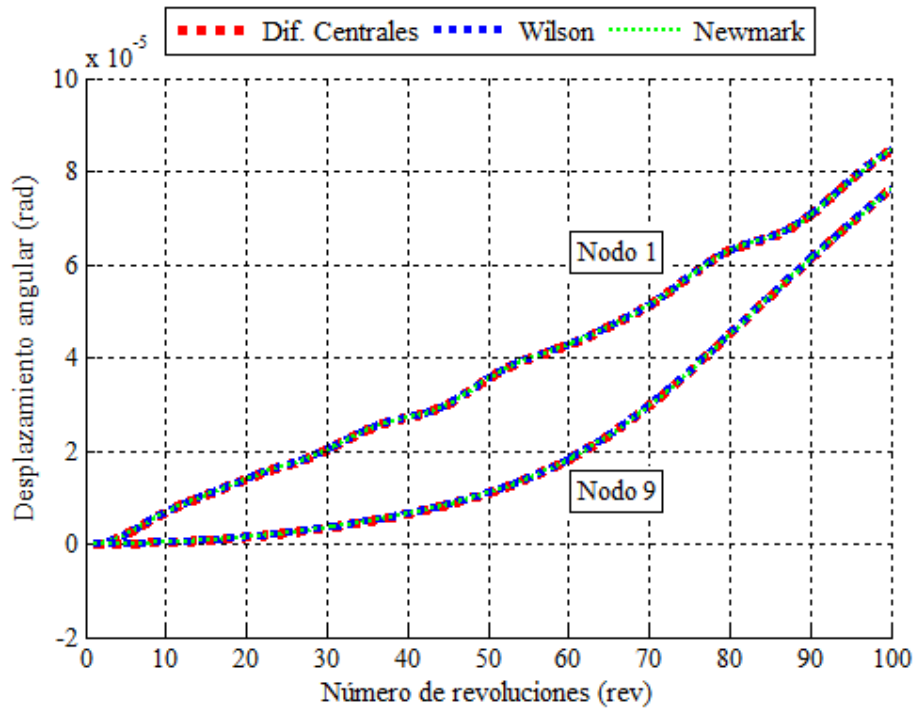


Figura 4.95 - Desplazamiento angular del Nodo 1 y Nodo 9 en 100 revoluciones, 52.5 RPM.

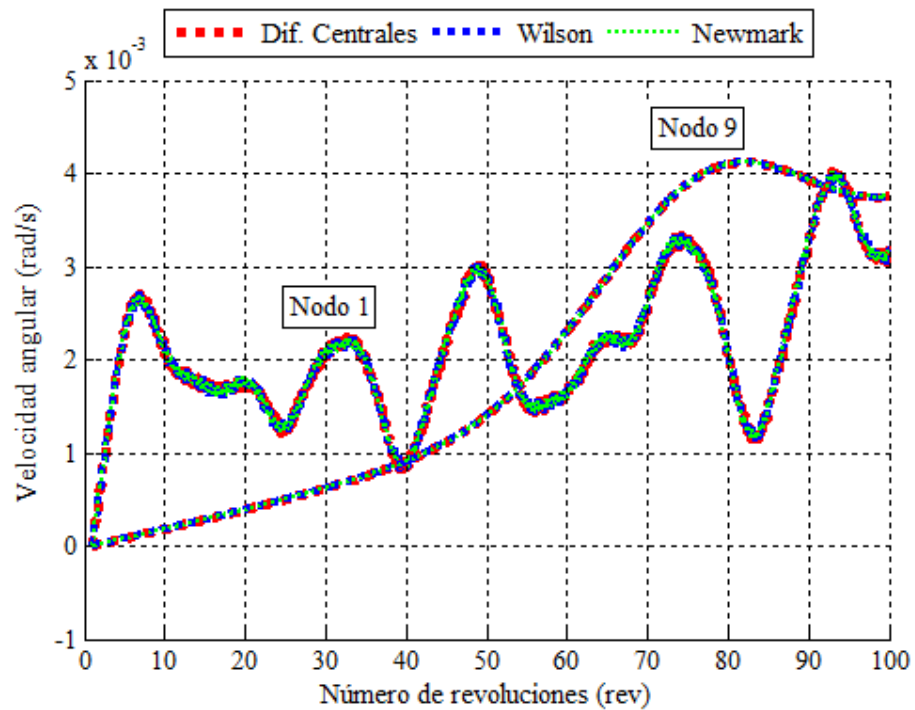


Figura 4.96 - Velocidad angular del Nodo 1 y Nodo 9 en 100 revoluciones, 52.5 RPM.

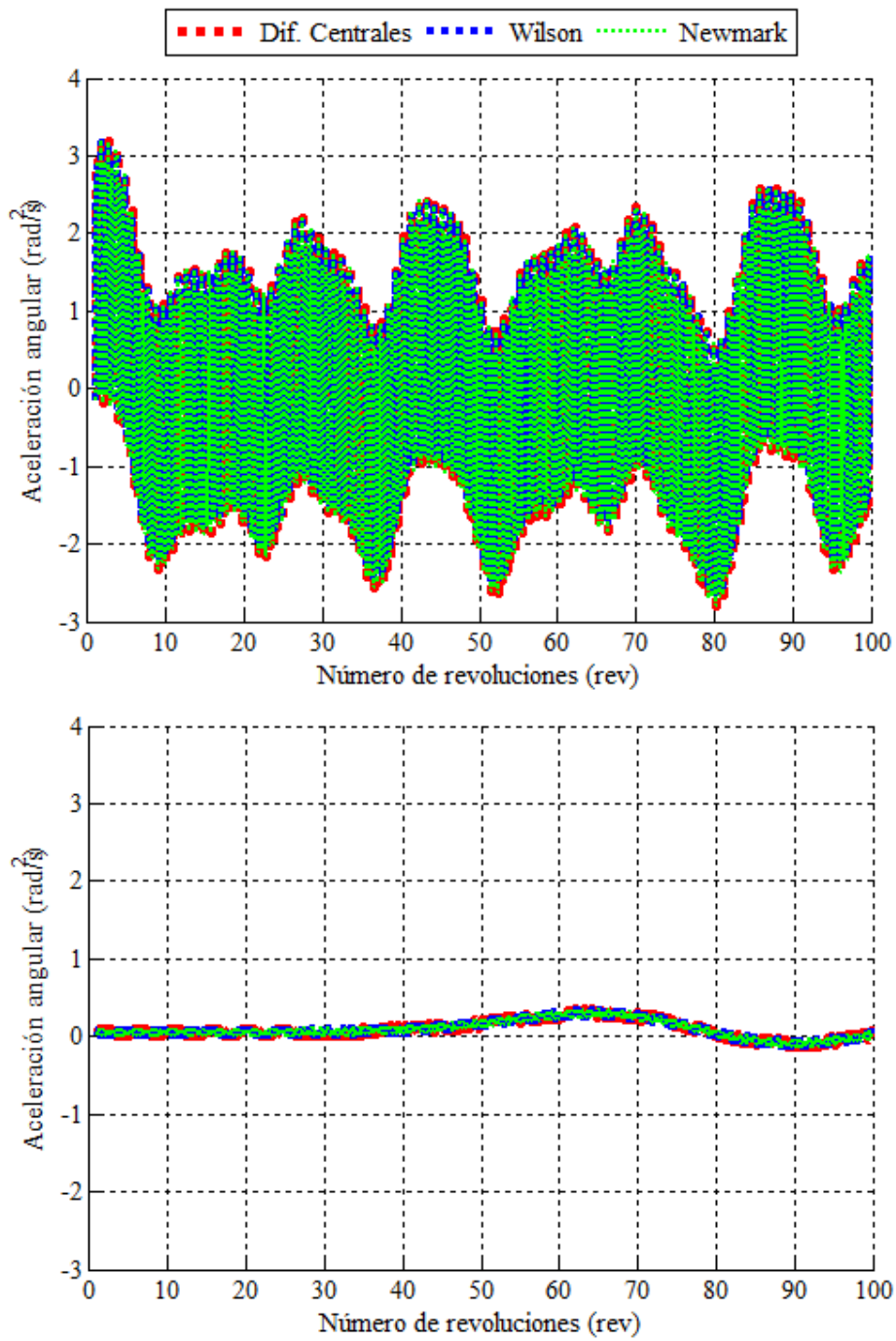


Figura 4.97 - Aceleración angular del Nodo 1 (arriba) y Nodo 9 (abajo.) en 100 revoluciones, 52.5 RPM.

Nodo 19

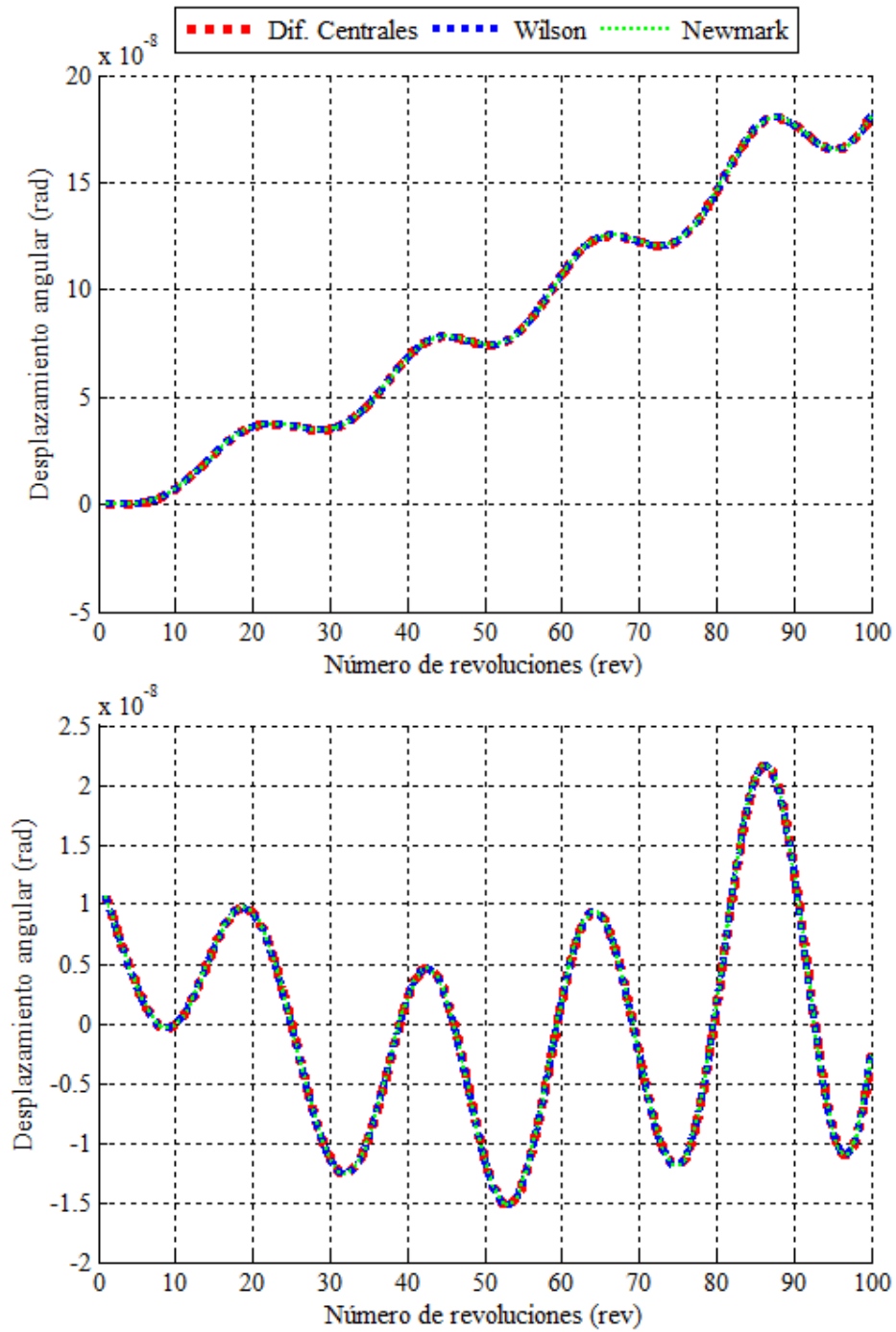


Figura 4.98 - Desplazamiento angular (arriba) y Oscilación (abajo) para 52.5 RPM.

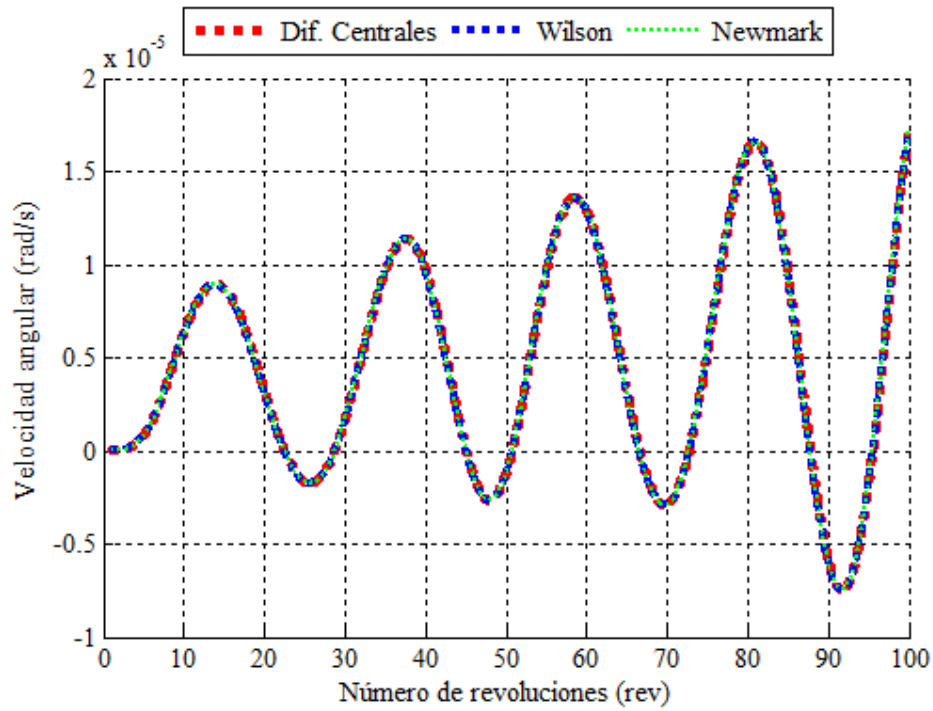


Figura 4.99 - Velocidad angular del nodo 19, 52.5 RPM.

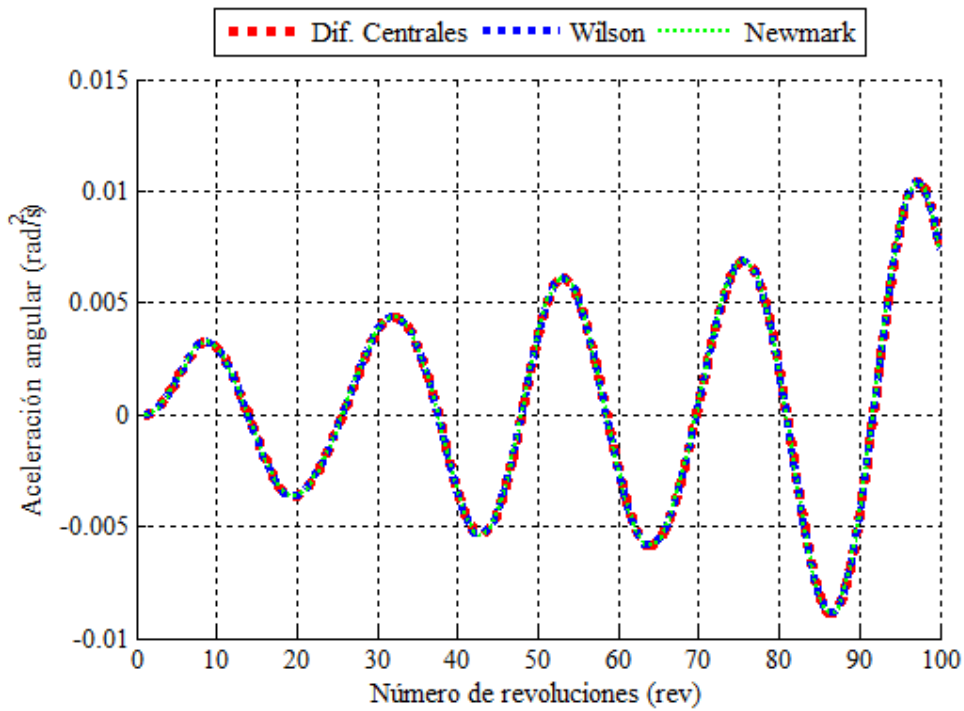


Figura 4.100 - Aceleración angular del nodo 19, 52.5 RPM.

Nodo 20

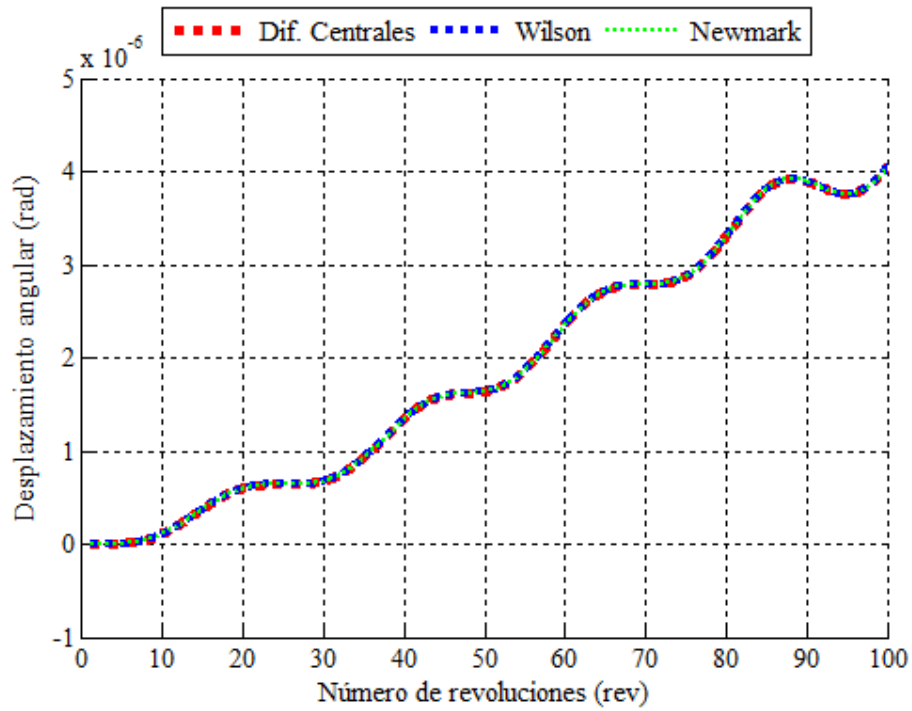


Figura 4.101 - Desplazamiento angular del nodo 20, 52.5 RPM.

