



UNIVERSIDAD DE CHILE

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UNIDAD DE NEGOCIO E-LEARNING ADAPTATIVA  
PARA EQUIPO EDUCACIONAL MÁXIMO

PROYECTO DE GRADO PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN INGENIERÍA DE  
NEGOCIOS CON TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

FABIAN ESTEBAN BARRIGA URBINA

PROFESOR GUÍA:

ÁNGEL JIMÉNEZ MOLINA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

MARIO WAISSBLUTH SUBELMAN

CARLOS HENRIQUEZ CALDERÓN

ALEJANDRA MIZALA SALCES

SANTIAGO DE CHILE

2016

## Resumen

Esta tesis se basa en el marco metodológico de la ingeniería de negocios aplicado en el ámbito de la innovación educativa. Inspirándose en la visión del centro educacional Máximo, se presenta el diseño, desarrollo y puesta en marcha de una nueva cadena de valor para la provisión de un sistema e-learning adaptativo basado en la web, orientado a proporcionar experiencias de aprendizaje personalizado a estudiantes de enseñanza media.

El diseño teórico de desarrollo y medición de aprendizaje presentado, trata de un recorrido curricular que tiene cada estudiante a través de un modelo tridimensional de habilidades, dificultad y contenidos, donde cada ejercicio tiene una especificación que incluye estas tres variables, de tal forma que el recorrido de un estudiante depende de los resultados inmediatos en su interacción con cada ejercicio, constituyendo un proceso estocástico discreto. Así también, la magnitud de los movimientos a través del modelo tridimensional depende del rendimiento histórico -acotado a un periodo de tiempo- del estudiante, que finalmente determina sus capacidades y necesidades. Este modelo permite medir con exactitud sus vacíos cognitivos y el nivel de aprendizaje adquirido por cada estudiante, para luego ofrecer una ruta de estudio personalizada con contenidos acorde a los estilos de aprendizaje de cada uno, entregando un sentido de continuidad y proyección al estudio.

Se suma a la contribución de esta tesis, la propuesta de un modelo pedagógico que se integra con la tecnología creada, de modo que el servicio se inserte exitosamente en el sistema educativo actual. El objetivo del modelo pedagógico propuesto es incentivar a los profesores encargarse del desarrollo de procesos cognitivos más complejos y favorecer la construcción de aprendizajes significativos, formando personas con las competencias que exige el siglo XXI. Este modelo propuesto representa un cambio de paradigma acerca del rol del profesor, pasando de ser expositor a ser facilitador y modelador del aprendizaje de los estudiantes.

Para obtener resultados empíricos del sistema e-learning desarrollado, se realizó un experimento puro en dos colegios de la ciudad de Santiago de Chile con alumnos de 15 años de edad. Dicho experimento se llevó a cabo con el prototipo construido e incorporó tres grupos de estudiantes: aquellos que utilizaron el algoritmo creado en esta tesis, la Teoría de Respuesta al Ítem y un tercer grupo de control. Los resultados evidencian importantes ventajas del algoritmo creado en términos de su eficiencia y capacidad de nivelación cognitiva de los estudiantes de bajo rendimiento.

El trabajo realizado demuestra la potencia que tiene el tratamiento de los datos para ofrecer experiencias de aprendizaje personalizado, la cual trae enormes beneficios tanto a alumnos, docentes y centros educativos en general. Generando un sinfín de posibilidades para el desarrollo del campo de la educación a distancia y la integración con el sistema educacional de los países de América Latina.

*Estudiar no es un acto de consumir ideas, sino de crearlas y recrearlas.*

Paulo N. Freire

## **Agradecimientos**

Agradezco a Úrsula Urbina y Miguel Barriga, mis padres, por darme las herramientas para seguir el camino que he querido aventurarme.

Agradezco a Guido Urbina, mi padrino, por abrir mi mente a las matemáticas, por las largas conversaciones y gestiones en pro de este proyecto educacional. Así también a mis abuelos Elsa Herlitz y Carlos Urbina, quienes juntos me están apoyando desde un lugar sagrado.

Agradezco a Italo Riarte, Andrés Flores, Abraham San Juan y todos mis amigos de universidad por el constante apoyo y ánimo que me han brindado durante mi estadía en la facultad.

Agradezco a Alejandro Torres, mi socio, por haber acompañado la búsqueda de mis sueños profesionales, las enseñanzas que me brindó y el constante apoyo para compatibilizar mis estudios universitarios con la gestión de una PYME de educación.

Agradezco al Profesor Ángel Jiménez, por transmitir la pasión por la ingeniería en cada una de sus cátedras, recomendarme al programa de magister y becas, ser mentor y apoyar con ideas, consejos y financiamiento a este proyecto de tesis. Asimismo, al Instituto Sistemas Complejos de Ingeniería por apoyar esta investigación.

Agradezco a Laura Sáez y Ana María Valenzuela, por toda su comprensión y apoyo en mi incorporación al programa de este magister desde pregrado.

Agradezco a Ana Sotomayor, Leonel Olivares y a todos los docentes y auxiliares del Liceo Juan Mackenna O'Reilly, quienes me abrieron las puertas de mi ex Liceo y brindaron apoyo para llevar a cabo el experimento de esta tesis. Así mismo, a Sebastián Aguirre por el apoyo y completa disposición para realizar el experimento en el Colegio Mater Dolorosa. Del mismo modo a María Cristina Herrera, quien dedicó mucho esfuerzo para entregar una herramienta didáctica para el aprendizaje de matemática a los estudiantes del Liceo Manuel Barros Borgoño.

Finalmente agradezco a todas las personas y equipos que de corazón trabajan por una educación mejor, más justa, más amplia, más libre para nuestro país y el mundo.

## Tabla de contenido

Resumen .....	i
Dedicatoria.....	ii
Agradecimientos .....	iii
Tabla de contenido.....	iv
Lista de Tablas.....	vi
Lista de Gráficos.....	vii
Lista de Ilustraciones .....	viii
1 Introducción.....	1
2 Antecedentes generales.....	3
2.1 Mercado de preuniversitarios.....	3
2.2 Mercado de clases particulares .....	4
3 La Organización .....	6
3.1 Historia.....	6
3.2 Estructura organizacional .....	9
3.3 Planteamiento estratégico .....	9
3.4 Posicionamiento estratégico .....	10
3.5 Mapa estratégico .....	10
3.6 Modelo de negocios .....	11
4 Análisis de la situación actual .....	13
4.1 E-Learning en Chile.....	13
5 Unidad de negocio .....	15
5.1 Modelo de negocios .....	15
5.2 Posicionamiento estratégico .....	16
5.3 Objetivo general.....	17
5.4 Objetivos específicos .....	17
5.5 Consideraciones para el diseño del negocio .....	18
6 Diseño de arquitectura de procesos .....	20
7 Marco teórico conceptual .....	24
7.1 Taxonomía de Bloom.....	24
7.2 Modelo de Estilos de Aprendizaje de Felder-Silverman .....	24
7.3 Teoría de Respuesta al Ítem.....	25
7.4 Instrumentos curriculares.....	28
8 Diseño de procesos de negocios .....	29
8.1 Lógica de Negocio .....	31

8.1.1	Proceso “Determinar necesidad académica” .....	31
8.1.2	Proceso “Confeción de material de estudio” .....	33
8.1.3	Proceso “Ajuste continuo del material de estudio” .....	37
9	Dirección de cambio .....	39
9.1	Modelo pedagógico tradicional.....	39
9.2	Modelo pedagógico propuesto.....	40
9.2.1	Consideraciones para la implementación .....	42
9.2.2	Ventajas del modelo pedagógico propuesto .....	43
10	Diseño de arquitectura de aplicación tecnológica .....	44
10.1	Construcción de Prototipo.....	53
11	Desarrollo de la investigación .....	58
11.1	Manejo de variables .....	61
11.2	Grados de manipulación de la variable independiente.....	62
11.3	Medición de efecto de las variables .....	63
11.4	Control de validez interna .....	64
11.5	Validez externa de la situación experimental.....	64
12	Resultados de la investigación.....	65
12.1	Test de hipótesis .....	66
12.2	Matriz de Correlación.....	71
12.3	Cobertura curricular .....	74
12.4	Desarrollo de habilidades .....	75
12.5	Métricas de uso de la plataforma.....	77
12.6	Encuesta estudiantes.....	79
13	Conclusión .....	81
	Bibliografía.....	84
	Anexos.....	86

## Lista de Tablas

Tabla 1: Ejemplo de Estilos de Aprendizaje. ....	34
Tabla 2: Matriz Habilidad-Dificultad. ....	34
Tabla 3: Reglas de decisión aplicadas en Matriz Habilidad-Dificultad. ....	35
Tabla 4: Parámetros de ajuste de distribución Johnson SU.....	36
Tabla 5: Histograma de Ratios de Efectividad experimentales. ....	37
Tabla 6: Características de los grupos experimentales. ....	62
Tabla 7: Características de los grupos experimentales de estudiantes de bajo rendimiento. ....	63
Tabla 8: Resultados generales del experimento. ....	66
Tabla 9: Bondad de ajuste de la distribución normal a los datos de la variable “Progreso”. ....	68
Tabla 10: Prueba t con 95% de confianza para muestras del grupo 1 y 2 suponiendo varianzas desiguales. ....	69
Tabla 11: Prueba t con 95% de confianza para muestra del grupo 1 y 3 suponiendo varianzas desiguales. ....	71
Tabla 12: Matriz de correlación del grupo experimental 1. ....	73
Tabla 13: Matriz de correlación del grupo experimental 2. ....	74
Tabla 14: Matriz de correlación del grupo experimental 3. ....	74

## Lista de Gráficos

Gráfico 1: Ingresos anuales estimados de la industria de los preuniversitarios. ....	3
Gráfico 2: Participación de mercado de instituciones en la industria de preuniversitarios.....	4
Gráfico 3: Evolución en el tiempo de los ingresos y alumnos de EEM. ....	8
Gráfico 4: Participación de las marcas en las ventas anuales 2013 y 2014.....	8
Gráfico 5: Curva característica de un ítem. ....	26
Gráfico 6: Ajuste de distribución Johnson SU. ....	36
Gráfico 7: Gráfico de cajas en progreso por grupo experimental.....	65
Gráfico 8: Gráfico scatter de progreso por grupo experimental. ....	66
Gráfico 9: Histograma de la variable “Progreso” y curva de distribución normal.....	67
Gráfico 10: Progreso promedio en unidades temáticas por grupo experimental.....	75
Gráfico 11: Progreso promedio de habilidades cognitivas por grupo experimental. ....	77
Gráfico 12: Porcentajes de aprobación según grupo experimental. ....	78
Gráfico 13: Resultado de encuesta en percepción del algoritmo de aprendizaje. ....	79
Gráfico 14: Resultado de encuesta en beneficio percibido.....	80



## Lista de Ilustraciones

Ilustración 1: Modelo lineal de fidelización de alumnos de EEM. ....	7
Ilustración 2: Organigrama de Equipo Educacional Máximo. ....	9
Ilustración 3: Planteamiento de la estrategia de EEM según Modelo Delta. ....	10
Ilustración 4: Mapa estratégico de EEM. ....	11
Ilustración 5: Planteamiento de la estrategia de EEM con nueva unidad de negocio según Modelo Delta. ....	16
Ilustración 6: Impacto del proyecto en mapa estratégico de EEM. ....	17
Ilustración 7: Patrón de negocio de venta basada en el conocimiento del cliente. ....	19
Ilustración 8: Impacto del proyecto en la arquitectura de macroprocesos de EEM. ....	20
Ilustración 9: Macroprocesos de la cadena de valor del proyecto. ....	21
Ilustración 10: Macroproceso de “Producción y entrega del servicio web”. ....	22
Ilustración 11: Macroproceso de “Producción del servicio web”. ....	23
Ilustración 12: Proceso “Determinar necesidad académica”. ....	29
Ilustración 13: Proceso “Confección de material de estudio”. ....	30
Ilustración 14: Proceso “Ajuste continuo del material de estudio”. ....	31
Ilustración 15: Ontología E-Learning. ....	31
Ilustración 16: Modelo pedagógico tradicional. ....	40
Ilustración 17: Modelo pedagógico propuesto. ....	40
Ilustración 18: Integración del servicio desarrollado con el sistema educativo. ....	41
Ilustración 19: Pirámide didáctica del modelo pedagógico propuesto. ....	42
Ilustración 20: Prototipo de sistema E-Learning. ....	44
Ilustración 21: Diagrama de Paquetes del Sistema. ....	45
Ilustración 22: Diagramas de Casos de Uso del Sistema. ....	46
Ilustración 23: Diagrama de Despliegue del Sistema. ....	47
Ilustración 24: Diagrama de Secuencia de Sistema de proceso “Determinar necesidad académica”. .....	48
Ilustración 25: Diagrama de Secuencia de Sistema de proceso “Confeccionar material de estudio”. .....	49
Ilustración 26: Diagrama de Secuencia Extendido al seleccionar asignatura. ....	50
Ilustración 27: Diagrama de Secuencia Extendido al seleccionar contenido. ....	51
Ilustración 28: Diagrama de Secuencia Extendido de interacción con objetos de aprendizaje. ....	52

Ilustración 29: Modelo Entidad-Relación del Sistema. ....	53
Ilustración 30: Diagrama de Clases de Prototipo. ....	54
Ilustración 31: Caso de uso, seleccionar asignatura. ....	55
Ilustración 32: Caso de uso, seleccionar contenido. ....	55
Ilustración 33: Caso de uso, ver marco teórico. ....	56
Ilustración 34: Caso de uso, hacer ejercicio. ....	56
Ilustración 35: Prueba de diagnóstico de prototipo. ....	57
Ilustración 36: Pre-requisitos de unidades temáticas de Números para los niveles de Séptimo Básico, Octavo Básico y Primero Medio. ....	60
Ilustración 37: Ciclo de validación de ítems ....	61

# 1 Introducción

En el contexto de una sociedad cada vez más exigente en el ámbito educación y el rápido avance de la tecnología, se presenta a continuación un proyecto con una visión de vanguardia en TIC aplicada a la educación, relacionado con un ambiente virtual e inteligente de aprendizaje, que entrega apoyo a la labor docente y favorece la construcción de aprendizaje de calidad en estudiantes de bajo rendimiento. En consecuencia, esta tesis impacta directamente en una mejora del sistema educativo y la equidad.

La enseñanza a través de internet es un modelo adoptado en la mayoría de las grandes instituciones de educación, motivados por proporcionar educación en cualquier lugar, momento y dispositivo, y así mejorar la experiencia de aprendizaje de los estudiantes. Sin embargo, gran parte de los sistemas e-learning no toman en consideración, pedagógicamente e intelectualmente, las características de los estudiantes en el proceso enseñanza-aprendizaje a través de un computador. Estos sistemas proporcionan a todos los estudiantes los mismos recursos educativos, es decir, no se alteran de acuerdo a las individualidades de los estudiantes. Es por esto, que como todos los alumnos tienen acceso a similares recursos de aprendizaje, ellos necesitan una gran cantidad de tiempo hasta llegar a sus metas académicas, tiempo que depende del conocimiento previo de cada estudiante. Reconocer el actual paradigma de planes de estudio fijos como vías de aprendizaje y tomar acción sobre ello, es crítico para automatizar la enseñanza personalizada a través de internet [1].

Los problemas antes mencionados en los actuales sistemas e-learning no son precisamente causados por la tecnología, sino que más bien por un paradigma obsoleto. En consecuencia, este proyecto otorga una contribución al campo de la educación a distancia, desarrollando un servicio con mecanismos que satisfacen a los diferentes tipos de estudiantes, logrando esto de forma efectiva y eficiente. Dicho servicio desarrollado, toma en cuenta las habilidades, capacidades, necesidades y preferencias de los estudiantes, mediante algoritmos que otorgan adaptación constante, con el fin de planificar un proceso enseñanza-aprendizaje individual. Satisfaciendo así, las actuales necesidades de los sistemas inteligentes de aprendizaje.

La contribución de este proyecto toma aún más fuerza, en el contexto educacional actual, donde existe un modelo pedagógico que se basa en clases magistrales, es decir, un docente explicando contenidos, estudiantes tomando nota, para finalmente, proponer tareas de reforzamiento a realizar en aula o en casa. Bajo este modelo, los estudiantes son meros receptores de contenidos, manteniéndose preferentemente en los niveles más bajos de la Taxonomía de Aprendizaje de Bloom [2], es decir, desarrollando habilidades de orden inferior, como conocer, comprender y aplicar.

Dicho modelo, durante décadas ha estado expuesto a estudios que ponen en evidencia el fracaso del actual sistema educativo, debido a que una gran cantidad de niños alrededor del mundo están atrapados en un círculo vicioso de bajo rendimiento y desmotivación. Solo en Chile, un 52% de los estudiantes tuvo un bajo rendimiento en matemática, según la OCDE a partir de PISA 2012 [26]. En otras palabras, un 52% de los estudiantes no comprende operaciones y conceptos básicos de matemática.

Reducir el número de estudiantes con bajo rendimiento es una manera efectiva de mejorar el sistema educativo y la equidad, debido a que los alumnos con dicho desempeño provienen mayoritariamente de familias desfavorecidas socioeconómicamente. Esto es aún más grave, porque

los alumnos con bajo rendimiento en matemática suelen mostrar menos perseverancia, motivación y confianza en sí mismos [26].

En este escenario, el proyecto propone un modelo pedagógico que se integra con la tecnología creada, de modo que, con una debida gestión del cambio, este trabajo pueda ser puesto en práctica por los profesores del sistema educativo, con el objeto de lograr mejores aprendizajes y formar personas con las competencias que exige el siglo XXI. Este modelo pedagógico consiste en un proceso enseñanza-aprendizaje con foco en el desarrollo de conocimientos y habilidades de pensamiento de orden superior, considerando como activo importante la tecnología y su abrupta penetración en los jóvenes. En primera instancia, esto se logra transfiriendo parte del proceso enseñanza-aprendizaje al sistema inteligente desarrollado, otorgando a los estudiantes los conocimientos y habilidades contemplados en el curriculum escolar de forma personalizada, permitiendo que estén mejor preparados para sus clases. Luego, el tiempo de aula se propone utilizar para el desarrollo de procesos cognitivos de mayor complejidad, que favorezcan el aprendizaje significativo y de calidad. Por lo tanto, con el modelo pedagógico y la tecnología propuesta en este proyecto, se contribuye a que los profesores puedan pasar de ser expositores, a ser facilitadores y modeladores del aprendizaje de los estudiantes, promoviendo aulas dinámicas y actividades vivenciales entorno a los Objetivos de Aprendizaje.

La propuesta descrita recae sobre Equipo Educacional Máximo, una compañía del rubro educación, que actualmente sólo ofrece servicios presenciales y personalizados. Debido a esto, la empresa debe incorporar una nueva cadena de valor. La visión de la compañía, más los estudios recientes, constituyen oportunidades para innovar y lanzar al mercado un servicio que sea realmente efectivo, escalable y que se inserte en el sistema educacional para promover aprendizajes de mayor calidad.

El diseño del proyecto fue llevado a cabo con la metodología de la Ingeniería de Negocios propuesta por Barros (2012) [23]. Para ello, se desarrolla un nuevo modelo de aprendizaje creado por la empresa, basado en el campo de la psicometría, inteligencia artificial y psicología educativa. Esto, en relación a la provisión de ejercicios y práctica de contenidos en una plataforma web. Así también, se integra a la solución otros trabajos relacionados con la detección de estilos de aprendizaje y provisión de material educativo adaptado al estudiante. El modelo de aprendizaje creado es comparado experimentalmente con otro modelo presente en la literatura (Teoría de Respuesta al Ítem) y un grupo de control. Se realizó un experimento puro con un total de 166 estudiantes pertenecientes a dos colegios de la Región Metropolitana de Chile. En este experimento, se demostró que el trabajo desarrollado tuvo un 20,51% de mejora en el desempeño de estudiantes con bajo rendimiento, versus un 14,49% de mejora con la Teoría de Respuesta al Ítem. Los resultados confirman la efectividad y eficiencia que tiene el modelo desarrollado sobre los aprendizajes de los estudiantes con bajo rendimiento académico. La investigación y el protocolo experimental fue realizado según la metodología de Sampieri [19].

En este documento, se abordarán tópicos para explicar el contexto de la compañía, las características de la nueva cadena de valor, el diseño de los procesos internos, la arquitectura tecnológica de apoyo al negocio y la gestión del cambio en la incorporación de tecnología al proceso enseñanza-aprendizaje. Luego, con el fin de demostrar la efectividad del algoritmo desarrollado y sus resultados, se diseña la investigación, se explica el protocolo experimental y se realiza el análisis de los datos según los métodos estadísticos propuestos por Devore [20]. Finalmente, se presentan las principales conclusiones de este trabajo.

## 2 Antecedentes generales

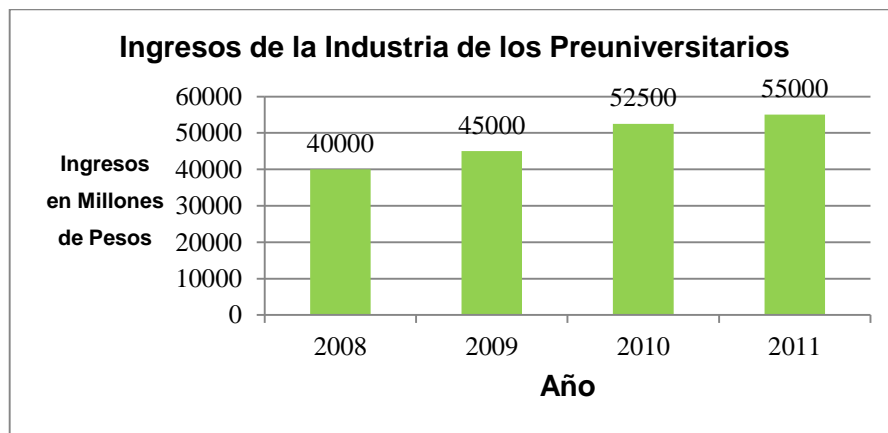
Antes de comenzar a describir el proyecto, primero se abordan los mercados en los que opera la empresa en cuestión.

### 2.1 Mercado de preuniversitarios

Los preuniversitarios son instituciones que se encargan de prestar servicios a los alumnos para entrar a la Educación Superior, a través de la preparación de la Prueba de Selección Universitaria (PSU). Esta industria en Chile está en constante movimiento y ha tenido que reinventarse frente a estudiantes cada vez más exigentes. Hoy existen cursos online y otros específicos para alumnos de tercero medio o egresados que en algunos casos representan el 15% del total de alumnos. A esto se debe sumar la implementación constante de tecnología de punta para complementar el servicio.

Contrario a lo que se buscaba con el reemplazo de la Prueba de Aptitud Académica<sup>1</sup> por la PSU en el año 2002, la preparación fuera de los colegios no ha disminuido. Sino que está haciendo crecer el mercado de los preuniversitarios entre un 4% y un 15% anualmente como lo muestra el Gráfico N°1.

Gráfico 1: Ingresos anuales estimados de la industria de los preuniversitarios.



Fuente: Elaboración propia, a partir de los datos del estudio realizado por la sección de Economía y Negocios de El Mercurio el año 2008 y 2011.

En la industria existen dos actores principales que vienen trabajando en el mercado desde la década del 80 y comenzaron a actuar prácticamente solos, estas son Cpech y Pedro de Valdivia. Hoy siguen siendo las empresas líderes en cuanto a número de alumnos, pero se han sumado nuevas instituciones. Aparecieron con el tiempo otros actores con preuniversitarios formales más pequeños o locales, así como también otros avalados por universidades como la UC y la USACH.

Ante la necesidad de preparación para la prueba de ingreso a las universidades y los bajos ingresos de algunos estratos sociales aparecieron preuniversitarios gratuitos, principalmente dirigidos por estudiantes universitarios.

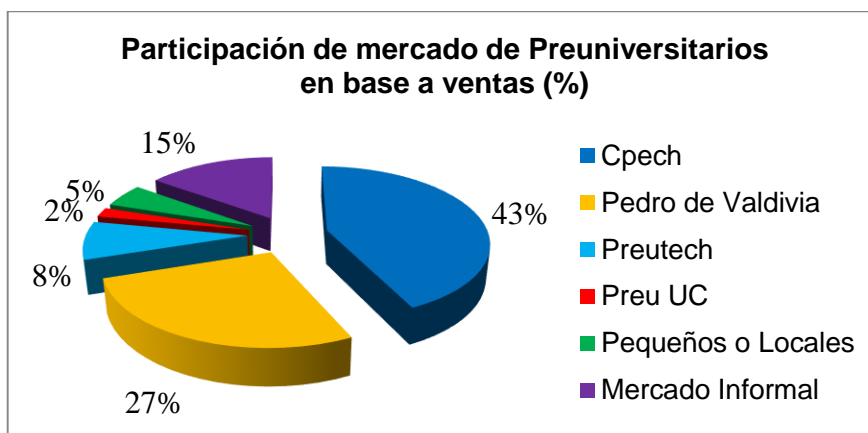
En la actualidad, una parte importante de la industria es también el mercado informal, el cual está compuesto por clases particulares de estudiantes universitarios o de profesores de colegios que

<sup>1</sup> Abreviada PAA, antigua prueba del proceso de selección y matrícula en la educación superior de Chile.

instruyen fuera del recinto educacional y también por pequeños centros de preparación sin patente. Debido a esto, es que en Chile no se cuentan con cifras oficiales de la industria, sólo cifras estimativas.

El Grafico N°2 muestra la participación de mercado de los principales preuniversitarios en base a ventas, expresados en porcentajes.

Gráfico 2: Participación de mercado de instituciones en la industria de preuniversitarios.



Fuente: Elaboración propia, a partir de los datos del estudio realizado por el Diario Estrategia en febrero de 2010.

## 2.2 Mercado de clases particulares

Las clases particulares a domicilio en Chile suelen ser muy habituales en ciertas etapas educativas, sobre todo cuando alguna asignatura resulta más complicada de lo esperada para el estudiante o en aquellos momentos en los que éste necesita un apoyo personalizado.

Esta actividad se suele dar principalmente de manera informal en estudiantes universitarios o algunos profesionales como trabajo esporádico. Hay distintas tarifas y los estudiantes o apoderados que requieren estos servicios pertenecen a diversos estratos sociales.

Dado el importante mercado informal, no se tienen datos concretos de cuál es la cantidad de dinero que se transa en este tipo de servicios. Sin embargo, existen estudios que permiten estimar esta cifra. En Chile hay un total de 3,6 millones de estudiantes en etapa escolar, de los cuales 252.000 alumnos pertenecen a colegios particulares, que son los estudiantes que según estudios del Informe PISA 2009 [3] revelan que son los alumnos que más contratan clases particulares a domicilio. Un 35% de ellos, según el mismo estudio, al menos toman clases una vez al año. Llevándolo a cifras, a lo menos el mercado chileno de clases particulares transa 15 millones de dólares anuales.

Alrededor del año 2002, comenzaron a aparecer, en Chile y el mundo, las primeras empresas que profesionalizaron el servicio de clases particulares, ofreciendo a los apoderados la posibilidad de contar con profesores calificados de diversas asignaturas, contando con la seguridad y respaldo de una empresa, donde se genera mayor confianza con el profesor que visita el domicilio.

En la actualidad, existen al menos 16 instituciones que ofrecen clases particulares a domicilio de manera organizada, pero en algunos casos siguen siendo informales y no formalmente constituidas. Las empresas más competitivas del mercado y que demuestran mayor grado de seriedad son:

1. Educademia: se destaca por poseer una gran cantidad de convenios con empresas privadas y una municipalidad.
2. Tutor Doctor: empresa que de origen estadounidense que ofrece franquicias en la región.
3. REDU: posee operaciones en 7 ciudades de Chile.

No se cuenta con cifras de participación de mercado de estas empresas pues son sociedades cerradas. Cabe recalcar, que otro gran competidor de esta industria, es también el mercado informal, compuesto mayoritariamente por estudiantes universitarios.

### 3 La Organización

Equipo Educacional Máximo (EEM) es una empresa con fines de lucro que presta servicios educacionales personalizados a segmentos de altos ingresos, garantizando flexibilidad y excelencia en propuesta de valor.

Actualmente es una institución con dos marcas: Preuniversitario Máximo, especializada en la elaboración e impartición de cursos para la preparación de la PSU, y Clases Particulares Máximo, especializada en la impartición de clases de reforzamiento para alumnos de enseñanza básica, media y universitarios.

Día a día profesionales de la educación y la pedagogía trabajan para encontrar nuevas metodologías y prácticas que lleven a ofrecer a los alumnos y apoderados un servicio de elite, siempre con tres pilares fundamentales: excelencia, flexibilidad y personalización.

#### 3.1 Historia

Equipo Educacional Máximo (EEM) nace con el objetivo de entregar educación de excelencia que permita ampliar las oportunidades de los alumnos. Nace con la firme creencia de que la enseñanza personalizada es la forma más efectiva de aprendizaje, conclusión de muchos estudios acerca de educación, tales como el estudio *Effective Teaching* [4] publicado el año 2005. Bajo esta premisa se fueron elaborando programas de estudios y una metodología que fuese innovadora en la enseñanza personalizada.

Esta concepción aterriza en la primera marca titulada Preuniversitario Máximo, que entraba en el mercado de los preuniversitarios motivado por la experiencia del equipo interno en el área. La misión de la unidad de negocio es entregar una preparación para la PSU de forma personalizada y de excelencia, en donde cada alumno obtenga su máximo potencial, para conseguir el ingreso a la carrera y universidad de su preferencia, apoyado con una orientación vocacional que facilite herramientas que permitan el autoconocimiento y análisis de los intereses del estudiante.

Al siguiente año de la fundación de Equipo Educacional Máximo, el 2011, comenzaron las actividades formales, impartieron los primeros cursos y participaron en la feria de orientación vocacional más importante del país, SIAD<sup>2</sup>, que tuvo lugar en Casa Piedra, Santiago. Esto con la motivación de dar a conocer la marca del preuniversitario entre los alumnos de distintas comunas de la capital.

Luego de ese año de aprendizajes, el 2012, a través de la retroalimentación de los primeros apoderados y alumnos, se replanteó la propuesta de valor del servicio, acercándose a necesidades específicas de los clientes, como alumnos con problemas de aprendizaje, alumnos con poco tiempo, alumnos sin sedes de preuniversitario cerca, alumnos con mala base, alumnos con problemas de aprendizaje, entre otras necesidades. En ese contexto, la marca puso foco en la propuesta de enseñanza a domicilio con cursos personalizados.

Un hito importante el 2013 fue el reconocimiento espontáneo de la propuesta innovadora de preuniversitario por parte de distintos medios de comunicación masivos tales como Las Últimas Noticias, Publimetro, Revista Vitrina Académica y el portal Secundarios. Las notas en la prensa incluso compararon a Preuniversitario Máximo con instituciones líderes del mercado como Cpech

---

<sup>2</sup> Salón de orientación de alternativas académicas organizada por la empresa Exhibits S.A.



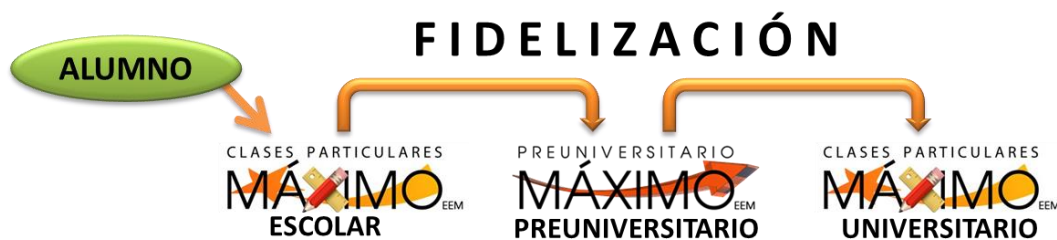
y Pedro De Valdivia. Además de las apariciones en medios, el 2013 se creó una nueva unidad de negocio, con la marca Clases Particulares Máximo, la cual compete en el mercado de clases particulares a domicilio.

La marca de clases particulares, nace por tres razones principalmente:

- Necesidad de la compañía de crecer a nuevos mercados, puesto que la marca de preuniversitario tiene un segmento bien acotado, apuntando a segmentos con alto poder adquisitivo.
- Semejanza operacional de ambas marcas, con procesos similares que en la actualidad son compartidos, por lo que permitía una rápida transición del diseño de la unidad de negocio a la implementación y operación.
- Crecientes solicitudes de los apoderados de preuniversitario, por contar con profesores para reforzamiento escolar, debido a la calidad del servicio y el amigable equipo de trabajo, traducido en un alto nivel de satisfacción de los apoderados. Esto permite alargar la vida del cliente y obtener mayores utilidades.

El último punto es el más importante, dado que se comenzó a poner foco en la fidelización de clientes, desarrollando un modelo integral de servicio a los alumnos y apoderados. Esto consiste en que los alumnos comienzan a ser parte de los servicios de Equipo Educativo Máximo en etapa escolar, donde reciben atención cercana, personalizada y de excelencia, donde eventualmente estos alumnos se matricularán en el servicio de Preuniversitario. En la actualidad, un 33% de los estudiantes de Preuniversitario, también lo fueron en el servicio de Clases Particulares, lo que ha validado nuestro modelo de fidelización. Esto se explica de forma gráfica en la Ilustración N°1.

Ilustración 1: Modelo lineal de fidelización de alumnos de EEM.

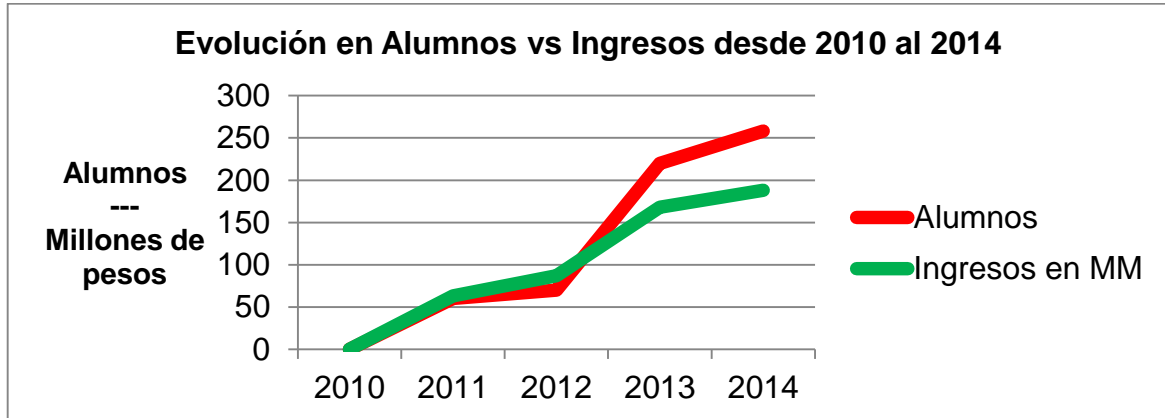


Fuente: Elaboración propia.

Actualmente, Equipo Educativo Máximo, opera con sus dos marcas en la Región Metropolitana de Chile. Cuenta con 48 colaboradores, de los cuales 34 son profesores, 9 son coordinadores de área, 1 asesora vocacional y 4 administrativos.

La evolución de la empresa, se puede observar en el Gráfico N°3, tanto por su evolución en cantidad de alumnos, como en ingresos anuales.

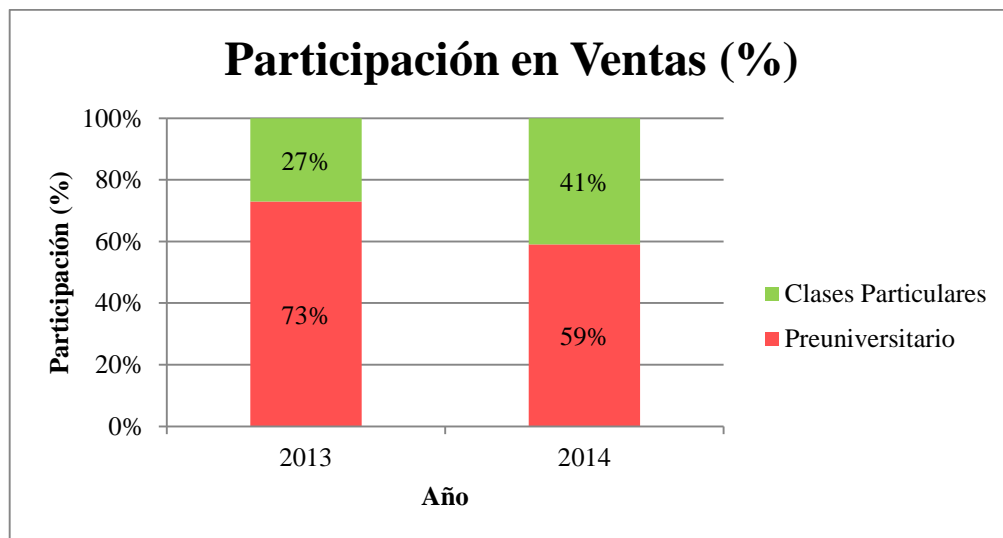
Gráfico 3: Evolución en el tiempo de los ingresos y alumnos de EEM.



Fuente: Elaboración propia.

Cabe señalar que, de los ingresos del año 2013, un 73% se ingresó a través de la marca de preuniversitario, mientras que el 27% restante lo hizo a través de la marca de clases particulares. En el año 2014, la marca de clases particulares tomó bastante mayor participación de las ventas, por lo que se consolidó como fuente importante de ingresos y validó la decisión estratégica tomada a inicios del 2013. La participación se puede ver de forma comparativa en el Gráfico N°4.

Gráfico 4: Participación de las marcas en las ventas anuales 2013 y 2014.



Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar, Equipo Educacional Máximo está en constante crecimiento, y hoy tiene por objetivo llegar de mejor forma a su segmento meta y potenciar sus marcas con alto impacto y alcance.

### 3.2 Estructura organizacional

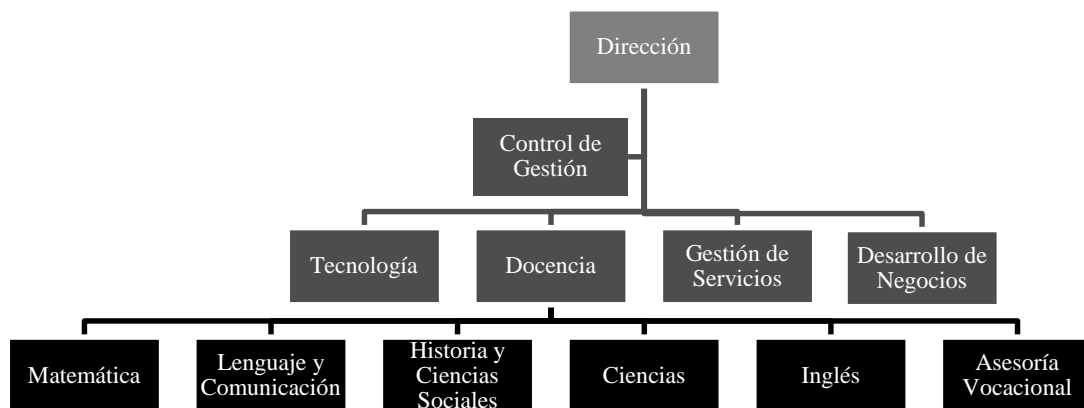
La estructura de la organización, se compone de la dirección, compuesta por los socios de la empresa, cinco áreas que poseen labores específicas y seis departamentos.

Dentro de las áreas se encuentran Control de Gestión, Gestión de Proyectos, Docencia, Gestión de Servicios y Marketing. Donde es posible notar la importancia que la compañía otorga a los nuevos proyectos, la imagen de sus marcas, la atención al cliente, la organización de las labores pedagógicas y el control de los procesos internos.

El área Docencia, se compone de los departamentos de Matemática, Lenguaje y Comunicación, Historia y Ciencias Sociales, Ciencias, Inglés y Asesoría Vocacional. Donde cada uno de estos es encabezado por un coordinador de departamento y son quienes organizan, confeccionan, actualizan y mejoran el material educativo.

En la Ilustración N°2 se encuentra de forma gráfica el organigrama de Equipo Educativo Máximo.

Ilustración 2: Organigrama de Equipo Educativo Máximo.



Fuente: Elaboración propia.

### 3.3

#### Planteamiento estratégico

La planificación estratégica de Equipo Educativo Máximo se basa en los siguientes pilares:

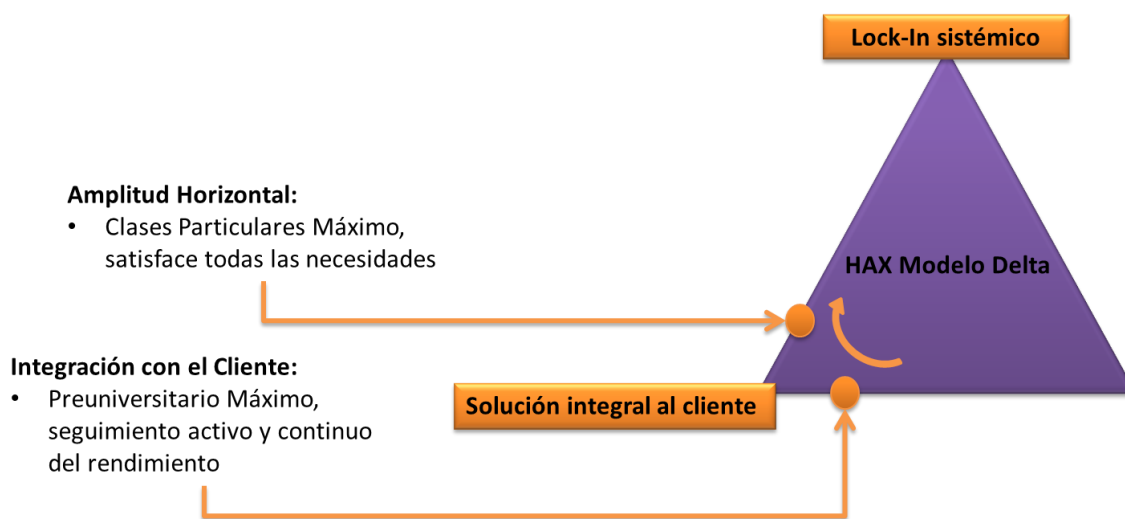
1. Visión: Aspiramos a ser líderes en innovación, siendo reconocidos como un referente en educación y como la mejor institución para desarrollarse a través del tiempo.
2. Misión: Proveer servicios y asesorías educacionales con soluciones personalizadas a la comunidad para ampliar las oportunidades y potenciar las capacidades de nuestros estudiantes.
3. Valores: Trabajo en equipo, profesionalismo, transparencia en cada una de sus acciones, empatía y ética.

