

**UNIVERSIDAD DE CHILE**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL**

**MODELACIÓN NUMÉRICA 3D DE LA INTERACCIÓN ENTRE FLUJO Y PARTÍCULA  
EN MEDIOS PERMEABLES**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

**DIEGO NICOLÁS SOTO RODRÍGUEZ**

**PROFESOR GUÍA:**  
RICARDO MOFFAT COVARRUBIAS

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN:**  
YARKO NIÑO CAMPOS  
SANTIAGO MONTSERRAT MICHELINI

SANTIAGO DE CHILE  
2016

**RESUMEN DE LA MEMORIA  
PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL  
POR: DIEGO SOTO  
FECHA: 2016  
PROF. GUÍA: SR. RICARDO MOFFAT**

**MODELACIÓN NUMÉRICA 3D DE LA INTERACCIÓN ENTRE FLUJO Y PARTÍCULA  
EN MEDIOS PERMEABLES**

El presente trabajo consiste en el uso de un software de código abierto llamado *YADE* (Yet Another Dynamic Engine) escrito en lenguaje C++, que posee una interfaz en Python. Utilizando *YADE* y elementos de programación llamados objetos, se crea una serie de códigos que permiten crear paquetes de suelo con diversas características y acoplarlo a un dominio de fluido a escala de poros.

El objetivo principal es la construcción de un modelo numérico que logre acoplar el efecto del flujo y de las partículas en medios granulares. Para esto se realizan modelos de prueba y de suelo sin fluido, luego se construyen modelos acoplados con flujo ascendente. Se realiza una validación para el análisis de la conductividad hidráulica, comparando los resultados de la modelación con resultados empíricos encontrados en la literatura. Luego se aumenta la cantidad de elementos en las simulaciones (de suelo y de fluidos) y la complejidad de los paquetes de esferas, pasando de modelos con un solo tamaño de granos a paquetes de esferas uniformemente distribuidos. A este set de modelos se le cambian las condiciones de confinamiento y el valor de la polidispersión y se estudia el efecto de los cambios realizados en los valores de la conductividad hidráulica. También se caracteriza cualitativamente el esqueleto de suelo para una serie de granulometrías, se analiza la distribución de la fuerza promedio entre los granos finos y los granos gruesos. Se explora en formas de construcción de paquetes de suelo, buscando la mejor forma de recrear granulometrías inestables según criterio de Kenney and Lou 1985. Finalmente se crean 4 granulometrías reales las que no se acoplan con el fluido, debido a diferencia de tamaños entre volúmenes contiguos de fluido. Se caracteriza la distribución de tensiones en función del diámetro de los granos para relacionarlo con el gradiente hidráulico crítico.

Con las simulaciones realizadas se caracteriza el comportamiento de la conductividad hidráulica para un tamaño de grano seleccionado y se observa la influencia del confinamiento y de la polidispersión. Se propone una expresión para calcular la conductividad hidráulica en el rango de estudio. Se demuestra que la polidispersión provoca que la fuerza sea transportada de forma preferente por los granos gruesos. Se encuentra una relación lineal entre el módulo de la tensión y el tamaño de diámetro; la existencia de una zona de dispersión para las granulometrías inestables, en donde existen granos finos con muy poca tensión y otros muy cargados. La envolvente de la dispersión es no-lineal y se relaciona con el gradiente hidráulico crítico.



*A la arcilla fundamental, Violeta Liz y Cristobal.*

# Agradecimientos

Si no tuviera límite de una página, sería el capítulo más largo de esta memoria. Primero agradecer a Sandra, mi madre, que hace 7 años ya no está, a Arturo, mi padre, porque son ambos responsables en alguna forma, que yo me encuentre acá y no siendo un delincuente o traficante. A mi hermano Agustín, por tener cómo pasatiempo agarrarme pal webeo y por haberse ido de la casa, la motta dura el triple, gracias. A Paulo Herrera, por introducirme a un tema como la modelación numérica, es una herramienta muy poderosa y se pueden hacer cosas entretenidas programando. A Ricardo Moffat, por aceptar ser mi profesor guía y mostrar interés en el trabajo que se realiza. A Santiago Montserrat por las correcciones, la buena onda y la sencillez en el trabajo, no se da color. A Yarko Niño por el tremendo temple que muestra cada día. Al Beto por ser un androide buena onda, a Olivares por recordarme que somos ideológicamente diferentes, a Tamburrino por el buen humor y compartir el amor por los asados, a JF Beltrán por la buena disposición, al Hugo Ulloa por invitarme al mundo de la fluidodinámica y recordarnos que somos unos ñoños y al DIC por el auspicio con el PC. Agradecer también a quienes cotidianamente hacen que esto funcione, la Jaqui, que siempre me puso la fianza para estar en la salita. A las Mónicas, a la Patty, alias tía prorroga, a la Sarita, a la señora Maria Elena, a la Natty, la Paolita, la Julia y toda la gente de bienestar, al JD, Sensei, por abrirme las puertas del laboratorio. Todas parte de la clase trabajadora de este país, que tiene una jornada laboral esclavizante y que va a tener que levantarse para que tengamos un futuro mejor, pero que también hace sentirse avergonzado del lugar de privilegio que tendremos quienes estudiamos acá. Al team paragua, De vico, Tutu, george, Marco, Mac Brayan y knife, por llevarme por el mal camino, cuantos metros cúbicos de piscolas y otras especias, aunque sean institutanos. A la sede de Andrés Bello, fue la cábala y cumplió, poseía todos los implementos necesarios para el estudio, en formato sixpack o litro. Al team Ordaca, digase, Rolo, Eddinnnson, Fepo, Willy, Peter, Gerald, Pino, Alex, siempre dando aguante, grandes personas. Al Poton por trasnochar hablándome en inglés y ayudarme a pasar el putto michigan. A los cabros de la pecera por compartir el perreo intenso en la salita, Uribe, Eduardo reggeeton Boy, John doors, jaque, Clay Thompson, Caicha, Enzo, Cami, Michelle, Pauly, carpentier, Trolezzy, Vedog. A las ratas tsuneras Balbo, Jano y oss. A mi tía Erica, por darme mucha comida cada vez que la voy a ver, también a mi prima-sister Pauli. Al Ale por ser buen amigo, por alojarme cuando me quedaba de androide hasta las 8 am trabajando. A la Boticheli, que es como una persona. A mi primo Ignacio por apañar a lasasketeras en Bel Air. A la Nicold, por las buenas y las malas, me enseñaste cosas que no puedo olvidar. A todos gracias totales, ahora empieza la verdad.

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Objetivos . . . . .	2
1.2.1. General . . . . .	2
1.2.2. Específicos . . . . .	2
1.3. Metodología . . . . .	3
1.3.1. Revisión bibliográfica . . . . .	3
1.3.2. Comprender el funcionamiento de los software y revisión de los métodos de resolución que utilizan . . . . .	3
1.3.3. Construcción del modelo . . . . .	3
1.3.4. Análisis de Resultados . . . . .	4
1.4. Organización del informe . . . . .	4
<b>2. Revisión bibliográfica</b>	<b>6</b>
2.1. Introducción . . . . .	6
2.2. Método de elementos discretos (DEM) . . . . .	8
2.3. Método de lattice boltzman (LBM) . . . . .	10
2.4. Método de volúmenes finitos a escala de poros (PFV) . . . . .	10
2.5. <i>YADE</i> . . . . .	11
2.6. Acople DEM-PFV y ciclo de cálculo . . . . .	13
2.7. Distribución de esfuerzos en suelos granulares . . . . .	15
2.8. Comentarios y consideraciones . . . . .	16
<b>3. Validación del modelo</b>	<b>18</b>
3.1. Introducción . . . . .	18
3.2. Modelos de prueba . . . . .	19
3.3. Modelos acoplados . . . . .	20
3.4. Validación del modelo . . . . .	21
3.4.1. Resultados . . . . .	22
3.4.2. Ajuste a la teoría . . . . .	24
<b>4. Conductividad hidráulica, tamaño del grano, porosidad y confinamiento</b>	<b>27</b>
4.1. Introducción . . . . .	27
4.2. Modelos de mayor tamaño . . . . .	28

4.3.	Resultados de los modelos . . . . .	28
4.3.1.	Conductividad hidráulica y tamaños característicos . . . . .	28
4.3.2.	Modelos numéricos y resultados empíricos . . . . .	30
4.3.3.	Porosidad y confinamiento . . . . .	31
4.4.	Expresión propuesta . . . . .	33
<b>5.</b>	<b>Esfuerzos del esqueleto de suelo y efectos del flujo</b>	<b>37</b>
5.1.	Introducción . . . . .	37
5.2.	Modelos bimodales estratificados . . . . .	39
5.3.	Modelos uniformemente distribuidos . . . . .	41
5.4.	Modelos PSD ( <i>Particle size distribution</i> ) . . . . .	43
5.4.1.	Granulometrias bimodales . . . . .	44
5.4.2.	Granulometrias reales . . . . .	45
<b>6.</b>	<b>Relación entre distribución de tensiones y el gradiente hidráulico crítico</b>	<b>46</b>
6.1.	Introducción . . . . .	46
6.2.	Distribución de tensiones . . . . .	48
6.3.	Aspectos computacionales . . . . .	53
<b>7.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>54</b>
7.1.	Construcción del modelo . . . . .	54
7.2.	Validación del modelo y conductividad hidráulica . . . . .	55
7.3.	Distribución de esfuerzo . . . . .	56
	<b>Bibliografía</b>	<b>58</b>
	<b>Anexo I</b>	<b>60</b>
	<b>Anexo II</b>	<b>63</b>
	<b>Anexo III</b>	<b>66</b>
	<b>Anexo IV</b>	<b>69</b>
	<b>Anexo V</b>	<b>70</b>

# Índice de cuadros

2.1. Comparación de los grados de libertad (gdl) y el tiempo de CPU entre FEM y PFV, para una iteración (Catalano, 2013). . . . .	17
3.1. Parametros de los modelos de validación. . . . .	22
3.2. Ecuaciones del tipo $K = \frac{\rho g}{\mu} N \varphi(n) d_e^2$ , para el calculo de la conductividad hidráulica. . . . .	24
3.3. Ecuaciones del tipo $K = a \cdot d^b$ , para el calculo de la conductividad hidráulica. . . . .	25
4.1. Parametros de los modelos de polidispersos. . . . .	28
5.1. Descripción modelo bimodal 6 capas R1=4.6 Sd=0.17. . . . .	41
6.1. Resumen de los resultados de análisis de tensiones. . . . .	49
6.2. Resumen de los resultados de ajuste lineal. . . . .	52
6.3. Resumen de las modelaciones. . . . .	53

# Índice de figuras

2.1.	Distribución del agua en el planeta. . . . .	6
2.2.	Esquema de medio permeable al cual se le induce un flujo debido a la extracción de gas natural, agua o petróleo. . . . .	7
2.3.	Esquema de interacción entre partículas y algoritmo de detección de contacto (YADE formulation 2010). . . . .	9
2.4.	Ciclo de cálculo, esquema de actualización de información del modelo. . . . .	14
2.5.	Radjai et al, (1996). (a) Distribución probabilística de esfuerzos normales normalizada (b) Distribución probabilística de esfuerzos tangenciales normalizada. . . . .	15
2.6.	(a) Distribución esfuerzo muestra 3D (b) zoom a la malla de esfuerzos. . . . .	16
3.1.	Modelos de Prueba de tamaño pequeño, poca cantidad de esferas y sin fluido. . . . .	19
3.2.	Distribución de presión en el flujo y líneas de corriente, todos los valores se encuentran en MKS. . . . .	21
3.3.	En el gráfico superior se aprecia el ajuste lineal del logaritmo del diámetro vs logaritmo de la conductividad hidráulica, cada punto de color rojo corresponde al resultado de una simulación. En el gráfico de abajo se muestra el residuo entre los valores obtenidos y la curva propuesta. . . . .	24
3.4.	Resumen de permeabilidades obtenidas mediante el acople DEM-PFV comparadas con ambos set de ecuaciones mencionados y con ensayos de laboratorios realizados con microesferas de vidrio. . . . .	26
4.1.	Conductividad hidráulica vs $S_d$ , para distintos tamaños de radio promedio, los diámetros se muestran en la parte superior en [m]. Presión de confinamiento 2.7 [KPa]. . . . .	29
4.2.	$d_{20}$ vs $S_d$ , para distintos valores de la presión de confinamiento [Pa]. . . . .	29
4.3.	Curva granulométrica para distintos valores de $S_d$ . . . . .	30
4.4.	Conductividad hidráulica vs $S_d$ , Tensión de confinamiento de 2.7 [KPa]. . . . .	30
4.5.	Conductividad hidráulica vs $S_d$ , Tensión de confinamiento de 27.4 [KPa] . . . . .	31
4.6.	Porosidad vs $S_d$ , para distintos valores de la presión de confinamiento, tal como lo muestra la leyenda en la parte superior. . . . .	32
4.7.	Conductividad hidráulica vs $S_d$ , para distintas tensiones de confinamiento [Pa]. . . . .	32
4.8.	Conductividad hidráulica vs $S_d$ , para distintas tensiones de confinamiento [Pa]. . . . .	34
4.9.	Conductividad hidráulica vs $S_d$ , para distintas tensiones de confinamiento [Pa]. . . . .	35

5.1.	(a) Modelo Bimodal estratificado de 6 capas y $R=4.6$ (con cada capa uniformemente distribuida $Sd=0.17$ ), (b) Modelo uniformemente distribuido para un $R_{mean} = 3$ [mm], $R = 5,15$ , $R_1 = 1,57$ $Sd=0.68$ y (c) Modelo Bimodal PSD $Sd=0.51$ y un $R=5$ . . . . .	38
5.2.	Porcentaje de esfuerzo promedio de los granos finos ( $G_{fm}$ ) y de los granos gruesos ( $G_{gm}$ ) en función del tiempo expresado en número de iteraciones. . .	40
5.3.	Porcentaje de transmisión de Fuerzas promedios en función de $R$ . . . . .	40
5.4.	Modelos uniformemente distribuidos (a) $Sd=0.17$ (b) $Sd=0.85$ . . . . .	42
5.5.	Porcentaje de transmisión de Fuerzas promedios en función de $R$ y $R_1$ . . . . .	43
5.6.	Criterio de estabilidad de Kenney and Lou para las granulometrías bimodales modeladas. . . . .	44
5.7.	Porcentaje de transmisión de Fuerzas promedios en función de $R$ . . . . .	44
5.8.	Granulometrias Bimodales. . . . .	45
6.1.	Granulometrías realizadas. . . . .	47
6.2.	Granulometrías reales simuladas computacionalmente. . . . .	48
6.3.	Gráfico Tensión normalizada por el promedio versus tamaño de grano normalizado por D15. . . . .	50
6.4.	Pendientes de las envolventes de la zona inferior de dispersión de datos. . . . .	52
1.	Distribución de fuerzas promedio de granos finos y gruesos para $Sd=0.17$ . . . . .	63
2.	Distribución de fuerzas promedio de granos finos y gruesos para $Sd=0.34$ . . . . .	64
3.	Distribución de fuerzas promedio de granos finos y gruesos para $Sd=0.51$ . . . . .	64
4.	Distribución de fuerzas promedio de granos finos y gruesos para $Sd=0.68$ . . . . .	65
5.	Distribución de fuerzas promedio de granos finos y gruesos para $Sd=0.75$ . . . . .	65
6.	Distribución de fuerzas promedio de granos finos y gruesos para $R=1$ y $Sd=0.0$ . . . . .	66
7.	Distribución de fuerzas promedio de granos finos y gruesos para $R=1.5$ y $Sd=0.05$ . . . . .	67
8.	Distribución de fuerzas promedio de granos finos y gruesos para $R=2$ y $Sd=0.17$ . . . . .	67
9.	Distribución de fuerzas promedio de granos finos y gruesos para $R=4.6$ y $Sd=0.51$ . . . . .	68
10.	Distribución de fuerzas promedio de granos finos y gruesos para $R=5.4$ y $Sd=0.68$ . . . . .	68
11.	Criterio de estabilidad de Kenney and Lou (1985), para granulometrías de Skempton y Brogan (1994). . . . .	69
12.	Motor de la simulación. . . . .	70
13.	Código para crear una granulometría PSD. . . . .	71

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivación

La escasez hídrica en el norte del país, los efectos del cambio climático en los ciclos hidrológicos de mediano y largo plazo y las grandes reservas de agua que se encuentran en los acuíferos, correspondientes a más del 30 % del agua dulce disponible en el planeta, hacen de inmediato que el estudio de los medios permeables sea un tema atractivo. Por otro lado la interacción entre flujo y partícula no se reduce solo al agua, industrias como las del petróleo y el gas natural se encuentran directamente relacionadas con el tema. También lo es la producción y almacenamiento de energía desde la escala geotérmica hasta escalas pequeñas como las *Fuel cells*. Finalmente el comportamiento y estabilidad de los medios porosos se relaciona también con las obras civiles, ya sea en construcción de fundaciones y taludes, como en impermeabilizar presas u operar pozos de extracción de agua, entre otros.

Desde el punto de vista físico, el paso de un flujo a través de un medio permeable produce varios efectos que han sido estudiados durante siglos y que actualmente aún son de interés. Cuando el medio permeable es atravesado por un fluido ocurre una interacción entre el flujo y las partículas que lo componen. El empuje y la transferencia de momentum puede producir que las partículas más finas se trasladen de su lugar inicial. Estos procesos de erosión interna alteran la estabilidad del esqueleto de suelo. En suelos heterogéneos, el esqueleto corresponde al camino principal de transmisión de esfuerzos asociado a los granos de mayor tamaño, mientras que las partículas de menor diámetro, susceptibles a erosión, transmiten una porción menor de esfuerzos.

El foco de esta memoria de título es en medios granulares. Los suelos reales no son homogéneos, por lo tanto su composición corresponde a más de un tamaño de grano, con una diversidad de tamaños de grano y distribuidos en distintas proporciones. No obstante la



distribución de los granos y de la transmisión de los esfuerzos no es de carácter totalmente aleatorio. Se ha demostrado que los granos más grandes transmiten la mayor cantidad de esfuerzos y los granos de menor tamaño sustentan el sistema de manera complementaria (Voivret et al. 2009), lo que en conjunto con otros fenómenos como el bloqueo de rotaciones entre dos partículas por efecto del contacto entre ambas, denominado *interlocking* y un factor de forma que relaciona el grano con una esfera, que se denomina esfericidad; definen la estabilidad del suelo. Cuando estos suelos son cargados hidráulicamente puede ocurrir desplazamiento de los granos más pequeños conforme su distribución granulométrica y la magnitud del gradiente hidráulico aplicado lo permitan, todo esto producto de la interacción de los sólidos con el fluido (Galindo-Torres et al. 2013). Con el fin de estudiar las consecuencias de esas interacciones, como la transferencia de momentum a los granos finos, es que se realiza este trabajo de título.

En la actualidad es posible implementar una serie de métodos numéricos, que mediante algoritmos logran representar la realidad, ya sea resolviendo de forma explícita o implícita los fenómenos físicos resolviendo las ecuaciones teóricas que los describen o representando el comportamiento a través de conceptos análogos. En ese contexto es que se busca simular el suelo granular y el fluido acoplados a través de herramientas computacionales, para tener un laboratorio virtual en el cual realizar distintos sets de simulaciones que permitan obtener conclusiones sobre los efectos del flujo de fluido sobre los elementos de suelo.

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1. General

Realizar un modelo numérico 3D que caracterice la física de la interacción entre partículas y entre el flujo de fluido y las partículas de suelo granular, utilizando el software de código abierto *YADE*.

### 1.2.2. Específicos

1. Realizar un modelo 3D de interacción entre las partículas, definiendo las distribuciones de granos y distintos esqueletos de suelo.
2. Estudiar la transferencia de carga en el suelo.
3. Acoplar las granulometrias de suelo granular con un dominio de flujo de fluido y someterlo a distintas condiciones de contorno.

4. Estudiar el comportamiento de la conductividad hidráulica sometida a distintas presiones de confinamiento para distintas distribuciones granulométricas y ver los efectos que produce el paso de un flujo sobre el esqueleto del suelo.

## **1.3. Metodología**

### **1.3.1. Revisión bibliográfica**

Se revisaron trabajos realizados en *YADE*, estudios que relacionan la conductividad hidráulica y la permeabilidad con la porosidad y los tamaños de diámetro característico, como también información sobre la distribución de las fuerzas en suelos granulares.

### **1.3.2. Comprender el funcionamiento de los software y revisión de los métodos de resolución que utilizan**

Antes de realizar cualquier modelo, primero es importante conocer la física que explica estos fenómenos y cómo lo resuelven, qué métodos numéricos utilizan los modelos revisados en la literatura para saber las ventajas y problemas que se puedan presentar, como también la precisión con la que se puede trabajar y los requerimientos computacionales necesarios para realizar los cálculos. Para esto se revisó como funciona el método de elementos discretos (DEM), el método Lattice Boltzman (LBM), el método de elementos finitos (FEM) y el método de volúmenes finitos a escala de poros (PFV), además conocer el formato de los archivos que pueden ser exportados desde *YADE*. Esto conllevó a un periodo de aprendizaje del uso del software. También es importante mencionar que con esto se definió el tamaño de modelo que pudo realizarse y sus características, supeditado a las capacidades computacionales que se disponían.

### **1.3.3. Construcción del modelo**

Se debió generar una distribución de granos 3D utilizando *YADE*. Una vez obtenido el modelo de suelo se acopló con el dominio de fluido, esto permitió que ambas físicas interactúen entre sí, es decir, las ecuaciones de cuerpo rígido de los elementos de suelo con las ecuaciones que resuelvan la física del fluido. Existen tres posibilidades de acople FEM, LBM y PFV, se seleccionó PFV.

Una vez realizado el acople se acotó el modelo a la capacidad computacional disponible, se definió los parámetros que se dejaron fijos y los que se modificaron. Se definió la magnitud de las condiciones de borde, validó el modelo numérico utilizando los estudios de (Devlin 2015) y (Shepherd 1989) y se realizaron múltiples modelaciones para recopilar datos de la conductividad hidráulica, porosidad e influencia en la estabilidad del suelo, entre otros.

Se realizaron modelos de pruebas con menos de 10 esferas, para verificar las leyes de contacto y las características físicas de las esferas, luego se trabajó con el orden de 300 esferas y se acopla el fluido. Para los estudios de polidispersión y confinamiento se trabajó con alrededor de 26.000 elementos de suelo y del orden de 26.000 de fluido. Por último para las granulometrías reales se alcanzó el orden de los 100.000 a 300.000 elementos. Los tiempos de cómputo para un segundo de modelación pasaron de minutos a un par horas, de un par de horas al orden de 13 horas, luego al orden de 60 horas para los de 26.000 elementos de solido más 26.000 elementos de fluido y del orden de 9 días para las granulometrías reales con 200.000 elementos.

### 1.3.4. Análisis de Resultados

En esta etapa se analizaron los resultados obtenidos de la modelación numérica. Se dará énfasis en buscar resultados con respecto al efecto de la porosidad, el confinamiento, un diámetro característico y la polidispersión en los valores de la conductividad hidráulica. También en la distribución de la fuerza y la tensión en el espacio y asociada al tamaño de grano. Dado que el modelo posee una interfaz en python, se pueden generar archivos con los datos que uno desee y definir *objetos* que controlen algunas características y procesos de las modelaciones. *YADE* también permite obtener archivos en formato VTK (<https://es.wikipedia.org/wiki/VTK>), por lo que el post proceso se trabajó en los software Paraview y en Matlab.

## 1.4. Organización del informe

El informe se ordena de la siguiente manera:

- **Introducción:** se plantea el problema en estudio y lo que se desea modelar, además de sus simplificaciones. Se definen objetivos, metodología y resultados esperados.
- **Revisión Bibliográfica:** se revisan los métodos numéricos utilizados para modelar el problema en cuestión, sus características y la factibilidad de acople. También se introducen conceptos teóricos como la conductividad hidráulica, la polidispersión y la distribución de esfuerzos en los paquetes de suelo.

- **Validación del Modelo:** se explica a grandes rasgos la arquitectura del modelo, la forma de acoplar el fluido con el sólido y los supuestos para que el acople tenga validez. También se valida el modelo para el cálculo de la conductividad hidráulica comparando los resultados de modelos que poseen un solo tamaño de grano con resultados empíricos.
- **Conductividad Hidráulica: Tamaño del Grano, Porosidad y Confinamiento,** en este capítulo se realizan modelos con tamaños de granos uniformemente distribuidos y se varían las condiciones de confinamiento y polidispersión. Se analiza la influencia de estos cambios en los valores de la porosidad y la conductividad hidráulica.
- **Esfuerzos del Esqueleto de suelo y efectos del flujo:** en este capítulo se caracteriza cualitativa y cuantitativamente la distribución de fuerzas y esfuerzos en distintos tipos de granulometrías. Se explora además en distintos métodos de construcción de paquetes de suelo.
- **Relación entre Distribución de tensiones y el gradiente hidráulico crítico:** se estudia la distribución de las tensiones en 4 granulometrías reales, estudiadas en laboratorio y se busca relacionar su estado tensional con el gradiente hidráulico crítico.
- **Conclusiones:** se discute sobre el logro de los objetivos planteados, se concluye acerca de los resultados obtenidos en cada apartado y se plantea un trabajo futuro.
- **Anexos:** se presentan algunos gráficos utilizados para confeccionar algunas figuras presentadas en el capítulo 5, se adjunta póster presentado en el XXII Congreso Chileno de Ingeniería Hidráulica y un trabajo dirigido en el cual a partir de un modelo numérico se logra imprimir un medio permeable utilizando impresoras 3D.

# Capítulo 2

## Revisión bibliográfica

### 2.1. Introducción

Del total de agua dulce disponible en el planeta, cerca del 68 % se encuentra en los glaciares y aproximadamente un 30 % se encuentra en el subsuelo ([https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c1/Distribucion\\_del\\_agua\\_terrestre2.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c1/Distribucion_del_agua_terrestre2.jpg) Figura 2.1). Al ser el agua un recurso vital para la existencia humana su extracción y gestión es de carácter estratégico. Comprender la interacción entre un flujo de fluido y partículas de suelo permite comprender de mejor manera los ciclos de recarga de aguas subterráneas, tiempos de residencia y extracción, mejorando su uso y aprovechamiento, todo esto en un contexto nacional de crisis hídrica y un panorama de cambio climático global.

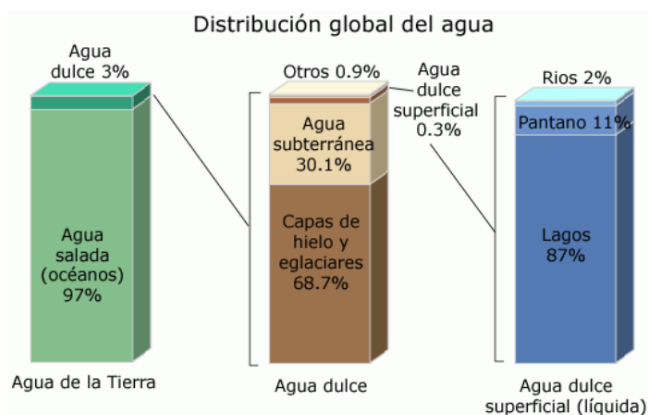


Figura 2.1: Distribución del agua en el planeta.

Por otra parte, industrias que generan una enorme cantidad de recursos económicos e influencia en la economía a escala mundial, tales como la del gas natural y del petróleo. Estos guardan directa relación con la interacción entre un fluido y partículas en medios

permeables, ya que es el mismo fenómeno físico, pero el fluido posee distinta densidad y viscosidad que el agua, por lo que existe otro motivo que da relevancia al tema en estudio (<http://blogs.discovery.com/.a/6a00d8341bf67c53ef01676946c5f6970b-800wi> Figura 2.2). En cuanto a fenómenos físicos y obras civiles existen aplicaciones relacionadas con la erosión en el suelo debido al paso de un flujo, la estabilidad de taludes, la filtración de partículas finas hacia pozos, la fluidización entre otros.

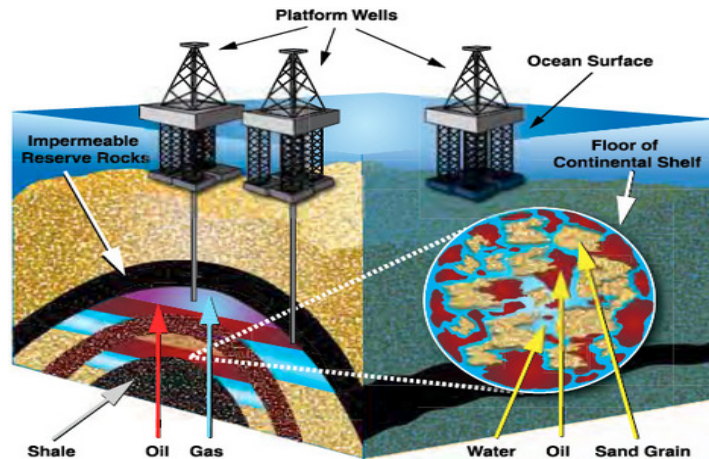


Figura 2.2: Esquema de medio permeable al cual se le induce un flujo debido a la extracción de gas natural, agua o petróleo.

El problema en estudio fue planteado por primera vez en el siglo XIX por Henry Darcy. Darcy descubrió que el paso del flujo por un medio permeable produce una pérdida de carga, que depende del área de la sección, el largo del tramo, el caudal y un parámetro el cual denominó permeabilidad (permeabilidad de Darcy), y que en la actualidad se conoce como conductividad hidráulica. Darcy sentó las bases del estudio de los flujos en medios permeables en el apéndice del informe de la red de distribución de agua potable de la ciudad de Dijon (Darcy 1856), pero no logró explicar cómo es que ocurre esa pérdida de carga.

