



**UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA DE MINAS**

**MODELAMIENTO Y COSIMULACIÓN DE LEYES
EN UN YACIMIENTO FERRÍFERO**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO
CIVIL DE MINAS**

NADIA MACARENA MERY GUERRERO

**PROFESOR GUÍA:
XAVIER EMERY**

**MIEMBROS DE COMISIÓN:
ALEJANDRO CÁCERES SAAVEDRA
JULIÁN ORTIZ CABRERA**

**SANTIAGO DE CHILE
2015**

RESUMEN

La cuantificación de los recursos existentes en depósitos minerales es un proceso clave para las etapas posteriores de planificación y diseño minero. Actualmente, la distribución de los recursos dentro de los yacimientos es compleja ya que considera una alta cantidad de variables de interés y diversas relaciones entre los elementos de interés y tipos de roca.

El presente trabajo aborda el problema de la cuantificación multivariable de los recursos existentes en un yacimiento ferrífero, donde las variables de interés corresponden a las leyes de cinco elementos (hierro, sílice, manganeso, fósforo, aluminio), pérdida de fuego y la fracción granulométrica del material superior a 6.3 [mm]. La información proviene de una malla de sondajes pseudo-regular con dimensiones de 50x50 [m] a 100x100 [m]. La cuantificación de los recursos se realiza mediante un modelo propuesto de cosimulación, utilizando el modelo multigaussiano con algoritmo de bandas rotantes.

Esta investigación se distingue por dos razones. La primera de ellas se refiere a la definición de los dominios geológicos. La práctica habitual consiste en dividir el cuerpo mineral en unidades geológicas, donde las propiedades de las variables a simular son espacial y estadísticamente homogéneas. En el presente estudio, sin embargo, la definición de las unidades geológicas depende de la variable de interés, lo que resulta en un conjunto de unidades que pueden ser iguales, disjuntas o traslapadas al comparar distintas variables. Como resultado de ello, la ley de una variable puede ser discontinua al cruzar un límite geológico, mientras que en otra variable es probable que sea continua a través del mismo límite. El segundo rasgo distintivo corresponde a que todas las variables, incluso cuando se definen en unidades geológicas que no traslapan, se suponen con correlación cruzada. Lo anterior requiere el cálculo y ajuste de pseudo-variogramas directos y cruzados que permitan modelar la estructura de correlación. Por consiguiente, la presencia de un límite geológico duro no descarta la influencia de los datos entre un lado y otro de la frontera.

A través del modelo propuesto se generaron cien realizaciones de una sección del depósito, que permitió obtener la distribución de las leyes medias, varianzas y correlaciones. Adicionalmente, se elaboraron curvas tonelaje-ley, con las cuales es posible conocer los recursos recuperables a una ley de corte económica y determinar escenarios para dicho inventario. A través de los resultados obtenidos, es posible apreciar la relación directa que existe entre la generación de leyes simuladas y los litotipos a las cuales se asocian.

La validación del modelo de cosimulación planteado y sus parámetros se efectuó mediante validación cruzada. Este proceso permitió reproducir de forma adecuada las estadísticas de los datos condicionantes, con errores promedio cercanos a cero. Por otro lado, se verificó el cumplimiento de la exactitud y precisión del modelo, validando así la capacidad del modelo propuesto de predecir las variables sin sesgo y medir su incertidumbre.

Finalmente, se concluye que la cosimulación de las variables de interés responde de forma adecuada en términos estadísticos, de continuidad y de reproducción de las distribuciones, generando diversos escenarios posibles de la realidad del yacimiento estudiado. La metodología propuesta se presenta como alternativa en la determinación de leyes en un yacimiento polimetálico, incorporando la información de las variables continuas y también su relación con las variables categóricas.

ABSTRACT

Quantification of existing resources in ore deposits is key to the later stages of mine planning and mine design processes. Nowadays, the distribution of mineral resources within the deposits is complex because it takes into consideration a high number of variables of interest and various relationships between the elements of interest and rock types.

This paper addresses the problem of multivariable quantification of mineral resources in an iron ore deposit, where the variables of interest match the grades of six elements (iron, silica, alumina, phosphorous, manganese, loss of ignition) and the granulometric fraction of the material above 6.3 [mm], which is positioned in a quasi-regular design of 50x50 [m] to 100x100 [m]. Quantification of resources is performed by model proposed cosimulation, using the multigaussian model whit turning bands algorithm.

The case study under consideration is distinctive for two reasons. The first one relates to geological domaining. The usual practice consists in splitting the ore body into geological units, in which the properties of the variables to simulate are spatially and statistically homogeneous. In the present study however, the definition of geological units depends on the variable of interest, resulting in a set of units that may be equal, disjoint or overlapping when comparing the different variables. As a result, one variable may be discontinuous when crossing a geological boundary, while another is likely to be continuous across the same boundary. The second distinctive feature is that all the variables, even when they are defined in non-overlapping geological units, are assumed to be cross-correlated, which requires calculating and fitting their direct and cross variograms to model their joint correlation structure. Accordingly, the presence of a geological boundary does not screen out the influence of the data between one side and the other of the boundary.

A total of one hundred realizations of the ore deposits section produced have allowed to obtain the distribution of average grades, variances and correlations, in addition to grade-tonnage curves with which it is possible to determine the recoverable resources to a cut-off grade and determine economic scenarios for such inventory.

Validations of the uncertainty model and its parameters were realized by performing leave-one-out cross validation. This process validated the reproduction of the conditioning data whit average error close to zero. Moreover, compliance with the accuracy and precision of the model were verified, thus validating the model's ability to predict variables without bias and measurement uncertainty.

It is concluded that the cosimulation of the variables of interest responds appropriately in statistical, continuity and reproduction of distributions terms, generating different feasible scenarios for the reality of the ore deposit studied. This methodology is presented as an alternative in the measurement of a polymetallic deposit grades, adding information to continuous variables and their connection with categorical variables.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar agradezco al profesor Xavier Emery, quien además de enseñarme todo lo necesario para la realización de este trabajo, ha sido un docente y una persona espectacular. Siempre con buena disposición, además de entregarme su apoyo y confianza durante todos los semestres que hemos compartido. También agradezco la orientación, correcciones y apoyo brindado por los miembros de la comisión: Alejandro Cáceres y Julián Ortiz.

Al proyecto Fondecyt 1130085 'Geostatistical modeling of ore bodies with heterogeneous spatial variations' y la compañía minera VALE, quienes ayudaron con los recursos necesarios para el desarrollo de este trabajo de título.

No hubiese sido posible estar hoy entregando este trabajo sin el apoyo, cariño, paciencia y amor de mi familia. Gracias mamá por tu apoyo incondicional en esta última etapa, por ser la persona más esforzada y luchadora que conozco, y por enseñarme que los sueños y metas se construyen día a día. A ti papá, te agradezco el haberme mostrado lo lindo que es aprender día a día cosas nuevas, tu inmensa sabiduría y todo lo que me consentiste estos años de vida. A mis hermanos Andrés y Ariel por ser mi ejemplo a seguir y fuente infinita de admiración; gracias por sus consejos, cariño e incondicionalidad. A mis tíos Juan y Rosa, por el cariño, comprensión y por ser mis segundos padres. Gracias a mis sobrinos, Fernando, Matías y la pequeña Rafaela por ser una fuente de motivación, alegría e inocencia. Como olvidar a mi noble compañera de descansos, ternura y rabias, mi Antonia. Finalmente agradecer al angelito que me ha cuidado y guiado en este proceso...mi abuelita.

Gracias a las personas con quienes he compartido momentos memorables de alegría, mis amigos. Stefy, Napo y Monis gracias por ser parte fundamental de mi infancia y adolescencia. Gracias a mis amigos de primer año de universidad, quienes han sido sin duda los mejores que pude haber conocido: Llama, Tomi, Ian, Sobi, Robi, pues a pesar de los años que han pasado seguimos riendo y compartiendo momentos iguales o mejores que al comienzo. A todos ellos que saben lo importante que son y han sido para mí, infinitas gracias.

A las todas personas que he conocido en el Departamento de Minas, en especial la buena disposición y preocupación de Juanita, y la simpatía, atenciones y conversaciones con Luchito. Gracias también a los futuros mineros con quienes espero encontrarme en mi vida laboral: Luis S., Javi I., Loco Carlos, Ignacio M, Alejandro R., Francisco R. y Matías F., Erika P., Sibila V., Alfonso A., Leopoldo M., Seba M., entre muchos otros; gracias por todos y cada uno de los momentos vividos.

Finalmente, dedico este trabajo y agradezco la compañía, apoyo y amor incondicional de mi compañero de vida de estos últimos años, Diego. Gracias por estar siempre allí, por saber entender y apoyar; por ser mi compañero de estudios, por ser quien me animaba en los momentos de flaqueza, por ser mi amigo, confidente, y entender todas y cada una de mis decisiones, incluso cuando no estás de acuerdo con ellas. Gracias por escuchar, hacerme sonreír y por el infinito amor que me has entregado y has permitido entregarte.

TABLA DE CONTENIDO

CAPÍTULO 1

1.1.	Motivación del trabajo	2
1.2.	Objetivos	3
1.3.	Alcances del estudio.....	3
1.4.	Innovación y aporte al estado del arte.....	3
1.5.	Estructura del trabajo de investigación	4

CAPÍTULO 2: ANTECEDENTES

2.1.	Antecedentes generales sobre geoestadística	5
2.2.	Estimación de variables regionalizadas	5
2.2.1	Estudio Exploratorio	5
2.2.2	Estudio variográfico.....	6
2.2.2.1	Variograma.....	6
2.2.2.2	Covarianza.....	7
2.2.2.3	Pseudo-Variograma.....	7
2.2.3	Métodos de estimación espacial.....	9
2.2.3.1	Métodos de estimación multivariable: Cokriging.....	9
2.2.3.1.1	Cokriging simple.....	9
2.2.3.1.2	Cokriging ordinario.....	10
2.2.3.1.3	Principales propiedades del cokriging	10
2.3.	Simulación de variables regionalizadas	11
2.3.1	Modelo multigaussiano	11
2.3.1.1	Algoritmos de simulación	12
2.3.1.1.1	Método de Bandas Rotantes.....	12
2.3.1.1.1.1	Caso univariable.....	13
2.3.1.1.1.2	Caso multivariable	13
2.3.1.1.2	Condicionamiento de las realizaciones	14
2.3.1.2	Implementación del algoritmo de simulación.....	14
2.3.1.3	Validación de las simulaciones	15
2.3.1.3.1	Validación cruzada.....	15

CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA	16
--------------------------------------	-----------

CAPÍTULO 4: CASO DE ESTUDIO: YACIMIENTO DE FIERRO

4.1. Geología del depósito de hierro	18
4.1.1 Geología regional	18
4.1.1.2 Itabiritas.....	19
4.1.1.3 Minerales de hierro	19
4.1.2 Geología local	20
4.2. Estudio exploratorio de sondajes de exploración.....	21
4.2.1 Base de datos.....	21
4.2.2 Distribución espacial de sondajes de exploración.....	22
4.2.3 Estadísticas básicas: variables categóricas.....	24
4.2.4 Estadísticas básicas: variables continuas	25
4.2.4.1 Hierro	28
4.2.4.2 Sílice.....	28
4.2.4.3 Fósforo	29
4.2.4.4 Aluminio	31
4.2.4.5 Manganeso	32
4.2.4.6 Pérdida de fuego.....	33
4.2.4.7 Granulometría G1.....	34
4.3. Modelo de bloques interpretado.....	36

CAPÍTULO 5: MODELAMIENTO Y COSIMULACIÓN DE LEYES

5.1. Definición de unidades geológicas.....	40
5.1.1 Hierro	40
5.1.2 Sílice.....	43
5.1.3 Fósforo	45
5.1.4 Aluminio	48
5.1.5 Manganeso	50
5.1.6 Pérdida de fuego.....	51
5.1.7 Granulometría G1.....	54

5.1.8 Resumen.....	56
5.2. Desagrupamiento de datos	57
5.3. Anamorfosis Gaussiana.....	58
5.3.1 Estadísticas de variables Gaussianas.....	59
5.3.2 Estudio de bigaussianidad	59
5.3.2.1 Nubes de correlación diferida	60
5.4. Variografía	61
5.4.1 Variografía experimental	61
5.4.2 Ajuste de pseudo-variogramas	63
5.5. Cosimulación.....	65
5.5.1 Definición del sector a simular	66
5.5.2 Parámetros de la cosimulación.....	68
5.5.3 Visualización de realizaciones	68

CAPÍTULO 6: PROCESAMIENTO DE LAS REALIZACIONES

6.1. Distribución y estadísticas de leyes medias simuladas	72
6.1.1 Incertidumbre global	72
6.1.2 Incertidumbre por unidad geológica	74
6.2. Distribución y estadísticas en términos de varianza	76
6.3. Distribución de la correlación entre diferentes variables.....	78
6.4. Comparación de diagramas de dispersión.....	80
6.5. Curvas tonelaje-ley.....	82
6.6. Herramientas de distribución	85

CAPÍTULO 7: VALIDACIÓN DE LA COSIMULACIÓN

7.1. Reproducción de estadísticas	89
7.2. Estadísticas de los errores de simulación.....	89
7.3. Medición de la exactitud	90
7.4. Cuantificación de la precisión.....	92

CAPÍTULO 8: CONCLUSIONES

8.1. Preámbulo	94
----------------------	----

8.2.	Aspectos distintivos del modelo de cosimulación propuesto.....	94
8.3.	Implementación del modelo de cosimulación propuesto	94
8.4.	Resultados obtenidos con el modelo de cosimulación propuesto: aplicación en yacimiento ferrífero	95
8.5.	Validación del modelo de cosimulación propuesto	96
8.6.	Utilidad del modelo de cosimulación propuesto	97
8.7.	Conclusiones finales.....	97
8.8.	Recomendaciones y enfoques futuros	97
BIBLIOGRAFÍA		98
ANEXO A: Anamorfosis a datos de sondajes de exploración		100
ANEXO B: Nubes de correlación diferida de datos gaussianos.....		103
ANEXO C: Pseudo-variogramas cruzados experimentales		109
ANEXO D: Ajuste de pseudo-variogramas cruzados experimentales		112

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

La estimación de recursos de un yacimiento es una etapa crucial pues afecta procesos posteriores como la planificación, evaluación económica, diseño y operación mina. Considerar los factores que la determinan y estimarlos de la mejor forma posible es una oportunidad que se busca en el negocio minero y que cada día cobra más relevancia.

La transición desde los datos obtenidos del muestreo al modelo final de recursos debe incorporar la variabilidad e incertidumbre geológica debida al desconocimiento que se posee del recurso. En especial debe hacerse frente al desconocimiento existente en las variables continuas y categóricas que son representativas del yacimiento que se desea estudiar (leyes de metales, tipos de litofacies, parámetros geometalúrgicos, entre otros).

Usualmente la estimación de recursos se realiza con técnicas como kriging o cokriging, las cuales interpolan el valor en un sitio no muestreado entregando una estimación insesgada y con mínima varianza del error. Sin embargo se sabe que estos procesos tienen ciertas limitaciones, siendo una de éstas el suavizamiento que genera en las variables estimadas. Para hacer frente a esta problemática se utilizan simulaciones, que permiten generar diversos escenarios equiprobables de las variables de interés, capturando la variabilidad espacial e incertidumbre que mediante los métodos de estimación no son consideradas.

En los yacimientos actuales es común observar una alta cantidad de variables de interés, las que guardan relación entre sí. Es por este motivo que el enfoque multivariable es cada vez más aplicado en la industria minera, ya que si se consideran las relaciones existentes entre las variables se agrega información determinante al momento de la cuantificación de recursos. Asimismo, resulta de interés considerar las relaciones existentes entre las unidades geológicas (UG) y la distribución espacial de las leyes, pues corresponden a procesos dependientes que guardan información crucial para la estimación de los recursos de un yacimiento.

1.1. MOTIVACIÓN DEL TRABAJO

La mayoría de los yacimientos que actualmente se encuentran en etapas de producción o ya agotaron sus reservas económicas, realizaron su evaluación de recursos geológicos mediante la aplicación de técnicas univariadas, siendo poco usadas las versiones multivariadas como el cokriging y las cosimulaciones.

En este sentido es importante considerar que día a día los yacimientos se vuelven más complejos tanto por las condiciones adversas que presentan (disminución de leyes, profundización, regulación medioambiental, productividad, entre otros) y también por el aumento de la información disponible en ellos (leyes de elementos principales, secundarios, contaminantes, litofacies, parámetros geo-metalúrgicos, etc.). Esto más que ser un problema es una oportunidad de incorporar la información disponible, comprender y conocer de manera adecuada el depósito geológico que se modela, cuantificar la incertidumbre, disminuir el riesgo y generar un escenario robusto que maximice el beneficio económico del proyecto que se desarrolla.

Para que lo anterior sea posible, es vital contar con algoritmos multivariados que incluyan dicha información y entreguen modelos de recursos para definir escenarios e intervalos de confianza que permitan mitigar el riesgo debido al desconocimiento del fenómeno que se estudia.

Para la determinación de leyes, el modelo multigaussiano es el de mayor aplicabilidad en la actualidad. No obstante este puede ser utilizado con distintos algoritmos, dentro de los que destacan la simulación secuencial, método de descomposición matricial y bandas rotantes. Estos algoritmos pueden utilizar la información de los sondeos de exploración mediante el condicionamiento de los resultados, lo que permite generar escenarios que reproducen las características existentes en los sitios muestreados. Por su parte, la interpretación geológica se caracteriza por generar un único escenario del fenómeno basado en la limitada información disponible e interpretaciones personales, produciendo un modelo que no reproduce de forma integral el fenómeno correspondiente.

Por lo anterior, existe un especial interés en la integración de la información disponible de las campañas de sondeos. Por ejemplo, las leyes de los metales y los tipos de rocas son fenómenos naturales que no ocurren de forma independiente, por lo tanto, deben ser integrados si se busca generar un modelo homologable con la realidad. Esto es lo que motiva la realización del siguiente estudio, es decir, la generación de diversos escenarios de leyes de un yacimiento que integren la información de las unidades de estimación de cada una de las variables de interés.

1.2. OBJETIVOS

El objetivo principal de la presente memoria de título es simular de forma conjunta las leyes de las variables de interés (fierro, sílice, fósforo, aluminio, manganeso, pérdida de fuego y granulometría G1) asociadas a unidades geológicas determinísticas, en un yacimiento ferrífero.

Para cumplir con este objetivo, se proponen los siguientes objetivos específicos claves en la investigación.

1. Determinar las unidades de estimación relevantes para cada elemento de interés.
2. Modelar la estructura de correlación espacial de las variables definidas. Esto puede considerar unidades geológicas que según sea el caso serán iguales, traslapadas o disjuntas.
3. Aplicar simulación multigaussiana multivariable.
4. Validar la capacidad de predicción y medición de la incertidumbre de la simulación.

1.3. ALCANCES DEL ESTUDIO

El trabajo de título consiste en la cosimulación de leyes en un yacimiento ferrífero, incorporando información de las unidades de estimación de cada una de las variables de interés (leyes). Para esto se dispone de una base de datos con sondajes de exploración de un yacimiento, la cual posee información de las leyes y los tipos de roca. También se cuenta con un modelo de rocas interpretado, que representa la sección de interés a simular. Este modelo de rocas será el único utilizado ya que los tipos de roca no serán simulados.

Finalmente, es importante destacar que no serán considerados los temas de aditividad, estacionaridad, estequiometría y relaciones complejas existentes entre las variables a estimar.

1.4. INNOVACIÓN Y APORTE AL ESTADO DEL ARTE

Respecto a la metodología tradicional este trabajo incorpora dos variantes significativas. La primera de ellas corresponde a la definición de las unidades de estimación y la segunda hace referencia a la existencia de correlación cruzada entre todas las variables simuladas.

1. Usualmente los dominios geológicos de simulación se definen al dividir el cuerpo mineral en unidades donde las propiedades son homogéneas en términos estadísticos, espaciales y geológicos, siendo iguales estos dominios para todas las variables de interés. Además esta definición posee un carácter subjetivo debido a que varía de acuerdo a quien la realiza, estando sesgada a la experiencia e información disponible del modelo geológico. En el presente estudio, la definición de los dominios geológicos varía de acuerdo a la variable de interés, pudiendo existir unidades iguales, disjuntas o traslapadas al comparar las diferentes variables. La principal implicancia de esta forma de definición de dominios geológicos es que la ley de una variable puede ser continua a través de un límite geológico y a la vez ese mismo límite puede ser discontinuo para la ley de otra variable. Este punto es relevante también, ya que en casos multivariables los dominios de estimación no tienen por qué ser iguales para todas las variables, ya que pueden existir

relaciones entre la aparición de determinados litotipos y las leyes de los elementos de interés.

2. A pesar de definir unidades de estimación disjuntas para ciertas variables, se supondrá la existencia de correlación cruzada entre ellas, y entre todas las variables. Este caso particular de modelamiento se asocia a un muestreo heterotópico, para lo que se requiere emplear una herramienta capaz de capturar la correlación existente entre dos variables no muestreadas en los mismos puntos del espacio. Como solución se utiliza el pseudo-variograma cruzado, en vez de la función tradicional. La implicancia directa de esta particularidad, está en el hecho de que un límite geológico duro no descarta la influencia de los datos existentes a ambos lados de la frontera, permitiendo incorporar información clave a la cosimulación de las variables de interés.

1.5. ESTRUCTURA DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

Los resultados de la cosimulación de leyes aplicada a un caso de estudio se presentan en los siguientes capítulos:

Capítulo 1–Introducción del tema de investigación desarrollado. Se establecen en él los objetivos y alcances que justifican la investigación.

Capítulo 2 –Antecedentes generales y principales asociados a la investigación, con énfasis en las herramientas empleadas para el desarrollo de éste.

Capítulo 3 –Metodología empleada durante el desarrollo del trabajo.

Capítulo 4–Antecedentes asociados al sector utilizado como caso estudio. Es importante destacar que no se entregan detalles del depósito particular a utilizar, por confidencialidad de dicha información.

Capítulo 5 –Cosimulación de leyes de las diferentes variables de interés, mediante método propuesto. Para esto se indican los pasos utilizados de forma secuencial, junto a los principales resultados generados en este proceso.

Capítulo 6 –Los resultados de las simulaciones obtenidas en el capítulo anterior se estudian y analizan, en términos de distribución de estadísticos, curvas de recursos y otras herramientas de distribución.

Capítulo 7 –Validación del modelo empleado en la cosimulación de leyes, analizando la capacidad de predicción de éste.

Capítulo 8 –Conclusiones y análisis desprendidos de la realización del trabajo de título.

CAPÍTULO 2

ANTECEDENTES

2.1. ANTECEDENTES GENERALES SOBRE GEOESTADÍSTICA

La geoestadística [2] es una rama de la estadística aplicada al estudio de variables regionalizadas, es decir, atributos que se distribuyen en el espacio y presentan cierta continuidad espacial, aunque varían irregularmente a escala local. Ejemplos de variables regionalizadas son la ley de los elementos del yacimiento, el tipo de roca, concentración de contaminantes, densidad de roca, entre otros. Los principales atributos que definen una variable regionalizada son su naturaleza, el dominio que abarca y el soporte sobre el cual fue medida.

En el caso multivariable se habla de coregionalización para indicar a un conjunto de variables regionalizadas.

Para comprender el estudio de una variable regionalizada $z(x)$, donde x denota la posición espacial, es vital entender que ésta se interpreta como una realización de variables aleatorias $Z(x)$, las que a su vez están determinadas por su distribución de probabilidad. El conjunto de variables aleatorias en el espacio se denomina función aleatoria y se representa por la siguiente expresión:

$$Z = \{Z(x), x \in \text{Dominio}\}$$

Las funciones aleatorias quedan generalmente definidas por el cálculo de sus momentos y la presunción de hipótesis como la estacionaridad, es decir, considera que la distribución espacial es invariante por traslación en el espacio. Existen distintos grados de estacionaridad (estricta, de segundo orden, intrínseca, local), en función de qué momentos se consideran invariantes y a qué escala se supone válida la hipótesis.

2.2. ESTIMACIÓN DE VARIABLES REGIONALIZADAS

Existen diversos aspectos que se deben considerar al efectuar una predicción o estimación espacial. A continuación se describen los principales.

2.2.1 Estudio Exploratorio

El objetivo primordial es conocer la distribución de la variable regionalizada en estudio, definir zonas de interés, aplicar desagrupamiento en caso de muestreos irregulares, detectar errores, incoherencias o información duplicada en la base de datos, junto con la caracterización de los estadísticos uni y multivariables.

Las herramientas que se emplean en esta etapa consideran:

1. Mapas de ubicación espacial de los datos

2. Estadísticas descriptivas de las variables de interés
3. Histogramas para determinar las distribuciones experimentales
4. Gráficos de probabilidad y QQ plot para la comparación de distribuciones
5. Nubes de correlación para visualizar variables en función de otras y determinar así su relación
6. Otras herramientas como: matriz de correlación, nubes de correlación diferidas, etcétera.

2.2.2 Estudio variográfico

Se busca caracterizar la dependencia espacial de las variables aleatorias en función de la correlación existente entre ellas. Para esto se cuenta con los momentos de segundo orden: variograma, correlograma y covarianza.

2.2.2.1 Variograma

El variograma es una de las herramientas más utilizadas en el estudio variográfico, tanto en su versión directa (univariable) como cruzada (multivariable), ya que corresponde a una medida de cómo se desestructura una variable en el espacio. A continuación se presenta la función del variograma experimental en su versión directa.

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2|N(h)|} \sum_{N(h)} [z(x_\alpha) - z(x_\alpha + h)]^2 \quad (2.1)$$

donde la variable regionalizada es $z(x)$, $N(h)$ corresponde al número de pares de datos disponibles para una separación dada por un vector h , siendo $\{(x_\alpha, x_\alpha + h), \alpha = 1, \dots, N(h)\}$ las posiciones de estos pares de datos. En el caso multivariable se define el variograma cruzado entre dos variables z_i y z_j como:

$$\hat{\gamma}_{ij}(h) = \frac{1}{2|N_{ij}(h)|} \sum_{N_{ij}(h)} [z_i(x_\alpha) - z_i(x_\alpha + h)][z_j(x_\alpha) - z_j(x_\alpha + h)] \quad (2.2)$$

donde $N_{ij}(h)$ es el número de pares de datos que se consideran para calcular el estimador, los que se encuentran separados entre sí por un vector de distancia h .

Las expresiones anteriores representan la función obtenida de forma experimental, la cual debe ser modelada porque considera solamente determinadas distancias y orientaciones para el vector h .

Los principales modelos consideran la definición de un efecto pepita, que tiene que ver con la discontinuidad en el origen, además de modelos teóricos como los esféricos, exponenciales, Gaussianos, entre otros.

Para el caso multivariable el proceso de modelamiento debe considerar todos los variogramas experimentales directos y cruzados. Este proceso se plasma en un modelo lineal de

coregionalización, es decir, un conjunto de estructuras básicas representadas mediante matrices donde la diagonal corresponde a las mesetas asociadas a los variogramas directos y el resto corresponde a las de los variogramas cruzados [11] [17].

La ecuación general del modelo para N variables en forma matricial se define como sigue.

$$\Gamma(h) = \sum_{s=1}^s B_s g_s(h) \quad (2.3)$$

donde $B_s = [b_{ij}^s]$ (con $i, j = 1, \dots, N$) se define como una matriz de coregionalización (simétrica y de tipo semi-definida positiva) y $g_s(h)$ es un modelo básico de variograma elegido entre los típicamente usados (exponencial, esférico, Gaussiano, etc).

2.2.2.2 Covarianza

La función covarianza permite medir el grado de similitud entre dos variables z_i y z_j ubicadas en x_α y x_β respectivamente. La función experimental queda representada mediante la siguiente expresión.

$$\widehat{C}_{ij}(h) = \frac{1}{|N_{ij}(h)|} \sum_{N_{ij}(h)} [z_i(x_\alpha) - m_i][z_j(x_\beta) - m_j] \quad (2.4)$$

donde $N_{ij}(h)$ es análogo al presentado en el punto anterior y m_i, m_j representan las medias de las variables z_i y z_j , respectivamente.

En función de las hipótesis de estacionaridad y, por lo tanto, la forma de cálculo utilizada para estimar m_i y m_j se tienen distintos tipos de covarianza. Si se considera que la media de la variable corresponde a la media de todos los valores disponibles, se trata de la función de covarianza tradicional. Si se considera que la media depende solo de los pares de datos ubicados a una distancia h se trata de la función de covarianza no ergódica. Si se considera que las medias de ambas variables tienen un valor igual a cero se trata de la covarianza no centrada.

Bajo hipótesis de estacionaridad de segundo orden y paridad, la covarianza cruzada se relaciona con el variograma cruzado mediante la siguiente expresión.

$$\gamma_{ij}(h) = C_{ij}(0) - C_{ij}(h)$$

Al igual que el variograma la función covarianza considera los mismos parámetros para su modelamiento.

2.2.2.3 Pseudo-Variograma

El variograma cruzado tradicional permite realizar estimaciones cuando los datos de dos variables han sido medidos en los mismos puntos del espacio, es decir, un muestreo homotópico. Como alternativa a esta limitación se presenta el pseudo-variograma cruzado [1] [14] [16], el cual

en su versión experimental permite calcular la pérdida de correlación entre dos variables que no han sido igualmente muestreadas, siendo lo anterior su principal ventaja de aplicación [16].

Clark *et al.* [1] definieron el pseudo variograma cruzado mediante la siguiente expresión:

$$\pi_{ij}(h) = \frac{1}{2} E\{[Z_i(x) - Z_j(x+h)]^2\} \quad (2.5)$$

el cual se estima experimentalmente por

$$\widehat{\pi}_{ij}(h) = \frac{1}{2|N(h)|} \sum_{N(h)} [z_i(x_\alpha) - z_j(x_\alpha + h)]^2 \quad (2.6)$$

donde se utilizan las mismas notaciones que en la sección 2.2.2.1.

Bajo la hipótesis de estacionaridad de segundo orden, el pseudo-variograma cruzado se relaciona con el variograma cruzado tradicional de la siguiente forma.

$$\begin{aligned} \pi_{ij}(h) &= \frac{1}{2} \text{var}\{Z_i(x) - Z_j(x+h)\} + \frac{1}{2} \{E[Z_i(x) - Z_j(x+h)]\}^2 \\ &= \frac{1}{2} \text{var}\{Z_i(x)\} + \frac{1}{2} \text{var}\{Z_j(x+h)\} - \text{cov}\{Z_i(x), Z_j(x+h)\} + \frac{1}{2} \{E[Z_i(x)] - E[Z_j(x+h)]\}^2 \\ &= \frac{1}{2} \{\sigma_i^2 + \sigma_j^2 + m_i^2 + m_j^2 - 2m_i m_j\} - C_{ij}(h) \\ &= \frac{1}{2} \{\sigma_i^2 + \sigma_j^2 + m_i^2 + m_j^2 - 2m_i m_j\} - C_{ij}(0) + \gamma_{ij}(h) \end{aligned}$$

donde m_i y m_j son las medias de las variables Z_i y Z_j y σ_i^2 y σ_j^2 son sus varianzas. Así entonces la constante que permite relacionar el pseudo-variograma con el variograma tradicional es la siguiente:

$$a_{ij}(h) = \frac{1}{2} \{\sigma_i^2 + \sigma_j^2 + m_i^2 + m_j^2 - 2m_i m_j\} - C_{ij}(0)$$

Para modelar el pseudo-variograma se considera el siguiente modelo lineal de coregionalización.

$$\Gamma(h) = A + \sum_{s=1}^S B_s g_s(h) \quad (2.7)$$

donde A es una matriz simétrica semi-definida negativa, cuya diagonal es igual a cero y los términos fuera de ella toman los valores de $a_{ij}(h)$.

2.2.3 Métodos de estimación espacial

La estimación tiene por objetivo interpolar el valor de una variable en un sitio del espacio donde no se cuenta con información disponible. Esta estimación puede ser realizada a soporte puntual o de bloque, según se requiera.

Existen diversos métodos empleados para estimar como el inverso de la distancia, el vecino más cercano y el kriging, siendo esta última la técnica aplicada por excelencia, debido a que corresponde al mejor estimador lineal insesgado. Kriging considera la distancia de los datos al sitio a estimar, la redundancia de información y la continuidad espacial de la variable, lo que permite entender su alta aplicabilidad.

Las principales desventajas en la aplicación de este método incluyen el suavizamiento que produce en los valores estimados. El suavizamiento produce sesgos al aplicar funciones no lineales a los resultados de la estimación, lo cual permite identificar las limitaciones del método y buscar alternativas en las simulaciones.

2.2.3.1 Métodos de estimación multivariable: Cokriging

El cokriging [17] corresponde a una técnica de estimación que permite interpolar el valor de cierta variable considerando los datos de variables secundarias, las que usualmente presentan correlación con la variable a estimar.

2.2.3.1.1 Cokriging simple

Corresponde a la extensión multivariable del kriging para casos donde las medias de las diferentes variables son conocidas. La ecuación que describe dicha formulación es la siguiente.

$$Z^*(x_0) = a + \sum_{\alpha=1}^n \Lambda_{\alpha}^T Z(x_{\alpha}) \quad (2.8)$$

donde N son las variables, a es un vector de $N \times 1$ (ver **ecuación 2.9**), $\{\Lambda_{\alpha}, \alpha = 1, \dots, n\}$ son matrices de $N \times N$ (ponderadores de cokriging), m es un vector de $N \times 1$ con los valores de las medias, $\{x_{\alpha}, \alpha = 1, \dots, n\}$ son las posiciones con datos ($Z(x_{\alpha})$ es el vector con las variables en los puntos con datos) y $Z^*(x_0)$ es el vector con las estimaciones de las variables en la posición x_0 . Se tiene:

$$a = m - \sum_{\alpha=1}^n \Lambda_{\alpha}^T m \quad (2.9)$$

Los ponderadores Λ_{α} se determinan por medio del sistema de ecuaciones que se presenta a continuación.

$$\begin{pmatrix} C(x_1 - x_1) & \dots & C(x_1 - x_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C(x_n - x_1) & \dots & C(x_n - x_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_1 \\ \vdots \\ \Lambda_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C(x_1 - x_0) \\ \vdots \\ C(x_n - x_0) \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

donde $C(x_\alpha - x_\beta)$ es una matriz de $N \times N$ cuyo término genérico $C_{i,j}(x_\alpha - x_\beta)$ corresponde a la covarianza cruzada de las variables i, j entre los puntos x_α y x_β .

En el caso de datos faltantes, se remueven las filas y columnas asociadas a los índices de aquellos datos en el sistema matricial anterior.

Esta aplicación se considera adecuada cuando se conoce completamente la media de todas las variables en el espacio. Para los casos contrarios asumir que la media es conocida es una hipótesis fuerte que limita el resultado de la estimación.

2.2.3.1.2 Cokriging ordinario

Se plantea de forma análoga al caso anterior, sólo que debido al desconocimiento en la media de las variables a estimar, se agrega una restricción, la que se traduce en que la suma de los ponderadores de la variable a estimar sea igual a uno, mientras que los de las variables secundarias suman cero.

La expresión que permite el cálculo de los valores estimados es la siguiente.

$$Z^*(x_0) = \sum_{\alpha=1}^n \Lambda_\alpha^T Z(x_\alpha) \quad (2.11)$$

con las mismas notaciones empleadas en la sección anterior.

Los ponderadores Λ_α y multiplicadores de Lagrange (M) se determinan por medio del sistema de ecuaciones que se presenta a continuación.

$$\begin{pmatrix} \Gamma(x_1 - x_1) & \dots & \Gamma(x_1 - x_n) & I \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \Gamma(x_n - x_1) & \dots & \Gamma(x_n - x_n) & I \\ I & \dots & I & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_1 \\ \vdots \\ \Lambda_n \\ -M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma(x_1 - x_0) \\ \vdots \\ \Gamma(x_n - x_0) \\ I \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

donde $\Gamma(x_\alpha - x_\beta)$ es una matriz de $N \times N$, cuyo término genérico es $\gamma_{i,j}(x_\alpha - x_\beta)$, que corresponde al variograma cruzado de las variables i, j entre los puntos x_α y x_β , y M es una matriz de $N \times N$ (multiplicadores de Lagrange), 0 corresponde a una matriz de $N \times N$ ceros, e I es la matriz identidad de tamaño $N \times N$.

2.2.3.1.3 Principales propiedades del cokriging

La aplicación de cokriging posee las siguientes propiedades:

1. Interpolación exacta, es decir se restituye el valor de un sitio con dato medido
2. Aditividad, lo que significa que el valor estimado en un bloque es el promedio de los valores puntuales estimados dentro de éste.
3. Suavizamiento, lo que se refleja en que las estimaciones son menos variables que los datos originales.

Una de las principales ventajas que presenta su aplicación respecto al método univariable (kriging), es el hecho de tener mejores resultados en casos donde el muestreo es heterotópico, es decir, cuando las variables auxiliares superan en proporción a la variable a estimar. Otra característica del cokriging es que permite incorporar las relaciones existentes entre las variables de interés, lo que genera una ventaja en caso de que exista correlación entre ellas y no sean linealmente dependientes.

2.3. SIMULACIÓN DE VARIABLES REGIONALIZADAS

Las simulaciones permiten cuantificar la incertidumbre asociada al desconocimiento de los valores reales de una variable regionalizada, a través de la construcción de diversos escenarios equiprobables de dicha variable. Según se consideren o no los datos originales al momento de simular se hablará de simulación condicional o no condicional.

La principal ventaja de las simulaciones frente a las estimaciones es que además de entregar valores en sitios no muestreados, permite medir la incertidumbre debida al desconocimiento del fenómeno que se modela, así como realizar análisis de sensibilidad y riesgo frente a escenarios base, pesimistas y optimistas [3].

Al igual que en el caso de las estimaciones, la simulación puede ser realizada considerando múltiples variables, en cuyo caso se denomina cosimulación.

El modelo de simulación empleado depende en gran medida del tipo de variable a simular, diferenciando los casos continuos (leyes, densidad, solubilidad, etc.), categóricos (tipo de roca) u objetos (fracturas y fallas). De acuerdo a lo expuesto por Chilés and Delfiner [2] los principales modelos empleados según el tipo de variable se resumen en la siguiente ilustración.

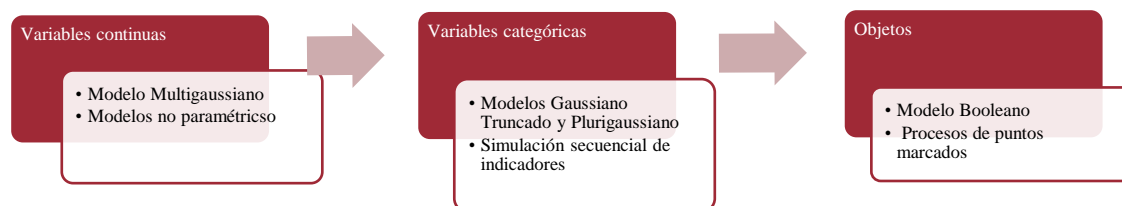


Figura 2.1: Modelos típicamente empleados según el tipo de variable a simular

2.3.1 Modelo multigaussiano

Es uno de los modelos de incertidumbre más utilizados para la simulación de leyes de elementos de interés [2] [3] [11].

Este modelo exige que la distribución espacial de la función aleatoria sea Gaussiana, es decir, que cualquier combinación lineal de sus componentes sea Gaussiana, o equivalentemente que su densidad de probabilidad sea multigaussiana, como se indica en la siguiente expresión. Lo anterior se traduce en una hipótesis fuerte de trabajo, ya que no es usual encontrar variables que

cumplan con esta restricción, por lo que se hace necesaria la implementación de una transformación, denominada anamorfosis.

$$g(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n; y_1, \dots, y_n) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n * \sqrt{\det(C)}} * \exp\left\{-\frac{1}{2}y^t C^{-1}y\right\} \quad (2.13)$$

donde $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$ son los sitios del espacio que se desean simular, $y = (y_1, \dots, y_n)^t$, $Y(\mathbf{x}): \mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$ es la función aleatoria transformada y $C_{i,j} = cov\{Y(\mathbf{x}_i), Y(\mathbf{x}_j)\}$.

Si se aplica la transformación por anamorfosis resulta crucial chequear que se cumpla la distribución multigaussiana. En la práctica es suficiente verificar el carácter bigaussiano con los diferentes tests existentes [2].

Los tests que se aplican se explican a continuación.

1. *Nubes de correlación diferida*: consiste en graficar los pares de datos Gaussianos separados a cierta distancia. En estas nubes se espera que el comportamiento sea elíptico a distancias menores, circular a distancias grandes y diagonales a distancias cercanas a cero.
2. *Variograma de indicador*: se aplica esta técnica debido a la relación existente entre el variograma de indicador y el variograma de la variable Gaussiana. Entonces es posible estimar el variograma de indicador teóricamente y compararlo con el variograma experimental de indicador.
3. *Comparación de madograma con variograma*: Existe una relación entre el variograma tradicional (de orden dos) y madograma (variograma de orden uno), la que puede ser verificada mediante un gráfico en escala logarítmica.

Una vez verificada la hipótesis de bigaussianidad se puede efectuar la simulación multigaussiana con los diferentes algoritmos existentes.

2.3.1.1 Algoritmos de simulación

Existe una serie de algoritmos que permiten simular funciones aleatorias multigaussianas. Dentro de estos es posible distinguir en los que condicionan de forma directa (método secuencial y de descomposición matricial) y los que no lo hacen y requieren una etapa adicional de condicionamiento (método espectral, bandas rotantes, entre otros) [2] [3] [12].

A continuación se describirá el algoritmo de simulación que reviste principal interés en el desarrollo del presente trabajo de título.

2.3.1.1.1 Método de Bandas Rotantes

Este método permite reducir el problema de la simulación en un espacio de varias dimensiones a un problema unidimensional, generando una ganancia al permitir utilizar algoritmos de simulación limitados a espacios unidimensionales o lentos frente a dimensiones mayores [5] [7] [12].

2.3.1.1.1 Caso univariable

Básicamente consiste en simular la variable de interés a lo largo de rectas que discretizan el espacio, para posteriormente esparcir estas rectas al espacio total y considerar la simulación como la suma de ellas mediante la siguiente expresión.

$$Y(x) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N Y_i^{(1)}(\langle x|u_i \rangle) \quad (2.14)$$

donde $\{u_i: i = 1, \dots, N\}$ son vectores indicando direcciones del espacio, $\{Y_i^{(1)}: i = 1, \dots, N\}$ son las simulaciones unidimensionales independientes y $\langle x|u_i \rangle$ representa el producto escalar usual, es decir, la proyección del sitio x en la recta orientada en u_i .

La elección de las direcciones debe considerar su distribución al azar (uniforme) o bien equidistribuida, considerando varios centenares o miles de direcciones.

Dentro de sus principales ventajas se encuentra la rapidez del método y que además se reproduce la covarianza (variograma) de forma exacta. Su principal debilidad radica en el hecho de no condicionar de forma directa las simulaciones y que la función simulada no es exactamente multigaussiana, lo que se resuelve mediante la elección del número y la forma de distribución de las direcciones.

2.3.1.1.2 Caso multivariable

El formulismo de este proceso se resume en las siguientes ecuaciones [5].

Se considera un conjunto de funciones aleatorias Gaussianas cuya estructura de correlación corresponde a un modelo lineal de coregionalización, tal como el de la sección 2.2.2.1. Si este modelo consta de S estructuras básicas, entonces las funciones aleatorias se pueden descomponer como sigue:

$$Y(x) = \sum_{s=1}^S Y_s(x) \quad (2.15)$$

donde Y_1, \dots, Y_S son vectores aleatorios Gaussianos independientes, con $B_1 g_1, \dots, B_S g_S$ sus variogramas directos y cruzados. A su vez cada matriz de coregionalización es posible descomponerla según la siguiente expresión.

$$B_s = Q_s \Delta_s Q_s^T = A_s A_s^T \quad (2.16)$$

donde Q_s corresponde a la matriz de vectores propios y Δ_s es la matriz diagonal de valores propios. Se tiene entonces:

$$Y(x) = \sum_{s=1}^S A_s W_s(x) \quad (2.17)$$

donde W_s es un vector Gaussiano con componentes independientes, cada una de variograma g_s .

En simples palabras la simulación se reduce a la de funciones aleatorias escalares (componentes de los vectores aleatorios independientes W_s), cuyos variogramas corresponden a las estructuras anidadas básicas utilizadas en el modelo lineal de coregionalización.

2.3.1.1.2 Condicionamiento de las realizaciones

Con el objetivo de restituir los valores originales en las simulaciones se debe aplicar una etapa posterior de condicionamiento al método de bandas rotantes [2] [5] [11]. Este consiste básicamente en la aplicación de una etapa de kriging (cokriging), lo que se realiza con el método de sustitución de los residuos, donde el valor simulado queda representado por la siguiente expresión.

$$Y_{SC}(x) = Y^{KS}(x) + [Y_s(x) - Y_s^{KS}(x)] \quad (2.18)$$

donde $Y^{KS}(x)$ es el kriging (cokriging) simple de la variable a simular a partir de los datos condicionantes, $Y_s(x)$ es una simulación no condicional en el sitio x y $Y_s^{KS}(x)$ es el kriging (cokriging) simple de la simulación no condicional a partir de los valores de dicha simulación en los sitios con datos.

En la práctica basta con la realización de un solo kriging (cokriging) para condicionar todas las realizaciones de un sitio determinado, ya que los ponderadores no varían para cada realización. Además el proceso es paralelizable, ya que sólo se consideran los valores en los sitios con datos originales. Es posible aplicar las modalidades simple y ordinario, según se suponga la media conocida o no.

2.3.1.2 Implementación del algoritmo de simulación

La puesta en marcha y aplicación del algoritmo bandas rotantes requiere de la realización de los siguientes pasos.

1. Anamorfosis de los datos originales.
2. Variografía sobre los datos transformados.
3. Simulación no condicional.
4. Condicionamiento de las simulaciones.
5. Transformación de los valores simulados a su distribución original.
6. Procesamiento de las realizaciones.

Si se trata del caso multivariable, sólo se producen sutiles diferencias respecto al procedimiento anterior. En primer lugar se realiza la anamorfosis para cada una de las variables de interés, luego se realiza la variografía tanto directa como cruzada, la cosimulación no condicional y el condicionamiento mediante el método de sustitución de residuos. En el punto anterior la única salvedad es el uso de cokriging en vez de kriging para el condicionamiento de las simulaciones. Los siguientes pasos son análogos en relación al caso univariable.

2.3.1.3 Validación de las simulaciones

Según Leuangthon *et al.* [13], un modelo simulado debe reproducir:

1. Los valores en los sitios muestreados
2. La distribución multivariable de los atributos de interés:
 - a. Forma del histograma
 - b. Rango de valores simulados
 - c. Resumen de estadísticas: medias, mediana y varianza
 - d. QQ plot
3. La continuidad espacial de las variables: variogramas directos y cruzados.

Estas propiedades se pueden verificar experimentalmente sobre un conjunto de realizaciones, permitiendo validar o, al contrario, rechazar las realizaciones construidas.

2.3.1.3.1 Validación cruzada

Esta herramienta permite validar las simulaciones realizadas sobre un conjunto de datos (en algunos casos la totalidad de estos) y analizar la capacidad de predicción de incertidumbre del modelo empleado, en términos de precisión y exactitud [9].

Consiste en simular sucesivamente cada dato considerando para esto solo los datos restantes. Jackknife se denomina cuando se divide la muestra en dos partes y se simula una parte a partir de la otra.

Se pueden utilizar los datos obtenidos de los sondeos de exploración o bien predecir datos de producción a partir de los primeros. Independiente de los datos que se utilicen, este método busca generar una simulación concordante con los datos de origen, lo que se ratifica mediante diferencias con media cercana a cero y nubes de dispersión entre valores originales y simulados cuya regresión tiende a la diagonal.

Es importante destacar que errores en la validación no indican un modelo deficiente, sino que pueden existir parámetros mal empleados para su realización los cuales deben ser verificados.

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

La memoria de título consiste fundamentalmente en modelar y simular leyes de los principales elementos de interés en un yacimiento ferrífero. Para esto se propone un modelo en el cual se realizarán cosimulaciones entre las distintas variables a través de unidades geológicas definidas para cada una de ellas. En caso de no existir relación entre las unidades de estimación para dos variables, se considerará de igual forma la existencia de correlación cruzada, mediante un modelo basado en el cálculo de pseudo-variogramas.

Este enfoque considera un modelo geológico interpretado, por lo tanto no se realiza un modelamiento de variables categóricas. Sin embargo, se incorpora el cómo distribuyen las leyes en el espacio, además del cómo lo hacen dentro de las distintas unidades de estimación. Por lo tanto, se depende que el enfoque propuesto genera un modelo de incertidumbre que reproduce de forma parcial toda la variabilidad existente en el proceso de formación de un depósito mineral.

La metodología planteada difiere de la práctica tradicional por los dos aspectos antes mencionados, es decir, la definición de las unidades de estimación para cada variable y la suposición de correlación cruzada entre variables incluso cuando se definen en unidades de estimación disjuntas o traslapadas.

A continuación se detallan los pasos necesarios para la aplicación del modelo de cosimulación propuesto.

1. Estudio exploratorio y preparación de datos disponibles

Se analizará la información de los sondajes de exploración del yacimiento de fierro, estudiando sus estadísticos uni y multivariantes. Junto a esto se efectuará el desagrupamiento de las variables de interés, con el objetivo de corregir eventuales muestreos no regulares. Finalmente, para complementar este estudio se desplegarán los mapas de ubicación, histogramas, matriz de correlación y otros análisis sobre las variables de interés.

2. Definición de unidades geológicas y análisis de contacto

El yacimiento en estudio comprende una gran cantidad de variables continuas y categóricas, en especial existen diversos tipos de roca con características particulares. Debido a esto es crucial determinar los dominios sobre los cuales serán simuladas las leyes de las variables de interés. Como innovación principal del trabajo de título se definirán unidades geológicas propias para cada una de las variables. Estas unidades geológicas se definen mediante la asociación de distintos tipos de roca que comparten atributos estadísticos y geológicos. Debido a lo anterior, se trabajará con variables que pueden tener unidades geológicas iguales, completamente disjuntas o bien traslapadas, esto último puede ser posible si las unidades geológicas de dos leyes distintas comparten al menos un tipo de roca.

Una vez definidas las unidades geológicas de cada variable de interés, es vital determinar si sus límites son duros o blandos, ya que esto influye en los parámetros de la simulación. Para este

propósito, se analizarán los contactos con el uso de gráficos de media al cruzar las fronteras geológicas y gráficos de correlación entre las combinaciones posibles de las unidades geológicas. Es importante destacar que independiente del límite definido se considerará la correlación cruzada entre todas las variables de interés.

3. Inferencia y modelamiento

Para realizar la cosimulación propuesta de leyes es necesario efectuar la transformación de los datos a variables Gaussianas, mediante funciones de anamorfosis. Esto será seguido de la validación de la hipótesis de la distribución de los datos, lo que se realiza con el estudio de nubes de correlación diferida.

Posteriormente, se realizará el modelamiento de las principales variables en estudio mediante modelos de coregionalización que representen a los pseudo-variogramas experimentales directos y cruzados, los cuales serán realizados en las direcciones principales de continuidad, si es que existiesen, o en forma omnidireccional en caso contrario.

4. Cosimulación

El modelo propuesto considera la aplicación del algoritmo bandas rotantes, el cual contempla tres pasos principales. El primero de ellos es aplicar el algoritmo no condicional sobre las variables transformadas, posterior a esto se condicionan los resultados mediante la aplicación de cokriging y finalmente se transforman los valores simulados a su distribución original.

5. Procesamiento y análisis de resultados

En primera instancia se validarán las simulaciones efectuadas, para lo que se considerará la distribución de los atributos de interés (forma del histograma, rango de valores simulados, resumen de estadísticas y estudio de QQ plot).

También se revisará la efectividad de las cosimulaciones mediante validación cruzada, revisando el retorno de valores consistentes, según los parámetros de las cosimulaciones.

Finalmente, en función de los resultados obtenidos se generará un análisis cuantitativo y cualitativo de la cosimulación de leyes efectuada, con especial énfasis en la generación de diversos escenarios posibles del yacimiento en estudio. Además se analizarán aspectos como la implementación, utilidad y resultados obtenidos con el modelo propuesto, y si es posible compararlo con la metodología tradicional.