### 3.4 Posicionamiento estratégico

De acuerdo al Modelo Delta de Hax, EEM tiene una posición estratégica en sus mercados de solución integral al cliente. Por una parte, Preuniversitario Máximo entrega un servicio muy personalizado, en el que se integran con el cliente, haciendo un seguimiento activo y continuo del rendimiento del estudiante, de modo que a través de esa transferencia de conocimiento del alumno se toman planes de acción, según sea el caso, para mejorar el desempeño del estudiante en su preparación para la PSU. Por otra parte, Clases Particulares Máximo entrega un servicio con amplitud horizontal, de modo de satisfacer todas las necesidades del cliente en relación al reforzamiento escolar y universitario en un solo lugar, y apoyado por asesoría educacional especialista de parte de los ejecutivos para una metodología de trabajo acorde al contexto y necesidades de cada alumno.

La Ilustración N°3 expone la posición de las marcas de EEM en el Modelo Delta de Hax junto a la tendencia de su estrategia.

Ilustración 3: Planteamiento de la estrategia de EEM según Modelo Delta.



Fuente: Elaboración propia.

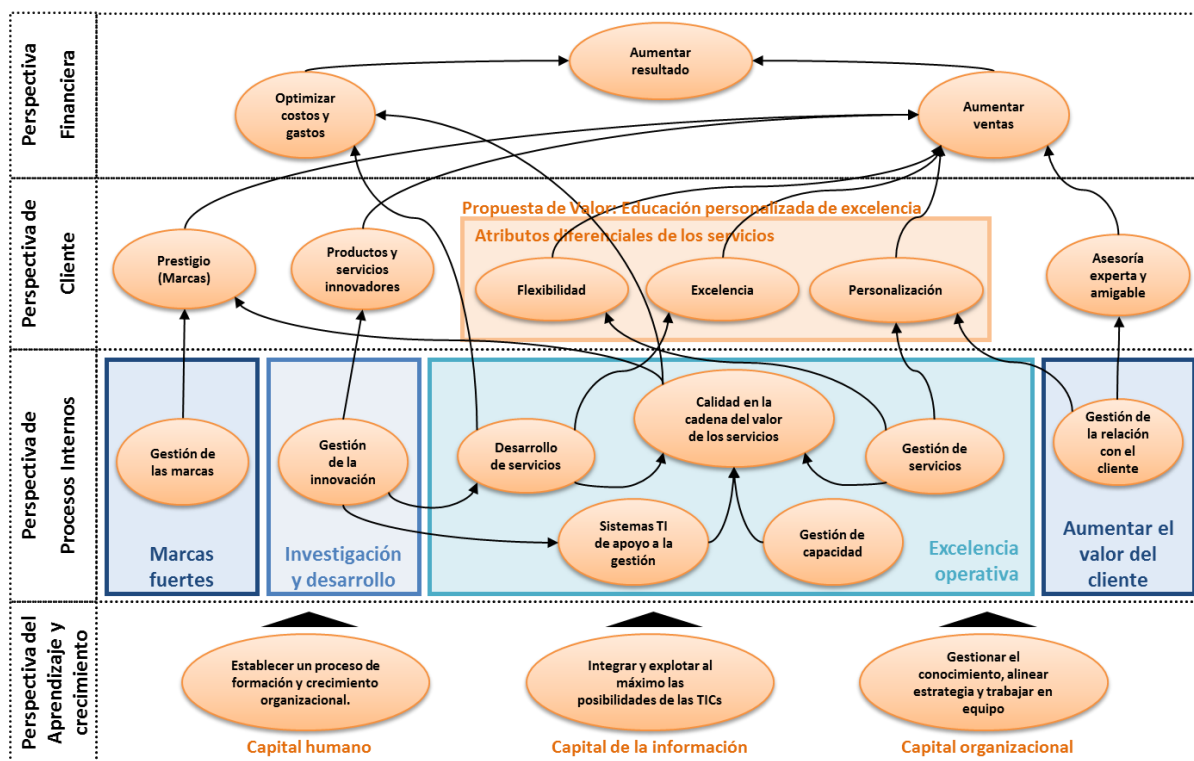
### 3.5 Mapa estratégico

En la Ilustración N°4 se muestra el Mapa Estratégico de Equipo Educacional Máximo, en el que se detallan sus objetivos estratégicos que tiene foco en el cumplimiento de su visión. La propuesta de valor contiene los principales atributos diferenciadores de las marcas actuales, personalización, flexibilidad y excelencia, mientras que también son propuestas de valor para los clientes el prestigio de la compañía a través del reconocimiento y buen estímulo que generan las marcas de EEM. Así también la asesoría experta y amigable que ofrece el equipo de coordinación del servicio, que es compartido por ambas marcas de la compañía. Finalmente, se incluye la oferta en el mercado de productos y servicios educativos que sean innovadores, con el fin de posicionar a la compañía como un líder en sus mercados a través de la investigación y desarrollo.

En cuanto a los procesos internos principales se encuentran el posicionamiento de las marcas en la industria, la excelencia operativa en pro del mejoramiento de la cadena de valor, aumentar el valor del cliente a través de la relación con él, y finalmente la investigación y desarrollo.

En la perspectiva del aprendizaje y crecimiento, se intenta integrar y explotar al máximo las posibilidades de las tecnologías de información, establecer un proceso de formación y crecimiento organizacional, además de gestionar el conocimiento, alinear la estrategia entre los colaboradores y el trabajar en equipo.

Ilustración 4: Mapa estratégico de EEM.



Fuente: Elaboración propia.

### 3.6 Modelo de negocios

Una vez identificado el posicionamiento estratégico de Equipo Educativo Máximo, se analizará su modelo de negocios, según la metodología de Johnson [5]. El modelo de negocios de Johnson identifica 4 elementos claves que las organizaciones deben articular para efectos de producir y transferir valor a sus clientes (y/o usuarios). Estos son: Propuesta de valor, Beneficios económicos, Recursos claves, y Procesos claves.

#### Propuesta de valor

De acuerdo al modelo utilizado las organizaciones otorgan valor a sus clientes asociados al cumplimiento de las expectativas de sus servicios, y reciben valor monetario cuantificado en utilidades. Por ello, el valor que Equipo Educativo Máximo otorga a sus clientes son servicios educacionales personalizados, flexibles y de excelencia. Estos se componen específicamente de cursos de preparación de la Prueba de Selección Universitaria y clases particulares de reforzamiento escolar y universitario. Los clientes a los que está dirigida esta propuesta de valor son alumnos y apoderados del sector oriente de Santiago de Chile.

## **Beneficios económicos**

Los beneficios económicos que percibe la organización corresponden a ingresos por servicios educacionales como cursos o paquete de clases personalizadas. Adicionalmente, entrega asesorías vocacionales a estudiantes que compone otra fuente de ingresos, pero menos frecuente.

## **Recursos claves**

Los recursos claves que utiliza Equipo Educacional Máximo para proveer sus servicios son:

- Recursos Humanos: Profesores y equipo coordinador.
- Material de apoyo: Programas de clases, guías, ensayos, controles parciales, solucionarios, complementos, planes de nivelación, y todo el material bibliográfico que utiliza para prestar sus clases.
- Recursos Informáticos y Comunicacionales: Sistemas de información para la administración de resultados académicos, ejecutar encuestas docentes, registrar clases realizadas, y calcular honorarios.

## **Procesos claves**

Los procesos más importantes de Equipo Educacional Máximo son los siguientes:

- Coordinación de servicio: proceso que se encarga de asignar a los profesores de acuerdo a sus disponibilidades en las distintas solicitudes de clases y cursos, en las fechas y horas indicadas por el apoderado.
- Elaboración de material: proceso que vela porque los coordinadores de área elaboren material en los plazos establecidos y acorde a las estipulaciones formales que realiza el Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC) y el Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educacional (DEMRE) dependiente de la Universidad de Chile.

Impresión y distribución de material: proceso que se encarga de que cada profesor cuente con el material de apoyo necesario para cada una de sus clases, velando que estos sean entregados a los profesores con la debida anticipación, de modo que les permita preparar sus clases.

## 4 Análisis de la situación actual

Equipo Educacional Máximo hoy opera en mercados muy competitivos, posicionándose estratégicamente en segmentos de altos ingresos marcando la diferencia en su propuesta de valor personalizada. Durante los cuatro años que lleva la organización operando, han consolidado su modelo de negocios y su propuesta de valor a los clientes. Por lo que el objetivo actual es el crecimiento. Para ello, están buscando diversificar sus canales de contacto con los clientes, y generar vínculos entre las marcas de acuerdo a su modelo de fidelización, de modo que se potencien todas en conjunto.

La situación actual, sumada al planteamiento estratégico de Equipo Educacional Máximo, en relación a ser un referente en innovación aplicada a la educación, es que se traspasará toda la experiencia de la organización en instrucción personalizada, a una plataforma web educativa que masifique la personalización de la enseñanza con algoritmos sofisticados y tecnología de vanguardia. Constituyendo esta plataforma web una nueva unidad de negocio dentro de la compañía, iniciativa de alto impacto y alcance.

De acuerdo a las características de esta nueva unidad de negocio, entra en la definición de *E-Learning* adaptativo. Es decir, se trata de plataformas *E-Learning* que proporcionan materiales de aprendizaje teniendo en cuenta los requerimientos y entendiendo las capacidades de los estudiantes. Esta plataforma estará orientada al reforzamiento de matemática para alumnos de enseñanza media.

### 4.1 E-Learning en Chile

El mercado *E-Learning* en Chile está en constante crecimiento, con cifras de uso muy por sobre los países de la región [6], donde muchas de estas empresas proveedoras tiene su foco en capacitaciones a profesionales o cursos online orientados a ejecutivos, donde ofrecen un sin número de ventajas en cuanto a flexibilidad y ahorro de tiempo para los estudiantes.

En relación a plataformas educativas con foco en estudiantes secundarios, existe una variedad amplia. En las que se pueden encontrar algunas plataformas de enseñanza que no son precisamente *E-Learning*, sino más bien comunidades de personas que tienen a su disposición material de estudio, guías de ejercicio, así como también video clases, como es el caso de Portal Educativo<sup>3</sup> o Puntaje Nacional<sup>4</sup>, que tiene más de 2 millones de visitas mensuales y 500 mil usuarios según las cifras entregadas por los sitios web respectivamente. Ambos sitios si bien no cuentan con inteligencia en sus algoritmos poseen la ventaja de que son plataformas gratuitas para los estudiantes.

Por otra parte, existen plataformas más sofisticadas que prestan sus servicios directamente a los Colegios, como son el caso de Aleks<sup>5</sup>, Compumat<sup>6</sup> y Galileo<sup>7</sup>. Plataformas que han tenido mucho éxito en el mercado nacional, y también internacional. Estas plataformas son puestas a disposición de los colegios, previa capacitación a los profesores, y los estudiantes la utilizan en la sala de enlaces durante sus horas de clases. Así también hay preuniversitarios que tienen plataformas

---

<sup>3</sup> <http://www.portaleducativo.net/>

<sup>4</sup> <http://www.puntajenacional.cl/>

<sup>5</sup> <http://www.aleks.com/>

<sup>6</sup> <http://www.compumat.cl/portal/>

<sup>7</sup> <http://www.galileo.net/>

online de aprendizaje de PSU como es el caso de Epreu<sup>8</sup>, que provee un sistema con material de estudio interactivo, con evaluaciones parciales y globales. Pero el gran problema de este tipo de plataformas es que asumen que todos los estudiantes son iguales, que todos tienen las mismas necesidades y capacidades. Las diferencias en las características de los estudiantes deben tomarse en cuenta al planificar un proceso de aprendizaje para reducir la brecha entre las técnicas tradicionales y las futuras tendencias en la educación.

En el mercado hay escasas plataformas *E-Learning* adaptativas, que es el núcleo del proyecto. El mayor acercamiento es Galileo, que su lógica permite reconocer los vacíos de aprendizaje de sus alumnos, y de acuerdo a ello recomendar contenidos para estudiar a cada alumno acorde a sus debilidades. Para entregar una experiencia aún más personalizada y hacer eficiente el proceso de aprendizaje, se pueden elaborar modelos educativos que conformen una plataforma inteligente, que use todo el conocimiento que la plataforma pueda obtener del estudiante. Esto es lo que se presentará en las secciones anteriores, una solución sofisticada de detección de necesidades de aprendizaje, entrega de rutas educativas personalizadas, y transmisión de contenidos acorde a las formas en que cada estudiante aprende mejor. Todo esto alineado en el contexto de la educación chilena, la que se rige por las estipulaciones curriculares del MINEDUC.

---

<sup>8</sup> <http://www.epreu.cl/>



## 5 Unidad de negocio

El proyecto de tesis consiste en el diseño y construcción de una unidad de negocio que tiene relación con una plataforma web didáctica y adaptativa de aprendizaje personalizado para estudiantes de enseñanza media.

### 5.1 Modelo de negocios

El modelo de negocio del proyecto de tesis, según la metodología de Johnson [5], tiene las siguientes características:

#### Propuesta de valor

- Usuarios: Estudiantes de entre 12 a 18 años, que curso desde 7° a 4° medio.
- Clientes:
  - Colegios particulares pagados y particulares subvencionados.
  - Colegios y liceos públicos.
  - Corporaciones de educación y Municipios.
  - Ministerio de Educación de Chile y Proyecto Enlaces.
  - Instituciones de educación superior, principalmente institutos y centros de formación técnica.
  - Apoderados.
- Foco: Plataforma web didáctica y adaptativa de aprendizaje personalizado con modelo freemium, basada en la metodología del aprender jugando. Los estudiantes tienen todo lo que necesitan para estudiar en un solo lugar, mientras los colegios y profesores reciben apoyo en 3 ámbitos: aprendizajes significativos, apoyo al curriculum y mejora en SIMCE.
- Oferta:
  - Usuarios: Poner a disposición y concentrar en un único sitio web, todo el material de estudio para alumnos de enseñanza media. Permitir a los usuarios, aprender nuevos contenidos, autoevaluar sus conocimientos, seguir sus progresos y alcanzar objetivos, todo en un juego web, personalizado e inteligente, capaz de reconocer y operar según el estilo de aprendizaje y el nivel de conocimiento de cada alumno.
  - Cliente establecimientos educacionales: Reportar a colegios, respecto a los aprendizajes, resultados y estilos de estudio de sus alumnos en la plataforma. Esto tanto a nivel individual como agregado, permitiendo al Colegio tomar acciones pedagógicas correctivas en el aula para potenciar sus fortalezas y disminuir debilidades, así como también el poder compararse con otros colegios. Además, permite a los profesores hacer seguimiento en línea de la cobertura curricular del Ministerio, mientras sus estudiantes aprenden de forma autónoma.
  - Cliente apoderado: enseñanza personalizada para los hijos en todo momento, mejorando drásticamente el rendimiento de los estudiantes y la confianza en sí mismos. Los apoderados tienen a disposición reportes de progreso curricular de sus hijos y tiempos de estudio semanal.

#### Beneficios económicos

- Colegios: licencia institucional anual para el acceso ilimitado a la plataforma por parte de los estudiantes, y el acceso a la información pedagógica de sus cursos.
- Apoderados: cuentas Premium anuales para estudiantes.

## Recursos claves

- Plataforma web inteligente, con capacidad de capturar, procesar datos y tomar acción a partir de la información.
- Equipo desarrollador para construcción y mantenimiento de la plataforma educativa. Así como también apoyo en diseño gráfico para crear animaciones que colaboren con el aprendizaje y faciliten la labor de los didactas.
- Equipo de profesores y didactas que construya, mantenga y actualice los objetos de aprendizajes presente en la plataforma.

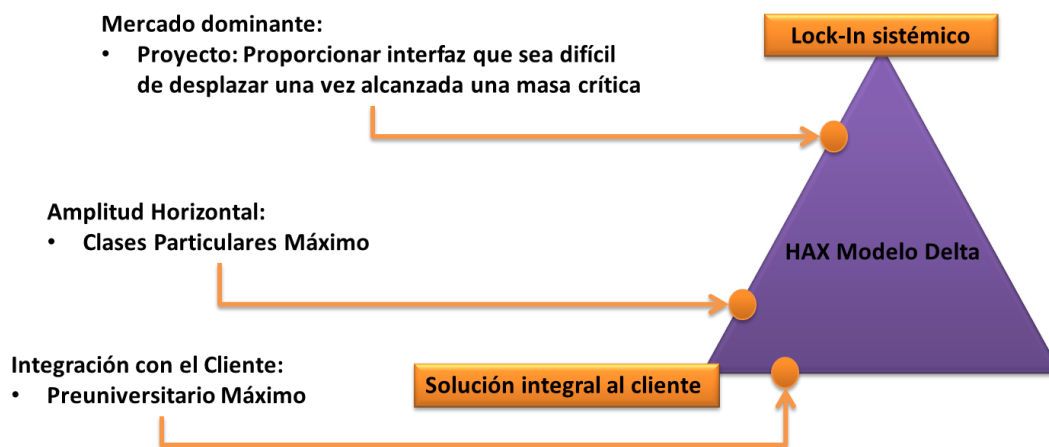
## Procesos claves

- Confección, mantención y mejora de los objetos de aprendizajes.
- Lógica inteligente pedagógica automatizada, que permita tomar acción personalizada de acuerdo a la información capturada de cada estudiante.
- Proceso de asesoría, capacitación y ventas a colegios. Fuente primordial de recursos por lo que se transforma en un proceso clave la relación con los colegios.

## 5.2 Posicionamiento estratégico

El proyecto se enmarca en una estrategia de transición entre solución integral al cliente y lock-in sistémico, donde específicamente se posiciona en la estrategia de mercado dominante, como se observa en la Ilustración N°5, dado que pretende proporcionar una interfaz para los estudiantes que sea difícil de desplazar una vez alcanzada una masa crítica de usuarios. Esto en base a ventajas competitivas que tienen relación con la inclusión de estados de avances y cumplimiento de etapas por alumno, que podrán ser compartidos para generar competitividad, diversión y un sentido de adición, con el fin de que se genere una red de personas interactuando en el contexto del desarrollo académico.

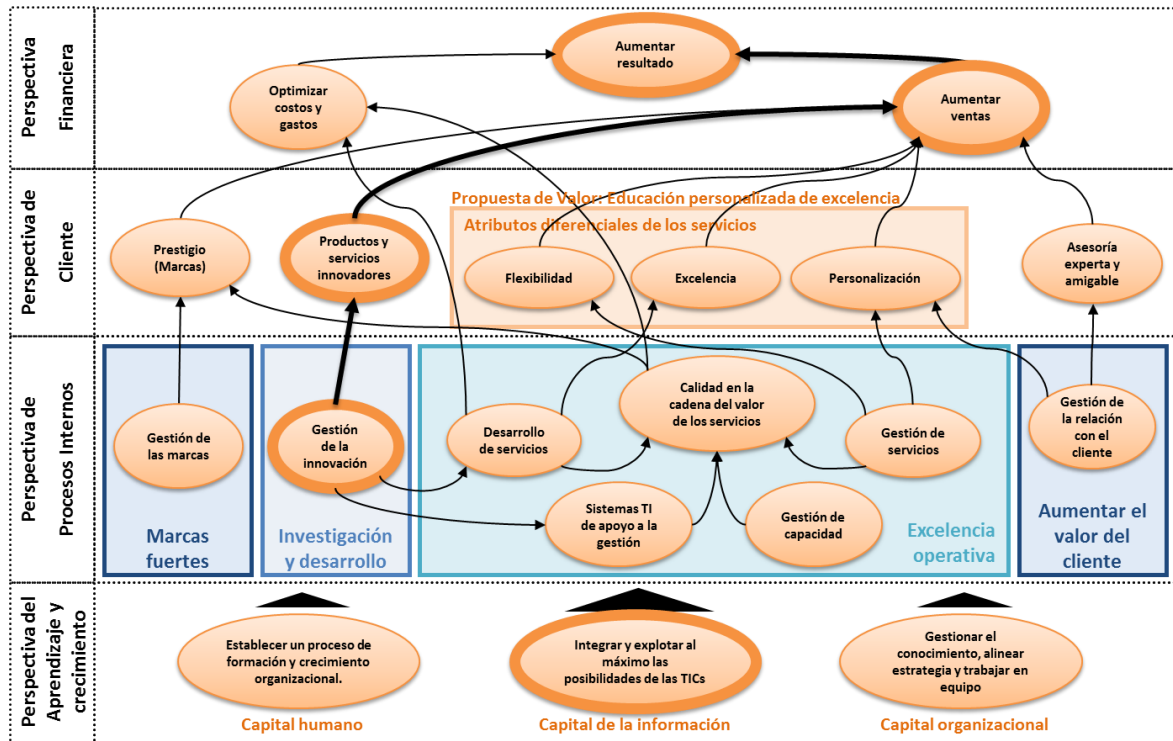
Ilustración 5: Planteamiento de la estrategia de EEM con nueva unidad de negocio según Modelo Delta.



Fuente: Elaboración propia.

Según el mapa estratégico actual de la empresa, el proyecto de tesis se enmarca en el proceso de gestión de la innovación para el desarrollo de nuevos productos y servicios, como se destaca en la Ilustración N°6.

Ilustración 6: Impacto del proyecto en mapa estratégico de EEM.



Fuente: Elaboración propia.

### 5.3 Objetivo general

En relación al estado actual de EEM y su constante búsqueda de servicios educacionales innovadores y personalizados, así como tomando en cuenta las capacidades actuales en la organización, el objetivo general del proyecto es validar la efectividad y eficiencia del modelo desarrollado en los aprendizajes de los estudiantes de bajo rendimiento, comparándolo con el modelo conocido en la literatura con el nombre de Teoría de Respuesta al Ítem. Todo esto bajo una implementación tecnológica sobre una plataforma web, que represente una unidad de negocio innovadora para Equipo Educativo Máximo en el mercado de las plataformas educativas. Unidad de negocio que tienen miras a ser de gran alcance e impacto a la sociedad.

### 5.4 Objetivos específicos

Para alcanzar el objetivo general se definen los siguientes objetivos específicos:

- Diseñar una lógica de negocio que entregue contenidos de forma personalizada, mejorando las soluciones en modelos de aprendizajes existentes en el mercado.
- Construir una plataforma e-learning adaptativa que incorpore el modelo diseñado, y un segundo modelo presente en la literatura.

- Diseñar un experimento y testear el modelo de aprendizaje y la solución propuesta a través de la plataforma construida en dos colegios de la Región Metropolitana de Chile.
- Definir métricas, almacenar, procesar y analizar los datos generados a partir del uso de la plataforma por parte de los estudiantes.
- Aplicar métodos estadísticos que respalden los resultados de la investigación.

## **5.5 Consideraciones para el diseño del negocio**

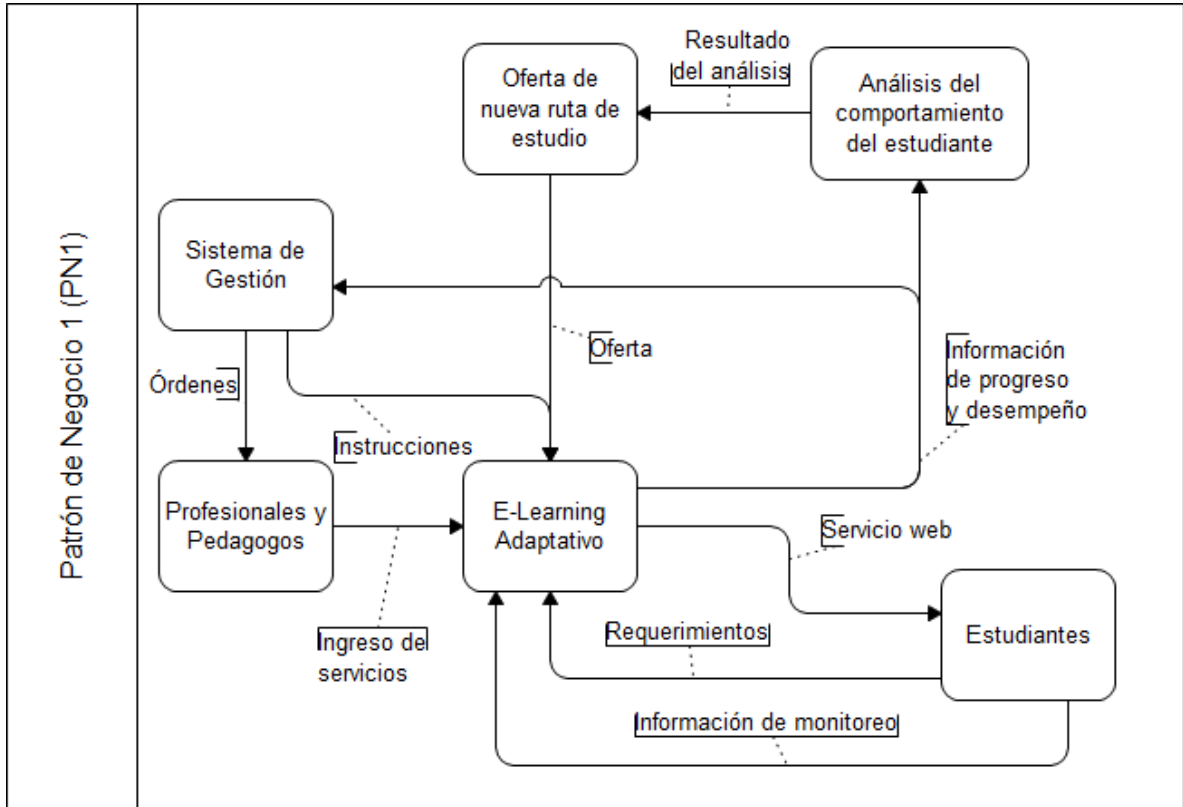
Dentro de las capacidades principales a desarrollar se pueden distinguir las siguientes:

1. Capturar y organizar datos del usuario, para procesar dichos datos con maquinaria analítica en línea.
2. Lógica inteligente con un modelo sofisticado de detección de aprendizaje y entrega de contenidos educativos.
3. Lógica de generación de rutas de estudios personalizadas para objetivos académicos específicos y generales, todo en base a los aprendizajes internalizados del usuario.

Una vez desarrolladas las capacidades antes descritas, se deja propuesto las siguientes capacidades como trabajo futuro a desarrollar, pero no en Macroproceso 1, sino que en Macroproceso 2 de desarrollo de nuevas capacidades, que se tendrá que crear en un futuro, aplicando el patrón de venta basada en el conocimiento del cliente (Ilustración N°7), dado que todos los servicios que se desplieguen a través de la plataforma se llevarán a cabo de acuerdo a la información que se obtenga de los estudiantes:

4. Monitoreo del usuario para hacer estudios pedagógicos y perfeccionar la enseñanza online.
5. Capacidad para hacer experimentos educacionales a partir de los datos que puedan ser trabajados con expertos.
6. Dinámica, innovadora y permanente capacidad de visualizar nuevas oportunidades de negocio basadas en el análisis de los datos de los usuarios, con la analítica apropiada, que genere ofertas de valor agregado para los clientes y que diseñe nuevas y mejoradas propuestas de valor, para pasar a implementar tales ofertas, esto en el contexto del constante movimiento del mercado del software web y las necesidades educacionales.

Ilustración 7: Patrón de negocio de venta basada en el conocimiento del cliente.

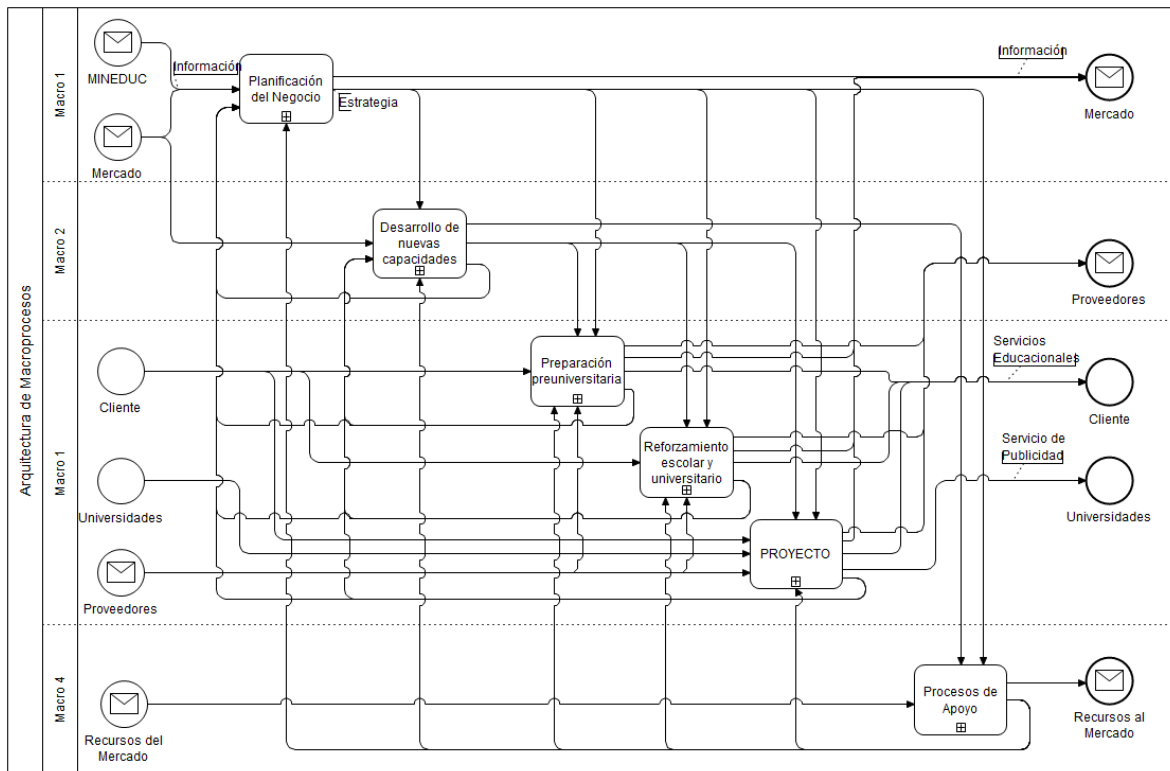


Fuente: Elaboración propia.

## 6 Diseño de arquitectura de procesos

Basado en el trabajo de Barros (2012) [23], la arquitectura de macroprocesos que se aplica para en este proyecto de tesis, es la macro 1, de cadena de valor, puesto que se está agregando una nueva cadena de valor a la compañía, reflejada en una nueva unidad de negocio. La Ilustración N°8 muestra el posicionamiento del proyecto dentro de los macroprocesos de la empresa, de los cuales cabe recordar que actualmente la empresa tiene dos cadenas de valor.

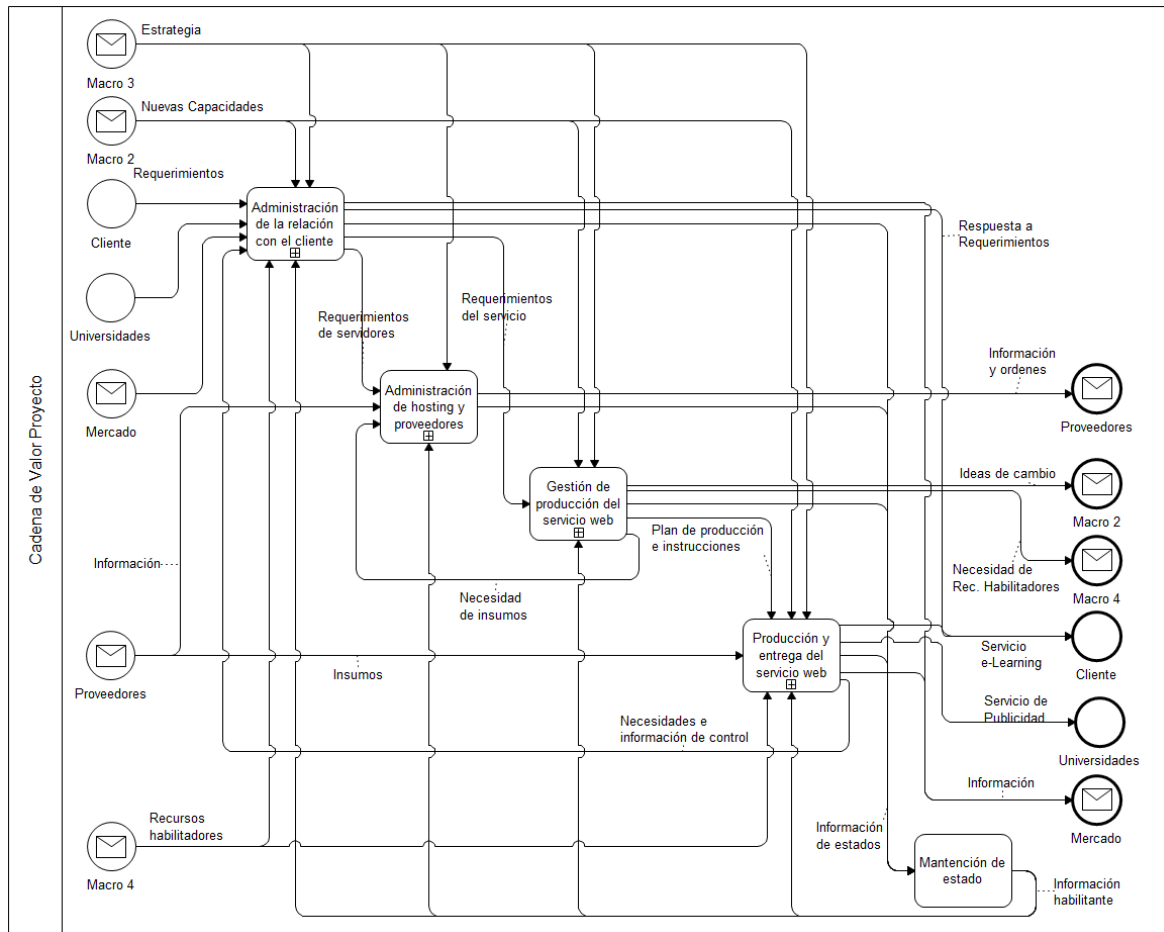
Ilustración 8: Impacto del proyecto en la arquitectura de macroprocesos de EEM.



Fuente: Elaboración propia.

Los macroprocesos de la nueva cadena de valor se muestran en la Ilustración N°9.

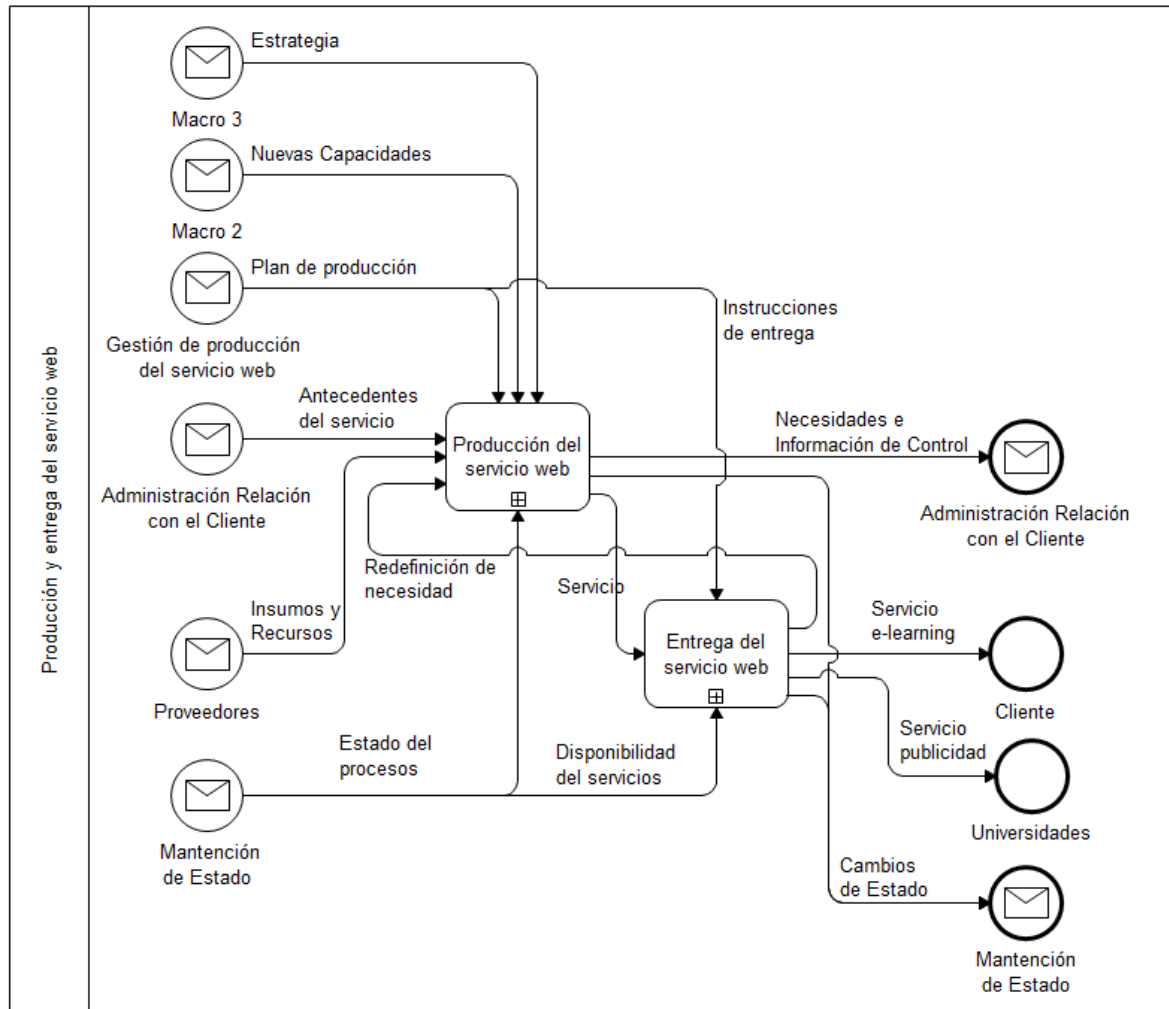
Ilustración 9: Macroprocesos de la cadena de valor del proyecto.



Fuente: Elaboración propia.

De los procesos de la cadena de valor, se trabajará en este proyecto los que tienen relación con la “Producción y entrega del servicio”, puesto que es ahí donde está la lógica inteligente más importante y diferenciadora a implementar. Este proceso se muestra en detalle en la Ilustración N°10.

Ilustración 10: Macroproceso de “Producción y entrega del servicio web”.



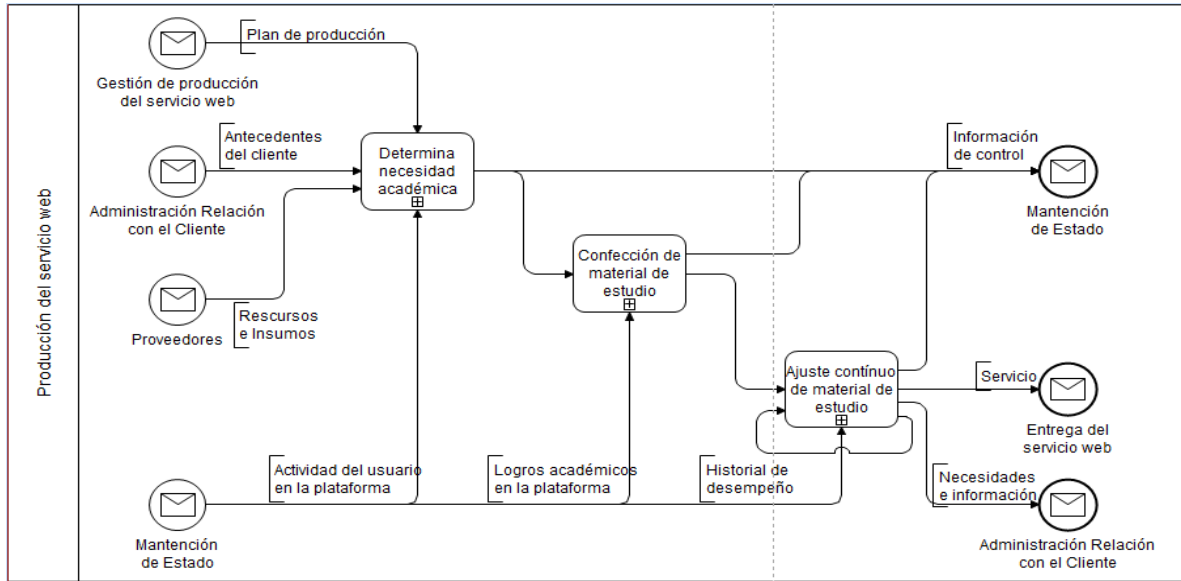
Fuente: Elaboración propia.

El macroproceso de “Producción y entrega del servicio”, tiene como particularidad dada las características del proyecto, que, a partir de la entrega del servicio, inmediatamente se genera información a “Mantenimiento de estado”, y se redefine la necesidad de producción del servicio web, que en este caso es la generación de contenidos de aprendizaje. Puesto que de acuerdo a cómo el usuario responda al servicio entregado, el sistema entregará una nueva respuesta, como, por ejemplo, con un contenido más avanzado o detallando en el mismo contenido en caso de si el alumno aprendió o no aprendió respectivamente.

