



UNIVERSIDAD DE CHILE

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

# MODELAMIENTO DINÁMICO DEL PROCESO DE TORNEADO INCORPORANDO LOS EFECTOS DE PROCESS DAMPING

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO

**MATÍAS EDGARDO SIMÓN CLASING VILLANUEVA**

PROFESOR GUÍA:  
VIVIANA MERUANE NARANJO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
AQUILES SEPÚLVEDA OSSES  
JAMES MARCUS GRIFFIN

SANTIAGO DE CHILE

2015

**RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL  
TÍTULO DE:**

Ingeniero Civil Mecánico

**POR:** Matías Edgardo Simón Clasing Villanueva

**FECHA:** 24/09/2015

**PROFESOR GUÍA:** Viviana Meruane

**MODELAMIENTO DINÁMICO DEL PROCESO DE TORNEADO INCORPORANDO  
LOS EFECTOS DE PROCESS DAMPING**

La aplicación de la dinámica estructural en la manufactura tradicional (torneado, fresado, entre otros...) ha permitido predecir la ocurrencia de vibraciones catastróficas o *chatter* en la herramienta durante un proceso de corte. Esto posibilita mejorar los parámetros de corte de manera de incrementar la tasa de remoción de material (MRR) sin que dañe a la herramienta o a la pieza trabajada.

El *Process Damping* corresponde al amortiguamiento que se agrega al sistema debido a las fuerzas de fricción que se generan en la interacción entre una de las caras de la herramienta y la superficie ondulada de la pieza de trabajo. Este amortiguamiento permite aumentar la estabilidad durante el proceso de corte a bajas velocidades. El objetivo del presente trabajo es incorporar este fenómeno a modelos numéricos de un proceso de torneado a través de parámetros de la herramienta y condiciones de operación dadas (velocidad de corte y profundidad de corte).

En la primera parte de este reporte se presentan las bases teóricas para los dos modelos dinámicos desarrollados: la simulación de las vibraciones y fuerzas de corte en el dominio temporal; y un modelo en el dominio de frecuencias que permita la obtención de los diagramas de estabilidad. La principal contribución del trabajo corresponde a la incorporación de *Process Damping* a los dos modelos dinámicos desarrollados para el proceso de torneado. El método usado se basó en la energía disipada durante el corte, donde los dos factores más importantes para la modelación de *Process Damping* fueron el coeficiente de indentación y la identificación del área de penetración durante el proceso de corte.

Se realizó un análisis de sensibilidad del fenómeno de *Process Damping* ante distintas condiciones de operación y propiedades del material y herramienta. Luego, se analizó los dos modelos para tres tests declarados desde la literatura. Por último, se estudió que las simulaciones en el dominio temporal se complementarían con el diagrama de estabilidad generado por la simulación en el dominio de frecuencias. Para cada test se analizaron los diagramas de estabilidad obtenidos, y los gráficos de desplazamiento de la herramienta y fuerzas de corte para casos específicos, donde se observó gráficamente la influencia de la fuerza de *Damping* en el corte. Entre el Test #1 y Test #2 se identificó el efecto del radio de punta de la herramienta en el diagrama de estabilidad, y entre el Test #3 y los otros dos Tests se analizó la diferencia del efecto de *Process Damping* entre el aluminio y el acero, respectivamente.

Finalmente, a partir de los resultados exhibidos se validaron los dos modelos dinámicos propuestos que incluyen los efectos del *Process Damping* en el torneado, permitiendo predecir las zonas de estabilidad a bajas velocidades de corte para condiciones de operación dadas.

El presente trabajo de investigación se realizó en el Centro de Manufactura Avanzada de la Universidad de Sheffield, en el grupo de *Machining Dynamics* del área de proyectos tecnológicos.

# Agradecimientos

---

En esta etapa que se cierra de mi vida, quiero empezar agradeciéndole a mi familia: Mama, Viejo, e Isi, son fundamentales en mi vida, y agradezco todos los días que estén bien y que sean mi familia, donde gran parte de las cosas que he cumplido en mi vida es porque siempre han estado ahí apoyándome en todo sentido. Gracias Isi, por siempre ser la voz de la razón y la madurez para mí (esta memoria tiene mucho mérito en ti☺), gracias viejo, por guiarme (a veces chantamente) en el camino de la ingeniería y ser mi eterno solucionador de problemas, y mami gracias por siempre estar apoyándome unilateralmente ante todo, ser mi primer y último soporte, y estar siempre acompañándome a mí y mi hermana (mi deuda contigo será un % muuuuy alto en el futuro!). Gracias a mis abuelitos, por su inmenso cariño sureño valdiviano, siendo un pilar fundamental en mi vida y mis escapadas al sur. Por último, a mis padrinos tío Guido y tía Lucy, ustedes saben que son muy importantes para mí, y su apoyo siempre ha sido muy significativo para mí.

Agradezco a la gran cantidad de amistades que la vida universitaria me ha brindado, me siento muy agradecido por toda la buena onda que he recibido durante mi estadía en la Universidad de Chile. Empezar por la que considero mi segunda familia, Vicho, Garo y FEÑAAA, su lealtad y amistad significa mucho para mí, y siento que las experiencias que hemos vivido juntos durante nuestro viaje a Inglaterra nos mantendrán unidos siempre. A todos los que me han acompañado desde el inicio de la Universidad, con mención a los gemelos Chisko y Gustavo, Javier, y Aníbal, por ser los que apañan siempre independiente de cualquier cosa, además mencionar a los rompe-discotecas y aladaños por todo lo vivido durante estos 7 años. Muchas gracias Conny, por los tres muy bonitos años junto a ti, me enseñaste mucho y siempre recordaré los lindos momentos vividos contigo. A todo el departamento de mecánica en general, que desde el 2011 siempre me ha sorprendido y dado nuevas amistades cada año, con una mención gigante a los miembros del gran CEIMEC 2013, a los mecánicos del 2011 y a todos los funcionarios, Maricarmen, Sole y Don Ricardo son lo mejor del depto. Agregar a los cabros del colegio, que siguen hasta hoy con todo el aguante, Dieguito y Roy, los mejores amigos y partners de estadio, siempre hubo tiempo para alentar al Bulla y realizar sus juntas de cachos. Finalmente, no podía faltar el agradecimiento a cada uno de los monitores de Difusión (ustedes hicieron que la U siguiera siendo entretenida estos últimos años), y a la Pili y la Mane, que son lo mejor de la Universidad, no hay personas con más cariño por los estudiantes que ustedes, y para terminar, a ti Diana, por acompañarme mucho durante este último año, darme tu cariño y aguantarme en mis lloriqueos de viejón, linda eres la mejor.

Por último agradecer a todos mis profesores que a lo largo de mi carrera, que me han guiado de diferentes maneras a este punto de mi vida. Mención a varios profesores de mecánica por su cercanía y su aguante cuando los hinchaba este último par de años. Gracias a los miembros de mi comisión: Aquiles Sepúlveda, por bancarnos a los 4 para la ida a Inglaterra, y corregirme muy pacientemente mi pésima redacción; Viviana Meruane, por ser la mejor docente de la facultad, y siempre tener voluntad para ayudar a sus estudiantes; y James Griffin, por darme la oportunidad de cumplir un sueño, y por su convicción y creencia en 4 estudiantes para que se pudieran desarrollar mejor, profesor me permitió abrir los ojos hacia mi futuro.

Agradezco al Bulla, la Universidad de Chile, por entregarme emociones y alegrías que me permitían muchas veces salir de la monotonía del estudio, y por esa muestra de fútbol perfecto durante el glorioso año 2011.

Gracias a todos los que alguna vez han sido parte de mi vida, y de alguna forma y otra, han sido parte de mi crecimiento hasta aquí. ¡¡¡¡¡Muchas Gracias!!!

# Tabla de Contenido

---

1	Introducción.....	1
1.1	Antecedentes Generales.....	1
1.1.1	Mecánica de los Procesos de Manufactura.....	2
1.1.2	Modelo de Fuerzas .....	3
1.1.3	Dinámica en la Manufactura .....	5
1.2	Motivación.....	7
1.3	Objetivos.....	8
1.3.1	Objetivo Principal.....	8
1.3.2	Objetivos Específicos .....	8
2	Antecedentes.....	9
2.1	Análisis Dinámico en el Proceso de Corte.....	9
2.1.1	Dinámica en el Corte .....	9
2.2	Mecánica del Torneado.....	10
2.2.1	Descripción del Proceso .....	10
2.2.2	Vibraciones Regenerativas en el Torneado .....	12
2.2.3	Curvas de Estabilidad y FRF en un Proceso de Corte.....	15
2.3	Teoría del <i>Process Damping</i> .....	18
2.3.1	Factor de <i>Process Damping</i> .....	21
2.4	Modelo de Energía.....	23
2.4.1	Energía Disipada por el Coeficiente de <i>Process Damping</i> .....	23
2.4.2	Energía Disipada por la Interacción Pieza – Herramienta.....	24
3	Modelo de Torneado.....	26
3.1	Modelo en el Dominio del Tiempo.....	26
3.1.1	Metodología.....	27
3.1.2	Función de Área de Indentación.....	28
3.1.3	Análisis de las Vibraciones Regenerativas .....	36
3.2	Modelo en el Dominio de Frecuencias .....	38
3.2.1	Metodología.....	38
3.2.2	Función de Área de Indentación – Dominio de Frecuencias.....	39

3.2.3	Factor de <i>Process Damping</i> .....	41
3.2.4	Iteración sobre el Diagrama de Estabilidad.....	41
4	Resultados.....	43
4.1	Análisis del Factor de <i>Process Damping</i> .....	44
4.1.1	Estudio de la Función del Área de Indentación.....	44
4.1.2	Estudio del Comportamiento del Factor de <i>Process Damping</i> .....	47
4.2	Resultados de las Simulaciones.....	52
4.2.1	Simulaciones en el Dominio de Frecuencias.....	52
4.2.2	Simulaciones en el Dominio del Tiempo.....	57
4.2.3	Comparación entre Modelos.....	78
5	Análisis de Resultados.....	81
5.1	Análisis de Sensibilidad al Factor de <i>Process Damping</i> .....	81
5.2	Modelo en el Dominio de Frecuencia.....	82
5.3	Modelo en el Dominio Temporal.....	82
5.4	Comparación entre Modelos y su Complementación.....	83
6	Conclusiones.....	84
7	Bibliografía.....	85
	Anexos.....	86
	Anexo A: Códigos de Matlab.....	86
A.1	Simulación en el Dominio Temporal con <i>Process Damping</i> – Modelo de Torneado.....	86
A.2	Simulación en el Dominio de Frecuencias con <i>Process Damping</i> – Modelo de Torneado.....	93
A.3	Área de Indentación – Enfoque en el Dominio Temporal.....	98
A.4	Área de Indentación – Enfoque en el Dominio de Frecuencias.....	101
A.5	Factor de <i>Process Damping</i> .....	103

## Índice de Tablas

---

Tabla 2.1. Coeficientes de fuerza de corte representativos para materiales de trabajo. ....	12
Tabla 2.2. Coeficientes de indentación $K_d$ obtenidos de la literatura .....	20
Tabla 3.1. Valor de los ponderadores para calcular el ángulo de penetración dependiendo del material .....	30
Tabla 4.1. Condiciones de herramienta y propiedades modales para las simulaciones .....	43
Tabla 4.2. Coeficientes de indentación $K_d$ obtenidos de la literatura .....	43
Tabla 4.3. Límites de estabilidad de la profundidad de corte para los casos analizados.....	44
Tabla 4.4. Condiciones de prueba para ejemplo del cálculo del área de indentación. ....	44
Tabla 4.5. Variación de parámetros para estudio del área de indentación. ....	45
Tabla 4.6. Condiciones base para el estudio del comportamiento del factor de Process Damping. ....	47
Tabla 4.7. Variación de parámetros para estudio del factor de Process Damping. ....	48
Tabla 4.8. Límites de estabilidad de la profundidad de corte para los casos analizados.....	52
Tabla 4.9. Casos de Estudio para Test #1.....	58
Tabla 4.10. Casos de Estudio para Test #2.....	65
Tabla 4.11. Casos de Estudio para Test #3.....	69

# Índice de Figuras

---

Figura 1.1: Esquema de un proceso de corte ortogonal.....	2
Figura 1.2: Esquema de fuerzas en un corte ortogonal.....	3
Figura 1.3: Diagrama geométrico de la mecánica de un proceso de corte ortogonal.....	4
Figura 1.4: Diagrama de estudio dinámico.....	6
Figura 2.1: Esquema de herramienta de corte como un sistema con resorte y amortiguamiento. ..	9
Figura 2.2: Esquema ilustrativo de dinámica de la fuerza y desplazamiento durante un proceso de corte. ....	10
Figura 2.3: Esquema ilustrativo de un proceso de torneado básico. ....	11
Figura 2.4: (a) Vista principal y (b) lateral para un corte ortogonal en torneado. ....	11
Figura 2.5: (a) Superficies generadas bajo condiciones con y sin chatter. (b) Vibraciones de herramienta sin chatter (c) Vibraciones de herramienta en presencia de chatter.....	13
Figura 2.6: Proceso de corte ortogonal regenerativo modelado como un sistema un grado de libertad. ....	14
Figura 2.7: Diagrama representativo de fuerza de avance unitaria y vibraciones de la herramienta (tanto previa como actual revolución) para determinar límite de estabilidad.....	16
Figura 2.8: Ejemplo de diagrama de estabilidad (SLD) para un proceso de torneado. ....	17
Figura 2.9: Ejemplo de un diagrama de estabilidad (SLD) generado para un proceso de torneado. ....	18
Figura 2.10: Esquema demostrativo para la propuesta del fenómeno de Process Damping. ....	19
Figura 2.11: Esquema de corte en un proceso de torneado. ....	20
Figura 2.12: Curva de estabilidad (SLD) para un proceso de fresado con zona de Process Damping ....	21
Figura 2.13: Diagrama de estabilidad absoluto con la incorporación de Process Damping. ....	22
Figura 3.1: Metodología que sigue la modelación en el dominio del tiempo ....	27
Figura 3.2: Representación gráfica del área de indentación (en rojo), definida a partir del punto de contacto A. ....	29
Figura 3.3: Representación gráfica de la consideración de la primera indentación (área trazada) entre la herramienta (delimitado en rojo) y la superficie de la pieza (delimitado en azul). ...	29
Figura 3.4: Representación gráfica de la parametrización de la punta de la herramienta. ....	31
Figura 3.5: Representación gráfica de la parametrización del flanco de la herramienta. ....	32
Figura 3.6: Muestra de un $x_{wave}$ guardado para una iteración $i$ .....	33
Figura 3.7: (a) Muestra de comparación entre la superficie obtenida de la iteración, y la generada para el cálculo del área de indentación y (b) muestra del zoom en la imagen (a). ....	34
Figura 3.8: (a) Interacción simulada entre la herramienta (rojo) y la superficie modelada (en morado), y (b) con el área de indentación pintada en color rojo oscuro.....	35

Figura 3.9: Resta entre ambas parametrizaciones realizadas. Corresponde a una muestra gráfica de la diferencia dividida entre las zonas caracterizadas de la parametrización.....	36
Figura 3.10: Muestra de las vibraciones regenerativas de la influencia de hasta 3 revoluciones anteriores.....	37
Figura 3.11: Metodología que sigue la modelación en el dominio de frecuencias .....	38
Figura 3.12: Interacción pieza – herramienta para un periodo de onda T, definido por $\omega_c$ y la amplitud A. Cada línea roja corresponde a una parametrización de una herramienta a un diferente tiempo t. ....	40
Figura 4.1: Área de indentación para una sola oscilación de superficie para las condiciones dadas en la Tabla 4.4.....	45
Figura 4.2: Gráfico para el área de indentación en función de los parámetros de la herramienta en (a) 2D y (b) 3D.....	46
Figura 4.3: Gráfico del área de indentación con respecto a la amplitud y a la velocidad de corte en (a) 2D y (b) 3D.....	46
Figura 4.4. Factor de Process Damping (Nm/s) dependiendo de la velocidad de corte y de la profundidad de corte en (a) 3D y (b) 2D. ....	49
Figura 4.5. Muestra del aumento porcentual de damping al sistema para el mismo caso en 3D ..	49
Figura 4.6: Factor de Process Damping (Nm/s) en función de los parámetros de la herramienta en (a) 3D y (b) 2D.....	50
Figura 4.7:(a) Factor de Process Damping (Nm/s) en función de la amplitud y (b) Zoom a la zona de amplitudes estables. ....	50
Figura 4.8: (a) Factor de Process Damping (Nm/s) acorde a la velocidad de corte y la amplitud 3D y (b) la tendencia del factor de Process Damping al aumentar la velocidad de corte desde los 50 m/min.....	51
Figura 4.9: Amortiguamiento extra (%) debido al efecto de la amplitud y la velocidad de corte.	51
Figura 4.10: Diagrama de estabilidad absoluta para el test #1. ....	53
Figura 4.11: Diagrama de estabilidad absoluta para el test #1 más los resultados previos de la literatura. ....	54
Figura 4.12: Diagrama de estabilidad absoluta para el test #2. ....	54
Figura 4.13: Diagrama de estabilidad absoluta para el test #2 más los resultados previos de la literatura. ....	55
Figura 4.14: Diagrama de estabilidad absoluta para el test#3. ....	56
Figura 4.15: Diagrama de estabilidad absoluta para el test #3 más los resultados previos de la literatura. ....	56
Figura 4.16: Resumen resultados para Test #1 - análisis en el dominio del tiempo. ....	58
Figura 4.17: Vibraciones del corte para el caso #1 del Test #1 – (a) Desplazamiento para el corte completo. (b) Zoom a la zona marcada en (a). (c) Zoom a la revolución de la zona marcada en (b).....	59
Figura 4.18: Amplitud promedio durante el proceso de corte del caso #1 del test #1. ....	59

Figura 4.19: Fuerza total del corte para el caso #1 del test #1 – (a) Fuerza para el corte completo. (b) Zoom a la zona marcada en (a). (c) Zoom a la revolución de la zona marcada en (b). ....	60
Figura 4.20: Zoom una revolución del caso #1 del test #1 – (a) Fuerza Total y (b) fuerza de damping. ....	61
Figura 4.21: Amplitud promedio durante el proceso de corte del caso #2 del test #1. ....	61
Figura 4.22: Vibraciones del corte para el caso #3 del Test #1 – (a) Desplazamiento para el corte completo. (b) Zoom a la zona marcada en (a). (c) Zoom a la revolución de la zona marcada en (b).....	62
Figura 4.23: Amplitud promedio durante el proceso de corte del caso n# 3.....	63
Figura 4.24: Amplitud promedio durante el proceso de corte del caso #4 del test #1. ....	63
Figura 4.25: Comparación límite de estabilidad del dominio temporal con literatura. ....	64
Figura 4.26: Resumen resultados para Test #2 - análisis en el dominio del tiempo. ....	65
Figura 4.27: Caso #1 del test #2. (a) Resultado desplazamiento del modelo de dominio temporal y (b) resultado de la literatura. ....	66
Figura 4.28: Caso #2 del test #2. (a) Resultado desplazamiento del modelo de dominio temporal y (b) resultado de la literatura. ....	66
Figura 4.29: Caso #1 del test #2. (a) Resultado desplazamiento del modelo de dominio temporal y (b) resultado experimental obtenido de la literatura. ....	67
Figura 4.30: Caso #2 del test #2. (a) Resultado desplazamiento del modelo de dominio temporal y (b) resultado experimental obtenido de la literatura. ....	68
Figura 4.31: Comparación límite de estabilidad del dominio temporal del test #2 con literatura.	69
Figura 4.32: Resumen resultados para Test #3 - análisis en el dominio del tiempo. ....	70
Figura 4.33: Vibraciones del corte para el caso #1 del test #3 – (a) Desplazamiento para el corte completo. (b) Zoom a la zona marcada en (a). (c) Zoom a la revolución de la zona marcada en (b).....	70
Figura 4.34: Amplitud promedio durante el proceso de corte del caso #1 del test #3. ....	71
Figura 4.35: Fuerza total del corte para el caso #1 del test #3 – (a) Fuerza para el corte completo. (b) Zoom a la zona marcada en (a). (c) Zoom a la revolución de la zona marcada en (b). ....	72
Figura 4.36: Fuerza de damping del corte para el caso #1 del test #3 – (a) Fuerza para el corte completo. (b) Zoom a la misma zona que la Figura 4.35 .....	72
Figura 4.37: Superposición de la fuerza total con la fuerza de damping en la zona que la Figura 4.35 .....	73
Figura 4.38: Vibraciones del corte para el caso #2 del test #3 – (a) Desplazamiento para el corte completo. (b) Zoom a la zona marcada en (a). (c) Zoom a la revolución de la zona marcada en (b).....	73
Figura 4.39: Amplitud promedio durante el proceso de corte del caso #2 del test #3. ....	74
Figura 4.40: Fuerza total del corte para el caso #2 del test #3 – (a) Fuerza para el corte completo. (b) Zoom a la zona marcada en (a). (c) Zoom a la revolución de la zona marcada en (b). ....	74

Figura 4.41: Vibraciones del corte para el caso #3 del test #3 – (a) Desplazamiento para el corte completo. (b) Zoom a la zona marcada en (a). (c) Zoom a la revolución de la zona marcada en (b).....	75
Figura 4.42: Amplitud promedio durante el proceso de corte del caso #3 del test #3. ....	75
Figura 4.43: Fuerza total del corte para el caso #3 del test #3 – (a) Fuerza para el corte completo. (b) Zoom a la zona marcada en (a). (c) Zoom a la revolución de la zona marcada en (b). ....	76
Figura 4.44: Zoom una revolución del caso #3 del test #3 – (a) Fuerza Total y (b) fuerza de damping. ....	77
Figura 4.45: Superposición de la fuerza total con la fuerza de damping en la zona que la Figura 4.44 .....	77
Figura 4.46: Comparación límite de estabilidad del dominio temporal del test #3 con la literatura. ....	78
Figura 4.47: Comparación entre límite de estabilidad del dominio temporal y del dominio de frecuencias para el test #1.....	79
Figura 4.48: Comparación entre límite de estabilidad del dominio temporal y del dominio de frecuencias para el test #2.....	80
Figura 4.49: Comparación entre límite de estabilidad del dominio temporal y del dominio de frecuencias para el test #3.....	80

# 1 Introducción

Las vibraciones regenerativas y catastróficas conocidas como *chatter* corresponden al problema más relevante en términos de aumentar la productividad de la industria aeroespacial, específicamente respecto de la vida útil de las herramientas de corte y la generación de un buen acabado superficial.

Centros de investigación internacionales como el AMRC<sup>1</sup> de la Universidad de Sheffield se han dedicado a generar modelos dinámicos de los procesos de manufactura tradicionales como: torneado, fresado y perforado. Esto, para simular las condiciones óptimas de operación para dichos procesos. Sin embargo, aún existen limitantes en estos modelos predictivos; una de ellas corresponde a la simulación del fenómeno conocido como *Process Damping* que ocurre principalmente en el mecanizado a bajas velocidades de corte.

El *Process Damping* es el amortiguamiento extra que se agrega al sistema, debido a fuerzas de barrido o fricción que aparecen en el proceso de corte por la interacción entre la cara inferior de la herramienta y la superficie ondulada de la pieza. Para altas velocidades de corte o para herramientas muy afiladas, este efecto es prácticamente nulo, puesto que las fuerzas de barrido entre pieza y herramienta se minimizan.

En el presente proyecto se busca determinar el estado de arte en torno a la simulación del *Process Damping* y, a partir de esto, implementar un modelo que simule correctamente cómo el fenómeno de *Process Damping* afecta a las fuerzas de corte y los desplazamientos de la herramienta durante un proceso de torneado. Finalmente, se quiere agregar este efecto en los modelos dinámicos en el dominio de tiempo y frecuencias del proceso de torneado estándar.

## 1.1 Antecedentes Generales

Los modelos predictivos en manufactura se desarrollan principalmente en 2 enfoques, ya sea en el dominio temporal o en el dominio de frecuencias. Las simulaciones en el dominio temporal se realizan a través de integración numérica de las ecuaciones de movimiento que replican un proceso de corte dada ciertas condiciones de operación iniciales, mientras que en la simulación en el dominio de frecuencias se establecen las condiciones de operación ideales a través de un análisis de la función de respuesta en frecuencia de la herramienta y de la pieza.

Del análisis en el dominio temporal se obtienen las fuerzas de corte, desplazamiento (vibraciones) de la herramienta y acabado superficial de la pieza, mientras que del análisis en el dominio de frecuencias, se obtienen curvas de estabilidad en torno a variables, para llegar a condiciones óptimas de operación. Ambos modelos se pueden complementar y permiten validar la simulación realizada.

Para comprender las bases de ambos modelos predictivos, es necesario entender las variables y las fuerzas presentes en el proceso de torneado.

---

<sup>1</sup> Centro de Investigación en Manufactura Avanzada (AMRC sigla en inglés)

### 1.1.1 Mecánica de los Procesos de Manufactura

Los procesos de corte remueven material de la superficie de una pieza, para luego generar una forma dada y producen virutas. Entre los procesos de corte tradicionales se encuentran el torneado, fresado y rectificado. En particular, el proceso de torneado corresponde a un corte donde la pieza se gira mientras una herramienta de corte le quita la capa de material al avanzar, y corresponde a uno de los procesos más comunes en la manufactura [1].

Para analizar la mecánica de este proceso, se muestra en la Figura 1.1 un esquema de corte bidimensional u ortogonal. En este modelo idealizado, una herramienta de corte avanza con una velocidad de avance<sup>2</sup>  $f$ , con una profundidad de corte  $h$ , un ángulo de ataque  $\alpha$  y un ángulo de corte  $\phi$ . Estas variables definen la potencia, la fuerza, la vida de la herramienta, el acabado superficial, entre otras.

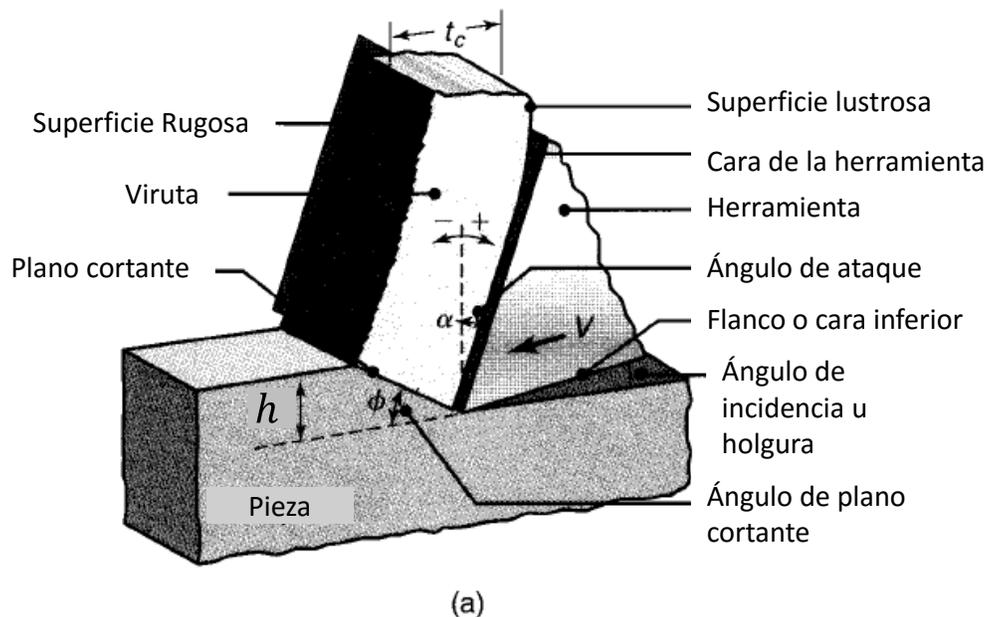


Figura 1.1: Esquema de un proceso de corte ortogonal.

Fuente: Elaboración a partir de referencia [1]

Debido a que en general el proceso de corte real en manufactura es en 3 dimensiones y de geometrías muy complejas, se estudiará el modelo basado en el corte ortogonal para explicar la mecánica de la remoción del material. En el corte ortogonal, mostrado en la Figura 1.2, el material es removido por la punta de corte de la herramienta siendo esta punta perpendicular a la dirección relativa de la interacción entre la herramienta y la pieza. La viruta removida de la pieza es de un ancho de corte  $b$  y profundidad de corte  $h$ . Para este caso, se asume que el corte es uniforme durante el avance del corte, de manera que solo existen 2 dimensiones de propagación del corte. Por lo tanto,

<sup>2</sup> Feed rate en inglés

las fuerzas de corte solo se consideran en la dirección de la velocidad (fuerza tangencial  $F_t$ ) y del espesor de la viruta sin cortar (fuerza de avance  $F_f$ <sup>3</sup>).

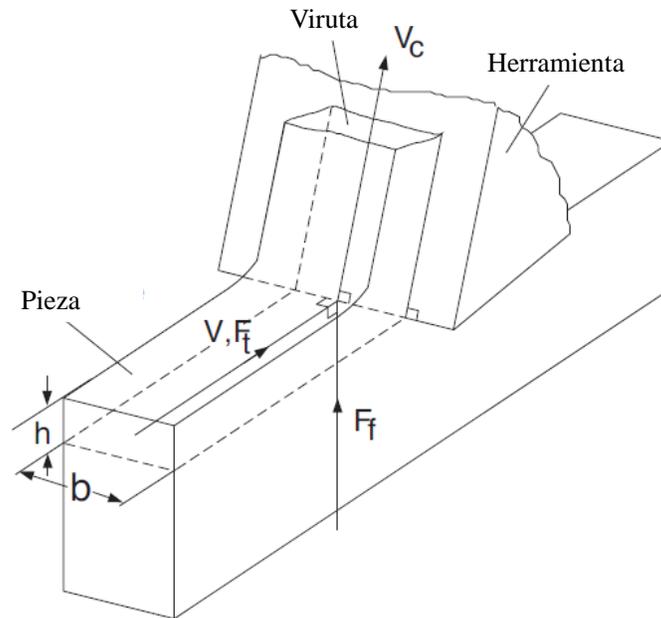


Figura 1.2: Esquema de fuerzas en un corte ortogonal.

Fuente : Elaboración a partir de referencia [2]

### 1.1.2 Modelo de Fuerzas

Para obtener las fuerzas de corte, en la literatura [2]–[5] se definió un modelo que permite determinar las fuerzas tangenciales y de corte en un proceso de corte ortogonal a través de coeficientes de fuerzas de corte (CFC), donde estos coeficientes se definen a partir de la geometría de la herramienta, las condiciones de corte o propiedades del material de la pieza.

En la Figura 1.3 se observa la vista de una sección transversal de un proceso de corte ortogonal, incluyendo la nomenclatura empleada a continuación. Para este proceso de corte, se asume que el borde de corte es afilado, con un radio nulo en la punta y donde la deformación tiene lugar en el plano de corte siendo infinitamente delgada.

---

<sup>3</sup>  $F_f$  por su nombre en inglés: Feed force.

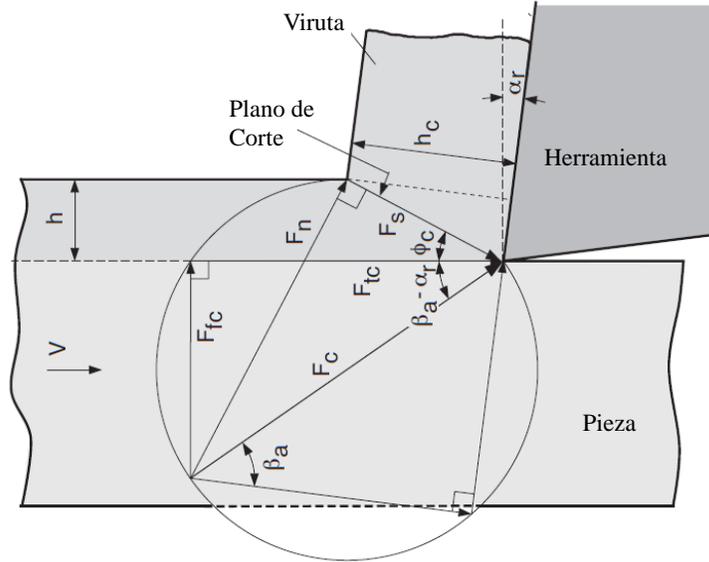


Figura 1.3: Diagrama geométrico de la mecánica de un proceso de corte ortogonal.

Fuente : Elaboración a partir de referencia [2]

El ángulo de corte  $\phi_c$  se define como el ángulo entre el plano de corte y la dirección de avance del proceso; el ángulo de fricción  $\beta_a$  corresponde al ángulo entre el flanco de la herramienta y la viruta saliente;  $\alpha_r$  es el ángulo de entrada de corte; y la fuerza aplicada sobre la viruta  $F_c$  corresponde a la fuerza resultante de la fuerza tangencial  $F_{tc}$  y la fuerza de avance  $F_{fc}$ ; la fuerza  $F_c$  también corresponde a la fuerza resultante de la fuerza en el plano de corte  $F_s$  y la fuerza normal  $F_n$ .

Así a través de las relaciones entre las variables mostradas, se definen para el corte ortogonal las fuerzas principales a través de los coeficientes de fuerza de corte tangencial  $K_t$  y  $K_f$  en las ecuaciones 1.1 a la 1.4,

$$K_t [N/mm^2] = \tau_s \frac{\cos(\beta_a - \alpha_r)}{\sin \phi_c \cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r)} \quad 1.1$$

$$K_f [N/mm^2] = \tau_s \frac{\sin(\beta_a - \alpha_r)}{\sin \phi_c \cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r)} \quad 1.2$$

$$F_t = bh \cdot K_t \quad 1.3$$

$$F_f = bh \cdot K_f \quad 1.4$$

donde  $b$  es el ancho de corte (profundidad de corte en torneado),  $h$  es el espesor de viruta sin cortar (o la tasa de avance en torneado), y  $\tau_s$  es el esfuerzo de corte definido por el material a mecanizar.

### 1.1.3 Dinámica en la Manufactura

Existen varios factores que determinan la producción de piezas de forma que sea más efectiva y precisa. Uno de estos elementos corresponde a la selección de parámetros óptimos de corte (como velocidad de corte, profundidad de corte o tasa de avance). El análisis dinámico del proceso de corte permite optimizar dichos parámetros, de manera de obtener la mayor tasa de remoción de material (MRR) sin generar fallas debido a aumento de fuerzas de corte o vibraciones excesivas en el corte.

Un esquema general de las áreas relevantes del análisis dinámico aplicado a la manufactura se muestra en la Figura 1.4. Los ejes centrales para generar estos modelos corresponden a la función de respuesta en frecuencia (FRF) y el modelo de fuerzas, ya que se requiere conocimiento de la herramienta, sostenedor y eje de giro de la máquina para poder estudiar esas áreas. Testeos modales permiten obtener la FRF y las propiedades modales (puede ser en más de una dirección) en el punto de corte del proceso. Un ejemplo de testeo modal usado ampliamente corresponde al “tap-testing<sup>4</sup>” donde se excita la punta de la herramienta a través de un golpe. Mientras que a través de un test de corte ortogonal experimental es posible identificar los coeficientes de fuerzas de corte (CFC) que permiten predecir las fuerzas tangenciales y de avance de un proceso determinado (modelo de fuerzas). [4]

Con la obtención de la FRF y los CFC se pueden hacer 2 modelos: una simulación en el dominio temporal<sup>5</sup> para predecir las fuerzas de corte, desplazamientos de la herramienta de corte y ubicación de inestabilidades en el corte (SLE) para condiciones de operación definidas, o bien, un modelo en el dominio de frecuencias que permite predecir curvas de estabilidad y SLE en torno a una variable de operación.

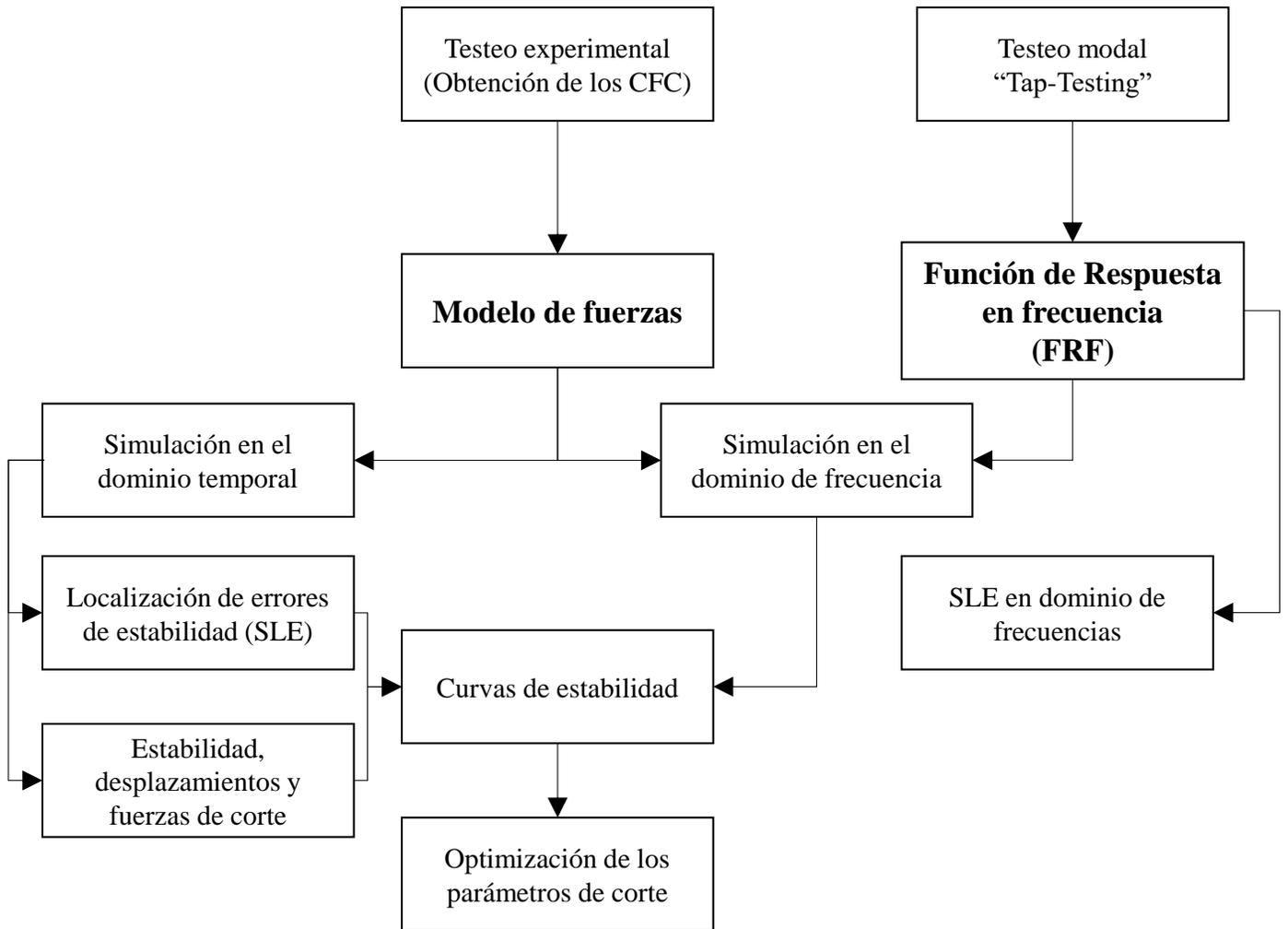
Finalmente, al complementar ambos modelos se obtienen curvas de estabilidad validadas y conocidas como diagrama de lóbulos<sup>6</sup> de estabilidad (véase sección 2.2.3). A partir de estos gráficos es posible obtener una optimización de los parámetros de corte para un proceso de corte dado.

---

<sup>4</sup> Consiste en excitar vibraciones libres en la herramienta de corte, a través de un golpe singular con un martillo. Mientras se golpea un acelerómetro permite ver las vibraciones en la dirección del golpe en la herramienta y así obtener sus propiedades modales

<sup>5</sup> Para este modelo, puede requerirse un paso adicional correspondiente a un acople modal, si se tienen parámetros modales de más de una dimensión.

<sup>6</sup> Este nombre corresponde a la forma de los gráficos de estabilidad como un conjunto de parábolas o lóbulos.



**Figura 1.4: Diagrama de estudio dinámico.**

**Fuente: Elaboración a partir de referencia [4]**

## 1.2 Motivación

Hace aproximadamente 10 años, la industria de manufactura a nivel mundial carecía de estudios en dinámica estructural. En general, las mejores condiciones de operación se tomaban acorde a las “mejores prácticas” definidas a través de la intuición de los operadores con experiencia en los distintos trabajos. Este hecho se comenzó a mitigar con la incorporación de tecnología más automatizada; sin embargo, sin estudios previos, el proceso no se realizaba de forma óptima, y estaba expuesto a constantes frecuencias de resonancias en la máquina, efecto que puede conllevar fallas críticas, mal funcionamiento, grietas, entre otros problemas.