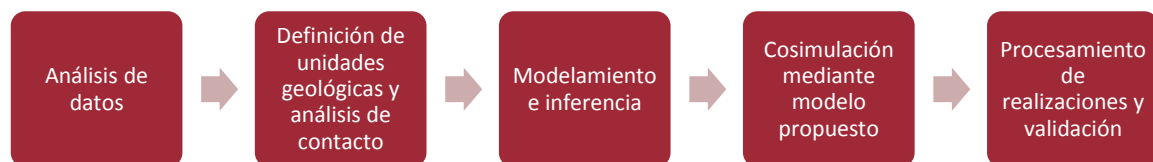


Figura 3.1: Resumen de metodología empleada en la cosimulación de leyes

CAPÍTULO 4

CASO DE ESTUDIO: YACIMIENTO DE FIERRO

Por aspectos de confidencialidad no serán entregados detalles claves del yacimiento utilizado como caso de estudio; en particular no se indicará su ubicación, nombre ni algunos parámetros claves de éste.

4.1. GEOLOGÍA DEL DEPÓSITO DE FIERRO

Debido a que el yacimiento de interés no se presenta de forma aislada es vital comprender la geología del sector en su totalidad. Por este motivo, se expondrán a continuación las características geológicas del sector a nivel regional y a escala local. Los nombres de sectores principales serán reservados.

4.1.1 Geología regional

El complejo del que forma parte el yacimiento en estudio se encuentra localizado en Minas Gerais, Brasil. A escala regional se presentan cinco unidades estratigráficas: Basamento Cristalino, Supergrupo Rio das Velhas, Supergrupo Minas, Intrusivos del Post-Minas y Grupo Itacolomí [4].

El depósito de interés se encuentra alojado en itabiritas del Supergrupo Minas, el cual comprende tres secuencias del Paleoproterozoico, con una antigüedad de 2600 a 2000 millones de años. La unidad basal del Supergrupo Minas es el Grupo Caraça que se encuentra constituida por conglomerados aluviales y piedra arenisca sobre lutitas de aguas poco profundas. El grupo intermedio denominado Formación Cauê corresponde a una extensa región de *BIF*, sigla en inglés de formaciones de hierro bandeado (*Banded Iron Formations*) que corresponden a rocas químicas sedimentarias metalíferas donde el hierro fue depositado, de forma autóctona a partir de concentraciones altas, mediante saturación en cuencas marinas.

Las bandas generadas por este proceso se alternan entre las ricas en hierro y las bandas silíceas de chert o cuarzo, dando lugar a secuencias estratigráficas que alcanzan los cientos y miles de metros de potencia y extensión lateral. Esta formación presenta minerales como hematitas, filitas dolomíticas, calcitas y dolomitas.

La secuencia anterior descansa sobre la formación Gandarela, que se encuentra constituida fundamentalmente por carbonatos, dolomitas e itabiritas dolomíticas/manganesíferas. Las dos formaciones anteriores generan la secuencia química sedimentaria denominada Grupo Itabirita. Sobre la cual se encuentran clastos sedimentarios del Grupo Piracicaba, seguidos del Grupo Sabará. Éste último se encuentra formado por una secuencia metamórfica de volcanoclastos, turbiditas, *BIF* y conglomerados.

Posteriormente, se produjeron intrusiones cortantes en el Supergrupo Minas que presentan una antigüedad cercana a los 1700 millones de años. Estas intrusiones se caracterizan por presentar granitos, pegmatitas y diques máficos, además de gabros a escala local.

Finalmente una capa supérgena (Canga) se superpone a los minerales de hierro y rocas adyacentes al sector en estudio. La Canga corresponde a una roca rica en hierro formada por diversos fragmentos, minerales de hierro común o itabiritas cementadas por goethita.

El grupo Itabirita es parte significativa de la formación geológica, y por lo tanto, define en gran medida la mineralización, estructuras y minerales de interés presentes en el sector. Dentro de este grupo resulta crucial entender dos componentes: las itabiritas y los minerales de hierro.

4.1.1.2 Itabiritas

Corresponden a *BIF* oxidadas, metamorfizadas y deformadas, contenidas en depósitos con una distribución discontinua. Debido a la gran cantidad de procesos a los que se ven sometidas resulta complejo determinar sus características primeras, en especial frente a dominios de altos esfuerzos.

Composicionalmente destaca dentro de las itabiritas, el cuarzo el cual se encuentra recristalizado de forma granular. El hierro por su parte se presenta como hematita, magnetita o martita. La itabirita dolomítica consiste en bandas alternadas de carbonatos rojos y hierro oxidado negro, mientras que la itabirita anfibolítica consiste en bandas de diversos tipos de anfibolitas (grunerita, tremolita, cummintonita, antofilita y /o actinolita) y bandas con hierro oxidado.

La hematita es el principal mineral de hierro en el grupo, presentándose como martita, hematita granular y especularita. El cuarzo por su parte corresponde a la principal ganga, seguido de la dolomita y anfibolita. También se presentan en menores cantidades como gangas la clorita, apatita y otros minerales silicatados.

4.1.1.3 Minerales de hierro

La formación de estos minerales se asocia a un enriquecimiento del *BIF*. Su división se realiza en función del contenido de hierro que presentan, existiendo los de alta ley (porcentaje de hierro superior a 64% y bajo contenido de contaminantes SiO_2 , Al_2O_3 , CaO , MgO , entre otros) y los de baja ley que presentan un rango de contenido de hierro que abarca desde el 32% al 64%, junto a diversas cantidades de contaminantes.

La presencia de gangas es similar a la de las itabiritas, es decir, una presencia escasa en los minerales de alta ley consistente en cuarzo, dolomita, clorita y talco, mientras que en los minerales de baja ley se produce un contenido que disminuye proporcionalmente al enriquecimiento del mineral.

Es posible dentro de los minerales de hierro encontrar dos tipos, los duros que corresponden a minerales bandeados, masivos y con brechas secundarias y los suaves que son foliados o libres de estructuras. Los minerales suaves pueden ser explicados por concentraciones residuales de óxidos de hierro debido a lixiviación de contaminantes durante procesos de tipo supérgenos. Por su parte, los minerales duros son el resultado de la sustitución o lixiviación de los minerales presentes en la ganga.

4.1.2 Geología local

El yacimiento de hierro en estudio abarca 2000 metros de longitud y 500 metros de ancho, con una geología de alta complejidad. Presenta una dirección de rumbo asociada a la Formación Cauê, la cual fluctúa entre NS y N45E, además de la presencia de fallas transversales. Las direcciones NE y SO, se pliegan dando forma a la geometría del sector.

Las principales unidades geológicas presentes en el sector son itabiritas y minerales de hierro de la Formación Cauê, rocas clásticas metasedimentarias de las Formaciones Moeda y Batatal y principalmente rocas químicas metasedimentarias de la Formación Gandarela. Diques de rocas básicas cortan a las rocas del Supergrupo Minas. Cuencas terciarias compuestas de argilitas ocurre irregularmente a lo largo de la secuencia del sector. Gravas y rocas de itabirita y minerales duros son cementados por arcilla en la base de la cuenca del sector. Una capa dura de espesor cercano a los 20 metros cubre las itabiritas y minerales de hierro en la parte superior de las cimas [4].

Hay dos tipos de minerales de hierro en el complejo, los de alta ley que se denominan hematitas y los de baja ley llamados itabiritas.

Los minerales de hierro de alta ley pueden ser compactos, suaves o intermedios. Los minerales compactos son densos aglomerados de hematita y cristales de martita, mientras que los minerales suaves son friables y corresponden a agregados de hematitas con una considerable cantidad de poros. Las gangas principalmente corresponden a cuarzo, y en menor medida, clorita y sericita, siendo su ocurrencia escasa en ambos tipos de minerales.

Los minerales duros tienen una geometría estratificada con pliegues de pequeña escala. Existen además otros cuerpos lenticulares de hasta 350 metros de largo con espesor variable, los que presentan intercalaciones de mineral suave o itabirita, con una continuidad lateral y vertical.

El mineral se presenta generalmente dividido en bandas alternadas entre las porosas y compactas. La foliación tectónica está poco desarrollada y se presenta principalmente en zonas de cizalle orientadas a la especularita. La brecha se desarrolla en la parte inferior, en el lado noroeste.

Los principales responsables de la geometría final de los depósitos de hierro se asocian a orogénesis y levantamientos de tierra, siendo el primero responsable de la generación de pliegues y fallas, mientras que el segundo proceso permitió el desarrollo de pliegues y pequeñas fracturas.

La transición de los minerales de hierro de alta ley a los de baja ley se caracteriza por un aumento en la cantidad de cuarzo presente. Los minerales de hierro de baja ley se encuentran dispersos a través de todo el depósito, usualmente gradando a los minerales suaves de alta ley o al conjunto cuarzo itabirita que se encuentra protegido de la intemperie. Estos corresponden a la itabirita friable donde el cuarzo fue lixiviado en gran parte y los óxidos de hierro fueron concentrados. De acuerdo a la cantidad de hematita, goethita y óxidos de manganeso, se pueden clasificar los minerales de baja ley en ricos en itabirita, itabirita, itabirita limonítica o itabirita manganesífera.

La itabirita limonítica se produce cerca de la superficie topográfica debido a que los poros existentes en los minerales suaves y de baja ley son ocupados por goethita. Por su parte, si estos poros son llenados por minerales de manganeso, se produce la itabirita manganesífera.

4.2. ESTUDIO EXPLORATORIO DE SONDAJES DE EXPLORACIÓN

La siguiente sección tiene como objetivo principal informar las características primordiales de los sondeos de exploración del depósito de hierro. Para esto se realizará el despliegue de datos y un resumen estadístico, además de relacionar las variables de interés junto con las litologías existentes en el yacimiento.

4.2.1 Base de datos

Se dispone de 4465 sondeos de exploración dispuestos sobre una malla casi regular que varía desde los 50x50 metros a los 100x100 metros.

La campaña de muestreo permite conocer la concentración de las variables de interés a nivel de testigos de sondeos (medida en porcentaje) junto con el tipo de roca mayoritario asociado a dicho testigo. A continuación se describen las principales variables del yacimiento junto a la simbología con que éstas serán denotadas (a lo largo del esta memoria se hará uso de las siglas para referirse a las variables, tanto en imágenes, tablas y texto).

Tabla 4.1: Definición de variables del estudio

Variable	Simbología
Fierro	Fe
Sílice	Si
Fósforo	P
Aluminio	Al
Manganeso	Mn
Pérdida de fuego	Pf
Granulometría	G1

G1 corresponde a la fracción granulométrica de mineral cuyo tamaño de partícula es superior a 6.3 [mm], mientras que pérdida de fuego corresponde al porcentaje en masa perdido por un elemento de interés sometido a una temperatura específica. Este último proceso permite que las sustancias volátiles puedan escapar. En los minerales de hierro la pérdida de fuego permite medir su calidad y en el caso particular de la goethita, sirve para realizar un análisis granuloquímico.

Se estudió la existencia de datos duplicados pero no se encontraron, a pesar de variar la distancia a la cuál serían considerados como tal.

La **tabla 4.2** presenta los tipos de rocas presente en los datos, junto con su codificación numérica original.

Tabla 4.2: Codificación de tipos de roca

Tipo de Roca	Simbología	Código
Dolomita	DO	1
Laterita	LT	2
Estéril	AT	3
Canga	CG	4
Dolomita filítica	FD	5
Itabirita rica en aluminio	IAL	6

Itabirita rica en manganeso	IMN	7
Itabirita compacta	IC	8
Itabirita friable	IF	9
Hematita friable	HF	10
Hematita compacta	HC	11
Itabirita friable rica en hierro	IFR	12
Hematita rica en aluminio	HAL	13
Filita	FL	14
Itabirita anfibolítica	IA	15
Estéril	GT	16
Intrusivos	IN	17
Estéril	RO	19
Aire	AI	-99

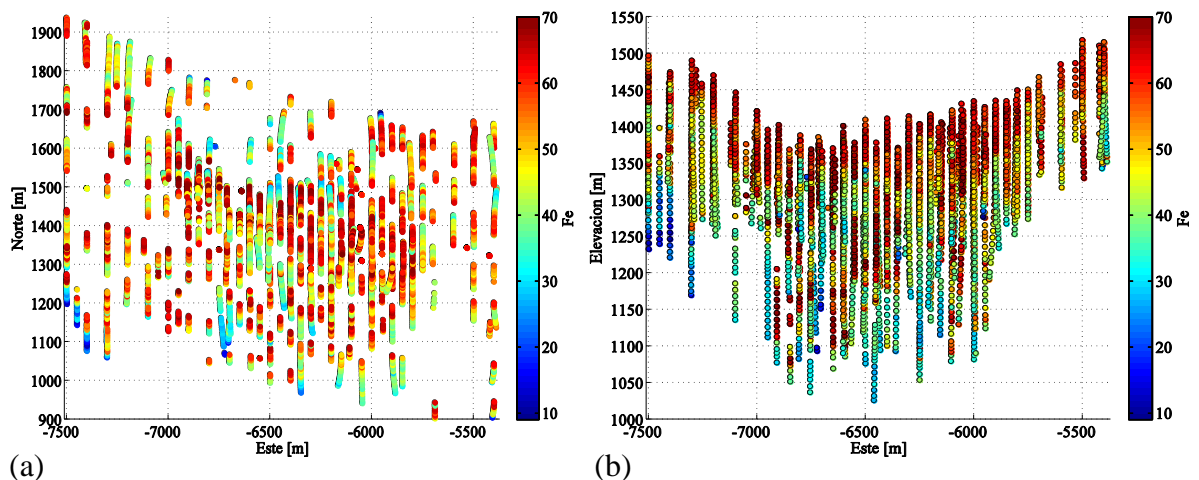
Es posible observar que existen cuatro grupos principales dentro de los litotipos, en primer lugar el conjunto de HC, HF y HAL que corresponden al grupo de las hematitas, IAL, IMN, IC, IF, IFR e IA que representan a las itabiritas, el resto de los tipos de roca que corresponden al estéril o roca sin interés económico, y la canga (CG) que resulta de interés ya que corresponde a una zona enriquecida de hierro con alto potencial económico.

4.2.2 Distribución espacial de sondajes de exploración

Los sondajes se ubican espacialmente entre las siguientes coordenadas.

Coordenada	Mínimo [m]	Máximo [m]
Este	-7501.2	-5386.3
Norte	902.3	1937.5
Cota	1025.6	1517.9

A continuación se despliegan los mapas de ubicación (isométricos, perfiles y secciones) de la variable hierro (principal elemento de interés) y los tipos de roca.



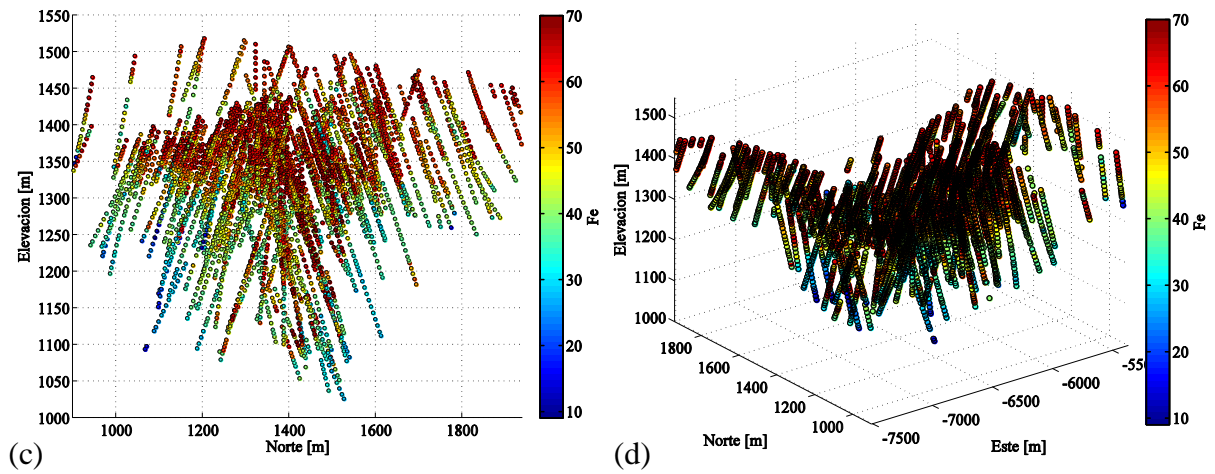


Figura 4.1: Mapas de ubicación hierro. Vista en planta (a), sección norte (b), sección este (c) y vista isométrica (d)

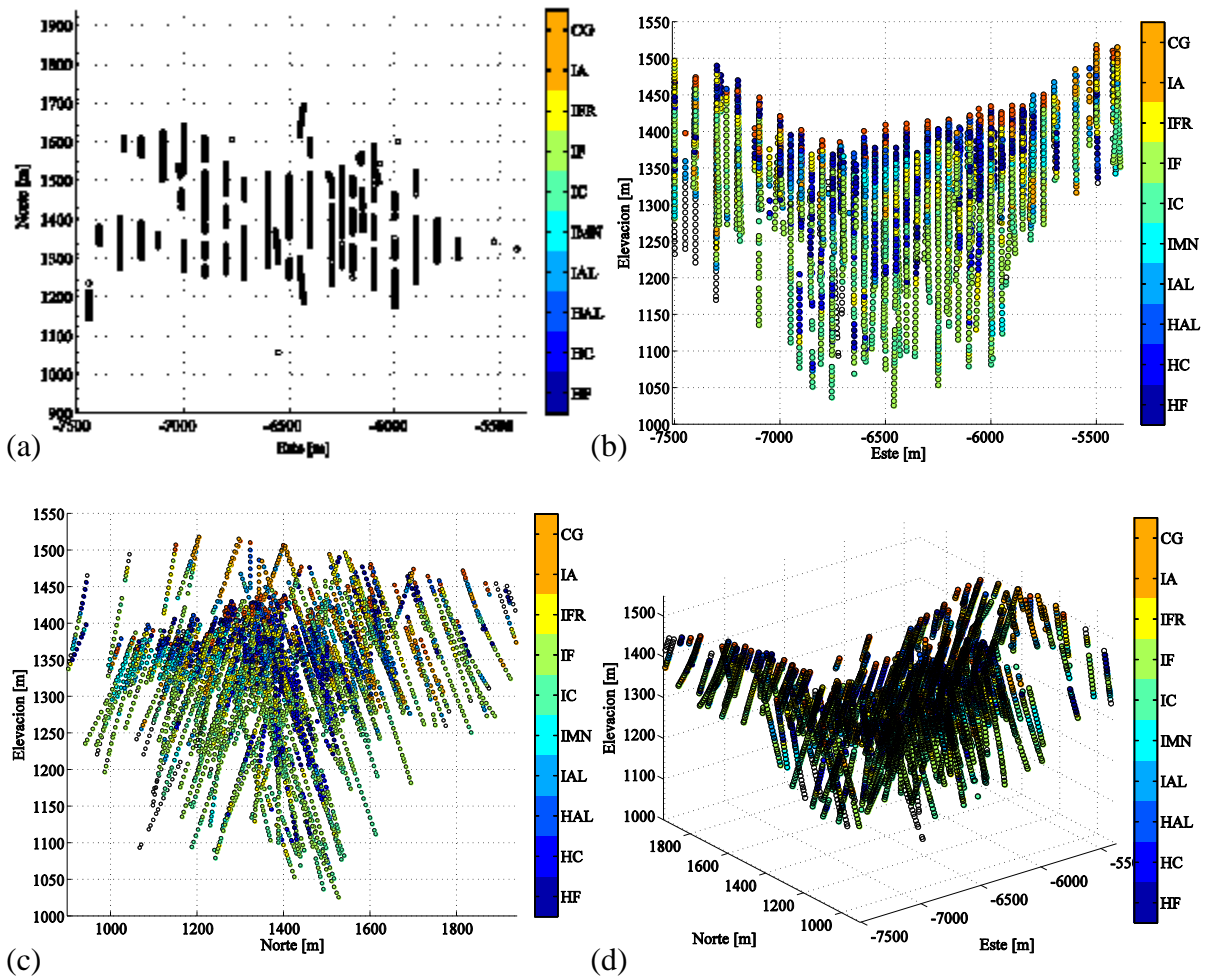


Figura 4.2: Mapas de ubicación tipos de roca. Vista en planta (a), sección norte (b), sección este (c) y vista isométrica (d)

En general, los sondajes son sub verticales con una regularidad tanto en la sección norte como en su vista en planta. El espaciamiento promedio de los sondajes varía de los 50 a 100 [m] en las direcciones este y norte, mientras que su largo va desde los 15 a los 500 [m] aproximadamente.

4.2.3 Estadísticas básicas: variables categóricas

El porcentaje de ocurrencia de cada litotipo dentro de los sondajes se indica en la **tabla 4.3**, donde es posible apreciar que el tipo de roca predominante es la itabirita friable (IF) con un 29.8% del total de las litologías presentes en los sondajes. Los siguientes litotipos con mayor presencia en la base de datos son IFR, IC e HF, de donde es posible concluir que el grupo predominante es el de las itabiritas.

Tabla 4.3: Porcentaje de cada tipo de roca dentro de los datos brutos

Tipo de Roca	Porcentaje del total de datos originales [%]
Dolomita	0
Laterita	0
Estéril	0
Canga	3.4
Dolomita filítica	0
Itabirita rica en aluminio	7.0
Itabirita rica en manganeso	4.6
Itabirita compacta	10.9
Itabirita friable	29.8
Hematita friable	10.2
Hematita compacta	6.9
Itabirita friable rica en fierro	13.4
Hematita rica en aluminio	5.4
Filita	0
Itabirita anfíbolítica	5.4
Estéril	0
Intrusivos	0
Estéril	0
Aire	3.1

Otro aspecto relevante al momento de entender los tipos de roca, es que estos fueron definidos en función del contenido de determinados elementos. En particular las hematitas e itabiritas, que corresponden a litologías con mineralización de interés, se clasifican como lo indica la **tabla 4.4**.

Tabla 4.4: Definición de tipos de roca en función de las variables continuas

Tipo	Tipo de roca	Fe [%]	P [%]	Al [%]	Mn [%]	Pf [%]	G1 [%]		
Hematita	HC	≥62	>0.12	<2.5	<1	<3.5	≥50		
	HF					<3.5	<50		
	HAL					≥3.5			
Itabirita	IFR	≥52 < 62	<0.2	<2.5	<1	<3.5	<50		
	IF	≥30 <52							
	IA	≥30 <62						≥5	
	IAL					>2.5		≥3.5 <5	
	IMN						≥1		
	IC					<0.2	<2.5		<3.5

Para conocer cómo se relacionan los litotipos entre sí, es importante determinar el contacto que se produce entre ellos, es decir, el porcentaje de veces que una determinada litología está en contacto con el resto de ellas. La **tabla 4.5** resume el porcentaje de contactos de los tipos de roca de interés.

Tabla 4.5: Porcentaje de contacto de cada litotipo con el resto de los tipos de roca (Sondajes)

	CG	HAL	HC	HF	IA	IAL	IC	IF	IFR	IMN	Estériles
HAL	10.6	0	11.1	26.0	23.6	11.5	0.0	1.9	10.1	5.3	0.0
HC	2.5	11.6	0.0	33.3	1.5	6.6	11.6	14.6	17.2	1.0	0.0
HF	7.8	15.7	19.1	0.0	2.6	6.7	0.9	7.5	33.3	5.8	0.6
IA	3.7	18.1	1.1	3.3	0.0	37.0	2.6	20.4	9.6	3.7	0.4
IAL	0.9	5.5	3.0	5.3	22.8	0.0	3.4	32.9	18.7	6.4	1.1
IC	0.0	0.0	7.9	1.0	2.4	5.1	0.0	66.1	12.7	4.5	0.3
IF	0.0	0.6	4.4	3.9	8.3	21.7	29.0	0.0	25.7	5.3	1.2
IFR	1.0	4.0	6.5	21.9	5.0	15.6	7.1	32.8	0.0	6.1	0.0
IMN	1.3	7.1	1.3	13.0	6.5	18.2	8.4	22.7	20.8	0.0	0.6

De la tabla anterior se desprende que los principales litotipos no se encuentran en contacto con estériles, lo que se debe a que los sondajes se realizan en zonas de interés, por lo que el contenido de ganga es menor. Por ejemplo, la hematita rica en aluminio (HAL) de su total de datos tiene un 26% de contacto con hematita friable (HF), 23.6% con itabirita anfíbolítica (IA) y porcentajes significativos con canga, hematita compacta (HC), itabirita rica en aluminio (IAL) e itabirita friable rica (IFR).

En general, los tipos de roca del grupo itabirita se encuentran mayoritariamente en contacto con los de su mismo grupo, mientras los del grupo hematita presentan un contacto dividido, aunque sigue predominando el contacto con los tipos de roca itabirita.

En relación a su disposición espacial, los litotipos se presentan de forma irregular a lo largo de la extensión de la malla de sondajes. La canga se localiza en la parte superior y dos grupos de las itabiritas (IC e IF) se encuentran en la zona inferior. El resto de los grupos de roca está disperso mayoritariamente en el sector central pero no de forma regular (estratos).

4.2.4 Estadísticas básicas: variables continuas

Para preservar la confidencialidad de los datos, los valores de leyes han sido multiplicados por una constante que no se divulgará. Los datos de sondajes están compositados a un largo de ocho metros. Sus principales estadísticas se resumen en la **tabla 4.6**.

Tabla 4.6: Resumen estadístico variables continuas

Variable	Mínimo [%]	Máximo [%]	Media [%]	Desviación estándar [%]
Fierro	9.92	69.71	51.76	11.57
Sílice	0.22	77.05	21.76	17.42
Fósforo	0.01	0.53	0.06	0.04
Aluminio	0.10	12.60	1.31	1.29
Manganeso	0.01	32.06	0.30	1.39

Pérdida de fuego	0.06	13.84	2.25	2.01
Granulometría G1	0.12	98.18	33.10	23.50

Debido a que el muestro es homotópico, se tiene igual registro de todas las variables, es decir hay 4465 datos para cada variable.

La correlación existente entre las variables se resume en la siguiente matriz de correlación, donde es importante destacar que ésta corresponde a una medida de la correlación lineal, por lo tanto no necesariamente un valor cercano a cero significa que no existe dependencia entre las variables de estudio.

Tabla 4.7: Matriz de correlación

Variable	Fe	Si	P	Al	Mn	Pf	G1
Fe	1	-0.97	0.13	0.18	-0.14	0.18	0.13
Si	-0.97	1	-0.26	-0.35	-0.01	-0.37	-0.10
P	0.13	-0.26	1	0.42	0.15	0.71	0.03
Al	0.18	-0.35	0.42	1	0.15	0.68	-0.18
Mn	-0.14	-0.01	0.15	0.15	1	0.18	-0.07
Pf	0.18	-0.37	0.71	0.68	0.18	1	-0.01
G1	0.13	-0.10	0.03	-0.18	-0.07	-0.01	1

Las correlaciones presentes en la **tabla 4.7** permiten observar que fierro y sílice son las variables de mayor correlación, estando inversamente relacionadas debido a que la generación de mineralización metálica (fierro) es poco probable en fluidos con alto contenido de SiO_2 (proceso de reemplazo). En particular, en formaciones *BIF* la alternancia entre capas mineralizadas (ricas en fierro) y de estéril (ricas en sílice) explica la existencia de correlación negativa entre ambos elementos. En el caso de sílice se produce un reemplazo debido a fluidos hipógenos y la aparición de fierro se produce por precipitación en presencia de oxígeno o medio oxidante (bacterias).

Resultan interesantes también las correlaciones existentes entre pérdida de fuego con fósforo y aluminio, cuyos coeficientes son 0.71 y 0.68 respectivamente. Estos resultados tienen como implicancia principal el uso de métodos de simulación de tipo conjunta, ya que se aprovechan las relaciones existentes entre las diferentes variables.

Existen variables que presentan una correlación casi nula como es el caso de manganeso con sílice y pérdida de fuego con granulometría G1, lo que significa que no presentan relación lineal.

Para ver si existe otro tipo de relación se despliegan las nubes de dispersión de algunas variables en las siguientes ilustraciones.

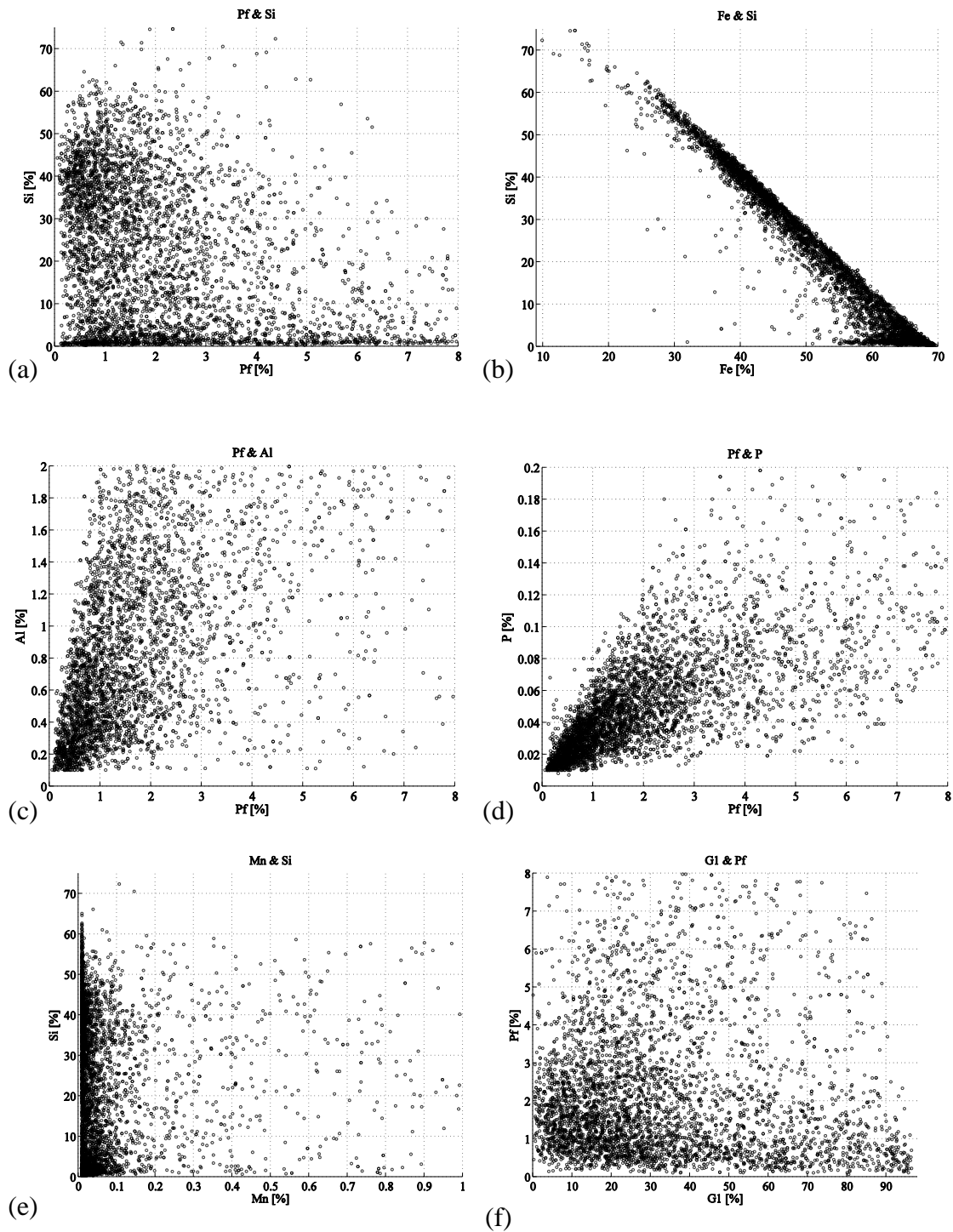


Figura 4.3: Nubes de dispersión pérdida de fuego-sílice (a), fierro-sílice (b), pérdida de fuego-aluminio (c), pérdida de fuego-fósforo (d), manganeso-sílice (e) y granulometría G1-pérdida de fuego (f)

En la ilustración anterior es posible apreciar la correlación lineal negativa existente entre fierro y sílice, no así en los otros casos donde existe mayor dispersión. Las nubes de dispersión desplegadas muestran que las variables en estudio presentan correlaciones que permiten una posterior aplicación de cosimulaciones, ya que estas últimas presentan una ventaja al capturar dichas relaciones.

Para comprender a cabalidad las variables en estudio se realizará un estudio exploratorio para cada una de ellas.

4.2.4.1 Fierro

En la sección anterior fueron visualizados los mapas de ubicación del fierro (**figura 4.1**) de donde es posible observar que las mayores leyes se ubican en la zona superficial y disminuyen a medida que aumenta profundidad. El histograma de la variable muestra una distribución bimodal con dos distribuciones que se cortan entre las leyes 51-52%, respecto a estas poblaciones es posible inferir que corresponde a los litotipos predominantes, es decir las hematitas e itabiritas. Además de él es posible desprender que la mayor cantidad de datos presenta leyes altas (**figura 4.4**). El gráfico de probabilidad lognormal muestra dos poblaciones que se dividen en torno al límite antes indicado.

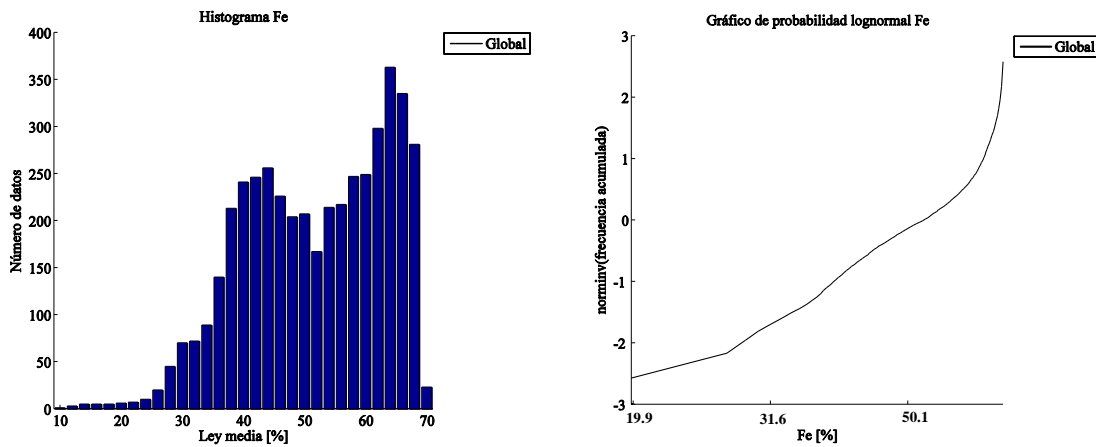
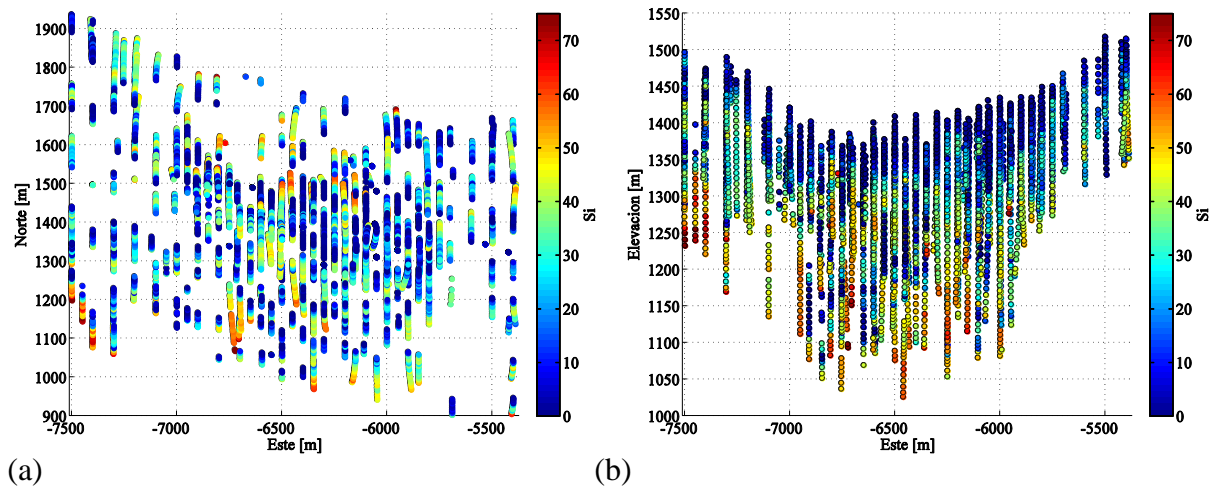


Figura 4.4: A la izquierda histograma fierro; a la derecha gráfico de probabilidad fierro

4.2.4.2 Sílice

Los mapas de sílice se presentan en la **figura 4.5**. En estos se observa una distribución de leyes opuesta al caso de fierro, es decir, las leyes bajas se localizan en el sector superficial.



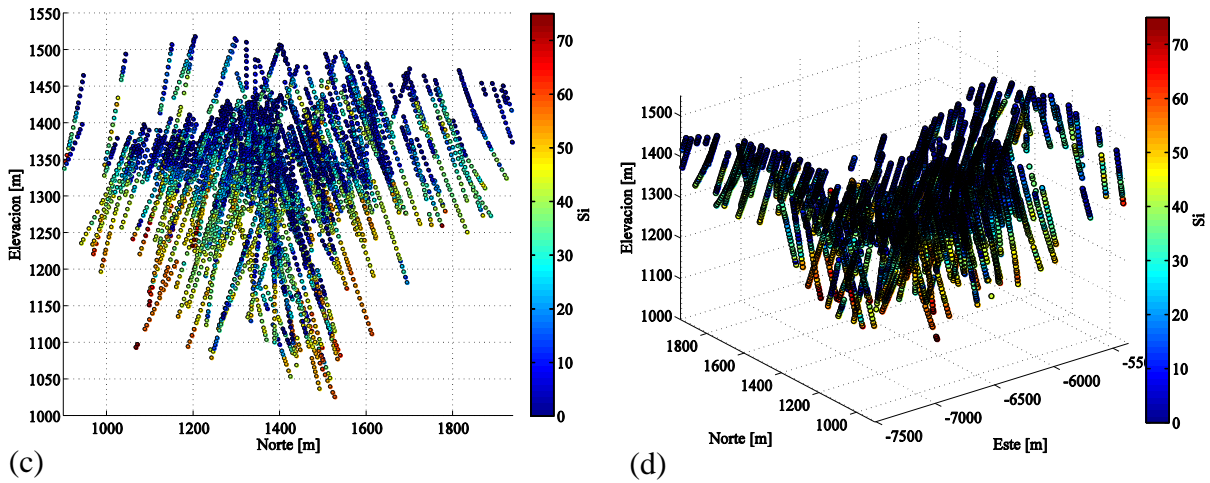


Figura 4.5: Mapas de ubicación sílice. Vista en planta (a), sección norte (b), sección este (c) y vista isométrica (d)

El histograma muestra una distribución de tipo multimodal, con una población asociada a las leyes inferiores a 1%, otra en el segmento de 1-40% y finalmente una población con las leyes superiores a 40%. El gráfico de probabilidad (figura 4.6) refleja las distintas poblaciones presentes en los datos. Estas poblaciones están asociadas a las posteriores unidades geológicas definidas en el siguiente capítulo.

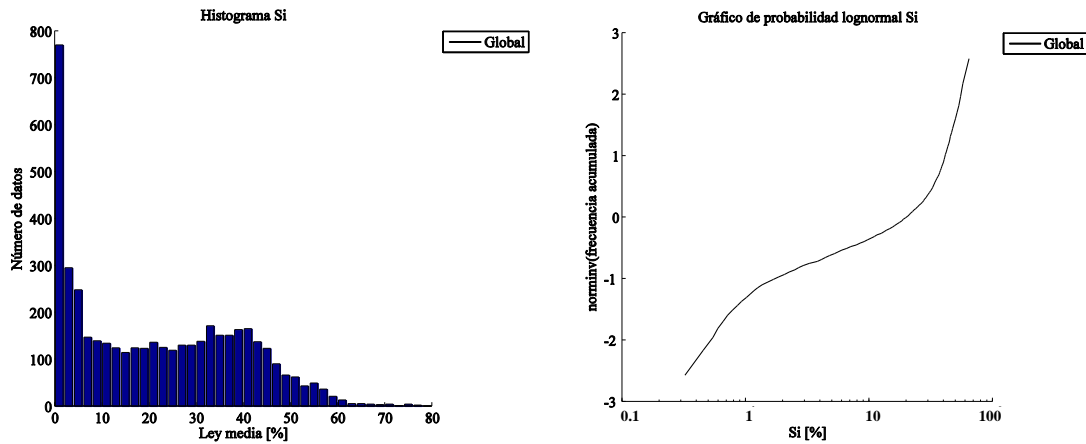


Figura 4.6: A la izquierda histograma sílice; a la derecha gráfico de probabilidad sílice

4.2.4.3 Fósforo

Los mapas de ubicación consideran las leyes inferiores a 0.2%, donde no se observa una deriva o tendencia clara, salvo con las leyes cercanas a 0% que en gran medida se ubican en sectores centrales.

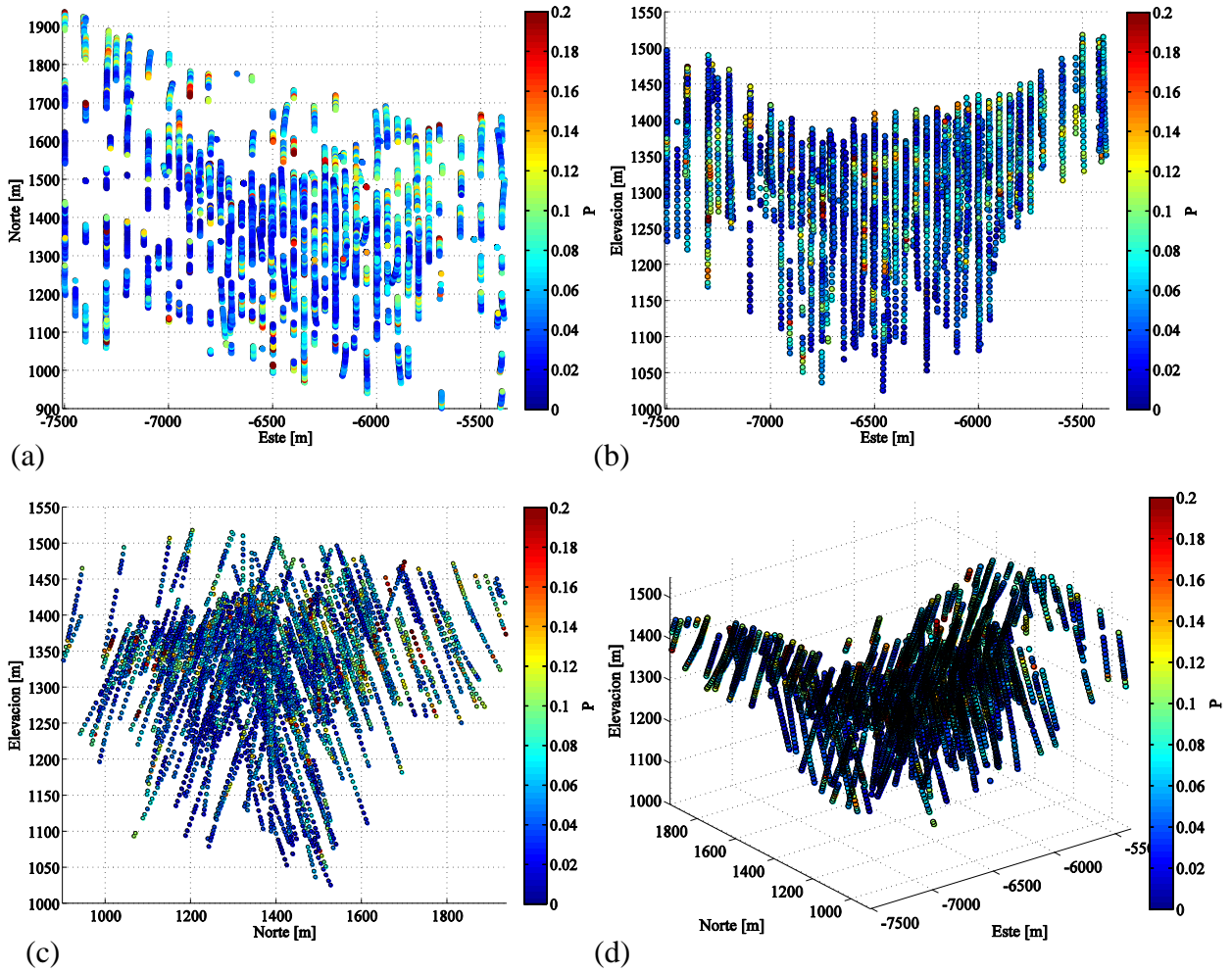


Figura 4.7: Mapas de ubicación fósforo. Vista en planta (a), sección norte (b), sección este (c) y vista isométrica (d)

El histograma de fósforo refleja una distribución asimétrica de tipo lognormal con una mayor concentración de leyes bajas. Esto queda confirmado al ver el gráfico de probabilidad, donde se observa una recta de principio a fin. Estas características se asocian con los litotipos de la variable, ya que la mayoría de estos presentan leyes bajas, en especial los tipos friables y compactos, que son predominantes.

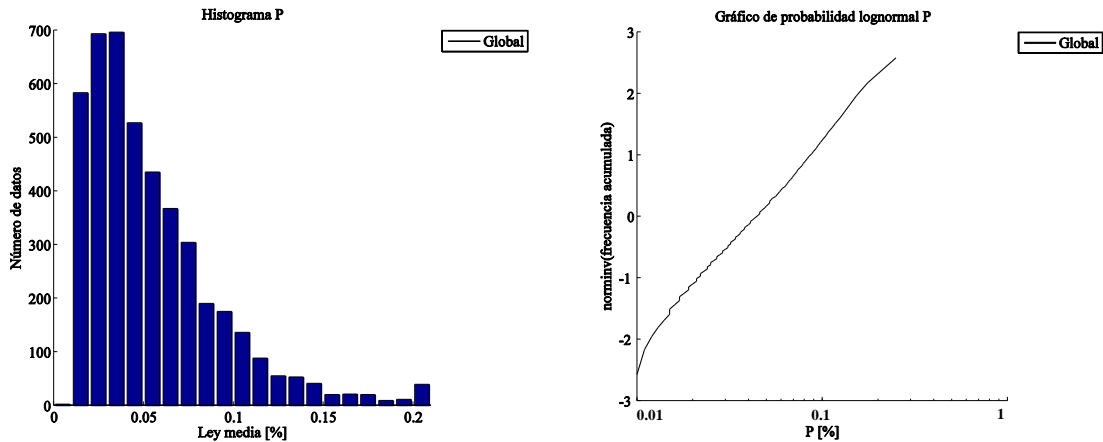


Figura 4.8: A la izquierda histograma fósforo; a la derecha gráfico de probabilidad fósforo

4.2.4.4 Aluminio

Las leyes altas de aluminio se ubican mayoritariamente en el sector superficial del muestreo como lo reflejan las siguientes ilustraciones.

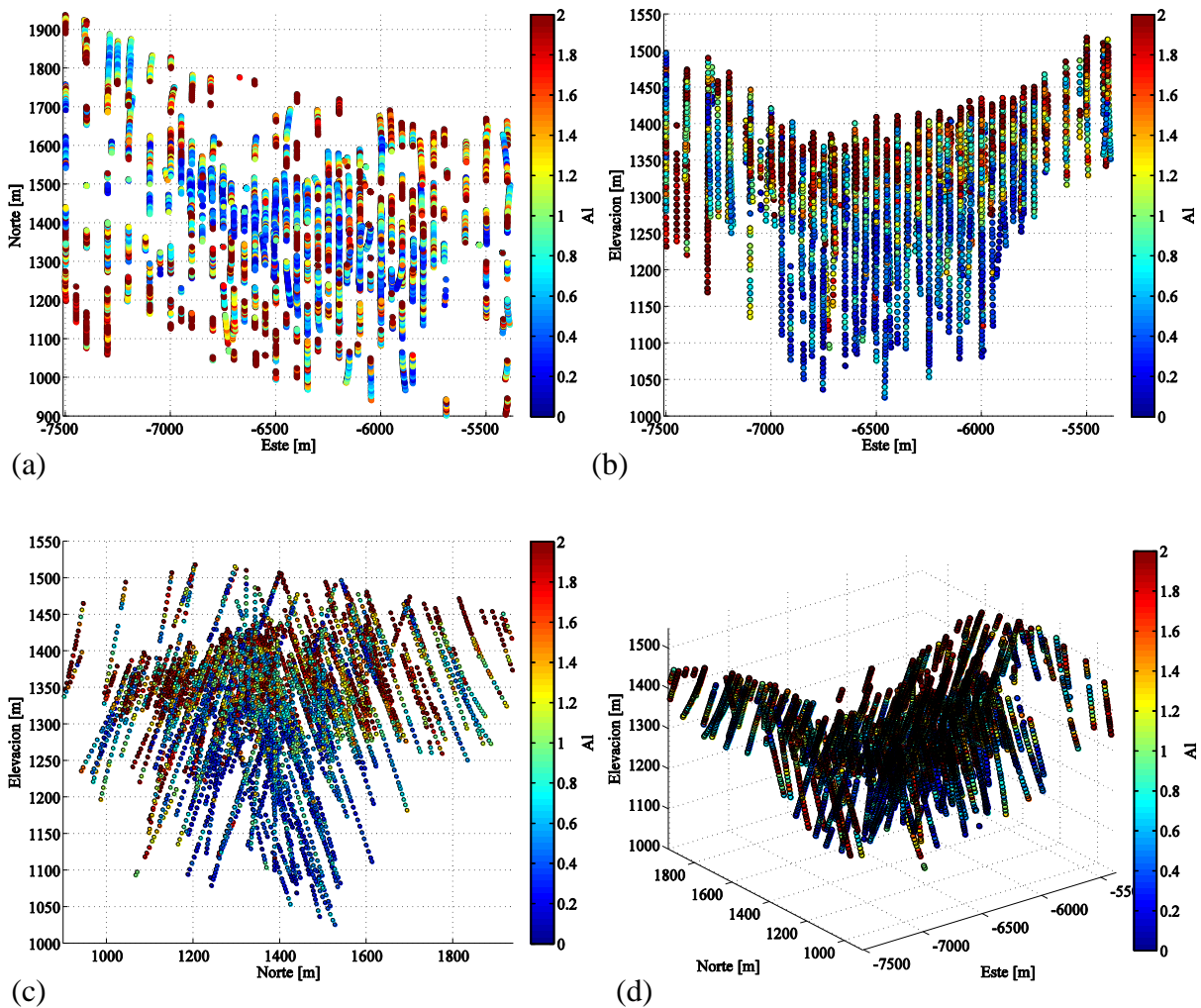


Figura 4.9: Mapas de ubicación aluminio. Vista en planta (a), sección norte (b), sección este (c) y vista isométrica (d)

La distribución de aluminio es de tipo lognormal, lo que se refleja tanto en su histograma como su gráfico de probabilidad. Al igual que en el caso de la variable anterior, la predominancia de leyes bajas se atribuye a los litotipos compactos y friables, quienes representa cerca del 60% del total de los tipos de roca.

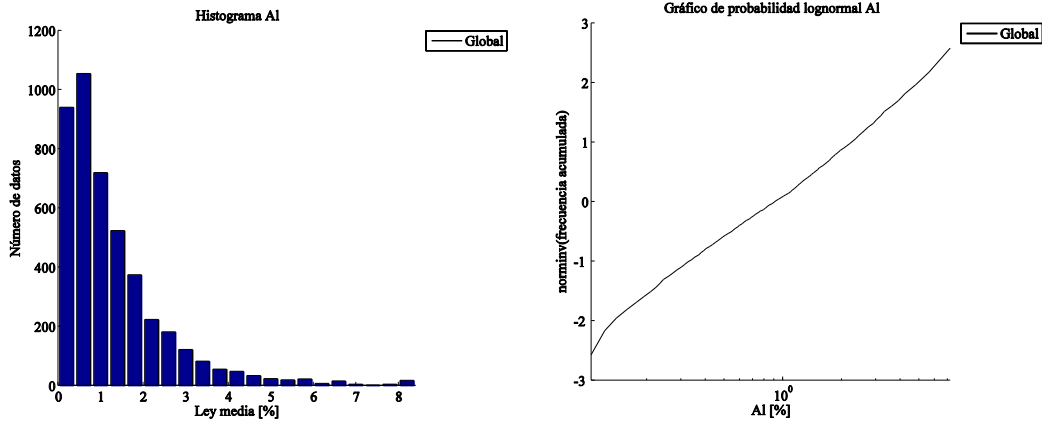


Figura 4.10: A la izquierda histograma aluminio; a la derecha gráfico de probabilidad de aluminio

4.2.4.5 Manganeso

Las leyes altas de este elemento se ubican en su mayoría entre las coordenadas 1000 [m] y 1200 [m] norte, como lo refleja su mapa de ubicación. Esto se asocia a la extensión del litotipo itabirita rica en manganeso, el cual posee por definición leyes altas de esta variable.