La Ilustración N°11 muestra el macroproceso de “Producción del servicio web” en detalle, del cual se puede ver la forma en que se genera la producción del servicio.



Ilustración 11: Macroproceso de “Producción del servicio web”.



Fuente: Elaboración propia.

Suponiendo un caso, en que un usuario ingrese a la plataforma, esta, simulando lo que haría un profesor particular, sería determinar la necesidad académica del estudiante, dado el progreso que tiene el usuario en la plataforma acorde a sus objetivos propuestos en un inicio. Por ello en una primera instancia se determina que contenidos tiene que aprender o reforzar. El siguiente proceso es identificar el nivel académico del estudiante lo que determina la confección de material de estudio, donde a través de los logros académicos, como contenidos aprobados, pendientes o en progreso, se evalúa el nivel del estudiante a modo de reconocer en qué contenidos el estudiante tiene un buen nivel, y en base a esos conocimientos, seguir aumentando el nivel de dificultad para aproximarse al objetivo final de aprendizaje. Finalmente, y en el mismo proceso anterior, se procede a la selección del contenido a entregar, proceso en el cual se determinan todos y cada uno de los contenidos específicos, extensión y profundidad, así como también los ejercicios. Todo esto a través de la métrica que evalúa a cada usuario su capacidad y velocidad de aprendizaje a través del monitoreo constante con el fin de personalizar la enseñanza para los diferentes perfiles de alumnos. El proceso tiene su última etapa de producción con un ajuste continuo de material de estudio, en el que luego del uso del material y los resultados del alumno, se determinen nuevas necesidades de material de acuerdo al rendimiento.

## 7 Marco teórico conceptual

Un aspecto muy importante dentro del proyecto de tesis, es la teoría de aprendizaje que hay detrás. Esto puesto que la medición de aprendizaje y clasificación de los alumnos debe ir acorde a los modelos educacionales del medio en el cual se aplica.

### 7.1 Taxonomía de Bloom

La Taxonomía de Bloom es una herramienta para comprender y estructurar el proceso de aprendizaje en el dominio psicológico cognitivo [7]. Describe objetivos educacionales como una formulación explícita de cambios que ocurren en los estudiantes mediante procesos educacionales, a través de un sistema de clasificación de Objetivos de Aprendizaje y de desenvolvimiento de capacidades y habilidades intelectuales que posee seis niveles: Conocimiento, Comprensión, Aplicación, Análisis, Síntesis y Evaluación. Además, permite medir el Nivel de Conocimiento en determinado contenido de forma cualitativa. Donde cada uno de estos niveles, van desde Habilidades del Pensamiento de Orden Inferior a Habilidades del Pensamiento de Orden Superior, en los que los niveles superiores, utilizan capacidades que fueron adquiridas en un nivel inferior, donde se van desarrollando de forma acumulativa y cada una es pre-requisitos de la anterior.

Esta teoría tiene origen en el año 1956, la cuál ha sido utilizada por numerosas instituciones educativas en Chile, incluyendo colegios y el DEMRE, encargado de la elaboración de la PSU.

Se utilizará la Taxonomía de Bloom para definir de forma clara los Objetivos de Aprendizaje de cada sub-contenido, así como también medir el nivel cognitivo de cada estudiante en un momento dado.

### 7.2 Modelo de Estilos de Aprendizaje de Felder-Silverman

Los modelos de Estilos de Aprendizaje clasifican a los estudiantes de acuerdo a la forma en cómo ellos perciben y procesan mejor la información. Muchos modelos han sido propuestos durante las últimas cuatro décadas, como por ejemplo Kolb [8], Honey-Mumford [9] y Felder-Silverman [10], entre otros. Cada uno de estos modelos describen de forma diferente los aspectos de como los estudiantes prefieren aprender.

Dentro de los autores que tratan este tema, destaca Coffield [11], que examina detalladamente trece de los más conocidos e influyentes modelos de estilos de aprendizaje. Así también junto a los estudios de Graf-Kinshuk [12], es que se puede concluir que el modelo de Felder-Silverman es el que describe los Estilos de Aprendizaje en más detalle porque utiliza el concepto de “Dimensión”. Además de esto, combina la mayoría de los modelos de Estilos de Aprendizaje.

El modelo de Felder-Silverman es capaz de describir aspectos de cómo los estudiantes prefieren aprender de acuerdo al Cuestionario ILS [13] (*Index Learning Styles*), e incluso, puede describir cómo el estudiante aprende mejor o qué es similar, cómo tiene mejores desempeños, a través de métodos empíricos. Por lo que es importante diferenciar, lo que el estudiante cree que aprende mejor, y cómo efectivamente aprende mejor. Este modelo utiliza cuatro dimensiones para hacer su descripción, donde en cada dimensión hay dos polos:

- Dimensión de Procesamiento:
  - Activo: aprende con mayor facilidad intentando resolver problemas prácticos y prefieren trabajar en grupo.
  - Reflexivo: prefieren pensar sobre el problema y cómo resolverlo antes de intentarlo y prefieren trabajar individualmente.
- Dimensión de Percepción:
  - Sensitivo: prefieren aprender a través de material concreto, tal como ejemplos, tienden a ser más prácticos y cuidadosos con los detalles.
  - Intuitivo: prefieren material abstracto, tales como teorías y conceptos, les gustan los desafíos, tendiendo a ser más creativos que los estudiantes sensitivos.
- Dimensión de Entrada:
  - Visual: recuerdan mejor lo que han visto.
  - Verbal: prefieren palabras, independiente de si son escritas o habladas.
- Dimensión de Organización:
  - Secuencial: aprenden en pasos lineales, prefieren seguir caminos lineales predefinidos y ser guiados por el proceso de aprendizaje.
  - Global: aprenden en saltos largos y prefieren más libertad en el proceso de aprendizaje.

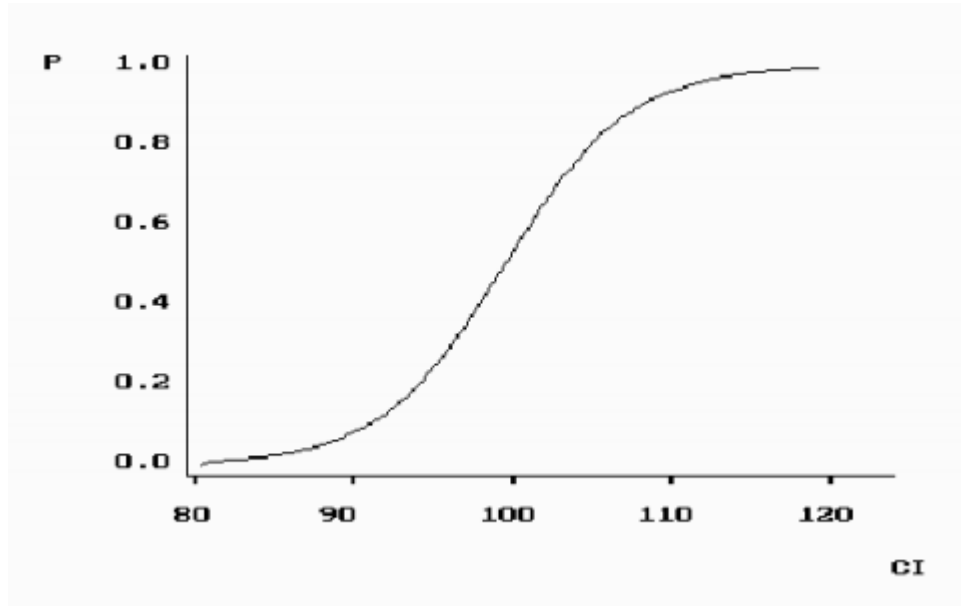
Lo que plantearon los autores de este modelo en 1988, fue que los estudiantes tienen grados de tendencias (o preferencias) por cada polo de la dimensión en escala  $[-11,11]$ , que se clasifican en tendencias leves, moderadas o fuertes. Además, los Estilos de Aprendizaje pueden ser diferentes en situaciones particulares, por lo que los estudiantes tienen pesos en sus preferencias, no es una asignación de Estilos de Aprendizaje determinística. Por lo que se utilizará este modelo para diseñar instrucción que responda a necesidades de aprendizaje de cada estudiante, considerando fortalezas y debilidades.

### 7.3 Teoría de Respuesta al Ítem

La Teoría de Respuesta al Ítem, IRT por su sigla en inglés (*Item Response Theory*), constituye un nuevo enfoque en la psicometría que permite superar algunas de las limitaciones de la Teoría Clásica de los test. Su propósito es obtener una puntuación que corresponde a una persona en una dimensión o rasgo, como su inteligencia, su nivel en un cierto rasgo de personalidad, su dominio en una cierta materia, entre otras [14]. La Teoría de Respuesta al Ítem centra su estudio en las propiedades de los ítems individuales, y no en las propiedades globales de los test.

Para utilizar esta teoría, es necesario comprender la curva característica de un ítem, que indica la probabilidad que tiene una persona que se enfrenta al ítem de acertar a la respuesta correcta. Esta probabilidad depende de cual sea el nivel de la persona en la variable que se está midiendo. El Gráfico N°5 permite ver con claridad un ejemplo de la curva característica de un ítem, donde se observa que cuanto mayor es el cociente intelectual de persona, mayor es la probabilidad de acertar al ítem.

Gráfico 5: Curva característica de un ítem.



Fuente: V. Ponsoda. J. Olea. J. Revuelta. Teoría de la Respuesta al Ítem. Facultad de Psicología, UAM. pp. 4, Enero-1998.

En la práctica, para utilizar esta teoría en sistemas tecnológicos, se utiliza un modelo que describe el rendimiento de los ítems. Estos modelos podrían ser varios dependiendo de los parámetros que se utilicen, que pueden ser de uno, dos o tres. Para la presente tesis se utilizará el modelo logístico de tres parámetros, debido a que es más completo por el hecho de incluir todos los parámetros de la teoría.

La expresión matemática del modelo es la siguiente:

$$P(\theta) = c + \frac{(1 - c)e^{Da(\theta - b)}}{1 + e^{Da(\theta - b)}}$$

O escrito en la literatura también como:

$$P(\theta) = c + \frac{(1 - c)}{1 + e^{-Da(\theta - b)}}$$

Ambas expresiones son equivalentes, donde:

- D: constante igual a 1,702.
- $\theta$ : nivel de habilidad de la persona, donde se puede usar cualquier escala.
- b: dificultad del ítem, aquel valor de  $P(\theta)=0,5$  que se obtiene con una muestra de estudiantes que se enfrentan al ítem.
- a: índice de discriminación del ítem, nivel de inclinación de la pendiente cuando  $\theta=b$ .
- c: probabilidad de acertar al ítem al azar.

Antes de poner en marcha es necesario aplicar un test a una muestra amplia y estimar los parámetros de cada ítem y la  $\theta$  de cada persona [15], a partir de la matriz de respuesta obtenida.

Para obtener las estimaciones se aplica fundamentalmente el método de máxima verosimilitud, donde la lógica general de la estimación consiste en encontrar los valores de los parámetros que hagan más probable la matriz de respuesta obtenida con la muestra. Por lo tanto, el parámetro  $\theta$  de cada persona se estima de la siguiente forma:

$$L(u|\theta) = \prod_{i=1}^n P(\theta)^{u_i} (1 - P(\theta))^{(1-u_i)}$$

Donde:

- 5.1.  $u_i$ : resultado en cada ítem  $i$  (1 para aciertos y 0 para intentos fallidos).  $u$  es el vector de las respuestas de 1 a  $n$ .
- 5.2.  $P(\theta)$ : probabilidad de acierto en cada ítem dado el nivel de habilidad  $\theta$ .
- 5.3.  $Q$ : probabilidad de error en cada ítem ( $Q=1-P$ ).

El propósito de esta tesis es hacer test adaptativos que provean ítems con moderada dificultad, y ajustando el ítem a la habilidad de la persona. Esto implica que muy probablemente los ítems muy difíciles o los muy fáciles no sean utilizados. Justamente el modelo IRT ayuda a seleccionar ítems con moderada dificultad para cada persona, que proporciona bastante información sobre la habilidad de la persona. Finalmente, para seleccionar el ítem a la persona con su estimación  $\theta$ , se utiliza la Función de Información de la Prueba, que consiste en seleccionar el ítem que maximiza la información del ítem para el nivel de habilidad provisional estimado hasta ese momento [16]. Esto está dado por la siguiente función [17]:

$$I_i(\theta) = \frac{2,89a_i^2(1 - c_i)}{[c_i + e^{1,7a_i(\theta-b_i)}][1 + e^{-1,7a_i(\theta-b_i)}]^2}$$

En conclusión, para construir un test adaptativo con el modelo IRT, se deben seguir los siguientes pasos:

- Llevar a cabo una prueba de evaluación a un grupo de personas como muestra estadística para el parámetro  $b$  de inferencia.
- Identificar un nivel de habilidad o competencia para cada estudiante, con base en sus respuestas correctas.
- Identificar un nivel de dificultad de cada ítem.
- Realizar una calibración de los ítems con un proceso iterativo que incluya la habilidad de la persona y el nivel de dificultad del ítem.
- Después de tener los parámetros estimados de los ítems, usar un modelo de patrón de respuesta del ítem con la función matemática de la curva característica del ítem.
- Para implementar el test adaptativo, inicialmente se debe seleccionar un método para estimar el nivel de habilidad ( $\theta$ ), el cual no es directamente observable y debe ser estimado para cada persona a partir de sus respuestas a los ítems.
- Elegir un método de selección de ítems.
- De las respuestas de las personas, el sistema debe ser capaz de calcular un nuevo nivel de competencia para la persona, el cual es tomado en cuenta para aplicar nuevamente el método de selección de ítems.
- Se lleva a cabo este último paso nuevamente hasta que se cumpla el criterio para finalizar el test.

## 7.4 Instrumentos curriculares

Particularmente, en el capítulo de Análisis de dirección del cambio, se hace referencia a los Instrumentos Curriculares del Ministerio de Educación de Chile [27], por lo que se explican a continuación, con el fin de mejorar el entendimiento de la integración de la tecnología creada en este proyecto con el sistema educativo nacional.

- **Bases Curriculares:** son el documento que describe los aprendizajes del Currículum Nacional y se han desarrollado en el marco de la Ley General de Educación (LGE) de 2009, que fija los Objetivos Generales de la Educación. Las Bases Curriculares presentan una serie de propósitos de aprendizaje que todas y todos deben alcanzar en el marco de una formación de calidad. Los Objetivos de Aprendizaje (OA) de las Bases se organizan por asignatura y curso, y definen los conocimientos, habilidades y actitudes que se espera que las y los estudiantes logren, con el fin de promover en ellas y ellos un desarrollo armónico e integral, a la vez que les permiten fortalecer las herramientas necesarias para participar de manera activa y responsable en la sociedad.
- **Programas de Estudio:** son una propuesta pedagógica para el logro de los propósitos formativos definidos en las Bases Curriculares. Estos programas son de carácter opcional si la escuela o liceo cuenta con Programas Propios en las asignaturas y cursos que les parezca pertinente, ciertamente resguardando el logro de los OA planteados en las Bases Curriculares. Los Programas de Estudio ofrecen una organización temporal de los OA en unidades de aprendizaje, las que incluyen, entre otros elementos, la visión global del año, orientaciones didácticas, sugerencias de indicadores de evaluación, sugerencias de actividades de aprendizaje y de evaluación, para cada uno de los objetivos declarados en las Bases Curriculares. Es importante considerar que los Programas de Estudio han sido formulados considerando que, en su implementación, la profesora o el profesor asume un rol activo y autónomo en la tarea de apropiación de dicha propuesta y que, de acuerdo a los criterios curriculares existentes en cada institución, puede contextualizarlos a su realidad escolar, gestionando el currículum de manera pertinente.
- **Planes de Estudio:** establecen las asignaturas obligatorias y el número mínimo de horas pedagógicas anuales correspondientes a cada una de ellas. Se debe considerar que los planes de estudio son diferentes para aquellos establecimientos que cuentan con Jornada Escolar Completa (JEC) y para los que no la tienen. No obstante, en cualquiera de los casos, queda a elección de los establecimientos la distribución semanal del total de horas anuales que este plan constituye, según sus prioridades y proyectos educativos.

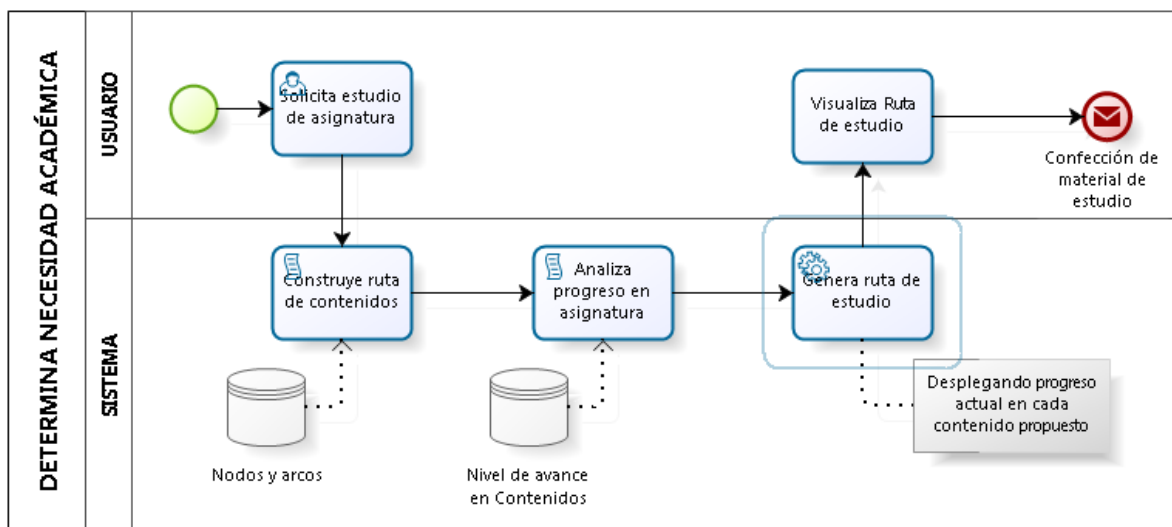
## 8 Diseño de procesos de negocios

Los objetivos del diseño de procesos que se automatiza y que significan una innovación importante para las prácticas actuales de la compañía son los siguientes:

- Diseñar un modelo de detección de aprendizaje con apoyo tecnológico inteligente, que facilite y guíe al usuario en su estudio para obtener su mejor desempeño.
- Contar con la flexibilidad necesaria para modificar contenidos entregados en caso de que el usuario cuente o no con una base conceptual.
- Diseñar modelo que detecte el perfil del alumno, en cuanto a sus capacidades, habilidades, desempeño, velocidad de aprendizaje, entre otras variables. A partir de ello, seleccionar nivel de dificultad del servicio a entregar.

Los procesos que se detallarán a continuación son parte del macroproceso de “Producción del servicio web”, correspondiente a nivel 4 de la cadena de valor del proyecto. La Ilustración N°12 presenta el proceso “Determinar necesidad académica”, el cual como su nombre lo indica, determina el contenido a estudiar por parte del estudiante a partir de la selección de asignatura que hace inicialmente y el progreso que tiene registrado en la misma. Esto permite que el estudiante tenga un estudio guiado y con un orden pedagógico para el buen entendimiento de la asignatura desde un punto de vista global.

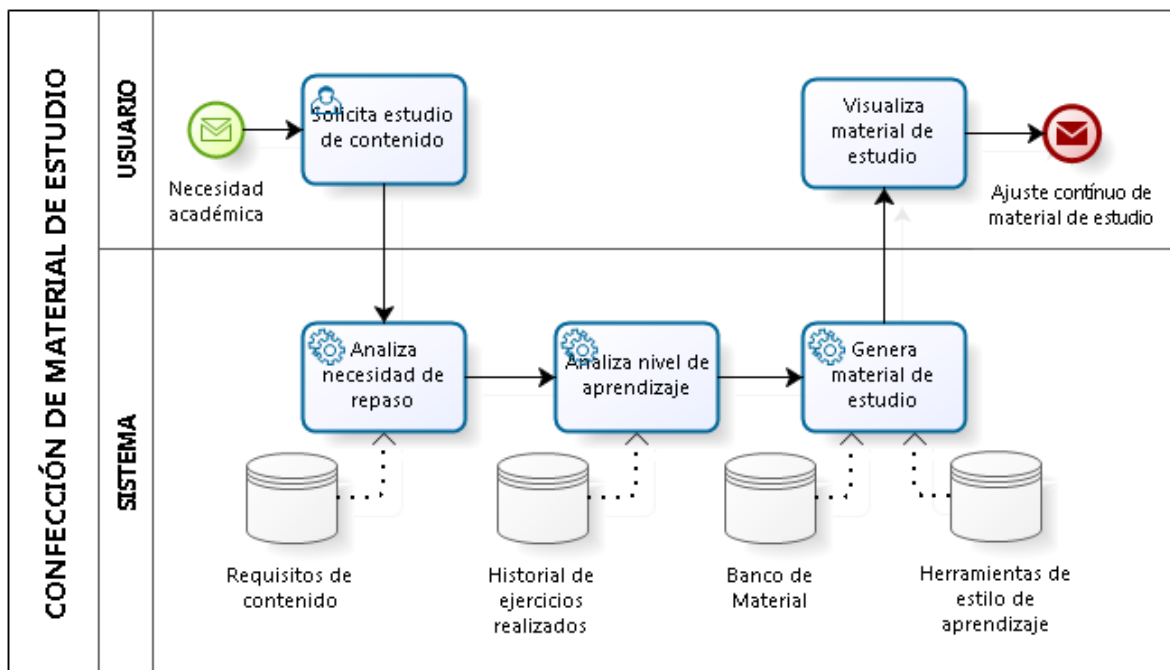
Ilustración 12: Proceso “Determinar necesidad académica”.



Fuente: Elaboración propia.

La Ilustración N°13 muestra el proceso “Confección de material de estudio”, que revisa la base teórica que tiene el alumno para continuar con el aprendizaje de la asignatura seleccionada, esto a través de la revisión de los contenidos aprendidos con anterioridad por el estudiante y que son relevantes para el estudio del nuevo tópico a revisar. Esto se hace para tener certeza de que se lleve un aprendizaje y entendimiento profundo. En caso de que existan señales de que el usuario no tiene una buena base, se procede a realizar un repaso del contenido previo importante para continuar.

Ilustración 13: Proceso “Confección de material de estudio”.



Fuente: Elaboración propia.

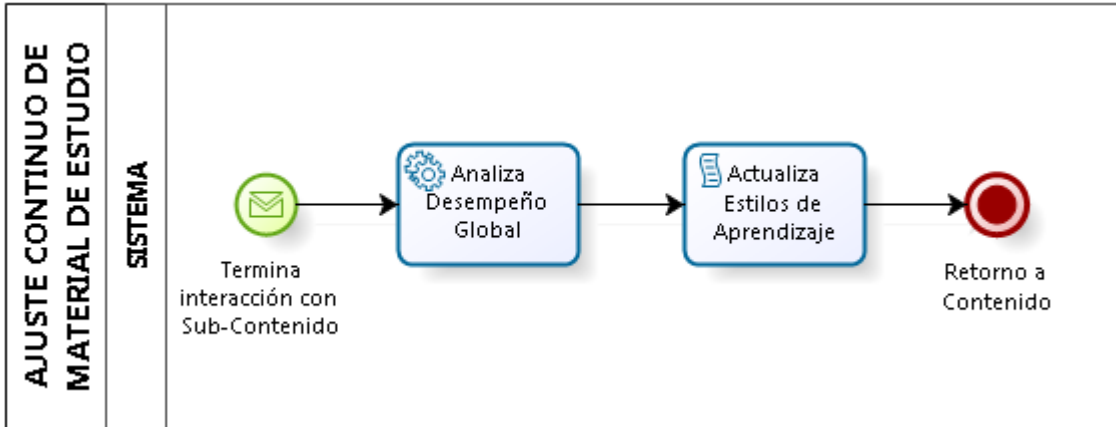
Para finalizar, el proceso termina con la selección y confección del contenido a entregar, el cuál primero realiza la tarea de determinar el nivel de aprendizaje del usuario, es decir, la velocidad con la que aprende y su desempeño en la asignatura, que está determinada con las métricas obtenidas a partir del monitoreo constante, como por ejemplo, el tiempo que demoró en completar una asignatura y la velocidad con la que está realizando los ejercicios, qué dificultad y habilidad median los ejercicios que resolvió correctamente, lo que determina más adelante, con cuánta profundidad se desplegarán los contenidos para los alumnos que tengan desarrollado ciertas habilidades cognitivas en el área, además de diferenciar la instrucción para aquellos que aprenden más rápido de los que lo hacen de una forma más lenta. Del mismo modo, se establecerá el punto inicial de la selección de los ejercicios de acuerdo al nivel de dificultad y habilidades que se deban desarrollar, logrando que los alumnos que tengan un mayor dominio comiencen resolviendo ejercicios más exigentes que aquellos alumnos que aún tienen habilidades por desarrollar, de esta forma evitar la frustración con recursos adecuados para cada tipo de alumno.

Luego de que se determine el nivel de aprendizaje se procede a la confección del material teórico-práctico que se desplegará en pantalla y que cabe señalar, puede contener o no un repaso de un contenido requisito.

Como última etapa del proceso de producción y con los resultados de la interacción que tuvo el alumno con el material de cada sub-contenido, se analiza el desempeño que tuvo el estudiante con los recursos pedagógicos que se entregaron de acuerdo a su clasificación de habilidades y estilos de aprendizaje, para luego, de acuerdo al desempeño y otras variables, se actualiza el estilo de aprendizaje del alumno con un factor de corrección que se explicará en la Lógica de Negocio (Ilustración N°14). El objetivo es encontrar la mejor combinación de estilos de aprendizaje tal que maximicen el desempeño del alumno de acuerdo a la evidencia empírica que posee el sistema.



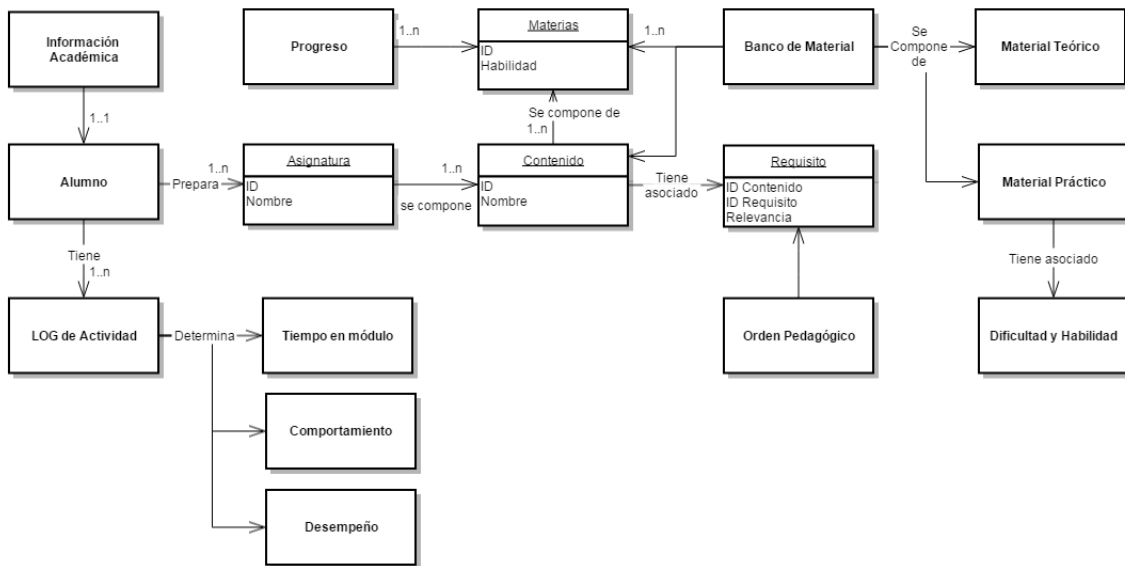
Ilustración 14: Proceso “Ajuste continuo del material de estudio”.



Fuente: Elaboración propia.

El diseño recientemente detallado está basado en la ontología desplegada en la Ilustración N°15 que describe las relaciones de las entidades que conviven en el sistema.

Ilustración 15: Ontología E-Learning.



Fuente: Elaboración propia.

## 8.1 Lógica de Negocio

### 8.1.1 Proceso “Determinar necesidad académica”

La lógica de negocio que se detallará a continuación es la que está detrás del proceso llamado “Determinar necesidad académica”, donde en primera instancia el usuario solicita estudiar una asignatura. Una vez seleccionada, el sistema construye la ruta de contenidos de esa asignatura, que

está predefinida por los pedagogos en cada área. La ruta de contenidos se elabora mediante un Grafo Dirigido Ponderado que se define de la siguiente manera:

$$G \subseteq \{(a, b) \in C \times C / a \neq b \wedge a, b \neq \emptyset\}$$

donde  $C$  es un conjunto no vacío de contenidos de la asignatura, por lo que los pares ordenados  $(a, b)$  representan los caminos posibles, donde en particular la abscisa corresponde al nodo de inicio, y la ordenada al nodo de llegada, en se orden puesto que es un grafo dirigido. Esto implica que el contenido (nodo) de la abscisa es requisito del contenido de la ordenada, por tanto tiene que estar aprobado para que se habilite el camino.

El grafo  $G$  predefinido es un subconjunto del producto cruz de los contenidos, por ello sólo hay uniones en aquellos contenidos que tienen relación pedagógica. Así también en la tabla que almacena todos los pares ordenados se encuentra un ponderador que va de 1 a 5, el cual indica la relevancia de ese camino, dato que se usará para analizar si se debe desplegar o no un repaso para el contenido seleccionado.

Una vez procesado el árbol de contenidos, caso particular de los grafos, se analiza la aprobación de los contenidos por parte del usuario. Donde se define  $C = \{M_1, \dots, M_n\}$ , un conjunto de  $n$  sub-contenidos o materias que componen el contenido  $C$ . Se tiene entonces, que el Objetivo de Aprendizaje de cada contenido  $C$  es:

$$OA(C) = \{\langle M_1, H_i \rangle, \dots, \langle M_n, H_j \rangle\}$$

$$H = \{\langle 1, \text{Conocimiento} \rangle, \langle 2, \text{Comprensión} \rangle, \langle 3, \text{Aplicación} \rangle, \langle 4, \text{Análisis} \rangle, \langle 5, \text{Síntesis} \rangle, \langle 6, \text{Evaluación} \rangle\}$$

Donde  $H_i$  es la habilidad cognitiva  $i$  del conjunto de habilidades cognitivas de la Taxonomía de Bloom. Ejemplificando, en el sub-contenido o materia  $n$  del contenido  $C$  se espera que se desarrolle a lo menos la habilidad cognitiva  $H_j$ . Cabe señalar que los Objetivos de Aprendizaje los declaran los profesores de acuerdo al objetivo de cada módulo dentro de la plataforma.

Además, se define el Estado Cognitivo del estudiante, de forma similar al caso anterior:

$$EC = \{\langle M_1, H_i \rangle, \dots, \langle M_n, H_j \rangle\}$$

Esto representa la máxima habilidad cognitiva  $H$  desarrollada por el estudiante en una materia  $M$  en cada una de las materias. Por lo que el criterio de aprobación que representado de la siguiente forma:

$$\text{Contenido } C \text{ Aprobado} \Leftrightarrow OA(C)[H] \leq EC[H], \quad \forall M \in C$$

Donde la componente habilidad del vector  $OA$  tiene que ser menor o igual a la componente habilidad del vector  $EC$ , o, dicho de otra forma, las habilidades logradas (y que corresponden al Estado Cognitivo actual del alumno) tienen que ser mayores o iguales a las habilidades que se debía desarrollar como Objetivo de Aprendizaje, para cada una de las materias del contenido. Cumpliéndose lo anterior, el contenido está aprobado. Una vez con esta información, se genera la ruta de estudio mostrando contenidos aprobados, habilitados y deshabilitados, terminando el proceso de “Determinar necesidad académica”.

### 8.1.2 Proceso “Confección de material de estudio”

A continuación, en el proceso de “Confección de material de estudio”, es necesario definir los Estilos de Aprendizaje de un estudiante, los cuales se clasificarán según el Modelo de Felder-Silverman, determinando probabilidades de pertenecer a cada polo de cada dimensión, haciendo simplemente un cambio de unidad de los resultados del Cuestionario ILS, y que no tiene impacto alguno en el funcionamiento del modelo. Es necesario también, que, para llegar a esta etapa, el estudiante ya haya respondido el Cuestionario ILS, por ejemplo, en el momento que el alumno crea su cuenta en el sistema. El Estilo de Aprendizaje queda definido por cuatro variables, representando las cuatro dimensiones, que a su vez está cada una definida por dos valores en intervalo  $[0,100]$ , indicando el porcentaje (probabilidad) de preferencia relativa del estudiante a determinado Estilo de Aprendizaje.

$$EA = \langle P_1, P_2, P_3, P_4 \rangle$$

$$P_1 = \{P_{activo}, P_{reflexivo}\}$$

$$P_2 = \{P_{sensitivo}, P_{intiutivo}\}$$

$$P_3 = \{P_{visual}, P_{verbal}\}$$

$$P_4 = \{P_{secuencial}, P_{global}\}$$

En consecuencia, para este proceso, es esencial definir bajo qué parámetros se definen los recursos de aprendizaje que se entregarán al estudiante, y que atiendan a los estilos de aprendizaje que él posee. Es por ello, es necesario recalcar que el modelo propuesto indica en qué proporción tengo que entregar materiales de estudio que respondan a un cierto Estilo de Aprendizaje. Por lo que, en cada interacción del usuario con la plataforma, se seleccionarán una Combinación de Estilos de Aprendizaje específica seleccionada probabilísticamente de acuerdo con los valores de  $EA$  de cada estudiante. La combinación se define de la siguiente forma:

$$CEA = \{\langle a, b, c, d \rangle / a \in D_1, b \in D_2, c \in D_3, d \in D_4\}$$

$$D_1 = \{activo, reflexivo\}$$

$$D_2 = \{sensitivo, intiutivo\}$$

$$D_3 = \{visual, verbal\}$$

$$D_4 = \{secuencial, global\}$$

La composición de una Combinación de Estilos de Aprendizaje es realizada a través de un método computacional para la selección estocástica. El método que se utilizará es el Método de la Ruleta (*Roulette Wheel Selection*) debido a su simplicidad y su efectividad en cumplir el objetivo propuesto. El método funciona de la siguiente forma: cada Estilo de Aprendizaje es representado en la ruleta por una parte proporcional a la probabilidad de preferencia del estudiante almacenado en  $EA$ , luego se obtiene un número al azar entre 0 y 100, representando el giro de la ruleta, luego ese número caerá en la parte proporcional de uno de los dos polos de un dominio de Estilo de Aprendizaje, y el Estilo de Aprendizaje de esa proporción es seleccionado para formar  $CEA$ . Así sucesivamente con los cuatro dominios. Como los valores de  $EA$  son almacenados en forma de porcentaje, sus valores naturalmente representan su probabilidad de ser seleccionados por la ruleta [18]. En consecuencia, se presenta un cálculo de ejemplo en el dominio de Procesamiento acorde a los valores de Estilos de Aprendizaje de la Tabla N°1.

Tabla 1: Ejemplo de Estilos de Aprendizaje.

Procesamiento		Percepción		Entrada		Organización	
Activo	Reflexivo	Sensitivo	Intuitivo	Visual	Verbal	Secuencial	Global
40	60	19	81	89	11	16	84

Fuente: Elaboración propia.

$$\Pr(\text{Activo}) = \frac{40}{40 + 60} = 40\%$$

$$\Pr(\text{Reflexivo}) = \frac{60}{40 + 60} = 60\%$$

Consecuentemente, los resultados posibles de acuerdo al valor  $R$  de la ruleta son:

$$0 \leq R \leq 40 \Rightarrow CEA_a = \text{Activo}$$

$$40 < R \leq 100 \Rightarrow CEA_a = \text{Reflexivo}$$

Este procedimiento se repite para las demás dimensiones de la Combinación de Estilos de Aprendizaje. Una vez que tengo la combinación el sistema sabe qué recursos de aprendizaje utilizará para el estudiante. Posteriormente se genera el material teórico de estudio.

Una vez el estudiante finalice el estudio del material teórico, se enfrentará a una serie de ejercicios, los cuales siguen una lógica de selección adaptativa que consiste en el recorrido de una matriz, que llamaremos: Matriz Habilidad-Dificultad. Cada ejercicio tiene asociada la medición de una habilidad, y a su vez, una dificultad asociada a esa habilidad del ejercicio. Es por ello que cada contenido tiene ejercicios que responden a una Matriz Habilidad-Dificultad. Esta matriz se representa según muestra la Tabla N°2.

Tabla 2: Matriz Habilidad-Dificultad.

Habilidad	Dificultad				
	Muy fácil	Fácil	Intermedio	Difícil	Muy difícil
Conocimiento	1	2	3	4	5
Comprensión	6	7	8	9	10
Aplicación	11	12	13	14	15
Análisis	16	17	18	19	20
Síntesis	21	22	23	24	25
Evaluación	26	27	28	29	30

Fuente: Elaboración propia.

El sistema recorrerá la matriz de acuerdo a las habilidades actuales desarrolladas por el estudiante, es decir, el Estado Cognitivo del estudiante en el contenido que se está revisando definirá la fila o habilidad inicial a la cual pertenecerá el primer ejercicio. La decisión de la dificultad o columna del primer ejercicio estará dada por el Ratio de Efectividad ( $RE$ ) que tenga el estudiante en la asignatura, de acuerdo muestra la Tabla N°3. El Ratio de efectividad se calcula de la siguiente forma:

$$RE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i; \text{ donde } r_i \in \{0,1\}$$

Donde  $n$  representa la cantidad de preguntas que el estudiante ha respondido a lo largo de su interacción con el sistema y que tienen relación con el contenido y sus requisitos.  $r_i$  es un parámetro binario que indica si esa pregunta fue respondida de forma correcta asignándole un 1, o 0 en caso contrario. Por lo tanto  $RE$  consiste en un promedio de respuestas contestadas de forma correcta, que tendrá un valor entre cero y uno.

Tabla 3: Reglas de decisión aplicadas en Matriz Habilidad-Dificultad.

Regla	Decisión		
	Dificultad	Avance	Retroceso
$n \leq 5$	Intermedio	4	2
$0,00 \leq RE < 0,46$	Muy fácil	3	2
$0,46 \leq RE < 0,62$	Fácil	3	2
$0,62 \leq RE < 0,77$	Intermedio	4	2
$0,77 \leq RE < 0,88$	Difícil	5	2
$0,88 \leq RE \leq 1,00$	Muy difícil	5	2

Fuente: Elaboración propia.

La decisión de dificultad, está asociada a la idea de que un estudiante que tiene dificultades con un contenido tiene que necesariamente iniciar con preguntas fáciles, sino causará frustración en él. En caso contrario, los alumnos que poseen un dominio mayor de los contenidos, representado por su Ratio de Efectividad, tienen que resolver ejercicios que sea un desafío para ellos, de este modo contribuir mejor a su aprendizaje. La primera regla de la Tabla N°3 regula el hecho de que exista poca data del usuario, en tal caso el sistema asume que es un estudiante promedio.

La forma en cómo el sistema recorrerá la matriz, se trata básicamente de avanzar puestos de izquierda a derecha y de arriba abajo, similar a como lo haría una persona al jugar a un juego de mesa como el Ludo al tirar un dado. Sin embargo, el valor de los puestos que avanza cada alumno al tener una respuesta correcta, o haciendo la analogía, el valor del dado, no es al azar, depende del Ratio de Efectividad que tiene el estudiante. Esto significa que un alumno con bajo nivel de efectividad es un alumno que tiene dificultades en su aprendizaje, por lo que a él se le irá subiendo la dificultad de forma lenta. Por otro lado, a los alumnos que tienen un mejor nivel, su recorrido por la matriz será más rápido, debido a que tienen mayor facilidad para enfrentarse a ejercicios más difíciles o que requieran el uso de una habilidad de orden mayor.

La Matriz Habilidad-Dificultad, como muestra la Tabla N°2, posee 30 espacios, que están enumerados en orden en cómo debe ser recorrida la matriz. La cantidad de espacios que avanzará cada alumno de acuerdo a su Ratio de Efectividad cuando tenga una respuesta correcta está especificada en la Tabla N°3 en la columna “Avance”. Además, la columna “Retroceso”, indica la cantidad de espacios que retroceden los alumnos en caso de tener una respuesta incorrecta.

