



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

IDENTIFICACIÓN DE QUIEBRES DE STOCK EN GÓNDOLA UTILIZANDO
CADENAS DE MARKOV OCULTAS

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

CARLOS NICOLÁS GONZÁLEZ RAMÍREZ

PROFESOR GUÍA:
RICARDO MONTOYA MOREIRA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
MARCELO OLIVARES ACUÑA
ANDRÉS MUSALEM SAID

SANTIAGO DE CHILE
2016

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL
POR: CARLOS NICOLÁS GONZÁLEZ RAMÍREZ
FECHA: 2016
PROF. GUÍA: SR. RICARDO MONTOYA MOREIRA

IDENTIFICACIÓN DE QUIEBRES DE STOCK EN GÓNDOLA UTILIZANDO CADENAS DE MARKOV OCULTAS

Un aspecto crucial en la administración de un supermercado es la gestión de inventario. Determinar los niveles óptimos de este, los tamaños y la periodicidad de los pedidos a los proveedores son decisiones importantes y que requieren de un profundo análisis del comportamiento de la demanda. Sin embargo, los esfuerzos empleados en determinar dichos factores se ven desperdiciados si el stock en inventario no está coordinado con el stock presentado en góndola, que es lo que finalmente observa el consumidor.

El objetivo de este trabajo es crear un sistema que identifique quiebres de stock en las góndolas de una cadena de supermercados, utilizando como insumo la información transaccional que esta posee. Para determinar el estado de la góndola se aplican Modelos de Markov Ocultos, debido a la capacidad que estos tienen de modelar estados no observables y dinámicos en el tiempo.

Para calibrar el modelo se cuenta con información transaccional de las boletas en el punto de venta. A partir de estos datos se estiman modelos con distinto número de estados y con distintos niveles de agregación de la información, esto con el objetivo de encontrar la estructura que resuelve de mejor manera el problema estudiado. Por otro lado, para validar la clasificación realizada se usará una medición del real estado de la góndola, obtenida a partir de una inspección presencial de estas durante un período de 14 días. Finalmente, los resultados del modelo propuesto se contrastan con los de una auditoría que utiliza un método alternativo para detectar quiebres aplicado a los mismos datos considerados durante este trabajo.

Como conclusión de este trabajo se tiene que un modelo de tres estados utilizando datos de agregación diaria es el que clasifica las observaciones de manera más acertada. Además, la imposición de restricciones al estado asociado a quiebre mejora en gran medida los resultados, identificando el 63.48% de los quiebres ocurridos con un porcentaje de error del 15.52%, superando los resultados de la auditoría correspondientes a 56.52% y 28.57% respectivamente.

Finalmente, como trabajo futuro se propone evaluar la clasificación de quiebres con un modelo que considere distintas topologías para cada producto y/o tienda, junto con la inclusión de otras variables descriptivas como promociones o exposiciones extraordinarias del producto.

Para todas las personas que han aportado con su grano de arena a lo largo de mi camino, ellos me hacen una mejor persona y me ayudan a alcanzar metas que jamás imaginé... Ah, y al mismísimo Albert Einstein, ya que estar en esta dedicatoria no evitó que se convirtiera en el físico más importante de la historia...

Tabla de Contenido

1. Introducción	1
1.1. Objetivo General	3
1.2. Objetivos Específicos	3
1.3. Alcances	4
2. Marco Teórico	5
2.1. Modelos de Markov Ocultos	5
2.1.1. Modelo de Markov Oculto Aplicado a la Detección de Quiebres de Stock	6
2.1.2. Verosimilitud de un Modelo de Markov Oculto	7
2.1.3. Pertenencia a un Estado	8
2.1.4. Inferencia a partir de un Modelo de Markov Oculto	9
2.2. Método de Estimación	9
2.3. Métricas de Desempeño	12
2.3.1. Matriz de Confusión	12
2.3.2. Error Porcentual Absoluto Ponderado	12
3. Datos	14
3.1. Datos Transaccionales	14
3.2. Auditoría Externa	15
3.3. Análisis Descriptivo	15
3.4. Limitaciones de los Datos	20
4. Topología del Modelo de Markov Oculto para la Detección de Quiebres	21
4.1. Consideraciones Generales	21
4.2. Definición de Modelos	23
4.3. Evaluación de Modelos	25
5. Análisis del Modelo Final	28
5.1. Análisis de Resultados para Enfoque Diario	29
5.1.1. Efecto del Precio en la Probabilidad de Observación de Boletas	36
5.1.2. Efecto del Precio en la Matriz de Transición	37
5.1.3. Predicción de Quiebres	40
5.2. Análisis de Resultados para Enfoque de Medio Día	42
5.2.1. Elección del Modelo	42
5.2.2. Efecto del Precio en la Probabilidad de Observación de Boletas	43
5.2.3. Efecto del Precio en la Matriz de Transición	44
5.2.4. Predicción de Quiebres	45

6. Conclusiones y Trabajo Futuro	50
6.1. Conclusiones	50
6.2. Trabajo Futuro	51
Bibliografía	53
A. Análisis de Sensibilidad de la Probabilidad de Éxito del estado de Quiebre	54
B. Parámetros Modelo Final Diario	56
C. Parámetros Asociados al Precio para Estados Dos y Tres en Enfoque Diario	70
D. Parámetros Modelo Final Medio Día	73
E. Elementos del Modelo Final por Producto para Medio Día	92
F. Parámetros Asociados al Precio para Estados Dos y Tres en Enfoque Medio Día	99

Índice de Tablas

3.1. Cantidad de días válidos por Local	16
4.1. Ajuste Modelos Preliminares	26
4.2. Clasificación Modelos Preliminares	26
4.3. Ajuste Modelo con Matriz de Transición en función del Precio	27
4.4. Clasificación Modelo con Matriz de Transición en función del Precio	27
5.1. Ajuste Modelo Final	30
5.2. LogVerosimilitud Modelo Final por Producto	30
5.3. Componentes del Modelo para Atún	31
5.4. Componentes del Modelo para Azúcar	31
5.5. Componentes del Modelo para Camarón	31
5.6. Componentes del Modelo para Chocolate	32
5.7. Componentes del Modelo para Gaseosa Naranja	32
5.8. Componentes del Modelo para Jugo en Polvo	32
5.9. Componentes del Modelo para Jurel	33
5.10. Componentes del Modelo para Lasaña	33
5.11. Componentes del Modelo para Lavalozza	33
5.12. Componentes del Modelo para Leche	34
5.13. Componentes del Modelo para Toallas de Papel	34
5.14. Componentes del Modelo para Papas Duquesa	34
5.15. Componentes del Modelo para Quesillo	35
5.16. Componentes del Modelo para Té	35
5.17. Significancia del Precio en la Matriz de Transición para Toallas de Papel - Diario	38
5.18. Matriz de Transición según Precio - Toallas de Papel/Local 72 - Diario	39
5.19. Clasificación Modelo Final Diario v/s Auditoría	40
5.20. Clasificación Modelo Final Diario por Producto	40
5.21. Clasificación Modelo Final Diario por Local	41
5.22. Ajuste Modelos Para Datos de Medio Día	42
5.23. LogVerosimilitud Modelo Final por Producto para Medio Día	43
5.24. Matriz de Transición según Precio - Toallas de Papel/Local 72 - Medio Día	44
5.25. Clasificación Modelo Final v/s Auditoría - Medio Día	45
5.26. Clasificación Modelo Final Medio Día por Producto	46
5.27. Clasificación Modelo Final Medio Día por Local	47
5.28. Clasificación sin outliers Modelo Final v/s Auditoría - Medio Día	47
5.29. Clasificación sin outliers Modelo Final Medio Día por Local	48

A.1. Resultados Clasificación bajo Restricciones	55
B.1. Parámetros Finales Atún Diario	56
B.2. Parámetros Finales Azúcar Diario	57
B.3. Parámetros Finales Camarón Diario	58
B.4. Parámetros Finales Chocolate Diario	59
B.5. Parámetros Finales Gaseosa Naranja Diario	60
B.6. Parámetros Finales Jugo en Polvo Diario	61
B.7. Parámetros Finales Jurel Diario	62
B.8. Parámetros Finales Lasaña Diario	63
B.9. Parámetros Finales Lavalozza Diario	64
B.10. Parámetros Finales Leche Diario	65
B.11. Parámetros Finales Toallas de Papel Diario	66
B.12. Parámetros Finales Papas Duquesa Diario	67
B.13. Parámetros Finales Quesillo Diario	68
B.14. Parámetros Finales Té Diario	69
D.1. Parámetros Finales Aceite Medio Día	73
D.2. Parámetros Finales Atún Medio Día	74
D.3. Parámetros Finales Azúcar Medio Día	75
D.4. Parámetros Finales Cerveza Medio Día	76
D.5. Parámetros Finales Chorizo Medio Día	77
D.6. Parámetros Finales Galletas de Coctel Medio Día	78
D.7. Parámetros Finales Gaseosa Naranja Medio Día	79
D.8. Parámetros Finales Fósforos Medio Día	80
D.9. Parámetros Finales Queso Medio Día	81
D.10. Parámetros Finales Jugo en Polvo Medio Día	82
D.11. Parámetros Finales Lavalozza Medio Día	83
D.12. Parámetros Finales Leche Medio Día	84
D.13. Parámetros Finales Margarina Medio Día	85
D.14. Parámetros Finales Mayonesa Medio Día	86
D.15. Parámetros Finales Mayonesa Light Medio Día	87
D.16. Parámetros Finales Toallas de Papel Medio Día	88
D.17. Parámetros Finales Palmitos Medio Día	89
D.18. Parámetros Finales Quesillo Medio Día	90
D.19. Parámetros Finales Té Medio Día	91
E.1. Componentes del Modelo para Aceite Medio Día	92
E.2. Componentes del Modelo para Atún Medio Día	93
E.3. Componentes del Modelo para Azúcar Medio Día	93
E.4. Componentes del Modelo para Cerveza Medio Día	93
E.5. Componentes del Modelo para Chorizo Medio Día	94
E.6. Componentes del Modelo para Galletas de Coctel Medio Día	94
E.7. Componentes del Modelo para Gaseosa Naranja Medio Día	94
E.8. Componentes del Modelo para Fósforos Medio Día	95
E.9. Componentes del Modelo para Queso Medio Día	95
E.10. Componentes del Modelo para Jugo en Polvo Medio Día	95
E.11. Componentes del Modelo para Lavalozza Medio Día	96

E.12. Componentes del Modelo para Leche Medio Día	96
E.13. Componentes del Modelo para Margarina Medio Día	96
E.14. Componentes del Modelo para Mayonesa Medio Día	97
E.15. Componentes del Modelo para Mayonesa Light Medio Día	97
E.16. Componentes del Modelo para Toallas de Papel Medio Día	97
E.17. Componentes del Modelo para Palmitos Medio Día	98
E.18. Componentes del Modelo para Quesillo Medio Día	98
E.19. Componentes del Modelo para Té Medio Día	98

Índice de Ilustraciones

1.1. Incidencia de Productos	3
2.1. Modelo de Markov Oculto Aplicado a Quiebres de Stock	7
3.1. Incidencia Diaria de Productos por Local	16
3.2. Incidencia Diaria Promedio de Productos	17
3.3. Quiebres de Stock Diarios por Producto	18
3.4. Incidencia Medio día de Productos por Local	18
3.5. Incidencia Promedio de Productos para Medio día	19
3.6. Quiebres de Stock de Medio Día por Producto	19
5.1. Convergencia LogVerosimilitud Modelo Final	29
5.2. Efecto del Precio en las boletas de Toallas de Papel	37
5.3. Efecto del Precio en las boletas de Toallas de Papel para Medio Día	44
C.1. Parámetros Precio Estado 2 v/s Estado 3 Enfoque Diario (1)	70
C.2. Parámetros Precio Estado 2 v/s Estado 3 Enfoque Diario (2)	71
C.3. Parámetros Precio Estado 2 v/s Estado 3 Enfoque Diario (3)	72
F.1. Parámetros Precio Estado 2 v/s Estado 3 Enfoque Medio Día (1)	99
F.2. Parámetros Precio Estado 2 v/s Estado 3 Enfoque Medio Día (2)	100
F.3. Parámetros Precio Estado 2 v/s Estado 3 Enfoque Medio Día (3)	101

Capítulo 1

Introducción

Los supermercados se enfocan en optimizar el desempeño de su cadena de suministro al buscar constantemente mejores técnicas para definir su mix de productos, los niveles de inventario, las rutas utilizadas para distribuir los productos que van a ofrecer, entre otros. Sin embargo, esto tiene poca utilidad para el cliente si los supermercados no son capaces de transmitirles estos esfuerzos por mejorar la calidad de su servicio, y la principal manera de reflejar estos esfuerzos es tener los productos disponibles en góndola en todo momento. Para medir el desempeño de los supermercados en este ámbito se define el Faltante de Mercadería en Góndola (FMG) [1], cuyo valor indica el porcentaje de productos que no se encontraban disponibles al momento de una determinada medición.

En el año 2004, la Universidad de Chile llevó a cabo el Primer Estudio Nacional de FMG, y las conclusiones fueron preocupantes. Un 15% de los SKU totales no estaban disponibles al momento de la medición, que comparado al 8.3% correspondiente al promedio mundial [7] deja en evidencia el bajo desempeño de los supermercados del país al momento de abastecer a los consumidores.

Un consumidor puede reaccionar de distintas formas frente a un quiebre de stock. La literatura sugiere que estas reacciones principalmente pueden ser no comprar, postergar la compra, comprar otra marca o buscar el producto en otro supermercado. En el largo plazo, el consumidor podría incluso abandonar para siempre el supermercado en cuestión si la presencia de quiebres es persistente en el tiempo. Dada la amplia gama de posibilidades, la estimación de estos efectos es bastante complicada. Sin embargo, un Trabajo de Memoria del Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Chile se encargó de esta interrogante y concluyó que los quiebres de stock generan ventas perdidas equivalentes a un 3% de las ventas totales [4] de la categoría. Este porcentaje, sumado a la cantidad de quiebres medido en la auditoría externa y considerando que la cadena de supermercados percibió US\$5700 millones en ventas en el 2014 de acuerdo a su memoria anual, arroja un estimado de US\$ 23.7 millones en ventas perdidas.

En la actualidad, es posible recurrir a algunos métodos para detectar quiebres de stock en góndola. El más común es la inspección visual de estas realizada por algún trabajador asignado para dicha labor. El problema de esta solución radica en lo ineficiente que se vuelve a

medida que la cantidad de SKUs aumenta. También se tiene la posibilidad de instalar cámaras que graben constantemente el estado de las góndolas. Si bien esto permite un monitoreo en tiempo real, su implementación es bastante costosa y además sigue requiriendo que una persona esté constantemente vigilando las grabaciones, lo que lo vuelve en una alternativa poco eficiente. Por otro lado, se tienen los sistemas de Identificación por Radiofrecuencia o RFID, que consisten en el monitoreo de pequeños dispositivos adheridos a los productos en forma de etiquetas generalmente. Este sistema es bastante efectivo y, aunque sus costos han ido disminuyendo, sigue significando una inversión importante. Además de las desventajas recién mencionadas, estos sistemas son incapaces de detectar otras anomalías que pueden ocurrir en góndolas. Son capaces de identificar cuando la góndola está vacía, pero no pueden determinar si los productos están siendo cubiertos por otro producto, un cartel, un promotor, entre otros, y tampoco pueden identificar cuando los productos no están siendo vendidos por estar en mal estado.

Incluso con las nuevas tecnologías disponibles, la detección de quiebres de stock sigue siendo un problema complejo que no tiene una solución totalmente satisfactoria. Es por esta razón que la industria acude a modelos matemáticos para detectar las anomalías anteriormente descritas. Este trabajo busca precisamente lo mismo, aplicar un modelo novedoso en la industria de los supermercados con el objetivo de mejorar los resultados obtenidos por técnicas utilizadas anteriormente.

Para enfrentar el problema de la ocurrencia de quiebres de stock, la cadena de supermercados bajo análisis cuenta con un sistema que busca detectar estos quiebres en base a la información de ventas. Este sistema monitorea cada 30 minutos el nivel de venta de los productos, y genera alertas cuando se producen largos períodos de ausencia de estos en las boletas. Sin embargo, el funcionamiento de esta herramienta no es el deseado, puesto que la mayoría de las alertas gatilladas no corresponden a quiebres de stock, alcanzando casi un 73% del total. Esto produce desconfianza por parte de los trabajadores encargados de inspeccionar las góndolas, quienes podrían ignorar las advertencias del OSCA.

En el año 2014, se realizó una auditoría a la cadena estudiada con el objetivo de evaluar el sistema actual y desarrollar un nuevo sistema de monitoreo de disponibilidad en góndola. Esta auditoría consistió en una medición del real estado de las góndolas durante 14 días y en una propuesta formal de un sistema que utiliza límites de Control para detectar quiebres. La etapa inicial de esta auditoría arrojó que un 13.9% de las mediciones reales correspondía a un quiebre de stock, dejando en evidencia que el problema persiste incluso después de 10 años del primer estudio nacional.

La detección de quiebres de stock es compleja para supermercados de la magnitud de la cadena estudiada. En Chile, el retailer ofrece más de 9000 SKUs distintos, separados en cuatro principales grupos de incidencia: el grupo de incidencia Top, Alta, Media y Baja. Se esperaría que los quiebres de productos con alta presencia en boletas sean relativamente sencillos de detectar, lo que disminuiría la dificultad de este problema. Desgraciadamente y como se puede observar en la Figura 1.1, menos del 2% del total de productos tiene una incidencia superior al 0.5% y más del 90% tiene una incidencia inferior al 0.15%, lo que no simplifica la problemática descrita.

Otros trabajos han buscado una solución a este problema [3], pero esta Memoria busca

aplicar un modelo distinto. Dado que se busca modelar un estado discreto de un sistema (Quiebre/No Quiebre), que además no es sencillamente observable debido a la cantidad de productos ofrecidos y que a la vez es dinámico en el tiempo, se aplicarán Modelos de Markov Ocultos para detectar los quiebres de stock en góndola.

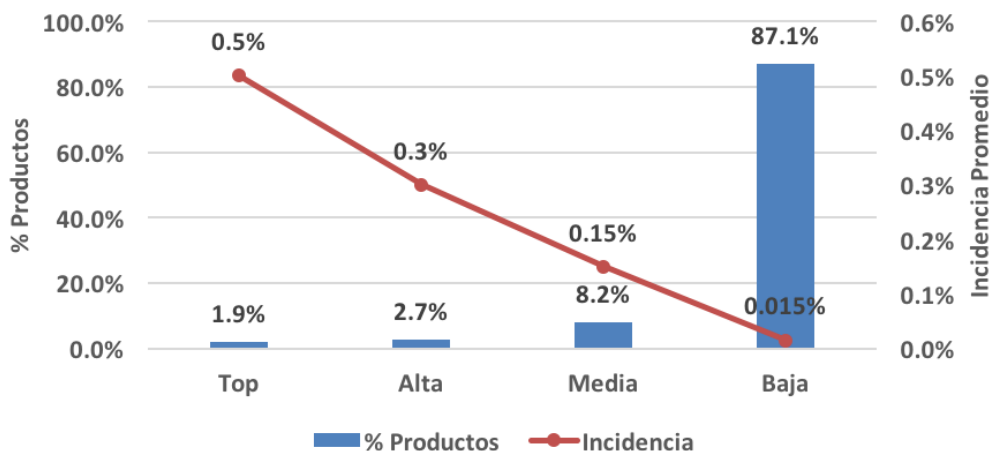


Figura 1.1: Incidencia de Productos

Los Modelos de Markov Ocultos son cadenas Markovianas cuyos estados son completamente desconocidos en un comienzo. Estos Modelos están definidos por un conjunto de estados, una matriz de transiciones entre sus estados, un conjunto (o rango) de posibles observaciones con sus probabilidades de ocurrencia en cada estado, y por las probabilidades de comenzar en cada uno de los estados de la cadena. Inicialmente sólo es posible observar los efectos de estar en alguno de sus estados, y el resto de sus componentes son desconocidas, aunque es posible tener una noción preliminar de su estructura y utilizarla como base para la estimación.

Los Modelos de Markov Ocultos ya han probado su eficiencia y validez en otros campos de estudio como la Biología, comportamiento de los clientes durante procesos de compra en línea [10], la identificación de patrones en discursos [12] y textos con un 90% de precisión [13], entre otros, por lo que resulta novedoso e interesante aplicar esta técnica a la industria de los supermercados.

1.1. Objetivo General

Detectar Quiebres de Stock en Góndola utilizando información transaccional.

1.2. Objetivos Específicos

- Estimar las componentes del modelo, incluyendo su cantidad de estados, probabilidades de transición y la distribución de probabilidad de las observaciones asociada a cada estado.

- Desarrollar un sistema que determine si una observación corresponde a un quiebre de stock o no, basándose en el modelo estimado.
- Determinar el poder predictivo del modelo estimado, comparando sus resultados con los obtenidos por el modelo propuesto por la Auditoría.

1.3. Alcances

Este trabajo de Memoria se basa en los datos recolectados durante la auditoría realizada en el año 2014 a una cadena de supermercados presente en Chile. Para la estimación de los modelos se utilizará la información transaccional de 10 salas de la cadena, comprendida entre el 18 de Febrero de 2013 y el 1 de Junio de 2014. Además, se cuenta con una medición del real estado de la góndola para los últimos 14 días, información que servirá para corroborar las clasificaciones realizadas por los modelos. Con el objetivo de tener contra qué comparar, se estimarán modelos que utilicen los mismos datos y las mismas variables que los modelos estimados para la Auditoría.

Cabe destacar que este trabajo no contempla la recolección de información adicional, puesto que la data disponible se considera suficiente para las estimaciones necesarias.

Además, se restringe el alcance de este trabajo a la actividad en la góndola y en las cajas, no se considerará incluir variables de inventario. La existencia de stock disponible en bodega es una condición necesaria para dar sentido al análisis que se piensa llevar a cabo, puesto que de nada sirve contar con un modelo que detecte anomalías en la góndola con un alto nivel de precisión si no se cuenta con los productos necesarios para tomar acciones de reposición.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Modelos de Markov Ocultos

Los Modelos de Markov Ocultos son modelos estadísticos que asumen que el sistema modelado es un proceso Markoviano, es decir, que su estado actual sólo depende del estado anterior. La diferencia que estos modelos poseen con las Cadenas de Markov conocidas es que sus estados son desconocidos, es decir, no son fácilmente observables y, por lo tanto, requieren ser estimados en base a información que sí pueda ser medida.

Para que un Modelo de Markov Oculto esté bien definido, debe contar con las componentes detalladas a continuación:

- Estados: esta componente corresponde a la variable oculta del modelo. Se identificarán como S_t , que indican el valor de la variable oculta en el instante de tiempo t , el cual sólo puede estar contenido en un conjunto definido $\{s_1, \dots, s_n\} = \mathcal{S}$.
- Observaciones: esta componente corresponde a la variable observable del modelo. Se denominarán como x_t e indican el valor de la variable observable en el instante t . Estas observaciones deben estar contenidas en un conjunto definido X , el cual puede ser discreto, continuo o incluso un vector de \mathbb{R}^n .
- Probabilidades Iniciales: indican la probabilidad de que una secuencia de observaciones comience en cierto estado. Se denominan como π_s , e indican la probabilidad de que una secuencia de observaciones comience en el estado s .
- Matriz de Transición: las componentes de esta matriz corresponden a la probabilidad de que el sistema pase de estar en un estado a otro. Consiste en una matriz cuadrada Q , en que el término q_{ij} representa la probabilidad de pasar del estado i al estado j .
- Probabilidades de Ocurrencia: indican la probabilidad de que la variable observada tome cierto valor, condicionada a que el sistema se encuentre en un estado determinado. Se identificarán como $f(x_t|S = s)$, lo que se interpreta como la probabilidad de observar el valor x_t cuando el sistema se encuentra en el estado s .

2.1.1. Modelo de Markov Oculto Aplicado a la Detección de Quiebres de Stock

Como se mencionó en la sección anterior, la topología de un Modelo de Markov Oculto está definida por una serie de elementos indispensables, entre los cuales se encuentran los Estados Ocultos que conforman la cadena y el conjunto que contiene las posibles observaciones que se generan a partir de ella, información que es clave en la formulación del modelo pues es el único factor observable. Para poder aplicar este modelo al problema abordado en este Trabajo de Memoria, es necesario identificar estas componentes dentro del contexto de un supermercado y adaptar la información disponible para que sea útil al momento de proponer una solución.

Un Quiebre de Stock ocurre cuando, por un intervalo continuo de tiempo, el elemento no se encuentra disponible para la venta [6], es decir, se considera que un producto se encuentra en quiebre de stock cuando este no está disponible en la góndola en un momento determinado. Sin embargo, existe una definición alternativa [7] que considera un quiebre de stock cuando el consumidor no es capaz de encontrar el producto que busca, ya sea porque efectivamente no está disponible o por la presencia de otros factores que dificultan su visibilidad, tales como exhibiciones especiales de otro producto, superposición de productos, entre otros. El efecto con mayor inmediatez causado por este tipo de eventos radica en la disminución de la incidencia en boletas del producto, es decir, el SKU comienza a aparecer con una menor frecuencia en las boletas emitidas durante el período de medición. Dado que el quiebre de stock no está siempre asociado a un desabastecimiento en góndola, la disminución de la incidencia no suele ser absoluta y la probabilidad de que se sigan realizando ventas del producto quebrado no es nula. Incluso en casos de desabastecimiento se pueden observar boletas debido al llamado "stock flotante", que corresponde a las últimas unidades disponibles que se encuentran dando vueltas por el supermercado abordo de los carros o en las manos de los consumidores.

De manera similar, existen factores externos que pueden generar incrementos en la cantidad de boletas que contengan el producto analizado. El clima, festividades o noticias pueden gatillar un interés especial en la adquisición de ciertos objetos, ocasionando una presencia en boletas mayor que el nivel normal al que una sala podría estar acostumbrada a observar usualmente.

Es por estas situaciones que se pueden definir distintos niveles de venta para cada producto ofrecido por una tienda. Existen factores externos no observables que pueden cambiar el comportamiento de los consumidores, y este cambio se ve reflejado en la demanda que existe por un objeto determinado. Dado que el razonamiento de las personas no es observable y además es dinámico a lo largo del tiempo, los niveles de venta generados a partir de estos cambios pueden ser interpretados como los Estados Ocultos de la Cadena de Markov. De manera adicional, dado que el número de boletas emitidas se ve influenciada por estos cambios, este valor puede ser considerado como la variable observable del modelo necesaria para inferir el estado en el que se encuentra el sistema. Bajo estas consideraciones, en la Figura 2.1 se presenta un esquema con la posible estructura de una Cadena de Markov Oculta para ser aplicada a la detección de quiebres de stock.

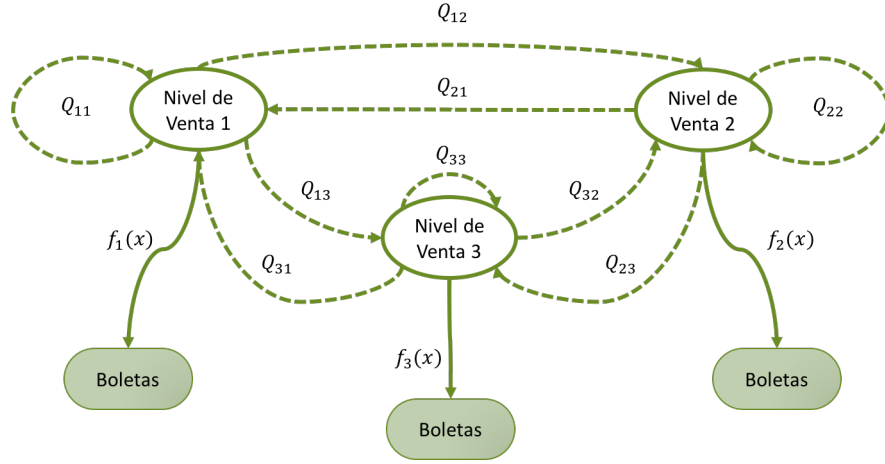


Figura 2.1: Modelo de Markov Oculto Aplicado a Quiebres de Stock

Esta estructura está compuesta por tres estados ocultos correspondientes a distintos Niveles de Venta. Entre estos estados, se encuentran las probabilidades de que el sistema pase de un estado a otro denotadas por Q_{ij} , y además cada estado tiene una función de distribución $f_s(x)$ asociada que determina la probabilidad de observar cierta cantidad de boletas, número que corresponde al único elemento fácilmente accesible por la cadena de supermercados. Notar que la distribución asociada al estado de Quiebre no se considera igual a 0 para todo número no nulo de boletas, puesto que, como se mencionó anteriormente, existen variadas razones por las que el producto se podría estar vendiendo incluso cuando la góndola se encuentre vacía.

No está de más mencionar que los modelos a estimar deben considerar información desagregada a nivel de producto y local, puesto que no todos los SKU presentan las mismas estacionalidades o tendencias, tampoco se ven afectados de la misma forma frente a factores externos, y además los mismos locales pueden tener formatos distintos. Los productos pueden tener distintos roles dependiendo del tamaño de la tienda, la ubicación, el surtido, entre otros, por lo que las componentes del modelo pueden no ser las mismas.

2.1.2. Verosimilitud de un Modelo de Markov Oculto

La Verosimilitud se interpreta como qué tan probable es observar cierto conjunto de datos a partir de un modelo determinado. Para la Verosimilitud de Modelos de Markov Oculto se define la siguiente matriz de probabilidad de ocurrencia:

$$M(x_t) = \begin{bmatrix} f(x_t|s=1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & f(x_t|s=S) \end{bmatrix}$$

Con las probabilidades de ocurrencia en la diagonal y ceros fuera de esta. Luego, la Verosimilitud de un Modelo de Markov Oculto consiste en la siguiente expresión [15]:

$$L_T = \Pi M(x_1) Q M(x_2) \cdots Q M(x_T) 1'$$

Siendo Π el vector de probabilidades iniciales y Q la matriz de transición. Finalmente, se multiplica por un vector de unos para transformar la expresión en un escalar y así poder buscar un máximo.

Sin embargo, dado que la Verosimilitud contempla la constante multiplicación de números contenidos en el intervalo $(0, 1)$, esta formulación falla con grandes volúmenes de datos, ya que este valor tiende rápidamente a 0. Lo usual es trabajar con el Logaritmo de la Verosimilitud, pero la aplicación de esta técnica no es tan directa para el caso de los Modelos de Markov Ocultos debido al uso de matrices en su función de verosimilitud. Para esto, se define la LogVerosimilitud Reescalada [15], cuyo procedimiento es el siguiente:

- 1^o Para la primera iteración se calcula $L_1 = \Pi M(x_1)$ y un término de reescalamiento definido como $scale_1 = \frac{L_1 1'}{S}$. Luego se define $L_1^* = \frac{L_1}{scale_1}$ como la nueva verosimilitud del período 1, y paralelamente se define un término de ajuste $LL_{temp} = \log(scale_1)$, el cual será utilizado para corregir los efectos de los reescalamientos en el valor final de la LogVerosimilitud.
- 2^o Para el resto de las iteraciones el procedimiento es similar, se calcula $L_t = L_{t-1}^* QM(x_t)$ y nuevamente se define el término $scale_t = \frac{L_t 1'}{S}$. La verosimilitud hasta el período t estará definida como $L_t^* = \frac{L_t}{scale_t}$, y el término de ajuste se actualiza en cada iteración por medio de la transformación $LL_{temp} = LL_{temp} + \log(scale_t)$.
- 3^o Para la última iteración, se define la LogVerosimilitud como $LL_{final} = \log(L_T^* 1') + LL_{temp}$. Este término consiste en el logaritmo de la suma de las verosimilitudes de cada uno de los estados, sumado al término de ajuste necesario para corregir los reescalamientos utilizados para mantener la verosimilitud de una magnitud lo suficientemente grande como para no indeterminar el valor.

2.1.3. Pertenencia a un Estado

Una porción importante de información a extraer de un Modelo de Markov Oculto es la probabilidad de pertenencia de una observación a cada uno de los estados de interés. Esta característica es crucial para poder clasificar cada dato disponible y poder determinar si el modelo estimado puede ser considerado una herramienta útil para detectar quiebres de stock.

Para determinar estas probabilidades, se utiliza la función de Verosimilitud definida en la sección anterior. Sea L'_t la Verosimilitud hasta el período t previa a la multiplicación por el vector $1'$. Esto es:

$$L'_t = \Pi M(x_1) QM(x_2) \cdots QM(x_t) = [L'_{t1} \quad \cdots \quad L'_{tS}]$$

Cada componente de L'_t representa la verosimilitud de estar en cada uno de los estados. Al dividir cada una por la suma de todas, se obtienen números entre 0 y 1 (que además suman 1) que pueden ser interpretados como la probabilidad de pertenencia a los estados. Esto se traduce en la siguiente igualdad:

$$P_t = \frac{L'_t}{L_t} = [P_{t1} \quad \cdots \quad P_{tS}]$$

Con estos valores se pueden clasificar las observaciones según se desee al identificar el estado que presente la mayor probabilidad de pertenencia. Es decir, el estado asociado a la observación del período t será el índice de la columna de P_t que contenga la máxima probabilidad de pertenencia.

2.1.4. Inferencia a partir de un Modelo de Markov Oculto

Adicional a la clasificación de acuerdo a estados, los Modelos de Markov Ocultos permiten predecir el valor de la variable observada, que en este caso corresponde a las boletas de un producto determinado. Para esto, se define la Esperanza de un Modelo de Markov Oculto de la siguiente manera:

$$\mathbb{E}(x_t) = \sum_{s=1}^S \mathbb{E}(x_t|s)P'_{ts}$$

Esto se traduce en la suma de las esperanzas condicionadas en el estado multiplicada por la probabilidad de estar en el estado. Cabe destacar que P'_{ts} es distinta a la probabilidad definida en la sección anterior, ya que P_{ts} depende del valor observado x_t en la última matriz de probabilidad de ocurrencia ($M(x_t)$). Para evitar la utilización del valor real en el cálculo de la esperanza, se utiliza la siguiente formulación:

$$L''_t = \Pi M(x_1) Q M(x_2) \cdots M(x_{t-1}) Q$$

$$P'_t = \frac{L''_t}{L''_t \mathbf{1}'}$$

De esta manera se elimina la dependencia del valor observado y se mantienen las características necesarias en estos valores para ser consideradas como probabilidades. Si bien este trabajo no contempla la estimación de boletas futuras, esta propiedad se utilizará para construir métricas de desempeño de los modelos y tener más información que respalde la elección de la versión definitiva.

2.2. Método de Estimación

Un método disponible para estimar los parámetros deseados es por medio de la maximización de la función de verosimilitud. Dado que esta se interpreta como un indicador de qué tan probable es observar la secuencia de datos ocurrida condicionada en los parámetros, al maximizar esta función se encuentran los estimadores que generan la mayor probabilidad de obtener las observaciones disponibles, por lo que este conjunto de valores corresponde al mejor candidato para los parámetros deseados. Sin embargo, esta metodología no es la más apropiada para el problema estudiado. La primera dificultad que presenta la máxima verosimilitud está relacionada con la dimensionalidad del problema. La cantidad de parámetros necesaria para definir el Modelo de Markov Oculto y cómo este número aumenta con la incorporación de cada estado adicional complica en desmedida el problema de optimización a resolver. Una segunda dificultad asociada a este método tiene que ver con el supuesto de certeza que hay detrás de la determinación de los estimadores. La máxima verosimilitud entrega un único punto como resultado, limitando el nivel de información que se tiene sobre

ellos y eliminando la posibilidad de que estos valores se muevan con cierta magnitud. Es por estas razones que se utilizará la Estimación Bayesiana para determinar los parámetros.

La Estimación Bayesiana está basada en el Teorema de Bayes, considerando como punto de partida las creencias que se tienen con respecto a los parámetros para luego ir modificándolas a medida que se va obteniendo nueva información. Sea y el conjunto de datos disponibles y θ el parámetro o vector de parámetros que se busca estimar. El Teorema de Bayes sostiene que la probabilidad de que θ sea el conjunto de parámetros buscado condicionada en el conjunto de datos y es igual a la probabilidad de observar los datos condicionada en el conjunto de parámetros, multiplicada por la creencia que se tiene sobre los parámetros y dividida por la probabilidad de observar los datos. Esto se traduce en la siguiente ecuación:

$$p(\theta|y) = \frac{p(y|\theta)p(\theta)}{p(y)}$$

El enfoque Bayesiano es un método iterativo que busca determinar la distribución de probabilidad de los parámetros y no una realización de estos como en el caso de la Máxima Verosimilitud, por lo que entrega un volumen mucho mayor de información con respecto a los valores buscados y sobre sus posibles variaciones. Dado que el denominador es constante en θ , este término se puede considerar como una constante para la distribución buscada, por lo que se omite para efectos de la estimación. Además, se puede notar que la probabilidad de observar los datos dados los parámetros corresponde a la función de verosimilitud definida en la sección 2.1.2, por lo que la ecuación anterior se puede reescribir de la siguiente forma:

$$p(\theta|y) \propto L_T(y|\theta)p(\theta)$$

Siendo $p(\theta)$ la distribución *prior* del parámetro y $p(\theta|y)$ la distribución *posterior*. En la i -ésima iteración, la *prior* es reemplazada por la *posterior* de la iteración anterior.

Por otro lado, los productos ofrecidos por un retailer tienen características distintas entre sí. No todos son igualmente demandados por los consumidores, ni con la misma frecuencia ni con las mismas estacionalidades. Incluso un mismo producto puede tener roles distintos en dos tiendas diferentes, dependiendo del formato que estas tengan. Por ejemplo, una bebida de medio litro puede tener una alta presencia en las boletas de una tienda de paso y de manera uniforme a lo largo de la semana, mientras que en una tienda con un tamaño mayor esta misma bebida podría ser preferida en un formato más familiar, por lo que el envase de medio litro es raramente observado en las boletas. Es por esto que resulta importante considerar cierta heterogeneidad en los parámetros a estimar, ya que el comportamiento de las ventas no es común para la totalidad del surtido ofrecido ni a lo largo de los locales de la cadena de un supermercado.