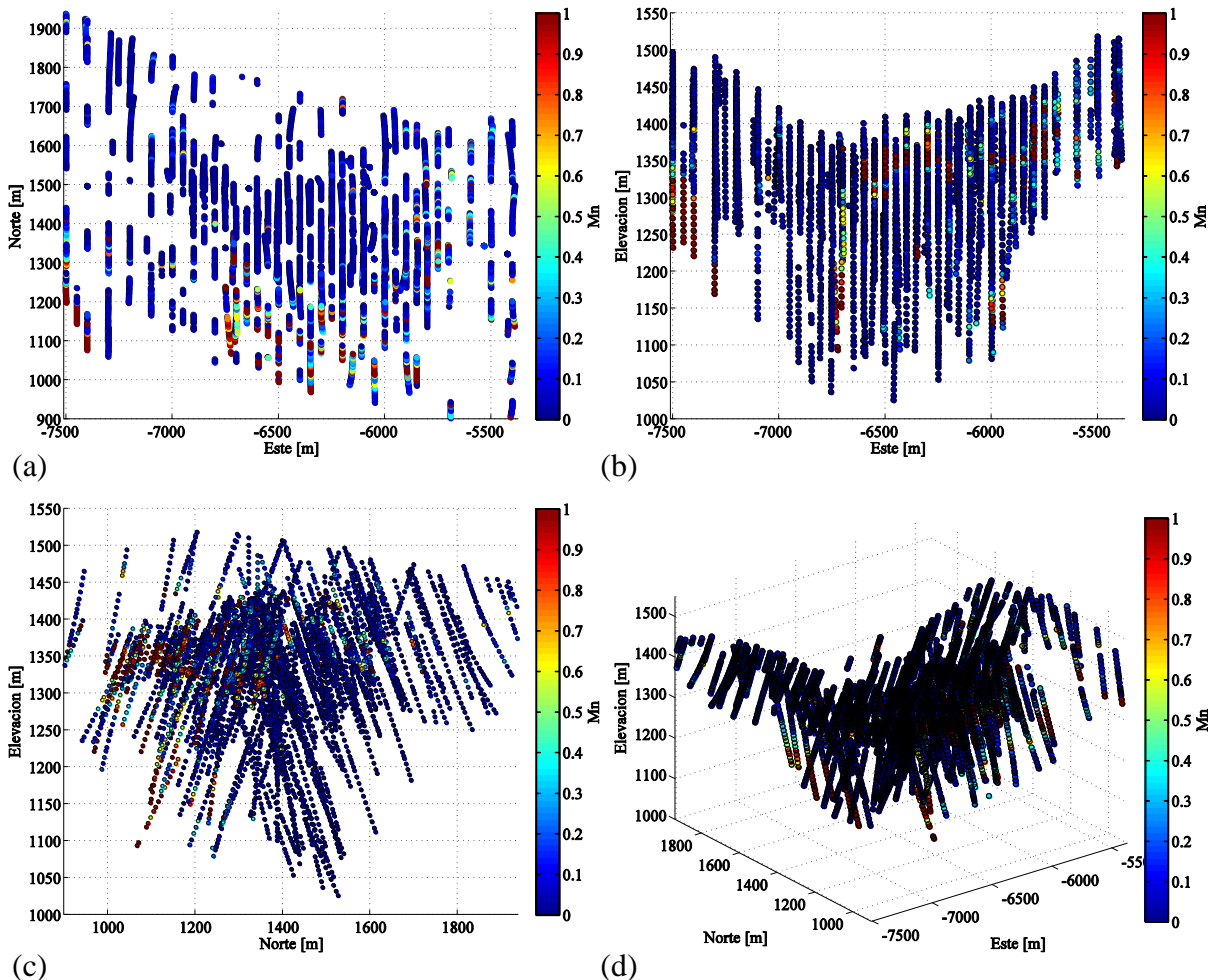


Figura 4.11: Mapas de ubicación manganeso. Vista en planta (a), sección norte (b), sección este (c) y vista isométrica (d)

La distribución de leyes de manganeso es fuertemente asimétrica (**figura 4.12**). El gráfico de probabilidad lognormal, muestra un conjunto de los datos que queda fuera de los límites de detección. La asimetría reflejada en manganeso se debe a la existencia de un litotipo fuertemente diferenciado respecto al resto, el cual es itabirita rica en manganeso, quien presenta estadísticas superiores en términos de leyes media.

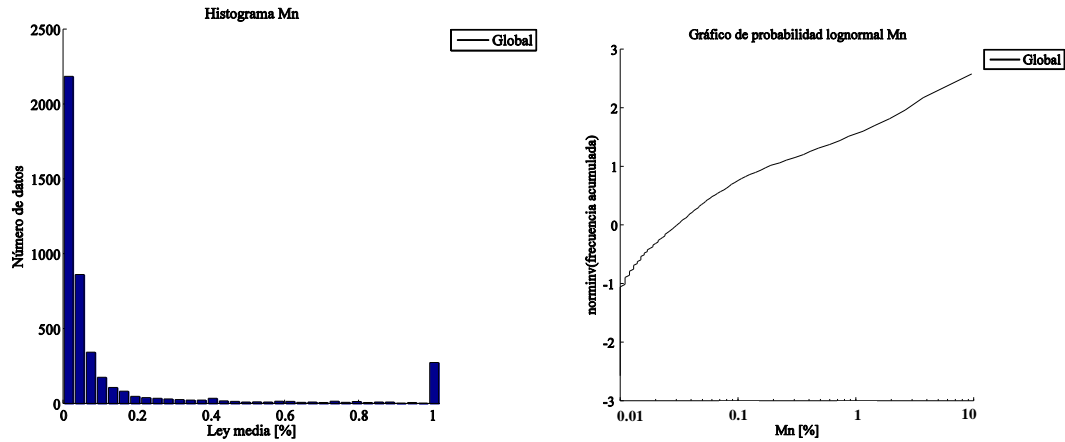
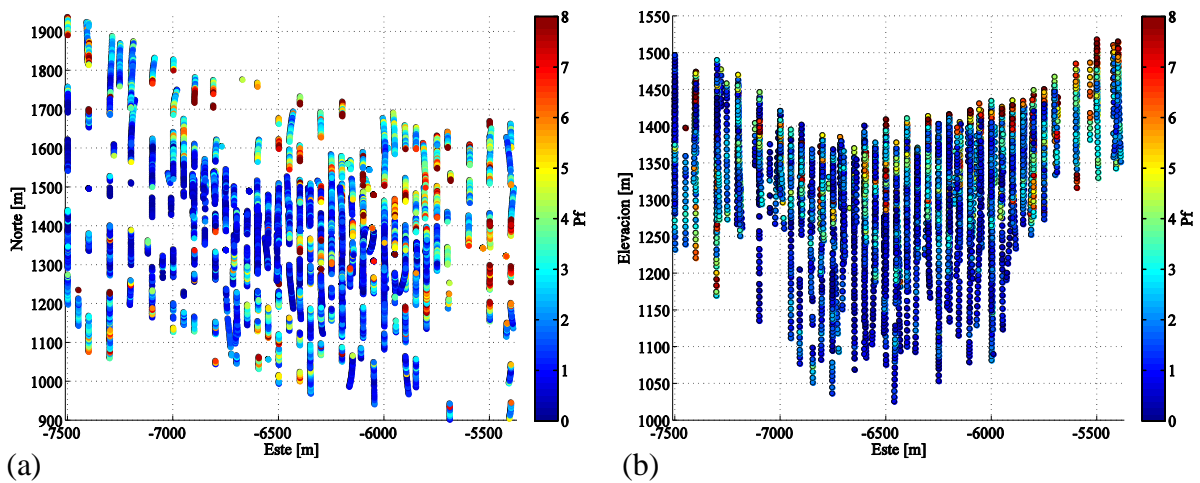


Figura 4.12: A la izquierda histograma manganeso; a la derecha gráfico de probabilidad manganeso

4.2.4.6 Pérdida de fuego

Los mapas de esta variable muestran una alta variabilidad en su ubicación espacial.



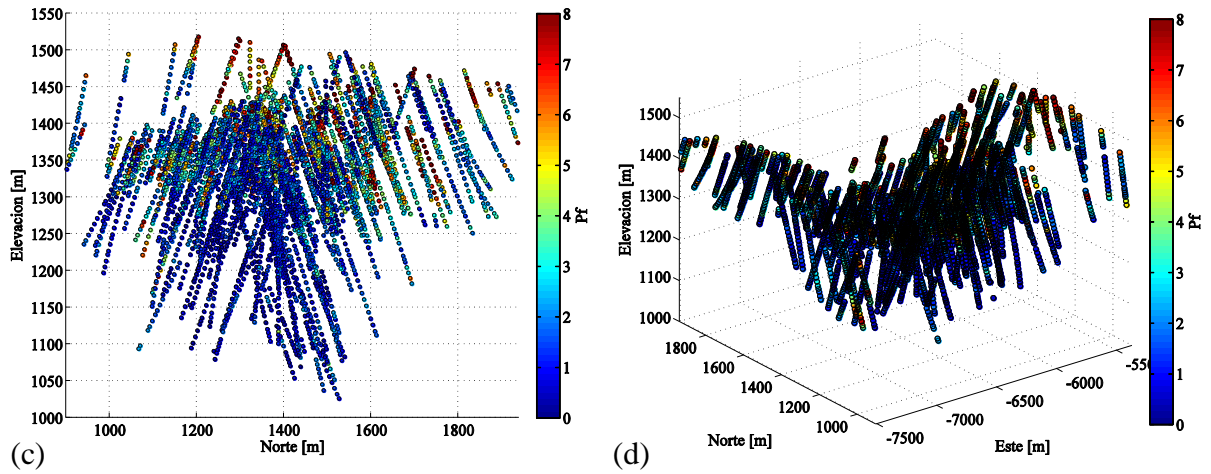


Figura 4.13: Mapas de ubicación pérdida de fuego. Vista en planta (a), sección norte (b), sección este (c) y vista isométrica (d)

La distribución de los datos es de tipo lognormal, como se indica en su histograma y gráfico de probabilidad lognormal. Nuevamente se observa el mismo fenómeno de las variables fósforo y aluminio, donde la presencia de los litotipos compactos y friables, permiten entender la alta concentración de leyes bajas en esta variable, ya que su presencia es significativa en el total de los datos disponibles.

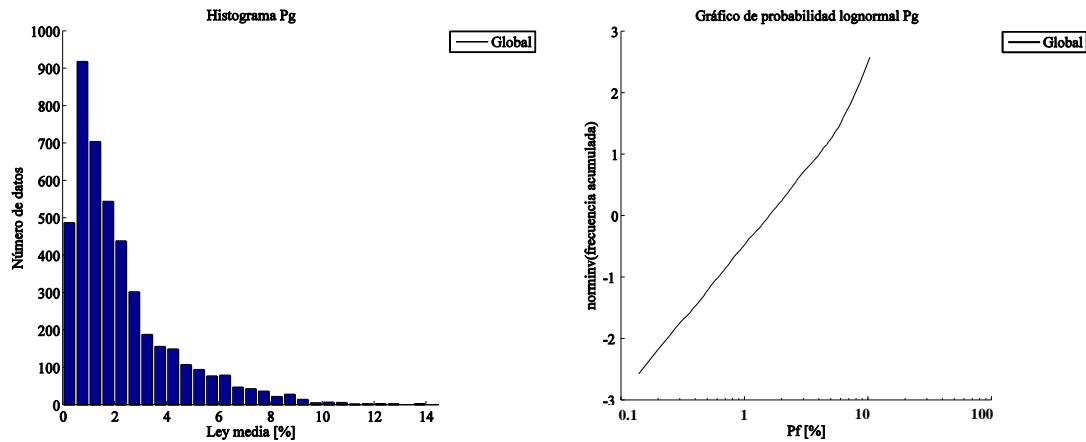


Figura 4.14: A la izquierda histograma pérdida de fuego; a la derecha gráfico de probabilidad pérdida de fuego

4.2.4.7 Granulometría G1

Esta variable tiene una distribución errática en el espacio, con mayores valores en profundidad.

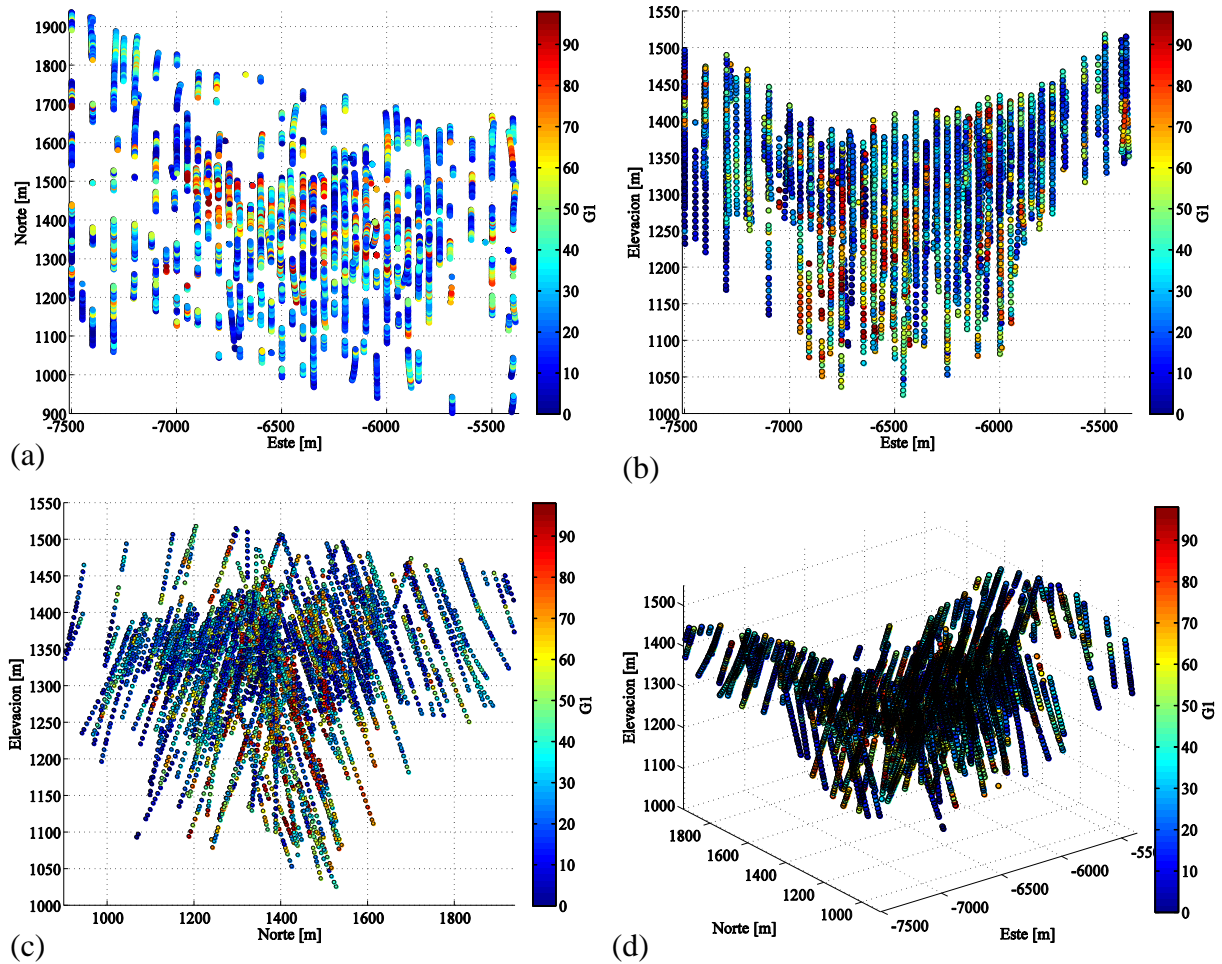


Figura 4.15: Mapas de ubicación granulometría G1. Vista en planta (a), sección norte (b), sección este (c) y vista isométrica (d)

Su distribución es asimétrica, donde su histograma y gráfico de probabilidad indican la posible existencia de dos o más poblaciones, que no tienen una transición abrupta. Estas poblaciones están generadas por las diferencias en términos de ley media existentes entre los tipos de roca friables y compactos, sin embargo para definir de forma adecuada las poblaciones se realizará un estudio detallado en el siguiente capítulo.

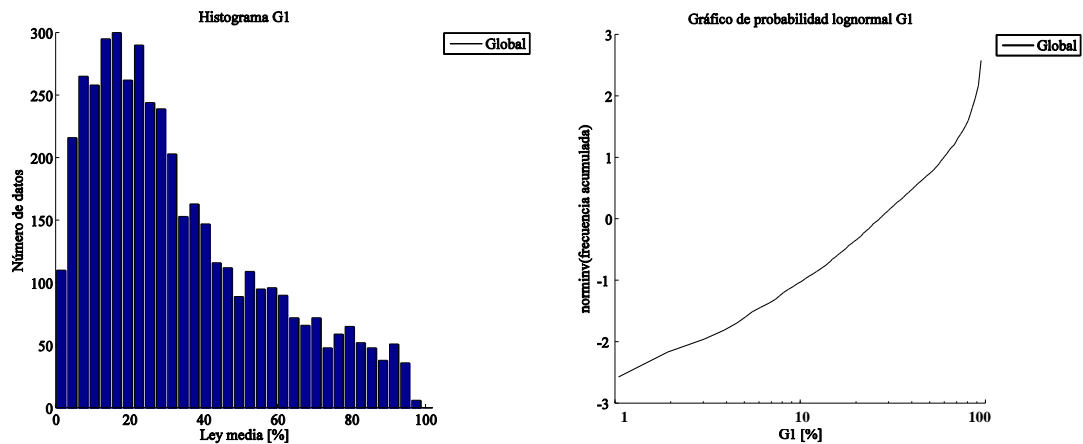


Figura 4.16: A la izquierda histograma granulometría G1; a la derecha gráfico de probabilidad granulometría G1

4.3. MODELO DE BLOQUES INTERPRETADO

El modelo de rocas del yacimiento corresponde a una interpretación sustentada en un kriging de indicadores, considerando bloques de 10x10x10 metros. Se ubica espacialmente en las siguientes coordenadas.

Coordenada	Mínimo [m]	Máximo [m]
Este	-7490	-5320
Norte	905	1975
Cota	1005	1545

Contiene la siguiente cantidad de nodos.

Coordenada	Número de nodos
Este	219
Norte	108
Cota	55

El porcentaje de cada litotipo respecto al total de los datos existentes en el modelo de bloques se presenta en la **tabla 4.8**. En ella se observa un cambio respecto a los datos con sondajes, ya que el litotipo predominante corresponde a IC y no IF, aunque ésta última sigue siendo significativa dentro del total de los datos. Los estériles aparecen en términos porcentuales en el modelo de bloques, lo que no se aprecia en los sondajes debido a que estos últimos se realizan en sectores preferenciales. Las principales diferencias entre los porcentajes de presencia de los litotipos a nivel de sondajes y modelo de bloque ocurren con HF que pasó de un 10% a nivel de sondajes a 1% en el modelo de bloques, IC que pasó de 10% a 27% e IF de 30% a 14%. La explicación de estas diferencias es la extensión de ambas bases de datos, junto a la forma de determinación de cada una, ya que en sondajes suelen establecerse los litotipos mediante interpretaciones geológicas y químicas, mientras que en el modelo de bloques se aplicó una técnica de simulación.

Tabla 4.8: Porcentaje de cada tipo de roca dentro del modelo de bloques

Tipo de Roca	Porcentaje del total del modelo de bloques [%]
Dolomita	7.77
Laterita	0.00
Estéril	2.59
Canga	12.33
Dolomita filítica	0.04
Itabirita rica en aluminio	1.27
Itabirita rica en manganeso	0.48
Itabirita compacta	27.41
Itabirita friable	14.20
Hematita friable	0.96
Hematita compacta	0.66
Itabirita friable rica en hierro	1.56
Hematita rica en aluminio	0.43

Filita	10.52
Itabirita anfibolítica	0.93
Estéril	9.55
Intrusivos	0.15
Estéril	0.17
Aire	8.97

Al igual como se determinó a nivel de sondajes, se estableció el porcentaje de contacto de los principales tipos de roca en el modelo de bloques interpretado, donde se obtuvieron los siguientes valores.

Tabla 4.9: Porcentaje de contacto de cada litotipo con el resto de los tipos de roca (Modelo de bloques)

	CG	HAL	HC	HF	IA	IAL	IC	IF	IFR	IMN	Estériles
HAL	13.9	0	9.1	23.5	11.0	7.9	1.6	10.8	13.4	7.9	0.9
HC	5.4	7.1	0	25.4	1.4	2.5	12.9	23.0	16.3	0.6	5.4
HF	13.8	10.5	14.6	0	1.8	5.1	2.3	18.2	25.4	3.6	4.7
IA	17.1	6.9	1.2	2.5	0	29.1	4.0	27.4	5.3	1.0	5.5
IAL	8.8	2.8	1.2	4.1	16.7	0	4.8	45.0	9.4	2.4	4.8
IC	1.2	0.2	2.3	0.7	0.9	1.9	0	65.9	3.5	0.9	22.5
IF	5.3	1.0	2.8	3.9	4.2	12.1	45.1	0	13.6	4.6	7.4
IFR	8.6	3.9	6.1	16.5	2.5	7.6	7.2	41.2	0	4.5	1.9
IMN	8.1	3.9	0.7	7.4	1.5	7.2	6.0	44.3	14.5	0	6.4

Al observar la **tabla 4.9** se aprecia que los principales litotipos se encuentran en contacto con la canga, otros tipos de roca y estéril, lo que difiere de la tabla donde se calculan los porcentajes de contacto a nivel de sondajes, pues en ellos los contactos con estéril eran cercanos a cero. Destacable es el caso de la itabirita compacta que tiene un cuarto de sus datos en contacto con estériles, lo que es evidente al observar la distribución de los litotipos en el modelo de bloques.

Los tipos de roca del grupo itabirita se encuentran mayoritariamente en contacto con los de su mismo grupo con porcentajes superiores al 60%. Los del grupo hematita presentan principalmente contactos con los del grupo itabirita en porcentajes que rondan el 52%, mientras que con los de su mismo grupo sólo alcanzan el 30%.

Para visualizar el modelo de rocas interpretado del yacimiento se presenta una vista en planta y dos secciones en las **figuras 4.17 a 4.19**.

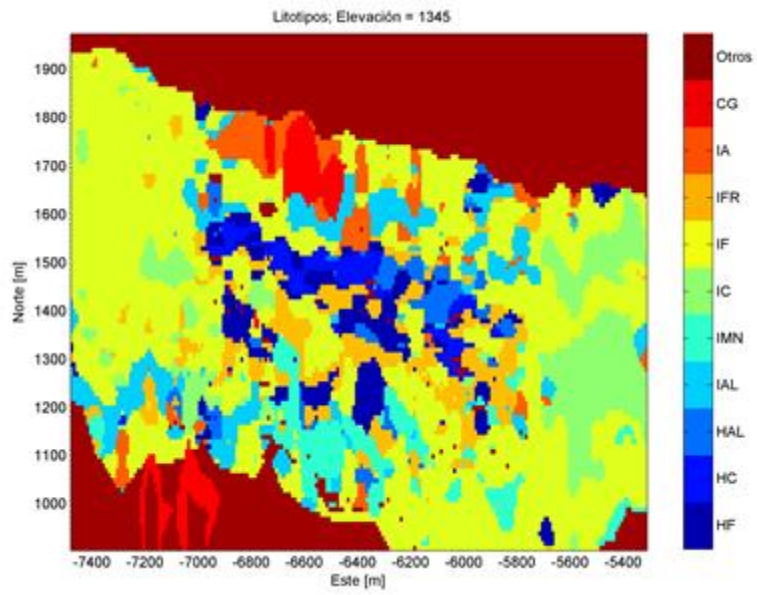


Figura 4.17: Vista en planta elevación 1345 [m], modelo de bloques interpretado

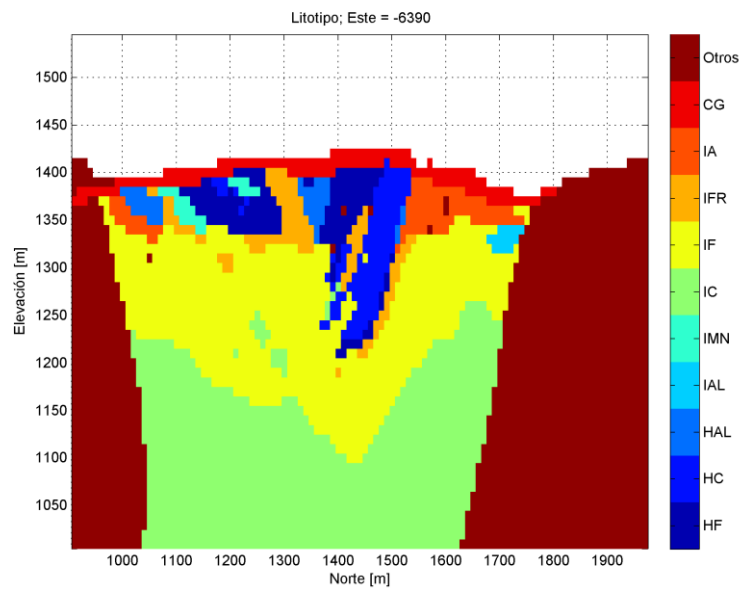


Figura 4.18: Sección este -6390 [m], modelo de bloques interpretado

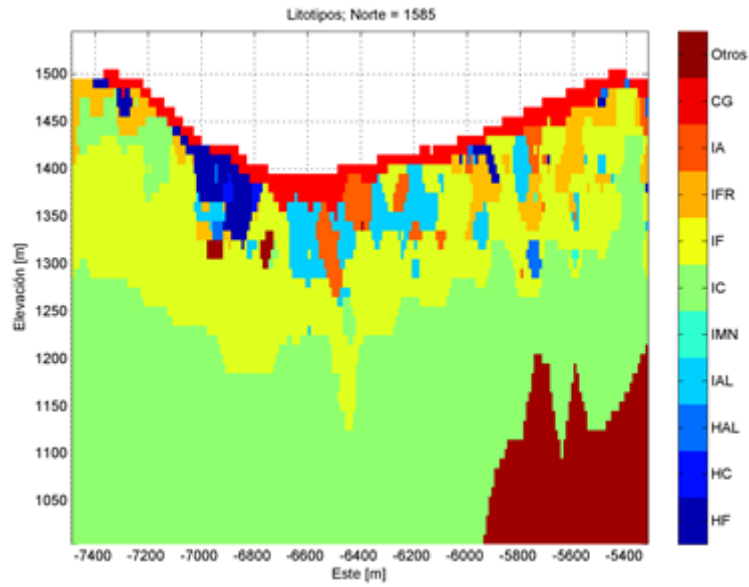


Figura 4.19: Sección norte 1585 [m], modelo de bloques interpretado

El modelo de bloques representa lo complejo del yacimiento en términos mineralógicos, debido a la existencia de un gran número de litotipos. Mayoritariamente se localizan los tipos de roca sin interés económicos en los bordes, mientras que la canga se localiza en el sector superior. Las itabiritas compacta y friable se presentan en profundidad y generalmente en los bordes, con un alto contacto entre ellas. Las hematitas, se ubican en superficie y mayoritariamente en el centro del depósito mineral.

CAPÍTULO 5

MODELAMIENTO Y COSIMULACIÓN DE LEYES

5.1. DEFINICIÓN DE UNIDADES GEOLÓGICAS

Como fue mencionado en capítulos anteriores, una de las principales innovaciones de este trabajo es la definición de unidades geológicas para cada variable y no para el conjunto total de los datos, como se hace comúnmente. Para determinar las unidades de cada variable se consideraron aspectos estadísticos, geológicos y espaciales, con el objetivo de agrupar tipos de roca que guarden relación en todos los aspectos.

La canga, debido a su importancia económica y su naturaleza supérgena, será considerada por si sola como una unidad geológica. Los estériles y el aire al ser un tipo sin interés económico no constituirán parte de ningún grupo geológico, siendo simulados con leyes cero y -99, respectivamente. Es por esto que se centra el análisis de contacto en los litotipos de los grupos hematita e itabirita.

Dentro de la definición de las unidades geológicas, el análisis de contacto permite realizar el estudio del comportamiento de una variable continua en la frontera de dos litotipos [8] [18]. Para esto se cuenta con dos herramientas prácticas, el gráfico de correlación cruzada y el estudio de la ley media versus la distancia desde el contacto. El objetivo de ambos instrumentos estadísticos, es estudiar cómo se comporta la variable en la zona de contacto de dos tipos de roca y también como lo hace a medida que aumenta la distancia de separación medida desde dicho contacto. Un contacto suave se refleja con un correlograma que no desaparece ni cae de forma abrupta para distancias pequeñas y con un gráfico de media versus distancia donde la diferencia de las medias a pequeñas separaciones es pequeña o nula. Caso contrario ocurre en los contactos duros, donde los correlogramas pierden correlación a pequeñas distancias, además de presentar una ley media que varía fuertemente al cambiar de litotipo.

A continuación se presentan las herramientas utilizadas para determinar las unidades geológicas de cada variable, junto con una tabla que resume dicho resultado.

5.1.1 Fierro

Debido a las diferencias geológicas y estadísticas, la primera aproximación consiste en dividir los dominios en dos: hematitas e itabiritas, por esto se despliega el gráfico de probabilidad e histograma considerando estas dos unidades.

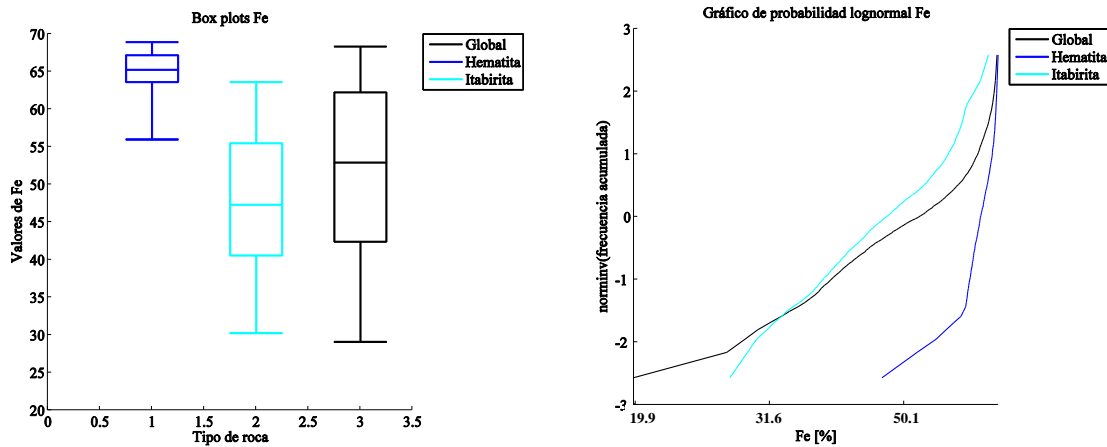


Figura 5.1: Box plot y gráfico de probabilidad lognormal hierro

Se observa que existe una diferencia considerable entre ambos grupos. El box plot permite apreciar estadísticas completamente disímiles, donde las hematitas presentan las mayores leyes de hierro, mientras que el gráfico de probabilidad muestra la existencia de dos poblaciones con distribuciones completamente distintas. Por lo tanto, no tiene sentido definir las unidades de estimación sin dividir estos dos grupos.

Con esta premisa se realiza un gráfico de media versus desviación estándar que permite entender el comportamiento estadístico de cada litotipo. Este gráfico muestra la existencia de tres grupos principales, donde las itabiritas se subdividen entre aquellas de bajas leyes y alta desviación y aquellas de leyes intermedias y desviación variable. En general, el gráfico muestra un efecto proporcional inverso de la variable, donde a mayores leyes se presentan menores desviaciones.

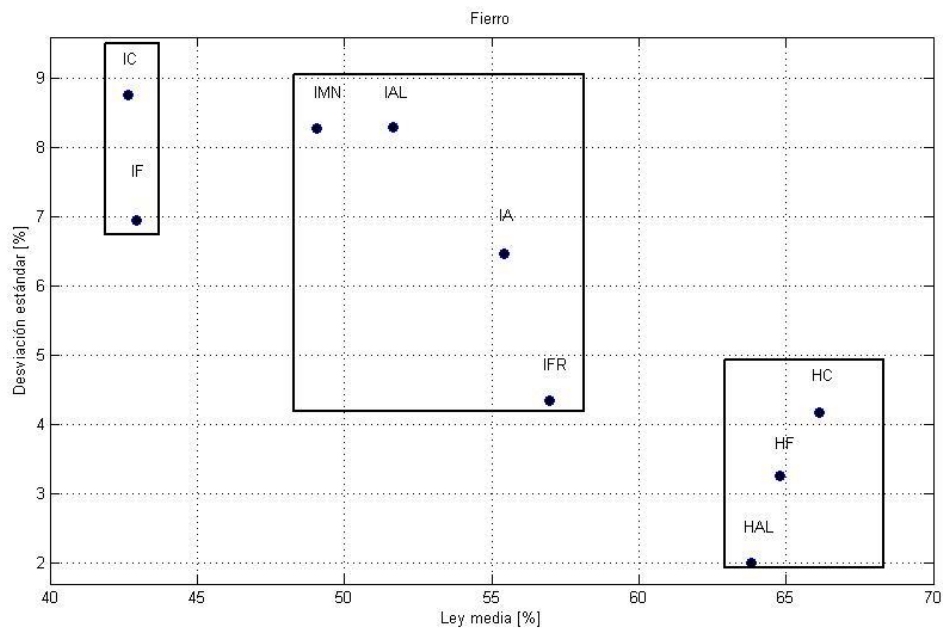


Figura 5.2: Gráfico media vs. desviación estándar para cada litotipo de la variable hierro

Las unidades geológicas definidas se presentan a continuación.

UG	Litotipos
1	HC HF HAL
2	IFR IAL IA IMN
3	IC IF

Para las unidades geológicas se presenta el box plot, gráfico de probabilidad y el histograma que permitirá validar o no esta definición. En la **figura 5.3** se observan diferencias estadísticas y principalmente de distribución entre las tres unidades geológicas, lo que permite definir las como las unidades de estimación finales para la variable hierro.

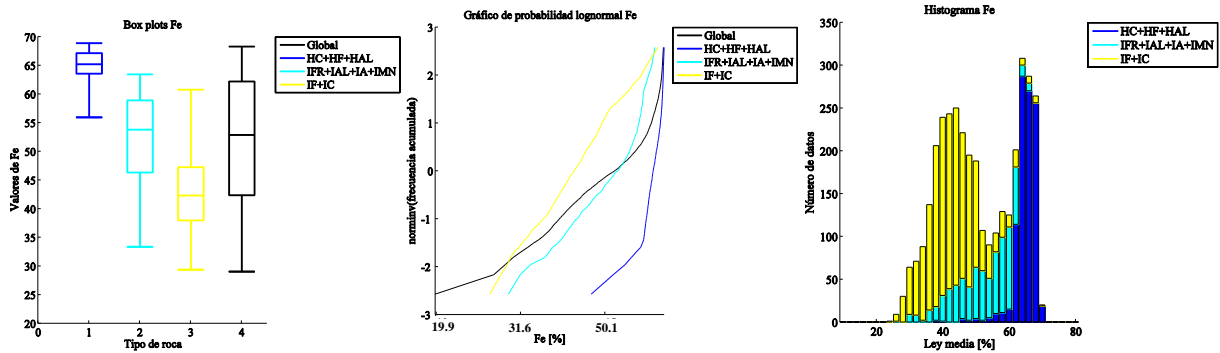
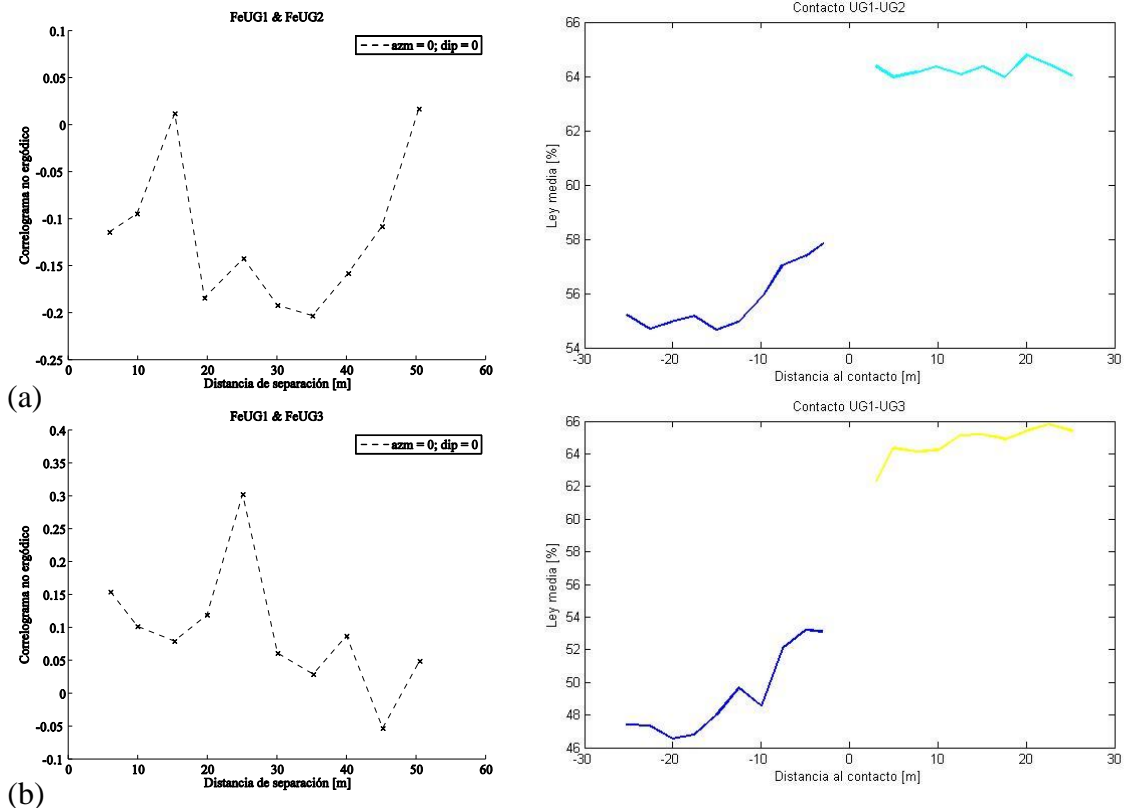


Figura 5.3: Box plot, gráfico de probabilidad e histograma unidades geológicas hierro

Para estas unidades geológicas se realizará el análisis de contacto mediante el estudio de los correlogramas cruzados y gráficos de media versus distancia respecto al contacto.



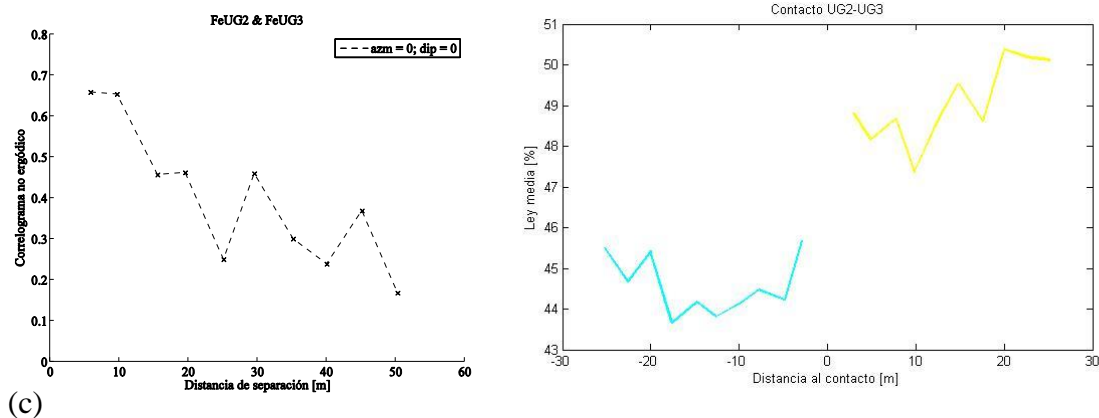


Figura 5.4: Correlograma cruzado y gráfico de ley media vs. distancia al contacto variable fierro. (a) UG1-UG2, (b) UG1-UG3 y (c) UG2-UG3

El contacto entre las distintas unidades de fierro es principalmente duro, ya que se observan transiciones abruptas en el valor medio al alejarse del contacto. Sin embargo, el gráfico de correlación muestra que la transición entre las UG2 y UG3 es menos estricta y su variación en términos medios cerca del contacto es solo de 3.1%, así este contacto podría ser de tipo blando o medio, a diferencia de los otros.

5.1.2 Sílice

La definición de unidades geológicas en el caso de sílice es análoga a fierro, debido a que además de presentar una correlación negativa alta, estas variables fueron definidas de forma complementaria, donde a mayores leyes de fierro se presentan las menores para sílice y viceversa. De hecho al analizar el gráfico de media y desviación estándar para los diferentes tipos de roca de sílice se aprecia un efecto proporcional donde los litotipos se configuran de forma contraria a lo visualizado en el caso de fierro (figura 5.2).

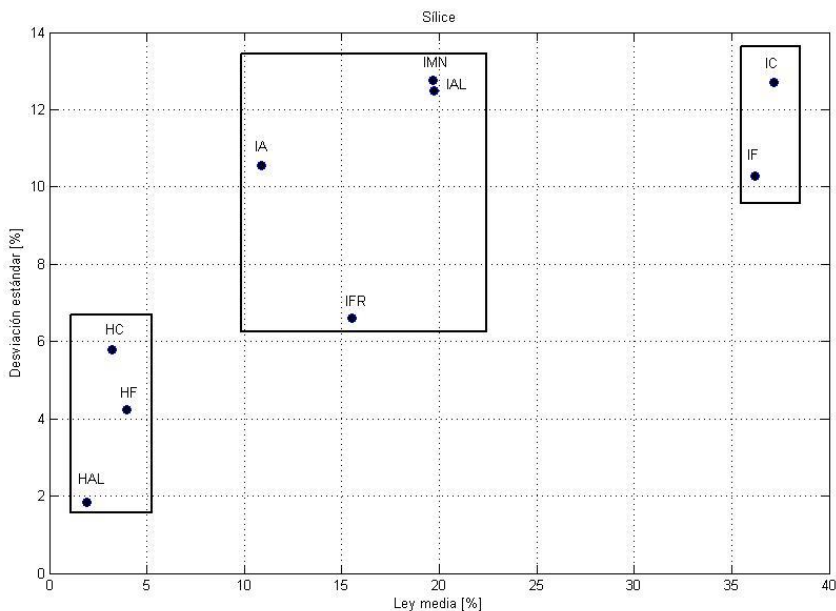


Figura 5.5: Gráfico media vs. desviación estándar para cada litotipo de la variable sílice

En la **figura 5.5** se distinguen de forma clara las mismas asociaciones que en la variable fierro, donde las hematitas e itabiritas presentan un corte en torno a la ley media de 7%. Dentro de las itabiritas se produce un nuevo corte entre aquellas de mayores leyes (IC y IF) y las de medias centrales. Por lo tanto las unidades geológicas de sílice se resumen en la siguiente tabla.

UG	Litotipos
1	HC HF HAL
2	IFR IAL IA IMN
3	IC IF

Para estudiar las estadísticas y distribución de las unidades de estimación de sílice se presentan su box plot, gráfico de probabilidad e histograma. Se observa un comportamiento similar al de la variable anterior, con diferencias considerables en términos de estadísticos y de distribuciones entre las unidades geológicas. Además estas figuras permiten validar la hipótesis del comportamiento inverso entre sílice y fierro, ya que la UG1 es la misma entre ambas variables, sin embargo en el primer caso corresponde a la de menores leyes, mientras que en fierro son las más ricas en dicho metal.

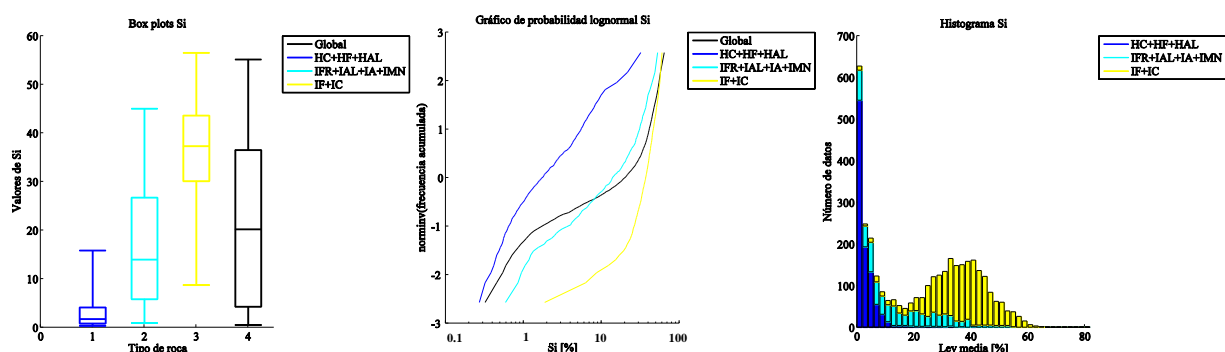


Figura 5.6: Box plot, gráfico de probabilidad e histograma unidades geológicas sílice

En relación al contacto entre las unidades geológicas se observa que la primera frontera (UG1-UG2) es de tipo dura, tanto por diferencias en la media alrededor del contacto y la pérdida de correlación, que desaparece a 20 [m] de distancia. En el caso de las UG1-UG3 su frontera también es dura en todos los términos posibles. Finalmente las UG2-UG3 presentan diferencias menores en términos de leyes cerca del contacto y su correlación es superior al resto de las fronteras, por lo tanto podría ser una frontera de tipo intermedia, ya que no pertenece a ninguno de los dos extremos posibles.

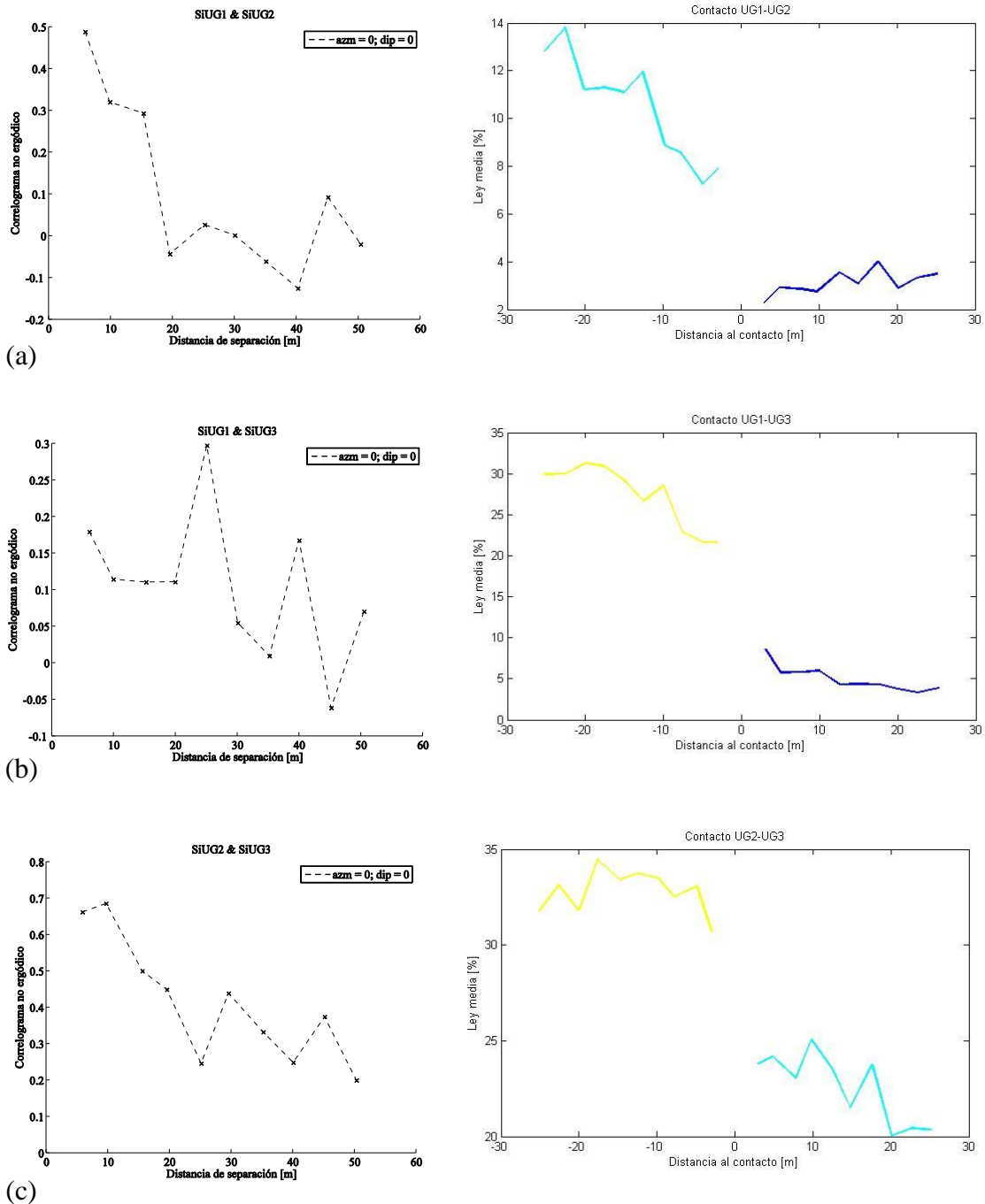


Figura 5.7: Correlograma cruzado y gráfico de ley media vs. distancia al contacto variable sílice. (a) UG1-UG2, (b) UG1-UG3 y (c) UG2-UG3

5.1.3 Fósforo

Para definir las unidades geológicas de esta variable se utiliza como primera aproximación el gráfico de ley media versus desviación estándar. En la **figura 5.8** se observa un efecto proporcional, donde las mayores leyes de fósforo tienen asociada una mayor desviación. Además existen tres asociaciones claras, el grupo de los compactos y friables, el conjunto de los aluminosos y manganesíferos y la itabirita anfíbolítica, que se ubica en el extremo superior derecho del gráfico.

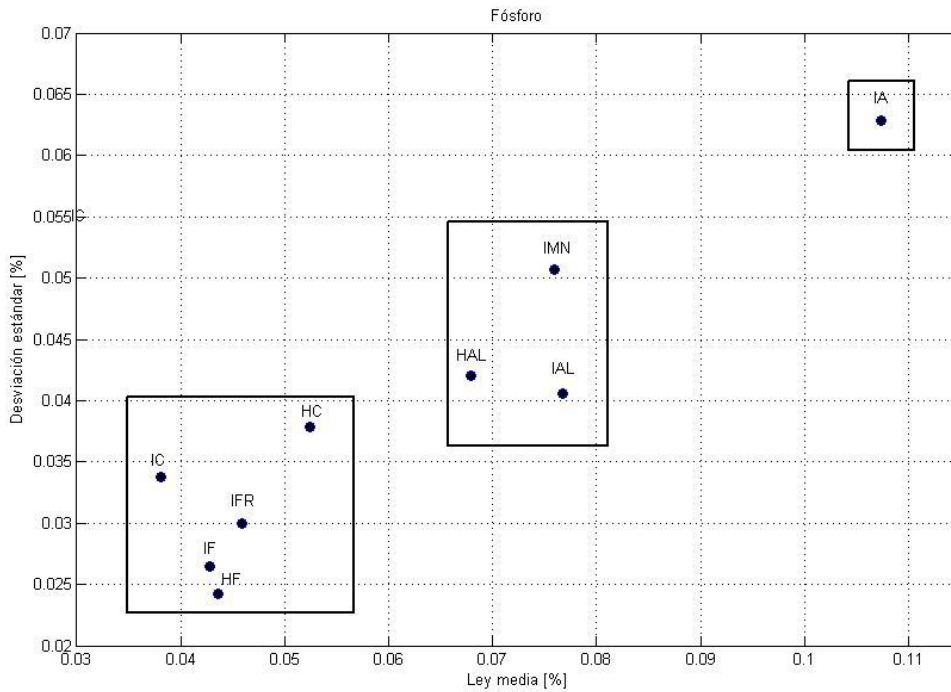


Figura 5.8: Gráfico media vs. desviación estándar para cada litotipo de la variable fósforo

El resumen de las unidades geológicas de fósforo se presenta en la siguiente tabla.

