



**UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA**

**REDISEÑO DE PUNTO DE TRANSFERENCIA EN SISTEMA DE CORREAS  
TRANSPORTADORAS DE MINERAL DE COBRE, MEDIANTE MÉTODO DE  
ELEMENTOS DISCRETOS (DEM)**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO**

**ALONSO ANTONIO DUQUE VEGA**

**PROFESOR GUÍA:  
ÁLVARO VALENCIA MUSALEM**

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
ALEJANDRO ORTÍZ BERNARDIN  
SEBASTIÁN URIBE ROMEO**

**SANTIAGO DE CHILE  
ENERO 2016**

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL  
TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO  
POR: ALONSO ANTONIO DUQUE VEGA  
FECHA: 04/01/2016  
PROFESOR GUÍA: ÁLVARO VALENCIA MUSALEM

**REDISEÑO DE PUNTO DE TRANSFERENCIA EN SISTEMA DE CORREAS  
TRANSPORTADORAS DE MINERAL DE COBRE, MEDIANTE MÉTODO DE  
ELEMENTOS DISCRETOS (DEM)**

El presente trabajo consiste en el rediseño de un punto de transferencia que presenta problemas de atollo. Dicho elemento forma parte de un sistema de correas transportadoras en una operación minera de cobre, específicamente, la línea que conduce el mineral chancado a la pila de lixiviación, en que el material manejado es altamente cohesivo.

Se utilizó el Método de Elementos Discretos (DEM por sus siglas en inglés) como herramienta de diagnóstico de problemas en el punto de transferencia de estudio, y en la validación de su rediseño. Todo esto mediante simulaciones en el *software* libre LIGGGHTS.

Desarrollar una simulación DEM es un proceso complejo, ya que para reproducir el comportamiento del material de estudio, se dispone de modelos considerablemente simplificados, lo que se debe principalmente a limitaciones computacionales, en que modelos más sofisticados no podrían ser calculados o incrementarían en exceso los costos de la simulación. Para manejar esto, se lleva a cabo una metodología de estudio del material y de la aplicación con la que se está trabajando, lo que finalmente entrega como resultado información para escoger parámetros de entrada en el *software* (propiedades del material, modelo de contacto, forma de partículas, etc.) que reproduzcan de manera adecuada el comportamiento real del material. Dicha metodología, consiste en una serie de ensayos de laboratorio, simulaciones computacionales y análisis de los sistemas involucrados con el material.

Particularmente, para el caso de estudio de este trabajo, se aplicó la metodología de estudio del material (a mineral de cobre chancado) y de la aplicación en cuestión (punto de transferencia con problemas de atollo), con lo que se logró determinar y validar los parámetros que reproducen el comportamiento del material en LIGGGHTS. Posteriormente se procedió a diagnosticar los problemas del punto de transferencia, en que la información obtenida fue utilizada para llevar a cabo el rediseño, considerando además, los criterios de diseño en puntos de transferencia hallados en bibliografía.

Por último se evaluó el rediseño mediante simulaciones llevadas a cabo en LIGGGHTS, en las que se reprodujo condiciones nominales y críticas, para la operación y propiedades del material. Se obtuvo que el caso nominal presentó un funcionamiento adecuado en todos los parámetros evaluados, entre los más importantes se tienen los ángulos y velocidades de impacto del material con el chute y con la correa, espacio suficiente para el flujo de material en sección transversal del chute, y carga centrada del material en correa de recepción. Para el caso crítico, este no presentó atollo, ni dificultades para continuar en funcionamiento.

# AGRADECIMIENTOS

Me gustaría agradecer a todo el personal de Duam S.A., empresa con la que realicé este trabajo. A Christian Larsen y Sebastián Uribe, por su apoyo, solidaridad, confianza, paciencia, simpatía y por su gran disposición a enseñarme e incluirme en el grupo de trabajo. A David Vargas, por darme la oportunidad de participar en este proyecto, por confiar en mí y brindarme todas las herramientas que estuvieron a su alcance mucho más allá de lo laboral, también, por su comprensión y paciencia cuando los procesos demoraron más de lo estipulado. A Juan Carlos Mella, por su solidaridad y buena disposición, quien hizo todas las gestiones para que yo pudiese vivir cerca del lugar de trabajo, lo que ha sido un factor de peso tanto en el desarrollo de este proyecto como en mi calidad de vida. A las señora Betty, por su buena voluntad y preocupación, y a David Villaseca, por darse el tiempo de trasmitirme su enfoque respecto como deben ser presentadas las ideas, lo que me ha ayudado mucho a organizar la gran cantidad de información implicada en este trabajo.

Al personal de Enermine, con quienes compartimos oficina durante un tiempo, Mauro, Pablo, Felipe, Cesar y Mariana, por su buena disposición en general, ayudándome a dilucidar algunos problemas teóricos y computacional relacionados con este trabajo, con el solo hecho de conversarlo e intercambiar ideas. También agradezco que me hayan facilitado su computador de 8 núcleos, lo que permitió cumplir con los plazos del proyecto al disminuir el tiempo de las simulaciones.

A mis padres y hermanos en general, porque me consta que cada uno de ellos ha hecho su mejor esfuerzo para apoyarme dentro de lo que ha estado a su alcance. Siempre ha existido una enorme solidaridad y confianza hacia mí, de parte de ellos, lo que ha sido clave para generar las condiciones que ahora me permiten escribir este trabajo.

A mi entrenador de atletismo, Mario Rodríguez, porque siempre me ha dado las mejores oportunidades para seguir entrenando y compitiendo, asunto que es de gran importancia en mi vida, y en algunos momentos llegó incluso a ser mi mayor motivación.

A mis amigos Gary, Sergio Contreras, Joaquín, Felipe Uribe, Felipe Ñancupil, mi hermana María José y mi hermano Ignacio, porque me brindaron su ayuda en momentos realmente cruciales para cumplir con los plazos de este exigente proyecto.

A mi profesor guía, Álvaro Valencia, por confiar en mí y apoyarme en todas mis intenciones en el aspecto curricular de este trabajo, y permitirme trabajar a la distancia sin presión alguna de su parte, pero atendiendo mis consultas cada vez que lo necesité.

# TABLA DE CONTENIDO

<b>1. INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>1</b>
1.1. ANTECEDENTES GENERALES .....	1
1.1.1. Puntos de transferencia en flujos de materiales sólidos .....	1
1.1.2. Aspectos generales del método de elementos discretos (DEM) .....	2
1.1.2.1. ¿Para qué sirve el DEM? .....	4
1.1.2.2. ¿Qué constituye una simulación DEM? .....	6
1.2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA Y RESULTADOS ESPERADOS .....	9
1.3. MOTIVACIÓN.....	10
1.4. OBJETIVOS .....	10
1.4.1. Objetivo general.....	10
1.4.2. Objetivos específicos .....	11
1.5. ALCANCES .....	11
1.6. METODOLOGÍA.....	12
<b>2. ANTECEDENTES</b> .....	<b>13</b>
2.1. ASPECTOS TEÓRICOS DEL DEM.....	13
2.1.1. Movimiento de las partículas .....	13
2.1.2. Interacción entre las partículas.....	14
2.1.2.1. Modelos de contacto.....	17
2.1.2.2. Modelos de resistencia a la rodadura.....	25
2.2. ASPECTOS COMPUTACIONALES DE LAS APLICACIONES DEM.....	28
2.2.1. Generalidades de los programas para aplicaciones DEM .....	29
2.2.2. Métodos de procesamiento .....	31
2.2.3. Requerimientos computacionales .....	32
2.3. SOFTWARE PARA SIMULACIONES DEM .....	33
2.3.1. Software libre y software comercial .....	33
2.3.2. Software libre estudiado: LIGGGHTS y YADE .....	37
2.3.2.1. LIGGGHTS .....	38
2.3.2.2. YADE .....	40
2.4. ESTUDIO DE MATERIALES GRANULARES PARA APLICACIONES DEM.....	42
2.4.1. Caracterización del material .....	44
2.4.1.1. Pesaje e inmersión .....	46
2.4.1.2. Pesaje y cálculo de volumen.....	47
2.4.1.3. Método ASAE con indentador esférico.....	48
2.4.1.4. Tribómetro de disco rotacional.....	49
2.4.1.5. Plano inclinado .....	50
2.4.1.6. Impacto en caída libre .....	52
2.4.1.7. Impacto mediante péndulo .....	53
2.4.1.8. Ensayo de tamizado .....	54
2.4.1.9. Medición de las partículas .....	56
2.4.1.10. Ensayo de corte directo (DST).....	57
2.4.1.11. Ensayo de humedad termogravimétrico.....	59
2.4.1.12. Determinación de la influencia de las fuerzas cohesivas .....	60
2.4.1.1. Tiempo entre iteraciones .....	61
2.4.2. Calibración de parámetros .....	62
2.4.2.1. Densidad de grupo de partículas sin compactar .....	65
2.4.2.2. Medición del ángulo de reposo.....	66
2.4.2.3. Plano inclinado .....	68
2.4.2.4. Ensayo de compresión confinada (CCT).....	68
2.4.2.5. Ensayo de corte directo (DST) .....	69

2.4.2.6. Ensayo de extracción de ancla.....	70
2.4.2.7. Número, tamaño y forma de las partículas .....	71
2.4.2.8. Tiempo entre iteraciones ( <i>timestep</i> ) .....	71
2.4.3. Validación de parámetros .....	72
2.5. ALCANCES, LIMITACIONES Y APLICACIONES DEL DEM .....	73
2.5.1. Alcances del DEM .....	73
2.5.2. Limitaciones del DEM.....	75
2.5.3. Aplicaciones del DEM.....	76
2.6. DISEÑO DE PUNTOS DE TRANSFERENCIA.....	78
2.6.1. Tipos de puntos de transferencia.....	80
2.6.2. Criterios de diseño en puntos de transferencia (PT) .....	88
2.6.2.1. Problemas de los PT y sus posibles causas.....	88
2.6.2.2. Principios para el diseño de chutes en el manejo de materiales sólidos .....	92
2.6.2.3. Selección de métodos de validación en diseño de puntos de transferencia .....	104
<b>3. DESARROLLO DE SIMULACIONES APLICADAS A PUNTOS DE TRANSFERENCIA UTILIZANDO LIGGGHTS Y YADE .....</b>	<b>107</b>
3.1. PARÁMETROS DE ENTRADA DE LA SIMULACIÓN .....	110
3.1.1. Modelo de contacto.....	110
3.1.2. Propiedades de los materiales .....	110
3.1.3. Geometría CAD .....	112
3.1.4. Características de las partículas .....	116
3.1.5. Cálculos e iteraciones .....	117
3.2. ARCHIVOS DE SIMULACIÓN EN LIGGGHTS Y YADE .....	117
3.2.1. Archivos de simulación en LIGGGHTS .....	117
3.2.2. Archivos de simulación en YADE.....	123
3.3. RESULTADOS .....	126
3.3.1. Resultados en LIGGGHTS .....	126
3.3.2. Resultados en YADE.....	127
3.3.3. Comparación entre los resultados obtenidos en LIGGGHTS y YADE.....	128
3.4. TIEMPO DE SIMULACIÓN EN LIGGGHTS Y YADE.....	129
3.5. SELECCIÓN DEL SOFTWARE A UTILIZAR EN EL CASO REAL DE ANÁLISIS ...	130
<b>4. VALIDACIÓN DE LIGGGHTS UTILIZANDO INFORMACIÓN EXPERIMENTAL DE LA BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>131</b>
4.1. PARÁMETROS DE ENTRADA DEL CASO DE VALIDACIÓN .....	132
4.1.1. Modelo de contacto.....	132
4.1.2. Propiedades de los materiales .....	133
4.1.3. Geometría del caso de validación .....	133
4.1.3.1. Geometría documentada.....	133
4.1.3.2. Geometría CAD para simulación .....	135
4.1.4. Característica de las partículas.....	137
4.1.5. Cálculos e iteraciones .....	138
4.2. RESULTADOS .....	138
4.2.1. Resultados del caso de validación.....	138
4.2.2. Resultados de la simulación en LIGGGHTS .....	139
4.2.3. Comparación de las simulaciones con los resultados experimentales .....	148
4.2.3.1. Comparación en la posición y velocidad entre LIGGGHTS y el caso de validación	148
4.2.3.1. Comparación en las fuerzas sobre la placa entre LIGGGHTS y el caso de validación	149
<b>5. REDISEÑO DE UN PUNTO DE TRANSFERENCIA VERIFICADO CON SIMULACIÓN DEM</b>	<b>151</b>
5.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA .....	151

5.2. DESARROLLO .....	152
5.2.1. Levantamiento de la información .....	152
5.2.1.1. Geometría del punto de transferencia de estudio.....	152
5.2.1.2. Condiciones operacionales .....	153
5.2.1.3. Materiales .....	153
5.2.1.4. Antecedentes de problemas y fallas reportadas y observadas .....	154
5.2.2. Modelos geométricos computacionales y geometría actual.....	157
5.2.3. Estudio del material para desarrollo de simulación DEM .....	160
5.2.3.1. Caracterización .....	162
5.2.3.2. Calibración de parámetros computacionales .....	173
5.2.3.3. Validación.....	186
5.2.4. Rediseño puntos de transferencias .....	193
5.2.4.1. Criterios de diseño relevantes para el caso de estudio.....	193
5.2.4.2. Análisis del comportamiento de los puntos de transferencia actuales de acuerdo a simulación .....	194
5.2.4.3. Desarrollo del rediseño de la geometría .....	196
5.2.5. Resultado del comportamiento del rediseño .....	198
5.3. CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO.....	202
<b>6. CONCLUSIONES GENERALES .....</b>	<b>204</b>
<b>7. BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>207</b>
<b>8. ANEXOS.....</b>	<b>212</b>
8.1. INFORMACIÓN DE LOS PROGRAMAS UTILIZADOS .....	212
8.2. ANEXO 2: DESARROLLO DE SIMULACIONES COMPUTACIONALES.....	213
8.2.1. Archivos de simulaciones en LIGGGHTS.....	213
8.2.1.1. Ejemplo caso base .....	213
8.2.1.2. Tiempo de simulación .....	215
8.2.1.3. Caso de validación.....	216
8.2.2. Archivos de simulaciones en YADE .....	218
8.2.2.1. Ejemplo caso base .....	218
8.2.2.2. Tiempo de simulación .....	219

# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1: Punto de transferencia con chute de carga y descarga. [Fuente: Huque, 2004.].....	2
Figura 1.2: Representación gráfica de la interacción entre partículas en el DEM. [Fuente: Elaboración propia.] .....	3
Figura 1.3: Representación DEM de la situación de atollo de un punto de transferencia. [Fuente: Alspaugh et al., 2002.].....	5
Figura 1.4: Verificación DEM del rediseño del caso mostrado en la Figura 1.3. [Fuente: Alspaugh et al., 2002.] .....	5
Figura 1.5: Punto de transferencia PT-01. [Fuente: Foto capturada por el autor.].....	9
Figura 1.6: Esquema de la metodología a ser empleada para llevar a cabo el presente trabajo. [Fuente: Elaboración propia.] .....	12
Figura 2.1: Representación de modelo DEM, en que se aprecia la interacción entre dos esferas. [Fuente: Elaboración propia.] .....	14
Figura 2.2: Representación de los componentes elásticos, viscosos y friccionales de un modelo de contacto. [Fuente: Elaboración propia.] .....	20
Figura 2.3: Representación del modelo de contacto JKR. [Fuente: Elaboración propia.] .....	25
Figura 2.4: Representación de los modelos de rodadura Tipo A. [Fuente: Elaboración propia.] .	26
Figura 2.5: Representación del modelo de resistencia a la rodadura Tipo C. [Fuente: Elaboración propia.].....	28
Figura 2.6: Esquema conceptual de los aspectos computacionales de las aplicaciones DEM. [Fuente: Elaboración propia.] .....	29
Figura 2.7: Proceso computacional de una simulación DEM. [Fuente: Elaboración propia.] .....	31
Figura 2.8: Esquema comparativo de las etapas de una simulación para diferentes programas. [Fuente: Elaboración propia.] .....	35
Figura 2.9: Etapas del Pesaje e inmersión. [Fuente: Horn, 2010.] .....	47
Figura 2.10: Esquema de la distribución de aire y partículas en un conjunto granular. [Fuente: Horn, 2010].....	48
Figura 2.11: Ensayo de indentador esférico sobre granos de maíz. [Fuente: Johnstone, 2010]....	49
Figura 2.12: Esquema del experimento Tribómetro de Disco Rotacional. [Fuente: Barrios et al., 2013].....	50
Figura 2.13: Ensayo de plano inclinado para obtener Coeficiente de roce estático. [Fuente: Johnstone, 2010].....	51
Figura 2.14: Ensayo de plano inclinado para determinar el Coeficiente de Roce de Rodadura. [Fuente: Barrios et al., 2013].....	52
Figura 2.15: Ensayo de impacto en caída libre. [Fuente: Johnstone, 2010] .....	53
Figura 2.16: Experimento del impacto mediante péndulo. [Fuente: Fernández, 2010] .....	54
Figura 2.17: Equipo empleado para realizar el ensayo de tamizado. [Fuente: Documento informativo de empresa de equipos de tamizado Retsch] .....	55
Figura 2.18: Diferentes geometrías para simulación dependiendo del número de esferas. [Fuente: Johnstone, 2010].....	56
Figura 2.19: Parámetros geométricos de una partícula. [Fuente: Johnstone, 2010].....	57
Figura 2.20: Esquema del DST, que representa cuando se aplican las fuerzas normal y de corte con las dos mitades del recipiente llenas de material granular. [Fuente: Johnstone, 2010].....	57
Figura 2.21: Registros del Ensayo de Corte Directo, en donde se aprecia el esfuerzo de corte v/s la deformación de la parte del material contenida en el anillo superior. [Fuente: Elaboración propia, inspirado en los resultados de Horn, 2010] .....	58

Figura 2.22: Esfuerzo de corte versus esfuerzo normal para distintos ensayos de DST. [Fuente: Elaboración propia, inspirado en los resultados de Horn, 2010].....	59
Figura 2.23: Representación de la metodología de calibración de parámetros. [Fuente: Elaboración propia].....	63
Figura 2.24: Nivelación de partículas depositadas en el recipiente. [Fuente: Horn, 2010].....	66
Figura 2.25: Ángulo de reposo formado al dejar caer material desde arriba de una superficie, sobre esta. [Fuente: Johnstone, 2010] .....	67
Figura 2.26: Ángulo formado al retirar hacia arriba un balde sin fondo, lleno de material y apoyado sobre una superficie. [Fuente: Johnstone, 2010] .....	67
Figura 2.27: Vista superior del ángulo de reposo formado, en que se representan los ángulos en diferentes partes de la pila. [Fuente: Johnstone, 2010].....	67
Figura 2.28: Representación de la medición del ángulo de reposo dinámico. [Fuente: Johnstone, 2010].....	68
Figura 2.29: Representación del CCT. [Fuente: Horn, 2010] .....	69
Figura 2.30: Dibujo esquemático de recta obtenida en el proceso de calibración de $\mu_{pp}$ y $c$ , mediante DST, en que el $\phi$ obtenido está asociado a los valores de dichos parámetros. [Fuente: Elaboración propia] .....	70
Figura 2.31: Esquema del Test de Extracción de Ancla. [Fuente: Horn, 2010].....	71
Figura 2.32: Representación de diferentes geometrías de rocas con esferas unidas traslapadas. [Fuente: Coetzee y Nel, 2014].....	75
Figura 2.33: Etapas en el proceso de diseño de un punto de transferencia. [Fuente: Elaboración propia].....	79
Figura 2.34: Esquema de un punto de transferencia típico. [Fuente: Huque, 2004] .....	81
Figura 2.35: Representación de un <i>Hood</i> en un punto de transferencia. [Fuente: Huque, 2004]..	83
Figura 2.36: Representación de una <i>Impact plate</i> en un punto de transferencia. [Fuente: Huque, 2004].....	83
Figura 2.37: Representación de un <i>Rock box</i> en un punto de transferencia. [Fuente: Huque, 2004] .....	84
Figura 2.38: Representación de un <i>Spoon</i> en un punto de transferencia. [Fuente: Huque, 2004]	84
Figura 2.39: Representación de un <i>Sliding tube</i> en un punto de transferencia. [Fuente: Stuart-Dick y Royal, 1992] .....	85
Figura 2.40: Representación de un <i>chute de cascada</i> en un punto de transferencia. [Fuente: Van Aarde, 2009] .....	86
Figura 2.41: Representación de <i>Wear box</i> en <i>Spoon</i> . [Fuente: Van Aarde, 2009].....	87
Figura 2.42: Etapas del proceso de diseño de un punto de transferencia. ....	88
Figura 2.43: Problema de atollo en un punto de transferencia. [Fuente: Dewicki y Mustoe, 2002]	92
Figura 2.44: Hood de 4 etapas, las que se indican enumeradas. [Fuente: Elaborado por Joaquín Ugalde] .....	93
Figura 2.45: Spoon de 3 etapas, las que se indican enumeradas. [Fuente: Elaborado por Joaquín Ugalde <sup>27</sup> ].....	94
Figura 2.46: Representación de un chute de una etapa. [Fuente: Stuart-Dick y Royal, 1992].....	94
Figura 2.47: Presión de impacto en función del ángulo que forma el flujo con la superficie del chute. [Fuente: Stuart-Dick y Royal, 1992].....	95
Figura 2.48: Representación de un chute de dos etapas. ....	96
Figura 2.49: Diagrama típico para razones de velocidades de salida en chutes de dos y una etapa, en función del ángulo de fricción y ángulo de inclinación del chute. [Fuente: Stuart-Dick y Royal, 1992] .....	97
Figura 2.50: Diagrama de fuerzas de una partícula sobre un chute recto. [Fuente: Stuart-Dick y Royal, 1992] .....	98



Figura 2.51: Diagrama de fuerzas de una partícula sobre una superficie curva. [Fuente: Stuart-Dick y Royal, 1992] .....	98
Figura 2.52: Chute de sección cónica. [Fuente: Stuart-Dick y Royal, 1992] .....	100
Figura 2.53: Trayectoria del material durante la carga. [Fuente: Stuart-Dick y Royal, 1992]....	101
Figura 2.54: Chute de carga con nervaduras. [Fuente: Stuart-Dick y Royal, 1992] .....	102
Figura 2.55: Esquema de los métodos de validación de diseño de puntos de transferencia. [Fuente: Elaboración propia] .....	104
Figura 3.1: Clasificación de los parámetros de entrada de una simulación DEM, en cinco elementos principales. [Fuente: Elaboración propia.] .....	108
Figura 3.2: Simulación realizada en LIGGGHTS del ejemplo básico para puntos de transferencia. [Fuente: Elaboración propia] .....	109
Figura 3.3: Vista en perspectiva de la geometría CAD. [Fuente: Elaboración propia.].....	112
Figura 3.4: Vista lateral de la geometría CAD. [Fuente: Elaboración propia] .....	113
Figura 3.5: Vista superior de la geometría CAD. [Fuente: Elaboración propia].....	113
Figura 3.6: CAD de la correa transportadora, fue guardado como “correa.stl”. [Fuente: Elaboración propia].....	114
Figura 3.7: CAD de las barras, fue guardado como “barreras.stl”. [Fuente: Elaboración propia] .....	114
Figura 3.8: CAD de la caja, fue guardado como “caja.stl”. [Fuente: Elaboración propia] .....	115
Figura 3.9: CAD de la placa de inserción utilizada en LIGGGHTS, fue guardado como “placa.stl”. [Fuente: Elaboración propia] .....	115
Figura 3.10: Resultado del ejemplo realizado en LIGGGHTS en donde se muestra la magnitud de la velocidad lineal (con unidades de m/s) de las partículas en escala de colores. [Fuente: Elaboración propia] .....	126
Figura 3.11: Magnitud de la velocidad angular de las partículas para el ejemplo realizado en LIGGGHTS. [Fuente: Elaboración propia] .....	127
Figura 3.12: Resultado del ejemplo realizado en YADE en donde se muestra la magnitud de la velocidad lineal (con unidades de m/s) de las partículas en escala de colores. [Fuente: Elaboración propia] .....	127
Figura 3.13: Magnitud de la velocidad angular de las partículas para el ejemplo realizado en YADE. [Fuente: Elaboración propia] .....	128
Figura 3.14: Alcance de las partículas en la simulación realizada con LIGGGHTS y YADE (color blanco y rojo respectivamente). [Fuente: Elaboración propia].....	129
Figura 5.1: Ensayo en correa transportadora, en que el flujo de pellets de polietileno golpea una placa de impacto de acero. [Fuente: Grima y Wypych, 2010] .....	132
Figura 5.2: Geometría del punto de transferencia del caso de validación. [Fuente: Grima y Wypych, 2010].....	134
Figura 5.3: Vista en perspectiva de la geometría CAD del caso de validación. [Fuente: Elaboración propia].....	136
Figura 5.4: Vista lateral de la de la geometría CAD del caso de validación. [Fuente: Elaboración propia].....	136
Figura 5.5: Vista superior de la de la geometría CAD del caso de validación. [Fuente: Elaboración propia].....	137
Figura 5.6: Simulación del caso de validación realizada en LIGGGHTS y visualizada en ParaView. [Fuente: Elaboración propia] .....	139
Figura 5.7: Medición del espesor del flujo de material a la salida de la correa. [Fuente: Elaboración propia].....	140
Figura 5.8: Aumento de la Figura 5.7 en la parte donde se mide el espesor. [Fuente: Elaboración propia].....	141

Figura 5.9: Velocidad del flujo en vista 2D. [Fuente: Elaboración propia] .....	142
Figura 5.10: Vista en 2D del flujo en que se indican con rectángulos los sectores seleccionados para analizar las partículas. [Fuente: Elaboración propia] .....	142
Figura 5.11: Vista en 3D de la Figura 5.10, en donde se muestra la profundidad de los sectores seleccionados mediante prismas, los cuales abarcan todas las partículas que se encuentra en dicha zona. [Fuente: Elaboración propia].....	143
Figura 5.12: Selección de partículas a ser analizadas antes de impactar la placa. [Fuente: Elaboración propia] .....	143
Figura 5.13: Selección de partículas a ser analizadas después de impactar la placa. [Fuente: Elaboración propia] .....	144
Figura 5.14: Esfuerzo normal sobre la placa de impacto. [Fuente: Elaboración propia] .....	145
Figura 5.15: Esfuerzo de corte sobre la placa de impacto. [Fuente: Elaboración propia].....	146
Figura 6.1: Esquema de la dirección del material transportado en el punto de transferencia [Fuente: Elaboración propia] .....	152
Figura 6.2: Foto del PT-01. [Fuente: Foto tomada por el autor] .....	153
Figura 6.3: Zonas de desgaste en goma de impacto. [Fuente: Foto tomada por el autor] .....	155
Figura 6.4: Material adherido a goma de impacto. [Fuente: Foto tomada por el autor].....	156
Figura 6.5: Material extraído de las paredes del punto de transferencia. [Fuente: Foto tomada por el autor].....	156
Figura 6.6: Material acumulado a un lado de la correa de descarga. [Fuente: Foto tomada por el autor].....	157
Figura 6.7: Elementos de un punto de transferencia. [Fuente: Elaboración propia] .....	158
Figura 6.8: Dibujo CAD en perspectiva del punto de transferencia actual que será empleado en la simulación. [Fuente: Elaboración propia] .....	159
Figura 6.9: Dibujo CAD en vista lateral, indicando cotas principales, del punto de transferencia actual que será empleado en la simulación. [Fuente: Elaboración propia] .....	159
Figura 6.10: Dibujo CAD en vista principal, indicando cotas principales, del punto de transferencia actual que será empleado en la simulación. [Fuente: Elaboración propia] .....	160
Figura 6.11: Ensayo de humedad, en la imagen se muestra el momento en que se calienta el material para evaporar la humedad. [Fuente: Foto tomada por el autor].....	162
Figura 6.12: Ensayo para cálculo de la densidad del material. [Fuente: Foto tomada por el autor] .....	164
Figura 6.13: Material después de ser agitado en el molino. [Fuente: Elaboración propia] .....	165
Figura 6.14: Ensayo de impacto en caída libre. [Fuente: Foto tomada por el autor] .....	167
Figura 6.15: Materiales utilizados en el ensayo de impacto. [Fuente: Foto tomada por el autor].....	167
Figura 6.16: Muestra utilizada en el ensayo de plano inclinado para el cálculo del coeficiente de roce estático. [Fuente: Foto tomada por el autor].....	168
Figura 6.17: Montaje del ensayo de plano inclinado para estimar el coeficiente de roce de rodadura. [Fuente: Foto tomada por el autor] .....	169
Figura 6.18: Montaje del ensayo de plano inclinado para estimar el coeficiente de roce estático. [Fuente: Foto tomada por el autor] .....	169
Figura 6.19: Montaje DST con fuerza normal ejercida por la tapa. [Fuente: Foto tomada por el autor].....	171
Figura 6.20: Ensayo de densidad sin compactar. [Fuente: Foto tomada por el autor] .....	174
Figura 6.21: Simulación realizada en LIGGGHTS para la medición de la densidad del grupo de partículas sin compactar. [Fuente: Elaboración propia] .....	175
Figura 6.22: Ángulo de reposo obtenido experimentalmente con la humedad nominal del material. [Fuente: Foto tomada por el autor] .....	177

Figura 6.23: Ángulo de reposo simulado en LIGGGHTS para $\mu_{pp} = 0$ . [Fuente: Elaboración propia].....	178
Figura 6.24: Ángulo de reposo simulado en LIGGGHTS para $\mu_{pp} = 0,3$ . [Fuente: Elaboración propia].....	178
Figura 6.25: Ángulo de reposo simulado en LIGGGHTS para $\mu_{pp} = 1$ . [Fuente: Elaboración propia].....	179
Figura 6.26: Simulación en LIGGGHTS del ángulo de reposo estático para los parámetros calibrados. [Fuente: Elaboración propia] .....	181
Figura 6.27: Ensayo experimental del ángulo de reposo dinámico. [Fuente: Foto tomada por el autor].....	182
Figura 6.28: Simulación en LIGGGHTS del ángulo de reposo dinámico para los parámetros calibrados. [Fuente: Elaboración propia] .....	185
Figura 6.29 Goma de impacto, a la izquierda se presentan (encerrados con color rojo) las zonas de desgaste, mientras que a la derecha se muestra el material adherido. [Fuente: Fotos tomadas por el autor] .....	188
Figura 6.30: Magnitud de la fuerza de las partículas para el caso a 3,5 [m/s] en correa de carga. [Fuente: Elaboración propia].....	189
Figura 6.31: Magnitud de la fuerza de las partículas para el caso a 3,2 [m/s] en correa de carga. [Fuente: Elaboración propia].....	189
Figura 6.32: Magnitud de la fuerza de las partículas para el caso a 2,56 [m/s] en correa de carga. ....	190
Figura 6.33: Magnitud de la velocidad del material para el caso 3,2 [m/s] en la correa de carga. [Fuente: Elaboración propia].....	190
Figura 6.34: Chute operando con material y velocidades críticas, vista lateral. [Fuente: Elaboración propia].....	192
Figura 6.35: Chute operando con material y velocidades críticas, vista posterior. [Fuente: Elaboración propia] .....	192
Figura 6.36: Vista lateral de simulación en condiciones nominales. [Fuente: elaboración propia] .....	194
Figura 6.37: Vista posterior de la simulación. [Fuente: Elaboración propia].....	195
Figura 6.38: Representación de la trayectoria del flujo de material. [Fuente: Elaboración propia] .....	197
Figura 6.39: Vista en perspectiva del rediseño del punto de transferencia. [Fuente: Elaboración propia].....	197
Figura 6.40: Vista lateral del rediseño del punto de transferencia, indicando cotas principales. [Fuente: Elaboración propia].....	198
Figura 6.41: Simulación del rediseño de geometría para caso crítico. Vista lateral. [Fuente: Elaboración propia] .....	199
Figura 6.42: Simulación del rediseño de geometría para caso crítico. Vista posterior. [Fuente: Elaboración propia] .....	199
Figura 6.43: Simulación del rediseño de geometría para caso nominal. Vista lateral. [Fuente: Elaboración propia] .....	200
Figura 6.44: Simulación del rediseño de geometría para caso nominal. Vista posterior. [Fuente: Elaboración propia] .....	200

# ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 5.1: Esfuerzo normal (curva negra) y esfuerzo de corte (curva roja), en unidades SI, en función de cada iteración, para el primer elemento de la placa. [Fuente: Elaboración propia] .....	147
Gráfico 5.2: Esfuerzo normal (curva negra) y esfuerzo de corte (curva roja), en unidades SI, en función de cada iteración, para el segundo elemento de la placa. [Fuente: Elaboración propia] .....	147
Gráfico 6.1: Pérdida de masa de agua en el tiempo de una muestra de material, al ser calentada. [Fuente: Elaboración propia] .....	163
Gráfico 6.2: Distribución del tamaño de partículas. [Fuente: Elaboración propia] .....	166
Gráfico 6.3: Curva de esfuerzo de corte v/s desplazamiento para la humedad del 7% del material y un esfuerzo normal de 3,87 [kPa]. [Fuente: Elaboración propia] .....	172
Gráfico 6.4: Gráfico de esfuerzo de corte v/s esfuerzo normal. En este gráfico la pendiente de la recta representa los efectos cohesivos en el material para la humedad medida. [Fuente: Elaboración propia] .....	172
Gráfico 6.5: Sensibilidad de la densidad del grupo de partículas con la densidad de las partículas individuales. [Fuente: Elaboración propia] .....	176
Gráfico 6.6: Sensibilidad de ángulo de reposo estático con la cohesión del material. [Fuente: Elaboración propia] .....	179
Gráfico 6.7: Sensibilidad del ángulo de reposo estático con el coeficiente de roce de rodadura. [Fuente: Elaboración propia] .....	180
Gráfico 6.8: Sensibilidad del ángulo de reposo estático con el coeficiente de roce estático. [Fuente: Elaboración propia] .....	180
Gráfico 6.9: Sensibilidad del ángulo de reposo dinámico con la cohesión del material. [Fuente: Elaboración propia] .....	183
Gráfico 6.10: Sensibilidad del ángulo de reposo dinámico con el coeficiente de roce estático del material. [Fuente: Elaboración propia] .....	184
Gráfico 6.11: Sensibilidad del ángulo de reposo dinámico con el coeficiente de roce de rodadura del material. [Fuente: Elaboración propia] .....	184
Gráfico 6.12: Distribución de las velocidades de las partículas en el escenario de simulación. .	195
Gráfico 6.13: Distribución de velocidades de las partículas en el caso nominal.....	201

# ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1: Símbolos de las representaciones de los modelos de contacto.....	18
Tabla 2.2: Parámetros DEM, sus símbolos típicos, y unidades de medida en SI.....	43
Tabla 2.3: Ensayos de caracterización de materiales para aplicaciones DEM.....	45
Tabla 2.4: Ensayos de calibración para aplicaciones DEM.....	64
Tabla 2.5: Problemas en PT y sus respectivas causas.....	89
Tabla 2.6: Comparación de las capacidades entre el DEM y las ecuaciones analíticas. [Fuente: Elaboración propia] .....	106
Tabla 3.1: Propiedades de los materiales a emplear en la simulación DEM. [Fuente: Grima y Wypych, 2010] .....	110
Tabla 3.2: Materiales para los diferentes elementos del escenario. [Fuente: Elaboración propia] .....	116
Tabla 5.1: Materiales de los elementos del escenario de simulación para el caso de validación. [Fuente: Grima y Wypych, 2010].....	135
Tabla 5.2: Resultados de los parámetros cinemáticos del caso del documento de validación. [Fuente: Grima y Wypych, 2010].....	138
Tabla 5.3: Resultados de la fuerza ejercida en la placa para el caso de validación. [Fuente: Grima y Wypych, 2010] .....	139
Tabla 5.4: Número de partículas seleccionadas y analizadas para la determinación de los parámetros de interés en la selección mostrada en la Figura 5.12. [Fuente: Elaboración propia] .....	144
Tabla 5.5: Número de partículas seleccionadas y analizadas para la determinación de los parámetros de interés en la selección mostrada en la Figura 5.13. [Fuente: Elaboración propia] .....	145
Tabla 5.6: Resultados para el análisis de los esfuerzos en la placa. [Fuente: Elaboración propia] .....	148
Tabla 5.7: Resultados del documento de validación para los parámetros cinemáticos. [Fuente: Grima y Wypych, 2010] .....	149
Tabla 5.8: Resultados de LIGGGHTS para los parámetros cinemáticos. [Fuente: Elaboración propia].....	149
Tabla 5.9: Resultados del documento de validación para la fuerza sobre la placa. [Fuente: Grima y Wypych, 2010] .....	149
Tabla 5.10: Resultados de LIGGGHTS para la fuerza sobre la placa. [Fuente: Elaboración propia] .....	150
Tabla 6.1: Ensayos de caracterización del material. [Fuente: Elaboración propia] .....	160
Tabla 6.2 Ensayos para calibración de parámetros. [Fuente: Elaboración propia] .....	161
Tabla 6.3: Resultados de la humedad de las muestras analizadas.. [Fuente: Elaboración propia] .....	163
Tabla 6.4: Resultados de la densidad de partículas de las muestras analizadas. [Fuente: Elaboración propia].....	164
Tabla 6.5: Resultados del ensayo de impacto en caída libre. [Fuente: Elaboración propia] .....	168
Tabla 6.6: Resultados para el ensayo de plano inclinado. [Fuente: Elaboración personal] .....	170
Tabla 6.7: Resumen de resultados del DST. [Fuente: Elaboración propia] .....	173
Tabla 6.8: Clasificación de la distribución de partículas. [Fuente: Elaboración propia].....	174
Tabla 6.9: Resultado de los valores experimentales y calibrados para el ensayo de densidad sin compactar. [Fuente: Elaboración propia] .....	176

Tabla 6.10: Resultados de los valores experimentados y calibraos para el ángulo de reposo estático. [Fuente: Elaboración propia] .....	181
Tabla 6.11: Resultados experimentales y calibrados para el ángulo de reposo dinámico. [Fuente: Elaboración propia] .....	185

# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1. ANTECEDENTES GENERALES

### 1.1.1. Puntos de transferencia en flujos de materiales sólidos

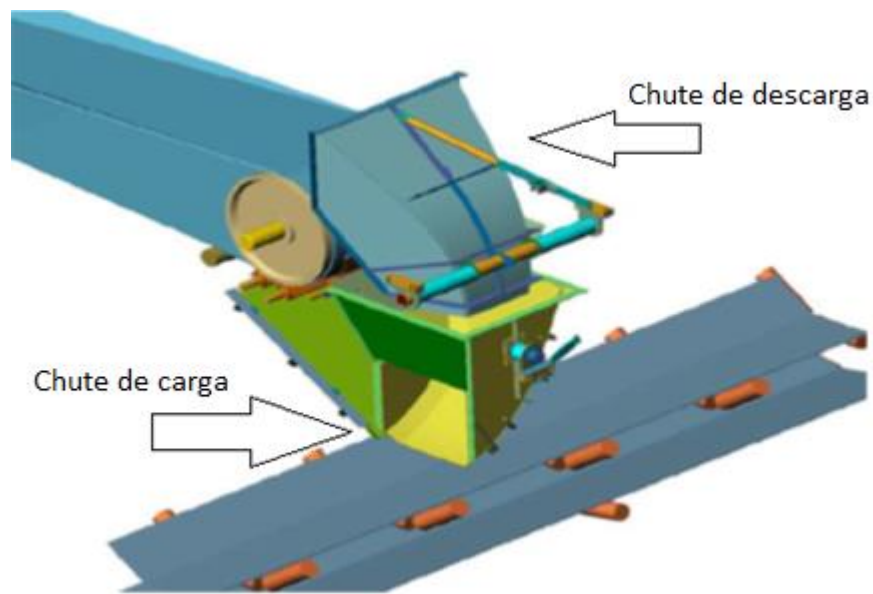
Una correa transportadora, es un elemento mecánico generalmente constituido por goma con una matriz metálica y/o polimérica, dispuesto encima de rodillos sobre los cuales avanza. En la mayoría de los casos se utilizan para transportar materiales granulares como áridos, polvos (industria química y farmacéutica), mineral y alimentos.

Son ampliamente utilizadas en minería, en que se transporta el flujo de rocas molidas en la etapa de chancado hacia etapas posteriores. Generalmente las correas transportadoras forman parte de un sistema, en el que se abastece de material a las diferentes etapas de un proceso, por lo que estas describen varias rutas y realizan el transporte en diferentes direcciones y sentidos.

La ubicación donde ocurre el intercambio de material de una correa a otra se llama punto de transferencia. Este proceso debe cumplir con varias condiciones para que se mantenga una continuidad en el transporte sin dañar los elementos mecánicos, perder material, y/o perjudicar la salud de los operarios y preservar el medioambiente. Un elemento importante en los puntos de transferencia es el chute, cuya función es captar el material de la correa de descarga y redireccionar este según las condiciones de la correa receptora (de carga).

En un punto de transferencia, se le llama chute de descarga, al elemento mecánico que direcciona el material proveniente de la primera correa, y al elemento receptor se le denomina chute de carga, el que guía el material a la correa de recepción.

En la Figura 1.1 se puede apreciar un diseño CAD de un punto de transferencia.



**Figura 1.1: Punto de transferencia con chute de carga y descarga.**  
[Fuente: Huque, 2004.]

Existe una gran variedad de configuraciones en puntos de transferencia, lo que depende de la posición de las correas, las condiciones de operación y de las propiedades físicas y mecánicas de material transportado principalmente.

El punto de transferencia mostrado en la Figura 1.1, representa una configuración común, pero existen varios casos con otras geometrías y configuración diferente de elementos. Incluso se ha observado puntos de transferencia lineales que no poseen ninguno de los dos chutes, en que para operar correctamente basta con elementos que contengan el material en las correas.

En el capítulo 2.6.1 se profundiza en la información de los diferentes tipos de puntos de transferencia.

### **1.1.2. Aspectos generales del método de elementos discretos (DEM)**

El Método de Elementos Discretos (DEM por sus siglas en inglés) es un modelo matemático utilizado para representar las condiciones cinemáticas y dinámicas de un sistema de partículas. Fue desarrollado por Cundall, 1971, (Huque, 2004) y aplicado por primera vez por Cundall y Stack, 1979, (Huque, 2004) en un problema de mecánica de rocas, cuyo modelo era en 2 dimensiones, simulando las partículas como discos totalmente esféricos.



En el DEM se utilizan dos tipos de ecuaciones, las de movimiento (Newton – Euler), y las leyes de contacto. Las primeras determinan los movimientos rotacionales y de traslación de las partículas, al relacionar sus parámetros dinámicos y cinemáticos, mientras que las segundas son las que determinan los parámetros dinámicos que resultan de la interacción entre partículas, y de estas con su entorno.

En el DEM, durante el contacto las partículas no se deforman, si no que se traslapan, y en base a la penetración y la velocidad de una respecto la otra, se calculan las fuerzas de la interacción entre ellas.

En la Figura 1.2 se muestra una representación de la interacción entre dos partículas en el DEM estas denotadas como  $i$  y  $j$ . Las líneas sólidas indican la posición inicial de las partículas, en que entran en contacto, mientras que las líneas punteadas muestran la penetración recíproca de las fronteras de las partículas, en donde se ilustra la fuerza  $\vec{F}_{ij}$  y el momento  $\vec{M}_{ij}$ , ejercidos entre ellas durante la interacción. Además se indican las variables cinemáticas responsables del movimiento de las partículas desde el instante inicial al final, las que en definitiva son las que producen la interacción, en donde  $\vec{v}_i$  y  $\vec{v}_j$ , corresponde a las velocidades lineales de los centros de masa de las partículas  $i$  y  $j$  respectivamente, mientras que  $\vec{\omega}_i$  y  $\vec{\omega}_j$  corresponden a las velocidades angulares de estas.

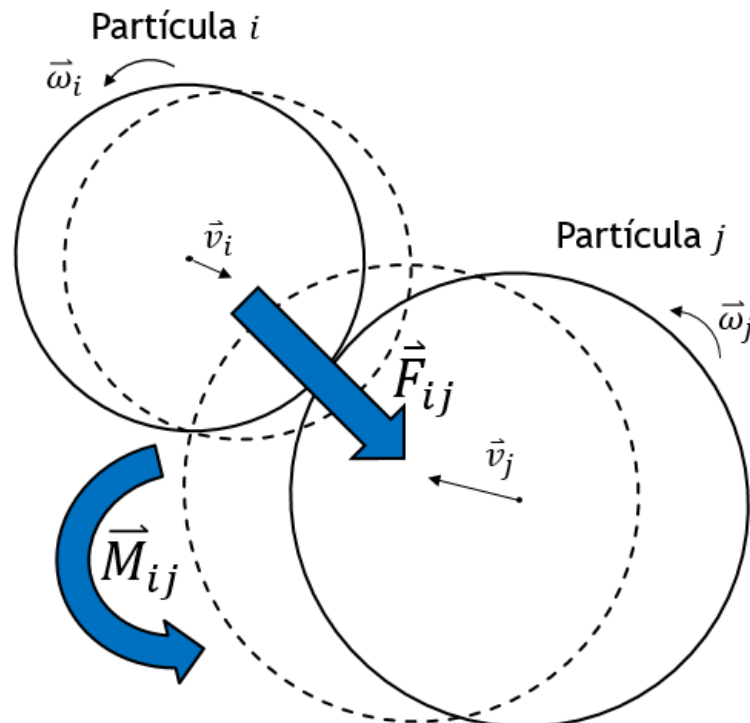


Figura 1.2: Representación gráfica de la interacción entre partículas en el DEM.  
[Fuente: Elaboración propia.]

En el capítulo 2.1 se trata en mayor detalle los aspectos teóricos del DEM.

### **1.1.2.1. ¿Para qué sirve el DEM?**

La simulación, en general, permite observar y validar diseños de sistemas, previo a su aplicación a escala real, disminuyendo costos de prueba y de aplicación de diseños deficientes, más específicamente, el DEM entrega como resultado el comportamiento cinemático y dinámico de cualquier sistema que pueda ser representado mediante partículas independientes. Los campos de aplicación más comunes en la industria es en geomecánica y manejo de materiales granulares sólidos, en que a partir de la información obtenida mediante DEM se puede detectar la causa de problemas, y predecir el comportamiento de un sistema al realizar modificaciones determinadas. Esto constituye una herramienta de gran utilidad en el proceso de diseño de ciertos elementos y sistemas mecánicos, como correas transportadoras, silos, y puntos de transferencia.

En el caso particular de la simulación DEM aplicado a puntos de transferencias, ésta permite optimizar el transporte de material granular además de prevenir problemas de atollo y excesivo desgaste principalmente. Esto aumenta la productividad en transporte masivo, como es el caso de la minería, o mejorando las condiciones del material cuando éste tiene alto valor, como puede ser el caso en las industrias alimenticia y farmacéutica.

En la Figura 1.3 y Figura 1.4, se muestra una simulación realizada en un punto de transferencia de una mina de carbón, en el año 2000, en que mediante DEM, se diagnosticó los puntos críticos en donde el material se atollaba, y se verificó un rediseño, el que al implementarlo, funcionó correctamente (Alspaugh et al., 2002).

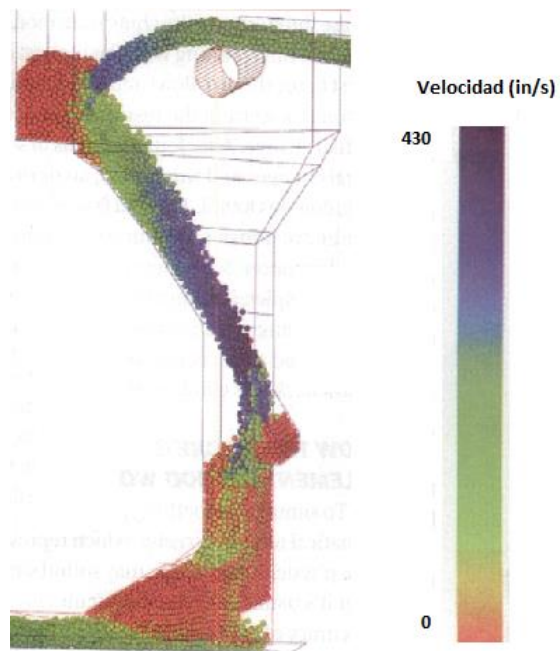


Figura 1.3: Representación DEM de la situación de atollo de un punto de transferencia.  
[Fuente: Alspaugh et al., 2002.]

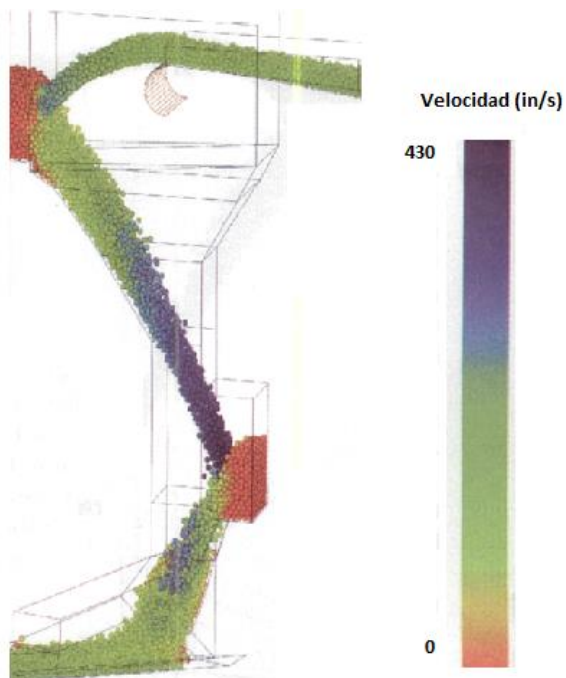


Figura 1.4: Verificación DEM del rediseño del caso mostrado en la Figura 1.3.  
[Fuente: Alspaugh et al., 2002.]

### 1.1.2.2. ¿Qué constituye una simulación DEM?

Existen 2 grandes aspectos que constituyen una simulación DEM, el aspecto computacional por una parte, y por la otra, el estudio de los materiales involucrados.

#### *Aspectos computacionales del DEM*

El DEM, propiamente tal, es un modelo matemático que representa el comportamiento de un sistema de partículas, en todos los casos, salvo excepciones, esta cantidad es elevada, vale decir desde aproximadamente 1.000 (Asmar et al., 2002) hasta incluso más de 1.000.000, como puede ser consultado en una simulación realizada por la Earth Science Systems Computational Centre at The University of Queensland (ESSCC), presentado en el trabajo de Morrison et al., 2007.

Debido a la cantidad elevada de partículas inherente al uso del DEM, implica que debe llevarse a cabo un número considerable de cálculos para resolver las ecuaciones, lo que conduce necesariamente a hacer uso de herramientas computacionales. Este aspecto, llega a ser determinante, al momento de desarrollar el programa, ya que los diferentes modelos de contacto y el número y forma de partículas, pueden dar como resultado un requerimiento muy elevado para los recursos computacionales que se manejan hoy en día, o bien, de los que se dispone dentro de la rentabilidad de un proyecto de un análisis DEM.

Se han desarrollado varios programas para realizar simulaciones DEM. En términos generales, los atributos que caracterizan a uno de estos programas son la usabilidad, los modelos físicos incorporados, y la capacidad para optimizar los cálculos y disminuir los tiempos computacionales, tema que a veces se maneja con programas complementarios.

#### *Estudio de materiales para simulación DEM*

Los parámetros de entrada de una simulación computacional mediante DEM son propiedades físicas, mecánicas y geométricas del material de estudio, y de los componentes que constituyen el escenario con el que interactúa el material (p. e. correas transportadoras, chutes, silos, etc.).

Una simulación DEM será útil en la medida que reproduce de manera similar el comportamiento real del material de estudio. Los materiales granulares se comportan en general de manera diferente para cada una de las aplicaciones, lo que depende de varios factores, como por ejemplo la granulometría y forma de las partículas, contenido de humedad, y propiedades físicas y mecánicas del material.

Incluso aplicaciones equivalentes pueden presentar gran variación en el comportamiento del material, por ejemplo el mineral de cobre transportado hacia las pilas de lixiviación, varía su comportamiento dependiendo de la granulometría, humedad y composición, por lo que el material de cada faena tendrá características diferentes.

Reproducir el comportamiento de un material mediante DEM, es complejo, debido a tres principales razones:

- Los modelos físicos implementados en el DEM fueron desarrollados a partir de casos ideales simplificados, los que no pueden ser ajustados a todas las aplicaciones y materiales.
- Los materiales granulares presentan una alta variabilidad en su comportamiento, y los mecanismos en que los distintos factores afectan a este, pueden no ser equivalentes para casos diferentes.
- Existe una capacidad computacional limitada, ya sea por tecnología, por costos, o ambos. Lo que muchas veces impide implementar modelos físicos y funciones más exactos.

Dado lo anterior, se han desarrollado diferentes técnicas para llegar a reproducir el comportamiento del material mediante DEM. En términos generales, se trata de un proceso iterativo que consta de tres etapas: caracterización, calibración, y validación.

A continuación se mencionan tan solo los aspectos generales de dichas etapas, ya que en el tema se profundiza en el capítulo 2.4.

### **Caracterización del material**

Consiste en una serie de ensayos experimentales cuyo objetivo es determinar las propiedades geométricas, físicas y mecánicas del material granular. Las propiedades del material, resultantes de los ensayos, son los parámetros de entrada para la simulación computacional, una vez hayan sido corregidos en la etapa de Calibración.

Además de la obtención de los parámetros físicos del material granular, la caracterización entrega información cualitativa del comportamiento del material, lo que es utilizado en los ajustes de la simulación en las etapas posteriores, orientando el criterio del simulador.

### **Calibración**

Consiste en realizar un nuevo set de ensayos de laboratorio, cuyos resultados corresponden a parámetros de comportamiento del material (ángulos de reposo estático y dinámico, esfuerzos de compresión y de corte, y desplazamiento, entre otros) distintos de las propiedades físicas encontradas en la Caracterización.

Este mismo set de ensayos es replicado en el computador mediante simulación y los resultados de ambos son comparados para evaluar el ajuste de los parámetros del material simulado en relación al material real.

Si el comportamiento del material simulado no representa al del material real, se deben ajustar los parámetros físicos de entrada en el *software* hasta observar comportamientos similares.

Al finalizar la calibración se obtiene un material que en la simulación representa fielmente el comportamiento del material real para los ensayos realizados.

### **Validación**

Previo al proceso de simulación, se debe obtener el historial de comportamiento del equipo de estudio, como puntos de desgaste, frecuencia de atollo, tipos de falla, etc.

En la validación se simula la situación real y se compara con el historial entregado por el cliente, ajustándose nuevamente los parámetros de entrada de la simulación hasta obtener un comportamiento que represente fielmente la situación real.

Finalmente, se hace un proceso de conciliación de los parámetros del material granular para asegurar que la simulación representará todas las situaciones, incluyendo la situación actual real y los ensayos de laboratorio. Esto permite tener un mayor grado de certeza de que las simulaciones representarán fielmente el comportamiento del material ante equipos rediseñados.

Se han documentado márgenes de error de simulaciones DEM respecto lo experimental menores al 5 %, para las velocidades y fuerzas en el impacto de material granular proveniente de una correa transportadora en una placa (Grima y Wypych, 2010), al aplicar las etapas descritas anteriormente. También existe evidencia de rediseños aplicados a la industria, que al ser implementados se comportaron de manera similar a lo predicho mediante DEM, como puede ser revisado en Aldrich y Zhang, 2014, Grima y Fraser, 2011, y Dewicki y Mustoe, 2002. En todos los casos se han seguido metodologías en que se pueden identificar las etapas mencionadas.

## 1.2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA Y RESULTADOS ESPERADOS

El problema que se aborda en este trabajo es el atollo de un punto de transferencia, lo que consiste en el bloqueo parcial o total de las vías por las que fluye el material entre dos correas transportadoras, debido a la acumulación de este mismo. Esto ocurre entre 3 a 5 veces por semana. No se tiene certeza del modo en que esto se desarrolla, ya que el punto de transferencia se encuentra cerrado, y no puede ser observado adecuadamente. Se cuenta con la versión de los operadores, los que postulan que el atollo ocurre de dos maneras distintas. Desde arriba, en que se bloquea el chute de descarga, y desde abajo, en que el material se va acumulando poco a poco en la correa de carga.

El punto de transferencia analizado pertenece a la línea de correas transportadoras que conducen mineral de cobre a la pila de lixiviación, en la operación minera Mantoverde. Para efectos de este trabajo, el punto de transferencia será denominado PT-01 (Figura 1.5).



**Figura 1.5: Punto de transferencia PT-01.**  
[Fuente: Foto capturada por el autor.]

El resultado esperado del trabajo, es elaborar un rediseño que resuelva el problema de atollo, lo que debe ser validado mediante una simulación DEM llevada a cabo con un *software* libre.

Es importante mencionar, que existen condiciones nominales de operación, las que corresponden a un rango, por ejemplo, la carga transportada de material y las velocidades de las correas. En el rediseño no se modificarán dichas condiciones.

## 1.3. MOTIVACIÓN

La motivación global de este trabajo de memoria es contribuir al desarrollo de los servicios de ingeniería nacional, correspondientes al sector terciario de los niveles de producción. Actualmente, Chile obtiene una parte importante de sus recursos desarrollando actividades del sector primario, en donde es difícil añadir valor agregado a los productos., y esto es un limitante para el crecimiento económico del país.

El presente trabajo es la materialización del concepto de valor agregado, ya que corresponde al desarrollo de un servicio de simulaciones complejas y bien cotizadas en el mercado, a bajos costos de infraestructura computacional y *software*. Típicamente, para desarrollar estas simulaciones, se deben adquirir programas de costosas licencias, los que ofrecen un buen nivel de usabilidad. Por el contrario, en este trabajo se utilizará *software* libre, en que los recursos que se inviertan serán las competencias adquiridas en los años de estudio, y el tiempo de investigación en obtener el conocimiento que permita conjugar las herramientas disponibles, para así entregar un resultado de calidad a nivel de mercado, hecho que ya se sabe posible después de una investigación preliminar.

Un aspecto específico de la motivación de este trabajo, es el desarrollo de las aplicaciones DEM mediante *software* libre, para contribuir al conocimiento universal en esta área. A pesar de haber realizado una investigación exhaustiva, aún no se ha encontrado un trabajo en que se haya desarrollado un análisis DEM, de un punto de transferencia real en minería, mediante *software* libre.

Por último, el presente trabajo pretende contribuir a satisfacer una necesidad en la industria, la que aún no ha sido estudiada por completo. Se ha sabido, gracias al testimonio de los operarios, que en las faenas mineras, son comunes los problemas de atollo en las líneas de transporte y almacenamiento de mineral. Esto aumenta los costos operacionales y de mantenimiento, pero suele no ser atendido hasta que llegue a una fase crítica. Varios de estos problemas pueden ser resueltos en el corto plazo al ser analizados mediante DEM, siendo rentable utilizar el servicio.

## 1.4. OBJETIVOS

### 1.4.1. Objetivo general

Desarrollar un rediseño de un punto de transferencia que solucione el problema actual de atollo que presenta, lo que debe ser validado mediante una simulación DEM realizada en un *software* libre.



### 1.4.2. Objetivos específicos

- Desarrollar una metodología general para analizar problemas en puntos de transferencia mediante DEM , en donde se detallen los procedimientos principales necesarios para llevar a cabo una de estas simulaciones. Dado que una de las grandes dificultades del DEM es la imposibilidad de generalizar procedimientos específicos para materiales diferentes, se debe incluir la información o citar los trabajos necesarios que permitan definir estos procedimientos, independiente del material.
- Seleccionar un *software* libre para aplicaciones DEM para llevar a cabo el proyecto, dentro de los existentes en internet.
- Validar el *software* seleccionado del punto anterior, comparando cuantitativamente los resultados que este entrega, con los especificados en el trabajo de Grima y Wypych, 2010, dados los mismos parámetros de entrada.
- Reproducir en una simulación DEM la operación real del punto de transferencia de estudio, obteniendo resultados cinemáticos y dinámicos coherentes, en relación con la información observada en terreno, y registrada a partir del testimonio de los operarios.
- Elaborar una nueva disposición geométrica de los elementos mecánicos en el punto de transferencia, que solucione el problema de atollo, sin perjudicar alguna otra condición de funcionamiento, lo cual debe ser verificado con una simulación DEM.

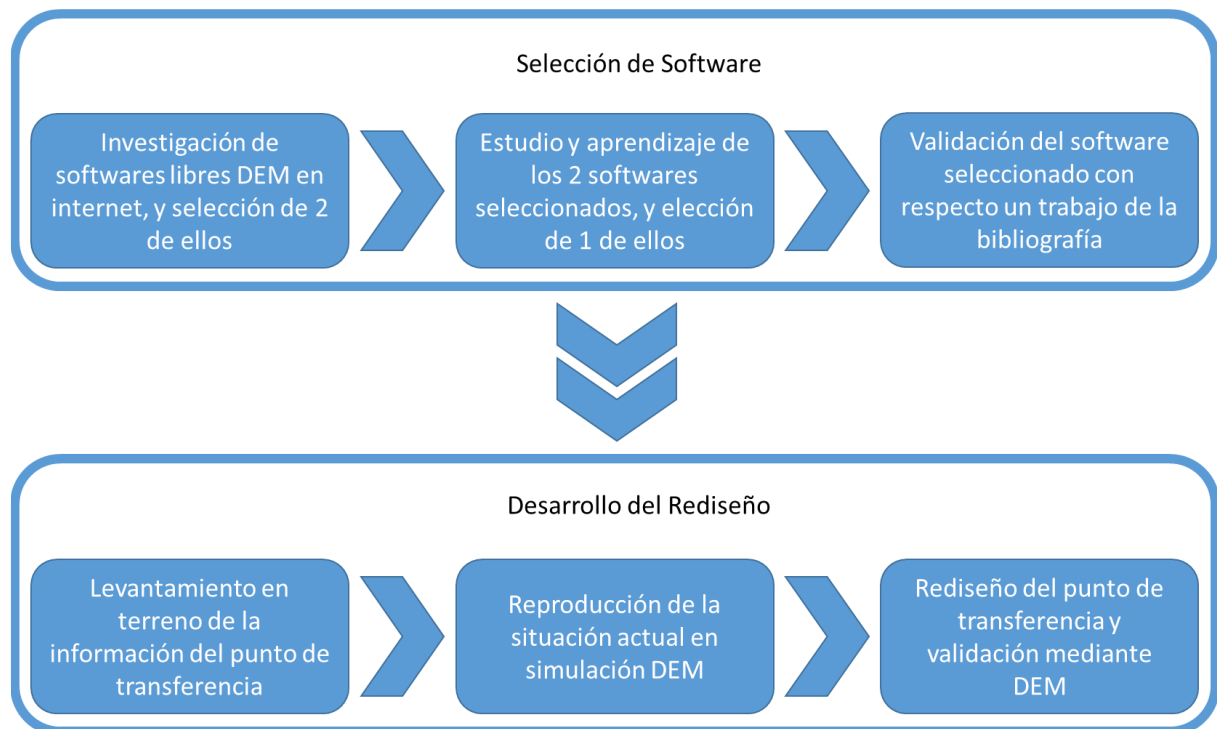
## 1.5. ALCANCES

El rediseño del punto de transferencia consiste en un modelo realizado en un *software* CAD (SolidWorks), en el que únicamente se especifican los elementos que interactúan con el material granular en estudio, vale decir, las dimensiones y materiales de las superficies internas del punto de transferencia, pero no la forma completa de las piezas a las que pertenecen estas superficies, ni tampoco la estructura y elementos de sujeción que les dan soporte.

## 1.6. METODOLOGÍA

El desarrollo del trabajo se llevará a cabo en dos macro-etapas, la selección de *software*, y el desarrollo del rediseño. Cada una de ellas se separa en tres etapas, las que tienen una estrecha relación con los objetivos específicos planteados en el capítulo 1.4.2.

En la Figura 1.6 se muestra el esquema de la metodología que se empleará en el presente trabajo.



**Figura 1.6: Esquema de la metodología a ser empleada para llevar a cabo el presente trabajo.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

## 2. ANTECEDENTES

### 2.1. ASPECTOS TEÓRICOS DEL DEM

Existen dos aspectos que determinan el comportamiento de un sistema de partículas en el DEM (Navarro y de Souza, 2013), estos son el movimiento (de traslación y rotación) de estas, y las fuerzas de interacción en el contacto entre ellas.

#### 2.1.1. Movimiento de las partículas

El DEM considera los elementos no deformables, por lo que su movimiento está regido por las leyes de mecánica de sólidos rígidos, en que las ecuaciones que describen dicho fenómeno son las de Newton – Euler, las cuales están planteadas de manera general para cuerpos con cualquier geometría. Para el caso del presente trabajo, solo se trabajará con partículas esféricas.

Para un sistema constituido por varias partículas, el movimiento de una de cualquiera de ellas, queda determinado por las expresiones a continuación:

Para el movimiento de traslación, de la segunda ley de Newton se tiene lo siguiente:

$$m_i \frac{d^2}{dt^2} \vec{x}_i = \vec{F}_i + m_i \vec{g} \quad \text{Ecuación 2.1}$$

En que  $\vec{F}_i$ ,  $m_i$  y  $\vec{x}_i$ , corresponde a la fuerza neta sin considerar la gravedad, la masa, y la posición, respectivamente de una partícula  $i$  cualquiera. La aceleración de gravedad se representa con  $\vec{g}$ .

Para el movimiento rotacional, de las ecuaciones de Euler se obtiene:

$$I_i \frac{d}{dt} \vec{\omega}_i = \vec{T}_i \quad \text{Ecuación 2.2}$$

En que  $\vec{T}_i$ ,  $I_i$  y  $\vec{\omega}_i$ , corresponde al torque neto, momento de inercia con respecto al centro de masa, y velocidad angular, respectivamente de una partícula  $i$  cualquiera.

Las ecuaciones anteriores, son suficientes para determinar el comportamiento del sistema de partículas, cuando se conocen las masas y momentos de inercia, las fuerzas totales, y los torques totales sobre cada una de ellas, además de la cantidad suficiente de condiciones de borde para determinar las constantes que resultan de integrar las ecuaciones diferenciales.

### 2.1.2. Interacción entre las partículas

Cuando dos partículas chocan entre sí (o cuando una partícula choca contra otro elemento de su entorno), se transmiten fuerzas entre ellas (lo cual se explica por la segunda y tercera ley de Newton). En la realidad los cuerpos no son sólidos rígidos, si no que se deforman conforme sus propiedades mecánicas y características geométricas, dada la aplicación de un esfuerzo. Los modelos de contacto surgen con el fin de modelar choques entre partículas, considerando que ocurre deformación elástica y pérdidas de energía durante la interacción.

Las variables cinemáticas y dinámicas que caracterizan un impacto entre dos cuerpos, están relacionadas con la respuesta vibratoria de estos ante un estímulo, lo que a su vez, está determinado por las propiedades físicas y mecánicas de los materiales que los constituyen, así como también, por la geometría de los cuerpos.

En la Figura 2.1, se muestra la interacción entre dos partículas cualesquiera, denotadas arbitrariamente como  $i$  y  $j$  respectivamente, en que se indican los elementos principales que intervienen en el contacto, los que se explican a continuación de la figura.