Para incorporar heterogeneidad en el modelo, se aplicará un enfoque jerárquico a la estimación, donde se asume que las distribuciones de los parámetros para cada local se derivan a partir de una distribución poblacional, es decir, que θ distribuye como una normal de hiperparámetro ϕ . Esto se traduce en:

$$p(\theta|y) \propto L_T(y|\theta)N(\theta|\phi)p(\phi)$$

Se utilizará un método de muestreo de Monte Carlo Markov Chain (MCMC) para encontrar la distribución de estos parámetros. Esta técnica consiste en la obtención de muestras por medio de la construcción de una cadena de Markov que posea la distribución deseada. Más específicamente, se aplicará el algoritmo de Metropolis-Hastings [14] debido a que la distribución *posterior* obtenida al multiplicar la verosimilitud de un modelo de Markov Oculto con la distribución normal de los parámetros no posee una forma cerrada. Este algoritmo consiste en generar una secuencia de muestras de tal forma que mientras mayor sea la cantidad de valores obtenidos, la distribución generada a partir de estos se acerca cada vez más a la distribución buscada, que en este caso corresponde a la distribución poblacional de los parámetros de interés. A continuación se detalla el procedimiento utilizado en este algoritmo:

- 1^o Escoger arbitrariamente un parámetro inicial (o vector de parámetros según sea el caso) y una distribución de probabilidad.
- 2^o Se define una función a aplicar en la muestra, la cual debe ser proporcional a la función de distribución deseada.
- 3^o En cada iteración, actualizar los parámetros de la distribución dado el último valor obtenido.
- 4^o Luego de actualizar la distribución, generar un nuevo valor a partir de esta condicionada en el valor anterior. Este nuevo elemento de la muestra se denomina candidato.
- 5^o Calcular el valor de la función evaluada en el candidato y determinar una probabilidad de aceptación del candidato en base al siguiente ratio:

$$a = \frac{f(\theta_c) P(\theta_c|\bar{\theta})}{f(\theta_{t-1}) P(\theta_{t-1}|\bar{\theta})}$$

Siendo θ_{t-1} el último valor aceptado, θ_c el candidato y $\bar{\theta}$ la media estimada de la distribución. Si $a \geq 1$, el candidato se acepta con probabilidad 1. En caso contrario, se acepta con probabilidad a . Para evaluar los candidatos se utilizará la función de Verosimilitud, cuya forma funcional para los Modelos de Markov Ocultos fue explicada en la sección 2.1.2.

- 6^o En caso de aceptar el candidato, se guarda su valor y se agrega a la muestra para actualizar la distribución en la iteración siguiente. Si se rechaza, se repite el último valor aceptado y se vuelve a iterar.

Si bien el algoritmo de Metropolis-Hastings es bastante útil para encontrar distribuciones multidimensionales, este método no está libre de poseer ciertas desventajas. Por un lado, el hecho de que los candidatos sean obtenidos a partir del candidato anterior produce cierta correlación en la muestra. Para evadir este problema, se almacena uno cada k parámetros, de esta forma se genera una muestra independiente que refleja correctamente la distribución deseada. Otro problema que podría surgir con este algoritmo es que el punto inicial se encuentre considerablemente lejos de la real distribución. Finalmente se logra alcanzar la zona de alta densidad, pero las primeras muestras podrían eventualmente producir un sesgo importante. Esto se soluciona descartando una fracción inicial de la muestra, fracción que se denomina *burn in period*.

2.3. Métricas de Desempeño

2.3.1. Matriz de Confusión

La Matriz de Confusión permite observar el desempeño de un algoritmo de clasificación supervisada o no supervisada. La estructura de esta matriz es la siguiente:

		Estado de la Góndola		Total
		Quiebre	No Quiebre	
Modelo	Alerta	Verdaderos Positivos	Falsos Positivos	P'
	No Alerta	Falsos Negativos	Verdaderos Negativos	N'
Total		P	N	

A partir de esta Matriz, se definen las siguientes métricas de desempeño:

- Error Tipo I: indica el nivel de equivocación al clasificar una observación como un quiebre de stock cuando realmente no lo es. En base a la Matriz de Confusión presentada anteriormente, el Error Tipo I corresponde al siguiente ratio:

$$\frac{\text{Falsos Positivos}}{N}$$

- Falsas Alarmas: corresponde al porcentaje de veces que las alarmas gatilladas por el modelo no eran quiebres de stock realmente. Se define este ratio de la siguiente manera:

$$\frac{\text{Falsos Positivos}}{P'}$$

- Poder de Predicción: indica el porcentaje de observaciones asociadas a quiebres de stock correctamente clasificadas, lo que equivale al siguiente ratio:

$$\frac{\text{Verdaderos Positivos}}{P}$$

2.3.2. Error Porcentual Absoluto Ponderado

El Error Porcentual Absoluto Ponderado (WAPE) corresponde a una versión alternativa del Error Porcentual Absoluto Promedio (MAPE), que sirve como indicador para medir el ajuste de cierto modelo a un conjunto de datos. Sean A_t y F_t los valores reales y predichos por el modelo respectivamente. El MAPE se define de la siguiente manera:

$$MAPE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \frac{A_t - F_t}{A_t} \right|$$

Este valor representa la diferencia promedio que existe entre el valor observado y el estimado (ya sea por sobreestimación o subestimación). El problema con esta formulación es que se indefine cuando no se observan boletas, es decir, cuando $A_t = 0$, caso que claramente se encuentra presente en el set de datos puesto que se busca estudiar la clasificación de quiebres de stock. Es por esta razón que se define el WAPE [5] de la siguiente manera:

$$WAPE = \frac{\sum |A_t - F_t|}{\sum A_t}$$

Con esta forma alternativa de calcular el ajuste se evitan los problemas ocasionados por la presencia de boletas nulas, por lo que se trabajará con esta formulación durante este trabajo.

Capítulo 3

Datos

3.1. Datos Transaccionales

Para determinar si un producto se encuentra o no en quiebre de stock sin estar monitoreando constantemente la góndola, se necesita información que indique si el producto se está vendiendo o no y determinar si este comportamiento es normal o si representa una anomalía en su demanda. Para el caso particular de esta Memoria, se trabajará con información transaccional de una gran cadena de supermercados de Chile correspondiente al período contenido entre el 18 de Febrero de 2013 y el 1 de Junio de 2014. Las bases de datos con las que se cuenta contienen las siguientes columnas:

- Fecha.
- Código del Local.
- Código del Producto.
- Cantidad de Boletas del Producto de la primera mitad del día.
- Cantidad de Boletas del Producto de la segunda mitad del día.
- Cantidad de Boletas del Producto diarias.
- Cantidad de Boletas Totales de la primera mitad del día.
- Cantidad de Boletas Totales de la segunda mitad del día.
- Cantidad de Boletas Totales diarias.

Esta base de datos contiene la información de 469 días para 10 locales distintos, lo que se traduce en 4690 observaciones para cada uno de los productos disponibles en la data. Adicionalmente, se generaron las siguientes variables en base a la fecha, cuyo principal objetivo es el de controlar los efectos producidos por estacionalidades y tendencias en la variable a modelar:

- Día de la Semana.
- Mes.
- Número de Semana (Tendencia).

- *Dummies* para indicar Feriados:
 - Año Nuevo.
 - Semana Santa.
 - Fiestas Patrias.
 - Halloween.
 - Navidad.
 - Otros.
- *Dummies* para indicar los dos días anteriores a los feriados descritos.
- *Dummies* para indicar los dos días posteriores a los feriados descritos.

3.2. Auditoría Externa

Para efectos de comparación de los resultados del modelo propuesto, se utilizará un estudio desarrollado en el año 2014 [2]. Al igual que este Trabajo de Memoria, el estudio tenía el objetivo de identificar quiebres de stock en las góndolas de una cadena de supermercados utilizando información de las ventas del producto.

Este estudio cuenta con una inspección de los productos en góndola y el posterior registro del real estado de esta. Esta medición se realizó dos veces al día durante 14 días en cada uno de los 10 locales contemplados en el estudio. La primera medición se realizaba a las 12:00 horas, y acumulaba la información de ventas contenida desde la apertura del local hasta el medio día, mientras que la segunda medición se realizaba a las 18:00 horas y consideraba las ventas realizadas entre las 12:00 y las 18:00 horas.

Una parte del estudio analizaba los datos de los productos con un nivel de agregación diaria. Para definir si un producto se encontraba en quiebre o no bajo este enfoque, ambas inspecciones en la góndola debían ser iguales. Si las dos mediciones correspondían a quiebre, entonces se consideraba que el producto presentó un quiebre de stock durante ese día, y de manera análoga se definía que un producto había estado disponible. Si las mediciones no coincidían, la observación de ese día no se consideraba para la validación

Por otro lado, también se analizaron productos considerando sólo las ventas efectuadas entre las 12:00 y las 18:00 horas. En este caso, sólo se consideraba la segunda medición del día para determinar el estado de la góndola (no era necesario que calzara con la primera), por lo que este enfoque cuenta con una mayor cantidad de observaciones para validar.

3.3. Análisis Descriptivo

Este trabajo contempla la utilización de la información de 14 productos para el enfoque de agregación diaria y de 19 para el de medio día. Si bien todos los locales tienen la misma cantidad de filas en la base de datos, no todas estas observaciones son válidas para el uso

en este estudio. Existen datos que indican una cantidad total de boletas diarias igual a 0, lo que da a entender que la tienda asociada estuvo inoperante durante ese día. Al eliminar estas observaciones del set de datos, se cuenta con la siguiente cantidad de días para cada uno de los locales considerados, representados por su ID:

Local	Días Válidos
32	455
48	463
54	462
62	459
72	462
73	458
76	462
83	462
87	463
682	290

Tabla 3.1: Cantidad de días válidos por Local

La corrección de la base de datos no disminuye en gran medida la disponibilidad de datos. La mayoría de los locales mantuvieron una cantidad similar de observaciones y no muy alejada del número original, a excepción del local 682 que redujo considerablemente el tamaño de su set de datos con 179 observaciones no válidas.

Para el primer enfoque se trabajó con Atún, Azúcar, Camarón, Chocolate, Gaseosa Naranja, Jugo en polvo, Jurel, Lasaña, Lavalozza, Leche, Toallas de Papel, Papas Duquesa, Quesillo y Té. Una vez descartadas las filas que no aportan información, se calculó el ratio entre la cantidad de boletas diarias del producto y la cantidad diaria total, que de ahora en adelante se denominará Incidencia:

Productos	Locales										Promedio
	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682	
Atún	0.24%	0.29%	0.27%	0.22%	0.28%	0.47%	0.39%	0.27%	0.26%	0.28%	0.30%
Azúcar	0.37%	0.30%	0.23%	0.12%	0.37%	0.52%	0.32%	0.27%	0.45%	0.27%	0.32%
Camarón	0.37%	0.38%	0.21%	0.17%	0.32%	0.28%	0.26%	0.40%	0.21%	0.22%	0.28%
Chocolate	0.26%	0.39%	0.16%	0.18%	0.11%	0.32%	0.41%	0.47%	0.26%	0.26%	0.28%
Gaseosa Naranja	0.36%	0.52%	0.19%	0.15%	0.37%	0.20%	0.42%	0.47%	0.38%	0.31%	0.34%
Jugo en Polvo	0.50%	0.56%	0.27%	0.14%	0.29%	0.33%	0.34%	0.88%	0.21%	0.36%	0.39%
Jurel	0.24%	0.25%	0.17%	0.11%	0.34%	0.35%	0.26%	0.26%	0.09%	0.19%	0.23%
Lasaña	0.15%	0.24%	0.11%	0.13%	0.13%	0.31%	0.22%	0.26%	0.13%	0.09%	0.18%
Lavalozza	0.89%	1.07%	0.38%	0.32%	0.69%	1.29%	0.76%	1.15%	0.70%	0.41%	0.77%
Leche	0.84%	0.78%	0.52%	0.34%	0.51%	0.84%	0.68%	0.86%	0.76%	0.66%	0.68%
Toallas de Papel	1.35%	1.29%	0.77%	0.51%	0.54%	1.27%	1.06%	1.76%	0.51%	0.69%	0.98%
Papas Duquesa	0.18%	0.22%	0.08%	0.08%	0.11%	0.21%	0.15%	0.21%	0.16%	0.11%	0.15%
Quesillo	0.21%	0.45%	0.18%	0.21%	0.24%	0.42%	0.30%	0.58%	0.21%	0.28%	0.31%
Té	0.83%	1.10%	0.56%	0.41%	0.77%	1.14%	0.56%	0.82%	0.70%	0.57%	0.75%

Figura 3.1: Incidencia Diaria de Productos por Local

La Figura 3.1 muestra la incidencia de cada uno de los productos del enfoque diario en cada uno de los locales considerados. En la imagen se destacan en intensidad lineal los valores que representan la mayor incidencia con respecto a los de una misma columna, siendo los de mayor intensidad los productos que poseen una mayor presencia en boletas. Dentro del

conjunto de de productos considerados para este enfoque, se puede notar que el Lavalozza, la Leche, las Toallas de Papel y el Té son los que poseen la mayor incidencia a lo largo de la mayoría de los locales, siendo más notoria esta diferencia en algunos que en otros. Esto sustenta el supuesto del cambio de comportamiento de los productos a lo largo de las distintas tiendas, por lo que la inclusión de heterogeneidad en los parámetros surge como una alternativa útil en la modelación.

En la Figura 3.2 se presenta la incidencia promedio de los productos considerando todos los locales, evidenciando la diferencia que existe en la popularidad de los SKU mencionados.

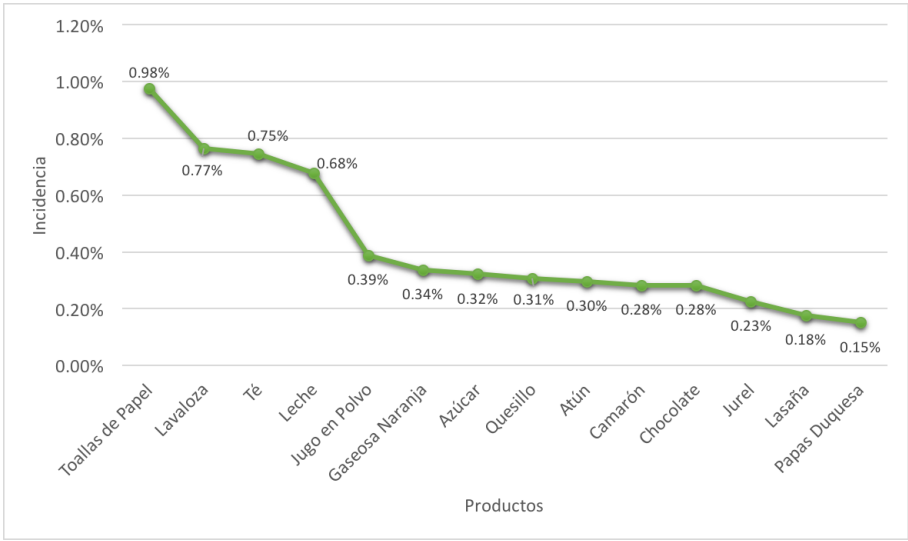


Figura 3.2: Incidencia Diaria Promedio de Productos

La Lasaña y las Papas Duquesa bordean el 0.15% de presencia en las boletas, por lo que corresponden al grupo de Incidencia Media según la clasificación expuesta en la Figura 1.1. Las Toallas de Papel, el Lavalozza, el Té y la Leche superan el 0.5%, clasificándolos en la categoría de Incidencia Top, mientras que el resto de los productos se encuentran en torno al 0.3%, por lo que se encontrarían en el grupo de Incidencia Alta.

Al agregar los quiebres de stock registrados para estos 14 productos en los 10 locales, la suma asciende a 115 eventos de un total de 1642 observaciones destinadas como muestra de validación repartidas a lo largo de los 14 días que duró la medición en góndola. La Figura 3.3 muestra la distribución de estos quiebres por producto, observándose que el Chocolate es por lejos el que tiene el mayor porcentaje de participación, con un 34% de las observaciones. Le siguen el Atún, el Jurel y la Lasaña con un 10% cada uno, mientras que los productos que presentan el porcentaje menor son la Gaseosa Naranja, las Toallas de Papel y las Papas Duquesa con un 1% aproximadamente.

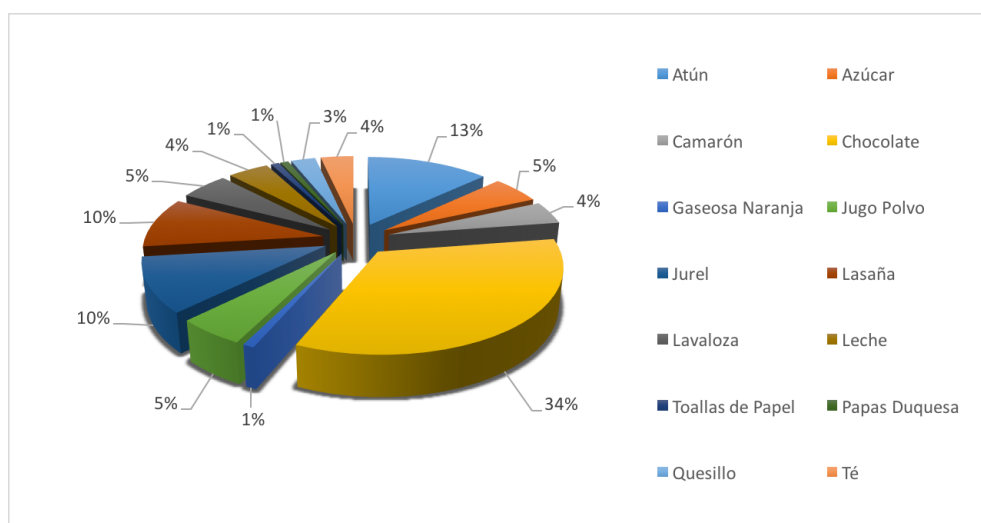


Figura 3.3: Quiébres de Stock Diarios por Producto

Por otro lado, para el enfoque de medio día se trabajó con los datos de Aceite, Atún, Azúcar, Cerveza, Chorizo, Galletas de Coctel, Gaseosa Naranja, Fósforos, Queso, Jugo en polvo, Lavalozza, Leche, Margarina, Mayonesa Light, Mayonesa, Toallas de Papel, Palmitos, Quesillo y Té. Al igual que para el enfoque de un día, se eliminaron aquellas observaciones que indicaban un cese en las operaciones de la tienda. De manera similar al enfoque anterior, se calculó la incidencia de estos productos en cada uno de los locales:

Productos	Locales										Promedio
	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682	
Aceite	0.39%	0.85%	0.73%	0.34%	0.44%	1.02%	0.70%	0.72%	0.26%	0.54%	0.60%
Atún	0.21%	0.28%	0.27%	0.21%	0.25%	0.44%	0.35%	0.25%	0.24%	0.26%	0.28%
Azúcar	0.36%	0.28%	0.23%	0.12%	0.37%	0.51%	0.32%	0.26%	0.42%	0.25%	0.31%
Cerveza	0.36%	0.72%	0.44%	0.10%	0.37%	0.77%	0.63%	0.47%	0.61%	0.44%	0.49%
Chorizo	0.28%	0.29%	0.15%	0.09%	0.27%	0.45%	0.42%	0.20%	0.36%	0.29%	0.28%
Galletas de Coctel	0.75%	1.02%	0.60%	0.61%	0.79%	0.73%	0.70%	1.37%	0.42%	1.12%	0.81%
Gaseosa Naranja	0.36%	0.54%	0.20%	0.16%	0.38%	0.20%	0.46%	0.49%	0.40%	0.33%	0.35%
Fósforos	0.91%	1.16%	0.42%	0.25%	0.72%	0.88%	0.90%	0.86%	0.75%	0.27%	0.71%
Queso	0.34%	0.50%	0.16%	0.26%	0.19%	0.55%	0.40%	0.34%	0.19%	0.37%	0.33%
Jugo en Polvo	0.46%	0.54%	0.26%	0.13%	0.27%	0.33%	0.33%	0.82%	0.20%	0.33%	0.37%
Lavalozza	0.85%	1.00%	0.38%	0.31%	0.66%	1.21%	0.73%	1.10%	0.67%	0.36%	0.73%
Leche	0.67%	0.67%	0.44%	0.27%	0.41%	0.74%	0.57%	0.74%	0.61%	0.47%	0.56%
Margarina	0.46%	0.43%	0.39%	0.31%	0.46%	0.88%	0.42%	0.45%	0.44%	0.30%	0.45%
Mayonesa Light	0.29%	0.27%	0.13%	0.13%	0.17%	0.31%	0.17%	0.30%	0.20%	0.33%	0.23%
Mayonesa	0.54%	0.37%	0.30%	0.20%	0.38%	0.54%	0.53%	0.47%	0.63%	0.31%	0.43%
Toallas de Papel	1.32%	1.29%	0.80%	0.52%	0.53%	1.20%	1.05%	1.71%	0.47%	0.65%	0.95%
Palmitos	0.42%	0.88%	0.37%	0.29%	0.54%	0.77%	0.40%	0.82%	0.18%	0.54%	0.52%
Quesillo	0.10%	0.22%	0.08%	0.09%	0.10%	0.18%	0.13%	0.25%	0.08%	0.14%	0.14%
Té	0.82%	1.04%	0.59%	0.42%	0.77%	1.15%	0.56%	0.80%	0.70%	0.52%	0.74%

Figura 3.4: Incidencia Medio día de Productos por Local

Para los datos de medio día no se observan tendencias tan marcadas a nivel desagregado. En algunos locales destaca levemente la incidencia de los mismos productos que en el enfoque diario, pero no es tan claro. Surgen también productos como las Galletas de Coctel y los Fósforos dentro de los de mayor incidencia.

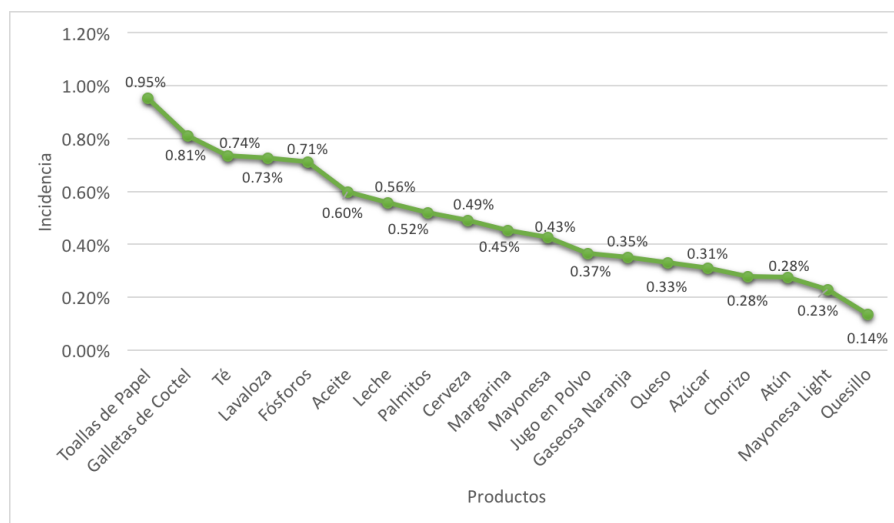


Figura 3.5: Incidencia Promedio de Productos para Medio día

Al agregar los datos de los 10 locales, las categorías de los productos se vuelven más claras. En la Figura 3.5 destacan los mismos productos del enfoque anterior y el Aceite, Cerveza, Galletas de Coctel, Margarina, Mayonesa y Palmitos se suman al grupo de Incidencia Top, mientras que el Quesillo demuestra un cambio en su clasificación de medio día al disminuir su incidencia y caer en el grupo de Incidencia Media.

Para validar el modelo con datos de medio día, se cuenta con un set con 2313 observaciones, de las cuales 62 corresponden a quiebre de stock. En la Figura 3.6 se detalla la distribución de estos quiebres por producto.

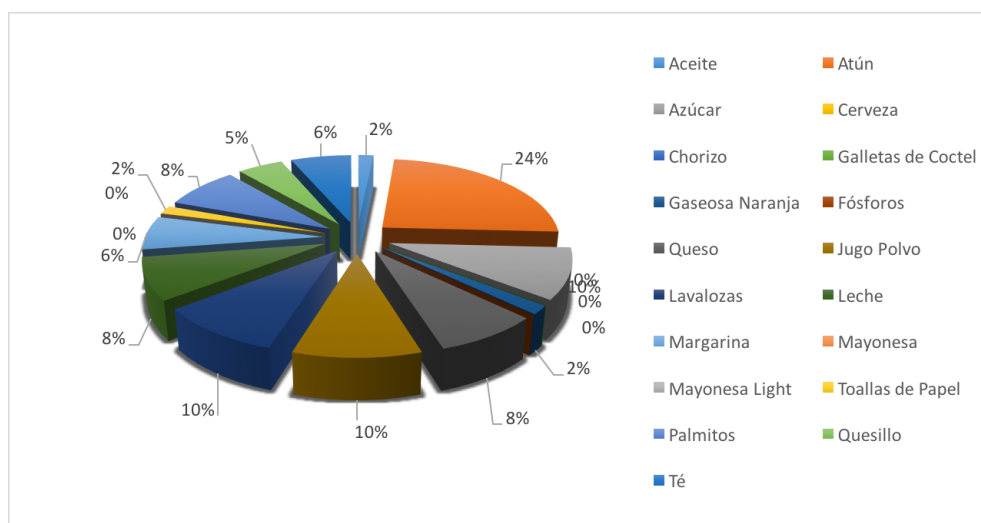


Figura 3.6: Quiebres de Stock de Medio Día por Producto

En este caso, la distribución es un poco más equitativa en relación a los quiebres de agregación diaria. El Atún es el que mayor participación tiene bajo el enfoque de medio día, con aproximadamente un 24% de los quiebres. Le siguen el Jugo en Polvo y Lavalozas con un 10%, valores que no se encuentran tan alejados del porcentaje del Atún, a diferencia del enfoque diario cuyo máximo era más del triple de su sucesor. Además se dan casos de

productos que no presentan quiebres como la Cerveza, Chorizo, Galletas de Coctel, Fósforos, Mayonesa Mayonesa Light, los cuales serán interesantes al momento de poner a prueba el modelo.

3.4. Limitaciones de los Datos

Los datos transaccionales con los que se cuenta fueron recolectados para un estudio anterior realizado hace más de un año, y ya no se mantiene el contacto con la empresa bajo análisis. El mínimo nivel de agregación que poseen los datos provistos es por medio día, lo que impide que se incluyan efectos asociados a la hora o a alguna etapa más específica del día. Si bien esta restricción no es tan limitante dado los bajos niveles de venta que se observan en períodos cortos de tiempo, habría sido interesante distinguir entre ventanas horarias asociadas a mañana, tarde y noche para discriminar distintos comportamientos a lo largo de un mismo día.

Además de esto y como se mencionó en la sección anterior, se observan datos de cierto local que se alejan considerablemente del comportamiento común del resto. Según los datos, el último local de la base de datos presenta 179 días con boletas totales nulas, mientras que las boletas nulas del resto oscilan entre los 6 y 14 días. Observando la secuencialidad de estas observaciones, se concluye que el local fue inaugurado en el día 173 del período de información o que hubo un error al momento de descargar las bases, lo que reduce la cantidad de datos disponibles para estimar los parámetros de ese local. Eso no invalida los resultados que se obtengan, pero el tener menos datos podría disminuir la confianza de los estimadores.

Capítulo 4

Topología del Modelo de Markov Oculto para la Detección de Quiebres

Como ya se ha mencionado en reiteradas ocasiones, la principal dificultad que trae consigo un Modelo de Markov Oculto consiste en la incapacidad de observar la real estructura que este posee. En primera instancia no se conoce la cantidad de estados presentes en la cadena ni lo que estos representan, por lo que es necesario estimar distintas versiones del modelo para poder llegar a una aproximación válida de la verdadera topología del modelo que se busca.

En el capítulo anterior, se mencionaron las variables disponibles para la modelación de las boletas diarias de cada producto. Estas consistían en el precio, seis variables para los días de semana, once para el mes, una variable que captura la tendencia, seis variables correspondientes a feriados y doce más asociadas a los días anteriores y posteriores a dichas festividades, más un intercepto que captará el comportamiento intrínseco de cada local y de los niveles base de día y mes para evitar problemas de colinealidad. Esto se traduce a alrededor de 40 parámetros a estimar para cada estado de la cadena (sin considerar los parámetros asociados a la matriz de transición), lo que representa un costo altísimo en cuanto a recursos computacionales y, por lo tanto, tiempo de estimación.

Es por esta razón que se estimaron modelos simplificados (con una menor cantidad de variables) para testear distintas estructuras posibles y determinar cuál de ellas es la que mejor se ajusta a los objetivos de este Trabajo de Título.

4.1. Consideraciones Generales

Si bien los modelos considerados para testear la topología de la cadena poseen características que los diferencian entre sí, existen aspectos que se mantuvieron constantes en cada versión.

En primer lugar, se asumió una distribución Binomial para modelar la probabilidad de observación de boletas en todos los modelos. Esto se traduce en la siguiente estructura para

la función de probabilidad de la observación de boletas:

$$f(x_t|S = s) = \binom{Y_t}{x_t} p_s^{x_t} (1 - p_s)^{Y_t - x_t}$$

Donde Y_t corresponde a las boletas totales y x_t a las boletas del producto bajo análisis del día t . El término p_s corresponde a la probabilidad de que una boleta contenga el producto estudiado, condicionada en que el sistema se encuentre en el estado s . A su vez, esta probabilidad condicional dependerá del conjunto de variables independientes antes mencionadas, de la siguiente manera:

$$p_s = \frac{1}{1 + \exp(-(\hat{\beta}_{0,s} - e^{\beta_{precio,s}} Precio_t^* + Z_t \beta_s))}$$

La variable $Precio_t^*$ es una transformación del precio original. Con el objetivo de que el precio promedio en cada tienda sea 0, se realiza el procedimiento denominado *mean center*, que consiste en calcular el promedio real de la variable a nivel de local y restar este valor a cada observación. Esto es:

$$Precio_t^* = Precio_t - \overline{Precio}_{store}$$

De esta manera, los precios que se encuentran sobre el precio promedio tendrán signo positivo y los que se encuentran bajo el promedio tendrán signo negativo. Este ajuste fue realizado para observar el efecto de alzas y disminuciones con respecto al precio de referencia de cada local, y su magnitud fue reducida para que fuera comparable al resto de las variables disponibles resumidas en el vector Z_t . Además, se impuso que el parámetro del precio fuera negativo por medio de la parametrización $-e^{\beta_{precio,s}}$.

Luego, para imponer que las probabilidades de ocurrencia sean distintas en cada uno de los estados ($p_s \neq p_{s'}$), se realiza una transformación adicional sobre el intercepto. Sean $\beta_{0,1}$, $\beta_{0,2}$, ..., $\beta_{0,S}$ los interceptos estimados para los estados 1, 2, ..., S respectivamente. Los parámetros asociados a cada estado están definidos por la siguiente recurrencia:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{0,1} &= \beta_{0,1} \\ \hat{\beta}_{0,2} &= \hat{\beta}_{0,1} + e^{\beta_{0,2}} \\ &\vdots \\ \hat{\beta}_{0,S} &= \hat{\beta}_{0,S-1} + e^{\beta_{0,S}} \end{aligned}$$

Esto impone que las probabilidades condicionales de ocurrencia no sólo sean distintas entre sí, sino que también establece un orden creciente entre los estados. El aumento en las probabilidades condicionales facilita la posterior interpretación de lo que cada estado representa, y además evita el fenómeno de *label switching* o intercambio de etiquetas [8], es decir, que los estados cambien su interpretación a medida que se va ajustando el modelo. Dado que $p_s < p_{s+1}$, se tiene que cada estado corresponde a un nivel de venta mayor que el anterior, lo que fija el estado de quiebre en el primer estado para todos los modelos a testear.

De manera adicional, la estimación de la Matriz de Transición Q requiere de una parametrización adicional dada la restricción de que las componentes de cada fila deben sumar 1. Para esto, se estimaron $S - 1$ parámetros para cada fila, lo que se traduce en $S(S - 1)$ incógnitas en total debido a las dimensiones que debe tener la matriz. La parametrización

utilizada preliminarmente es la siguiente:

$$Q_{ij} = \frac{e^{\gamma_{ij}}}{1 + \sum_{k=1}^{s-1} e^{\gamma_{ik}}}, \forall j < s$$

$$Q_{iS} = 1 - \sum_{k=1}^{s-1} e^{\gamma_{ik}}$$

Siendo γ_{ij} los parámetros que se necesitan estimar para poder construir debidamente la Matriz de Transición. Esta transformación garantiza que las componentes de la matriz Q tomen valores entre 0 y 1 y que además sumen 1 en cada fila. Cabe destacar que no es estrictamente necesario que la última componente de cada fila sea la que se calcule en función del resto, puede ser cualquiera siempre y cuando se sea consistente con la modelación de la matriz.

4.2. Definición de Modelos

Para estas versiones preliminares, se incluirá la variable transformada de precio y las asociadas a los días de la semana, más un intercepto que capturaré el nivel de ventas característico del local, en un día domingo (elegido como nivel base para los días de la semana).

Dado que cada estado representaría distintos niveles de venta, se evaluó el desempeño del modelo de Markov Oculto con dos, tres y cuatro estados con el objetivo de determinar una topología que se ajuste de manera satisfactoria a los datos disponibles, pero no a un nivel que pueda ser considerado sobre ajuste.

Sin embargo, es necesario considerar la posibilidad de que el modelo no capture por sí solo el impacto que los quiebres de stock produzcan en el nivel de venta de los productos. Las Cadenas de Markov Ocultas sirven para modelar el comportamiento de un sistema con estados discretos y dinámicos en el tiempo, pero los quiebres de stock podrían ser interpretados como una anomalía en el comportamiento esperado, por lo que habría que incorporar nuevas restricciones para poder capturar este tipo de eventos. Como una posible solución a este problema, se define el denominado Estado 0, cuya principal característica radica en imponer una probabilidad condicional muy pequeña de observar boletas. Esto se traduce en la siguiente restricción:

$$f(x_t | S = E_0) = \binom{Y_t}{x_t} (\varepsilon)^{x_t} (1 - \varepsilon)^{Y_t - x_t}$$

Con $\varepsilon = 10^{-5}$ (para mayor detalle acerca de la elección de este valor, observar el Apéndice A). Con esto se buscará captar aquellas observaciones que tengan bajo nivel de ventas para posteriormente clasificarlas como un posible quiebre de stock. Cabe destacar que el hecho de que se imponga una probabilidad condicional pequeña pero no nula da espacio a la posibilidad de que el quiebre se haya producido durante el día y no precisamente a comienzos de este.

En base a estas alternativas, se definen seis diferentes modelos a estimar, los cuales se detallan a continuación:

1. **Modelo con Dos Estados irrestrictos:** esta versión se basa en el supuesto de que la cadena oculta está compuesta por un Estado de Baja Venta y otro de Alta Venta.

Cada estado tendrá asociada una probabilidad condicional p_1 y p_2 respectivamente, las cuales a su vez estarán determinadas por las variables precio, días de la semana y el intercepto. Esto se traduce en 18 parámetros a estimar para cada uno de los productos estudiados. En cuanto a la clasificación de quiebres, con este modelo se asume que basta con diferenciar las observaciones de bajo nivel de venta para identificar estos eventos, por lo que todas aquellas que se asocien al Estado de Baja Venta se considerarán como quiebres de stock.

2. **Modelo con el Estado 0 y un Estado irrestricto:** en este caso, se testea un modelo compuesto por un Estado de Quiebre y otro de Venta Normal o Promedio. Esta vez, se impone que la probabilidad condicional asociada al Estado de Quiebre p_1 sea igual a 0.00001, mientras que la asociada al Estado de Venta Promedio p_2 estará determinada por las covariables mencionadas reiteradamente, tal y como se impuso en el Modelo 1. Con esta restricción, el número de parámetros se reduce a 10. Las observaciones clasificadas como quiebre de stock serán aquellas asociadas al primer estado, es decir, el Estado de Quiebre.
3. **Modelo con Tres Estados irrestrictos:** este modelo asume una estructura similar a la del Modelo 1, sólo que esta vez aporta flexibilidad al incorporar un nivel extra de ventas. En este caso, se tendría el Estado Venta Baja, Venta Promedio y Venta Alta, siendo el primero el que se asociará con quiebres de stock. Las probabilidades condicionales tendrán la misma estructura que en el Modelo 1, pero esta vez es necesario determinar p_1 , p_2 y p_3 , resultando un modelo con 30 parámetros a estimar.
4. **Modelo con el Estado 0 y Dos Estados irrestrictos:** de manera análoga al modelo anterior, esta versión busca darle flexibilidad al Modelo 2 al incorporar un nivel adicional de venta. Para este último modelo, se testeará una cadena oculta con el Estado Quiebre, un Estado de Venta Promedio y otro de Venta Alta. Se mantiene la restricción de $p_1 = 0,00001$, mientras que p_2 y p_3 mantienen su dependencia sobre las covariables mencionadas. Para este modelo se deben estimar 22 parámetros.
5. **Modelo con Cuatro Estados irrestrictos:** de manera análoga al Modelo 1 y 3, esta versión asume que el estado de quiebre se manifestará sin ayuda de restricciones adicionales. Para este modelo, es necesario determinar cuatro probabilidades condicionales p_1 , p_2 , p_3 y p_4 , lo que aumenta el número de parámetros a 44.
6. **Modelo con el Estado 0 y Tres Estados irrestrictos:** al igual que con los Modelos 2 y 4, se impone la restricción sobre la primera probabilidad condicional $p_1 = 0,00001$ y se agregan tres estados adicionales cuyas probabilidades de éxito p_2 , p_3 y p_4 quedan determinadas por las covariables mencionadas. Para este modelo se necesitan 36 parámetros.

