

UNIVERSIDAD DE CHILE FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

MODELACIÓN GEOMETALÚRGICA DEL PROCESO DE FLOTACIÓN BASADO EN MINERALOGÍA Y ENSAYOS METALÚRGICOS

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA MENCIÓN METALURGIA EXTRACTIVA

HÉCTOR OSVALDO MONTES LÓPEZ

PROFESOR GUÍA: SR. WILLY KRACHT GAJARDO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN: SR. JULIÁN ORTIZ CABRERA SR. BRIAN TOWNLEY CALLEJAS SRTA. CLAUDIA VELÁSQUEZ LAMBERT

SANTIAGO DE CHILE

2015

Resumen

Las posibilidades de incrementar el potencial económico de un proyecto minero incorporando de manera coordinada aspectos de geología, minería y metalurgia ha cobrado especial énfasis en la última década. En este contexto, mediante el ensayo de muestras representativas, la caracterización geometalúrgica permite capturar la variabilidad espacial de ciertas propiedades metalúrgicas consideradas intrínsecas de la roca.

Minera Escondida Ltda. emplea modelos geometalúrgicos para sus depósitos y prospectos, estimando espacialmente características metalúrgicas del mineral que soportan los modelos de proceso para: Capacidad de Procesamiento, Recuperación Final y Ley de Concentrado Final. El actual modelo de capacidad de procesamiento corresponde a uno basado en fenómenos, mientras que los modelos de recuperación y ley de cobre en el concentrado final no se encuentran vinculados y son de naturaleza empírica. Por lo tanto, su capacidad de simular diversas condiciones operacionales es limitada.

La motivación del presente trabajo es llevar los modelos de Recuperación Final y Ley de Concentrado Final desde su carácter empírico a uno fenomenológico, lo cual permitirá simular de manera integrada las etapas de molienda y flotación, entregando una herramienta adecuada para optimizar el rendimiento del sistema. Usando la información histórica disponible, proveniente de pruebas de flotación rougher cinéticas (cuatro concentrados parciales) fue posible determinar los parámetros del modelo de Klimpel, los cuales son la base de la modelación y capturan el comportamiento de las mezclas minerales en el proceso. El modelo estima de manera satisfactoria el comportamiento mensual de la Concentradora Laguna Seca para un periodo de siete años. Las simulaciones de T80max y P80 presentan un coeficiente de variación del 6% en relación a la información planta, mientras que recuperación final y ley de concentrado final muestran coeficientes de variación de 2% y 6%, respectivamente.

La modelación basada en fenómenos para la etapa de flotación fue relacionada al modelo de conminución, permitiendo simular de manera integrada la respuesta del sistema moliendaflotación frente a cambios en el tonelaje de entrada, mostrando que es posible determinar el rendimiento del proceso a partir de atributos metalúrgicos deducidos a escala de laboratorio. Todo el desarrollo se realiza empleando la información que se genera durante el ciclo anual de actualización del modelo Geometalúrgico y dado que este enfoque no requiere un cambio profundo en la metodología de trabajo, tiene un alto potencial de ser desarrollado e implementado como una herramienta de uso rutinario al interior de la Compañía.

Abstract

The possibilities of increasing the economic potential of a mining project, incorporating coordinated aspects of geology, mining and metallurgy, has gained special emphasis in the last decade. In this context, using representative samples, the geometallurgical characterization captures the spatial variability of certain metallurgical properties considered as intrinsic of the rock.

Minera Escondida Ltda. uses geometallurgical models for deposits and prospects in order to spatially estimate metallurgical characteristics of the ore. They support process models for: Mill Throughput, Final Recovery and Concentrate Grade. The current models of mill throughput corresponds to one based on phenomena, while the recovery and copper concentrate grade models are not linked and are empirical in nature; therefore, their ability to simulate various operational conditions is limited.

The motivation of this work is to bring the Final Recovery and Concentrate Grade models from their empirical character to a phenomenological one; allowing to simulate in an integrated manner the stages of grinding and flotation, giving an appropriate tool to improve the performance of the system. Using the historical information available for flotation tests, of four partial concentrates, it was possible to determine the kinetic parameters of Klimpel model, which are the basis of modeling, and capture the behavior of the mineral mixtures in the process. The model predicts satisfactorily the behavior of the concentrator Laguna Seca over a period of seven years. *T*80*max* and *P*80 simulations have a 6% error, while final recovery and concentrate grade have errors of 2% and 6% respectively.

The integrated model allowed simulating the response of the grinding/flotation system to changes in the input tonnage, showing that it is possible to determine performance of the process from metallurgical attributes.

The development was done using information that was generated during the annual update cycle of the Geometallurgical Model and since this approach does not require a profound change in the methodology of work, it has a high potential to be developed and implemented as a tool for routine use within the Company.

Dedicatoria

Dedicado a mis padres y hermanos.

Agradecimientos

Gracias a mi familia; Gabriela, Héctor (†), Horacio y Claudio, por su amor, enseñanzas y consejos.

Gracias a Karla por todo su apoyo y motivación durante estos años que hemos vivido juntos.

Gracias a Bárbara V., por las enriquecedoras discusiones sobre metalurgia y otras hierbas.

Gracias a los profesores de la comisión; Willy, Julián y Brian, por su tiempo, buena disposición y guía durante la realización de este trabajo. Una mención especial para Aldo Casali por darme el impulso necesario para concretar este proyecto.

Gracias a mis colegas del equipo de Geometalurgia de Minera Escondida, Duber Jofre, Claudia Vargas, Carolina Cortes, Anita Solari, Claudio Rubilar y Gerardo San Martín, que motivaron e hicieron posible la realización de esta investigación.

Tabla de contenido

Capítulo	1	Introducción	1	
1.1	El e	enfoque geometalúrgico		
1.2	Obj	etivos	3	
1.3	Met	odología	3	
Capítulo	2	Antecedentes	4	
2.1	Rev	isión bibliográfica	4	
2.1.	1	Modelos de capacidad de procesamiento	5	
2.1.	2	Modelos de recuperación	5	
2.1.	3	Modelo de ley de concentrado final	15	
2.2	Ant	ecedentes de la faena	16	
2.3	Mod	delación geológica	19	
2.3.	1	Marco geológico	20	
2.3.	2	Litología	21	
2.3.	3	Alteración	21	
2.3.	4	Mineralización	22	
2.4	Mod	delo Geometalúrgico	23	
2.4.	1	Pruebas de índice de molienda	24	
2.4.	2	Estimación de capacidad de procesamiento	27	
2.4.	3	Pruebas de flotación en laboratorio	28	
2.4.	4	Estimación de recuperación final	29	
2.4.	5	Estimación de mineralogía normativa	30	
2.4.	6	Estimación de ley de concentrado final	32	
Capítulo	3	Desarrollo de un modelo integrado	34	
3.1	Mod	delo de capacidad de procesamiento	36	
3.1.	1	Modelo base y ajuste de parámetros	36	
3.1.	2	Modelo sin restricciones en SAG o molienda de bolas	42	
3.1.	3	Modelo sin restricciones en molienda de bolas	43	
3.1.4	4	Modelo sin restricciones en etapa SAG	43	
3.2	Mod	delo de recuperación basado en cobre	45	
3.2.	1	Balance de resultados vía reconciliación de información en exceso	45	
3.2.	2	Ajuste de parámetros modelo de Klimpel	47	
3.2.	3	Parámetros de Klimpel en función del grado de molienda	52	
3.2.4	4	Estimación volumétrica de los parámetros cinéticos	58	
3.2.	5	Modelo de proceso para recuperación final	62	

3.2.0	5	Modelo de ley de cobre en concentrado	63
Capítulo	4	Calidad predictiva de la modelación y ejemplo de aplicación	68
4.1	Met	odología de evaluación	69
4.2	Mo	delo de recuperación	70
4.3	Mo	delo de ley de concentrado final	71
4.4	Mo	delo integrado	72
4.5	Apl	icación del modelo integrado	75
Capítulo	5	Modelo integrado basado en especies minerales	78
Capítulo	6	Conclusiones	88
6.1	Tral	bajos futuros	90
Capítulo	7	Bibliografía	91

Índice de tablas

Tabla 2.1: Parámetros cinéticos flotación rougher (muestreo industrial de Laguna Seca).{Modificado de Yianatos <i>et al.</i> (2006)}
Tabla 2.2: Especificaciones del circuito de flotación de Laguna Seca (Elaboración propia). 18
Tabla 2.3: Códigos geológicos modelo de Recursos de Escondida {Modificado de Preece, 2006}
Tabla 3.1: Condiciones medias de operación del circuito ABC-A de referencia (Amelunxen, 2014)
Tabla 3.2: Pruebas históricas con flotación cinética rougher y diferentes grados de molienda(%+100#Ty) entre 2003 – 2011.45
Tabla 3.3: Estadística básica para agrupaciones geológicas de parámetro <i>Rinfty(CuT</i>) 51
Tabla 3.4: Estructura base de datos para estimación volumétrica de parámetros de flotacionescinéticas, considerando cuatro concentrados parciales (2.851 registros).59
Tabla 5.1: Balance de masa para la especie "k" en cada tiempo, para una prueba de flotaciónrougher realizada a cuatro concentrados parciales.81
Tabla 5.2: Cálculo de la composición mineral en torno al primer nodo82
Tabla 5.3: Expresiones para la masa total (medida y modelada) en los flujos de alimentación,concentrados parciales y relave de una prueba de flotación rougher cinética
Tabla 5.4: Expresiones para la masa de cobre (medida y modelada) en los flujos de alimentación, concentrados parciales y relave de una prueba de flotación rougher cinética. Donde Q_k corresponde al aporte de cobre de la especie mineral "k"
Tabla 5.5: Expresiones para la masa de hierro (medida y modelada) en los flujos de alimentación, concentrados parciales y relave de una prueba de flotación rougher cinética. Donde F_k corresponde al aporte de hierro de la especie mineral "k"

Índice de ilustraciones

Figura 2.1: (A) Proceso iterativo de optimización en un marco geometalúrgico. (B) Funciones de transferencia de un proceso de concentradora {Modificado de Turner-Saad (2010)}
Figura 2.2: Modelo de transferencia de materia en una celda convencional {Modificado de Amelunxen <i>et al.</i> (2013)}
Figura 2.3: Recuperación de cobre con ajuste de modelos de Klimpel y García-Zúñiga (G-Z) 8
Figura 2.4: Esquema banco de flotación rougher Laguna Seca
Figura 2.5: Comparación cinéticas de recuperación en laboratorio y planta (Laguna Seca) 12
Figura 2.6: Esquema flotación MFT (izquierda) y distribución de la constante cinética de un mineral mostrando el significado de los parámetros (R_{max} , K_{avg}) (derecha) {Modificado de Dobby & Savassi, 2005}
Figura 2.7: Diagrama de bloques de la Concentradora Laguna Seca 16
Figura 2.8: Diagrama general de producción de Minera Escondida Ltda
Figura 2.9: Diagrama del circuito de molienda SABC-A de Laguna Seca
Figura 2.10: Diagrama del circuito de flotación de Laguna Seca especificando equipos principales
Figura 2.11: Fotografía satelital que muestra la distribución de los rajos Escondida, Escondida Norte y Zaldívar (CMZ). Además, se indican las principales instalaciones asociadas al proceso de concentración de minerales
Figura 2.12: Vistas en planta de litologías presentes en Escondida (izquierda, cota 2.950 msnm) y Escondida Norte (derecha, cota 3.040 msnm)
Figura 2.13: Vistas en planta de alteraciones presentes en Escondida (izquierda, cota 2.890 msnm) y Escondida Norte (derecha, cota 3.010 msnm) y corte en sección
Figura 2.14: Vistas en planta de zonas minerales desarrollas en Escondida (izquierda, cota 2.800 msnm) y Escondida Norte (derecha, cota 2.965 msnm)
Figura 2.15: Vista en planta de estimación de SPI (izquierda) y BWI (derecha) para el rajo Escondida. Cota 2.835 msnm (Sin leyenda de colores por confidencialidad de la información). 26
Figura 2.16: Vista en planta de estimación de SPI (izquierda) y BWI (derecha) para el rajo Escondida Norte. Cota 3.015 msnm (Sin leyenda de colores por confidencialidad de la información)
Figura 2.17: Representación esquemática del algoritmo de cálculo de <i>TPH</i>
Figura 2.18: Vista en planta de estimación de <i>TPH</i> para el rajo Escondida (izquierda, cota 2.835 msnm) y Escondida Norte (derecha, cota 3.015 msnm) (Sin leyenda de colores por confidencialidad de la información)
Figura 2.19: Vista en planta de estimación de Recuperación Rougher para el rajo Escondida (izquierda, cota 2.835 msnm) y Escondida Norte (derecha, cota 3.015 msnm) (Sin leyenda de colores por confidencialidad de la información)

Figura 2.20: Vista en planta de estimación de Recuperación para el rajo Escondida (izquierda, cota 2.835 msnm) y Escondida Norte (derecha, cota 3.015 msnm) (Sin leyenda de colores por confidencialidad de la información)
Figura 2.21: Diagrama de Extracción Parcial para sistema cpy-cc-cv, mostrando ubicación de "end-members" y distribución de resultados de muestras puntuales de sondajes
Figura 2.22: Vista en planta de estimación de CSP CPY para el rajo Escondida (izquierda, cota 2.835 msnm) y Escondida Norte (derecha, cota 3.015 msnm) (Sin leyenda de colores por confidencialidad de la información)
Figura 2.23: Vista en planta de estimación de Ley de Concentrado Final para el rajo Escondida (izquierda, cota 2.835 msnm) y Escondida Norte (derecha, cota 3.015 msnm) (Sin leyenda de colores por confidencialidad de la información)
Figura 3.1: Esquema general de un modelo geometalúrgico integrado basado en especies minerales
Figura 3.2: Modelación cinética de recuperación en una celda de flotación
Figura 3.3: Esquema general de los volúmenes de control y variables principales consideradas para un modelo geometalúrgico integrado
Figura 3.4: Esquemas de molienda primaria. (a) Circuito ABC-A (referencia); (b) Circuito SABC-A con alimentación de tamaño de alimentación variable (F80*)
Figura 3.5: Calibración de ecuación de Dobby <i>et al.</i> (2001) e información de circuito de referencia ABC-A y SABC (Amelunxen, 2014)
Figura 3.6: Estimación de factor de corrección f_{SAG} para Laguna Seca (Ejes normalizados) 39
Figura 3.7: Estimación factor corrección f_{MB} para Laguna Seca (Ejes normalizados)
Figura 3.8: Comparación del modelo sintonizado e información de <i>TPH</i> (Eje vertical normalizado)
Figura 3.9: Estimación de <i>T</i> 80 <i>max</i> y <i>P</i> 80 empleando modelo sin restricciones en SAG o molienda secundaria (Eje verticales normalizados)
Figura 3.10: Estimación de <i>TPH</i> y <i>P</i> 80 usando modelo sin restricciones en molienda de bolas (Ejes verticales normalizados)
Figura 3.11: Estimación de TPH y P80 empleando modelo sin restricciones en etapa SAG 45
Figura 3.12: Calidad de los resultados de flotación históricos (2003 - 2011) 46
Figura 3.13: Distribución de errores de balance. Izquierda: 2.869 registros incluyendo "outliers". Derecha: 2.851 registros, retirando 18 "outliers"
Figura 3.14: Distribución de errores de ajuste de parámetros para el modelo de Klimpel para cobre, hierro y masa en concentrado (2.851 registros)
Figura 3.15: Calidad de ajuste del modelo de Klimpel para cinética de recuperación de cobre en muestras puntuales. Mínimo (izquierda) y máximo (derecha) error de ajuste de parámetros (sin considerar outliers)
Figura 3.16: Distribución de valores para los parámetros del modelo de Klimpel (cobre) 49
Figura 3.17: Distribución de valores para los parámetros del modelo de Klimpel (hierro) 49

Figura 3.18: Distribución de valores para los parámetros del modelo de Klimpel (masa total en concentrado)
Figura 3.19: Gráfico de dispersión para constante cinética y recuperación a tiempo infinito. Hierro y Cobre (izquierda) y Peso en el concentrado (derecha)
Figura 3.20: Relación entre constantes cinéticas del cobre, hierro y peso en concentrado 50
Figura 3.21: Distribución espacial de resultados puntuales de Rinfty para el cobre en el rajo Escondida, agrupados por geológica y criterios estadísticos (ANOVA)
Figura 3.22: Recuperación a tiempo infinito (cobre) a diferentes grados de molienda en relación a la condición base (Ejes normalizados)
Figura 3.23: Relación de Rinfty modelado para el cobre a diferentes grados de molienda, expresado contra la condición base (izquierda) y en función del <i>P</i> 80 (derecha) (Ejes fueron normalizados)
Figura 3.24: Estimación del parámetro <i>A</i> de la Ecuación 3.32 (izquierda) y Calidad del ajuste del modelo (derecha) (Ejes normalizados)
Figura 3.25: Relación de K_{MAX} para el cobre a diferentes grados de molienda (%+100#Ty) en relación a condición base (X_{base} %+100#Ty) (Ejes normalizados)
Figura 3.26: Relación de K_{MAX} modelado para el cobre a diferentes grados de molienda. Expresado contra la condición base (izquierda) y en función del <i>P</i> 80 (derecha) (Ejes normalizados)
Figura 3.27: Calidad de ajuste para el modelo de K_{MAX} en función del grado de molienda (Ejes normalizados)
Figura 3.28: Vista en planta de la estimación de kmax_cut (izquierda) y r_inf_cut (derecha) para el rajo Escondida (cota 2.835 msnm) (Sin leyenda de colores por confidencialidad de la información)
Figura 3.29: Vista en planta del cálculo de la flotación de laboratorio a partir de sus parámetros cinéticos: r_cut_chk (izquierda) y estimación del resultado medido en laboratorio a los 12 min: r_cut (derecha) para el rajo Escondida (cota 2.835msnm) (Sin leyenda de colores por confidencialidad de la información)
Figura 3.30: Gráfica de dispersión para r_cut_chk versus r_cut, para el modelo de bloques del rajo Escondida
Figura 3.31: Diagrama de bloques de la Concentradora de Laguna Seca
Figura 3.32: Serie de tiempo para (G_1/G_2) . Balance de muestreos mensuales para un periodo de cuatro años (Eje vertical normalizado)
Figura 3.33: Relación entre leyes medidas y estimadas (primera iteración) para relave y concentrado rougher (Ejes verticales y horizontales normalizados)
Figura 3.34: Gráfico de dispersión para (G_1/G_2) versus ley de concentrado rougher estimada (Eje vertical y horizontal normalizados)
Figura 3.35: Relación entre leyes medidas y estimadas (segunda iteración) para relave y concentrado rougher (Ejes verticales y horizontales normalizados)

Figura 3.36: Gráfico de dispersión para (G_{12}/G_2) versus ley de concentrado final estimada (Eje vertical y horizontal normalizados)
Figura 4.1: Diagrama de bloques del Modelo Integrado (superior) y empleo de cada componente en forma Modular (inferior)
Figura 4.2: Sólidos correspondientes a seis expansiones de un Plan Minero
Figura 4.3: Secuencia de alimentación de sólidos mensuales
Figura 4.4: Serie de tiempo para la recuperación oficial de Laguna Seca y Modelo de Recuperación, mostrando periodo de calibración de K_{MAX} y predicción (Eje vertical fue normalizado)
Figura 4.5: Respuesta del Modelo de Recuperación frente a cambios en las variables P80 (micrones), corrección de cinética (gamma) y número de bancos en paralelo (n_b) (Eje vertical fue normalizado)
Figura 4.6: Respuesta del Modelo de Recuperación frente a cambios en número de celdas (N), Flujo alimentado (TPH) y concentración en peso (C_P) (Eje vertical fue normalizado)
Figura 4.7: Serie de tiempo para la ley de cobre en concentrado oficial de Laguna Seca y modelo respectivo, mostrando periodo de calibración y predicción (Eje vertical fue normalizado)
Figura 4.8: Tonelaje alimentado a Laguna Seca (Eje vertical fue normalizado)
Figura 4.9: Tamaño de transferencia SAG/Bolas para Laguna Seca (Eje vertical fue normalizado)
Figura 4.10: Tamaño alimentación a flotación para Laguna Seca (Eje vertical fue normalizado) 73
Figura 4.11: Recuperación para Laguna Seca (Eje vertical fue normalizado)
Figura 4.12: Ley de cobre en concentrado para Laguna Seca (Eje vertical fue normalizado) 74
Figura 4.13: Simulación de curva <i>TPH</i> , <i>P</i> 80 y recuperación empleando el Modelo Integrado (Ejes verticales y horizontal normalizados)
Figura 4.14: Gráficas de dispersión para <i>P</i> 80 versus <i>T</i> 80 <i>max</i> (izquierda) y recuperación versus ley de concentrado final (derecha) (Ejes verticales y horizontal normalizados)
Figura 5.1: Distribución de probabilidad para K_{MAX} estimados, para sulfuros agrupados, pirita y ganga no sulfurada, a partir de resultados de flotación MFT
Figura 5.2: Diagrama de bloques para la implementación de un modelo basado en mineralogía 80
Figura 5.3: Diagrama de flujos para representar una prueba de flotación rougher cinética, a cuatro concentrados parciales
Figura 5.4: Distribución de probabilidad para el error de ajuste de parámetros (K_{MAX} , $Rinfty$) para cada especie mineral. Se consideran 178 flotaciones de laboratorio con cinéticas a cinco tiempos
Figura 5.5: Curvas cinéticas por especie mineral (izquierda) y estimación de la masa en concentrado (derecha) a partir de la cinética de las especies individuales (Registro con menor error de ajuste)
Figura 5.6: Estimación de la masa de cobre (izquierda) y hierro (derecha) en concentrado a partir de la cinética de las especies individuales (Registro con menor error de ajuste)

Capítulo 1 Introducción

"Many persons hold the opinion that the metal industries are fortuitous and that the occupation is one of sordid toil, and altogether a kind of business requiring not so much skill as labour"

Georgius Agricola, De Re Metallica

1.1 El enfoque geometalúrgico

Las posibilidades de incrementar el potencial económico de un proyecto minero incorporando de manera coordinada aspectos de geología, minería y metalurgia ha cobrado especial énfasis en la última década. Walters & Kojovic (2006) destacan que muchas compañías mineras han realizado importantes inversiones en tecnología y capital humano en respuesta a la necesidad de un cambio cultural hacia la geometalurgia. Preece (2006) enfatiza que aun cuando los factores claves que gobiernan el comportamiento metalúrgico son conceptualmente conocidos, a menudo no es posible cuantificar esta respuesta a partir de los atributos geológicos básicos tales como tipo de mineralización, litología y alteración. En este contexto, mediante el ensayo de muestras representativas, la caracterización geometalúrgica permite capturar la variabilidad espacial de ciertas propiedades metalúrgicas consideradas intrínsecas de la roca. Los requisitos básicos para este tipo de ensayos son: reproducibilidad, bajo costo, rápida ejecución, bajo requerimiento de muestra y que entreguen información relevante para determinar el comportamiento del mineral en las diferentes alternativas de proceso.