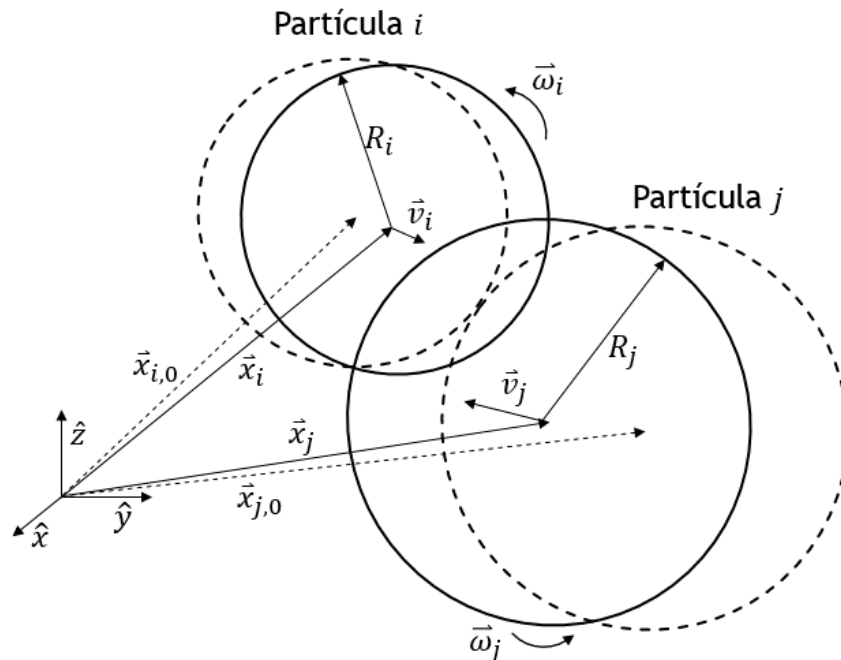


Figura 2.1: Representación de modelo DEM, en que se aprecia la interacción entre dos esferas.  
[Fuente: Elaboración propia.]

En la Figura 2.1, se representa un caso general en 3D de la interacción entre dos partículas cualesquiera, denotadas por  $i$  y  $j$ , en que las esferas con línea entrecortada representan la posición inicial de estas justo en el momento en que hacen contacto, quedando sus centros separados por la suma de sus radios  $R_i$  y  $R_j$ . Las líneas sólidas representan las fronteras de las esferas después del contacto, en que estas se encuentran traslapadas.

Las fuerzas se calculan a partir de la distancia de penetración de una partícula en la otra, lo que modela las fuerzas implicadas en la resistencia a la deformación en un caso real.

La posición del centro de masa de las partículas  $i$  y  $j$  se denota por  $\vec{x}_i$  y  $\vec{x}_j$  respectivamente, las velocidades lineales de estos corresponden a  $\vec{v}_i$  y  $\vec{v}_j$ , y las velocidades angulares a  $\vec{\omega}_i$  y  $\vec{\omega}_j$ . Además, se indican la posición inicial de los centros de masa de las partículas mediante los términos  $\vec{x}_{i,0}$  y  $\vec{x}_{j,0}$ .

Las fuerza de contacto total que ejerce la partícula  $i$  sobre la  $j$ , denotada  $\vec{F}_{ij}$ , en términos generales, está determinada por los efectos elásticos de la interacción, y los efectos disipativos viscosos (que dependen de la velocidad del impacto), lo que se expresa por las fuerzas  $\vec{F}_{ij}^e$  y  $\vec{F}_{ij}^v$ , respectivamente. La suma de estas fuerzas constituye la fuerza total de contacto, tal como se indica en la Ecuación 2.3.

$$\vec{F}_{ij} = \vec{F}_{ij}^e + \vec{F}_{ij}^v \quad \text{Ecuación 2.3}$$

La fuerza de contacto total, puede a su vez descomponerse en la dirección normal al contacto y en la dirección tangencial, que corresponde a la dirección del movimiento relativo de una partícula respecto la otra.

La dirección normal y tangencial se representa por los vectores unitarios  $\hat{n}$  y  $\hat{t}$ , están determinadas por las siguientes expresiones (Navarro y de Souza, 2013):

$$\hat{n} = \frac{\vec{x}_i - \vec{x}_j}{|\vec{x}_i - \vec{x}_j|} \quad \text{Ecuación 2.4}$$

$$\hat{t} = \frac{\vec{v}_{t,ij}}{|\vec{v}_{t,ij}|} \quad \text{Ecuación 2.5}$$

En que  $\vec{v}_{t,ij}$  corresponde a la componente tangencial de la velocidad relativa del punto de contacto inicial (Navarro y de Souza, 2013) entre la partícula  $i$  y  $j$ , la que se explica a continuación.

Primero es necesario enunciar la velocidad relativa del punto de contacto inicial entre la partícula  $i$  y  $j$ . Este está determinado por la siguiente expresión:

$$\vec{v}_{ij} = \vec{v}_i - \vec{v}_j + \vec{\omega}_{r,i} \times \vec{R}_i - \vec{\omega}_{r,i} \times \vec{R}_j \quad \text{Ecuación 2.6}$$

La componente normal del vector anterior queda expresado por:

$$\vec{v}_{n,ij} = (\vec{v}_{ij} \cdot \hat{n})\hat{n} \quad \text{Ecuación 2.7}$$

Mientras que la componente tangencial queda determinada por lo siguiente:

$$\vec{v}_{t,ij} = \vec{v}_{ij} - \vec{v}_{n,ij} \quad \text{Ecuación 2.8}$$

Las velocidades angulares  $\vec{\omega}_{r,i}$  y  $\vec{\omega}_{r,j}$ , corresponden a las componentes de rodadura de  $\vec{\omega}_i$  y  $\vec{\omega}_j$ . Estos vectores tienen una componente en  $\hat{n}$ , y otra en  $\hat{r}$ , representando los movimientos torsionales y de rodadura respectivamente. El vector  $\hat{r}$  queda representado en la Ecuación 2.9 a continuación:

$$\hat{r} = \frac{\vec{\omega}_{r,ij}}{|\vec{\omega}_{r,ij}|} \quad \text{Ecuación 2.9}$$

En que  $\vec{\omega}_{r,ij}$  es la velocidad angular relativa entre la partícula  $i$  y  $j$  en la componente  $\hat{r}$ , cuya expresión se determina a partir de la velocidad angular relativa entre  $i$  y  $j$ , lo que se muestra a continuación:

$$\vec{\omega}_{ij} = \vec{\omega}_i - \vec{\omega}_j \quad \text{Ecuación 2.10}$$

$$\vec{\omega}_{n,ij} = \vec{\omega}_{ij} \cdot \hat{n} \quad \text{Ecuación 2.11}$$

$$\vec{\omega}_{r,ij} = \vec{\omega}_{ij} - \vec{\omega}_{n,ij} \quad \text{Ecuación 2.12}$$

Las componentes normal y tangencial de la fuerza de contacto total se expresan en la Ecuación 2.13 y Ecuación 2.14.

$$F_{n,ij} = F_{n,ij}^e + F_{n,ij}^v \quad \text{Ecuación 2.13}$$

$$F_{t,ij} = F_{t,ij}^e + F_{t,ij}^v \quad \text{Ecuación 2.14}$$

En que  $F_{n,ij}$ ,  $F_{n,ij}^e$  y  $F_{n,ij}^v$  corresponden a la fuerza total de contacto, fuerza elástica y fuerza viscosa respectivamente, para la dirección normal. La misma notación es utilizada para la dirección tangencial con los términos  $F_{t,ij}$ ,  $F_{t,ij}^e$  y  $F_{t,ij}^v$ .

Las fuerzas están determinadas por algunas propiedades mecánicas y geométricas de los cuerpos interactuantes, y por ciertas variables cinemáticas. Las propiedades y variables que deban utilizarse, así como también, las ecuaciones que las relacionan, depende del modelo de contacto utilizado. A pesar de lo anterior, se puede establecer una relación general entre algunas fuerzas y variables cinemáticas, las que se muestran en la siguientes ecuaciones:

$$F_{n,ij}^e = f(\vec{\delta}_{n,ij}) \quad \text{Ecuación 2.15}$$

$$F_{t,ij}^e = f(\vec{\delta}_{t,ij}) \quad \text{Ecuación 2.16}$$

$$F_{n,ij}^v = f(\vec{v}_{n,ij}) \quad \text{Ecuación 2.17}$$

$$F_{t,ij}^v = f(\vec{v}_{t,ij}) \quad \text{Ecuación 2.18}$$

Las expresiones anteriores indican que las componentes de las componentes de las fuerzas son funciones de  $\vec{\delta}_{n,ij}$ ,  $\vec{\delta}_{t,ij}$ ,  $\vec{v}_{n,ij}$  y  $\vec{v}_{t,ij}$  respectivamente,  $\vec{\delta}_{n,ij}$  y  $\vec{\delta}_{t,ij}$  corresponden a la distancia de penetración de una partícula en otra, en la dirección normal y tangencial respectivamente. La expresión para  $\vec{\delta}_{n,ij}$  (Navarro y de Souza, 2013) se presenta a continuación:

$$\vec{\delta}_{n,ij} = (R_i + R_j - |x_i - x_j|)\hat{n} \quad \text{Ecuación 2.19}$$




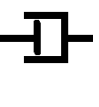





La expresión para  $\vec{\delta}_{t,ij}$  puede ser revisada en el trabajo de Garg et al., 2012 (citado por Navarro y de Souza, 2013).

### 2.1.2.1. Modelos de contacto

Típicamente los modelos de contacto son representados como esferas unidas con resortes, amortiguadores y deslizadores, modelando la componente elástica, viscosa y friccional respectivamente. Lo que pretenden dichos modelos es seleccionar valores adecuados para las propiedades de los elementos que unen las partículas, de modo que la respuesta vibratoria de dicho sistema reproduzca el comportamiento del impacto real.

Para representar los diferentes modelos de contacto se emplean esquemas de esferas unidas por diferentes elementos, en que cada uno atribuye una característica a la interacción. Dentro de los más conocidos se tienen el resorte, el amortiguador y el deslizador, que representan las características elásticas, viscosas y friccionales respectivamente. En la Tabla 2.1, se muestra la simbología de estos elementos, ya que esta representación será empleada para explicar los modelos utilizados en este trabajo.

**Tabla 2.1: Símbolos de las representaciones de los modelos de contacto.**  
 [Fuente: Elaboración propia.]

Característica	Símbolo
Fuerza normal elástica	
Fuerza normal viscosa	
Fuerza normal elástica	
Fuerza tangencial viscosa	
Fuerza de roce tangencial estática	
Momento rotacional elástico	
Momento de roce de rodadura estático	
Fuerza normal de cohesión	
Interacción sin fuerzas en tensión	



Existen diversos modelos de contacto, en aplicaciones DEM los más utilizados son los siguientes:

- Lineal con resorte y amortiguador (LDS por sus siglas en ingles).
- Hertz-Mindlin (H-M).
- Hertz-Mindlin y Deresiewicz (H-MD).
- Jhonson , Kendall y Roberts (JKR).
- Derjaguin, Muller y Toporov (DMT)

Además, para aplicaciones de partículas esféricas, generalmente se agrega un torque de resistencia a la rodadura, que en un caso real, es producto de la geometría no esférica de las partículas. En el trabajo de Ai et al., 2010, se presenta la siguiente clasificación para este tipo de modelos:

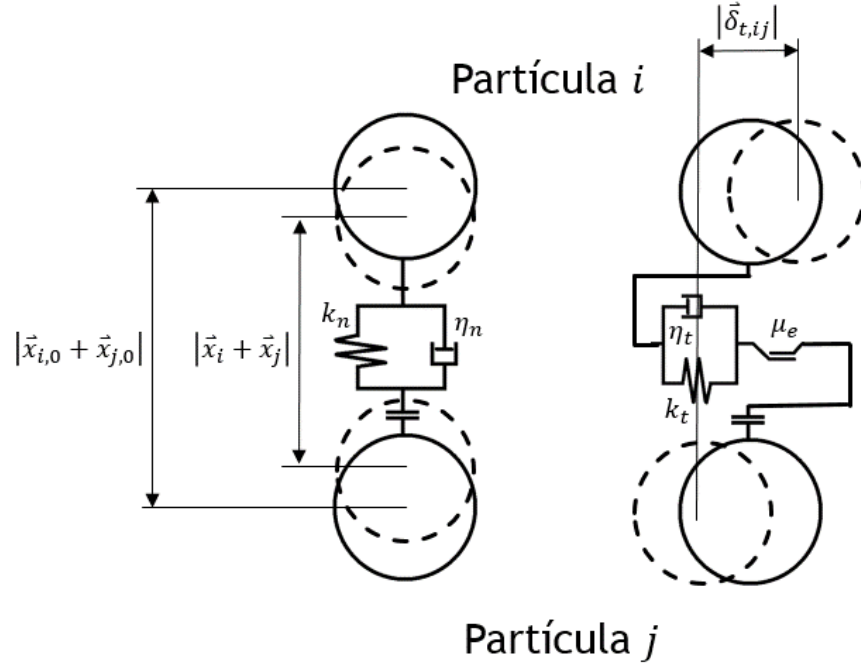
- Modelos de torque direccional constante (Tipo A)
- Modelos viscosos (Tipo B)
- Modelos elasto-plásticos con resorte y amortiguador (Tipo C)

A continuación se describen los modelos mencionados, pero solo se entrará en detalle en aquellos que serán empleados en el presente trabajo. Estos son H-M, JKR y resistencia a la rodadura Tipo A y Tipo C.

### ***Modelo lineal con resorte y amortiguador (LDS)***

El modelo LDS, implementado en el DEM por Cundall y Strack en 1979 (citado en Grima y Wypych, 2010), consta de un componente elástico y viscoso tanto en la componente normal como en la tangencial, además en la componente tangencial presenta fricción de roce estático.

En la Figura 2.2, se puede observar una representación del modelo mediante resortes, amortiguadores y un deslizador, en que  $k_n$  y  $\eta_n$  corresponden a la rigidez del resorte y el coeficiente de amortiguamiento respectivamente, el mismo significado aplica para  $k_t$  y  $\eta_t$  en la componente tangencial. En esta además se tiene  $\mu_e$  que corresponde al coeficiente de roce estático entre las dos partículas.



**Figura 2.2: Representación de los componentes elásticos, viscosos y friccionales de un modelo de contacto.**

[Fuente: Elaboración propia.]

En el modelo LDS, la relación entre las fuerzas y los parámetros cinemáticos es lineal, tal como se muestra en las siguientes expresiones (Navarro y de Souza, 2013):

$$F_{n,ij}^e = -k_{n,L} \vec{\delta}_{n,ij} \quad \text{Ecuación 2.20}$$

$$F_{n,ij}^v = -\eta_{n,L} \vec{v}_{n,ij} \quad \text{Ecuación 2.21}$$

Para la fuerza tangencial se utiliza el principio de fricción de Coulomb, lo que establece que un cuerpo deslizará sobre otro si se cumple que:

$$|F_{t,ij}| \geq \mu_e |F_{n,ij}| \quad \text{Ecuación 2.22}$$

lo que separa la fuerza tangencial en dos intervalos, los que se especifican a continuación:

$$F_{t,ij} = \begin{cases} \mu_e |F_{n,ij}| & \text{para } |F_{t,ij}| \geq \mu_e |F_{n,ij}| \\ F_{t,ij}^e + F_{t,ij}^v & \text{para } |F_{t,ij}| < \mu_e |F_{n,ij}| \end{cases} \quad \text{Ecuación 2.23}$$

en donde los términos están definidos por las siguientes expresiones:

$$F_{t,ij}^e = -k_{t,L} \vec{\delta}_{t,ij} \quad \text{Ecuación 2.24}$$

$$F_{t,ij}^v = -\eta_{t,L} \vec{v}_{t,ij} \quad \text{Ecuación 2.25}$$

El subíndice  $L$  en la rigidez y en el coeficiente de amortiguamiento indica que se trata de los términos para el caso LDS.

Las expresiones para  $k_{n,L}$ ,  $\eta_{n,L}$ ,  $k_{t,L}$  y  $\eta_{t,L}$  no se especifican en el presente trabajo, ya que el LDS no será utilizado, pero pueden ser revisadas en Navarro y de Souza, 2013.

### ***Modelo de Hertz-Mindlin (H-M)***

El modelo original de H-M sin micro deslizamiento, que posee componentes elásticas y friccionales, fue complementado añadiendo amortiguamiento viscoso, lo que se especifica en Tsuji et al., 1992 (citado en Navarro y de Souza, 2013). El modelo resultante, es ampliamente utilizado dentro de las aplicaciones DEM, y es conocido como Hertz-Mindlin (H-M), lo que en realidad corresponde al modelo visco elástico de H-M sin micro deslizamiento (nombrado de manera adecuado en Grima y Wypych, 2010).

La característica principal de este modelo, es que se trata de un modelo no lineal con respecto a la distancia de penetración de una partícula en otra, lo que fue desarrollado por Hertz, 1882, para el caso elástico en una interacción normal (Johnson, 1985), y fue complementado por Mindlin, 1949 (Modenese, 2013), para la dirección tangencial.

Los elementos que caracterizan el modelo corresponden a los mismos que en el LDS, lo que se muestra en la Figura 2.2, pero cambia la relación que existe entre las variables cinemáticas y las fuerzas. A continuación se especifican las expresiones de las fuerzas de contacto (Navarro y de Souza, 2013):

$$F_{n,ij}^e = -k_{n,H} \delta_{n,ij}^{\frac{1}{2}} \vec{\delta}_{n,ij} \quad \text{Ecuación 2.26}$$

$$F_{n,ij}^v = -\eta_{n,H} \delta_{n,ij}^{\frac{1}{4}} \vec{v}_{n,ij} \quad \text{Ecuación 2.27}$$

Para la fuerza tangencial se utiliza el criterio de Coulomb especificado en el caso LDS, lo que establece lo siguiente:

$$F_{t,ij} = \begin{cases} -\mu_e |F_{n,ij}| \text{ para } |F_{t,ij}^e + F_{t,ij}^v| \geq \mu_e |F_{n,ij}| \\ F_{t,ij}^e + F_{t,ij}^v \text{ para } |F_{t,ij}^e + F_{t,ij}^v| < \mu_e |F_{n,ij}| \end{cases} \quad \text{Ecuación 2.28}$$

Los términos están definidos por las siguientes expresiones:

$$F_{t,ij}^e = -k_{t,H} \delta_{n,ij} \frac{1}{2} \bar{\delta}_{t,ij} \quad \text{Ecuación 2.29}$$

**Ecuación 2.30**

$$F_{t,ij}^v = -\eta_{t,H} \delta_{n,ij} \frac{1}{4} \bar{v}_{t,ij} \quad \text{Ecuación 2.31}$$

El subíndice  $H$  en la rigidez y los coeficientes de amortiguamiento, indica que se trata de los términos para el modelo H-M. A continuación se especifican las expresiones para estos (Navarro y de Souza):

$$k_{n,H} = \frac{4}{3} E_{eff} \sqrt{R_{eff}} \quad \text{Ecuación 2.32}$$

$$\eta_{n,H} = -\sqrt{5} \sqrt{m_{eff} k_{n,H}} \frac{\ln e_n}{\sqrt{\ln^2 e_n + \pi^2}} \quad \text{Ecuación 2.33}$$

$$k_{t,H} = \frac{16}{3} G_{eff} \sqrt{R_{eff}} \quad \text{Ecuación 2.34}$$

$$\eta_{t,H} = -\sqrt{5} \sqrt{m_{eff} k_{t,H}} \frac{\ln e_t}{\sqrt{\ln^2 e_t + \pi^2}} \quad \text{Ecuación 2.35}$$

en que los términos anteriores están definidos por las siguientes expresiones:

$$\frac{1}{E_{eff}} = \frac{1 - \nu_i^2}{E_i} + \frac{1 - \nu_j^2}{E_j} \quad \text{Ecuación 2.36}$$

$$\frac{1}{R_{eff}} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j} \quad \text{Ecuación 2.37}$$

$$\frac{1}{m_{eff}} = \frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_j} \quad \text{Ecuación 2.38}$$

$$\frac{1}{G_{eff}} = \frac{2 - \nu_i}{G_i} + \frac{2 - \nu_j}{G_j} \quad \text{Ecuación 2.39}$$

Los módulos de corte se pueden relacionar con el módulo elástico y el módulo de Poisson mediante las siguientes relaciones:

$$G_i = \frac{E_i}{2(1 + \nu_i)} \quad \text{Ecuación 2.40}$$

$$G_j = \frac{E_j}{2(1 + \nu_j)} \quad \text{Ecuación 2.41}$$

Donde los términos  $E_i$  y  $E_j$  corresponden a los módulos elásticos de las partículas  $i$  y  $j$ ,  $\nu_i$  y  $\nu_j$  corresponde a los módulos de Poisson,  $m_i$  y  $m_j$  a las masas, y por último,  $G_i$  y  $G_j$  a los módulos de corte.

### ***Modelo de Hertz-Mindlin y Deresiewicz (H-MD)***

Corresponde a un modelo de contacto desarrollado por Mindlin y Deresiewicz, 1953 (Di Renzo y Di Maio, 2003), en que se utiliza el modelo de Hertz para la dirección normal de contacto, y para la dirección tangencial, se considera la fuerza por micro deslizamientos que ocurren en la interfaz de ambas partículas en contacto. Esto provoca que durante la interacción, las fuerzas asociadas a la compresión y a la tracción sean no lineales, y distintas entre sí. El gráfico de la fuerza tangencial versus el desplazamiento genera una curva de histéresis, información que puede ser consultada en detalle, en el documento mencionado.

### ***Modelo de Johnson, Kendall y Roberts (JKR)***

Es un modelo adhesivo que incorpora las fuerzas de Van der Waals entre dos superficies en contacto, al modelo no lineal de Hertz. Estas fuerzas son interacciones intermoleculares producidas por la acción de dipolos electromagnéticos instantáneos, cuyo efecto puede ser apreciado entre dos cuerpos cuando sus superficies están cercanas al contacto (Modenese, 2013).

El modelo JKR considera una interacción normal entre las partículas, la expresión de la fuerza total de contacto es la siguiente (Johnson et al., 1971):

$$F_{n,ij} = P_{n,ij} + 3\gamma_{ij}\pi R_{eff} + \sqrt{6\gamma_{ij}\pi R_{eff}P_{n,ij} + (3\gamma_{ij}\pi R_{eff})^2} \quad \text{Ecuación 2.42}$$

En que  $F_{n,ij}$  es la fuerza total que ejerce la partícula  $i$  sobre la  $j$ ,  $P_{n,ij}$  es la fuerza mecánica que ejerce la partícula  $i$  sobre la  $j$ , y la suma de todos los otros términos corresponden a los efectos de adhesión entre dichas partículas. Por último, la energía de superficie entre el par mencionado, se denota con el término  $\gamma_{ij}$ . Nótese que la fuerza total entre las partículas es mayor que la fuerza mecánica aplicada, esto es debido a que una vez formada un área de contacto, la fuerza de adhesión actúa, aportando en magnitud a la fuerza total.

El modelo de JKR se ajusta adecuadamente cuando los cuerpos son blandos, tal como lo describe Tabor, 1977 (citado en Modenese, 2013).

En los programas DEM, se suelen incorporar los modelos adhesivos (no necesariamente el de JKR) al viscoelástico de H-M sin micro deslizamiento, tal como por ejemplo, lo ofrece el *software* LIGGGHTS, que incorpora el de JKR.

De la Ecuación 2.42, se puede observar que si  $\gamma_{ij} = 0$ , se cumple que:

$$F_{n,ij} = P_{n,ij}$$

Esto corresponde a la fuerza elástica de Hertz (Johnson, 1985). Asumiendo que  $P_{n,ij}$  corresponde a los efectos elásticos de la fuerza, es decir que  $P_{n,ij} = F_{n,ij}^e$ , nótese que la Ecuación 2.42 no podría ser separada de la forma  $F_{n,ij} = F_{n,ij}^e + F_{n,ij}^a$ , en que la fuerza de adhesión está representada por  $F_{n,ij}^a$ . Esto es debido a que  $F_{n,ij}^e$  presenta dos términos sumados con diferente exponente, uno fuera y otro dentro de la raíz. A pesar de esto, el modelo adhesivo de JKR que ofrece LIGGGHTS<sup>1</sup>, incorpora una fuerza de adhesión como un término sumado a las otras fuerzas, en que  $F_{n,ij} = F_{n,ij}^e + F_{n,ij}^v + F_{n,ij}^a$  (para el modelo viscoelástico). Lo anterior cobra mayor sentido cuando se considera el hecho de que las fuerzas son calculadas iterativamente para instantes pequeños, por lo que la acción de la fuerza de adhesión para un instante cualquiera, influye en la fuerza total para el instante siguiente.

La fuerza de adhesión se expresa del siguiente modo:

$$F_{n,ij}^a = P_{ad}A_c$$

En que  $F_{n,ij}^a$  es la fuerza de adhesión,  $P_{ad}$  es la fuerza de adhesión por unidad de área (es un parámetro de entrada en la simulación), y  $A_c$  es el área de contacto.

En la Figura 2.3, se puede observar un esquema del modelo de JKR.

---

<sup>1</sup> LIGGGHTS será tomado como ejemplo en este capítulo, con el objetivo de complementar la información de los modelos de contacto utilizados en el DEM, ya que se trata de un programa ampliamente utilizado, y las ecuaciones suelen ser similares entre los distintos programas.

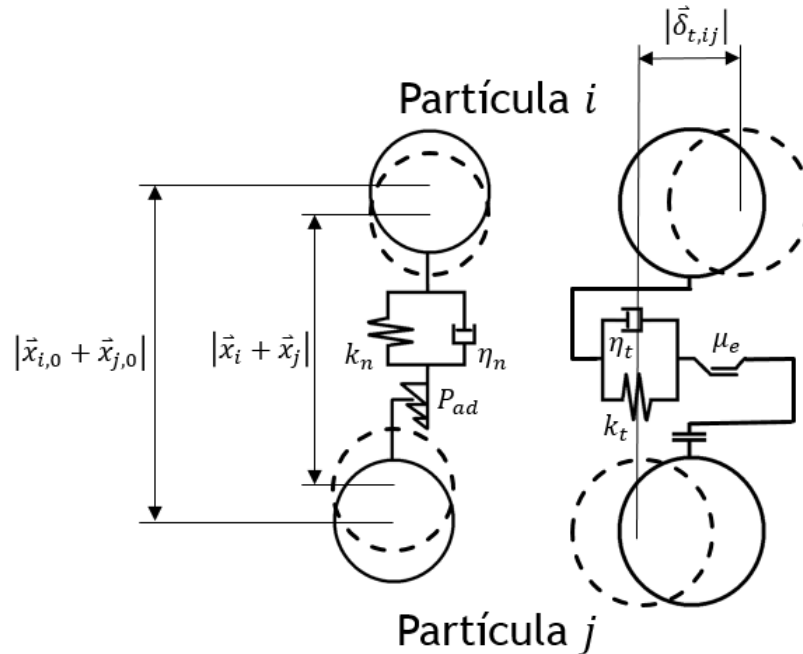


Figura 2.3: Representación del modelo de contacto JKR.  
[Fuente: Elaboración propia.]

### **Modelo de Derjaguin, Muller y Toporov (DMT)**

Es un modelo adhesivo, que similar al modelo de JKR incorpora las fuerzas de Van der Waals entre los cuerpos, la diferencia es, que la fuerza de adhesión actúa en las proximidades del área de contacto, sin alterar la interacción viscoelástica en dicha área, lo que si ocurre con JKR.

En Tabor, 1977 (Modenese, 2013), se indica que este modelo se ajusta de manera adecuada a materiales duros.

#### **2.1.2.2. Modelos de resistencia a la rodadura**

##### **Modelos de torque direccional constante (Tipo A)**

Estos modelos aplican un torque contrario a la rodadura de las partículas, el que depende únicamente de la fuerza normal (ver representación en Figura 2.4). El modelo especificado en Zhou et al., 1999, (citado en Ai et al., 2010) es uno de los más conocidos. En la Ecuación 2.43 se muestra la expresión para el torque de resistencia a la rodadura (Ai et al., 2010).

$$\vec{M}_{r,ij} = -\frac{\vec{\omega}_{r,ij}}{|\vec{\omega}_{r,ij}|} \mu_r R_{eff} |\vec{F}_{n,ij}| \quad \text{Ecuación 2.43}$$

En que  $\vec{M}_{r,ij}$  es el momento de resistencia a la rodadura que ejerce la partícula  $j$  sobre la  $i$ , y  $\mu_r$  es el coeficiente de roce de rodadura.

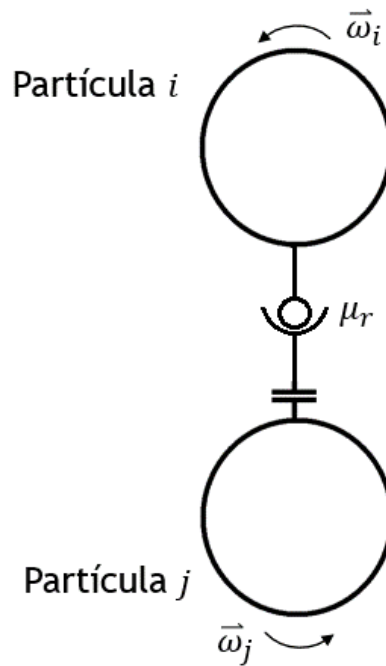


Figura 2.4: Representación de los modelos de rodadura Tipo A.  
[Fuente: Elaboración propia.]

La ventaja de este tipo de modelos es que son menos costosos computacionalmente en relación a otros, la desventaja que presentan, es que solo pueden ser aplicados a sistemas dinámicos, ya que debido a la ausencia de un componente elástico y/o viscoso, no existe un decaimiento o incremento gradual en el torque aplicado, lo que tiende a producir oscilaciones en el sistema.

### **Modelos viscosos (Tipo B)**

En este tipo de modelos, la resistencia a la rodadura, incrementa a medida que aumenta la velocidad relativa entre las partículas, tal como lo indica la siguiente expresión:

$$\vec{M}_{r,ij} = -\mu_r R_{eff} F_{n,ij} (\omega_i R_i - \omega_j R_j) \quad \text{Ecuación 2.44}$$



### ***Modelos elasto-plásticos con resorte y amortiguador (Tipo C)***

Estos modelos son similares a los modelos de contacto viscoelásticos, pero aplicados al momento en vez de la fuerza, en que la resistencia a la rodadura puede descomponerse en un factor elástico y otro viscoso, tal como lo indica la siguiente expresión (Ai et al., 2010):

$$\vec{M}_{r,ij} = \vec{M}_{r,ij}^e + \vec{M}_{r,ij}^v \quad \text{Ecuación 2.45}$$

En este trabajo se estudiará el caso en que  $\vec{M}_{r,ij}^v = 0$ , ya que ninguno de los programas utilizados incorpora la característica viscosa en la resistencia a la rodadura (ver representación en Figura 2.5). La resistencia elástica está determinada por la siguiente expresión:

$$\vec{M}_{r,ij}^e = -k_r \Delta\theta_r \hat{r} \quad \text{Ecuación 2.46}$$

En que  $k_r$  representa la rigidez torsional y  $\Delta\theta_r$  un ángulo barrido. Según Iwashita y Oda, 1998,  $k_r$  puede ser representado en función de  $k_t$  mediante la siguiente relación:

$$k_r = k_t R_{eff}^2 \quad \text{Ecuación 2.47}$$

En el modelo de estos autores, también se incorpora un criterio de rodadura similar al criterio de Coulomb en el deslizamiento, en que una partícula rodará sobre otra si se cumple lo siguiente:

$$|\vec{M}_{r,ij}| \geq \mu_r |\vec{F}_{n,ij}| \quad \text{Ecuación 2.48}$$

En que la resistencia a la rodadura queda determinada por intervalos, del siguiente modo:

$$\vec{M}_{r,ij} = \begin{cases} -\mu_r |\vec{F}_{n,ij}| \hat{r} & \text{para } |-k_r \Delta\theta_r \hat{r}| \geq \mu_r |\vec{F}_{n,ij}| \\ -k_r \Delta\theta_r \hat{r} & \text{para } |-k_r \Delta\theta_r \hat{r}| < \mu_r |\vec{F}_{n,ij}| \end{cases} \quad \text{Ecuación 2.49}$$

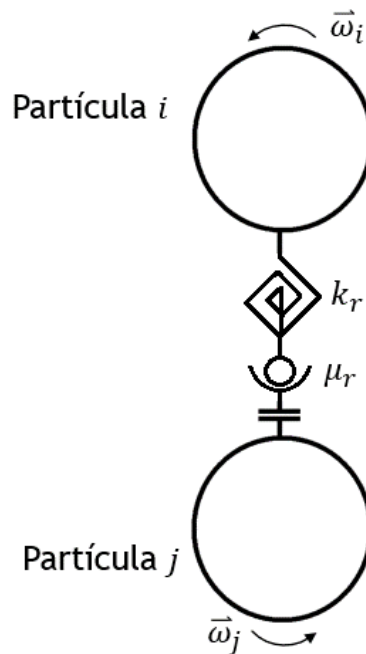


Figura 2.5: Representación del modelo de resistencia a la rodadura Tipo C.  
[Fuente: Elaboración propia.]

## 2.2. ASPECTOS COMPUTACIONALES DE LAS APLICACIONES DEM

Existen tres aspectos computacionales principales en las aplicaciones DEM, estos son las generalidades de los programas desarrollados para llevar a cabo estas, los métodos de procesamiento computacional, para manejar la elevada cantidad de iteraciones que típicamente requiere una simulación de este tipo, y por último, la infraestructura computacional requerida en cuanto a las capacidades de *hardware*.

Los programas para desarrollar aplicaciones DEM, constan de dos elementos que determinan las capacidades y características de estos: La usabilidad y los algoritmos computacionales empleados.

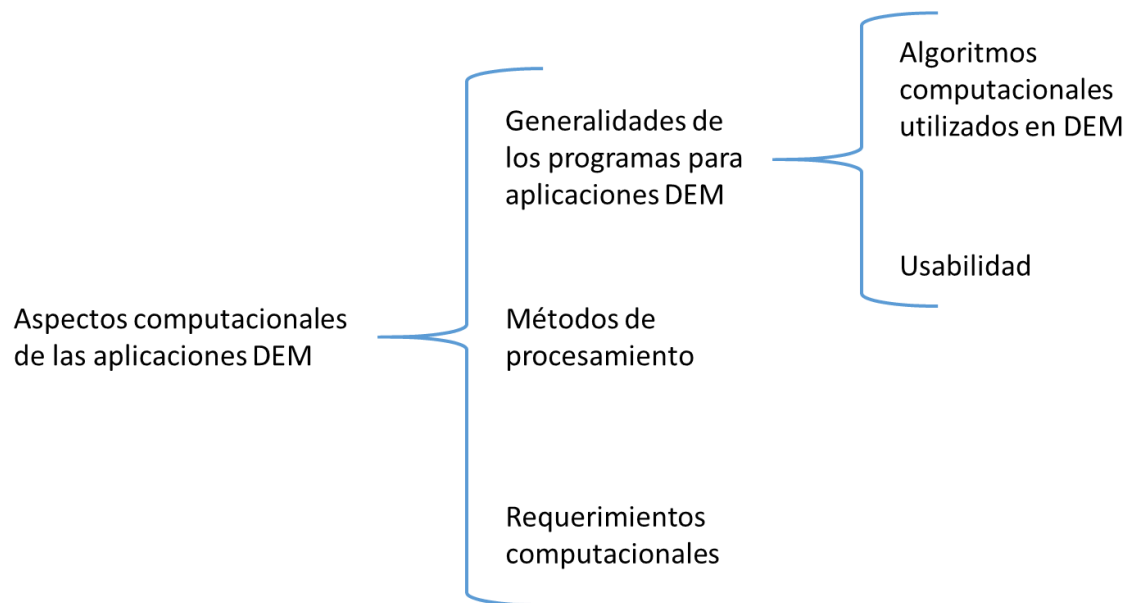
Los algoritmos computacionales empleados en una aplicación DEM es el aspecto más fundamental, ya que en esta etapa se implementa la teoría física-matemática del DEM en un programa computacional. En base a lo anterior, se desarrollan las funciones y los métodos de cómo se realizarán los cálculos.

La usabilidad es un concepto que da cuenta de que tan complejo resulta para el usuario interactuar con un *software*, a mayor usabilidad es más simple la utilización de este.

El DEM es un método que requiere de varias etapas para llegar a desarrollar una simulación de una aplicación real, por lo que cualquier simplificación en este proceso es valiosa. La usabilidad puede llegar a contribuir mucho en este aspecto, lo que hace considerarla como una característica de importancia cuando se evalúa un *software*.

La información de este capítulo fue obtenida en su mayoría del trabajo de Bosch, 2014, Sandlin, 2013 y Vedachalam, 2014, por lo que se recomienda remitirse a dichos documento si se quisiera profundizar en el tema.

En la Figura 2.6 se observa un esquema, especificando los aspectos computacionales de las aplicaciones DEM.



**Figura 2.6: Esquema conceptual de los aspectos computacionales de las aplicaciones DEM.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

A continuación se profundiza en cada uno de los puntos mencionados en el esquema de la Figura 2.6.

### **2.2.1. Generalidades de los programas para aplicaciones DEM**

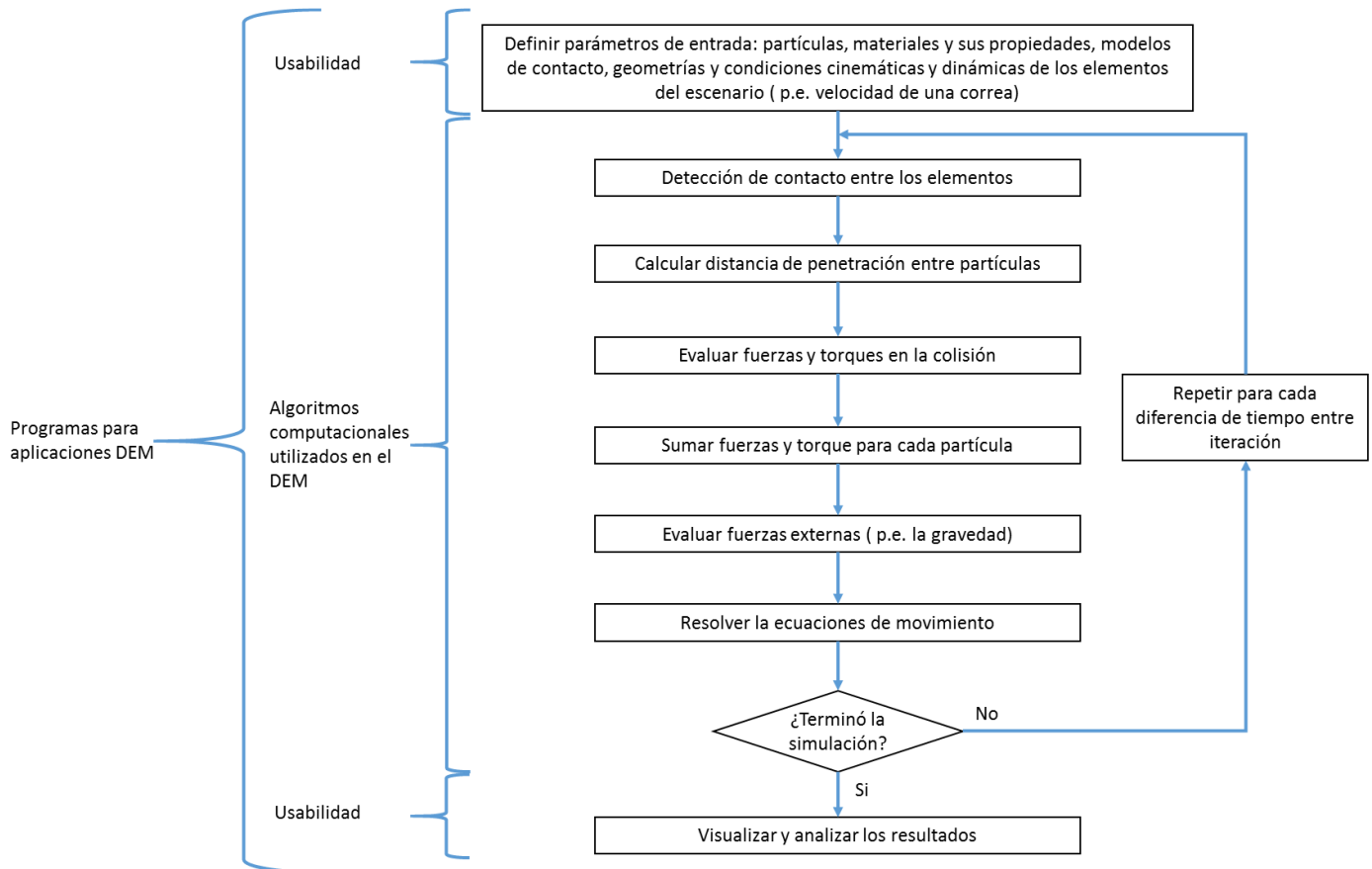
Existen dos aspectos que determinan las capacidades y características de un programa para desarrollar las aplicaciones DEM, los algoritmos computacionales que se emplean en este, y la usabilidad.

En términos generales el proceso computacional llevado a cabo para desarrollar una simulación es similar en todos los programas (ver Sandlin, 2013, y Vedachalam, 2011).

En la Figura 2.7 se muestra un esquema de lo anterior, en donde se representa el curso del algoritmo mediante rectángulos y flechas, el cual inicial con el ingreso de parámetros de entrada de parte del usuario. Luego el programa lleva a cabo algoritmos computacionales para detectar colisiones, y calcular los parámetros, para cada uno de los instantes de tiempo de manera iterativa. Finalmente, el programa entrega los resultados que han de ser visualizados y analizados por el usuario.

En la figura mencionada, también se indica con paréntesis de llave “{” cuáles son los aspectos preponderantes en el proceso. Lógicamente, la usabilidad está presente cuando el usuario debe interactuar con el programa, en el ingreso de parámetros y en la visualización de resultados, al inicio y fin del proceso.

El aspecto de los algoritmos computacionales está presente en los procesos que el programa realiza internamente, los más relevantes son la detección de contacto, el cálculo de la distancia de penetración entre las partículas, y la resolución de las ecuaciones de movimiento.



**Figura 2.7: Proceso computacional de una simulación DEM.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

### 2.2.2. Métodos de procesamiento

La ejecución de simulaciones utilizando DEM requiere resolver una gran cantidad de ecuaciones, lo que consume tiempos de procesamiento extensos. Para agilizar este proceso se ocupan técnicas de procesamiento en paralelo.

El método más utilizado es el de paralelización en CPU, el cual se dividen los cálculos entre distintos núcleos de un computador o entre distintos computadores conectados en red. Este método utiliza un *software* de tipo MPI (*Message Passing Interface*), que coordina la ejecución entre los distintos núcleos o procesadores.

La velocidad de simulación utilizando este método aumenta con el número de procesadores/núcleos paralelos, sin embargo, se ha documentado (Guerrero y Francés, 2010) que si el número de computadores es suficientemente grande, la velocidad decrece debido al tiempo requerido para la coordinación de la información.

### 2.2.3. Requerimientos computacionales

Para ejecutar una simulación DEM, lo que más se requiere son recursos de procesamiento. Es recomendable trabajar con computadores de varios núcleos, o varias CPU conectadas entre sí. Para que esta configuración sea de utilidad, es necesario disponer de un programa que comunique la información entre núcleos del tipo MPI, el que utiliza la memoria RAM para realizar dicha tarea, aunque los requerimientos de estos para aplicaciones DEM, por lo general son bajos, considerando proporciones CPU/RAM típicas.

Otro aspecto que debe ser atendido es la capacidad del disco duro, ya que las simulaciones generalmente producen una elevada cantidad de archivos, en donde se guardan las variables para cada una de las partículas en todas las iteraciones.

Dependiendo del análisis y visualización que se haga de los datos, podría ser necesario además requerir elevados recursos gráficos.

Los factores que influyen aumentando la demanda computacional de procesamiento son los siguientes:

- Partículas con geometrías complejas.
- Intervalos de tiempo entre iteraciones (*timestep*) pequeños.
- Elevada cantidad de partículas.
- Interacción de las partículas con cuerpos (mallas CAD importadas al escenario) de geometrías complejas y/o pequeñas.
- Modelos de contacto poco simplificados con ecuaciones no lineales.
- Tiempo total de simulación.
- Tamaño del escenario de simulación.

Para estimar la demanda computacional, es recomendable (según los creadores de LIGGGHTS<sup>2</sup>) desarrollar varias simulaciones de prueba, de corta duración y baja cantidad de partículas, en que se debe ir aumentando estos parámetros a medida que registran los tiempos de cálculo. Con lo anterior se pueden construir curvas de rendimiento computacional, que al ser extrapoladas, entregarán una estimación de los tiempo de cálculo para una determinada aplicación. Estimar estas capacidades a priori, sin llevar a cabo simulaciones de prueba es poco confiable.

---

<sup>2</sup> Ver el foro de LIGGGHTS-PUBLIC en su sitio web oficial <http://www.cfdem.com/>

## 2.3. SOFTWARE PARA SIMULACIONES DEM

La ejecución de una simulación utilizando DEM requiere, en general, la interacción computacional del usuario en tres etapas:

- Ingreso de datos y geometrías del escenario de simulación.
- Procesamiento de datos.
- Visualización y análisis de resultados.

El ingreso de datos y geometrías del escenario de simulación, corresponde a la especificación de los parámetros de entrada del *software*, los cuales se dividen en características del material, parámetros de operación, y la generación o importación de las geometrías que constituyen el escenario de simulación, con el que van a interactuar las partículas. La interfaz dependerá del *software* utilizado.

El procesamiento de datos constituye la ejecución del programa DEM, en donde se realizan los cálculos de las ecuaciones a partir de los parámetros de entrada ingresados. En esta etapa el usuario define la cantidad de núcleos que utilizará la simulación y los directorios donde se almacenará la información de salida.

La visualización corresponde a la importación de los datos de salida del procesamiento en un programa visualizador, el que genera imágenes y videos que representan el comportamiento del material simulado. Estos programas también permiten generar diversos análisis con la información de salida, por ejemplo, obtener la velocidad, posición y aceleración de las partículas en los diferentes instantes de tiempo, generar gráficos y determinar parámetros de interés como promedios, máximos y mínimos, entre otros.

### 2.3.1. Software libre y software comercial

Para desarrollar una simulación DEM existen dos alternativas de *software*, estas son:

- *Software* libre
- *Software* comercial

Un *software* libre, según la definición de la Fundación de Software Libre<sup>3</sup> (FSF por sus siglas en inglés), es aquel en que los usuarios tienen la libertad de ejecutar, copiar, distribuir, estudiar, modificar y mejorar.

---

<sup>3</sup> Esta información se obtuvo del sitio oficial de GNU, <http://www.gnu.org>

Para definir de manera más específica un *software* libre, se han establecido cuatro libertades del usuario, con las que estos deben cumplir para ser considerados como tal. Estas son:

- Libertad de ejecutar el programa como el usuario lo desee, con cualquier propósito.
- Libertad de estudiar el funcionamiento del programa y adaptarlo a las necesidades del usuario, en que el acceso al código fuente es un prerequisite para cumplir con este punto.
- Libertad de redistribuir copias, ya sea de manera gratuita o pagada.
- Libertad de distribuir copias de sus versiones modificadas a terceros

Para realizar una comparación entre el *software* comercial y libre, primero se debe investigar cuales son los exponentes característicos en cada uno de los casos.

En el trabajo de Baradwaj, 2012, se mencionan algunos de los programas más utilizados, esta información ha sido verificado por el autor al investigar en la web, encontrando además otros programas que han tenido aceptación en las aplicaciones DEM. A continuación se mencionan los programas DEM más utilizados.:

### Software comercial DEM:

- Rocky DEM
- PFC 3D
- EDEM
- Chute Maven
- Bulk Flow Analyst (BFA)
- PASSAGE DEM

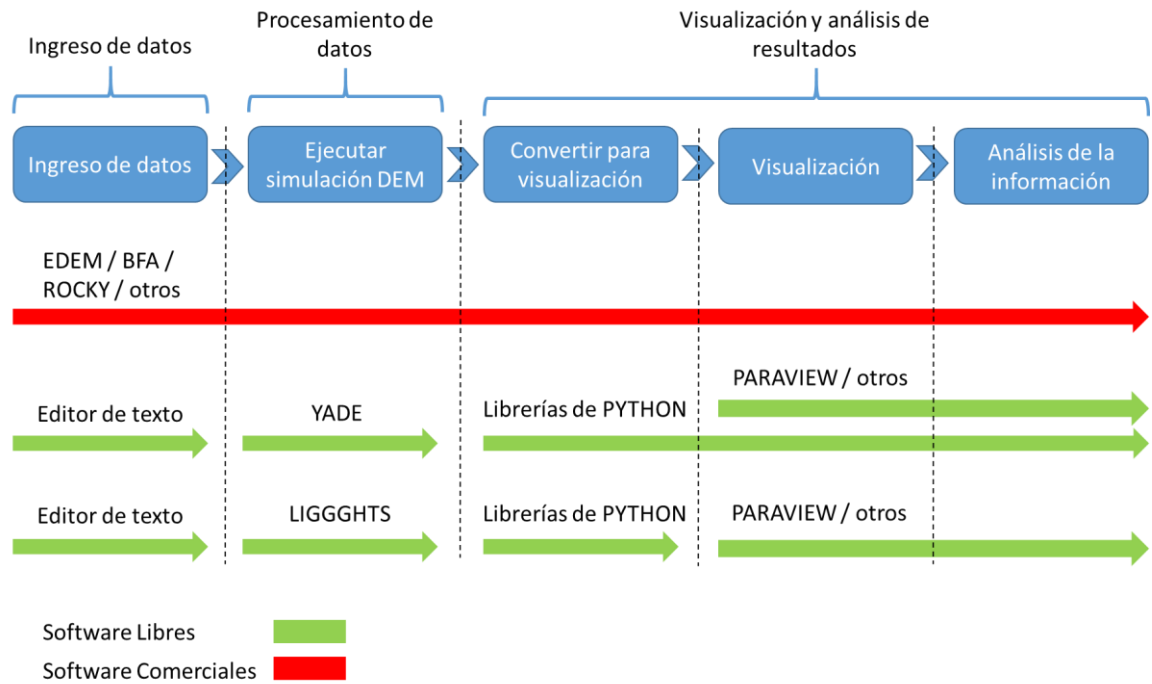
### Software libre DEM:

- LIGGGHTS
- YADE
- ESys-Particle



- LMG 90

En la Figura 2.8 se muestra un esquema que representa como enfrentan las tres etapas mencionadas anteriormente (ingreso de datos, procesamiento de datos, y visualización y análisis de resultados) las diferentes alternativas de *software*, en que se comparan varios programas comerciales (EDEM, BFA, Rocky y otros) con los libres LIGGGHTS y YADE (que son los que se estudiarán en este trabajo).



**Figura 2.8:** Esquema comparativo de las etapas de una simulación para diferentes programas.  
 [Fuente: Elaboración propia.]

### Características del *software* libre DEM:

El ingreso de datos en la simulación se hace mediante un archivo de texto que debe ser escrito directamente por el usuario, por lo que este debe tener cierto nivel de conocimientos en el lenguaje que utilice para este propósito, por ejemplo en el caso de YADE y ESyS Particle debe tener conocimientos de Python, para el caso de LIGGGHTS, existen funciones predefinidas que en conjunto constituyen un código de simulación que el usuario debe comprender. En esta etapa también se debe definir los directorios en donde se guardarán los archivos generados después de la simulación, y también el número de procesadores que se utilizarán (en caso de procesamiento en paralelo).

Todo esto brinda al usuario de cierta libertad en la simulación, por lo que tiene más opciones para desarrollar una aplicación de mayor precisión y eficiencia computacional, pero por otro parte demanda más tiempo en el aprendizaje de las tecnologías y exige competencias profesionales específicas en el ámbito computacional.

Para correr la simulación, se debe ejecutar el archivo que contiene los parámetros de entrada con el programa DEM (por ejemplo en LIGGGHTS, YADE o ESyS Particle). En algunas ocasiones (En el caso de LIGGGHTS por ejemplo), en esta etapa se define el número de núcleos que se utilizarán para correr la simulación.

Los resultados de la simulación suelen ser archivos no compatibles con programas de visualización y análisis, por lo que se utilizan aplicaciones para modificar el formato de dichos archivos (la mayoría de las veces se transforman a archivos VTK).

Para visualizar y analizar los datos suelen existir dos posibilidades, una de ellas es utilizar funciones definidas en librerías o complementos de los programas de simulación, con lo que se pueden generar imágenes videos y análisis estadístico de la información. La otra alternativa es realizar esto mismo con un programa de visualización. Esto último es más común ya que el funcionamiento de los programas de visualización es relativamente universal, y poseen variadas funciones que en la mayoría de los casos permiten aprovechar completamente la información de salida de una simulación DEM. Por nombrar algunos *software* de visualización se tienen 3D Slicer, MayaVi y ParaView, siendo este último el más conocido.

Los programas visualizadores, además permiten exportar la información en otros formatos, lo que favorece un análisis más completo en programas de hojas de cálculo como Microsoft Excel, o permite la confección de videos de mejor calidad en programas gráficos como Blender.

Los *software* libres, permiten acceder al código fuente, utilizarlo, modificarlo y distribuirlo gratuitamente. Las modificaciones en el código fuente, permiten incorporar características adicionales en el *software*, por ejemplo, nuevos modelos de contacto o algoritmos más eficientes.

### Características de los *software* comerciales DEM:

Todas las etapas del *softwares* están incorporadas en un mismo módulo.

Para el ingreso de datos, el usuario ejecuta el *software*, en el que se despliegan ventanas con una serie de opciones que van guiando al usuario en la aplicación que desea desarrollar, en la que este debe escoger unos pocos parámetros a partir de los cuales el *software* automáticamente (mediante correlaciones que se ejecutan internamente) completa los parámetros faltantes que se utilizan en los modelos DEM. Si el usuario desea tener mayor control de los parámetros, se deben realizar configuraciones complejas, y no siempre se pueden manejar todos ellos, como en el caso de los *softwares* libres.

Por otra parte el conjunto de opciones y correlaciones automáticas del *software* permiten extender el uso del este a usuarios sin conocimientos específicos de computación y/o método de elementos discretos. Sumado a esto, existe soporte técnico ofrecido por los distribuidores del programa, tanto en la utilización del *software* como en información del DEM.

Los parámetros de ejecución del *software*, como el procesamiento en paralelo, y el uso de CPU, suelen establecerse en la instalación de los programas. Existe asesoría por parte de los distribuidores de *software*, para asegurar una configuración apropiada. El usuario puede interactuar con la configuración de ejecución de los programas una vez ya instalados, pero suele ser mediante la elección de parámetros predefinidos de manera de simplificar el uso y evitar el error.

Para la visualización y análisis de los datos, estos programas poseen aplicaciones que permiten la visualización interactiva de los resultados, y obtención de imágenes, videos, valores estadísticos relevantes, además de poder exportar la información para analizarla con otros programas.

### **2.3.2. Software libre estudiado: LIGGGHTS y YADE**

En el ámbito del *software* libres, constantemente se están desarrollando nuevas aplicaciones, y mejorando otras ya existentes. Esto ocurre en una gran variedad de áreas, por ejemplo en sistemas operativos, programas gráficos, programas de dibujo técnico, y de ingeniería en general. Los programas DEM, no están ajenos a este desarrollo, por lo que hoy en día existen varios ejemplares de este tipo que han sido utilizados en el mundo académico y de la investigación, los cuales han resultado ser útiles en variadas aplicaciones, por lo que su desarrollo se sigue potenciando.

Después de realizar una investigación del *software* libre DEM disponible, se observó que los ejemplares más conocidos y utilizados eran LIGGGHTS, YADE y ESyS-Particle. Como el DEM es una herramienta relativamente nueva respecto otras del ámbito ingenieril, aún quedan varios aspectos que corregir y mejorar, por lo que es importante que estos programas sean utilizados por varios usuarios, ya que de este modo se puede obtener la retroalimentación necesaria para conocer los problemas y mejorarlos.

En el presente trabajo se debe escoger un *software* para desarrollar una aplicación real en un punto de transferencia, por lo que se debe discriminar entre las alternativas mencionadas. Conocer las capacidades de un *software* DEM, suele implicar una cantidad considerable de trabajo debido a que los aspectos que constituyen un *software* suma gran cantidad de información.

Dados los recursos limitados de tiempo, se decidió estudiar solo dos programas, LIGGGHTS y YADE.

A continuación se explican los antecedentes que permitieron orientar la elección:

**LIGGGHTS** es la alternativa que presenta mayor ventaja de los 3, ya que existe un *software* comercial con el que se han desarrollado aplicaciones industriales en puntos de transferencia (Dewicki y Mustoe, 2002), el cual fue desarrollado basándose en LIGGGHTS, por lo que ambos comparten la mayoría de las funciones y algoritmos principales. El *software* se llama Chute Analyst™, y su desarrollo fue impulsado por la empresa Overland Conveyor Company<sup>4</sup>.

**YADE** fue seleccionado por sobre ESyS-Particle, por dos razones, lo primero, es que se disponía de recursos de tiempo limitado, restringiendo el estudio únicamente a 2 programas. LIGGGHTS ya estaba considerado, por lo que había que elegir uno de los dos restantes. Lo segundo, es que YADE posee un sitio web en el que la información de las clases que lo constituyen está organizada según jerarquía, y orientado al funcionamiento del programa. Esto podría contribuir a facilitar el aprendizaje, lo que para muchos es una característica valiosa, teniendo en cuenta que la dificultad de comprensión e implementación del *software* libre, es un tema conocido para usuarios acostumbrados a programas comerciales que han explorado estas otras alternativas.

A continuación se entrega más información de los programas LIGGGHTS y YADE.

### 2.3.2.1. LIGGGHTS

LIGGGHTS (LAMMPS improved for general granular and granular heat transfer simulations) es un *software* libre diseñado para realizar simulaciones DEM, desarrollado por Sandia National Labs. Está escrito en C++ y fue basado en LAMMPS (large-scale atomic/molecular massively parallel simulator), un programa para modelar dinámica de moléculas, al que se le agregaron y modificaron algunas funciones.

Existen dos versiones de LIGGGHTS, LIGGGHTS-PUBLIC que es libre, y LIGGGHTS-PREMIUM que es una versión para las compañías que aportaron al desarrollo de LIGGGHTS-PUBLIC, la cual incluye más funciones orientadas a aplicaciones industriales.

A continuación se describen las características de LIGGGHTS-PUBLIC:

#### Características de LIGGGHTS:

- Incorpora modelos de contacto ampliamente utilizados en aplicaciones DEM en flujos granulares (Hertz-Mindlin y Cohesion).

---

<sup>4</sup> Información obtenida del sitio web oficial, <http://www.overlandconveyor.com/>

- Incorpora el torque de roce de rodadura en las partículas esféricas, lo que reproduce de algún modo la resistencia a rodadura de partículas no esféricas debido a su geometría.
- Cuenta con documentación completa, en que se especifican las ecuaciones empleadas en los modelos de contacto, y se entrega un ejemplo para la mayoría de las funciones.
- Corre en uno o varios procesadores en paralelo utilizando *software* MPI.
- Se puede escoger como descomponer el espacio para ser dividido en multiprocesos.
- Corre desde un archivo en donde se establecen los parámetros.
- Posee una sintaxis propia para definir las variables, fórmulas y funciones de cálculos (no corresponde a un lenguaje de programación).
- Los archivos de salida pueden ser transformados a formato VTK, que es ampliamente aceptado por los programas de visualización, como por ejemplo ParaView.
- Pueden ser importadas mallas de geometrías complejas en archivos de formato “stl”.
- Existe diversas alternativas de movimiento para las mallas. Algunas de ellas están pensadas para facilitar los problemas de correas transportadoras.
- Cuenta con funciones para calcular fuerzas y desgaste sobre las mallas.
- Se pueden implementar partículas esféricas y elipsoidales.
- Se pueden implementar campos de fuerza.
- Inserción de partículas mediante geometrías y planos definidos por el usuario, lo que facilita su aplicación a problemas de flujos granulares.
- Se puede utilizar distribuciones de diferentes tamaños de partículas, y se puede escoger la cantidad lugar y manera en que son insertadas.

Toda información necesaria para la instalación y aprendizaje del *software* LIGGGHTS, así como también los archivos para su instalación se encuentran en su sitio web oficial “<http://www.cfdem.com>”.

### 2.3.2.2. YADE

YADE es un *software* libre diseñado para realizar simulaciones DEM. Los aspectos computacionales están escritos en C++ usando modelos de objetos flexibles, permitiendo la implementación de nuevos algoritmos e interfaces.

YADE incluye librerías en lenguaje Python, que permiten controlar la ejecución de los cálculos, visualizar los resultados y hacer un post proceso de éstos.

A continuación se describen las características de YADE.

#### Características de YADE:

- Incorpora modelos de contacto ampliamente utilizados en aplicaciones DEM en materiales granulares (Hertz – Mindlin y Cohesión).
- Incorpora el torque de roce de rodadura en las partículas esféricas, lo que reproduce de algún modo la resistencia a rodadura de partículas no esféricas debido a su geometría.
- Cuenta con documentación completa, donde se especifican las diferentes clases y atributos. Solo unas pocas ecuaciones son mencionadas en el documento, y tan solo algunas funciones incluyen ejemplos.
- Corre en uno o varios procesadores en paralelo utilizando el *software* OpenMP.
- El lenguaje de programación para definir las variables, fórmulas y funciones de cálculos es Python. Se puede generar un archivo en que al ejecutarlo con YADE corra la simulación.
- Los archivos de salida pueden ser transformados a formato VTK, que es ampliamente aceptado por los programas de visualización, como por ejemplo Paraview.
- Pueden ser importadas mallas de geometrías complejas en archivos de formato “stl”.
- Existe diversas alternativas de movimiento para las mallas y las partículas. Las funciones, aunque existen varias, suelen ser poco específicas, por lo que en ocasiones debe crearse un algoritmo para definir el movimiento de los cuerpos. Lo anterior presenta la ventaja de que se pueden generar simulaciones más variadas en cuanto a aplicaciones, pero la desventaja de que el usuario debe tener mayor conocimiento de YADE y Python.
- Se pueden implementar partículas esféricas, grupos de partículas unidas, y partículas polihédricas.

- Se pueden implementar fuerzas y trayectorias sobre los elementos de la simulación.
- Existen funciones para insertar partículas como flujos.
- Se puede utilizar distribuciones de diferentes tamaños de partículas, y se puede escoger la cantidad, lugar y manera en que son insertadas.
- Se puede importar cualquier librería de Python e implementar cualquier función definida en estas, lo que brinda gran flexibilidad a YADE, y la posibilidad de implementar nuevas técnicas que no pertenecen al programa.

Toda información necesaria para la instalación y aprendizaje del *software* YADE, así como también los archivos para su instalación se encuentran en su sitio web oficial “<https://yadedem.org>”.

## **2.4. ESTUDIO DE MATERIALES GRANULARES PARA APLICACIONES DEM**

La información que se expondrá en este capítulo corresponde a una clasificación realizada por el autor, del estudio de los materiales granulares para llevar a cabo aplicaciones DEM. La bibliografía que lo respalda, corresponde principalmente a los trabajos de Kruse, 2009, Johnstone, 2010, Horn, 2010, Fernández, 2010, Barrios et al., 2013 y Grima et al., 2011, aunque en realidad, esta clasificación fue realizada considerando toda la información que se ha consultado del DEM, lo que incluye, sitios web oficiales de programas comerciales DEM, y de empresas internacionales especializadas en la utilización de este método, además de experiencias previas del autor, en una de sus prácticas profesionales, en la que se utilizó DEM para verificar el diseño de un puno de transferencia.

Este capítulo, es de importancia fundamental para el presente trabajo, ya que la clasificación de la información que se plantea, corresponde a una metodología general, para el estudio de materiales en aplicaciones DEM, en que el lector, a partir de esta, puede establecer una metodología particular para su aplicación, tal como se hace en el presente trabajo para el análisis y rediseño del punto de transferencia, en el capítulo 6.

Para realizar una simulación DEM la cual represente de manera fiel el comportamiento cinemático y dinámico de un material, se debe escoger valores adecuados para las propiedades físicas y mecánicas de este, que serán ingresadas en la simulación, así como también realizar una selección representativa para la geometría de las partículas. Esto no necesariamente se refiere a trabajar con valores cercanos a los experimentales o empíricos, si no que la combinación de factores genere un comportamiento de las partículas similar al real.

El estudio de materiales granulares para aplicaciones DEM consta de tres etapas, estas son la caracterización, la calibración y la validación. En este proceso se evalúan parámetros adicionales que no necesariamente están relacionados de forma directa con las propiedades de estudio del material, pero que dan cuenta de su comportamiento y son útiles para definir los parámetros que se ingresan en la simulación.

Los parámetros de entrada en una simulación DEM dependen, además, del modelo de contacto utilizado, sin embargo, varias propiedades son comunes en la mayoría de los modelos.

En la Tabla 2.2 continuación se pueden observar los diferentes parámetros (propiedades físicas, mecánicas y parámetros adicionales), sus símbolos y unidades de medida.



**Tabla 2.2: Parámetros DEM, sus símbolos típicos, y unidades de medida en SI.**  
 [Fuente: Elaboración propia.]

Parámetro	Símbolo	Unidad de medida SI
Densidad de partícula	$\rho_p$	$Kg/m^3$
Densidad de grupo de partículas	$\rho_b$	$Kg/m^3$
Densidad de pared	$\rho_w$	$Kg/m^3$
Módulo elástico partícula	$E_p$	$Pa$
Módulo de corte partícula	$G_p$	$Pa$
Coeficiente de Poisson partícula	$\nu_p$	
Módulo elástico pared	$E_w$	$Pa$
Módulo de corte pared	$G_w$	$Pa$
Coeficiente de Poisson pared	$\nu_w$	
Módulo elástico grupo de partículas	$E_b$	$Pa$
Rigidez del grupo de partículas	$k_b$	$N/m$
Rigidez normal partícula – partícula	$k_{n,pp}$	$N/m$
Rigidez tangencial partícula – partícula	$k_{t,pp}$	$N/m$
Coeficiente de amortiguamiento normal partícula - partícula	$\eta_{n,pp}$	$N \cdot s/m$
Coeficiente de amortiguamiento tangencia partícula - partícula	$\eta_{t,pp}$	$N \cdot s/m$
Rigidez normal partícula – pared	$k_{n,pw}$	$N/m$
Rigidez tangencial partícula – pared	$k_{t,pw}$	$N/m$
Coeficiente de amortiguamiento normal partícula – pared	$\eta_{n,pw}$	$N \cdot s/m$
Coeficiente de amortiguamiento tangencial partícula – pared	$\eta_{t,pw}$	$N \cdot s/m$
Radio	$R$	$m$
Razón de aspecto	$a_r$	
Esfericidad		
Coeficiente de roce estático partícula-partícula	$\mu_{pp}$	
Coeficiente de roce estático partícula-pared	$\mu_{pw}$	
Coeficiente de roce estático del grupo partícula-partícula	$\mu_{b,pp}$	
Coeficiente de roce estático del grupo partícula-pared	$\mu_{b,pw}$	
Coeficiente de roce de rodadura partícula-partícula	$\mu_{r,pp}$	
Coeficiente de roce de rodadura partícula-pared	$\mu_{r,pw}$	
Coeficiente de roce de restitución partícula-partícula	$\varepsilon_{pp}$	
Coeficiente de roce de restitución partícula-pared	$\varepsilon_{pw}$	
Número de partículas	$N$	
Masa de partícula	$m_p$	
Volumen de partícula	$V_p$	
Masa del grupo de partículas	$m_b$	
Volumen del grupo de partículas	$V_b$	
Volumen del grupo de partículas	$V_b$	

**Tabla 2.3 (continuación): Parámetros DEM, sus símbolos típicos, y unidades de medida en SI.**  
 [Fuente: Elaboración propia.]

