UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

FRICCIONES DEL MERCADO LABORAL EN CIUDADES, ANÁLISIS DE LAS DIFERENCIAS EN LAS TASAS DE DESEMPLEO COMUNAL PRODUCTO DE CAMBIOS EN CONECTIVIDAD Y PRODUCTIVIDAD

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN ECONOMÍA APLICADA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

MATÍAS IGNACIO SOLORZA FLORES

PROFESOR GUÍA:
ALEXANDRE JANIAK

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
BENJAMÍN VILLENA ROLDÁN
ELTON DUSHA

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por Proyecto Anillo, "Search and Matching: Assets, Unemployment, and Governance"

SANTIAGO DE CHILE
2016

RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR
AL GRADO DE MAGÍSTER EN ECONOMÍA APLICADA
POR: MATÍAS IGNACIO SOLORZA FLORES
FECHA: 2016
PROF. GUÍA: SR. ALEXANDRE JANIAK

FRICCIONES DEL MERCADO LABORAL EN CIUDADES, ANÁLISIS DE LAS DIFERENCIAS EN LAS TASAS DE DESEMPLEO COMUNAL PRODUCTO DE CAMBIOS EN CONECTIVIDAD Y PRODUCTIVIDAD

El objetivo de esta tesis es estudiar cómo cambios en la productividad o conectividad de una comuna afecta la tasa de desempleo en el resto de la ciudad, el trabajo se motiva con la relación entre tiempos de viaje y desempleo presente en los datos de la ciudad de Santiago, además se enmarca es una vasta literatura, que presenta la oportunidad de no haber indagado en las diferencias de desempleo dentro de las ciudades como resultado de un equilibrio.

La forma en cómo se abordó el problema fue desde los modelos de búsqueda de empleo con una extensión del trabajo de Coulson, Laing, Wang (2001). El modelo desarrollado acá describe por medio de ecuaciones de *Bellman* los valores de estado para la firma y trabajador representativo en cada comuna, incorporando costos de transporte por zona e individuales, diferencias en productividad y costos de entrada en las comunas. Los salarios se determinaron mediante negociación a la Nash, en donde el salario tiene una componente espacial y otra laboral. Con ello se determinaron las tasas de contacto de los trabajadores y firmas en equilibrio, las cuales definen la búsqueda de los trabajadores y los niveles de desempleo en las distintas comunas.

El modelo permite representar la relación positiva entre el tiempo de viaje promedio y el desempleo de las diferentes comunas de Santiago, mediante el análisis del equilibrio se encuentra que frente a aumentos en el costo fijo de transporte en una zona en particular, aumentará el promedio del gasto en transporte de la zona (interpretable como el tiempo de viaje promedio) y aumentará también el desempleo en ella. En el resto de la ciudad, aumentará el promedio del gasto en transporte producto de un aumento en los viajes al centro, gracias a que menos gente desde la zona del cambio podrá salir a buscar trabajo al centro y también la tasa de desempleo en el resto de la ciudad caerá. Frente a aumentos en la productividad en una zona en particular, disminuirá el promedio del gasto en transporte en la misma zona y disminuirá el desempleo en ella. En el resto de la ciudad, aumentará el promedio del gasto en transporte producto de un aumento en el número de los viajes al centro. La tasa de desempleo en el resto de la ciudad caerá.

Para el análisis se necesita que se cumplan dos condiciones, la condición de existencia del equilibrio radica en que en cada comuna, la opción de ir a buscar trabajo al centro sea atractiva para los habitantes con menores costos de transporte individual, mientras que los individuos con mayores costos individuales prefieran buscar empleo en su zona. Por otro lado, se requiere para los efectos de equilibrio general que el costo fijo de transporte en la zona del cambio sea lo suficientemente grande como para alterar las decisiones de los agentes con mayores costos de transporte individual.

A mis padres, hermano, Nati y Coky.

A Carla y Federico.

Agradecimientos

A mis padres por su apoyo y preocupación ilimitada, por sus consejos y valores entregados, a Carla por estar siempre a mi lado y ser un apoyo incondicional, a mi hermano y Nati por su amor.

A los profesores, en particular a mi profesor guía Alexandre Janiak por sus consejos dados y enseñanzas recibidas. A los profesores Benjamín Villena y Elton Dusha por sus valiosos consejos para poder terminar este trabajo de mejor forma. En conjunto a los tres, por la rigurosidad del análisis.

Al resto de mi familia, amigos y a todos los que estuvieron presente en este largo camino.

Tabla de contenido

Capítulo 1

Introducción

Estudiar la dinámica del desempleo en una ciudad como Santiago en donde la población vulnerable tiene un bajo acceso al transporte público, el cual impide la movilidad y el acceso a focos de empleo, Shirahige y Correa (2015), cobra aún mayor importancia. ¿Por qué la tasa de desempleo varía dentro de la ciudad? y en particular, ¿por qué es tan alta en áreas específicas?, ¿cambios en la productividad o conectividad de una comuna afectan la tasa de desempleo del resto de la ciudad? De haber una relación, ¿el sentido del cambio es el mismo en la comuna que originó el cambio que en el resto de la ciudad? Son inquietudes que aparecen y que se contemplan en este estudio.

Para responder a las dos primeras preguntas, en esta tesis se utilizará un enfoque espacial para explicar las diferencias en el desempleo, su justificación se comentará a continuación. La distribución espacial y geográfica de Santiago, capital de Chile, ha sido puesta en duda desde tiempos antiguos, Benjamín Vicuña Mackenna el primer Intendente de Santiago, ya en 1870 notó que la ciudad tenía grandes diferencias en su orden urbano y territorial. Desde los archivos de la Dirección de Bibliotecas Archivos y Museos de Chile (DIBAM), se menciona que *el centro de Santiago en 1870 era un conjunto de no más de 30 manzanas donde vivía la aristocracia que dirigía los destinos económicos, políticos y culturales del país. Las familias vivían al estilo de las burguesías de Francia, Inglaterra y Estados Unidos, consagrando así un modo de vivir europeo, distinguido y exclusivo.*
Fuera de la "ciudad decente", en palabras de Benjamín Vicuña Mackenna, estaban los arrabales, poblados de ranchos, chicherías y chinganas, conocidos hoy como lugares de fiestas populares, donde se congregaba la mayoría de los habitantes en medio de la miseria, la insalubridad y el hacinamiento.

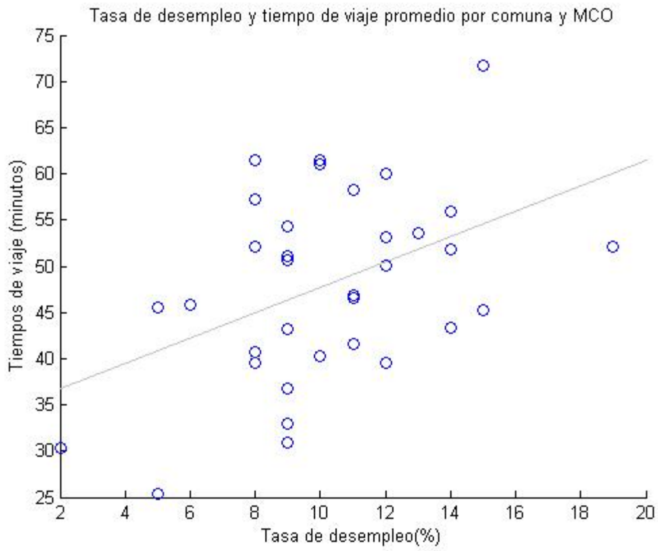
Santiago era una ciudad social y moralmente dividida, fenómeno que en parte sigue hasta el día de hoy. Esta división o heterogeneidad de la ciudad se puede ver actualmente, dentro de lo que compete a este estudio, en la varianza de la tasa de desempleo dentro de ella. Hay zonas de la ciudad que tienen índices de desempleo en torno a dos dígitos y otras zonas con menores índices históricos (Centro de Microdatos Universidad de Chile). Según datos de la Encuesta de Caracterización Socioeconómica Nacional (CASEN), en donde se puede observar el desempleo a nivel comunal, se ve que la tasa de desempleo comunal varía y hay una relación con los tiempos de viaje desde el hogar hacia el lugar de trabajo.

Los tiempos de viaje fueron obtenidos desde la Encuesta Origen Destino para el Gran Santiago (EOD) a cargo del Ministerio de Transportes y Telecomunicaciones de Chile, para la versión del año 2012 se encuestó un universo de 18.000 hogares en la Región Metropolitana. En ella se constataron los puntos de origen, de destino, hora de inicio y hora de fin de los viajes junto con el motivo (laboral, estudio, salud, recreación, otras), dentro de otros datos como carateríticas personales y modos de transporte de los usuarios. La EOD se realiza cada diez años y en la versión del año 2012 algunos de sus resultados indican que el porcentaje de viajes diarios que se realiza en transporte público (29,1 %) es levemente superior al porcentaje de viajes realizados en transporte privado (28 %)(el resto de los viajes se dividen entre caminata y bicicleta) y que el bus sigue siendo el modo más importante del transporte público. De la EOD se puede calcular el tiempo de viaje promedio para cada comuna de Santiago y se puede relacionar esto con los datos de desempleo comunal de la encuesta CASEN como se ilustran en los gráficos de las páginas 3 y 4.

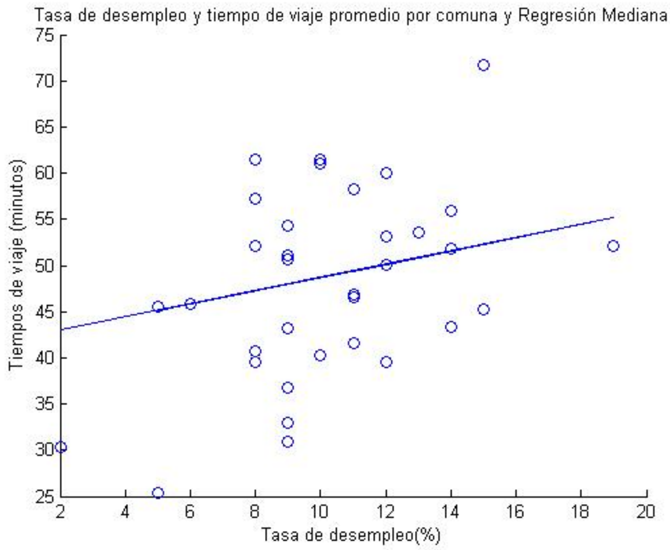
En ellos cada punto representa una de las comunas de Santiago y como se puede observar la relación es positiva y existe una correlación de un 48 % entre los datos de empleo y los tiempos de viaje para estas zonas. Se incluyen además las regresiones mediante Mínimos Cuadrados Ordinarios y Regresiones Medianas. El método de Mínimos Cuadrados Ordinarios proporciona un estimador insesgado de mínima varianza, siempre que se cumplan los supuestos. Será consistente cuando los regresores sean exógenos y no haya perfecta multicolinealidad, este será óptimo en la clase de parámetros lineales cuando los errores sean homocedásticos y además no haya autocorrelación. Por otro lado, las Regresiones Cuantíles, modelan la relación entre los regresores y un percentil específico (o cuantíl y se llama Regresión Mediana en el caso del percentíl 50) de la variable dependiente. Con ello se puede tener una visión más detalladada del fenómeno y se podrá distinguir el efecto si en la muestra hay valores extremos.

La relación entre tiempos de viaje y desempleo en la Regresión Mediana es menor frente al caso con Mínimos Cuadrado Ordinarios. Con ello se corre el riesgo que la relación positiva encontrada en los datos sea producto de valores extremos. Sin embargo, la relación aún es positiva para la regresión mediana, es decir, existe una relación positiva entre los tiempos de viaje y desempleo en los datos, aún abstrayendo el efecto de los valores extremos. De todas formas es un llamado de alerta para comprender que el desempleo es un fenómeno complejo que no sólo se explica por elementos espaciales, pero para el caso de este estudio se tomará ese enfoque.

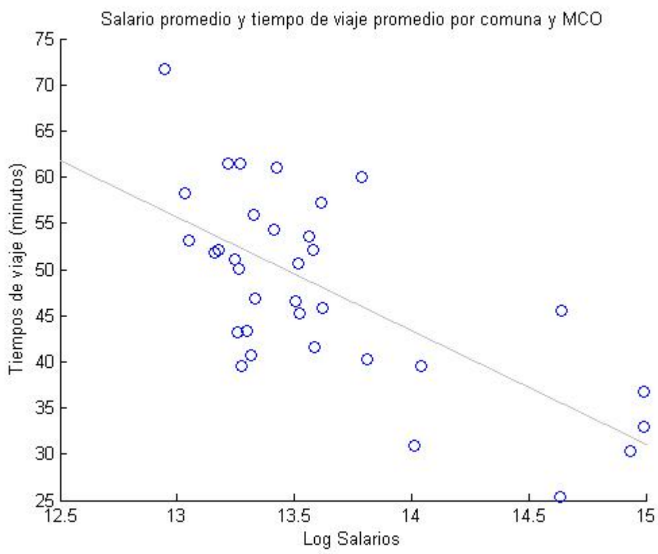
En el caso de la relación entre salarios y tiempos de viaje no se observan valores extremos que alteren los resultados en forma sustantiva. Finalmente cabe destacar que el problema de que las conclusiones preliminares estén sesgadas por valores extremos se podría atenuar aumentando la cantidad de puntos, pero ya que se utilizaron todas las comunas de Santiago este aumento no es posible actualmente.



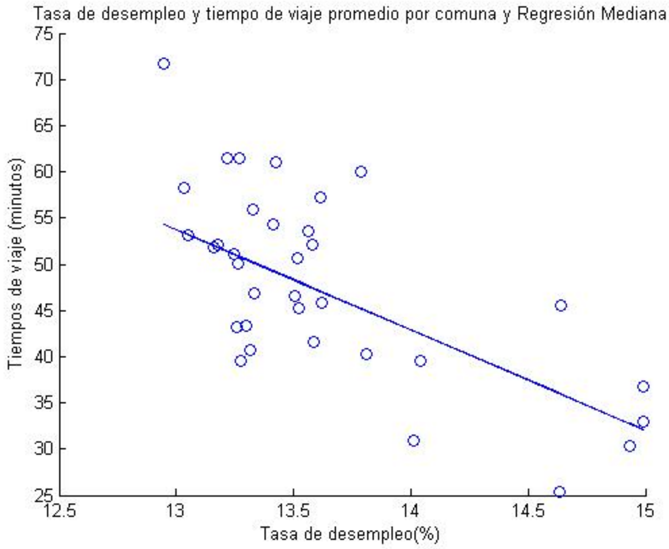
Tasa de desempleo y tiempo de viaje promedio por comuna y MCO
Tiempos de viaje (minutos)
Tasa de desempleo(%)



Tasa de desempleo y tiempo de viaje promedio por comuna y Regresión Mediana
Tiempos de viaje (minutos)
Tasa de desempleo(%)



Salario promedio y tiempo de viaje promedio por comuna y MCO
Tiempos de viaje (minutos)
Log Salarios



Fuente: Elaboración propia en base a CASEN 2011 y Encuesta Origen Destino correspondientes al año 2012.

Sabiendo que se utilizará un enfoque espacial y de conectividad para explicar diferencias en la tasa de desempleo y además, que se observa en los datos de Santiago que a mayor tiempo de viaje mayor es la tasa de desempleo en las comunas. Se desarrollará un modelo que incorpore estos elementos para poder estudiar la pregunta, ¿cambios en la productividad o conectividad de una comuna afectan la tasa de desempleo del resto de la ciudad? De haber una relación, ¿el sentido del cambio es el mismo en la comuna de origen del cambio que en el resto de la ciudad?

La motivación para esta pregunta de investigación, viene de las transformaciones que sufren las ciudades producto de los cambios en las necesidades de sus habitantes, nuevas tecnologias o cambios que responden a la actividad política. Este estudio pretende resaltar el efecto que tienen estos cambios o medidas que alteran la conectividad o productividad de las diferentes zonas de la ciudad en el mercado del trabajo, en específico en la tasa de desempleo. Como se mencionó anteriormente el caso de Santiago y la relación entre tiempos de viajes promedio de las comunas y la tasa de desempleo, a continuación se presenta un ejemplo de cambio regulatorio que altera la conectividad de la ciudad y sin duda altera el equilibrio del mercado del trabajo.

En lo que respecta al ordenamiento territorial, en Santiago la regulación del uso de suelo viene por el Plan Metropolitano Regulador de Santiago (PMRS), éste ha sufrido notorios cambios desde su creación, haciéndose cargo del crecimiento de la población y las necesidades de aumentar el suelo urbano e industrial. El último cambio ocurrió a fines del año 2013, en donde la Contraloría General de la República aprobó el nuevo Plan Regulador (PMRS100) y producto de ello la capital chilena creció en 10 mil hectáreas para vivienda, áreas verdes y generación de industrias. Cabe destacar que la expansión del suelo urbano de la ciudad de Santiago tuvo muchas críticas desde la planificación urbana, este estudio busca aportar al debate desde otra mirada, analizando el impacto que tienen ese tipo de medidas en el desempleo de las distintas comunas de la ciudad.

Las ocho comunas que se vieron afectadas por el aumento de suelo fueron Renca, Cerro Navia, La Pintana, Puente Alto, Quilicura, Pudahuel, Maipú y San Bernardo, comunas periféricias del sector norte, poniente y sur de la ciudad. Los defensores del aumento de suelo argumentaron que era necesario incrementarlo, ya que el suelo disponible para vivienda social es escaso y muy caro. Justamente esa razón es por la cual diversos actores criticaron la aprobación del PMRS100, argumentando que aumentar la cantidad de personas que vivirán en la periferia, las cuales no tienen muchas más opciones que viajar al centro a trabajar, sólo contribuirá a la consolidación de ghettos, más aún si las condiciones actuales de transporte no cambian. El problema que puede generar este tipo de medidas, es acrecentar la desigualdad en Santiago, sobre todo en el acceso a focos de empleo. Para reafirmar esta problemática, según datos de la última Encuesta de Calidad de Vida Urbana realizada por el Ministerio de Vivienda, La Pintana es la comuna en donde la gente se demora más en llegar a su trabajo: un 48 % tarda más de una hora. Producto de las diferencias en conectividad, los extensos desplazamientos afectan principalmente a las comunas del sur de la capital. En promedio, el 30 % de los vecinos demora más de 60 minutos (Encuesta de Calidad de Vida Urbana 2012).

Sin embargo aún hay oportunidades para que se pueda cambiar el Plan Regulador o al menos que se tomen medidas para reparar sus daños. En este escenario es que se vuelve relevante estudiar cómo cambios en conectividad o productividad de las diferentes zonas modifican los resultados de la tasa de desempleo. La motivación de este trabajo también es indagar en nuevas líneas de estudio en torno al desempleo, en específico en el estudio de las diferencias de desempleo dentro de las ciudades, tema poco abordado dentro de la literatura. Este tema cobra relevancia ya que a menor desempleo, se ha observado menor desigualdad en la distribución de ingresos, misión de las políticas públicas contemporáneas. Esa fue la conclusión a la que llegó la División de Estudios del Ministerio Secretaría General de la Presidencia (Segpres), al analizar los antecedentes de empleo y razón de ingresos de la encuesta del Centro de Microdatos de la Universidad de Chile, para el Gran Santiago. En el análisis que compara los trimestres a marzo y junio, entre los años 2005 y 2012, se muestra que a medida que más personas trabajan por hogar en el decil más pobre, la desigualdad de ingresos disminuye.

Además del impacto directo en el mercado laboral, existe una fuerte correlación entre localización del empleo y atracción de viajes por otros motivos, porque el lugar de trabajo es también una fuente de servicios para otros usuarios. En economías principalmente terciarias, como es el caso de la capital chilena, la distribución del empleo coincide con las oportunidades educativas, sociales, culturales, etc. que ofrece la ciudad, entonces si hay diferencias en distintos sectores de la ciudad en la tasa de desempleo se puede argumentar que hay diferencias en los servicios a los cuales pueden optar estos distintos grupos.

