



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

FACTIBILIDAD DE USO DE DISIPADORES PRESURIZADOS DE COLUMNA  
LIQUIDA SINTONIZADA (DPCLS) PARA EL CONTROL DE LA RESPUESTA  
SÍSMICA DE ESTRUCTURAS DE PERIODO BAJO

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN  
CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, MENCIÓN INGENIERÍA SÍSMICA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL

HÉCTOR ANTONIO JUAN MORÁN GALLEGOS

PROFESOR GUÍA:  
RUBÉN BOROSCHEK KRAUSKOPF

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS  
TOMÁS GUENDELMAN BEDRACK

SANTIAGO DE CHILE

2016

**RESUMEN DE TESIS PARA OPTAR AL  
GRADO DE: Magíster en Ciencias de la  
Ingeniería, mención Ingeniería Sísmica.  
Y MEMORIA PARA OPTAR AL  
TITULO DE: Ingeniero Civil  
POR: Héctor Antonio Juan Morán Gallegos.  
FECHA: 31/08/2016  
PROFESOR GUÍA: Rubén Boroschek Krauskopf**

**FACTIBILIDAD DE USO DE DISIPADORES PRESURIZADOS DE COLUMNA  
LIQUIDA SINTONIZADA (DPCLS) PARA EL CONTROL DE LA RESPUESTA  
SÍSMICA DE ESTRUCTURAS DE PERIODO BAJO**

Esta investigación evalúa la factibilidad de usar un sistema de disipación de energía formado por columnas líquidas sintonizadas presurizadas para controlar periodos bajos de estructuras. El dispositivo denominado DPCLS contiene agua en su interior y está conformado por un conducto horizontal y dos columnas verticales, cuya disposición tiene forma de U. Al someterse a movimientos horizontales genera fuerzas de inercia en las paredes de las columnas de disipador, contrarias al movimiento ejercido por una estructura acoplada al dispositivo, reduciendo la respuesta en desplazamiento, velocidad y aceleración de la estructura primaria. Este disipador en particular está sellado en el extremo superior de las columnas. Tal configuración cambia las propiedades dinámicas del disipador, incorporando características de resorte al sistema, generadas por el aire confinado en las columnas.

Las ecuaciones que caracterizan la dinámica del sistema principal más el disipador determinan el periodo y el amortiguamiento óptimo de diseño. Lo cual posibilita la fabricación del disipador según el material y geometría capaces de resistir las condiciones pre-establecidas del problema. Para la validación del tema se realizan ensayos para caracterizar las propiedades del disipador bajo una sollicitación de ruido blanco. Además, una estructura metálica de dos niveles se somete a la acción de 19 registros sísmicos chilenos y estadounidenses, esta se ensaya sin el disipador y posteriormente con este. Los resultados evalúan la efectividad del uso del disipador de energía en la estructura estudiada.

Los resultados principales indican que el aire contenido en las columnas puede modelarse como un resorte lineal equivalente y el amortiguamiento generado es despreciable, en el rango de valores utilizados. El disipador presurizado no genera reducciones importantes en la respuesta de la estructura, teniendo un comportamiento análogo a incorporar masa a la estructura. La baja capacidad de sintonización con la estructura primaria por parte del DPCLS se debe a la imposibilidad de provocar las amplitudes del desplazamiento necesarias para el acople de los dos sistemas, debida a la alta rigidez aportada por las cámaras de aire.

# DEDICATORIA

*A mis padres, a mis hermanas, a las personas que han llegado, a las que han partido y  
especialmente al amor de mi vida, Estefanía.  
Para todos por su apoyo incondicional y paciencia dentro de estos años,  
esto es para ustedes.*

# AGRADECIMIENTOS

Primero que todo se agradece a los profesores de mi comisión, por su guía y la ayuda que me han brindado.

A la Universidad de Chile por darme la oportunidad de estudiar, formarme y obtener los conocimientos actuales.

A Luis Rozas por apoyarme e incentivar me en el transcurso de la tesis.

Al Profesor Pedro Soto por su paciencia y ayuda en identificación de sistemas dinámicos.

A Don Omar y Don Mario por su ayuda en los ensayos en el Laboratorio de Suelos (MECESUP).

A Don Juan por su ayuda en la fabricación del disipador y accesorios de este (Laboratorio de Hidráulica).

A mis compañeros de la Pecera, Matías Rojas, Emilio Peña, Pastor Villalpando y Andrés Núñez por socorrerme en esos momentos de duda y bloqueo.

A mis amigos de juntas: Jimy, Jose, Tomás, Mitzi, Naty y Manolo.

Se agradece también a todas las personas que han participado en mi desarrollo académico y personal y que no han sido nombradas.

# TABLA DE CONTENIDO

1	Introducción.....	1
1.1	Aplicación Barcos/Alta mar.....	8
1.2	Aplicaciones Estructurales.....	13
1.3	La importancia y alcance del trabajo.....	16
1.4	Las hipótesis de trabajo.....	17
1.5	Objetivos.....	18
1.6	Metodología del contenido del texto.....	18
2	Comportamiento Dinámico del DPCLS.....	21
2.1	Cámara de Aire: Primera Ley de la Termodinámica.....	21
2.2	Ecuación de Continuidad.....	25
2.3	Ecuación de Euler.....	26
2.4	Resolución del Sistema de Ecuaciones Diferenciales.....	31
3	Análisis de Parámetros: Columna de Aire.....	33
3.1	Descripción Comportamiento DCLP bajo condiciones iniciales.....	34
3.2	Análisis de Fuerzas del DCLP en un problema de condiciones iniciales.....	36
3.3	Análisis de Fuerzas de DCLP por efectos de ruido blanco.....	39
3.4	Comparación Periodo Lineal Equivalente y Periodo Modelación Numérica.....	42
4	Linealización de $\omega d$ y $\beta d$ .....	51
4.1	Linealización Estocástica.....	51
4.2	Ajuste de Amortiguamiento para Confinamientos bajos.....	56
4.3	ecuaciones lineales equivalentes DPCLS.....	61
4.3.1	Caso de Análisis.....	68

5	Diseño Disipador Presurizado de Columna Líquida Sintonizada .....	70
5.1	Descripción de la estructura a controlar .....	70
5.2	Determinación teórica de los parámetros modales de la estructura .....	72
5.3	Determinación experimental de los parámetros modales de la estructura .....	74
5.4	Diseño de disipador presurizado de columna líquida sintonizada .....	80
6	Análisis Experimental .....	93
6.1	Resultados Disipador Solo .....	93
6.2	Resultados Estructura en Registros Sísmicos .....	114
6.3	Ejemplo a desarrollar .....	174
7	Conclusiones.....	178
8	Bibliografía .....	182
A	Determinación De Ecuaciones De Energía Y Cinemáticas Del Disipador .....	189
A.1.	Primer Principio De La Termodinámica .....	189
A.1.1.	El Trabajo en un Cambio de Volumen .....	189
A.1.2.	Energía Interna .....	190
A.1.3.	Flujo de Calor.....	191
A.1.4.	capacidad calorífica.....	193
A.1.5.	Mecanismos de Transferencia de Calor .....	194
A.1.6.	Conducción .....	194
A.1.7.	Convección.....	195
A.1.8.	Radiación .....	196
A.1.9.	Evaluación del Flujo de Calor.....	196
A.1.10.	Coefficiente de Convección de Transferencia de Calor .....	198
A.1.11.	Energía Interna del Sistema .....	199
A.2.	Ecuación De Continuidad .....	202

A.3. Ecuación De Euler .....	203
B Aproximación Lineal Cámara de Aire .....	210
C Métodos de Integración Numérica .....	212
C.1. Método de Runge-Kutta.....	212
C.2. Método de Newmark para problemas No Lineales.....	213
D Validación Método Numérico .....	223

# ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3-1. Parámetros problema de disipador presurizado bajo vibración libre. ....	34
Tabla 5-1. Peso nominal de los niveles, en kg .....	71
Tabla 5-2. Propiedades Mecánicas.....	72
Tabla 5-3. Constantes y características de los instrumentos utilizados en las mediciones.....	75
Tabla 5-4. Comparación de parámetros modales determinados teóricamente y a partir de las mediciones experimentales.....	78
Tabla 5-5. Comparación entre las rigideces de piso determinadas a partir de los análisis teóricos, K teórico, y aquellas determinadas a partir del análisis numérico. ....	78
Tabla 5-6. Resumen de valores para diseño de geometría del disipador.....	86
Tabla 6-1. Instrumentos de Medición Experimentos .....	93
Tabla 6-2. Correlación Acelerómetros y Celda de Carga. ....	97
Tabla 6-3. Periodos teóricos según disipador.....	108
Tabla 6-4. Registros Sísmicos .....	114
Tabla 6-5. Máximas Respuestas generadas de la estructura CON y SIN disipador (Registros del 1 al 10).....	143
Tabla 6-6. Máximas Respuestas generadas de la estructura CON y SIN disipador (Registros del 11 al 19). ....	144
Tabla 6-7. Frecuencias y Amortiguamiento de la estructura CON y SIN disipador. ....	145
Tabla 6-8. Porcentaje de tiempo de turbulencia para los registros. ....	150
Tabla 6-9. Parámetros Ejemplo. ....	176
Tabla 6-10. Valores respuesta estructura para ejemplo. ....	177



# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1. Torre Taipei 101, Taiwan, implementación de TMD en la estructura [69].	4
Figura 1-2. Imágenes de experimentos de “sloshing” de altas amplitudes: una parte del agua se mueve como masas concentradas e impacta a la pared del contenedor (Video: Dr. D.A. Reed).	5
Figura 1-3. (a) Frahm tanques anti-roll [9], (b) Nutación con amortiguadores en aplicaciones satelitales.	6
Figura 1-4. TLCD con forma en V [25].	8
Figura 1-5. Tipos de tanques para naves de control pasivo/activo [41].	9
Figura 1-6. (a) Tanque disipativo con superficie libre [43] (b) Control semi-activo para estructura con compuerta superior abierta [43].	12
Figura 1-7. Aqua dampers (Fuente: MCC Aqua dâmpner literature)	13
Figura 1-8. (a) Esquema TLD instalado en SYPH [48] (b) Instalación actual en edificio [48].	14
Figura 1-9. (a) Disipador líquido con ajuste de presión [22] (b) Instalado en Hotel Cosima, Tokyo [22]	15
Figura 1-10. Millennium Tower. Pasivo y activo concepto TLCD [49].	15
Figura 1-11. TLDs instalados en chimeneas [51].	16
Figura 2-1. Esquema recipiente contenedor de gas en el disipador.	25
Figura 2-2. Esquema Disipador, para determinar puntos de energía en el fluido.	26
Figura 3-1. Desplazamiento y velocidad interfaz aire -líquido en torno al equilibrio estático.	35
Figura 3-2. Presión y volumen en la columna del aire en torno al equilibrio estático.	35
Figura 3-3. Fuerza elástica de DPCLS.	37
Figura 3-4. Fuerza disipativa de DPCLS.	37
Figura 3-5. Fuerzas involucradas en el disipador, (a) sin la transferencia de calor y (b) con transferencia de calor.	38
Figura 3-6. Fuerzas involucradas en el disipador, (a) sin la transferencia de calor y (b) con transferencia de calor.	39
Figura 3-7. Forzante y PSD.	40
Figura 3-8. Fuerza elástica de DPCLS.	40
Figura 3-9. Fuerza disipativa de DPCLS.	41
Figura 3-10. Fuerzas involucradas en el disipador, (a) sin la transferencia de calor y (b) con transferencia de calor.	41
Figura 3-11. Fuerzas involucradas en el disipador, (a) sin la transferencia de calor y (b) con transferencia de calor.	42
Figura 3-12. Relación entre el periodo del disipador y la presión inicial en las columnas.	43
Figura 3-13. Amortiguamiento del disipador versus la presión inicial en las columnas.	44
Figura 3-14. Periodo del disipador versus la altura de la columna de aire $h$ .	44
Figura 3-15. Amortiguamiento del disipador versus la altura de columna de aire $h$ .	45
Figura 3-16. Periodo del disipador versus longitud horizontal del disipador, $Lh$ , según las fuerzas disipativas.	45

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 3-17. Amortiguamiento del disipador versus longitud horizontal del disipador, $Lh$ , según las fuerzas disipativas .....	46
Figura 3-18. Periodo del disipador versus altura de la columna de agua, $Lv$ .....	46
Figura 3-19. Amortiguamiento del disipador versus altura vertical columna de agua, $Lv$ .....	47
Figura 3-20. Periodo del disipador versus área transversal conducto horizontal $Ah$ . ....	47
Figura 3-21. Amortiguamiento del disipador versus área transversal conducto horizontal $Ah$ .....	48
Figura 3-22. Periodo del disipador versus la relación de áreas transversales vertical y horizontal respectivamente, $v$ . .....	48
Figura 3-23. Amortiguamiento del disipador versus la relación de áreas transversales vertical y horizontal respectivamente, $v$ .....	49
Figura 3-24. Periodo del disipador versus la temperatura inicial en las columnas. ....	49
Figura 3-25. Amortiguamiento del disipador versus la temperatura inicial en las columnas. ....	50
Figura 4-1. Amortiguamiento según la presión inicial, temperatura inicial y la altura de la columna de aire. ....	59
Figura 4-2. Configuración de modelación Estructura Primaria - Disipador .....	61
Figura 5-1. Estructura y sus dimensiones .....	71
Figura 5-2. Ubicación de los acelerómetros en la estructura a analizar.....	76
Figura 5-3. Esquema Disipador. ....	87
Figura 5-4. Disipador Construido sin y con agua.....	87
Figura 5-5. Diagrama de Flujo de Diseño del DPCLS .....	92
Figura 6-1. Esquema de montaje Disipador solo .....	94
Figura 6-2. PSD ensayos disipador solo. ....	96
Figura 6-3. Parámetros Celda de Carga.....	99
Figura 6-4. Proceso de determinación, nivel de desplazamiento .....	100
Figura 6-5. Nivel de Turbulencia para señal de ruido blanco y una razón de bloqueo para un angostamiento central de un 24%. ....	102
Figura 6-6. Movimiento superficie libre de líquido (a) traslacional uniforme (b) pivote cercano al centro. ....	103
Figura 6-7. Amplitud de Desplazamiento .....	104
Figura 6-8. Desplazamiento y PSD para distintos $\psi tapa$ .....	107
Figura 6-9. Periodo Predominante según $\psi tapa$ .....	109
Figura 6-10. Amortiguamiento según $\psi tapa$ .....	110
Figura 6-11. Histéresis según razón de bloqueo de tapa .....	112
Figura 6-12. Rigidez disipador versus razón de bloqueo tapa.....	113
Figura 6-13. Vista en perspectiva Estructura Principal. ETABS 2013 .....	115
Figura 6-14. Ubicación acelerómetros. ....	116
Figura 6-15. Espectros de Potencia de Registros.....	116
Figura 6-16. Respuestas Máximas de la Estructura con Disipador por Nivel .....	122
Figura 6-17. Energía del Sistema para cada registro sísmico. ....	131

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 6-18. Aceleración de mesa, estructura con y sin disipador. ....	142
Figura 6-19. Diagrama de Estabilización de la Frecuencia de la Estructura Principal. ....	145
Figura 6-20. Diagrama de estabilización de la estructura principal de la frecuencia y amortiguamiento. ....	146
Figura 6-21. Nivel de Turbulencia de registros sísmicos. ....	147
Figura 6-22. Relación de máximo desplazamiento de estructura con y sin disipador. ....	151
Figura 6-23. Relación RMS del desplazamiento de estructura con y sin disipador. ....	151
Figura 6-24. Relación de máxima velocidad de estructura con y sin disipador. ....	152
Figura 6-25. Relación RMS de velocidad de estructura con y sin disipador. ....	152
Figura 6-26. Relación de máxima aceleración de estructura con y sin disipador. ....	153
Figura 6-27. Relación RMS de aceleración de estructura con y sin disipador. ....	153
Figura 6-28. Relación de Intensidad de Arias de estructura con y sin disipador. ....	154
Figura 6-29. Comparación de Respuesta teórica y experimental de la estructura primaria. ....	155
Figura 6-30. Comparación teórica – experimental de la estructura y el disipador. ....	165
Figura 6-31. Registro Maule 2010 Estación Lolleo. ....	175
Figura 6-32. Respuesta de Desplazamiento. ....	175
Figura C-1. Esquema Método (Chopra). ....	218
Figura D-2. Tiempo Historia $\omega_e=38.4$ rad/seg. ....	224
Figura D-3 Tiempo Historia Sistema Lineal y No Lineal. ....	225
Figura D-4. Tiempo Historia Sistema Lineal y No Lineal. ....	226
Figura D-5. Tiempo Historia, razón de bloqueo. ....	226

# CAPÍTULO I

## INTRODUCCIÓN

Los terremotos están entre las fuerzas naturales más poderosas de la Tierra. Los terremotos de gran magnitud pueden resultar en un alto número de lesionados y muertos, especialmente dentro de estructuras como edificios y construcciones con una alta conglomeración de personas, también puede incurrir en pérdidas económicas y de productos industriales. Los terremotos de mediana magnitud pueden generar vibraciones excesivas o prolongadas en estructuras civiles, produciendo molestias en los usuarios y daños en elementos estructurales y no estructurales.

La energía transferida al suelo en un movimiento sísmico puede generar un daño estructural extensivo o incluso el colapso de una estructura. Sin embargo, con los avanzados estudios a terremotos y con la ayuda de la tecnología se han diseñado herramientas las cuales controlan, disipan o disminuyen las fuerzas durante un sismo o un movimiento vibratorio.

Estas vibraciones pueden ser controladas modificando características estructurales. Como forma de disminuir los efectos de los sismos en las estructuras o edificios, en Chile y el mundo se utiliza aislación sísmica de base y disipación de energía. Ambas metodologías han demostrado a nivel mundial que son capaces de disminuir notoriamente los daños que producen los terremotos en las estructuras o edificios. En los últimos años se han propuesto alternativas para disminuir la vulnerabilidad estructural, entre ellas los sistemas de control activo, pasivo, híbrido y semiactivos, implementados en estructuras flexibles (rascacielos y puentes colgantes). Este capítulo incluye un breve resumen histórico del desarrollo de estos sistemas de control estructural. Además, se describen las limitaciones y ventajas de los sistemas en el contexto del diseño y rehabilitación sísmo-resistente de estructuras.

La tendencia actual de la construcción habitacional es crear edificios de grandes alturas, usando materiales de alta resistencia y peso ligero. El uso de técnicas de construcción avanzadas ha llevado a incrementar la flexibilidad y el peso de estructuras amortiguadas. Es comprensible que

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

estas estructuras sean muy sensibles a excitaciones ambientales como el viento, y los terremotos. Esto hace que vibraciones no deseadas induzcan posibles fallos estructurales, disconformidad de los ocupantes, y el mal funcionamiento de sistemas. Por lo tanto, ha llegado a ser importante buscar dispositivos prácticos y eficaces para la supresión de estas vibraciones. Esto ha abierto un nuevo campo de investigación en las últimas décadas, denominado control estructural (Yao, 1972 [1]).

Los dispositivos utilizados para mitigar las vibraciones estructurales se dividen en categorías, separadas en función de los requisitos del sistema (Housner et al. 1997 [2]). Los dispositivos de control pasivo son los sistemas que no requieren una fuente de alimentación externa. Estos imparten fuerzas que se desarrollan en respuesta al movimiento de la estructura, por ejemplo, aislamiento de la base, amortiguadores viscoelásticos, amortiguadores de masa sintonizados, etc. Más detalles de tales sistemas se pueden encontrar en Soong y Dargush (1997) [3].

Los sistemas de control activos son impulsados por una fuerza aplicada externamente, que tiende a limitar a las vibraciones no deseadas. La fuerza de control es generada en función de la respuesta estructural. Ejemplos de tales sistemas incluyen amortiguadores activos de masas (AMD), sistemas de tendón activo, etc. (Soong, 1990 [4]).

Debido a la incertidumbre del suministro de la fuente de alimentación durante condiciones extremas y la gran fuente de energía necesaria para introducir la fuerza de control, los sistemas pasivos generalmente son preferidos sobre los activos. Los sistemas semi-activos son vistos como dispositivos controlables, con requisitos de energía órdenes de magnitud menor que los sistemas de control activos típicos. Estos sistemas no imparten energía en el sistema y por lo tanto pueden mantener la estabilidad en todo momento, por ejemplo, amortiguadores de orificio variable, amortiguadores electro-reológicos, etc.

Un artículo de Symans y Constantinou (1999) [5] proporciona una revisión en dispositivos semi-activos para protección sísmica de estructuras. Otro artículo de Kareem et al. (1999) [6] describe los sistemas de control para la mitigación de movimiento de los edificios bajo cargas de viento. Con el tiempo se han propuesto sistemas alternativos que derivan de las características útiles de ambos sistemas. Uno de ellos es el control híbrido que implica el uso combinado de sistemas activos y pasivos o sistemas pasivos y semi-activo.

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

Los sistemas de control dinámico con mayor demanda, que podemos observar se describen a continuación junto a una breve descripción de ellos.

**Aislación sísmica de base:** Está basada en la idea de aislar una estructura del suelo mediante elementos que reducen el efecto de los sismos sobre la estructura. Estos elementos estructurales se denominan aisladores sísmicos y son dispositivos que absorben mediante deformaciones elevadas la energía que un terremoto transmite a una estructura. Estos dispositivos pueden ser de diferentes tipos y formas, los más conocidos son los basados en goma de alto amortiguamiento, goma con núcleo de plomo, neoprénicos o friccionales. Al utilizar estos elementos, la estructura sufre un cambio en la forma como se mueve durante un sismo, reduciendo de forma importante las fuerzas que actúan sobre ella durante un sismo.

**Disipadores de energía:** Están basados en la idea de colocar dispositivos destinados a aumentar la capacidad de disipación de energía durante un terremoto. Se debe tener presente que toda estructura disipa la energía de un sismo mediante deformaciones. Al colocar un dispositivo de disipación de energía en una estructura, estos experimentan deformaciones junto a los movimientos de la estructura durante un sismo. Mediante estas deformaciones se incrementa notablemente la capacidad de disipar energía de la estructura con una reducción de las deformaciones de la estructura. Se conocen como disipadores de energía o amortiguadores sísmicos y pueden ser de diversas formas y principios de operación. Los más conocidos son en base a un elemento viscoso que se deforma o con un elemento metálico que logra la fluencia fácilmente.

Dentro de los disipadores de masa pasivos, existen dos sistemas principales: amortiguadores de masa sintonizados (AMS o TMD sigla en inglés) y amortiguadores de líquido sintonizados (ALS o TLD sigla en inglés). Una variante de éstos últimos, especialmente utilizable en estructuras de puente son los amortiguadores de columna de líquido sintonizados (ACLS o TLCD en inglés).

El dispositivo pasivo más comúnmente utilizado es el Tuned Mass Damper (TMD), que se basa en un principio de sistema inercial secundario, el cual consiste en una masa unida al edificio a través de un resorte y un amortiguador, cuyo objetivo es reducir la amplitud de las vibraciones mecánicas y prevenir molestias de usuarios por vibraciones, daños menores o fallo estructural total. La frecuencia del amortiguador se sintoniza con la frecuencia natural de la estructura de forma que cuando exista excitación externa el amortiguador resuene en contrafase con la

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

estructura, generando disipación de energía por medio del amortiguamiento de la fuerza de inercia que actúa sobre la estructura, para ello, sus parámetros necesitan ser ajustados de forma óptima junto con las características dinámicas de construcción. El concepto de amortiguador de masa sintonizada se utilizó por primera vez por Frahm en 1909 para reducir los movimientos de balanceo y vibraciones de los buques. Posteriormente se presentó una teoría de estos dispositivos por Ormondroyd y Den Hartog en 1928. La teoría inicial fue aplicada a una estructura de un grado de libertad no amortiguada sometida a una fuerza de excitación sinusoidal. Extensiones de la teoría a sistemas amortiguados y la aplicación a sistemas de varios grados de libertad han sido investigadas por numerosos autores más recientemente. Los TMD son en definitiva los dispositivos más estudiados en la literatura, y en consecuencia, su eficiencia en la reducción de vibraciones provenientes de acciones de viento y su aplicación comienzan a ser corriente en este tipo de problemas. Estos sistemas se han aplicado, por ejemplo, en la torre John Hancock en Boston y el edificio Citicorp en Nueva York (McNamara, 1977) [7], o la torre Taipei 101, Taiwan, ubicado entre los niveles 89 y 91, con un peso en relación a la estructura completa de 0.26%, ver Figura 1-1.



Figura 1-1. Torre Taipei 101, Taiwan, implementación de TMD en la estructura [69].

El “Tuned Liquid Damper” (TLD) / “Tuned Sloshing Damper” (TSD) se componen de un tanque parcialmente lleno con líquido. Como un TMD, entrega amortiguamiento indirecto a la estructura, reduciendo de este modo la respuesta. La disipación de energía se produce a través de diversos mecanismos: la acción del fluido viscoso, rotura del oleaje, la contaminación de la superficie libre con granos, la geometría del recipiente y la rugosidad. A diferencia de un TMD, un TSD tiene una función de transferencia dependiente de la amplitud que se complica por el chapoteo líquido no lineal y rotura del oleaje, un ejemplo se visualiza en la Figura 1-2.

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

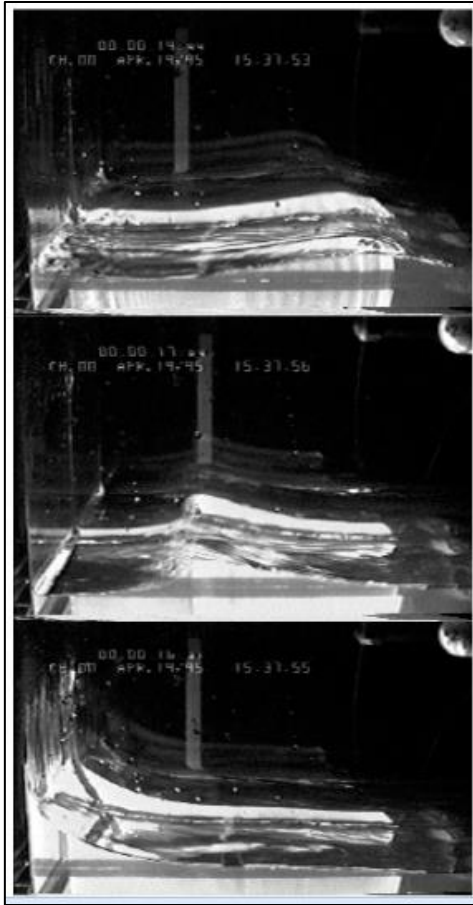


Figura 1-2. Imágenes de experimentos de “sloshing” de altas amplitudes: una parte del agua se mueve como masas concentradas e impacta a la pared del contenedor (Video: Dr. D.A. Reed).