Parámetro	Símbolo	Unidad de medida SI
Ángulo de fricción interna	$\phi$	°
Razón de vacío	$e$	
Volumen vacío	$V_v$	$m^3$
Volumen sólido	$V_s$	$m^3$
Porosidad	$n$	
Ángulo de inclinación	$\beta$	°
Ángulo de fricción	$\varphi$	°
Fuerza tangencial	$F_t$	$N$
Fuerza normal	$F_n$	$N$
Velocidad después de impacto	$v_1$	$m/s$
Velocidad antes de impacto	$v_0$	$m/s$
Ángulo de reposo estático	$\alpha_e$	°
Ángulo de reposo dinámico	$\alpha_d$	°
Razón de amortiguamiento normal	$\xi_n$	
Razón de amortiguamiento tangencial	$\xi_t$	
Índice de capacidad de flujo	$ff_c$	
Tiempo entre iteraciones	$\Delta t$	s

#### 2.4.1. Caracterización del material

La caracterización del material corresponde a experimentos realizados con el material, para determinar sus propiedades físicas y/o mecánicas. Los resultados obtenidos en esta etapa son de dos tipos, el primero corresponde a propiedades que dan cuenta del comportamiento cualitativo del material. El segundo caso corresponde a propiedades que forman parte de los parámetros de entrada en la simulación. La mayoría de las veces, los valores obtenidos en esta etapa no son los definitivos a considerar en la simulación, ya que en el proceso de calibración se reajusta su valor para modelar con mayor exactitud un fenómeno experimental, sin embargo esta etapa es un proceso fundamental en la obtención de parámetros DEM, ya que corresponde al punto de partida, sobre el cual se realiza el ajuste fino de los parámetros, además de conocer de manera cualitativa el comportamiento del material, lo que permite orientar el criterio del simulador en las etapas posteriores del estudio.

A continuación se presenta una tabla que resume los métodos investigados, su utilidad y los parámetros que se obtienen. Nótese que para caracterizar un material, se debe escoger un conjunto de estos ensayos (que incluso podría incluirlos todos) dependiendo de la aplicación de estudio.

**Tabla 2.4: Ensayos de caracterización de materiales para aplicaciones DEM.**  
 [Fuente: Elaboración propia.]

<b>Ensayo</b>	<b>Utilidad</b>	<b>Parámetros obtenidos</b>
Pesaje e inmersión	Medir densidad de partícula	$\rho_p$
Pesaje y cálculo de volumen	Medir el volumen del grupo de partículas	$\rho_b$
Tribómetro con disco rotacional	Estimar el coeficiente de roce estático	$\mu_{pp}, \mu_{pw}$
Método ASAE con indentador esférico	Estimar el módulo elástico y el módulo de corte	$E, G$
Plano inclinado	Estimar los coeficientes de roce estáticos y de rodadura entre partículas y materiales de pared	$\mu_{pp}, \mu_{pw}, \mu_{r,pp}, \mu_{r,pw}$
Impacto en caída libre	Estimar los coeficientes de restitución entre partículas y pared y partícula.	$\varepsilon_{pp}, \varepsilon_{pw}$
Impacto mediante péndulo	Estimar los coeficientes de restitución entre partículas.	$\varepsilon_{pp}$
Ensayo de tamizado	Determina la distribución de tamaño de las partículas	$R$
Medición de las partículas	Determina el tamaño y la forma de las partículas.	$R, a_r$
Ensayo de corte directo	Permite caracterizar la intensidad de las fuerzas de cohesión en materiales granulares.	$ff_c$

**Tabla 2.5 (continuación): Ensayos de caracterización de materiales para aplicaciones DEM.**  
**[Fuente: Elaboración propia.]**

<b>Ensayo</b>	<b>Utilidad</b>	<b>Parámetros obtenidos</b>
Ensayo de humedad termogravimétrico	Permite determinar la humedad de una muestra.	%H
Determinación de influencia de fuerzas cohesivas	Permite determinar si es necesario analizar la cohesión en los ensayos experimentales y en la etapa de calibración.	
Tiempo entre iteraciones	Permite determinar el tiempo entre iteraciones de la simulación	$\Delta t$

#### 2.4.1.1. Pesaje e inmersión

Parámetro obtenido:  $\rho_p$ .

Fuente: Horn, 2010.

Consiste en pesar una cantidad de partículas determinada ( $m_p$ ), y luego se introducen en un recipiente graduado lleno con agua midiendo el cambio de volumen ( $V_p$ ). Posteriormente se calcula la densidad promedio de las partículas con la expresión enunciada a continuación.

$$\rho_p = \frac{m_p}{V_p}$$

**Ecuación 2.50**

En la Figura 2.9 se muestran las etapas de un ensayo de pesaje e inmersión.

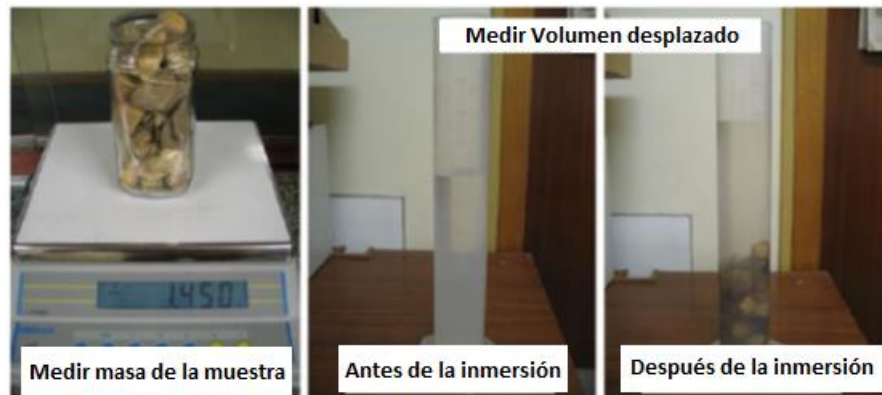


Figura 2.9: Etapas del Pesaje e inmersión.  
[Fuente: Horn, 2010.]

#### 2.4.1.2. Pesaje y cálculo de volumen

Parámetro obtenido:  $\rho_b$ .

Fuente: Horn, 2010.

Consiste en introducir un flujo de partículas sin compactar en un recipiente, luego se pesa, y se calcula el volumen geoméricamente.

A continuación se enuncian las expresiones asociadas a este ensayo:

$$\rho_b = \frac{m_b}{V_b} \quad \text{Ecuación 2.51}$$

$$e = \frac{V_v}{V_s} \quad \text{Ecuación 2.52}$$

$$e = \frac{\rho_p}{\rho_b} - 1 \quad \text{Ecuación 2.53}$$

$$n = 100 \left( \frac{e}{e + 1} \right) \quad \text{Ecuación 2.54}$$

En la Figura 2.10 se muestra una representación esquemática del ensayo, con los parámetros que intervienen en este.

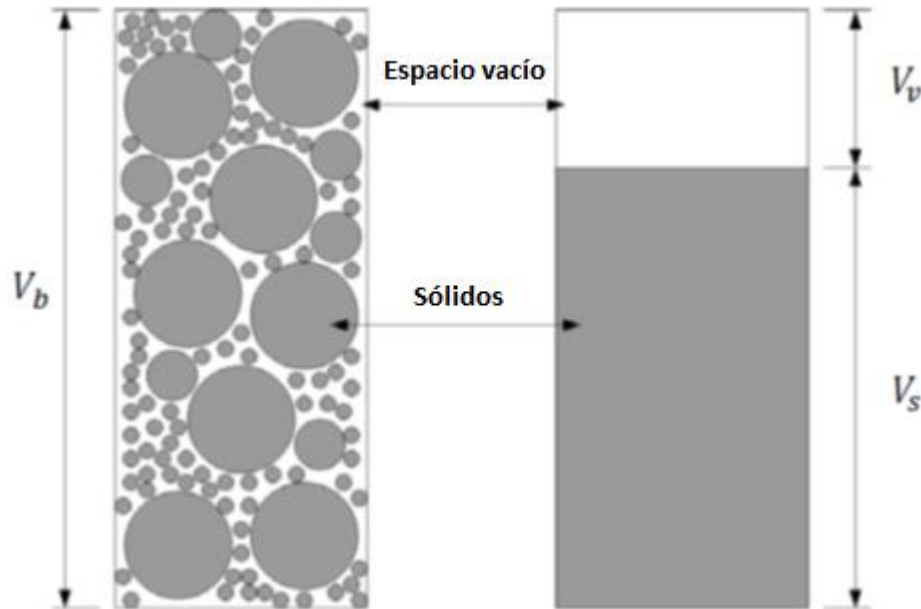


Figura 2.10: Esquema de la distribución de aire y partículas en un conjunto granular. [Fuente: Horn, 2010.]

#### 2.4.1.3. Método ASAE con indentador esférico

Parámetro obtenido:  $E$  y  $G$ .

Fuente: Johnstone, 2010, y Fernández, 2010.

Se utiliza un indentador con punta esférica, el cual se presiona sobre el material de estudio, mientras este se apoya en una superficie plana metálica. Se registran la carga, la geometría de la penetración y las características del indentador, a partir de lo cual se obtiene el módulo elástico mediante la siguiente expresión:

$$E = \frac{0.338K_c^{3/2} \cdot P(1 - \nu^2)}{\alpha^{3/2}} \left(\frac{4}{d}\right)^{1/2} \quad \text{Ecuación 2.55}$$

La ecuación anterior es utilizada por los estándares ASAE desde 1996. Dicha expresión fue desarrollada por Shelef y Mohsenin en 1969 (Johnstone, 2010), en que  $P$  es la carga aplicada.  $K_c$  es una constante que depende del radio de curvatura principal de los cuerpos en contacto.  $\alpha$  es la deformación del grano.  $d$  es el diámetro del indentador. Los demás parámetros se indican en la Tabla 1.1. (en este caso no presentan subíndices porque el método puede utilizarse tanto para partículas como para el material de la pared).

Además, se puede obtener  $G$  a partir de  $E$  y  $\nu$ , utilizando la Ecuación 2.56. Es importante mencionar que se pueden encontrar valores experimentales para diferentes materiales de estos tres parámetros en los documentos de Gercek, 2006, Budynas y Nisbett, 2006, y Ahsby y Jones, 1998.

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad \text{Ecuación 2.56}$$

En la Figura 2.11 se muestra la ejecución del ensayo con maíz.



Figura 2.11: Ensayo de indentador esférico sobre granos de maíz.  
[Fuente: Johnstone, 2010.]

#### 2.4.1.4. Tribómetro de disco rotacional

Parámetro obtenido:  $\mu_{pp}$  y  $\mu_{pw}$ .

Fuente: Barrios et al., 2013.

Consiste en presionar una partícula de material contra una placa, la cual se encuentra girando a una velocidad determinada. Se registran las fuerzas tangencial y normal. Sobre la placa giratoria se puede fijar el material de pared o bien una capa del material granular de estudio. En este experimento se puede variar la fuerza con que se presiona la partícula sobre la placa giratoria, por lo que se pueden obtener varios valores para  $F_t$  y  $F_n$ , lo que permite construir una recta, cuya pendiente corresponde a  $\mu_{dinámico}$ . Este parámetro según las leyes de rozamiento de Coulomb (Popov, 2010) que es el modelo utilizado generalmente en el DEM, es aproximadamente igual a  $\mu_{estático}$ . Con esto se puede obtener  $\mu_{pp}$  y  $\mu_{pw}$ .

El coeficiente de roce dinámico se obtiene a partir de la siguiente expresión:

$$\mu_{dinámico} = \frac{F_t}{F_n} \quad \text{Ecuación 2.57}$$

En la Figura 2.12 se muestra una representación de ensayo.

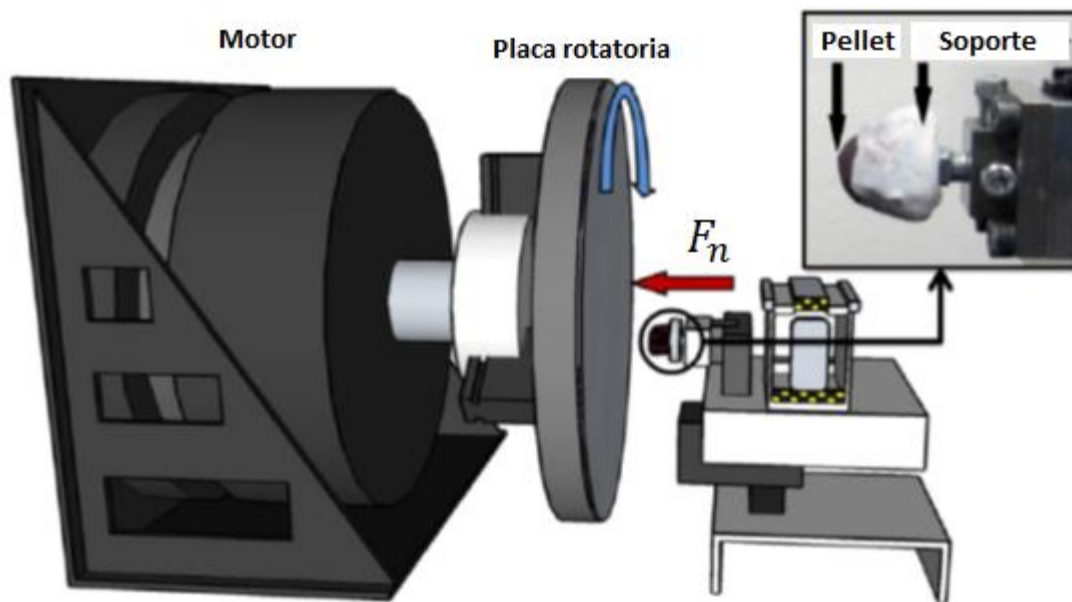


Figura 2.12: Esquema del experimento Tribómetro de Disco Rotacional.  
[Fuente: Barrios et al., 2013.]

#### 2.4.1.5. Plano inclinado

Parámetro obtenido:  $\mu_{pp}$ ,  $\mu_{pw}$ ,  $\mu_{r,pp}$ , y  $\mu_{r,pw}$ .

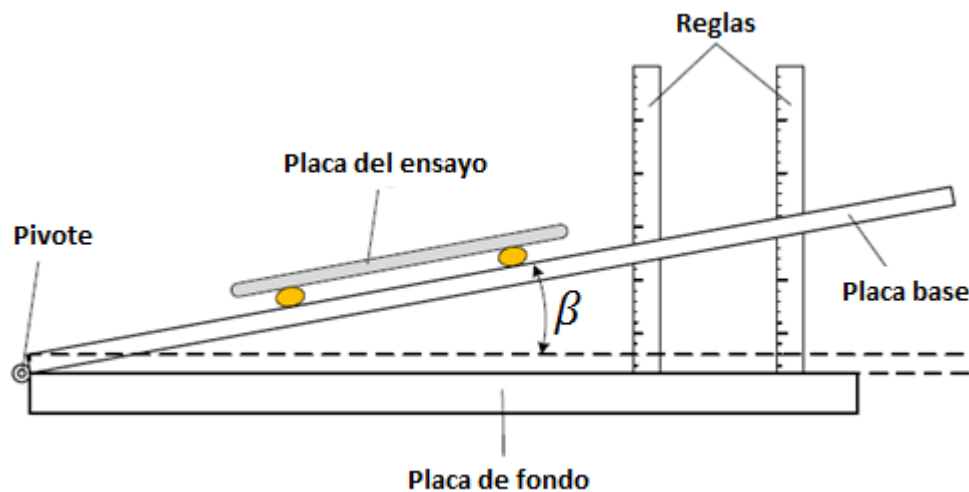


Fuente: Barrios et al., 2013, Horn, 2010, y Johnstone, 2010.

El experimento de plano inclinado, consiste en situar una partícula sobre un plano, en que se va variando su ángulo de inclinación. Se registra el valor de este para el cual la partícula desliza o rueda. Dependiendo de esto último se puede estimar el Coeficiente de Roce Estático  $\mu$ , o el Coeficiente de Roce de Rodadura  $\mu_r$ .

Para estimar el Coeficiente de Roce Estático entre partículas  $\mu_{pp}$  y Partícula -Pared  $\mu_{pw}$ , se deben unir tres partículas a una placa, y luego ubicarlas en el plano inclinado. Se debe ir aumentando el Ángulo de inclinación  $\beta$ , hasta que la placa con las partículas deslicen (aproximadamente a velocidad constante). Al valor del ángulo para lo que ocurre el deslizamiento se le denomina Ángulo de Fricción  $\varphi$ . El material del plano inclinado puede modificarse, para obtener  $\mu_{pp}$  se puede formar una capa de partículas sobre la superficie del plano (Barrios et al., 2013).

En la Figura 2.13 se muestra una representación del ensayo.

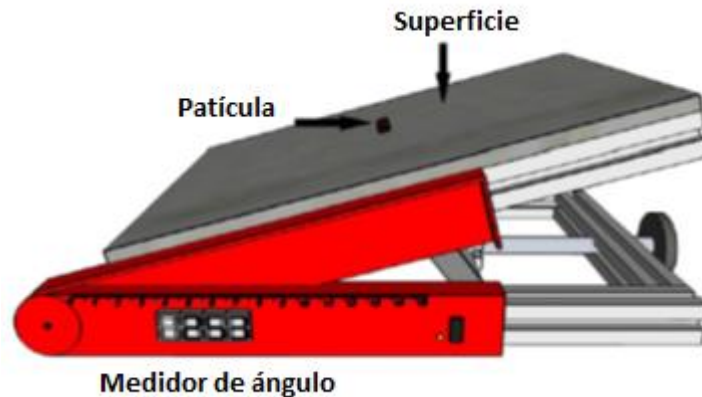


**Figura 2.13: Ensayo de plano inclinado para obtener Coeficiente de roce estático.**  
[Fuente: Johnstone, 2010.]

La expresión para determinar el Coeficiente de Roce Estático es la siguiente:

$$\mu = \tan \varphi \quad \text{Ecuación 2.58}$$

Para estimar los Coeficiente de Roce de Rodadura  $\mu_{r,pp}$  y  $\mu_{r,pw}$ , se realiza un experimento de plano inclinado en que una sola partícula se ubica en el plano inclinado en donde el ángulo de este va aumentando hasta alcanzar el punto en que la partícula rueda hacia abajo. Tal como en el caso anterior, la superficie del plano inclinado puede modificarse para obtener los parámetros entre las diferentes interacciones. Una representación de este ensayo se muestra en la Figura 2.14.



**Figura 2.14: Ensayo de plano inclinado para determinar el Coeficiente de Roce de Rodadura.**  
[Fuente: Barrios et al., 2013.]

La Expresión para determinar el Coeficiente de Roce de Rodadura es la siguiente:

$$\mu_r = \tan \varphi \quad \text{Ecuación 2.59}$$

En las expresiones anteriores no se especificó si la interacción correspondía entre partículas o partícula – pared, ya que el experimento puede ser adaptado para estimar ambos parámetros. Esto es válido tanto para  $\mu$  como para  $\mu_r$ .

#### 2.4.1.6. Impacto en caída libre

Parámetro obtenido:  $\varepsilon_{pp}$  y  $\varepsilon_{pw}$ .

Fuente: Barrios et al., 2013, Johnstone, 2010, y Fernández, 2010.

Se deja caer una partícula sobre una superficie del mismo material que la pared, o bien una capa de partículas del material de estudio. El evento se graba con una cámara de alta velocidad, y luego se analizan las velocidades de choque y de salida.

En la Figura 2.15 se muestra una representación del ensayo.

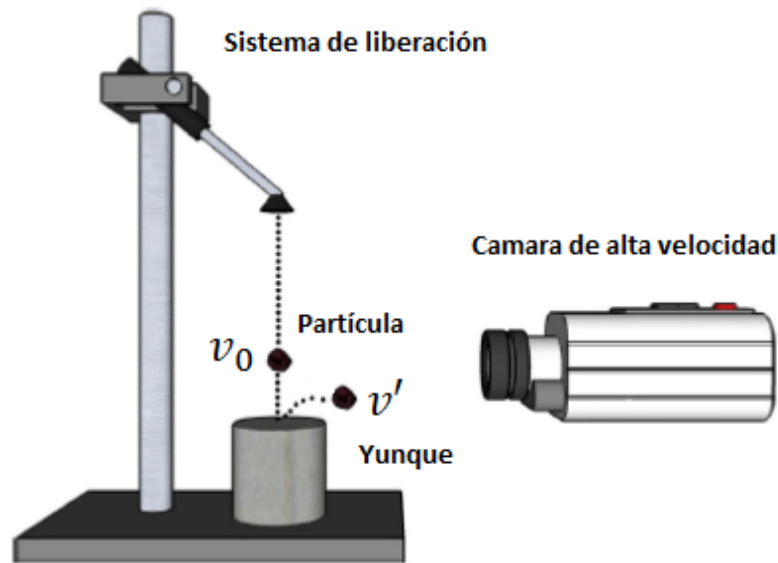


Figura 2.15: Ensayo de impacto en caída libre.  
[Fuente: Johnstone, 2010.]

La expresión para el coeficiente de restitución es la siguiente:

$$\varepsilon = \frac{v'}{v_0} \quad \text{Ecuación 2.60}$$

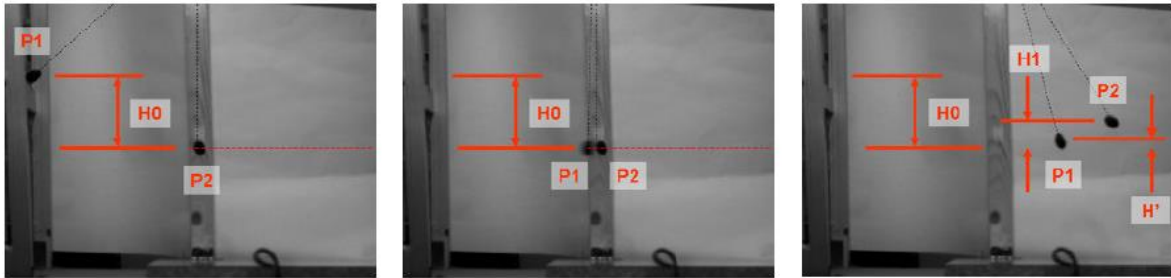
En la ecuación anterior no se especifican los subíndices de  $\varepsilon$  ya que este ensayo puede realizarse para estimar la interacción entre los diferentes materiales.

#### 2.4.1.7. Impacto mediante péndulo

Parámetro obtenido:  $\varepsilon_{pp}$ .

Fuente: Fernández, 2010.

Este experimento consiste en medir las energías potenciales de dos partículas, las que están atadas a cuerdas livianas, en que una de ellas se deja caer desde una altura determinada, describiendo un movimiento pendular e impactando a la otra. Luego se registran las alturas iniciales, y las alcanzadas por las partículas. En la Figura 2.16 se muestran imágenes del ensayo.



**Figura 2.16: Experimento del impacto mediante péndulo.**  
[Fuente: Fernández, 2010.]

Las variables y relaciones que permiten calcular el coeficiente de restitución se especifican a continuación:

$$v_{P1}^i = \sqrt{gH_0} \quad \text{Ecuación 2.61}$$

$$v_{P2}^i = 0 \quad \text{Ecuación 2.62}$$

$$v_{P1}^f = \sqrt{gH'} \quad \text{Ecuación 2.63}$$

$$v_{P2}^f = \sqrt{gH_1} \quad \text{Ecuación 2.64}$$

$$\varepsilon = \left| \frac{v_{P2}^f - v_{P1}^f}{v_{P1}^i - v_{P2}^i} \right| \quad \text{Ecuación 2.65}$$

En las expresiones anteriores,  $H_0$  es la altura inicial,  $g$  es la aceleración de gravedad y  $H_1$  es la altura final que alcanza la partícula después de impactar la superficie.

Además,  $v_{P1}^i$ ,  $v_{P2}^i$ ,  $v_{P1}^f$ ,  $v_{P2}^f$  son las velocidades iniciales y finales de las partículas 1 y 2 respectivamente. La Ecuación 2.65 solo se aplica cuando son partículas con masas similares.

#### 2.4.1.8. Ensayo de tamizado

Parámetro obtenido:  $R$ .

Fuente: Gatenby, 2008.

Este ensayo se realiza para conocer la granulometría del material. Consiste en una serie de mallas dispuestas secuencialmente, en que el material se hace pasar continuamente desde la más gruesa hasta la más fina, de esta manera, las diferentes granulometrías quedan capturadas cuando se encuentran con mallas más finas. Posteriormente se registra la masa de las partículas para los diferentes rangos de tamaños definidos por las mallas, y se construye la distribución de tamaño de las partículas.

A continuación se muestra una foto del equipo en donde se realiza este ensayo:



**Figura 2.17: Equipo empleado para realizar el ensayo de tamizado.**  
[Fuente: Documento informativo de empresa de equipos de tamizado Retsch<sup>5</sup>.]

En la Figura 2.17, cada uno de los discos corresponde a una malla con un tamaño determinado, que se va reduciendo en dirección descendente. El material se ubica en la malla superior, y va desplazándose hacia abajo a medida que los granos más finos pueden cruzar a través de las mallas. Se suele emplear una plataforma vibratoria para ayudar el movimiento.

---

<sup>5</sup> Dicho documento se obtuvo del sitio web de Retsch, <http://www.retsch.de>

### 2.4.1.9. Medición de las partículas

Parámetro obtenido:  $R$  y  $a_r$ .

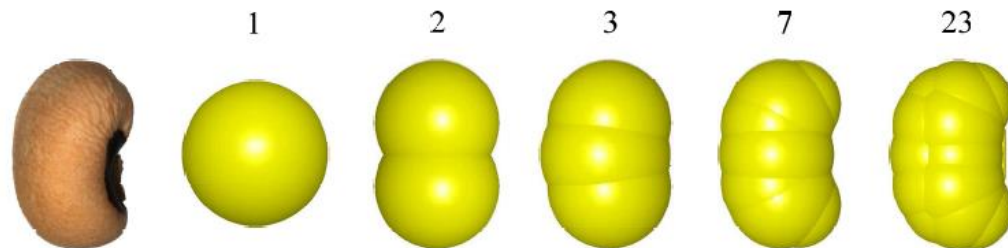
Fuente: Barrios et al., 2013, Horn, 2010, y Johnstone, 2010.

Cuando se comienza con una simulación DEM, es recomendable utilizar tamaños y formas de partículas lo más cercano a la experiencia real, ya que al principio deben calibrarse otros parámetros ( $\mu$  y  $\varepsilon$ ) y es necesario disminuir la dependencia de variables.

Para obtener formas similares a las partículas de material, en la simulación se pueden utilizar conjuntos de esferas unidas, que en su conjunto logran un mayor parecido a la geometría de las partículas. Si bien las simulaciones con esta consideración arrojan resultados más cercanos a la realidad, también tienen un costo de cálculo computacional mayor.

En la

Figura 2.18 se observan las partículas de una simulación de un sistema granular compuesto por porotos (Johnstone, 2010). Se puede notar que se utilizaron partículas formadas desde 1 a 23 esferas unidas.



**Figura 2.18: Diferentes geometrías para simulación dependiendo del número de esferas.**

[Fuente: Johnstone, 2010.]

Un parámetro que suele entregar información de la forma de la partícula es la razón de aspecto  $a_r$ , especificado en la Ecuación 2.66. En la Figura 1.9 se puede observar las medidas involucradas en el cálculo de dicho parámetro.

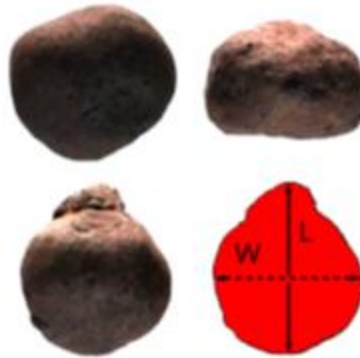


Figura 2.19: Parámetros geométricos de una partícula.  
[Fuente: Johnstone, 2010.]

$$a_r = \frac{W}{L}$$

Ecuación 2.66

#### 2.4.1.10. Ensayo de corte directo (DST)

Parámetro obtenido:  $ff_c$ .

Fuente: Johnstone, 2010, y Horn, 2010, y Fitzpatrick et al., 2003.

Este experimento consiste en generar esfuerzo de corte en una cantidad de material dentro de un recipiente separado en dos mitades horizontalmente. Esto se realiza comprimiendo el material desde arriba y desplazando en dirección horizontal la mitad superior mientras la inferior permanece estática, de este modo se puede obtener una curva que relacione el esfuerzo necesario para producir el corte de la muestra en función del esfuerzo de compresión aplicado. Esto está relacionado con las fuerzas cohesivas en el material, las que son responsables de la capacidad de flujo del material. Esta característica se mide con el Índice de capacidad de flujo, que se denota por  $ff_c$ .

En la Figura 2.20 se muestra un esquema del DST.

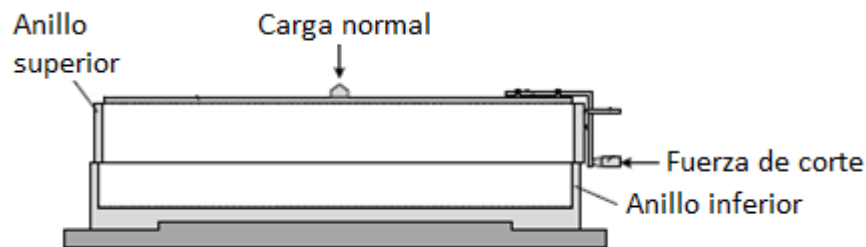
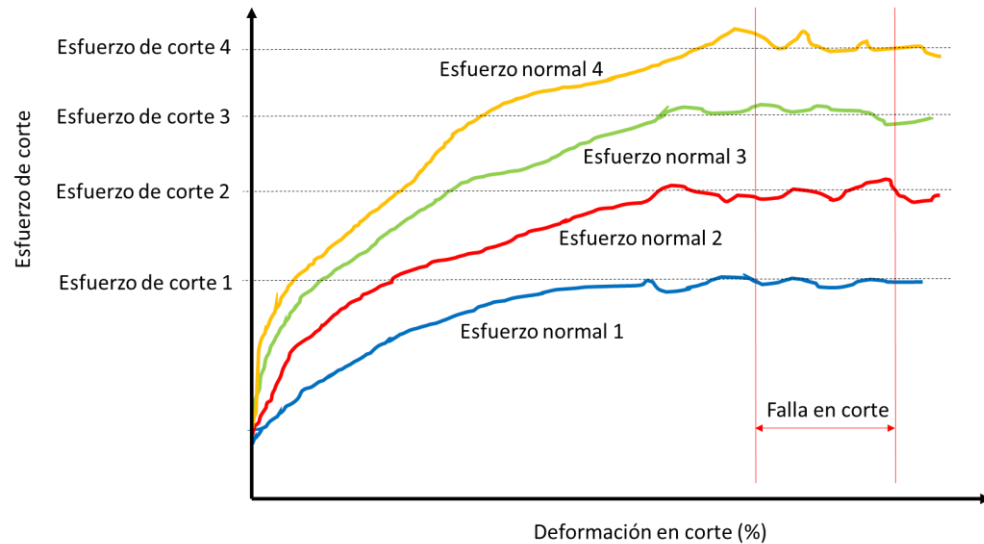


Figura 2.20: Esquema del DST, que representa cuando se aplican las fuerzas normal y de corte con las dos mitades del recipiente llenas de material granular.

[Fuente: Johnstone, 2010.]

Para obtener las curvas de esfuerzo de corte en función del esfuerzo de compresión, se debe repetir varias veces el ensayo para diferentes cargas de compresión, e ir evaluando las fuerzas de corte hasta provocar el deslizamiento del anillo superior. Para esto se consta con mecanismos para medir la fuerza de compresión y en corte, y el desplazamiento del anillo superior.

A continuación, en la Figura 2.21 se muestra una curva típica de esfuerzo de corte en función del desplazamiento del anillo superior.

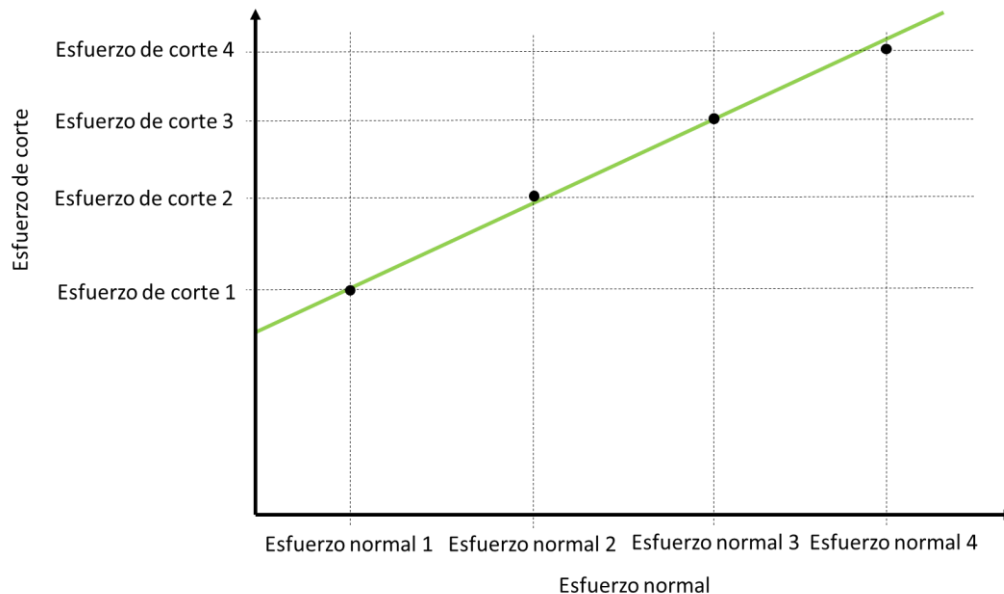


**Figura 2.21: Registros del Ensayo de Corte Directo.**  
[Fuente: Elaboración propia, inspirado en los resultados de Horn, 2010.]

En la Figura 2.21 se puede apreciar que el comportamiento del esfuerzo de corte en función de la deformación para distintas cargas normales, en que cuando se alcanza la falla en corte, el valor obtenido para el esfuerzo en esta dirección es aproximadamente constante. Dicho valor es registrado, para luego construir una curva de esfuerzo de corte versus esfuerzo normal de compresión, la que se obtiene realizando una regresión lineal sobre los datos de los experimentos. Esto constituye el resultado principal de este ensayo, ya que con esta información se calcula  $ff_c$ , que corresponde al recíproco de la pendiente de la curva.

En la Figura 2.22 se muestra el tipo de curva que típicamente se obtiene para los resultados de esfuerzos de corte versus esfuerzos normales en el DST.





**Figura 2.22: Esfuerzo de corte versus esfuerzo normal para distintos ensayos de DST.**  
 [Fuente: Elaboración propia, inspirado en los resultados de Horn, 2010.]

La capacidad de flujo de un material se puede determinar analizando el índice  $ff_c$ , en que a mayor valor mayor es la facilidad de flujo. Según la clasificación de Jenike (Fitzpatrick et al., 2003) se tiene la siguiente caracterización para los distintos valores del índice:

- $ff_c < 1$  : Material endurecido.
- $ff_c < 2$  : Material muy cohesivo.
- $ff_c < 4$  : Material cohesivo.
- $ff_c < 10$  : Material con facilidad para fluir.
- $ff_c > 10$  : Material de flujo libre.

#### 2.4.1.11. Ensayo de humedad termogravimétrico

Parámetro obtenido: %H.

Fuente: Florentino, 2006.

Este ensayo se realiza para conocer el contenido de humedad de un material, mediante el pesaje de la muestra y la evaporación de agua utilizando calor.

El material se pesa con su contenido de humedad inicial, y luego es calentado a una temperatura dada durante un tiempo determinado. Cada cierto tiempo se vuelve a pesar la muestra, en donde se observa que su masa disminuye de manera asintótica. Cuando la masa deja de disminuir a pesar de seguir calentando la muestra, se considera que ha perdido toda el agua que contenía. Finalmente, a partir de las masas registradas, se calcula la humedad utilizando la siguiente expresión:

$$\%H = \frac{m_h - m_s}{m_s} \times 100\% \quad \text{Ecuación 2.67}$$

En donde  $m_h$  es la masa de material húmedo, y  $m_s$  es la masa seca.

#### 2.4.1.12. Determinación de la influencia de las fuerzas cohesivas

Fuente: Anand et al., 2009.

Para determinar si se debe incluir la cohesión, es necesario conocer el tamaño de las partículas y la humedad del material (Anand et al., 2009). Con esta información se puede calcular el Número de Bond  $B_0$ , el cual relaciona la fuerza de cohesión máxima que puede experimentar una partícula respecto su peso. La expresión para este parámetro es la siguiente:

$$B_0 = \frac{3\gamma}{2R^2\rho g} \quad \text{Ecuación 2.68}$$

En que  $\gamma$  es la tensión superficial del líquido en  $[N/m]$ ,  $R$  es el radio de la partícula en  $[m]$ ,  $\rho$  es la densidad de la partícula en  $[Kg/m^3]$  y  $g$  es la aceleración de gravedad en  $[m/s^2]$ .

La mayoría de los problemas en que el grueso de las partículas tiene dimensiones de un orden mayor al de los milímetros, no se consideran fuerzas viscosas.

Para tener una idea más concreta de cuando considerar la fuerza de cohesión, a continuación se evaluará  $B_0$  para partículas de roca en presencia de agua (tensión superficial de las más altas que puede alcanzar el agua líquida en el ambiente  $0,075 [N/m]$  con 30 % de humedad relativa y  $5^\circ C$ , estos valores obtenidos experimentalmente en Jiménez, 2012) y se calculará su tamaño máximo para que las fuerzas de cohesión no excedan un 10 % del peso (se tomará en cuenta el material estudiado en Horn, 2010, cuya densidad experimental es de  $2.586,5 [Kg/m^3]$ ).

Despejando  $R$  de la Ecuación 2.68 resulta lo siguiente:

$$R = \sqrt{\frac{3\gamma}{2B_0\rho g}} = \sqrt{\frac{3 \times 0,075}{2 \times 0,1 \times 2.586,5 \times 9,8}} = 0,0066 \text{ m} \quad \text{Ecuación 2.69}$$

De la ecuación anterior se deduce que todas las partículas con diámetros mayores a 13,2 mm experimentarán una máxima fuerza de cohesión menor o igual al 10 % de su peso.

#### 2.4.1.1. Tiempo entre iteraciones

Parámetro obtenido:  $\Delta t$ .

Fuente: Luding, 1998.

El tiempo entre iteraciones debe ser menor que el tiempo crítico de contacto entre partículas. Este corresponde al período de oscilación entre partículas, suponiéndolas unidas por resortes y amortiguadores. Esto depende de las propiedades de las partículas y del modelo de contacto considerado.

Considérese una interacción entre dos partículas  $i$  y  $j$  cualesquiera, para el caso de Hertz, el tiempo crítico de contacto  $t_{c,ij}$  entre estas, está determinado por:

$$t_{c,ij} = 3,214 \left( \frac{m_{ij}}{Y d_{ij}} \right)^{2/5} V_0^{-1/5} \quad \text{Ecuación 2.70}$$

en que:

$$m_{ij} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j} \quad \text{Ecuación 2.71}$$

$$d_{ij} = \frac{2d_i d_j}{d_i + d_j} \quad \text{Ecuación 2.72}$$

$$Y_{ij}^{-1} = \frac{3}{2} \left( \frac{1 - \nu_i^2}{E_i} + \frac{1 - \nu_j^2}{E_j} \right) \quad \text{Ecuación 2.73}$$

Donde  $m_i$ ,  $d_i$ ,  $\nu_i$ ,  $E_i$  corresponde a la masa, diámetro, módulo de Poisson y módulo elástico de la partícula  $i$  respectivamente. La misma notación se utiliza para los parámetros con subíndice  $j$ .

Se recomienda escoger una fracción de  $t_{c,ij}$  para determinar  $\Delta t$ , con el fin de asegurar la estabilidad del sistema, esto debido a que  $t_{c,ij}$  es determinado analíticamente para ciertas condiciones, en que si estas cambian (por ejemplo agregar cohesión al modelo de contacto), el valor de  $t_{c,ij}$  podría disminuir. Típicamente se escoge un 10% de  $t_{c,ij}$ , tal como se especifica en Grima y Wypych, 2010, y también, en una respuesta de uno de los desarrolladores de LIGGGHTS en el foro de su sitio web oficial.

#### **2.4.2. Calibración de parámetros**

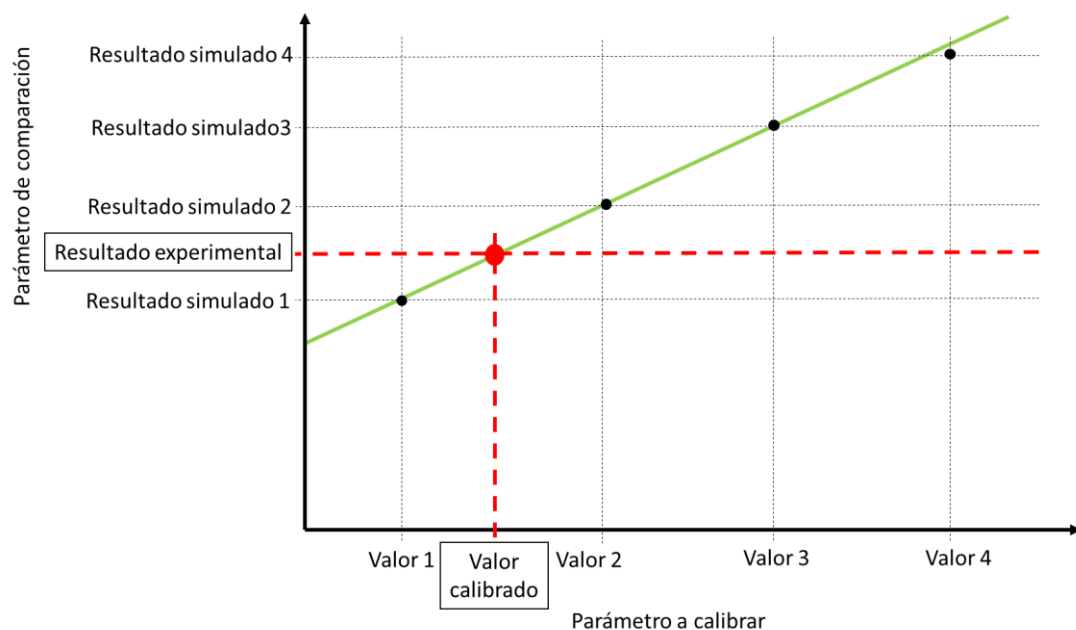
La Calibración de Parámetros consiste en seleccionar de manera adecuada una combinación de las propiedades del material que se ingresan en la simulación DEM, esto quiere decir, que el conjunto seleccionado permita reproducir de manera similar el comportamiento real del material. Para dicho propósito, se realizan una serie de ensayos de laboratorio, en los cuales se miden ciertos parámetros que dan cuenta del comportamiento cinemático y dinámico del material (por ejemplo el ángulo que se forma cuando el material es apilado). Posteriormente se reproducen los mismos ensayos pero siendo simulados computacionalmente, y se iteran las variables de entrada del *software* hasta obtener un comportamiento similar entre la simulación y los ensayos de laboratorio. De este modo los valores de las propiedades obtenidos en la etapa de calibración van siendo ajustados de manera iterativa en el *software*, llegándose a obtener otros valores, pero que representan de mejor manera la realidad. Es importante mencionar, que a pesar de ser diferentes los valores obtenidos en la calibración a los que se registraron en la caracterización, debe existir una coherencia física cualitativa.

La principal dificultad de la calibración, es que se trata de un problema multivariable, ya que cada una de las propiedades del material influye en el comportamiento de este. Un método que contribuye a simplificar el problema es realizar un análisis de sensibilidad de los parámetros, que consiste en determinar que propiedades son más influyentes en el resultado del ensayo que se está calibrando. Típicamente el punto de partida para realizar esto, es tomar los valores de las propiedades obtenidos en la caracterización, y luego ir variando uno por uno los parámetros en los diferentes ensayos. Una vez construidas las curvas de sensibilidad, primero se seleccionan los valores adecuados para los parámetros más influyentes, y luego se ajustan los demás. Existe un limitante computacional para realizar este análisis, ya que se deben construir varias curvas, y cada una de ellas se obtiene a partir de unas cuantas simulaciones (en que cada una, generalmente, demora una pocas horas), por lo que se debe escoger de manera criteriosa las sensibilidades de parámetros a estudiar.

Sumado a las dificultades anteriores, se tiene, además, que la calibración es un proceso específico para cada aplicación y material, incluso para procesos equivalentes (por ejemplo puntos de transferencia en líneas de correas que conducen a la pila de lixiviación, de dos operaciones mineras distintas) se debe realizar la calibración para cada caso. Esto provoca que se disponga de poca información al respecto, ya que cada análisis es diferente. No existe una metodología específica predefinida cuando se enfrenta un nuevo problema, por lo que el simulador debe definir su propia metodología particular de calibración a partir del conocimiento que vaya adquiriendo del caso que está estudiando, en conjunto con su experiencia y las herramientas que se disponen en la literatura

En la Figura 2.23 se ejemplifica la metodología mediante la cual se llega a calibrar un parámetro, que consiste en analizar la tendencia de la variación de un parámetro de comparación, al probar distintos valores de un parámetro de entrada en la simulación (parámetro a calibrar).

Luego que se conoce el comportamiento, y el valor experimental del parámetro de comparación, se puede interpolar el valor del parámetro calibrado.



**Figura 2.23: Representación de la metodología de calibración de parámetros.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

A continuación, en la Tabla 2.6, se presenta una tabla con los ensayos de calibración más relevantes.

**Tabla 2.6: Ensayos de calibración para aplicaciones DEM.**  
 [Fuente: Elaboración propia.]

<b>Ensayo</b>	<b>Utilidad</b>	<b>Parámetro a Comparar</b>	<b>Parámetro a Calibrar</b>
Densidad sin compactar	Calibrar la densidad de las partículas individuales de manera de obtener la misma densidad del grupo de partículas no compactadas.	$\rho_b$	$\rho_p$
Medición del ángulo de reposo	Calibrar los Coeficientes de Roce de manera de obtener un mismo ángulo de reposo.	$\alpha_r$	$\mu_{pp}, \mu_{r,pp}$
Plano Inclinado	Calibrar los Coeficientes de Roce de manera de obtener ángulos de plano inclinado similares a los experimentales.	$\beta$	$\mu_{pp}, \mu_{pw}, \mu_{r,pp}, \mu_{r,pw}$
Test de compresión confinada	Calibrar la rigidez, el módulo elástico y el módulo de corte de manera de obtener un módulo elástico similar del grupo de partículas.	$E_b$	$k_p, E_p, G_p$
Test de corte directo	Calibrar el Coeficiente de roce estático y la cohesión de las partículas de manera de obtener el mismo ángulo de fricción interna.	$\phi$	$\mu_{pp}, c$

**Tabla 2.7 (continuación): Ensayos de calibración para aplicaciones DEM.**  
 [Fuente: Elaboración propia.]

Ensayo	Utilidad	Parámetro a Comparar	Parámetro a Calibrar
Test de extracción de ancla	Calibrar el Coeficiente de roce y la rigidez de las partículas de manera de obtener fuerzas similares al ensayo experimental.	Fuerzas de Tensión y Compresión	$\mu_{pp}, k_p$
Número, tamaño y forma de las partículas	Calibrar el Número, tamaño y forma de las partículas de manera de obtener parámetros similares en los ensayos de mayor influencia en esta etapa.	Parámetros de los ensayos de mayor influencia, como por ejemplo el ángulo de reposo estático.	$N, R, a_r$
Tiempo entre iteraciones	Evaluar si puede ser aumentado el tiempo entre iteraciones con el fin de disminuir la cantidad de cálculos	Parámetros de los ensayos de mayor influencia, como por ejemplo el ángulo de reposo estático.	$\Delta t$

#### 2.4.2.1. Densidad de grupo de partículas sin compactar

Parámetro obtenido:  $\rho_p$ .

Fuente: Horn, 2010.

Este experimento permite calibrar la densidad de partículas  $\rho_p$  a partir del valor estimado de la densidad del grupo de Partículas  $\rho_b$ . Para esto se realiza una simulación DEM en que las partículas se dejan caer en un recipiente por gravedad, acumulándose en el fondo de este. Luego se nivela el volumen del grupo de partículas, eliminando todas aquellas que superan una determinada cota. Por último se mide la densidad del grupo de partículas. Esto se realiza para varios valores de  $\rho_p$ , posteriormente se traza una recta de tendencia, y se intersecta con el valor estimado de  $\rho_b$ , obteniéndose el valor calibrado de  $\rho_p$ .

En la Figura 2.24 se muestra el recipiente lleno de partículas antes y después de nivelar.

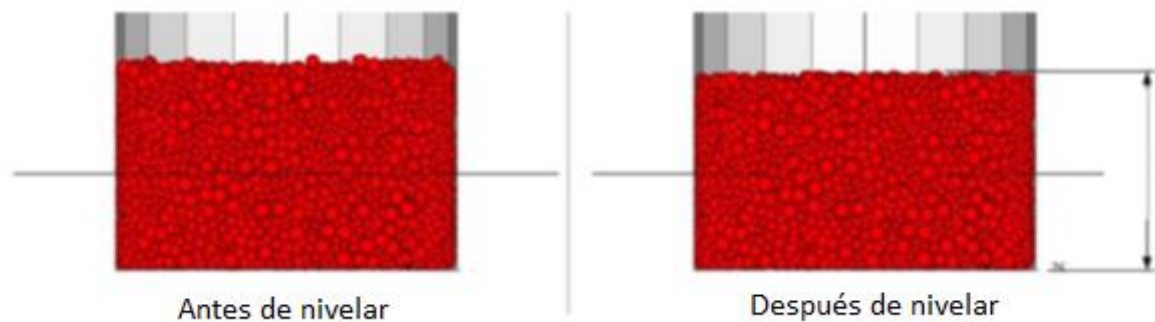


Figura 2.24: Nivelación de partículas depositadas en el recipiente.  
[Fuente: Horn, 2010.]

#### 2.4.2.2. Medición del ángulo de reposo

Parámetro obtenido:  $\mu_{pp}$  y  $\mu_{r,pp}$ .

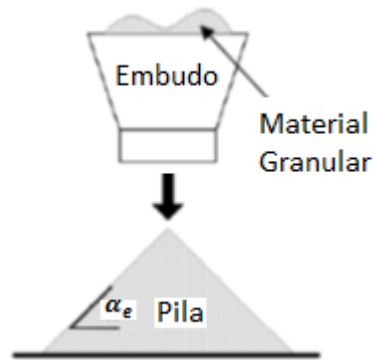
Fuente: Barrios et al., 2013, Horn, 2010, y Johnstone, 2010.

El ángulo de Reposo corresponde a la inclinación que adopta un grupo de partículas en alguna situación estacionaria, por ejemplo en reposo sobre un plano horizontal luego de ser derramadas verticalmente desde un recipiente (ángulo de reposo estático), o dentro de un molino giratorio a velocidad angular constante en situación estacionaria (ángulo de reposo dinámico), entre otros.

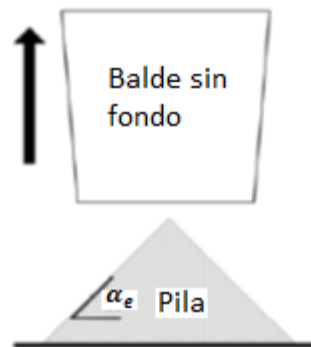
Por lo general se utiliza para calibrar  $\mu_{pp}$  y  $\mu_{r,pp}$  iterando en varias simulaciones cambiando este parámetro, hasta obtener ángulos de reposo similares a los experimentales.

Algunos de los métodos más utilizados para generar el ángulo de reposo estático, son el dejar caer materia desde un embudo sobre una placa situada inferiormente (Figura 2.25), y retirar hacia arriba un balde lleno de material, sin fondo y apoyado sobre la base (Figura 2.26).



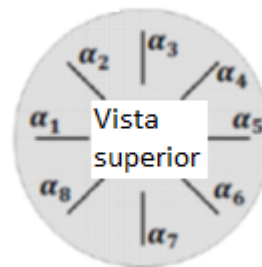


**Figura 2.25:** Ángulo de reposo formado al dejar caer material desde arriba de una superficie, sobre esta.  
[Fuente: Johnstone, 2010.]



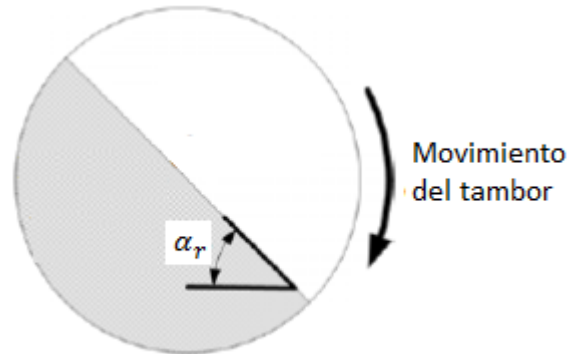
**Figura 2.26:** Ángulo formado al retirar hacia arriba un balde sin fondo, lleno de material y apoyado sobre una superficie.  
[Fuente: Johnstone, 2010.]

En la Figura 2.27 se muestra la vista superior de la pila formada por el material, en donde se indican algunas de las posiciones para medir los distintos ángulos que esta adopta ( $\alpha_1, \dots, \alpha_8$ ).



**Figura 2.27:** Vista superior del ángulo de reposo formado, en que se representan los ángulos en diferentes partes de la pila.  
[Fuente: Johnstone, 2010.]

En la Figura 2.28 se aprecia una representación del ensayo para medir el ángulo de reposo dinámico  $\alpha_r$ , que forma el material dentro de un tambor rotatorio.



**Figura 2.28: Representación de la medición del ángulo de reposo dinámico.**  
[Fuente: Johnstone, 2010.]

#### 2.4.2.3. Plano inclinado

Parámetro obtenido:  $\mu_{r,pp}$  y  $\mu_{r,pw}$ .

Fuente: Barrios et al., 2013.

Una vez calibrados los valores para  $\mu_{pp}$  y  $\mu_{pw}$ , se simula el mismo ensayo descrito en el capítulo 2.4.1.5, y se calibran los valores de  $\mu_{r,pp}$  y  $\mu_{r,pw}$  según corresponda, hasta obtener ángulos de inclinación  $\eta$ , similares a los experimentales.

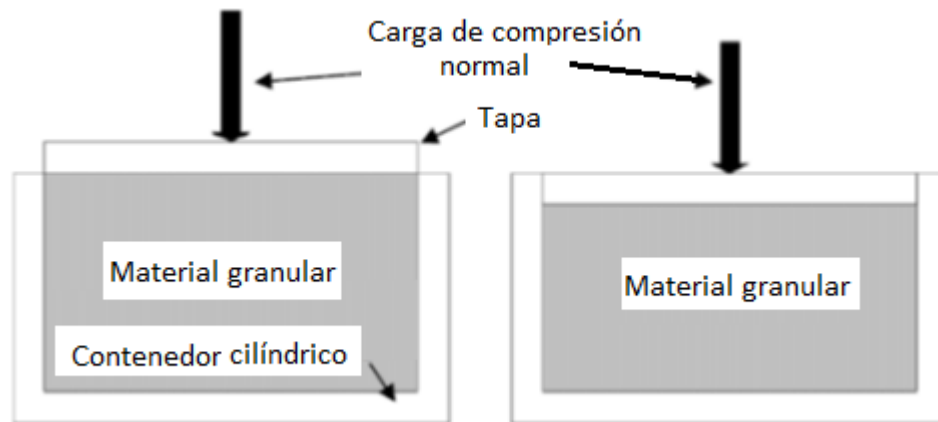
#### 2.4.2.4. Ensayo de compresión confinada (CCT)

Parámetro obtenido:  $k_p$ ,  $E_p$  y  $G_p$ .

Fuente: Horn, 2010, y Johnstone, 2010.

Este experimento consiste en comprimir una cantidad de material granular, y a partir de esto obtener el módulo elástico del grupo de partículas  $E_b$ , y la rigidez  $k_b$ .

En la Figura 2.29 se muestra una representación del ensayo mencionado.



**Figura 2.29: Representación del CCT.**  
[Fuente: Horn, 2010.]

Una vez realizado el experimento, se reproduce este mismo, pero en una simulación, y se calibra la rigidez de las partículas  $k_p$  hasta obtener valores similares para  $E_b$ .

También se puede manipular los parámetros  $E_p$  y  $G_p$  hasta obtener resultados similares en  $E_b$ .

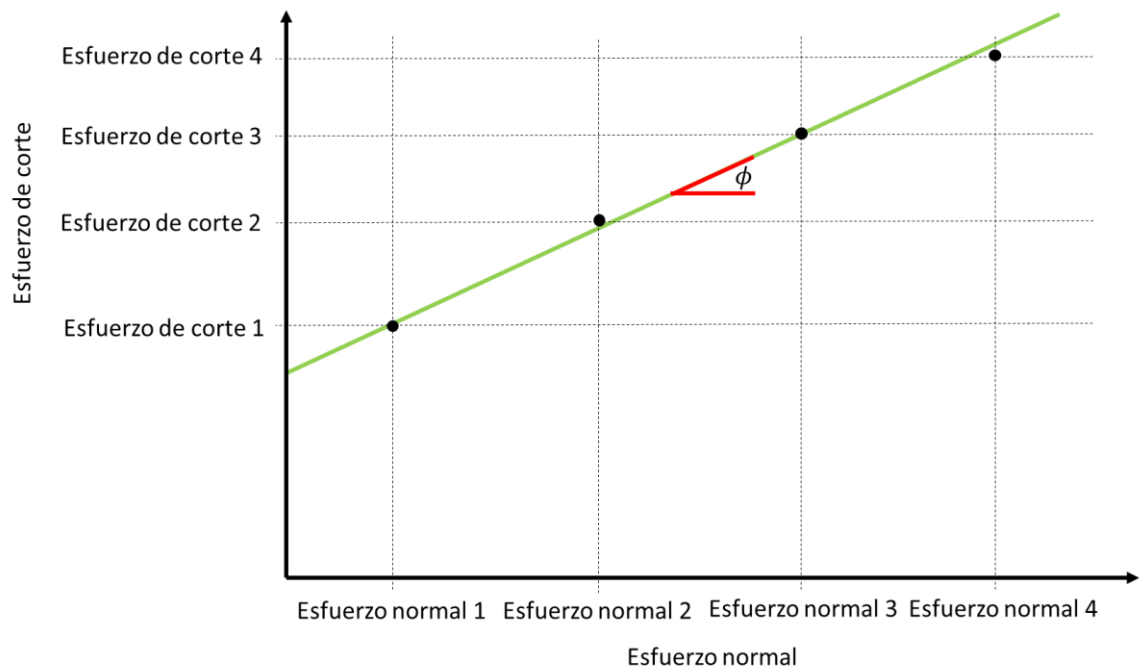
#### 2.4.2.5. Ensayo de corte directo (DST)

Parámetro obtenido:  $\mu_{pp}$  y  $c$ .

Fuente: Horn, 2010, Johnstone, 2010, y ,Mitarai y Nori, 2006.

Se realiza el experimento descrito en el capítulo 2.4.1.10. Luego se registran los esfuerzos normales y de corte, y a partir de estos se obtiene un parámetro llamado ángulo de fricción interna  $\phi$ . Se reproduce el experimento en una simulación DEM y se calibra  $\mu_{pp}$  hasta obtener resultados similares para  $\phi$ .

En la Figura 2.30 se muestra una de las curvas típicas que se obtienen cuando se lleva a cabo la calibración de  $\mu_{pp}$  y  $c$  en función de  $\phi$ , para esto, se debe ir variando el valor de  $\mu_{pp}$  y  $c$ , para un conjunto de ensayos con distintas fuerzas normales, en que al registrar los valores para las fuerzas de corte, permitirá generar una recta. Para cada valor de  $\mu_{pp}$  y  $c$ , se obtendrá una recta con una inclinación  $\phi$ . Se debe estudiar la sensibilidad entre estos parámetros, y determinar el valor de  $\mu_{pp}$  y  $c$ , que genera un  $\phi$  cercano al obtenido experimentalmente.



**Figura 2.30:** Dibujo esquemático de recta obtenida en el proceso de calibración de  $\mu_{pp}$  y  $c$ , mediante DST, en que el  $\phi$  obtenido está asociado a los valores de dichos parámetros.  
[Fuente: Elaboración propia.]

#### 2.4.2.6. Ensayo de extracción de ancla

Parámetro obtenido:  $\mu_{pp}$  y  $k_p$ .

Fuente: Horn, 2010.

Se introduce un ancla en un recipiente que contiene material granular, y luego se extrae registrando la fuerza. Se utiliza para calibrar el coeficiente de roce estático entre partículas  $\mu_{pp}$  y la rigidez entre partículas  $k_p$  reproduciendo el experimento en una simulación, hasta obtener valores similares para las fuerzas experimentales.

En la Figura 2.31 se muestra una representación del ensayo, en que en la imagen de la izquierda, el ancla se encuentra en el fondo del recipiente, cubierta por material granular, posteriormente esta se va extrayendo gradualmente hasta quedar por sobre el nivel del material, tal como se observa en la imagen de la derecha.

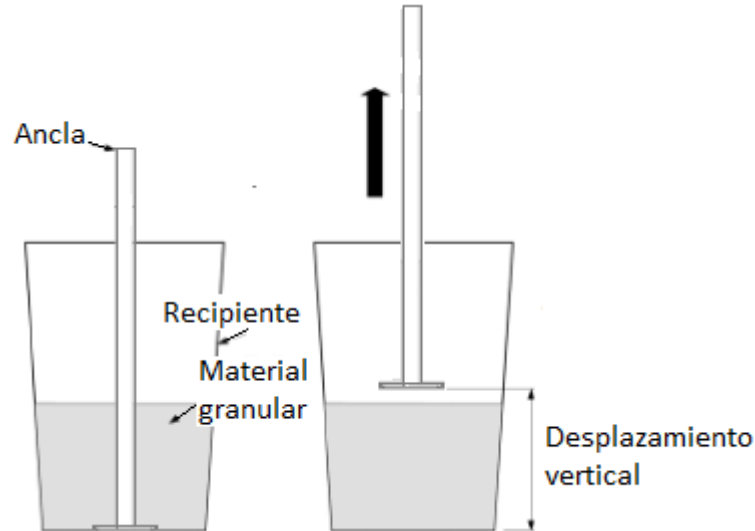


Figura 2.31: Esquema del Test de Extracción de Ancla.  
[Fuente: Horn, 2010.]

#### 2.4.2.7. Número, tamaño y forma de las partículas

Parámetro obtenido:  $N$ ,  $R$ , y  $a_r$ .

Fuente: Barrios et al, 2013, y Johnstone, 2010.

Una vez realizada la calibración de los otros parámetros, se recomienda analizar la sensibilidad de los resultados al variar  $N$ ,  $R$  y  $a_r$ . De esta manera se pueden optimizar los recursos computacionales, por ejemplo si se llega a obtener que para tamaños de partícula mayores y menor número de estas, los resultados obtenidos son similares.

Las simulaciones que se deben llevar a cabo para calibrar estos parámetros son las más influyentes que resulten del análisis anterior (por lo general se encuentra entre estas el ángulo de reposo estático y dinámico).

#### 2.4.2.8. Tiempo entre iteraciones (*timestep*)

Parámetro obtenido:  $\Delta t$ .

Fuente: Grima y Wypych, 2010.

El tiempo entre iteraciones es uno de los parámetros más influyentes en la cantidad de cálculos que se requieren en una simulación DEM, la cual disminuye a medida que  $\Delta t$  aumenta. Por esta razón es recomendable iterar en los diferentes ensayos (ángulo de reposo estático y dinámico principalmente) aumentando el tiempo entre iteraciones, para establecer el valor de este en que el sistema se vuelve inestable (las partículas comienzan a saltar o desaparecer, debido a que estas penetran más de la cuenta unas en otras al permitir más tiempo de desplazamiento sin actualizar los cálculos, y las fuerzas resultantes adquieren valores demasiado grandes, comparado con lo que deberían).

### **2.4.3. Validación de parámetros**

Esta etapa consiste en verificar si las propiedades determinadas en la etapa de calibración, producen en el material simulado computacionalmente, un comportamiento similar al que este presenta en la aplicación de estudio.

Para esto se requiere contrastar los resultados de las simulaciones con información real, lo que suele ser un proceso difícil, ya que la mayoría de los equipos de estudio (en particular los elementos de los puntos de transferencia) presentan condiciones de desgaste, impacto de material, generación de polvo, y geometrías de difícil acceso, lo que complica la implementación de sistemas de adquisición de datos y/o el ingreso y observación por parte de los operadores y mantenedores.

En la bibliografía se ha documentado tres tipos de validación, estos son los siguientes:

- Validación cualitativa en terreno (Kruse, 2009, y, Grima et al., 2011): Se consideran aspectos cualitativos del comportamiento del material mediante la observación de la operación, la inspección visual en el mantenimiento, y el registro histórico de fallas. Para aplicaciones en puntos de transferencia, los datos utilizados en la validación son el registro de las zonas de acumulación de material, zonas e intensidad de desgaste, zonas y frecuencia de fallas por impacto, ocurrencia y frecuencia de atollo, presencia de desgaste en la correa de recepción, zona de descarga del material en correa de recepción (para verificar que tan centrado es descargado este), entre otros.
- Validación cuantitativa en terreno (Van Aarde, 2009): Se utilizan cámaras para registrar y medir las zonas relevantes de la trayectoria del flujo, por ejemplo su espesor a través del chute o las zonas de impacto. Este método es costoso y eso limita su aplicación. Después de semanas de indagar en material bibliográfico, tan solo se ha encontrado una aplicación industrial, aunque es mencionado como una alternativa en otros documentos.

- Validación experimental (Grima y Wypych, 2010, y, Hastie y Wypych, 2009): Se emplea un laboratorio con equipos similares al de la aplicación que se desea estudiar (en el caso de puntos de transferencia, correas transportadoras, chutes y tolvas), el que cuenta con sistemas de medición de algunos parámetros cinemáticos y dinámicos, como por ejemplo cámaras de alta velocidad para registrar la posición en los diferentes instantes de tiempo, y así estimar la velocidad del flujo. Para el caso del análisis dinámico se utilizan sensores de fuerza en la zona de impacto.

## **2.5. ALCANCES, LIMITACIONES Y APLICACIONES DEL DEM**

El DEM, potencialmente tiene la capacidad de modelar cualquier sistema que pueda ser representado mediante un conjunto de elementos individuales. Debido a razones inherentes a la física de los modelos, a los requerimientos computacionales, nivel exactitud y costo de las simulaciones, el DEM solo se ha extendido en la industria en las áreas de manejo de materiales granulares y en geomecánica.

EL DEM también es utilizado para otros propósitos en mundo científico, en investigación y desarrollo de nuevas aplicaciones.

### **2.5.1. Alcances del DEM**

La capacidad de las simulaciones DEM permite realizar lo siguiente:

- a) Análisis estático y dinámico de partículas individuales o grupos de estas.
  - i. Implementar alguna ley de movimiento a las partículas, por ejemplo la leyes de Newton-Euler para la traslación y rotación de cuerpos, aunque puede ser cualquier otra.
  - ii. Se pueden implementar leyes de contacto para la interacción entre los cuerpos.
  - iii. Implementar fuerzas que no tienen relación con el contacto (como la generada por gravedad o algún otro campo.).
  - iv. Determinar condiciones cinemáticas y dinámicas (posición, velocidad, aceleración, fuerza neta) de las partículas, que se generan de la interacción entre estas y con los elementos de su entorno.