Hoy, con la incorporación de análisis dinámicos, los procesos de manufactura han optimizado su rendimiento a niveles muy superiores, permitiendo así, lograr verdaderos parámetros de corte óptimos para ciertas condiciones de operación.

Por otro lado, actualmente en Chile, existe un gran porcentaje de la industria en manufactura que cae en prácticas ya obsoletas a nivel mundial, desaprovechando el real potencial para manufacturar con máquinas de última generación. Es justamente este comportamiento, una de las razones de la brecha que separa a Chile de las grandes potencias.

De esta manera, la implementación de modelos de simulación completos para los procesos de manufactura tradicional como el torneado, permitirá encontrar parámetros de corte óptimos para diferentes materiales y velocidades de corte. Esta adaptabilidad del modelo lo vuelve realmente útil para mejorar y potenciar la industria en manufactura chilena y corresponde a un claro ejemplo de cómo la academia puede entregar un aporte real a la industria.

En particular, las aleaciones aeroespaciales (como el titanio e inconel 718), no se operan a altas velocidades. Esto se debe a que estos materiales poseen un alto índice de desgaste de herramienta, generando mucha pérdida de material y errores en el acabado superficial final. Por lo que el presente trabajo se enfoca en el desarrollo de un modelo de simulación que permita predecir los parámetros óptimos de uso del torneado a bajas velocidades de corte. Al incluir de forma correcta el fenómeno de *Process Damping* en el modelo predictivo, será posible simular con precisión las condiciones reales de operación para dichos materiales.

## 1.3 Objetivos

### 1.3.1 Objetivo Principal

El objetivo principal de este trabajo es simular los efectos de *Process Damping* en las curvas de estabilidad, fuerzas de corte y desplazamientos de la herramienta para el proceso de torneado, desarrollando un modelo tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de frecuencias.

### 1.3.2 Objetivos Específicos

Los objetivos específicos de este trabajo son:

- Incluir el efecto de *Process Damping* en los modelos existentes de torneado en el dominio temporal
- Incluir los efectos de *Process Damping* en los modelos existentes de torneado para el dominio de frecuencias.
- Comparar y analizar los dos modelos desarrollados (dominio temporal y dominio de frecuencia) para condiciones de operación probadas previamente.
- Validar los modelos usando coeficientes probados por la literatura y realizar una comparación de los resultados con ambos modelos desarrollados en este trabajo.
- Analizar la sensibilidad del factor de *Process Damping* bajo distintas condiciones de operación, determinando los parámetros que afectan de forma más relevante al *Process Damping*.

#### 1.3.2.1 Alcances

Se consideran validaciones a partir de experimentos disponibles en la literatura consultada, debido a la imposibilidad del uso de máquinas, materiales y herramientas acordes para la experimentación del modelo.

## 2 Antecedentes

### 2.1 Análisis Dinámico en el Proceso de Corte

#### 2.1.1 Dinámica en el Corte

En toda interacción entre la pieza y la herramienta durante algún proceso de manufactura tradicional se introducen efectos dinámicos en el corte. Las fuerzas de corte afectan de manera directa a la deflexión que ocurre durante el proceso de corte entre la pieza y la herramienta. Así, a medida que las fuerzas de corte disminuyen, la estructura vuelve al equilibrio, ya que también disminuye la deflexión.

Para introducir la dinámica bajo los procesos de corte, primero es necesario modelar la herramienta de corte. Para esto, se presenta un modelo sencillo que consiste en representar la herramienta mediante un resorte y amortiguador. En la Figura 2.1 se muestra una herramienta con su respectivo inserto para realizar el corte (a la izquierda de la Figura 2.1), y el modelo práctico para realizar un análisis dinámico.

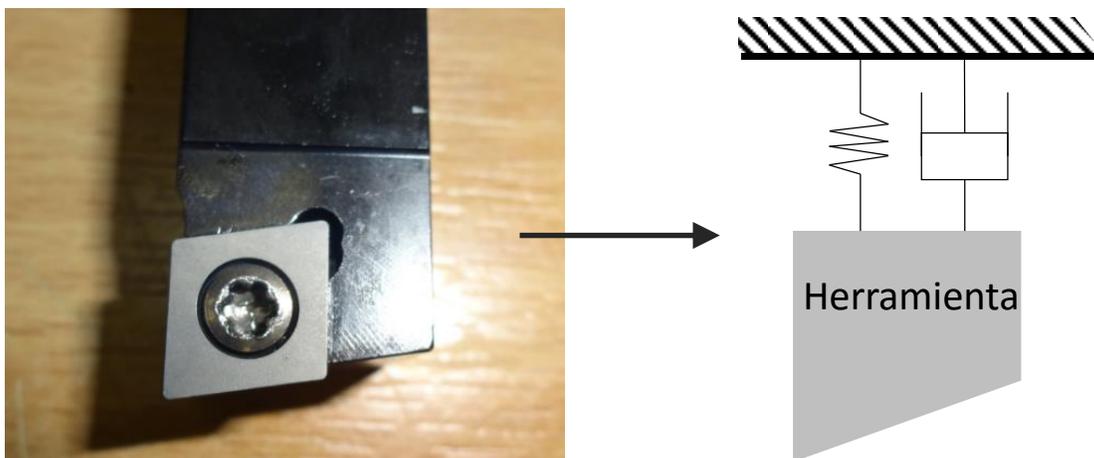


Figura 2.1: Esquema de herramienta de corte como un sistema con resorte y amortiguamiento.

Fuente: Elaboración propia

Durante un proceso de corte, existe una relación dinámica entre desplazamiento relativo de la herramienta y las fuerzas de corte. Un mayor desplazamiento provoca la desestabilización del sistema, lo que genera una disminución en las fuerzas de corte y en la carga de viruta. Sin embargo, al volver el sistema al equilibrio, se genera viruta “instantánea” o corta, lo que provoca un aumento en las fuerzas de corte y afecta nuevamente al desplazamiento relativo. En la Figura 2.2 se muestra un esquema de este ciclo que ocurre de forma continua durante todo el proceso de corte, resultando en vibraciones en torno a las frecuencias naturales y modos dominantes del sistema.

En operaciones de corte como las del torneado, estas vibraciones producen que en cada nueva revolución, el corte se haga sobre la superficie ondulada dejada por el corte previo. Entonces, al momento de analizar el proceso de corte, es necesario estudiar cómo las fuerzas de corte y el desplazamiento de la herramienta se comportan para analizar la estabilidad del sistema.

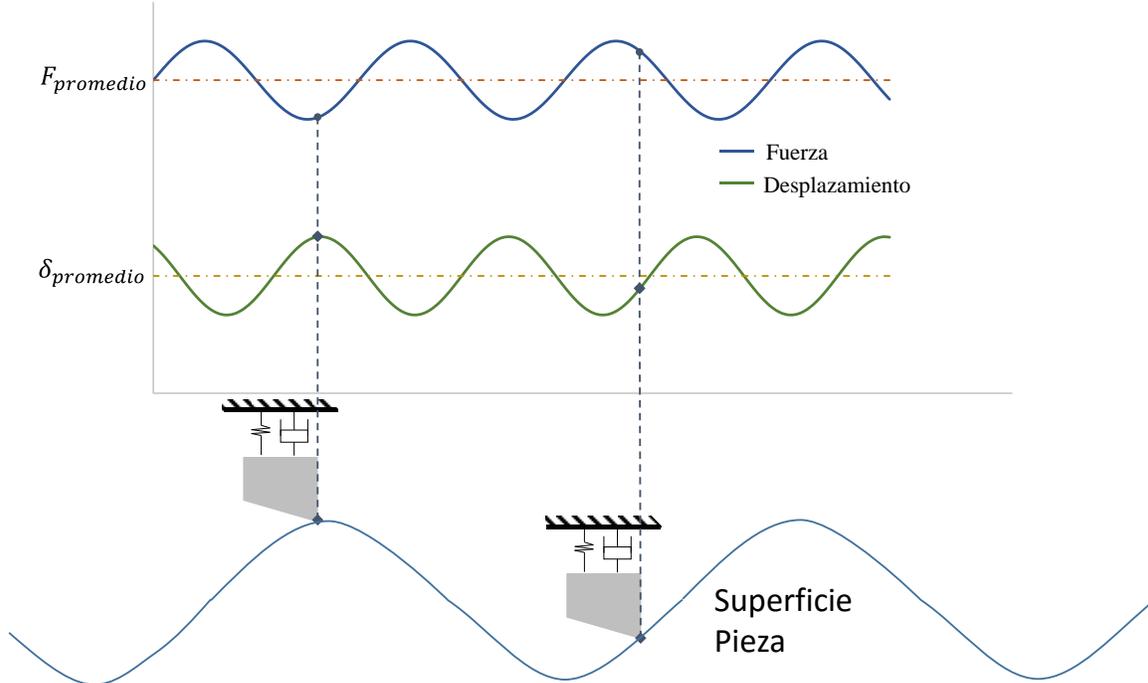


Figura 2.2: Esquema ilustrativo de dinámica de la fuerza y desplazamiento durante un proceso de corte.

Fuente: Elaboración a partir de referencia [6]

De aumentar estas vibraciones durante el proceso de corte, significa que hay presencia de *chatter*<sup>7</sup>. Hoy en día aún se busca poder modelar este fenómeno de forma precisa para poder evitar la presencia de *chatter* durante los cortes.

## 2.2 Mecánica del Torneado

### 2.2.1 Descripción del Proceso

Para entender los modelos a desarrollar, es necesario conocer las bases de un modelo ortogonal de torneado, el cual es un proceso de contacto singular<sup>8</sup>. En la Figura 2.3 se muestra un esquema de un proceso de torneado típico, donde la pieza es sostenida en el mandril que gira con una velocidad de giro  $N$  (en rpm) y a una tasa de avance  $h_0$ , mientras la herramienta se encuentra fijada en posición de manera que permita cortar la pieza con una profundidad de corte dada  $b$ . El proceso puede ser ajustado de forma manual, o bien, de forma automática a través de un sistema CNC<sup>9</sup>.

Para este trabajo es importante considerar el comportamiento de la interacción pieza-herramienta durante el corte, y la obtención de las fuerzas de corte y vibraciones resultantes del proceso.

<sup>7</sup> Chatter: Término asociado a vibraciones catastróficas o inestables durante un proceso de corte.

<sup>8</sup> Proceso de corte "single-point", significa que el corte se realiza a través de un solo contacto herramienta-pieza.

<sup>9</sup> Controlado numéricamente por el computador, sigla en inglés.

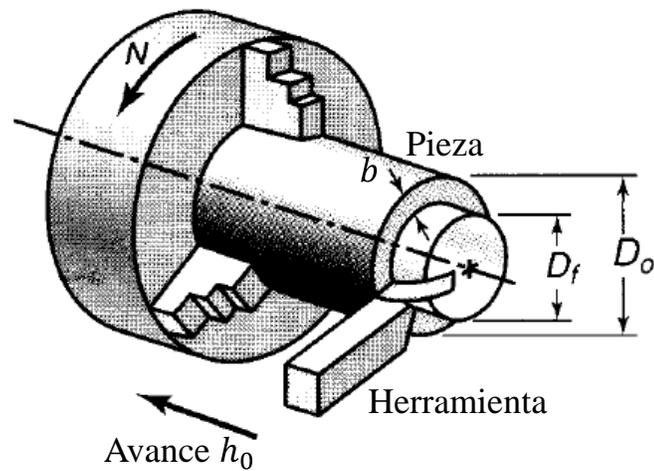


Figura 2.3: Esquema ilustrativo de un proceso de torneado básico.

Fuente: Elaboración a partir de referencia [1]

Como parámetros relevantes de la herramienta se identificaron: el radio de la punta de la herramienta<sup>10</sup>, el ángulo de ataque, la tasa de avance promedio, y el ángulo de holgura o incidencia.

En la Figura 2.4 se muestra la vista principal y lateral de un corte ortogonal en el proceso de torneado.

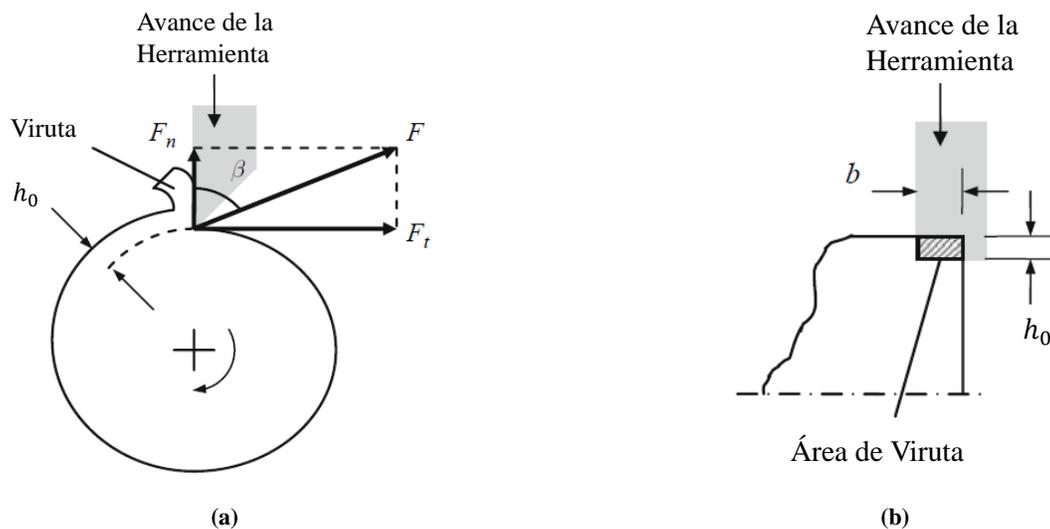


Figura 2.4: (a) Vista principal y (b) lateral para un corte ortogonal en torneado.

Fuente: Elaboración a partir de referencia [4].

<sup>10</sup> "nose-radius" en inglés.

Se modelan las fuerzas de corte mostradas en la vista principal de la Figura 2.4 usando coeficientes de fuerzas de corte, a partir del modelo de fuerzas presentado en la sección 1.1.2. Este modelo se presenta a continuación:

$$F = K_s \cdot A = K_s \cdot b \cdot h_0 \quad 2.1$$

$$K_t = K_s \cdot \sin(\beta) \quad 2.2$$

$$K_f = K_s \cdot \cos(\beta) \quad 2.3$$

donde  $b$  es la profundidad de corte,  $h_0$  es la tasa de avance y  $K_s$  el coeficiente de fuerza de corte global. Dependiendo del ángulo de la fuerza  $\beta$ , es posible definir los coeficientes  $K_t$  y  $K_n$  según las ecuaciones 2.2 y 2.3, y así obtener las fuerzas de corte tangenciales y normales mostradas en las ecuaciones 1.3 y 1.4. En la Tabla 2.1, se muestran coeficientes  $K_s$  representativos para variados materiales de piezas típicos de la industria.

**Tabla 2.1. Coeficientes de fuerza de corte representativos para materiales de trabajo.**

Material	$K_s$ (N/mm <sup>2</sup> )	Material	$K_s$ (N/mm <sup>2</sup> )
Fundición gris	<b>1.500</b>	Inconel X – Base Ni	<b>3.400</b>
Acero AISI1020	<b>2.100</b>	Udimet 500 – Base Ni	<b>3.500</b>
Acero AISI1020	<b>2.300</b>	L605 – Base Co	<b>3.500</b>
Acero AISI1020	<b>2.600</b>	Titanio ( $Ti_6Al_{14}V$ )	<b>2.000</b>
302 Acero inoxidable	<b>2.700</b>	Aluminio ( $Al_{7075} - T6$ )	<b>850</b>
4140 Aleación de Acero	<b>2.800</b>	Aluminio ( $Al_{6061} - T6$ )	<b>750</b>

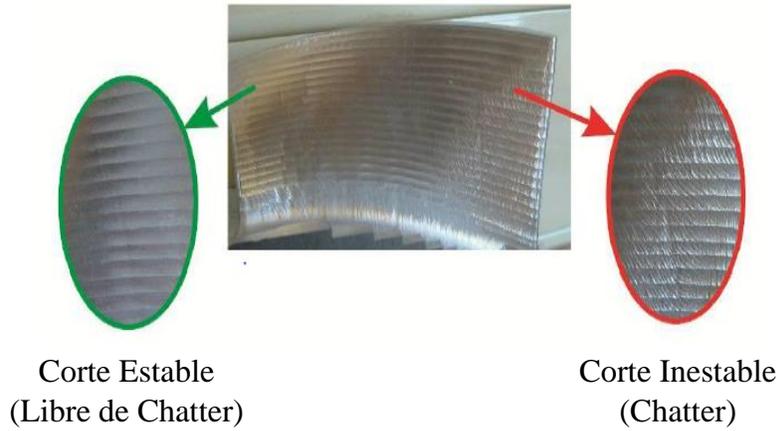
Fuente: Elaboración propia a partir de [4].

Si bien, para consideraciones específicas es posible que se requiera realizar medidas, estos valores representan datos confiables para los coeficientes de fuerza de corte.

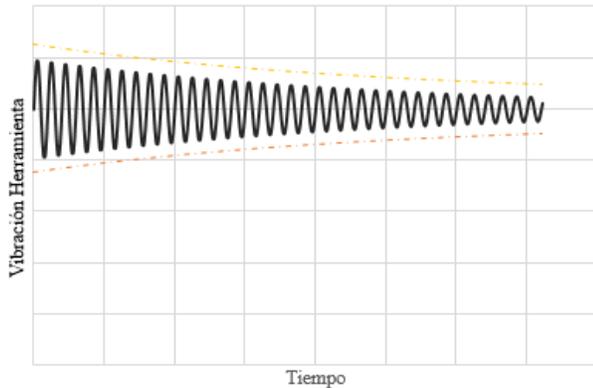
### 2.2.2 Vibraciones Regenerativas en el Torneado

Las vibraciones catastróficas o *chatter* generan defectos en el acabado superficial de la pieza mecanizada, ya que como se puede observar en la Figura 2.5a existen ondas de amplitudes más grandes e irregulares. Esto puede llegar a provocar un daño y un desgaste crítico en la herramienta utilizada, disminuyendo su vida útil de forma crítica en comparación con un corte estable.

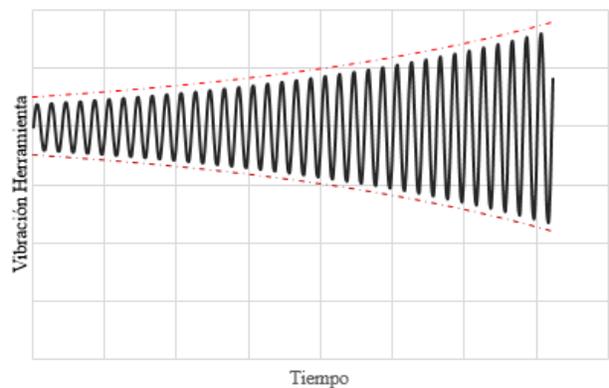
En la Figura 2.5a se muestra un ejemplo de una superficie estable (izquierda de la imagen) e inestable (derecha de la imagen), donde se puede distinguir como el corte estable es más “limpio” que el que tiene presencia de *chatter*. Sucesivamente, en las Figura 2.5 (b) y (c) se muestra como se presentan las vibraciones para el caso estable y el inestable, respectivamente.



(a)



(b)



(c)

**Figura 2.5:** (a) Superficies generadas bajo condiciones con y sin *chatter*. (b) Vibraciones de herramienta sin *chatter* (c) Vibraciones de herramienta en presencia de *chatter*

Fuente: Elaboración a partir de referencia [2], [4]

Los primeros estudios con respecto al fenómeno de *chatter* fueron presentados por Das y Tobias [7], [8], donde buscaron modelar cómo la viruta, que se va regenerando a partir de la dejada por cortes previos, afectaba la estabilidad de corte. Durante los años siguientes, el enfoque estuvo en la caracterización de los coeficientes de fuerzas de corte (CFC) [3] explicados en la sección 1.1.2. Finalmente, Altintas y Weck [9]<sup>11</sup> presentaron un resumen de los efectos del *chatter* y las bases de su modelación en procesos de corte y rectificado.

<sup>11</sup> En las referencias (en general) se abarca el tema de las vibraciones regenerativas de forma genérica para procesos de corte en metales. Sin embargo, se puede extrapolar esta información para un proceso de torneado.

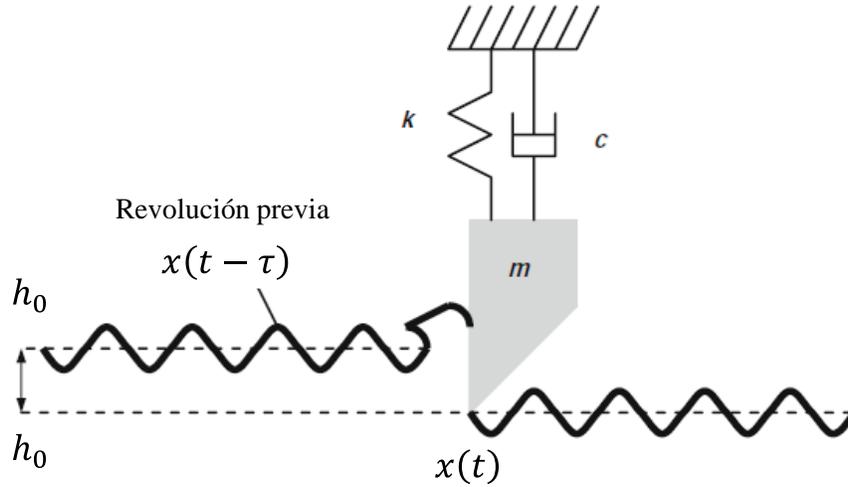


Figura 2.6: Proceso de corte ortogonal regenerativo modelado como un sistema un grado de libertad.

Fuente: Elaboración a partir de referencia [4]

El concepto de *chatter* regenerativo consiste en el efecto de oscilaciones previas en el aumento de las vibraciones presentes mientras ocurre el proceso de corte [8], [9]. El modelo presentado en la Figura 2.6 permite entender cómo el corte generado en la revolución previa ( $x(t - \tau)$ , donde  $\tau$  corresponde al periodo de una revolución de corte) afecta al proceso actual ( $x(t)$ ) en comparación al corte inicial donde no existía vibración previa. Es importante identificar que bajo este efecto se ve afectada la tasa de avance  $h_0$  del proceso de corte, y no la profundidad de corte  $b$ .

Si las amplitudes de la oscilación actual son lo suficientemente grandes, es posible que la herramienta no corte la superficie dejada por la oscilación previa. Si estas oscilaciones van aumentando en amplitud, entonces habría presencia de vibraciones catastróficas. De lo contrario, si las oscilaciones van disminuyendo corresponde a un proceso estable.

Entonces, dada la ecuación de movimiento mostrada en la ecuación 2.4, la ecuación 2.5 muestra la fuerza  $F_f(t)$  considerando el efecto de la vibración regenerativa para un proceso de corte de un grado de libertad. A partir de esto, se observa cómo a la fuerza resultante del corte se le agrega el factor de la posición actual de corte  $x(t)$  y la de la vuelta anterior  $x(t - \tau)$ ,

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_f(t) \quad 2.4$$

$$F_f(t) = K_f b [h_0 - x(t) + x(t - \tau)] \quad 2.5$$

donde  $m$ ,  $k$  y  $c$  corresponden a la masa, rigidez y amortiguamiento del sistema. Mientras que la excitación  $F_f(t)$  esta dada por el coeficiente de fuerza de avance  $K_f$ , la profundidad de corte  $b$  y la interacción entre la tasa de avance  $h_0$ , la superficie final actual  $x(t)$  y el efecto regenerativo de las vibraciones en la vuelta anterior  $x(t - \tau)$  [3], [4]

Es importante destacar que si ocurre un aumento significativo en la amplitud de la superficie ondulada desde una oscilación a la siguiente, es posible que al realizar el corte, esta “no corte nada” sobre la superficie, aun contabilizando el efecto de la oscilación anterior. Esto debido a que es posible que sea afectado por cualquiera de las  $N - 1$  revoluciones anteriores. Hasta ahora, si bien

se consideran cada una de las revoluciones anteriores, esto corresponde a un problema de memoria computacional, con respecto a la simulación que se realice. [10]

### 2.2.3 Curvas de Estabilidad y FRF en un Proceso de Corte.

Los parámetros relevantes de corte en el proceso de torneado han sido identificados como la profundidad de corte  $b$ , y de la velocidad de giro  $\Omega$ .

En la ecuación 2.5 se muestra la fuerza de excitación del sistema como una función de la continuidad de la viruta (o avance del corte). Es importante notar que la parte constante  $K_f b h_0$  no tiene influencia en la estabilidad, por lo que el enfoque para analizar la estabilidad del corte será en la zona variable en el tiempo correspondiente a la posición actual del corte  $x(t)$  y el de la vuelta anterior  $x(t - \tau)$ . Para estudiar como se ve afectado el parámetro correspondiente a la profundidad de corte con respecto al CFC<sup>12</sup>  $K_f$  y las vibraciones de la herramienta, se considera la fuerza variable  $F_f(t)$  como unitaria en la ecuación 2.6.

$$f_f(t) = 1 = K_f b [x(t - \tau) - x(t)] \quad 2.6$$

$$b = \frac{1}{K_f [x(t - \tau) - x(t)]} \quad 2.7$$

A partir de la ecuación 2.7 se identifican 3 posibles casos:

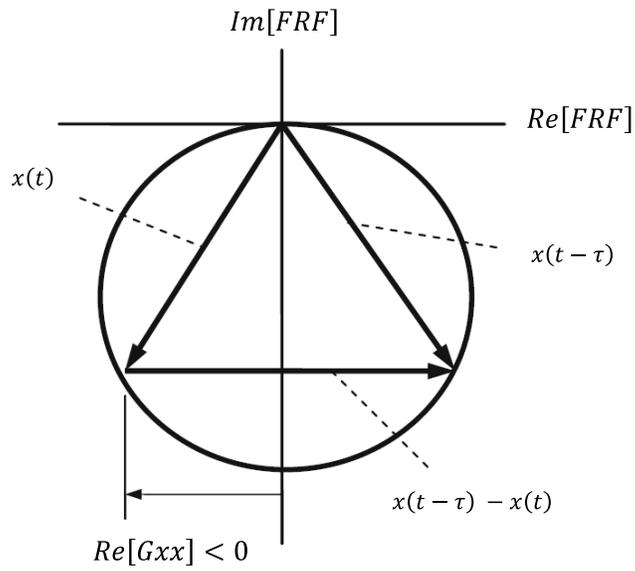
- $x(t) > x(t - \tau)$ : las vibraciones suben constantemente en cada revolución, resultando en cortes inestables.
- $x(t) < x(t - \tau)$ : las vibraciones decrecen constantemente en cada revolución, resultando en cortes estables.
- $x(t) = x(t - \tau)$ : corresponde al límite de estabilidad del sistema. No hay ni decrecimiento ni crecimiento en las vibraciones. Al ser un caso límite, permite analizar la estabilidad del sistema.

Es posible obtener una FRF<sup>13</sup> de forma analítica a partir de la ecuación de movimiento 2.4 o a través de un testeo modal en la punta de corte de la herramienta a modelar. Con esto, es posible estudiar tanto  $\vec{x}(t)$  y  $\vec{x}(t - \tau)$  como vectores en el plano real-imaginario, como se puede ver en la Figura 2.7.

---

<sup>12</sup> Coeficiente de fuerza de corte.

<sup>13</sup> Función de respuesta en frecuencia



**Figura 2.7: Diagrama representativo de fuerza de avance unitaria y vibraciones de la herramienta (tanto previa como actual revolución) para determinar límite de estabilidad.**

Fuente: Elaboración a partir de [2], [4]

Este análisis de un proceso de corte requiere de 3 condiciones:

- La magnitud y fase de las deflexiones de la herramienta dependan de la velocidad de giro y la FRF medida (o calculada) para la punta de la herramienta.
- Que la amplitud del giro actual y el anterior sean equivalentes (condición de límite de estabilidad).
- La diferencia entre la posición actual y la de la revolución actual  $[x(t - \tau) - x(t)]$  debe ser real (la viruta resultante es un escalar, por lo que no puede ser imaginario). Esto se traduce en una línea horizontal en la Figura 2.7.

A partir de este análisis se reemplaza la relación entre las deflexiones de la herramienta como el doble de la parte real negativa de la FRF de la herramienta en la punta de corte representado en la ecuación 2.8:

$$b = -\frac{1}{2K_f Re[G_{xx}]} \quad 2.8$$

donde  $b$  corresponde a la profundidad de corte límite dado a partir de la ecuación, y  $Re(G_{xx})$  a la parte real negativa de la FRF de la herramienta en la dirección del corte (el signo negativo se incluye para que se obtenga una profundidad de corte positiva). A través de la ecuación 2.8 se generan diagramas de estabilidad (SLD<sup>14</sup>) variando la profundidad de corte con respecto a la velocidad de giro  $\Omega$ , como el ejemplo para un proceso de torneado mostrado en la Figura 2.8.

Los últimos estudios de Budak, Tunc y Altintas [5], [9]–[12] se apoyan en la relación entre el límite de profundidad de corte, la velocidad de giro y la FRF de la herramienta a través de la

<sup>14</sup> Sigla en inglés para Stability Lobe Diagram. Nombre en inglés para la curva mostrada en la Figura 2.8.

ecuación 2.8 y los diagramas de estabilidad resultantes a partir de esta, para poder realizar sus modelos.

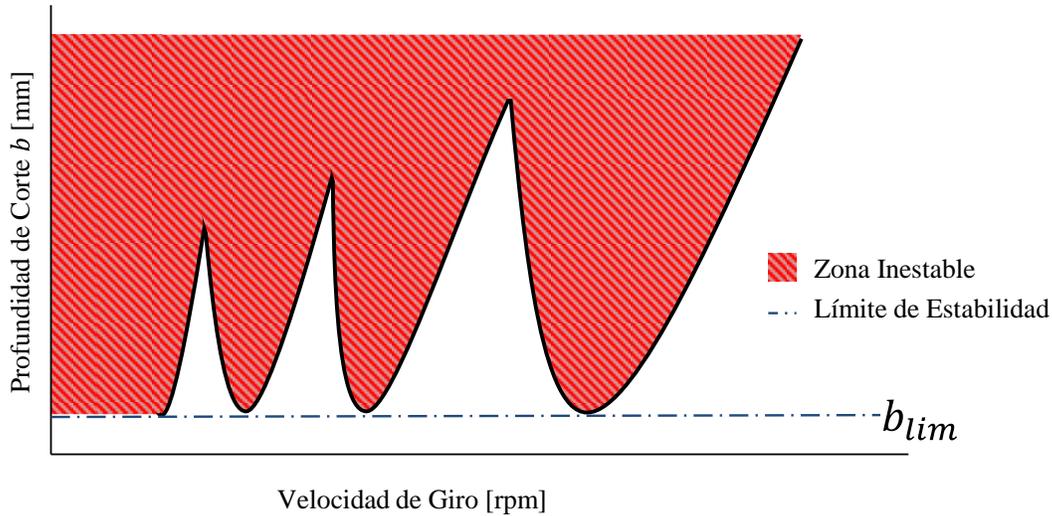


Figura 2.8: Ejemplo de diagrama de estabilidad (SLD) para un proceso de torneado.

Fuente: Elaboración propia

Es posible determinar el límite de estabilidad absoluto ( $b_{lim}$  en la Figura 2.8) de forma numérica, reemplazando la parte real del FRF por su mínimo valor en la ecuación 2.8, tal como se muestra en la ecuación 2.9,

$$b_{lim} = -\frac{1}{2K_f [Re[G_{xx}]]_{min}} \quad 2.9$$

sin embargo, además de la ecuación 2.9, se requiere tener la velocidad de giro  $\Omega$  para generar los lóbulos mostrados en la Figura 2.8. Por lo tanto, la definición de los lóbulos para un proceso de torneado se muestran en el desarrollo de las ecuaciones 2.10 y 2.11,

$$\frac{f_c}{\Omega} = N + \frac{\epsilon}{2\pi} \quad 2.10$$

$$\epsilon = 2\pi - 2 \tan^{-1} \left( \frac{Re[FRF]}{Im[FRF]} \right) \quad 2.11$$

donde  $f_c$  corresponde a la frecuencia de *chatter*<sup>15</sup> en [Hz];  $\Omega$  es la velocidad de giro en [rps]<sup>16</sup>;  $\epsilon$  corresponde a la fase entre la actual y la anterior vibración de la herramienta; y  $N$  corresponde al número escalar de oscilaciones u ondas que ocurren por cada revolución.

Las ecuaciones 2.10 y 2.11 permiten relacionar la respuesta en frecuencia con la velocidad de giro, ya que a medida que  $N$  aumenta, existen más ondas por revolución de corte, haciendo que la velocidad de giro  $\Omega$  sea menor. Por consiguiente, para cada valor de  $N$  se tendrán los límites de

<sup>15</sup> La frecuencia de chatter corresponde a la frecuencia para la cual la parte real del FRF sea mínima. Corresponde a un valor cercano a la frecuencia natural del sistema.

<sup>16</sup> No está en [rpm] debido a un conflicto de unidades.

profundidad de corte para todo el espectro de FRF en torno a una velocidad de giro determinada. En la Figura 2.9, se observa un ejemplo de diagrama obtenido a partir de las ecuaciones considerando solo un rango de hasta  $N = 4$ .

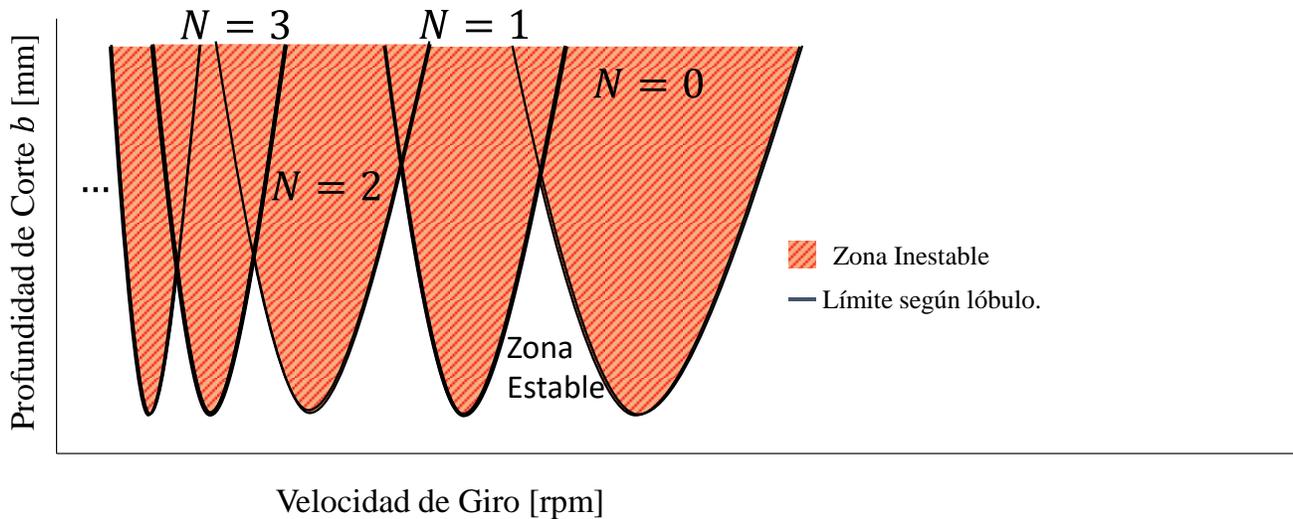


Figura 2.9: Ejemplo de un diagrama de estabilidad (SLD) generado para un proceso de torneado.

Fuente: Elaboración a partir de referencia [4]

### 2.3 Teoría del *Process Damping*

En los estudios de manufactura tradicional, el *Process Damping* ha sido de gran relevancia para lograr la optimización de las condiciones de operación a bajas velocidades de corte. Este hecho ha sido especialmente relevante en el mecanizado de aleaciones aeroespaciales, como el titanio y el inconel 718. Hasta la sección 2.2 se muestran las bases de los modelos dinámicos para el estudio de la estabilidad de un corte en manufactura de alta velocidad, por consiguiente sin la incorporación de *Process Damping*.

En esta sección, se explican las bases teóricas relevantes del concepto de *Process Damping* y su forma de incorporación a los modelos dinámicos. Donde este proceso corresponde a la explicación dinámica del requerimiento de bajas velocidades para lograr estabilidad en el corte a grandes profundidades de corte  $b$ .

*Process Damping* corresponde al amortiguamiento extra que se genera debido a la interacción entre el flanco de la herramienta y la superficie ondulada dejada durante el corte en la pieza. Esta interacción genera un aumento en el amortiguamiento general del sistema debido a fuerzas de barrido que aparecen en el contacto. Por consiguiente, el principal objetivo de variados estudios ha sido identificar los factores que afectan la interacción pieza – herramienta de manera de poder caracterizar el fenómeno de *Process Damping*. En general, esta interacción se puede presentar como una penetración de la herramienta sobre la pieza durante el proceso de corte realizado. En la Figura 2.10 se presenta en la parte superior, un esquema de la herramienta durante el proceso de corte en una oscilación, y en la zona inferior se observa cómo la fuerza varía con respecto al avance en el esquema superior. El trazado rojo en la herramienta corresponde a la penetración de esta

última sobre la pieza, donde se observa que las zonas B o C poseen una mayor interacción pieza-herramienta con respecto a las zonas A o D donde no se observa interacción alguna. Esto muestra cómo el *Process Damping* puede ir variando dependiendo a la zona en la que se encuentre la herramienta durante el corte, por lo que el mayor amortiguamiento extra se genera durante la zona B de la oscilación [12], [13].

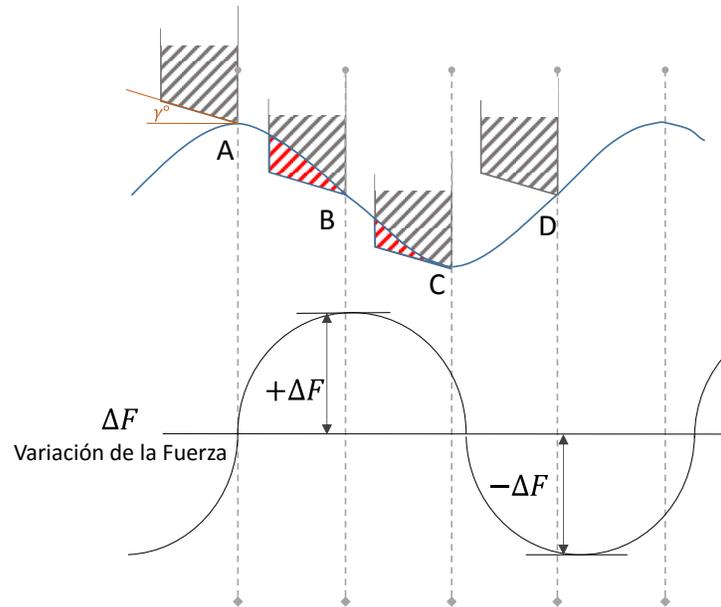


Figura 2.10: Esquema demostrativo para la propuesta del fenómeno de *Process Damping*.

Fuente: Elaboración propia a partir de referencias [6], [14]

El efecto de *Process Damping* también varía acorde a como interaccionan los materiales de la herramienta y la pieza, caracterizado como un coeficiente de indentación  $K_d$  [10], [15], el cual corresponde a un coeficiente experimental dado por la resistencia a la interacción del corte que se genera entre el material de la herramienta y el material de la pieza a mecanizar. Se considera constante para una interacción pieza – herramienta determinada, independiente de otras condiciones de operación. Este coeficiente solo puede ser obtenido experimentalmente, para efectos de este trabajo se utilizan los valores declarados en la literatura mostrados en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2. Coeficientes de indentación  $K_d$  obtenidos de la literatura

Material de la Pieza	Material de la Herramienta	Coefficiente de Indentación ( $K_d$ ) [ $N/mm^3$ ]
<b>Acero Inoxidable AISI1050</b>	HSS Tool <sup>17</sup>	65.000
	Carburo	80.000
<b>Aluminio Al7075</b>	Carburo	10.000
<b>Titanio Ti6A14V</b>	Carburo	30.000

Fuente: Elaboración propia a partir de referencias [10], [13], [15].

Taylor [14] muestra que los parámetros de la herramienta más determinantes para la definición de *Process Damping* son: el radio de punta  $r$ , y el ángulo de holgura o incidencia  $\gamma$ . Además, comprueba que la influencia del radio de punta  $r$  depende de la velocidad de corte  $V_{cs}$  del proceso. Mientras que en el estudio [6] se concluyó que la tasa de avance  $h_0$  no tiene una implicancia directa en el fenómeno de *Process Damping*.