Las investigaciones del dispositivo se pueden clasificar en dos categorías: aguas someras y aguas profundas. Esta clasificación se basa en la relación de la profundidad del agua a la longitud del tanque en la dirección del movimiento. Una proporción de menos de 0.15 es representativa en aguas poco profundas. Su amortiguamiento se origina principalmente a partir de disipación de energía a través de la acción de las fuerzas viscosas del fluido interno y de rotura del oleaje. Para el caso de aguas profundas, se necesitan pantallas para mejorar la amortiguación. El mecanismo de amortiguación depende tanto de la amplitud del movimiento de fluidos, los patrones de onda de fractura, y la configuración de pantalla, como se puede observar en la Figura 1-2. El mayor inconveniente es que gran parte del agua no participa en el movimiento y se añade como peso muerto. En un nivel intermedio de profundidad de llenado, el recipiente puede ser utilizado para el suministro de agua. Si no se utilizan los tanques de agua existentes, el espacio ocupado por el dissipador puede requerir una parte de la azotea del edificio. Sin embargo, la mayoría de



## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

instalaciones se realizan en el nivel superior utilizando tanques más pequeños a fin de maximizar la masa efectiva de líquido que participan en el chapoteo.

Los Tuned Liquid Column Damper (TLCDs) son un tipo especial de TLDs que producen movimiento en la columna de líquido en un tubo en forma de U, para contrarrestar las fuerzas que actúan sobre la estructura con amortiguación introducida a través de una válvula / orificio (Sakai et al. 1989) [8]. La amortiguación es dependiente de la amplitud ya que la válvula / orificio produce la dinámica del líquido de una manera no-lineal.

Los TLCD se propusieron a finales de 1800, cuando se deseaba controlar la frecuencia fundamental de “roll” o balanceo de un barco con dos tanques sintonizados e interconectados. Se utilizaron con éxito para reducir la componente de movimiento, como se muestra en la Figura 1-3 (a) (Den Hartog, 1956) [9]. Los primeros TLCDs usados para aplicaciones estructurales fueron propuestos por Kareem y Sun (1987) [10]; Modi et al. (1987) [11] y Fujino et al. (1988) [12]. En el área satelital también se han aplicado, estos amortiguadores se denominan amortiguadores de nutación (Figura 1-3 (b)).

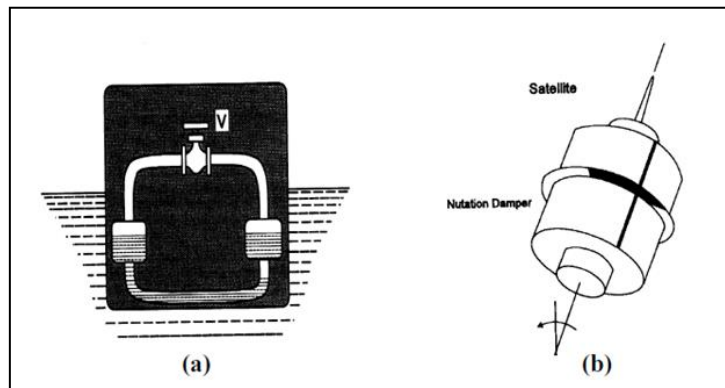


Figura 1-3. (a) Frahm tanques anti-roll [9], (b) Nutación con amortiguadores en aplicaciones satelitales .

El amortiguador es diseñado para la reducción óptima de amplitudes bajo cierta excitación, pero no es óptimo en otras amplitudes de excitación. Con el fin de resolver esta dificultad, los sistemas semi-activos y activos fueron propuestos por Kareem (1994) [13]; Haroun et al. (1994) [14], y Abe et al. (1996) [15]. Un similar sistema activo fue propuesto para los TLDs por Lou et al. (1994) [16], en donde una pantalla se coloca en el interior del amortiguador líquido, dependiendo de la orientación de la pantalla cambia la longitud efectiva del amortiguador convirtiéndolo en un amortiguador con rigidez variable.

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

La mayoría de las estructuras bajo la influencia de las cargas ambientales experimentan movimientos laterales y de torsión, por lo tanto, una opción es tener TLCDS separados, cada uno orientado en las direcciones principales, o simplemente tener un tubo en U bidireccional. Esta nueva configuración se compone de una caja contenedor con tubos verticales como un concepto candelabro, o un contenedor con particiones, que consisten en un conjunto de tubos en U apilados que van en ambas direcciones con una base común de líquido. El diseño elimina el aumento de peso incurrido apilando dos o más tubos en U independientes ortogonales. También se pueden tener orificios entre las particiones (Kareem, 1993) [17].

Por otro lado, se han estudiado Multiple Mass Damper (MMD) con frecuencias naturales distribuidas alrededor de la frecuencia natural del sistema principal. Han sido ampliamente estudiados por Yamaguchi y Harnpornchai (1993) [18]; Kareem y Kline, (1995) [19], y Yalla y Kareem (2000) [20]. Estos sistemas dan lugar a tamaños más pequeños de TLCDS que mejorarían su construcción, instalación y mantenimiento, así como ofrecer una gama de posibles distribuciones espaciales en la estructura. Los múltiples amortiguadores sintonizados distribuidos espacialmente, ofrecen una ventaja significativa sobre un solo amortiguador, si se sitúan estratégicamente, son más efectivos en la mitigación de los movimientos de los edificios y otras estructuras sometidos a movimientos complejos (Bergman et al. 1989) [21].

Shimizu y Teramura (1994) [22] han propuesto e informado la aplicación en edificios, de un nuevo amortiguador de líquido sintonizado bidireccional con un equipo de ajuste de período.

También se propone un TLCDS que puede adoptar una forma en V, este se muestra en la Figura 1-4 (Gao et al. 1997) [23]. Esta es otra variación de TLCDS, denominado LCVA, permite que la sección transversal de la columna sea no uniforme, el rendimiento de LCVA se compara a la de TLCDS y se encuentra que es tan o más efectiva. Otras ventajas incluyen la versatilidad y adaptabilidad de arquitectura, ya que su frecuencia natural se determina no sólo por la longitud de la columna de líquido, sino también la relación de área de la porción horizontal y vertical del tubo (Hitchcock et al. 1997 [24]; Chang y Hsu, 1999 [25]).

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

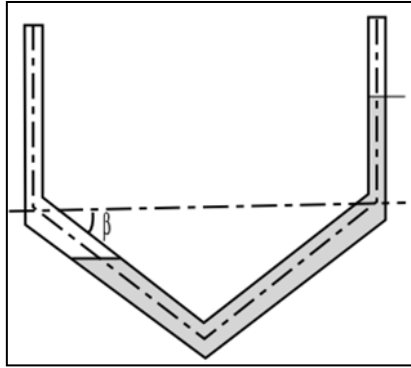


Figura 1-4. TLCD con forma en V [25].

Las ventajas principales de los disipadores de columnas líquidas sintonizadas (DCLS) radican fundamentalmente en su bajo costo de construcción y mantención. Adicionalmente, al carecer de mecanismos de fricción mecánica, el dispositivo es efectivo incluso para pequeñas vibraciones.

Otras aplicaciones en los cuales se han utilizado estos dispositivos, se discuten a continuación.

### 1.1 APLICACIÓN BARCOS/ALTA MAR

El tanque en U en buques opera de la siguiente forma: el buque se balancea, junto con fluido en el tanque (normalmente agua, pero podría ser usado cualquier tipo de líquido). Para un tanque pasivo, el fluido debe moverse con la misma frecuencia que el movimiento de balanceo (Fossen, 2011 [26]; Beck et al, 1989 [27]), pero quedando un cuarto de un período retrasado (Lloyd, 1998) [28], la energía cinética del buque se transforma en energía cinética y potencial del líquido del tanque, parte de esta energía se disipa, debido a las propiedades internas del tanque, tales como desprendimiento de vórtice y de fluidos viscosos, efectos relacionados con la fricción sobre las paredes del tanque (Beck et al., 1989 [27]) de amortiguación. Esta frecuencia depende del estado del mar, pero la respuesta de la nave será mucho mayor si está en la frecuencia natural de balanceo del barco (Nayfeh y Mook, 1995) [29]. Por lo tanto, la selección de los parámetros debe ejecutarse de modo que sea más eficaz en la amortiguación del movimiento de balance en esta frecuencia, el tanque en U por lo tanto debe ser diseñado para tener su frecuencia natural aproximadamente similar a la frecuencia natural balanceo del barco (Faltinsen y Timokha, 2009 [30]; y Lloyd, 1998 [28]).

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

Los movimientos y fuerzas inducidas por “rolling” o balanceo, movimiento que típicamente posee la mayor amplitud de todos los grados de libertad de las embarcaciones, pero a menudo es el menos amortiguado. Este movimiento excesivo puede degradar seriamente el rendimiento de la maquinaria, causando daños a la carga y a la tripulación, reduciendo su eficiencia; en un buque de cruceros, puede generar molestias a los pasajeros, interfiriendo con sus actividades recreativas y el confort de estas. En un buque portacontenedores, a menudo más de la mitad de la carga, está por encima de la cubierta donde se somete a grandes aceleraciones debido al balanceo. En algunas situaciones, esto puede causar daño interno al contenido de los contenedores; en situaciones más graves las trincas pueden fallar y los contenedores se pueden perder por la borda, estas son razones para controlar y reducir los movimientos de un barco.

Existen tres tipos básicos de tanques de control pasivo, que se utilizan para la estabilización de balanceo en los buques, los cuales se muestran en la Figura 1-5, (a) los de superficie libre, (b) de inundación libre, estos tanques de tubo en U se componen de dos tanques parcialmente llenos de líquido, con espacios de aire conectados por un conducto superior e inferior del tanque y (c) tanques de superficie libre que poseen placas deflectoras/boquilla para proporcionar amortiguación interna. Los tanques no están conectados el uno al otro, pero existe un conducto de aire que conecta la parte superior de los tanques.

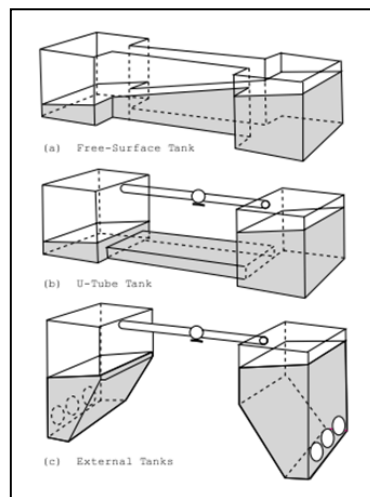


Figura 1-5. Tipos de tanques para naves de control pasivo/activo [41].

Los tanques en U pasivos tienen las ventajas de no tener partes móviles y de requerir poco mantenimiento. Por otro lado, ocupan un volumen considerable de casco de la nave, lo que crea problemas de accesibilidad. La superficie libre del depósito reduce la altura metacéntrica del

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

buque, lo que también puede crear problemas de estabilidad. Además en condiciones reales de operación se desconoce la magnitud de la carga de la nave y por lo tanto su frecuencia natural puede variar.

El uso de dispositivos para estabilizar el movimiento de los buques se remonta a 1862 cuando W. Froude, seguido por una aplicación práctica de P. Watts en 1880. En 1874, Froude instaló cámaras de agua en la parte superior de un buque, a fin de lograr la estabilización contra el movimiento de roll o balanceo. En 1911, H. Frahm propuso el uso de un tanque en forma de U como un “roll stabilizer” o tanques antivuelvo. Antes de la Segunda Guerra Mundial, los tanques de pasivos de Frahm se instalaron en más de 1.000.000 toneladas de buques alemanes, incluidos los barcos de pasajeros Bremen y Europa. Desde el principio de las instalaciones de este tipo de dispositivos “passive anti roll tanks” en la década de 1950, se ha aplicado ampliamente en los buques comerciales. Muchos investigadores estudiaron los tanques anti-roll en los años 1960 y 1970. Vasta et al. (1961) [31] hizo una revisión del desarrollo e instalación de tanques de pasivos de la Marina. Ellos derivaron las ecuaciones de movimiento, discutieron las técnicas de modelo, y propusieron un diseño del tanque. Stigter (1966) [32] estudió la estabilización de balanceo por un tanque de tubo en U pasiva. Se derivan las ecuaciones de movimiento del fluido en el tanque y se obtienen los términos de acoplamiento entre el barco y el depósito. Hoy en día muchos investigadores consideran que sus ecuaciones de movimiento son la base para el estudio de los tanques de tubo en U.

Bell y Walker (1966) [33] investigaron dos tipos de depósitos de control pasivo. En primer lugar, cuando el control se efectúa por medio de válvulas en el canal de agua, y segundo, cuando el control se efectúa por medio de válvulas en el canal de aire. También propusieron un sistema de tanque activado con una hélice accionada continuamente en una dirección para ahorrar energía. Webster (1967) [34] dio un detallado estudio del control de los tanques de tubo en U con la bomba de activación. Explicó que el control del tanque se puede realizar con la idea de minimizar la respuesta de la nave según la velocidad de inclinación impulsiva. Vugts (1969) [35] diseñó y comparó cuatro tanques pasivos de la misma nave. Un estudio comparativo entre tubo en U y superficie libre de tanques pasivos regulares se llevó a cabo experimentalmente por Field y Martin (1976) [36]. Lewison (1975) [37] propuso un modelo matemático para optimizar el diseño de tanques de superficie libre pasivos. Barr y Ankudinov (1977) [38] proporcionó una revisión crítica de una serie de métodos de predicción para el movimiento de balance y su reducción

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

mediante tanques antivuelco. Webster et al. (1988) realizó un estudio detallado de inundación libre en tanques antivuelco durante la importante actualización de la USS Midway en 1986. Recientemente, Lee y Vassalos (1996) [39] investigaron el efecto de las obstrucciones del flujo en el interior del tanque. Los últimos buques estabilizadores son capaces de controlar el balanceo usando tanques de agua. El estabilizador está equipado con un “roll indicator” que tiene un ordenador basado en un microprocesador que calcula constantemente el “root mean square roll”, el periodo medio aparente de balance (Honkanen, 1990) [40].

Las diferentes frecuencias de “roll” pueden ser estimadas, cambiando el nivel de líquido en el tanque, ya que estas dependen de la longitud de la columna de agua. La amortiguación se proporciona mediante la restricción del flujo de aire entre los tanques. El periodo natural del tanque se establece por el tamaño de los conductos de entrada relativos a la superficie libre interior del tanque. Se debe hacer notar que todos estos estabilizadores afectan sólo a la amplitud de balance y no el periodo de balance (Sellars y Martin, 1992) [41].

Las excitaciones actúan en la mayoría de las estructuras costa afuera debido al viento, olas y corrientes oceánicas. El movimiento de “sloshing” de los líquidos en tanques de almacenamiento en estructuras fijas “off-shore” afecta su respuesta dinámica. Mediante la selección óptima de la geometría del tanque, la respuesta de la plataforma puede reducir la respuesta mediante el uso de tanques como amortiguadores de vibración dinámica. Por lo tanto, no se requiere un equipo nuevo, sino una configuración óptima, ya que su función principal es el almacenamiento de agua, combustible, lodo o crudo (Vandiver y Mitome, 1978) [42]. Los sistemas de reducción de movimiento pasivo, activos y semi - activos, tales como aletas y tanques estabilizadores; sistemas de amarre variable, controlada y no controlada de cojines de aire, pontones perforados y columnas con tanques de marea (gas – resorte) se han investigado y se aplican a plataformas flotantes y a otras estructuras en alta mar semi - sumergibles (Ehlers, 1995) [43]. Para estructuras flotantes en alta mar como TLP (*tension legs platforms*), el sistema con control de tensión de amarre regulable y variable son considerados. Los movimientos de baja frecuencia horizontal de TLP se pueden reducir mediante el control activo usando un sistema de hélices de posicionamiento dinámico. Otros mecanismos incluyen generadores de impulsos activos, tanques de fondo abiertos y cojines de aire pasivos presurizados. El control de plataformas en alta mar utilizando amortiguadores de masa activos, tendones activos y propulsores son estudiados por Suhardjo y Kareem (1997) [44]. Patel et al. (1985) [45] consideró un sistema de tanque pasivo

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

(aquel que posee una abertura en la zona superior) en TLPs donde la reducción de la respuesta depende de las oscilaciones de las columnas de agua en los tanques. Otro estudio muestra una plataforma ubicada sobre 4-6 columnas que contienen sistemas de tanques de gas (resorte), (Delrieu, 1994) [46]. Huse (1987) [47] ha estudiado la superficie libre para reducir los efectos navieros por tirón, cabeceo y balance en tanques de amortiguación de resonancia semi-sumergibles y otras estructuras *offshore*. Los tanques de amortiguación se sitúan en el mar abierto, los cuales poseen restricciones (Figura 1-6(a)). Como se puede observar, el depósito está abierto al mar y a la atmósfera a través de dos aberturas. La estructura se somete a movimientos verticales, el agua de mar fluirá dentro y fuera de los tanques. Al elegir un tamaño de abertura adecuada en relación con el área de la superficie libre del depósito, el nivel de agua en el tanque fluctuará en cierta fase con cierto retraso con respecto al movimiento vertical de la estructura. Esto produce una fuerza de amortiguación que reduce la oscilación del movimiento de resonancia de la estructura. Ehlers (1995) [43] considera un método de control semi-activo para una estructura equipada con tanques de fondo abierto, pero las válvulas en la parte superior pueden ser abiertas o cerradas (Figura 1-6 (b)). El movimiento vertical relativo entre las columnas de agua en los tanques y la estructura está influenciado por la posición de las válvulas y el aire que está atrapado en el tanque cuando la válvula está cerrada. Estos sistemas, sin embargo, sólo se pueden utilizar para la reducción de los movimientos verticales y no de los movimientos horizontales. Para estas estructuras, es muy importante, ya que la amortiguación en el modo vertical es extremadamente pequeña.

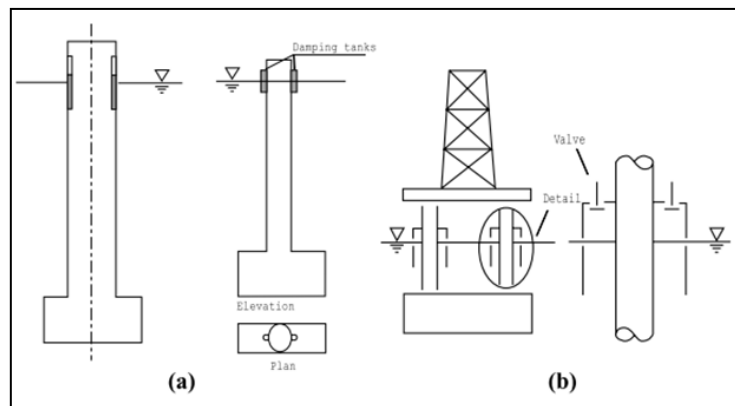


Figura 1-6. (a) Tanque disipativo con superficie libre [43] (b) Control semi-activo para estructura con compuerta superior abierta [43].

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

En todas las investigaciones anteriores, los autores se concentraron, ya sea en la manipulación teórica de las ecuaciones de movimiento o las pruebas de modelo y en el análisis del comportamiento de los tanques existentes en mar abierto o embarcaciones. Ahora se expondrán aplicaciones del uso de disipadores líquidos en el campo estructural.

### 1.2 APLICACIONES ESTRUCTURALES

Se han realizado varias aplicaciones de TLDs en Japón, un ejemplo es el MCC Aqua Damper<sup>TM</sup> que fue instalado en la Gold Tower en Chiba, Japón (Figura 1-7). El Aqua Damper es un tanque cúbico lleno de agua en que redes de cable de acero se han instalado a través del tanque, interfiriendo con el movimiento del agua. La frecuencia de los TLD se ajustan cambiando la longitud del tanque y la profundidad del agua. La amortiguación, por otra parte, se ajusta por medio de manipulaciones de las redes de amortiguación. En el último piso del Gold Tower, a 158m de altura se instalaron 16 unidades de Aqua Damper con un peso de agua de 10 toneladas (aproximadamente 1% del peso de la torre), su respuesta ha mejorado entre un 50% a 60% con respecto a la respuesta original de la estructura antes de la instalación del Aqua Damper (MCC Aqua Damper Pamphlet).



Figura 1-7. Aqua dampers (Fuente: MCC Aqua dámper literature)

Un conjunto de TLDs se han instalado en el Shin Yokohama Prince Hotel (SYPH) en Yokohama, Japón (Figura 1-8). El sistema de TLD se describe como una pila multi-capa de 9 recipientes circulares cada uno de 2 m de diámetro y 22 cm de alto, con una altura total de 2 m. Detalles del sistema se puede encontrar en Tamura et al. (1995) [48]. Antes y después de la instalación del TLD en Marzo de 1992, se tomaron medidas a escala real para documentar el comportamiento



## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

del sistema de amortiguación auxiliar. Se encontró que las aceleraciones RMS en cada dirección se redujeron de 50% a 70% en el TLD con velocidades de viento de más de 20 m/s, llegando a reducciones mayores con velocidades más altas. La aceleración RMS sin el TLD para la construcción fueron mayor que  $0.01 \frac{m}{s^2}$ , y se redujeron a menos de  $0.006 \frac{m}{s^2}$ , definido por la ISO como el nivel de percepción mínima a 0.31Hz. Instalaciones de disipadores similares son reportados por torre del aeropuerto de Nagasaki, Tokyo Tower International aeropuerto y Torre marina de Yokohama (Tamura et al. 1995) [48].

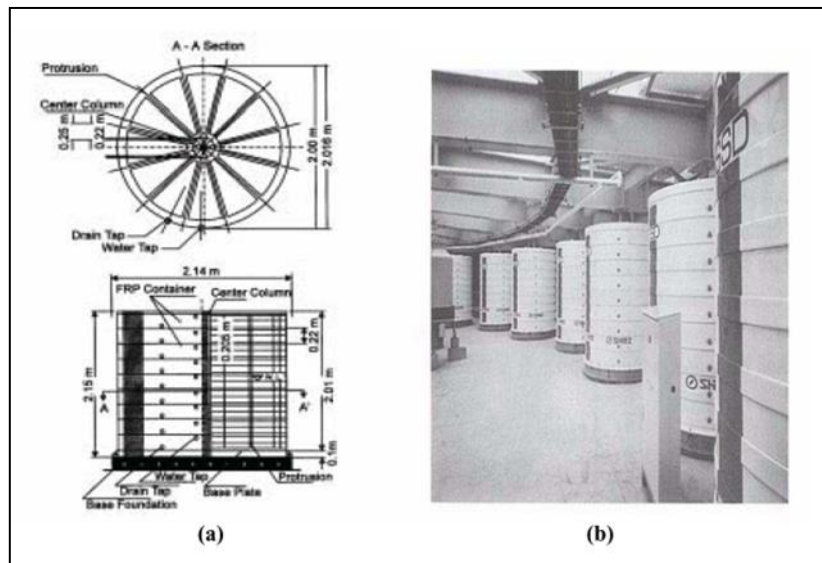


Figura 1-8. (a) Esquema TLD instalado en SYPH [48] (b) Instalación actual en edificio [48].

Un dispositivo TLCD se ha instalado en el Hotel Cosima en Tokio (Figura 1-9). El hotel es un edificio de acero de 26 pisos con una altura de 106.2 metros. Este edificio tiene una alta relación alto-ancho, siendo sensible a las fuerzas de viento. La base del edificio está conectada al suelo mediante anclajes de acero de alta resistencia. Esta estructura ha sido desarrollada para resistir los terremotos y las cargas de viento. El TLCD con regulación de presión, llamado MOVICS, se instaló en la planta superior y se ha observado que reduce la aceleración máxima en un 50-70% y la aceleración RMS en un 50% (Shimizu y Teramura, 1994) [22]. Otros sistemas MOVICS se han instalado en el Hotel Hyatt en Osaka y el Edificio Ichida en Osaka.

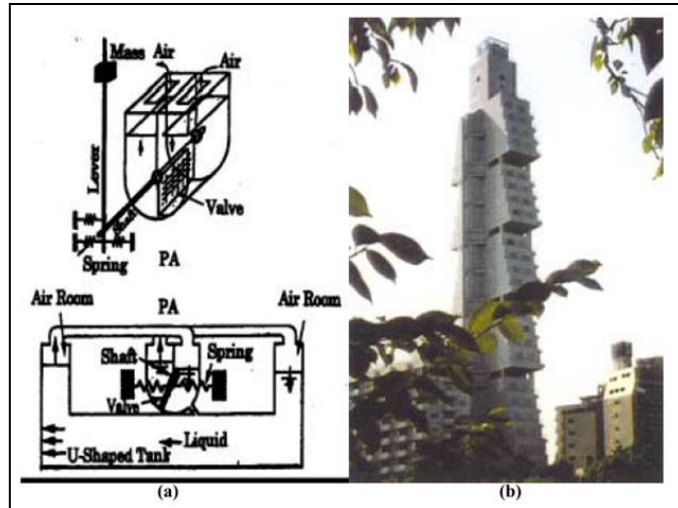


Figura 1-9. (a) Disipador líquido con ajuste de presión [22] (b) Instalado en Hotel Cosima, Tokyo [22]

Amortiguadores líquidos han sido desarrollados para el proyecto Millennium Tower, Bahía de Tokio, Japón. Por su gran altura y exposición a los tifones, se necesitan fuentes externas de amortiguación para controlar las vibraciones inducidas por el viento. Con bloques de acero masivos en la parte superior, y tanques de agua con conductos entre ellos. El agua proporcionaría resistencia pasiva en condiciones normales, pero bajo fuertes vientos, los sensores inducen un mecanismo de bombeo, cambiando el modo de control de pasivo a activo (Sudjic, 1993) [49]. La Figura 1-10 muestra de manera conceptual el esquema del TLD circular en esta torre.

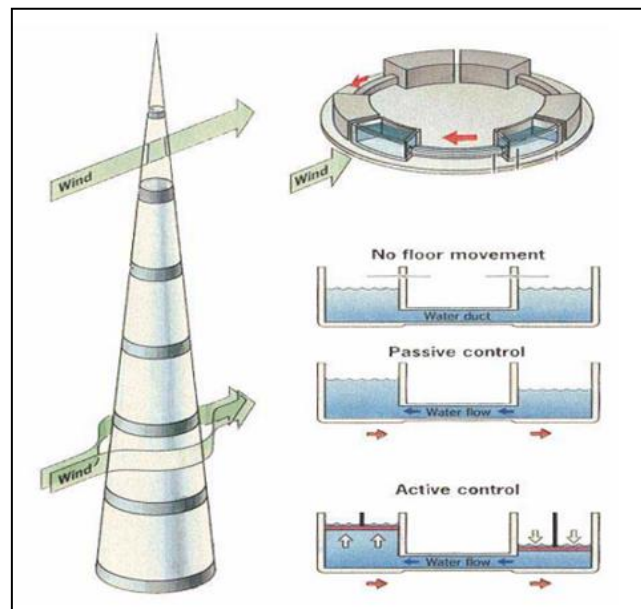


Figura 1-10. Millennium Tower. Pasivo y activo concepto TLCD [49].

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

Los TLDs están siendo utilizados para reducir las fuerzas aerodinámicas, en particular, los componentes de torque, que causan la inestabilidad durante la construcción de puentes de tramo largo (Brancaleoni 1992 [50]; Ueda et al 1992 [51]). Amortiguadores de vibraciones líquidas también se utilizan en chimeneas altas. Estos han demostrado ser económicos, se pueden ajustar fácilmente a las necesidades físicas y arquitectónicas, y muestran una gran eficiencia. Por lo general, están diseñados como una parte del pasillo circular o como un cuerpo de acoplamiento para las fuerzas de conexión de un grupo de chimeneas (Figura 1-11).