Los valores de que segmentan a los alumnos de acuerdo a su Ratio de Efectividad, dispuestos en la Tabla N°3 en la columna “Regla”, fueron determinados experimentalmente a través del análisis de 50 alumnos de enseñanza media pertenecientes a colegios particulares y con diferentes capacidades intelectuales, los cuales rindieron aleatoriamente en total 697 controles, de entre 15 a 30 preguntas cada uno en la asignatura de Matemática. Este estudio determinó que la distribución

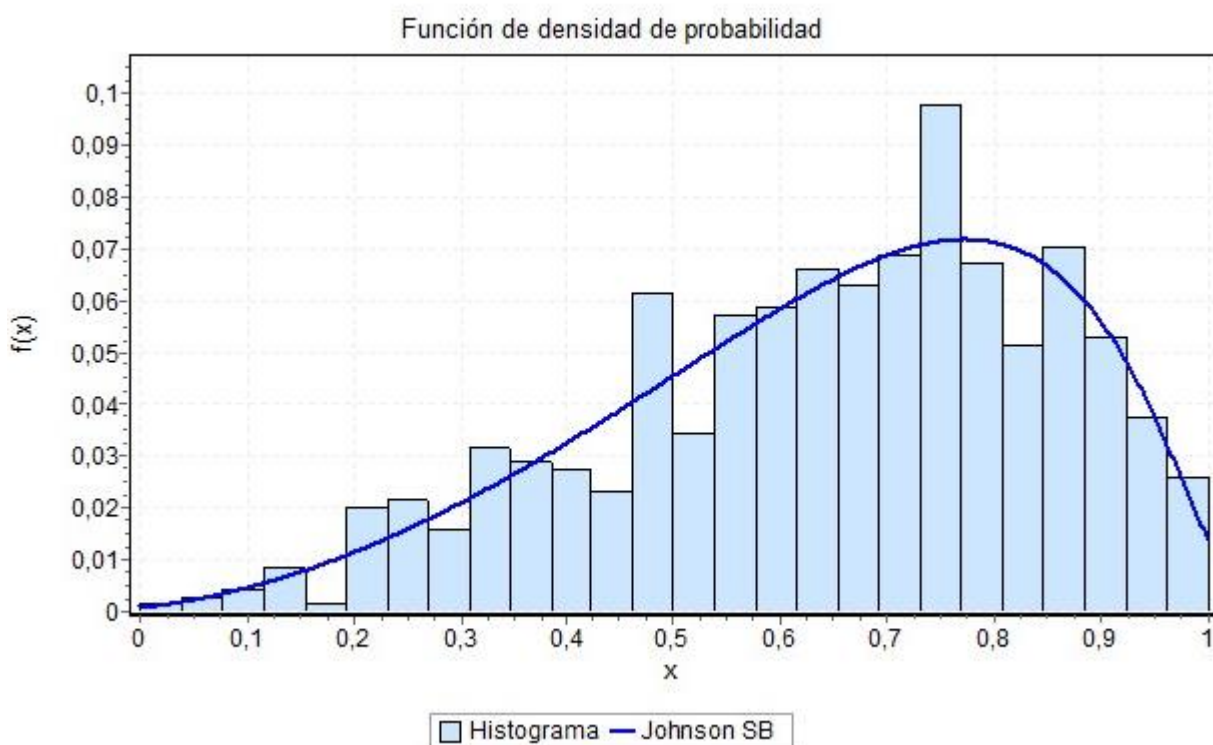
del Ratio de Efectividad de la muestra es Johnson SU<sup>9</sup> con los parámetros que se muestran en la Tabla N°4. El Gráfico N°5 muestra el ajuste de la distribución a los datos.

Tabla 4: Parámetros de ajuste de distribución Johnson SU.

Parámetro	Valor
$\gamma$	-0,85923
$\delta$	1,1407
$\lambda$	1,2054
$\xi$	-0,14443

Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 6: Ajuste de distribución Johnson SU.



Fuente: Software Easyfit 5.5.

De estos resultados, es posible segmentar a los alumnos en cinco grupos en base a sus Ratios de Efectividad. Los cuales, en el segmento medio, se encuentran los alumnos que tienen rendimientos cercanos al promedio de los estudiantes. Mientras que en los extremos están los alumnos que tienen rendimientos insuficientes o sobresalientes. La Tabla N°5 muestra el porcentaje de controles que pertenecen a los rangos de Ratios de Efectividad especificados.

<sup>9</sup> Johnson SU distribution: [http://en.wikipedia.org/wiki/Johnson\\_SU\\_distribution](http://en.wikipedia.org/wiki/Johnson_SU_distribution)

Tabla 5: Histograma de Ratios de Efectividad experimentales.

Clase	Frecuencia	Porcentaje
0,00 - 0,46	130	19%
0,46 - 0,62	148	21%
0,62 - 0,77	206	30%
0,77 - 0,88	132	19%
0,88 - 1,00	81	12%

Fuente: Elaboración propia.

### 8.1.3 Proceso “Ajuste continuo del material de estudio”

Como última etapa del proceso de producción, se pasa a la fase de “Ajuste continuo del material de estudio”, donde luego del modelamiento del estudiante presentado anteriormente, es posible detectar automáticamente los Estilos de Aprendizaje que maximizan el desempeño del estudiante. Al obtener un desempeño bajo por parte de un alumno en un sub-contenido o materia, se infiere que las preferencias almacenadas en  $EA$  y que fueron seleccionadas en  $CEA$ , nos son las más óptimas, por lo que esas preferencias serán disminuidas. Por el contrario, si el estudiante obtuvo un buen desempeño con esa Combinación de Estilos de Aprendizaje, esas preferencias serán aumentadas, reforzando esa preferencia del estudiante, porque al ser atendida en mayor medida generará mejores desempeños, mientras que si no es atendida esa preferencia podría generar dificultades en su aprendizaje. Esta heurística permite que el sistema aprenda del estudiante de una forma sencilla, sin complejidades de implementación ni grandes consumos de recursos computacionales, de forma que el sistema pueda ser usado de forma simultánea por varios estudiantes. La heurística en el proceso de actualización de Estilos de Aprendizaje es modelada computacionalmente por la siguiente regla:

---

```

if(CEA[di]==A){
EA[di]A=EA[di]A-Kc;
EA[di]B=EA[di]B+Kc;
}else{
EA[di]A=EA[di]A+Kc;
EA[di]B=EA[di]B-Kc;
}

```

---

Donde  $CEA[d_i]$  representa el Estilo de Aprendizaje que constituyó  $CEA$  en relación a la dimensión  $i$ ,  $EA[d_i]_A$  representa el valor de la probabilidad de A o B según la dimensión  $i$  almacenado en  $EA$  con  $i = 1,2,3,4$ .  $K_c$  es un coeficiente calculado que depende del desempeño obtenido por el estudiante ( $DSP$ ) y el valor de la distancia entre los Estilos de Aprendizaje de la dimensión ( $DEA_i$ ), y determina el valor de la corrección de las preferencias del estudiante. Este valor se hace más pequeño en cuanto mayor sea el desempeño y más grande cuanto menor sea la distancia entre los valores de A y B, obteniéndose:

$$K_c = \frac{K}{DSP \cdot DEA_i}$$

$$DEA_i = |EA[d_i]_A - EA[d_i]_B|$$

$$DSP = \frac{Puntaje\ Obtenido}{Puntaje\ Total}$$

Para el cálculo del puntaje de cada pregunta, que en definitiva servirá para calcular el desempeño, se utiliza el valor matriz de cada espacio de la Matriz Habilidad-Dificultad de la Tabla N°2. Por lo tanto, el Puntaje Total en el cálculo depende del recorrido de la matriz de cada estudiante, mientras que el Puntaje Obtenido dependerá de las preguntas correctas que haya respondido el estudiante durante su interacción con la evaluación, ponderada por el valor matriz de la pregunta. Esto permite en primer lugar, al considerar sólo el Puntaje Obtenido, poder distinguir y comparar las capacidades del alumno de acuerdo al tipo de pregunta que está respondiendo, considerando habilidad y dificultad, siendo capaz de diferenciar de forma muy precisa entre los rendimientos de uno u otro alumno. Segundo, la razón entre Puntaje Obtenido y Puntaje Total, permite medir de forma certera el rendimiento a nivel individual, valor que se utiliza para hacer el ajuste de las preferencias de estilos de aprendizaje del alumno.

El valor constante K, debes ser obtenido empíricamente a través de experimentos y que va a depender de las unidades usadas para *DSP* y *DEA*.

La ventaja de este algoritmo es su flexibilidad. Debido a que los estilos de aprendizaje de los estudiantes sufren variaciones en el tiempo de forma no determinística y a causa de numerosos factores, como por ejemplo los estados de ánimo, la madurez, la motivación, entre otros factores. Debido a esto otras soluciones más complejas como Redes Neuronales, hacen que tomar en cuenta estos parámetros de corto plazo en las decisiones sea más complejo de incorporar. Además, el alto consumo de hardware a causa de los datos históricos que procesa puede llegar a ser una solución inviable técnicamente para una masa crítica de usuarios simultáneamente conectados en la plataforma.

Otro aspecto importante de este algoritmo, es la capacidad de corrección de los estilos de aprendizaje de un estudiante, intentando siempre tender a aquella combinación de estilos de aprendizajes que maximizan su desempeño. Por lo que de esta forma el estudiante requerirá una menor cantidad de interacciones con la plataforma para cumplir con éxito los Objetivos de Aprendizaje. Por ejemplo, si aplicamos el Cuestionario ILS a para conocer los estilos de aprendizajes de un estudiante que no tiene un suficiente autoconocimiento, probablemente el resultado del cuestionario no sea preciso respecto a cómo el alumno aprende mejor. Por el contrario, el resultado del test permitirá saber cómo el alumno cree que él aprende mejor, no cómo él efectivamente aprende mejor, y por ende cómo obtiene mejores resultados. Este algoritmo elimina paulatinamente, con las interacciones en la plataforma, la imprecisión de la autoconcepción que el estudiante podría plasmar en el cuestionario psicométrico ILS.



## 9 Dirección de cambio

Durante décadas ha funcionado un modelo pedagógico en el sistema educativo, lo llamaremos como enfoque “tradicional”, que se basa en transmisión de contenidos, es decir, un modelo centrado en el profesor y los estudiantes con un rol pasivo en el aprendizaje, complementado con tareas de reforzamiento a realizar en aula o en casa. El modelo tradicional y el sistema educativo ha estado expuesto a estudios que ponen en evidencia su fracaso, debido a que una gran cantidad de niños alrededor del mundo están atrapados en un círculo vicioso de bajo rendimiento y desmotivación. Solo en Chile, un 52% de los estudiantes tuvo un bajo rendimiento en matemática, según la OCDE a partir de PISA 2012 [26].

Motivado por el problema puesto en evidencia, una importante contribución de este proyecto radica en poner a disposición un modelo pedagógico que transfiera la tecnología creada al sistema educativo, con el fin de obtener mejoras cuantitativas y cualitativas en los resultados de los aprendizajes de los estudiantes. Sin embargo, es importante tener presente que un modelo pedagógico, que tiene décadas de historia, tarda muchos años y esfuerzo su evolución. Para que este esfuerzo tenga buenos resultados, es imprescindible diseñar un proceso de cambio que se haga cargo de las preocupaciones y necesidades de los actores relevantes del sistema educativo, debido a que la mera incorporación de tecnología como apoyo a la labor docente, implica una ruptura a la inercia que tienen los establecimientos educacionales y profesores.

### 9.1 Modelo pedagógico tradicional

Bajo un enfoque tradicional, el docente posee la autoridad respecto a la presentación de los contenidos, mientras que los estudiantes son meros receptores de información. De esta manera, el diseño didáctico se plantea desde lo presencial a través de clases magistrales y exámenes, los cuales se complementan con algunas tareas, tales como lecturas o guías de ejercicios a realizar de forma autónoma en casa. Esta modalidad propicia explorar problemas introductorios en clases (nivel bajo de dificultad), mientras que los problemas más complejos son propuestos como tarea en casa. El problema de esto, es que ocasionalmente produce frustración en los estudiantes, debido al aumento de la dificultad a lo visto en clases sin contar con el apoyo del docente. Por otra parte, aún es posible encontrar la aplicación de metodologías que dedican parte del tiempo del aula a mantener a los estudiantes ocupados copiando materia de la pizarra en sus cuadernos, o simplemente el profesor dictando la misma.

El modelo tradicional se mantiene preferentemente en los niveles más bajos de la Taxonomía de Aprendizaje de Bloom [2], es decir, desarrollando habilidades de orden inferior, como conocer, comprender y aplicar. Los estudiantes conocen y recuerdan a través de la información que les entrega el profesor. Comprenden contenidos a través de las explicaciones del profesor, la relación y asociación con otros conceptos. Finalmente, el estudiante aplica los contenidos cuando hace uso de la información, utiliza conceptos, métodos y teorías mientras desarrolla ejercicios en clase, tareas en casa o exámenes. En definitiva, el enfoque tradicional es unidireccional, pues el estudiante solo reproduce las enseñanzas del profesor.

El proceso de transmisión de contenidos e información a los estudiantes, toma entre un 55 y 75% del tiempo de aula, dependiendo de las distintas realidades sociales de cada clase. Sumado a esto, la carga curricular mínima que exige el Ministerio de Educación, eleva la dificultad de poder llevar a cabo otro tipo de actividades en clases que sean más dinámicas y motivadoras, más allá de clases

expositivas. La Ilustración N°16 señala de forma gráfica la dinámica de aula en un modelo tradicional.

Ilustración 16: Modelo pedagógico tradicional



Fuente: Knewton.com

## 9.2 Modelo pedagógico propuesto

El modelo pedagógico propuesto consiste en un proceso enseñanza-aprendizaje con foco en el estudiante, mediante el desarrollo de conocimientos y habilidades de pensamiento de orden superior, considerando como activo importante la tecnología y su abrupta penetración en los jóvenes. Existen actualmente algunos casos de propuestas similares como: *flipped classroom* (aula invertida), o *blended learning* (aprendizaje semipresencial), modelos pedagógicos que transfieren parte del proceso enseñanza-aprendizaje fuera del aula y apoyado por TIC (videos, podcasts, blogs, plataformas, etcétera), con el fin de utilizar el tiempo de la clase para el desarrollo de procesos cognitivos de mayor complejidad, que favorezcan el aprendizaje de calidad que la sociedad exige. Por lo tanto, con la ayuda de la tecnología, los profesores pueden pasar de ser expositores a ser facilitadores y modeladores del aprendizaje de los estudiantes, promoviendo aulas dinámicas y actividades vivenciales entorno a los contenidos.

Este modelo promueve que las habilidades de la Taxonomía de Aprendizaje de Bloom sean trabajadas con la plataforma creada, en la sala de enlaces o de computación de los establecimientos educacionales y en el Plan de Estudio. Mientras que, en el interior de la sala de clases se focalice la atención en el trabajo de las habilidades complejas y actitudes que incluyen las Bases Curriculares del Ministerio de Educación, como, por ejemplo, el modelamiento matemática, trabajo en equipo, pensamiento crítico, creatividad, argumentación y comunicación (Ilustración N°17).

Ilustración 17: Modelo pedagógico propuesto



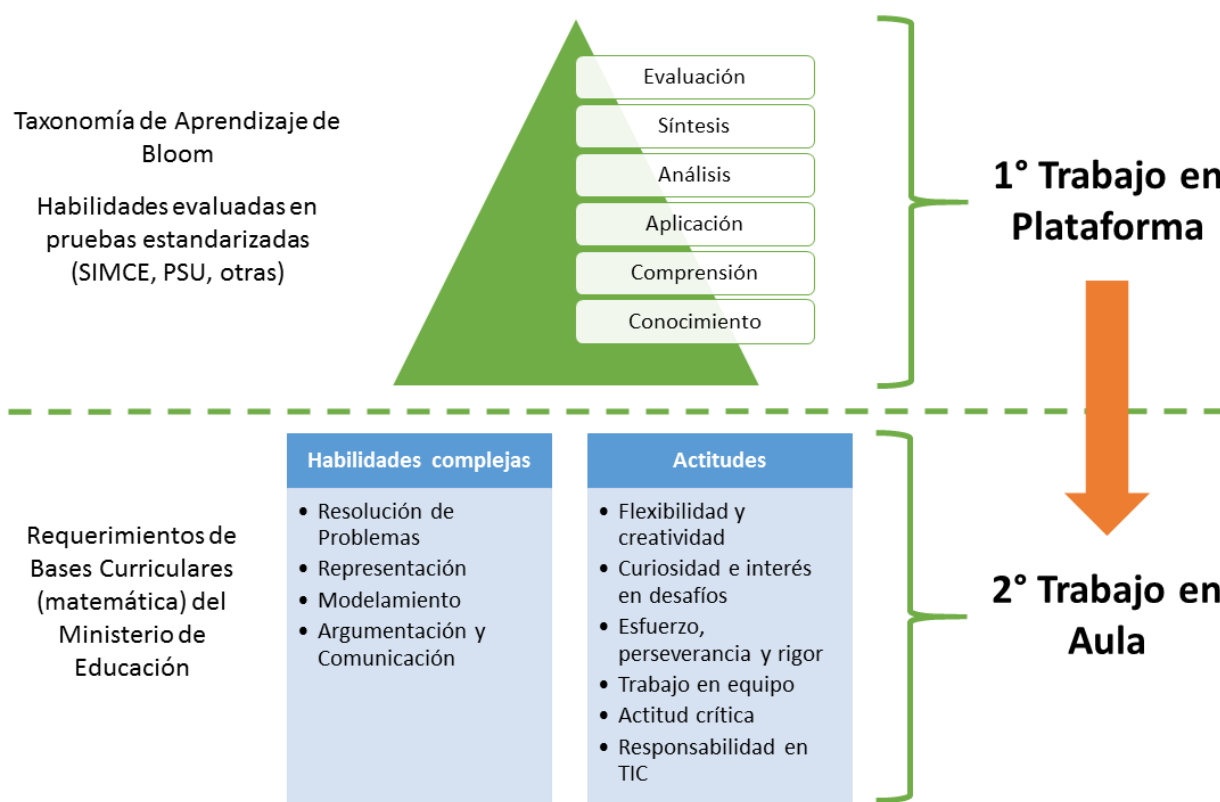
Fuente: Knewton.com

De esta forma, los profesores dedican una clase para utilizar la plataforma web de aprendizaje personalizado, donde los estudiantes se enfrentan al concepto desarrollando algoritmos, técnicas y

habilidades por sí mismos, a través de contenidos adaptados a los estilos de aprendizaje, y adaptando la dificultad de los ejercicios a las cualidades de los estudiantes. Esto permite que los alumnos se encuentren mejor preparados para sus clases, con los conocimientos y habilidades necesarios para resolver ejercicios. Lo que permite al profesor encargarse del desarrollo de procesos cognitivos más complejos, que favorezcan la construcción de aprendizajes significativos. En consecuencia, este modelo transforma la sala de clases en un ambiente de aprendizaje dinámico e interactivo, en el que el profesor es un mediador entre la actividad, el concepto y el estudiante. A medida que se aplican los conceptos, estos últimos participan creativamente en la actividad.

La Ilustración N°18 muestra gráficamente cómo el servicio desarrollado en este proyecto se inserta en el sistema educacional para apoyar la labor docente. Permitiendo cumplir con la totalidad de los requerimientos de las Bases Curriculares, en cuanto a contenidos, habilidades y actitudes, así como también, favoreciendo aprendizajes de calidad y mejores resultados en pruebas estandarizadas. El modelo pedagógico propuesto consta de la utilización de la plataforma en el colegio por cada Objetivo de Aprendizaje de las Bases Curriculares, para posteriormente trabajar sobre ese Objetivo de Aprendizaje en aula. Es decir, primero el trabajo en la plataforma, y luego en aula. La cantidad de clases que se requieran para el trabajo en plataforma y en aula dependen de la dificultad del Objetivo de Aprendizaje y de las necesidades propias de los estudiantes y profesor.

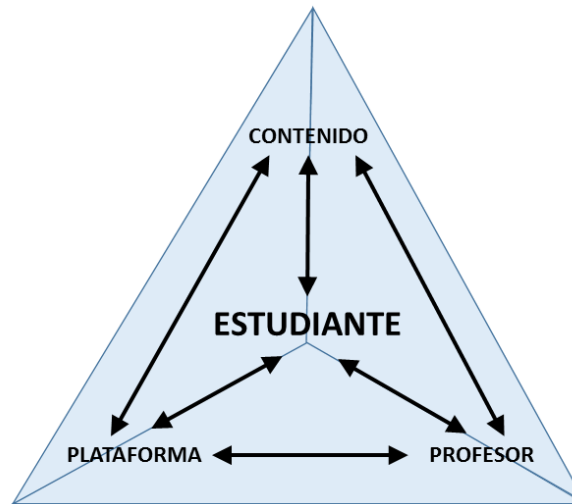
Ilustración 18: Integración del servicio desarrollado con el sistema educativo



Fuente: Elaboración propia.

La Ilustración N°19 indica las interacciones de los actores del modelo pedagógico propuesto, destacando su característica multidireccional.

Ilustración 19: Pirámide didáctica del modelo pedagógico propuesto



Fuente: Elaboración propia.

### 9.2.1 Consideraciones para la implementación

Dentro de las principales consideraciones a tener en cuenta para la implementación de este modelo pedagógico en los establecimientos educacionales, son fundamentalmente las preocupaciones de los profesores. Pues ellos son los agentes claves de esta propuesta de mejora, y quienes la implementarán. Debido a esto, se detallan elementos importantes a tener en cuenta en un proceso de cambio de estas características:

- Comunicar que la implementación de este modelo pedagógico no implica necesariamente una sobrecarga de trabajo y actividades. Para complementar este punto es recomendable contar con orientaciones didácticas por Objetivo de Aprendizaje para trabajar en aula. Esto disminuirá considerablemente el tiempo no lectivo de preparación de las clases en aula, por ende, existirá una menor resistencia al cambio por parte del profesor. De esta forma, contará con el apoyo de la plataforma para el trabajo pre-aula, y con el apoyo de orientaciones didácticas para el trabajo en aula. Estas últimas deben contener:
  - Tratamiento idóneo a realizar del contenido.
  - Principales errores que cometen los estudiantes en torno al objeto matemático.
  - Actividades y problemas recomendados de modelación y argumentación matemática. Estos no deben tener un procedimiento directo, implicando un desafío para los estudiantes.
- La dificultad de este modelo pedagógico radica en el nuevo ambiente de trabajo en aula, por lo que es necesario capacitar a los profesores con este modelo pedagógico y las nuevas metodologías de enseñanza para este tipo de ambientes. Sin embargo, no solo basta con una capacitación, sino que también se debe planificar un acompañamiento de las actividades en aula durante los primeros meses de implementación. Esto puede ser llevado a cabo con el apoyo de organismos de Asistencia Técnica Educativa.
- La implementación de este modelo requiere un conocimiento acabado acerca de las características de los estudiantes, puesto que, ante la diversidad de estilos de aprendizaje, es posible que existan estudiantes con serios problemas de aprendizaje o no tengan la capacidad de autoaprendizaje. En este marco, es preciso considerar una preparación de la

enseñanza que fortalezca a quienes poseen dificultades para trabajar de manera autónoma y así aprovechar las bondades de este modelo pedagógico.

- A pesar de que los estudiantes construyen un aprendizaje significativo con este modelo, la percepción de ellos podría ser que “aprenden menos” o que “aprenden por sí mismos”, lo cual traería consigo reticencia y percepciones negativas respecto al trabajo de profesor. Sin duda, esto tiene directa relación con la pervivencia del paradigma tradicional y la creencia instalada de que todo el trabajo debe desarrollarlo el docente. Por lo tanto, es imprescindible llevar a cabo una clara comunicación a todos los actores del establecimiento educacional acerca del cambio de metodología y sus beneficios, además de solicitar la opinión de los actores en la planificación de estas actividades.
- Finalmente, es relevante verificar todos los aspectos técnicos necesarios para la implementación de la plataforma. Es decir, que los establecimientos educacionales cuenten con un computador por alumno y una velocidad de conexión a internet adecuada, entre otros requisitos básicos. El conocimiento por parte de los profesores de que el colegio reúne todos los requisitos técnicos, es un factor de confianza relevante a la hora de aplicar esta metodología.

### 9.2.2 Ventajas del modelo pedagógico propuesto

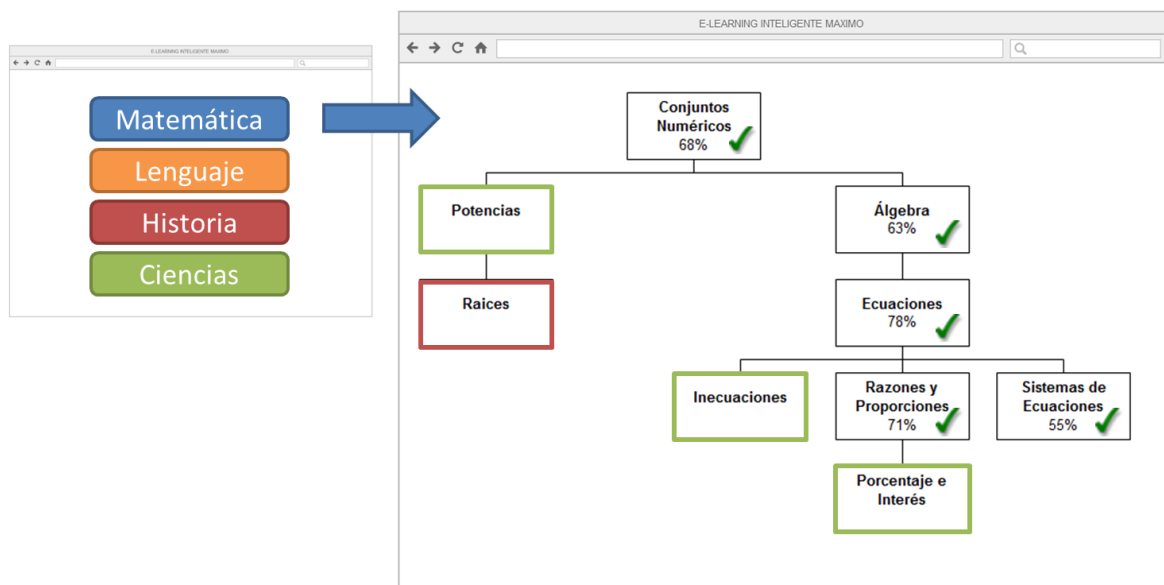
Las principales ventajas de la aplicación del modelo pedagógico propuesto en este proyecto son:

- Mejora significativa del ambiente de trabajo en el aula.
- Incremento en la atención educativa a cada estudiante.
- Convertir el aula en un espacio de trabajo activo para todos los miembros de la comunidad educativa presentes.
- Fomenta la creatividad y el pensamiento crítico.
- Disminución de la cantidad de problemas disciplinarios, debido al cambio de rol del estudiante en la clase.
- Los estudiantes tienen control de su propio aprendizaje.
- Promueve el aprendizaje centrado en el estudiante y la colaboración entre ellos, por lo que toman un rol protagonista en el proceso enseñanza-aprendizaje.
- Los contenidos y ejercitación son más accesibles. Además, obtienen retroalimentación inmediata.
- Los alumnos aprenden a su propio ritmo, lo que favorece a estudiantes con dificultad de aprendizaje.
- Transición progresiva en los niveles de dificultad de las actividades, por lo que disminuye la frustración de los estudiantes.
- Se incrementa la interacción alumno-profesor con todos los estudiantes. Así como también la interacción alumno-alumno entorno a los contenidos, favoreciendo el compañerismo.
- Permite ser más eficiente en el uso de los tiempos del profesor.
- Los estudiantes desarrollan la capacidad de aprendizaje autónomo, y están siempre siendo guiados, tanto por la plataforma, por el profesor y sus compañeros.

## 10 Diseño de arquitectura de aplicación tecnológica

La Ilustración N°20 muestra la pantalla inicial de un estudiante que desea preparar la asignatura de matemática, el cual escoge de entre las asignaturas disponibles. Cuando el estudiante hace clic en la asignatura que desea preparar se desencadena el proceso “Determinar necesidad académica”. Luego al estudiante se le despliega su árbol de contenidos, elaborado de forma predeterminada por los coordinadores de área de cada asignatura, a través de la asignación de requisitos entre contenidos, a fin de garantizar el óptimo recorrido de estudio. El árbol de contenidos muestra los tópicos que aprobó con su porcentaje de logro, en color rojo aquellos que no son posibles estudiar todavía por no cumplir con los requisitos y en verde aquellos que están habilitados para continuar estudiando. Una vez que el estudiante hace clic en el tópico a estudiar comienza el proceso “Confección de material de estudio”.

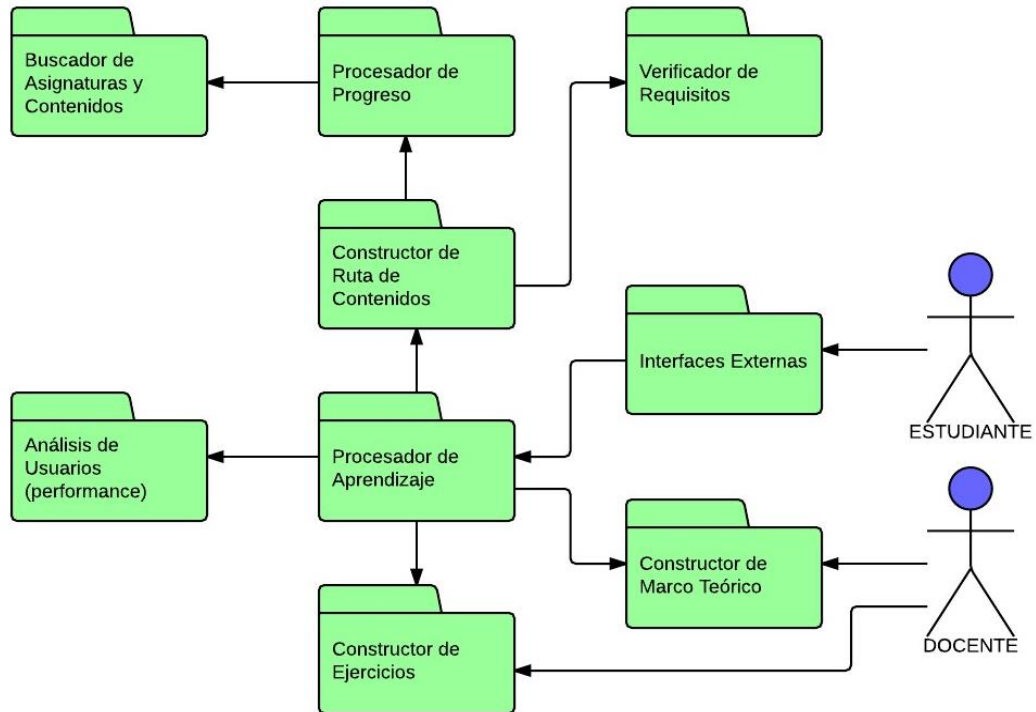
Ilustración 20: Prototipo de sistema E-Learning.



Fuente: Elaboración propia.

A partir de los apoyos computacionales diseñados y la lógica de negocio, se elaboró una primera arquitectura de los sistemas del proyecto a través de un Diagrama de Paquetes representado en la Ilustración N°21. Donde cabe señalar que el paquete constructor de ruta de contenidos elabora el árbol de contenidos, mientras que el paquete procesador de aprendizaje, determina que herramientas de aprendizaje deben ser entregadas a cada alumno de acuerdo a toda la información que posee de él.

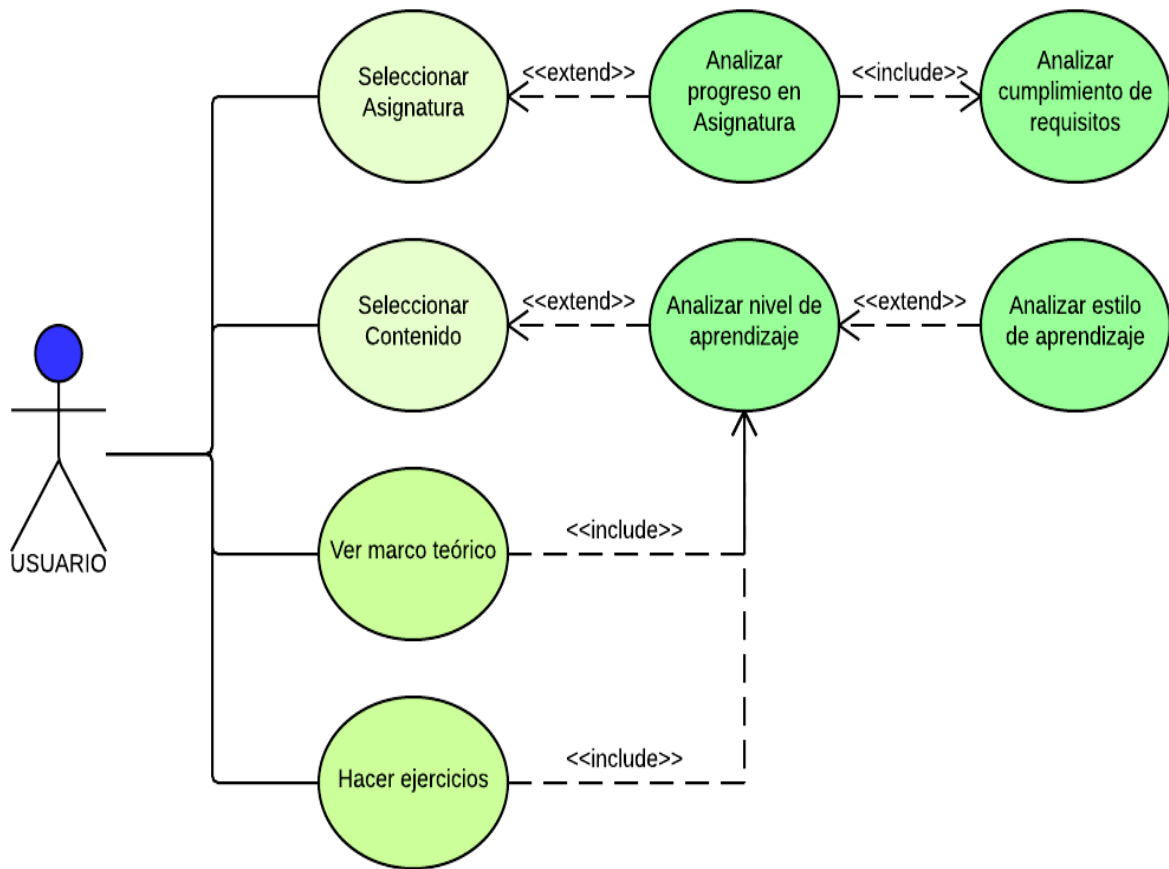
Ilustración 21: Diagrama de Paquetes del Sistema.



Fuente: Elaboración propia.

Luego el Diagrama de Casos de Uso del Sistema está representado en la Ilustración N°22, donde el usuario al interactuar con la plataforma, puede seleccionar asignatura, seleccionar contenido, y constantemente ver marco teórico y ejercicios. A su vez, estas interacciones necesitan de ciertos procesos que se indican en el diagrama.

Ilustración 22: Diagramas de Casos de Uso del Sistema.

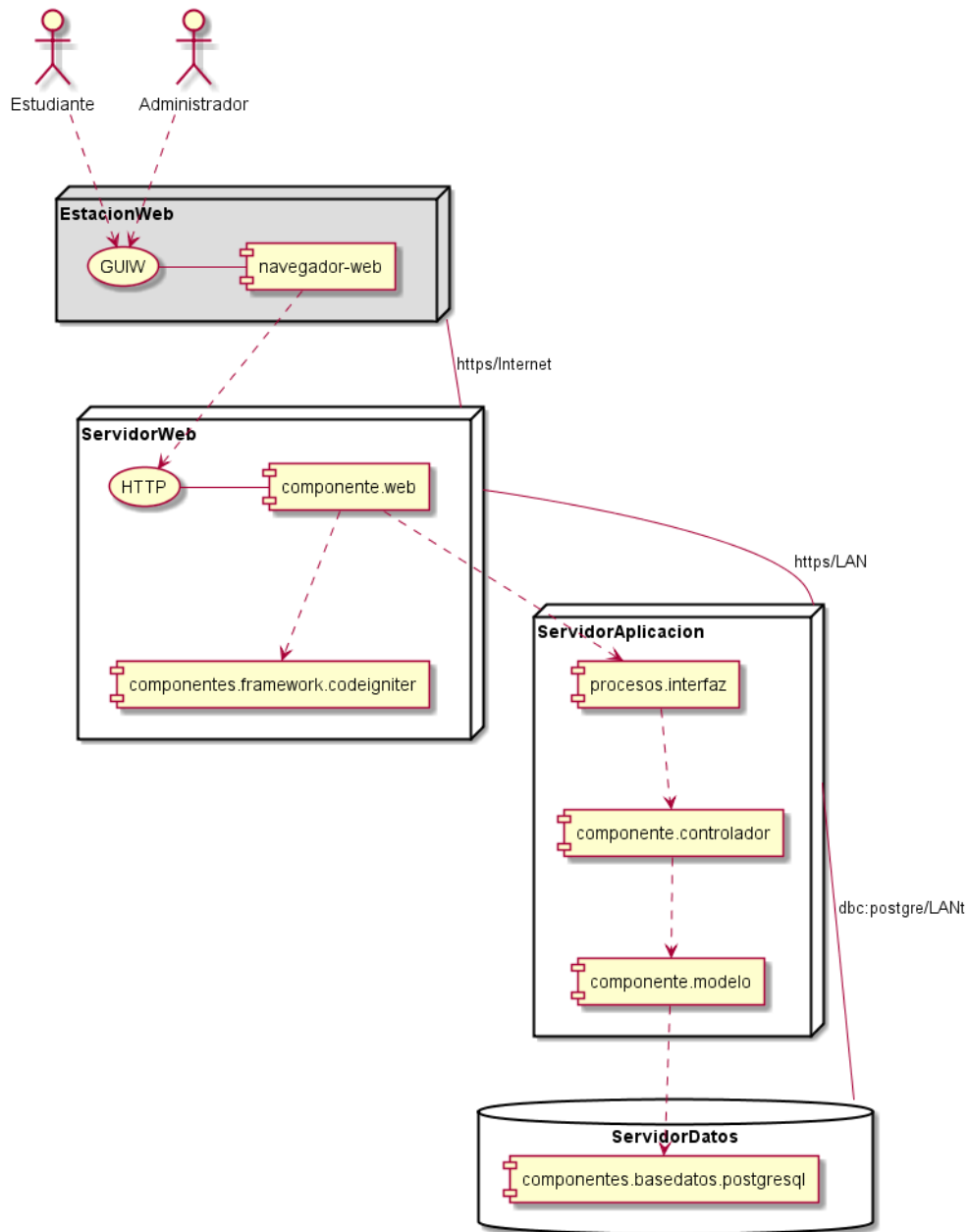


Fuente: Elaboración propia.

El Diagrama de Despliegue del Sistema se presenta en la Ilustración N°23.



Ilustración 23: Diagrama de Despliegue del Sistema.

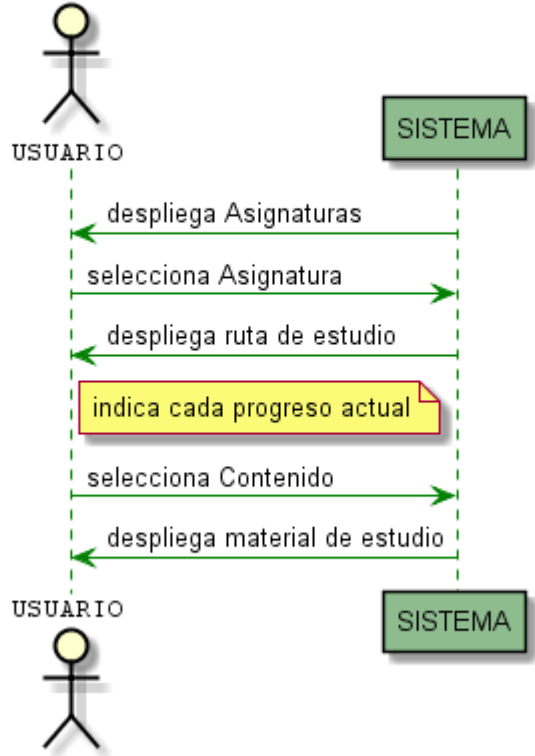


Fuente: Elaboración propia.

El primer Diagrama de Secuencia de Sistema presenta la interacción inicial que tiene el usuario con la plataforma, cuando selecciona la asignatura y contenido a estudiar. Esto se detalla en la Ilustración N°24, que corresponde al proceso de “Determinar necesidad académica”.

Ilustración 24: Diagrama de Secuencia de Sistema de proceso “Determinar necesidad académica”.

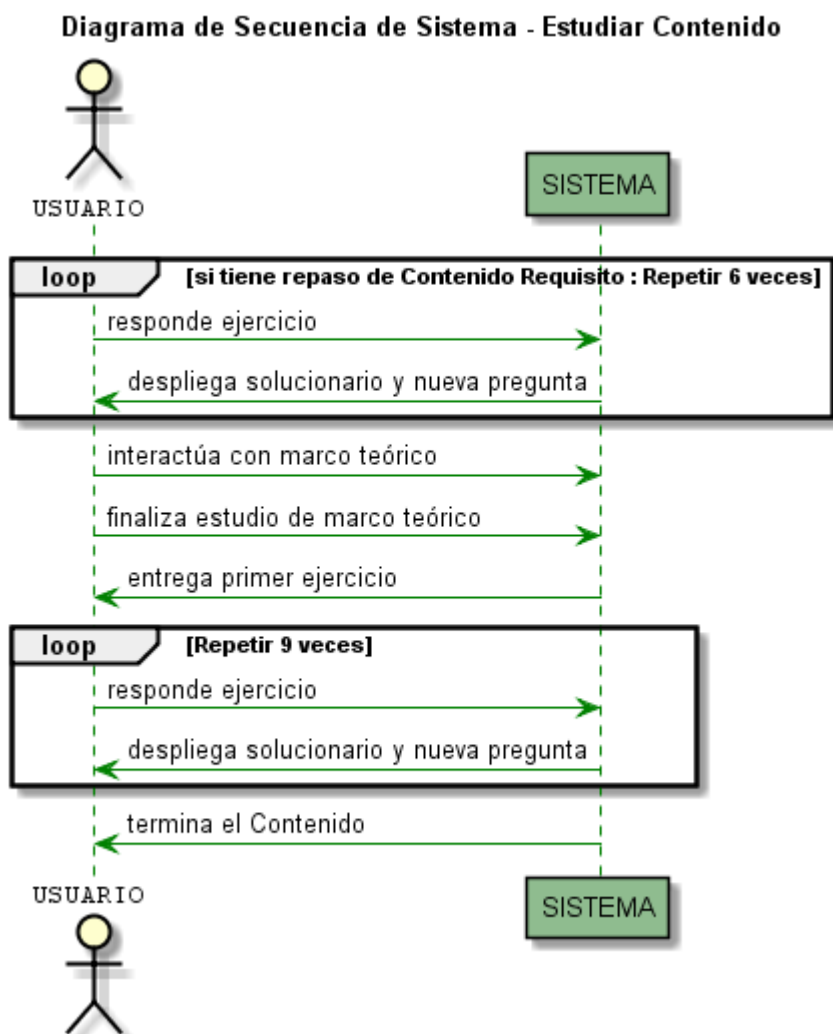
**Diagrama de Secuencia de Sistema - Seleccionar Asignatura y Contenido**



Fuente: Elaboración propia.