Se pretende estudiar este fenómeno desde la perspectiva de los modelos de búsqueda de empleo, en primera instancia se pretende generar un modelo que logre representar la relación positiva entre tiempos de viaje y desempleo, incorporando costos de transporte heterogéneos y diferencias en productividad a lo largo de las zonas. Con el modelo se pretende responder la pregunta de investigación. ¿cambios en la productividad o conectividad de una comuna afectan la tasa de desempleo del resto de la ciudad? De haber una relación, ¿el sentido del cambio es el mismo en la comuna que originó el cambio que en el resto de la ciudad? A continuación se situará esta investigación en la literatura.

1.1. Relación con la literatura

Este trabajo se enmarca en el estudio de la relación entre tiempos de viaje y desempleo, y en específico se abordará desde la literatura macroeconómica de los modelos de búsqueda de empleo, concepto desarrollado por los autores Dale Mortensen y Christopher Pissarides en el trabajo publicado en 1994. Se utilizará el trabajo de Coulson, Laing y Wang (2001) como base y será una extensión de él la cual entregará las herramientas para poder responder la pregunta de investigación. Para contextualizar el estudio se explicará cómo se ha estudiado la relación entre tiempos de viaje y desempleo en la literatura.

1.1.1. Relación entre tiempos de viaje y desempleo

La relación entre tiempos de viaje y desempleo ha sido estudiada vastamente, existe un gran número de artículos que han indagado en la distancia a los centros de empleo y el comportamiento de los agentes. Seater (1979) por ejemplo, menciona que para incrementar el número de firmas que contacta un trabajador, éste debe incrementar el área sobre la cual está realizando la búsqueda, lo que requerirá un aumento más que proporcional en el tiempo dedicado a la búsqueda. Chirinko (1982) por su parte, avala la idea mediante el uso de data de la *Current Population Survey (CPS)* para Estados Unidos. Van Ommeren et al. (1997) centra su análisis en el estudio de cómo cambia la disposición a viajar si aumentan las ofertas de trabajo de los agentes. Además de los estudios empíricos que avalan que existe una relación entre los tiempos de viaje y elementos del mercado del trabajo, existen varias líneas de investigación que conectan estos temas. Por tópico se hará una revisión de los estudios en torno al *Spatial Mismatch*, aspectos de economía urbana, cómo los mercados locales afectan las decisiones de búsqueda de los agentes y finalmente, la relación entre movilidad y desempleo.

La literatura relacionada con el *Spatial Mismatch* comienza con Kain (1968). La hipótesis de Kain consistió en el descalce entre las oportunidades laborales y los sectores en donde viven las familias de bajos ingresos. En su formulación original, los trabajadores de raza afroamericana (que viven en los suburbios) enfrentan fuertes barreras geográficas para encontrar y mantener puestos de trabajo bien remunerados, como consecuencia de la segregación residencial, la suburbanización del empleo y la falta de conectividad desde los suburbios. *Papers* posteriores indagan en esta relación como Holzer (1987 y 1988), Brueckner y Zenou (2003) lo conectan con la discriminación en el mercado de vivienda y Coulson et al. (2001), estudia las condiciones bajo las cuales se observan los principales hechos estilizados asociados al *Spatial Mismatch* en ciudades de Estados Unidos, (1) la tasa de desempleo para los trabajadores con baja capacitación es mayor en el centro que en los suburbios, (2) la tasa de vacantes para estos trabajadores es mayor en las firmas de los suburbios que en el centro, y (3) los salarios son superiores en las firmas de los suburbios que en las del centro de la ciudad. Por último, Zenou (2009) presenta un *review* de esta literatura.

Para adentrarse en el estudio de estos temas es necesario comprender elementos de economía urbana. Fue gracias al concepto de ciudades monocéntricas que proliferaron los trabajos entorno a los tiempos de viaje y agentes, en ella se asume que todos los empleados se encuentran en el *Central Business District (CBD)*, y la población se distribuye en torno a él. Este tipo de simplificación no permite variación geográfica dentro de la ciudad, por lo cual estos modelos no son útiles para comprender diferencias de la tasa de desempleo dentro de las ciudades, ya que todos los desempleados viven en los suburbios en esta clase de modelos. Ampliando estos supuestos aparece el trabajo de Fujita, Thiesse, Zenou (1997), en donde ocupan un nuevo enfoque para explicar la formación de un sector secundario en ciudades monocéntricas. Un sector secundario (*SEC o Secondary Employment Center*) se entiende por un lugar con firmas que son pequeñas, es decir, no tienen poder de mercado para escoger su ubicación y que representan otro foco de empleos en la ciudad. Los autores antes mencionados siguen la línea del trabajo pionero de Henderson y Mitra (1996), donde asumen que el SEC se forma cuando una gran firma considera colocar una nueva planta en un punto de la ciudad en donde ninguna empresa tiene una gran participación de mercado, ni concentra muchos trabajadores, luego esta nueva ubicación puede verse como un SEC.
Otra forma de analizar la formación de un SEC, o de variaciones al supuesto de ciudades monocéntricas, es como la hacen Smith y Zenou (1997). Ellos muestran que en una ciudad si todas las casas son del mismo tamaño y hay diferencias de ingreso entre diferentes grupos de la población, aquellos con mayores ingresos siempre excluirán a los otros mediante la renta y se quedarán con las ubicaciones cercanas al CBD. Estudian el caso de una ciudad en la cual todos los residentes van a buscar trabajo al centro y hay pleno empleo, luego tras un shock negativo de demanda se provoca un nivel de desempleo suficiente y producto de esto se crean las condiciones necesarias para la aparición de un segundo sector en las cercanías de la periferia. El presente trabajo continúa la búsqueda para relajar el supuesto de ciudades monocéntricas desarrollada en la literatura, en el modelo de esta tesis se permitirá que los agentes busquen trabajo no sólo en el centro si no que en sus propias zonas, y se plantea de manera genérica para J zonas, es decir J lugares de empleo. Sin embargo, la estructura del modelo se restringe para equilibrios en donde las personas puedan buscar trabajo en su propia zona o en el centro de la ciudad.

Un elemento que también es relevante para estudiar los tiempos de viaje, son las diferentes opciones que tienen los trabajadores para buscar empleo. En otras palabras, dirigir su búsqueda hacia zonas más o menos cercanas a su lugar de residencia y con ello destacar la importancia de la ubicación de los trabajadores en la ciudad. Gobillon et al. (2011) con datos desagregados para los individuos de las comunas de París, concluyen que los factores espaciales asociados a las municipalidades en donde viven las trabajadores exacerban los factores no espaciales en la determinación del desempleo. Marinescu y Rathelot (2013) encuentran que las postulaciones en el sitio web *Carreer.Builder*, disminuyen en un 20 % cada 5 kilómetros de distancia entre el domicilio del solicitante y la vacante. Finalmente esto se conecta con la literatura de las diferencias en tiempos de viaje según modos de transporte. Patacchini y Zenou (2005) desarrollan un modelo y lo validan con datos de Inglaterra, en donde las personas de raza blanca generalmente usan el automóvil y los de raza no blanca usan en mayor medida el transporte público. Los autores encuentran que para el mismo tiempo de viaje hacia los lugares de empleo, las personas en automóvil pueden buscar con más intensidad y concluyen que tener automóvil mejora la fuerza de búsqueda incidiendo en distintos niveles de desempleo para estos distintos grupos.

Otro elemento que condiciona la relación entre los tiempos de viaje y el desempleo, son las decisiones de movilidad (cambio del lugar de residencia) de los agentes. Esta línea de investigación sigue la lógica de que si hay oportunidades de trabajo muy distantes al lugar de residencia, los desempleados evaluarán la opción de un cambio de vivienda acorde a la disponibilidad de empleo. Para estudiar esta metodología, resulta primordial entender el concepto de la "disposición a pagar por arriendo" desarrollado por Alonso y Fujita (en estos modelos se asume que un agente externo es dueño de todas las viviendas y los trabajadores compiten en precios de arriendo), este dice que los trabajadores compiten por la ubicación más accesible al CBD con tal de ahorrar tiempos de viaje y/o costos de transporte. Utilizando aquel concepto, Brueckner y Zenou (2003) analizan los efectos de la discriminación en vivienda sobre los salarios y en la tasa de desempleo de los trabajadores afrodescendientes, tema motivado por la discriminación racial en Estados Unidos. La discriminación impacta en un mayor desempleo para las personas afrodescendientes, ya que al no poder acceder al mercado de vivienda cercano al lugar de empleo, quedan aislados y se torna menos atractiva la oferta de trabajo producto de los altos tiempos de traslado.

Wasmer y Zenou (2006) también estudian el mercado inmobiliario y su relación con el desempleo, concluyendo que la ubicación de los trabajadores depende de los costos de viaje, precio de vivienda, salarios y la calidad del matching. Con esta metodología logran identificar distintos tipos de ciudades, primero al analizar el caso sin costos de ajuste al momento de un cambio de vivienda, obtienen que la ciudad se divide en empleados y desempleados separados, los primeros cerca del centro, es decir, los empleados aumentan la oferta por vivienda y desplazan a los desempleados. Después al analizar el fenómeno pero con costos de ajuste habrán cuatro grupos de agentes, los móviles empleados y desempleados y los inmóviles empleados y desempleados.
Wasmer y Zenou al introducir costos de ajuste logran identificar los grupos móviles e inmóviles, consiguiendo mezclar grupos de población en diferentes áreas. Su trabajo se relaciona con el presente, ya que los autores obtienen la dispersión de los agentes dentro de la ciudad, para el caso de ciudades monocéntricas y simétricas, por lo que sólo basta analizar un rayo de esta ciudad circular. En el presente trabajo se pretende analizar la dispersión de trabajadores, en el sentido de generar un modelo en dónde hayan diferentes zonas de la ciudad con desempleados. Este enfoque se escoge porque en las comunas hay elementos distintivos como regulación, diferencias políticas, atractivos urbanos. Gracias a ello se tendrá un modelo con desempleados y empleados que cohabiten en una misma área y se logrará identificar dos efectos que expliquen las diferencias en desempleo dentro de las comunas. Elementos urbanos (tiempos de viaje) y económicos, los cuáles en equilibrio explicarán las diferencias.

Wasmer y Zenou para lograr esta heterogeneidad utilizan la disposición a pagar por arriendo, en el presente trabajo esta dispersión o heterogeneidad espacial de los desempleados con empleados se llevará a cabo mediante costos heterogéneos por zona, agentes heterogéneos, diferencias en productividad y costos de entrada por zona, sumado a que los agentes tienen la opción de realizar viajes hacia el centro. Este enfoque tiene la ventaja y desventaja de no tener que modelar el mercado inmobiliario, favoreciendo la simplicidad del modelo, pero perdiendo complejidad para analizar una situación de la vida real.

Finalmente en los estudios relevantes que conectan el mercado inmobiliario con la relación entre tiempos de viaje y desempleo está el trabajo de Rupert y Wasmer (2012), los autores motivan su estudio con datos de cambios de hogar de un año a otro según grupos etáreos para Estados Unidos y Europa. En los datos, la tasa de cambio es casi 3 veces mayor en Estados Unidos que en Europa para todas las categorias, por ello exploran mediante un modelo parametrizado con los datos de EEUU, cómo la movilidad puede llevar a menores tasas de desempleo. El mecanismo que sugieren hace relación a que la baja movilidad refleja la ineficiencia del mercado inmobiliario para reasignar trabajadores en cada una de las ubicaciones, por ejemplo debido a regulaciones. Es por los problemas para encontrar casa cerca de los lugares de trabajo, que las ofertas de trabajo terminan siendo menos atractivas, luego los trabajadores estarán obligados en caso de aceptar a viajar largos trayectos y es ahí en donde aparecen las fricciones producto de los costos de transporte. La forma en cómo modelan el problema es a la Mortensen Pissarides, e incluyen seguros de desempleo e impuestos, movilidad geográfica y los tiempos de viaje para entender el rol que estas variables tienen en la variación del desempleo. En el ejercicio numérico, encuentran que las instituciones del mercado laboral pueden hacer grandes cambios en el desempleo pero con poco impacto en movilidad. En contraste, en el aspecto espacial, las fricciones inmobiliarias combinadas con altos costos de trasporte, explican bien la baja movilidad y el aumento del desempleo. Concluyen también que cuando los costos de transporte son bajos las fricciones inmobiliarias explican poco el desempleo.

La conexión con el presente trabajo es que Rupert y Wasmer tienen tres fuentes de desempleo, las convencionales (seguros de cesantía e impuestos y tensión del mercado), los inmobiliarios (discriminación o restricciones de capacidad) y los urbanos (costos de transporte). En este estudio se pretende hacer algo similar, se tienen los elementos convencionales, productividad y costos de entrada y los elementos espaciales (costos de transporte), los cuales serán heterogéneos en zonas y agentes para distinguir cuántos viajan al centro y cuántos no. Como diferencia con el modelo de Rupert y Wasmer, ellos asumen que la ubicación de los trabajadores no afecta sus decisiones de aceptación de trabajo, acá sí se incorporará dicho elemento. En contra, como se mencionó anteriormente, este modelo no incorporará el mercado inmobiliario y por ende no permitirá migraciones, en ese sentido las ubicaciones son fijas. De todas formas se mencionaron los mecanismos detrás de dicha línea de investigación con tal de motivar futuras mejoras al estudio y para destacar que es elemento relevante del mercado del trabajo en ciudades que no está siendo tratado.

1.1.2. Extensión de Coulson, Laing, Wang (2001)

A continuación se explicará el paper que guiará el desarrollo del trabajo. El trabajo de Coulson et al. se basa en el modelo de búsqueda de empleo Mortensen Pissarides (1994) y su trabajo se motiva en explicar el *Spatial Mismatch* como se mencionó anteriormente.

La metodología desarrollada consiste en describir el centro y los suburbios mediante ecuaciones de estado. Por medio de las ecuaciones de *Bellman* se describen los valores de estado para la firma y trabajador representativo. En el caso de la firma, el valor depende positivamente de la productividad de la zona y negativamente de los costos laborales cuando está produciendo. Cuando está vacante depende de la probabilidad de llenar dichas vacantes. El trabajador obtendrá un salario producto de una negociación a la Nash simétrica y tendrá que pagar los costos de transporte asociados tanto para trabajar como para buscar trabajo, por lo que el salario no tendrá una compensación espacial. La estructura de la ciudad no se limita más allá a describir los costos de transporte, las diferencias en productividad y costos de entrada. Gracias al supuesto de diferencias en los costos de entrada, se determinarán las tasas de contacto de los trabajadores y firmas en ambos mercados, las cuales determinarán hacia donde dirigirán la búsqueda los trabajadores.

Los dos supuestos que son clave en el modelo es que la búsqueda es costosa y que el costo de entrada en los suburbios es menor que en el centro. Los autores prueban que en estado estacionario existe un equilibrio en cual los residentes de los suburbios buscan trabajo en esa localidad, mientras que los habitantes del centro buscan en ambas zonas. Sus resultados sugieren que incentivar a que las firmas entren al centro junto con mejoras en infraestructura de transporte aliviaría los problemas asociados al *Spatial Mismatch*.

En ese sentido el problema del mismatch espacial se conecta con el caso de Santiago en donde existe una gran desigualdad al acceso de los focos de empleo, Shirage, Correa (2015), y además de ser una ciudad altamente segregada, en donde en la periferia de los sectores norte, sur y poniente viven las personas con menores recursos. En la extensión al caso de J zonas, comunas o mercados laborales, que se conectan mediante un centro, se incorporará elementos que representarán la heterogeneidad de las diferentes comunas, además de heterogeneidad de agentes con respecto a conectividad y costos de transporte, tal como en Coulson et al.

La heterogeneidad de zonas o de comunas, se utilizará para analizar el hecho de que el desempleo se ha observado en los datos de Santiago relacionado con los tiempos de viaje de los trabajadores, a mayor tiempo de viaje promedio de la comuna, mayor es el desempleo en la comuna. La heterogeneidad de agentes es necesaria, ya que como se mencionó antes, los agentes tienen la opción de ir a buscar empleo al centro de la ciudad o en su propia zona. Esta diferencia será según el costo que tendrán que incurrir los trabajadores al momento de tomar la decisión, lo anterior capturará el hecho de que dentro de una zona o comuna habrán áreas con mayor cobertura de transporte público o que hay distintos tipo de agentes con diversos modos de transporte. La justificación para tomar este apronte es que según datos de la encuesta Origen Destino del Gran Santiago, efectivamente hay distintos modos de transporte en las comunas de la capital y además que dentro de las comunas hay zonas mejor conectadas que otras, ya sea autopistas, distancia al metro, entre otras.

Finalmente este trabajo no se restringe a ciudades circulares y menos simétricas, pero los trabajadores sí tendrán la oportunidad de buscar empleo en un punto de la ciudad en el cual se concentrará la oferta de trabajos, éste será el centro de la ciudad desde el punto de vista de los trabajos, pero no necesariamente será el centro geográfico. Entonces este trabajo se enmarca en las ciudades monocéntricas pero con ciertos márgenes de libertad al permitir asimetrías geográficas y el hecho de que los trabajadores tengan la opción de ir a buscar empleo al centro o en su propia comuna. La existencia de dicho centro para la ciudad de Santiago de Chile, se justifica desde la matriz de viajes de la Encuesta Origen Destino y más aún con el trabajo de Garretón (2010), el cual dice que las zonas que concentran la mitad del empleo metropolitano corresponden a Santiago, Providencia, Las Condes poniente y sectores colindantes. Por otro lado, la misma encuesta Origen Destino explica que dentro de la matriz de viajes por motivos laborales existe una cantidad importante de viajes dentro de la misma zona, lo cual justifica la simplificación para la decisión del trabajador, la cual se reduce a buscar trabajo en su zona o en el centro de la ciudad.

Este estudio enriquece el análisis que se obtiene de la versión de Coulson et al., ya que logra capturar elementos que el mencionado trabajo no logra, al estudiar el caso genérico para j zonas. Con ello se pueden comprender situaciones del mercado laboral para el caso de la ciudad de Santiago, además de responder la pregunta de investigación, cosa que no se logra con los modelos vistos en la literatura. Los elementos diferenciadores con el trabajo de Coulson et al. (2001) son:

(a) El primer elemento y más notorio es el hecho de que el trabajo de Coulson et al. se motiva gracias al *Spatial Mismatch* y este trabajo se motiva en la ciudad de Santiago de Chile. Es por ello que aparecen J comunas para poder primero, representar en un modelo la realidad de la ciudad de Santiago, con zonas con diferentes tasas de desempleo y además relacionadas con los costos de transporte o tiempo de viaje promedio. Y segundo, permite responder la pregunta de investigación, ¿cambios en la productividad o conectividad de una comuna afectan la tasa de desempleo del resto de la ciudad? De haber una relación, ¿el sentido del cambio es el mismo en la comuna que originó el cambio que en el resto de la ciudad?
Producto del la aparición de J comunas y de que los trabajadores del modelo tienen la opción de buscar trabajo en su propia zona o en el centro, es que el centro de la ciudad actuará como el elemento que comunicará el resto de los $j-1$ mercados, lo cual entregará una nueva herramienta para el análisis.

(b) Se modelará el costo de transporte para el trabajador desempleado como una fracción del costo de transporte que incurre el empleado. Esto porque se considera más realista y permite que exista el efecto compensación espacial, ya que la *Outside Option* del empleado tendrá un costo menor en términos de los costos de transporte. Lo anterior enriquecerá el análisis ya que la ubicación (o comuna de residencia) de los trabajadores afectará la regla de decisión para la aceptación de un trabajo.

(c) En este trabajo se relajará el supuesto de la negociación a la Nash simétrica y se utilizará el caso general con poder negociador β para los trabajadores. Esto permitirá evaluar distintos casos y además entender de mejor manera las condiciones bajo las cuales existe el equilibrio.

