

MODELAMIENTO NUMÉRICO DEL COMPORTAMIENTO TRIAXIAL VERDADERO DE ROCA INTACTA MEDIANTE ELEMENTOS DISCRETOS Y SUS IMPLICANCIAS EN EL DISEÑO MINERO

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN MINERÍA MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS

ROLANDO ANDRÉS ARTEAGA RÜTH

PROFESOR GUÍA: JAVIER VALLEJOS MASSA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
RAÚL GORMAZ ARANCIBIA
JAVIER CORNEJO GONZÁLES
XAVIER EMERY

SANTIAGO DE CHILE

2015

Resumen Ejecutivo

En una serie de problemas de diseño relacionados con la mecánica de rocas tales como: la estabilidad de caserones y pilares, galerías, dilución de vetas, entre otros, se asume que el esfuerzo principal intermedio (σ 2) no tiene impacto alguno en el diseño. En la literatura se ha comprobado que σ 2 tiene varias implicancias en el comportamiento de la roca intacta y por ende podría influenciar en las decisiones del diseño minero

En base a lo descrito anteriormente, el objetivo de esta tesis es desarrollar, calibrar, verificar y establecer los alcances de un modelo de elementos discretos basado en la mecánica de partículas que permita simular el comportamiento triaxial verdadero de la roca intacta. Para esto se utiliza el modelo Enhaced Bonded Particle Model disponible en el software Particle Flow Code 3D (PFC^{3D}). En primera instancia se calibra y verificar el desempeño del modelo con respecto a datos disponibles en la literatura de ensayos triaxiales convencionales (σ 2 = σ 3) para la roca Westerly Granite. Una vez calibrado el modelo se procede a simular ensayos triaxiales verdaderos (σ 2 \neq σ 3) de manera de evaluar el desempeño cualitativo y cuantitativo ante este tipo de solicitaciones.

Los resultados de esta tesis indican que el modelo creado en PFC^{3D} se ajusta de buena manera a los resultados experimentales tanto para el caso convencional como los verdaderos. En el primer caso los errores porcentuales entre los datos simulados y los de laboratorio son en promedio menores al 10%, obteniendo para el caso del módulo de Young una diferencia de un 1% y para los umbrales de daño un 10%. Para el caso de los ensayos triaxiales verdaderos se tiene que la diferencia entre el esfuerzo peak de los ensayos de laboratorio y los simulados son en promedio 14%, un 3% para el caso del Módulo de Young, un 8% para los valores del inicio de la dilatancia (ocd). Si bien los datos disponibles en materia de ensayos triaxiales verdaderos son escasos, se tiene que los resultados de PFC3D siguen las tendencias esperadas.

También se tiene que PFC3D se adapta de buena forma a los criterios de falla no convencionales, especialmente al criterio modificado de Lade, en donde las diferencias en los valores de la envolvente de falla son menores al 10%. Además, se ratifica que el esfuerzo principal intermedio tiene implicancias en el comportamiento de la roca, tales como la resistencia peak y los umbrales de daño, y por lo tanto en una serie de problemas del diseño minero. Sin embargo, el modelo presenta limitaciones representando el comportamiento post-peak y la razón de Poisson, las cuales no pueden ser ajustadas debido a que no se puede obtener al mismo tiempo valores razonables de estos y un comportamiento frágil. Por lo tanto es necesario comprobar el modelo con versiones futuras de PFC^{3D} que permitan solucionar estos problemas o simplemente, utilizar otros modelos.

Este estudio abre el paso al análisis de problemas en minería los cuales hasta el momento no eran abordados, ya que de poder simular el comportamiento de la roca intacta y posteriormente incluir las discontinuidades al modelo, se podrían simular problemas a escala de macizo rocoso de una forma más real.

A mi familia y amigos

Agradecimientos

En primer lugar agradecer al proyecto Fondecyt 11110187 y al Advanced Mining Technology Center (AMTC) por financiar este proyecto, el cual sin su ayuda no se habría podido realizar. También agradecer a mi profesor guía Javier Vallejos Massa el cual durante todo el proceso tuvo la disposición de ayudar y enseñar, además de aportar ideas las cuales fueron valiosas para este trabajo. Agradecer a Diego Mas Ivars de Itasca quien ayudo a la realización de los códigos en FISH para poder desarrollar esta tesis. Además agradecer a Kimie por toda la ayuda que me presto durante el proceso y a los pesistas por esas tardes de arduo trabajo.

Finalmente dar las gracias a mi familia y amigos los cuales son pilares fundamentales en mi vida, en especial a mis padres, hermanos, tía y Snoopy, sin los cuales hubiese sido imposible realizar todo lo que he logrado hasta ahora. Por ultimo dedicar esto a mí bis abuela "nena" que en paz descanse la cual siempre deseó verme titulado.

Tabla de Contenido

1.		Intro	ducc	ión	
	1.	1.	Obje	etivos	2
		1.1.1.		Objetivo general	2
		1.1.2.		Objetivos específicos	2
	1.	2.	Alca	nces	
	1.	3.	Met	odología	2
2.				bibliográfica	
	2.			yos triaxiales convencionales y verdaderos	
	2.	,		erios de falla	
		2.2.1	L.	Criterios de falla convencionales	4
		2.2.2	2.	Criterios de falla verdaderos o poliaxiales	
	2.	3.	Efec	tos del esfuerzo principal intermedio en el comportamiento de la roca	
		2.3.1	L.	Efecto en la resistencia peak	6
	2.	4.	Efec	tividad del esfuerzo principal intermedio	
		2.4.1	L.	Efecto en la dilatancia y ángulo de fractura	9
		2.4.2	<u>)</u> .	Método de elementos discretos (DEM)	
	2.	5.	The	PFC ^{3D} Particle flow model	13
		2.5.1	L.	Bonded particle model (BPM)	12
		2.5.2	2.	Enhanced Bonded Particle Model	17
		2.5.3	3.	Tipos de ensayos y simulación	18
		2.5.4	١.	Medición de parámetros	21
	2.	6.	Mod	lelos Existentes	22
3.		Meto	odolo	ogía	24
	3.	1.	Base	e de datos	24
	3.	2.	Calik	pración micro parámetros	26
4.		Resu	ıltado	OS	30
	4.	1.	Calik	pración micro parámetros	30
		4.1.1	L.	Supuestos	30
		4.1.2	2.	Calibración resistencia a la tracción (pb_phi=43)	34
		4.1.3	3.	Calibración Módulo de Young y UCS	35
		4.1.4	l .	Calibración envolvente de falla	38
	4.	2.	Ensa	yos triaxiales convencionales	39
		4.2.1	L.	Módulo de Young y razón de Poisson	39
		4.2.2	2.	Umbrales de daño	40

	4.2.3.	Ángulo de dilatancia y fractura	42
	4.2.4.	Módulo post peak y modo de falla	45
	4.2.5.	Curvas esfuerzo deformación	47
	4.2.6.	Conclusiones	49
4.	3. Efec	to forma	49
4.	4. Ens	ayos triaxiales verdaderos (TTT)	50
	4.4.1.	Configuración	50
	4.4.2.	Resultados	51
	• Con	nparación con datos experimentales	51
	• PFC	^{3D} en el plano octaédrico	53
	• Um	brales de daño	55
	• Mó	dulo de Young	57
	 Áng 	ulo de Dilatancia y módulo post peak	58
	• Mo	dos de falla	59
	4.4.3.	Discusiones de los resultados	59
5.	Implic	ancias en el diseño minero	60
	5.1.1.	Aumento de la resistencia peak	60
	5.1.2.	Factor de propagación del caving (FPC)	62
	5.1.3.	Dilución de caserones y vetas	64
	5.1.4.	Resistencia de pilares	65
	5.1.5.	Synthetic rock mass (SRM)	66
6.	Conclusion	ones y recomendaciones	68
7.	Bibliogra	fía	69

Índice de figuras

Figura 2-1 Trayectoria de esfuerzo de un ensayo triaxial convencional. La muestra es sometida e	n una
primera instancia a un esfuerzo isótropo (σ 1= σ 3) hasta alcanzar el confinamiento deseado (σ 3),	
posteriormente se mantiene constante σ 3 y se aumenta la carga axial (σ 1) hasta que la muestra	
Figura 2-2 Distribución de esfuerzos principales en un ensayo triaxial verdadero	
Figura 2-3 (a) Ensayos triaxiales verdaderos realizados a una roca Westerly granite (Haimson an	
	_
2000) y (b) Ensayos triaxiales realizados en una roca Dunham dolomite (Mogi 1971). Los distinto	
marcadores de los ensayos representan los distintos tipos de geometría usadas en las probetas,	
que los números al final de cada curva corresponden a los distintos valores de σ 3 que fueron us	
realizar los ensayos	
Figura 2-4 Coeficiente de correlación versus el esfuerzo principal menor para 5 tipos de rocas. A	
que aumenta el coeficiente de correlación existe una mayor dependencia de $\sigma 2$ en la resistencia	a de la
roca (Colmenares and Zoback 2002)	8
Figura 2-5 (a) ángulo de fractura en función del confinamiento para ensayos triaxiales convencio	onales.
(b) ángulo de fractura en función de σ 2- σ 3 manteniendo σ 3 constante, en donde los valores par	ra σ2-σ3
igual a cero corresponden a los realizados en forma convencional (Haimson and Chang 2000)	
Figura 2-6 Curvas esfuerzo deformación para la roca Westerly granite con σ3 constante y varian	
60, 113, 180 y 249 [MPa]. El punto D indica el comienzo de la dilatancia y el porcentaje indicado	
corresponde al porcentaje del esfuerzo peak en el cual ocurre este fenómeno (Haimson and Ch	
2000)	_
Figura 2-7 Diagrama del BPM (Potyondy and Cundall 2004)	
Figura 2-8 Diagrama del Contact bond model (Potyondy and Cundall 2004)	
Figura 2-9 Comportamiento fuerza-desplazamiento con respecto a las fuerzas normal y de corte	
modelo de enlaces de contacto (Cho, Martin et al. 2007)	
Figura 2-10 Diagrama del parallel bond model (Potyondy and Cundall 2004). <i>Fi y Mi</i> correspon	
fuerzas y momento respectivamente, de acción del contacto paralelo sobre la partícula B. A la v	
pueden descomponerse en una componente normal y otra de corte	
Figura 2-11 Comportamiento fuerza-desplazamiento con respecto a las fuerzas normal y de cort	-
modelo de enlaces paralelos (Cho, Martin et al. 2007)	
Figura 2-12 Envolvente de falla según el criterio Mohr-Coulomb	
Figura 2-13 (a) geometría de una probeta cilíndrica de diámetro 50 [mm] y alto de 100 [mm]. (b	•
Geometría de una probeta prismática de dimensiones 19x19x38 [mm]. Estas dimensiones serár	
usadas a la hora de calibrar y realizar los distintos tipos de ensayos	
Figura 2-14 (a) mecanismo Wall servo. (b) mecanismo Full strain. Las partículas rojas (grips grair	ı) en el
caso del full strain, son esferas rígidas las cuales aplican los incrementos de deformación, mient	ras que
los vectores representan la velocidad de las partículas durante el ensayo, que en el caso de los o	de
tracción tendrían sentido opuesto	19
Figura 2-15 Ejemplo de criterio de término en un ensayo. Para este caso el criterio de término u	sado
corresponde a terminar cuando haya alcanzado un esfuerzo igual a 80% del peak, es decir, si el	
alcanzado en 275 [MPa], el ensayo terminara cuando el esfuerzo post peak sea 220 [MPa]	
Figura 2-16 Esferas de medición usadas en PFC ^{3D} . El cálculo de los parámetros se realiza como u	
promedio de los valores correspondientes a cada una de las partículas dentro de las 3 esferas	
Figura 2-17 Diagrama del cálculo de variables (σci , σcd ,ángulo de dilatancia y módulo post pea	
Figura 2-18 resistencia peak versus la razón de composición del material ensayado para datos o	
experimentalmente y a través de modelamiento numérico (Holt, Kjølaas et al. 2005)	
Figura 3-1 Envolvente de falla obtenida mediante Roclab para una roca Westerly granite	
Figura 3-1 Envolvente de falla obtenida mediante Rociab para una roca westerly granite Figura 3-2 Envolvente de falla de tracción y compresión para una roca westerly granite	
Figura 3-2 Envolvente de falla de tracción y compresión para una roca westerly granite Figura 3-3 Diagrama de calibración de los micros parámetros en PEC ^{3D}	25 27
civina 3-3 magratia de cambación de ios micros Natamentos en PE	,,

Figura 3-4 Resultado de las simulaciones para diferentes valores de pb_sn, utilizando semillas iguales28 Figura 3-5 Promedio de la resistencia a la tracción obtenida de las 10 simulaciones correspondientes a cada valor de pb_sn
Figura 4-1Envolventes de falla para los distintos ángulos de fricción. En negro la envolvente de falla de los datos de laboratorio
Figura 4-2 Curvas esfuerzo deformación para distintos valores de la razón de rigidez de los contactos. A medida que aumenta el valor de krat se obtienen valores de razón de Poisson que se ajustan mejor a la
realidad, sin embargo, el comportamiento de la roca pasa se frágil a dúctil
Figura 4-3 Curvas esfuerzo deformación para distintos valores de resolución
Figura 4-4 curvas esfuerzo deformación para distintos valores de tasa de deformación
Figura 4-5 regresión lineal del micro-parámetro pb_sn en función de la resistencia a la tracción35 Figura 4-6 Regresión lineal entre el módulo de Young de los contactos y el módulo de Young simulado
para la roca
Figura 4-7 Regresión lineal entre el UCS obtenido y el micro-parámetro pb_coh36 Figura 4-8 Curvas esfuerzo deformación de 10 ensayos UCS para una roca Westerly granite, obtenidas
mediante PFC3D con los datos previamente calibrados
Figura 4-9 Envolventes de falla de laboratorio y de los ensayos simulados con PFC3D, junto a sus
respectivos datos con las cuales fueron calculadas a través del software Roclab
laboratorio y en PFC3D
Figura 4-11 Comparación entre envolventes de falla para los distintos umbrales de daño y datos
obtenidos de laboratorio. Los valores experimentales correspondientes a 5 [MPa] y 100 [MPa] fueron
obtenidos de las curvas de Kawakata, mientras que los de 60 [MPa] fueron calculados a partir de las
curvas de Haimson
Figura 4-12 Comparación entre σci obtenido por PFC3D y el predicho por Brace para una roca Westerly
granite
Figura 4-13 Ángulo de dilatancia en función del confinamiento obtenido de PFC3D, comparado con datos
de laboratorio (Kawakata, Cho et al. 1999, Haimson and Chang 2000)
Figura 4-14 Descripción del comportamiento del ángulo de dilatancia a medida que aumenta el confinamiento (Yuan and Harrison 2004)43
Figura 4-15 Ensayo de compresión asimétrica realizado por Yoon (2012) a una roca granito Aue en
PFC2D, en donde se puede apreciar claramente un plano de falla (zona amarilla) y por ende un ángulo de fractura
fractura
Figura 4-17 Comparación entre los ángulos de fractura calculados y de laboratorio para distintos
confinamientos (Haimson and Chang 2000, Mogi 2007)45
Figura 4-18 Módulo post peak en función del confinamiento
Figura 4-19 Diagrama de los tipos de falla en función del confinamiento. (a) Relajación de esfuerzos (b)
falla por spliting (c) falla por lajamiento y (d) falla por corte46
Figura 4-20 Porcentaje de grietas que falla por tensión y corte para cada confinamiento47
Figura 4-21 Curvas esfuerzo deformación para los distintos confinamientos obtenidas por PFC47
Figura 4-22 Comparación entre las curvas obtenidas por PFC ^{3D} y las de laboratorio para un confinamiento
de 5 [MPa] (Kawakata, Cho et al. 1999)48
Figura 4-23 Comparación entre las curvas obtenidas por PFC ^{3D} y las de laboratorio para un confinamiento
de 60 [MPa] (Haimson and Chang 2000)48
Figura 4-24 Comparación entre las curvas obtenidas por PFC ^{3D} y las de laboratorio para un confinamiento
de 100 [MPa] (Kawakata, Cho et al. 1999)48
Figura 4-25 Comparación entre la envolvente de falla de una roca Westerly granite obtenida en probetas
cilíndricas y prismáticas mediante PFC ^{3D} , y en ensayos de laboratorio(Haimson and Chang 2000)49

Figura 4-26Correlación entre los resultados obtenidos en probetas cilíndricas y prismáticas	50
Figura 4-27 Envolvente de falla obtenida para una roca Westerly granite con ensayos realizados en	
distintas geometríasdistintas geometrías	50
Figura 4-28 Curva esfuerzo deformación para un ensayo triaxial verdadero, en donde σ 3=20 [MPa] y	
σ2=40 [MPa]	
Figura 4-29 Resultados de los ensayos triaxiales verdaderos obtenidos en PFC ^{3D} para diversos valores	de
σ3 comparados con los obtenidos por Haimson (2000) en laboratorio	52
Figura 4-30 Comparación entre los resultados obtenidos por PFC3D y los predichos por el criterio	
modificado de Lade	53
Figura 4-31 Comparación entre los resultados obtenidos por PFC3D y los estimados por el criterio	
modificado de Wiebols and Cook	54
Figura 4-32 Envolventes de falla en el plano octaédrico de H-B (izquierda) y M-C (derecha) en	
comparación con los datos obtenidos en PFC3D	55
Figura 4-33 Umbral de iniciación de grietas en función del esfuerzo principal intermedio para distinto	S
valores de σ3	55
Figura 4-34 Comparación entre los datos de laboratorio y los obtenidos con PFC3D	56
Figura 4-35 Inicio de la propagación de grietas en función del esfuerzo principal intermedio para distir	ntos
valores de σ3	
Figura 4-36 Comparación entre los datos de laboratorio obtenidos de las curvas esfuerzo deformación	າ de
Haimson (2000) y los resultados entregados por PFC ^{3D}	57
Figura 4-37 Resultados del módulo de Young obtenido por PFC3D variando el esfuerzo principal	
intermedio a distintos valores de σ3	57
Figura 4-38 Comparación entre el módulo de Young obtenido por PFC3D y los datos de laboratorio	
disponibles (Haimson and Chang 2000)	
Figura 4-39 Ángulo de dilatancia en función del esfuerzo principal intermedio para distintos valores de	e
σ3. Los valores de laboratorio se obtuvieron de las curvas esfuerzo deformación del trabajo realizado	•
Haimson.	
Figura 4-40 Cambio del modo de falla a medida que aumenta el esfuerzo principal intermedio	
Figura 4-41 Dimensiones de la galería modelada en Phase 2D	
Figura 4-42 Comparación entre la resistencia de la roca en el perímetro de una excavación calculado a	
partir de un criterio convencional (Hoek & Brown) y uno no convencional (modificado de Lade)	
Figura 4-43 Configuración del sistema block caving-rajo abierto en Phase 2D	63
Figura 4-44 Comparación entre el factor de propagación del caving calculado a partir de un criterio	
convencional (Hoek & Brown) y un criterio no convencional (modificado de Lade)	64
Figura 4-45 Efecto del esfuerzo principal intermedio en la dilución en función del esfuerzo principal	
intermedio para distintos casos	
Figura 4-46 Resistencia del pilar en función del largo de este, manteniendo la razón ancho/alto consta	
(Dolinar and Esterhuizen 2007)	
Figura 4-47 Componentes del SRM (Mas Ivars 2010)	67