El siguiente Diagrama de Secuencia de Sistema, detalla la interacción que tiene el usuario con el material de estudio luego del proceso de “Confeccionar material de estudio”, esto se detalla en la Ilustración N°25.

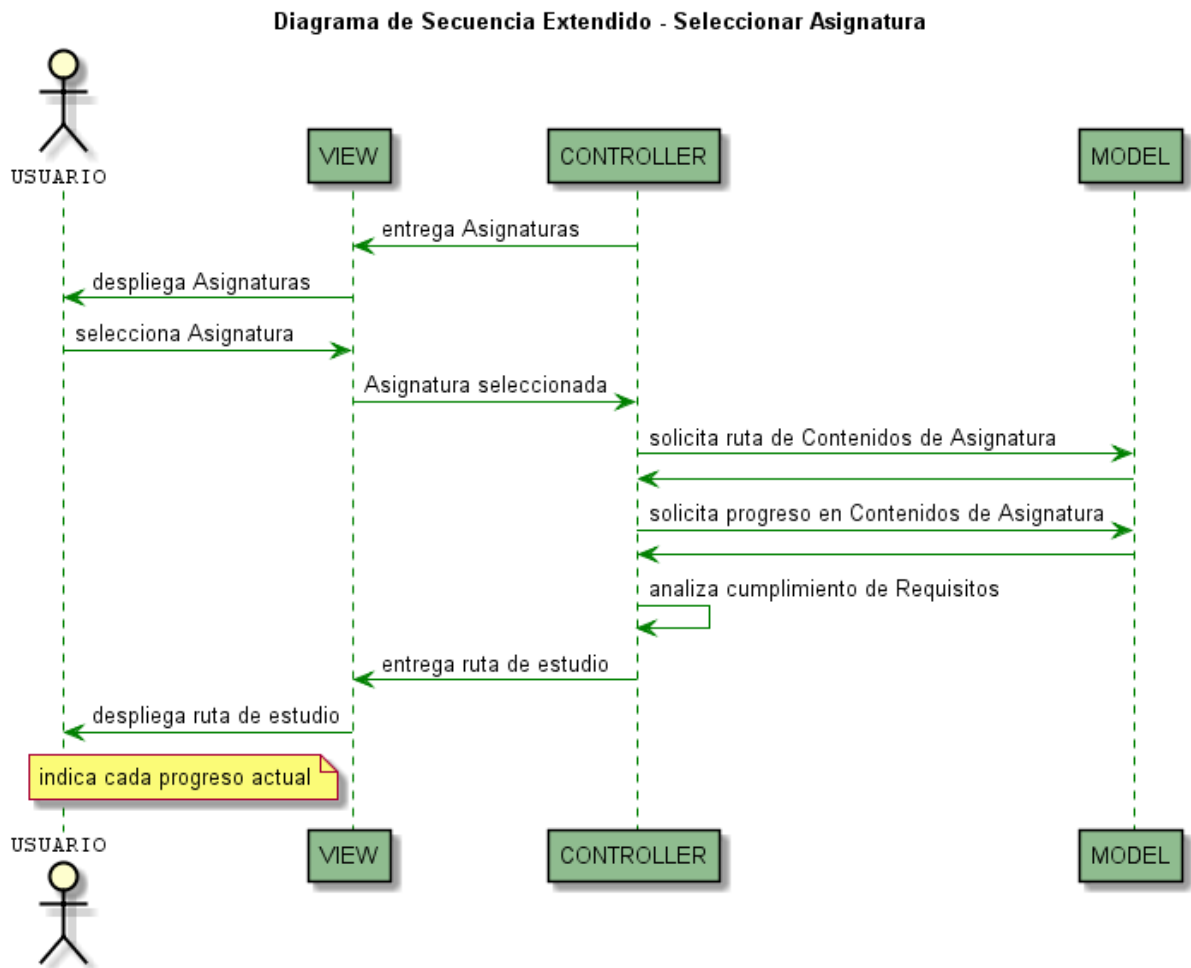
Ilustración 25: Diagrama de Secuencia de Sistema de proceso “Confeccionar material de estudio”.



Fuente: Elaboración propia.

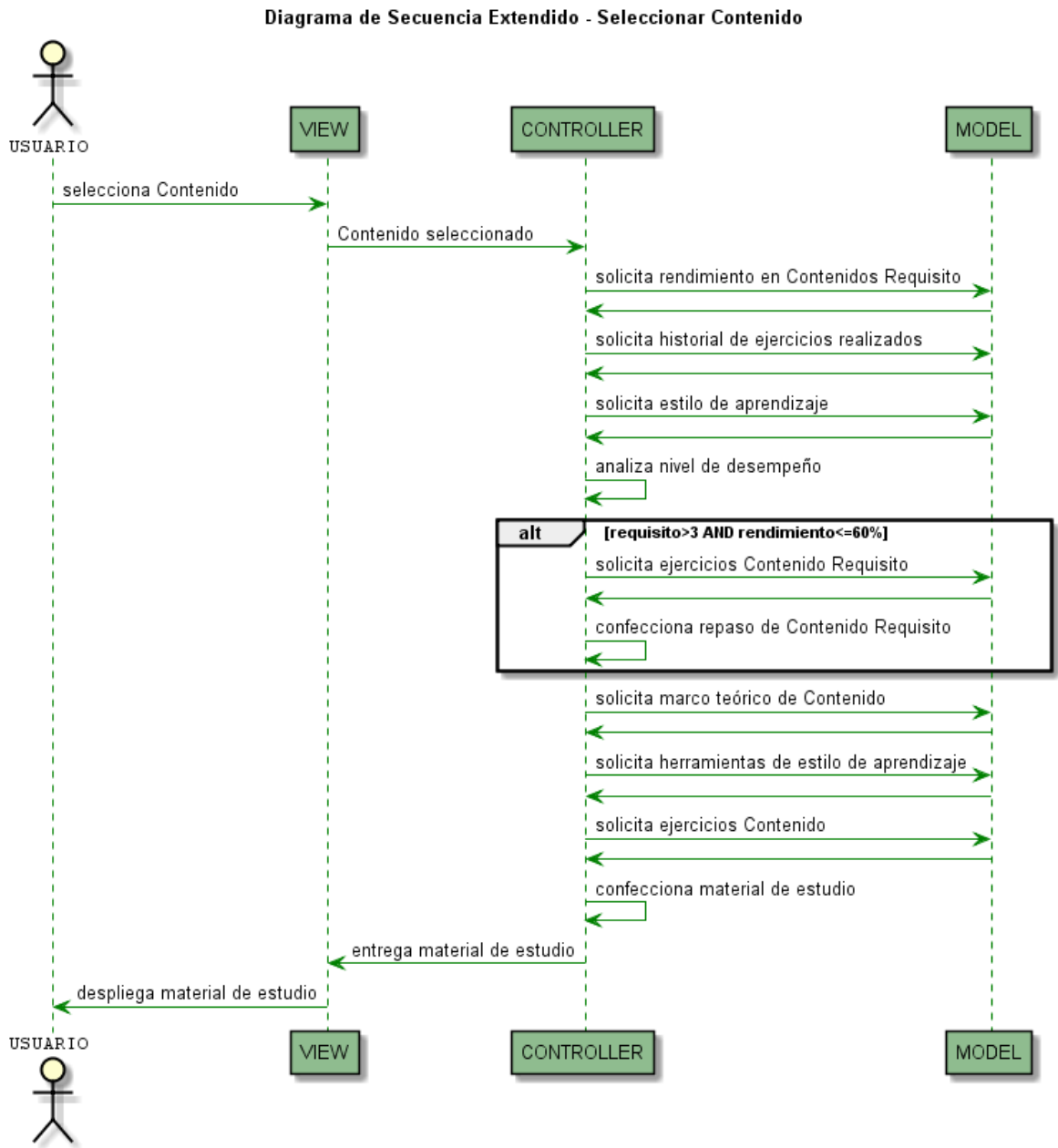
Los diagramas recientemente mostrados, representan sólo la interacción que tiene el usuario con la plataforma. A continuación, se detallan los procesamientos que se llevan a cabo a nivel interno del sistema, que quedan descritos con Diagramas de Secuencia Extendido. Estos se presentan en la Ilustración N°26, donde el usuario selecciona la asignatura y se genera el árbol de contenidos. Luego en la Ilustración N°27 se indica la forma en cómo se llevan a cabo los procesos al seleccionar contenido. Finalmente, en la Ilustración N°28 se indica la interacción que tiene el estudiante con el material teórico y práctico de la plataforma.

Ilustración 26: Diagrama de Secuencia Extendido al seleccionar asignatura.



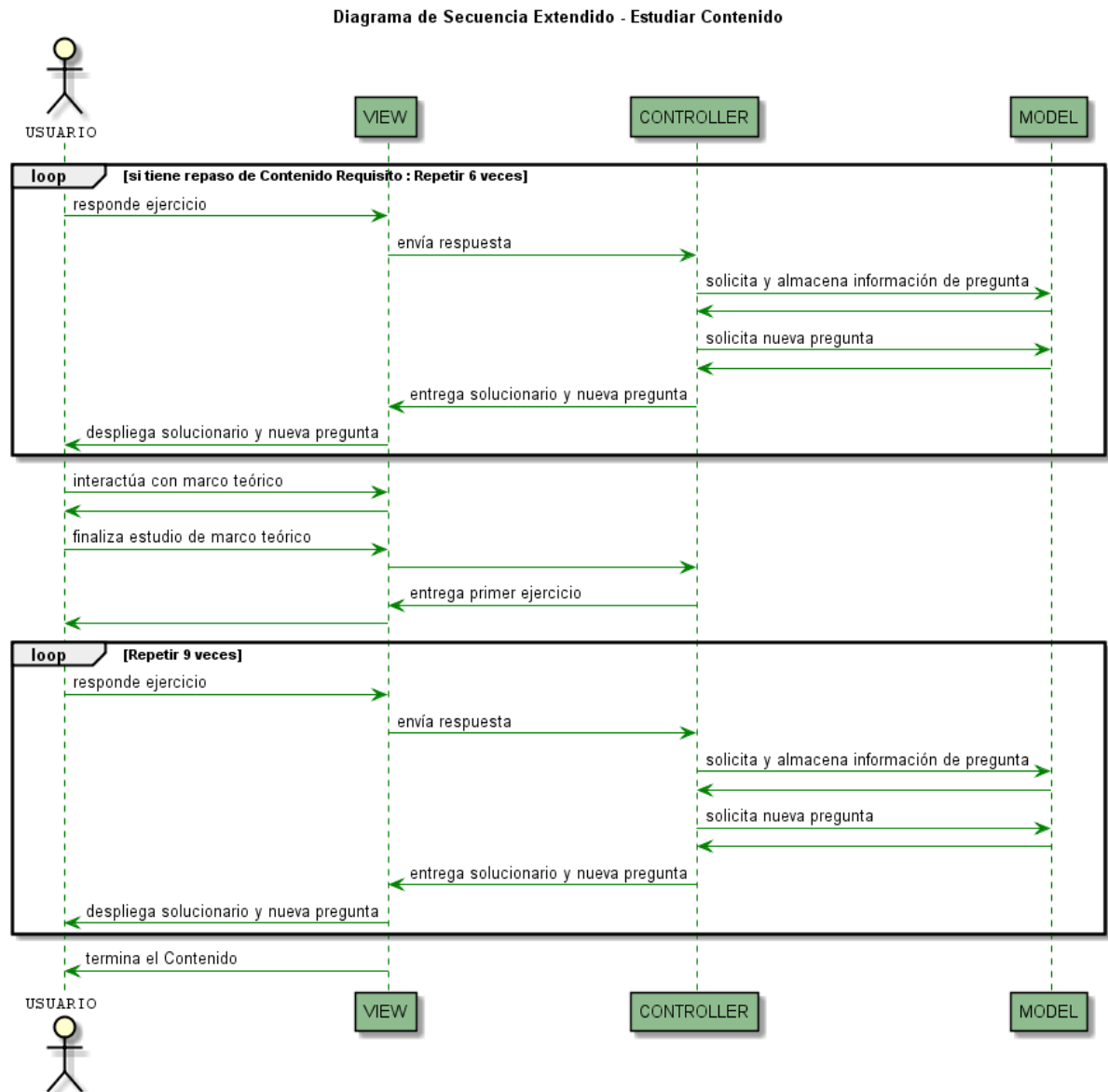
Fuente: Elaboración propia.

Ilustración 27: Diagrama de Secuencia Extendido al seleccionar contenido.



Fuente: Elaboración propia.

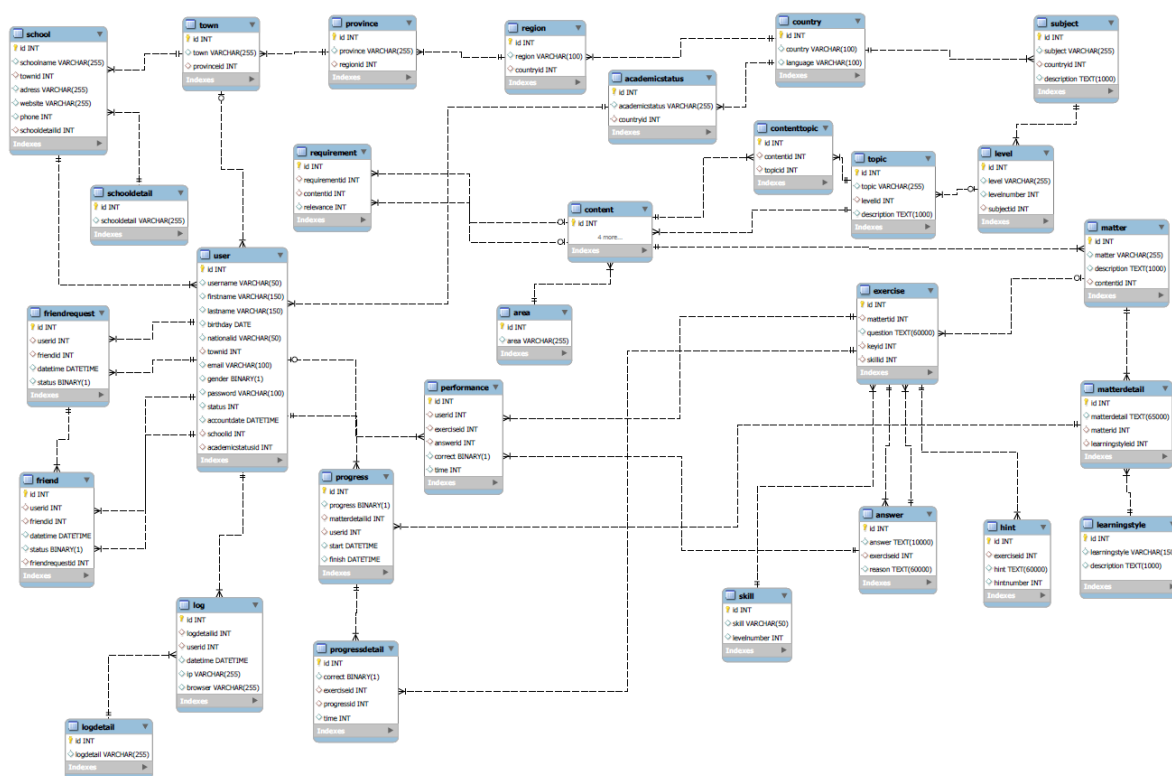
Ilustración 28: Diagrama de Secuencia Extendido de interacción con objetos de aprendizaje.



Fuente: Elaboración propia.

Todo el sistema descrito con los diagramas anteriores, está construido en base a un modelo de datos relacional que se detalla en la Ilustración N°29, dentro del cual se encuentran tablas importantes como *user*, *matter*, *content*, *requirement*, *exercise*, *performance*, *progress*, entre otras.

Ilustración 29: Modelo Entidad-Relación del Sistema.



Fuente: Software MySQL Workbench 6.3 CE.

## 10.1 Construcción de Prototipo

Las componentes tecnológicas utilizadas para la construcción del prototipo son:

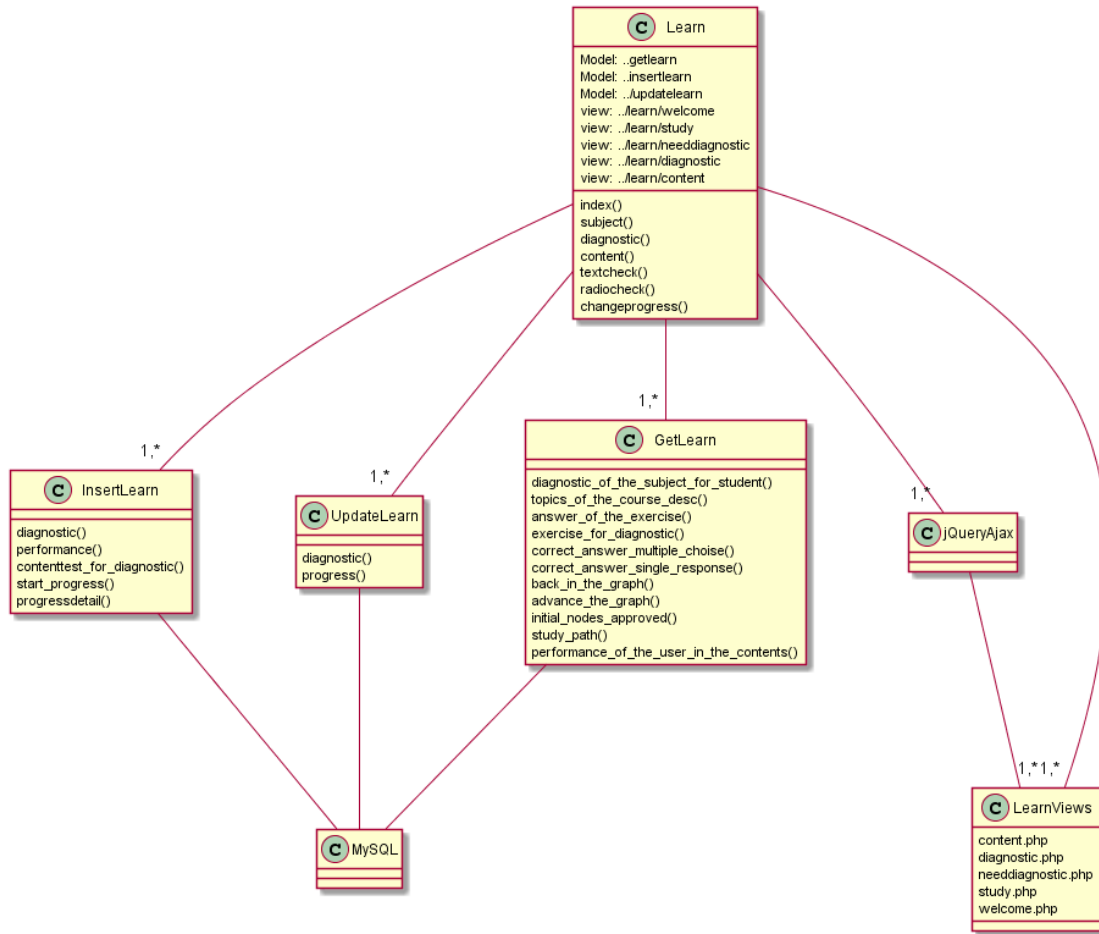
- Framework MVC PHP: Codeigniter.
- Framework GUI: Bootstrap y jQuery UI.
- Base de datos: MySQL.

Así también se utilizaron tres herramientas más para apoyar el desarrollo del prototipo:

1. Plantilla de administración *responsive* llamado Inspinia, de la empresa Webappplayers. Una plantilla para la programación de una aplicación facilita enormemente el proceso de desarrollo y diseño a la vez. Por lo que se utiliza una licencia de aplicación individual.
2. Editor de texto, llamado CKEditor, software libre, utilizado para dar transparencia a los profesores en su proceso de confección de material. Tiene una interfaz de creación de contenido similar a Microsoft Office Word.
3. Editor de ecuaciones como servicio web, del proveedor CodeCogs, utilizado para interpretar código Latex y retornar una imagen con la ecuación deseada. Es importante señalar que de forma gratuita permite generar 3 mil ecuaciones por hora. En caso de necesitar más, hay que cambiar al servicio de pago.

El prototipo se realizó principalmente en la fase de estudio de un alumno. La cual usa las clases que se muestran en la Ilustración N°30.

Ilustración 30: Diagrama de Clases de Prototipo.



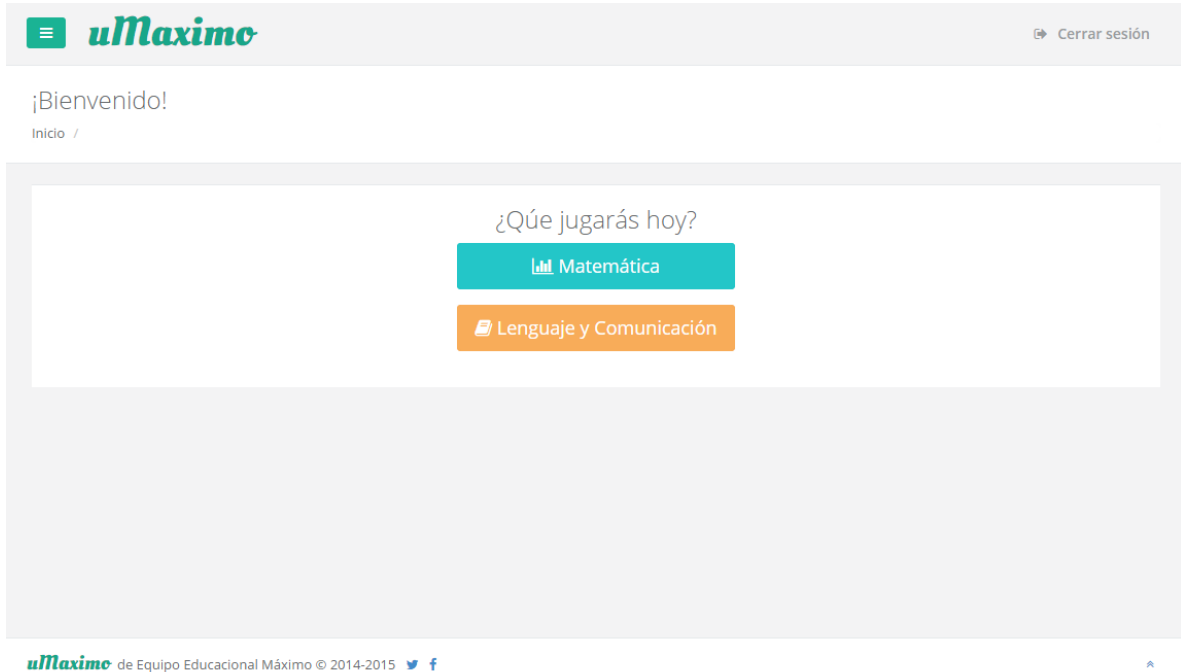
Fuente: Elaboración propia.

Mediante las interacciones vistas en la Ilustración N°30 se puede notar gráficamente la funcionalidad de un modelo MVC aplicado.

El prototipo se hace cargo de los casos de usos que están definidos en la Ilustración N°22, es decir permite, seleccionar asignatura, seleccionar contenido, ver marco teórico y hacer ejercicios. Las siguientes ilustraciones detallarán el trabajo realizado con todas las etapas donde el estudiante tiene interacción (31, 32, 33, 34 y 35).

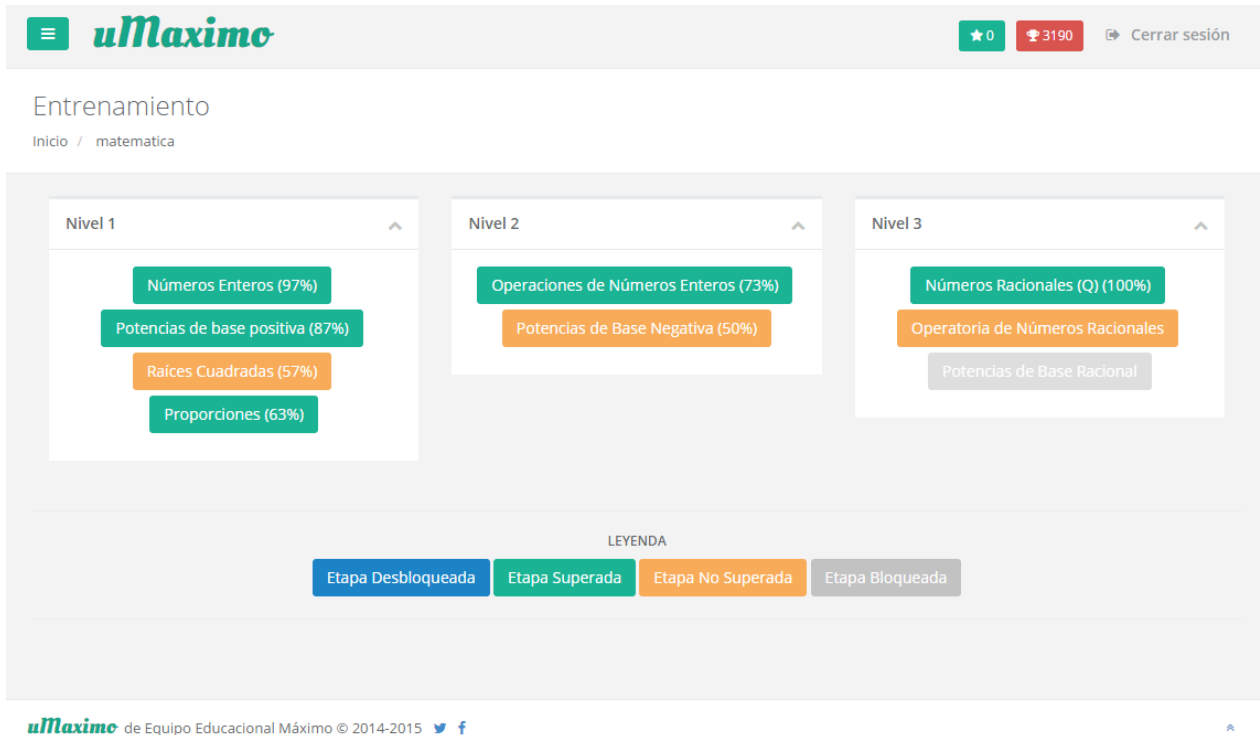


Ilustración 31: Caso de uso, seleccionar asignatura.



Fuente: umaximo.com.

Ilustración 32: Caso de uso, seleccionar contenido.



Fuente: umaximo.com

Ilustración 33: Caso de uso, ver marco teórico.

Contenidos

1. Definición de Números Enteros

2. Comparar y Ordenar Números Enteros

3. Suma de Enteros

4. Resta de Enteros

### Definición de Números Enteros

Los **enteros** son el conjunto de los números naturales, sus opuestos y el cero. Este conjunto es denotado por la letra  $\mathbb{Z}$ .

$$\mathbb{Z} = \{ \dots -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 \dots \}$$

El **opuesto**, o **inverso aditivo**, de un número está a la misma distancia del 0 en una recta numérica que el número original, pero del otro lado del 0. El cero es su propio opuesto.

Con los **números naturales** no era posible realizar diferencias donde el **minuendo** era menor que el que el **sustraendo**, pero en la vida nos encontramos con operaciones de este tipo donde a un número menor hay que restarle uno mayor, como por ejemplo la necesidad de representar el dinero adeudado, la temperatura bajo cero, profundidades con respecto al nivel del mar, etc.

Fuente: umaximo.com.

Ilustración 34: Caso de uso, hacer ejercicio.

Pregunta N°1 de 10

Inicio / Matemática / Desafío de Raíces Cuadradas

**Pregunta N°1**

En el vecindario están construyendo una plaza de juegos, donde los niños del barrio podrán jugar de lunes a viernes, el área del terreno es un poco más de 756 m<sup>2</sup>. Si se tuviera que construir un cuadrado con la misma área para la plaza, ¿Cuánto mediría una de sus aristas aproximadamente?.

A) 27.9 m<sup>2</sup>

B) 27.5 m<sup>2</sup>

C) 27 m<sup>2</sup>

TIEMPO

00:09

COMPROBAR RESPUESTA

QUIERO UNA PISTA

PUNTAJE EN JUEGO

+30

3250

Fuente: umaximo.com.

Es preciso señalar que cuando un estudiante selecciona por primera vez una asignatura se despliega una prueba de diagnóstico, tal como se refleja en la Ilustración N°35.

Ilustración 35: Prueba de diagnóstico de prototipo.

The screenshot shows the uMaximo interface. At the top left is the uMaximo logo with a menu icon. At the top right is a 'Cerrar sesión' button. Below the logo, it says 'Pregunta N°1 de 10' and 'Inicio / Matemática / Diagnóstico'. The main content area has a progress bar at the top with the text 'Completa la barra respondiendo todas las preguntas'. Below the progress bar, it says 'Pregunta N°1' and 'Resuelva la siguiente ecuación:  $1 + x = 3 + x$ '. There are three radio button options: 'A) 2', 'B) 3', and 'C) 4'. At the bottom of the question area, there are two buttons: 'Responder' (green) and 'Todavía no aprendo esto' (grey). At the bottom of the page, there is a footer with the uMaximo logo, 'de Equipo Educacional Máximo © 2014-2015', and social media icons for Twitter and Facebook.

Fuente: umaximo.com.

## 11 Desarrollo de la investigación

Una vez construido el prototipo y elaborados los objetos de aprendizaje, estos se implementaron con estudiantes secundarios de entre 14 y 15 años, correspondientes a cuatro cursos de primer año de Enseñanza Media de dos colegios de distintas comunas de la ciudad de Santiago de Chile. Dichos colegios poseen distinta dependencia económica, uno con dependencia completa de fondos públicos, y el otro un colegio privado y subvencionado parcialmente por el estado. El total de estudiantes que participaron del experimento alcanzó los 166. El experimento tiene por objetivo validar la efectividad y eficiencia del modelo desarrollado en los aprendizajes de los estudiantes con bajo rendimiento académico, comparándolo con el modelo conocido en la literatura con el nombre de Teoría de Respuesta al Ítem.

Se seleccionó la Teoría de Respuesta al Ítem debido que tiene numerosas aplicaciones en el ámbito de la evaluación del rendimiento académico, medición de competencias, y lo más utilizado, para la construcción de test. En el medio local e internacional, es posible encontrar una amplia gama de evaluaciones que utilizan esta teoría, como por ejemplo la Prueba de Selección Universitaria (PSU) en Chile [26], *Exame Nacional do Ensino Médio* (ENEM) en Brasil [24], *Test of English as a Foreign Language* (TOEFL) en Estados Unidos [25], entre otras.

Los estudiantes utilizaron durante dos meses el prototipo desarrollado para el aprendizaje de matemática (imágenes de su aplicación en el Anexo N°1).

Antes de comenzar a utilizar el prototipo, los estudiantes rindieron una prueba de diagnóstico para medir el nivel que presentaban en las unidades temáticas de Números, correspondientes a los cursos Séptimo Básico, Octavo Básico y Primero Medio de acuerdo al curriculum del Ministerio de Educación de Chile.

Finalmente, los estudiantes rindieron una segunda prueba después de utilizar el prototipo, similar a la primera donde se evaluaron los mismos contenidos, unidades y habilidades. Esto con el fin de medir el impacto que tuvo la utilización de la plataforma en los aprendizajes de los estudiantes. Dichas evaluaciones se encuentran en el Anexo N°3 y 4 respectivamente, donde se además se encuentra la tabla de especificación de cada ítem que constituyen las evaluaciones.

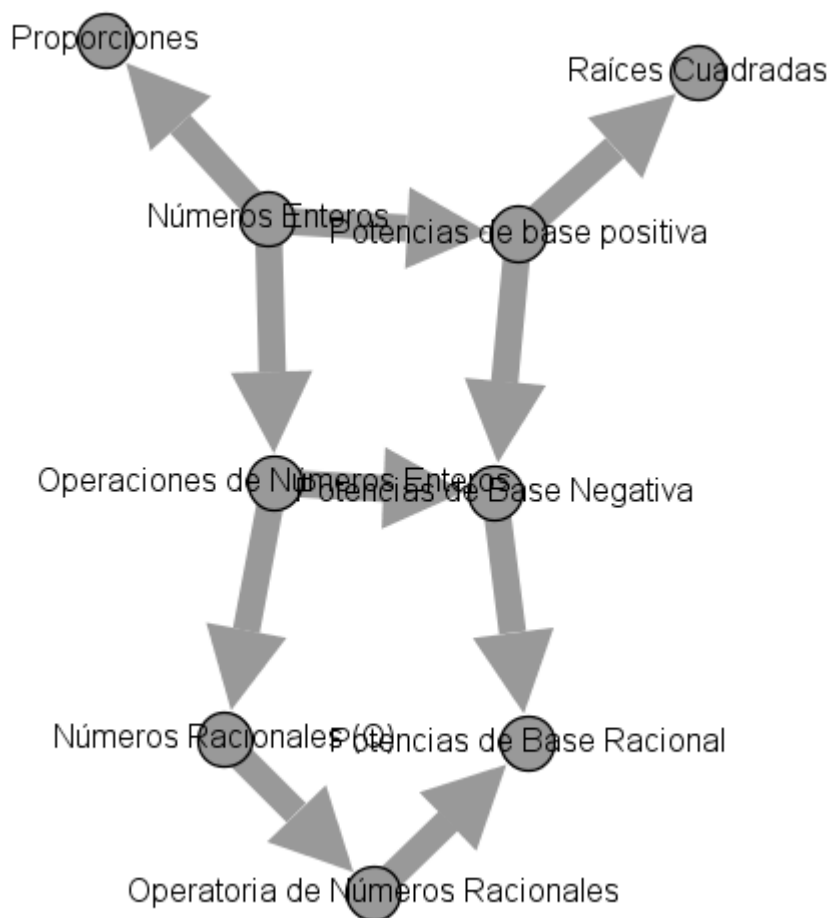
Los contenidos evaluados en el diagnóstico y disponibles en el prototipo son los siguientes:

- Séptimo Básico
  - Números enteros
    - Definición de Números Enteros
    - Comparar y Ordenar Números Enteros
    - Adición de Enteros
    - Diferencia de Enteros
  - Potencias de base positiva
    - Definición de Potencias
    - Propiedades de las Potencias
    - Notación Científica
  - Raíces Cuadradas
    - Definición de Raíces
    - Estimación de Raíces Cuadradas
  - Proporciones
    - Definición de Proporciones
    - Resolución de Proporciones

- Multiplicación y División de Razones
- Octavo Básico
  - Operaciones de Números Enteros
    - Concepto de Multiplicación
    - Algoritmo de Multiplicación
    - Concepto de División
    - Algoritmo de División
  - Potencias de Base Negativa
    - Potencias de Base Entera y Exponente Natural
    - Potencias de Base Fraccionaria y Exponente Natural
    - Propiedades de Potencias
    - Prioridad Operatoria
- Primero Medio
  - Números Racionales
    - Definición de Números Racionales
    - Transformación de Números Racionales
    - Comparación de Números Racionales
    - Aproximación de Números Racionales
  - Operatoria de Números Racionales
    - Adición y Sustracción de Números Racionales
    - Multiplicación de Números Racionales
    - División de Números Racionales
    - Propiedades de los Números Racionales
  - Potencias de Base Racional
    - Definición de potencias de un número racional
    - Propiedades de potencias de base racional y exponente entero
    - Ejercicios combinados con Números Racionales

Las unidades presentan pre-requisitos, por lo que los estudiantes estudian cada unidad según el gráfico de requisitos que se muestra en la Ilustración N°36.

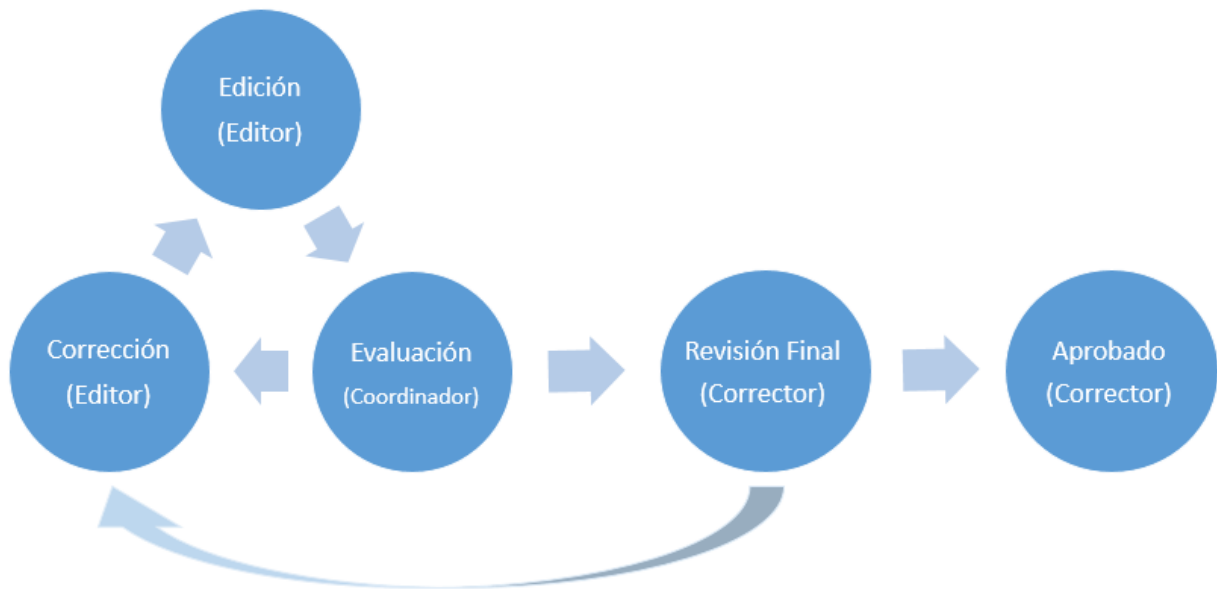
Ilustración 36: Pre-requisitos de unidades temáticas de Números para los niveles de Séptimo Básico, Octavo Básico y Primero Medio.



Fuente: Software Gephi Graph Visualization and Manipulation v3.

Cada uno de los ítems construidos, tanto por las evaluaciones, como para la plataforma utilizada para el experimento, fueron realizados bajo un ciclo de validación con criterio experto de manifiesto en la Ilustración N°37. Este consta de la elaboración del ítem por parte de un Editor de Matemática, la revisión del ítem por el Coordinador de Matemática, quién puede validar o hacer observaciones. Una vez se valide, lo revisa el Corrector Editorial quién puede hacer sus observaciones al Editor, para comenzar nuevamente el ciclo. Una vez que pasa todos los filtros, el ítem queda en estado Activo. Un ejemplo de parte del ciclo de validación, se encuentra en el Anexo N°2. Cada uno de los cargos, son asumidos por profesionales en la pedagogía y la matemática con distintos niveles de experticia según su jerarquía.

Ilustración 37: Ciclo de validación de ítems



Fuente: Elaboración propia.

## 11.1 Manejo de variables

Las variables independientes, aquellas que se controlaron en el experimento, son las siguientes:

- Utilización de modelo de aprendizaje de Matriz Habilidad-Dificultad, Teoría de Respuesta al Ítem, o ausencia de modelo de aprendizaje (provisión de ejercicios al azar). El objetivo es apreciar qué modelo tiene mayor efectividad en los aprendizajes de los estudiantes de bajo rendimiento respecto a un grupo de control que no utiliza ningún modelo de aprendizaje.
- Porcentaje de logro obtenido en prueba de diagnóstico inicial, lo que indica el nivel de conocimiento previo del estudiante al momento de comenzar el experimento. Esta variable puede tomar valores entre 0 y 100%. El objetivo es ver cómo afecta el uso de la plataforma en los aprendizajes, esto de forma diferenciada para aquellos estudiantes que tienen un nivel de conocimiento bajo, versus los que tienen un nivel de conocimiento más alto.
- Cantidad de horas de uso de la plataforma. Esta variable puede tomar valores pertenecientes a los números racionales positivos y el cero. El objetivo es ver cómo afecta el tiempo de uso de la plataforma en el aprendizaje de los estudiantes.
- Porcentaje de unidades aprobadas en la plataforma. Esta variable puede tomar valores entre 0 y 100%. El objetivo es ver cómo afecta el rendimiento de los estudiantes en la plataforma en el aprendizaje detectado con el diagnóstico.
- Porcentaje de unidades no aprobadas en la plataforma. Esta variable puede tomar valores entre 0 y 100%.
- Porcentaje de unidades no revisadas por el estudiante en la plataforma. Esta variable puede tomar valores entre 0 y 100%.

La variable dependiente del experimento trata de la diferencia entre el resultado del diagnóstico final tomado al término de la utilización del prototipo, y el diagnóstico inicial. Por tanto, la variable dependiente representa el nivel de progreso que ha tenido el alumno durante el uso de la plataforma. Los valores pueden ser cualquier número racional.

Las hipótesis sobre las variables independientes son:

- El modelo de aprendizaje Matriz Habilidad-Dificultad tiene mayor eficacia en el aprendizaje de los estudiantes, que la Teoría de Respuesta al Ítem.
- A menor nivel inicial de los estudiantes, mayor es el progreso obtenido.
- A mayor cantidad de horas de uso de la plataforma, mayor es el progreso obtenido.
- A mayor cantidad de unidades aprobadas en la plataforma, mayor es el progreso obtenido.
- A mayor cantidad de unidades no aprobadas en la plataforma, menor es el progreso obtenido.
- A mayor cantidad de unidades sin revisar en la plataforma, menor es el progreso obtenido.