De manera adicional, antes de incluir el resto de las covariables disponibles se realizará una última modificación al modelo que mejor desempeño presente de las seis versiones presentadas, con el objetivo de estudiar el proceso de ocurrencia de quiebres y no sólo limitarse a la detección de estos. Se buscará incorporar heterogeneidad a la matriz de transición de la misma forma en que lo realizó Montoya et al. [11]. Para cada fila de la matriz, las componentes que la conforman estarán parametrizadas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
q_{s1t} &= \frac{\exp(\hat{\tau}_{s1} - \rho_s \text{Precio}_t^*)}{1 + \exp(\hat{\tau}_{s1} - \rho_s \text{Precio}_t^*)} \\
q_{s2t} &= \frac{\exp(\hat{\tau}_{s2} - \rho_s \text{Precio}_t^*)}{1 + \exp(\hat{\tau}_{s2} - \rho_s \text{Precio}_t^*)} - \frac{\exp(\hat{\tau}_{s1} - \rho_s \text{Precio}_t^*)}{1 + \exp(\hat{\tau}_{s1} - \rho_s \text{Precio}_t^*)} \\
&\vdots \\
q_{sSt} &= 1 - \frac{\exp(\hat{\tau}_{sS-1} - \rho_s \text{Precio}_t^*)}{1 + \exp(\hat{\tau}_{sS-1} - \rho_s \text{Precio}_t^*)}
\end{aligned}$$

De manera análoga a la transformación de los interceptos de las probabilidades condicionales, los coeficientes $\hat{\tau}_{ss'}$ se calculan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\hat{\tau}_{s1} &= \tau_{s1} \\
\hat{\tau}_{s2} &= \hat{\tau}_{s1} + e^{\tau_{s2}} \\
&\vdots \\
\hat{\tau}_{sS'} &= \hat{\tau}_{sS'-1} + e^{\tau_{sS'}}
\end{aligned}$$

Esta modificación al modelo tiene el objetivo de estudiar el efecto del precio en la transición entre estados para así poder entender de mejor forma el mecanismo que se encuentra detrás de la ocurrencia de un quiebre de stock y así poder estar mejor preparado para estos acontecimientos.

4.3. Evaluación de Modelos

Las distintas topologías se evaluaron de acuerdo a dos principales aspectos. Por un lado se testeó el poder de clasificación de cada uno de los modelos, esto es la capacidad de identificar correctamente las observaciones de quiebre. Por otro lado, se observó el ajuste de los modelos, siendo este el nivel de similitud que la predicción de los modelos tiene con los datos realmente observados.

Para efectos de simplificación de las tablas, los modelos descritos en la sección anterior serán identificados de acuerdo a la siguiente asignación:

- Modelo 1: Dos Estados irrestrictos.
- Modelo 2: Estado 0 y un Estado irrestricto.
- Modelo 3: Tres Estados irrestrictos.
- Modelo 4: Estado 0 y Dos Estados irrestrictos.
- Modelo 5: Cuatro Estados irrestrictos.
- Modelo 6: Estado 0 y Tres Estados irrestrictos.

El escenario ideal consiste en una Matriz de Confusión con ceros fuera de la diagonal, lo que significaría una perfecta clasificación. Dada la definición de estos indicadores descrita en la sección 2.3.1, los valores deseados son un Error Tipo I y un porcentaje de Falsas Alarmas muy cercanos a 0%, y un Poder de Detección lo más cercano posible al 100%. El Error Tipo I cercano a 0% sucede cuando el modelo asigna la clase de interés (Quiebre) incorrectamente en pocas oportunidades (bajo número de Falsos Positivos); las Falsas Alarmas corresponden a la proporción de Falsos Positivos del total de veces que el modelo alertó; y el Poder de Detección representa la proporción detectada de quiebres del total disponible.

Una vez aclarada la abreviación de los modelos y el significado de sus indicadores, a continuación se presenta la tabla de ajuste de los modelos evaluados:

Modelo	Estados	Estado 0	LogVerosimilitud	WAPE [%]	Out of Sample WAPE[%]
Modelo 1	2	No	-297877.6	472.41	254.45
Modelo 2	2	Sí	-338362.0	64.37	72.56
Modelo 3	3	No	-245456.2	49.69	68.07
Modelo 4	3	Sí	-252544.5	41.0	39.57
Modelo 5	4	No	-229861.2	40.75	42.48
Modelo 6	4	Sí	-267796.2	60.27	79.34

Tabla 4.1: Ajuste Modelos Preliminares

El valor de la LogVerosimilitud Total corresponde a la suma de las LogVerosimilitudes de los modelos estimados para cada uno de los 14 productos en las 10 tiendas, mientras que la Promedio corresponde a su promedio simple considerando la misma cantidad de modelos. En este aspecto, se observa el efecto contrario al manifestado en la clasificación. Los modelos con el Estado 0 poseen una verosimilitud menor a los modelos con la misma cantidad de estados pero sin restricciones. Si bien este fenómeno se presenta en las tres distintas longitudes de la cadena, la magnitud de esta diferencia no es tan grande como lo era en la clasificación, que en los casos más notorios llegaba a ser 4 veces mayor.

Con respecto al ajuste, el Modelo 1 falla considerablemente en la predicción de la incidencia de los productos bajo análisis, con un 472.41 % de error en todo el set de datos y un 254.45 % de error en el set de validación. Los Modelos 4 y 5 son los que mejor se ajustan a los datos disponibles según estos dos indicadores, y además presentan LogVerosimilitudes Total y Promedio relativamente pequeñas con respecto a los otros modelos. Esto, sumado a los resultados de la clasificación, posiciona al Modelo 4 de Dos Estados irrestrictos y Estado 0 como el modelo con mejor desempeño a nivel general.

Para complementar el ajuste obtenido, se presenta la Tabla 4.2 que resume los resultados de la clasificación de los primeros seis modelos a evaluar:

Modelo	Error Tipo I	Falsas Alarmas	Poder de Detección
Modelo 1	46.63 %	89.9 %	69.57 %
Modelo 2	1.7 %	25.74 %	65.22 %
Modelo 3	21.48 %	80.99 %	66.96 %
Modelo 4	1.11 %	18.89 %	63.48 %
Modelo 5	21.55 %	88.44 %	31.39 %
Modelo 6	3.47 %	41.09 %	66.09 %

Tabla 4.2: Clasificación Modelos Preliminares

En cuanto a la capacidad de identificar quiebres de stock, los modelos presentaron un desempeño relativamente similar entre el 63 % y el 70 %, a excepción del Modelo 5, correspondiente a la versión de Cuatro Estados que se aleja considerablemente del promedio con

un 31.39%. Las diferencias se hacen notar en los otros dos indicadores, los cuales dan las primeras luces sobre la topología real del modelo.

Por un lado, se observa que la inclusión del Estado 0 mejora notoriamente los resultados para los tres largos de la cadena evaluados, tanto en la disminución de la incorrecta clasificación como en la proporción de esta en comparación a la asignación acertada. El Modelo 2 se desempeña mejor que el Modelo 1, el Modelo 4 mejor que el Modelo 3 y el 6 mejor que el 5, generando los primeros indicios de que es necesario imponer restricciones en el estado de quiebre para que este logre identificar de manera correcta las observaciones de interés.

Además, se puede notar que los resultados mejoran al pasar de la versión de Dos Estados a la de Tres, pero que empeoran o se mantienen relativamente similares al pasar de la versión de Tres a la de Cuatro.

En base a estos resultados, se definió el último modelo a evaluar antes de la estimación de la versión final:

- Modelo 7: Estado 0 y Dos Estados irrestrictos con Matriz de Transición dependiente del precio.

Como se mencionó en la sección anterior, esta versión tiene el objetivo de testear el efecto que el precio podría tener en la probabilidad de pasar de un estado a otro. Dado que el mejor modelo fue el compuesto por el Estado 0 y Dos Estados irrestrictos, se mantendrá esta estructura y se incluirá la parametrización alternativa descrita anteriormente.

Al igual que con los modelos anteriores, a continuación se presentan las Tablas que resumen el ajuste y los resultados de la clasificación del nuevo modelo:

Modelo	Estados	Estado 0	LogVerosimilitud	WAPE [%]	Out of Sample WAPE [%]
Modelo 7	3	Sí	-252181.5	41.29	41

Tabla 4.3: Ajuste Modelo con Matriz de Transición en función del Precio

Modelo	Error Tipo I	Falsas Alarmas	Poder de Detección
Modelo 7	1.11 %	18.89 %	63.48 %

Tabla 4.4: Clasificación Modelo con Matriz de Transición en función del Precio

Con respecto al Modelo 4, se puede observar que el Modelo 7 mantuvo los resultados de clasificación de quiebres, lo que convierte a su topología en una buena candidata para el modelo definitivo. En cuanto al ajuste, el Modelo 7 mejoró levemente la LogVerosimilitud y disminuyó de igual forma el Error Porcentual, pero su desempeño en este aspecto es relativamente similar. Sin embargo, el Modelo 7 considera variables que contribuyen a la comprensión del comportamiento del sistema frente a distintos cambios de precio, es decir, ayuda a entender qué tan probables son ciertas transiciones entre los estados según distintos escenarios, por lo que se elige esta versión como la definitiva para este trabajo.

Capítulo 5

Análisis del Modelo Final

Una vez definida la topología definitiva del modelo aplicado a la detección de quiebres de stock, se agregaron el resto de las variables disponibles. El Modelo de Markov Oculto final a estimar está compuesto por tres estados, de los cuales el primero es el denominado Estado 0 (el cual será interpretado como el asociado a quiebres de stock) y los dos restantes serán estados irrestrictos. Esta versión requiere tres probabilidades de éxito, una para cada estado, y quedarán definidas de la siguiente manera:

$$p_1 = 0,00001$$
$$p_2 = \frac{1}{1+\exp(-(\hat{\beta}_{0,2}-e^{\beta_{precio,2}} \text{Precio}_t^* + Z_t\beta_2))}$$
$$p_3 = \frac{1}{1+\exp(-(\hat{\beta}_{0,3}-e^{\beta_{precio,3}} \text{Precio}_t^* + Z_t\beta_3))}$$

En este caso, el vector Z_t contiene 36 variables, las cuales se organizan de la siguiente manera:

- $Z_{t1} - Z_{t16}$: variables dicotómicas que representan el día de la semana correspondiente a la observación. Están ordenadas de Lunes a Sábado, dejando el Domingo como nivel base para evitar problemas de colinealidad.
- Z_{t17} : variable semanal que representa la tendencia intrínseca de las ventas del producto en el local. De manera similar a como se hizo con el precio, la magnitud de la tendencia fue reducida para que los parámetros fueran comparables entre sí. Los datos disponibles contemplan 67 semanas de información.
- $Z_{t18} - Z_{t18}$: variables dicotómicas que indican el mes en el que se encuentra la observación. Están ordenadas de Enero a Noviembre, dejando el mes de Diciembre como nivel base para evitar problemas de colinealidad, al igual que como se hizo con las variables correspondientes a los días de la semana.
- $Z_{t19} - Z_{t21}$: variables dicotómicas que representan los días anteriores a Navidad, Navidad, y los días posteriores a Navidad respectivamente.
- $Z_{t22} - Z_{t24}$: variables dicotómicas que representan los días anteriores a Halloween, Halloween, y los días posteriores a Halloween respectivamente.
- $Z_{t25} - Z_{t27}$: variables dicotómicas que representan los días anteriores a Fiestas Patrias, Fiestas Patrias, y los días posteriores a Fiestas Patrias respectivamente.

- $Z_{t28} - Z_{t30}$: variables dicotómicas que representan los días anteriores a Año Nuevo, Año Nuevo, y los días posteriores a Año Nuevo respectivamente.
- $Z_{t31} - Z_{t33}$: variables dicotómicas que representan los días anteriores a Semana Santa, Semana Santa, y los días posteriores a Semana Santa respectivamente.
- $Z_{t34} - Z_{t36}$: variables dicotómicas que representan los días anteriores a un feriado, el día feriado, y los días posteriores a un feriado respectivamente.

Todas estas variables tienen el objetivo de controlar estacionalidades y eventos especiales que podrían influenciar la presencia o ausencia de un producto en las boletas del día.

De manera adicional a la inclusión de estas variables, se trabajará con la matriz de transición como una función del precio, formulación que fue testeada en el Modelo 7 de la sección anterior y que mantuvo la capacidad predictiva. Si bien esta versión no mejoró en gran medida las métricas de desempeño consideradas, se decide incorporar el precio a la matriz de transición ya que esto aporta a la capacidad de interpretación de los parámetros y podría eventualmente ayudar a entender la influencia que los cambios de precio tienen sobre la ocurrencia de quiebres.

5.1. Análisis de Resultados para Enfoque Diario

Para la estimación de este modelo se realizaron 300.000 iteraciones del algoritmo de Metropolis Hastings descrito en la sección 2.2. El gráfico de la Figura 5.1 muestra la evolución de la LogVerosimilitud del modelo aplicado a todos los productos estudiados, la cual tiende a un valor relativamente estable.

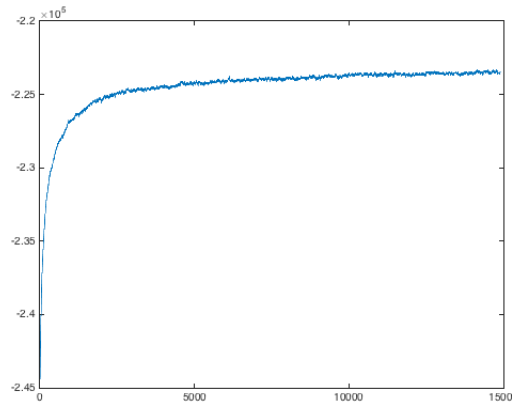


Figura 5.1: Convergencia LogVerosimilitud Modelo Final

Un valor estable de la LogVerosimilitud indica que el algoritmo ha encontrado una distribución que se ajusta de buena manera a los datos, por lo que seguir iterando no mejorará considerablemente los resultados del modelo evaluado. Aún así, se realizaron estimaciones con 500.000 y 1.000.000 de iteraciones para verificar esta conclusión, y los estimadores no presentaron grandes cambios, lo que confirma la suposición de la estabilización de la LogVerosimilitud del modelo.

El ajuste logrado por la versión final se resume a continuación en la Tabla 5.1:

	LogVerosimilitud	WAPE [%]	Out of Sample WAPE [%]
Modelo Final	-219790.9	34.65	41.69

Tabla 5.1: Ajuste Modelo Final

En comparación a su versión simplificada (correspondiente al Modelo 7, que sólo consideraba el precio y los días de la semana como variables dependientes), este modelo logra disminuir tanto la LogVerosimilitud como el Error Porcentual Global, presentando un leve aumento en el Error del set de validación. En la Tabla 5.2 se presenta el ajuste desagregado por tienda y producto:

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Atún	-1395.2	-1392	-1340.4	-1389.8	-1530.8	-1710.6	-1475.2	-1455.6	-1322.1	-2051.1
Azúcar	-1557.8	-1398	-1245.5	-1190.5	-1476.1	-1748.7	-1240.5	-1363.5	-1475.6	-2157.1
Camarón	-1532.3	-1481.9	-1246.3	-1302.3	-1597.2	-1646.9	-1300.3	-1537.7	-1247.8	-1874.8
Chocolate	-1538.3	-1553.2	-916.5	-1390.5	-1254.3	-1613.1	-1489	-1557.1	-1340.1	-2028.3
Gaseosa Naranja	-1719.4	-1776.8	-1240.8	-1288	-1707.7	-1324.8	-1438.8	-1756.5	-1508.2	-2249.3
Jugo en Polvo	-1806.9	-1716.3	-1329.1	-1201.6	-1605.6	-1641.2	-1400.2	-1966.7	-1164.8	-1921.4
Jurel	-1462.5	-1367.3	-1248.1	-1211.4	-1539.4	-1622.4	-1333	-1435.3	-883.5	-1524.3
Lasaña	-1356.5	-1444	-1109	-1283.9	-1287.5	-1697.4	-1372.9	-1586.8	-1004.7	-1396.1
Lavalzoa	-2176.3	-1879.2	-1371.5	-1483.6	-1777.2	-2301.5	-1640.1	-1874	-1826.4	-2563.6
Leche	-1708.2	-1607.6	-1482.4	-1473.7	-1630.4	-2018.7	-1610.6	-1696.2	-1597.2	-2448.2
Toallas de Papel	-2274.2	-2002.3	-1676.8	-1735.6	-1735.9	-2277.5	-1750.2	-2527.3	-1533.9	-2385.6
Papas Duquesa	-1267.6	-1279	-882.3	-996.9	-1141.6	-1405.6	-1050	-1336.6	-1061.2	-1503.8
Quesillo	-1443.5	-1638.7	-1252.8	-1417	-1535.7	-1653.8	-1330.5	-1882.1	-1284	-1889
Té	-1880.4	-1857	-1539.7	-1557	-1754.9	-2154.2	-1530.6	-1876.5	-1608.1	-2420.8
Promedio	-1651.3	-1599.5	-1277.2	-1351.5	-1541	-1772.6	-1425.8	-1703.7	-1346.9	-2029.5

Tabla 5.2: LogVerosimilitud Modelo Final por Producto

Se observa que el modelo logró un ajuste similar para la mayoría de los productos en la mayoría de los locales. El local que más se aleja del desempeño promedio es el 682, que como se mencionó en la sección 3.4 tiene una cantidad de observaciones casi un 38% menor que el resto de los locales. Esto se traduce por ejemplo en un set de datos que no posee observaciones para todos los meses del año o para solo algunos de los festivos considerados, por lo que aquellos parámetros podrían eventualmente no poseer información que respalde los valores estimados.

Adicionalmente, se presentan a continuación los parámetros transformados para cada producto, es decir, los valores de las componentes del Modelo de Markov Oculto que se generan a partir de la parametrización descrita en la sección 4.1. Para un mayor detalle acerca de los parámetros estimados previos a la parametrización, esta información se encuentra en el Apéndice B.

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0034	0.0052	0.0035	0.0032	0.0032	0.0045	0.0056	0.0034	0.0058	0.0029
p_3	0.0034	0.0053	0.0035	0.0033	0.0032	0.0061	0.0056	0.0034	0.0058	0.0029
Q_{11}	0.84	0.71	0.45	0.65	0.73	0.59	0.36	0.83	0.75	0.44
Q_{12}	0.11	0.15	0.21	0.25	0.06	0.26	0.13	0.13	0.1	0.09
Q_{13}	0.07	0.16	0.36	0.11	0.23	0.17	0.53	0.05	0.17	0.49
Q_{21}	0.02	0.02	0.02	0.03	0.02	0.04	0.03	0.01	0.1	0.03
Q_{22}	0.86	0.92	0.86	0.85	0.87	0.88	0.78	0.89	0.82	0.84
Q_{23}	0.14	0.08	0.14	0.13	0.13	0.1	0.2	0.11	0.09	0.14
Q_{31}	0.01	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.03	0.01	0.02	0.01
Q_{32}	0.1	0.1	0.06	0.09	0.08	0.13	0.1	0.12	0.08	0.09
Q_{33}	0.91	0.9	0.94	0.92	0.92	0.87	0.89	0.89	0.91	0.91

Tabla 5.3: Componentes del Modelo para Atún

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0037	0.0028	0.0023	0.0017	0.0046	0.0089	0.0032	0.0026	0.0048	0.0026
p_3	0.0037	0.0028	0.0023	0.0017	0.0047	0.009	0.0044	0.0031	0.0048	0.0027
Q_{11}	0.52	0.56	0.63	0.6	0.53	0.67	0.91	0.63	0.53	0.73
Q_{12}	0.12	0.13	0.04	0.05	0.09	0.16	0.02	0.05	0.3	0.28
Q_{13}	0.37	0.32	0.35	0.36	0.39	0.18	0.08	0.34	0.19	0.01
Q_{21}	0.03	0.01	0.01	0.02	0.01	0.03	0.03	0.01	0.02	0.02
Q_{22}	0.8	0.9	0.95	0.93	0.9	0.83	0.85	0.88	0.85	0.06
Q_{23}	0.19	0.1	0.06	0.07	0.1	0.16	0.14	0.12	0.15	0.93
Q_{31}	0.02	0.03	0.04	0.02	0.02	0.07	0.01	0.02	0.03	0.01
Q_{32}	0.15	0.09	0.23	0.11	0.1	0.13	0.12	0.06	0.14	0.05
Q_{33}	0.84	0.9	0.74	0.89	0.9	0.82	0.89	0.94	0.84	0.95

Tabla 5.4: Componentes del Modelo para Azúcar

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0035	0.0028	0.0017	0.0012	0.0019	0.0022	0.0012	0.0022	0.0008	0.0027
p_3	0.0035	0.0028	0.0017	0.0012	0.0019	0.0022	0.0012	0.0022	0.0008	0.0027
Q_{11}	0.72	0.86	0.72	0.83	0.56	0.83	0.81	0.8	0.82	0.55
Q_{12}	0.06	0.09	0.17	0.05	0.09	0.07	0.11	0.11	0.05	0.15
Q_{13}	0.24	0.07	0.12	0.13	0.37	0.11	0.1	0.1	0.15	0.32
Q_{21}	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
Q_{22}	0.84	0.88	0.93	0.88	0.84	0.82	0.89	0.92	0.93	0.95
Q_{23}	0.17	0.12	0.07	0.13	0.17	0.18	0.11	0.09	0.08	0.05
Q_{31}	0.03	0.03	0.02	0.03	0.01	0.02	0.02	0.03	0.02	0.02
Q_{32}	0.09	0.11	0.15	0.09	0.14	0.09	0.23	0.06	0.15	0.46
Q_{33}	0.9	0.87	0.85	0.89	0.87	0.91	0.76	0.93	0.85	0.53

Tabla 5.5: Componentes del Modelo para Camarón

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0016	0.0015	0.0006	0.0021	0.0017	0.0025	0.0017	0.0038	0.0017	0.0004
p_3	0.0016	0.0015	0.0006	0.0021	0.0017	0.0025	0.0017	0.0038	0.0017	0.0004
Q_{11}	0.41	0.56	0.79	0.43	0.52	0.59	0.5	0.64	0.62	0.18
Q_{12}	0.31	0.17	0.04	0.38	0.31	0.31	0.29	0.19	0.12	0.09
Q_{13}	0.29	0.29	0.18	0.2	0.18	0.12	0.22	0.19	0.27	0.74
Q_{21}	0.08	0.15	0.18	0.15	0.2	0.04	0.07	0.1	0.09	0.4
Q_{22}	0.51	0.48	0.53	0.81	0.61	0.79	0.58	0.69	0.68	0.34
Q_{23}	0.42	0.39	0.3	0.06	0.2	0.19	0.37	0.22	0.25	0.27
Q_{31}	0.08	0.02	0.19	0.28	0.22	0.21	0.01	0.04	0.13	0.02
Q_{32}	0.24	0.13	0.19	0.2	0.31	0.34	0.15	0.08	0.22	0.08
Q_{33}	0.69	0.87	0.64	0.53	0.49	0.47	0.86	0.9	0.67	0.92

Tabla 5.6: Componentes del Modelo para Chocolate

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0029	0.0105	0.0027	0.0032	0.0034	0.0015	0.0059	0.0075	0.0074	0.003
p_3	0.004	0.0106	0.0031	0.0032	0.0051	0.0016	0.0069	0.0077	0.0075	0.0033
Q_{11}	0.89	0.79	0.72	0.68	0.57	0.9	0.9	0.52	0.29	0.4
Q_{12}	0.12	0.14	0.21	0.22	0.41	0.11	0.09	0.34	0.17	0.33
Q_{13}	0.01	0.09	0.09	0.12	0.04	0.01	0.03	0.16	0.55	0.28
Q_{21}	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.01	0.01	0.01	0.05
Q_{22}	0.83	0.34	0.92	0.87	0.65	0.86	0.85	0.83	0.81	0.51
Q_{23}	0.17	0.67	0.08	0.13	0.35	0.13	0.15	0.17	0.2	0.46
Q_{31}	0.01	0.02	0.01	0.01	0.01	0.03	0.01	0.01	0.01	0.02
Q_{32}	0.23	0.49	0.29	0.14	0.56	0.3	0.09	0.22	0.18	0.09
Q_{33}	0.78	0.51	0.72	0.87	0.45	0.69	0.91	0.78	0.82	0.9

Tabla 5.7: Componentes del Modelo para Gaseosa Naranja

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0079	0.0061	0.0032	0.0035	0.005	0.0052	0.0022	0.0146	0.0024	0.0053
p_3	0.009	0.0097	0.0041	0.0037	0.0055	0.0052	0.0088	0.0181	0.0026	0.0056
Q_{11}	0.55	0.62	0.75	0.81	0.78	0.51	0.83	0.58	0.96	0.61
Q_{12}	0.09	0.2	0.04	0.13	0.06	0.2	0.08	0.21	0.01	0.12
Q_{13}	0.38	0.19	0.22	0.07	0.17	0.3	0.1	0.22	0.05	0.28
Q_{21}	0.03	0.03	0.05	0.02	0.09	0.08	0.13	0.02	0.02	0.11
Q_{22}	0.68	0.82	0.6	0.9	0.59	0.7	0.47	0.78	0.72	0.43
Q_{23}	0.3	0.17	0.37	0.1	0.34	0.23	0.42	0.21	0.27	0.48
Q_{31}	0.05	0.02	0.03	0.08	0.06	0.06	0.02	0.02	0.02	0.03
Q_{32}	0.27	0.14	0.1	0.24	0.22	0.25	0.11	0.22	0.09	0.15
Q_{33}	0.7	0.85	0.88	0.7	0.73	0.7	0.89	0.77	0.91	0.84

Tabla 5.8: Componentes del Modelo para Jugo en Polvo

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0019	0.002	0.0009	0.0007	0.0036	0.0015	0.0014	0.0036	0.0012	0.001
p_3	0.002	0.0021	0.001	0.0007	0.0036	0.0015	0.0014	0.0036	0.0012	0.0011
Q_{11}	0.57	0.71	0.68	0.5	0.73	0.61	0.31	0.48	0.92	0.26
Q_{12}	0.36	0.07	0.13	0.18	0.26	0.22	0.05	0.18	0.04	0.14
Q_{13}	0.08	0.24	0.21	0.34	0.02	0.19	0.66	0.35	0.05	0.62
Q_{21}	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.07	0.02
Q_{22}	0.85	0.86	0.84	0.92	0.85	0.85	0.86	0.89	0.65	0.66
Q_{23}	0.15	0.15	0.17	0.08	0.16	0.16	0.14	0.12	0.3	0.34
Q_{31}	0.04	0.01	0.03	0.06	0.01	0.03	0.02	0.01	0.03	0.02
Q_{32}	0.14	0.13	0.12	0.12	0.3	0.14	0.1	0.11	0.18	0.1
Q_{33}	0.84	0.88	0.86	0.83	0.7	0.85	0.89	0.9	0.8	0.9

Tabla 5.9: Componentes del Modelo para Jurel

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0017	0.0015	0.0012	0.0016	0.0024	0.0029	0.0015	0.002	0.0015	0.0015
p_3	0.0017	0.0018	0.0012	0.0016	0.0024	0.0033	0.0024	0.0039	0.0016	0.0015
Q_{11}	0.39	0.4	0.54	0.5	0.55	0.47	0.38	0.44	0.72	0.92
Q_{12}	0.33	0.21	0.3	0.37	0.31	0.16	0.27	0.24	0.08	0.08
Q_{13}	0.29	0.41	0.17	0.14	0.16	0.39	0.37	0.34	0.22	0.02
Q_{21}	0.08	0.05	0.04	0.05	0.15	0.09	0.08	0.1	0.03	0.01
Q_{22}	0.57	0.62	0.87	0.82	0.48	0.54	0.53	0.5	0.71	0.77
Q_{23}	0.37	0.34	0.11	0.14	0.38	0.38	0.41	0.42	0.27	0.23
Q_{31}	0.08	0.11	0.1	0.09	0.12	0.12	0.09	0.09	0.09	0.1
Q_{32}	0.42	0.53	0.54	0.56	0.29	0.2	0.35	0.31	0.25	0.59
Q_{33}	0.52	0.37	0.38	0.36	0.6	0.69	0.58	0.61	0.67	0.33

Tabla 5.10: Componentes del Modelo para Lasaña

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0092	0.0126	0.0051	0.0039	0.0089	0.0153	0.0101	0.0099	0.0056	0.0073
p_3	0.0143	0.0126	0.0057	0.0047	0.0094	0.0153	0.0101	0.0152	0.0084	0.0074
Q_{11}	0.75	0.28	0.75	0.39	0.39	0.57	0.38	0.53	0.63	0.75
Q_{12}	0.17	0.07	0.15	0.6	0.09	0.27	0.31	0.43	0.22	0.11
Q_{13}	0.1	0.67	0.11	0.03	0.54	0.17	0.33	0.06	0.16	0.16
Q_{21}	0.03	0.01	0.32	0.02	0.01	0.03	0.02	0.01	0.02	0.02
Q_{22}	0.54	0.88	0.18	0.84	0.89	0.76	0.88	0.91	0.66	0.83
Q_{23}	0.45	0.12	0.52	0.15	0.11	0.22	0.12	0.09	0.33	0.16
Q_{31}	0.02	0.01	0.01	0.02	0.01	0.04	0.01	0.01	0.05	0.06
Q_{32}	0.43	0.09	0.07	0.08	0.11	0.14	0.11	0.13	0.69	0.28
Q_{33}	0.56	0.91	0.93	0.92	0.9	0.84	0.9	0.87	0.27	0.67

Tabla 5.11: Componentes del Modelo para Lavalozza

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0121	0.007	0.0069	0.003	0.0036	0.0065	0.0084	0.0097	0.0073	0.0088
p_3	0.0121	0.0071	0.0069	0.003	0.0036	0.0065	0.0084	0.0097	0.0073	0.0088
Q_{11}	0.86	0.75	0.55	0.63	0.38	0.54	0.44	0.75	0.73	0.82
Q_{12}	0.06	0.08	0.29	0.28	0.56	0.23	0.04	0.1	0.2	0.19
Q_{13}	0.09	0.19	0.18	0.11	0.08	0.24	0.53	0.16	0.08	0.01
Q_{21}	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.03	0.02	0.01	0.01	0.14
Q_{22}	0.9	0.91	0.94	0.97	0.89	0.84	0.45	0.87	0.88	0.07
Q_{23}	0.1	0.09	0.07	0.04	0.11	0.15	0.54	0.13	0.12	0.8
Q_{31}	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.02	0.01	0.02	0.01
Q_{32}	0.16	0.06	0.13	0.2	0.19	0.22	0.12	0.14	0.18	0.01
Q_{33}	0.85	0.94	0.87	0.81	0.82	0.78	0.87	0.87	0.81	1

Tabla 5.12: Componentes del Modelo para Leche

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0122	0.0116	0.0077	0.0047	0.0069	0.0141	0.0086	0.0235	0.0079	0.0059
p_3	0.0123	0.0169	0.0078	0.0052	0.0069	0.0142	0.0143	0.0237	0.008	0.0059
Q_{11}	0.46	0.47	0.46	0.65	0.58	0.63	0.62	0.75	0.71	0.58
Q_{12}	0.21	0.24	0.47	0.33	0.16	0.18	0.22	0.06	0.15	0.3
Q_{13}	0.35	0.3	0.09	0.04	0.28	0.21	0.18	0.21	0.16	0.14
Q_{21}	0.02	0.01	0.01	0.02	0.02	0.01	0.01	0.02	0.02	0.01
Q_{22}	0.81	0.84	0.83	0.86	0.8	0.86	0.89	0.48	0.91	0.88
Q_{23}	0.19	0.16	0.17	0.13	0.2	0.14	0.12	0.52	0.09	0.12
Q_{31}	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.01	0.01	0.01	0.03
Q_{32}	0.17	0.19	0.18	0.19	0.22	0.16	0.15	0.42	0.09	0.24
Q_{33}	0.83	0.81	0.83	0.82	0.79	0.84	0.86	0.58	0.91	0.75

Tabla 5.13: Componentes del Modelo para Toallas de Papel

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0041	0.004	0.0025	0.0006	0.0023	0.0047	0.0029	0.0028	0.0034	0.0028
p_3	0.0041	0.0069	0.0025	0.0006	0.0023	0.0047	0.0029	0.0029	0.0034	0.0028
Q_{11}	0.83	0.48	0.72	0.74	0.45	0.68	0.66	0.89	0.48	0.73
Q_{12}	0.09	0.13	0.26	0.12	0.35	0.12	0.25	0.04	0.48	0.12
Q_{13}	0.09	0.41	0.03	0.15	0.21	0.21	0.11	0.08	0.06	0.16
Q_{21}	0.02	0.01	0.03	0.01	0.01	0.05	0.05	0.01	0.01	0.03
Q_{22}	0.85	0.92	0.93	0.99	0.9	0.7	0.89	0.92	0.96	0.96
Q_{23}	0.15	0.08	0.05	0.02	0.11	0.27	0.07	0.09	0.05	0.02
Q_{31}	0.03	0.01	0.04	0.04	0.03	0.05	0.02	0.01	0.03	0.13
Q_{32}	0.17	0.15	0.12	0.07	0.08	0.16	0.07	0.16	0.25	0.07
Q_{33}	0.81	0.85	0.85	0.91	0.9	0.8	0.92	0.84	0.73	0.82

Tabla 5.14: Componentes del Modelo para Papas Duquesa

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0015	0.0016	0.0018	0.0017	0.0023	0.0019	0.0022	0.0029	0.0011	0.0012
p_3	0.0015	0.0028	0.0018	0.0017	0.0023	0.0019	0.0023	0.0029	0.0011	0.0012
Q_{11}	0.54	0.6	0.53	0.57	0.56	0.55	0.71	0.46	0.61	0.91
Q_{12}	0.21	0.21	0.13	0.26	0.14	0.34	0.08	0.25	0.21	0.05
Q_{13}	0.27	0.2	0.35	0.19	0.32	0.12	0.22	0.3	0.2	0.05
Q_{21}	0.23	0.08	0.04	0.13	0.04	0.06	0.05	0.06	0.08	0.04
Q_{22}	0.34	0.55	0.48	0.6	0.63	0.77	0.75	0.6	0.78	0.61
Q_{23}	0.44	0.38	0.5	0.29	0.34	0.18	0.21	0.35	0.15	0.37
Q_{31}	0.15	0.07	0.1	0.1	0.13	0.06	0.15	0.1	0.08	0.08
Q_{32}	0.34	0.4	0.12	0.32	0.27	0.34	0.2	0.32	0.12	0.33
Q_{33}	0.52	0.54	0.8	0.6	0.61	0.61	0.67	0.6	0.81	0.61

Tabla 5.15: Componentes del Modelo para Quesillo

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0051	0.0066	0.0034	0.0038	0.0068	0.0057	0.0042	0.0042	0.0034	0.0064
p_3	0.0052	0.0102	0.0041	0.0038	0.0069	0.0058	0.0043	0.0043	0.0034	0.0064
Q_{11}	0.78	0.68	0.63	0.69	0.55	0.32	0.66	0.57	0.77	0.74
Q_{12}	0.17	0.28	0.36	0.05	0.38	0.42	0.19	0.05	0.04	0.06
Q_{13}	0.07	0.05	0.02	0.28	0.09	0.28	0.17	0.4	0.2	0.21
Q_{21}	0.03	0.02	0.02	0.01	0.01	0.03	0.03	0.02	0.03	0.02
Q_{22}	0.79	0.86	0.86	0.81	0.93	0.88	0.87	0.83	0.82	0.53
Q_{23}	0.19	0.14	0.13	0.19	0.08	0.11	0.11	0.16	0.17	0.46
Q_{31}	0.01	0.01	0.02	0.01	0.04	0.03	0.03	0.02	0.03	0.03
Q_{32}	0.18	0.13	0.15	0.08	0.15	0.08	0.28	0.17	0.19	0.05
Q_{33}	0.83	0.87	0.85	0.93	0.83	0.9	0.71	0.83	0.79	0.94

Tabla 5.16: Componentes del Modelo para Té

Lo primero que surge a la vista es que en reiteradas ocasiones se produce una igualdad entre las probabilidades de comprar el producto de los Estados 2 y 3. Si bien esto podría interpretarse como la aparición de un estado redundante, en la sección 4.3 se demuestra que un modelo con tres estados presenta mejores resultados que uno de dos. Además, existen casos en los que sí se producen diferencias entre ambas probabilidades, donde incluso una resulta ser el doble que la otra. Si bien no es lo ideal tener estados redundantes, el hecho de que existan modelos que sí tomen provecho de esta separación sustenta y justifica la inclusión de un tercer estado. Ejemplos de esto son el local 73 para el Atún (Tabla 5.3), los locales 76 y 83 para el Azúcar (Tabla 5.4), los locales 32, 54 y 72 para la Gaseosa Naranja (Tabla 5.7), entre otros.

En cuanto a las probabilidades de transición, un comportamiento común entre la mayoría de los locales y productos es que el sistema tiende a permanecer en el estado en el que se encuentra, es decir, la transición a otro estado tiene una baja probabilidad. Esto se refleja en lo cercanas a 1 que son las componentes de la diagonal de las matrices de transición con

respecto al resto, correspondientes a los parámetros Q_{11} , Q_{22} y Q_{33} de las tablas de resultados. Los únicos productos que escapan de esta tendencia son la Lasaña (5.10), el Lavalozza (5.11) y el Quesillo (5.15), pero en una gran proporción de los casos, estas componentes toman valores que bordean el 70% e incluso el 80%. Esta situación revela una falencia importante en los procedimientos de reposición de las tiendas estudiadas, ya que un alto valor de la componente Q_{11} se traduce en una altamente probable permanencia en el estado de quiebre, lo que podría significar una baja velocidad en la reposición del producto en las góndolas o una baja capacidad de identificar el momento en que ocurren los quiebres de stock en algunos productos.