UG	Litotipos
1	IA
2	HAL IAL IMN
3	IC IF HC HF IFR

Para verificar las estadísticas y distribuciones de las unidades geológicas anteriores se muestran las siguientes herramientas gráficas. En ellas se observan diferencias evidentes en los rangos de cada unidad, donde la mayor proporción y menores leyes corresponden a la UG3. En relación a la distribución los tres grupos presentan una de tipo lognormal, pero con diferencias en sus estadísticos de primer orden.

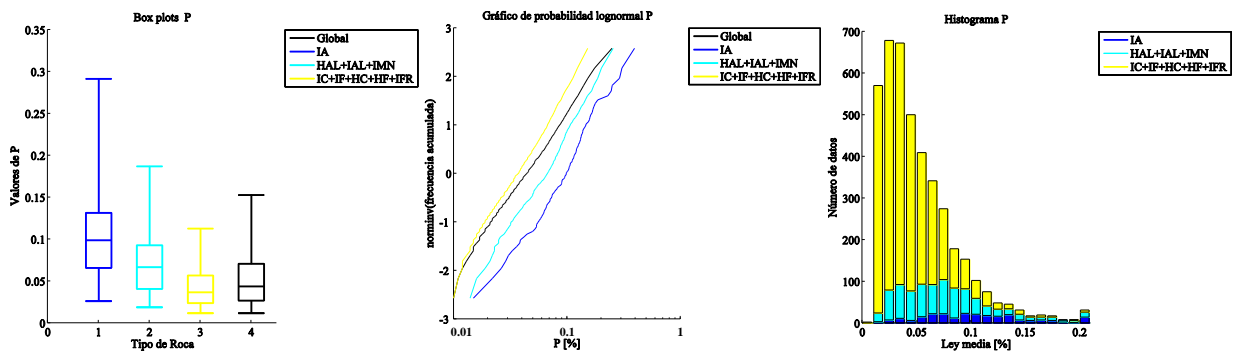


Figura 5.9: Box plot, gráfico de probabilidad e histograma unidades geológicas fósforo

Para analizar el contacto en la frontera de las unidades definidas se presentan las siguientes figuras.

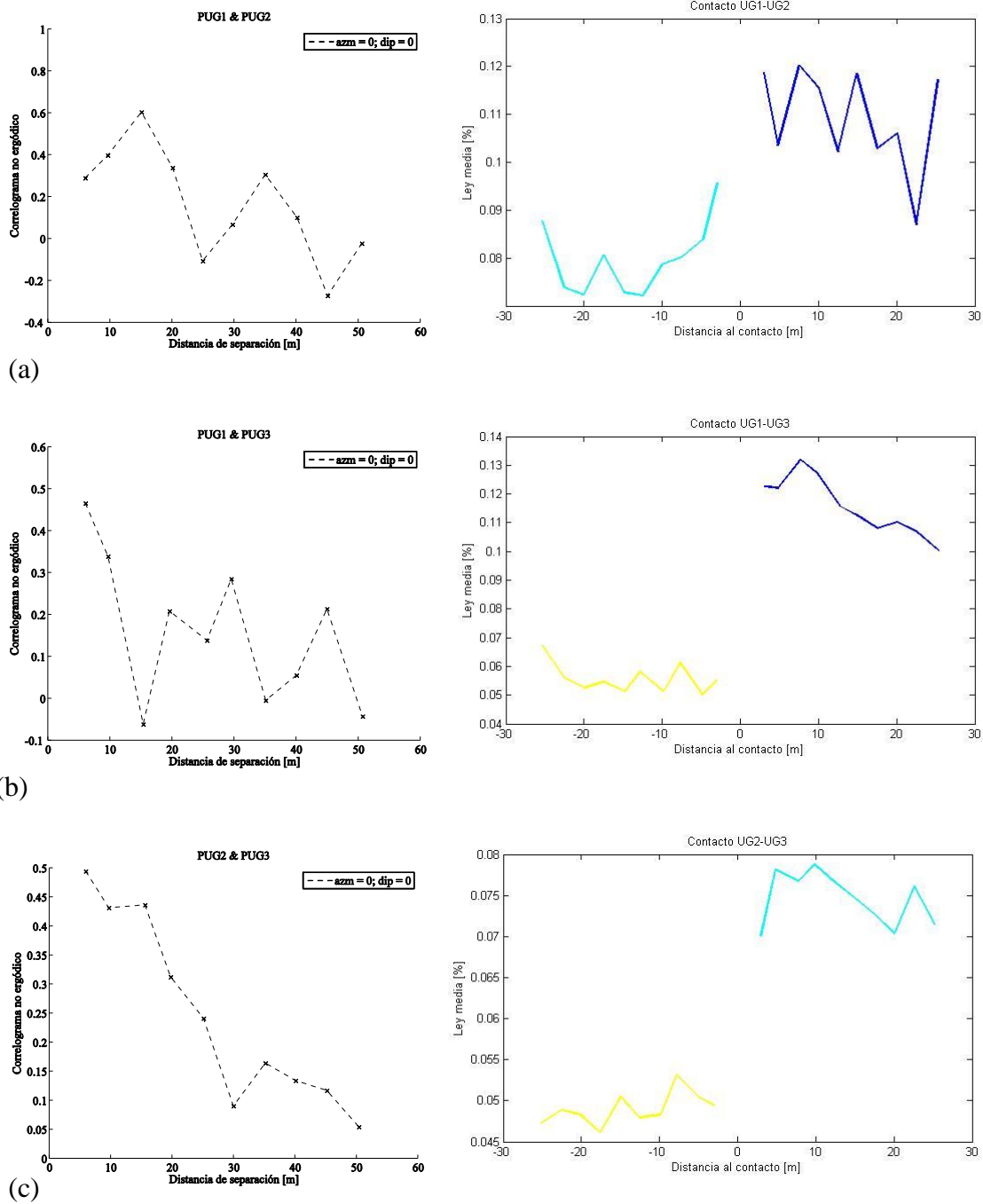


Figura 5.10: Correlograma cruzado y gráfico de ley media vs. distancia al contacto variable fósforo. (a) UG1-UG2, (b) UG1-UG3 y (c) UG2-UG3

En las gráficas anteriores se observan contactos duros entre las unidades geológicas, en especial al observar la ley media a través del contacto donde se aprecian transiciones abruptas al cambiar de unidad de estimación. Los correlogramas cruzados muestran pérdidas de correlación en los casos (b) y (c), mientras que el caso (a) presenta un aumento en la correlación desde 5 [m] hasta 15 [m] de distancia en torno al contacto.

5.1.4 Aluminio

Al igual que con las variables anteriores se despliega en gráfico de ley media versus desviación estándar que permite diferenciar estadísticamente los litotipos.

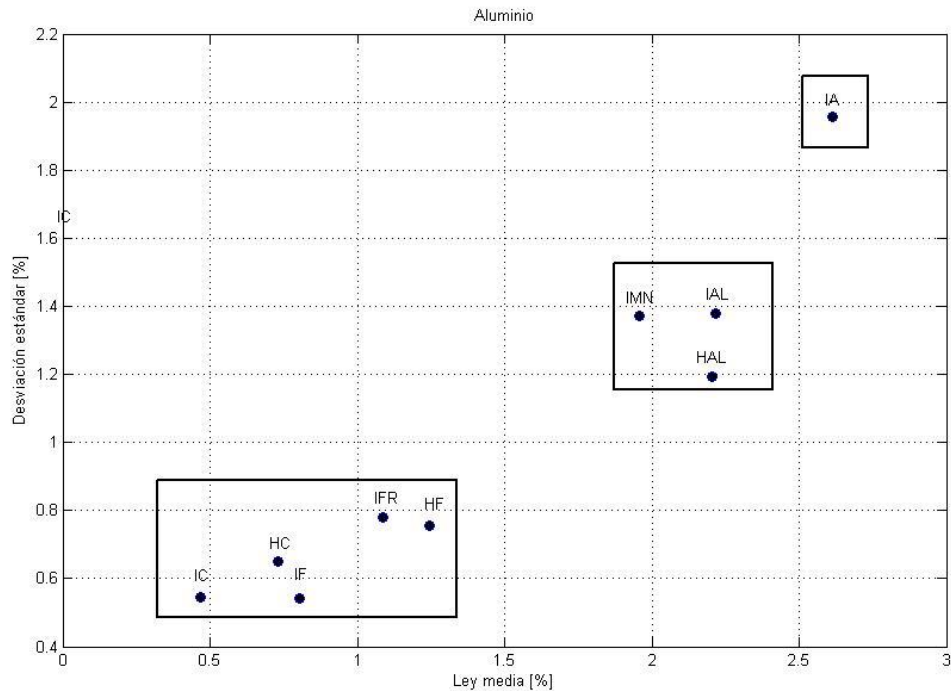


Figura 5.11: Gráfico media vs. desviación estándar para cada litotipo de la variable aluminio

De acuerdo a la **figura 5.11** se diferencian tres grupos de tipos de roca. El primero corresponde a los compactos y friables con leyes y desviaciones bajas, el segundo está conformado por los litotipos aluminosos y manganesíferos con leyes y desviaciones intermedias en relación al rango de valores disponibles, finalmente la itabirita anfibolítica es aquella con mayores estadísticos ubicándose en el sector superior del gráfico. Es importante notar que esta configuración es idéntica en términos de ubicación al caso de fósforo, lo que significa que sus unidades de estimación serán las mismas.

UG	Litotipos
1	IA
2	HAL IAL IMN
3	IC IF HC HF IFR

Para analizar el comportamiento de las unidades geológicas establecidas se estudia en primer lugar el box plot, donde se observan las diferencias ya indicadas en la gráfica anterior. El gráfico de probabilidad muestra distribuciones lognormales en los tres grupos, existiendo una fuerte relación de continuidad entre las unidades UG1 y UG2, lo que también se manifiesta en su histograma.

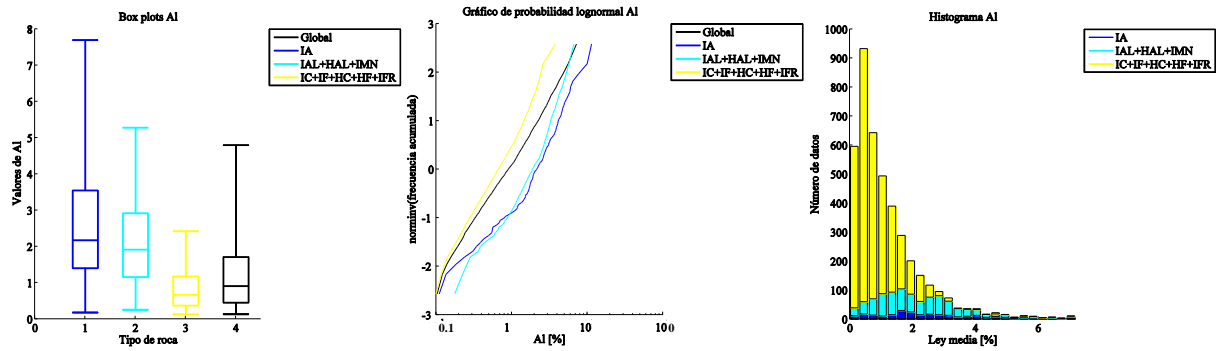
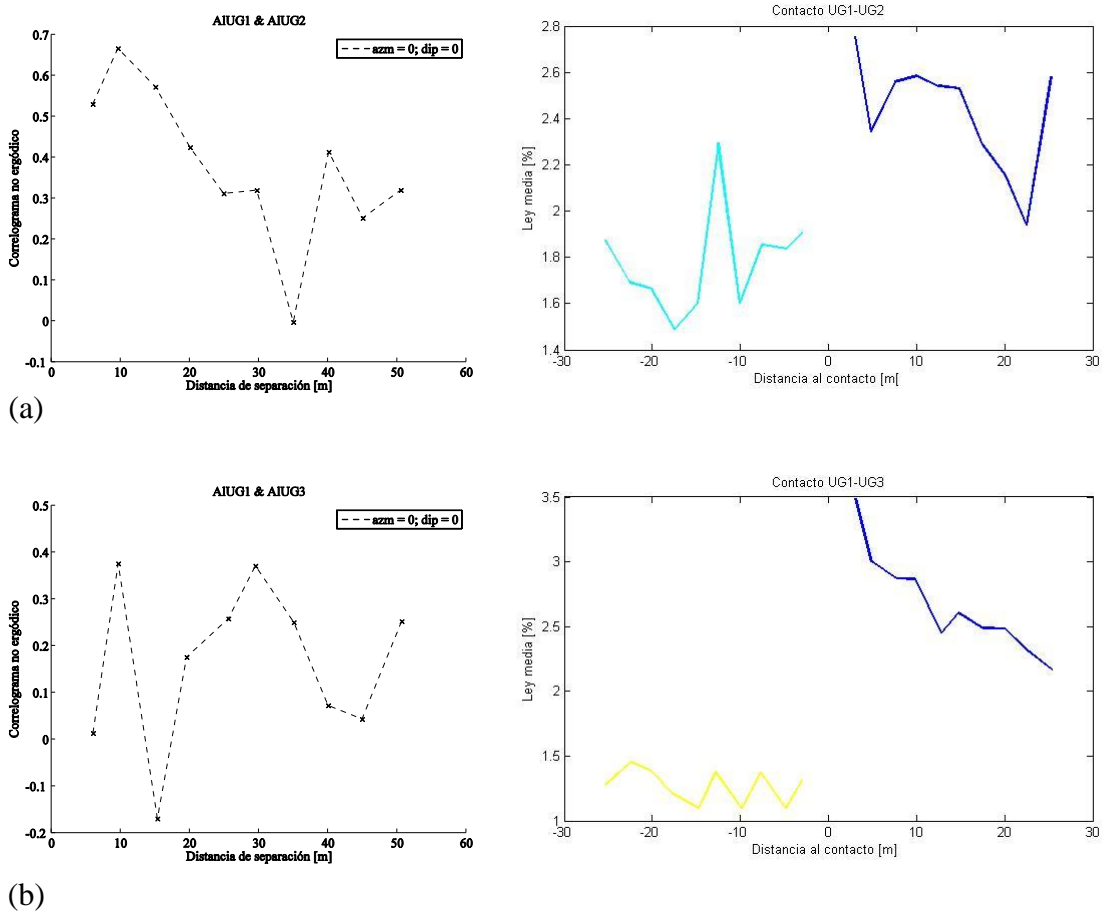


Figura 5.12: Box plot, gráfico de probabilidad e histograma unidades geológicas aluminio

Como existen diferencias y similitudes entre las unidades de estimación es necesario comprender cómo se comporta su frontera, para esto se presenta la **figura 5.13**. En el primer caso se observa una transición abrupta en la ley media del aluminio, sin embargo la correlación se pierde casi de forma completa a los 35 [m] del contacto. La frontera de las UG1 y UG3 es dura, presentando escasa correlación y diferencias drásticas en la ley media. Finalmente el último caso (UG2 y UG3) presenta poca correlación cerca del contacto pero las leyes medias si tienen cierta continuidad, lo que podría definir este contacto como intermedio.



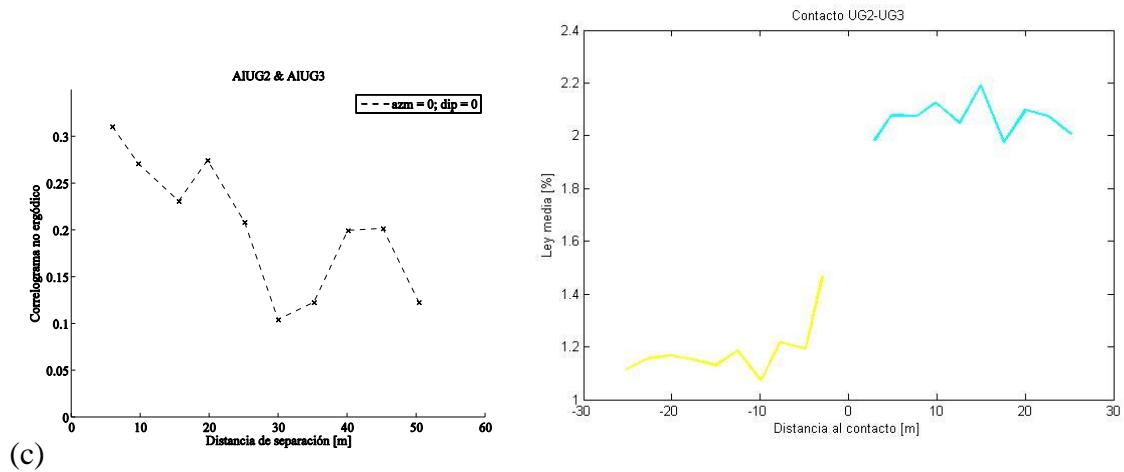


Figura 5.13: Correlograma cruzado y gráfico de ley media vs. distancia al contacto variable aluminio. (a) UG1-UG2, (b) UG1-UG3 y (c) UG2-UG3

5.1.5 Manganeso

Para visualizar las estadísticas de los tipos de roca de esta variable es necesario presentar el gráfico de media y desviación estándar en escala logarítmica, con el objetivo de poder distinguir con mayor claridad las relaciones existentes entre los litotipos. La **figura 5.14** muestra esta representación, donde se observa una marcada diferencia del litotipo itabirita rica en manganeso en comparación al resto de los tipos de rocas. Dentro de estos últimos no se logra una diferenciación clara ya que si bien hay un corte en la desviación 0.5%, ésta no se sustenta en términos de definición de los litotipos, pues al analizar la **tabla 4.4** se aprecia que las itabiritas friables, aluminosas y anfíbolíticas, junto con las hematitas compactas y friables comparten un atributo común, que con dicho corte no tendría lugar. Por lo tanto, se decide definir para esta variable solamente dos unidades geológicas como se indica a continuación.

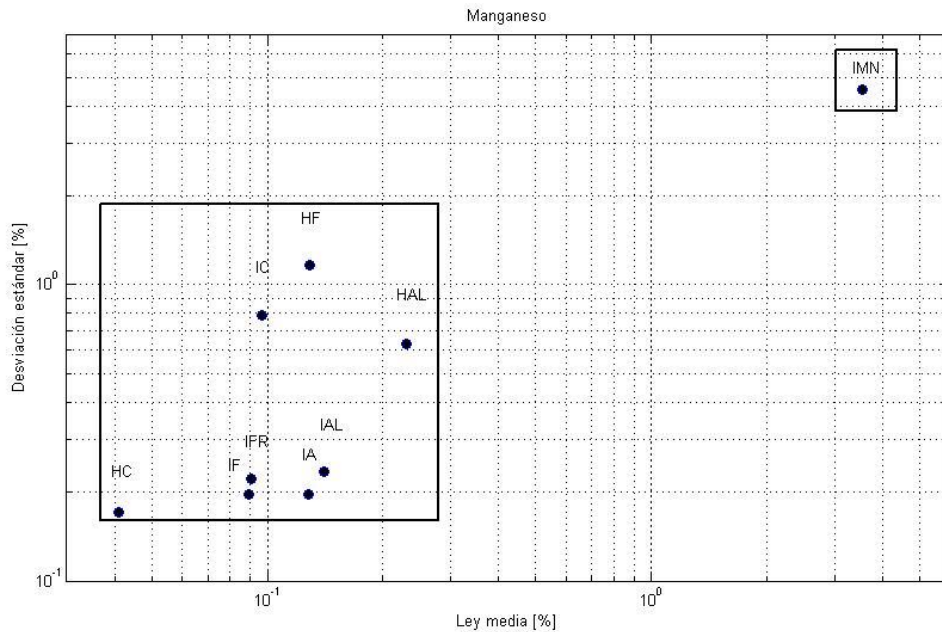


Figura 5.14: Gráfico media vs. desviación estándar para cada litotipo de la variable manganeso

UG	Litotipos
1	IMN
2	HAL IAL IMN IC IF HC HF IFR

Las herramientas estadísticas de las unidades generadas se resumen en la **figura 5.15**. En el box plot se observan diferencias drásticas, donde las unidades no comparten el valor mínimo, máximo, medio ni otro estadístico. Finalmente el histograma refleja lo antes mencionado, donde la mayor parte de los datos se atribuye a la UG2, quien concentra gran cantidad de los tipos de roca.

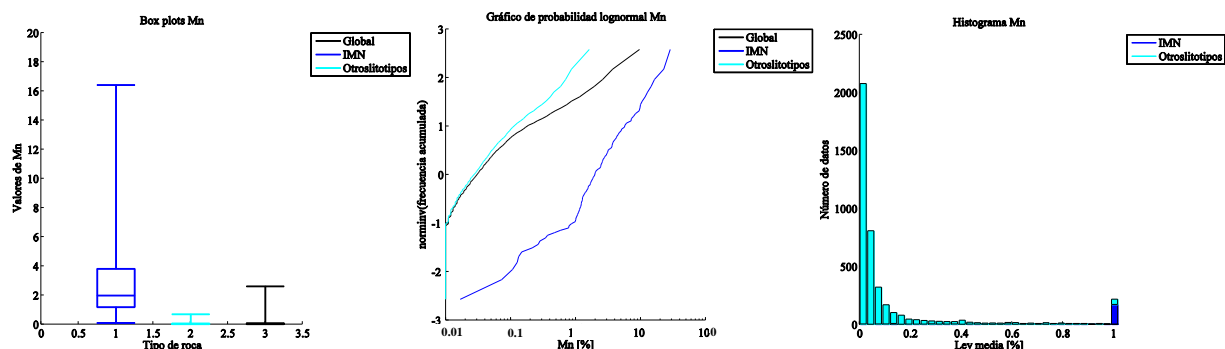


Figura 5.15: Box plot, gráfico de probabilidad e histograma unidades geológicas manganeso

La frontera definida para ambas unidades geológicas no presenta una transición suave en la ley media del manganeso y su correlación es cercana a cero en la frontera, lo que hace presumir que corresponde a un contacto duro.

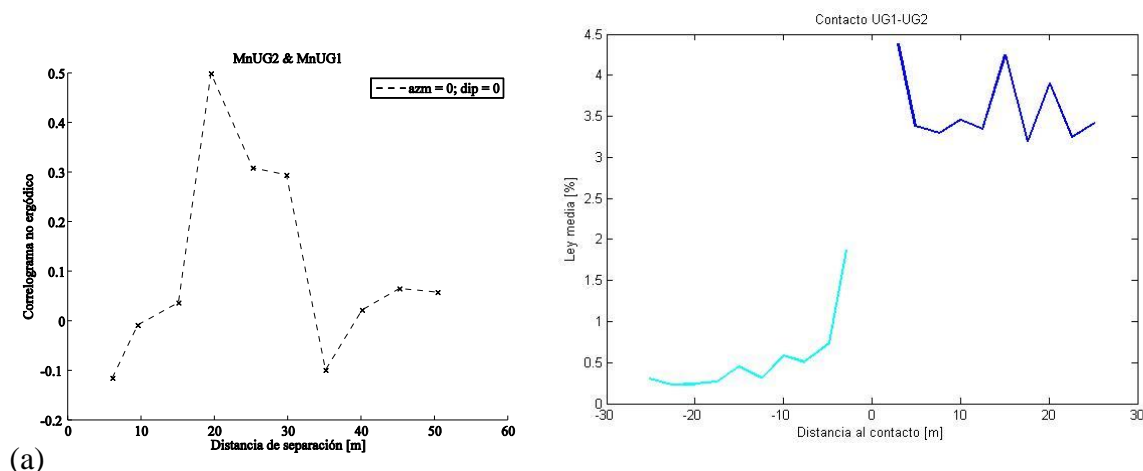


Figura 5.16: Correlograma cruzado y gráfico de ley media vs. distancia al contacto variable manganeso. (a) UG1-UG2

5.1.6 Pérdida de fuego

Esta variable presenta tipos de roca que se relacionan estadísticamente con fósforo y aluminio, de hecho la **figura 5.17** es comparable con las **figuras 5.8 y 5.11**, con la salvedad de los valores que

cambian para cada una de las variables. En las tres se observa un efecto proporcional asociado a los litotipos, con tres grupos diferenciados por su ley media y desviación estándar.

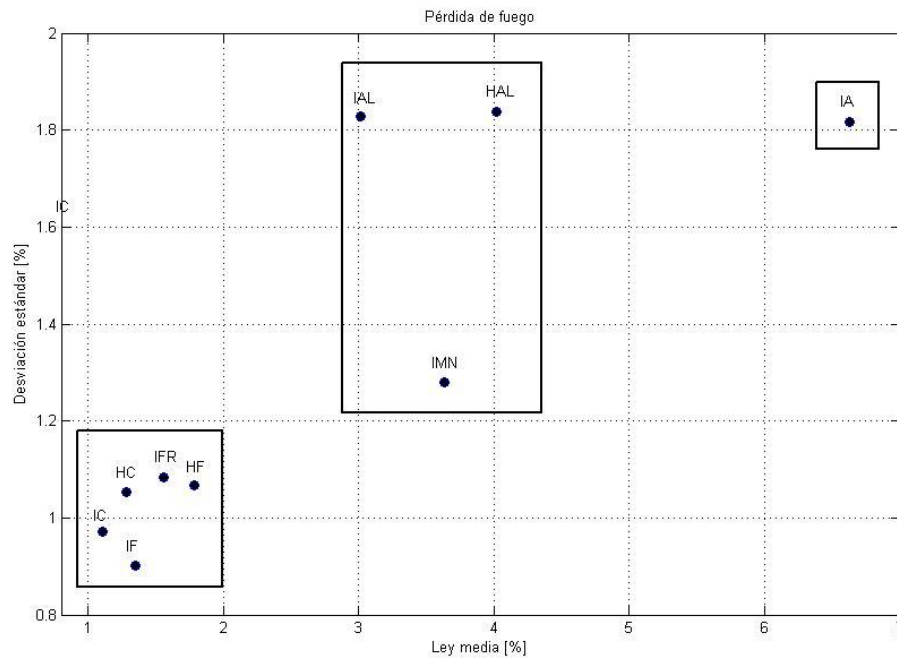


Figura 5.17: Gráfico media vs. desviación estándar para cada litotipo de la variable pérdida de fuego

Por lo antes mencionado y de acuerdo a lo visualizado en la **figura 5.17** se definen las siguientes unidades geológicas para pérdida de fuego.

UG	Litotipos
1	IA
2	HAL IAL IMN
3	IC IF HC HF IFR

El box plot de las unidades de estimación refleja las diferencias de sus estadísticos, siendo la UG3 la más cercana a la ley media global y UG2 quien tiene mayor similitud con el rango global. La distribuciones son distintas para los tres grupos, siendo la UG3 quien presenta un marcado comportamiento lognormal, lo que se valida en el gráfico de probabilidad y su histograma.

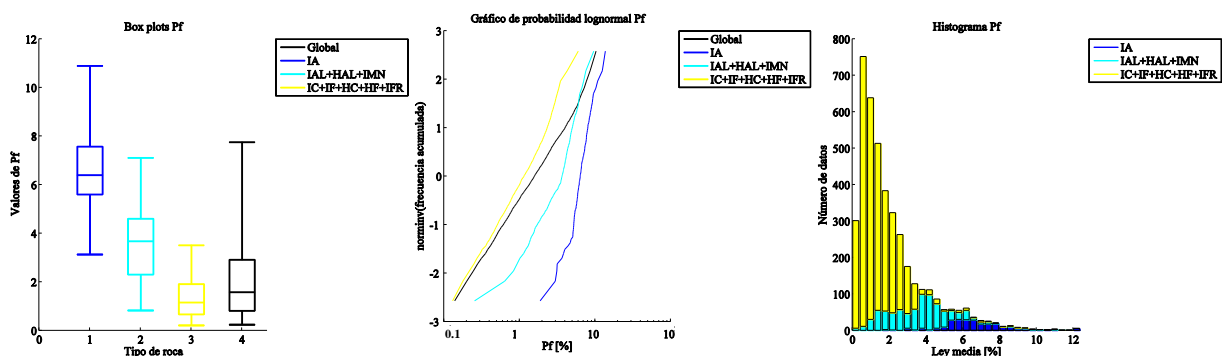


Figura 5.18: Box plot, gráfico de probabilidad e histograma unidades geológicas pérdida de fuego

Las fronteras de las unidades geológicas definidas son principalmente duras, con transiciones fuertes en la ley media y correlaciones bajas cerca del contacto o pérdida de éstas a medida que aumenta la distancia a la frontera (**figura 5.19**).

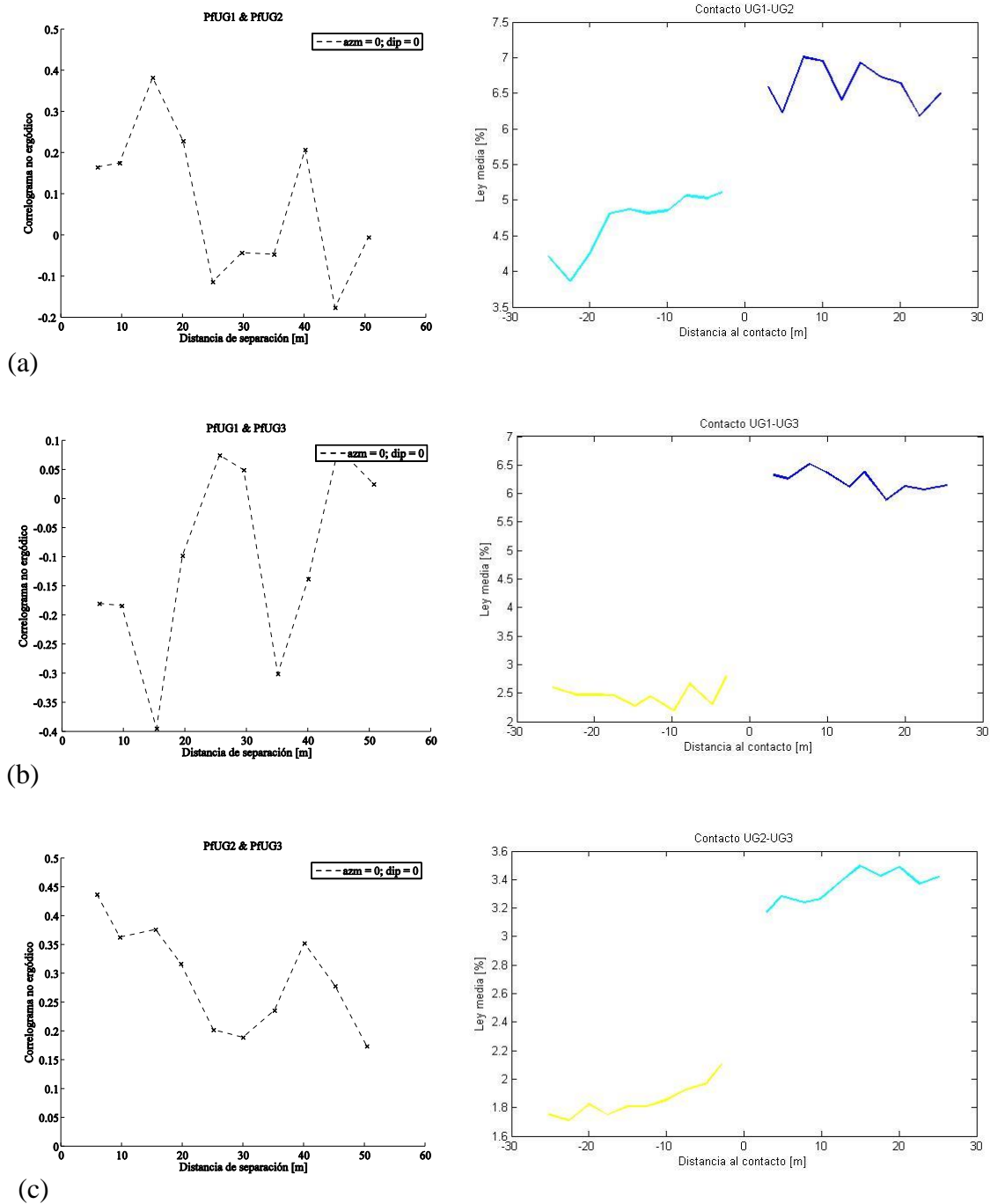


Figura 5.19: Correlograma cruzado y gráfico de ley media vs. distancia al contacto variable pérdida de fuego. (a) UG1-UG2, (b) UG1-UG3 y (c) UG2-UG3

5.1.7 Granulometría G1

Al igual que en los casos anteriores se despliega el gráfico de ley media y desviación estándar de los distintos tipos de roca de esta variable. En él se observa un corte en torno al valor 50% que subdivide en los grupos compacto y friable, siendo los primeros de mayor ley media. Dentro del grupo de rocas friables están presentes otros litotipos como los ricos en aluminio, manganeso y anfibolítico que, de acuerdo a la **tabla 4.4** no son clasificados en forma conjunta con los friables, de hecho no presentan información. Por lo tanto, para no mezclar litotipos de naturaleza distinta y junto a una leve diferencia en la desviación estándar de estos tipos de roca de baja ley, se subdivide en dos este grupo, generando así tres unidades geológicas como lo indica la **figura 5.20**.

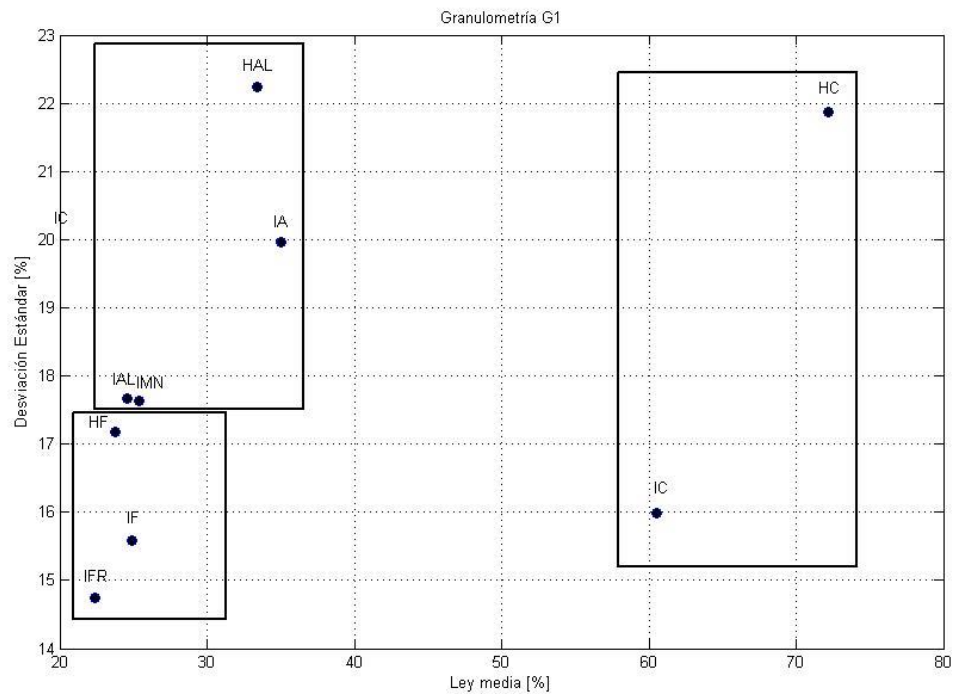


Figura 5.20: Gráfico media vs. desviación estándar para cada litotipo de la variable granulometría G1

UG	Litotipos
1	IC HC
2	IF HF IFR
3	IAL HAL IMN IA

El box plot de las unidades geológicas refleja lo analizado en los párrafos anteriores, además de mostrar una similitud entre la UG3 y el global de los datos, caso análogo a lo ocurrido en el gráfico de probabilidad lognormal.

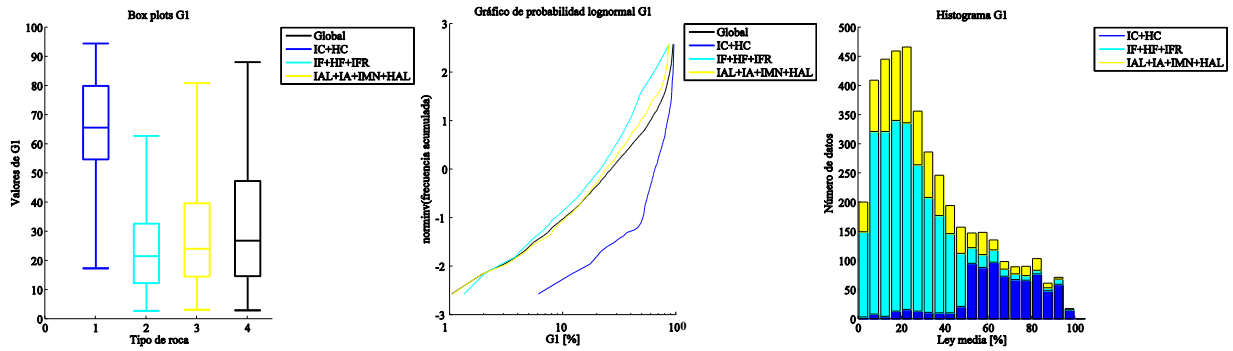
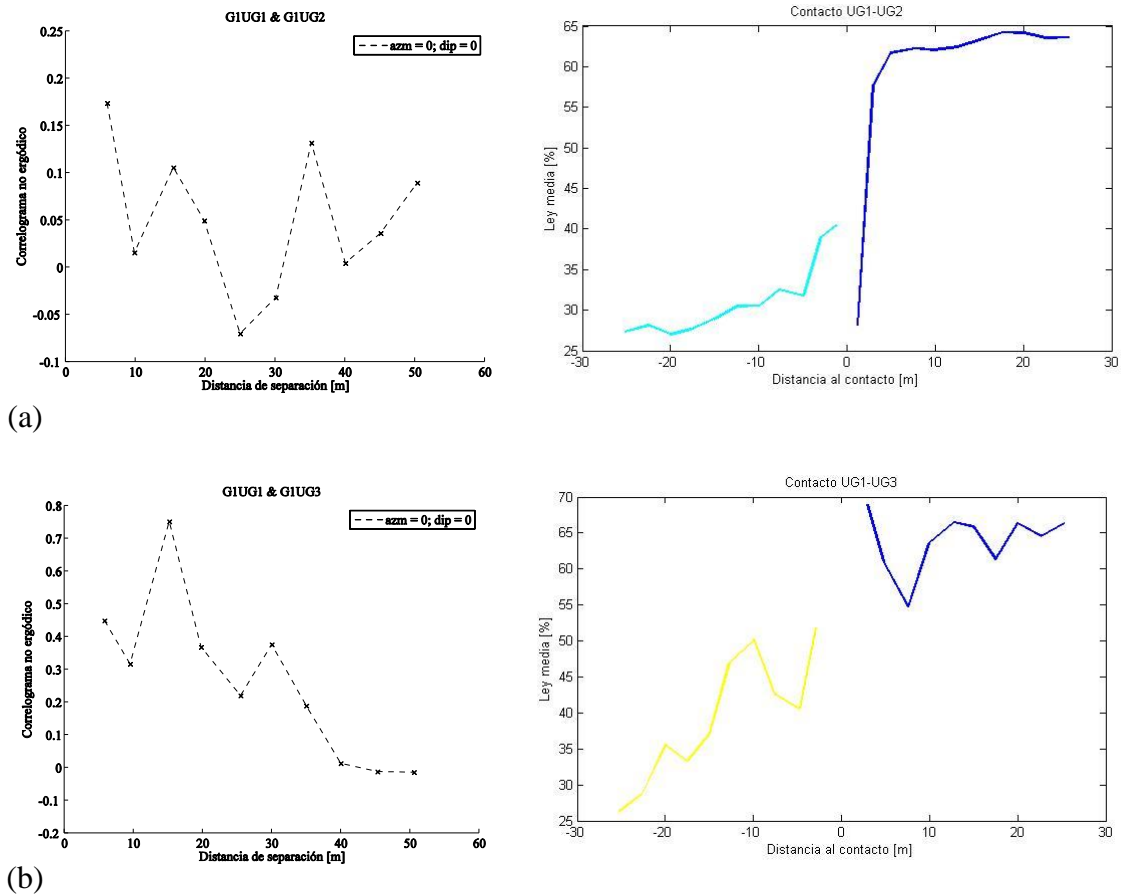


Figura 5.21: Box plot, gráfico de probabilidad e histograma unidades geológicas granulometría G1

El contacto entre las unidades de estimación UG1 y UG2 es duro, con un quiebre en la ley media a través de éste y una pérdida de correlación total a los 10 [m] de separación. Por otra parte, las UG1 y UG3 difieren en las leyes medias de su frontera, pero existe correlación cerca del contacto y aumenta fuertemente a los 15 [m] medidos desde la frontera. Finalmente las UG2 y UG3, que comparten estadísticos de primer orden, presentan una transición suave en términos de ley media junto a una buena correlación que se pierde de forma definitiva a los 30 [m] de separación.



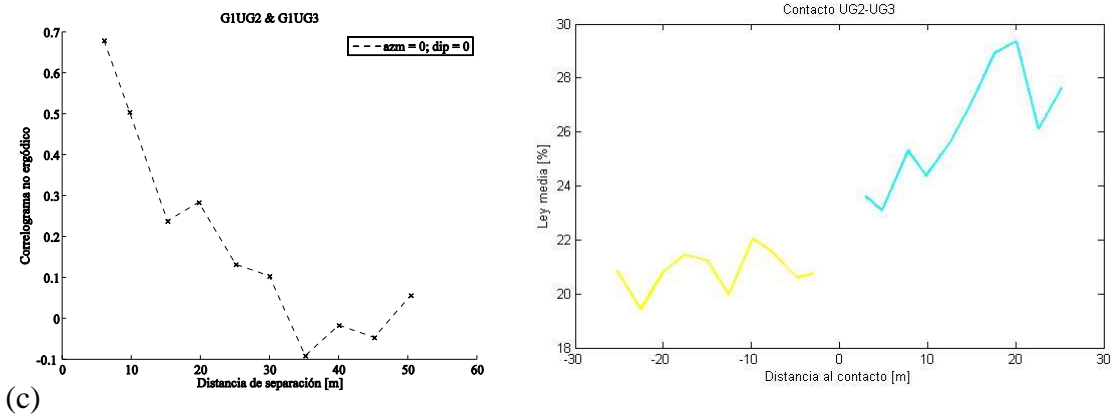


Figura 5.22: Correlograma cruzado y gráfico de ley media vs. distancia al contacto variable granulometría G1. (a) UG1-UG2, (b) UG1-UG3 y (c) UG2-UG3

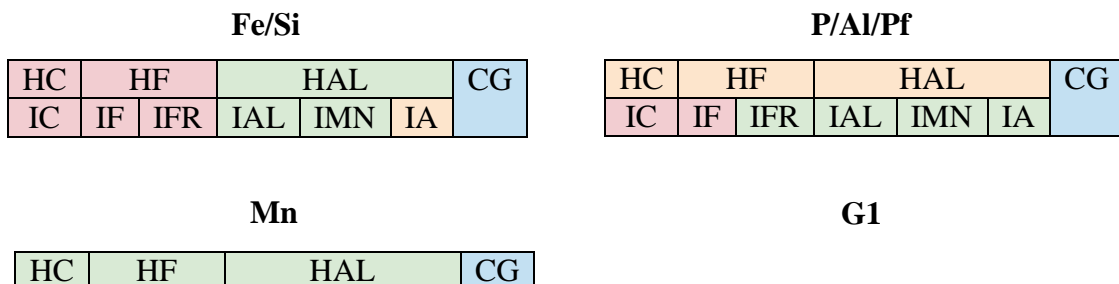
5.1.8 Resumen

Como resumen de la definición de unidades geológicas para las siete variables de interés se presenta la **tabla 5.1**. En ella es posible observar variables que tienen unidades completamente iguales como es el caso de fierro con sílice y fósforo junto a aluminio y pérdida de fuego; variables con unidades distintas al resto como granulometría G1 y manganeso y casos donde ciertos tipos de rocas se traslapan en algunas unidades como ocurre con IA en la UG1 de fósforo y en la UG2 de sílice. La canga, como fue explicado antes, se dejará de forma individual como unidad de estimación, ya que corresponde a una formación particular de interés económico.

Tabla 5.1: Resumen de unidades geológicas para cada variable de interés

Variable	UG1	UG2	UG3	UG4
Fierro	HC HF HAL	IFR IAL IA IMN	IF IC	CG
Sílice	HC HF HAL	IFR IAL IA IMN	IF IC	CG
Fósforo	IA	HAL IAL IMN	IC IF HF IFR HC	CG
Aluminio	IA	HAL IAL IMN	IC IF HF IFR HC	CG
Manganeso	IMN	HAL IA IAL IF IFR HF IC HC	CG	-
Pérdida de fuego	IA	HAL IAL IMN	IC IF HF IFR HC	CG
Granulometría G1	IC HC	IF HF IFR	IAL HAL IMN IA	CG

Para resumir el resultado obtenido en esta sección, se presenta el siguiente esquema visual, que permite entender la asociación de litotipos por variable de interés (en la figura se codifican las unidades geológicas con diferentes tonalidades).



IC	IF	IFR	IAL	IMN	IA	
----	----	-----	-----	-----	----	--

HC	HF		HAL			CG
IC	IF	IFR	IAL	IMN	IA	

Desde este punto en adelante, es posible que se utilice la notación UG_i con $i \in \{1,2,3,4\}$ para referirse a las unidades de estimación que dependen de la variable que se esté simulando. Al tener tres unidades para manganeso y cuatro para todos los otros elementos, se trabajará con un total de veintisiete variables, definidas en unidades que pueden ser las mismas, o traslapadas o disjuntas.

5.2. DESAGRUPAMIENTO DE DATOS

Debido a que el muestreo no se presenta de forma regular sobre el área en estudio, es preciso realizar un desagrupamiento de los datos, debido a que en caso contrario se puede incorporar un sesgo espacial. El desagrupamiento permite obtener estadísticas representativas de la base de datos al asignar a cada dato una ponderación en función de su representatividad. Por lo tanto, los datos ubicados en sectores más muestreados deben ser menos influyentes en comparación con el resto la muestra.

En el caso de estudio, se considerará la aplicación de desagrupamiento global y no por unidad geológica, lo que no es del todo conveniente debido a las diferencias existentes entre los distintos litotipos. Sin embargo por un aspecto práctico y por simpleza en aplicación, se trabajará bajo el supuesto de que el desagrupamiento global es conveniente para los datos de sondajes.

Para generar una base de datos desagrupada se utilizará el método de las celdas, el cual consiste en dividir el sector en estudio en celdas de igual tamaño y ponderación. Luego se divide la ponderación de cada celda en función de la cantidad de datos que se encuentran en su interior, asignando así menor ponderación a los datos de las celdas más muestreadas.

Para determinar el tamaño apropiado de celda se considera el espaciamiento que se deduce de la malla de sondajes, que en este caso va entre los 50x50 [m] a 100x100 [m], con un largo variable entre 15 a 500 [m].

De acuerdo a lo anterior se decide utilizar como tamaño de celda 50x50x25 [m], debido a que es representativo de la dirección horizontal (este) donde hay mayor regularidad del muestreo.

Las estadísticas globales de las variables desagrupadas se presentan en la **tabla 5.2**.

Tabla 5.2: Resumen estadístico variables desagrupadas a nivel global

Variable	Mínimo [%]	Máximo [%]	Media [%]	Desviación estándar [%]
Fierro	9.92	69.70	51.22	11.81
Sílice	0.22	77.05	22.39	17.83
Fósforo	0.01	0.53	0.06	0.04
Aluminio	0.10	12.60	1.35	1.39
Manganeso	0.01	32.06	0.33	1.47
Pérdida de fuego	0.06	13.84	2.32	2.09
Granulometría G1	0.12	98.18	33.38	23.53

En comparación con las estadísticas originales no se observan variaciones significativas en las leyes mínimas y máximas, lo que es esperable debido a que el desagrupamiento modifica las frecuencias y no los valores. Se observa un comportamiento diferente en la ley media, donde variables como hierro, manganeso y granulometría G1 presentan una disminución, no así el resto de las leyes de interés, esto se debe a la distribución espacial de las unidades geológicas de cada variable.

5.3. ANAMORFOSIS GAUSSIANA

El modelo de simulación multigaussiano requiere que las variables posean distribución gaussiana, que de acuerdo a lo analizado en la sección estudio exploratorio difiere mucho de este precepto. Debido a lo anterior se requiere realizar un proceso de transformación denominado anamorfosis para cada variable considerando sus respectivas unidades geológicas. A continuación se presentan las transformaciones realizadas a la variable hierro en cada una de sus UG, mientras que en **anexo A** se exponen las gráficas del resto de las variables a simular.

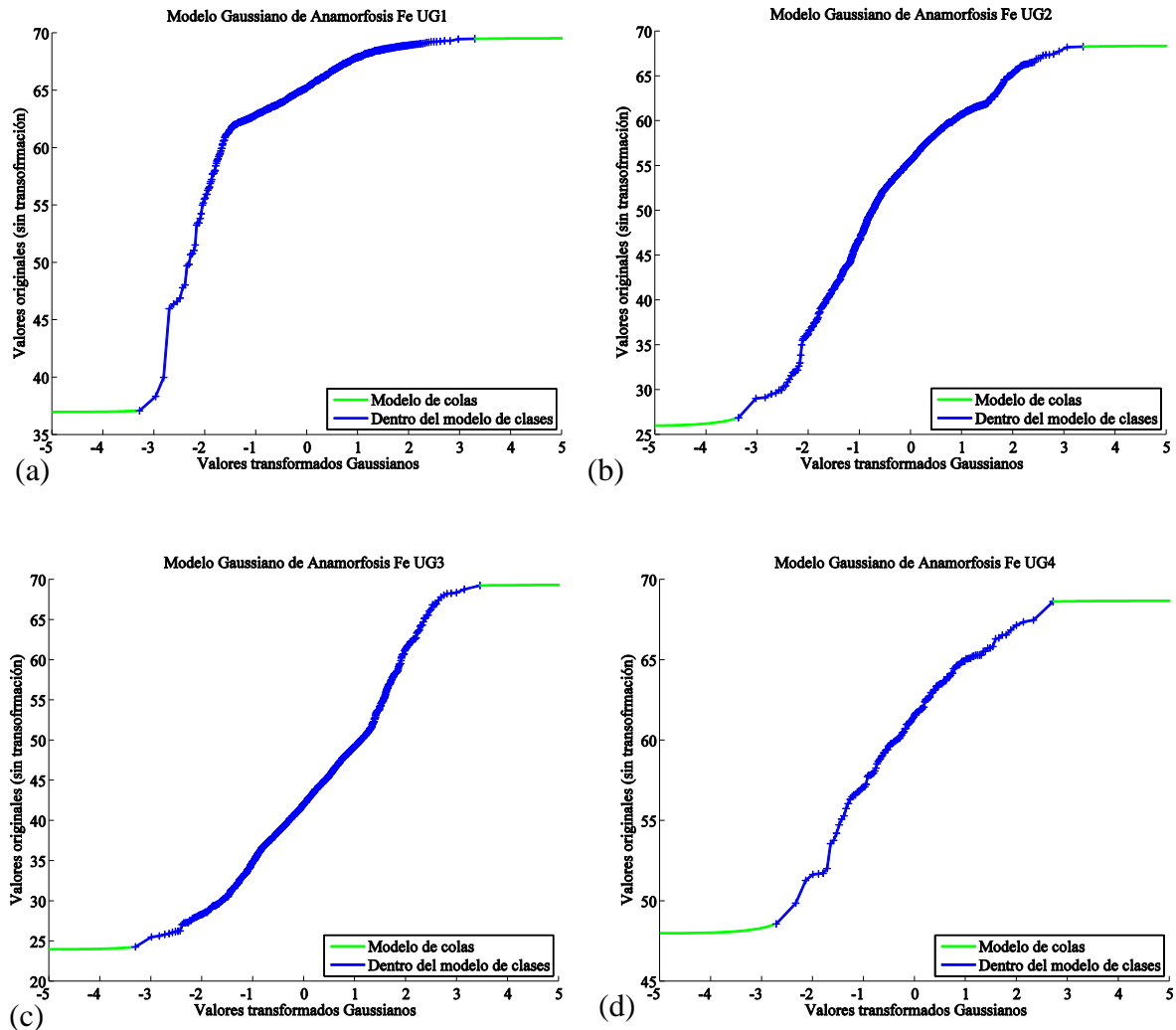


Figura 5.23: Anamorfosis variable hierro. (a) UG1, (b) UG2, (c) UG3 y (d) UG4

En este caso, el hierro en su primera unidad geológica presenta valores que van desde 35% a 70%, siendo este último valor un límite natural debido al máximo contenido de hierro presente en la hematita pura. Los límites y la forma de las anamorfosis cambian según la unidad geológica considerada.