## 11.2 Grados de manipulación de la variable independiente

La manipulación de las variables se realiza en tres modalidades, lo que implica que existen tres grupos en el experimento:

- Grupo 1: grupo que utiliza el modelo de Matriz Habilidad-Dificultad.
- Grupo 2: grupo que utiliza la Teoría de Respuesta al Ítem.
- Grupo 3: grupo de control, es decir, que no utiliza modelo de aprendizaje para la provisión de ejercicios, y los entrega al azar.

Cada grupo fue elegido aleatoriamente [19], donde posteriormente, y luego de obtener el diagnóstico inicial, se realizó una validación de homogeneidad de los grupos experimentales. Las características de los grupos experimentales se muestran en la Tabla N°6. Cabe señalar, que estos datos corresponden a los estudiantes que efectivamente fueron partícipes del estudio, según la sección subsiguiente, Control de validez interna, explica que los tamaños de las muestras disminuyeron debido a efectos de inasistencias de algunos estudiantes a la rendición de los diagnósticos.

Tabla 6: Características de los grupos experimentales.

Grupo Experimental	Promedio Diagnóstico	Tamaño Muestra
Grupo 1	26,59%	35
Grupo 2	26,92%	38
Grupo 3	26,13%	37

Fuente: Elaboración propia.



A continuación de dicha segmentación en grupos, se consideraron para el análisis solo a aquellos estudiantes de bajo rendimiento, que son clasificados como aquellos estudiantes que no comprenden operaciones ni conceptos básicos [26]. Los contenidos básicos para un estudiante de 14 a 15 años considerados para clasificar a un estudiante como de bajo rendimiento son:

- Definición de Números Enteros.
- Definición de Potencias.
- Definición de Proporciones.
- Definición de Raíces.
- Concepto de Multiplicación de Números Enteros.
- Concepto de División de Números Enteros.

### 11.3 Medición de efecto de las variables

En concordancia con el diseño experimental planteado en la presente tesis, la métrica más importante para determinar qué modelo tiene mayor eficacia en el aprendizaje de los estudiantes, es el nivel de progreso, que se calcula de la siguiente manera:

$$\text{Progreso} = \% \text{ Logro Diagnóstico Final} - \% \text{ Logro Diagnóstico Inicial}$$

Cabe señalar que el diagnóstico inicial se realiza con papel y lápiz, de forma presencial y en la sala de clases, antes de que comiencen a utilizar la plataforma. Mientras que el diagnóstico final, se realiza en las mismas condiciones, pero luego de dos meses de utilización de la plataforma.

Otras variables secundarias a tomar en cuenta a la hora de comparar los resultados de los modelos, son:

- Cantidad de unidades aprobadas por el estudiante en la plataforma.
- Tiempo efectivo de estudio en la plataforma.
- Variable socioeconómica calculada como el ingreso del grupo familiar, estimado a partir del nivel educacional de los padres de los estudiantes.
- Encuesta de satisfacción aplicada a los estudiantes en relación a su experiencia con la plataforma.

El promedio y tamaño de la muestra para los grupos experimentales que serán utilizados para el análisis estadístico sobre los estudiantes de bajo rendimiento se muestran en la Tabla N° 7.

Tabla 7: Características de los grupos experimentales de estudiantes de bajo rendimiento.

Grupo Experimental	Promedio Diagnóstico	Tamaño Muestra
Grupo 1	15,71%	16
Grupo 2	18,46%	20
Grupo 3	19,46%	22

Fuente: Elaboración propia.

## **11.4 Control de validez interna**

Los datos que se consideraron en el estudio fueron los obtenidos de aquellos estudiantes que realizaron ambas pruebas de diagnóstico, tanto la inicial como la final, lo que corresponde a 110 estudiantes de un total de 166. Es decir, aquellos estudiantes que sí utilizaron la plataforma, pero no rindieron ambos diagnósticos o sólo uno de ellos, quedaron fuera del estudio (56 estudiantes). Esto se debe a la inasistencia de estudiantes al colegio los días en que se tomaron las pruebas de diagnóstico. En especial, el diagnóstico final que tuvo lugar en fechas cercanas al último día de clases del segundo semestre, periodo en que la asistencia baja considerablemente. Por otra parte, el análisis principal se realizó con los estudiantes de bajo rendimiento exclusivamente, lo que corresponde a 58 de los 110 estudiantes.

Los contenidos que estudiaron los alumnos durante el experimento, pertenecen al eje temático de Números, eje que el colegio, avalado por lo que dicta el curriculum del Ministerio de Educación de Chile, enseña a inicios del primer semestre escolar, con una duración aproximada de medio semestre. Esto permitió que, al implementar el experimento en la segunda mitad del segundo semestre, el profesor no estuvo enseñando contenidos similares a los que los alumnos reforzaron o aprendieron con la plataforma. Esto evitó que existan fuentes de invalidación externas del experimento, como, por ejemplo, afirmar que los estudiantes lograron buenos resultados porque su profesor enseñó en clases, previa o paralelamente, los mismos contenidos.

Además, para eliminar las fuentes de invalidación internas, las pruebas de diagnóstico inicial y final, evaluaron las mismas habilidades, con la misma dificultad y los mismos contenidos, pero las preguntas de cada prueba son levemente distintas. Por lo tanto, las pruebas son equivalentes, y se evita que la aplicación del diagnóstico inicial afecte en alguna medida los resultados del diagnóstico final. Como, por ejemplo, evitar que los estudiantes memoricen las preguntas y/o respuestas.

## **11.5 Validez externa de la situación experimental**

Debido a las características del estudio, el experimento y los resultados que se obtuvieron de él, son totalmente aplicables al resto de los cursos de los colegios bajo experimento, así como también otros colegios que impartan cursos de nivel secundario de las comunas seleccionadas. Sin embargo, para generalizar la experiencia en la ciudad de Santiago de Chile, o a nivel nacional, es necesario contar con una muestra más grande de colegios y estudiantes.

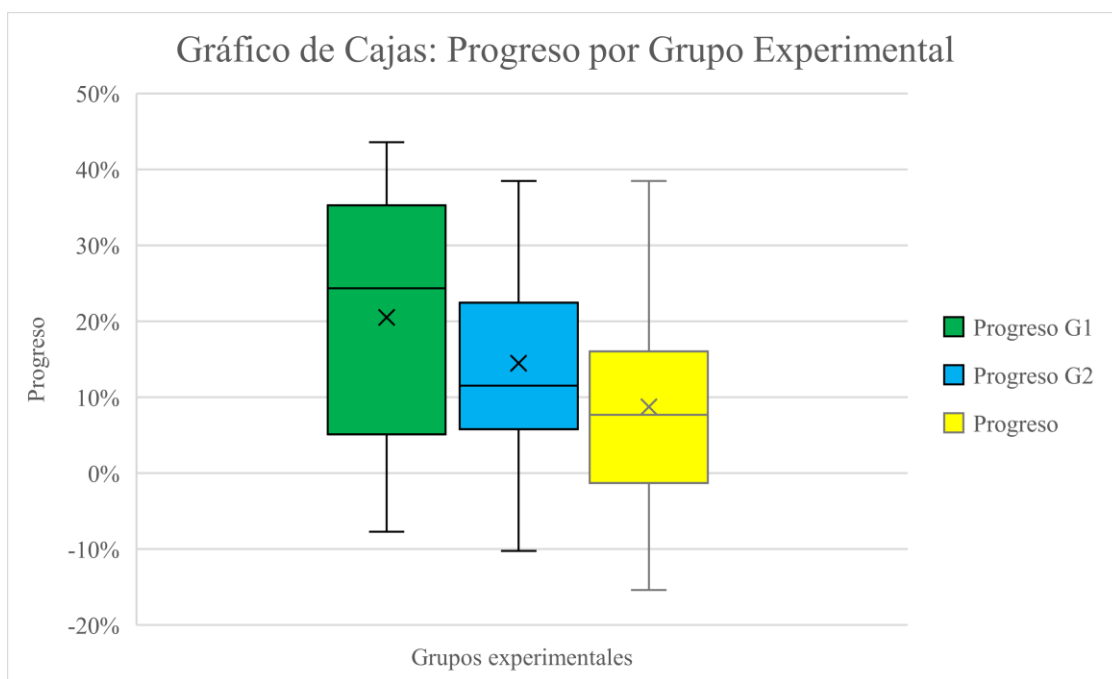
Se tuvo la precaución de no transmitir a los estudiantes que están siendo objeto de una investigación en educación, para evitar los efectos reactivos que esto puede tener en los resultados, de modo que ellos actúen de forma normal haciendo uso de la plataforma prototipo. Además, es importante aclarar dos cosas respecto a los individuos que participaron en el experimento: primero, ningún estudiante tiene dificultades cognitivas severas tal que no le permitan adquirir conocimiento y estudiar por cuenta propia; segundo, los estudiantes son nativos digitales, por lo que todos poseen conocimientos en computación, navegación por internet y en particular, están capacitados para utilizar la plataforma.

Los colegios que participaron en el análisis tienen las condiciones tecnológicas para la aplicación del experimento, es decir, escritorios y computadores con conexión a internet para cada alumno.

## 12 Resultados de la investigación

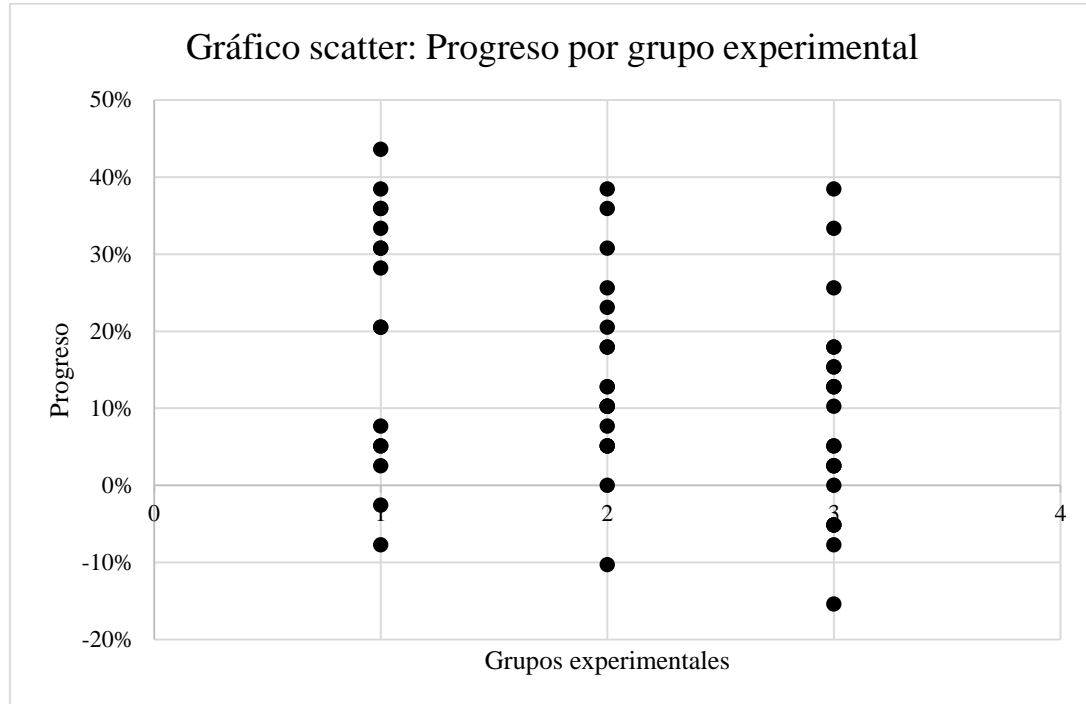
El prototipo de la plataforma se aplicó en dos colegios de la Región Metropolitana de Chile, los cuales fueron segmentados aleatoriamente en tres grupos, los dos primeros grupos utilizaron modelos de aprendizajes distintos y el tercer grupo utilizó el azar para la provisión de ejercicios. Los resultados del progreso observado en los aprendizajes de cada grupo experimental, se comparan gráficamente en el Gráfico N°7 y N°8, donde en el primero es posible ver los cuartiles y valores mínimos y máximos, mientras que en el segundo se distinguen los distintos valores del progreso obtenido por los estudiantes de cada grupo.

Gráfico 7: Gráfico de cajas en progreso por grupo experimental.



Fuente: Excel 2016.

Gráfico 8: Gráfico scatter de progreso por grupo experimental.



Fuente: Excel 2016.

Los resultados generales de la Tabla N°8, muestran el progreso promedio por grupo experimental. Éste indica numéricamente que el modelo que experimentó mayor progreso promedio en los resultados de los estudiantes de bajo rendimiento fue el modelo Matriz Habilidad-Dificultad desarrollado en esta tesis, superando por 0,98% a la Teoría de Respuesta al Ítem, y superando por 3,58% al grupo de control. Más información acerca de los resultados del experimento por grupo experimental se encuentra en el Anexo N°5.

Tabla 8: Resultados generales del experimento.

Grupo Experimental	Modelo de Aprendizaje	Progreso	
		Promedio	Desviación Estándar
Grupo 1	Matriz Habilidad-Dificultad	20,51%	16,43%
Grupo 2	Teoría de Respuesta al Ítem	14,49%	12,06%
Grupo 3	Ninguno	8,74%	13,33%

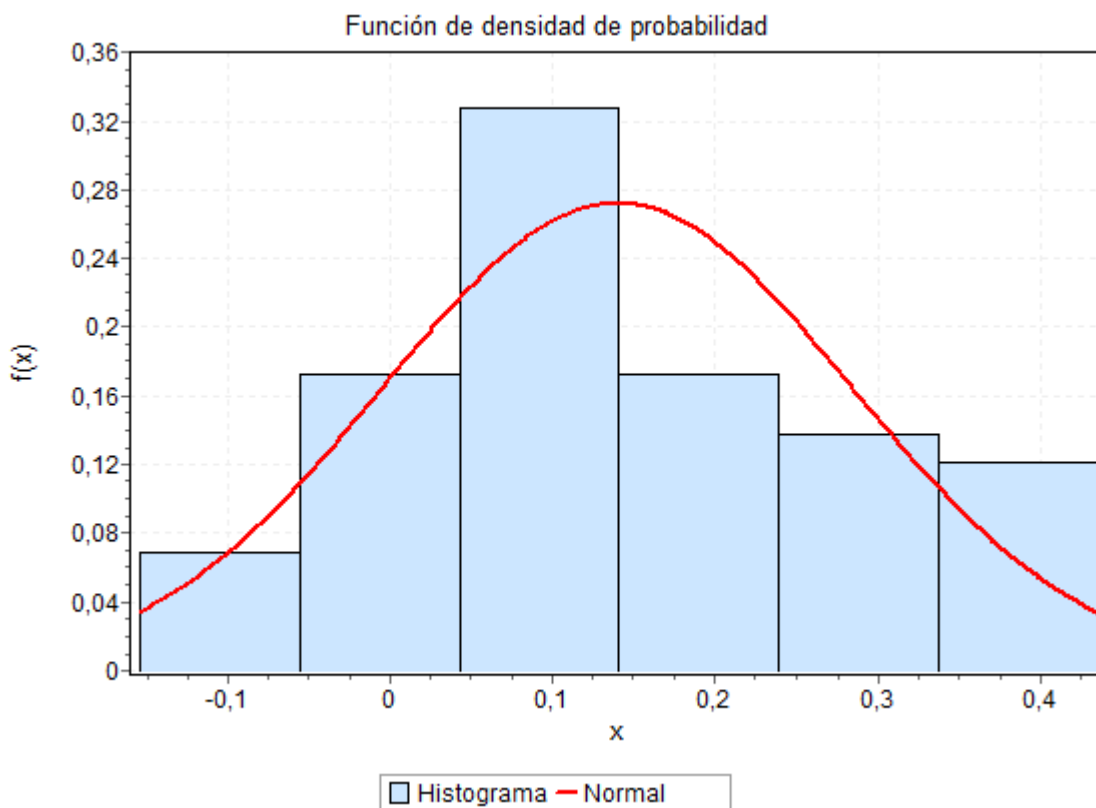
Fuente: Elaboración propia.

## 12.1 Test de hipótesis

Para verificar que los resultados del experimento sean estadísticamente significativos, se aplica un test de hipótesis para comparar medias de dos poblaciones normales independientes, en particular el caso de varianzas desconocidas y no necesariamente iguales, más conocido como Test de Welch [20].

Cabe señalar, que los datos obtenidos de la variable “progreso” de todos los estudiantes distribuyen normal con  $\mu=0,1397$  y  $\sigma=0,1441$  como lo indica el Gráfico N°9.

Gráfico 9: Histograma de la variable “Progreso” y curva de distribución normal.



Fuente: Software EasyFit 5.5.

La bondad de ajuste de la distribución normal a los datos según los estadísticos Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling y Chi-cuadrado se muestra en la Tabla N°8, a través del cual se confirma estadísticamente que la distribución de los datos es normal para diferentes niveles de confianza, incluso para el más exigente de 99% de confianza. Se obtiene similar resultado en cada una de las muestras de los grupos, donde se puede observar el histograma con la distribución normal y sus respectivas bondades de ajuste en el Anexo N°6.

Tabla 9: Bondad de ajuste de la distribución normal a los datos de la variable “Progreso”.

Bondad de ajuste - Detalles [ocultar]					
<b>Normal</b> [#27]					
Kolmogorov-Smirnov					
Tamaño de la muestra	58				
Estadística	0,10075				
Valor P	0,56364				
Rango	20				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Valor crítico	0,13801	0,15771	0,17519	0,1959	0,21019
Rechazar?	No	No	No	No	No
Anderson-Darling					
Tamaño de la muestra	58				
Estadística	0,5887				
Rango	21				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Valor crítico	1,3749	1,9286	2,5018	3,2892	3,9074
Rechazar?	No	No	No	No	No
Chi-cuadrado					
Grados de libertad	5				
Estadística	4,5218				
Valor P	0,47697				
Rango	21				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Valor crítico	7,2893	9,2364	11,07	13,388	15,086
Rechazar?	No	No	No	No	No

Fuente: Software EasyFit 5.5.

A continuación, se aplica el Test de Welch, comparando las medias de la métrica Progreso para el grupo 1, correspondiente al modelo de aprendizaje desarrollado en esta tesis, y el grupo 2, correspondiente a la Teoría de Respuesta al Ítem. La hipótesis nula y alternativa es, respectivamente:

- $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ ; No existe una diferencia significativa en el nivel de progreso en los aprendizajes de estudiantes de bajo rendimiento que utilizan el modelo Matriz Habilidad-Dificultad en la plataforma, versus los estudiantes de bajo rendimiento que utilizan la Teoría de Respuesta al Ítem.
- $H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$ ; Existe una diferencia significativa en el nivel de progreso en los aprendizajes de estudiantes de bajo rendimiento que utilizan modelo Matriz Habilidad-Dificultad en la plataforma, versus los estudiantes de bajo rendimiento que utilizan la Teoría de Respuesta al Ítem.

Donde:

- $\mu_1$ : Media de la variable “Progreso” del grupo 1.
- $\mu_2$ : Media de la variable “Progreso” del grupo 2.

Luego, los resultados de la aplicación del estadístico t con 95% de confianza para las muestras suponiendo varianzas desiguales se presentan en la Tabla N°10.

Tabla 10: Prueba t con 95% de confianza para muestras del grupo 1 y 2 suponiendo varianzas desiguales.

	<i>Progreso G1</i>	<i>Progreso G2</i>
Media	0,205128205	0,144871795
Varianza	0,026999781	0,014552407
Observaciones	16	20
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	27	
Estadístico t	1,226125994	
P(T<=t) una cola	0,115369005	
Valor crítico de t (una cola)	1,703288446	
P(T<=t) dos colas	0,23073801	
Valor crítico de t (dos colas)	2,051830516	

Fuente: Software Microsoft Office Excel 2016.

El estadístico t es menor al valor crítico de t (una cola) según los resultados presentes en la Tabla N°10, por lo que el valor no está en la zona de rechazo de la hipótesis nula. Se concluye entonces que con los datos analizados no es posible rechazar la hipótesis nula, es decir, no se puede afirmar la inexistencia de una diferencia significativa en la eficacia de los modelos Matriz Habilidad-Dificultad y Teoría de Respuesta al Ítem. Por otra parte, el intervalo de confianza es de 8,37% a un nivel de confianza de un 95%. Este resultado tampoco permite rechazar la hipótesis nula, debido a que la diferencia observada entre ambos grupos es de 6,03%. Sin embargo, cabe hacer notar que es posible rechazar la hipótesis nula del test de hipótesis con un nivel de significancia de 11,54% (nivel de confianza de 88,46%).

El resultado del test de hipótesis se debe principalmente a tres factores: tamaño y varianza de las muestras, y tiempo de aplicación del experimento. Estos tres factores hacen que la probabilidad  $\beta$  de estar en un Error tipo II sea de 47,61% (calculado en Anexo N°7), valor muy alto, por tanto, se estaría aceptando la hipótesis nula mientras que probablemente la hipótesis alternativa sea cierta [21]. Debido a esto se debe aumentar lo suficiente el tamaño de la muestra para detectar una diferencia significativa estadísticamente, disminuir la varianza de los datos, y por consiguiente incrementar la potencia de la prueba experimental, que se calcula como  $1-\beta$ , buscando hacer tender a cero la probabilidad  $\beta$ .

Una muestra adecuada para captar una diferencia significativa estadísticamente, se puede obtener considerando la población total de estudiantes niños y jóvenes de primer año de enseñanza media de la Región Metropolitana de Chile, la cual, según los datos del Centro de Estudios del Ministerio de Educación asciende a 63.358 alumnos aproximadamente. Por lo tanto, con un nivel de significancia del 5% para una distribución normal de los datos, el tamaño de la muestra para estimar

las medias debería ser de al menos 2.481 estudiantes de distintos colegios de la Región Metropolitana [22].

Tal tamaño de muestra requiere de una amplia red de contactos para implementar el prototipo en 20 colegios aproximadamente, esto indiscutiblemente con el consentimiento del director o directora, jefe de unidad técnica pedagógica y el profesor o profesora de matemática. Por lo que su aplicabilidad requerirá contar con un sponsor que tenga suficiente poder sobre una red de colegios para llevar a cabo con éxito el experimento, y superar las resistencias naturales de una innovación en un centro educacional.

Es necesario señalar que, si bien el experimento fue previsto con la participación de 166 estudiantes en total, finalmente los resultados en estudio sólo consideran 110 de ellos, debido a la inasistencia a clases en días de aplicación de diagnóstico. Por lo que la muestra inicial considerada se redujo a un 66.3%. Este factor es altamente relevante a considerar para la cantidad de colegios que se deben seleccionar para un estudio de estas características.

Otro factor que permitiría visualizar una diferencia significativa estadísticamente entre las muestras, es el tiempo de aplicación del experimento dada su naturaleza. El aprendizaje conlleva un proceso a través del cual se adquieren o modifican habilidades, destrezas, conocimientos, conductas o valores como resultado del estudio, por tanto, en la medida de que los individuos en estudio estén una mayor cantidad de tiempo estudiando, entonces, es altamente probable que ellos adquieran mayores aprendizajes. En el caso particular del experimento de esta tesis, los estudiantes utilizaron la plataforma en 8 sesiones de 90 minutos, esto en un periodo total de dos meses.

Por otra parte, se sigue un procedimiento similar para verificar si existe una diferencia estadísticamente significativa de los resultados del grupo 1 respecto al grupo 3, el grupo de control. La hipótesis nula y alternativa para este análisis es:

- $H_0: \mu_1 - \mu_3 = 0$ ; No existe una diferencia significativa en el nivel de progreso en los aprendizajes de estudiantes que utilizan el modelo Matriz Habilidad-Dificultad en la plataforma, versus los estudiantes que no utilizan modelo de aprendizaje.
- $H_1: \mu_1 - \mu_3 > 0$ ; Existe una diferencia significativa en el nivel de progreso en los aprendizajes de estudiantes que utilizan modelo Matriz Habilidad-Dificultad en la plataforma, versus los estudiantes que no utilizan modelo de aprendizaje.

Donde:

- $\mu_3$ : Media de la variable “Progreso” del grupo 3.

Luego, los resultados de la aplicación del estadístico t para las muestras suponiendo varianzas desiguales se muestran en la Tabla N°11.



Tabla 11: Prueba t con 95% de confianza para muestra del grupo 1 y 3 suponiendo varianzas desiguales.

	<i>Progreso G1</i>	<i>Progreso G3</i>
Media	0,205128205	0,087412587
Varianza	0,026999781	0,017761441
Observaciones	16	22
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	28	
Estadístico t	2,356753083	
P(T<=t) una cola	0,012831471	
Valor crítico de t (una cola)	1,701130934	
P(T<=t) dos colas	0,025662942	
Valor crítico de t (dos colas)	2,048407142	

Fuente: Software Microsoft Office Excel 2016.

El estadístico t es mayor al valor crítico de t (una cola) según los resultados presentes en la Tabla N°11, por lo que el valor está en la zona de rechazo de la hipótesis nula. Se concluye entonces, a diferencia del test anterior, que con los datos analizados sí es posible rechazar la hipótesis nula, es decir, se puede afirmar la existencia de una diferencia significativa en la eficacia de los modelos Matriz Habilidad-Dificultad y el caso base con una distribución de ejercicios al azar. Por otra parte, el intervalo de confianza es de 8,50% a un nivel de confianza de un 95%. Este resultado también permite rechazar la hipótesis nula, debido a que la diferencia observada entre ambos grupos es de 11,77%.

## 12.2 Matriz de Correlación

Una manera práctica de medir el grado de relación entre variables, es a través de la correlación muestral, que mide la fuerza y dirección de una relación lineal entre dos variables aleatorias cuantitativas [20].

Las variables que se miden en la matriz de correlación son:

1. Progreso: diferencia en el porcentaje de logro obtenido por los estudiantes en la prueba diagnóstico final menos el resultado del diagnóstico inicial.
2. % Aprobados: porcentaje de unidades temáticas aprobadas por el estudiante en la plataforma (puntuación mayor o igual a 60).
3. % No aprobados: porcentaje de unidades temáticas reprobadas por el estudiante en la plataforma (puntuación menor a 60).
4. % No intentos: porcentaje de unidades temáticas que el estudiante nunca estudió en la plataforma.
5. Tiempo: tiempo de estudio efectivo en la plataforma por parte de los estudiantes.
6. Punto inicial: porcentaje de logro obtenido por los estudiantes en el diagnóstico inicial. Representa el nivel cognitivo o base conceptual que tienen los estudiantes.
7. Nivel socioeconómico: ingreso familiar estimado a partir del nivel educacional de los padres de los estudiantes.

Los resultados de la matriz de correlación por cada muestra de los grupos experimentales se muestran en la Tabla N°12, N°13 y N°14. A partir de los resultados más importantes y su posterior análisis se desprende lo siguiente:

- Analizando las variables punto inicial y progreso, es posible observar que los estudiantes pertenecientes al grupo experimental 1 y 2, y que obtuvieron un resultado en el diagnóstico inicial bajo, tienen fuerte tendencia a presentar mayores progresos en sus aprendizajes. En consecuencia, se concluye que el modelo Matriz Habilidad-Dificultad y la Teoría de Respuesta al Ítem están correlacionados estadísticamente con la nivelación cognitiva de los estudiantes. Este resultado es clave para que la plataforma desarrollada con un algoritmo personalizado sea un aporte significativo al proyecto educativo de los colegios. Esto se debe a que, naturalmente, en una misma aula es posible encontrar estudiantes con distintos niveles educativos, lo cual genera que aquellos alumnos con vacíos de aprendizajes tengan un desempeño académico muy por debajo de lo aceptable para su nivel. Si esos vacíos no son corregidos, el mal desempeño académico se agudiza en el tiempo, debido a que no pueden seguir adquiriendo conocimientos sólidos en nuevos contenidos por ser éstos acumulativos en etapa escolar. Por lo tanto, el apoyo pedagógico que ofrece el modelo de aprendizaje desarrollado en esta tesis u otros presentes en la literatura, incorporados en una plataforma tecnológica, otorgan enormes posibilidades de mejora en el trabajo de los educadores en aula, logrando tener estudiantes con los conocimientos base para su nivel, y de esta forma los profesores puedan efectuar clases más efectivas, alcanzando el entendimiento de los contenidos por una mayor cantidad de estudiantes del aula.
- Analizando las variables porcentaje de aprobación y tiempo, es posible observar en el grupo experimental 2, que una mayor cantidad de unidades aprobadas en la plataforma, está fuertemente correlacionada a una mayor dedicación de tiempo en la plataforma que aquellos del grupo experimental 1. Razón por la cual es posible concluir que los estudiantes que aprobaron más unidades tardaron más en hacerlo con la Teoría de Respuesta al Ítem que con el modelo desarrollado en esta tesis. Esto tiene lógica bajo la premisa de la construcción del modelo Matriz Habilidad-Dificultad, que selecciona ejercicios que permitan desarrollar paulatinamente habilidades cognitivas sobre los contenidos, con un orden pedagógico en base a la Taxonomía de Bloom. Mientras que la Teoría de Respuesta al Ítem selecciona preguntas a partir del nivel de dificultad de la pregunta, sumado al nivel de discriminación y probabilidad de acertar al azar. Por lo tanto, no toma en cuenta variables pedagógicas, sino que exclusivamente estadísticas.
- Analizando las variables porcentaje de aprobación y punto inicial, es posible observar que en el grupo experimental 1 existe una fuerte correlación estadística a que un mayor nivel inicial de los estudiantes se relaciona con una mayor cantidad de unidades aprobadas en la plataforma. En consecuencia, los estudiantes con mayores conocimientos y habilidades tienen mayor facilidad para cumplir con las exigencias de la plataforma. Esto que parece lógico no se observa en los otros dos modelos.
- Analizando las variables de progreso y tiempo, es posible observar que en el grupo experimental 1 existe una tendencia media a que un mayor progreso está correlacionado con menor tiempo de dedicación a la plataforma. Mientras que para el grupo experimental 2 y 3 no hay correlación entre estas variables. En conclusión, aquellos estudiantes del grupo 1 que lograron mayor éxito en sus aprendizajes necesitaron menor cantidad de tiempo en la plataforma. Esto habla de la efectividad que tiene el modelo Matriz Habilidad-Dificultad por sobre los otros modelos, debido a que con menor tiempo se logran mayores progresos en los estudiantes.

- Analizando la variable porcentaje de unidades no aprobadas y tiempo, es posible observar en los grupos experimentales 2 y 3 que una mayor cantidad de unidades no aprobadas está moderadamente correlacionada levemente con una menor cantidad de tiempo dedicada a la plataforma, razón por la cual, es posible inferir que es altamente recomendable apoyar de forma focalizada a aquellos alumnos que están percibiendo menor éxito en su desempeño en la plataforma. Esto con el fin de que a través de la plataforma logren cierto grado de independencia en su aprendizaje y desarrollen la capacidad de autoestudio, puesto que los resultados reflejan deserción cuando existen altos índices de reprobación de unidades. Cabe señalar que para el caso del grupo experimental 1 no existe correlación entre estas variables.
- Analizando la variable del nivel socioeconómico y el porcentaje de aprobación, es posible observar una fuerte correlación positiva en el grupo experimental 2, es decir, que los estudiantes con padres con mejores niveles educacionales poseen un mayor rendimiento en la plataforma, traducido a una mayor cantidad de unidades aprobadas, lo que denota mayor interés ante el estudio y la plataforma por alumnos en mejor condición económica. En la misma línea, analizando la variable del nivel socioeconómico con el progreso en los aprendizajes, existe correlación leve, lo que habla de que el modelo IRT resulta una herramienta que estimulan la segregación. Por otra parte, en los grupos 1 y 3, no se observa correlación entre el porcentaje de aprobación y tiempo, ni progreso y tiempo, debido a que la dispersión de las variables es muy alta, lo que no constituye una herramienta segregadora.

Tabla 12: Matriz de correlación del grupo experimental 1.

	<i>PROGRESO</i>	<i>% APROBADOS</i>	<i>% NO APROBADOS</i>	<i>% NO INTENTOS</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO INICIAL</i>	<i>NIVEL SOCIOECONÓMICO</i>
PROGRESO	1,00						
% APROBADOS	-0,05	1,00					
% NO APROBADOS	-0,18	-0,27	1,00				
% NO INTENTOS	0,11	-0,95	-0,06	1,00			
TIEMPO	-0,40	0,38	0,02	-0,40	1,00		
PUNTO INICIAL	-0,44	0,49	-0,41	-0,37	0,12	1,00	
NIVEL SOCIOECONÓMICO	0,04	0,35	-0,30	-0,26	-0,05	0,13	1,00

Fuente: Software Microsoft Office Excel.

Tabla 13: Matriz de correlación del grupo experimental 2.

	<i>PROGRESO</i>	<i>% APROBADOS</i>	<i>% NO APROBADOS</i>	<i>% NO INTENTOS</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO INICIAL</i>	<i>NIVEL SOCIOECONÓMICO</i>
PROGRESO	1,00						
% APROBADOS	-0,04	1,00					
% NO APROBADOS	-0,03	-0,25	1,00				
% NO INTENTOS	0,05	-0,95	-0,08	1,00			
TIEMPO	0,00	0,68	-0,19	-0,64	1,00		
PUNTO INICIAL	-0,54	0,10	-0,12	-0,06	-0,18	1,00	
NIVEL SOCIOECONÓMICO	-0,21	0,53	0,00	-0,54	0,23	0,24	1,00

Fuente: Software Microsoft Office Excel.

Tabla 14: Matriz de correlación del grupo experimental 3.

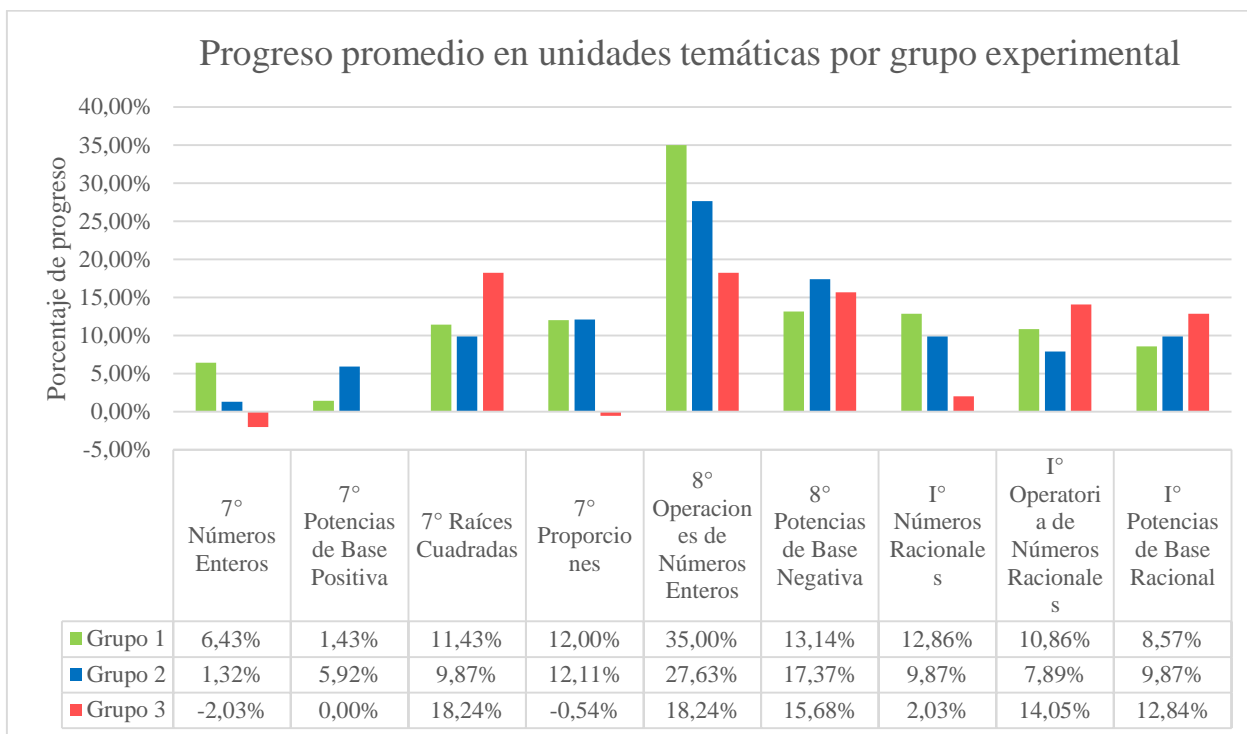
	<i>PROGRESO</i>	<i>% APROBADOS</i>	<i>% NO APROBADOS</i>	<i>% NO INTENTOS</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO INICIAL</i>	<i>NIVEL SOCIOECONÓMICO</i>
PROGRESO	1,00						
% APROBADOS	0,28	1,00					
% NO APROBADOS	-0,27	-0,36	1,00				
% NO INTENTOS	-0,22	-0,96	0,10	1,00			
TIEMPO	0,00	0,67	-0,14	-0,68	1,00		
PUNTO INICIAL	-0,42	0,12	-0,22	-0,07	0,30	1,00	
NIVEL SOCIOECONÓMICO	-0,12	0,29	0,04	-0,32	0,19	0,03	1,00

Fuente: Software Microsoft Office Excel.

### 12.3 Cobertura curricular

Los resultados del progreso observado en la cobertura curricular de cada grupo experimental por unidad temática que se utilizó en la plataforma para el experimento, se pueden apreciar en el Gráfico N°10. A partir del gráfico se puede observar un amplio progreso en la cobertura curricular de las unidades de octavo básico y primero medio, mientras que en las unidades de séptimo básico no se observan notorios avances. Este resultado es esperable debido a que los estudiantes de primero medio tienen internalizado en mayor medida los contenidos de séptimo básico, pues han tenido mayor tiempo de maduración. A pesar de esto, es preciso señalar que, de las unidades de séptimo, la que presenta mayores progresos es la unidad de Raíces Cuadradas. Esto se debe a que esa unidad no ha sido enseñada por los profesores en ningún curso de los que se experimentó, por esta razón, los estudiantes aprendieron los contenidos de Raíces Cuadradas exclusivamente con la plataforma. Debido a esto es que dicha unidad, es la unidad de séptimo básico que obtuvo mayores progresos en los aprendizajes, pues el resto de las unidades se trató de un reforzamiento.

Gráfico 10: Progreso promedio en unidades temáticas por grupo experimental.



Fuente: Elaboración propia.

Respecto a la comparativa de los grupos, se observa que existe una gran aleatoriedad en los progresos del grupo 3, donde hay unidades que lograron un gran progreso, mientras que en otras fue nulo. Este resultado es bastante esperado debido a las características del algoritmo de provisión de ejercicios del grupo, donde se utilizó una función de selección al azar de ejercicios de unidad. Por otra parte, comparando el grupo 1 y 2, en 5 unidades de las unidades se observar mayores progresos del grupo 1. En otras 3 unidades se observa mayores progresos del grupo 2, mientras que en 1 unidad no se observa diferencia significativa entre ambos grupos. En consecuencia, lo observado en el Gráfico N°10 reafirma el resultado general del progreso promedio de los grupos de la Tabla N°7, siendo otro argumento empírico para demostrar la efectividad del modelo de aprendizaje desarrollado en esta tesis.

## 12.4 Desarrollo de habilidades

Habitualmente en las instituciones educativas, es posible observar que existe una fuerte tendencia en el entrenamiento de la habilidad cognitiva de aplicación, sobre todo en las asignaturas de ciencias exactas. Esta situación explica que en el Gráfico N°11 los progresos en esa habilidad sean notoriamente distintos a los que se observan en el resto de las habilidades. En general, para la habilidad de aplicación, los progresos son casi nulos. Lo que habla de que es una habilidad que ha sido fuertemente desarrollada por los estudiantes a lo largo de su trayectoria estudiantil para la asignatura de matemática.