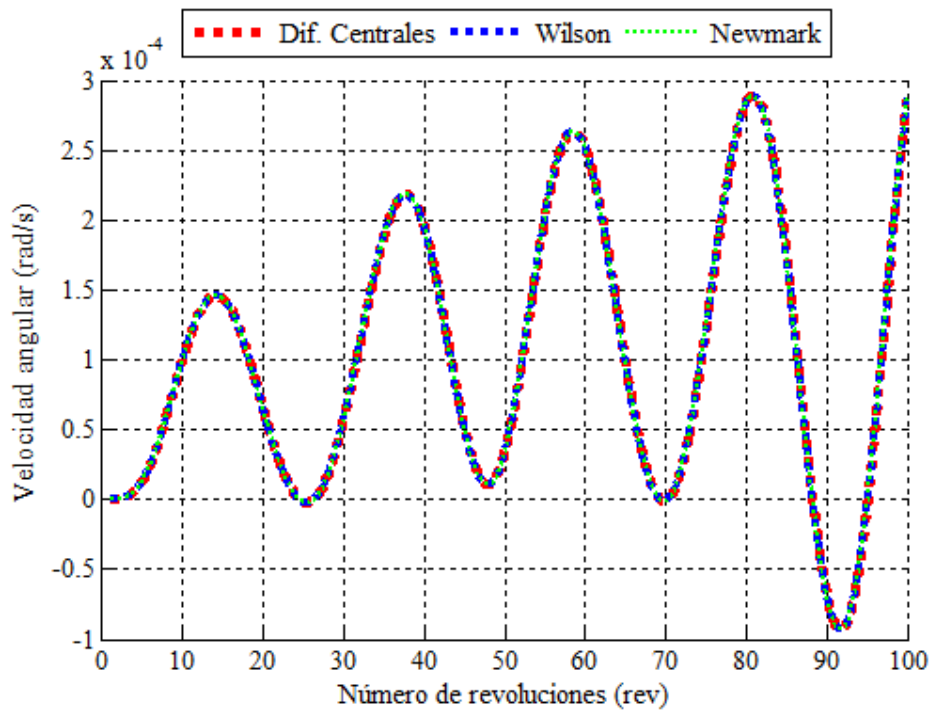


Figura 4.102 - Velocidad angular del nodo 20, 52.5 RPM.

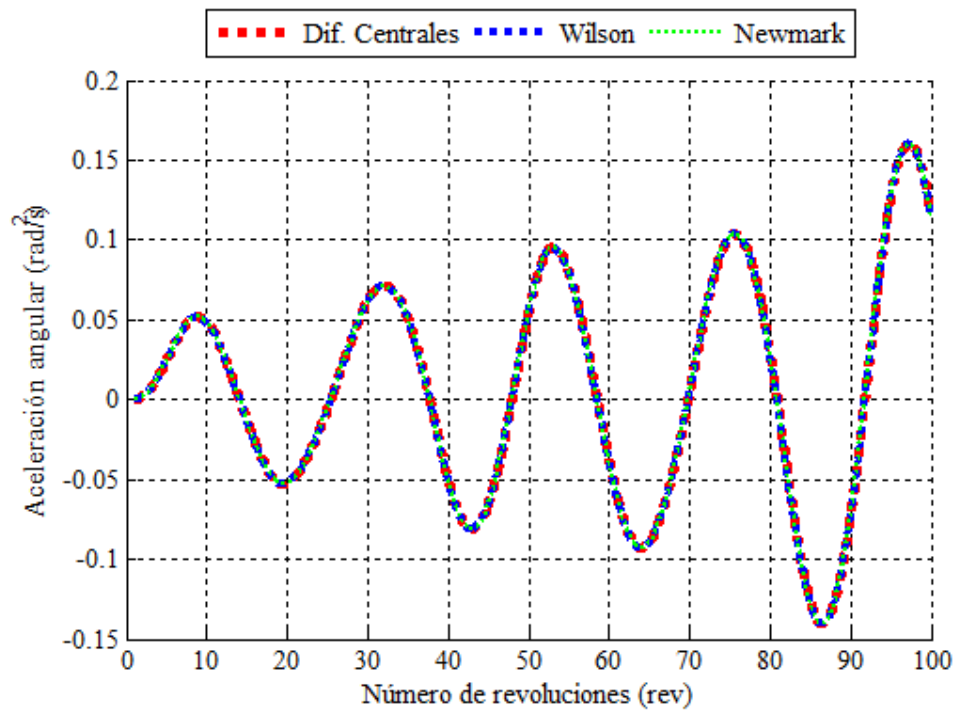


Figura 4.103 - Aceleración angular del nodo 20, 52.5 RPM.

Nodo 21

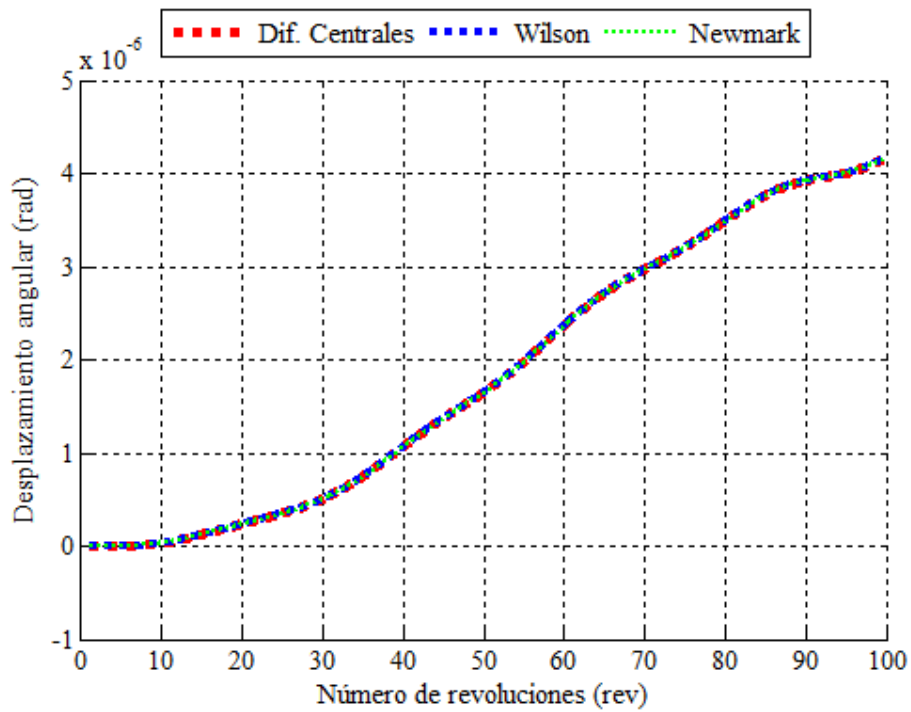


Figura 4.104 - Desplazamiento angular del nodo 21, 52.5 RPM.

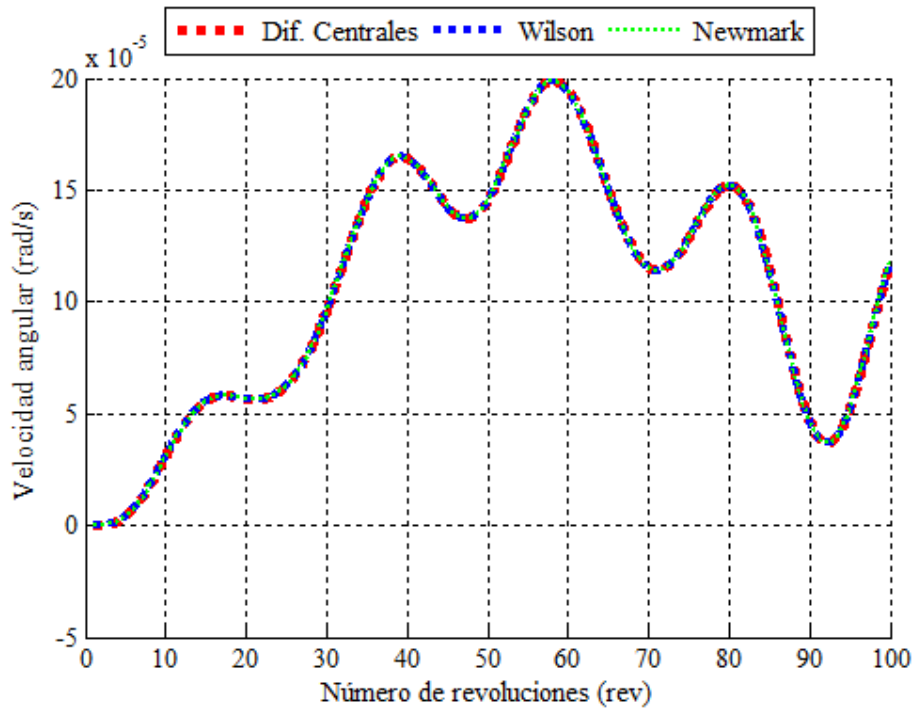


Figura 4.105 - Velocidad angular del nodo 21, 52.5 RPM.

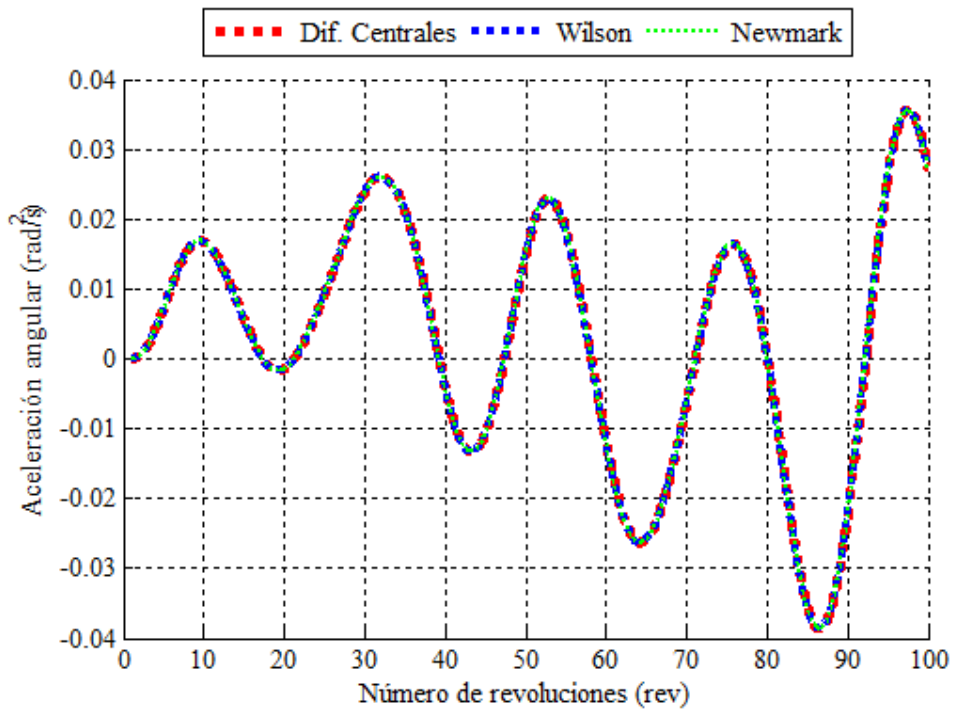


Figura 4.106 - Aceleración angular del nodo 21, 52.5 RPM.

Nodo 22

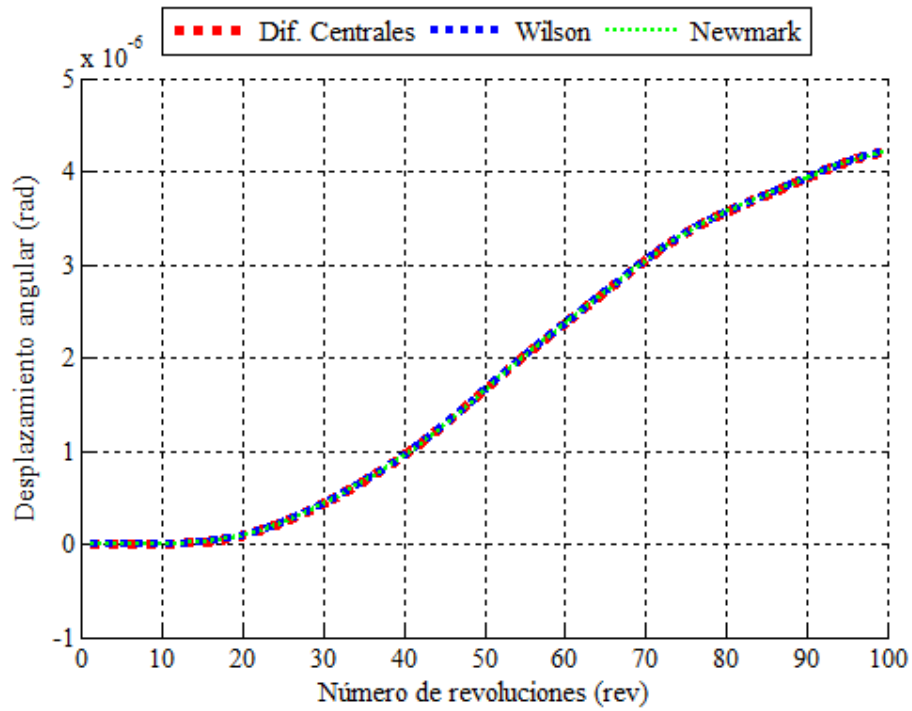


Figura 4.107 - Desplazamiento angular del nodo 22, 52.5 RPM.

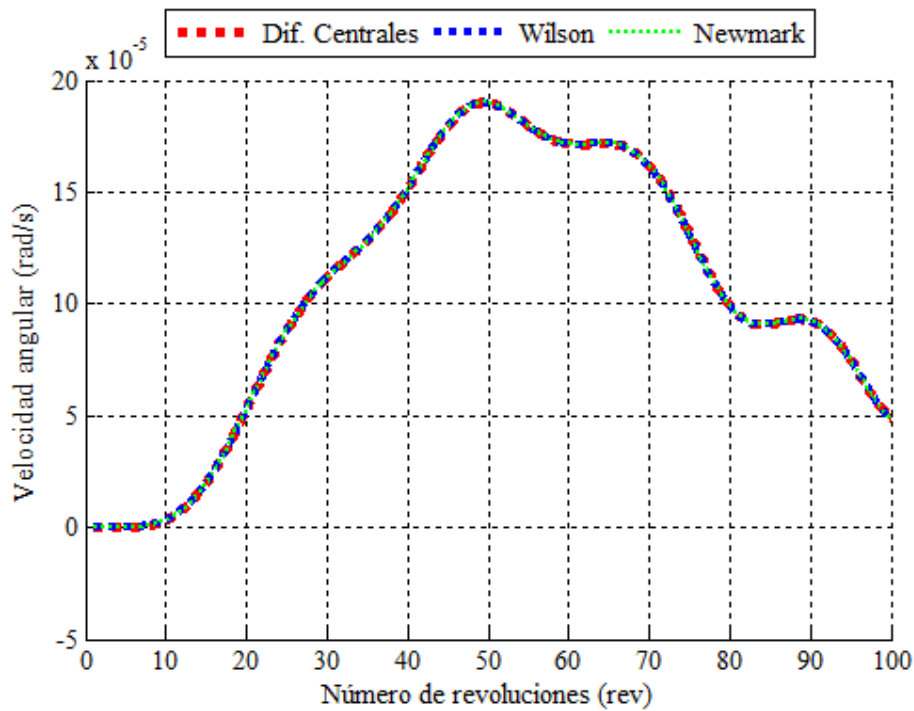


Figura 4.108 - Velocidad angular del nodo 22, 52.5 RPM.

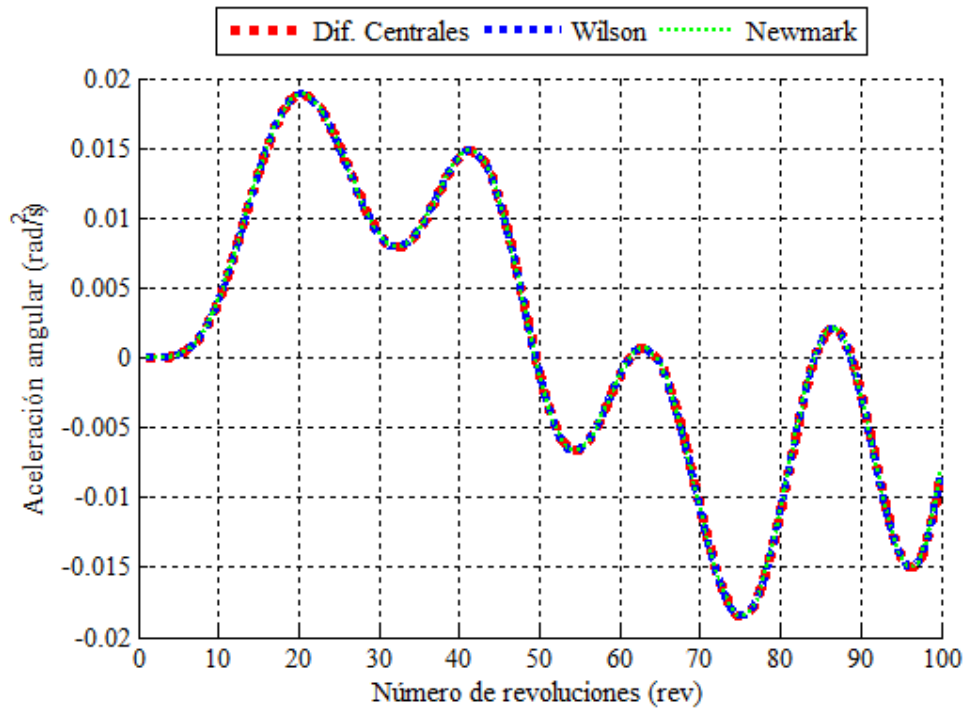


Figura 4.109 - Aceleración angular del nodo 22, 52.5 RPM.

Finalmente para la velocidad de operación mayor de 52.5 RPM se presentan los mayores desplazamientos, velocidades y rangos de aceleración. Los desplazamientos en el rotor se acercan cada vez más entre nodos y la vibración se transmite, al igual que en los casos anteriores, en los nodos 19 y 20.

La Tabla 4.12 muestra el resumen de los resultados.