Sin embargo, cabe destacar que los valores reportados en estas tablas sólo consideran el efecto del intercepto y no el del resto de las covariables mencionadas al principio de este capítulo. En las siguientes secciones se analizará cómo pueden cambiar las probabilidades de éxito de los estados Dos y Tres frente a algunos de los escenarios más relevantes, y cómo influye el precio en la probabilidad de que el sistema abandone alguno de los estados considerados.

5.1.1. Efecto del Precio en la Probabilidad de Observación de Boletas

En esta sección se aborda el efecto que las covariables tienen en el nivel de incidencia de los productos en cada uno de los locales bajo análisis. Antes de reportar dicha dependencia, es necesario analizar en primera instancia cómo afecta el signo de los parámetros dada la parametrización utilizada para posteriormente agilizar la interpretación de los parámetros y las diferencias que estos presentan entre los distintos estados. Notar que existe la siguiente dependencia:

$$p_s = \frac{1}{1+e^{-Z_t\beta_s}}$$

Donde p_s es la probabilidad de éxito del estado s . Dado que las covariables Z_t tienen codificación *dummy*, estas son siempre positivas y el efecto depende completamente del signo de los parámetros β_s . Luego, se tiene que la derivada de p_s con respecto a β_s es:

$$\frac{\partial p_s}{\partial \beta_{is}} = \frac{Z_{it}e^{-Z_t\beta_s}}{(1+e^{-Z_t\beta_s})^2} > 0$$

Por lo tanto, a mayor valor de β_{is} , mayor será la probabilidad de encontrar boletas que contengan el producto de interés. La única excepción es el precio, que debido a la transformación aplicada puede tomar valores negativos si está bajo el precio promedio. La derivada de la probabilidad de éxito con respecto al precio está dada por la siguiente expresión:

$$\frac{\partial p_s}{\partial \text{Precio}^*} = \frac{\beta_{\text{precio}}e^{-Z_t\beta_s}}{(1+e^{-Z_t\beta_s})^2}$$

Dado que para esta variable se impuso que el parámetro asociado fuese negativo por medio de la parametrización $-e^{\beta_{\text{precio}}}$, se tiene que esta derivada es siempre negativa, por lo que una disminución en el precio aumentaría la probabilidad de compra.

Para este y los siguientes análisis se usará un producto como ejemplo, ya que las inter-

pretaciones aplicadas al resto de los productos son análogas. A continuación se presenta la Figura 5.2, la cual muestra la comparación de los parámetros estimados asociados al precio en los dos estados irrestrictos para las Toallas de Papel. Los gráficos correspondientes al resto de los productos pueden ser encontrados en el Apéndice C.

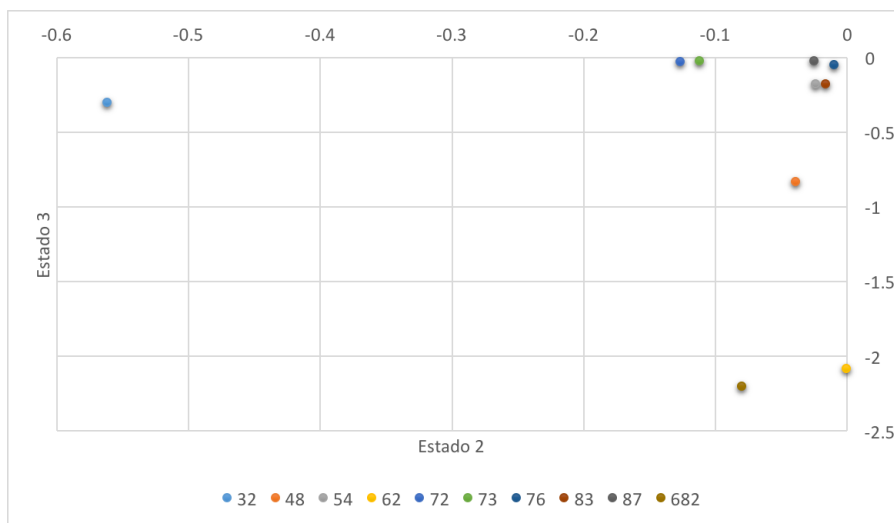


Figura 5.2: Efecto del Precio en las boletas de Toallas de Papel

En el eje de las abscisas se encuentran los valores del parámetro correspondiente al Estado 2 o de Venta Promedio, mientras que el de las ordenadas contiene el correspondiente al Estado 3 o de Venta Alta. Se observa que existen locales en los que el precio no influye significativamente en la probabilidad de éxito de ninguno de los estados. Si bien este parámetro nunca será igual a 0 por ser función de una exponencial, su efecto se vuelve insignificante para valores menores a -5, por lo que es válido concluir por ejemplo que para los locales 54, 76, 83 y 87 esta variable no es influyente al momento de emitir boletas. Al comparar los estimadores del Estado 2, se nota que la probabilidad de éxito se ve levemente afectada por el precio, puesto que todos los valores obtenidos tienen magnitud menor que la unidad. En el Estado 3 hay locales que intensifican el efecto del precio, como el 62 y el 682 que pasan de tener un parámetro β_{precio} casi nulo a uno cercano a -2. Esto se traduce en que pequeñas variaciones en el precio generan efectos más notorios en la presencia del producto en las boletas cuando el sistema se encuentra en el Estado de Venta Alta.

5.1.2. Efecto del Precio en la Matriz de Transición

Para el efecto en la matriz de transición, no hubo restricciones impuestas sobre el parámetro asociado al precio, por lo que no hay que realizar transformaciones previas para poder interpretar los valores obtenidos. A continuación se presenta la Tabla 5.17, donde se encuentran los valores estimados para los parámetros que representan el efecto que el precio tiene en la matriz de transición en cada uno de los locales, junto con sus respectivos intervalos de confianza y significancia. Continuando con la dinámica de la sección anterior, se utilizan como ejemplo los parámetros obtenidos para las Toallas de Papel.

Local	Variable	50 %	2.5 %	97.5 %	Significancia
32	Price Q_1	-1.06	-1.98	0.08	
	Price Q_2	-2.08	-2.89	-1.4	***
	Price Q_3	-1.62	-2.53	-0.88	***
48	Price Q_1	-0.53	-1.04	0.16	
	Price Q_2	-0.29	-0.84	0.29	
	Price Q_3	-0.97	-1.69	-0.19	***
54	Price Q_1	-1.32	-3.14	0.06	
	Price Q_2	0.3	-0.75	1.73	
	Price Q_3	-1.78	-2.34	-0.54	***
62	Price Q_1	-1.48	-3	-0.28	***
	Price Q_2	-0.03	-0.13	0.07	
	Price Q_3	-1.51	-2.09	-0.5	***
72	Price Q_1	-1.13	-3.66	-0.08	***
	Price Q_2	1.75	0.87	2.83	***
	Price Q_3	-2.5	-3.49	-1.85	***
73	Price Q_1	-1.68	-2.85	0.09	
	Price Q_2	-0.69	-2.48	0.2	
	Price Q_3	-0.61	-1.39	0.28	
76	Price Q_1	-2.01	-2.94	-0.05	***
	Price Q_2	0.41	-0.38	1.29	
	Price Q_3	-2.48	-3.2	-1.74	***
83	Price Q_1	2.05	0.61	2.54	***
	Price Q_2	-0.12	-0.67	0.53	
	Price Q_3	-1.48	-2.4	0.12	
87	Price Q_1	-0.18	-3.07	1.33	
	Price Q_2	0.08	-2.04	1.6	
	Price Q_3	-1.06	-2.56	1.05	
682	Price Q_1	0.1	-0.6	1.34	
	Price Q_2	-1.67	-2.55	-0.79	***
	Price Q_3	0.83	-0.15	2.19	

Tabla 5.17: Significancia del Precio en la Matriz de Transición para Toallas de Papel - Diario

Siendo significativas con un 95 % de confianza las variables etiquetadas con tres asteriscos (* * *). Para el caso particular de un Modelo de Tres Estados, las componentes de cada fila de la matriz de transición Q se calculan según la siguiente parametrización, donde $\tau_{ss'}$ corresponde al intercepto del elemento (s, s') de Q y ρ_s es el parámetro del precio en la s -ésima fila:

$$\begin{aligned}
Q_{s1} &= \frac{\exp(\tau_{s1} - \rho_s \text{Precio}^*)}{1 + \exp(\tau_{s1} - \rho_s \text{Precio}^*)} \\
Q_{s2} &= \frac{\exp(\hat{\tau}_{s2} - \rho_s \text{Precio}^*)}{1 + \exp(\hat{\tau}_{s2} - \rho_s \text{Precio}^*)} - \frac{\exp(\tau_{s1} - \rho_s \text{Precio}^*)}{1 + \exp(\tau_{s1} - \rho_s \text{Precio}^*)} = \frac{\exp(\hat{\tau}_{s2} - \rho_s \text{Precio}^*)}{1 + \exp(\hat{\tau}_{s2} - \rho_s \text{Precio}^*)} - Q_{s1} \\
Q_{s3} &= 1 - \frac{\exp(\hat{\tau}_{s2} - \rho_s \text{Precio}^*)}{1 + \exp(\hat{\tau}_{s2} - \rho_s \text{Precio}^*)} = 1 - Q_{s2} - Q_{s1}
\end{aligned}$$

Dada esta forma funcional, es complejo determinar teóricamente el efecto que el precio tendrá en las componentes de la matriz. Las derivadas parciales correspondientes a cada elemento dependen de los valores de $\tau_{ss'}$ y de $\rho_{ss'}$ tanto en el numerador como en el denominador, lo que dificulta la determinación de su signo y magnitud. Es por esto que se determinará su efecto de manera experimental, evaluando la matriz en distintos precios y observando cómo cambian los valores de sus elementos cuando este sube o baja. Dado que el local 72 tiene valores significativos para las tres filas como se puede apreciar en la Tabla 5.17, se utilizará esta tienda para ejemplificar el efecto del precio. En la Tabla 5.18 se muestran los valores de la matriz de transición para el Precio Promedio del período, un Precio 10 % menor que el promedio y uno 10 % mayor que el promedio:

Precio	Estado Inicial	Estado Siguiete		
		1	2	3
10 % menor que el Promedio	1	26.89 %	14.9 %	58.2 %
	2	7.93 %	89.02 %	3.05 %
	3	0.04 %	1.48 %	98.48 %
Promedio	1	57.7 %	15 %	27.3 %
	2	1.11 %	79.5 %	19.39 %
	3	0.68 %	21.2 %	78.12 %
10 % mayor que el Promedio	1	83.49 %	7.31 %	9.2 %
	2	0.15 %	35.06 %	64.8 %
	3	11.07 %	72.51 %	16.43 %

Tabla 5.18: Matriz de Transición según Precio - Toallas de Papel/Local 72 - Diario

Se observa que la probabilidad Q_{11} de permanecer en el Estado de Quiebre aumenta a medida que el precio aumenta. Al tener un precio alto, la demanda disminuye y es probable que existan períodos con baja venta de manera natural, lo que dificulta la identificación de un período de quiebre por medio del análisis de las boletas. En cambio, si el precio es bajo, es esperable que la demanda aumente y, por lo tanto también su presencia en boletas, por lo que una baja incidencia de este producto cuando el precio es bajo podría eventualmente llamar la atención y gatillar una inspección de la góndola. identificando el quiebre de manera más rápida.

Por otro lado, se tiene que la probabilidad Q_{13} de pasar del Estado de Quiebre al de Alta Venta disminuye a medida que aumenta el precio. Cuando el precio es bajo, es más probable que las ventas se disparen y se pase al Estado de Venta Alta que cuando el precio es alto. De manera similar, la probabilidad Q_{33} de mantenerse en el Estado de Venta Alta disminuye drásticamente a medida que el precio aumenta.

Otra conclusión interesante hace referencia a la probabilidad Q_{32} de pasar del Estado de Venta Alta al de Venta Promedio. Se observa claramente que esta componente varía en el mismo sentido que el precio, evidenciando que cuando este es alto es poco probable permanecer en el Estado de Venta Alta y el Sistema tiende a estabilizar las ventas, pasando a un período promedio. Análogamente, se tiene que cuando el precio es bajo la demanda aumenta considerablemente, por lo que una estabilización de las ventas es poco probable.

5.1.3. Predicción de Quiebres

Finalmente, se realizó la clasificación de las observaciones con el Modelo Final para los 14 productos disponibles para el enfoque diario y se compararon los resultados con los de la clasificación de la Auditoría Externa. En la Tabla 5.19 se contrastan los resultados de ambos modelos:

Modelo	Error Tipo I	Falsas Alarmas	Poder de Detección
Auditoría	1.7 %	28.57 %	56.52 %
Modelo Final	0.85 %	15.52 %	63.48 %

Tabla 5.19: Clasificación Modelo Final Diario v/s Auditoría

El primer aspecto a destacar es que el Modelo propuesto detecta una mayor cantidad de quiebres que la Auditoría, con un 63.48 % contra un 56.52 % respectivamente. Este aspecto de por sí ya representa una importante mejora en la detección, puesto que la Auditoría sólo logró igualar los resultados del sistema utilizado por la cadena de supermercados.

Otro importante resultado hace referencia al ratio de Falsas Alarmas obtenido por el Modelo de Markov Oculto. La principal falencia del sistema anterior de la cadena era su alto porcentaje de incorrecta clasificación, 73 alertas de 100 generadas por este sistema eran erróneamente asignadas a quiebre de stock, por lo que los trabajadores encargados de la inspección y reposición de las góndolas optaban por ignorar sus señales. La Auditoría logró disminuir este indicador, con aproximadamente 29 % de alertas incorrectas, mientras que el modelo propuesto redujo este número a sólo 16 %. Continuando con el análisis de los resultados, en la Tabla 5.20 se presenta el detalle de la clasificación del Modelo Final desagregado por producto.

	Quiebres	Alertas	Error Tipo I	Falsas Alarmas	Poder de Detección
Atún	15	15	2 %	13.34 %	86.67 %
Azúcar	6	6	0 %	0 %	100 %
Camarón	5	5	0 %	0 %	100 %
Chocolate	39	21	0 %	0 %	53.85 %
Gaseosa Naranja	1	0	0 %	0 %	0 %
Jugo Polvo	6	3	0 %	0 %	50 %
Jurel	12	12	0 %	0 %	100 %
Lasaña	11	3	2.95 %	100 %	0 %
Lavalozza	6	7	0.85 %	14.29 %	100 %
Leche	5	3	0 %	0 %	60 %
Toallas de Papel	1	2	0.85 %	50 %	100 %
Papas Duquesa	1	0	0 %	0 %	0 %
Quesillo	3	8	5 %	75 %	66.67 %
Té	4	1	0 %	0 %	25 %

Tabla 5.20: Clasificación Modelo Final Diario por Producto

El Error Tipo I es la proporción de observaciones que no corresponden a quiebre que fueron clasificadas como tal por el modelo. Este indicador conserva niveles bajos para la mayoría de los productos, incluso toma valor 0% en muchos casos, lo que significa que el modelo propuesto tiene una alta capacidad para identificar comportamientos normales en la incidencia de productos. En cuanto a las Falsas Alarmas, el modelo disminuye su precisión al ser aplicado en la Lasaña, las Toallas de Papel y el Quesillo. Si bien estos valores parecen ser bastante altos, al incorporar un poco más de contexto estos pasan a ser aceptables. Para el caso de las Toallas de Papel, sólo una observación correspondía a Quiebre de Stock, mientras que 119 no lo eran. Dados estos valores, se tiene que el Modelo clasificó dos observaciones como Quiebre y el resto como Disponible, por lo que la equivocación corresponde finalmente a un solo elemento. Algo similar ocurre con el Quesillo, que contaba con 3 observaciones de Quiebre y 120 Disponibles, identificando 2 y confundiendo 6, números que tampoco son tan malos considerando el total de datos.

En la Tabla 5.21 se presentan los indicadores desagregados esta vez por local:

	Quiebres	Alarmas	Error Tipo I	Falsas Alarmas	Poder de Detección
32	5	3	0%	0%	60%
48	8	4	0%	0%	50%
54	3	3	1.78%	100%	0%
62	9	3	0%	0%	33.34%
72	14	11	1.4%	18.19%	64.29%
73	10	7	0%	0%	70%
76	13	10	2.37%	30%	53.85%
83	4	1	0%	0%	25%
87	31	30	0.7%	3.34%	93.55%
682	18	14	2.95%	28.58%	55.56%

Tabla 5.21: Clasificación Modelo Final Diario por Local

Se repite un bajo Error Tipo I cuando se analizan los resultados por local, y aquellos que obtuvieron malos indicadores corresponden a locales con bajos niveles de quiebre. Por ejemplo, el local 54 contaba con sólo 3 quiebres versus 169 disponibles, mientras que el 83 tenía 4 y 165 respectivamente. A nivel referencial estos porcentajes parecen representar grandes errores, pero bajo una perspectiva global estos son razonables. Por otro lado, el local 87 era el que tenía la mayor cantidad de quiebres, con 31 eventos al considerar todos los productos analizados a lo largo de los 14 días de medición del estado de la góndola, y es también el que presenta indicadores que se encuentran dentro de los mejores en relación al resto de las tiendas.

El Modelo de Markov Oculto propuesto para este enfoque superó en todo sentido a la Auditoría, lo que se traduce no solamente en una mejora en el desempeño de la clasificación, sino que también representa una garantía para los trabajadores de que este sistema es una herramienta de apoyo a sus labores y no un elemento que dificulta la realización de estas.

5.2. Análisis de Resultados para Enfoque de Medio Día

5.2.1. Elección del Modelo

Los modelos definidos en la sección 4.2 fueron estimados con los datos de los productos de enfoque diario, por lo que es necesario evaluar algunos de ellos con los datos de medio día para determinar si la topología se mantiene. Como se comprobó experimentalmente en la sección 4.3, el Estado 0 y la Matriz de Transición en función del Precio contribuyen a la capacidad predictiva y al ajuste del Modelo de Markov Oculto aplicado a quiebres de stock, por lo que ambas características se incluyeron en los modelos testeados. Los modelos considerados fueron los siguientes:

- Modelo con Estado 0 y un estado irrestricto con la Matriz de Transición como función del Precio.
- Modelo con Estado 0 y dos estados irrestrictos con la Matriz de Transición como función del Precio.

En ambas versiones se incluyeron todas las variables disponibles y se usaron los datos de los 19 productos disponibles para el enfoque de Medio Día, lo que se traduce en un set de 42 variables para el modelo de Dos Estados y uno de 85 para el de Tres. El ajuste obtenido para ambos modelos se encuentra detallado en la Tabla 5.22.

Modelo	LogVerosimilitud	WAPE [%]	Out of Sample WAPE [%]
Dos Estados	-277500	83.75	82.23
Tres Estados	-260480	45.32	54.34

Tabla 5.22: Ajuste Modelos Para Datos de Medio Día

Los modelos tienen un desempeño similar en cuanto a la LogVerosimilitud, principalmente considerando que el segundo tiene el doble de variables que el primero. La diferencia en ajuste es más notoria al observar el Error Porcentual, que disminuye considerablemente al agregar el tercer estado. En base a estos resultados, se elige el Modelo de Tres Estados para el enfoque de Medio Día, al igual que con los datos de agregación diaria.

Al igual que con el enfoque anterior, se presenta en la Tabla 5.23 el ajuste desagregado por tienda y producto alcanzado con el modelo definitivo. Como se puede notar, se repite el fenómeno observado en los resultados del enfoque diario, los locales presentaron ajustes promedio similares entre sí a excepción del 682, cuyos resultados son un poco peores que los del resto por la razón que ha sido mencionada en reiteradas ocasiones. Los promedios de este enfoque dan cuenta de un mejor ajuste que el que utiliza datos de agregación diaria, puesto que las LogVerosimilitudes son más cercanas a 0. Esto puede deberse a que estos datos contienen la información de un intervalo de tiempo menor, lo que se traduce en una menor variabilidad en los datos y, por lo tanto, en un menor shock aleatorio. Para un mayor detalle acerca de los parámetros estimados previos a la parametrización, esta información se encuentra en el Apéndice D.

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Aceite	-1439.3	-1491.4	-1402.2	-1347.1	-1395	-1835.4	-1338.1	-1496.9	-1106.5	-1801.9
Atún	-1143.9	-1171.6	-1171	-1223.1	-1203.5	-1444.8	-1180.5	-1217.5	-1045.1	-1642.7
Azúcar	-1309.9	-1133.9	-1084	-1019.5	-1292.1	-1417.8	-1048	-1146.2	-1250	-1794.2
Cerveza	-1323.9	-1535.6	-1441	-965.2	-1403.5	-1709.2	-1487.6	-1496	-1426.7	-2110.2
Chorizo	-1296.4	-1126.8	-957.3	-910.8	-1287.8	-1435.3	-1286.6	-1124.3	-1250.5	-1879.2
Galletas de Coctel	-1573.8	-1569.7	-1423	-1594.6	-1575.8	-1631.9	-1386.3	-1795	-1282.4	-2143.7
Gaseosa Naranja	-1430.4	-1407.3	-1082.7	-1124.2	-1457.2	-1117.4	-1232.4	-1463.2	-1280.4	-1950
Fósforos	-1582.4	-1613.8	-1273.9	-1256.5	-1510	-1600.9	-1454.4	-1607.4	-1407.4	-2009.9
Queso	-1395.5	-1343.8	-980.7	-1259.2	-1173.3	-1492.2	-1173.8	-1338.8	-996.5	-1615.2
Jugo en Polvo	-1487	-1400.6	-1119.9	-1000.6	-1209	-1322.6	-1101	-1625.5	-902.2	-1490.7
Lavalozza	-1649.5	-1594	-1156.8	-1297.3	-1537.3	-1807.4	-1372.4	-1655.4	-1393.8	-2018.7
Leche	-1481	-1390.9	-1274.2	-1237.8	-1330.8	-1639.4	-1294.5	-1490.3	-1272.4	-1977.6
Margarina	-1330.8	-1320.8	-1264.4	-1224.2	-1305.1	-1610.6	-1091.5	-1336.3	-1218	-1805.7
Mayonesa Light	-1042.1	-1034.7	-858.3	-951.4	-1000.6	-1024.5	-842.8	-1077.2	-887.5	-1437.1
Mayonesa	-1477.1	-1264	-1214.1	-1186.1	-1505.7	-1637	-1293.3	-1363.6	-1507.6	-2148.1
Toallas de Papel	-2007.7	-1747.8	-1515.3	-1683	-1467.2	-1845.8	-1530.4	-1929.2	-1290.8	-2057.7
Palmitos	-1474.1	-1555.9	-1255.8	-1345.2	-1522	-1609.2	-1104.5	-1618.5	-999.1	-1732.4
Quesillo	-756.7	-896.1	-710.1	-817.9	-774.2	-916	-678	-908	-650.9	-1056.2
Té	-1540	-1576.2	-1383.8	-1380.4	-1515.5	-1872.4	-1281.5	-1618.4	-1364.3	-2046.2
Promedio	-1407.45	-1377.63	-1187.82	-1201.27	-1340.3	-1524.73	-1219.88	-1437.25	-1185.9	-1827.24

Tabla 5.23: LogVerosimilitud Modelo Final por Producto para Medio Día

En las Tablas presentadas en el Apéndice E se encuentran los elementos transformados del Modelo de Markov Oculto para cada producto considerado en el enfoque de Medio Día. Al utilizar los datos a este nivel de agregación, el cambio entre las probabilidades de éxito del Estado Dos y Tres se vuelve más sutil, siendo casi imperceptible al redondear los valores obtenidos para reducir el número de decimales. En la Matriz de Transición se mantiene la tendencia a concentrar el peso en la diagonal, lo que significa que cuando el precio está en un nivel promedio, el sistema no suele realizar tantas transiciones de estado.

5.2.2. Efecto del Precio en la Probabilidad de Observación de Boletas

Al igual que para el enfoque diario, se presenta en la Figura 5.3 la comparación entre los parámetros asociados al precio estimados para el Estado Dos y el Tres. Resulta interesante continuar utilizando las Toallas de Papel como ejemplo para poder contrastar los resultados de ambos enfoques. Los gráficos correspondientes al resto de los productos del enfoque de Medio Día se encuentran en el Apéndice F.

Esta vez las diferencias son más drásticas entre ambos estados. Para el Estado Dos o de Venta Promedio, todos los locales tienen parámetros mayores a -0.45 , lo que se traduce en un efecto sutil en la probabilidad de éxito. En cambio, para el Estado Tres o de Venta Alta, casi todos los locales se encuentran por debajo de -0.6 , los casos más extremos se acercan a -1.2 , dejando en evidencia lo influyente que es el precio cuando el sistema se encuentra en este estado. Si el precio está sobre el promedio, la disminución en la probabilidad de observar el producto en boletas es mayor en el Estado de Venta Alta que en el de Venta Promedio. De manera análoga, si el precio está bajo el promedio el aumento es mayor en el Estado de Venta Alta. Un ejemplo de esto son los locales 48 y 62, cuyo efecto aumenta casi 10 veces al pasar al tercer estado.

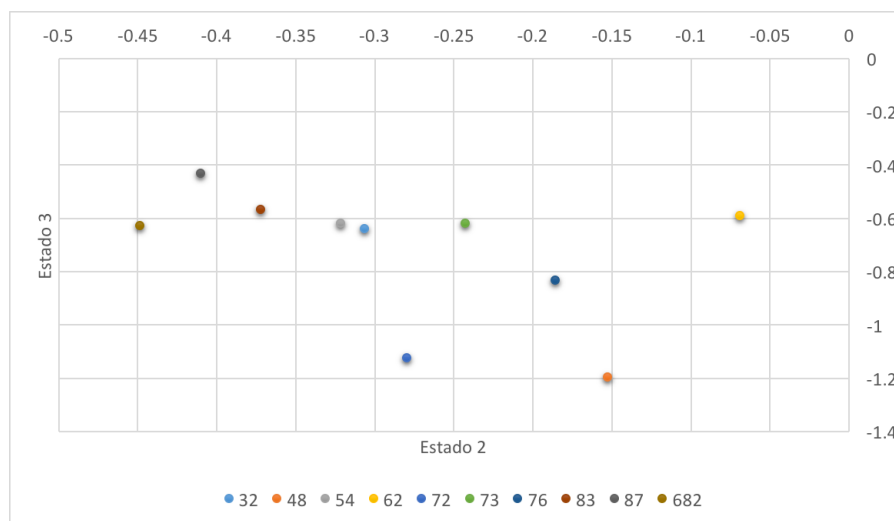


Figura 5.3: Efecto del Precio en las boletas de Toallas de Papel para Medio Día

El cambio en comparación al enfoque diario es notorio. Como se puede observar en la Figura 5.2, muchos locales tenían efectos dependientes del precio casi nulos en ambos estados, mientras otros presentaban un aumento de 10 y hasta 20 veces en el valor del parámetro al pasar al Estado de Venta Alta. Para el enfoque de Medio Día todos los locales ven afectada su probabilidad de éxito en el Estado de Venta Promedio, y al pasar al de Venta Alta todos intensifican o mantienen la magnitud del efecto producido por un cambio de precio. Esto da indicios de la existencia de factores cuyos efectos se compensan al agregar las boletas de todo un día.

5.2.3. Efecto del Precio en la Matriz de Transición

Para continuar contrastando los resultados de ambos enfoques, se analizarán directamente los cambios en la Matriz de Transición del local 72 para las Toallas de Papel, presentados en la Figura 5.24. Los parámetros del resto de los locales se encuentran en la Tabla D.16.

Precio	Estado Inicial	Estado Siguiente		
		1	2	3
10% menor que el Promedio	1	36.37 %	28.36 %	35.28 %
	2	18.58 %	67.97 %	13.47 %
	3	21.76 %	19.19 %	59.07 %
Promedio	1	49.54 %	26.38 %	24.09 %
	2	14.2 %	68.15 %	17.67 %
	3	13.33 %	14.39 %	72.29 %
10% mayor que el Promedio	1	62.77 %	21.64 %	15.6 %
	2	10.72 %	66.46 %	22.83 %
	3	7.84 %	9.66 %	82.51 %

Tabla 5.24: Matriz de Transición según Precio - Toallas de Papel/Local 72 - Medio Día

En comparación al nivel base del enfoque diario (Tabla 5.18), si bien se mantiene la prevalencia en la probabilidad de mantenerse en el estado actual, los pesos de la matriz presentan una menor concentración en la diagonal, lo que se traduce en un sistema más dinámico puesto que cambia de estado con una mayor frecuencia. Otro aspecto destacable de este enfoque es que las variaciones dependientes del precio son mucho más sutiles, puesto que los rangos entre los que se mueven las componentes de la matriz son más compactos que para el enfoque diario. Un ejemplo de esto son las transiciones al Estado Dos o de Venta promedio correspondientes a la segunda columna, cuyos valores se mantienen relativamente constantes o muy cercanos entre sí a pesar de experimentar los cambios de precio que el enfoque diario.

Por otro lado, se tiene que la ocurrencia de quiebres se vuelve más probable al disminuir el precio. Realizar una transición al Estado Uno aumenta su probabilidad cuando el precio baja, mientras que mantenerse en el Estado Uno se vuelve menos probable. Otra observación importante es que la probabilidad de mantenerse en el Estado Tres o de Alta Venta aumenta junto con el precio, comportamiento contrario a lo que ocurría en el Enfoque Diario. Esto podría explicarse considerando que las Toallas de Papel son un producto de alta incidencia y suponiendo que la emisión de las boletas se concentra después de medio día. Esto sumado a que es un producto no perecible, podría significar que frente a precios bajos se genera un aumento explosivo en la demanda, generando rápidamente quiebres de stock y, por lo tanto, provocando la transición al Estado de Quiebre mucho antes que cuando el precio es alto.

5.2.4. Predicción de Quiebres

Al igual que con el enfoque diario, se realizó la clasificación de quiebres utilizando el modelo elegido para los 19 productos considerados. En la Tabla 5.25 se comparan los resultados obtenidos por la Auditoría con los del modelo propuesto, ambos bajo el enfoque de medio día.

Modelo	Error Tipo I	Falsas Alarmas	Poder de Detección
Auditoría	2.53 %	61.29 %	58.06 %
Tres Estados	8.97 %	83.82 %	62.9 %

Tabla 5.25: Clasificación Modelo Final v/s Auditoría - Medio Día

Esta vez, el Modelo de Markov Oculto estimado para la identificación de quiebres superó el poder de detección de la Auditoría, pero obtiene un mayor Error Tipo I y porcentaje de Falsas Alarmas, lo que significa una disminución importante en el desempeño del modelo. El método propuesto detectó tres quiebres más que la auditoría, pero clasificó incorrectamente como quiebre a casi cuatro veces más observaciones que el estudio anterior. Esta diferencia posiciona a la auditoría externa como el mejor candidato para detectar quiebres al usar datos de medio día.

Con el objetivo de entender las deficiencias y fortalezas del modelo propuesto, nuevamente se procede a realizar el análisis desagregado por producto. La Tabla 5.26 contiene los resultados de la clasificación para los 19 productos considerados en este enfoque.

	Quiebres	Alertas	Error Tipo I	Falsas Alarmas	Poder de Detección
Aceite	1	36	30.44 %	97.23 %	100 %
Atún	15	17	4 %	23.53 %	86.67 %
Azúcar	6	6	0 %	0 %	100 %
Cerveza	0	3	2.37 %	100 %	0 %
Chorizo	0	3	2.33 %	100 %	0 %
Galletas de Coctel	0	0	0 %	0 %	0 %
Gaseosa Naranja	1	7	5.43 %	100 %	0 %
Fósforos	0	1	0.77 %	100 %	0 %
Queso	5	0	0 %	0 %	0 %
Jugo Polvo	6	3	0 %	0 %	50 %
Lavalozas	6	7	0.85 %	14.29 %	100 %
Leche	5	3	0 %	0 %	60 %
Margarina	4	1	0 %	0 %	25 %
Mayonesa	0	1	0.79 %	100 %	0 %
Mayonesa Light	0	71	55.91 %	100 %	0 %
Toallas de Papel	1	2	0.85 %	50 %	100 %
Palmitos	5	5	3.42 %	80 %	20 %
Quesillo	3	74	59.17 %	95.95 %	100 %
Té	4	1	0 %	0 %	25 %

Tabla 5.26: Clasificación Modelo Final Medio Día por Producto

En primer lugar, destacan el Aceite, la Mayonesa Light y el Quesillo por su alta cantidad de alertas en relación a los quiebres que poseen. Por otro lado están los productos que no presentaban quiebres. Sin contar la Mayonesa Light, este grupo de productos obtuvo una cantidad de alertas que oscila entre 0 y 3, números que se consideran buenos dada la cantidad total de observaciones con la que se cuenta. Se detecta otro grupo con pocos quiebres y nula detección integrado por la Gaseosa Naranja y el Queso, mientras que el resto de los productos presenta buenos resultados, con altos porcentajes de detección y bajo de falsas alarmas.

Al observar los resultados desagregados por local presentados en la Tabla 5.27, estos no presentan una mejora en gran medida. Muchas de las tiendas tienen un bajo porcentaje de quiebres identificados y un alto porcentaje de falsas alarmas, superando en los peores casos el 90 %. El local 87 es el que mejor resultados presenta con un 84.62 % de poder de detección y un porcentaje de 67.65 % para falsas alarmas, seguido por los locales 73, 76 y 682 con errores similares y aciertos que bordean el 70 %. Aún así se destaca el bajo nivel de alarmas en relación con la cantidad total de observaciones, que en algunos casos supera las 250. Esto se ve reflejado en los valores obtenidos para el Error Tipo I de cada uno de los locales, que en la mayoría de los casos se encuentra por debajo del 10 %.

	Quiebres	Alarmas	Error Tipo I	Falsas Alarmas	Poder de Detección
32	0	23	9.63 %	100 %	0 %
48	1	21	8.11 %	100 %	0 %
54	7	21	8.84 %	90.48 %	28.58 %
62	3	24	9.53 %	91.67 %	66.67 %
72	8	23	9.05 %	86.96 %	37.5 %
73	9	22	6.89 %	68.19 %	77.78 %
76	9	22	8.05 %	72.73 %	66.67 %
83	0	15	6.53 %	100 %	0 %
87	13	34	9.88 %	67.65 %	84.62 %
682	12	36	13.6 %	77.78 %	66.67 %

Tabla 5.27: Clasificación Modelo Final Medio Día por Local

Los malos resultados agregados se deben principalmente al primer grupo de productos mencionado (Aceite, Mayonesa Light y Quesillo), que debido al pobre desempeño que presentan podrían ser considerados como *outliers* o componentes que se alejan considerablemente del comportamiento normal del resto de los productos. Dado que estos elementos aportan una cantidad extremadamente alta de falsas alarmas, se procede a analizar los resultados obtenidos sin considerar estos productos, reduciendo a 16 el número de SKUs incluidos. Esta modificación reduce la cantidad de observaciones de 2313 a 1947, mientras que los quiebres se reducen de 62 a 58. En la Tabla 5.28 se compara la clasificación obtenida por la auditoría con la del modelo propuesto con el nuevo set de productos:

Modelo	Error Tipo I	Falsas Alarmas	Poder de Detección
Auditoría	1.11 %	38.89 %	56.9 %
Tres Estados	1.32 %	41.67 %	60.34 %

Tabla 5.28: Clasificación sin outliers Modelo Final v/s Auditoría - Medio Día

El poder de detección de los modelos se mantiene en niveles similares, presentando ambos una disminución de aproximadamente dos puntos porcentuales. La mayor ganancia obtenida con la exclusión de los productos outliers se refleja en la disminución del ratio de falsas alarmas, que en el caso del modelo de Markov oculto disminuye a menos de la mitad. Aún así los resultados tienden a un nivel similar, ya que el Modelo de Markov Oculto detecta dos quiebres más y genera tres alertas incorrectas más con respecto a la auditoría, diferencias que resultan marginales a nivel global.

Por otro lado, los resultados desagregados por local también experimentan cambios al no considerar los outliers. En la Tabla 5.29 se encuentran los valores obtenidos luego de la modificación mencionada:

	Quiebres	Alarmas	Error Tipo I	Falsas Alarmas	Poder de Detección
32	0	2	0.99 %	100 %	0 %
48	1	1	0.46 %	100 %	0 %
54	6	2	0.55 %	50 %	16.67 %
62	3	2	0 %	0 %	66.67 %
72	8	5	1.1 %	40 %	37.5 %
73	9	8	0.56 %	12.5 %	77.78 %
76	6	4	0.59 %	25 %	50 %
83	0	0	0 %	0 %	0 %
87	13	14	1.57 %	21.43 %	84.62 %
682	12	22	8.29 %	63.64 %	66.67 %

Tabla 5.29: Clasificación sin outliers Modelo Final Medio Día por Local

Se observan disminuciones notorias en el porcentaje de falsas alarmas con respecto a los valores presentados en la Tabla 5.27. La cantidad de alarmas en cada local es de una magnitud similar al número de quiebres efectuados, lo que da cuenta de un modelo mucho más conservador y preciso. Además, la mayoría de los locales mantuvo su poder de detección, sólo se vieron afectados los locales 54 y 76 que disminuyeron su cantidad de quiebres identificados en 1 y 3 respectivamente, quiebres que correspondían a los productos excluidos del análisis.

Se puede notar que los resultados obtenidos con este enfoque no fueron los esperados. El modelo propuesto para los datos de agregación de medio día presenta un alto nivel de equivocación en la clasificación de quiebres con respecto al enfoque diario. La razón de este pobre desempeño puede provenir de distintos factores.