Por otra parte, y de acuerdo a lo explicado en el marco teórico y lógica de negocio acerca de la Taxonomía de Bloom y el algoritmo de la Matriz Habilidad-Dificultad respectivamente, en relación

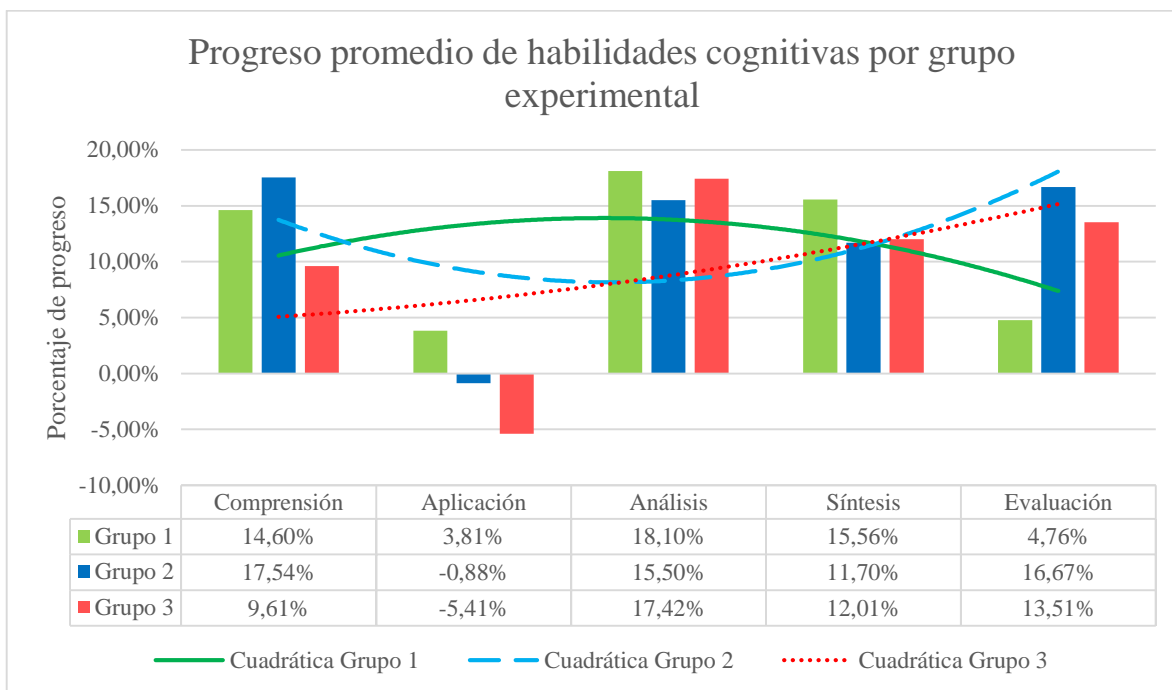
al desarrollo paulatino y acumulativo de cada habilidad, donde cada habilidad involucra el dominio de la habilidad anterior, desde la primera que es el conocimiento, hasta la sexta y más compleja que es la evaluación. Es posible observar en el Gráfico N°11 una consistencia en los resultados de los progresos del grupo 1, salvo de la habilidad de aplicación acorde a lo explicado en el párrafo anterior, debido a que en las habilidades de orden superior (tres últimas) hay un decrecimiento explicado por el aumento en la dificultad, por lo que la línea de tendencia cuadrática resulta ser cóncava. Mientras que en el grupo 2, observamos un efecto convexo en la línea de tendencia cuadrática, lo que es inconsistente con la teoría de Bloom (1956) al tener un desempeño creciente en las habilidades de orden superior, lo que no significa que sea algo negativo. El resultado se explica por el hecho de que Teoría de Respuesta al Ítem, algoritmo base del grupo experimental 2, toma en consideración elementos estadísticos para la selección de ejercicios que serán proporcionados a los estudiantes, tales como el nivel de dificultad como la proporción de respuestas correctas a esa pregunta, el nivel de discriminación y la probabilidad de adivinar tal pregunta, mientras que no toma en consideración elementos pedagógicos.

Los resultados del grupo 3, observado en el Gráfico N°11, señalan una tendencia creciente en el tramo en estudio según la línea de tendencia cuadrática, saliendo de la lógica esperada dada las características de los ítems con habilidades superiores y la teoría de Bloom (1956). Donde, nuevamente, se explica por el factor aleatorio en la provisión de ejercicios.

El análisis de resultados en aprendizajes en términos de habilidades cognitivas, es una herramienta importante para hacer estudios profundos acerca de las competencias adquiridas por parte de los estudiantes. Pues bien, no solo es de interés saber qué capaces de responder los alumnos, sino ir más allá y conocer qué son capaces de responder con ese conocimiento, cómo lo utilizan para enfrentar situaciones, inferir, resumir y tomar decisiones. Por ejemplo, no podemos concluir lo mismo de un estudiante que tiene 6 preguntas respondidas correctamente, que la conclusión que podríamos tener de un estudiante que responde correctamente 6 preguntas de cada habilidad definida en la Taxonomía de Bloom. Esto permite que con la misma cantidad de preguntas sea posible tener más información, con el fin de que las decisiones de los educadores sean mejores.

Instrumentos de evaluación como la Prueba de Selección Universitaria para el ingreso a las instituciones de educación superior, o el Sistema de Medición de la Calidad de la Educación, ambas en Chile, utilizan el concepto de habilidades para la construcción de ítems. Por lo tanto, una preparación académica que tenga en consideración esta variable, marca la diferencia con una preparación tradicional, y esta es justamente la visión con la que se desarrolló el modelo de aprendizaje de esta tesis, en la que, según los resultados, se logra un aprendizaje consistente y paulatino desde lo más sencillo a lo más complejo.

Gráfico 11: Progreso promedio de habilidades cognitivas por grupo experimental.



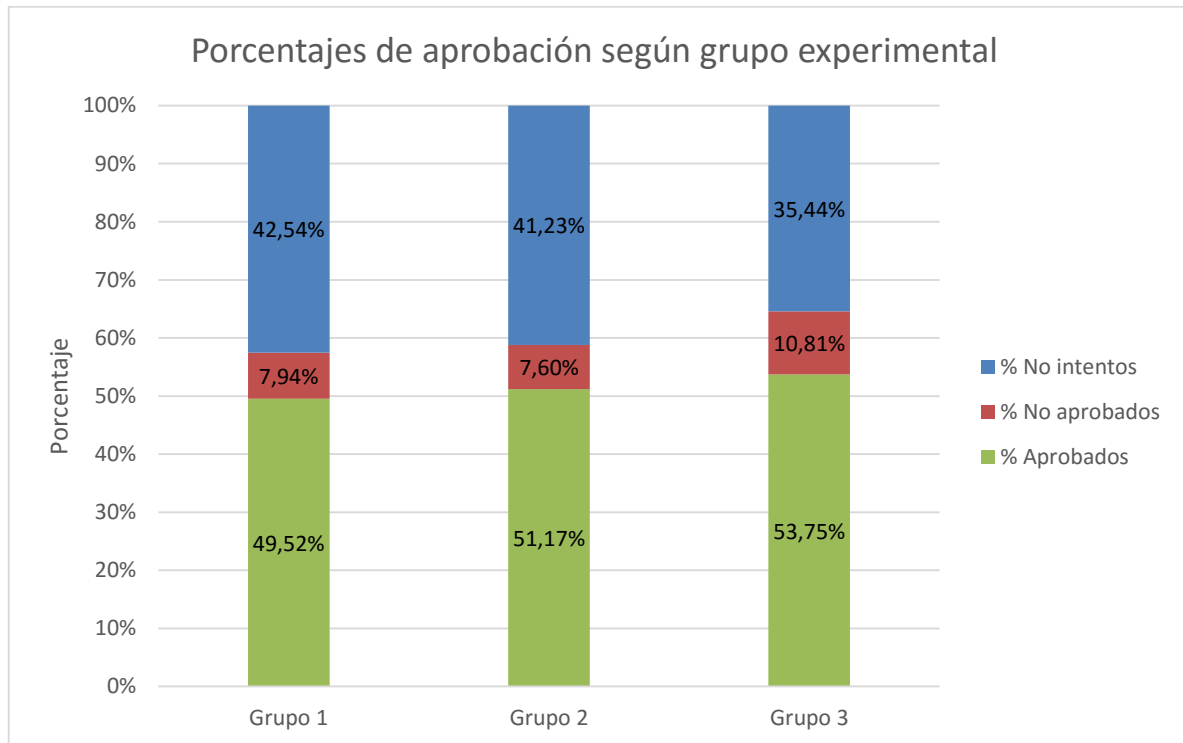
Fuente: Elaboración propia.

## 12.5 Métricas de uso de la plataforma

Por tratarse de una plataforma de autoestudio, que otorga contenidos de forma personalizada, es necesario recalcar que no todos los alumnos ingresan a estudiar todas las unidades disponibles. Esto por diferentes motivos: motivación, tiempo disponible, efectividad, capacidad intelectual, entre otras. En consecuencia, los resultados generales mostrados en las secciones anteriores deben ser analizados según la cantidad de unidades que estudiaron los alumnos en el periodo de tiempo de dos meses y que se muestra en el Gráfico N°12.

Importante es tener en cuenta que cuando se habla de aprobar una unidad, se habla de que el alumno estudió el marco teórico de la unidad, y logró responder correctamente preguntas pertenecientes al 40% de los ítems más difíciles de la unidad, según su clasificación de habilidad y dificultad. Luego, para avanzar en las unidades disponibles en la plataforma, el estudiante debe aprobar los pre-requisitos acorde a lo señalado en la Ilustración N°36.

Gráfico 12: Porcentajes de aprobación según grupo experimental.



Fuente: Elaboración propia.

A partir del Gráfico N°12, es posible observar que la mayor proporción de unidades aprobadas del grupo 3, respecto a los otros dos grupos, es consistente con la provisión al azar de ejercicios, hecho que permite que el estudiante se enfrente anticipadamente a ejercicios pertenecientes al 40% superior en dificultad, responda correctamente y por consiguiente apruebe las unidades. Situación que no ocurre para los individuos del grupo 1, quienes tienen que demostrar su destreza en varias preguntas antes de enfrentarse a un ítem que permite la aprobación, metodología que busca lograr aprendizajes más sólidos. Asimismo, se puede ver una mayor cantidad de unidades no aprobadas en el grupo 3 en relación al resto de los grupos, lo que habla de que la forma en la que se entregan las preguntas no es lo suficientemente pedagógica para permitir el entendimiento de los contenidos y la aprobación de los mismos.

Por otra parte, es necesario señalar que las unidades que tienen más prerequisites fueron estudiadas por un menor porcentaje de los estudiantes. Como es el caso de la unidad “Potencias de Base Racional”, que corresponde a la última unidad del árbol de contenidos. Esto quiere decir que, si bien los diagnósticos evaluaron todas las unidades con la misma cantidad de preguntas, no todas las unidades fueron estudiadas de forma homogénea por los alumnos, ni en cantidad ni en tiempo. Esto explica el alto porcentaje de unidades que no revisaron los estudiantes y que se puede observar en el Gráfico N°12.

Respecto al tiempo dedicado por los alumnos a la plataforma, se puede ver en el Anexo N°2 que hubo un promedio de 2,44 horas de estudio efectivo en la plataforma por parte del grupo 1. Es decir, el tiempo en que efectivamente el estudiante leyó el marco teórico de las unidades más el tiempo en que demoró en resolver ejercicios. Asimismo, el grupo 2 y 3 observó un promedio de



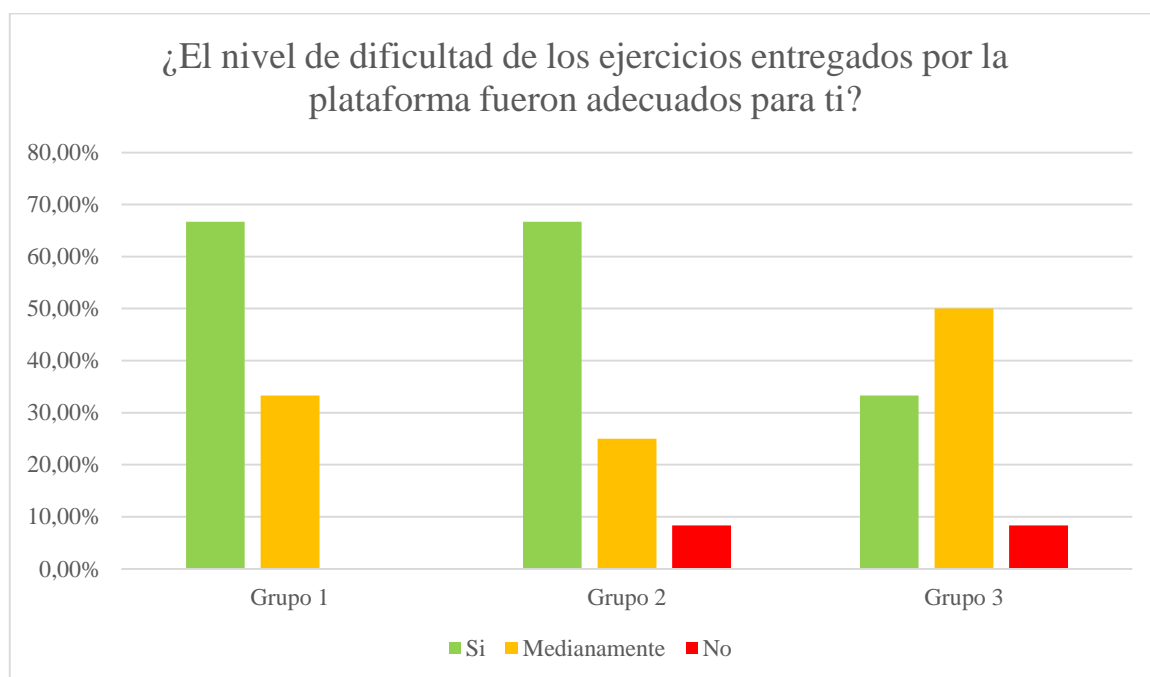
2,37 y 2,30 horas respectivamente. Este resultado deja en evidencia que los estudiantes percibieron distintos niveles de atracción a la plataforma según grupo experimental.

## 12.6 Encuesta estudiantes

Al final del periodo de implementación del prototipo, se realizó una encuesta a una muestra de los estudiantes con el fin de complementar el estudio con su percepción acerca de los ejercicios seleccionados para ellos y el beneficio percibido con la utilización de la plataforma.

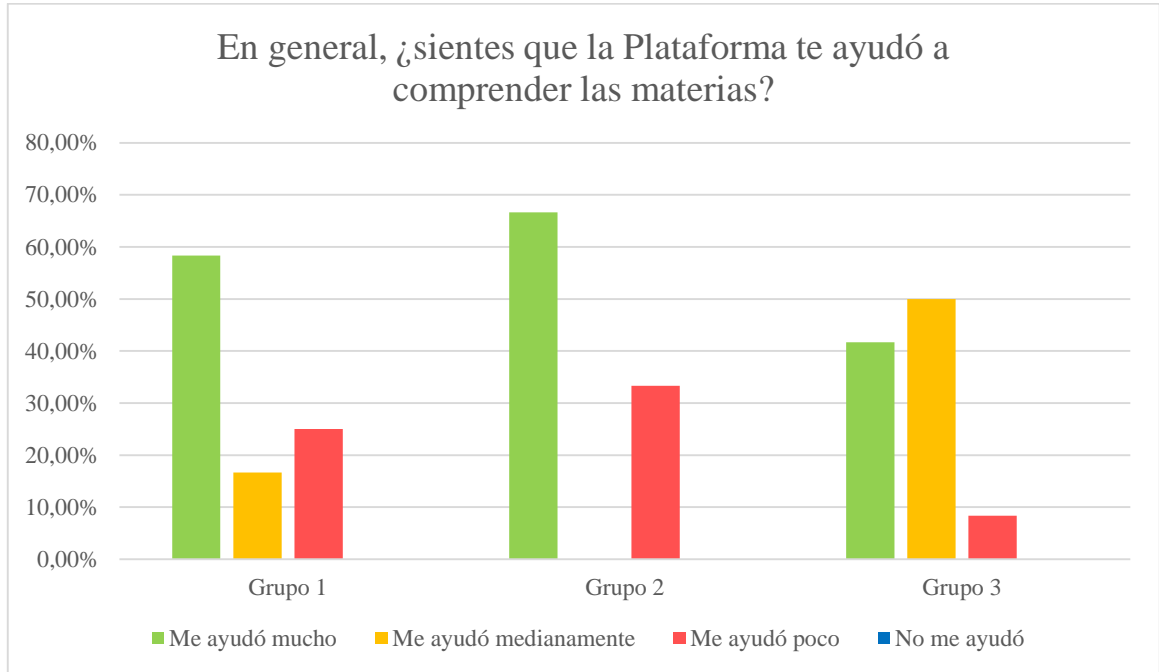
Las preguntas y los resultados por grupo experimental se muestran en los gráficos N°13 y N°14.

Gráfico 13: Resultado de encuesta en percepción del algoritmo de aprendizaje.



Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 14: Resultado de encuesta en beneficio percibido.



Fuente: Elaboración propia.

En cuanto a los resultados que se pueden observar de los grupos 1 y 2, no hay muchas diferencias concluyentes que permita inferir una diferencia en la percepción de los estudiantes. Sin embargo, los resultados del grupo 3, difieren considerablemente de aquellos del grupo 1 y 2, por lo que es posible concluir que los estudiantes percibieron efectivamente una menor satisfacción en la utilización de la plataforma, debido a que la provisión de ejercicios fue dada de forma aleatoria, es decir, sin considerar dificultad de la pregunta ni la habilidad evaluada.

## 13 Conclusión

Los niños en sus primeros años de vida son muy curiosos, creativos, imaginativos, capaces de construir su propia realidad con una mente abierta al mundo y las experiencias. ¿Cuántas veces se ha escuchado la palabra “por qué” en un niño? “¿Por qué eso?” “¿Por qué eso otro?” “¿Por qué?” Es su esencia de preguntar. Pero a los doce años ya vemos niños que no tienen ningún interés en abrir un libro.

Con este trabajo, se ha querido iniciar un movimiento donde se busca devolver a la juventud ese entusiasmo por aprender, con los tres pilares fundamentales de la compañía: (1) con la flexibilidad y libertad de aprender a su ritmo, debido a que no se puede pretender que 30 o más niños en un aula quieran hacer lo mismo al mismo tiempo; (2) con la ventaja de aprender de forma personalizada, dado que el aprendizaje no es un proceso lineal que un curso completo de 30 alumnos tenga que seguir el mismo cronograma, y esperando tener los mismos resultados (eso es utópico pues todos las personas son únicas e irrepetibles); (3) con la excelencia de un equipo de personas preparadas tras la plataforma y que provean materiales de estudio de alta calidad.

La personalización, en el contexto de la informática educativa, es concebida en este trabajo como algo que va más allá de que un estudiante tenga una interacción individual con un sistema computacional que le permita aprender a su propio ritmo. Eso es lo lógico en el siglo XXI. El desarrollo de esta tesis va más allá. Allá donde las características de esa interacción que tienen los estudiantes con un sistema computacional son lo central y objeto de estudio, ocupándose de que tal interacción responda a necesidades académicas y pedagógicas del individuo en su conjunto. Esa es la diferencia que marca este trabajo.

De cara al estudiante, hoy la información abunda, basta con abrir un buscador en internet y encontrar un tumulto de conocimiento disponible, con millones de sitios web donde extraer información, por lo que antes de iniciar un proceso de estudio, un alumno tendrá que siempre llevar a cabo una ardua selección de información. Sin embargo, una solución tecnológica como la que se presenta, permite orientar al estudiante en su proceso de aprendizaje, donde él tiene a disposición los contenidos y descubre su propio camino al conocimiento. Que el estudiante conozca su progreso real, experimente un avance en sus habilidades, permite aumentar su motivación y autoestima.

Por el lado del profesor, esta herramienta permite optimizar tiempo a los docentes, pues saber exactamente y en tiempo real la situación académica de cada alumno, en vez de conocer esta información al momento de la evaluación, le permitirá tomar decisiones proactivamente en virtud del aprendizaje de los estudiantes. El profesor podrá conocer el momento en el cual los alumnos necesitan su apoyo. En una relación profesor-alumno, es muy importante que éste último sienta que el profesor está atento a sus necesidades. Principio básico de *managment*. Por otra parte, aquellos estudiantes que tienen mejor rendimiento, y que muchas veces quedan olvidados en las clases, pueden potenciar más sus capacidades con actividades controladas por el profesor. Esto, con el foco de obtener el máximo potencial de cada uno de los alumnos.

La visión de la implementación de la plataforma, a través de la optimización de los tiempos y personalización de la enseñanza intelectual, es llegar a entregar apoyo, dar el espacio y el tiempo a las escuelas y profesores para que las salas de clases se conviertan en cunas de crecimiento personal, desarrollo de habilidades sociales en torno al aprendizaje de las asignaturas, relacionarse, entender y colaborar con sus pares, formar un pensamiento crítico, emprender, crear y recrear ideas. Con un entorno así se despertará el interés, voluntad y curiosidad de los jóvenes por aprender, permitiendo tener próximas generaciones con personas integrales, mejor preparadas y amigables

con su entorno. El entendimiento y ejecución de este proceso, permitirá observar empíricamente cómo la educación actúa como un motor de movilidad social a gran escala y que es capaz de mejorar notablemente la vida de las personas.

Para lograr esa visión, se hace necesario tener un respaldo teórico que de sustento a un sistema tecnológico que cumpla con las características antes mencionadas. En esta línea, el modelo desarrollado entregó resultados muy positivos para lograr construir una plataforma educativa de alto impacto en los aprendizajes de los estudiantes y la inminente integración de las tecnologías en el trabajo de los educadores. Se demostró la potencia que tiene el tratamiento de los datos para ofrecer experiencias de aprendizaje personalizado, la cual trae enormes beneficios tanto a alumnos, docentes y centros educativos en general. Este tipo de tecnologías aportará un valor diferencial a la oferta de los colegios y ayudará a sus responsables a tomar mejores decisiones.

Si bien estadísticamente los resultados comparativos del modelo Matriz Habilidad-Dificultad y TRI no tienen una diferencia significativa con un nivel de confianza del 5%, sino que solo del 11,54%, los resultados de la utilización del modelo desarrollado en esta tesis entregan mucha información que permite validar la hipótesis de haber desarrollado un modelo más efectivo y eficiente, pues se evidenció a partir del análisis de datos, que funciona mejor debido a que mezcla variables estadísticas y pedagógicas para la toma de decisiones. Mientras que la Teoría de Respuesta al Ítem sólo considera variables estadísticas. Las ventajas principales se observaron en:

1. La capacidad de nivelación del modelo desarrollado, que permite que estudiantes con vacíos de aprendizaje no vean agudizada su situación en el tiempo, mientras que además influye en que las clases del profesor sea más efectivas con estudiantes con conocimientos base para su nivel.
2. La eficiencia del modelo desarrollado en términos del tiempo dedicado y el aprendizaje adquirido por los estudiantes. Se observó que los estudiantes que utilizaron la Teoría de Respuesta al Ítem tardaron más tiempo en aprobar las unidades del prototipo.
3. El consistente desarrollo de habilidades cognitivas en el modelo Matriz Habilidad-Dificultad, donde es posible observar que el aprendizaje que adquirieron los estudiantes se hizo de una forma gradual en dificultad, logrando fortalecer las habilidades de orden inferior, haciendo una transición a las habilidades de orden superior. Esto permite un desarrollo cognitivo más sólido, haciendo hincapié, nuevamente, en el factor pedagógico.

Para que los resultados de la investigación se puedan extrapolar a nivel regional o nacional, es necesario incorporar una mayor cantidad de colegios y alumnos en la muestra, así también considerar un tiempo de implementación de la plataforma de al menos un semestre. Debido a que, si se encontraron diferencias en 2 meses de aplicación del experimento, estas diferencias se acentuarán con una mayor cantidad de tiempo de aplicación de la plataforma.

Más allá de los aspectos educacionales abordados, el resultado de esta investigación fue posible gracias a la metodología enfocada en procesos, que permitió hacer un análisis progresivo, coherente y sólido del problema de ingeniería, que no sólo tuvo lugar en el flujo de información o lógica de negocio, sino que también con un enfoque cultural y siempre teniendo en cuenta a las personas que de alguna u otra forma les afecta el cambio en la incorporación de nuevos sistemas. Esto permitió obtener una implementación piloto con un enfoque integral, incorporando inteligentemente las tecnologías de la información en los puntos clave del proceso enseñanza-aprendizaje.

En conclusión, fue posible evidenciar que un modelo de aprendizaje complejo matemáticamente o computacionalmente no es garantía de que tendrá mejores resultados, muy por el contrario, con

modelos simples, pero que consideren variables relevantes del problema, se pueden obtener resultados superiores y a muy bajo costo de procesamiento, lo que permite escalabilidad y flexibilidad. Así también fue posible integrar dos disciplinas muy distintas, como es el caso de la ingeniería con la educación, disciplinas que tienen mucho que aportarse una a la otra, y que es difícil encontrar profesionales que sean capaces de ver sinergias entre ellas. La ingeniería permitió en esta tesis dar valor agregado a teorías de ramas pedagógicas, haciendo una abstracción de éstas, ligándolas con ambientes tecnológicos que resultaron finalmente en un nuevo servicio y mecanismo que permite más y mejores aprendizajes en los estudiantes a través de procesos de instrucción individual.

Finalmente, una vez puesto en marcha el sistema tendrá un gran potencial de mejoramiento con los datos obtenidos desde los estudiantes, del cual en un futuro tendrá que desarrollarse un macroproceso de desarrollo de nuevas capacidades, aprovechando la creciente tendencia del *crowdsourcing*<sup>10</sup> para evaluar de forma experimental metodologías educativas, o incluso poder determinar con qué tipo de ejercicios los estudiantes aprenden mejor, generando un sinnúmero de posibilidades para el desarrollo del campo de la educación a distancia.

---

<sup>10</sup> <http://es.wikipedia.org/wiki/Crowdsourcing>

## Bibliografía

1. Marcos Ortega, Luis De; Pagés Arévalo, M. Carmen; Martínez Herraiz, José J.; Gutiérrez De Mesa, José A.. "Competency-based Learning Object Sequencing using Particle Swarms." (ISSN:1082-3409). IEEE International Conference On Tools With Artificial Intelligence. 2007, vol 4, núm 3, p. 111-116.
2. Bergmann, J. y Sams, A. (2012). *Flip Your Classroom: Reach Every Student in Every Class Every Day*. Virginia: ASCD.
3. *The Challenge of Shadow Education* (2011). NESSE, PhD Mark Bray.
4. Johnson, Mark W., Clayton M. Christensen, and Henning Kagermann. "Reinventing Your Business Model." *Harvard Business Review* 86, no. 12 (December 2008).
5. Reporte Edu Trends. Observatorio de Innovación Educativa del Tecnológico de Monterrey, Julio 2014.
6. B. Bloom and D. Krathwohl, "Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. Handbook I: Cognitive domain," pp. 64–81, 1956.
7. D. Kolb et al., *Experiential learning: Experience as the source of learning and development*. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1984.
8. P. Honey and A. Mumford, "The manual of learning styles", 1992.
9. R. Felder and L. Silverman, "Learning and teaching styles in engineering education," *Engineering education*, vol. 78, no. 7, pp. 674–681, 1988.
10. F. Coffield, D. Moseley, E. Hall, and K. Ecclestone, *Learning styles and pedagogy in post-16 learning: A systematic and critical review*. National Centre for Vocational Education Research (NCVER), 2009.
11. S. Graf and Kinshuk, "Advanced Adaptivity in Learning Management Systems by Considering Learning Styles," in *Proceedings of the 2009 IEEE/WIC/ACM International Joint Conference on Web Intelligence and Intelligent Agent Technology- Volume 03*, pp. 235–238, IEEE Computer Society, 2009.
12. Index of Learning Styles Questionnaire [en línea] <<http://www.engr.ncsu.edu/learningstyles/ilsweb.html>> [consulta: 09 enero 2016]
13. V. Ponsoda. J. Olea. J. Revuelta. *Teoría de la Respuesta al Ítem*. Facultad de Psicología, UAM. Enero-1998.
14. Xiaoping Li; Zhenghong Wang; Xiaobing Wu; Yinxiang Li; Hongjian Dong, "The design of adaptive test paper composition algorithm based on the item response theory," in *Information Technology and Artificial Intelligence Conference (ITAIC), 2011 6th IEEE Joint International*, vol.2, no., pp.157-159, 20-22 Aug. 2011.
15. Vega, Y.L.P.; Nieto, G.M.F.; Guevara Bolaños, J.C.; Baldiris, S.M., "Application of item response theory (IRT) for the generation of adaptive assessments in an introductory course on object-oriented programming," in *Frontiers in Education Conference (FIE), 2012*, vol., no., pp.1-4, 3-6 Oct. 2012.
16. Salcedo, Pedro. August 2004. "Adaptive Multiplatform UML Course Based on Item Response Theory". *Engineering Magazine*. Number 10.
17. Dorca, F. A., et al. "Consistent evolution of student models by automatic detection of learning styles." *Latin America Transactions, IEEE (Revista IEEE America Latina)* 10.5 (2012): 2150-2161.
18. R. H. Sampieri; C. Fernández; M. Baptista, "Metodología de la investigación", Quinta Edición, 2010.
19. Jay L. Devore, "Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias", séptima edición 2008, International Thomson Editores.

20. Cálculo de la probabilidad del error tipo ii y de la potencia de la prueba, María José Márques Dos Santos, UNAM 2005 [en línea]  
<<http://colposfesz.galeon.com/inferencia/teoria/cap3-13.htm>> [consulta: 12 enero 2016] y Test de Hipótesis Estadística, Marta García Ben, FCEyN [en línea]  
<[http://www.dm.uba.ar/materias/estadistica\\_Q/2011/1/EstadQuimTH1.pdf](http://www.dm.uba.ar/materias/estadistica_Q/2011/1/EstadQuimTH1.pdf)> [consulta: 13 enero 2016]
21. Estimación de la Diferencia entre dos Medias, Instituto Tecnológico de Chihuahua [en línea] <<http://www.itch.edu.mx/academic/industrial/estadistica1/cap01d.html>> [consulta: 13 enero 2016]
22. Ingeniería de Negocios: Diseño Integrado de Servicios, sus Procesos y Apoyo TI. Oscar Barros, 2012.
23. TRI: a teoria por trás do novo Enem, Último Segundo, 04 noviembre 2010 [en línea]  
<<http://ultimosegundo.ig.com.br/enem/tri+a+teoria+por+tras+do+novo+enem/n1237789481686.html>> [consulta: 13 enero 2016]
24. K. Linda Tang, TOELF Educational Testing Service. Polytomous Item Response Theory Models and their applications in large-scale testing programs: review of literature. September 1996.
25. Teoría Clásica de Medición (TC) y Teoría de Respuesta al Ítem (TRI). Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educacional DEMRE, Vicerectoría de Asuntos Académicos, Universidad de Chile. Abril de 2005.
26. OECD. (2016), Low-Performing Students: Why They Fall Behind and How To Help Them Succeed, PISA, OECD Publishing, Paris.
27. Nuevas Bases Curriculares y Programas de Estudio. 7° y 8° año de Educación Básica / 1° y 2° año de Educación Media. División de Educación General y Unidad de Currículum y Evaluación del Ministerio de Educación de Chile. Agosto, 2015.

## Anexos

Anexo N°1: Implementación de la plataforma en colegios.



Liceo municipal de Puente Alto





Colegio particular subvencionado de Huechuraba

Anexo N°2: Ejemplo de validación de ítem en la plataforma.

### Ejercicio ID 81

Calcular el valor de la siguiente expresión, usando las propiedades de las potencias.

$$\frac{3^3 \cdot 2^3}{6^2}$$

- A)  6
- B)  6<sup>5</sup>
- C)  6<sup>6</sup>

### Registro de Modificaciones de Ejercicio ID 81

Fecha	Operación	Estado	Responsable	Mensaje
2015-07-23 19:54:07	Validar Ejercicios/Contenidos/Etc	Activo	Sebastián Aguirre Fernández	Validado
2015-07-23 09:23:10	Agregar/Editar Ejercicios (exercise)	Por validar	Cristian Gonzalez	Enunciado Modificado
2015-07-23 09:21:08	Agregar/Editar Ejercicios (exercise)	Por validar	Cristian Gonzalez	Enunciado Modificado
2015-07-23 09:20:39	Agregar/Editar Ejercicios (exercise)	Inactivo	Cristian Gonzalez	Respuesta Modificada

<b>Fecha</b>	<b>Operación</b>	<b>Estado</b>	<b>Responsable</b>	<b>Mensaje</b>
2015-07-23 12:18:14	Validar Ejercicios/Contenidos/Etc	Inactivo	Sebastián Aguirre Fernández	Poner en la alternativa 1, el "6" en Latex, se genera una diferencia de forma, lo que podría producir ruido en la capacidad deductiva y analítica de un estudiante.
2015-07-22 09:47:50	Agregar/Editar Ejercicios (exercise)	Por validar	Cristian Gonzalez	Enunciado Modificado
2015-07-21 15:05:53	Validar Ejercicios/Contenidos/Etc	Inactivo	Sebastián Aguirre Fernández	Centrar el Latex del ejercicio. Excelente trabajo.
2015-07-21 09:55:41	Agregar/Editar Ejercicios (exercise)	Por validar	Cristian Gonzalez	Pista Modificada
2015-07-21 09:53:45	Agregar/Editar Ejercicios (exercise)	Por validar	Cristian Gonzalez	Especificación Modificada
2015-07-21 09:53:27	Agregar/Editar Ejercicios (exercise)	Desarrollando	Cristian Gonzalez	Respuesta Agregada

**Matemática**  
**Diagnóstico Inicial Eje de Números**  
**Código MT-011**

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

**INSTRUCCIONES:**

ES DE SUMA IMPORTANCIA QUE PRESTE ATENCIÓN A TODAS LAS INSTRUCCIONES QUE SE LE ENTREGAN TANTO EN EL DIAGNÓSTICO, COMO EN LA HOJA DE RESPUESTAS.

1. Esta prueba consta de 39 preguntas. Cada pregunta tiene 5 opciones, señaladas con las letras A, B, C, D y E, **una sola de las cuales es la respuesta correcta.**
2. Complete todos los datos pedidos, de acuerdo a las instrucciones contenidas en su hoja de respuestas, porque ESTOS SON DE SU EXCLUSIVA RESPONSABILIDAD.
3. **DISPONE DE 1 HORA Y 20 MINUTOS PARA RESPONDERLO.**
4. Las respuestas a las preguntas se marcan en la hoja de respuestas que se le ha entregado. Marque su respuesta en la fila de celdillas **que corresponda al número de la pregunta que está contestando.** Ennegrezca completamente la celdilla, tratando de no salirse de ella.
5. Si lo desea, puede usar este folleto como borrador, pero **no olvide traspasar oportunamente sus respuestas a la hoja de respuestas.** Tenga presente que se considerarán para la evaluación **exclusivamente** las respuestas marcadas en dicha hoja.
6. Cuide la hoja de respuestas. **No la doble. No la manipule innecesariamente.** Escriba en ella solamente los datos pedidos y las respuestas. Evite borrar para no deteriorar la hoja. Si lo hace, límpiela de los residuos de goma.

1. ¿Cuánto es  $0,05 + 0,25 \cdot 0,2$ ?
- A) 0,1
  - B) 0,15
  - C) 0,55
  - D) 1
  - E) 0,45
2. Un equipo de montañistas subió a una cumbre de 4.800 m en cinco días. El primer día escalaron 1.200 m; el segundo día, 1.500 m; el tercer día, 1.400 m, y el cuarto día tuvieron que descender 500 m. ¿Cuántos metros ascendieron el último día?
- A) 2.200
  - B) 1.200
  - C) 600
  - D) 200
  - E) 2.800
3. ¿Cuál es el valor de  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ ?
- A)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$
  - B) 3
  - C) 3,75
  - D) 3,25
  - E) 2
4. Para el cumpleaños de su hijo, la Sra. Berta comprará bebidas de  $1\frac{1}{2}$  litro. Si cada niño consume en promedio  $\frac{1}{4}$  litro y asistirán 27 niños, ¿cuántas botellas debe comprar como mínimo?
- A) 2
  - B) 4
  - C) 3
  - D) 5
  - E) 8
5. ¿Cuál de las siguientes alternativas es **FALSA**?
- A)  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} > 8$
  - B)  $(0,5)^{-2} = 4$
  - C)  $(0,25)^{-2} = 16$
  - D)  $(0,3)^{-2} > (0,1)^{-1}$
  - E)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} > \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$

6. Un alambre de 12 metros de largo pesa 3,6 kg. ¿Cuánto pesarán 10 metros de este alambre?
- A) 2 kg
  - B) 2,5 kg
  - C) 3 kg
  - D) 3,2 kg
  - E) 3,9 kg
7. A una cierta hora del día, un árbol de 6 m de altura proyecta una sombra de 3,2 m. ¿Cuánto medirá una persona que a esa hora tiene una sombra de 0,96 m?
- A) 1,6 m
  - B) 1,7 m
  - C) 1,8 m
  - D) 1,85 m
  - E) 1,9 m
8. Una cuadrilla de obreros mueve  $6 \text{ m}^3$  de tierra en 2,4 horas. ¿Cuántos  $\text{m}^3$  de tierra moverán en 3 horas, si siguen trabajando con la misma rapidez?
- A)  $6,5 \text{ m}^3$
  - B)  $7 \text{ m}^3$
  - C)  $7,5 \text{ m}^3$
  - D)  $8,5 \text{ m}^3$
  - E)  $9,5 \text{ m}^3$
9. Los números: 4; -1; 0; 2; -5, ordenados de mayor a menor, se deben escribir:
- A) 0; -1; -5; 2; 4
  - B) -1; -5; 0; 2; 4
  - C) -5; 4; 2; -1; 0
  - D) 4; 2; 0; -1; -5
  - E) 4; 2; -5; -1; 0
10. El decimal  $0,3\overline{64}$  es igual a:
- A)  $\frac{283}{990}$
  - B)  $\frac{283}{900}$
  - C)  $\frac{82}{225}$
  - D)  $\frac{820}{999}$
  - E)  $\frac{91}{250}$

11. En un colegio hay tres niveles de enseñanza: Prekinder, Básica y Media. En Prekinder hay 70 alumnos menos que en Básica y en Básica hay 170 menos que en Media. Si en Media hay 620 alumnos, ¿cuántos alumnos tiene el colegio?

- A) 1.450
- B) 1.140
- C) 1.350
- D) 1.550
- E) 1.250

12. Si a un número positivo le restamos un número negativo el resultado:

- A) siempre será positivo.
- B) siempre será negativo.
- C) siempre será cero.
- D) será igual a la unidad.
- E) no se puede determinar.

13.  $(0,2)^{-2} =$

$(0,2)^{-2} =$

- A) 5
- B) 10
- C) 25
- D)  $\frac{1}{25}$
- E)  $\frac{1}{5}$

14. ¿Cuál(es) de los siguientes desarrollos representan el correcto uso de la notación de potencia?

I.  $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^5$

II.  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 5^2$

III.  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1^3}{3}$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo II y III
- E) Sólo I y III

15. El número 0,00000035 expresado en notación científica es:

- A)  $3,5 \cdot 10^{-7}$
- B)  $3,5 \cdot 10^{-6}$
- C)  $3,5 \cdot 10^{-8}$
- D)  $3,5 \cdot 10^6$
- E)  $3,5 \cdot 10^7$

16. El número que corresponde a la expresión en notación científica  $7,23 \cdot 10^8$  es:

- A) 723.000.
- B) 72.300.000.
- C) 723.000.000.
- D) 7.230.000.000.
- E) 72.300.000.000.

17. Una camioneta transporta 1.000 bandejas. Cada bandeja tiene 10 cajas, y en cada caja hay 10 sobres. ¿Cuántos sobres transporta la camioneta?

- A)  $10^5$  sobres
- B)  $10^3$  sobres
- C)  $10^4$  sobres
- D)  $10^2$  sobres
- E)  $10^6$  sobres

18. ¿Cuál(es) de los siguientes pares de razones constituyen una proporción?

I.  $\frac{18}{2}$  y  $\frac{27}{4}$

II. 9:1 y 4,5:0,5

III.  $\frac{8}{32}$  y  $\frac{2}{8}$

- A) Sólo II
- B) Sólo III
- C) Sólo I y II
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

19.  $\sqrt{144} + \sqrt{16} =$

- A) 160
- B) 80
- C) 20
- D) 18
- E) 16



20. Para que la raíz  $\sqrt{(2 \cdot n + 5)}$  dé como resultado 5,  $n$  debe valer:

- A) 0
- B) 5
- C) 10
- D) 15
- E) 20

21. Para el número  $\sqrt{101} - 10,05$ , ¿Cuál de las afirmaciones es correcta?

- A) Es menor que  $-0,0002$ .
- B) Es igual a cero.
- C) Es positivo y menor que  $0,0001$ .
- D) Es negativo y mayor que  $-0,0002$ .
- E) Es mayor que  $0,0001$ .

22. El valor  $\sqrt{7} = 2,64575\dots$  Se aproxima por defecto, considerando cuatro cifras decimales.

¿Qué número representa  $4 + \sqrt{7}$ ?

- A) 2,6457
- B) 2,6458
- C) 4,6457
- D) 6,6457
- E) 6,6458

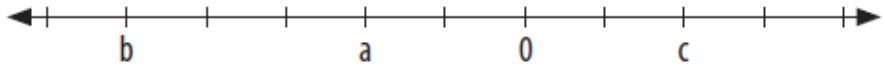
23. Una fracción de términos positivos aumenta su valor si:

- I. El numerador aumenta
- II. El denominador aumenta
- III. El numerador disminuye
- IV. El denominador disminuye

- A) Sólo I
- B) Sólo I y II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo I y IV
- E) Sólo II y IV

24. En relación a la recta numérica: si  $a, b$  y  $c$  son números racionales, ¿cuál de las siguientes expresiones representa a un número racional positivo?

- A)  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{b}$   
 B)  $\left(\frac{a}{c} \cdot \frac{c}{b}\right) \cdot a$   
 C)  $\frac{a}{c \cdot c} \cdot \frac{c}{b \cdot a}$   
 D)  $\frac{b}{b \cdot a} \cdot \frac{a \cdot c}{b \cdot a}$   
 E)  $\frac{c}{a} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a \cdot c}{b}$



25. En el censo del año 1900 una ciudad registró una población de 20.000 personas. El año 1930 la población fue de 60.000 personas, 30 años después la población fue de 180.000 personas. Si el aumento de población en la ciudad continua de la misma forma, para el año 2020 se puede estimar una población de:

- A) 540.000 personas  
 B) 720.000 personas  
 C) 1.440.000 personas  
 D) 1.620.000 personas  
 E) Otra cantidad

26. Si  $a$  es un número natural mayor que 1, ¿cuál es la relación correcta entre las fracciones:

$$p = \frac{3}{a}; t = \frac{3}{a-1}; r = \frac{3}{a+1}$$

- A)  $p < t < r$   
 B)  $r < p < t$   
 C)  $t < r < p$   
 D)  $r < t < p$   
 E)  $p < r < t$

27. Se define la operación  $a \blacklozenge b = 2a \div b$ , donde  $a$  y  $b$  son números racionales. ¿Cuál afirmación es **FALSA** con respecto a la operación?

- A) Los resultados pueden ser números enteros.  
 B) Solo está definida para  $b$  distinto de 0.  
 C) Los resultados siempre serán números racionales.  
 D) Los resultados pueden ser números decimales.  
 E) Solo está definida para  $a$  distinto de 0.