La conductividad hidráulica corresponde a la facilidad con la que un medio deja pasar agua a través de él por unidad de área normal a la dirección del flujo, posee unidades de velocidad  $[L/T]$  y en la actualidad existen dos tipos: la conductividad hidráulica darciana o lineal (KD) y la conductividad hidráulica turbulenta (KT). Por su parte, la permeabilidad es una característica del material y corresponde a la capacidad de éste de permitirle a un flujo que lo atraviese sin alterar su estructura interna, posee unidades de superficie  $[L^2]$ . Para ser permeable el material debe ser poroso y tener los poros conectados entre sí. La permeabilidad, también conocida como “permeabilidad intrínseca” ( $k$ ) se relaciona con la conductividad hidráulica o “permeabilidad de Darcy” ( $K$ ) de la siguiente forma  $k = K \frac{\mu}{g\rho}$ , en donde  $\mu$  corresponde a la viscosidad del fluido,  $g$  a la aceleración de gravedad y  $\rho$  a la densidad del fluido.

Otro concepto importante de definir y que se utilizará en adelante es la polidispersión. En los medios granulares es una propiedad análoga a la polidispersión en polímeros, pero en lugar de medir la diferencia de masa con respecto a la masa promedio de las partículas, lo hace con respecto al diámetro promedio, tal como se observa en (2.1):

$$PDI = \frac{\sum_{i=1}^n (D_i - 2 * R_{mean})^2}{(n)} \quad (PolyDispersion \ Index) \quad (2.1)$$

en donde  $D_i$  es el diámetro de la partícula,  $R_{mean}$  es el radio promedio y  $n$  el número de partículas del paquete de suelo.

Actualmente, el aumento de la capacidad computacional permite utilizar herramientas de modelación numérica para simular los procesos que ocurren en la realidad. Es posible reproducir la física de este tipo de problemas a escalas de poros. Para simular el problema en estudio se debe tener en cuenta la diferencia de escala entre el problema de cuerpo rígido de los sólidos y el elemento de fluido, por lo que, al momento de acoplar ambos fenómenos se debe poner atención a los tamaños de mallado y en como los elementos de fluido interactúan con la geometría compleja del medio poroso.

Dentro de los métodos de resolución numérica de ecuaciones relacionados con los medios porosos y el flujo de fluidos se encuentra el Método de elementos discretos (DEM), el método de Lattice Boltzmann (LBM), el método de los elementos finitos (FEM), el método de volúmenes finitos (FVM), entre otros. Estos métodos no son nuevos y algunos datan incluso de la década 1940, logrando ser implementados conforme el aumento de las capacidades de cómputo ha ido avanzando en las últimas décadas y se utilizan para modelar distintos fenómenos físicos, además del problema en estudio.

## 2.2. Método de elementos discretos (DEM)

Corresponde a una representación del dominio como la suma de elementos, es decir, cada elemento del mallado corresponde a un elemento en el dominio. La formulación de este método se ha centrado en el uso de círculos para las simulaciones 2D y esferas para 3D. En palabras simples el DEM (*Discrete Elements Method*), utilizado para los elementos de suelo, consiste en resolver las ecuaciones de movimiento para cuerpos rígidos expresados en forma matricial, los cuales interactúan entre sí mediante choques inelásticos y sometidos a campos de aceleración, en los que ocurren transmisiones de fuerzas y de momentum (Cundall and Strack 1979).

Existen distintas implementaciones del DEM, pero en términos generales consisten en crear las esferas o círculos según corresponda, utilizando algún método que respete las posiciones y dimensiones que se desean. Cada elemento es circunscrito en una geometría denominada rango de detección y se activan los algoritmos de detección, los cuales derivan de algoritmos existentes en distintas librerías de GNU y modelos realizados anteriormente. Estos algoritmos logran diferenciar los potenciales contactos, la ausencia de contactos y los elementos en contacto. Con lo anterior se cumplen dos objetivos, el primero es crear las interacciones entre partículas, mientras que el segundo es reducir costos computacionales y procesar una menor cantidad de datos (ya que solo se calculan las interacciones y las potenciales interacciones). Una vez creada la interacción entre las partículas otro algoritmo identifica cuan profunda es la interacción aplicando las leyes de choque inelástico. A su vez existen algoritmos y leyes físicas escritas en códigos que actualizan y hacen funcionar los campos de aceleración que se asignan al dominio. Como todo método de resolución numérica necesita que se definan distintos parámetros a los elementos tales como coeficientes de rigidez normal  $K_n$  y tangencial  $K_T$ , para obtener la magnitud de las fuerzas de contacto, coeficiente de Poisson, ángulo de fricción, entre otros. Detalles específicos de la formulación DEM que se utilizará se encuentra en (Šmilauer and Chareyre 2010; Chareyre et al. 2012). Para mayor claridad del lector el software seleccionado (*YADE*) recopila una serie de librerías de GCC (*GNU compiler Collection*), OpenMP (en donde ya existe una formulación DEM), entre otras, mejorando el funcionamiento y eficiencia cambiando algunos algoritmos de detección e interacción y permitiendo que C++ converse con Python.

En la Figura 3.2 en (a) se observa un ejemplo de algoritmo de detección, en donde se observa la geometría circunscrita. En (b) se muestra el contacto entre los elementos. Existe un coeficiente de elasticidad normal y tangencial para los choques y además existe un coeficiente de amortiguamiento.

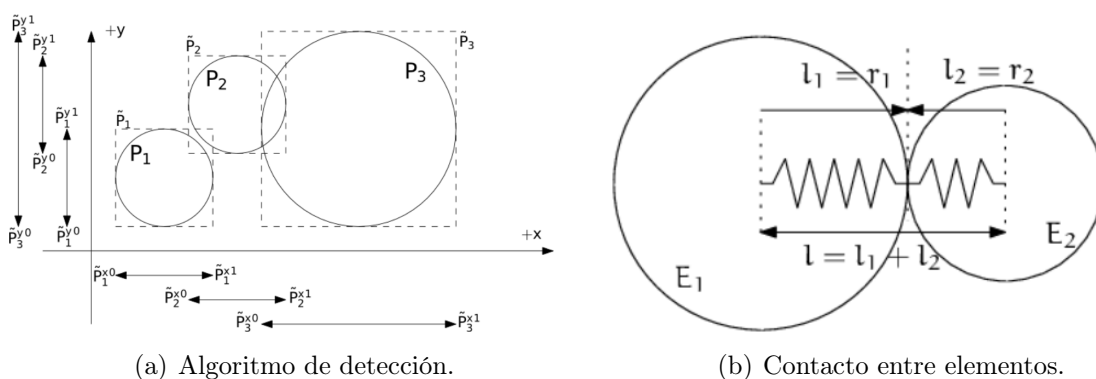


Figura 2.3: Esquema de interacción entre partículas y algoritmo de detección de contacto (YADE formulation 2010).



## 2.3. Método de lattice boltzman (LBM)

Se ha utilizado *YADE* acoplado con este método (Han et al. 2007), para estudiar la erosión por contacto (Galindo-Torres et al. 2013) y para estudiar la erosión debido al *piping* (Lominé et al. 2013). A diferencia de los demás métodos que se mencionarán, el LBM (*Lattice Boltzman Method*) no es un método CFD (*Computational Fluid Dynamics*) convencional. No resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes (EDPs), sino que la ecuación de Lattice Boltzman (Succi 2001). El LBM discretiza el fluido en partículas que se propagan mediante choque. Para 2D discretiza el dominio en celdas cuadradas que poseen un nodo en cada vértice, uno en cada punto medio de sus lados y uno en el centro (D2Q9) y para 3D en celdas cúbicas que tienen un nodo en cada vértice y uno en cada cara (D3Q15). Funciona realizando conservación de masa (número de partículas), momentum y energía, antes y después de las colisiones. El LBM se descompone en dos fases, una de colisión correspondiente a la ecuación (2.2) y otra de propagación correspondiente a la ecuación (2.3).

$$f_i^t(\vec{x}, t^+) = f_i(\vec{x}, t) - \frac{1}{\tau}(f_i(\vec{x}, t) - f_i^{eq}(\vec{x}, t)) \quad (2.2)$$

$$f_i^t(\vec{x} + \vec{e}_i \delta_t, t + \delta_t) = f_i^t(\vec{x}, t + \delta_t) \quad (2.3)$$

En donde  $f_i^t(\vec{x}, t)$  corresponde a la proporción de partículas con velocidad  $\vec{e}_i$  moviéndose en la dirección del nodo  $i$  situado en la posición  $\vec{x}$  para un tiempo  $t$ ,  $\vec{e}_i$  corresponde a una velocidad discreta definida hacia cada nodo de la malla,  $t^+$  a un tiempo intermedio después de la colisión ( $t < t^+ < t + \delta t$ ),  $f_i^{eq}(\vec{x}, t)$  a la distribución de equilibrio para un fluido newtoniano y  $\tau$  a un parámetro adimensional de relajación del tiempo (Lominé et al. 2013).

## 2.4. Método de volúmenes finitos a escala de poros (PFV)

Se ha utilizado en modelos a escala de poros de interacción entre flujo y partículas acoplado con *YADE* (Catalano et al. 2013; Chareyre et al. 2012). Discretiza un dominio continuo en una serie de elementos de volumen que contienen información (tetraedros). Cada elemento actúa como un nodo y su solución depende de la información de los 4 elementos contiguos (tetraedros). Bajo el supuesto que el fluido se encuentra en un medio permeable, el PFV construye tetraedros con vértices en el centro de las esferas que lo rodean. En cada elemento se realiza un balance de masa utilizando el teorema de la divergencia en la ecuación (2.4). Este balance iguala la variación de volumen con la sumatoria de caudales en las 4 caras del elemento (Catalano et al. 2013).

$$\dot{V}_i^f = \int_{S_{ij}} (u - v) \cdot n ds = \sum_{j=j_1}^{j_4} q_{ij} = \sum_{j=j_1}^{j_4} \frac{g_{ij}}{l_{ij}} (p_i - p_j) \quad (2.4)$$

En donde  $\dot{V}_i^f$  corresponde a la variación de volumen,  $(u - v)$  a la velocidad relativa del fluido con el sólido,  $S_{ij}$  al área de intercambio de flujo con los tetraedros adyacentes,  $n$  al vector normal a la superficie,  $ds$  a un diferencial de superficie,  $q_{ij}$  al caudal intercambiado en cada cara,  $(p_i - p_j)$  a la diferencia de presión local,  $l_{ij}$  a la distancia euclidiana entre los vértices de Voronoi asociados a cada poro y  $g_{ij}$  es un término propuesto que expresa la conductividad hidráulica del dominio. Para más información de acerca de los vértices de Voronoi Okabe et al. 2009.

$$g_{ij} = \frac{S_{ij}^f Rh_{ij}^2}{2\mu} \quad (2.5)$$

en donde  $S_{ij}^f$  es el área ocupada por el fluido en la cara  $S_{ij}$ ,  $Rh_{ij}$  es el radio hidráulico y  $\mu$  es la viscosidad del fluido.

## 2.5. *YADE*

El año 2010 se publica *YADE*, “Yet Another Dynamics Engine” (Šmilauer and Chareyre 2010) proyecto desarrollado desde hace unos años antes (Šmilauer 2006). Es un “*open source*” extensible que está programado en C++, enfocado al estudio de la geomecánica a escala de poros. Tiene la capacidad de modelar esferas con gran variedad de características, las cuales pueden ser sometidas a leyes globales, como campos de aceleración e interacción con cuerpos en movimiento. Soluciona las ecuaciones de cuerpo rígido para los elementos representando choques inelásticos entre ellos. Además de tener licencia gratuita, es posible acceder al código fuente y modificarlo según sean las características y complejidad del problema a abordar. Para la interfaz gráfica, la construcción del modelo y los trabajos de postproceso utiliza lenguaje Python. Posee una gran variedad de clases y herramientas.

Para solucionar el problema del flujo es posible acoplar *YADE* con otros paquetes como OpenFOAM. Se revisaron dos acoples entre flujo y partícula que se han construido con *YADE*. Estos son DEM-PFV y DEM-LMB, objetos escritos en lenguaje Python que permiten extender el DEM desarrollado por *YADE*. Los resultados que se obtienen son el cambio de posición y rotación de las partículas debido al efecto del flujo y a la interacción entre partículas. Al mismo tiempo se obtienen los efectos en el flujo debido al movimiento de las

partículas.

Para comprender la creación de modelos, es importante conocer a grandes rasgos la estructura de *YADE*. El funcionamiento del modelo esta compuesto por cuatro objetos principales:

- **Bodies** Corresponde a todos los cuerpos posibles de construir, ya sean esferas, muros o elementos de geometrías complejas. Los polígonos se construyen mediante la unión de triángulos y cuadriláteros.
- **Interactions** Corresponde a todas las interacciones entre los cuerpos. Los algoritmos que simulan los contactos pueden ser de dos tipos:
  - **IGeom** asociado a características geométricas de los objetos.
  - **IPhys** asociada a elementos físicos de los objetos, tales como el tipo de material.
- **Generalized Forces** Corresponde a las fuerzas globales presentes en el modelo, es decir, los campos de aceleración a los que está sometido el sistema.
- **Engines** Corresponde al motor de la simulación. Es el objeto que le da la orden al modelo para ejecutarse, hace que los algoritmos interactúen entre sí, activa las interacciones, las condiciones globales, los algoritmos de detección y permite agregar paquetes del software (códigos que han agregado los creadores, colaboradores o usuarios). Uno de esos paquetes permite agregar condiciones del usuario para controlar el qué hacer del Software.

Utilizando los cuatro objetos mencionados se construyen modelos de geometrías definidas por el usuario (*bodies*). A cuerpos como las esferas, se les puede asignar distintas propiedades perteneciente a suelos granulares. Estas propiedades son utilizadas por los métodos numéricos de resolución ya indicados. Dentro de las propiedades a asignar se encuentra el ángulo de fricción del material, la densidad, el módulo de elasticidad de Young, el coeficiente de deformación de Poisson, el diámetro medio y la posición. Se puede asignar color si se desea.

Una vez definido los cuerpos, aquellos que corresponden a esferas son sometidos a interacción sí sus posiciones y sus radios activan los algoritmos de detección o interacción. Para que los elementos salgan de su posición de equilibrio en el espacio en donde fueron creados, estos deben ser sometidos a algún estímulo como el campo de aceleración global o al momento de ser creado encontrarse en contacto con otro cuerpo, activando de esta manera las fuerzas elásticas de contacto.

Para que todo se materialice el motor de la simulación ingresa las fuerzas globales que actúan, los algoritmos de interacción y detección a utilizar, el tipo de interacción física y el tipo de interacción geométrica, las funciones definidas por el usuario y los paquetes disponibles.

## 2.6. Acople DEM-PFV y ciclo de cálculo

Se mencionan algunos aspectos del acople propuesto por (Catalano et al. 2014) y se presentan de forma matricial las principales ecuaciones que definen el problema, ya que esto se relaciona de manera directa con los costos computacionales. Algunos elementos de estabilidad y en los supuestos físicos que deben cumplir las condiciones de contorno.

El problema del flujo se resuelve con la ecuación de Navier-Stokes (2.6). Debido a las características del método numérico que soluciona el problema, los elementos de flujo poseen el tamaño de la escala de los poros y es posible obtener la variación de volumen en cada elemento. Para realizar el acople se asume un bajo número de Reynolds (menor que 10) lo que implica un régimen de escurrimiento de Stokes en donde los términos advectivos de la ecuación de Navier-Stokes son despreciados (2.7).

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla)u - \nu \nabla^2 u = -\nabla w + g \quad (2.6)$$

$$\nabla p = \mu \nabla^2 u \quad (2.7)$$

En donde  $u$  corresponde al vector de velocidad,  $\nu$  a la viscosidad cinemática,  $w$  a la presión termodinámica,  $g$  la aceleración de gravedad,  $\mu$  a la viscosidad y  $p$  a la presión motriz. Utilizando el teorema de la divergencia (2.4), proponiendo una expresión para la conductividad hidráulica local (2.5) la que posteriormente es validada (Catalano et al. 2014) se obtiene (2.8).

$$GP = E\dot{X} + Q_p + Q_q \quad (2.8)$$

En donde  $G$  corresponde a la matriz que contiene el cociente entre la viscosidad y la longitud donde ocurre la diferencia de presión local,  $P$  corresponde a un vector con los valores de la presión,  $E$  corresponde a la matriz que define la variación de volumen en función de la velocidad  $\dot{X}$ ,  $Q_p$  corresponde al vector de flujo producto de las condiciones de presión y  $Q_q$  es un vector de flujo debido a las condiciones de caudal.

Para definir el movimiento de las partículas se utiliza (2.9), también de carácter matricial.

$$M\ddot{X} = F^c + W + F^f \quad (2.9)$$

De los términos de (2.9) se tiene que M corresponde a una matriz que contiene el valor de la masa de cada una de las esferas,  $\ddot{x}$  es el vector de aceleración de las partículas,  $F^c$  representa al vector de fuerzas de contacto entre partículas,  $F^f$  es el vector de fuerzas debido a la acción del fluido y W corresponde al vector de fuerzas debido a los campos de aceleración, en la mayoría de los casos es la aceleración de gravedad.

Finalmente para completar el acople se tiene(2.10) en donde S corresponde a una matriz de superficie.

$$F^f = SP \quad (2.10)$$

Por lo tanto el problema que soluciona el modelo es el siguiente:

$$\ddot{X} = M^{-1}(F_c + W + SG^{-1}(E\dot{X} + Q_q + Q_p)) \quad (2.11)$$

El último aspecto a mencionar sobre el acople, corresponde al esquema de resolución. Se aprecia en la Figura 2.4 que dada una posición inicial, se ejecutan las leyes de contacto y en consecuencia se obtiene una actualización de la posición, fuerza y momentum. Cuando se realiza el acople suelo-flujo se añade otro componente al ciclo. Este componente resuelve el flujo sujeto a la geometría y posición de las partículas. Las fuerzas de contacto se actualizan en cada iteración, mientras que el efecto de las fuerzas del fluido se le puede asignar un periodo de iteraciones para que las ejerza sobre los sólidos. Esto permite decidir la precisión que se desea, sujeto a la relación entre el fenómeno a simular y los costos computacionales de la frecuencia con que se actualizan los efectos del flujo sobre las partículas.

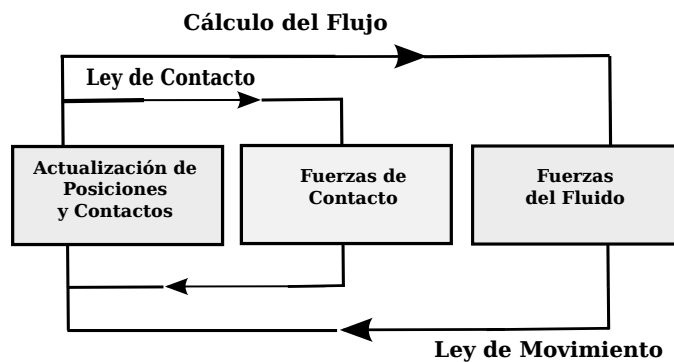


Figura 2.4: Ciclo de cálculo, esquema de actualización de información del modelo.

## 2.7. Distribución de esfuerzos en suelos granulares

Para poder obtener conclusiones sobre los efectos del paso de un fluido en la distribución de esfuerzos en suelos granulares, primero es necesario conocer su comportamiento sin estar sometidos a un flujo. En ese escenario es donde se encuentran patrones de comportamiento en las distribución de los esfuerzos principales (tangenciales y normales) a partir de modelos numéricos 2D y 3D de esferas sometidas a confinamientos isotrópos y esfuerzos de corte, como también a través del análisis de experimentos fotoelásticos (Thornton 1997). En los resultados de (Thornton 1997 se observa que las fuerzas de contacto en el suelo generan caminos preferenciales para transmitirse, que su dirección concuerda con la del esfuerzo principal y su configuración cambia conforme cambia el estado tensional. La distribución de probabilidades del esfuerzo normal y tangencial normalizado, se ajusta a una ley de potencia para los valores menores que la media y decae exponencialmente para valores mayores que la media. Esto ocurre para medios uniformemente distribuidos con distinta cantidad de esferas y distinta dispersión del tamaño de grano (Radjai et al. 1996).

La Figura 2.5 muestra la distribución de frecuencia de esfuerzos mayores y menores al promedio de 4 modelos denominados A, B, C, D; con 500, 1200, 4025 y 1024 esferas respectivamente, uniformemente distribuidas en un rango de radios, estos resultados son recogidos por (Thornton 1997 para generar sus hipótesis del esqueleto de suelo. En la figura  $P_n$  y  $P_T$  corresponde a la probabilidad de ocurrencia de la tensión,  $T$  a la tensión tangencial,  $\langle T \rangle$  a la tensión tangencial promedio,  $N$  a la tensión normal y  $\langle N \rangle$  a la tensión normal promedio.

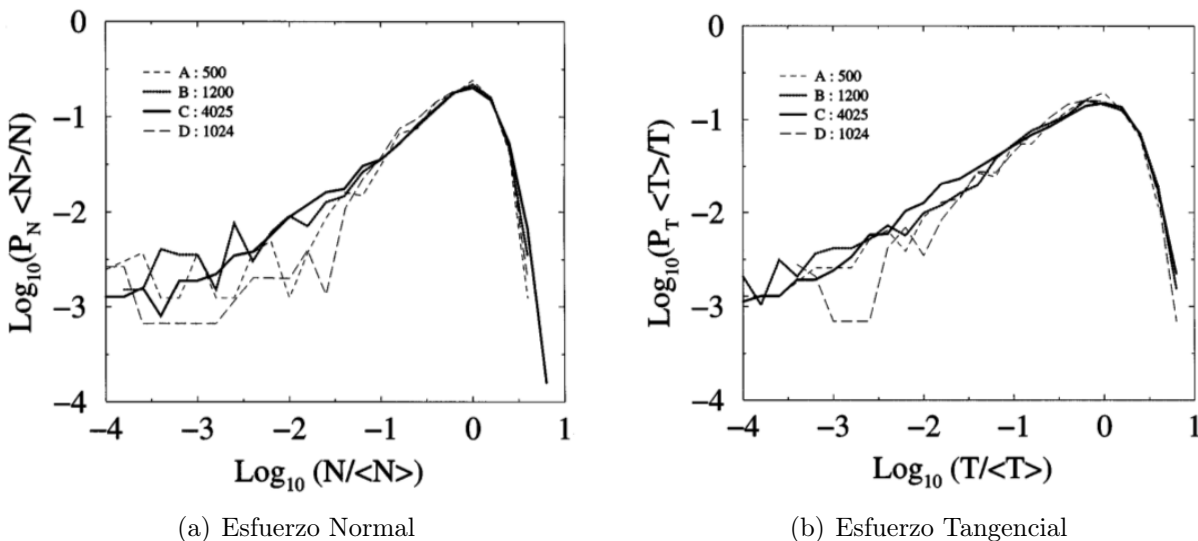


Figura 2.5: Radjai et al, (1996). (a) Distribución probabilística de esfuerzos normales normalizada (b) Distribución probabilística de esfuerzos tangenciales normalizada.

En medios granulares altamente polidispersos se ha observado que las partículas más grandes

están asociadas a las cadenas de esfuerzos de mayor magnitud, las que se denominan cadenas fuertes. Estas cadenas fuertes se equilibran con fuerzas de menor magnitud que son transportadas por las partículas de menor tamaño. A este conjunto de gran cantidad de esferas de menor tamaño se les denomina cadenas débiles. Además se observa que en presencia de adhesión entre granos, la cohesión aumenta con la magnitud de la polidispersividad (Voivret et al. 2009). En las simulaciones de Voivret los paquetes de suelo están sometido a esfuerzos de corte simple.

En la Figura 2.6 se observa en a) la red de esfuerzos para un modelo de suelo 3D sometida a un confinamiento de simetría axial visto desde la dirección  $\sigma_3$  realizada con el código de simulación 3D TRUBAL (Thornton 1997). En ella se observa la influencia de la carga sobre la orientación de los esfuerzos, las cadenas principales se orientan preferentemente de manera horizontal. En b) se muestra un zoom de un modelo sometido a esfuerzo de corte, la magnitud de los esfuerzos normales determina el ancho de la línea, las esferas blancas son los elementos que no transmiten esfuerzos y no pertenecen a las cadenas de esfuerzos trazadas. Es evidente la relación entre el diámetro de la partícula y la magnitud del esfuerzo transmitido (Voivret et al. 2009).

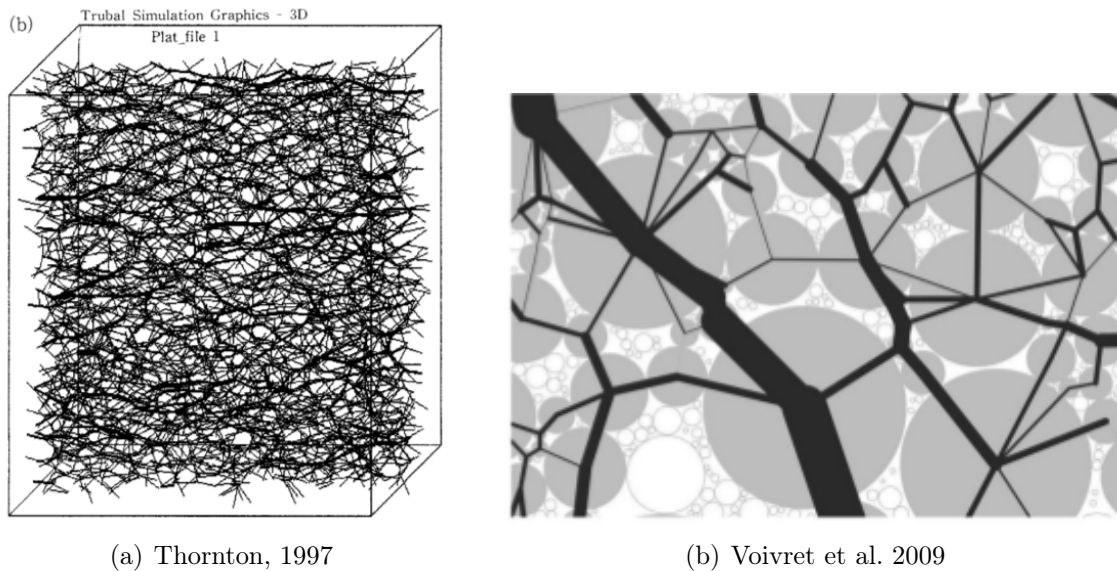


Figura 2.6: (a) Distribución esfuerzo muestra 3D (b) zoom a la malla de esfuerzos.

## 2.8. Comentarios y consideraciones

En los modelos que se presentan el medio permeable se encuentra saturado. Se tiene un número de Reynolds menor a 10 para que el flujo sea de Stokes y despreciar los términos inerciales de la ecuación de Navier-Stokes para poder utilizar el PFV. El modelo permite

que los elementos de flujo y los elementos de suelo intercambien momentum y fuerzas. Además entrega el esfuerzo, posición, velocidad, radio, entre otras características de las esferas, mientras que para el flujo se conoce la presión y la velocidad de los elementos.

Es importante mencionar que dadas las características de su construcción el acople DEM-PFV requiere de menores costos computacionales que un DEM-FEM. Esto se debe a que los elementos de fluido son prácticamente de la misma escala que los elementos de suelo, por lo tanto hay menos elementos. La escala de los elementos por otro lado puede ser una desventaja ya que no es posible obtener un perfil de velocidades entre los poros, por lo tanto no se recomienda utilizar PFV para estudiar fenómenos en los que el gradiente de velocidad sea un parámetro importante de considerar, como en el transporte de calor y la macrodispersión.

En el Tabla 2.1 se aprecia que los grados de libertad son menores para el PFV, la cantidad de elementos de fluidos generados son menores y en consecuencia los tiempos de cómputo también lo son comparando ambos para la misma capacidad computacional.

Tabla 2.1: Comparación de los grados de libertad (gdl) y el tiempo de CPU entre FEM y PFV, para una iteración (Catalano, 2013).

Número de esferas	FEM gdl	PFV gdl	FEM tiempo [s]	PFV tiempo [s]
9	$1,7 \cdot 10^5$	45	300	0.00022
200	$1,2 \cdot 10^6$	1093	5400	0.0046
$2 \cdot 10^3$	no disponible (n.d.)	$12 \cdot 10^3$	n.d.	0.091
$2 \cdot 10^4$	n.d.	$11 \cdot 10^4$	n.d.	2.21

Se opta por un modelo que utilice el método de elementos discretos para los elementos de suelo, como lo es *YADE* y se acoplará con el PFV para simular el fluido. Se escoge PFV por que al ser el volumen de fluido de la escala del poro los costos computacionales son mucho menores que al utilizar LBM. Para los fenómenos estudiados no es importante la precisión del campo de velocidad en los canales de poros. PFV es más directo de implementar e imponer las condiciones de contorno. En cuanto a los resultados con el DEM se espera obtener una muestra de suelo que se asemeje a la realidad mediante el uso de *YADE*, asumiendo la limitación de modelar el suelo utilizando esferas, pero cuyo comportamiento responde a las leyes de la física, para conseguir la configuración final de los paquetes de suelo, es decir, producto de la interacción entre partículas y el campo de aceleración de gravedad y no utilizando un dibujo aleatorio sujeto a condiciones arbitrarias.