Figura 1-11. TLDs instalados en chimeneas [51].

### 1.3 LA IMPORTANCIA Y ALCANCE DEL TRABAJO

La propuesta de esta investigación consiste en fabricar un dispositivo en forma de U, que en su interior contiene líquido (agua). Las columnas se llenan hasta cierto nivel de altura, definida previamente, dejando un espacio entre la superficie libre de líquido y el extremo superior de la columna. El dispositivo en U es sellado en sus dos columnas, generando una presión de confinamiento equivalente a la presión atmosférica. La forma del disipador permite la oscilación de la masa de líquido contenida en su interior en el intervalo de frecuencias de diseño. Al sintonizarse con una estructura de mayor peso, contrarresta el movimiento de esta, generando una reducción de los desplazamientos, velocidad y aceleración.

Gran parte de las investigaciones se enfocan en la reducción óptima de los movimientos del disipador para estructuras en rangos de periodos altos. Este estudio pretende analizar estructuras que posean periodos bajos, más bien edificaciones pequeñas o estructuras industriales rígidas.

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

El estudio no realiza un análisis de factibilidad económico y solo se enfoca en la respuesta del comportamiento dinámico frente a movimientos horizontales para un rango de frecuencias contenida en sismos chilenos y estadounidenses.

El estudio posee condiciones particulares de geometrías y características ambientales, las que pueden diferir de la zona geográfica y según el tamaño de la estructura primaria a controlar.

La investigación abarca un estudio extenso sobre el comportamiento del volumen de gas (aire) ubicado en las columnas del disipador. Los parámetros de interés son la presión, el volumen y la temperatura. Estos son estudiados independientemente y de manera conjunta, analizando la influencia de estos en las propiedades dinámicas del dispositivo, periodo o frecuencia y el amortiguamiento. Se cuantifica la magnitud de sus variaciones y se establece una expresión para su utilización en el campo real de aplicaciones.

### 1.4 LAS HIPÓTESIS DE TRABAJO

Dentro de las hipótesis tomadas en la tesis, se debe suponer que la estructura principal posee un comportamiento visco-elástico lineal, también se consideran efectos de segundo orden (efecto  $P-\Delta$ ) en la matriz de rigidez de la estructura. Esta debe tener idealmente un bajo periodo fundamental el cual simula el comportamiento estructuras de rígidas, las cuales tienen altas frecuencias de oscilación.

Estudiaremos el movimiento del fluido (agua) teniendo en cuenta las fuerzas que las originan, para lo cual derivaremos las ecuaciones matemáticas que representan los principios básicos que rigen el movimiento de un volumen infinitesimal de fluido. Estos principios básicos son: la segunda ley de Newton o el principio de conservación de la cantidad de movimiento; el principio de conservación de la energía o la primera ley de la termodinámica y la conservación de masa representada por ecuación de continuidad en caso que la densidad del fluido sea constante.

Las hipótesis consideradas para el flujo gaseoso se deben mayormente por tener un régimen no adiabático y el intercambio de calor en el medio, las cuales se explican más adelante y se expone su validez en el sistema en conjunto. Se establece de ante mano que el aire posee un comportamiento de gas ideal.

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

### 1.5 OBJETIVOS

El trabajo tiene como intención establecer el uso de los disipadores de forma factible en el rango de periodos de interés, estableciendo restricciones y la metodología de diseño de estos.

El objetivo principal es estudiar analíticamente y experimentalmente la respuesta de sistemas de disipación de columnas líquidas presurizadas sintonizadas en estructuras de periodo bajo y determinar las condiciones óptimas para la construcción.

### 1.6 METODOLOGÍA DEL CONTENIDO DEL TEXTO

La metodología a implementar en el estudio de DPCLS consta de una revisión bibliográfica de autores dedicados al estudio de disipadores de columna líquida, que consideren un flujo libre de aire a la atmósfera, también de disipadores de columna líquida con confinamiento de aire y/o estudios similares los cuales indiquen el comportamiento del disipador, estableciendo una guía en la resolución del sistema, determinado a través de la modelación numérica que incorpora no linealidades en las ecuaciones. También es fundamental la recopilación de información sobre el comportamiento del gas (aire) bajo las condiciones impuestas en la columna del disipador, para poder establecer si posee un comportamiento de resorte y/o amortiguador.

De esta manera es posible deducir y desarrollar teóricamente las ecuaciones dinámicas que rigen el comportamiento del dispositivo.

Posteriormente de establecer, analizar y solucionar el sistema en conjunto (estructura primaria + disipador), se procede al desarrollo de diseño del dispositivo, para luego realizar la construcción del DPCLS. Los parámetros a optimizar son el periodo y amortiguamiento, cuyos valores deben ser capaces de reducir la respuesta del sistema principal.

El disipador es sometido a solicitaciones del tipo aleatoria, para caracterizar sus propiedades, el cual se ensaya bajo distintas configuraciones de razón de bloqueo de la tapa, estudiando el comportamiento del aire dentro de las columnas. Se evalúa experimentalmente en la mesa vibradora la estructura metálica con y sin considerar el DPCLS, replicando 19 registros sísmicos en la dirección de mayor rigidez de la estructura, los ensayos se realizan en el Laboratorio de Sólidos (Mecesup) de la Universidad de Chile.

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

El texto presentado a continuación está estructurado en seis capítulos. El capítulo actual, ha descrito una breve reseña del campo de la ingeniería sísmica en Chile y los tipos de dispositivos activos, semi-activos y pasivos. Relata con mayor detalle sobre disipadores de masa sintonizada y disipadores líquidos sintonizados. Se exponen los distintos campos en que son aplicados estos dispositivos, en el área de edificación y el área marítima.

El segundo capítulo describe las ecuaciones que controlan el comportamiento del disipador presurizado de columna líquida, las que se desarrollan a partir de la Primera Ley de la Termodinámica, la ecuación de continuidad y la ecuación de Euler. Al final del capítulo se muestran las cuatro ecuaciones diferenciales que son resueltas bajo métodos numéricos para obtener la respuesta del disipador.

El capítulo III, a partir de las ecuaciones encontradas y el método numérico implementado, se busca establecer la linealidad del problema y la influencia de la rigidez y el amortiguamiento generado por el aire confinado en el comportamiento del DPCLS. La solución de las ecuaciones se realiza a partir del método de Runge Kutta en combinación con el método de Newmark para ecuaciones no lineales e implementando el método de iteración de Newton – Raphson.

El siguiente capítulo busca linealizar las ecuaciones de movimiento del disipador, las que contienen términos no lineales utilizando un proceso estocástico. Los parámetros a linealizar son el periodo y amortiguamiento generados por la fuerza de la cámara de aire. Se determina una expresión analítica generada a través del ajuste de curvas para un rango de valores de presión cercanos a 0.1atm, la cual permite determinar el periodo y amortiguamiento equivalentes del disipador. Al final del capítulo se obtienen las ecuaciones linealizadas del problema del disipador y de la estructura primaria, las que son determinadas bajo el concepto de balance de energía.

Para la parte experimental se busca diseñar un disipador tal que disminuya los desplazamientos horizontales de un sistema de dos niveles formada de acero y aluminio. Se establece el modo de vibrar a controlar, la ubicación del disipador en la estructura y se buscan los parámetros óptimos de diseño. A partir de esto es posible generar la geometría óptima del disipador y un diseño teóricamente viable para reducir los desplazamientos. El que posteriormente se debe construir para la experimentación.

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

El último capítulo de análisis de resultados experimentales, muestra cuantitativamente la respuesta de la estructura principal con y sin disipador, comparando los resultados y estableciendo la eficacia del DPCLS.

## CAPÍTULO II

### COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL DPCLS

En su comportamiento influyen las propiedades geométricas, largo, alto y área transversal de la columna vertical y conducto horizontal, también depende de las características del fluido, como su densidad y viscosidad. Las propiedades de la cámara de aire (presión, volumen y temperatura) influyen en las características dinámicas del disipador. A continuación se muestra la base teórica para determinar el comportamiento del aire en la columna.

#### 2.1 CÁMARA DE AIRE: PRIMERA LEY DE LA TERMODINÁMICA

Por definición, el trabajo adiabático realizado por un sistema es un proceso que une el estado de equilibrio inicial "a" con el estado de equilibrio final "b", el cual es igual a la disminución de energía interna del sistema  $U_a - U_b$ , la ecuación ( 2.1 ) muestra la relación.

$$U_a - U_b = Q - W \quad (2.1)$$

La diferencia de energía interna establece que el incremento de un sistema en cualquier proceso en el que no existan variaciones de energía cinética y potencial, es igual al flujo de calor neto en el sistema  $Q$ , menos el trabajo total  $W$  realizado por el sistema.

Si el flujo de calor y el trabajo son ambos muy pequeños, la variación de la energía interna es también muy pequeña y la ecuación ( 2.1 ) se convierte en una expresión de valores infinitesimales, como muestra la ec. ( 2.2 ).

$$dU = dQ - dW \quad (2.2)$$

No existe limitación sobre el proceso a que se refiere la ecuación anterior; el proceso puede ser reversible o irreversible. Al ser reversible, podemos sustituir  $dW$  por  $PdV$ , donde  $P$  y  $V$  son la presión y el volumen del sistema respectivamente. Por ende,  $dV$  es la variación de volumen infinitesimal. En tanto, el proceso reversible queda expresado en la ec. ( 2.3 ),



## CAPÍTULO II: COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL DPCLS

$$dU = dQ - PdV \quad (2.3)$$

Para un proceso determinado en estados inicial y final, los valores de  $dU$  son los mismos para todos los procesos comprendidos entre dichos estados. Sin embargo, las magnitudes de  $W$  o  $dW$  son diferentes en cada proceso y, como consecuencia, los flujos caloríficos  $Q$  o  $dQ$  también son diferentes. Así,  $dQ$  y  $dW$ , son una diferencia inexacta, donde  $Q$  no es una propiedad del sistema. El calor, como el trabajo, es una función de línea y no una función de punto y solo tiene significado en conexión con un proceso. Por otra parte, el flujo neto de calor en un sistema durante un proceso entre los estados "a" y "b" es la suma de los valores  $dQ$  en cada etapa del proceso y por tanto, el calor se representa como la integral del diferencial de calor de un estado inicial a uno final, ec. (2.4)

$$Q = \int_a^b dQ \quad (2.4)$$

El fenómeno de transferencia de calor se puede explicar como un fenómeno de convección, este aparece siempre que un cuerpo se coloca en un fluido con una temperatura mayor o menor. Debido a la diferencia de temperaturas, el calor fluye entre el fluido y el cuerpo, cambiando la densidad del fluido cerca de la superficie. La diferencia de densidad produce un ascenso del flujo más ligero. La convección puede ser generada de manera natural producida solo por las diferencias de densidades de la materia; o forzada, cuando la materia es obligada a moverse de un lugar a otro. Sólo se produce en líquidos y gases donde los átomos y moléculas son libres de moverse en el medio. Un modelo de transferencia de calor por convección que predice la pérdida de calor, es la Ley de enfriamiento de Newton, la cual se representa en la ecuación (2.5).

$$\frac{dQ}{dt} = h_c A (T_s - T) \quad (2.5)$$

El flujo de calor,  $\frac{dQ}{dt}$  es proporcional al área de transferencia,  $A$  y a la diferencia entre la temperatura de la superficie adyacente al fluido y la temperatura del fluido ( $T_s - T$ ), donde  $h_c$  se define como el coeficiente de transferencia de calor por convección simple o forzada. El flujo de calor por convección es positivo si el calor se transfiere desde la superficie al fluido y negativo si el calor se transfiere desde el fluido hacia la superficie. Este mecanismo actúa al interior del disipador. Las paredes del disipador constituyen una resistencia en serie para la transferencia de

## CAPÍTULO II: COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL DPCLS

calor, que bajo condiciones estacionarias y considerando los distintos mecanismos de transferencia de calor estos se desarrollan. La conducción se debe evaluar en la Ley de Fourier para las capas de material consideradas y las pérdidas en las paredes del tubo, interna y externa se evalúan según la ecuación de enfriamiento de Newton o de radiación. Considerando las condiciones dinámicas existentes en el aire encerrado durante la transición del movimiento revela un problema para la transferencia de calor y observaciones muestran que el término de la transferencia de calor no es un parámetro crítico en el análisis.

Aunque ambos tipos de convección están presentes, simple y forzada, las magnitudes de las velocidades indican que el orden del coeficiente de convección de transferencia a través del material puede ser adecuadamente representado por el coeficiente de convección de turbulencia libre para láminas verticales semi-infinitas, como  $\alpha$ , el que también es proporcional a la potencia de la diferencia de temperatura  $\Delta T = T_{in} - T_{ex}$ , el cual se expresa en la ecuación 2.6.

$$h_c = \alpha |\Delta T|^{\frac{1}{3}} \quad (2.6)$$

Graze (1996) [52] sugiere un valor de  $\alpha$  promedio de 3.5 en el sistema internacional de unidades, aunque el valor varía al comprimir o expandir el aire, se considera igual para ambos fenómenos. Reemplazando la ec. ( 2.6 ) en la ecuación ( 2.5 ), donde el área de transferencia en el disipador queda definida como el área de manto de transferencia de calor, la que por ahora reemplazaremos por  $A_q$ , obteniendo la ecuación ( 2.7 ),

$$\frac{dQ}{dt} = A_q \alpha |T_{in} - T_{ex}|^{\frac{1}{3}} (T_{in} - T_{ex}) \quad (2.7)$$

Por otro lado la energía interna, debe considerar un volumen de control con cambios relativamente pequeños de temperatura y presión considerando que el gas posee características de un gas ideal. La ecuación de los gases ideales definida en la ec. ( 2.8 ) muestra la relación entre la presión  $P$ , el volumen  $V$ , la masa molar  $m$ , la constante universal de los gases  $R$  y la temperatura  $T$ .

$$PV = mRT \quad (2.8)$$

Si la capacidad calorífica de presión y volumen son consideradas constantes con respecto a la temperatura, el coeficiente de calor específico es designado por  $\gamma$  definido en la ec. ( 2.9 ),

## CAPÍTULO II: COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL DPCLS

$$\frac{C_p}{C_v} = \gamma \quad (2.9)$$

Combinando una serie de ecuaciones entre ellas las ecs. ( 2.8 ) y ( 2.9 ), el cambio de energía interna queda expresado como una relación entre la presión, el volumen y el coeficiente de calor específico, ec. ( 2.10 ),

$$dU = \frac{d(PV)}{\gamma - 1} \quad (2.10)$$

La aplicación de los conceptos de reversibilidad, la primera ecuación de la termodinámica, definida en la ecuación ( 2.2 ); los términos de la energía interna ( 2.10 ), el flujo de calor ( 2.7 ) y el trabajo realizado por el sistema son agrupados obteniendo la relación entre ellos, ec. ( 2.11 ),

$$\frac{d(PV)}{\gamma - 1} = -PdV + A_q \alpha |T_{in} - T_{ex}|^{\frac{1}{3}} (T_{in} - T_{ex}) \quad (2.11)$$

Derivando la expresión de la energía interna y agrupando términos, la ecuación ( 2.11 ) expresándola de forma diferencial en el tiempo y despejando la variación de presión llegamos a la ec. ( 2.12 ),

$$\frac{dP}{dt} = -\gamma \frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + \frac{\gamma - 1}{V} A_q \alpha |T_{in} - T_{ex}|^{\frac{1}{3}} (T_{in} - T_{ex}) \quad (2.12)$$

Introduciendo el concepto de masa de aire contenida en un recipiente,  $M_g$  y la constante universal de los gases con relación a las masas se obtiene la ecuación para  $R_g$  ( 2.13 ),

$$R_g = \frac{R}{M_g} \quad (2.13)$$

Reemplazamiento la ec. ( 2.13 ) en ( 2.8 ) se obtiene la ecuación de los gases ideales relacionada con la masa del contenedor.

$$PV = M_g R_g T \quad (2.14)$$

## CAPÍTULO II: COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL DPCLS

$$P_o V_o = M_g R_g T_o \quad (2.15)$$

Los términos que contienen el subíndice cero (ec. ( 2.15 )), corresponden a las condiciones iniciales del sistema. También es posible determinar una relación según estas condiciones para un sistema donde no existe intercambio de masa con el exterior se puede establecer la relación ( 2.16 ),

$$M_g R_g = \frac{P_o V_o}{T_o} \quad (2.16)$$

La ecuación ( 2.12 ) de la variación de la presión puede ser escrita como se muestra en la ec. ( 2.17 ) en donde se incorpora la constante de la ley de los gases en relación a las condiciones iniciales del problema.

$$\frac{dP}{dt} = -\gamma \frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + \frac{\gamma - 1}{V} A_q \alpha \left| \frac{PV}{M_g R_g} - T_{ex} \right|^{\frac{1}{3}} \left( \frac{PV}{M_g R_g} - T_{ex} \right) \quad (2.17)$$

La Figura 2-1 muestra un esquema de las variables del problema considerando una columna del disipador presurizado. Se observa que para un tiempo  $t_0$  se tienen las condiciones iniciales, en donde la cámara de aire tiene una altura  $h$ , en reposo, también se muestran las variables termodinámicas para un tiempo  $t^*$  cualquiera. Mientras que las condiciones exteriores del problema son temperatura ambiente,  $T_{ext}$  y presión atmosférica,  $P_{atm}$ .

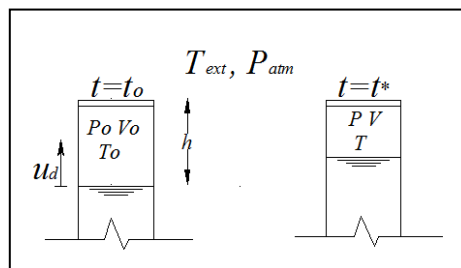


Figura 2-1. Esquema recipiente contenedor de gas en el disipador.

### 2.2 ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

La ecuación diferencial que se atribuye a la variación de presión en el disipador ya está determinada. Ahora es necesario conocer el parámetro relacionado con el volumen de la cámara de aire, incorporada en la ec. ( 2.17 ). Considerando los extremos cerrados del disipador como

## CAPÍTULO II: COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL DPCLS

condición de borde, y además la densidad del fluido constante, la variación del volumen de gas se relaciona con la variación del fluido en la columna. Al imponer que la velocidad del líquido es la misma del gas en la interfaz, la ecuación de continuidad en la columna del disipador queda expresada en la ecuación ( 2.18 ),

$$\frac{dV}{dt} = -A_v v \quad (2.18)$$

Donde el cambio de volumen en el tiempo  $\frac{dV}{dt}$  es proporcional a la velocidad  $v$  y al área  $A$  por donde transcurre el fluido. La ecuación anterior aplicada a las condiciones geométricas e internas del disipador presurizado de columna líquida, se tiene la ec. ( 2.19 ).

$$\frac{dV}{dt} = -A_v \dot{u}_d \quad (2.19)$$

En la cual se muestra la variable relacionada con la velocidad del fluido en el disipador  $\dot{u}_d$  y el área transversal vertical de la columna  $A_v$ .

### 2.3 ECUACIÓN DE EULER

El método para determinar la ecuación cinemática se realiza a través de la ecuación de Euler aplicada al disipador. Se consideran las variables y puntos expuestos en la Figura 2-2.

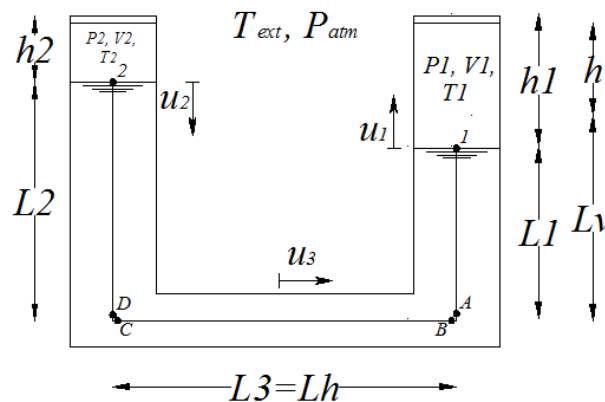


Figura 2-2. Esquema Disipador, para determinar puntos de energía en el fluido.

Debido a los cambios de sección entre el conducto vertical y horizontal se deben estimar expresiones desde los puntos "1" a "A", "B" a "C" y de "D" a "2". Al considerar por definición

## CAPÍTULO II: COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL DPCLS

la ecuación de Euler para los pares de puntos señalados en la figura anterior se obtienen las expresiones ( 2.20 ), ( 2.21 ) y ( 2.22 ),

De “1” a “A”,

$$\frac{L_1 d\dot{u}_1}{g dt} + B_A - B_1 + \Lambda_{A-1} = 0 \quad ( 2.20 )$$

De “D” a “2”,

$$\frac{L_2 d\dot{u}_2}{g dt} + B_2 - B_D + \Lambda_{2-D} = 0 \quad ( 2.21 )$$

De “C” a “B”,

$$\frac{L_3 d\dot{u}_3}{g dt} + B_C - B_B + \Lambda_{C-B} = 0 \quad ( 2.22 )$$

En donde  $L_1, L_2$  y  $L_3$  son las distancias entre los puntos de A a 1, de D a 2 y C a B respectivamente,  $g$  es la aceleración de gravedad,  $\frac{d\dot{u}_i}{dt}$  con  $i = 1, 2$  y  $3$  es la variación de la velocidad en el tiempo de las variables que muestran el desplazamiento en la columna izquierda, derecha y conducto horizontal respectivamente,  $B_j$  con  $j = A, B, C, D, 1$  y  $2$  son los niveles de energía en cada punto o Bernoulli, y por último  $\Lambda_{A-1}$ ,  $\Lambda_{2-D}$  y  $\Lambda_{C-B}$  corresponden a la agrupación de pérdidas de energía friccionales y singulares. Las sumas de Bernoulli en los puntos A y C, se pueden escribir como muestran las ecuaciones ( 2.23 ) y ( 2.24 ), los cuales están descritos en función de los Bernoulli en los puntos D y B y las pérdidas de energía entre los puntos D y C,  $\Lambda_{D-C}$  y entre los puntos A y B,  $\Lambda_{A-B}$ .

$$B_C = B_D - \Lambda_{D-C} \quad ( 2.23 )$$

$$B_A = B_B - \Lambda_{A-B} \quad ( 2.24 )$$

Se pueden escribir las longitudes verticales considerando la longitud vertical  $L_v$  la cual representa la distancia entre el centroide del conducto horizontal hasta la superficie libre de líquido o interfaz líquido-aire. Las variables de desplazamiento correspondientes  $u_1$  para la columna izquierda y  $u_2$  para la columna derecha (ecs. ( 2.25 ) y ( 2.26 )). La distancia entre los centros de

## CAPÍTULO II: COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL DPCLS

gravedad de las columnas izquierda y derecha,  $L_3$  también es definida como la distancia horizontal  $L_h$  (ec. ( 2.27 )).

$$L_1 = L_v - u_1 \quad (2.25)$$

$$L_2 = L_v + u_2 \quad (2.26)$$

$$L_3 = L_h \quad (2.27)$$

También es posible condensar las variables de desplazamiento de las columnas ( $u_1, u_2$ ) en solo un parámetro por continuidad de movimiento (ec. ( 2.28 )).

$$u_d = u_1 = u_2 \quad (2.28)$$

Y por continuidad en el ensanche entre columna y conducto horizontal obtenemos la relación del desplazamiento horizontal  $u_3$  y el desplazamiento vertical  $u_1$  en función de sus áreas transversales vertical  $A_v$  y horizontal  $A_h$ , ec. ( 2.29 ). De la misma manera se logra obtener la velocidad en el conducto horizontal en función de los mismos parámetros, ec. ( 2.30 ).

$$u_3 = \frac{A_v}{A_h} u_1 = \frac{A_v}{A_h} u_d \quad (2.29)$$

$$\dot{u}_3 = \frac{A_v}{A_h} \dot{u}_d \quad (2.30)$$

Al reemplazar las ecuaciones ( 2.26 ), ( 2.27 ), ( 2.28 ), ( 2.29 ), ( 2.30 ) en ( 2.20 ), ( 2.21 ), ( 2.22 ) y sumarlas obteniendo solo una expresión ( 2.31 ),

$$\begin{aligned} \frac{L_v - u_d}{g} \frac{d\dot{u}_d}{dt} + B_A - B_1 + \Lambda_{A-1} + \frac{L_v + u_d}{g} \frac{d\dot{u}_d}{dt} + B_2 - B_D + \Lambda_{2-D} + \frac{L_h}{g} \frac{d\left(\frac{A_v}{A_h} \dot{u}_d\right)}{dt} + B_C \\ - B_B + \Lambda_{C-B} = 0 \end{aligned} \quad (2.31)$$

Luego al reemplazar las pérdidas de energía de las ecuaciones ( 2.22 ) y ( 2.23 ) en la ecuación ( 2.31 ),

$$\begin{aligned} \frac{L_v - u_d}{g} \frac{d\dot{u}_d}{dt} + (B_B - \Lambda_{A-B}) - B_1 + \Lambda_{A-1} + \frac{L_v + u_d}{g} \frac{d\dot{u}_d}{dt} + B_2 - (B_C - \Lambda_{D-C}) + \Lambda_{2-D} \\ + \frac{L_h}{g} \frac{d\left(\frac{A_v}{A_h} \dot{u}_d\right)}{dt} + B_C - B_B + \Lambda_{C-B} = 0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Reduciendo y agrupando términos se logra obtener la ecuación de Euler para el sistema del disipador, representado en la ecuación ( 2.33 ). Sin embargo esta expresión aún posee términos desconocidos de Bernoulli y pérdidas de energía.

$$\frac{2L_v}{g} \frac{d\dot{u}_d}{dt} - \Lambda_{A-B} - B_1 + \Lambda_{A-1} + B_2 + \Lambda_{D-C} + \Lambda_{2-D} + \frac{L_h}{g} \frac{d\left(\frac{A_v}{A_h} \dot{u}_d\right)}{dt} + \Lambda_{C-B} = 0 \quad (2.33)$$

Las pérdidas de energía consideran tanto las perdidas friccionales del sistema, como las pérdidas singulares ocasionadas en los codos del tubo en U y las pérdidas debido al angostamiento en la parte central del disipador. Según J. C. Wu [53] las pérdidas pueden ser expresadas mediante un coeficiente de pérdidas  $\eta$ , dado que la mayor pérdida es ocasionada debido al angostamiento en la zona central del disipador, por lo tanto la suma de todas las pérdidas puede ser representada por solo un término no lineal expresado en el último término de la ecuación ( 2.34 ) como un valor proporcional a la velocidad al cuadrado.

$$\Lambda_T = \sum \Lambda = -\Lambda_{A-B} + \Lambda_{A-1} + \Lambda_{D-C} + \Lambda_{2-D} + \Lambda_{C-B} = \frac{1}{2} \eta \frac{\dot{u}_d |\dot{u}_d|}{g} \quad (2.34)$$

Reagrupando términos, eliminando y reemplazando en la ec. ( 2.34 ) la ec. ( 2.33 ) obtenemos,

$$\frac{2L_v + \frac{A_v}{A_h} L_h}{g} \frac{d\dot{u}_d}{dt} + B_2 - B_1 + \frac{1}{2} \eta \frac{\dot{u}_d |\dot{u}_d|}{g} = 0 \quad (2.35)$$

Se define la longitud equivalente  $L_{eq} = 2L_v + \frac{A_v}{A_h} L_h$  la cual representa el largo equivalente del tubo en U considerando el efecto del cambio de sección entre las columnas y el conducto horizontal, reemplazándola en ( 2.35 ) y obtenemos finalmente la ec. ( 2.36 ),

$$\frac{L_{eq}}{g} \frac{d\dot{u}_d}{dt} + B_2 - B_1 + \frac{1}{2} \eta \frac{\dot{u}_d |\dot{u}_d|}{g} = 0 \quad (2.36)$$



## CAPÍTULO II: COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL DPCLS

Estableciendo la línea de referencia como datum ubicado en el nivel de equilibrio estático, se considera la distancia entre el datum y un desplazamiento dado por  $u_d$ , entonces  $2u_d$  es la diferencia de elevación entre ambas columnas del tubo  $u_2 - u_1$ . Cuando ocurre un desplazamiento evaluando los Bernoulli en los puntos 1 y 2 se establecen las ecuaciones ( 2.37 ) y ( 2.38 ), los cuales representan el nivel de energía que posee el punto seleccionado, los cuales están compuestos por un término relacionado con la energía cinética o más claramente con la velocidad otro término con la energía potencial o con la presión  $P_1$  y  $P_2$ , la cual se determina bajo el principio de Arquímedes.

$$B_1 = \frac{1}{2} \frac{\dot{u}_d^2}{g} + \frac{P_1}{\rho_f g} - u_d \quad (2.37)$$

$$B_2 = \frac{1}{2} \frac{\dot{u}_d^2}{g} + \frac{P_2}{\rho_f g} + u_d \quad (2.38)$$

Donde  $\rho_f$  es la densidad del líquido. Reemplazando las ecuaciones de los Bernoulli ( 2.37 ) y ( 2.38 ) en la ecuación de movimiento ( 2.36 ) tenemos la expresión (2.39).

$$\frac{L_{eq}}{g} \frac{d\dot{u}_d}{dt} + \left( \frac{1}{2} \frac{\dot{u}_d^2}{g} + \frac{P_2}{\rho_f g} + u_d \right) - \left( \frac{1}{2} \frac{\dot{u}_d^2}{g} + \frac{P_1}{\rho_f g} - u_d \right) + \frac{1}{2} \eta \frac{\dot{u}_d |\dot{u}_d|}{g} = 0 \quad (2.39)$$

Agrupando y despejando el término de la aceleración tenemos ( 2.40 ),

$$\frac{d\dot{u}_d}{dt} + \frac{P_2 - P_1}{\rho_f L_{eq}} + \frac{2g}{L_{eq}} u_d + \frac{1}{2} \eta \frac{\dot{u}_d |\dot{u}_d|}{L_{eq}} = 0 \quad (2.40)$$

Sakai et al (1989), propone una expresión similar con los términos de fuerza de inercia del disipador, fuerza restitutiva y fuerza disipativa no lineal para un sistema solicitado por una aceleración basal, sin embargo, la ecuación ( 20.4 ) ha incorporado el término asociado a la fuerza de presión en las cámaras de aire.