(d) Se tendrá un tratamiento más explícito a la condición de existencia del equilibrio, desde el sentido de la decisión que toman los trabajadores sobre en qué lugar dirigir su búsqueda. Además de un trato más exhaustivo para las tasas de contacto en equilibrio. Estas tasas tendrán un tratamiento especial ya que al centro de la ciudad podrán ir a trabajar personas de los J mercados, por ello la tasa de contacto de los trabajadores en el centro dependerá de elementos de toda la ciudad y no sólo de un mercado en específico.

(e) Se estudiarán efectos de equilibrio general, donde aparacerán efectos de congestión o descongestión del centro de la ciudad producto del cambio en las condiciones individuales de alguna zona. Con ello, bajará la tasa de contacto de las firmas en el centro y aumentará la tasa de contacto de los trabajadores si se cumple cierta condición.

Con el trabajo contextualizado, se procederá a describir la estructura del mismo. En el capítulo 2 se presentará el modelo, se analizará el equilibrio estudiando el costo de transporte promedio por zona y se evaluará la capacidad del modelo para replicar la correlación positiva entre tiempos de viaje y desempleo. El capítulo terminará con los los resulados de equilibrio general. Finalmente en el capítulo 3 se concluirá.

Capítulo 2

Desarrollo

2.1. Modelo

2.1.1. Definiciones y notación

Se considerará una ciudad cerrada consistente en zonas o comunas, indexadas según el índice $j \in J$. Cada zona será caracterizada por un mercado laboral en el cual los trabajadores tienen la posibilidad de buscar empleo en su propia zona o en el centro de la ciudad. Los trabajadores desempleados y las vacantes libres de las firmas se buscarán entre sí.
El tiempo es continuo y tanto los trabajadores como las firmas son neutrales al riesgo. Todos los agentes tienen un tiempo de vida extenso y descuentan el futuro a una tasa común $r > 0$. La ubicación inicial de los trabajadores está predeterminada y está indexada según el índice $\mathrm{i} \in I$. Para que el modelo sea consistente se debe tener que $I \equiv J$.
Siguiendo la notación, el centro de la ciudad se indexará mediante $j = 1$. Por simplicidad se normalizará la población de trabajadores en cada zona a unidad. Además de diferenciarse en la zona en la cual viven lo trabajadores, éstos tendrán diferencias en la habilidad individual para trasladarse al centro de la ciudad. Esta heterogeneidad captura el hecho de que dentro de la misma comuna hay sectores más conectados, ya sea por cercanía a buses, metro, autopistas, etc., esta habilidad será indexada por $a \in A \equiv [0, 1]$. Se asumirá que $a \in A$ se distribuirá uniformemente a lo largo de la población de cada zona. Finalmente, el costo fijo de transporte difiere según zona. El supuesto 1 describirá los costos de transporte de acuerdo a la variable a.

Supuesto 1. Costos de transporte y transición única: El costo efectivo de transporte es $\theta_{\mathrm{i}j}$, donde $\theta_{\mathrm{ii}} = 0$ y $\theta_{\mathrm{i}j}(a) = \theta_{\mathrm{i}} - a\theta_{\mathrm{i}}$ para todo $a \in A$ y $j \neq \mathrm{i}$. Donde $\theta_{\mathrm{i}} > 0$. Además si $\mathrm{i} \neq j$, $\theta_{\mathrm{i}j} = \infty$ si $j \neq 1$. Es decir, la única transición válida para un habitante de i, es escoger entre i y 1, de esta forma el costo de buscar en su zona será nulo y el costo de buscar en el centro (para los habitantes del resto de la ciudad) será según un costo fijo por zona y un costo variable dependiendo de la habilidad individual a, que será tal que a mayor habilidad menor será el costo individual de transporte.

Bajo el supuesto 1, no es costoso viajar dentro de la misma zona (esto es sólo una normalización), pero es costoso viajar hacia otra zona. (El máximo costo de transporte para cada individuo es θ_{i}).

Supuesto 2. Productividad y costos de entrada heterogéneos para las firmas: Se considerará una tecnología fija mediante la cual cada vacante se llenará con un trabajador.

El costo ex ante de establecer una vacante en la localización j será ν_{0j}. Una vez que la vacante se llena la empresa estará en condiciones de producir de acuerdo al flujo y_j. El producto dependerá de la localización capturando las diferencias en conectividad, escala o rentas propias de una ciudad.

Para desarrollar el modelo es necesario introducir cierta notación:
$U_{\mathrm{i}j} \equiv$ masa de trabajadores residentes en i que buscan trabajo en j.
$E_{\mathrm{i}j} \equiv$ masa de residentes en i que trabajan en j.
$N_j \equiv$ fuerza laboral de j, tal que $N_j = N_{1j} + N_{2j} + \ldots + N_{Jj}$ y $N_{\mathrm{i}j} = U_{\mathrm{i}j} + E_{\mathrm{i}j}$.
$V_j \equiv$ vacantes en j.
$R_j = V_j/N_j$ tasa de vacantes.
$S_j = U_{1j} + U_{2j} + \ldots + U_{Jj}$ medida de trabajadores buscando empleo en j.
$E^{\mathrm{i}} \equiv$ masa de trabajadores que viven en i.
$U^{\mathrm{i}} \equiv$ masa de desempleados que viven en i.
Se asumirá que la población de cada zona está normalizada, lo cual implica que no hay diferencias de población entre zonas, se tiene:

$$E^{\mathrm{i}} + U^{\mathrm{i}} = E_{\mathrm{i}1} + \ldots + E_{\mathrm{i}J} + U_{\mathrm{i}1} + \ldots + U_{\mathrm{i}J} = 1, \mathrm{i} \in I. \tag{2.1}$$

La normalización implica que el nivel del desempleo coincide con la tasa de desempleo.

Para continuar con el modelo es necesario describir las ecuaciones de *Bellman* que reprensentan los valores de los posibles estados para la firma y el trabajador representativo.
Ecuaciones de Bellman Firma

$$r\Pi_F^{\mathrm{i}j} = (y_j - w_{\mathrm{i}j}) + \delta(\Pi_V^j - \Pi_F^{\mathrm{i}j}) \tag{2.2}$$

$$r\Pi_V^j = \eta_j[Q_1\Pi_F^{1j} + \ldots + Q_J\Pi_F^{Jj} - \Pi_V^j] \tag{2.3}$$

La ecuación (2.2) indica que la utilidad instantánea para la firma produciendo, será el producto asociado menos los costos laborales, más la probabilidad que el match se rompa por la ganancia de capital producto del cambio de estado. La ecuación (2.3) indica que el valor de postear una vacante en la zona j corresponderá a la ganancia de capital producto del cambio de estado, ponderado por la probabilidad de que la firma llene la vacante, esta probabilidad es endógena e igual a η_j. Adicionalmente el modelo captura el hecho de que las vacantes se pueden llenar de distintas zonas para el caso de la zona 1, es por ello que aparecen los términos Q_k, definido como, $Q_k \equiv U_{kj}/(U_{1j} + \ldots + U_{Jj})$, es decir el valor de una vacante estará en relación al valor que significa pasar a llenar una vacante con un habitante de k, y además aumentará si hay más desempleados en k, ya que será más fácil encontrar un trabajador. Para el resto de las zonas, como los trabajadores sólo podrán llegar desde la misma zona,el valor dependerá sólo de elementos de dicha zona, es decir

para una zona $j \neq 1$ sobrevivirá sólo el término Π_F^{jj}.
Ecuaciones de Bellman Trabajador

$$rJ_E(a)^{\mathrm{ij}} = (w_{\mathrm{i}j} - \theta(a)_{\mathrm{i}j}) + \delta[J_U(a)^{\mathrm{ij}} - J_E(a)^{\mathrm{ij}}] \tag{2.4}$$
$$rJ_U(a)^{\mathrm{ij}} = -c\theta(a)_{\mathrm{i}j} + \mu_j[J_E(a)^{\mathrm{ij}} - J_U(a)^{\mathrm{ij}}] \tag{2.5}$$

La ecuación (2.4) indica que la utilidad instantánea para el trabajador que está empleado que vive en i y trabaja en j, será el salario asociado $w_{\mathrm{i}j}$ menos los costos de transporte, más la probabilidad de que se rompa el match multiplicada por la ganancia de capital producto del cambio de estado. La ecuación (2.5) por su parte, indica que la utilidad instantánea de buscar trabajo en j y vivir en i es igual a el costo de transporte ponderado por $c < 1$, tomando en cuenta que los costos de buscar trabajo en términos de transporte son proporcionales e inferiores a los costos de trabajar todos los días, a esto se suma la ganancia o pérdida de capital asociada al cambio de estado y mutiplicada por μ_j, la probabilidad de encontrar trabajo.

2.1.2. Equilibrio en la ciudad

En esta sección se establecerá la existencia del equilibrio de estado estacionario y se circunscribirán las condiciones para las cuales ocurre el equilibrio que se busca analizar, aquel en que las transiciones de los trabajadores son entre el centro y la propia comuna. Para el análisis primero se determinarán los valores de estado para calcular el salario. Luego se determinarán las relaciones entre vacantes y flujos en estado estacionario, finalmente estas relaciones se usarán para determinar cuantos trabajadores buscan empleo en el centro y cuantos en su propia comuna.

A. Negociación de salarios

Dado un continuo de firmas y trabajadores, cada agente toma las tasas η_j y μ_j como dadas.

Supuesto 3. Negociación a la Nash: El salario sigue una negociación a la Nash, en donde β representa el poder negociador de los trabajadores:

$$\beta[\Pi_F^{\mathrm{ij}} - \Pi_V^{j}] = (1-\beta)[J_E(a)^{\mathrm{ij}} - J_U(a)^{\mathrm{ij}}] \geq 0, \qquad \forall a \in A. \tag{2.6}$$

De las ecuaciones (2.2),(2.4) y (2.5), se obtiene el siguiente resultado.

Lemma 1. Oferta salarial: Bajo una negociación a la Nash simétrica, la oferta de trabajo es:

$$w_{\mathrm{i}j} = \beta\frac{(r+\delta+\mu_j)(y_j - r\Pi_V^j)}{(r+\delta)+\beta\mu_j} + (1-\beta)\frac{(r+\delta)\theta_{\mathrm{i}j}(1-c)}{(r+\delta)+\beta\mu_j} \tag{2.7}$$

Donde $\partial w_{\mathrm{i}j}/\partial\mu_j > 0$, $\partial w_{\mathrm{i}j}/\partial\Pi_V^j < 0$, $\partial w_{\mathrm{i}j}/\partial y_j > 0$, $\partial w_{\mathrm{i}j}/\partial r < 0$, $\partial w_{\mathrm{i}j}/\partial\delta < 0$ y $\partial w_{\mathrm{i}j}/\partial\beta > 0$.

Demostración
Si a la ecuación (2.2) se le resta el término $r\Pi_V^j$:
$r\Pi_F^{\mathrm{ij}} - r\Pi_V^j = (y_j - w_{\mathrm{ij}}) + \delta(\Pi_V^j - \Pi_F^{\mathrm{ij}}) - r\Pi_V^j$
$\Rightarrow (r+\delta)(\Pi_F^{\mathrm{ij}} - \Pi_V^j) = y_j - w_{\mathrm{ij}} - r\Pi_V^j$

Por otro lado, si a la ecuación (2.4), se le resta la ecuación (2.5):
$rJ_E(a)^{\mathrm{ij}} - rJ_U(a)^{\mathrm{ij}} = w_{\mathrm{ij}} - \theta_{\mathrm{ij}}(1-c) + \delta[J_U(a)^{\mathrm{ij}} - J_E(a)^{\mathrm{ij}}] - \mu_j[J_E(a)^{\mathrm{ij}} - J_U(a)^{\mathrm{ij}}]$
$\Rightarrow w_{\mathrm{ij}} = (r+\delta+\mu_j)(J_E(a)^{\mathrm{ij}} - J_U(a)^{\mathrm{ij}}) + \theta_{\mathrm{ij}}(1-c)$

Usando el resultado de la negociación salarial a la Nash, que dice $\beta[\Pi_F^{\mathrm{ij}} - \Pi_V^j] = (1-\beta)[J_E(a)^{\mathrm{ij}} - J_U(a)^{\mathrm{ij}}]$:

$$\beta\left[\frac{y_j - w_{\mathrm{ij}} - r\Pi_V^j}{r+\delta}\right] = (1-\beta)\left[\frac{w_{\mathrm{ij}} - \theta_{\mathrm{ij}}(1-c)}{r+\delta+\mu_j}\right]$$

$$\Rightarrow (1-\beta)[(r+\delta)w_{\mathrm{ij}} - (r+\delta)\theta_{\mathrm{ij}}(1-c)] = \beta[(r+\delta+\mu_j)(y_j - r\Pi_V^j) - (r+\delta+\mu_j)w_{\mathrm{ij}}]$$

$$\Rightarrow w_{\mathrm{ij}} = \beta\frac{(r+\delta+\mu_j)(y_j - r\Pi_V^j)}{(r+\delta)+\beta\mu_j} + (1-\beta)\frac{(r+\delta)\theta_{\mathrm{ij}}(1-c)}{(r+\delta)+\beta\mu_j}\blacksquare$$

Lo primero que hay que notar de la ecuación que define el salario, es que tiene dos componentes, es decir, (2.7) se puede escribir como $w_{\mathrm{ij}} = Componente\ laboral + Componente\ espacial$.
La primera componente responde a elementos propios del mercado laboral como las tasas de contacto de las firmas y trabajadores, productividad y costos de entrada. Por otro lado, en la componente espacial se captura la compensación que debe incurrir el empleador para que el trabajador acepte el trabajo, la cual depende de los costos de transporte que el trabajador debe pagar para llegar al sitio de empleo.

Se puede observar que si $c = 1$, se recupera el salario descrito en Coulson et al. (2001), es decir no hay compensación espacial en el salario, la razón es que si el costo de buscar trabajo es el mismo que de ir a trabajar, el empleador sabe que la *Outside option* es seguir buscando con el mismo costo y como el agente decidió buscar en su zona (lo hizo óptimamente) no tiene motivos para cambiar su lugar de búsqueda. Por otro lado, si $c = 0$, es decir no habrán costos de transporte asociados a la búsqueda de empleo, pero sí habrán costos producto del transporte diario a los centros de trabajo en caso de tener un empleo. En ese caso la compensación será mayor porque el trabajador debe incurrir en un costo mayor comparativamente desde el desempleo al empleo. A medida que c aumenta, la compensación es menor, porque la *Outside option* es cada vez menos costosa relativamente entre estar empleado y desempleado.

Cabe mencionar que si el poder negociador de los trabajadores es nulo, es decir si $\beta = 0$, el salario equivale a $\theta_{\mathrm{ij}}(1-c)$, es decir el costo de oportunidad en términos de transporte. Por otro lado, si el poder negociador de los trabajadores es $\beta = 1$, se llevan todo el excedente del negocio, $y_j - r\Pi_V^j$.

Sobre las características del salario encontrado, en particular en cómo se ve afectado por cambios en parámetros del modelo, se tiene que a mayor tasa de contacto mayor es el excedente de los trabajadores, porque más tiempo estarán empleados que desempleados, luego mayor será el salario al tener un mayor excedente. Por otro lado, si el costo fijo de postear una vacante para las firmas aumenta, el excedente de las empresas será menor, luego por la negociación a la Nash, el excedente de los trabajadores caerá y esto se verá reflejado en un menor salario. Para el caso de aumentos en la productividad el análisis es similar, salvo que esta vez el excedente de las firmas aumentará y luego aumenta el salario por la negoación a la Nash. Para analizar aumentos en la tasa de descuento r, si esta aumenta el excedente tanto de las firmas como de los trabajadores será menor porque en la valorazación por parte de ellos, impactará en mayor medida los tiempos desempleados o con vacantes sin producir según sea el caso, y al disminuir el excedente baja el salario. Finalmente a mayor tasa de destrucción habrán mayores tiempos desempleados o vacantes sin producir y por ello el excedente disminuirá y con ello la paga.

B. Libre entrada

El supuesto de libre entrada implica que las firmas obtienen ganancias igual a cero en el equilibrio de estado estacionario gracias a la libre entrada de competidores. Con esto se obtendrá una relación entre las tasas de contacto de los trabajadores en la zona j (μ_j) y las tasas de contacto de las firmas de la zona j (η_j). Esto gracias a que el salario depende de μ_j y el valor de una vacante está en relación con la tasa de contacto de la firma, η_j (mayor valor tendrá la vacante si es más probable llenarla), y del salario que se define mediante una negociación salarial a la Nash. A continuación se expondrán dichas relaciones.

Supuesto 4. Libre entrada: Las firmas en la zona j entrarán hasta que el valor de postear una vacante sea igual al costo fijo de entrada:

$$\Pi_V^j = \nu_{0j} \tag{2.8}$$

Significa que la ecuación (2.3) se puede reescribir como,

$$(r + \eta_j)\nu_{0j} = \eta_j[Q_1\Pi_F^{1j} + \ldots + Q_J\Pi_F^{Jj}] \tag{2.9}$$

Recordando que el valor de una vacante es la ganancia/pérdida de capital ponderada según dónde pueden llegar los trabajadores. Esto capta la idea de que el valor de una vacante será mayor si es más probable llenarla. Para medir esa probabilidad se utilizará la fracción de desempleados que viven en k y buscan trabajo en j, del total de desempleados que buscan en j, $Q_k = \dfrac{U_{kj}}{\sum_{\text{i}\in I} U_{\text{ij}}}$. Esto será así para el caso en que las vacantes se puedan llenar con trabajadores de todas las zonas, como es el caso de la zona 1, pero el resto de las zonas sólo pueden llenar las vacantes desde su propia zona, lo cual amerita un tratamiento especial de (2.9).