# Capítulo 3

## Validación del modelo

### 3.1. Introducción

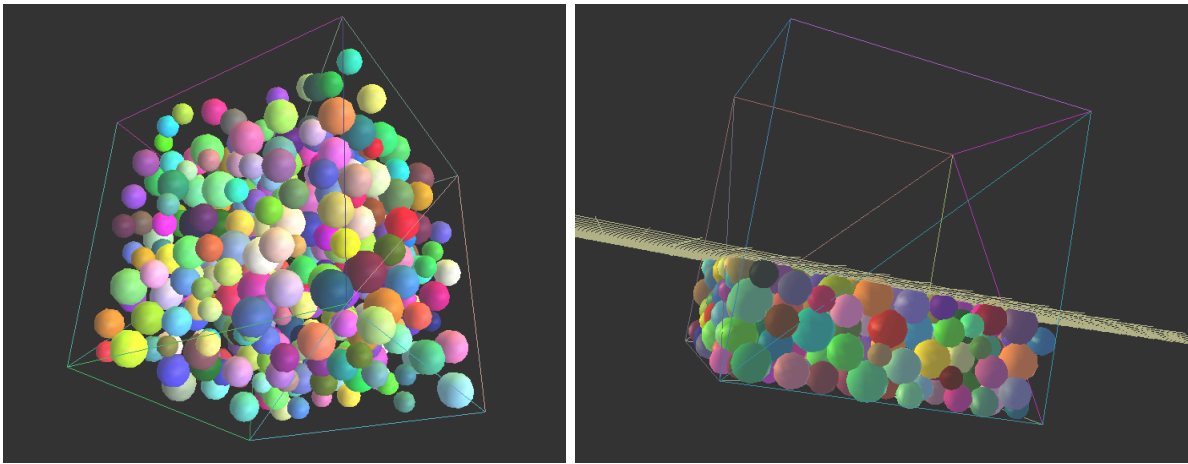
El objetivo de este capítulo es comparar resultados de modelos pequeños con resultados empíricos encontrados en la literatura. En este caso se utiliza la conductividad hidráulica como parámetro a comparar. A lo largo del capítulo se explica cómo generar los modelos de prueba y los modelos acoplados. Se sistematizan elementos de ensayo y error, se evidencian algunas restricciones que presenta el modelo, se presentan las características y parámetros principales de los modelos realizados y se comprueba si el acople se ajusta a la física que se desea estudiar.

Lo primero que se construye son paquetes de esferas con distintas características (densidad, módulo de elasticidad, diámetro, etc). Desde rutinas básicas que insertan esferas aisladas y logran reproducir el choque elástico entre ellas, pasando por paquetes de mayor tamaño, para finalmente lograr paquetes de esferas insertos en distintas geometrías (conos, paralelogramos, triángulos, etc), confinados mediante el movimiento de muros (planos creados que simulan paredes móviles), los que pueden cambiar de posición a distintas velocidades.

Dentro del proceso de ensayo y error, algunos modelos fueron creados mediante códigos, otros desde la interfaz gráfica de *YADE* y un porcentaje de ellos utilizando una mezcla de ambos. En la mayoría de los ensayos que se presentan en este capítulo se generó la geometría mediante códigos y posteriormente fueron manipulados desde la interfaz gráfica. Esto es importante ya que permite detener procesos, tales como confinamiento de los muros o guardar datos dado un criterio con la precisión deseada e imponer valores para algunos parámetros en el momento indicado sin tener que supervisar el software.

## 3.2. Modelos de prueba

En la Figura 3.1 se aprecian dos modelos de prueba, los que consisten en cubos que contienen un número de esferas del orden de 400. Estos cubos fueron sometidos a distintos campos de aceleración, verificando el funcionamiento de los algoritmos de choque esfera-esfera y esfera-muro. Se observó de manera gráfica el intercambio de velocidad angular, momentum y fuerza. Se obtienen resultados consistentes para el comportamiento de las esferas sometidas a las condiciones impuestas. Un ejemplo de esto es que rebotan al momento del choque y el choque es amortiguado; por otro lado los cuerpos no se atraviesan entre sí (muros con esferas u otra combinación). Producto del método utilizado para generar las esferas al momento de ser creadas se encuentran flotando en el aire. En particular el modelo que se muestra en (a) está sometido a la aceleración de gravedad  $g = -9,81 \text{ [ms}^{-1}\text{]}$  en dirección vertical hacia arriba según las coordenadas cartesianas definidas en el modelo.



(a) Paquete de esferas colisionando por efecto de la gravedad.

(b) Paquete de esferas sujeto a compresión mediante un muro móvil.

Figura 3.1: Modelos de Prueba de tamaño pequeño, poca cantidad de esferas y sin fluido.

Una vez depositadas por efecto de la gravedad y con el choque inelástico funcionando, el siguiente paso es añadir elementos de muro dinámicos, que sean capaces de interactuar con las esferas. Estos servirán, más adelante, para definir confinamiento y esfuerzo de corte, como también regular la porosidad del medio si así se estima conveniente. En la Figura 3.1 (b) se observa un modelo de las mismas características que (a), al cual se le añade un elemento de muro dinámico que se mueve con una velocidad definida en dirección vertical hacia abajo según las coordenadas cartesianas que definen el modelo. Esto produce una compresión, una variación en la distribución de esfuerzos y en el valor la porosidad con respecto al tiempo. En esta etapa de la modelación todos los elementos son construidos mediante códigos, pero el control del muro se realiza mediante la interfaz gráfica, por lo que la presión de confinamiento no es controlada de forma precisa.

La condición de pared que permite una interacción entre cuerpos rígidos deja de cumplirse cuando la tensión entre el muro y las esferas excede cierto límite. Cuando esto sucede dejan de cumplirse las leyes de la física que se imponen en el modelo y el cuerpo que se encuentra interactuando atraviesa el muro y se aleja de la zona de la modelación.

Se realizaron pruebas con geometrías más complejas, como por ejemplo un cilindro, sometido también a ciertas condiciones de confinamiento. Aunque es posible generar geometrías de alta complejidad que contengan esferas utilizando *YADE*, no se continúa explorando esta área debido a que existe una limitación para acoplar el flujo con las partículas, problema relacionado a la cantidad de dominios a los cuales se les puede asignar condiciones de borde asociadas al flujo.

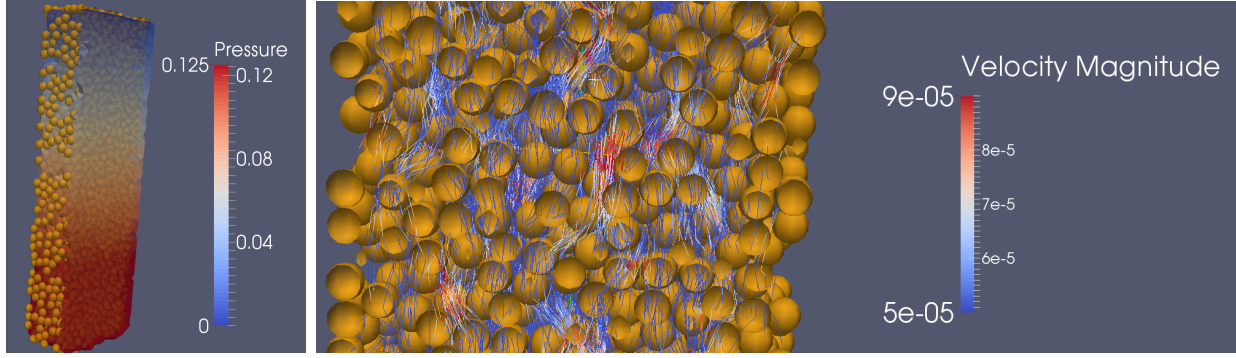
### 3.3. Modelos acoplados

Se programa una serie de modelos que funcionan de forma secuencial, es decir, en primera instancia se generan los elementos de suelo y se someten a las condiciones de campo de aceleración y confinamiento. Una vez en equilibrio se incluye el elemento de fluido y sus respectivas condiciones de borde. Para modelar el flujo existe una limitante, las condiciones de borde a las que puede estar sujeto el paquete de suelo se reduce a un hexaedro, es decir, el volumen de control se encuentra delimitado por seis caras y a cada una de estas es posible asignarle ya sea una condición de presión o una condición de velocidad para el flujo.

En la Figura 3.2 se observa el campo de presión resultante de imponer una presión  $P=0.125$  [Pa] en la cara basal del permeámetro modelado. También se observa las líneas de corriente, dado que la diferencia de presión induce un flujo y se conoce la geometría de los poros, se conoce entonces el valor de la velocidad. Se observa de forma clara zonas con mayor módulo de la velocidad y cómo las líneas de corriente bordean los granos.

Imágenes como la Figura 3.2 se obtienen porque el modelo incluye un objeto que extrae los datos en formato VTK (*Visualization ToolKit*) y dentro de las propiedades del objeto es posible definir un intervalo de iteraciones para extraer la variación de volumen y de velocidad. Es importante recalcar que el mallado del fluido depende de la geometría de los granos y se actualiza conforme estos se mueven.

Una vez que se logra acoplar el flujo con las partículas, nuevamente se realizan variadas pruebas, con distintos tamaños de grano, diferentes gradientes de presión realizando nuevamente una etapa exploratoria de las capacidades del software y del cumplimiento de los supuestos que hacen válida la simulación. Finalmente, se construyó un permeámetro con granos del mismo tamaño con una condición de flujo ascendente, la que se utiliza a continuación.



(a) Distribución de la Presión

(b) Líneas de corriente en el medio poroso.

Figura 3.2: Distribución de presión en el flujo y líneas de corriente, todos los valores se encuentran en MKS.

### 3.4. Validación del modelo

Para probar que el acople mencionado en el apartado anterior es válido para los efectos de este trabajo, teniendo en cuenta que el modelo se encuentra validado para ensayos que guardan mayor relación con el área de la geomecánica por sobre la hidráulica en medios porosos, es que se verificará si el modelo entrega resultados coherentes con la realidad, por lo tanto se analizará el comportamiento de la conductividad hidráulica en función del tamaño de grano.

Muchos estudios experimentales han obtenido valores de la conductividad hidráulica ( $K$ ) y concluyen que su valor es proporcional a una constante  $C$ , un diámetro representativo  $d_i$  elevado a una potencia ( $b$ ), que varía entre 1.11 y 2.05 (Shepherd 1989), de acuerdo a:

$$K = C d_i^b \quad (3.1)$$

Se realizan comparaciones de la conductividad hidráulica obtenida mediante la modelación numérica con resultados empíricos de conocidos en el área de la geomecánica como Hazen (1892), Slichter (1899), Terzaghi (1925), Beyers (1964), recopilados por (Devlin 2015 ;Shepherd 1989). En primera instancia para paquetes de esferas del mismo diámetro para diversos tamaños de radio. En segunda instancia los paquetes de esferas poseen un diámetro medio y se encuentran uniformemente distribuidas en un intervalo definido por un parámetro que denominaremos  $Sd$ , siendo  $D_{min} = D_{mean} - 2Sd \cdot D_{mean}$  y  $D_{max} = D_{mean} + 2Sd \cdot D_{mean}$ . El intervalo queda comprendido entre  $[D_{min}, D_{max}]$ .

Se modela un permeámetro de base cuadrada con una superficie que contiene alrededor de 25 esferas y una altura con capacidad de contener cerca de 12 esferas, por lo tanto el número de esferas en cada simulación realizada es del orden de 300. Para los distintos diámetros modelados se utilizan los parámetros que muestra el Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Parametros de los modelos de validación.

Condiciones de los modelos			
Diferencia de presión	$\Delta p$	1/8	[Pa]
Viscosidad	$\mu$	0.001	[Pa · s]
Fuerza de gravedad	g	9.81	[m · s <sup>-2</sup> ]
Densidad esferas	$\rho_s$	2600	[Kg · m <sup>-3</sup> ]
Densidad fluido	$\rho_h$	1000	[Kg · m <sup>-3</sup> ]
Ancho Basal	D	10 · <i>Rmean</i>	[m]
Altura Inicial paquete de esferas	H	24 · <i>Rmean</i>	[m]
Modulo de Young	E	1e6	[Pa]
Coefficiente de Poisson	$\nu$	0.5	[-]

### 3.4.1. Resultados

Como ya se ha mencionado el modelo consiste en un permeámetro de pequeñas dimensiones por el cual pasa un flujo de agua a causa de la diferencia de presión impuesta. Posee forma de paralelogramo y se le aplica una fuerza de gravedad normal a la base cuadrada. En la cara inferior una condición de borde de presión constante mayor que cero y en la cara superior presión nula, el resto de las caras son impermeables. Para efectos del modelo, la viscosidad del aire es nula y no interactúa con el fluido.

De la ecuación de Darcy (3.2), se deduce una expresión para la permeabilidad  $k$ . Del modelo se obtiene el caudal  $Q_{in}$  y la altura del permeámetro equivalente a  $\Delta h$ ; la viscosidad  $\mu$ , el área basal  $D^2$  y la diferencia de presión  $\Delta P$  son parámetros del modelo, por lo tanto se obtiene un valor para la permeabilidad:

$$Q = kiA \quad (3.2)$$

$$k = \mu \frac{Q_{in} \Delta h}{D^2 \Delta P} \quad (3.3)$$

Teniendo en cuenta la relación entre permeabilidad ( $k$ ) y conductividad hidráulica ( $K$ ):

$$k = K \frac{\mu}{g\rho_h} \quad (3.4)$$

En donde  $\rho_h$  la densidad del fluido, se obtiene una expresión para obtener la conductividad hidráulica y por lo tanto valores obtenidos a través del modelo:

$$K = \frac{Q_{in}}{D^2} \cdot \frac{g\rho_h\Delta h}{\Delta P} \quad (3.5)$$

Se realizan 11 modelos con distinto radio de esferas, estos son sometidos a las condiciones expuestas en el Tabla 3.1. Los radios modelados son  $R=[0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0, 1.25, 1.5, 1.75, 2.0, 2.5, 3.0]$  [m  $\cdot 10^{-3}$ ]. En cada una de las simulaciones todas las esferas son del mismo tamaño. Las simulaciones no poseen un criterio unificado para darle término en función de la conductividad hidráulica, número de iteraciones o tiempo simulado. Esto es uno de los elementos que se tuvo en consideración para la realización de los próximos modelos. Lo que si se verificó es que exista estabilidad entre el caudal de entrada y el de salida (3.6), dado que se desea obtener datos en régimen permanente, por lo tanto se utiliza el siguiente criterio.

$$\frac{|Q_{in} - Q_{out}| \cdot 100}{Q_{in}} < 0,1 \quad (3.6)$$

Para verificar el comportamiento de los resultados obtenidos se calculó el  $\log_{10}$  tanto de la conductividad hidráulica, como del diámetro de las partículas. Con esto se busca ajustar los resultados a una ley de potencia teniendo en cuenta que:

$$K = Cd^m \rightarrow \log_{10}(K) = n \log_{10}(d) + \log_{10}(C) \rightarrow y = mx + n \quad (3.7)$$

Para realizar el ajuste se utiliza el resultado de  $K$  y  $d$  de las 11 simulaciones, obteniendo el gráfico de la Figura 3.3, en donde se observa una relación casi cuadrática del comportamiento de la conductividad hidráulica en función del diámetro de partícula. La ecuación (3.8) corresponde a la ley de potencia obtenida mediante el ajuste lineal al logaritmo de la conductividad hidráulica en función del logaritmo del diámetro:

$$K = 1,28 \cdot 10^6 d^{1,931} \quad (3.8)$$

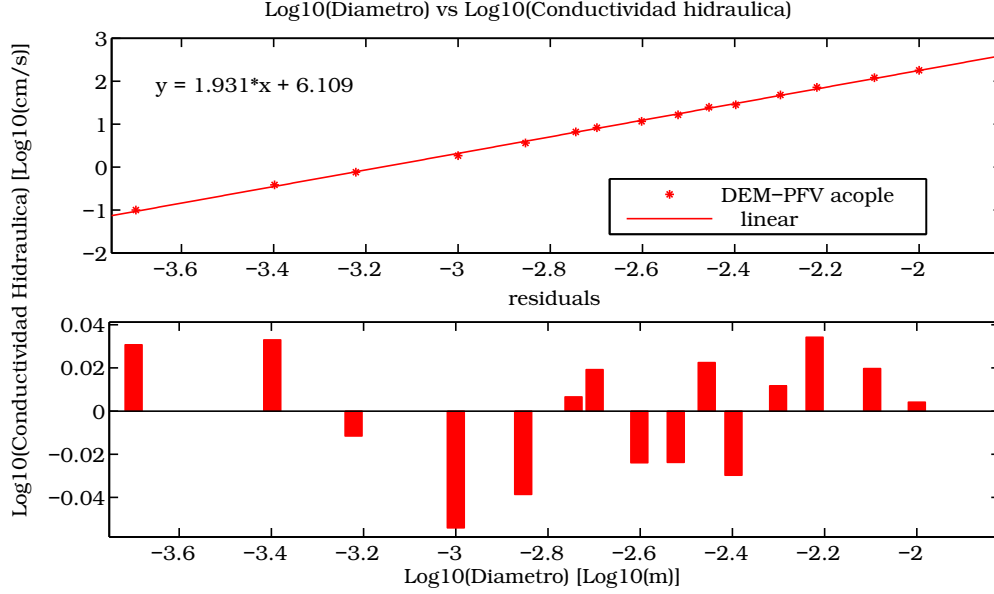


Figura 3.3: En el gráfico superior se aprecia el ajuste lineal del logaritmo del diámetro vs logaritmo de la conductividad hidráulica, cada punto de color rojo corresponde al resultado de una simulación. En el gráfico de abajo se muestra el residuo entre los valores obtenidos y la curva propuesta.

### 3.4.2. Ajuste a la teoría

En la Figura 3.4 se comparan los resultados de la modelación con resultados obtenidos mediante experimentos realizados con microesferas de vidrio de diámetro 1 [mm] y 2 [mm] y con una serie de ecuaciones que se presentan a continuación. El primer set de ecuaciones es de la forma  $K = \frac{\rho g}{\mu} N \varphi(n) d_e^2$ , En donde el término N corresponde a una constante,  $\varphi(n)$  depende de la porosidad y  $d_e$  en cm, esta asociado a un tamaño característico de los granos, por otro lado  $\rho$  se encuentra en [ $gr/cm^3$ ],  $g$  en [ $cm/s^2$ ] y  $\mu$  en [ $g/cm/s$ ]. Mientras el segundo set de ecuaciones es de la forma  $K = a \cdot d^b$ , en donde d se encuentra en [pies] y K en [galon por dia/pies<sup>2</sup>].

Tabla 3.2: Ecuaciones del tipo  $K = \frac{\rho g}{\mu} N \varphi(n) d_e^2$ , para el calculo de la conductividad hidráulica.

Parametros de las ecuaciones revisadas			
Ecuación	N	$\varphi(n)$	$d_e$
Ecuación de Hazen	$6 \cdot 10^{-4}$	$[1 + 10 \cdot (n - 0,26)]$	$d_{10}$
Ecuación de Beyer	$5,2 \cdot 10^{-4} \log \frac{500}{U}$	1	$d_{10}$
Ecuación de Terzaghi (grano liso)	$10,7 \cdot 10^{-3}$	$\frac{(n-0,13)^2}{(1-n)^{2/3}}$	$d_{10}$
Ecuación de Slichter	$1 \cdot 10^{-2}$	$n^{3,287}$	$d_{10}$
Ecuación de Bialas	$4,8 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{0,3}$	1	$d_{20}$

Tabla 3.3: Ecuaciones del tipo  $K = a \cdot d^b$ , para el calculo de la conductividad hidráulica.

Parametros de las ecuaciones revisadas			
Ecuación	a	b	$d_e$
Ecuación Shepherd, esferas de vidrio	300000	2	$d_{10}$
Ecuación Schriever, esferas de vidrio	208818	1.94	$d_{10}$
Ecuación de Harleman, tamaño uniforme	128996	2.05	$d_{10}$
Ecuación Shepherd, de textura madura	40000	1.85	$d_{10}$
Ecuación Shepherd, Duna	12000	1.75	$d_{10}$
Ecuación Shepherd, Playa	3500	1.65	$d_{10}$
Ecuación Shepherd, canal inmaduro	800	1.5	$d_{10}$

En la Figura (3.4) se observa como los resultados que entrega la modelación se ajustan a la ecuación de Shepherd para suelos granulares de textura madura. La mayor parte de los resultados obtenidos con las formulas empíricas seleccionadas utilizando los valores que entregan el modelo numérico, se encuentran delimitadas por la curva para suelos granulares de textura madura en el extremo superior y la expresión para dunas en el inferior, ambas expresiones son propuestas por Shepherd y clasifican una serie de experimentos de otros autores. Se observa también que los resultados del modelo se aproximan más a las formulas propuestas por Beyer, Hazen y Harleman. Por último se puede notar que para diámetros menores a 1 [mm] las ecuaciones de Bialas, Slichter y Terzaghi se alejan cada vez más de los resultados obtenidos en la modelación.



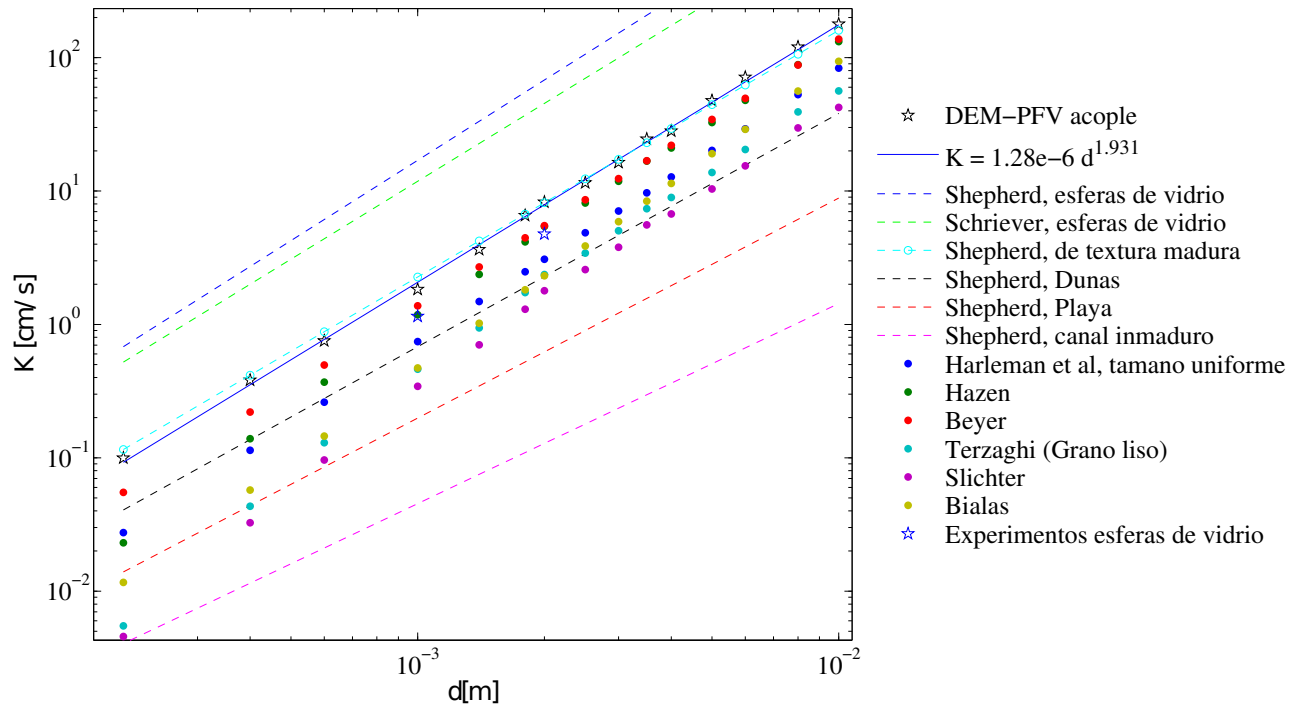


Figura 3.4: Resumen de permeabilidades obtenidas mediante el acople DEM-PFV comparadas con ambos set de ecuaciones mencionados y con ensayos de laboratorios realizados con microesferas de vidrio.

Es importante recalcar el carácter esférico y liso de los elementos de suelo utilizados, del bajo ángulo de fricción impuesto (3 grados mientras que para arenas se espera uno de 30 grados), que el modulo de Young utilizado es de  $10^6$  [Pa] (para arenas  $10^7$ ) y por último la inexistencia de confinamiento en el paquete de suelo. Todo lo anterior produce que el resultado de los modelos se acerque más a la expresión de suelos granulares de textura madura (depósitos naturales de suelos granulares sin confinar) y no a las expresiones correspondiente a arenas.

Los modelos realizados permiten simular el comportamiento de suelos sintéticos representados por esferas de tamaño uniforme, los cuales al ser sometidos a una diferencia de presión son atravesados por un flujo ascendente de fluido. El valor obtenido para la conductividad hidráulica se comporta de forma similar a experimentos de laboratorio realizados y registrados en otras publicaciones y también es consistente a correlaciones propuestas por otros autores connotados como Terzaghi 1925.

# Capítulo 4

## Conductividad hidráulica, tamaño del grano, porosidad y confinamiento

### 4.1. Introducción

En este capítulo se presentan comparaciones de los resultados de las modelaciones sujeto a variaciones de algunos parámetros y también con algunas de las ecuaciones empíricas revisadas en el capítulo anterior. Los parámetros a comparar son la conductividad hidráulica y la porosidad en función de la polidispersión del tamaño del grano, representado con el parámetro denominado  $Sd$ , sometidos a distintos niveles de confinamiento y para distintos tamaños de radio promedio. Todo lo anterior asumiendo como válido el acople realizado en el capítulo anterior, para representar suelos sintéticos bajo el supuesto que se comportan de manera similar a los suelos granulares.

De la misma forma que los diámetros máximos y mínimos del capítulo anterior, se define el radio mínimo como  $R_{min} = R_{mean} - Sd \cdot R_{mean}$  y el radio máximo  $R_{max} = R_{mean} + Sd \cdot R_{mean}$ . Combinando las definiciones se obtiene:

$$Sd = \frac{(R_{max} - R_{min})}{(R_{max} + R_{min})} \quad (4.1)$$

Los radios de los granos para estos modelos se encuentran uniformemente distribuidos en el intervalo  $[R_{min}, R_{max}]$ , determinado por el valor de  $R_{mean}$  y  $Sd = [0.0, 0.17, 0.34, 0.51, 0.68]$ . Con esto se busca verificar la influencia de la polidispersión y el confinamiento en el valor de la conductividad hidráulica.

## 4.2. Modelos de mayor tamaño

Al tener granulometrías más extendidas, las dimensiones de los modelos deben aumentar, para que el paquete de esferas contenga todos los diámetros del intervalo en estudio. Se impone un ancho basal de 45 veces el radio promedio ( $R_{mean}$ ) y una altura igual a 80 veces  $R_{mean}$ . Con estas dimensiones, los volúmenes simulados poseen en promedio del orden de 26.000 partículas, lo que produce tiempos de cómputo mayores.

Existen algunas diferencias en las condiciones iniciales de estos modelos con respecto a los presentados en el apartado anterior. Existe un aumento en la diferencia de presión impuesta, para que el caudal resultante aumente, se utiliza otro ángulo de fricción acorde a los materiales granulares que se busca representar y la granulometría del suelo es uniformemente distribuida en torno a un radio promedio. Por otro lado parámetros como la viscosidad del fluido, el modulo de Young y el coeficiente de Poisson, la densidad del fluido y de los sólidos conservan el valor utilizado en los modelos de validación tal como se observa en el Tabla 4.1.

Tabla 4.1: Parametros de los modelos de polidispersos.

Condiciones de los modelos			
Diferencia de presión	$\Delta p$	10	[Pa]
Viscosidad	$\mu$	0.001	[Pa · s]
Fuerza de gravedad	g	9.81	[m · s <sup>-2</sup> ]
Densidad esferas	$\rho_s$	2600	[Kg · m <sup>-3</sup> ]
Densidad fluido	$\rho_h$	1000	[Kg · m <sup>-3</sup> ]
Ancho Basal	D	45 · $R_{mean}$	[m]
Altura Inicial paquete de esferas	H	80 · $R_{mean}$	[m]
Modulo de Young	E	1e6	[Pa]
Coeficiente de Poisson	$\nu$	0.5	[-]
Ángulo de Fricción	$\phi$	30	[°]

## 4.3. Resultados de los modelos

### 4.3.1. Conductividad hidráulica y tamaños característicos

Se presenta la respuesta de la conductividad hidráulica para distintos radios promedios y se verifica si es consistente con la teoría. También se estudia el comportamiento del diámetro característico  $d_{20}$  (diámetro en el cual se obtiene el 20% de la masa, ordenados de menor a mayor tamaño) en función del parámetro Sd y se presenta la curva granulométrica correspondiente al set de modelos realizados.

Se realizan 30 simulaciones, 6 diámetros distintos y 5 valores de Sd. La Figura 4.1 muestra los valores estimados de conductividad hidráulica en función del parámetro Sd, para una presión de confinamiento de 2,7 [kPa] y distintos diámetros medio. En acuerdo con la teoría, el valor de la conductividad hidráulica depende de forma directa del diámetro medio, por lo tanto a diámetros más grandes, mayor valor para la conductividad hidráulica.

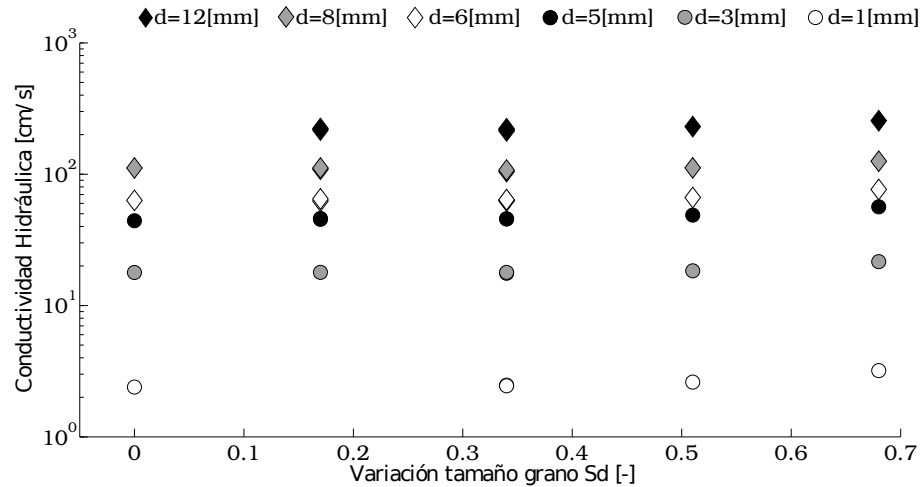


Figura 4.1: Conductividad hidráulica vs Sd, para distintos tamaños de radio promedio, los diámetros se muestran en la parte superior en [m]. Presión de confinamiento 2.7 [kPa].