5.3.1 Estadísticas de variables Gaussianas

La **tabla 5.3** muestra los estadísticos principales de las variables transformadas. Se observa que se obtuvieron variables de media cero y varianza uno, como era esperado.

Tabla 5.3: Resumen estadístico de cada variable con sus unidades geológicas post anamorfosis

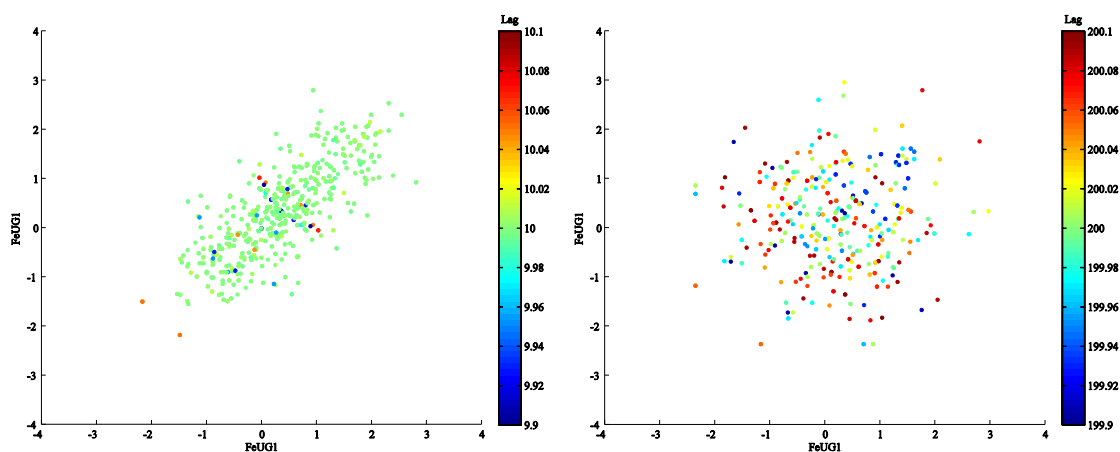
Variable	Unidad de estimación	Número de datos	Mínimo [%]	Máximo [%]	Media [%]	Desviación estándar [%]
Hierro	UG1	1002	-3.29	3.29	-0.01	1.00
	UG2	1357	-3.38	3.37	-0.01	0.99
	UG3	1818	-3.31	3.45	0.05	0.96
	UG4	150	-2.72	2.71	0.00	1.00
Sílice	UG1	1002	-3.29	3.30	0.01	1.00
	UG2	1357	-3.36	3.30	0.01	0.99
	UG3	1818	-3.45	3.31	-0.05	0.96
	UG4	150	-2.71	2.73	0.01	1.00
Fósforo	UG1	239	-2.87	2.86	0.00	1.00
	UG2	757	-3.22	3.20	0.00	1.00
	UG3	3181	-3.61	3.60	0.01	1.00
	UG4	150	-2.71	2.71	0.00	1.00
Aluminio	UG1	239	-2.87	2.87	-0.01	1.00
	UG2	757	-3.22	3.20	0.00	1.00
	UG3	3181	-3.61	3.61	0.01	1.00
	UG4	150	-2.72	2.71	0.00	1.00
Manganeso	UG1	204	-2.81	2.80	0.00	1.00
	UG2	3973	-3.67	3.66	0.01	1.00
	UG3	150	-2.71	2.72	0.00	1.00
Pérdida de fuego	UG1	239	-2.87	2.86	-0.01	1.00
	UG2	757	-3.22	3.20	0.00	1.00
	UG3	3181	-3.61	3.60	0.00	1.00
	UG4	150	-2.71	2.71	0.00	1.00
Granulometría G1	UG1	794	-3.24	3.23	0.00	1.00
	UG2	2387	-3.53	3.53	-0.01	1.00
	UG3	996	-3.29	3.28	0.00	1.00
	UG4	150	-2.73	2.71	0.00	1.00

5.3.2 Estudio de bigaussianidad

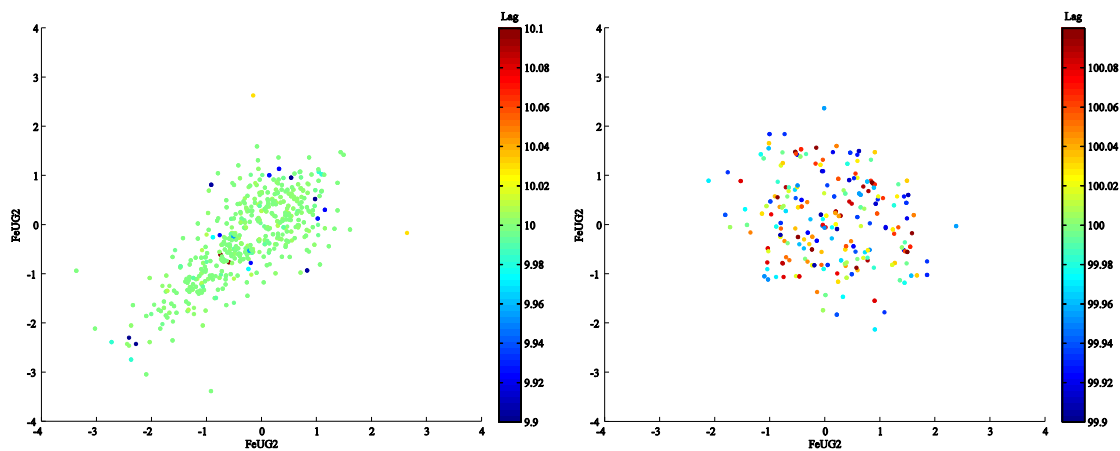
De acuerdo a los puntos anteriores se tiene garantizada la Gaussianidad de las distribuciones marginales. Por lo tanto se debe verificar el cumplimiento de la bigaussianidad, lo que se efectuará por medio del examen de nubes de correlación diferida.

5.3.2.1 Nubes de correlación diferida

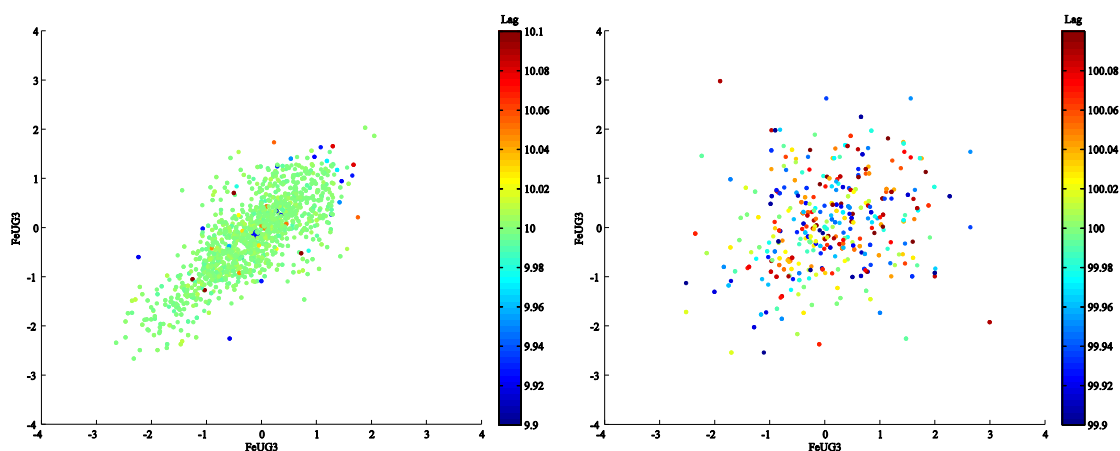
Para verificar el cumplimiento de la distribución bigaussiana sobre los datos transformados se realizaron nubes de correlación diferida omnidireccionales de corta (10 [m]) y de alta separación (100 [m]). A continuación se despliegan los resultados sobre la variable hierro. Para el detalle del resto de las variables, revisar el **anexo B**.



(a)



(b)



(c)

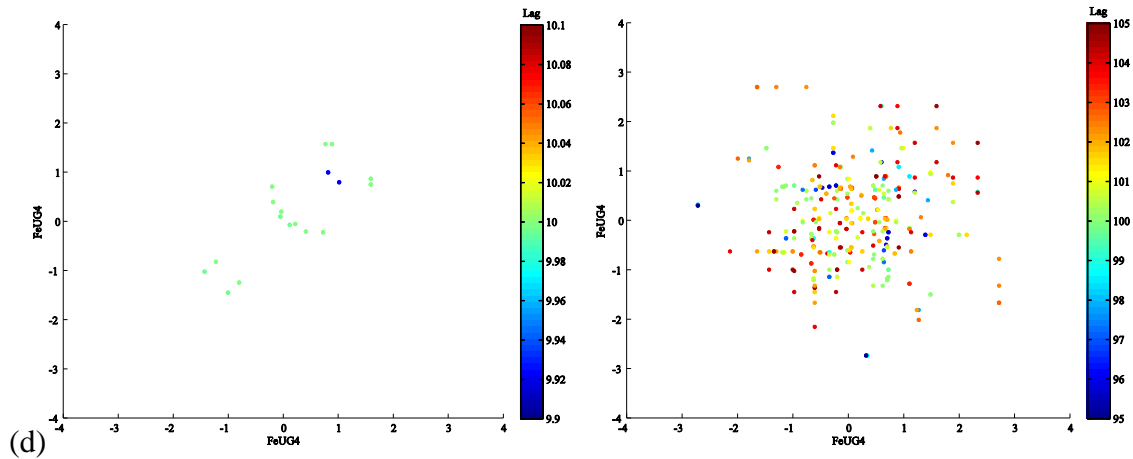


Figura 5.24: Nubes de correlación diferida variable hierro según unidad geológica. A la izquierda se presenta la nube de corta separación (10 [m]) y a la derecha la nube de larga separación (100[m]). (a) UG1, (b) UG2, (c) UG3 y (d) UG4. Los colores indican la separación exacta de los datos, los que consideran ciertas tolerancias.

Se observa una tendencia elíptica en las nubes de correlación que consideran una distancia de 10 [m], aunque en menor medida se produce esto en el caso de la UG4 (canga) lo que debe a la menor cantidad de datos que considera esta unidad de estimación. Por otra parte, cuando se aumenta la separación para la realización de las nubes se aprecia una forma circular en todas las gráficas. Así entonces se valida este test debido a que cumple con lo esperado.

A continuación se procede con la realización del estudio variográfico de las variables en estudio.

5.4. VARIOGRAFÍA

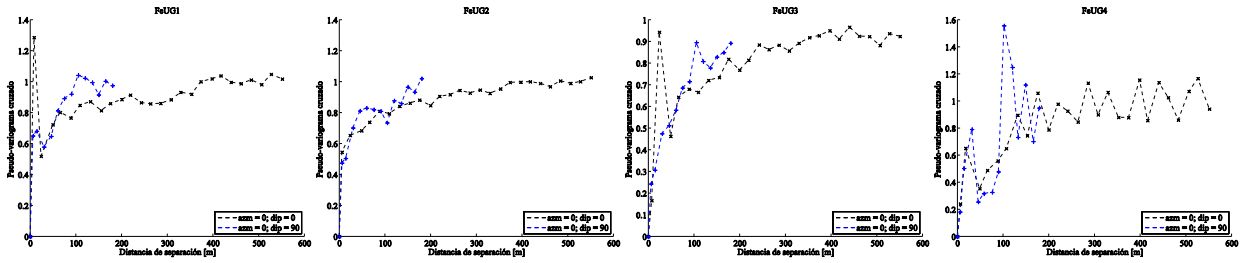
Los variogramas son herramientas que permiten modelar la continuidad espacial de un determinado conjunto de datos, con la posibilidad de incorporar ésta en la simulación de variables de interés. Debido a que este trabajo consiste en cosimular leyes, se trabajará con pseudo-variogramas directos y cruzados entre las variables que motivan este estudio. Es importante destacar que los variogramas tradicionales no son aplicables en casos de heterotopía, situación que se produce para las variables definidas en unidades geológicas disjuntas.

5.4.1 Variografía experimental

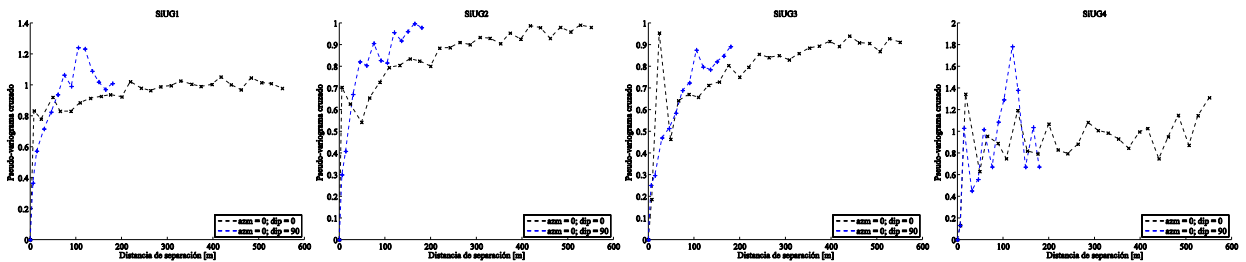
Se calculan los pseudo-variogramas en el plano horizontal y vertical, utilizando los siguientes parámetros.

Dirección	Horizontal	Vertical
Azimut [°]	0	0
Tolerancia Azimut [°]	90	22.5
Dip [°]	0	90
Tolerancia dip [°]	22.5	99
Paso [m]	22	15
N° pasos	25	12

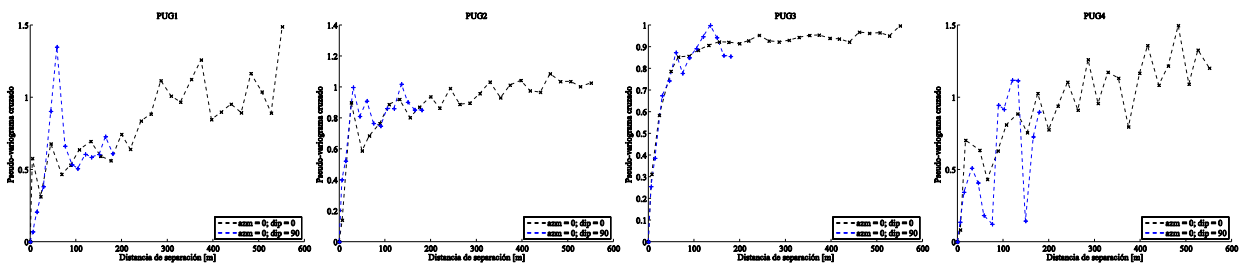
Debido a la cantidad de variables y unidades de estimación, se obtienen veinte siete gráficas de pseudo-variogramas directos y setecientos dos cruzados. Para fines prácticos se desplegarán los pseudo-variogramas directos de todas las variables, mientras que algunos pseudo-variogramas cruzados se muestran en el **anexo C**.



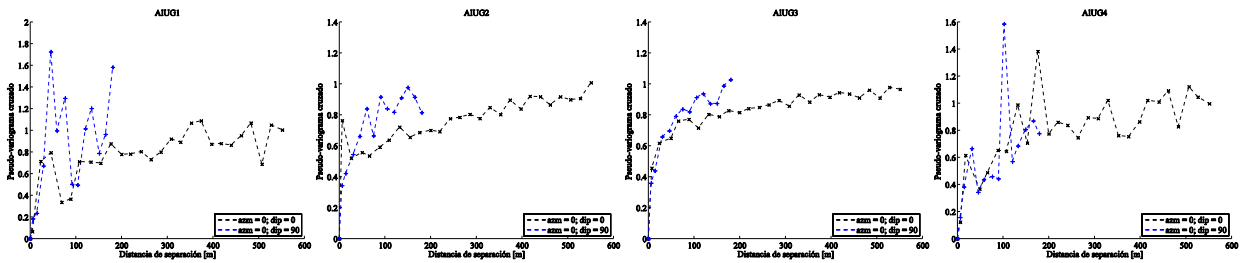
(a)



(b)



(c)



(d)

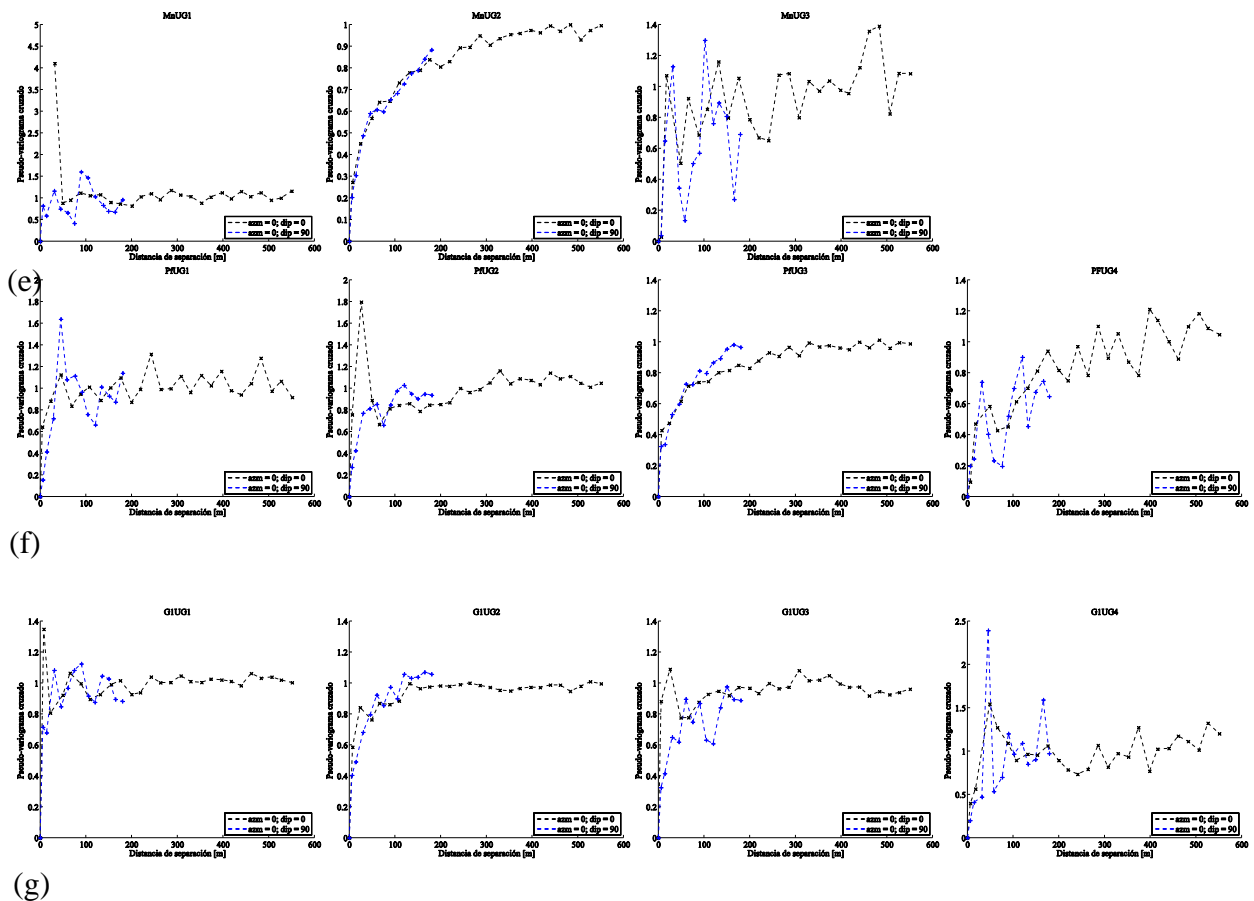


Figura 5.25: Pseudo-variogramas directos. (a) hierro, (b) sílice, (c) fósforo, (d) aluminio, (e) manganeso, (f) pérdida de fuego y (g) granulometría G1

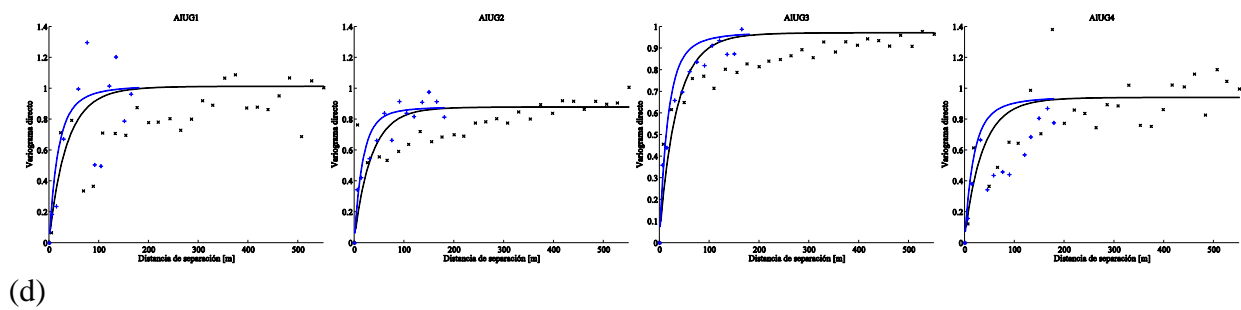
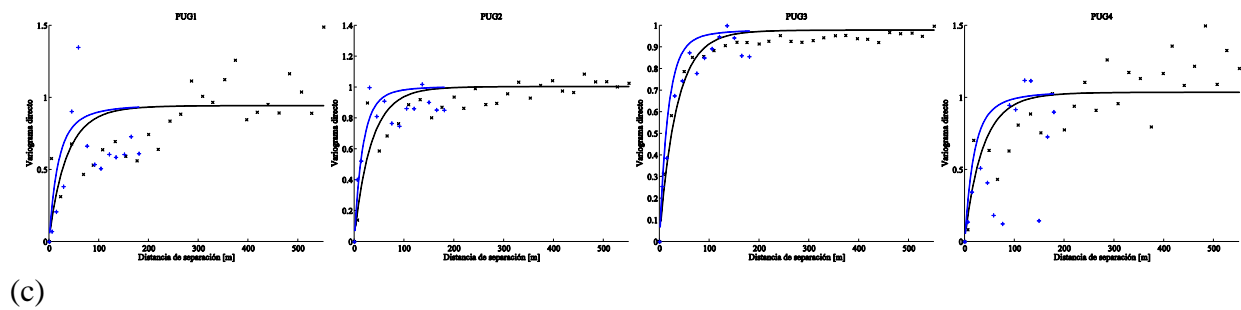
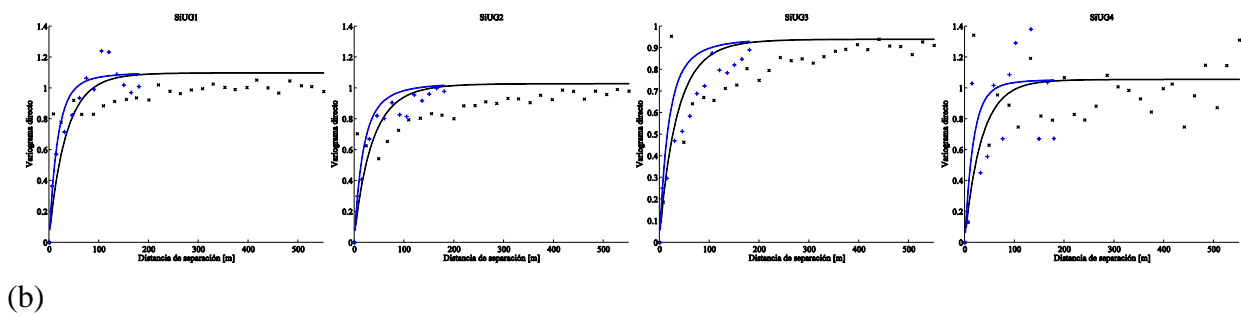
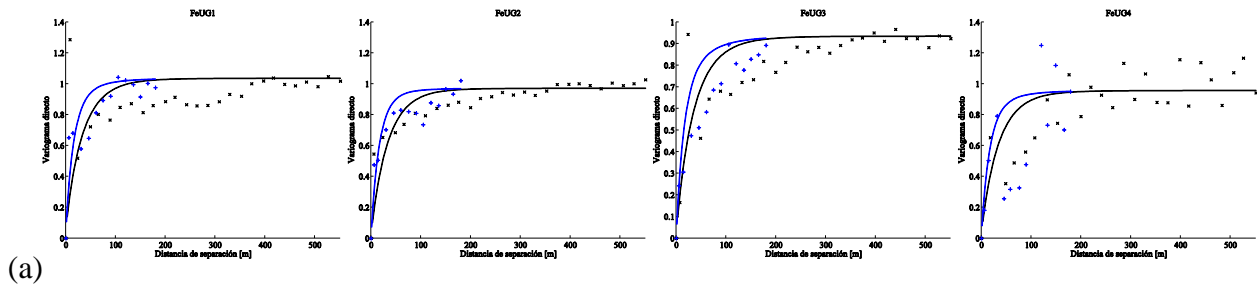
En general, los variogramas muestran continuidad de las variables dentro de las unidades geológicas, salvo en la canga. El efecto pepita es bajo y las mesetas son cercanas al valor esperado que en este caso corresponde a la varianza de los datos, es decir, uno. Los alcances son diferentes en cada variable y su respectiva unidad geológica con valores entre los 100 y 400 metros.

5.4.2 Ajuste de pseudo-variogramas

A continuación se presentan los pseudo-variogramas directos ajustados. Para esto se consideraron los siguientes parámetros en el modelo variográfico. El modelo de coregionalización fue obtenido usando un algoritmo de ajuste semi-automático [7] [10].

Estructura	Tipo	Alcance horizontal [m]	Alcance vertical [m]
#1	Exponencial	200	200
#2	Exponencial	200	100
#3	Exponencial	150	150
#4	Exponencial	100	100

#5	Exponencial	100	50
#6	Exponencial	50	30
#7	Exponencial	20	15



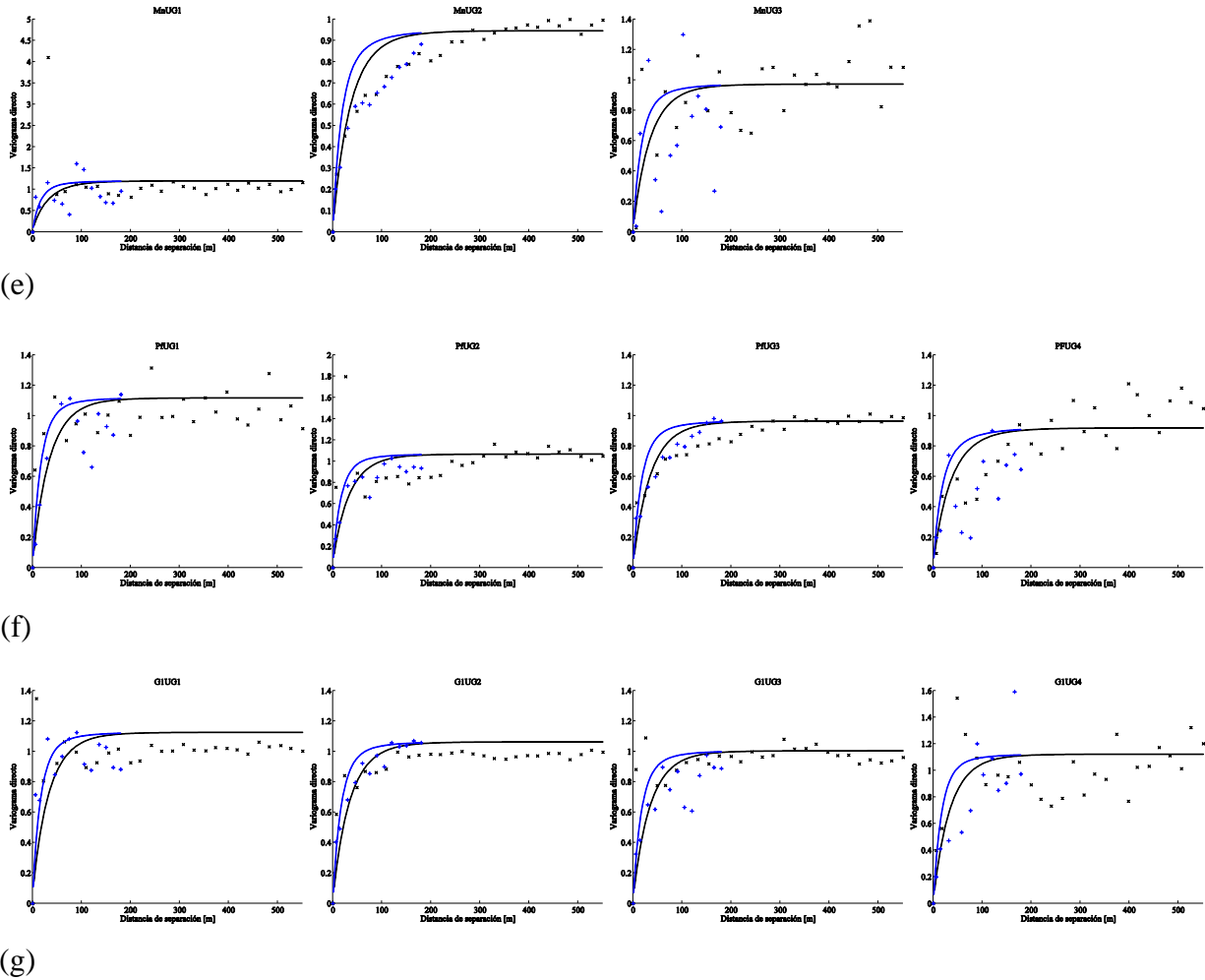


Figura 5.26: Pseudo-variogramas modelados directos. (a) fierro, (b) sílice, (c) fósforo, (d) aluminio, (e) manganeso, (f) pérdida de fuego y (g) granulometría G1

El modelo resultante no es presentado por las dimensiones que posee, debido a que en total son 27 variables que generan matrices de 27 x 27 dimensiones. Algunos ajustes de pseudo-variogramas cruzados se presentan en el **anexo D**.

5.5. COSIMULACIÓN

A continuación se presenta el procedimiento y parámetros efectuados para la realización de la cosimulación de las leyes de interés. Junto a esto son presentados los principales resultados obtenidos de este proceso.

Es importante destacar que la cosimulación entrega diferentes escenarios posibles de la realidad a partir de la información disponible, por lo tanto permite hacer frente a la incertidumbre propia de los fenómenos geológicos.

5.5.1 Definición del sector a simular

Debido a la extensión del modelo de bloques, se decide limitar la cosimulación a la sección este -6600 [m], lo que permite además disminuir los tiempos de cálculos y de post proceso de las realizaciones.

Las características de la sección escogida se presentan en las siguientes tablas.

Coordenada	Mínimo [m]	Máximo [m]
Este	-6600	-6600
Norte	905	1975
Cota	1005	1545

Coordenada	Número de nodos	Tamaño de bloque [m]
Este	1	10
Norte	108	10
Cota	55	10

El mapa de los tipos de roca pertenecientes a la sección se presenta en la **figura 5.27**.

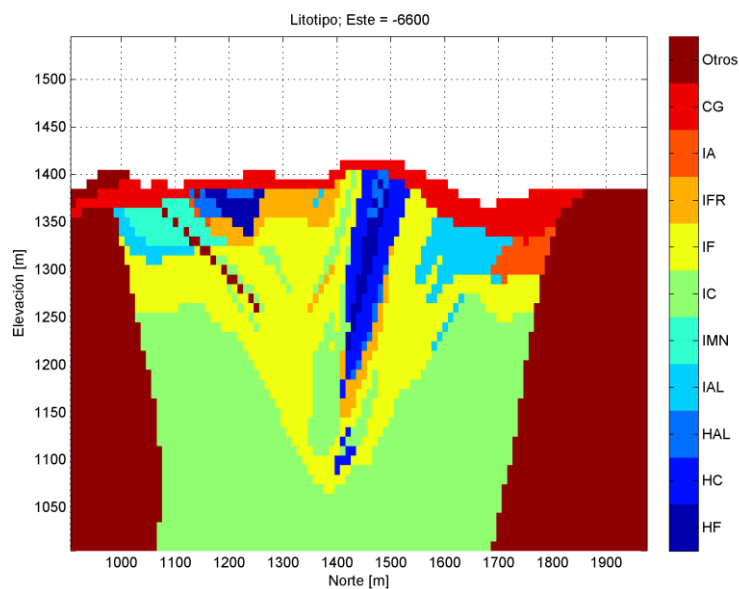


Figura 5.27: Tipos de roca pertenecientes a la sección -6600 este

Para analizar y validar los resultados de las diferentes realizaciones se considerará solo una parte de los datos correspondientes a los sondajes de exploración, correspondientes a aquellos datos dispuestos en la sección -6600 este, además de los ubicados hasta 50 [m] de ésta. La **figura 5.28** muestra la ubicación espacial de los datos asociados a la variable hierro. Es importante destacar que en relación a la sección del modelo de bloques hay sectores no muestreados (especialmente la

itabirita compacta situada en profundidad), por lo tanto pueden existir diferencias estadísticas entre las simulaciones y las estadísticas originales a nivel global.

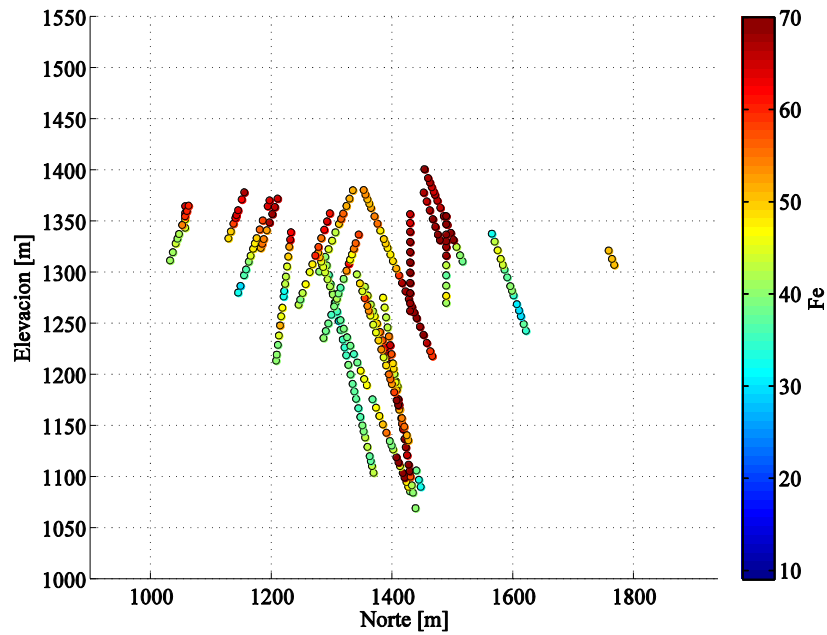


Figura 5.28: Mapa de ubicación datos utilizados en post proceso

Las estadísticas y correlaciones asociadas a los sondajes de la sección se resumen en la **tabla 5.4** y **5.5**.

Tabla 5.4: Resumen estadístico de datos en sondajes del perfil este -6600 ± 50 [m]

Variable	Media [%]	Varianza
Fierro	50.77	130.13
Sílice	24.26	286.15
Fósforo	0.04	0.00
Aluminio	1.01	1.30
Manganeso	0.33	1.77
Pérdida de fuego	1.52	1.96
Granulometría G1	42.31	579.81

Tabla 5.5: Matriz de correlación de datos en sondajes del perfil este -6600 ± 50 [m]

Variable	Fe	Si	P	Al	Mn	Pf	G1
Fe	1	-0.97	0.12	0.08	-0.03	0.08	0.29
Si	-0.97	1	-0.27	-0.26	-0.15	-0.27	-0.22
P	0.12	-0.27	1	0.53	0.44	0.73	-0.14
Al	0.08	-0.26	0.53	1	0.45	0.8	-0.27
Mn	-0.03	-0.15	0.44	0.45	1	0.5	-0.14
Pf	0.08	-0.27	0.73	0.8	0.5	1	-0.22
G1	0.29	-0.22	-0.14	-0.27	-0.14	-0.22	1

5.5.2 Parámetros de la cosimulación

Para efectuar las cosimulaciones se consideró el algoritmo de bandas rotantes. Para esta aplicación se consideró la grilla antes expuesta junto a una discretización de 1x1x1 puntos. La vecindad de aplicación consideró una división en octantes con un óptimo de cuatro muestras por cada uno de ellos.

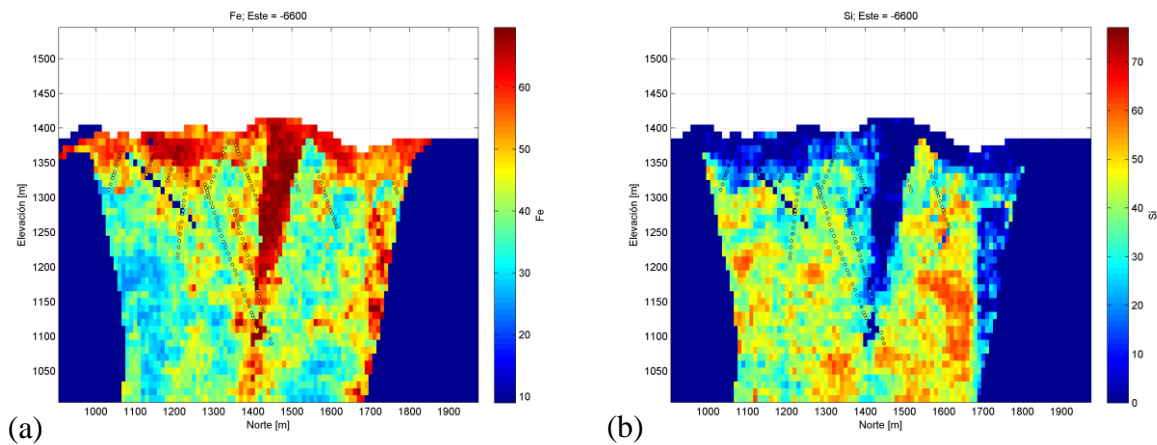
Se construyeron 100 realizaciones con 500 líneas para la simulación de cada una de las siete estructuras anidadas. Para el condicionamiento de los datos se aplicó cokriging ordinario, pues si bien la media de las variables Gaussianas es igual a cero, ésta no es completamente invariante en el espacio y podría diferir de cero localmente.

Los parámetros de la vecindad de búsqueda se resumen en la siguiente tabla.

	Este	Norte	Cota
Radios máximos [m]	80	300	300
Ángulos para rotación [°]	0	0	0

5.5.3 Visualización de realizaciones

Para visualizar el resultado de las simulaciones, se presentan dos realizaciones junto a sus sondajes condicionantes. La **figura 5.29** muestra las variables obtenidas en la realización número uno, mientras que la **figura 5.30** resume lo obtenido en la realización 50. Los valores han sido dejados en cero en la unidad de estéril ubicada principalmente en los bordes de la sección.



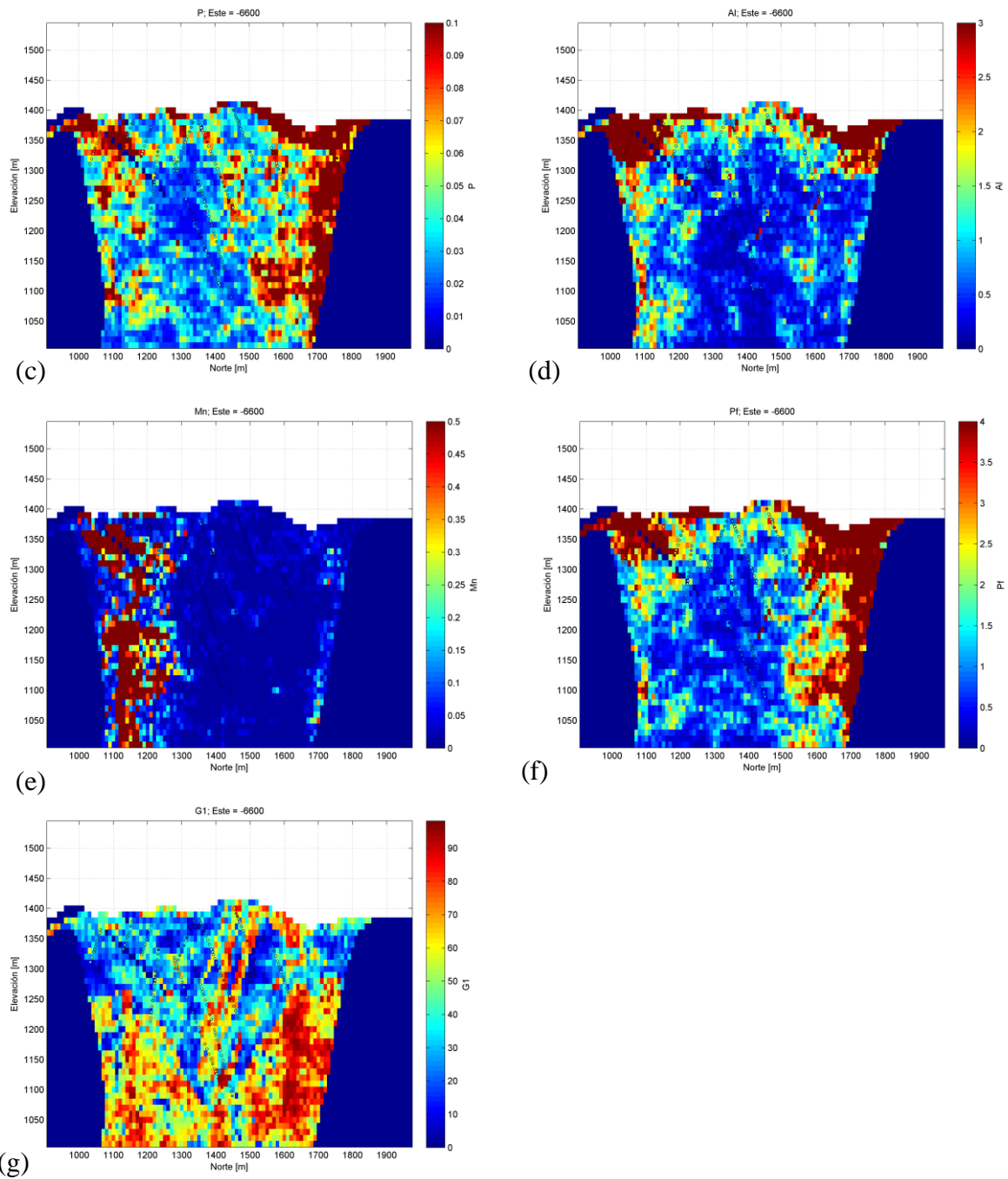
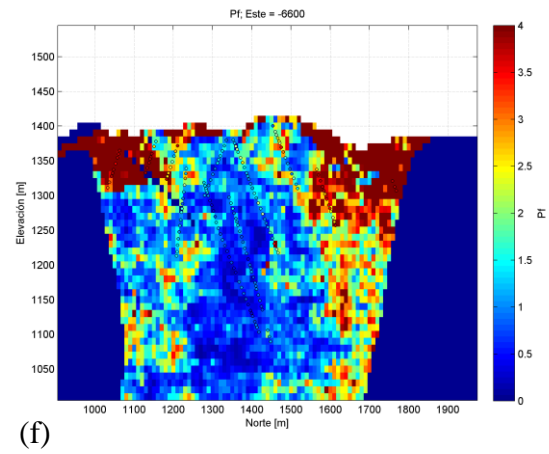
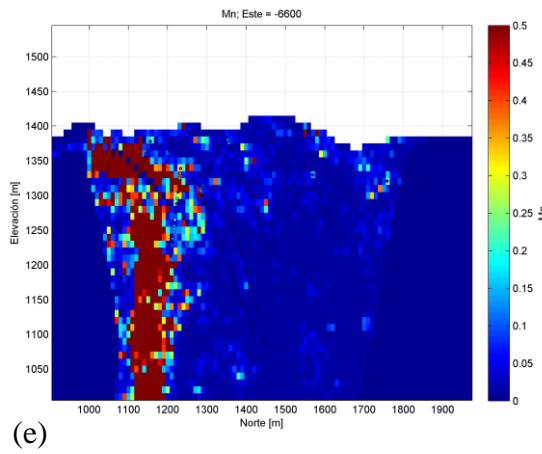
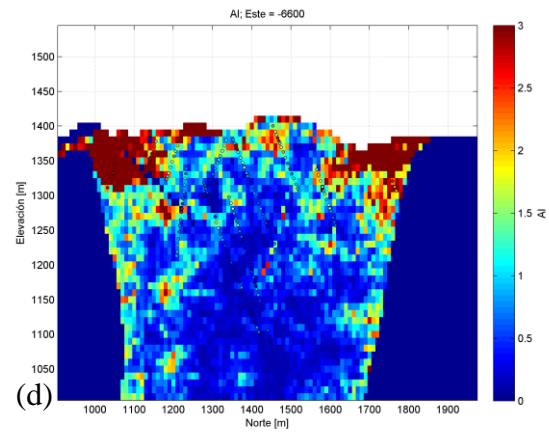
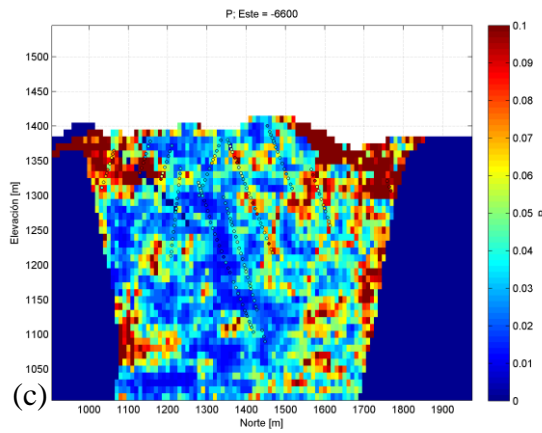
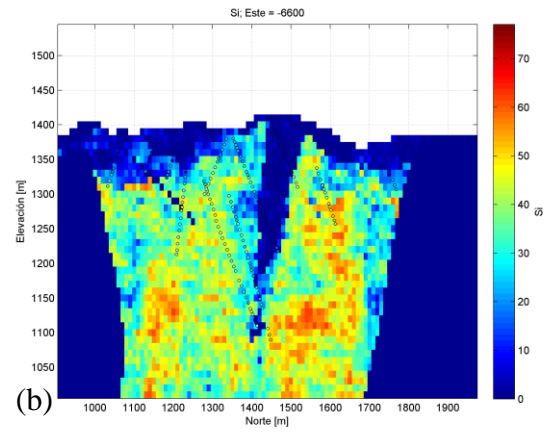
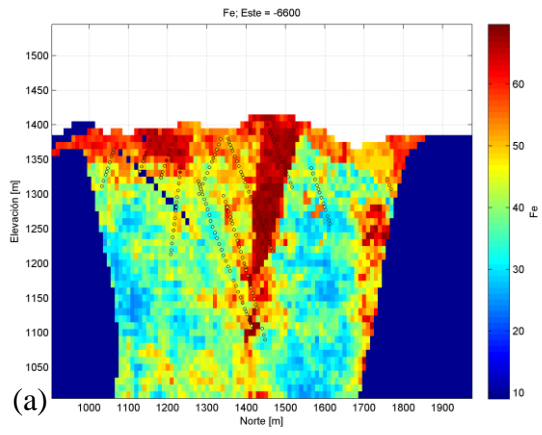


Figura 5.29: Visualización de la realización #1. (a) hierro, (b) sílice, (c) fósforo, (d) aluminio, (e) manganeso, (f) pérdida de fuego y (g) granulometría G1



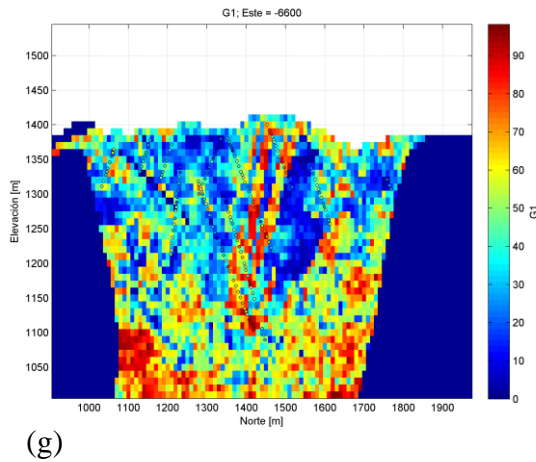


Figura 5.30: Visualización de la realización #50. (a) hierro, (b) sílice, (c) fósforo, (d) aluminio, (e) manganeso, (f) pérdida de fuego y (g) granulometría G1

En primer lugar, las realizaciones anteriores muestran una reproducción directa de los sondajes existentes en el perfil simulado para todas las variables de interés. Además en todas ellas se presentan con ley igual a cero los bordes izquierdo y derecho, que corresponden a bloques de estéril. En el caso particular de hierro, se observa una fuerte correspondencia entre los valores simulados y los tipos de roca del perfil (**figura 5.27**), ya que las leyes menores se encuentran en las itabiritas (en especial compacta y friable), mientras que las mayores lo hacen en el sector de las hematitas y canga. De forma análoga se interpretan las realizaciones de sílice que corresponden a un complemento de la variable hierro, lo que es entendible debido a la alta correlación negativa existente entre ellas, que se reproduce y captura al realizar la cosimulación. Las realizaciones de fósforo, aluminio y pérdida de fuego muestran comportamientos similares, lo que se sustenta en que sus unidades geológicas son iguales. En ellas se visualiza que las mayores leyes se asocian a las UG1 y UG2 ubicadas en la superficie del yacimiento, mientras que las menores leyes están en el sector central de éste. Manganeso por otra parte, refleja realizaciones donde las leyes superiores se ubican en el costado izquierdo, que es también donde se ubica la itabirita manganesífera, que es una de las principales unidades geológicas de la variable. El perfil simulado de manganeso muestra una alta presencia de leyes bajas, como ocurría en los sondajes de exploración. El caso final a analizar corresponde a granulometría G1, donde sus realizaciones muestran diferencias considerables entre aquellos bloques correspondientes a litotipos friables y compactos.

Lo anterior hace posible concluir que el modelo de cosimulación empleado incorpora la información cruzada de las variable continuas y categóricas en sus realizaciones.

CAPÍTULO 6

PROCESAMIENTO DE LAS REALIZACIONES

El proceso de cosimulación de leyes generó cien realizaciones de las variables en estudio, de las cuales es posible inferir una serie de características y herramientas con el objetivo de cuantificar la incertidumbre en los recursos del yacimiento.

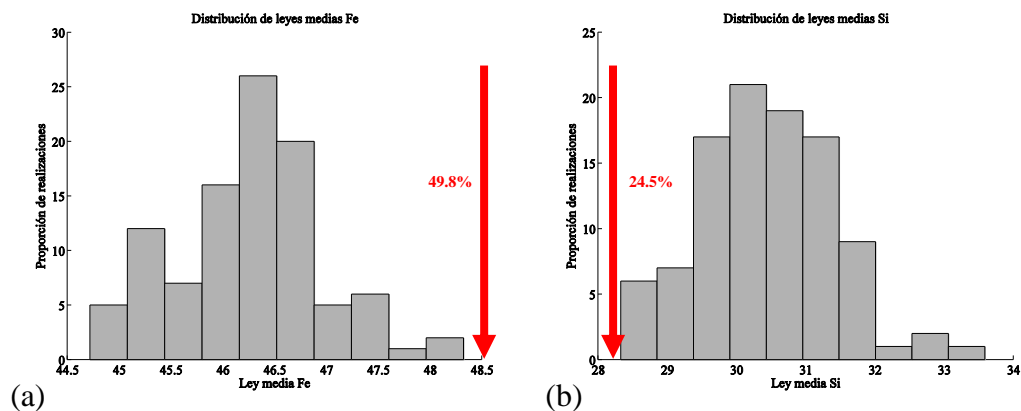
Dentro de los análisis que es posible efectuar a las realizaciones se encuentran el estudio de la distribución de medias, varianzas y correlaciones simuladas, el análisis de distribuciones y curvas tonelaje-ley de las realizaciones.

Para validar y comparar los resultados obtenidos en las diferentes realizaciones, se considerarán las leyes de los sondajes desagrupados ubicados hasta 50 [m] de la sección simulada, con el objetivo evitar diferencias significativas debido al cambio de soporte.