En la Figura 2.11, se muestra un esquema del proceso de corte, con cada uno de los parámetros de corte que permiten modelar el proceso, incluyendo *Process Damping*. Se observan los parámetros de herramienta ( $r$  y  $\gamma$ ); el coeficiente de indentación  $K_d$ ; la velocidad de corte  $V_{cs}$ ; el efecto de las vibraciones regenerativas ( $x(t)$  y  $x(t - \tau)$ ); y la penetración de la herramienta en la pieza  $U(t)$  (en rojo en la figura).

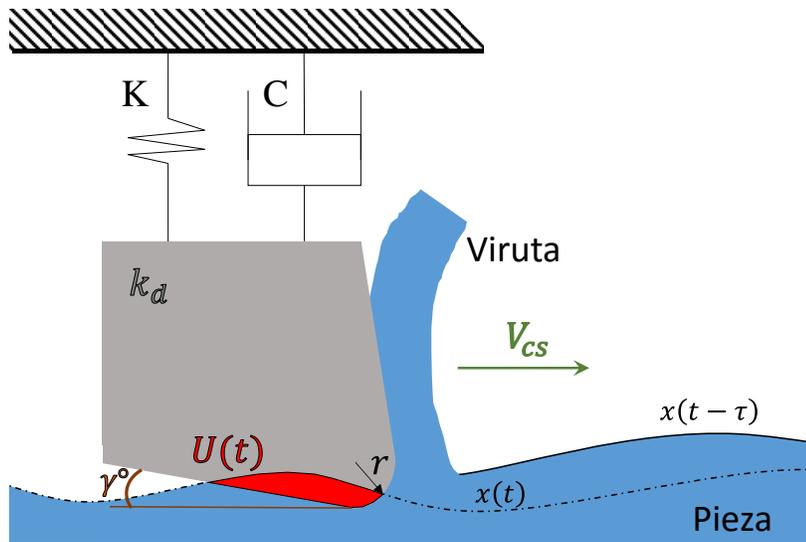


Figura 2.11: Esquema de corte en un proceso de torneado.

Fuente: Elaboración propia a partir de referencia [10]

<sup>17</sup> HSS Tool: Herramienta de altas velocidades

En la Figura 2.12, se muestra como el SLD<sup>18</sup> es afectado si se le agrega el efecto de *Process Damping*, ya que a bajas velocidades de giro (*spindle speed*, eje x) se observa como tiene un incremento considerable en la zona estable (zona inferior del gráfico) en la profundidad de corte, que se traduce en un aumento en la tasa de remoción de material del proceso. Además, se puede ver que existe un efecto llamado “lobing effect”, que permite incrementar estabilidad a grandes velocidades de corte. Sin embargo, para materiales como las aleaciones de titanio y/o nickel, la velocidad de giro se encuentra muy limitada debido al gran desgaste de material que se genera durante el proceso de corte, por lo que el “lobing effect” en estos materiales no tiene un efecto preponderante para aumentar la productividad del corte.

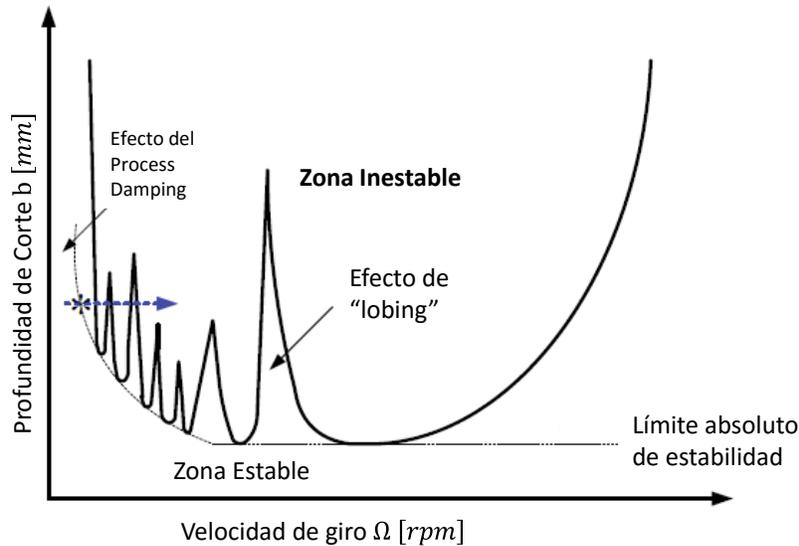


Figura 2.12: Curva de estabilidad (SLD) para un proceso de fresado con zona de *Process Damping*

Fuente: Elaboración a partir de referencia [6]

### 2.3.1 Factor de *Process Damping*

El amortiguamiento extra dado por *Process Damping*, se ve reflejado en la ecuación 2.12:

$$c_t = c + c_p \quad 2.12$$

donde  $c_t$  corresponde al amortiguamiento total consistente en el amortiguamiento del sistema  $c$  (Figura 2.11); y  $c_p$  el factor de amortiguamiento de *Process Damping*. Para determinar el factor de  $c_p$ , existe un modelo ([10]–[13]), definido a partir del área de penetración del flanco de la herramienta en la pieza, el que es expresado como un coeficiente de indentación  $K_d$  mostrado en la ecuación 2.13.

$$c_p = \frac{K_d \cdot I}{A\pi} \quad 2.13$$

$$I = \int b U_{cs}(t) \cos(\omega_c t) dt \quad 2.14$$

<sup>18</sup> Diagramas de lóbulos de Estabilidad, Sigla en inglés.

donde  $A$  y  $\omega_c$  corresponden a la amplitud y frecuencia de la superficie ondulada;  $b$  a la profundidad de corte;  $U_{cs}(t)$  a la función que determina el área de indentación en cada paso de tiempo; y  $K_d$  al coeficiente de indentación (Tabla 2.2). Se simula el efecto del factor de *Process Damping* sobre la parte real del FRF de la herramienta, a través de las ecuaciones 2.15 y 2.16:

$$Re[G_{xx}]_{min} \cong -\frac{1}{4k\xi_t} \quad 2.15$$

$$\xi_t = \frac{c_t}{\sqrt{2km}} = \frac{c + c_p}{\sqrt{2km}} \quad 2.16$$

donde  $Re[G_{xx}]_{min}$  corresponde al mínimo de la parte real del FRF de la herramienta; mientras que  $m$ ,  $k$  y  $c$  corresponden a la masa, rigidez y amortiguamiento del sistema; y  $\xi_t$  la razón de amortiguamiento total.

A través del factor  $c_p$  se puede incorporar el efecto de *Process Damping* en los diagramas SLD (Figura 2.12). En la Figura 2.13, se muestra un modelo simplificado de esto, solo mostrando el límite absoluto de estabilidad.

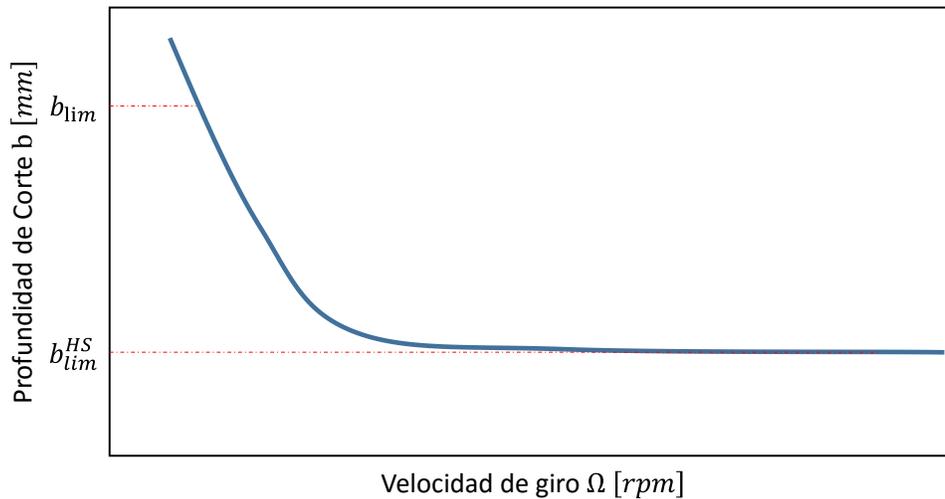


Figura 2.13: Diagrama de estabilidad absoluto con la incorporación de *Process Damping*.

Fuente: Elaboración a partir de referencia [10]

A partir de la Figura 2.13, se hace la distinción con respecto al límite de estabilidad absoluto  $b_{lim}^{HS}$ <sup>19</sup> (que no contabiliza el efecto de *Process Damping*), y al límite de estabilidad superior  $b_{lim}$  (que sí lo contabiliza). El límite superior tiene un potencial para poder aumentar la productividad de procesos de bajas velocidades sin afectar la estabilidad del sistema, correspondiente a un modelo más realista. Entonces, tomando en consideración la ecuación 2.9 para determinar  $b_{lim}$ , contabilizando el fenómeno de *Process Damping* a partir de las ecuaciones 2.15 y 2.16, se obtiene una relación para el límite de estabilidad superior:

<sup>19</sup> Sigla HS: High speed. Como límite de estabilidad a altas velocidades.

$$b_{lim} = \frac{2k\xi_t}{K_f} \quad 2.17$$

donde  $b_{lim}$  es el límite de profundidad de corte superior;  $k$  corresponde a la rigidez modal del sistema;  $\xi_t$  a la razón de amortiguamiento total (considerando  $c_p$  y  $c$ ); y  $K_f$  el coeficiente de fuerza de corte de avance.

Además, se define el límite para altas velocidades considerando una razón de amortiguamiento sin el factor de *Process Damping*. A partir de las ecuaciones 2.12, 2.16 y 2.17. Se obtiene una relación entre el factor de *Process Damping* y el amortiguamiento del sistema,

$$c_p = c \left( \frac{b_{lim}}{b_{lim}^{hs}} - 1 \right) \quad 2.18$$

la ecuación 2.18 es relevante, ya que representa una relación directa entre los límites, propiedades modales y *Process Damping*. Esto ayuda a determinar el *Process Damping* global (o promedio) del sistema a usar a través de una serie de experimentos. En otras palabras, si a través de una serie de experimentos se produce una curva como la mostrada en la Figura 2.13, es posible determinar experimentalmente el factor de *Process Damping*  $c_p$ .

## 2.4 Modelo de Energía

En general, la profundidad de corte estable límite a bajas velocidades se consigue en base a ensayo – error, ya que no existe un método probado que estime el *Process Damping* para un proceso de corte determinado. Las bases de los modelos desarrollados en el presente trabajo se obtuvieron a partir de la literatura dada por Budak, Tunc y Eynian [10], [13].

En la sección 2.3, se mostró que el factor de *Process Damping* es posible determinarlo a partir de un factor de indentación que depende principalmente de la interacción entre los materiales de la herramienta y la pieza acorde a la literatura revisada [10], [12].

Debido a que el *Process Damping* corresponde a una fricción penetrante en el proceso de corte, es posible definir este efecto a través de la pérdida de energía que se produce durante el corte. Por consiguiente, se considerará que la energía total que se disipa debido al coeficiente de *Process Damping* (ecuación 2.18) es igual a la energía que se disipará durante un ciclo de corte por el flanco (cara inferior de la herramienta). Por lo tanto, para este modelo será clave la modelación geométrica de la herramienta, donde aparecerá el factor de indentación  $K_d$  mostrado en secciones previas.

### 2.4.1 Energía Disipada por el Coeficiente de *Process Damping*

Para este modelo se estima que la superficie ondulada de corte se puede definir como una senoide de frecuencia  $\omega_c$  y amplitud  $A$ ,

$$x = A + A \sin(\omega_c t) \quad 2.19$$

$$\dot{x} = A \omega_c \cos(\omega_c t) \quad 2.20$$

donde se considera  $\omega_c$  como la frecuencia de *chatter*. Esta, corresponde a la frecuencia que define el límite de estabilidad de SLD. Generalmente este valor esta en torno a la frecuencia natural, y corresponde a la frecuencia donde está el mínimo en la curva  $Re(FRF)$ , y como el factor de *Process Damping* corresponde a un amortiguamiento, puede ser representado como una fuerza, y por ende como un potencial,

$$P_{pd} = F_{pd}\dot{x} = c_p\dot{x}^2 = c_p \cdot A^2\omega_c^2 \cos^2(\omega_c t) \quad 2.21$$

entonces, como se quiere analizar un ciclo completo de corte, para obtener la energía disipada es necesario integrar con un periodo de oscilación dado por  $T = 2\pi/\omega_c$ :

$$E_{pd} = \int_T P_{pd} dt = \int_0^{2\pi/\omega_c} c_p \cdot A^2\omega_c^2 \cos^2(\omega_c t) dt = c_p A^2\omega_c \pi \quad 2.22$$

#### 2.4.2 Energía Disipada por la Interacción Pieza – Herramienta

En esta parte de la ecuación aparece el coeficiente de indentación ( $K_d$ ) para definir la “fuerza de damping” consistente en la fuerzas de fricción que aparecen cuando la herramienta penetra la superficie ondulada.

$$F_{pd}^c = K_d \cdot v(t) \quad 2.23$$

En la ecuación se muestra como la fuerza de damping se puede definir como la multiplicación entre el coeficiente de indentación  $k_d$  (sección 2.3.1 - [10], [13]) y el volumen de penetración de la herramienta a la superficie. El coeficiente de indentación tiene unidades de  $[N/mm^3]$  para que se cumpla la relación. Además del análisis de las bases de mecánica del torneado (véase Figura 2.4a) es posible definir el volumen de penetración acorde a la ecuación 2.24.

$$v(t) = U(t) \cdot b \quad 2.24$$

donde  $U(t)$  corresponde a la función de área de penetración de la herramienta a la superficie, y  $b$  es la profundidad de corte. Luego, es posible obtener la energía a partir de esta fuerza según las ecuaciones 2.25 y 2.26.

$$E_{pd}^c = \int_T P_{pd}^c dt = \int_0^{2\pi/\omega_c} F_{pd}^c \cdot \dot{x} dt = \int_0^{2\pi/\omega_c} K_d \cdot U(t)b \cdot A\omega_c \cos(\omega_c t) dt \quad 2.25$$

$$E_{pd}^c = K_d A b \omega_c \int_0^{2\pi/\omega_c} U(t) \cos(\omega_c t) dt \quad 2.26$$

A partir de las ecuaciones 2.22 y 2.26, se puede llegar a una expresión que combine el factor de *Process Damping* con el coeficiente de indentación, reflejado en las ecuaciones 2.27 y 2.28,

$$c_p A^2 \omega_c \pi = K_d A b \omega_c \int_0^{2\pi/\omega_c} U(t) \cos(\omega_c t) dt \quad 2.27$$

$$K_d = \frac{c_p A \pi}{\int_0^{2\pi/\omega_c} U(t) \cos(\omega_c t) dt} \quad 2.28$$

Es importante destacar que para la realización de este trabajo, no se consideran validaciones experimentales, por lo que para poder validar los modelos se usarán valores comprobados previamente para  $K_d$  (Tabla 2.2), para llevar a cabo las simulaciones correspondientes.

### 3 Modelo de Torneado

Durante esta capítulo, se explican los 2 modelos desarrollados: la simulación del proceso de corte de torneado en el dominio temporal (ver código en anexo A.1) y en el dominio de frecuencias (ver código en anexo A.2) con la incorporación del fenómeno de *Process Damping*.

Desde la sección de antecedentes, se obtuvieron los 4 parámetros relevantes para la simulación del *Process Damping*:

- Radio de punta de la herramienta<sup>20</sup> ( $r$ )

En general las herramientas para trabajar a bajas velocidades tienen grandes radios de punta, lo que corresponde a una variable relevante para la penetración de la herramienta en la pieza. Se asume que el radio igual a cero consiste en una herramienta afilada.

- Propiedades de material

Para la modelación es importante distinguir que existen constantes que varían según el material de la pieza a mecanizar. Principalmente esta variable distingue 2 aspectos importantes: los coeficientes de fuerza de corte (Tabla 2.1), y el coeficiente de indentación (Tabla 2.2).

- Ángulo de incidencia o relajación ( $\gamma^\circ$ )

Al igual que con el radio de punta, este ángulo de la herramienta tiene una gran relevancia para la caracterización del área de penetración. En la Figura 2.10 se muestra la importancia de este ángulo para determinar las fuerzas a partir del *Process Damping*.

- Velocidad de corte ( $V_{cs}$ )

Corresponde al efecto de la velocidad de giro  $\Omega$ , considerando solo la velocidad de corte como función del giro, se trabaja en unidades de velocidad  $\left[\frac{m}{s}\right]$ ,

$$V_{cs} = 60\Omega \cdot \pi D \quad 3.1$$

Se optó por usar la velocidad de corte, ya que para efectos de simulación en el modelo de tiempo facilita la programación.

La aplicación de cada uno de estos parámetros es diferente dependiendo del dominio de la simulación realizada. Durante las siguientes secciones se muestra la forma de realizar el modelo para los 2 dominios.

#### 3.1 Modelo en el Dominio del Tiempo

El modelo explicado durante esta sección se muestra en el código de MATLAB del anexo A.1. A continuación se muestra la ecuación de movimiento sin *Process Damping* mostrado en la ecuación 3.2, es importante considerar que este modelo se basa en resolver la ecuación de movimiento a

---

<sup>20</sup> “Nose Radius” en inglés.

partir de una integración numérica. Para efecto de este trabajo, se resuelve usando integración de Euler.

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = K_f b [h_0 - x(t) + x(t - \tau)] \quad 3.2$$

Para incluir el efecto de *Process Damping* en cada paso de tiempo de la simulación se incorpora como una fuerza de damping sumada a la fuerza por el avance del corte, caracterizada por el coeficiente de fuerza de corte  $K_f$ . Así, a partir de la fuerza de damping mostrada en las ecuaciones 2.23 y 2.24 se obtiene una ecuación de movimiento incluyendo el efecto de *Process Damping* que se observa en la ecuación 3.3:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = K_f b [h_0 - x(t) + x(t - \tau)] + bK_d U(t) \quad 3.3$$

donde  $m$ ,  $k$  y  $c$  corresponden a la masa, rigidez y amortiguamiento del sistema sin *Process Damping*;  $b$  a la profundidad de corte;  $K_d$  al coeficiente de indentación; y  $U(t)$  al área de indentación. Para la simulación del dominio temporal a través de integración numérica, es clave la definición de la función  $U(t)$  a partir de parámetros conocidos previamente.

### 3.1.1 Metodología

Para la resolución de la ecuación 3.3 se siguió la siguiente metodología, ilustrada en la Figura 3.1.

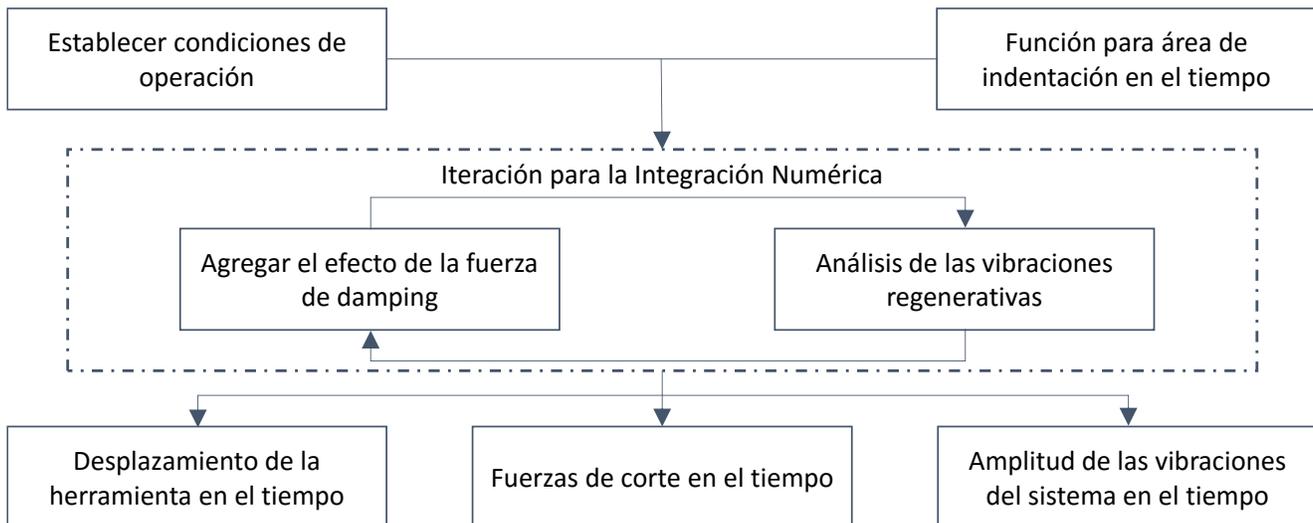


Figura 3.1: Metodología que sigue la modelación en el dominio del tiempo

Fuente: Elaboración propia

Los pasos previos para poder desarrollar el modelo dinámico son establecer las condiciones de operación con las que se va a trabajar, y lograr determinar la función correspondiente al área de indentación para el tiempo. Estas son las bases para empezar la integración.

Para la integración numérica, es importante destacar que se deben realizar un número de pasos que permita una correcta modelación de cada corte. Para definir esto, se usa el teorema del muestreo como condición límite, donde el valor de  $\delta t$  para cada revolución se determina en la ecuación 3.4, y a partir de esto se define el número de iteraciones por revolución a partir de la ecuación 3.5,

$$\delta t = \frac{\tau}{N_m} = \frac{1}{f_n \cdot N_m} \quad 3.4$$

$$S_{rev} = \frac{60}{\delta t \cdot \Omega} \quad 3.5$$

donde  $\tau$  corresponde al periodo de oscilación;  $N_m$  el número que define el muestreo (debe ser superior a 2, en particular, se recomiendan al menos valores mayores a 10);  $f_n$  la frecuencia natural en Hz;  $S_{rev}$  el número de pasos por revolución a iterar; y por último,  $\Omega$  la velocidad de giro.

Para el desarrollo de este trabajo se estableció una tasa de muestreo mínima de 100 iteraciones por oscilación, para así asegurar lograr una correcta simulación del proceso de corte sin aumentar de forma considerable el tiempo de iteración.

Se consideraron 2 revoluciones de corte previas como condición de inicio, que consisten en ir aumentando de forma gradual la tasa de avance  $h$ , hasta llegar al valor establecido para el corte  $h_0$  en la ecuación, de manera de aplicar las fuerzas de corte iniciales de forma gradual.

Durante la iteración hay que considerar 2 pasos importantes: el efecto de las vibraciones regenerativas y la fuerza de damping a la ecuación de movimiento. Lo primero, consiste en ver cómo afectaban las oscilaciones de revoluciones anteriores a la revolución actual. En este punto, es importante destacar que la literatura, en general, considera únicamente el efecto de la revolución anterior. Sin embargo, en el presente estudio se consideraron vibraciones de revoluciones previas a la anterior. Mientras que la fuerza de damping se agrega implementando la ecuación 2.23 en la ecuación de movimiento (para obtener la ecuación 3.3 final). En esta parte se agrega la función del área de indentación.

Finalmente, una vez terminada la iteración, es posible estudiar la estabilidad del sistema definido a partir de 3 gráficos principales: fuerzas de corte, vibraciones de la herramienta durante el corte, y la amplitud de las vibraciones. Con el primer gráfico (fuerzas de corte) es posible distinguir el aporte de las fuerzas de *Process Damping* a la estabilidad del sistema, con el segundo gráfico se busca analizar la estabilidad del sistema en comparación al caso sin *Process Damping* del mismo sistema, y el tercero permite estudiar el comportamiento de las vibraciones para cada condición de operación estudiada.

En las siguientes secciones se detallan las partes específicas y más determinantes del proceso de modelación.

### 3.1.2 Función de Área de Indentación

En el anexo A.3, se muestra el código hecho en MATLAB correspondiente a la función de área de indentación para el dominio del tiempo.

Se generó un modelo predictivo que permitiera saber el área de penetración de la herramienta en la pieza a un cierto tiempo determinado (Figura 3.2). Se consideraron 3 aspectos principales para poder estimar el área: el punto de contacto entre la herramienta y la pieza (definido a partir de un ángulo  $\beta^\circ$ ), la función que establece las oscilaciones (este aspecto varía si se calcula para un dominio en el tiempo o de frecuencias), y la parametrización de la herramienta.

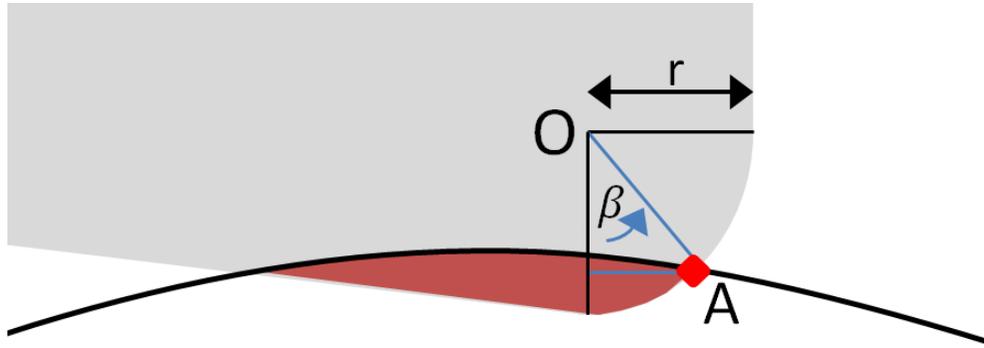


Figura 3.2: Representación gráfica del área de indentación (en rojo), definida a partir del punto de contacto A.

Fuente: Elaboración propia

Los supuestos que toma este modelo son los siguientes:

- El área de indentación puede ser modelada como una integración numérica entre una función de la superficie ondulada y la función que determina a la herramienta.
- El área de indentación es cero si la amplitud de la onda que define a la superficie es menor a  $0.001 \mu m$ .
- Si el ángulo de penetración  $\beta$  es cero o negativo, la herramienta será modelada como una herramienta con punta afilada con radio de punta igual a cero.
- El área de indentación fue definida por 5 variables principales: tiempo, el radio de la punta o eje, el ángulo de incidencia, la velocidad de corte y el material de trabajo.
- Solo se considera la primera indentación entre la superficie de la pieza y la herramienta. Como se muestra en la Figura 3.3, no se toma en cuenta cualquier interacción posterior al primer contacto entre la herramienta y la pieza (la cruz roja en el 2do contacto).

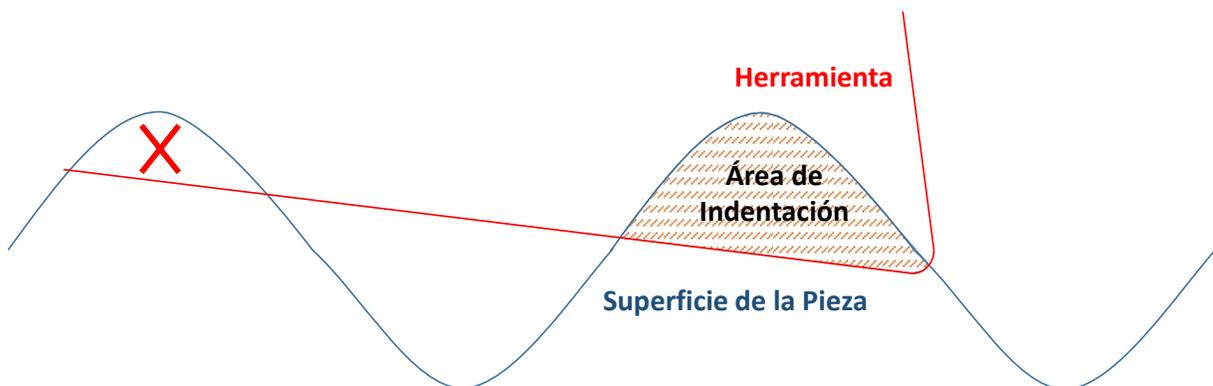


Figura 3.3: Representación gráfica de la consideración de la primera indentación (área trazada) entre la herramienta (delimitado en rojo) y la superficie de la pieza (delimitado en azul).

Fuente: Elaboración propia

La realización de la función del área de indentación se basa en 3 aspectos principales: la identificación del punto de contacto, la parametrización de la herramienta y la parametrización de la superficie.

La identificación del punto del contacto depende de: el tiempo, el material de la herramienta, la velocidad de corte, y el radio de punta de la herramienta. Mientras que la parametrización de la herramienta se define a partir de: el radio de la punta de la herramienta, el ángulo de incidencia, y la velocidad de corte.

### 3.1.2.1 Identificación del Punto de Contacto

La Figura 3.2 representa como se va a modelar la interacción pieza – herramienta. El ángulo  $\beta^\circ$  permite caracterizar el ángulo con el cual la punta de la herramienta penetra en la pieza. La correcta simulación de este punto de contacto es clave para lograr simular la penetración real de la interacción. Resulta complicado medir de forma precisa donde ocurre este contacto para cada punto de la iteración, por lo tanto, para modelar esto se usa una función ponderada experimentalmente. Así, se estima el punto de contacto a través del ángulo de penetración  $\beta$ , definido en función del radio de punta de la herramienta ( $r$ ) y la velocidad de corte ( $V_{cs}$ ). Esta última se relaciona directamente con la longitud de onda de la superficie de la pieza, por lo que afecta el contacto entre la herramienta y la superficie, mientras que el radio de punta caracteriza, si corresponde, a una herramienta afilada (por ende de poca penetración), o a una herramienta de punta ancha con mayor penetración. Lo anteriormente descrito se muestra en la ecuación 3.6:

$$\beta = \beta_0 + \beta_1 \cdot V_{cs} + \beta_2 \cdot r \quad 3.6$$

donde  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  y  $\beta_2$  son ponderadores determinados de forma experimental para cada material de la superficie. De  $\beta$  se espera que sea inversamente proporcional a la velocidad de corte, y directamente proporcional al radio de punta para el acero inoxidable [10]. En orden de poder realizar simulaciones para este parámetro se requiere tener coeficientes  $\beta$  determinados experimentalmente. Los ponderadores usados en este trabajo se muestran en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Valor de los ponderadores para calcular el ángulo de penetración dependiendo del material

Material Superficie	Coeficientes para ángulo de penetración		
	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$
Acero Inoxidable AISI1050	0,42	-0,15	0,05
Aluminio Al7075	0,47	-0,16	0,00

Fuente: Elaboración propia a partir de referencia [10].

### 3.1.2.2 Parametrización de la Herramienta

La parametrización de la herramienta fue dividida en 2 partes principales:

- Un arco de circunferencia definido a partir del radio del eje  $r$  y el ángulo de penetración  $\beta$ .

- La cara del flanco de la herramienta se define por medio del ángulo de incidencia.

La primera zona a modelar corresponde a la zona del radio de punta. Esta zona fue modelada a partir de la ecuación de una circunferencia, asumiendo que para un periodo de tiempo  $t$  es posible obtener la posición exacta del punto de contacto A ( $z_0$  y  $x_0$  en la Figura 3.4), a partir de esto se determina la siguiente relación para el punto de contacto,

$$z_0 = z(t), \quad x_0 = x(t) \quad 3.7$$

Luego, a partir de esta definición y la parametrización mostrada en la Figura 3.4, se determina la zona de la punta de la herramienta con las variables  $z_{nose}$  y  $x_{nose}$  como vectores específicos para esta zona y subconjunto de  $z$  y  $x$ , respectivamente. Cabe destacar que lo que interesa parametrizar en esta parte se encuentra en rojo en la Figura 3.4.

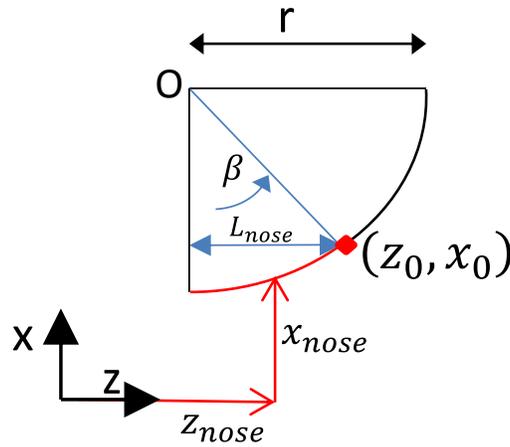


Figura 3.4: Representación gráfica de la parametrización de la punta de la herramienta.

Fuente: Elaboración propia

Siendo conocido el radio de punta  $r$  y el ángulo de penetración  $\beta$ , es posible obtener la distancia  $L_{nose}$  del punto de contacto A al centro O de la punta. Entonces, a través de la ecuación de la circunferencia se realiza una parametrización para la zona roja en la Figura 3.4 por medio de las ecuaciones 3.8 y 3.9:

$$L_{nose} = r \cdot \sin \beta \quad 3.8$$

$$x_{nose} = x_0 + r \cdot \cos \beta - \sqrt{r^2 - (z_{nose} - (z_0 - L_{nose}))^2}, \quad z_{nose} \in (z_0 - L_{nose}, z_0) \quad 3.9$$

De esta manera se determina la parametrización de la punta de la herramienta a partir del punto de contacto.

Para la segunda zona es más sencillo realizar este ejercicio, ya que solo depende del ángulo de incidencia  $\gamma$ , que a su vez corresponde a la pendiente de la recta. En la Figura 3.5, se muestra el

punto  $(z_1, x_1)$  como partida de la zona de flanco. Este punto, es posible determinarlo como el último correspondiente a la zona de la punta o nariz.

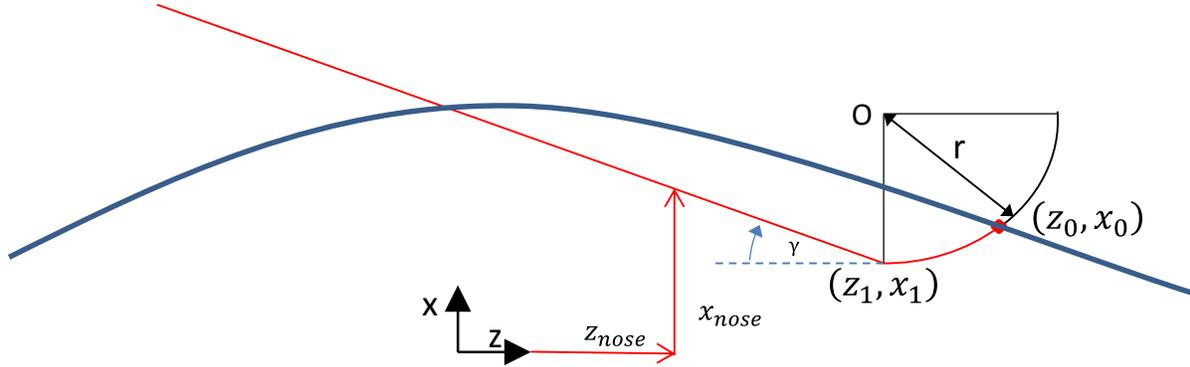


Figura 3.5: Representación gráfica de la parametrización del flanco de la herramienta.

Fuente: Elaboración propia

Ajustándose a la suposición 4, se define  $z_f = z(t - T)$  donde T corresponde al período para una onda de la superficie. Por lo que la parametrización para el flanco queda mostrado a continuación en la ecuación 3.10.

$$x_{flank} = x_1 + \tan(\gamma) \cdot (z_1 - z_{flank}), \quad z_{flank} \in (z_f, z_1)$$

3.10

En la parametrización de  $z(t)$  se distinguen en 2 zonas:  $z_{nose}$  y  $z_{flank}$ , debido a que el largo del flanco es considerablemente mayor al del radio de la herramienta. Por lo que si se usa el mismo paso de integración para ambas zonas sería muy ineficiente y poco práctico para el estudio del área de penetración, incluso se divide la parametrización de la zona de flanco en 2. Primero una zona que este inmediatamente después de terminado el radio de la punta, y otra para el resto de la cara inferior, para así tener una simulación más precisa sin implicar un gasto computacional extra.

### 3.1.2.3 Parametrización de la Superficie

Con la definición de la herramienta, se requiere parametrizar la superficie ondulada que se genera en cada paso de tiempo. Se debe considerar que esta parametrización es la única que varía dependiendo de qué modelo se está usando, y las variables que la definen dependerán de si se está trabajando en el dominio de tiempo o el de frecuencias.

En la simulación en el dominio del tiempo, el desplazamiento es simulado en cada punto de la iteración en un vector. Es importante recordar que como supuesto solo se analiza la interacción de la última onda de la superficie en el corte.

Por lo tanto, se simula la superficie a partir del resultado que se obtiene durante el desarrollo de la integración numérica. Así, a las variables ya usadas previamente (radio de punta  $r$ , propiedad del material  $(K_d, \beta)$ , ángulo de incidencia  $\gamma$ , y velocidad de corte  $V_{cs}$ ) se le tienen que agregar 2 variables extras.

$$U^{21}(t) = UCS(\dots, x_{wave}, \delta t) \quad 3.11$$

En la ecuación 3.11 se muestran las 2 variables que permiten dominar la onda de la superficie, donde  $x_{wave}$  corresponde a un vector que guarda la última onda completa que fue simulada como resultado de la iteración, por lo que en otras palabras, el vector se define según la siguiente ecuación 3.12:

$$x_{wave} = x((i - 1) - (N_m - 1):(i - 1)) \quad 3.12$$

donde  $i$  corresponde al paso de iteración actual en el programa, y  $N_m$  al número de iteraciones que se va a usar para simular cada oscilación en la modelo. Entonces, para que  $x_{wave}$  este correctamente definido, es necesario que el muestreo  $N_m$  sea lo suficientemente fino para que se pueda realizar este cálculo de forma precisa. A partir de varias simulaciones, se obtuvo que el mínimo valor para  $N_m$  se encuentra alrededor de las 80 iteraciones por onda de superficie. En la Figura 3.6 se muestra un ejemplo de onda de superficie obtenida a partir de un muestreo de  $N_m = 100$ .

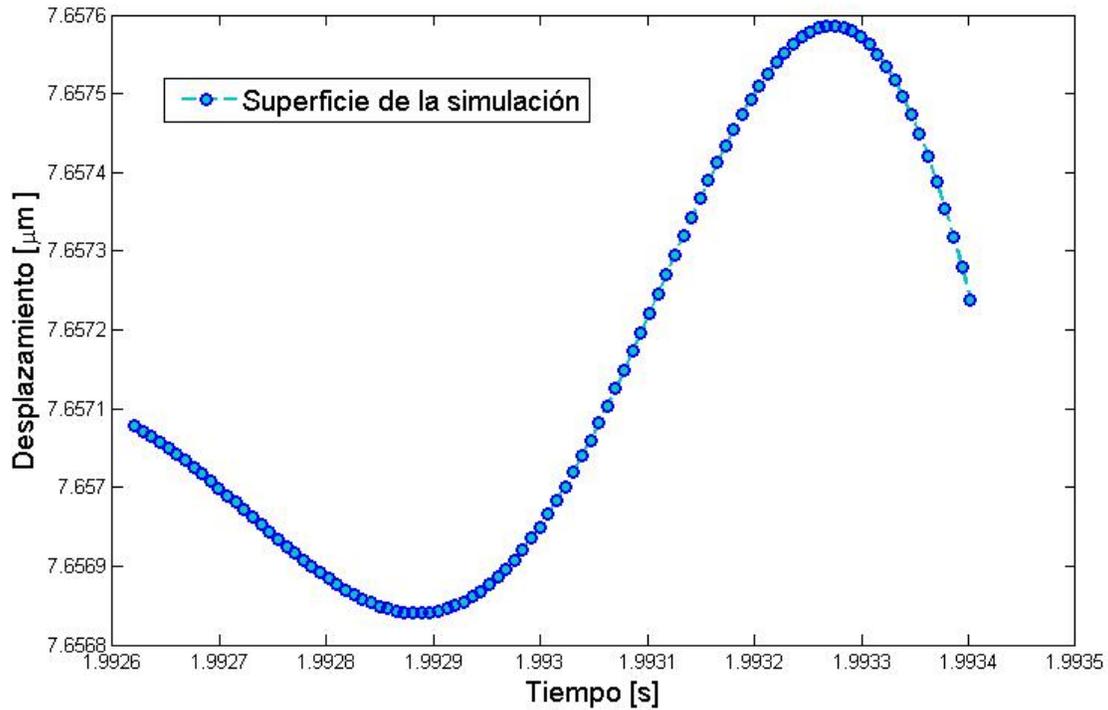


Figura 3.6: Muestra de un  $x_{wave}$  guardado para una iteración  $i$ .