Minera Escondida Ltda. emplea modelos geometalúrgicos para sus depósitos y prospectos, estimando espacialmente características metalúrgicas del mineral que soportan los modelos de proceso para: Capacidad de Procesamiento, Recuperación Final y Ley de Concentrado Final. La modelación geológica y el muestreo metalúrgico sistemático se inician el año 1997, mientras que la estructuración del enfoque geometalúrgico se consolida entre los años 1999 a 2004 como parte de los trabajos asociados a la expansión Fase IV del rajo Escondida (Preece, 2006). El ciclo de actualización anual del modelo para concentradoras considera cuatro etapas principales: 1) La selección, búsqueda y corte de tramos de sondajes diamantinos distribuidos espacialmente en cada rajo; 2) Preparación mecánica de las muestras puntuales para ensayos de laboratorio para índices de molienda (SAG Power Index [*SPI*], Bond Work Index [*BWI*]) y recuperación por flotación usando un protocolo estándar; 3) Incorporación de estos resultados a las bases de datos existentes y transformación de los resultados puntuales en estimaciones volumétricas usando técnicas geoestadísticas; 4) Finalmente, alimentación de los modelos de proceso (Capacidad de Procesamiento, Recuperación Final y Ley de Concentrado Final) con las variables estimadas.

Particularmente en el modelo de Capacidad de Procesamiento se emplean las fórmulas de consumo específico de energía de Bond y Starkey (Wills & Napier-Munn, 2006). En el caso de Recuperación Final, el modelo de proceso consiste en la aplicación de factores de escalamiento por flotación de limpieza y ajuste para combinatorias geológicas específicas tales como zonas con hierro asociado a limonitas. La ley de concentrado final se calcula en base a modelos interpolados de mineralogía sulfurada y factores de concentración por especie mineral, determinados por muestreo mensual de los flujos de alimentación rougher y concentrado final en cada planta. La cuantificación de la mineralogía de especies sulfuradas se lleva a cabo utilizando muestras

puntuales de sondajes, sobre las cuales se realizan ensayos de digestión parcial en soluciones férricas y cianuradas (Parkinson *et al.*, 1995; Preece *et al.*, 1999). Posteriormente dicha información es utilizada para una estimación volumétrica empleando herramientas geoestadísticas.

Con respecto a las características de los modelos y su clasificación, Wills & Napier-Munn (2006) los catalogan en teóricos, empíricos y basados en fenómenos (fenomenológicos). Los modelos teóricos emplean principios fisicoquímicos fundamentales, por lo tanto son válidos en el rango completo de condiciones. Sin embargo, requieren un trabajo experimental intensivo y un profundo entendimiento del proceso, por lo que los costos de realizarlos de forma apropiada superan ampliamente a sus beneficios. Los modelos empíricos son simples y económicos de implementar, se basan en ensayos que emulan el desempeño del sistema y factores de corrección obtenidos desde información de proceso. Por último, los modelos basados en fenómenos son una mezcla de los anteriores, incorporando una descripción mecanicista del proceso en conjunto con variables y parámetros con sentido físico. Este último tipo de modelo se considera una representación más realista, en relación a los modelos empíricos, ya que pueden ser extrapolados a distintas condiciones operacionales. Aplicando esta clasificación, el modelo de Capacidad de Procesamiento utilizado en Minera Escondida corresponde a uno basado en fenómenos, mientras que los modelos de Recuperación Final y Ley de Concentrado Final son modelos empíricos. La naturaleza empírica de éstos permite su utilización para evaluar alternativas que aporten valor a la vida del activo, planificar la producción y explicar de manera cuantitativa el comportamiento del mineral en el proceso manteniendo las condiciones bases que les dan origen. Sin embargo, estas herramientas son limitadas al momento de simular y cuantificar la respuesta metalúrgica frente a cambios operacionales o modificaciones en planta, por lo que su uso en la optimización del proceso es acotado o restringido a ciertas condiciones.

El presente trabajo tiene por objetivo llevar los modelos de Recuperación Final y Ley de Concentrado Final desde su carácter empírico a uno fenomenológico, lo cual permitirá simular de manera integrada las etapas de molienda y flotación, entregando una herramienta adecuada para optimizar el rendimiento del sistema. La recuperación será modelada por cada especie mineral para aprovechar la gran cantidad de información mineralógica disponible y el escalamiento desde laboratorio a planta será materializado empleando alguna de las múltiples alternativas disponibles en la literatura, dentro de las cuales destacan:

(a) las metodologías expuestas por Levenspiel (1999) y Yianatos (2010) que consideran el cambio en la distribución de tiempo de residencia del sólido y fluidos;

(b) Dobby & Savassi (2005) con el desarrollo del Flotation Economic Evaluation Tool (FLEET) basado en la prueba de flotación MinnovEx Flotation Test (MFT)

(c) la modelación geometalúrgica del circuito de flotación de Compañía Minera Doña Inés de Collahuasi realizado por Suazo *et al.* (2010, 2013)

El modelo de ley de cobre en concentrado será resultado de cerrar el balance de masa de la concentradora. Para asegurar que la metodología sea atractiva en términos de costos, plazos y calidad de los entregables estará basada en el trabajo de actualización sistemático realizado en Minera Escondida, tratando de aprovechar al máximo las potencialidades de los actuales ensayos metalúrgicos.

1.2 Objetivos

Generar modelos geometalúrgicos de tipo fenomenológico para la estimación de la recuperación por flotación y ley de concentrado final, empleando mineralogía y atributos metalúrgicos deducidos a partir de pruebas a escala de laboratorio.

1.3 Metodología

Se considera la siguiente metodología:

- 1. Revisión de información propia de Minera Escondida con el propósito de rescatar antecedentes de iniciativas similares, análisis mineralógicos, medición de flujos, leyes, y toda información que pudiere representar un aporte al presente trabajo.
- 2. Ejecución de pruebas cinéticas de flotación, con composición mineralógica de la alimentación estimada a partir ensayos de digestión parcial de cada muestra. Esta información permitirá cerrar un balance por especie mineral y modelar la cinética de recuperación de los mismos.
- 3. Desarrollo e implementación de un modelo basado en fenómenos para el comportamiento del cobre, usando información histórica disponible. Este modelo tendrá los atributos clave que definen las relaciones entre capacidad de procesamiento, recuperación y ley de concentrado final.
- 4. Desarrollo de un modelo de recuperación por flotación basado en mineralogía, empleando como base la modelación del comportamiento del cobre y los resultados cinéticos por especie mineral.
- 5. Evaluación de la calidad predictiva del modelo de flotación basado en cobre, usando como referencia la Concentradora Laguna Seca y la secuencia de extracción histórica alimentada a planta. El proceso simulado será comparado contra información oficial del proceso.
- 6. Utilización del modelo validado para simular distintas condiciones de interés identificando los atributos claves que gobiernan la respuesta del sistema.

Capítulo 2 Antecedentes

2.1 Revisión bibliográfica

Las buenas prácticas asociadas a la evaluación económica de proyectos mineros consideran aspectos estratégicos del negocio tales como: geología, minería, metalurgia, marketing y medio ambiente. Los atributos relevantes asociados al cuerpo mineralizado se estiman espacialmente a través de métodos geoestadísticos y la planificación entrega uno o varios escenarios económicos considerando: la secuencia de minado, alternativas de proceso, compromisos de marketing, mezclas de minerales y apilamiento (Turner-Saad, 2010). La aplicación coordinada de los conceptos anteriores permite:

- Complementar los análisis de riesgo económico en las evaluaciones del ciclo de vida de un activo, en proyectos *brownfield* o *greenfield*, conformándose en una herramienta fundamental para definir las estrategias de largo plazo.
- Mejorar el uso de los recursos minerales debido a que se conoce la variabilidad espacial de los atributos clave, lo cual permite retroalimentar el diseño de la secuencia de minado.
- Mejorar las condiciones operacionales en el proceso debido a que es posible predecir las características del mineral a alimentar y delinear su desempeño.

La piedra angular de este enfoque lo constituye el modelo de recursos, el cual es una representación espacial de la geología, leyes de elementos pagables, impurezas y atributos metalúrgicos. Turner-Saad (2010) propone un esquema iterativo de optimización del proceso empleando el concepto geometalúrgico, el cual a modo general se resume en seis pasos:

- 1. Definición de dominios espaciales
- 2. Selección de muestras puntuales para pruebas metalúrgicas
- 3. Determinación de parámetros metalúrgicos y de procesamiento
- 4. Definición de los modelos de proceso pertinentes
- 5. Construcción espacial de modelos de procesos
- 6. Optimización conjunta de minería y metalurgia

De este modo las variables estimadas a nivel de bloques son cubicadas empleando una secuencia de volúmenes de control correspondientes a un plan de minado determinado y transformadas en series de tiempo que representan el comportamiento esperado de la operación minera y las unidades de proceso.

La Figura 2.1 presenta de manera esquemática el proceso iterativo propuesto por Turner-Saad (2010), para la generación del modelo geometalúrgico, y evaluación en un plan de minado.



Figura 2.1: (A) Proceso iterativo de optimización en un marco geometalúrgico. (B) Funciones de transferencia de un proceso de concentradora {Modificado de Turner-Saad (2010)}

2.1.1 Modelos de capacidad de procesamiento

Como se mencionó anteriormente, el modelo de Capacidad de Procesamiento empleado en Minera Escondida está basado en relaciones fenomenológicas de consumo específico de energía, las cuales son ampliamente aceptadas en el ámbito metalúrgico y de procesamiento de minerales (Starkey, 1997; McKen & Williams, 2005; Preece, 2006; Wills & Napier-Munn, 2006; Ahmadi & Shahsavari, 2009; Amelunxen, 2014b). Por lo tanto, se preservan como opciones válidas para representar las etapas de molienda, incorporándose solamente algunas consideraciones relacionadas al ajuste de parámetros y estrategia de resolución de las ecuaciones.

2.1.2 Modelos de recuperación

En relación a los modelos de Recuperación y Ley de Concentrado Final existen diversas alternativas, disponibles en la literatura, con potencial de ser implementadas con fines geometalúrgicos. A continuación se presentarán de manera resumida algunos de estos modelos tratando de rescatar los elementos claves que permitan construir una representación del proceso, basada en resultados de ensayos de laboratorio y Mineralogía Normativa generados en el flujo de trabajo habitual de la Compañía.

Runge (Véase Greet, 2010) destaca que la prueba de flotación en laboratorio es una herramienta clave para la caracterización del rendimiento metalúrgico del mineral. El ensayo

debe ser reproducible, para esto es recomendable usar celdas donde el flujo de aire y la agitación puedan ser controladas. Además, se debe estandarizar la geometría de la paleta y la frecuencia de paleteo para independizar el resultado del flotador, de este modo las variaciones en la respuesta metalúrgica pueden atribuirse exclusivamente a cambios texturales y composicionales del mineral.

En general las relaciones entre recuperación y ley de concentrado final derivadas de una prueba de flotación estándar difieren de las esperadas para un circuito de flotación industrial de múltiples etapas. Dichas relaciones pueden ser estimadas experimentalmente empleando ensayos de ciclo cerrado, los cuales consumen gran cantidad de tiempo y masa. Un enfoque alternativo es modelar la cinética de recuperación, del elemento o especie de interés, en el ensayo puntual y por medio de ecuaciones de balance determinar de manera conjunta ley de cobre en concentrado y recuperación a nivel industrial.

El fenómeno de recuperación se verifica por dos mecanismos, flotación verdadera y por arrastre. Para este último, el principal fenómeno que reporta partículas en el concentrado es el arrastre hidrodinámico, dependiendo por lo tanto de la granulometría del mineral y la recuperación de agua en la máquina de flotación. En el caso de la flotación verdadera, el sistema se puede conceptualizar en zonas de colección y de espuma, donde la expresión para la recuperación de la celda se obtiene al realizar un balance de masa en cada compartimiento (Véase Figura 2.2):

$$R_{cell} = \frac{R_C * R_f}{100 - (1 - R_f / 100) * R_c}$$
 2.1

Donde:

 R_{cell} =Recuperación global de la celda de flotación (%) R_c =Recuperación en la zona de colección (%) R_f =Recuperación en la zona de espuma (%)

Para el caso de flotación en laboratorio, gracias a un paleteo frecuente, el tiempo de residencia de la espuma tiende a cero y en consecuencia $R_f \approx 100$, simplificando la expresión anterior a $R_{celda} \approx R_c$. Por lo tanto, la recuperación en la máquina de flotación corresponde esencialmente a la zona de colección. Existen diversas expresiones para representar la recuperación acumulada de ésta zona, siendo el modelo de García-Zúñiga un clásico (Amelunxen, 2014a):

$$R_C = R_{\infty} * (1 - e^{-K*t})$$
 2.2

Donde:

 R_{∞} = Recuperación a tiempo infinito (%) K = Constante cinética modelo de García – Zúñiga (min⁻¹) t = Tiempo (min) Adicionalmente, Gorain *et al.* (Véase Amelunxen, 2014a) relacionan la constante cinética¹ con el flujo de área superficial mediante la expresión:

$$K = P * S_b$$
 2.3

Donde:

P = Flotabilidad "intrínseca" de acuerdo a modelo de Gorain *et al.* (s)

 S_b = Flujo de área superficial (s⁻¹)

De este modo es posible escalar el resultado de la zona de colección modificando la expresión de S_b para dar cuenta del cambio en la distribución del flujo de gas y tamaños de burbuja en la operación industrial.



Figura 2.2: Modelo de transferencia de materia en una celda convencional {Modificado de Amelunxen *et al.* (2013)}

Es importante notar que se produce un cambio en la distribución de tiempos de residencia de los sólidos y el fluido al pasar desde laboratorio a la operación industrial. En el primer caso, el sistema es asimilable a un reactor flujo pistón y el segundo, a un reactor continuo perfectamente mezclado (Levenspiel, 1999; Yianatos, 2010) y por tal motivo es común introducir factores de escalamiento para dar cuenta de estas diferencias. Una metodología propuesta por Yianatos *et al.* (2006a, 2006b, 2010) considera la distribución de la constante cinética y el tiempo de residencia de los sólidos en el sistema en estudio, modelando la recuperación acumulada como:

$$R_{C}(t) = R_{\infty} \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{\infty} (1 - e^{-k*t}) * F(k) * E(t) dk dt$$
 2.4

Donde:

 $\begin{array}{lll} R_{C}(t) & = & \text{Recuperación en la zona de colección al tiempo "t" (\%)} \\ F(k) & = & \text{Función de distribución constantes cinéticas de flotación (adimensional)} \\ E(t) & = & \text{Función de distribución de tiempos de residencia (adimensional)} \end{array}$

¹ La distribución de la constante cinética es 0 @ $k \neq K$, ∞ @ k = K

Para el caso de flotación en laboratorio F(k) y E(t) pueden escribirse como una función delta de Dirac² resultando en la ya citada ecuación de García-Zúñiga:

$$R_{C}(t_{0}) = R_{\infty} \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{\infty} (1 - e^{-k*t}) * \delta(k - K) * \delta(t - t_{0}) dk dt$$

= $R_{\infty} * (1 - e^{-K*t_{0}})$ 2.5

Un supuesto más realista es asumir que existe una distribución rectangular de la constante cinética de flotación de la forma $1/K_{MAX}@k \in (0, K_{MAX})$, 0 en otro caso:

$$R_{C}(t_{0}) = \frac{R_{\infty}}{K_{MAX}} \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{K_{MAX}} (1 - e^{-k*t}) * \delta(t - t_{0}) dk dt$$
 2.6

Donde:

 K_{MAX} = Constante cinética máxima modelo de Klimpel (min⁻¹)

Resolviendo la expresión anterior se obtiene la fórmula de Klimpel, que entrega un mejor ajuste de los resultados experimentales en relación a García-Zúñiga (Polat & Chander, 2000).

$$R_{C}(t_{0}) = R_{\infty} * \left(1 - \left(\frac{1 - e^{-K_{MAX} * t_{0}}}{K_{MAX} * t_{0}} \right) \right)$$
2.7

La Figura 2.3 presenta un resultado típico de cinética de recuperación de cobre con ajuste de ambos modelos.



Figura 2.3: Recuperación de cobre con ajuste de modelos de Klimpel y García-Zúñiga (G-Z)

² La función delta de Dirac cumple la siguiente propiedad $\int_0^\infty f(x) * \delta(x - x_0) dx = f(x_0)$

Finalmente, la distribución de tiempos de residencia de los sólidos en el banco de flotación industrial se modela como *N* reactores continuos perfectamente mezclados en serie:

$$E(t) = \frac{t^{N-1} * N^N * e^{-\left(N * \frac{t}{\tau}\right)}}{\tau^N * (N-1)!}$$
2.8

Donde:

N=Número de celdas en banco de flotación (adimensional) τ =Tiempo de residencia de los sólidos en una celda de flotación (min)(N-1)!=Función factorial de N-1

La expresión general para el escalamiento de la prueba a pequeña escala es:

$$R_{C}(\tau) = R_{\infty} * \left(1 - \frac{1 - (1 + K_{MAX} * \tau)^{1 - N}}{K_{MAX} * \tau * (N - 1)} \right)$$
2.9

Para una alimentación formada por *M* componentes la recuperación puede ser estimada como la suma ponderada de las cinéticas individuales:

$$R_{C} = \sum_{i=1}^{M} w_{i} * R_{C,i}$$
 2.10

Donde:

$$w_i$$
 = Fracción en peso de la especie "i" (adimensional)

 $R_{C,i}$ = Recuperación en la zona de colección para la especie "i" (%)

Para complementar la metodología anterior, Yianatos *et al.* (2006b) propone un método abreviado para estimar los parámetros cinéticos a escala industrial, de esta forma es posible contar con un respaldo adecuado para la aplicación de factores de escalamiento y en paralelo mejorar sustancialmente el conocimiento de cómo se comporta la mezcla mineral en esta etapa del proceso. La Figura 2.4 muestra el arreglo de celdas de la Concentradora Laguna Seca y los puntos de muestreo a considerar (identificados como S#).



Figura 2.4: Esquema banco de flotación rougher Laguna Seca

Para que el método sea operativo, se pueden obtener incrementos de pulpa en cada turno y formar una composición mensual de este material, el cual posteriormente se homogeniza y se envía a ensayos químicos y mineralógicos. Se debe contar con un conjunto estandarizado de análisis que se aplican de manera rigurosa a cada flujo muestreado, típicamente:

- Leyes [CuT(%), FeT(%), S(%), As(%), etc.]
- Granulometría y análisis químico por fracción [CuT(%), FeT(%), S(%), etc.]
- Mineralogía avanzada *QEMSCAN*® con análisis *PMA* (*Particle Mineral Analysis*) para obtener las características de liberación de las muestras

Para cada especie "i" medida, se determina la recuperación en la primera celda y en el banco completo:

$$R_{Cell(1),i}^{medido} = 100 * \frac{S_3(i) * (S_1(i) - S_2(i))}{S_1(i) * (S_3(i) - S_2(i))} \% \quad (Primera \ Celda)$$
2.11

$$R_{Banco,i}^{medido} = 100 * \frac{S_5(i) * (S_1(i) - S_4(i))}{S_1(i) * (S_5(i) - S_4(i))} \% \quad (Banco Rougher)$$
 2.12

Donde:

· · ·

$R_{Cell(1),i}^{mediao}$	=	Recuperación medida especie "i" en la primera celda (%)
R ^{medido} Banco.i	=	Recuperación medida especie "i" en banco flotación (%)

Las ecuaciones que permiten estimar los parámetros $R_{\infty,i}$ y $K_{MAX,i}$ en el banco son:

$$R_{Cell(1),i} = \mathbf{R}_{\infty,i} * \left(1 - \left(\frac{\ln(\mathbf{K}_{MAX,i} * \tau + 1)}{\mathbf{K}_{MAX,i} * \tau} \right) \right) \quad (Primera \ Celda)$$
2.13

$$R_{Banco,i} = \mathbf{R}_{\infty,i} * \left(1 - \frac{1 - \left(1 + \mathbf{K}_{MAX,i} * \tau\right)^{1-N}}{\mathbf{K}_{MAX,i} * \tau * (N-1)} \right) \quad (Banco Rougher)$$
 2.14

Donde:

$R_{\infty,i}$	=	Recuperación a tiempo infinito para la especie "i" (%)
K _{MAX,i}	=	Constante cinética máxima modelo de Klimpel para la especie "i"
R _{Cell(1),i}	=	Recuperación estimada de la especie "i" en la primera celda (%)
R _{Banco,i}	=	Recuperación estimada de la especie "i" en el banco de flotación (%)
τ	=	Tiempo de residencia de los sólidos en una celda de flotación (min)

El tiempo de residencia de los sólidos en la celda se determina empleando las condiciones operacionales promedio de la planta durante el periodo mensual de muestreo. Finalmente, es fácil ajustar los parámetros del modelo empleando una planilla de cálculo y algún método de ajuste numérico, siendo la función a minimizar:

$$SSE_{j} = \frac{\left(\left\{R_{Cell(1),i}^{medido}\right\}_{j} - \left\{R_{Cell(1),i}\right\}_{j}\right)^{2}}{\left\{SD_{Cell(1),i}^{Medido}\right\}_{j}} + \frac{\left(\left\{R_{Banco,i}^{medido}\right\}_{j} - \left\{R_{Banco,i}\right\}_{j}\right)^{2}}{\left\{SD_{Banco,i}^{Medido}\right\}_{j}}$$
2.15

Donde:

SSE_j	=	Suma ponderada de diferencias cuadráticas periodo "j"
SD ^{Medido} Cell(1),i	=	Desv. Est. recuperaciones medidas especie "i" primera celda
$SD_{Banco,i}^{Medido}$	=	Desv. Est. recuperaciones medidas especie "i" en el banco

Yianatos *et al.* (2006b) evalúa el desempeño de celdas industriales indicando que la tendencia al aumento de volumen de las máquinas de flotación impone desafíos al diseño de equipos en términos de mezclado, circulación de la pulpa, generación y dispersión de burbujas y transporte de espuma. En particular, realiza muestreos como los expuestos anteriormente y ajusta diferentes modelos de flotación para representar la información de planta, concluyendo que el modelo de Klimpel es el más adecuado para modelar la información operacional. En paralelo, realiza flotaciones de laboratorio (no especifica el protocolo) al flujo de alimentación de la etapa rougher para obtener los factores de escalamiento correspondientes.