Índice de tablas

Tabla 2-1 Coeficiente de desajuste entre los valores experimentales y los diferentes critérios de falla para
una roca Dunhamn dolomite (dolomita)(Colmenares and Zoback 2002)9
Tabla 2-2 Coeficiente de desajuste entre los valores experimentales y los diferentes criterios de falla para
una roca Sirahama sandstone (arenisca)(Colmenares and Zoback 2002)9
Tabla 2-3 Micro parámetros que definen a los contact bond en el BPM. El símbolo FISH corresponde al
lenguaje usado en la programación de los ensayos14
Tabla 2-4 Micro parámetros que definen a los parallel bond en el BPM. El símbolo FISH corresponde al
lenguaje usado en la programación de ensayos. Es importante mencionar que para el caso de la
resistencia al corte y tracción se debe especificar la desviación estándar de estos valores, la cual por
recomendación de Itasca corresponde al 20%16
Tabla 2-5 Micro parámetros relacionados a los contactos paralelos en el enhanced particle model. La
cohesión y resistencia a la tracción deben especificarse con sus determinadas desviaciones estándar
(20% del valor)
Tabla 2-6 Comparación entre parámetros obtenidos experimentalmente y mediante modelamiento
numérico para una roca granito Lac du Bonnet (Wang and Tonon 2009). Los resultados obtenidos
numéricamente indican que el modelamiento representa de buena forma a la realidad, salvo en este
caso para la cohesión y resistencia a la tracción, los cuales tienen un gran error dado que en este estudio
se utilizó el BPM y no el BPM mejorado23
Tabla 3-1 Parámetros de la envolvente de falla Hoek & Brown (H-C) y Mohr Coulomb (M-C) obtenidas del
software Roclab25
Tabla 3-2 Datos utilizados para crear la envolvente de falla de la roca Westerly granite. p corresponde al
esfuerzo medio $p=\sigma 1+\sigma 2+\sigma 33$ 26
Tabla 4-1 resultados de la desviación absoluta promedio entre la envolvente de falla de laboratorio y de
PFC3D para distintos valores de ángulo de fricción30
Tabla 4-2 Valores de los micro-parámetros usados, los cuales no serán calibrados. La constante de rigidez
fue propuesta por Suzuki (2013), la razón entre los módulo de Young de los contactos por Mas Ivars
(2012) y el multiplicador de los radios, razón entre los diámetros y coeficiente de fricción por Potyondy
(2004)
Tabla 4-3 Resultados de la resistencia a la tracción promedio de 10 simulaciones para cada valor de
pb sn34
Tabla 4-4 Módulo de Young (E) obtenido de las simulaciones para distintos valores del módulo de Young
de las partículas <i>Eba</i> y contactos <i>Epb</i>
Tabla 4-5 Resultados promedio de UCS para distintos valores de pb_coh (resistencia al corte de los
contactos)
Tabla 4-6 Valor de los micro-parámetros calibrados para los enlaces de contacto (contact bond)36
Tabla 4-7 Valor de los micro-parámetros calibrados para los enlaces paralelos (parallel bond)
Tabla 4-8 Promedio y desviación estándar para los resultados de las simulaciones con los datos
calibrados para una roca Westerly granite. Los datos de laboratorio del UCS y σt no poseen desviación
estándar debido a que fueron calculados de la envolvente de falla mediante Roclab
Tabla 4-9 Resultado promedio de los ensayos triaxiales a diferentes confinamientos, ensayos UCS y de
tracción
Tabla 4-10 Comparación entre los parámetros de la envolvente de falla (Hoek & Brown) obtenidas a
partir de datos de laboratorio y los simulados por PFC
Tabla 4-11 Módulo de Young y razón de Poisson promedio para diferentes confinamientos, con sus
respectivas desviaciones estándar39
Tabla 4-12 Resultados de la resitencia peak y de los umbrales de daño obtenidos mediante PFC3D para
los distintos confinamientos
103 UISUITUOS COTTITIOTITICOS

Tabla 4-13 Errores entre los resultados de laboratorio y los obtenidos para PFC3D	42
Tabla 4-14 ángulo de fricción y ruptura para distintos confinamientos	45
Tabla 4-15 Error absoluto de la media (MAD) y porcentual (MAPE) promedio entre los valores de	
laboratorio y los obtenidos con PFC3D para distintos valores de σ3	52
Tabla 4-16 Parámetros utilizados en los criterios de falla de Lade y Wiebol-Cook	53
Tabla 4-17 Error absoluto de la medio (MAD) y porcentual (MAPE) entre los datos obtenidos por PFC	:3D y
los calculados a través de los criterios de falla.	54
Tabla 4-18 propiedades macizo rocoso Westerly granite	60
Tabla 4-19 Parámetros geotécnicos del macizo rocoso usados en el sistema block caving-rajo abierto	63
Tabla 4-20 Dimensiones, dip y profundidad promedio de la base de datos utilizada	65

1.Introducción

Hasta el momento existen varias dudas acerca de las implicancias del esfuerzo principal intermedio en el diseño minero, como por ejemplo los efectos que tiene sobre el factor de resistencia (SF), el factor de propagación del caving (FPC) (Flores, Lledó et al. 2003, Potyondy 2011) la dilución de caserones (Stewart 2005) o la resistencia de los pilares (Dolinar and Esterhuizen 2007). En el caso del SF y el FPC estos están directamente relacionados con la resistencia del macizo rocoso, lo cual a su vez está ligado a la resistencia peak de la roca intacta que según estudios realizados aumenta a medida que aumenta el esfuerzo principal intermedio σ2 (Haimson and Chang 2000, Mogi 2007), por lo tanto si se considerara este efecto en el diseño se podría tener caserones menos conservadores o la explicación al por que algunos caving no propagan. En cuanto a la dilución de caserones autores tales como Stewart (2005) hacen referencia a la importancia que tiene σ^2 cuando el esfuerzo principal menor es extensional, aportando un efecto de estabilización, lo cual permitiría dimensionar de forma más exacta la dilución de vetas o caserones. Más recientemente en estudios realizados por Castro (2013) mediante modelamiento numérico en FLAC3D se determinó cuantitativamente el efecto que tiene σ2 en la dilución (considerando como supuesto un modelo lineal elástico), en el cual se concluye que a medida que aumenta el esfuerzo principal intermedio la dilución disminuve. En relación a la resistencia del pilar en función de su largo, estudios han determinado que este aumenta proporcionalmente al largo para cierta razón de aspecto w/h, lo cual se puede atribuir a la aparición de un σ2 en el centro del pilar (Dolinar and Esterhuizen 2007).

Todos los problemas descritos anteriormente pueden ser representados a partir de la simulación de un macizo rocoso a través de la técnica del SRM (Synthetic Rock Mass) el cual representa a la roca intacta mediante el Bonded Particle Model (BPM)(Potyondy and Cundall 2004) y a las discontinuidades a través del Smooth Joint Model (SJM)(Mas Ivars, Potyondy et al. 2008) y el Discrete Fracture Model (DFN)(Dershowitz and Einstein 1988). Sin embargo, para poder utilizar esto es necesario en primer lugar estar seguros si el BPM es capaz de representar el comportamiento triaxial verdadero de la roca intacta de forma adecuada, he aquí el enfoque de este estudio, el cual permitirá verificar cuantitativamente y cualitativamente la capacidad del Enhanced BPM para simular el comportamiento triaxial verdadero de la roca.

Hasta el momento varios autores tales como Wang (2009) y Holt (2005) han desarrollado y calibrado modelos de elementos discretos para simular el comportamiento de la roca, sin embargo, si bien se han obtenidos buenos resultados estos solo se han limitado a simular bajo condiciones de esfuerzo uniaxial y triaxial convencional, lo cual es una limitación a la hora de simular macizos rocosos bajo condiciones reales. En cuanto al modelamiento de ensayos triaxiales verdaderos, trabajos como el de Schöpfer (2013) si bien han representado a la roca cualitativamente no lo han hecho cuantitativamente, por lo tanto, es necesario verificar bien la capacidad del Enhanced BPM de representar a la roca. Otro punto importante de mencionar es que el desarrollo de un modelo que represente el comportamiento triaxial verdadero de forma adecuada será de mucha utilidad en el ámbito científico, ya que la realización en

estos momentos de ensayos triaxiales verdaderos en laboratorio son costosos en recursos y tiempo.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo general

 Desarrollar, testear y verificar un modelo de elementos discretos basado en la mecánica de partículas que permita simular el comportamiento triaxial verdadero de la roca intacta.

1.1.2. Objetivos específicos

- Comparar los resultados del modelamiento con resultados experimentales y criterios de falla teóricos.
- Evaluar el impacto del modelo de roca intacta en el diseño minero.
- Clarificar el efecto del esfuerzo principal intermedio en la resistencia de roca intacta.
- Verificar el desempeño del modelo de roca intacta de PFC3D para un estado de esfuerzos 3D

1.2. Alcances

- Para el desarrollo de la tesis se requiere de la implementación de algoritmos que sean capaces de resolver las ecuaciones de movimiento de la mecánica de partículas para un modelo constitutivo dado. Para estos efectos se utilizara el software comercial PFC^{3D} (Particle Flow Code) de Itasca.
- Los resultados de ensayos de laboratorio que calibran y validan el modelo de elementos discreto serán obtenidos de la literatura.
- La roca que se utilizara para simular en PFC3D es el Westerly Granite

1.3. Metodología

- Estudio del marco teórico y revisión exhaustiva de modelos de elementos discretos de la literatura.
- Recolección de sets experimentales de ensayos de laboratorio de la literatura.
- Desarrollo y selección de modelos a testear.
- Calibración del modelo de elementos discretos utilizando ensayos convencionales.
- Modelamiento del comportamiento triaxial verdadero y testeo de la capacidad de predicción del modelo.
- Implicaciones del modelo de roca intacta en el diseño minero.

2. Revisión bibliográfica

2.1. Ensayos triaxiales convencionales y verdaderos

Los ensayos triaxiales convencionales son ensayos de laboratorio en la cual una muestra de roca, que se encuentra a un cierto confinamiento, es sometida a una carga axial hasta alcanzar la falla (Figura 2-1). Estos ensayos, al igual que todos los ensayos de laboratorio, son realizados para replicar los modos de falla y las condiciones de carga del terreno.

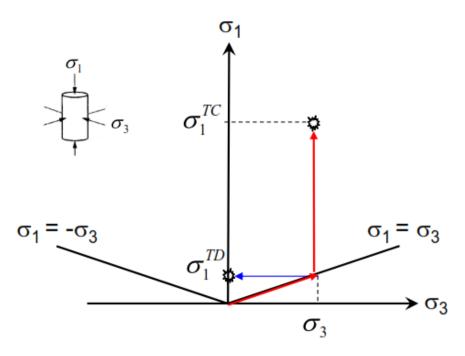


Figura 2-1 Trayectoria de esfuerzo de un ensayo triaxial convencional. La muestra es sometida en una primera instancia a un esfuerzo isótropo (σ 1= σ 3) hasta alcanzar el confinamiento deseado (σ 3), posteriormente se mantiene constante σ 3 y se aumenta la carga axial (σ 1) hasta que la muestra falle

La diferencia entre un ensayo triaxial convencional y uno verdadero radica en la magnitud y trayectoria de los esfuerzos principales durante la realización del ensayo, en el primero de ellos el esfuerzo principal menor es igual al intermedio (σ 1> σ 2= σ 3), siguiendo una trayectoria de esfuerzos como se indica en la Figura 2-1. En el segundo caso se tiene que el esfuerzo principal intermedio es distinto al menor (σ 1> σ 2> σ 3) (Figura 2-2), en donde la trayectoria de esfuerzos en una primera instancia es isótropa (σ 1= σ 2= σ 3) hasta alcanzar el σ 3 deseado, posteriormente se deja constante σ 3 y se aumenta σ 1 y σ 2 (σ 1= σ 2> σ 3) hasta llegar al σ 2 requerido, finalmente se aumenta σ 1 con σ 3 y σ 2 constante hasta alcanzar la falla de la muestra.

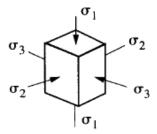


Figura 2-2 Distribución de esfuerzos principales en un ensayo triaxial verdadero

El ensayo triaxial verdadero tiene este nombre dado a que replica las condiciones reales en terreno. Sin embargo, este test es mucho más complejo y costoso de hacer en comparación a un triaxial convencional.

2.2. Criterios de falla

Los criterios de falla representan la resistencia de la roca en función de los esfuerzos principales y parámetros intrínsecos del material, estas se obtienen a partir de una serie de ensayos triaxiales y su fin es poder estimar la resistencia de un material a un confinamiento dado. Estos criterios de falla, al igual que los ensayos triaxiales, pueden ser convencionales o no convencionales.

2.2.1. Criterios de falla convencionales

Criterio de Mohr-Coulomb:

$$\sigma_1 = C_0 + q \cdot \sigma_3$$

En donde Co es la resistencia a la compresión uniaxial simple, σ 1 es el esfuerzo principal mayor, σ 3 el esfuerzo principal menor y q un coeficiente que incorpora el ángulo de fricción de la roca.

$$q = \tan^2\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\Phi}{2}\right)$$

O de la forma más convencional:

$$\sigma_1 = \frac{2\cos\phi}{1-\sin\phi} + \frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi} \sigma_3$$

Criterio Hoek and Brown (Hoek and Brown 1980):

$$\sigma_1 = \sigma_3 + C_0 \cdot \sqrt{m \cdot \frac{\sigma_3}{C_0} + s}$$

En donde el coeficiente m depende del tipo de roca y s depende de las características del macizo rocoso.

2.2.2. Criterios de falla verdaderos o poliaxiales

• Criterio modificado de Lade (Ewy 1999)

$$\frac{(I_1')^3}{I_3'} = 27 + \eta$$

Con

$$I'_{1} = (\sigma_{1} + S) + (\sigma_{2} + S) + (\sigma_{3} + S)$$

$$I'_{3} = (\sigma_{1} + S) \cdot (\sigma_{2} + S) \cdot (\sigma_{3} + S)$$

$$\eta = 4(\tan^{2}\phi) \cdot \frac{9 - 7\sin(\phi)}{1 - \sin(\phi)}$$

$$S = \frac{S_{0}}{\tan(\phi)}$$

En donde S y η son constantes del material que representan la cohesión y la fricción interna del material respectivamente. So y ϕ se estiman de los ensayos triaxiales convencionales.

$$S_0 = \frac{C_0}{2q^{0.5}}$$

• Criterio modificado de Wiebols and Cook (Zhou 1994):

$$J_2^{\frac{1}{2}} = A + BJ_1 + CJ_1^2$$

Con

$$J_1 = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

$$J_2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{6}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2)}$$

En donde A, B y C son parámetros determinados de tal manera que la ecuación se vea limitada bajo condiciones triaxiales ($\sigma 2=\sigma 3$) y biaxiales ($\sigma 1=\sigma 2$)

Criterio empírico de Mogi (1967):

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = f_1 \left[\frac{\sigma_1 + \beta \sigma_2 + \sigma_3}{2} \right]$$

En donde f1 es una función que depende del tipo de roca y el término $\beta \sigma_2$ corresponde a la influencia que tiene el esfuerzo principal intermedio.

Criterio empírico de Mogi (1971):

$$\tau_{oct} = f_1(\sigma_1 + \sigma_3)$$

Con

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}$$

• Criterio de Drucker-Prager (Drucker and Prager 2013):

$$J_2^{\frac{1}{2}} = k + \alpha J_1$$

En donde α y k son parámetros que relacionan el ángulo de fricción y la resistencia a la compresión uniaxial simple.

2.3. Efectos del esfuerzo principal intermedio en el comportamiento de la roca

2.3.1. Efecto en la resistencia peak

Varios autores han realizado ensayos triaxiales verdaderos en distintas rocas para estudiar los efectos que tiene el esfuerzo principal intermedio en el comportamiento de la roca. Por ejemplo, los realizados por Haimson (2000) en un roca del tipo Westerly Granite (Figura 2-3a) y los hechos por Mogi (Mogi 1971, Mogi 2007) en 7 diferentes tipos de roca, incluyendo una Dunham dolomite (Figura 2-3b). A partir de estas investigaciones se concluyó que, a medida que aumenta σ 2 manteniendo constante σ 3 la resistencia peak de la roca aumenta. Sin embargo, se tiene que estos estudios están incompletos, ya que no cubren todo el rango del problema, dado que si definimos el factor b como:

$$b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$$

El cual toma el valor de 0 cuando estamos en un estado de compresión ($\sigma 2=\sigma 3$) y el valor de 1 en un estado de extensión ($\sigma 1=\sigma 2$), se tiene que estos ensayos solo llegan a un estado de b=0.33. Es por esto, que el desarrollar una herramienta que permita estudiar por completo el problema sería de gran utilidad para entender de mejor manera el comportamiento de la roca.

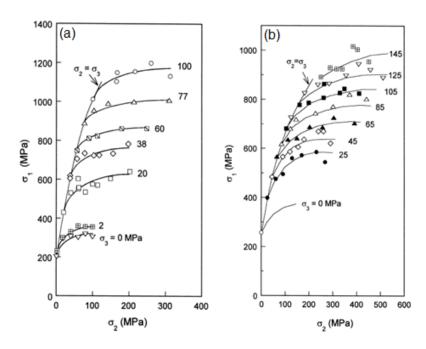


Figura 2-3 (a) Ensayos triaxiales verdaderos realizados a una roca Westerly granite (Haimson and Chang 2000) y (b) Ensayos triaxiales realizados en una roca Dunham dolomite (Mogi 1971). Los distintos marcadores

de los ensayos representan los distintos tipos de geometría usadas en las probetas, mientras que los números al final de cada curva corresponden a los distintos valores de σ 3 que fueron usados para realizar los ensayos.

2.4. Efectividad del esfuerzo principal intermedio

Hasta el momento se ha mostrado los efectos del esfuerzo principal intermedio en algunas rocas, sin embargo cabe preguntarse si esto es válido para todas ellas. Para esto Colmenares (2002) realizo un análisis estadístico sobre una base de datos de ensayos triaxiales verdaderos con el fin de determinar la implicancia del esfuerzo principal intermedio en 5 diferentes tipos de rocas:

- 1. Solenhofen limestone (caliza)
- 2. Dunham Dolomite (dolomita)
- 3. Shirahama sandstone (arenisca)
- 4. Yuubari shale (esquistos)
- 5. KTB amphibolite (anfibolita)

Con este propósito se calculó el coeficiente de correlación entre el esfuerzo principal mayor (σ1) y el intermedio (σ2) para cada roca:

$$Corr[\sigma_1, \sigma_2] = \frac{Cov[\sigma_1, \sigma_2]}{S_{\sigma_1}S_{\sigma_2}}$$
 en donde S es la desviación estándar

Este coeficiente tiene valores entre -1 y 1, en donde 1 significa que existe una fuerte correlación mientras que 0 implica una correlación nula. De esta forma se tiene que si σ 1 aumenta a medida que se incrementa σ 2, el coeficiente de correlación aumentara, en caso contrario si σ 1 no se ve influenciado por σ 2 el valor del coeficiente tomara valores cercanos a 0 (el caso de valores negativos implica que a medida que aumenta σ 2 el valor de σ 1 disminuye). Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 2-4, de donde se deduce que las rocas con mayor influencia de σ 2 en su resistencia son la dolomita, la caliza y la anfibolita. Los esquistos muestran una influencia intermedia de σ 2 en la resistencia y la arenisca presenta un comportamiento inusual en función de σ 2 a medida que aumenta σ 3. En conclusión se tiene que las rocas más frágiles tienen una mayor susceptibilidad al esfuerzo principal intermedio que rocas más blandas como la arenisca.

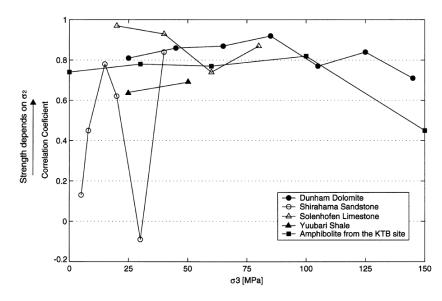


Figura 2-4 Coeficiente de correlación versus el esfuerzo principal menor para 5 tipos de rocas. A medida que aumenta el coeficiente de correlación existe una mayor dependencia de σ2 en la resistencia de la roca (Colmenares and Zoback 2002).

Otra forma utilizada por Colmenares para determinar la implicancia del esfuerzo principal intermedio, fue observar qué tan bien se ajustaban los datos experimentales a los diferentes criterios de falla existentes, tanto convencionales como convencionales. Como resultado se obtuvo que criterios de falla convencionales se adecuen de mejor manera a las rocas cuya resistencia esta menos influenciada por σ2 (arenisca y esquistos), mientras que criterios de falla no convencionales o verdaderos se adecuan de mejor manera a rocas cuya resistencia está fuertemente ligada a la magnitud de σ2 (dolomita, caliza y anfíbolas). Lo anteriormente descrito se puede ver en la Tabla 2-1, en donde para una roca dolomita, cuya resistencia tiene una gran dependencia de σ2, el error entre datos experimentales y los obtenidos con criterios de falla no convencionales, como los modificado de Lade y el modificado de Wiebols & Cook, son menores a los obtenidos con criterios de falla convencionales como lo son el criterio de Hoek & Brown y Mohr Coulomb. Por el contrario en la Tabla 2-2 se ve los resultados obtenidos para una roca cuya resistencia esta poco influenciada por σ2, en donde los criterios de falla convencionales tienen menor error que los no convencionales.

En conclusión se tiene que el esfuerzo principal intermedio afecta el comportamiento de todas las rocas, sin embargo, este efecto es más fuerte en rocas frágiles. En base a esto la roca utilizada para estudiar el efecto del esfuerzo principal intermedio será una roca del tipo Westerly granite.