De aquí en adelante se trabaja con el  $d_{mean} = 6 [mm]$ . En la Figura 4.2 en tanto se observa que el diámetro  $d_{20}$  posee un comportamiento de tipo cuadrático en función al aumento de Sd. El valor de  $d_{20}$  es independiente del nivel de confinamiento al que se encuentra sometido y guarda relación sólo con la construcción geométrica del paquete de suelo. El menor valor de  $d_{20}$  ocurre para un valor de Sd que se encuentra entre 0,17 y 0,34. Luego de pasar por el vértice, el valor de  $d_{20}$  aumenta.

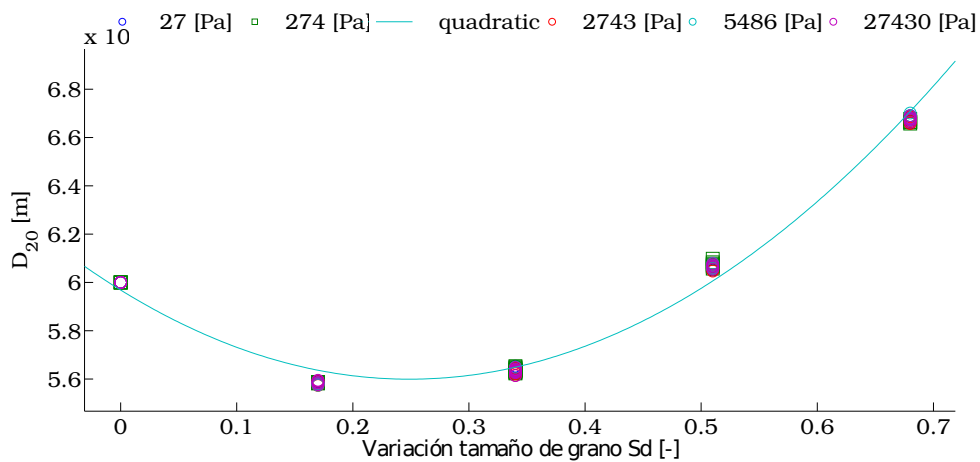


Figura 4.2:  $d_{20}$  vs Sd, para distintos valores de la presión de confinamiento [Pa].

La Figura 4.3 muestra la distribución granulométrica para un radio promedio  $R_{mean} = 3[mm]$  y distintos valores de  $S_d$ . La Figura explica el comportamiento cuadrático y el por qué de la ubicación del mínimo valor de  $d_{20}$ .

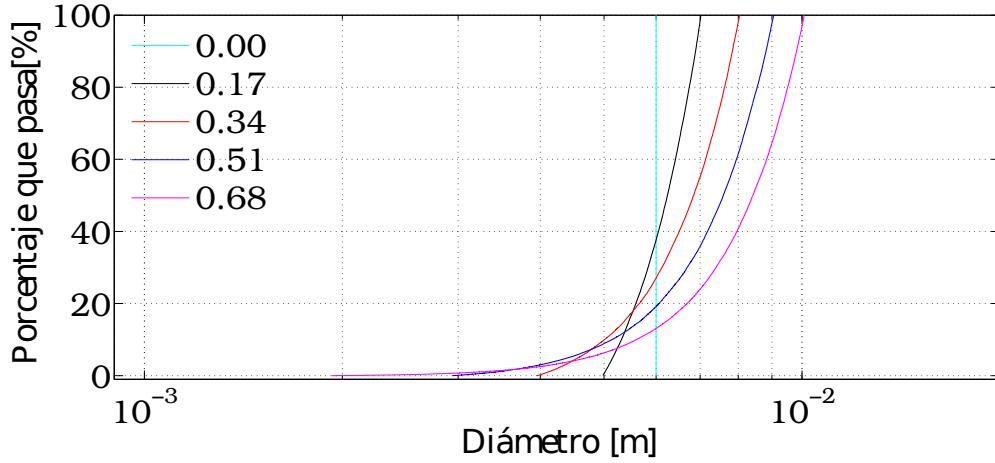


Figura 4.3: Curva granulométrica para distintos valores de  $S_d$ .

### 4.3.2. Modelos numéricos y resultados empíricos

La Figura 4.4 compara los resultados de las simulaciones en medios sometidos a una presión de confinamiento de 2,7 [kPa], con las fórmulas empíricas de Russell Shepherd para suelos granulares de textura madura, Hazen, Beyer, Terzaghi y Slichter para distintos valores de  $S_d = [0.0, 0.17, 0.34, 0.51, 0.68]$ . Se observa un comportamiento creciente de la diferencia entre los resultados del modelo y la ecuación propuesta por Russell, para suelos granulares de textura madura. Esto se debe a que la presión de confinamiento modelada es baja y el medio se comporta como una arena sin compactar que se deposita por gravedad.

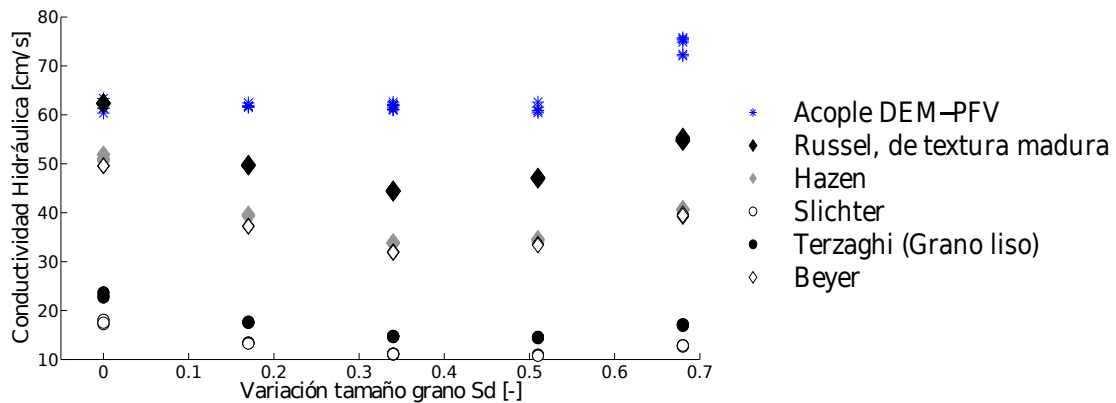


Figura 4.4: Conductividad hidráulica vs  $S_d$ , Tensión de confinamiento de 2.7 [KPa].

En la Figura 4.5 se observa cómo el aumento de la presión de confinamiento hace que los resultados de las modelaciones se ajuste a la formula de Beyer y a la de Hazen.

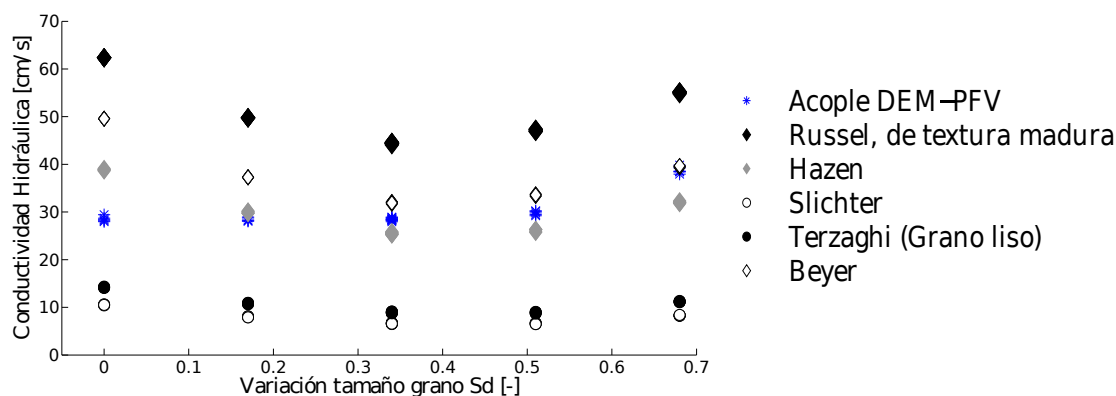


Figura 4.5: Conductividad hidráulica vs Sd, Tensión de confinamiento de 27.4 [KPa]

El criterio de elección de las expresiones con las que se comparan los valores obtenidos con las modelaciones, fue mantener la ecuación para suelos granulares de textura madura dado la similitud con los resultados del modelo y las condiciones impuestas son similares al apartado anterior. Por su parte la ecuación de Hazen, Beyer, Slichter y Terzaghi se escogen por encontrarse más cercanas a los resultados de los primeros modelos y por corresponder a arenas finas con tamaños de diámetro dentro del rango modelado. En la Figura 4.5 se observa que cuando la presión de confinamiento aumenta, los valores de conductividad decrecen acercándose a los valores obtenidos con las formulas empíricas obtenidas a través de ensayos realizados en los laboratorios. Esto es producto de tener similar tensión de confinamiento, entre 10 y 100 [KPa] para los ensayos de laboratorio.

### 4.3.3. Porosidad y confinamiento

Se presenta el comportamiento de la porosidad en función de Sd para los distintos escenarios modelados, esto con la intención de cuantificar a qué niveles de confinamiento comienza a disminuir de manera significativa el valor de la porosidad y por tanto ser un término influyente en el valor de la conductividad hidráulica. Las presiones de confinamiento utilizadas se obtienen de aplicar una fuerza  $F=[0.5, 5, 50, 100, 500]$  [N] en la pared superior de los permeámetros. Se escoge un diámetro medio fijo de 6 [mm] por lo que las dimensiones de los modelos que se comparan a distintos confinamientos son las mismas, por lo tanto las presiones de confinamiento son  $P=[27, 274, 2743, 5486, 27430]$  [Pa] respectivamente. En la Figura 4.6 se aprecia el comportamiento de la porosidad para distintos valores de Sd y sometido a distintas presiones de confinamiento. Se observa de forma clara como el aumento del confinamiento produce una disminución en los valores de la porosidad.

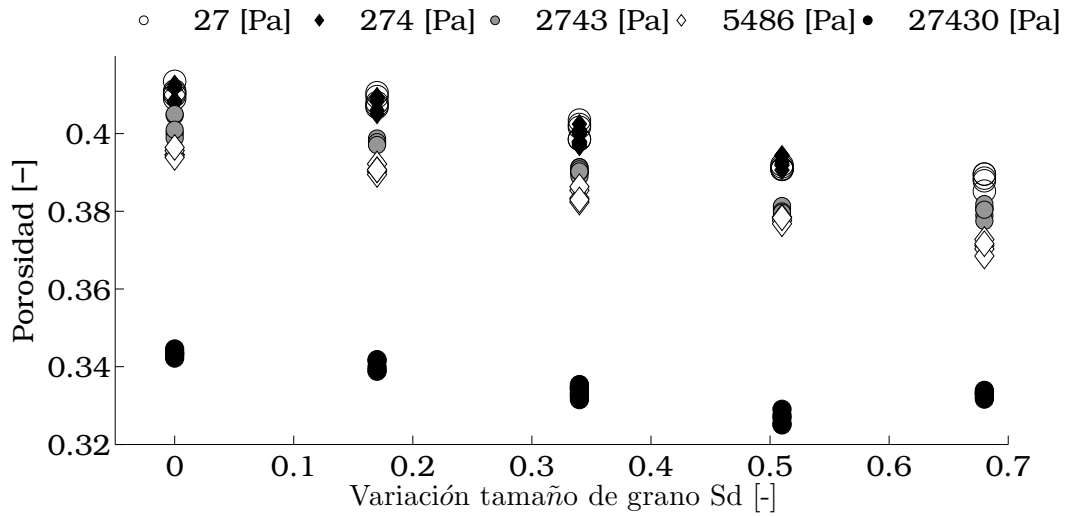


Figura 4.6: Porosidad vs Sd, para distintos valores de la presión de confinamiento, tal como lo muestra la leyenda en la parte superior.

En la Figura 4.7 se observa cómo el aumento del confinamiento es un factor de importancia en los valores de la conductividad hidráulica. Esto se produce debido a que la presión de confinamiento aplicada afecta los valores de la porosidad, ya que estos parámetros se encuentran inversamente relacionados. Tal como ya se mencionó, la porosidad es uno de los factores que escalan el valor de la conductividad hidráulica. Es interesante cómo los resultados de las modelaciones se ajustan a las ecuaciones de Beyer y Hazen, para tensiones del orden de los 25 [KPa]. Aumentos en el confinamiento de tres órdenes de magnitud producen una disminución de alrededor de un 17 % en la porosidad y de aproximadamente 60 % en la conductividad hidráulica.

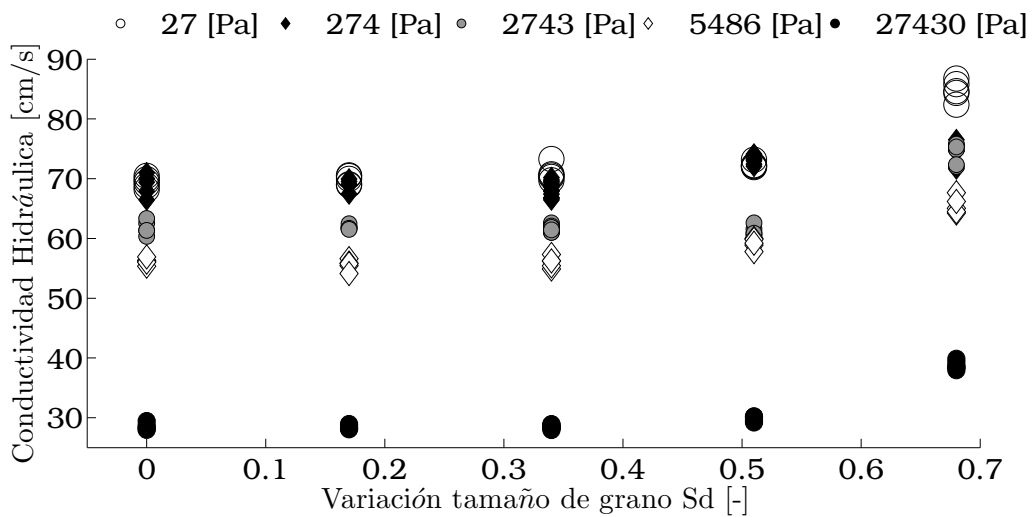


Figura 4.7: Conductividad hidráulica vs Sd, para distintos tensiones de confinamiento [Pa].

Al comparar las Figuras 4.7 y 4.6 se puede notar una similitud en su comportamiento con respecto al confinamiento. Ambas se relacionan de manera inversa, es decir, conforme aumenta el confinamiento disminuye la porosidad y por consecuencia también lo hace la conductividad hidráulica. Su comportamiento en función de  $S_d$  en cambio es diferente. La conductividad hidráulica crece en función de  $S_d$ , mientras que la porosidad disminuye. Por otro lado al comparar las Figuras 4.2 y 4.7 se observa que para un mismo confinamiento el comportamiento de  $d_{20}$  y  $K$  en función de  $S_d$  es similar y creciente desde  $S_d = 0,34$ . La porosidad para cada nivel de confinamiento es muy similar y no se aleja de un valor promedio, por lo tanto para el rango de  $S_d$  estudiado, proporciona la magnitud de la conductividad hidráulica. Es decir, para el rango de polidispersión estudiado, la porosidad determina más el valor de la conductividad hidráulica que el diámetro característico. Debido a la distribución granulométrica que entrega el modelo para los distintos valores de  $S_d$ , una vez superado  $S_d=0.68$  el aumento en los valores del diámetro característico produce que éste comience a dominar por sobre la porosidad, que prácticamente no varía.

El modelo permite obtener valores correctos de la conductividad hidráulica si los parámetros de entrada, como el confinamiento de la muestra, el modulo de Young, ángulo de fricción,  $S_d$ , radio promedio, entre otros, se definen de manera correcta. Lo importante es lograr replicar de mejor manera las condiciones a las que esta sometido el suelo. Se debe tener en cuenta que las correlaciones realizadas por los autores citados se encuentran en escala logarítmica y los resultados entregados en esta tesis se encuentran en escala lineal, .

#### 4.4. Expresión propuesta

Una vez definido el diámetro característico  $d_{20}$  y la porosidad como los responsables de la variación del valor de la conductividad hidráulica, teniendo en cuenta la forma de las curvas obtenidas y que existen fórmulas empíricas que relacionan  $K$  con  $n$  y un diámetro característico, es que se realiza un ajuste bilineal, teniendo en cuenta que:

$$K = \alpha' n^a d_{20}^b \quad (4.2)$$

donde  $n$  corresponde a la porosidad,  $\alpha'$  a una constante a determinar,  $a$  y  $b$  coeficientes a determinar y  $K$  la conductividad hidráulica. Considerando que se tiene un set de datos de la forma:

$$\log(K_i) = \log(\alpha') + a \cdot \log(n_i) + b \cdot \log(d_{20i}) \quad (4.3)$$

en donde el subíndice  $i$  representa el resultado de una modelación distinta. Por lo tanto el problema a resolver es el siguiente:



$$\begin{bmatrix} K_i \\ \vdots \\ \vdots \\ K_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \log(n_i) & \log(d_{20i}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \log(n_n) & \log(d_{20n}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \log(\alpha) \\ a \\ b \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Resolviendo el problema de manera matricial, se obtiene:

$$\vec{Y} = X \cdot \vec{b} \quad (4.5)$$

en donde  $\vec{Y}$  corresponde al vector con los valores de conductividad hidráulica obtenidos con el modelo,  $X$  a la matriz con los coeficientes obtenidos con los datos de los modelos y  $\vec{b}$  el vector con los coeficientes buscados. Luego la solución corresponde a:

$$\vec{b} = X^{-1} \cdot \vec{Y} \quad (4.6)$$

En la Figura 4.8 se observa en rombo los modelos realizados para distintos niveles de confinamiento y  $S_d = [0.0 \ 0.17 \ 0.34 \ 0.51 \ 0.68]$ , en línea continua la ecuación propuesta, en línea punteada la ecuación de Slichter ambas para valores de  $n = [0.40 \ 0.35 \ 0.30 \ 0.25 \ 0.20]$ .

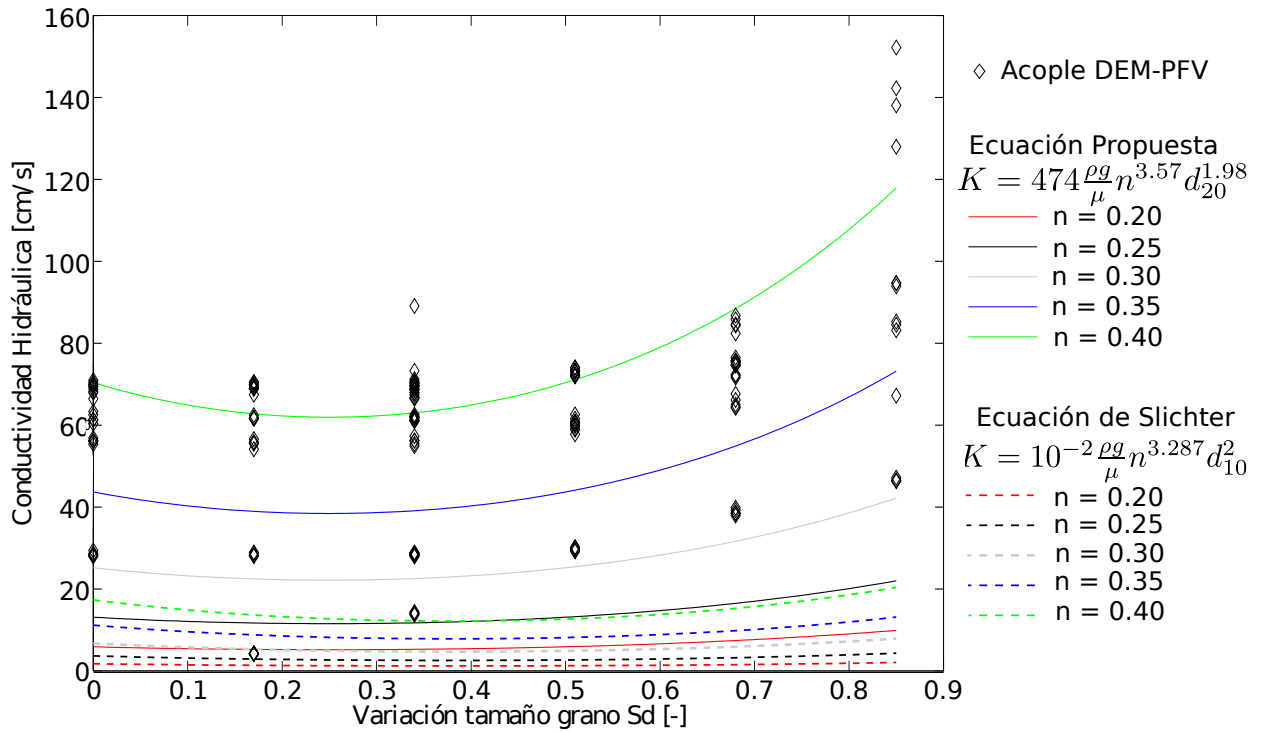


Figura 4.8: Conductividad hidráulica vs  $S_d$ , para distintos tensiones de confinamiento [Pa].

Se obtienen los siguientes valores de los coeficientes:  $\alpha' = 46526000$ ,  $a = 3,57$  y  $b = 1,98$ , se utiliza el formato de las ecuaciones de la Tabla 3.2 por lo que  $\alpha = 474 \frac{\rho g}{\mu}$ . Con lo que la expresión propuesta para  $K$  en función de la porosidad y el diámetro característico  $d_{20}$ , obtenida con los modelos numéricos ,realizados es la siguiente:

$$K = 474 \frac{\rho g}{\mu} n^{3,57} d_{20}^{1,98} \quad (4.7)$$

De la Figura 4.8 no se pueden obtener muchas conclusiones, debido a que las porosidades son distintas para la misma tensión de confinamiento, pero se observa cómo el confinamiento y la disminución de la porosidad como consecuencia, son los factores de mayor importancia para el rango de Sd en estudio. En base a esta observación es que se realiza un set de modelaciones para porosidad fija y el mismo rango de Sd.

En la Figura 4.9 se muestra los resultados de modelos con los mismos valores de los parámetros físicos, pero con porosidades fijas de  $n=[0.40 \ 0.35 \ 0.30 \ 0.25 \ 0.20]$ . Se propone una ecuación a través de ajuste bilineal para los resultados obtenidos, graficada en línea continua y en línea punteada la ecuación de Slichter.

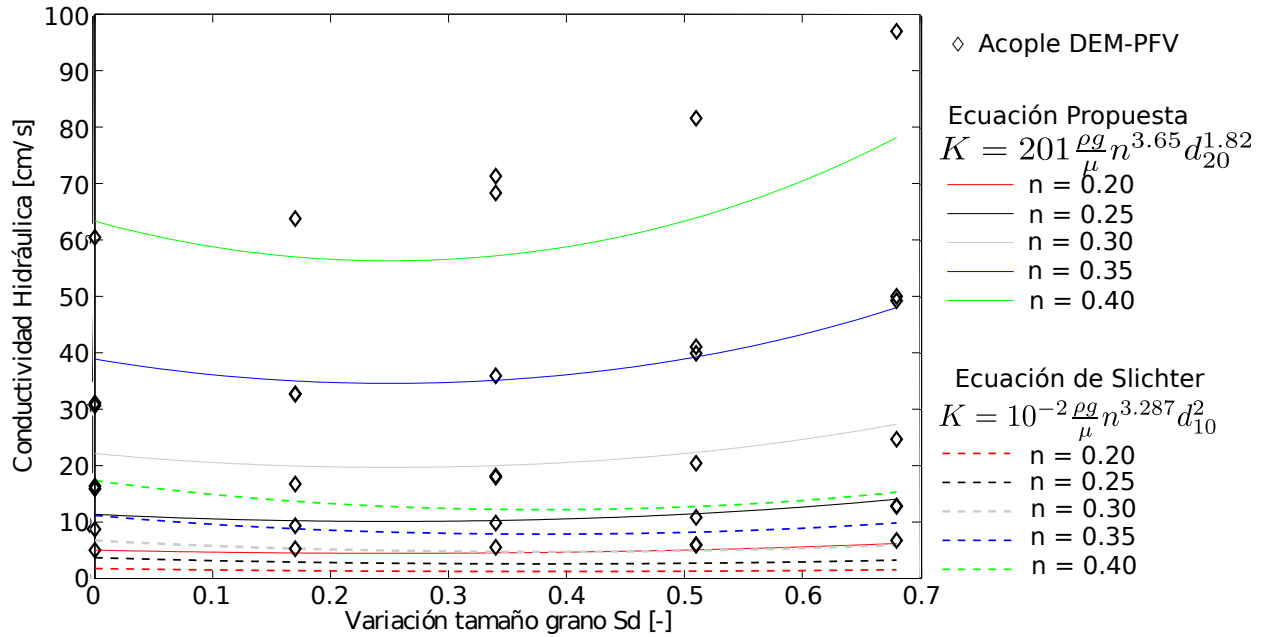


Figura 4.9: Conductividad hidráulica vs Sd, para distintos tensiones de confinamiento [Pa].

Se obtienen los siguientes valores de los coeficientes:  $\alpha' = 19779000$ ,  $a = 3,65$  y  $b = 1,82$ , analogo al caso anterior  $\alpha = 201 \frac{\rho g}{\mu}$ . Con lo que la expresión propuesta para  $K$  en función de la porosidad y el diámetro característico  $d_{20}$ , obtenida con los modelos numéricos realizados es la siguiente:

$$K = 201 \frac{\rho g}{\mu} n^{3,65} d_{20}^{1,82} \quad (4.8)$$

De la Figura 4.9 se puede afirmar que el ajuste concuerda con los resultados del modelo y que la expresión propuesta se ajusta mejor en las vecindades del centro de gravedad de las mediciones. También se observa de forma clara el efecto de la variación de la porosidad. En el gráfico se pierde el efecto del diámetro característico para porosidades pequeñas, el cual es menor conforme disminuye la porosidad.

Las afirmaciones anteriores se sustentan en el siguiente análisis. Dada la ecuación propuesta y teniendo en cuenta que  $d_{20}, n < 1$ , la razón entre el efecto de la porosidad y el del diámetro característico se expresa como:

$$\frac{n^{3,65}}{d_{20}^{1,82}} \implies \frac{\varphi \cdot 10^{-\eta}}{\beta \cdot 10^{-d}} = \varphi/\beta \cdot 10^{d-\eta} \quad (4.9)$$

En donde  $\varphi$  y  $\beta$  son constantes  $\eta$  y  $d$  los exponentes asociados a la porosidad y al  $d_{20}$  respectivamente. Por otro lado reemplazando de forma análoga la ecuación propuesta se obtiene que:

$$K = \gamma n^a d_{20}^b \implies K = \varphi/\beta \cdot 10^{-\eta-d} \quad (4.10)$$

Con estos dos elementos se plantea que si  $d - \eta > 0$  entonces  $d > \eta$  y por lo tanto el diámetro característico es el que domina el fenómeno.

Para el rango estudiado, el valor de  $\eta$  logra aumentar una unidad, lo que significa que la influencia de la porosidad logra variar un orden de magnitud la conductividad hidráulica. Para conseguir el mismo efecto, el diámetro característico debe variar medio orden de magnitud. Por lo tanto, si bien el diámetro característico es quien domina el fenómeno, el rango de estudio no es suficiente para mostrarlo gráficamente.

# Capítulo 5

## Esfuerzos del esqueleto de suelo y efectos del flujo

### 5.1. Introducción

En el presente capítulo se analizaron características de distintas configuraciones de suelos, para definir cómo es la distribución de fuerzas en el paquete de suelo y estudiar cómo el fluido afecta dicha distribución. Dentro de los cambios más relevantes, se activaron los módulos de cálculo que permiten agregar los efectos viscosos normales y tangenciales al paquete de flujo. Esto permite que el modelo represente de mejor manera la realidad, resolviendo con mayor detalle la transferencia de momentum desde el fluido hacia el sólido; también se disminuye el intervalo de actualización de la malla de fluido. Por otro lado se rectifica el valor del módulo de Young a  $10^7$  [Pa].

Se define  $R$  como el cociente entre el diámetro máximo y el diámetro mínimo ( $R = \frac{D_{max}}{D_{min}}$ ) y  $R1$  como el cociente entre el  $D_{85}$  y el  $D_{15}$  ( $R1 = \frac{d_{85}}{d_{15}}$ ). Se construirán granulometrías extendidas para distintos valores de  $R$  utilizando distintas metodologías. Se realizan 4 tipos de modelos, primero se construyen modelos bimodales estratificados, estos consisten en estratos de esferas gruesas sobre estratos de esferas finas dispuestos horizontalmente. En segundo lugar se crean modelos uniformemente distribuidos con características similares a los modelos utilizados en el Capítulo 4. En tercer lugar se analizan granulometrías reales y por último modelos bimodales no estratificados. Es importante mencionar que para los modelos bimodales, no se calculó  $R1$ .