La ecuación ( 2.40 ) muestra los términos de la fuerza de inercia, una fuerza relacionada con la presión en las columnas debido al aire confinado, un término relacionado con la fuerza restitutiva debida a la geometría del disipador y el último término relacionado con la fuerza de disipación o de amortiguamiento, la cual muestra una ley de amortiguamiento viscoso, para un problema de

## CAPÍTULO II: COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL DPCLS

valores iniciales. La ecuación ( 2.41 ) representa la ecuación anterior como un sistema de fuerzas.

Se define la masa equivalente  $m_{eq} = \rho_f L_{eq} A_v$ ,

$$m_{eq}\ddot{u}_d + 2g\rho_f A_v u_d + \frac{1}{2}\eta\rho_f A_v \dot{u}_d |\dot{u}_d| + (P_2 - P_1)A_v = 0 \quad (2.41)$$

De la ecuación de movimiento ( 2.41 ), despejando la aceleración como la variación de la velocidad se tiene la ec. ( 2.42 ), mostrando la ecuación diferencial usada para determinar la respuesta del disipador posteriormente.

$$\frac{d\dot{u}_d}{dt} = -\left(\frac{P_2 - P_1}{\rho_f L_{eq}} + \frac{2g}{L_{eq}}u_d + \frac{1}{2}\eta\frac{\dot{u}_d |\dot{u}_d|}{L_{eq}}\right) \quad (2.42)$$

### 2.4 RESOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES DIFERENCIALES

La resolución del problema del disipador de columnas líquidas presurizadas es posible resolverlo a partir de las ecuaciones determinadas en este capítulo. El problema queda definido por la primera ley de la termodinámica para el gas, donde se obtiene la ecuación diferencial para la presión en las columnas ( 2.17 ), la ecuación de Euler para el fluido, donde se define la ecuación diferencial del volumen de aire contenido en la columna ( 2.42 ) y la ecuación de continuidad ( 2.19 ) que compatibiliza el gas y el líquido. Mediante un análisis cinemático sabemos que la velocidad se relaciona con la variación del desplazamiento del fluido,  $\dot{u}_d = \frac{du_d}{dt}$ .

El coeficiente de las pérdidas del sistema  $\eta$  queda definido en función de la relación entre las áreas del angostamiento central del disipador (razón de bloqueo,  $\psi$ ) y la sección transversal  $A_h$  del disipador para un régimen turbulento. La estimación teórica de los parámetros requeridos para evaluar el coeficiente posee una complejidad alta, como alternativa pueden usarse expresiones calibradas mediante análisis experimentales. Para ello utilizaremos los resultados obtenidos por J.-C. Wua et al. (2005) [71] quién determinó la relación entre el coeficiente de pérdidas para disipadores de columna líquida sintonizada, confeccionados con acrílico. Los resultados indicaron, que la influencia de la fricción, sobre el factor de perdidas es comparativamente menor en relación a las pérdidas ocasionadas en los codos y a su vez a las producidas en el

## CAPÍTULO II: COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL DPCLS

angostamiento central. La relación entre el factor de pérdidas,  $\eta$  y la razón de bloqueo,  $\psi$ , se expresa en la ecuación ( 2.43 ),

$$\eta = \frac{(-0.6\psi + 2.1\psi^{0.1})^{1.6}}{(1 - \psi)^2} \quad ( 2.43 )$$

Dadas las cuatro ecuaciones diferenciales ( 2.17 ), ( 2.42 ), ( 2.19 ) y la expresión  $\frac{du_d}{dt}$ , se logran obtener simultáneamente las cuatro variables del sistema de ecuaciones, a través de un programa computacional de métodos numéricos, el procedimiento de resolución utilizado es el método de integración Runge-Kutta de cuarto orden, capaz de resolver sistemas de ecuaciones no lineales. Otros métodos también implementados para resolver el problema sintonizado con la estructura principal, son una combinación de métodos numéricos. Para resolver el problema de la cámara de aire el método de Runge-Kutta de cuarto orden, el método de Newmark de varios grados de libertad para resolver el problema sintonizado del disipador y estructura primaria, el cual se complementa con el método iterativo de Newton-Raphson. El método se desarrolla en el software Matlab y su descripción se detalla en Anexo C.

## CAPÍTULO III

### ANÁLISIS DE PARÁMETROS: COLUMNA DE AIRE

El siguiente capítulo tiene como objetivo determinar de manera simple y concisa una expresión que muestre el valor de propiedades dinámica del disipador: frecuencia natural y amortiguamiento.

El confinamiento de las columnas ha introducido nuevos parámetros al problema (presión, volumen y temperatura) los cuales influyen en el comportamiento del disipador. Por una parte, la presión al interior de las columnas es ejercida uniformemente en todas las direcciones, normal a la superficie de las paredes de la columna del disipador (placas de acrílico) y del fluido; la temperatura, relaciona las variaciones térmicas existentes entre el medio interno y externo a través de la pérdida o ganancia de calor en el contenedor, este parámetro, posee especial interés debido a la influencia que tiene en las propiedades de rigidez o amortiguamiento del sistema; y por último, el volumen de aire contenido en la columna, que por simplicidad, solo son observados los cambios de la altura de la cámara de aire, ya que el área transversal de la columna es constante. Este capítulo representa la sección previa a la linealización de las variables dinámicas del disipador.

Las ecuaciones diferenciales descritas en el capítulo II se desarrollan y resuelven a través de método numérico Runge Kutta de cuarto orden, en una rutina implementada en el programa Matlab. Cuyos resultados indican la respuesta en el tiempo del desplazamiento, velocidad y aceleración, además de la respuesta de la variables termodinámicas: presión volumen y temperatura. A continuación, como ejemplo, se realiza una demostración utilizando valores geométricos del disipador, similares a los usados en los ensayos experimentales, en el Capítulo VI, ante un problema de valores iniciales y ruido blanco. Todo este procedimiento nos permite conocer la influencia de las distintas variables en el comportamiento del disipador.

## CAPÍTULO III: ANÁLISIS PARÁMETROS COLUMNA DE AIRE

### 3.1 DESCRIPCIÓN COMPORTAMIENTO DCLP BAJO CONDICIONES INICIALES

Para comprender el problema de manera cualitativa se han establecido condiciones geométricas mostradas en la Tabla 3-1, que contienen las propiedades del gas y la cámara de aire. Los gráficos de respuesta del disipador mostrados en la Figura 3-1 y 3-2 satisfacen un problema de vibración libre con condiciones iniciales de velocidad de  $50 \frac{mm}{s}$  y desplazamiento nulo.

<i>Parámetro</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Valor</i>	<i>Unidad</i>
Densidad del agua	$\rho_f$	997	$kg/m^3$
Razón de Calor Específico	$\gamma$	1.4	–
Coefficiente de transferencia de calor	$\alpha$	3.5	$\frac{kg}{s^3 K^{\frac{4}{3}}}$
Aceleración de gravedad	$g$	9.81	$m/s^2$
Presión inicial en columnas	$P_o$	95.2	$kPa$
Temperatura inicial en columnas	$T_o$	293	$K$
Altura de la columna de aire	$h$	35	$cm$
Razón de bloqueo	$\psi$	0.5	–
Longitud columna vertical con agua	$L_v$	12.4	$cm$
Longitud horizontal del disipador	$L_h$	74.4	$cm$
Área horizontal del disipador	$A_h$	26.95	$cm^2$
Razón de áreas sección vertical y horizontal	$v$	1.5	–
Área vertical del disipador	$A_v$	40.425	$cm^2$
Longitud equivalente del disipador	$L_{eq}$	136.4	$cm$
Periodo lineal equivalente	$T_{eq}$	0.262	$seg.$

Tabla 3-1. Parámetros problema de disipador presurizado bajo vibración libre.

### CAPÍTULO III: ANÁLISIS PARÁMETROS COLUMNA DE AIRE

El decaimiento de la amplitud de las respuestas en el tiempo, es causado por la transferencia de calor de la cámara de aire, y las pérdidas de energía interna (fricción, cambios bruscos de dirección y cambios bruscos de sección), a través el coeficiente de pérdidas. La validación del método numérico se muestra en el Anexo D.

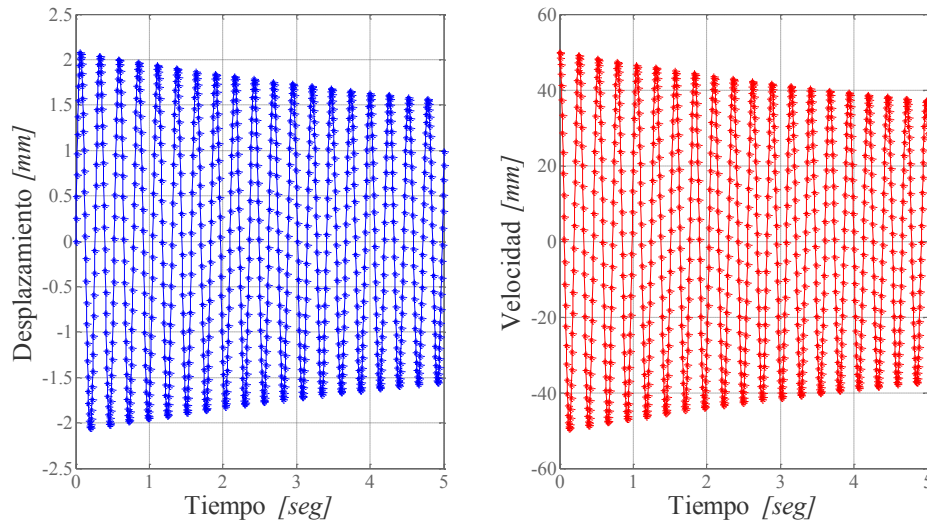


Figura 3-1. Desplazamiento y velocidad interfaz aire-líquido en torno al equilibrio estático.

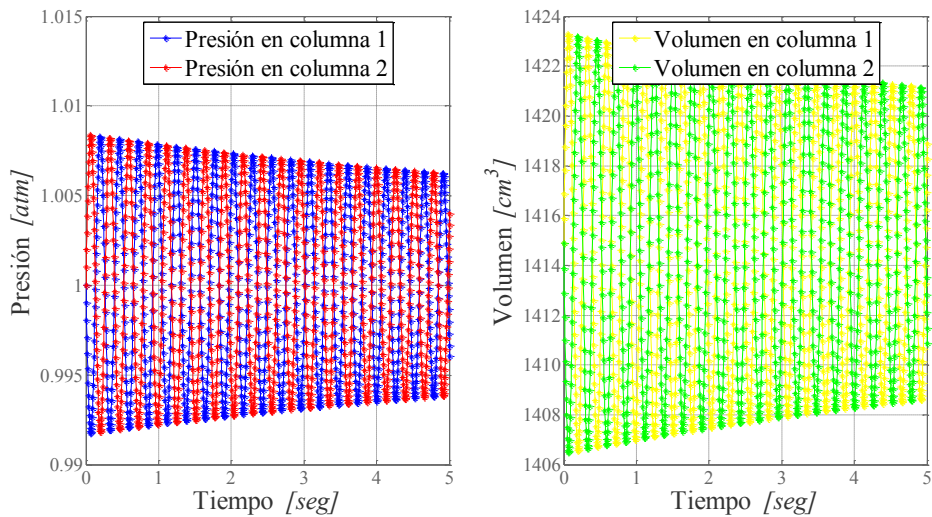


Figura 3-2. Presión y volumen en la columna del aire en torno al equilibrio estático.

A continuación se muestra un análisis de las fuerzas de la ecuación dinámica involucradas en el problema, la fuerza elástica, la fuerza disipativa y la fuerza generada por la presión del aire.

### 3.2 ANÁLISIS DE FUERZAS DEL DCLP EN UN PROBLEMA DE CONDICIONES INICIALES

Los casos a analizar se rigen bajo los valores de la Tabla 3-1, también se consideran las condiciones iniciales establecidas en §3.1.

Las fuerzas de un movimiento armónico simple, fuerza de inercia  $F_I$  y fuerza elástica del disipador  $F_E$ , se definen en ecuación ( 3.1 ) y ( 3.2 ), respectivamente. La fuerza elástica debida a la excitación del pulso, se comporta de manera lineal debido a su definición. Por otro lado, la Figura 3-3, muestra una histéresis entre la fuerza elástica y el desplazamiento de la superficie libre.

$$F_I = m_{eq}\ddot{u}_d \quad (3.1)$$

$$F_E = 2g\rho_f A_v u_d \quad (3.2)$$

La fuerza disipativa debida al angostamiento central del disipador, sigue las leyes de la ecuación ( 3.3 ), posee un comportamiento viscoso no-lineal, la cual se puede observar en la Figura 3.4 donde se muestra la histéresis entre la fuerza disipativa y el desplazamiento para distintas razones de bloqueo del angostamiento central.

$$F_D = \frac{1}{2}\eta\rho_f A_v \dot{u}_d |\dot{u}_d| \quad (3.3)$$

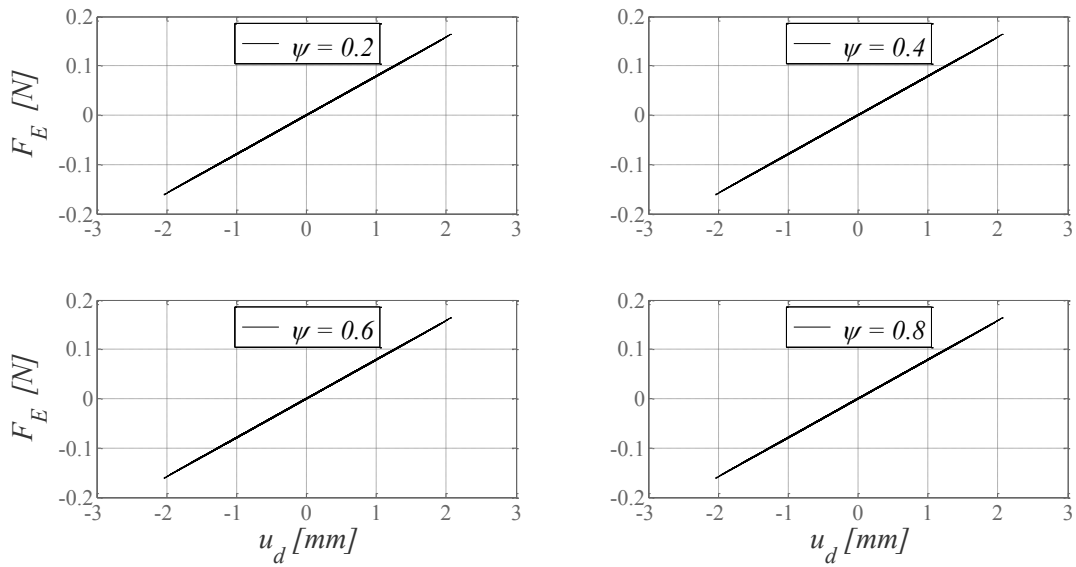


Figura 3-3. Fuerza elástica de DPCLS.

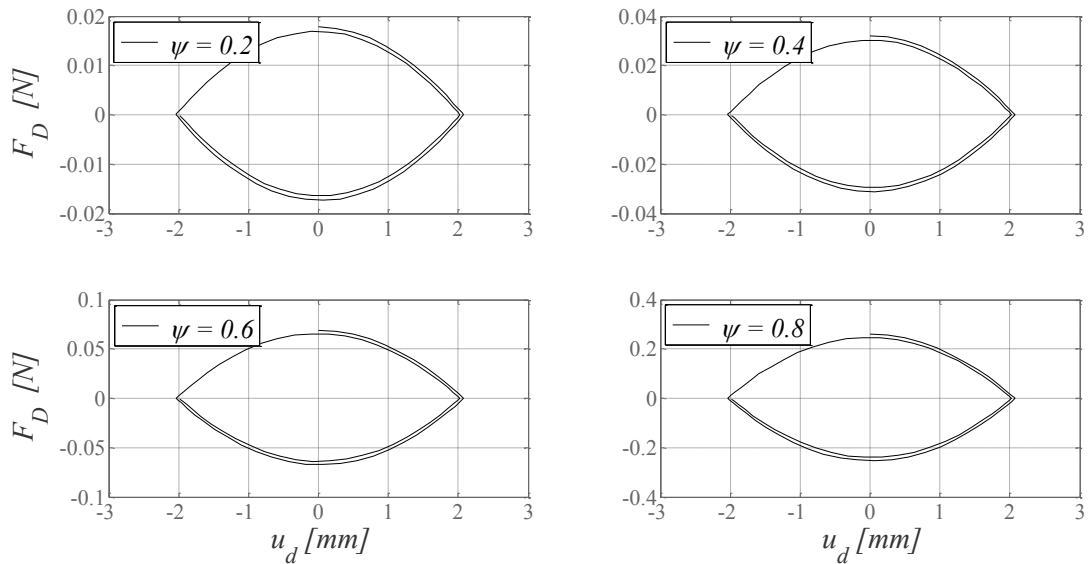


Figura 3-4. Fuerza disipativa de DPCLS.

La fuerza de la cámara de aire  $F_C$ , expresada en la ecuación ( 3.4 ), muestra en la Figura 3-5 la forma de la fuerza de la cámara con una pendiente mayor que la fuerza elástica del disipador, esta permanece elástica y no genera disipación de energía en el sistema. Incluso al considerar pérdidas del tipo térmicas (para notar mejor los efectos no se consideran pérdidas del angostamiento central).



$$F_C = (P_2 - P_1)A_v \quad (3.4)$$

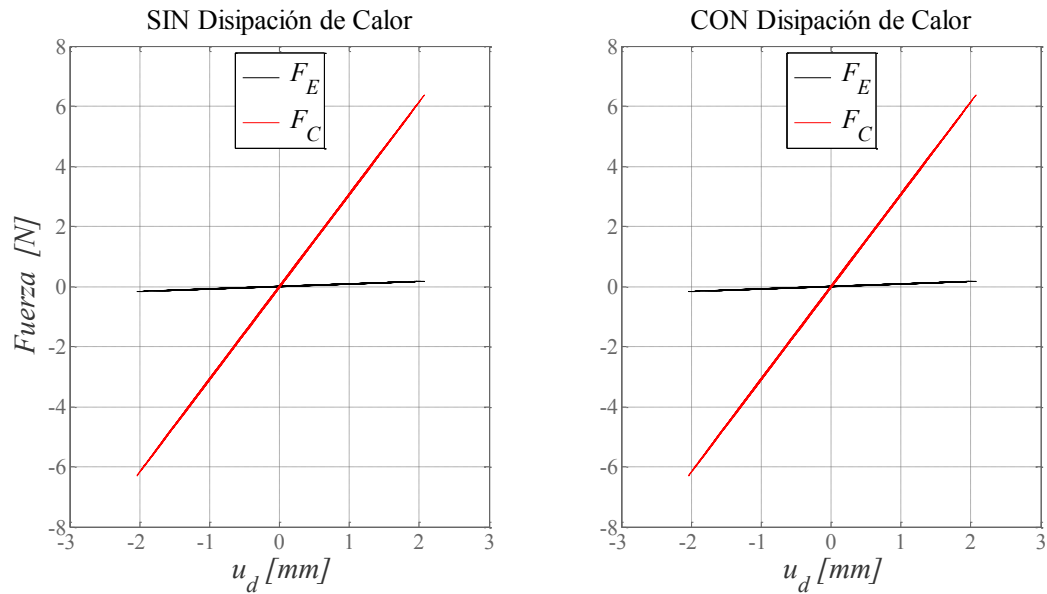


Figura 3-5. Fuerzas involucradas en el disipador, (a) sin la transferencia de calor y (b) con transferencia de calor.

Analizando el sistema con una presión inicial en la columna de aire de 5 kPa ( $\approx 5\%$  1atm), aproximadamente un 5% de la presión atmosférica, se puede notar en la Figura 3-6 que la fuerza elástica del disipador y la fuerza de la cámara se equiparan en magnitud y la fuerza de la cámara genera alguna disipación al considerar calor en el proceso.

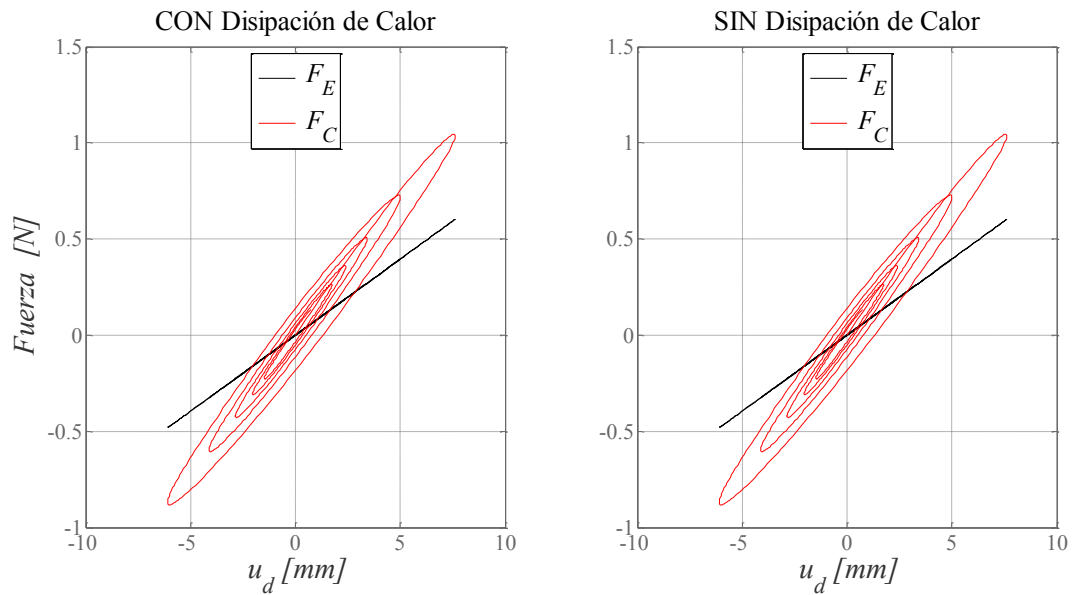


Figura 3-6. Fuerzas involucradas en el disipador, (a) sin la transferencia de calor y (b) con transferencia de calor.

### 3.3 ANÁLISIS DE FUERZAS DE DCLP POR EFECTOS DE RUIDO BLANCO.

Al repetir el análisis considerando como valor de entrada una señal de ruido blanco con distribución de probabilidades gaussiana  $F_{ext}(t)$  con una potencia de la señal de  $0.01 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^3}$ . La Figura 3-7 muestra la señal de ruido blanco usado para el análisis, donde se suaviza el comienzo y final de la señal. Se toman ventanas de 10 segundos para graficar las fuerzas.

Dentro de las observaciones se puede indicar un comportamiento análogo al observado en §3.2, un comportamiento lineal para la fuerza elástica del disipador (Figura 3-8) y un comportamiento viscoso no - lineal del líquido de la fuerza disipativa del angostamiento central (Figura 3-9).

Ocurre el mismo fenómeno al observar las Figuras 3-10 y 3-11.