6.1. DISTRIBUCIÓN Y ESTADÍSTICAS DE LEYES MEDIAS SIMULADAS

6.1.1 Incertidumbre global

En la **figura 6.1** se aprecia la distribución de leyes medias (calculadas en la sección de interés, excluyendo los bloques de estéril) obtenidas en el proceso de cosimulación para cada una de las variables de interés, mientras que la **tabla 6.1** muestra las estadísticas asociadas. En las gráficas se incorpora el valor de la ley media desagrupada (color rojo) correspondiente a los sondajes de exploración ubicados hasta 50 [m] de la sección simulada. En caso de no existir correspondencia entre los valores, la marca será ubicada en el extremo más cercano a su valor real, con el objetivo de poder realizar los análisis pertinentes.



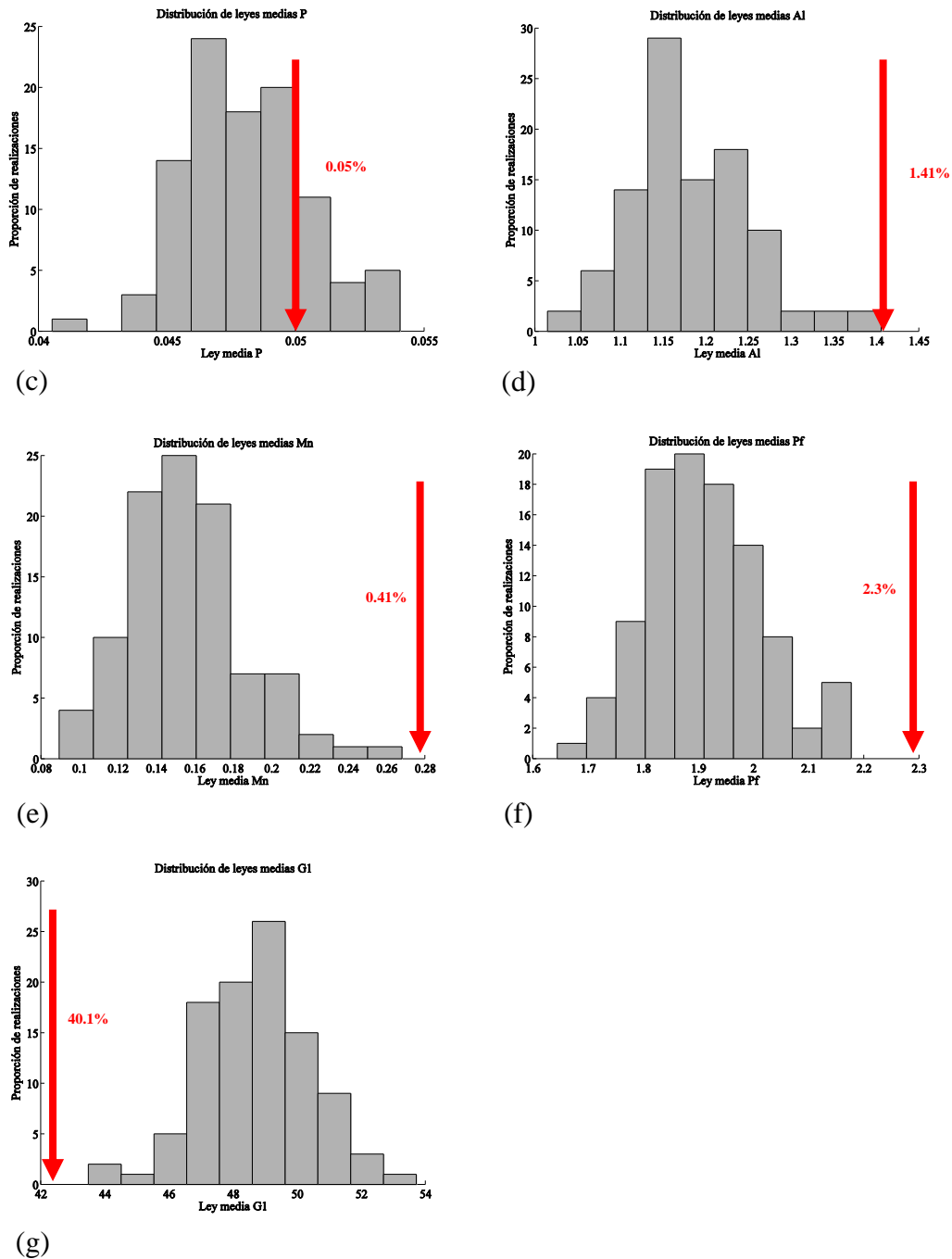


Figura 6.1: Histograma de leyes medias en las 100 realizaciones. (a) hierro, (b) sílice, (c) fósforo, (d) aluminio, (e) manganeso, (f) pérdida de fuego y (g) granulometría G1

Tabla 6.1: Resumen estadístico de la ley media global sobre las 100 realizaciones

Variable	Mínimo [%]	Máximo [%]	Media [%]
Fierro	44.72	48.32	46.26
Sílice	28.33	33.59	30.45
Fósforo	0.04	0.05	0.05
Aluminio	1.02	1.41	1.18
Manganeso	0.09	0.27	0.16
Pérdida de fuego	1.65	2.18	1.91

Granulometría G1	43.49	53.72	48.72
------------------	-------	-------	-------

La distribución de leyes medias se presenta estrecha, con rangos que no superan el 4%. La mayoría de las realizaciones se sitúa en el centro de su distribución, salvo manganeso que presenta mayor cantidad de realizaciones asociadas a leyes medias bajas.

La correspondencia entre los valores simulados y el valor medio de los sondajes considerados difiere en la mayoría de los casos, ya que la ley media de los sondajes no se encuentra dentro de los rangos de leyes simuladas. Un caso particular corresponde a fósforo, donde su ley media se encuentra dentro de los valores simulados, además de pertenecer a un intervalo de alta proporción.

De lo anterior se desprende que las realizaciones no se relacionan de forma directa con los sondajes condicionantes, lo que no invalida el modelo empleado, pues esta diferencia se genera debido a que los sondajes no se encuentran ubicados sobre la misma extensión que el sector en estudio. Por ejemplo, la ley media desagrupada de fierro en los sondajes condicionantes al sector es 49.8%, mientras que en las realizaciones la ley máxima obtenida corresponde a 48.32%. Lo anterior se entiende al observar que la mayoría de los sondajes con leyes altas de fierro se ubican en zonas de interés económico correspondiente a los litotipos hematita, las que a su vez corresponden aproximadamente a un 21% del total de los sondajes, mientras que esta misma unidad geológica corresponde a una fracción baja (cercana al 7% del total) dentro de la sección simulada. Lo mismo ocurre en los casos de aluminio, manganeso y pérdida de fuego, donde las leyes medias desagrupadas de los sondajes son superiores a los valores simulados, debido a que las leyes altas se ubican en litotipos con una alta presencia dentro del total de los sondajes (IA, IMN, HAL e IAL), pero que disminuyen en proporción al considerar la sección simulada.

Por otra parte, las leyes medias simuladas de sílice y granulometría G1 son superiores a la ley media desagrupada de los datos condicionantes, debido a que las altas leyes se asocian al litotipo itabirita compacta, el cual es superior (porcentualmente) en la sección simulada respecto a los sondajes, lo que genera un aumento de la ley media global simulada.

6.1.2 Incertidumbre por unidad geológica

Debido a que los resultados de las leyes medias simuladas a escala global no fueron del todo concordantes con los valores de los sondajes de exploración, se procede a realizar el mismo análisis pero por unidad de estimación.

La **tabla 6.2** resume el intervalo de las leyes simuladas para cada variable y unidad de estimación, junto con el valor medio sobre las 100 realizaciones y la ley media de los datos desagrupados ubicados a 50 [m] del sector simulado. En ella es posible notar las diferencias que existen en la cantidad de datos a nivel de sondajes y sección de simulación para cada unidad geológica. Esta diferencia fue indicada en el punto anterior, como la principal responsable de las fluctuaciones en las leyes medias de cada variable.

Las leyes medias desagrupadas de los sondajes se ubican dentro de los rangos simulados en gran parte de los casos, incluso siendo muy cercana al valor medio. Las excepciones a esto son las variables sílice, fósforo, aluminio y pérdida de fuego en la unidad geológica 4, correspondiente a la canga. Esto puede ser atribuido a la cantidad de datos de los sondajes que pertenecen a dicha

unidad, lo que hace que no sean estadísticamente significativos y comparables, incluso si uno de los 4 valores es disímil al resto, la ley media puede no ser el mejor indicador. Esto ocurre en sílice, donde la ley media es 10.79%, debido a que dos de los datos tienen ley cercana al 20%, impactando de sobremanera la ley media en la canga. En este caso, se verificó que los valores no correspondiesen a valores aberrantes o mal codificados, mediante la comparación con la ley de fierro en el mismo punto (que la suma porcentual no sea superior al 100%) y el análisis de la nube de dispersión entre ambas variables (**figura 4.8 (b)**). Este análisis permitió validar las leyes de sílice en los sondeos, por lo que la diferencia respecto a los valores simulados, se atribuye a la extensión del modelo de cosimulación, donde se regulariza el valor debido al promedio de una mayor cantidad de datos.

No obstante lo anterior, los resultados a nivel de unidades de estimación son satisfactorios, ya que el modelo de cosimulación propuesto reproduce la información de los sondeos cercanos a la sección, con fluctuaciones no superiores al 3%.

Tabla 6.2: Resumen estadístico de ley media sobre las 100 realizaciones y ley media desagrupada de sondeos por unidades geológicas

Variable	Unidad de estimación	Simulación con 100 realizaciones				Sondeos	
		Ley mínima [%]	Ley máxima [%]	Ley media [%]	Número de nodos	Ley media desagrupada [%]	Número de datos
Fierro	UG1	64.71	66.78	65.94	193	66.51	70
	UG2	48.99	53.82	51.47	309	49.81	65
	UG3	39.95	45.00	42.23	2072	42.20	175
	UG4	57.93	63.53	60.94	201	59.04	4
Sílice	UG1	1.27	4.27	2.19	193	1.66	70
	UG2	15.37	23.04	19.16	309	20.70	65
	UG3	34.74	41.50	37.49	2072	37.83	175
	UG4	1.35	3.93	2.43	201	10.79	4
Fósforo	UG1	0.06	0.17	0.10	40	0.10	3
	UG2	0.06	0.10	0.08	205	0.07	42
	UG3	0.03	0.05	0.04	2329	0.03	265
	UG4	0.07	0.13	0.09	201	0.04	4
Aluminio	UG1	1.37	4.59	2.64	40	2.43	3
	UG2	2.34	3.61	2.76	205	3.18	42
	UG3	0.67	1.00	0.79	2329	0.70	265
	UG4	2.56	5.65	3.84	201	2.13	4
Manganeso	UG1	1.65	6.49	3.60	56	3.91	22
	UG2	0.05	0.15	0.09	2518	0.07	288
	UG3	0.02	0.20	0.07	201	0.04	4
Pérdida de fuego	UG1	4.09	7.79	5.88	40	5.41	3
	UG2	3.36	4.88	4.00	205	4.09	42
	UG3	1.10	1.63	1.34	2329	1.21	265
	UG4	3.91	7.13	5.62	201	2.67	4
Granulometría G1	UG1	56.06	71.99	65.00	1465	66.75	104
	UG2	22.02	30.78	26.35	864	29.56	161
	UG3	26.23	41.95	32.80	245	30.71	45
	UG4	34.91	54.77	45.59	201	45.10	4

Para visualizar la distribución de las leyes simuladas por unidad geológica se despliegan los histogramas correspondientes en la **figura 6.2**. En ella se observa como la ley media desagrupada de hierro por unidad de estimación pertenece al rango de valores simulados, siendo prácticamente igual al valor medio simulado en el caso de la UG3, es decir, las itabiritas compactas y friables. Esto permite validar tanto la relación existente entre las leyes y los tipos de roca, además de la incorporación de información adicional producto de las correlaciones cruzadas consideradas en el caso de estudio.

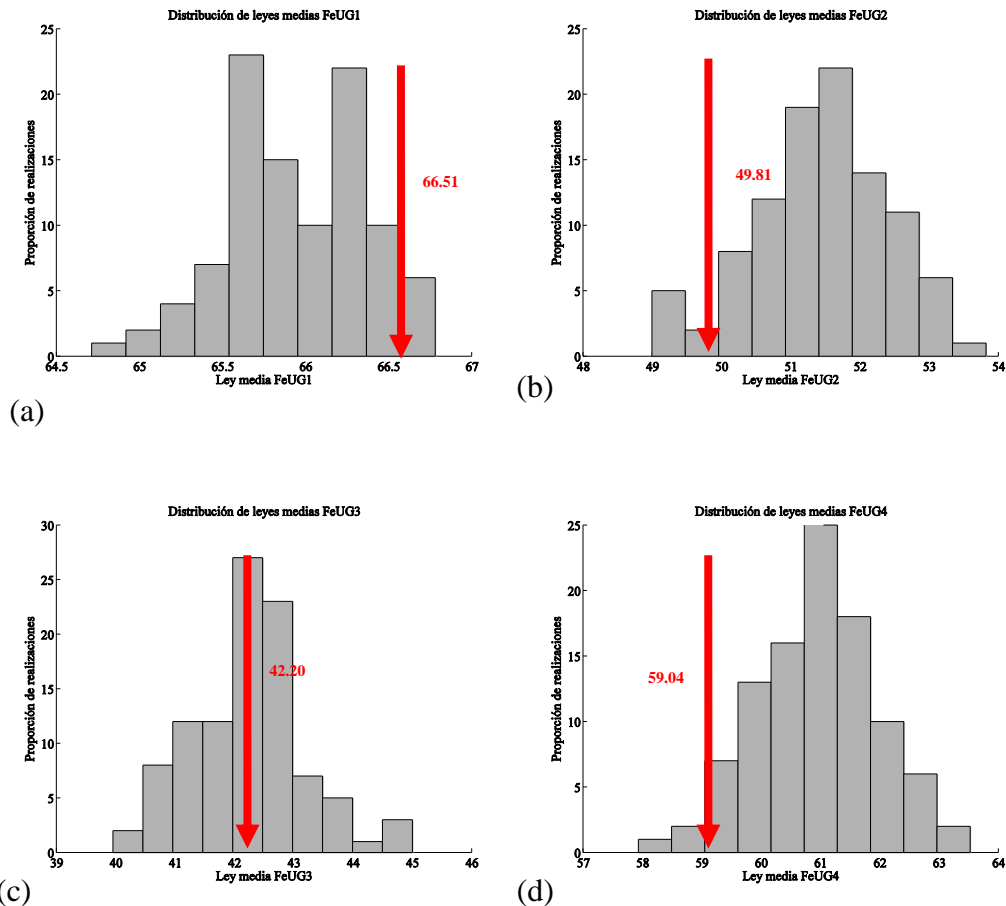


Figura 6.2: Histograma de leyes medias de hierro en las 100 realizaciones por unidad geológica. (a) UG1, (b) UG2, (c) UG3, (d) UG4

6.2. DISTRIBUCIÓN Y ESTADÍSTICAS EN TÉRMINOS DE VARIANZA

De forma análoga al caso anterior se despliegan las distribuciones y el resumen estadístico asociado a la varianza global de cada variable obtenida en 100 realizaciones. Al igual que en el caso anterior, se despliega el valor de la varianza de los sondeos condicionantes para cada una de las variables (marca color rojo).

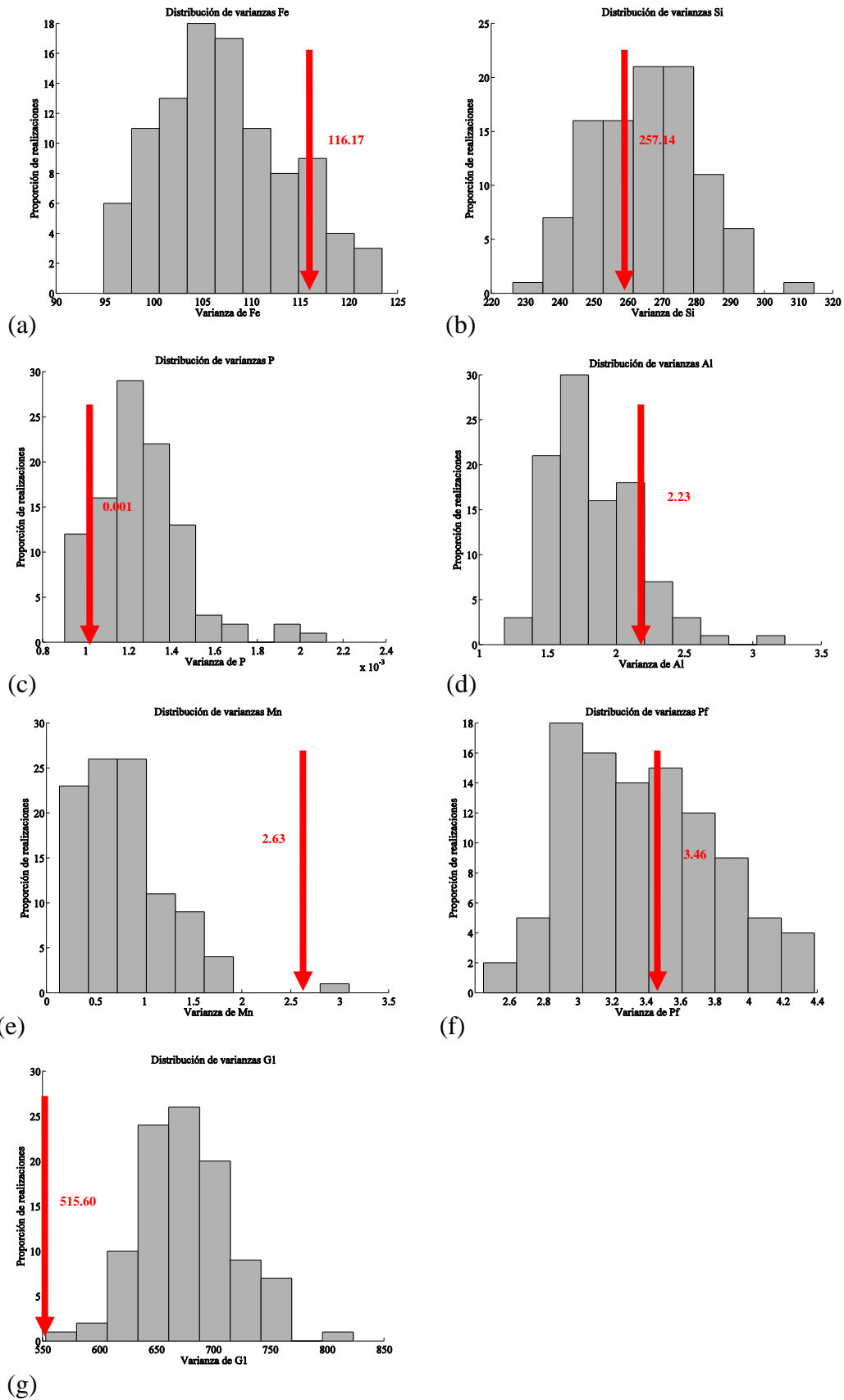


Figura 6.3: Histograma de varianzas en las 100 realizaciones. (a) hierro, (b) sílice, (c) fósforo, (d) aluminio, (e) manganeso, (f) pérdida de fuego y (g) granulometría G1

Tabla 6.3: Resumen estadístico de la varianza sobre las 100 realizaciones

Variable	Mínimo	Máximo	Media
Fierro	94.89	123.41	107.18
Sílice	226.32	314.53	265.47
Fósforo	0.00	0.00	0.00
Aluminio	1.18	3.23	1.84
Manganeso	0.13	3.10	0.81
Pérdida de fuego	2.45	4.38	3.39
Granulometría G1	552.89	822.95	675.69

Se observa una alta variabilidad en las varianzas asociadas a cada variable, por ejemplo fierro presenta una varianza promedio de 107 con un rango igual a 28. En general, existe correspondencia entre las varianzas simuladas y el valor de dicho parámetro asociado a los sondeos condicionantes (valores desagrupados ubicados a 50 [m] máximo de la sección simulada), debido a que los valores de las varianzas de los sondeos están dentro del rango de varianzas simuladas, y además están asociadas a altas proporciones de las realizaciones.

En el caso de la variable manganeso, la varianza de los datos condicionante no se condice con ninguna de las realizaciones, aunque está contenida en el rango de los valores simulados, mientras que en granulometría G1 sucede el caso contrario. La explicación del fenómeno anterior se asocia a lo explicado en el punto anterior (diferencias en la proporción de los litotipos en la sección simulada y los sondeos) junto con la existencia de un efecto proporcional. En el caso particular de las leyes medias simuladas de manganeso se produce una disminución debido a que la extensión del modelo de simulación produjo que el litotipo asociado a leyes mayores (IMN) tuviese menos presencia, disminuyendo la media global de la variable simulada. Así al tener leyes menores simuladas correlativamente existe menor dispersión (el análisis es análogo para granulometría G1).

6.3. DISTRIBUCIÓN DE LA CORRELACIÓN ENTRE DIFERENTES VARIABLES

Para ejemplificar cómo se distribuyen los coeficientes de correlación entre las distintas variables, se despliega la **figura 6.4**. En ella se observa que fierro y sílice conservan su correlación negativa con valores que fluctúan entre -0.78 y -0.57. Por otra parte pérdida de fuego junto fósforo presentan una distribución amplia de coeficientes de correlación con un promedio cercano a 0.5, mientras que los otros casos presentan distribuciones centradas en valores cercanos a cero, es decir variables con escasa o nula correlación lineal.

Se conservan las relaciones de los sondeos en los casos (d) y (e) de la **figura 6.4**, siendo pérdida de fuego y fósforo aquellos donde la correlación lineal de los sondeos es reproducida por las diversas realizaciones de forma adecuada. Las diferencias producidas respecto a los datos condicionantes, se atribuyen a la configuración espacial de éstos últimos versus el espacio abarcado por la sección del modelo de rocas simulado. Otra explicación para este efecto está en la acción regularizadora del promedio que produce coeficientes de correlación simulados inferiores a los valores obtenidos a través de los sondeos.

Es importante destacar que si bien las correlaciones simuladas no reproducen los valores desprendidos de los sondeos condicionantes, presentan valores acorde con la aplicación de cosimulación, pues las relaciones entre las variables en estudio se mantienen.

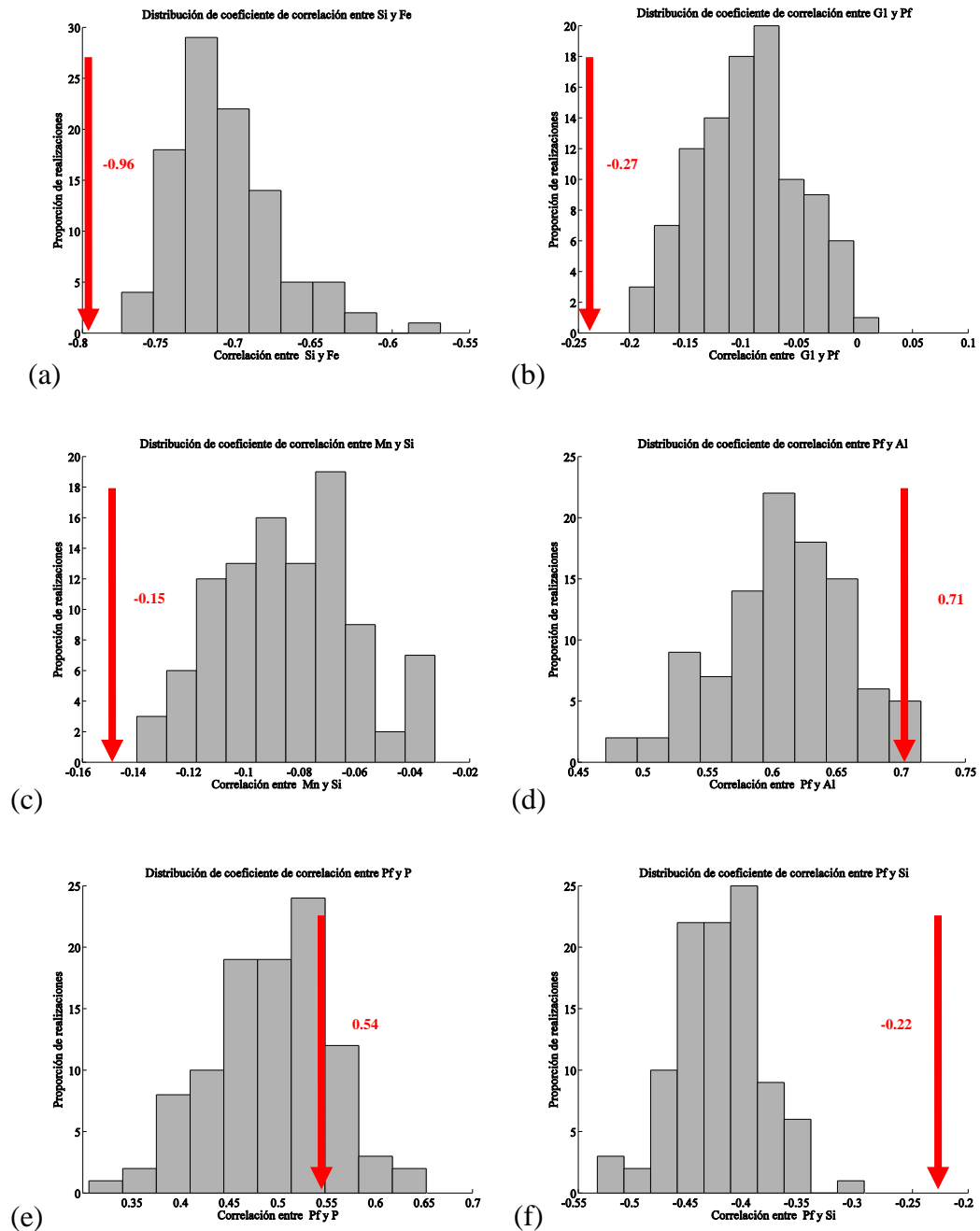


Figura 6.4: Distribución de la correlación entre diferentes variables. (a) fierro-slice, (b) granulometría G1-pérdida de fuego, (c) manganeso-slice, (d) pérdida de fuego-aluminio, (e) pérdida de fuego-fósforo, (f) pérdida de fuego-slice.

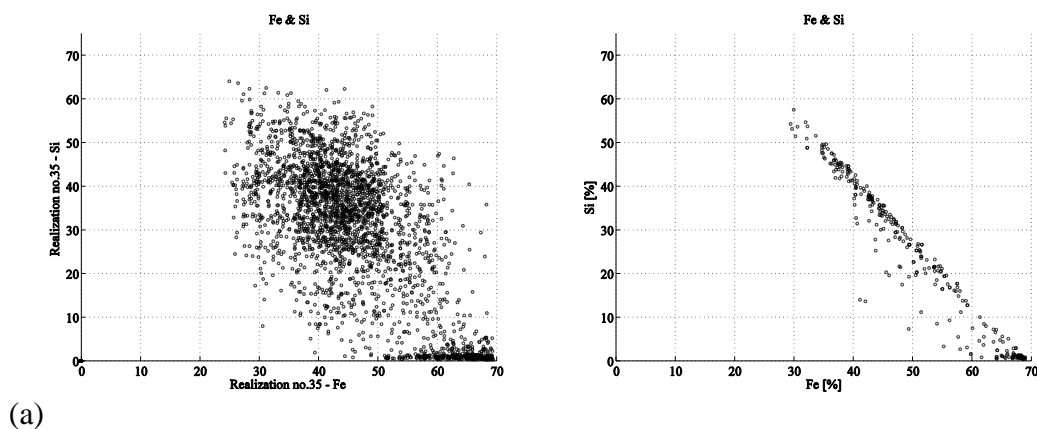
6.4. COMPARACIÓN DE DIAGRAMAS DE DISPERSIÓN

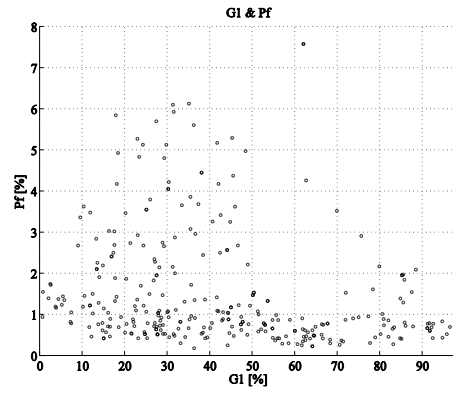
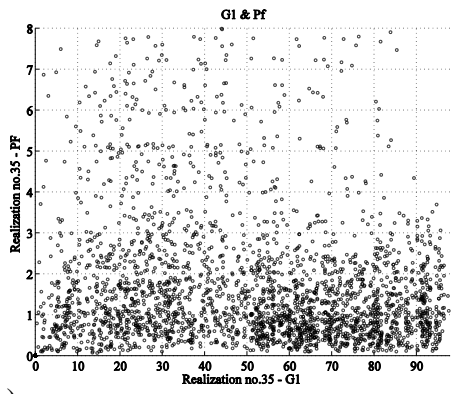
Para estudiar y comparar el comportamiento espacial de los valores condicionantes y simulados, se despliegan a continuación diagramas de dispersión entre las variables analizadas en la sección 6.3. En este caso particular se considerará la realización número 35 para representar los valores simulados.

Al analizar la **figura 6.5** se observa cómo se mantienen (en forma) las relaciones existentes entre las variables simuladas. En el caso de hierro y sílice se conserva la relación inversa de las leyes, aunque la realización analizada presenta una mayor dispersión de las leyes de ambos elementos, lo que permite entender la disminución del coeficiente de correlación lineal entre los valores simulados. La explicación del aumento de dispersión entre los valores simulados de hierro y sílice está directamente relacionada con el modelo de cosimulación empleado, ya que ambos se definen en las mismas unidades geológicas. En este caso particular (**figura 6.5 (a)**), el aumento en proporción de las itabiritas compactas y friables en el modelo cosimulado produjo la aparición de una mayor cantidad de leyes altas de sílice y leyes con valores inferiores en hierro, ya que esos litotipos se asocian a leyes bajas de hierro y altas de sílice.

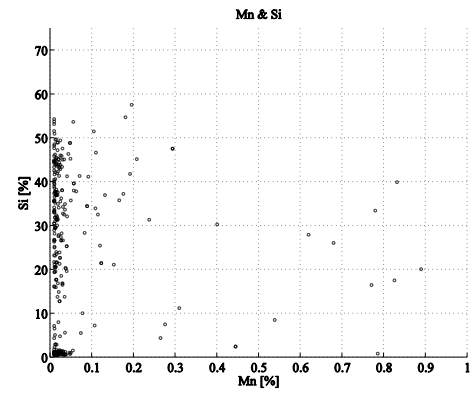
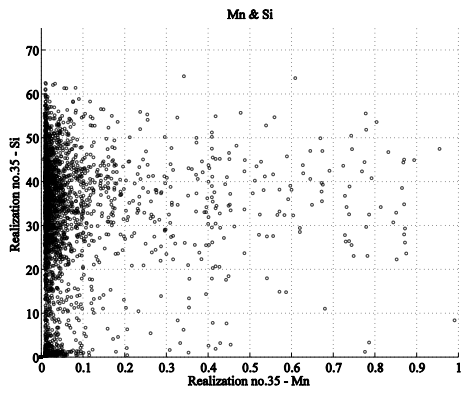
La relación entre pérdida de fuego y otras variables mantiene su forma, aunque se observa un notorio aumento en la cantidad de valores bajos para pérdida de fuego, y no así en las otras variables donde la simulación de valores se encuentra distribuida en torno al rango de valores originales. Este fenómeno se asocia a las unidades de estimación, ya que en particular las itabiritas compactas y friables se asocian a leyes bajas en pérdida de fuego, y como su proporción en el modelo cosimulado aumenta, también lo hace la cantidad de dichas leyes.

Como conclusión de este apartado es posible indicar que las relaciones entre las variables se conservan a través del modelo de cosimulación, siendo particularmente importante la interacción entre leyes y tipos de roca en la generación de los distintos valores simulados.

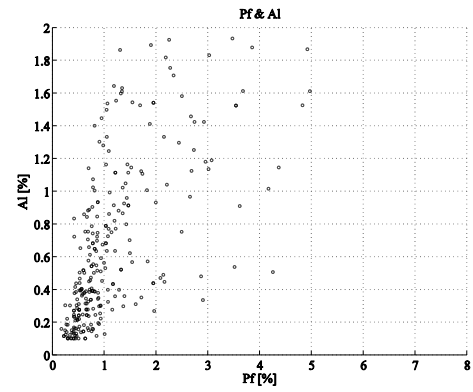
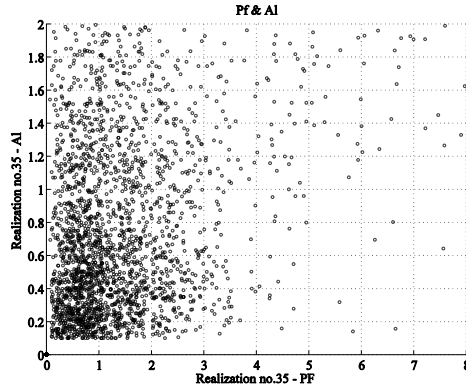




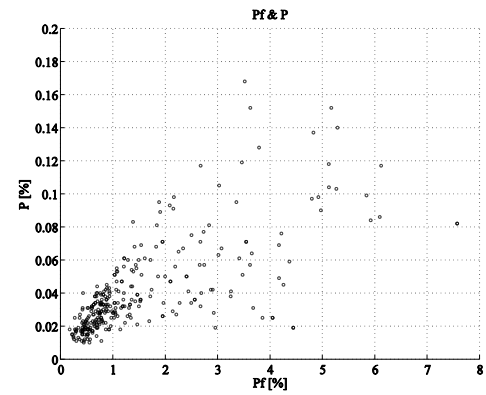
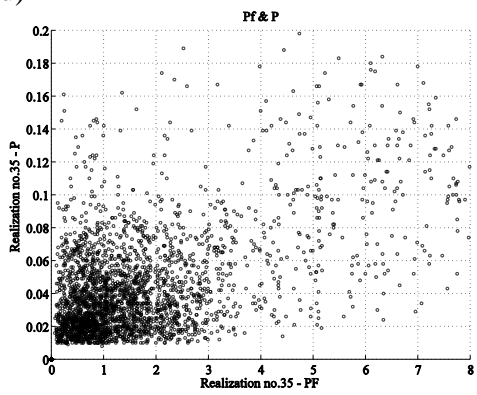
(b)



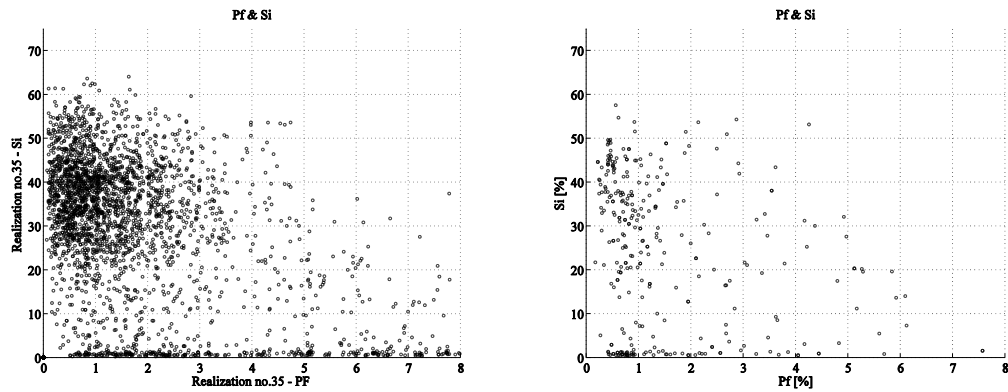
(c)



(d)



(e)



(f)

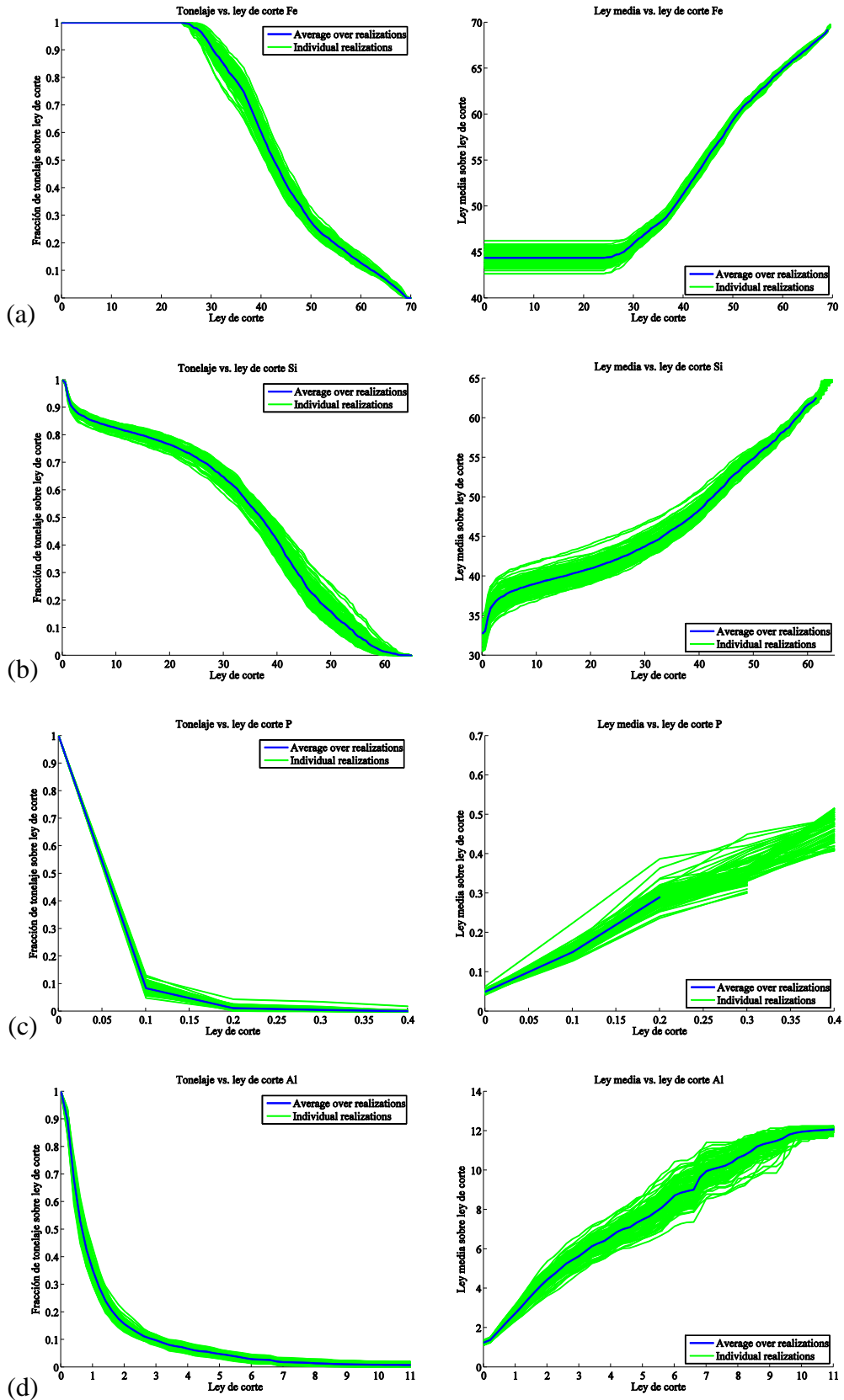
Figura 6.5: Gráficos de dispersión entre variables simuladas (izquierda) y entre datos condicionantes desagrupados (derecha) (a) hierro-sílice, (b) granulometría G1-pérdida de fuego, (c) manganeso-sílice, (d) pérdida de fuego-aluminio, (e) pérdida de fuego-fósforo, (f) pérdida de fuego-sílice.

6.5. CURVAS TONELAJE-LEY

En esta sección se presentan las curvas de tonelaje versus ley de corte y ley media versus ley de corte de las 100 realizaciones. Estas herramientas permiten tener una cuantificación de los recursos disponibles a determinadas leyes de interés de las variables en estudio, generando así escenarios optimistas, bases y pesimistas.

La **figura 6.6** presenta las curvas para cada una de las variables, donde las líneas verdes corresponden a las 100 realizaciones y la línea azul es el promedio de éstas. Se observa poca fluctuación en el tonelaje de las distintas variables, aunque ésta aumenta con la ley de corte. Por su parte, la ley media es variable según cada caso de análisis, ya que por ejemplo hierro tiene variaciones mayores a leyes de corte inferiores a 50%, al igual que sílice. Fósforo y aluminio presentan mayores fluctuaciones respecto a las dos variables anteriores y manganeso corresponde a aquel elemento con mayor variabilidad en la ley media simulada respecto a los valores de corte. La variabilidad observada en los valores simulados de la variable manganeso tienen relación con la alta dispersión propia de los valores de dicha variable, ya que en particular si se analiza el coeficiente de variación éste presenta un valor superior a 4, mientras que en las otras variables es en promedio 0.5. Además el litotipo distintivo de manganeso es IMN el cual presenta un rango de valores cercano al 15%, junto a un pseudo-variograma que refleja la poca continuidad espacial de las leyes en dicha unidad.

Se observa que la incorporación de correlaciones cruzadas entre variables, incluso cuando se definen en unidades disjuntas, produce un aumento en la variabilidad de las realizaciones generadas, en especial en las leyes medias. La implicancia directa de la alta variabilidad de manganeso es una cuantificación de los recursos del yacimiento con menor precisión, pero una buena caracterización de los valores originales. Por ejemplo si se considera una ley de corte de 3% de manganeso, es posible obtener una ley media que va desde 4 a 12%.



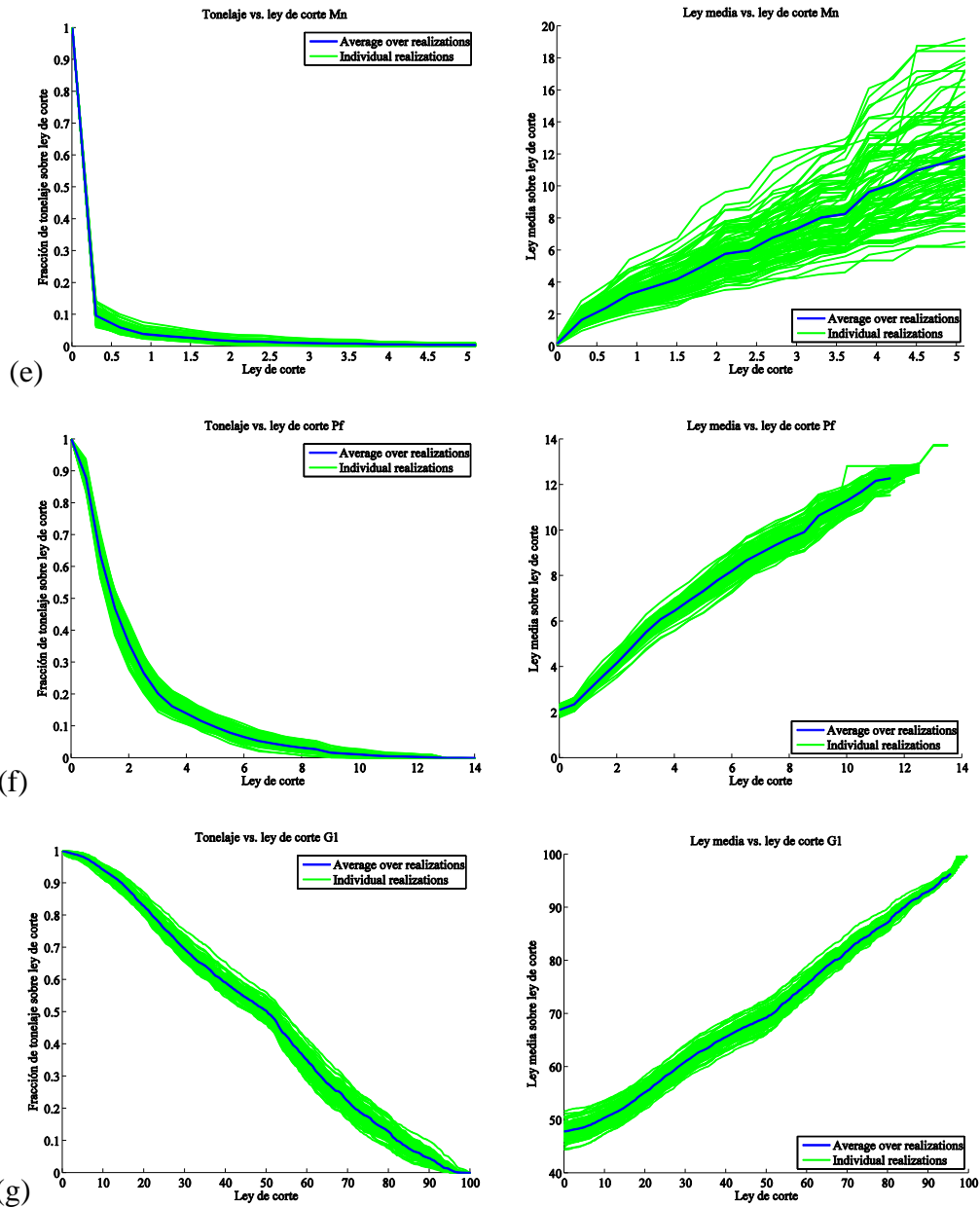


Figura 6.6: Curvas tonelaje-ley para de las 100 simulaciones. A la izquierda se presenta la fracción del tonelaje a diferentes leyes de corte, mientras que a la derecha se resumen la ley media para las mismas leyes de corte. (a) hierro, (b) sílice, (c) fósforo, (d) aluminio, (e) manganeso, (f) pérdida de fuego y (g) granulometría G1

Para resumir estos resultados se presentan los recursos de hierro a determinadas leyes de corte en la **tabla 6.4**. De ella se desprende que, a medida que aumenta la ley de corte de hierro, disminuye la incertidumbre en su ley media recuperable, lo que se asocia con el efecto proporcional inverso de los sondeos de exploración. Esto es de provecho en el caso estudio, ya que el hierro corresponde al principal elemento de interés, por lo tanto independiente de la ley de corte (superior a 30%) existirá poca fluctuación en el valor medio recuperable, convirtiéndose en un negocio minero de bajo riesgo en términos de su mena principal.

Tabla 6.4: Resumen de realizaciones sobre tonelaje y ley media a diferentes leyes de corte (fierro)

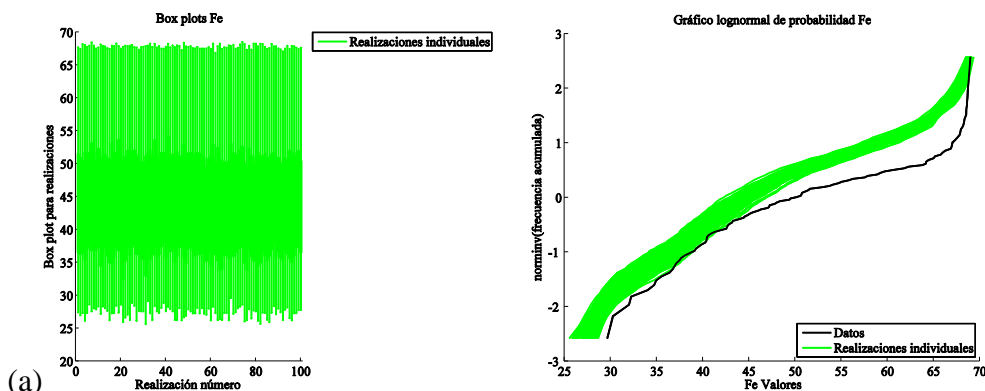
Ley de corte fierro	Fracción de tonelaje mínimo	Fracción de tonelaje máximo	Fracción de tonelaje promedio	Ley media mínima [%]	Ley media máxima [%]	Ley media promedio [%]
20%	1.00	1.00	1.00	42.68	46.26	44.40
30%	0.84	0.97	0.91	44.88	47.12	46.00
40%	0.53	0.69	0.60	50.63	52.64	51.39
50%	0.24	0.33	0.28	58.75	60.21	59.43
60%	0.11	0.16	0.13	64.63	65.45	65.00

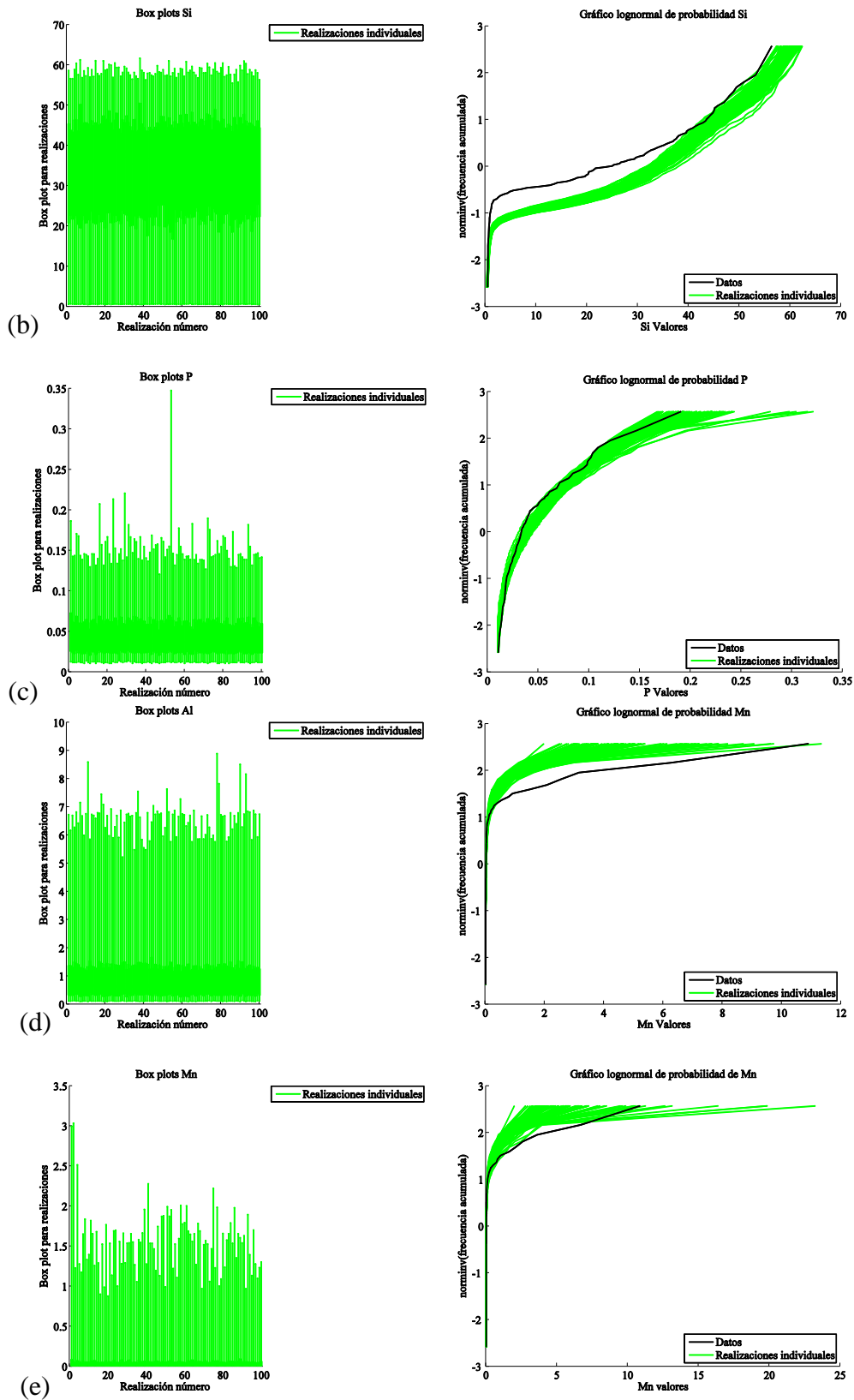
6.6. HERRAMIENTAS DE DISTRIBUCIÓN

Es posible conocer las fluctuaciones en la distribución de las variables simuladas a través de box plots y gráficos de probabilidad. En el caso de estos últimos se comparan las distribuciones simuladas con una teórica que corresponde a la de los datos indicados al inicio de este capítulo.