Tabla 4.12 - Resumen de resultados 52.5RPM

52.5 RPM: 100 revoluciones			
Nodo	Desplazamiento máx.	Velocidad máx.	 Aceleración máx.
1	83.3×10^{-6} rad	40.0×10^{-4} rad/s	3.20 rad/s^2
9	78.0×10^{-6} rad	42.0×10^{-4} rad/s	0.50 rad/s^2
19	180.0×10^{-9} rad	155.0×10^{-7} rad/s	$10.0 \times 10^{-3} \text{ rad/s}^2$
20	40.0×10^{-7} rad	30.0×10^{-5} rad/s	0.15 rad/s^2
21	41.0×10^{-7} rad	20.0×10^{-5} rad/s	$32.0 \times 10^{-3} \text{ rad/s}^2$
22	42.0×10^{-7} rad	19.0×10^{-5} rad/s	$18.0 \times 10^{-3} \text{ rad/s}^2$

4.5.4 Discusión de resultados

A partir de los resultados del modelo de vibraciones torsionales se tienen los siguientes puntos:

- El eje del rotor de la turbina eólica no experimenta vibración torsional. Todos los nodos del rotor, en cada uno de los casos estudiados, presentan desplazamientos angulares en una sola dirección. Es decir el eje del rotor sufre torsión.
- El rotor no experimenta una torsión uniforme a lo largo de todo el eje. Los nodos extremos, que poseen menor inercia, sufren desplazamientos angulares mayores durante la revolución. Los nodos centrales, por el contrario muestran mayor resistencia. Esto implica que el eje del rotor sufre torsión a distintas escalas a lo largo del mismo.
- El eje rápido de la turbina experimenta vibración torsional. Luego de la caja multiplicadora, la torsión proveniente del eje se transmite hacia el eje rápido y es posible identificar desplazamientos angulares en dos direcciones. Además estos desplazamientos tienen un comportamiento oscilatorio.
- Todos los desplazamientos, velocidades y aceleraciones angulares aumentan en valor y rangos con mayores valores de RPM. El mismo efecto tiene una disminución en el valor de TSR. Esto tiene origen en el torque que experimenta el eje bajo las distintas condiciones. El peak para los desplazamientos angulares, según el modelo, se obtiene con un valor de $TSR=7$ y $52.5RPM$
- El nodo 22 (correspondiente a los generadores) no presenta vibración torsional, sino torsión. Esta condición es importante para el funcionamiento correcto de la turbina.
- Si bien los valores y rangos son de pequeña escala, el correcto control de estos valores es importante para evitar fallas catastróficas.
- Las 100 revoluciones son una muestra acotada pero permite identificar los componentes que sufren vibración torsional. Más aún, se pueden observar tendencias y predecir comportamientos.

La Tabla 4.13 muestra el resumen con los resultados del modelo de vibraciones torsionales.

Tabla 4.13 - Resumen de resultados del modelo de vibraciones torsionales.

100 revoluciones				
Nodo	RPM	Desplazamiento máx.	Velocidad máx.	 Aceleración máx.
1	29.6	10.0×10^{-6} rad	7.0×10^{-4} rad/s	0.90 rad/s^2
	37.0	24.0×10^{-6} rad	14.0×10^{-4} rad/s	1.50 rad/s^2
	45.5	52.0×10^{-6} rad	24.0×10^{-4} rad/s	2.40 rad/s^2
	52.5	83.0×10^{-6} rad	40.0×10^{-4} rad/s	3.20 rad/s^2
9	29.6	4.0×10^{-6} rad	5.5×10^{-4} rad/s	0.10 rad/s^2
	37.0	15.0×10^{-6} rad	16.0×10^{-4} rad/s	0.15 rad/s^2
	45.5	45.0×10^{-6} rad	25.0×10^{-4} rad/s	0.40 rad/s^2
	52.5	78.0×10^{-6} rad	42.0×10^{-4} rad/s	0.50 rad/s^2
19	29.6	25.0×10^{-9} rad	34.0×10^{-7} rad/s	15.0×10^{-4} rad/s
	37.0	54.0×10^{-9} rad	58.0×10^{-7} rad/s	26.0×10^{-4} rad/s
	45.5	135.0×10^{-9} rad	120.0×10^{-7} rad/s	50.0×10^{-4} rad/s ²
	52.5	180.0×10^{-9} rad	155.0×10^{-7} rad/s	100×10^{-4} rad/s ²
20	29.6	5.5×10^{-7} rad	6.2×10^{-5} rad/s	0.020 rad/s^2
	37.0	12.0×10^{-7} rad	11.0×10^{-5} rad/s	0.040 rad/s^2
	45.5	29.0×10^{-7} rad	22.0×10^{-5} rad/s	0.080 rad/s^2
	52.5	40.0×10^{-7} rad	30.0×10^{-5} rad/s	0.150 rad/s^2
21	29.6	5.6×10^{-7} rad	4.8×10^{-5} rad/s	$6.0 \times 10^{-3} \text{ rad/s}^2$
	37.0	13.0×10^{-7} rad	8.2×10^{-5} rad/s	$10.0 \times 10^{-3} \text{ rad/s}^2$
	45.5	29.0×10^{-7} rad	15.0×10^{-5} rad/s	$20.0 \times 10^{-3} \text{ rad/s}^2$
	52.5	41.0×10^{-7} rad	20.0×10^{-5} rad/s	$32.0 \times 10^{-3} \text{ rad/s}^2$
22	29.6	5.7×10^{-7} rad	4.6×10^{-5} rad/s	$4.5 \times 10^{-3} \text{ rad/s}^2$
	37.0	14.0×10^{-7} rad	8.0×10^{-5} rad/s	$8.0 \times 10^{-3} \text{ rad/s}^2$
	45.5	29.0×10^{-7} rad	14.0×10^{-5} rad/s	$13.0 \times 10^{-3} \text{ rad/s}^2$
	52.5	42.0×10^{-7} rad	19.0×10^{-5} rad/s	$18.0 \times 10^{-3} \text{ rad/s}^2$

5. Propuesta de criterios de diseño y operación para la reducción de vibraciones torsionales

Del modelo de vibraciones torsionales se logra concluir que efectivamente la variabilidad del torque en el rotor de la turbina genera torsión en el eje, la cual es transmitida a través de la caja multiplicadora hacia el eje rápido de la turbina en forma de oscilación. Esta vibración no impide el correcto funcionamiento de la turbina, sin embargo puede llegar a producir efectos negativos a largo plazo, bajas en la eficiencia, fatigas de material y eventualmente fallas catastróficas que tengan como consecuencia la destrucción de la turbina o alguno de sus componentes.

El objetivo de este capítulo es encontrar la mejor configuración posible, en términos de diseño y operación, que permita reducir el nivel de torsión y vibración torsional en los distintos componentes de la turbina. También se pretende realizar un análisis de los efectos que puedan producir estos cambios en el performance y la generación de potencia de la turbina. Finalmente entregar criterios de diseño y operación que cumplan con este objetivo.

Geometría del rotor

La geometría del rotor es un factor importante en el fenómeno de torsión que experimenta el eje de la turbina. La distribución de inercia rotacional a lo largo del rotor es la que determina las diferencias en el nivel de torsión de las distintas secciones del eje.

El primer estudio tiene relación con el cambio de geometría del rotor, en particular con la distribución uniforme de la inercia rotacional a lo largo del mismo. Para esto, se propone una geometría de turbina Darrieus de álabes rectos como se aprecia en la Figura 5.1

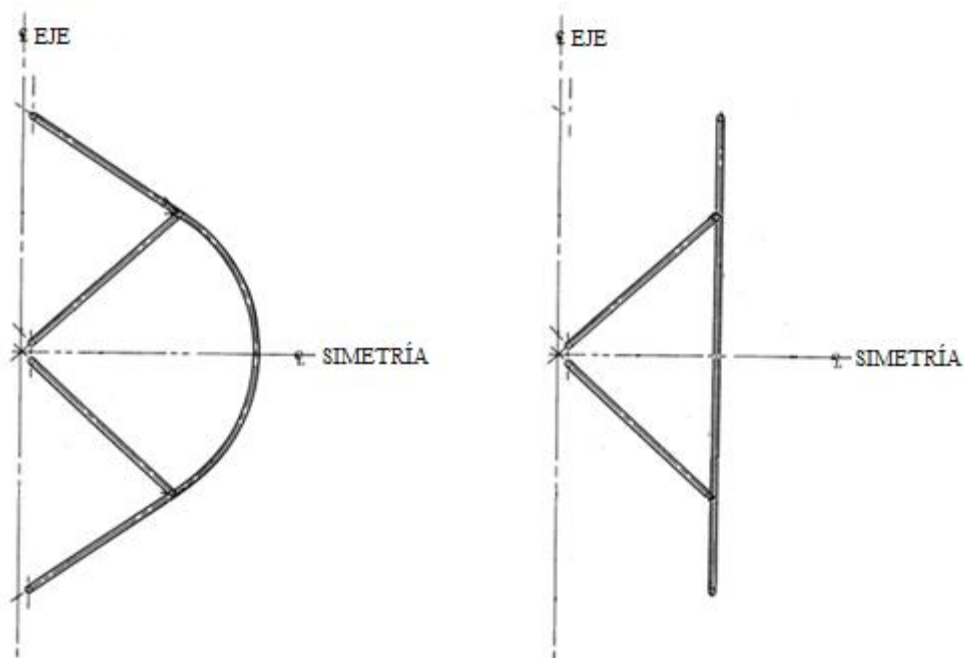


Figura 5.1 - Cambio de geometría en el rotor.

Este cambio de geometría del rotor entrega una nueva distribución de la inercia rotacional. Manteniendo la inercia del rotor constante, y variando solo su geometría, se tiene lo siguiente:

$$I_{rotor} = 2.20 \times 10^4 \text{ kgm}^2$$

Luego la inercia de cada disco es igual para todos los nodos:

$$I_{disco} = 1375 \text{ kgm}^2$$

Esto implica discos de inercia de radio externo $b=1.029$ m (el radio interno de los discos se mantiene igual al radio externo del eje rotor de 0.25m).

Los resultados de los desplazamientos angulares, para esta nueva configuración y geometría del rotor, son los siguientes:

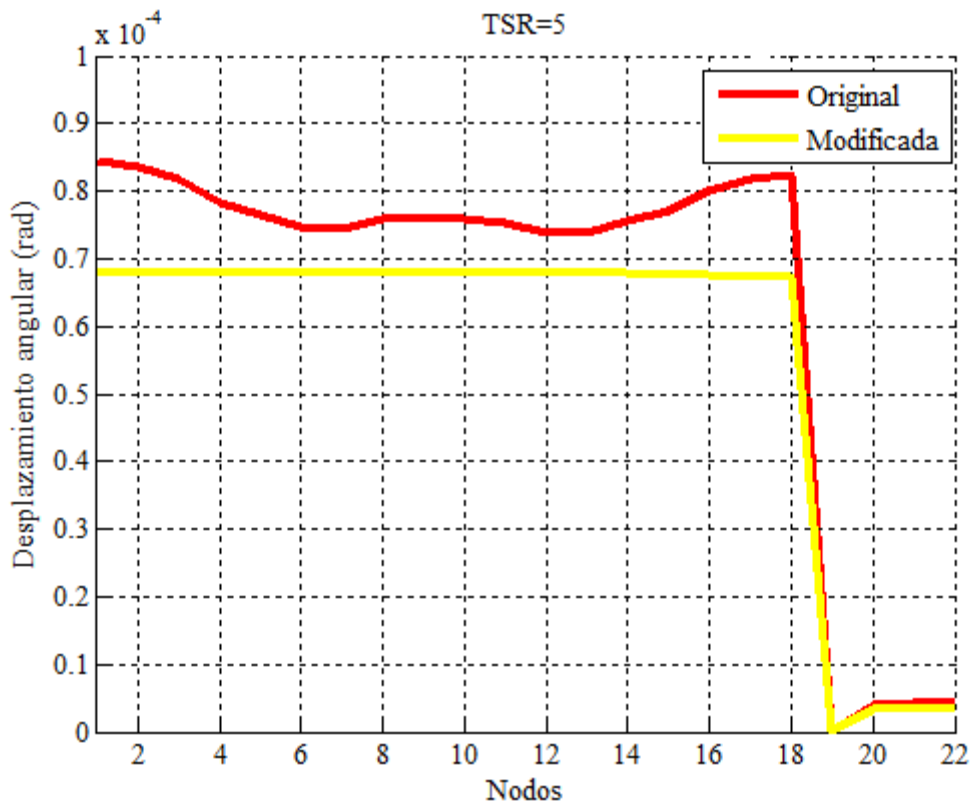


Figura 5.2 - Desplazamiento angular de los nodos para ambas geometrías, 52.5 RPM.

La Figura 5.2 muestra los desplazamientos angulares de todos los nodos de la turbina a una velocidad de giro de 52.5 RPM y un valor de TSR=5 luego de 100 revoluciones. La geometría original se muestra en color rojo y la nueva geometría en color amarillo.

Se tiene una torsión uniforme a lo largo de todo el eje del rotor. Además, el desplazamiento angular luego de las 100 revoluciones es menor en todos los nodos, incluyendo aquellos pertenecientes al tren de transmisión.

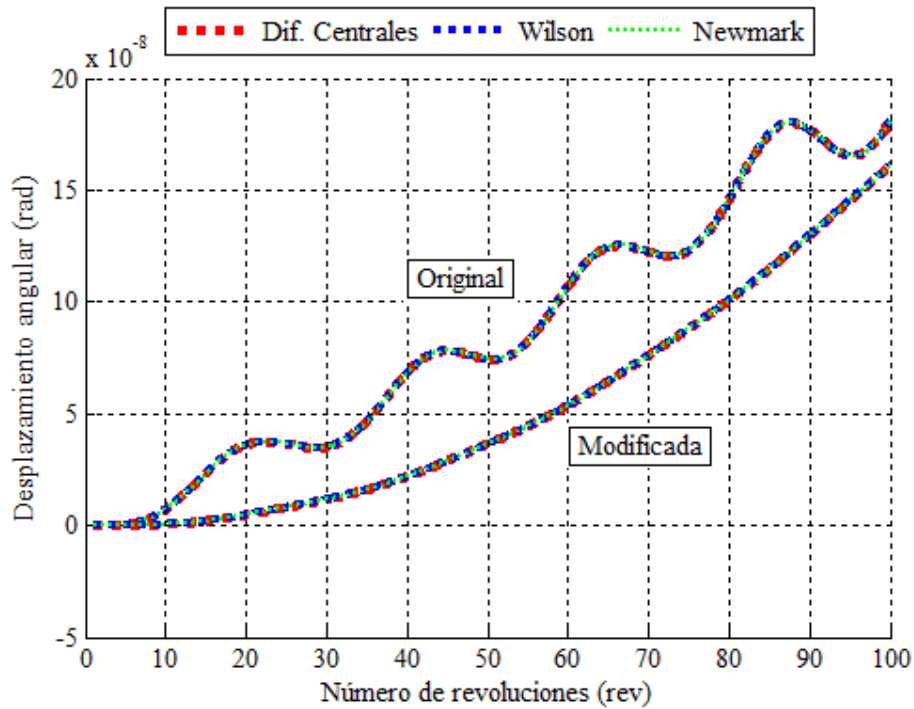


Figura 5.3 - Desplazamiento angular del nodo 19 para ambas geometrías, 52.5 RPM.

La Figura 5.3 muestra el desplazamiento angular del nodo 19 para las mismas condiciones anteriores (TSR=5 y 52.5 RPM) para la geometría original y la nueva geometría.

Este nodo presenta vibraciones torsionales en su forma original, sin embargo para la nueva geometría se puede apreciar que no existen oscilaciones y por lo tanto este nodo sólo se ve sometido a torsión. Más aún el desplazamiento máximo, luego de las 100 revoluciones, pasa de 18×10^{-8} rad a 16×10^{-8} rad. Es decir existe una reducción aproximada del 11% en desplazamiento angular.

Rigidez torsional del tren de transmisión

A continuación se analiza el efecto que tiene la rigidez torsional del eje de transmisión en los desplazamientos angulares y la presencia de vibraciones torsionales.

Los valores originales de la rigidez torsional para los nodos del eje de transmisión se muestra en la Tabla 5.1

Tabla 5.1 - Valores rigidez torsional nodos de transmisión.

Nodo	Rigidez torsional k_t
19	$1.41 \times 10^5 \text{Nm/rad}$
20	$2.93 \times 10^5 \text{Nm/rad}$
21	$5.32 \times 10^5 \text{Nm/rad}$
22	$3.81 \times 10^5 \text{Nm/rad}$

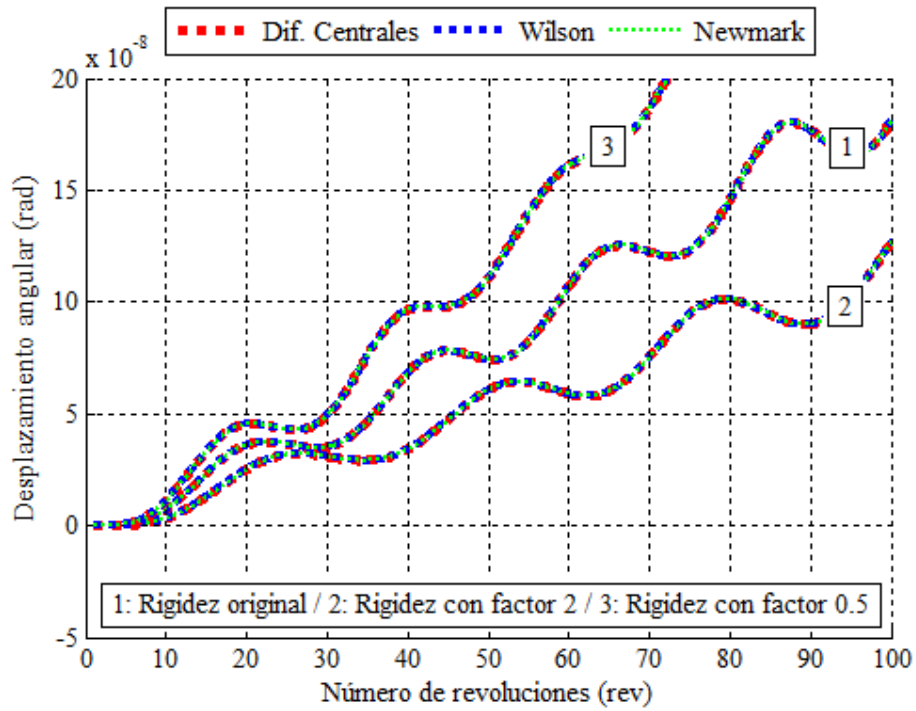


Figura 5.4 - Desplazamiento angular nodo 19 para distintas rigideces torsionales.