En la Figura 5.1 se observa en a) un modelo bimodal estratificado de 6 capas uniformemente distribuidos para un valor de  $Sd=0.17$  y la razón entre los granos gruesos y los granos finos es  $R=4.6$ . Luego en b) se presenta un modelo uniformemente distribuido para un  $R_{mean} = 3$

[ $mm$ ],  $R = 5,15$ ,  $R_1 = 1,57$  y un  $Sd=0.68$ . Por ultimo en c) se observa un modelo bimodal no estratificado con un  $Sd=0.51$  y un  $R=5$ . En la Figura, el color rojo indica esfuerzos normales altos y el azul esfuerzos normales cercanos a cero (en escala logarítmica, por lo tanto significan ordenes de magnitud de diferencia). La intención es mostrar su distribución espacial, no valores. En a) se aprecia el confinamiento del muro en la parte superior (gran cantidad de esferas pequeñas de color rojo), se observa también que las esferas finas no pueden migrar entre los estratos, lo que se expresa en la existencia de estratos y concentraciones de esferas pequeñas en el sector medio y cercano a las esquinas del paralelogramo. La mayoría de las esferas finas reposan sobre las esferas gruesas y no transmiten esfuerzo normal (color azul). El confinamiento se encuentra en proceso, pero las esferas ya habían alcanzado el reposo luego de acomodarse por efecto de la gravedad. En b) no es tan notorio un camino preferencial, pero se observa que las esferas pequeñas transmiten menores esfuerzo, por ultimo en c) es claro cómo la tensión es transmitida en su mayoría por los granos de mayor tamaño.

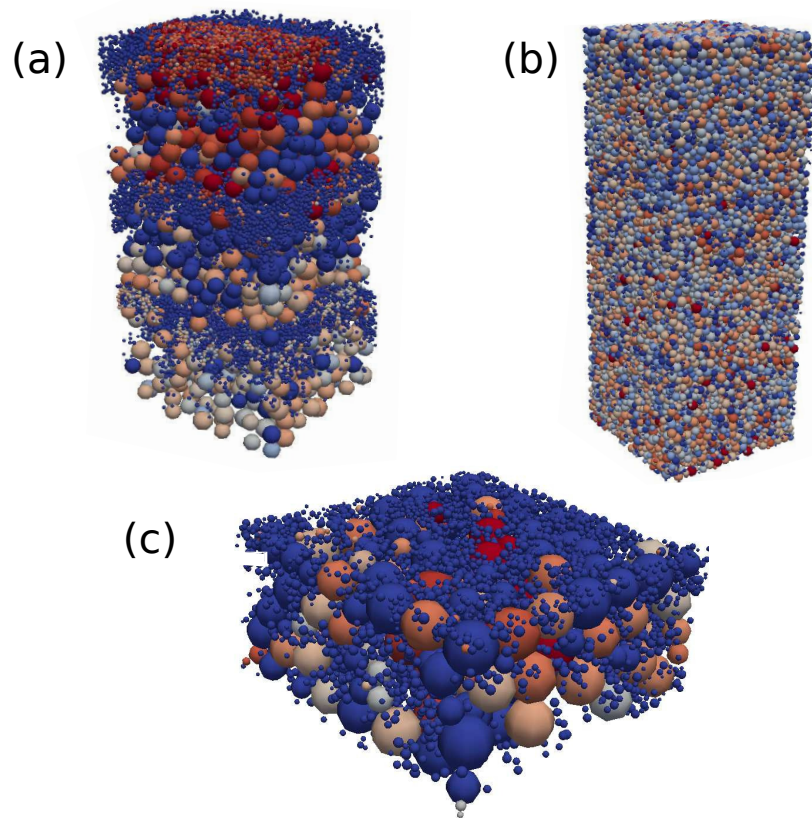


Figura 5.1: (a) Modelo Bimodal estratificado de 6 capas y  $R=4.6$  (con cada capa uniformemente distribuida  $Sd=0.17$ ), (b) Modelo uniformemente distribuido para un  $R_{mean} = 3$  [ $mm$ ],  $R = 5,15$ ,  $R_1 = 1,57$   $Sd=0.68$  y (c) Modelo Bimodal PSD  $Sd=0.51$  y un  $R=5$ .

## 5.2. Modelos bimodales estratificados

Se realizan modelos estratificados para distintos valores de R, porque se busca obtener paquetes de suelo con la configuración "*Layer wise*" (por capas) (To et al. 2015) o alguna similar. En primera instancia poseen 6 estratos y luego se aumentan a 12. Los estratos se sobrepone entre sí, partiendo con uno grueso, luego uno fino y así sucesivamente hasta completar el número correspondiente. La razón de altura entre los paquetes finos y gruesos es de 1:4 para que la cantidad de esferas finas no sea tan grande. Con respecto a los modelos anteriores las dimensiones se reducen para disminuir costos computacionales, hasta encontrar la configuración de suelo definitiva. Estos modelos son principalmente de carácter exploratorio ya sea de propiedades, comportamientos o factibilidad de construcción.

Para verificar de forma cuantitativa la distribución de fuerzas en los paquetes de suelo es que se define el porcentaje de fuerzas promedio transportado por las esferas finas,  $G_{fm}$ , esto corresponde al cociente entre la sumatoria del módulo de las fuerzas transportadas por las esferas finas,  $F_{fino}$  y el número de esferas finas,  $n_{fino}$ , dividido por la sumatoria del esfuerzo promedio fino y el esfuerzo promedio grueso,  $F_{grueso}/n_{grueso}$ . De forma análoga se obtiene  $G_{gm}$ . Con la expresión  $O.forces.f(i)$  se extrae del modelo el vector de fuerzas de cada partícula tal como se muestra en 5.1.

$$G_{fm} = \frac{F_{fino}/n_{fino}}{F_{fino}/n_{fino} + F_{grueso}/n_{grueso}} \quad G_{gm} = \frac{F_{grueso}/n_{grueso}}{F_{fino}/n_{fino} + F_{grueso}/n_{grueso}} \quad (5.1)$$

$$F_{fino} = \sum_{i=0}^{n_{fino}} |O.forces.f(i)| \quad F_{grueso} = \sum_{i=0}^{n_{grueso}} |O.forces.f(i)| \quad (5.2)$$

En la Figura 5.2 se observa en azul  $G_{fm}$  y en magenta  $G_{gm}$ . El primer tramo corresponde a la estabilización luego de caer por efecto de la gravedad (alrededor de las 16.000 iteraciones), en el primer peak se observa el efecto del confinamiento, ya que el estrato superior corresponde a esferas finas, pero conforme aumenta la tensión de confinamiento las esferas de mayor tamaño son las que transportan la mayor cantidad de fuerza (entre la iteración 17.000 y 38.000 aproximadamente), luego el paquete de suelo es descomprimido para verificar el carácter reversible del proceso (entre la iteración 38.000 y 43.000 aproximadamente). El segundo valle corresponde a un confinamiento realizado a una menor velocidad, se descomprime con el mismo módulo de velocidad, pero en sentido contrario (entre la iteración 56.000 y 80.000 aproximadamente). Posterior a la iteración 80.000 se observa el efecto de la diferencia de presión, se manifiesta cualitativamente como peaks cuando se aumenta su magnitud de forma considerable, entre uno y tres ordenes de magnitud. Se asume que el momentum se transfiere a las esferas de menor tamaño incluso desplazandolas, aumentando de forma momentánea el esfuerzo transportado por las esferas finas. Los escalones del último tramo corresponden a compresiones rápidas discontinuas (desde la iteración 100.000).

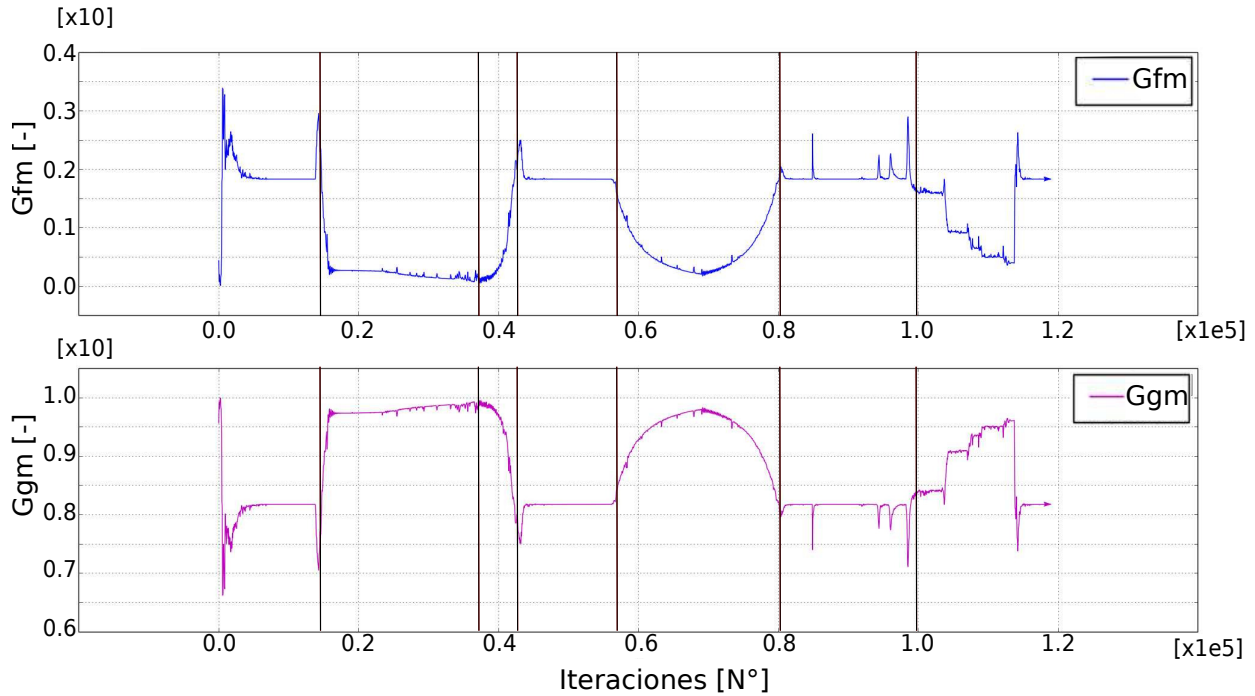


Figura 5.2: Porcentaje de esfuerzo promedio de los granos finos ( $G_{fm}$ ) y de los granos gruesos ( $G_{gm}$ ) en función del tiempo expresado en número de iteraciones.

Se registraron los resultados para cinco simulaciones bimodales de 6 capas para valores de  $R=[1.0, 1.5, 2.0, 4.6, 5.5]$  obteniendo los resultados en la posición de equilibrio, que se muestran en la Figura 5.3. Se observa un rápido aumento del porcentaje de carga transportado por las esferas gruesas en el primer tramo entre  $R = 1$  y  $R = 1,5$ , luego aumenta de forma monótona creciente conforme aumenta  $R$ , pero con una pendiente menor al primer tramo. Al ser un modelo bimodal se tienen solo 2 tamaños de partícula y la suma  $G_{fm} + G_{gm} = 1$ . Llama la atención que para el caso  $R=1$ ,  $G_{fm} \neq G_{gm} \neq 0,5$

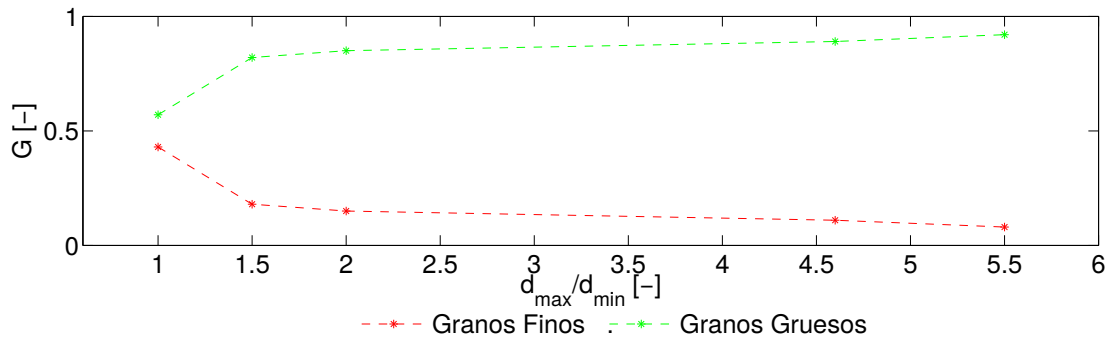


Figura 5.3: Porcentaje de transmisión de Fuerzas promedios en función de  $R$ .

En los modelos realizados las esferas se depositan por efecto de la gravedad y quedando en la posición de equilibrio (los desplazamientos de las esferas finas y gruesas son casi nulos). No se realiza confinamiento del paquete de esferas debido a que para valores de  $R$  mayores a 4.6 las esferas finas quedan todas en el fondo y para  $R$  menores o iguales a 4.6 las esferas no migran entre los estratos, en consecuencia no se logra la configuración de suelos por capa ("*layer Wise*"). La situación descrita produce en el segundo caso que las esferas finas del estrato superior reciban gran cantidad de carga y para los estratos inferiores los esfuerzos sean transportados en su mayoría por los estratos de esferas gruesas, distorsionando los resultados, ya que existe una gran cantidad de esferas finas cargadas. Se intentó corregir el problema aumentando el número de estratos a 12 y disminuyendo su ancho, pero este cambio no soluciona el problema.

En la Tabla 5.1 se presenta un resumen con las características de un modelo bimodal estratificado de 6 capas, detallado por estrato. Se muestra la cantidad de elementos, el volumen total de las esferas y su masa considerando una densidad del suelo  $\rho_s = 2600 \frac{Kg}{m^3}$ .

Tabla 5.1: Descripción modelo bimodal 6 capas  $R1=4.6$   $Sd=0.17$ .

capa [ $n^\circ$ ]	Tipo	elementos [ $n^\circ$ ]	Volumen [ $cm^3$ ]	masa [gr]
1	grueso	618	53	138
2	fino	17260	15	40
3	grueso	595	51	133
4	fino	17218	15	39
5	grueso	611	53	138
6	fino	17514	15	40

### 5.3. Modelos uniformemente distribuidos

Se realizan permeámetros en donde el ancho basal corresponde a  $D = 30 \cdot R_{mean}$  y la altura de la muestra a  $h = 48 \cdot R_{mean}$ , para un radio promedio  $R_{mean} = 0,3$  [mm] y las distintas distribuciones granulométricas dadas por  $Sd=[0.17, 0.34, 0.51, 0.68, 0.75]$ . En esta ocasión, la diferencia de presión impuesta al fluido es pequeña  $P_i = 0,01$  [Pa], generando un menor caudal y menores velocidades, puesto que el interés radica en la distribución de esfuerzos. Se decide darle seguimiento al porcentaje de esfuerzos transmitido por las partículas mayores al tamaño D85 definido como  $F_{D85}$  y a las menores al tamaño D15 definido como  $F_{D15}$ . En esta ocasión se asume un módulo de elasticidad de Young de  $10^9$  [Pa] para las partículas, dos ordenes de magnitud mayor que en los modelos del capítulo 4. Al igual que para los modelos bimodales se calculan los esfuerzos promedios por tamaño de partícula, pero en esta ocasión se agregan los esfuerzos de las partículas que se encuentran entre el D15 y el D85 la que se denomina  $F_{resto}$ . Además  $n_{D15}$  corresponde a la cantidad de esferas menores al tamaño D15,  $n_{D85}$  a las mayores al tamaño D85 y  $n_{resto}$  a la cantidad de esferas entre el tamaño D15 y D855.



$$F_{resto} = \sum_{i=0}^{n_{resto}} |O.forces.f(i)| \quad (5.3)$$

Por tanto los parámetros quedan definidos de la siguiente manera:

$$G_{fm} = \frac{F_{D15}/n_{D15}}{F_{D15}/n_{D15} + F_{D85}/n_{D85} + F_{resto}/n_{resto}} \quad F_{D15} = \sum_{i=0}^{n_{D15}} |O.forces.f(i)| \quad (5.4)$$

$$G_{gm} = \frac{F_{D85}/n_{D85}}{F_{D15}/n_{D15} + F_{D85}/n_{D85} + F_{resto}/n_{resto}} \quad F_{D85} = \sum_{i=0}^{n_{D85}} |O.forces.f(i)| \quad (5.5)$$

En la figura 5.4 se presenta en (A) un modelo uniformemente distribuido con  $Sd=0.17$ , mientras que en (B) se muestra uno uniformemente con un  $Sd=0.85$ . La intención es mostrar este tipo de modelo y el efecto de la polidispersión en el rango de estudio.

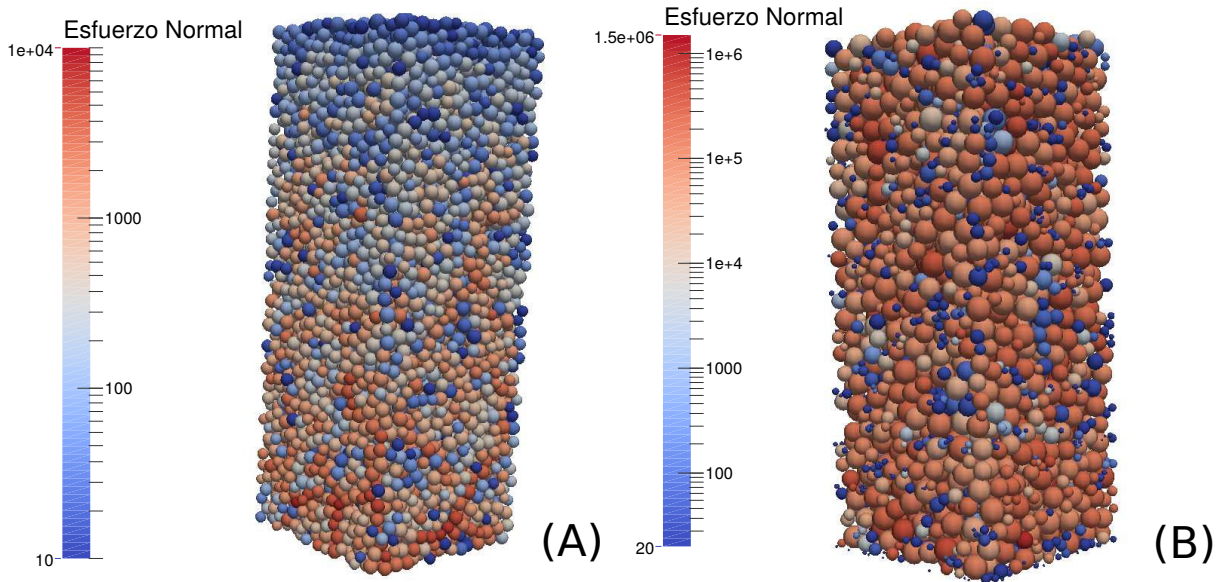


Figura 5.4: Modelos uniformemente distribuidos (a)  $Sd=0.17$  (b)  $Sd=0.85$ .

En la Figura 5.5, obtenida con los resultados que se presentan en el anexo II, se aprecia que conforme aumenta la razón  $R$  y  $R1$  los granos de menor tamaño llevan menos carga promedio del total de esfuerzo y por otro lado los granos de mayor tamaño llevan una mayor cantidad de esfuerzos promedios, lo que verifica la existencia de caminos preferenciales de transmisión de esfuerzos asociadas a los granos de mayor tamaño. Es importante aclarar que tanto el  $d_{15}$  y el  $d_{85}$ , se obtienen sumando el volumen de cada una de las esferas en orden creciente por diámetro, hasta alcanzar el 15% y 85% del volumen total de todas las esferas. Esto es análogo a la masa, ya que las esferas tienen todas la misma densidad.

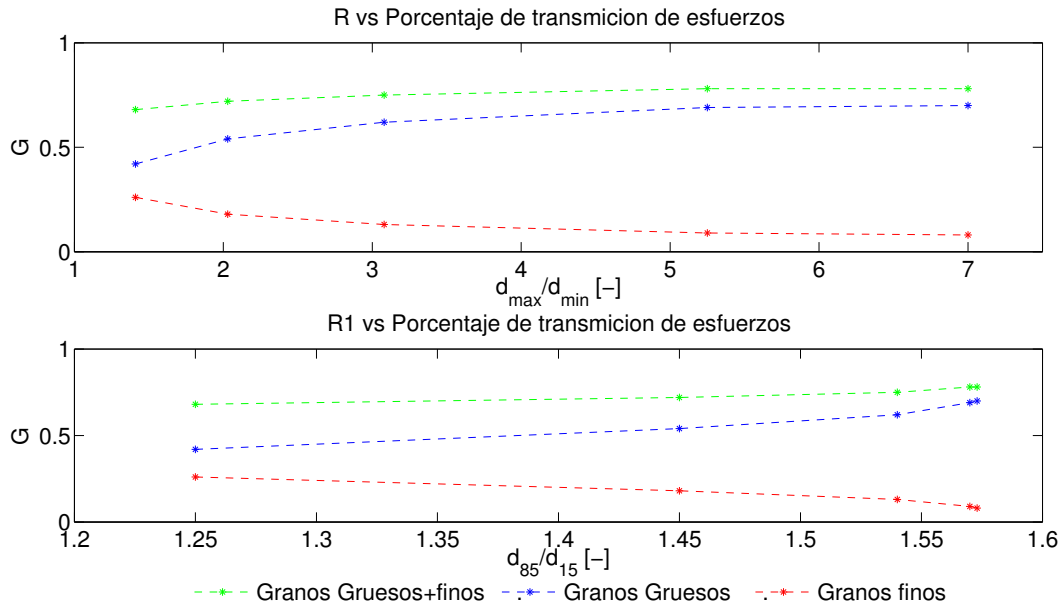


Figura 5.5: Porcentaje de transmisión de Fuerzas promedios en función de  $R$  y  $R1$ .

En estos modelos las esferas luego de depositarse por efecto de la gravedad, son confinadas por el muro superior hasta 2 [KPa]; los valores de  $G$  se extraen de la situación de equilibrio.

## 5.4. Modelos PSD (*Particle size distribution*)

Existe una herramienta para construir granulometrias reales, la que denominamos PSD. Para poder utilizarla se debe discretizar la curva granulométrica, obteniendo un vector para el porcentaje que pasa y otro para el tamaño de grano. Existe la posibilidad de distribuir por tamaño del radio o por masa. La opción de distribución por masa posee mayores costos computacionales. Se debe recalcar que el uso de distintas variantes de construcción de distribuciones de granos es porque se busca obtener una en donde los granos finos se encuentren rodeando la vecindad de los granos más gruesos, evitando la segregación, para luego verificar la existencia de las cadenas de esfuerzos y ver como responde a la acción del flujo de fluido.

### 5.4.1. Granulometrias bimodales

Se utiliza la herramienta PSD y se distribuye en torno a dos tamaños de grano, por lo que se obtiene una distribución bimodal no estratificada en donde los granos finos y los granos gruesos se encuentran homogéneamente distribuidos en el espacio. Se realizan varios modelos, encontrando migración de partículas finas para gradientes hidráulicos pequeños. Esta migración ocurre para valores de  $R$  mayores a 4.6, no obstante la forma de la curva indica que la granulometría es estable, según el criterio de estabilidad propuesto por (Kenney and Lau 1985).

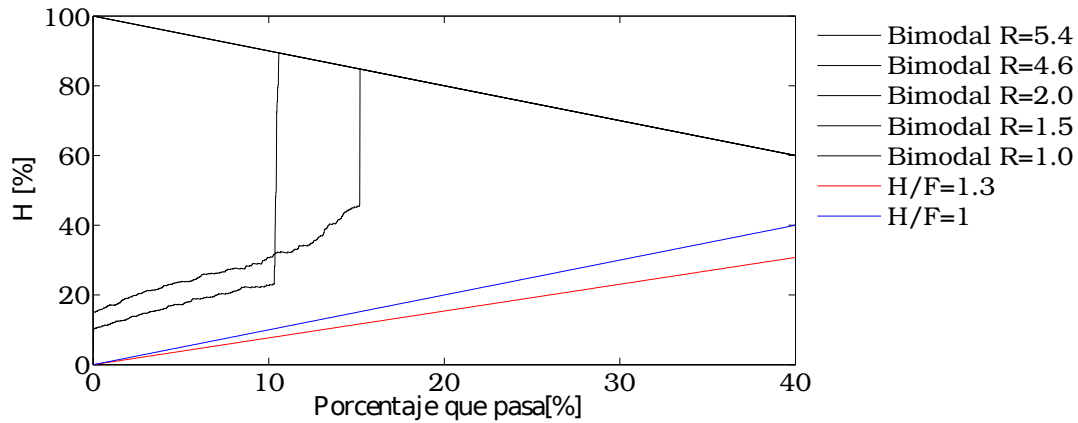


Figura 5.6: Criterio de estabilidad de Kenney and Lou para las granulometrias bimodales modeladas.

Los tamaños de los modelos van desde el orden de las 1500 esferas ( $R=1$ ) hasta las 8000 esferas ( $R=5.4$ ). Se utilizan valores de  $R=[1.0, 1.5, 2.0, 4.6, 5.4]$  a los que respectivamente se les aplica un  $Sd=[0.00, 0.05, 0.17, 0.51, 0.68]$ . En la Figura 5.7 se observa el comportamiento de la distribución de fuerza promedio en las partículas finas y en las partículas gruesas, obtenido con el anexo III. El comportamiento es prácticamente el mismo que en los casos anteriores y confirma que un porcentaje mayor de las fuerzas se transmite por los granos de mayor tamaño. En la Figura 5.8 se observa la granulometría de los 5 modelos analizados.

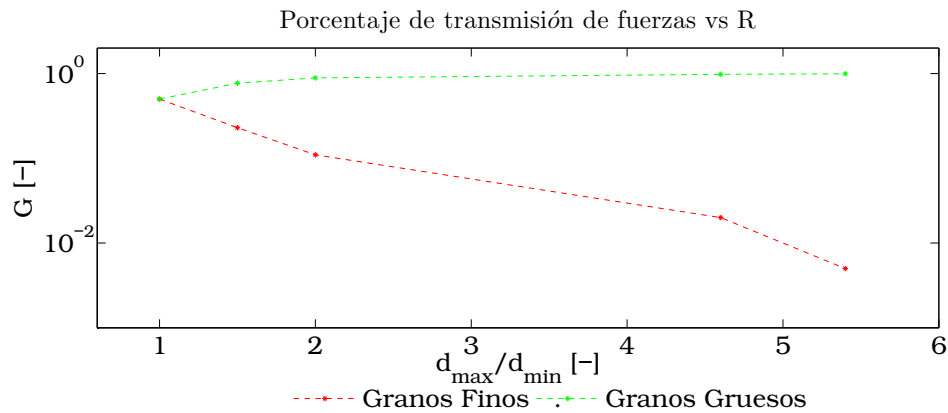


Figura 5.7: Porcentaje de transmisión de Fuerzas promedios en función de  $R$ .

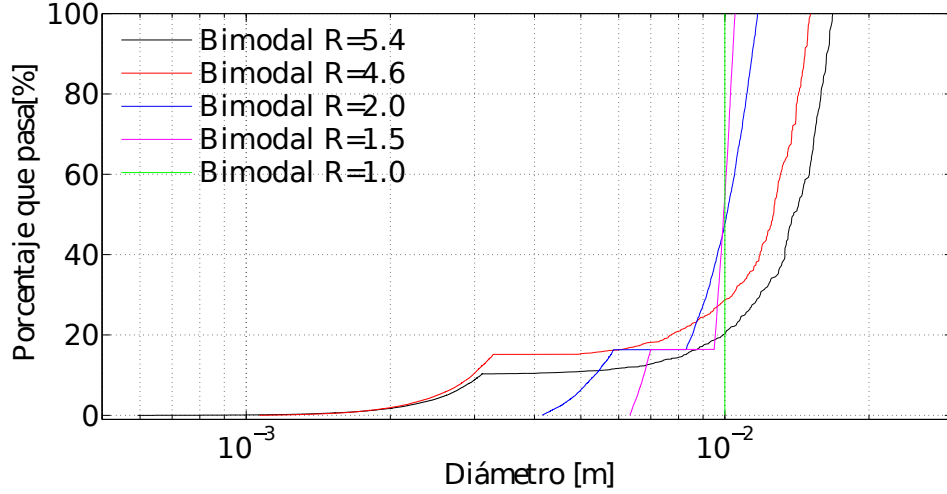


Figura 5.8: Granulometrias Bimodales.

### 5.4.2. Granulometrias reales

Se replicó la granulometría denominada C20, utilizada en experimentos de laboratorios, para obtener el gradiente hidráulico crítico, caracterizar la distribución de esfuerzos en función del tamaño de partícula y comparar los resultados con un modelo teórico propuesto (Moffat and Herrera 2014). Modelar una granulometría tan extendida presenta una serie de complicaciones. Lo primero es que el dominio debe ser de mayores dimensiones que los utilizados para que contenga todos los diámetros, debido a que existe una diferencia mayor a dos ordenes de magnitud entre la esfera de menor tamaño y la más grande. En segundo lugar el paso de tiempo es inversamente proporcional al radio de la esfera de menor tamaño a la potencia de 4 (Šmilauer and Chareyre 2010), por lo tanto realizar simulaciones con tamaños tan dispares resultó infactible con la capacidad computacional que se posee. Se eliminaron las esferas de menor y mayor tamaño, con esto el paso de tiempo crítico se logra reducir de  $5 \cdot 10^{-13}$  a  $5 \cdot 10^{-11}$  [s], pero ambos tiempos son infactibles.

La causa es que el tamaño del diámetro mínimo define el paso de tiempo crítico,  $\Delta t_{cr}$ , tal como muestra la ecuación (5.6) y el costo computacional es proporcional a la cantidad de elementos.

$$\Delta t_{cr} = \min(R_i) \sqrt{\frac{\rho_i}{\epsilon_i}} \quad (5.6)$$

Otros parámetros que determinan este paso de tiempo son  $\rho$  que corresponde a la densidad del sólido y  $\epsilon$  al módulo de elasticidad.