Tabla 2-1 Coeficiente de desajuste entre los valores experimentales y los diferentes criterios de falla para una roca Dunhamn dolomite (dolomita)(Colmenares and Zoback 2002)

Failure criterion	C ₀ (MPa)	$\mu_{\rm i}$	m	S	Mean misfit (MPa)
Mohr-Coulomb	450	0.65	_	_	56.0
Hoek-Brown	400	_	8	1	56.2
Modified Wiebols and Cook	340	0.6	_	_	27.4
Modified Lade	380	0.5	_	_	27.8
Mogi 1967	$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 5.09 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma$	$\left[\frac{1+0.5\sigma_2+\sigma_3}{2}\right]^{0.68}$			42.1
Mogi 1971	$\tau_{\rm oct} = 5.03 \sigma_{m,2}^{0.67}$				27.9
Drucker–Prager Inscribed Drucker–Prager	$J_2^{1/2} = 0.5J_1 + 15$ 723	9.1	_	_	51.6
Circumscribed Drucker-Prager	393	0.42	_	_	_

Tabla 2-2 Coeficiente de desajuste entre los valores experimentales y los diferentes criterios de falla para una roca Sirahama sandstone (arenisca)(Colmenares and Zoback 2002)

Failure criterion	C_0 (MPa)	$\mu_{ m i}$	m	S	Mean misfit (MPa)
Mohr-Coulomb	95	0.8	_	_	9.6
Hoek-Brown	65	_	18.2	1	8.7
Modified Wiebols and Cook	55	0.8	_	_	10.3
Modified Lade	55	0.7	_	_	11.9
Mogi 1967	$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] = 1.95 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma$	$\left[\frac{1+0.06\sigma_2+\sigma_3}{2}\right]^{0.81}$			13.2
Mogi 1971	$ au_{ m oct} = 1.82 \sigma_{m,2}^{0.79}$				14.1
Drucker-Prager	$J_2^{1/2} = 0.6J_1 + 27$	1.7			28.3
Inscribed Drucker-Prager	175.7	0.88	_	_	_
Circumscribed Drucker-Prager	74.7	0.51	_	_	_

2.4.1. Efecto en la dilatancia y ángulo de fractura

Haimson (2000) estudio el efecto del esfuerzo principal intermedio en el ángulo de fractura y dilatancia en una roca Westerly granite. Para el caso del ángulo de fractura se realizó una serie de ensayos triaxiales convencionales, de lo cual se obtuvo que a medida que aumenta el confinamiento el ángulo de fractura disminuye lo cual es coherente con el criterio de Mohr Coulomb (Figura 2-5a). Ahora bien al realizar ensayos triaxiales verdaderos se obtuvo que al aumentar σ^2 manteniendo σ^3 constante el ángulo de fractura aumenta, por ejemplo para un σ^3 de 0.2 [MPa] el ángulo de fractura aumentó desde 75° a 82° para un valor de σ^2 de 100 [MPa] (Figura 2-5 b). Si bien el mecanismo de este comportamiento aun no es entendido en su totalidad, la implicancia es que a medida que aumenta el ángulo de fractura, la resistencia de la roca aumenta.

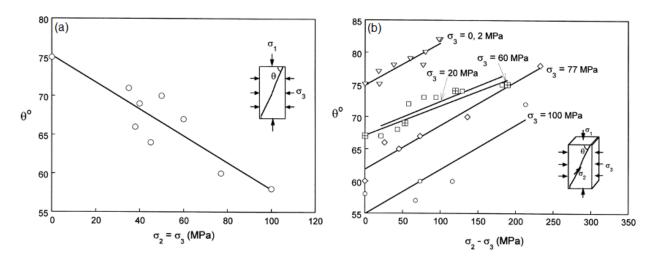


Figura 2-5 (a) ángulo de fractura en función del confinamiento para ensayos triaxiales convencionales. (b) ángulo de fractura en función de σ 2- σ 3 manteniendo σ 3 constante, en donde los valores para σ 2- σ 3 igual a cero corresponden a los realizados en forma convencional (Haimson and Chang 2000)

En cuanto a la dilatancia a partir de las curvas esfuerzo deformación obtenida de los ensayos triaxiales verdaderos se calculó el comienzo de esta, el cual se define como el punto de la curva ($\sigma 1$ - $\sigma 3$) vs $\Delta V/V$ en donde la curva inicialmente lineal comienza a desviarse hacia un aumento volumétrico. Este comienzo de la dilatancia está indicado en el punto D de la Figura 2-6, en donde se puede observar que a medida que aumenta el esfuerzo principal intermedio el comienzo de la dilatancia se va retrasando, pasando de un 48% del valor del peak cuando $\sigma 2$ =60 [MPa] a un 65% del valor peak cuando $\sigma 2$ =249 [MPa]. Esto implica que a medida que aumenta el esfuerzo principal intermedio el umbral de iniciación de daño se va retrasando.

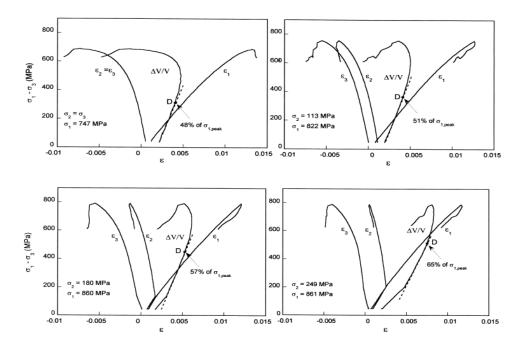


Figura 2-6 Curvas esfuerzo deformación para la roca Westerly granite con σ 3 constante y variando σ 2 en 60, 113, 180 y 249 [MPa]. El punto D indica el comienzo de la dilatancia y el porcentaje indicado corresponde al porcentaje del esfuerzo peak en el cual ocurre este fenómeno (Haimson and Chang 2000).

2.4.2. Método de elementos discretos (DEM)

PFC^{3D} modela el movimiento e interacción de un conjunto de partículas (esferas rígidas) usando el método de elementos discretos (DEM). El DEM fue introducido por Cundall (1971) para el análisis de problemas geomecánicos y luego aplicado para solidos por Cundall and Strack (Cundall and Strack 1979). Se dice que PFC^{3D} utiliza el DEM ya que cumple con las siguientes condiciones (Cundall and Hart 1992):

- Permite desplazamientos finitos y rotaciones de cuerpos discretos, incluyendo su completa separación.
- Reconoce automáticamente nuevos contactos durante todo el tiempo del calculo

En el DEM la interacción entre partículas es tratada como un proceso dinámico con estados de equilibrio obtenidos por el balance de fuerzas internas. Las fuerzas de contacto y desplazamientos de un conjunto de partículas se encuentran siguiendo el movimiento individual de cada partícula. Los movimientos de estas resultan de la propagación de perturbaciones a través del sistema de partículas causado por ejemplo por una pared y su movimiento o por alguna fuerza externa. Este es un proceso dinámico en la cual la velocidad de propagación depende de las propiedades físicas del sistema.

El DEM se basa en la idea de que el paso de tiempo escogido en la simulación debe ser lo suficientemente pequeño para que durante un paso, las perturbaciones generadas por una partícula no se transmitan a sus vecinos inmediatos. De esta forma las fuerzas que actúan sobre una partícula están determinadas exclusivamente por la interacción de las partículas con las que tiene contactos en común.

Los cálculos realizados en el DEM alternan entre la aplicación de la segunda ley de Newton a las partículas y la ley de fuerza-desplazamiento en los contactos. La segunda ley de Newton se utiliza para determinar el movimiento de cada partícula producido por el contacto y las fuerzas que actúan sobre ella, mientras que la ley de fuerza-desplazamiento se utiliza para actualizar las fuerzas de contacto que surgen del movimiento relativo en cada uno de ellos.

2.5. The PFC^{3D} Particle flow model

Para el desarrollo de este trabajo se utilizara el software comercial PFC^{3D} perteneciente a Itasca, con el cual se desarrollará, testeará y validará un modelo que permita simular el comportamiento triaxial verdadero de la roca. En forma general el modelo de PFC^{3D} simula el comportamiento mecánico de un sistema compuesto por un grupo de partículas de forma arbitraria, que se desplazan independientes una de la otra, e interactúan sólo en los contactos o interfaces entre las partículas. Si las partículas se asumen rígidas y el comportamiento de los contactos es caracterizado usando un enfoque de contacto blando, en la cual una rigidez normal finita es usada para representar la rigidez medible que existe en un contacto, entonces el comportamiento mecánico de dicho sistema se describe en términos del movimiento de cada partícula y de las fuerzas que actúan entre las partículas en cada punto de contacto. El movimiento e interacción de estas partículas es modelado mediante el método de elementos discretos (DEM), que básicamente resuelve la segunda ley de Newton para cada elemento del sistema.

Los supuestos usados por el modelo entregado por PFC^{3D} son los siguientes:

- Las partículas se comportan como cuerpos rígidos.
- Los contactos ocurren sobre un área infinitamente pequeña (un punto).
- El comportamiento entre los contactos usa una herramienta de contacto suave, en donde se permite a las partículas rígidas superponerse a otras en los puntos de contacto.
- La magnitud de esta superposición se relaciona a la fuerza de contacto en función de la ley de fuerza desplazamiento, y todas son pequeñas en relación al tamaño de partículas.
- Todas las partículas son esféricas, sin embargo los clumps (conjunto de partículas) permite la creación de cualquier forma, los cuales se generan de la superposición de un grupo de partículas que actúan como un cuerpo rígido con borde deformable.

Además de las aplicaciones tradicionales de flujo de partículas, PFC^{3D} también puede ser aplicado para el análisis de solidos sujetos a condiciones iniciales y de bordes pre establecido. Para esto el comportamiento continuo es aproximado mediante la representación de un sólido como un conjunto compactado de muchas partículas pequeñas. Las mediciones de esfuerzo y deformación pueden ser definidas como el promedio de las cantidades medidas sobre un volumen representativo de dicho sistema, lo cual es una desratización. Esto permite estimar los esfuerzos en el interior de materiales granulares tales como suelos, o de materiales solidos como roca.

Otra particularidad del modelo de PFC^{3D} es que además de generar partículas esféricas, representa condiciones de borde mediante paredes. Estas paredes permiten aplicar condiciones de borde de velocidad a un conjunto de partículas con el fin de compactar y confinar. Las partículas y las paredes interactúan entre sí a través de las fuerzas que surgen entre los contactos. Las ecuaciones de movimiento se satisfacen para cada partícula, sin embargo las reacciones en la pared no afectan el movimiento de esta.

En particular estas dos últimas características descritas permiten la realización de ensayos triaxiales, ya que podemos tratar un conjunto de partículas como un sólido y además, gracias a las paredes, ejercer un confinamiento y cargas axiales. Sin embargo es necesario modificar el código inicial de la configuración de estos ensayos, ya que este solo permite la realización de ensayos triaxiales verdaderos.

2.5.1. Bonded particle model (BPM)

El modelo constitutivo de un material (por ejemplo una roca) simulado en PFC^{3D} está asociado al modelo de los contactos, ya que estos definen el comportamiento fuerza-desplazamiento de ellos. El modelo usado por PFC^{3D} es el Bonded Particle Model (BPM) (Potyondy and Cundall 2004) el cual se compone de partículas esféricas y enlaces entre ellas, los cuales se pueden ver como un tipo de pegamento que une dos partículas (Figura 2-7). Estos enlaces se dividen en enlaces de contacto (Contact bond) y enlaces paralelos (Parallel bond), el primero de ellos de tamaño extremadamente pequeño que actúa solo en un punto de contacto y únicamente puede transmitir fuerza, mientras que el segundo es de un tamaño finito que actúa sobre una sección circular o rectangular entre las dos partículas que además de transmitir fuerza transmite momento. Ambos tipos de enlace pueden ser activados al mismo tiempo y existirán hasta que fallen.

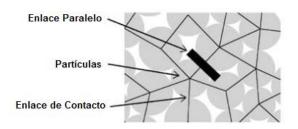


Figura 2-7 Diagrama del BPM (Potyondy and Cundall 2004)

Contact Bond

El enlace de contacto puede ser representado por un par de resortes elásticos con constantes de rigidez normal (k_n) y otra de corte (k_s) , los cuales a su vez tienen una resistencia a la tracción (F_c^n) y al corte (F_c^s) . En cuanto a las partículas unidas por los contactos se tiene que existe una fuerza entre ellas F_i , producto de la acción de la partícula A sobre la B, que puede ser descompuesta en una componente normal (F^n) y otra de corte (F^s) (Figura 2-8).

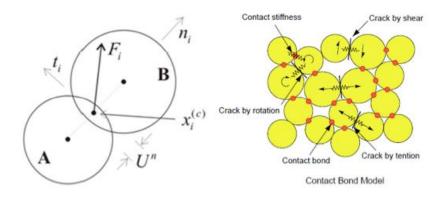


Figura 2-8 Diagrama del Contact bond model (Potyondy and Cundall 2004)

En base a esto se tiene que los enlaces de contacto pueden fallar de dos formas:

- 1) Si la magnitud de la fuerza normal iguala o excede a la resistencia de la tracción del enlace, este fallara $(F^n \ge F_c^n)$ y la resistencia al corte y tracción del enlace serán igual a 0.
- 2) Si la magnitud de la fuerza de corte iguala o excede a la resistencia al corte del enlace, este fallara ($F^s \ge F_c^s$), sin embargo las fuerzas de los contactos no cambian. Esto se debe a que comienza a actuar la fuerza de fricción sobre las partículas.

El comportamiento de esfuerzo deformación que relaciona la componente normal y la de corte con los desplazamientos relativos para cada partícula se muestran en la Figura 2-9. En la figura F^n es la magnitud de la fuerza normal sobre los contactos, la cual de ser positiva indica tracción; U^n es el desplazamiento normal relativo, la cual de ser negativa indica trasposición de las partículas; F^s es la magnitud total de la fuerza al

corte sobre los contactos; y U^s la magnitud total del desplazamiento de corte relativo a la ubicación general del contacto.

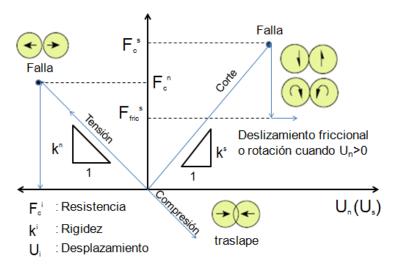


Figura 2-9 Comportamiento fuerza-desplazamiento con respecto a las fuerzas normal y de corte para el modelo de enlaces de contacto (Cho, Martin et al. 2007)

El comportamiento del modelo descrito anteriormente depende de las propiedades físicas de los enlaces de contacto, las cuales son asignadas a través de micro parámetros que deben ser previamente calibrados mediante PFC^{3D} (Tabla 2-3).

Tabla 2-3 Micro parámetros que definen a los contact bond en el BPM. El símbolo FISH corresponde al lenguaje usado en la programación de los ensayos.

Símbolo	Símbolo FISH	Nombre
Е	ba_Ec	Módulo de Young de las Partículas [GPa]
${k^n/}_{k^s}$	ba_krat	Constante de rigidez de las partículas
μ	ba_fric	Coeficiente de fricción de las partículas
ρ	ba_rho	Densidad del material
$D_{m\acute{a}ximo}/D_{m\acute{i}nimo}$	mg_Rrat	Razón entre los diámetros mínimo y máximo

Parallel Bond

Los enlaces paralelos (parallel bond) actúan de forma paralela a los descritos anteriormente (contact bond) y establecen una relación elástica entre las partículas. Los enlaces paralelos además de transmitir fuerzas de corte y normal, de igual manera que los enlaces de contacto, pueden transmitir momento entre las partículas. Estos enlaces

pueden ser representados como un set de resortes elásticos con constantes de rigidez normal $(\overline{k^n})$ y de corte $(\overline{k^s})$ uniformemente distribuidos sobre una sección circular en el plano de contacto y centrado en el punto de unión. El radio de la sección circular sobre la cual actúan estos resortes se define como:

$$\bar{R} = \bar{\lambda} \cdot \min(R^a, R^b)$$

En donde λ es una escalar entre [0,1] y R^i corresponde al radio de las partículas A y B Figura 2-10.

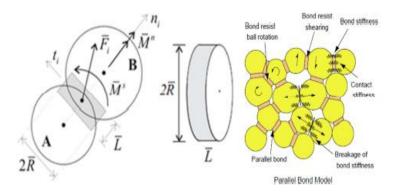


Figura 2-10 Diagrama del parallel bond model (Potyondy and Cundall 2004). $\overline{F_t} y \overline{M_t}$ corresponden a las fuerzas y momento respectivamente, de acción del contacto paralelo sobre la partícula B. A la vez estas pueden descomponerse en una componente normal y otra de corte.

Al igual que los enlaces de contacto, los enlaces paralelos tienen una resistencia al corte y tracción definidos como $\bar{\sigma}_c$ y $\bar{\tau}_c$ respectivamente. Entonces si los esfuerzos superan la resistencia a la tracción ($\bar{\sigma}_{max} \geq \bar{\sigma}_c$) y corte ($\bar{\tau}_{c_{max}} \geq \bar{\tau}_c$) de los enlaces, estos fallaran (Figura 2-11). Estos esfuerzos máximos de tracción y corte dependen de la fuerza y momento actuando sobre las partículas, y se estiman como:

$$\bar{\sigma}^{max} = -\frac{\overline{F_l^n}}{A} + \frac{\bar{\beta}|\overline{M_l^s}|}{I}\bar{R}$$

$$\bar{\tau}^{max} = -\frac{\overline{F_i^n}}{A} + \frac{\bar{\beta} |\overline{M_i^s}|}{I} \bar{R}$$

En donde A es el área, I el momento de inercia, J el momento de inercia polar y $\bar{\beta}$ es un factor de contribución de momento que para el caso del BPM tiene un valor de 1. De igual forma que los enlaces de contacto, el comportamiento de los enlaces paralelos depende de las propiedades físicas de estos, las cuales a su vez dependen de micro parámetros que deben ser calibrados mediante simulaciones.

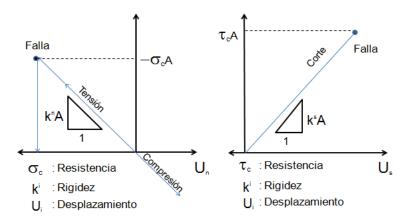


Figura 2-11 Comportamiento fuerza-desplazamiento con respecto a las fuerzas normal y de corte para el modelo de enlaces paralelos (Cho, Martin et al. 2007)

Tabla 2-4 Micro parámetros que definen a los parallel bond en el BPM. El símbolo FISH corresponde al lenguaje usado en la programación de ensayos. Es importante mencionar que para el caso de la resistencia al corte y tracción se debe especificar la desviación estándar de estos valores, la cual por recomendación de ltasca corresponde al 20%.

Símbolo	Símbolo FISH	Nombre
Е	pb_Ec	Módulo de Young de los Contactos [GPa]
$\overline{ar{k}}^{ m n}/_{ar{f k}^{ m s}}$	pb_krat	Razón entre las constantes de rigidez normal y de corte de los contactos
$\sigma_{\rm c}$	pb_sn	Resistencia a la tracción [MPa]
$ au_{ m c}$	pb_ss	Resistencia al Corte [MPa]
λ	pb_Rmult	Multiplicador de los radios
β	mg_wfac	Factor de contribución de momento

Si bien BPM representa adecuadamente el comportamiento mecánico de la roca, se tiene que el modelo presenta las siguientes limitaciones:

- No es capaz de reproducir coeficientes de fricción a escala macroscópica mayores a 30°.
- No reproduce razones entre la resistencia a la compresión uniaxial y resistencia a la tracción $(\frac{UCS}{\sigma_t})$ mayores a 4.
- Genera envolventes de falla lineales.

2.5.2. Enhanced Bonded Particle Model

Con el objetivo de mejorar las limitaciones mencionadas se modificó el modelo de enlaces paralelos, con lo cual se dio origen al Enhanced BPM (Potyondy 2011). Las propuestas realizadas por este modelo son las siguientes:

- 1) Respecto del criterio utilizado para determinar la resistencia de tracción y de corte, se propone que el parámetro señalado anteriormente como de contribución del momento β pueda tomar valores entre 0 y 1. En la versión mejorada, se aconseja utilizar β igual 0 para que no haya contribución de momento. Es importante tener en cuenta que si bien no se considera el momento para determinar el esfuerzo máximo, si se considera en el traspaso de cargas. Esta modificación permite ajustar de mejor manera los ángulos de fricción y la razón $\frac{\textit{UCS}}{\sigma_t}$ simulados por el modelo.
- 2) La resistencia al corte de los vínculos es expresada mediante el criterio de falla de Mohr-Coulomb, el cual considera que la resistencia al corte de un contacto paralelo es función de la cohesión (\bar{c}) y ángulo de fricción $(\bar{\phi})$. En base a esto se tiene que la resistencia al corte de los contactos ya no será expresada mediante el término $\bar{\tau}_c$, sino que en función de lo mencionado anteriormente.