28. Juan tiene un bidón con  $2\frac{1}{3}$  litros de agua de 5 litros de capacidad. ¿Cuántos litros le faltan para llenarlo?

A)  $2\frac{1}{3}$

B)  $2\frac{2}{3}$

C)  $1\frac{2}{3}$

D)  $3\frac{1}{3}$

E)  $3\frac{2}{3}$

29. ¿Cuál de las siguientes opciones tiene una raíz cuadrada cuyo resultado **NO** es un número entero?

A) 81

B) 196

C) 288

D) 400

E) 169

30. ¿Entre qué par de números se encuentra  $\sqrt{18}$ ?

A) 8 y 9

B) 4 y 5

C) 7 y 8

D) 3 y 4

E) 17 y 19

31. Al multiplicar dos números enteros, el resultado puede ser:

I. Un entero positivo.

II. Un entero negativo.

III. Cero.

A) Sólo I.

B) Sólo II.

C) I y III.

D) II y III.

E) I, II y III.

32. Calcula el resultado de  $-12 \cdot 7$

- A) 5
- B) -5
- C) 84
- D) -84
- E) 19

33. Dos hombres hablando sobre un experimento, el cual consiste en conocer si la presión que hay dentro de una botella cerrada cambiaba dependiendo de la altura. Uno llevó la botella a 2000 m sobre el nivel del mar, el otro lo llevó 400 m bajo el nivel del mar. ¿Qué valor representa 3 veces la altura a la que llevó la botella el segundo hombre?

- A) 400
- B) -6000
- C) 6000
- D) 1200
- E) -1200

34. ¿Cuál de las siguientes expresiones es equivalente a  $-18:3$ ?

- A)  $18: -3$
- B)  $-18: -3$
- C)  $18: 3$
- D) 5
- E)  $36: 6$

35. Al multiplicar dos potencias que tienen igual base, lo que se debe hacer es:

- A) Sumar las bases y los exponentes.
- B) Conservar la base y sumar los exponentes.
- C) Multiplicar las bases y sumar los exponentes.
- D) Multiplicar los exponentes y las bases.
- E) No existe propiedad de potencia para este caso.

36. Calcula el resultado de  $-20^3: -4^3 =$

- A) 8000
- B) 64
- C) 125
- D) 1
- E) 0

37. Un grupo de joyas de cierta dinastía oriental cada 10 años su valor aumenta al doble. ¿Cuál será el valor de una joya de esa dinastía que cueste \$9000 si pasan 20 años?

- A) 27000
- B) 3600
- C) 36000
- D) 180000
- E) 18000

38. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A)  $(-2)^{par}$  será positiva
- B)  $(-1)^{impar}$  será negativo
- C)  $(positivo)^{impar}$  será negativo
- D)  $(positivo)^{par}$  será positivo
- E)  $(negativo)^{par}$  será positivo

39. Alejandro y Fabian son amigos que no tienen la misma edad. Fabian tiene 28. Si quiero saber a qué conjunto pertenece el cubo de la diferencia negativa de sus edades, entonces necesito saber:

- I. La edad de Alejandro.
- II. La diferencia de sus edades es 4.

- A) Sólo I.
- B) Sólo II.
- C) I y II al mismo tiempo.
- D) El enunciado me entrega la información necesaria.
- E) Se requiere información.

**Tabla Especificación**  
**Diagnóstico Inicial Eje de Números: Código MT-011**

Pregunta	Alternativa	Habilidad	Unidad	Contenido
1	A	3	8	2
2	B	3	1	4
3	C	2	9	2
4	D	4	8	3
5	A	4	9	2
6	C	3	3	2
7	C	5	3	2
8	C	4	3	2
9	D	2	1	2
10	C	3	7	2
11	A	5	1	4
12	E	4	1	4
13	C	3	9	2
14	A	2	2	1
15	A	3	2	3
16	C	5	2	3
17	A	4	2	2
18	D	2	3	1
19	E	3	4	1
20	C	6	4	1
21	A	4	4	2
22	D	2	7	4
23	D	4	7	1
24	D	6	8	2
25	D	5	9	2
26	B	5	7	3
27	E	5	8	4
28	E	2	8	1
29	C	2	4	1
30	B	5	4	2
31	E	2	5	1
32	D	3	5	2
33	E	4	5	2
34	A	5	5	4
35	B	2	6	2
36	C	3	6	3
37	C	4	6	1
38	C	5	6	3
39	D	6	6	4

<b>Unidad → Contenido</b>	<b>Representación Unidad</b>	<b>Representación Contenido</b>	<b>N° de Preguntas</b>
<b>Números Enteros</b>	<b>1</b>		<b>4</b>
Definición de Números Enteros		1	
Comparar y Ordenar Números Enteros		2	
Suma de Enteros		3	
Resta de Enteros		4	
<b>Potencias de base positiva</b>	<b>2</b>		<b>4</b>
Definición de Potencias		1	
Propiedades de las Potencias		2	
Notación Científica		3	
<b>Proporciones</b>	<b>3</b>		<b>4</b>
Definición de Proporciones		1	
Resolución de Proporciones		2	
Multiplicación y División de Razones		3	
<b>Raíces Cuadradas</b>	<b>4</b>		<b>5</b>
Definición de Raíces		1	
Estimación de Raíces Cuadradas		2	
<b>Operaciones de Números Enteros</b>	<b>5</b>		<b>4</b>
Concepto de Multiplicación		1	
Algoritmo de Multiplicación		2	
Concepto de División		3	
Algoritmo de División		4	
<b>Potencias de base negativa</b>	<b>6</b>		<b>5</b>
Potencias de Base Entera y Exponente Natural		1	
Potencias de Base Fraccionaria y Exponente Natural		2	
Propiedades de Potencias		3	
Prioridad Operatoria		4	
<b>Números Racionales (Q)</b>	<b>7</b>		<b>4</b>
Definición de Números Racionales		1	
Transformación de Números Racionales		2	
Comparación de Números Racionales		3	
Aproximación de Números Racionales		4	
<b>Operatoria de Números Racionales</b>	<b>8</b>		<b>5</b>
Adición y Sustracción de Números Racionales		1	
Multiplicación de Números Racionales		2	
División de Números Racionales		3	
Propiedades de los Números Racionales		4	
<b>Potencias de Base Racional</b>	<b>9</b>		<b>4</b>
Definición de Potencias de un numero racional		1	
Propiedades de potencias de base racional y exponente entero		2	
Ejercicios Combinados con Números Racionales		3	
<b>Total</b>			<b>39</b>

<b>Habilidades</b>	<b>Representación</b>
Conocimiento	1
Comprensión	2
Aplicación	3
Análisis	4
Síntesis	5
Evaluación	6



**Matemática**  
**Diagnóstico Final Eje de Números**  
**Código MT-012**

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

**INSTRUCCIONES:**

ES DE SUMA IMPORTANCIA QUE PRESTE ATENCIÓN A TODAS LAS INSTRUCCIONES QUE SE LE ENTREGAN TANTO EN EL DIAGNÓSTICO, COMO EN LA HOJA DE RESPUESTAS.

7. Esta prueba consta de 39 preguntas. Cada pregunta tiene 5 opciones, señaladas con las letras A, B, C, D y E, **una sola de las cuales es la respuesta correcta.**
8. Complete todos los datos pedidos, de acuerdo a las instrucciones contenidas en su hoja de respuestas, porque ESTOS SON DE SU EXCLUSIVA RESPONSABILIDAD.
9. **DISPONE DE 1 HORA Y 20 MINUTOS PARA RESPONDERLO.**
10. Las respuestas a las preguntas se marcan en la hoja de respuestas que se le ha entregado. Marque su respuesta en la fila de celdillas **que corresponda al número de la pregunta que está contestando.** Ennegrezca completamente la celdilla, tratando de no salirse de ella.
11. Si lo desea, puede usar este folleto como borrador, pero **no olvide traspasar oportunamente sus respuestas a la hoja de respuestas.** Tenga presente que se considerarán para la evaluación **exclusivamente** las respuestas marcadas en dicha hoja.
12. Cuide la hoja de respuestas. **No la doble. No la manipule innecesariamente.** Escriba en ella solamente los datos pedidos y las respuestas. Evite borrar para no deteriorar la hoja. Si lo hace, límpiela de los residuos de goma.

1. ¿Cuánto es  $0,08 + 0,15 \cdot 0,4$ ?
- A) 0,14
  - B) 0,68
  - C) 0,04
  - D) 0,41
  - E) 0,092
2. El monte Pushkin, ubicado en Europa, tiene una altura de 5.100 m. Un equipo de montañistas decide subirla en cinco días. El primer día escalaron 1.200 m; el segundo día, 1.500 m; el tercer día, 1.400 m, y el cuarto día tuvieron que descender 500 m. ¿Cuántos metros ascendieron el último día?
- A) 2.500
  - B) 1.500
  - C) 900
  - D) 500
  - E) 3.100
3. ¿Cuál es el valor de  $\left(\frac{5}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{5}{2}\right)^{-2}$ ?
- A)  $\left(\frac{5}{2}\right)^{-3}$
  - B) 5
  - C) 0,56
  - D) 0,4
  - E) 2,5
4. La Sra. Marta comprará bebidas de  $1\frac{1}{4}$  litros para celebrar el cumpleaños de su hijo. En promedio cada niño consume  $\frac{1}{2}$  litro, ¿cuántas bebidas debe comprar como mínimo la Sra. Berta si su hijo invitó a 28 personas?
- A) 9
  - B) 10
  - C) 11
  - D) 12
  - E) 13

5. ¿Cuál de las siguientes alternativas es **FALSA**?

A)  $(0,5)^{-4} = 16$

B)  $(0,25)^{-4} = 256$

C)  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} > 8$

D)  $(0,3)^{-2} > (0,1)^{-1}$

E)  $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} > \left(\frac{4}{5}\right)^{-1}$

6. Un alambre de 15 metros de largo pesa 4,5 kg. ¿Cuánto pesarán 10 metros de este alambre?

A) 2 kg

B) 2,5 kg

C) 3 kg

D) 3,5 kg

E) 4 kg

7. A una cierta hora del día, un edificio proyecta una sombra de 4,5 m. Un poste ubicado muy cerca de él, da una sombra de 1,5 m. ¿Cuál es la altura del poste si el edificio mide 12 m?

A) 4 m

B) 4,5 m

C) 5 m

D) 5,5 m

E) 6 m

8. Un grupo de obreros cubre  $8 \text{ m}^2$  con cerámica en 3,2 horas. Si los obreros siguen trabajando a la misma rapidez, ¿cuántos  $\text{m}^2$  de cerámica cubrirán en 5 horas?

A)  $5,12 \text{ m}^2$

B)  $12,5 \text{ m}^2$

C)  $2,18 \text{ m}^2$

D)  $2 \text{ m}^2$

E)  $16 \text{ m}^2$

9. Los números: 4; -1; 0; 2; -5, ordenados de menor a mayor, se deben escribir:

A) 0; -1; -5; 2; 4

B) -1; -5; 0; 2; 4

C) -5; 4; 2; -1; 0

D) 4; 2; 0; -1; -5

E) -5; -1; 0; 2; 4

10. El decimal  $0,12\overline{5}$  es igual a:

- A)  $\frac{125}{1000}$
- B)  $\frac{125}{900}$
- C)  $\frac{125}{990}$
- D)  $\frac{113}{900}$
- E)  $\frac{113}{990}$

11. Javier, Joaquín y Monserrat coleccionan estampillas. Javier tiene 70 estampillas menos que Joaquín y Joaquín tiene 170 menos que Monserrat. Si Monserrat tiene 620 estampillas, ¿cuántas estampillas tienen en total?

- A) 1.450
- B) 1.140
- C) 1.350
- D) 1.550
- E) 1.250

12. Si a un número positivo le sumamos un número positivo, y luego le restamos un número negativo el resultado:

- A) siempre será positivo.
- B) siempre será negativo.
- C) siempre será cero.
- D) será igual a la unidad.
- E) no se puede determinar.

13. El valor de  $(0,5)^{-2}$  es:

- A) 2
- B) -1
- C) 0,25
- D) 4
- E)  $\frac{1}{10}$

14. ¿Cuál(es) de los siguientes desarrollos **NO** representa(n) el correcto uso de la notación de potencia?

IV.  $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^5$

V.  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 5^2$

VI.  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1^3}{3}$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo II y III
- E) Sólo I y III

15. El número 0,00000028 expresado en notación científica es:

- A)  $2,8 \cdot 10^{-7}$
- B)  $2,8 \cdot 10^{-6}$
- C)  $2,8 \cdot 10^{-8}$
- D)  $2,8 \cdot 10^6$
- E)  $2,8 \cdot 10^7$

16. El número que corresponde a la expresión en notación científica  $4,38 \cdot 10^8$  es:

- A) 438.000.
- B) 43.800.000.
- C) 438.000.000.
- D) 4.380.000.000.
- E) 43.800.000.000.

17. Don Juan reparte huevos en su camioneta, la cual tiene una capacidad de 1.000 cajas de huevo. Cada caja contiene 10 bandejas de huevo, y cada bandeja tiene 10 huevos. ¿Cuántos huevos reparte Don Juan en 10 viajes considerando que utiliza el máximo de la capacidad de su camioneta?

- A)  $10^5$  huevos
- B)  $10^3$  huevos
- C)  $10^4$  huevos
- D)  $10^2$  huevos
- E)  $10^6$  huevos

18. ¿Cuál(es) de los siguientes pares de razones **NO** constituyen una proporción?

IV.  $\frac{18}{2}$  y  $\frac{27}{4}$

V. 9:1 y 4,5:0,5

VI.  $\frac{8}{32}$  y  $\frac{2}{8}$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo II y III
- E) Todas son proporciones

19.  $\sqrt{196} + \sqrt{4} =$

- A) 200
- B) 15
- C) 16
- D) 20
- E) 10

20. Para que la raíz  $\sqrt{(2 \cdot n + 7)}$  dé como resultado 7,  $n$  debe valer:

- A) 0
- B) 7
- C) 14
- D) 21
- E) 28

21. Para el número  $\sqrt{50} - 7,05$ , ¿Cuál de las afirmaciones es correcta?

- A) Es menor que  $-0,0002$ .
- B) Es igual a cero.
- C) Es positivo y menor que  $0,0001$ .
- D) Es negativo y mayor que  $-0,0002$ .
- E) Es mayor que  $0,0001$ .

22. El valor  $\sqrt{7} = 2,64575\dots$  Se aproxima por defecto, considerando cuatro cifras decimales.

¿Qué número representa  $7 + \sqrt{7}$ ?

- A) 2,6457
- B) 2,6458
- C) 7,6457
- D) 9,6457
- E) 9,6458

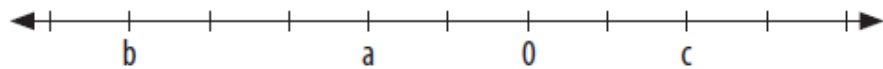
23. Una fracción de términos positivos disminuye su valor si:

- V. El numerador aumenta
- VI. El denominador aumenta
- VII. El numerador disminuye
- VIII. El denominador disminuye

- A) Sólo I
- B) Sólo I y II
- C) Sólo II y III
- D) Sólo I y IV
- E) Sólo II y IV

24. En relación a la recta numérica: si  $a, b$  y  $c$  son números racionales, y  $a \cdot b = c$ , ¿cuál de las siguientes expresiones representa a un número entero positivo?

- A)  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{b}$
- B)  $\left(\frac{a}{c} \cdot \frac{c}{b}\right) \cdot a$
- C)  $\frac{a}{c \cdot c} \cdot \frac{c}{b \cdot a}$
- D)  $\frac{b}{b \cdot a} \cdot \frac{a \cdot c}{b \cdot a}$
- E)  $\frac{c}{a} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a \cdot c}{b}$



25. En el censo del año 1900 una ciudad registró una población de 40.000 personas. El año 1930 la población fue de 80.000 personas, 30 años después la población fue de 160.000 personas. Si el aumento de población en la ciudad continua de la misma forma, para el año 2020 se puede estimar una población de:

- A) 640.000 personas
- B) 820.000 personas
- C) 1.440.000 personas
- D) 1.620.000 personas
- E) Otra cantidad

26. Si  $a$  es un número natural mayor que 3, ¿cuál es la relación correcta entre las fracciones:

$$p = \frac{3}{a+6}; t = \frac{3}{a-3}; r = \frac{3}{a+3}$$

- A)  $p < t < r$
- B)  $r < p < t$
- C)  $t < r < p$
- D)  $r < t < p$
- E)  $p < r < t$

27. Se define la operación  $a \blacklozenge b = 2a \div b$ , donde  $a$  y  $b$  son números racionales. ¿Cuál afirmación es **VERDADERA** con respecto a la operación?

- A) Los resultados no pueden ser números enteros.
- B) Está definida para cualquier valor de  $b$ .
- C) Los resultados siempre serán números racionales.
- D) Los resultados no pueden ser números decimales.
- E) Solo está definida para  $a$  distinto de 0.



28. Juan tiene un bidón con  $2\frac{1}{5}$  litros de agua de 5 litros de capacidad. ¿Cuántos litros le faltan para llenarlo?

A)  $2\frac{1}{5}$

B)  $2\frac{4}{5}$

C)  $1\frac{4}{5}$

D)  $3\frac{1}{5}$

E)  $3\frac{4}{5}$

29. ¿Cuál de las siguientes opciones tiene una raíz cuadrada cuyo resultado es un número entero?

A) 14

B) 8

C) 288

D) 425

E) 169

30. ¿Entre qué par de números se encuentra  $\sqrt{10}$ ?

A) 8 y 9

B) 4 y 5

C) 7 y 8

D) 3 y 4

E) 17 y 19

31. Al multiplicar 2 números enteros negativos el resultado puede ser:

I. Un entero positivo.

II. Un entero negativo.

III. Cero.

A) Sólo I.

B) Sólo II.

C) I y II.

D) II y III.

E) I, II y III.

32. Calcula el resultado de  $12 \cdot -6$

- A) 6
- B) -6
- C) 72
- D) -72
- E) -18

33. En una excursión por el polo sur se tomó la temperatura promedio, la cual era de  $-54^{\circ}\text{C}$ .  
¿Qué valor representa 4 veces la temperatura promedio del polo sur?

- A) 540
- B) -58
- C) -50
- D) -216
- E) 216

34. ¿Cuál de las siguientes expresiones es equivalente a  $-15:2$ ?

- A)  $15:-2$
- B)  $-15:-2$
- C)  $15:2$
- D) 7,5
- E)  $-3,5:2$

35. Al multiplicar dos potencias que tienen igual exponente lo que se debe hacer es:

- A) Sumar las bases y los exponentes.
- B) Conservar la base y sumar los exponentes.
- C) Multiplicar las bases y conservar el exponente.
- D) Multiplicar los exponentes y las bases.
- E) No existe propiedad de potencia para este caso.

36. Calcula el resultado de  $25^3:5^3 =$

- A) 75
- B) 5
- C) 125
- D) 1
- E) 0

37. Una reliquia de Egipto duplica su valor cada año. En el año 2015 vale \$12.000.000 ¿Cuánto valdrá en el año 2019?

- A) \$1.920.000
- B) \$3.600.000
- C) \$36.000.000
- D) \$192.000.000
- E) \$48.000.000

38. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A)  $(-5)^{par}$  será positivo
- B)  $(-8)^{impar}$  será negativo
- C)  $(positivo)^{par}$  será positivo
- D)  $(positivo)^{impar}$  será negativo
- E)  $(negativo)^{par}$  será positivo

39. Si quiero saber a qué conjunto pertenece el resultado del cubo de la suma de dos cartas sacadas de dos barajas especiales, entonces debo saber:

- I. La primera baraja solo tiene cartas con números enteros menores que -8.
- II. La segunda baraja solo tiene cartas con números naturales menores o iguales a 4.

- A) Sólo I.
- B) Sólo II.
- C) I y II al mismo tiempo.
- D) Cada una por sí sola.
- E) Se requiere información.

**Tabla Especificación**  
**Diagnóstico Final Eje de Números: Código MT-012**

Pregunta	Alternativa	Habilidad	Unidad	Contenido
1	A	3	8	2
2	B	3	1	4
3	C	2	9	2
4	D	4	8	3
5	C	4	9	2
6	C	3	3	2
7	A	5	3	2
8	B	4	3	2
9	E	2	1	2
10	D	3	7	2
11	A	5	1	4
12	A	4	1	4
13	D	3	9	2
14	D	2	2	1
15	A	3	2	3
16	C	5	2	3
17	E	4	2	2
18	A	2	3	1
19	C	3	4	1
20	D	6	4	1
21	E	4	4	2
22	D	2	7	4
23	C	4	7	1
24	D	6	8	2
25	A	5	9	2
26	E	5	7	3
27	C	5	8	4
28	B	2	8	1
29	E	2	4	1
30	D	5	4	2
31	A	2	5	1
32	D	3	5	2
33	D	4	5	2
34	A	5	5	4
35	C	2	6	2
36	C	3	6	3
37	D	4	6	1
38	D	5	6	3
39	C	6	6	4

<b>Unidad → Contenido</b>	<b>Representación Unidad</b>	<b>Representación Contenido</b>	<b>N° de Preguntas</b>
<b>Números Enteros</b>	<b>1</b>		<b>4</b>
Definición de Números Enteros		1	
Comparar y Ordenar Números Enteros		2	
Suma de Enteros		3	
Resta de Enteros		4	
<b>Potencias de base positiva</b>	<b>2</b>		<b>4</b>
Definición de Potencias		1	
Propiedades de las Potencias		2	
Notación Científica		3	
<b>Proporciones</b>	<b>3</b>		<b>4</b>
Definición de Proporciones		1	
Resolución de Proporciones		2	
Multiplicación y División de Razones		3	
<b>Raíces Cuadradas</b>	<b>4</b>		<b>5</b>
Definición de Raíces		1	
Estimación de Raíces Cuadradas		2	
<b>Operaciones de Números Enteros</b>	<b>5</b>		<b>4</b>
Concepto de Multiplicación		1	
Algoritmo de Multiplicación		2	
Concepto de División		3	
Algoritmo de División		4	
<b>Potencias de base negativa</b>	<b>6</b>		<b>5</b>
Potencias de Base Entera y Exponente Natural		1	
Potencias de Base Fraccionaria y Exponente Natural		2	
Propiedades de Potencias		3	
Prioridad Operatoria		4	
<b>Números Racionales (Q)</b>	<b>7</b>		<b>4</b>
Definición de Números Racionales		1	
Transformación de Números Racionales		2	
Comparación de Números Racionales		3	
Aproximación de Números Racionales		4	
<b>Operatoria de Números Racionales</b>	<b>8</b>		<b>5</b>
Adición y Sustracción de Números Racionales		1	
Multiplicación de Números Racionales		2	
División de Números Racionales		3	
Propiedades de los Números Racionales		4	
<b>Potencias de Base Racional</b>	<b>9</b>		<b>4</b>
Definición de Potencias de un numero racional		1	
Propiedades de potencias de base racional y exponente entero		2	
Ejercicios Combinados con Números Racionales		3	
<b>Total</b>			<b>39</b>

<b>Habilidades</b>	<b>Representación</b>
Conocimiento	1
Comprensión	2
Aplicación	3
Análisis	4
Síntesis	5
Evaluación	6

Anexo N° 4: Hoja de respuestas.

IDENTIFICACION DEL ALUMNO										ANOTE SUS RESPUESTAS AQUI													
APELLIDO PATERNO																							
APELLIDO MATERNO																							
NOMBRES																							
RUT ALUMNO																							
<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 100%; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 100%; height: 20px;"></div>																							
AREA Y NUMERO DE LA PRUEBA																							
<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 100%; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 100%; height: 20px;"></div>																							
<input type="radio"/> LENGUAJE Y COMUNICACIÓN <input type="radio"/> MATEMÁTICAS <input type="radio"/> HISTORIA Y CIENCIAS SOCIALES <input type="radio"/> C. BIOLOGÍA (PROFUNDIZACIÓN) <input type="radio"/> C. QUÍMICA (PROFUNDIZACIÓN) <input type="radio"/> C. FÍSICA (PROFUNDIZACIÓN)																							
ATENCIÓN																							
ANOTAR EN ESTA HOJA TODOS LOS DATOS PEDIDOS, ES DE SU EXCLUSIVA RESPONSABILIDAD.  LA OMISIÓN O REGISTRO ERRÓNEO DE LOS DATOS CONDUCIRÁ A NO TENER EL PUNTAJE CORRESPONDIENTE.																							
RESULTADOS																							
BUENAS	<input style="width: 50px;" type="text"/>	% LOGRO	<input style="width: 50px;" type="text"/>							41	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	42	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
MALAS	<input style="width: 50px;" type="text"/>	PUNTAJE	<input style="width: 50px;" type="text"/>							43	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	44	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
OMITIDAS	<input style="width: 50px;" type="text"/>	FECHA	<input style="width: 50px;" type="text"/>							45	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	46	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
										47	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	48	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
										49	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	50	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
										51	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	52	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
										53	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	54	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
										55	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	56	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
										57	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	58	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
										59	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	60	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
										61	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	62	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
										63	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	64	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
										65	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	66	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
										67	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	68	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
										69	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	70	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
										71	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	72	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
										73	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	74	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
										75	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	76	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
										77	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	78	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
										79	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	80	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
										80	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>							

Anexo N°5: Resultados detallados del experimento.

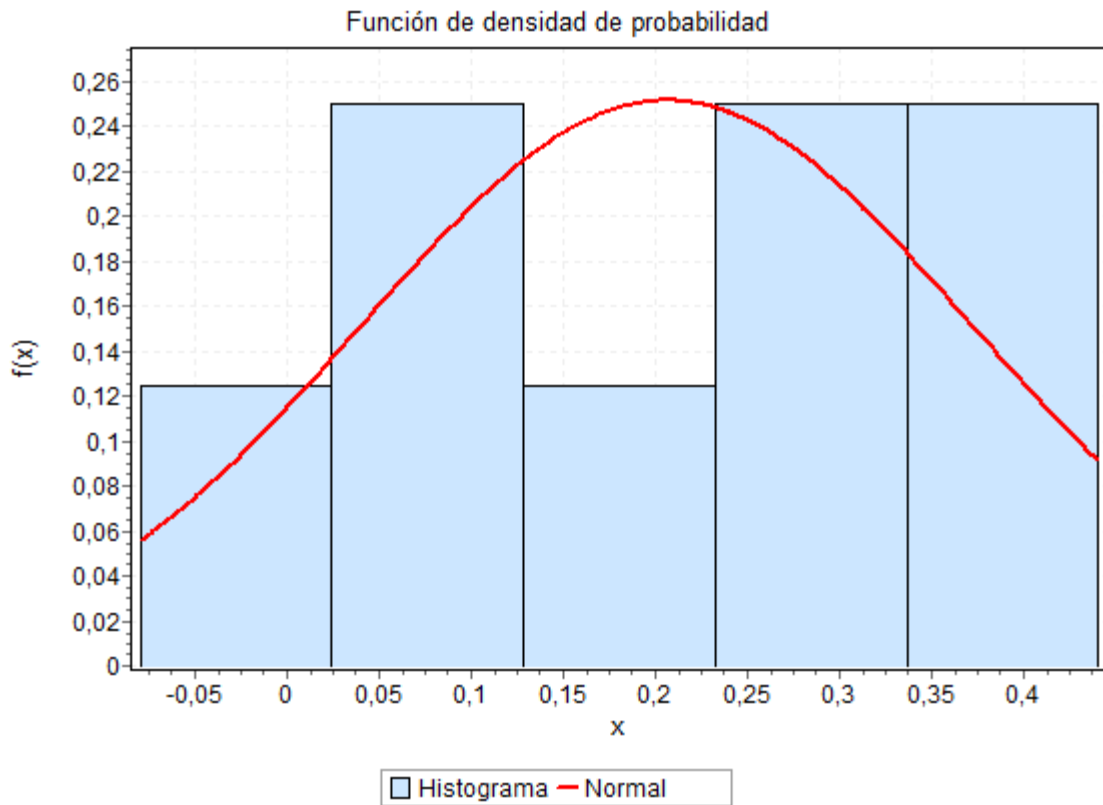
Grupo Experimental	Modelo de Aprendizaje	Progreso			Tiempo Promedio [horas]	Promedio Unidades Aprobadas
		Promedio	Desviación Estándar	Varianza		
Grupo 1	Matriz Habilidad-Dificultad	20,51%	16,43%	2,70%	2,03	44,44%
Grupo 2	Teoría de Respuesta al Ítem	14,49%	12,06%	1,46%	2,15	45,56%
Grupo 3	Ninguno	8,74%	13,33%	1,78%	1,98	41,92%

Fuente: Elaboración propia.



Anexo N°6: Histograma de la variable “Progreso”, curva y bondad de ajuste de la distribución normal en las muestras de cada grupo experimental.

Histograma de la variable “Progreso” y curva de distribución normal para Grupo 1



Fuente: Software EasyFit 5.5.

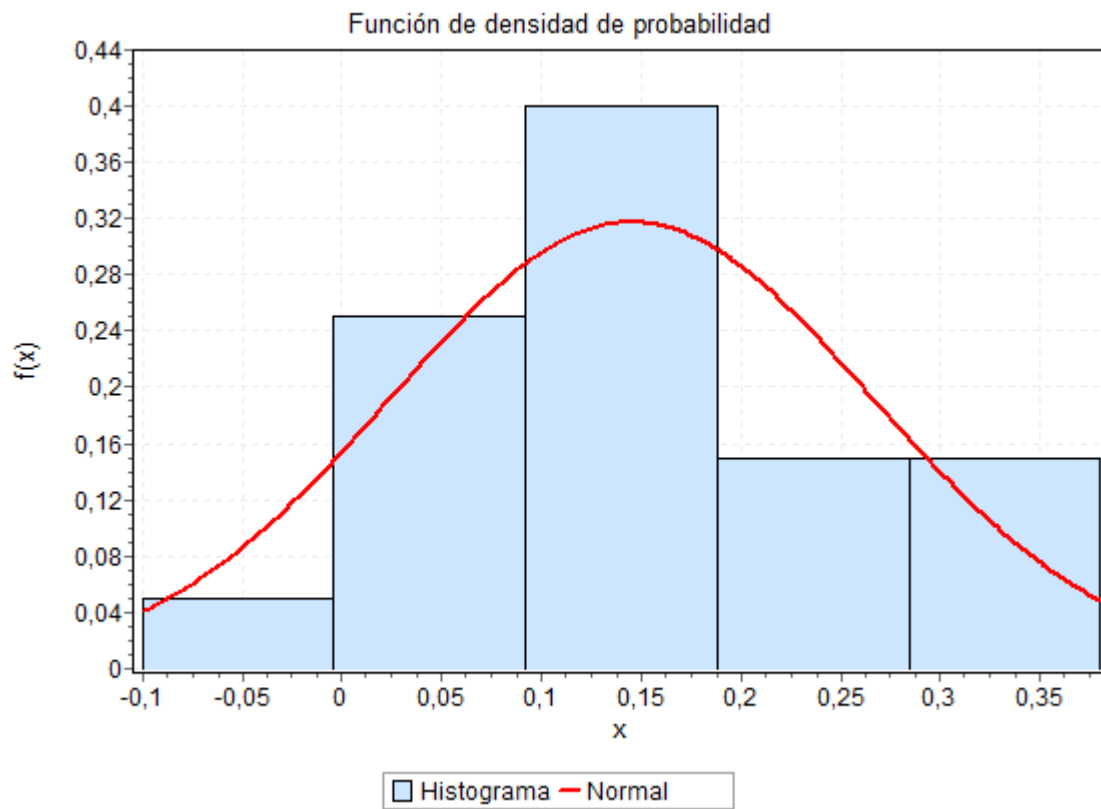
Bondad de ajuste de la distribución normal a los datos de la variable “Progreso” del Grupo 1

**Bondad de ajuste - Detalles** [ocultar]

<b>Normal</b> [#27]					
Kolmogorov-Smirnov					
Tamaño de la muestra	16				
Estadística	0,17409				
Valor P	0,65501				
Rango	10				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Valor crítico	0,25778	0,29472	0,32733	0,36571	0,39201
Rechazar?	No	No	No	No	No
Anderson-Darling					
Tamaño de la muestra	16				
Estadística	0,5827				
Rango	9				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Valor crítico	1,3749	1,9286	2,5018	3,2892	3,9074
Rechazar?	No	No	No	No	No
Chi-cuadrado					
Grados de libertad	2				
Estadística	1,5891				
Valor P	0,45179				
Rango	12				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Valor crítico	3,2189	4,6052	5,9915	7,824	9,2103
Rechazar?	No	No	No	No	No

Fuente: Software EasyFit 5.5.

Histograma de la variable “Progreso” y curva de distribución normal para Grupo 2



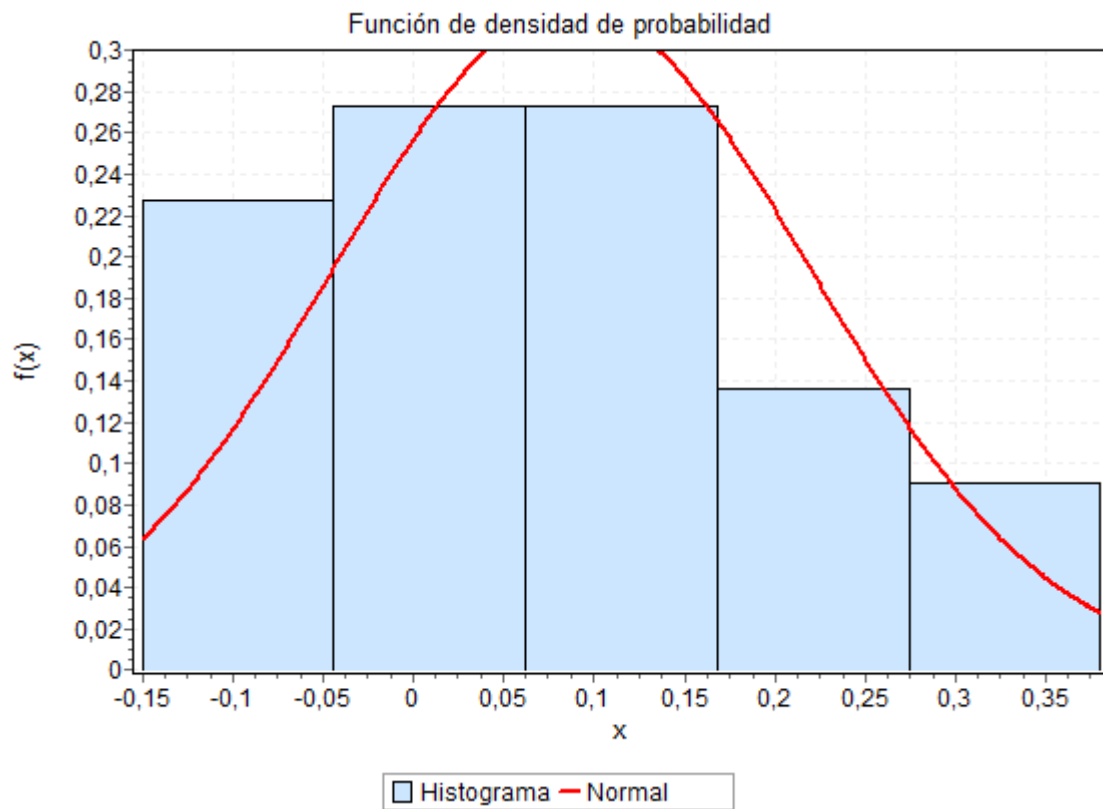
Fuente: Software EasyFit 5.5.

Bondad de ajuste de la distribución normal a los datos de la variable “Progreso” del Grupo 2

Bondad de ajuste - Detalles [ocultar]					
<b>Normal</b> [#27]					
Kolmogorov-Smirnov					
Tamaño de la muestra	20				
Estadística	0,14946				
Valor P	0,70853				
Rango	19				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Valor crítico	0,23156	0,26473	0,29408	0,32866	0,35241
Rechazar?	No	No	No	No	No
Anderson-Darling					
Tamaño de la muestra	20				
Estadística	0,37011				
Rango	19				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Valor crítico	1,3749	1,9286	2,5018	3,2892	3,9074
Rechazar?	No	No	No	No	No
Chi-cuadrado					
Grados de libertad	1				
Estadística	0,79221				
Valor P	0,37343				
Rango	3				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Valor crítico	1,6424	2,7055	3,8415	5,4119	6,6349
Rechazar?	No	No	No	No	No

Fuente: Software EasyFit 5.5.

### Histograma de la variable “Progreso” y curva de distribución normal para Grupo 3



Fuente: Software EasyFit 5.5.

Bondad de ajuste de la distribución normal a los datos de la variable “Progreso” del Grupo 3

**Bondad de ajuste - Detalles** [ocultar]

<b>Normal</b> [#27]					
Kolmogorov-Smirnov					
Tamaño de la muestra	22				
Estadística	0,11245				
Valor P	0,91469				
Rango	8				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Valor crítico	0,22115	0,25283	0,28087	0,31394	0,33666
Rechazar?	No	No	No	No	No
Anderson-Darling					
Tamaño de la muestra	22				
Estadística	0,28836				
Rango	22				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Valor crítico	1,3749	1,9286	2,5018	3,2892	3,9074
Rechazar?	No	No	No	No	No
Chi-cuadrado					
Grados de libertad	2				
Estadística	1,0544				
Valor P	0,59027				
Rango	21				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Valor crítico	3,2189	4,6052	5,9915	7,824	9,2103
Rechazar?	No	No	No	No	No

Fuente: Software EasyFit 5.5.

## Anexo N°7: Cálculo de la probabilidad del Error tipo II.

Con el fin de calcular la probabilidad de que se cometa un error tipo II al no rechazar una hipótesis nula, se sigue el siguiente procedimiento suponiendo que existe una diferencia en las medias de 0,001, es decir un 0,1% entre ambos modelos:

1. Llamemos  $\bar{X}$  y  $s_1$  a la media y desviación estándar de la muestra del grupo 1, por otra parte, llamamos  $\bar{Y}$  y  $s_2$  a la media y desviación estándar de la muestra del grupo 2, donde ambas muestras distribuyen normal. Debido a que la distribución de la muestra del grupo 1 es independiente de la muestra del grupo 2, entonces  $\bar{X}$  es independiente de  $\bar{Y}$ , por lo tanto:

$$\bar{X} - \bar{Y} \sim N\left(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)$$

Dado que no conocemos las varianzas reales  $\sigma_1^2$  y  $\sigma_2^2$ , reemplazamos éstas por sus estimadores  $s_1^2$  y  $s_2^2$ .

2. Los datos del problema y las hipótesis son:

$$\bar{\mu} = \mu_1 - \mu_2 = 0,0098$$

$$\sigma = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2} = 0,0013$$

$$n = 73$$

$$\alpha = 0,05$$

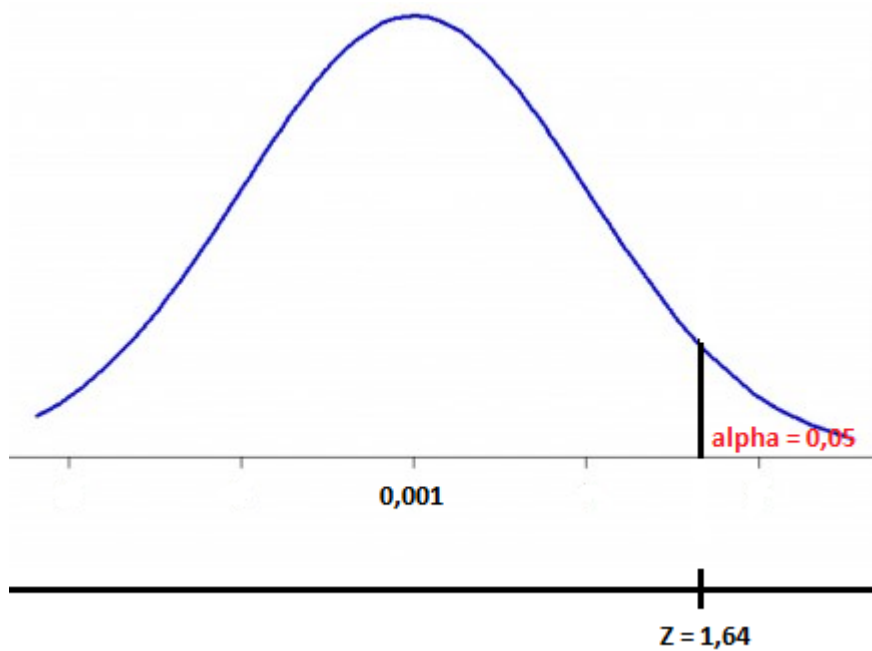
$$H_0: \mu = 0$$

$$H_1: \mu > 0$$

$$\mu_0 = 0$$

$$\mu_a = 0,001$$

3. Se establece la región de no rechazo de la hipótesis nula, utilizando la media supuesta en la hipótesis nula y los datos del problema. Además se determina el punto crítico correspondiente a  $Z_{1-\alpha} = 1,64$  con la tabla de la distribución normal.



4. Se determina el valor de  $\bar{\mu}$  correspondiente a los valores críticos, utilizando la igualdad:

$$z = \frac{\bar{\mu} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$\bar{\mu} = z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} + \mu_0 = 0,00026$$

5. Una vez obtenida la diferencia de medias estimada  $\bar{\mu}$  con un nivel de significancia de 5%, se determina el valor crítico de  $Z_\beta$  con el valor de  $\bar{\mu}$ , utilizando la igualdad del paso anterior:

$$Z_\beta = \frac{\bar{\mu} - \mu_a}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = -0,06428$$

6. Por lo tanto, con la ayuda de la tabla de distribución normal, la probabilidad  $\beta = 0,4761$ .