Por un lado, puede deberse a que el período utilizado en este enfoque no sea lo suficientemente extenso como para detectar anomalías en el comportamiento de las boletas. Como se ha mencionado en reiteradas ocasiones, incluso los productos más demandados tienen una presencia promedio en boletas menor al 1% diario, lo que dificulta la detección de quiebres en intervalos cortos de tiempo debido al bajo nivel de boletas emitidas. Es decir, reducir el intervalo de medición a la mitad podría transgredir el límite intrínseco entre lo que se considera como un período largo o corto para la detección de quiebres, obteniendo por lo tanto una clasificación errada debido a la baja cantidad de boletas disponibles.

Otra posible explicación radica en la restricción impuesta sobre el Estado 0. La probabilidad de éxito del estado asociado a Quiebre de Stock podría estar correlacionada con el nivel de agregación utilizado para resumir los datos, por lo que una disminución del valor impuesto podría al menos disminuir la cantidad de falsas alarmas.

Finalmente, existe la posibilidad de que los datos utilizados no tengan una estructura válida considerando que las cadenas de Markov requieren cierta secuencialidad en las observaciones. El enfoque de Medio Día sólo considera las boletas emitidas entre las 12:00 y las 18:00 horas del día, ignorando completamente lo ocurrido fuera de ese intervalo de tiempo. La omisión de esta información podría estar generando vacíos en los datos, causando cierta incongruencia entre las observaciones ya que estas no conforman una secuencia ocurrida en la realidad, sino que corresponden a un subconjunto de los datos realmente observados.

De manera adicional, es probable que los indicadores considerados podrían no ser los más adecuados para medir el desempeño de los modelos. Tanto el ratio de Falsas Alarmas como el Poder de Detección son extremadamente sensibles frente a pequeños cambios en la matriz de confusión cuando la cantidad de quiebres es baja. Un ejemplo de esto son las Toallas de Papel en la Tabla 5.26, que presenta un quiebre y gatilló dos alertas, una de las cuales fue acertada. Esto se traduce en un 100 % de Poder de Detección, puesto que el modelo fue capaz de identificar todo los quiebres ocurridos, pero la alarma extra aumenta el ratio de Falsas Alarmas instantáneamente a un 50 %. En cambio, para el caso del Atún en la misma tabla, se tiene que el producto tuvo 15 quiebres, y el modelo generó 17 alertas, de las cuales 13 fueron acertadas. Esta vez, las 4 alertas incorrectas equivalen a un ratio de Falsas Alarmas de 23.53 %, menos de la mitad del indicador calculado para Toallas de Papel con cuatro veces más alertas. Esto deja en evidencia que no basta con sólo estos indicadores para describir y comprender los resultados de la clasificación, puesto que un alto porcentaje en alguno de estos indicadores puede significar tanto buenos como malos resultados dependiendo de la cantidad de quiebres y alarmas que estén asociadas al producto.

Capítulo 6

Conclusiones y Trabajo Futuro

6.1. Conclusiones

La ocurrencia de quiebres de stock tiene fuertes repercusiones en el actuar de los consumidores. En algunos casos, estos optan por comprar otra marca o por posponer la adquisición del producto, acciones que no perjudican en gran medida las ventas de la categoría. Sin embargo, estos efectos pueden traspasarse a categorías complementarias, causando un efecto dominó en las ventas de otros productos. La elección de marcas alternativas o el retraso de la compra no son reacciones que afecten de manera importante a la cadena, puesto que se traducen en una compra con un precio distinto o un ingreso percibido con desfase respectivamente. El problema surge cuando estos eventos persisten en el tiempo, generando acciones más drásticas por parte de los consumidores como la fuga definitiva del supermercado. En esto radica la importancia de un sistema que detecte quiebres de stock de forma oportuna. De manera adicional, la herramienta utilizada para dicha tarea debe ser capaz de discriminar cuando un producto está disponible para que los trabajadores puedan confiar en sus alertas y sus labores no se vean interrumpidas por la constante ocurrencia de falsas alarmas.

El Modelo de Markov Oculto propuesto para los datos diarios logra cumplir con los dos aspectos mencionados. Por un lado, superó la detección de quiebres tanto del sistema utilizado por el supermercado como del modelo diseñado por la Auditoría en el año 2014, alcanzando un 63.48% de quiebres detectados a nivel global. En cuanto a la confianza de sus alertas, el modelo disminuyó casi a la mitad el nivel de Falsas Alarmas con respecto a la auditoría externa al bordear el 15% de alertas incorrectas, lo que lo convierte en una herramienta confiable de apoyo a la reposición de las góndolas.

En cuanto al enfoque de Medio Día, los resultados no fueron del todo satisfactorios. La clasificación alcanzó un 60% de detección de quiebres, pero con un 40% de falsas alarmas, fallando en el nivel de confianza otorgado a los trabajadores. Sin embargo, estos resultados no distan en gran medida de los obtenidos por la Auditoría, que también presentó una disminución en su desempeño al disminuir el nivel de agregación de los datos. El alto nivel de fallas de este enfoque sumado a los acertados resultados del enfoque diario da indicios de una carencia estructural en la información utilizada y/o en la forma de abordar el problema.

Si bien los modelos fueron aplicados en un conjunto distinto de SKUs, existían productos que se encontraban en ambos enfoques y que presentaron resultados totalmente opuestos al cambiar el nivel de agregación de la información, lo que sugiere cierta incongruencia en los datos de medio día. Un ejemplo de esto es el Quesillo, que para el enfoque diario obtuvo 6 alertas incorrectas mientras que para el de medio día este número asciende a 71.

Desde una perspectiva más estructural del modelo, se obtuvo que la inclusión del precio en la matriz de transición aportó al momento de medir su ajuste. Al considerar la posibilidad de que la ocurrencia de quiebres y períodos de venta alta podría depender de otros factores adicionales a las características del local, se logró obtener un modelo más flexible y que capta de mejor forma los cambios de estado experimentados por el sistema. Se destaca también el aumento en el desempeño generado por el Estado 0, un estado restringido para captar bajos niveles de incidencia e identificar los eventos deseados.

En resumen, se tiene que un Modelo de Markov Oculto con Dos Estados Irrestringidos y el Estado 0 con una Matriz de Transición Dinámica en función del precio constituye un sistema preciso y confiable para la detección de quiebres de stock ocurridos en la góndola.

6.2. Trabajo Futuro

Una limitante importante en este trabajo fue la incapacidad de obtener información adicional. Datos sobre promociones, espacio en góndola, exposiciones especiales, entre otras, podrían ser factores importantes en la modelación. Además de las variables de control utilizadas, sólo se contaba con el precio del producto como variable independiente, por lo que sería interesante incluir información con la que no se contaba para este estudio.

También sería útil tener una mayor cantidad de mediciones en góndola. Un volumen considerable de datos etiquetados permitiría estimar modelos con calibración supervisada, teniendo una mayor cantidad de opciones para comparar los resultados.

En cuanto al modelo utilizado, aún existen muchas modificaciones posibles que pueden ser aplicadas para mejorar los resultados. Por un lado, se trabajó bajo el supuesto de que todos los productos y locales poseen la misma cantidad de estados. Es posible que al incluir heterogeneidad en el número de estados mejore el ajuste a nivel global y el poder de detección.

Otro aspecto a evaluar en investigaciones futuras es la estructura impuesta sobre el Estado 0 o de quiebre. Si bien una probabilidad de éxito de 10^{-5} dio buenos resultados en la clasificación a nivel global, aún hay espacio para mejorar a nivel individual. Imponer distintos valores de esta restricción para cada producto o local podría ajustar mejor el modelo a los quiebres de algunos de ellos, obteniendo una mayor cantidad de aciertos.

Finalmente, se recomienda abordar el enfoque de medio día sin omitir las boletas emitidas fuera del intervalo de tiempo contenido entre las 12:00 y las 18:00 horas. Debido a la inexistencia de un método alternativo contra el cual comparar los resultados, no se pudo realizar esta modificación, pero es posible que esto corrija la secuencialidad de las observaciones y que la clasificación de quiebres mejore.

Bibliografía

- [1] Máximo Bosch, Rafael Hilger, and Ariel Schilkrut. La medición de faltantes en góndola. *Documento de Trabajo, Ceges, Depto*, 2005.
- [2] Centro de Estudios de Retail CERET. Sistema osca 2.0 - control estadístico de procesos. *Documento de Trabajo, Departamento de Ingeniería Civil Industrial, Universidad de Chile*, 2014.
- [3] Trinidad Figueroa Gostín. Modelo predictivo de quiebres de stock en un supermercado. 2009.
- [4] Loretto Gatica Quintanilla. Estudio del comportamiento de los clientes frente a un quiebre de stock y su impacto económico en un supermercado. 2014.
- [5] Kesten Geeen, Len Tashman, et al. Percentage error: What denominator? *Foresight: The International Journal of Applied Forecasting*, (12):36–40, 2009.
- [6] Thomas W Gruen and Daniel S Corsten. A comprehensive guide to retail out-of-stock reduction in the fast-moving consumer goods industry. 2007.
- [7] Thomas W Gruen, Daniel S Corsten, and Sundar Bharadwaj. *Retail out-of-stocks: A worldwide examination of extent, causes and consumer responses*. Grocery Manufacturers of America Washington, DC, 2002.
- [8] Ajay Jasra, CC Holmes, and DA Stephens. Markov chain monte carlo methods and the label switching problem in bayesian mixture modeling. *Statistical Science*, pages 50–67, 2005.
- [9] William H Kruskal and W Allen Wallis. Use of ranks in one-criterion variance analysis. *Journal of the American statistical Association*, 47(260):583–621, 1952.
- [10] Alan L Montgomery, Shibo Li, Kannan Srinivasan, and John C Liechty. Modeling online browsing and path analysis using clickstream data. *Marketing Science*, 23(4):579–595, 2004.
- [11] Ricardo Montoya, Oded Netzer, and Kamel Jedidi. Dynamic allocation of pharmaceutical detailing and sampling for long-term profitability. *Marketing Science*, 29(5):909–924, 2010.

- [12] Lawrence R Rabiner. A tutorial on hidden markov models and selected applications in speech recognition. *Proceedings of the IEEE*, 77(2):257–286, 1989.
- [13] Kristie Seymore, Andrew McCallum, and Roni Rosenfeld. Learning hidden markov model structure for information extraction. In *AAAI-99 Workshop on Machine Learning for Information Extraction*, pages 37–42, 1999.
- [14] Ilker Yildirim. Bayesian inference: Metropolis-hastings sampling. *Dept. of Brain and Cognitive Sciences, Univ. of Rochester, Rochester, NY*, 2012.
- [15] Walter Zucchini and Iain L MacDonald. *Hidden Markov models for time series: an introduction using R*. CRC press, 2009.

Apéndice A

Análisis de Sensibilidad de la Probabilidad de Éxito del estado de Quiebre

En este capítulo se aborda el análisis realizado para determinar la magnitud de la probabilidad de observar boletas adecuada para la detección de quiebres de stock dado el contexto considerado en este trabajo de memoria.

En primer lugar, es necesario mencionar que existen ciertas condiciones que la probabilidad impuesta debe cumplir. Por un lado, esta no debe ser mayor a las probabilidades estimadas para el resto de los estados, ya que en caso contrario se produciría un intercambio en las etiquetas o interpretación de los estados, lo que afectaría de manera importante a la clasificación del modelo y la interpretación de sus resultados. Además, esta debe ser mayor a 0, puesto que existen situaciones en las cuales es posible observar venta incluso cuando la medición indica que el producto presenta un quiebre de stock en góndola. Por otro lado, notar que la incidencia promedio de los productos evaluados oscila entre un 1% y un 0.15% aproximadamente. Esto indica que una probabilidad del orden de 10^{-3} en el estado de quiebre ya es demasiado alta, ya que incluso el producto con mayor incidencia alcanza con dificultad ese nivel de presencia en boletas.

En base a lo anterior, se definen tres posibles órdenes de magnitud para la probabilidad del estado de quiebre, las cuales corresponden a 10^{-4} , 10^{-5} y 10^{-6} . Cabe destacar que el modelo es estimado con el valor de esta probabilidad impuesto desde el principio, por lo que no basta con sólo cambiarlo y evaluar los resultados, puesto que un cambio en esta restricción podría modificar el resto de los estimadores. A continuación, se presenta la Tabla A.1 con los resultados de la clasificación obtenidos al imponer como restricción los valores mencionados anteriormente.

Probabilidad	Error Tipo I	Falsas Alarmas	Poder de Detección
10^{-4}	1.18 %	19.57 %	64.35 %
10^{-5}	0.85 %	15.12 %	63.48 %
10^{-6}	0.85 %	15.66 %	60.87 %

Tabla A.1: Resultados Clasificación bajo Restricciones

Los resultados de imponer que la probabilidad de observar boletas en el estado de quiebre sea de 10^{-6} están estrictamente dominados por los de imponer un valor de 10^{-5} , dado que el segundo detecta más quiebres (mayor Poder de Detección) y clasifica incorrectamente menos observaciones (menor ratio de Falsas Alarmas y Error Tipo I). Luego, la restricción de 10^{-6} puede ser descartada. Por otro lado, al comparar con la restricción de 10^{-4} , se observa un *trade-off* entre el poder predictivo y las falsas alarmas. El modelo que impone esta probabilidad detecta más quiebres, pero también genera más alarmas incorrectas. De manera más específica, identifica un quiebre más y se equivoca en 5 observaciones más que el modelo que impone la probabilidad de 10^{-5} .

En cuanto a los parámetros del modelo, al imponer distintas restricciones a la probabilidad del estado de quiebre ocurren cambios en los estimadores obtenidos. Para todas las variables y todos los productos se aplicó el test de Kruskal-Wallis [9] para determinar si las muestras obtenidas en la estimación de ambos modelos provenían de la misma distribución, y aproximadamente un 85% de estas presentaron diferencias significativas, confirmando el hecho de que un cambio en la restricción genera modelos considerablemente distintos.

Elegir uno u otro valor para la restricción definitiva dependerá del aspecto que se quiera priorizar, es decir, si se está dispuesto a aumentar el ratio de Falsas Alarmas a cambio de un mayor Poder de Detección o no. Para el caso particular de este trabajo, se escoge la restricción de 10^{-5} , ya que se considera que la ganancia en predicción que se obtiene con la otra opción no se compensa con la pérdida de precisión.

Apéndice B

Parámetros Modelo Final Diario

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-5.7 (***)	-5.26 (***)	-5.68 (***)	-5.75 (***)	-5.78 (***)	-5.42 (***)	-5.2 (***)	-5.7 (***)	-5.16 (***)	-5.88 (***)
Intercept p_3	-4.93 (***)	-4.61 (***)	-4.63 (***)	-4.36 (***)	-4.34 (***)	-1.14 (***)	-4.92 (***)	-5.78 (***)	-6.37 (***)	-6.34 (***)
Price p_2	-4.2 (***)	-2.94 (***)	-2.25 (***)	-2.87 (***)	-3.1 (***)	-2.89 (***)	-0.8 (***)	0.19	-1.86 (***)	-4.17 (***)
Price p_3	-3.42 (***)	-2.97 (***)	-3.78 (***)	-3.09 (***)	-4.65 (***)	-4.07 (***)	-4.02 (***)	-2.64 (***)	-3.43 (***)	-3.75 (***)
τ_{11}	1.62 (***)	0.87	-0.21	0.62	0.97	0.36	-0.62	1.59 (***)	1.05 (***)	-0.28
τ_{12}	0.08	-0.15	-0.2	0.41	-1.31	0.26	-0.65	0.43	-0.59	-1.09 (***)
τ_{21}	-4.26 (***)	-4.56 (***)	-4.4 (***)	-3.83 (***)	-4.17 (***)	-3.39 (***)	-3.66 (***)	-5.07 (***)	-2.2 (***)	-3.51 (***)
τ_{22}	1.82 (***)	1.96 (***)	1.84 (***)	1.75 (***)	1.82 (***)	1.74 (***)	1.63 (***)	1.98 (***)	1.53 (***)	1.68 (***)
τ_{31}	-5.71 (***)	-4.19 (***)	-5.42 (***)	-4.97 (***)	-4.8 (***)	-4.63 (***)	-3.73 (***)	-6.67 (***)	-4.02 (***)	-5.16 (***)
τ_{32}	1.26 (***)	0.74 (***)	1 (***)	0.98 (***)	0.9 (***)	1.03 (***)	0.54 (***)	1.53 (***)	0.56	1.05 (***)
Price Q_1	-1.3	-1.49	0.37	0.47	0.27	-0.16	-0.03	0.64	-1	1.12 (***)
Price Q_2	-0.99	-0.83	1.03	-0.57	-1.05	-1.2	-1.96	-0.96	-1.72	0.65
Price Q_3	-0.96	0.15	0.75	0.47	-0.48	0.25	1.33	-0.08	0.55	0.47

Tabla B.1: Parámetros Finales Atún Diario

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-5.61 (***)	-5.92 (***)	-6.12 (***)	-6.41 (***)	-5.39 (***)	-4.72 (***)	-5.75 (***)	-5.98 (***)	-5.34 (***)	-5.98 (***)
Intercept p_3	-4.77 (***)	-4.08 (***)	-4.45 (***)	-6.57 (***)	-3.9 (***)	-6.26 (***)	-1.17 (***)	-1.73 (***)	-6.03 (***)	-3.42 (***)
Price p_2	-3.7 (***)	-5.04 (***)	-3.67 (***)	-3.25 (***)	-2.68 (***)	-4.98 (***)	-3.31 (***)	-4.25 (***)	-4.04 (***)	-4.57 (***)
Price p_3	-1.06 (***)	-2.62 (***)	-3.41 (***)	-3.21 (***)	-1.18	-3.16 (***)	-2.59 (***)	-1.82 (***)	-2.56 (***)	-3.34 (***)
τ_{11}	0.08	0.24	0.51	0.4	0.12	0.68 (***)	2.27 (***)	0.53	0.11	0.97
τ_{12}	-0.76	-0.6	-1.98 (***)	-1.71	-1.01 (***)	-0.16	-1.63 (***)	-1.68	0.34	1.84 (***)
τ_{21}	-3.73 (***)	-4.7 (***)	-6.11 (***)	-4.34 (***)	-5.27 (***)	-3.85 (***)	-3.81 (***)	-4.77 (***)	-4.49 (***)	-4.39 (***)
τ_{22}	1.66 (***)	1.94 (***)	2.2 (***)	1.96 (***)	2.02 (***)	1.72 (***)	1.73 (***)	1.92 (***)	1.84 (***)	0.59
τ_{31}	-4.09 (***)	-3.8 (***)	-3.37 (***)	-4.55 (***)	-4.21 (***)	-2.72 (***)	-4.85 (***)	-4.23 (***)	-3.6 (***)	-4.77 (***)
τ_{32}	0.91 (***)	0.51	0.85 (***)	0.91 (***)	0.75 (***)	0.23	1.05 (***)	0.47	0.67 (***)	0.65
Price Q_1	0.06	-0.11	0.51	0.43	-3.33 (***)	0.3	-1.68 (***)	-1.75	-1.35	0.1
Price Q_2	1.65	1.42 (***)	-0.09	0.42	0.58	-0.08	1.93 (***)	1.51 (***)	0.11	-0.29
Price Q_3	-2.08 (***)	-0.77	-0.17	-0.03	0.75	0.47	-3.45 (***)	-0.47	-1.36	-1.35 (***)

Tabla B.2: Parámetros Finales Azúcar Diario

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-5.68 (***)	-5.91 (***)	-6.41 (***)	-6.78 (***)	-6.3 (***)	-6.13 (***)	-6.73 (***)	-6.12 (***)	-7.19 (***)	-5.92 (***)
Intercept p_3	-8.63 (***)	-7.28 (***)	-7.64 (***)	-8.26 (***)	-6.42 (***)	-7.09 (***)	-8.49 (***)	-7.08 (***)	-8.02 (***)	-6.25 (***)
Price p_2	-4.38 (***)	-4.77 (***)	-1.13 (***)	-1.55 (***)	-0.7 (***)	-0.58 (***)	-1.52 (***)	-4.23 (***)	-4.19 (***)	-4.85 (***)
Price p_3	-2.2 (***)	-1.74 (***)	-6.9 (***)	-5.09 (***)	-2.43 (***)	-4.86 (***)	-4.18 (***)	-2.85 (***)	-5.16 (***)	-4.66 (***)
τ_{11}	0.92 (***)	1.76 (***)	0.93	1.58 (***)	0.21	1.56 (***)	1.41 (***)	1.37 (***)	1.47 (***)	0.17
τ_{12}	-1.27 (***)	-0.01	0.08	-0.91	-1.08 (***)	-0.56	-0.17	-0.16	-1.13	-0.47
τ_{21}	-6.07 (***)	-4.88 (***)	-4.9 (***)	-6.4 (***)	-5.8 (***)	-5.11 (***)	-5.01 (***)	-5.61 (***)	-4.68 (***)	-4.98 (***)
τ_{22}	2.04 (***)	1.93 (***)	2.03 (***)	2.13 (***)	2.01 (***)	1.9 (***)	1.97 (***)	2.09 (***)	1.99 (***)	2.08 (***)
τ_{31}	-3.82 (***)	-3.8 (***)	-4.29 (***)	-3.81 (***)	-4.93 (***)	-4.45 (***)	-4.17 (***)	-3.77 (***)	-4.3 (***)	-4.12 (***)
τ_{32}	0.5	0.65 (***)	0.97 (***)	0.55 (***)	1.13 (***)	0.78 (***)	1.11 (***)	0.23	0.96 (***)	1.39 (***)
Price Q_1	-0.45	-0.26	0.06	0.04	-1.8 (***)	-0.04	-0.27	-0.22	-0.57	-1.06 (***)
Price Q_2	0.05	-0.11	0.16	-0.04	-0.2 (***)	0.12	-0.12	0.2	0.08	-0.19
Price Q_3	0.2 (***)	-0.07	-0.04	0.05	0.29 (***)	-0.01	-0.02	0.07	0.04	0.51

Tabla B.3: Parámetros Finales Camarón Diario

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-6.5 (***)	-6.52 (***)	-7.5 (***)	-6.19 (***)	-6.43 (***)	-6.01 (***)	-6.4 (***)	-5.6 (***)	-6.41 (***)	-8.11 (***)
Intercept p_3	-6.53 (***)	-7.81 (***)	-6.88 (***)	-7.63 (***)	-7.08 (***)	-7.85 (***)	-5.83 (***)	-6.18 (***)	-7.62 (***)	-7.84 (***)
Price p_2	-2.43 (***)	-1.54 (***)	-2.63 (***)	-3.41 (***)	-3.32 (***)	-2.78 (***)	-1.95 (***)	-0.19	-3.07 (***)	-3.53 (***)
Price p_3	-3.22 (***)	-2.27 (***)	-3.32 (***)	-3.04 (***)	-2.69 (***)	-2.97 (***)	-1.07 (***)	-0.15	-1.31 (***)	-3.25 (***)
τ_{11}	-0.4	0.21	1.3 (***)	-0.3	0.08	0.34	-0.01	0.55 (***)	0.49 (***)	-1.52 (***)
τ_{12}	0.27	-0.3	-1.37 (***)	0.53 (***)	0.4	0.55 (***)	0.27	-0.06	-0.61	-0.69
τ_{21}	-2.57 (***)	-1.8 (***)	-1.56 (***)	-1.81 (***)	-1.42 (***)	-3.39 (***)	-2.74 (***)	-2.23 (***)	-2.34 (***)	-0.41 (***)
τ_{22}	1.07 (***)	0.82 (***)	0.89 (***)	1.53 (***)	1.04 (***)	1.59 (***)	1.19 (***)	1.26 (***)	1.25 (***)	0.36
τ_{31}	-2.48 (***)	-4.01 (***)	-1.52 (***)	-0.96 (***)	-1.28 (***)	-1.35 (***)	-4.78 (***)	-3.48 (***)	-1.97 (***)	-4.39 (***)
τ_{32}	0.54 (***)	0.78 (***)	-0.05	-0.18	0.3	0.41 (***)	1.11 (***)	0.32	0.26	0.71 (***)
Price Q_1	-0.23	0.19	-1.4 (***)	-1.1 (***)	-0.33	-0.75	0.23	0.61	0.05	-2.59 (***)
Price Q_2	-1.21 (***)	0.32	0.89	0.99 (***)	1.3 (***)	-0.79 (***)	0.98 (***)	0.64	-0.67	-1.24 (***)
Price Q_3	-0.34	-0.25	-0.9 (***)	-0.27	-0.27	-0.42	-0.18	-0.35	0.1	0.49

Tabla B.4: Parámetros Finales Chocolate Diario

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-5.85 (***)	-4.55 (***)	-5.94 (***)	-5.77 (***)	-5.71 (***)	-6.51 (***)	-5.14 (***)	-4.89 (***)	-4.91 (***)	-5.82 (***)
Intercept p_3	-1.15	-4.48 (***)	-1.85 (***)	-4.32 (***)	-0.89 (***)	-3.73 (***)	-1.82 (***)	-3.83 (***)	-4.5 (***)	-2.28 (***)
Price p_2	-2.04 (***)	-0.89 (***)	-3.57 (***)	-4.08 (***)	-4.66 (***)	-4.44 (***)	-1.95 (***)	-1.59 (***)	-0.75 (***)	-0.9 (***)
Price p_3	-1.27 (***)	-1.38 (***)	-0.24	-2.79 (***)	-2.2 (***)	0.6 (***)	-1 (***)	-2.58 (***)	-1.8 (***)	-2.13 (***)
τ_{11}	2.06 (***)	1.31 (***)	0.92	0.72	0.25	2.17 (***)	2.18 (***)	0.08	-0.92	-0.44
τ_{12}	1.36	0.12	0.39	0.27	1.11 (***)	1.51 (***)	0.53	0.51	-0.31	0.33
τ_{21}	-4.93 (***)	-5.99 (***)	-5.39 (***)	-5.13 (***)	-5.72 (***)	-3.9 (***)	-5.73 (***)	-5.48 (***)	-5.59 (***)	-3.13 (***)
τ_{22}	1.88 (***)	1.67 (***)	2.06 (***)	1.96 (***)	1.85 (***)	1.77 (***)	2.02 (***)	1.96 (***)	1.95 (***)	1.2 (***)
τ_{31}	-5.59 (***)	-4.47 (***)	-7.22 (***)	-6.66 (***)	-6.87 (***)	-3.83 (***)	-5.71 (***)	-5 (***)	-4.88 (***)	-4.02 (***)
τ_{32}	1.47 (***)	1.5 (***)	1.84 (***)	1.58 (***)	1.96 (***)	1.12 (***)	1.24 (***)	1.33 (***)	1.22 (***)	0.63 (***)
Price Q_1	-1.35	-1.08 (***)	0.59	0.31	-0.64	0.76	-1.79	-2.44 (***)	-0.97	-0.28
Price Q_2	0.02	0.23	-0.65	0.23	0.14	-0.17	0.19	0.32	-0.39	0.27
Price Q_3	0	-0.2	-0.64	-1.12 (***)	0.11	0.06	0.39	-0.23	0.35	-0.2

Tabla B.5: Parámetros Finales Gaseosa Naranja Diario

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-4.85 (***)	-5.1 (***)	-5.75 (***)	-5.66 (***)	-5.31 (***)	-5.28 (***)	-6.15 (***)	-4.22 (***)	-6.04 (***)	-5.25 (***)
Intercept p_3	-1.98 (***)	-0.77 (***)	-1.44 (***)	-2.89 (***)	-2.22 (***)	-4.14 (***)	0.35	-1.55 (***)	-2.65 (***)	-3 (***)
Price p_2	0.06	-1.96 (***)	-1.09	0.56	-1.77 (***)	1.24 (***)	-1	-1.04 (***)	-2.39 (***)	1.17 (***)
Price p_3	-0.3	-3.58 (***)	-2.48 (***)	-1.9 (***)	-1.8 (***)	0.65 (***)	-1.75	-1.42 (***)	-4.1 (***)	-0.57
τ_{11}	0.18	0.47	1.1 (***)	1.45 (***)	1.25 (***)	0.04	1.54 (***)	0.33	2.99 (***)	0.45
τ_{12}	-1.09 (***)	-0.01	-1.67 (***)	0.26	-0.95 (***)	-0.2	-0.41	-0.02	-2.42	-0.65 (***)
τ_{21}	-3.48 (***)	-3.87 (***)	-3.02 (***)	-4.47 (***)	-2.4 (***)	-2.49 (***)	-1.97 (***)	-4.34 (***)	-4.01 (***)	-2.19 (***)
τ_{22}	1.47 (***)	1.71 (***)	1.28 (***)	1.91 (***)	1.14 (***)	1.32 (***)	0.84 (***)	1.74 (***)	1.61 (***)	0.83 (***)
τ_{31}	-3.12 (***)	-4.16 (***)	-3.49 (***)	-2.53 (***)	-2.78 (***)	-2.79 (***)	-4.5 (***)	-3.9 (***)	-4.41 (***)	-3.84 (***)
τ_{32}	0.83 (***)	0.9 (***)	0.44	0.54	0.6 (***)	0.68 (***)	0.91 (***)	1.01 (***)	0.77 (***)	0.81 (***)
Price Q_1	0.97	1.39 (***)	0.75	2.6 (***)	1.61 (***)	1.37 (***)	0.26	3.91 (***)	-1.09	0.83
Price Q_2	-0.1	-2.19 (***)	-1.05 (***)	-2.09 (***)	0.84	0.42	0.77	-0.35	0.28	0.16
Price Q_3	2.75 (***)	2.79 (***)	1.04	0.85	1.97 (***)	1.65 (***)	0.81	2.21 (***)	-0.05	2.15 (***)

Tabla B.6: Parámetros Finales Jugo en Polvo Diario

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-6.27 (***)	-6.26 (***)	-7.04 (***)	-7.4 (***)	-5.64 (***)	-6.57 (***)	-6.59 (***)	-5.65 (***)	-6.75 (***)	-6.95 (***)
Intercept p_3	-5.1 (***)	-2.83 (***)	-2.73 (***)	-3.93 (***)	-5.18 (***)	-4.89 (***)	-4.52 (***)	-4.63 (***)	-4.07 (***)	-2.55 (***)
Price p_2	-1.4 (***)	-0.96 (***)	-1.15 (***)	-1.36 (***)	-1.81 (***)	-1.72 (***)	-1.94 (***)	-3.6 (***)	-2.47 (***)	-1.43 (***)
Price p_3	-1.49 (***)	-2.27 (***)	-1.67 (***)	-1.74 (***)	-0.46 (***)	-3.17 (***)	-2.05 (***)	-1.23 (***)	-2.33 (***)	-1.93 (***)
τ_{11}	0.28	0.86	0.75	-0.03	0.99	0.44	-0.84	-0.09	2.37 (***)	-1.1
τ_{12}	0.82	-1.13 (***)	-0.47	-0.33	1.08	0.07	-1.53 (***)	-0.32	-0.52	-0.44
τ_{21}	-4.7 (***)	-5.79 (***)	-6.93 (***)	-5.33 (***)	-5.19 (***)	-5.58 (***)	-5.06 (***)	-4.84 (***)	-2.63 (***)	-4.12 (***)
τ_{22}	1.87 (***)	2.03 (***)	2.15 (***)	2.06 (***)	1.94 (***)	1.99 (***)	1.94 (***)	1.94 (***)	1.26 (***)	1.57 (***)
τ_{31}	-3.47 (***)	-4.67 (***)	-3.82 (***)	-2.79 (***)	-4.63 (***)	-3.68 (***)	-4.03 (***)	-5.23 (***)	-3.52 (***)	-4.02 (***)
τ_{32}	0.62 (***)	1.02 (***)	0.7 (***)	0.2	1.34 (***)	0.69 (***)	0.7 (***)	1.14 (***)	0.78 (***)	0.65
Price Q_1	0.54	1.27	1.44 (***)	1.12	0.99	0.56	2.96 (***)	1.93 (***)	-0.09	2.9 (***)
Price Q_2	-0.28	-0.93 (***)	-1.74 (***)	-2.16 (***)	-0.45	-1.07	-0.1	0.94	-0.62	-2.33 (***)
Price Q_3	0.93	1.31 (***)	-0.11	0.6	1.38	0.92	0.27	-0.09	0.28	0.66

Tabla B.7: Parámetros Finales Jurel Diario

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-6.41 (***)	-6.52 (***)	-6.75 (***)	-6.5 (***)	-6.05 (***)	-5.87 (***)	-6.55 (***)	-6.24 (***)	-6.51 (***)	-6.52 (***)
Intercept p_3	-3.77 (***)	-1.78 (***)	-4.54 (***)	-3.49 (***)	-5.2 (***)	-2.11 (***)	-0.68	-0.39 (***)	-2.82 (***)	-5.04 (***)
Price p_2	-1.87 (***)	-1.29 (***)	-2.23 (***)	-1.43 (***)	-1.06 (***)	-2.29 (***)	-1.46 (***)	-4.11 (***)	-2.91 (***)	-2.87 (***)
Price p_3	-3.26 (***)	-3.58 (***)	-1.42 (***)	-3.4 (***)	-0.13	-5.06 (***)	-3.46 (***)	-5.09 (***)	-2.88 (***)	-4.73 (***)
τ_{11}	-0.46	-0.45	0.15	-0.01	0.18	-0.17	-0.52 (***)	-0.28	0.9 (***)	2.4 (***)
τ_{12}	0.31	-0.17	0.39	0.62	0.45	-0.45 (***)	0.07	-0.03	-0.96	0.66
τ_{21}	-2.48 (***)	-3.04 (***)	-3.45 (***)	-2.97 (***)	-1.77 (***)	-2.39 (***)	-2.56 (***)	-2.3 (***)	-3.58 (***)	-5.25 (***)
τ_{22}	1.12 (***)	1.32 (***)	1.73 (***)	1.59 (***)	0.83 (***)	1.07 (***)	1.09 (***)	0.98 (***)	1.53 (***)	1.87 (***)
τ_{31}	-2.56 (***)	-2.13 (***)	-2.25 (***)	-2.36 (***)	-2.06 (***)	-2.05 (***)	-2.43 (***)	-2.43 (***)	-2.36 (***)	-2.29 (***)
τ_{32}	0.92 (***)	0.99 (***)	1.02 (***)	1.09 (***)	0.51 (***)	0.24	0.76 (***)	0.69 (***)	0.51	1.11 (***)
Price Q_1	2.48 (***)	4.04 (***)	0.63 (***)	0.4	0.61	1.41	1.96 (***)	1.43	3.47 (***)	2.99 (***)
Price Q_2	-0.23	0.13	1.89 (***)	0.15	0.99	-0.29	1.6 (***)	-0.38	0.11	2.28
Price Q_3	-0.12	1.15 (***)	-0.51	-0.33	-0.12	0.18	-0.07	0.72	2.35 (***)	1.79 (***)

Tabla B.8: Parámetros Finales Lasaña Diario

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-4.69 (***)	-4.37 (***)	-5.28 (***)	-5.56 (***)	-4.73 (***)	-4.17 (***)	-4.6 (***)	-4.62 (***)	-5.19 (***)	-4.92 (***)
Intercept p_3	-0.81 (***)	-6.2 (***)	-2.26 (***)	-1.65 (***)	-2.81 (***)	-5.89 (***)	-6.29 (***)	-0.83 (***)	-0.89 (***)	-4.52 (***)
Price p_2	1.45	-0.11	0.99	0.91	1.3 (***)	-0.8 (***)	-1.28 (***)	0.59	1.73	-1.9 (***)
Price p_3	-1.24 (***)	2.04 (***)	-1.55 (***)	-3.74 (***)	-0.48	2.52 (***)	3.42 (***)	-1.15 (***)	-1.39	-0.24
τ_{11}	1.07 (***)	-1	1.1 (***)	-0.49	-0.49	0.28	-0.52	0.09	0.53 (***)	1.08 (***)
τ_{12}	0.22	-1.21 (***)	0.06	1.44 (***)	-1.06 (***)	0.31	0.23	1.05 (***)	0.17	-0.44
τ_{21}	-3.8 (***)	-4.69 (***)	-0.8 (***)	-4.32 (***)	-4.65 (***)	-3.69 (***)	-4.47 (***)	-4.94 (***)	-4.25 (***)	-4.09 (***)
τ_{22}	1.39 (***)	1.91 (***)	-0.32	1.81 (***)	1.92 (***)	1.61 (***)	1.88 (***)	2 (***)	1.61 (***)	1.75 (***)
τ_{31}	-4.34 (***)	-5.68 (***)	-4.87 (***)	-4.59 (***)	-4.86 (***)	-3.44 (***)	-7.2 (***)	-4.77 (***)	-3.02 (***)	-2.9 (***)
τ_{32}	1.42 (***)	1.23 (***)	0.85 (***)	0.79 (***)	1.02 (***)	0.59 (***)	1.63 (***)	1.08 (***)	1.4 (***)	0.79 (***)
Price Q_1	0.24	2.54 (***)	0.4	-0.49	0.38	1.18 (***)	-1.38	-1.76 (***)	-0.54	1.66 (***)
Price Q_2	-0.69	-1.4 (***)	-0.93	-0.58	-1.2 (***)	0.16	-0.75	-2.08 (***)	0.38	-0.76
Price Q_3	1.92 (***)	0.67	0.69	0.09	0.98	0.48	-0.9 (***)	-0.43	-1.06 (***)	0.69