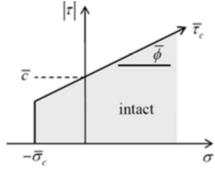


Figura 2-12 Envolvente de falla según el criterio Mohr-Coulomb

3) Un nuevo modo de transferencia de carga puede ser especificado al romperse un contacto paralelo. El modelo BPM estándar considera que la carga es repartida entre todos los enlaces (entre enlaces de contacto y los paralelos), mientras que el BPM mejorado considera que los contactos paralelos soportan toda la carga hasta fallar y luego la traspasan a los otros. Esto permite tener envolventes de falla no lineal.

Considerando todas estas modificaciones al BPM se tiene que los micro parámetros que definen a los contactos paralelos son lo que aparecen en la Tabla 2-5

Tabla 2-5 Micro parámetros relacionados a los contactos paralelos en el enhanced particle model. La cohesión y resistencia a la tracción deben especificarse con sus determinadas desviaciones estándar (20% del valor)

Símbolo	Símbolo FISH	Nombre
E	pb_Ec	Módulo de Young de los Contactos [GPa]
k ⁿ /k ^s	pb_krat	Razón entre las constantes de rigidez normal y de corte de los PB
$\sigma_{\rm c}$	pb_sn	Resistencia a la tracción [MPa]
<u></u>	pb_coh	Cohesión [MPa]
λ	Pb_Rmult	Multiplicador de los radios
φ	Pb_phi	ángulo de fricción (°)
β	mg_wfac	Factor de contribución de momento

2.5.3. Tipos de ensayos y simulación

PFC^{3D} permite la realización de ensayos de compresión; uniaxial y triaxial, y de tracción; directa y brasileño. Para poder realizar alguno de estos ensayos es necesario especificar la geometría de la probeta y partículas, en cuanto a las probetas estas pueden ser cilíndricas (Figura 2-13a) o prismáticas (Figura 2-13b) (existe la opción de una probeta esférica, sin embargo esta no será utilizada en el presente estudio), mientras que para definir la geometría de las partículas es necesario especificar el radio mínimo de estas, el cual se define como:

$$R_{min} = \frac{D_{promedio}}{1 + \left(\frac{D_{max}}{D_{min}}\right)}$$

El diámetro promedio dependerá de la resolución que se quiera para el ensayo, en donde la resolución se define como el número de partículas en una sección diametral de la probeta. Por ejemplo si la probeta tiene un diámetro de 100 [mm] y se quiere una resolución de 10, entonces habrá una media de 10 partículas cada una con un diámetro promedio de 1 [mm]. La elección del valor de la resolución dependerá de un trade off entre calidad del ensayo y tiempos de simulación, ya que si se tiene una resolución muy baja el tiempo de simulación será reducido, sin embargo los resultados no replicaran el comportamiento de la roca de forma adecuada, por el contrario si se tiene un resolución muy alta se tendrá resultados más ajustados pero con tiempos de simulación altos. La distribución de las partículas dentro de la muestra seguirá una distribución uniforme entre un rango $[D_{min}, D_{max}]$.

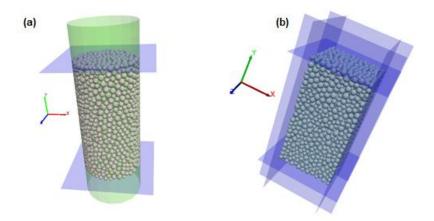


Figura 2-13 (a) geometría de una probeta cilíndrica de diámetro 50 [mm] y alto de 100 [mm]. (b) Geometría de una probeta prismática de dimensiones 19x19x38 [mm]. Estas dimensiones serán las usadas a la hora de calibrar y realizar los distintos tipos de ensayos.

Una vez establecida la configuración geométrica de las probetas y partículas, es necesario determinar la forma en que se aplicaran las deformaciones al momento de realizar los ensayos. Para el caso de los ensayos de compresión existen dos mecanismos posibles: aplicando deformaciones en los extremos de la probeta mediante paredes (Wall servo, Figura 2-14a) o con un campo de deformaciones aplicados a todas las partículas en pequeños incrementos (Full strain, Figura 2-14b). Se tiene que ambos mecanismos entregan resultados similares (Mas Ivars 2010), sin embargo para asemejar más un ensayo de laboratorio se utilizó el mecanismo Wall servo. En cuanto al caso de ensayos de tracción directa se tiene que el mecanismo responsable de la extensión es el Full strain.

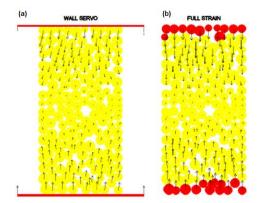


Figura 2-14 (a) mecanismo Wall servo. (b) mecanismo Full strain. Las partículas rojas (grips grain) en el caso del full strain, son esferas rígidas las cuales aplican los incrementos de deformación, mientras que los vectores representan la velocidad de las partículas durante el ensayo, que en el caso de los de tracción tendrían sentido opuesto.

Por último, para la realización de un ensayo se deben establecer los micro parámetros de los contactos del BPM, los cuales deben ser previamente calibrados para poder reproducir de buena forma el comportamiento de la roca deseada (esta calibración será descrita con mayor detalle en el capítulo 3.2).

A continuación, se muestra la descripción de la realización de los distintos ensayos:

Ensayos de compresión (uniaxial y triaxial)

Como se menciona anteriormente, el sistema utilizado para aplicar las tasas de deformación a las probetas es el sistema de Wall servo, en donde las paredes superiores e inferiores actúan como una superficie de carga, mientras que las paredes laterales se mueven a una cierta velocidad para aplicar y mantener constante el confinamiento durante el ensayo. En una primera etapa se debe aplicar un esfuerzo axial objetivo (σ_a^t) y un confinamiento (P_c^t) al cual será sometida la muestra (en el caso de un ensayo UCS este tiene que el valor de P_c^t es igual a 0), los cuales serán controlados mediante un mecanismo de servo control. Una vez alcanzado σ_a^t y P_c^t , la probeta es sometida a carga moviendo las paredes superiores e inferiores una hacia la otra a una velocidad final v_p determinada por una tasa de deformación ε_p mediante la expresión $v_p = \frac{1}{2}\dot{\varepsilon}_p L_0$, en donde L_0 corresponde al largo inicial de la probeta. Esta etapa de carga continúa hasta alcanzar un cierto criterio de término, el cual puede ser por ejemplo el obtener un cierto porcentaje de deformación axial o esfuerzo axial una vez alcanzado el peak (Figura 2-15).

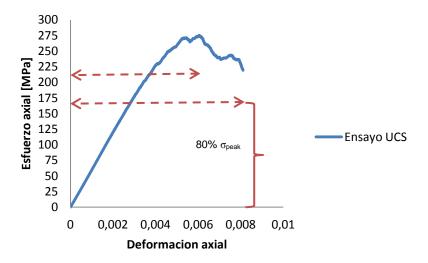


Figura 2-15 Ejemplo de criterio de término en un ensayo. Para este caso el criterio de término usado corresponde a terminar cuando haya alcanzado un esfuerzo igual a 80% del peak, es decir, si el peak fue alcanzado en 275 [MPa], el ensayo terminara cuando el esfuerzo post peak sea 220 [MPa].

Ensayos de tracción (tracción directa)

Durante el ensayo de tracción la probeta es agarrada desde los extremos y separada lentamente mientras se monitorea la fuerza y desplazamiento axial, los cuales son transformados posteriormente a esfuerzo y deformación, dividiendo por el área de la sección y el largo respectivamente. Para realizar esto, se identifica una pequeña capa de partículas de agarre (grips grain) en los extremos de la probeta, a las cuales se les fijan velocidades en la dirección axial, con el fin de separar la parte inferior de la superior. A estas partículas de agarre no se les permite moverse o girar durante el ensayo, lo cual es equivalente a que las partes superior e inferior estuvieran pegadas a placas rígidas. La velocidad a la cual se mueven estas partículas de agarre depende del parámetro ε_p .

2.5.4. Medición de parámetros

Para poder validar si el BPM es capaz de representar a la roca es necesario comparar los parámetros elásticos y curvas esfuerzo deformación obtenidos en PFC^{3D} con los conseguidos en laboratorio. Los valores de laboratorio fueron obtenidos de la literatura, mientras que los de PFC^{3D} se pueden medir a través de 3 formas:

- 1) Mediciones hechas en las paredes superiores e inferiores que ejercen las deformaciones y esfuerzos durante el ensayo.
- 2) Mediciones realizadas en partículas al interior de la probeta (gauge balls)
- 3) Mediante esferas de medición, las cuales consisten en esferas ficticias al interior de la probeta, en las cuales se monitorean todas las partículas dentro de estas y se obtiene un promedio de ellas (Figura 2-16).

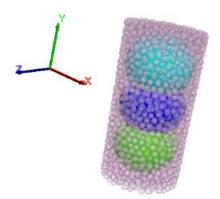


Figura 2-16 Esferas de medición usadas en PFC^{3D}. El cálculo de los parámetros se realiza como un promedio de los valores correspondientes a cada una de las partículas dentro de las 3 esferas.

Se tiene que estas 3 mediciones otorgan valores similares, sin embargo se utilizara la medición en las paredes dado que es lo que más se asemeja a los ensayos de laboratorio.

PFC^{3D} entrega directamente las siguientes variables: módulo de Young (E), razón de Poisson (υ), resistencia peak (σ_{peak}) e iniciación de daño (σ_{ci}). Este último se define como el esfuerzo en donde comienzan a romperse los contactos en PFC^{3D} (Figura 2-17), mientras que el módulo de Young y la razón de Poisson se calculan de la siguiente manera:

$$E = \frac{\Delta \sigma_{y}}{\Delta \varepsilon_{y}}$$

$$v = -\frac{\Delta \varepsilon_x}{\Delta \varepsilon_y}$$

Estos valores se calculan entre el inicio del ensayos y el valor en donde se alcanza el 25% del esfuerzo peak, lo cual corresponde a la parte lineal de la curva. Es importante mencionar que el cálculo se puede hacer desde el inicio del ensayo dado que no existe el fenómeno de cierre de grietas, el cual ocurre en los ensayos de laboratorio y hace

que la pendiente en la primera fase del ensayo sea diferente. Ahora bien, para el caso de los valores que no entrega PFC3D, tales como el módulo post peak, el ángulo de dilatancia y el esfuerzo en donde el comportamiento de la roca pasa de contractiva a dilatante (σ_{cd}) tuvieron que ser calculado a partir de las curvas esfuerzo deformación obtenidas de las paredes de las muestras. El módulo post peak y el ángulo de dilatancia fueron calculados como la pendiente de una regresión lineal entre el máximo y ultimo valor, para una curva esfuerzo vs deformación axial y deformación volumétrica vs deformación axial respectivamente, mientras que σ_{cd} corresponde al valor del esfuerzo cuando se alcanza el máximo valor de deformación volumétrica (Figura 2-17).

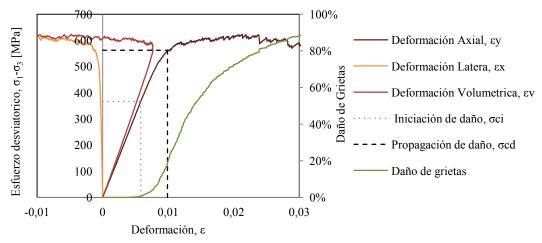


Figura 2-17 Diagrama del cálculo de variables (σ_{ci} , σ_{cd} , ángulo de dilatancia y módulo post peak).

En el caso de los valores obtenidos en laboratorio, si bien algunos fueron adquiridos directamente de literatura, otros tuvieron que ser calculados a partir de las curvas esfuerzo deformación, utilizando la misma metodología mencionada anteriormente.

2.6. Modelos Existentes

Hasta el momento varios autores tales como Wang and Tonon (2009) y Holt et al. (2005) Han desarrollado y calibrado modelos de elementos discretos para simular el comportamiento de la roca, en los cuales se ha demostrado que el modelamiento numérico es una buena herramienta para estudiar los diversos fenómenos que ocurren durante los ensayos de laboratorio, ya que los resultados obtenidos se asemejan de buena manera a los adquiridos experimentalmente (Tabla 2-6,Figura 2-18).

Tabla 2-6 Comparación entre parámetros obtenidos experimentalmente y mediante modelamiento numérico para una roca granito Lac du Bonnet (Wang and Tonon 2009). Los resultados obtenidos numéricamente indican que el modelamiento representa de buena forma a la realidad, salvo en este caso para la cohesión y resistencia a la tracción, los cuales tienen un gran error dado que en este estudio se utilizó el BPM y no el BPM mejorado.

Property	E (Gpa)	ν	q _u (MPa)	φ (deg)	c (MPa)	σ_t (MPa)
Experimental	69	0.26	216	59	30	9.3
DEM model	71	0.25	220	58	32.6	19.1
PFC3D model	69.2	0.256	198.8	32.1	55.1	27.8

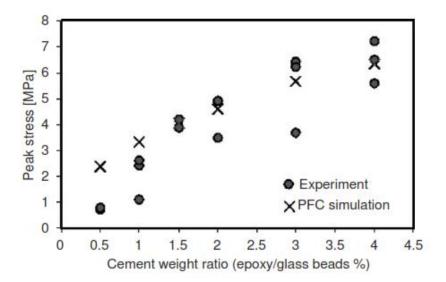


Figura 2-18 resistencia peak versus la razón de composición del material ensayado para datos obtenidos experimentalmente y a través de modelamiento numérico (Holt, Kjølaas et al. 2005)

Sin embargo, si bien se han obtenidos buenos resultados, estos solo se han limitado a simular bajo condiciones de esfuerzo triaxial convencional, lo cual es una limitación a la hora de simular macizos rocosos bajo condiciones reales y por ende una traba para resolver problemas de diseño como los indicados en la sección de motivación.

En cuanto al modelamiento de ensayos triaxiales verdaderos, Schöpfer et al. (Schöpfer, Childs et al. 2013) ha realizado estudios mediante modelos de elementos discretos acerca de las implicancias del esfuerzo principal intermedio, principalmente en los efectos en la envolvente de falla y la transición frágil dúctil de la roca. Sin embargo, este estudio sólo ha representado a la roca cuantitativamente y no cualitativamente, por lo tanto es necesario verificar bien la capacidad del Enhanced BPM de representar a la roca.

3. Metodología

Para representar el comportamiento de la roca intacta PFC^{3D}, utiliza el Enhanced BPM, en donde dicho comportamiento será función de los valores de los micro parámetros que definen el modelo, es decir, dependiendo del valor que tomen estos se tendrán distintos valores para los parámetros elásticos y mecánicos de la roca tales como: el Módulo de Young, la razón de Poisson, resistencia peak, resistencia a la tracción, entre otros. Por lo tanto, en primer lugar es necesario calibrar estos micro parámetros con el fin de obtener un modelo que represente bien el comportamiento de la roca intacta bajo condiciones de esfuerzo uniaxial y triaxial convencional, y una vez realizado esto se podrán efectuar ensayos triaxiales verdaderos, y por ende entender la implicancia del esfuerzo principal intermedio.

3.1. Base de datos

Con el objetivo de poder calibrar los micro parámetros del Enhanced BPM es necesario tener un punto de referencia con el cual comparar y de esta forma saber si la calibración es correcta o no. Este punto de referencia son las propiedades de la roca intacta (macro parámetros) obtenidas de laboratorio, tales como la envolvente de falla, módulo de Young y razón de Poisson. Estos valores serán comparados en cada iteración con los macroparámetros obtenidos de las simulaciones. La calibración se da por terminada cuando las simulaciones cumplen con un porcentaje de error aceptable.

La base de datos utilizada para obtener la envolvente de falla se obtuvo a partir de un set de ensayos de laboratorio disponibles en la literatura (Brace 1964, Heard, Abey et al. 1974, Johnson, Friedman et al. 1987, Haimson and Chang 2000, Mogi 2007), los cuales se pueden ver en la Tabla 3-2. Es importante mencionar que la base de datos fue filtrada en base al esfuerzo medio, para que exista un punto de referencia a la hora de comparar los datos de los ensayos triaxiales convencionales y verdaderos, este filtro se ubicó en $p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = 518 \, [\text{MPa}]$, ya que es el máximo esfuerzo medio de los datos de ensayos triaxiales verdaderos disponibles.

Finalmente, para obtener la envolvente de falla, se utilizó el software RocLab, en el cual se ingresó la base de datos disponible para obtener el mejor ajuste de una envolvente del tipo Hoek & Brown (Figura 3-1 y Figura 3-2), cuyos parámetros se muestran en la Tabla 3-2. En cuanto a los parámetros elásticos tales como el módulo de Young y la razón de Poisson, se obtuvieron de un estudio realizado por Kawakata (2000) a una roca Westerly granite considerando ensayos de compresión uniaxial. Los valores que se utilizan son 60.3 [GPa] y 0.35 respectivamente.

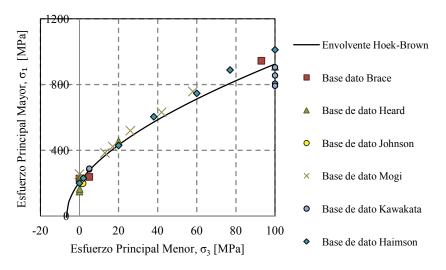


Figura 3-1 Envolvente de falla obtenida mediante Roclab para una roca Westerly granite

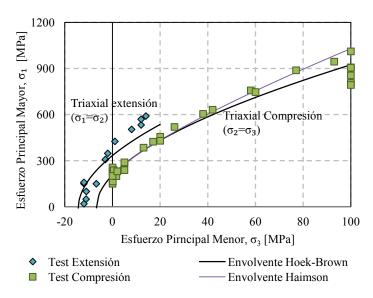


Figura 3-2 Envolvente de falla de tracción y compresión para una roca westerly granite

Tabla 3-1 Parámetros de la envolvente de falla Hoek & Brown (H-C) y Mohr Coulomb (M-C) obtenidas del software Roclab

	Parámetros	Valores
H-C	mi	30,8
	UCS [MPa]	206,9
	Resistencia a la tracción [MPa]	14,4
М-С	Cohesión [MPa]	49,8
	Ángulo de fricción [°]	47,2

Tabla 3-2 Datos utilizados para crear la envolvente de falla de la roca Westerly granite. p corresponde al esfuerzo medio $p=\frac{\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3}{3}$

Autor	σ1 [MPa]	σ3 [MPa]	p [MPa]
D (4004)	229	0	76
	945	93	377
	30	-21	-4
Brace (1964)	151	-12	42
	159	-12	45
	239	5	83
	150	0	50
	165	0.1	55
Heard et al (1974)	238	0.5	80
	456	20	165
	908	100	369
	20	-12	-1
	50	-11.1	9
Johnson et al (1987)	100	-11	26
	150	-6.8	45
	200	1.6	68
	201	0	67
	231	2	78
	430	20	157
Haimson (2000)	605	38	227
	747	60	289
	889	77	348
	1012	100	404
	256	0	85
	385	13	137
Mogi (1071)	424	17	153
Mogi (1971)	520	26	191
	632	42	239
	758	58	291

3.2. Calibración micro parámetros

El BPM está compuesto por una serie de micro-parámetros (Tabla 2-3,Tabla 2-5), los cuales determinan el comportamiento de la roca, por lo tanto, para poder realizar simulaciones en PFC^{3D} se deben calibrar previamente. La metodología que se utiliza para calibrar corresponde a la utilizada por Suzuki (2013), la cual sigue los siguientes pasos (Figura 3-3):

- 1. En primer lugar se debe fijar un ángulo de fricción (pb_phi) igual a 0.
- 2. Mediante ensayos de tracción directa se ajusta la resistencia a la tracción de los contactos (pb_sn), con el fin de calibrar la resistencia a la tracción de la roca.
- Mediante ensayos UCS se ajusta el valor del módulo de Young de los enlaces de contacto (ba_Ec) y enlaces paralelos (pb_Ec), con el objetivo de calibrar el módulo de Young de la roca.
- 4. Mediante ensayos UCS se calibra la resistencia al corte de los contactos (pb_coh) para ajustar la resistencia a la compresión máxima (UCS).
- 5. Una vez ajustado la resistencia a la tracción, módulo de Young y UCS de la roca, se realizan una serie de ensayos triaxiales a distinto confinamiento con el objetivo de obtener una envolvente de falla y comparar con la envolvente de falla experimental.
- Se obtiene la desviación absoluta promedio (MAD) entre la envolvente de falla obtenida mediante PFC3D y la experimental. El proceso se repite aumentando el valor de pb_phi hasta obtener el valor que asegure el menor MAD.