Los box plots muestran estadísticas similares en las realizaciones de fierro, sílice y granulometría G1, y fuertes fluctuaciones en fósforo, donde una de las realizaciones escapa notoriamente del resto. Por otra parte, los gráficos de probabilidad presentan variaciones leves entre las distintas realizaciones, las cuales se incrementan a medida que aumentan las leyes. Al comparar estas distribuciones con la de los sondajes ubicados a 50 [m] del sector simulado, se observa una completa correspondencia en el caso de fósforo, con la salvedad de determinadas realizaciones cuyos valores extremos distribuyen de forma irregular. Uno de esos casos coincide con la simulación estadísticamente disímil al resto (**figura 6.7 (c)**).

En las otras variables de interés se observa la misma distribución, que en el caso de los sondajes está trasladada o ubicada en alguna de las realizaciones extremas. En particular, granulometría G1 es aquella que presenta menos relación con la distribución de los datos condicionantes. Esto se puede explicar por la sub-representación de algunos tipos de roca (en particular, itabirita compacta) en los datos de sondajes, con respecto a la sección completa (**figuras 5.27 y 5.28**). Al tener mayor presencia de itabirita compacta en esta sección, disminuye la ley de fierro y aumenta la ley de sílice en relación a los datos condicionantes. En fierro y sílice se observa un comportamiento complementario de sus distribuciones, ya que la relación con los sondajes condicionantes está mejor caracterizada para leyes bajas en el caso de fierro, y el caso contrario en sílice.





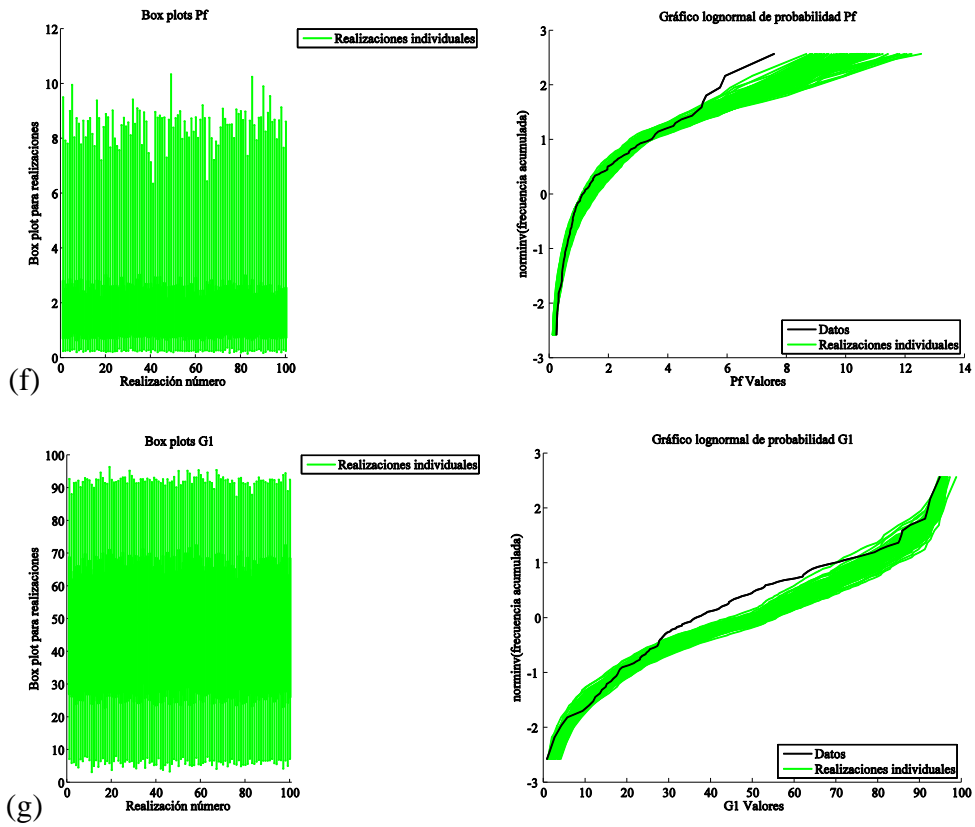


Figura 6.7: Curvas de distribución para de las 100 simulaciones. A la izquierda se presentan los box plots, mientras que a la derecha se resumen los gráficos de distribución lognormal. (a) hierro, (b) sílice, (c) fósforo, (d) aluminio, (e) manganeso, (f) pérdida de fuego y (g) granulometría G1

CAPÍTULO 7

VALIDACIÓN DE LA COSIMULACIÓN

Con el objetivo de determinar la eficiencia del modelo empleado en la cosimulación y además verificar los parámetros empleados, se efectuó el proceso de validación cruzada sobre los sondeos de exploración. Esto consiste en la cosimulación de cada dato en función de los datos restantes, permitiendo analizar la diferencia que se produce entre los valores simulados y el dato real, lo que se denomina error de la simulación. En este caso se consideran 100 realizaciones de cada variable.

Un aspecto que es necesario aclarar sobre la validación realizada es el radio considerado para la cosimulación de cada sitio. Además de no considerar el mismo dato a cosimular, se excluyen los datos de sondeos ubicados a 15 [m] para evitar reproducir el efecto pepita en la validación. Por lo tanto, el volumen considerado en este proceso es el de un elipsoide de cuyo centro se extrae un elipsoide con la misma orientación y razones de anisotropía, pero del radio antes indicado (15 [m]).

A continuación se presenta el mapa de una de las realizaciones de la variable hierro simulada mediante validación cruzada. Se observa una alta correspondencia con los sondeos originales, debido a que se mantienen las leyes altas en el sector superficial y central (ver **figura 5.28**).

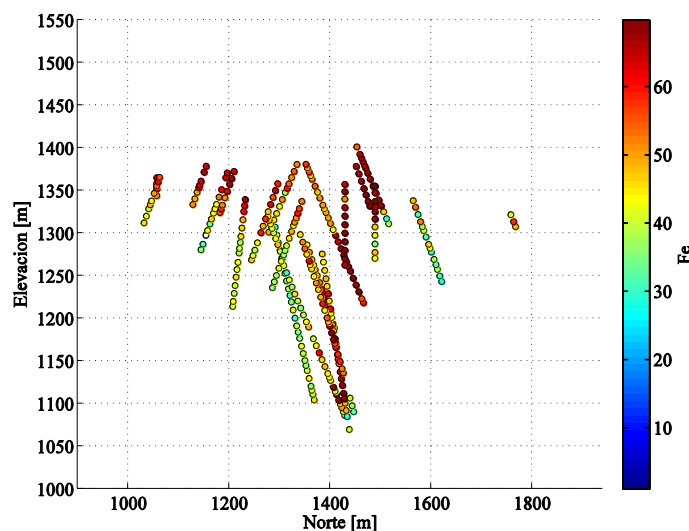


Figura 7.1: Realización #4 sección este variable hierro

Existen diversas pruebas que permiten validar o rechazar un modelo de simulación utilizado. En términos estadísticos se estudia la reproducción de las estadísticas y los errores de la simulación, mientras que de forma visual se chequean nubes de dispersión y gráficos de incertidumbre que permiten analizar exactitud y precisión, respectivamente.

7.1. REPRODUCCIÓN DE ESTADÍSTICAS

La **tabla 7.1** presenta el resumen estadístico obtenido sobre las 100 simulaciones efectuadas. En ella se observa que las realizaciones se acercan a los valores reales, tanto en los mínimos, máximos y medias. La media de fierro simulada excede en 0.3% al valor original, mientras que manganeso lo hace en un 3.3%, siendo la mayor fluctuación existente.

Tabla 7.1: Comparación de estadísticas entre valores reales y simulaciones

Variable	Mínimo real [%]	Mínimo simulado [%]	Máximo real [%]	Máximo simulado [%]	Media real [%]	Media de 100 realizaciones [%]
Fierro	9.92	9.91	69.71	69.70	51.76	51.90
Sílice	0.22	0.20	77.05	77.06	21.79	21.41
Fósforo	0.01	0.01	0.53	0.54	0.06	0.06
Aluminio	0.10	0.11	12.60	12.64	1.31	1.30
Manganeso	0.01	0.01	32.06	32.05	0.30	0.29
Pérdida de fuego	0.06	0.06	13.84	13.85	2.25	2.23
Granulometría G1	0.12	0.10	98.18	98.20	33.10	33.19

7.2. ESTADÍSTICAS DE LOS ERRORES DE SIMULACIÓN

La **tabla 7.2** presenta las estadísticas de los errores obtenidos sobre las 100 simulaciones efectuadas.

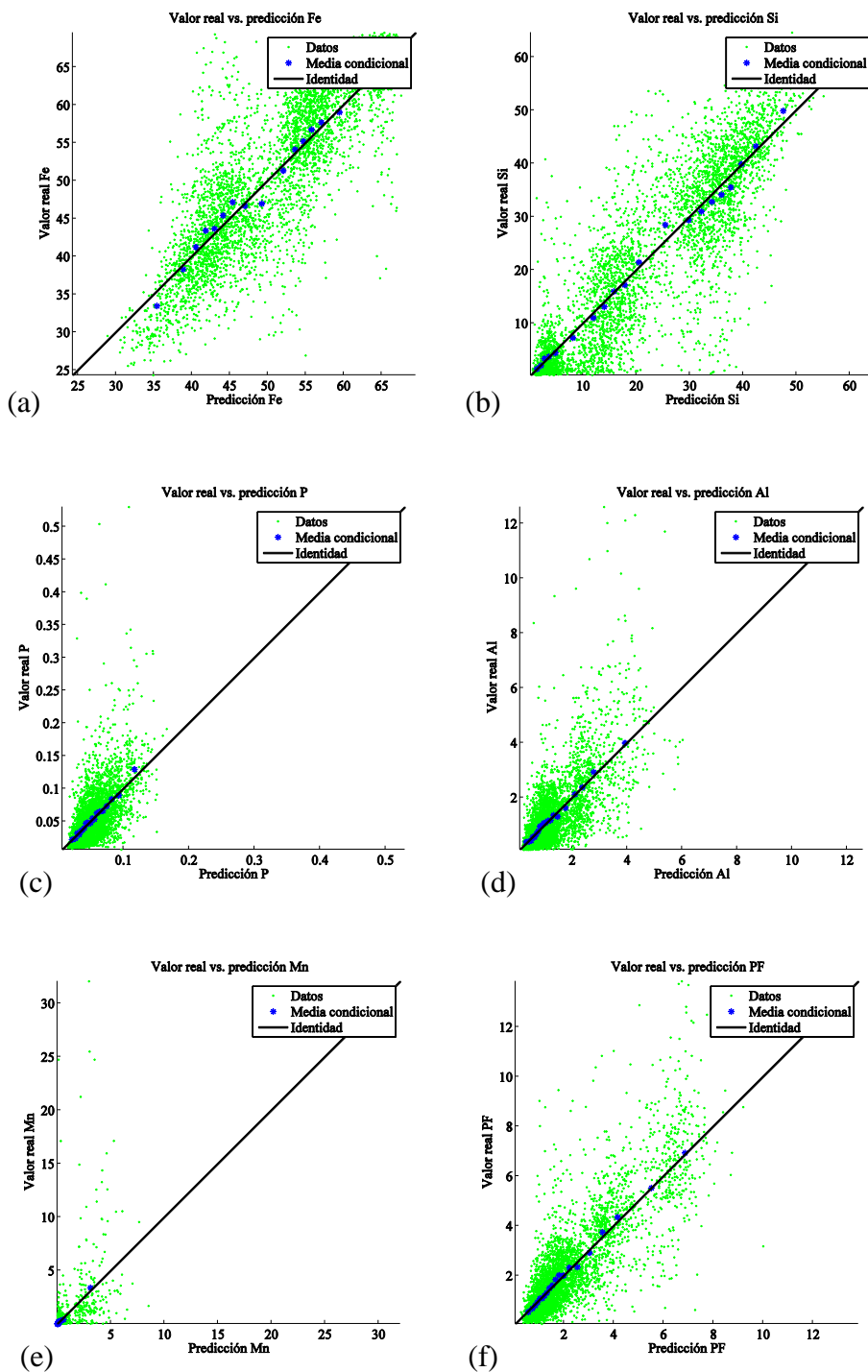
Tabla 7.2: Resumen estadístico del error de simulación

Variable	Media de errores [%]	Desviación de errores [%]	Coefficiente de correlación entre valores reales y simulados
Fierro	-0.05	5.91	0.77
Sílice	0.1	8.44	0.71
Fósforo	0.01	0.04	0.78
Aluminio	0.02	1.03	0.75
Manganeso	0.1	1.31	0.69
Pérdida de fuego	0.04	1.29	0.75
Granulometría G1	-0.09	18.78	0.73

En la tabla anterior se observan promedios de errores cercanos a cero, lo que permite comprobar que el conjunto de las realizaciones es insesgado. La varianza es baja en las reproducciones de fósforo, aluminio, manganeso y pérdida de fuego, registrando el mayor valor en granulometría G1. En relación al coeficiente de correlación se registra un valor para cada realización, siendo presentado el valor promedio en la tabla anterior, donde se observan valores promedios de 0.7 en los casos de estudio.

7.3. MEDICIÓN DE LA EXACTITUD

La **figura 7.2** presenta las nubes de dispersión entre los valores reales y el promedio de las realizaciones para cada variable de interés. Esta herramienta permite estudiar la exactitud del modelo empleado.



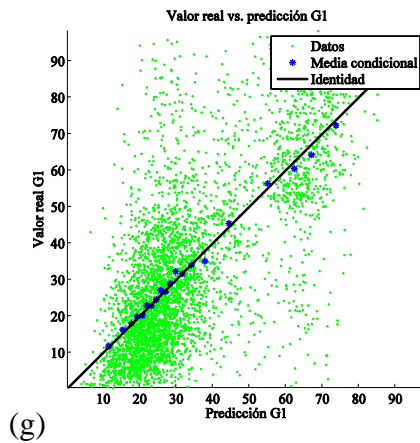


Figura 7.2: Nubes de dispersión de valores simulados promedio sobre 100 realizaciones versus valores reales para cada variable. (a) hierro, (b) sílice, (c) fósforo, (d) aluminio, (e) manganeso, (f) pérdida de fuego y (g) granulometría G1

Se observan nubes de correlación donde los puntos se encuentran en torno a la diagonal, con curvas de regresión condicional muy cercanas a dicha diagonal. Por lo tanto, se valida la simulación en términos de su capacidad de predecir los valores reales, sin sesgo ni sesgo condicional [2] [11].

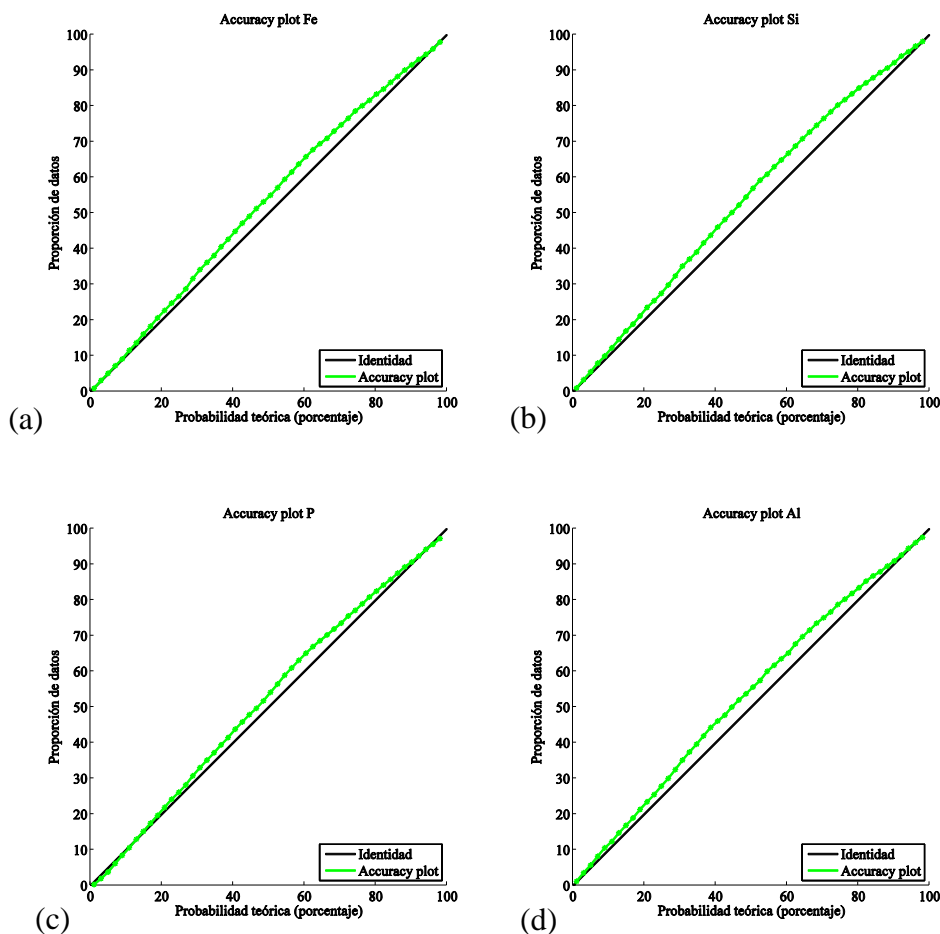
Sin embargo, es necesario destacar la presencia de diferentes poblaciones en cada una de las nubes de dispersión, lo que se observa preferentemente en las variables hierro, sílice, pérdida de fuego y granulometría G1. Lo anterior se produce al considerar una distancia mínima para la validación, lo que induce un suavizamiento en la media de las realizaciones, por lo que dicho valor se acerca a la media de las unidades geológicas asociadas a cada simulación. Esto se potencia en casos donde las unidades de estimación presentan leyes bien diferenciadas, como ocurre en las variables antes indicadas. Por ejemplo, en el caso de hierro se observan dos poblaciones que se encuentran entre las leyes simuladas 50-52%, lo que se condice con lo visualizado a nivel de sondajes en el capítulo 4.2.4.1. Además en las leyes simuladas de mayor valor, se observa otro corte lo que se asocia con su UG_1 , es decir, las hematitas. En sílice se observan valores simulados asociados a sus 3 unidades de estimación principales, con mayor diferenciación entre los subgrupos definidos para las itabiritas. Para pérdida de fuego la nube de dispersión releja de forma drástica los valores simulados en la unidad de estimación IA, que corresponde a aquellos valores de mayor ley. Finalmente, en granulometría G1 se observan dos poblaciones principales de valores simulados, correspondientes a los valores ubicados en los litotipos compactos (alta ley) y friables (baja ley), cuyo corte se produce en torno a las leyes 50-60%.

Por lo tanto, la validación responde a la exigencia planteada al incorporar un valor mínimo para la búsqueda de datos condicionantes en la simulación, reproduciendo las medias asociadas a las unidades geológicas o los litotipos predominantes. Lo anterior se suma al efecto producido al no considerar los datos inmediatamente vecinos, lo que genera un aumento en las fluctuaciones de los valores simulados.

7.4. CUANTIFICACIÓN DE LA PRECISIÓN

Los diagramas de incertidumbre permiten validar las simulaciones en términos de precisión, esto es, si dado un intervalo de probabilidad de la simulación, la fracción de valores reales pertenecientes a dicho intervalo es igual o superior al valor del intervalo. Por lo tanto, un modelo de simulación será preciso en la medida que los diagramas sean cercanos a la diagonal. La **figura 7.3** presenta los diagramas de dispersión para las siete variables en estudio, donde se aprecian buenos resultados en la mayoría de ellas. En general, los valores simulados responden a un modelo conservador, debido a que la proporción de valores simulados pertenecientes a un intervalo determinado es superior al valor teórico esperado, siendo el caso más crítico diferente en 5%. Lo anterior se debe a que las distribuciones locales son menos dispersas que lo esperado, debido a la disminución de la incertidumbre producto de la cosimulación efectuada.

Manganeso corresponde a un caso particular, debido a que para intervalos teóricos superiores a 75% se producen valores simulados que en una menor proporción pertenecen a dicho intervalo. Esto puede asociarse a la alta variabilidad de los valores críticos de esta variable.



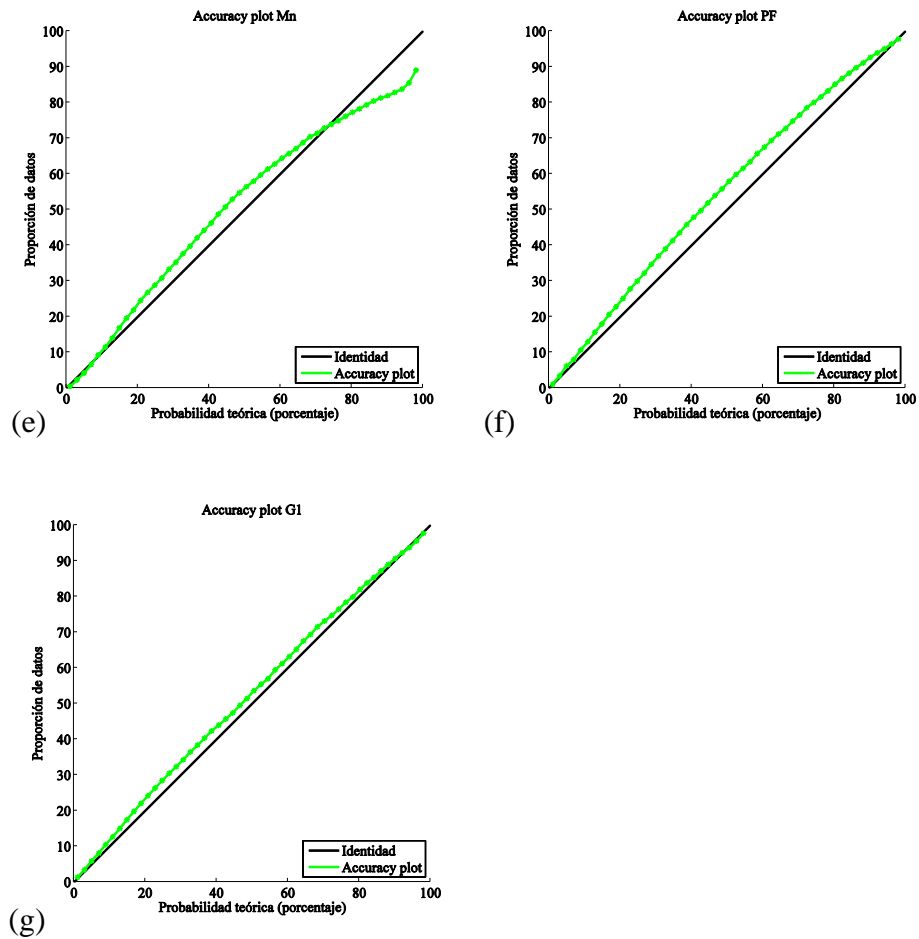


Figura 7.3: Diagramas de incertidumbre para cada variable. (a) fierro, (b) sílice, (c) fósforo, (d) aluminio, (e) manganeso, (f) pérdida de fuego y (g) granulometría G1

Del análisis de los puntos anteriores es posible determinar que la validación del modelo de simulación es adecuada, ya que retorna los estadísticos asociados a los datos, es adecuado en términos de exactitud y precisión, y se condice con las unidades geológicas observadas en los sondeos de exploración.

CAPÍTULO 8

CONCLUSIONES

8.1. PREÁMBULO

La cosimulación permite capturar las relaciones existentes entre variables continuas, permitiendo hacer frente a la incertidumbre existente en todo depósito mineral, además de ayudar a la toma de decisiones en los procesos aguas abajo de la industria minera.

El estudio efectuado presenta un modelo propuesto para la cosimulación de leyes en un yacimiento ferrífero. Este modelo difiere de la metodología tradicional aplicada en la industria por dos razones fundamentales: la primera de ellas es la definición de unidades geológicas para cada variable de interés, y la segunda, corresponde a la consideración de correlación cruzada entre variables, incluso cuando se definen en unidades de estimación disjuntas.

A continuación, se entregan detalladamente las principales consecuencias y conclusiones asociadas al modelo planteado.

8.2. ASPECTOS DISTINTIVOS DEL MODELO DE COSIMULACIÓN PROPUESTO

- Dentro del modelo empleado, la definición de unidades de estimación para la simulación de las variables de interés no responde a la metodología tradicional, ya que se definen dominios geológicos para cada una de las variables, presentándose casos donde las unidades de estimación son iguales, disjuntas o traslapadas según las variables que se consideran. Esto significa en términos prácticos, que la ley a través de un mismo límite geológico puede ser continua o discontinua según la variable que se esté analizando. Además, permite considerar la relación existente entre los litotipos y las variables continuas, lo que resulta de interés en el caso de estudio, donde los tipos de roca se definen de acuerdo a rangos de leyes.
- Se considera la existencia de correlación cruzada entre todas las variables, indistintamente del límite geológico existente. Por lo tanto, variables definidas en unidades de estimación disjuntas poseen correlación expresada mediante el cálculo del pseudo-variograma cruzado.

8.3 IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO DE COSIMULACIÓN PROPUESTO

- No difiere de forma significativa respecto al modelo tradicional de cosimulación de variables, ya que requiere los mismos pasos estructurales. Las principales diferencias radican en la definición de las unidades geológicas para cada una de las variables, lo que implica la realización de anamorfosis para cada variables en cada una de las unidades de estimación definidas. Posterior a esto, se deben realizar variografías para las diferentes combinaciones (en particular, se enfrenta el caso heterotópico mediante el cálculo de

pseudo-variogramas cruzados). Las otras etapas son análogas al modelo tradicional de cosimulación, por lo que no se producen diferencias relevantes en la implementación de ambos modelos.

- Los tiempos de aplicación y obtención de resultados son directamente proporcionales a la cantidad de variable y unidades geológicas consideradas, por lo tanto, esto es un aspecto distintivo y complejo del modelo.

8.4 RESULTADOS OBTENIDOS CON EL MODELO DE COSIMULACIÓN PROPUESTO: APLICACIÓN EN YACIMIENTO FERRÍFERO

A continuación, se indican los principales resultados que se desprenden de la aplicación del modelo de cosimulación al caso de estudio.

- La determinación de unidades geológicas es un proceso que aún sigue siendo relativo en ciertos aspectos, pues varía según quien decida dicha configuración. Es importante para su definición analizar las estadísticas, continuidad espacial y aspectos geológicos de la formación de los tipos de roca del yacimiento estudiado. En esta investigación se establecieron diferentes asociaciones para las variables, donde se obtuvieron tres casos: el primero de ellos corresponde a aquellas variables que comparten completamente las unidades de estimación como: fierro-sílice y fósforo- aluminio-pérdida de fuego; el segundo grupo son las que comparten una unidad geológica, como ocurre en todos los casos con la canga; finalmente, se encuentra el conjunto de aquellas variables que no presentan coincidencias en sus grupos de estimación. Este aspecto resulta clave en la cuantificación de recursos de yacimiento polimetálicos, ya que asumir dominios iguales para todas las variables se traduce en pérdida de información.
- Los contactos existentes entre las diferentes unidades geológicas, para cada una de las variables de interés, mostraron principalmente transiciones intermedias en la frontera. Esto se reflejó en variaciones de correlación y ley media en cada caso de estudio. Por lo anterior, resulta trascendental la incorporación de la correlación cruzada entre las leyes y los tipos de roca, aun cuando estén definidas en unidades geológicas disjuntas o traslapadas. La herramienta usada para este propósito fue el pseudo-variograma cruzado, sobre el cual es importante destacar su correcta aplicación, pues se restan variables adimensionales y de rango similar (variables normalizadas).
- El ajuste variográfico, en general, fue complejo debido a la cantidad de pseudo-variogramas cruzados, generando un modelo lineal de coregionalización de grandes dimensiones. Además, si se privilegia un ajuste particular, se puede pasar a desmejorar otro. El uso de un algoritmo de ajuste automático de mesetas resultó crucial para superar esta etapa.
- Por aspectos prácticos se simuló sólo una sección del yacimiento, ya que su totalidad significaba semanas de capacidad computacional.
- El procesamiento de las realizaciones permitió obtener escenarios para cada una de las variables, junto a las distribuciones de sus leyes medias, varianzas y correlaciones, así como también curvas tonelaje-ley de cada una de ellas y el valor promedio de éstas. En

relación a la ley media global simulada, se observó que, en general, la distribución de leyes medias simuladas es de tipo normal, salvo en el caso de manganeso, que presenta mayor cantidad de realizaciones con leyes medias cercanas a cero. A nivel global, no se aprecian correspondencias entre los valores simulados y las leyes desagrupadas de los sondeos cercanos a la sección simulada, salvo en el caso de fósforo. Esto se atribuye a la cantidad de nodos de cada litotipo que existen a nivel de la sección simulada y en los sondeos, lo que hace que a nivel global la ley media se modifique. En este sentido, es importante destacar el impacto de los litotipos itabirita compacta y friable, pues son los principales responsables de la disminución en la ley media simulada de hierro, ya que su proporción aumenta en el modelo simulado y se asocia a leyes bajas del principal elemento de interés. Para validar el modelo propuesto, se compararon las leyes simuladas con los valores condicionantes a nivel de unidad de estimación. Lo anterior reflejó resultados concordantes entre los valores simulados y los sondeos de exploración, con la salvedad de la unidad geológica canga, debido a que su significancia estadística a nivel de sondeos no permite realizar análisis comparables.

- En relación a la distribución de varianzas, se observaron rangos amplios, lo que indica una fuerte variabilidad en las realizaciones efectuadas. En cuanto a la reproducción de los sondeos condicionantes, existió correspondencia, salvo en manganeso y granulometría G1, lo que se explica por el efecto proporcional de sus realizaciones.
- La distribución de las correlaciones entre las variables de interés reflejó el comportamiento de los sondeos de exploración, lo que es de suma importancia debido a que la base de la cosimulación es la existencia de relaciones entre las variables. Por otra parte, los diagramas de dispersión reprodujeron el comportamiento espacial de las variables, con fluctuaciones propias de la generación de valores en sitios no muestreados y la influencia de los tipos de roca en las leyes de dichos sitios.
- La comparación entre la distribución de los datos condicionantes con los datos de las realizaciones, permite observar variaciones en la proporción a determinadas leyes, pero no en la forma de su distribución. En este análisis, granulometría G1 posee la mayor diferencia, lo que se explica por sub-representación del litotipo itabirita compacta en los sondeos, aumentando la cantidad de leyes bajas simuladas.

8.5 VALIDACIÓN DEL MODELO DE COSIMULACIÓN PROPUESTO

- La reproducción de las estadísticas de los sondeos presentó errores promedios cercanos a cero, mientras que la correlación entre los valores reales y el promedio de los simulados tomó valores entre 0.7 y 0.8. La comparación de las nubes de correlación entre los valores condicionantes y valores simulados muestra una reproducción del comportamiento espacial de las leyes de los elementos de interés, lo que valida su reproducción en términos de exactitud. En este sentido es importante notar que existen marcadas zonas asociadas a las unidades geológicas de cada variable, lo que se genera al considerar una distancia mínima para la validación, induciendo un suavizamiento en la ley media de las realizaciones que se condiciona con el valor medio de las unidades geológicas, en especial cuando las diferencias son significativas entre los diferentes grupos de estimación.

- Los gráficos de incertidumbre validan la precisión de las variables simuladas, debido a que las proporciones reales son iguales o superiores a los valores teóricos, para todas las variables, salvo manganeso. En general, los modelos son conservadores, presentando menor dispersión que los datos reales, producto de la información adicional capturada en la cosimulación.

8.6 UTILIDAD DEL MODELO DE COSIMULACIÓN PROPUESTO

- Este enfoque permite cosimular yacimientos con diversos elementos de interés y tipos de rocas, capturando las relaciones entre ambos mediante la consideración de correlaciones cruzadas. Lo anterior puede ser de gran utilidad en depósitos minerales donde las transiciones entre las variables son poco definidas, o bien, en depósitos donde existen variaciones abruptas en la ley, que no necesariamente presentan correlación.
- Permite simular variables definidas en unidades de estimación iguales, disjuntas o traslapadas, permitiendo considerar los dominios geológicos para cada una de ellas, capturando por consiguiente, la relación entre ambos tipos de variables.

8.7 CONCLUSIONES FINALES

En relación al objetivo principal planteado durante el desarrollo de este trabajo de título, se logró la simulación conjunta de leyes en un yacimiento de hierro, incorporando las relaciones existentes entre las leyes y los tipos de rocas mediante la definición de unidades geológicas diferentes para cada elemento de interés.

El asumir un modelo geológico fijo no permite incorporar la incertidumbre debida a la existencia y generación de unidades geológicas, por lo tanto, solo se tiene una caracterización parcial de la variabilidad geológica. Además, dicho modelo corresponde a una interpretación, que debido a su forma de obtención puede ser sesgada respecto a la realidad.

En definitiva, se concluye que la cosimulación de las variables de interés responde a los alcances planteados y se presenta como alternativa en la determinación de escenarios posibles de leyes en un yacimiento polimetálico, agregando no sólo la información de las variables continuas, sino también su relación con las categóricas.

8.8 RECOMENDACIONES Y ENFOQUES FUTUROS

A partir de esta investigación, se sugiere dar continuidad al estudio e incorporar aspectos como la deriva en las leyes de interés, pues resulta fundamental ver su influencia en la simulación de éstas.

Además, se plantea la posibilidad de comparar los resultados de la cosimulación efectuada contra dos modelos diferentes; el primero de ellos que no considere la relación de las leyes con los litotipos, y el segundo, que defina los tipos de roca mediante simulación, reflejando plenamente la incertidumbre que se tiene tanto en las variables continuas (leyes) como categóricas (litotipos).

BIBLIOGRAFÍA

- [1] **Clark I., Basinger KL., Harper WV.** (1989) *MUCK--a Novel Approach to Cokriging*. in B. E. Buxton (Ed.), Proceedings of the Conference on Geostatistical, Sensitivity, and Uncertainty Methods for Ground-Water Flow and Radionuclide Transport Modeling: Battelle Press, Columbus, p. 473-493.
- [2] **Chilès JP., Delfiner P.** (2012) *Geostatistics: modeling spatial uncertainty*. Wiley, New York.
- [3] **Deutsch CV., Journel AG.** (1998) *GSLIB: Geostatistical software library and user's guide*. Oxford University Press, New York.
- [4] **Dorr II JVN.** (1964) *Supergene iron ores of Minas Gerais, Brazil*: Economic Geology, v. 59, p. 1203-1240.
- [5] **Emery X.** (2010) *Iterative algorithms for fitting a linear model of coregionalization*. Computers & Geosciences 36 (91): 1150-1160.
- [6] **Emery X., Lantuéjoul C.** (2006): *TBSIM: a computer program for conditional simulation of three-dimensional Gaussian random fields via the turning bands method*. Computers & Geosciences 32 (10), 1615-1628.
- [7] **Emery X.** (2008) *A turning bands program for conditional co-simulation of cross-correlated Gaussian random fields*. Computers & Geosciences 34(12):1850–1862.
- [8] **Glacken IM., Snowden DV.** (2001) *Mineral resource estimation*. In: Edwards AC (ed) Mineral resource and ore reserve estimation—the AusIMM guide to good practice. The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Melbourne, pp 189–198.
- [9] **Gotway, C.A., Rutherford, B.M.,** 1994. Stochastic simulation for imaging spatial uncertainty: comparison and evaluation of available algorithms. In: Armstrong, M., Dowd, P.A. (Eds.), Geostatistical Simulations. Kluwer Academic, Dordrecht, pp. 1–21.
- [10] **Goulard M., Voltz M.** (1992) *Linear coregionalization model: tools for estimation and choice of cross-variogram matrix*. Mathematical Geology 24 (3): 269-286.
- [11] **Journel AG., Huijbregts CJ.** (1978) *Mining geostatistics*. Academic Press, London.
- [12] **Lantuéjoul C.** (2002) *Geostatistical simulation: models and algorithms*. Springer, Berlin.
- [13] **Leuangthong O., McLennan J., Deutsch CV.** (2004) *Minimum acceptance criteria for geostatistical realizations*. Nat. Resours. Res. 13(3), 131-141.
- [14] **Myers DE.** (1991) *Pseudo cross-variograms, positive-definiteness, and cokriging*: Math. Geology, 23, (6): 805-816.

- [15] **Ortiz JM., Emery X.** (2006) *Geostatistical estimation of mineral resources with soft geological boundaries: a comparative study*. J S Afr Inst Min Metall 106(8):577–584.
- [16] **Papritz A., Kunsch HR., Webster R.** (1993) *On the pseudo cross-variogram*: Math. Geology, v. 25, no. 8, p. 1015-1026.
- [17] **Wackernagel H.** (2003) *Multivariate geostatistics: an introduction with applications*. Springer, Berlin.
- [18] **Wilde BJ., Deutsch CV.** (2012) *Kriging and simulation in presence of stationary domains: developments in boundary modeling*. In: Abrahamsen P, Hauge R, Kolbjørnsen O (eds) Geostatistics Oslo 2012. Springer, Berlin, pp 289–300.

ANEXO A

ANAMORFOSIS A DATOS DE SONDAJES DE EXPLORACIÓN

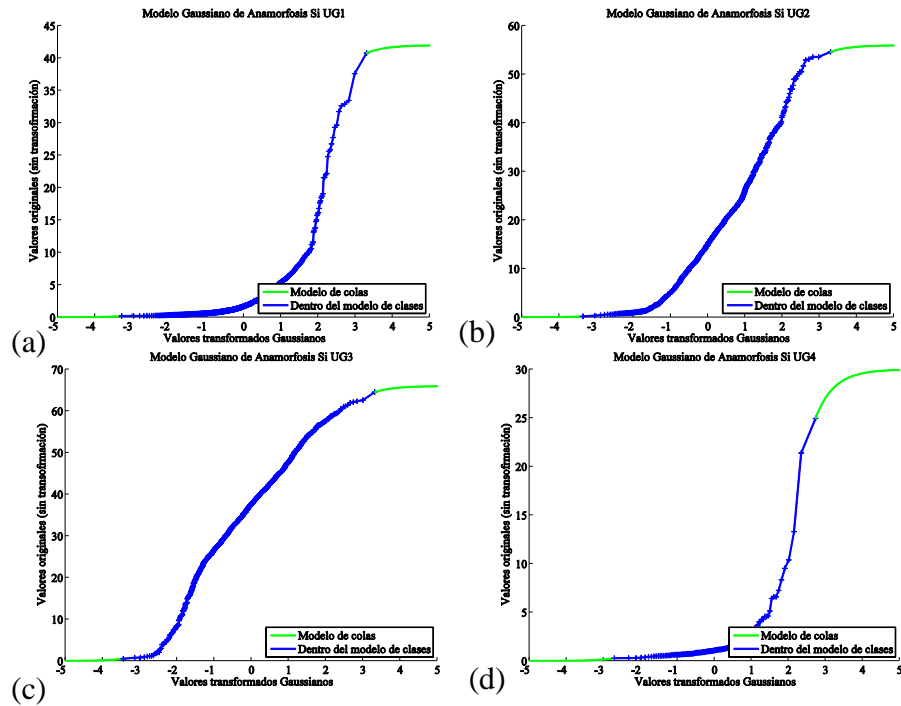


Figura A.1: Anamorfosis variable sílice. (a) UG1, (b) UG2, (c) UG3 y (d) UG4

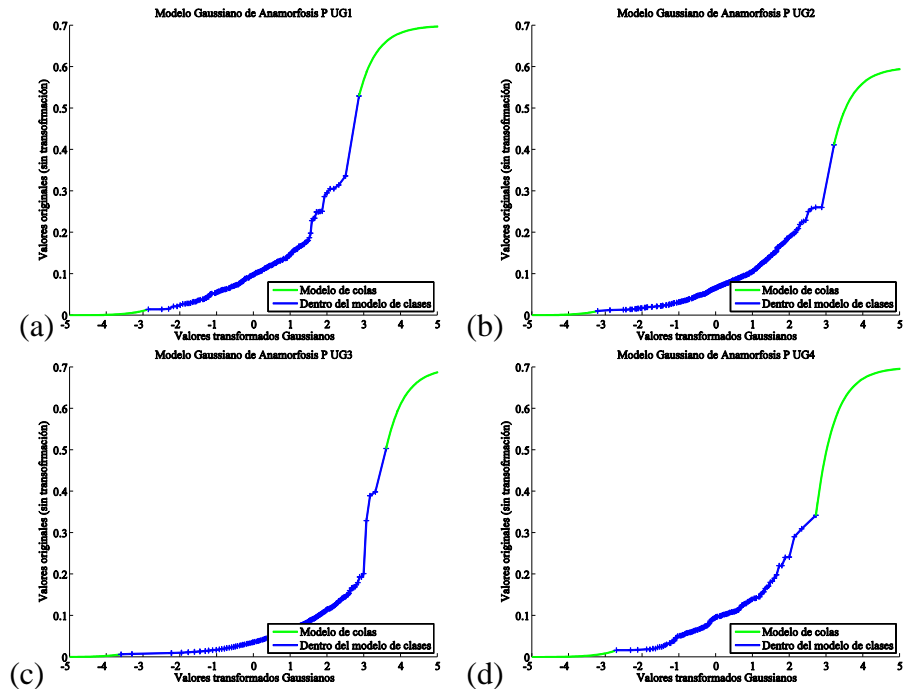


Figura A.2: Anamorfosis variable fósforo. (a) UG1, (b) UG2, (c) UG3 y (d) UG4

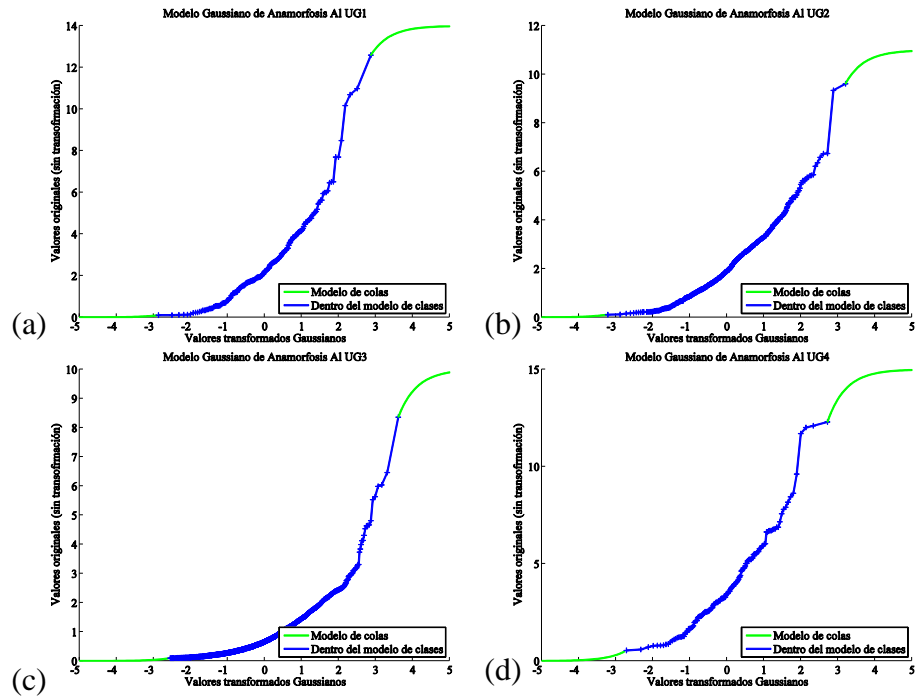


Figura A.3: Anamorfosis variable aluminio. (a) UG1, (b) UG2, (c) UG3 y (d) UG4

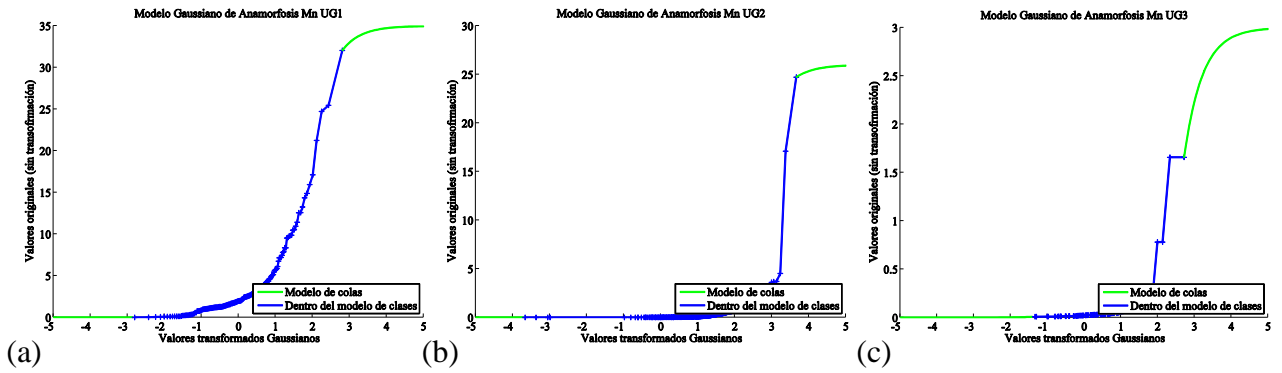
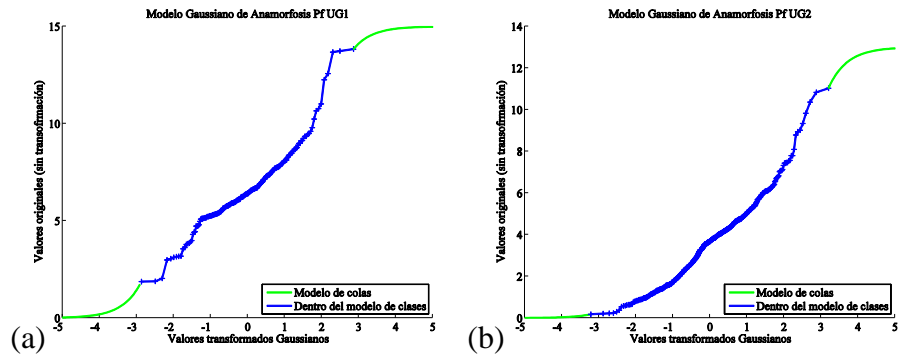
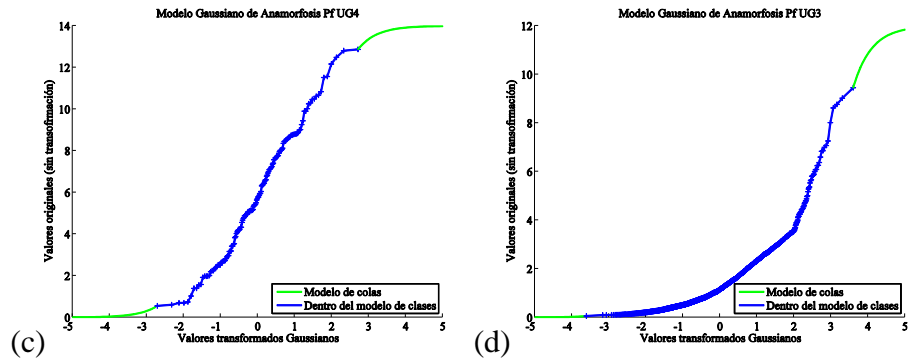
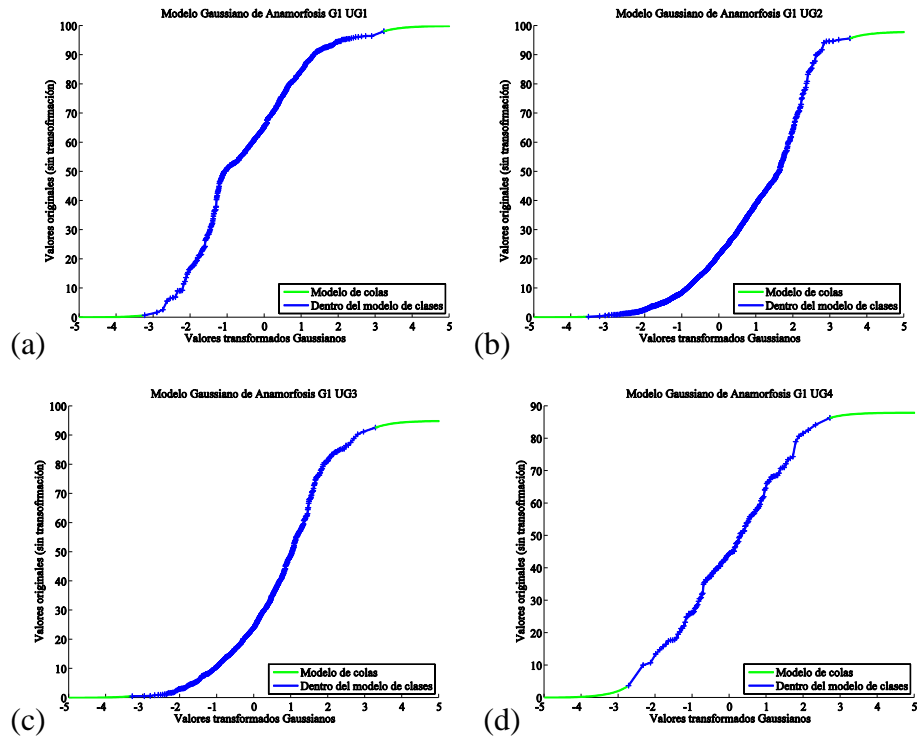


Figura A.4: Anamorfosis variable manganeso. (a) UG1, (b) UG2, (c) UG3





FiguraA.5: Anamorfosis variable pérdida de fuego. (a) UG1, (b) UG2, (c) UG3 y (d) UG4



FiguraA.6: Anamorfosis variable granulometría G1. (a) UG1, (b) UG2, (c) UG3 y (d) UG4

ANEXO B

NUBES DE CORRELACIÓN DIFERIDA DE DATOS GAUSSIANOS

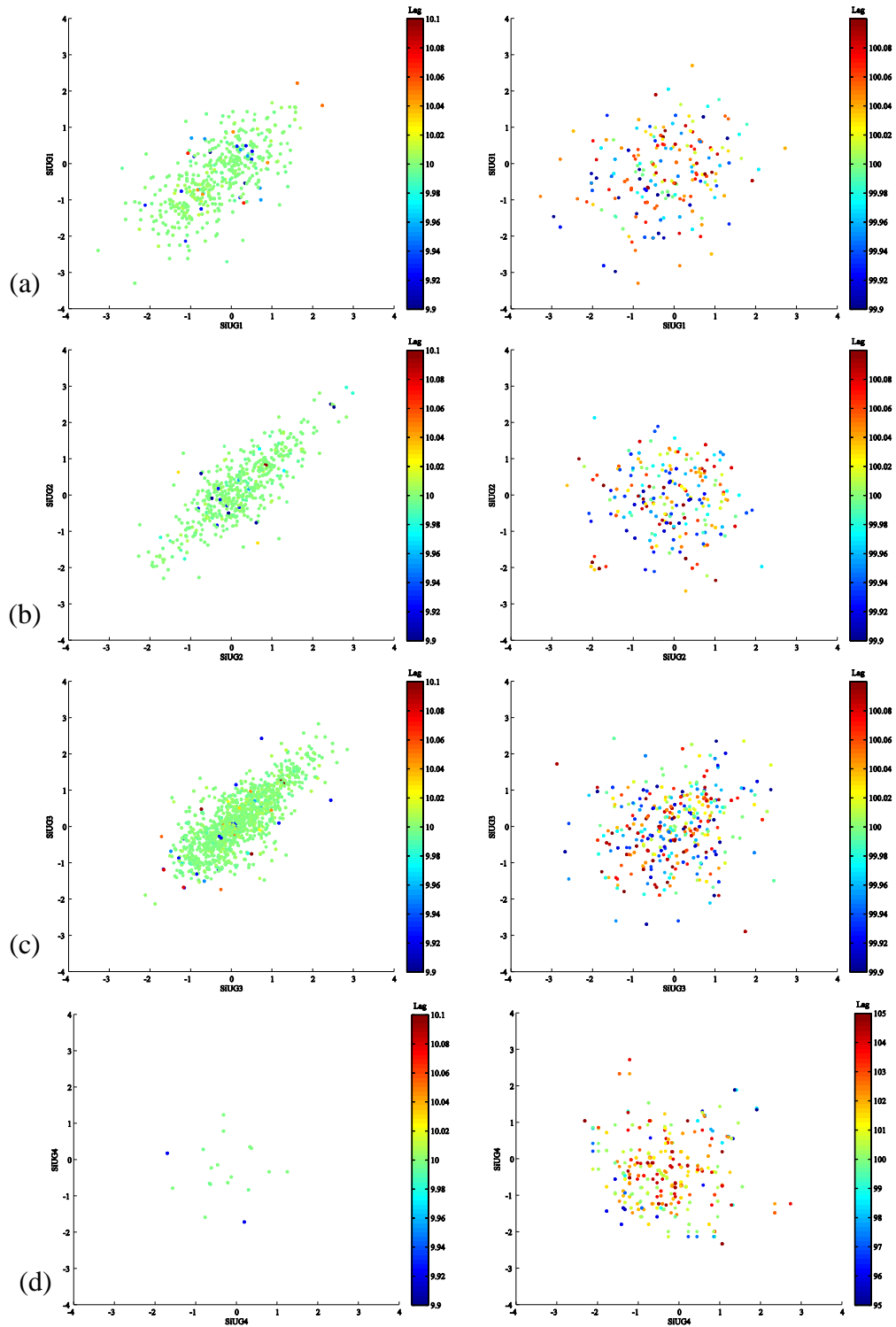


Figura B.1: Nubes de correlación diferida variable sílice según unidad geológica. A la izquierda se presenta la nube de corta separación (10 [m]) y a la derecha la nube de larga separación (100[m]). (a) UG1, (b) UG2, (c) UG3 y (d) UG4. Los colores indican la separación exacta de los datos, los que consideran ciertas tolerancias.