Fuente: Elaboración propia

Por otro lado, para el cálculo del área de indentación se tiene que proceder a restar esta superficie con la herramienta parametrizada, como se muestra en las ecuaciones 3.13 y 3.14:

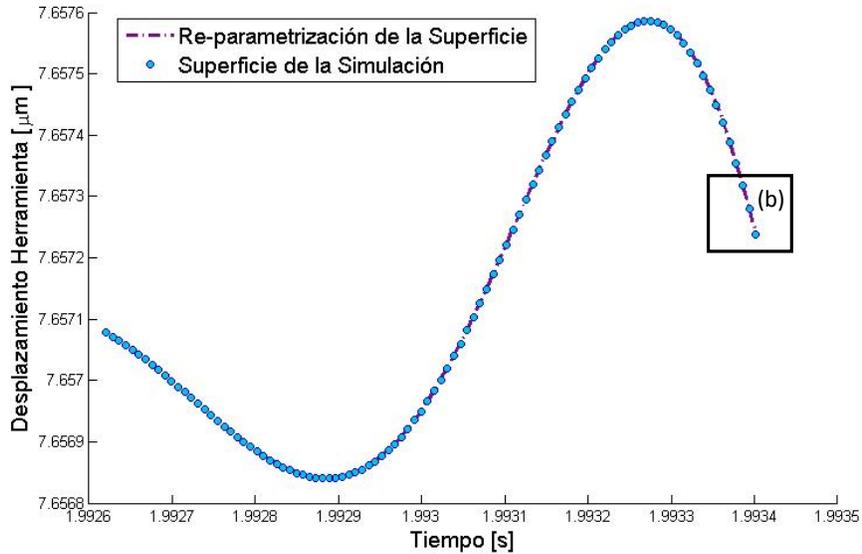
$$x_{herramienta} = x_{nose} + x_{flank} \quad 3.13$$

<sup>21</sup> Función de área de indentación para el dominio del tiempo

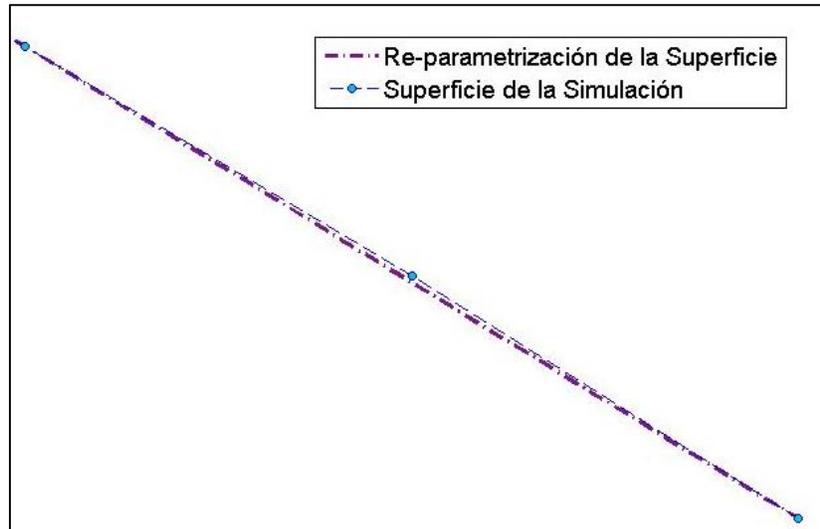
$$U_{cs}(t) = x_{wave} - (x_{herramienta})$$

3.14

donde  $x_{nose}$  y  $x_{flank}$  fueron definidos en la sub-sección 3.1.2.2, sin embargo, para que esta resta sea posible de realizar, es necesario cambiar la parametrización de  $x_{wave}$  para que tenga la misma definición de la herramienta. Entre los puntos originales de  $x_{wave}$  (puntos celestes en la Figura 3.7a), se realiza una regresión lineal para obtener una nueva oscilación  $x_{wave}$  simulada para que tenga la misma parametrización que la herramienta (curva morada punteada en la Figura 3.7a y Figura 3.7b).



(a)

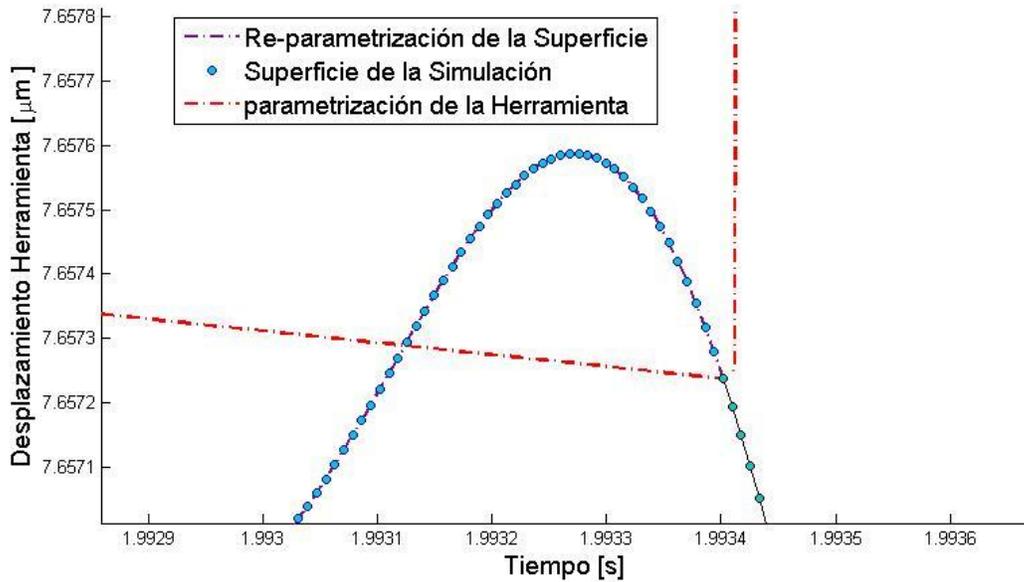


(b)

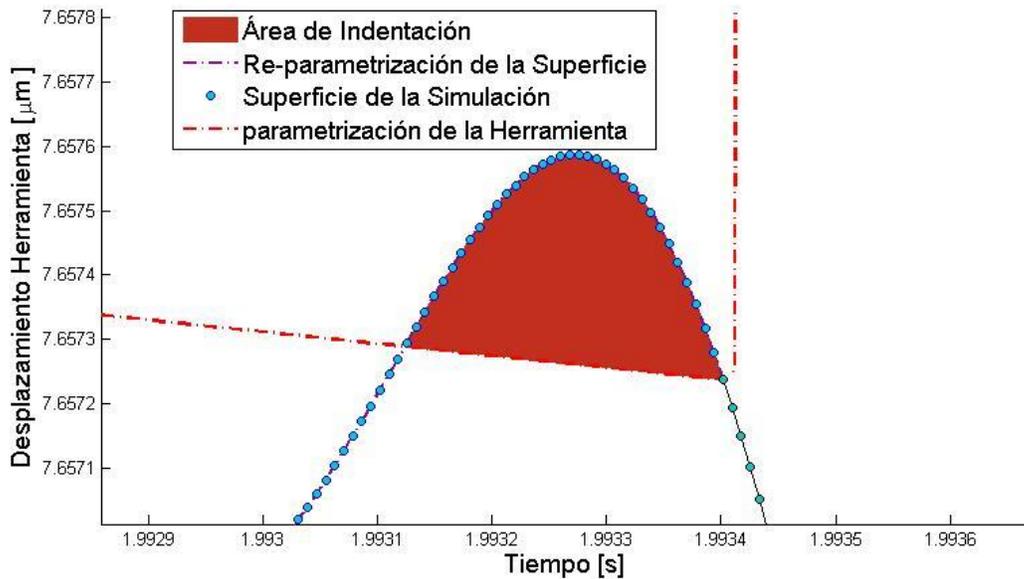
Figura 3.7: (a) Muestra de comparación entre la superficie obtenida de la iteración, y la generada para el cálculo del área de indentación y (b) muestra del zoom en la imagen (a).

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 3.8a se muestra de forma gráfica la interacción entre la herramienta parametrizada (en color rojo) y la superficie simulada. Para el ejemplo mostrado se consideró un ángulo de incidencia de  $7^\circ$  y un radio de eje de la herramienta de  $20 \mu m$ . En la Figura 3.8b se observa el área de indentación caracterizada de color rojo oscuro.



(a)



(b)

**Figura 3.8:** (a) Interacción simulada entre la herramienta (rojo) y la superficie modelada (en morado), y (b) con el área de indentación pintada en color rojo oscuro.

Fuente: Elaboración propia

Finalmente, el cálculo del área de indentación no es más que la resta entre ambas parametrizaciones (ecuación 3.14), lo cual se observa de forma gráfica en la Figura 3.9. Si la diferencia entre la herramienta y la superficie es negativa, esta se impone como cero, ya que solo interesa la parte de contacto. Las diferentes leyendas del gráfico son para mostrar como aporta cada zona de la herramienta al área de indentación. El color rojo corresponde a la zona de la punta de la herramienta, mientras que los otros 2 colores son para las 2 secciones de la cara inferior o flanco de la herramienta. De esta manera, se obtuvo el área de indentación para cada paso del tiempo durante la integración numérica de la ecuación de movimiento.

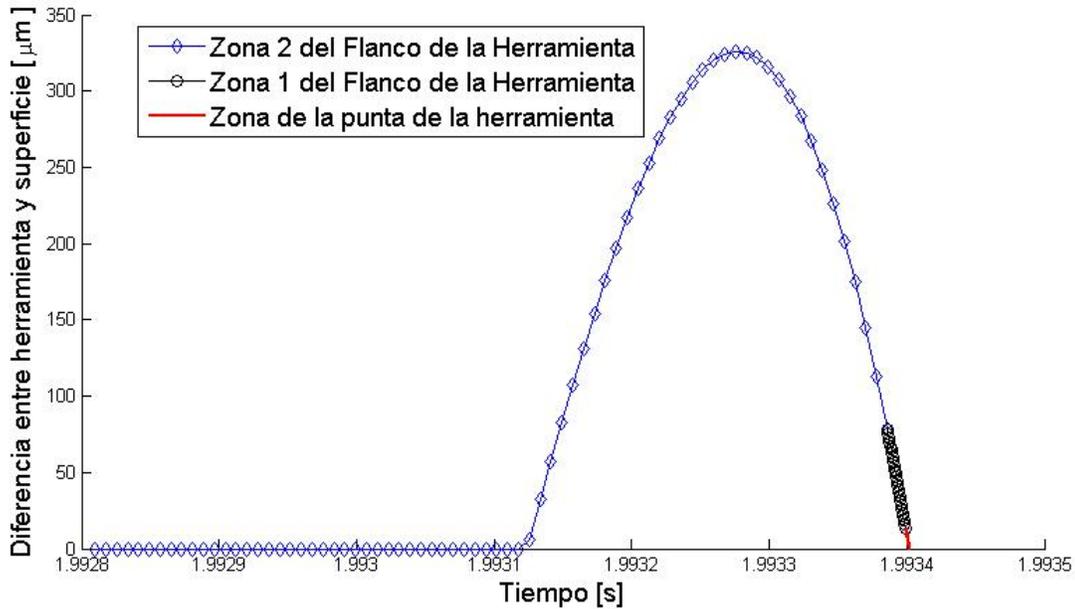


Figura 3.9: Resta entre ambas parametrizaciones realizadas. Corresponde a una muestra gráfica de la diferencia dividida entre las zonas caracterizadas de la parametrización.

Fuente: Elaboración propia

### 3.1.3 Análisis de las Vibraciones Regenerativas

Como se explicó en los antecedentes para la simulación, se debe contabilizar el efecto de las vibraciones regenerativas durante el corte, en otras palabras, contabilizar la influencia de la revolución cortada previamente para determinar la fuerza de corte dada por la tasa de avance del corte.

Esta fuerza afectada por las vibraciones se muestra en la ecuación 3.15:

$$F_f(t) = K_f b [h_0 - x(t) + x(t - \tau)] \quad 3.15$$

donde  $K_f$  corresponde al coeficiente de fuerza de corte en la dirección de avance;  $b$  es la profundidad de corte;  $h_0$  la tasa de avance del corte;  $x(t)$  la influencia del corte actual; y  $x(t - \tau)$  es la influencia de las vibraciones de la revolución anterior. Sin embargo, existen situaciones como la mostrada en la Figura 3.10, donde no necesariamente solo influencia la revolución inmediatamente anterior ( $x(t - \tau)$ ), sino que incluso revoluciones previas a ésta ( $x(t - 2\tau)$  o  $x(t - 3\tau)$ ) pueden

influnciar en el proceso. En particular, en la Figura 3.10 se observa cómo en ciertos pasos de tiempos, la tasa de avance corresponde a la diferencia con la segunda revolución previa (en color negro) y no con la revolución que ocurre inmediatamente después (en color rojo). En general, este fenómeno ocurre en situaciones más inestables, donde la profundidad de corte suele ser alta.

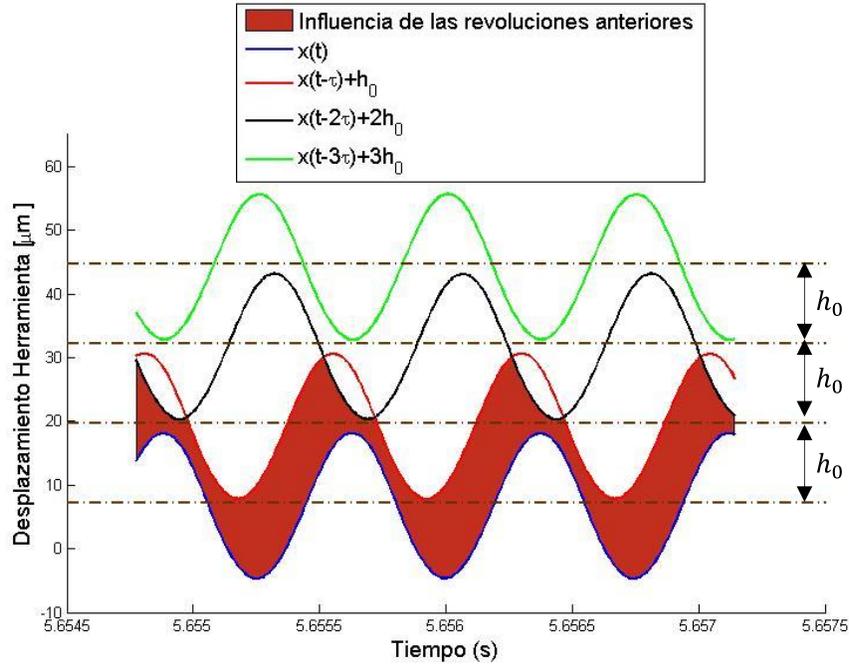


Figura 3.10: Muestra de las vibraciones regenerativas de la influencia de hasta 3 revoluciones anteriores.

Fuente: Elaboración propia

Luego, la ecuación real para mostrar la influencia de las vibraciones regenerativas se observa en las ecuaciones 3.16 y 3.17:

$$x_{min} = \min[ h_0 + x(t - \tau); 2h_0 + x(t - 2\tau); 3h_0 + x(t - 3\tau); \dots ] \quad 3.16$$

$$h(t) = x_{min} - x(t) \quad 3.17$$

donde  $x_{min}$  corresponde al menor valor de las vibraciones regenerativas previas al corte actual (área pintada en la Figura 3.10), donde normalmente se cumplirá en condiciones de estabilidad lo mostrado en la ecuación anterior 3.15. Sin embargo, al agregar *Process Damping* al sistema, se intenta analizar zonas comúnmente más inestables, y por lo tanto, es necesario contabilizar un mayor número de revoluciones.

También hay que considerar que la influencia de todas las revoluciones previas no resulta eficiente para el modelo, ya que conlleva un gasto computacional adicional a la iteración. Por lo que, haciendo un análisis de la influencia, se consideró que un mínimo de 5 revoluciones previas debería ser considerado, aunque para efectos de una simulación más fidedigna, se decidió contabilizar hasta la 7ª revolución previa.

## 3.2 Modelo en el Dominio de Frecuencias

El modelo explicado durante esta sección se muestra en el código de MATLAB del anexo A.2.

El modelo en el dominio de frecuencias se basa en resolver la ecuación de movimiento 3.2, a partir del desarrollo de la FRF del sistema. A diferencia del modelo en el dominio del tiempo, para incluir el efecto de *Process Damping* en la simulación del FRF es necesario actualizar su efecto con el factor de *Process Damping* definido en secciones anteriores, como se observa en las ecuaciones 3.18 y 3.19. Donde el incluir todo el amortiguamiento afectará el FRF obtenido generando una estabilidad límite mayor que sin el factor.

$$c_t = c_p + c \quad 3.18$$

$$m\ddot{x}(t) + c_t\dot{x}(t) + kx(t) = k_f b [h_0 - x(t) + x(t - \tau)] \quad 3.19$$

Además, se identifica que este modelo no contabiliza más de allá de la influencia de la revolución previa del efecto de vibraciones regenerativas.

### 3.2.1 Metodología

Para la resolución de este modelo incluyendo el fenómeno de *Process Damping*, se prosiguió a través de la metodología ilustrada en la Figura 3.11.

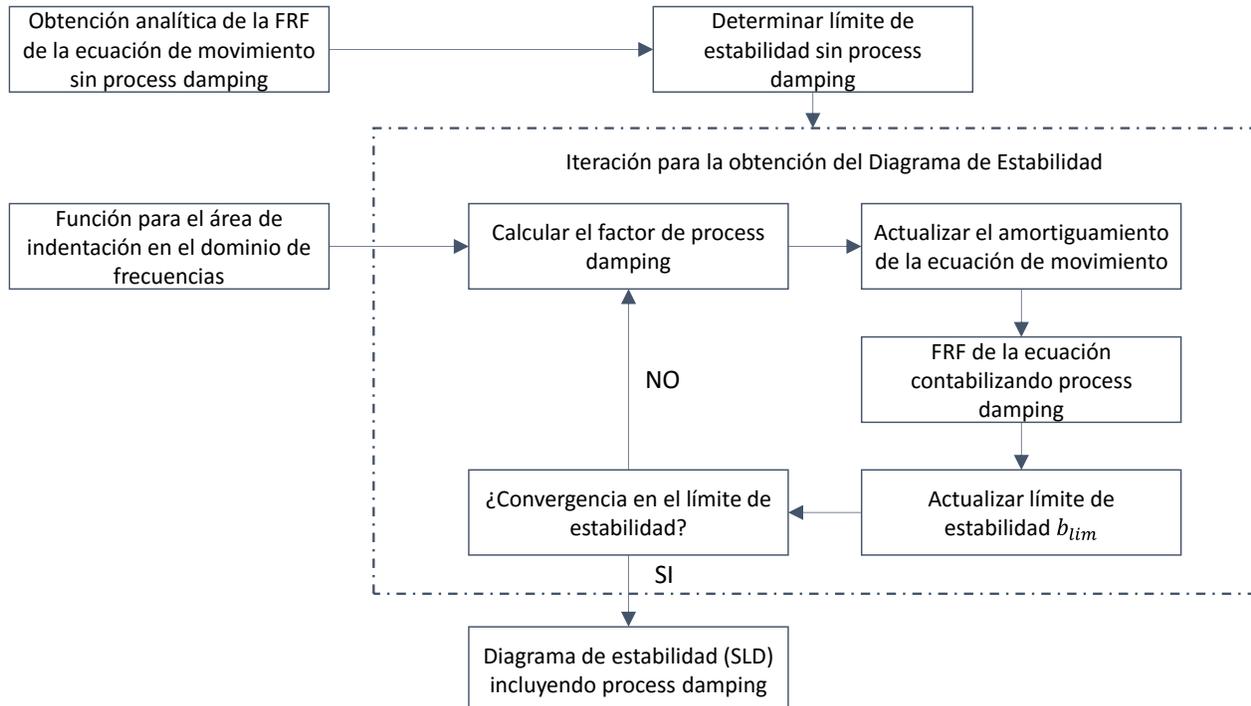


Figura 3.11: Metodología que sigue la modelación en el dominio de frecuencias

Fuente: Elaboración Propia

Se divide el proceso del modelo de frecuencias en 3 partes principalmente: la inicialización de la ecuación sin incluir *Process Damping*, la iteración que permite actualizar el límite de estabilidad

calculado sin *Process Damping*, y el diagrama de estabilidad (SLD<sup>22</sup>) resultante al obtener la convergencia de la iteración.

Antes de explicar la iteración para desarrollar el modelo, es importante volver a redefinir la función del área de indentación, ya que las condiciones para calcularla son distintas con respecto al dominio del tiempo.

### 3.2.2 Función de Área de Indentación – Dominio de Frecuencias

En el anexo A.4 se muestra el código hecho en MATLAB correspondiente a la función de área de indentación para el dominio del tiempo. Además los supuestos y bases de la función corresponden a los explicados previamente en la sección 3.1.2.

Es importante recordar de las sub-secciones 3.1.2.1 y 3.1.2.2, correspondientes a la definición del punto de contacto y la parametrización de la herramienta, son idénticas ya que el cambiar de dominio para calcular el área no afecta las condiciones de operación de la herramienta.

El gran cambio con respecto a lo desarrollado en el dominio del tiempo corresponde a la parametrización de la superficie, ya que para este caso no se tiene un cálculo del desplazamiento (por ende vibraciones) de la herramienta en cada punto del tiempo.

#### 3.2.2.1 Parametrización de la superficie

Si para el análisis del dominio del tiempo el enfoque fue la inclusión de la fuerza de damping (sección 2.4.2 de los antecedentes), para el dominio de frecuencias el enfoque se basa en agregar al sistema la energía que disipa el factor de *Process Damping* (ecuación 2.21 de la sección 2.4.1 de antecedentes).

Por ende, este modelo toma el llamado factor de *Process Damping* promedio (ecuación 2.18) donde, cómo se mostró en antecedentes, se puede estimar una oscilación promedio para un proceso de corte a partir de la ecuación 3.20:

$$x_{wave} = A + A \cdot \sin(\omega_c t), \quad t \in (0, T)$$

3.20

donde  $A$  corresponde a una Amplitud promedio, y  $\omega_c$  a la frecuencia de *chatter* donde se encuentra el  $\min[Re(FRF)]$ . La primera amplitud sumada se agrega únicamente para evitar problemas de signo al calcular el área de indentación con la resta entre la superficie y la herramienta. Luego, a los parámetros ya conocidos para obtener el área de indentación se agregan los valores que definen la superficie.

En la ecuación 3.21, se identifica cómo varía la definición de la indentación entre el dominio del tiempo y el de frecuencia, principalmente porque el anterior modelo era necesario un vector que

---

<sup>22</sup> “Stability Lobe Diagram”

mostrara la onda de la superficie, mientras que en este último se aproxima a partir del tiempo, una amplitud promedio y una frecuencia característica del sistema.

$$U^{23}(t) = Ucs(\dots, t, \omega_c, A) \quad 3.21$$

En la Figura 3.12, se representa cómo se simula la herramienta (en color rojo) pasando por la superficie en cada tiempo  $t$ . El área de indentación corresponde a la integral de cada una de las parametrizaciones de la herramienta (líneas rojas) y la superficie simulada a partir de la ecuación 3.20 (en color negro).

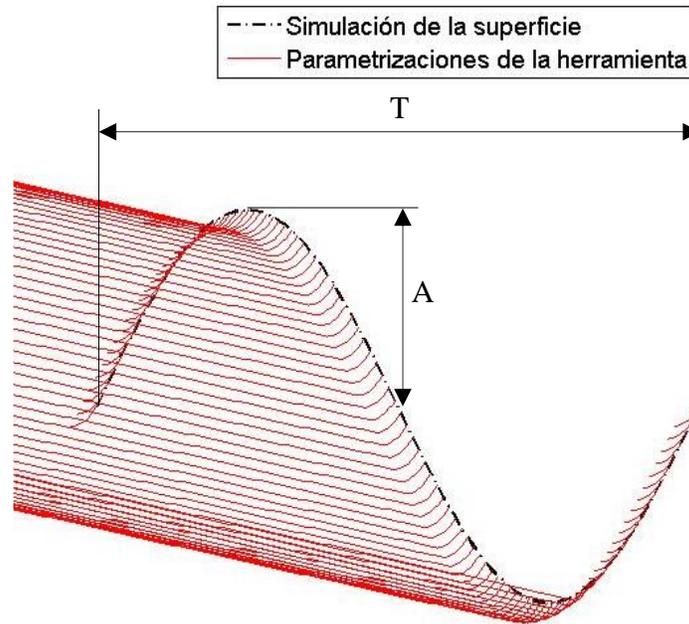


Figura 3.12: Interacción pieza – herramienta para un periodo de onda  $T$ , definido por  $\omega_c$  y la amplitud  $A$ . Cada línea roja corresponde a una parametrización de una herramienta a un diferente tiempo  $t$ .

Este modelo permite estudiar cómo el área de indentación se ve afectada por los parámetros de corte, o bien los que definen a la superficie. Por lo tanto, a través de este enfoque o modelo se realizó un análisis de sensibilidad al factor de *Process Damping* con respecto a: la amplitud de la superficie, parámetros de la herramienta, y velocidad de corte para un periodo de oscilación del corte.

Para realizar este estudio del área de indentación es necesario modelar a través de una integración numérica simple<sup>24</sup> para resolver la ecuación 3.22 y poder determinar el área.

$$U_{cs}(t) = \int_0^T Ucs(t, \omega_c, A) dt \quad t \in (0, T) \quad 3.22$$

<sup>23</sup> Función de área de indentación para el dominio de las frecuencias

<sup>24</sup> Comando trapz() en Matlab.

### 3.2.3 Factor de *Process Damping*

En el anexo A.5 se muestra el código hecho en MATLAB para el cálculo del factor de *Process Damping*.

A partir de la función de área de indentación es directo el cálculo del factor de *Process Damping*, establecido en la ecuación 3.23:

$$c_p = \frac{K_d b \int_0^T U_{cs}(t, \omega_c, A) \cos(\omega_c t) dt}{A\pi} \quad t \in (0, T) \quad 3.23$$

donde  $K_d$  es el coeficiente de indentación;  $b$  la profundidad de corte;  $U_{cs}$  la función correspondiente al área de indentación para el dominio de las frecuencias;  $A$  la amplitud promedio; y  $\omega_c$  la frecuencia de *chatter*. Debido a que esta memoria abarca un análisis de los modelos de manera analítica, se considera  $K_d$  como un dato a partir de resultados obtenidos desde la literatura.

### 3.2.4 Iteración sobre el Diagrama de Estabilidad

Esta iteración es necesaria ya que el factor de *Process Damping* requiere de muchos parámetros, donde algunos afectan de forma directa a la obtención de la FRF del sistema, por lo que se requiere iterar una cantidad determinada de veces para poder llegar a una convergencia en el resultado.

Para este modelo se aplican 2 supuestos iniciales:

- La frecuencia de *chatter* debe cumplir la siguiente ecuación 3.24:

$$\frac{\omega_c}{\omega_n} = \sqrt{1 + 2\xi_t} \quad 3.24$$

- La amplitud de la superficie ondulada aproximada será constante para cada velocidad de corte  $V_{cs}$ .

Luego, la iteración sigue los siguientes pasos:

- Realizar la FRF para las condiciones modales del sistema sin considerar *Process Damping*
- Determinar el factor de *Process Damping* en función de la velocidad de corte ( $c_p(V_{cs})$ ) a partir de lo obtenido en el punto anterior.
- Actualizar el amortiguamiento global del sistema con el factor de *Process Damping* obtenido. Por lo tanto, el amortiguamiento absoluto (razón de amortiguamiento global por ende) se verá afectado por la velocidad de corte y la amplitud promedio de las oscilaciones (ecuaciones 3.25 y 3.26).

$$c_t(V_{cs}, A) = c + c_p(V_{cs}, A) \quad 3.25$$

$$\xi_t(V_{CS}, A) = \frac{c_t(V_{CS}, A)}{2\sqrt{km}} \quad 3.26$$

- Debido a la actualización de la razón de amortiguamiento, se obtendrá un nuevo valor para la FRF del sistema, que por ende también estará en función de la velocidad de corte y la amplitud.
- Usando la ecuación 2.8 y 2.9, obtener un nuevo límite de estabilidad para la profundidad de corte  $b^*$  que tendrá incluido el factor de *Process Damping*.
- Si  $|b_{lim} - b^*| > \varepsilon^{25}$ , setear  $b_{lim} = b^*$ , y proceder desde el segundo punto.
- Si  $|b_{lim} - b^*| < \varepsilon$ , finalizar la iteración definiendo  $b_{lim}(v_{CS}, A) = b^*$ .

A través de estos pasos es posible determinar el efecto del *Process Damping* en el límite de estabilidad absoluto.

---

<sup>25</sup>  $\varepsilon$  corresponde a el límite de convergencia para la profundidad de corte, que en general se estima en 0.1 mm.

## 4 Resultados

Los resultados se muestran en 2 secciones, las que contienen el análisis sobre cómo se comporta el factor de *Process Damping* y el análisis de las simulaciones realizadas con a los 3 tests obtenidos desde la literatura (Tabla 4.1). Para así ver la coherencia de datos con respectos a análisis previos.

**Tabla 4.1. Condiciones de herramienta y propiedades modales para las simulaciones**

Test #	Material	Herramienta	Radio de Punta [ $\mu\text{m}$ ]	Rigidez Modal [ MN/m ]	Masa Modal [ Kg ]	Frecuencia Natural [ Hz ]	Razón de Amortiguamiento Estructural [ % ]
1	Acero Inoxidable	Carburo	10	15,98	0,25	1.267	2,62
2	AISI1050	Carburo	60	16,74	0,30	1.183	2,34
3	Aluminio Al7075	Carburo	60	15,98	0,28	1.211	1,50

Fuente: Elaboración propia a partir de referencias [10], [15].

Además, para el cálculo y análisis de los modelos es necesario usar valores conocidos para el coeficiente de indentación  $K_d$ , ver Tabla 4.2.

**Tabla 4.2. Coeficientes de indentación  $K_d$  obtenidos de la literatura**

Material de la Pieza	Material de la Herramienta	Coefficiente de Indentación ( $K_d$ ) [N/mm <sup>3</sup> ]
Acero Inoxidable AISI1050	HSS Tool <sup>26</sup>	65.000
	Carburo	80.000
Aluminio Al7075	Carburo	10.000
Titanio Ti6A14V	Carburo	30.000

Fuente: Elaboración propia a partir de referencias [10], [13], [15].

En la Tabla 4.3 se muestran los límites de estabilidad analíticos y experimentales disponibles desde la literatura para los casos de la Tabla 4.1. Es importante destacar que para los resultados experimentales, se considera un rango para el límite de estabilidad del test.

<sup>26</sup> HSS Tool: Herramienta de altas velocidades

Tabla 4.3. Límites de estabilidad de la profundidad de corte para los casos analizados.

Test #	Material de la Pieza	Límite absoluto de estabilidad ( $b_{lim}$ ) [mm]	Rango Límite de estabilidad experimental ( $b_{lim}$ ) [mm]
1	Acero Inoxidable	0,70	0,6 – 1,0
2	AISI1050	0,70	0,6 – 1,0
3	Aluminio Al7075	2,95	2,6 – 3,0

Fuente: Elaboración propia a partir de referencias [10], [13].

#### 4.1 Análisis del Factor de *Process Damping*

A partir del modelo para obtener la indentación del área se puede realizar un análisis de sensibilidad respecto a cómo se comporta la función del área de indentación de acuerdo a los parámetros de corte establecidos como relevantes. Además, esto corresponde a una pre-validación de los modelos desarrollados, ya que se debería cumplir con lo establecido en la literatura para la caracterización del *Process Damping*.

Para los análisis de las sub-secciones 4.1.1 y 4.1.2 se consideró únicamente el test #1 de la Tabla 4.1.

##### 4.1.1 Estudio de la Función del Área de Indentación

Primero, se busca determinar cómo se comporta el área de indentación para una oscilación promedio. A partir de las condiciones mostradas en la Tabla 4.4, se calculó el área de indentación para un período de oscilación.

Tabla 4.4. Condiciones de prueba para ejemplo del cálculo del área de indentación.

Propiedades del ejemplo	Valor
Condiciones generales del Test #	1
Velocidad de corte [ <i>m/min</i> ]	60
Periodo T de la oscilación [ <i>s</i> ]	7,89E-04
Amplitud de la oscilación [ $\mu m$ ]	5

Fuente: Elaboración propia

En la parte superior de la Figura 4.1, se muestra la oscilación promedio acorde a las condiciones declaradas, mientras que en la parte inferior (en color azul) se indica el área de indentación calculada para una herramienta en cada punto de la oscilación. El punto de color rojo representa donde se encuentra el punto de mayor área de indentación para el proceso de corte.

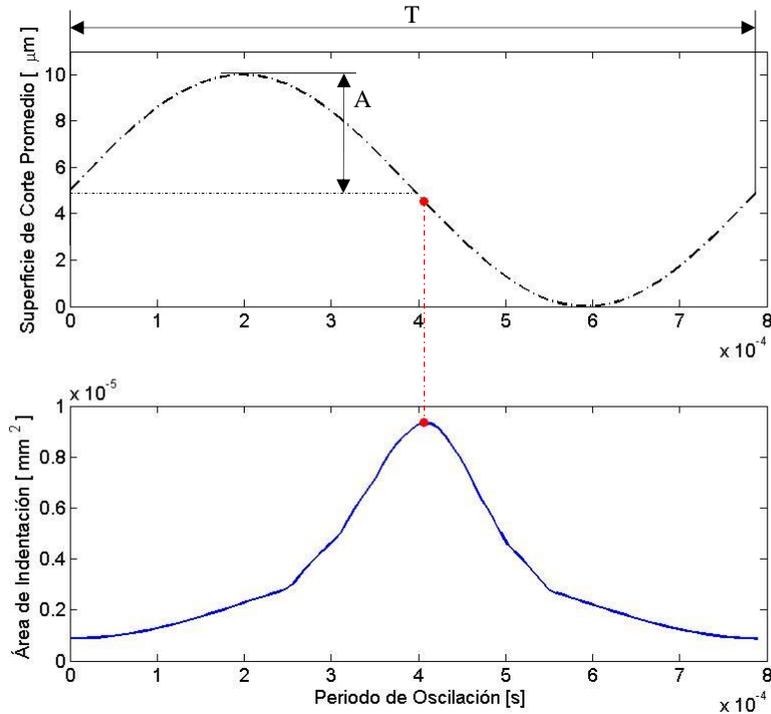


Figura 4.1: Área de indentación para una sola oscilación de superficie para las condiciones dadas en la Tabla 4.4.

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 4.1 se advierte que la máxima indentación ocurre durante la zona intermedia de la oscilación, la cual corresponde al intervalo  $t \in (\frac{\pi}{4\omega_c}, \frac{3\pi}{2\omega_c})$ . Para este caso, existe concordancia con lo esperado acorde a lo visto en la sección 2.3, en particular, el esquema de la Figura 2.10.

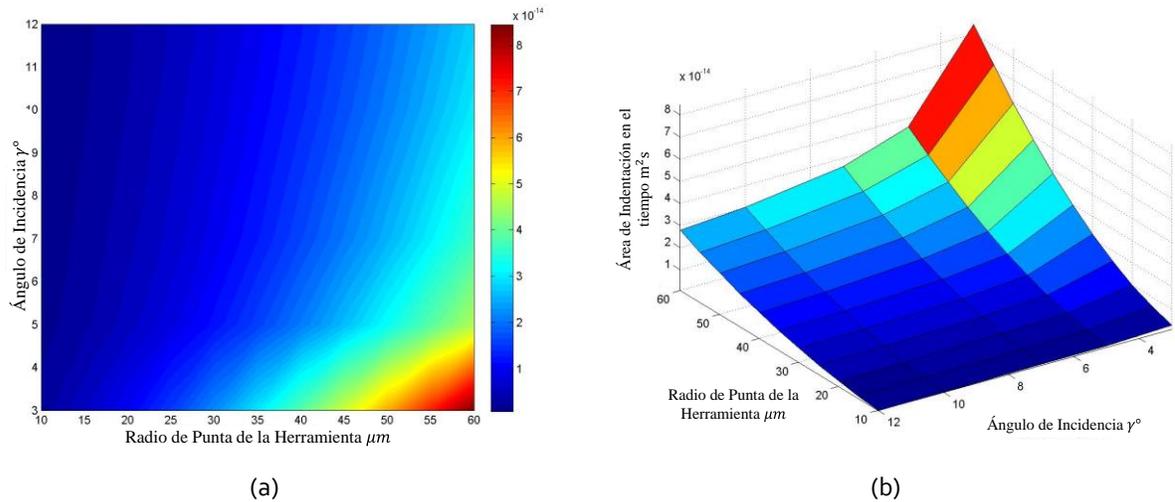
Para el estudio del área de indentación, se analizó el comportamiento usando como base las condiciones del test #1 de la Tabla 4.1 mientras se variaba el parámetro que se quería analizar. Los parámetros analizados fueron: propiedades de la herramienta (radio de punta y ángulo de incidencia), amplitud de la oscilación, y velocidad de corte. En la Tabla 4.5 se muestran los rangos de los parámetros analizados.

Tabla 4.5. Variación de parámetros para estudio del área de indentación.

Parámetros para el análisis de sensibilidad	Rango de estudio
Radio de punta de la herramienta [ $\mu m$ ]	10 – 60
Ángulo de incidencia [ $^\circ$ ]	3 – 12
Velocidad de corte [ $m/min$ ]	10 – 150
Amplitud de la oscilación [ $\mu m$ ]	1 – 20

Fuente: Elaboración propia

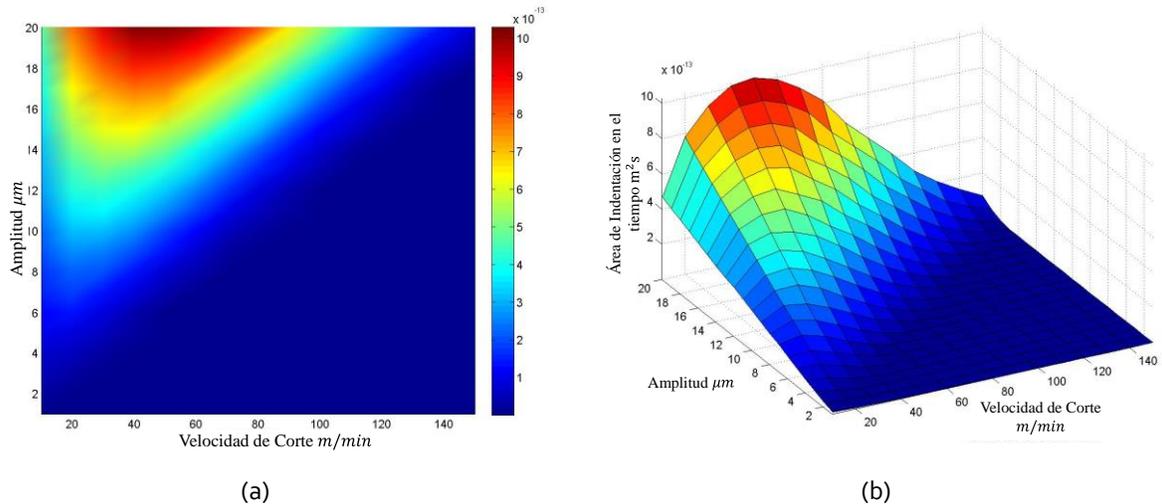
La Figura 4.2 (a) y (b) muestra como el área de indentación es afectada bajo 2 parámetros definidos por la herramienta a usar: el radio de punta y el ángulo de incidencia. El área de indentación se incrementa de forma directamente proporcional al radio de punta, mientras que de forma inversamente proporcional con respecto al ángulo de incidencia (la Figura 4.2a corresponde al esquema 2D mientras que la Figura 4.2b al gráfico en 3D), donde se observa cómo para este ejemplo la máxima área de indentación se obtiene para el radio de punta mayor y el ángulo de incidencia menor.



**Figura 4.2:** Gráfico para el área de indentación en función de los parámetros de la herramienta en (a) 2D y (b) 3D.

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 4.3 se observa el comportamiento del área de indentación variando la amplitud de la oscilación y la velocidad de corte. Los resultados parecen mostrar coherencia con lo esperado a partir de lo visto en antecedentes para velocidades mayores a 50 m/min.



**Figura 4.3:** Gráfico del área de indentación con respecto a la amplitud y a la velocidad de corte en (a) 2D y (b) 3D.

Fuente: Elaboración propia

La máxima indentación ocurre para una velocidad de 50 m/min y una amplitud de oscilación de 20  $\mu\text{m}$ . Se esperaba que el comportamiento del área de indentación fuera inversamente proporcional a la velocidad para todo el espectro estudiado, sin embargo, para el rango de velocidades de 10 a 50 m/min, el área de indentación calculada por oscilación va en aumento a medida que la velocidad crece. Para este caso en particular (test #1 en la Tabla 4.1) el material corresponde al acero AISI1050, el cual no posee aplicación en rangos menores a 50 m/min. Por lo tanto, se considera aceptable el resultado obtenido, ya que para velocidades mayores a 60 m/min el área de indentación es inversamente proporcional a la velocidad de corte.