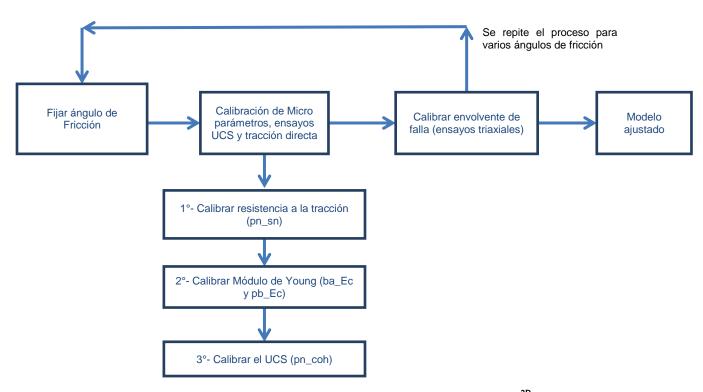


Figura 3-3 Diagrama de calibración de los micros parámetros en PFC^{3D}

Ahora bien, la metodología usada para la calibración de cada uno de los microparámetro es la siguiente:

1. A priori no se sabe qué valor del micro-parámetro ajusta el comportamiento de la roca, por lo tanto, en primer lugar se trata de reducir el rango de búsqueda. Para esto se realizan 3 simulaciones, en donde cada una tendrá un valor diferente para el micro-parámetro a calibrar y una misma semilla (este parámetro se relaciona con el empaquetamiento de las partículas y da la variabilidad a las

simulaciones), una vez realizada las simulaciones se tendrá un rango más estrecho en el cual se encuentra el valor correcto. Por ejemplo, si se desea calibrar la resistencia a la tracción se dan de forma arbitraria 3 valores de pb_sn: 20, 35 y 50 [MPa] y se realizan las respectivas simulaciones (Figura 3-4). De los resultados obtenidos y sabiendo que la resistencia deseada para la roca a calibrar es de 13 [MPa], se tiene que el valor de pb_sn se encontrara entre 20 y 35 [MPa].

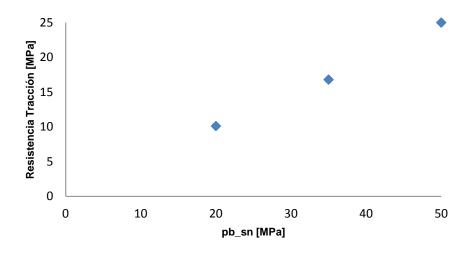


Figura 3-4 Resultado de las simulaciones para diferentes valores de pb_sn, utilizando semillas iguales

2. Una vez obtenido un rango más acotado para los valores del micro-parámetro a calibrar, se realizan una serie de simulaciones para valores dentro del rango establecido, en donde para cada valor del micro parámetro se hacen 10 simulaciones (cada una con semillas diferentes) para incluir la variabilidad. Posteriormente se obtiene el promedio de las simulaciones para cada valor y se obtiene una regresión lineal a partir de ellas, con el fin de obtener el parámetro final. Siguiendo con el ejemplo anterior, en donde se determinó que el rango acotado esta entre 20 y 35 [MPa], se realizan 10 simulaciones para los siguientes valores: 20, 25, 30 y 35 [MPa], cuyos promedios se muestran en la Figura 3-5. Con los valores obtenidos se calcula una regresión lineal y se obtiene que para alcanzar una resistencia a la tracción de 13.3 [MPa] se necesita un valor de pb_sn=27 [MPa].

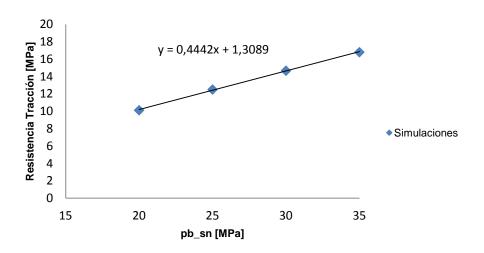


Figura 3-5 Promedio de la resistencia a la tracción obtenida de las 10 simulaciones correspondientes a cada valor de pb_sn.

Se tiene que el orden de calibración descrito en la metodología es de suma importancia, ya que el BPM es un modelo multivariable y por lo tanto el cambio de un microparámetro afecta varios macro-parámetros. Por ejemplo, se tiene que el módulo de Young de los contactos además de modificar el módulo de Young de la roca (E), modifica el UCS, por lo tanto si se calibrara primero el UCS, el valor de este cambiaria nuevamente al calibrar E.

Como se puede observar en la metodología mencionada no se hace referencia a todos los micros parámetros de los contactos, esto último se debe a que los demás son asumidos constantes, cuyos valores dependerán del tipo de comportamiento que se desee (frágil o dúctil), lo cual será visto con mayor detalle en el capítulo de supuestos 4.1.1. Otra observación importante es que no se calibra la razón Poisson, esto debido a que no es posible calibrar de forma simultanea la razón de Poisson con las demás variables y al mismo tiempo tener el comportamiento deseado para la roca a calibrar (Potyondy and Cundall 2004).

4. Resultados

La calibración se realiza a una roca Westerly granite en probetas cilíndricas de 50 [mm] de diámetro por 100 [mm] de alto (Figura 2-13) mediante ensayos triaxiales convencionales, posteriormente con la calibración hecha se realiza y estudia el comportamiento de la roca bajo condiciones triaxiales verdaderas.

Los resultados de la calibración que se muestran a continuación, son los obtenidos luego de cambiar el ángulo de fricción (sección 3.2). Se obtiene finalmente que con pb phi de 43° resulte el menor MAD.

Tabla 4-1 resultados de la desviación absoluta promedio entre la envolvente de falla de laboratorio y de PFC3D para distintos valores de ángulo de fricción.

pb_phi	Mi promedio	Error relativo mi	MAD
0	6.92	-77.5%	228.8
20	11.92	-61.3%	181.2
35	23.91	-22.3%	96.1
40	31.72	3.0%	49.0
43	39.18	27.3%	35.6
45	42.88	39.3%	42.8
50	50.00	62.4%	90.5

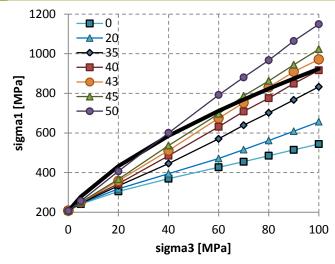


Figura 4-1Envolventes de falla para los distintos ángulos de fricción. En negro la envolvente de falla de los datos de laboratorio.

4.1. Calibración micro parámetros

4.1.1. Supuestos

El BPM está compuesto por una serie de micro-parámetros (Tabla 2-3, Tabla 2-5) los cuales en su mayoría deben ser calibrados, sin embargo se tiene que alguno de ellos solo se asumen como supuestos. Dentro de estos se encuentran la razón de rigidez de los contactos $\binom{k^n}{k^s}$, el multiplicador de los radios (λ) , el coeficiente de fricción de las partículas (μ) , la densidad (ρ) y la razón entre los radios mínimo y máximo de las partículas. Además de estos micro-parámetros se tiene que definir la resolución a la cual se trabajara (cantidad promedio de partículas en una sección diametral de la probeta), la tasa de deformación y la razón entre los módulo de Young de los contactos

 (E_{ba}/E_{pb}) . A continuación se muestran los valores de estos micro-parámetros y las razones por las que se usaron:

Razón de rigidez de los contactos, multiplicador de radios, coeficiente de fricción, densidad y razón de diámetros y módulos de Young

El valor de estos micro-parámetros se muestran en la Tabla 4-2, los cuales fueron escogidos por diversos autores (Potyondy and Cundall 2004, Mas Ivars and Bouzeran 2012, Suzuki 2013) para poder representar el comportamiento frágil de la roca. La densidad corresponde a la de un típico granito, si bien este factor no influye en los resultados de las simulaciones, se escogió este valor para ser consecuente con otros trabajos como el de Suzuki (2013).

Tabla 4-2 Valores de los micro-parámetros usados, los cuales no serán calibrados. La constante de rigidez fue propuesta por Suzuki (2013), la razón entre los módulo de Young de los contactos por Mas Ivars (2012) y el multiplicador de los radios, razón entre los diámetros y coeficiente de fricción por Potyondy (2004).

Micro-Parámetro	valor
Constante de rigidez de los contactos (${f k}^{f n}/_{{f k}^{f s}}$)	1.4
Razón de módulo de Young contactos (E_{ba}/E_{pb})	1.5
Multiplicador de los radios	1
Densidad $(\frac{gr}{cm^3})$	2700
Razón entre el diámetro mínimo y máximo	1.66
Coeficiente de fricción (μ)	0.5

Razón de Poisson

Como se menciona anteriormente (capitulo 3.2) la razón de Poisson no será calibrada, lo que se debe a que no es posible obtener simultáneamente un comportamiento frágil y un valor de razón de Poisson adecuado. Esto se puede observar en la Figura 4-2, en donde se tiene que a medida que aumenta la constante de rigidez (micro-parámetro que controla la razón de Poisson) se obtienen valores de υ más cercanos a la realidad, sin embargo el comportamiento de la roca es cada vez es más dúctil.

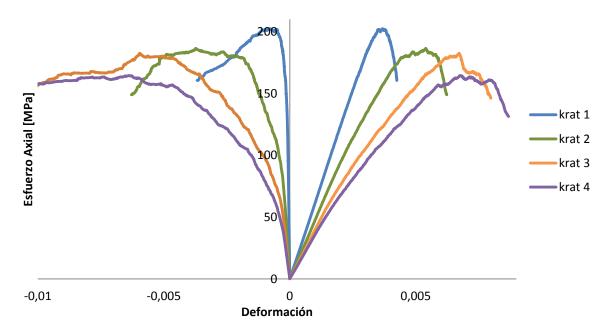


Figura 4-2 Curvas esfuerzo deformación para distintos valores de la razón de rigidez de los contactos. A medida que aumenta el valor de krat se obtienen valores de razón de Poisson que se ajustan mejor a la realidad, sin embargo, el comportamiento de la roca pasa se frágil a dúctil.

Resolución

La resolución corresponde al número de partículas promedio que existe en una sección diametral de la probeta. A mayor resolución la probeta estará conformada por un mayor número de partículas lo cual representara de mejor manera un sólido, sin embargo lo tiempos de simulación serán mayores. Por el contrario si la resolución es baja, los tiempos de simulación serán pequeños, pero los resultados no reflejaran el comportamiento de la roca. Entonces para escoger la resolución apropiada se realizaron una serie de simulaciones variando el valor de la resolución (Figura 4-3), en donde se deduce que los resultados son estables a partir de un valor de 10. A partir de esto y para no trabajar en un límite entre una situación estable y no estable, se optó por fijar la resolución en 12.

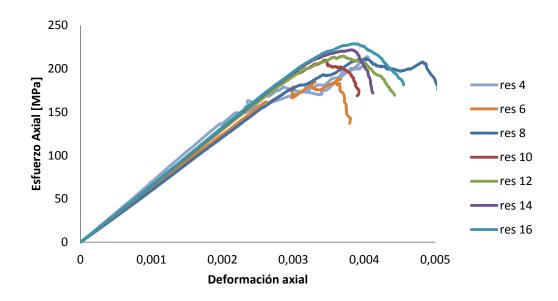


Figura 4-3 Curvas esfuerzo deformación para distintos valores de resolución

• Tasa de deformación $(\dot{\varepsilon_p})$

La tasa de deformación determina la velocidad final (v_p) con la que se moverán las placas a la hora de aplicar el esfuerzo axial sobre la probeta $(v_p=\frac{1}{2}\dot{\varepsilon}_pL_0)$, en donde L_0 es la longitud inicial de la probeta) y de su valor dependerá el tiempo y comportamiento de las simulaciones, de igual forma que la resolución. Por lo tanto para escoger el valor de la tasa de deformación se realizaron simulaciones para distintos valores de ε_p , las cuales se muestran en la Figura 4-4. De los resultados se concluyó que el comportamiento a partir de un valor de 0.7 presentaba anomalías, por lo tanto se decidió trabajar con 0.5, ya que este valor disminuye los tiempos de simulación (contra mayor sea la tasa de deformación mayor serán los tiempos de simulación) y a su vez representa un comportamiento adecuado de la roca (cuando se habla de comportamiento adecuado es en comparación a curvas típicas de esfuerzo deformación).

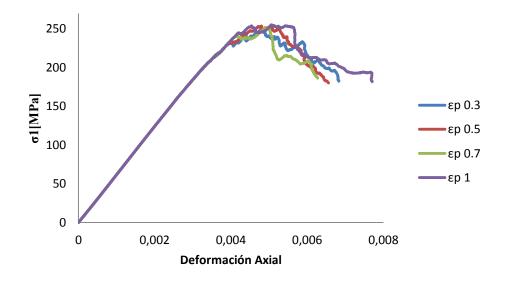


Figura 4-4 curvas esfuerzo deformación para distintos valores de tasa de deformación

4.1.2. Calibración resistencia a la tracción (pb_phi=43)

El primer macro-parámetro a ser calibrado es la resistencia a la tracción, la cual es controlada por el micro-parámetro pb_sn (resistencia a la tracción de los contactos). Los resultados de las simulaciones se muestran en la Tabla 4-3 y Figura 4-5, de lo cual se obtiene que para obtener una resistencia a la tracción de 14.4 [MPa] (resistencia a la tracción de una roca Westerly granite) es necesario un pb_sn de 31.5 [MPa].

Tabla 4-3 Resultados de la resistencia a la tracción promedio de 10 simulaciones para cada valor de pb_sn.

simulación	pb_sn [MPa]	Dev. Std	Resistencia tracción [MPa]	Dev. Std
1	28	5.6	12.9	0.2
2	30	6	13.8	0.3
3	31	6.2	14.2	0.3
4	32	6.4	14.6	0.3

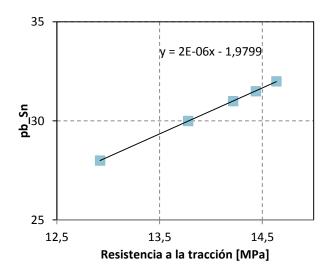


Figura 4-5 regresión lineal del micro-parámetro pb_sn en función de la resistencia a la tracción

4.1.3. Calibración Módulo de Young y UCS

Mediante ensayos UCS se calibro el módulo de Young de los contactos y la resistencia a la compresión uniaxial. Los resultados de las simulaciones para calibrar el módulo de Young de los contactos se muestran en la Tabla 4-4 y Figura 4-6 de lo cual se tiene que para obtener un valor de 60.3 [GPa] (módulo de Young de una roca Westerly granite) se necesita un valor de $E_{\rm pb}$ y $E_{\rm ba}$ de 99 y 148.5 [GPa] respectivamente.

Tabla 4-4 Módulo de Young (E) obtenido de las simulaciones para distintos valores del módulo de Young de las partículas E_{ba} y contactos E_{pb} .

Simulación	E_{pb} [GPa]	E_{ba} [GPa]	E [GPa]	Desv. Std
1	99	148.5	60.3	0.4
2	99.5	149.3	60.4	1.0
3	100	150.0	60.7	0.4
4	101	151.5	61.6	0.7
5	102	153.0	62.4	0.9

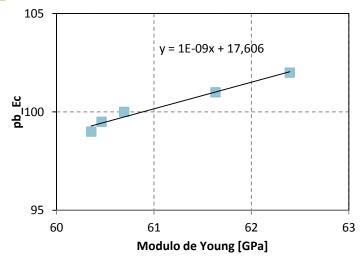


Figura 4-6 Regresión lineal entre el módulo de Young de los contactos y el módulo de Young simulado para la roca.

En cuanto a la resistencia a la compresión simple, los resultados de las simulaciones se muestran en la Tabla 4-5 y Figura 4-7, de la cual se obtiene que para obtener un UCS de 207 [MPa] (UCS de una roca Westerly granite) se necesita una resistencia al corte de los contactos de 187 [MPa].

Tabla 4-5 Resultados promedio de UCS para distintos valores de pb_coh (resistencia al corte de los contactos)

Simulación	pb_coh [MPa]	UCS [MPa]	Desv. Std
1	186	205.8	8
2	187	207.6	8

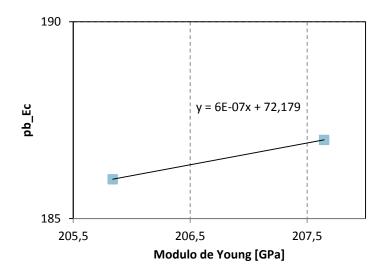


Figura 4-7 Regresión lineal entre el UCS obtenido y el micro-parámetro pb_coh

En resumen, se tiene que los micro-parámetros calibrados, incluyendo los supuestos se muestran en la Tabla 4-6 y Tabla 4-7, a esto se le suma la tasa de deformación de 0.5 y la resolución de 12, son:

Tabla 4-6 Valor de los micro-parámetros calibrados para los enlaces de contacto (contact bond)

Micro-parámetro	Valor
Módulo de Young de las partículas (E _{ba}) [GPa]	148,5
Constante de rigidez de las partículas (${m k}^n/_{m k^s}$)	1.4
Coeficiente de fricción (µ)	0,5
Densidad (ρ) [$rac{k}{m^3}$]	2700
Razón entre los diámetros (${m k}^n/_{m k^s}$)	1,66

Tabla 4-7 Valor de los micro-parámetros calibrados para los enlaces paralelos (parallel bond)

Micro-parámetro	Valor
Módulo de Young de los contactos (Epb) [GPa]	99
Constante de rigidez de los contactos $({ar k}^n/_{ar k}{}_s)$	1.4
Resistencia a la tracción (σ _c) [MPa]	31,5
Resistencia al corte (\bar{c}) [MPa]	187
Multiplicador de los radios (λ)	1
Ángulo de fricción (°)	43

Finalmente, con los parámetros calibrados se obtienen los resultados de los ensayos de compresión simple y tracción (Tabla 4-8), de los cuales se puede ver que la diferencia entre el valor de laboratorio y simulado difiere en menos del 3% (salvo la razón de poisson el cual no se puede calibrar por las razones mencionadas anteriormente), lo que implica que la calibración es correcta.

Tabla 4-8 Promedio y desviación estándar para los resultados de las simulaciones con los datos calibrados para una roca Westerly granite. Los datos de laboratorio del UCS y σt no poseen desviación estándar debido a que fueron calculados de la envolvente de falla mediante Roclab.

Propiedad	Simulaciones PFC ^{3D} (promedio ± std.dev)	Laboratorio (promedio ± std.dev)
UCS [MPa]	207.6 ± 9.2	206.9
Resistencia a la tracción [MPa]	14.3 ± 0.3	14.4
Módulo de Young [GPa]	60.4 ± 1.1	60.3± 1.1
Razón de Poisson	0.05 ± 0.001	0.35 ± 0.03

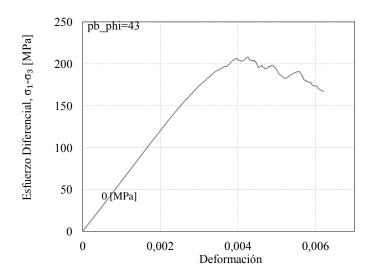


Figura 4-8 Curvas esfuerzo deformación de 10 ensayos UCS para una roca Westerly granite, obtenidas mediante PFC3D con los datos previamente calibrados.

4.1.4. Calibración envolvente de falla

Los resultados de las simulaciones de los ensayos triaxiales se muestran en Tabla 4-9, de los cuales se puede obtener la envolvente de falla mediante el software Roclab (Figura 4-8) cuyos resultados se muestran en la Tabla 4-10. Como se puede observar la diferencia entre los valores de laboratorio y los obtenidos a través de PFC3D no difieren en gran medida, salvo el parámetro mi, esto último debido a que se dio prioridad al MAD por sobre el mi (Tabla 4-1).

Tabla 4-9 Resultado promedio de los ensayos triaxiales a diferentes confinamientos, ensayos UCS y de tracción.

σ3[MPa]	σ1[MPa]	Desv. std
0	207,6	3,7
5	250,0	4,5
20	357,7	7,6
40	511,3	13,0
60	674,5	16,0
70	752,2	12,8
80	830,4	14,0
90	908,9	16,7
100	971,3	19,5

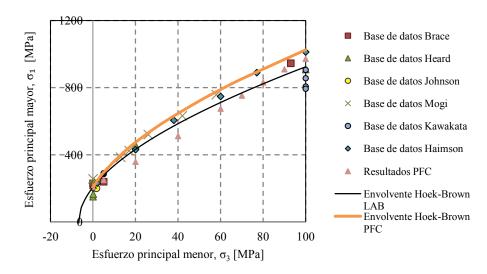


Figura 4-9 Envolventes de falla de laboratorio y de los ensayos simulados con PFC3D, junto a sus respectivos datos con las cuales fueron calculadas a través del software Roclab

Tabla 4-10 Comparación entre los parámetros de la envolvente de falla (Hoek & Brown) obtenidas a partir de datos de laboratorio y los simulados por PFC

Parámetros	Laboratorio	PFC3D
mi	30.8	39.2
UCS [MPa]	206.9	207.6
Resistencia a la tracción [MPa]	14.4	14.5

4.2. Ensayos triaxiales convencionales

A continuación se muestran los principales resultados obtenidos de los ensayos triaxiales convencionales y su comparación con ensayos de laboratorio.