Para la Concentradora Laguna Seca se encuentran reportados los parámetros de la ecuación de Klimpel para un mismo material muestreado (Tabla 2.1).

	Laboratorio	Planta
R_{∞} (%)	95,4	91,0
K_{MAX} (min ⁻¹)	3,5	1,4

 Tabla 2.1: Parámetros cinéticos flotación rougher (muestreo industrial de Laguna Seca). {Modificado de Vianatos et al. (2006)}

Representado de manera gráfica los parámetros de la Tabla 2.1 se aprecia un cambio importante en el comportamiento cinético del mineral (Figura 2.5). En este caso, la cinética de laboratorio es 2,5 veces superior a la cinética de planta, y considerando la información reportada para cinco faenas, con tamaños de celda entre $16 - 160 \text{ m}^3$, la diferencia puede ser entre 2 a 4 veces.



Figura 2.5: Comparación cinéticas de recuperación en laboratorio y planta (Laguna Seca)

Una metodología alternativa de escalamiento de la constante cinética es la presentada por Suazo *et al.* (2010, 2013) para modelar el circuito de flotación de Minera Collahuasi. Los autores proponen una expresión para K_{MAX} en función de un atributo de "flotabilidad intrínseca" del mineral y propiedades de la pulpa, el gas y la geometría del sistema.

$$K_{MAX} = \Phi * F$$
 2.16

Donde:

 Φ = Flotabilidad "intrínseca" de acuerdo a modelo de Suazo *et al.* (adimensional)

F = Factor de escalamiento cinético en modelo de Suazo *et al.* (min⁻¹)

La expresión anterior claramente está inspirada en la formulada por Gorain $(K = P * S_b)$ aunque no son equivalentes. En el caso de la expresión de Gorain se requiere conocer la velocidad superficial del gas $(J_g = Q/A)$ y el diámetro medio de Sauter a escala de laboratorio e industrial, ver por ejemplo Kracht *et al.* (2005).

$$S_b = \frac{6 * J_g}{d_{32}}$$
 2.17

Donde:

 J_g = Velocidad superficial del gas (cm/s) Q = Flujo de gas en fórmula de velocidad superficial del gas (Ncm³/s) A = Sección transversal (cm²) d_{32} = Diámetro medio de Sauter (mm)

En el caso de la modelación realizada por Suazo *et al.* (2010, 2013), la expresión es algo más compleja:

$$F = \frac{3 * \varepsilon_g}{(2 * \pi)^{1/2} * d_p^3} * \left(\frac{d_p + d_b}{2}\right)^2 \sqrt{\overline{U}_p^2 + \overline{U}_b^2} * P_A * (1 - P_D) * R_f$$
 2.18

$$P_A = \sum_{i=1}^{n} P_A^i * f_i, \quad P_D = \sum_{i=1}^{n} P_D^i * f_i$$
 2.19

$$P_{A}^{i} = sen^{2} \left[2 * \arctan\left(exp\left(\frac{-(45 + 8 * Re_{b} * t_{i} * \overline{U}_{b})}{15 * d_{b} * \left(\frac{d_{b}}{d_{p}} + 1 \right)} \right) \right) \right]$$
 2.20

$$P_D^i = \left(\frac{d_p}{d_{p,max}}\right)^{1,5}$$
 2.21

Donde:

ε_g	=	Hold-up de gas (adimensional)
d_p	=	Diámetro de partículas (mm)
d_b	=	Diámetro de burbujas (mm)
\overline{U}_p	=	Velocidad de partículas (unidades no publicadas)
\overline{U}_b	=	Velocidad de burbujas (unidades no publicadas)
P_A	=	Probabilidad de adhesión (adimensional)
P_D	=	Probabilidad de desprendimiento (adimensional)
P_A^i	=	Probabilidad de adhesión en clase de tamaño "i" (adimensional)
Re _b	=	Número de Reynolds de burbuja (adimensional)
t _i	=	Tiempo de inducción (unidades no publicadas)
P_D^i	=	Probabilidad de desprendimiento en clase de tamaño "i" (adimensional)
$d_{p,max}$	=	Máximo tamaño de particular flotable (mm)
f_i	=	Fracción en peso retenida en la clase de tamaño "i" (adimensional)

Una inspección cuidadosa de estas fórmulas muestra que para emplear el modelo es necesario conocer: la distribución de tamaños de las burbujas y los sólidos, número de Reynolds asociado a la fase gaseosa, tiempo de inducción, velocidades terminales de burbujas y partículas, hold-up de gas y recuperación en la zona de espuma. Este enfoque requiere de una búsqueda bibliográfica exhaustiva y un amplio entendimiento del proceso, a nivel de laboratorio e industrial, para obtener un valor de *F* razonable. En el mejor de los casos, los parámetros deberían estimarse de manera experimental para el sistema en estudio. Por lo tanto, el periodo de implementación y maduración del método puede ser prolongado.

Si bien la modelación del circuito de Collahuasi es robusta desde un punto de vista conceptual, el gran número de variables de entrada que requiere puede resultar en que dos equipos de investigadores independientes lleguen a estimaciones diferentes para F y en consecuencia también de $\Phi = K_{MAX}^{Lab}/F_{Lab}$. Por lo tanto, el parámetro Φ no solo da cuenta de la "flotabilidad intrínseca" del mineral sino que también de la calibración de la función F_{Lab} . Es probable, que el esfuerzo de modelación realizado no se justifique del todo dado la diferencia de 2 a 4 veces entre las cinéticas a escala de laboratorio y planta reportada por Yianatos; siendo

suficiente emplear una constante de escalamiento con el adecuado respaldo de información operacional.

$$K_{MAX}^{Planta} = \Phi * F_{Planta} = K_{MAX}^{Lab} * \frac{F_{Planta}}{F_{Lab}} \approx cte * K_{MAX}^{Lab}$$
 2.22

Donde:

K_{MAX}^{Lab}	=	Constante cinética modelo de Klimpel ensayo de laboratorio (min ⁻¹)
F_{Lab}	=	Factor de escalamiento modelo de Suazo escala laboratorio (min ⁻¹)
F _{Planta}	=	Factor de escalamiento modelo de Suazo escala planta (min ⁻¹)
K_{MAX}^{Planta}	=	Constante cinética modelo de Suazo escala planta (min ⁻¹)

Para finalizar esta revisión se discuten los principales aspectos de la herramienta Integrated Geometallurgical Simulator (IGS) comercializada por SGS Minerals Services, la cual es una integración de los programas Comminution Economic Evaluation Tool (CEET) y Flotation Economic Evaluation Tool (FLEET).

Bulled & Mcinnes (2005) destacan que es importante capturar espacialmente la respuesta metalúrgica de los minerales, modelando el resultado de laboratorio (en lugar de emplear directamente el valor del ensayo) e incorporar dichos parámetros en un modelo donde conminución y flotación se encuentren vinculados, permitiendo la posterior simulación de diferentes condiciones operacionales. El enfoque principal es la prueba MFT (MinnovEx Flotation Test) desarrollado por Dobby & Savassi (2005), el cual busca capturar el comportamiento cinético de cada especie mineral a escala de laboratorio, en lugar de modelar la recuperación por elementos tales como cobre, hierro o azufre que sin un contexto mineralógico pierden parte de su significado físico. El protocolo experimental considera caracterización química de la alimentación en una muestra global y en cuatro clases de tamaños, típicamente +150, +75-150, +38-75 y -38 micrones. La flotación se realiza colectando cuatro concentrados parciales que se ensayan por los mismos elementos que la alimentación y la masa remanente se utiliza para formar un concentrado combinado. Finalmente, el relave y el concentrado combinado se caracterizan de igual manera que la alimentación (Figura 2.6, Izquierda).

El segundo paso consiste en modelar el comportamiento de cada mineral por clase de tamaño para construir la distribución acumulada en peso de la constante cinética (Figura 2.6, Derecha). Dicha distribución es representada por tres parámetros K_{avg} (constante de flotación promedio ponderada del mineral sin contar las partículas no flotables), R_{max} (recuperación final de la especie mineral por flotación verdadera) y α (Alpha, que da cuenta de la dispersión de la distribución). Con este método no se requieren flotaciones a distintos grados de molienda pues se asume que la flotabilidad de un mineral en una clase de tamaño específico no se modifica, por lo tanto un cambio en la distribución granulométrica solamente impacta la proporción de partículas presentes en dicho mono tamaño. El tercer componente que requiere el método es realizar un muestreo sistemático de la operación industrial para balancear los minerales relevantes en el circuito y tener una referencia para el escalamiento (Dobby & Savassi, 2005).



Figura 2.6: Esquema flotación MFT (izquierda) y distribución de la constante cinética de un mineral mostrando el significado de los parámetros (R_{max} , K_{avg}) (derecha) {Modificado de Dobby & Savassi, 2005}

Determinados los parámetros del ensayo se alimenta el simulador IGS, el cual permite construir el diagrama de flujos de la operación industrial. El programa emplea un conjunto lineal de ecuaciones de balance para representar el sistema, el cual se resuelve por métodos numéricos entregando tonelaje y composición en cada uno de los flujos así como las características del concentrado final. Una aplicación geoestadística de esta herramienta considera estimar volumétricamente los parámetros de la prueba MFT y alimentar cada bloque al simulador para obtener capacidad de procesamiento, recuperación y ley de concentrado final a nivel de bloques. A pesar de las potencialidades del método sólo se ha empleado de manera esporádica al interior de la Compañía para estudios específicos.

2.1.3 Modelo de ley de concentrado final

Como se mencionó para el caso del programa IGS, la ley de concentrado final puede obtenerse definiendo el diagrama de bloques del circuito industrial y planteando las ecuaciones de balance por especie mineral en cada nodo.

La Figura 2.7 presenta el diagrama de bloques para la Concentradora Laguna Seca así como la identificación de cada uno de sus flujos.

LAGUNA SECA CONCENTRATOR



Figura 2.7: Diagrama de bloques de la Concentradora Laguna Seca

Asumiendo como datos de entrada la composición de la alimentación y las recuperaciones en peso en cada uno de los nodos, es posible determinar la masa del componente k en el concentrado final resolviendo el sistema de ecuaciones correspondiente:

$$m_{12,k} = \left(\frac{R_{1st} * R_{2nd}}{R_{1st} * (R_{2nd} + R_{scav} - 100) - 100 * R_{scav} + 10.000}\right) * \frac{R_{ro}}{100} * m_{1,k}$$
 2.23

Donde:

$m_{12,k}$	=	Masa del componente "k" en flujo de concentrado final (t/h)
R_{1st}	=	Recuperación componente "k" en Circuito de Primera Limpieza (%)
R_{2nd}	=	Recuperación componente "k" en Circuito de Segunda Limpieza (%)
R _{scav}	=	Recuperación componente "k" en Circuito Scavenger (%)
R _{ro}	=	Recuperación componente "k" en Circuito Rougher (%)
$m_{1,k}$	=	Masa del componente "k" en flujo de alimentación Rougher (t/h)

La masa global de concentrado se construye sumando la masa de las especies individuales reportadas a dicho flujo $G_{12} = \sum_{k=1}^{M} m_{12,k}$.

2.2 Antecedentes de la faena

Minera Escondida Ltda. (MEL) posee sus operaciones en la II Región del Norte de Chile, aproximadamente 170 km al sureste de la ciudad de Antofagasta, a una altura de 3.100 metros

sobre el nivel del mar. Los accionistas de la compañía son BHP Billiton Ltd. (57,5%), Rio Tinto Ltd. (30%) y Mitsubishi Corporation, a través de JECO Corporation (12,5%) (Delgado, 2013).

La infraestructura principal consiste en dos minas a rajo abierto (Escondida y Escondida Norte), desde donde se alimentan las concentradoras Los Colorados y Laguna Seca, con capacidades nominales de 135 y 150 kt/d respectivamente. Además, la faena cuenta con operaciones de lixiviación de óxidos y sulfuros para la producción de cátodos de cobre. La Figura 2.8 muestra el diagrama general del proceso de producción de Minera Escondida.



Figura 2.8: Diagrama general de producción de Minera Escondida Ltda.

Dado que el presente trabajo está enfocado en la modelación de la Concentradora Laguna Seca a continuación se describen solamente las instalaciones correspondientes a esta operación:

El material ROM proveniente de ambos rajos es chancado y alimentado a un molino semiautógeno (SAG) con 19.400 kW de potencia instalada que funciona en circuito cerrado con una chancadora de pebbles tipo MP 1000. El producto de la molienda primaria se transfiere a un circuito de cuatro molinos de bolas operando en paralelo, tres de ellos con 13.400 kW y el cuarto con 15.700 kW de potencia instalada. Este último molino fue instalado como parte del proyecto LSD (Laguna Seca Debottlenecking) y se encuentra operando desde principios de Enero de 2014.

La Figura 2.9 muestra de manera esquemática la operación de molienda primaria y secundaria de Laguna Seca.



Figura 2.9: Diagrama del circuito de molienda SABC-A de Laguna Seca

El producto de la molienda secundaria es alimentado al proceso de concentración donde se encuentran operaciones de: flotación rougher, remolienda, flotación de limpieza (cleaner) y flotación scavenger. La Tabla 2.2 resume las especificaciones de los principales equipos empleados en la Concentradora Laguna Seca.

Sección	Tipo de Celda	Número de Celdas	Volumen de celda (m ³)	Área de Celda (m ²)	Tipo de sumidero	
Rougher	Wenco	72	160	12,9	Concéntrico	
Cleaner	Wenco	25	160	12,9	Concéntrico	
Cleaner Scavenger	Wenco	20	160	12,9	Concéntrico	
Cleaner Columns		10	215	15,9	Concéntrico	

Tabla 2.2: Especificaciones del circuito de flotación de Laguna Seca (Elaboración propia).

Cada etapa tiene un objetivo definido dado por la relación inversa que existe entre recuperación y ley de concentrado: La flotación rougher busca maximizar la recuperación de los minerales de interés produciendo un concentrado de baja ley de cobre constituido por partículas de mena liberadas, laterales y parcialmente ocluidas (*middlings*). Los *middlings* presentes en el concentrado rougher requieren molienda adicional para conseguir la liberación de las partículas de mena, lo que se logra en la remolienda. Las dos etapas de flotación de limpieza buscan generar un concentrado final de alta ley de cobre favoreciendo la recuperación de partículas liberadas. Finalmente, la flotación scavenger se encarga de recuperar las partículas ocluidas y laterales aún presentes en el relave de la primera limpieza y retornarlos a la etapa de remolienda.

La Figura 2.10 presenta un diagrama del circuito de flotación de Laguna Seca.



Figura 2.10: Diagrama del circuito de flotación de Laguna Seca especificando equipos principales

2.3 Modelación geológica

Se asignan códigos numéricos a los intervalos de sondajes basados en las descripciones mapeadas de litología, alteración y mineralogía sulfurada. Estos códigos son posteriormente simplificados (Tabla 2.3) y superficies tridimensionales son construidas para representar la distribución espacial de las características individuales. Este método provee un vínculo espacial entre sondajes individuales y el modelo de bloques para geología (Preece, 2006).

Se debe enfatizar que los códigos geológicos son estrictamente cualitativos en naturaleza lo cual permite definir dominios con contactos duros entre sí. Sin embargo, la intensidad de alteración de una roca no puede ser representada de manera adecuada usando este método. Por lo tanto, el código asignado a cada intervalo representa la alteración dominante descrita por el geólogo, entonces no puede asegurarse que la descripción numérica represente el rango completo de propiedades del mineral (Preece, 2006).

Códigos de Litología			ódigos de Alteración	Zonas Minerales		
1	Pórfido Feldespático	1	Cuarzo-Sericita-Arcillas	0-5	Zona Oxidada	
2	Pórfido Cuarcífero (Esc.)	2	Sericita-Clorita-Arcillas	6	Alto Enriquecido	
2	Pórfido Riolítico (Esc. Norte)	3	Potásicas	7	Bajo Enriquecido	
3	Andesita			8	Primario	
4	Brechas					

Tabla 2.3: Códigos geológicos modelo de Recursos de Escondida {Modificado de Preece, 2006}

2.3.1 Marco geológico

Los yacimientos de Escondida y Escondida Norte, son los principales yacimientos que conforman el clúster Escondida y se ubican geológicamente dentro de la franja de los yacimientos tipo Pórfidos Cupríferos del Eoceno superior – Oligoceno inferior, al que también pertenecen importantes depósitos como Chuquicamata, Collahuasi y El Salvador entre otros. Este cinturón metalogénico muestra un fuerte control estructural por parte del Sistema de Fallas Oeste (cordillera de Domeyko), sistema de orientación aproximada NS, que se puede reconocer por más de 2.500 km (Véliz, 2004).

Escondida y Escondida Norte son depósitos tipo pórfidos con mineralización de Cu (-Mo, -Au) diseminado, que se caracterizan por su gran tonelaje y bajas leyes. Los pórfidos de Cu (-Mo, -Au) se han formado centrados en intrusivos porfídicos con diámetros que van desde 100 metros, hasta unos pocos kilómetros de diámetro, los cuales son apófisis sobre cúpulas de plutones félsicos a intermedios más profundos. Típicamente dentro de los sistemas de pórfido Cu, existen varias fases de intrusión y las más tempranas tienden a tener las leyes más altas. Las rocas de caja también hospedan la mineralización de depósitos del tipo pórfido cuprífero (Véliz, 2004). La Figura 2.11 presenta la distribución de los rajos e instalaciones asociadas a plantas concentradoras.



Figura 2.11: Fotografía satelital que muestra la distribución de los rajos Escondida, Escondida Norte y Zaldívar (CMZ). Además, se indican las principales instalaciones asociadas al proceso de concentración de minerales

2.3.2 Litología

Los yacimientos de Escondida y Escondida Norte, están asociados genéticamente a un complejo intrusivo de composición monzonítica a granodiorítica, denominado por Veliz (2004), como Complejo Intrusivo Feldespático Escondida, que está en contacto de intrusión, con rocas volcánicas andesíticas de la Formación Augusta Victoria. A su vez, está intruido por cuerpos subvolcánicos tardíos de composición riolítica y por diques dacíticos.

La Figura 2.12 muestra vistas en planta de la litología presente en Escondida y Escondida Norte, en ambos casos se aprecia una roca huésped de tipo Andesita (color azul) con intrusión de diversos pulsos de Pórfido Feldespático (color rojo), Pórfido Cuarcífero/Riolítico (color verde) entre otros.



Figura 2.12: Vistas en planta de litologías presentes en Escondida (izquierda, cota 2.950 msnm) y Escondida Norte (derecha, cota 3.040 msnm)

2.3.3 Alteración

El depósito Escondida presenta una zonación lateral y vertical de las alteraciones hidrotermales que afectan a las rocas. En términos generales, estas se pueden clasificar, en base a

asociaciones de minerales característicos, como Potásica, Biotítica, Cuarzo-Sericita, Argílica y Argílica Avanzada.

En la Figura 2.13 se muestra la distribución que presentan las alteraciones en Escondida y Escondida Norte, y en ella se puede notar una cierta simetría en torno a un núcleo potásico de los demás tipos de alteración, lo que concuerda bastante bien con el modelo presentado por Lowell y Guilbert en Véliz (2004), el que corresponde a una zonación idealizada para las alteraciones hidrotermales en un sistema de pórfido cuprífero. En este modelo se denota un centro potásico, en torno al cual se disponen las alteraciones fílica, propilítica y argílica.



Figura 2.13: Vistas en planta de alteraciones presentes en Escondida (izquierda, cota 2.890 msnm) y Escondida Norte (derecha, cota 3.010 msnm) y corte en sección

2.3.4 Mineralización

La etapa de mineralización está directamente relacionada con la intrusión del Complejo Intrusivo Feldespático Escondida (Veliz, 2004). Este complejo, fue el que aportó la mineralización primaria y los fluidos hidrotermales responsables de la etapa de alteración hidrotermal, a la que se asocia el enriquecimiento secundario. Por otra parte el emplazamiento de la mineralización muestra un claro control estructural, y se presenta principalmente alojada en fracturas, tanto en el caso de la mineralización hipógena como la supérgena.