Finalmente, el resultado del área de indentación respecto al rango de amplitudes estudiado se comporta de forma directamente proporcional, en concordancia con lo esperado (ver sección 2.3 de antecedentes).

#### 4.1.2 Estudio del Comportamiento del Factor de *Process Damping*

En la Tabla 4.6 se muestran los valores base de los parámetros estudiados para mantener la coherencia del análisis. Se usaron las propiedades básicas del test #1 mostradas en la Tabla 4.1.

Tabla 4.6. Condiciones base para el estudio del comportamiento del factor de *Process Damping*.

Parámetro de corte	Valor base
Condiciones generales del Test#	1
Radio de punta [ $\mu\text{m}$ ]	10
Ángulo de incidencia [ $^\circ$ ]	3
Velocidad de corte [ $\text{m}/\text{min}$ ]	60
Profundidad de corte límite <sup>27</sup> [ $\text{mm}$ ]	0,8
Amplitud de la oscilación [ $\mu\text{m}$ ]	5

Fuente: Elaboración propia

Como referencia el amortiguamiento del sistema sin *Process Damping* obtenido a partir de los datos entregados en la Tabla 4.1, corresponde a:

$$c = 104.65 \text{ [Nm/s]} \quad 4.1$$

El primer paso fue validar los resultados esperados para el factor de *Process Damping* en torno a ciertas condiciones y, en segundo lugar, estudiar cómo se comporta el *Process Damping* ante variables no típicas pero interesantes de estudiar. Los rangos de estudio se muestran en la Tabla 4.7.

<sup>27</sup> Se usa este basado en los resultados de la literatura para el test#1 mostrados en la Tabla 4.3

Tabla 4.7. Variación de parámetros para estudio del factor de *Process Damping*.

Parámetros para el análisis de sensibilidad	Rango de estudio
Radio de punta de la herramienta [ $\mu m$ ]	10 – 60
Ángulo de incidencia [ $^{\circ}$ ]	3 – 12
Profundidad de corte [ $mm$ ]	0,6 – 7,0
Velocidad de corte [ $m/min$ ]	10 – 150
Amplitud de la oscilación [ $\mu m$ ]	1 – 20

Fuente: Elaboración propia

#### 4.1.2.1 Tests de Validación

Se busca validar las siguientes afirmaciones:

- El *Process Damping* debería disminuir a altas velocidades y bajas profundidades de corte.
- El *Process Damping* debería disminuir al incrementar el ángulo de incidencia u holgura.
- El *Process Damping* debería aumentar al incrementar el radio de la punta de la herramienta.

En la Figura 4.5 (a) y (b) se presenta como varía el factor de *Process Damping* modificando la velocidad de corte y la profundidad de corte en 3D y 2D, respectivamente. Mientras que en la Figura 4.5 se observa el damping extra que se incluiría en el sistema con respecto al amortiguamiento del sistema inicial de la ecuación 4.1.

El máximo factor de *Process Damping* fue  $1935 Nm/s$ , el cual se obtuvo para la menor velocidad de corte y la mayor profundidad de corte. En ese punto, el damping extra agregado al sistema corresponde a un 1850% mayor que el original del sistema. Esto significa que el efecto del *Process Damping* agrega una cantidad muy superior de amortiguamiento en condiciones críticas y de falla, cuando se trabaja a bajas velocidades de corte.

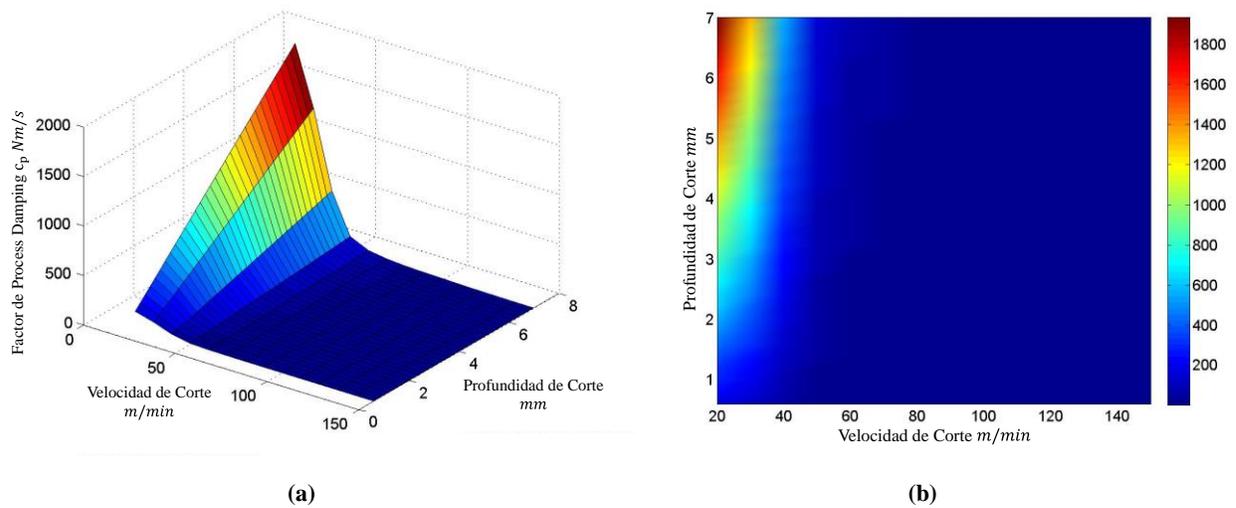


Figura 4.4. Factor de *Process Damping* ( $Nm/s$ ) dependiendo de la velocidad de corte y de la profundidad de corte en (a) 3D y (b) 2D.

Fuente: Elaboración propia

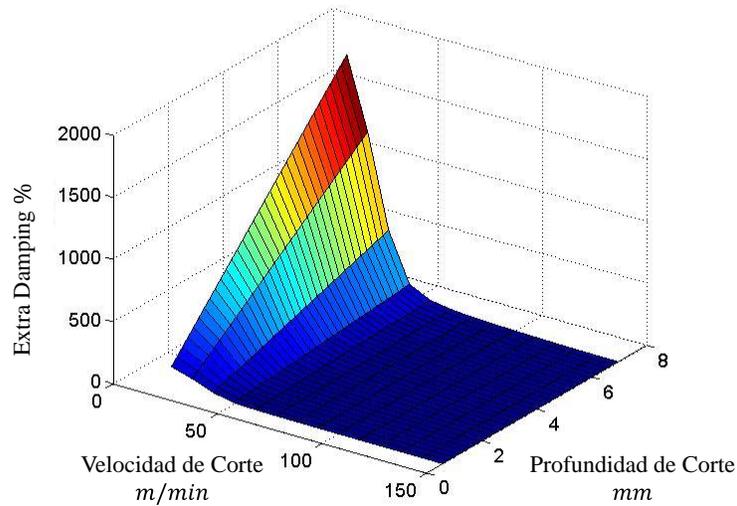


Figura 4.5. Muestra del aumento porcentual de damping al sistema para el mismo caso en 3D

Fuente: Elaboración propia

La segunda afirmación se verifica en la Figura 4.6, donde se obtuvo un factor de *Process Damping* máximo cercano a 150  $Nm/s$  para el mayor radio de punta y el menor ángulo de incidencia. Este comportamiento es análogo al obtenido con el área de indentación mostrado en la Figura 4.2.

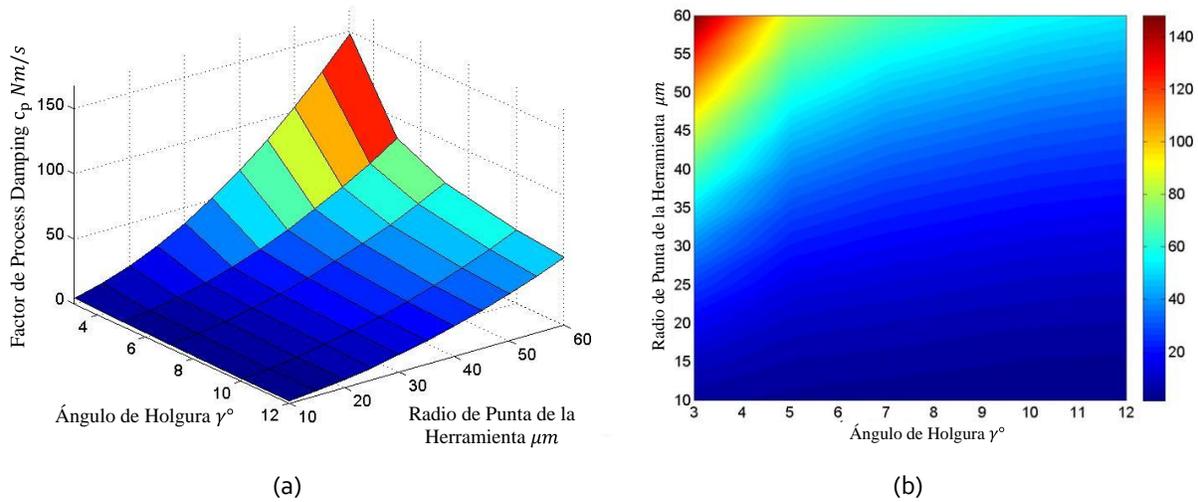


Figura 4.6: Factor de *Process Damping* (Nm/s) en función de los parámetros de la herramienta en (a) 3D y (b) 2D.

Fuente: Elaboración propia

Los resultados obtenidos en esta sección son satisfactorios, ya que validan el comportamiento esperado por el factor de *Process Damping*, dadas las condiciones planteadas en la Tabla 4.6. Además, los valores obtenidos para el factor  $c_p$  tienen un efecto preponderante en comparación al amortiguamiento inicial del sistema.

#### 4.1.2.2 Test de Estudio

Se busca estudiar el comportamiento del factor de *Process Damping* con respecto a la amplitud de la superficie ondulada (ver Figura 4.7a). Al analizar la zona de amplitudes estables con más detalle (Figura 4.7b) se observa cómo va decreciendo el damping añadido hasta que llega a un mínimo para  $5 \mu m$  de amplitud, para luego aumentar a medida que se incrementa la amplitud. Se considera que la zona límite de estabilidad ocurre para amplitudes entre 6 y  $10 \mu m$ .

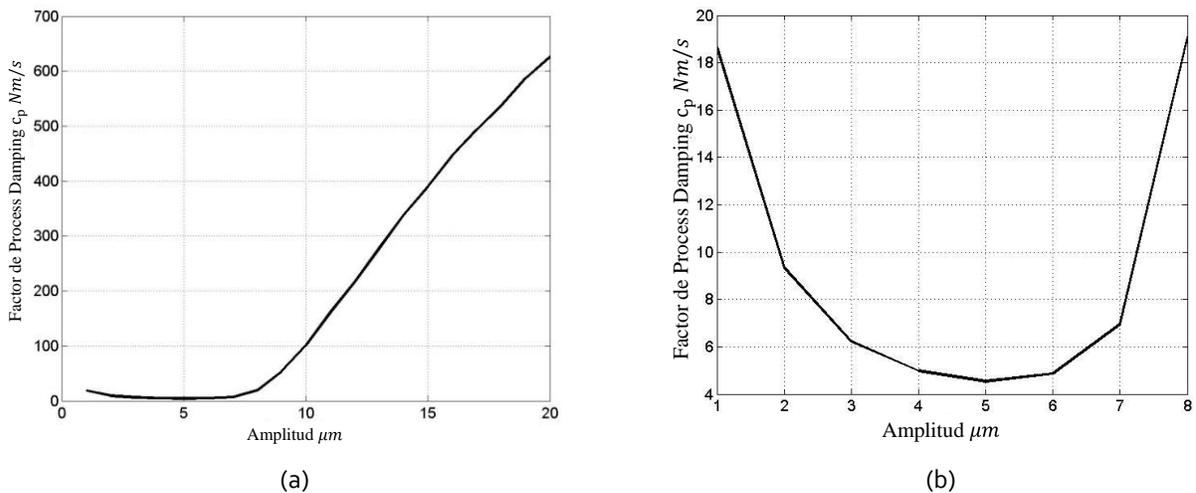
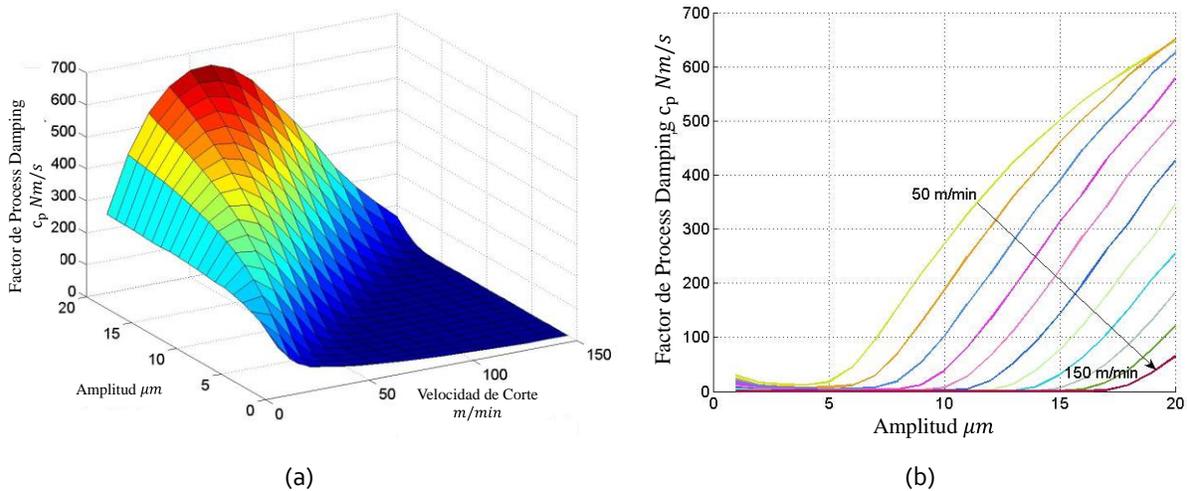


Figura 4.7:(a) Factor de *Process Damping* (Nm/s) en función de la amplitud y (b) Zoom a la zona de amplitudes estables.

Fuente: Elaboración propia

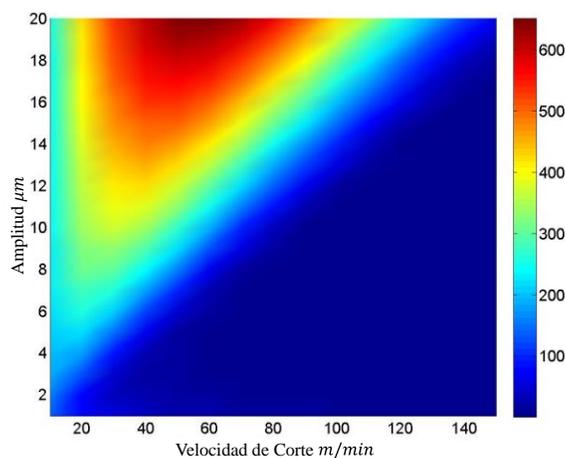
Para considerar un mayor espectro de resultados se analizó el comportamiento para todo el rango de velocidades estudiado. En la Figura 4.8(a) se presenta un análisis similar al desarrollado para el cálculo del área de indentación (Figura 4.3). Nuevamente se identifica un peak en torno a la velocidad de 50 m/s, lo que significa que existen supuestos o definiciones que no permiten obtener resultados fidedignos para velocidades muy bajas de corte. Sin embargo, para el material del caso analizado (test #1 de la Tabla 4.6), velocidades menores a 50 m/min no tienen relevancia, por lo que en la Figura 4.8(b) se muestra de forma más específica la tendencia del comportamiento del factor de *Process Damping* para velocidades superiores a 50 m/min.



**Figura 4.8:** (a) Factor de *Process Damping* (Nm/s) acorde a la velocidad de corte y la amplitud 3D y (b) la tendencia del factor de *Process Damping* al aumentar la velocidad de corte desde los 50 m/min.

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, es importante observar que al igual que en el análisis del factor  $c_p$  con respecto a la profundidad de corte, para el peak de *Process Damping* se tienen factores de amortiguamiento superiores al 600% del amortiguamiento original del sistema, siendo muy relevante para el estudio de la estabilidad como se vislumbra en la Figura 4.9.



**Figura 4.9:** Amortiguamiento extra (%) debido al efecto de la amplitud y la velocidad de corte.

Fuente: Elaboración propia

## 4.2 Resultados de las Simulaciones

En esta sección se dan a conocer los resultados para los modelos en el dominio de frecuencias y en el dominio del tiempo.

Los 3 casos analizados se exponen en la Tabla 4.1, y sus resultados se validan a través de la comparación con los experimentos y modelos de [10].

### 4.2.1 Simulaciones en el Dominio de Frecuencias

El resultado final para el modelo de frecuencia corresponde al diagrama de estabilidad de la profundidad de corte límite en función de la velocidad de corte (como se explica en la sección 3.2). Adicionalmente, para cada uno de los tests se calculó el límite de estabilidad absoluto (o mínimo), dando resultados (Tabla 4.8) similares a los mostrados en la Tabla 4.3.

Tabla 4.8. Límites de estabilidad de la profundidad de corte para los casos analizados.

Test #	Material	Límite absoluto de estabilidad Calculado [ mm ]
1	Acero Inoxidable AISI1050	0,8
2		0,5
3	Aluminio Al7075	2,6

Fuente: Elaboración propia.

Para el modelo de frecuencia se usó una amplitud constante de  $8 \mu m$ , ya que corresponde a una amplitud en el límite estable.

En la Figura 4.10, se muestra el diagrama de estabilidad para el test #1, donde se presenta el límite de estabilidad (en color rojo) como el mínimo de cada uno de los lóbulos generados por el modelo. En un modelo de torneado, cada lóbulo se encuentra muy cerca uno de otro para velocidades menores a 1000 m/min, esto se traduce en una tendencia del límite de estabilidad a una línea continua. Se observa que se obtuvo el diagrama buscado donde, a medida que baja la velocidad, aumenta el *Process Damping* generando una estabilidad que tiende al infinito.

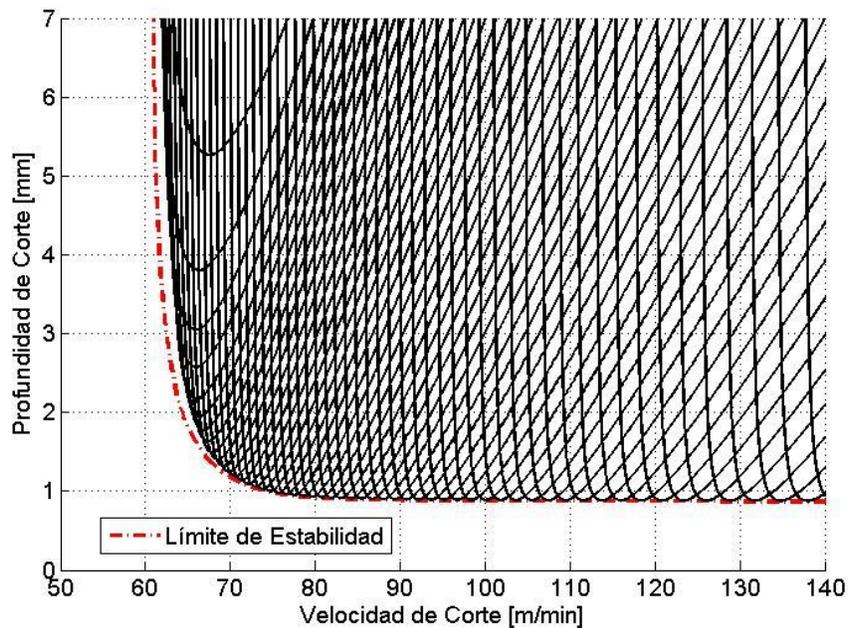


Figura 4.10: Diagrama de estabilidad absoluta para el test #1.

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 4.11 se visualiza comparativamente el límite de estabilidad obtenido del test #1 del presente trabajo junto con los resultados experimentales validados de la literatura [10]. Los resultados experimentales se muestran de 3 formas: un límite de estabilidad aproximado a partir de los resultados experimentales generales (línea con puntos de color negro), los puntos experimentales estables singulares (puntos de color negro), y los puntos experimentales inestables singulares (cruces de color negro). Se observa que existe una tendencia similar entre los resultados de este trabajo y los experimentos declarados en la literatura. Existe una concordancia aceptable entre el límite experimental y el límite calculado, donde el único punto de la curva experimental a  $65 \text{ m/min}$  se encuentra en una zona inestable para el cálculo obtenido. Por lo que se podría decir que existe una buena correlación entre el modelo y la literatura. De forma adicional, el resultado experimental inestable para la profundidad de corte de  $6 \text{ mm}$  no se considera erróneo, ya que si se toma en cuenta el supuesto de que en la realidad no se puede llegar a una profundidad infinita como el modelo estipula, es esperable que la asíntota tenga un límite de estabilidad en ella.

En la Figura 4.12, se presenta el diagrama de estabilidad obtenido para el test #2, donde el límite de estabilidad (en color rojo) corresponde al mínimo de cada uno de los lóbulos generados por el modelo.

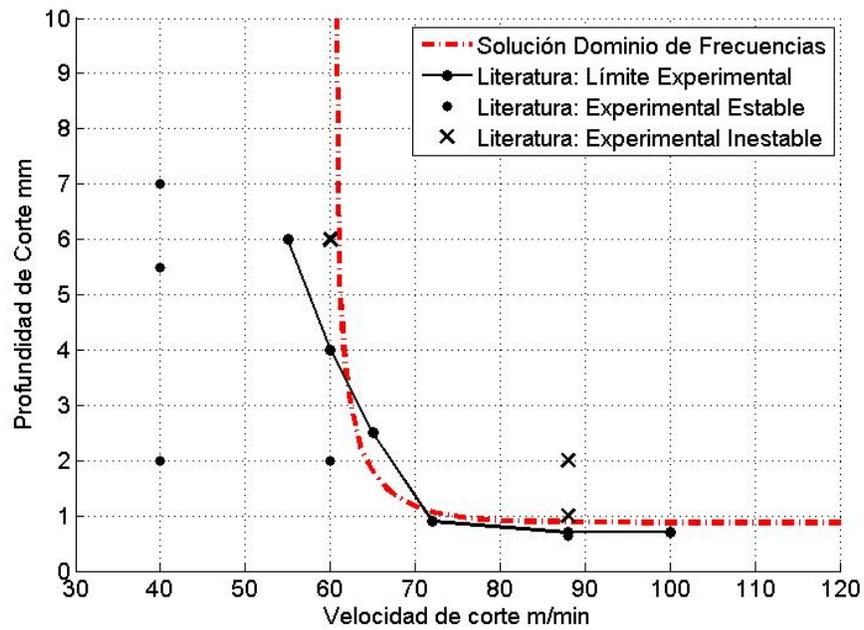


Figura 4.11: Diagrama de estabilidad absoluta para el test #1 más los resultados previos de la literatura.

Fuente: Elaboración propia. Con datos de referencia [10]

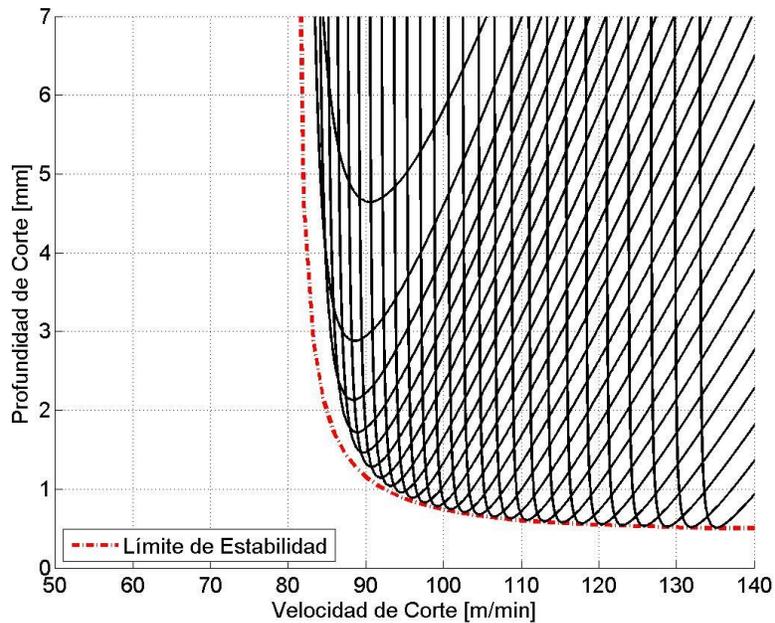


Figura 4.12: Diagrama de estabilidad absoluta para el test #2.

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 4.13, se dan a conocer comparativamente el límite de estabilidad obtenido del test #2 en este trabajo junto con los resultados experimentales validados de la literatura [10]. En esta oportunidad, existe una buena concordancia de los resultados obtenidos en la simulación con los resultados experimentales puntuales de la literatura. Por otro lado, la curva calculada (en color rojo) se encuentra desfasada en alrededor de 5 m/min con respecto a la línea del límite experimental (línea con puntos de color negro), pese a que la tendencia de la curva es similar.

Como se explicó previamente, el límite de estabilidad experimental consiste en una aproximación a partir de varios resultados experimentales, por lo que no significa que cualquier caso arriba de esa curva sea inestable. Por lo tanto, cómo el resultado obtenido es aceptable al compararse con los casos experimentales singulares, el límite de estabilidad resultante del dominio de frecuencias es una solución aceptable, respecto de la literatura.

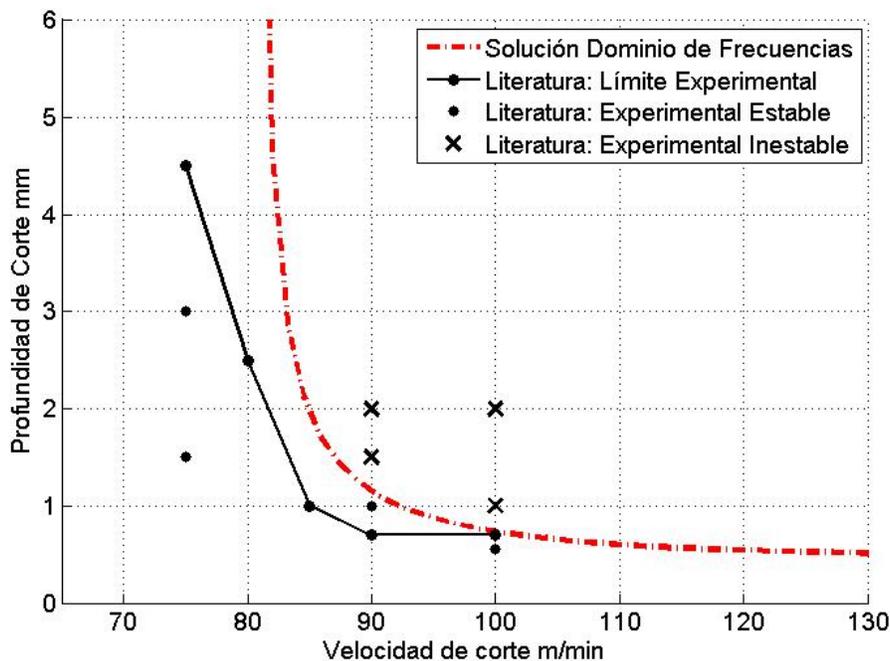


Figura 4.13: Diagrama de estabilidad absoluta para el test #2 más los resultados previos de la literatura.

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 4.14, se muestra el diagrama de estabilidad para el test #3, donde se presenta el límite de estabilidad (en color rojo) como el mínimo de cada uno de los lóbulos generados por el modelo.

En la Figura 4.15 se muestra el límite de estabilidad obtenido del test #3 en este trabajo junto con los resultados experimentales validados de la literatura [10]. Para este último test, se observa una correlación similar a lo identificado para el test #2, donde se aprecia que la solución del dominio de frecuencias pasa justo por 2 puntos experimentales estables. Además, existe una mayor semejanza con el límite experimental de la literatura para velocidades menores a 100 m/min. Es importante considerar que existe una diferencia entre la profundidad de corte límite obtenido para velocidades grandes con respecto al modelo del tiempo, sin embargo, se tienen resultados experimentales singulares hasta 100 m/min, por lo que no se puede estar seguro de cual modelo se acerca más al resultado experimental en esas condiciones.

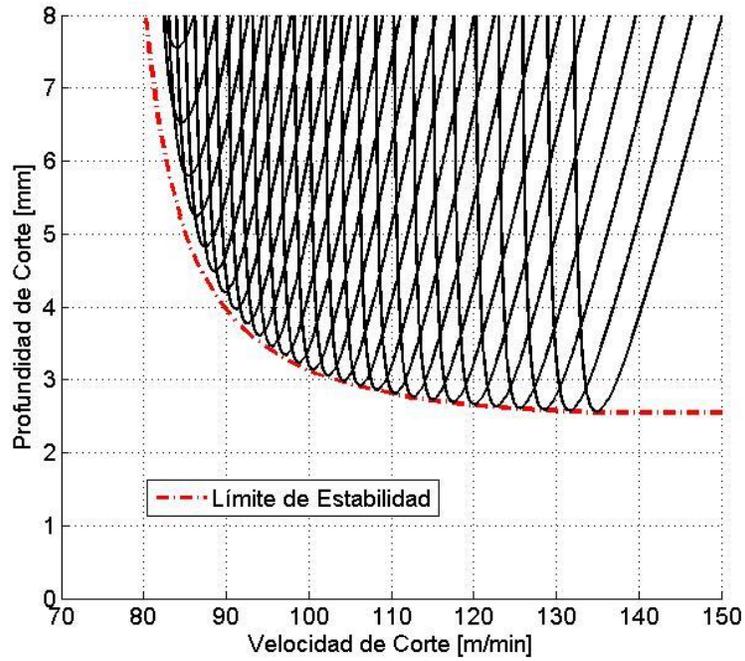


Figura 4.14: Diagrama de estabilidad absoluta para el test#3.

Fuente: Elaboración propia

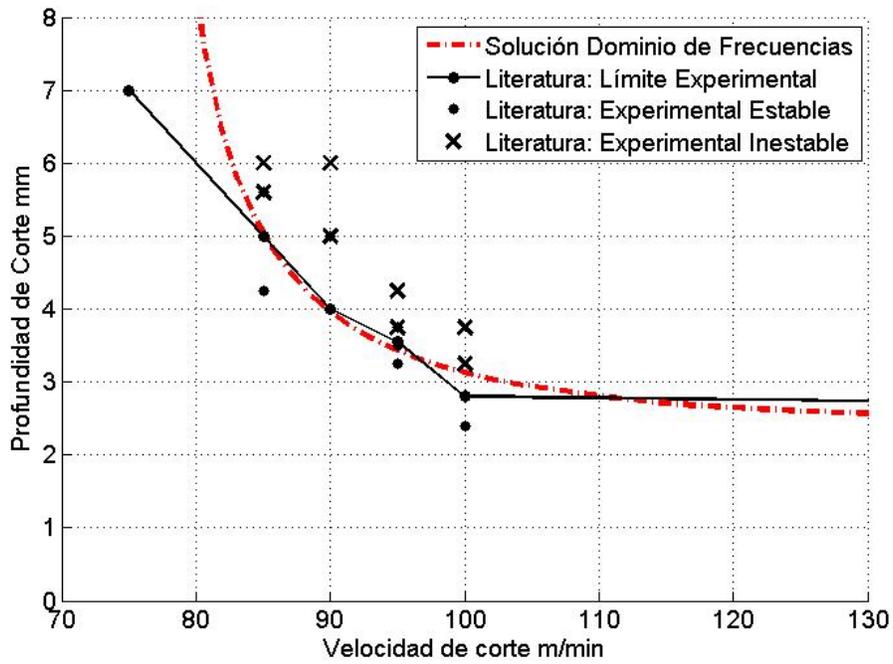


Figura 4.15: Diagrama de estabilidad absoluta para el test #3 más los resultados previos de la literatura.

Fuente: Elaboración propia

Se destaca que, en general, para los 3 casos estudiados se obtuvo una buena correlación del modelo con los resultados experimentales informados de la literatura, lo que muestra una buena incorporación del *Process Damping* al modelo en el dominio de frecuencias.

#### 4.2.2 Simulaciones en el Dominio del Tiempo

La simulación en el dominio del tiempo permite predecir las vibraciones que ocurren en un proceso de torneado a una velocidad y una profundidad de corte dada. Como resultado para cada una de las simulaciones se obtienen 4 gráficos importantes, detallados a continuación:

- El desplazamiento de la herramienta durante el proceso. Esto permite observar la predicción de las vibraciones que se esperan para el corte simulado.
- La amplitud de las vibraciones del desplazamiento durante el proceso. Este gráfico se genera para poder medir de forma directa las vibraciones que se tienen del gráfico del desplazamiento.
- Las fuerzas de corte durante el proceso. Esto se traduce en 2 fuerzas principales:
  - La fuerza total del sistema.
  - La fuerza de damping. Esto permite medir la real incidencia del damping en el sistema.

Se estableció la estabilidad de cada caso estudiado a partir de las siguientes condiciones:

- Las vibraciones que aumenten de forma periódica e infinita en su amplitud durante el proceso de torneado se consideran inestables.
- Las vibraciones que tiendan a estabilizarse en amplitudes superiores a  $8 \mu m$  se consideran inestables. Esta tendencia aparece a medida que se aumenta la velocidad de corte del proceso.
- Las vibraciones que presenten oscilaciones irregulares de forma considerable durante el proceso de corte se consideran inestables. Esta tendencia se presenta por lo general a medida que se aumenta la profundidad de corte.

En cada una de las sub-secciones siguientes se muestran los resultados finales para las simulaciones del dominio del tiempo para cada test estudiado a lo largo de este trabajo.

##### 4.2.2.1 Test #1 – Acero Inoxidable AISI1050

En la Figura 4.16 se muestra el límite de estabilidad obtenido a partir del análisis de los resultados de las simulaciones en el dominio temporal para el Test #1.

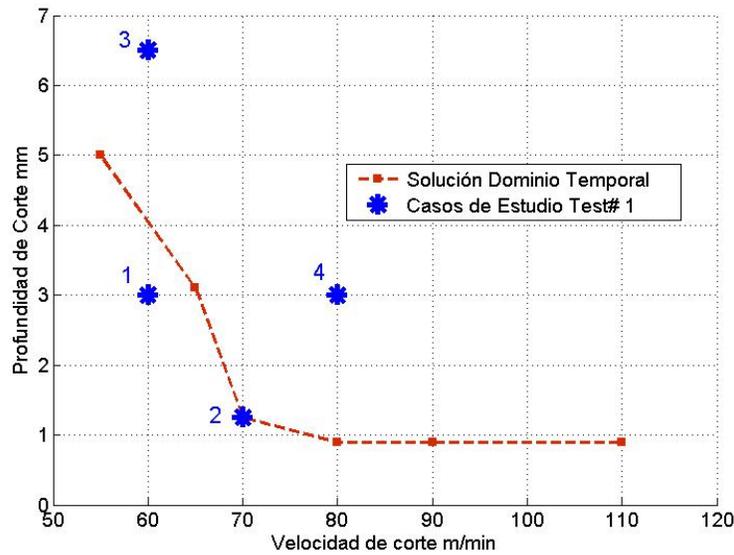


Figura 4.16: Resumen resultados para Test #1 - análisis en el dominio del tiempo.

Fuente: Elaboración propia

Además, se observan 4 casos de estudio (puntos en color azul) para ejemplificar como se obtuvo el límite de estabilidad mostrado, ver la Tabla 4.9.

Tabla 4.9. Casos de Estudio para Test #1.

Caso #	Velocidad de Corte [m/min]	Profundidad de Corte [mm]	Tipo de Caso
1	60	3,0	Estable
2	70	1,3	Límite
3	60	6,5	Inestable
4	80	3,0	Inestable

Fuente: Elaboración propia.

Se presentan 2 tipos de casos inestables: un caso debido al aumento de la profundidad de corte y otro producto del aumento de la velocidad de corte.

Las vibraciones del proceso de corte del caso #1 se visualizan en la Figura 4.17. En la Figura 4.17(a) se muestra las vibraciones para todo el tiempo de corte. Para conocer los resultados de mejor forma, en la Figura 4.17(c) se realiza un zoom a las oscilaciones para una revolución en el proceso de corte Figura 4.17(b).

La amplitud durante el proceso de corte de este caso se muestra en la Figura 4.18, donde se observa de forma gráfica la amplitud límite de las vibraciones presentadas en la Figura 4.17(a). En este gráfico se identifica una amplitud máxima levemente menor a  $7 \mu m$ , por lo que este caso se considera estable.

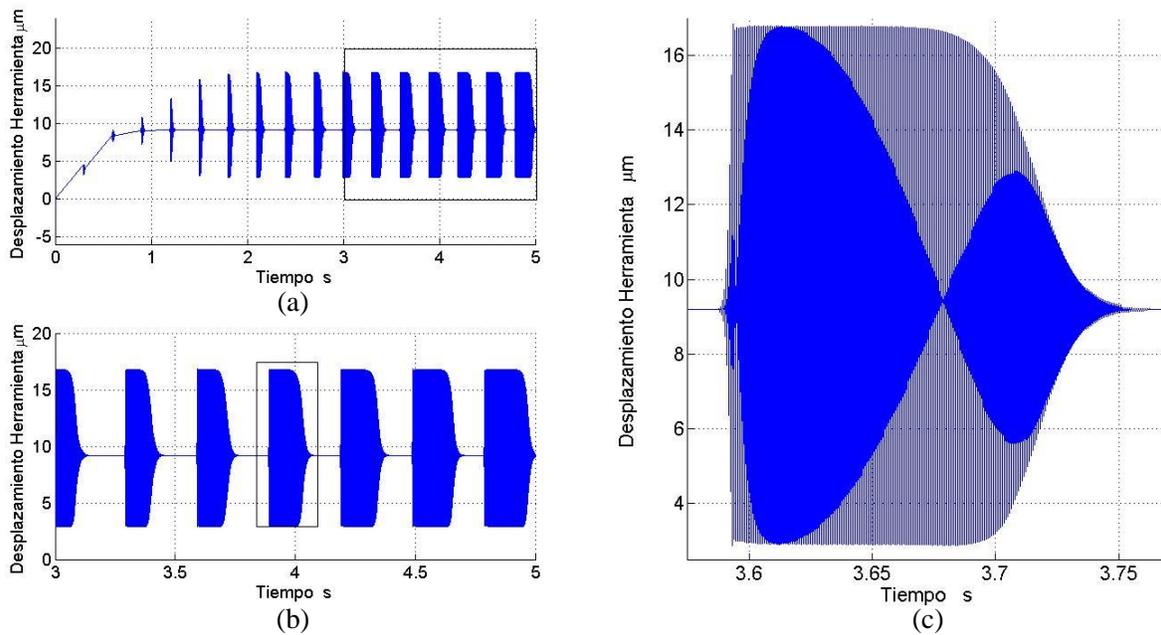


Figura 4.17: Vibraciones del corte para el caso #1 del Test #1 – (a) Desplazamiento para el corte completo. (b) Zoom a la zona marcada en (a). (c) Zoom a la revolución de la zona marcada en (b).