4.2.1. Módulo de Young y razón de Poisson

Los resultados obtenidos para el módulo de Young y la razón de Poisson a diferentes confinamientos se muestran en la Tabla 4-11, los cuales son consistentes con la teoría dado que a medida que aumenta el confinamiento el valor del módulo de Young igual lo hace. Ahora bien si se compara los módulos de Young obtenidos de laboratorio (Kawakata and Shimada 2000) se tiene que PFC3D sobre estiman los valores, sin embargo estos difieren en promedio solo un 1% (Figura 4-10). En cuanto a la razón de Poisson, si bien no se ajusta en nada a los valores de laboratorio (dado que no fue calibrado) si sigue la misma tendencia, la cual es mantenerse constante a medida que aumenta el confinamiento.

Estos valores de laboratorio se obtuvieron a partir de las siguientes expresiones encontradas por Kawakata (2000):

$$E = 44 \cdot \sigma_3[GPa] + 60.3[GPa]$$

 $G = 18.9 \cdot \sigma_3[GPa] + 22.2[GPa]$

En donde G es el módulo de corte el cual se define como $G = \frac{E}{2(1+v)}$. A partir de esto se despejo y obtuvo la razón de Poisson.

Tabla 4-11 Módulo de Young y razón de Poisson promedio para diferentes confinamientos, con sus respectivas desviaciones estándar.

Confinamiento [MPa]	Módulo de Young [GPa]	Desv. std	Razón de Poisson	Desv. std
0	60.7	1.1	0.089	0.009
5	60.7	0.7	0.088	0.001
20	61.3	0.8	0.089	0.001
40	62.3	0.8	0.089	0.001
60	63.0	0.8	0.089	0.001
70	63.3	0.9	0.089	0.001
80	63.6	1.2	0.089	0.001
90	64.0	1.2	0.089	0.001
100	64.2	1.3	0.089	0.001

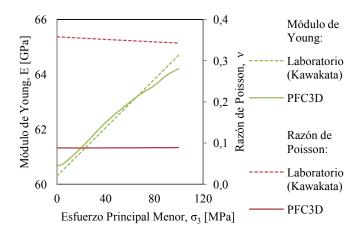


Figura 4-10 Comparación entre los valores del módulo de Young y razón de Poisson obtenidos en laboratorio y en PFC3D.

4.2.2. Umbrales de daño

En la Tabla 4-12 se muestran los resultados de los umbrales de daño (σci, σcd, σpeak) obtenidos de PFC^{3D}, mientras que en la Figura 4-11 se compara con valores obtenidos de laboratorio. Los valores de esfuerzo peak de laboratorio son los mismos con los cuales se realizó la calibración (Tabla 3-2), mientras que los valores de σci y σcd de laboratorio se calcularon implícitamente de las curvas esfuerzo deformación (de la misma forma descrita en 2.5.4) de los trabajos de Haimson (2000) y Kawakata (1999). En relación a la resistencia peak se tiene que PFC3D subestima los valores, sin embargo como fue visto anteriormente, los parámetros relacionados a la envolvente de falla (ya sea Hoek & Brown o Mohr Coulomb) se ajustan bien a los experimentales (Tabla 4-10). Ahora bien, según Cai (2004), los valores de σci y σcd debiesen fluctuar entre un rango de 30-60% y 65-85% de la resistencia peak respectivamente, lo cual se cumple para ambos casos, ya que el promedio es de 30% y 80% respectivamente. Además se tiene que σci está dentro de lo predicho por Brace (1968) para una roca Westerly granite, quien establece que:

$$\sigma_{ci} = A\sigma_{ucs} + B\sigma_3$$

$$A: 0.3 - 0.5 \text{ y } B: 1.4 - 2.6$$

Dado que para este caso A y B tendrían un valor de 0.33 y 2.2 considerando un UCS de 206.9 [MPa] (Figura 4-12).

En general se tiene que PFC3D sobrestima los valores de oci y ocd, sin embargo hay que tener en cuenta que los ensayos de laboratorio tienen una gran desviación estándar y por lo tanto es necesario disponer de una mayor cantidad de datos de laboratorio para poder establecer una relación.

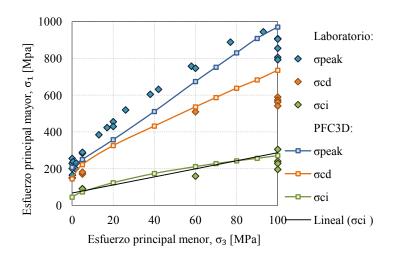


Figura 4-11 Comparación entre envolventes de falla para los distintos umbrales de daño y datos obtenidos de laboratorio. Los valores experimentales correspondientes a 5 [MPa] y 100 [MPa] fueron obtenidos de las curvas de Kawakata, mientras que los de 60 [MPa] fueron calculados a partir de las curvas de Haimson.

Tabla 4-12 Resultados de la resitencia peak y de los umbrales de daño obtenidos mediante PFC3D para los distintos confinamientos.

D.4D. 1	DAD 1	DAD 1	D.45. 1	,	,	
σ ₃ [MPa]	σ₁ [MPa]	σ _{ci} [MPa]	σ _{cd} [MPa]	$\sigma_{\rm ci}/\sigma_{ m peak}$	$\sigma_{\rm cd}/\sigma_{ m peak}$	
0	208	45	145	22%	70%	
5	250	74	222	29%	89%	
20	358	124	326	35%	91%	
40	511	174	432	34%	84%	
60	674	212	536	31%	80%	
70	752	228	587	30%	78%	
80	830	243	638	29%	77%	
90	909	257	683	28%	75%	
100	971	272	736	28%	76%	
Esfuerzo principal mayor, 61 [Mpa]	200			Вгасе А у В:0.4 Вгасе А у В:2.6	A:0.5	
Esfuerzo principal menor, σ_3 [MPa]						

Figura 4-12 Comparación entre σci obtenido por PFC3D y el predicho por Brace para una roca Westerly granite.

Tabla 4-13 Errores entre los resultados de laboratorio y los obtenidos para PFC3D

Laboratorio		PFC3D		Error	
σ3	σ1	σ3	σ1	MAD	MAPE
0	200	0	208	7	4%
5	271	5	250	21	8%
20	443	20	358	85	19%
60	747	60	674	73	10%
100	880	100	971	91	10%

4.2.3. Ángulo de dilatancia y fractura

En la Figura 4-13 se puede apreciar el ángulo de dilatancia en función del confinamiento, de lo cual se observa que los datos obtenidos de PFC3D siguen la tendencia de los de laboratorio y a demás son consecuentes con la teoría (Figura 4-14), la cual indica que a medida que aumenta el confinamiento el ángulo de dilatancia disminuye, pasando cada vez más de un comportamiento frágil a uno dúctil.

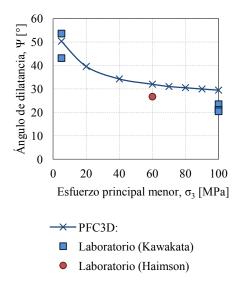


Figura 4-13 Ángulo de dilatancia en función del confinamiento obtenido de PFC3D, comparado con datos de laboratorio (Kawakata, Cho et al. 1999, Haimson and Chang 2000)

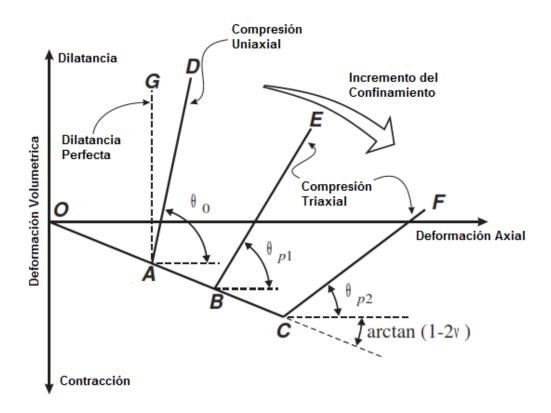


Figura 4-14 Descripción del comportamiento del ángulo de dilatancia a medida que aumenta el confinamiento (Yuan and Harrison 2004).

En cuanto al ángulo de fractura, se tiene que para ensayos en 2D es fácil visualizarlo (Figura 4-15), sin embargo para el caso en 3D es prácticamente imposible. En base a esto último se tiene que el ángulo de fractura para cada confinamiento se calcula implícitamente del ángulo de fricción mediante la relación que aparece en la Figura 4-16. El ángulo de fricción para cada confinamiento se determina mediante Roclab, calculando la envolvente de falla Mohr-Coulomb para 3 valores de σ 3, dentro de los cuales está el valor en cuestión, por ejemplo si se desea saber el ángulo de fricción para σ 3=15 [MPa] se ingresa a Roclab los datos correspondientes a σ 3=5 [MPa], σ 3=15 [MPa] y σ 3=25 [MPa] y así sucesivamente.

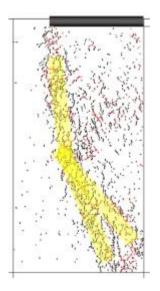


Figura 4-15 Ensayo de compresión asimétrica realizado por Yoon (2012) a una roca granito Aue en PFC2D, en donde se puede apreciar claramente un plano de falla (zona amarilla) y por ende un ángulo de fractura.

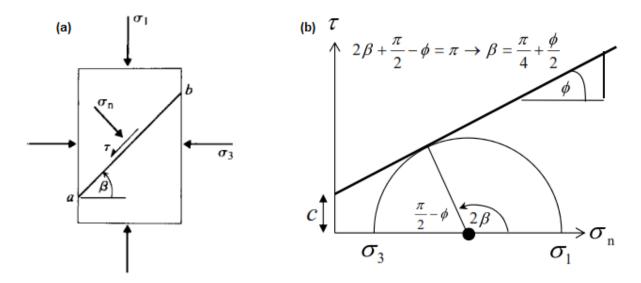


Figura 4-16 (a) diagrama representación ángulo de fractura. (b) Relación entre el ángulo de fractura (β) y el de fricción (ϕ).

Los resultados se muestran en la Tabla 4-14 y Figura 4-17, en donde se puede observar que los parámetros calculados prácticamente permanecen constantes, con una tendencia a disminuir a medida que aumenta el confinamiento, lo cual refleja en cierta medida las tendencias de laboratorio. En general PFC3D sobrestima los datos de laboratorio

Tabla 4-14 ángulo de fricción y ruptura para distintos confinamientos

σ3	ángulo de fricción (°)	ángulo ruptura (°)
5	49.7	70
20	49.8	70
40	50.9	70
60	51.2	71
70	50.6	70
80	50.7	70
90	48.6	69
100	46.2	68

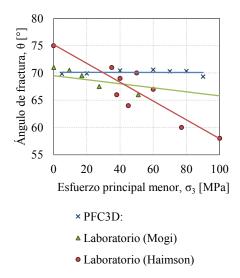


Figura 4-17 Comparación entre los ángulos de fractura calculados y de laboratorio para distintos confinamientos (Haimson and Chang 2000, Mogi 2007).

4.2.4. Módulo post peak y modo de falla

Los resultados del módulo post peak obtenido de las curvas esfuerzo deformaciones simuladas se muestran en la Figura 4-18, los cuales son consecuente con la teoría, ya que es de esperar que a medida que aumenta el confinamiento el comportamiento pasa de frágil a dúctil y por ende el módulo post peak debiese disminuir.

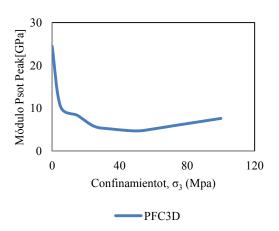


Figura 4-18 Módulo post peak en función del confinamiento

En cuanto al modo de falla es de esperar que a medida que aumenta el confinamiento la roca debiese pasar de fallar por tensión a fallar por corte (Figura 4-19). Para estudiar este fenómeno en las simulaciones realizadas se determinó el número de contactos que fallaban por tracción o corte a un determinado confinamiento tal como se indica en la Figura 4-20, en donde se ve que a medida que aumenta el confinamiento el porcentaje de contactos que fallaron por corte incrementa. Esto se puede interpretar como un paso de falla por tensión a corte y por lo tanto seria consistente con la teoría.

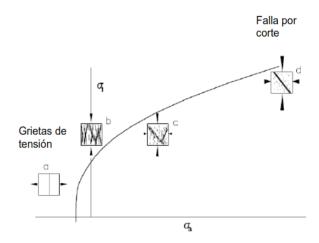


Figura 4-19 Diagrama de los tipos de falla en función del confinamiento. (a) Relajación de esfuerzos (b) falla por spliting (c) falla por lajamiento y (d) falla por corte.

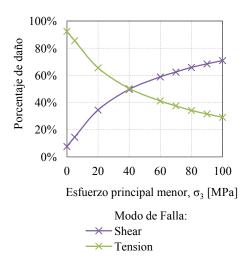


Figura 4-20 Porcentaje de grietas que falla por tensión y corte para cada confinamiento.

4.2.5. Curvas esfuerzo deformación

Las curvas esfuerzo deformación obtenidas por PFC^{3D} se muestran en la Figura 4-22, Figura 4-23 y Figura 4-24, en las cuales son comparadas con las curvas experimentales obtenidas por Kawakata y Haimson. De las figuras se puede observar lo siguiente:

- Se ratifica la buena calibración del módulo de Young, es decir, la pendiente de la parte lineal de la deformación axial (deformación positiva).
- Si bien los peak no se ajustan, se tiene que tener en cuenta que los ensayos de laboratorio tienen una gran variabilidad.
- Una vez propagado el crecimiento de las grietas existen un cambio de pendiente, a diferencia de las curvas experimentales las cuales prácticamente se mantienen constante hasta el peak
- PFC^{3D} no representa de buena manera el comportamiento post peak, en especial a confinamientos altos (Figura 4-21).
- Como se mencionó con anterioridad la razón de poisson no pudo ser calibrada.

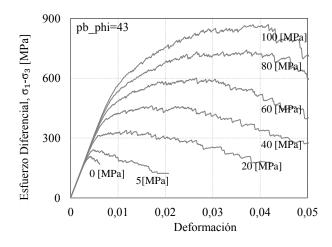


Figura 4-21 Curvas esfuerzo deformación para los distintos confinamientos obtenidas por PFC

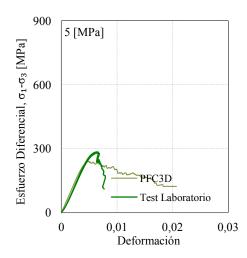


Figura 4-22 Comparación entre las curvas obtenidas por PFC^{3D} y las de laboratorio para un confinamiento de 5 [MPa] (Kawakata, Cho et al. 1999)

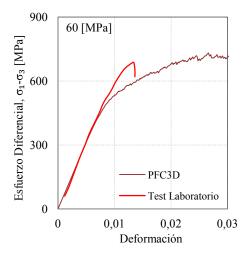


Figura 4-23 Comparación entre las curvas obtenidas por PFC^{3D} y las de laboratorio para un confinamiento de 60 [MPa] (Haimson and Chang 2000)

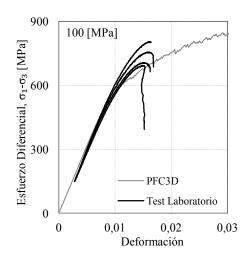


Figura 4-24 Comparación entre las curvas obtenidas por PFC^{3D} y las de laboratorio para un confinamiento de 100 [MPa] (Kawakata, Cho et al. 1999)

4.2.6. Conclusiones

En conclusión se tiene que PFC^{3D} en general sobrestima los valores de laboratorio, sin embargo estos son consecuentes con la teoría y las tendencias que siguen estos resultados. Además las diferencias que existen entre los valores simulados y los reales son pequeñas, en promedio menores al 5%, salvo para el caso de la razón de poisson la cual con el actual modelo de PFC^{3D} no se puede simular.

En cuanto a las curvas esfuerzo deformación se tiene que estas se ajustan bien a las de laboratorio, sin embargo posterior a la resistencia peak el comportamiento mostrado por PFC^{3D} no se adecua a lo esperado, en especial para confinamientos altos. Por último es importante recalcar que los resultados de laboratorio tienen una gran variabilidad y por lo tanto es necesaria una mayor cantidad de ensayos para poder realizar una mejor comparación.

4.3. Efecto forma

Los ensayos triaxiales convencionales se realizaron en probetas cilíndricas de 50 [mm] de diámetro por 100 [mm] de alto, sin embargo los ensayos triaxiales verdaderos se realizan en probetas prismáticas de 19x19x38 [mm] (se utilizaron estas medidas dado que los ensayos triaxiales verdaderos disponibles en la literatura para la roca Westerly granite se realizaron con estas dimensiones), por lo tanto es necesario verificar si la calibración hecha se ve afectada por la geometría.

Para esto se realizaron ensayos triaxiales en probetas prismáticas con los mismos micro-parámetros que se usaron anteriormente, cuyos resultados se muestran en la Figura 4-25 y Figura 4-26. Como se puede observar las diferencias entre los parámetros de la envolvente de falla son prácticamente nulos, teniendo una correlación de 1, lo cual es consecuente con el trabajo realizado por Haimson (2000) quien determino que el efecto de la geometría no afectaba los resultados obtenidos en laboratorio (Figura 4-27).

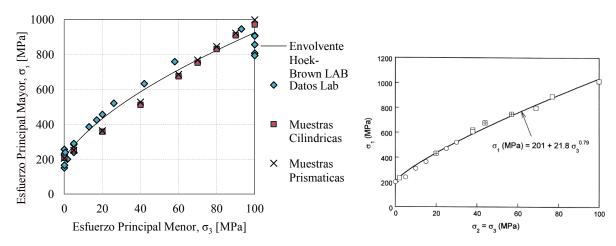


Figura 4-25 Comparación entre la envolvente de falla de una roca Westerly granite obtenida en probetas cilíndricas y prismáticas mediante PFC^{3D}, y en ensayos de laboratorio(Haimson and Chang 2000).

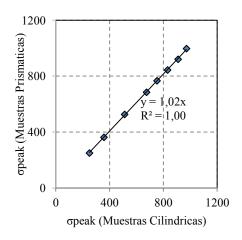


Figura 4-26Correlación entre los resultados obtenidos en probetas cilíndricas y prismáticas.

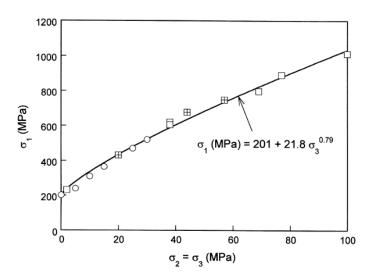


Figura 4-27 Envolvente de falla obtenida para una roca Westerly granite con ensayos realizados en distintas geometrías

En cuanto a parámetros elásticos tales como el módulo de Young la diferencia no es mayor al 2%, por lo tanto, se tiene que las simulaciones realizadas en PFC^{3D} no se ven afectadas por la geometría.

4.4. Ensayos triaxiales verdaderos (TTT)

4.4.1. Configuración

Los ensayos triaxiales verdaderos ($\sigma1\neq \sigma2\neq \sigma3$) se realizaron en probetas prismáticas de dimensiones: 19x19x38 [mm] con los mismos micro-parámetros calibrados y supuestos para los ensayos convencionales.

Si bien PFC3D a priori no viene configurado para realizar ensayos triaxiales verdaderos, su código está abierto para poder hacer modificaciones. En base a esto y con ayuda de Mas Ivars (2013) se modificó el código de realización de ensayos triaxiales descrito en la sección 2.5.3. El mecanismo es básicamente el mismo salvo que ahora en vez de tener un confinamiento objetivo (P_c^t) , se tendrá dos esfuerzos laterales, los cuales corresponderán a σ 2 y σ 3. Con esta modificación se tiene que las paredes superiores e

inferiores ejercen una carga hasta alcanzar la presión objetivo, mientras que las paredes laterales en z y x se mueven a una cierta velocidad para aplicar y mantener constante σ 2 y σ 3 respectivamente (Figura 4-28).

Posterior a esto el ensayo sigue el mismo curso que uno convencional, es decir, la probeta es sometida a carga moviendo las paredes superiores e inferiores una hacia la otra a una velocidad final v_p determinada por una tasa de deformación ε_p mediante la expresión:

$$v_p = \frac{1}{2}\dot{\varepsilon}_p L_0$$

En donde L_0 corresponde al largo inicial de la probeta.

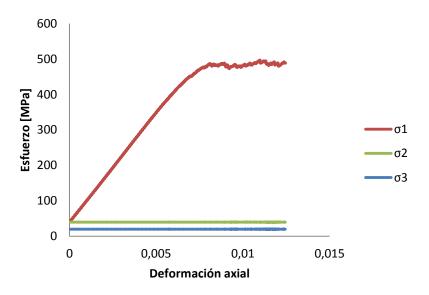


Figura 4-28 Curva esfuerzo deformación para un ensayo triaxial verdadero, en donde σ 3=20 [MPa] y σ 2=40 [MPa].