La mineralización primaria, constituida principalmente por pirita, calcopirita y en menor medida molibdenita y bornita, está fuertemente controlada por la distribución de los intrusivos. Los procesos supérgenos han desarrollado un importante blanco de mineralización de enriquecimiento secundario, formado por calcosina-covelina. Localmente este blanco ha sido oxidado, generando mineralización paragenética de oxidados de cobre, del tipo brochantitaantlerita-crisocola y copper wad. Estos procesos supérgenos están fuertemente controlados por ciclos de lixiviación/oxidación. La Figura 2.14 presenta una vista en planta para Escondida y Escondida Norte mostrando las zonas minerales principales.



Figura 2.14: Vistas en planta de zonas minerales desarrollas en Escondida (izquierda, cota 2.800 msnm) y Escondida Norte (derecha, cota 2.965 msnm)

2.4 Modelo Geometalúrgico

Preece (2006) describe la secuencia general de actividades para la estimación espacial de los atributos de interés y actualización del modelo Geometalúrgico:

• Selección de muestras puntuales, 14 – 16 m de sondaje diamantino, distribuidas espacialmente en ambos rajos.
- Efectuar un análisis exploratorio de datos empleando técnicas estadísticas univariadas o multivariadas para definir dominios de estimación.
- Realizar un análisis geoestadístico para definir cuantitativamente la variabilidad espacial (variografía) de la información en cada dominio de estimación. Adicionalmente, se estudia la naturaleza de los contactos entre dominios para especificar si los cambios son transicionales (contacto suave) o abruptos (contacto duro).
- Transformar los datos puntuales en estimaciones volumétricas empleando técnicas de interpolación, tales como *kriging ordinario*, que calcula promedios ponderados de la información analítica en cada bloque.
- Las características del mineral así estimadas son empleadas en los modelos de procesos correspondientes para la obtención de variables metalúrgicas.
- Evaluar los modelos espaciales usando planes mineros apropiados para reconciliar los valores estimados contra valores "reales" obtenidos desde informes de producción, y determinar los motivos de las diferencias.

Las actividades anteriores se repiten de manera anual incorporando nuevas muestras puntuales y realimentando los modelos de proceso con información operacional para mantener o mejorar la calidad de la estimación.

2.4.1 Pruebas de índice de molienda

El diseño y caracterización de circuitos de molienda primaria y secundaria basado en pilotaje de varias toneladas de mineral, ha sido gradualmente reemplazado por ensayos de un par de kilogramos para caracterización geometalúrgica. El pilotaje representa de mejor forma la condición operacional final, pero su costo lo limita a un número reducido de pruebas. Por otro lado, los ensayos a pequeña escala permiten capturar variabilidad espacial de un atributo, a bajo costo, sacrificando en parte su escalabilidad (McKen & Williams, 2005). En Minera Escondida se emplean dos ensayos de índice molienda con fines geometalúrgicos:

SAG Power Index (*SPI*): Desarrollado en 1991 por John Starkey, emplea 2 kg de muestra diamantina, alimentación 100%-3/4" (19,05 mm) y 80%-1/2" (12,7 mm). Utiliza 5 kg de bolas de acero de 1 ¼" (31,75 mm) y molienda continua, operando a 54 rpm, hasta alcanzar un producto de 80%-10#Ty (1,7 mm) (Starkey, 1997). Entrega *SPI* en minutos, que se escala a consumo de energía (kWh/t) usando:

$$CEE_{SAG}\left(\frac{kWh}{t}\right) = \frac{P_{SAG}}{TPH_{SAG}} = C * f_{SAG} * \left(\frac{SPI}{\sqrt{T80max}}\right)^n$$
 2.24

Donde:

CEE _{SAG}	=	Consumo específico de energía molienda SAG (kWh/t)
P _{SAG}	=	Potencia nominal molienda SAG (kW)
TPH _{SAG}	=	Flujo procesado en la etapa SAG (t/h)
С	=	Constante modelo consumo específico de energía Starkey
n	=	Exponente modelo consumo específico de energía Starkey
f _{sag}	=	Factor de escalamiento consumo específico de energía SAG
T80max	=	Tamaño de transferencia SAG / Bolas (micrones)

Wills & Napier-Munn (2006) señalan que los factores (*C*, *n*) son de naturaleza empírica y que f_{SAG} corresponde a una serie factores de corrección no publicados. La práctica actual en Minera Escondida es emplear $f_{SAG} = 1$ y realizar el ajuste de los parámetros restantes empleando información operacional.

Bond Ball Mill (*BWI***):** Desarrollado en 1952 por Fred Bond, emplea 7-15 kg de muestra diamantina, alimentación 100%-6#Ty (3,35 mm), opera con recirculación de sobre tamaño {malla de corte 100#Ty (0,150 mm)} hasta alcanzar un 250% de carga circulante. Los resultados de la prueba en estado estacionario (*Gbp*, P_{80} , F_{80}) se transforman en índice de molienda evaluando la expresión empírica (Ahmadi & Shahsavari, 2009):

$$BWI = \frac{1,1*44,5}{P_1^{0,23}*Gbp^{0,82}*10*\left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}}\right)}$$
2.25

Donde:

P_1	=	Malla de corte ensayo de Bond Estándar
Gbp	=	Masa de bajo tamaño (gramos) generado en cada revolución.
P ₈₀	=	Tamaño 80% pasante del producto (micrones)
F ₈₀	=	Tamaño 80% pasante de la alimentación (micrones)

El índice de Bond (BWI) se escala a nivel industrial usando:

$$CEE_{MB}\left(\frac{kWh}{t}\right) = \frac{P_{MB}}{TPH_{MB}} = 10 * BWI * \left(\frac{1}{\sqrt{P80}} - \frac{1}{\sqrt{T80_{max}}}\right) * f_{MB}$$
 2.26

Donde:

CEE_{MB}	=	Consumo específico de energía molienda de bolas (kWh/t)
P_{MB}	=	Potencia nominal instalada en molienda de bolas (kW)
TPH_{MB}	=	Flujo procesado en la etapa de molienda de bolas (t/h)
P80	=	80% pasante del producto de molienda de bolas (micrones)
f _{мв}	=	Factor de escalamiento consumo específico de energía

Para ambos índices, los valores puntuales son transformados en estimaciones volumétricas empleando *kriging ordinario* y asignaciones promedio por combinatorias geológicas en el caso de zonas no estimadas por falta de muestras. Los modelos así estimados sirven de base para calcular la capacidad de procesamiento. La Figura 2.15 y Figura 2.16 presentan la distribución de la estimación volumétrica vista en planta para los índices *SPI* (min) y *BWI* (kWh/t) para los rajos de Escondida y Escondida Norte.



Figura 2.15: Vista en planta de estimación de SPI (izquierda) y BWI (derecha) para el rajo Escondida. Cota 2.835 msnm (Sin leyenda de colores por confidencialidad de la información)



Figura 2.16: Vista en planta de estimación de SPI (izquierda) y BWI (derecha) para el rajo Escondida Norte. Cota 3.015 msnm (Sin leyenda de colores por confidencialidad de la información)

2.4.2 Estimación de capacidad de procesamiento

Dado que las operaciones de molienda SAG y molienda de bolas se encuentran en serie, en una configuración SABC-A, la etapa limitante define la capacidad de procesamiento del sistema:

$$TPH_{PLANTA}(t/h) = \min(TPH_{SAG}, TPH_{MB})$$
2.27

Donde:

 TPH_{PLANTA} = Flujo procesado en la etapa de molienda (t/h)

La configuración de molienda, potencia instalada y granulometría se asumen constantes, por lo tanto la restricción por SAG o molienda de bolas depende exclusivamente de los pares (*SPI, BWI*) estimados en cada bloque del modelo tridimensional. Existe un tercer componente que condiciona el procesamiento y corresponde a la capacidad hidráulica en molienda o concentradora, esta restricción se incorpora como un límite máximo que restringe el *TPH*. La Figura 2.17 presenta de manera esquemática el algoritmo de cálculo correspondiente.



Figura 2.17: Representación esquemática del algoritmo de cálculo de TPH

La Figura 2.18 presenta un ejemplo de la estimación volumétrica de *TPH*, para el proceso de concentradora, vista en planta.



Figura 2.18: Vista en planta de estimación de *TPH* para el rajo Escondida (izquierda, cota 2.835 msnm) y Escondida Norte (derecha, cota 3.015 msnm) (Sin leyenda de colores por confidencialidad de la información)

2.4.3 Pruebas de flotación en laboratorio

En primer lugar se determina la curva cinética de molienda del mineral y posteriormente se preparan 1.000 g de mineral a una granulometría X%+100#Ty (donde X puede tomar los valores de 20, 25, 30, 35 u otra previamente especificada). El mineral se trasvasija a una celda acrílica de 3.060 cm³ llevando la pulpa a un 27% de concentración en peso. La fórmula de reactivos considera los siguientes productos comerciales D-101 como colector primario, AX-317 como colector secundario, (X-133) : (Aceite de pino) en razón 60:40 v/v como espumante y NaHS como modificador. La flotación se realiza empleando una maquina Denver en condiciones de pH, tiempo de acondicionamiento, aireación y frecuencia de paleteo específicas. Existen dos modalidades: realizar una prueba cinética colectando concentrados parciales a los tiempos 1, 2, 5, 12, 15 (opcional) u obtener un único concentrado a tiempo final (12 minutos). Los valores puntuales de recuperación a tiempo final de 12 minutos se transforman en estimaciones volumétricas empleando herramientas geoestadísticas, conformando el modelo de Recuperación Rougher.

La Figura 2.19 presenta un ejemplo de la estimación volumétrica, del modelo de Recuperación Rougher, vista en planta.



Figura 2.19: Vista en planta de estimación de Recuperación Rougher para el rajo Escondida (izquierda, cota 2.835 msnm) y Escondida Norte (derecha, cota 3.015 msnm) (Sin leyenda de colores por confidencialidad de la información)

2.4.4 Estimación de recuperación final

Empleando el modelo volumétrico de Recuperación Rougher se calcula la recuperación final aplicando un factor de limpieza y correcciones por combinatorias geológicas específicas, tales como zonas con alto contenido de óxidos de hierro.

$$rec_{final}(X_{base}) = rec_{ro}(X_{base}) * \theta_{c} * \theta_{G}$$
 2.28

Donde:

θ_{C}	=	Factor de escalamiento por efectos de limpieza
θ_{G}	=	Factor de escalamiento para combinatorias geológicas específicas
$rec_{final}(X_{base})$	=	Recuperación Final granulometría X_{base} %+100#Ty.
$rec_{ro}(X_{base})$	=	Recuperación Rougher a X_{base} %+100#Ty.
D		

Para reportar la recuperación final a diferentes grados de molienda simplemente se estiman volumétricamente $rec_{final}(X_A)$ y se interpola linealmente entre ambos valores:

$$rec_{final}(X) = rec_{final}(X_{base}) - \left(\frac{rec_{final}(X_{base}) - rec_{final}(X_A)}{X_{base} - X_A}\right) * (X_{base} - X)$$
2.29

Donde:

 $rec_{final}(X_A) =$ Recuperación Final granulometría X_A %+100#Ty. $rec_{final}(X) =$ Recuperación Final granulometría X%+100#Ty.

La Figura 2.20 presenta un ejemplo de la estimación volumétrica del modelo de Recuperación Final para concentradora vista en planta.



Figura 2.20: Vista en planta de estimación de Recuperación para el rajo Escondida (izquierda, cota 2.835 msnm) y Escondida Norte (derecha, cota 3.015 msnm) (Sin leyenda de colores por confidencialidad de la información)

2.4.5 Estimación de mineralogía normativa

Para la estimación de la mineralogía se emplea un método químico conocido como Extracción Parcial (o de manera abreviada PtXt). Esta batería de análisis se realiza de manera sistemática en muestras puntuales de sondajes empleados en la actualización del Modelo de Recursos y Geometalúrgico, contando con un soporte cinco veces mayor, en relación a los registros de ensayos metalúrgicos.

El procedimiento considera la obtención de tres sub-muestras pulverizadas equivalentes las cuales son analizadas por: Cobre total (*CuT*), Cobre soluble en sulfato férrico (*FSCu*), Cobre soluble en cianuro (*CNCu*), Hierro total (*FeT*), Hierro en sulfuros (*Fe_{sulfuro}*) y Azufre en sulfuros (*S_{sulfuro}*). Adicionalmente, se conocen las extracciones en férrico y cianuro de las especies puras o "end-members" lo cual permite escribir un conjunto lineal de ecuaciones de balance para determinar la mineralogía de la muestra. La Figura 2.21 presenta de manera gráfica la ubicación de los "end-members" y resultados de aplicar las digestiones parciales a muestras puntuales de sondajes.



Figura 2.21: Diagrama de Extracción Parcial para sistema cpy-cc-cv, mostrando ubicación de "end-members" y distribución de resultados de muestras puntuales de sondajes

La Figura 2.22 presenta una vista en planta de la estimación volumétrica de CSP^3 de Calcopirita para los rajos de Escondida y Escondida Norte.

³ Copper Source Percentage (*CSP*), corresponde al porcentaje de cobre en peso contenido en cada especie mineral. La suma de los *CSP* de cada especie es igual a la ley de cobre total, es decir: $CSP_{cpv} + CSP_{cc} + CSP_{cv} = CuT$



Figura 2.22: Vista en planta de estimación de CSP CPY para el rajo Escondida (izquierda, cota 2.835 msnm) y Escondida Norte (derecha, cota 3.015 msnm) (Sin leyenda de colores por confidencialidad de la información)

2.4.6 Estimación de ley de concentrado final

Para el cálculo de la Ley de Concentrado Final las respectivas especies sulfuradas estimadas volumétricamente a partir de los resultados de Mineralogía Normativa se expresan en porcentaje en peso, es decir wt% cpy, wt% cc, wt% cv y wt% py. Desde muestreos de la operación industrial se determina un valor de insoluble que diluye el concentrado, además de factores de recuperación en peso de cada especie mineral. Finalmente, las ecuaciones que permiten determinar la ley de concentrado final son:

$$Cu Base = \sum_{i} (E_i * Q_i * RecE_i)$$
2.30

$$Fe Base = \sum_{i} (E_i * F_i * RecE_i)$$
2.31

$$S Base = \sum_{i} (E_i * S_i * RecE_i)$$
2.32

$$congrade(\%) = \frac{(100 - insol) * (Cu Base)}{[(Cu Base) + (Fe Base) + (S Base)]} * \theta_G$$
2.33

Donde:

Cu Base	=	Masa de cobre en concentrado (t)
Fe Base	=	Masa de fierro en concentrado (t)
S Base	=	Masa de azufre en concentrado (t)
Ei	=	Masa del mineral "i" en el concentrado (t)
Q_i	=	Aporte de cobre del mineral "i"
F _i	=	Aporte de fierro del mineral "i"
S _i	=	Aporte de azufre del mineral "i"
RecE _i	=	Factor de recuperación del mineral "i" (desde muestreos planta)
congrade	=	Ley de cobre en concentrado (%)
insol	=	Contenido de insoluble en el concentrado (%)

Al igual que en el caso de la recuperación final, se aplican factores de escalamiento para combinatorias geológicas específicas. La Figura 2.23 presenta una vista en planta para la estimación volumétrica de ley de concentrado final.



Figura 2.23: Vista en planta de estimación de Ley de Concentrado Final para el rajo Escondida (izquierda, cota 2.835 msnm) y Escondida Norte (derecha, cota 3.015 msnm) (Sin leyenda de colores por confidencialidad de la información)

Capítulo 3 Desarrollo de un modelo integrado

La estrategia para la implementación de un modelo integrado (molienda/flotación) basado en especies minerales sigue en términos generales el mismo ciclo de trabajo que una actualización anual del modelo de geología y geometalurgia:

- (1) Realización de ensayos de laboratorio para capturar la respuesta metalúrgica de los minerales.
- (2) Modelación de los resultados a pequeña escala para extraer los parámetros de interés.
- (3) Estimación volumétrica de dichos parámetros usando herramientas geoestadísticas.
- (4) Aplicación de modelos de proceso, paramétricos y basados en fenómenos, para obtener *TPH*, Recuperación Final y Ley de Concentrado Final, entre otros resultados de interés.

La Figura 3.1 presenta un diagrama general del flujo de trabajo para la implementación de un modelo integrado basado en mineralogía.



Figura 3.1: Esquema general de un modelo geometalúrgico integrado basado en especies minerales

Para el desarrollo de los modelos de proceso (paramétricos y basados en fenómenos) se puede dividir conceptualmente la operación industrial en tres grandes volúmenes de control: (1) Molienda Primaria y Secundaria, (2) Flotación Rougher y (3) Flotación de Limpieza/Scavenger.

Molienda Primaria y Secundaria

El modelo de Capacidad de Tratamiento permite calcular los consumos específicos de energía en la molienda primaria { CEE_{SAG} (kWh/t)} y secundaria { CEE_{MB} (kWh/t)}, a partir de esta información se determina el tamaño de transferencia SAG/Bolas {T80max (micrones)} y la granulometría {P80 (micrones)} del producto alimentado a la flotación rougher {TPH(t/h)}.

$$CEE_{SAG} = \frac{Potencia SAG (kW)}{TPH(t/h)}$$

$$CEE_{MB} = \frac{Potencia MB (kW)}{TPH(t/h)}$$

$$T80max = f_1(SPI, CEE_{SAG})$$

$$P80 = f_2(BWI, CEE_{MB}, T80max)$$

Flotación Rougher

Se modela a nivel de laboratorio con la ecuación cinética de Klimpel y se escala a nivel industrial con la metodología de Yianatos. La Figura 3.2 presenta de manera esquemática una descripción de los parámetros cinéticos que modelan la recuperación acumulada.



Figura 3.2: Modelación cinética de recuperación en una celda de flotación

Para poder vincular las etapas de molienda y flotación es necesario que los parámetros de la ecuación cinética dependan del grado de molienda $\{P80 \text{ (micrones)}\}$ y que el tiempo de residencia de los sólidos en la celda industrial sea función del flujo procesado.

$$K_{MAX} = f_3(P80)$$

$$R_{\infty} = f_4(P80)$$

$$REC_{Rougher} = f_5(R_{\infty}, K_{MAX}, TPH, N_{Celdas})$$

Flotación de Limpieza/Scavenger

Ecuaciones de balance de masa permiten obtener leyes de Concentrado Rougher (*CR*) y Concentrado Final (*CF*). Al igual que en el caso de la flotación rougher, se requieren expresiones para la cinética del mineral en función del grado de molienda {*P*80 (micrones)} y el flujo procesado {TPH(t/h)}.

La Figura 3.3 presenta un esquema general de los volúmenes de control considerados para el desarrollo de un modelo integrado así como las variables que relacionan cada una de las etapas.



Figura 3.3: Esquema general de los volúmenes de control y variables principales consideradas para un modelo geometalúrgico integrado.

Debido a que la implementación completa de este modelo requiere una cantidad de recursos considerable, solamente se presentará el desarrollo de los modelos de Capacidad de Procesamiento y de Flotación Rougher basada en balance de cobre. Sin embargo, estos casos particulares delinearán de forma adecuada la ruta de trabajo para el posterior desarrollo, implementación y validación del modelo completo.

3.1 Modelo de capacidad de procesamiento

Empleando la revisión bibliográfica efectuada por Amelunxen *et al.* (2014b) se desarrolla una metodología alternativa de calibración de parámetros para los modelos de consumo específico de energía.

3.1.1 Modelo base y ajuste de parámetros

Para modelar el consumo específico de energía de la molienda primaria se emplea la expresión de Dobby *et al.* (2001) {Véase Amelunxen, 2014b}, la cual fue calibrada con información del circuito de molienda de Bagdad Copper Mine, Arizona.

$$CEE_{SAG(ref)}\left(\frac{kWh}{t}\right) = 5,59 * \left(\frac{SPI}{\sqrt{T80max}}\right)^{0.55}$$
3.1

A partir de los datos reportados por Amelunxen *et al.* (2014) es posible calcular las condiciones promedio del circuito de referencia según se indica en la Tabla 3.1. Una inspección de ésta información permite inferir que la ecuación de Dobby en principio solo es válida para un

molino autógeno operando en circuito cerrado sin chancado de pebbles, índice de molienda en torno a 110 minutos y una alimentación de 5".

La práctica actual en molienda primaria es incorporar bolas de acero como medio de molienda (sobre 8% en volumen), chancadora de cono para reducir los pebbles en un circuito SABC-A o SABC-B. Adicionalmente, los índices de capacidad de molienda (*SPI*, *BWI*) y la granulometría de alimentación varían dependiendo del yacimiento y profundidad de los minerales explotados.

Planta	Bagdad
Circuito	ABC-A
Tamaño alimentación F80 (pulgadas)	5 ± 2
SPI (min)	112 ± 18
<i>TPH</i> seco (t/h)	653 <u>±</u> 89
Recirculación de pebbles (%)	63 ± 15
Potencia instalada (kW)	4.300 ± 200
Tamaño producto T80max (micrones)	2.400 ± 2.100
CEE ABC/A (kWh/t)	$10,4 \pm 2,6$
CEE Planta (kWh/t)	$6,7 \pm 1,0$

Tabla 3.1: Condiciones medias de operación del circuito ABC-A de referencia (Amelunxen, 2014)

La Figura 3.4 muestra de manera esquemática las diferencias entre el circuito de referencia de Bagdad Copper Mine empleado para calibrar la ecuación de consumo de energía y un circuito típico SABC-A.