Dado los parámetros, la oferta de salarios de (2.7) y la libre entrada (2.8), se determina una relación entre las tasas μ_j y η_j, se referirá a esta relación como EE_j (equilibrio de entrada en la zona j):

$$\eta_j = \eta_j^{EE}(\mu_j, y_j, \nu_{0j}, r, \delta) \tag{EE}$$

Como se mencionó anteriormente el hecho de que para la zona 1 las vacantes puedan llenarse desde todas las diferentes zonas, no asi en el resto, implica un tratamiento especial para determinar η_1^{EE} y $\eta_{j'}^{EE}$ con $j' \neq 1$. A continuación la ecuación (2.10) presenta la relación que define η_1^{EE} y (2.11) la relación que define $\eta_{j'}^{EE}$ con $j' \neq 1$.

$$(r+\eta_1)\nu_{01} = \frac{\eta_1}{(r+\delta)}\left[(y_1+\delta\nu_{01}) - \frac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\right]$$

o,

$$\eta_1 = \frac{r(r+\delta)\nu_{01}}{y_1 - r\nu_{01} - \dfrac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}} \tag{2.10}$$

Demostración

En efecto para la zona 1, de (2.9) se tiene:

$(r+\eta_1)\nu_{01} = \eta_1[Q_1\Pi_F^{11} + \ldots + Q_J\Pi_F^{J1}]$

De (2.2),

$\Pi_F^{\mathrm{i}j} = \dfrac{y_j - w_{\mathrm{i}j} + \delta\Pi_V^j}{r+\delta}.$

Volviendo a la primera expresión,

$$\Rightarrow (r+\eta_1)\nu_{01} = \eta_1[Q_1\frac{y_1 - w_{11} + \delta\nu_{01}}{r+\delta} + \ldots + Q_J\frac{y_1 - w_{J1} + \delta\nu_{01}}{r+\delta}]$$

$$= \frac{\eta_1}{r+\delta}[Q_1(y_1 - w_{11} + \delta\nu_{01}) + \ldots + Q_J(y_1 - w_{J1} + \delta\nu_{01})]$$

Utilizando la definición de Q_k,

$$= \frac{\eta_1}{r+\delta}\left[\frac{U_{11}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}(y_1 - w_{11} + \delta\nu_{01}) + \ldots + \frac{U_{J1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}(y_1 - w_{J1} + \delta\nu_{01})\right]$$

$$= \frac{\eta_1}{(r+\delta)\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\left[U_{11}(y_1 - w_{11} + \delta\nu_{01}) + \ldots + U_{J1}(y_1 - w_{J1} + \delta\nu_{01})\right]$$

$$= \frac{\eta_1}{(r+\delta)\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\left[U_{11}(y_1 + \delta\nu_{01}) - U_{11}w_{11} + \ldots + U_{J1}(y_1 + \delta\nu_{01}) - U_{J1}w_{J1}\right]$$

$$= \frac{\eta_1}{(r+\delta)\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\left[(y_1 + \delta\nu_{01})\textstyle\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} - \sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}w_{\mathrm{i}1}\right]$$

$$\Rightarrow (r+\eta_1)\nu_{01} = \frac{\eta_1}{(r+\delta)}\left[(y_1+\delta\nu_{01}) - \frac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\right]$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{r}{\eta_1}\right) = \frac{1}{(r+\delta)\nu_{01}}\left[y_1 + \delta\nu_{01} - \frac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\right]$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r}{\eta_1}\right) = \frac{1}{(r+\delta)\nu_{01}}\left[y_1 + \delta\nu_{01} - \frac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\right] - 1$$

$$\Rightarrow \eta_1 = \frac{r}{\dfrac{\left[y_1 + \delta\nu_{01} - \dfrac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\right]}{(r+\delta)\nu_{01}} - 1}$$

$$\Rightarrow \eta_1 = \frac{r(r+\delta)\nu_{01}}{y_1 + \delta\nu_{01} - \dfrac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}} - (r+\delta)\nu_{01}}$$

$$\Rightarrow \eta_1 = \frac{r(r+\delta)\nu_{01}}{y_1 - r\nu_{01} - \dfrac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}}.$$

La ecuación (2.10) determina la relación entre la tasa de contacto de las firmas en el centro, η_1, y la tasa de contacto de los trabajadores en el centro, μ_1(presente en el salario $w_{\mathrm{i}1}$). Esta relación además depende del resto de las zonas al aparecer el término $\dfrac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}$, término interpretable como el salario esperado por los desempleados de toda la ciudad por trabajar en 1, ponderado según donde hayan más desempleados. El hecho de que la tasa de contacto de los trabajadores y firmas en 1 dependa del resto de la ciudad se explica porque desde todas las zonas de la ciudad, los trabajadores tienen la opción de trabajar en la zona 1 o en su propia zona (salvo el caso de la zona 1 que es la única opción). Esta decisión será racional y lo harán aquellos trabajadores que obtengan mayor utilidad tomando esa opción (más adelante se explicará esta decisión de los trabajadores).
Adicionalmente cabe destacar que esta relación depende de los desempleados, elemento que no se ha descrito hasta el momento, pero es un resultado endógeno del modelo. Por el momento se puede decir que si aumenta la productividad en el centro (y_1), entrarán más firmas por la libre entrada y disminuirá la tasa de contacto de las empresas. Por otro lado, si aumenta el salario en el centro, más personas buscará trabajo en el centro y aumentará la tasa de contacto de las firmas en el centro.

Por otra parte, para una zona $j \neq 1$ la relación es:

$$(r+\delta)(r+\eta_j)\nu_{0j} = \eta_j\left[y_j - \frac{\beta(r+\delta+\mu_j)(y_j - r\nu_{0j})}{(r+\delta)+\beta\mu_j} + \delta\nu_{0j}\right]$$

o,

$$\eta_j = \frac{r(r+\delta)\nu_{0j}}{y_j - r\nu_{0j} - \dfrac{\beta(r+\delta+\mu_j)(y_j - r\nu_{0j})}{(r+\delta)+\beta\mu_j}} \tag{2.11}$$

Demostración
Como los trabajadores sólo pueden llegar desde j, (2.9) se resume a: $(r+\eta_j)\nu_{0j} = \eta_j[\Pi_F^{jj}]$

$$\Rightarrow (r+\eta_j)\nu_{0j} = \eta_j \left[\frac{y_j - w_{jj} + \delta\nu_{0j}}{r+\delta}\right]$$

$$\Rightarrow (r+\eta_j)\nu_{0j} = \frac{\eta_j}{r+\delta}\left[y_j - w_{jj} + \delta\nu_{0j}\right]$$

$$= \frac{\eta_j}{r+\delta}\left[y_j - \left(\frac{\beta(r+\delta+\mu_j)(y_j - r\nu_{0j})}{(r+\delta)+\beta\mu_j} + \frac{(1-\beta)(r+\delta)\theta_{jj}(1-c)}{(r+\delta)+\beta\mu_j}\right) + \delta\nu_{0j}\right]$$

Recordar que $\theta_{jj} = 0$.

$$\Rightarrow (r+\eta_j)\nu_{0j} = \frac{\eta_j}{(r+\delta)}\left[y_j - \frac{\beta(r+\delta+\mu_j)(y_j - r\nu_{0j})}{(r+\delta)+\beta\mu_j} + \delta\nu_{0j}\right]$$

$$\Rightarrow \left(1+\frac{r}{\eta_j}\right) = \frac{1}{(r+\delta)\nu_{0j}}\left[y_j - \frac{\beta(r+\delta+\mu_j)(y_j - r\nu_{0j})}{(r+\delta)+\beta\mu_j} + \delta\nu_{0j}\right]$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r}{\eta_j}\right) = \frac{1}{(r+\delta)\nu_{0j}}\left[y_j - \frac{\beta(r+\delta+\mu_j)(y_j - r\nu_{0j})}{(r+\delta)+\beta\mu_j} + \delta\nu_{0j}\right] - 1$$

$$\Rightarrow \eta_j = \frac{r(r+\delta)\nu_{0j}}{\left[y_j - \frac{\beta(r+\delta+\mu_j)(y_j - r\nu_{0j})}{(r+\delta)+\beta\mu_j} + \delta\nu_{0j}\right] - (r+\delta)\nu_{0j}}$$

$$\Rightarrow \eta_j = \frac{r(r+\delta)\nu_{0j}}{y_j - r\nu_{0j} - \frac{\beta(r+\delta+\mu_j)(y_j - r\nu_{0j})}{(r+\delta)+\beta\mu_j}}.$$

La ecuación (2.11) determina la relación entre μ_j y η_j para $j \neq 1$, es decir la tasa de contacto de los trabajadores y de las firmas en una zona $j \neq 1$. El análisis e interpretación de ambas relaciones se hará después de determinar una expresión para U_{ij}. Por el momento, (2.11) es $\eta_j = \dfrac{r(r+\delta)\nu_{0j}}{y_j - r\nu_{0j} - w_{jj}}$, si aumenta y_j, habrá un aumento de firmas por la libre entrada. Por ende, la tasa de contacto de las empresas caerá.

C. Matching de estado estacionario

Para determinar U_{ij} en estado estacionario, hay que notar que en cada uno de las zonas se cumple que en estado estacionario:

$$\eta_j V_j = \mu_j(U_{1j} + \ldots + U_{Jj}) = \mu_j S_j = m_0 M(S_j, V_j)$$

Donde $m_0 > 0$ y $M(\cdot)$ es la tecnología de matching aleatorio. Es por ello que se considerará el siguiente supuesto.

Supuesto 5. Tecnología de matching: M es estrictamente creciente, cóncava y con retornos constantes de escala para S_j y V_j. Además satisface las condiciones de Inada y las condiciones de borde $M(0, V) = M(S, 0) = 0$.
El parámetro m_0 captura la eficacia del proceso de matching. En order de facilitar la interpretación de resultados, se asumirá que la tecnología de matching es la misma en cada ubicación. Dado los retornos constantes de escala se cumple:

$$\eta_j = m_0 M(S_j/V_j, 1) = m_0 M(\eta_j/\mu_j, 1) \equiv \eta^{SS}(\mu_j, m_0) \tag{SS}$$

A la ecuación (SS) se referirá como la relación del matching de estado estacionario (steady state), o *Curva de Beveridge*. Por otro lado, la población de trabajadores que buscan empleo se deriva de los flujos de los trabajadores desde y hacia el empleo:

$$\delta E_{\mathrm{i}j} = \mu_j U_{\mathrm{i}j} \tag{2.12}$$

Usando la definición de $N_{\mathrm{i}j}$, se tiene $U_{\mathrm{i}j} = \delta(E_{\mathrm{i}j} + U_{\mathrm{i}j})/(\delta + \mu_j)$.

$$\Rightarrow U_{\mathrm{i}j} = \delta N_{\mathrm{i}j}/(\delta + \mu_j) \tag{2.13}$$

En (2.13), los desempleados de i que buscan trabajo en j dependen negativamente de la tasa a la cual encuentran trabajo, mientras más rápido encuentren trabajo menor será la cantidad de personas buscando. También podemos ver la masa de gente que busca trabajo en j, $S_j = \delta N_j/(\delta + \mu_j)$. Lo cual más la ecuación de matching da las vacantes por zona j

$$V_j = \frac{\mu_j}{\eta_j} S_j = \frac{\mu_j}{\eta_j} \frac{\delta N_j}{(\delta + \mu_j)} \tag{2.14}$$

Dada la fuerza laboral en j (N_j), la cantidad de vacantes está negativamente relacionada con la tasa de contacto de las firmas (η_j), pero positivamente relacionada con la de los trabajadores μ_j. Finalmente para tener una expresión depurada de $U_{\mathrm{i}j}$ hay que entender el término $N_{\mathrm{i}j} = U_{\mathrm{i}j} + E_{\mathrm{i}j}$, es decir, la unión de personas que busca o trabaja en j y vive en i.

D. Distribución de la fuerza laboral

Para determinar $N_{\mathrm{i}j}$ o la distribución de la fuerza laboral en las J zonas, basta distinguir sí las personas buscan trabajo en su propia zona o en el centro. La distribución se describirá según los valores de $J_E(a)^{\mathrm{i}j}$, $J_U(a)^{\mathrm{i}j}$ y $w_{\mathrm{i}j}$. Se tiene que el valor presente para un residente de i que busca trabajo en j es:

$$J_U(a)^{\mathrm{i}j} = \frac{w_{\mathrm{i}j}\mu_j}{r(r + \delta + \mu_j)} - \frac{\theta_{\mathrm{i}j}(a)(\mu_j + (r + \delta)c)}{r(r + \delta + \mu_j)} \tag{2.15}$$

Recordar que $\theta(a)_{\mathrm{i}j} = \theta_{\mathrm{i}} - a\theta_{\mathrm{i}}$ si el viaje es desde i $\neq 1$ hacia 1 , $\theta(a)_{\mathrm{ii}} = 0$ si el viaje es dentro de la misma zona y $\theta(a)_{\mathrm{i}j} = \infty$ para otras transiciones. Esta última condición es para asegurar que no hayan transiciones entre las diferentes zonas, salvo hacia al centro.

Demostración

De (2.4), $(r+\delta)J_E(a)^{\mathrm{i}j} - \delta J_U(a)^{\mathrm{i}j} = w_{\mathrm{i}j} - \theta(a)_{\mathrm{i}j}$

$\Rightarrow J_E(a)^{\mathrm{i}j} = \dfrac{1}{(r+\delta)}[w_{\mathrm{i}j} - \theta(a)_{\mathrm{i}j} + \delta J_U(a)^{\mathrm{i}j}]$.

De (2.5), $(r+\mu_j)J_U(a)^{\mathrm{i}j} = -c\theta(a)_{\mathrm{i}j} + \mu_j J_E(a)^{\mathrm{i}j}$

Y usando la expresión para $J_E(a)^{\mathrm{i}j}$,

$$\Rightarrow (r+\mu_j)J_U(a)^{\mathrm{i}j} = -c\theta(a)_{\mathrm{i}j} + \frac{\mu_j}{(r+\delta)}[w_{\mathrm{i}j} - \theta(a)_{\mathrm{i}j} + \delta J_U(a)^{\mathrm{i}j}]$$

$$\Rightarrow (r+\mu_j)J_U(a)^{\mathrm{i}j} - \frac{\mu_j}{r+\delta}\delta J_U(a)^{\mathrm{i}j} = -c\theta(a)_{\mathrm{i}j} + \frac{\mu_j}{(r+\delta)}[w_{\mathrm{i}j} - \theta(a)_{\mathrm{i}j}]$$

$$\Rightarrow (r+\delta)(r+\mu_j)J_U(a)^{\mathrm{i}j} - \mu_j\delta J_U(a)^{\mathrm{i}j} = -c(r+\delta)\theta(a)_{\mathrm{i}j} + \mu_j(w_{\mathrm{i}j} - \theta(a)_{\mathrm{i}j})$$

$$\Rightarrow J_U(a)^{\mathrm{i}j}(r(r+\mu_j+\delta)) = -c(r+\delta)\theta(a)_{\mathrm{i}j} + \mu_j(w_{\mathrm{i}j} - \theta(a)_{\mathrm{i}j})$$

$$\Rightarrow J_U(a)^{\mathrm{i}j} = \frac{w_{\mathrm{i}j}\mu_j}{r(r+\delta+\mu_j)} - \frac{\theta_{\mathrm{i}j}(a)(\mu_j + (r+\delta)c)}{r(r+\delta+\mu_j)} \blacksquare$$

De la ecuación (2.15) se puede observar que $J_U(a)^{\mathrm{i}j}$ es independiente de a si $\mathrm{i} = j$. Por otro lado, $J_U(a)^{\mathrm{i}j}$ es creciente en a dado que a mayor a, menor será el costo de transporte. Se sigue que si hay cambio entre zonas, lo hacen aquellos con el menor costo de transporte (es decir, aquellos con el mayor valor de a). Luego de (2.15) existe un valor crítico para la zona i, a_{ci}, tal que satisface $J_U^{\mathrm{ii}} = J_U(a_{\mathrm{ci}})^{\mathrm{i}1}$ para $\mathrm{i} = 2, \ldots, J$. Es decir, el valor crítico de habilidad para el transporte es tal que la opción de buscar trabajo en la misma zona y la opción de buscar trabajo en el centro tienen el mismo valor para el trabajador.

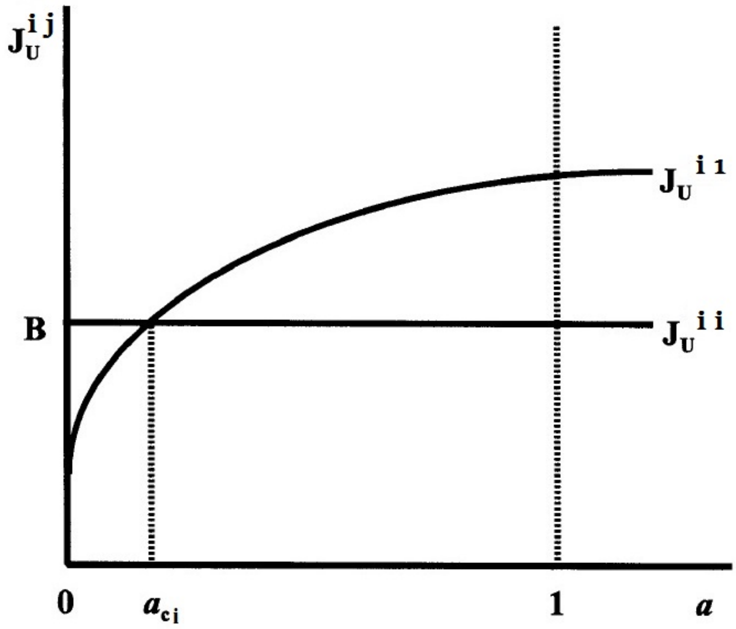


Figura 1. Determinación de la búsqueda

En equilibrio los valores críticos satisfacen:

$$J_U^{11} > J_U(a)^{1j} = -\infty. \quad \forall a \in [0,1], \forall j \neq 1 \quad \text{(No hay valor crítico para la zona 1)}$$

$$J_U(a_{\text{ci}})^{\text{i}1} = J_U^{\text{ii}}. \qquad \text{(Valor crítico de i} \neq 1)$$

Por ende la población de cada zona se dividirá en dos grupos. El grupo perteneciente a $[0,a_{\text{ci}}]$ busca trabajo en su zona y el grupo $[a_{\text{ci}},1]$ busca trabajo en el centro de la ciudad, tal como se puede observar en la figura 1.

En la figura 1 se grafican las curvas J_U^{ii} y $J_U^{\text{i}1}$ que respectivamente representan los valores de esta desempleado, ser residente en i e ir a buscar trabajo en i y por otro lado, desempleado residente en i y que busca trabajo en 1. El primer elemento clave es distinguir que J_U^{ii} no varía en a, dado que los costos de transporte por viajar en la misma zona se normalizaron a cero. $J_U^{\text{i}1}$ es creciente en a, dado que a mayor habilidad para transaladarse, el costo disminuye. Luego los residentes de la zona i, deben escoger entre buscar trabajo en su propia zona o buscar en la zona 1, para ello compararan J_U^{ii} y $J_U^{\text{i}1}$ y buscarán en su propia zona, aquellos con mayor costo de transporte, es decir con $J_U^{\text{ii}} > J_U^{\text{i}1}$, e irán a buscar a la otra zona los más eficientes en transporte, $J_U^{\text{i}1} > J_U^{\text{ii}}$. La existencia de los valores críticos a_{ci}^* se discuten a continuación.