4.4.2. Resultados

Comparación con datos experimentales

Los resultados obtenidos de los ensayos triaxiales verdaderos en PFC^{3D} se muestran en la Figura 4-29, en donde se ve que PFC3D sobrestima los valores de resistencia máxima. Sin embargo, si se considera el error porcentual absoluto entre los valores simulados y los de laboratorio (MAPE), se tiene que en promedio este no supera el 15% (Tabla 4-15). Es importante mencionar que a medida que aumenta el valor del esfuerzo principal menor, el error absoluto va aumentando.

Finalmente, si se considera que los datos de laboratorio tienen una gran desviación estándar y que los errores absolutos obtenidos son pequeños, se tiene que en general PFC^{3D} replica de buena forma los ensayos de laboratorio.

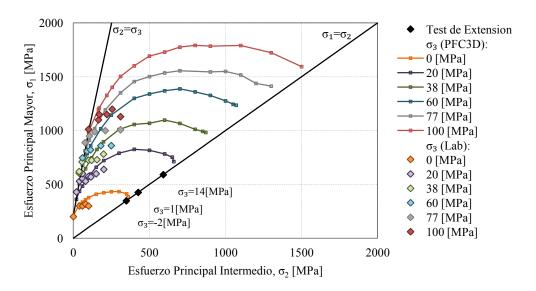


Figura 4-29 Resultados de los ensayos triaxiales verdaderos obtenidos en PFC 3D para diversos valores de $\sigma 3$ comparados con los obtenidos por Haimson (2000) en laboratorio.

Tabla 4-15 Error absoluto de la media (MAD) y porcentual (MAPE) promedio entre los valores de laboratorio y los obtenidos con PFC3D para distintos valores de σ 3.

σ3 [Mpa]	MAD	MAPE
0	35,2	12%
20	59,2	11%
38	95,9	14%
60	114,0	14%
77	135,9	14%
100	156,2	14%

PFC^{3D} en el plano octaédrico

Tabla 4-16 Parámetros utilizados en los criterios de falla de Lade y Wiebol-Cook

Modified Lade criterion		Wiebols an	d Cook
S [MPa]	η	C ₀ [MPa]	q
43,3	74,5	254,2	6,9

Con el fin de estudiar el comportamiento de PFC^{3D} bajo condiciones de esfuerzostriaxiales verdaderos se compararan los resultados obtenidos de las simulaciones con los estimados por dos criterios de falla no convencionales: criterio modificado de Lade y el modificado de Wiebols and Cook. La elección de estos se basa en que son los criterios que mejor se ajustaron a los ensayos triaxiales verdaderos disponibles en literatura para diversos tipos de roca, según el estudio realizado por Colmenares (2002). Los resultados se muestran en la Figura 4-30 y Figura 4-31, de donde se ve que el criterio que mejor se ajusta es el modificado de Lade, el cual presenta errores porcentuales absolutos en promedio del 10% (Tabla 4-17), mientras que el criterio modificado de Wiebols and Cook posee un error promedio de 26% para todos los valores de σ3. En general se tiene que PFC3D sobreestima los valores predichos por los criterios de falla.

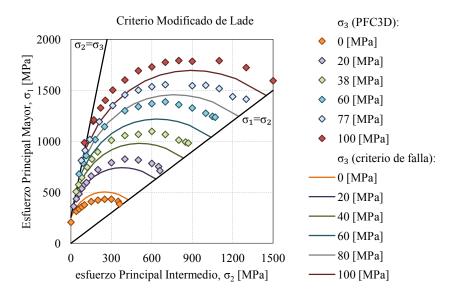


Figura 4-30 Comparación entre los resultados obtenidos por PFC3D y los predichos por el criterio modificado de Lade.

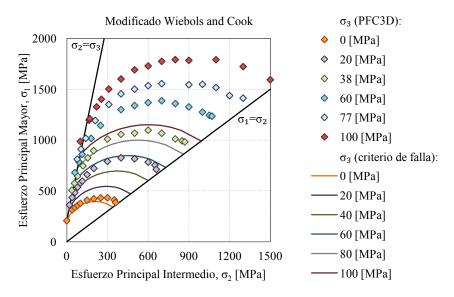


Figura 4-31 Comparación entre los resultados obtenidos por PFC3D y los estimados por el criterio modificado de Wiebols and Cook.

Tabla 4-17 Error absoluto de la medio (MAD) y porcentual (MAPE) entre los datos obtenidos por PFC3D y los calculados a través de los criterios de falla.

	Criterio modificado de Lade		Criterio modificado de Wiebols & Cook		
σ3 [MPa]	MAPE	MAD	MAPE	MAD	
0	17%	62	9%	34	
20	7%	54	24%	162	
37	11%	111	28%	258	
60	12%	142	32%	389	
77	11%	152	31%	422	
100	8%	125	31%	491	

En cuanto a los criterios de falla convencionales, como es el caso de Mohr Coulon y Hoek-Brown, dado que no consideran el esfuerzo principal intermedio, se tiene que la resistencia peak es independiente de σ 2, lo cual se puede ver reflejado en la Figura 4-32

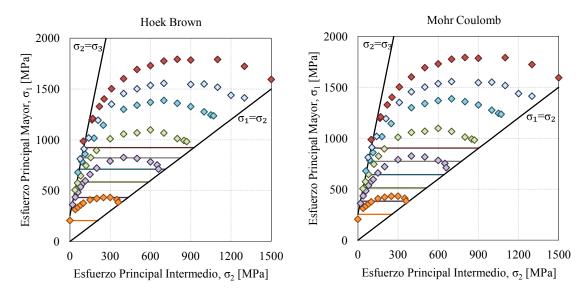


Figura 4-32 Envolventes de falla en el plano octaédrico de H-B (izquierda) y M-C (derecha) en comparación con los datos obtenidos en PFC3D.

Umbrales de daño

Los resultados obtenidos mediante PFC3D para la iniciación de daño (σ_{ci}) se muestran en la Figura 4-33 y Figura 4-34. Estos son consecuente con lo obtenido por Haimson (2000), el cual indica que a medida que aumenta el esfuerzo principal intermedio el umbral de iniciación de grietasse retrasa, es decir ocurre cada vez más cercano a la resistencia peak. Si bien los datos de laboratorio son escasos (los únicos disponibles son los obtenidos por Haimson para un σ 3= 60 [MPa]), se tiene que el error porcentual absoluto entre los valores de laboratorio y los simulados son en promedio un 40%.En cuanto al comportamiento de las curvas es importante observar que a diferencia de la resistencia peak, a medida que aumenta el esfuerzo principal intermedio no existe un descenso en el valor de σ_{ci} , más bien aumenta alcanzando el plano en donde σ 1= σ 2.

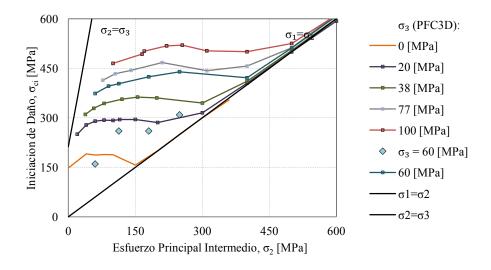


Figura 4-33 Umbral de iniciación de grietas en función del esfuerzo principal intermedio para distintos valores de $\sigma 3$

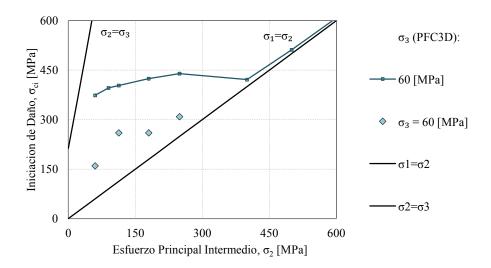


Figura 4-34 Comparación entre los datos de laboratorio y los obtenidos con PFC3D.

En cuanto al inicio de la propagación inestable de las fracturas (σ_{cd}) obtenidos de las simulaciones realizadas mediante PFC3D (Figura 4-35 y Figura 4-36) se tiene que estos siguen la tendencia de la resistencia peak, ya que a medida que aumenta el esfuerzo principal intermedio estos aumentan hasta cierto punto, posterior al cual comienzan a descender y luego tienden al plano en que σ 1= σ 2. En comparación a los pocos datos de laboratorio disponibles, se tiene que el error porcentual que existe es en promedio un 8% con una desviación estándar de 3%.

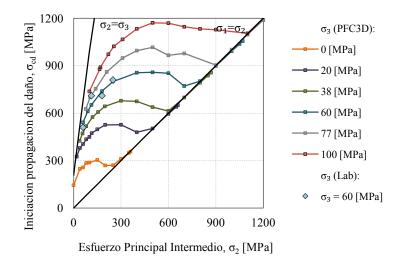


Figura 4-35 Inicio de la propagación de grietas en función del esfuerzo principal intermedio para distintos valores de σ3

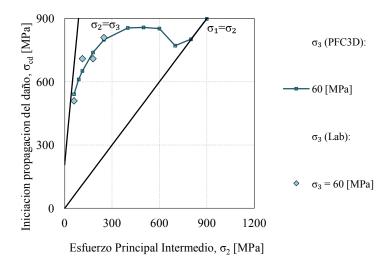


Figura 4-36 Comparación entre los datos de laboratorio obtenidos de las curvas esfuerzo deformación de Haimson (2000) y los resultados entregados por PFC^{3D}

En resumen, se tiene que PFC3D se ajusta de buena forma a las tendencias que indican la teoría y el laboratorio, en especial en el caso de σ_{cd} en donde además se representa de buena forma los datos de laboratorio. Sin embargo hay que considerar que los datos disponibles son escasos y además tienen una gran variabilidad, por lo tanto bastarían más muestras para poder obtener mayores conclusiones.

Módulo de Young

Los resultados del módulo de Young se muestran en la Figura 4-37 y Figura 4-38 de las cuales se observa que el valor aumenta levemente hasta cierto punto y posteriormente existe una caída en su valor. Ahora bien si comparamos con los datos disponibles de laboratorio se tiene que los errores porcentuales en promedio son del 4%, lo cual indica una buena representación de los datos experimentales.

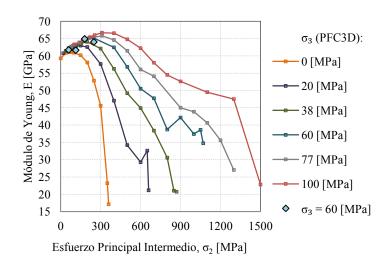


Figura 4-37 Resultados del módulo de Young obtenido por PFC3D variando el esfuerzo principal intermedio a distintos valores de $\sigma 3$

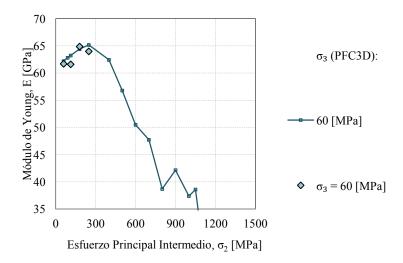


Figura 4-38 Comparación entre el módulo de Young obtenido por PFC3D y los datos de laboratorio disponibles (Haimson and Chang 2000)

Ángulo de Dilatancia y módulo post peak

Los resultados obtenidos mediante PFC3D para el ángulo de dilatancia se muestran en la Figura 4-39. De estos se desprende que a medida que aumenta el esfuerzo principal intermedio manteniendo constante σ3, el ángulo de dilatancia levemente aumenta, lo cual no concuerda con los datos experimentales disponibles. Esta diferencia con los datos experimentales se debe al hecho de que PFC^{3D} no representa de buena manera el comportamiento post peak.

Los resultados fueron incluidos para tener un registro y poder comparar con resultados de futuras investigaciones.

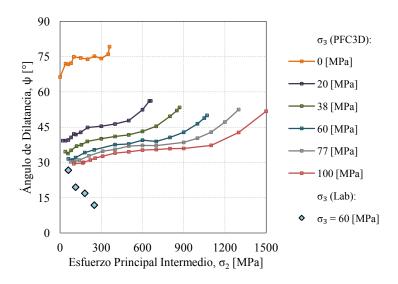


Figura 4-39 Ángulo de dilatancia en función del esfuerzo principal intermedio para distintos valores de σ3. Los valores de laboratorio se obtuvieron de las curvas esfuerzo deformación del trabajo realizado por Haimson.

• Modos de falla

Para los distintos valores de $\sigma 3$ se determina el número de contactos que fallaron por tracción y por corte a medida que aumentaba el esfuerzo principal intermedio. El mayor porcentaje de vínculos rotos por un cierto modo de falla, determina como falla la muestra globalmente. En la Figura 4-40 se observa la diferencia entre porcentaje de grietas que fallaron por corte y las que fallan por tensión, si esta diferencia es positiva se tiene que la muestra falla por tensión, de lo contrario si es negativa, la muestra falla por corte. De los resultados se puede apreciar que a medida que aumenta el esfuerzo principal intermedio existe un cambio en el comportamiento de ruptura, pasando de un estado de falla por tensión a una por corte, lo cual es coherente dado que la muestra está a mayor confinamiento.

Ahora bien, es importante analizar de forma separada el caso de σ 3=0 [MPa] ya que este es el caso del perímetro de una excavación, en la cual de no considerarse el esfuerzo principal intermedio se asumiría que fallaría siempre por tracción (Figura 4-19). Sin embargo, se tiene que esto no siempre es así y dependerá del valor de σ 2, lo cual influenciaría el diseño minero.

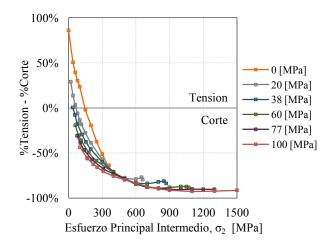


Figura 4-40 Cambio del modo de falla a medida que aumenta el esfuerzo principal intermedio

4.4.3. Discusiones de los resultados

En conclusión se tiene que PFC3D representa correctamente el comportamiento triaxial verdadero de la roca, dado que los valores que entrega siguen las tendencias que indica la teoría y se ajustan bien a los ensayos de laboratorio, sin embargo hay que tener en cuenta que los datos disponibles de laboratorio son escasos y se restringen solo a valores de σ 2 bajos. Por lo tanto será necesario disponer de más ensayos de laboratorio para concluir que PFC3D ajusta completamente el comportamiento de la roca y de momento se podrá usar solo para confinamientos bajos.

5.Implicancias en el diseño minero

Como se mencionó anteriormente el esfuerzo principal intermedio tiene una serie de implicancias en el comportamiento de la roca y por ende en el diseño minero, a continuación se verá en más detalle cada una de estas.

5.1.1. Aumento de la resistencia peak

Para ejemplificar el efecto del esfuerzo principal intermedio en el aumento de la resistencia de la roca se analiza la estabilidad en el techo de una galería, cuya zona es la de mayor concentración de esfuerzos para el caso en donde la razón de esfuerzos in situ k es mayor a 1. Para esto se utilizó el software Phase 2D en donde se diseña una galería con la medidas que se muestran en la Figura 4-41, la cual se encuentra a una profundidad de 500 [m] y sometida a una condición de esfuerzos en donde el peso específico es de 0.027 [MPa/m], una razón de esfuerzos en el plano k_x de 2 y fuera del plano k_z de 1.5. En cuanto a las propiedades del material los valores usados corresponden a los de una roca del tipo Westerly granite las cuales se pueden observar en la Tabla 4-18.

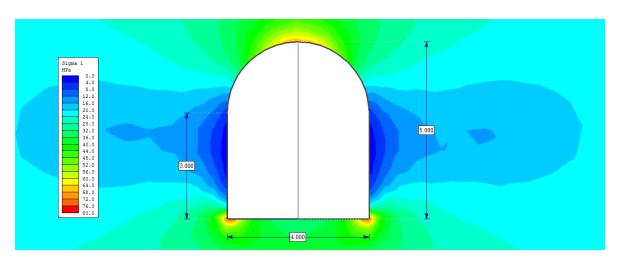


Figura 4-41 Dimensiones de la galería modelada en Phase 2D

Tabla 4-18 propiedades macizo rocoso Westerly granite

Propiedad macizo rocoso	Valor
UCS [MPa]	67
GSI	75
Cohesión [MPa]	8.5
ángulo de fricción [°]	60
m _b	8,5
S	0,06

Entonces a través de Phase 2D se pueden calcular los esfuerzos inducidos en la excavación y a partir de esto determinar la resistencia de la roca. Para esto último se pueden usar distintos criterios de falla, los cuales se pueden dividir básicamente en:

- Criterios de falla convencionales: aquellos que consideran que $\sigma 2 = \sigma 3$. Dentro de los cuales se encuentran Mohr-Coulomb o Hoek-Brown.
- Criterios de falla verdaderos: aquellos que consideran σ2≠σ3. Como por ejemplo, el criterio de Mogi, Drucker-Prager, el modificado de Lade y el modificado de Wiebols and Cook.

Entonces si utilizamos por ejemplo el criterio de Hoek & Brown (H-B) y el criterio modificado de Lade los cuales se definen como:

Hoek & Brown:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{mr} \left(m_b \cdot \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^a$$

Con m_b , s y a constantes del macizo rocoso y σ_{mr} la resistencia a la compresión uniaxial del macizo rocoso.

Criterio modificado de Lade:

$$\frac{(I_1')^3}{I_3'} = 27 + n$$

$$I_1' = (\sigma_1 + S) + (\sigma_2 + S) + (\sigma_3 + S)$$

$$I_3' = (\sigma_1 \cdot S) \cdot (\sigma_2 \cdot S) \cdot (\sigma_3 \cdot S)$$

$$n = 4(\tan^2 \varphi) \cdot \frac{9 - 7\sin(\varphi)}{1 - \sin(\varphi)}$$

$$S = \frac{S_0}{\tan(\varphi)}$$

$$S_0 = \frac{C_0}{2q^{0.5}}$$

En donde C_0 es la cohesión y ϕ el ángulo de fricción según el criterio de Mohr Coulomb.

Los resultados son mostrados en la Figura 4-42, en donde se aprecia que la resistencia es considerablemente mayor en el caso del criterio modificado de Lade en comparación a Hoek & Brown. En conclusión, si se incorporase el esfuerzo principal intermedio en los análisis de esfuerzo se tendrían diseños menos conservadores.

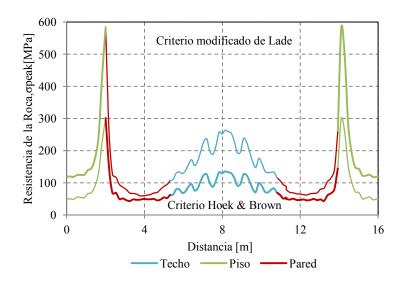


Figura 4-42 Comparación entre la resistencia de la roca en el perímetro de una excavación calculado a partir de un criterio convencional (Hoek & Brown) y uno no convencional (modificado de Lade)

5.1.2. Factor de propagación del caving (FPC)

Según Brown (2003) existen 3 posibles mecanismos mediante el cual el hundimiento se produce:

- 1) Cuando los esfuerzos inducidos en la parte superior de la cavidad son bajos o de tracción, en el cual los bloques de roca pueden caer libremente bajo la influencia de la gravedad. Este tipo de hundimiento suele ser denominado hundimiento por relajación de esfuerzos (stress release caving) y puede ocurrir cuando los esfuerzos horizontales son bajos o donde se han desarrollado slots en la periferia socavada, o bien se ha realizado una minería previa en el entorno del bloque o panel, lo que ha permitido relajar o redistribuir los esfuerzos en la zona del bloque o panel que está siendo explotado.
- 2) Cuando los esfuerzos tangenciales inducidos en la periferia de la cavidad son altos comparados con la resistencia del macizo rocoso y sus discontinuidades, lo que permite la ruptura del macizo rocoso en la periferia y entorno de la cavidad, liberando bloques de rocas que caen bajo la influencia de la gravedad. Aquí el principal mecanismo de ruptura del macizo rocoso es la falla de la roca que está entre las discontinuidades (roca intacta) y también la falla por corte y posterior deslizamiento de las discontinuidades. Este tipo de hundimiento se denomina stress caving.
- 3) Cuando los esfuerzos tangentes a la cavidad no son lo suficientemente altos como para causar la ruptura del macizo, y las componentes horizontales del estado tensional in situ son tales que confinan el macizo rocoso, lo que detiene la propagación del hundimiento y permite la formación de una cavidad meta estable.

En base a lo anterior se tiene que para el caso del stress caving un punto importante a considerar es la resistencia del macizo rocoso y por ende la resistencia de la roca intacta, la cual como se vio en el ejemplo anterior está influenciado por el esfuerzo principal intermedio. A continuación, se muestra un ejemplo en el cual se determina la propagación del hundimiento en una cavidad que está situada bajo un rajo abierto,

situación que genera una mayor concentración de esfuerzos lo que facilita el quiebre del macizo rocoso por concentración de esfuerzos (stress caving).