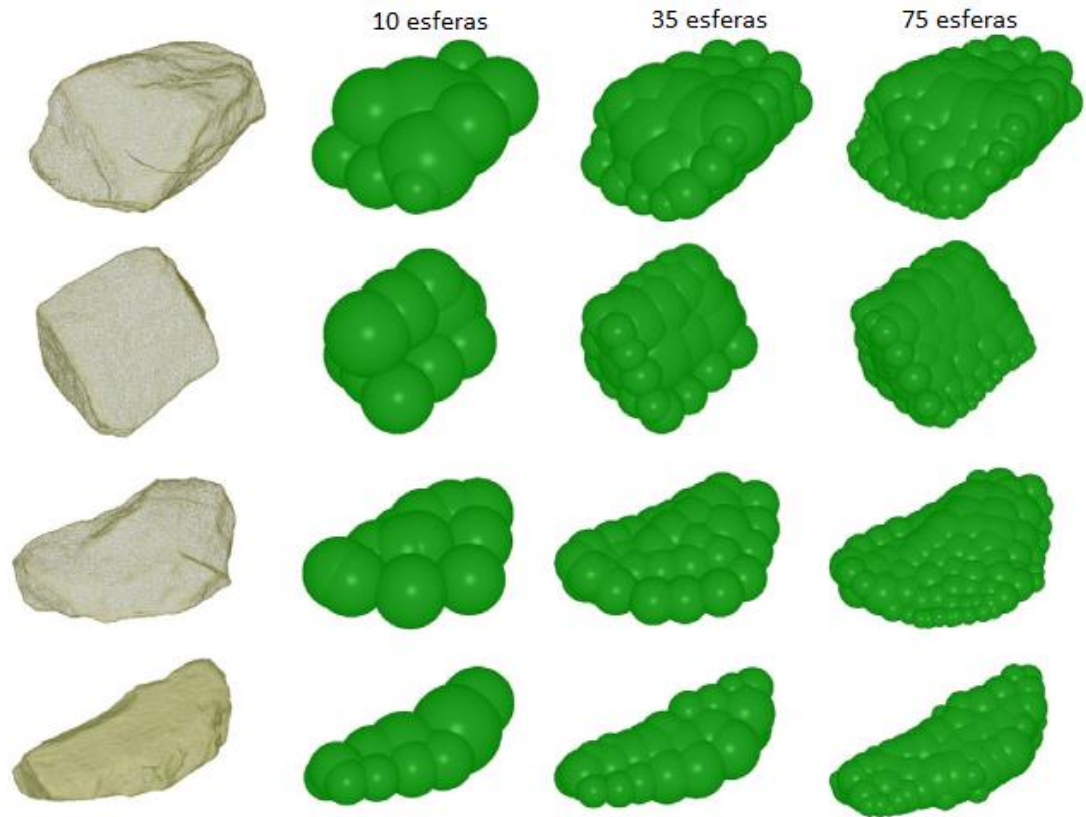
- b) Se pueden realizar simulaciones en 2D o 3D, en que estas últimas son varias veces más demandantes computacionalmente que las de 2D.
- c) Utilizar diferentes geometrías para las partículas.
  - i. En 2D se puede utilizar discos y polígonos, así como también las geometrías que resultan de la combinación de estos.
  - ii. En 3D se puede utilizar esferas y poliedros, así como también la combinación de estos. Por ejemplo, es bastante común representar la forma de una partícula no esférica mediante la unión de varias esferas traslapadas, lo que se denomina *clump* (ver Figura 2.32).
  - iii. Formar y separar grupos de partículas, lo que permite definir *clumps* y modelar la ruptura de rocas. Esto se ha observado en simulaciones de molinos AG/SAG (ver sitios oficiales de los programas EDEM<sup>6</sup> y Rocky<sup>7</sup>).

---

<sup>6</sup> El sitio web oficial de EDEM es <http://www.dem-solutions.com>

<sup>7</sup> El sitio web oficial de Rocky es <http://rocky-dem.com>





**Figura 2.32: Representación de diferentes geometrías de rocas con esferas unidas traslapadas.**  
[Fuente: Coetzee y Nel, 2014.]

- d) Interacción entre las partículas y otros cuerpos (por ejemplo con un diseño CAD)
- e) Capacidad de combinar con otros métodos como FEM<sup>8</sup> y CDF<sup>9</sup>, con lo que se puede analizar la interacción de materiales granulares con sólidos deformables y con fluidos, respectivamente.

### 2.5.2. Limitaciones del DEM

Las limitaciones principales del DEM son las siguientes:

- El DEM puede llegar a requerir elevados recursos computacionales.

<sup>8</sup> Del inglés *Finite element method*, consiste en un método típicamente utilizado para la resolución de ecuaciones en medios continuos, como es el caso de sólidos deformables y fluidos.

<sup>9</sup> Del inglés *Computational Fluid Dynamics*, método que consiste en la resolución computacional de las ecuaciones que modelan a los fluidos.

- El estudio del material que debe realizarse antes de simular un fenómeno, es un proceso complejo, relativamente costoso, y requiere de conocimientos específicos.
- La singularidad y acotamiento de los resultados obtenidos para la aplicación particular que se realizó la simulación.

El primer punto, impide muchas veces utilizar parámetros similares a los de la realidad (por ejemplo darle forma a las partículas, y/o considerar tamaños pequeños y cantidad elevada de estas), ya que al aumentar la información de entrada, el número de cálculos crece, y podría tomar mucho tiempo su resolución, o requerir de un computador más poderoso. Todo esto provoca que la simulación sea menos representativa del fenómeno de estudio, y obliga a concentrar los esfuerzos en la calibración, para seleccionar una combinación de parámetros que reproduzca adecuadamente la realidad.

Se considera un número elevado de partículas en una simulación DEM, cuando estas son del orden de magnitud del millón, en que puede traer problemas su ejecución (Bharadwaj, 2012) incluso en computadores especialmente acondicionados para simulaciones DEM.

Respecto el segundo punto, el riguroso estudio del material que debe realizarse antes de la simulación, es la única forma en que se pueden escoger valores representativos de las condiciones del problema (materiales) e ingresarlos en la simulación. De lo contrario se estaría modelando una situación aleatoria, que bien podría corresponder a otro material, o a una situación irreal.

Por último, se tiene el problema de la singularidad y acotamiento de las simulaciones, lo cual está relacionado con los dos puntos anteriores. Debido al hecho de que los parámetros que se ingresan a la simulación deben ser calibrados, ocurre el hecho de que la combinación de estos reproduce una situación en particular, y su validez se restringe a condiciones similares a las que se calibraron los parámetros. De esta manera, se torna difícil, por ejemplo, generar una base de datos con las propiedades de los materiales que se debieran ingresar en una simulación, pues dichos valores fueron adaptados a un caso en particular.

### **2.5.3. Aplicaciones del DEM**

Se ha documentado una amplia variedad de trabajos realizados con DEM. Entre estos se tiene:

- Análisis de colisiones en gases (Brilliantov et al., 1994).
- Análisis de los diversos modelos de contacto (Navarro y De Souza, 2013, y Di Renzo et al., 2003).
- Transferencia de calor y masa en reactores de tornillo (Verclyte, 2013).

- Separación de partículas por tamaño mediante pantalla vibratoria (Cleary y Sawley, 1999, citado en Huque, 2004).
- Operación de molino de bolas (Cleary, 1998).
- Análisis de material en palas excavadoras (Cleary, 2000, citado en Huque, 2004).
- Flujo en molinos centrífugos (Cleary y Hoyer, 2000, citado en Huque 2004).
- Análisis de puntos de transferencia en correas transportadoras (Alspaugh, 2002, Aldrich y Zhang, 2014, y, Dewicki y Mustoe, 2002).
- Comportamiento de material en tolvas (Sandlin, 2013).
- Aplicación del DEM a problemas de desgaste (Mellado, 2005).
- Aplicación del DEM a problemas de geomecánica (Antillo, 2010, Luengo, 2014, y, Morales, 2012).

De todas las aplicaciones mencionadas anteriormente, solo se halló evidencia de su uso en las industria para cuatro de ellas. Son las siguientes:

- i. Análisis en puntos de transferencia.
- ii. Comportamiento de material en silos.
- iii. Operaciones en molinos de bolas.
- iv. Aplicación del DEM a problemas de geomecánica.

Para que una aplicación sea utilizada en la industria, debe brindar la posibilidad de generar información validada, la que sirva para tomar decisiones. Muchas de las aplicaciones mencionadas se encuentran en una fase exploratoria, que al trabajarlas con mayor profundidad pueden bien resultar útil o no en la industria. Por ejemplo si no se logran obtener márgenes de error aceptables, o el proceso de validación de la simulación resulta demasiado engorroso, puede ser preferible utilizar otro método para analizar la aplicación que se intentó con DEM.

Para el caso de las cuatro aplicaciones mencionadas anteriormente, existe un nicho en el que el DEM constituye la mejor alternativa dentro de las posibilidades existentes, lo que ha contribuido a que se generen empresas que prestan estos servicios.

En el caso del análisis de puntos de transferencia y el comportamiento de material en silos, se tienen empresas de manejo de materiales granulares como por ejemplo Jenike & Johanson<sup>10</sup>, y Overland Conveyor Company, Inc.<sup>11</sup>, que utilizan ampliamente el DEM en el análisis de sus proyectos. Además se pueden consultar simulaciones de este tipo, a modo de ejemplo, en los sitios oficiales de los programas EDEM y Rocky, entre otros.

Las aplicaciones de molinos de bolas, están catalogadas dentro del DEM como complejas, debido al gran número de partículas que se requiere para generar un caso de escala similar a la real, sumado al hecho de que la granulometría de estas por lo general es pequeña y en lo posible, se debe considerar la fragmentación debido a los impactos. Dado lo anterior, las simulaciones de molinos con buenos ajustes a los casos reales, demandan elevados recursos computacionales, a tal punto, que en ocasiones se prefiere utilizar otros métodos para predecir el comportamiento de los molinos, pero con un grado menor de exactitud. Las empresas líderes en el ámbito de molinos, suelen emplear DEM para evaluar sus productos, como por ejemplo Metso<sup>12</sup>, que fabrica placas de revestimiento anti-desgaste.

Para el caso del DEM aplicado a problemas de geomecánica, este principalmente se utiliza en minería para simular condiciones asociadas al *block caving*<sup>13</sup>. Existe un *software* DEM llamado PFC<sup>14</sup>, que consta de versiones en 2D y 3D, el cual es popular en este rubro. Este *software* constituye una herramienta del Laboratorio de Block Caving (LBC), patrocinado por Codelco, cuyas instalaciones se encuentran dentro de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile.

## 2.6. DISEÑO DE PUNTOS DE TRANSFERENCIA

El proceso de diseño en puntos de transferencia puede ser definido en 6 etapas consecutivas (Colin, 2011). En Figura 2.33 se representan, con bloques azules, dichas etapas, y bajo de cada una, con bloques naranjos, las herramientas que pueden ser utilizadas en ellas.

---

<sup>10</sup> El sitio web oficial de Jenike & Johanson es <http://jenike.com>

<sup>11</sup> El sitio web oficial de Overland Conveyor Company, Inc es <http://www.overlandconveyor.com/>

<sup>12</sup> El sitio web oficial de Metso es <http://www.metso.com/>

<sup>13</sup> El *block caving* (hundimiento por bloques) es un proceso utilizado en minería subterránea para la extracción de mineral.

<sup>14</sup> Se puede encontrar información de PFC en la página web de su distribuidor en Chile, ITASCA S.A., esta es <http://www.itasca.cl>

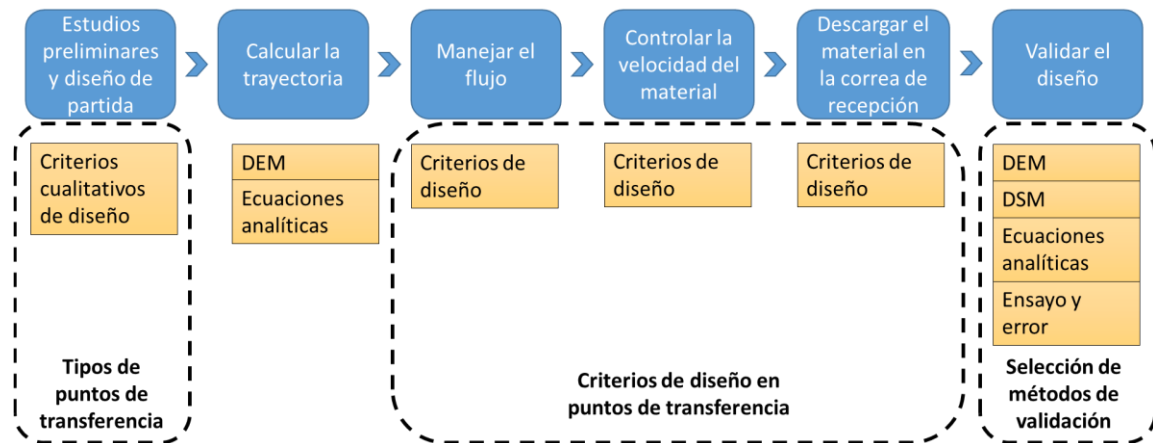


Figura 2.33: Etapas en el proceso de diseño de un punto de transferencia.  
[Fuente: Elaboración propia.]

A continuación se detallan las diferentes etapas:

- Estudios preliminares y diseño de partida: Se estudian las propiedades del material y las condiciones geométricas y operacionales esperadas para el punto a rediseñar. Dentro de las características más importantes se tiene la granulometría y contenido de humedad del material (factores que determina la cohesión entre otros parámetros), la velocidad, altura y ángulos para las correas, y la carga de material que debe ser transportada. Luego de realizar este estudio, se puede determinar qué **tipo de punto de transferencia** debe ser seleccionado como diseño de partida (véase Colin, 2011). En el capítulo 2.6.1 se tratan los diferentes tipos de puntos de transferencia existentes.
- Calcular la trayectoria: La trayectoria del flujo una vez que escapa de la correa de carga. El método más básico corresponde a realizar el cálculo con las ecuaciones de movimiento de tiro parabólico, pero este no entrega la posibilidad de calcular las mitades superiores e inferiores del flujo de material. Existen modelos que incorporan estas características, y algunas otras, como por ejemplo la fuerza de arrastre que ejerce el aire en el flujo. Uno de los más utilizados es el modelo de Korzen (Huque, 2004). La trayectoria puede ser obtenida, también, realizando una simulación DEM.
- Manejar el flujo: Consiste en controlar la trayectoria del flujo del material, con el fin de guiarlo hasta la correa de descarga. Esta etapa, junto con la de controlar la velocidad del flujo y la de descargar el material en la correa de recepción, se explican al definir los **criterios de diseño en puntos de transferencia**, en el capítulo 2.6.2.

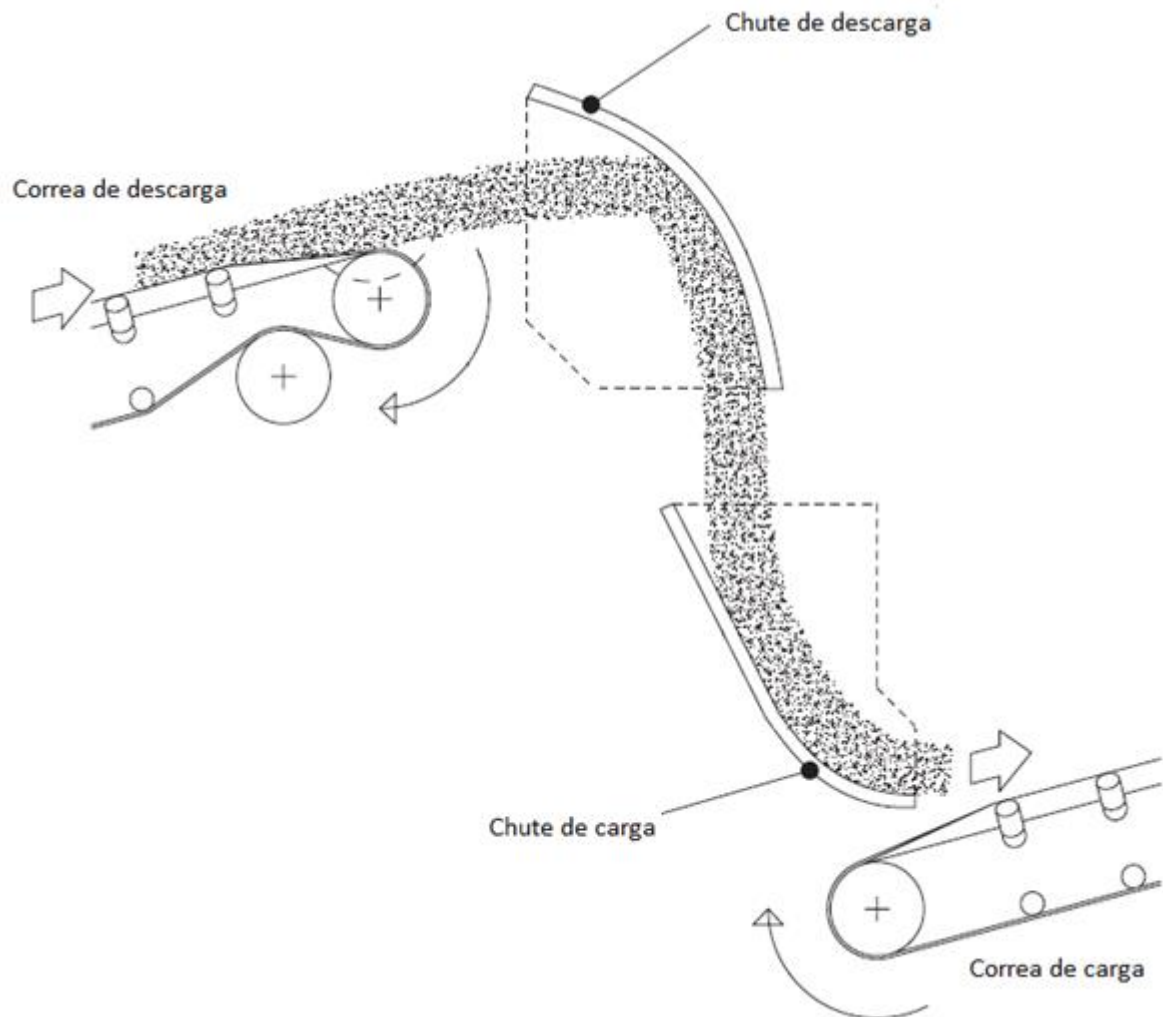
- iv. Controlar la velocidad del material: Se controla la velocidad del material en el punto de transferencia, con el fin de disminuir las probabilidades de que se atolle cuando estas son bajas, y evitar daño a los elementos mecánicos cuando estas son altas.
- v. Descargar el material en la correa de recepción: Realizar una descarga adecuada del material en la correa de recepción, es una de las mayores dificultades en el diseño de puntos de transferencia, ya que no existen métodos para estimar con exactitud el comportamiento del material en este punto. Realizar bien esta etapa es de gran importancia para conservar la integridad de la correa de descarga y sus elementos, además de evitar el derramamiento de mineral en la transferencia.
- vi. Validar el diseño: Existen cuatro formas de validar un diseño de un punto de transferencia, estas son:
  - a. Mediante una simulación DEM.
  - b. Empleando DSC (*Dynamic Scale Modelling*) que consiste construir una maqueta a escala del punto de transferencia, y mediante expresiones establecidas hacer la equivalencia de los resultados para dimensiones mayores.
  - c. Ecuaciones analíticas, que modelan el comportamiento del flujo en las diferentes etapas de un punto de transferencia, por lo que para realizar un análisis completo del sistema deben implementarse varios de estos. En Huque, 2004, se presenta una completa revisión de los modelos existentes, de los cuales destacan el de Korzen y el de Roberts.
  - d. Ensayo y error, es el método que se utilizaba antiguamente, antes de desarrollar los otros mencionados. Consiste en construir el punto de transferencia que se calculó a partir de los criterios de diseño, e ir modificándolo una vez implementado en terreno, hasta conseguir una correcta operación. Es el método más costoso de todos.

En el capítulo 2.6.2.3, de selección de métodos de validación, se establece una comparación entre las características de estos y las del DEM.

### **2.6.1. Tipos de puntos de transferencia**

Los criterios de diseño en puntos de transferencia no son determinantes (ver capítulo 2.6.2), en el sentido de que al obedecer a estos, no se logra llegar a un diseño en particular. Esto concede la libertad de proponer varias configuraciones para un mismo punto de transferencia, en que se pueda cumplir los criterios estipulados, incluso siendo muy diferentes entre ellas.

Dado que la cantidad de configuraciones posibles para puntos de transferencia es elevada, en el presente trabajo se limitará a estudiar aquellas que son más utilizadas. En Van Aarde, 2009, y Huque, 2004, se puede estudiar con mayor detalle las alternativas existentes en el diseño de puntos de transferencia.



**Figura 2.34: Esquema de un punto de transferencia típico.**  
[Fuente: Huque, 2004.]

Dentro de lo que se ha estudiado en bibliografía, se observa que las configuraciones de puntos de transferencia más comunes son las siguientes:

- i. Sin chutes, tanto en la carga como en la descarga. Poseen placas para evitar el derramamiento de material. Generalmente utilizados en alturas pequeñas y misma dirección en correas.

- ii. Solo con chute de descarga. Generalmente utilizados en alturas pequeñas y misma dirección en correas.
- iii. Con chute de descarga y carga.
- iv. Con chute de descarga, y carga con *Cascade chute*<sup>15</sup>. Se utiliza cuando la altura entre correas es grande, consiste en varios elementos deflectores dispuestos alternadamente con el fin de que el material vaya chocando en ellos y pierda velocidad.

Los chutes de descarga pueden ser del tipo Hood<sup>16</sup>, Impact plate<sup>17</sup> o del tipo Rock box<sup>18</sup>, mientras que los chutes de carga pueden ser del tipo Spoon<sup>19</sup>, Sliding tube<sup>20</sup> o Rock box, y los elementos deflectores en los chutes de cascada son del tipo Rock box. Se ha preferido mantener el nombre de los elementos en inglés, ya que no se encontró una traducción formal para estos, sin embargo, al pie de página se menciona la terminología en español que suelen utilizar los operarios de las minas en Chile.

*Hood*: Elemento inclinado o curvado que recibe el material proveniente de la correa de descarga y lo redirecciona para el chute de carga, o en algunos casos, directamente a la correa de carga. El *Hood* es uno de los elementos que mejores resultados tiene en la descarga, ya que controla de manera adecuada el flujo, evitando el atollo, desgaste excesivo y falla catastrófica en los elementos, además de conservar la integridad del material y evitar la generación de polvo. Por otra parte, presenta dificultades en su manufactura e implementación, debido a la mayor cantidad de detalles geométricos.

En la Figura 2.35 se muestra una representación de un *Hood*.

---

<sup>15</sup> Chute tipo cascada.

<sup>16</sup> Pico de loro.

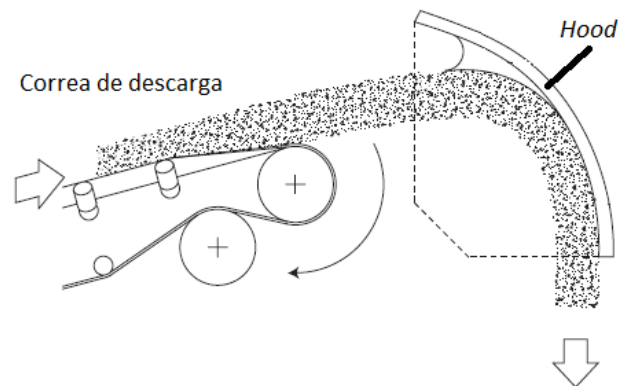
<sup>17</sup> Placa de impacto, placa de sacrificio.

<sup>18</sup> Cama de piedras.

<sup>19</sup> Cuchara.

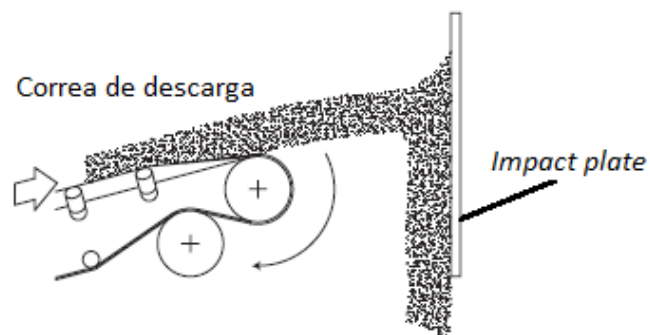
<sup>20</sup> Tubo deslizante.





**Figura 2.35: Representación de un *Hood* en un punto de transferencia.**  
[Fuente: Huque, 2004.]

*Impact plate*: Placa sobre la cual impacta el material proveniente de la correa de descarga. También se conocen como placas de sacrificio (Grima y Wypych, 2010), ya que generalmente se utilizan para frenar flujos de materiales abrasivos y/o con elementos de gran tamaño. Al impactar el material con la placa, esta absorbe gran parte de la energía, dañándose de forma acelerada y teniendo que ser sustituida o reparada con frecuencia, pero de este modo se evita dañar otros componentes más importantes, o más difícil de reemplazar. La placa requiere mínima manufactura y su instalación suele ser simple. En la Figura 2.36 se muestra una representación de una *Impact plate*.



**Figura 2.36: Representación de una *Impact plate* en un punto de transferencia.**  
[Fuente: Huque, 2004.]

*Rock box*: Caja metálica la cual conserva cierta cantidad de material apilado, en que el material transportado, choca con dicha pila y continúa su trayectoria con menor velocidad. Con esto se logra bajar la velocidad del flujo, y disminuir el desgaste en los elementos, ya que la capa de material apilado protege las paredes del equipo del impacto del flujo. Suele utilizarse en materiales abrasivos con elementos de gran tamaño. No es recomendable para materiales cohesivos porque puede producir atollo al bajar las velocidades de flujo. En la Figura 2.37 se muestra una representación de un *Rock box*.

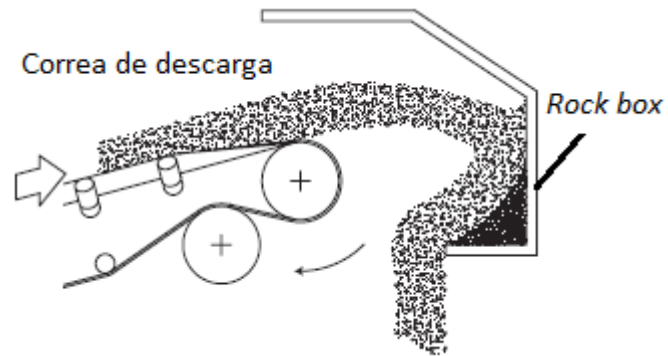


Figura 2.37: Representación de un *Rock box* en un punto de transferencia.  
[Fuente: Huque, 2004.]

*Spoon*: Elemento inclinado o curvado que capta el material del chute de descarga y lo redirecciona a la correa de carga. Es similar al *Hood*, ya que permite un buen control del flujo de material, lo que trae consigo las características mencionadas en la descripción de este. Su construcción e implementación es más difícil y costosa que la de otros elementos de carga, por lo que su uso debe estar justificado. En la Figura 2.38 se muestra una representación de un *Spoon*.

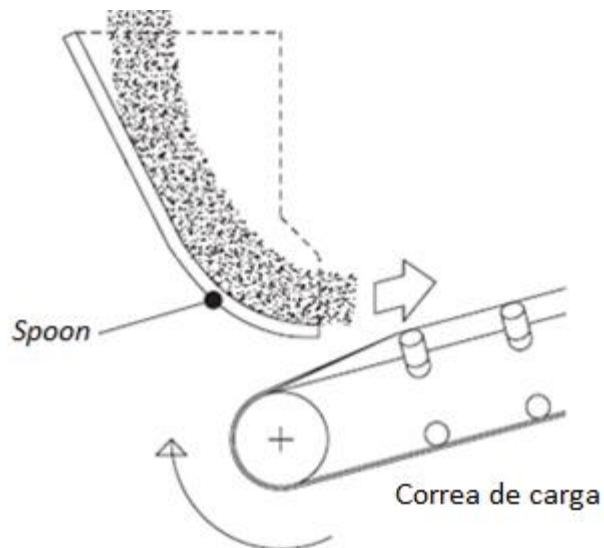
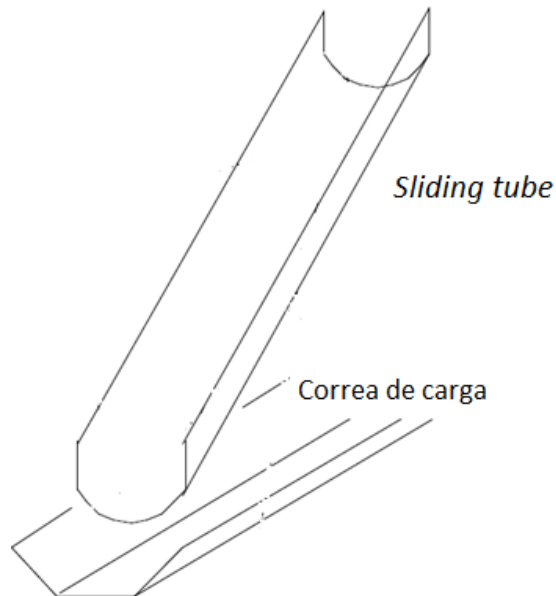


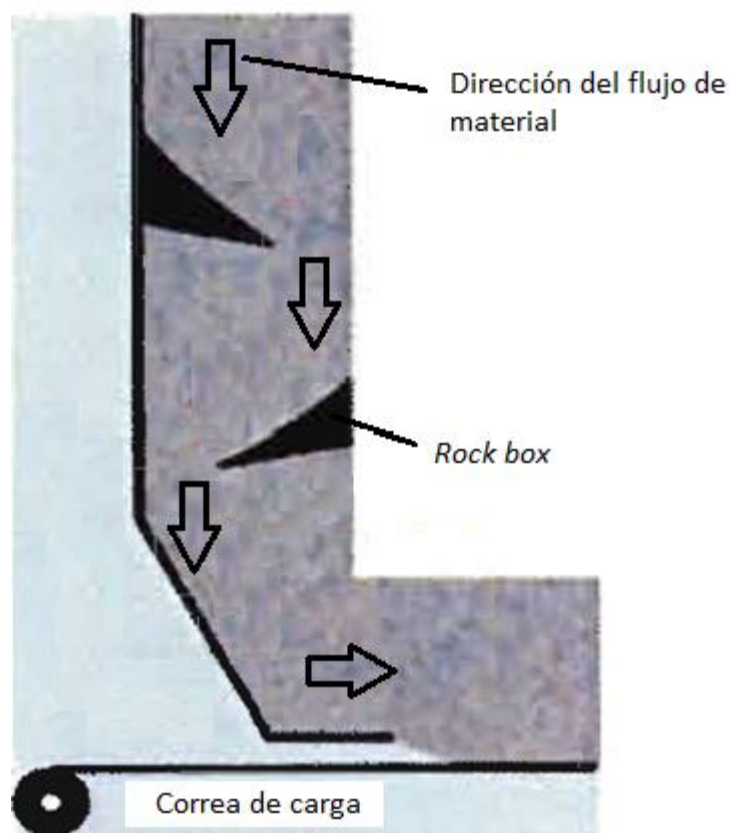
Figura 2.38: Representación de un *Spoon* en un punto de transferencia.  
[Fuente: Huque, 2004.]

*Sliding tube*: Es un elemento de carga similar al *Spoon*, con la diferencia de que no está curvado cuando se le mira en vista lateral, es decir, no controla la trayectoria del material en la dirección del movimiento de las correas transportadoras. Generalmente se utiliza para manejar flujos cohesivos, en que se debe mantener las velocidades altas. Su manufactura es más simple que la del *Spoon*, aunque su implementación puede ser similar en complejidad, ya que por lo general estos elementos son voluminosos, y deben situarse dentro de la tolva de carga y bajo la tolva de descarga. En la Figura 2.39 se muestra una representación de un *Sliding tube*.



**Figura 2.39: Representación de un *Sliding tube* en un punto de transferencia.**  
[Fuente: Stuart-Dick y Royal, 1992.]

*Cascade chute*: Conjunto de *Rock box*, que se ubican en el espacio vertical existente entre la correa de descarga y la de carga. Generalmente se utilizan cuando la altura de caída es grande, para controlar la velocidad del flujo. En la Figura 2.40 se muestra una representación de un *Cascade chute*.

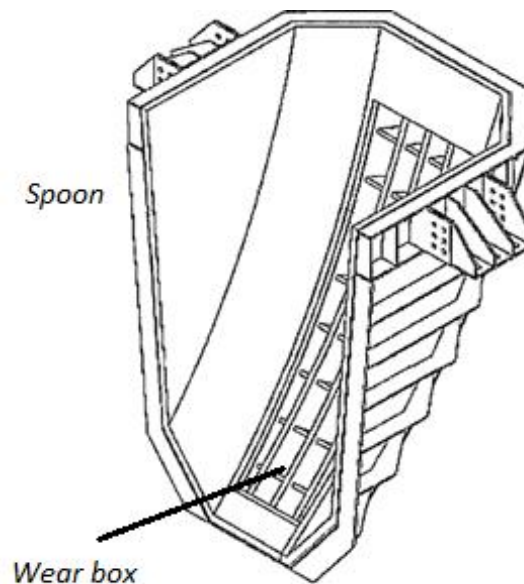


**Figura 2.40: Representación de un *chute de cascada* en un punto de transferencia.**  
[Fuente: Van Aarde, 2009.]

Existen otros elementos complementarios que pueden implementarse en el chute con la finalidad de mejorar su desempeño, algunos de estos se describen en los párrafos siguientes. Al igual que para los otros elementos, se manejarán sus términos en inglés ya que no se tiene certeza de la terminología formal en español, de todas maneras, en el pie de página se indican los nombres con los que típicamente los llaman los operarios de las minas en Chile .

*Wear box*<sup>21</sup>: Consiste en placas dispuestas perpendicularmente sobre la superficie de uno de los chutes de modo de provocar que quede acumulado material en estas, lo que previene el desgaste, ya que el material que continúa fluyendo chocará sobre el material acumulado y no directamente sobre la superficie del chute. En la Figura 2.41 se muestra una representación de un *Wear box* en un *Spoon*.

<sup>21</sup> Cama de desgaste.



**Figura 2.41: Representación de *Wear box* en *Spoon*.**  
[Fuente: Van Aarde, 2009.]

*Wear plates*<sup>22</sup>: Son placas de metales de alta dureza o materiales cerámicos que se fijan mediante pernos, a las paredes de algunos elementos pertenecientes a los puntos de transferencia, la finalidad de estas es proteger dichos elementos de la abrasión y de los impactos que produce el flujo de material.

*Rubber curtains*<sup>23</sup>: Cortinas de gomas que recubren el punto de transferencia para contener el polvo generado. También pueden utilizarse para disminuir las velocidades horizontales en la transferencia al chute de carga.

*Chains*<sup>24</sup>: Cadenas colgantes que se utilizan para disminuir las velocidades horizontales del material en la transferencia al chute de carga.

---

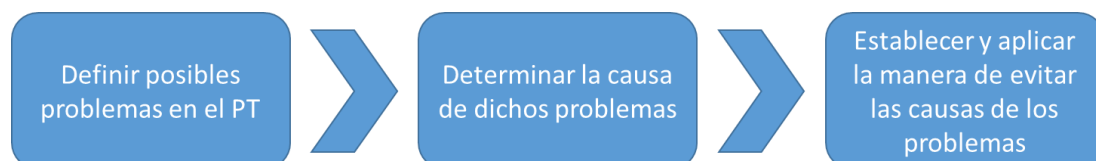
<sup>22</sup> Placas de desgaste

<sup>23</sup> Cortinas de goma

<sup>24</sup> Cadenas

### 2.6.2. Criterios de diseño en puntos de transferencia (PT)

Por lo general, los puntos de transferencia son diseñados enfocándose en los potenciales problemas que estos típicamente presentan, y generando acciones que los eviten (Dewicki y Mustoe, 2002, Van Aarde, 2009, y, Stuart-Dick y Royal, 1992). Lo anterior puede ser dividido en tres etapas que se presentan en la Figura 2.42.



**Figura 2.42: Etapas del proceso de diseño de un punto de transferencia.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

En la primera etapa, se definen los posibles problemas que ocurrirían en un PT dadas las condiciones de operación y la posición de las correas transportadoras entre las cuales debe ubicarse el PT. En el segundo, se determina la naturaleza cinemática, dinámica y cualitativa, de los problemas de la etapa anterior. Por último, en la tercera etapa, se establece un método para manejar las condiciones cinemáticas y dinámicas que generan los problemas, en que se implementan ecuaciones y principios que se utilizan para dimensionar y definir la geometría de los elementos a diseñar, esta información se especifica en Stuart-Dick y Royal, 1992, Vaan Aarde, 2009, y Huque, 2004, entre otros. Para efectos de este trabajo, se desarrollan los principios descritos en Stuart-Dick y Royal, 1992, ya que corresponden especialmente para el caso de manejo de materiales sólidos granulares, y el documento es distribuido por una de las empresas líderes en el rubro, Jenike & Johanson<sup>25</sup>, lo que respalda, de algún modo, la real aplicación de la información presentada.

#### 2.6.2.1. Problemas de los PT y sus posibles causas

Los problemas de los PT y las causas de estos, están bien definidos (Dewicki y Mustoe, 2002, Van Aarde, 2009, y, Stuart-Dick y Royal, 1992). Son los siguientes<sup>26</sup>:

<sup>25</sup> Para mayor información visitar el sitio web de la empresa <http://www.jenike.com>

<sup>26</sup> Se especifica su nombre en inglés, ya que no se encontró el término técnico para cada problema, y utilizar la terminología adecuada facilita el poder buscar y contextualizar la información.

**Tabla 2.8 (parte 1 de 3): Problemas en PT y sus respectivas causas.**  
 [Fuente: Elaboración propia.]

<b>Problema</b>	<b>Descripción</b>	<b>Causa</b>
<i>Spillage</i>	Derramamiento de material fuera de las correas transportadoras en la transferencia.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cantidad de material transportado es mayor que la recomendada por diseño.</li> <li>• Material no es depositado centrado en la correa de carga.</li> </ul>
<i>Plugging</i>	Atollo parcial o total de un chute.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cantidad de material transportado es mayor que la recomendada por diseño.</li> <li>• Flujo presenta velocidades muy bajas.</li> <li>• Material es cohesivo y presenta tendencia a la adherencia a paredes y a unirse entre sí.</li> <li>• Material es fino y hay presencia de humedad.</li> </ul>
<i>Belt wear</i>	Desgaste excesivo en la correa de carga.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Material no es depositado adecuadamente en la dirección y velocidad de la correa de carga.</li> <li>• Material impacta con velocidades elevadas la correa de carga.</li> <li>• Flujo de material presenta elementos duros y/o masivos.</li> </ul>

**Tabla 2.9 (parte 2 de 3): Problemas en PT y sus respectivas causas.**  
 [Fuente: Elaboración propia.]

<b>Problema</b>	<b>Descripción</b>	<b>Causa</b>
<i>Chute wear</i>	Desgaste excesivo de los elementos del chute.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Material impacta con velocidades elevadas las paredes del chute.</li> <li>• Material no es transportado uniformemente a través del chute, con variaciones bruscas de velocidad.</li> <li>• Flujo de material presenta elementos duros y/o masivos.</li> </ul>
<i>Material degradation</i>	Cambio en las condiciones del material transportado, generalmente rompimiento por impacto.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Material impacta con velocidades elevadas las paredes del chute.</li> <li>• Material impacta con velocidades elevadas la correa de carga.</li> <li>• Material no es transportado uniformemente a través del chute, con variaciones bruscas de velocidad.</li> <li>• Flujo de material presenta elementos duros y/o masivos.</li> </ul>



**Tabla 2.10 (parte 2 de 3): Problemas en PT y sus respectivas causas.**  
 [Fuente: Elaboración propia.]

<b>Problema</b>	<b>Descripción</b>	<b>Causa</b>
<i>Dust generation</i>	Generación excesiva de polvo cuando se transporta material seco y fino (con presencia de granulometría micrométrica).	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Material impacta con velocidades elevadas las paredes del chute.</li> <li>• Material no es transportado uniformemente a través del chute, con variaciones bruscas de velocidad.</li> <li>• Material impacta con velocidades elevadas la correa de carga.</li> </ul>
<i>Miss tracking of belt</i>	La correa de carga se descentra.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Material no es depositado adecuadamente en la dirección y velocidad de la correa de carga.</li> <li>• Material impacta con velocidades elevadas la correa de carga.</li> </ul>

En resumen, todos los factores que deben ser evitados para un correcto funcionamiento de un chute son los siguientes:

- Cantidad de material transportado es mayor que la recomendada por diseño.
- Material no es depositado centrado en la correa de carga.
- Flujo presenta velocidades muy bajas.
- Material no es depositado adecuadamente en la dirección y velocidad de la correa de carga.
- Material impacta con velocidades elevadas la correa de carga.
- Flujo de material presenta elementos duros y/o masivos.

- Material impacta con velocidades elevadas las paredes del chute.
- Material no es transportado uniformemente a través del chute, con variaciones bruscas de velocidad.

En la Figura 2.43 se muestra un punto de transferencia que presenta el problema de atollo.



**Figura 2.43: Problema de atollo en un punto de transferencia.**  
[Fuente: Dewicki y Mustoe, 2002.]

#### **2.6.2.2. Principios para el diseño de chutes en el manejo de materiales sólidos**

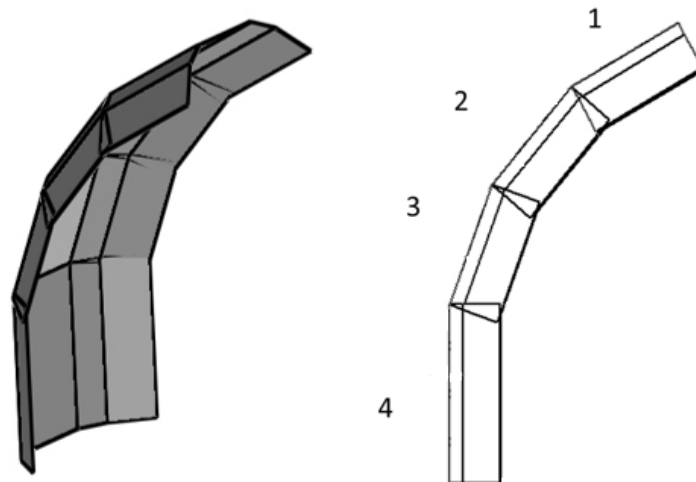
Según Stuart-Dick, 1992, existen 6 principios, los cuales están relacionados con los problemas descritos anteriormente, que se deben tener en cuenta para el diseño de chutes. Son los siguientes:

### *Prevenir el atollo en los puntos de impacto*

Se debe asegurar que el chute presente una pendiente adecuada (cuyo valor depende del caso de estudio), y su superficie sea suave, todo esto con la finalidad de que el material fluya a las menores velocidades posibles sin producir atollo, ya que a velocidades mayores, es probable que ocurra desgaste acelerado.

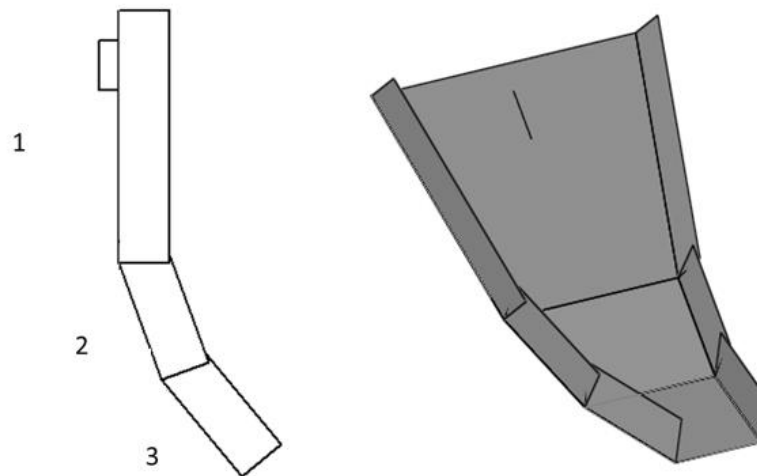
La disminución de velocidad del flujo en los chutes, se debe principalmente a las pérdidas energéticas por roce entre el flujo y la pared del chute. Por este motivo, mientras más suave sea la curvatura de un chute respecto la dirección de la velocidad del flujo, menores pérdidas tendrá este.

Por motivos de manufactura, la curvatura de la pared de un chute se realiza mediante placas planas, llamadas *steps* (lo que para este trabajo se traducirá como etapas). En la Figura 2.44 y Figura 2.45, se muestra un ejemplo de dos tipos de chutes con diferentes etapas.



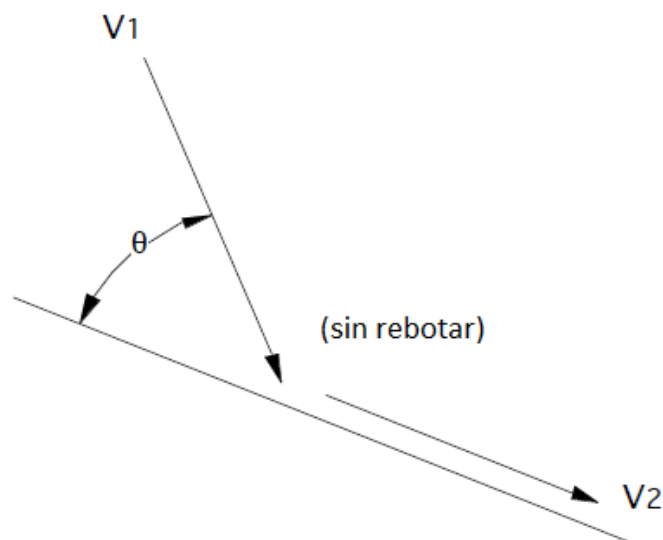
**Figura 2.44: Hood de 4 etapas, las que se indican enumeradas.**  
[Fuente: Elaborado por Joaquín Ugalde<sup>27</sup>.]

<sup>27</sup> Estudiante en práctica en Duam S.A. de la carrera Ingeniería Civil Mecánica de la Universidad de Chile, en el período de Diciembre 2014, y, Enero y Febrero de 2015.



**Figura 2.45: Spoon de 3 etapas, las que se indican enumeradas.**  
[Fuente: Elaborado por Joaquín Ugalde<sup>27</sup>.]

Considérese la Figura 2.46, que representa la interacción del flujo con un chute de una etapa, en el caso más común que es sin rebotar. Las relaciones para las velocidades de impacto y de salida, y la presión de impacto, en función de los parámetros indicados en la figura, se indican en la Ecuación 2.74 y en la Ecuación 2.75.



**Figura 2.46: Representación de un chute de una etapa.**  
[Fuente: Stuart-Dick y Royal, 1992.]

En la Figura 2.46,  $V_1$  corresponde a la velocidad del flujo de partículas previo a la colisión con el chute,  $V_2$  corresponde a la velocidad posterior a la colisión, sin que ocurra rebote, y  $\theta$  es el ángulo del flujo incidente relativo a la superficie del chute.

Se tiene la siguiente relación entre velocidades:

$$\frac{V_2}{V_1} = \cos \theta - \sin \theta \tan \phi \quad \text{Ecuación 2.74}$$

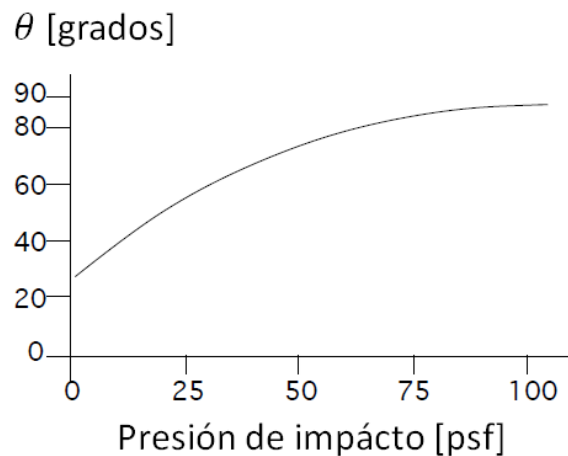
En que  $\phi$  es el ángulo de fricción interna, tal como se define al comienzo del capítulo 2.4, en que representa la fricción que existe entre el material y la pared del chute. En algunos casos puede asumirse igual al coeficiente de roce entre cada partícula y la pared  $\mu_{pw}$ .

La presión de impacto se puede estimar mediante la siguiente expresión:

$$\sigma \approx \frac{\rho_b V_1^2 \sin^2 \theta}{g} \quad \text{Ecuación 2.75}$$

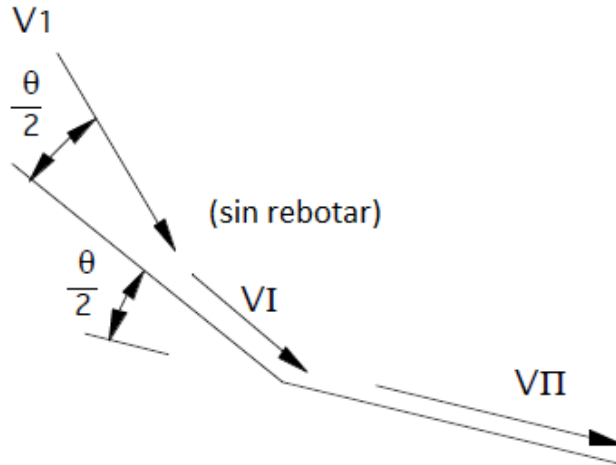
En que  $\sigma$  la presión de impacto,  $\rho_b$  la densidad de grupo de partículas, y  $g$  es la aceleración de gravedad.

A continuación se puede apreciar una curva típica de la presión de impacto en función del ángulo que forma el flujo con la superficie del chute  $\theta$ .



**Figura 2.47:** Presión de impacto en función del ángulo que forma el flujo con la superficie del chute.  
[Fuente: Stuart-Dick y Royal, 1992.]

Para el caso de un chute de dos etapas, considerando el flujo sin rebotar (Figura 2.48), las expresiones que relacionan las velocidades entre cada una de las etapas se indican en la Ecuación 2.76, Ecuación 2.77 y Ecuación 2.78.



**Figura 2.48: Representación de un chute de dos etapas.**  
[Fuente: Stuart-Dick y Royal, 1992.]

En la Figura 2.48,  $V_I$ , corresponde a la velocidad del flujo a la salida de la primera etapa, y  $V_{II}$  es la velocidad a la salida de la segunda.

Las relaciones para las velocidades son las siguientes:

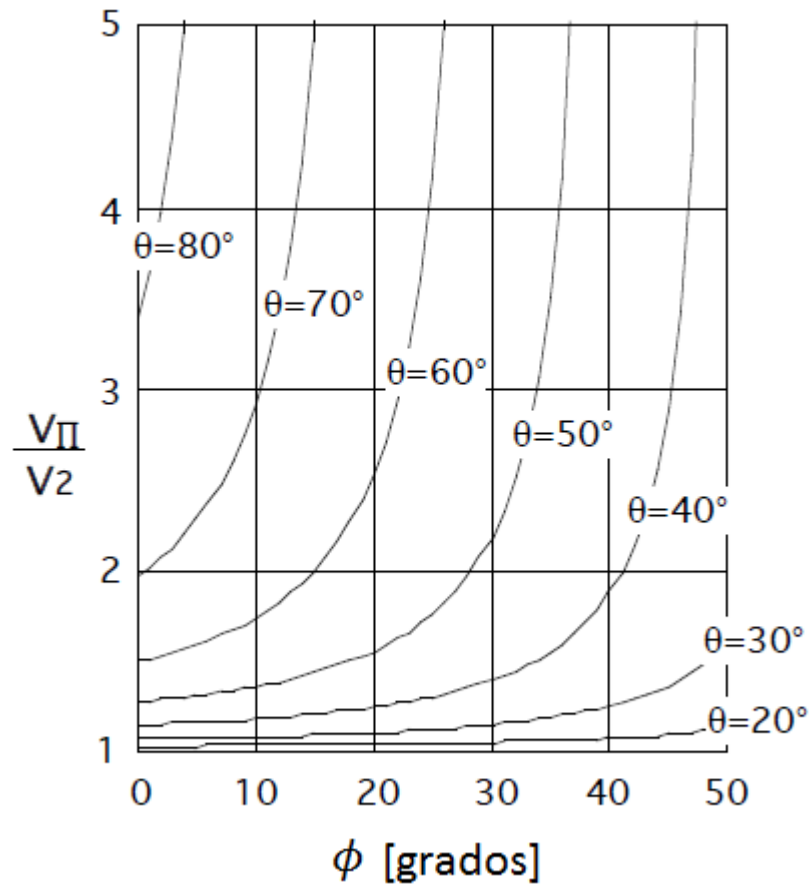
$$\frac{V_I}{V_1} = \cos \frac{\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \tan \phi \quad \text{Ecuación 2.76}$$

$$\frac{V_{II}}{V_I} = \cos \frac{\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \tan \phi' \quad \text{Ecuación 2.77}$$

Al dividir las ecuaciones anteriores se obtiene la pérdida de velocidad del flujo al pasar por el chute. La expresión de esto se muestra a continuación:

$$\frac{V_{II}}{V_1} = \cos^2 \frac{\theta}{2} - \sin \theta \tan \phi + \sin^2 \frac{\theta}{2} \tan^2 \phi \quad \text{Ecuación 2.78}$$

En la Figura 2.49 se puede observar la razón entre las velocidades de salida para un chute de dos y una etapa.



**Figura 2.49:** Diagrama típico para razones de velocidades de salida en chutes de dos y una etapa, en función del ángulo de fricción y ángulo de inclinación del chute.  
[Fuente: Stuart-Dick y Royal, 1992.]

Con lo que puede observarse que la velocidad de salida en el impacto aumenta drásticamente para  $\theta > 30^\circ$  cuando se utiliza un chute de dos etapas con respecto al de una..

### *Asegurar suficiente área de sección transversal*

El área transversal del chute dependerá de la velocidad, lo que a su vez está relacionado con la aceleración, por lo que el análisis comenzará a partir de este último concepto.

A continuación se muestra el análisis de fuerza de una partícula, que no experimenta rodadura, sobre un chute recto.

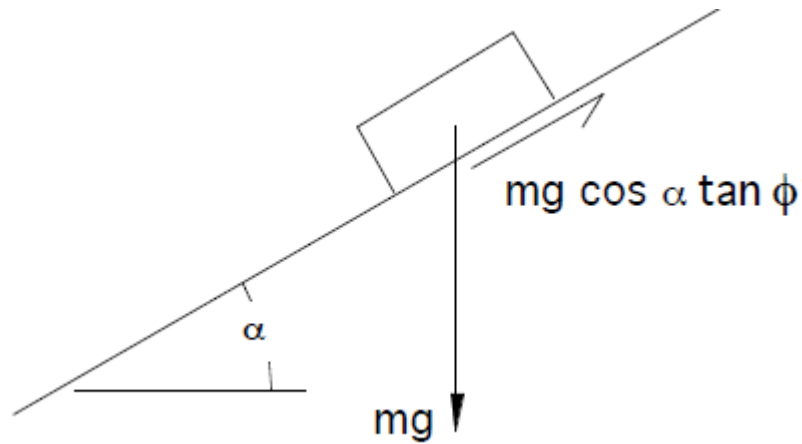


Figura 2.50: Diagrama de fuerzas de una partícula sobre un chute recto.  
[Fuente: Stuart-Dick y Royal. 1992.]

En la figura anterior,  $m$  es la masa de una partícula de material,  $g$  es la aceleración de gravedad y  $\alpha$  es el ángulo de la superficie del chute con respecto a la horizontal.

La aceleración  $a$  de la partícula está determinada por:

$$a = g(\sin \alpha - \cos \alpha \tan \phi) \quad \text{Ecuación 2.79}$$

A continuación se realizará el mismo análisis en una superficie curva, correspondiente a un arco de circunferencia. En la Figura 2.51 se muestra una representación de dicho caso.

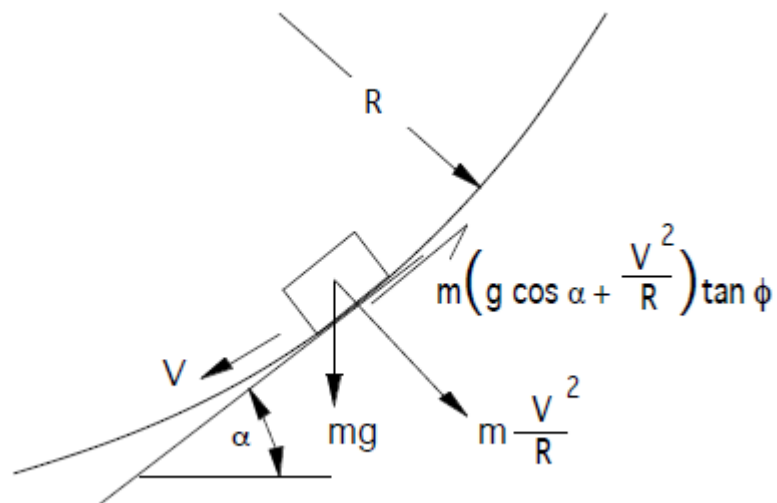


Figura 2.51: Diagrama de fuerzas de una partícula sobre una superficie curva.  
[Fuente: Stuart-Dick y Royal, 1992.]



En la Figura 2.51,  $V$  representa la velocidad lineal de la partícula,  $R$  el radio de curvatura de la superficie y  $\alpha$  el ángulo de la superficie con respecto a la horizontal para una posición determinada.

Para este caso, la aceleración  $a$  de la partícula está determinada por la siguiente expresión:

$$a = g(\sin \alpha - \cos \alpha \tan \phi) - \frac{V^2}{R} \tan \phi \quad \text{Ecuación 2.80}$$

La velocidad del flujo de material a una distancia  $S$  de un punto inicial arbitrario, está determinada por:

$$V = \sqrt{V_0^2 + 2aS} \quad \text{Ecuación 2.81}$$

en que  $V_0$ , es la velocidad en dicho punto inicial.

Para el diseño del chute, se debe tomar en cuenta que a medida que el flujo de materia acelera, disminuye el área de sección transversal.

Se recomienda que el área de la sección transversal de material, en la parte en donde la velocidad es menor, no supere la tercera parte del área total, todo esto considerando valores conservadores para la densidad.

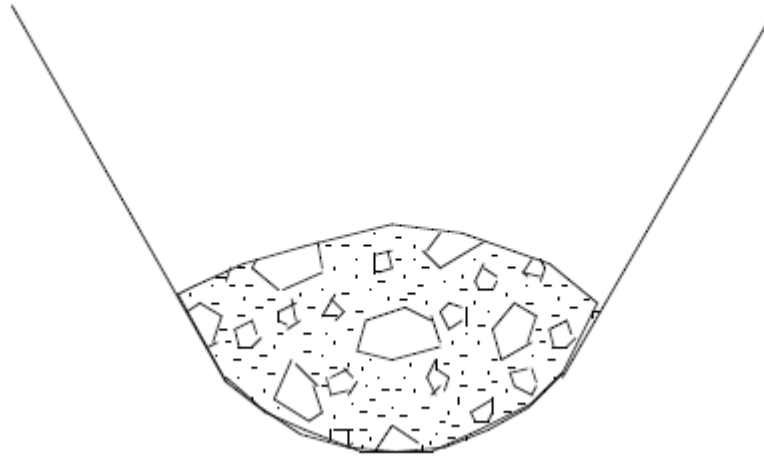
### ***Control del flujo de partículas***

Sirve para direccionar suavemente el flujo de material (sin grandes variaciones en su velocidad), y depositarlo centrado en la correa de recepción.

Lo que controla el flujo de material es la forma de la sección transversal del chute, la que puede ser cónica, rectangular o cuadrada.

Las secciones cónicas (Figura 2.52) permiten mayor control del flujo, por lo que es más fácil depositar el material en el centro de la correa de recepción, son recomendados cuando se manejan materiales cohesivos, ya que evitan que este se fije a las paredes. También son adecuados para controlar la generación de polvo, ya que los movimientos a través del chute son suaves. Los inconvenientes de este tipo de chutes, es su dificultad para ser manufacturados, montados, y realizar mantenimiento.

Por otra parte, los chutes de secciones rectangulares o cuadradas no presentan este tipo de problemas, pero su desempeño es bastante más bajo respecto el control de material, la generación de polvo, y el manejo de materiales cohesivos, ya que estos se adhieren en las esquinas y eso facilita que se vayan apilando poco a poco.



**Figura 2.52: Chute de sección cónica.**  
[Fuente: Stuart-Dick y Royal, 1992.]

Existe otro problema asociado al control de material cuando este se presenta junto con el desgaste excesivo de la correa de recepción. La mayoría de las veces esto se debe a la presencia de rocas que impactan con mucha velocidad en la dirección normal a la correa, cuando lo que debería ser, es que al momento de llegar a esta, tengan una velocidad levemente mayor a la de la correa, y lo más cercano a la misma dirección y sentido de esta.

Un factor importante que propicia que el material no sea bien controlado, es la velocidad horizontal en la transferencia al chute de carga. Para evitar esto se pueden utilizar cortinas de caucho, cadenas y nervaduras. Mediante una simulación DEM se pueden obtener resultados precisos de la trayectoria del material, pero la experiencia sigue siendo la herramienta más efectiva para que el material sea depositado en el centro de la correa, por lo que cuando se realiza un diseño, es muy recomendable estudiar los casos que funcionan correctamente.

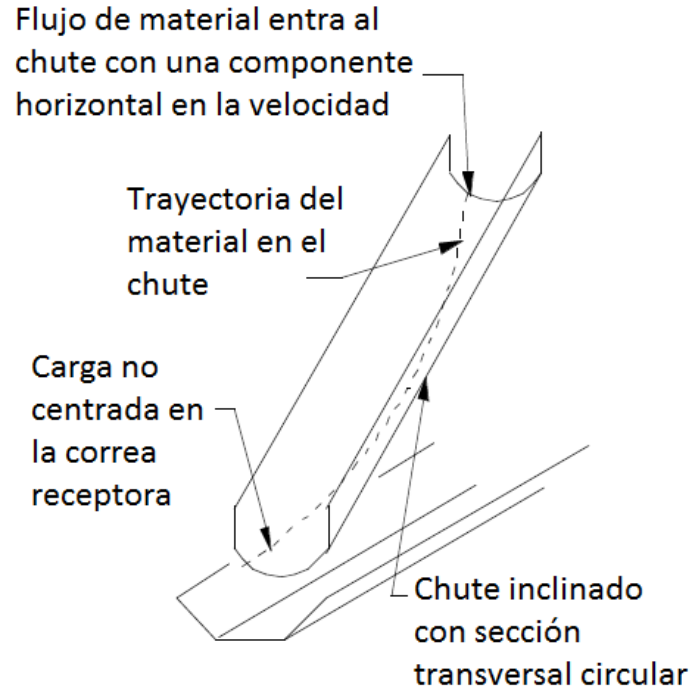


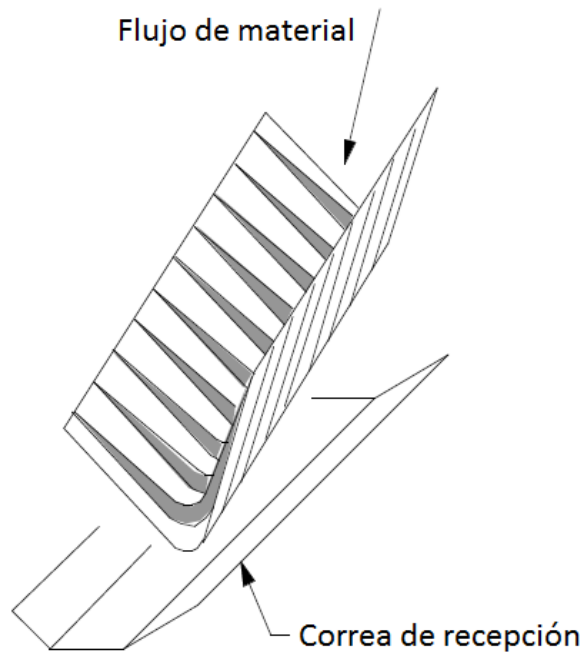
Figura 2.53: Trayectoria del material durante la carga.  
[Fuente: Stuart-Dick y Royal, 1992.]

### ***Minimizar el desgaste abrasivo de la superficie del chute***

Si el material transportado no es cohesivo, basta con utilizar un *wear box* en la superficie del chute.

Si el material es cohesivo, se debe considerar que la geometría de la superficie del chute sea lo más cercana a la trayectoria natural del material. Esta medida disminuye el impacto y mantiene alta la velocidad, por lo que se controla la abrasión y el atollo.

Si la abrasión fuese severa, como en caso cuando se transporta una mezcla de lodo con rocas, se recomienda un chute de sección cónica con nervaduras dispuestas transversalmente (Figura 2.54). Esto evita el impacto directo del flujo de material sobre la superficie del chute, ya que se acumula una capa de material que lo protege.



**Figura 2.54: Chute de carga con nervaduras.**  
[Fuente: Stuart-Dick y Royal, 1992.]

### ***Control de la generación de polvo***

Esto se produce cuando el material transportado contiene poca humedad, y se mezcla con aire. Las medidas para evitarlo son las siguientes:

- Mantener el material en contacto con la superficie del chute a medida que avanza en su trayectoria.
- Concentrar el flujo de material.
- Mantener ángulos de impacto pequeños (entre la trayectoria y la superficie del chute).
- Mantener la velocidad a lo largo del chute lo más constante posible.
- Que el material aterrice en la correa de recepción en la misma dirección y a una velocidad levemente mayor (suele recomendarse no más del 10% más que la velocidad de la correa).
- Para contener el polvo puede se pueden utilizar cortinas de goma.

### ***Minimizar el daño al material transportado***

Este aspecto es importante, ya que las propiedades del flujo de material dependen de la granulometría. Etapas posteriores en el proceso están calibradas para un tamaño determinado de partículas, y si estas se deterioran aleatoriamente, puede haber inconvenientes que afecten la producción o el funcionamiento de las máquinas.

El deterioro de material es más probable que ocurra cuando las presiones de impacto son altas, para manejar esto existen las siguientes medidas:

- Minimizar el ángulo entre el chute y el flujo de material en los puntos de impacto.
- Mantener el flujo concentrado en el chute y sobre la superficie de este durante su trayectoria.
- Mantener la velocidad de flujo lo más constante posible a través del chute.

### 2.6.2.3. Selección de métodos de validación en diseño de puntos de transferencia

Una vez que se ha definido las dimensiones y materiales de un punto de transferencia a partir de los criterios de diseño, este debe ser validado. Existen dos clases de métodos de validación, estas son la construcción de modelos, y las simulaciones. En la construcción de modelos, se manufactura un prototipo en que se realizan las pruebas, mientras que en las simulaciones, las pruebas se llevan a cabo de manera virtual, generalmente en computador. En la Figura 2.55 se muestran los diferentes métodos de validación.