Figura 3.4: Esquemas de molienda primaria. (a) Circuito ABC-A (referencia); (b) Circuito SABC-A con alimentación de tamaño de alimentación variable (F80*)

Comparando los datos de consumo específico de energía para circuitos SABC-A y SABC-B contra la información de referencia de Bagdad Copper Mine (circuito ABC-A), se encuentra que la ecuación también es válida para molienda semi-autógena en un amplio rango de condiciones operacionales (Figura 3.5).



Figura 3.5: Calibración de ecuación de Dobby *et al.* (2001) e información de circuito de referencia ABC-A y SABC (Amelunxen, 2014)

Para dar cuenta de una operación diferente de la condición de referencia se agrega un factor de corrección del consumo específico de energía:

$$CEE_{SAG}\left(\frac{kWh}{t}\right) = 5,59 * \left(\frac{SPI}{\sqrt{T80max}}\right)^{0,55} * f_{SAG} = CEE_{SAG(ref)} * f_{SAG}$$
3.2

A continuación se describe el cálculo del factor de corrección para el caso de la molienda primaria de Laguna Seca:

- Se emplean los valores de (*TPH*, *P*80) desde la información mensual planta para un periodo de operación de siete años. El circuito de molienda secundaria de Laguna Seca operó con tres molinos de bolas hasta la ejecución del proyecto LSD (Laguna Seca Debottlenecking) donde se incorporó un cuarto molino con 15.660 kW de potencia instalada.
- Los valores de *SPI*, para el periodo en cuestión, fueron calculados evaluando los sólidos de cierre de mes en el modelo de Largo Plazo vigente. Además, el valor de *T*80*max* es conocido desde muestreos ocasionales de la operación.
- Para cada mes se calcula el consumo específico de energía como:

$$CEE_{SAG}\left(\frac{kWh}{t}\right) = \frac{P_{SAG}}{TPH_{PLANTA}}$$
3.3

• El consumo específico de energía en la condición de referencia se estima como:

$$CEE_{SAG(ref)}\left(\frac{kWh}{t}\right) = 5,59 * \left(\frac{SPI}{\sqrt{T80max}}\right)^{0,55}$$
3.4

• Graficando las expresiones de CEE_{SAG} versus $CEE_{SAG(ref)}$ se obtiene un valor de $f_{SAG} = 0,8305$ (Figura 3.6). Por lo tanto:

$$CEE_{SAG}\left(\frac{kWh}{t}\right) = 5,59 * \left(\frac{SPI}{\sqrt{T80max}}\right)^{0,55} * 0,8305$$
 3.5

El comportamiento del SAG con tres y cuatro molinos de bolas sigue una misma línea de tendencia, aunque los *CEE* promedio en la condición con cuatro molinos son menores debido a que un cuarto molino libera restricciones en el sistema permitiendo un mayor procesamiento.



Figura 3.6: Estimación de factor de corrección f_{SAG} para Laguna Seca (Ejes normalizados)

A continuación se aplica una metodología análoga para la etapa de molienda de secundaria:

• Para cada mes se calcula el consumo específico de energía en la molienda secundaria como:

$$CEE_{MB}\left(\frac{kWh}{t}\right) = \frac{P_{MB}}{TPH_{PLANTA}}$$
3.6

Donde P_{MB} = 40.269 kW para el caso con 3 molinos de bolas y P_{MB} = 55.929 kW para el caso con 4 molinos.

• Para cada mes se calcula el consumo específico de energía teórico usando la ecuación de Bond:

$$CEE_{MB(teo)}\left(\frac{kWh}{t}\right) = 10 * BWI * \left(\frac{1}{\sqrt{P80}} - \frac{1}{\sqrt{T80max}}\right)$$
3.7

• Graficando ambas expresiones se obtiene el valor de f_{MB} , por lo tanto:

$$CEE_{MB}\left(\frac{kWh}{t}\right) = 10 * BWI * \left(\frac{1}{\sqrt{P80}} - \frac{1}{\sqrt{T80max}}\right) * f_{MB}$$
3.8

El comportamiento de la molienda secundaria con tres y cuatro molinos requiere el empleo de factores distintos.

$$f_{MB} = \begin{cases} 1,02 \ con \ 3 \ molinos \\ 1,33 \ con \ 4 \ molinos \end{cases}$$
3.9

Se aprecia en la Figura 3.7 que históricamente el sistema operando con 3 molinos de bolas presentaba $f_{MB} \approx 1$. El valor de f_{MB} puede ser interpretado como una medida de eficiencia en el uso de la potencia instalada, donde valores mayores a la unidad restringe tonelaje en el circuito. Por lo tanto, existen oportunidades de mejora en capacidad de procesamiento llevando la etapa de molienda secundaria a *CEE* similares al teórico. Estos cambios obviamente requieren revisar la etapa SAG, pues valores de *TPH* superiores requieren bajar el *CEE* en la molienda primaria sin afectar de manera importante el valor de *T*80*max*.



Figura 3.7: Estimación factor corrección f_{MB} para Laguna Seca (Ejes normalizados)

Usando los CEE modelados, se calcula el TPH del circuito como:

$$TPH_{PLANTA} = \min\left(TPH_{SAG}, TPH_{MB}\right)$$
3.10

Para cuantificar la calidad de la modelación en relación a la información oficial reportada para Laguna Seca se emplean el error cuadrático medio (RMSE) y el coeficiente de variación (CV) cuyas expresiones son:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (f_i^{REP} - f_i^{MOD})^2}{N - 1}}$$
3.11

Donde:

RMSE =	Error cuadrático medio (t/h)
f_i^{REP} =	Flujo procesado en la etapa de molienda (t/h), información planta
$f_i^{MOD} =$	Flujo procesado en la etapa de molienda (t/h), modelado
N =	Número de registros

$$CV(\%) = 100 * \frac{\sigma}{|\bar{x}|}$$
 3.12

$$\varphi_i = f_i^{REP} - f_i^{MOD}$$
 3.13

Donde:

CV	=	Coeficiente de variación (%)
σ	=	Desviación estándar de los residuos (t/h)
\bar{x}	=	Promedio flujo procesado, información planta (t/h)
φ_i	=	Residuo "i", diferencia entre valor observado y modelado (t/h)

El modelo así calibrado reproduce adecuadamente la información de flujo procesado por la concentradora Laguna Seca para el periodo considerado con un error cuadrático medio de 250 t/h o 5% de coeficiente de variación (Figura 3.8).



Figura 3.8: Comparación del modelo sintonizado e información de TPH (Eje vertical normalizado)

En resumen, el modelo calibrado es alimentado con valores de *SPI* y *BWI* fijando un tamaño de producto (*P*80) a flotación para obtener el tonelaje procesado (*TPH*). Existen otras aplicaciones de interés que pueden ser representadas empleando el modelo base:

- Conocidos (*SPI, BWI, TPH*) se puede determinar el valor de (*T*80*max, P*80). <u>Aplicación</u>: Estudiar cómo afecta un aumento/disminución de *TPH* el tamaño del producto que va a flotación.
- Conocidos (*SPI, BWI, T*80*max*) se puede determinar el valor de (*TPH, P*80). <u>Aplicación</u>: Estudiar cómo afecta un aumento/disminución de *T*80*max* el tonelaje y tamaño del producto que va a flotación.
- Conocidos (*SPI, BWI, P80*) se puede determinar el valor de (*TPH, T80max*). <u>Aplicación</u>: Estudiar qué *TPH* y *T80max* son necesarios para obtener un tamaño definido a flotación.

A continuación se detalla la resolución de cada una de las aplicaciones descritas anteriormente.

3.1.2 Modelo sin restricciones en SAG o molienda de bolas

En este modelo se elimina la condición de seleccionar el *TPH* mínimo entre SAG y molienda de bolas. En cambio se asume que ambas etapas son capaces de procesar un *TPH* objetivo:

- Definir $TPH_{PLANTA} = TPH_{SAG} = TPH_{MB}$ (menor o igual al límite hidráulico del sistema)
- Despejar T80max {acotado por la abertura de las parrillas}

$$C * \left(\frac{SPI}{\sqrt{T80max}}\right)^n * f_{SAG} = \frac{P_{SAG}}{TPH_{PLANTA}} \to T80max = \left(\frac{C * SPI^n * f_{SAG} * TPH_{PLANTA}}{P_{SAG}}\right)^{\frac{1}{n}}$$
3.14

• Despejar P80, donde $\alpha = 10 * BWI * f_{MB} * TPH_{PLANTA}$

$$10 * BWI * \left(\frac{1}{\sqrt{P80}} - \frac{1}{\sqrt{T80max}}\right) * f_{MB} = \frac{P_{MB}}{TPH_{PLANTA}} \to P80 = \left(\frac{P_{MB}}{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{T80max}}\right)^{-2}$$
 3.15

La Figura 3.9 muestra la estimación de *T*80*max* y *P*80 con un error de 1.757 (CV de 21%) y 23 micrones (CV de 12%), respectivamente.



Figura 3.9: Estimación de T80max y P80 empleando modelo sin restricciones en SAG o molienda secundaria (Eje verticales normalizados)

3.1.3 Modelo sin restricciones en molienda de bolas

En este escenario se asume que la molienda de bolas es capaz de procesar el flujo de mineral procesado en la etapa SAG:

- Definir *T*80*max* {acotado por la abertura de las parrillas}
- Calcular el *TPH* de la molienda SAG (acotado por límite hidráulico del sistema)

$$TPH_{SAG} = \frac{P_{SAG}}{C * \left(\frac{SPI}{\sqrt{T80max}}\right)^n * f_{SAG}}$$
3.16

• Despejar *P80*, donde $\alpha = 10 * BWI * f_{MB} * TPH_{SAG}$

$$10 * BWI * \left(\frac{1}{\sqrt{P80}} - \frac{1}{\sqrt{T80max}}\right) * f_{MB} = \frac{P_{MB}}{TPH_{SAG}} \to P80 = \left(\frac{P_{MB}}{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{T80_{max}}}\right)^{-2}$$
3.17

La Figura 3.10 muestra la estimación de *TPH* y *P*80 con una variación de 320 t/h (CV de 6%) y 18 micrones (CV de 9%), respectivamente.



Figura 3.10: Estimación de TPH y P80 usando modelo sin restricciones en molienda de bolas (Ejes verticales normalizados)

3.1.4 Modelo sin restricciones en etapa SAG

Este modelo es similar al caso base, en sus entregables, pero impone igualdad en los tonelajes procesados en ambas etapas de molienda. Se asume que la molienda SAG es capaz de entregar el *TPH* requerido en la etapa siguiente:

• Definir P80 y asumir $TPH_{SAG} = TPH_{MB}$

$$\frac{P_{MB}}{10 * BWI * \left(\frac{1}{\sqrt{P80}} - \frac{1}{\sqrt{T80max}}\right) * f_{MB}} = \frac{P_{SAG}}{C * \left(\frac{SPI}{\sqrt{T80max}}\right)^n * f_{SAG}}$$
3.18

• Arreglando términos,

$$\left(\frac{P_{MB}}{10 * BWI * f_{MB}}\right) * \left(\frac{C * SPI^n * f_{SAG}}{P_{SAG}}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{P80}} - \frac{1}{\sqrt{T80max}}\right) * (T80max)^{n/2}$$
3.19

Definiendo
$$\alpha = \left(\frac{P_{MB}}{P_{SAG}}\right) * \left(\frac{C*SPI^n*f_{SAG}}{10*BWI*f_{MB}}\right) y x = \sqrt{T80max}$$

 $\sqrt{P80} * \alpha = x^n - \sqrt{P80} * x^{n-1}$ 3.20

• La expresión anterior no tiene solución explícita y se resuelve empleando el método de Newton-Raphson definiendo:

$$g(x) = \sqrt{P80} * \alpha - x^n + \sqrt{P80} * x^{n-1}$$
 3.21

$$g'(x) = -n * x^{n-1} + \sqrt{P80} * (n-1) * x^{n-2}$$
3.22

$$x_{k+1} = x_k - g(x_k)/g'(x_k)$$
 3.23

La fórmula anterior converge a \hat{x} tomando como semilla de iteración $x_0 = 1$.

- Se calcula $T80max = \hat{x}^2$ {Acotado por la abertura de las parrillas}.
- Conocido el tamaño de transferencia se calcula el valor del *TPH* del sistema (acotado por el límite hidráulico)

$$TPH_{PLANTA} = \frac{P_{SAG}}{C * \left(\frac{SPI}{\sqrt{T80max}}\right)^n * f_{SAG}}$$
3.24

La Figura 3.11 muestra la estimación de *TPH* y *T80max* con una variación de 279 t/h (CV de 5%) y 1.183 micrones (CV de 14%), respectivamente.



Figura 3.11: Estimación de TPH y P80 empleando modelo sin restricciones en etapa SAG

3.2 Modelo de recuperación basado en cobre

Se utilizan 2.869 resultados de pruebas cinéticas realizadas, entre los años 2003 - 2011, empleando el protocolo de flotación de Geometalurgia. Cada flujo fue caracterizado por cobre, hierro y los concentrados parciales se colectaron a 1, 2, 5 y 12 min.

La Tabla 3.2 presenta la distribución del número de pruebas según su grado de molienda (%+100#Ty). Se debe notar que casi el 90% de los registros fueron realizados a X_{base} %+100#Ty razón por la cual se denominará "condición base".

% +100 #	Número de flotaciones cinéticas	
X _A	161	
X _B	102	
X _{base}	2.542	
X _C	64	
TOTAL	2.869	

 Tabla 3.2: Pruebas históricas con flotación cinética rougher y diferentes grados de molienda (%+100#Ty) entre 2003 – 2011.

3.2.1 Balance de resultados vía reconciliación de información en exceso

Como medida de la calidad del ensayo se compara el resultado del análisis químico de cabeza para hierro y cobre contra el respectivo valor de cabeza calculada⁴. En ambos casos (Figura 3.12) se obtiene una relación lineal con pendiente cercana a la unidad y un coeficiente de

 $^{^{4} (}Ley \ Cabeza \ Calculada) = 100 * \frac{(Masa \ Conc.)*(Ley \ Conc.)}{(Masa \ Conc.)*(Ley \ Conc.)+(Masa \ Relave)*(Ley \ Relave)} (\%)$

correlación superior al 99%. El análisis por hierro muestra mayor dispersión (CV promedio de 4,1%) en relación al cobre (CV promedio de 2,2%) y se detectan un par de muestras "anómalas".



Figura 3.12: Calidad de los resultados de flotación históricos (2003 - 2011)

Debido a los errores propios de la experimentación es común que el balance de masa de un componente en torno a un nodo no cuadre. Para distribuir los errores experimentales en la prueba de flotación cinética se implementa de manera numérica la metodología de "Reconciliación de información en exceso" propuesta por Wills & Napier-Munn (2006), la cual puede bosquejarse con el siguiente ejemplo para el balance de un componente arbitrario que se divide en dos flujos:

$$A - B - C = \Delta \tag{3.25}$$

$$\hat{A} - \hat{B} - \hat{C} = 0 \qquad \qquad 3.26$$

$$g = \delta A - \delta B - \delta C - \Delta \qquad 3.27$$

La idea es encontrar estimadores para A, B y C que satisfagan el balance másico para lo cual se construye la función de multiplicadores de Lagrange en base a la definida en la Ecuación 3.27:

$$S = \delta A^2 + \delta B^2 + \delta C^2 - 2 * \lambda * (\delta A - \delta B - \delta C - \Delta)$$
3.28

Tomando las derivadas parciales con respecto a \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} y λ se encuentran las expresiones para cada uno de los estimadores, las cuales satisfacen el balance de masas en torno al nodo:

$$\hat{A} = A - \Delta/3$$

$$\hat{B} = B + \Delta/3$$

$$\hat{C} = C + \Delta/3$$

3.29

Siguiendo el esquema propuesto se distribuyen de manera conjunta los errores de balance para masa, hierro y cobre en la prueba de flotación. El error cuadrático medio de balance se distribuye de manera log-normal y un análisis de los pares de variables (*medido, estimado*) permite eliminar un total de 18 registros con diferencias superiores a 3 desviaciones estándar (outliers). La Figura 3.13 presenta la distribución de los errores de balance para el total de registros (izquierda) y sin considerar valores anómalos (derecha).



Figura 3.13: Distribución de errores de balance. Izquierda: 2.869 registros incluyendo "outliers". Derecha: 2.851 registros, retirando 18 "outliers"

3.2.2 Ajuste de parámetros modelo de Klimpel

Empleando los registros de flotación ajustados con la metodología de "Reconciliación de información en exceso" se determinan los parámetros del modelo de Klimpel (R_{∞} , K_{MAX}) para representar el comportamiento cinético de cobre, hierro y masa en el concentrado de cada una de las 2.851 pruebas (sin considerar valores anómalos). Como se aprecia en la Figura 3.14 los menores errores de ajuste se consiguen al modelar la masa en el concentrado.



Figura 3.14: Distribución de errores de ajuste de parámetros para el modelo de Klimpel para cobre, hierro y masa en concentrado (2.851 registros)

En términos de los ensayos individuales, la Figura 3.15 muestra las pruebas con mínimo y máximo error de ajuste de parámetros para el caso del cobre. Claramente resultados de flotación donde la cinética no se aproxima de manera asintótica a un valor de recuperación "máxima" no pueden ser representados de manera adecuada por el modelo.



Figura 3.15: Calidad de ajuste del modelo de Klimpel para cinética de recuperación de cobre en muestras puntuales. Mínimo (izquierda) y máximo (derecha) error de ajuste de parámetros (sin considerar outliers)

La Figura 3.16 a la Figura 3.18 muestra la distribución de valores para los parámetros R_{∞} y K_{MAX} para cobre, hierro y masa en el concentrado, para 2.524 flotaciones realizadas a X_{base} %+100#Ty.



Figura 3.16: Distribución de valores para los parámetros del modelo de Klimpel (cobre)



Figura 3.17: Distribución de valores para los parámetros del modelo de Klimpel (hierro)



Figura 3.18: Distribución de valores para los parámetros del modelo de Klimpel (masa total en concentrado)

Al comparar R_{∞} y K_{MAX} del hierro en un gráfico de dispersión se aprecia cualitativamente que los valores de recuperación a tiempo infinito tienden a aumentar al incrementar el valor de la constante cinética. En el caso del cobre la media de recuperación es relativamente insensible a cambios en K_{MAX} y para la recuperación en peso muestra una leve tendencia a disminuir con el aumento de la cinética (Figura 3.19).



Figura 3.19: Gráfico de dispersión para constante cinética y recuperación a tiempo infinito. Hierro y Cobre (izquierda) y Peso en el concentrado (derecha)

En caso de las constantes cinéticas, hierro y cobre están relacionados linealmente pues están vinculados por la composición mineralógica de material reportado al concentrado. En el caso de calcopirita; hierro y cobre flotan a la misma velocidad y existen mezclas de minerales con cobre y ganga ferrosa que flotan de manera conjunta en distintas proporciones relativas. Para la recuperación en peso también se encuentra una relación lineal aunque más dispersa y menos dependiente de la cinética del cobre (Figura 3.20).



Figura 3.20: Relación entre constantes cinéticas del cobre, hierro y peso en concentrado

Al desagrupar los resultados de flotación rougher para R_{∞} y K_{MAX} en categorías geológicas para litología, alteración y zona mineralizada es posible encontrar agrupaciones estadísticamente diferenciadas usando el criterio del ANOVA de un factor y consideraciones geológicas. Estas agrupaciones permiten definir dominios de estimación para cada uno de los parámetros y delinear espacialmente el comportamiento metalúrgico del mineral. La Tabla 3.3 presenta la estadística básica de las agrupaciones por geología de la recuperación a tiempo infinito para el cobre.

A modo de ejemplo se presenta la distribución espacial de R_{∞} (*CuT*) en el rajo Escondida. Existe un marcado control geológico donde las zonas de Pórfido en QSC presentan los mayores valores de R_{∞} y Andesitas en SCC corresponden a zonas de bajo potencial de recuperación a tiempo infinito.

 Tabla 3.3: Estadística básica para agrupaciones geológicas de parámetro Rinfty(CuT)

Litología	$R_{\infty}(CuT)$	Número muestras
PFELD/BX/PQz	92,7	961
PFELD_TRD	90,0	203
AND	84,6	450

Donde: PFELD = Pórfido Feldespático, **BX** = Brechas, **PQz** = Pórfido Cuarcífero, **PFELD_TRD** = Pórfido Feldespático Tardío, **AND** = Andesita

Alteración	$R_{\infty}(CuT)$	Número muestras
QSC/CLOR/K	92,1	1357
SCC/BIOT/ARG	79,7	257

Donde: QSC = Cuarzo-Sericita-Arcillas, **CLOR** = Clorita, **K** = Potásica, **SCC** = Sericita-Clorita-Arcillas, **BIOT** = Biotítica, **ARG** = Argílico

Minzone	$R_{\infty}(CuT)$	Número muestras
HE	93,1	700
LE	88,9	602
PR	86,3	256
PLX/MX/LX/OX	81,9	56

Donde: HE = Alto enriquecido, **LE** = Bajo enriquecido, **PR** = Primario, **PLX** = Parcial lixiviado, **MX** = Mixtos, **LX** = Lixiviado, **OX** = Óxidos

La Figura 3.21 muestra la distribución espacial de las agrupaciones definidas para R_{∞} (*CuT*) en el rajo Escondida. En cada caso existe buena continuidad espacial en la vertical y en la horizontal de las agrupaciones.