### CAPÍTULO III: ANÁLISIS PARÁMETROS COLUMNA DE AIRE

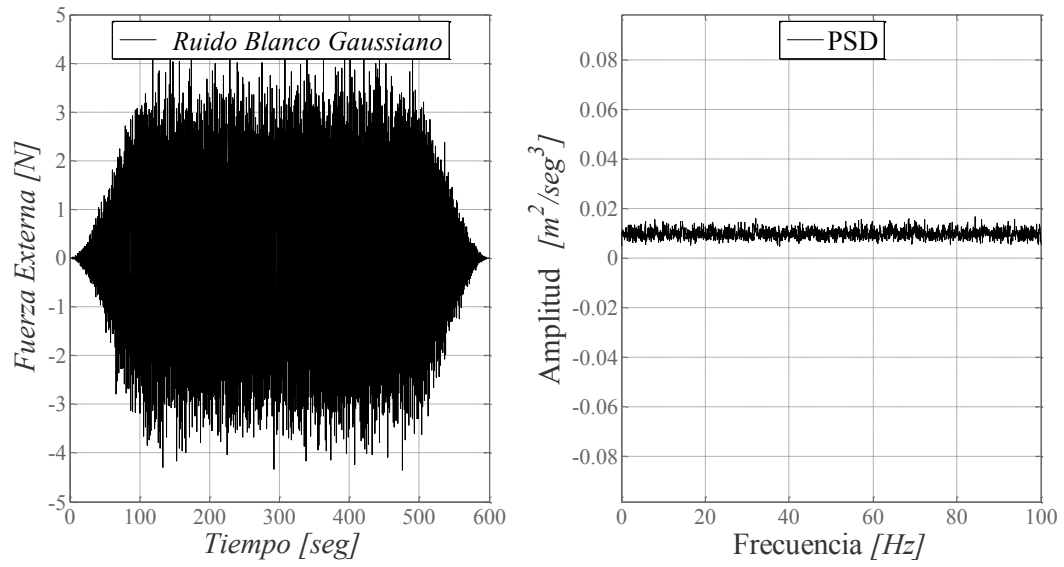


Figura 3-7. Forzante y PSD.

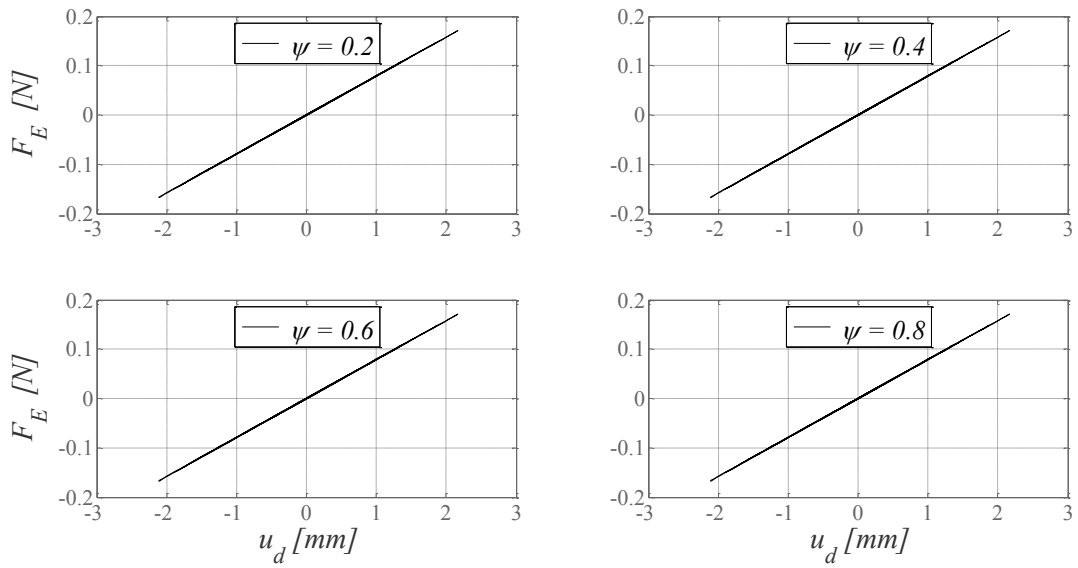


Figura 3-8. Fuerza elástica de DPCLS.

CAPÍTULO III: ANÁLISIS PARÁMETROS COLUMNA DE AIRE

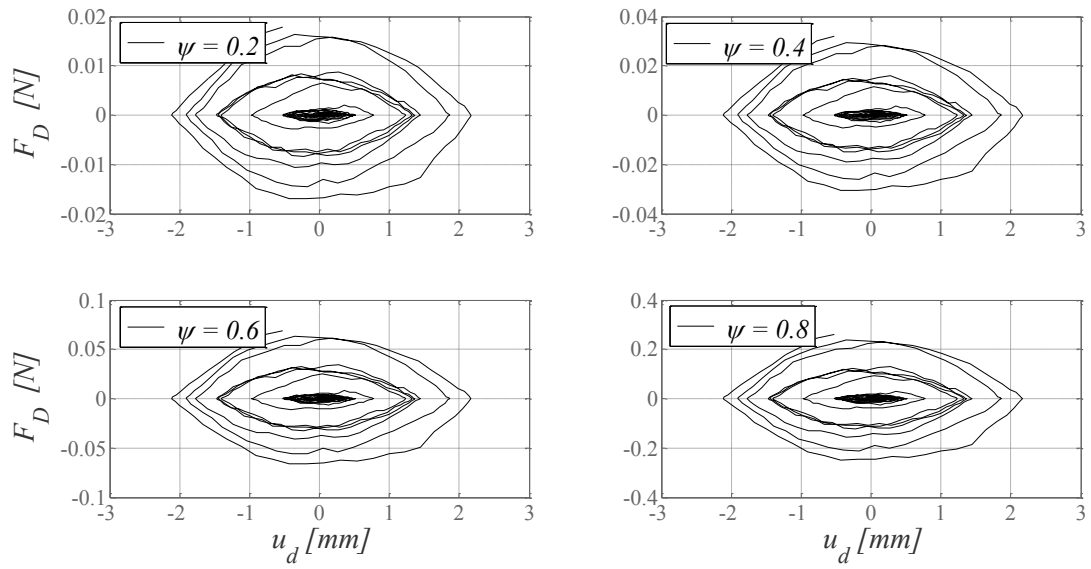


Figura 3-9. Fuerza disipativa de DPCLS.

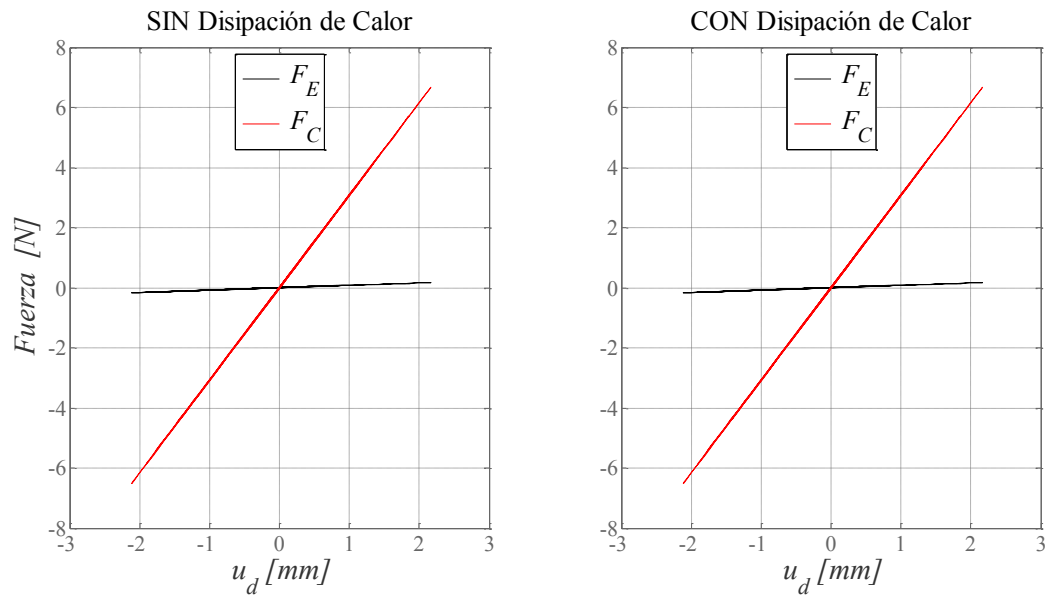


Figura 3-10. Fuerzas involucradas en el disipador, (a) sin la transferencia de calor y (b) con transferencia de calor.

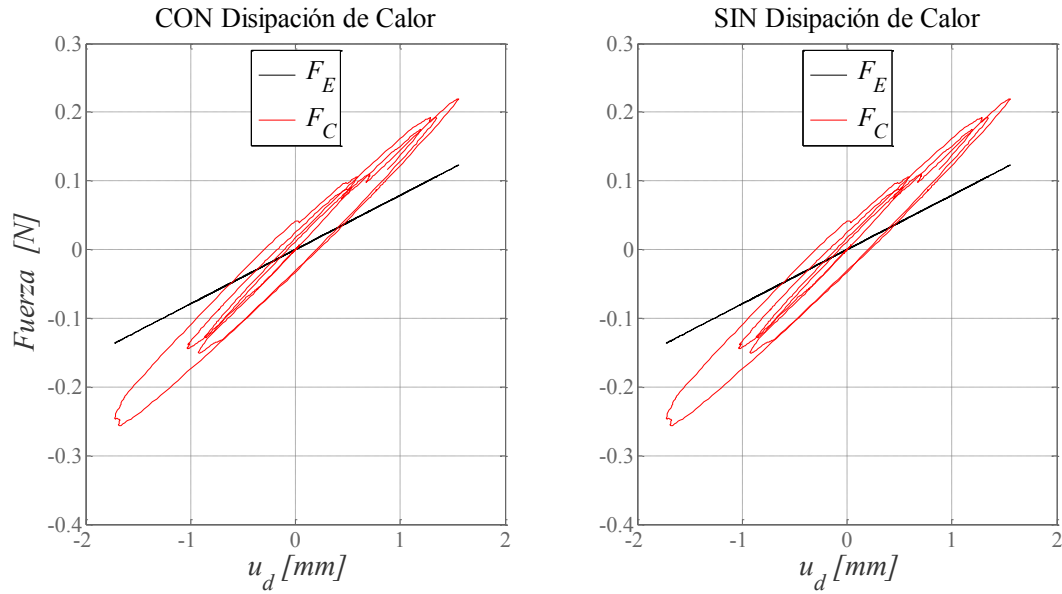


Figura 3-11. Fuerzas involucradas en el disipador, (a) sin la transferencia de calor y (b) con transferencia de calor.

### 3.4 COMPARACIÓN PERIODO LINEAL EQUIVALENTE Y PERIODO MODELACIÓN NUMÉRICA.

Los análisis efectuados a continuación se realizan bajo una excitación de ruido blanco definida en §3.3. Cuando la estructura primaria no es excitada o está en reposo ( $u_s = 0$ ), la ecuación de movimiento del líquido dentro del disipador, posee un periodo lineal equivalente según la ecuación ( 3.5 ), la cual se puede determinar a partir de la frecuencia natural angular no amortiguada  $\omega = \sqrt{k/m}$  (Clough y Penzien, 2003 [72]) del líquido solo. La estimación de la frecuencia angular se puede observar en Wu et. al. (2000) [55] y Shum et. al. (2007) [73]. La derivación de la ecuación ( 3.5 ) se muestra en Anexo B. El periodo equivalente es similar al de un dispositivo con las columnas sin sellar, pero incorporando el término del aire confinado.

$$T_{eq} = 2\pi \sqrt{\frac{\rho_f L_{eq}}{2 \left( \rho_f g + \frac{P_o \gamma}{h} \right)}} \quad (3.5)$$

### CAPÍTULO III: ANÁLISIS PARÁMETROS COLUMNA DE AIRE

El objetivo del Capítulo es entender la influencia que tienen las variables del problema, incluyendo geométricas y parámetros termodinámicos, en el periodo y amortiguamiento del disipador.

Las gráficas correspondientes al periodo comparan la expresión (3.5) y los resultados al aplicar la modelación numérica. Se analizan cuatro casos, imponiendo condiciones para la disipación de energía: (1) Excluyendo ambos efectos de disipación de energía en el sistema (sistema adiabático puro),  $\psi = \alpha = 0$ . (2) Sin disipación por el angostamiento central, se impone la condición de razón de bloqueo nula,  $\psi = 0$ . (3) Sin disipación debido a la transferencia de calor, se impone la condición de disipación de calor o coeficiente de transferencia de calor nula,  $\alpha = 0$ . (4) Incluyendo ambos efectos,  $\psi \neq 0, \alpha \neq 0$ .

La Figura 3-12 y Figura 3-13 muestran los resultados de la presión inicial en la columna. En el caso del periodo se nota claramente una semejanza en los resultados, esto conlleva a decir que los efectos de disipación no afectan drásticamente el periodo de la estructura.

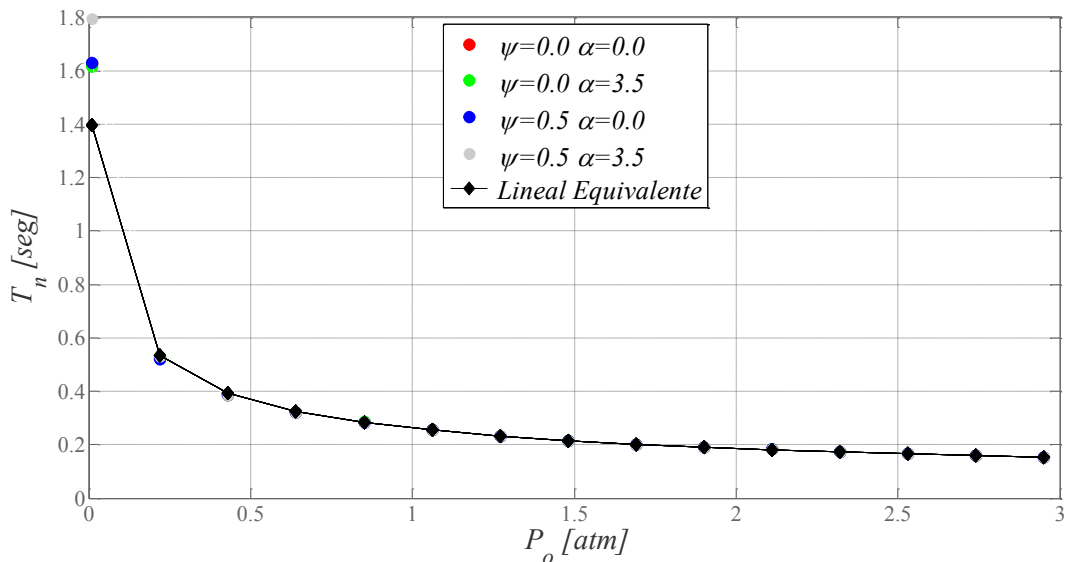


Figura 3-12. Relación entre el periodo del disipador y la presión inicial en las columnas.

La Figura 3-12 muestra que el efecto de la transferencia de calor en el sistema no produce cambios en el periodo del disipador. La Figura 3-13, muestra la relación entre el amortiguamiento y la presión, esta nos indica que existe una tendencia decreciente entre estos parámetros, donde la mayor disipación es provocada en valores bajos de presión (menores a 1 atm). Por la pequeña

diferencia entre los periodos de la Figura 3-12 y la baja magnitud del amortiguamiento (Figura 3-13), es posible indicar que el periodo amortiguado es aproximadamente el mismo que el periodo no amortiguado, por lo tanto la ecuación ( 3.5 ) se cumpliría.

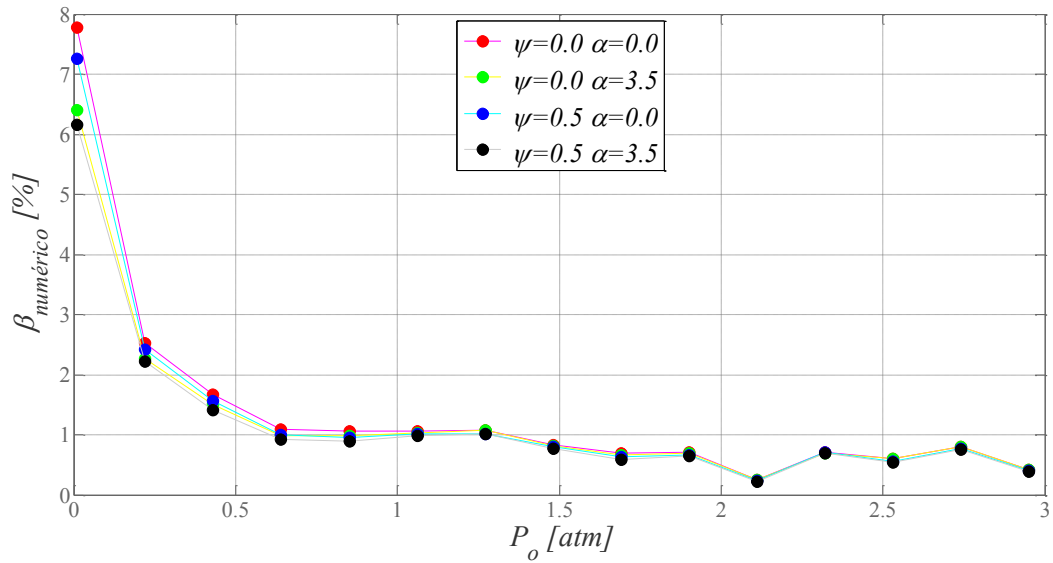


Figura 3-13. Amortiguamiento del disipador versus la presión inicial en las columnas.

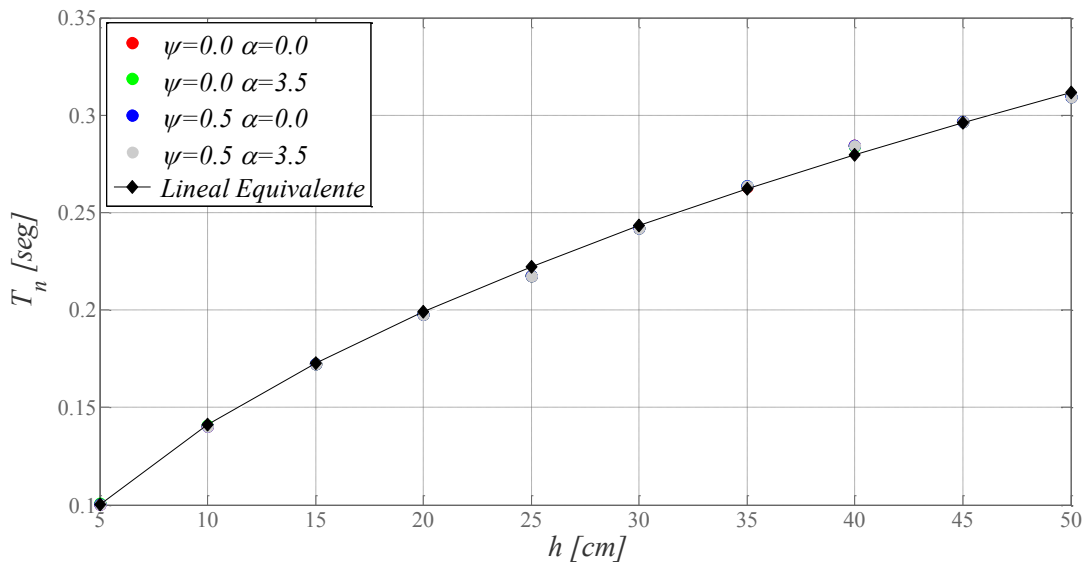


Figura 3-14. Periodo del disipador versus la altura de la columna de aire  $h$ .

### CAPÍTULO III: ANÁLISIS PARÁMETROS COLUMNA DE AIRE

La Figura 3-14, nos muestra la relación que existe entre el periodo no amortiguado (lineal equivalente del DPCLS) y la altura de la columna de aire  $h$ . Se puede ver que no existe mayor diferencia entre los periodos. En cambio, en la Figura 3-15 se observa una tendencia creciente entre el amortiguamiento y  $h$ , lo cual se atribuye con que existe un mayor volumen de aire para comprimir y una mayor área de transferencia de calor.

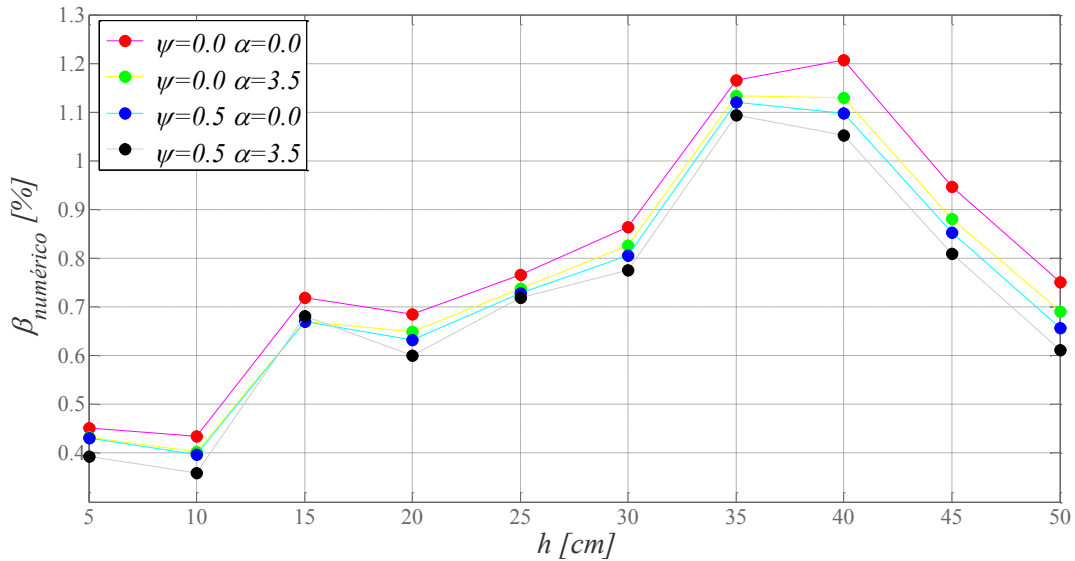


Figura 3-15. Amortiguamiento del disipador versus la altura de columna de aire  $h$ .

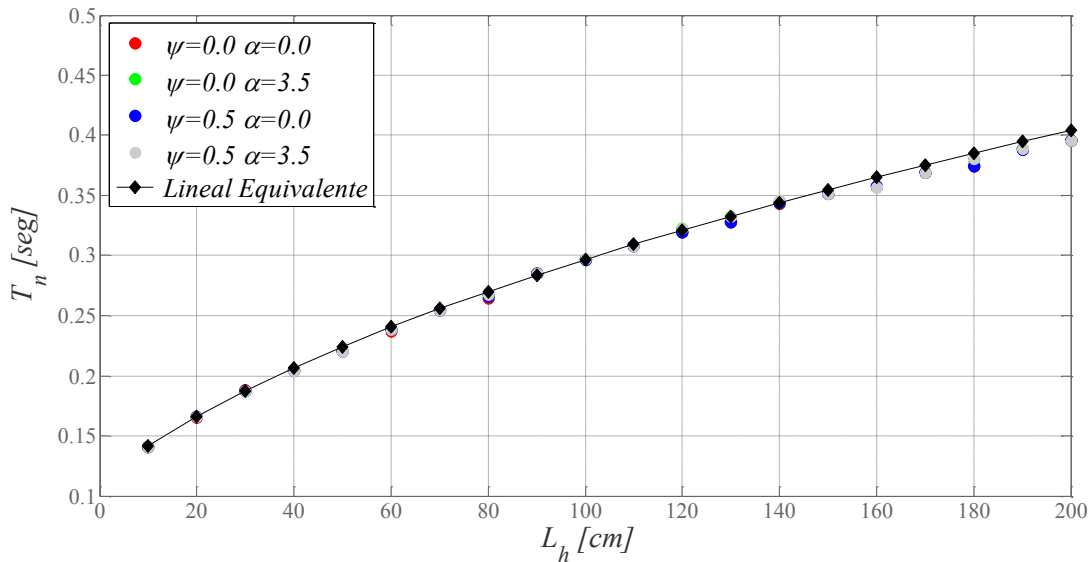


Figura 3-16. Periodo del disipador versus longitud horizontal del disipador,  $L_h$ , según las fuerzas disipativas.



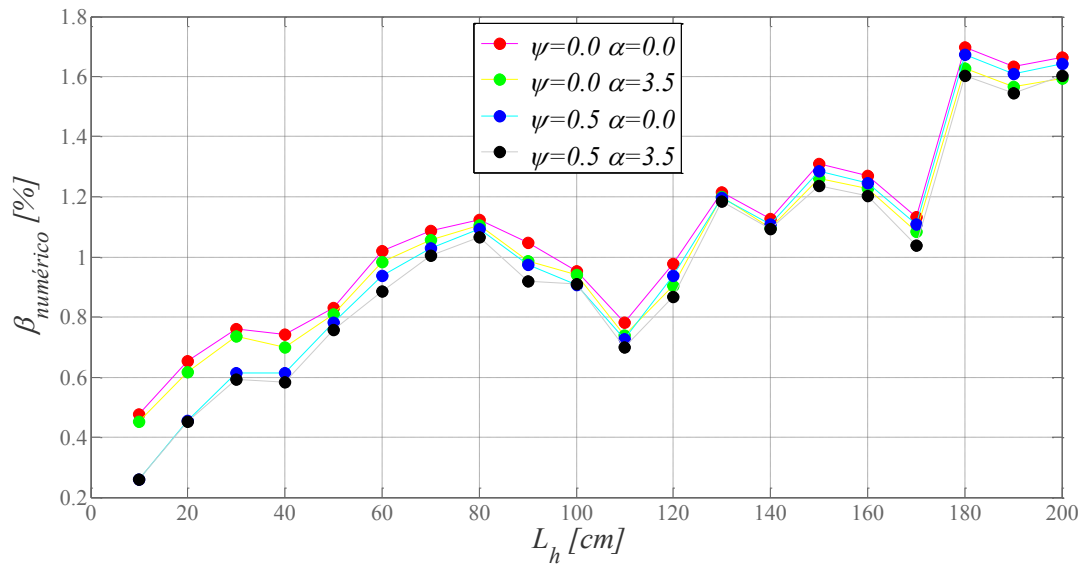


Figura 3-17. Amortiguamiento del disipador versus longitud horizontal del disipador,  $L_h$ , según las fuerzas disipativas.

La Figura 3-16 muestra una clara relación entre el periodo y la longitud horizontal del disipador, al igual que la Figura 3-18, con la altura de la columna de agua. Todos los parámetros vistos hasta ahora participan en la ecuación ( 3.8 ), y se obtienen resultados coherentes y precisos. Por lo tanto, se puede establecer que los efectos de disipación no afectan directamente la expresión del periodo lineal equivalente, por su baja magnitud o por su influencia en el problema.