# Capítulo 6

## Relación entre distribución de tensiones y el gradiente hidráulico crítico

### 6.1. Introducción

Enfocado en el problema de erosión interna y su relación con la distribución de esfuerzos, en donde existe migración de la porción fina a través del suelo por efecto del paso de un flujo. Se busca caracterizar la distribución espacial y porcentual de las tensiones en el suelo, diferenciando entre la fracción fina y la gruesa. El punto que define si una partícula es gruesa o fina será el diámetro característico  $d_{15}$ . La erosión interna se produce en medios permeables que poseen granos con diferencias de tamaño suficiente para que los granos pequeños se desplacen a través de los poros de los granos grandes. Esto es para valores superiores a 4.5 del cociente entre el radio mayor con el radio menor. Para que estos granos puedan migrar debe existir una fuerza que los desplace de su condición de equilibrio. En el problema en estudio esa fuerza proviene del flujo ascendente. Para que exista flujo ascendente debe existir una diferencia de presión a lo largo del medio permeable, que en este caso es un suelo granular. De la ecuación de Darcy, utilizada en capítulos anteriores, el gradiente hidráulico se define como el cociente entre la diferencia de presión y la distancia en la que esta ocurre:

$$i = \frac{\Delta P}{\rho g \Delta L} = \frac{\Delta H}{\Delta L} \quad (6.1)$$

Para caracterizar la distribución de las tensiones se definen parámetros análogos a los utilizados en el capítulo anterior con la distribución de fuerzas. Ya se demostró que existe una distribución espacial de la transmisión de fuerzas asociada al tamaño de grano, por lo tanto existe también una distribución de esfuerzos y en consecuencia una porción de las tensiones es transportada por la fracción fina y otra por la gruesa. Obtener esto orientado a generar

un parámetro que permita calcular el gradiente hidráulico crítico utilizando el concepto introducido por (Skempton and Brogan 1994). El gradiente hidráulico crítico corresponde al punto en el cual la velocidad del fluido deja de comportarse de forma lineal con el gradiente hidráulico y se aprecia migración de finos, por lo tanto erosión interna.

Teniendo claridad de las ventajas y limitaciones del modelo, conociendo también la capacidad computacional con la que se cuenta, se procede a realizar el ultimo set de modelaciones. Se decide replicar las granulometrías de (Skempton and Brogan 1994) y comparar sus resultados con los obtenidos utilizando el modelo numérico. También obtener un parámetro similar a  $\alpha$  introducido también por ellos, pero basado en la distribución de tensiones.

En la Figura 6.1 se observa en color azul la granulometría A seguida por la granulometría obtenida a través del modelo en color negro. Esta fue reducida para mejorar los tiempos de cómputo, posee del orden de 320.000 elementos de suelo. De color verde la granulometría B seguida en color negro por la distribución obtenida con el modelo, posee del orden de 180.000 elementos de suelo. En color magenta se observa la granulometría C y de color rojo la granulometría D que posee del orden de 90.000 elementos de suelo. Ambas presentan en color negro la granulometría modelada.

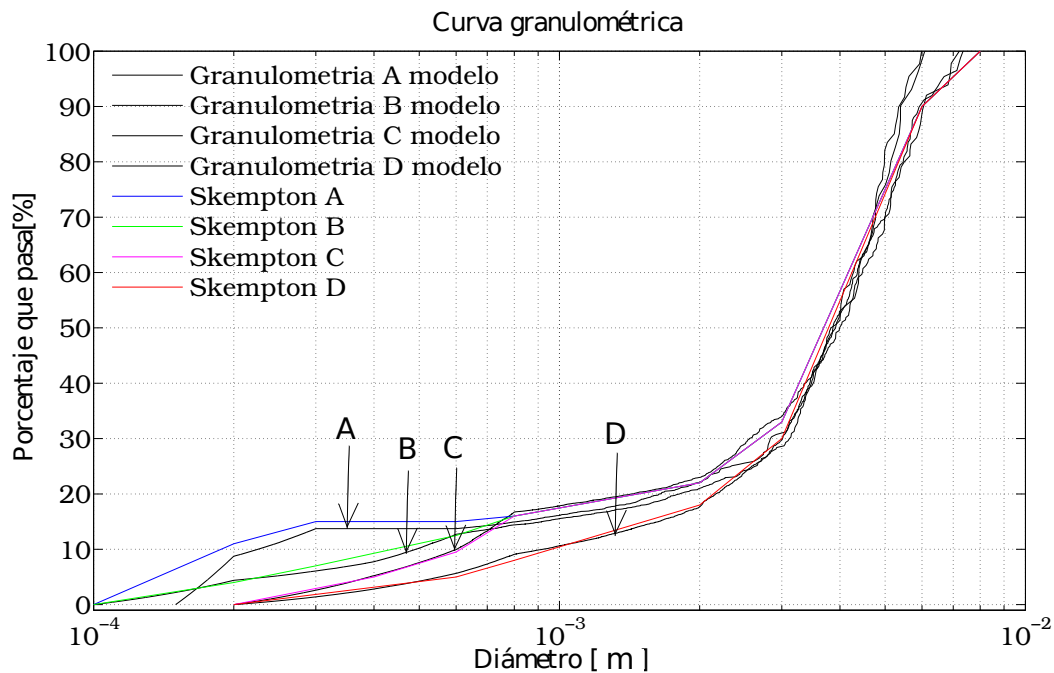


Figura 6.1: Granulometrías realizadas.

Los modelos corresponden a 4 granulometrías reales utilizadas en los experimentos de laboratorio de Skempton y Brogan. La granulometría se encuentran distribuida por masa. Los modelos son de base cuadrada de 5 [cm] y el paquete inicial posee 2 [m] de altura. Producto del algoritmo de construcción del paquete de suelo, la porosidad inicial es bastante alta, por lo que, luego de depositarse por gravedad la muestra de suelo no superará los 2 [cm]. Las muestras A y B corresponden a granulometrías inestables, mientras que C y D corresponden a suelos estables (ver anexo IV).

En la Figura 6.2 se aprecia cada uno de los modelos con las esferas en reposo. Se observa en| la magnitud del esfuerzo normal y por lo tanto la relación entre el tamaño de grano y la tensión. Se observa granos pequeños sometidos a altas cargas en (A) y (B). En (C) y (D) se obtiene una mayor altura con menos elementos. Esto sucede porque su radio mínimo es mayor al de (A) y (B), se necesitan muchos granos pequeños para ocupar el mismo volumen.

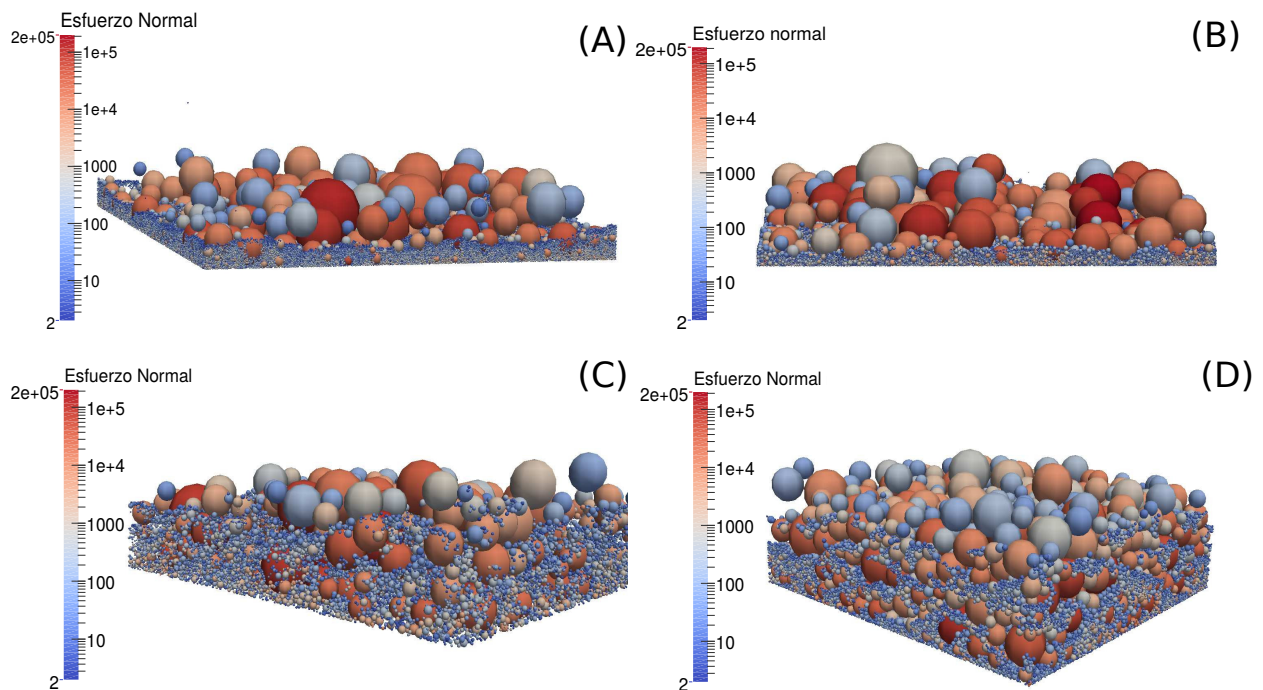


Figura 6.2: Granulometrías reales simuladas computacionalmente.

## 6.2. Distribución de tensiones

Para caracterizar las tensiones, en primer lugar se define una expresión con la que se obtiene la razón entre la suma de las tensiones transmitida por los granos finos y la suma de las tensiones totales ( $T_f$ ) y una análoga para la suma de las tensiones de los granos gruesos ( $T_g$ ), en un arreglo de esferas 3D.

$$T_f = \tau_f / \tau_m \quad T_g = \tau_g / \tau_m \quad (6.2)$$

En donde  $\tau_f$  representa la suma de la tensión de los granos finos, menores al diámetro D15;  $\tau_g$  la suma de la tensión de los granos gruesos, con diámetro mayor a D15 y ( $\tau_m$ ) la suma de ambos.

$$\tau_g = \sum_{i=0}^{n_{grueso}} \frac{|O.forces.f(i)|}{\pi R_i^2} \quad \tau_f = \sum_{i=0}^{n_{fino}} \frac{|O.forces.f(i)|}{\pi R_i^2} \quad (6.3)$$

$$\tau_m = \tau_g + \tau_f \quad (6.4)$$

En donde  $R_i$  corresponde al radio del elemento de suelo,  $|O.forces.f(i)|$  al modulo de la fuerza a la que se encuentra sometido el grano, es un vector que contiene el modulo de la fuerza en las tres componentes cartesianas,  $n_{fino}$  a la cantidad de partículas finas con diámetro menor al D15 y  $n_{grueso}$  a la cantidad de esferas gruesas mayores al diámetro D15.

Se definen dos parámetros más, uno es  $\alpha$ , que es el cociente entre la suma de esfuerzos transportados por los granos gruesos y la suma de los esfuerzos transportado por los granos finos. El segundo es  $\beta$  y corresponde al cociente entre la tensión promedio de los granos gruesos y la tensión promedio de los granos finos.

$$\alpha = \tau_g / \tau_f \quad \beta = \frac{\tau_g}{n_{grueso}} / \frac{\tau_f}{n_{fino}} \quad (6.5)$$

En la Tabla 6.1 se presenta el resumen con los resultados de los parámetros propuestos para las 4 granulometrías modeladas. Se incluye una fila con el valor de  $(\alpha \cdot \beta)$  y una con el valor del gradiente hidráulico critico calculado por Skempton ( $i_c Skempton$ ).

Tabla 6.1: Resumen de los resultados de análisis de tensiones.

Parámetro / granulometría	A	B	C	D
$T_f$	0.980	0.973	0.891	0.894
$T_g$	0.0204	0.0269	0.108	0.105
$\alpha$	0.0209	0.0276	0.122	0.118
$\beta$	13.66	12.38	4.49	8.53
$1/\beta$ [%]	7.3	8.1	22.2	11.7
$i_c$ Skempton	0.20	0.34	1.0	1.0



De la Tabla 6.1 se desprende también que las granulometrías estables (C y D) poseen un valor de  $(\alpha)$  un orden de magnitud mayor que las inestables (A y B), por lo tanto se puede aseverar que en las granulometrías inestables, los finos transmiten mayor cantidad del total de las tensiones. Se observa que A y B presentan un valor de  $\beta$  mayor a 10, lo que significa que las tensiones promedio de los granos gruesos son mayores en un orden de magnitud a las tensiones promedio de los finos. Se observa también que los valores de  $(1/\beta)$  mayores que 10 corresponden a las granulometrías inestables, mientras que los menores de 10 a las estables. Se puede decir que existe una tendencia entre los resultados y el nivel de estabilidad del suelo. Interesante es mencionar que para el experimento con la granulometría C, Skempton obtiene que el flujo turbulento comienza para un  $i_c = 0,55$  ( $R_e > 5$  para el  $d_{15}$ ).

Frente a los resultados obtenidos, se decidió darle seguimiento directo a la relación entre tensiones y diámetro. Se normaliza las tensiones de cada granulometría por el valor promedio de la tensión y los diámetros son normalizados por el tamaño de su diámetro D15. En la Figura 6.3 se muestra el logaritmo de la tensión normalizada en función del logaritmo del diámetro normalizado, para las 4 granulometrías modeladas.

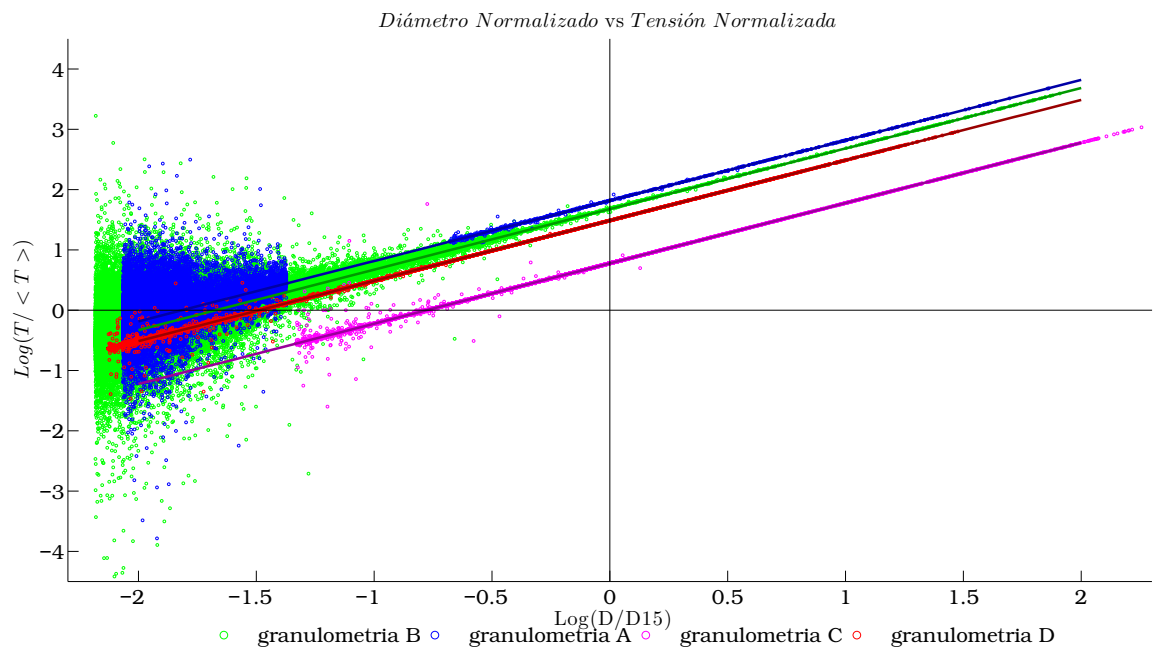


Figura 6.3: Gráfico Tensión normalizada por el promedio versus tamaño de grano normalizado por D15.

En la Figura 6.3 se observa una tendencia lineal en el comportamiento de los resultados. Para cada una de las granulometrías se propone realizar un ajuste del siguiente tipo:

$$\log\left(\frac{T}{\langle T \rangle}\right) = m \cdot \log\left(\frac{d}{d_{15}}\right) + \log(C) \quad (6.6)$$

$$\frac{T}{\langle T \rangle} = C \cdot \left(\frac{d}{d_{15}}\right)^m \quad (6.7)$$

En donde  $T$  corresponde a la tensión,  $\langle T \rangle$  a la tensión promedio,  $m$  a la pendiente de la recta,  $d$  el diámetro del grano,  $d_{15}$  el diámetro característico D15 y  $C$  el coeficiente de posición:

$$m = \frac{\Delta \log\left(\frac{T}{\langle T \rangle}\right)}{\Delta \log\left(\frac{d}{d_{15}}\right)} \quad (6.8)$$

En la Figura 6.3 se aprecia dispersión en la zona de diámetros pequeños en las granulometrias inestables (A y B), la existencia de tensiones mucho menores a la promedio y además alejadas de la tendencia, muestran la existencia de granos finos con poca carga y por tanto con posibilidad de migrar. Producto de esta hipótesis es que se calcula el error cuadrático medio y el error absoluto promedio:

$$ECM = \frac{1}{n} \sum_i^n (T_{(d)} - T)^2 \quad EAP = \frac{1}{n} \sum_i^n (T - T_{(d)}) \quad (6.9)$$

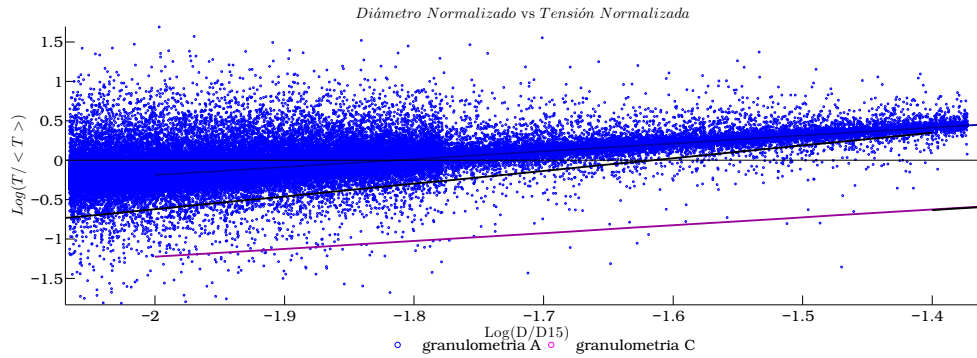
en donde  $n$  corresponde a la cantidad de esferas,  $T_{(d)}$  al valor de las tensiones normalizadas ajustadas linealmente en función del diámetro de partícula normalizado  $d$  y  $T$  a los valores de la tensión normalizada. Se calcula también la pendiente de la recta envolvente de la dispersión en la zona inferior a la curva ajustada ( $m_f$ ), nuevamente bajo el supuesto que a bajas tensiones en granos finos, existe la posibilidad de migrar.

De la Tabla 6.2 se obtienen conclusiones interesantes, la primera es que la pendiente de todas las curvas es la misma y es igual a 1. Esto confirma que la relación entre el diámetro y la tensión es lineal en las zonas donde se ajusta a la curva y descarta la hipótesis de la dispersión de los datos como un indicador de estabilidad preciso. Por otro lado es bastante el valor entre las granulometrías estables e inestables difiere en 4 órdenes de magnitud. Por último, a la diferencia entre la pendiente de la curva que ajusta a la serie de datos ( $m$ ) y la pendiente de la envolvente de la nube de datos que se escapan de la recta ( $m_f$ ), denominada  $m_i$ , se le aplica la operación inversa al logaritmo. Este parece ser un indicador bastante preciso para el gradiente hidráulico crítico y se asocia a qué tan no-lineal es el comportamiento de la envolvente de la dispersión, si  $m_i = 0$  implica comportamiento lineal.

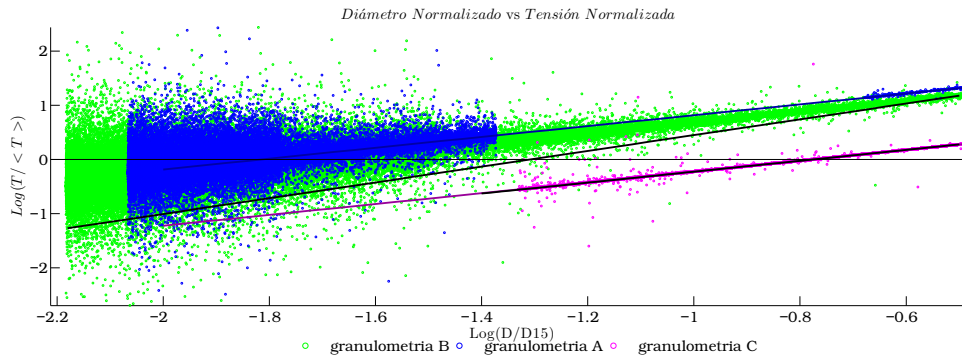
Tabla 6.2: Resumen de los resultados de ajuste lineal.

Parámetro / granulometría	A	B	C	D
$C$	1.816	1.676	0.770	1.486
$m$	1	1	1	1
$m_f$	1.618	1.456	1.077	1.003
$m_i = m - m_f$	-0.618	-0.456	-0.077	-0.003
$ECM$	0.0167	0.0486	1.3e-4	1.7e-4
$EAP$	0.0153	0.0432	7.8e-4	6.2e-5
$10^{m_i}$	0.241	0.350	0.983	0.993
$i_c$ Skempton	0.20	0.34	1.0	1.0

En la Figura 6.4 se muestra un zoom a las zonas de dispersión de datos de las granulometrías A y B, correspondiente a los diámetros menores. Por un lado se encuentran sometidos a muy poca tensión, por tanto son susceptibles a migrar y por otro lado se encuentran sometidos a tensiones incluso mayores a un orden de magnitud por sobre la tensión promedio.



(a) acercamiento a zona de dispersión granulometría A.



(b) acercamiento a zona de dispersión granulometría B.

Figura 6.4: Pendientes de las envolventes de la zona inferior de dispersión de datos.

### 6.3. Aspectos computacionales

Los modelos de este capítulo se realizaron en un computador quad core, de 8 núcleos de 3.6 [GHz], 16 [GB] de memoria RAM. Todo el trabajo de título se realizó utilizando el sistema operativo Ubuntu. En la Tabla 6.3 se muestra un resumen con algunas datos sobre los modelos realizados en este capítulo.

Tabla 6.3: Resumen de las modelaciones.

Parámetro / granulometría	A	B	C	D
Elementos [ $n^o$ ]	332420	182103	114870	81915
Iteraciones [ $n^o$ ]	3854900	4828107	2995707	3865050
Tiempo modelado [ $s$ ]	4.87	4.23	4.34	5.77
Tiempo Real [ $h$ ]	703	509	306	234
Núcleos [ $n^o$ ]	3	3	3	3

# Capítulo 7

## Conclusiones

### 7.1. Construcción del modelo

El objetivo general se considera cumplido. Se realiza una gran cantidad de simulaciones de un flujo ascendente, pasando por un medio granular representado por esferas. El software utilizado es *YADE* acoplado el DEM para las partículas y el PFV para discretizar el dominio de fluido. El funcionamiento correcto de los códigos escritos en lenguaje de Python (Scripts) se consigue con la programación de objetos adicionales que permiten controlar las simulaciones, condiciones de contorno y condiciones iniciales.

Se logra crear un conjunto variado de granulometrías, partiendo por las de un solo tamaño de grano y posteriormente, con un conjunto de uniformemente distribuidas. Luego de estudiadas los efectos de distintos factores sobre la conductividad hidráulica, tales como el confinamiento, la porosidad, el tamaño de grano y la polidispersión, se logran crear granulometrías bimodales estratificadas y no estratificadas, e incluso se intenta replicar granulometrías ensayadas en el Laboratorio de Hidráulica Francisco Javier Domínguez de la FCFM, pero la capacidad computacional fue una limitante al momento de seguir experimentando con ellas. Si bien se fracasa con la granulometría C20, principalmente por la presencia de granos muy finos, es posible construir las granulometrías A, B, C y D que utilizan Skempton y Brogan (1994) en sus experimentos.

Una deficiencia es que el problema no se abordó de manera adimensional, por tanto si se quisiera escalar los granos para disminuir los costos computacionales o aumentar el paso de tiempo crítico, el resto de las variables que definen el fenómeno como la viscosidad, la densidad, el gradiente hidráulico y coeficiente de elasticidad, no escalan de la misma forma.

En cuanto a la variación de las condiciones iniciales y de contorno, también se considera cumplido el objetivo, dado que se logra variar el gradiente hidráulico, la granulometría y el nivel de confinamiento. Lo anterior permite obtener conclusiones acerca del comportamiento de la conductividad hidráulica, validar el modelo para los fines que se utilizó y verificar el comportamiento del esqueleto de suelo.

## 7.2. Validación del modelo y conductividad hidráulica

Se verifica que los resultados arrojados por el modelo para la conductividad hidráulica se comporta como una ley de potencia,  $K = Cd^n$ , para paquetes de esferas del mismo tamaño. Se compara los valores obtenidos con una serie de formulas empíricas. Los resultados de la modelación se ubican como un límite superior para las formulas empíricas revisadas. La variación entre los valores entregados por el modelo y las expresiones empíricas es del mismo orden de magnitud. Los resultados del modelo se ajustan a los obtenidos con la ecuación de Shepherd (1989) para suelos granulares de textura madura. Una de las principales razones de que los resultados de la modelación se ajuste a esta ecuación son las nulas condiciones de confinamiento de los modelos y la similitud de sus características físicas.

Se encuentra una fuerte dependencia del valor de la conductividad hidráulica con la porosidad y a su vez de ésta con el nivel de confinamiento. La porosidad depende de dos: factores la distribución granulométrica y el confinamiento, siendo el segundo el dominante en los casos estudiados. La conductividad hidráulica también posee una dependencia con la distribución granulométrica que se expresa en un diámetro característico. Producto de los resultados del análisis, se utiliza el  $d_{20}$ , debido a su comportamiento cuadrático. A niveles de confinamiento del orden de los 25 [KPa], los resultados de los modelos se ajustan a las ecuaciones de Hazen y Beyer, para confinamientos mayores a la de Slichter y Terzaghi. Esto se debe a que los confinamientos se asemejan a las condiciones de las pruebas de laboratorio con las cuales estos investigadores obtienen sus fórmulas empíricas.

Del análisis bilineal se confirma que la conductividad hidráulica es proporcional a una componente asociada a la porosidad y a otra asociada a un diámetro característico. Se obtiene una expresión para el set de modelaciones asociadas a un confinamiento específico y otra para el set de modelaciones con porosidad fija. En ambos casos, para un rango de valores de  $Sd$ , que implica un  $d_{20}$  diferente. Los tres parámetros calculados, es decir, la constante proporcional ( $\alpha'$ ), el exponente asociado a la porosidad ( $a$ ) y el exponente asociado al diámetro característico ( $b$ ) escalan las curvas. El valor del exponente del diámetro es el más sensible, aunque el de porosidad es mas influyente en el rango de polidispersión en estudio, a diferencia de la constante de proporcionalidad, que produce fluctuaciones importantes con

ordenes de magnitud  $10^6$ . Finalmente si se desea calibrar una ecuación para representar paquetes de suelos granulares confinados, es conveniente obviar los resultados asociados a las porosidades altas.

La porosidad domina aparentemente el fenómeno. Esto es producto del aumento del confinamiento, que genera una variación en la porosidad mucho mayor que la variación que se produce en el diámetro característico. Para igualar el efecto el diámetro debe variar medio orden de magnitud (5 veces su tamaño) y en el rango de estudio varía solo un 10 %. Finalmente el diámetro característico es el término de mayor peso.

En cuanto al software como herramienta para estimar la conductividad hidráulica, se puede obtener los valores para suelos granulares sintéticos con el mismo tamaño de grano. Se puede obtener una expresión para calcular la conductividad hidráulica para un tamaño fijo, sometido a distintos confinamientos y a ciertos rangos de polidispersión.

### 7.3. Distribución de esfuerzo

Se logra identificar cadenas de esfuerzos en forma cualitativa y se puede verificar el supuesto de transmisión de esfuerzos principales a través de los granos de mayor tamaño. Se logra observar la distribución del porcentaje de fuerza promedio en los granos finos y en los granos gruesos, en función del tiempo, verificar cualitativamente los efectos del flujo y el confinamiento en la distribución de este esfuerzo promedio.

Para modelos bimodales y uniformemente distribuidos, se observa que los valores del porcentaje de esfuerzo promedio conforme aumenta el valor de  $R$ , razón entre el grano fino y el grano grueso, es mayor para los granos gruesos y menor para los granos finos. Es decir, entre mayor diferencia existe entre el tamaño de los granos, las cadenas de esfuerzo fuertes se encuentran mejor definidas. A diferencia de los modelos bimodales, en los uniformemente distribuidos existe una cantidad de fuerza transportada por los granos intermedios, menores al  $d_{85}$  y mayores al  $d_{15}$  los cuales transportan un poco más del 30 % de la fuerza promedios totales.

Es posible crear un set de granulometrías reales con tiempos de computo factibles y del orden de magnitud de elementos que los modelos uniformemente distribuidos, debido a su extensión granulométrica no es posible realizar el acople con PFV de forma exitosa, producto de la diferencia entre el tamaño de los elementos. Los elementos de fluido no poseen una transición de tamaño adecuada y el algoritmo que crea los tetraedros con vértice en el centro de las esferas no funciona. Por tanto se deja propuesto acoplar estas granulometrías reales

con el LBM, que produce un mallado uniforme, ya que trabaja con esferas, pero que al ser de menor escala generan mayor costo computacional.