Lemma 2. El valor de a_{ci}^* para sustentar el equilibrio, en el cual los habitantes de la ciudad se dividen entre los trabajadores que buscan empleo en el centro o en su propia zona es:

$$a_{\text{ci}}^* = 1 - \frac{\dfrac{(r+\delta+\mu_1)}{(\mu_1+(r+\delta)c)}\left[\dfrac{\beta\mu_1(y_1 - r\nu_{01})}{(r+\delta)+\beta\mu_1} - \dfrac{\beta\mu_{\text{i}}(y_{\text{i}} - r\nu_{0\text{i}})}{(r+\delta)+\beta\mu_{\text{i}}}\right]}{\theta_{\text{i}}\left[1 - \dfrac{(1-\beta)(r+\delta+\mu_1)\mu_1(r+\delta)(1-c)}{(\mu_1+(r+\delta)c)((r+\delta)+\beta\mu_1)(r+\delta+\mu_1)}\right]} \tag{2.16}$$

Y para su existencia se necesita que los parámetros y las tasas endógenas satisfagan la siguiente condición:

$$0 < \frac{\dfrac{(r+\delta+\mu_1)}{(\mu_1+(r+\delta)c)}\left[\dfrac{\beta\mu_1(y_1 - r\nu_{01})}{(r+\delta)+\beta\mu_1} - \dfrac{\beta\mu_{\text{i}}(y_{\text{i}} - r\nu_{0\text{i}})}{(r+\delta)+\beta\mu_{\text{i}}}\right]}{\theta_{\text{i}}\left[1 - \dfrac{(1-\beta)(r+\delta+\mu_1)\mu_1(r+\delta)(1-c)}{(\mu_1+(r+\delta)c)((r+\delta)+\beta\mu_1)(r+\delta+\mu_1)}\right]} < 1$$

Si se cumple la condición de existencia, se garantiza la siguiente propiedad:

$$\frac{\partial a_{\text{ci}}^*}{\partial \theta_{\text{i}}} > 0 \tag{2.17}$$

Demostración

Evaluando $J_U(a_{\text{ci}}^*)^{\text{i}1} = J_U^{\text{ii}}$

$$\frac{w_{\text{i}1}\mu_1}{r(r+\delta+\mu_1)} - \frac{\theta_{\text{i}1}(a)(\mu_1+(r+\delta)c)}{r(r+\delta+\mu_1)} = \frac{w_{\text{ii}}\mu_{\text{i}}}{r(r+\delta+\mu_{\text{i}})}$$

$$\Rightarrow \frac{w_{\mathrm{i}1}\mu_1}{(r+\delta+\mu_1)} - \frac{w_{\mathrm{ii}}\mu_{\mathrm{i}}}{(r+\delta+\mu_{\mathrm{i}})} = \frac{(\theta_{\mathrm{i}}(1-a))(\mu_1+(r+\delta)c)}{(r+\delta+\mu_1)}$$

$$\Rightarrow \frac{(r+\delta+\mu_1)}{(\mu_1+(r+\delta)c)}\left[\frac{w_{\mathrm{i}1}\mu_1}{(r+\delta+\mu_1)} - \frac{w_{\mathrm{ii}}\mu_{\mathrm{i}}}{(r+\delta+\mu_{\mathrm{i}})}\right] = (\theta_{\mathrm{i}}(1-a))$$

Utilizando la definición de $w_{\mathrm{i}j}$ de (2.7), el término en corchetes resulta:

$$\left[\frac{\mu_1}{(r+\delta+\mu_1)}\left[\frac{\beta(r+\delta+\mu_1)(y_1-r\nu_{01})}{(r+\delta)+\beta\mu_1} + \frac{(1-\beta)(r+\delta)\theta_{\mathrm{i}1}(1-c)}{(r+\delta)+\beta\mu_1}\right] - \frac{\mu_{\mathrm{i}}}{(r+\delta+\mu_{\mathrm{i}})}\left[\frac{\beta(r+\delta+\mu_{\mathrm{i}})(y_{\mathrm{i}}-r\nu_{0\mathrm{i}})}{(r+\delta)+\beta\mu_{\mathrm{i}}}\right]\right]$$

Ocupando la definición de $\theta_{\mathrm{i}1}$:

$$\left[\frac{\mu_1}{(r+\delta+\mu_1)}\left[\frac{\beta(r+\delta+\mu_1)(y_1-r\nu_{01})}{(r+\delta)+\beta\mu_1} + \frac{(1-\beta)(r+\delta)\theta_{\mathrm{i}}(1-a)(1-c)}{(r+\delta)+\beta\mu_1}\right] - \frac{\mu_{\mathrm{i}}}{(r+\delta+\mu_{\mathrm{i}})}\left[\frac{\beta(r+\delta+\mu_{\mathrm{i}})(y_{\mathrm{i}}-r\nu_{0\mathrm{i}})}{(r+\delta)+\beta\mu_{\mathrm{i}}}\right]\right]$$

$$= \left[\frac{\beta\mu_1(y_1-r\nu_{01})}{(r+\delta)+\beta\mu_1} + \frac{(1-\beta)\mu_1(r+\delta)\theta_{\mathrm{i}}(1-a)(1-c)}{((r+\delta)+\beta\mu_1)(r+\delta+\mu_1)} - \frac{\beta\mu_{\mathrm{i}}(y_{\mathrm{i}}-r\nu_{0\mathrm{i}})}{(r+\delta)+\beta\mu_{\mathrm{i}}}\right]$$

Volviendo a la ecuación de origen:

$$\frac{(r+\delta+\mu_1)}{(\mu_1+(r+\delta)c)}\left[\frac{\beta\mu_1(y_1-r\nu_{01})}{(r+\delta)+\beta\mu_1} + \frac{(1-\beta)\mu_1(r+\delta)\theta_{\mathrm{i}}(1-a)(1-c)}{((r+\delta)+\beta\mu_1)(r+\delta+\mu_1)} - \frac{\beta\mu_{\mathrm{i}}(y_{\mathrm{i}}-r\nu_{0\mathrm{i}})}{(r+\delta)+\beta\mu_{\mathrm{i}}}\right] = (\theta_{\mathrm{i}}(1-a))$$

Despejando el término a:

$$\frac{(r+\delta+\mu_1)}{(\mu_1+(r+\delta)c)}\left[\frac{\beta\mu_1(y_1-r\nu_{01})}{(r+\delta)+\beta\mu_1} - \frac{\beta\mu_{\mathrm{i}}(y_{\mathrm{i}}-r\nu_{0\mathrm{i}})}{(r+\delta)+\beta\mu_{\mathrm{i}}}\right]$$
$$= (\theta_{\mathrm{i}}(1-a)) - \frac{(r+\delta+\mu_1)}{(\mu_1+(r+\delta)c)}\left[\frac{(1-\beta)\mu_1(r+\delta)\theta_{\mathrm{i}}(1-a)(1-c)}{((r+\delta)+\beta\mu_1)(r+\delta+\mu_1)}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{(r+\delta+\mu_1)}{(\mu_1+(r+\delta)c)}\left[\frac{\beta\mu_1(y_1-r\nu_{01})}{(r+\delta)+\beta\mu_1} - \frac{\beta\mu_{\mathrm{i}}(y_{\mathrm{i}}-r\nu_{0\mathrm{i}})}{(r+\delta)+\beta\mu_{\mathrm{i}}}\right]$$
$$= (\theta_{\mathrm{i}}(1-a))\left[1 - \frac{(1-\beta)(r+\delta+\mu_1)\mu_1(r+\delta)(1-c)}{(\mu_1+(r+\delta)c)((r+\delta)+\beta\mu_1)(r+\delta+\mu_1)}\right]$$

$$\Rightarrow \theta_{\mathrm{i}}(1-a) = \frac{\frac{(r+\delta+\mu_1)}{(\mu_1+(r+\delta)c)}\left[\frac{\beta\mu_1(y_1-r\nu_{01})}{(r+\delta)+\beta\mu_1} - \frac{\beta\mu_{\mathrm{i}}(y_{\mathrm{i}}-r\nu_{0\mathrm{i}})}{(r+\delta)+\beta\mu_{\mathrm{i}}}\right]}{\left[1 - \frac{(1-\beta)(r+\delta+\mu_1)\mu_1(r+\delta)(1-c)}{(\mu_1+(r+\delta)c)((r+\delta)+\beta\mu_1)(r+\delta+\mu_1)}\right]}$$

$$\Rightarrow a = 1 - \frac{\frac{(r+\delta+\mu_1)}{(\mu_1+(r+\delta)c)}\left[\frac{\beta\mu_1(y_1-r\nu_{01})}{(r+\delta)+\beta\mu_1} - \frac{\beta\mu_{\mathrm{i}}(y_{\mathrm{i}}-r\nu_{0\mathrm{i}})}{(r+\delta)+\beta\mu_{\mathrm{i}}}\right]}{\theta_{\mathrm{i}}\left[1 - \frac{(1-\beta)(r+\delta+\mu_1)\mu_1(r+\delta)(1-c)}{(\mu_1+(r+\delta)c)((r+\delta)+\beta\mu_1)(r+\delta+\mu_1)}\right]}.$$

Para interpretar este resultado hay que recordar el significado de $a_{c\mathrm{i}}$, el valor es la intersección de las curvas $J_U(a^*_{\rm ci})^{\rm i1} = J^{\rm ii}_U$. Para eso se puede guiar según la Figura 1, cabe destacar que $a^*_{\rm ci}$ puede tener un valor en los reales tanto positivo como negativo. Si $a^*_{\rm ci}$ es negativo, dice que la intersección será a la izquierda del origen por lo que para todo $a \in [0,1]$ los trabajadores preferirán buscar empleo en 1 (el centro). Si $a^*_{\rm ci} \in [0,1]$ habrá una fracción $a^*_{\rm ci}$ que preferirá buscar trabajo en i y el resto $(1 - a^*_{\rm ci})$ buscará trabajo en 1. Finalmente si $a^*_{\rm ci} > 1$ todos los trabajadores preferián buscar trabajo en i.

Entonces para que los trabajadores de una zona i se dividan entre aquellos que buscan trabajo en el centro y los que buscan trabajo en su propia zona, se debe cumplir $a^*_{\rm ci} \in [0,1]$. Lo que en términos de los parámetros del problema, según la expresión para $a^*_{\rm ci}$ es:

$$0 < \frac{\dfrac{(r+\delta+\mu_1)}{(\mu_1+(r+\delta)c)}\left[\dfrac{\beta\mu_1(y_1 - r\nu_{01})}{(r+\delta)+\beta\mu_1} - \dfrac{\beta\mu_{\rm i}(y_{\rm i} - r\nu_{0\rm i})}{(r+\delta)+\beta\mu_{\rm i}}\right]}{\theta_{\rm i}\left[1 - \dfrac{(1-\beta)(r+\delta+\mu_1)\mu_1(r+\delta)(1-c)}{(\mu_1+(r+\delta)c)((r+\delta)+\beta\mu_1)(r+\delta+\mu_1)}\right]} < 1$$

Se puede ver que para que el denominador sea positivo hay varias combinaciones entre los parámetros para que esto ocurra. Por su parte el numerador depende de elementos endógenos del modelo (las tasas de contacto de los trabajadores en 1 y en i, μ_1 y $\mu_{\rm i}$ respectivamente) como es la relación $\left[\dfrac{\beta\mu_1(y_1 - r\nu_{01})}{(r+\delta)+\beta\mu_1} - \dfrac{\beta\mu_{\rm i}(y_{\rm i} - r\nu_{0\rm i})}{(r+\delta)+\beta\mu_{\rm i}}\right]$, si se tiene que $y_1 >> y_{\rm i}$ se garantiza que esta relación sea positiva. Lo anterior permitiría que el equilibrio no dependiera en demasía de los parámetros y se sustenta en el hecho de que de haber un centro, éste históricamente hubiese evolucionado hasta llegar a ser el lugar de mayor productividad en la ciudad.

Ahora hay que mostrar $\dfrac{\partial a^*_{\rm ci}}{\partial \theta_{\rm i}} > 0$. Derivando:

$$\frac{\partial a^*_{\rm ci}}{\partial \theta_{\rm i}} = \frac{\dfrac{(r+\delta+\mu_1)}{(\mu_1+(r+\delta)c)}\left[\dfrac{\beta\mu_1(y_1 - r\nu_{01})}{(r+\delta)+\beta\mu_1} - \dfrac{\beta\mu_{\rm i}(y_{\rm i} - r\nu_{0\rm i})}{(r+\delta)+\beta\mu_{\rm i}}\right]}{\theta_{\rm i}^2\left[1 - \dfrac{(1-\beta)(r+\delta+\mu_1)\mu_1(r+\delta)(1-c)}{(\mu_1+(r+\delta)c)((r+\delta)+\beta\mu_1)(r+\delta+\mu_1)}\right]}.$$

Dado que se asume la condición de los parámetros para que exista el equilibrio y dado que $\theta_{\rm i} > 0$, luego se cumple $\dfrac{\partial a^*_{\rm ci}}{\partial \theta_{\rm i}} > 0$. ∎

La interpretación de la condición de existencia de $a^*_{\rm ci}$, dado que hay muchas combinaciones entre los parámetros que la satisfagan, viene de lo que significa que $a^*_{\rm ci} \in [0,1]$. Siguiendo la figura 1, la condición viene de que los parámetros sean tal que ir a buscar trabajo al centro sea atractivo para los individuos con mayor habilidad para el transporte, mientras los individuos con menor habilidad para el transporte prefieran buscar empleo en su zona, lo anterior se cumple si la productividad de la zona es tal que fomenta la creación de empresas y la búsqueda de trabajadores por parte de ellas. Y que también los costos fijos de transporte sean lo suficientemente grandes como para que las personas con peor acceso a los focos de empleo (menor habilidad para el transporte o menor a en el modelo) tengan incentivos a buscar trabajo en su zona.

Ya habiendo determinado cómo se distribuye la población de cada zona entre las personas que buscan trabajo en 1 o en su propia zona, con ello se describirá la fuerza laboral de cada zona de manera genérica para cualquier distribución de a en la población será:

$$N_{\mathrm{i}j} = (\chi_{\mathrm{i}j}) \int_0^{a_{\mathrm{ci}}} g(a)\, \mathrm{d}a + (1 - \chi_{\mathrm{i}j}) \int_{a_{\mathrm{ci}}}^1 g(a)\, \mathrm{d}a \equiv \Gamma_j(a_{\mathrm{ci}}) \tag{2.18}$$

Como se permiten transiciones entre 1 e i. Si la transición es dentro de la zona i, $\chi_{\mathrm{i}j} = 1$. Si la transición es entre i y 1, $\chi_{\mathrm{i}j} = 0$. Para otra combinación $N_{\mathrm{i}j}$ será nulo. Ya que $a \in A$ está uniformemente distribuida y asumiendo $a \in A \equiv [0, 1]$, sigue que de (13), $N_{\mathrm{i}j} = a_{\mathrm{ci}}$ si $\mathrm{i} = j$ y $N_{\mathrm{i}j} = 1 - a_{\mathrm{ci}}$ si $\mathrm{i} \neq j$. Y el equilibrio que se busca cumple:

$$N_{11} = 1; \qquad N_{12} = \ldots = N_{1J} = 0.$$

$$N_{\mathrm{ii}} = a_{\mathrm{ci}}; \qquad N_{\mathrm{i}1} = 1 - a_{\mathrm{ci}} \qquad \forall \mathrm{i} \neq 1.$$

Se puede decir que de la zona 1, todos los habitantes buscan empleo o trabajan en la misma zona. En cualquier otra zona, los habitantes que se quedan, ya sea para buscar empleo o trabajar son una fracción a_{ci} (recordar que la población está normalizada), mientras los que van al centro a buscar trabajo o efectivamente trabajar es el $1 - a_{\mathrm{ci}}$ restante.

Definición 1: Equilibrio en localizaciones de estado estacionario; Una tupla $(\{U^*_{\mathrm{i}j}, N^*_{\mathrm{i}j}, a^*_{\mathrm{ci}}\}_{\mathrm{i}=1,\ldots,J};\ \mu^*_j; V^*_j; \eta^*_j; w^*_j)$ para $j = 1, \ldots, J$. constituye un equilibrio si satisface:

1. Negociación a la Nash simétrica (2.6).
2. Equilibrio de entrada (EE).
3. Matching de estado estacionario (SS) (2.13).
4. Decisión óptima de búsqueda o Valor crítico de a (2.16).
5. Fuerza laboral de equilibrio (2.18).

Para caracterizar el equilibrio de estado estacionario propuesto en el modelo, es necesario inspeccionar las dos relaciones entre los parámetros, $\eta^{EE}(\mu_j, y_j, \nu_{0j}, r, \delta)$ y $\eta^{SS}(\mu_j, m_0)$.

Recordar que la primera hace alusión a la relación entra las dos tasas de contacto mediante la libre entrada y los salarios, μ_j y η_j. Mientras que la segunda hace referencia al vínculo entre la tasa de contacto y la tecnología de matching(curva de Beveridge). Mediante inspección de (EE) y (SS) es posible establecer una solución única para las tasas de equilibrio (μ_j^*, η_j^*). Significa que se puede caracterizar el equilibrio, guiándose en el análisis gráfico de las curvas EE y SS, ver figura 2. Luego se presenta formalmente el siguiente lemma.

Lemma 3. Las relaciones η^{EE} y η^{SS} cumplen:

(i) La relación de equilibrio de entrada (EE_j) es creciente en el espacio (μ, η), y frente a aumentos de productividad en j, y_j, la tasa de contacto de las empresas en j, η_j, disminuye.

(ii) La relación de matching de estado estacionario (SS) es decreciente y convexa en el espacio (μ, η) y asintótia en cada eje. Se desplaza hacia la derecha en la medida que m_0 aumenta.

Demostración
(i)Para poder concluir que la relación (EE_j) es creciente hay que analizar la ecuación que la define, ya sea para la zona 1 o para una zona $j \neq 1$.
Para la zona 1, de (2.10) se tiene:

$$\left(1 + \frac{r}{\eta_1}\right) \nu_{01} = \frac{1}{(r+\delta)} \left[(y_1 + \delta\nu_{01}) - \frac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}} \right]$$

Si η_1 aumenta, el lado izquierdo disminuirá su valor, luego para mantener la igualdad dado que lo único variable(o endógeno del modelo) es $\frac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}$, ya que depende de $\mu_1, \ldots, \mu_J$, se debe cumplir que $\frac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}$ aumente.

Ahondando en el mecanismo económico subyacente , si aumenta la tasa de contacto de las firmas en el centro, aumentará el valor de postear una vacante en el centro, luego por libre entrada entrarán más firmas hasta restituir la condición de ganancias nulas. Con este aumento en las empresas se necesitarán más trabajadores, luego aumentará μ_1 y con ello aumentará el excedente en la zona 1 y el salario. Con esto podemos concluir que μ_1 aumenta. Con ello se tendría una relación positiva entre η_1 y μ_1.

Para una zona $j \neq 1$, de (2.11) se tiene:

$$(r+\delta)(r+\eta_j)\nu_{0j} = \eta_j \left[y_j - w_{jj} + \delta\nu_{0j} \right]$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{r}{\eta_j}\right)(r+\delta)\nu_{0j} = y_j - w_{jj} + \delta\nu_{0j}$$

Si η_j sube, el lado izquierdo baja. Para mantener la igualdad w_{jj} debe aumentar, ya que $w_{jj} = \dfrac{\beta(r+\mu_j+\delta)(y_j - r\nu_{oj})}{((r+\delta)+\beta\mu_j}$, posee al único elemento endógeno del modelo,μ_j.
Además por la propiedad $\dfrac{\partial w_{\mathrm{ii}}}{\partial \mu_{\mathrm{i}}} > 0$. Entonces si w_{jj} sube producto de movimientos

en μ_j, la causa es un aumento de μ_j. Luego podemos concluir que hay una relación positiva entre η_j y μ_j.

Para evaluar cómo reacciona EE_j frente a cambios de y_j se calcularán las derivadas parciales $\dfrac{\partial \eta_1}{\partial y_j}$ y $\dfrac{\partial \eta_1}{\partial y_j}$ con $j \neq 1$:
De (2.10),
$\eta_1 = \dfrac{r(r+\delta)\nu_{01}}{y_1 - r\nu_{01} - \dfrac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}}$. Si y_1 aumenta se ven afectados los términos $\left[y_1 - \dfrac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\right]$. Salvo que $\beta = 1$ y ν_{01} el término aumentará ya que es y_1 menos el salario esperado en 1 por los desempleados que buscan en 1, ponderado por la cantidad de personas que buscan. Esta resta debe ser positiva frente a a aumentos de la productividad, de lo contrario habría un punto en que las empresas tendrían excedentes negativos. Recordar que el excedente de las firmas, para cualquier zona, se deduce de (2.2) y (2.3): $(\Pi_F^{\mathrm{i}j} - \Pi_V^j) = \dfrac{y_j - w_{\mathrm{i}j} - r\nu_{0j}}{(r+\delta)}$. Con ello se tiene $\frac{\partial \eta_j}{\partial y_j} < 0$.

Del mismo modo de (2.11),
$\eta_j = \dfrac{r(r+\delta)\nu_{0j}}{y_j - r\nu_{0j} - w_{jj}}$. Si y_j aumenta se ven afectados los términos $[y_j - w_{jj}]$. Salvo que $\beta = 1$ y $\nu_{0j} = 0$ el término entre paréntesis aumentará ya que es y_j menos el salario en j debe ser positiva frente a a aumentos de la productividad, de lo contrario habría un punto en que las empresas tendrían excedentes negativos. Con ello se tiene $\frac{\partial \eta_j}{\partial y_j} < 0$.

Ya sea para el centro o para otra zona, el efecto que se tendrá de un alza en productividad es un aumento de firmas por la libre entrada, luego mayor competencia para captar trabajadores, y por ende bajará la tasa de contacto de las empresas.

(ii) Se tiene por las propiedades de la curva de Beveridge, ver Pissarides (2000). ▪

Proposición 1. Existencia del equilibrio.
Bajo los supuestos 1-5 y la condición de existencia de a_ci, existe el equilibrio en el cual los residentes de 1 sólo buscan en 1, y los residentes de $\{2, \ldots, J\}$ buscan respectivamente en su zona o en la zona 1.