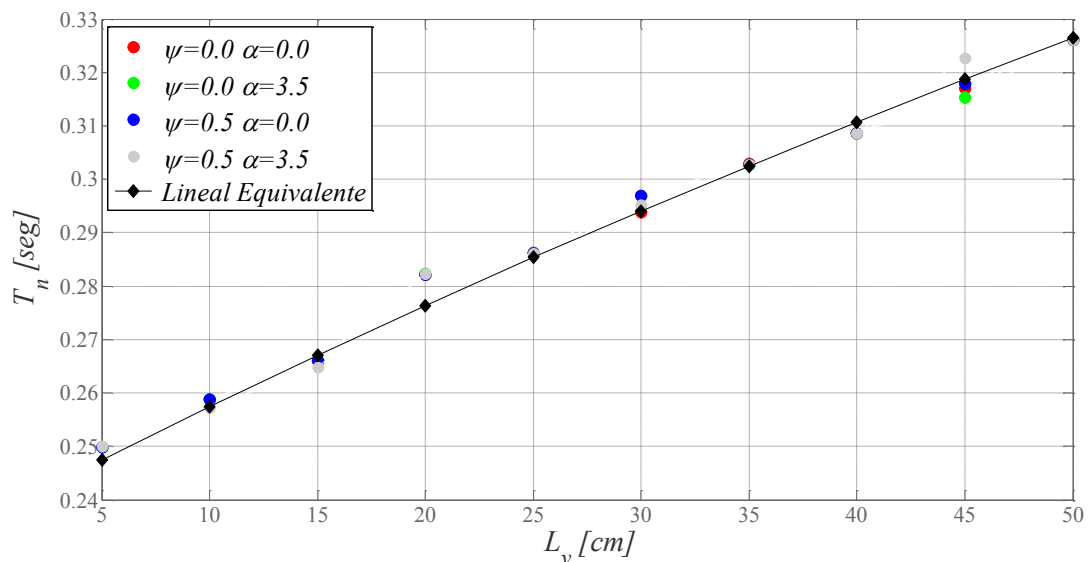


Figura 3-18. Periodo del disipador versus altura de la columna de agua,  $L_v$ .

CAPÍTULO III: ANÁLISIS PARÁMETROS COLUMNA DE AIRE

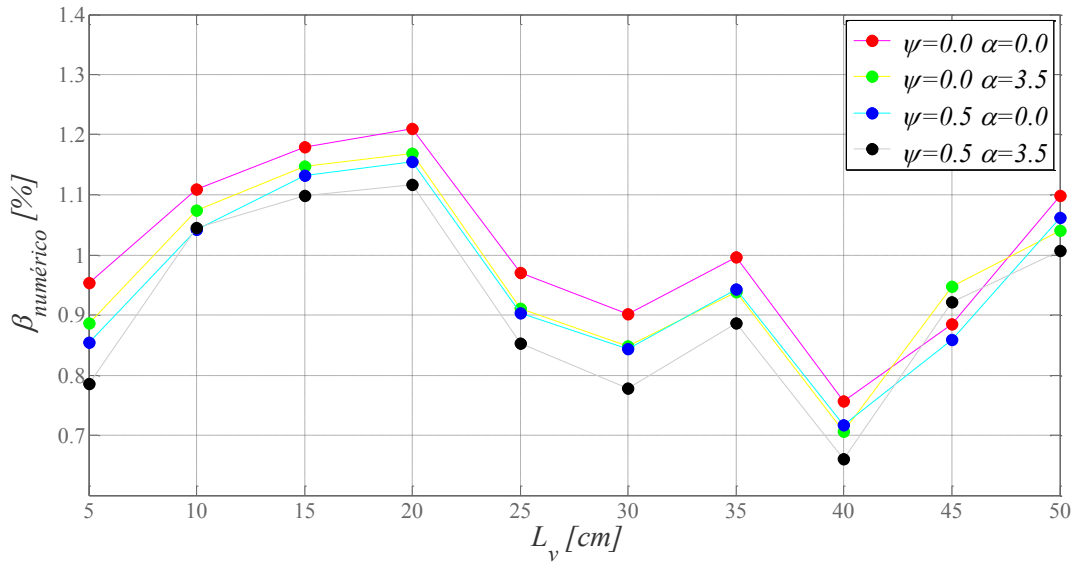


Figura 3-19. Amortiguamiento del dissipador versus altura vertical columna de agua,  $L_v$ .

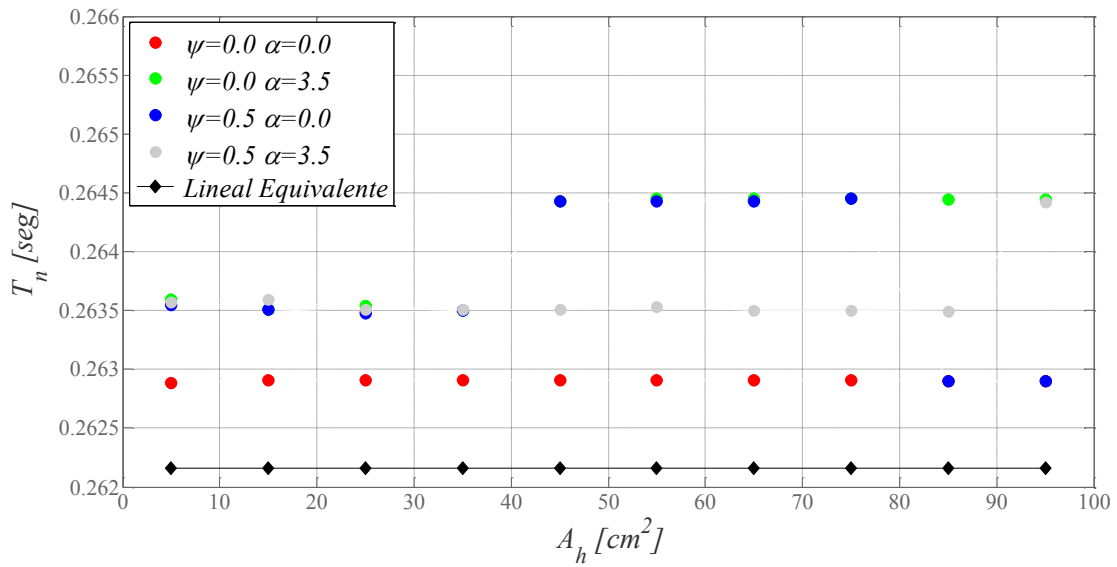


Figura 3-20. Periodo del dissipador versus área transversal conducto horizontal  $A_h$ .

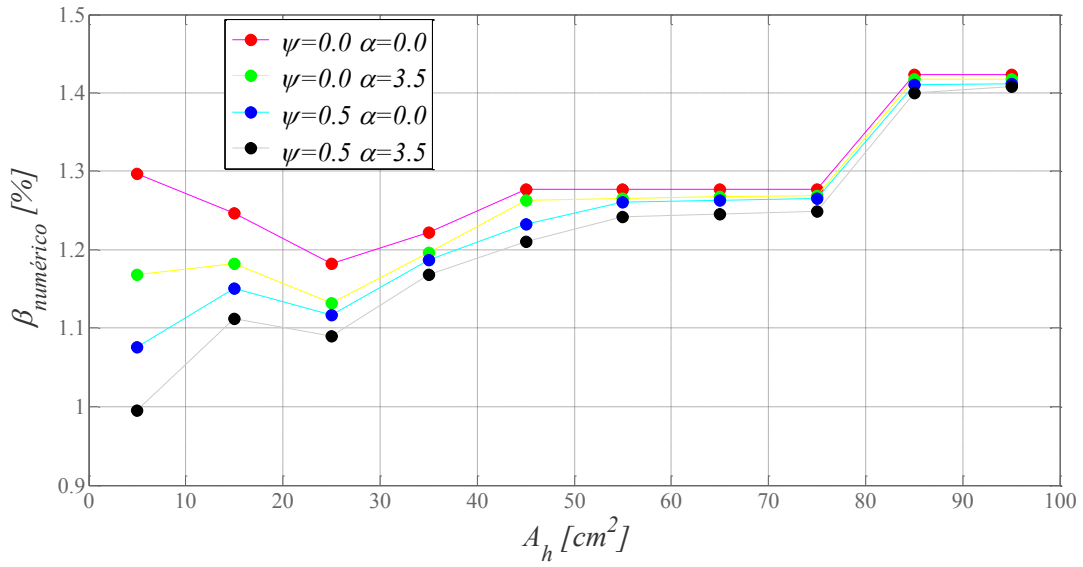


Figura 3-21. Amortiguamiento del disipador versus área transversal conducto horizontal  $A_h$ .

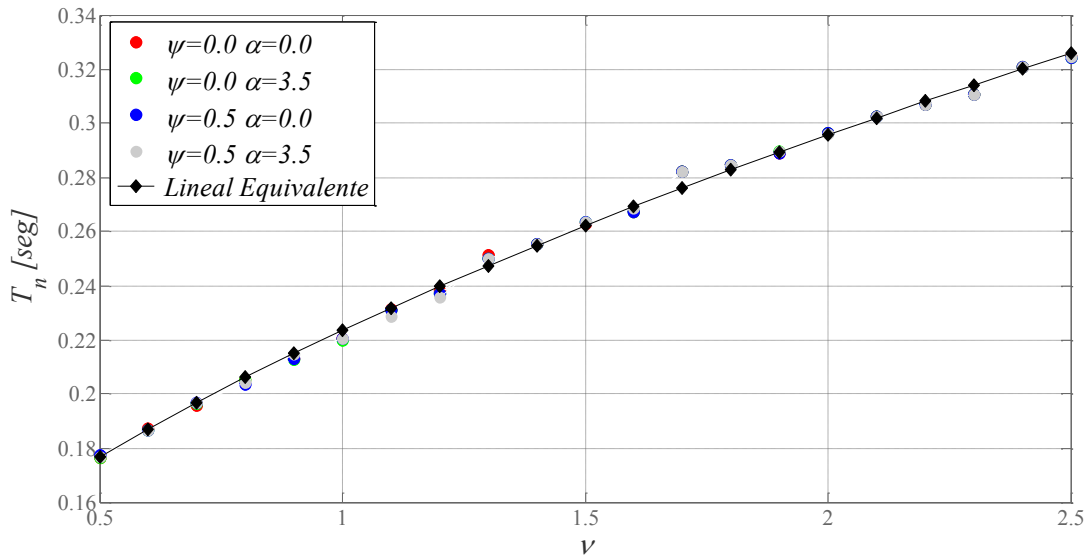


Figura 3-22. Periodo del disipador versus la relación de áreas transversales vertical y horizontal respectivamente,  $\nu$ .

CAPÍTULO III: ANÁLISIS PARÁMETROS COLUMNA DE AIRE

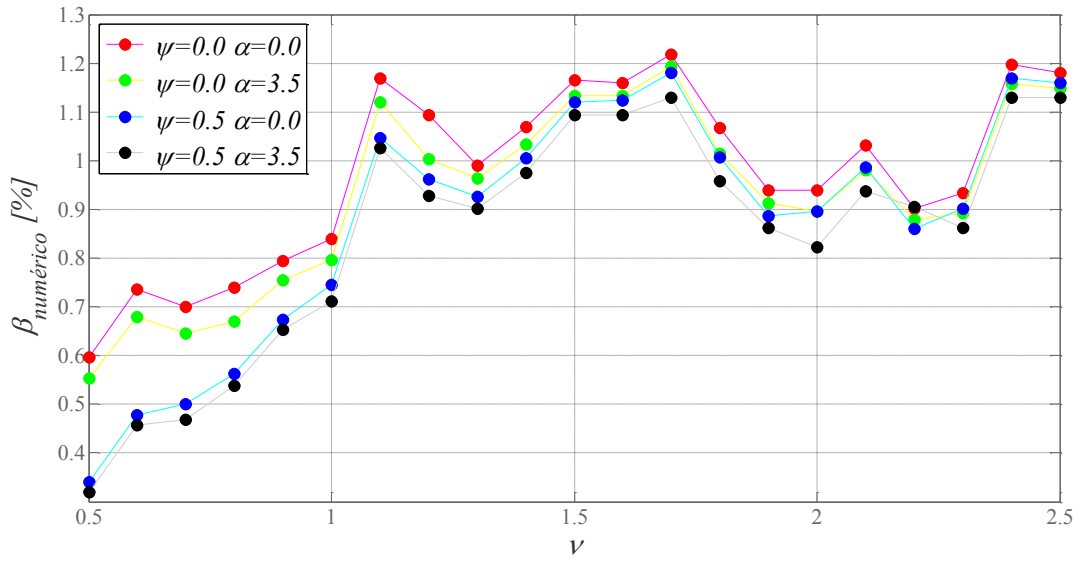


Figura 3-23. Amortiguamiento del disipador versus la relación de áreas transversales vertical y horizontal respectivamente,  $v$ .

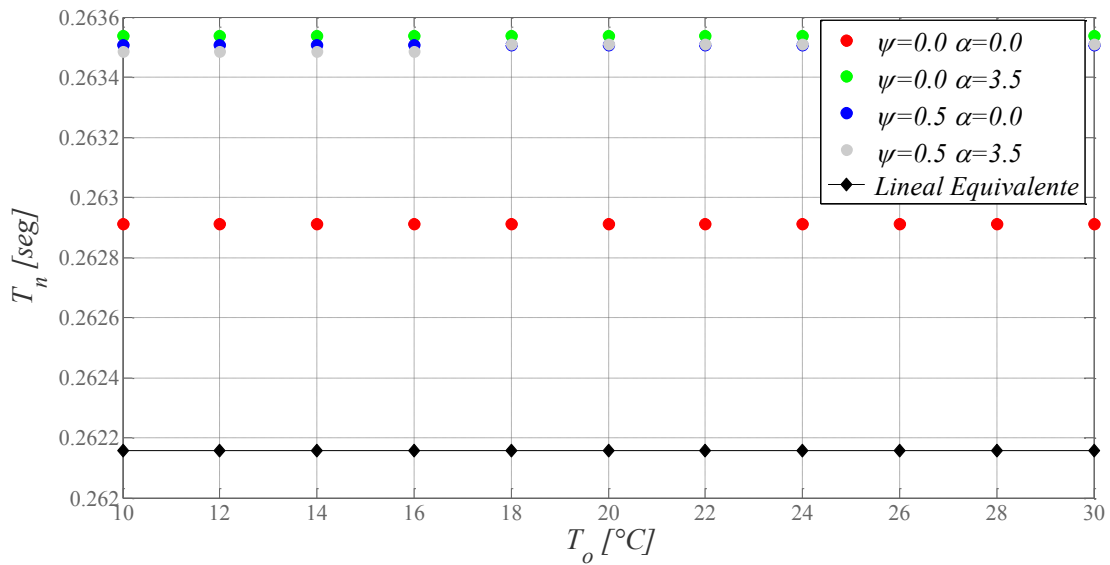


Figura 3-24. Periodo del disipador versus la temperatura inicial en las columnas.

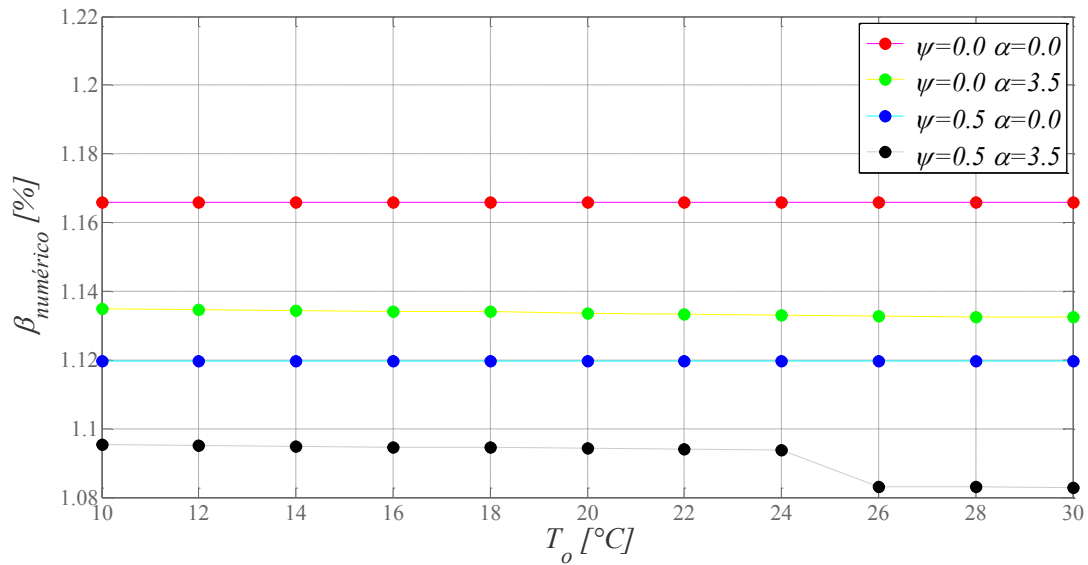


Figura 3-25. Amortiguamiento del disipador versus la temperatura inicial en las columnas.

De la Figura 3-20 a la Figura 3-25 nos muestran la relación que tienen los parámetros del área horizontal del disipador, la relación de áreas y la temperatura inicial en la columna. Se puede notar que estas variables no influyen en el valor del periodo del disipador manteniendo constante en el rango de valores analizados, para el caso de la temperatura inicial existen diferencias al valor del periodo lineal equivalente, lo que es debido a la forma de estimación del periodo a partir del método numérico, ya que se está evaluando en periodo no amortiguado. El amortiguamiento para los distintos parámetros analizados siempre se mantener en un rango menor a valor 1.6% lo que es bajo para problemas aplicados a la ingeniería. Las formas de disipación de energía no muestran grandes diferencias entre ellas.

# CAPÍTULO IV

## LINEALIZACIÓN DE $\omega_d$ Y $\beta_d$

El capítulo de linealización tiene como objetivo determinar las expresiones de periodo y amortiguamiento de un sistema no lineal y representarlas en un sistema lineal equivalente. El método utilizado corresponde a una linealización del tipo estocástica.

### 4.1 LINEALIZACIÓN ESTOCÁSTICA.

El comportamiento dinámico del disipador se puede representar por la ecuación ( 4.1 ), la que se obtiene de la ecuación (2.41), despejando la aceleración en el líquido. Las expresiones de presión se consideran no lineales, estas dependen del desplazamiento y la velocidad del fluido en la columna, las cuales no poseen una expresión analítica para determinar su valor.

$$\ddot{u}_d + \frac{1}{2}\eta \frac{\dot{u}_d |\dot{u}_d|}{L_{eq}} + \frac{2g}{L_{eq}} u_d = - \frac{P_2(u_d, \dot{u}_d) - P_1(u_d, \dot{u}_d)}{\rho_f L_{eq}} \quad (4.1)$$

La ecuación ( 4.1 ) se puede escribir como dos sumandos, ver ecuación ( 4.2 ),

$$\ddot{u}_d + g(u_d, \dot{u}_d) = 0 \quad (4.2)$$

Donde la función  $g$  queda representada por ( 4.3 ) la cual integra todos los parámetros lineales y no lineales de describen el comportamiento del disipador.

$$g(u_d, \dot{u}_d) = \frac{P_2(u_d, \dot{u}_d) - P_1(u_d, \dot{u}_d)}{\rho_f L_{eq}} + \frac{2g}{L_{eq}} u_d + \frac{1}{2}\eta \frac{\dot{u}_d |\dot{u}_d|}{L_{eq}} \quad (4.3)$$

El objetivo principal es reemplazar la ec ( 4.1 ) por una ecuación del tipo ( 4.4 ), donde el amortiguamiento equivalente (lineal) del disipador pueda ser representado por  $\beta_{eq} = \frac{c_{eq}}{2m_{eq}\omega_{d_{eq}}}$  y

la frecuencia equivalente (lineal) del disipador por  $\omega_{d_{eq}} = \sqrt{\frac{k_{d_{eq}}}{m_{eq}}}$ ,

## CAPÍTULO IV: LINEALIZACIÓN

$$\ddot{u}_d + \beta_{eq}\dot{u}_d + \omega_{deq}^2 u_d = 0 \quad (4.4)$$

La diferencia aritmética entre las ecuaciones ( 4.2 ) y ( 4.4 ) define el error  $\varepsilon$  entre las ecuaciones no lineal y lineal equivalente [ec. ( 4.5 )].

$$\varepsilon = g(u_d, \dot{u}_d) - \beta_{eq}\dot{u}_d - \omega_{deq}^2 u_d \quad (4.5)$$

Para encontrar los valores del amortiguamiento y la frecuencia se debe minimizar la esperanza media cuadrática del error  $E\{\varepsilon^2\}$  en relación a las variables a determinar, amortiguamiento y frecuencia fundamental del dispositivo [Ec. ( 4.6 )] (Di Matteo et al., (2014) [74]; Lee et al., (2005) [75]),

$$\frac{\partial E\{\varepsilon^2\}}{\partial \beta_{eq}} = 0 \text{ y } \frac{\partial E\{\varepsilon^2\}}{\partial \omega_{deq}} = 0 \quad (4.6)$$

El valor del error al cuadrado queda expresado en la Ec. ( 4.7 ).

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 &= \left( g(u_d, \dot{u}_d) - \beta_{eq}\dot{u}_d - \omega_{deq}^2 u_d \right)^2 \\ &= g(u_d, \dot{u}_d)^2 + \left( \beta_{eq}\dot{u}_d + \omega_{deq}^2 u_d \right)^2 - 2g(u_d, \dot{u}_d) \left( \beta_{eq}\dot{u}_d + \omega_{deq}^2 u_d \right) \end{aligned} \quad (4.7)$$

La esperanza del error cuadrático, se muestra en la Ec. ( 4.8 ).

$$\begin{aligned} E\{\varepsilon^2\} &= E\{g(u_d, \dot{u}_d)^2\} + E\left\{\left(\beta_{eq}\dot{u}_d + \omega_{deq}^2 u_d\right)^2\right\} \\ &\quad - E\left\{2g(u_d, \dot{u}_d) \left(\beta_{eq}\dot{u}_d + \omega_{deq}^2 u_d\right)\right\} \end{aligned} \quad (4.8)$$

La derivada con respecto al amortiguamiento lineal equivalente, se muestra en la ecuación ( 4.9 ), se realiza el mismo proceso para determinar la frecuencia angular equivalente. La expresión debe ser igualada a cero para encontrar las raíces de la ecuación, las que corresponden al máximo de la función.

## CAPÍTULO IV: LINEALIZACIÓN

$$\begin{aligned} \frac{\partial E\{\varepsilon^2\}}{\partial \beta_{eq}} &= 2E\left\{\left(\beta_{eq}\dot{u}_d + \omega_{deq}^2 u_d\right)\dot{u}_d\right\} - 2E\{g(u_d, \dot{u}_d)\dot{u}_d\} \\ &= 2\beta_{eq}E\{\dot{u}_d^2\} + 2\omega_{deq}^2 E\{u_d\dot{u}_d\} - 2E\{g(u_d, \dot{u}_d)\dot{u}_d\} = 0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

Desarrollando y agrupando términos obtenemos la Ec. ( 4.10 ).

$$\beta_{eq}E\{\dot{u}_d^2\} + \omega_{deq}^2 E\{u_d\dot{u}_d\} - E\{g(u_d, \dot{u}_d)\dot{u}_d\} = 0 \quad (4.10)$$

Para la frecuencia natural, se obtiene [Ec. ( 4.11 )],

$$\beta_{eq}E\{u_d\dot{u}_d\} + \omega_{deq}^2 E\{u_d^2\} - E\{g(u_d, \dot{u}_d)u_d\} = 0 \quad (4.11)$$

Al despejar las variables de amortiguamiento y frecuencia equivalente obtenemos [Ec. ( 4.12 ) y Ec. ( 4.13 ) respectivamente],

$$\beta_{eq} = \frac{E\{\dot{u}_d g(u_d, \dot{u}_d)\}}{\sigma_{\dot{u}_d}^2} \quad (4.12)$$

$$\omega_{deq}^2 = \frac{E\{u_d g(u_d, \dot{u}_d)\}}{\sigma_{u_d}^2} \quad (4.13)$$

Si asumimos que tanto el movimiento del suelo como la respuesta de la estructura son procesos aleatorios con función de probabilidad gaussiana (lo que es razonable para no linealidades débiles), se tiene entonces [Ec. ( 4.14 ) y ( 4.15 )],

$$\beta_{eq} = E\left\{\frac{\partial g(u_d, \dot{u}_d)}{\partial \dot{u}_d}\right\} \quad (4.14)$$

$$\omega_{deq}^2 = E\left\{\frac{\partial g(u_d, \dot{u}_d)}{\partial u_d}\right\} \quad (4.15)$$

Si  $g(u_d, \dot{u}_d)$  se describe separando los términos lineales de los no lineales como se muestra en la ec. ( 4.16 ),

$$g(u_d, \dot{u}_d) = \beta\dot{u}_d + \omega_d^2 u_d + \mu G(u_d, \dot{u}_d) \quad (4.16)$$



## CAPÍTULO IV: LINEALIZACIÓN

Donde  $\beta$  y  $\omega_d$  son los parámetros lineales del problema, y la función  $G$  representa o agrupa los términos no lineales. Los parámetros lineales equivalentes quedan representados por [Ecs. ( 4.17 ) y ( 4.18 )],

$$\beta_{eq} = \beta + \mu E \left\{ \frac{\partial G(u_d, \dot{u}_d)}{\partial \dot{u}_d} \right\} \quad (4.17)$$

$$\omega_{d_{eq}}^2 = \omega_d^2 + \mu E \left\{ \frac{\partial G(u_d, \dot{u}_d)}{\partial u_d} \right\} \quad (4.18)$$

Si además se escribe la función  $G$  de forma separa el desplazamiento de la velocidad [Ec. ( 4.19 )],

$$G(u_d, \dot{u}_d) = G_1(u_d) + G_2(\dot{u}_d) \quad (4.19)$$

Por ende, las ecuaciones ( 4.17 ) y ( 4.18 ) se pueden reescribir considerando que los efectos no lineales del amortiguamiento son función de la velocidad y los efectos no lineales de la frecuencia, del desplazamiento. Entonces se obtienen las ecuaciones ( 4.20 ) y ( 4.21 ),

$$\beta_{eq} = \beta + \mu E \left\{ \frac{\partial G_2(\dot{u}_d)}{\partial \dot{u}_d} \right\} \quad (4.20)$$

$$\omega_{d_{eq}}^2 = \omega_d^2 + \mu E \left\{ \frac{\partial G_1(u_d)}{\partial u_d} \right\} \quad (4.21)$$

Según las deducciones obtenidas en el Capítulo III se observa la independencia de los parámetros dinámicos con respecto al desplazamiento y la velocidad. El aire de las columnas se puede representar por un comportamiento lineal en el rango de valores que se propone estudiar. Por consiguiente, se establece que la frecuencia equivalente es igual a la frecuencia considerando solo términos lineales ( $\omega_{d_{eq}}^2 = \omega_d^2$ ), o sea, los términos no lineales son despreciables.