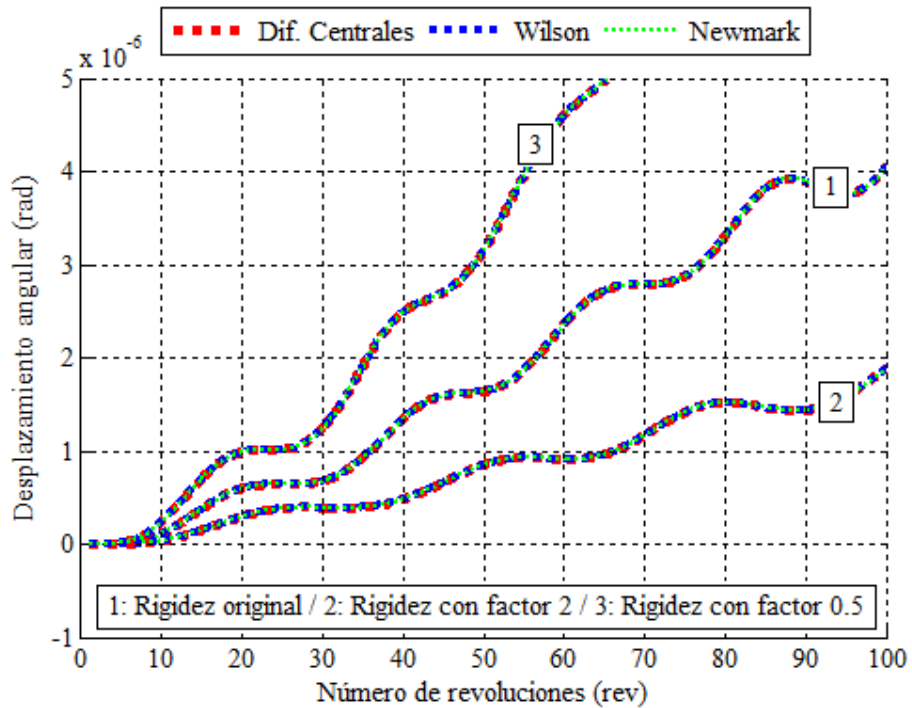


Figura 5.5 - Desplazamiento angular nodo 20 para distintas rigideces torsionales.

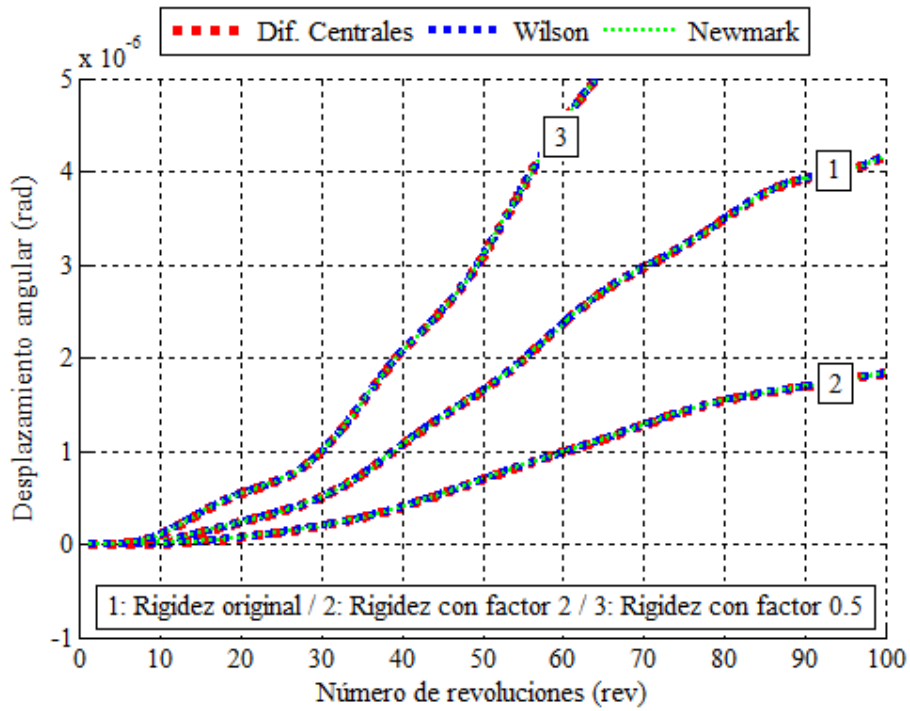


Figura 5.6 - Desplazamiento angular nodo 21 para distintas rigideces torsionales.

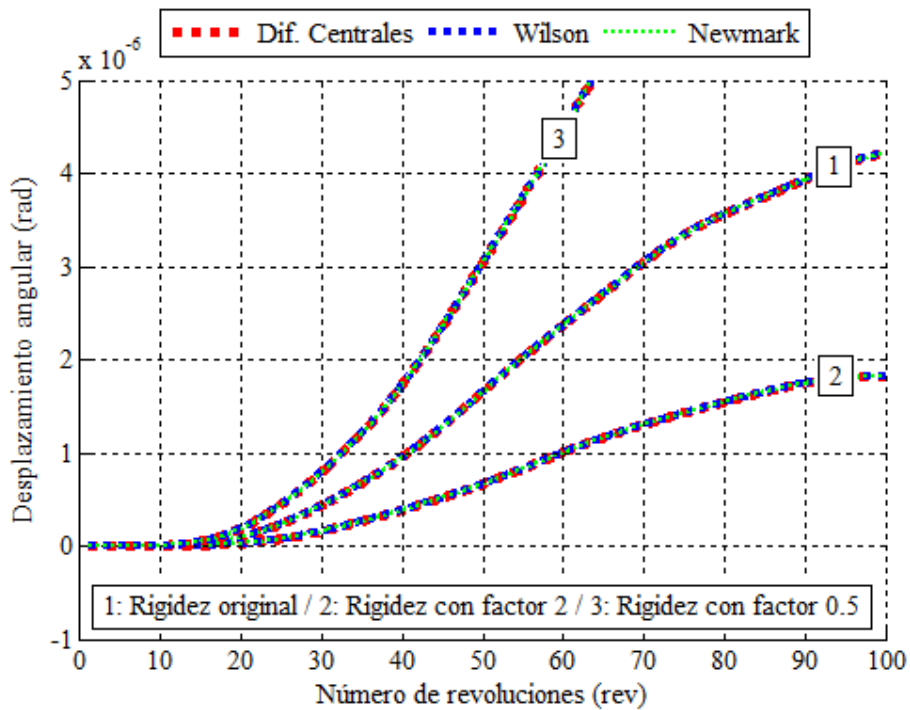


Figura 5.7 - Desplazamiento angular nodo 22 para distintas rigideces torsionales.

Para las Figura 5.4 a 5.7 se tienen los desplazamientos angulares de los nodos del eje de transmisión para distintos valores en la rigidez torsional de los componentes.

En todos los casos la curva (1) es el resultado para la configuración original de la turbina. Es decir, utilizando los valores de la Tabla 5.1. La curva (2) presenta los resultados utilizando un factor 2 en los valores de rigidez torsional del eje de transmisión. Esto por supuesto modifica las matrices de rigidez de los componentes. De igual manera, la curva (3) presenta los resultados utilizando un factor 0.5.

Se observa que al duplicar la rigidez torsional en los nodos los desplazamientos angulares disminuyen notablemente. El nodo 19 pasa de un desplazamiento máximo de 18×10^{-8} rad a un desplazamiento de 13×10^{-8} rad, mientras que el nodo 20 de 4.0×10^{-6} rad a 2.0×10^{-6} rad. Esto es una reducción de 27% y 50% en el desplazamiento angular máximo respectivamente. Sin embargo, en ninguno de los dos casos se disipa la oscilación y por tanto sigue existiendo vibración torsional.

En el caso contrario de reducir la rigidez torsional a la mitad en el eje de transmisión, los resultados para el desplazamiento angular son mucho mayores. De igual manera se siguen manteniendo las vibraciones torsionales.

Inercia rotacional del tren de transmisión

Al igual que con la rigidez torsional, se analiza el efecto de la inercia rotacional del tren de transmisión en los resultados del modelo de vibraciones torsionales.

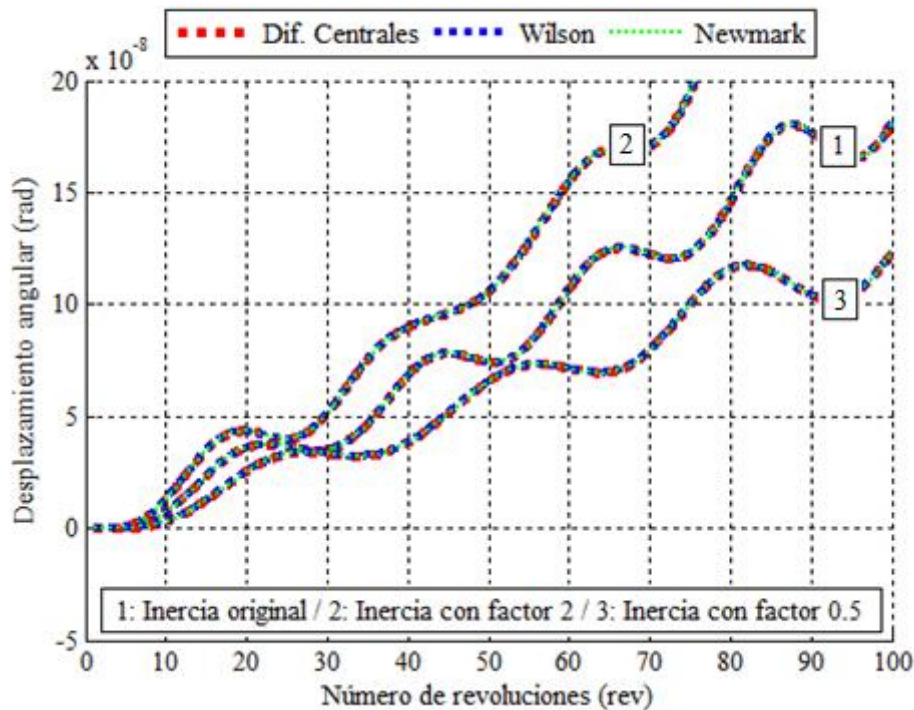


Figura 5.8 - Desplazamiento angular nodo 19 para distintas inercias rotacionales.

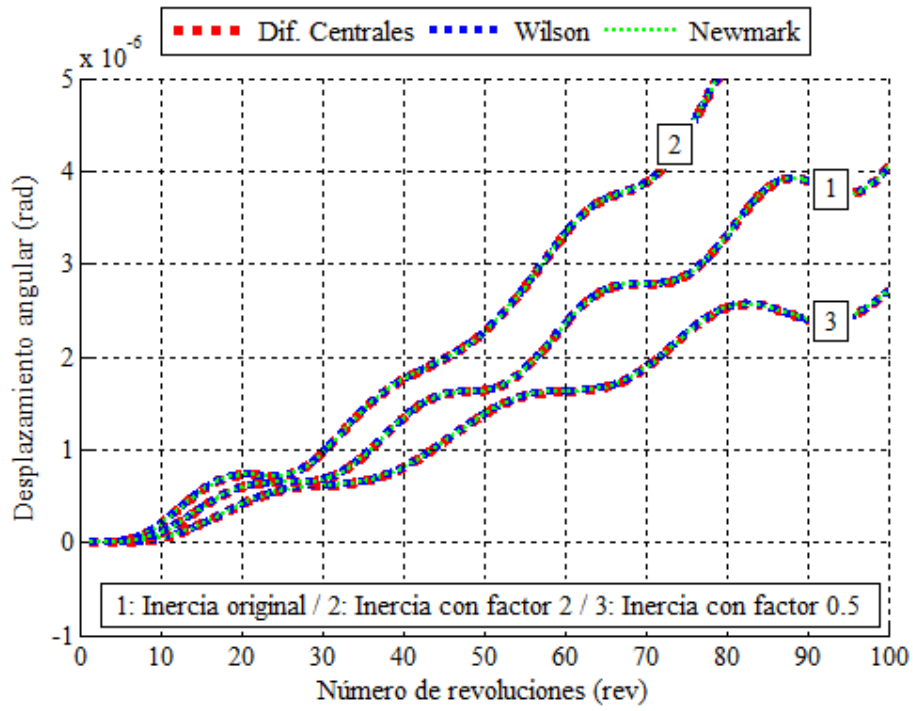


Figura 5.9 - Desplazamiento angular nodo 20 para distintas inercias rotacionales.

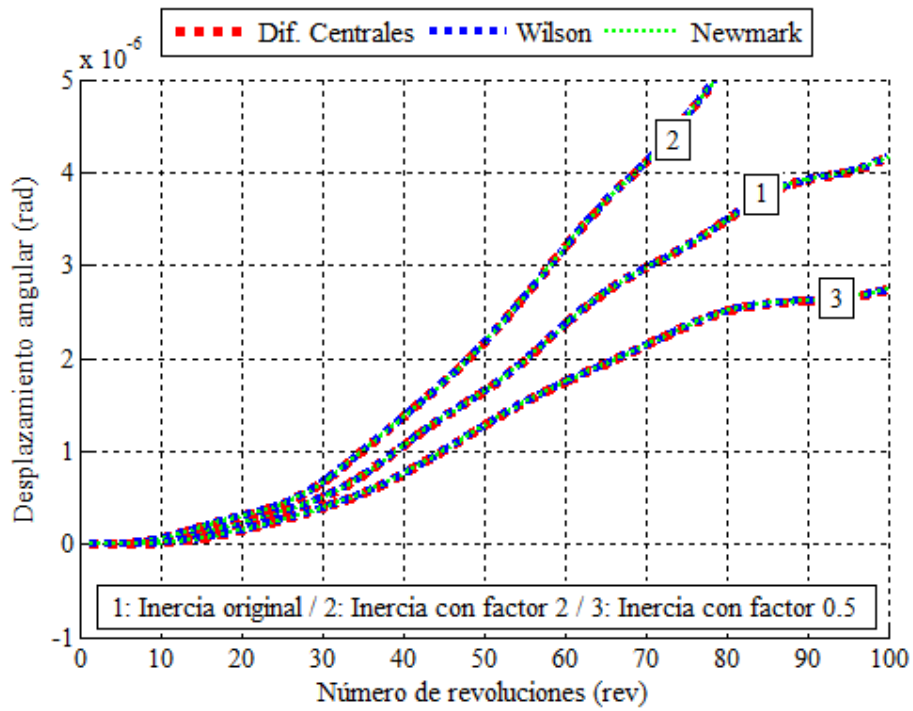


Figura 5.10 - Desplazamiento angular nodo 21 para distintas inercias rotacionales.

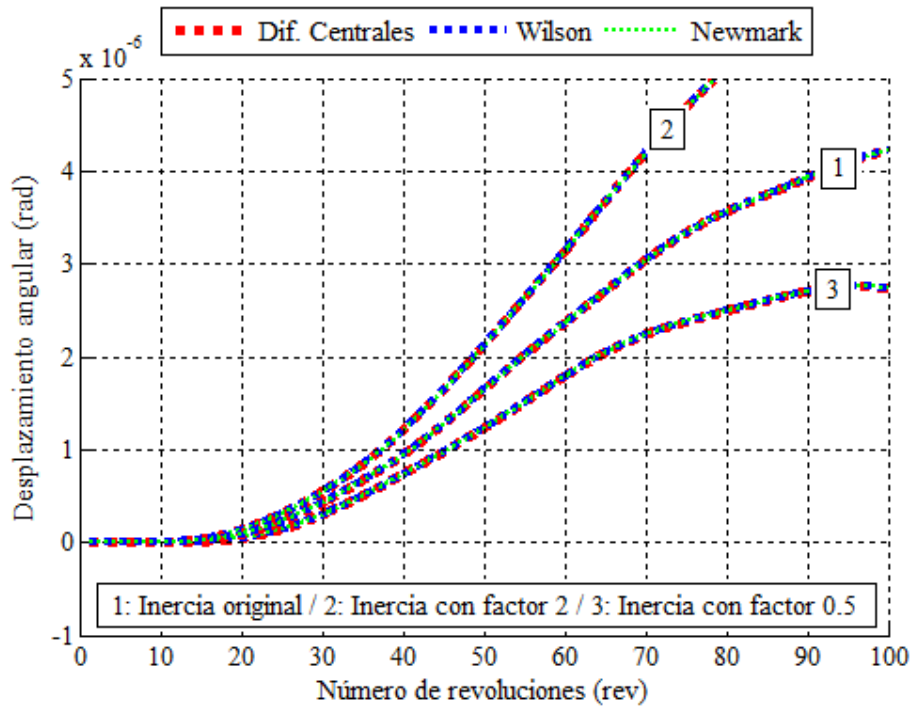


Figura 5.11 - Desplazamiento angular nodo 22 para distintas inercias rotacionales.

Al igual que con la rigidez, en las Figuras 5.8 a 5.11 se muestra la curva de desplazamiento angular de los nodos del eje de transmisión. La curva (1) presenta los resultados para la configuración original de la turbina. La curva (2) muestra el resultado del desplazamiento angular utilizando un factor 2 en la inercia rotacional del nodo y finalmente la curva (3) los resultados para un factor 0.5 en la inercia rotacional.

En todos los casos, el aumento de inercia rotacional aumenta el desplazamiento angular del nodo durante su operación. La Figura 5.8 presenta aumentos en la vibración torsional del nodo 19. De igual manera sucede con la Figura 5.9 y el nodo 20. Para los nodos 21 y 22 se tiene aumento en los desplazamientos angulares, sin embargo siguen siendo sometidos sólo a torsión.

La curva (3) con una disminución en la inercia rotacional de los distintos nodos presenta mejores resultados. En todos los casos, el desplazamiento angular del nodo luego de las 100 revoluciones se ve reducido. Para los nodos 19 y 20 sigue existiendo oscilación en el movimiento y por lo tanto las vibraciones torsional no son disipadas.

Número de álabes

Una consideración importante de diseño a estudiar es el número de álabes de la turbina. La DOE/Sandia 17 m está diseñada originalmente con 2 álabes diametralmente opuestos. La inclusión de un tercer álabes modifica la curva de torque que experimenta la turbina por revolución. La Figura 5.12 muestra el resultado de la curva a partir del modelo DMS operando a 52.5 RPM y un valor de TSR de 5.