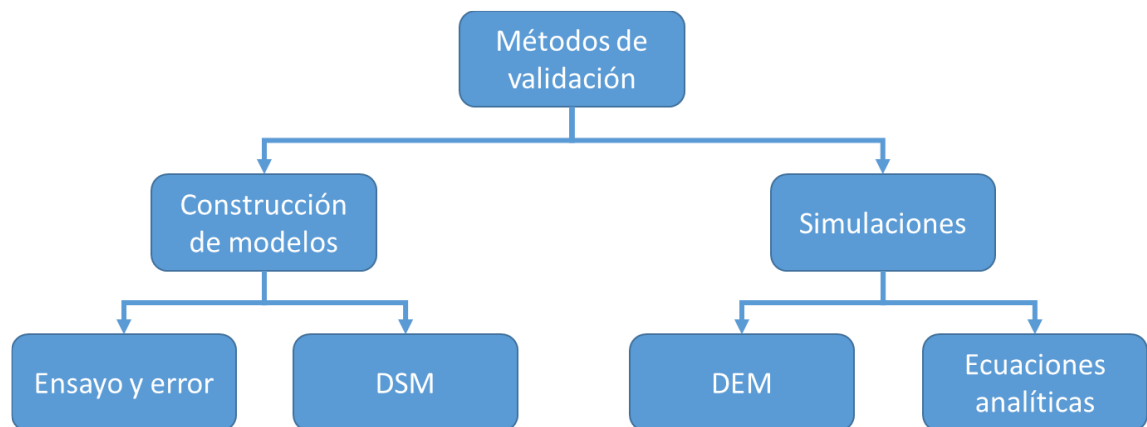


Figura 2.55: Esquema de los métodos de validación de diseño de puntos de transferencia.  
[Fuente: Elaboración propia.]

#### *Construcción de modelos*

Los métodos empleados en la clasificación de construcción de modelos, se especifican a continuación:

- Ensayo y error: Se manufactura e implementa el punto de transferencia real, el que se somete a pruebas en base a las que se planifican las eventuales modificaciones en el diseño. Este método se utilizaba antiguamente antes de desarrollar los otro que se mencionan. Es costoso.

- **DSM:** El DSM (*dynamics scale modelling*) es un método desarrollado a principio de la década de los 90's. Consiste en realizar prototipos a escala de un punto de transferencia, evaluar los parámetros de funcionamiento, y luego escalar los resultados al caso real utilizando análisis dimensional. Está considerado dentro de los métodos más exactos de validación (Colin, 2011). Una de sus limitaciones es que su aplicación es específica para el caso de estudio, por lo que resulta costoso evaluar casos diferentes, ya que se deben construir modelos distintos. Otra limitante es que solo puede ser aplicado a materiales sin cohesión (Donecker, 2011).

Los métodos de construcción de modelo, por lo general son más costosos que las simulaciones, por lo que solo se seleccionan en situaciones específicas. Por ejemplo cuando se requieren resultados de alta precisión, el DEM lo conseguiría con dificultad, pudiendo resultar más costoso que emplear el DSM, ya que para obtener resultado de tal nivel en el DEM, se requiere una calibración de precisión, y además, utilizar elevados recursos computacionales.

### ***Métodos de simulación***

Como el presente trabajo se llevará a cabo con métodos de simulación, estos serán estudiados con mayor detalle, lo que se desarrolla a continuación.

El comportamiento de una material granular en un punto de transferencia puede ser representado mediante simulación de dos maneras, mediante un modelo discreto, o bien, utilizando un modelo continuo. Dentro del modelo discreto se tiene el Método de Elementos Discretos (DEM), mientras que dentro de los modelos continuos se tienen las ecuaciones analíticas para materiales granulares en puntos de transferencia, en la que destaca el modelo de Korzen y el de Roberts (Huque, 2004).

A continuación se presenta una tabla comparando las capacidades en el ámbito de los puntos de transferencia, de los métodos mencionados (información obtenida en base a los trabajos de Van Aarde, 2009, Kruse, 2009, Huque, 2004, y, Grima y Wypych, 2010).

**Tabla 2.11: Comparación de las capacidades entre el DEM y las ecuaciones analíticas.**  
 [Fuente: Elaboración propia.]

<b>Características</b>	<b>DEM</b>	<b>Ecuaciones analíticas</b>
Modela en 2D	Si	Si
Modela en 3D	Si	No
Puede modelar condiciones no homogéneas en el flujo	Si	No
Permite utilizar formas de partículas similares a las reales	Si	No
Permite modelar rompimiento de partículas	Si	No
Puede funcionar con geometrías intrincadas en el chute	Si	No
Modela materiales cohesivos	Si	Si
Existen ensayos estandarizados para obtener los parámetros de entrada en la simulación	Si	Si
Incorpora efectos por fuerza de arrastre del aire	No	Si
Modela singularidades en el flujo de material (partículas que siguen una trayectoria diferente al grueso del material)	Si	No
Permite determinar si el material cae centrado en la descarga	Si	No
Permite obtener valores cinemáticos y dinámicos para cualquier elemento perteneciente al flujo de material	Si	No
Permite prevenir desgaste en elementos mecánicos	Si	Si
Permite diagnosticar desgaste en elementos mecánicos	Si	No

En conclusión, las ecuaciones analíticas solo pueden ser aplicadas en casos particulares y simplificados, en los cuales han presentado buenos resultados en comparación con información experimental (Grima y Wypych, 2010). Las ecuaciones analíticas podrían ser de utilidad en el proceso de diseño, y de esta manera reducir el número de simulaciones DEM en el proceso de validación.



### **3. DESARROLLO DE SIMULACIONES APLICADAS A PUNTOS DE TRANSFERENCIA UTILIZANDO LIGGGHTS Y YADE**

Este capítulo tiene dos objetivos, presentar en detalle las funciones más relevantes de los programas mencionados para el caso de simulaciones en puntos de transferencia, y establecer una plantilla de simulación (para ambos programas) que sirva como punto de partida para desarrollar aplicaciones variadas en estos.

El término plantilla de simulación se refiere a un documento que posea una estructura en su sintaxis, definiendo ciertos elementos y funciones, que sean de uso común para diferentes casos de una aplicación, la cual, para efectos de este trabajo corresponde a puntos de transferencia (PT).

Dicha estructura puede ser separada en cinco elementos: El modelo de contacto, los materiales de los elementos que participan en la simulación, la geometría CAD del escenario, las partículas que constituyen el flujo granular, y las funciones de cálculo e iteraciones. Existe un orden en el que es recomendable definir estos elementos, ya que los parámetros de unos están en función de otros.

El elemento más general en la simulación, suele ser el modelo de contacto, ya que de este dependen los atributos de los demás elementos, luego vienen los materiales, en donde se especifican sus propiedades físicas y mecánicas, las que en ocasiones dependen del modelo de contacto escogido.

Posteriormente se debe incorporar la geometría CAD, a la que se le debe asignar un tipo de material de los definidos en el punto anterior, y también, las condiciones de movimiento (como en el caso de las correas transportadoras). A continuación se ingresan las partículas que constituyen el flujo, en que es necesario conocer la ubicación y tamaño del CAD, para que estas aparezcan en el lugar adecuado.

Por último se ingresan las funciones de cálculos e iteraciones, las que incluyen los campos de fuerza (como la gravedad), y una función integradora, que calcula las condiciones cinemáticas y dinámicas para el siguiente paso de tiempo integrando las ecuaciones de movimiento de los elementos en el escenario. También se determina la información de salida que se desea guardar, y se establecen los comandos de inicio, duración y término de la simulación.

En la Figura 3.1 se puede observar los diferentes elementos de una simulación DEM, y el orden en que se recomienda atenderlos.

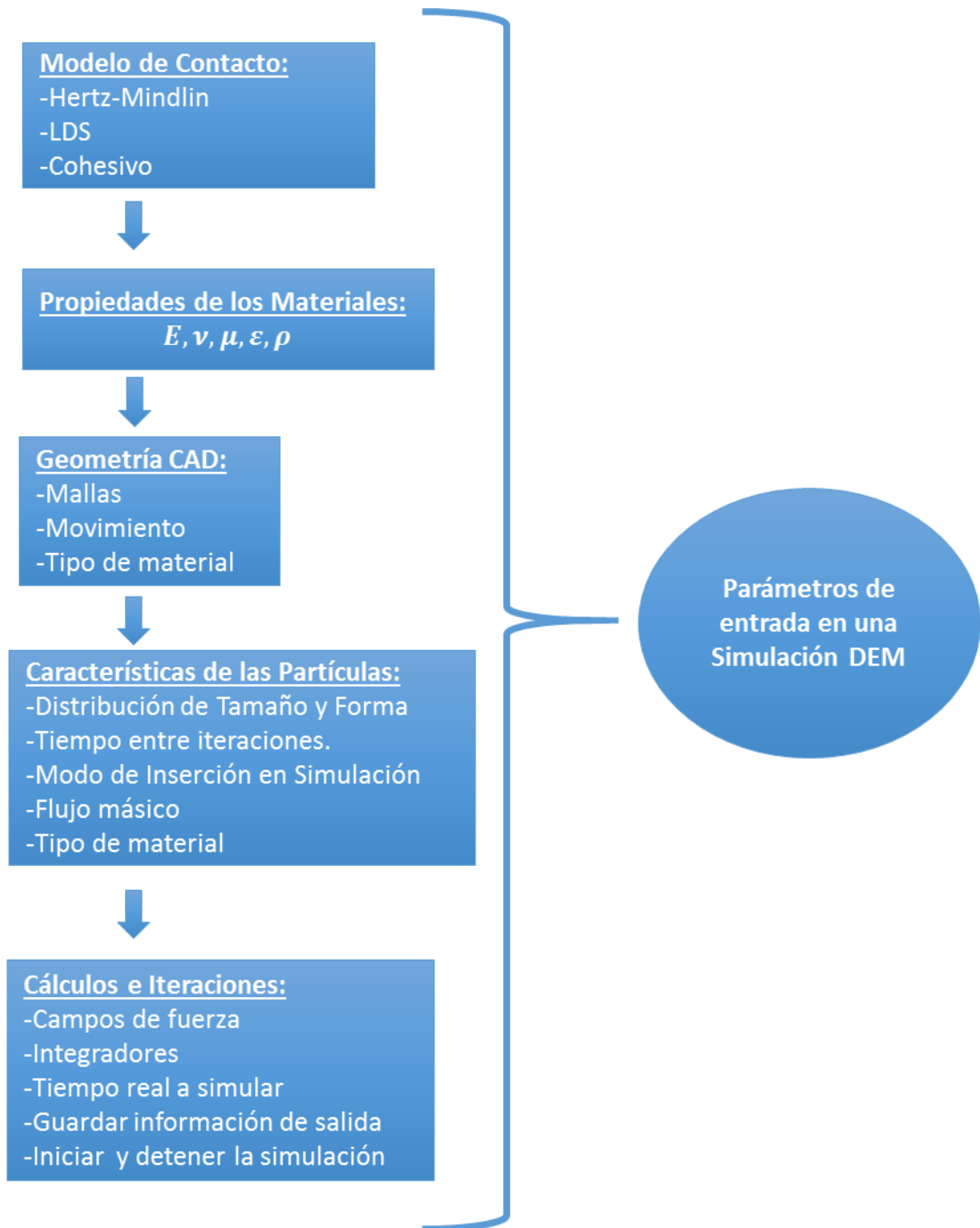


Figura 3.1: Clasificación de los parámetros de entrada de una simulación DEM, en cinco elementos principales.

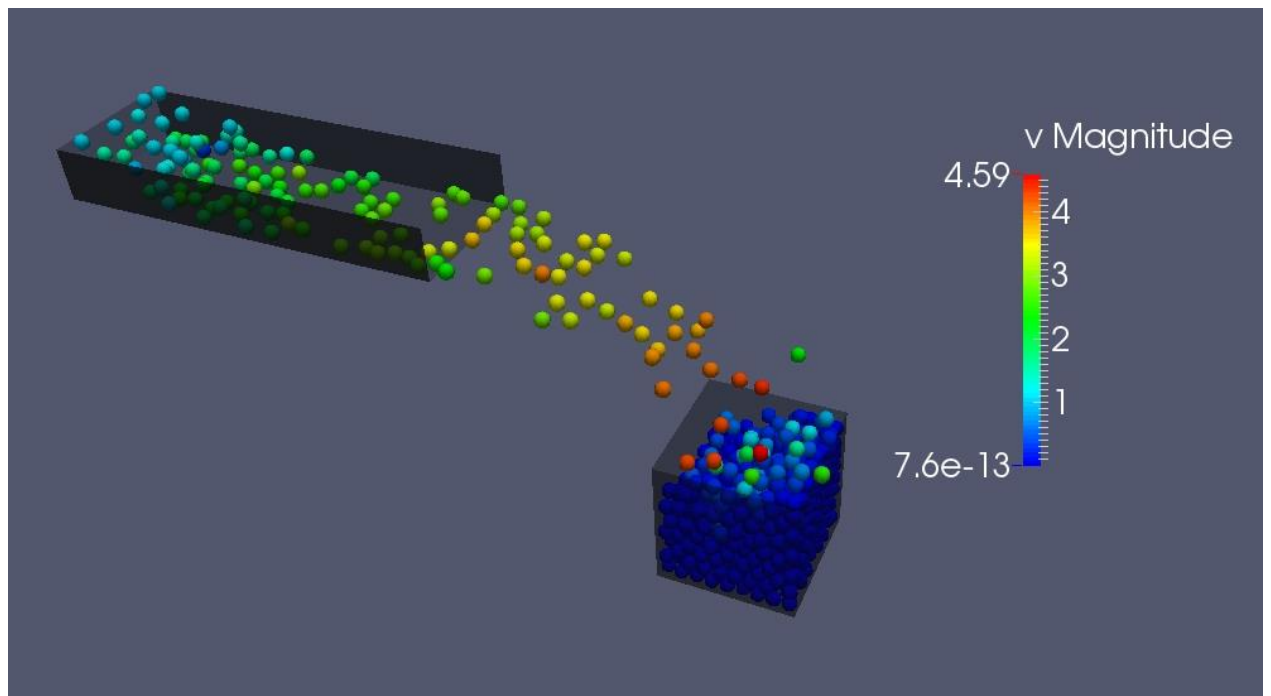
[Fuente: Elaboración propia.]

### 3. DESARROLLO DE SIMULACIONES APLICADAS A PUNTOS DE TRANSFERENCIA UTILIZANDO LIGGGHTS Y YADE

---

Para cumplir con los objetivos de este capítulo se desarrollará un ejemplo básico en ambos programas, el cual incorpora los elementos mencionados anteriormente. Este consiste en una correa transportadora plana que deposita las partículas en una caja tal como muestra la Figura 3.2. Todos los parámetros de entrada empleados en dicho ejemplo, serán explicados paso a paso tanto en LIGGGHTS como en YADE, y servirá como punto de partida para desarrollar las simulaciones posteriores.

Por último, se incluye un sección relacionada con el tiempo que toman las simulaciones en los diferentes programas. Para esto se realiza una simulaciones de prueba con ambos programas, distinta a la que se especificó anteriormente, la cual tiene un mayor número de iteraciones, con el objetivo de hacer evidentes las capacidades de ambos programas en este sentido.



**Figura 3.2: Simulación realizada en LIGGGHTS del ejemplo básico para puntos de transferencia.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

## 3.1. PARÁMETROS DE ENTRADA DE LA SIMULACIÓN

### 3.1.1. Modelo de contacto

El modelo de contacto utilizado fue el de Hertz-Mindlin, con torque de resistencia a la rodadura para LIGGGHTS, y sin este para YADE. De este modo se podría diferenciar con mayor claridad las simulaciones en los dos programas, y se podría discutir cualitativamente la calidad de los resultados para ambos, ya que se conocer a priori el efecto de este parámetro.

### 3.1.2. Propiedades de los materiales

En la Tabla 3.1 se especifican los valores para las propiedades de los materiales. Todas ellas fueran extraídas del Grima y Wypych, 2010, en base al cuál, además, se realizará la validación en el capítulo 5.

**Tabla 3.1: Propiedades de los materiales a emplear en la simulación DEM.**  
[Fuente: Grima y Wypych, 2010.]

Propiedad	Material	Símbolo	Valor	Unidad de medida
Densidad de partículas	Polietileno	$\rho_{pp}$	925	$kg/m^3$
Densidad de pared	Acrílico	$\rho_{pw1}$	1200	$kg/m^3$
Densidad de pared	Acero	$\rho_{pw2}$	7800	$kg/m^3$
Densidad de pared	Correa transportadora	$\rho_{pw3}$	950	$kg/m^3$
Módulo elástico partículas	Polietileno	$E_{pp}$	250	$MPa$
Módulo elástico pared	Acrílico	$E_{pw1}$	2,7	$GPa$
Módulo elástico pared	Acero	$E_{pw2}$	182	$GPa$
Módulo elástico pared	Correa transportadora	$E_{pw3}$	100	$MPa$
Módulo de Poisson partículas	Polietileno	$\nu_{pp}$	0,38	
Módulo de Poisson pared	Acrílico	$\nu_{pw1}$	0,35	

3. DESARROLLO DE SIMULACIONES APLICADAS A PUNTOS DE TRANSFERENCIA UTILIZANDO LIGGGHTS Y YADE

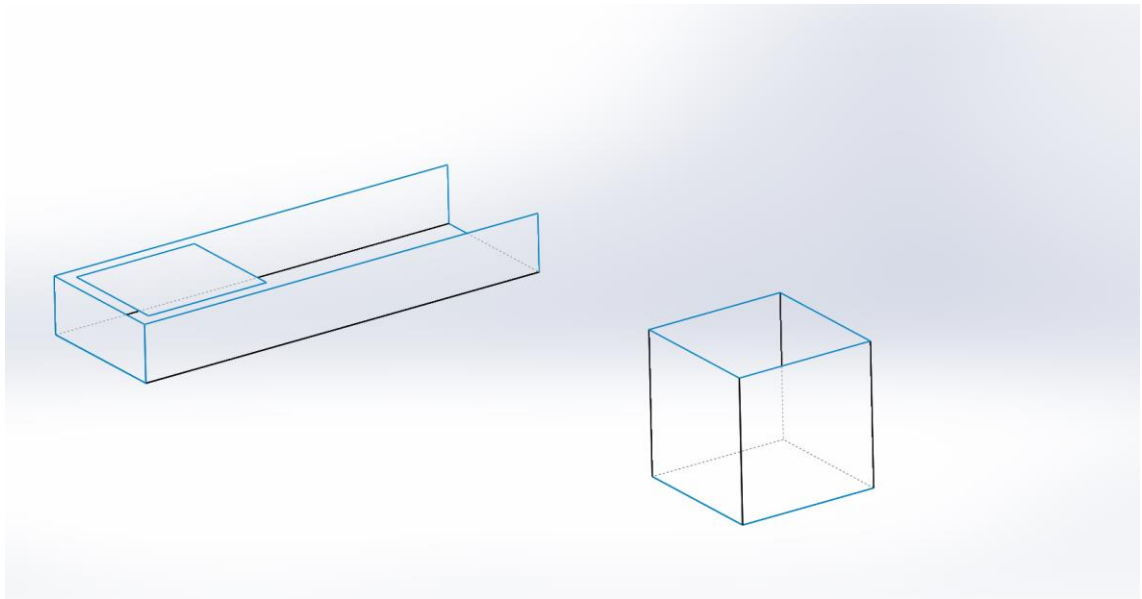
Tabla 3.2 (continuación): Propiedades de los materiales a emplear en la simulación DEM.  
[Fuente: Grima y Wypych, 2010.]

Propiedad	Material	Símbolo	Valor	Unidad de medida
Módulo de Poisson pared	Acero	$\nu_{pw2}$	0,3	
Módulo de Poisson pared	Correa transportadora	$\nu_{pw3}$	0,45	
Coefficiente de restitución partículas	Polietileno	$\epsilon_{pp}$	0,7	
Coefficiente de restitución pared	Acrílico	$\epsilon_{pw1}$	0,65	
Coefficiente de restitución pared	Acero	$\epsilon_{pw2}$	0,66	
Coefficiente de restitución pared	Correa transportadora	$\epsilon_{pw3}$	0,4	
Coefficiente de roce estático partículas	Polietileno	$\mu_{pp}$	0,3	
Coefficiente de roce estático pared	Acrílico	$\mu_{pw1}$	0,32	
Coefficiente de roce estático pared	Acero	$\mu_{pw2}$	0,27	
Coefficiente de roce estático pared	Correa transportadora	$\mu_{pw3}$	0,7	
Coefficiente de roce de rodadura partículas	Polietileno	$\mu_{r,pp}$	0,1	
Coefficiente de roce de rodadura pared	Acrílico	$\mu_{r,pw1}$	0,2	
Coefficiente de roce de rodadura pared	Acero	$\mu_{r,pw2}$	0,2	
Coefficiente de roce de rodadura pared	Correa transportadora	$\mu_{r,pw3}$	0,2	

### 3.1.3. Geometría CAD

#### *Mallas*

La geometría CAD fue desarrollada en el programa SolidWorks<sup>28</sup>. Esta se muestra en la Figura 3.3, Figura 3.4 y Figura 3.5, en donde se especifican todas las medidas necesarias para que puedan ser reconstruidas.



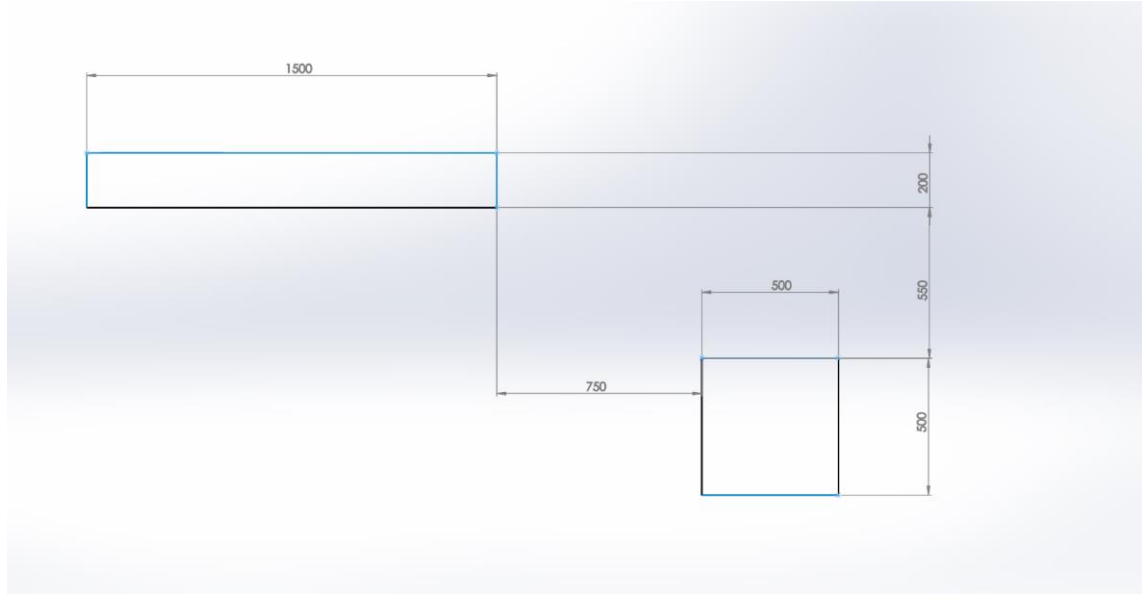
**Figura 3.3: Vista en perspectiva de la geometría CAD.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

---

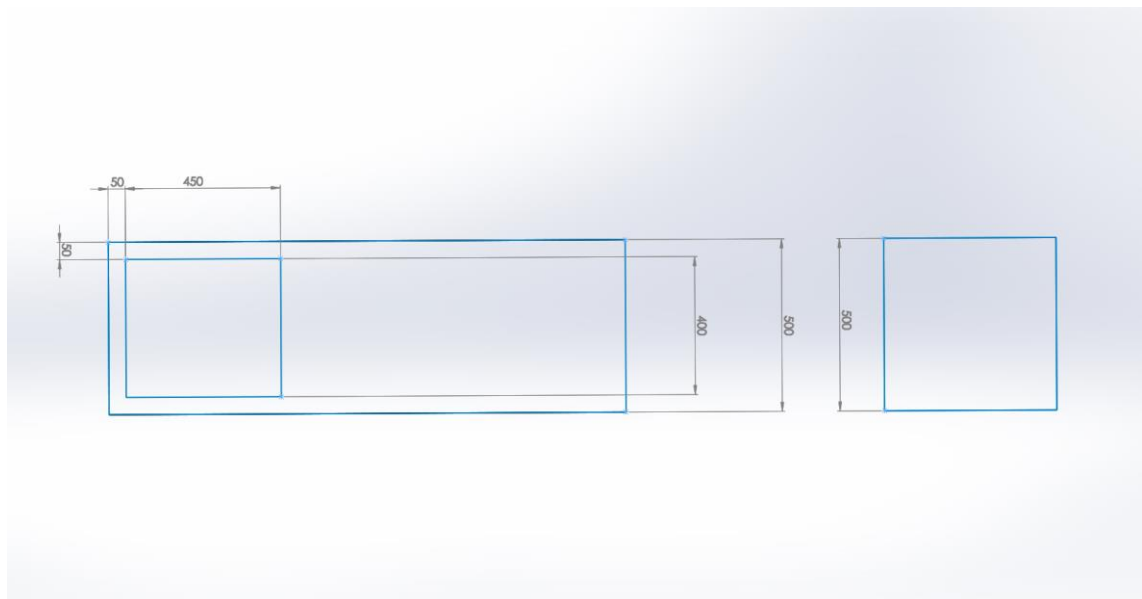
<sup>28</sup> Para mayor información, visitar el sitio web oficial <http://www.solidworks.com>

### 3. DESARROLLO DE SIMULACIONES APLICADAS A PUNTOS DE TRANSFERENCIA UTILIZANDO LIGGGHTS Y YADE

---

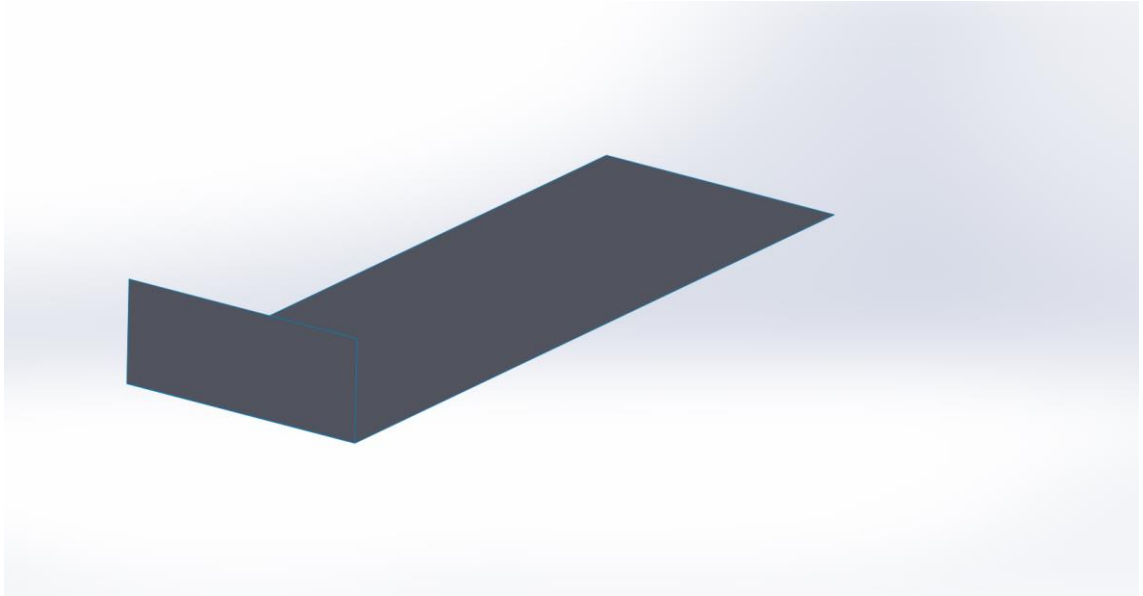


**Figura 3.4: Vista lateral de la geometría CAD.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

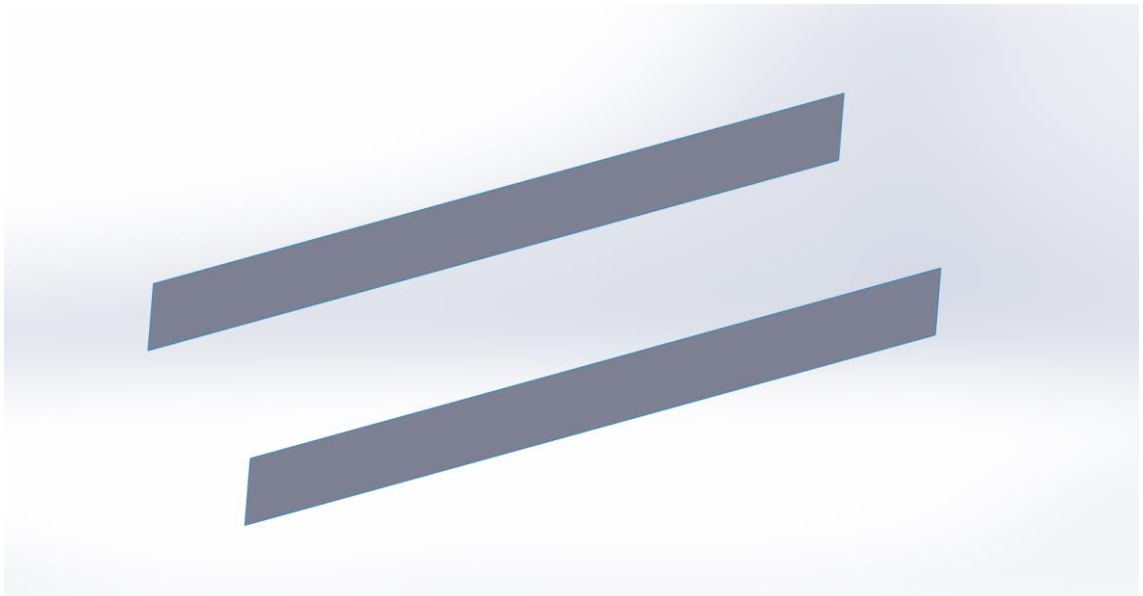


**Figura 3.5: Vista superior de la geometría CAD.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

Una vez realizada la geometría, esta fue separada en partes, de modo de poder diferenciar los diferentes elementos del escenario, los que corresponden a la correa, las barreras, la caja, y la placa de inserción, está última solo para el caso de LIGGGHTS. Los elementos fueron guardados en extensión “stl”, con los nombres de “correa.stl”, “barreras.stl”, “caja.stl” y “placa.stl” respectivamente. En la Figura 3.6, Figura 3.7, Figura 3.8, y Figura 3.9, se muestran los elementos mencionados.

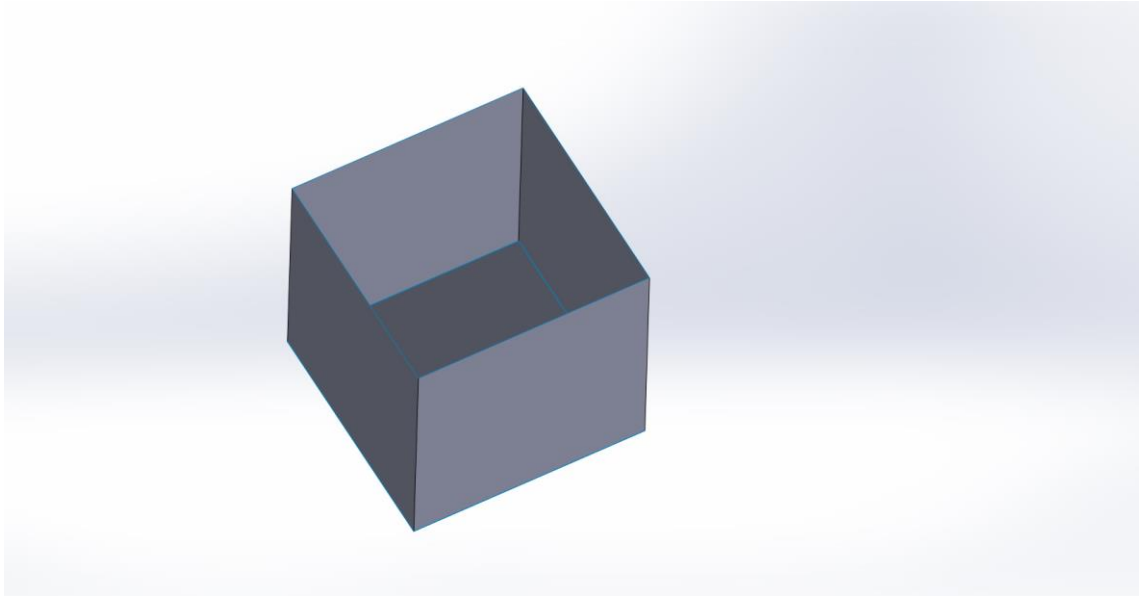


**Figura 3.6:** CAD de la correa transportadora, fue guardado como “correa.stl”.  
[Fuente: Elaboración propia.]

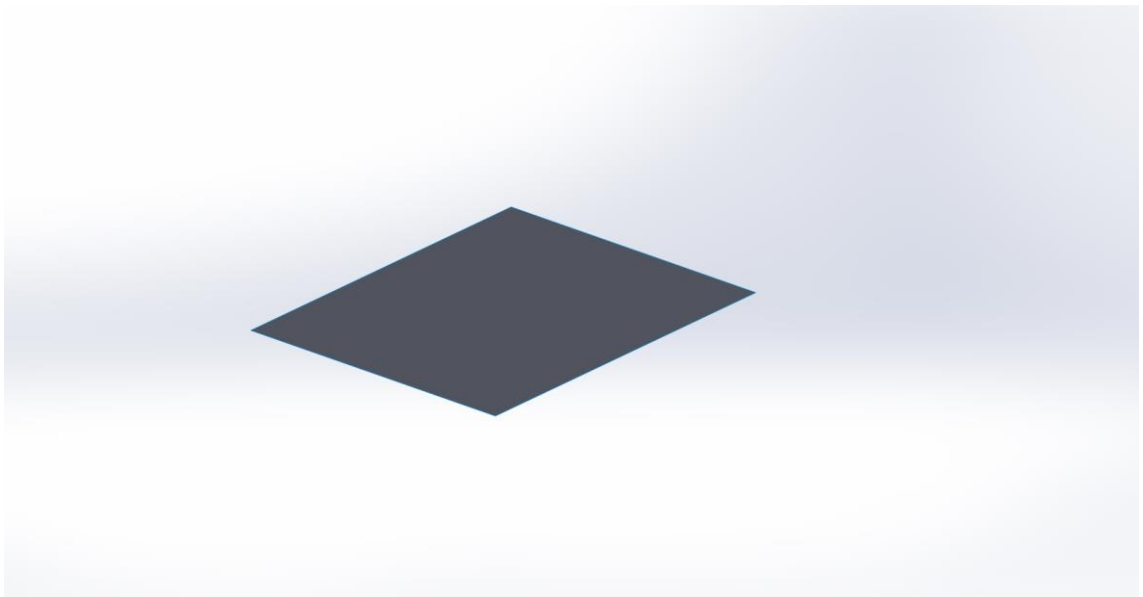


**Figura 3.7:** CAD de las barreas, fue guardado como “barreras.stl”.  
[Fuente: Elaboración propia.]





**Figura 3.8: CAD de la caja, fue guardado como “caja.stl”.  
[Fuente: Elaboración propia.]**



**Figura 3.9: CAD de la placa de inserción utilizada en LIGGGHTS, fue guardado como “placa.stl”.  
[Fuente: Elaboración propia.]**

### ***Materiales asignados a las mallas***

En la Tabla 3.3 se especifican los materiales utilizados con sus propiedades. La asignación de estos a las diferentes mallas es la siguiente tabla:

**Tabla 3.3: Materiales para los diferentes elementos del escenario.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

<b>Malla</b>	<b>Material</b>
Correa	Correa transportadora <sup>29</sup>
Barreras	Acrílico
Caja	Acero

### ***Movimiento de las mallas***

La única malla que presenta movimiento es la correa, cuya velocidad es de 5 [m/s] en dirección horizontal, en sentido hacia la caja. En la Figura 3.3 se puede ver la disposición de los elementos, lo que facilita la comprensión de la dinámica de la correa.

#### **3.1.4. Características de las partículas**

- Se utilizarán partículas esféricas tal que  $R = 28 [mm]$ .
- El tiempo entre iteraciones será el mismo que se utiliza en el documento Grima y Wypych, 2010, en que  $\Delta t = 9.37 \times 10^{-6}s$ .
- Las partículas serán de polietileno, cuyas propiedades se definen en la Tabla 3.1.
- El flujo másico de las partículas será de 11,39 [Kg/s].
- La cantidad total de partículas utilizadas será de 100.000.

---

<sup>29</sup> En el documento de Grima y Wypych, 2010, se le denomina al material de la corra transportadora, con su mismo nombre: “correa transportadora”.

- La inserción de partículas se hará en forma de extrusión cuadrada, de lado 450 [mm], con velocidad de 1 [m/s] en dirección hacia abajo, sobre el centro de la correa (considerando su ancho), y donde esta comienza (considerando el largo). La placa de inserción (utilizada en LIGGGHTS), que se puede observar en la Figura 3.9, indica el tamaño y posición de la zona de extrusión.

### 3.1.5. Cálculos e iteraciones

Se realizarán 7 segundos de simulación real, lo que corresponde a 747.065 iteraciones dado el tiempo entre estas, definido anteriormente, y los archivos de resultados serán guardados cada 1.000 iteraciones.

## 3.2. ARCHIVOS DE SIMULACIÓN EN LIGGGHTS Y YADE

En esta sección se presentan los archivos de ingreso de parámetros de las simulaciones en LIGGGHTS y YADE, en los que se explica paso por paso las diferentes funciones.

### 3.2.1. Archivos de simulación en LIGGGHTS

El nombre del archivo en el que se desarrolló el ejemplo es “ejemplo\_punto\_transferencia.in”, y al ser ejecutado con LIGGGHTS genera archivos de extensión “dump”, los que deben ser procesados con otro programa para generar archivos que puedan ser analizados por programas de visualización. Esto se detalla al final de esta sección.

A continuación se explican los diferentes elementos y funciones del archivo mencionado. Este también se encuentra en anexos, capítulo 8.2.1.1, para ser copiado y pegado en un archivo limpio en caso de querer ejecutar la simulación, y así evitar posibles problemas de sintaxis que podrían ocurrir al unir las diferentes partes del código que se presentan a continuación.

- **Inicialización de parámetros**

*#ejemplo\_punto\_transferencia*

- Nombre del archivo.

*atom\_style      granular*

### 3. DESARROLLO DE SIMULACIONES APLICADAS A PUNTOS DE TRANSFERENCIA UTILIZANDO LIGGGHTS Y YADE

---

- Define el tipo de átomo que se utilizará en la simulación, en cada uno tiene atributos específicos, por lo que debe ser seleccionado dependiendo de la aplicación. "granular" es para flujos granulares.

*atom\_modify*    *map array*

- Define como se identifican los átomos para modificar sus propiedades, "map array" corresponde a una búsqueda entre los átomos los que son guardados en arreglos.

*boundary*        *fff*

- Define la naturaleza de los límites espaciales de la simulación "f f f" quiere decir que en las direcciones x,y,z los límites se mantienen fijos.

*newton*            *off*

- Se utiliza la tercera ley de newton para la interacción entre partículas, esto implica que cuando dos partículas interactúan, se privilegia la comunicación entre procesadores de modo de asignar las mismas fuerzas a dichas partículas, aunque estas se encuentren en procesadores diferentes. Si no se utiliza esta función, dos partículas que interactúan y que pertenecen a procesadores diferentes, serán calculadas por separado en sus respectivos procesadores.

*communicate*    *single vel yes*

- Define como se comunica la información entre los átomos cuando se utiliza multiproceso, "single" quiere decir que cada procesador se encarga de la información de átomos vecinos, "vel yes" indica que se transmite información de la velocidad de los átomos entre procesadores.

*units*              *si*

- Unidades de medida, en este caso son las del sistema internacional.

*region*            *reg block -0.35 0.35 -0.1 2.85 -1.15 0.5 units box*

- Se define la geometría física donde se desarrollará la simulación.

*create\_box*        *4 reg*

- Se crea una caja de simulación asignada a la región creada en el punto anterior. Se debe especificar la cantidad de materiales diferentes utilizados en la simulación.

*neighbor*          *0.002 bin*

### 3. DESARROLLO DE SIMULACIONES APLICADAS A PUNTOS DE TRANSFERENCIA UTILIZANDO LIGGGHTS Y YADE

---

- Se definen las listas de los átomos vecinos que pueden entrar en contacto. Se determina una prolongación de los límites de las partículas, en que para este caso es "0.002", además se utiliza una función para reasignar la verificación de interacciones a determinados procesos en este caso se utiliza "bin".

*neigh\_modify delay 0*

- Es un comando asociado a la frecuencia con que se crean las listas de átomos vecinos, "delay 0" significa que una nueva lista puede ser creada inmediatamente en la siguiente iteración después de ya haber creado otra lista.

- **Propiedades del material**

*pair\_style gran model hertz tangential history rolling\_friction cdt*

- "pair\_style" especifica las ecuaciones utilizadas en la interacción entre elementos en la simulación, estas dependen del tipo de átomos que se utilicen, en este caso granular "gran". El modelo utilizado es el de Hertz con rigidez tangencial ("history") y fricción de rodadura del tipo cdt (constant directional torque).

*pair\_coeff \* \**

- "pair\_coeff" sirve para asignar los coeficientes de campos de fuerzas entre el contacto de tipos de materiales diferentes, para el caso de Hertz, son las mismas ecuaciones para los distintos materiales, lo que se anota como "\* \*".

*timestep 9.37e-6*

- Se define el tiempo entre iteraciones.

*fix m1 all property/global youngsModulus peratomtype 250e6 2.7e9 182e9 100e6*

*fix m2 all property/global poissonsRatio peratomtype 0.38 0.35 0.3 0.45*

*fix m3 all property/global coefficientRestitution peratomtypepair 4 0.7 0.65 0.66 0.4 0.65 0 0 0 0.66 0 0 0 0.4 0 0 0*

*fix m4 all property/global coefficientFriction peratomtypepair 4 0.3 0.32 0.27 0.7 0.32 0 0 0 0.27 0 0 0 0.7 0 0 0*

*fix m5 all property/global coefficientRollingFriction peratomtypepair 4 0.1 0.2 0.2 0.2 0.2 0 0 0 0.2 0 0 0 0.2 0 0 0*

### 3. DESARROLLO DE SIMULACIONES APLICADAS A PUNTOS DE TRANSFERENCIA UTILIZANDO LIGGGHTS Y YADE

---

- Se determinan las propiedades del material, se aplican a todos los cuerpos de los diferentes tipos especificados, y se enuncian como propiedades globales (“property/global”), es decir, que además son aplicadas sobre todos los tipos de cuerpos. Los valores que dependen de la interacción entre diferentes tipos de materiales, se registran con los valores de una matriz simétrica la cual se llena de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo respecto los valores escritos en línea.

- **Insertar las geometrías CAD**

*fix correa all mesh/surface file meshes/correa.stl type 4 surface\_vel 0 5 0*

- Se utiliza la función “mesh/surface” que es para insertar mallas a partir de archivos CAD. Luego se especifica el directorio y el archivo (“meshes/correa.stl”). Se le asigna un material, de los que fueron definidos anteriormente (“type 3” en este caso). Como este elemento corresponde a la correa transportadora, se le otorga velocidad a la superficie (“surface\_vel”) especificando el vector (en este caso “0 5 0”).

*fix barreras all mesh/surface file meshes/barreras.stl type 2*

*fix caja all mesh/surface file meshes/caja.stl type 3*

*fix placa all mesh/surface file meshes/placa.stl type 2*

- Se aplican los mismos principios al del caso anterior para estos elementos.

*fix sistema all wall/gran model hertz tangential history rolling\_friction cdt mesh n\_meshes 3 meshes correa barreras caja*

- Se le atribuyen propiedades de materiales granulares a las paredes (“wall/gran”), de esta manera puede utilizarse el mismo modelo de contacto que para el material. Además se definen el número de mallas que conforman el conjunto (“n\_meshes”), y se especifican los nombres de estas (“correa”, “barreras” y “caja”).

- **Insertar las partículas**

*group grupo region reg*

- Se define el grupo al que pertenecerán las partículas, especificando la región a la cual este está asociado (“reg”).

*fix pellet all particletemplate/sphere 1 atom\_type 1 density constant 925 radius constant 0.028*

### 3. DESARROLLO DE SIMULACIONES APLICADAS A PUNTOS DE TRANSFERENCIA UTILIZANDO LIGGGHTS Y YADE

---

- Se define las características de una partícula (un pellet para este caso), especificando el tipo de material (“atom\_type”), densidad y radio.

*fix pellets all particledistribution/discrete 1 1 pellet 1.0*

- Se define una distribución de partículas (pellets) compuesta en su totalidad de las partículas del tipo pellet.

*fix insertar\_particulas grupo insert/stream seed 5330 distributiontemplate pellets nparticles 100000 massrate 11.39 insert\_every 10000 overlapcheck yes all\_in no vel constant 0 0 -1 insertion\_face placa*

- Se utiliza la función “insert/stream” que sirve para insertar un flujo de partículas. Se define la distribución de partículas (“pellets”), el número de partículas (“10000”), el flujo másico (“11.39” kg/s), el intervalo de tiempo de inserción, en número de iteraciones (“10000”), la velocidad (vector) con que las partículas son insertadas (“0 0 -1”), y una superficie que define el área de inserción (“placa”).

*fix gravedad all gravity 9.81 vector 0.0 0.0 -1.0*

- Se inserta la gravedad ejercida sobre todos los cuerpos.

- **Cálculos y variables de salida**

*fix integrar grupo nve/sphere*

- Se integran las ecuaciones de movimiento para los elementos de "grupo", que corresponden a las partículas.

*compute rke all erotate/sphere*

- Se calcula la energía cinética rotacional para las esferas.

*thermo\_style custom step atoms ke c\_rke vol*

- Se seleccionan los parámetros termodinámicos que serán impresos en la consola y en el archivo generado automáticamente con información de la simulación, para este caso se tienen el número de iteración (“step”), la cantidad de partículas en el escenario (“atoms”), la energía cinética (“ke”), el módulo de la energía cinética rotacional (“c\_rke”) y el volumen.

*thermo 1000*

### 3. DESARROLLO DE SIMULACIONES APLICADAS A PUNTOS DE TRANSFERENCIA UTILIZANDO LIGGGHTS Y YADE

---

- Cantidad de iteraciones para la cual se imprimen en la pantalla las variables termodinámicas.

*thermo\_modify lost ignore norm no*

- Especifica cómo es calculada y entregada la información termodinámica. "lost ignore" quiere decir que las partículas que se pierden durante la simulación son ignoradas, y "norm no" indica que se rechaza la opción de normalizar por el número de átomos algunos parámetros termodinámicos de salida.

- **Ejecutar la simulación y registrar información de salida**

*run 1*

- Se insertan las primeras partículas para que el primer archivo que se guarda con dump no quede vacío.

*dump dmp all custom 1000 post/dump\*.ejemplo\_punto\_transferencia id type mass x y z ix iy iz vx vy vz fx fy fz omegax omegay omegaz radius*

- "dump" guarda la información de la simulación en archivos de texto. Se especifica el directorio y el nombre del archivo, y las variables que se registran de las partículas: id, tipo, masa, posición, velocidad, fuerza, velocidad angular y radio.

*run 747065 upto*

- Se ejecuta la simulación, en que "747065" iteraciones corresponde aproximadamente a 7 segundos de simulación dado el tiempo entre iteraciones.

Una vez ejecutado el archivo "ejemplo\_punto\_transferencia.in", se generarán archivos con extensión "dump" en la carpeta especificada en el directorio, en este caso "post". Estos archivos deben ser procesados con el programa "lpp.py" para generar archivos de extensión "VTK" y poder ser analizados por programas de visualización. Para realizar esto se deben escribir algunos comandos en la terminal de Linux, los que suelen incluirse juntos en un archivo ejecutable. Para este ejemplo el nombre del archivo es "postscript", y contiene la siguiente sintaxis:

```
#!/bin/bash -i
```

```
shopt -s expand_aliases
```

```
cd post
```

```
lpp dump*.ejemplo_punto_transferencia
```



Basta con ejecutar el archivo “postscript” desde el directorio que lo contiene, para que “lpp.py” procese los archivos “dump” y genere los “VTK” en la carpeta “post”.

#### 3.2.2. Archivos de simulación en YADE

El nombre del archivo en el que se desarrolla el ejemplo es “ejemplo\_punto\_transferencia.py”, y debe ser ejecutado con YADE

A continuación se explican los diferentes elementos y funciones del archivo mencionado. Similar al caso de LIGGGHTS, el código se encuentra en anexos, sección .8.2.2.1.

- **Encabezado del código, donde además se incluye el nombre**

```
#!/usr/bin/python
# -*- coding: utf-8 -*-
# ejemplo_punto_transferencia
```

- **Definir materiales y sus propiedades**

```
polietileno=O.materials.append(FrictMat(young=250e6,density=925,poisson=.38, label =
'polietileno'))
acrilico=O.materials.append(FrictMat(young=2.7e9,density=12000, poisson=.35,label=
'acrilico'))
acero=O.materials.append(FrictMat(young=182e9,density=7800, poisson=.3,label=
'acero'))
goma=O.materials.append(FrictMat(young=100e6,density=950, poisson=.45,label=
'goma'))
r=0.028
O.dt=9.37e-6
```

- La clase "O" permite guardar información y funciones en un solo objeto tipo escena
- Se definen los diferentes materiales que serán incorporados en la escena
- La clase FrictMat corresponde a materiales que presentan fricción estática durante el contacto
- Se enuncian algunas propiedades del material, para este caso, el módulo elástico, la densidad y el módulo de Poisson.
- Se define el tamaño de las partículas, asignando un valor a su radio.
- Se define el tiempo entre iteraciones "Timestep".

- **Importar geometrías CAD, y asignarlas como cuerpos**

```
from yade import ymport
```

```
barreras=O.bodies.append(ymport.stl('./meshes/barreras_binario.stl', material='acrilico'))  
correa=O.bodies.append(ymport.stl('./meshes/correa_binario.stl', material='goma'))  
caja=O.bodies.append(ymport.stl('./meshes/caja_binario.stl', material='acero'))
```

- Se importa la librería "ymport" que sirve para importar geometrías CAD tipo mallas. Esto puede realizarse para diferentes formatos, en este caso se utiliza el "stl".
- Se agregan los diferentes cuerpos "bodies" a la escena.
- Se utiliza la función "ymport.stl", se importa la geometría indicando el directorio en que se encuentran los archivos "stl", y se le asigna un material de los definidos anteriormente.

- **Cálculos, detección de contacto, fuerzas y ecuaciones de movimiento**

```
O.engines=[  
    ForceResetter(),  
    TranslationEngine(translationAxis=[0,1,0],velocity=5,ids=correa),  
    InsertionSortCollider([Bo1_Sphere_Aabb(),Bo1_Facet_Aabb()]),verletDist=.05*r),  
    InteractionLoop(  
        [Ig2_Sphere_Sphere_ScGeom(), Ig2_Facet_Sphere_ScGeom()],  
        [Ip2_FrictMat_FrictMat_MindlinPhys(en=MatchMaker(matches=((polietileno,  
polietileno,0.7),(polietileno,acrilico,0.65),(polietileno,acero,0.66),(polietileno,goma,0.4))),  
es=MatchMaker(matches=((polietileno,polietileno,0.7),(polietileno,acrilico,0.65),(polietileno,  
no,acero,0.66),(polietileno,goma,0.4))),  
frictAngle=MatchMaker(matches=((polietileno,polietileno,0.29),(polietileno,acrilico,0.31),  
(polietileno,acero,0.26),(polietileno,goma,0.61)))))],  
        [Law2_ScGeom_MindlinPhys_Mindlin()  
    ],  
    TranslationEngine(translationAxis=[0,1,0],velocity=0,ids=correa),  
    NewtonIntegrator(gravity=[0,0,-9.81]),  
    BoxFactory(maxParticles=100000,extents=(0.2,0.225,0.1),center=(0,0.275,0.1),rMin=r,r  
Max=r,vMin=1,vMax=1,vAngle=0,massFlowRate=11.39,normal=(0,0,-  
0.1),materialId=polietileno),  
    DomainLimiter(lo=(-0.35,-0.1,-1.15),hi=(0.35,2.85,0.3),iterPeriod=200),  
    VTKRecorder(fileName='./post/3d-vtk-',recorders=['all'],iterPeriod=1000)  
]
```

- Se agrega el motor "engine" a la escena, que es donde se definen las interacciones entre cuerpos y se realizan los cálculos.

### 3. DESARROLLO DE SIMULACIONES APLICADAS A PUNTOS DE TRANSFERENCIA UTILIZANDO LIGGGHTS Y YADE

---

- Se resetean todas las fuerzas guardadas del cálculo de la iteración anterior, ya que dicha información se encuentra en el estado de los cuerpos "body".
  - Se mueve la correa en el eje "y" a 5 m/s, para reproducir el funcionamiento de la correa transportadora.
  - Se inserta una función de detección de contacto según forma de las partículas, se definen los tipos de interacciones que se presentan en la simulación, en este caso es entre esferas, y esferas con caras planas. Se utiliza "verletDistance" para ampliar los límites de las partículas y evitar cálculos de detección incensarios en algunos casos.
  - Se definen las interacciones.
  - Se seleccionan funciones para calcular la interacción según geometría.
  - Se seleccionan funciones para el cálculo de interacción según forma, en donde además se definen los valores para las propiedades de interacción entre los diferentes materiales. Para este caso son los coeficientes de restitución normales y tangenciales ("en" y "es"), y el ángulo de fricción interna "frictAngle" que está relacionado con el coeficiente de roce estático.
  - Se selecciona el modelo de contacto, que debe ser compatible con las funciones para el cálculo de interacción tanto geométricas como de materiales.
  - Una vez que las partículas ya interactuaron con la supuesta correa en movimiento, a esta se le vuelve asignar velocidad nula para que no se mueva realmente.
  - Se integran todas las ecuaciones incluyendo la aceleración de gravedad, se obtienen sus estados cinemáticos y dinámicos para la siguiente iteración dadas todas las condiciones aplicadas antes de este paso.
  - Se crea un flujo de partículas esféricas, se define el número máximo, la región del espacio en donde se generan, el tamaño, la velocidad, el flujo másico, la dirección, y el material.
  - Se definen los límites espaciales de la simulación y un período cada el cual se borran las partículas que abandonan dicho límite.
  - Se guardan los archivos de los resultados en formato VTK para poder ser visualizados y analizados en algún programa de visualización.
- **Visualización. Esto es optativo, ya que anteriormente los archivos fueron guardados en formato VTK para visualizarlos en otro programa**

```
from yade import qt
qt.View()
```

- Se importa la librería "qt", que incorpora funciones gráficas.
- Se utiliza una función para visualizar los resultados a medida que se van calculando.

- **Ejecución de simulación y registros de tiempos de cálculo**

```
import yade.timing
O.timingEnabled=True
O.run(747065)
```

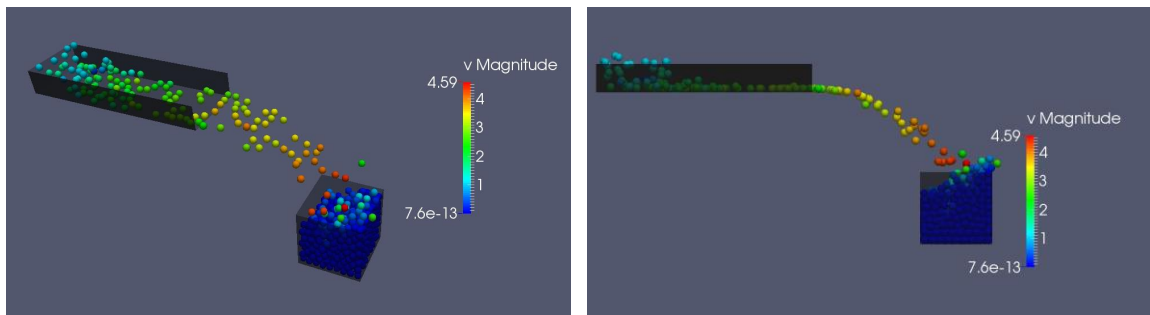
- Se importa la librería “yade.timing” la cual contiene funciones para analizar los tiempos de cálculos
- Se habilitan las funciones de "timing".
- Se ejecuta la simulación y se especifica el número de iteraciones.
- Una vez ejecutada la simulación, si se escribe "yade.timing.stats()" en la consola, se muestra una estadística con los tiempos de cálculo para las diferentes etapas de la simulación.

### 3.3. RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados de las simulaciones explicadas anteriormente, dados los objetivos para este capítulo, el análisis de resultados se hará con la finalidad de visualizar los parámetros de salida de los programas, y hacer una comparación a grandes rasgos entre estos.

#### 3.3.1. Resultados en LIGGGHTS

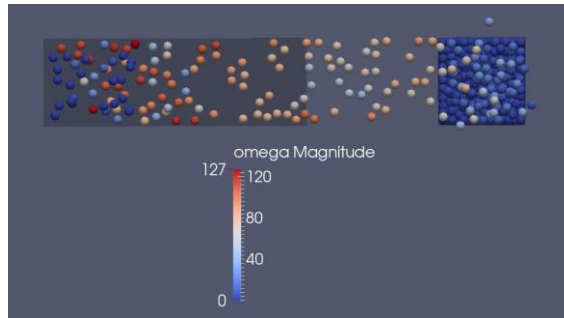
En las siguientes figuras se muestran los resultados gráficamente, para la posición y la velocidad de las partículas para el instante final de la simulación. Se puede apreciar que las partículas caen desde la correa a la caja, impactando en la pared posterior (la que está más alejada de la correa), captándose la mayoría de las partículas. Las velocidades de estas se encuentran aproximadamente en un rango de entre 0 a 4,6 [m/s].



**Figura 3.10: Resultado del ejemplo realizado en LIGGGHTS en donde se muestra la magnitud de la velocidad lineal (con unidades de m/s) de las partículas en escala de colores.**

[Fuente: Elaboración propia.]

En la Figura 3.10 se muestra en vista superior la situación descrita anteriormente, en donde se especifica la magnitud de la velocidad angular (en unidades de [rad/s]) con escala de colores, la que se encuentra en un rango entre 0 a 127 [rad/s].



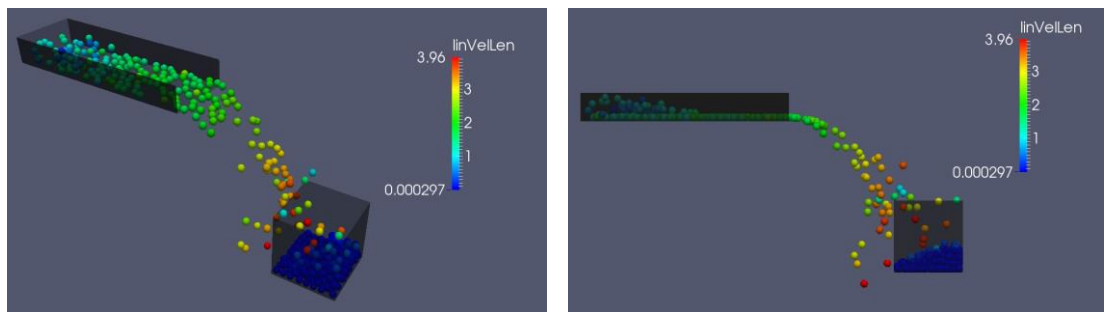
**Figura 3.11: Magnitud de la velocidad angular de las partículas para el ejemplo realizado en LIGGGHTS.**

[Fuente: Elaboración propia.]

### 3.3.2. Resultados en YADE

Los resultados obtenidos en YADE fueron estudiados analizando los mismos parámetros que en LIGGGHTS.

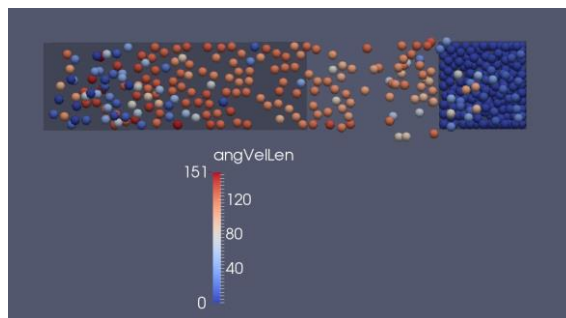
En la Figura 3.12 se muestran gráficamente los resultados de la posición y la magnitud de la velocidad lineal (en [m/s]) para el instante final de la simulación. Se observa que tan solo unas pocas partículas alcanzan la distancia necesaria para caer dentro de la caja, mientras que la mayoría impacta por fuera la pared anterior (la que está más cerca de la correa) de esta. La magnitud de la velocidad lineal de las partículas se encuentra en un rango entre 0 y 4 [m/s] aproximadamente.



**Figura 3.12: Resultado del ejemplo realizado en YADE en donde se muestra la magnitud de la velocidad lineal (con unidades de m/s) de las partículas en escala de colores.**

[Fuente: Elaboración propia.]

En la Figura 3.13 se muestra la simulación en vista superior, indicando la la magnitud de la velocidad angular de las partículas en escala de colores, cuyos valores se encuentran entre 0 y 157 [rad/s].



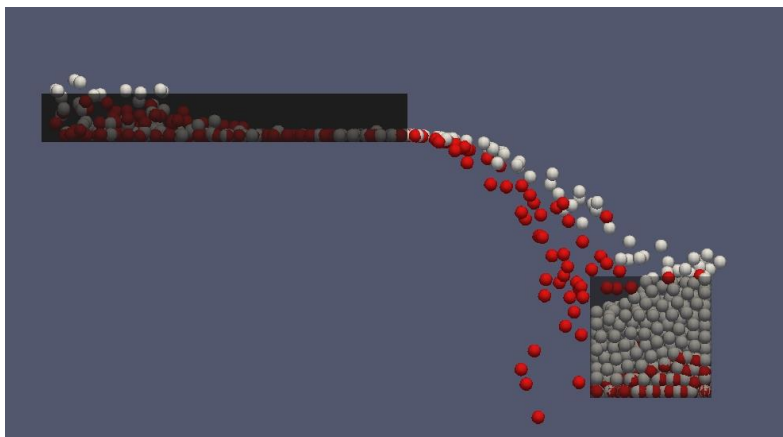
**Figura 3.13: Magnitud de la velocidad angular de las partículas para el ejemplo realizado en YADE.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

#### **3.3.3. Comparación entre los resultados obtenidos en LIGGGHTS y YADE**

La Figura 3.14 se muestra gráficamente la posición de las partículas en la simulación para LIGGGHTS y YADE, coloreadas con blanco y rojo respectivamente. Se observa que el alcance de las partículas en YADE fue menor, debido a que sus velocidades lineales son menores. En el caso de LIGGGHTS se tienen velocidades aproximadas de escape de la correa de entre 3 a 4 [m/s] (según la escala de colores, entre verde y amarillo), mientras que en YADE este parámetro se encuentra entre 2 y 3 [m/s]. Adicionalmente se registran velocidades máximas de 4,6 [m/s] para LIGGGHTS, mientras que para YADE de 4 [m/s].

Otra observación importante es que la velocidad angular de las partículas en YADE es mayor que en LIGGGHTS, registrando valores promedio para estas en torno a los 120 [rad/s] cuando se encuentran sobre la correa (entre rojo claro y rojo intenso). Mientras que en el caso de LIGGGHTS los valores promedio registrados rondan los 80 [rad/s] (entre rojo claro y azul claro) en la misma situación. Además el valor máximo alcanzado de este parámetro es de 151 [rad/s] para YADE, y para LIGGGHTS es de 127 [rad/s].

Esta diferencia tiene sentido cualitativo ya que para LIGGGHTS se implementó la resistencia a la rodadura mientras que en YADE no se utilizó.



**Figura 3.14: Alcance de las partículas en la simulación realizada con LIGGGHTS y YADE (color blanco y rojo respectivamente). [Fuente: Elaboración propia.]**

### 3.4. TIEMPO DE SIMULACIÓN EN LIGGGHTS Y YADE

El tiempo que demora un *software* en realizar una simulación es un parámetro de gran importancia en el DEM, ya que es común enfrentarse a problemas de elevada demanda computacional. Para evaluar este parámetro se ha decidido llevar a cabo una simulación adicional a la que se ha realizado en este capítulo, la que tiene mayor número de iteraciones y se acerca más a una aplicación real en sus parámetros de entrada.

Se ha seleccionado los mismos parámetros de entrada que en la validación, especificados en el capítulo 5, con la diferencia de que no se utilizará resistencia a la rodadura ni el cálculo de los esfuerzos sobre la placa. Dentro de los datos más relevantes está el número de total de partículas y el número de iteraciones, que son 400.000 y 426.894 respectivamente. En la sección de anexos, capítulo 8.2.1.2 y 8.2.2.2, se encuentran los códigos para correr las simulaciones en LIGGGHTS y YADE respectivamente.

Simulaciones iguales (mismos parámetros de entrada) fueron llevadas a cabo en ambos programas, en el mismo equipo, un notebook Sony Vaio con procesador Intel core i5 3210-M, CPU de 2,5 GHz y 4 GB de memoria RAM. Estas se ejecutaron en multiproceso, con los 4 núcleos que dispone el procesador, a máxima capacidad. Los tiempos que demoraron los *software* en realizar la simulación son los siguientes:

- LIGGGHTS: 4.010 segundos (aproximadamente 1 hora con 7 minutos).
- YADE: 66.070 segundos (aproximadamente 18 horas y 21 minutos).

De lo anterior se concluye que LIGGGHTS ejecutó la simulación 16,5 veces más rápido que YADE.

### 3.5. SELECCIÓN DEL SOFTWARE A UTILIZAR EN EL CASO REAL DE ANÁLISIS

De la información obtenida del estudio presentado en las secciones anteriores de este capítulo, se ha decidido seleccionar LIGGGHTS con respecto YADE por cuatro motivos. En orden de importancia, estos son los siguientes:

- LIGGGHTS corrió la simulación 16,5 veces más rápido que YADE. El tiempo de simulación es una de las principales preocupaciones de este trabajo, debido a los antecedentes que se han documentado en este ámbito, en donde simulaciones con un tamaño y cantidad realista de partículas pueden tomar varios días, incluso en computadores con varias veces la capacidad de la que se dispone para este proyecto.
- LIGGGHTS es más explícito que YADE en cuanto al ingreso de parámetros, y requiere de menos investigación y conocimiento para su uso, debido a que en el manual de usuario incluye las ecuaciones de los modelos de contacto utilizados, y no es necesario dominar conceptos previos de algún lenguaje de programación (como Python en el caso de YADE). Esto no quiere decir que YADE no posea un gran potencial, de hecho es un programa más flexible que LIGGGHTS en el sentido de que existe mayor posibilidad de combinar las diferentes clases y subclases, pero esto también requiere de mayor conocimiento para ser utilizado correctamente.
- LIGGGHTS fue utilizado como base para desarrollar el *software* Chute Analyst™ impulsado por la empresa Overland Conveyor Company. Mediante el cual se han analizado casos de puntos de transferencia en la industria (Dewicki y Mustoe, 2002), realizando modificaciones que han resultado exitosas a partir de la información obtenida a través de las simulaciones.

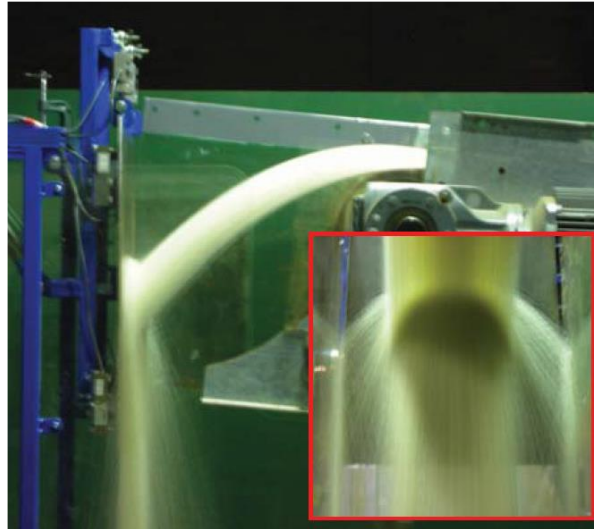


## 4. VALIDACIÓN DE LIGGGHTS UTILIZANDO INFORMACIÓN EXPERIMENTAL DE LA BIBLIOGRAFÍA

En el presente capítulo se realiza una simulación de un caso experimental estudiado en el documento de Grima y Wypych, 2010, (lo que denominaremos “caso de validación”), utilizando LIGGGHTS.