Figura 3.21: Distribución espacial de resultados puntuales de Rinfty para el cobre en el rajo Escondida, agrupados por geológica y criterios estadísticos (ANOVA)

3.2.3 Parámetros de Klimpel en función del grado de molienda

Como se presentó en la Tabla 3.2 cerca del 90% de los ensayos son realizados a una granulometría X_{base} %+100#Ty (condición base). Para incorporar el efecto del grado de molienda se preserva la "condición base" como referencia y se construyen relaciones funcionales empleando el resto de los ensayos a X_A , X_B y X_C %+100#Ty. En este caso, solamente se cuenta con 64 registros con información completa para las cuatro granulometrías soportando cada modelo y por simplicidad se presentará el desarrollo del modelo para el cobre, siendo la implementación para hierro y masa en el concentrado análogas.

El supuesto fundamental para el caso de R_{∞} es que si un mineral tiene 100% de recuperación en la condición base entonces mantiene este valor para cualquier grado de molienda. Realizando un gráfico de dispersión para {100 – $R_{\infty}(X_{base}, CuT)$ } versus {100 – $R_{\infty}(X, CuT)$ } se encuentra una relación lineal entre la condición base y los diferentes grados de molienda. Adicionalmente, todas las curvas pueden modelarse con intercepto igual a cero, con buena calidad de ajuste, lo cual entrega antecedentes para sustentar el supuesto antes mencionado (Figura 3.22).



Figura 3.22: Recuperación a tiempo infinito (cobre) a diferentes grados de molienda en relación a la condición base (Ejes normalizados)

Una inspección de las gráficas de la Figura 3.22 muestra que la pendiente de la recta de ajuste se modifica con el grado de molienda, permitiendo escribir la siguiente expresión:

$$100 - R_{\infty}(X, CuT) = m(P80) * (100 - R_{\infty}(X_{base}, CuT))$$
3.30

Donde:

$R_{\infty}(X_{base}, CuT)$	=	Recuperación a tiempo infinito para el cobre a X_{base} %+100#Ty
$R_{\infty}(X, CuT)$	=	Recuperación a tiempo infinito para el cobre a X%+100#Ty
m(P80)	=	Pendiente de la recta en función del P80

Empleando la ecuación anterior se estiman los valores de $R_{\infty}(X, CuT)$ a X_A , X_B , X_{base} y X_C %+100#Ty para obtener una representación "suavizada" del sistema. Una inspección de la Figura 3.23 (izquierda) muestra la consistencia de los resultados donde, las muestras de granulometría más gruesa que la referencia tienen menores valores de R_{∞} y con una molienda más fina que la referencia es posible incrementar cada vez más el valor del parámetro. Una última

observación es que mientras mayor es el valor de $R_{\infty}(X_{base}, CuT)$ menor es el efecto del grado de molienda sobre el valor del parámetro.

Transformando los %+100#Ty en valores de *P*80 (micrones) es posible graficar el valor de recuperación a tiempo infinito para cada muestra, según se presenta en la Figura 3.23 (derecha) para las muestras identificadas como "5708", "5856" y "5805". En cada caso es posible modelar estas relaciones usando un polinomio cuadrático⁵ de la forma:

$$R_{\infty}(CuT) = a * P80^2 + b * P80 + c$$
 3.31

Donde $a = f_1(R_{\infty}(X_{base}, CuT)), b = f_2(R_{\infty}(X_{base}, CuT))$ y $c = f_3(R_{\infty}(X_{base}, CuT)).$



Figura 3.23: Relación de Rinfty modelado para el cobre a diferentes grados de molienda, expresado contra la condición base (izquierda) y en función del *P*80 (derecha) (Ejes fueron normalizados)

Combinando las Ecuaciones 3.30 y 3.31 es posible escribir una expresión general para la recuperación a tiempo infinito en función de la condición base y el grado de molienda:

$$100 - R_{\infty}(X, CuT) = (\mathbf{A} * P80^{2} + \mathbf{B} * P80 + \mathbf{C}) * (100 - R_{\infty}(X_{base}, CuT))$$
3.32

El ajuste de las constantes se realiza notando que existe una relación lineal entre los parámetros tal como se presenta en la Figura 3.24 (izquierda) para la estimación de A (notar que el eje de las ordenadas fue normalizado para proteger la confidencialidad de la información):

$$a = \mathbf{A} * (100 - R_{\infty}(X_{base}, CuT)) b = \mathbf{B} * (100 - R_{\infty}(X_{base}, CuT)) c = \mathbf{C} * (100 - R_{\infty}(X_{base}, CuT)) 3.33$$

⁵ Para desarrollos futuros se sugiere robustecer el ajuste incorporando flotaciones a grados de molienda en un rango más amplio de condiciones.

La Figura 3.24 (derecha) presenta la calidad de ajuste del modelo mostrando buena correlación y pendiente unitaria en relación a la información modelada desde la prueba de flotación.



Figura 3.24: Estimación del parámetro A de la Ecuación 3.32 (izquierda) y Calidad del ajuste del modelo (derecha) (Ejes normalizados)

Para el caso de la constante cinética, el proceso de modelación y ajuste de parámetros es análogo al presentado para la recuperación a tiempo infinito, con la excepción que cambia la expresión a calibrar. Al comparar $K_{MAX}(X, CuT)$ y $K_{MAX}(X_{base}, CuT)$ se encuentra una relación lineal con intercepto igual a cero (Figura 3.25). Esto implica que minerales que a X_{base} %+100#Ty (condición base) tienen una constante cinética de flotación igual a cero, no modificarán esta condición independiente del grado de molienda.





Figura 3.25: Relación de K_{MAX} para el cobre a diferentes grados de molienda (%+100#Ty) en relación a condición base (X_{base} %+100#Ty) (Ejes normalizados)

La ecuación que relaciona la condición base y el valor del parámetro a los diferentes grados de molienda es:

$$K_{MAX}(X, CuT) = m(P80) * K_{MAX}(X_{base}, CuT)$$
3.34

Donde:

$K_{MAX}(X_{base}, CuT)$	=	Constante cinética Klimpel para el cobre a <i>X</i> _{base} %+100#Ty
$K_{MAX}(X, CuT)$	=	Constante cinética Klimpel para el cobre a X%+100#Ty
m(P80)	=	Pendiente de la recta en función del P80

Observando las pendientes de las rectas en la Figura 3.26 (izquierda) es evidente que el valor de la cinética aumenta al disminuir el tamaño las partículas y que el efecto de la molienda es más pronunciado en minerales con mayores valores de $K_{MAX}(X_{base}, CuT)$. En la Figura 3.26 (derecha) se presenta la relación de $K_{MAX}(X, CuT)$ y *P*80 para las muestras "5685", "5732" y "5921", donde en todos los casos se obtiene una recta de la forma:

$$K_{MAX}(CuT) = d * P80 + e \tag{3.35}$$



Figura 3.26: Relación de *K_{MAX}* modelado para el cobre a diferentes grados de molienda. Expresado contra la condición base (izquierda) y en función del *P*80 (derecha) (Ejes normalizados)

A diferencia de la recuperación a tiempo infinito el valor de la constante cinética disminuye linealmente con el valor de *P*80, siendo la expresión general de la forma:

$$K_{MAX}(X, CuT) = (\boldsymbol{D} * P80 + \boldsymbol{E}) * K_{MAX}(X_{base}, CuT)$$
3.36

En relación al modelo de recuperación a tiempo infinito, en el caso de la constante cinética el coeficiente de correlación es menor y la pendiente se aleja de la unidad. La calidad de ajuste para el modelo de K_{MAX} en función del grado de molienda se presenta en la Figura 3.27, y el cálculo de los parámetros se realiza notando que:

$$d = \mathbf{D} * K_{MAX}(X_{base}, CuT)$$

$$e = \mathbf{E} * K_{MAX}(X_{base}, CuT)$$
3.37

Como resumen de esta sección se puede concluir que es posible estimar los pares $(R_{\infty}(X, CuT), K_{MAX}(X, CuT))$ en un punto del espacio conociendo $(R_{\infty}(X_{base}, CuT), K_{MAX}(X_{base}, CuT))$ y un conjunto de cinco constantes (A, B, C, D, E) independientes del tipo de mineral⁶:

$$R_{\infty}(X, CuT) = 100 - (\boldsymbol{A} * P80^{2} + \boldsymbol{B} * P80 + \boldsymbol{C}) * (100 - R_{\infty}(X_{base}, CuT))$$

$$K_{MAX}(X, CuT) = (\boldsymbol{D} * P80 + \boldsymbol{E}) * K_{MAX}(X_{base}, CuT)$$

3.38

⁶ La estimación de parámetros se realizó con 64 resultados, por lo tanto no hay respaldo suficiente para hacer un análisis por dominios o Unidades Geometalúrgicas (UGM). Sin embargo, incorporar mayor cantidad de información permitiría definir parámetros diferenciados por atributos geológicos.



Figura 3.27: Calidad de ajuste para el modelo de K_{MAX} en función del grado de molienda (Ejes normalizados)

3.2.4 Estimación volumétrica de los parámetros cinéticos

Los resultados de las pruebas cinéticas de flotación y los parámetros extraídos para la condición base se estiman volumétricamente empleando métodos geoestadísticos, en este caso por simplicidad se empleará el método de inverso del cuadrado de la distancia (Isaaks & Srivastava, 1989) donde la variable estimada se determina como:

$$\hat{v} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{v_i}{d_i^2}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{d_i^2}}$$
3.39

Donde:

- \hat{v} = Valor interpolado por inverso del cuadrado de la distancia
- v_i = Resultado "i" asociado a la variable "v"
- d_i = Distancia a la muestra "i"

Para este modelo preliminar solamente se estimaron las variables asociadas al cobre, por lo tanto no se empleará la información asociada a hierro y masa en el concentrado.

A continuación se describe la secuencia general de trabajo para construir y validar la estimación volumétrica de los parámetros ($R_{\infty}(X_{base}, CuT)$, $K_{MAX}(X_{base}, CuT)$):

1. Construir una base de datos con la información detallada en la Tabla 3.4:

Variable	Descripción
midx	Coordenada x del centro de masas de la muestra puntual
midy	Coordenada y del centro de masas de la muestra puntual
midz	Coordenada z del centro de masas de la muestra puntual
dhid	Identificación del collar del pozo
from	Inicio del tramo
to	Fin del tramo
psd	Granulometría condición base
rcut	Recuperación cinética de laboratorio al tiempo 12 min
rinfcu	Parámetro R_{∞} para el cobre (Klimpel)
kcut	Parámetro K_{MAX} para el cobre (Klimpel)

 Tabla 3.4: Estructura base de datos para estimación volumétrica de parámetros de flotaciones cinéticas, considerando cuatro concentrados parciales (2.851 registros).

- Empleando el programa comercial "Maptek Vulcan" se realiza la estimación volumétrica de las variables rcut, rinfcu y kcut empleando el método de inverso del cuadrado de la distancia. El equivalente de estas variables en el modelo de bloques es r_cut_est, r_inf_cut_est y kmax_cut_est.
- 3. En las zonas no estimadas se asignan promedios por combinatorias geológicas (litología, alteración y minzone) definidas con criterios estadísticos (ANOVA) y geológicos, imponiendo un criterio adicional de contar con al menos 20 muestras en cada grupo soportando el valor. Las correspondientes variables en el modelo de bloques son r_cut_glr, r_inf_cut_glr y kmax_cut_glr.
- 4. Se construyen las variables finales **r_cut**, **r_inf_cut** y **kmax_cut** usando el valor de la variable estimada por inverso del cuadrado de la distancia o el promedio por combinatoria geológica en el caso que el bloque no haya sido estimado.
- 5. Para verificar la consistencia de la estimación de los parámetros se crea la variable r_cut_chk donde se calcula el valor de la recuperación a 12 min usando las variables r_inf_cut y kmax_cut de cada bloque. El resultado de laboratorio re calculado se compara contra la estimación del dato medido (r_cut):

$$\delta = \mathbf{r}_{\mathbf{cut}} - \mathbf{r}_{\mathbf{inf}_{\mathbf{cut}}} * \left(1 - \left(\frac{1 - e^{-\mathbf{kmax}_{\mathbf{cut}} * 12}}{\mathbf{kmax}_{\mathbf{cut}} * 12} \right) \right)$$
3.40

La Figura 3.28 muestra una vista en planta de la distribución espacial de las variables **r_inf_cut** y **kmax_cut** para el caso del rajo Escondida (cota 2.835 msnm).


Figura 3.28: Vista en planta de la estimación de kmax_cut (izquierda) y r_inf_cut (derecha) para el rajo Escondida (cota 2.835 msnm) (Sin leyenda de colores por confidencialidad de la información)

En la misma secuencia de gráficos se muestra una vista en planta para la recuperación de la prueba recalculada a partir de los parámetros ($\mathbf{r}_c \mathbf{cut}_c \mathbf{hk}$) y la estimación del valor medido ($\mathbf{r}_c \mathbf{cut}$) también considerando el rajo Escondida (cota 2.835 msnm). Gráficamente se aprecia que el valor recalculado entrega recuperaciones ligeramente diferentes en relación a la estimación directa del resultado de laboratorio (Figura 3.29).



Figura 3.29: Vista en planta del cálculo de la flotación de laboratorio a partir de sus parámetros cinéticos: r_cut_chk (izquierda) y estimación del resultado medido en laboratorio a los 12 min: r_cut (derecha) para el rajo Escondida (cota 2.835msnm) (Sin leyenda de colores por confidencialidad de la información)

Al comparar ambas variables (**r_cut_chk**, **r_cut**) en un gráfico de dispersión (Figura 3.30) se observa buena correlación y un comportamiento sin sesgo (pendiente unitaria), con una desviación estándar de los residuos de 1,6 puntos porcentuales (Ecuación 3.37). Estos antecedentes muestran que si bien existen zonas locales de sobre o subestimación en relación a la interpolación de los resultados medidos, en términos generales el modelo empleando constantes cinéticas permite reproducir de manera adecuada el ensayo de laboratorio.

En desarrollos posteriores será necesario investigar técnicas de estimación alternativas (*kriging*) que permitan capturar de mejor forma la existencia de dominios y tendencias espaciales (variografía) de los datos permitiendo mejorar la correlación entre ambos conjuntos de información. En particular, se deben investigar las propiedades de "aditividad" de los parámetros (K_{MAX}, R_{∞}) y el efecto del cambio de soporte al pasar desde resultados puntuales a estimaciones volumétricas.



Figura 3.30: Gráfica de dispersión para r_cut_chk versus r_cut, para el modelo de bloques del rajo Escondida

Como resumen de esta sección se puede concluir que es posible estimar volumétricamente el comportamiento cinético de la prueba de flotación a partir de las estimaciones de los parámetros del modelo de Klimpel ($R_{\infty}(30, CuT)$), $K_{MAX}(30, CuT)$).

3.2.5 Modelo de proceso para recuperación final

Para modelar la recuperación industrial (a nivel de cada bloque) se emplea la metodología que representa al banco de flotación rougher como *N* mezcladores continuos en serie perfectamente agitados. Para dar cuenta del cambio en el valor de la constante cinética al pasar de laboratorio a planta se introduce un factor de corrección ($\gamma < 1$) para K_{MAX} y se considera que el efecto de la etapa de flotación de limpieza-scavenger puede modelarse como una constante (θ_C).

$$R_{Final} = R_{\infty} * \left(1 - \frac{1 - (1 + \gamma * K_{MAX} * \tau)^{1 - N}}{\gamma * K_{MAX} * \tau * (N - 1)} \right) * \theta_{C}$$
3.41

En el caso de Laguna Seca, la expresión para el tiempo de residencia de los sólidos en una celda es (entre otros factores) función del *TPH*, lo cual sumado a que los parámetros de R_{∞} y K_{MAX} dependen del grado de molienda permite relacionar conminución y flotación, siendo los principales factores que gobiernan la respuesta metalúrgica del sistema:

$$\tau = \frac{n_b * \epsilon * V_{CELL} * \delta * \rho_{PULPA} * C_P}{TPH}$$
3.42

Donde:

n_b	=	Número de bancos en paralelo (adimensional)
ε	=	Corrección por volumen mecanismo y hold-up de gas (adimensional)
V _{CELL}	=	Volumen nominal de una celda (m ³)
δ	=	Corrección por disponibilidad de celdas (adimensional)
C_P	=	Concentración de sólidos en peso (adimensional)
$ ho_{PULPA}$	=	Densidad de la pulpa (t/m ³)

Finalmente la densidad de la pulpa depende de la densidad del sólido a nivel de cada bloque (ρ_{SOLIDO} , t/m³), variable que se encuentra estimada en el modelo de recursos:

$$\rho_{PULPA} = \frac{\rho_{SOLIDO}}{C_P + \rho_{SOLIDO} * (1 - C_P)}$$
3.43

3.2.6 Modelo de ley de cobre en concentrado

Las ecuaciones de balance que permiten estimar la ley de concentrado final son:

$$R_{Rougher} = 100 * \left(\frac{g_2}{g_1}\right) * \left(\frac{g_1 - g_3}{g_2 - g_3}\right)$$
3.44

$$g_2 = \left(\frac{G_1}{G_2}\right) * (g_1 - g_3) + g_3$$
 3.45

$$g_{12} = g_2 * \theta_C * \left(\frac{G_{12}}{G_2}\right)$$
3.46

Donde:

g_2	=	Ley de cobre en concentrado rougher (%)
g_1	=	Ley de cobre en la alimentación rougher (%)
g_3	=	Ley de cobre en relave rougher (%)
G_1	=	Flujo de mineral alimentado a la etapa rougher (t/h)
G_2	=	Flujo de mineral concentrado etapa rougher (t/h)
G_{12}/G_2	=	Razón de concentración en peso etapa limpieza-scavenger

Para resolver el conjunto de ecuaciones es necesario encontrar expresiones para las razones de concentración másica de las etapas rougher (G_1/G_2) y de limpieza-scavenger (G_2/G_{12}) . Es posible realizar un balance general de la Concentradora Laguna Seca para obtener las expresiones de concentración en peso requeridas, dado que existe la práctica de realizar muestreos mensuales a los flujos de: alimentación rougher, cola rougher, cola final, cola scavenger y concentrado final.

Tomando información de 53 muestreos mensuales se resolvió de manera conjunta el balance de masa, hierro y cobre para Laguna Seca empleando métodos numéricos. La metodología de balance empleada es la expuesta por Johnson & Morrison (expuesta en Greet, 2010) y considera en primer lugar resolver el balance global del sistema y posteriormente realizar el balance para cada uno de los bloques o nodos. El resultado es el valor de flujo, hierro y cobre en los flujos principales mostrados en la Figura 3.31.



Figura 3.31: Diagrama de bloques de la Concentradora de Laguna Seca

El valor de (G_1/G_2) calculado muestra un rango de variación estrecho (CV 4,8%), por lo tanto se puede considerar, en primera instancia, que el factor de concentración en peso es constante e independiente de las características del mineral alimentado (Figura 3.32)



Figura 3.32: Serie de tiempo para (G_1/G_2) . Balance de muestreos mensuales para un periodo de cuatro años (Eje vertical normalizado)

Conocido (G_1/G_2) se despeja el valor de la ley del relave y concentrado rougher. Como se muestra en la Figura 3.33 el supuesto de concentración en peso constante permite estimar la ley de cobre en ambos flujos con un coeficiente de correlación superior al 90%.

$$(g_3)_1 = \left(\frac{G_1}{G_2}\right)_0 * g_1 * \frac{1 - Rec_{ro}/100}{\left(\frac{G_1}{G_2}\right)_0 - 1}$$
3.47

$$(g_2)_1 = \left(\frac{G_1}{G_2}\right)_0 * (g_1 - (g_3)_1) + (g_3)_1$$
3.48



Figura 3.33: Relación entre leyes medidas y estimadas (primera iteración) para relave y concentrado rougher (Ejes verticales y horizontales normalizados)

Producto de lo anterior se dispone de una estimación de la ley de cobre en el concentrado rougher que se compara contra la relación (G_1/G_2) de balance encontrándose una relación de tipo potencial entre ambas variables, con un coeficiente de correlación superior al 90% (Figura 3.34). El objetivo de encontrar esta relación es levantar el supuesto de concentración en peso constante impuesto en la primera iteración.

Manteniendo el resto de las variables constantes, un aumento en la ley de alimentación se traduce en mayor masa de cobre reportada al concentrado, incrementándose por consiguiente el flujo de concentrado rougher. Sin embargo, este aumento no puede ser ilimitado pues mientras más partículas de mena existan en el sistema, la máquina de flotación perderá eficiencia en recuperarlas. El argumento anterior justifica introducir una expresión del tipo potencial para capturar el efecto descrito:

$$G_1/G_2 = A * (g_2)_1^{-B}$$
 3.49



Figura 3.34: Gráfico de dispersión para (G_1/G_2) versus ley de concentrado rougher estimada (Eje vertical y horizontal normalizados)

Con la expresión para la razón de concentración en peso se determinan nuevos valores para la ley de cobre en concentrado y relave rougher. Como se presenta en la Figura 3.35, mejora la calidad del modelo y se corrige el ligero sesgo inicial de la ley de cobre en el concentrado rougher.

$$(g_3)_2 = A * (g_2)_1^{-B} * g_1 * \frac{1 - Rec_{ro}/100}{A * (g_2)_1^{-B} - 1}$$
3.50

$$(g_2)_2 = A * (g_2)_1^{-B} * (g_1 - (g_3)_2) + (g_3)_2$$
3.51

Finalmente, graficando la ley de concentrado rougher estimada $\{(g_2)_2\}$ contra la razón de concentración en peso de la etapa de limpieza-scavenger (G_{12}/G_2) se encuentra nuevamente una relación potencial entre ambas variables (Figura 3.36). De este modo la expresión para la Ley de Concentrado Final es:

$$g_{12} = (g_2)_2 * \theta_C * D * (g_2)_2^{-E}$$
3.52



Figura 3.35: Relación entre leyes medidas y estimadas (segunda iteración) para relave y concentrado rougher (Ejes verticales y horizontales normalizados)



Figura 3.36: Gráfico de dispersión para (G_{12}/G_2) versus ley de concentrado final estimada (Eje vertical y horizontal normalizados)

Capítulo 4 Calidad predictiva de la modelación y ejemplo de aplicación

En el capítulo anterior se presentaron los componentes del modelo integrado basado en cobre y la metodología general para su implementación. En el presente capítulo se presenta la calidad predictiva de cada modelo y un ejemplo de aplicación del mismo. Si bien es cierto se ha enfatizado el concepto de "Modelo Integrado" donde, por ejemplo, se impone un tonelaje a procesar (conocidos los índices de molienda) y se simula la respuesta de ese mineral a lo largo del circuito para obtener de manera conjunta recuperación y ley de concentrado final, el desarrollo es en estricto sentido "modular" pudiendo emplearse los modelos de forma independiente en función de la aplicación (Figura 4.1).