Fuente: Elaboración propia

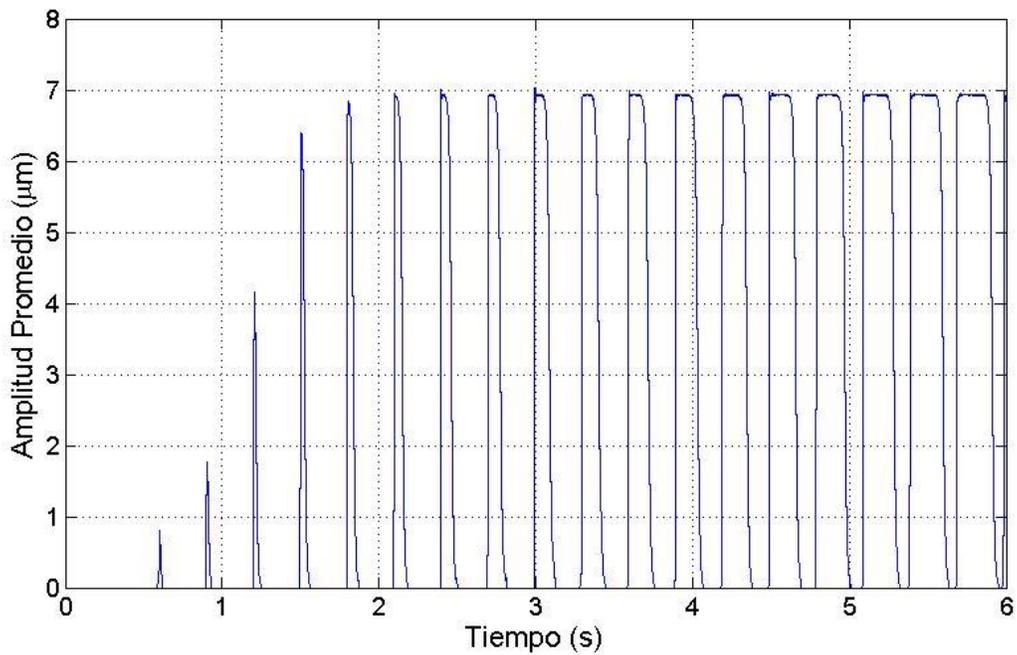


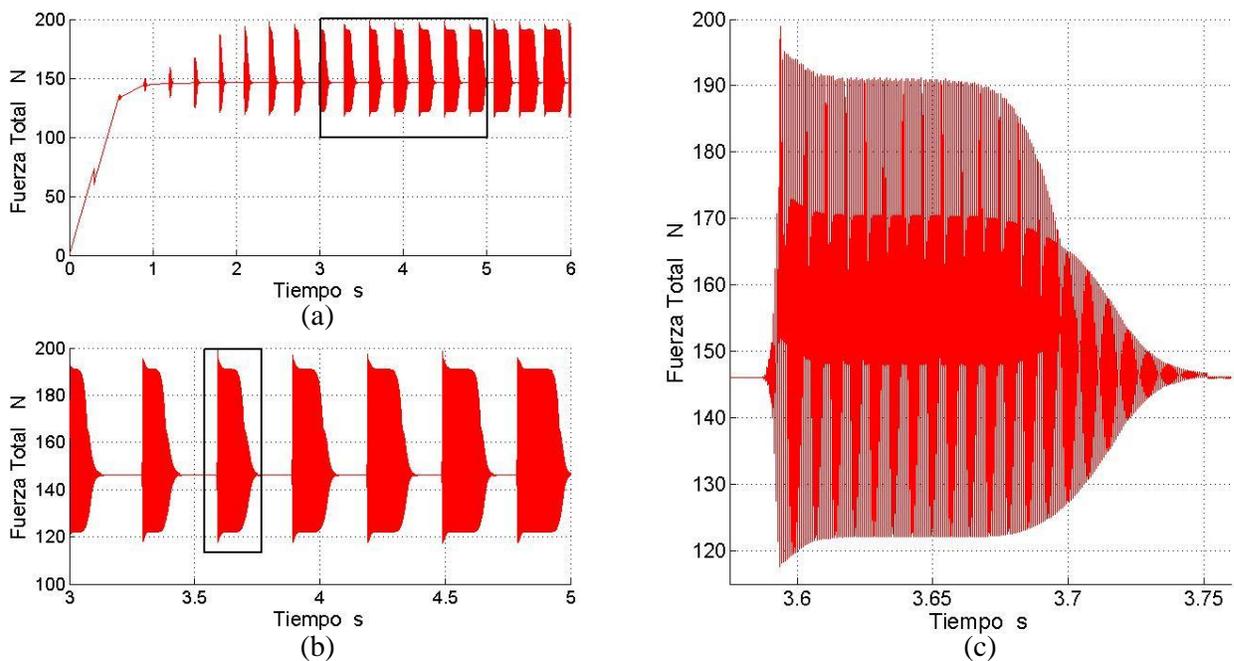
Figura 4.18: Amplitud promedio durante el proceso de corte del caso #1 del test #1.

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 4.19, se muestra la fuerza total del corte para el caso n#1 del Test #1. En la Figura 4.19(a) se presenta la fuerza para todo el proceso, mientras que en la Figura 4.19(c) se muestra el detalle de la fuerza de corte para una revolución de corte, del cual se desprende una fuerza agregada superpuesta sobre la fuerza oscilatoria propia del corte. Esta fuerza superpuesta en cada revolución corresponde a la fuerza de damping que se agrega debido a la fricción entre la pieza y la herramienta.

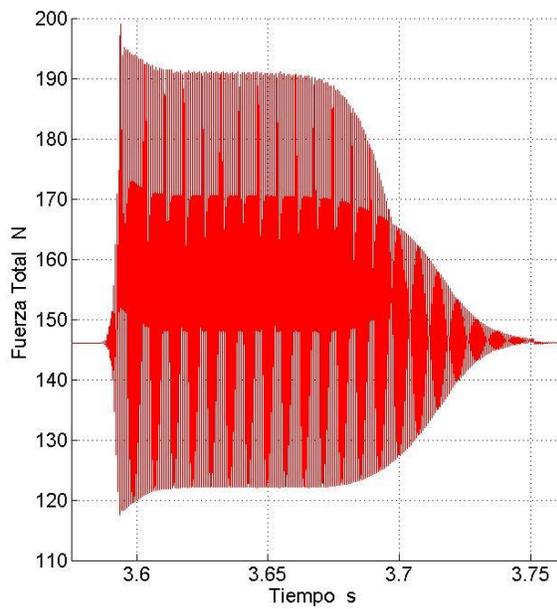
Para exponer el fenómeno de forma más gráfica, en la Figura 4.20(a) se presenta la fuerza total y la fuerza de damping en la Figura 4.20(b), para la misma revolución de la Figura 4.19(c). A partir de estos gráficos, es posible observar la relevancia que toma la fuerza de damping para estudiar la estabilidad en estas zonas.

El caso #2 de la Tabla 4.9 tiene resultados similares a los mostrados para el caso #1, sin embargo, se considera límite, ya que la amplitud máxima obtenida llega a los  $8 \mu\text{m}$  (Figura 4.21).

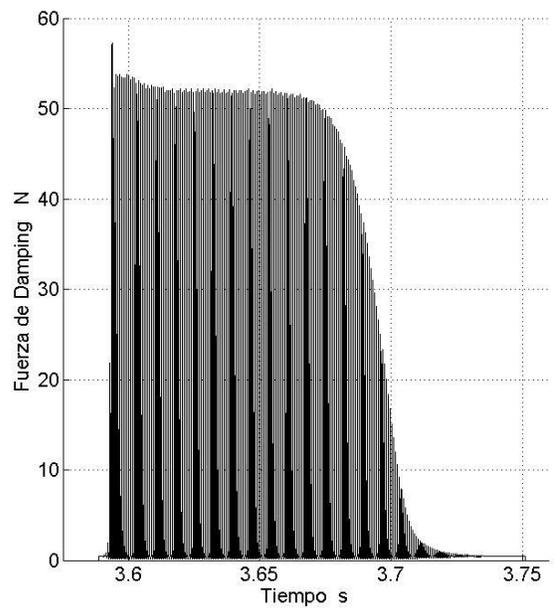


**Figura 4.19: Fuerza total del corte para el caso #1 del test #1 – (a) Fuerza para el corte completo. (b) Zoom a la zona marcada en (a). (c) Zoom a la revolución de la zona marcada en (b).**

**Fuente: Elaboración propia**



(a)



(b)

Figura 4.20: Zoom una revolución del caso #1 del test #1 – (a) Fuerza Total y (b) fuerza de damping.

Fuente: Elaboración propia

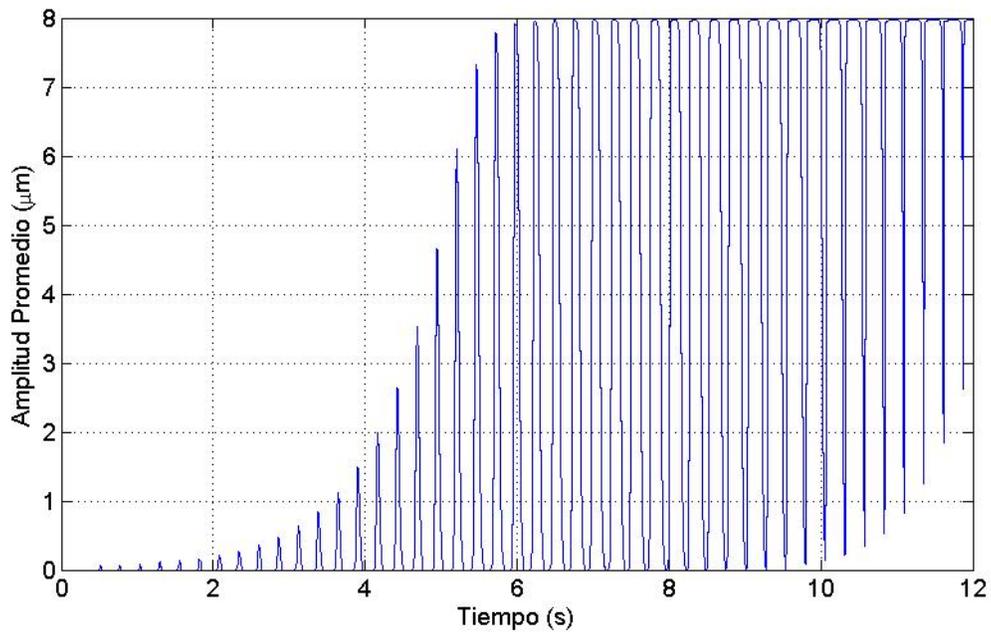


Figura 4.21: Amplitud promedio durante el proceso de corte del caso #2 del test #1.

Fuente: Elaboración propia

El caso #3 corresponde a un corte inestable, por lo que se debe analizar las vibraciones y fuerzas que ocurren durante el proceso de corte.

Las vibraciones del proceso de corte del caso #3 (Tabla 4.9) se muestran en la Figura 4.22. En la Figura 4.22(a) se observan las vibraciones para todo el tiempo de corte. Para reflejar los resultados de mejor forma, en la Figura 4.22(c) se muestra un zoom a las oscilaciones para una revolución en la Figura 4.22(b).

El caso #3 corresponde a una falla inestable debido a oscilaciones irregulares en torno a una amplitud de oscilación promedio. Este fenómeno ocurre cuando al incrementar la profundidad de corte (por ende más inestabilidad en el sistema), se provoca un aumento en el *Process Damping* del sistema (que al contrario añade estabilidad), generando un límite en la amplitud de la oscilación resultante. Una vez llegado a este límite, a medida que el corte tenga una mayor profundidad de corte, la amplitud promedio de las oscilaciones será similar al caso #3, sin embargo, esas oscilaciones serán cada vez más irregulares y caóticas. Este fenómeno es conocido como límite del ciclo de oscilación [10], [13] y corresponde a una forma de *chatter*.

En la Figura 4.23 se muestra lo anteriormente explicado de forma gráfica. Al compararse con el caso #1 (Figura 4.18) o el caso #2 (Figura 4.21), se ve como si bien su amplitud promedio máxima no es superior a  $8 \mu\text{m}$ , este caso no corresponde a una proceso estable.

Finalmente, para el caso #4 ocurre el otro tipo de proceso inestable, cuando la amplitud límite es superior a  $8 \mu\text{m}$ . En la Figura 4.24, se muestra la amplitud máxima obtenida para el proceso de corte del caso #4 siendo superior a  $9 \mu\text{m}$  de amplitud.

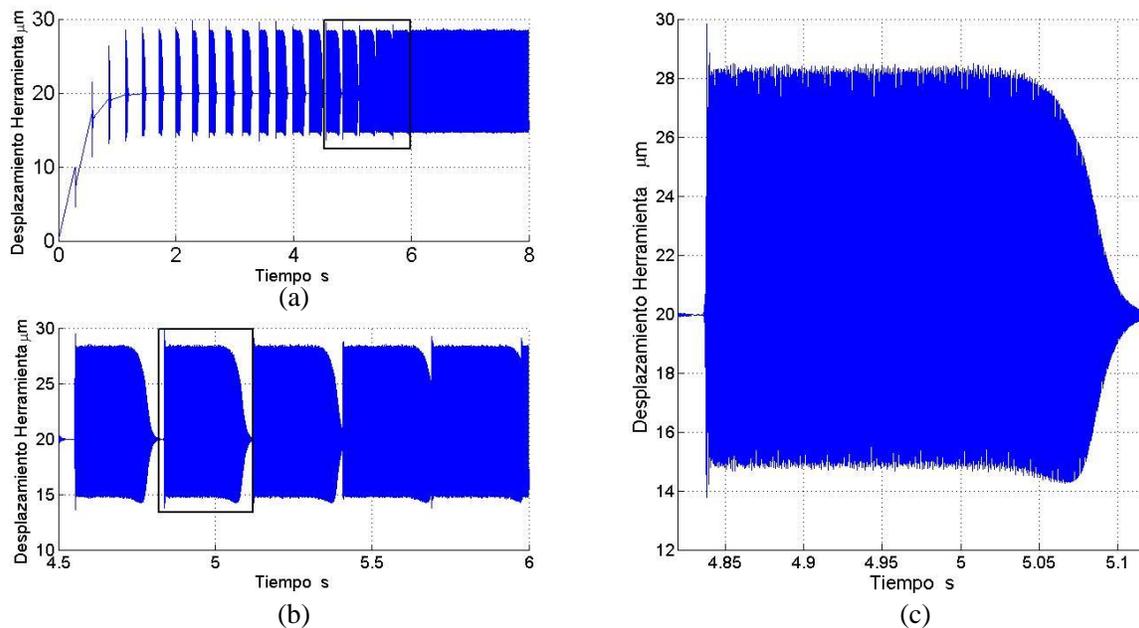


Figura 4.22: Vibraciones del corte para el caso #3 del Test #1 – (a) Desplazamiento para el corte completo. (b) Zoom a la zona marcada en (a). (c) Zoom a la revolución de la zona marcada en (b).

Fuente: Elaboración propia

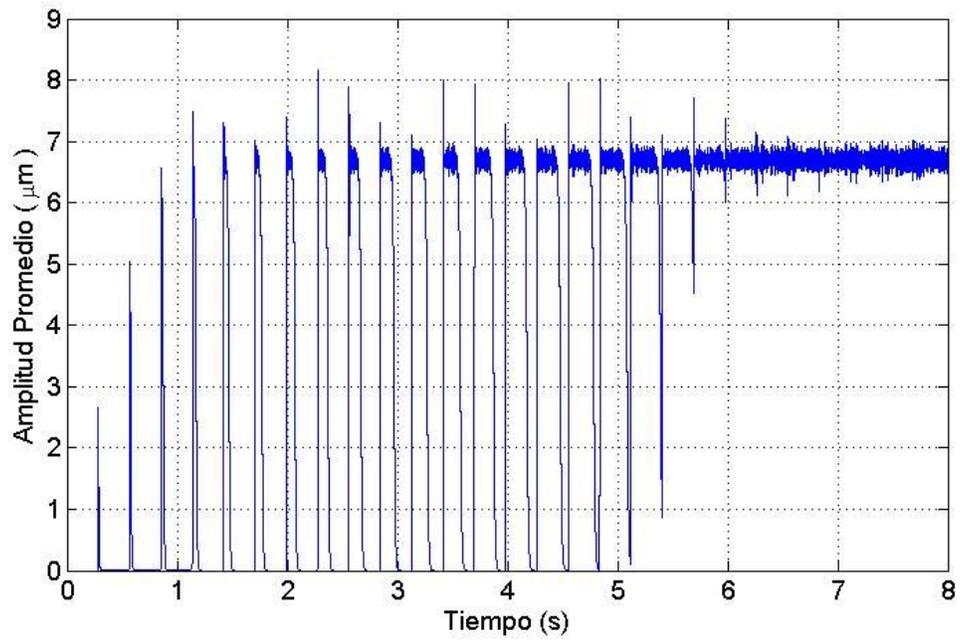


Figura 4.23: Amplitud promedio durante el proceso de corte del caso n# 3.

Fuente: Elaboración propia

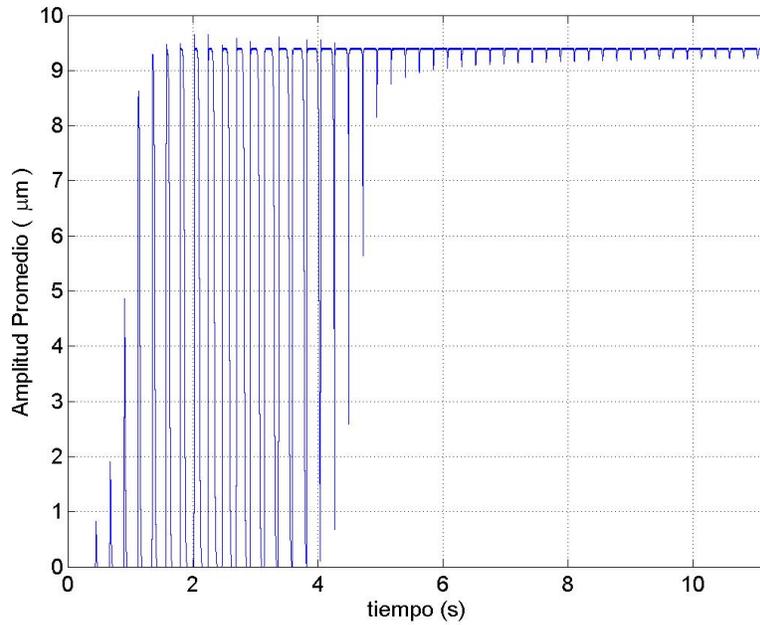


Figura 4.24: Amplitud promedio durante el proceso de corte del caso #4 del test #1.

Fuente: Elaboración propia

Para finalizar el estudio de las simulaciones de dominio temporal para el test #1, en la Figura 4.25 se compara el límite de estabilidad obtenido de los resultados del dominio temporal con los resultados recopilados de la literatura [10]. Se observa que hay una similitud en el límite de estabilidad obtenido en el análisis de las simulaciones de dominio temporal con los resultados obtenidos desde la literatura. Las diferencias en el límite establecido es aceptable a bajas velocidades, debido a que las simulaciones corresponden a una aproximación de la realidad. Por último, es destacable la cercanía de los resultados en la zona donde el *Process Damping* empieza a hacer un efecto predominante en la estabilidad del sistema (entre los 60 y 70 m/min de velocidad de corte).

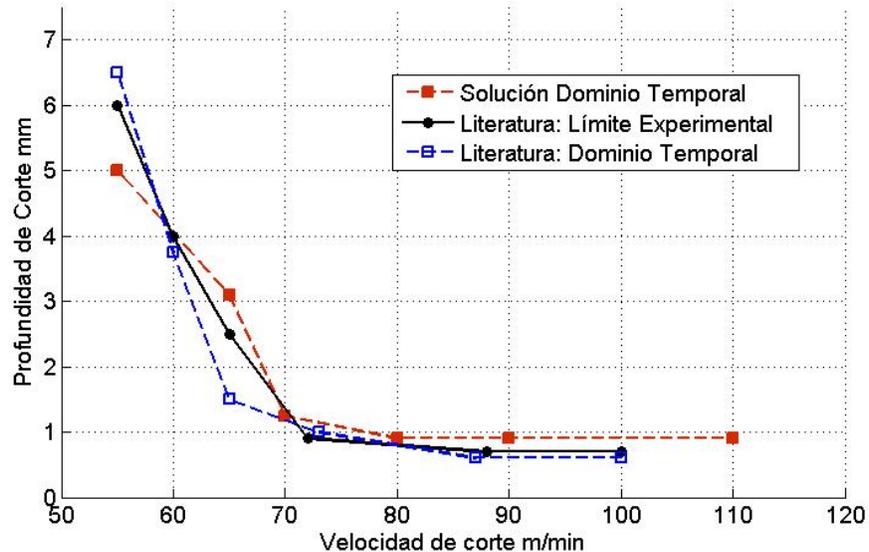


Figura 4.25: Comparación límite de estabilidad del dominio temporal con literatura.

Fuente: Elaboración propia.

#### 4.2.2.2 Test#2 – Acero Inoxidable AISI1050

En la Figura 4.26, se muestra el límite de estabilidad obtenido a partir del análisis de los resultados de las simulaciones en el dominio temporal para el Test #2.

Para el test #2 los casos estudiados corresponden a un caso estable y otro inestable. Se eligieron estos puntos debido a que se tiene acceso a los resultados del dominio temporal de la literatura para esos dos puntos. El detalle de los casos se muestra en la Tabla 4.10.

En la Figura 4.27, se compara el resultado calculado para la vibración de la herramienta de la simulación en el dominio temporal (a) y la obtenida de la literatura (b) para el caso #1. Por otro lado, en la Figura 4.28 se muestra lo mismo pero para el caso #2. En ambos casos se obtuvieron resultados similares, dando estable para el caso #1 e inestable para el caso #2, con la diferencia de que las simulaciones de este trabajo tienen amplitudes de oscilación menores, no afectando el análisis para cada uno.

Por último, se analizó cada caso estudiado con respecto al resultado experimental respectivo [10]. En la Figura 4.29(a) y la Figura 4.30(a) se muestran las simulaciones del dominio temporal junto a su transformada de Fourier, para el caso #1 y el caso #2, respectivamente. Mientras que en la Figura 4.29(b) y la Figura 4.30(b) se muestran los resultados experimentales [10] de los casos #1 y #2, respectivamente. Se observa que si bien existe una diferencia entre la simulación y el resultado experimental (fundamentalmente debido al ruido), se lograron resultados más cercanos en comparación a las simulaciones temporales de la literatura, mostradas en la Figura 4.27(b) y la Figura 4.28(b).

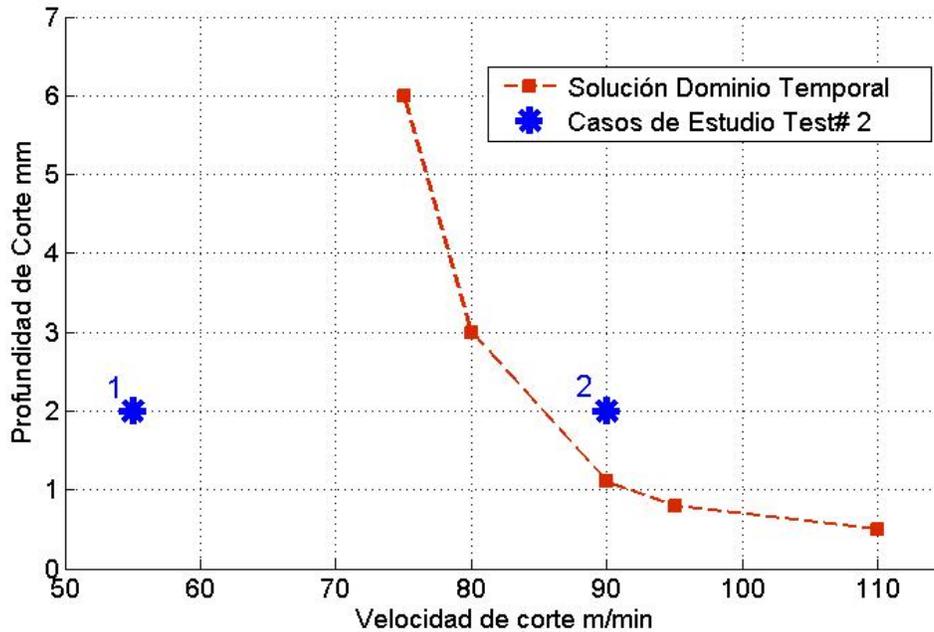


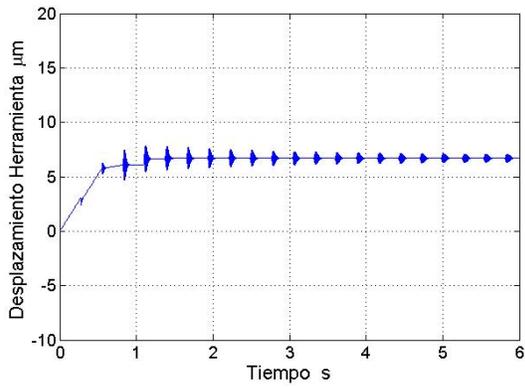
Figura 4.26: Resumen resultados para Test #2 - análisis en el dominio del tiempo.

Fuente: Elaboración propia

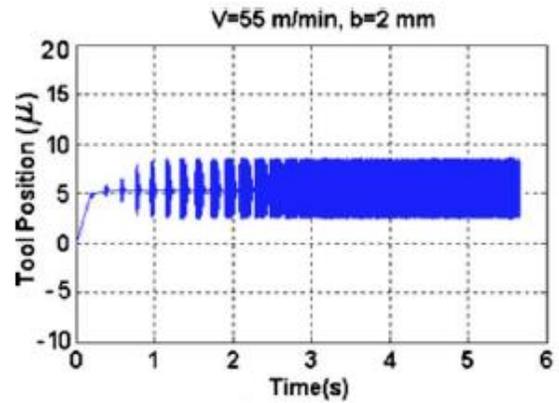
Tabla 4.10. Casos de Estudio para Test #2.

Caso #	Velocidad de Corte [m/min]	Profundidad de Corte [mm]	Tipo de Caso
1	55	2,0	Estable
2	90	2,0	Inestable

Fuente: Elaboración propia.



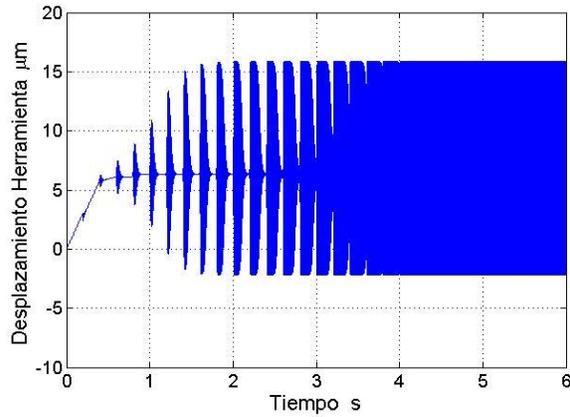
(a)



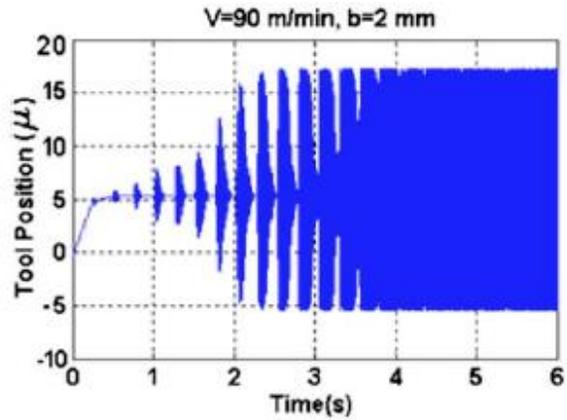
(b)

Figura 4.27: Caso #1 del test #2. (a) Resultado desplazamiento del modelo de dominio temporal y (b) resultado de la literatura.

Fuente: (a) Elaboración propia. (b) Referencia [10].



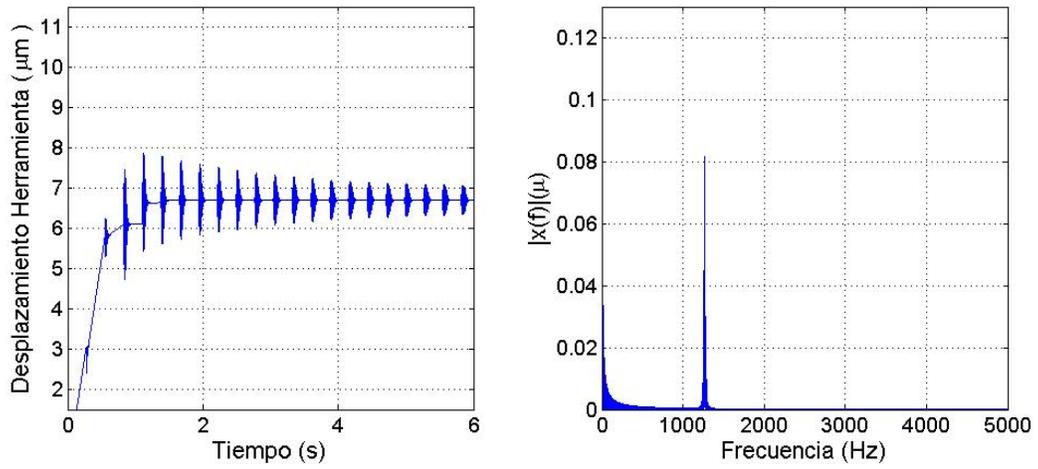
(a)



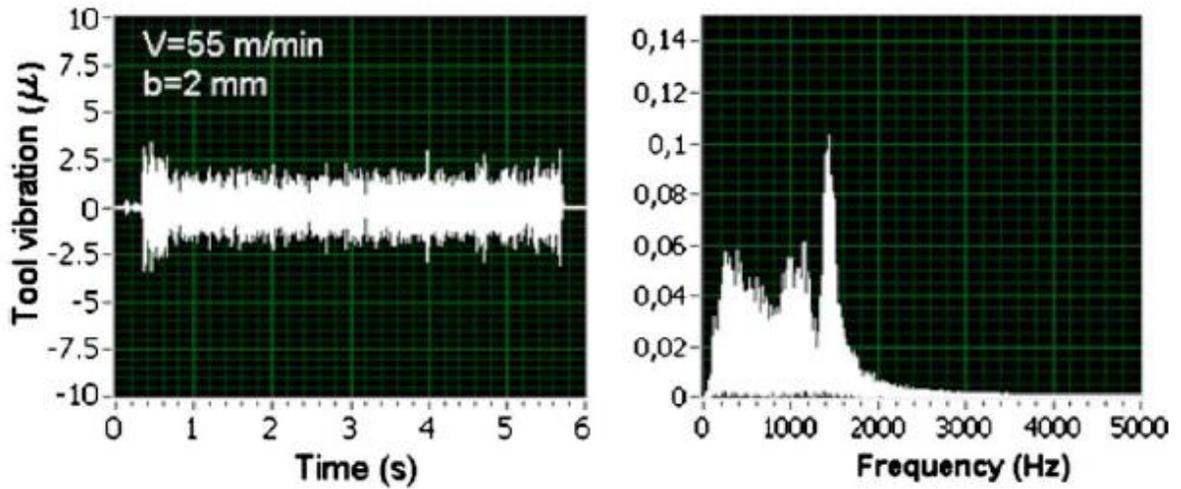
(b)

Figura 4.28: Caso #2 del test #2. (a) Resultado desplazamiento del modelo de dominio temporal y (b) resultado de la literatura.

Fuente: (a) Elaboración propia. (b) Referencia [10].



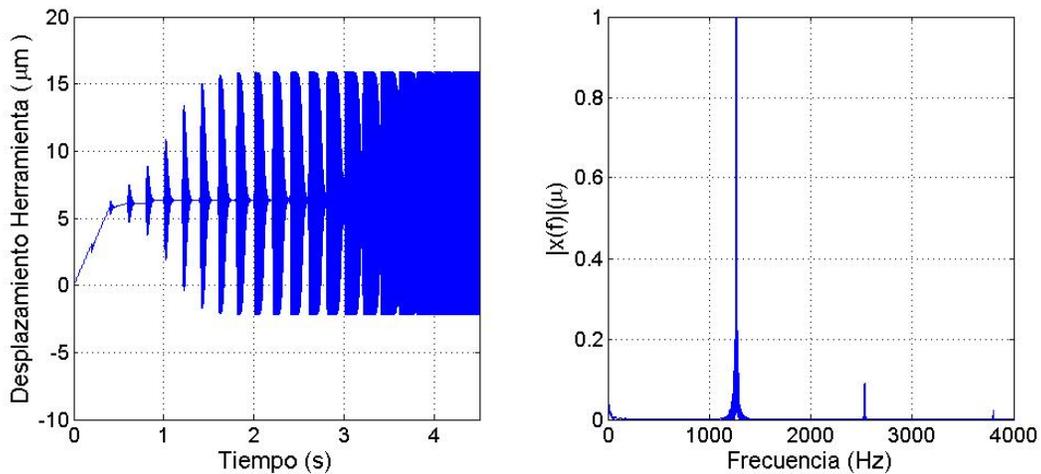
(a)



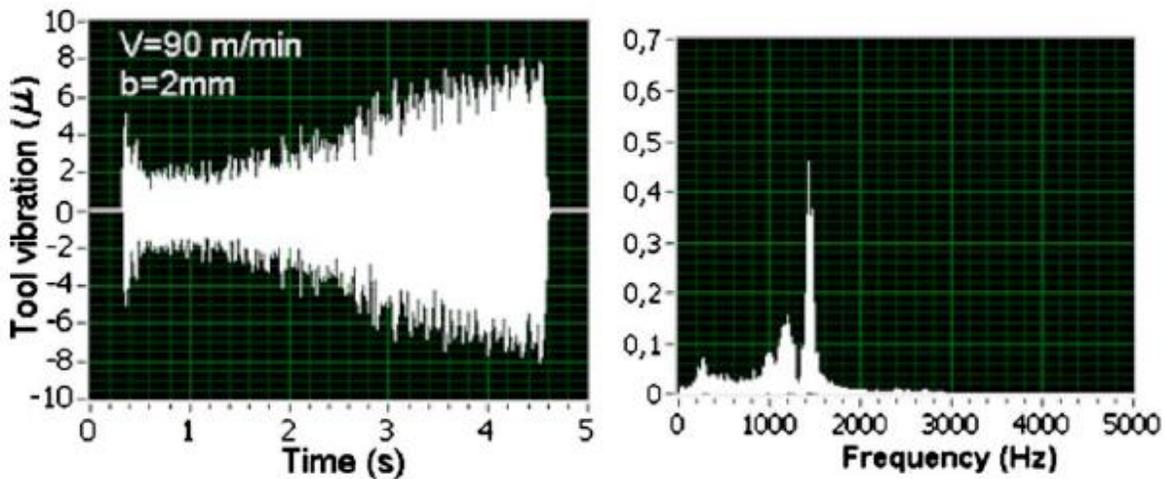
(b)

Figura 4.29: Caso #1 del test #2. (a) Resultado desplazamiento del modelo de dominio temporal y (b) resultado experimental obtenido de la literatura.

Fuente: (a) Elaboración propia. (b) Referencia [10].



(a)



(b)

Figura 4.30: Caso #2 del test #2. (a) Resultado desplazamiento del modelo de dominio temporal y (b) resultado experimental obtenido de la literatura.

Fuente: (a) Elaboración propia. (b) Referencia [10].

El estudio de las simulaciones de dominio temporal para el test #2, en la Figura 4.31 se compara el límite de estabilidad obtenido de los resultados del dominio temporal con los resultados recopilados de la literatura [10]. Al igual que para el test #1, en el test #2 se obtuvo una tendencia similar a la esperada con respecto a la literatura. Sin embargo, para este sistema se obtuvieron estabilidades en zonas de inestabilidad para el proceso de corte, lo que corresponde a un error mayor en contraste con los resultados del test #1.

Por otro lado, analizando con detalle los puntos críticos del análisis, para las velocidades de 80 m/min y 90 m/min se detectó un error menor a 0.3 mm. Por lo que la gran diferencia entre los resultados obtenidos puede deberse a que faltó analizar con mayor detalle el límite de estabilidad para la velocidad de corte de 85 m/min, ya que probablemente no hay una tendencia lineal entre el límite establecido para 80 y 90 m/min.

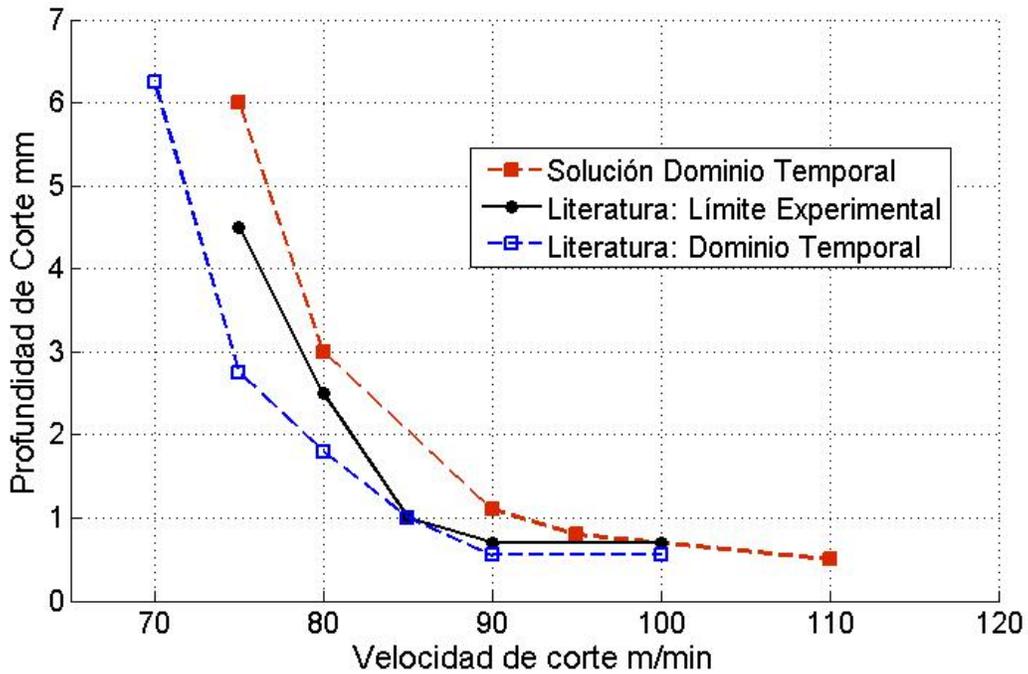


Figura 4.31: Comparación límite de estabilidad del dominio temporal del test #2 con literatura.

Fuente: Elaboración propia.

#### 4.2.2.3 Test#3 – Aluminio AL7075

Al igual que en los otros test, se definieron casos de estudio para mostrar los resultados de estas simulaciones. El detalle de los casos se muestra en la Tabla 4.11.

Tabla 4.11. Casos de Estudio para Test #3

Caso #	Velocidad de Corte [m/min]	Profundidad de Corte [mm]	Tipo de Caso
1	80	4,0	Estable
2	90	3,5	Límite
3	90	5,0	Inestable

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 4.32, se muestra el límite de estabilidad obtenido a partir del análisis de los resultados de las simulaciones en el dominio temporal para el Test #3 junto a los casos de estudio respectivos.

El primer caso corresponde a un corte estable. En la Figura 4.33, se observa el detalle de las vibraciones en el proceso de corte, en particular en la Figura 4.33(c), se muestra a través de un zoom de la Figura 4.33(b) las oscilaciones durante una revolución del proceso de corte. Para este caso, la amplitud máxima alcanzada se encuentra alrededor de  $6 \mu\text{m}$ , además de no presentar vibraciones irregulares (Figura 4.34).

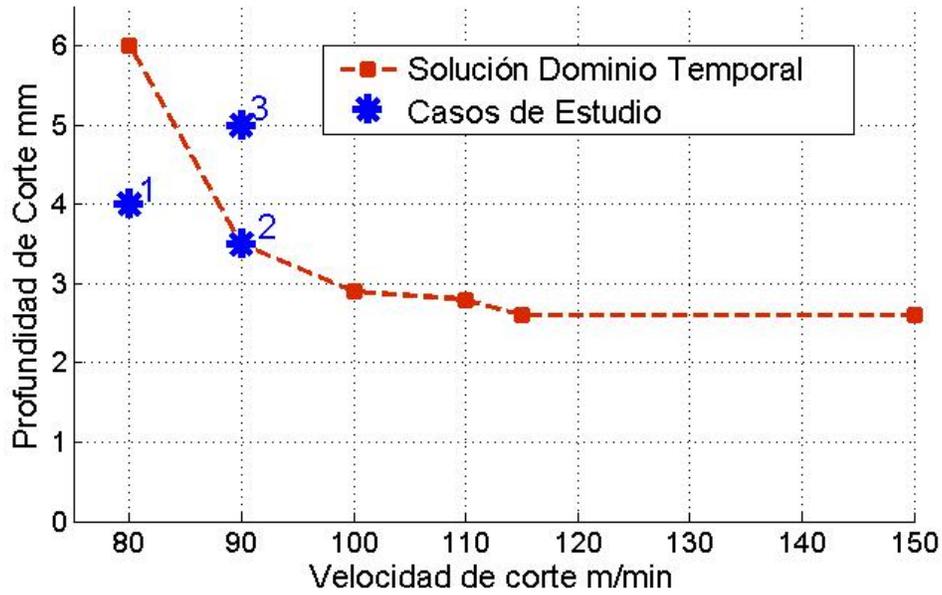


Figura 4.32: Resumen resultados para Test #3 - análisis en el dominio del tiempo.