En dicho trabajo, se realiza una experiencia en un laboratorio que cuenta con un sistema de correas transportadoras. Esta consiste en registrar con una cámara el movimiento de un flujo de pellets de polietileno que se estrellan sobre una placa de impacto luego de abandonar la correa de carga, con lo que se puede determinar la posición y la velocidad de las partículas, además, se registran las fuerzas sobre la placa de impacto mediante sensores.

Adicionalmente, en dicho trabajo, se realiza una simulación computacional del experimento utilizando el *software* EDEM, uno de los más connotados en aplicaciones DEM. Es importante mencionar, que todos los parámetros de entrada para reproducir la simulación realizada en dicho documento, están especificados, así como también, los resultados cuantitativos tanto de la simulación como del experimento. En la Figura 4.1 se puede apreciar la ejecución del ensayo.



**Figura 4.1:** Ensayo en correa transportadora, en que el flujo de pellets de polietileno golpea una placa de impacto de acero.  
[Fuente: Grima y Wypych, 2010.]

## **4.1. PARÁMETROS DE ENTRADA DEL CASO DE VALIDACIÓN**

Los parámetros de entrada de toda simulación DEM en puntos de transferencia, y en particular de este caso, son el modelo de contacto, las propiedades del material, la geometría, las características de las partículas, y los aspectos relacionados con los cálculos e iteraciones. El documento con el que se llevará a cabo la validación, presenta una serie de casos, en los que se utilizan, diferentes velocidades de correa y formas de partículas, entre otras variaciones. Para el presente trabajo se escogerá un único caso, que corresponde a aquel cuyas condiciones de operación son las más cercanas a las del caso de estudio real.

En el presente capítulo se especifican cada uno de los puntos del caso seleccionado, relevantes en la simulación, los parámetros de entrada de esta, y los resultados obtenidos.

El código de los parámetros de entrada con el que se desarrolló la simulación, se encuentra en anexos, sección 8.2.1.3.

### **4.1.1. Modelo de contacto**

El modelo de contacto utilizado es el de Hertz-Mindlin con resistencia a la rodadura.

#### **4.1.2. Propiedades de los materiales**

Las propiedades de los materiales son las mismas que se utilizaron en la simulación del capítulo 3, las cuales se especifican en la Tabla 3.1.

#### **4.1.3. Geometría del caso de validación**

##### **4.1.3.1. Geometría documentada**

##### ***Mallas***

El escenario del punto de transferencia experimental a partir del que se debe construir la malla para la simulación, se muestra en la Figura 4.2, en la que se indican los diferentes elementos y sus respectivas dimensiones.

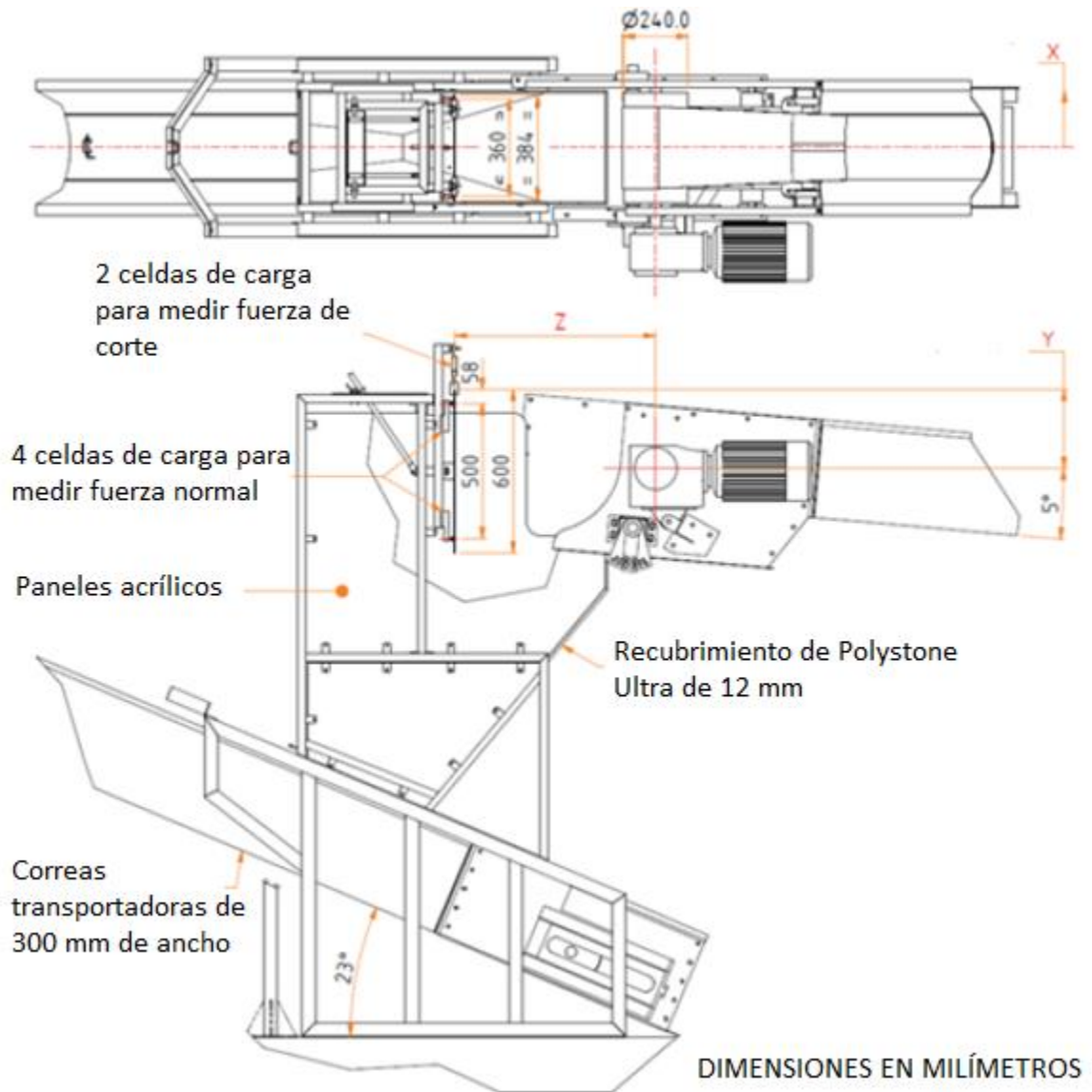


Figura 4.2: Geometría del punto de transferencia del caso de validación.  
[Fuente: Grima y Wypych, 2010.]

Las distancias Y y Z, son 260 mm y 600 mm respectivamente para el caso seleccionado.

### ***Materiales***

Los elementos principales del escenario son la correa transportadora, la placa de impacto y las barreras que impiden que el material escape hacia los lados. A continuación se muestra una tabla con los materiales de dichos elementos.

**Tabla 4.1: Materiales de los elementos del escenario de simulación para el caso de validación.**  
[Fuente: Grima y Wypych, 2010.]

<b>Malla</b>	<b>Material</b>
Correa	Correa transportadora
Barreras	Acrílico
Placa	Acero

Las propiedades de los materiales se indican en la Tabla 3.1

### ***Movimiento***

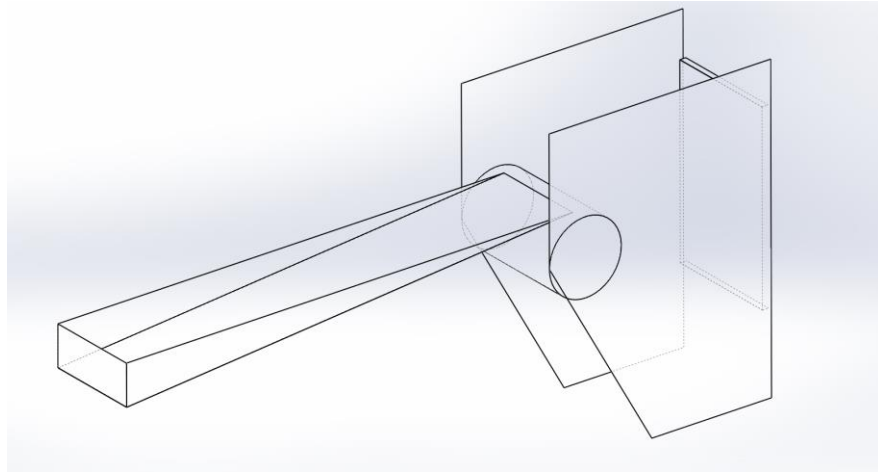
De todos los casos de validación, se ha seleccionado el que la correa se mueve a 3 [m/s], ya que las velocidades de las correas del caso real de aplicación rondan este valor.

#### **4.1.3.2. Geometría CAD para simulación**

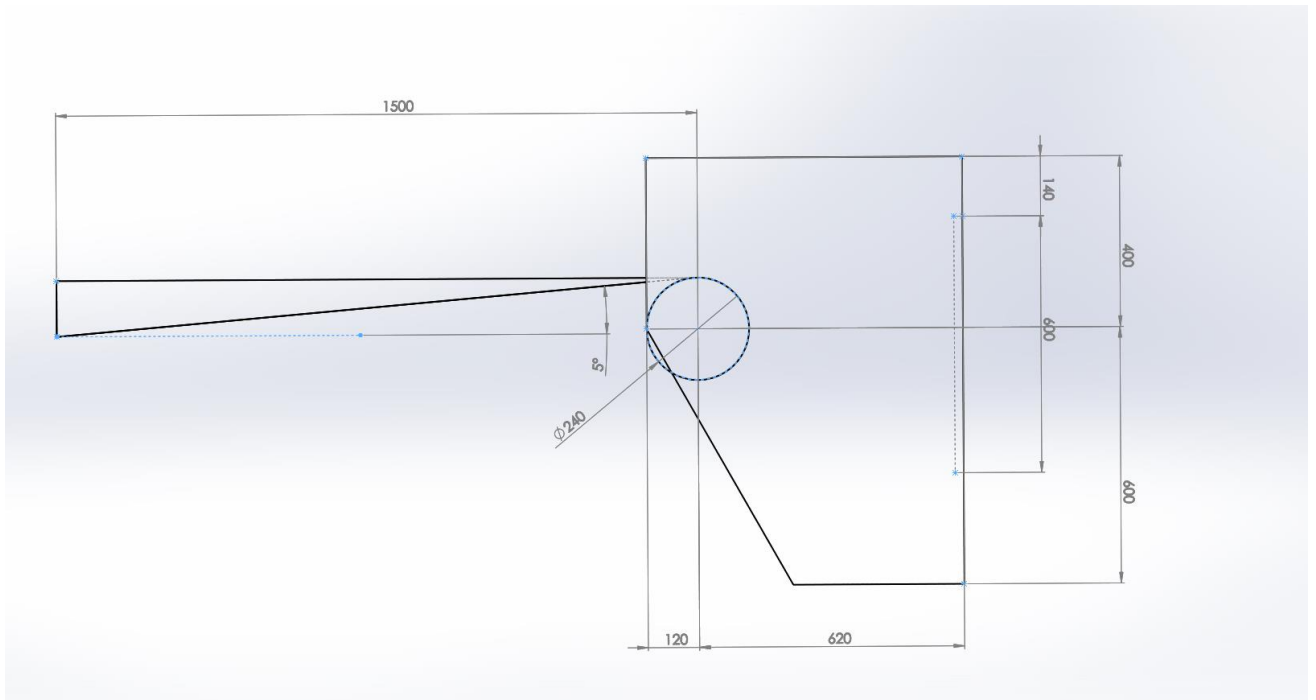
Por lo general la malla utilizada en las simulaciones, es una versión simplificado de las geometrías reales de estudio, por esta razón es importante especificar su forma y medidas, ya que dichos atributos tienen gran influencia en los resultados. A continuación se presentan las mallas y los demás parámetros asociados a estas que se utilizarán en la simulación.

### ***Mallas***

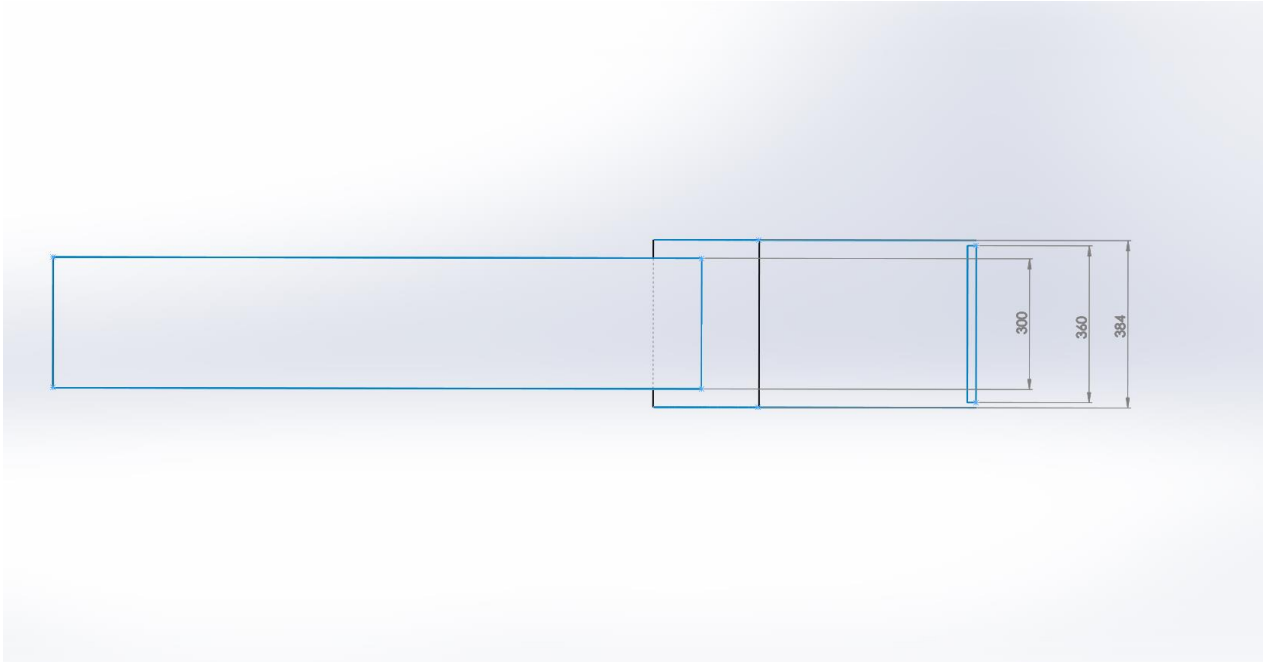
La geometría que se ha realizado a partir del documento de validación, se especifica en las siguientes figuras:



**Figura 4.3:** Vista en perspectiva de la geometría CAD del caso de validación.  
[Fuente: Elaboración propia.]



**Figura 4.4:** Vista lateral de la de la geometría CAD del caso de validación.  
[Fuente: Elaboración propia.]



**Figura 4.5: Vista superior de la de la geometría CAD del caso de validación.  
[Fuente: Elaboración propia.]**

### ***Materiales y movimiento***

Estos parámetros se consideraron iguales a los definidos en la geometría documentada en la sección 4.1.3.1.

#### **4.1.4. Característica de las partículas**

- Geometría esférica con  $R=2,8$  [mm].
- El tiempo entre iteraciones es  $\Delta t = 9.37 \times 10^{-6}s$ .
- Material de polietileno, cuyas propiedades se definen en la Tabla 3.1.
- El flujo másico de las partículas es de 11, 39 kg/s.
- La cantidad total de partículas utilizadas será de 400.000.

- La inserción de partículas se hará en forma de extrusión cuadrada, de lado 20 mm, con velocidad de 1 [m/s] en dirección hacia abajo, sobre el centro de la correa (considerando su ancho), y donde esta comienza (considerando el largo).

#### 4.1.5. Cálculos e iteraciones

Se escoge arbitrariamente 4 segundos de simulación real, ya que tras realizar una simulación de prueba se observó que el estado estacionario se alcanza aproximadamente a los 2 segundos, con lo que se dispondría de los 2 segundos restantes para el análisis de datos. Lo anterior, corresponde a 426.894 iteraciones dado el tiempo entre estas, definido anteriormente, y los archivos de resultados serán guardados cada 1.000 iteraciones.

## 4.2. RESULTADOS

En esta sección se presentan los resultados del documento de validación, los obtenidos en las simulaciones de LIGGGHTS, y la comparación de ellos.

#### 4.2.1. Resultados del caso de validación

Los resultados del caso de validación se presentan a continuación, separados en dos tablas (Tabla 4.2 y Tabla 4.3). En la primera se muestra el espesor del flujo de material en la descarga, y las velocidades de ciertas etapas del flujo, mientras que en la segunda, se exponen los resultados de las fuerzas que imprime el flujo sobre la placa de impacto.

**Tabla 4.2: Resultados de los parámetros cinemáticos del caso del documento de validación.**  
[Fuente: Grima y Wypych, 2010.]

$V_b$ [ $ms^{-1}$ ]	$m_s$ [ $kgs^{-1}$ ]	Espesor del material en la descarga $h_b$ [mm]		Error de EDEM respecto Exp. [%]	Velocidad de Impacto en la placa $V_p$ [ $ms^{-1}$ ]		Error de EDEM respecto Exp. [%]	Velocidad después de impacto $V_a$ [ $ms^{-1}$ ]		Error de EDEM respecto Exp. [%]
		Exp.	EDEM		Exp.	EDEM		Exp.	EDEM	
3	11,39	36	41	13,89	3,32	3,18	-4,2	2,08	2	-3,85



Tabla 4.3: Resultados de la fuerza ejercida en la placa para el caso de validación.  
[Fuente: Grima y Wypych, 2010.]

$V_b [ms^{-1}]$	$m_s [kgs^{-1}]$	Fuerza de reacción experimental [N]			Fuerza de reacción simulación EDEM [N]			Error de R EDEM respecto experimental [%]
		$R_n$	$R_s$	$R$	$R_n$	$R_s$	$R$	
3	11,39	32,19	6,57	32,86	33,87	5,33	34,29	4,35

#### 4.2.2. Resultados de la simulación en LIGGGHTS

En la Figura 4.6 se presenta la simulación realizada del caso de validación. A continuación se desarrolla el análisis de los parámetros de interés en esta.

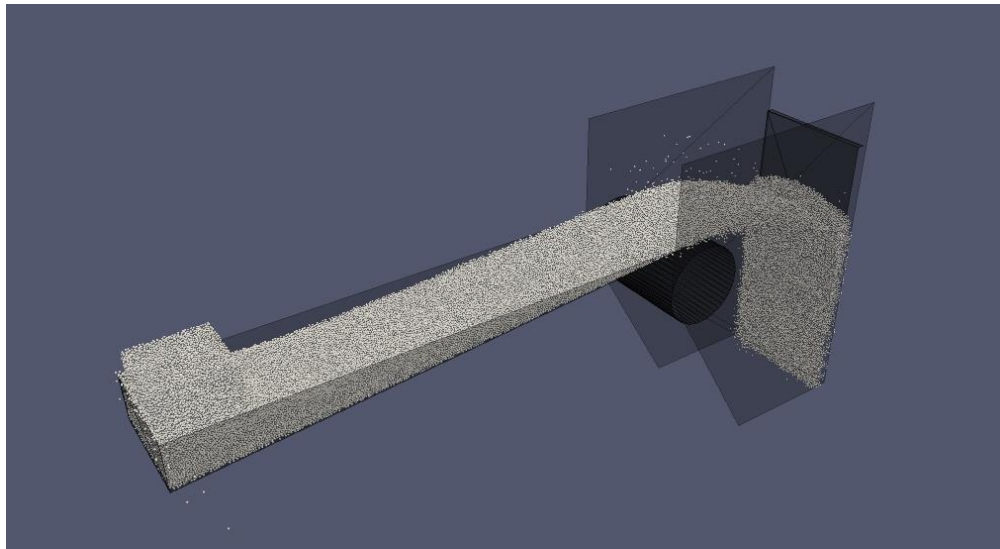


Figura 4.6: Simulación del caso de validación realizada en LIGGGHTS y visualizada en ParaView.  
[Fuente: Elaboración propia.]

### *Desempeño computacional*

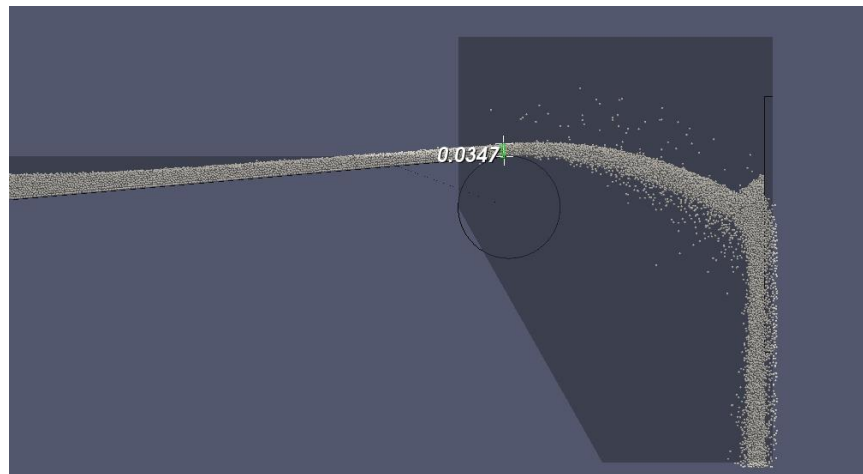
Las simulaciones fueron llevadas a cabo en un notebook Sony Vaio con procesador Intel core i5 3210-M, CPU de 2,5 GHz y 4 GB de memoria RAM. Estas se ejecutaron en multiproceso, con los 4 núcleos que dispone el procesador, a máxima capacidad. El tiempo que tomó en procesar la simulación fue de 15.981 segundos (aproximadamente 4 horas con 26 minutos). Es importante destacar que se utilizó la función para calcular los esfuerzos sobre la placa, lo que aumenta el tiempo de cálculo.

### *Posición y Velocidad del Flujo*

Los parámetros analizados en este punto fueron el espesor de material a la salida de la correa, la velocidad antes de impactar la placa y la velocidad después de impactar la placa.

### **Espesor del flujo de material a la salida de la correa**

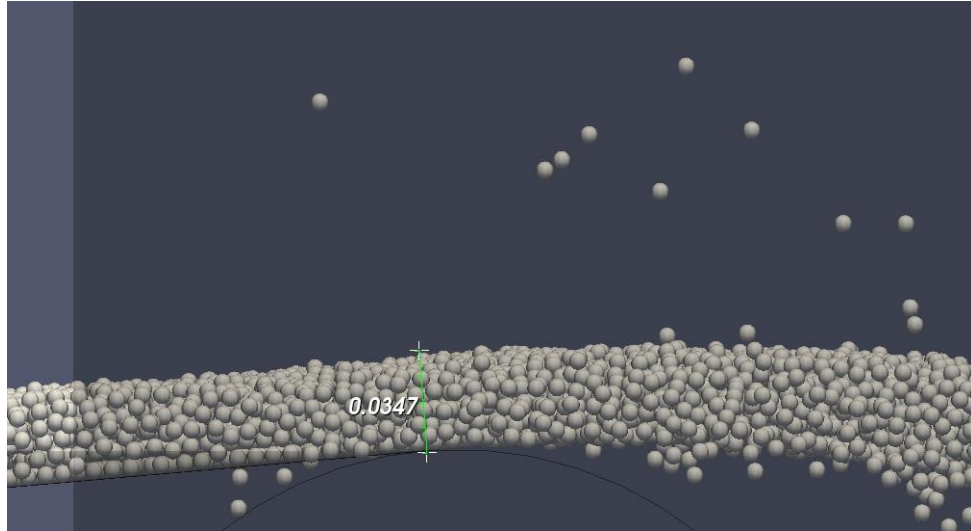
Se realizaron mediciones del espesor del flujo del material con el sistema operando en estado estacionario, estas fueron registradas para 5 instantes de tiempo. En la Figura 4.7 se indica la parte del flujo medida, que corresponde al punto en que la correa empalma con la polea de manera tangente.



**Figura 4.7: Medición del espesor del flujo de material a la salida de la correa.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

Se obtuvo baja variación en los resultados. Al aproximar cada una de las mediciones a unidad entera de milímetro, el resultado fue de 35 mm, así como también el promedio de estas.

En la Figura 4.8 se observa un aumento de la Figura 4.7 en la parte donde fue medida.



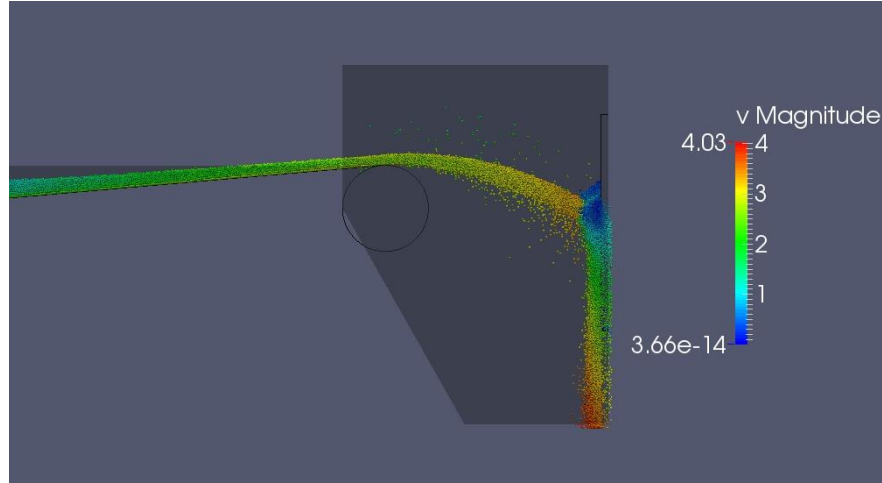
**Figura 4.8: Aumento de la Figura 4.7 en la parte donde se mide el espesor.  
[Fuente: Elaboración propia.]**

### **Velocidad antes de impactar la placa**

Se seleccionó arbitrariamente un sector cercano a la placa en el que se aislaron las partículas antes de impactarla. Luego, los datos para la magnitud de la velocidad para cada una de ellas, fueron analizados en una hoja de cálculo y se obtuvo un promedio.

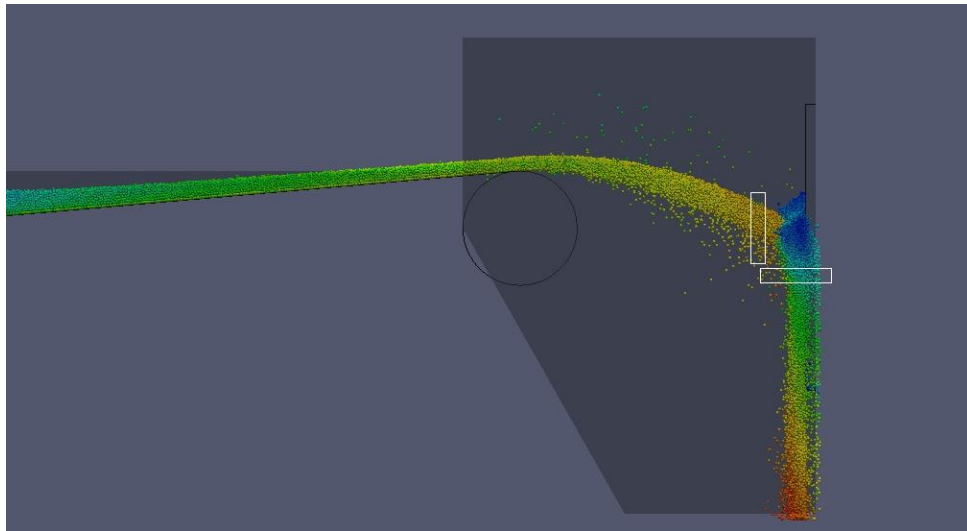
A continuación se muestra una serie de figuras para explicar cómo fueron seleccionadas las partículas a estudiar.

En la Figura 4.9 se aprecia la velocidad del flujo para las distintas etapas de su trayectoria, visto lateralmente en 2D.

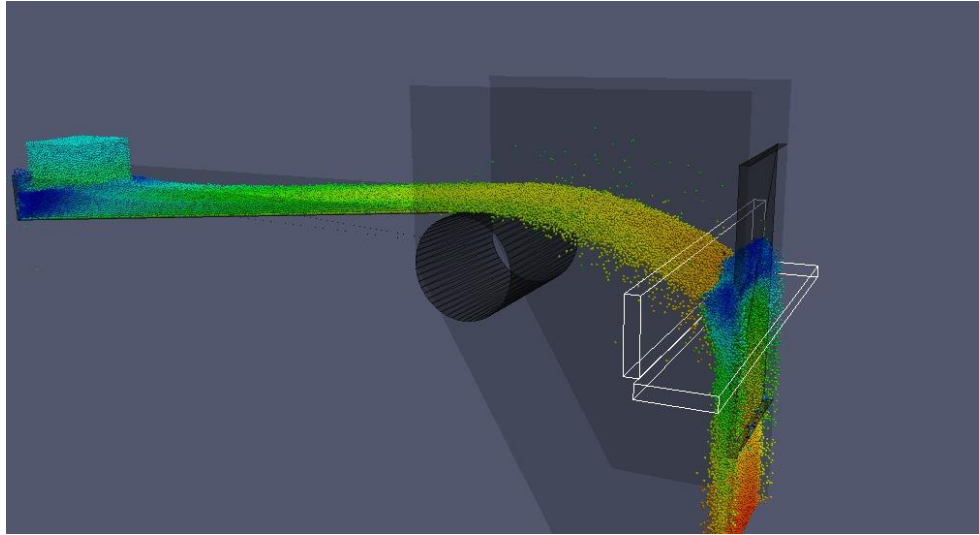


**Figura 4.9: Velocidad del flujo en vista 2D.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

En la Figura 4.10 y Figura 4.11 se muestra en 2D y 3D respectivamente los sectores seleccionados para analizar las partículas antes y después de impactar la placa. Es importante aclarar que la selección realizada es en 3D, las vistas en 2D son para evitar confusiones debido a las perspectivas espaciales.

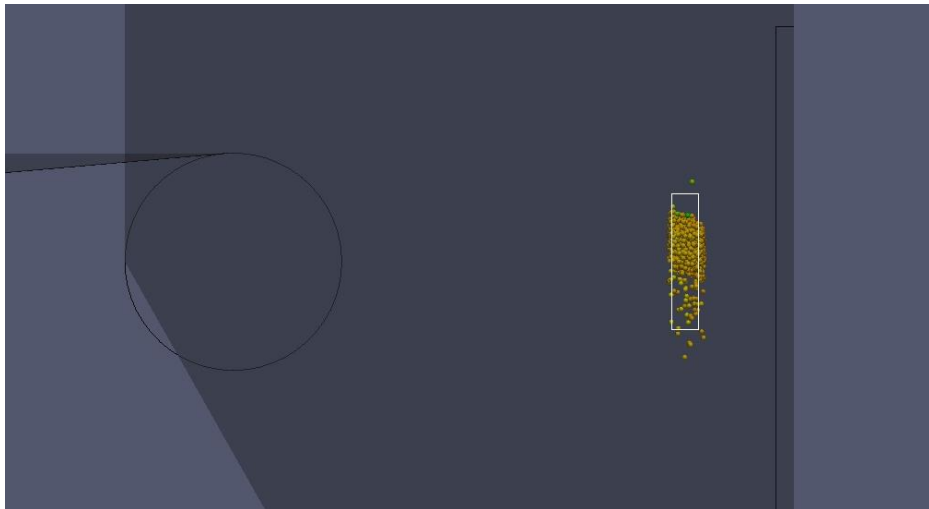


**Figura 4.10: Vista en 2D del flujo en que se indican con rectángulos los sectores seleccionados para analizar las partículas.**  
[Fuente: Elaboración propia.]



**Figura 4.11:** Vista en 3D de la Figura 4.10, en donde se muestra la profundidad de los sectores seleccionados mediante prismas, los cuales abarcan todas las partículas que se encuentra en dicha zona.  
[Fuente: Elaboración propia.]

En la Figura 4.12 se muestra la selección de partículas asiladas del resto del flujo, las que fueron utilizadas para analizar la velocidad.



**Figura 4.12:** Selección de partículas a ser analizadas antes de impactar la placa.  
[Fuente: Elaboración propia.]

#### 4. VALIDACIÓN DE LIGGGHTS UTILIZANDO INFORMACIÓN EXPERIMENTAL DE LA BIBLIOGRAFÍA

---

En la exportación de los datos de las partículas a una hoja de cálculo, la información de algunas de ellas fue eliminada debido a problemas de formato. Los resultados se presentan en la Tabla 4.4.

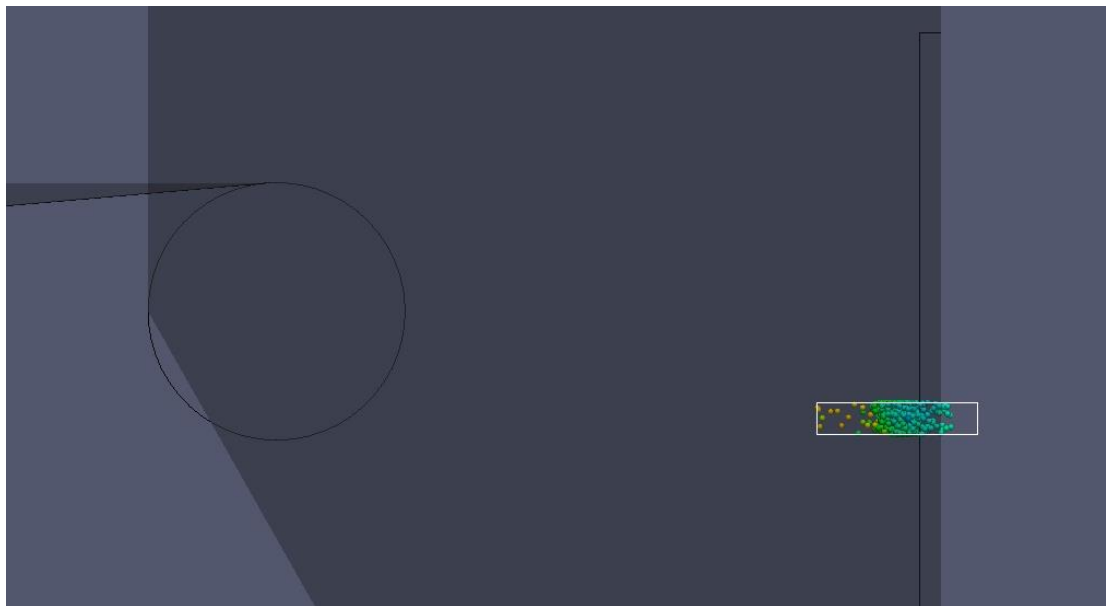
**Tabla 4.4: Número de partículas seleccionadas y analizadas para la determinación de los parámetros de interés en la selección mostrada en la Figura 4.12.**

[Fuente: Elaboración propia.]

Parámetro	Valor	Unidad de Medida
Partículas seleccionadas	1673	Unidades
Partículas analizadas	1375	Unidades
Velocidad promedio antes de impactar la placa	3,25	[m/s]

#### Velocidad después de impactar la placa

En la Figura 4.13 a continuación se muestra la selección realizada para las partículas después de impactar la placa.



**Figura 4.13: Selección de partículas a ser analizadas después de impactar la placa.**

[Fuente: Elaboración propia.]

Los resultados obtenidos después del análisis se presentan en la Tabla 4.5 a continuación:

Tabla 4.5: Número de partículas seleccionadas y analizadas para la determinación de los parámetros de interés en la selección mostrada en la Figura 4.13.

[Fuente: Elaboración propia.]

Parámetro	Valor	Unidad de Medida
Partículas seleccionadas	1950	Unidades
Partículas analizadas	1747	Unidades
Velocidad promedio antes de impactar la placa	2,04	[m/s]

### *Fuerzas sobre la Placa*

LIGGGHTS ofrece la opción de medir el esfuerzo de corte y esfuerzo normal sobre las placas, para obtener la fuerza neta, estos valores deben ser multiplicados por el área de la placa. Para ahorrar tiempo de cálculo computacional, se utilizó un mallado simple para la placa, constituida por dos elementos triangulares.

En la Figura 4.14 y Figura 4.15 se muestra gráficamente los esfuerzos normal y de corte respectivamente, sobre la placa, para un instante de tiempo en la simulación para el cual se mantiene un flujo de material estacionario.

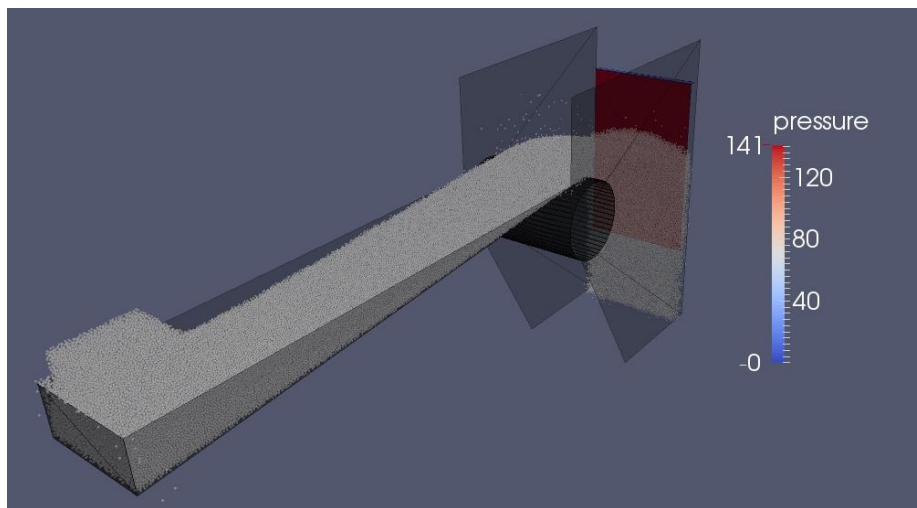
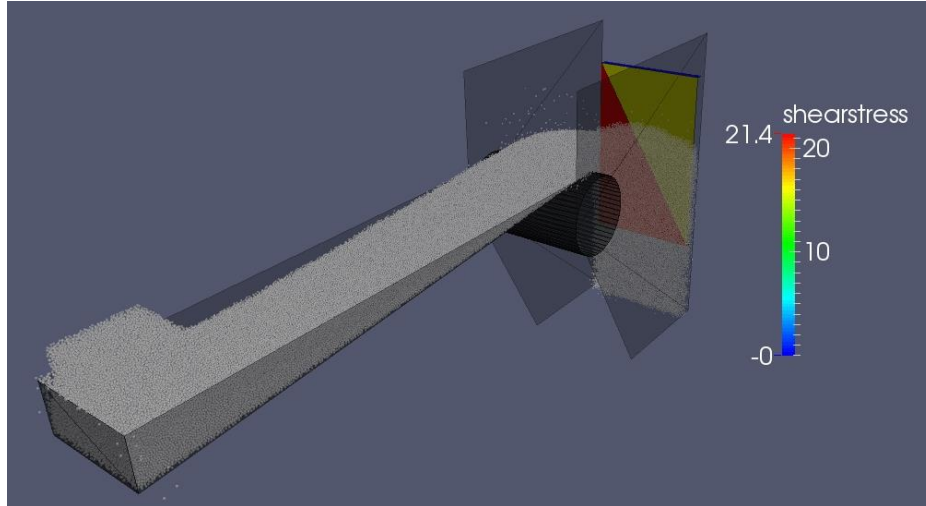


Figura 4.14: Esfuerzo normal sobre la placa de impacto.

[Fuente: Elaboración propia.]

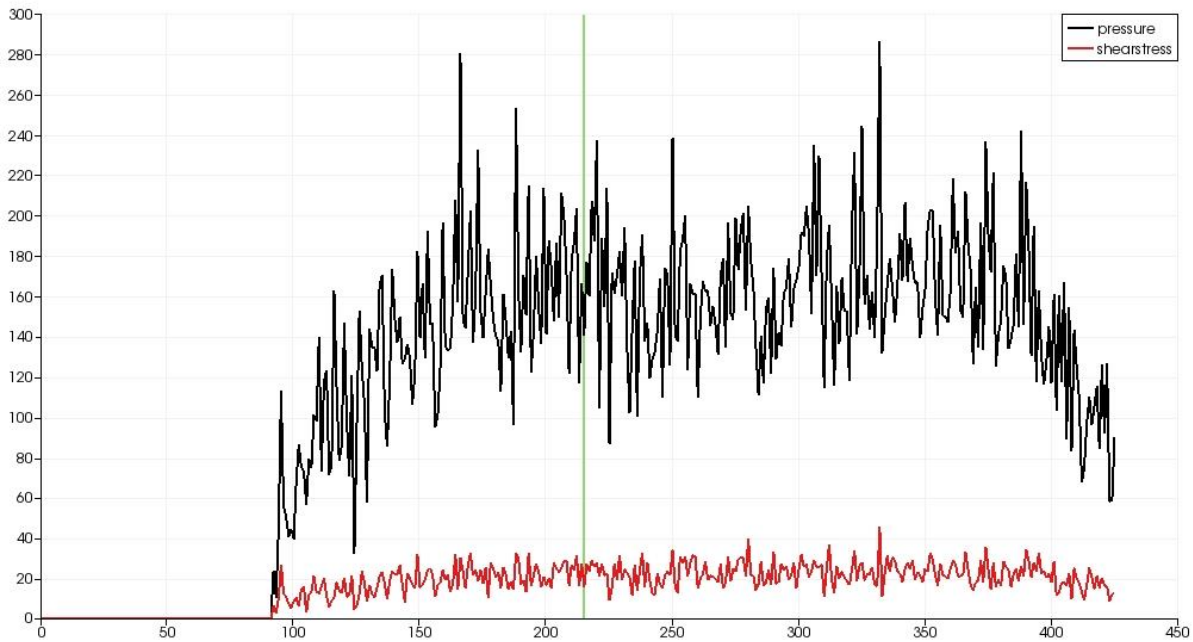


**Figura 4.15: Esfuerzo de corte sobre la placa de impacto.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

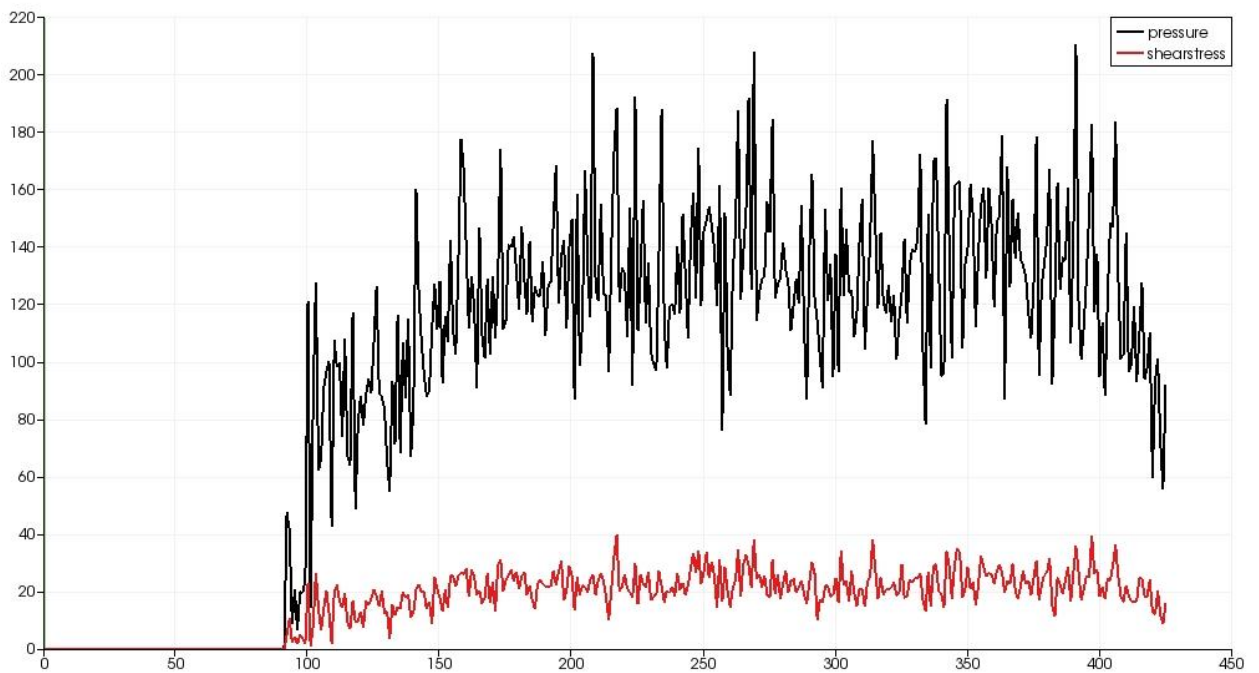
Para medir las fuerzas en las placas, se consideró un promedio de los valores de los esfuerzos para cada instante de tiempo en el que se estuvo bajo un régimen estacionario, luego se multiplicó por el área asociada a los esfuerzos y se sumaron los valores. En el Gráfico 4.1 y el Gráfico 4.2 se muestran los valores de los esfuerzos normal y de corte para los dos elementos triangulares que conforman la malla, el cual fue obtenido mediante ParaView. Se consideraron los registros entre la iteración 200 y 350, ya que en este intervalo la simulación presenta un régimen estacionario.



#### 4. VALIDACIÓN DE LIGGGHTS UTILIZANDO INFORMACIÓN EXPERIMENTAL DE LA BIBLIOGRAFÍA



**Gráfico 4.1:** Esfuerzo normal (curva negra) y esfuerzo de corte (curva roja), en unidades SI, en función de cada iteración, para el primer elemento de la placa.  
[Fuente: Elaboración propia.]



**Gráfico 4.2:** Esfuerzo normal (curva negra) y esfuerzo de corte (curva roja), en unidades SI, en función de cada iteración, para el segundo elemento de la placa.  
[Fuente: Elaboración propia.]

Los resultados del análisis se presentan en la Tabla 4.6 a continuación:

**Tabla 4.6: Resultados para el análisis de los esfuerzos en la placa.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

<b>Geometría Placa</b>		
Alto placa	600	mm
Ancho placa	360	mm
Área placa	0,216	m2
<b>Resultados 1° Elemento</b>		
Esfuerzo normal	163,98	Pa
Esfuerzo de corte	23,27	Pa
<b>Resultados 2° Elemento</b>		
Esfuerzo normal	23,22	Pa
Esfuerzo de corte	132,37	Pa
<b>Resultados Placa</b>		
Fuerza normal	32	N
Fuerza de corte	5,02	N
Fuerza neta	32,4	N

#### 4.2.3. Comparación de las simulaciones con los resultados experimentales

Se realizan dos comparaciones en los resultados, primero se comparan los resultados de posición y velocidad entre LIGGGHTS y la información del documento de validación, finalmente se compara los resultados de fuerza entre LIGGGHTS y dicho documento. La información de dicho documento contiene datos experimentales y resultados de simulaciones realizados con EDEM, esto es de esta manera tanto para la posición y velocidad, como también para la fuerza.

##### 4.2.3.1. Comparación en la posición y velocidad entre LIGGGHTS y el caso de validación

En la Tabla 4.7 se muestra la comparación entre los resultados experimentales y la simulación con EDEM del documento de validación.

4. VALIDACIÓN DE LIGGGHTS UTILIZANDO INFORMACIÓN EXPERIMENTAL  
DE LA BIBLIOGRAFÍA

Tabla 4.7: Resultados del documento de validación para los parámetros cinemáticos.  
[Fuente: Grima y Wypych, 2010.]

$V_b$ [ $ms^{-1}$ ]	$m_s$ [ $kgs^{-1}$ ]	Espesor del material en la descarga $h_b$ [mm]		Error de EDEM respecto Exp. [%]	Velocidad de Impacto en la placa $V_p$ [ $ms^{-1}$ ]		Error de EDEM respecto Exp. [%]	Velocidad después de impacto $V_a$ [ $ms^{-1}$ ]		Error de EDEM respecto Exp. [%]
		Exp.	EDEM		Exp.	EDEM		Exp.	EDEM	
3	11,39	36	41	13,89	3,32	3,18	-4,2	2,08	2	-3,85

En la Tabla 4.8 se muestra la comparación entre los resultados experimentales y la simulación con LIGGGHTS.

Tabla 4.8: Resultados de LIGGGHTS para los parámetros cinemáticos.  
[Fuente: Elaboración propia.]

$V_b$ [ $ms^{-1}$ ]	$m_s$ [ $kgs^{-1}$ ]	Espesor del material en la descarga $h_b$ [mm]			Error de LIGGGHTS respecto Exp. [%]	Velocidad de Impacto en la placa $V_p$ [ $ms^{-1}$ ]		Error de LIGGGHTS respecto Exp. [%]	Velocidad después de impacto $V_a$ [ $ms^{-1}$ ]		Error de LIGGGHTS respecto Exp. [%]
		Exp.	LIGGGHTS			Exp.	LIGGGHTS		Exp.	LIGGGHTS	
3	11,39	36	35	-2,8	3,32	3,25	-2,1	2,08	2,04	-1,9	

De las tablas anteriores se observa que en LIGGGHTS se obtuvo menor error que en EDEM para todos los parámetros analizados en esta sección, en que nunca fue superado un valor del 3% con respecto los resultados experimentales.

#### 4.2.3.1. Comparación en las fuerzas sobre la placa entre LIGGGHTS y el caso de validación

En la Tabla 4.9 se muestra la comparación entre los resultados experimentales y la simulación con EDEM del documento de validación.

Tabla 4.9: Resultados del documento de validación para la fuerza sobre la placa.  
[Fuente: Gima y Wypych, 2010.]

$V_b$ [ $ms^{-1}$ ]	$m_s$ [ $kgs^{-1}$ ]	Fuerza de reacción experimental [N]			Fuerza de reacción simulación EDEM [N]			Error de R EDEM respecto experimental [%]
		$R_n$	$R_s$	$R$	$R_n$	$R_s$	$R$	
3	11,39	32,19	6,57	32,86	33,87	5,33	34,29	4,35

#### 4. VALIDACIÓN DE LIGGGHTS UTILIZANDO INFORMACIÓN EXPERIMENTAL DE LA BIBLIOGRAFÍA

---

En la Tabla 4.10 se muestra la comparación entre los resultados experimentales y la simulación con LIGGGHTS.

**Tabla 4.10: Resultados de LIGGGHTS para la fuerza sobre la placa.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

$V_b [ms^{-1}]$	$m_s [kgs^{-1}]$	Fuerza de reacción experimental [N]			Fuerza de reacción simulación LIGGGHTS [N]			Error de R respecto experimental [%]
		$R_n$	$R_s$	$R$	$R_n$	$R_s$	$R$	
3	11,39	32,19	6,57	32,86	32,00	5,02	32,40	1,4

De las tablas anteriores se observa que en LIGGGHTS se obtuvo menor error que en EDEM para el cálculo de la fuerza ejercida sobre la placa de impacto, obteniéndose un error de 1,4% respecto el resultado experimental.

## **5. REDISEÑO DE UN PUNTO DE TRANSFERENCIA VERIFICADO CON SIMULACIÓN DEM**

### **5.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA**

El proceso productivo de la división Mantoverde, para la obtención del concentrado de cobre utiliza lixiviación por medio de pilas dinámicas. Para poder armar las pilas, se usa una configuración de correas transportadoras puestas en forma secuencial, que permiten llevar el material a ser lixiviado hacia la máquina que va formando la pila.

Existen diversas variables en la operación misma del proceso, que provocan que los puntos de traspaso entre las correas (chutes) se atollen. Dentro de estas variables se puede mencionar desalineamientos en las posiciones de las correas transportadoras, variación de la humedad del material, variaciones en las velocidades de las correas transportadoras, correas que deben ser posicionadas en ángulos determinados, etc.

Cuando se produce un atollo en un chute, el proceso de formación de la pila debe ser detenido hasta que el atollo sea liberado, lo cual puede llegar a tomar horas. Estas detenciones, por una parte, conllevan una pérdida en la productividad del área; así mismo, por otra parte, generan un riesgo al exponer a los trabajadores que deben liberar el atollo a una situación de peligro, ya que el trabajo debe ser realizado en altura y muchas veces en lugares de difícil acceso.

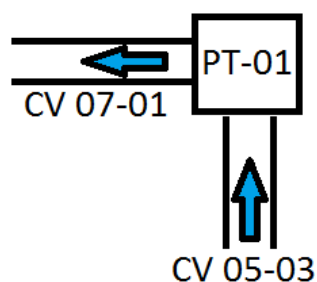
En el presente trabajo se estudiará el problema de atollo en el punto de traspaso de correa transportadora CV-05-03 a correa transportadora CV-07-01 (lo que se denota como PT-01).

## 5.2. DESARROLLO

### 5.2.1. Levantamiento de la información

#### 5.2.1.1. Geometría del punto de transferencia de estudio

La geometría se obtuvo a partir de información entregada por personal de Mantoverde y mediciones realizadas en terreno por personal de Duam. A continuación se presentan fotos y características del punto de transferencia de estudio, el PT-01.



**Figura 5.1: Esquema de la dirección del material transportado en el punto de transferencia**  
[Fuente: Elaboración propia.]

Características geométricas relevantes del punto de transferencia de estudio:

- Ángulo de la correa de descarga respecto la horizontal: 5°.
- Ángulo de la correa de carga respecto la horizontal: 13°.
- Ángulo de la correa de descarga respecto la correa de carga: 90°.
- Ancho de correa: 42 pulgadas.



**Figura 5.2: Foto del PT-01.**  
[Fuente: Foto tomada por el autor.]

#### **5.2.1.2. Condiciones operacionales**

Las condiciones operacionales para el punto de transferencia a estudiar, en sus respectivas correas de carga y descarga, son las mismas. Estas se detallan a continuación:

- Carga nominal: 1.700 [ton/h].
- Velocidad en vacío de las correas: Entre 3.2 [m/s] y 3.5 [m/s].
- Velocidad cero de las correas: Se define como el 80% de la velocidad en vacío. Esto implica que la velocidad de operación se encuentra en el rango de 2.56 [m/s] y los 3.5 [m/s].

#### **5.2.1.3. Materiales**

Los materiales implicados en el estudio del problema son los que conforman los puntos de transferencia, y el material transportado. A continuación se especifica lo anterior:

### ***Materiales de los puntos de transferencia***

- Correa transportadora: Goma con fibras de metal.
- Tolva superior: Acero con cubiertas de goma.
- Placa de impacto: Goma.
- Cortinas: Goma
- Tolva inferior: Acero con revestimientos cerámicos.

### ***Material transportado***

- Tipo: Mineral de cobre chancado.
- Etapa productiva: Línea de correas que conducen a la pila de lixiviación.
- Granulometría: El 80% se encuentra entre 14 mm y 18 mm de diámetro.
- Humedad: 10 % en peso, con características barrosas.
- Densidad: 1.9 Kg/m<sup>3</sup>.

#### **5.2.1.4. Antecedentes de problemas y fallas reportadas y observadas**

La información que se expondrá a continuación fue recopilada mediante los documentos entregados por personal de Mantoverde, observada por personal de Duam en una visita a terreno, y registrada por personal de Duam a partir de las entrevistas a los usuarios líderes de las áreas de operación y mantenimiento de Mantoverde.



- 1) El punto de transferencia posee una goma de impacto vertical (con una leve inclinación de su parte inferior acercándose a la correa de carga) muy cercana a la correa, lo que podría implicar un impacto casi perpendicular, pudiendo acelerar el desgaste, descontrolar el flujo y frenar el movimiento del material induciendo al atollo.
- 2) La goma de impacto presenta desgaste en diferentes partes, causado por el impacto el material cuando opera a las diferentes velocidades.



**Figura 5.3: Zonas de desgaste en goma de impacto.**  
[Fuente: Foto tomada por el autor.]

- 3) Existen zonas con material adherido en la goma de impacto y en la tolva superior, esto ocurre en los puntos de velocidades bajas del material, en que el flujo de este no puede arrastrar el material adherido.



**Figura 5.4: Material adherido a goma de impacto.**  
[Fuente: Foto tomada por el autor.]

- 4) El material transportado es cohesivo y con aspecto barroso, el cual es fácilmente moldeable.



**Figura 5.5: Material extraído de las paredes del punto de transferencia.**  
[Fuente: Foto tomada por el autor.]

- 5) No existe elemento de recepción y direccionamiento del material en la descarga (la tolva inferior solo asegura que el material no caiga fuera de la correa, y ayuda a centrarlo una vez que este ya ha caído, pero no controla su movimiento y velocidad, además la mayoría del material pareciera caer directo en la correa de descarga). Este elemento es común cuando se trata de materiales cohesivos y alturas de varios metros (lo cual es el caso, ya que el material cae aproximadamente 4 metros entre correas).

- 6) No se registran problemas de desgaste excesivo en correa de descarga.
- 7) Existe material acumulado a un lado de la correa de carga, lo que puede dar cuenta de pérdidas durante la operación por falta de control del flujo y/o por ubicación inadecuada (descentrada y/o desalineada) de la correa de descarga. También puede ser causado por atollo parcial o total de la parte inferior del punto de transferencia.



**Figura 5.6: Material acumulado a un lado de la correa de descarga.**  
[Fuente: Foto tomada por el autor.]

- 8) El punto de transferencia presenta problemas de atollo. Algunos trabajadores de terreno informaron que el atollo comenzaba abajo (en la correa de carga y tolva de recepción), y que luego el material crecía hacia arriba. Mientras que otros explicitaban que el atollo comenzaba arriba del punto de transferencia (goma de impacto, tolva superior y correa de descarga). Dado que existían diversas versiones del atollo, es probable que el punto de transferencia presente problemas en ambas partes.

### **5.2.2. Modelos geométricos computacionales y geometría actual**

Para la realización de las simulaciones, se establecen modelos computacionales de los puntos de transferencia. Esos modelos son simplificaciones de los distintas partes y piezas que componen un punto de transferencia.

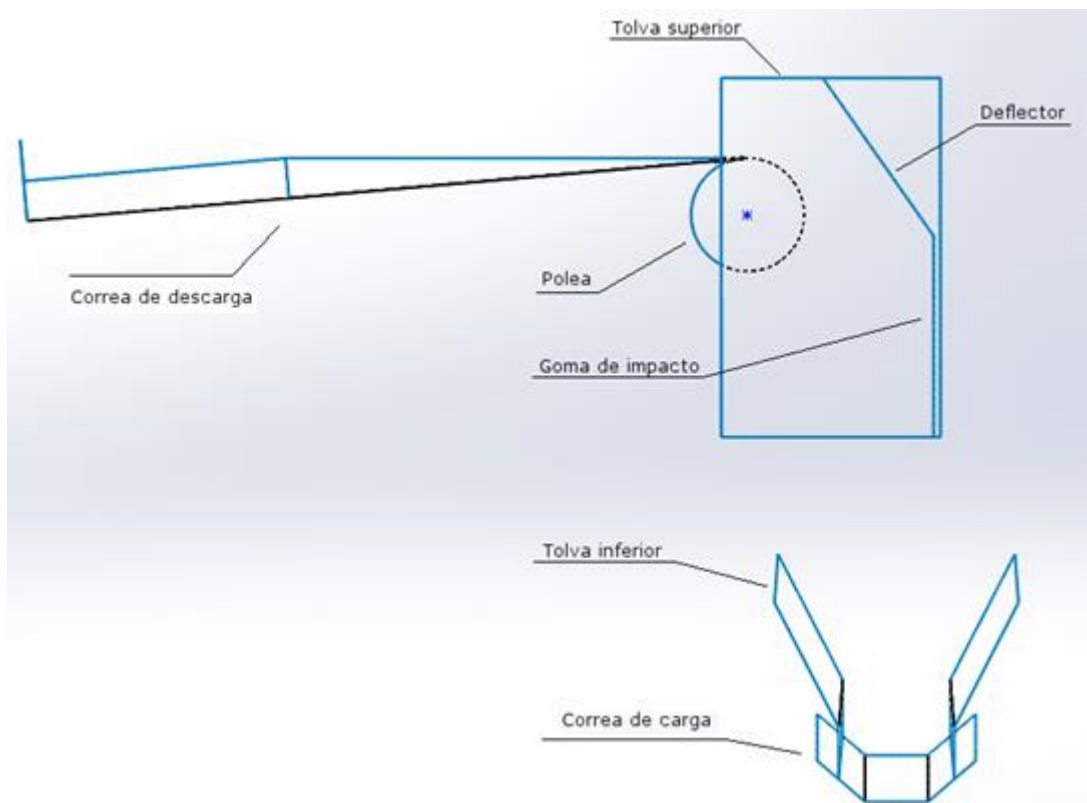
El modelo computacional de los puntos de transferencias a está formado por los siguientes componentes:

- Correa de Carga: Es la correa de transporte que recibe el material.
- Polea: Es la polea donde la correa de carga se curva, para poder descargar el material.

## 5. REDISEÑO DE UN PUNTO DE TRANSFERENCIA VERIFICADO CON SIMULACIÓN DEM

- Tolva Superior: Es la estructura metálica que previene que partículas del material sean proyectadas hacia fuera de la zona de trabajo, al ser descargadas de la correa de carga.
- Deflector: Es la pieza que recibe el impacto del material al ser descargado y lo encausa para evitar el atollo. Actualmente los puntos de transferencia no poseen de deflector.
- Goma de Impacto: Son piezas de goma que se colocan al interior de la tolva superior, para prevenir el desgaste de ésta.
- Tolva Inferior: Es la estructura metálica en la zona que recibe el material y que previene que particular de éste sean proyectadas hacia fuera de la zona de trabajo, encausándolo hacia la correa de descarga.
- Correa de Descarga: Es la correa de transporte que lleva el material.

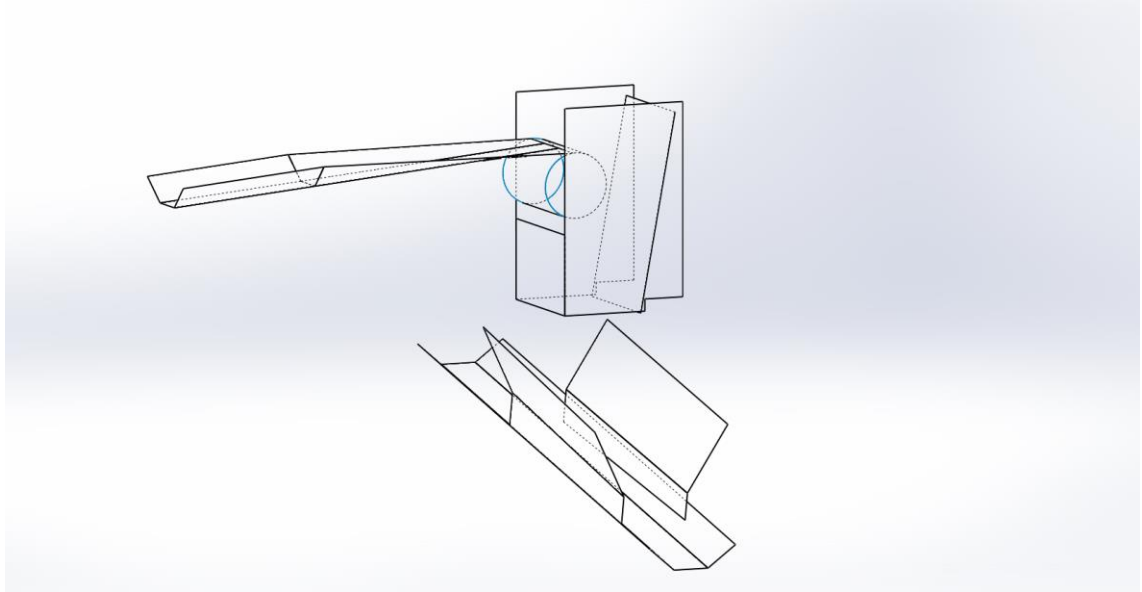
A continuación se muestran los componentes antes descritos:



**Figura 5.7: Elementos de un punto de transferencia.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

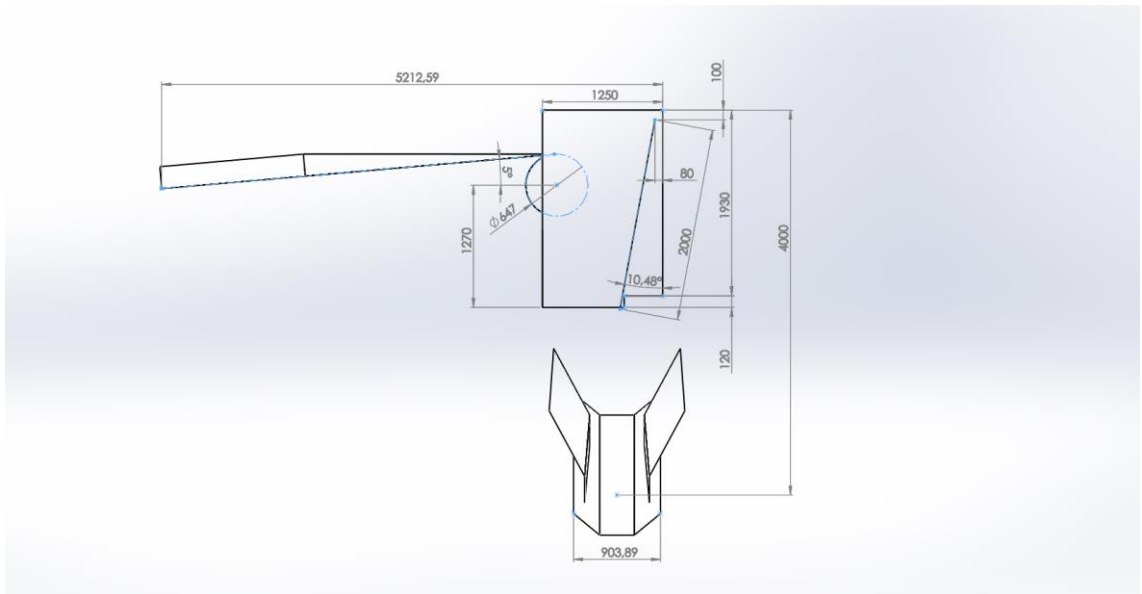
## 5. REDISEÑO DE UN PUNTO DE TRANSFERENCIA VERIFICADO CON SIMULACIÓN DEM

A continuación, en la Figura 5.8, Figura 5.9 y Figura 5.10, se presenta la geometría actual del PT-01 que será utilizada en las simulaciones:



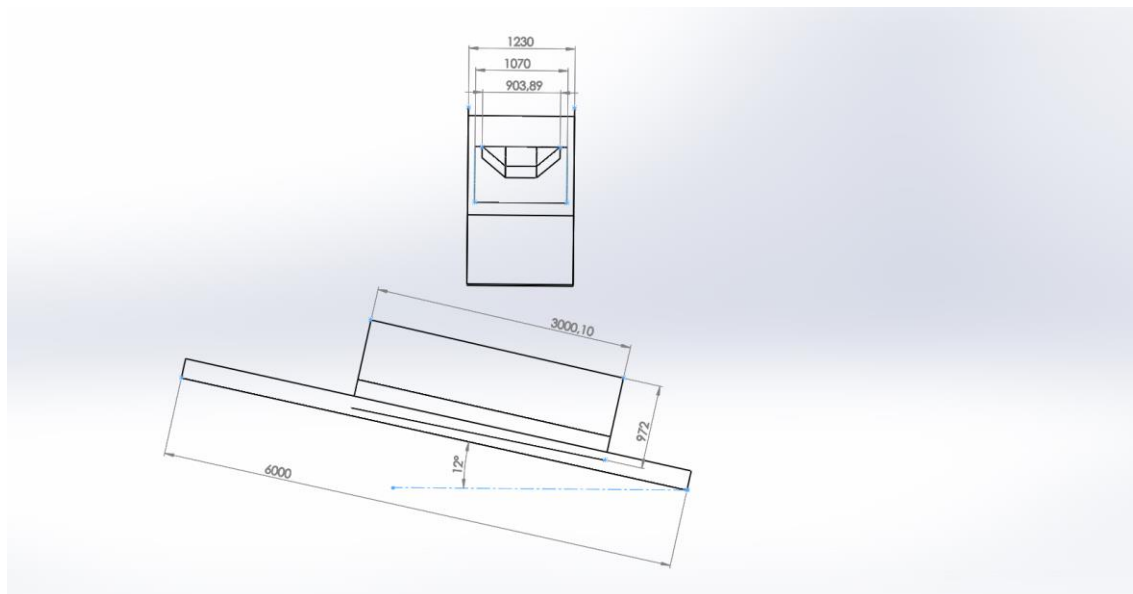
**Figura 5.8: Dibujo CAD en perspectiva del punto de transferencia actual que será empleado en la simulación.**

[Fuente: Elaboración propia.]