Para el caso en estudio donde la presión interna de la columna es cercana a la presión atmosférica. El amortiguamiento se define por una parte lineal y una parte no lineal [ec. ( 4.22 )], donde la parte no lineal se debe al considerar transferencia de calor y un sistema adiabático, estos términos son cero debido a que sus efectos en el comportamiento del disipador son despreciables.

$$\beta_{eq} = \beta + \mu E \left\{ \frac{\partial \left( \frac{P_2(\dot{u}_d) - P_1(\dot{u}_d)}{\rho_f L_{eq}} + \frac{1}{2} \eta \frac{\dot{u}_d |\dot{u}_d|}{L_{eq}} \right)}{\partial \dot{u}_d} \right\} \quad (4.22)$$

Despreciando los efectos de amortiguamiento de las cámaras de aire se simplifica a la ec. ( 4.23 ),

$$\beta_{eq} = \beta + \frac{\mu \eta}{2 L_{eq}} E \left\{ \frac{\partial (\dot{u}_d |\dot{u}_d|)}{\partial \dot{u}_d} \right\} \quad (4.23)$$

Para determinar el amortiguamiento lineal equivalente es necesario conocer la función espectral de la variable y su desviación estándar, por lo general esta se define como una función de probabilidad Gaussiana y por ende el amortiguamiento también tiene una función de probabilidad Gaussiana (Rozas (2008) [54]). La ec. ( 4.24 ) presenta el amortiguamiento viscoso equivalente (Fahim et al. (1996) [73]; Gao et al. (1995) [23]), considerando una respuesta del sistema no lineal del tipo Gaussiano, la cual se define en función de la razón de bloqueo del angostamiento central del disipador, el área transversal de la columna y la desviación estándar de la velocidad de la superficie libre de líquido.

$$c_{eq} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \eta \rho_f A_v \sigma_{\dot{u}_d} \quad (4.24)$$

A partir de ( 4.24 ) debemos conocer la desviación estándar de la velocidad de la superficie libre del DPCLS, la cual puede ser determinada según las expresiones desarrolladas por Rozas (2008) [54] a partir de la función de transferencia entre la velocidad de la superficie libre de la columna del disipador y la aceleración del suelo (ec. ( 4.25 )).

$$\sigma_{\dot{u}_d}^2 = E\{\dot{u}_d^2\} = \frac{\hat{\omega}_p \ddot{u}_{so}}{\omega_d^2} \int_{-\infty}^{\infty} |\mathbf{H}_{11}(\rho)|^2 d\rho \quad (4.25)$$

Es útil conocer la desviación estándar del desplazamiento la cual se define en ( 4.26 ).

$$\sigma_{u_d}^2 = E\{u_d^2\} = \frac{\hat{\omega}_p \ddot{u}_{so}}{\omega_d^4} \int_{-\infty}^{\infty} |\mathbf{H}_{10}(\rho)|^2 d\rho \quad (4.26)$$

Las funciones de transferencia están determinadas por las ecuaciones ( 4.27 ) y ( 4.28 ).

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\mathbf{H}_{10}(\rho)|^2 d\rho = \frac{\pi \left[ \left( \frac{C_0^2}{A_0} \right) (A_2 A_3 - A_1 A_4) - A_3 C_1^2 \right]}{A_1 (A_2 A_3 - A_1 A_4) - A_0 A_3^2} \quad (4.27)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\mathbf{H}_{11}(\rho)|^2 d\rho = \frac{\pi [A_1 D_2^2 - A_3 D_1^2]}{A_1 (A_2 A_3 - A_1 A_4) - A_0 A_3^2} \quad (4.28)$$

Los términos de  $A$ ,  $C$  y  $D$  se definen en la ecuación (4.29).

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= f^2 \\ A_1 &= 2f(\hat{\xi}_p f + \xi_d) \\ A_2 &= -(1 + f^2 + 4\hat{\xi}_p \xi_d f) \\ A_3 &= -2(\hat{\xi}_p + \xi_d f(1 + \hat{\mu})) \\ A_4 &= 1 - \hat{\mu}\alpha \\ C_0 &= \alpha f^2 \\ C_1 &= -2\alpha f^2 \hat{\xi}_p \\ D_1 &= -\alpha f \\ D_2 &= 2\alpha f \hat{\xi}_p \end{aligned} \right\} \quad (4.29)$$

Donde  $f$  es la relación de frecuencias óptimas entre la frecuencia angular del disipador y la estructura primaria,  $\hat{\xi}_p$  y  $\xi_d$  son las razones de amortiguamiento de la estructura primaria y del disipador respectivamente y  $\hat{\mu}$  es la razón entre la masa del conducto horizontal y la masa total de la estructura primaria,  $\alpha$  la relación de forma, entre la columna vertical y horizontal;  $\ddot{u}_{so}$  es la potencia de la aceleración del suelo de ruido blanco,  $\hat{\omega}_p$  la frecuencia de la estructura primaria,  $\omega_d$  la frecuencia angular del disipador.

## 4.2 AJUSTE DE AMORTIGUAMIENTO PARA CONFINAMIENTOS BAJOS

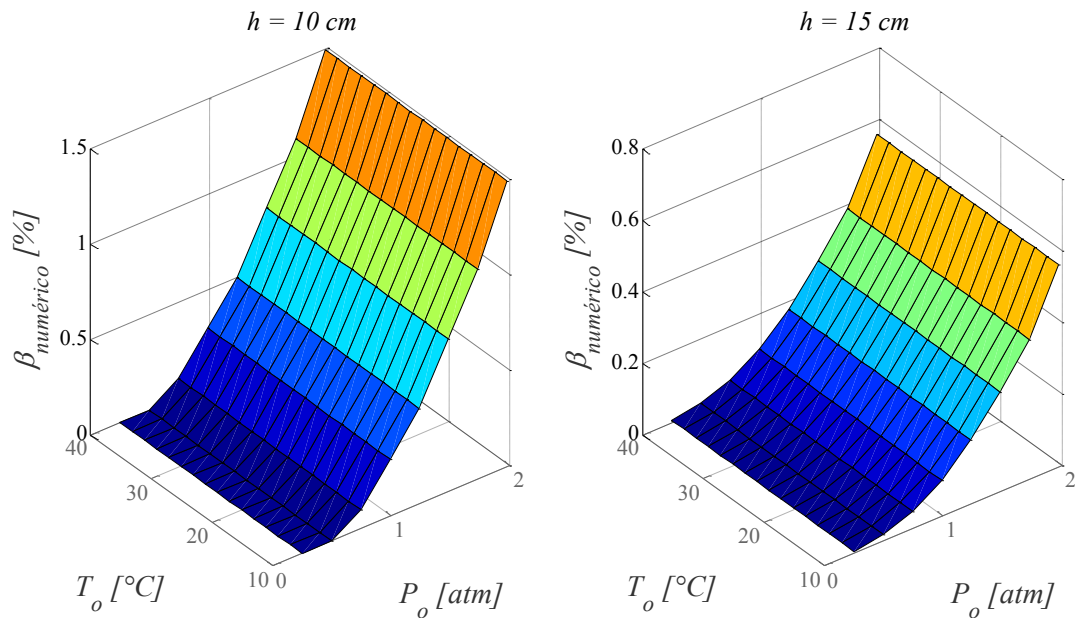
Las fuerzas formadas por las cámaras de aire, a partir del confinamiento del aire, para el rango de presiones cercano a 1 atm, no genera un amortiguamiento adicional de manera relevante, por lo tanto, el efecto del calor se puede despreciar, según las conclusiones del Capítulo III. Por otro lado, si el rango de presiones que se desea estudiar, posee una magnitud del orden de 20 veces menor a la presión atmosférica, donde el calor genera una disipación de

## CAPÍTULO IV: LINEALIZACIÓN

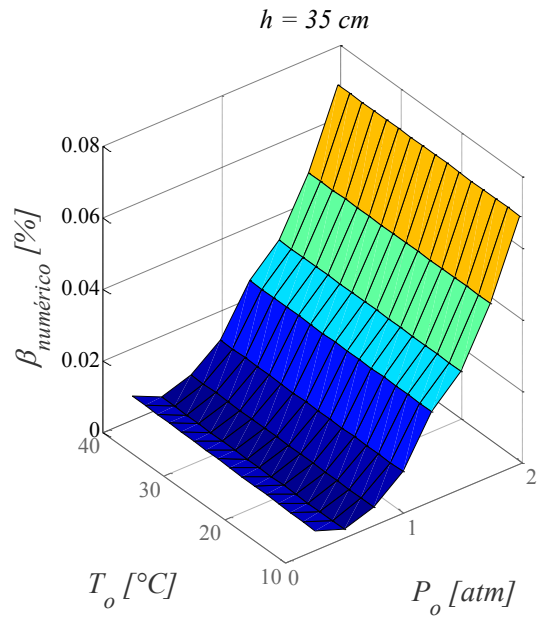
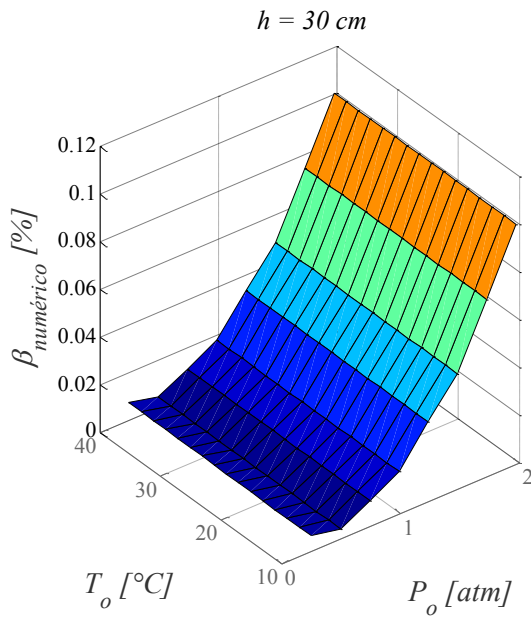
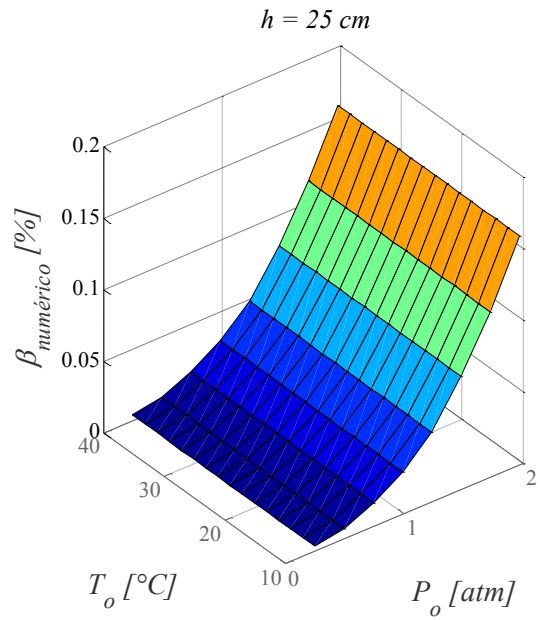
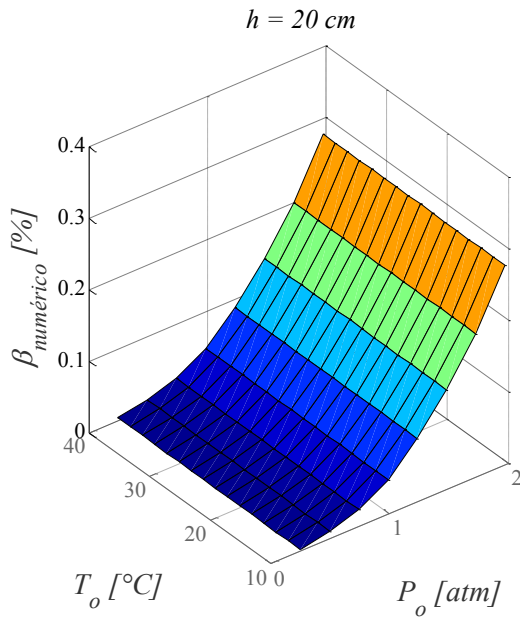
energía, se ha considerado pertinente establecer una expresión para el amortiguamiento, usando el ajuste de curvas del programa Matlab.

El ajuste de curvas se realiza a partir de los parámetros termodinámicos del problema, temperatura, presión y volumen establecida en la cámara de aire, las Figuras 4-1, 4-2 y 4-3, muestran la relación entre el amortiguamiento y los distintos parámetros de estudio del problema, al tener 3 variables se debe establecer un método óptimo para el ajuste favoreciendo aquella con menor error. La calibración de las siguientes curvas, no son concluyentes y pueden cambiar según el rango de estudio de los valores y los criterios adoptados.

La Figura 4-1 muestra una clara tendencia, donde el amortiguamiento del disipador en función de la temperatura no presenta variaciones importantes, por lo que se puede decir que el amortiguamiento es invariante según la temperatura del ambiente. Cabe destacar que el análisis se relaciona con el valor de la temperatura inicial al interior de la cámara de aire y no refleja los procesos termodinámicos que ocurren al transcurrir un periodo de tiempo dentro de la columna, donde las leyes de la termodinámica para los gases son aplicadas normalmente. También se aprecia una relación lineal entre el amortiguamiento y la presión inicial al interior de la cámara de aire.



# CAPÍTULO IV: LINEALIZACIÓN



## CAPÍTULO IV: LINEALIZACIÓN

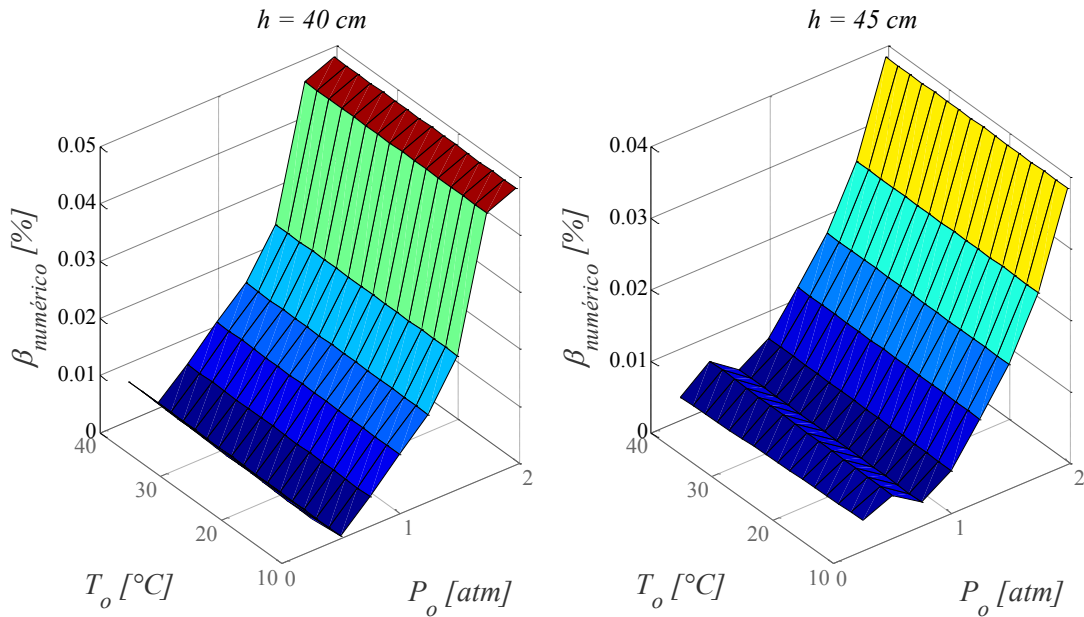


Figura 4-1. Amortiguamiento según la presión inicial, temperatura inicial y la altura de la columna de aire.

Para encontrar una expresión para el amortiguamiento se deben combinar las tres curvas de las variables analizadas, para ello se hace uso de una herramienta de Matlab, *cftool*, capaz de establecer un set de curvas a un grupo de puntos, según una tolerancia admisible para los parámetros de cada curva, teniendo presente que el error importante para los resultados.

Siguiendo con el análisis de §4.1, la expresión ( 4.22 ) se puede escribir separando los efectos no lineales, según sea la fuerza involucrada en el fenómeno [ec. (4.30)].

$$\beta_{eq} = \beta + \frac{\mu}{\rho_f L_{eq}} E \left\{ \frac{\partial(P_2 - P_1)}{\partial \dot{u}_d} \right\} + \frac{\mu \eta}{2L_{eq}} E \left\{ \frac{\partial(\dot{u}_d |\dot{u}_d|)}{\partial \dot{u}_d} \right\} \quad (4.30)$$

Los efectos de pérdidas de energía por el angostamiento central tiene el mismo proceso analítico que para el caso de presiones normales, ec. ( 4.31 ).

$$\beta_{eq} = \beta + \frac{\mu}{\rho_f L_{eq}} E \left\{ \frac{\partial(P_2 - P_1)}{\partial \dot{u}_d} \right\} + \frac{\eta}{L_{eq}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma \dot{u}_d \quad (4.31)$$

Los rangos utilizados para determinar la expresión para el amortiguamiento son: presión inicial entre 5000 a 20000 Pa, temperatura de 10 a 30 °C y altura de la cámara inicial de 5 a 35 cm. La

## CAPÍTULO IV: LINEALIZACIÓN

expresión para el amortiguamiento es determinado en base a numerosos análisis, proporcionados por la modelación numérica, estableciendo los rangos acordes con el diseño del prototipo del capítulo V y las variables del problema. Se debe tener en cuenta que la expresión encontrada solo puede ser utilizada bajo ciertas condiciones y considerar que los análisis son referentes a un modelo a escala, cualquier otra configuración debe ser estudiada y recalculada la expresión ( 4.32 ). El amortiguamiento del disipador en función de las variables termodinámicas de la cámara de aire  $\beta(P_o, T_o, h)$ , se determina finalmente ajustando aproximadamente 5000 análisis para un problema de condiciones iniciales. Se muestra la expresión en (4.32).

$$\begin{aligned} \beta(P_o, T_o, h) = & 34.04e^{-13.96h} P_o^{1.558h-1.51} T_o - 0.0146e^{(0.004058h-0.0008453)P_o} \\ & + (0.009924h - 0.0025663)e^{(1.155*10^8 h^{16.2} - 5.111*10^{-5})P_o} \end{aligned} \quad (4.32)$$

Se ha propuesto una expresión sintetizada, abordable, de carácter práctico, la que se muestra en la ecuación (4.33), indistintamente ambas expresiones entregan un valor para el amortiguamiento, sin embargo, la expresión no simplificada posee una mayor precisión. Las unidades de las variables se deben usar en el sistema métrico MKS, o sea, temperatura en grados Kelvin,  $K$ , la presión en Pascales,  $N/m^2$  y la altura de la cámara de aire en metros,  $m$ .

$$\beta(P_o, T_o, h) = \frac{34T_o}{e^{14h} P_o^{\frac{3}{2}(1-h)}} - 0.0014 \quad (4.33)$$

El amortiguamiento viscoso también puede ser definido a partir del coeficiente de amortiguamiento,  $c = 2\beta m_{eq} \omega_d$  (Clough y Penzien, 2003 [72]). Reemplazamiento las expresiones (3.5) y (4.33), para el periodo lineal equivalente y para el amortiguamiento respectivamente en la expresión del amortiguamiento viscoso, obtenemos ( 4.34 ).

$$\begin{aligned} c_{fit} = & 2\beta(P_o, T_o, h_0) \rho_f A_v L_{eq} \sqrt{\frac{2\left(\rho_f g + \frac{P_o \gamma}{h_o}\right)}{\rho_f L_{eq}}} \\ = & 2 \left( \frac{34T_o}{e^{14h_o} P_o^{\frac{3}{2}(1-h_o)}} - 0.0014 \right) \rho_f A_v L_{eq} \sqrt{\frac{2\left(\rho_f g + \frac{P_o \gamma}{h_o}\right)}{\rho_f L_{eq}}} \end{aligned} \quad (4.34)$$

## CAPÍTULO IV: LINEALIZACIÓN

El amortiguamiento total del disipador considerando el amortiguamiento del angostamiento central,  $c_{fit}$  (ec. (4.34)) y el generado por el angostamiento central del disipador,  $c$  (ec. (4.24)), se muestra en la ecuación (4.35).

$$c_{eq} = 2A_v \left( \frac{34T_0}{e^{14h_0} P_0^{\frac{3}{2}(1-h_0)}} - 0.0014 \right) \sqrt{2\rho_f L_{eq} \left( \rho_f g + \frac{P_0 \gamma}{h_0} \right)} + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \eta \rho_f A_h \sigma_{ud} \quad (4.35)$$

### 4.3 ECUACIONES LINEALES EQUIVALENTES DPCLS

Una de las maneras para determinar las ecuaciones de movimiento es usando las ecuaciones de Lagrange, en donde se definen, la energía potencial, cinética y las fuerzas no conservativas. A continuación se muestra el proceso algebraico para determinar estas ecuaciones, se usan las variables de un sistema de régimen adiabático reversible y las variables de un sistema de un grado de libertad de masa  $M$  (masa total del sistema primario), con una rigidez,  $K$  y un amortiguamiento,  $C$  sobre el cual es posado un disipador de columnas líquidas con una distancia entre ejes de las columnas de largo,  $L_h$  y una altura del líquido en estado estático o equilibrio,  $L_v$ . La Figura 4-2 muestra la configuración del sistema.

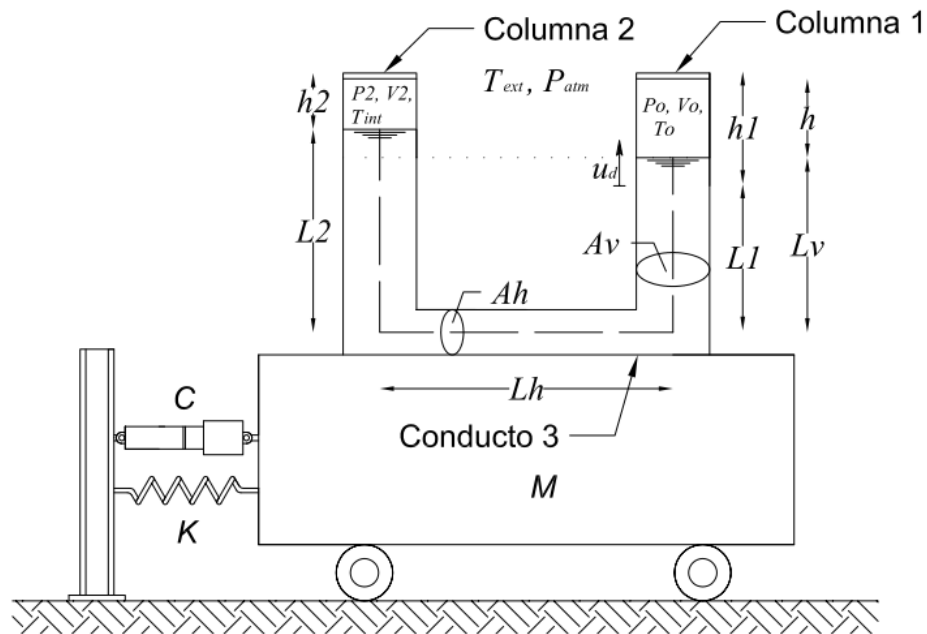


Figura 4-2. Configuración de modelación Estructura Primaria - Disipador



## CAPÍTULO IV: LINEALIZACIÓN

El disipador posee un amortiguamiento y rigidez procedentes de las propiedades del fluido y la geometría del disipador. Las cámaras de aire poseen un comportamiento no lineal el cual requiere otro tipo de análisis. Se asume que las columnas selladas agregan una rigidez equivalente considerando un régimen adiabático y pequeñas deformaciones. Este proceso se realiza posteriormente a la determinación de las expresiones no lineales del sistema, simplificando el análisis debido a la linealización de los parámetros del disipador.

Las coordenadas generalizadas del sistema son análogas a las definidas por Rozas (2008) [54]. La coordenada principal del disipador es definida como  $u_d$  se establece en la columna vertical y la coordenada traslacional horizontal del sistema primario es  $u_p$ . Para describir la energía cinética de cada parte del disipador es necesario definir las velocidades en cada una de sus partes. La coordenada  $u_s$  corresponde al movimiento generado por el suelo tras un sismo o vibración. La magnitud de la velocidad de cada columna es representada en las ecuaciones (4.36), (4.37) y (4.38).

La base teórica desarrollada por Jong Wu (2000) [55] es la utilizada para la determinación de las ecuaciones para DCLS, la cual nos ayuda a deducir las ecuaciones para el disipador presurizado.

Se debe obtener la energía que participa en el sistema, tanto la energía cinética como potencial, además de las fuerzas disipativas dentro del sistema.

Columna 1:

$$v_1 = \sqrt{\dot{u}_1^2 + (\dot{u}_p + \dot{u}_s)^2} \quad (4.36)$$

Columna 3:

$$v_3 = \dot{u}_d + \dot{u}_p + \dot{u}_s \quad (4.37)$$

Columna 2:

$$v_2 = -\sqrt{\dot{u}_2^2 + (\dot{u}_p + \dot{u}_s)^2} \quad (4.38)$$

La energía cinética para el disipador, es caracterizada en la ecuación (4.39)

## CAPÍTULO IV: LINEALIZACIÓN

$$T_d = \frac{1}{2}A_2\rho_f H_2 v_2^2 + \frac{1}{2}A_3\rho_f L_h v_3^2 + \frac{1}{2}A_1\rho_f H_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_u(\dot{u}_p + \dot{u}_s)^2 \quad (4.39)$$

Los subíndices 1,2 y 3 corresponden a la columna izquierda, columna derecha y sección horizontal según la Figura 4-2. Por ende, las áreas 1,2 y 3 corresponden a las secciones transversales  $A_i$  y velocidades  $v_i$  de las columnas y conducto horizontal respectivamente;  $\rho_f$  corresponde a la densidad del fluido dentro del disipador,  $H_1$  y  $H_2$  corresponden a la distancia vertical del disipador contenida en las columnas desde el punto medio del conducto horizontal hasta la superficie libre de fluido en las columnas,  $m_u$  es toda aquella masa del disipador que no sea fluido contenido en él. La energía cinética para el sistema primario se muestra en la ec. ( 4.40 ).

$$T_p = \frac{1}{2}M(\dot{u}_p + \dot{u}_s)^2 \quad (4.40)$$

Donde  $M$  es la masa de la estructura primaria. La energía cinética total del sistema está dada por la suma de energía cinética del disipador y la del sistema primario (ec. ( 4.41 )).

$$T = \frac{1}{2}A_2\rho_f H_2 v_2^2 + \frac{1}{2}A_3\rho_f L_h v_3^2 + \frac{1}{2}A_1\rho_f H_1 v_1^2 + \frac{1}{2}(m_u + M)(\dot{u}_p + \dot{u}_s)^2 \quad (4.41)$$

La energía potencial del disipador es determinada desde la posición de equilibrio, la cual es aportada por las columnas y por las cámaras de aire, la determinación de la ecuación está ligada con suponer que el disipador se comporta como un sistema lineal elástico, en donde el conducto horizontal no participa en la generación de energía potencial, esto se observa en la ec ( 4.42 ),

$$V_d = \frac{1}{2}A_2\rho_f g u_2^2 + \frac{1}{2}A_1\rho_f g u_1^2 + \frac{1}{2}k_2 u_2^2 + \frac{1}{2}k_1 u_1^2 \quad (4.42)$$

Donde  $k_1$  y  $k_2$  corresponden a las constantes elásticas de los resortes equivalentes de cada cámara. La energía potencial del sistema primario es caracterizada como un sistema de un solo grado de libertad, la cual corresponde a la energía potencial elástica del sistema, mostrada en la ec. ( 4.43 ),

$$V_p = \frac{1}{2}K u_p^2 \quad (4.43)$$

## CAPÍTULO IV: LINEALIZACIÓN

Al igual que la energía cinética la energía potencial total es la suma de la energía del disipador y el sistema primario obteniendo, la expresión [ec. ( 4.44 )] que muestra la energía potencial total del sistema, y se tiene reemplazando las ecuaciones (4.42) y (4.43),

$$V = \frac{1}{2}A_2\rho_f g u_2^2 + \frac{1}{2}A_1\rho_f g u_1^2 + \frac{1}{2}k_2 u_2^2 + \frac{1}{2}k_1 u_1^2 + \frac{1}{2}K u_p^2 \quad (4.44)$$

Para obtener todas las expresiones de la ecuación de Lagrange (ec. (4.60)) también se deben definir las fuerzas no conservativas, las cuales muestran las pérdidas de energía generadas en el proceso, para el disipador la expresión se define en la ec.( 4.45 ).

$$Q_d = -\frac{1}{2}A_3\rho_f\eta|\dot{u}_3|\dot{u}_3 - g(u_d, \dot{u}_d) = -c_d\dot{u}_d - g(u_d, \dot{u}_d) = -c_{eq}\dot{u}_d \quad (4.45)$$

La función  $g$  indica la fuerza que contiene no linealidades de la columna de aire, las cuales no son consideradas en el actual capítulo. La fuerza no conservativa para el sistema primario se muestra en ec. ( 4.46 ).

$$Q_p = c_{eq}\dot{u}_d - C\dot{u}_p \quad (4.46)$$

A partir de las ecuaciones de continuidad es posible determinar la relación entre las distintas variables de coordenadas,  $\dot{u}_i$ . Se tiene la relación entre las velocidades, ec.( 4.47 ).

$$\dot{u}_2 = -\frac{A_1}{A_2}\dot{u}_1 \text{ y } \dot{u}_3 = \frac{A_1}{A_3}\dot{u}_1 \quad (4.47)$$

De igual forma obtenemos la relación entre las variables de desplazamiento [ec. ( 4.48 )].

$$u_1 = u_d, u_2 = -\frac{A_1}{A_2}u_1 \text{ y } u_3 = \frac{A_1}{A_3}u_1 \quad (4.48)$$

Se establece otra relación en el estado de equilibrio del líquido, en donde se requiere la siguiente relación ( 4.49 ), a partir de la ecuación de Bernoulli.

$$p_1 + \rho_f g H_1 = p_2 + \rho_f g H_2 \quad (4.49)$$

La expresión para las constantes de rigidez de las fuerzas restitutivas son deducidas en el Anexo B.