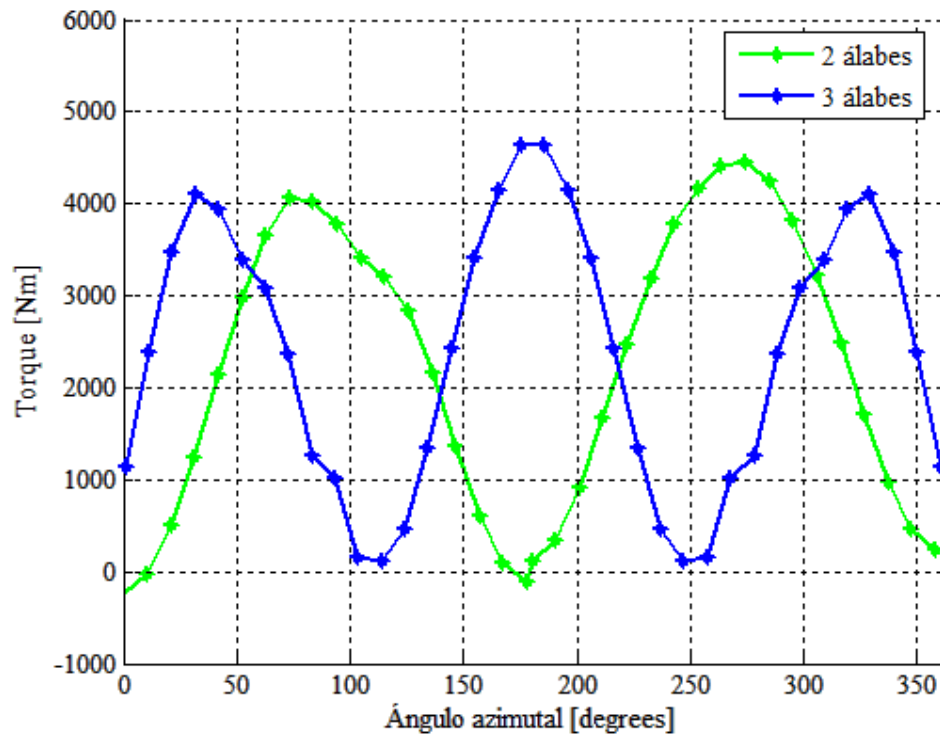


Figura 5.12 - Curva Torque Modelo DMS para 2 y 3 álabes. 52.5 RPM y TSR=5.

Se puede notar fácilmente el cambio en la periodicidad de la curva. La configuración original presenta dos valores punta mientras que la nueva curva presenta tres. Esto se condice con el número de álabes en cada caso.

Con esta nueva curva de torque las vibraciones torsionales se pueden volver a modelar y de esta manera estudiar el efecto de este tercer álabes. Una consideración importante en este nuevo modelo es la constancia en el valor de la inercia rotacional del rotor. Esto significa que la nueva configuración de tres álabes también implica un cambio de geometría en el rotor.

Además, la inclusión de un tercer álabes modifica la frecuencia en Hz de la curva de torque. Esto es un elemento importante debido a que las frecuencias naturales son un factor a considerar en la reducción de vibraciones. Los primeros dos modos de vibración tienen frecuencias de 0.77 Hz y 12.38 Hz respectivamente. En el caso de la turbina operando a 52.5 RPM se tienen frecuencias de torque de 1.75 Hz y 2.63 Hz respectivamente.

La Figura 5.13 muestra el desplazamiento angular de los nodos luego de 100 revoluciones.

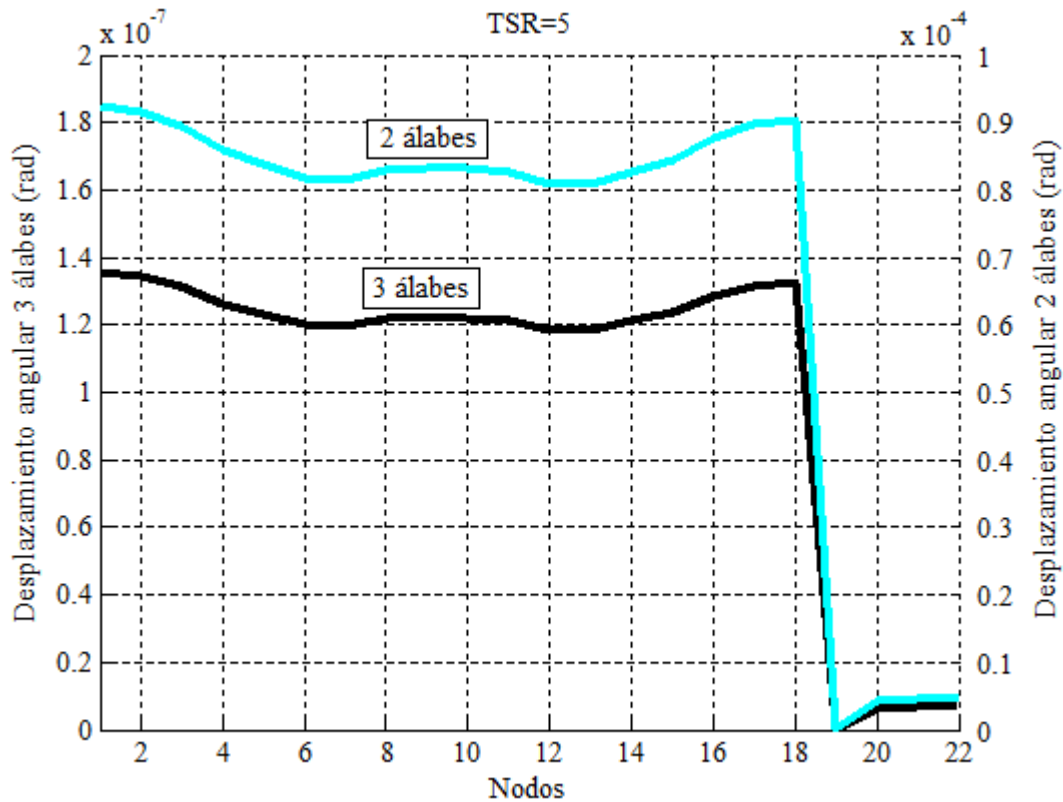


Figura 5.13 - Desplazamiento angular de los nodos para turbina con 2 y 3 álabes.

Se aprecia que el desplazamiento de los nodos del rotor tiene un comportamiento similar a los casos anteriores. Los nodos centrales con mayor inercia se mueven menos que los nodos extremos de menor inercia. Sin embargo, si comparamos el desplazamiento máximo de los nodos con la configuración inicial se tienen valores mucho menores. Es decir, la inclusión de un tercer álabes reduce notablemente la torsión en el rotor y los desplazamientos angulares en todos los nodos.

Las razones de esta reducción se pueden explicar debido a dos motivos:

- El primero tiene relación con la nueva configuración geométrica del rotor. La disposición original distribuye los 2 álabes diametralmente opuestos, mientras que un nuevo álabes implica que los 3 álabes se dispongan separadamente en 120° , tal como se aprecia en la Figura 5.14. Esto permite eliminar la pequeña componente negativa en el torque cuando el viento golpea paralelamente a los álabes, reduciendo la variabilidad en el torque y así también los esfuerzos torsionales.
- El segundo motivo, y tal vez el más importante, tiene que ver con la nueva frecuencia en Hz de la curva de torque. 3 álabes aumentan la frecuencia de 1.75 Hz a 2.63 Hz, alejándose de la frecuencia natural del primer modo de vibración y aún muy por debajo de la frecuencia del segundo modo. Esto permite explicar también la reducción notable en los resultados.

Esto se confirma en las Figura 5.15 a 5.19 donde se muestra el desplazamiento angular de los nodos 19 a 20. Es preciso notar que para los nodos 19 y 20 siguen existiendo oscilaciones en el desplazamiento angular, por lo que la vibración torsional persiste en el eje rápido. Sin embargo, al igual que en la Figura 5.13 si comparamos el valor del desplazamiento máximo luego de las 100 revoluciones con los resultados respectivos de la configuración original, para cada nodo se tiene una reducción considerable en este ítem.

Por lo tanto se puede ver que una distribución de torque como la que entrega el modelo para 3 álabes mejora los resultados del modelo de vibraciones torsionales disminuyendo los desplazamientos angulares en cada nodo.

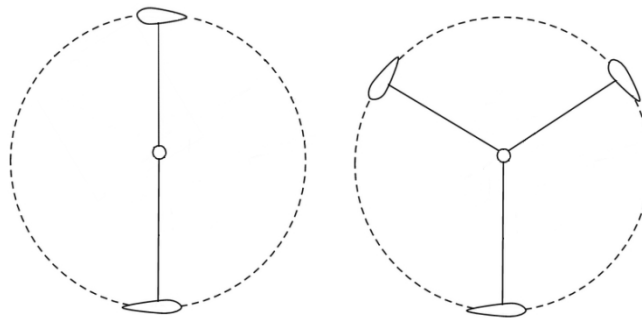


Figura 5.14 - Disposición de álabes en la turbina.

A continuación se presenta el resultado para los nodos del eje de transmisión.

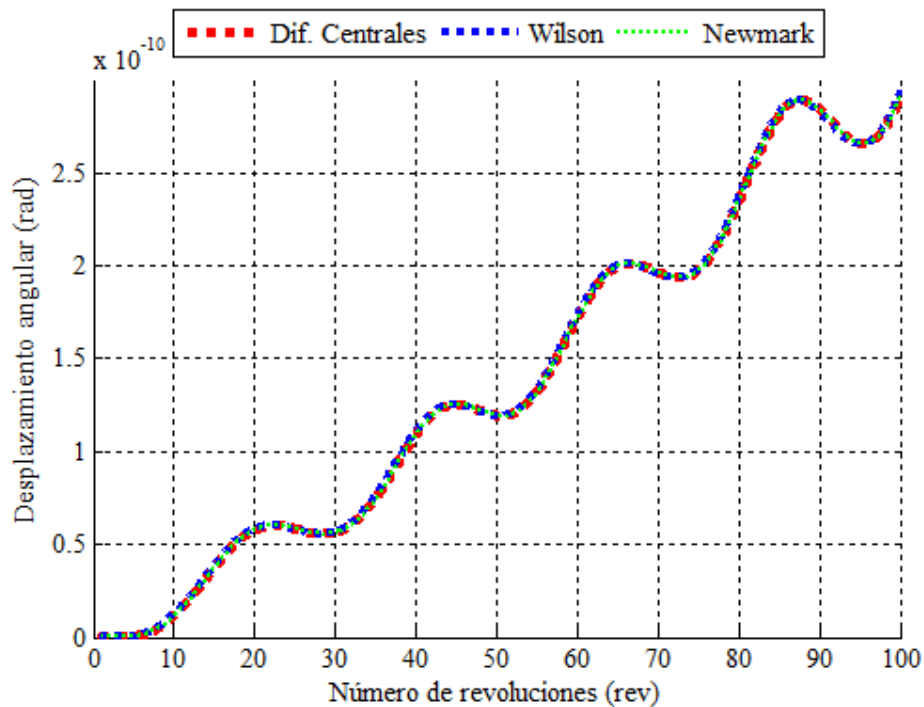


Figura 5.15 - Desplazamiento angular nodo 19 con 3 álabes.

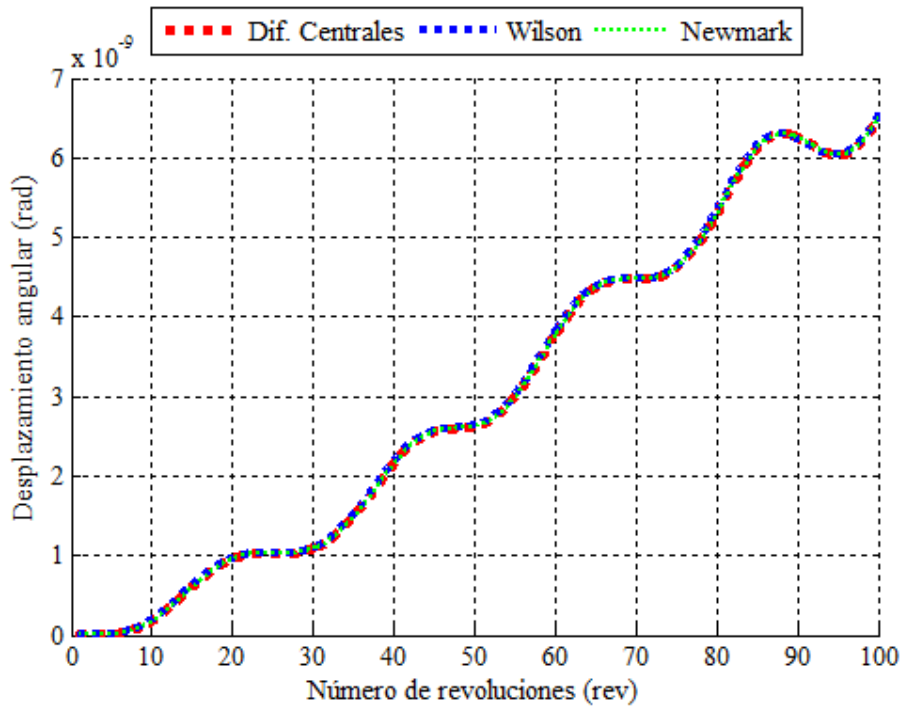


Figura 5.16 - Desplazamiento angular nodo 20 con 3 álabes.

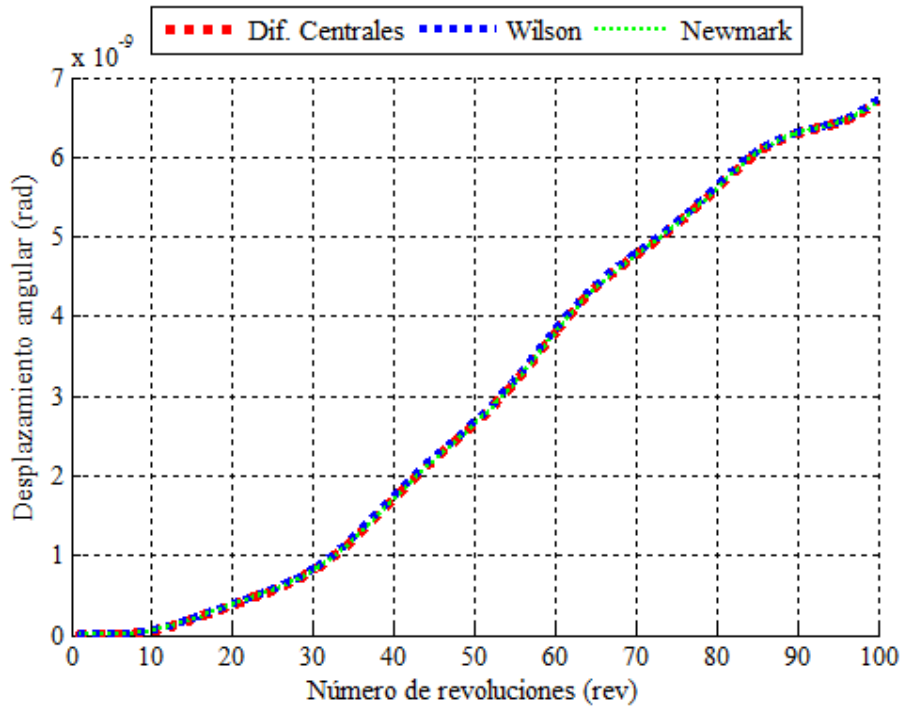


Figura 5.17 - Desplazamiento angular nodo 21 con 3 álabes.

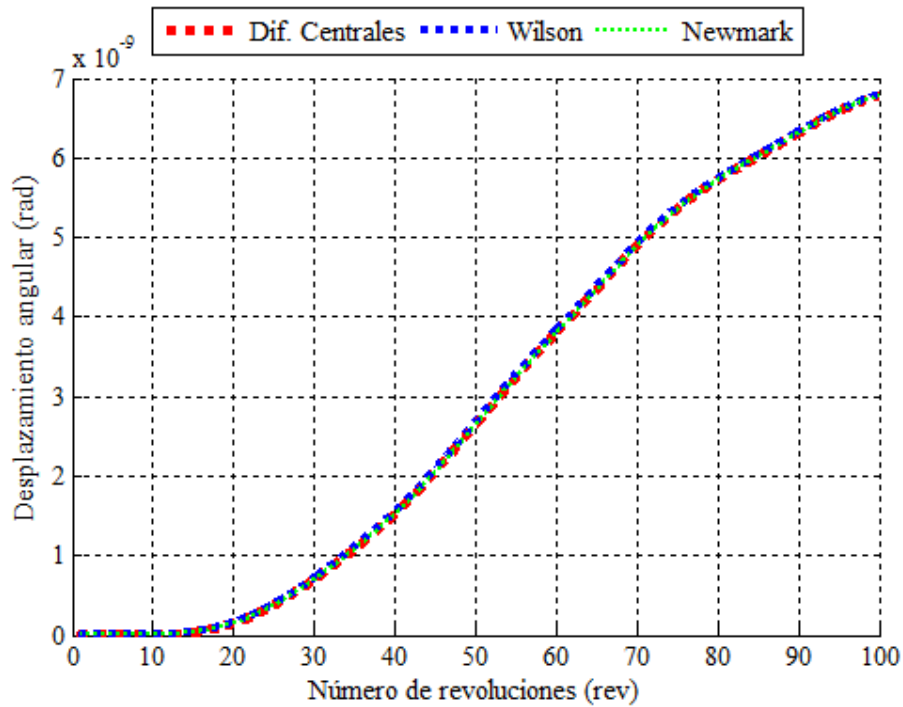


Figura 5.18 - Desplazamiento angular nodo 22 con 3 álabes.

Velocidad de rotación

La velocidad de rotación de la turbina es un aspecto a considerar en el modelo de vibraciones torsionales. La variación en las RPM de operación tiene consecuencias en los distintos elementos de la máquina en términos de fuerzas, torques y esfuerzos.

Según los resultados obtenidos en el modelo de vibraciones torsionales, se tienen distintos desplazamientos angulares en los nodos estudiados para las distintas velocidades de rotación de la turbina. Esto tiene por consecuencia la necesidad de considerar una velocidad óptima de rotación en relación a la velocidad del viento existente.

De acuerdo a lo obtenido en el Capítulo 4 los desplazamientos angulares aumentan con la velocidad de rotación y de la Tabla 4.13 se puede observar en las Figuras 5.19, 5.20 y 5.21 los desplazamientos angulares máximos de los distintos nodos, luego de 100 revoluciones a distintas velocidades de rotación de la turbina.