Se crean 4 granulometrías reales, utilizadas por Skempton y Brogan (1994) en experimentos de laboratorio. Si bien no es posible acoplarlas con fluido, se analiza su estado tensional. Se definen parámetros que se correlacionan con la estabilidad. Se encuentra una relación lineal entre la tensión y el tamaño de grano. Se identifica también una zona de dispersión en las granulometrías inestables, en la zona de diámetros pequeños. Se obtiene también una relación para estimar el gradiente hidráulico crítico en función de la pendiente de la curva ajustada y de la pendiente de la recta que envuelve la dispersión de datos.

Se propone como trabajo futuro encontrar un tamaño mínimo del dominio, combinación de área y altura, en las que se cumpla la distribución de tensiones. Esto para disminuir la cantidad de elementos y poder acoplar granulometrías complejas con un dominio de fluido, pero utilizando el LBM.



# Bibliografía

- Catalano, E., Chareyre, B., and Barthélemy, E. (2013). Dem-pfv analysis of solid-fluid transition in granular sediments under the action of waves. In *POWDERS AND GRAINS 2013: Proceedings of the 7th International Conference on Micromechanics of Granular Media*, volume 1542, pages 1063–1066. AIP Publishing.
- Catalano, E., Chareyre, B., and Barthélemy, E. (2014). Pore-scale modeling of fluid-particles interaction and emerging poromechanical effects. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 38(1):51–71.
- Chareyre, B., Cortis, A., Catalano, E., and Barthélemy, E. (2012). Pore-scale modeling of viscous flow and induced forces in dense sphere packings. *Transport in porous media*, 94(2):595–615.
- Cundall, P. a. and Strack, O. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, (29):47–65.
- Darcy, H. (1856). *Les Fontaines Publiques de La Ville de Dijon, Paris*. V. Dalmont.
- Devlin, J. (2015). Hydrogeosievxl: an excel-based tool to estimate hydraulic conductivity from grain-size analysis. *Hydrogeology Journal*, 23(4):837–844.
- Galindo-Torres, S., Scheuermann, A., Mühlhaus, H., and Williams, D. (2013). A micro-mechanical approach for the study of contact erosion. *Acta Geotechnica*, 10(3):357–368.
- Han, K., Feng, Y., and Owen, D. (2007). Coupled lattice boltzmann and discrete element modelling of fluid–particle interaction problems. *Computers & structures*, 85(11):1080–1088.
- Kenney, T. and Lau, D. (1985). Internal stability of granular filters. *Canadian geotechnical journal*, 22(2):215–225.
- Lominé, F., Scholtès, L., Sibille, L., and Poullain, P. (2013). Modeling of fluid–solid interaction in granular media with coupled lattice boltzmann/discrete element methods: application to piping erosion. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 37(6):577–596.

- Moffat, R. and Herrera, P. (2014). Hydromechanical model for internal erosion and its relationship with the stress transmitted by the finer soil fraction. *Acta Geotechnica*, pages 1–8.
- Okabe, A., Boots, B., Sugihara, K., and Chiu, S. (2009). *Spatial tessellation: concepts and applications of voronoi diagram*, volume 501. John Wiley & Sons.
- Radjai, F., Jean, M., Moreau, J.-J., and Roux, S. (1996). Force distributions in dense two-dimensional granular systems. *Physical review letters*, 77(2):274.
- Shepherd, R. G. (1989). Correlations of permeability and grain size. *Groundwater*, 27(5):633–638.
- Skempton, A. and Brogan, J. (1994). Experiments on piping in sandy gravels. *Geotechnique*, 44(3):449–460.
- Šmilauer, V. (2006). The splendors and miseries of yade design. *Annual Report of Discrete Element Group for Hazard Mitigation*.
- Šmilauer, V. and Chareyre, B. (2010). Yade dem formulation. *Yade Documentation*.
- Succi, S. (2001). *The lattice Boltzmann equation: for fluid dynamics and beyond*. Oxford university press.
- Thornton, C. (1997). Force transmission in granular media. *Kona Powder and Particle Journal*, 15(0):81–90.
- To, H. D., Torres, S. A. G., and Scheuermann, A. (2015). Primary fabric fraction analysis of granular soils. *Acta Geotechnica*, 10(3):375–387.
- Voivret, C., Radjai, F., Delenne, J.-Y., and El Youssoufi, M. S. (2009). Multiscale force networks in highly polydisperse granular media. *Physical review letters*, 102(17):178001.

# Anexos

# Anexo I

PÓSTER PRESENTADO EN EL XXI CONGRESO DE INGENIERÍA  
HIDRÁULICA 2015.

MODELACIÓN NUMÉRICA 3D DE LA INTERACCIÓN ENTRE FLUJO Y  
PARTICULA EN MEDIOS PERMEABLES.





# Modelación Numérica 3D de la Interacción entre Flujo y Partícula en Medios Permeables

Diego Soto Rodríguez, Paulo Herrera Ricci  
Depto. de Ingeniería Hidráulica, FCFM, Universidad de Chile

## Introducción

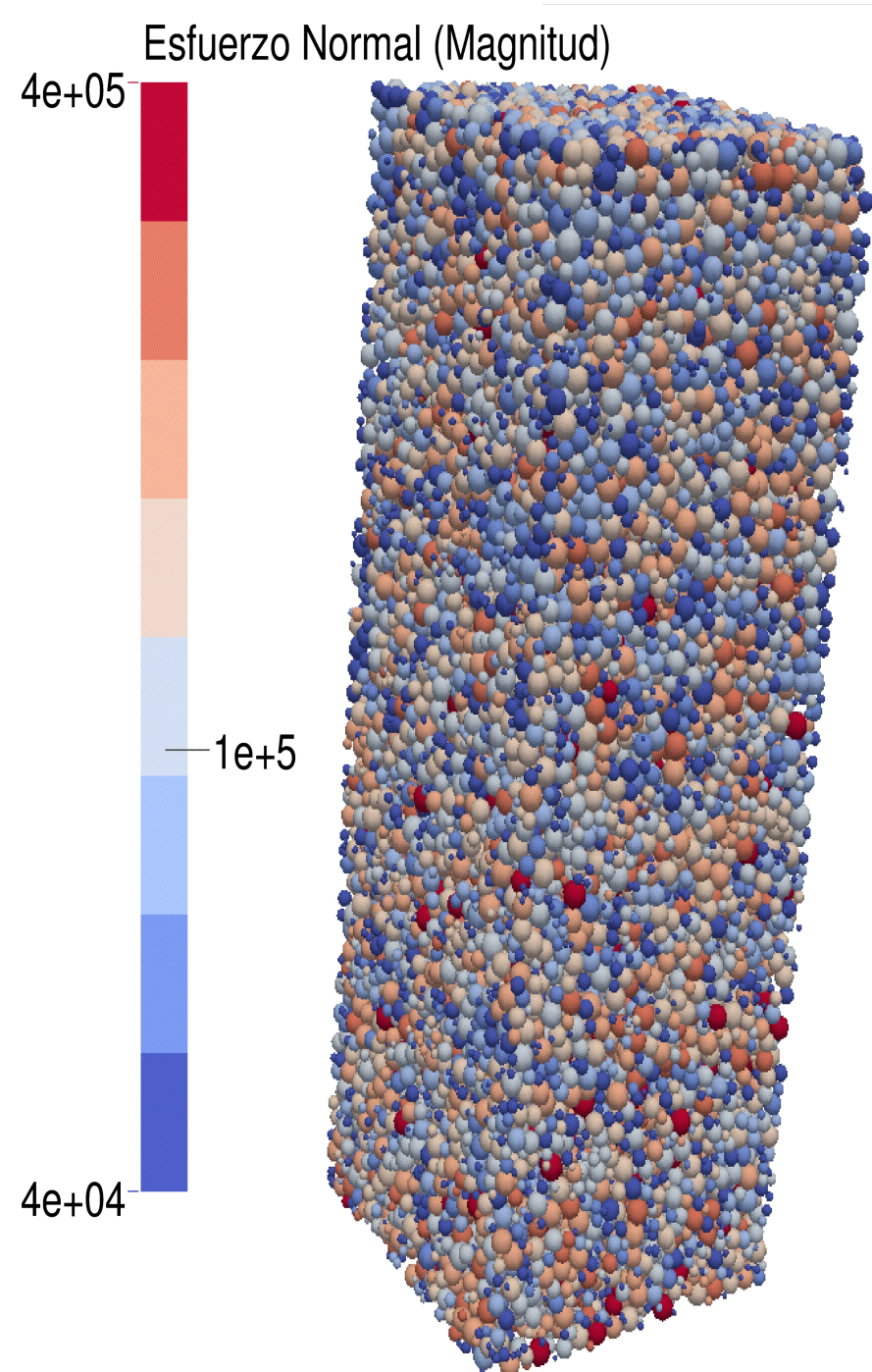
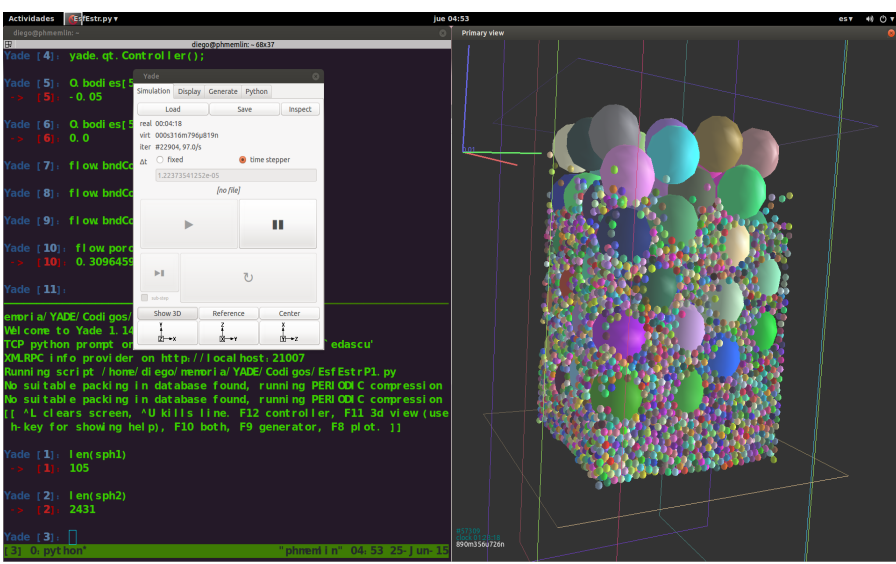
- Utilizando un modelo numérico llamado YADE (*Yet Another Dynamic Engine*) (1).
- Se acopla el comportamiento de partículas de suelo con el del flujo, para estudiar el efecto del confinamiento, tamaño del grano y polidispersión sobre la Conductividad Hidráulica ( $k$ ).
- Suelo granular como esferas modeladas con DEM (*Discrete Element Methods*), flujo modelado como tetraedros con vértice en el centro de las esferas de suelos con PFV (Poros Finite Volume) (2).

## Acople DEM-PFV

La siguiente ecuación representa el acople DEM-PFV:

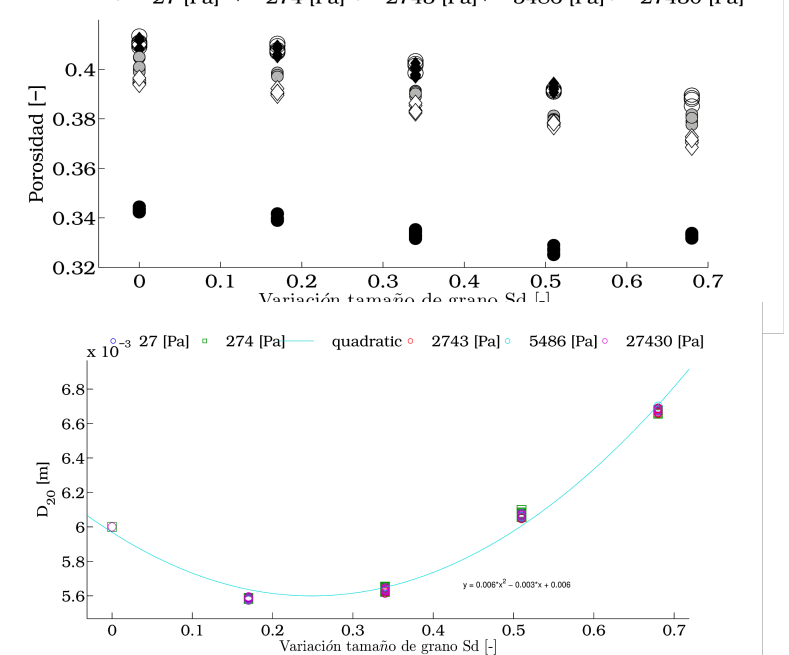
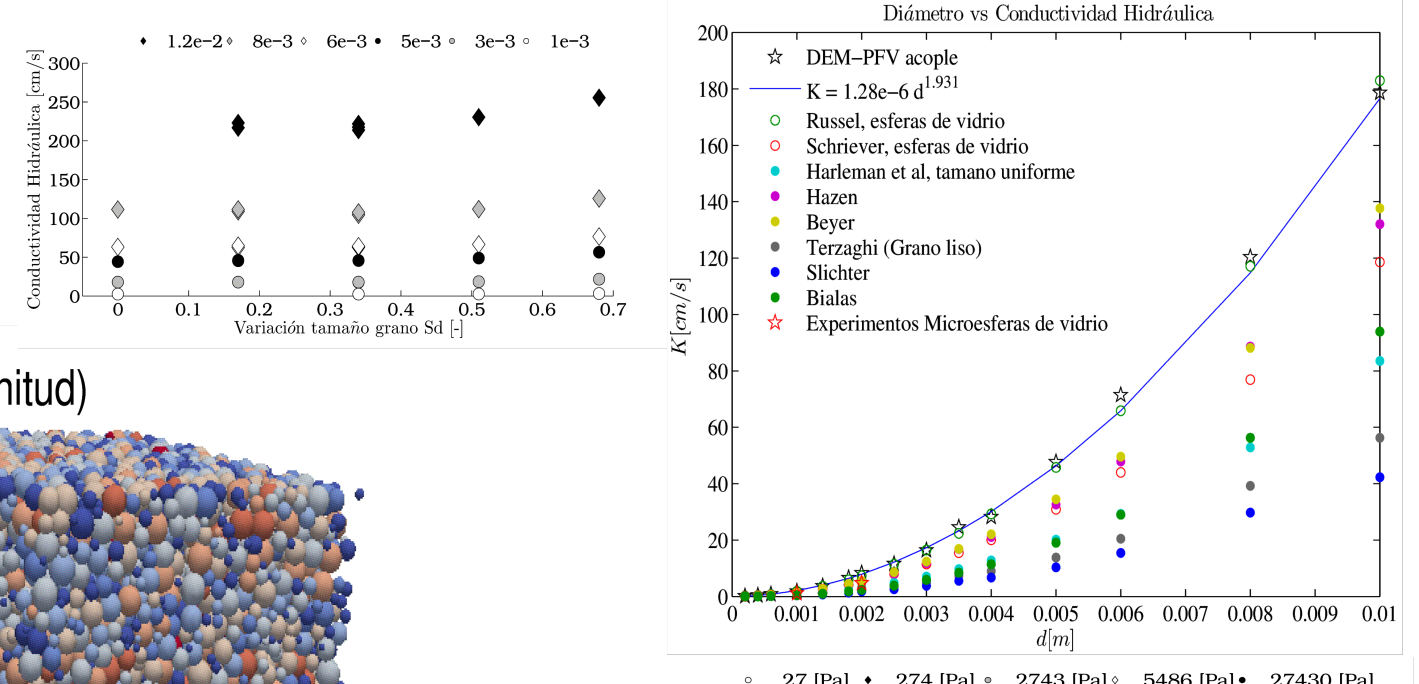
$$\ddot{X} = M^{-1}(Fc + W + SG^{-1}(EX' + Q_q + Q_p))$$

En donde  $X$  corresponde al vector de aceleración de las partículas,  $M$  a la matriz con las masas de las esferas,  $Fc$  al vector de fuerzas de contacto entre partículas,  $W$  al vector de fuerzas debido a los campos de aceleración,  $S$  a la matriz con la superficie de contacto del sólido con el flujo,  $G$  a la matriz con el cociente entre la viscosidad y la longitud del elemento de fluido,  $EX'$  al vector de variación de volumen,  $Q_q$  al vector de caudales condiciones de presión y  $Q_p$  al vector de caudales debido a condiciones de caudal.



## Validación

Los resultados de  $k$  para los modelos de tamaño uniforme se ajustan a ley de potencia obteniendo  $k = 1.28e-6 d^{1.931}$ . Los modelos están sometidos a confinamientos menores a  $0.2 [kPa]$ , se ajustan al límite superior de esferas de vidrio.



## Resultados

Se observa una fuerte dependencia entre la porosidad y el nivel de confinamiento al que se encuentra sometida la muestra de suelo. Esto se refleja en los valores de la conductividad hidráulica. Por otro lado el valor de  $d_{20}$  entrega la forma de la curva.

## Características y Condiciones de los Modelos

- Se realizan dos tipos de modelos, tamaño pequeño del orden de 300 partículas con granos del mismo tamaño y modelos con el orden de 26.000 esferas y polidispersos.
- Corresponden a paralelogramos confinados por el muro superior, sujeto a flujo ascendente debido a una diferencia de presión entre las caras superior e inferior.

Tabla 4. Parámetros de las simulaciones con granulometrías extendidas.

Parámetro	Simulación	Valor	Unidad
Diferencia de presión	$\Delta p$	10	[Pa]
Viscosidad	$\mu$	0.001	[Pa · s]
Fuerza de gravedad	$g$	9.81	[m · s <sup>-2</sup> ]
Densidad esferas	$\rho_s$	2600	[Kg · m <sup>-3</sup> ]
Densidad fluido	$\rho_h$	1000	[Kg · m <sup>-3</sup> ]
Ancho basal	$D$	45 · Rmean	[m]
Altura inicial paquete de esferas	$H$	80 · Rmean	[m]
Módulo de Young	$E$	1e6	[Pa]
Coefficiente de Poisson	$\nu$	0.5	[-]
Ángulo de Fricción	$\phi$	30	[°]

Tabla 1. Parámetros usados en las simulaciones de validación.

Condiciones de los modelos			
Diferencia de presión	$\Delta p$	1/8	[Pa]
Viscosidad fluido	$\mu$	0.001	[Pa · s]
Fuerza de gravedad	$g$	9.81	[m · s <sup>-2</sup> ]
Densidad esferas	$\rho_s$	2600	[Kg · m <sup>-3</sup> ]
Densidad fluido	$\rho_h$	1000	[Kg · m <sup>-3</sup> ]
Ancho Basal	$D$	10 · Rmean	[m]
Altura Inicial paquete de esferas	$H$	24 · Rmean	[m]
Módulo de Young	$E$	1e6	[Pa]
Coefficiente de Poisson	$\nu$	0.5	[-]
Ángulo de Fricción	$\phi$	3	[°]

## Fórmulas Empíricas a Comparar

- Los valores de conductividad obtenidos de la modelación se comparan con las siguientes ecuaciones empíricas (3) y (4).

Tabla 2. Ecuaciones del tipo  $K = \frac{a \cdot N \cdot \varphi(n) \cdot d_c^2}{\mu}$ , para el cálculo de la conductividad hidráulica (Devlin, 2015; Shepherd, 1989).

Ecuación	N	$\varphi(n)$	$d_c$
Hazen	$6 \cdot 10^{-4}$	$[1 + 10 \cdot (n - 0.26)]$	$d_{10}$
Beyer	$5.2 \cdot 10^{-4} \log \frac{100}{d_{10}}$	1	$d_{10}$
Terzaghi (grano liso)	$10.7 \cdot 10^{-3}$	$\frac{(n-0.13)^2}{(1-n)^{2/3}}$	$d_{10}$
Slichter	$1 \cdot 10^{-2}$	$\frac{1}{n^{3.287}}$	$d_{10}$
Bialas	$4.8 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{0.3}$	1	$d_{20}$

Tabla 3. Ecuaciones del tipo  $K = a \cdot d^b$ , para el cálculo de la conductividad hidráulica (Devlin, 2015; Shepherd, 1989).

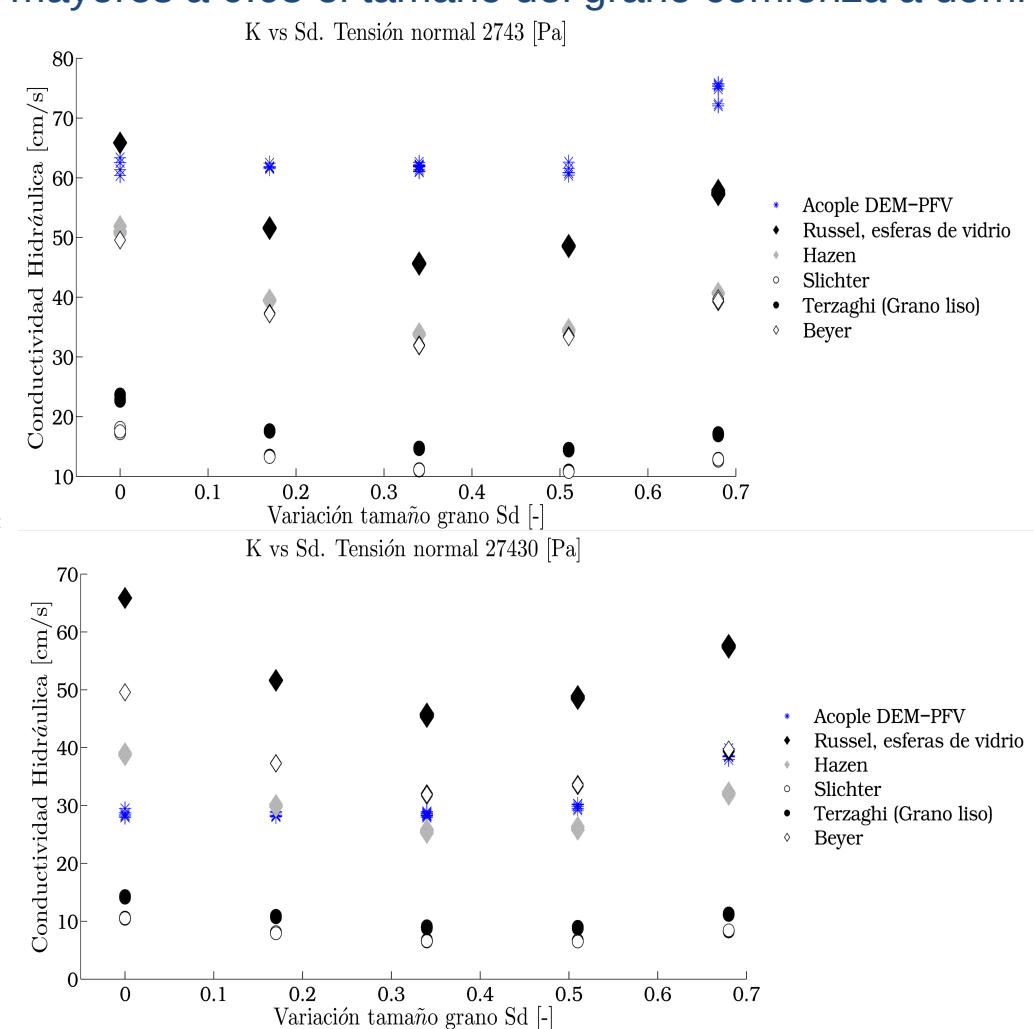
Ecuación	a	b	$d_c$
Russel, esferas de vidrio	300000	2	$d_{10}$
Schriever, esferas de vidrio	208818	1.94	$d_{10}$
Harleman, tamaño uniforme	128996	2.05	$d_{10}$

Para valores de  $Sd$  mayores a 0.68 el tamaño del grano comienza a dominar por sobre la porosidad. Los inter-valos de las distintas granulometrías vienen dados por  $[R_{min}, R_{max}]$  en donde:

$$R_{min} = R_{mean} - Sd * R_{mean}$$

$$R_{max} = R_{mean} + Sd * R_{mean}$$

Para niveles de confinamiento de 27 [kPa] los resultados del modelo se ajustan a las formulas empíricas.



## Conclusiones

- Demostramos que utilizando YADE se puede simular el comportamiento de suelos sintéticos, por los cuales atraviesa un flujo ascendente.
- El comportamiento de la porosidad y la conductividad hidráulica poseen una gran dependencia al nivel de confinamiento al que se encuentra sometido el suelo.
- Para valores de  $Sd$  mayores a 0.68, es decir, muestra de suelo con alta polidispersión la influencia del diámetro característico comienza a dominar por sobre la porosidad.

## Referencias

- Šmilauer, V. and B. Chareyre (2010). Yade dem formulation. Yade Documentation.
- Catalano, E., B. Chareyre, and E. Barthélemy (2014). Pore-scale modeling of fluid-particles interaction and emerging poromechanical effects. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*(1), 51–71.
- Shepherd, R. G. (1989). Correlations of permeability and grain size. *Groundwater*(5), 633–638.
- Devlin, J. (2015). Hydrogeosievexl: an excel-based tool to estimate hydraulic conductivity from grain-size analysis. *Hydrogeology Journal*(4), 837–844.



## Anexo II

Se presentan una serie de gráficos correspondientes a la distribución de la fuerza promedio con respecto al tiempo, se obtienen valores para la fuerza promedio de las partículas finas y gruesas cada 50 iteraciones. La información corresponde a los modelos uniformemente distribuidos. Esta información se utiliza para la confección de la Figura 5.5.

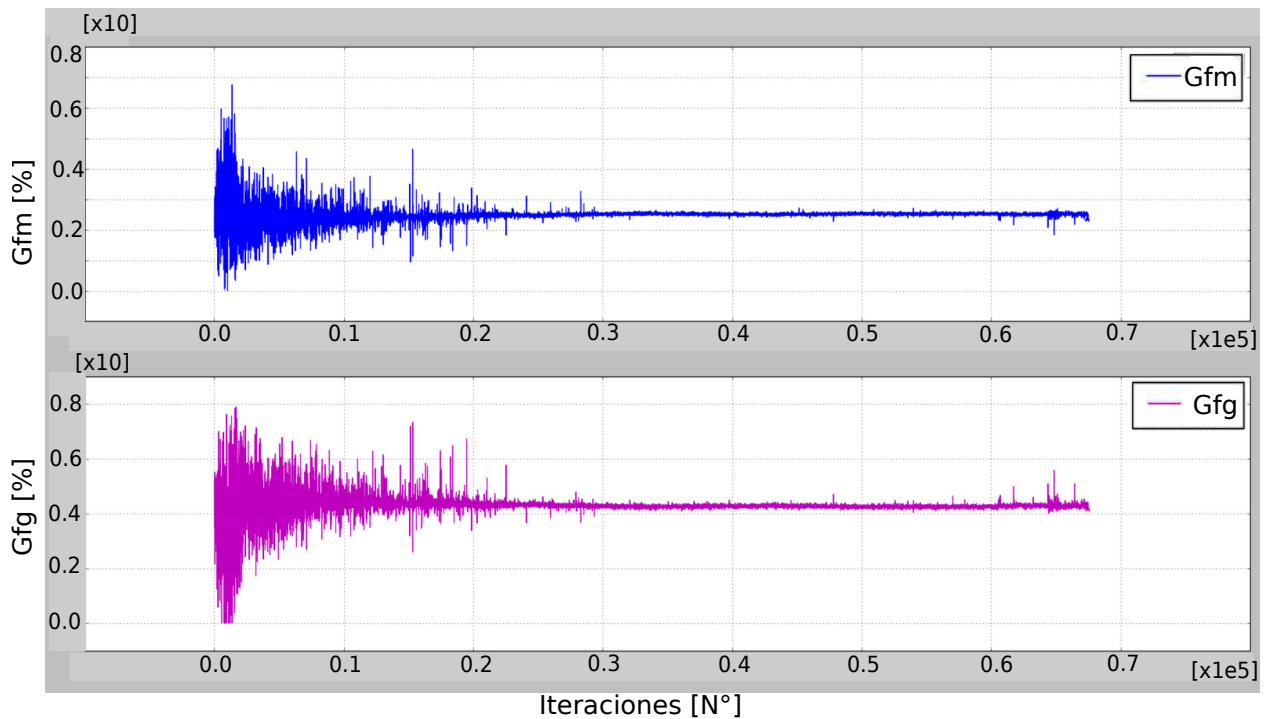


Figura 1: Distribución de fuerzas promedio de granos finos y gruesos para  $Sd=0.17$ .

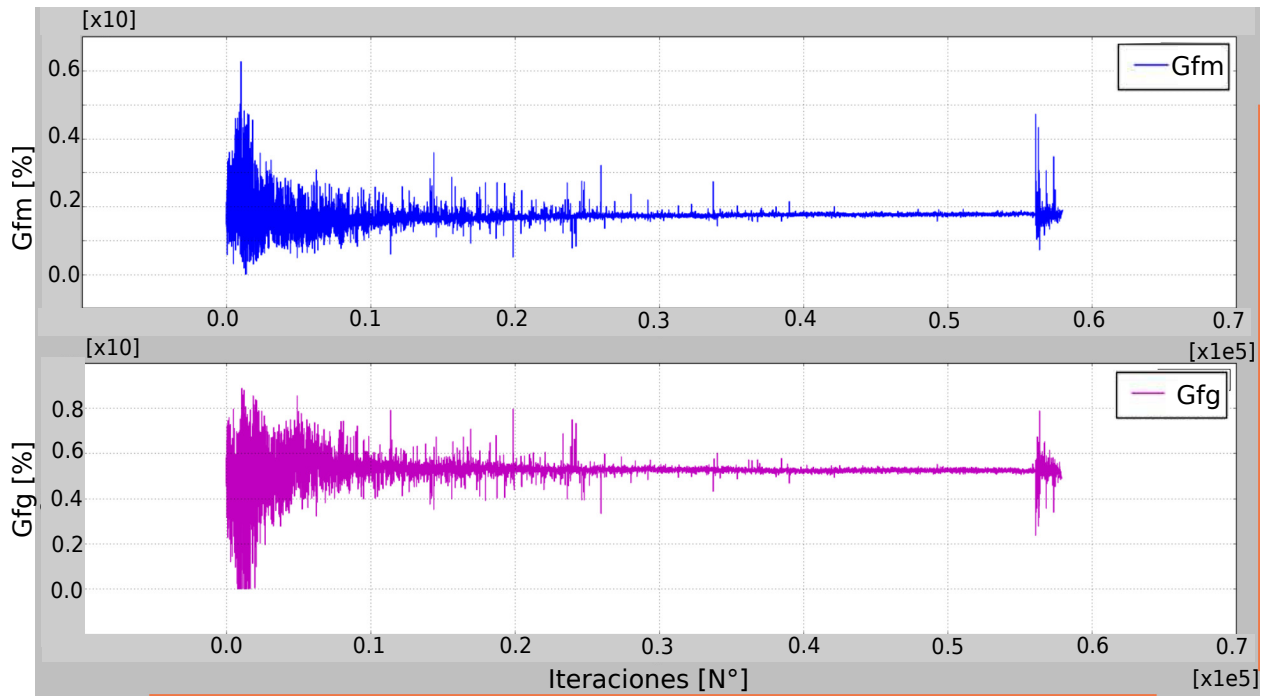


Figura 2: Distribución de fuerzas promedio de granos finos y gruesos para  $Sd=0.34$ .