Fuente: Elaboración propia

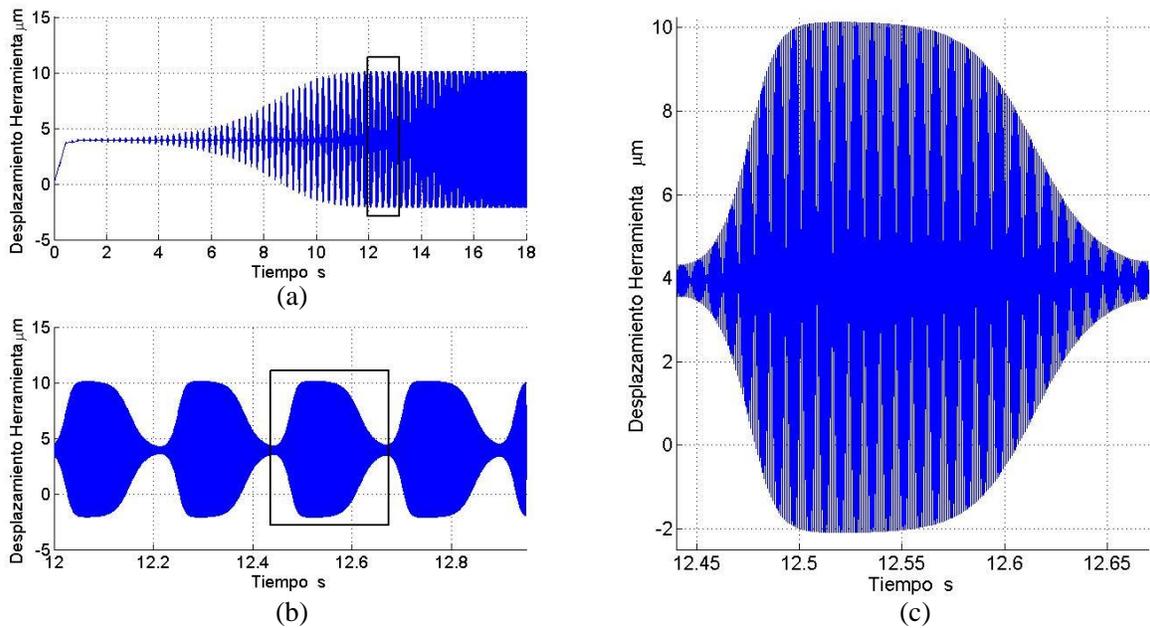


Figura 4.33: Vibraciones del corte para el caso #1 del test #3 – (a) Desplazamiento para el corte completo. (b) Zoom a la zona marcada en (a). (c) Zoom a la revolución de la zona marcada en (b).

Fuente: Elaboración propia

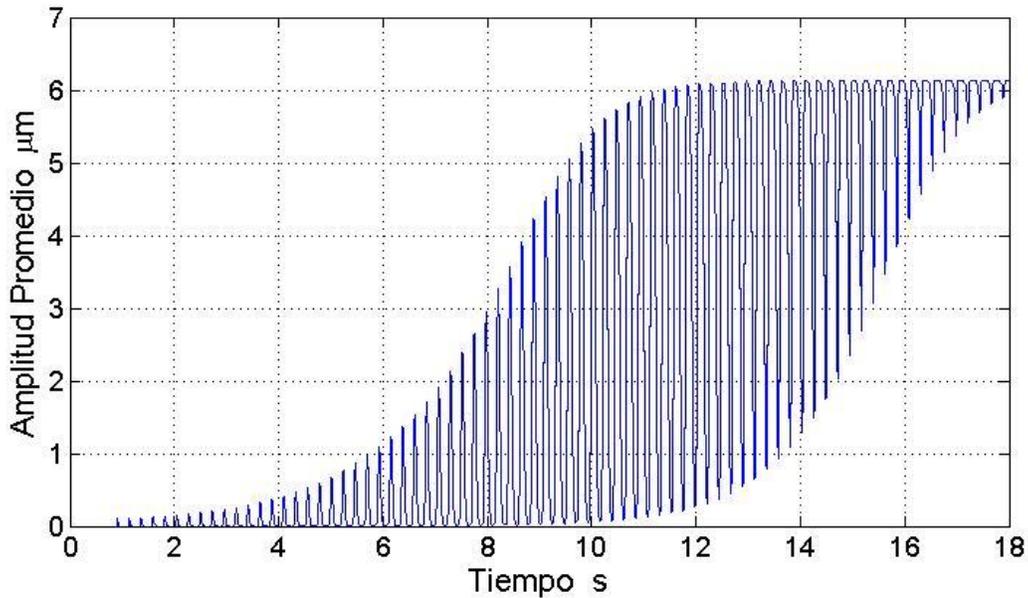


Figura 4.34: Amplitud promedio durante el proceso de corte del caso #1 del test #3.

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 4.35 se muestra el detalle de la fuerza durante el proceso de corte del caso #1 del test #3.

A diferencia del test #1 (Figura 4.19), no se identifica de forma tan clara la incorporación de la fuerza de damping (Figura 4.36). Esto debido a que el material de este caso (aluminio A17075) tiene un coeficiente de indentación menor que el acero inoxidable, por ende, el *Process Damping* que presenta es menor (una máxima fuerza de damping de 8 N con respecto a la fuerza total que oscila en torno a los 66 N).

Para observar gráficamente la incorporación de la fuerzas, en la Figura 4.37 se superponen la fuerza total y la fuerza de damping, donde en la parte inferior se muestra cómo afecta esta última a la total. Este caso de estabilidad refleja un aporte no visible a simple vista de la fuerza de damping, sin embargo, si no estuviera presente esta fuerza este caso presentaría vibraciones inestables a esta profundidad (4 mm).

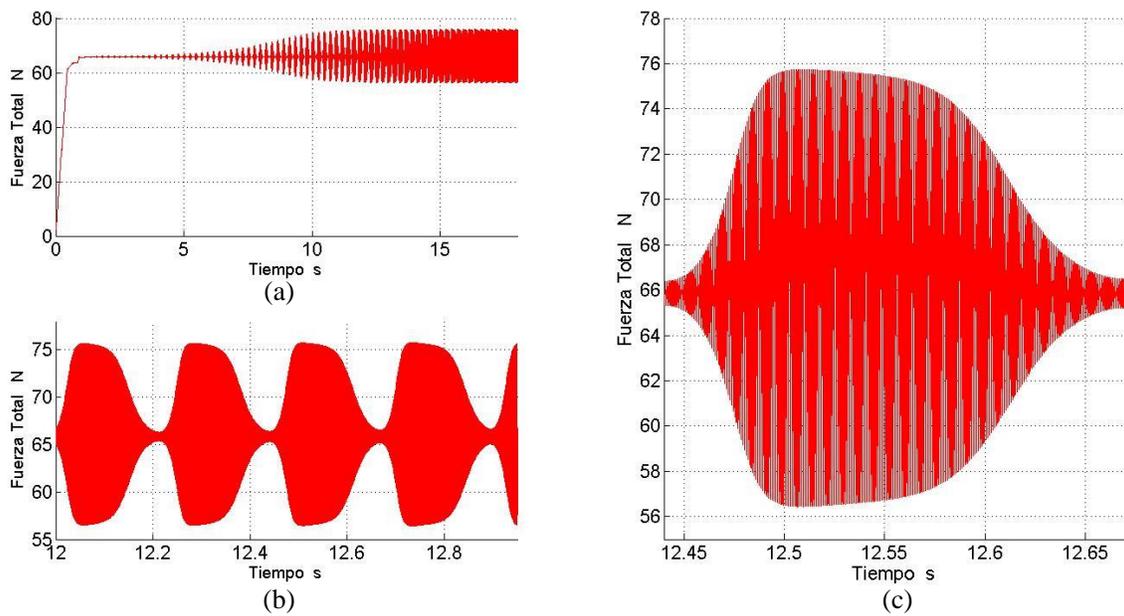


Figura 4.35: Fuerza total del corte para el caso #1 del test #3 – (a) Fuerza para el corte completo. (b) Zoom a la zona marcada en (a). (c) Zoom a la revolución de la zona marcada en (b).

Fuente: Elaboración propia

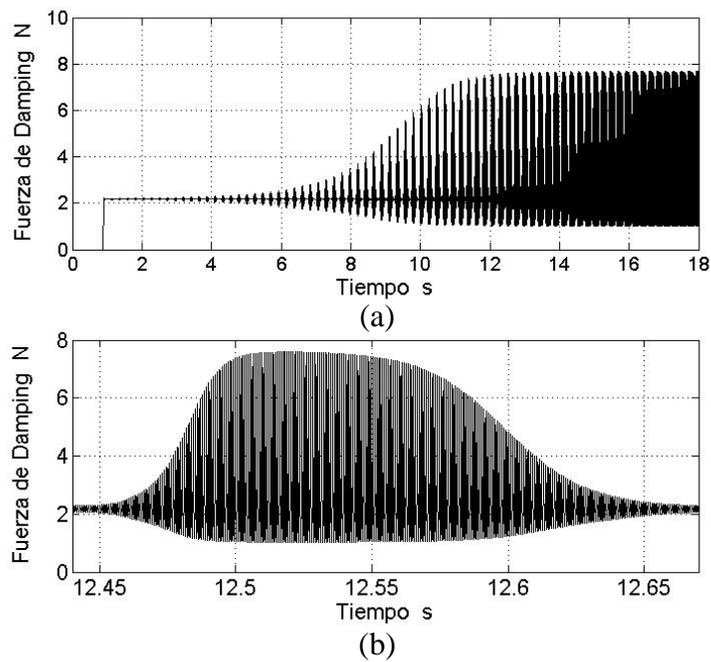


Figura 4.36: Fuerza de damping del corte para el caso #1 del test #3 – (a) Fuerza para el corte completo. (b) Zoom a la misma zona que la Figura 4.35

Fuente: Elaboración propia

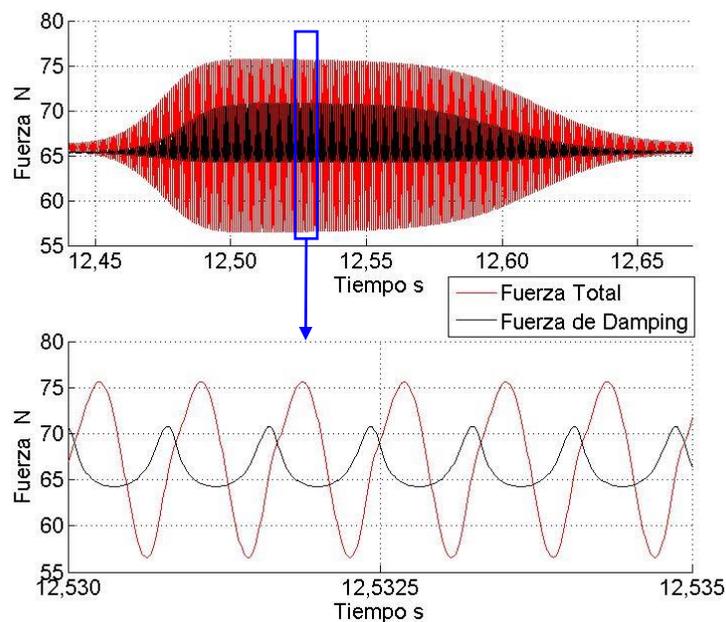


Figura 4.37: Superposición de la fuerza total con la fuerza de damping en la zona que la Figura 4.35

Fuente: Elaboración propia

El caso #2 representa un caso límite, similar al caso anterior, pero con una amplitud máxima de  $8 \mu\text{m}$  en las oscilaciones. En la Figura 4.38 se muestra el detalle de las vibraciones durante el proceso de corte, y en la Figura 4.39 se observa la amplitud alcanzada por dichas vibraciones.

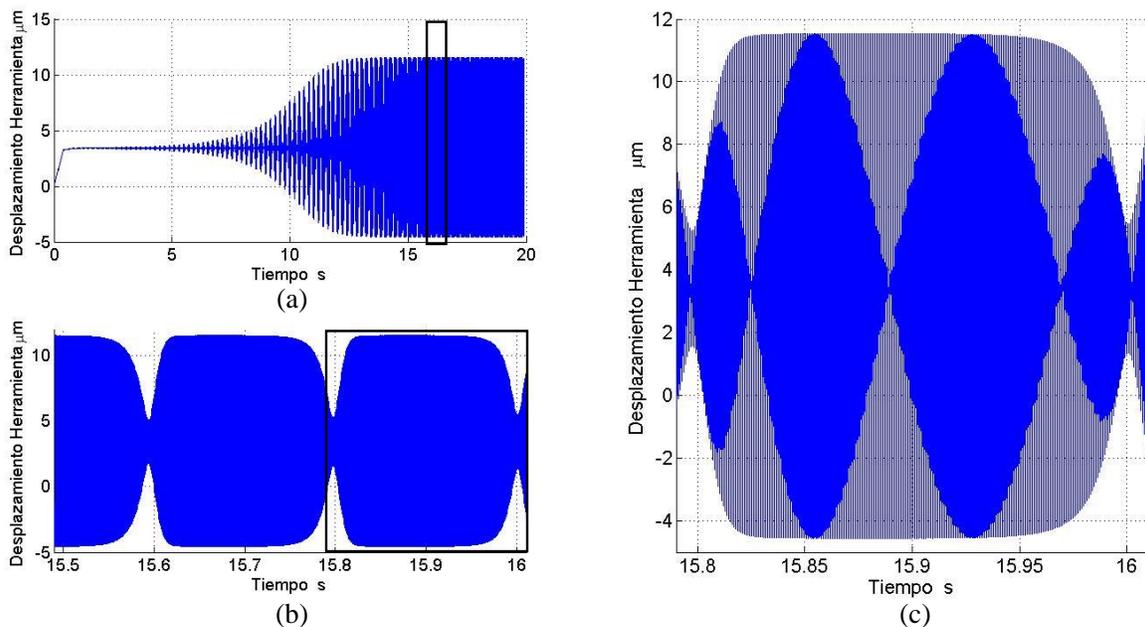


Figura 4.38: Vibraciones del corte para el caso #2 del test #3 – (a) Desplazamiento para el corte completo. (b) Zoom a la zona marcada en (a). (c) Zoom a la revolución de la zona marcada en (b).

Fuente: Elaboración propia

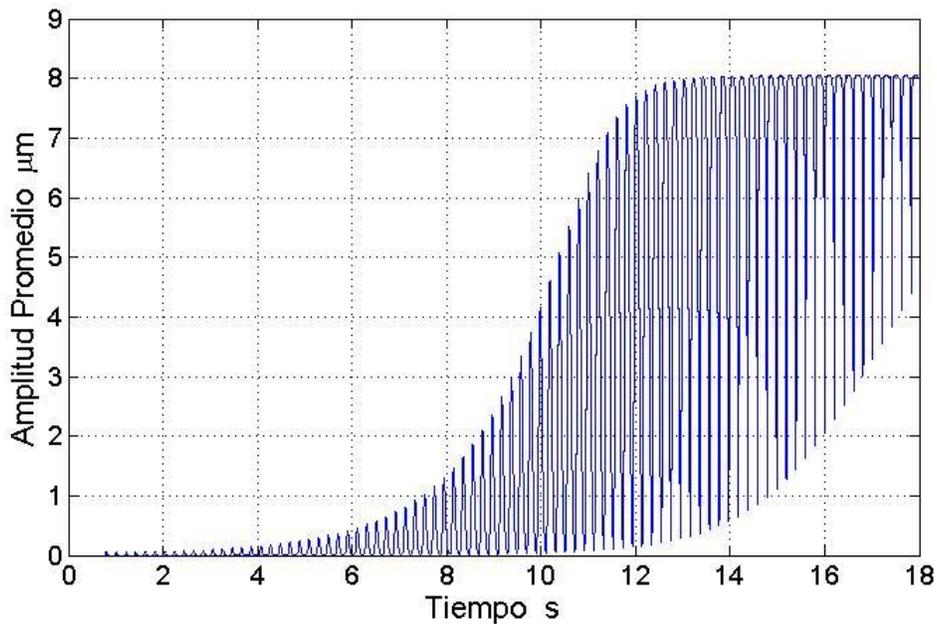


Figura 4.39: Amplitud promedio durante el proceso de corte del caso #2 del test #3.

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 4.40, se presenta la fuerza durante el proceso de corte del caso #2 del test #3. Al ser un caso límite estable, las condiciones de fuerza son similares al del caso #1 ilustrado en la Figura 4.35.

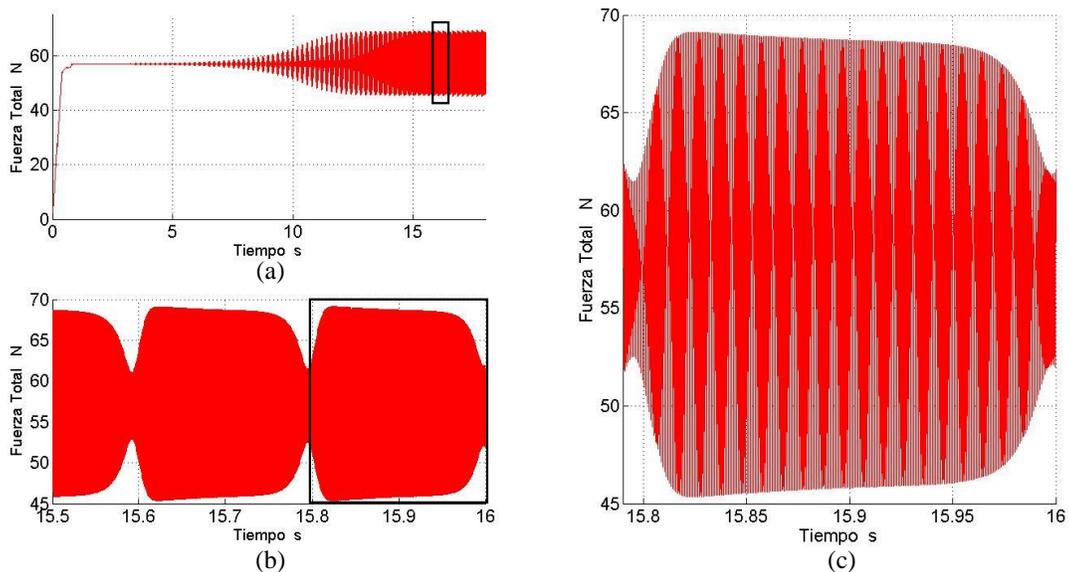
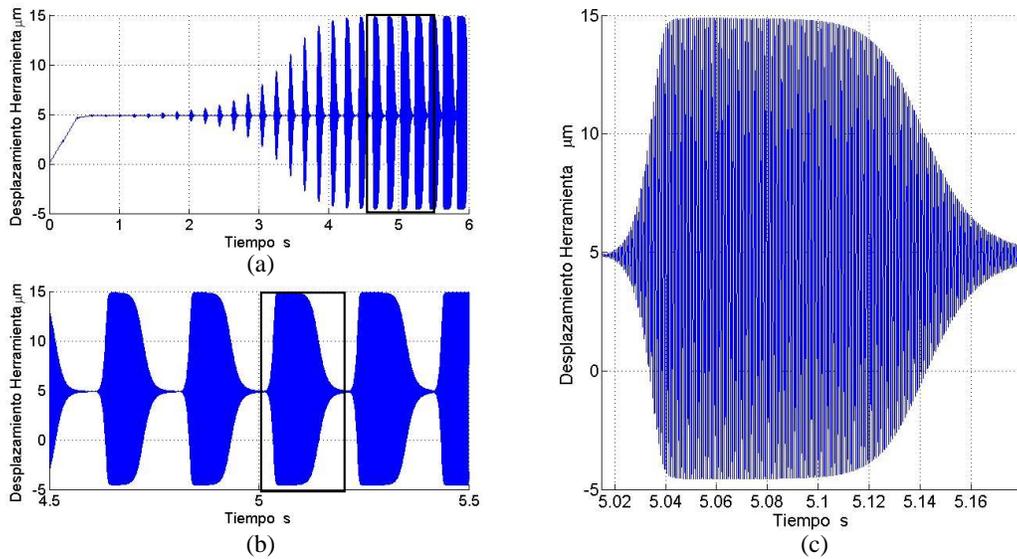


Figura 4.40: Fuerza total del corte para el caso #2 del test #3 – (a) Fuerza para el corte completo. (b) Zoom a la zona marcada en (a). (c) Zoom a la revolución de la zona marcada en (b).

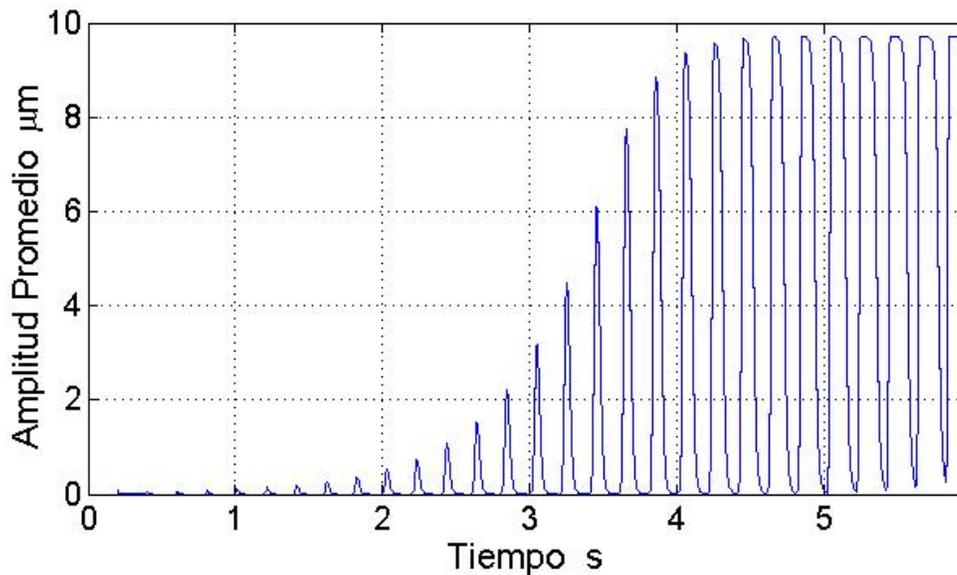
Fuente: Elaboración propia

Por último, en la Figura 4.41 se aprecia el detalle de las vibraciones para el corte del caso #3 del test #3.



**Figura 4.41: Vibraciones del corte para el caso #3 del test #3 – (a) Desplazamiento para el corte completo. (b) Zoom a la zona marcada en (a). (c) Zoom a la revolución de la zona marcada en (b).**  
 Fuente: Elaboración propia

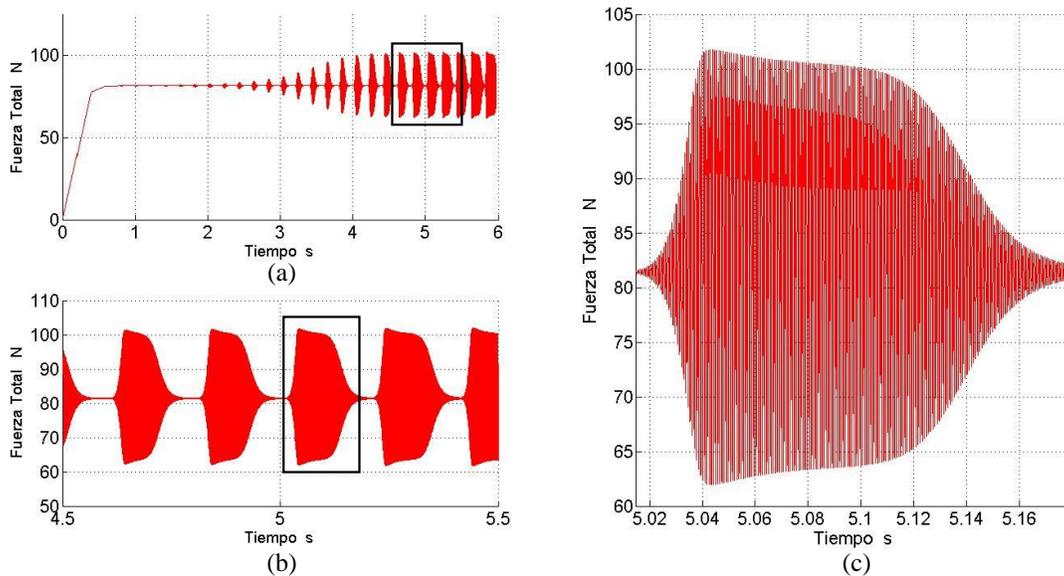
En la Figura 4.42, se observa que en el caso #3 la amplitud máxima alcanzada ronda los  $10 \mu m$ , lo que se considera muy alto para que las vibraciones presenten un acabado superficial estable.



**Figura 4.42: Amplitud promedio durante el proceso de corte del caso #3 del test #3.**

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 4.43, muestra el detalle de la fuerza durante el proceso de corte del caso #3 del test #3. A diferencia de la fuerza de corte obtenida de los casos #1 y #2., en la Figura 4.43(c) se puede observar la influencia de la fuerza de damping en la fuerza total en el acercamiento para una revolución. Este hecho ocurre debido a que al ser una zona de inestabilidad, la fuerza de damping es mayor. Sin embargo, independiente de que la fuerza de damping aumente, esto no fue suficiente para estabilizar el corte en una menor amplitud de oscilación.

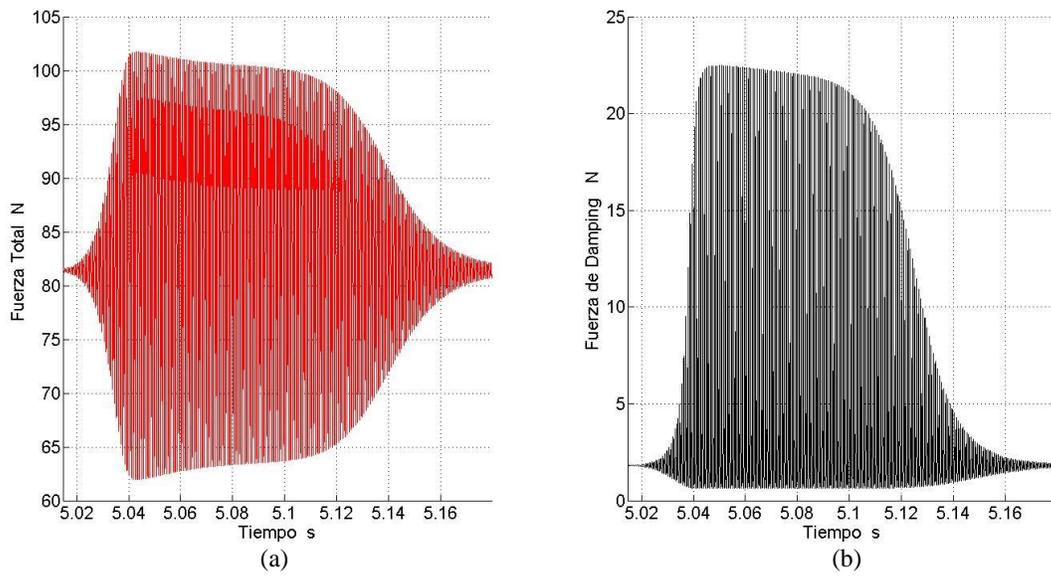


**Figura 4.43: Fuerza total del corte para el caso #3 del test #3 – (a) Fuerza para el corte completo. (b) Zoom a la zona marcada en (a). (c) Zoom a la revolución de la zona marcada en (b).**

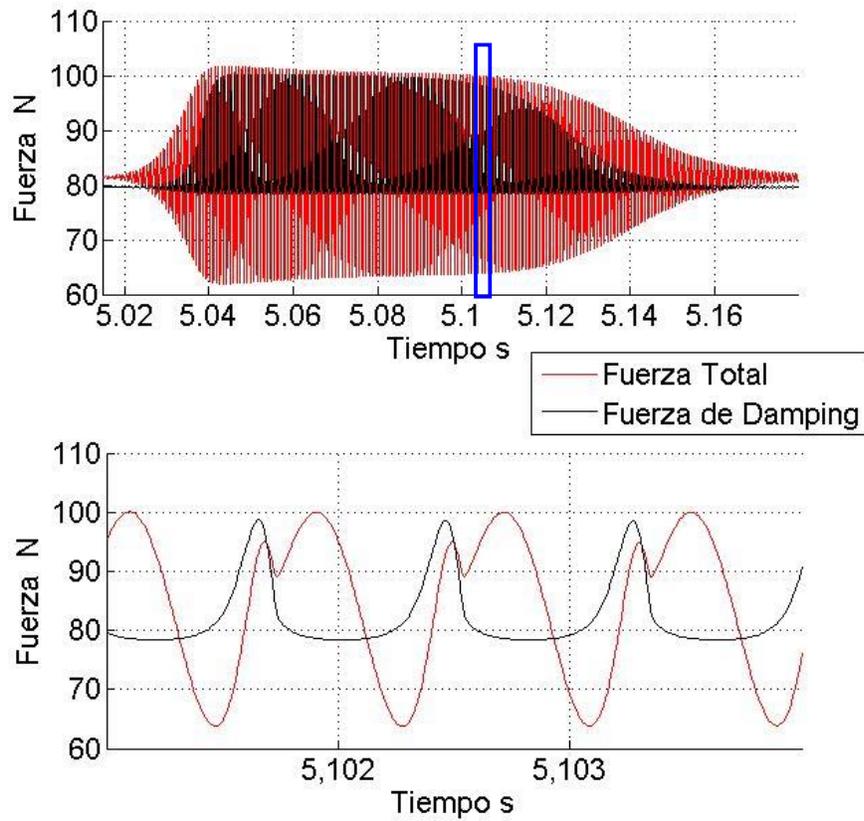
**Fuente: Elaboración propia**

En la Figura 4.44, se muestra un paralelo entre la fuerza total (a) y la fuerza de damping (b) para la misma revolución del proceso de corte del caso #3 del test #3. Si se observa con detenimiento el gráfico de la fuerza total, se identifica una zona más marcada en medio de las oscilaciones. Esta zona corresponde al efecto de *Process Damping* en la fuerza de corte. Para observar esta influencia con mayor detenimiento, en la Figura 4.45, se identifica una superposición entre estas fuerzas con un zoom más profundo (zona dentro de un marco azul).

En la parte inferior de la Figura 4.45 se observa como la fuerza de damping genera peaks en medio de la oscilación de las fuerzas del sistema. Esta fuerza corresponde a una muestra gráfica del efecto de *Process Damping* dentro de un proceso de torneado.



**Figura 4.44: Zoom una revolución del caso #3 del test #3 – (a) Fuerza Total y (b) fuerza de damping.**  
**Fuente: Elaboración propia**



**Figura 4.45: Superposición de la fuerza total con la fuerza de damping en la zona que la Figura 4.44**  
**Fuente: Elaboración propia**

Para finalizar el estudio del test #3, en la Figura 4.46 se compara el límite de estabilidad obtenido de los resultados del dominio temporal con los resultados recopilados de la literatura [10]. En este test, se logró la mayor afinidad entre los resultados previos y las simulaciones de este modelo. Esto se puede explicar debido a que este test fue realizado con otro material (Al7075), que tiene un coeficiente de *Process Damping*  $K_d$  menor al acero. Este hecho conlleva a que sea más directo establecer los límites de estabilidad para las simulaciones de dominio temporal.

Además, se destaca que el efecto de *Process Damping* en este test permitió aumentar la estabilidad del sistema para más del doble de profundidad de corte (superior a 6 mm a 80 m/min) con respecto al límite de estabilidad base. Esto, pese a que la incidencia de *Process Damping* es menor a la de los tests anteriores.

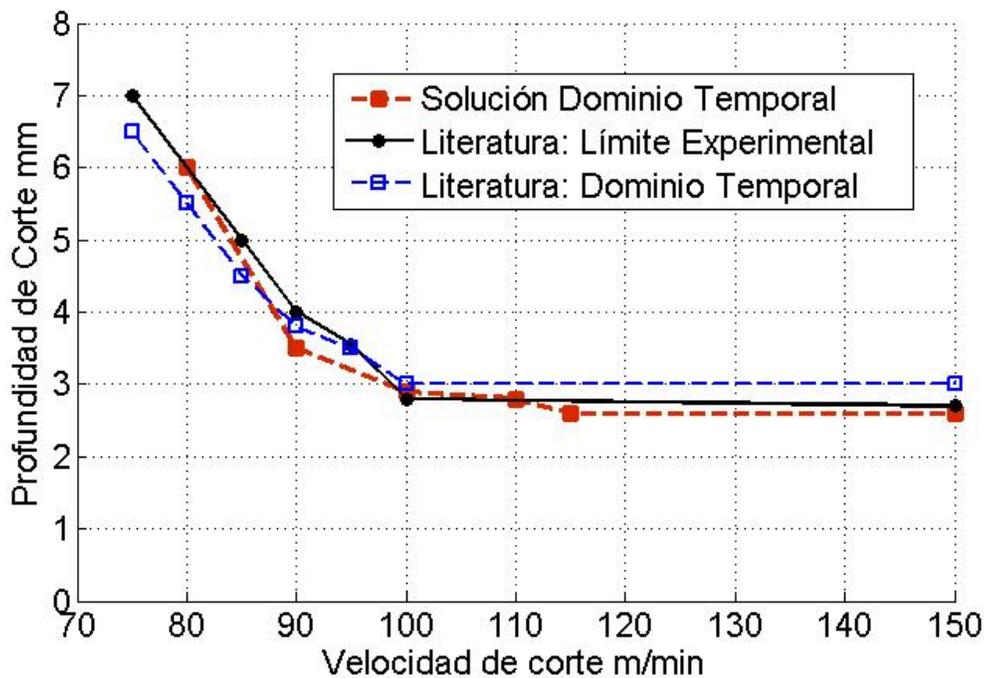


Figura 4.46: Comparación límite de estabilidad del dominio temporal del test #3 con la literatura.

Fuente: Elaboración propia.

### 4.2.3 Comparación entre Modelos

Ambos modelos de simulación desarrollados en este trabajo (el de dominio temporal y el de dominio de frecuencias) son complementarios. Por lo que a continuación se muestran comparativamente los límites de estabilidad obtenidos del modelo temporal y del dominio de frecuencias para el test #1 (Figura 4.47), test #2 (Figura 4.48) y test #3 (Figura 4.49). Para cada uno de los tests se observa una gran concordancia entre los límites obtenidos por ambos modelos desarrollados. Las diferencias que aparecen la zona de la asíntota al infinito de cada test se explican debido a que el resultado del dominio de frecuencias se basa en el cálculo del factor de *Process Damping* (sección 2.3.1), que a medida que baja la velocidad de corte, este factor aumenta de forma drástica respecto al amortiguamiento original del sistema. Por lo tanto, en esta zona en particular es más difícil precisar el límite de estabilidad. Por otro lado, en la simulación temporal se determina la estabilidad del sistema bajo condiciones específicas de velocidad y profundidad de corte, por lo que se

obtiene un límite de estabilidad más real que el límite alcanzado del diagrama de estabilidad en dicha zona.

Se destaca la correlación que se logró entre los modelos, ya que el diagrama de estabilidad generado del dominio de frecuencias requiere un considerable menor tiempo de simulación y análisis, que el obtenido a partir de las simulaciones en el dominio temporal. Por lo que una buena práctica consiste en realizar un análisis preliminar a partir del dominio de frecuencias, para después analizar las zonas críticas con la simulación del dominio temporal (especialmente en la zona de la asíntota).

Finalmente, al analizar cada uno de los resultados mostrados en este capítulo, se considera que ambos modelos lograron resultados consistentes con la literatura y entre sí. Las simulaciones del dominio temporal mostraban la influencia de la fuerza de damping sobre la fuerza de corte para lograr aumentar la estabilidad del sistema, mientras que la simulación en el dominio de frecuencias incorporó el factor de *Process Damping* que se añade a medida que el corte tiene una profundidad de corte mayor.

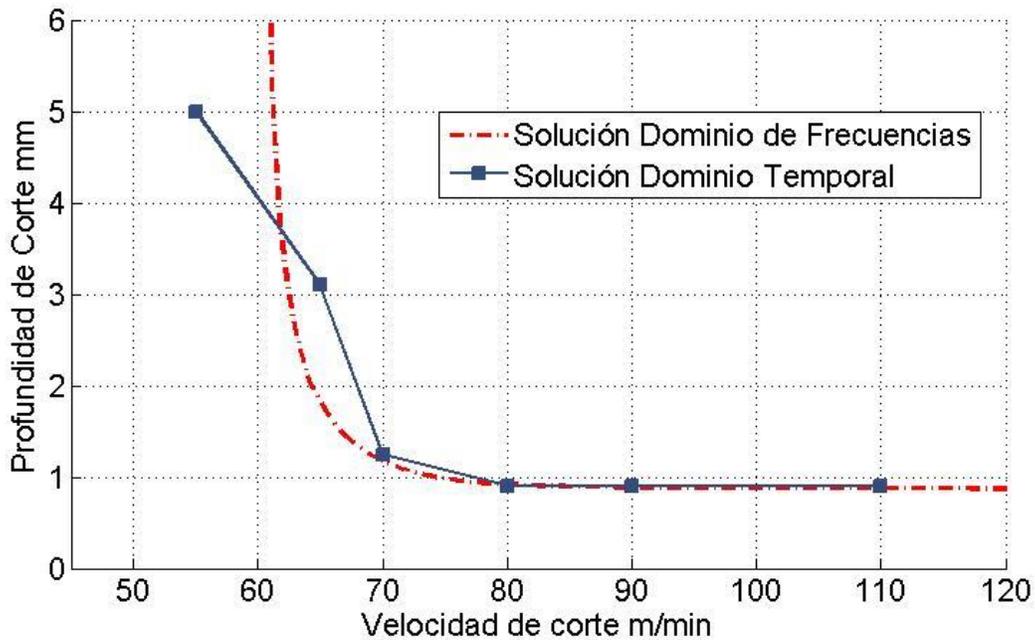


Figura 4.47: Comparación entre límite de estabilidad del dominio temporal y del dominio de frecuencias para el test #1.

Fuente: Elaboración propia.

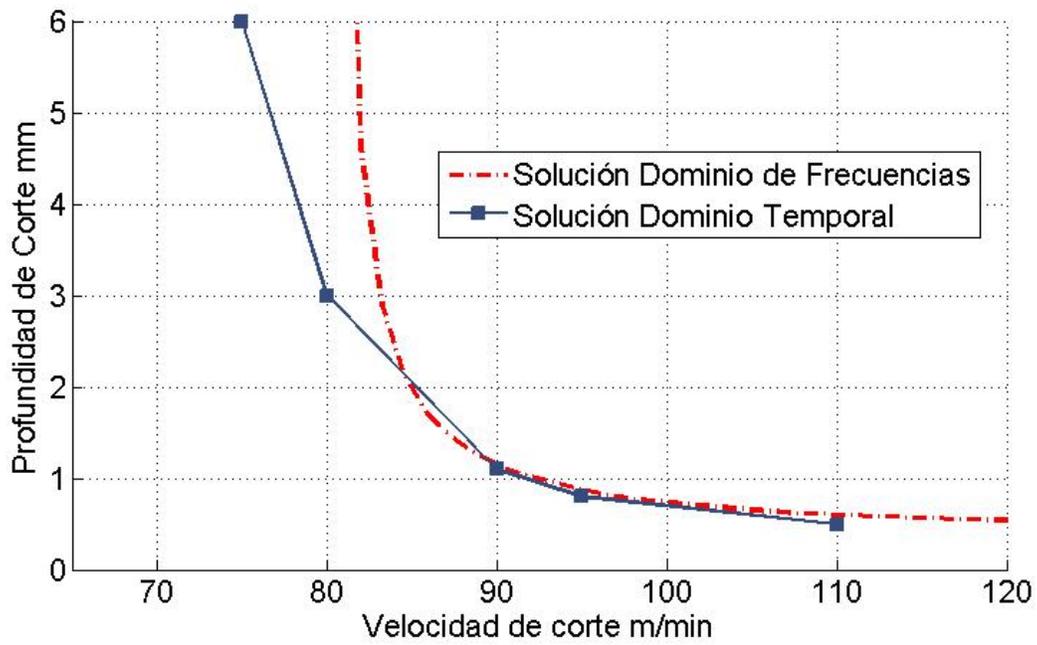


Figura 4.48: Comparación entre límite de estabilidad del dominio temporal y del dominio de frecuencias para el test #2.  
Fuente: Elaboración propia.