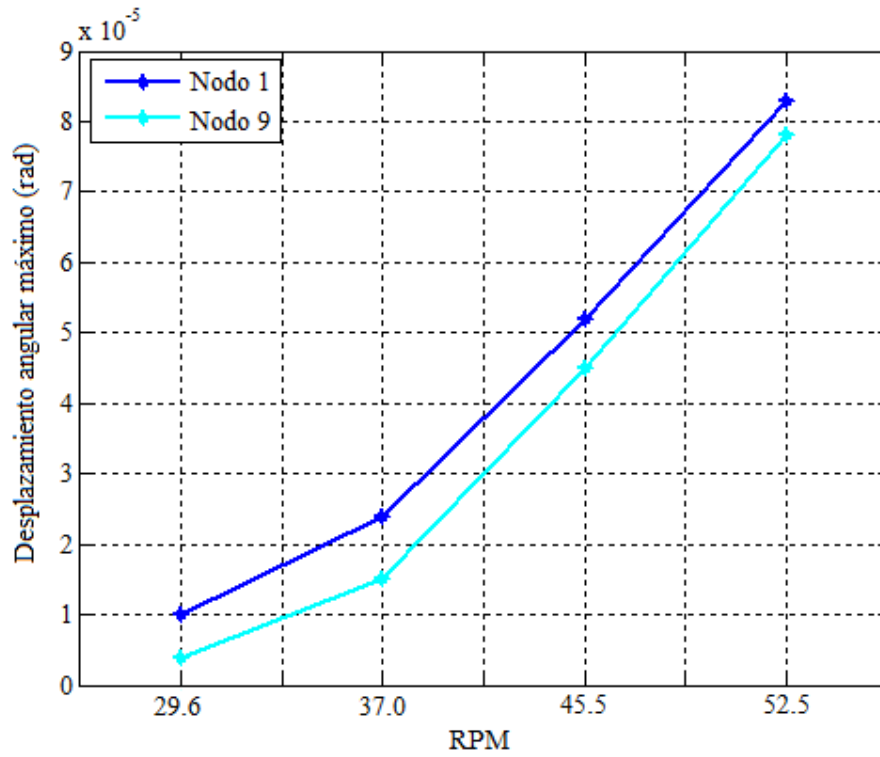


Figura 5.19 - Desplazamiento angular máximo nodos 1 y 9 para distintas RPM.

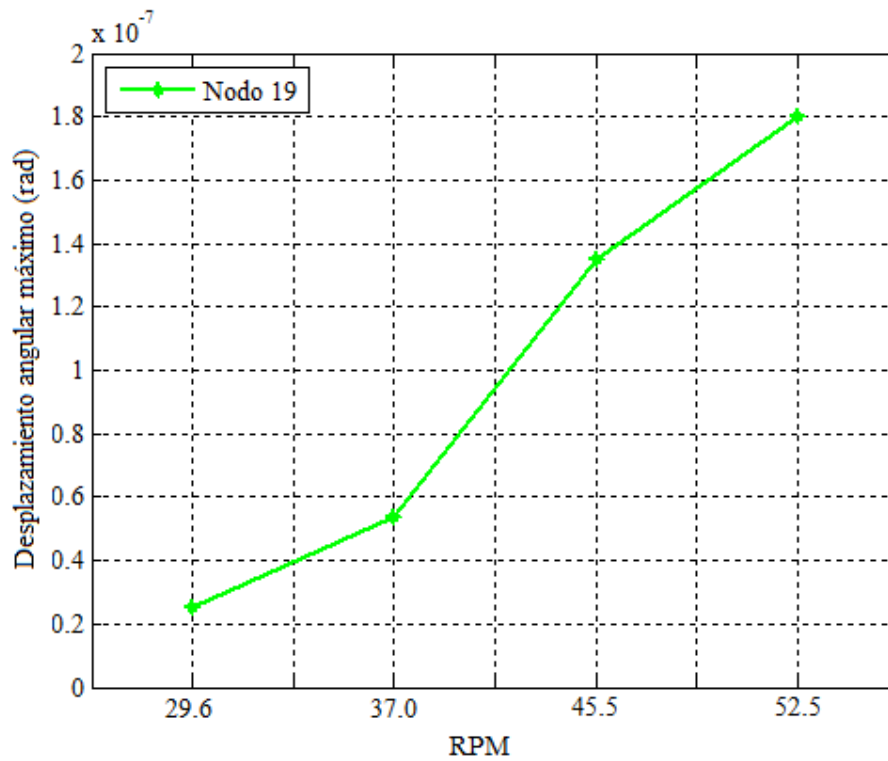


Figura 5.20 - Desplazamiento angular máximo nodo 19 para distintas RPM.

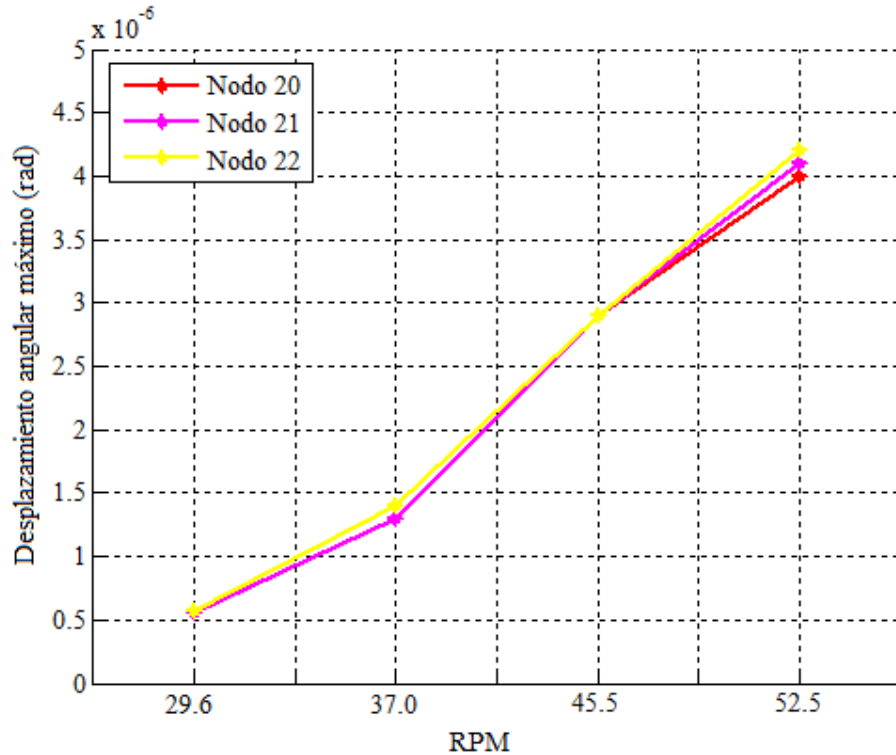


Figura 5.21 - Desplazamiento angular máximo nodos 20, 21 y 22 para distintas RPM.

Es claro que los desplazamientos máximos aumentan junto con las RPM de operación. Sin embargo, operar a menores velocidades de rotación tiene otras implicancias que deben ser consideradas. Si no fuera así, sería fácil instaurar 1 RPM como velocidad de operación.

El primer factor a considerar es la potencia de salida que genera la turbina. De acuerdo a los datos de adquisición obtenidos en la sección 4.4.2 y la Figura 4.16 reducir las RPM de operación implica menores potencias de salida. Esto se traduce en menor cantidad de energía generada a lo largo del tiempo.

Por ejemplo si se considera una velocidad del viento de 12 m/s las potencias de salida de la turbina, según los datos de adquisición, para cada velocidad de rotación son las siguientes:

- 29.6 RPM → 7 kW
- 37.0 RPM → 20 kW
- 45.5 RPM → 35 kW
- 52.5 RPM → 46 kW

Por lo tanto si se opera la turbina durante 1 hora las diferencias en energía generada son bastante altas. 1 hora de operación a 52.5 RPM genera más de 6 veces la energía que se obtiene en 1 hora de operación a 29.6 RPM. Sin embargo, operar sólo a 52.5 RPM también tiene implicancias, al igual que operar a menores velocidades. Por consiguiente se tiene un trade-off entre velocidad de rotación, energía generada y vibración torsional en el eje.

5.1 Criterios de diseño

De acuerdo al estudio de los efectos que tienen algunos parámetros de diseño en el modelo de vibraciones torsionales se logra obtener algunos criterios que reducen los desplazamientos y oscilaciones angulares y que están referidos a los siguientes puntos:

5.1.1 Geometría del rotor

Reducir la torsión permite reducir su transmisión al eje rápido y por lo tanto reducir a su vez las vibraciones torsionales. Lograr una distribución uniforme de torsión a lo largo del rotor cumple con ese objetivo.

La geometría del rotor debe buscar una distribución uniforme de inercia rotacional en todo su largo. Esto se puede lograr utilizando álabes rectos en vez de curvos, intentando mantener el área de captación de viento para no perder energía aprovechable.

5.1.2 Rigidez torsional del tren de transmisión

Las características físicas del eje rápido también son un aspecto de diseño que afecta las vibraciones torsionales. En particular la rigidez torsional del eje puede mejorar el comportamiento del eje en torsión.

La rigidez torsional del eje rápido debe ser alta, reduciendo los desplazamientos angulares y la presencia de vibraciones torsionales en el eje rápido. Esto debe ser utilizando materiales que permitan obtener este tipo de característica y otras más.

5.1.3 Inercia rotacional del tren de transmisión

La resistencia del eje a la torsión es un aspecto que genera oscilaciones. El eje de transmisión es el componente que mayores vibraciones presenta y por lo tanto el de mayor cuidado.

La inercia rotacional del eje rápido debe ser baja. Esto va a permitir una reducción en las vibraciones torsionales y torsión en el eje. Complementado a una alta rigidez, los materiales que se deben utilizar para este componente deben ser seleccionados buscando cumplir estos dos criterios.

5.1.4 Número de álabes

El número de álabes debe ser el aspecto de diseño más importante en la reducción de vibraciones. No sólo por el cambio físico que implica sino por las consecuencias mecánicas y aerodinámicas que trae. Se tienen curvas diferentes de torque y potencia por lo tanto la turbina está sometida a esfuerzos periódicos distintos. Esto también permite la reducción de vibraciones debido a que la frecuencia en torque se aleja de las frecuencias naturales de los primeros modos de vibración.

Álabes diametralmente opuestos generan alta variabilidad en el torque. El número de álabes que tiene buenos resultados en la reducción de vibraciones torsionales es tres.

5.2 Criterios de operación

La operación de la turbina también tiene efectos importantes en el modelo de vibraciones torsionales. La velocidad de rotación y los valores de TSR pueden ser manejados estratégicamente con el fin de reducir las vibraciones en el eje.

5.2.1 Velocidad de rotación

De acuerdo a lo anterior un valor de TSR=5 presenta los mayores niveles de desplazamiento angular y vibración torsional. Esto es una primera restricción para la operación: evitar que la turbina funcione a este valor de TSR. La segunda restricción está relacionada con el máximo aprovechamiento de la velocidad de viento y sacar la máxima potencia posible.

De la Tabla 4.7 se tienen los siguientes valores:

TSR/RPM	29.6	37.0	45.5	52.5
4	6.44 m/s	7.87 m/s	9.90 m/s	11.4 m/s
5	5.15 m/s	6.29 m/s	7.92 m/s	9.14 m/s
6	4.29 m/s	5.24 m/s	6.60 m/s	7.62 m/s
7	3.68 m/s	4.49 m/s	5.66 m/s	6.53 m/s

Además según los datos de adquisición y la Figura 4.16 para velocidades de viento entre 4 m/s y 7 m/s la potencia de salida de la turbina es bastante similar para las cuatro velocidades de rotación a las que opera la turbina. Por lo tanto en este rango, el criterio de operación es evitar la condición de TSR=5. A partir de los 8 m/s ya comienzan a diferenciarse las potencias de salida de la turbina para cada velocidad de rotación y por lo tanto el criterio a partir de aquí es la máxima potencia.

Considerando una velocidad de viento de corte de 26.8 m/s [12] la Tabla 5.2 muestra la velocidad de rotación a la que debe operar la turbina para diferentes rangos de velocidad de viento con el objetivo de reducir las vibraciones torsionales en el eje.

Tabla 5.2 - Criterio de operación.

Rango velocidad de viento	Velocidad de operación
3 m/s - 7 m/s	29.6 RPM
7 m/s - 8 m/s	37.0 RPM
8 m/s - 10 m/s	45.5 RPM
10 m/s - 26.8 m/s	52.5 RPM

Debido a la variabilidad en la velocidad del viento y el gasto energético que implica cambiar la velocidad de rotación constantemente se propone establecer las RPM que correspondan una vez se haya superado el mínimo valor del rango de velocidad de viento y no volver a reducir las.

6. Conclusiones

La motivación de este trabajo es conocer y comprender las características dinámicas de los componentes rotativos de una máquina y en particular el comportamiento vibratorio de la turbina. Si los niveles de vibración son altos los componentes de una turbina pueden provocar cargas excesivas en los descansos, aparición de grietas por fatiga en los componentes del sistema rotor y luego fallar. La energía eólica es un mercado bastante atractivo en nuestro país y el desarrollo de tecnología es una meta posible desde la ingeniería mecánica. Este trabajo pretende ser un aporte en el campo de estudio de turbina eólicas verticales.

Para lograr los objetivos planteados se desarrolló un modelo en elementos finitos de una turbina eólica de eje vertical real como lo es la turbina DOE/Sandia 17 m, diseñada y construida en laboratorios experimentales, para luego estudiar las vibraciones torsionales que existen durante su operación.

Los componentes principales de una turbina eólica vertical son el rotor, la caja multiplicadora, el sistema de poleas y el generador. Cada uno cumple su función específica y tiene su propio comportamiento vibratorio durante el funcionamiento de la turbina. El rotor, elemento más importante de la turbina, es diseñado para captar la energía proveniente del viento a través de sus álabes. Estos transmiten la energía mecánica en forma de torque al eje de la turbina. La caja multiplicadora tiene la función de aumentar las RPM del rotor transmitiendo el torque del eje a un eje rápido a través de engranes. La multiplicación tiene la finalidad de acoplar el generador y que funcione de manera correcta. El sistema de poleas en la turbina normaliza las RPM del eje rápido y las transmite al generador. Dependiendo de la velocidad de rotación del rotor, que en el caso de la turbina estudiada son cuatro, se tienen razones distintas de giro para las poleas. Finalmente el generador convierte las RPM en energía eléctrica aprovechable.

Para la construcción del modelo en elementos finitos se discretizan los distintos componentes y se generan nodos. El rotor de la turbina se compone de 18 nodos, la caja multiplicadora de 1 nodo, el sistema de poleas 2 nodos y el generador 1 nodo. Es decir, la turbina se discretiza en 22 nodos. Se estudia el comportamiento de cada nodo utilizando del modelo de vibraciones torsionales.

El modelo de vibraciones torsionales permite describir el comportamiento que tiene cada componente a partir del desplazamiento, velocidad y aceleración angular de los distintos nodos durante la operación de la turbina. Las variables de entrada del modelo son las RPM de giro y el torque en el eje.

La turbina opera en cuatro velocidades de giro distintas. 29.6, 37.0, 45.5 y 52.5 RPM. Estas velocidades son determinadas por el operador de la turbina, y se regulan a través de sistemas de control. Para el modelo de vibraciones torsionales se considera que la turbina opera en una de las velocidades de manera constante.

El torque en el eje de la turbina se obtiene a partir de simulaciones en el modelo DMS Doble Multiple Streamtubes Model. Este modelo permite obtener curvas de operación de la turbina eólica en distintas condiciones de operación. Esto se hace algo útil para poder comparar comportamientos y resultados del modelo de vibraciones torsionales. Las curvas que se obtienen de este modelo son

las fuerzas en el eje y torque, y dentro de las muchas variables de entrada se puede modificar la velocidad de rotación y el valor de TSR permitiendo obtener una mayor gama de condiciones de operación de la turbina. TSR es una razón entre la velocidad de giro de la turbina y la velocidad de viento que experimenta. En este estudio se utilizan valores entre 4 y 7 para TSR, lo que permite un rango en velocidad de viento entre 3 y 11 m/s aproximadamente. De acuerdo a los datos de adquisición que se obtienen de las pruebas que se realizaron en esta turbina, este rango es bastante útil para comparar potencias de salida para las distintas velocidades de giro.

Una de las desventajas del modelo DMS es que no considera ciertos efectos reales que suceden en la turbina, como por ejemplo pérdidas dinámicas. Esto limita el rango de TSR utilizable y se hace una fuente de error e incertidumbre en los resultados. La inexistencia de un modelo certero y preciso, como en el caso de las turbinas eólicas horizontales, puede ser un factor importante del por qué no se ha industrializado la producción de turbinas eólicas verticales en el mercado energético, comparativamente hablando.

Con los resultados del modelo DMS y la velocidad de rotación de la turbina se calcula el modelo de vibraciones torsionales a través de métodos de integración numérica. Los métodos que se utilizan son el de Diferencias centrales, Wilson theta y Newmark. Cada método entrega los resultados en el tiempo de los desplazamientos, velocidades y aceleraciones angulares. En este caso se expresan los resultados en función del ángulo azimutal. Esto es la posición del álabe respecto a una línea inicial. Es fácil apreciar que este ángulo depende del tiempo, luego los métodos no cambian y esto se realiza por comodidad de la programación.

Se estudia el comportamiento de los nodos durante 100 revoluciones. Del resultado del modelo de vibraciones torsionales se desprende lo siguiente:

- Los nodos del rotor no presentan desplazamientos oscilatorios. El rotor sólo sufre torsión.
- Aquellos nodos de mayor inercia en el rotor son los que menos se desplazan angularmente. Por el contrario los nodos extremos de menor inercia en el rotor sufren mayores desplazamientos.
- El nodo correspondiente a la caja multiplicadora presenta vibración torsional. Esto quiere decir que en la transmisión del torque del rotor al eje rápido se generan las oscilaciones angulares. Lo mismo sucede con el nodo correspondiente al eje rápido del sistema de poleas.
- Luego de la normalización de RPM a través del sistema de poleas, los nodos nuevamente no presentan vibración torsional. Se concluye que las oscilaciones se disipan en las correas y las vibraciones torsionales se centran sólo en el eje rápido de la caja multiplicadora. La torsión aún existe en estos nodos.

Con los resultados del modelo de vibraciones torsionales se comienzan a ajustar los parámetros de diseño y operación con el objetivo de reducir los desplazamientos angulares y oscilaciones en la turbina. Se estudia la geometría del rotor, la rigidez torsional de los ejes, la inercia rotacional, el número de álabes y la velocidad de operación de la turbina. Luego se generan criterios para la reducción de vibraciones intentando no perder las características dinámicas de la turbina como potencias de salida y de esta manera seguir utilizando el recurso de la mejor manera posible.

Los resultados de la reducción para cada uno de los criterios se detalla a continuación:

La geometría del rotor es importante para los resultados de torsión que existan en el rotor. Una buena distribución de la inercia rotacional permite que exista una uniformidad y reducción de torsión. Álabes rectos contribuyen de mejor manera a este objetivo.

Tanto la rigidez torsional como la inercia rotacional del tren de transmisión son factores importantes en la vibración torsional que sufre el eje rápido de la turbina. Una rigidez torsional alta permite reducir los desplazamientos angulares, mientras que una baja inercia rotacional tiene el mismo efecto. El desafío es encontrar materiales que cumplan con estas características físicas y que además puedan ser sometidos a los esfuerzos y condiciones de operación que se necesitan.