**Figura 5.9: Dibujo CAD en vista lateral, indicando cotas principales, del punto de transferencia actual que será empleado en la simulación.**

[Fuente: Elaboración propia.]



**Figura 5.10: Dibujo CAD en vista principal, indicando cotas principales, del punto de transferencia actual que será empleado en la simulación.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

### 5.2.3. Estudio del material para desarrollo de simulación DEM

Tal como se mencionó en el capítulo 2.4, el estudio de materiales granulares para desarrollar una simulación DEM consta de tres etapas. La caracterización, la calibración y la validación. Como no se constaba con experiencia previa en este ámbito, se llevaron a cabo distintos ensayos para poder caracterizar el material, y formar un criterio del comportamiento de este que luego permitiera establecer la pauta de calibración. Finalmente se llegó a un listado de ensayos y un itinerario de simulaciones que permitieron cumplir con los objetivos de esta etapa. A continuación se resumen los ensayos y actividades que se establecieron para cada una de las etapas.

Los ensayos de caracterización que se realizaron se detallan en la tabla a continuación:

**Tabla 5.1: Ensayos de caracterización del material.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

Ensayos de Caracterización		
Orden	Ensayo	Parámetro Obtenido
1	Ensayo de Humedad Termogravimétrico	$\%H$
2	Pesaje e Inmersión	$\rho_p$
3	Medición de Partículas	$R, a_r$
4	Impacto en Caída Libre	$\varepsilon_{pp}, \varepsilon_{pw}$
5	Plano Inclinado	$\mu_{pp}, \mu_{pw}, \mu_{r,pp}, \mu_{r,pw}$
6	Ensayo de Corte Directo	$f f_c$

Tal como se ha explicado en la sección 2.4, el proceso de calibración es complejo, requiere definir la sensibilidad de cada uno de los parámetros respecto el resultado de los ensayos que se realizan, escoger criteriosamente los parámetros más influyentes, y definir el orden en que se ejecutarán las simulaciones. Todo este proceso fue llevado a cabo, una vez estudiada la sensibilidad de los parámetros más influyentes, se definió el itinerario de calibración de parámetros. Este fue ejecutado, y se obtuvieron valores erróneos, pero se consiguió información importante para complementar las curvas de calibración, y definir itinerarios nuevos. El mismo proceso fue llevado a cabo dos veces sin resultados exitosos, pero en el tercer intento, se obtuvo una calibración adecuada.

La información de valor es el itinerario de calibración, en donde se define cuáles y que orden deben seguir las simulaciones que se requiere llevar a cabo, y los valores que se deben utilizar para cada una de las propiedades, de manera de construir efectivamente las curvas de sensibilidad (obtener la mayor cantidad de información en el menor número de simulaciones). Para finalmente seleccionar los parámetros que reproducen un comportamiento similar al del material real. Es recomendable consultar extensamente la bibliografía antes de llevar a cabo este proceso, ya que existen parámetros que no son influyentes en algunos ensayos, lo que permitirá ahorrar tiempo de simulación, además, ayuda a formar un criterio, a priori, de cuales parámetros podrían tener mayor relevancia en los resultados.

Debido a asuntos de confidencialidad de la empresa, en el presente trabajo solo se mencionará una parte del itinerario de calibración, la que incluye los ensayos representados, los parámetros calibrados, y las curvas de sensibilidad más relevantes, pero no el orden en que se realizaron las simulaciones, ni los valores calibrados para los diferentes parámetros.

**Tabla 5.2 Ensayos para calibración de parámetros.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

<b>Ensayos de Calibración</b>		
<b>Ensayo</b>	<b>Parámetro de Comparación</b>	<b>Parámetros Calibrados</b>
Tamaño de Partículas	Ninguno	$R$
Densidad sin Compactar	$\rho_b$	$\rho_p$
Ángulo de Reposo Estático	$\alpha_e$	$\mu_{pp}, \mu_{pw}, \mu_{r,pp}, \mu_{r,pw}, c$
Ángulo de Reposo Dinámico	$\alpha_d$	$\mu_{pp}, \mu_{r,pp}, c$

Por último, se tiene la etapa de Validación, en la cual se utilizó el proceso de validación cuantitativa en terreno.

A continuación se presenta con mayor detalle cada una de las etapas del estudio de material.

### 5.2.3.1. Caracterización

El comportamiento del material transportado en los puntos de transferencia, está directamente relacionado con sus las propiedades físicas y mecánicas, las cuales se pueden conocer mediante un conjunto de pruebas de laboratorio.

En el presente trabajo fue necesario construir y montar todos los aparatos para realizar los experimentos.

A continuación se presentan las pruebas realizadas y sus respectivos resultados para cada una de las propiedades del material granular.

#### *Ensayo de humedad termogravimétrico*

##### Procedimiento:

En un pequeño recipiente de lata se coloca cierta cantidad de material y luego este conjunto se ubica sobre una cocinilla. Se tapa con una placa de latón con un orificio para acelerar la evaporación del agua contenida en el material. Para conocer si se evaporo toda el agua se debe pesar cada cierto tiempo la lata con el material hasta que este no presente una disminución del peso. El ensayo se repite 5 veces y se obtiene un promedio de los resultados.



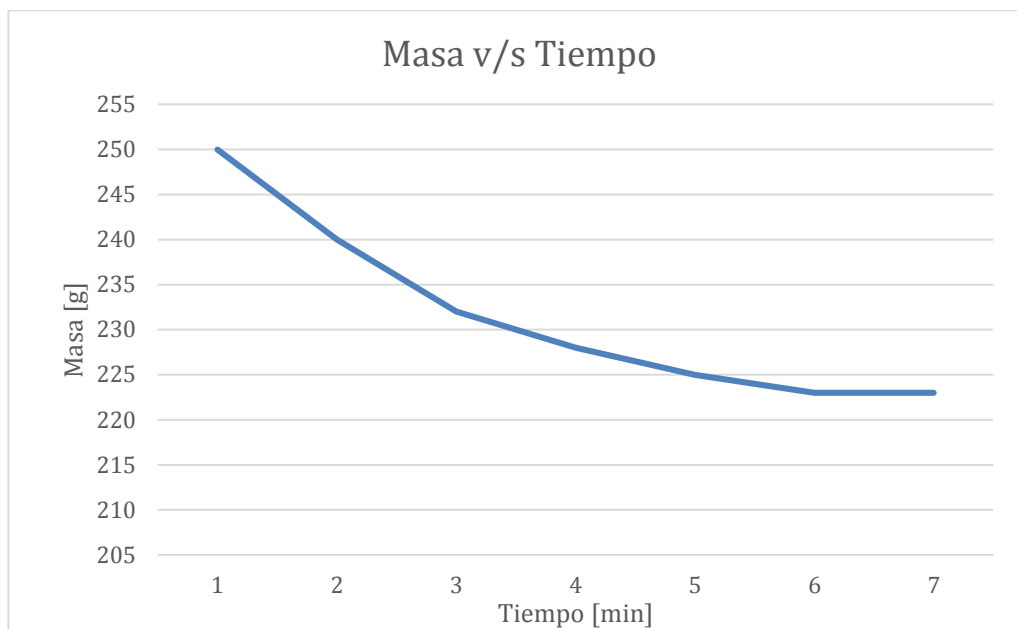
**Figura 5.11: Ensayo de humedad, en la imagen se muestra el momento en que se calienta el material para evaporar la humedad.**

[Fuente: Foto tomada por el autor.]



Resultados:

El Gráfico 5.1 indica la pérdida de masa de la muestra a medida que es calentada durante el tiempo. Corresponde a la segunda vez que se realizó el ensayo. En la Tabla 5.3 se muestra el resumen de los resultados, que corresponde al promedio de los valores obtenidos en cada repetición.



**Gráfico 5.1: Pérdida de masa de agua en el tiempo de una muestra de material, al ser calentada.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

**Tabla 5.3: Resultados de la humedad de las muestras analizadas..**  
[Fuente: Elaboración propia.]

Parámetro	Notación	Valor	Unidad de medida
Humedad Específica Promedio de H2O	$H_{esp}$	10	% en masa

***Pesaje e inmersión***

Procedimiento:

Se cuenta con recipientes transparentes graduados cada 250 cc cuya capacidad máxima es de 1 lt., y una pesa digital con una precisión de medición de 1 gr, en que su capacidad máxima de medición es de 5 Kg.

Se pesa el recipiente con agua, y se registra su volumen, luego se le añade material, y se registra nuevamente el peso y el volumen. El ensayo se repite 5 veces y se obtiene un promedio de los resultados.

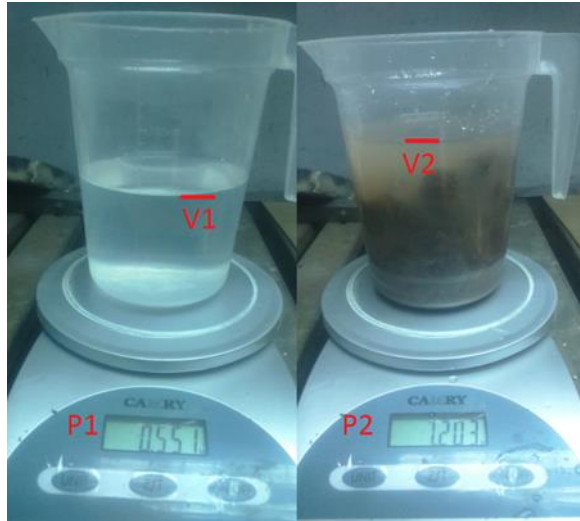


Figura 5.12: Ensayo para cálculo de la densidad del material.  
[Fuente: Foto tomada por el autor.]

De la Ecuación 2.50, se deduce la siguiente expresión para el cálculo de la densidad del material:

$$\rho_p = \frac{m_1 - m_2}{V_1 - V_2}$$

en que:

- $\rho_p$ : Densidad del material.
- $m_1$ : Masa inicial del sistema.
- $m_2$ : Masa final del sistema.
- $V_1$ : Volumen inicial del sistema.
- $V_2$ : Volumen final del sistema.

Resultados:

Tabla 5.4: Resultados de la densidad de partículas de las muestras analizadas.  
[Fuente: Elaboración propia.]

Parámetro	Notación	Valor	Unidad de medida
Densidad de partícula	$\rho_p$	2.337	Kg/m <sup>3</sup>

### *Medición de partículas*

El material corresponde a piedras mezcladas con barro, las que formaban partículas aglomeradas de un tamaño mayor al de las piedras.

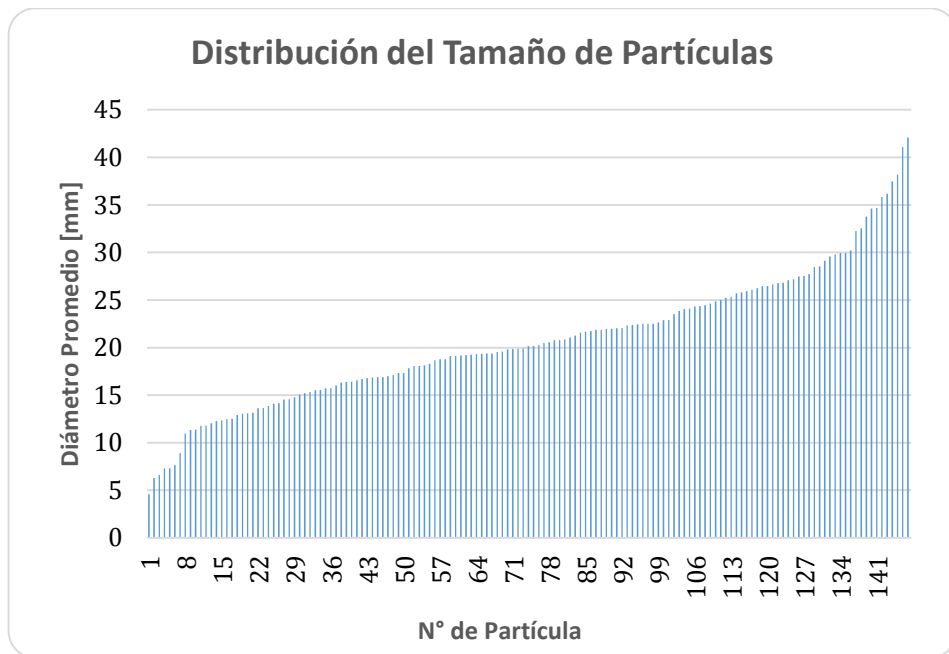
#### Procedimiento:

Para definir el tamaño y forma de un modo que sea representable en el *software*, se introduce material en el molino hasta la tercera parte de su capacidad, el que se hace funcionar por 2 minutos a 45 RPM, luego se extrae el material, el cual forma partículas prácticamente esféricas en conjunto con las piedras. Posteriormente estas se miden con un pie de metro y se construye un gráfico con la distribución de tamaño de las partículas. En la Figura 5.13 se muestran las partículas después de ser ingresadas en el molino.



**Figura 5.13: Material después de ser agitado en el molino.  
[Fuente: Elaboración propia.]**

Resultados:

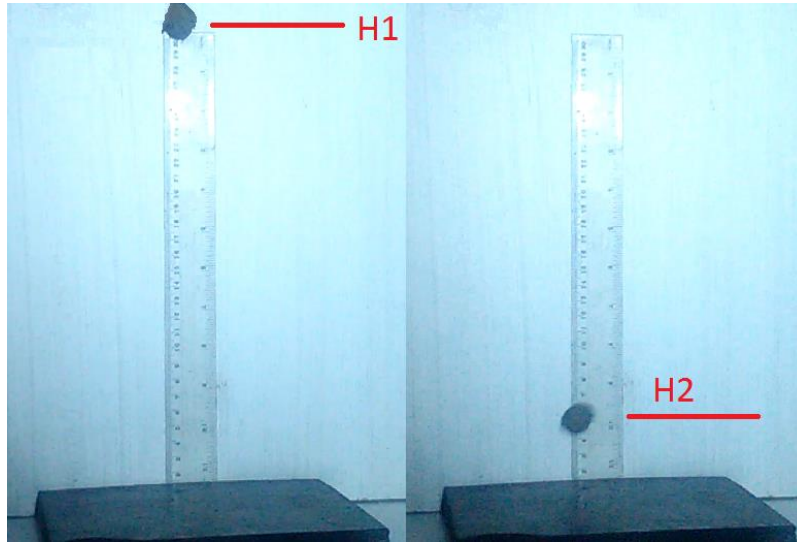


**Gráfico 5.2: Distribución del tamaño de partículas.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

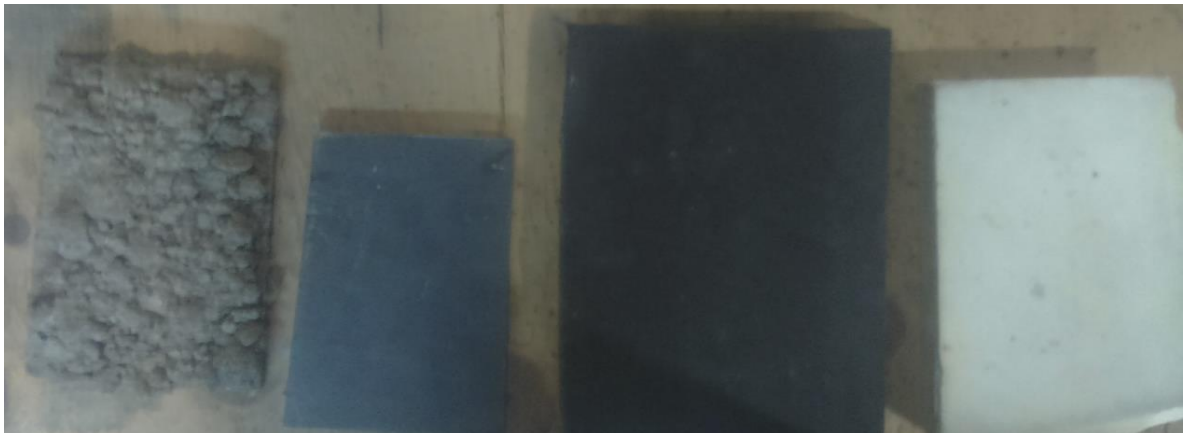
***Impacto en caída libre***

Procedimiento:

En una pared nivelada, se fija una regla plástica de 30 centímetros. En la parte inferior se ubica una muestra del material. Luego una partícula se ubica en la parte superior de la regla sostenida por unas tenazas, y se deja caer. Con una cámara se registra la altura alcanzada con la partícula después del impacto. Se repite el ensayo 10 veces para partículas diferentes, con cada uno de los materiales que estas interactúan (goma, metal, revestimiento cerámico y material aglomerado de cobre). En la Figura 5.14 se puede observar el ensayo, y en la Figura 5.15, las muestras de los diferentes materiales con las que se hizo impactar las partículas.



**Figura 5.14: Ensayo de impacto en caída libre.**  
[Fuente: Foto tomada por el autor.]



**Figura 5.15: Materiales utilizados en el ensayo de impacto.**  
[Fuente: Foto tomada por el autor.]

Resultados:

En la siguiente tabla se resumen los resultados del ensayo, en que los valores que se muestran corresponden al promedio de los resultados que se obtuvo al repetir los respectivos ensayos.

**Tabla 5.5: Resultados del ensayo de impacto en caída libre.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

Impacto en Caída Libre	Banda	Cerámico	Acero	Partículas	Acrílico	Polímero
$\varepsilon_{pw}$	0,312	0,018	0,021	0,051	0,323	0,281

### ***Plano inclinado***

Este ensayo se realiza para estimar el Coeficiente de Roce Estático y el Coeficiente de Roce de Rodadura, en que para obtener uno u otro existe una leve diferencia en su ejecución.

#### Procedimiento:

Sobre una superficie la cual se puede graduar su inclinación, se ubica una muestra de material de las exhibidas en la Figura 5.15, posteriormente se ubica una partícula sobre la muestra y se comienza a inclinar poco a poco la superficie. Cuando la partícula rueda o desliza, se registra el ángulo alcanzado, con lo cual se calcula el Coeficiente de Roce utilizando las expresiones del capítulo 2.4.1.5. Para obtener el Coeficiente de Roce de Rodadura, se utiliza una partícula individual sobre la muestra, mientras que para obtener el Coeficiente de Roce Estático, se utilizan tres partículas unidas a una placa de acrílico (Figura 5.16) de manera de obligar el deslizamiento en vez de la rodadura. El ensayo se repite 10 veces para diferentes partículas en las diversas muestras.

En las Figura 5.17 y Figura 5.18 se muestran los montajes de los ensayos para el Coeficiente de Roce de Rodadura y el Coeficiente de Roce Estático respectivamente.



**Figura 5.16: Muestra utilizada en el ensayo de plano inclinado para el cálculo del coeficiente de roce estático.**

[Fuente: Foto tomada por el autor.]



**Figura 5.17: Montaje del ensayo de plano inclinado para estimar el coeficiente de roce de rodadura.**  
[Fuente: Foto tomada por el autor.]



**Figura 5.18: Montaje del ensayo de plano inclinado para estimar el coeficiente de roce estático.**  
[Fuente: Foto tomada por el autor.]

### Resultados:

En la siguiente tabla se resumen los resultados del ensayo, en que los valores que se muestran corresponden al promedio de los resultados que se obtuvo al repetir los respectivos ensayos.

**Tabla 5.6: Resultados para el ensayo de plano inclinado.**  
[Fuente: Elaboración personal.]

<b>Ensayo de Plano inclinado</b>						
Material	Banda	Cerámico	Acero	Partículas	Acrílico	Polímero
Rodadura $\mu_{r,pw}$	0,457	0,408	0,410	0,669	0,388	0,426
Deslizamiento $\mu_{pw}$	0,7	0,629	0,505	1,625	0,466	0,513

### *Ensayo de corte directo (DST)*

A diferencia de los otros ensayos, el DST posee un montaje más complejo, el que se define a continuación:

En la base de una prensa hidráulica de 30 toneladas se fija un anillo con base mediante prensas, centrado con respecto al cilindro hidráulico. Sobre el anillo fijo se posiciona un anillo móvil concéntrico al anillo con base, el cual posee un espárrago en su dirección radial. El espárrago, que posee manillas soldadas en su dirección radial, se apoya horizontalmente en una balanza análoga fija al costado de la estructura de la prensa. Al costado opuesto de la balanza se fija a la estructura de la prensa hidráulica un pie de metro por uno de sus extremos, dejando su otro extremo apoyado en el anillo móvil de tal forma que este pueda medir el movimiento del anillo móvil.

#### Procedimiento:

Una vez colocado el material dentro de los anillos, éste se tapa con un disco de acero sobre el cual se colocan distintos pesos para cada ensayo. El giro del espárrago se realizó manualmente a velocidad aproximadamente constante y se obtuvo la fuerza necesaria para mantener esa velocidad durante el desplazamiento del disco móvil para poder obtener las curvas de fuerza v/s desplazamiento para cada humedad y peso normal. Finalmente calcula el gráfico de esfuerzo de corte v/s esfuerzo normal para cada humedad, a partir de lo cual se obtiene el índice  $ff_c$ . Los ensayos para cada humedad fueron repetidos 5 veces recambiando el material.



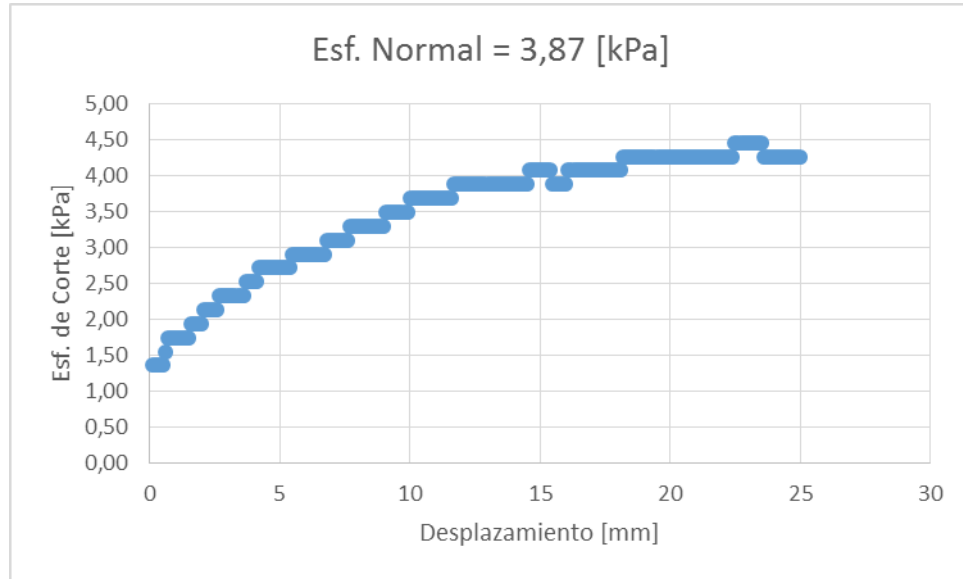


**Figura 5.19: Montaje DST con fuerza normal ejercida por la tapa.**  
[Fuente: Foto tomada por el autor.]

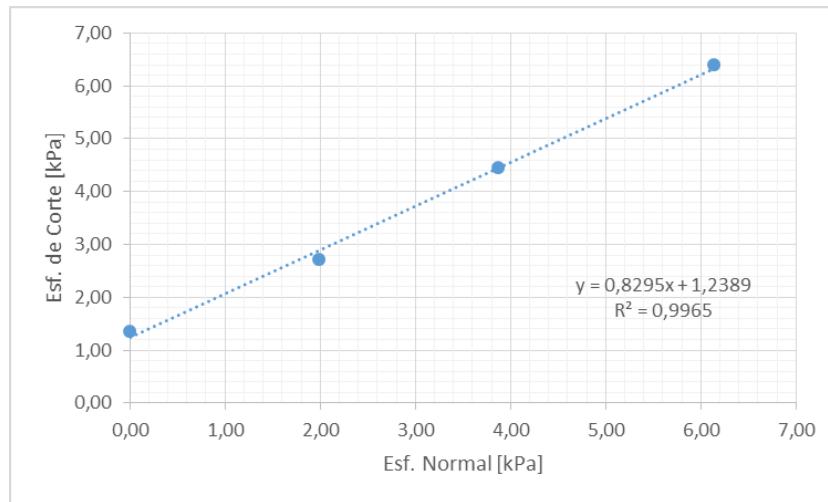
Resultados:

Los resultados del DST son curvas de esfuerzo de corte v/s desplazamiento para un esfuerzo normal dado. En el Gráfico 5.3 se muestran los resultados de uno de los ensayos realizados. Cuando el ensayo se repite para distintos esfuerzos normales, se puede construir una curva de esfuerzo de corte v/s esfuerzo normal, tal como se muestra en el Gráfico 5.4. A partir de estas curvas se puede calcular el índice de capacidad de flujo  $ff_c$ , que es la información que permite caracterizar el flujo.

En la Tabla 5.7 se indican los resultados del valor de  $ff_c$  para los diferentes casos.



**Gráfico 5.3: Curva de esfuerzo de corte v/s desplazamiento para la humedad del 7% del material y un esfuerzo normal de 3,87 [kPa].**  
[Fuente: Elaboración propia.]



**Gráfico 5.4: Gráfico de esfuerzo de corte v/s esfuerzo normal. En este gráfico la pendiente de la recta representa los efectos cohesivos en el material para la humedad medida.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

**Tabla 5.7: Resumen de resultados del DST.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

Humedad de la Muestra[%]	$ff_c$
5	1,20
7	1,08
8	1,02
10	1,33
12	1,16

En la tabla anterior puede observarse que todos los valores para  $ff_c$  están en el rango  $[1, 2[$  por lo que el material corresponde a “muy cohesivo” (dada la clasificación especificada en el capítulo 2.4.1.10).

Es importante destacar que el material experimenta un aumento en la cohesión cuando la humedad ronda el 8%, estando al borde de ser clasificado como material “endurecido”.

Dadas las características de elevada cohesión del material, es muy probable que se presenten problemas de adherencia y atollo si los ángulos del chute no están calculados y validados para el caso cohesivo.

### 5.2.3.2. Calibración de parámetros computacionales

#### *Tamaño de partículas*

Dada la distribución de tamaño de partículas del Gráfico 5.2 se determinaron arbitrariamente 3 intervalos para clasificar las partículas y desarrollar las simulaciones: Menor a 15 mm, entre 15 mm y menor a 30 mm, y mayor a 30 mm. Posteriormente se cuantificaron la cantidad de partículas que pertenecían a cada intervalo, y se calculó un promedio de su tamaño, con lo que se definieron los tamaños promedio para cada intervalo, y la cantidad de partículas de dicho tamaño.

En la tabla a continuación se muestran los valores en detalle de la información descrita en el párrafo anterior:

**Tabla 5.8: Clasificación de la distribución de partículas.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

Intervalo	0 a 15 mm	15 a 30 mm	Mayor a 30 mm
Cantidad	29	106	12
Tamaño Promedio	11 mm	22 mm	36 mm

***Densidad del grupo de partículas sin compactar***

Procedimiento experimental:

Se monta un sistema dispensador de material con un tubo de PVC de 80 mm de diámetro, ubicado a 1 m del suelo, el que es cargado con material y va dejando caer poco a poco el material dentro de un balde de 20L de capacidad apoyado sobre el suelo. Una vez lleno el balde hasta su máxima capacidad, se pesa en una balanza. Se repite 5 veces el ensayo con material diferente.

En la Figura 5.20 se puede observar el montaje del ensayo.



**Figura 5.20: Ensayo de densidad sin compactar.**  
[Fuente: Foto tomada por el autor.]

La expresión mediante la cual se calcula la densidad del grupo de partículas corresponde a la Ecuación 2.51, enunciada en un capítulo anterior. De todas maneras de indica a continuación:

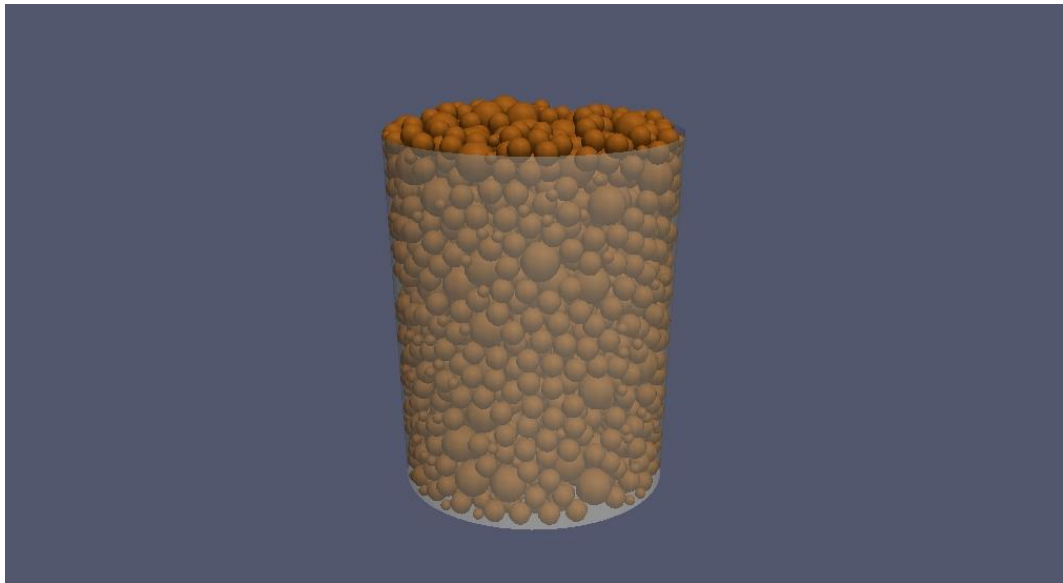
$$\rho_b = \frac{m_m}{V_b}$$

En que  $\rho_b$  es la densidad del grupo de partículas,  $m_m$  es la masa de material depositado dentro del balde, y  $V_b$  es el volumen del balde ocupado por el material.

Procedimiento de calibración:

Se reproduce el ensayo utilizando LIGGGHTS para diferentes valores de densidad de partícula  $\rho_p$ . Luego se realizan diversas simulaciones para dichos valores y se mide  $\rho_b$ . Posteriormente se realiza una aproximación lineal con los puntos y se selecciona de la recta el valor de  $\rho_p$  que genera  $\rho_b$ , al ser simulado el ensayo.

Para obtener buenos resultados en simulaciones DEM, es más importante tener comportamientos similares al real en el grupo de partículas, que en estas de manera individual, por esta razón todas las calibraciones están orientadas a reproducir el fenómeno grupal.



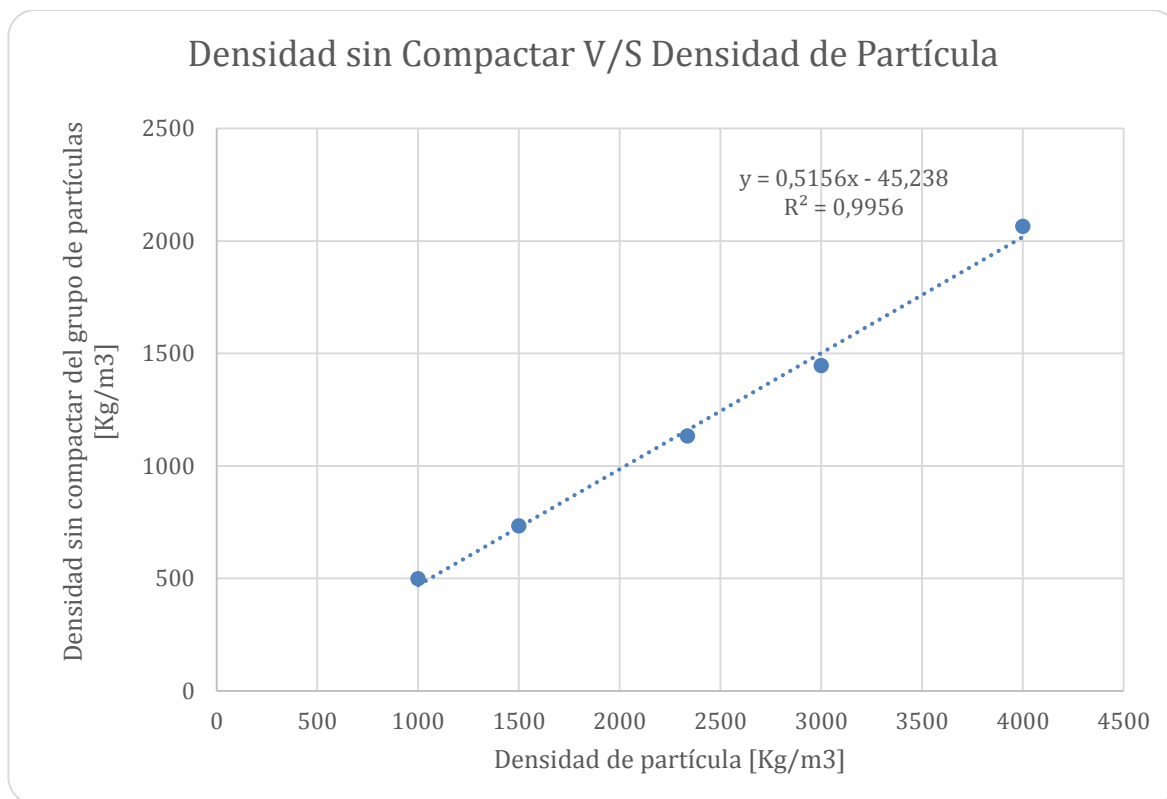
**Figura 5.21: Simulación realizada en LIGGGHTS para la medición de la densidad del grupo de partículas sin compactar.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

Resultados:

En el Gráfico 5.5 se puede observar la regresión lineal realizada para los diferentes puntos simulados que da cuenta de la sensibilidad del parámetro  $\rho_b$  respecto el  $\rho_p$ .

## 5. REDISEÑO DE UN PUNTO DE TRANSFERENCIA VERIFICADO CON SIMULACIÓN DEM

En la Tabla 5.9 se puede apreciar el resumen con los resultados y la comparación entre los datos experimentales y los obtenidos mediante simulación.



**Gráfico 5.5: Sensibilidad de la densidad del grupo de partículas con la densidad de las partículas individuales..**

[Fuente: Elaboración propia.]

**Tabla 5.9: Resultado de los valores experimentales y calibrados para el ensayo de densidad sin compactar.**

[Fuente: Elaboración propia.]

Parámetro	Procedencia	Notación	Valor	Unidad de medida
Densidad del grupo de partículas	Experimental	$\rho_b$	1.443,7	Kg/m3
Densidad de Partícula	Experimental	$\rho_p$	2.337	Kg/m3
Densidad de Partícula	Calibración	$\rho_p$	2.888,1	Kg/m3
<b>Error de <math>\rho_p</math> Calibrada vs Experimental</b>			23,6 %	

En la tabla anterior puede observarse que el margen de error de la densidad de partícula experimental respecto la calibrada es de un 23,6 %. Esto se debe principalmente a la geometría de las partículas, ya que al considerarse esferas de tres tamaños en la simulación, la cantidad de espacio inter-partículas es mayor respecto a la realidad, en donde existe mayor variedad de tamaños y formas, además de una cantidad de partículas más pequeñas. Todos estos factores facilitan el empaquetamiento. Por lo que para obtener una densidad de grupo igual a la real se requiere mayor densidad individual.

### *Ángulo de reposo estático*

#### Procedimiento experimental:

Sobre una plataforma de metal circular de 800 mm de diámetro se deposita material desde 1 m de altura mediante un sistema dispensado con un tubo de PVC de 80 mm de diámetro. A medida que el material cae, este se va apilando de forma cónica, cuya forma se va ampliando hacia arriba y los lados hasta encontrarse con límite de la plataforma en donde el material comienza a caer fuera de esta. El experimento se detiene cuando ya se ha formado el ángulo de reposo estático, y todo el material que se deposita desliza fuera de la plataforma. Por último se mide el ángulo de reposo estático con un inclinómetro digital en 6 posiciones distintas, en que luego se obtiene un promedio de los valores obtenidos. El ensayo se repite 3 veces, y se calcula el promedio. En la Figura 5.22 se puede apreciar el Ángulo de Reposo Estático Formado.

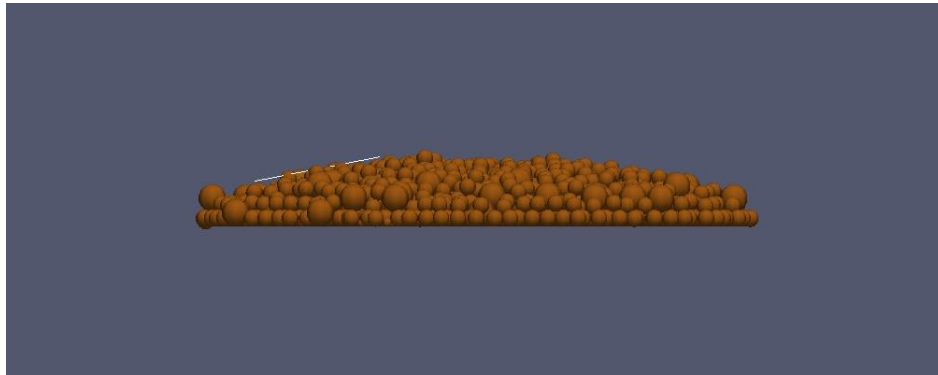


**Figura 5.22: Ángulo de reposo obtenido experimentalmente con la humedad nominal del material.**  
[Fuente: Foto tomada por el autor.]

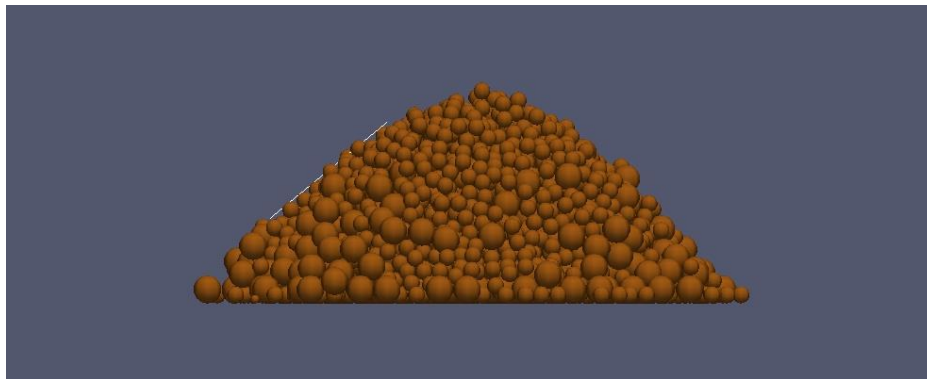
Procedimiento de calibración:

Se reproduce el ensayo en una simulación en LIGGGHTS, en que se estudia la sensibilidad del ángulo de reposo estático respecto los siguientes parámetros:  $\mu_{pp}$ ,  $\mu_{pw}$ ,  $\mu_{r,pp}$ ,  $\mu_{r,pw}$ ,  $C$ .

En la Figura 5.23, Figura 5.24, y Figura 5.25, se muestran fotos de las simulaciones para diferentes valores del Coeficiente de Roce Estático Partícula - Partícula, en que se puede observar su incidencia en el Ángulo de Reposo Estático.



**Figura 5.23:** Ángulo de reposo simulado en LIGGGHTS para  $\mu_{pp} = 0$ .  
[Fuente: Elaboración propia.]



**Figura 5.24:** Ángulo de reposo simulado en LIGGGHTS para  $\mu_{pp} = 0,3$ .  
[Fuente: Elaboración propia.]



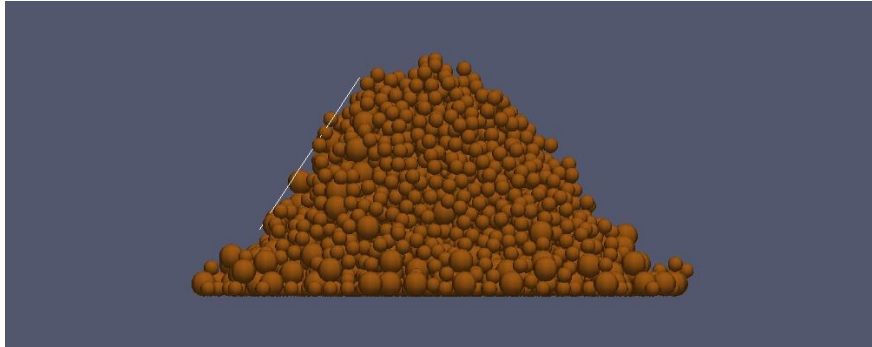


Figura 5.25: Ángulo de reposo simulado en LIGGGHTS para  $\mu_{pp} = 1$ .  
[Fuente: Elaboración propia.]

Resultados:

A continuación se muestra algunas curvas de sensibilidad del Ángulo de Reposo Estático respecto algunos de los parámetros de estudio mencionados:

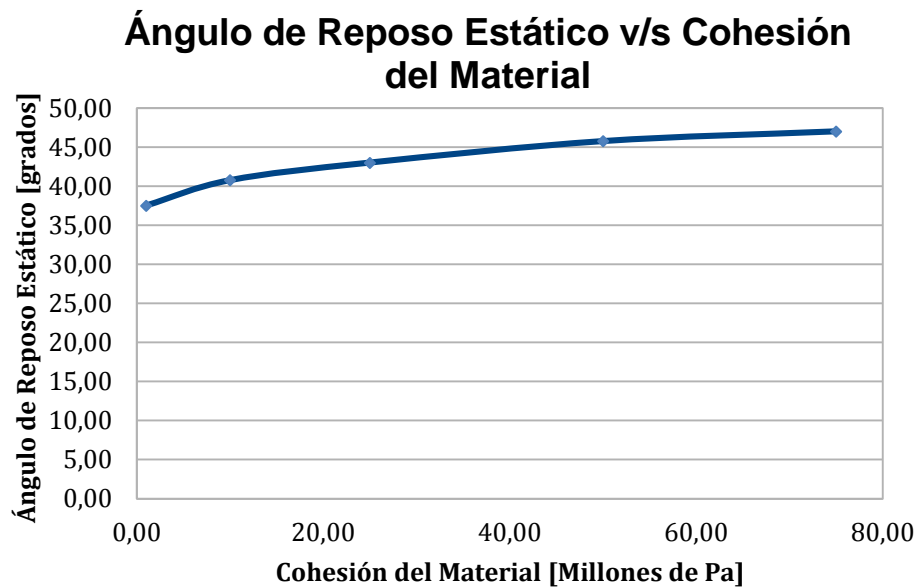


Gráfico 5.6: Sensibilidad de ángulo de reposo estático con la cohesión del material.  
[Fuente: Elaboración propia.]

### Ángulo de Reposo Estático v/s Coeficiente de Roce de Rodadura

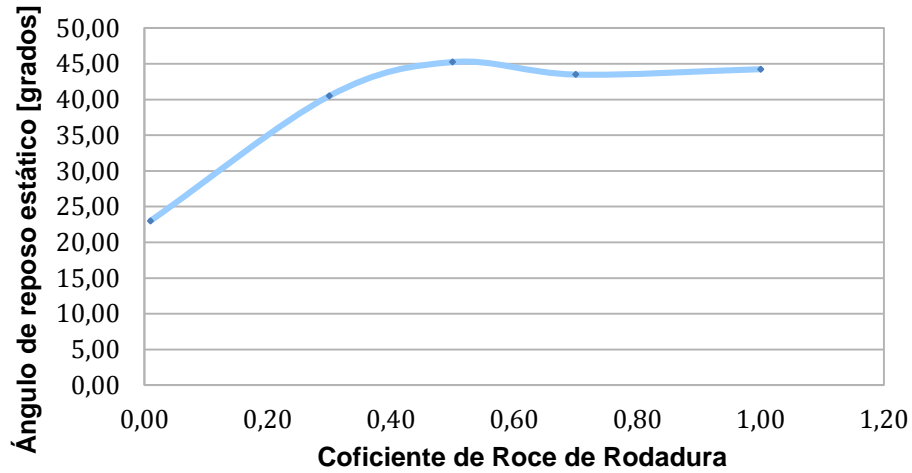


Gráfico 5.7: Sensibilidad del ángulo de reposo estático con el coeficiente de roce de rodadura. [Fuente: Elaboración propia.]

### Ángulo de Reposo Estático v/s Coeficiente de Roce Estático

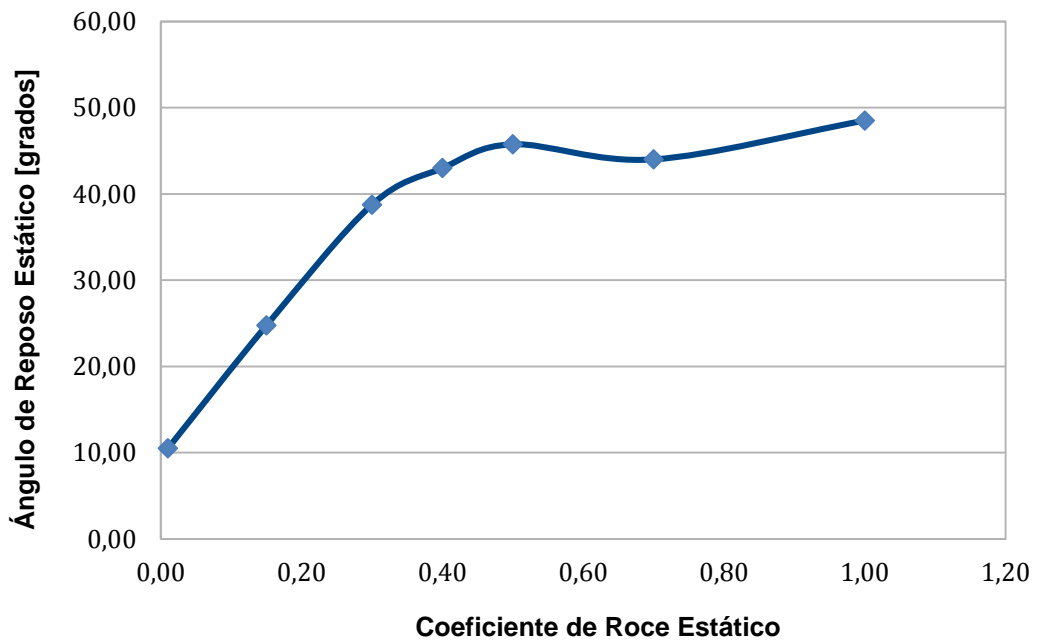


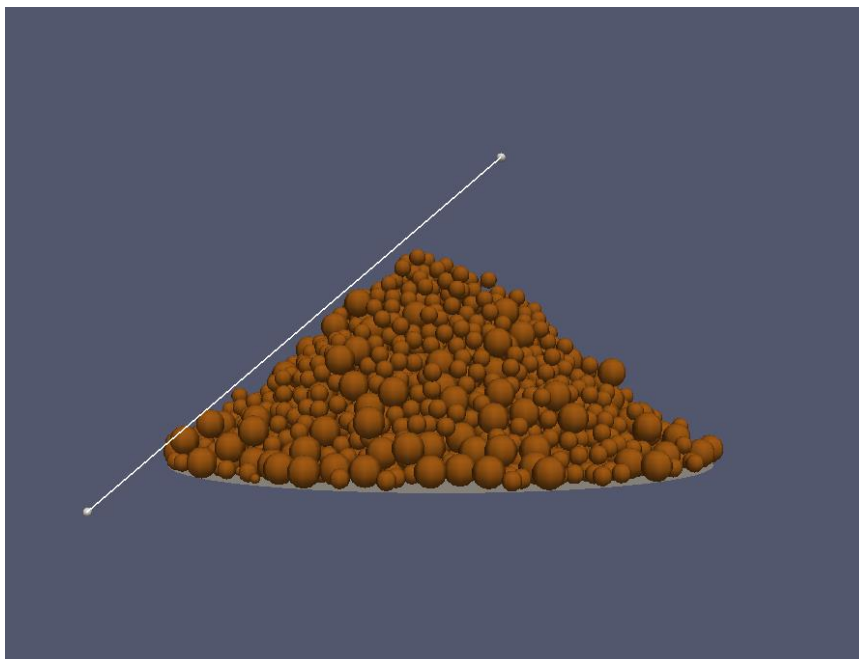
Gráfico 5.8: Sensibilidad del ángulo de reposo estático con el coeficiente de roce estático. [Fuente: Elaboración propia.]

## 5. REDISEÑO DE UN PUNTO DE TRANSFERENCIA VERIFICADO CON SIMULACIÓN DEM

En la Tabla 5.10 se presentan los resultados una vez realizada la calibración, y en la Figura 5.26, se muestra una foto de una simulación del ensayo con los parámetros ya calibrados.

**Tabla 5.10: Resultados de los valores experimentados y calibraos para el ángulo de reposo estático.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

Parámetro	Procedencia	Notación	Valor	Unidad de medida
Ángulo de Reposo Estático	Experimental	$\alpha_e$	42,82	°
Ángulo de Reposo Estático	Calibrado	$\alpha_e$	42,75	°
<b>Error de <math>\alpha_r</math> Calibrado vs Experimental</b>			0,16 %	



**Figura 5.26: Simulación en LIGGGHTS del ángulo de reposo estático para los parámetros calibrados.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

### *Ángulo de reposo dinámico*

#### Procedimiento experimental:

Un molino de acero, de 210 mm de diámetro y 180 mm de altura es llenado hasta la tercera parte de su capacidad (en volumen) con material sin compactar. Luego se fija a un torno, y se hace girar a 45 RPM durante 1 minuto. Mientras gira, se graba con una cámara ubicada en la línea del eje axial del molino, enfocando al centro de este. Posteriormente se analizan las imágenes computacionalmente para medir el ángulo de reposo dinámico. Se repite 3 veces el ensayo.

En la Figura 5.27 se puede apreciar la ejecución del ensayo.



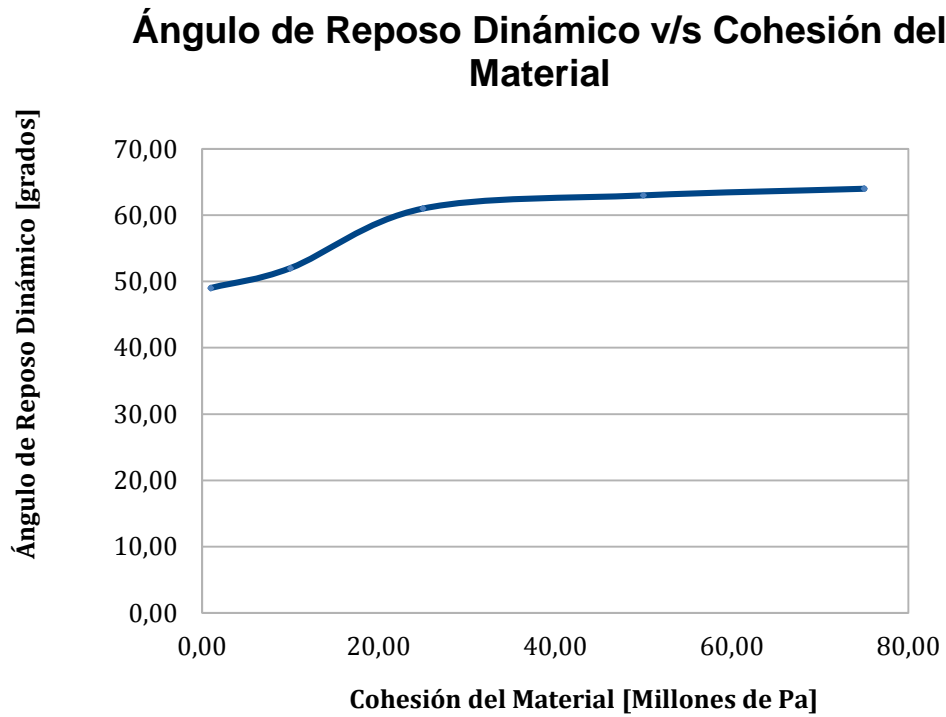
**Figura 5.27: Ensayo experimental del ángulo de reposo dinámico.**  
[Fuente: Foto tomada por el autor.]

#### Procedimiento de calibración:

Se reproduce el ensayo en una simulación en LIGGGHTS, en que se estudia la sensibilidad del ángulo de reposo dinámico respecto los siguientes parámetros:  $\mu_{pp}$ ,  $\mu_{pw}$ ,  $\mu_{r,pp}$ ,  $\mu_{r,pw}$ ,  $C$ .

Resultados:

A continuación se muestra algunas curvas de sensibilidad del Ángulo de Reposo Dinámico respecto algunos de los parámetros de estudio mencionados:



**Gráfico 5.9: Sensibilidad del ángulo de reposo dinámico con la cohesión del material.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

### Ángulo de Reposo Dinámico v/s Coeficiente de Roce Estático del Material

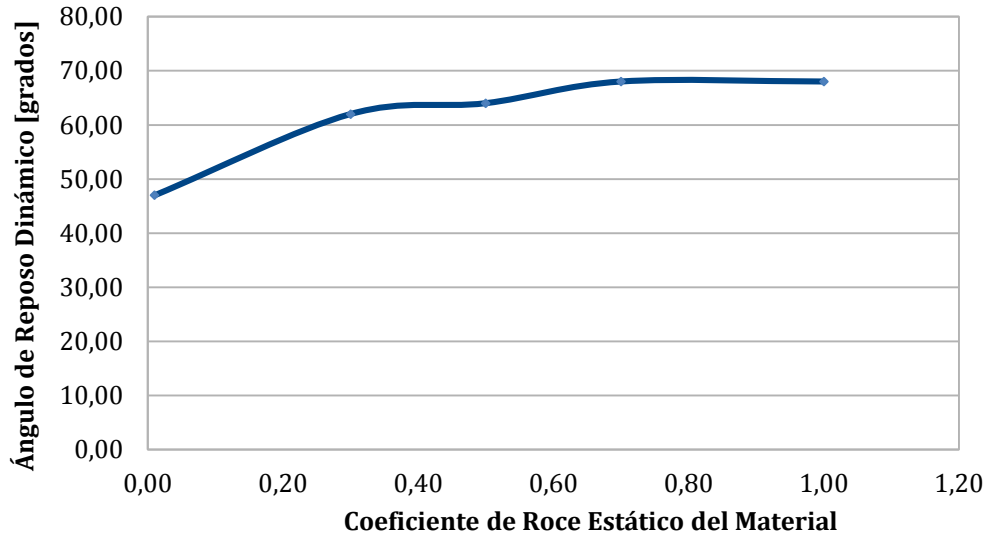


Gráfico 5.10: Sensibilidad del ángulo de reposo dinámico con el coeficiente de roce estático del material. [Fuente: Elaboración propia.]

### Ángulo de Reposo Dinámico v/s Coeficiente de Roce de Rodadura del Material

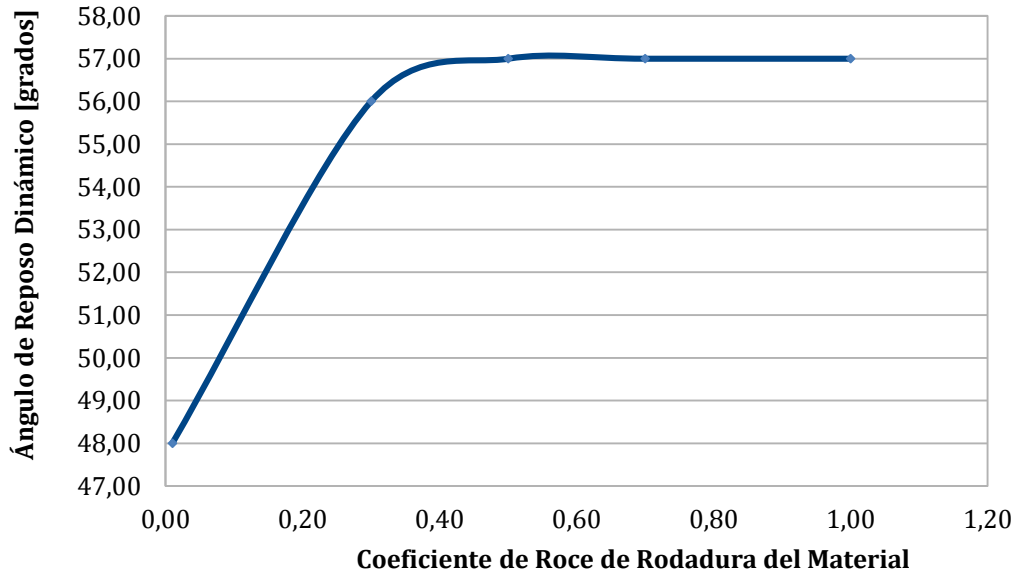


Gráfico 5.11: Sensibilidad del ángulo de reposo dinámico con el coeficiente de roce de rodadura del material. [Fuente: Elaboración propia.]

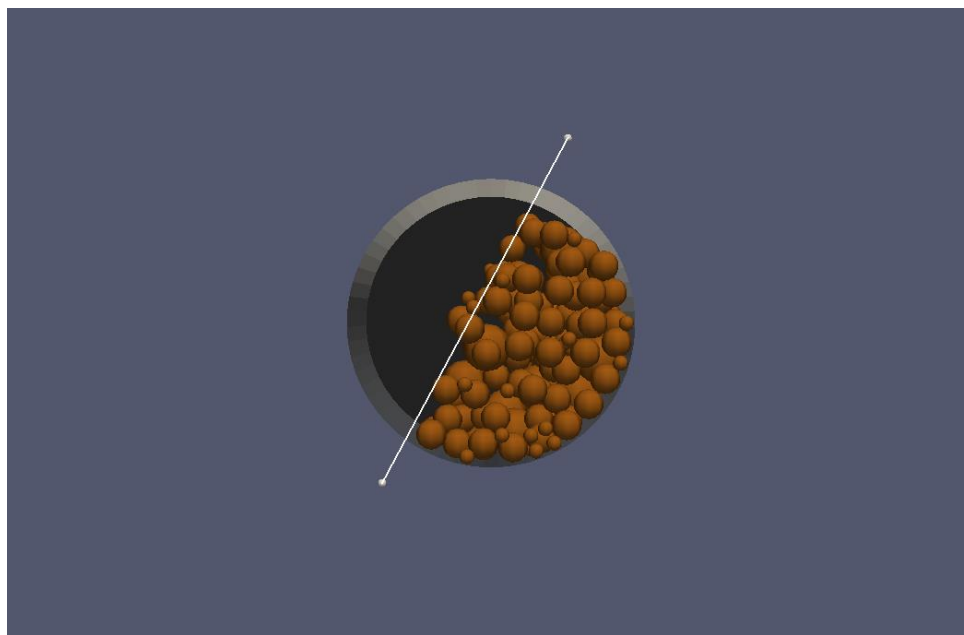
## 5. REDISEÑO DE UN PUNTO DE TRANSFERENCIA VERIFICADO CON SIMULACIÓN DEM

A continuación se muestran los resultados después de realizada la calibración, cabe destacar que los parámetros que se seleccionaron con los cuales se obtuvo estos resultados son los mismos que los del caso de la Tabla 5.11 para el Ángulo de Reposo Estático.

En la Figura 5.28 se muestra la simulación del Ángulo de Reposo Dinámico con los parámetros calibrados.

**Tabla 5.11: Resultados experimentales y calibrados para el ángulo de reposo dinámico.**  
[Fuente: Elaboración propia]

Parámetro	Procedencia	Notación	Valor	Unidad de medida
Ángulo de Reposo Dinámico	Experimental	$\alpha_d$	63,54	°
Ángulo de Reposo Dinámico	Calibrado	$\alpha_d$	61	°
<b>Error de <math>\alpha_d</math> Calibrado vs Experimental</b>			4 %	



**Figura 5.28: Simulación en LIGGGHTS del ángulo de reposo dinámico para los parámetros calibrados.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

### 5.2.3.3. Validación

Para proceder con la validación, es importante entender el mecanismo de atollo, ya que es el problema principal por el que se desea llevar a cabo el rediseño. En la Figura 5.29 se observa material fino adherido en la goma de impacto. Este material es un factor importante en la generación de atollo, ya que aumenta la rugosidad de la superficie, y se deforma plásticamente al ser impactado por otras partículas, aumentando el área de contacto entre estas y la pared (cubierta con material). Esto produce mayores fuerzas de roce y de cohesión, lo que ralentiza el flujo e induce al atollo.

Reproducir mediante simulación el fenómeno descrito en el párrafo anterior, requiere gran demanda computacional, ya que se debería añadir un grupo de partículas pequeñas cohesivas, lo que obligaría a reducir el tiempo entre iteraciones considerablemente, aumentando los cálculos totales. Además, según la información reportada por el personal de la mina, el atollo ocurre aproximadamente cada 2 días, por lo que la simulación debería representar una cantidad similar de tiempo, si se aspira a reproducir la situación como ocurre exactamente. Considerando que tan solo 5 segundos de simulación toman aproximadamente 5 horas de cálculo (en la máquina de mayor capacidad de la que se dispone), y que esta cantidad de tiempo ya es preocupante para efecto de los plazos del proyecto, no es factible seguir dicha alternativa.

Dada la situación anterior, se determina evaluar el punto de transferencia en dos casos, uno nominal y el otro crítico. De este modo se cubren los aspectos necesarios para llevar a cabo una verificación adecuada del rediseño. A continuación se explica en qué consisten dichos casos.

- Caso nominal: Corresponde a las condiciones de operación y propiedades del material, más comunes (las que se experimentan por mayor tiempo durante la operación). Los valores que se ingresan en el *software* para las propiedades de los materiales son los obtenidos en la calibración. Este caso fue desarrollado para evaluar cómo se comportaría el PT la mayoría del tiempo. Un buen rediseño daría como resultado condiciones de funcionamiento adecuadas para todos los parámetros mencionados en el capítulo 2.6.
- Caso crítico: Corresponde a condiciones de operación que propicien el atollo en mayor grado que en el caso real. Las velocidades de las correas fueron seleccionadas después de realizar pruebas, obteniéndose más factores de atollo cuando la velocidad de la correa de descarga era lo más alta posible y la de carga lo más baja. Para las propiedades del material que se ingresan en el *software*, se modificó la cohesión (ya que es la principal propiedad causante del atollo, en este caso), aumentándola progresivamente hasta producir el atollo en un tiempo aproximado de 5 segundos de simulación. Este caso fue desarrollado para evaluar el comportamiento del PT en condiciones poco comunes de operación, que favorezcan el atollo.



En lo que sigue del presente capítulo, se profundiza en las características de los diferentes casos mencionados.

### ***Tamaño de partículas y aceleración de las simulaciones***

Una vez que comenzaron a realizarse las simulaciones en la geometría de estudio con las condiciones definidas en la calibración, se observó que estas estaban tomando alrededor de 8 horas (en un computador con un procesador Intel core i7 - 3770, con CPU de 3,4 GHz y 16 GB de RAM, siendo ejecutada en paralelo y funcionando con sus 8 núcleos a máxima capacidad) lo que hacía peligrar los plazos del proyecto. Por esta razón se decidió analizar cómo afectaban en los resultados aumentar el tamaño de partículas, ya que esta medida permite, en algunas ocasiones, aumentar el tiempo entre iteraciones, lo que disminuye notablemente el tiempo total de las simulaciones.

Se escogió el tamaño más grande de la distribución de partículas actuales, 36 mm de diámetro, como tamaño único. Luego se volvieron a evaluar las simulaciones de calibración, y se obtuvo lo siguiente:

- Densidad sin Compactar: Error de  $\rho_p$  calibrado v/s experimental aumenta de 23,6% a 27,1%.
- Ángulo de Reposo Estático: Error de  $\alpha_e$  calibrado v/s experimental aumenta de 0,16% a 4,23%.
- Ángulo de Reposo Dinámico: Error de  $\alpha_d$  calibrado v/s experimental disminuye de 4% a 3,47%.

La información anterior indica que para los ensayos más relevantes en aplicaciones dinámicas (Ángulo de Reposo Estático y Dinámico) el margen de error calibrado respecto el experimental se mantiene bajo un 5 %, lo que en general es aceptable desde el punto de vista ingenieril.

Una vez implementados los cambios, se aumentó el tiempo entre iteraciones (mediante ensayo y error) todo lo posible sin que el sistema presentara inestabilidades (es decir evitando que las partículas salgan disparadas y/o desaparezcan, debido a que el tiempo entre iteraciones es mayor que el periodo de oscilación de las partículas en el contacto), y se obtuvo las siguientes mejoras en los tiempos de simulación:

- Simulaciones con cohesión muy elevada: Pasan de 8 horas a 5 horas (en promedio).
- Simulaciones con niveles de cohesión moderada: Pasan de 6,5 horas a 4 horas (en promedio).

### *Validación en condición nominal de operación*

Se realizaron simulaciones para el punto de transferencia PT-01, para valores en la velocidad de la correa de descarga de 2,56 3,2 y 3,5 [m/s]. Todo esto manteniendo una velocidad de 3,2 [m/s] en la correa de carga. Una vez obtenido el estado estacionario, se analizaron las velocidades y fuerzas del flujo de material sobre la goma de impacto. Cada simulación representó 5 segundos reales.

Los antecedentes verificables mediante simulación para este caso de estudio son los siguientes:

Desgaste en chute: Los puntos de desgaste deben corresponder con zonas de impacto o roce en que las fuerzas de interacción sean elevadas.

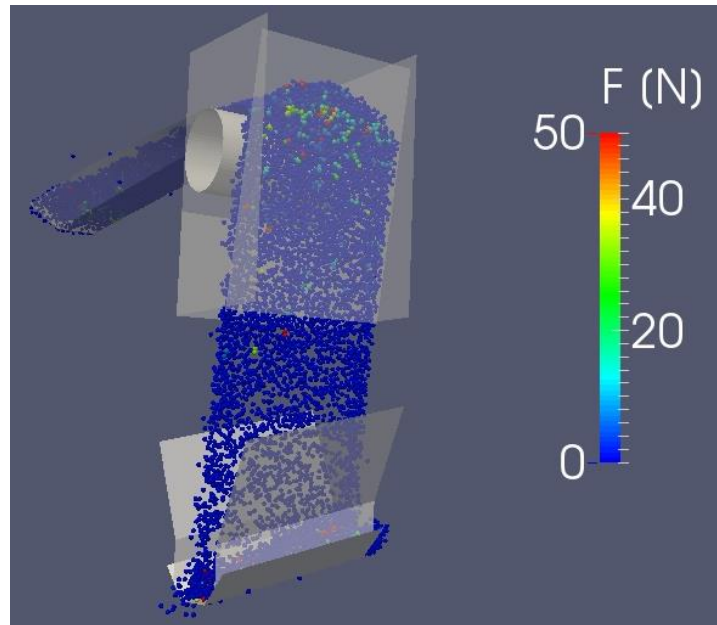
Acumulación de material en chute: Los puntos de acumulación y/o adherencia de material deben corresponder a las zonas en que las velocidades son bajas.