Figura 4.1: Diagrama de bloques del Modelo Integrado (superior) y empleo de cada componente en forma Modular (inferior)

Se deben tener algunas precauciones al emplear el modelo en su forma "modular" dado que puede entregar valores simulados no acordes con la realidad de la operación. Por ejemplo, empleando el módulo de Flotación Rougher es posible fijar un valor de *P*80 (digamos en 150 micrones) para posteriormente aumentar el valor de *TPH* de manera independiente, esto provocará una baja en la recuperación exclusivamente por disminución del tiempo de residencia de los sólidos en el sistema. En la práctica, esto solo es posible en un rango estrecho de valores pues un aumento marcado del flujo procesado se traducirá en un engrosamiento del mineral a flotación y por lo tanto, la pérdida en recuperación responderá a dos efectos: Granulometría y tiempo de residencia de los sólidos. Estos fenómenos son correctamente incorporados al emplear el modelo en su forma "integrada".

Para cuantificar la calidad del ajuste en relación a la información oficial reportada para Laguna Seca se empleará el error cuadrático medio cuya expresión es:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (f_i^{EXP} - f_i^{SIM})^2}{N - 1}}$$
4.1

4.1 Metodología de evaluación

Los modelos descritos permiten obtener la distribución espacial de los atributos de interés pero no su temporalidad. Es decir, se requiere de una secuencia de extracción para poder evaluar el rendimiento metalúrgico del mineral en el proceso. Para la realización de esta etapa se requieren dos fuentes de información:

- Un plan minero compuesto por diferentes volúmenes que serán explotados y alimentados a la planta, en una secuencia determinada en los diferentes periodos. Estos volúmenes se denominan "sólidos" y puede corresponder al material contenido en una expansión o en unos cuantos bancos (Figura 4.2).
- El Modelo de Bloques de Recursos, evaluado a diferentes leyes de corte para las variables consideradas en este estudio, identificando qué material será destinado para flotación.

La integración de estas dos fuentes de información permite cubicar el material que se destinará a planta y los correspondientes valores de *TPH*, recuperación y ley de concentrado final en cada periodo, dependiendo de la proporción en la que participa cada sólido (Figura 4.3).



Figura 4.2: Sólidos correspondientes a seis expansiones de un Plan Minero

Rajo	Periodo Re						Rec Sólido						
Sólido Mensual	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	 	М	Mensual
1													Rec(1,*)
2													Rec(2,*)
3													Rec(3,*)
4													Rec(4,*)
5													Rec(5,*)
6													Rec(6,*)
Ν													Rec(N,*)
Rec Periodo	Rec(*,1)	Rec(*,2)	Rec(*,3)	Rec(*,4)	Rec(*,5)	Rec(*,6)	Rec(*,7)	Rec(*,8)	Rec(*,9)	Rec(*,10)	 	Rec(*,M)	

Figura 4.3: Secuencia de alimentación de sólidos mensuales

4.2 Modelo de recuperación

Margina

La Figura 4.4 presenta la serie de tiempo para la recuperación planta en un periodo de 7 años. Para efectos de calibración del parámetro γ que modifica a la constante cinética, se empleó información para un periodo de 2,4 años y desde esa fecha en adelante corresponde a la predicción del modelo. El error cuadrático medio para todo el periodo en relación a la información oficial de planta es 2 puntos porcentuales de recuperación (CV promedio de 2% para el periodo completo y para los meses predichos).



Figura 4.4: Serie de tiempo para la recuperación oficial de Laguna Seca y Modelo de Recuperación, mostrando periodo de calibración de K_{MAX} y predicción (Eje vertical fue normalizado)

Para evaluar la consistencia general del modelo se simula su respuesta frente a cambios en algunas variables de interés. Las variables que mayor impacto tienen, *ceteris paribus*, en la recuperación son: La granulometría, el factor de corrección de la constante cinética y el número de bancos en paralelo (Figura 4.5).



Figura 4.5: Respuesta del Modelo de Recuperación frente a cambios en las variables P80 (micrones), corrección de cinética (gamma) y número de bancos en paralelo (n_b) (Eje vertical fue normalizado)

Variables de menor impacto corresponden al número de celdas en serie del banco, *TPH* y concentración de sólidos en peso (Figura 4.6). Puede llamar la atención que *TPH* se encuentre en esta categoría, pero como se discutió anteriormente esto ocurre pues la simulación asume *P*80 constante al modificar el flujo procesado lo cual no es posible de obtener en la mayoría de las situaciones prácticas.



Figura 4.6: Respuesta del Modelo de Recuperación frente a cambios en número de celdas (N), Flujo alimentado (*TPH*) y concentración en peso (C_P) (Eje vertical fue normalizado)

4.3 Modelo de ley de concentrado final

El modelo de ley de concentrado final fue calibrado con información de muestreos mensuales para un periodo de 4,5 años, fuera de ese periodo corresponde a predicción del modelo (Figura 4.7), siendo el error cuadrático medio, para todo el periodo, de 2 puntos porcentuales de ley de cobre en concentrado final (CV promedio de 6% para todo el periodo y 8% para los meses predichos).



Figura 4.7: Serie de tiempo para la ley de cobre en concentrado oficial de Laguna Seca y modelo respectivo, mostrando periodo de calibración y predicción (Eje vertical fue normalizado)

4.4 Modelo integrado

Las evaluaciones de la calidad de ajuste fueron realizadas considerando los modelos de forma independiente (modular). Para simular la respuesta del sistema con el Modelo Integrado se emplea la información de *TPH* alimentado a Laguna Seca especificado en el Modelo de Recursos vigente. Al evaluar en la secuencia de sólidos extraídos para un periodo de 7 años se obtiene un flujo alimentado con un error cuadrático medio de 266 t/h (CV promedio de 5%) en relación al *TPH* oficialmente reportado resultado planta (Figura 4.8).

Definida la secuencia minera y el valor de *TPH* de cada bloque se simula la respuesta del proceso (también a nivel del bloques) para posteriormente realizar la cubicación de bloques alimentados y obtener las series de tiempo que representan el desempeño metalúrgico. Los errores cuadráticos medios son 13 micrones para *P*80 (CV promedio de 6%), 2 puntos porcentuales para recuperación (CV promedio de 2%) y ley de concentrado final (CV promedio de 6%). En el caso del *T*80*max* no existe información planta de manera mensual y solamente se cuenta con un valor referencial desde muestreos esporádicos del molino SAG. El modelo integrado entrega en promedio un valor 6% menor para *T*80*max* durante el periodo considerado.

Desde la Figura 4.9 a la Figura 4.12 se presenta la respuesta del Modelo Integrado en relación a la información de planta.



Figura 4.8: Tonelaje alimentado a Laguna Seca (Eje vertical fue normalizado)



Figura 4.9: Tamaño de transferencia SAG/Bolas para Laguna Seca (Eje vertical fue normalizado)



Figura 4.10: Tamaño alimentación a flotación para Laguna Seca (Eje vertical fue normalizado)



Figura 4.11: Recuperación para Laguna Seca (Eje vertical fue normalizado)



Figura 4.12: Ley de cobre en concentrado para Laguna Seca (Eje vertical fue normalizado)

Los resultados anteriores muestran que dada la naturaleza fenomenológica del modelo en su forma integrada es posible simular de manera insesgada y con buena precisión la respuesta del mineral en las etapas de molienda y flotación, conociendo los parámetros geometalúrgicos del mineral (a nivel de bloques) y la secuencia de volúmenes de alimentación a planta. Adicionalmente, permite complementar los análisis realizados con el modelo geometalúrgico vigente dado que es posible cuantificar la respuesta del sistema frente a modificaciones en relación a una configuración base.

Suazo *et al.* (2010, 2013) colectan información semanal de producción, de la faena Collahuasi, para el periodo Enero 2008 a Abril 2009. Las variables medidas incluyen flujo procesado, *P*80 por línea de molienda, ley de cobre alimentado y distribución de tamaños de partículas al circuito de flotación. Los autores reportan un error relativo promedio de 1,8% para la modelación del circuito de flotación en base semanal. En relación al modelo de capacidad de tratamiento de la misma faena, Alruiz *et al.* (2009) reporta un error relativo promedio del 5,2% para el periodo Enero a Diciembre de 2008. El modelo integrado propuesto entrega estimaciones de la misma magnitud que las reportadas, pero en base mensual. Por lo tanto, al simular

intervalos de tiempo menores (semana) la calidad predictiva necesariamente disminuye. Por tal motivo, se considera que su uso es apropiado para fines de planificación considerando horizontes de tiempo mensual, trimestral o anual.

4.5 Aplicación del modelo integrado

Para concluir este capítulo se presenta una aplicación clásica que corresponde a encontrar las relaciones *TPH*, *P*80, recuperación y ley de concentrado final (Figura 4.13). Esto se consigue imponiendo un tonelaje a procesar, el cual en esta simulación se modificó entre un 50% y 150% en relación al *TPH* base de cada bloque. Como es de esperar, un aumento el *TPH* se traduce en un engrosamiento del mineral alimentado a flotación y menores tiempos de residencia de los sólidos que deterioran la recuperación en planta.

Al examinar el rendimiento de la etapa de molienda se observa que un aumento del *TPH* procesado en la molienda primaria se traduce en mayores valores de *T*80*max*, lo cual indica que la potencia instalada en el SAG es insuficiente para mantener el grado de molienda del mineral. Este mismo fenómeno se observa en la molienda secundaria, donde un mayor flujo y tamaño de transferencia se traducen en un aumento en el valor P80, véase Figura 4.14 (izquierda).

Finalmente, la relación recuperación y ley de concentrado final muestra que ésta última variable es relativamente insensible a cambios en el *TPH*, pero aumenta al incrementarse la recuperación, véase Figura 4.14 (derecha). Este resultado es consistente con los supuestos del modelo, pero conceptualmente contradictorio, pues se espera que una baja de recuperación esté acompañada de un aumento en la selectividad del sistema y en consecuencia se verifique un aumento de la ley de concentrado (Wills & Napier-Munn, 2006). Las razones de concentración en peso para la etapa rougher (G_1/G_2) y de limpieza-scavenger (G_{12}/G_2) independientes del grado de molienda y tiempo de residencia de los sólidos en el sistema muestran ser los responsables de este resultado, restringiendo la aplicación del presente modelo a una vecindad de las condiciones operacionales actuales.

En términos generales, la recuperación en peso de la etapa rougher debe seguir una expresión análoga a la indicada en la Ecuación 3.38:

$$R_{wt} = R_{\infty,wt} * \left(1 - \frac{1 - \left(1 + \gamma' * K_{MAX,wt} * \tau\right)^{1 - N}}{\gamma' * K_{MAX,wt} * \tau * (N - 1)} \right)$$
4.2

Donde:

 R_{wt} = Recuperación en peso banco rougher (%) γ' = Factor de corrección constante cinética (adimensional) $K_{MAX,wt}$ = Constante cinética para la recuperación en peso (min⁻¹)

Empleando la Ecuación 4.2 es posible escribir la relación de concentración en peso (G_1/G_2) de la etapa rougher como:

$$\frac{G_1}{G_2} = \frac{TPH}{TPH * R_{wt}} = \left[R_{\infty,wt} * \left(1 - \frac{1 - \left(1 + \gamma' * K_{MAX,wt} * \tau\right)^{1 - N}}{\gamma' * K_{MAX,wt} * \tau * (N - 1)} \right) \right]^{-1}$$
4.3

Por lo tanto, la razón (G_1/G_2) depende del P80 de alimentación, del tiempo de residencia de los sólidos, y de las características de flotación $(R_{\infty,wt}, K_{MAX,wt})$ del bloque alimentado.

Si bien los resultados generales son consistentes se debe tener cuidado al realizar este tipo de simulaciones pues existen restricciones físicas que limitan el valor que pueden tomar algunas variables. Por ejemplo, la capacidad hidráulica del sistema limita superiormente el flujo alimentado.



Figura 4.13: Simulación de curva TPH, P80 y recuperación empleando el Modelo Integrado (Ejes verticales y horizontal normalizados)



Figura 4.14: Gráficas de dispersión para *P*80 versus *T*80*max* (izquierda) y recuperación versus ley de concentrado final (derecha) (Ejes verticales y horizontal normalizados)

Capítulo 5 Modelo integrado basado en especies minerales

Como se ha mencionado en capítulos anteriores el rendimiento de la flotación es consecuencia directa de las características del mineral. Butcher enfatiza este concepto citando que (Greet, 2010):

"La flotación no se trata de celdas de flotación. Se trata de minerales. Liberar los minerales correctos en el lugar adecuado, con el mínimo de energía en la molienda. Preparando las superficies para la máxima selectividad de la mena en relación a la ganga..."

Por lo tanto, un enfoque holístico para representar el comportamiento del sistema debe estar basado en especies minerales en lugar de elementos metálicos tales como cobre o hierro. A pesar de que este enfoque es deseable, Woods cita un problema fundamental que desalienta las intenciones de seguir esta ruta (Greet, 2010):

"El comportamiento de las mezclas minerales no puede ser predicha de manera adecuada a partir del comportamiento de especies minerales puras debido a la interacción mineral-mineral"

La sentencia anterior se ilustra ajustando el modelo de Klimpel a los resultados por especie mineral de 50 ensayos de flotación MFT para determinar el valor de la constante cinética K_{MAX} (Figura 5.1). El caso más evidente lo constituye la pirita (FeS₂) que muestra un amplio rango de valores para K_{MAX} a pesar de tratarse un mineral de composición química y hábito cristalino específico. Las diferencias en el comportamiento metalúrgico de la pirita se explican por la textura que forma con otros minerales y a las interacciones fisicoquímicas mineral/mineral y mineral/solución. Modelar dichas interacciones requiere un acabado entendimiento del sistema e información con calidad y cobertura espacial suficiente, lo cual puede resultar en un costo elevado que eventualmente hará impracticable su implementación.



Figura 5.1: Distribución de probabilidad para K_{MAX} estimados, para sulfuros agrupados, pirita y ganga no sulfurada, a partir de resultados de flotación MFT

Para abordar la modelación basada en especies minerales se propone un enfoque de balance de masas por cada componente en muestras distribuidas espacialmente. Esto permite evitar el problema de entender las interacciones mineral-mineral, y se traspasa a conocer la distribución espacial de los atributos (K_{MAX} , R_{∞}) que definen la cinética de flotación de cada mineral. En último término, los parámetros del modelo de Klimpel permiten dar cuenta de la complejidad de las interacciones de cada mineral con su entorno.

Para el caso de Minera Escondida, es posible representar su mineralogía considerando seis componentes: Calcopirita (cpy), calcocina (cc), covelina (cv), pirita (py), clorita/biotita (chl/bt) y ganga no sulfurada (NSG). Empleando la técnica de Extracción Parcial se determina la composición mineral (Mineralogía Normativa) de alimentación a la prueba de flotación y siguiendo una metodología análoga a la definida en el Modelo Integrado basado en cobre se obtienen los valores de (K_{MAX} , R_{∞}) para cada componente, los cuales son estimados volumétricamente empleando técnicas geoestadísticas, para finalmente aplicar los modelos de proceso correspondientes. La respuesta global del sistema será la suma ponderada de las respuestas individuales:

$$R_{Rougher} = \sum_{j} w_j * R_j * Q_j$$
 5.1

$$\sum_{j} w_{j} = 1$$
5.2

$$R_{j} = \boldsymbol{R}_{\infty,j}(\boldsymbol{P}_{80}) * \left(1 - \frac{1 - \left(1 + \gamma_{j} * \boldsymbol{K}_{MAX,j}(\boldsymbol{P}_{80}) * \tau(TPH)\right)^{1 - N}}{\gamma_{j} * \boldsymbol{K}_{MAX,j}(\boldsymbol{P}_{80}) * \tau(TPH) * (N - 1)}\right)$$
5.3

Donde:

$R_{\infty,j}(P_{80})$	=	Recuperación a tiempo infinito mineral "j" en función del <i>P</i> 80 (micrones)
$K_{MAX,j}(P_{80})$	=	Constante cinética mineral "j" en función del P80 (micrones)
γ_j	=	Factor de escalamiento mineral "j" en modelo integrado
w _j	=	Fracción en peso mineral "j"

La Figura 5.2 presenta un diagrama de bloques con la implementación general de un modelo basado en mineralogía.



Figura 5.2: Diagrama de bloques para la implementación de un modelo basado en mineralogía

Para determinar el comportamiento de cada especie mineral es necesario modelar la prueba de laboratorio empleando una metodología de balance de masa en torno a cada tiempo de flotación. La Figura 5.3 muestra el diagrama de flujos que representa a una prueba de flotación rougher cinética realizada colectando cuatro concentrados parciales.



Figura 5.3: Diagrama de flujos para representar una prueba de flotación rougher cinética, a cuatro concentrados parciales.

La composición mineral del flujo de alimentación se determina conociendo la masa total cargada a la prueba de flotación y la Mineralogía Normativa de la muestra:

$$\widehat{m}_{1,k} = m_{1,k} = G_1 * \frac{g_{1,k}}{100}$$
5.4

Donde:

$\widehat{m}_{1,k}$	=	Masa modelada de la especie "k" en flujo de alimentación (g)
$m_{1,k}$	=	Masa observada de la especie "k" en flujo de alimentación (g)
G_1	=	Masa total alimentada a la prueba de flotación (g)
$g_{1,k}$	=	Composición en peso de especie "k" en flujo de alimentación (%)

Dado que el proceso de flotación corresponde a una separación física de los minerales presentes en la alimentación, es sencillo escribir el balance de masa por especie mineral en torno a cada tiempo de flotación o nodo. La Tabla 5.1 presenta el balance de masa para la especie "k" en cada nodo, considerando un ensayo realizado a cuatro concentrados parciales. Donde $\hat{m}_{n,k}$ corresponde a la masa en gramos de la especie "k" en el flujo "n" de acuerdo al diagrama de la Figura 5.3.

Tabla 5.1: Balance de masa para la especie	e "k" en cada tiempo), para una prueba do	e flotación rougher
realizada a cu	uatro concentrados	parciales.	

Tiempo flotación (nodo)	Balance especie "k" en torno al nodo
Ι	$\widehat{m}_{1,k} - \widehat{m}_{2,k} - \widehat{m}_{3,k} = 0$
II	$\widehat{m}_{3,k} - \widehat{m}_{4,k} - \widehat{m}_{5,k} = 0$
III	$\widehat{m}_{5,k} - \widehat{m}_{6,k} - \widehat{m}_{7,k} = 0$
IV	$\hat{m}_{7,k} - \hat{m}_{8,k} - \hat{m}_{9,k} = 0$

Para resolver el balance de masa de cada especie mineral se asume que todas las cinéticas son modelables por la ecuación de Klimpel para flotación en laboratorio:

$$R_k(t_h) = R_{\infty,k} * \left(1 - \frac{(1 - e^{-K_{MAX,k} * t_h})}{K_{MAX,k} * t_h} \right)$$
5.5

Donde:

$R_k(t_h)$	=	Recuperación de la especie "k" al tiempo "t _h " (%)
$R_{\infty,k}$	=	Recuperación a tiempo infinito para la especie "k" (%)
K _{MAX,k}	=	Constante cinética de Klimpel para la especie "k" (min ⁻¹)
t _h	=	Tiempo de flotación en laboratorio (min)

Empleando la Ecuación 5.5 es posible escribir expresiones para la composición mineral en cada uno de los flujos. Por ejemplo, la Tabla 5.2 presenta el cálculo de la especie mineral "k" en los flujos de concentrado y relave para el primer tiempo de flotación:

Flujo	Masa especie "k" (g)	Masa total (g)
Concentrado 1	$\widehat{m}_{2,k} = R_k(t_1) * m_{1,k}$	$\widehat{G}_2 = \sum_k \widehat{m}_{2,k}$
Relave 1	$\widehat{m}_{3,k} = (1 - R_k(t_1)) * m_{1,k}$	$\widehat{G}_3 = \sum_k \widehat{m}_{3,k}$

Tabla 5.2: Cálculo de la composición mineral en torno al primer nodo

Como resultado de la prueba de flotación en laboratorio se conoce la masa total de los flujos de alimentación, concentrados parciales y relave final. Además, cada una de las corrientes mencionadas es caracterizada químicamente para determinar su contenido de hierro y cobre. Empleando los supuestos anteriores es posible modelar los resultados de la prueba de laboratorio y compararlos contra los datos medidos para obtener estimaciones de ($K_{MAX,k}$, $R_{\infty,k}$) resolviendo el problema de optimización siguiente:

$$SSQ = \sum_{j} \left\{ \left(\frac{G_j - \hat{G}_j}{\sigma_G} \right)^2 + \left(\frac{m_{CuT,j} - \hat{m}_{CuT,j}}{\sigma_{m_{CuT}}} \right)^2 + \left(\frac{m_{FeT,j} - \hat{m}_{FeT,j}}{\sigma_{m_{FeT}}} \right)^2 \right\}$$
5.6

Donde:

SSQ	=	Suma ponderada de las diferencias cuadráticas de los flujos
σ_X	=	Peso o desviación estándar de la variable "X" (g)
G_j	=	Masa total medida en flujo "j" (g)
\hat{G}_{j}	=	Masa total modelada en flujo "j" (g)
m _{CuT,j}	=	Masa de cobre medida en flujo "j" (g)
$\widehat{m}_{CuT,j}$	=	Masa de cobre modelada en flujo "j" (g)
m _{FeT,j}	=	Masa de hierro medida en flujo "j" (g)
$\widehat{m}_{FeT,j}$	=	Masa de hierro modelada en flujo "j" (g)

Las expresiones para cada uno de los resultados de laboratorio, medidos y modelados, se detallan desde la Tabla 5.3 hasta la Tabla 5.5.