Tabla B.9: Parámetros Finales Lavalozza Diario

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-4.41 (***)	-4.97 (***)	-4.98 (***)	-5.83 (***)	-5.64 (***)	-5.04 (***)	-4.79 (***)	-4.64 (***)	-4.93 (***)	-4.74 (***)
Intercept p_3	-5.64 (***)	-4.97 (***)	-6.37 (***)	-6.92 (***)	-6.95 (***)	-6.66 (***)	-5.05 (***)	-5.68 (***)	-5.7 (***)	-8.23 (***)
Price p_2	-2.6 (***)	-1.06 (***)	-1.66 (***)	-1.13 (***)	-1.41 (***)	-0.48 (***)	-2.56 (***)	-2.55 (***)	-0.89 (***)	-1.92 (***)
Price p_3	-2.27 (***)	-2.49 (***)	-0.42	-2.45 (***)	-0.82 (***)	-1.91 (***)	-2.53 (***)	-1.52 (***)	-2.73 (***)	-1.38 (***)
τ_{11}	1.81 (***)	1.05	0.17	0.5	-0.53	0.15	-0.27	1.08 (***)	0.98 (***)	1.47 (***)
τ_{12}	-0.62	-0.84 (***)	0.32	0.48	1.13 (***)	0.02	-1.86 (***)	-0.52	0.39	1.38 (***)
τ_{21}	-4.86 (***)	-5.7 (***)	-5.66 (***)	-5.61 (***)	-4.45 (***)	-3.64 (***)	-3.91 (***)	-4.99 (***)	-5.06 (***)	-1.84 (***)
τ_{22}	1.96 (***)	2.09 (***)	2.13 (***)	2.19 (***)	1.89 (***)	1.69 (***)	1.33 (***)	1.94 (***)	1.96 (***)	-0.73 (***)
τ_{31}	-5.93 (***)	-5.01 (***)	-5.32 (***)	-5.24 (***)	-5.17 (***)	-4.23 (***)	-4.09 (***)	-5.87 (***)	-3.93 (***)	-5.32 (***)
τ_{32}	1.45 (***)	0.85 (***)	1.24 (***)	1.35 (***)	1.32 (***)	1.1 (***)	0.79 (***)	1.4 (***)	0.92 (***)	-0.77 (***)
Price Q_1	1.33 (***)	0.71	2.01	0.14	-0.09	-1	-0.36	1.07 (***)	1.41	0.03
Price Q_2	-0.1	0.16	0.17	-0.32	0.35	0.31	1.41	0.06	0.07	0.55 (***)
Price Q_3	0.02	0.66	-1.42 (***)	-0.83	1.02 (***)	0.33	0.05	0.78	0.76	0.16

Tabla B.10: Parámetros Finales Leche Diario

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-4.4 (***)	-4.45 (***)	-4.88 (***)	-5.36 (***)	-4.98 (***)	-4.26 (***)	-4.76 (***)	-3.73 (***)	-4.84 (***)	-5.14 (***)
Intercept p_3	-5.99 (***)	-0.96 (***)	-4.11 (***)	-2.41 (***)	-5.53 (***)	-5.06 (***)	-0.67 (***)	-4.83 (***)	-5.13 (***)	-4.71 (***)
Price p_2	-0.58 (***)	-3.24 (***)	-3.74 (***)	-6.96 (***)	-2.07 (***)	-2.19 (***)	-4.57 (***)	-4.1 (***)	-3.68 (***)	-2.53 (***)
Price p_3	-1.21 (***)	-0.19	-1.75 (***)	0.74 (***)	-3.69 (***)	-4.05 (***)	-3.08 (***)	-1.74 (***)	-4.02 (***)	0.79 (***)
τ_{11}	-0.2	-0.14	-0.2	0.6	0.32	0.51	0.48	1.07 (***)	0.86	0.3
τ_{12}	-0.17	-0.01	0.96	1.02 (***)	-0.41	-0.15	0.09	-1.17	-0.21	0.48
τ_{21}	-4.22 (***)	-4.62 (***)	-4.91 (***)	-4.25 (***)	-4.49 (***)	-4.89 (***)	-5.88 (***)	-4.49 (***)	-4.45 (***)	-4.97 (***)
τ_{22}	1.75 (***)	1.85 (***)	1.88 (***)	1.83 (***)	1.78 (***)	1.91 (***)	2.08 (***)	1.49 (***)	1.93 (***)	1.95 (***)
τ_{31}	-4.29 (***)	-5.01 (***)	-5.76 (***)	-6.28 (***)	-4.99 (***)	-4.42 (***)	-6.16 (***)	-4.97 (***)	-5.23 (***)	-3.79 (***)
τ_{32}	1.02 (***)	1.28 (***)	1.44 (***)	1.57 (***)	1.32 (***)	1.04 (***)	1.48 (***)	1.55 (***)	1.08 (***)	1.01 (***)
Price Q_1	-1.06	-0.53	-1.32	-1.48 (***)	-1.13 (***)	-1.68	-2.01 (***)	2.05 (***)	-0.18	0.1
Price Q_2	-2.08 (***)	-0.29	0.3	-0.03	1.75 (***)	-0.69	0.41	-0.12	0.08	-1.67 (***)
Price Q_3	-1.62 (***)	-0.97 (***)	-1.78 (***)	-1.51 (***)	-2.5 (***)	-0.61	-2.48 (***)	-1.48	-1.06	0.83

Tabla B.11: Parámetros Finales Toallas de Papel Diario

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-5.52 (***)	-5.52 (***)	-6.03 (***)	-7.46 (***)	-6.11 (***)	-5.37 (***)	-5.86 (***)	-5.88 (***)	-5.71 (***)	-5.89 (***)
Intercept p_3	-6.01 (***)	-0.62	-6.94 (***)	-5.62 (***)	-5.6 (***)	-5.77 (***)	-6.63 (***)	-4.71 (***)	-5.19 (***)	-7.38 (***)
Price p_2	-3.8 (***)	-2.54 (***)	-3.26 (***)	-2.65 (***)	-2.47 (***)	-1.76 (***)	-4.78 (***)	-2.46 (***)	-3.06 (***)	-2.65 (***)
Price p_3	-3.28 (***)	-2.37 (***)	-1.57 (***)	-1.73 (***)	-1.51 (***)	-3.15 (***)	-2.34 (***)	-1.69 (***)	-1.77 (***)	-1.2 (***)
τ_{11}	1.56 (***)	-0.12	0.94	1.05	-0.21	0.75 (***)	0.63	2.06 (***)	-0.09	1 (***)
τ_{12}	-0.26	-0.67	1.04	-0.37	0.43	-0.5	0.46	-0.79	1.11	-0.39
τ_{21}	-4.56 (***)	-5.37 (***)	-3.61 (***)	-6.85 (***)	-5.24 (***)	-3.13 (***)	-2.99 (***)	-5.56 (***)	-6 (***)	-3.57 (***)
τ_{22}	1.86 (***)	2.07 (***)	1.9 (***)	2.39 (***)	2.01 (***)	1.43 (***)	1.72 (***)	2.08 (***)	2.21 (***)	2.04 (***)
τ_{31}	-3.79 (***)	-4.64 (***)	-3.24 (***)	-3.44 (***)	-3.62 (***)	-2.95 (***)	-4.1 (***)	-4.73 (***)	-3.67 (***)	-1.97 (***)
τ_{32}	0.86 (***)	1.07 (***)	0.42	0.21	0.4	0.46 (***)	0.55	1.13 (***)	0.99 (***)	-0.69 (***)
Price Q_1	-0.47 (***)	0.45	0.13	0.3	0.17	0.07	0.08	-0.26	0.58 (***)	-0.01
Price Q_2	-0.12	-0.2 (***)	-0.03	-0.35	-0.05	-0.03	0.23 (***)	-0.17	-0.31	-0.11
Price Q_3	0.01	0.14	-0.31	0.15	0.15	0.03	0.18	0.15	0.1	-0.01

Tabla B.12: Parámetros Finales Papas Duquesa Diario

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-6.57 (***)	-6.47 (***)	-6.34 (***)	-6.39 (***)	-6.09 (***)	-6.3 (***)	-6.12 (***)	-5.87 (***)	-6.9 (***)	-6.79 (***)
Intercept p_3	-3.99 (***)	-0.58 (***)	-5.73 (***)	-6.13 (***)	-6.97 (***)	-5.15 (***)	-5.86 (***)	-6.77 (***)	-5.08 (***)	-6.92 (***)
Price p_2	-0.16	-1.9 (***)	-0.61	-3 (***)	-1.91 (***)	-2.99 (***)	-3.23 (***)	-3.53 (***)	-1.19 (***)	-2.72 (***)
Price p_3	-0.61 (***)	-3.25 (***)	-2.72 (***)	-1.43 (***)	-3.5 (***)	-2.14 (***)	-0.59 (***)	-4.71 (***)	-2.04 (***)	-3.07 (***)
τ_{11}	0.13	0.37	0.12	0.27	0.21	0.2	0.9 (***)	-0.18	0.42	2.27 (***)
τ_{12}	-0.11	0.02	-0.64	0.22	-0.58	0.62 (***)	-0.98 (***)	0.05	0.04	-0.3
τ_{21}	-1.23 (***)	-2.45 (***)	-3.27 (***)	-1.92 (***)	-3.28 (***)	-2.77 (***)	-2.96 (***)	-2.78 (***)	-2.55 (***)	-3.39 (***)
τ_{22}	0.39 (***)	1.09 (***)	1.2 (***)	1.06 (***)	1.38 (***)	1.47 (***)	1.47 (***)	1.23 (***)	1.46 (***)	1.38 (***)
τ_{31}	-1.74 (***)	-2.61 (***)	-2.31 (***)	-2.27 (***)	-1.95 (***)	-2.77 (***)	-1.79 (***)	-2.3 (***)	-2.55 (***)	-2.56 (***)
τ_{32}	0.53 (***)	0.9 (***)	-0.05	0.64 (***)	0.42 (***)	0.85 (***)	0.1	0.65 (***)	0.1	0.77 (***)
Price Q_1	0.58	0.43	0.33	0.51	0.29	0.14	-0.9	1.11 (***)	1.15 (***)	-0.51
Price Q_2	-0.6	-0.55	0.03	-0.55	-0.16	-0.58 (***)	0.21	-0.66	-0.63	0.04
Price Q_3	0.28	-0.42	-0.31	-0.41	-0.48	-0.62	0.13	0.63 (***)	0.16	1.89

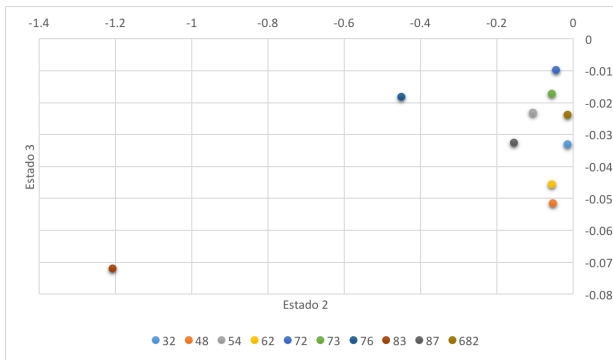
Tabla B.13: Parámetros Finales Quesillo Diario

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-5.29 (***)	-5.03 (***)	-5.71 (***)	-5.6 (***)	-5 (***)	-5.17 (***)	-5.48 (***)	-5.48 (***)	-5.71 (***)	-5.06 (***)
Intercept p_3	-4.21 (***)	-0.8 (***)	-1.67 (***)	-3.99 (***)	-4.62 (***)	-5.88 (***)	-4.43 (***)	-4.77 (***)	-5.96 (***)	-4.93 (***)
Price p_2	-3.14 (***)	-2.48 (***)	-3.7 (***)	-4.94 (***)	-3.75 (***)	-5.23 (***)	-2.71 (***)	-5.26 (***)	-3.97 (***)	-1.82 (***)
Price p_3	-3.73 (***)	-0.42	-3.09 (***)	-4.23 (***)	-2.46 (***)	-4.08 (***)	-3.29 (***)	-2.72 (***)	-3.02 (***)	-2.14 (***)
τ_{11}	1.23 (***)	0.75	0.53	0.77	0.19	-0.79 (***)	0.63	0.25	1.18 (***)	1.04 (***)
τ_{12}	0.42	0.82	1.27 (***)	-1.49 (***)	0.81	0.58	0.01	-1.67 (***)	-1.47 (***)	-1.18 (***)
τ_{21}	-3.5 (***)	-4.58 (***)	-4.02 (***)	-4.66 (***)	-4.82 (***)	-3.86 (***)	-3.64 (***)	-4.26 (***)	-3.89 (***)	-3.95 (***)
τ_{22}	1.61 (***)	1.87 (***)	1.79 (***)	1.82 (***)	2 (***)	1.79 (***)	1.75 (***)	1.78 (***)	1.71 (***)	1.42 (***)
τ_{31}	-5.32 (***)	-6.62 (***)	-4.45 (***)	-5.13 (***)	-3.46 (***)	-3.63 (***)	-3.68 (***)	-4.48 (***)	-3.56 (***)	-3.79 (***)
τ_{32}	1.33 (***)	1.56 (***)	1.03 (***)	0.99 (***)	0.64 (***)	0.39	1.04 (***)	1.07 (***)	0.82 (***)	0.13
Price Q_1	-2.22 (***)	0.32	0.74	0.22	0.3	-2.35 (***)	0.46	0.99	-0.41	0.92 (***)
Price Q_2	0.38	0.15	1.57 (***)	0.89 (***)	1.7 (***)	0.4	1.68 (***)	1.71 (***)	0.29	-0.35
Price Q_3	-0.46 (***)	1.02	-0.38	-1.38 (***)	-0.53	-0.52 (***)	-1.12	-0.68	-0.69 (***)	-1.73 (***)

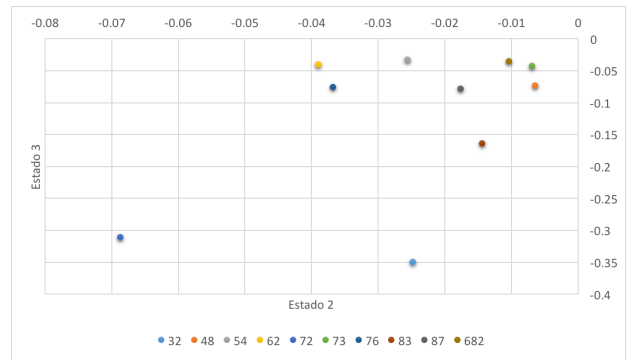
Tabla B.14: Parámetros Finales Té Diario

Apéndice C

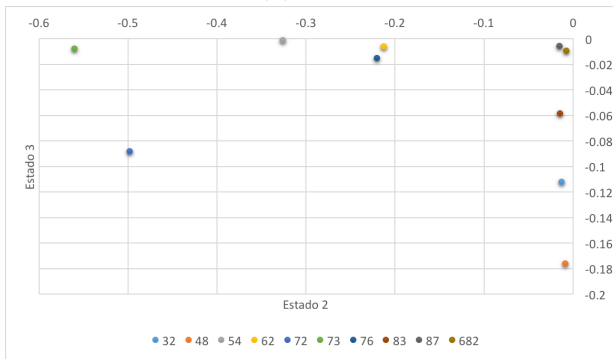
Parámetros Asociados al Precio para Estados Dos y Tres en Enfoque Diario



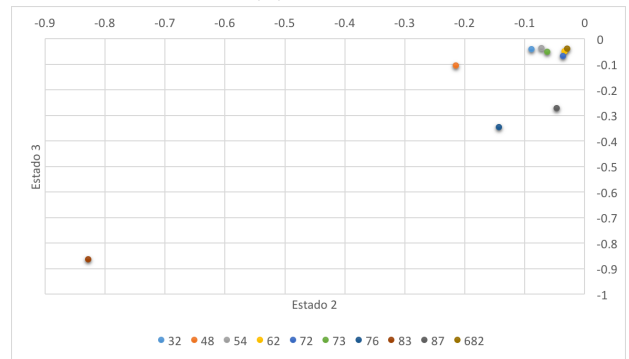
(a) Atún



(b) Azúcar

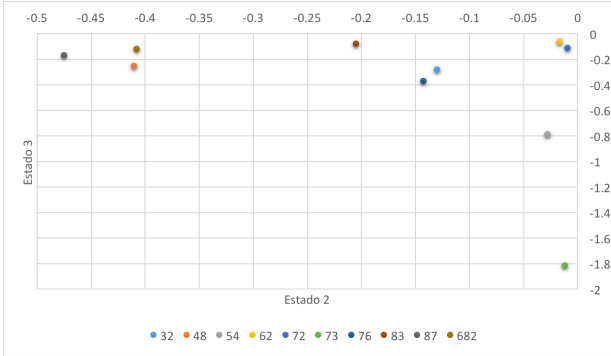


(c) Camarón

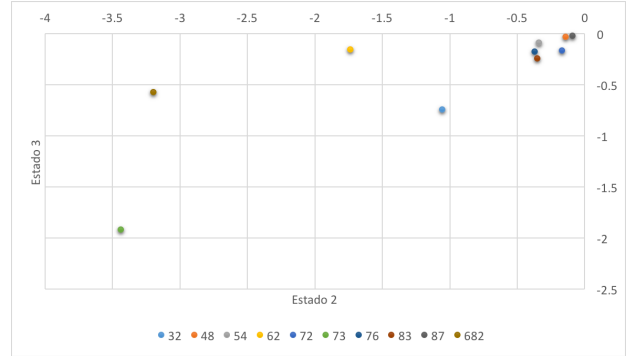


(d) Chocolate

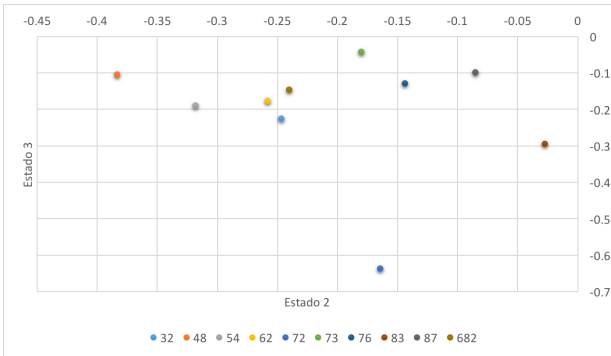
Figura C.1: Parámetros Precio Estado 2 v/s Estado 3 Enfoque Diario (1)



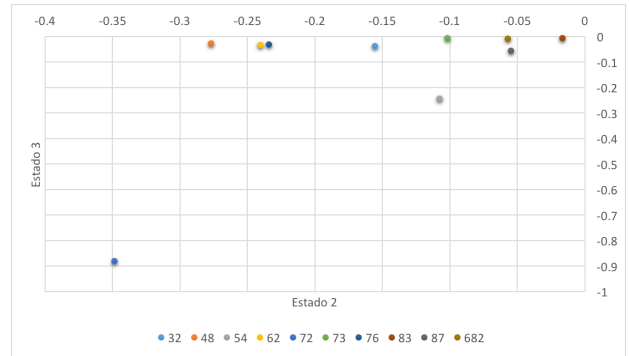
(a) Fanta



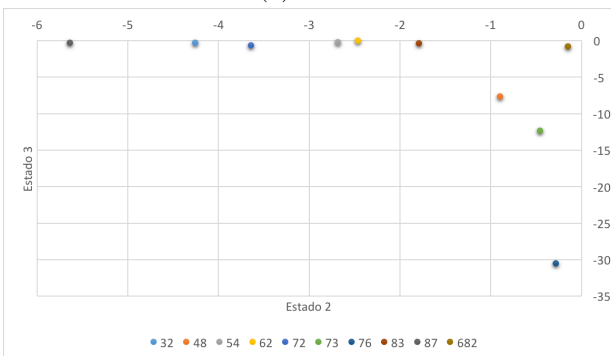
(b) Jugo en Polvo



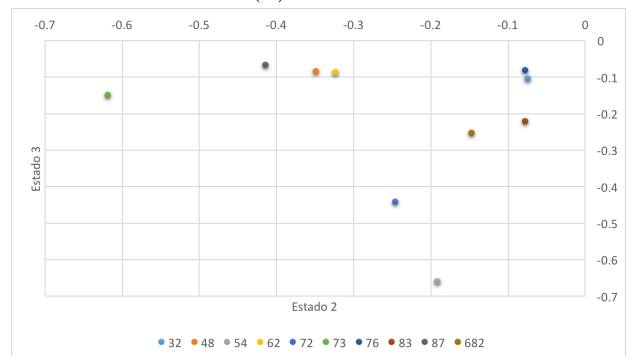
(c) Jurel



(d) Lasaña

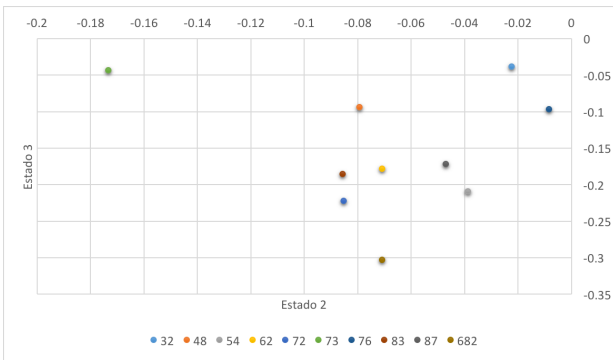


(e) Lavalozza

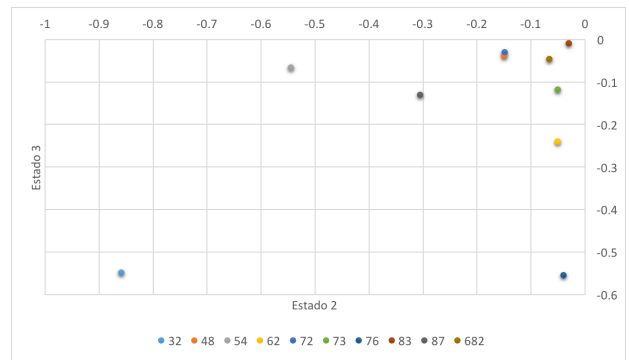


(f) Leche

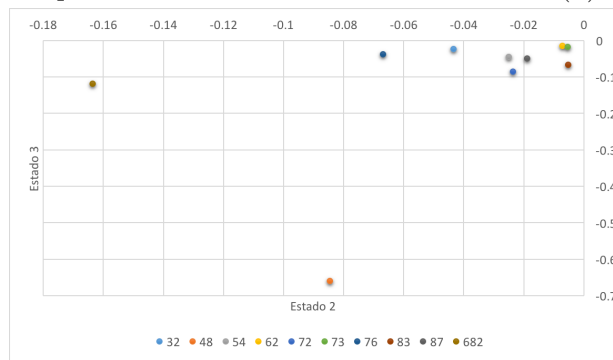
Figura C.2: Parámetros Precio Estado 2 v/s Estado 3 Enfoque Diario (2)



(a) Papas Duquesa



(b) Quesillo



(c) Té

Figura C.3: Parámetros Precio Estado 2 v/s Estado 3 Enfoque Diario (3)

Apéndice D

Parámetros Modelo Final Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-5.96 (***)	-4.93 (***)	-5.33 (***)	-5.95 (***)	-5.33 (***)	-4.76 (***)	-4.89 (***)	-4.99 (***)	-6.26 (***)	-5.22 (***)
Intercept p_3	-4.74 (***)	-5.17 (***)	-4.85 (***)	-5.31 (***)	-4.45 (***)	-5.25 (***)	-4.6 (***)	-5.22 (***)	-5.45 (***)	-4.79 (***)
Price p_2	-1.06 (***)	-1.92 (***)	-1.83 (***)	-1.72 (***)	-2.11 (***)	-1.27 (***)	-1.98 (***)	-2.19 (***)	-0.94 (***)	-1.48 (***)
Price p_3	0.92 (***)	-0.36 (***)	-0.44 (***)	-0.69 (***)	-1.25 (***)	0.06	-1.26 (***)	-0.56 (***)	0.61 (***)	-0.81 (***)
τ_{11}	0.16 (***)	0.17	0.29 (***)	0.39 (***)	-0.62 (***)	0.01	0.78 (***)	0.19 (***)	0.37 (***)	-0.24 (***)
τ_{12}	1.12 (***)	0.1	-0.17 (***)	0.51 (***)	-0.26 (***)	0.07	-0.59 (***)	-0.52 (***)	1.28 (***)	-0.17 (***)
τ_{21}	-2.36 (***)	-1.81 (***)	-1.09 (***)	-2.04 (***)	-1.75 (***)	-2.45 (***)	-1.55 (***)	-2.36 (***)	-2.78 (***)	-1.15 (***)
τ_{22}	2.35 (***)	1.32 (***)	-0.06	1.29 (***)	0.74 (***)	1.51 (***)	1.06 (***)	1.61 (***)	2.01 (***)	0.4 (***)
τ_{31}	0.75 (***)	-1.98 (***)	-2.66 (***)	-2.18 (***)	-2.33 (***)	-1.24 (***)	-2.82 (***)	-1.59 (***)	-0.44 (***)	-1.94 (***)
τ_{32}	-0.87 (***)	0.17	-0.38 (***)	0.1	0.31 (***)	-0.19 (***)	-0.1	-0.02	-0.16	-0.13
Price Q_1	0.25 (***)	-0.2 (***)	0.42 (***)	-0.48 (***)	0.41 (***)	0.03	-0.45 (***)	-0.07	-0.21	0.56 (***)
Price Q_2	0.11	-0.03	0.55 (***)	-0.62 (***)	-0.31 (***)	-0.06	-0.19 (***)	0.28 (***)	-0.03	0.26 (***)
Price Q_3	-0.91 (***)	-0.21	0.07	0.74 (***)	-0.26 (***)	-0.44 (***)	0.15 (***)	-0.32 (***)	0.36 (***)	0.18 (***)

Tabla D.1: Parámetros Finales Aceite Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-6 (***)	-5.6 (***)	-5.9 (***)	-5.86 (***)	-5.79 (***)	-5.55 (***)	-5.06 (***)	-5.89 (***)	-5.65 (***)	-5.67 (***)
Intercept p_3	-4.75 (***)	-5.31 (***)	-5.42 (***)	-5.02 (***)	-5 (***)	-4.73 (***)	-4.89 (***)	-5.26 (***)	-5.04 (***)	-4.84 (***)
Price p_2	-0.32 (***)	-0.62 (***)	-0.96 (***)	-1.22 (***)	0.02	-1.34 (***)	-1.37 (***)	-0.88 (***)	-0.99 (***)	-0.48 (***)
Price p_3	0.13	0.34 (***)	-0.66 (***)	0.2	-1.06 (***)	-0.74 (***)	-0.88 (***)	-0.76 (***)	-0.39 (***)	0.09
τ_{11}	0.12	0.23 (***)	-0.41 (***)	0.37 (***)	-0.38 (***)	-0.49 (***)	-0.39 (***)	-0.78 (***)	0.61 (***)	-0.7 (***)
τ_{12}	-0.3 (***)	-0.05	-0.25 (***)	-0.71 (***)	0.46 (***)	-0.01	1.13 (***)	0.37 (***)	-0.19	-0.04
τ_{21}	-1.48 (***)	-3.21 (***)	-2.18 (***)	-3.8 (***)	-1.93 (***)	-1.4 (***)	-2.14 (***)	-2.2 (***)	-1.77 (***)	-1.58 (***)
τ_{22}	0.94 (***)	1.75 (***)	1.54 (***)	1.91 (***)	1.41 (***)	0.8 (***)	1.37 (***)	1.55 (***)	1.17 (***)	0.44 (***)
τ_{31}	-3.38 (***)	-1.99 (***)	-2.77 (***)	-0.64 (***)	-3.19 (***)	-2.07 (***)	-3.2 (***)	-2.47 (***)	-2.76 (***)	-1.71 (***)
τ_{32}	-0.42 (***)	0.12	-0.27	-0.11	-0.75 (***)	-0.5 (***)	0.33 (***)	-0.25 (***)	0.19 (***)	0.75 (***)
Price Q_1	0.65 (***)	-0.02	0.19 (***)	0.26	0.36 (***)	-0.09	0.75 (***)	0.54 (***)	-0.32 (***)	0.47 (***)
Price Q_2	0.58 (***)	0.15	0.24 (***)	-0.99 (***)	-0.08	-0.05	0.51 (***)	0.33 (***)	0.49 (***)	0.23 (***)
Price Q_3	-0.22 (***)	0.2	0.68 (***)	-0.31 (***)	0.52 (***)	-0.06	0.02	-0.52 (***)	-0.19	0.6 (***)

Tabla D.2: Parámetros Finales Atún Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-5.53 (***)	-5.85 (***)	-6.13 (***)	-6.12 (***)	-5.38 (***)	-4.81 (***)	-5.59 (***)	-5.94 (***)	-5.43 (***)	-5.33 (***)
Intercept p_3	-5.34 (***)	-5.51 (***)	-5.37 (***)	-4.94 (***)	-5.2 (***)	-5.25 (***)	-4.88 (***)	-5.56 (***)	-4.82 (***)	-4.96 (***)
Price p_2	-1.33 (***)	-0.35 (***)	-1.16 (***)	-2.22 (***)	-1.31 (***)	-1.3 (***)	-1.74 (***)	-1.32 (***)	-1.61 (***)	-0.8 (***)
Price p_3	-0.55 (***)	-0.68 (***)	-0.84 (***)	-0.04	-0.23 (***)	-0.65 (***)	0.18	-1.33 (***)	0.73 (***)	-0.15
τ_{11}	0.57 (***)	-0.33 (***)	0.04	0.64 (***)	-0.13	0.23 (***)	1.66 (***)	-0.74 (***)	-0.02	0.23 (***)
τ_{12}	0.33 (***)	0.01	-0.15	0.78 (***)	-0.39	-0.05	0.19 (***)	0.09	-0.43 (***)	-0.59 (***)
τ_{21}	-1.47 (***)	-1.78 (***)	-1.62 (***)	-2.7 (***)	-1.99 (***)	-1.49 (***)	-0.85 (***)	-2.17 (***)	-2.5 (***)	-1.37 (***)
τ_{22}	0.65 (***)	1.42 (***)	0.67 (***)	1.66 (***)	1.2 (***)	1.15 (***)	0.09	1.39 (***)	1.34 (***)	0.23 (***)
τ_{31}	-2.97 (***)	-3.1 (***)	-3.94 (***)	-3.3 (***)	-2.97 (***)	-2.63 (***)	-3.4 (***)	-3.5 (***)	-2.52 (***)	-2.14 (***)
τ_{32}	0.12	-0.43 (***)	-0.5 (***)	-0.8 (***)	-0.41 (***)	-0.16	-0.65 (***)	0.3 (***)	0.05	-0.38 (***)
Price Q_1	0.56 (***)	0.69 (***)	0.74 (***)	0.49 (***)	0.26	0.3	0.02	0.23	-0.05	0.59 (***)
Price Q_2	0.34 (***)	-0.02	0.05	0.09	-0.27 (***)	0.2 (***)	0.61 (***)	0.08	0.44	0.35 (***)
Price Q_3	-0.44 (***)	0.24	0.41 (***)	-0.37 (***)	0.53 (***)	-0.04	-0.25	-0.63 (***)	0.22	-0.28 (***)

Tabla D.3: Parámetros Finales Azúcar Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-6.09 (***)	-5.23 (***)	-5.22 (***)	-6.73 (***)	-5.83 (***)	-5.14 (***)	-4.75 (***)	-5.76 (***)	-5.04 (***)	-5.09 (***)
Intercept p_3	-4.88 (***)	-5.22 (***)	-5.1 (***)	-3.89 (***)	-5.49 (***)	-5.2 (***)	-5.13 (***)	-5.56 (***)	-4.92 (***)	-4.56 (***)
Price p_2	-1.64 (***)	-1.48 (***)	-2.19 (***)	-2.04 (***)	-1.77 (***)	-2.28 (***)	-3.36 (***)	-1.87 (***)	-1.95 (***)	-1.98 (***)
Price p_3	-0.93 (***)	-1.11 (***)	-1.12 (***)	-0.39 (***)	-0.63 (***)	-0.52 (***)	-0.09	-0.79 (***)	-0.41 (***)	0.27 (***)
τ_{11}	-0.16 (***)	0.16	-0.36 (***)	0.69 (***)	-0.21 (***)	0.18 (***)	-0.15 (***)	0.16	0.46 (***)	0.33 (***)
τ_{12}	0.08	0.4 (***)	0.67 (***)	1.21 (***)	-0.03	-0.04	0.82 (***)	0.41 (***)	0.43 (***)	0.18 (***)
τ_{21}	-1.82 (***)	-1.19 (***)	-1.84 (***)	-2.37 (***)	-2.07 (***)	-1.82 (***)	-2.31 (***)	-1.48 (***)	-2.44 (***)	-0.76 (***)
τ_{22}	1.1 (***)	0.86 (***)	1.07 (***)	1.86 (***)	1.2 (***)	1.55 (***)	1.59 (***)	0.98 (***)	1.64 (***)	0.96 (***)
τ_{31}	-1.83 (***)	-1.75 (***)	-2.07 (***)	-1.2 (***)	-1.94 (***)	-0.64 (***)	-0.7 (***)	-1.82 (***)	-0.92 (***)	-0.43 (***)
τ_{32}	0.14	-0.02	-0.13	0.17 (***)	0.25 (***)	0.05	0.33 (***)	-0.04	0.23 (***)	0.14 (***)
Price Q_1	0.14	-0.16 (***)	0.12	0.06	0.19	0.14 (***)	0.09	0.05	-0.45 (***)	-0.01
Price Q_2	-0.05	-0.04	0.05	-0.07	-0.05	0.09 (***)	0.01	-0.02	-0.03	0.05
Price Q_3	-0.92 (***)	-1.04 (***)	0.13	-0.85 (***)	-1.1 (***)	0.29 (***)	0.01	-0.46 (***)	-0.03	-0.09

Tabla D.4: Parámetros Finales Cerveza Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-5.49 (***)	-6.41 (***)	-6.63 (***)	-6.57 (***)	-5.62 (***)	-4.69 (***)	-5.38 (***)	-6.84 (***)	-5.24 (***)	-5.27 (***)
Intercept p_3	-4.93 (***)	-5.47 (***)	-4.19 (***)	-4.93 (***)	-5.2 (***)	-4.49 (***)	-5.2 (***)	-4.66 (***)	-5.18 (***)	-5.22 (***)
Price p_2	-2.52 (***)	-2.33 (***)	-3.39 (***)	-1.75 (***)	-2.6 (***)	-2.52 (***)	-2.62 (***)	-3.1 (***)	-2.71 (***)	-2.17 (***)
Price p_3	-1.94 (***)	-2.17 (***)	-0.31 (***)	-2.03 (***)	-0.75 (***)	-2.52 (***)	-0.81 (***)	-0.43 (***)	-0.5 (***)	-0.07
τ_{11}	-0.13	-1.13 (***)	-1.06 (***)	-1.36 (***)	-0.11	-0.31 (***)	-0.02	-0.04	0.03	0.24 (***)
τ_{12}	0.1	-1.08 (***)	1.64 (***)	-0.11	-0.26 (***)	-0.09	0.76 (***)	-0.2	0.93 (***)	0.36 (***)
τ_{21}	-2.88 (***)	-3.06 (***)	-2.93 (***)	-2.3 (***)	-3.3 (***)	-2.47 (***)	-2.7 (***)	-2.92 (***)	-3.07 (***)	-1.24 (***)
τ_{22}	1.53 (***)	1.75 (***)	2.04 (***)	1.44 (***)	1.87 (***)	1.65 (***)	1.93 (***)	1.81 (***)	1.97 (***)	1.22 (***)
τ_{31}	-2.11 (***)	-2.23 (***)	-0.84 (***)	-2.11 (***)	-1.6 (***)	-2.47 (***)	-0.67 (***)	-1.58 (***)	-0.61 (***)	-0.63 (***)
τ_{32}	0.1	0.28 (***)	-0.64 (***)	-0.11	0.18 (***)	-0.34 (***)	-0.07	-0.25 (***)	-0.29 (***)	0.28
Price Q_1	0.11	-0.3	-0.47 (***)	-0.01	0.12	0.24 (***)	0.09	-0.15	0.09	0.22 (***)
Price Q_2	0.04	-0.1	-0.04	0.23 (***)	0.06	-0.08	0.03	-0.16	0.12	0.05
Price Q_3	-0.02	-0.12	0.83 (***)	-0.53 (***)	0.2	0.04	0.43 (***)	0.08	0.41 (***)	0.13

Tabla D.5: Parámetros Finales Chorizo Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-5.32 (***)	-4.48 (***)	-5.07 (***)	-5.36 (***)	-4.99 (***)	-4.89 (***)	-4.81 (***)	-4.52 (***)	-5.36 (***)	-4.96 (***)
Intercept p_3	-5.18 (***)	-5.07 (***)	-4.72 (***)	-4.85 (***)	-5.49 (***)	-4.85 (***)	-5.11 (***)	-5.02 (***)	-4.97 (***)	-4.98 (***)
Price p_2	-0.85 (***)	-0.88 (***)	-0.68 (***)	-1.23 (***)	-0.9 (***)	-1.64 (***)	-1.19 (***)	-0.77 (***)	-1.14 (***)	-1 (***)
Price p_3	0.08	-0.08	0.15 (***)	-0.23 (***)	-0.38 (***)	0.15	-0.82 (***)	-0.64 (***)	0.25 (***)	0.04
τ_{11}	0.02	-0.13 (***)	0.22 (***)	0.44 (***)	-0.05	0.5 (***)	-0.05	0.03	0.31 (***)	0.12
τ_{12}	0.09	0.04	0.47 (***)	0.17	-0.26 (***)	-0.09	0.25 (***)	-0.16 (***)	0.07	0.08
τ_{21}	-1.01 (***)	-1.83 (***)	-2.04 (***)	-1.59 (***)	-0.76 (***)	-1.62 (***)	-1.25 (***)	-0.52 (***)	-1.43 (***)	-0.28 (***)
τ_{22}	0.89 (***)	1.46 (***)	1.51 (***)	1.32 (***)	0.29 (***)	1.26 (***)	-0.37	0.27 (***)	0.39 (***)	0.09 (***)
τ_{31}	-1.96 (***)	-0.86 (***)	-0.9 (***)	-1.23 (***)	-2.16 (***)	-1.1 (***)	-2.62 (***)	-1.75 (***)	-2.26 (***)	-1.46 (***)
τ_{32}	-0.56 (***)	0.03	-0.26 (***)	-0.07	-0.71 (***)	0.32 (***)	-0.07	-0.43 (***)	0.02	-0.71 (***)
Price Q_1	0.16 (***)	0.5 (***)	0.08	-0.17	0.11 (***)	-0.45 (***)	-0.07	0.18 (***)	-0.13	-0.41 (***)
Price Q_2	-0.14 (***)	0.75 (***)	-0.15 (***)	0.28 (***)	-0.02	0.13 (***)	-0.55 (***)	-0.09 (***)	0.11 (***)	-0.2 (***)
Price Q_3	0.14 (***)	0.34 (***)	-0.14 (***)	0.12 (***)	0.42 (***)	0.12	0.33 (***)	0.18	0.31 (***)	0.29 (***)