Demostración
Dado que EE y SS son monótonas y que SS satisface las condiciones de Inada, las tasas de equilibrio, μ_j y η_j son únicas. Las tasas de equilibrio (μ_j^*, η_j^*) se usan para determinar el salario de equilibrio $w_{\mathrm{i}j}^*$ según (2.6) y (2.7). Finalmente según (2.18) se determina la fuerza laboral, $N_{\mathrm{i}j}^*$, la masa de desempleados $U_{\mathrm{i}j}^*$ según (2.13) , la masa de vacantes $V_{\mathrm{i}j}^*$ desde (2.14). Y si se cumple la condición de existencia para a_{ci}^* del lemma 2 según (2.16) se completa el equilibrio.

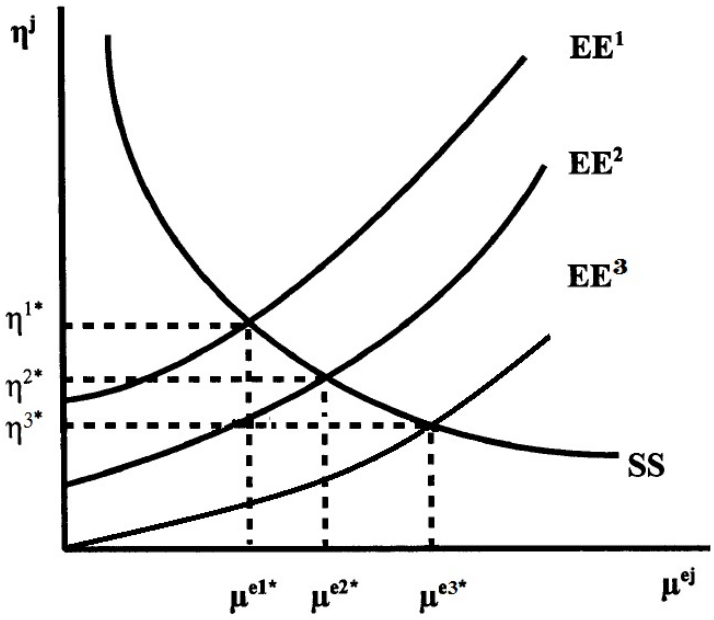


Figura 2. Determinación de las tasas de contacto

2.2. Carateterización del equilibrio

Lemma 4. Cambios de EE_1 frente a aumentos de θ_j.
Frente a aumentos en θ_j, la relación de equilibrio de entrada en el centro o zona 1 (EE_1) cambiará de tal forma que la tasa de contacto de las firmas (η_1) disminuirá si se cumple:

$$\left[(\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}) \left((1-a_{cj})\frac{\partial w_{j1}}{\partial \theta_j} - \frac{\partial a_{cj}}{\partial \theta_j} w_{j1} \right) + (\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}) \left(\frac{\partial a_{cj}}{\partial \theta_j} \right) \right] < 0 \tag{2.19}$$

Además, si se cumple esta condición en el equilibrio de estado estacionario μ_1 aumentará. Por otro lado, η_j $\forall j \neq 1$ no variará.

Demostración
Dado μ_1 fijo y de η_1 según la ecuación (2.10), demostrar $\eta_1(\mu_1|\theta_{\mathrm{i}}^{'}) - \eta_1(\mu_1|\theta_{\mathrm{i}}^{''} > \theta_{\mathrm{i}}^{'}) > 0$ y los otros parámetros fijos es equivalente a demostrar que:

$$\frac{r(r+\delta)\nu_{01}}{y_1 - r\nu_{01} - \left[\frac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\right]^{'}} > \frac{r(r+\delta)\nu_{01}}{y_1 - r\nu_{01} - \left[\frac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\right]^{''}}$$

$$\Rightarrow \frac{r(r+\delta)\nu_{01}}{K - \left[\frac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\right]^{'}} > \frac{r(r+\delta)\nu_{01}}{K - \left[\frac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\right]^{''}}$$

Con $K = y_1 - r\nu_{01} > 0$.

$$\Rightarrow K - \left[\frac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\right]' < K - \left[\frac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\right]''$$

$$\Rightarrow - \left[\frac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\right]' < - \left[\frac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\right]'' \;/ \cdot -1$$

Por lo tanto, demostrar $\eta_1(\mu_1|\theta_j') - \eta_1(\mu_1|\theta_j'' > \theta_j') > 0$ es equivalente a demostrar:

$$\Rightarrow \left[\frac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\right]' > \left[\frac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\right]''$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \theta_j}\left[\frac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\right] < 0 \tag{2.20}$$

(Se cambiaron los índices de θ_{i} para diferenciarlo de la sumatoria). Es decir, equivale a demostrar que el salario esperado por los desempleados de la ciudad que buscan trabajo en el centro, ponderado por la cantidad de desempleados según zona será decreciente en θ_{i}. Hay dos elementos que hay que entender para evaluar el sentido del cambio. $U_{\mathrm{i}1}$ y $w_{\mathrm{i}1}$. Recordar que $U_{\mathrm{i}j} = \dfrac{\delta N_{\mathrm{i}1}}{\delta + \mu_1}$ Con $N_{11} = 1$ y $N_{\mathrm{i}1} = 1 - a_{\mathrm{ci}}$ para $\mathrm{i} \neq 1$.

Al momento de calcular la derivada, habrán dos efectos, por una parte si aumenta el costo de transporte, habrá una mayor compensación producto del costo de viaje. Por otro lado, si aumenta el costo de transporte viajarán menos personas al centro a buscar trabajo ya que será más caro movilizarse. Por lo tanto la tasa de contacto de las firmas en el centro caerá si se cumple (2.20) o en forma reducida (2.19). En efecto, derivado (2.20):

$$\frac{\partial}{\partial \theta_j} = \frac{1}{\left[\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}\right]^2} \times$$
$$\left[\left(\frac{\partial}{\partial \theta_j}\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}\right)\left(\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}\right) - \left(\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}\right)\left(\frac{\partial}{\partial \theta_j}\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}\right)\right]$$

Si cambia θ_j sobrevivirán los términos j-ésimos en la derivada,

$$= \frac{1}{\left[\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}\right]^2} \times \left[\left(\frac{\partial}{\partial \theta_j} U_{j1} w_{j1}\right)\left(\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}\right) - \left(\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}\right)\left(\frac{\partial}{\partial \theta_j} U_{j1}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{\left[\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}\right]^2} \times$$
$$\left[\left(\frac{\partial}{\partial \theta_j}\frac{\delta(1-a_{cj})}{\delta + \mu_1} w_{j1}\right)\left(\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}\right) - \left(\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}\right)\left(\frac{\partial}{\partial \theta_j}\frac{\delta(1-a_{cj})}{\delta + \mu_1}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{\left[\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}\right]^2} \times$$
$$\left[\frac{\delta}{\delta+\mu_1}(\textstyle\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}) \left(-\frac{\partial a_{cj}}{\partial \theta_j} w_{j1} + (1-a_{cj})\frac{\partial w_{j1}}{\partial \theta_j}\right) - (\textstyle\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1})(\frac{\delta}{\delta+\mu_1}) \left(-\frac{\partial a_{cj}}{\partial \theta_j}\right)\right]$$

$$= \frac{\delta}{\delta+\mu_1} \frac{1}{\left[\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}\right]^2} \times$$
$$\left[(\textstyle\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}) \left((1-a_{cj})\dfrac{\partial w_{j1}}{\partial \theta_j} - \dfrac{\partial a_{cj}}{\partial \theta_j} w_{j1}\right) + (\textstyle\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}) \left(\dfrac{\partial a_{cj}}{\partial \theta_j}\right)\right]$$

Que corresponde a la ecuación (2.19). Finalmente como la curva η_1 disminuye y la curva de Beveridge o (SS) se mantiene constante, se tiene un nuevo equilibrio con menor η_1 y mayor μ_1 producto del cambio.

Para ver que los cambios en θ_j sólo afectan a η_1 y a ninguna otra zona, basta ver en (2.11) que η_j $\forall j \neq 1$ no depende de θ_j.

Para entender la condición (2.19), hay que notar que bajo la condición de existencia de $a_{c\mathrm{i}}$, se cumple que $\frac{\partial a_{cj}}{\partial \theta_j} > 0$. Por otro lado, en el salario (2.7) se puede identificar respectivamente la componente laboral y la componente espacial, además de que la derivada con respecto al costo fijo de transporte es:

$$w_{j1} = \frac{\beta(r+\delta+\mu_1)(y_1 - r\nu_{01})}{(r+\delta)+\beta\mu_1} + \frac{(1-\beta)(r+\delta)\theta_j(1-a)(1-c)}{(r+\delta)+\beta\mu_1}.$$
$$\Rightarrow \frac{\partial w_{j1}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} = \frac{(1-\beta)(r+\delta)(1-a)(1-c)}{(r+\delta)+\beta\mu_1} > 0.$$

La condición (2.19) se cumplirá si:

$$(\textstyle\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1})\dfrac{\partial a_{cj}}{\partial \theta_j} w_{j1} > (\textstyle\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}) \left(\dfrac{\partial a_{cj}}{\partial \theta_j}\right) + (\textstyle\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1})(1-a_{cj})\dfrac{\partial w_{j1}}{\partial \theta_j}$$

Para entender qué significa en términos de θ_j, se estudiará una versión relajada de la condición antes mencionada, esta es si $(\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1})(1-a_{cj})\dfrac{\partial w_{j1}}{\partial \theta_j} \backsim 0$. En efecto:

$$(\textstyle\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1})\dfrac{\partial a_{cj}}{\partial \theta_j} w_{j1} > (\textstyle\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}) \left(\dfrac{\partial a_{cj}}{\partial \theta_j}\right)$$

Como $\frac{\partial a_{cj}}{\partial \theta_j} > 0$,

$$\Rightarrow (\textstyle\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}) w_{j1} > (\textstyle\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1})$$

Ocupando (2.13) y la definición del salario en (2.7) con las componentes laborales y espaciales,

$$\Leftrightarrow \left(\sum_{\mathrm{i}\in I}\frac{\delta(1-a_{\mathrm{ci}})}{\delta+\mu_1}\right)(laboral_1+\mathrm{e}spacial_j) > \left(\sum_{\mathrm{i}\in I}\frac{\delta(1-a_{\mathrm{ci}})}{\delta+\mu_1}\right)(laboral_1+\mathrm{e}spacial_{\mathrm{i}})$$

Se pueden simplificar las componentes laborales de la zona 1.

$$\Leftrightarrow \left(\sum_{\mathrm{i}\in I}\frac{\delta(1-a_{\mathrm{ci}})}{\delta+\mu_1}\right)\mathrm{e}spacial_j > \left(\sum_{\mathrm{i}\in I}\frac{\delta(1-a_{\mathrm{ci}})}{\delta+\mu_1}\right)\mathrm{e}spacial_{\mathrm{i}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{(1-\beta)(r+\delta)(1-a)(1-c)}{(r+\delta)+\beta\mu_1}\right)\theta_j\sum_{\mathrm{i}\in I}\frac{\delta(1-a_{\mathrm{ci}})}{\delta+\mu_1} > \left(\frac{(1-\beta)(r+\delta)(1-a)(1-c)}{(r+\delta)+\beta\mu_1}\right)\sum_{\mathrm{i}\in I}\frac{\delta(1-a_{\mathrm{ci}})\theta_{\mathrm{i}}}{\delta+\mu_1}$$

$$\Rightarrow \theta_j\sum_{\mathrm{i}\in I}\frac{\delta(1-a_{\mathrm{ci}})}{\delta+\mu_1} > \sum_{\mathrm{i}\in I}\frac{\delta(1-a_{\mathrm{ci}})\theta_{\mathrm{i}}}{\delta+\mu_1} \tag{2.21}$$

Es decir, la compensación para los desempleados de la ciudad si el costo fijo de transporte fuese θ_j debe ser mayor a la efectiva con θ_{i}. Dicha compensación debe ser estrictamente mayor dado que se analizó la versión relajada de la desigualdad.

Por el contrario si θ_j fuese pequeño, las residentes de j tienen casi el mismo costo por ir a buscar trabajo al centro o a su zona, luego la elección se basaría en otros factores que definen el excedente o su utilidad, y_j ,y_1, ν_{01}, ν_{0j} y no en los costos, ya que estos no se verían afectados por cambios en θ_j(los costos ya son bajos). Por ende, como los trabajadores de j no se verían afectados por el cambio, las firmas enfrentarían una situación similar a la vivida previa al cambio en θ_j, una en la cual η_1, o la tasa a la cual encuentran trabajadores, no cambia. Es por ello que para que la tasa de contacto de las firmas baje y la tasa de contacto de los trabajadores en el centro aumente frente a aumentos en el costo fijo de transporte de j, se requiere que los costos fijos de transporte en j efectivamente representen una limitante, es decir, sean una fricción para los agentes al momento de tomar la decisión sobre donde buscar trabajo.

2.2.1. Tasas, salarios y desempleo

Proposición 2. Tasas de contacto: En cada mercado laboral j, se tiene:

1. $\mu_{\mathrm{i}}^* > \mu_1^* > \mu_{\mathrm{i}'}^*$ y $\eta_{\mathrm{i}}^* < \eta_1^* < \eta_{\mathrm{i}'}^*$ para $y_{\mathrm{i}}^* > y_1^* > y_{\mathrm{i}'}^*$.
2. $\dfrac{\partial\mu_j^*}{\partial y_j} > 0$; $\dfrac{\partial\mu_j^*}{\partial\nu_{0j}} < 0$; $\dfrac{\partial\mu_j^*}{\partial m_0} > 0$; $\dfrac{\partial\eta_j^*}{\partial m_0} > 0$.

Demostración
Desde el lemma 3 se desprende que a mayor productividad la tasa de contacto de las firmas disminuye y como la curva de Beveridge no se ve alterada, la tasa de contacto de los trabajadores aumenta.
Un incrementeo en el costo de entrada ν_{0j} reduce el valor de entrar al mercado para la firma representativa. Esto requeriría un aumento en la tasa de contacto de la firma, η_j, o una baja en la tasa de contacto de los trabajadores, μ_j para satisfacer la condición

de cero utilidad. Por otro lado, del *lemma* 2 se tiene que si aumenta.
Un aumento en la eficiencia del matching hace el proceso de búsqueda más sencillo para los trabajadores y para las firmas, lo cual aumenta la tasa de contacto para ambos ∎

Proposición 3. Salarios de equilibrio: En cada mercado laboral j, el salario de equilibrio cumple:

1. $\frac{\partial w_{\mathrm{i}j}^*}{\partial \nu_{0j}} < 0$; $\frac{\partial w_{\mathrm{i}j}^*}{\partial m_0} > 0$; $\frac{\partial w_{\mathrm{i}j}^*}{\partial y_j} > 0$.

2. El salario promedio de una zona será $w_{\mathrm{i}} = a_{\mathrm{ci}} w_{\mathrm{ii}} + (1 - a_{\mathrm{ci}}) w_{\mathrm{i1}}$ y bajará frente a aumentos en el costo fijo de transporte si:

$$\frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} w_{\mathrm{i1}} > \frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} w_{\mathrm{ii}} + (1 - a_{\mathrm{ci}}) \frac{\partial w_{\mathrm{i1}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}}$$

Demostración

1. A medida que el costo de entrada ν_{0j} aumenta, cambia el poder negociador de las firmas. El aumento en el costo de entrada desplaza hacia arriba la (EE), lo que disminuye la tasa de contacto de los trabajadores μ_j^*, lo cual disminuye el salario (el mecanismo es que disminye el poder negociador de los trabajadores). El efecto en la productividad es exactamente el mismo pero en la dirección contraria al costo de entrada.
   Finalmente, el efecto de un incrementeo en la eficiencia de la tecnología de matching, m_0, mejora la tasa de contacto de cada trabajador, mejorando el salario.

2. Del cálculo de a_{ci}, una fracción a_{ci} buscará trabajo en su zona i y el resto, $1 - a_{\mathrm{ci}}$ buscará trabajo en el centro, se tiene por ende: $w_{\mathrm{i}} = a_{\mathrm{ci}} w_{\mathrm{ii}} + (1 - a_{\mathrm{ci}}) w_{\mathrm{i1}}$.
   Derivando:
   $$\frac{\partial w_{\mathrm{i}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} = \frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} w_{\mathrm{ii}} - \frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} w_{\mathrm{i1}} + (1 - a_{\mathrm{ci}}) \frac{\partial w_{\mathrm{i1}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}}$$
   $$= \frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} (w_{\mathrm{ii}} - w_{\mathrm{i1}}) + (1 - a_{\mathrm{ci}}) \frac{\partial w_{\mathrm{i1}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}}$$
   El primer sumando corresponde a la cantidad de personas que dejan de ir a buscar trabajo al centro (la derivada es positiva según el *lemma* 2) multiplicando el salario que dejarían de recibir, mientras que el segundo sumando corresponde a las personas que buscan en el centro y el aumento en la compensación producto del aumento en el costo fijo de transporte.

   Luego, el salario promedio bajará si aquellos que dejan de ir al centro pierden más que aquellos que ganarán por efecto de una mayor compensación por el aumento en el transporte ∎

A continuación se caracterizarán las tasas de desempleo en cada ubicación j. Despues de obtener las tasas de contacto (μ_j^* y η_j^*), determina la masa de trabajadores residentes en cada localización y luego U_i^* según (2.1).

Proposición 4. TASAS DE DESEMPLEO Y TASAS DE VACANTES.

1. La tasa de desempleo se comporta según:
   $U_\mathrm{i}^* > U_1^* > U_{\mathrm{i}'}^*$ para $\nu_{0\mathrm{i}}^* > \nu_{01}^* > \nu_{0\mathrm{i}'}^*$.

2. La tasa de vacantes se comporta según:
   $R_\mathrm{i}^* < R_1^* < R_{\mathrm{i}'}^*$ para $\nu_{0\mathrm{i}}^* > \nu_{01}^* > \nu_{0\mathrm{i}'}^*$.

Demostración
Para el cálculo es importante recordar:

$$U_1^* = U_{11}^* + \ldots + U_{1J}^*$$

$$U_\mathrm{i}^* = U_{\mathrm{i}1}^* + \ldots + U_{\mathrm{i}J}^*$$

Y gracias a (10) y (13), podemos concluir:

$$U_1^* = U_{11}^* = \frac{\delta}{\delta + \mu_1^*} \tag{2.22}$$

$$U_\mathrm{i}^* = U_{\mathrm{i}1}^* + U_{\mathrm{ii}}^* = \frac{\delta(1 - a_{\mathrm{ci}}^*)}{\delta + \mu_1^*} + \frac{\delta a_{\mathrm{ci}}^*}{\delta + \mu_\mathrm{i}^*} \tag{2.23}$$

A continuación se asumirá que $\nu_{01}^* < \nu_{0j}^*$, el caso contrario es análogo salvo que las inecuaciones tienen el signo opuesto. De (14) y (15) y de la proposición 1 implica que U_i^* es decreciente en a_{ci}^*:

$$\mu_1^* < \mu_\mathrm{i}^*$$

$$\mu_1^* + \delta < \mu_\mathrm{i}^* + \delta$$

$$\frac{\delta}{\delta + \mu_1^*} > \frac{\delta}{\delta + \mu_\mathrm{i}^*}$$

Luego $U_\mathrm{i}^*(a_{\mathrm{ci}} = 0) = \dfrac{\delta}{\delta + \mu_1^*}$ y $U_\mathrm{i}^*(a_{\mathrm{ci}} = 1) = \dfrac{\delta}{\delta + \mu_\mathrm{i}^*}$. Finalmente como $a_{\mathrm{ci}} \in (0, 1)$, $U_\mathrm{i}^*(a_{\mathrm{ci}})$ es decreciente en a_{ci}.
Por otro lado, definiendo la tasa de vacante $R \equiv \dfrac{V_j^*}{V_j^* + E_j^*}$ y ocupando $V_j = \dfrac{\delta \mu_j N_j}{\eta_j(\delta + \mu_j)}$

y $E_j = \dfrac{\mu_j N_j}{\delta + \mu_j}$ de (9), entonces $R \equiv \dfrac{\delta}{\delta + \eta_j}$, la cual depende sólo de la tasa de contacto de la firma y de δ. La proposición 2 implica que:

$$\eta_1^* > \eta_{\mathrm{i}}^*$$

$$\delta + \eta_1^* > \delta + \eta_{\mathrm{i}}^*$$

$$\frac{\delta}{\delta + \eta_1^*} < \frac{\delta}{\delta + \eta_{\mathrm{i}}^*}$$

$$\Leftrightarrow R_1^* < R_{\mathrm{i}}^*$$

El caso $\nu_{01}^* > \nu_{0j}^*$ es análago ∎

2.2.2. Cálculo del costo de transporte por zona

El objetivo de esta subsección es encontrar una expresión algebráica para el costo de transporte por zona y poder relacionarlo con las variables del modelo para realizar el análisis. El costo de transporte por zona se puede interpretar como el tiempo de viaje promedio, tal como en los gráficos de la introducción.