Eluio	Deceminatión		Masa (g)
riujo	Descripcion	Medido	Modelado
1	Alimentación	G1	$\widehat{G}_1 = \sum_k m_{1,k}$
2	Conc. 1	G ₂	$\widehat{G}_2 = \sum_k R_k(t_1) * m_{1,k}$
4	Conc. 2	G_4	$\hat{G}_4 = \sum_k (1 - R_k(t_1)) * R_k(t_2) * m_{1,k}$
6	Conc. 3	G ₆	$\widehat{G}_{6} = \sum_{k} \left(\prod_{h=1}^{2} (1 - R_{k}(t_{h})) \right) * R_{k}(t_{3}) * m_{1,k}$
8	Conc. 4	G ₈	$\widehat{G}_{8} = \sum_{k} \left(\prod_{h=1}^{3} (1 - R_{k}(t_{h})) \right) * R_{k}(t_{4}) * m_{1,k}$
9	Relave Global	G ₉	$\hat{G}_{9} = \sum_{k} \left(\prod_{h=1}^{4} (1 - R_{k}(t_{h})) \right) * m_{1,k}$

 Tabla 5.3: Expresiones para la masa total (medida y modelada) en los flujos de alimentación, concentrados parciales y relave de una prueba de flotación rougher cinética

Tabla 5.4: Expresiones para la masa de cobre (medida y modelada) en los flujos de alimentación,concentrados parciales y relave de una prueba de flotación rougher cinética. Donde Q_k corresponde al aporte
de cobre de la especie mineral "k"

Fluio	Deceminaián	Cobre (g)				
riujo	Descripcion	Medido	Modelado			
1	Alimentación	$G_1 * \frac{CuT_1}{100}$	$\widehat{m}_{CuT,1} = \sum_{k} m_{1,k} * Q_k$			
2	Conc. 1	$G_2 * \frac{CuT_2}{100}$	$\widehat{m}_{CuT,2} = \sum_{k} R_k(t_1) * m_{1,k} * Q_k$			
4	Conc. 2	$G_4 * \frac{CuT_4}{100}$	$\widehat{m}_{CuT,4} = \sum_{k} (1 - R_{k(t_1)}) * R_k(t_2) * m_{1,k} * Q_k$			
6	Conc. 3	$G_6 * \frac{CuT_6}{100}$	$\widehat{m}_{CuT,6} = \sum_{k} \left(\prod_{h=1}^{2} (1 - R_{k}(t_{h})) \right) * R_{k}(t_{3}) * m_{1,k} * Q_{k}$			
8	Conc. 4	$G_8 * \frac{CuT_8}{100}$	$\widehat{m}_{CuT,8} = \sum_{k} \left(\prod_{h=1}^{3} (1 - R_{k}(t_{h})) \right) * R_{k}(t_{4}) * m_{1,k} * Q_{k}$			
9	Relave Global	$G_9 * \frac{CuT_9}{100}$	$\widehat{m}_{CuT,9} = \sum_{k} \left(\prod_{h=1}^{4} (1 - R_{k}(t_{h})) \right) * m_{1,k} * Q_{k}$			

Tabla 5.5: Expresiones para la masa de hierro (medida y modelada) en los flujos de alimentación, concentrados parciales y relave de una prueba de flotación rougher cinética. Donde F_k corresponde al aporte de hierro de la especie mineral "k"

Flujo	Descripción	Hierro (g)	
		Medido	Modelado
1	Alimentación	$G_1 * \frac{FeT_1}{100}$	$\widehat{m}_{FeT,1} = \sum_{k} m_{1,k} * F_{k}$
2	Conc. 1	$G_2 * \frac{FeT_2}{100}$	$\widehat{m}_{FeT,2} = \sum_{k} R_k(t_1) * m_{1,k} * F_k$
4	Conc. 2	$G_4 * \frac{FeT_4}{100}$	$\widehat{m}_{FeT,4} = \sum_{k} (1 - R_{k(t_1)}) * R_k(t_2) * m_{1,k} * F_k$
6	Conc. 3	$G_6 * \frac{FeT_6}{100}$	$\widehat{m}_{FeT,6} = \sum_{k} \left(\prod_{h=1}^{2} (1 - R_{k}(t_{h})) \right) * R_{k}(t_{3}) * m_{1,k} * F_{k}$
8	Conc. 4	$G_8 * \frac{FeT_8}{100}$	$\widehat{m}_{FeT,8} = \sum_{k} \left(\prod_{h=1}^{3} (1 - R_{k}(t_{h})) \right) * R_{k}(t_{4}) * m_{1,k} * F_{k}$
9	Relave Global	$G_9 * \frac{FeT_9}{100}$	$\widehat{m}_{FeT,9} = \sum_{k} \left(\prod_{h=1}^{4} (1 - R_k(t_h)) \right) * m_{1,k} * F_k$

Para probar la consistencia de la metodología expuesta se realizó un ajuste de parámetros para 178 flotaciones cinéticas, efectuadas con protocolo de la Superintendencia de Geometalurgia, a cinco concentrados parciales, y con composición mineralógica conocida.

La Figura 5.4 muestra la distribución de probabilidad para el error de ajuste de parámetros.



Figura 5.4: Distribución de probabilidad para el error de ajuste de parámetros (*K_{MAX}*, *Rinfty*) para cada especie mineral. Se consideran 178 flotaciones de laboratorio con cinéticas a cinco tiempos

La Figura 5.5 y la Figura 5.6 presentan las curvas cinéticas por especie mineral y las respectivas estimaciones de masa, hierro y cobre en el concentrado, comparadas contra los datos medidos para la muestra con el mínimo error de estimación de parámetros. La modelación, considerando la suma ponderada de las respuestas individuales de cada mineral, permite representar de manera adecuada al sistema de flotación en laboratorio de manera aceptable incluso en la prueba con mayor error de ajuste.



Figura 5.5: Curvas cinéticas por especie mineral (izquierda) y estimación de la masa en concentrado (derecha) a partir de la cinética de las especies individuales (Registro con menor error de ajuste)



Figura 5.6: Estimación de la masa de cobre (izquierda) y hierro (derecha) en concentrado a partir de la cinética de las especies individuales (Registro con menor error de ajuste)

La Figura 5.7 y la Figura 5.8 presentan las curvas cinéticas por especie mineral y las respectivas estimaciones de masa, hierro y cobre en el concentrado, comparadas contra los datos medidos para la muestra con el mayor error de estimación de parámetros. A diferencia de los resultados anteriores en este caso prácticamente no hay recuperación de pirita, calcosina y covelina presentan recuperaciones menores al 50% y se verifica una fuerte recuperación de clorita/biotita hacia el concentrado.



Figura 5.7: Curvas cinéticas por especie mineral (izquierda) y estimación de la masa en concentrado (derecha) a partir de la cinética de las especies individuales (Registro con mayor error de ajuste)



Figura 5.8: Estimación de la masa de cobre (izquierda) y hierro (derecha) en concentrado a partir de la cinética de las especies individuales (Registro con mayor error de ajuste)

Finalmente, la Figura 5.9 presenta la distribución de valores para los parámetros del modelo de Klimpel (178 pruebas con cinética a cinco tiempos). Se observa que las constantes cinéticas para pirita, para calcopirita y calcosina obtienen los mayores valores promedio. Clorita/biotita y NSG presentan valores de K_{MAX} comparables a covelina pero con distribuciones con un fuerte sesgo hacia cinéticas bajas. En el caso de R_{∞} calcopirita presenta el mayor potencial de recuperación, seguido de calcosina, pirita (con valores similares) y finalmente covelina. En el caso de clorita/biotita presenta potenciales de recuperación medios y la ganga sulfurada es claramente rechazada hacia el relave en esta etapa del proceso con R_{∞} promedio del orden del 10%.



Figura 5.9: Gráficas de cajas y bigotes mostrando la distribución de valores para los parámetros del modelo de Klimpel (178 pruebas con cinética a cinco tiempos)

Capítulo 6 Conclusiones

Se han desarrollado modelos, fenomenológicos y en estado estacionario, para representar de manera conjunta los fenómenos de molienda, flotación rougher y ley de cobre en concentrado. A partir de la modelación base, se bosqueja la metodología general para el posterior desarrollo de un modelo integrado basado en mineralogía.

Se propone un método alternativo de calibración y resolución del actual modelo de consumo específico de energía que permite obtener simulaciones para el tamaño de transferencia SAG / Bolas (T80max) y del producto alimentado a la flotación rougher. La diferencia del T80max simulado y el de referencia es de un -6%, en tanto para la simulación del *P*80 se encuentra un error cuadrático medio de 13 micrones (CV promedio de 6%) para un periodo de siete años.

Usando la información histórica disponible, para pruebas de flotación a cuatro concentrados parciales, fue posible determinar los parámetros cinéticos de modelo de Klimpel, los cuales son la base de la modelación y capturan el comportamiento de las mezclas minerales en el proceso. Las evidencias de un marcado control geológico de estos atributos ratifican que la distribución espacial de los mismos es resultado de los fenómenos mineralizadores que dieron origen al yacimiento.

Se desarrolla una metodología para encontrar correlaciones entre los parámetros cinéticos (K_{MAX}, R_{∞}) y la granulometría de la prueba (*P*80), tomando como condición base los valores estimados desde muestras flotadas a X_{base} %+100#Ty. La modelación muestra que minerales con valores bajos de R_{∞} (en la condición base) responden en mayor medida a una disminución de la granulometría, en relación a muestras con valores de R_{∞} (en la condición base) cercanos al 100%. En el caso de la constante cinética K_{MAX} , muestras con valores cercanos a cero (en la condición base) prácticamente no modifican su respuesta frente una disminución del valor de *P*80, el cual si beneficia la cinética de mezclas minerales con valores altos de K_{MAX} .

La estimación volumétrica, empleando métodos geoestadísticos, de los parámetros cinéticos (K_{MAX} , R_{∞}) permite reproducir la estimación espacial de los resultados de flotación medidos en laboratorio, sin sesgo y con un coeficiente de correlación del 96%. Se concluye que es posible estimar espacialmente los resultados de la prueba de flotación empleando solamente los parámetros de la curva de recuperación acumulada.

Se desarrolla e implementa un modelo basado en fenómenos para la recuperación de cobre en la etapa rougher. El modelo emplea como información de entrada *TPH*, densidad, K_{MAX} y R_{∞} estimados en cada bloque. Para dar cuenta del cambio en la constante cinética al pasar desde una condición de laboratorio a la operación industrial se introduce un factor de corrección de K_{MAX} . La calibración del parámetro de escalamiento se efectúo minimizando el error cuadrático medio entre la recuperación final informada para Laguna Seca y la evaluación del Modelo de Bloques con los sólidos de cierre mes para un lapso de tiempo de dos años y medio. El error cuadrático medio para el periodo completo es de 2 puntos porcentuales de recuperación (CV promedio de 2%). Finalmente, el análisis de sensibilidad del modelo de recuperación final mostró que el grado de molienda y la velocidad de flotación (K_{MAX}) son las variables que más afectan la recuperación acumulada del sistema. Realizando un balance de masas por bloques de la Concentradora Laguna Seca, usando la información de cincuenta y tres muestreos mensuales, se definió e implementó un modelo de ley de cobre en concentrado basado en ecuaciones de balance y relaciones empíricas entre la ley de concentrado rougher y las razones de concentración en peso de la etapa rougher y de limpiezascavenger. El error cuadrático medio para el periodo completo es de 2 puntos porcentuales de ley de cobre en concentrado (CV promedio de 6%). A pesar del buen grado de ajuste del modelo, el supuesto de que las razones de concentración en peso no dependan del tiempo de residencia de los sólidos en el sistema, no permite obtener la clásica relación inversa entre ley de cobre en concentrado y recuperación. Se concluye que el modelo es aplicable en una vecindad de las condiciones operacionales actuales, pero debe modificarse a uno de tipo cinético, al igual que el modelo para recuperación de cobre, para obtener la respuesta fenomenológica adecuada.

La implementación del Modelo Integrado permitió simular de manera consistente la respuesta del sistema molienda/flotación frente a cambios en el tonelaje de entrada. Los productos de molienda primaria y secundaria aumentan de tamaño al incrementar el *TPH*, y la recuperación final disminuye en respuesta al menor tiempo de residencia de los sólidos en las celdas y el deterioro de la cinética por efectos granulométricos. El modelo descrito entrega resultados comparables a los reportados en la literatura para la modelación del circuito de molienda y flotación de la faena minera Doña Inés de Collahuasi y la calidad predictiva permite su uso en un horizonte de planificación mensual, trimestral o anual.

Se desarrolla una metodología para la implementación de un modelo integrado basado en la composición mineralógica del material alimentado al proceso. El comportamiento cinético de cada componente se deduce a partir de la Mineralogía Normativa y los resultados de flotación (a concentrados parciales) de muestras puntuales distribuidas espacialmente. El supuesto fundamental es que es posible modelar el comportamiento metalúrgico del mineral como la suma ponderada de las respuestas individuales. El ajuste de parámetros por especie mineral para un conjunto de 178 flotaciones, realizadas colectando cinco concentrados parciales, entrega evidencias contundentes que validan los supuestos del enfoque propuesto. En el caso de las constantes cinéticas de flotación los minerales sulfurados (pirita, calcopirita, calcosina y covelina) presentan los mayores valores, en relación a la ganga formada por clorita/biotita y no sulfurada. Finalmente, la recuperación promedio a tiempo infinito de cada mineral se distribuye de mayor a menor como calcopirita > calcosina > pirita > covelina > clorita/biotita >> NSG.

El presente trabajo muestra que es posible determinar los atributos metalúrgicos claves que definen el comportamiento del mineral en el proceso, empleando la información que se genera durante el ciclo anual de actualización del modelo Geometalúrgico. Dado que este enfoque no requiere un cambio mayor en la forma de hacer las cosas, tiene un alto potencial de ser desarrollado e implementado como una herramienta adicional de trabajo, y complementaria al modelo vigente al interior de la Compañía.

Como conclusiones finales, recalcar que el envejecimiento paulatino de los yacimientos, disminución de las leyes y aumento de los costos, puede traducirse en pérdida de competitividad para cualquier compañía minera y por lo tanto se requieren herramientas adecuadas para asegurar la efectividad operacional futura. En este contexto la capacidad de simular diferentes escenarios de producción en función de las características intrínsecas del mineral agrega valor a los procesos de planificación y evaluación de proyectos asociados a concentradora.

6.1 Trabajos futuros

El presente trabajo cimienta las bases para la implementación de un modelo de carácter fenomenológico basado en especies minerales. Sin embargo, pretende ser solo una "prueba de concepto" requiriéndose del trabajo adicional siguiente:

- a) Robustecer y formalizar los métodos numéricos para la estimación de parámetros cinéticos del modelo integrado basado en mineralogía. Este trabajo busca asegurar que el problema de optimización se encuentre correctamente planteado y la solución corresponda a un valor extremo global en lugar de local.
- b) Desarrollar una metodología para la interpolación geostadística de los parámetros cinéticos, de cada componente, en un modelo de bloques.
- c) Implementar el muestreo mensual de los flujos de concentrado y relave de las primeras celdas del banco de flotación rougher para determinar la cinética de flotación por especie mineral a escala industrial. Este desarrollo permitirá dar respaldo robusto a los factores de escalamiento de la constante cinética.
- d) Incorporar información de muestras puntuales realizadas a granulometrías inferiores a 150 micrones para interpolar el comportamiento del mineral en dicho rango. Conocer el rendimiento metalúrgico en granulometrías similares a las encontradas en el circuito de limpieza-scavenger es la base para el desarrollo de un modelo basado en fenómenos para esta etapa del proceso.
- e) Modificar el modelo de ley de cobre en concentrado propuesto por uno de tipo cinético, considerando la recuperación en peso de la prueba de flotación de laboratorio. Este cambio permitirá construir relaciones recuperación versus ley de concentrado final en un amplio rango de condiciones operacionales.

Capítulo 7 Bibliografía

- [1] AHMADI R., SHAHSAVARI SH. (2009). Procedure for determination of ball Bond work index in the commercial operations. Technical Note. Minerals Engineering 22. Pages 104–106.
- [2] ALRUIZ O., et al. (2009). A novel approach to the geometallurgical modelling of the Collahuasi grinding circuit. Minerals Engineering 22 (2009) 1060–1067.
- [3] AMELUNXEN P., et al. (2014). The implications of the froth recovery at the laboratory scale. Minerals Engineering.
- [4] AMELUNXEN P., et al. (2014). The SAG grindability index test, Minerals Engineering 55, Pages 42-51.
- [5] BULLED D., MCINNES C. (2005). Flotation Plant Design and Production Planning Through Geometallurgical Modelling. SGS MINERALS SERVICES TECHNICAL BULLETIN 2005-3.
- [6] DELGADO C. (2013). Evaluación de un cambio tecnológico para el procesamiento de minerales de alta dureza. Tesis para optar al grado de Magister en Gestión y Dirección de Empresas. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Departamento de Ingeniería Industrial. Universidad de Chile.
- [7] DOBBY G.S., SAVASSI O.N. (2005). An Advanced Modeling Technique for Scale-up of Batch Flotation Results to Plant Metallurgical Performance. SGS MINERAL SERVICES. TECHNICAL PAPER 2005-09.
- [8] GREET C.J. (2010). Flotation Plant Optimisation: A Metallurgical Guide to Identifying and Solving Problems in Flotation Plants. Australasian Institute of Mining and Metallurgy. 210pp.
- [9] ISAAKS E. H., SRIVASTAVA R.M., R. (1989). An Introduction to Applied Geostatistics. Oxford University Press.
- [10] KRACHT W., VALLEBOUNA G., CASALI A. (2005). Rate constant modelling for batch flotation, as a function of gas dispersion properties. Minerals Engineering 18. pp 1067-1076.
- [11] LAMBERG, P. (2011). Particles the bridge between geology and metallurgy. Conference in minerals engineering: Luleå, 8-9 february 2011. Luleå: Luleå tekniska universitet.
- [12] LEVENSPIEL O. (1999). Chemical Reaction Engineering. 3a ed. John Wiley & Sons. 668 p.
- [13] MCKEN A., WILLIAMS S. (2005). An Overview of the Small-scale Tests Available to Characterize Ore Grindability for Design Purposes. SGS MINERALS TECHNICAL BULLETIN 2005-06.
- [14] PARKINSON G.A., BHAPPU R. B. (1995). The Sequential Copper Analysis Method-Geological, Mineralogical, And Metallurgical Implications, SME Annual Meeting, SME, Denver, CO, USA, March 6-9, 1995.
- [15] POLAT, M. CHANDER, S. (2000). First-order flotation kinetics models and methods for estimation of the true distribution of flotation rate constants. Int. J. Miner. Process. 58. 145–166.
- [16] PREECE R., GILLIGAN J., WILLIAMS M. (1999) Use of Partial Extraction Copper Analysis to Determine Copper Sulfide Mineralogy at the Escondida Norte Project, II Region, Chile, SME Annual Meeting, SME, Denver, CO, USA, 1999, 157.

- [17] PREECE R.K. (2006). Use of point samples to estimate the spatial distribution of hardness in the Escondida porphyry copper deposit, Chile. Proceedings of SAG 2006. Vancouver. pp. 391-410.
- [18] STARKEY J. (1997). Getting more out of your drill core. Annual General Meeting of the CIM, Vancouver, B.C.
- [19] SUAZO C. J., et al. (2010). Geometallurgical Modeling of the Collahuasi Flotation Circuit. Minerals Engineering 23, pp. 137-142.
- [20] SUAZO C. J., et al. (2013). Geometallurgical Modeling of Flotation for Short-Mid and Long Term Mining Planning. En: Proceedings of Copper 2013, pp. 93-111.
- [21] TURNER-SAAD, G. (2010). Vision for a risk adverse integrated geometallurgy framework. SGS MINERALS SERVICES. TECHNICAL BULLETIN 2010-01.
- [22] VELIZ W., (2004), Relación espacio-temporal del sistema pórfido cuprífero y epitermal en el yacimiento Escondida, Provincia de Antofagasta, Segunda Región, Chile. Tesis para optar al grado de Magíster en Geología Económica, Mención Exploración. Facultad de Ingeniería y Ciencias Geológicas, Departamento de Geología. Universidad Católica del Norte.
- [23] WALTERS S., KOJOVIC T. (2006). Geometallurgical mapping and mine modeling (GeMIII), the way of the future. Proceedings of SAG 2006. Vancouver. pp. 411-425.
- [24] WILLS B.A., NAPIER-MUNN T.J. (2006). Wills' Mineral Processing Technology (Seventh Edition) Oxford Butterworth-Heinemann.
- [25] YIANATOS J., et al. (2006). Characterization of large size flotation cells. Minerals Engineering 19, Issues 6–8, May–July 2006, Pages 531-538
- [26] YIANATOS J., et al. (2010). A novel scale-up approach for mechanical flotation cells. Minerals Engineering 23. pp. 877-884.
- [27] YIANATOS J., HENRIQUEZ F.D. (2006). Short-cut method for flotation rates modelling of industrial flotation banks. Minerals Engineering 23, pp. 1336-1340.