El número de álabes de la turbina es uno de los factores más destacados. Los resultados obtenidos para la turbina con tres álabes son notoriamente mejores que los de la configuración original. Se reducen las vibraciones torsionales, desplazamientos angulares y torsión existente a lo largo de toda la turbina. Esto tiene relación con las características aerodinámicas que se generan en los álabes, pero también en la nueva frecuencia en la curva de torque que sufre la turbina. La frecuencia se aleja de la frecuencia natural del primero modo de vibración y sigue por debajo de la frecuencia del segundo modo. Sin duda un parámetro de diseño que se debe considerar en el estudio de las turbinas verticales.

En cuanto a la operación, la velocidad de rotación también trae consigo vibración. Aumentos en las RPM aumentan los desplazamientos angulares de la turbina. Sin embargo, también genera más potencia por lo tanto existe un trade-off entre velocidad de rotación, potencia y vibraciones. El criterio propuesto es evitar alcanzar un valor TSR de 5 pues se tienen las peores condiciones de vibración. También es necesario mantener un nivel de potencia en su máximo posible. Por lo tanto según la velocidad del viento promedio que exista se tienen distintos rangos de operación para la velocidad de rotación.

7. Bibliografía

- [1] Generación de Energía Eléctrica con Fuentes Renovables - Luis Vargas, Jannik Haas, Fabián Barra y Lorenzo Reyes - FCFM, Universidad de Chile - 2010.
- [2] Wind Energy, Fundamentals Resource Analysis and Economics - Sathyajith Mathew - Faculty of Engineering, KCAET - 2006.
- [3] A Retrospective of VAWT Technology - Hebert J.Sutherland, Dale E. Berg and Thomas D.Ashwill - Sandia National Laboratories - 2012.
- [4] Dynamics of Rotating Machines - Michael I. Friswell, John E.T. Penny, Seamus D. Garvey and Arthur W. Lees - Cambridge Aerospace Series - Cambridge University Press - 2010.
- [5] Global Wind Statistics 2013 - Global Wind Energy Council - 2014
- [6] Engineering Vibrations - William J. Bottega - Taylor & Francis Group - 2006.
- [7] An Introduction to the Finite Element Method (Third Edition) - J.N. Reddy - Department of Mechanical Engineering Texas A&M University - 2006.
- [8] Dinámica Estructural, apuntes para el curso ME76 - Viviana Meruane - DIMEC UChile
- [9] Aerodynamic models for Darrieus-type straight-bladed vertical axis wind turbines - Mazharul Islam, David S.-K. Ting and Amir Fartaj - Department of Mechanical, Automotive and Materials Engineering, University of Windsor, Canada - 2006.
- [10] Aerodynamic Performance of the 17 Meter Diameter Darrieus Wind Turbine - Mark H. Worstell - Sandia National Laboratories - 1978.
- [11] Torque Ripple in a Vertical Axis Wind Turbine - Robert C. Reuter and Mark H. Worstell - Sandia National Laboratories - 1978.
- [12] Proceedings of the Vertical Axis Wind Turbine (VAWT) Design Technology Seminar for Industry - Sidney F. Johnston Jr., Editor - Sandia National Laboratories - 1982.
- [13] Introducción a la Mecánica - Juan Inzunza B. - Universidad de Concepción - 2002.
- [14] Física conceptual 4ta Edición - Paul Hewitt - Pearson Education S.A. - 1999.
- [15] Dynamics of Rotating Machines SOLUTION MANUAL - Michael I. Friswell, John E.T. Penny, Seamus D. Garvey and Arthur W. Lees - Cambridge Aerospace Series - Cambridge University Press - 2010.
- [16] Ingeniería de Control Moderna 4ta edición -Katsuhiko Ogata - Pearson Education S.A. - Madrid 2003.

- [17] Analysis of Internal Drive Train Dynamics in a Wind Turbine - Joris L.M. Peeters, Dirk Vandepitte and Paul Sas - Department of Mechanical Engineering Katholieke Universiteit Leuven, Belgium - 2005.
- [18] Vertical Axis Wind Turbine Drive Train Transient Dynamics – David B. Clauss, Thomas G. Carne – Sandia National Laboratories – 1981.
- [19] Power Curve Characterization I: improving the bin method – A. Llombart, S. J. Watson, D. Llombart and J. M. Fandos – Department of Electrical Engineering University of Zaragoza.
- [20] Wind Turbine Design With Emphasis on Darrieus Concept - Ion Paraschivoiu - Presses Internationales Polytechnique - 2002.
- [21] The Darrieus Turbine: A Performance Prediction Model Using Multiple Streamtubes - James H. Stickland - Sandia National Laboratories - 1975.
- [22] Aerodynamic Characteristics of Seven Symmetrical Airfoil Sections Through 180-Degree Angle of Attack for Use in Aerodynamic Analysis of Vertical Axis Wind Turbines - Robert E. Sheidahl and Paul C. Klimas - Sandia National Laboratories - 1981.
- [23] Desempeño aerodinámico de turbinas eólicas de eje vertical en función de temperatura de superficie de álabe - Celso Rangel Thomaz Junior - Departamento de Ingeniería Mecánica UChile - 2012.
- [24] Vibraciones Mecánicas, apuntes para el curso ME4701 - Viviana Meruane - DIMEC UChile
- [25] Evaluación del Recurso Eólico, Informe de Viento - Explorador Eólico - Departamento de Geofísica - FCFM UChile

Anexos

Anexo A. Código MATLAB: MEF de la turbina

Matriz de masa y rigidez del Modelo Turbina.

```
rho=7810;  
h=0.1;  
G=81.2e9;  
Jshaft=1.664e-3;  
L=1;
```

ROTOR

```
Idiscos=[77 77 308 715 1298 1782 2123 2299 2398 2398 2299 2123 1782 1298  
715 308 77 77];
```

Matriz de masa Rotor

```
fori=1:18  
Mrotor(i,i)=Idiscos(i);  
end
```

Matriz de rigidez Rotor

```
kt=G*Jshaft/L;  
fori=2:17  
Krotor(i,i)=2*kt;Krotor(i-1,i)=-1*kt;Krotor(i+1,i)=-1*kt;  
end  
Krotor(1,1)=kt; Krotor(2,1)=-1*kt;Krotor(18,18)=kt; Krotor(17,18)=-1*kt;
```

GEARBOX

Matriz de masa

```
Mgearbox = [3.06    0    0    ;  
            0    243    0    ;  
            0    0    7.19e-5];
```

Matriz de rigidez para g=42.87

```
Kgearbox = [ 0    -4.49e5    0    ;  
            -4.49e5    3.22e8    -6.04e6 ;  
            0    -6.04e6    1.41e5];
```

Matriz de rigidez para g=1

```
Kgearbox1 = [ 0    -4.49e5    0    ;  
            -4.49e5    5.90e5    -1.41e5 ;  
            0    -1.41e5    1.41e5];
```

SISTEMA DE POLEAS

Matriz de masa para n2 = 1.416

```
Mpoleas1 = [ 0    0    0    0    ;  
            0    0    0    0    ;  
            0    0    3.58e-5    0    ;  
            0    0    0    2.90];
```

Matriz de masa para n2 = 1.134

```
Mpoleas2 = [ 0    0    0    0    ;  
            0    0    0    0    ;  
            0    0    5.59e-5    0    ;  
            0    0    0    2.90];
```

Matriz de masa para n2 = 0.923

```
Mpoleas3 = [ 0    0    0    0    ;  
            0    0    0    0    ;
```

```

0      0      8.43e-5      0 ;
0      0      0      2.90];
Matriz de masa para n2 = 0.800
Mpoleas4 = [ 0      0      0      0 ;
0      0      0      0 ;
0      0      1.12e-4      0 ;
0      0      0      2.90];

Kpoleas = [ 0      -1.41e5      0      0 ;
-1.41e5      2.93e5      -1.52e5      0 ;
0      -1.52e5      5.32e5      -3.80e5 ;
0      0      -3.80e5      3.81e5];

```

GENERADORES

Se tiene la inercia del sistema generador en las matrices de masa del sistema de poleas en cada caso

TURBINA

Ensamble de matrices

(1) ROTOR(2) GEARBOX(3) POLEAS

```

H1 = zeros(18,22);
fori=1:18
H1(i,i)=1;
end
H2 = zeros(3,22);
j=1;
fori=18:20
H2(j,i)=1;
j=j+1;
end
H3 = zeros(4,22);
k=1;
fori=19:22
H3(k,i)=1;
k=k+1;
end

```

Para obtener la matriz de masa de la turbina utilizamos

```

n2 = 1.416
M1 = H1'*Mrotor*H1 + H2'*Mgearbox*H2 + H3'*Mpoleas1*H3;
n2 = 1.134
M2 = H1'*Mrotor*H1 + H2'*Mgearbox*H2 + H3'*Mpoleas2*H3;
n2 = 0.923
M3 = H1'*Mrotor*H1 + H2'*Mgearbox*H2 + H3'*Mpoleas3*H3;
n2 = 0.800
M4 = H1'*Mrotor*H1 + H2'*Mgearbox*H2 + H3'*Mpoleas4*H3;

```

La matriz de rigidez de la turbina

```
K = H1'*Krotor*H1 + H2'*Kgearbox*H2 + H3'*Kpoleas*H3;
```

Frecuencias naturales y modos propios

```

[Phi,W]=eig(K,M1);
w=sqrt(diag(W))/2/pi;
[w,j]=sort(w);
Phi=Phi(:,j);

```

Anexo B. Código MATLAB: Modelo DMS

Modelo DMS para la turbina Darrieus 17m

```
set(0,'defaultaxesfontsize',11)
set(0,'defaultaxesfontname','Times New Roman')
```

Parámetros

```
w4=3.099;           rad/s ---> 29.6 RPM
w2=3.784;           rad/s ---> 37.0 RPM
w3=4.764;           rad/s ---> 45.5 RPM
w1=5.497;           rad/s ---> 52.5 RPM
R=8.363;            Radio del rotor [m]
L=17;              Altura del rotor [m]
N=2;               Número de álabes
c=0.1524;          Cuerda álabes [m]
Ao=0;              Ángulo de ataque inicial [rad]
```

Constantes

```
kv=1.4607e-5;      Viscosidad cinemática a 15.5°C [m2/s]
rho=1.001;          Densidad del aire [kg/m3]
```

Streamtubes

```
n=18;              Número de Streamtubes
```

```
thetaup=linspace(-89*pi/180,89*pi/180,n);
thetadw=linspace(91*pi/180,269*pi/180,n);
```

```
TSR1=7;            TSR inicial
```

UPSTREAM

Obtener el factor de inducción de velocidad a

```
i=0;
while (i~=n)
    i=i+1;
    a=1.01;
    newa=1;
    while ((a-newa)>1e-3)
        a=newa;
        Vu=(w4*R/TSR1)*a;
        X=R*w4/Vu;
        Wu=sqrt(Vu^2*((X-sin(thetaup(i)))^2+(cos(thetaup(i)))^2));
    Reb=Wu*c/kv;
```

Ángulo de ataque

```
costh=cos(thetaup(i));
sinth=sin(thetaup(i));
cosAo=cos(Ao);
sinAo=sin(Ao);
A=asin((costh*cosAo-(X-sinth)*sinAo)/sqrt((X-sinth)^2+(costh^2)));
A=A*180/pi;
Aataque=abs(A);
```

Coefficientes CL y CD

```
CL=NACA0012_CL(Aataque,Reb);
CD=NACA0012_CD(Aataque,Reb);
```

```

if (sign(A)==-1)
    CL=-1*CL;
CD=-1*CD;
end
Coeficientes CN y CT (normal y tangencial)
CNup=CL*cosd(A)+CD*sind(A);
CTup=CL*sind(A)-CD*cosd(A);
Factor de interferencia
    g=@(thetaup) (abs(sec(thetaup)).*(CNup.*cos(thetaup)-
CTup.*sin(thetaup)).*(Wu./Vu).^2);
y=quadl(g,-89*pi/180,80*pi/180);
Fup=N*c*y/(8*pi*R);
newa=pi/(Fup+pi);
end
Avector(i)=A;
avector(i)=newa;
CNupvector(i)=CNup;
CTupvector(i)=CTup;
Wuvector(i)=Wu;

Nupvector(i)=1/2*rho*c*L*CNup*Wu^2;
Tupvector(i)=1/2*rho*c*L*CTup*Wu^2;
Mupvector(i)=1/2*rho*c*L*R*CTup*Wu^2;
end
Torque promedio en el rotor UPSTREAM
ts=trapz(thetaup,Mupvector);
MpromUP=N*(ts)/(2*pi);
CmUP=MpromUP/(0.5*rho*R*(R*L)*(w4*R/TSR1)^2);
CpUP=CmUP*TSR1;

DOWNSTREAM
Obtener el factor de inducción de velocidad ad. Proceso iterativo
j=n+1;
flag=0;
i=0;
while (j~=1)
    j=j-1;
i=i+1;
ad=1.01;
newad=avector(j);
while ((ad-newad)>1e-3)
ad=newad;
Ve=(w4*R/TSR1)*((2*avector(j))-1);
Vd=Ve*ad;
    X=R*w4/Vd;
Wd=sqrt(Vd^2*((X-sin(thetadw(i)))^2+(cos(thetadw(i)))^2));
Reb=Wd*c/kv;
Ángulo de ataque
costh=cos(thetadw(i));
sinth=sin(thetadw(i));
    A=asin((costh*cosAo-(X-sinth)*sinAo)/sqrt((X-sinth)^2+(costh^2)));
A=A*180/pi;
Aataque=abs(A);
Coeficientes CL y CD
    CL=NACA0012_CL(Aataque,Reb);
    CD=NACA0012_CD(Aataque,Reb);

```



```

if (sign(A)==-1)
    CL=-1*CL;
CD=-1*CD;
end
Coeficientes CN y CT (normal y tangencial)
CNdw=CL*cosd(A)+CD*sind(A);
CTdw=CL*sind(A)-CD*cosd(A);
Factor de interferencia
    g=@(thetadw) (abs(sec(thetadw)).*(CNdw.*cos(thetadw)-
CTup.*sin(thetadw)).*(Wd./Vd).^2);
y=quadl(g,91*pi/180,269*pi/180);
Fdw=N*c*y/(8*pi*R);
if (flag ==0)
newad = pi/(Fdw+pi);
end
if (newad<0.01)
warning('newad<0.01 at theta = %d and A = %d', (thetadw(i)*180/pi),A);
if (i>1)
newad = advector(i-1);
else
newad = auvector (i);
end
flag = 1;
end
end
Advector(i)=A;
advector(i)=newad;
CNdwvector(i)=CNdw;
CTdwvector(i)=CTdw;
Wdvector(i)=Wd;
Ndwvector(i)=1/2*rho*c*L*CNdw*Wd^2;
Tdwvector(i)=1/2*rho*c*L*CTdw*Wd^2;
Mdwvector(i)=1/2*rho*c*L*R*CTdw*Wd^2;
end
Torque promedio en el rotor DOWNSTREAM
ts=trapz(thetadw,Mdwvector);
MpromDW=N*(ts)/(2*pi);
CmDW=MpromDW/(0.5*rho*R*(R*L)*(w4*R/TSR1)^2);
CpDW=CmDW*TSR1;

Modelo DMS
M=[MupvectorMdwvector];
alpha=[AvectorAdvector];
theta=[thetaupthetadw];
Aind=[avectoradvector];
N=[NupvectorNdwvector];
T=[TupvectorTdwvector];
CN=[CNupvectorCNdwvector];
CT=[CTupvectorCTdwvector];

thetadegrees=(theta.*(180/pi))+89;

```

Anexo C. Código MATLAB: Modelo de vibraciones torsionales

Modelo de vibraciones torsionales

```
function vtorsionales (Mx, Kx, Mo)
```

```
Mx Matriz de masa 22x22
```

```
Kx Matriz de rigidez 22x22
```

```
Mo Torque promedio en el eje del modelo DMS 1x36
```

```
Numero de revoluciones
```

```
M= repmat (Mo, 1, 1000);
```

```
Frecuencias naturales
```

```
[Phi, W]= eig (Kx, Mx);
```

```
w= sqrt (diag (W)) / 2 / pi;
```

```
[w, j]= sort (w);
```

```
Phi= Phi (:, j);
```

```
Determinar paso de tiempo crítico
```

```
T= 1 ./ w;
```

```
dt_cr= min (T) / pi;
```

```
Definición del paso de tiempo
```

```
dt= dt_cr / 2.5;
```

```
N= 3600;
```

```
Vector externo
```

```
Mext= zeros (22, N);
```

```
for i= 1: N
```

```
for j= 1: 18
```

```
Mext (j, i)= M (1, i) / 18;
```

```
end
```

```
end
```

```
G= 81.2e9; %Módulo de corte
```

```
J= 7.94e-4; %Momento inercia polar
```

```
Kt= 1.27e3; %Constante torsión resorte
```

```
DIFERENCIAS CENTRALES
```

```
Inicializar vectores
```

```
x (:, 1)= zeros (22, 1);
```

```
dx (:, 1)= zeros (22, 1);
```

```
ddx (:, 1)= inv (Mx) * (Mext (:, 1) - Kx * x (:, 1));
```

```
a0= 1 / dt ^ 2;
```

```
a1= 1 / (2 * dt);
```

```
a2= 2 * a0;
```

```
a3= 1 / a2;
```

```
Desplazamiento en t=-dt
```

```
x0= x (:, 1) - dt * dx (:, 1) + a3 * ddx (:, 1);
```

Matriz de masa efectiva

```
hM=a0*Mx;  
invM=inv(hM);
```

Primer paso angular

Fuerzas efectivas

```
hF(:,1)=Mext(:,1)-(Kx-a2*Mx)*x(:,1)-(a0*Mx)*x0;
```

Desplazamientos

```
x(:,2)=invM*hF(:,1);
```

Pasos de tiempo siguientes

```
for i=2:N-1  
    hF(:,i)=Mext(:,i)-(Kx-a2*Mx)*x(:,i)-(a0*Mx)*x(:,i-1);  
    x(:,i+1)=invM*hF(:,i);  
    dx(:,i)=a1*(x(:,i+1)-x(:,i-1));  
    ddx(:,i)=a0*(x(:,i-1)-2*x(:,i)+x(:,i+1)));  
end
```

```
xc=x;  
dxc=dx;  
ddxc=ddx;
```

WILSON THETA

Inicializar vectores

```
x(:,1)=zeros(22,1);  
dx(:,1)=zeros(22,1);  
ddx(:,1)=inv(Mx)*(Mext(:,1)-Kx*x(:,1));
```

```
theta=1.4;  
a0=6/(theta*dt)^2;  
a1=3/(theta*dt);  
a2=2*a1;  
a3=theta*dt/2;  
a4=a0/theta;  
a5=-a2/theta;  
a6=1-3/theta;  
a7=dt/2;  
a8=dt^2/6;
```

```
hK=Kx+a0*Mx;  
invhK=inv(hK);
```

```
for i=2:N-1  
    hF(:,i)=Mext(:,i)+Mx*(a0*x(:,i-1)+a2*dx(:,i-1)+2*ddx(:,i-1));  
    hX=invhK*hF(:,i);  
    ddx(:,i)=a4*(hX-x(:,i-1))+a5*dx(:,i-1)+a6*ddx(:,i-1);  
    dx(:,i)=dx(:,i-1)+a7*(ddx(:,i)+ddx(:,i-1));  
    x(:,i)=x(:,i-1)+dt*dx(:,i-1)+a8*(ddx(:,i)+2*ddx(:,i-1));  
end
```

```
xw=x;  
dxw=dx;  
ddxw=ddx;
```

```

NEWMARK
Inicializar vectores
x(:,1)=zeros(22,1);
dx(:,1)=zeros(22,1);
ddx(:,1)=inv(Mx)*(Mext(:,1)-Kx*x(:,1));

delta=0.5;
alpha=0.25;

a0=1/(alpha*dt^2);
a1=delta/(alpha*dt);
a2=1/(alpha*dt);
a3=1/(2*alpha)-1;
a4=delta/alpha-1;
a5=dt/2*(delta/alpha-2);
a6=dt*(1-delta);
a7=delta*dt;

hK=Kx+a0*Mx;
invhK=inv(hK);

for i=2:N
    hF(:,i)=Mext(:,i)+Mx*(a0*x(:,i-1)+a2*dx(:,i-1)+a3*ddx(:,i-1));
    x(:,i)=invhK*hF(:,i);
    ddx(:,i)=a0*(x(:,i)-x(:,i-1))-a2*dx(:,i-1)-a3*ddx(:,i-1);
    dx(:,i)=dx(:,i-1)+a6*ddx(:,i-1)+ a7*ddx(:,i);
end

xn=x;
dxn=dx;
ddxn=ddx;

```

Anexo D. Datos adquiridos en la pruebas a la turbina DOE/Sandia 17m

D.1 Caso 29.6 RPM

Tabla D.1.1.1 - Performance Data a 29.6 RPM, 2 álabes [10].