En primer lugar se tiene que definir el factor de propagación del caving, el cual en términos simples se expresa como el inverso del factor de resistencia. Este factor de ser mayor a 1 indicara que existe hundimiento, de lo contrario no.

$$FPC = \frac{\sigma_1^{inducido} - \sigma_3}{\sigma_1^{peak} - \sigma_3}$$

Por lo tanto para poder calcular el FPC es necesario determinar los esfuerzos inducidos y la resistencia del macizo rocoso. Para el caso de los esfuerzos inducidos se utiliza el software Phase 2D, cuya configuración del sistema y propiedades del macizo rocoso se muestran en la Figura 4-43 y Tabla 4-19 respectivamente. La razón de esfuerzos in situ en el plano es de 2 y fuera de este 1,5.

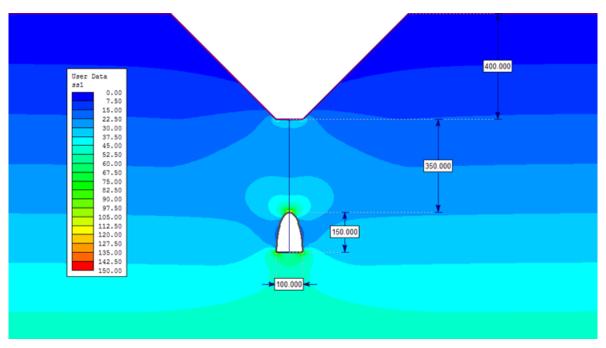


Figura 4-43 Configuración del sistema block caving-rajo abierto en Phase 2D.

Tabla 4-19 Parámetros geotécnicos del macizo rocoso usados en el sistema block caving-rajo abierto

Parámetro	Valor
UCS [MPa]	150
GSI	85
m _i	27
V	0.25
Cohesión [MPa]	17
Ángulo fricción [°]	49

Ahora bien, para calcular los esfuerzos resistentes se utilizaran al igual que en el ejemplo del techo de la galería los criterios de H-B y el modificado de Lade, para así

observar la diferencia entre el considerar o no el esfuerzo principal intermedio. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 4-44. Se observa que si se utiliza un criterio convencional el FPC es cercano a 1 y, por lo tanto, este debería estar en una condición límite de propagación. Sin embargo al considerar σ2 este factor baja drásticamente con lo cual no habría posibilidad de que exista hundimiento. En conclusión, el esfuerzo principal intermedio tendría consecuencias en la propagación del caving siendo este el responsable de que algunas veces no exista hundimiento en casos donde sí se pronosticó.

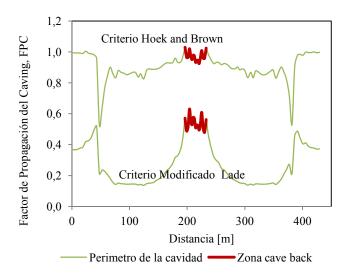


Figura 4-44 Comparación entre el factor de propagación del caving calculado a partir de un criterio convencional (Hoek & Brown) y un criterio no convencional (modificado de Lade)

5.1.3. Dilución de caserones y vetas

La relajación de esfuerzos es una de las condiciones hipotéticas de las operaciones de extracción de vetas angostas, cuyo efecto adverso influye en la predicción de la estabilidad de caserones mediante métodos gráficos existentes. Sin embargo, mientras algunos autores defienden esta hipótesis (Bawden 1993, Kaiser, Falmagne et al. 1997, Diederichs and Kaiser 1999, Kaiser, Yazici et al. 2001, Suorineni, Tannant et al. 2001), algunos presentan evidencia empírica que indica que la relajación de esfuerzos no tiene un efecto significativo en la estabilidad (Potvin 1988, Tyler and Trueman 1993, Wang, Milne et al. 2002). Ante esta discrepancia Stewart (2005) realizo un análisis 2D (Phase 2D) y 3D (Map3d) a una serie de casos en el cual se concluyó que cuando el esfuerzo principal menor es de extensión, el esfuerzo principal intermedio tiene un impacto significativo en el comportamiento del macizo rocoso, proveyendo un efecto de estabilización el cual permite una menor dilución en vetas o caserones.

Más recientemente en un estudio realizado por Castro (2015) mediante modelamiento numérico en FLAC^{3D}, considerando el supuesto de un medio isotropo, lineal y continuo, se determina cuantitativamente el efecto que tiene σ2 en la dilución. Se concluye que a medida que aumenta el esfuerzo principal intermedio la dilución disminuye (Figura 4-45). El modelo que se utilizó para realizar este estudio fue lineal elástico en donde las dimensiones de los caserones son el promedio de la base de datos utilizada (Tabla 4-20) (Mah 1997, Clark 1998, Wang 2004, Capes 2009), mientras que el tensor de esfuerzos fue obtenido de la base de datos de Maloney (2006) en donde para la

profundidad especificada σ_1 y σ_3 tienen un valor de 44 [MPa] y 17 [MPa] respectivamente.

Influencia de esfuerzo principal intermedio (σ 2) en ELOS con criterio propuesto σ 3 (HR, N, h/L)

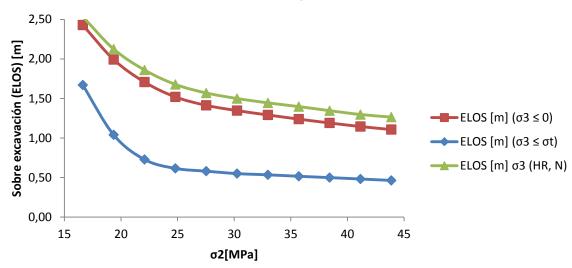


Figura 4-45 Efecto del esfuerzo principal intermedio en la dilución en función del esfuerzo principal intermedio para distintos casos.

Tabla 4-20 Dimensiones, dip y profundidad promedio de la base de datos utilizada

Geometría							
HR [m]	Ancho [m]	Alto [m]	Largo [m]	Dip [m]	Profundidad [m]	h/L	
6	7,2	33,3	23,4	60,9	778,4	1.6	

En conclusión, se tiene que la incorporación del esfuerzo principal intermedio en los análisis de estabilidad de caserones podría mejorar los cálculos de dilución, y por ende poder realizar una mejor planificación.

5.1.4. Resistencia de pilares

Los pilares pueden fallar a bajos esfuerzos por la presencia de estructuras geológicas, como también a profundidades mayores en donde los esfuerzos sobre el pilar exceden a la resistencia de este. Concentrándose en este último punto Dolinar & Esterhuizen (2007) estudiaron a través del modelamiento numérico el aumento de la resistencia del pilar a medida que se aumentaba el largo de este manteniendo razones de ancho/alto constante (Figura 4-46). Este comportamiento puede ser explicado por los esfuerzos inducidos:

En primer lugar al analizar la razón W/H se tiene que para pilares esbeltos (razón W/H bajos) tanto σ2 como σ3 son iguales a 0, por lo tanto, no existe confinamiento y la resistencia del pilar es baja. A medida que la razón W/H

- aumenta, el confinamiento igual lo hace y por lo tanto la resistencia del pilar aumenta.
- Ahora al estudiar el efecto del largo del pilar manteniendo W/H constante se tiene que a medida que aumenta uno de los lados, el esfuerzo principal intermedio incrementa, lo cual como se vio en los ejemplos anteriores (capítulos ¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.,5.1.2,5.1.3) tiene como fecto un aumento del confinamiento y por ende un aumento en la resistencia del pilar.

En resumen, se tiene que el aumento de la resistencia del pilar a medida que aumenta el largo se asocia a un incremento del esfuerzo principal intermedio.

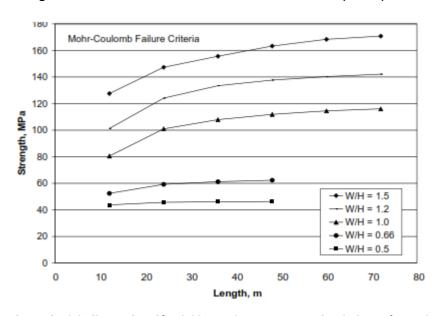


Figura 4-46 Resistencia del pilar en función del largo de este, manteniendo la razón ancho/alto constante (Dolinar and Esterhuizen 2007).

5.1.5. Synthetic rock mass (SRM)

El SRM (Mas Ivars 2010) es una metodología utilizada para representar un macizo rocoso, la cual usa PFC^{3D} para representar a la roca intacta (este software será descrito con mayor detalle en el capítulo 2.4.2) y a los modelos del Discrete Fracture Network (DFN) y Smooth Joint Contact Model (SJCM) (Mas Ivars, Potyondy et al. 2008) para simular a las discontinuidades. En términos simples el DFN representa la geometría de las fracturas y ubicación en el espacio, mientras que el SJCM incorpora las propiedades mecánicas, definidas por la resistencia y la deformabilidad.

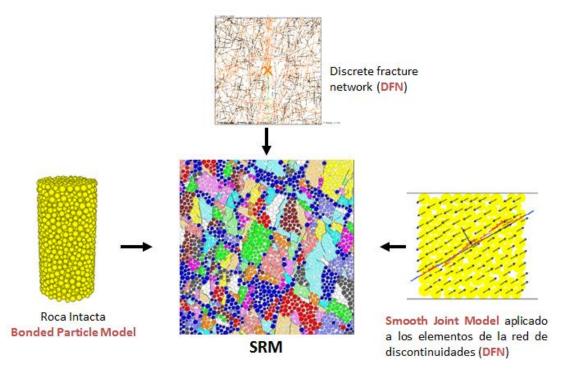


Figura 4-47 Componentes del SRM (Mas Ivars 2010)

La idea de esta técnica es poder estimar el comportamiento y parámetros del macizo rocoso para así ser capaz de resolver y entender por ejemplo los problemas descritos anteriormente.

6. Conclusiones y recomendaciones

En conclusión se tiene que PFC3D representa de buena manera el comportamiento triaxial verdadero de la roca, dado que la diferencia entre los resultados simulados y los de laboratorio difieren en promedio un 12%. Sin embargo hay que tener en consideración que la cantidad de datos disponibles para comparar es escasa y que los resultados de laboratorio tienen una gran variabilidad, por lo tanto hay que tener cuidado a la hora de comparar.

Ahora bien, al analizar el comportamiento de PFC3D en el plano octaédrico se tiene que la diferencia entre los resultados (MAPE) obtenidos por algunos criterios de falla tales como el modificado de Lade y el modificado de Wiebols and Cook es de 11% y 26% respectivamente. Esto nos indica que PFC3D es comparable a criterios de falla no convencionales y por ende se puede establecer como un criterio más para poder representar el comportamiento triaxial verdadero de la roca

A pesar de los buenos resultados obtenidos, PFC3D tiene sus limitaciones. Dentro de estas se encuentra el no poder simular la razón de poisson y el mal comportamiento post peak, el cual se ve reflejado en el mal comportamiento de las curvas esfuerzo deformación a grandes confinamientos y en los resultados obtenidos para el módulo post peak y la dilatancia. Por lo tanto es necesario realizar futuros estudios con versiones nuevas de PFC3D, que utilice un modelo diferente al Enhanced BPM, las cuales puedan mejorar los aspectos mencionados y así tener una mejor representación del comportamiento de la roca.

En cuanto a las implicancias del esfuerzo principal intermedio en el comportamiento de la roca se tiene que a través de PFC3D se evidenciaron las estudiadas experimentalmente, tales como el aumento de la resistencia peak y el retraso del inicio de la dilatancia. En base a todo esto se tiene que existe una herramienta la cual puede representar el comportamiento triaxial verdadero de la roca de una forma aceptable y abre el paso al estudio de los problemas mencionados durante este trabajo, lo cuales están asociados al esfuerzo principal intermedio.

Finalmente como recomendaciones se tiene el comparar los resultados obtenidos con nuevos modelos de PFC3D los cuales puedan representar la razón de poisson y el comportamiento post peak de mejor manera. Además de incluir en el estudio la incorporación de discontinuidades, con el objetivo de estudiar más a fondo los problemas descritos y evidenciar de mejor forma las implicancias del esfuerzo principal intermedio en el diseño minero.

7. Bibliografía

Bawden, W. F. (1993). <u>Applied Rock Engineering in Underground Mine Design</u>. Master of Engineering Science and Sixteend Short Courses in Mining Geomechanics, Curtin University of technology.

Brace, W. and R. Martin (1968). A test of the law of effective stress for crystalline rocks of low porosity. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, Elsevier.

Brace, W. F. (1964). Brittle fracture of rocks. State of Stress in the Earth's Crust W.P. Judd. 110–178.

Brace, W. F. (1964). Brittle fracture of rocks, State of Stress in the Earth's Crust WR Judd, 110–178, Elsevier, New York.

Brown, E. (2003). "Block caving geomechanics (The International Caving Study I, 1997-2000)." <u>University of Queensland, JKMRC monograph series in mining and mineral processing</u> **3**.

Cai, M., P. Kaiser, Y. Tasaka, T. Maejima, H. Morioka and M. Minami (2004). "Generalized crack initiation and crack damage stress thresholds of brittle rock masses near underground excavations." <u>International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences</u> **41**(5): 833-847.

Capes, G. W. (2009). <u>Open stope hangingwall design based on general and detailed data collection in rock masses with unfavourable hangingwall conditions</u>.

Castro, C. (2013). Modelamiento numérico de la dilución por sobre excavación en minería subterránea explotada por sublevel stoping. Santiago, Chile, Universidad de Chile.

Cho, N., C. Martin and D. Sego (2007). "A clumped particle model for rock." <u>International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences</u> **44**(7): 997-1010.

Clark, L. M. (1998). "Minimizing dilution in open stope mining with a focus on stope design and narrow vein longhole blasting."

Colmenares, L. B. and M. D. Zoback (2002). "A statistical evaluation of intact rock failure criteria constrained by polyaxial test data for five different rocks." <u>International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences</u> **39**(6): 695-729.

Cundall, P. A. and R. D. Hart (1992). "Numerical modelling of discontinua." <u>Engineering computations</u> **9**(2): 101-113.

Cundall, P. A. and O. D. Strack (1979). "A discrete numerical model for granular assemblies." Geotechnique **29**(1): 47-65.

Dershowitz, W. and H. Einstein (1988). "Characterizing rock joint geometry with joint system models." Rock Mechanics and Rock Engineering **21**(1): 21-51.

Diederichs, M. and P. Kaiser (1999). "Tensile strength and abutment relaxation as failure control mechanisms in underground excavations." <u>International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences</u> **36**(1): 69-96.

Dolinar, D. R. and G. S. Esterhuizen (2007). <u>Evaluation of the effect of length on the strength of slender pillars in limestone mines using numerical modeling</u>. Proceedings of the 26th international conference on ground control in mining, Morgantown, WV: West Virginia University.

Drucker, D. C. and W. Prager (2013). "Soil mechanics and plastic analysis or limit design." <u>Quarterly of applied mathematics</u> **10**.

Ewy, R. (1999). "Wellbore-stability predictions by use of a modified Lade criterion." <u>SPE drilling & completion</u> **14**(2): 85-91.

Flores, G., P. Lledó and A. Karzulovic (2003). Geotechnical guidelines for a transition from open pit to underground mining. <u>Project ICS-II, Task 4</u>: 125.

Haimson, B. and C. Chang (2000). "A new true triaxial cell for testing mechanical properties of rock, and its use to determine rock strength and deformability of Westerly granite." <u>International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences</u> **37**(1–2): 285-296.

Heard, H. C., A. Abey, B. Bonner and R. Schock (1974). Mechanical behavior of dry Westerly Granite at high pressure, California Univ., Livermore (USA). Lawrence Livermore Lab.

Hoek, E. and E. T. Brown (1980). "Empirical strength criterion for rock masses." <u>Journal of Geotechnical</u> and Geoenvironmental Engineering **106**(ASCE 15715).

Holt, R., J. Kjølaas, I. Larsen, L. Li, A. Gotusso Pillitteri and E. Sønstebø (2005). "Comparison between controlled laboratory experiments and discrete particle simulations of the mechanical behaviour of rock." <u>International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences</u> **42**(7): 985-995.

Johnson, B., M. Friedman, T. Hopkins and S. Bauer (1987). <u>Strength And Microfracturing Of Westerly Granite Extended Wet And Dry At Temperatures To 800? C And Pressures To 200 Mpa</u>. The 28th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS).

Kaiser, P., V. Falmagne, F. Suorineni, M. Diederichs and D. Tannant (1997). "Incorporation of rock mass relaxation and degradation into empirical stope design." CIM-AGM, Vancouver.

Kaiser, P., S. Yazici and S. Maloney (2001). "Mining-induced stress change and consequences of stress path on excavation stability—a case study." <u>International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences</u> **38**(2): 167-180.

Kawakata, H., A. Cho, T. Kiyama, T. Yanagidani, K. Kusunose and M. Shimada (1999). "Three-dimensional observations of faulting process in Westerly granite under uniaxial and triaxial conditions by X-ray CT scan." <u>Tectonophysics</u> **313**(3): 293-305.

Kawakata, H. and M. Shimada (2000). "Theoretical approach to dependence of crack growth mechanism on confining pressure." Earth Planets and Space **52**(5): 315-320.

Mah, S. G. L. (1997). "Quantification and prediction of wall slough in open stope mining methods." Maloney, S., P. Kaiser and A. Vorauer (2006). <u>A re-assessment of in situ stresses in the Canadian Shield</u>. Golden Rocks 2006, The 41st US Symposium on Rock Mechanics (USRMS).

Mas Ivars, D. (2010). Bonded particle model for jointed rock mass, KTH.

Mas Ivars, D. (2013). Comunicación personal.

Mas Ivars, D. and L. Bouzeran (2012). Intact rock calibration. Synthetic Rock Mass (SRM) Fragmentation Analysis- El Teniente. France, Itasca Consultants S.A.S.

Mas Ivars, D., D. Potyondy, M. Pierce and P. Cundall (2008). "The smooth-joint contact model." Proceedings of WCCM8-ECCOMAS.

Mogi, K. (1971). "Fracture and flow of rocks under high triaxial compression." <u>Journal of Geophysical</u> <u>Research</u> **76**(5): 1255-1269.

Mogi, K. (2007). Experimental rock mechanics, CRC Press: 66-185.

Potvin, Y. (1988). "Empirical stope design in Canada." <u>Department of Mining and Minerals Processing</u> (<u>University of British Columbia: Canada</u>).

Potyondy, D. (2011). <u>Parallel-bond refinements to match macroproperties of hard rock</u>. Continuum and distinct element modeling in Geomechanics (Proceedings, 2nd International FLAC/DEM Symposium): Itasca International, paper.

Potyondy, D. O. and P. A. Cundall (2004). "A bonded-particle model for rock." <u>International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences</u> **41**(8): 1329-1364.

Schöpfer, M. P., C. Childs and T. Manzocchi (2013). "Three-dimensional failure envelopes and the brittle-ductile transition." <u>Journal of Geophysical Research: Solid Earth</u>.

Stewart, P. C. (2005). "Minimising dilution in narrow vein mines."

Stewart, P. C. (2005). <u>Minimising dilution in narrow vein mines</u>. PHD Thesis, The University of Queensland.

Suorineni, F., D. Tannant, P. Kaiser and M. Dusseault (2001). "Incorporation of a fault factor into the stability graph method: Kidd mine case studies." Mineral Resources Engineering **10**(01): 3-37.

Suzuki, K. (2013). <u>Aplicación de la técnica</u> <u>synthetic rock mass a escala de laboratorio</u>, Universidad de Chile.

Tyler, D. and R. Trueman (1993). "Probabilistic key-block analysis for support design and effects of mining-induced stress on key-block stability-a case study." <u>Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy. Section A. Mining Industry</u> **102**.

Wang, J. (2004). "Influence of stress, undercutting, blasting and time on open stope stability and dilution."

Wang, J., D. Milne, M. Yao and G. Allen (2002). <u>Factors influencing open stope dilution at Hudson Bay Mining and Smelting</u>. 5th North American Rock Mechanics Symposium, Toronto, Canada.

Wang, Y. and F. Tonon (2009). "Modeling Lac du Bonnet granite using a discrete element model." <u>International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences</u> **46**(7): 1124-1135.

Yoon, J. S., A. Zang and O. Stephansson (2012). "Simulating fracture and friction of Aue granite under confined asymmetric compressive test using clumped particle model." International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 49: 68-83.

Yuan, S.-C. and J. Harrison (2004). "An empirical dilatancy index for the dilatant deformation of rock." <u>International journal of rock mechanics and mining sciences</u> **41**(4): 679-686.

Zhou, S. (1994). "A program to model the initial shape and extent of borehole breakout." <u>Computers & Geosciences</u> **20**(7): 1143-1160.