Tabla D.6: Parámetros Finales Galletas de Coctel Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-5.14 (***)	-4.65 (***)	-5.73 (***)	-5.79 (***)	-5.11 (***)	-6.04 (***)	-4.97 (***)	-4.84 (***)	-4.8 (***)	-5.81 (***)
Intercept p_3	-5.2 (***)	-5.35 (***)	-4.11 (***)	-5.25 (***)	-5.7 (***)	-5.01 (***)	-5.43 (***)	-5.39 (***)	-4.44 (***)	-5.31 (***)
Price p_2	-1.48 (***)	-1.11 (***)	-0.82 (***)	-2.13 (***)	-1.32 (***)	-1.7 (***)	-1.24 (***)	-2.21 (***)	-1.04 (***)	-0.89 (***)
Price p_3	-1.03 (***)	-0.78 (***)	-1.25 (***)	-1.63 (***)	-1.56 (***)	-1.59 (***)	-0.76 (***)	-1.28 (***)	-0.53 (***)	-0.26 (***)
τ_{11}	0.45 (***)	-0.03	-1.13 (***)	-0.49	-0.14 (***)	0.73 (***)	-0.75 (***)	-0.18	0.56 (***)	-0.34 (***)
τ_{12}	-0.19	0.16	-0.21 (***)	0.05	0.13	-0.83 (***)	0.3 (***)	0.37 (***)	0.06	-0.03
τ_{21}	-1.76 (***)	-2.25 (***)	-1.8 (***)	-3.08 (***)	-1.61 (***)	-1.08 (***)	-2.07 (***)	-2.69 (***)	-3.07 (***)	-0.68 (***)
τ_{22}	1.2 (***)	1.41 (***)	1.02 (***)	1.71 (***)	0.74 (***)	0.88 (***)	1.52 (***)	1.58 (***)	1.67 (***)	0.54 (***)
τ_{31}	-2.12 (***)	-2 (***)	-2.35 (***)	-2.73 (***)	-2.44 (***)	-2.35 (***)	-2.22 (***)	-1.16 (***)	-1.79 (***)	-1.21 (***)
τ_{32}	-0.39 (***)	-0.18 (***)	-0.69 (***)	0.55 (***)	0.16	-0.24 (***)	-0.22 (***)	-0.06	0.04	-0.29 (***)
Price Q_1	0.31 (***)	-0.76 (***)	0.38 (***)	-0.72 (***)	0.07	0.77 (***)	-0.76 (***)	-0.37 (***)	0.12	-0.14
Price Q_2	-0.27 (***)	-0.29 (***)	-0.3 (***)	-0.23	-0.18 (***)	0.15	0.03	-0.13	-0.15	-0.02
Price Q_3	-0.1	-0.63 (***)	-0.08	-0.13	-0.41 (***)	-0.34 (***)	-0.38 (***)	-0.18	0.23 (***)	-0.54 (***)

Tabla D.7: Parámetros Finales Gaseosa Naranja Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-4.67 (***)	-4.52 (***)	-5.2 (***)	-5.8 (***)	-4.64 (***)	-4.61 (***)	-4.73 (***)	-4.67 (***)	-5.08 (***)	-5.26 (***)
Intercept p_3	-5.21 (***)	-5.31 (***)	-5.29 (***)	-5.38 (***)	-5.15 (***)	-5.19 (***)	-4.62 (***)	-5.29 (***)	-4.86 (***)	-5.11 (***)
Price p_2	-1.04 (***)	-1.28 (***)	-1.62 (***)	-0.83 (***)	-1.77 (***)	-0.86 (***)	-1.45 (***)	-0.6 (***)	-1.26 (***)	-1.17 (***)
Price p_3	-0.42 (***)	0.13 (***)	-1.25 (***)	-0.64 (***)	-0.3 (***)	-0.55 (***)	0.47 (***)	0.01 (***)	0.27 (***)	-0.33 (***)
τ_{11}	0.29 (***)	0.07 (***)	-0.21 (***)	-0.38 (***)	-0.07 (***)	-0.09 (***)	-0.28 (***)	0.01 (***)	0.76 (***)	-0.52 (***)
τ_{12}	0.31 (***)	-0.17 (***)	0.2 (***)	0.14 (***)	0.09 (***)	-0.28 (***)	0.35 (***)	-0.1 (***)	0.21 (***)	-0.42 (***)
τ_{21}	-1.7 (***)	-1.66 (***)	-1.96 (***)	-2.74 (***)	-2.12 (***)	-2.02 (***)	-1.9 (***)	-1 (***)	-1.26 (***)	-0.66 (***)
τ_{22}	1.4 (***)	1.31 (***)	1.3 (***)	1.62 (***)	1.52 (***)	1.47 (***)	1.37 (***)	0.83 (***)	0.31 (***)	0.06 (***)
τ_{31}	-1.47 (***)	-1.65 (***)	-2.59 (***)	-2.35 (***)	-1.95 (***)	-1.46 (***)	-2.1 (***)	-2.19 (***)	-2.82 (***)	-1.37 (***)
τ_{32}	0.02 (***)	-0.08 (***)	-0.34 (***)	0.01 (***)	-0.03 (***)	-0.41 (***)	-0.2 (***)	-0.51 (***)	-0.12 (***)	0.06 (***)
Price Q_1	0.1 (***)	-0.21 (***)	-0.46 (***)	-0.24 (***)	0.19 (***)	-0.28 (***)	0.19 (***)	0.01 (***)	-0.03 (***)	-0.54 (***)
Price Q_2	-0.17 (***)	-0.29 (***)	0.68 (***)	-0.08 (***)	0.06 (***)	0.31 (***)	0.02 (***)	-0.19 (***)	-0.07 (***)	-0.04 (***)
Price Q_3	-0.18 (***)	-0.22 (***)	0.6 (***)	-0.26 (***)	0.16 (***)	0.72 (***)	0.44 (***)	0.32 (***)	0.31 (***)	0.24 (***)

Tabla D.8: Parámetros Finales Fósforos Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-5.31 (***)	-5.5 (***)	-6.21 (***)	-5.97 (***)	-6.39 (***)	-5.42 (***)	-6.05 (***)	-6.03 (***)	-6.3 (***)	-6 (***)
Intercept p_3	-5.18 (***)	-4.97 (***)	-5.72 (***)	-4.89 (***)	-5.89 (***)	-5.4 (***)	-4.61 (***)	-4.43 (***)	-4.68 (***)	-4.22 (***)
Price p_2	-1.87 (***)	-1.9 (***)	-3.04 (***)	-1.64 (***)	-1.9 (***)	-2.55 (***)	-1.38 (***)	-2.17 (***)	-2.75 (***)	-1.95 (***)
Price p_3	-1.34 (***)	-1.17 (***)	-0.46 (***)	-2.57 (***)	-1.76 (***)	-1.36 (***)	-0.47 (***)	-1.62 (***)	-1.59 (***)	-0.61 (***)
τ_{11}	-0.06	-0.04	0.59 (***)	-0.69 (***)	0.13	-0.36 (***)	0.11	-0.12	0.08	0.24 (***)
τ_{12}	0.28 (***)	0.37 (***)	0.83 (***)	-0.01	-0.31 (***)	0.14	-0.22	-0.41	0.49	-0.23 (***)
τ_{21}	-3.06 (***)	-2.61 (***)	-3.43 (***)	-0.01	-0.92 (***)	-2.64 (***)	-2.7 (***)	-0.37	-2.77 (***)	-2.03 (***)
τ_{22}	1.79 (***)	1.57 (***)	2.15 (***)	0.66 (***)	0.78 (***)	1.67 (***)	1.75 (***)	0.22 (***)	1.73 (***)	1.77 (***)
τ_{31}	-0.58 (***)	-1.16 (***)	0.33 (***)	-3.27 (***)	-1.39 (***)	-1.31 (***)	-0.56 (***)	-2.66 (***)	-2.03 (***)	-0.58 (***)
τ_{32}	-0.07	0.2 (***)	-0.57 (***)	-0.41 (***)	-0.15	-0.16 (***)	0.37 (***)	-0.84 (***)	0.31 (***)	0.08
Price Q_1	0.1	-0.13 (***)	-0.11	0.42 (***)	0.06	0.11	0.23 (***)	-0.39 (***)	0.07	0.12
Price Q_2	0.15	0.06	0.17	-0.43 (***)	-0.17	-0.07	0.03	-0.01	0.11	0.66 (***)
Price Q_3	1.33 (***)	0.6 (***)	0.6 (***)	0.29 (***)	0.03	0.08	1.35 (***)	0.24	-0.9 (***)	0.83 (***)

Tabla D.9: Parámetros Finales Queso Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-4.91 (***)	-4.89 (***)	-5.13 (***)	-5.59 (***)	-4.47 (***)	-4.89 (***)	-4.97 (***)	-4.4 (***)	-5.47 (***)	-5.21 (***)
Intercept p_3	-4.8 (***)	-4.95 (***)	-4.47 (***)	-4.86 (***)	-5.45 (***)	-5.26 (***)	-4.92 (***)	-5.21 (***)	-4.94 (***)	-5.73 (***)
Price p_2	-1.36 (***)	-1.67 (***)	-1.03 (***)	-2 (***)	-1.96 (***)	-1.04 (***)	-1.41 (***)	-0.84 (***)	-1.3 (***)	-0.9 (***)
Price p_3	0.53 (***)	0.02	-0.49 (***)	0.83 (***)	0.07	-0.21	0.3 (***)	-0.23 (***)	-0.29 (***)	0.11
τ_{11}	0.11	0.34	0.43 (***)	1.31 (***)	0.81 (***)	0.32 (***)	0.52 (***)	-0.28 (***)	0.33	0.08
τ_{12}	-0.17 (***)	0.12 (***)	-0.2 (***)	0.04	-0.37	0.71 (***)	0.25 (***)	0.21 (***)	1.46 (***)	0.13 (***)
τ_{21}	-2.01 (***)	-1.47 (***)	-1.11 (***)	-1.37 (***)	-1.56 (***)	-2.1 (***)	-1.56 (***)	-2.18 (***)	-0.35 (***)	-2.05 (***)
τ_{22}	1.23 (***)	1.05 (***)	-0.44 (***)	0.52 (***)	0.88 (***)	1.24 (***)	-0.23	1.24 (***)	-0.11	1.58 (***)
τ_{31}	-1.57 (***)	-2.53 (***)	-3.15 (***)	-2.91 (***)	-2.9 (***)	-2.38 (***)	-2.71 (***)	-1.41 (***)	-3.69 (***)	-0.52 (***)
τ_{32}	0.2 (***)	-0.42 (***)	0.39 (***)	-0.42 (***)	0.56 (***)	0.78 (***)	0.17	0.35 (***)	-0.63 (***)	-0.02
Price Q_1	0.48 (***)	0.37 (***)	-0.29 (***)	1.25 (***)	0.49 (***)	-0.17	-0.76 (***)	0.01	0.36 (***)	-0.62 (***)
Price Q_2	0.06	0.32 (***)	0.32 (***)	-0.53 (***)	-0.77 (***)	-0.09	-0.01	0.25 (***)	-0.67 (***)	0.45 (***)
Price Q_3	0.03	-0.33 (***)	-0.9 (***)	1.19 (***)	0.96 (***)	0.31 (***)	0.23	-0.19 (***)	-0.12	0.3 (***)

Tabla D.10: Parámetros Finales Jugo en Polvo Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-4.62 (***)	-4.55 (***)	-5.2 (***)	-5.48 (***)	-4.85 (***)	-4.38 (***)	-4.78 (***)	-4.41 (***)	-5 (***)	-5.06 (***)
Intercept p_3	-4.74 (***)	-5.02 (***)	-4.79 (***)	-5.2 (***)	-5.02 (***)	-5.03 (***)	-4.75 (***)	-4.72 (***)	-5.13 (***)	-4.96 (***)
Price p_2	-1.36 (***)	-1.5 (***)	-1.28 (***)	-0.91 (***)	-1.27 (***)	-1.06 (***)	-1.59 (***)	-0.68 (***)	-0.9 (***)	-0.88 (***)
Price p_3	0.42 (***)	0.1	-0.21 (***)	-0.13	0.01	-0.09 (***)	-0.29 (***)	-0.2 (***)	0.12 (***)	0.41 (***)
τ_{11}	0.27 (***)	-0.44 (***)	0.54 (***)	-0.38 (***)	-0.35 (***)	-0.01	0.03	0.14 (***)	0.65 (***)	0.18 (***)
τ_{12}	-0.14	0.33 (***)	0.7 (***)	0.46 (***)	-0.09	0.42 (***)	-0.15	-0.26 (***)	0.12	-0.07
τ_{21}	-1.07 (***)	-1.29 (***)	-1.72 (***)	-1.09 (***)	-1.11 (***)	-0.97 (***)	-1.56 (***)	-0.91 (***)	-1.47 (***)	-0.47 (***)
τ_{22}	0.78 (***)	0.94 (***)	0.39 (***)	0.02	0.67 (***)	1.1 (***)	1.2 (***)	0.81 (***)	0.95 (***)	-0.08
τ_{31}	-1.92 (***)	-1.9 (***)	-2.31 (***)	-2.93 (***)	-2.09 (***)	-0.65 (***)	-2.48 (***)	-2.11 (***)	-2.5 (***)	-1.43 (***)
τ_{32}	-0.32 (***)	-0.37 (***)	-0.21 (***)	-0.38 (***)	-0.42 (***)	-0.28 (***)	-0.07	-0.66 (***)	-0.19 (***)	-0.15 (***)
Price Q_1	0.13 (***)	-0.44 (***)	0.54 (***)	-0.06	0.44 (***)	-0.33 (***)	0.3 (***)	0.18	0.16 (***)	0.11
Price Q_2	0.07	0.22 (***)	0.09	-0.12	-0.08	-0.02	-0.3 (***)	0.12 (***)	0.01	0.24 (***)
Price Q_3	-0.02	-0.6 (***)	0.11	0.11	0.1 (***)	0.04	0.45 (***)	0.04	-0.5 (***)	-0.07

Tabla D.11: Parámetros Finales Lavalozza Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-4.72 (***)	-4.96 (***)	-5.15 (***)	-5.87 (***)	-5.44 (***)	-4.72 (***)	-4.97 (***)	-4.72 (***)	-5.04 (***)	-5.43 (***)
Intercept p_3	-4.98 (***)	-4.56 (***)	-5.09 (***)	-4.65 (***)	-5.01 (***)	-4.88 (***)	-5.08 (***)	-4.91 (***)	-5.23 (***)	-4.96 (***)
Price p_2	-1.46 (***)	-1.19 (***)	-1.79 (***)	-1.23 (***)	-1.07 (***)	-1.23 (***)	-1.55 (***)	-1.53 (***)	-1.52 (***)	-1.43 (***)
Price p_3	-0.23 (***)	-0.98 (***)	-0.31 (***)	-0.44 (***)	-1.33 (***)	0.22 (***)	-0.73 (***)	-1.22 (***)	-0.63 (***)	-0.8 (***)
τ_{11}	-0.27 (***)	-0.05	-0.11	-0.09	0.33 (***)	-0.05	-0.21 (***)	0.32 (***)	0.45 (***)	-0.06
τ_{12}	0.27 (***)	0.23 (***)	0.2 (***)	-0.28 (***)	0.01	0.11	0.13	0.16 (***)	-0.19	0.01
τ_{21}	-1.85 (***)	-1.26 (***)	-1.92 (***)	-2.27 (***)	-1.37 (***)	-1.47 (***)	-1.22 (***)	-1.12 (***)	-1.38 (***)	-1.14 (***)
τ_{22}	1.45 (***)	0.45 (***)	1.18 (***)	1.37 (***)	0.35 (***)	1.33 (***)	0.33 (***)	0.75 (***)	0.73 (***)	0.01
τ_{31}	-1.98 (***)	-2.47 (***)	-2.52 (***)	-1.99 (***)	-2.52 (***)	-1.69 (***)	-2.35 (***)	-2.2 (***)	-2.78 (***)	-1 (***)
τ_{32}	-0.33 (***)	-0.32 (***)	0.05	-0.07	-0.37 (***)	-0.42 (***)	0.05	-0.47 (***)	-0.42 (***)	0.26 (***)
Price Q_1	0.36 (***)	-0.17 (***)	-0.22 (***)	0.38 (***)	0.11	-0.24 (***)	0.22	-0.19 (***)	-0.19	-0.37 (***)
Price Q_2	0.27 (***)	-0.05	0.38 (***)	-0.03	-0.79 (***)	-0.22	-0.08	-0.15 (***)	0.71 (***)	0.28 (***)
Price Q_3	-0.51 (***)	0.15	-0.75 (***)	-0.42 (***)	0.51 (***)	0.17 (***)	0.18	0.18	-0.39 (***)	-0.1

Tabla D.12: Parámetros Finales Leche Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-5.38 (***)	-5.65 (***)	-5.49 (***)	-5.82 (***)	-5.37 (***)	-4.76 (***)	-5.09 (***)	-5.2 (***)	-5.27 (***)	-5.12 (***)
Intercept p_3	-5.5 (***)	-5.52 (***)	-5.46 (***)	-4.91 (***)	-4.49 (***)	-5.1 (***)	-5.63 (***)	-4.82 (***)	-4.5 (***)	-4.29 (***)
Price p_2	-1.44 (***)	-2.07 (***)	-2.24 (***)	-2.48 (***)	-1.78 (***)	-1.47 (***)	-1.37 (***)	-2.05 (***)	-1.54 (***)	-1.6 (***)
Price p_3	-0.23	0.22 (***)	-1.47 (***)	-1.13 (***)	-0.32 (***)	-1.39 (***)	-0.98 (***)	-1.03 (***)	-0.93 (***)	-0.16 (***)
τ_{11}	0.5 (***)	-0.8 (***)	-0.04	-0.06	0.6 (***)	0.01	1.24 (***)	0.16	-0.15	0.25 (***)
τ_{12}	-0.31 (***)	1.15 (***)	0.4 (***)	0.31 (***)	0.31 (***)	0.07	0.19 (***)	0.14 (***)	0.05	-0.08
τ_{21}	-2.5 (***)	-2.89 (***)	-1.58 (***)	-2.11 (***)	-2.57 (***)	-1.67 (***)	-2.32 (***)	-2.55 (***)	-2.17 (***)	-1.2 (***)
τ_{22}	1.87 (***)	1.62 (***)	0.17	1.25 (***)	1.84 (***)	1.47 (***)	1.23 (***)	1.54 (***)	1.34 (***)	0.15 (***)
τ_{31}	-1.07 (***)	-1.62 (***)	-2.49 (***)	-2.1 (***)	-1.47 (***)	-1.53 (***)	-2.34 (***)	-2.37 (***)	-2.01 (***)	-1.38 (***)
τ_{32}	-0.12	1 (***)	-0.07	-0.03	-0.1	-0.08	-0.16	-0.09	0.24 (***)	0.5 (***)
Price Q_1	-0.23 (***)	0.2	-0.4 (***)	0.64 (***)	0.16	-0.18 (***)	-0.33 (***)	0.17 (***)	-0.34 (***)	0.37 (***)
Price Q_2	-0.27 (***)	0.26 (***)	-0.34 (***)	-0.13	0.2 (***)	0.08	0.38 (***)	-0.14	0.24 (***)	0.22 (***)
Price Q_3	0.33 (***)	-0.72 (***)	0.13	-0.36 (***)	-0.08	0.09	-0.43 (***)	-0.26 (***)	-0.52 (***)	0.06

Tabla D.13: Parámetros Finales Margarina Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-5.02 (***)	-5.59 (***)	-5.6 (***)	-6.28 (***)	-5.25 (***)	-4.8 (***)	-5.11 (***)	-5.42 (***)	-5.22 (***)	-4.82 (***)
Intercept p_3	-4.33 (***)	-5.01 (***)	-5.8 (***)	-5.5 (***)	-4.7 (***)	-5.17 (***)	-4.3 (***)	-4.36 (***)	-5.02 (***)	-5.03 (***)
Price p_2	-1.8 (***)	-1.62 (***)	-1.64 (***)	-2.14 (***)	-2.33 (***)	-2.17 (***)	-2.16 (***)	-1.67 (***)	-1.73 (***)	-1.63 (***)
Price p_3	-1.78 (***)	-1.28 (***)	-1.83 (***)	-0.54 (***)	-0.05	-0.14	0.03	-1.38 (***)	-0.3 (***)	-1.48 (***)
τ_{11}	-0.41 (***)	0.62 (***)	-0.38 (***)	-0.56 (***)	-0.4 (***)	-0.05	-0.28 (***)	0.47 (***)	0.24 (***)	0.13 (***)
τ_{12}	-0.13 (***)	0.83 (***)	-0.12	-0.19	0.21	0.25 (***)	0.33 (***)	0.3 (***)	0.52 (***)	-0.11
τ_{21}	-2.62 (***)	-2.69 (***)	-2.52 (***)	-2.62 (***)	-2.57 (***)	-2.17 (***)	-2.79 (***)	-2.26 (***)	-2.36 (***)	-0.92 (***)
τ_{22}	1.55 (***)	1.74 (***)	1.5 (***)	1.88 (***)	1.84 (***)	1.43 (***)	1.73 (***)	1.53 (***)	1.78 (***)	0.89 (***)
τ_{31}	-1.18 (***)	-0.73 (***)	-2.04 (***)	-1.21 (***)	-1 (***)	-1.4 (***)	-1.66 (***)	-1.64 (***)	-0.64 (***)	-0.76 (***)
τ_{32}	-0.26 (***)	0.18	-0.38 (***)	0.04	-0.39 (***)	-0.26 (***)	-0.44 (***)	-0.31 (***)	-0.03	-0.08
Price Q_1	0.61 (***)	-0.13	0.43 (***)	0.15 (***)	0.06	0.13 (***)	0.25 (***)	0.37 (***)	0.04	-0.05
Price Q_2	0.01	0.22 (***)	-0.18 (***)	-0.01	0.13 (***)	0.2 (***)	-0.04	0.01	0.02	0.02
Price Q_3	-0.11	1.15 (***)	0.02	0.48 (***)	1.21 (***)	0.8 (***)	1.1 (***)	0.32 (***)	0.71 (***)	-0.21 (***)

Tabla D.14: Parámetros Finales Mayonesa Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-5.42 (***)	-4.95 (***)	-5.92 (***)	-6.06 (***)	-6.02 (***)	-4.96 (***)	-6.08 (***)	-5.26 (***)	-5.77 (***)	-5.21 (***)
Intercept p_3	-4.88 (***)	-5.33 (***)	-4.94 (***)	-4.42 (***)	-5.71 (***)	-4.96 (***)	-4.75 (***)	-4.85 (***)	-4.69 (***)	-4.48 (***)
Price p_2	-2.46 (***)	-3.56 (***)	-3.66 (***)	-2.83 (***)	-2.37 (***)	-3.86 (***)	-3.2 (***)	-2.53 (***)	-2.42 (***)	-2.01 (***)
Price p_3	-2.2 (***)	-0.51 (***)	0.78 (***)	-2.09 (***)	-1.13 (***)	-1.92 (***)	-2.04 (***)	-1.7 (***)	-1.22 (***)	-1.09 (***)
τ_{11}	0.25 (***)	-0.18 (***)	0.33 (***)	0.08	0.33 (***)	0.3 (***)	0.1	-0.22	0.12	0.36 (***)
τ_{12}	0.2 (***)	0.37 (***)	1.18 (***)	0.38 (***)	0.84 (***)	0.14	0.15	0.25 (***)	0.79 (***)	-0.19
τ_{21}	0.26 (***)	-0.09	-0.06	0.1	-0.03	0.09	0.06	-0.2	0.32 (***)	-0.18 (***)
τ_{22}	0.36 (***)	1.27 (***)	1.85 (***)	1.32 (***)	1.26 (***)	1.02 (***)	1.16 (***)	0.91 (***)	1.37 (***)	0.72 (***)
τ_{31}	-0.01	0.29 (***)	-0.25 (***)	-0.21 (***)	0.02	0.16	0.11	0.38 (***)	-0.1	0.2 (***)
τ_{32}	-0.69 (***)	0.68 (***)	0.14	-0.95 (***)	-0.25	-0.69 (***)	-0.66 (***)	-0.1	-0.17 (***)	-0.11
Price Q_1	0.27 (***)	0.14	0.17 (***)	0.09	0.24 (***)	-0.03	0.24 (***)	0.16 (***)	-0.06	-0.26 (***)
Price Q_2	0.02	-0.08	-0.03	-0.05	-0.07	0.04	0.28 (***)	0.03	-0.17 (***)	0.23 (***)
Price Q_3	-0.42 (***)	-0.31	-0.58 (***)	-0.14	-0.2	0.24	-0.08	-0.19	0.16	0.13 (***)

Tabla D.15: Parámetros Finales Mayonesa Light Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-4.66 (***)	-4.22 (***)	-4.81 (***)	-5.17 (***)	-5.07 (***)	-4.31 (***)	-4.61 (***)	-3.86 (***)	-5.36 (***)	-5.15 (***)
Intercept p_3	-4.99 (***)	-5.28 (***)	-4.92 (***)	-5.12 (***)	-4.93 (***)	-4.79 (***)	-4.96 (***)	-5.48 (***)	-5.01 (***)	-5.24 (***)
Price p_2	-1.19 (***)	-1.88 (***)	-1.14 (***)	-2.68 (***)	-1.28 (***)	-1.42 (***)	-1.69 (***)	-0.99 (***)	-0.9 (***)	-0.81 (***)
Price p_3	-0.45 (***)	0.18 (***)	-0.49 (***)	-0.54 (***)	0.12	-0.49 (***)	-0.19	-0.58 (***)	-0.84 (***)	-0.47 (***)
τ_{11}	0.08	-0.3 (***)	-0.03	-0.37 (***)	-0.02	-0.14 (***)	0.7 (***)	-0.36 (***)	0.2	-0.29 (***)
τ_{12}	-0.28 (***)	-0.1	0.04	0.09	0.16 (***)	-0.13	-0.3 (***)	0.01	0.25	-0.18 (***)
τ_{21}	-0.53 (***)	-1.49 (***)	-1.61 (***)	-1.17 (***)	-1.8 (***)	-1.14 (***)	-1.34 (***)	-0.68 (***)	-1.63 (***)	-0.68 (***)
τ_{22}	0.51 (***)	1.15 (***)	1.06 (***)	0.89 (***)	1.21 (***)	0.82 (***)	1.09 (***)	0.24 (***)	0.6 (***)	0.36 (***)
τ_{31}	-1.86 (***)	-1.44 (***)	-1.8 (***)	-2.21 (***)	-1.88 (***)	-1.71 (***)	-1.99 (***)	-1.64 (***)	-2.52 (***)	-1.27 (***)
τ_{32}	-0.72 (***)	0.04	0.01	-0.25 (***)	-0.1 (***)	-0.47 (***)	-0.05	-0.51 (***)	-0.2 (***)	-0.13 (***)
Price Q_1	-0.04	0.14	0.04	-0.37 (***)	-0.47 (***)	0.2 (***)	0.01	-0.04	-0.29 (***)	-0.58 (***)
Price Q_2	0.19 (***)	0.05	0.13	-0.06	0.28 (***)	0.13 (***)	0.05	-0.34 (***)	0.38 (***)	0.04
Price Q_3	-0.14 (***)	0.24 (***)	0.13 (***)	-0.28 (***)	0.51 (***)	-0.34 (***)	0.11 (***)	0.04	-0.52 (***)	-0.15 (***)

Tabla D.16: Parámetros Finales Toallas de Papel Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-5.67 (***)	-4.78 (***)	-5.53 (***)	-5.43 (***)	-4.9 (***)	-5.09 (***)	-5.57 (***)	-4.68 (***)	-6.66 (***)	-4.9 (***)
Intercept p_3	-5.47 (***)	-4.52 (***)	-5.47 (***)	-5.07 (***)	-5.27 (***)	-4.85 (***)	-5.07 (***)	-5.3 (***)	-4.98 (***)	-4.45 (***)
Price p_2	-1.88 (***)	-1.93 (***)	-1.76 (***)	-1.67 (***)	-2.12 (***)	-1.32 (***)	-1.26 (***)	-2 (***)	-1.33 (***)	-0.99 (***)
Price p_3	-0.34 (***)	-0.52 (***)	-0.63 (***)	-0.05 (***)	-0.44 (***)	-0.19 (***)	-0.07 (***)	-0.88 (***)	-0.96 (***)	-0.79 (***)
τ_{11}	-0.04 (***)	0.07 (***)	0.77 (***)	0.43 (***)	0.17 (***)	-0.08 (***)	0.78 (***)	0.11 (***)	0.46 (***)	0.37 (***)
τ_{12}	0.5 (***)	0.03 (***)	0.34 (***)	0.21 (***)	-0.18 (***)	-0.06 (***)	-0.62 (***)	-0.01 (***)	0.05 (***)	0.07 (***)
τ_{21}	-1.58 (***)	-2.07 (***)	-2.88 (***)	-1.85 (***)	-2.04 (***)	-1.31 (***)	-1.84 (***)	-2.33 (***)	-1.52 (***)	-0.27 (***)
τ_{22}	1.03 (***)	1.5 (***)	1.84 (***)	1.52 (***)	1.34 (***)	0.94 (***)	1.29 (***)	1.38 (***)	1.26 (***)	-0.07 (***)
τ_{31}	-1.77 (***)	-1.35 (***)	-0.59 (***)	-0.97 (***)	-1.63 (***)	-1.62 (***)	-1.01 (***)	-1.28 (***)	-1.98 (***)	-1.39 (***)
τ_{32}	0.26 (***)	-0.31 (***)	-0.54 (***)	0.22 (***)	0.36 (***)	-0.14 (***)	-0.15 (***)	-0.03 (***)	-0.43 (***)	-0.5 (***)
Price Q_1	0.46 (***)	0.35 (***)	-0.31 (***)	-0.17 (***)	0.32 (***)	0.08 (***)	-0.14 (***)	-0.1 (***)	-0.11 (***)	0.21 (***)
Price Q_2	-0.11 (***)	0.05 (***)	0.67 (***)	0.26 (***)	0.05 (***)	0.03 (***)	-0.06 (***)	-0.27 (***)	0.15 (***)	0.93 (***)
Price Q_3	-0.01 (***)	-0.41 (***)	-0.26 (***)	-0.76 (***)	0.08 (***)	-0.2 (***)	-1.26 (***)	-0.64 (***)	0.07 (***)	0.13 (***)

Tabla D.17: Parámetros Finales Palmitos Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-5.79 (***)	-5.47 (***)	-6.1 (***)	-6.32 (***)	-5.62 (***)	-5.68 (***)	-5.19 (***)	-5.58 (***)	-5.92 (***)	-4.65 (***)
Intercept p_3	-4.84 (***)	-4.92 (***)	-3.78 (***)	-6.09 (***)	-5.11 (***)	-4.31 (***)	-5.56 (***)	-5.6 (***)	-4.88 (***)	-4.99 (***)
Price p_2	-0.63 (***)	-2.06 (***)	-1.78 (***)	-1.97 (***)	-0.53	-2.33 (***)	-1.48 (***)	-2.2 (***)	-2.42 (***)	-0.94 (***)
Price p_3	0.06	0.14	-0.09	-0.99 (***)	-2.15 (***)	-1.45 (***)	-0.69 (***)	-0.92 (***)	-1.11 (***)	1.05 (***)
τ_{11}	0.33 (***)	0.48 (***)	0.44 (***)	0.48 (***)	-0.1	0.16	0.52 (***)	0.47 (***)	0.26	0.28 (***)
τ_{12}	0.53 (***)	0.59 (***)	0.49 (***)	0.4 (***)	-0.66 (***)	0.4	0.19	-0.38 (***)	1.11 (***)	0.21
τ_{21}	-0.09	-0.28	0.67 (***)	-0.1	-0.81 (***)	-0.04	0.28 (***)	0.06	0.1	0.63 (***)
τ_{22}	0.98 (***)	1.28 (***)	0.51 (***)	0.67 (***)	0.66 (***)	1.21 (***)	1.32 (***)	0.55 (***)	1.32 (***)	0.11
τ_{31}	-0.35 (***)	0.48 (***)	-0.34	0.84 (***)	-0.01	-0.18	0.28	0.41	-0.55	-0.38 (***)
τ_{32}	0.37	-0.44 (***)	-0.48	-0.22	-1.51 (***)	0.35 (***)	-1.53 (***)	-0.69 (***)	0.44 (***)	0.04
Price Q_1	0.5 (***)	0.34 (***)	0.63 (***)	1.5 (***)	0.88 (***)	1.2 (***)	-0.01	0.08	1.22 (***)	0.26
Price Q_2	0.22	-0.12	0.19 (***)	0.23	-0.15	-0.33	-0.46 (***)	0.58 (***)	-0.55	-0.02
Price Q_3	1.24 (***)	0.4 (***)	-0.39 (***)	0.41	0.14	0.39 (***)	-0.26	-0.5 (***)	-0.16	-0.41 (***)

Tabla D.18: Parámetros Finales Quesillo Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
Intercept p_2	-4.91 (***)	-4.8 (***)	-5.33 (***)	-5.6 (***)	-5 (***)	-4.87 (***)	-5.27 (***)	-5.04 (***)	-5.38 (***)	-4.97 (***)
Intercept p_3	-5.22 (***)	-5.27 (***)	-5.12 (***)	-5.18 (***)	-4.98 (***)	-5.2 (***)	-4.38 (***)	-5.18 (***)	-4.88 (***)	-5.21 (***)
Price p_2	-2.07 (***)	-0.5 (***)	-1.49 (***)	-1.39 (***)	-1.2 (***)	-1.89 (***)	-1.31 (***)	-1.58 (***)	-1.6 (***)	-0.74 (***)
Price p_3	-0.87 (***)	-0.53 (***)	0.44 (***)	0.24 (***)	0.04	-0.36 (***)	0.37 (***)	0.03	-0.64 (***)	0.13
τ_{11}	0.3 (***)	-0.12 (***)	0.01	0.72 (***)	0.26 (***)	-0.1 (***)	0.5 (***)	-0.34 (***)	0.17	0.29 (***)
τ_{12}	0.06	0.16	-0.29 (***)	0.17	-0.53 (***)	0.03	0.2 (***)	0.45 (***)	0.29 (***)	0.2 (***)
τ_{21}	-1.9 (***)	-1.23 (***)	-1.01 (***)	-3.17 (***)	-1.33 (***)	-0.58 (***)	-1.81 (***)	-1.18 (***)	-1.78 (***)	-0.79 (***)
τ_{22}	1.42 (***)	0.7 (***)	0.66 (***)	2.26 (***)	0.88 (***)	0.65 (***)	0.28 (***)	0.99 (***)	1.44 (***)	0.43 (***)
τ_{31}	-1.19 (***)	-1.99 (***)	-2.39 (***)	-0.21 (***)	-2.01 (***)	-1.63 (***)	-2.52 (***)	-1.49 (***)	-1.71 (***)	-1.66 (***)
τ_{32}	-0.18 (***)	-0.54 (***)	-0.58 (***)	-0.38 (***)	-0.24 (***)	-0.4 (***)	-0.1 (***)	-0.29 (***)	-0.54 (***)	-0.24 (***)
Price Q_1	0.18 (***)	0.11	0.43 (***)	-0.74 (***)	-0.27 (***)	-0.15 (***)	0.4 (***)	0.47 (***)	-0.4 (***)	-0.1
Price Q_2	-0.11 (***)	0.12	-0.55 (***)	0.23	-0.01	-0.04	-0.09	-0.19	0.16	0.07
Price Q_3	-0.14 (***)	-0.12	-0.21 (***)	-0.08	0.06	0.15 (***)	-0.51 (***)	0.04	-0.11	0.16 (***)

Tabla D.19: Parámetros Finales Té Medio Día

Apéndice E

Elementos del Modelo Final por Producto para Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0026	0.0073	0.0049	0.0027	0.0049	0.0086	0.0076	0.0069	0.002	0.0054
p_3	0.0027	0.0073	0.005	0.0027	0.005	0.0086	0.0076	0.0069	0.002	0.0055
Q_{11}	0.54	0.55	0.58	0.6	0.35	0.51	0.69	0.55	0.6	0.45
Q_{12}	0.43	0.24	0.19	0.3	0.19	0.25	0.11	0.14	0.4	0.21
Q_{13}	0.04	0.23	0.25	0.12	0.47	0.26	0.21	0.32	0.02	0.36
Q_{21}	0.09	0.15	0.26	0.12	0.15	0.08	0.18	0.09	0.06	0.25
Q_{22}	0.92	0.74	0.22	0.72	0.44	0.81	0.62	0.85	0.94	0.35
Q_{23}	0.01	0.13	0.54	0.17	0.42	0.12	0.22	0.07	0.01	0.42
Q_{31}	0.68	0.13	0.07	0.11	0.09	0.23	0.06	0.17	0.4	0.13
Q_{32}	0.09	0.19	0.06	0.16	0.19	0.18	0.08	0.19	0.22	0.14
Q_{33}	0.24	0.69	0.88	0.75	0.73	0.6	0.88	0.65	0.4	0.75