17 M TURBINE COMBINED DATA, RPM = 29,6								
NUMBER SAMPLES IN ACCUMULATION = 42494								
DATA RECORD NAME(S)				33072	33176	40172	40174	40578
V (mph)	V (m/s)	N	F	P (kW)	TSR	Cp	V/Rw	Kp
0,5	0,2235	68	0,002	-2,174	115,97	-2079,22	0,01	-0,0013
1,5	0,6705	427	0,01	-2,4243	38,66	-85,875	0,03	-0,0015
2,5	1,1175	323	0,005	-2,2757	23,19	-17,412	0,04	-0,0014
3,5	1,5645	1518	0,036	-2,0762	16,57	-5,789	0,06	-0,0013
4,5	2,0115	2238	0,053	-2,0077	12,89	-2,634	0,08	-0,0012
5,5	2,4585	1828	0,043	-1,6468	10,54	-1,183	0,09	-0,001
6,5	2,9055	1098	0,026	-1,3538	8,92	-0,589	0,11	-0,0008
7,5	3,3525	931	0,022	-0,3926	7,73	-0,111	0,13	-0,0002
8,5	3,7995	839	0,02	-0,6023	6,82	0,117	0,15	0,0004
9,5	4,2465	598	0,014	1,791	6,1	0,25	0,16	0,0011
10,5	4,6935	702	0,017	3,2108	5,52	0,332	0,18	0,002
11,5	5,1405	770	0,018	4,3464	5,04	0,342	0,2	0,0027
12,5	5,5875	888	0,021	4,9271	4,64	0,302	0,22	0,003
13,5	6,0345	1237	0,029	5,8745	4,3	0,285	0,23	0,0036
14,5	6,4815	1377	0,032	6,6418	4	0,256	0,25	0,0041
15,5	6,9285	1349	0,032	7,2956	3,74	0,234	0,27	0,0045
16,5	7,3755	1386	0,033	7,4156	3,51	0,197	0,28	0,0045
17,5	7,8225	1462	0,034	7,3331	3,31	0,164	0,3	0,0045
18,5	8,2695	1853	0,044	7,1676	3,13	0,135	0,32	0,0044
19,5	8,7165	1895	0,045	7,0904	2,97	0,114	0,34	0,0043
20,5	9,1635	1772	0,042	6,9982	2,83	0,097	0,35	0,0043
21,5	9,6105	1458	0,034	6,6963	2,7	0,081	0,37	0,0041
22,5	10,0575	1341	0,032	6,4856	2,58	0,068	0,39	0,004
23,5	10,5045	1171	0,028	6,3076	2,47	0,058	0,41	0,0039
24,5	10,9515	1329	0,031	6,1703	2,37	0,05	0,42	0,0038
25,5	11,3985	1448	0,034	6,0301	2,27	0,043	0,44	0,0037
26,5	11,8455	1418	0,033	6,0053	2,19	0,039	0,46	0,0037
27,5	12,2925	1368	0,032	6,0066	2,11	0,035	0,47	0,0037
28,5	12,7395	1172	0,028	6,0023	2,03	0,031	0,49	0,0037
29,5	13,1865	1074	0,025	5,9839	1,97	0,28	0,51	0,0037
30,5	13,6335	983	0,023	6,019	1,9	0,025	0,53	0,0037
31,5	14,0805	822	0,019	6,0245	1,84	0,023	0,54	0,0037
32,5	14,5275	795	0,019	6,0248	1,78	0,021	0,56	0,0037
33,5	14,9745	697	0,016	6,1461	1,73	0,02	0,58	0,0038

34,5	15,4215	676	0,016	6,3448	1,68	0,018	0,59	0,0039
35,5	15,8685	536	0,013	6,2385	1,63	0,017	0,61	0,0038
36,5	16,3155	441	0,01	6,3054	1,59	0,016	0,63	0,0039
37,5	16,7625	351	0,008	6,3278	1,55	0,014	0,65	0,0039
38,5	17,2095	259	0,006	6,5236	1,51	0,014	0,66	0,004
39,5	17,6565	203	0,005	6,664	1,47	0,013	0,68	0,0041
40,5	18,1035	165	0,004	6,8628	1,43	0,012	0,7	0,0042
41,5	18,5505	121	0,003	6,9696	1,4	0,012	0,72	0,0043
42,5	18,9975	59	0,001	6,8784	1,36	0,011	0,73	0,0042
43,5	19,4445	29	0,001	7,7079	1,33	0,011	0,75	0,0047
44,5	19,8915	10	0	7,6585	1,3	0,01	0,77	0,0047
45,5	20,3385	6	0	8,1846	1,27	0,01	0,78	0,005
46,5	20,7855	2	0	6,5339	1,25	0,008	0,8	0,004
47,5	21,2325	1	0	7,4624	1,22	0,008	0,82	0,0046

D.2 Caso 37.0 RPM

Tabla D.2.1.1 - Performance Data a 37.0 RPM, 2 álabes [10].

17 M TURBINE COMBINED DATA, RPM = 37,0								
NUMBER SAMPLES IN ACCUMULATION = 55735								
DATA RECORD NAME(S)				40672	41372	41472	102021	10221
V (mph)	V (m/s)	N	F	P (kW)	TSR	Cp	V/Rw	Kp
0,5	0,2235	20	0	-2,0132	144,97	-1925,47	0,01	-0,0006
1,5	0,6705	96	0,002	-2,7093	48,32	-95,973	0,02	-0,0009
2,5	1,1175	758	0,014	-2,3704	28,99	-18,137	0,03	-0,0007
3,5	1,5645	1426	0,026	-2,3827	20,71	-6,644	0,05	-0,0007
4,5	2,0115	2170	0,039	-2,2113	16,11	-2,901	0,06	-0,0007
5,5	2,4585	2747	0,049	-1,8594	13,18	-1,336	0,08	-0,0006
6,5	2,9055	2859	0,051	-1,3976	11,15	-0,608	0,09	-0,0004
7,5	3,3525	2509	0,045	-0,7	9,66	-0,198	0,1	-0,0002
8,5	3,7995	3025	0,054	0,8462	8,53	0,165	0,12	0,0003
9,5	4,2465	2809	0,05	1,9667	7,63	0,274	0,13	0,0006
10,5	4,6935	2906	0,052	3,3811	6,9	0,349	0,14	0,0011
11,5	5,1405	2733	0,049	4,6962	6,3	0,369	0,16	0,0015
12,5	5,5875	2670	0,048	6,1661	5,8	0,377	0,17	0,0019
13,5	6,0345	2910	0,052	7,7322	5,37	0,376	0,19	0,0024
14,5	6,4815	3325	0,06	9,1472	5	0,359	0,2	0,0029
15,5	6,9285	3222	0,58	10,7755	4,68	0,346	0,21	0,0034
16,5	7,3755	3490	0,63	12,1525	4,39	0,323	0,23	0,0038
17,5	7,8225	3602	0,065	13,3414	4,14	0,298	0,24	0,0042
18,5	8,2695	3164	0,057	14,4334	3,92	0,273	0,26	0,0045
19,5	8,7165	2581	0,046	16,1095	3,72	0,26	0,27	0,0051

20,5	9,1635	2139	0,038	17,0484	3,54	0,237	0,28	0,0054
21,5	9,6105	1806	0,032	17,9536	3,37	0,216	0,3	0,0056
22,5	10,0575	1126	0,02	18,2298	3,22	0,171	0,31	0,0057
23,5	10,5045	630	0,011	18,49	3,08	0,17	0,32	0,0058
24,5	10,9515	441	0,008	19,5392	2,96	0,159	0,34	0,0061
25,5	11,3985	297	0,005	19,7938	2,84	0,143	0,35	0,0062
26,5	11,8455	156	0,003	19,1654	2,74	0,123	0,37	0,006
27,5	12,2925	76	0,001	19,3395	2,64	0,111	0,38	0,0061
28,5	12,7395	26	0	20,6935	2,54	0,107	0,39	0,0065
29,5	13,1865	14	0	19,8971	2,46	0,093	0,41	0,0062
30,5	13,6335	2	0	23,3802	2,38	0,099	0,42	0,0073

D.3 Caso 45.5 RPM

Tabla D.3.1.1 - Performance Data a 45.5RPM, 2 álabes [10].

17 M TURBINE COMBINED DATA, RPM = 45,5								
NUMBER SAMPLES IN ACCUMULATION = 70178								
DATA RECORD NAME(S)				42272	42572	50972	52472	53172
V (mph)	V (m/s)	N	F	P (kW)	TSR	Cp	V/Rw	Kp
0,5	0,2235	447	0,006	-3,7022	178,27	-3540,86	0,01	-0,0006
1,5	0,6705	1412	0,02	-3,7679	59,42	-133,47	0,02	-0,0006
2,5	1,1175	2785	0,04	-3,8563	35,65	-29,506	0,03	-0,0007
3,5	1,5645	2975	0,042	-3,8354	25,47	-10,695	0,04	-0,0006
4,5	2,0115	2143	0,031	-3,8291	19,81	-5,024	0,05	-0,0006
5,5	2,4585	858	0,012	-3,4426	16,21	-2,474	0,06	-0,0006
6,5	2,9055	357	0,005	-2,4827	13,71	-1,081	0,07	-0,0004
7,5	3,3525	364	0,005	-1,9004	11,88	-0,539	0,08	-0,0003
8,5	3,7995	841	0,012	-1,0354	10,49	-0,202	0,1	-0,0002
9,5	4,2465	1340	0,019	-0,2288	9,38	-0,032	0,11	0
10,5	4,6935	1328	0,019	0,8107	8,49	0,084	0,12	0,0001
11,5	5,1405	1165	0,017	0,19242	7,75	0,151	0,13	0,0003
12,5	5,5875	1381	0,02	3,3922	7,13	0,208	0,14	0,0006
13,5	6,0345	1693	0,024	4,8398	6,6	0,235	0,15	0,0008
14,5	6,4815	2188	0,031	6,9155	6,15	0,271	0,16	0,0012
15,5	6,9285	2325	0,033	8,7748	5,75	0,282	0,17	0,0015
16,5	7,3755	2786	0,04	10,6207	5,4	0,283	0,19	0,0018
17,5	7,8225	3054	0,044	12,9584	5,09	0,289	0,2	0,0022
18,5	8,2695	2944	0,042	15,6199	4,82	0,295	0,21	0,0026
19,5	8,7165	2811	0,04	18,7676	4,57	0,303	0,22	0,0032
20,5	9,1635	2857	0,041	21,3534	4,35	0,296	0,23	0,0036
21,5	9,6105	2534	0,036	23,7611	4,15	0,286	0,24	0,004

22,5	10,0575	2590	0,037	26,4308	3,96	0,277	0,25	0,0045
23,5	10,5045	2349	0,033	29,0577	3,79	0,268	0,26	0,0049
24,5	10,9515	2548	0,036	31,3786	3,64	0,258	0,27	0,0053
25,5	11,3985	2575	0,037	33,4353	3,5	0,241	0,29	0,0056
26,5	11,8455	2396	0,034	34,8075	3,36	0,224	0,3	0,0059
27,5	12,2925	2391	0,034	35,9113	3,24	0,206	0,31	0,0061
28,5	12,7395	2295	0,033	37,0089	3,13	0,191	0,32	0,0062
29,5	13,1865	2431	0,035	37,3651	3,02	0,174	0,33	0,0063
30,5	13,6335	1880	0,027	37,9245	2,92	0,16	0,34	0,0064
31,5	14,0805	1600	0,023	37,8844	2,83	0,145	0,35	0,0064
32,5	14,5275	1360	0,019	37,7766	2,74	0,132	0,36	0,0064
33,5	14,9745	1285	0,018	38,0342	2,66	0,121	0,38	0,0064
34,5	15,4215	1052	0,015	38,1508	2,58	0,111	0,39	0,0064
35,5	15,8685	837	0,012	37,6683	2,51	0,101	0,4	0,0064
36,5	16,3155	550	0,008	37,7608	2,44	0,093	0,41	0,0064
37,5	16,7625	440	0,006	37,9378	2,38	0,086	0,42	0,0064
38,5	17,2095	379	0,005	37,8066	2,32	0,079	0,43	0,0064
39,5	17,6565	292	0,004	37,9316	2,26	0,074	0,44	0,0064
40,5	18,1035	180	0,003	38,4319	2,2	0,069	0,45	0,0065
41,5	18,5505	109	0,002	38,2013	2,15	0,064	0,47	0,0064
42,5	18,9975	35	0	37,3286	2,1	0,058	0,48	0,0063
43,5	19,4445	12	0	39,8071	2,05	0,058	0,49	0,0067
44,5	19,8915	1	0	37,4752	2	0,051	0,5	0,0063
45,5	20,3385	2	0	43,436	1,96	0,055	0,51	0,0073

D.4 Caso 52.5 RPM

Tabla D.4.1.1 - Performance Data a 52.5RPM, 2 álabes [10].

17 M TURBINE COMBINED DATA, RPM = 52,5								
NUMBER SAMPLES IN ACCUMULATION = 100716								
DATA RECORD NAME(S)				90921	90922	91921	91922	92221
V (mph)	V (m/s)	N	F	P (kW)	TSR	Cp	V/Rw	Kp
4,5	2,0115	17	0	-4,6123	22,85	-6,051	0,04	-0,0005
5,5	2,4585	192	0,002	-3,6353	18,7	-2,612	0,05	-0,0004
6,5	2,9055	438	0,004	-3,2481	15,82	-1,414	0,06	-0,0004
7,5	3,3525	1185	0,012	-2,496	13,71	-0,707	0,07	-0,0003
8,5	3,7995	1969	0,02	-2,1135	12,1	-0,411	0,08	-0,0002
9,5	4,2465	2609	0,026	-1,0757	10,83	-0,15	0,09	-0,0001
10,5	4,6935	4247	0,042	0,2381	9,79	0,025	0,1	0
11,5	5,1405	5006	0,05	1,3445	8,94	0,106	0,11	0,0001
12,5	5,5875	5770	0,057	3,1221	8,23	0,191	0,12	0,0003

13,5	6,0345	6087	0,06	5,3483	7,62	0,26	0,13	0,0006
14,5	6,4815	6344	0,063	7,5752	7,09	0,297	0,14	0,0008
15,5	6,9285	5933	0,059	10,0952	6,64	0,324	0,15	0,0011
16,5	7,3755	5665	0,056	12,3987	6,23	0,33	0,16	0,0014
17,5	7,8225	6136	0,061	14,8186	5,88	0,331	0,17	0,0016
18,5	8,2695	6102	0,061	17,7889	5,56	0,336	0,18	0,002
19,5	8,7165	5563	0,055	20,7867	5,27	0,335	0,19	0,0023
20,5	9,1635	5372	0,053	24,484	5,02	0,34	0,2	0,0027
21,5	9,6105	5232	0,052	27,5486	4,78	0,331	0,21	0,003
22,5	10,0575	4649	0,046	20,679	4,57	0,322	0,22	0,0034
23,5	10,5045	4095	0,041	34,1216	4,38	0,314	0,23	0,0037
24,5	10,9515	3842	0,038	37,3307	4,2	0,303	0,24	0,0041
25,5	11,3985	3301	0,033	41,4648	4,03	0,299	0,25	0,0046
26,5	11,8455	2923	0,0259	44,9736	3,88	0,289	0,26	0,0049
27,5	12,2925	2278	0,023	47,2551	3,74	0,272	0,27	0,0052
28,5	12,7395	1843	0,018	49,4861	3,61	0,256	0,28	0,0054
29,5	13,1865	1494	0,015	53,0216	3,49	0,247	0,29	0,0058
30,5	13,6335	952	0,009	53,7297	3,37	0,226	0,3	0,0059
31,5	14,0805	603	0,006	56,4063	3,26	0,216	0,31	0,0062
32,5	14,5275	355	0,004	57,3069	3,16	0,2	0,32	0,0063
33,5	14,9745	233	0,002	60,4141	3,07	0,192	0,33	0,0066
34,5	15,4215	153	0,002	63,2066	2,98	0,184	0,34	0,0069
35,5	15,8685	53	0,001	66,3275	2,9	0,177	0,35	0,0073
36,5	16,3155	38	0	66,1844	2,82	0,163	0,35	0,0073
37,5	16,7625	13	0	66,781	2,74	0,151	0,36	0,0073
38,5	17,2095	13	0	68,487	2,67	0,143	0,37	0,0075
39,5	17,6565	8	0	72,747	2,6	0,141	0,38	0,008
40,5	18,1035	3	0	65,664	2,54	0,118	0,39	0,0072