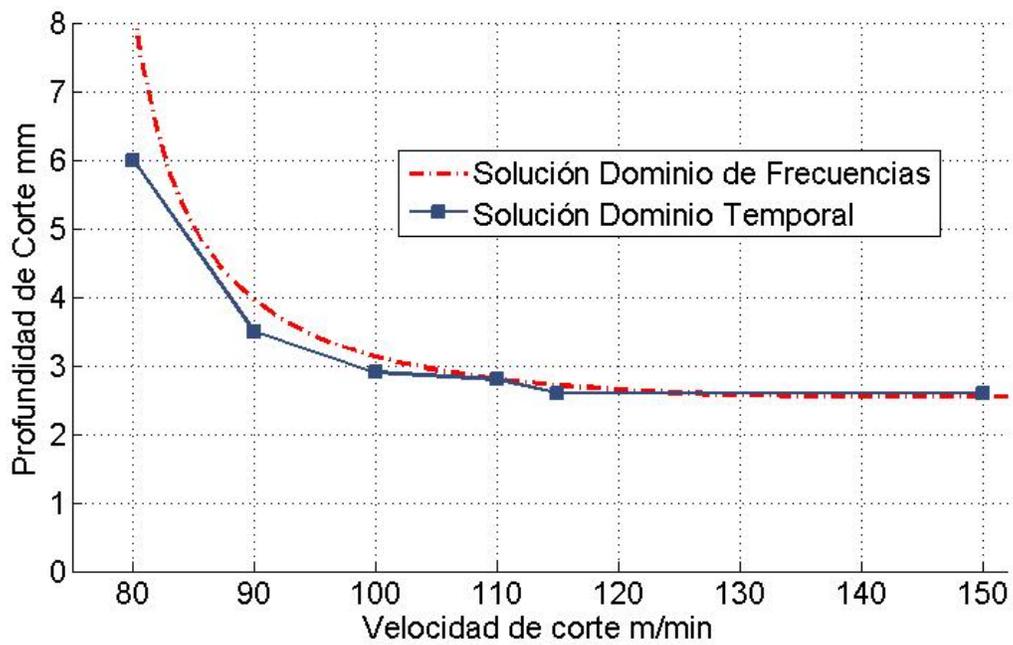


Figura 4.49: Comparación entre límite de estabilidad del dominio temporal y del dominio de frecuencias para el test #3.  
Fuente: Elaboración propia.

## 5 Análisis de Resultados

El *Process Damping* se obtuvo a partir de dos factores principales: el área de indentación o penetración que ocurre durante el proceso de corte y el coeficiente de indentación  $K_d$ . El área de indentación se define a través de tres aspectos: los parámetros de la herramienta; la definición de la superficie ondulada del corte; y las propiedades del material. Por otro lado, el coeficiente de indentación es una propiedad experimental que depende principalmente de la interacción entre el material de la herramienta y el material de la pieza (Tabla 2.2). En el desarrollo de los modelos fue necesario realizar el cálculo del área de indentación de forma distinta, si la simulación era en el dominio temporal (Anexo A.3) o en el dominio de frecuencias (Anexo A.4), principalmente debido a que la definición de la superficie ondulada varía de acuerdo al tipo de dominio (secciones 3.1.2.3 y 3.2.2.1, respectivamente).

Entonces, la inclusión del efecto de *Process Damping* fue distinta para cada modelo. Por un lado, en el dominio temporal se incluyó este en la integración numérica como una “fuerza de damping” extra a la fuerza de corte (sección 3.1). Mientras que en el dominio de frecuencias, se agregó un factor de *Process Damping* al amortiguamiento del sistema (sección 3.2). Para este último, la incorporación del factor de *Process Damping* requirió una iteración en la simulación, debido a que al obtener un nuevo límite de estabilidad se debe re-calcular el factor de *Process Damping* (Figura 3.11).

### 5.1 Análisis de Sensibilidad al Factor de *Process Damping*

Dada las condiciones base de la Tabla 4.6, se realizó un análisis de sensibilidad del factor de *Process Damping* para 4 variables principales: las propiedades de la herramienta (radio de punta de la herramienta y ángulo de incidencia), la profundidad de corte, la velocidad de corte y la amplitud de la oscilación.

Los resultados, para las primeras tres variables estudiadas, fueron consistentes a lo esperado a partir de lo recopilado en antecedentes (sección 4.1.2.1). Para estas variables se obtuvo una correcta simulación de los efectos de *Process Damping* bajo condiciones críticas, donde se comprobó lo relevante que resulta el amortiguamiento extra que se genera debido al *Process Damping*. Bajo ciertas condiciones extremas, se llegó a un aumento en el amortiguamiento del sistema en un porcentaje mayor al 1500% con respecto al amortiguamiento original del sistema (Figura 4.4 y Figura 4.5). Dado que estas condiciones críticas surgen en zonas de inestabilidad, ese amortiguamiento extra es clave para obtener mayor estabilidad en el sistema.

Con respecto a la última variable analizada, amplitud de la oscilación (sección 4.1.2.2), el comportamiento del factor de *Process Damping* no tiene un resultado esperado como las otras tres variables (a partir de las ecuaciones 2.13 y 2.14). Se obtuvo que el factor  $c_p$  disminuye hasta llegar a un mínimo en torno a una amplitud de  $5 \mu\text{m}$  (Figura 4.7), para luego aumentar consistentemente a medida que se incrementa más la amplitud.

## 5.2 Modelo en el Dominio de Frecuencia

Se obtuvo el diagrama de estabilidad con la incorporación de *Process Damping* esperado (Figura 2.13), donde el límite de estabilidad aumenta de forma considerable a medida que la velocidad de corte disminuye. Esto, para cada uno de los tests estudiados a lo largo de este trabajo (Tabla 4.1).

En relación a la literatura estudiada, el test #3 fue el diagrama de estabilidad que tuvo mejor concordancia (Figura 4.15). Por el contrario, el test #2 fue el de menor concordancia con los límites experimentales (Figura 4.13). Sin embargo, esto corresponde a un error menor de acuerdo a lo aceptable para el modelo, por lo que también se valida el resultado.

Al comparar los diagramas de estabilidad, test #1 (Figura 4.11) y test #2 (Figura 4.13), se concluye que el efecto del radio de punta de la simulación tiene una relevancia preponderante en la estabilidad. Se observa que el límite de estabilidad empieza a crecer hacia el infinito alrededor de los 60 m/min en el test#1, mientras que para el test #2 esto ocurre a una mayor velocidad (alrededor de los 90 m/min). El hecho que el radio de punta sea 6 veces mayor en el test #2, influye en el cálculo del factor de *Process Damping*, considerando que ambos tests son con el mismo material AISI1050, lo que se consecuenta con el análisis previo hecho a esta variable (Figura 4.6).

En el caso del test #3, se obtuvo una curva menos pronunciada respecto a los tests con acero, esto se debe principalmente al coeficiente de indentación ( $K_d$ ; Tabla 4.2) lo que se traduce en un factor de *Process Damping* menor bajo iguales condiciones. Esto a su vez, explica por qué el resultado para este test tuvo una mejor concordancia, ya que al tener un efecto de *Process Damping* más paulatino, el límite de estabilidad puede identificarse mejor.

## 5.3 Modelo en el Dominio Temporal

Los resultados para la simulación del dominio temporal fueron similares a los obtenidos para el modelo en el dominio de frecuencias. En los 3 tests se obtuvieron resultados válidos con respecto a la literatura analizada. El límite de estabilidad del test #3 (Figura 4.46) tuvo la mejor concordancia, mientras que el límite para el test #2 (Figura 4.31) tuvo la menor concordancia en relación a la literatura. Sin embargo, se consideró que para cada uno de los tests se lograron resultados dentro de los márgenes de error aceptables.

En particular, para el test #2 se mostraron 2 casos (Tabla 4.10) para los que se tenía acceso al resultado del modelo en el dominio temporal desde la literatura. En la Figura 4.27 y la Figura 4.28 se da a conocer la similitud entre los resultados propuestos en este trabajo y otro modelo anterior, donde se obtuvo que las diferencias eran menores y no afectaban la definición de estabilidad para cada caso. Más aún, al comparar los resultados obtenidos para la vibración de la herramienta con resultados experimentales (Figura 4.29 y Figura 4.30) se muestra una mejor concordancia para la simulación propuesta, por sobre el modelo de la literatura.

La estabilidad se definió para cada caso analizando las vibraciones de la herramienta y la amplitud promedio durante el proceso de corte. En el test #1 se presentó 2 casos de procesos inestables (Tabla 4.9). El caso típico de proceso inestable se muestra de forma representativa en el caso #4 (Figura 4.24), donde si la amplitud de las oscilaciones es superior a  $8 \mu\text{m}$  se considera un proceso

inestable. Para el caso inestable del test #3 (Tabla 4.11) se identificó el mismo fenómeno (Figura 4.41 y Figura 4.42).

Mientras que para el caso #3 del test #1 (Tabla 4.9) mostrado en la Figura 4.22, se identificó el fenómeno de inestabilidad conocido como límite de ciclo de oscilación. La Figura 4.23, permite mostrar de forma más concisa las irregularidades presentes durante ese proceso de corte pese a tener una amplitud de oscilación menor a  $8 \mu m$ .

Por último, a través de los gráficos de fuerzas de corte, se mostró la incorporación de la fuerza de damping al modelo. En el caso del test #1 mostrado en la Figura 4.20 se observa como la fuerza de damping afecta la fuerza de corte, siendo relevante para la estabilidad del corte durante el proceso. Mientras que en la Figura 4.44 y la Figura 4.45, se presentó una superposición de las fuerzas para ver en detalle cómo la fuerza de damping se incorpora a la fuerza del sistema para el test #3. De esto último, se observa la incorporación del efecto de *Process Damping* en la simulación en el dominio temporal desarrollada para un proceso de torneado.

#### 5.4 Comparación entre Modelos y su Complementación

El presente trabajo, permitió establecer una buena complementación entre el modelo en el dominio temporal y el modelo en el dominio de frecuencias para cada uno de los tests estudiados (Figura 4.47, Figura 4.48, y Figura 4.49). A partir de los estudios realizados, se determina que el modelo de dominio temporal tiene más confiabilidad debido a que se realiza la simulación de un punto en específico. Esto se identifica especialmente en la zona de la asíntota de los diagramas de estabilidad calculados por el dominio de frecuencias, ya que la iteración usada para el factor de *Process Damping* no es 100% precisa en esa zona. Sin embargo, el modelo del dominio de frecuencias es considerablemente más rápido y sencillo de usar, en comparación a las simulaciones en el dominio temporal, y a su vez, permite tener un diagrama válido preliminar para el estudio de la estabilidad de un proceso de corte.

Finalmente, se logró modelar de forma dinámica un proceso de torneado con una correcta incorporación del fenómeno de *Process Damping*. A partir del modelamiento en el dominio de frecuencias se obtiene un diagrama de estabilidad para el sistema, mientras que del modelamiento en el dominio temporal se generan las fuerzas y vibraciones del proceso de corte para una velocidad y profundidad de corte definida.

## 6 Conclusiones

Los resultados obtenidos en el presente trabajo confirman la importancia que tiene el *Process Damping* en la estabilidad de un proceso de torneado bajo distintas condiciones de operación, ya que aumenta el amortiguamiento del sistema bajo condiciones críticas de estabilidad a bajas velocidades de corte. Por lo tanto, resulta imprescindible la incorporación de este fenómeno para una correcta simulación de un proceso de torneado.

A partir del desarrollo de los modelos dinámicos, se obtuvo que el *Process Damping* depende principalmente del grado de penetración de la herramienta en la pieza trabajada, lo que se caracterizó a través de la definición de área de indentación del corte, el coeficiente de indentación  $K_d$  de los materiales a trabajar y el modelo de las vibraciones regenerativas del corte. Es importante destacar que para cada uno de los modelos se debe incorporar el *Process Damping* de formas distintas, donde para el dominio en el tiempo se agregó una fuerza de Damping extra al proceso, para el dominio de frecuencias se añadió un factor de *Process Damping*  $c_p$  al amortiguamiento inicial del sistema. Además, es importante destacar la relevancia en el efecto de las vibraciones regenerativas para la detección del límite de estabilidad en la zona cercana a la asíntota, efecto que era posible obtener de forma más precisa en el dominio en el tiempo, ya que consideraba más revoluciones previas.

Los dos modelos propuestos permiten simular de forma complementaria un proceso de torneado contando con la incorporación de *Process Damping*. A través del modelo en el dominio de frecuencias se obtiene el diagrama de estabilidad general, y por medio del modelo del dominio en el tiempo se simulan las vibraciones y fuerzas durante el corte para condiciones de operación específicas. El uso complementario de ambos modelos permite la determinación de las condiciones de operación óptimas para un proceso de torneado dado.

## 7 Bibliografía

- [1] S. Kalpakjian and S. R. Schmid, *Manufacturing Engineering and Technology*, Sixth Edit. Pearson Education, 2009.
- [2] Y. Altintas, *Manufacturing Automation: Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations, and CNC Design*, Second. Cambridge: Cambridge University Press, 2011.
- [3] Y. Altintas, M. Eynian, and H. Onozuka, "Identification of dynamic cutting force coefficients and chatter stability with *Process Damping*," *CIRP Ann. - Manuf. Technol.*, vol. 57, no. 1, pp. 371–374, Jan. 2008.
- [4] T. L. Schmitz and K. S. Smith, *Machining Dynamics - Frequency Response to Improved Productivity*. Springer Science+, 2009.
- [5] Y. Altintas, E. Budak, and E. J. A. Armarego, "Prediction of Milling Force Coefficients From Orthogonal Cutting Data," vol. 118, no. May, pp. 216–224, 1996.
- [6] A. R. Yusoff, S. Turner, C. M. Taylor, and N. D. Sims, "The role of tool geometry in process damped milling," *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 50, no. 9–12, pp. 883–895, Mar. 2010.
- [7] S. A. Tobias and W. Fishwick, "The *chatter* of lathe tools under orthogonal cutting conditions," *Wear*, vol. 2, no. 3, p. 246, Feb. 1959.
- [8] M. K. Das and S. A. Tobias, "The relation between the static and the dynamic cutting of metals," *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, vol. 7, no. 2, pp. 63–89, Jun. 1967.
- [9] Y. Altintas and M. Weck, "*Chatter* Stability of Metal Cutting and Grinding," *CIRP Ann. - Manuf. Technol.*, vol. 53, no. 2, pp. 619–642, 2004.
- [10] E. Budak and L. T. Tunc, "A New Method for Identification and Modeling of *Process Damping* in Machining," *J. Manuf. Sci. Eng.*, vol. 131, no. 5, p. 051019, 2009.
- [11] L. T. Tunc and E. Budak, "Effect of Cutting Conditions and Tool Geometry on *Process Damping* in Machining." Manufacturing Research Lab., Sabanci University, Istanbul Turkey, p. 12.
- [12] E. Budak and L. T. Tunc, "Identification and modeling of *Process Damping* in turning and milling using a new approach," *CIRP Ann. - Manuf. Technol.*, vol. 59, no. 1, pp. 403–408, Jan. 2010.
- [13] M. Eynian and Y. Altintas, "*Chatter* Stability of General Turning Operations With *Process Damping*," *J. Manuf. Sci. Eng.*, vol. 131, no. 4, p. 041005, 2009.
- [14] C. M. Taylor, N. D. Sims, and S. Turner, "*Process Damping* and Cutting Tool Geometry in Machining," *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.*, vol. 26, p. 012009, Dec. 2011.
- [15] L. T. Tunc and E. Budak, "Identification and Modeling of *Process Damping* in Milling," *J. Manuf. Sci. Eng.*, vol. 135, no. 2, p. 021001, Mar. 2013.



```

zeta1 = 0.0262;
c1 = 2.*zeta1.*sqrt(m1.*k1);           %% N-s/m
wd1 = wn1.*sqrt(1-zeta1.^2);
path = [path,test(Test,:), '\'];
rt = 1;

%% Test2 - AISI1050
% Test = 2;
% k1 = 16.7e6;                         %% N/m
% wn1 = 1183.*2.*pi;                   %% rad/s
% fn1 = 1183;                           %% Hz
% m1 = k1./(wn1.^2);                   %% kg
% zeta1 = 0.0234;
% c1 = 2.*zeta1.*sqrt(m1.*k1);         %% N-s/m
% wd1 = wn1.*sqrt(1-zeta1.^2);
% path = [path,test(Test,:), '\'];
% rt = 2;

%% Test3 - AL7075
% Test = 3;
% k1 = 15.9e6;                         %% N/m
% wn1 = 1195.*2.*pi;                   %% rad/s
% fn1 = 1195;                           %% Hz
% m1 = k1./(wn1.^2);                   %% kg
% zeta1 = 0.0149;
% c1 = 2.*zeta1.*sqrt(m1.*k1);         %% N-s/m
% wd1 = wn1.*sqrt(1-zeta1.^2);
% path = [path,test(Test,:), '\'];
% rt = 2;

%% Process Damping
Kd = [80000 10000 30000].*(1000).^3;    %% N/m^3
r = [10 60].*1e-6;                     %% m
gamma = 3.*pi./180;                     %% rad

%% Define cutting parameters
N = 100;                                 %% Discretization to ensure integer value
rev = 60;                                 %% Number of Revolutions

Vcs = 60:10:80;                          %% Cutting Speed in m/min
D = 95e-3;                                %% Diameter m
b = [1.5 2.0 2.5].*1e-3;                 %% Depth of Cut m
h0 = 0.05e-3;                             %% FEED RATE m/rev

% Calculate actual steps_rev to ensure integer value
tau = 1./fn1;                             %% period of the wave
dt = tau./N;                               %% Delta time per step

%% Define Path to save data
path = [path, 'N', num2str(N), '_rev', num2str(rev), '\'];
mkdir(path);
path2 = [path, 'Variables\'];
mkdir(path2);

%% Iteration for cutting speeds and Depths of Cut
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

for j=1:length(Vcs)
    %% ----- Cutting Speed Iteration -----
    ---
    vcs=Vcs(j);                                %% Cutting Speed Example
    omega = vcs./(pi.*D);                       %% Spindle Speed rpm

    % Calculate actual steps_rev to ensure integer value
    steps_rev = round(60/(dt*omega));          %% Steps per revolution - ac-
    cording to N
    steps = rev*steps_rev;                      %% Number of steps, total of
    steps

    for i=1:length(b)
        %% ----- Depth of Cut Iteration -----
        -----
        tic;

        % Initialize vectors
        H0 = linspace(0,1,2*steps_rev).*h0;    %% Auxiliar vector for the
        gradual feed force
        xpos=zeros(1,steps);                  %% Vector for the tool dis-
        placement
        time=zeros(1,steps);                  %% Vector for the time
        A=zeros(1,steps);                     %% Vector for the amplitude
        U = 0;                                %% Initial indentation Area

        % Forces
        Force=zeros(1,steps);                 %% Vector of the Total Force
        N
        F0=kn*b(i)*H0;                         %% Gradual feed force of the
        first revolution.
        F=kn*b(i);                             %% Constant feed force
        Fpd=zeros(1,steps);                    %% Vector for the Process
        Damping force
        F2=zeros(1,steps);                     %% Total force without Pro-
        cess Damping force

        % Define initial conditions
        x = 0;
        dx = 0;
        Ft = 0;

        % Waitbar
        Bar = waitbar(0,[test(Test,:), ' ',material(mi,:), '
Vcs',num2str(vcs), ' DoC ',num2str(b(i).*1e3), 'mm ']);

        for cnt1 = 1:steps
            %% Euler Integration per steps
            time(cnt1) = dt*cnt1;
            waitbar(cnt1/steps)
            %% Dynamic Chip Thickness
            % First wave
            if cnt1>steps_rev
                if cnt1<2*steps_rev
                    h1 = H0(cnt1) + xpos(cnt1-steps_rev);

```

```

else
    h1 = h0 + xpos(cnt1-steps_rev);
end
h = h1-x;
h(h<0) = 0;
Ft = F.*h;

% Second Wave
if cnt1 > 2*steps_rev
    h2 = 2.*h0 + xpos(cnt1-2.*steps_rev);
    resta=[h1-x h2-x];
    if resta(:)<0
        h=0;
    else
        h=min(resta(resta(:)>0));
    end
    Ft = F.*h;

% Third Wave
if cnt1 > 3*steps_rev
    h3 = 3.*h0 + xpos(cnt1-3.*steps_rev);
    resta=[h1-x h2-x h3-x];
    if resta(:)<0
        h=0;
    else
        h=min(resta(resta(:)>0));
    end
    Ft = F.*h;

% Fourth Wave
if cnt1 > 4*steps_rev
    h4 = 4.*h0 + xpos(cnt1-4.*steps_rev);
    resta=[(h1-x) (h2-x) (h3-x) (h4-x)];
    if resta(:)<0
        h=0;
    else
        h=min(resta(resta(:)>0));
    end
    Ft = F.*h;

% Fifth Wave
if cnt1 > 5*steps_rev
    h5 = 5.*h0 + xpos(cnt1-5.*steps_rev);
    resta=[(h1-x) (h2-x) (h3-x) (h4-x) (h5-x)];
    if resta(:)<0
        h=0;
    else
        h=min(resta(resta(:)>0));
    end

    Ft = F.*h;

%Sixth Wave
if cnt1 > 6*steps_rev
    h6 = 6.*h0 + xpos(cnt1-6.*steps_rev);
    resta=[(h1-x) (h2-x) (h3-x) (h4-x) (h5-x)
(h6-x)];

```

```

        if resta(:)<0
            h=0;
        else
            h=min(resta(resta(:)>0));
        end
        Ft = F.*h;

        %Seventh Wave
        if cnt1 > 7*steps_rev
            h7 = 7.*h0 + xpos(cnt1-7.*steps_rev);
            resta=[(h1-x) (h2-x) (h3-x) (h4-x)
(h5-x) (h6-x) (h7-x)];

            if resta(:)<0
                h=0;
            else
                h=min(resta(resta(:)>0));
            end

            Ft = F.*h;

        end
    end
end

        end
    end
end
else
    Ft = F0(cnt1);
end

%% Process Damping
if cnt1>1*steps_rev
%% 2 firsts revs without Process Damping
    U2 = U;
    x_wave=xpos((cnt1-1)-(N-1):(cnt1-1));
    [U, A(cnt1)] = Ucs_TD_3(x_wave,dt,r(rt),mi,gamma,vcs);
    if U == 0
        U = U2;
    end
    Fpd(cnt1)=Kd(mi).*b(i).*U;
end

F2(cnt1) = Ft;
Force(cnt1) = F2(cnt1)+Fpd(cnt1);

% Numerical integration for position
ddx = (Force(cnt1) - c1.*dx - k1.*x)./m1;
dx = dx + ddx*dt;
x = x + dx*dt;
xpos(cnt1) = x;

end
%% FFT analysis
[freq, Amp] =
FFT(time(3*steps_rev:length(time)),xpos(3*steps_rev:length(xpos)));

```

```

Amp(freq<100) = 0;
%% Present Results
close(Bar)
close all
%% Tool Displacement xtool

f1 = figure('position',[400 150 800 550]);
plot(time, xpos*1e6)
xlim([0 max(time)])
set(gca,'FontSize', 14)
xlabel('Tiempo s')
ylabel('Desplazamiento Herramienta \mu ')
grid

%           % Save Position Results
%           % .fig Format
%           graphtitle=['Pos_PD_',test(Test,:), '_ ',mate-
rial(mi,:), '__Vcs', num2str(vcs), 'DoC_', num2str(b(i).*1e3), 'mm'];
%           filename=strcat(path,graphtitle, '.fig');
%           saveas(f1,filename, 'fig');
%           % Jpeg format
%           graphtitle=['Pos_PD_',test(Test,:), '_ ',mate-
rial(mi,:), '__Vcs', num2str(vcs), 'DoC_', num2str(b(i).*1e3), 'mm'];
%           filename=strcat(path,graphtitle, '.jpg');
%           saveas(f1,filename, 'jpeg');

% Displacement + FFT
f2 = figure('position',[100 150 1200 500]);
subplot(121)
plot(time, xpos*1e6)
xlim([0 max(time)])
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Desplazamiento Herramienta ( \mu )')
set(gca,'FontSize', 14)
grid

subplot(122)
plot(freq, Amp*1e6)
xlim([0 4000])
set(gca,'FontSize', 14)
xlabel('Frecuencia (Hz)')
ylabel('|x(f)| (\mu)')
grid

%           % Save Position+FFT Results
%           % .fig Format
%           graphtitle=['Pos2_',test(Test,:), '_ ',mate-
rial(mi,:), '__Vcs', num2str(vcs), 'DoC_', num2str(b(i).*1e3), 'mm'];
%           filename=strcat(path,graphtitle, '.fig');
%           saveas(f2,filename, 'fig');
%           % .jpeg Format
%           graphtitle=['Pos2_',test(Test,:), '_ ',mate-
rial(mi,:), '__Vcs', num2str(vcs), 'DoC_', num2str(b(i).*1e3), 'mm'];
%           filename=strcat(path,graphtitle, '.jpg');
%           saveas(f2,filename, 'jpeg');

%% Forces

```

```

% Total Force
f3 = figure('position',[100 150 650 450]);
plot(time, Force, 'r')
xlim([0 max(time)])
set(gca, 'FontSize', 14)
xlabel('tiempo (s)')
ylabel('Fuerza Total (N)')
grid

% Save Force Results
% .fig Format
graphtitle=['Force_PD_', test(Test,:), '_ ', material(mi,:),
'__Vcs', num2str(vcs), 'DoC_', num2str(b(i).*1e3), 'mm'];
filename=strcat(path, graphtitle, '.fig');
saveas(f3, filename, 'fig');
% Jpeg format
graphtitle=['Force_PD_', test(Test,:), '_ ', material(mi,:),
'__Vcs', num2str(vcs), 'DoC_', num2str(b(i).*1e3), 'mm'];
filename=strcat(path, graphtitle, '.jpg');
saveas(f3, filename, 'jpeg');

% Damping Force
f4 = figure('position',[800 150 650 450]);
plot(time, Fpd, 'k')
xlim([0 max(time)])
set(gca, 'FontSize', 14)
xlabel('tiempo (s)')
ylabel('Fuerza de Damping (N)')
grid

% Save Force Results
% .fig Format
graphtitle=['ForceDamping_PD_', test(Test,:), '_ ', material(mi,:),
'__Vcs', num2str(vcs), 'DoC_', num2str(b(i).*1e3), 'mm'];
filename=strcat(path, graphtitle, '.fig');
saveas(f4, filename, 'fig');
% Jpeg format
graphtitle=['ForceDamping_PD_', test(Test,:), '_ ', material(mi,:),
'__Vcs', num2str(vcs), 'DoC_', num2str(b(i).*1e3), 'mm'];
filename=strcat(path, graphtitle, '.jpg');
saveas(f4, filename, 'jpeg');

%% Amplitude

f5 = figure('position',[400 150 800 550]);
plot(time, A.*1e6, '-');
xlim([0 max(time)])
set(gca, 'FontSize', 14)
xlabel('tiempo (s)')
ylabel('Amplitud Promedio ( \mu )')
grid

% .fig Format
graphtitle=['Amplitude_PD_', test(Test,:), '_ ', material(mi,:),
'__Vcs', num2str(vcs), 'DoC_', num2str(b(i).*1e3), 'mm'];
filename=strcat(path, graphtitle, '.fig');
saveas(f5, filename, 'fig');

```



```

% beta = 68; %% deg
% Ks = 850.*1000.^2; %% N/m^2
% kt = Ks*sin(beta*pi/180); %% N/m^2
% kn = Ks*cos(beta*pi/180); %% N/m^2
% D = 95e-3; %% mm

% % TI6Al4V - Titanium Alloy
% mi = 3; %% Material Definition
% beta = 68; %% deg
% Ks = 2000.*1000.^2; %% N/m^2
% kt = Ks*sin(beta*pi/180); %% N/m^2
% kn = Ks*cos(beta*pi/180); %% N/m^2
% D = 95e-3; %% mm

%% Parameters for single degree of freedom system

% Test1 - AISI1050
Test = 1;
k1 = 15.9e6; %% N/m
wn1 = 1267.*2.*pi; %% rad/s
fn1 = 1267; %% Hz
m1 = k1./(wn1.^2); %% kg
zeta1 = 0.0262;
c1 = 2.*zeta1.*sqrt(m1.*k1); %% N-s/m
wd1 = wn1.*sqrt(1-zeta1.^2);
path = [path,test(Test,:), '\'];
ri=1;

% % Test2 - AISI1050
% Test = 2;
% k1 = 16.7e6; %% N/m
% wn1 = 1183.*2.*pi; %% rad/s
% fn1 = 1183; %% Hz
% m1 = k1./(wn1.^2); %% kg
% zeta1 = 0.0234;
% c1 = 2.*zeta1.*sqrt(m1.*k1); %% N-s/m
% wd1 = wn1.*sqrt(1-zeta1.^2);
% path = [path,test(Test,:), '\'];
% ri = 2;

% % Test3 - AL7075
% Test = 3;
% k1 = 15.9e6; %% N/m
% wn1 = 1195.*2.*pi; %% rad/s
% fn1 = 1195; %% Hz
% m1 = k1./(wn1.^2); %% kg
% zeta1 = 0.0149;
% c1 = 2.*zeta1.*sqrt(m1.*k1); %% N-s/m
% wd1 = wn1.*sqrt(1-zeta1.^2);
% path = [path,test(Test,:), '\'];
% ri = 2;

%% FRF initiatilazion data

drw = 0.01; %% step for FRF
w = 0.75*wn1:drw:1.5*wn1; %% Frequency
rw = w./wn1; %% Frequency ratio

```

```

w2 = w(w>wn1);           %% Positive part
rw2 = w2./wn1;          %% Negative Real part Frequency
ratio

%% Process Damping data!
Kd=[80000 10000 30000].*(1000).^3;
r=[10 60].*1e-6;
gamma=3.*pi./180;

%% Frequency Analysis
Mag = 1./k1.*(1./((1-rw.^2).^2+(2.*zeta1.*rw).^2)).^0.5;
%% Magnitude
phid = mod(atan((-2.*zeta1.*rw)./(1-rw.^2)),360);
%% Phase

Real = 1./k1.*((1-rw.^2)./((1-rw.^2).^2+(2.*zeta1.*rw).^2));
Im = 1./k1.*((-2*zeta1.*rw)./((1-rw.^2).^2+(2.*zeta1.*rw).^2));

Re_neg = 1./k1.*((1-rw2.^2)./((1-rw2.^2).^2+(2.*zeta1.*rw2).^2));
Im_neg = 1./k1.*((-2*zeta1.*rw2)./((1-rw2.^2).^2+(2.*zeta1.*rw2).^2));

%% Process Damping iteration
N = [2, 160:4:480, 500];           %% Integer Number of the vibration
waves in a revolution of the cut
% N = 60:2:550;

Amp = 4.*1e-6;                    %% Average Amplitude
CS = zeros(1,length(Amp));

%%%%%%%%%%%% Absolute minimum
ind = Re_neg == min(Re_neg);
wc = w2(ind);

eps_min = 2.*pi-2.*atan(Re_neg(ind)./Im_neg(ind));
blim_min = -1./(2.*kn.*min(Re_neg));

chatter = N + eps_min/(2*pi);
Omega = (wc/(2*pi))./chatter;
Vcs = (Omega.*60).*(pi.*D);

%%%%%%%%%%%% Lobes

blim = -1./(2.*kn.*((Re_neg))).*1e3;           % Stability limit

eps = 2.*pi-2.*atan(Re_neg./Im_neg);          % Phase Epsilon
Lobes = zeros(length(N),length(eps));
Omega_2 = zeros(length(N),length(eps));

for i =1:length(N)
    Lobes(i,:) = N(i) + eps./(2.*pi);
    Omega_2(i,:) = (w2./(2.*pi))./Lobes(i,:);   % Spin-
dle Speed
end
Vcs_lobes = (Omega_2.*60).*(pi.*D);           % Cut-
ting Speed

```

```

%% %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
fc = wc/(2*pi);
cp = zeros(1, length(Vcs));
As = zeros(1, length(Vcs));

% One per cutting Speed
blim_minPD = zeros(1, length(Vcs));
ind_PD = zeros(1, length(Vcs));
wc_PD = zeros(1, length(Vcs));
eps_minPD = zeros(1, length(Vcs));

% Vector per cutting speed
blimPD = zeros(size(Vcs_lobes));
epsPD = zeros(size(Vcs_lobes));

Re_negPD = zeros(length(Vcs),length(rw2));
Im_negPD = zeros(length(Vcs),length(rw2));

%% Determination the Process Damping factor per cutting speed for the high
speed stability limit.
for i = 1:length(Vcs)
    [cp(i), As(i)] = PDfactor_final(fc,Amp,blim_min,Vcs(i),r(ri),mi,gamma);
end

%% Iteration for the change on the system!
tic;
for cnt2 = 1:20
    %Update of the total damping and damping ratio of the system.
    ct = c1 + cp;
    zetaPD = ct./(2.*sqrt(m1.*k1));

    %update of the FRF using Damping
    for i = 1:length(Vcs)

        Re_negPD(i,:) = 1./k1.*((1-rw2.^2)./(1-
rw2.^2).^2+(2.*zetaPD(i).*rw2).^2));
        Im_negPD(i,:) = 1./k1.*((-2*zetaPD(i).*rw2)./(1-
rw2.^2).^2+(2.*zetaPD(i).*rw2).^2));

        if min(Re_negPD(i,:))<-1e-300
            %% lobes definición
            blimPD(i,:) = -1./(2.*kn.*(Re_negPD(i,:))).*1e3;
% Stability limit
            epsPD(i,:) = 2.*pi-2.*atan(Re_negPD(i,:)./Im_negPD(i,:));
            %%
            blim_minPD(i) = -1./(2.*kn.*min(Re_negPD(i,:)));
            ind_PD(i) = find(Re_negPD(i,:) == min(Re_negPD(i,:)));
            wc_PD(i) = w2(ind_PD(i));
            eps_minPD(i) = 2.*pi-
2.*atan(Re_negPD(i,ind_PD(i))./Im_negPD(i,ind_PD(i)));
            else
                blimPD(i,:) = blimPD(i-1,:);
                epsPD(i,:) = epsPD(i-1,:);
            end
        end
    end
end

```

```

        blim_minPD(i) = blim_minPD(i-1);
        wc_PD(i) = wc_PD(i-1);
        eps_minPD(i) = eps_minPD(i-1);
    end
end
for i = 1:length(N)
    LobesPD(i,:) = N(i) + eps./(2.*pi);
    Omega_2PD(i,:) = (w2./(2.*pi))./LobesPD(i,:);
% Spindle Speed
end
Vcs_lobesPD = (Omega_2PD.*60).*(pi.*D);

chatter_PD = N + eps_minPD./(2.*pi);
Omega_PD = (wc_PD/(2*pi))./chatter_PD;
Vcs_PD = (Omega_PD.*60).*(pi.*D);
fc_PD = wc_PD./(2*pi);

%% Update on the Process Damping factor identification
for i = 1:length(Vcs)
    [cp(i), As(i)] = PDFactor_fi-
nal(fc,Amp,blim_minPD(i),Vcs(i),r(ri),mi,gamma);
end

end
message = ['SLD PD Test #',num2str(Test),' Material ',material(mi,:), ' Amp
',num2str(Amp*1e6),'mum'];
disp(message);
disp(blim_min.*1e3)

%% Graphics
%% Stability lobe diagram 1
f1 = figure('position',[400 50 800 550]);
hold on
plot(Vcs,blim_minPD*1e3,'r-.','linewidth',2.5)

for j = 1:length(N)
% if j > length(N)-9
%     Vcs_lobesPD(j,:) = Vcs_lobesPD(j,:)-3;
% end
plot(Vcs_lobesPD(j,:),blimPD(j,:), 'k','linewidth',1.5)
% title(['FD - Test2','\n','Absolute Stability Limit Analysis'])
end
legend('Límite de Estabilidad',3)
ylabel('Profundidad de Corte [mm]','FontSize',14)
xlabel('Velocidad de Corte [m/min]','FontSize',14)
set(gca,'FontSize', 14)
xlim([50 140])
ylim([0 7])
grid

% % Save Results
% mkdir(path);
% % .fig Format
% graphtitle=['SLD',test(Test,:), '_ ',material(mi,:), 'Amp
',num2str(Amp*1e6),'mum'];
% filename=strcat(path,graphtitle,'.fig');

```



```

% A: Average Amplitude of the wave

N=length(x_wave);      %% Now how long it is x_wave (Depends in the time do-
main simulation, usually 100)

%% Material Characteristics
expb = [24.*pi./180 -0.15 0.05;27.*pi./180 -0.164 0];      %% Col:1 --
>AISI1050 Col:2-->AL7075
beta = expb(mi,1)+expb(mi,2).*Vcs./60+expb(mi,3).*r;      %% Beta angle de-
pending on Vcs and edge radius. To be calibrated in the experiment for other
materials.

% % beta have to be positive.
% % If beta is 0 edge radius will be 0.
beta(beta<0)=0;

%% WAVE Definition
%Study of the wave to obtain the Area

% If the wave is to small, almost 0 there is not indentation area.
if (max(x_wave)-min(x_wave)) < 0.001e-6
    u = 0;
    A = 0;
    return
end
% Determine the Amplitude with the slope of the wave
indmax=NaN;
indmin=NaN;
dx=diff(x_wave);
for j=1:N-2
    if dx(j)>0 && dx(j+1)<=0
        indmax=j+1;
    elseif dx(j)<0 && dx(j+1)>=0
        indmin=j+1;
    end
end
% Debugging for specific conditions with more than 1 maximum or minimum
if isnan(indmax)
    indmax = x_wave == max(x_wave);
end
if isnan(indmin)
    indmin= x_wave == min(x_wave);
end

A = (max(x_wave(indmax))- min(x_wave(indmin)))/2;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Pre - Discretization for the wave
t = (0:N-1).*dt;
z = (Vcs./60).*t;
dz = (Vcs./60).*dt;

%Amplitude too small
if A < 0.001e-6
    u = 0;

```

```

    return
end

% Little correction for better visualization of the process. Is 2 times
% Amplitude because if the wave is getting bigger in a specific time step,
% with 2 times amplitude I am certain that won't be a single point of the
% wave in the negative part.
x_wave = x_wave - mean(x_wave) + 2.*A;

%% NOSE Definition
% Based on Taner's paper.
n1 = 9; %Discretization for the nose identification
nose = r.*sin(beta);
zmin=z(N)- nose;
n = find(z<zmin-dz,1,'last');
dz_nose = nose/n1;
%% New dz_nose to a better analysis of the indentation area in the edge ra-
dus.
z_nose = zmin:dz_nose:z(N);
x_nose = (x_wave(N) + r.*cos(beta)) - sqrt(r.^2-(z_nose-zmin).^2);
%% Model of the edge as a arc of a circumference (depending in beta)

%% FLANK Definition
% flank modeled like a straight line with a slope defined by the clearance
% angle.
n2 = 50;
%% Discretization for the first part of the flank identification
dz_flank= (zmin - z(n))/n2;
%% In the first time steps of the flank is added another time_step
(dz_flank), to minimize a possible error finding the intersection between the
flank and the wave to fast.
z_flank = z(n):dz_flank:zmin;
z_flank2 = [z(round(N/4):n-1) z_flank];
x_flank = x_wave(N)-r.*(1-cos(beta))+tan(gamma)*(zmin-z_flank2);

%% WAVE Definition 2.0
% Model of the wave with the time steps for the flank and the edge radius.
z_total = [z_flank z_nose];
m = (x_wave(N)-x_wave(n))/(z(N)-z(n));
x_punta = (z_total - z(n)).*m + x_wave(n);
%% wave in the zone of the edge radius
x = [ x_wave((round(N/4):n-1)) x_punta];
%% Wave for the rest time domain.

%% Indentation Area

dif = x-[x_flank x_nose];
%% Difference between wave and flank
dif(dif<0)=0;
%% The negatives part are not relevant for the function
z_total = [z_flank2 z_nose];

% Loop for just count the first interaction between the flank and the wave.
for j = length(dif)-1:-1:1

```



```

%% NOSE Definition
% As well as in the time domain function, is modelled like an arc of
% circumference defined by the beta angle.
DN = 9; % Discretization of the nose
r_nose = r*sin(beta);
zmin = z0 - r_nose; % Z axis of the minimum x in the func-
tion of the flank
dz_nose = r_nose/DN;
z_nose = zmin:dz_nose:z0;
nose = (x0+ r.*cos(beta)) - sqrt(r.^2-(z_nose-zmin).^2);
x_nose = 2*A + A.*sin((2.*z_nose.*pi)./L);

dif_nose = x_nose - nose;
dif_nose(length(dif_nose)) = 0;

% If the contact is only in the edge zone.
zero = find(dif_nose<0, 1, 'last');
if ~isempty(zero)
    dif_nose(dif_nose<0) = 0;
    u = trapz(z_nose,dif_nose);
    return;
end

%% FLANK Definition
%divide flank in two zones!
DF = 99; % Discretization of the flank
dz_flank= (zmin - r_nose - zdef)/DF;
z_flank = [zdef:dz_flank:(zmin-r_nose) (zmin-(r_nose-dz_nose)):dz_nose:zmin];
flank = x0-r.*(1-cos(beta))+tan(gamma)*(zmin-z_flank);

%% WAVE Definition 2.0
x_flank = 2*A + A.*sin((2.*z_flank.*pi)./L);

%% Identification Area
% Difference between the tool and the wave (approximation).
dif_flank = x_flank-flank;

dif = [dif_flank dif_nose];
dif(dif<0) = 0; % Is only relevant when the tool is
inside the wave
z = [z_flank z_nose];

% Loop for just count the first interaction between the flank and the wave.
for j = length(dif)-1:-1:1
    if dif(j)== 0
        dif(1:j)=0;
        break;
    end
end

u=trapz(z,dif); % Numerical Integration of the dif-
ference by the steps.

```