Tabla E.1: Componentes del Modelo para Aceite Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0025	0.0038	0.0028	0.0029	0.0031	0.0039	0.0064	0.0028	0.0036	0.0035
p_3	0.0026	0.0038	0.0028	0.0029	0.0031	0.004	0.0064	0.0028	0.0036	0.0035
Q_{11}	0.53	0.56	0.4	0.59	0.41	0.39	0.41	0.32	0.65	0.34
Q_{12}	0.18	0.21	0.2	0.12	0.37	0.25	0.54	0.35	0.17	0.24
Q_{13}	0.3	0.24	0.41	0.3	0.24	0.38	0.07	0.34	0.2	0.44
Q_{21}	0.19	0.04	0.11	0.03	0.13	0.2	0.11	0.11	0.15	0.18
Q_{22}	0.57	0.89	0.83	0.93	0.77	0.5	0.76	0.83	0.67	0.33
Q_{23}	0.26	0.08	0.08	0.06	0.11	0.31	0.15	0.08	0.2	0.51
Q_{31}	0.04	0.13	0.06	0.35	0.04	0.12	0.04	0.08	0.06	0.16
Q_{32}	0.03	0.18	0.07	0.22	0.03	0.08	0.11	0.08	0.12	0.45
Q_{33}	0.94	0.71	0.89	0.44	0.94	0.82	0.86	0.85	0.83	0.41

Tabla E.2: Componentes del Modelo para Atún Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.004	0.0029	0.0022	0.0023	0.0046	0.0082	0.0038	0.0027	0.0044	0.0049
p_3	0.004	0.0029	0.0022	0.0023	0.0047	0.0082	0.0038	0.0027	0.0045	0.0049
Q_{11}	0.64	0.42	0.51	0.66	0.47	0.56	0.84	0.33	0.5	0.56
Q_{12}	0.24	0.25	0.21	0.29	0.17	0.21	0.11	0.27	0.16	0.13
Q_{13}	0.13	0.34	0.29	0.06	0.37	0.24	0.06	0.42	0.35	0.32
Q_{21}	0.19	0.15	0.17	0.07	0.13	0.19	0.31	0.11	0.08	0.21
Q_{22}	0.42	0.77	0.42	0.87	0.67	0.66	0.27	0.76	0.72	0.27
Q_{23}	0.4	0.09	0.42	0.08	0.21	0.17	0.44	0.14	0.22	0.53
Q_{31}	0.05	0.05	0.02	0.04	0.05	0.07	0.04	0.03	0.08	0.11
Q_{32}	0.09	0.04	0.02	0.02	0.05	0.08	0.03	0.08	0.12	0.09
Q_{33}	0.87	0.92	0.97	0.95	0.91	0.86	0.95	0.9	0.82	0.82

Tabla E.3: Componentes del Modelo para Azúcar Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0023	0.0054	0.0055	0.0013	0.003	0.0059	0.0086	0.0032	0.0065	0.0062
p_3	0.0023	0.0054	0.0055	0.0013	0.003	0.0059	0.0087	0.0032	0.0065	0.0063
Q_{11}	0.47	0.54	0.42	0.67	0.45	0.55	0.47	0.54	0.62	0.59
Q_{12}	0.26	0.3	0.42	0.32	0.24	0.22	0.43	0.31	0.27	0.24
Q_{13}	0.29	0.17	0.17	0.02	0.32	0.25	0.11	0.17	0.13	0.18
Q_{21}	0.14	0.24	0.14	0.09	0.12	0.14	0.1	0.19	0.09	0.33
Q_{22}	0.63	0.53	0.61	0.9	0.67	0.81	0.84	0.58	0.86	0.55
Q_{23}	0.24	0.24	0.26	0.02	0.23	0.06	0.07	0.24	0.07	0.14
Q_{31}	0.14	0.15	0.12	0.24	0.13	0.35	0.34	0.15	0.29	0.4
Q_{32}	0.2	0.17	0.13	0.27	0.22	0.26	0.34	0.16	0.3	0.28
Q_{33}	0.67	0.69	0.77	0.51	0.66	0.41	0.34	0.71	0.42	0.33

Tabla E.4: Componentes del Modelo para Cerveza Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0042	0.0017	0.0014	0.0015	0.0037	0.0092	0.0047	0.0011	0.0053	0.0052
p_3	0.0042	0.0017	0.0014	0.0015	0.0037	0.0093	0.0047	0.0011	0.0054	0.0052
Q_{11}	0.47	0.25	0.26	0.21	0.48	0.43	0.5	0.5	0.51	0.56
Q_{12}	0.26	0.07	0.73	0.19	0.19	0.23	0.4	0.2	0.43	0.29
Q_{13}	0.28	0.69	0.02	0.62	0.34	0.36	0.11	0.32	0.08	0.16
Q_{21}	0.06	0.05	0.06	0.1	0.04	0.08	0.07	0.06	0.05	0.23
Q_{22}	0.8	0.9	0.95	0.78	0.93	0.87	0.93	0.91	0.94	0.67
Q_{23}	0.16	0.07	0.01	0.14	0.05	0.07	0.02	0.05	0.02	0.11
Q_{31}	0.11	0.1	0.31	0.11	0.17	0.08	0.35	0.18	0.36	0.35
Q_{32}	0.16	0.2	0.13	0.13	0.24	0.07	0.23	0.14	0.19	0.32
Q_{33}	0.74	0.72	0.58	0.77	0.6	0.86	0.44	0.69	0.47	0.34

Tabla E.5: Componentes del Modelo para Chorizo Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.005	0.0113	0.0063	0.0047	0.0068	0.0075	0.0082	0.0108	0.0048	0.007
p_3	0.005	0.0113	0.0064	0.0048	0.0069	0.0076	0.0082	0.0109	0.0048	0.0071
Q_{11}	0.51	0.47	0.56	0.61	0.49	0.63	0.49	0.51	0.58	0.53
Q_{12}	0.25	0.25	0.31	0.23	0.19	0.19	0.29	0.21	0.23	0.24
Q_{13}	0.25	0.29	0.15	0.17	0.33	0.2	0.23	0.3	0.21	0.24
Q_{21}	0.27	0.14	0.12	0.18	0.32	0.17	0.23	0.38	0.2	0.44
Q_{22}	0.54	0.79	0.81	0.73	0.33	0.71	0.15	0.32	0.32	0.27
Q_{23}	0.2	0.08	0.08	0.11	0.37	0.13	0.64	0.32	0.49	0.31
Q_{31}	0.13	0.3	0.29	0.23	0.11	0.26	0.07	0.15	0.1	0.19
Q_{32}	0.08	0.25	0.19	0.21	0.06	0.32	0.09	0.11	0.14	0.09
Q_{33}	0.8	0.46	0.53	0.58	0.84	0.44	0.85	0.75	0.78	0.73

Tabla E.6: Componentes del Modelo para Galletas de Coctel Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0059	0.0095	0.0033	0.0031	0.0061	0.0024	0.007	0.0079	0.0083	0.0031
p_3	0.0059	0.0096	0.0034	0.0031	0.0061	0.0024	0.007	0.008	0.0083	0.0031
Q_{11}	0.61	0.5	0.25	0.39	0.47	0.68	0.33	0.46	0.64	0.42
Q_{12}	0.18	0.27	0.18	0.26	0.27	0.09	0.33	0.33	0.2	0.24
Q_{13}	0.22	0.25	0.58	0.37	0.27	0.24	0.36	0.22	0.17	0.35
Q_{21}	0.15	0.1	0.15	0.05	0.17	0.26	0.12	0.07	0.05	0.34
Q_{22}	0.68	0.77	0.59	0.88	0.45	0.54	0.81	0.84	0.86	0.4
Q_{23}	0.18	0.14	0.28	0.09	0.39	0.21	0.08	0.11	0.1	0.27
Q_{31}	0.11	0.12	0.09	0.07	0.09	0.09	0.1	0.24	0.15	0.24
Q_{32}	0.09	0.12	0.05	0.21	0.15	0.09	0.1	0.21	0.18	0.16
Q_{33}	0.81	0.77	0.87	0.74	0.78	0.83	0.81	0.56	0.68	0.62

Tabla E.7: Componentes del Modelo para Gaseosa Naranja Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0093	0.0109	0.0055	0.0031	0.0096	0.0099	0.0088	0.0093	0.0062	0.0052
p_3	0.0094	0.011	0.0056	0.0031	0.0097	0.01	0.0089	0.0094	0.0063	0.0053
Q_{11}	0.58	0.52	0.45	0.41	0.49	0.48	0.44	0.51	0.69	0.38
Q_{12}	0.27	0.2	0.29	0.28	0.26	0.19	0.33	0.22	0.2	0.17
Q_{13}	0.17	0.29	0.27	0.32	0.27	0.34	0.25	0.29	0.13	0.47
Q_{21}	0.16	0.16	0.13	0.07	0.11	0.12	0.14	0.27	0.23	0.35
Q_{22}	0.76	0.73	0.73	0.85	0.82	0.8	0.76	0.52	0.31	0.26
Q_{23}	0.09	0.12	0.16	0.1	0.08	0.09	0.12	0.22	0.48	0.41
Q_{31}	0.19	0.17	0.08	0.09	0.13	0.19	0.11	0.11	0.06	0.21
Q_{32}	0.21	0.17	0.07	0.12	0.15	0.13	0.11	0.07	0.08	0.22
Q_{33}	0.61	0.68	0.87	0.8	0.73	0.69	0.79	0.84	0.88	0.58

Tabla E.8: Componentes del Modelo para Fósforos Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.005	0.0041	0.0021	0.0026	0.0017	0.0045	0.0024	0.0025	0.0019	0.0025
p_3	0.005	0.0042	0.0021	0.0026	0.0017	0.0045	0.0024	0.0025	0.0019	0.0026
Q_{11}	0.49	0.5	0.65	0.34	0.54	0.42	0.53	0.48	0.52	0.56
Q_{12}	0.3	0.32	0.31	0.25	0.18	0.28	0.19	0.17	0.33	0.18
Q_{13}	0.23	0.2	0.06	0.43	0.3	0.32	0.29	0.37	0.16	0.27
Q_{21}	0.05	0.07	0.04	0.5	0.29	0.07	0.07	0.41	0.06	0.12
Q_{22}	0.91	0.84	0.97	0.38	0.5	0.87	0.9	0.3	0.89	0.87
Q_{23}	0.06	0.11	0.01	0.13	0.23	0.07	0.05	0.3	0.06	0.03
Q_{31}	0.36	0.24	0.59	0.04	0.2	0.22	0.37	0.07	0.12	0.37
Q_{32}	0.23	0.28	0.13	0.04	0.18	0.18	0.35	0.04	0.23	0.27
Q_{33}	0.42	0.49	0.3	0.94	0.63	0.62	0.3	0.91	0.67	0.38

Tabla E.9: Componentes del Modelo para Queso Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0074	0.0075	0.0059	0.0038	0.0114	0.0076	0.007	0.0122	0.0043	0.0055
p_3	0.0075	0.0076	0.006	0.0038	0.0115	0.0076	0.0071	0.0123	0.0043	0.0055
Q_{11}	0.53	0.59	0.61	0.79	0.7	0.58	0.63	0.44	0.59	0.52
Q_{12}	0.2	0.23	0.18	0.13	0.13	0.34	0.24	0.29	0.41	0.26
Q_{13}	0.28	0.19	0.23	0.09	0.19	0.09	0.15	0.28	0.01	0.24
Q_{21}	0.12	0.19	0.25	0.21	0.18	0.11	0.18	0.11	0.42	0.12
Q_{22}	0.69	0.61	0.14	0.38	0.53	0.69	0.15	0.68	0.23	0.83
Q_{23}	0.2	0.21	0.62	0.43	0.31	0.21	0.69	0.23	0.37	0.06
Q_{31}	0.18	0.08	0.05	0.06	0.06	0.09	0.07	0.2	0.03	0.38
Q_{32}	0.24	0.06	0.12	0.05	0.19	0.37	0.12	0.31	0.02	0.25
Q_{33}	0.59	0.87	0.85	0.91	0.77	0.55	0.83	0.51	0.96	0.39

Tabla E.10: Componentes del Modelo para Jugo en Polvo Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0098	0.0106	0.0056	0.0042	0.0079	0.0125	0.0084	0.0122	0.0068	0.0064
p_3	0.0099	0.0106	0.0056	0.0043	0.0079	0.0126	0.0085	0.0123	0.0068	0.0065
Q_{11}	0.57	0.4	0.64	0.41	0.42	0.5	0.51	0.54	0.66	0.55
Q_{12}	0.2	0.33	0.3	0.37	0.23	0.32	0.21	0.18	0.2	0.21
Q_{13}	0.25	0.28	0.08	0.24	0.36	0.19	0.29	0.29	0.15	0.25
Q_{21}	0.26	0.22	0.16	0.26	0.25	0.28	0.18	0.29	0.19	0.39
Q_{22}	0.5	0.57	0.29	0.23	0.45	0.61	0.68	0.51	0.57	0.23
Q_{23}	0.25	0.22	0.57	0.52	0.31	0.12	0.15	0.21	0.25	0.39
Q_{31}	0.13	0.14	0.1	0.06	0.12	0.35	0.08	0.11	0.08	0.2
Q_{32}	0.11	0.11	0.1	0.05	0.09	0.19	0.1	0.07	0.09	0.18
Q_{33}	0.77	0.77	0.82	0.91	0.81	0.48	0.83	0.83	0.85	0.64

Tabla E.11: Componentes del Modelo para Lavalozza Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0089	0.007	0.0058	0.0029	0.0044	0.0089	0.007	0.0089	0.0065	0.0045
p_3	0.009	0.0071	0.0059	0.0029	0.0044	0.009	0.007	0.009	0.0066	0.0045
Q_{11}	0.44	0.49	0.48	0.48	0.59	0.49	0.45	0.58	0.61	0.49
Q_{12}	0.31	0.29	0.28	0.19	0.21	0.26	0.27	0.24	0.18	0.24
Q_{13}	0.27	0.23	0.25	0.34	0.21	0.26	0.29	0.19	0.22	0.29
Q_{21}	0.14	0.23	0.13	0.1	0.21	0.19	0.23	0.25	0.21	0.25
Q_{22}	0.79	0.36	0.67	0.75	0.31	0.73	0.32	0.49	0.47	0.23
Q_{23}	0.09	0.43	0.21	0.16	0.49	0.1	0.46	0.28	0.34	0.54
Q_{31}	0.13	0.08	0.08	0.13	0.08	0.16	0.09	0.11	0.06	0.28
Q_{32}	0.11	0.08	0.12	0.14	0.07	0.11	0.13	0.08	0.05	0.31
Q_{33}	0.78	0.86	0.82	0.75	0.87	0.74	0.79	0.83	0.9	0.43

Tabla E.12: Componentes del Modelo para Leche Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0047	0.0036	0.0042	0.003	0.0047	0.0086	0.0062	0.0055	0.0052	0.006
p_3	0.0047	0.0036	0.0042	0.003	0.0048	0.0086	0.0062	0.0056	0.0053	0.0061
Q_{11}	0.63	0.32	0.5	0.49	0.65	0.51	0.78	0.54	0.47	0.57
Q_{12}	0.16	0.61	0.32	0.3	0.24	0.25	0.15	0.25	0.25	0.21
Q_{13}	0.23	0.09	0.2	0.22	0.13	0.26	0.09	0.22	0.29	0.24
Q_{21}	0.08	0.06	0.18	0.11	0.08	0.16	0.09	0.08	0.11	0.24
Q_{22}	0.91	0.85	0.23	0.69	0.91	0.78	0.66	0.82	0.74	0.26
Q_{23}	0.02	0.11	0.6	0.21	0.03	0.07	0.26	0.12	0.17	0.52
Q_{31}	0.26	0.17	0.08	0.11	0.19	0.18	0.09	0.09	0.12	0.21
Q_{32}	0.21	0.59	0.1	0.14	0.18	0.18	0.1	0.11	0.21	0.37
Q_{33}	0.55	0.26	0.83	0.76	0.64	0.65	0.82	0.81	0.68	0.44

Tabla E.13: Componentes del Modelo para Margarina Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0067	0.0038	0.0037	0.0019	0.0053	0.0082	0.0061	0.0045	0.0055	0.0081
p_3	0.0067	0.0038	0.0038	0.0019	0.0054	0.0083	0.0062	0.0045	0.0055	0.0081
Q_{11}	0.4	0.65	0.41	0.37	0.41	0.49	0.44	0.62	0.56	0.54
Q_{12}	0.22	0.3	0.22	0.21	0.3	0.29	0.32	0.25	0.32	0.21
Q_{13}	0.39	0.06	0.38	0.44	0.31	0.23	0.25	0.15	0.13	0.27
Q_{21}	0.07	0.07	0.08	0.07	0.08	0.11	0.06	0.1	0.09	0.29
Q_{22}	0.83	0.89	0.81	0.92	0.91	0.78	0.89	0.82	0.89	0.54
Q_{23}	0.11	0.05	0.13	0.02	0.03	0.13	0.06	0.09	0.03	0.19
Q_{31}	0.24	0.33	0.12	0.24	0.28	0.2	0.17	0.17	0.35	0.33
Q_{32}	0.17	0.29	0.1	0.23	0.16	0.16	0.11	0.13	0.24	0.23
Q_{33}	0.6	0.39	0.8	0.55	0.58	0.66	0.74	0.72	0.42	0.46

Tabla E.14: Componentes del Modelo para Mayonesa Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0045	0.0072	0.0027	0.0024	0.0025	0.0071	0.0024	0.0052	0.0032	0.0055
p_3	0.0045	0.0072	0.0028	0.0024	0.0025	0.0071	0.0024	0.0053	0.0032	0.0056
Q_{11}	0.57	0.46	0.59	0.52	0.58	0.58	0.53	0.45	0.53	0.59
Q_{12}	0.26	0.33	0.4	0.31	0.36	0.24	0.26	0.3	0.39	0.18
Q_{13}	0.19	0.22	0.03	0.18	0.07	0.2	0.23	0.26	0.1	0.24
Q_{21}	0.57	0.48	0.49	0.53	0.5	0.53	0.52	0.46	0.58	0.46
Q_{22}	0.28	0.5	0.52	0.46	0.48	0.43	0.45	0.46	0.41	0.41
Q_{23}	0.16	0.04	0.01	0.03	0.04	0.06	0.04	0.1	0.02	0.14
Q_{31}	0.5	0.58	0.44	0.45	0.51	0.54	0.53	0.6	0.48	0.55
Q_{32}	0.13	0.34	0.28	0.1	0.19	0.13	0.13	0.2	0.21	0.21
Q_{33}	0.38	0.1	0.29	0.46	0.31	0.35	0.35	0.22	0.33	0.26

Tabla E.15: Componentes del Modelo para Mayonesa Light Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0095	0.0146	0.0082	0.0057	0.0064	0.0134	0.0099	0.0207	0.0047	0.0058
p_3	0.0096	0.0146	0.0082	0.0058	0.0064	0.0135	0.01	0.0208	0.0048	0.0059
Q_{11}	0.52	0.43	0.5	0.41	0.5	0.47	0.67	0.42	0.55	0.43
Q_{12}	0.18	0.23	0.24	0.27	0.27	0.22	0.15	0.25	0.27	0.21
Q_{13}	0.31	0.36	0.27	0.33	0.25	0.33	0.2	0.35	0.19	0.37
Q_{21}	0.38	0.19	0.17	0.24	0.15	0.25	0.21	0.34	0.17	0.34
Q_{22}	0.39	0.66	0.62	0.55	0.69	0.52	0.63	0.31	0.39	0.35
Q_{23}	0.25	0.16	0.22	0.23	0.18	0.25	0.17	0.36	0.46	0.33
Q_{31}	0.14	0.2	0.15	0.1	0.14	0.16	0.13	0.17	0.08	0.23
Q_{32}	0.07	0.21	0.17	0.1	0.15	0.1	0.15	0.1	0.09	0.19
Q_{33}	0.8	0.6	0.69	0.81	0.73	0.75	0.74	0.74	0.85	0.6

Tabla E.16: Componentes del Modelo para Toallas de Papel Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0035	0.0085	0.004	0.0045	0.0075	0.0062	0.0039	0.0093	0.0013	0.0074
p_3	0.0035	0.0085	0.004	0.0045	0.0075	0.0063	0.0039	0.0094	0.0013	0.0075
Q_{11}	0.5	0.52	0.69	0.61	0.55	0.49	0.69	0.53	0.62	0.6
Q_{12}	0.35	0.24	0.22	0.24	0.2	0.23	0.11	0.23	0.21	0.22
Q_{13}	0.17	0.26	0.11	0.17	0.27	0.3	0.22	0.25	0.19	0.2
Q_{21}	0.18	0.12	0.06	0.14	0.12	0.22	0.14	0.09	0.19	0.44
Q_{22}	0.61	0.81	0.92	0.81	0.74	0.57	0.72	0.75	0.71	0.23
Q_{23}	0.23	0.09	0.04	0.07	0.15	0.23	0.15	0.17	0.12	0.34
Q_{31}	0.15	0.21	0.36	0.28	0.17	0.17	0.27	0.22	0.13	0.2
Q_{32}	0.24	0.15	0.15	0.3	0.29	0.16	0.2	0.21	0.09	0.12
Q_{33}	0.62	0.65	0.5	0.44	0.55	0.68	0.54	0.58	0.8	0.69

Tabla E.17: Componentes del Modelo para Palmitos Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0031	0.0043	0.0023	0.0019	0.0037	0.0035	0.0056	0.0038	0.0027	0.0095
p_3	0.0031	0.0043	0.0023	0.0019	0.0037	0.0035	0.0056	0.0038	0.0028	0.0096
Q_{11}	0.59	0.62	0.61	0.62	0.48	0.54	0.63	0.62	0.57	0.57
Q_{12}	0.31	0.3	0.29	0.26	0.13	0.3	0.23	0.15	0.4	0.25
Q_{13}	0.12	0.1	0.12	0.13	0.4	0.17	0.16	0.24	0.04	0.19
Q_{21}	0.48	0.44	0.67	0.48	0.31	0.5	0.57	0.52	0.53	0.66
Q_{22}	0.45	0.54	0.25	0.39	0.45	0.48	0.42	0.35	0.46	0.2
Q_{23}	0.08	0.04	0.09	0.14	0.25	0.04	0.02	0.15	0.03	0.15
Q_{31}	0.42	0.62	0.42	0.7	0.5	0.46	0.57	0.61	0.37	0.41
Q_{32}	0.34	0.14	0.16	0.15	0.06	0.32	0.06	0.12	0.37	0.26
Q_{33}	0.26	0.25	0.43	0.17	0.45	0.23	0.38	0.29	0.27	0.34

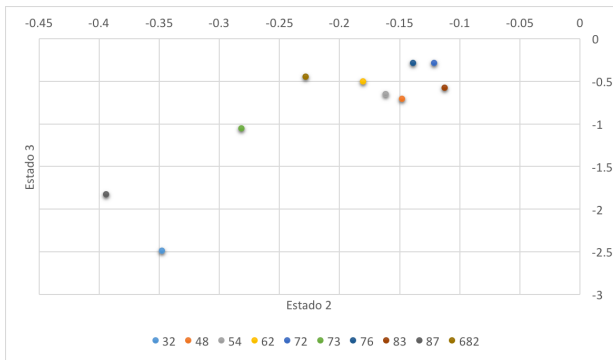
Tabla E.18: Componentes del Modelo para Quesillo Medio Día

	32	48	54	62	72	73	76	83	87	682
p_2	0.0074	0.0082	0.0049	0.0038	0.0068	0.0077	0.0052	0.0065	0.0046	0.007
p_3	0.0075	0.0083	0.0049	0.0038	0.0068	0.0078	0.0052	0.0065	0.0047	0.007
Q_{11}	0.58	0.48	0.51	0.68	0.57	0.48	0.63	0.42	0.55	0.57
Q_{12}	0.23	0.28	0.18	0.2	0.14	0.25	0.23	0.36	0.28	0.25
Q_{13}	0.21	0.26	0.33	0.14	0.3	0.29	0.16	0.23	0.19	0.19
Q_{21}	0.14	0.23	0.27	0.05	0.21	0.37	0.15	0.24	0.15	0.32
Q_{22}	0.78	0.46	0.45	0.96	0.54	0.44	0.24	0.59	0.78	0.37
Q_{23}	0.1	0.32	0.29	0.01	0.26	0.21	0.62	0.19	0.09	0.33
Q_{31}	0.24	0.13	0.09	0.46	0.12	0.17	0.08	0.19	0.16	0.17
Q_{32}	0.19	0.08	0.06	0.17	0.11	0.12	0.1	0.15	0.1	0.14
Q_{33}	0.59	0.81	0.87	0.39	0.78	0.73	0.84	0.68	0.76	0.71

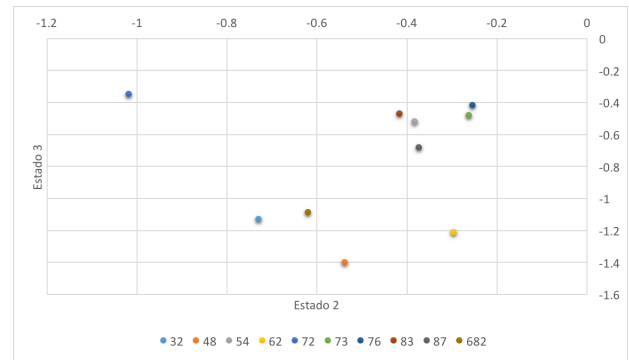
Tabla E.19: Componentes del Modelo para Té Medio Día

Apéndice F

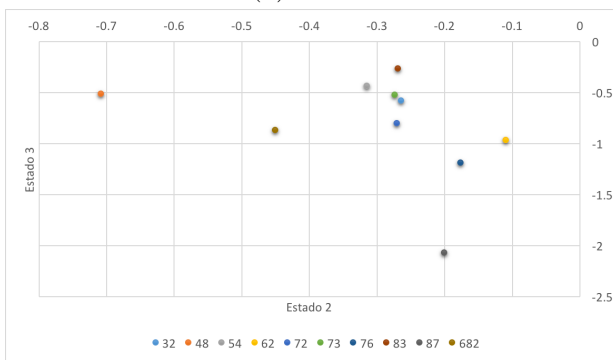
Parámetros Asociados al Precio para Estados Dos y Tres en Enfoque Medio Día



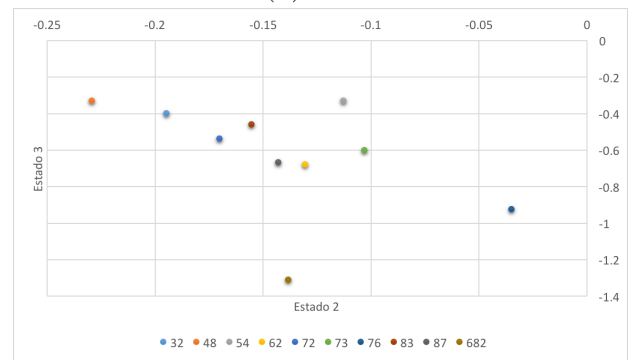
(a) Aceite



(b) Atún

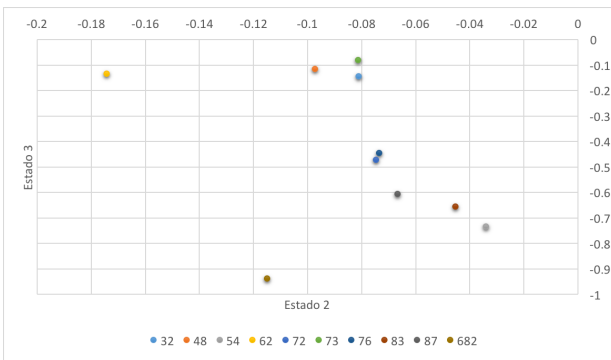


(c) Azúcar

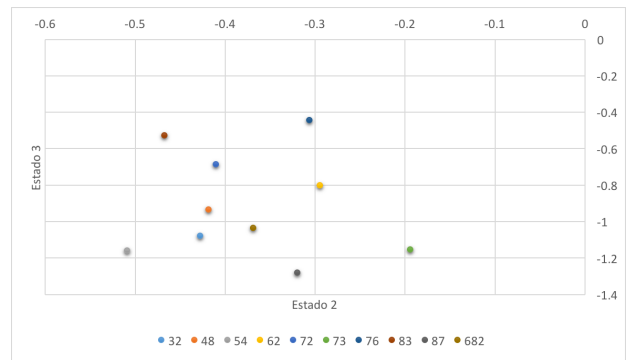


(d) Cerveza

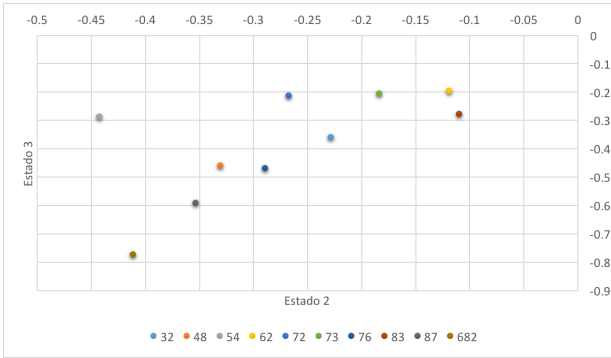
Figura F.1: Parámetros Precio Estado 2 v/s Estado 3 Enfoque Medio Día (1)



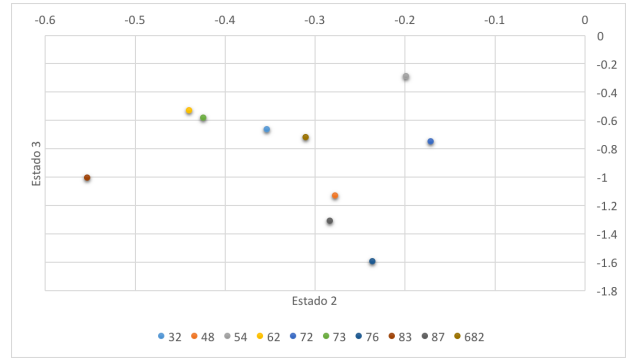
(a) Chorizo



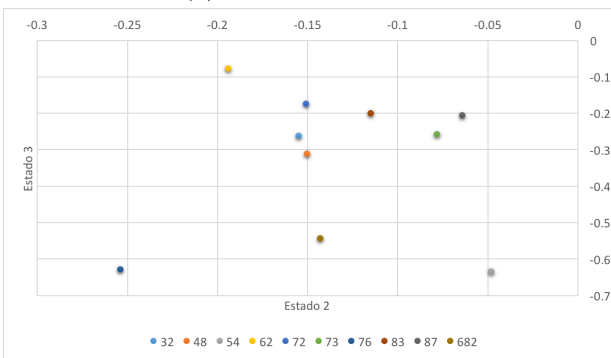
(b) Galletas de Coctel



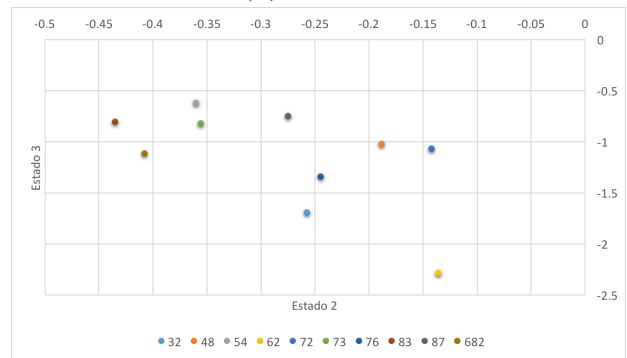
(c) Gaseosa Naranja



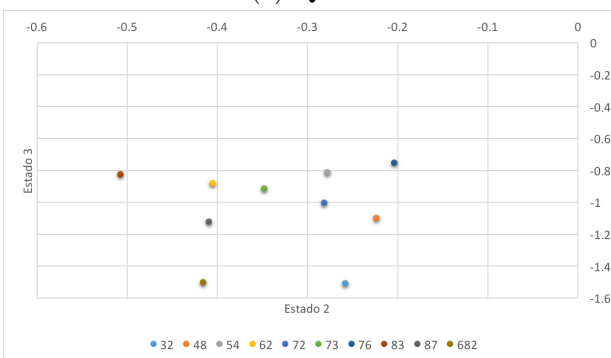
(d) Fósforos



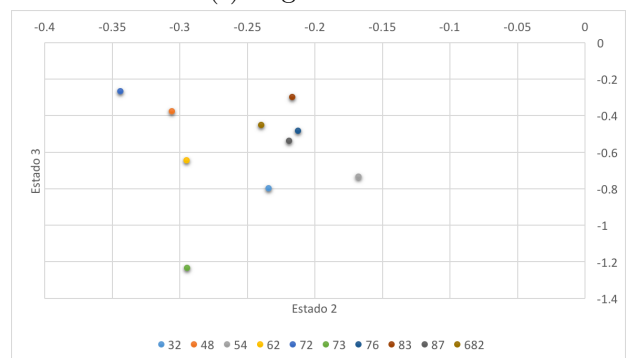
(e) Queso



(f) Jugo en Polvo

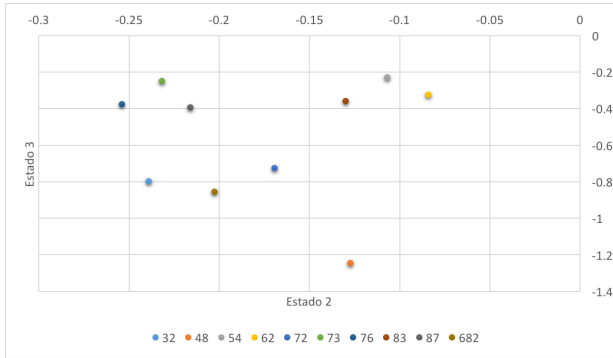


(g) Lavalozza

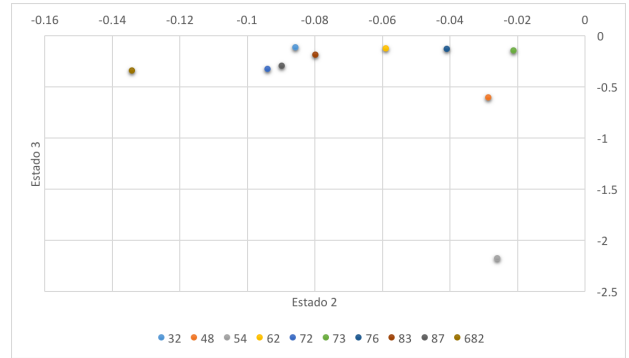


(h) Leche

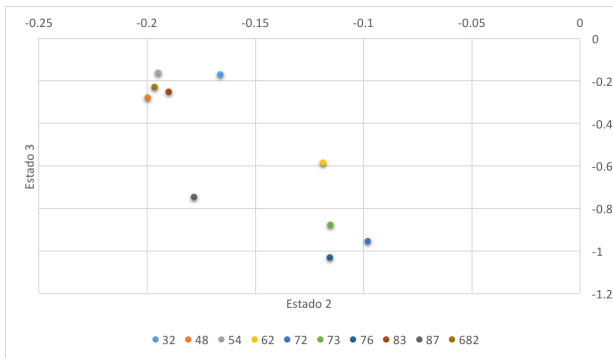
Figura F.2: Parámetros Precio Estado 2 v/s Estado 3 Enfoque Medio Día (2)



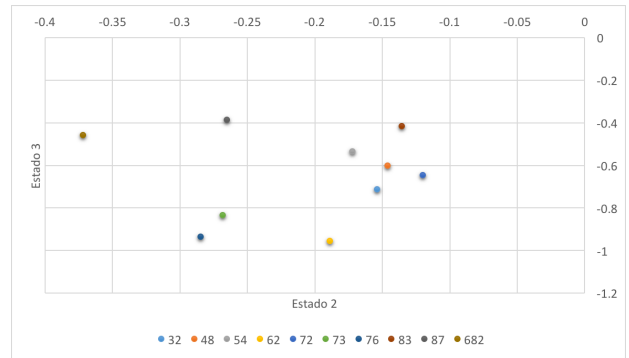
(a) Margarina



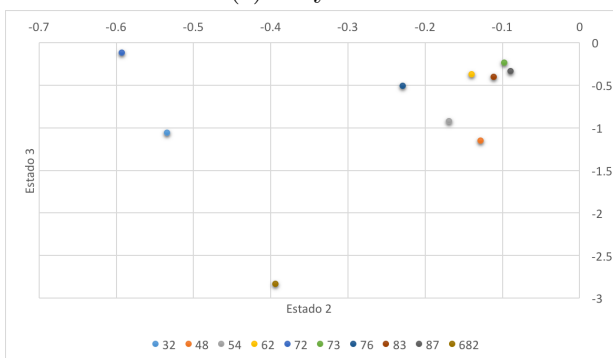
(b) Mayonesa Light



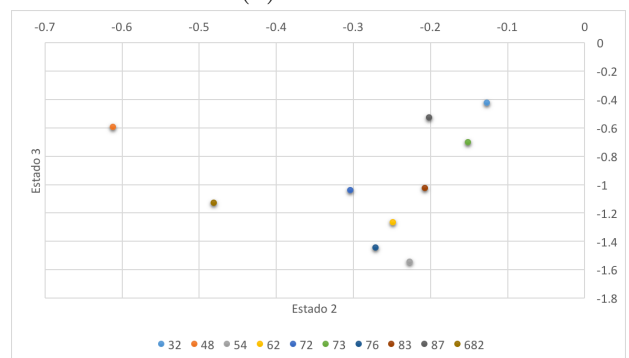
(c) Mayonesa



(d) Palmitos



(e) Quesillo



(f) Té

Figura F.3: Parámetros Precio Estado 2 v/s Estado 3 Enfoque Medio Día (3)