El costo de transporte de la zona i es:

$$\int_0^1 \theta_{\mathrm{i}j} \, \mathrm{d}a$$

Para la zona 1, todos los trabajadores $a \in (0, 1)$ trabajan o buscan trabajo en 1.

$$\int_0^1 \theta_{11} \, \mathrm{d}a = 0 \tag{2.24}$$

Para la zona i $\neq 1$, los trabajadores $a \in (0, a_{\mathrm{ci}})$ trabajan o buscan trabajo en i y los trabajadores $a \in (a_{\mathrm{ci}}, 1)$ trabajan o buscan trabajo en 1.

$$\int_0^1 \theta_{\mathrm{i}j} \, \mathrm{d}a = \int_0^{a_{\mathrm{ci}}} \theta_{\mathrm{ii}} \, \mathrm{d}a + \int_{a_{\mathrm{ci}}}^1 \theta_{\mathrm{i}1} \, \mathrm{d}a = \int_{a_{\mathrm{ci}}}^1 \theta_{\mathrm{i}1} \, \mathrm{d}a$$

$$= \int_{a_{\mathrm{ci}}}^1 \theta_{\mathrm{i}} - a\theta_{\mathrm{i}} \, \mathrm{d}a = \theta_{\mathrm{i}}(1 - a_{\mathrm{ci}}) - \theta_{\mathrm{i}} \frac{a^2}{2} |_{a_{\mathrm{ci}}}^1$$

$$= \theta_{\mathrm{i}}(1 - a^{*}_{\mathrm{ci}}) - \tfrac{\theta_{\mathrm{i}}}{2}(1 - a^{*\,2}_{\mathrm{ci}})$$

$$= \theta_{\mathrm{i}}(\frac{1}{2} - a^{*}_{\mathrm{ci}} + \frac{a^{*\,2}_{\mathrm{ci}}}{2}) \tag{CZ}$$

Se llamará a esta función por CZ, el costo de transporte por zona. Para entenderla basta ver que la función $(\frac{1}{2} - a_{\mathrm{ci}} + \frac{a^2_{\mathrm{ci}}}{2})$ con $a \in (0,1)$ es decreciente en a_{ci}, la interpretación económica nos dice que el costo de transporte total será menor mientras mayor sea a_{ci}, o la cantidad de personas que se mueven hacia la zona uno, el costo de transporte total aumentará. El costo total está ponderado por el costo fijo de cada zona θ_{i}.

Con esta expresión se podrá responder, ¿Cómo afecta al costo total de transporte, cambios en θ_{i}? y ¿cómo afecta al costo total de transporte, cambios en y_{i}?

2.2.3. Análisis del equilibrio

En esta sección se estudiará como variables endógenas del modelo como el costo de transporte por zona y el desempleo por zona se ven afectados por cambios en los parámetros. En específico se estudiarán cambios en el costo fijo de transporte por zona y cambios en la productividad (respectivamente θ_{i} y y_{i}). Para este análisis se asumirá que la condición de existencia para a_{ci} se cumple.

I. Cambios en el costo fijo de transporte

(i) $\dfrac{\partial CZ_{\mathrm{i}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} > 0$

El costo de transporte por zona o costo de transporte promedio de cada zona (esto porque la población en cada zona está normalizada) según (CZ) es $\theta_{\mathrm{i}}\left(\frac{1}{2} - a_{\mathrm{ci}} + \frac{a^2_{\mathrm{ci}}}{2}\right)$. Recordemos que a es la cantidad de personas que buscan trabajo en i y $1-a$ es la cantidad de personas que salen a buscar trabajo a 1.

Al aumentar el costo fijo de transporte, la opción de ir a buscar trabajo al centro es menos atractiva, por ende menos personas irán a buscar trabajo al centro. Esto porque ir a buscar trabajo en la propia zona no es costoso, por ende no se ve afectado por cambios en θ_{i}.

$\Rightarrow \dfrac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} > 0$

Luego el impacto en el costo de transporte promedio de la zona i, se obtiene derivando con respecto a θ_{i} la ecuación CZ:

$$= \frac{1}{2} - \left(a_{\mathrm{ci}} + \theta_{\mathrm{i}}\frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}}\right) + \left(\frac{a^2_{\mathrm{ci}}}{2} + a_{\mathrm{ci}}\frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}}\right)$$

$$= \frac{1}{2} - a_{\mathrm{ci}} - \theta_{\mathrm{i}}\frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} + \frac{a_{\mathrm{ci}}^2}{2} + a_{\mathrm{ci}}\frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}}$$

$$= \frac{1}{2} + a_{\mathrm{ci}}\left(\frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} - 1\right) + \frac{a_{\mathrm{ci}}^2}{2} - \theta_{\mathrm{i}}\frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} \tag{2.25}$$

Habrán dos efectos presentes, por un lado la baja en a cantidad de traslados hará disminuir el costo de transporte promedio y por otro el aumento del precio del transporte, hará que el costo promedio aumente. Para evaluar cuál efecto predomina, se debe analizar la ecuación (2.25), predominará el aumento en el costo de transporte si:

$$\theta_{\mathrm{i}} < \frac{\frac{1}{2} + a_{\mathrm{ci}}\left(\frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} - 1\right) + \frac{a_{\mathrm{ci}}^2}{2}}{\frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}}}$$

Ya que $1 > \frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} > 0$ y $1 > a_{\mathrm{ci}} > 0$, existen los parámetros que hacen la cota positiva, luego para que aumente el costo de tranporte lo que debe pasar para que el modelo represente la correlación positiva de los datos para la ciudad de Santiago es que el costo de transporte no sea tan grande como para que nadie más viaje al centro frente a aumentos de este. Es decir que el aumento de precios sea tolerable por una parte de la población, este resultado se puede interpretar factible ya que es lo que efectivamente pasa en las ciudades frente a aumentos del precios del transporte o aumentos en congetión, se observa que las personas no renuncian en masa a sus trabajo frente a aumentos del costo de transporte, también en parte porque los aumentos son acotados.

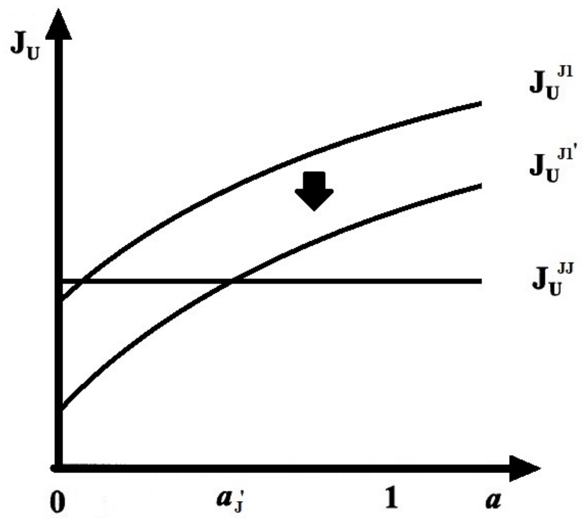


Figura 3. Cambios en el costo fijo de transporte en la propia zona.

(ii) $\dfrac{\partial U_{\mathrm{i}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} > 0$

Antes de calcular la derivada parcial, recordar que $U_{\mathrm{i}} = \dfrac{\delta(1-a_{\mathrm{ci}})}{\delta+\mu_1^*} + \dfrac{\delta a_{\mathrm{ci}}}{\delta+\mu_{\mathrm{i}}^*}$, es decir, la suma de los desempleados que desde i buscan empleo en 1 e i respectivamente. Frente a cambios de θ_{i}, se ve afectado a_{ci} y μ_1. Del lemma 2, se concluye que menos gente viajará al centro a buscar trabajo si aumenta θ_{i} y del lemma 4, aumentará la tasa de contacto de los trabajadores en 1 frente a aumentos de θ_{i} por efecto de la descongestión (de trabajadores) en el centro.

Dicho lo anterior, se puede discutir el sentido del cambio. Los trabajadores que buscan en el centro bajarán por el aumento del costo de transporte, por lo que el primer sumando disminuirá, luego el segundo debe aumentar para que se cumpla $\dfrac{\partial U_{\mathrm{i}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} > 0$. La única forma en la cual no se cumple es que los trabajadores producto del aumento del costo de transporte pasaron de buscar en 1 a buscar en su propia zona y que esto signifique que encontrarán trabajo con mayor probabilidad, pero con un salario menor (ya que antes escogieron trabajar en 1). De todas formas se expresa la condición en términos de los parámetros del problema:

Derivando $\dfrac{\partial U_{\mathrm{i}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}}$:

$$\frac{-\delta\left(\dfrac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}}\right)(\delta+\mu_1^*) - \delta(1-a_{\mathrm{ci}})\dfrac{\partial \mu_1}{\partial \theta_{\mathrm{i}}}}{[\delta+\mu_1]^2} + \frac{\delta}{\delta+\mu_{\mathrm{i}}}\frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} > 0$$

Hay dos efectos que se contraponen, el aumento de μ_1 y la disminución de los viajes al centro ($\partial a_{\mathrm{ci}}/\partial \theta_{\mathrm{i}} > 0$). El primero indica que los trabajadores que sigan yendo al centro encontrarán empleo con mayor facilidad, producto del aumento en μ_1. El otro es que los trabajadores que se quedan buscando en i les costará más buscar empleo ya que competirán con todos aquellos que dejaron de buscar en el centro producto del aumento del transporte. Es esperable que el efecto neto sea el aumento de los desempleados porque los que buscan en el centro van a ver un aumento en su probabilidad de búsqueda pero esta será baja ya que compiten con las $j-1$ otras zonas. Cabe destacar que pueden haber excepciones como el caso que se comentó anteriormente en que se esté en una zona muy poco productiva con salarios bajos en comparación al centro, pero con empleo seguro, sin embargo ese caso es poco probable si se cumplen las condiciones del equilibrio, es decir del lemma 2 y lemma 4.

(iii) $\dfrac{\partial CZ_j}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} > 0$

Lo que se busca analizar en este caso, es cómo reacciona el resto de la ciudad frente a aumentos de θ_{i} en una zona i particular. Primero cabe destacar $\dfrac{\partial CZ_{\mathrm{i}}}{\partial \theta_1} = \dfrac{\partial CZ_1}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} = 0$, ya que el Costo de Transporte de la zona 1 es cero y aparte como los trabajadores

de 1 sólo pueden buscar trabajo en 1, θ_1 no influye en este caso.
En el caso $\mathrm{i} \neq j \neq 1$, se ocuparán los resultados del lemma 2 y lemma 4, es decir, si aumenta θ_{i} aumentará a_{ci}, habrá menos personas que salgan a buscar trabajo al centro, aumentando la probabilidad de encontrar trabajo para los trabajadores que sigan buscando en el centro. Este efecto provocará que más gente del resto de las zonas busquen en 1 ya que aumentará la tasa de contacto de los trabajadores:

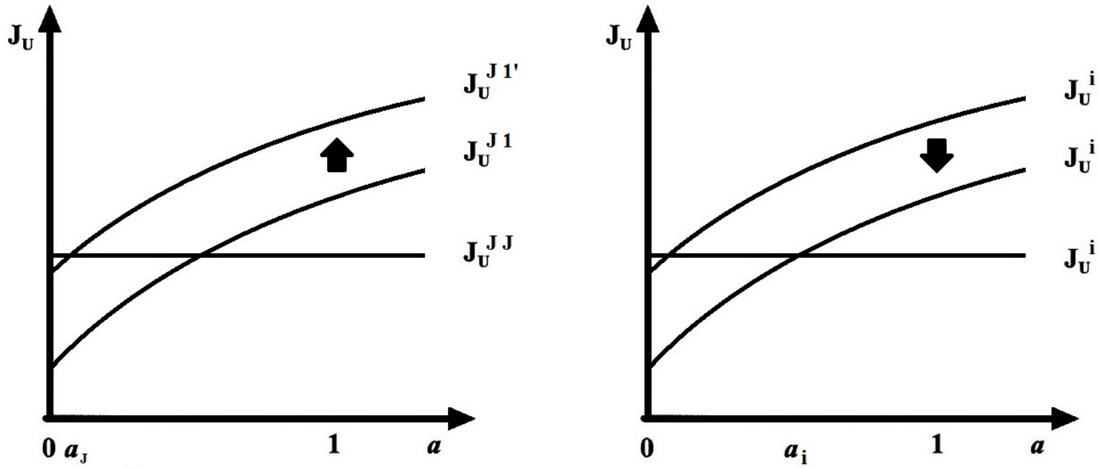


Figura 4. Cambios en el costo fijo de transporte en otra zona.

En la zona i, producto del aumento del costo de viaje, la valoración de ir a buscar trabajo al centro caerá, provocando menos viajes a $1(a_{\mathrm{ci}}$ aumenta). Respectivamente en la zona j el efecto del aumento del costo de transporte en i, provocará menos congestión en 1 y por ende un aumento en la valoración por parte de los trabajadores para dicha opción. Luego habrá más gente que viaje hasta 1 (la cantidad de trabajadores que viajan a 1 es $1 - a_{cj}$). Producto del aumento en la cantidad de personas de que viaja a 1 desde la zona j, el costo de transporte promedio de j aumentará.

(iv) $\dfrac{\partial U_j}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} < 0$

Primero cabe destacar $\dfrac{\partial U_{\mathrm{i}}}{\partial \theta_1} = 0$, ya que θ_1 no afecta las decisiones que toman los trabajadores de la zona 1.
Para el caso $\dfrac{\partial U_1}{\partial \theta_{\mathrm{i}}}$, recordar que $U_1 = \dfrac{\delta}{\delta + \mu_1}$ $\mathrm{i} \neq 1$. Si aumenta θ_{i} menos gente irá a buscar trabajo a 1, ya que será más costoso, luego se descongestionará 1 (lemma 4) y disminuriá el desempleo al aumentar las probabilidades de encontrar empleo en 1.
Ahora para $\dfrac{\partial U_j}{\partial \theta_{\mathrm{i}}}$ con $\mathrm{i} \neq 1$ y $j \neq 1$, recordar que $U_j = \dfrac{\delta(1 - a_{cj})}{\delta + \mu_1} + \dfrac{\delta a_{cj}}{\delta + \mu_j}$.
Si aumenta θ_{i} , menos gente irá a buscar trabajo a 1 desde i,ya que será más costoso para los habitantes de i. Por ende se descongestionará 1 y μ_1, la tasa a la cual los trabajadores encuentran trabajo en 1 aumentará, (lemma 4), notar que esta tasa (μ_1) afecta a toda la ciudad. Finalmente como cambios en θ_{i} sólo afecta a μ_1, el

desempleo en j bajará.

II. Cambios en la productividad

(i) $\dfrac{\partial CZ_{\mathrm{i}}}{\partial y_{\mathrm{i}}} < 0$

Si aumenta la productividad en i, aumentará a_{ci}, ya que la valorización de la opción de buscar trabajo en i aumentará (a mayor y_{i}, mayor será el salario). Por ende, menos gente saldrá a buscar empleo a 1.

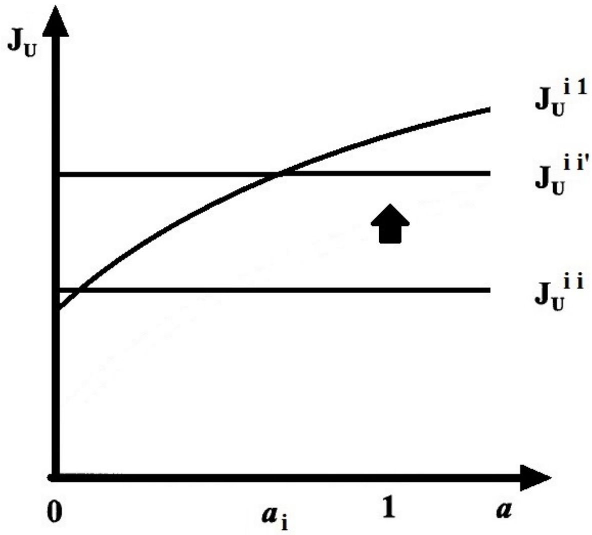


Figura 5. Cambios en la productividad de la propia zona.

Como el costo de transporte está en relación con la cantidad de personas que se mueven, como la cantidad de personas que se trasladan cae, también lo hace el costo de transporte promedio.

(ii) $\dfrac{\partial U_{\mathrm{i}}}{\partial y_{\mathrm{i}}} < 0$

Recordar $U_{\mathrm{i}} = \dfrac{\delta(1 - a_{\mathrm{ci}})}{\delta + \mu_1} + \dfrac{\delta a_{\mathrm{ci}}}{\delta + \mu_{\mathrm{i}}}$. Si y_{i} aumenta, por el lemma 3 aumenta μ_{i}, y frente al aumento de μ_{i}, aumenta a_{ci}(también se puede ver al derivar la expresión que define a_{ci}). El mecanismo es el siguiente, aumenta la productividad en una zona, luego por la libre entrada llegan más empresas y ellas necesitan más trabajadores. Luego aumenta la tasa de contacto de los trabajadores.

(iii) $\dfrac{\partial CZ_j}{\partial y_{\mathrm{i}}} > 0$ si θ_{i} es lo suficientemente grande (satisface 2.28)

Si aumenta la productividad en i, habrán menos desplazamientos hacia la zona 1 desde la zona i, luego se descongestionará 1 ya que trabajadores de i dejaron de buscar empleo en el centro y comenzarán a buscar en i. Producto de esta descongestión aumentará μ_1 y desde todo $j \neq \mathrm{i}$ habrán más desplazamientos, por ende aumentará el costo de transporte promedio.