A continuación se presentan varias imágenes en donde se pretende analizar y contrastar los antecedentes verificables enunciados en el punto anterior, con la situación real.

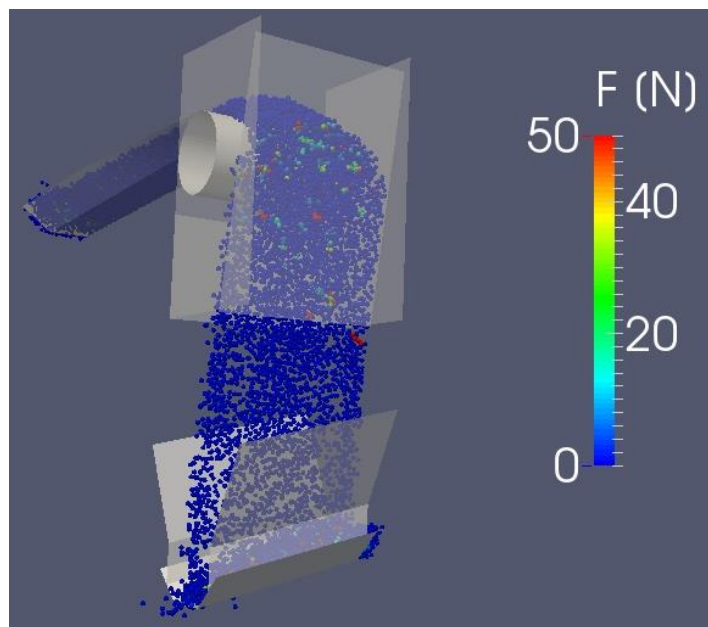


**Figura 5.29** Goma de impacto, a la izquierda se presentan (encerrados con color rojo) las zonas de desgaste, mientras que a la derecha se muestra el material adherido.

[Fuente: Fotos tomadas por el autor.]



**Figura 5.30:** Magnitud de la fuerza de las partículas para el caso a 3,5 [m/s] en correa de carga.  
[Fuente: Elaboración propia.]



**Figura 5.31:** Magnitud de la fuerza de las partículas para el caso a 3,2 [m/s] en correa de carga.  
[Fuente: Elaboración propia.]

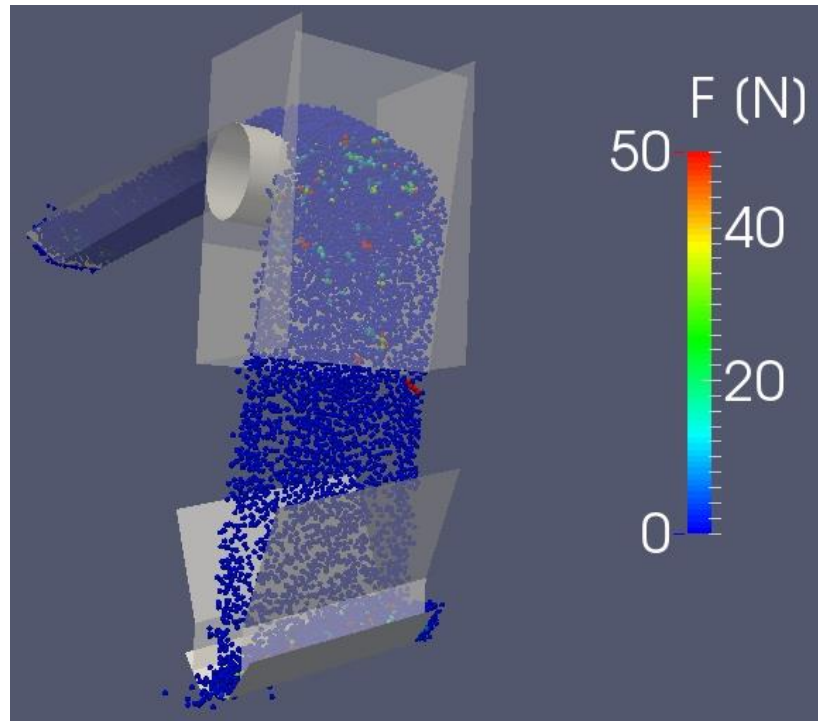


Figura 5.32: Magnitud de la fuerza de las partículas para el caso a 2,56 [m/s] en correa de carga.  
[Fuente: Elaboración propia.]

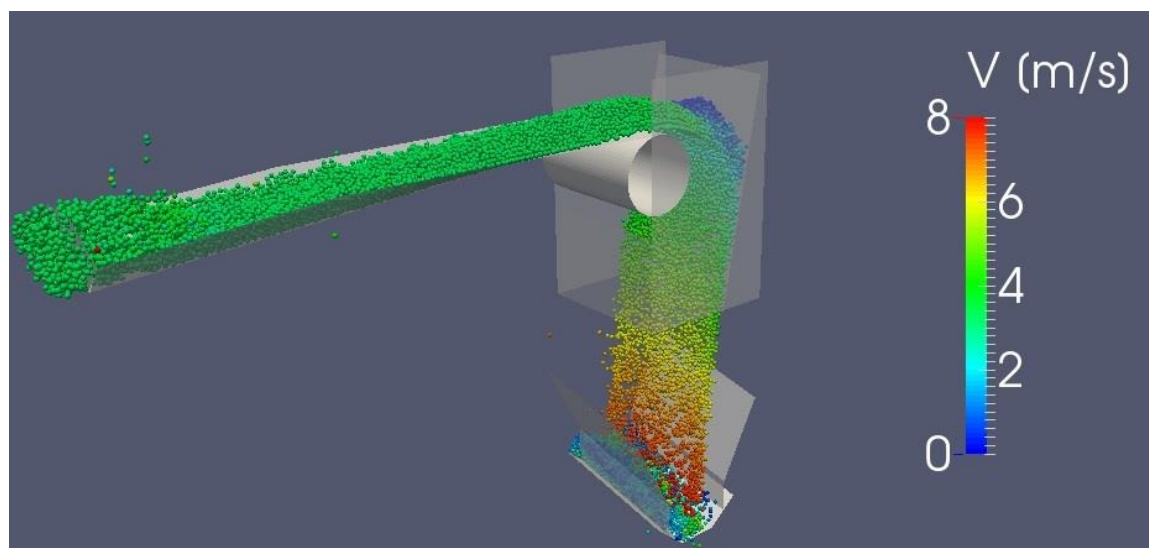


Figura 5.33: Magnitud de la velocidad del material para el caso 3,2 [m/s] en la correa de carga.  
[Fuente: Elaboración propia.]

Se puede apreciar el siguiente comportamiento de las simulaciones:

Desgaste en el chute:

En la Figura 5.30, Figura 5.31 y Figura 5.32, se observa que a medida que la velocidad de la correa de descarga decrece, el flujo de material impacta más abajo en la goma, lo que implica un ángulo de incidencia menor, que combinado con el hecho de que la velocidad es menor, estaría relacionado con una disminución en la fuerza de impacto.

Se observa que para el caso de 3,5 [m/s] el grupo de partículas que impacta la correa tiene una distribución concentrada en la zona del impacto exhibiendo valores elevados de fuerza. A medida que la velocidad de la correa de descarga decae, se observa que las partículas que muestran fuerzas mayores están distribuidas en un área más grande.

Dada las condiciones anteriores, los resultados de la simulación son coherentes con el patrón de desgaste de la goma.

Acumulación de material en chute:

En la Figura 5.33 se observa que se forma una zona de estancamiento de material (partículas con velocidad azul oscuro) sobre el flujo al impactar la goma, esto facilitaría la adherencia de este en dicha zona, lo que reproduce el fenómeno real.

***Validación en condiciones críticas***

Corresponde a un material varias veces más cohesivo que el nominal, capaz de atollar el chute (con geometría inicial) en aproximadamente 5 segundos de simulación.

Se realizaron simulaciones para el punto de transferencia PT-01, en que el valor en la velocidad de la correa de descarga fue de 3,5 [m/s] y 2.56 [m/s] en la correa de carga. Una vez obtenido el estado estacionario, se analizaron las velocidades y posición del material.

El antecedente verificable mediante simulación para este caso de estudio es el siguiente:

Origen del atollo en el chute: Algunos trabajadores de terreno mencionaron que el atollo en el chute se originaba en la correa de carga, mientras que otros nos informaron que esto partía en el chute de descarga.

A continuación se presentan varias imágenes en donde se pretende analizar y contrastar los antecedentes verificables enunciados en el punto anterior, con la situación real.

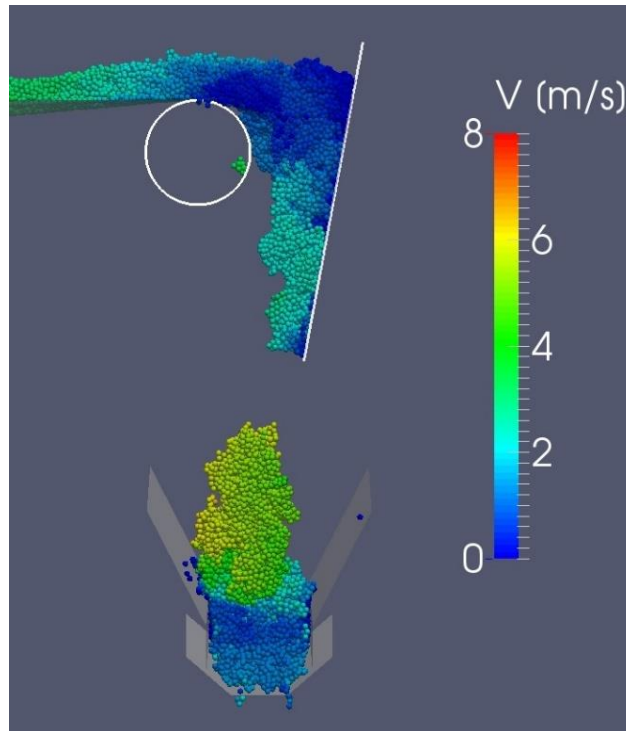


Figura 5.34: Chute operando con material y velocidades críticas, vista lateral.  
[Fuente: Elaboración propia.]

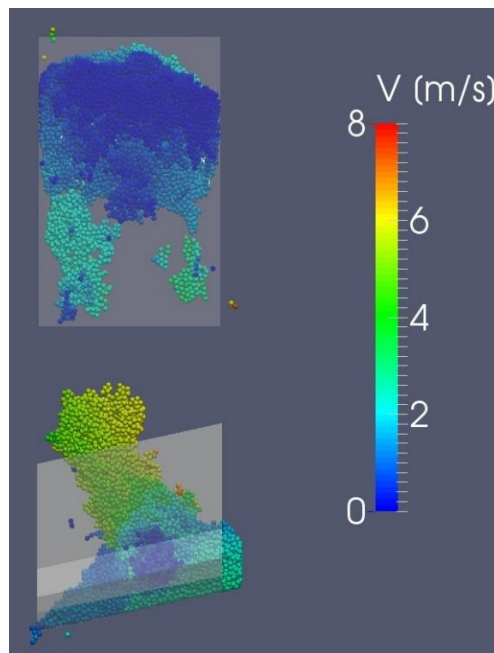


Figura 5.35: Chute operando con material y velocidades críticas, vista posterior.  
[Fuente: Elaboración propia.]

Diagnóstico:

- Sección transversal en zona lenta del flujo con área insuficiente (debe ser menor a la tercera parte del área total). para todos los casos excepto en 4. El área de sección transversal va aumentando a medida que la goma se aleja de la polea.
- Se observa atollo total o parcial en la parte superior de la goma de impacto, lo que su vez provoca que fluyan cantidades intermitentes y masivas de material hacia la correa de carga, generando la acumulación de material desbalanceado en esta (lo que podría provocar el atollo desde la correa de carga).
- Velocidad máxima de caída: Aproximadamente 6,5 [m/s].

**5.2.4. Rediseño puntos de transferencias**

Los criterios de diseño generales para puntos de transferencia se especifican en el capítulo 2.6. A continuación se enunciarán los criterios que deben considerarse para este caso en particular, y se analizará la información de las simulaciones del caso de estudio, para desarrollar una solución en función del comportamiento simulado del material.

**5.2.4.1. Criterios de diseño relevantes para el caso de estudio**

Dado que los puntos de transferencia hoy en día están operativos, se han tomado en cuenta los siguientes criterios particulares para su rediseño:

- Geometrías simples.
- Minimizar las intervenciones a las estructuras actuales.

Estos criterios buscan los siguientes objetivos:

- Que la solución sea fácil de implementar.
- Que la mantención de los componentes nuevos sea sencilla.

### 5.2.4.2. Análisis del comportamiento de los puntos de transferencia actuales de acuerdo a simulación

En esta sección se analizarán los resultados de las simulaciones con el fin de diagnosticar la situación de los chutes desde la perspectiva de los criterios y recomendaciones de diseño.

A continuación se presentan unas imágenes con las que se llevará a cabo el análisis, ambas corresponden a la misma simulación en su vista lateral y posterior. Las condiciones de operación escogidas fueron 3,2 [m/s] para ambas correas.

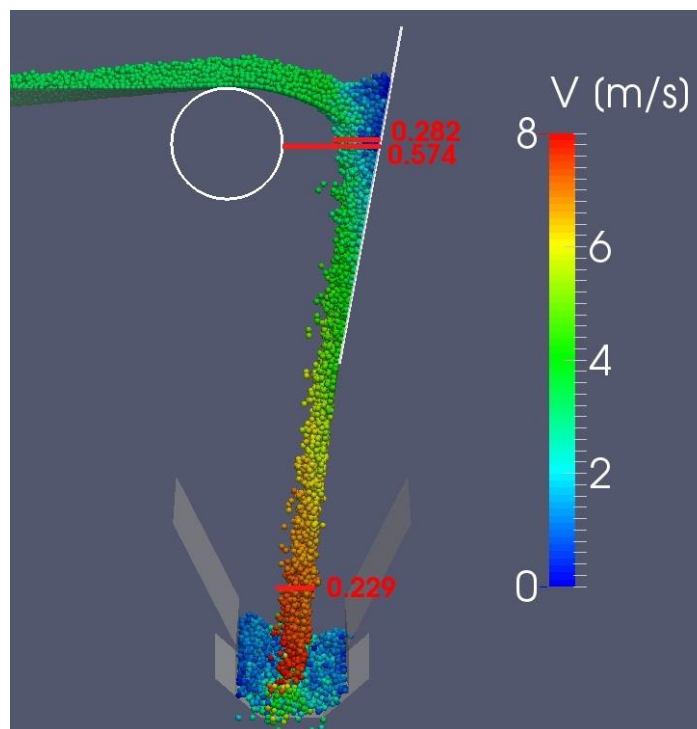


Figura 5.36: Vista lateral de simulación en condiciones nominales.  
[Fuente: elaboración propia.]



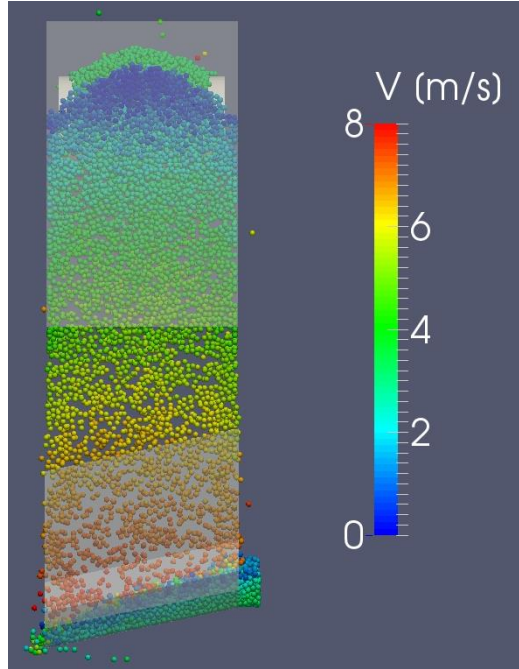


Figura 5.37: Vista posterior de la simulación.  
[Fuente: Elaboración propia.]

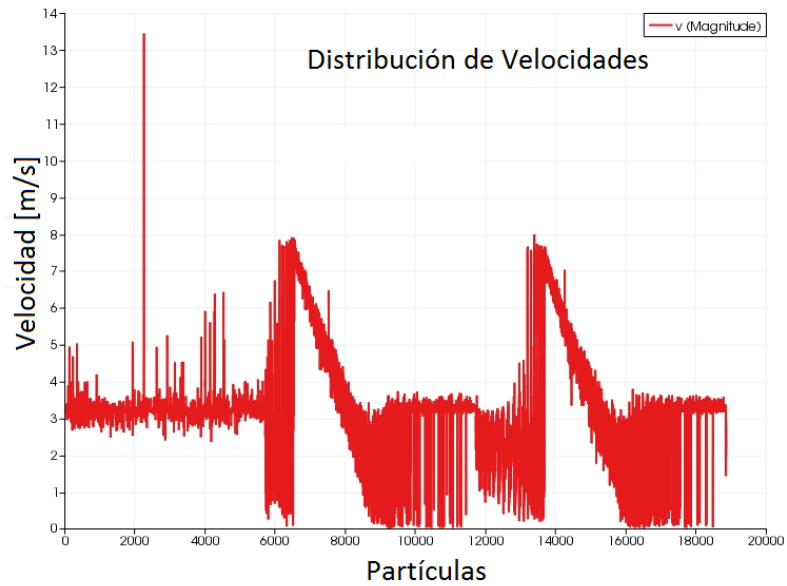


Gráfico 5.12: Distribución de las velocidades de las partículas en el escenario de simulación.  
[Fuente: Elaboración propia.]

Diagnóstico:

- Cambio brusco de velocidad en el impacto.
- Acumulación de material en zonas cercanas al impacto.
- Sección transversal en zonal lenta del flujo con área insuficiente (debe ser menor a la tercera parte del área total).
- Ángulo de impacto mayor a  $30^\circ$ .
- Velocidad máxima de caída: Aproximadamente 7,9 [m/s].
- Materia cae centrado en correa de carga.
- Material se encuentra balanceado en correa de carga.
- Material forma una cama de piedras sobre correa de carga, lo que disminuye el desgaste por impacto.

**5.2.4.3. Desarrollo del rediseño de la geometría**

El problema principal del punto de transferencia a rediseñar es el atollo, por lo que se comenzará con un rediseño simple, en que la condición sea que el flujo impacte con toda su sección transversal formando ángulos lo más cercanos a  $30^\circ$  (o menores si es que se puede) en cada una de las etapas del chute.

Para no modificar en gran medida la geometría de la tolva superior, el chute no puede tener más de dos etapas y a la vez cumplir con lo anterior. Dadas estas condiciones, se diseña la geometría indicada en la Figura 5.39 y Figura 5.40, utilizando SolidWorks. En el mismo programa se emplean curvas paramétricas de lanzamiento de proyectil para estimar donde impactará el flujo, y se construye la geometría situando ángulos de impacto de  $27^\circ$  y  $35^\circ$  para cada etapa respectivamente, en que esta configuración permite suficiente sección transversal al chute en el área de impacto (ver Figura 5.38). Los ángulos seleccionados se encuentra en rango de baja presión de impacto según la curva típica para chutes que se muestra en la Figura 2.47 del capítulo 2.6.

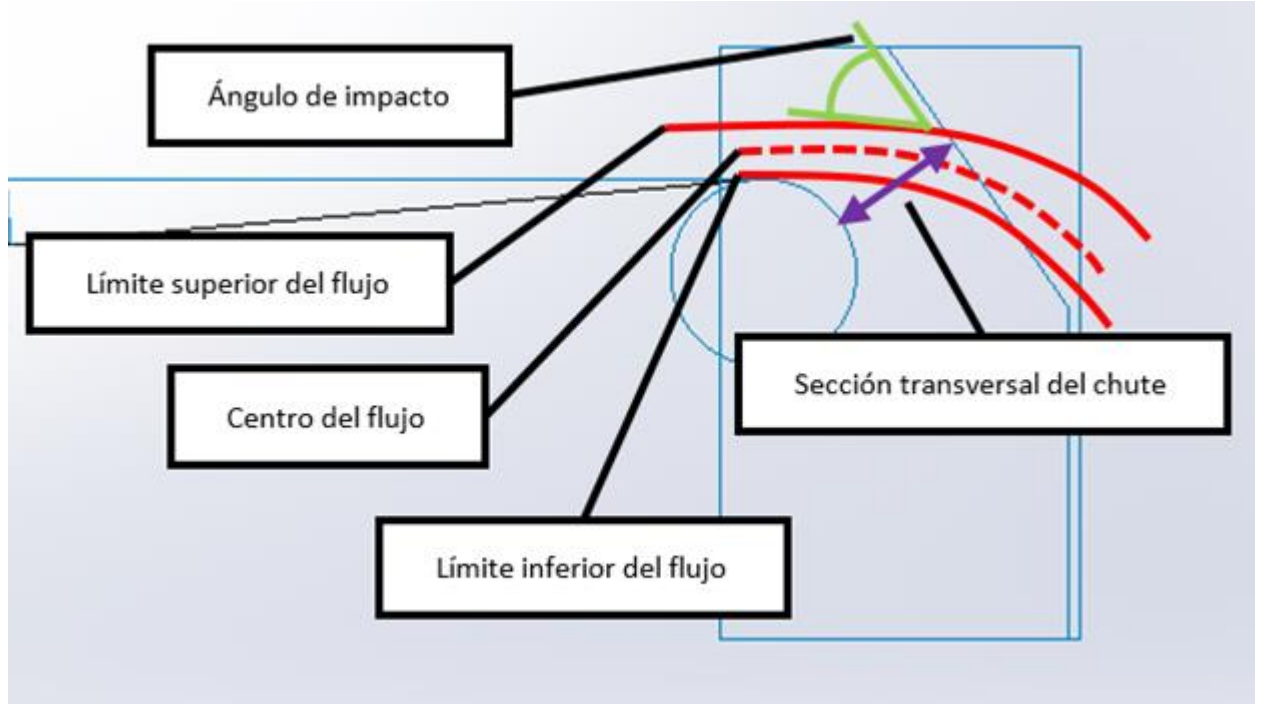


Figura 5.38: Representación de la trayectoria del flujo de material.  
[Fuente: Elaboración propia.]

El rediseño de la geometría se especifica en las imágenes a continuación (Figura 5.39 y Figura 5.40):

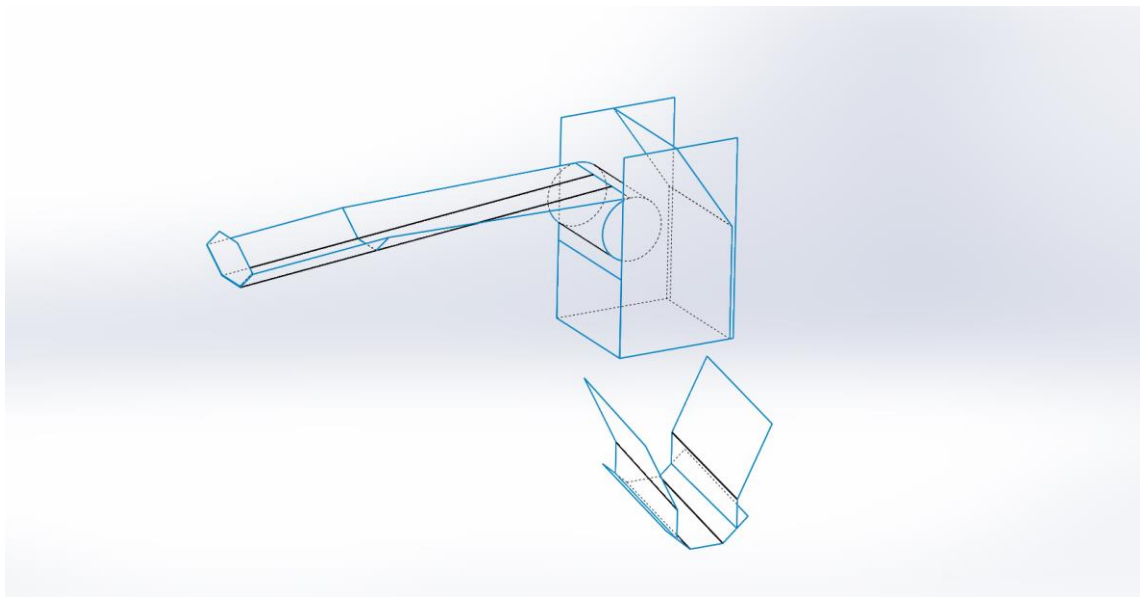
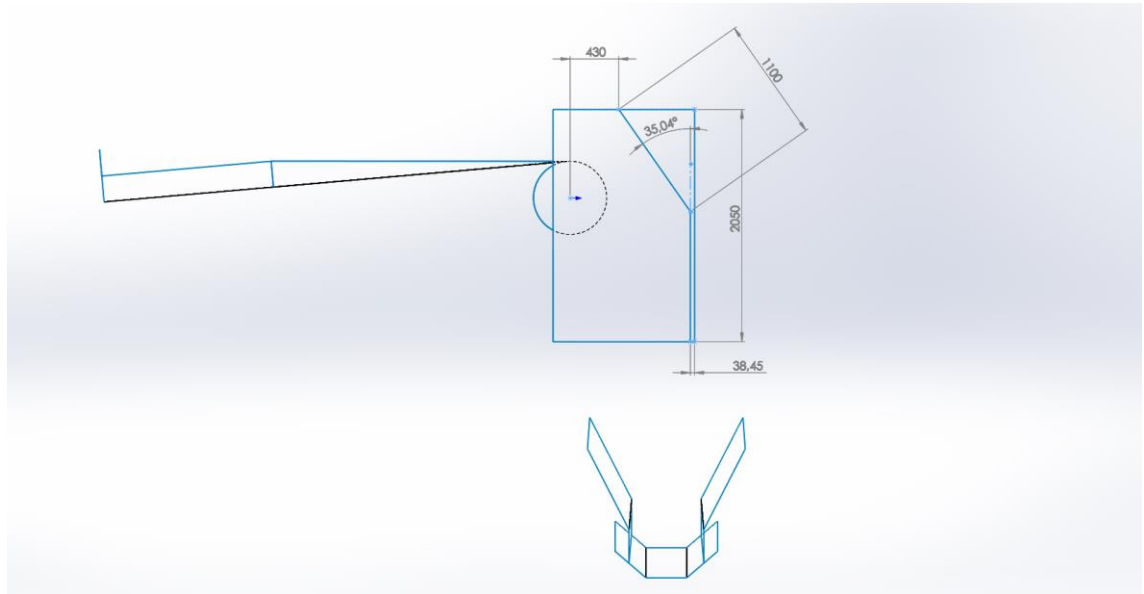


Figura 5.39: Vista en perspectiva del rediseño del punto de transferencia.  
[Fuente: Elaboración propia.]

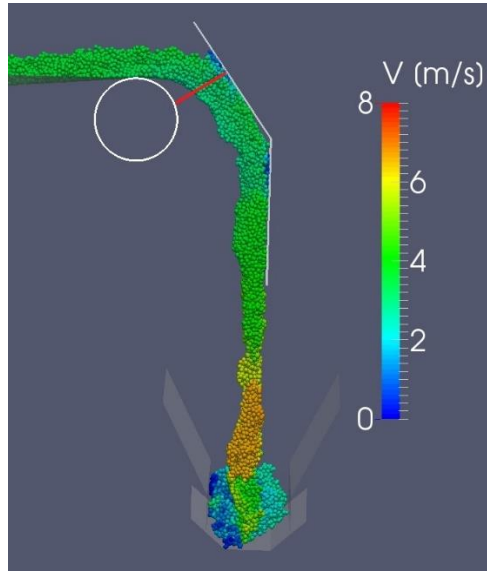


**Figura 5.40: Vista lateral del rediseño del punto de transferencia, indicando cotas principales.  
[Fuente: Elaboración propia.]**

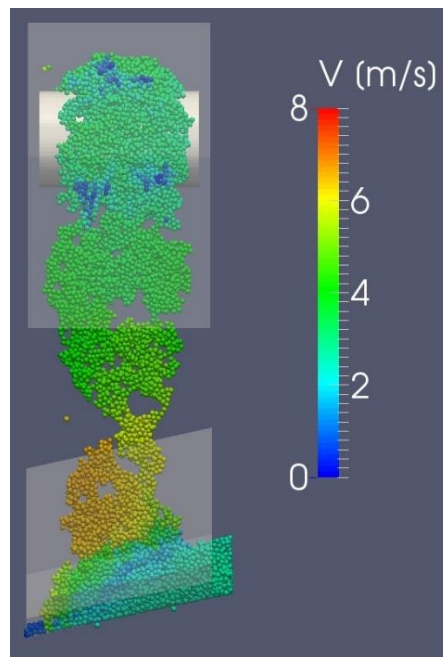
Las otras cotas son iguales a las del punto de transferencia actual y se indican en la Figura 5.10.

### **5.2.5. Resultado del comportamiento del rediseño**

A continuación se muestran las imágenes de las simulaciones computacionales con el nuevo diseño geométrico implementado en el PT-01, para las condiciones críticas (descarga 3,5 [m/s] – carga 2.56 [m/s] y material crítico) y nominales (descarga y carga 3,2 [m/s] y material nominal).



**Figura 5.41:** Simulación del rediseño de geometría para caso crítico. Vista lateral.  
[Fuente: Elaboración propia.]



**Figura 5.42:** Simulación del rediseño de geometría para caso crítico. Vista posterior.  
[Fuente: Elaboración propia.]

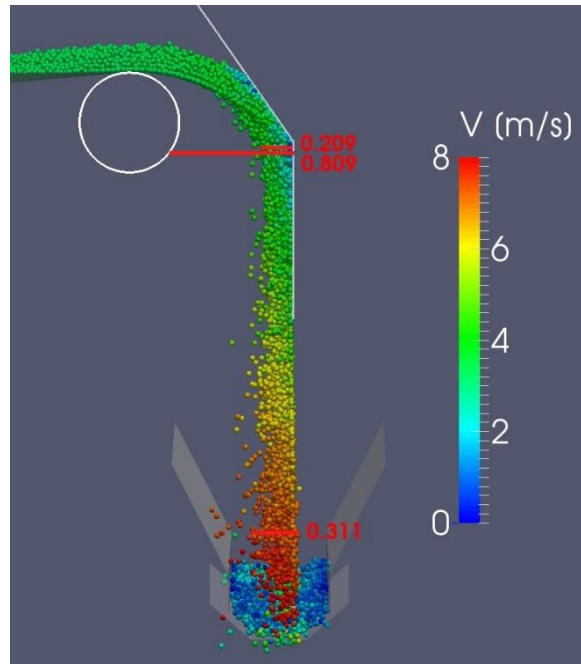


Figura 5.43: Simulación del rediseño de geometría para caso nominal. Vista lateral.  
[Fuente: Elaboración propia.]

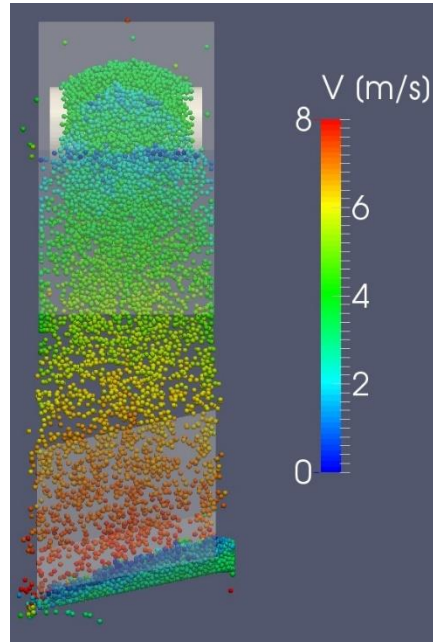
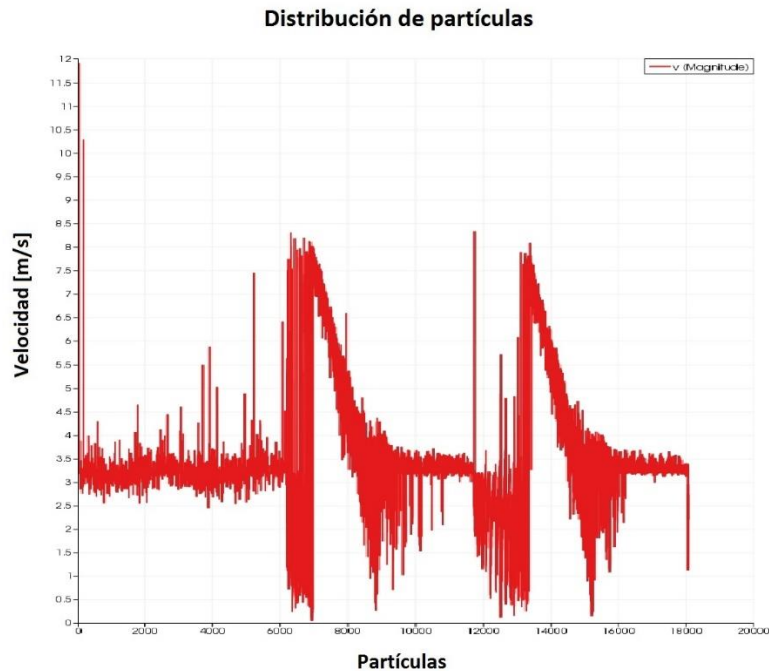


Figura 5.44: Simulación del rediseño de geometría para caso nominal. Vista posterior.  
[Fuente: Elaboración propia.]



**Gráfico 5.13: Distribución de velocidades de las partículas en el caso nominal.**  
[Fuente: Elaboración propia.]

Diagnóstico rediseño PT-01:

- Cambio suave de la velocidad del flujo al impactar el deflector, para ambos casos (nominal y crítico).
- La velocidad permanece aproximadamente constante, similar a la de la correa de descarga a lo largo del deflector y de la goma, para ambos casos.
- Par el caso crítico, el flujo de material presenta cambios de grosor leves (a pesar de estar trabajando con el caso cohesivo crítico), lo que favorece la continuidad del flujo y la estabilidad de la carga de material en la carga.
- El material forma una cama de piedras en la correa de recepción, lo que la protege del impacto (ambos casos).
- Ángulo de impacto para caso nominal menor a 30°.
- El chute presenta suficiente sección transversal (mayor al triple que el área transversal del flujo) en la parte más lenta del flujo.

- Material cae centrado en correa de carga en ambos casos.
- Material está balanceado en correa de descarga en ambos casos.
- Velocidad máxima de impacto para caso nominal: Aproximadamente 8.3 [m/s], un 5% mayor que en la geometría inicial.

### 5.3. CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

Se desarrollaron dos situaciones para evaluar el PT mediante simulación DEM, con condiciones de operación y propiedades del material diferentes. Estas son el caso nominal, en que las condiciones son similares a las que el PT está sometido la mayoría del tiempo, y el caso crítico, en que las condiciones con las que se trabajó corresponden a un aumento en la intensidad de los factores que influyen en el atollo. Los aspectos principales de los resultados de las simulaciones se presentan a continuación:

- Para la simulación DEM de la geometría original del PT, se obtuvo resultados consistentes al ser contrastados con la información recopilada en el levantamiento en terreno, esto tanto para el caso nominal como para el crítico. Los parámetros evaluados más relevantes para la comparación, fueron las zonas de acumulación de material, las zonas de desgaste, y el mecanismo de atollo.
- Utilizando los criterios y recomendaciones de diseño de puntos de transferencia que se encuentran en bibliografía, se realizaron modificaciones en el PT original, lo que correspondió principalmente a añadir una placa deflectora, de manera que el impacto del material sobre las superficies fuera con ángulos más pequeños (los valores de estos se especifican en los criterios y recomendaciones de diseño).
- Bajo condiciones nominales de operación, el punto de transferencia rediseñado cumple los criterios de diseño especificados en la literatura que garantizan un buen funcionamiento del mismo.
- Para condiciones críticas de operación, el punto de transferencia con la geometría modificada según lo indicado en el presente informe, es capaz de continuar en funcionamiento.
- Las modificaciones propuestas mejoran el comportamiento global del punto de transferencia, sin comprometer la durabilidad de las correas que reciben el material, ya que la velocidad de impacto del material sobre ella aumenta sólo un 5% con respecto a la velocidad original (punto de transferencia según situación actual).



- Las geometrías diseñadas logran que el material impacte sobre las superficies deflectoras en un ángulo adecuado, el que brinda bajos niveles de presión sobre las mismas, minimizando el desgaste.

## 6. CONCLUSIONES GENERALES

Se realizó el rediseño de un punto de transferencia mediante análisis DEM utilizando *software* libre, el trabajo fue dividido en dos etapas, en la primera, se estudiaron los elementos que constituyen una simulación DEM y se seleccionó el *software* que se iba a utilizar. En la segunda, se aplicó el conocimiento en un caso real de rediseño de chute. Las conclusiones del trabajo son presentadas de manera separada para cada etapa, y se enuncian a continuación:

Respecto los elementos que constituyen una simulación DEM y la selección del *software* para dichas aplicaciones, se concluye lo siguiente:

- Para realizar una simulación DEM en el análisis de materiales granulares, existen dos aspectos fundamentales que deben ser considerados: El estudio del material enfocado a la simulación, y la elección y manejo de un *software* para estas aplicaciones. Respecto el primer aspecto, es necesario llevar a cabo las etapas de caracterización, calibración y validación, que corresponden a un procedimiento en que a partir de ensayos experimentales e información adicional del comportamiento del material, se logran definir los parámetros que deben ser ingresados al *software* para reproducir de forma similar el comportamiento del material simulado, al del real. Respecto el segundo aspecto, es necesario seleccionar un *software* que posea las competencias apropiadas de acuerdo a la aplicación, es decir, que incluya los modelos físicos y las funciones necesarias según sea el caso, y también, que su nivel de usabilidad sea el adecuado, de acuerdo a los recursos de tiempo y monetarios que se puedan destinar a la implementación del *software*.

- Al estudiar los programas DEM que existen actualmente, se observó que pueden ser clasificados en dos grupos: El *software* libre, y *software* comercial. Las ventajas de los primeros respecto los segundos es que son gratis (y las licencias de los programas DEM comerciales son costosas en general), son más flexibles en los tipos de aplicaciones que pueden desarrollarse, y existe mayor compatibilidad con otros programas. Además, se tiene la ventaja de obtener resultados más confiables, ya que los programas libres, para ser utilizados, requieren mayor conocimiento de su funcionamiento, lo que disminuye el hecho de que el usuario caiga en la falsa interpretación debido a temas computacionales. Los programas comerciales por su parte, también poseen grandes ventajas en algunos aspectos respecto los programas libres, entre estas se tiene que presentan interfaces gráficas usables, las que integran el ingreso de datos, el cálculo y la visualización en un solo módulo (en *software* libre por lo general se deben utilizar programas distintos para cada una de las etapas), y poseen soporte e información de parte de las empresas responsables del *software*.
- Se estudiaron los programas libres LIGGGHTS y YADE, y sus características para el desarrollo en aplicaciones de puntos de transferencia, con el fin de seleccionar uno de los dos. Se escogió LIGGGHTS porque corrió 16,5 veces más rápido que YADE una simulación de prueba, de un punto de transferencia, y también porque posee más información en el manual de usuario, como por ejemplo las ecuaciones de los modelos de contacto, y ejemplos para el uso de las funciones.
- LIGGGHTS fue validado con un caso experimental de una placa de impacto en un punto de transferencia (trabajo de Grima y Wypych, 2010), reproduciendo el ensayo en una simulación, y midiendo los mismo parámetros registrados en el experimento. En el trabajo mencionado también se presentan resultados de las simulaciones realizadas con EDEM. Se obtuvo que los resultados de LIGGGHTS registraron márgenes de error, menores al 3% para la velocidad y la posición, y 1,4% para la fuerza total sobre la placa, respecto la información experimental. En todos los parámetros analizados, los resultados de LIGGGHTS presentaron mayor correlación con lo obtenido en los ensayos experimentales, que aquellos entregados por EDEM (especificados en el documento de validación). Por último, se destaca que los resultados obtenidos en LIGGGHTS poseen un margen de error, respecto lo experimental, aceptables desde el punto de vista ingenieril.

Respecto el rediseño del punto de transferencia PT-01 mediante análisis DEM, utilizando LIGGGHTS, se concluye lo siguiente:

- Se consiguió formular un metodología de caracterización y calibración que permitió reproducir mediante una simulación un comportamiento similar del material al real, el que fue verificado con información cualitativa obtenida en terreno (etapa de validación), y permitió explicar el fenómeno de atollo y sus causas.

- Se desarrollaron dos situaciones para evaluar el rediseño mediante simulación DEM, con condiciones de operación y propiedades del material diferentes. Estas son el caso nominal, en que las condiciones son similares a las que el PT está sometido la mayoría del tiempo, y el caso crítico, en que las condiciones con las que se trabajó corresponden a un aumento en la intensidad de los factores que influyen en el atollo.
- Se evaluó mediante simulaciones DEM el diseño original del PT. Se obtuvo resultados consistentes al ser contrastados con la información recopilada en el levantamiento en terreno, esto tanto para el caso nominal como para el crítico. Los parámetros evaluados más relevantes para la comparación, fueron las zonas de acumulación de material, las zonas de desgaste, y el mecanismo de atollo.
- Utilizando los criterios y recomendaciones de diseño de puntos de transferencia que se encuentran en bibliografía, se realizaron modificaciones en el PT original, lo que correspondió principalmente a añadir una placa deflectora, de manera que el impacto del material sobre las superficies fuera con ángulos más pequeños (los valores de estos se especifican en los criterios y recomendaciones de diseño).
- Se evaluó mediante simulaciones DEM el rediseño del PT original. Se obtuvo que el caso nominal presentó un funcionamiento adecuado en todos los parámetros evaluados, entre los más importantes se tiene los ángulos y velocidades de impacto de impacto del material con el chute y con la correa, espacio suficiente para el flujo de material en sección transversal del chute, y carga centrada del material en correa de recepción. Para el caso crítico, este no presentó atollo, ni dificultades para continuar en funcionamiento.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

- Ai, J., Chen, J. F., Rotter, M. y Ooi, J. Y. 2010. Assesment of rolling resistance models in discrete element simulation. *Powder Technology* 206: 269-282.
- Aldrich, J y Zhang, Y. 2014. Minimizing Belt Wear and Damage From Optimized Chute Design. 2014. SME Annual Meeting in Salt Lake City, UT.
- Alspaugh, M., Dewicki, G. y Quesenberry, E. 2002. Computer Simulation Solves Conveyor Problems. *Coal Age* (Enero 2002): 28-31.
- Anand, A., Curtis, J. S., Wassgren, C. R., Hancock, B. C. y Ketterhagen, W. R. 2009. Predicting discharge dynamics of wet cohesive particles from rectangular hopper using the discrete element method (DEM). *Chemical Engineering Science* 64: 5268-5275.
- Antillo B., D. E. 2010. Estudio de Esfuerzos en Roca Hundida por Medio de Elementos Discretos. Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. 82 p.
- Ashby, M. F. y Jones, D. R. H. 1998. *Engineering Materials 2. An Introduction to Microstructures, Processing and Design*. Second Edition. England. Elsevier. 381 p.
- Asmar, B. N., Langston, P. A., Matchett, A. J. y Walters, J. K. 2002. Validation test on a distinct element model of vibrating cohesive particle systems. *Computers and Chemical Engineering* 26: 785–802.
- Barrios, G. K. P., de Carvalho, R. M., Kwade, A., Tavares, L. M. 2013. Contact parameter estimation for DEM simulation of iron ore pellet handling. *Powder Technology* 248 (2013): 84–93.
- Bharadwaj, R. 2012. Using DEM to Solve Bulk Material Handling Problems. *CEP*, September 2012: 54 – 58.
- Bosch P., C. 2014. Discrete element simulations with LIGGGHTS. Tesis de Magister. Swansea University, Zienkiewickz Centre for Computational Engineering, College of Engineering. 69 p.
- Brilliantov, N. V., Spahn, F., Hertzsch, J. y Pöschel, T. 1994. A model for collisions in granular gases. *Physical Review E* 53, 5382 (1996).

Budynas y Nisbett. 2006. Shigley's Mechanical Engineering Design. 8th Edition. USA. McGraw - Hill. 1059 p.

Christoph Kloss, Christoph Goniva, Alice Hager, Stefan Amberger, Stefan Pirker. Models, algorithms and validation for opensource DEM and CFD-DEM - Progress in Computational Fluid Dynamics, An Int. J. 2012 - Vol. 1 2, No.2/3 pp. 140 – 152

Cleary, P. W. 1998. Predicting Charge Motion, Powder Draw, Segregation and Wear in Ball Mills Using Discrete Element Methods. Minerals Engineering 11 (11): 1061-1080.

Coetzee, C. J. y Nel, R. G. 2014. Calibration of discrete element properties and the modelling of packed rock beds. Powder Technology 264: 332-342.

Colin, B. 2011. Transfer chute design: a logical approach. Australian Bulk Handling Review: September/October 2011: 88-91.

Dewicki, G. y Mustoe, G. 2002. Bulk Material Belt Conveyor Transfer Point Simulation of Material Flow Using DEM. Third International Conference on DEM's: September 23-25, 2002. Santa Fe, New Mexico.

Di Renzo, A. y Di Maio, F. P. 2003. Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes. Chemical Engineering Science 59: 525-541.

Di Renzo, A. y Di Maio, F. P. 2003. Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes. Chemical Engineering Science 59: 525-541.

Donecker, P. 2011. Dynamic scale modelling (DSM) of transfer chutes. Australian Bulk Handling Review: September/October 2011: 82–87.

Fernández L., D. 2010. Determinación de Parámetros Utilizados en las Simulaciones D.E.M. Tesis de Máster en Agroingeniería. Madrid, Universidad Politécnica de Madrid, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos. 29 p.

Fitzpatrick, J. J., Barringer, S. A. y Iqbal, T. 2003. Flow property measurement of food powders and sensitive of Jenike's hopper design methodology to the measured values. Journal of Food Engineering 61: 399-405.

Florentino, A. 2006. Métodos para medir el contenido de agua en el suelo. Venesuelos 14: 48-70.  
Gatenby, A. 2008. Sieve Testing. Standard, Certifications & Calibration. CSC Scientific Company, Inc. Faifaz, Virginia.

Gercek, H., 2006. Poisson's ratio values for rocks. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences 44 (2007): 1–13.

Grima, A. P. y Fraser, T. 2011. Discrete element modelling: trouble-shooting and optimisation tool for chute design. *Beltcon* 16: 1-26.

Grima, A. y Wypych, P. W. 2010. Discrete Element Simulation Validation: Impact Plate Transfer Station. *Bulk Solids Europe* 2010: 1-17.

Guerrero M., J. F. y Francés V., J. V. 2010. Tema 9: Fundamentos de los sistemas multiprocesadores. Open Course Ware. Universitat de València. Escola Tècnica Superior d' Enginyeria. Departament d' Enginyeria Electrònica.

Hastie, D. B. y Wypych, P. W. 2009. Experimental validation of particle flow through conveyor transfer hoods via continuum and discrete element methods. *Mechanics of Materials* 42: 383–394.

Horn, E. 2012. Calibration of Material Properties for Use in Discrete Elements Models. University of Stellenbosch. Master of Science in Mechanical Engineering Thesis. Faculty of Engineering. Department of Mechanical and Mechatronic Engineering.

Huque, S. T. 2004. Analytical and Numerical Investigations into Belt Conveyors Transfers. Tesis de Doctorado. University of Wollongong, Faculty of Engineering, School of Mechanical, Materials & Mechatronic Engineering. 279 p.

Iwashita, K. y Oda, M. 1998. Rolling Resistance at Contact in Simulation of Shear Band Development by DEM. *Journal of Engineering Mechanics* 124: 285-292.

Jiménez D., E. 2013. Determinación Experimental de Tensión Superficial del agua en cámara micro-reológica. Universidad Carlos III de Madrid Escuela Politécnica Superior. Departamento de Ingeniería Mecánica.

Johnson, K. L., Kendall, K. y Roberts, A. D. 1971. Surface Energy and the Contact of Elastic Solids. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* 324 (1558): 301-313.

Johnson, K.L. 1985. *Contact Mechanics*. Cambridge University. Reino Unido, Cambridge University Press. 452p.

Johnstone, M.W. 2010. Calibration of DEM models for granular materials using bulk physical tests. Doctor of Philosophy Thesis. The University of Edinburgh. 282 p.

Kruse, D. 2009. Chute Designs and Trajectories using the Discrete Element Method, *BELTCON* 15. South Africa.

Luengo C., J. B. 2014. Efecto Escala en el Modelamiento de Roca Intacta Mediante Elementos Discretos. Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. 97 p.

- Mellado C., J. 2005. Aplicación del método de los elementos discretos a problemas de desgaste. Universitat Politècnica de Catalunya, Departament de Resistència de Materials i Estructures a l'Enginyeria. 134 p.
- Mitarai, N. y Nori, F. 2006. Wet granular materials. *Advances in Physics* 00 (00): 1-50.
- Modenese, C. 2013. Numerical Study of the Mechanical Properties of Lunar Soil by the Discrete Element Method. Doctor of Philosophy Thesis. Oxford, University of Oxford, St Anne's College. 199 p.
- Morales M., D. E. 2012. Estimación de Cave Back, Mediante Método de Elementos Discretos (DEM) Basada en Información de Producción. Tesis de Magister en Ciencias de la Ingeniería Mención Mecánica. Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. 86 p.
- Morrison, D. J. y Wu, W. 2007. Iron Ore Conference: 20 – 22 Agosto 2007. Perth, Western Australia.
- Navarro, H.A. y de Souza B., M.P. 2013. Linear and Nonlinear Hertzian Contact Models for Materials in Multibody Dynamics. En: 22nd International Congress of Mechanical Engineering (COBEM 2013): November 3-7, 2013. São Carlos, Brazil. University of São Paulo, Department of Mechanical Engineering, São Carlos School of Engineering. pp. s.p.
- Popov, V. L. 2010. Contact Mechanics and Friction: Physical Principles and Applications. Springer-Verlag: Berlin, Heidelberg. 362 p.
- Sandlin, M. J. 2013. An experimental and Numerical Study of Granular Hopper Flows.. Georgia Institute of Technology. 112 p.
- Šmilauer, E. Catalano, B. Chareyre, S. Dorofeenko, J. Duriez, A. Gladky, J. Kozicki, C. Modenese, L. Scholtès, L. Sibille, J. Stránský, and K. Thoeni, Yade Documentation (V. Šmilauer, ed.), The Yade Project, 1st ed., 2010. <http://yade-dem.org/doc/>
- Stuart-Dick, D. y Royal, T. A. 1992. Design Principles for Chutes to Handle Bulk Solids. *Bulk Solid Handling* 12 (3): 447-450.
- Van Aarde, M. N. 2009. The optimisation transfer chutes in bulk materials industry. Magister in Mechanical Engineering Thesis. North-West University, Potchefstroom Campus. 118 p.
- Vedachalam, V. 2011. Discrete Element Modelling Of Granular Snow Particles Using LIGGGHTS. Master of Science in High Performance Computing Thesis. Reino Unido, University of Edinburgh. 89 p.



Verclyte, A. 2013. Mass and Heat Transfer Modelling in Screw Reactors. Master in de bio-ingenieurswetenschappen: Chemie en bioprocestechnologie. Universiteit Gent, Faculteit Bio-ingenieurswetenschappen. 60 p.

## 8. ANEXOS

### 8.1. INFORMACIÓN DE LOS PROGRAMAS UTILIZADOS

- Ubuntu 14.04 LTS: Es uno de los sistemas operativos (SO) más popular asociado al ámbito del *software* libre, aunque Ubuntu no es 100% libre, ya que incorpora algunos controladores y programas con licencias privadas. Según la experiencia del autor, es de los (SO) basados en Linux, más simples de instalar y utilizar (en comparación por ejemplo con Linux Mint Debian, Debian, y Gentoo). Puede ser descargado de su página oficial <http://www.ubuntu.com>.
- YADE v 1.12: Existen diferentes métodos para instalar YADE; el más simple y rápido es utilizar paquetes listos para instalar que pueden ser descargados desde los repositorios de las distribuciones de Linux Debian o Ubuntu, escribiendo en el terminal: “sudo apt-get install yade”. También puede ser descargado de su página oficial “<https://yade-dem.org>”, en donde se indican las instrucciones de instalación. Además existe la posibilidad de descargar YADE desde GitHub: “<http://github.com>”.
- Liggghts v 3.0.2: Todos los pasos para instalar LIGGGHTS se encuentran disponibles en su sitio web “<http://www.cfdem.com/liggghts>”. También se puede obtener, descargándolo desde GitHub.
- Paraview v 4.0.1: Visualizador que puede ser instalado directamente desde los repositorios de Debian o Ubuntu, introduciendo en el terminal el comando “sudo apt-get install paraview”. Además ofrece la posibilidad de descargar los archivos de instalación directamente desde su sitio web: “<http://www.paraview.org/download/>”.

## 8.2. ANEXO 2: DESARROLLO DE SIMULACIONES COMPUTACIONALES

A continuación se presenta el código de los archivos de simulación del ejemplo realizado en el capítulo 3 y el caso de validación del capítulo 4, esto tanto para LIGGGHTS como para YADE.

### 8.2.1. Archivos de simulaciones en LIGGGHTS

#### 8.2.1.1. Ejemplo caso base

```
#ejemplo_punto_transferencia

## Inicialización de parámetros

atom_style      granular
atom_modify     map array
boundary        f f f
newton          off
communicate     single vel yes
units           si
region          reg block -0.35 0.35 -0.1 2.85 -1.15 0.5 units box
create_box      4 reg
neighbor        0.002 bin
neigh_modify    delay 0

## Propiedades del material

pair_style      gran model hertz tangential history rolling_friction cdt
pair_coeff      * *
timestep 9.37e-6
fix            m1 all property/global youngsModulus peratomtype 250e6 2.7e9 182e9
100e6
fix            m2 all property/global poissonsRatio peratomtype 0.38 0.35 0.3 0.45
fix            m3 all property/global coefficientRestitution peratomtypepair 4 0.7 0.65
0.66 0.4 0.65 0 0 0 0.66 0 0 0 0.4 0 0 0
fix            m4 all property/global coefficientFriction peratomtypepair 4 0.3 0.32 0.27
0.7 0.32 0 0 0 0.27 0 0 0 0.7 0 0 0
fix            m5 all property/global coefficientRollingFriction peratomtypepair 4
0.1 0.2 0.2 0.2 0.2 0 0 0 0.2 0 0 0 0.2 0 0 0
```

```

## Insertar las geometrias CAD

fix          correa all mesh/surface file meshes/correa.stl type 4 surface_vel 0 5 0
fix          barreras all mesh/surface file meshes/barreras.stl type 2
fix          caja all mesh/surface file meshes/caja.stl type 3
fix          placa all mesh/surface file meshes/placa.stl type 2
fix          sistema all wall/gran model hertz tangential history rolling_friction cdt mesh
n_meshes 3 meshes correa barreras caja

## Insertar las partículas

group        grupo region reg
fix          pellet all particletemplate/sphere 1 atom_type 1 density constant 925 radius
constant 0.028
fix          pellets all particledistribution/discrete 1 1 pellet 1.0
fix          insertar_particulas grupo insert/stream seed 5330 distributiontemplate
pellets nparticles 100000 massrate 11.39 &
            insert_every 10000 overlapcheck yes all_in no vel constant 0 0 -1 insertion_face
placa
fix          gravedad all gravity 9.81 vector 0.0 0.0 -1.0

## Cálculos y variables de salida

fix          integrar grupo nve/sphere
compute      rke all erotate/sphere
thermo_style custom step atoms ke c_rke vol
thermo       1000
thermo_modify lost ignore norm no

## Ejecutar la simulación y registrar información de salida

run          1
dump         dmp all custom 1000 post/dump*.ejemplo_punto_transferencia id type mass
x y z ix iy iz vx vy vz fx fy fz omegax omegay omegaz radius
run          747065 upto

```

### 8.2.1.2. Tiempo de simulación

```

#Tiempo_simulacion

## Inicialización de parámetros

atom_style      granular
atom_modify     map array
boundary        f f f
newton          off
communicate     single vel yes
units           si
region          reg block -0.202 0.202 -1.51 0.63 -0.61 0.41 units box
create_box      4 reg
neighbor        0.002 bin
neigh_modify    delay 0

## Propiedades del material

pair_style      gran model hertz tangential history
pair_coeff       * *
timestep        9.37e-6
fix             m1 all property/global youngsModulus peratomtype 250e6 2.7e9 182e9
100e6
fix             m2 all property/global poissonsRatio peratomtype 0.38 0.35 0.3 0.45
fix             m3 all property/global coefficientRestitution peratomtypepair 4 0.7 0.65
0.66 0.4 0.65 0 0 0 0.66 0 0 0 0.4 0 0 0
fix             m4 all property/global coefficientFriction peratomtypepair 4 0.3 0.32 0.27
0.7 0.32 0 0 0 0.27 0 0 0 0.7 0 0 0
fix             m5 all property/global coefficientRollingFriction peratomtypepair 4 0.1 0.2
0.2 0.2 0.2 0 0 0 0.2 0 0 0 0.2 0 0 0

## Insertar las geometrías CAD

fix             correa all mesh/surface file meshes/correa.stl type 4 surface_vel 0 2.989
0.261
fix             barreras all mesh/surface file meshes/barreras.stl type 2
fix             placa all mesh/surface/stress file meshes/placa.stl type 3
fix             insercion all mesh/surface file meshes/insercion.stl type 2
fix             sistema all wall/gran model hertz tangential history mesh n_meshes 3
meshes correa barreras placa

## Insertar las partículas

group          grupo region reg

```

```

fix          pellet all particletemplate/sphere 1 atom_type 1 density constant 925 radius
constant 0.0028
fix          pellets all particledistribution/discrete 1 1 pellet 1.0
fix          insertar_particulas grupo insert/stream seed 5330 distributiontemplate
pellets nparticles 100000 massrate 11.39 &
            insert_every 10000 overlapcheck yes all_in no vel constant 0 0 -1 insertion_face
insercion
fix          gravedad all gravity 9.81 vector 0.0 0.0 -1.0

## Cálculos y variables de salida

fix          integrar grupo nve/sphere
compute      rke all erotate/sphere
thermo_style custom step atoms ke c_rke vol
thermo       1000
thermo_modify lost ignore norm no

## Ejecutar la simulación y registrar información de salidad

run          1
dump         dmp all custom 1000 post_2/dump*.validacion id type mass x y z ix iy iz vx
vy vz fx fy fz omegax omegay omegaz radius
dump         dumpstress all mesh/gran/VTK 1000 post_2/dump*.vtk stress placa
run          426894 upto

```

### 8.2.1.3. Caso de validación

```

#Validación

## Inicialización de parámetros

atom_style   granular
atom_modify  map array
boundary     f f f
newton       off
communicate  single vel yes
units        si
region       reg block -0.202 0.202 -1.51 0.63 -0.61 0.41 units box
create_box   4 reg
neighbor     0.002 bin
neigh_modify delay 0

## Propiedades del material

```

```

pair_style      gran model hertz tangential history rolling_friction cdt
pair_coeff      * *
timestep 9.37e-6
fix            m1 all property/global youngsModulus peratomtype 250e6 2.7e9 182e9
100e6
fix            m2 all property/global poissonsRatio peratomtype 0.38 0.35 0.3 0.45
fix            m3 all property/global coefficientRestitution peratomtypepair 4 0.7 0.65
0.66 0.4 0.65 0 0 0 0.66 0 0 0 0.4 0 0 0
fix            m4 all property/global coefficientFriction peratomtypepair 4 0.3 0.32 0.27
0.7 0.32 0 0 0 0.27 0 0 0 0.7 0 0 0
fix            m5 all property/global coefficientRollingFriction peratomtypepair 4 0.1 0.2
0.2 0.2 0.2 0 0 0 0.2 0 0 0 0.2 0 0 0

## Insertar las geometrias CAD

fix            correa all mesh/surface file meshes/correa.stl type 4 surface_vel 0 2.989
0.261
fix            barreras all mesh/surface file meshes/barreras.stl type 2
fix            placa all mesh/surface/stress file meshes/placa_v2.stl type 3
fix            insercion all mesh/surface file meshes/insercion.stl type 2
fix            sistema all wall/gran model hertz tangential history rolling_friction cdt mesh
n_meshes 3 meshes correa barreras placa

## Insertar las partículas

group          grupo region reg
fix            pellet all particletemplate/sphere 1 atom_type 1 density constant 925 radius
constant 0.0028
fix            pellets all particledistribution/discrete 1 1 pellet 1.0
fix            insertar_particulas grupo insert/stream seed 5330 distributiontemplate
pellets nparticles 100000 massrate 11.39 &
              insert_every 10000 overlapcheck yes all_in no vel constant 0 0 -1 insertion_face
insercion
fix            gravedad all gravity 9.81 vector 0.0 0.0 -1.0

## Cálculos y variables de salida

fix            integrar grupo nve/sphere
compute        rke all erotate/sphere
thermo_style   custom step atoms ke c_rke vol
thermo         1000
thermo_modify  lost ignore norm no

## Ejecutar la simulación y registrar información de salida

```

```

run          1
dump        dmp all custom 1000 post/dump*.validacion id type mass x y z ix iy iz vx
vy vz fx fy fz omegax omegay omegaz radius
dump        dumpstress all mesh/gran/VTK 1000 post_2/dump*.vtk stress placa
run         426894 upto

```

## 8.2.2. Archivos de simulaciones en YADE

### 8.2.2.1. Ejemplo caso base

```

#!/usr/bin/python
# -*- coding: utf-8 -*-
# Ejemplo_punto_transferencia

## Definir materiales y sus propiedades

polietileno=O.materials.append(FrictMat(young=250e6,density=925,          poisson=.38,
label='polietileno'))
acrilico=O.materials.append(FrictMat(young=2.7e9,density=12000,
poisson=.35,label='acrilico'))
acero=O.materials.append(FrictMat(young=182e9,density=7800, poisson=.3,label='acero'))
goma=O.materials.append(FrictMat(young=100e6,density=950, poisson=.45,label='goma'))
r=0.028
O.dt=9.37e-6

## Importar geometrías CAD, y asignarlas como cuerpos

from yade import ymport

barreras=O.bodies.append(ymport.stl('./meshes/barreras_binario.stl', material='acrilico'))
correa=O.bodies.append(ymport.stl('./meshes/correa_binario.stl', material='goma'))
caja=O.bodies.append(ymport.stl('./meshes/caja_binario.stl', material='acero'))

## Cálculos, detección de contacto, fuerzas y ecuaciones de movimiento

```



```

O.engines=[
  ForceResetter(),
  TranslationEngine(translationAxis=[0,1,0],velocity=5,ids=correa),
  InsertionSortCollider([Bo1_Sphere_Aabb(),Bo1_Facet_Aabb()]),verletDist=.05*r),
  InteractionLoop(
    [Ig2_Sphere_Sphere_ScGeom(), Ig2_Facet_Sphere_ScGeom()],

    [Ip2_FrictMat_FrictMat_MindlinPhys(en=MatchMaker(matches=((polietileno,polietileno,
0.7),(polietileno,acrilico,0.65),(polietileno,acero,0.66),(polietileno,goma,0.4))),es=MatchMaker(
matches=((polietileno,polietileno,0.7),(polietileno,acrilico,0.65),(polietileno,acero,0.66),(polietile
no,goma,0.4))),
frictAngle=MatchMaker(matches=((polietileno,polietileno,0.29),(polietileno,acrilico,0.31),(poliet
ileno,acero,0.26),(polietileno,goma,0.61)))))],
    [Law2_ScGeom_MindlinPhys_Mindlin()
  ],
  TranslationEngine(translationAxis=[0,1,0],velocity=0,ids=correa),
  NewtonIntegrator(gravity=[0,0,-9.81]),
  BoxFactory(maxParticles=100000,extents=(0.2,0.225,0.1),center=(0,0.275,0.1),rMin=r,r
Max=r,vMin=1,vMax=1,vAngle=0,massFlowRate=11.39,normal=(0,0,-
0.1),materialId=polietileno),
  DomainLimiter(lo=(-0.35,-0.1,-1.15),hi=(0.35,2.85,0.3),iterPeriod=200),
  VTKRecorder(fileName='./post/3d-vtk-',recorders=['all'],iterPeriod=1000)
]

## Ejecución de simulación y registros de tiempos de cálculo

import yade.timing
O.timingEnabled=True
O.run(747065)

```

### 8.2.2.2. Tiempo de simulación

```

#!/usr/bin/python
# -*- coding: utf-8 -*-
# Tiempo_simulación

## Definir materiales y sus propiedades

polietileno=O.materials.append(FrictMat(young=250e6,density=925,          poisson=.38,
label='polietileno'))
acrilico=O.materials.append(FrictMat(young=2.7e9,density=12000,
poisson=.35,label='acrilico'))
acero=O.materials.append(FrictMat(young=182e9,density=7800, poisson=.3,label='acero'))
goma=O.materials.append(FrictMat(young=100e6,density=950, poisson=.45,label='goma'))

```

```

r=0.0028
O.dt=9.37e-6

## Importar geometrías CAD, y asignarlas como cuerpos

from yade import ymport

barreras=O.bodies.append(ymport.stl('./meshes/barreras_binario.stl', material='acrilico'))
correa=O.bodies.append(ymport.stl('./meshes/correa_binario.stl', material='goma'))
placa=O.bodies.append(ymport.stl('./meshes/placa_binario.stl', material='acero'))

## Cálculos, detección de contacto, fuerzas y ecuaciones de movimiento

O.engines=[
    ForceResetter(),
    TranslationEngine(translationAxis=[0,2.989,0.261],velocity=3,ids=correa),
    InsertionSortCollider([Bo1_Sphere_Aabb(),Bo1_Facet_Aabb()],verletDist=.05*r),
    InteractionLoop(
        [Ig2_Sphere_Sphere_ScGeom(), Ig2_Facet_Sphere_ScGeom()],

        [Ip2_FrictMat_FrictMat_MindlinPhys(en=MatchMaker(matches=((polietileno,polietileno,
0.7),(polietileno,acrilico,0.65),(polietileno,acero,0.66),(polietileno,goma,0.4))),es=MatchMaker(
matches=((polietileno,polietileno,0.7),(polietileno,acrilico,0.65),(polietileno,acero,0.66),(polietile
no,goma,0.4))),
frictAngle=MatchMaker(matches=((polietileno,polietileno,0.29),(polietileno,acrilico,0.31),(poliet
ileno,acero,0.26),(polietileno,goma,0.61)))))],
        [Law2_ScGeom_MindlinPhys_Mindlin()
    ],
    TranslationEngine(translationAxis=[0,1,0],velocity=0,ids=correa),
    NewtonIntegrator(gravity=[0,0,-9.81]),
    BoxFactory(maxParticles=100000,extents=(0.1,0.1,0.1),center=(0,-
1.34,0.27),rMin=r,rMax=r,vMin=1,vMax=1,vAngle=0,massFlowRate=11.39,normal=(0,0,-
1),materialId=polietileno),
    DomainLimiter(lo=(-0.202,-1.51,-0.61),hi=(0.202,0.63,0.41),iterPeriod=200),
    VTKRecorder(fileName='./post/3d-vtk-',recorders=['all'],iterPeriod=1000)
]

## Ejecución de simulación y registros de tiempos de cálculo

import yade.timing
O.timingEnabled=True
O.run(426894)

```