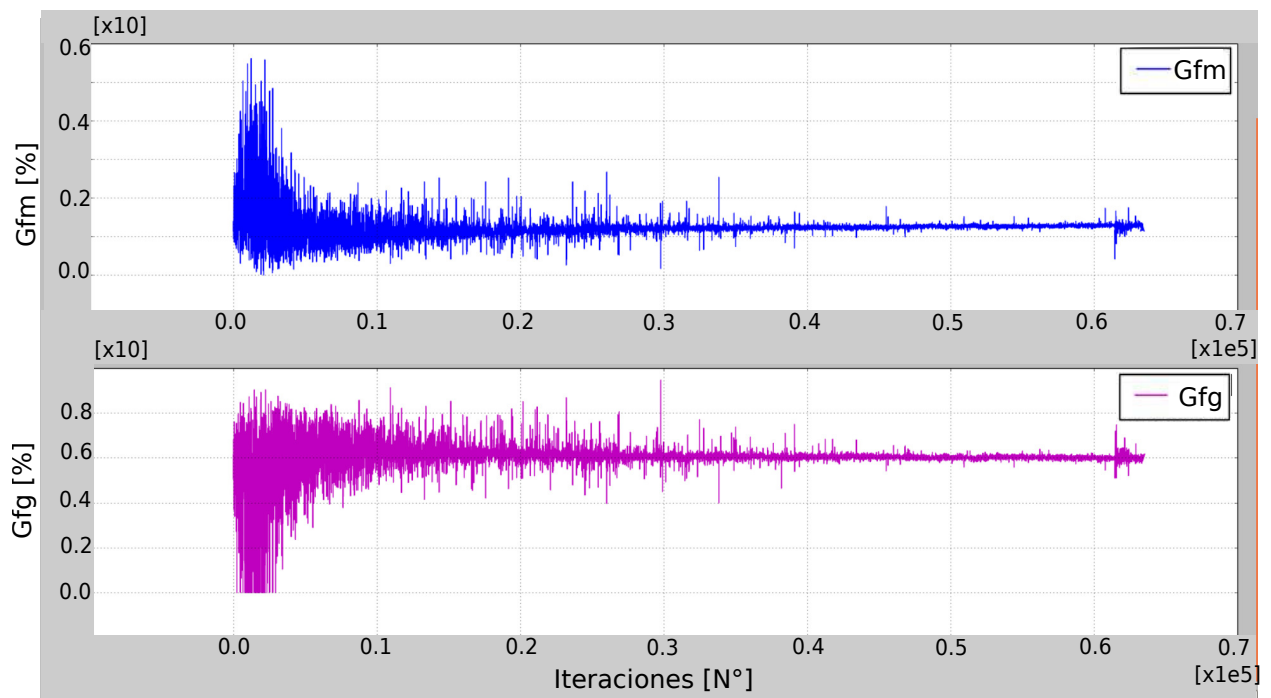


Figura 3: Distribución de fuerzas promedio de granos finos y gruesos para  $Sd=0.51$ .

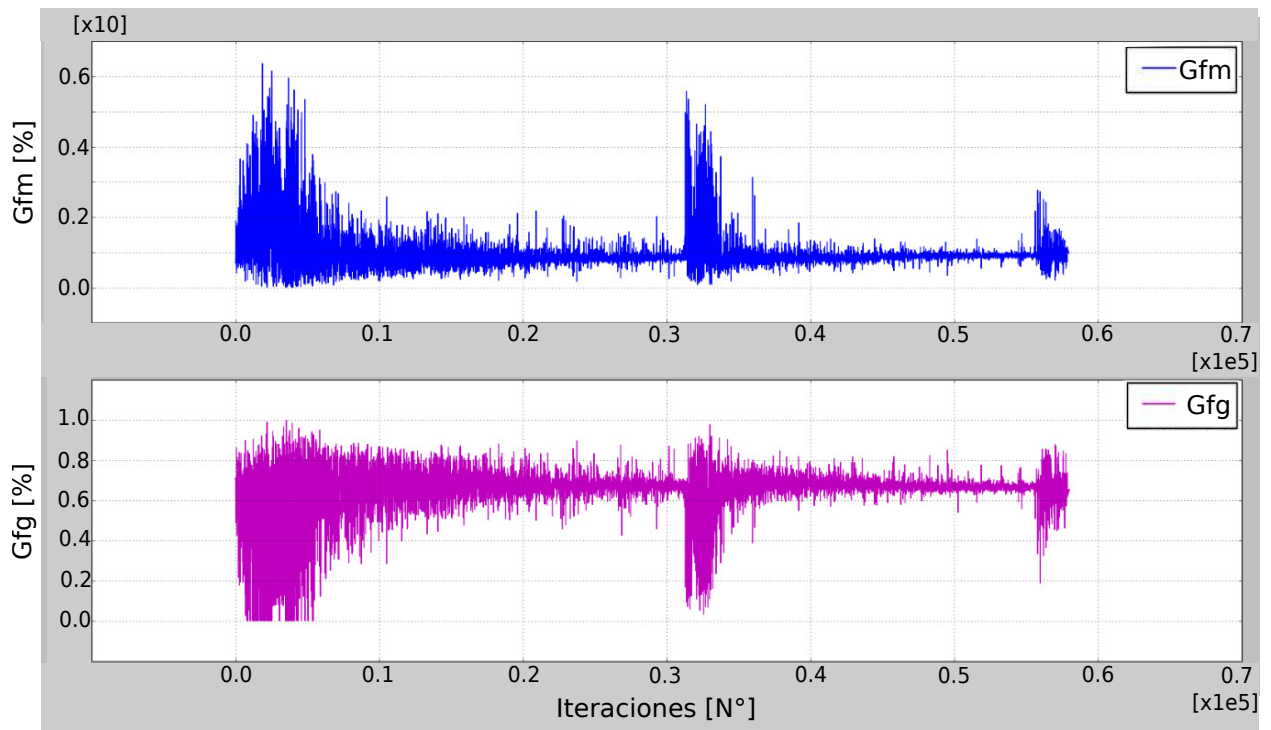


Figura 4: Distribución de fuerzas promedio de granos finos y gruesos para  $S_d=0.68$ .

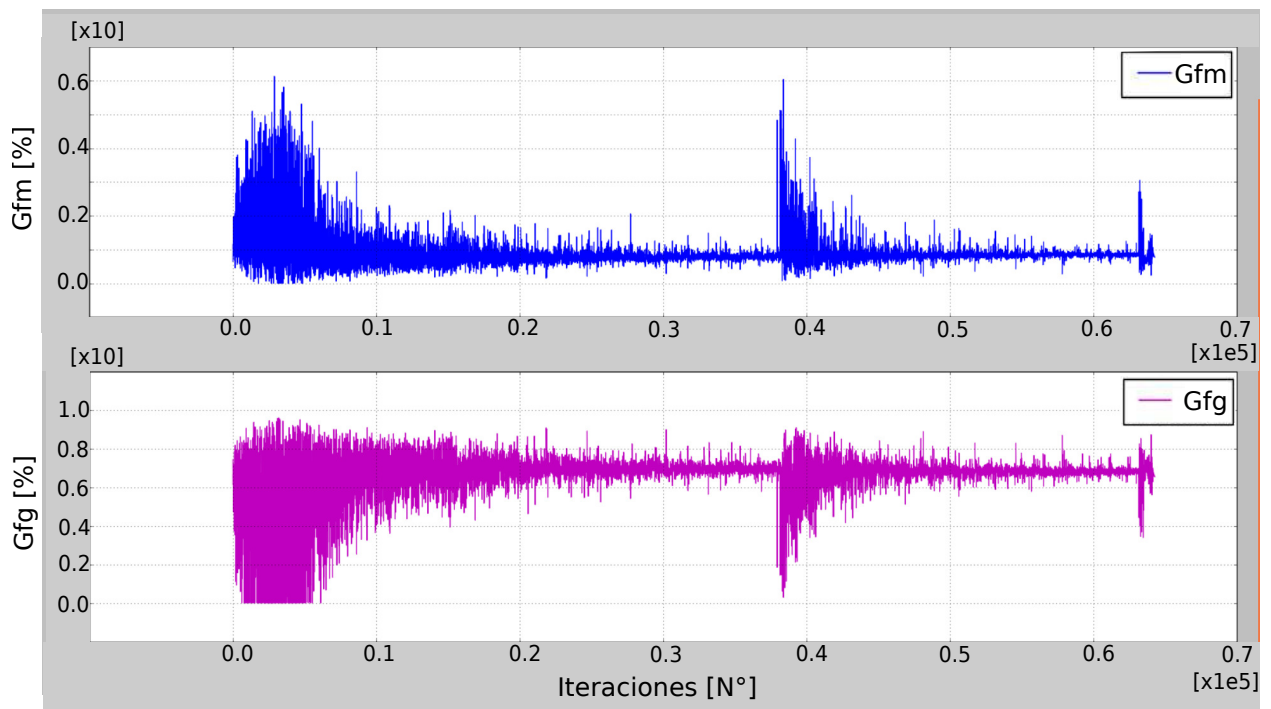


Figura 5: Distribución de fuerzas promedio de granos finos y gruesos para  $S_d=0.75$ .



# Anexo III

En este anexo se presentan los gráficos correspondientes a los modelos Bimodales no estratificados del apartado 5.4.2. En las figuras se observa la distribución de fuerza promedio de los granos finos y de los granos gruesos.

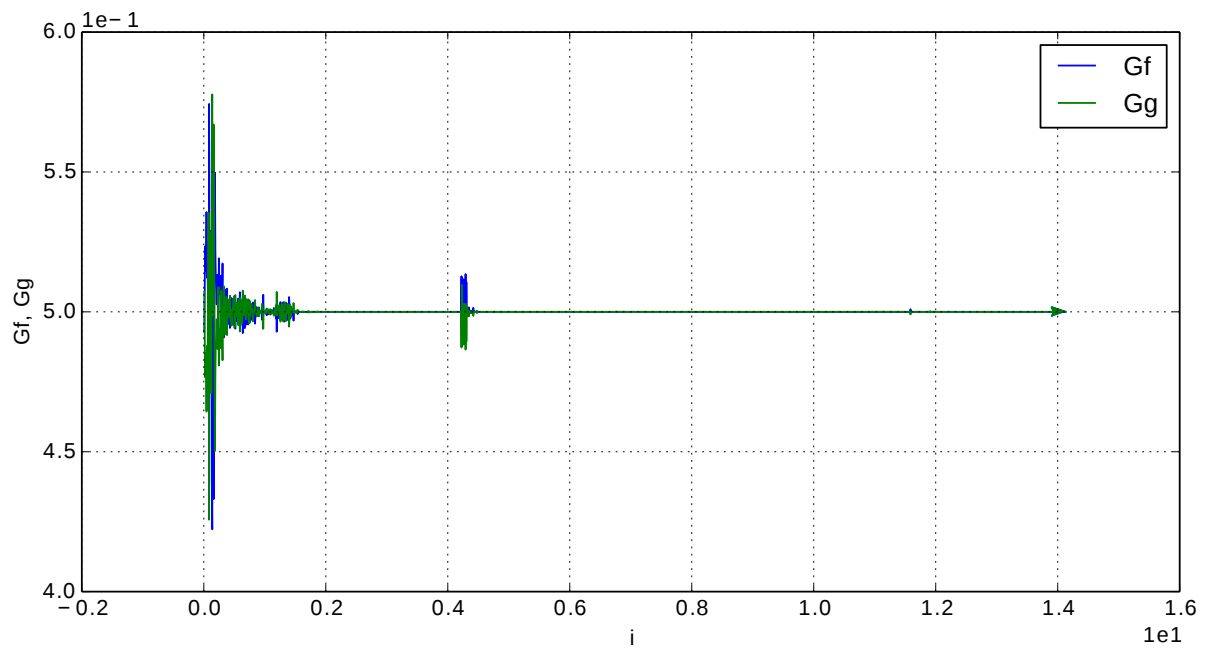


Figura 6: Distribución de fuerzas promedio de granos finos y gruesos para  $R=1$  y  $Sd=0.0$

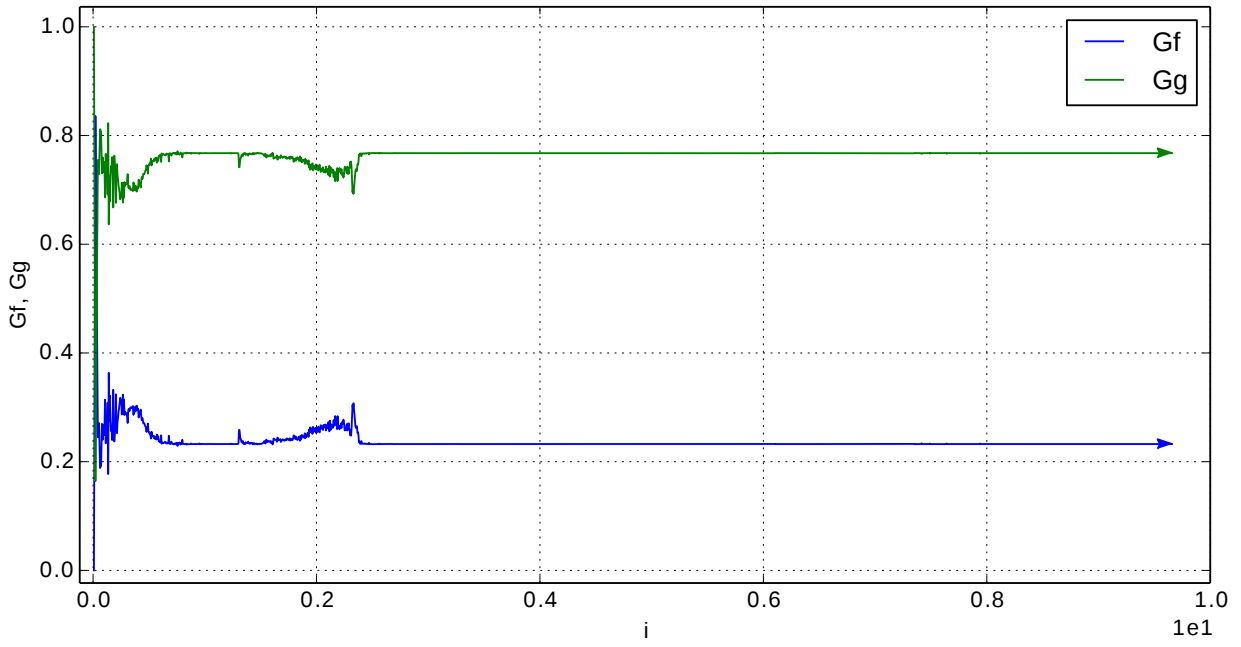


Figura 7: Distribución de fuerzas promedio de granos finos y gruesos para  $R=1.5$  y  $Sd=0.05$

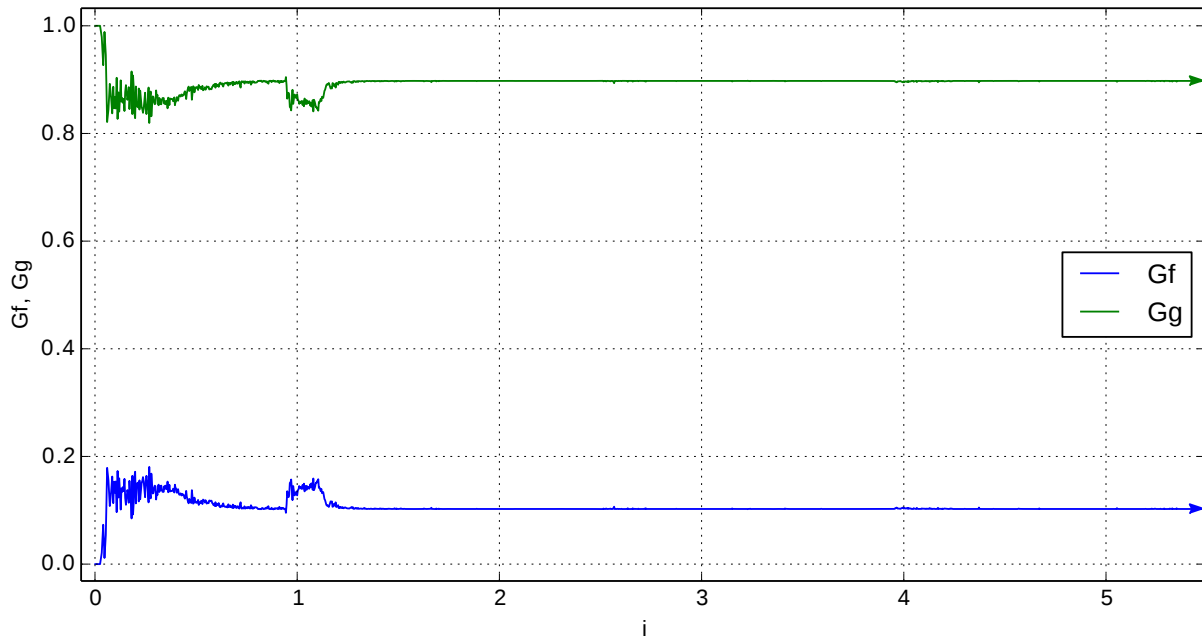


Figura 8: Distribución de fuerzas promedio de granos finos y gruesos para  $R=2$  y  $Sd=0.17$

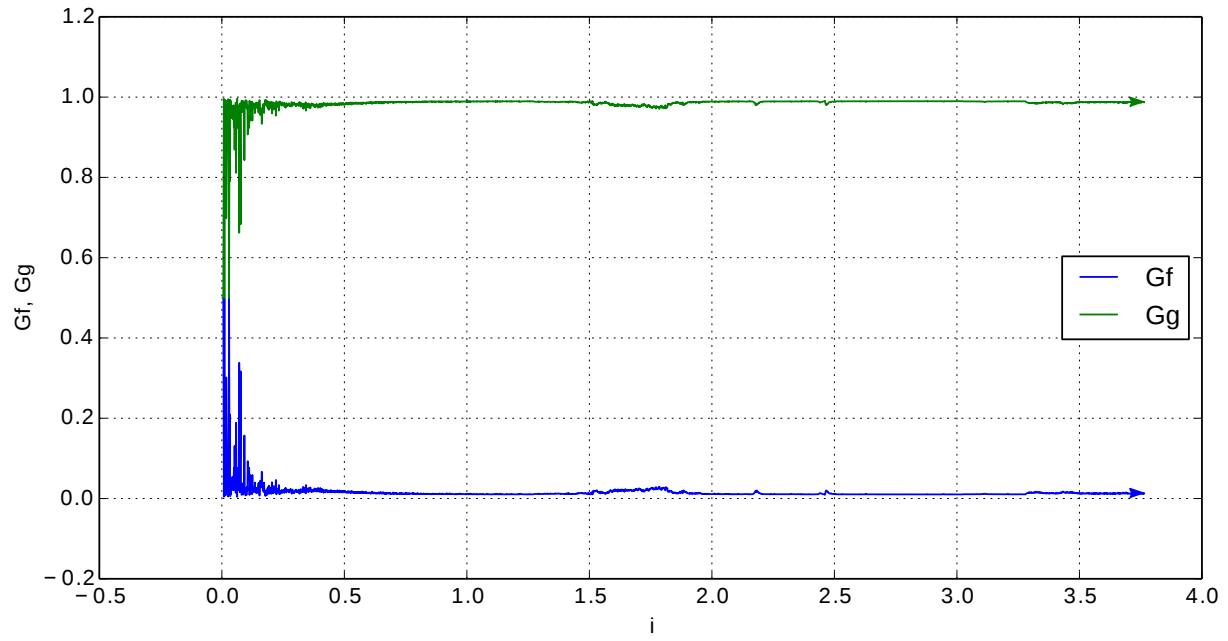


Figura 9: Distribución de fuerzas promedio de granos finos y gruesos para  $R=4.6$  y  $Sd=0.51$

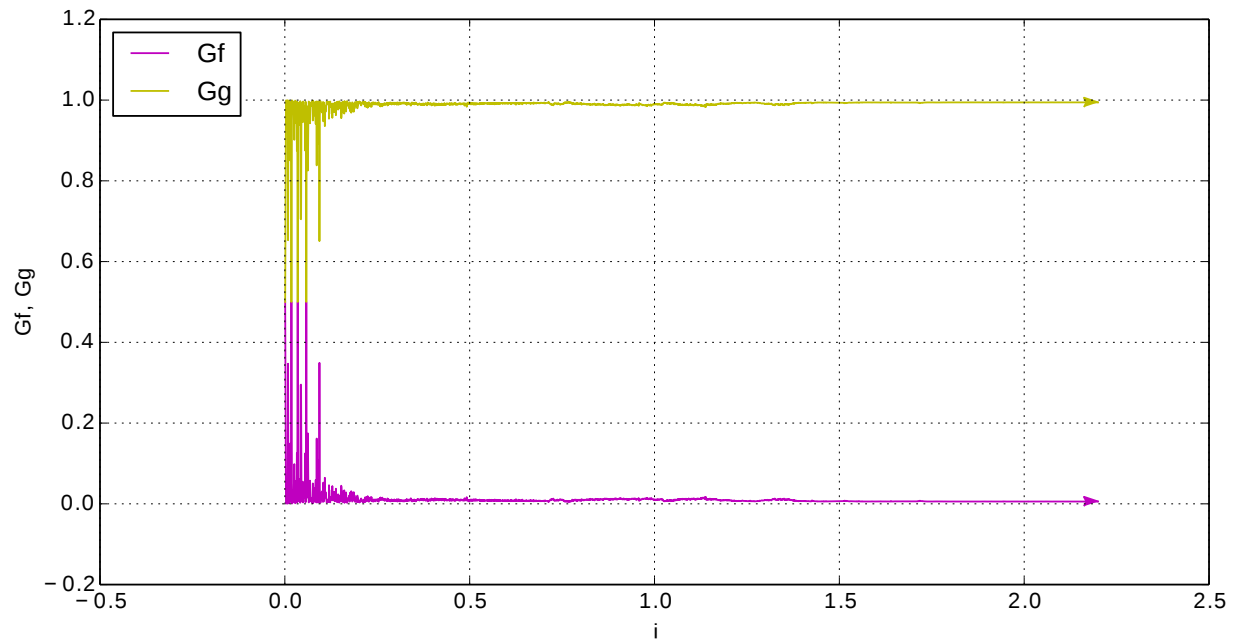


Figura 10: Distribución de fuerzas promedio de granos finos y gruesos para  $R=5.4$  y  $Sd=0.68$

# Anexo IV

En este anexo se presenta la curva de estabilidad con el criterio de Kenney and Lou (1985), para las 4 granulometrías simuladas en el Capítulo 6.

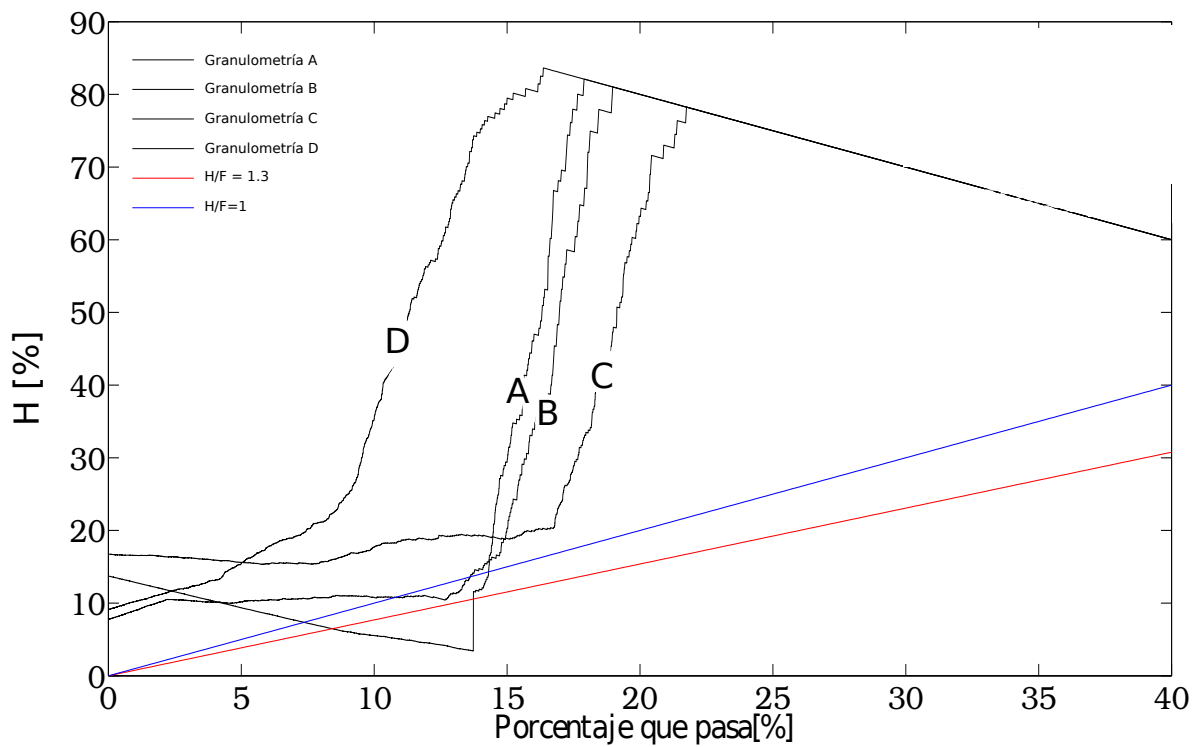


Figura 11: Criterio de estabilidad de Kenney and Lou (1985), para granulometrías de Skempton y Brogan (1994).

## Anexo V

En este anexo se presentan partes del código correspondiente a las granulometrías reales. En particular el motor de la simulación y la forma de crear la granulometría.

```
324
325 #####
326 ##### motor de la simulacion #####
327 #####
328 O.engines=[
329 ForceResetter(),
330 InsertionSortCollider([Bo1_Sphere_Aabb(),Bo1_Box_Aabb()]),
331 InteractionLoop(
332 [Ig2_Sphere_Sphere_ScGeom(),Ig2_Box_Sphere_ScGeom()],
333 [Ip2_FrictMat_FrictMat_FrictPhys()],
334 [Law2_ScGeom_FrictPhys_CundallStrack()],
335 ),
336 FlowEngine(dead=1, label="flow"),
337 GlobalStiffnessTimeStepper
    (active=1,timeStepUpdateInterval=100,timestepSafetyCoefficient=0.8),
338 PyRunner( dead=1, command='aumentapresure()', iterPeriod=8000,
    firstIterRun=100000, label="presion"),
339 newton,
340 PyRunner(command='perfilVertTens', label="perfilV", dead=1),
341 PyRunner(command='parar()', iterPeriod=50, firstIterRun=90100, label="muro"),
342 PyRunner(command='ploteo()', iterPeriod=300, label='graf',firstIterRun=50),
343 ]
344
345 #####
```

Figura 12: Motor de la simulación.

```

21 mn,mx=Vector3(0,0,0),Vector3(D,D,1.3*H)
22 num_spheres=-1
23 mu=0.001
24 Pi=10
25 g=9.81
26 rhoh=1000
27 rhos=2600
28 young=1e7
29 angfric = 30
30 Sd=0.68
31 Vel=H/4
32
33 #####
34 ##### granulometria y materiales #####
35 #####
36
37 psdSizes=[1.5e-4, 2e-4, 3e-4, 6e-4, 8e-4, 2e-3, 3e-3, 6e-3, 8e-3]
38 psdCumm=[0.0, 0.07, 0.11, 0.11, 0.12, 0.18, 0.28, 0.88, 1.]
39
40 O.materials.append(FrictMat
    (young=young,poisson=0.5,frictionAngle=0,density=0,label='walls'))
41 O.materials.append(FrictMat(young=young,poisson=0.5,frictionAngle=radians
    (angfric),density=rhos,label='sph'))
42
43 walls=aabbWalls([mn,mx],thickness=0,material='walls')
44 wallIds=O.bodies.append(walls)
45
46 sph1=pack.SpherePack()
47 sph1.makeCloud(mn,mx,-1,0,num_spheres,False,0.65,psdSizes,psdCumm,True,seed=1)
48 sph1.toSimulation(material='sph')
49
50 newton=NewtonIntegrator(damping=0.2,gravity=(0,0,-9.81))
51 O.bodies[5].state.vel[2]=-Vel # era -0.05, pero agilizamos la cosa
52
53 #####

```

Figura 13: Código para crear una granulometría PSD.