Formalmente, derivando (2.10) con respecto a y_{i}:

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial y_{\mathrm{i}}} = \frac{\partial}{\partial y_{\mathrm{i}}}\left[\frac{r(r+\delta)\nu_{01}}{y_1 - r\nu_{01} - \frac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}}\right]$$

El término y_{i} afecta a $U_{\mathrm{i}1} = \dfrac{\delta(1-a_{\mathrm{ci}})}{\delta+\mu_1}$, por lo que va a depender del término $\dfrac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}$:

$$\frac{\partial\left[\frac{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1}}{\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}}\right]}{\partial y_{\mathrm{i}}} = \frac{1}{\left[\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1}\right]^2} \times \frac{\delta}{\delta+\mu_1}\left[(\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1})\left(-\frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial y_{\mathrm{i}}} w_{\mathrm{i}1}\right) + (\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1})\left(\frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial y_{\mathrm{i}}}\right)\right]$$

Finalmente el signo de la derivada va a depender del término en corchetes. En particular será negativo, i.e., η_1 disminuye frente a cambios de y_{i} (y como la curva de Beveridge se mantiene fija, μ_1 aumenta) con $j \neq 1$, si:

$$(\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1})\left(\frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial y_{\mathrm{i}}} w_{\mathrm{i}1}\right) > (\sum_{\mathrm{i}\in I} U_{\mathrm{i}1} w_{\mathrm{i}1})\left(\frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial y_{\mathrm{i}}}\right)$$

Para evitar confusiones se cambiarán los índices de las sumatorias,

$$(\sum_{k\in I} U_{k1})\left(\frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial y_{\mathrm{i}}} w_{\mathrm{i}1}\right) > (\sum_{k\in I} U_{k1} w_{k1})\left(\frac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial y_{\mathrm{i}}}\right)$$

Además como $\dfrac{\partial a_{\mathrm{ci}}}{\partial y_{\mathrm{i}}}$ es una constante positiva,

$$(\sum_{k\in I} U_{k1})\,(w_{\mathrm{i}1}) > (\sum_{k\in I} U_{k1} w_{k1}) \tag{2.26}$$

Y similar a (2.21) habrá efecto de descongestión (η_1 cae frente a aumentos en y_{i}) si θ_{i} es lo suficientemente grande como para satisfacer (2.26) o (2.27). Notar que $w_{\mathrm{i}1}$ y w_{k1} comparten la componente laboral de la zona 1, luego con un poco de álgebra:

$$\frac{(1-\beta)(r+\delta)(1-a)(1-c)}{(r+\delta)+\beta\mu_1}\left[\sum_{k\in I}\frac{\delta(1-a_{ck})\theta_k}{\delta+\mu_1} - \theta_{\mathrm{i}}\sum_{k\in I}\frac{\delta(1-a_{ck})}{\delta+\mu_1}\right] < 0 \tag{2.27}$$

o,

$$\theta_{\mathrm{i}}\sum_{k\in I}\frac{\delta(1-a_{ck})}{\delta+\mu_1} > \sum_{k\in I}\frac{\delta(1-a_{ck})\theta_k}{\delta+\mu_1} \tag{2.28}$$

Esto es si si el costo fijo de transporte en la zona i, θ_{i}, es lo suficientemente grande como para que la diferencia entre el costo de transporte que pagan los trabajadores que buscan en 1 sea menor a lo que que pagarían estos trabajadores si el costo fijo fuese θ_j. Otra forma de ver la condición es estudiando cuando no se cumple. La condición (2.28) no se satisface en el caso de que el vector θ_k, $k \neq \mathrm{i}$ tenga valores lo suficientemente grandes comparados con θ_i, en ese caso $\sum_{k\in I}(1-a_{ck})\theta_k$ sería lo suficientemente mayor a $\theta_\mathrm{i}\sum_{k\in I}(1-a_{ck})$ como para superar cualquier cota, de lo contrario basta aumentar θ_k hasta violar la condición. Esto porque si todos los costos de transporte θ_i son altos, el resto de la ciudad no podría aprovechar el aumento en μ_1.

Finalmente si θ_i es grande en relación a al resto de los costos de transporte, no necesariamente tiene que ser el mayor, sólo tiene que satisfacer (2.28), se tendrá que $\dfrac{\partial \eta_1}{\partial y_\mathrm{i}} < 0 \Rightarrow \dfrac{\partial \mu_1}{\partial y_\mathrm{i}} > 0$. Por lo que aumentos en productividad provocarán menos viajes al centro desde i, pero desde j aprovecharán el aumento en μ_1 y realizarán más viajes.

Como el costo de transporte está en relación con la cantidad de personas que se mueven, y como la cantidad de personas que se trasladan aumenta, también lo hace el costo de transporte promedio.

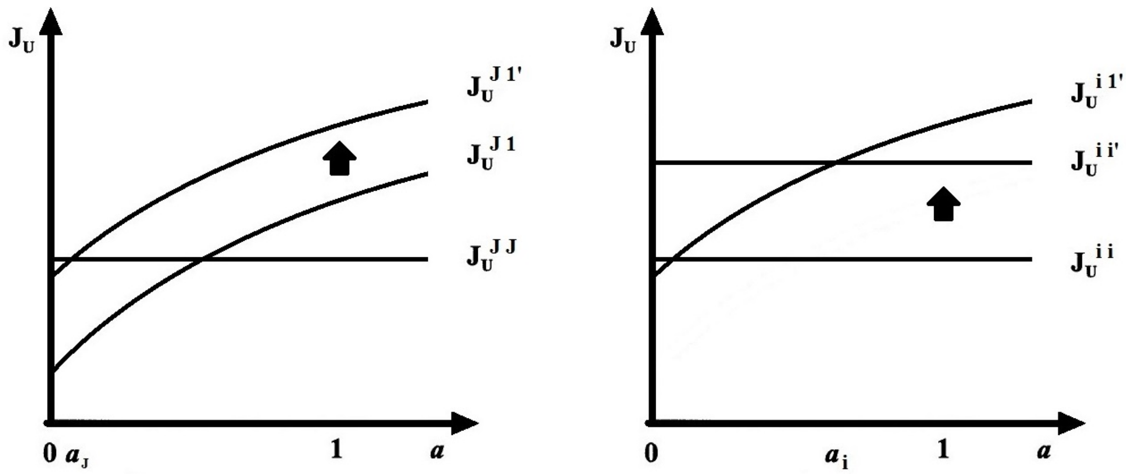


Figura 6. Cambios en la productividad de otra zona.

(iv) $\dfrac{\partial U_j}{\partial y_\mathrm{i}} < 0$ si θ_i es lo suficientemente grande (satisface 2.28)

Recordar que $U_j = \dfrac{\delta(1-a_{cj})}{\delta+\mu_1} + \dfrac{\delta a_{cj}}{\delta+\mu_j}$.
Si aumenta y_i, aumentará μ_i (*lemma* 3)y $a_{c\mathrm{i}}$ (se puede ver desde (2.16)), la tasa de los trabajadores y la cantidad de trabajadores que buscan empleo en su propia zona respectivamente. Luego menos gente buscará en la zona 1 desde i, ya que aumentó la valoración por buscar en i.

Producto de esos cambios se descongestionará 1, es decir la tasa de contacto de los trabajadores en el centro aumentará (si θ_i satisface 2.28) y desde todo $j \neq \mathrm{i}$ y $j \neq 1$

habrán más desplazamientos hacia 1 (a_{cj} disminuye). Producto de la descongestión en 1, disminuirá el desempleo en las personas que van a 1 a buscar empleo y producto de la descongestión de j disminuirá el desempleo gracias al aumento de trabajadores que saldrán hacia 1.

Cabe destacar que las condiciones para que se cumplan $\dfrac{\partial \mu_1}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} > 0$ y $\dfrac{\partial \mu_1}{\partial y_{\mathrm{i}}} > 0$, son (2.19) y (2.28) respectivamente. Notando que (2.19) es es más restrictiva que (2.28). Los resultados de equilibrio general se pueden resumir en la siguiente siguiente propoción.

Proposición 5. Cambios en costo fijo de transporte y produtividad. Si se cumple la condición de existencia de $a_{c\mathrm{i}}$, y θ_{i} (*lemmas* 2 y 4 respectivamente) es lo suficientemente mayor con respecto a los valores del vector θ, tal que satisface (2.19) y además satisface (2.25), frente a cambios de los parámetros se cumplirá:

(i) $\dfrac{\partial CZ_{\mathrm{i}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} > 0$; $\dfrac{\partial U_{\mathrm{i}}}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} > 0$; $\dfrac{\partial CZ_j}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} > 0$; $\dfrac{\partial U_j}{\partial \theta_{\mathrm{i}}} < 0$

(ii) $\dfrac{\partial CZ_{\mathrm{i}}}{\partial y_{\mathrm{i}}} < 0$; $\dfrac{\partial U_{\mathrm{i}}}{\partial y_{\mathrm{i}}} < 0$; $\dfrac{\partial CZ_j}{\partial y_{\mathrm{i}}} > 0$; $\dfrac{\partial U_j}{\partial y_{\mathrm{i}}} < 0$

Cabe destacar que el sentido del cambio de aumentos en el costo de entrada es equivalente en términos del modelo y del mecanismo económico subyacente al análisis de una baja en productividad.

Conclusiones

La motivación de este estudio nace de evaluar medidas que alteren las características de las comunas de la ciudad de Santiago y su impacto en el mercado del trabajo. El objetivo era estudiar cómo cambios en la productividad o conectividad de una comuna afectan la tasa de desempleo del resto de la ciudad, y de haber una relación, ¿el sentido del cambio es el mismo en la comuna que originó el cambio que en el resto de la ciudad? Estas preguntas se abordaron desde los modelos de búsqueda de empleo con un enfoque espacial, es decir, incorporando la relación entre tiempos de viaje y desempleo. Este enfoque se escogió dentro de muchos para explicar diferencias en el desempleo de las comunas porque esta relación está presente en los datos de la ciudad de Santiago, y además se enmarca es una vasta literatura, que presenta la oportunidad de no haber indagado en las diferencias de desempleo dentro de las ciudades como resultado de un equilibrio.

Los principales resultados fueron:

(a) *Efectos de los cambios en conectividad y productividad en una comuna y la relación con la ciudad.*
Frente a aumentos en el costo fijo de transporte en una zona en particular, aumentará el gasto promedio en transporte en la misma zona y aumentará también el desempleo en ella. En el resto de la ciudad, aumentará el gasto promedio en transporte en cada zona producto de un aumento en los viajes al centro, gracias a que menos gente desde la zona del cambio podrá salir a buscar trabajo al centro, lo que aumentará la tasa de contacto para los trabajadores en el centro. Y finalmente, la tasa de desempleo en el resto de la ciudad caerá.
Frente a aumentos en la productividad en una zona en particular, disminuirá el gasto promedio en transporte en la misma zona y disminuirá el desempleo en ella. En el resto de la ciudad, aumentará el gasto promedio en transporte producto de un aumento en el número de los viajes al centro, gracias a que menos gente desde la zona del cambio querrá salir a buscar trabajo al centro, lo que aumentará la tasa de contacto para los trabajadores en el centro. Y finalmente, la tasa de desempleo en el resto de la ciudad caerá.

Los efectos en la misma zona dependen de la existencia del equilibrio y los efectos en el resto de la ciudad dependen de la magnitud del costo de transporte para la comuna del cambio, tanto para que exista la fricción en términos de la búsqueda y que por otro lado el valor del pasaje no sea prohibitivo para la totalidad de la población.

(b) *Se representan los hechos estilizados de Santiago en el modelo*
Este trabajo se motiva en la ciudad de Santiago de Chile, por ello es relevante para el análisis que se hayan podido reflejar las relaciones positivas entre tiempos de viaje promedio y desempleo en las comunas. Lo anterior es que si aumenta el costo fijo de transporte (pasaje, conectividad) en cada zona, el costo para los trabajadores (interpretable como tiempo de viaje promedio) aumentará y también el desempleo. La racionalización para que a mayor costo de transporte promedio, menores sean los datos viene de la proposición 3. Si aumenta el costo fijo de transporte, aumentará el gasto promedio en transporte por un lado y por otro, si la productividad en el centro es mayor, las personas que dejarán de viajar al centro explicarán la baja en el salario producto de aumentos en el costo fijo de transporte.

(c) *Salario con componente espacial y componente laboral*
La forma en cómo se abordó el problema permite que el salario tenga dos componentes, un componente espacial y otro elemento laboral. Esto ya que la *Outside Option* será menor para el trabajador desempleado, en términos de los costos de transporte incurridos. Lo anterior es valioso porque viene de una condición más realista que en el trabajo de Coulson et al. y enriquecerá el análisis ya que la ubicación (o comuna de residencia) de los trabajadores afectará la regla de decisión para la aceptación un trabajo.

Sin embargo, los resultados están sujetos a ciertos supuestos que se enumeran a continuación: La simplificación de la búsqueda en el centro o en la propia zona, no hay diferencias de población entre las comunas. No se incorporan tipos de trabajo ni diferenciación por habilidad en los trabajadores. No se incorporan los efectos del mercado inmobiliario, es decir, no hay movilidad.

Además las principales condiciones para el análisis posterior son que el equilibrio tiene una condición de existencia para la habilidad de los trabajadores. Y además, para que se cumplan el efecto de descongestión (baja la tasa a la cual las firmas llenan vacantes y sube la tasa de contacto de los trabajadores en el centro frente a aumentos en el costo fijo de transporte y en la productividad de las zonas), éstas últimas se comentan a continuación.

Condición de existencia del equilibrio. La condición viene de que en cada comuna, la opción de ir a buscar trabajo al centro sea atractiva para los habitantes con menores costos de transporte individual, mientras que los individuos con mayores costos individuales prefieran buscar empleo en su zona.
Condición para el efecto de descongestión del centro. No se cumplirá si el costo de transporte en la zona del cambio es chico, ya que el cambio no va a significar alteraciones sustantivas en el número de trabajadores que irían a buscar empleo al centro desde la zona del cambio, y esto no afectaría al resto de la ciudad (las comunas se relacionan mediante el mercado del centro).
Si el costo fijo de transporte es pequeño, los residentes de la zona del cambio tienen casi el mismo costo por ir a buscar trabajo al centro o a su zona. Por ende, no habría un elemento que los limite en su decisión de búsqueda, no habría fricción en términos de los modelos de búsqueda. Por otro lado, el costo fijo de transporte no puede ser tan grande como para que nadie busque trabajo en el centro de la ciudad.

La relevancia de este estudio para la literatura de los modelos de búsqueda de empleo, es que este trabajo estudia en profundidad la tasa de desempleo al interior de las ciudades y el rol de los costos de transporte en cada una de las diferentes zonas y entrega como resultado de un equilibrio zonas de la ciudad con diferentes niveles de desempleo a causa de diferencias en conectividad o productividad. Además de realzar el hecho que cambios en una parte de la ciudad afectan la composición del mercado laboral de toda la ciudad.

Además, este estudio enriquece la literatura de búsqueda en diferentes mercados, en este caso los agentes de la ciudad pueden buscar empleo en el mercado local o el mercado principal, siendo el mercado principal un elemento que comunica a la ciudad en su conjunto, en el sentido de que cambios de una zona impactarán en el resto de la ciudad vía el centro.

Por otro lado, la relevancia de esta tesis para las políticas públicas es que este estudio permite evaluar medidas para la reducción del desempleo en los sectores más vulnerables. En Santiago gran parte de los conjuntos de vivienda social construidos hasta la fecha se sitúan lejos de las zonas que concentran la mitad del empleo metropolitano (Santiago, Providencia, Las Condes poniente y sectores colindantes), lo que genera fuertes desigualdades de accesibilidad al mercado laboral (Garreton 2010). Al alejar del centro a familias que tienen presupuestos exiguos o casi nulos para desplazarse, limita enormemente las posibilidades de integración y desarrollo. Este estudio apoya la idea de incentivar el repoblamiento del centro de la ciudad, ya que a menores costos de transporte, mayores serán las probabilidades de encontrar trabajo.

Los resultados de este trabajo han dejado abiertos algunos puntos y líneas de investigación como estudiar los efectos de los costos de transporte en ciudades, incorporando movilidad y el mercado inmobiliario, endogeneizar los costos de entrada permitiendo que la masa de firmas afecte los valores de entrada a los mercados, estudiar la relación entre los impuestos y seguros de desempleo con los resultados obtenidos y permitir a los habitantes la búsqueda en más comunas y que esta fuese mixta. Y finalmente desarrollar los datos para el análisis econométrico y poder contestar, para sectores con altos índices de desempleo, ¿es más eficiente un subsidio para la entrada de empresas o mejorar sustantivamente el transporte?

Bibliografía

[1] Alonso, W., 1964. *Location and Land Use.* Harvard University Press, Cambridge, MA.

[2] Brueckner, J., Zenou Y., 2003. *Space and unemployment the labour market effects of spatial mismatch.* Journal of Urban Economics 21, 242-266.

[3] Chirinko, R., 1982. *An Empirical Investigation of the Returns to Job Search.* The American Economic Review, 72(3), 498-501.

[4] Coulson, N., Laing, D., Wang, P., 2001. *Spatial Mismatch in Search Equilibrium.* Journal of Labor Economics, Vol. 19, No. 4, 949-972.

[5] Fujita, M., 1989. *Urban Economic Theory: Land Use and City Size.* Cambridge University Press, New York, NY

[6] Fujita, M., Thisse, J., Zenou, Y., 1997. *On the endogeneous formation of secondary employment centers in a city.* Journal of Urban Economics 41, 337-357.

[7] Garretón, M. 2010. *PRMS, un rechazo revelador: Santiago necesita un Proyecto Estratégico Metropolitano.* Columna Plataforma Urbana.

[8] Garretón, M. (2010), *Desigualdades de acceso al mercado laboral en el Gran Santiago.* En publicación.

[9] Gobillon, L., Magnac, T., and Selod, H., 2011. *The Effect of Location on Finding a Job in the Paris Region.* Journal of Applied Econometrics, 26(7), 1079-1112.

[10] Gobillon, L., Rupert, P., and Wasmer, E., 2014. *Ethnic Unemployment Rates and Frictional Markets.* Journal of Urban Economics, 79(0), 108- 120.

[11] Henderson, V., Mitra, A. (1996), *The new urban landscape: Developers and edge cities.* Regional Science and Urban Economics 26, Issue 6, 613-643.

[12] Holzer, H., 1987. *Informal Job Search and Black Youth Unemployment.* The American Economic Review, 77(3), 446-452.

[13] Holzer, H., 1988. *Search Method Use by Unemployed Youth.* Journal of Labor Economics, 6(1), 1-20.

[14] Kain, J.F., 1968. *Housing segregation, Negro employment, and Metropolitan decentralization*, Quarterly Journal of Economics 82, 175-197.

[15] Marinescu, I. and Rathelot, R., 2013. *The Geography of Job Search and Mismatch Unemployment*. Working Paper.

[16] Ministerio de Desarrollo Social, 2011. *Encuesta CASEN*.

[17] Ministerio de Transporte y Telecomunicaciones de Chile, 2012. *Encuesta Origen Destino*.

[18] MINVU (2010), *Memoria explicativa modificación PRMS*, consultado el 20/06/2010 en $http://www.seremi13minvu.cl/opensite_20100413171128.aspx$

[19] Mortensen, D.T., Pissarides, C.A., 1994. *Job creation and job destruction in the theory of unemployment*. Review of Economic Studies 61, 397-415.

[20] Patacchini, E.,Zenou,Y.,2005. *Spatial mismatch, transport mode and search decisions in England*. Journal of Urban Economics 58, 62?90.

[21] Pissarides, C.A., 2000. *Equilibrium Unemployment Theory*, second ed. MIT Press, Cambridge, MA.

[22] Rupert, P., Wasmer, E. 2012. *Housing and the labor market:Time to move and aggregate unemployment*. Journal of Monetary Economics 59, 24-36.

[23] Sato, Y., 2001. *Labor heterogeneity in an urban labor market*. Journal of Urban Economics 50, 313-337.

[24] Sato, Y., Zenou, Y., 2015. *How urbanization affect employment and social interactions*. European Economic Review 75,131-155.

[25] Seater, J., 1979.*Job Search and Vacancy Contacts*. The American Economic Review, 69(3), 411-419.

[26] Shirahige, M., Correa, J. 2015. *La desigualdad en el acceso al transporte público en el área metropolitana de Santiago: Análisis mediante la aplicación del modelo PTAL en campamentos y villas de blocks*. Revista del Centro de Investigación Social 18, 55-89.

[27] Smith, T., Zenou, Y., 1997. *Dual Labor Markets, Urban Unemployment, and Multicentric Cities*. Journal of Economic Theory 76, 185-214.

[28] Van Omeneren; J., Rietved, P., 2005. *The commuting time paradox*. Journal of Urban Economics 58, 437-454.

[29] Van Ommeren, J., Rietveld, P., and Nijkamp, P., 1997. *Commuting: In Search of Jobs and Residences*. Journal of Urban Economics, 42(3), 402-421.

[30] Wasmer, E., Zenou, Y., 2002. *Does City Structure Affect Job Search and Welfare?*.

Journal of Urban Economics 51, 515-541.

[31] Wasmer, E., Zenou, Y., 2006. *Equilibrium search unemployment with explicit spatial frictions.* Labour Economics 13, 143-165.

[32] Zenou, Y., 2009. *Endogenous job destruction and job matching in cities.* Journal of Urban Economics 65, 323-336.

[33] Zenou, Y., 2009. *Search in cities.* European Economic Review 53, 607-624.