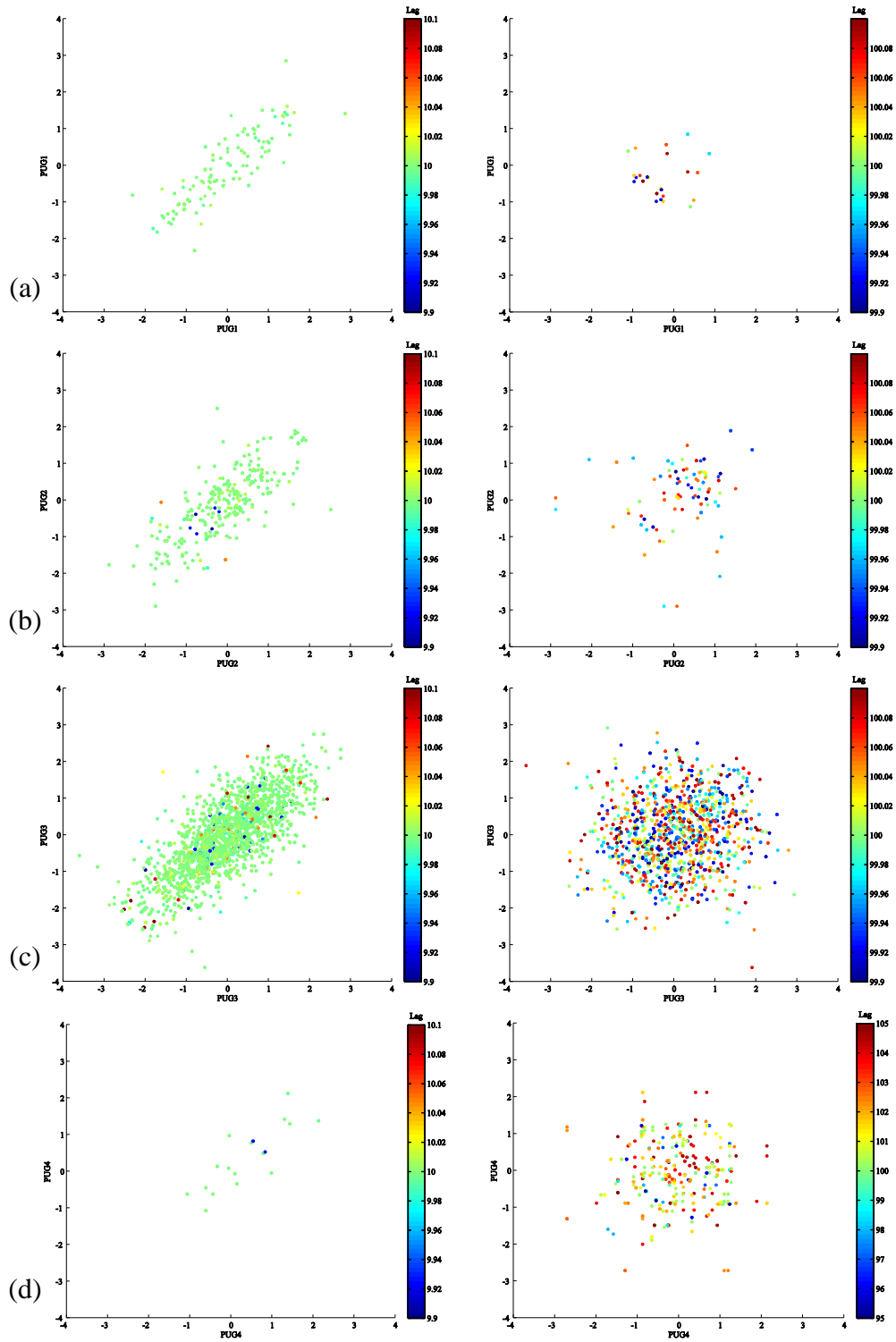


Figura B. 2: Nubes de correlación diferida variable fósforo según unidad geológica. A la izquierda se presenta la nube de corta separación (10 [m]) y a la derecha la nube de larga separación (100[m]). (a) UG1, (b) UG2, (c) UG3 y (d) UG4. Los colores indican la separación exacta de los datos, los que consideran ciertas tolerancias.

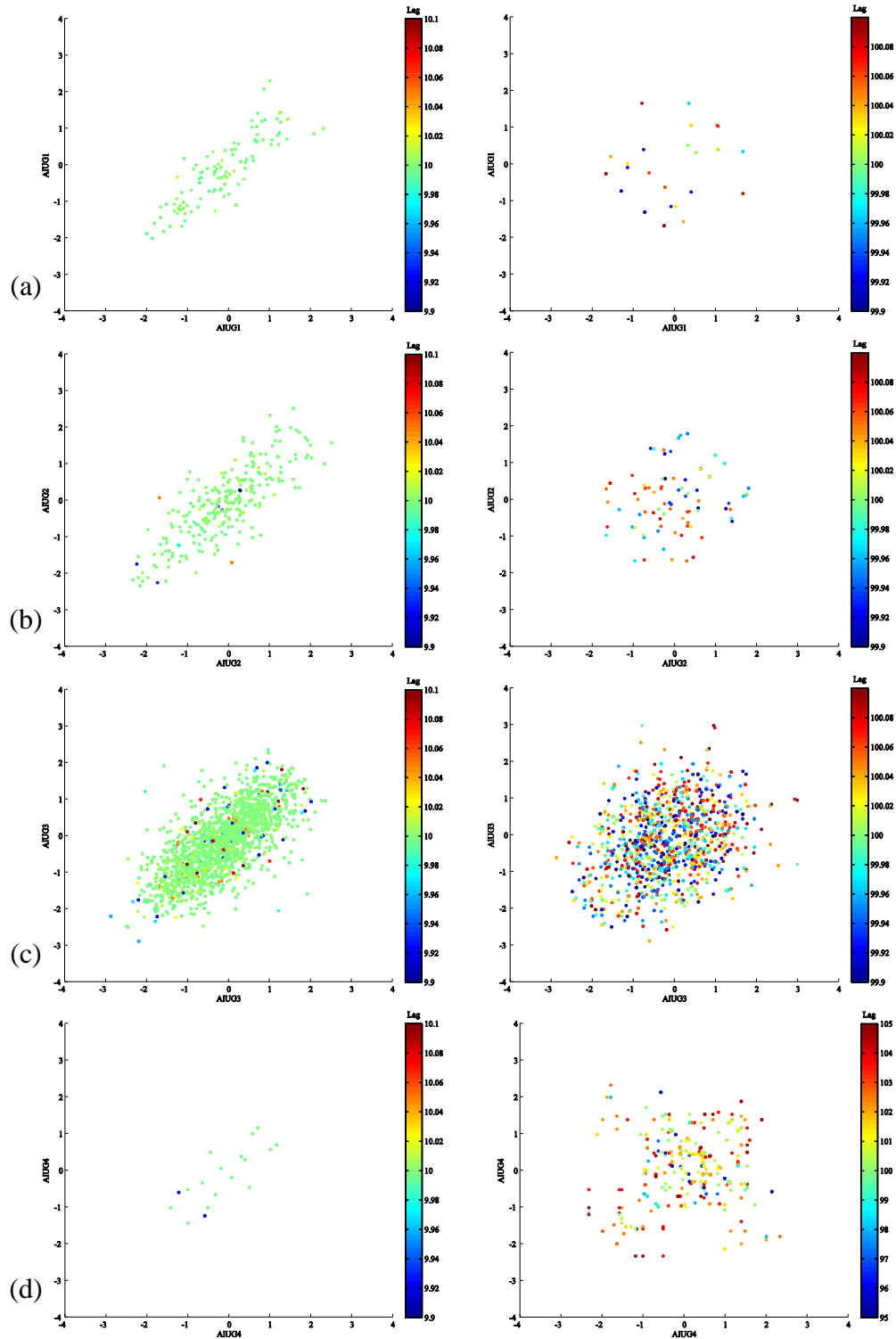


Figura B 3: Nubes de correlación diferida variable aluminio según unidad geológica. A la izquierda se presenta la nube de corta separación (10 [m]) y a la derecha la nube de larga separación (100[m]). (a) UG1, (b) UG2, (c) UG3 y (d) UG4. Los colores indican la separación exacta de los datos, los que consideran ciertas tolerancias.

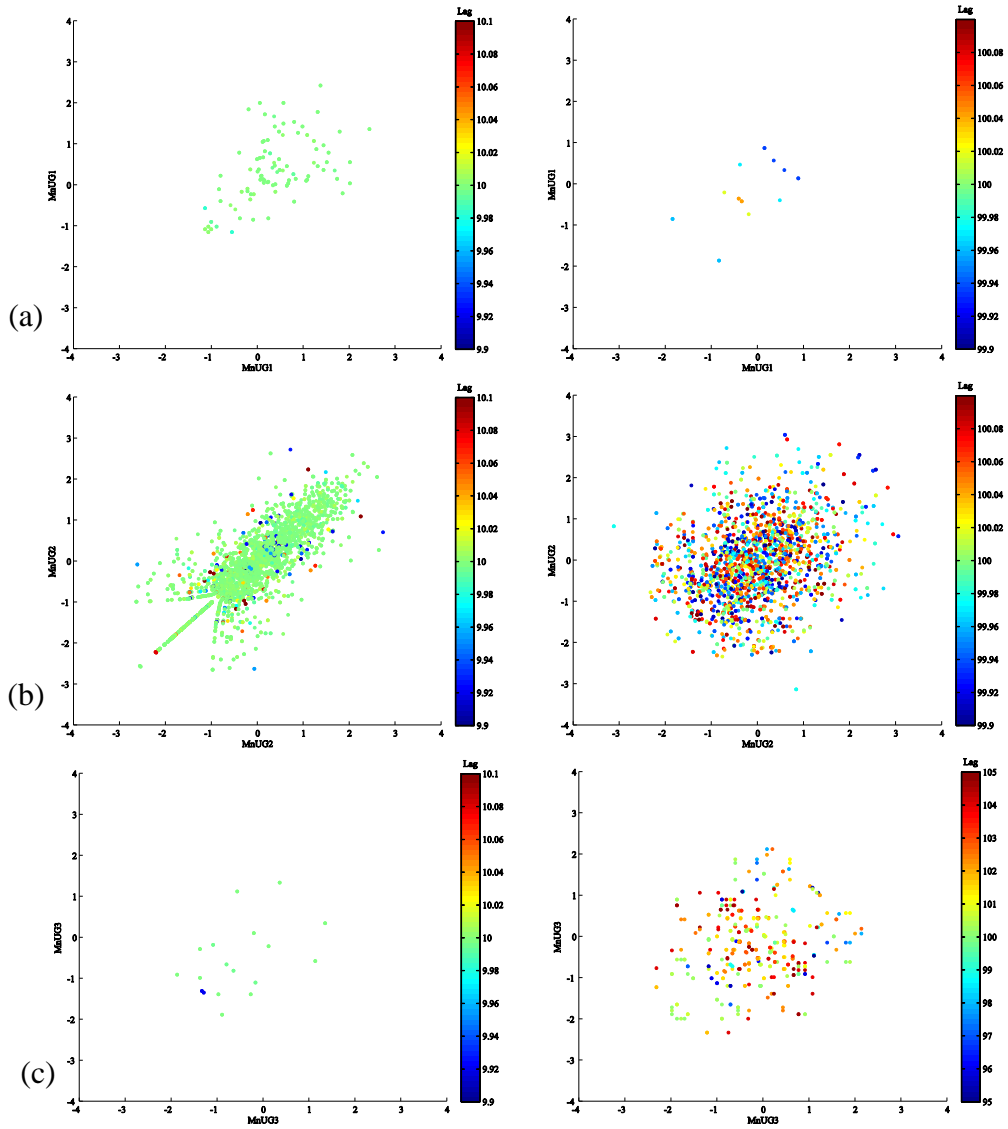
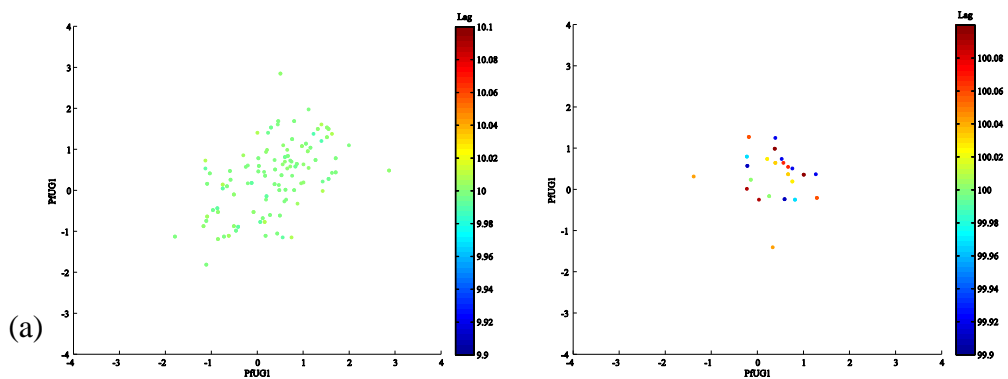


Figura B.4: Nubes de correlación diferida variable manganeso según unidad geológica. A la izquierda se presenta la nube de corta separación (10 [m]) y a la derecha la nube de larga separación (100[m]). (a) UG1, (b) UG2, (c) UG3. Los colores indican la separación exacta de los datos, los que consideran ciertas tolerancias.



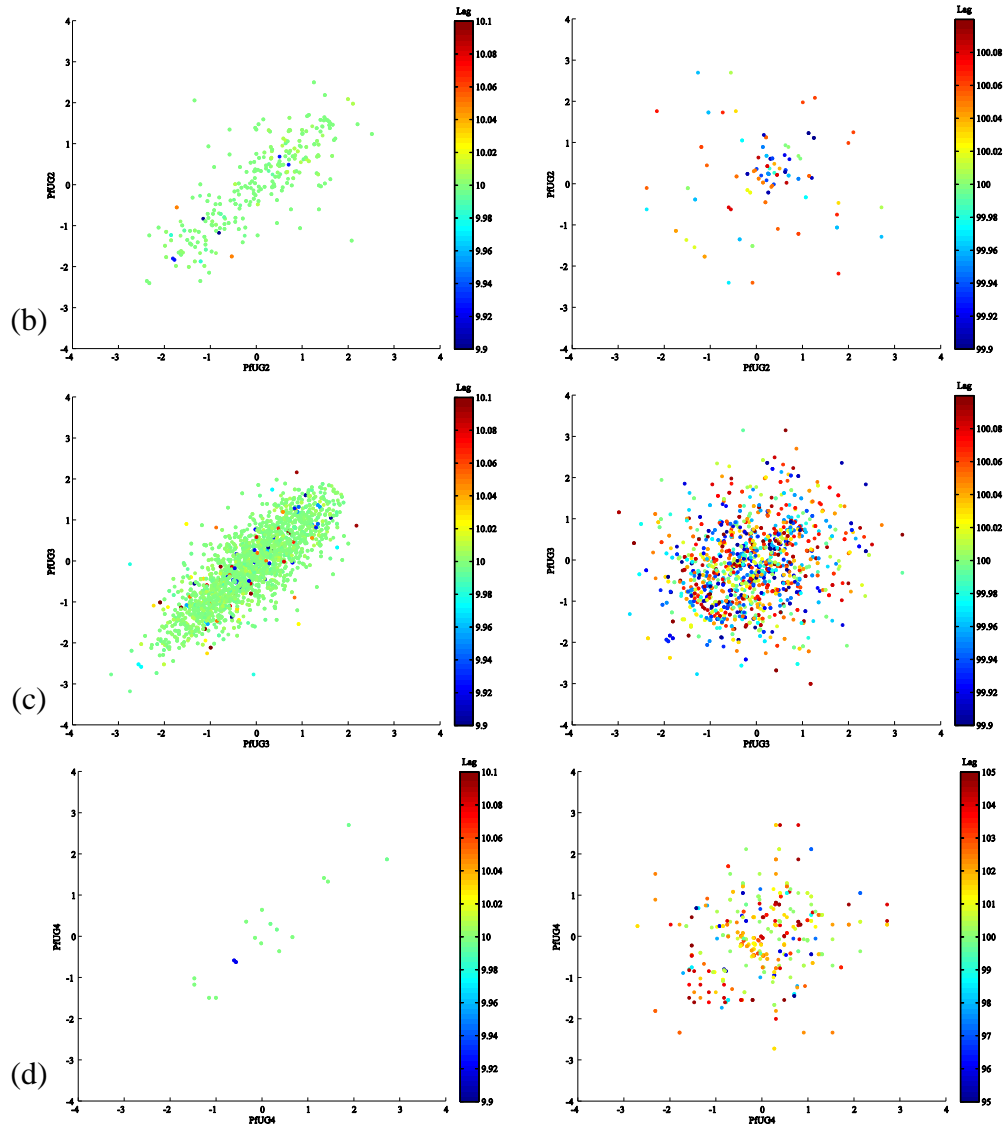
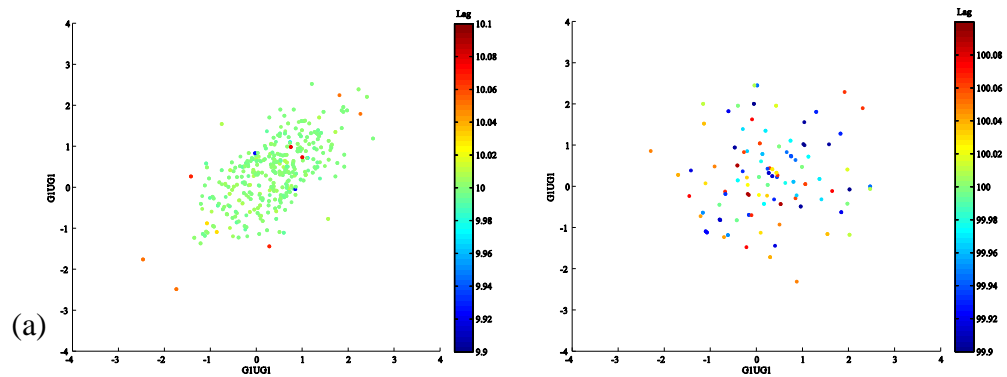


Figura B.5: Nubes de correlación diferida variable pérdida de fuego según unidad geológica. A la izquierda se presenta la nube de corta separación (10 [m]) y a la derecha la nube de larga separación (100[m]). (a) UG1, (b) UG2, (c) UG3 y (d) UG4. Los colores indican la separación exacta de los datos, los que consideran ciertas tolerancias.



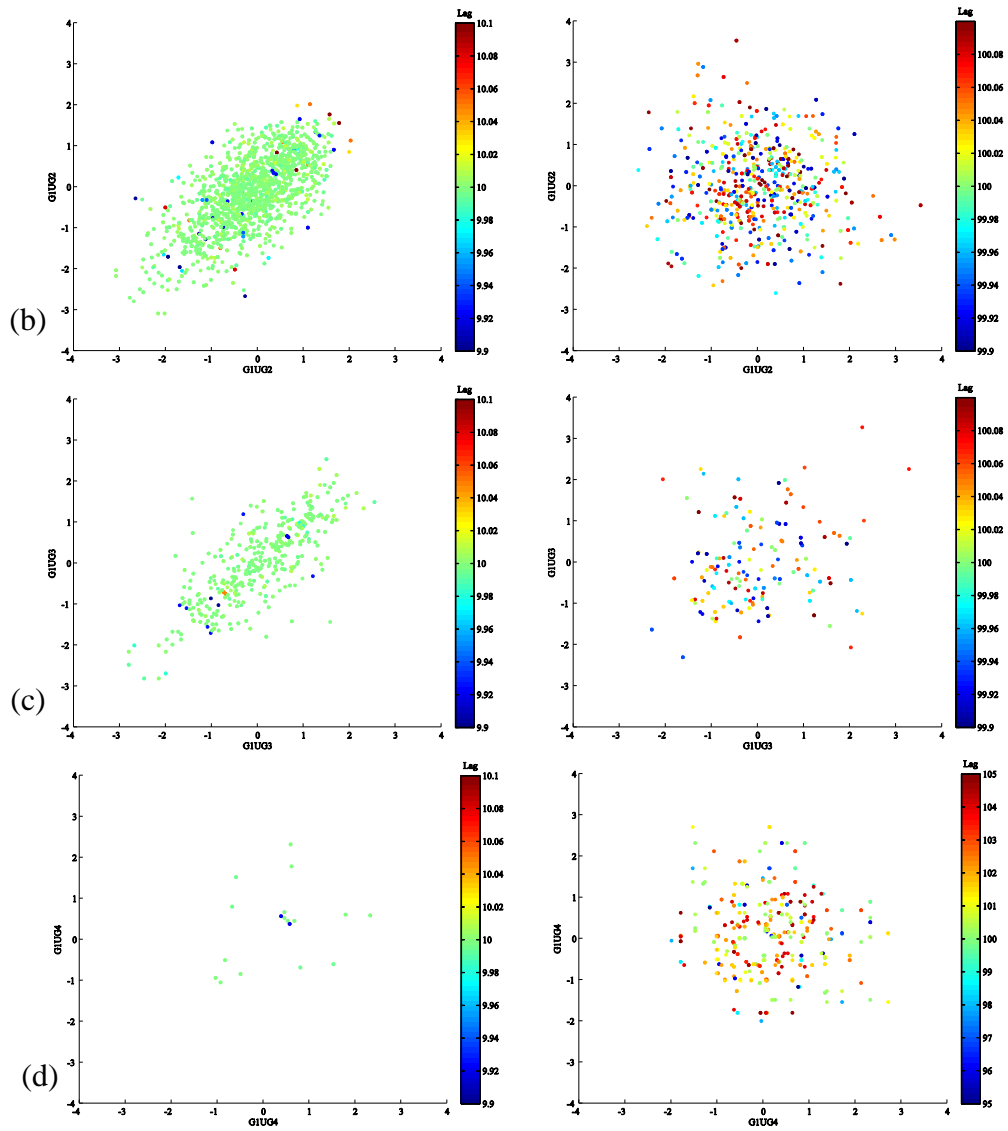


Figura B.6: Nubes de correlación diferida variable G1 según unidad geológica. A la izquierda se presenta la nube de corta separación (10 [m]) y a la derecha la nube de larga separación (100[m]). (a) UG1, (b) UG2, (c) UG3 y (d) UG4. Los colores indican la separación exacta de los datos, los que consideran ciertas tolerancias.

ANEXO C

PSEUDO-VARIOGRAMAS CRUZADOS EXPERIMENTALES

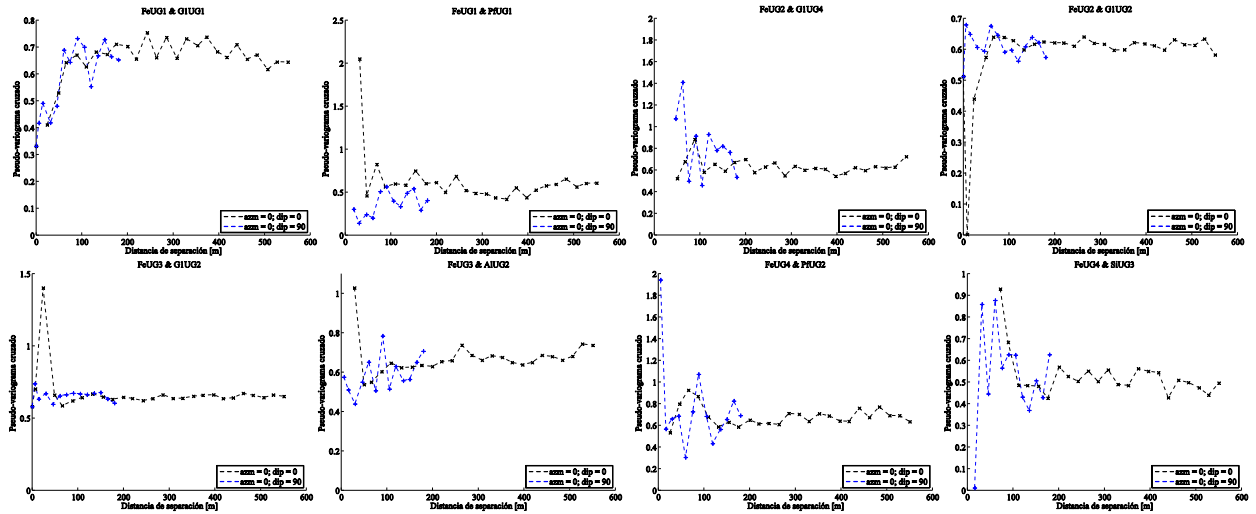


Figura C.1: Pseudo-variogramas cruzados fierro

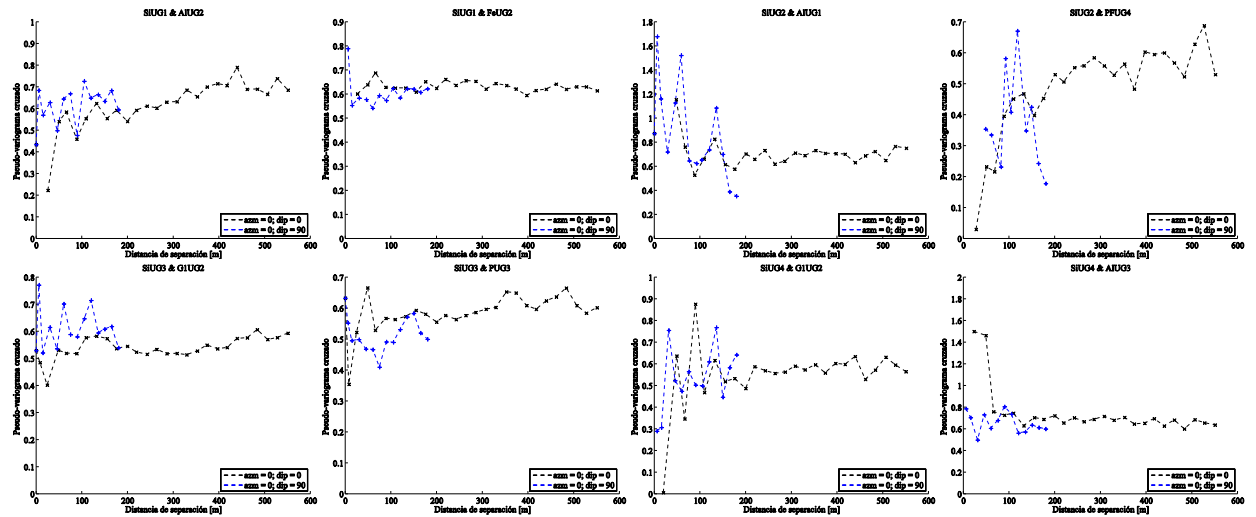
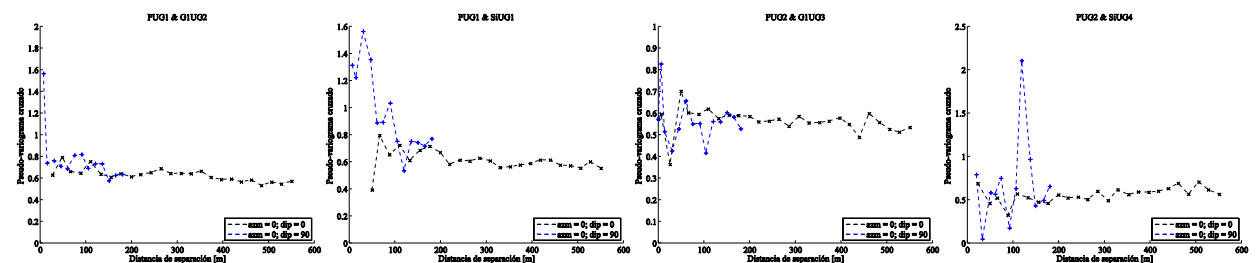


Figura C.2: Pseudo-variogramas cruzados sílice



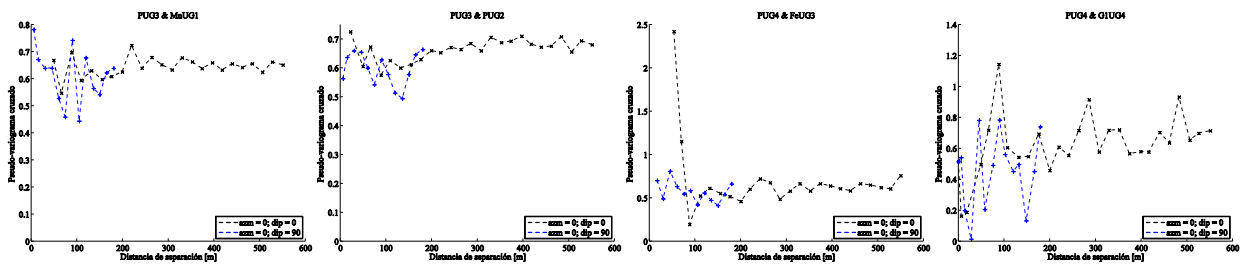


Figura C.3: Pseudo-variogramas cruzados fósforo

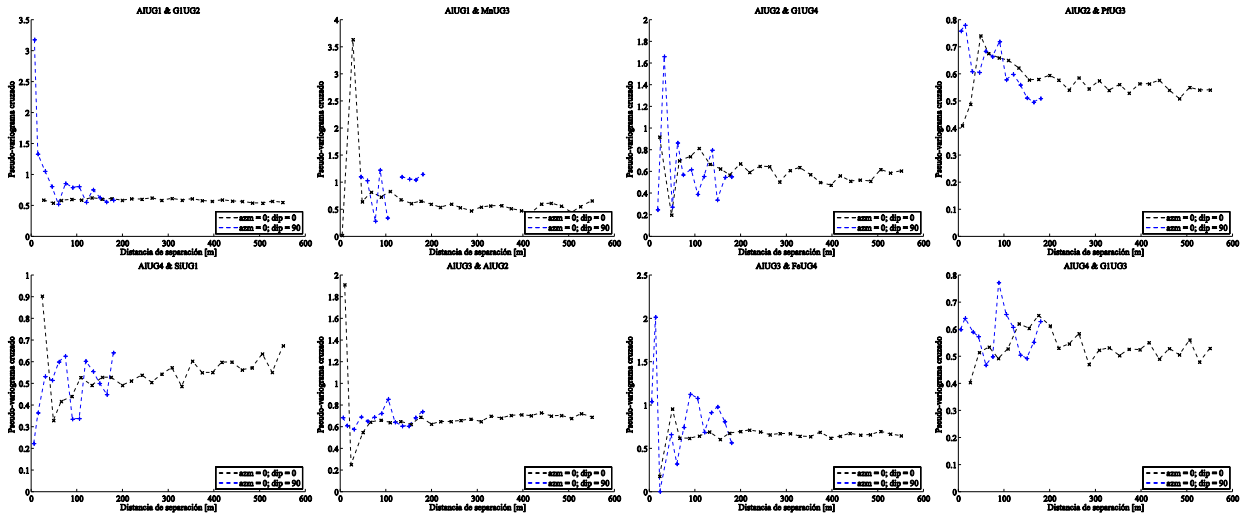


Figura C.4: Pseudo-variogramas cruzados aluminio

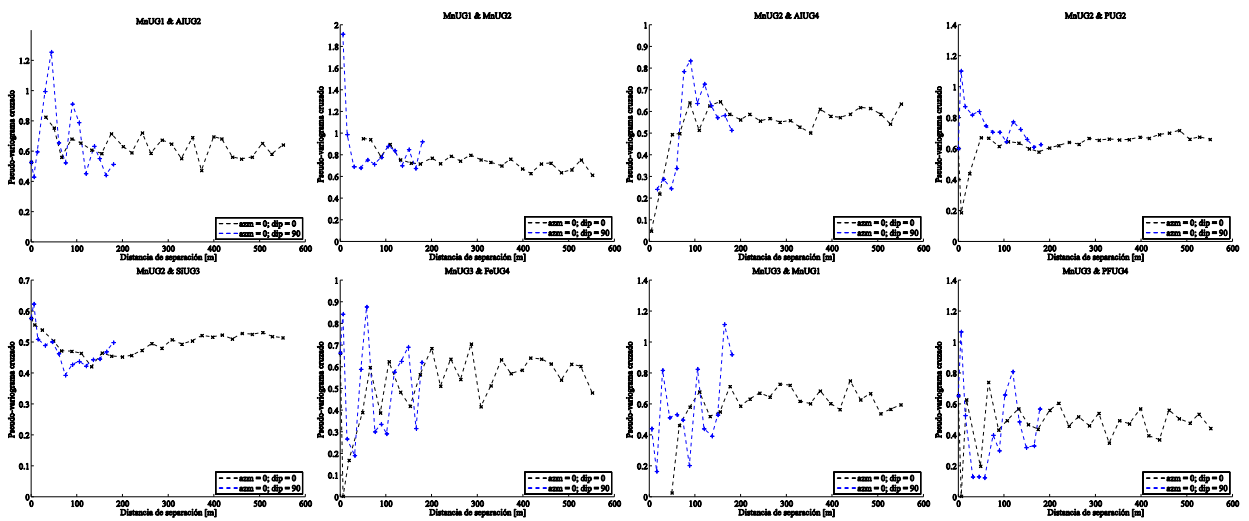


Figura C.5: Pseudo-variogramas cruzados manganeso

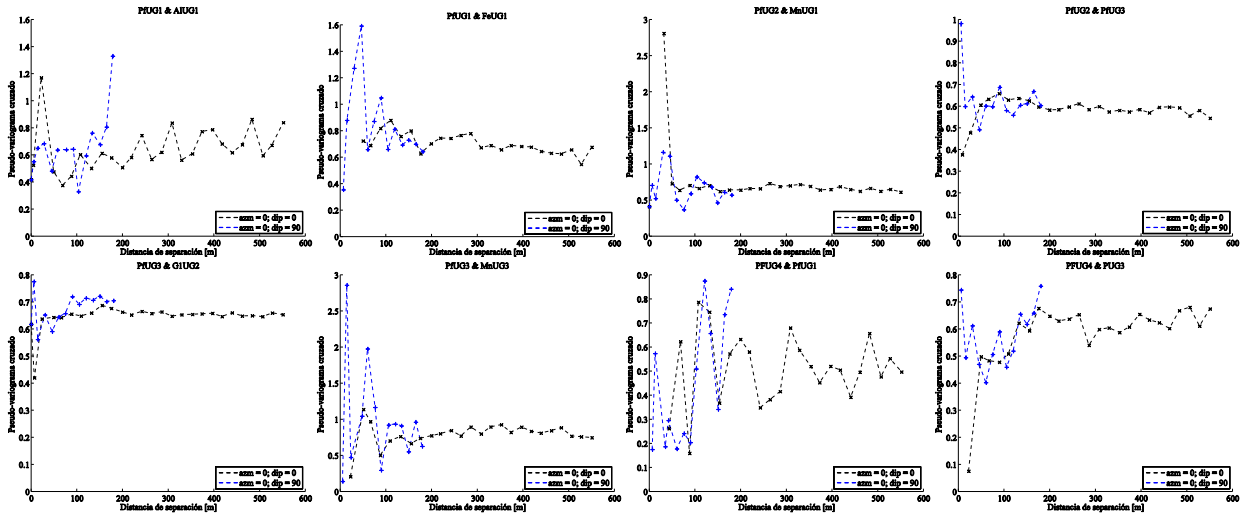


Figura C.6: Pseudo-variogramas cruzados pérdida de fuego

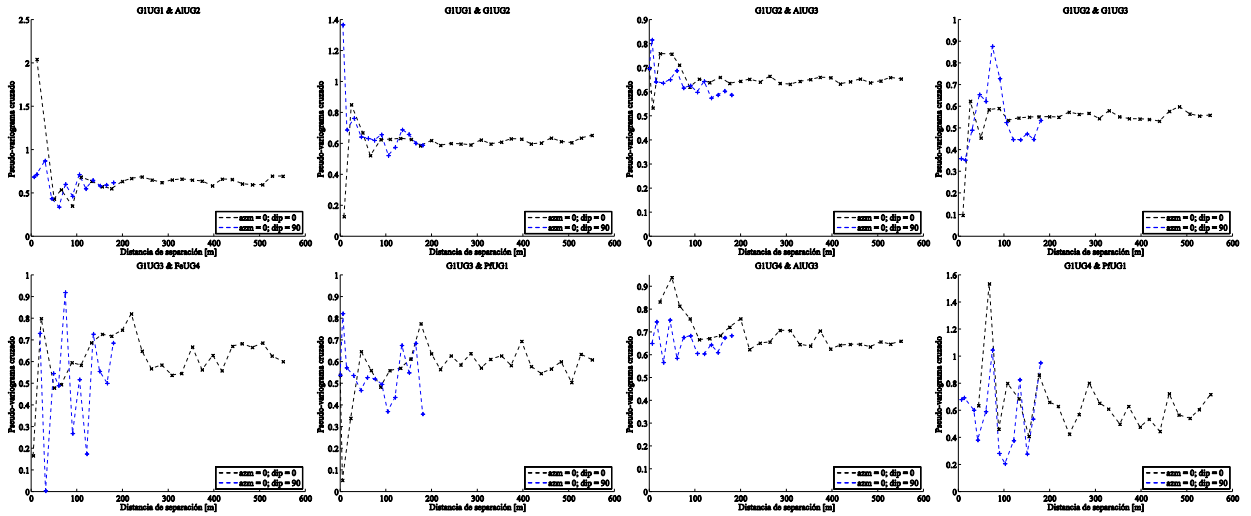


Figura C.7: Pseudo-variogramas cruzados granulometría G1

ANEXO D

AJUSTE DE PSEUDO-VARIOGRAMAS CRUZADOS EXPERIMENTALES

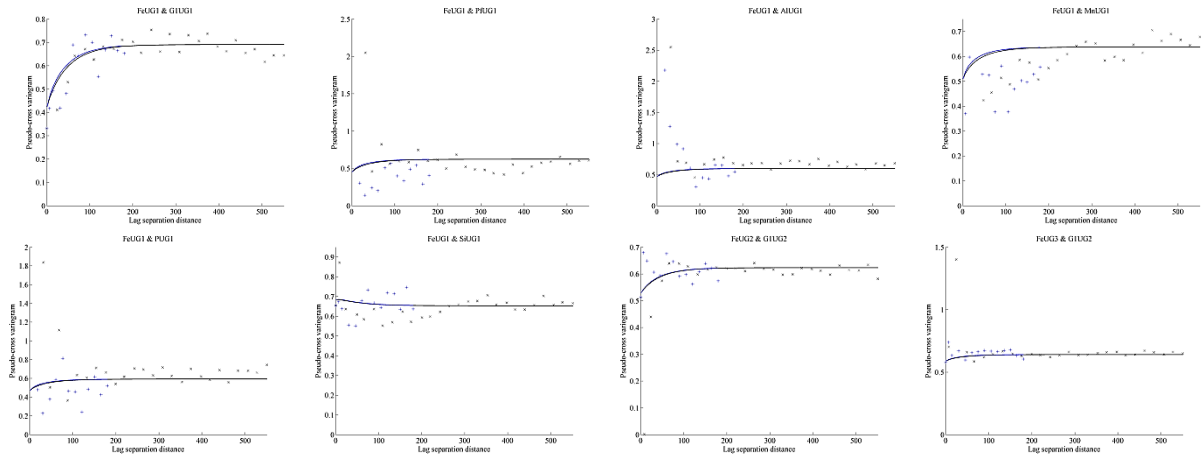


Figura D.1: Ajuste de pseudo-variogramas cruzados fierro

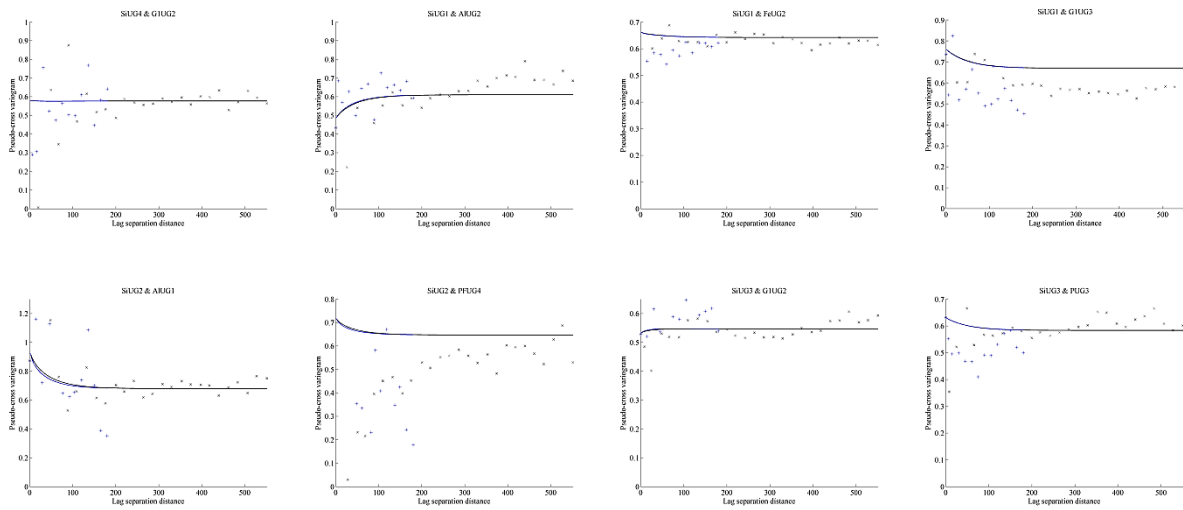
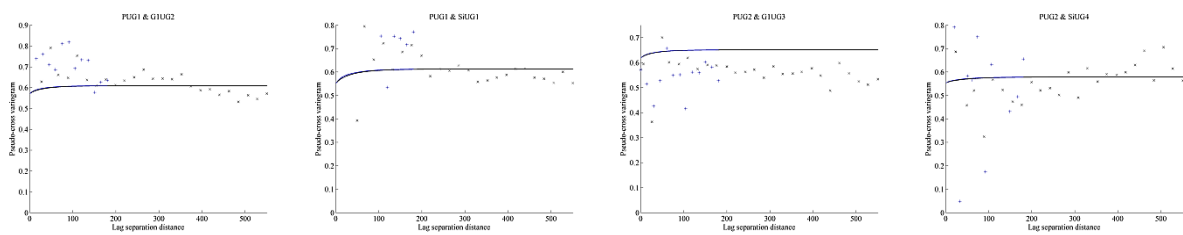


Figura D.2: Ajuste de pseudo-variogramas cruzados sílice



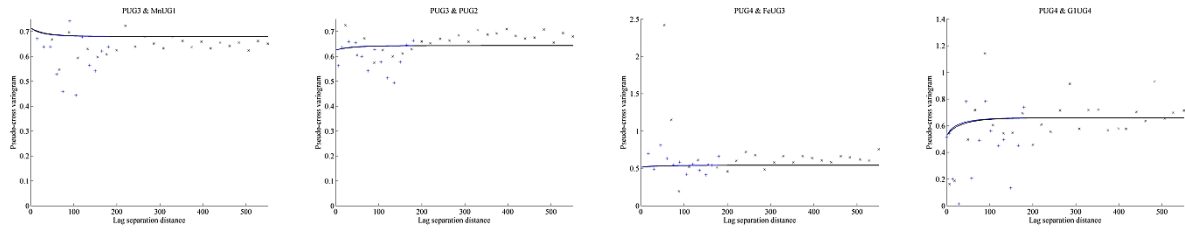


Figura D.3: Ajuste de pseudo-variogramas cruzados fósforo

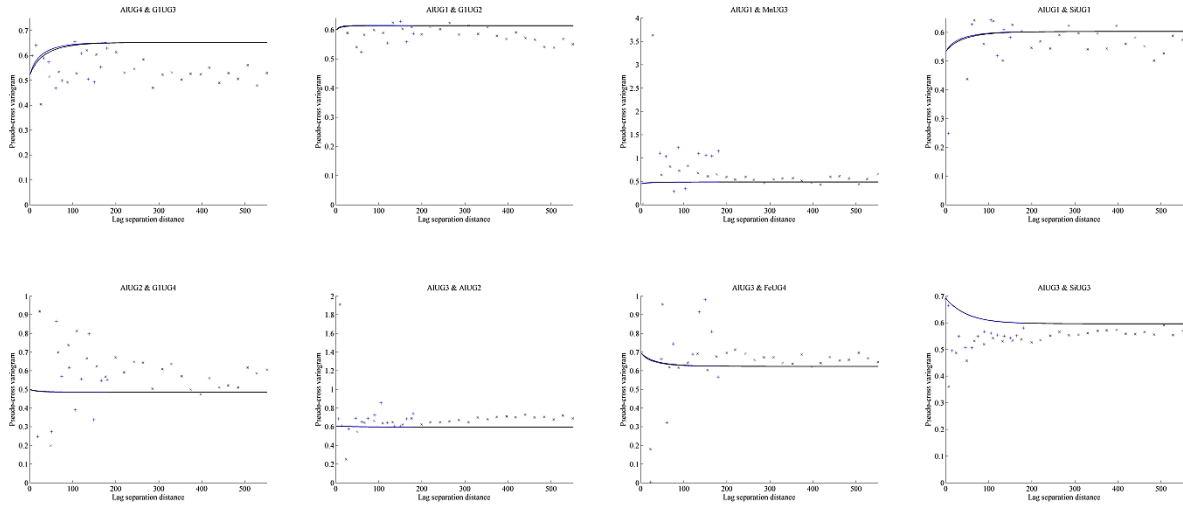


Figura D.4: Ajuste de pseudo-variogramas cruzados aluminio

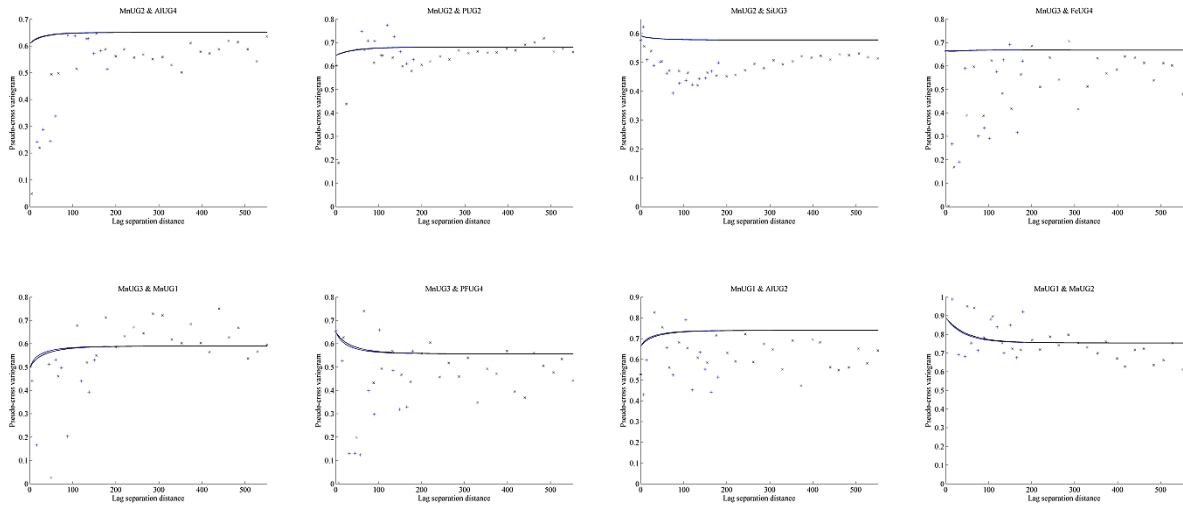


Figura D.5: Ajuste de pseudo-variogramas cruzados aluminio

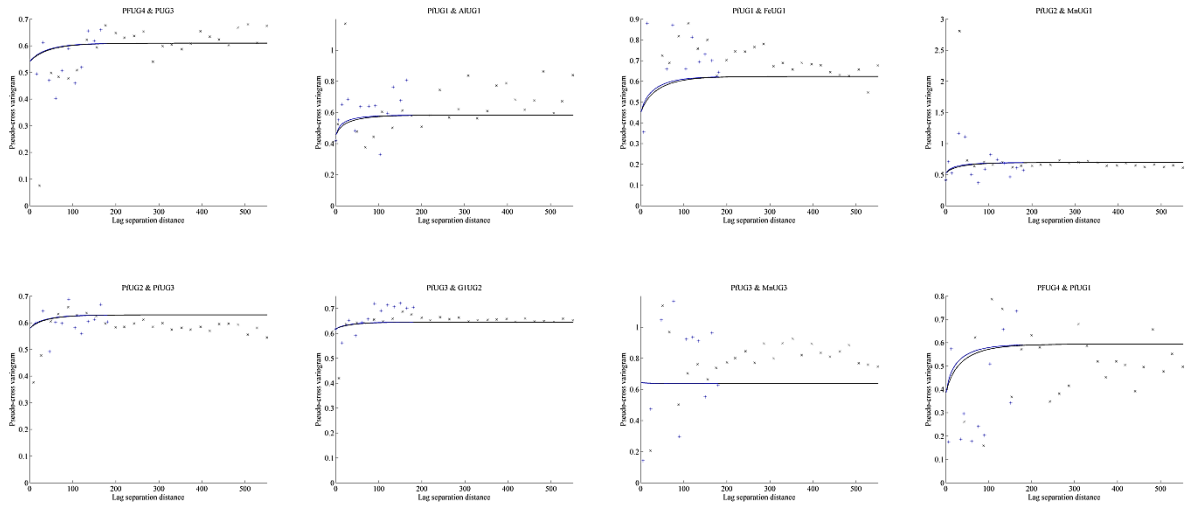


Figura D.6: Ajuste de pseudo-variogramas cruzados pérdida de fuego

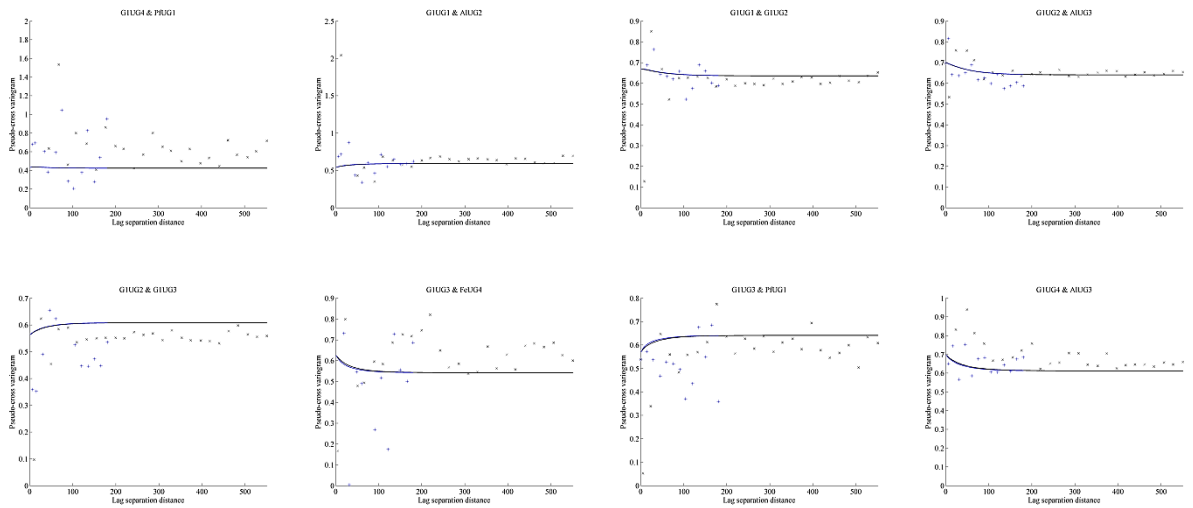


Figura D.7: Ajuste de pseudo-variogramas cruzados granulometría G1