## CAPÍTULO IV: LINEALIZACIÓN

Se obtiene un valor genérico con respecto a la presión y volumen inicial en estado de equilibrio y las áreas transversales de los conductos verticales en ec. ( 4.50 ).

$$k_1 = \frac{\gamma P_1 A_1^2}{V_1} \text{ y } k_2 = \frac{\gamma P_2 A_2^2}{V_2} \left( \frac{A_1}{A_2} \right) \quad (4.50)$$

Al reemplazar las ecuaciones ( 4.36 ), ( 4.37 ) y ( 4.38 ) en la ecuación ( 4.41 ) logramos obtener las expresiones para las energías en función de solo la coordenada de cada columna, ec. ( 4.51 ).

$$T = \frac{1}{2} A_2 \rho_f H_2 (\dot{u}_2^2 + (\dot{u}_p + \dot{u}_s)^2) + \frac{1}{2} A_3 \rho_f L_h (\dot{u}_3 + \dot{u}_p + \dot{u}_s)^2 \\ + \frac{1}{2} A_1 \rho_f H_1 (\dot{u}_1^2 + (\dot{u}_p + \dot{u}_s)^2) + \frac{1}{2} (m_u + M) (\dot{u}_p + \dot{u}_s)^2 \quad (4.51)$$

Se define la masa total  $M_T$  como la suma de la masa del sistema estructural primario más el disipador en ec. ( 4.52 ).

$$M_T = A_2 \rho_f H_2 + A_1 \rho_f H_1 + A_3 \rho_f L_h + (m_u + M) \quad (4.52)$$

La masa del conducto horizontal  $m_h$  se define en ec. ( 4.53 ).

$$m_h = A_3 \rho_f L_h \quad (4.53)$$

Reemplazando la ecuación ( 4.47 ) en la ecuación ( 4.51 ) obtenemos (4.54).

$$T = \frac{1}{2} A_2 \rho_f H_2 \left( \left( -\frac{A_1}{A_2} \dot{u}_1 \right)^2 + (\dot{u}_p + \dot{u}_s)^2 \right) \\ + \frac{1}{2} A_3 \rho_f L_h \left( \left( \frac{A_1}{A_3} \dot{u}_1 \right)^2 + (\dot{u}_p + \dot{u}_s)^2 + 2 \left( \frac{A_1}{A_3} \dot{u}_1 \right) (\dot{u}_p + \dot{u}_s) \right) \\ + \frac{1}{2} A_1 \rho_f H_1 (\dot{u}_1^2 + (\dot{u}_p + \dot{u}_s)^2) + \frac{1}{2} (m_u + M) (\dot{u}_p + \dot{u}_s)^2 \quad (4.54)$$

Agrupando y reduciendo términos se tiene que la expresión de la energía cinética ( 4.55 ).

$$T = \frac{1}{2} \rho_f \left[ A_2 H_2 \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 + A_1 H_1 + A_3 L_h \left( \frac{A_1}{A_3} \right)^2 \right] \dot{u}_1^2 + \frac{1}{2} m_h 2 \left( \frac{A_1}{A_3} \dot{u}_1 \right) (\dot{u}_p + \dot{u}_s) \\ + \frac{1}{2} M_T (\dot{u}_p + \dot{u}_s)^2 \quad (4.55)$$

## CAPÍTULO IV: LINEALIZACIÓN

De la misma forma reemplazando las ecuaciones ( 4.48 ) en la ecuación de la energía potencial ( 4.44 ) obtenemos la ec. ( 4.56 ).

$$V = \frac{1}{2}A_2\rho_f g \left(\frac{A_1}{A_2}u_1\right)^2 + \frac{1}{2}A_1\rho_f g u_1^2 + \frac{1}{2}k_2 \left(-\frac{A_1}{A_2}u_1\right)^2 + \frac{1}{2}k_1 u_1^2 + \frac{1}{2}K u_p^2 \quad (4.56)$$

Agrupando términos se tiene que la energía potencial del disipador ( 4.57 ) es,

$$V = \frac{1}{2} \left[ \rho_f g \left( A_2 \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 + A_1 \right) + k_2 \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 + k_1 \right] u_1^2 + \frac{1}{2} K u_p^2 \quad (4.57)$$

Ahora si reemplazamos la componente de la velocidad y el desplazamiento por la velocidad resultante en la columna 1, se pretende homogeneizar el sistema en base a la variable  $u_d$ , por lo tanto la energía potencial, ec. ( 4.57 ), y cinética, ec. ( 4.55 ), del disipador quedaría como se muestra la ec. ( 4.58 ).

$$T = \frac{1}{2}\rho_f \left[ A_2 H_2 \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 + A_1 H_1 + A_3 L_h \left( \frac{A_1}{A_3} \right)^2 \right] u_d^2 + m_h \left( \frac{A_1}{A_3} \right) \dot{u}_d (\dot{u}_p + \dot{u}_s) + \frac{1}{2} M_T (\dot{u}_p + \dot{u}_s)^2 \quad (4.58)$$

$$V = \frac{1}{2} \left[ \rho_f g \left( A_2 \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 + A_1 \right) + k_2 \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 + k_1 \right] u_d^2 + \frac{1}{2} K u_p^2 \quad (4.59)$$

Las ecuaciones de Lagrange [ec. ( 4.60 )] constituyen una relación entre la energía cinética y potencial para cada coordenada del sistema, las que deben compensar las fuerzas no conservativas, y se debe cumplir que,

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i \quad (4.60)$$

A partir de las ecuaciones ( 4.58 ) y ( 4.59 ) es posible encontrar la ecuación de movimiento para el sistema primario y disipador. Las derivadas se muestran a continuación en las ecuaciones ( 4.61 ).

CAPÍTULO IV: LINEALIZACIÓN

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial T}{\partial \dot{u}_d} &= \rho_f \left[ A_2 H_2 \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 + A_1 H_1 + A_3 L_h \left( \frac{A_1}{A_3} \right)^2 \right] \dot{u}_d + m_h \left( \frac{A_1}{A_3} \right) (\dot{u}_p + \dot{u}_s) \\
 \frac{\partial T}{\partial \dot{u}_p} &= M_T (\dot{u}_p + \dot{u}_s) + m_h \left( \frac{A_1}{A_3} \right) \dot{u}_d (\dot{u}_p + \dot{u}_s) \\
 \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{u}_d} &= \rho_f \left[ A_2 H_2 \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 + A_1 H_1 + A_3 L_h \left( \frac{A_1}{A_3} \right)^2 \right] \ddot{u}_d + m_h \left( \frac{A_1}{A_3} \right) (\ddot{u}_p + \ddot{u}_s) \\
 \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{u}_p} &= M_T (\ddot{u}_p + \ddot{u}_s) + m_h \left( \frac{A_1}{A_3} \right) \ddot{u}_d \\
 \frac{\partial V}{\partial u_d} &= \left[ \rho_f g \left( A_2 \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 + A_1 \right) + k_2 \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 + k_1 \right] u_d \\
 \frac{\partial V}{\partial u_p} &= K u_p
 \end{aligned} \right\} \quad (4.61)$$

Reemplazando las derivadas en la ecuación de Lagrange, ec. ( 4.61 ) y las fuerzas no conservativas [ecs. ( 4.46 ) y ( 4.47 )], se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales lineales para las coordenadas generalizadas, obteniendo expresiones para el disipador ec. ( 4.62 ) y para el sistema primario ec. ( 4.63 ).

$$\begin{aligned}
 & \rho_f \left[ A_2 H_2 \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 + A_1 H_1 + A_3 L_h \left( \frac{A_1}{A_3} \right)^2 \right] \ddot{u}_d + c_{eq} \dot{u}_d \\
 & + \left[ \rho_f g \left( A_2 \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 + A_1 \right) + k_2 \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 + k_1 \right] u_d = -m_h \left( \frac{A_1}{A_3} \right) (\ddot{u}_p + \ddot{u}_s)
 \end{aligned} \quad (4.62)$$

$$M_T \ddot{u}_p + C \dot{u}_p + K u_p = -M_T \ddot{u}_s - m_h \left( \frac{A_1}{A_3} \right) \ddot{u}_d + c_{eq} \dot{u}_d \quad (4.63)$$

Entonces la masa equivalente del disipador  $m_{eq}$  es definida como en la ec. ( 4.64 ).

$$m_{eq} = \rho_f \left[ A_2 H_2 \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 + A_1 H_1 + A_3 L_h \left( \frac{A_1}{A_3} \right)^2 \right] \quad (4.64)$$

Y la rigidez del disipador  $k_d$ , ec. ( 4.65 ). Donde la expresión para determinar la rigidez de las columnas de aire, se muestra en Anexo B.

$$k_d = \left[ \rho_f g \left( A_2 \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 + A_1 \right) + k_2 \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 + k_1 \right] \quad (4.65)$$

Este análisis es válido solamente al considerar que el comportamiento de gas es lineal, siendo esta una aproximación al comportamiento real del gas. En cambio la modelación numérica considera los efectos no-lineales del problema explicado en el Capítulo III.

#### 4.3.1 CASO DE ANÁLISIS

Para el caso de interés se establecen las siguientes consideraciones, las columnas tienen igual sección transversal  $A_1 = A_2 = A_v$  e igual altura de la columna  $H_1 = H_2 = L_v$ , se redefine el área del conducto horizontal  $A_3 = A_h$  y se establece la misma presión inicial en las columnas o cámaras de aire  $P_1 = P_2 = P_o$ , lo cual conlleva a que la rigidez del aire contenida en las columnas sean iguales  $k_1 = k_2$ .

Se define un largo equivalente para el caso particular de estudio, reemplazando según las variables definidas en el problema, ec. (4.62), donde  $m_{eq}$  es,

$$\begin{aligned} m_{eq} &= \rho_f \left( A_2 H_2 \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 + A_1 H_1 + A_3 L_h \left( \frac{A_1}{A_3} \right)^2 \right) \\ &= \rho_f \left( A_v L_v \left( \frac{A_v}{A_v} \right)^2 + A_v L_v + A_h L_h \left( \frac{A_v}{A_h} \right)^2 \right) = \rho_f A_v \left( 2L_v + L_h \frac{A_v}{A_h} \right) \end{aligned} \quad (4.66)$$

Definiendo la razón de áreas del disipador  $\upsilon = \frac{A_v}{A_h}$  y reemplazando esta expresión en (4.66) tenemos que la longitud equivalente es el largo de dos veces la altura de la columna más el largo horizontal multiplicado por la razón de áreas, ec. (4.67).

$$L_{eq} = 2L_v + L_h \upsilon \quad (4.67)$$

Por lo tanto la masa de fluido [Ec. (4.68)],

$$m_{eq} = \rho_f A_v L_{eq} = \rho_f \upsilon A_h L_{eq} \quad (4.68)$$

Ahora si la rigidez del sistema es la suma de la rigidez del disipador y la rigidez de la cámara de aire, escribimos la rigidez equivalente del disipador como 4.69,

## CAPÍTULO IV: LINEALIZACIÓN

$$k_{eq} = \left[ \rho_f g \left( A_2 \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 + A_1 \right) + k_2 \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 + k_1 \right] = 2vA_h \left[ \rho_f g + \frac{\gamma p_o A_v}{v_o} \right] = 2A_v \left[ \rho_f g + \frac{\gamma p_o}{h} \right] \quad (4.69)$$

Finalmente las ecuaciones de movimiento del disipador para una sollicitación en la base nos queda una ecuación lineal [ec. ( 4.70 )] la que es posible resolver si se tienen las sollicitaciones.

$$m_{eq}\ddot{u}_d + c_{eq}\dot{u}_d + k_{eq}u_d = -m_h v(\ddot{u}_p + \ddot{u}_s) \quad (4.70)$$

De la misma manera, se puede escribir la ecuación de movimiento para el sistema primario [ec. 4.71],

$$M\ddot{u}_p + C\dot{u}_p + Ku_p = -M\ddot{u}_s - m_h v\ddot{u}_d + c_{eq}\dot{u}_d \quad (4.71)$$



# CAPITULO V

## DISEÑO DISIPADOR PRESURIZADO DE COLUMNA LÍQUIDA SINTONIZADA

Se expone el procedimiento de diseño y confección del disipador presurizado de columna líquida sintonizada de manera detallada, para el ensayo en laboratorio. El dispositivo es diseñado para controlar el segundo modo de vibrar de una estructura cuyos grados de libertad se han condensado a dos grados traslacionales en cada eje de la estructura principal (eje fuerte con rigidez variable y eje débil). Dicha estructura es sometida a una serie de ensayos, con objeto de verificar la reducción de la respuesta obtenida con los dispositivos. La descripción de estos ensayos, y los resultados obtenidos, se pueden consultar en el Capítulo VI.

### 5.1 DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA A CONTROLAR

La estructura a controlar tiene un mecanismo de ensamblaje con variación de masa y rigidez por piso, estableciendo a priori el periodo teórico de oscilación de esta. Posee una restricción de altura máxima de tres niveles, los que pueden desmontarse generando subestructuras de dos y/o un nivel. Posee barras lisas de acero correspondientes a las columnas soportantes de la estructura, las cuales tienen una sección transversal de 10 mm de diámetro para el piso inferior y de 8 mm de diámetro para los otros niveles. Cada piso se conforma por perfiles cajón [50x30x3 mm. Adicionalmente se disponen de planchas de acero de 600x600 mm y espesor de 3 mm. Cada piso tiene incorporado diagonales en V invertida, las cuales no se unen al piso contiguo, estas diagonales dan soporte a los resortes en cada piso.

La estructura de estudio establecida para el diseño del disipador presurizado consta de solo dos niveles en el cual se incluyen 3 planchas de acero por nivel y resortes para incorporar rigidez a cada piso. Esta configuración es la utilizada para la determinación de las propiedades de la estructura y la confección del disipador.

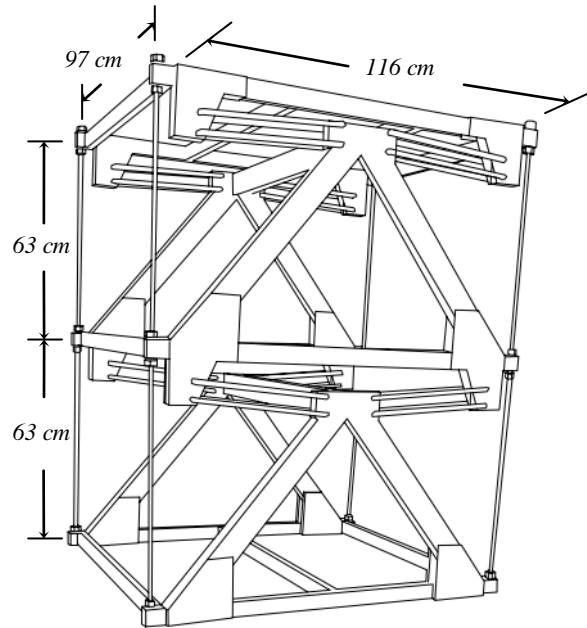


Figura 5-1. Estructura y sus dimensiones

En la Tabla 5-1 se detalla el peso normal de cada uno de los niveles, junto con el peso total de estructura. En la Figura 5-1 en tanto, se muestra la estructura en cuestión junto con sus dimensiones principales, utilizadas para el diseño.

	<i>Nivel 1</i>	<i>Nivel 2</i>
Peso Parrilla	22.3	22.3
Peso Planchas	25.5	25.5
Peso Diagonales	-	13.1
Peso Nivel	47.8	60.9
Peso Total	108.7	

Tabla 5-1. Peso nominal de los niveles, en kg

Las propiedades mecánicas nominales del acero estructural utilizado para los elementos de la estructura se muestran en Tabla 5-2.

	<i>Acero SAE 1045</i>
Densidad, $\gamma$ [kg/m <sup>3</sup> ]	7860
Módulo de elasticidad, $E_s$ [GPa]	200
Tensión de Fluencia, $F_y$ [kgf/cm <sup>2</sup> ]	4400

Tabla 5-2. Propiedades Mecánicas

## 5.2 DETERMINACIÓN TEÓRICA DE LOS PARÁMETROS MODALES DE LA ESTRUCTURA

Antes de realizar el análisis modal de la estructura debemos definir los grados de libertad que describen el movimiento de la misma. Utilizamos en este caso dos grados de libertad (GDL), uno en cada piso, donde cada GDL traslacional determina el desplazamiento horizontal de los niveles de la estructura. Dichos grados de libertad se definen desde arriba hacia abajo, siendo el segundo de ellos aquel que describe el movimiento del primer nivel, en tanto que el primero describe el movimiento del segundo nivel. El siguiente paso consiste en establecer las matrices de masa y rigidez. La matriz de rigidez puede ser escrita a partir del módulo elástico del acero utilizado para las columnas del modelo, junto con las dimensiones de las mismas.

Para ello consideramos que las columnas están restringidas al giro pero posibilitadas de desplazamiento lateral en cada nivel. Esto último significa suponer un sistema en el cual los niveles son infinitamente rígidos. Por otra parte, para determinar la matriz de masa, consideramos un modelo de masas concentradas en cada uno de los niveles de la estructura. La masa de los niveles ha sido determinada directamente por medio de los valores nominales, los resultados de estas se resumen en la Tabla 5-1. Las matrices de masa y rigidez de la estructura, determinadas en base a los procedimientos y supuestos recién descritos se presentan a continuación, donde la matriz de masa se muestra en la ecuación ( 5.1 ).

$$[M] = \begin{bmatrix} 47.8 & 0 \\ 0 & 60.9 \end{bmatrix} kg \quad (5.1)$$

El momento de inercia de las barras de acero se determina como  $I_c = \frac{\pi\phi_c^4}{64}$ , donde  $\phi_c$  es el diámetro de las columnas. Por ende, la rigidez de las columnas empotradas, sabiendo que poseen

una altura de  $h_c = 60 \text{ cm}$ , se describe como  $K_c = \frac{12E_s I_c}{h_c^3}$ . La matriz de rigidez lineal  $[K_L]$  se muestra en la ecuación ( 5.2 ), donde los subíndices 1 y 2 denotan los niveles de la estructura.

$$[K_L] = n_c \begin{bmatrix} K_{c1} & -K_{c1} \\ -K_{c1} & K_{c1} + K_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8936 & -8936 \\ -8936 & 30750 \end{bmatrix} \frac{N}{m} \quad (5.2)$$

Donde  $n_c$  es el número de columnas. Además se ha estimado la matriz de rigidez geométrica  $[K_G]$ , la cual se establece al provocar que elementos cargados axialmente a compresión varíe su rigidez frente a cargas transversales de la estructura reemplazando los momentos volcantes aplicados sobre cada nivel de la estructura, producidos a su vez por los desplazamientos laterales, por medio de fuerzas horizontales equivalentes.

$$[K_G] = \begin{bmatrix} \frac{6 F_{v1}}{5 L_{c1}} & -\frac{6 F_{v1}}{5 L_{c1}} \\ -\frac{6 F_{v1}}{5 L_{c1}} & \frac{6 F_{v1}}{5 L_{c1}} + \frac{6 F_{v2}}{5 L_{c2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -937.5 & 937.5 \\ 937.5 & -3070.0 \end{bmatrix} \frac{N}{m} \quad (5.3)$$

Donde  $F_v$  es la fuerza vertical ejercida en cada piso, o sea, el peso soportado por cada nivel y  $L_c$  el largo de las columnas. La estructura además posee un sistema de rigidez variable entregado por resortes incorporados en los niveles correspondientes, solamente en la dirección fuerte de la estructura. Cada resorte individual posee una rigidez,  $k_r$  de 0.5 N/mm y cada columna posee un set o número de resortes  $n_r$  igual a 5 resortes. Por ende, cada paquete de resortes tiene una rigidez conjunta  $k_{nr} = n_r k_r$ , entonces la rigidez adicional por los resortes  $[K_S]$  se determina como en la ecuación 5.4.

$$[K_S] = n_c \begin{bmatrix} k_{nr1} & -k_{nr1} \\ -k_{nr1} & k_{nr1} + k_{nr2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10000 & -10000 \\ -10000 & 20000 \end{bmatrix} \frac{N}{m} \quad (5.4)$$

Entonces la matriz de rigidez es la suma lineal de las matrices mostradas anteriormente (Ec. 5.5).

$$[K] = [K_L] + [K_G] + [K_S] = \begin{bmatrix} 17998.5 & -17998.5 \\ -17998.5 & 47682.7 \end{bmatrix} \frac{N}{m} \quad (5.5)$$

Una vez establecidas las matrices de masa y rigidez podemos determinar las características dinámicas inherentes de la estructura, las frecuencias naturales de vibración y la forma de vibrar de los modos. Si bien es cierto también es necesario conocer el amortiguamiento de la estructura,

resulta poco práctica y adecuada su determinación de forma teórica. Los mecanismos de disipación de energía en una estructura se deben a efectos combinados de un número de mecanismos tales como la fricción en uniones, la disipación local de energía de los distintos materiales que componen la estructura, entre otros. Es por ello que el amortiguamiento es determinado mediante análisis experimentales realizados a la estructura. Dichos análisis se describen más adelante. Junto con las matrices de masa y rigidez, ahora podemos resolver el problema de valores y vectores propios de la matriz  $[M^{-1}K]$  para encontrar los periodos y formas modales de la estructura. La determinación de las formas modales es de gran importancia, ya que, representan cualquier estado de deformación de la estructura como una combinación lineal de los modos de vibrar. Se resumen las formas y periodos de vibrar  $(\phi, T_p)$  de la estructura determinados de forma teórica en la expresión (5.6) y (5.7) respectivamente.

$$[\phi] = \begin{bmatrix} 0.895 & -0.536 \\ 0.446 & 0.844 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$T_p = \begin{pmatrix} 0.457 \\ 0.202 \end{pmatrix} \text{seg} \quad (5.7)$$

### 5.3 DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LOS PARÁMETROS MODALES DE LA ESTRUCTURA

Si bien es cierto, es posible estimar de forma teórica las características dinámicas de la estructura, estas últimas presentan diferencias con respecto a las medidas experimentalmente. Determinar pues de forma experimental dichas propiedades nos permite caracterizar de forma más correcta su comportamiento, y entregar parámetros más precisos para el diseño posterior del dispositivo.

La determinación experimental de los parámetros modales de la estructura es realizada en el dominio del tiempo, en base al método de identificación conocido como ERA (Eigensystem realization algorithm) un sistema de identificación popular en la ingeniería civil, particularmente en el daño del monitoreo estructural. ERA puede ser utilizado como técnica de análisis modal usando la respuesta en el dominio del tiempo de varios registros como entrada de datos. Se utiliza como entrada excitaciones externas impulsivas tipo “pullback” o de “impacto”. Este método permite obtener estimaciones de las características dinámicas de una estructura de múltiples

## CAPÍTULO V: DISEÑO DPCLS

grados de libertad, en términos de sus formas modales, ya sea normales o complejas, y los polos con los cuales se obtienen las frecuencias naturales de vibrar y amortiguamientos. También mediante el uso de este método es posible encontrar los parámetros modales de una estructura utilizando como acción externa excitaciones de tipo ambiental, mediante el método NextERA (Natural Excitation ERA).

La determinación de parámetros modales mediante ERA se lleva a cabo por medio de la aplicación de desplazamientos iniciales a los niveles de la estructura, permitiendo luego que la misma oscile libremente. Se realizan varios ensayos con el objeto de tener una mayor cantidad de información para la estimación de los distintos modos de vibrar de la estructura. Se han tomado como referencia base las formas modales determinadas de manera experimental en la §5.2.

<i>N°</i>	<i>Instrumento</i>	<i>N° Serie/Modelo</i>	<i>Constante</i>
1	Acelerómetro 1	2002309 Kistler 8310 <sup>a</sup> 2	1.003[V/g]
2	Acelerómetro 2	2002310 Kistler 8310 <sup>a</sup> 2	0.993[V/g]
3	Acelerómetro 3	2002311 Kistler 8310 <sup>a</sup> 2	0.986[V/g]
4	Acelerómetro 4	2003776 Kistler 8310 <sup>a</sup> 2	0.995[V/g]
5	Acelerómetro 5	2003777 Kistler 8310 <sup>a</sup> 2	0.994[V/g]

Tabla 5-3. Constantes y características de los instrumentos utilizados en las mediciones

El sistema monitorea los datos a través de cuatro acelerómetros, instalados dos en cada nivel de la estructura. La de manera experimental en la §5.2.

<i>N°</i>	<i>Instrumento</i>	<i>N° Serie/Modelo</i>	<i>Constante</i>
1	Acelerómetro 1	2002309 Kistler 8310 <sup>a</sup> 2	1.003[V/g]

2	Acelerómetro 2	2002310 Kistler 8310 <sup>a</sup> 2	0.993[V/g]
3	Acelerómetro 3	2002311 Kistler 8310 <sup>a</sup> 2	0.986[V/g]
4	Acelerómetro 4	2003776 Kistler 8310 <sup>a</sup> 2	0.995[V/g]
5	Acelerómetro 5	2003777 Kistler 8310 <sup>a</sup> 2	0.994[V/g]

Tabla 5-3 muestra las características de los acelerómetros utilizados en la identificación, su modelo, nombre y constante de conversión de unidades. Los sensores 1 y 2 se instalaron en el piso superior a una distancia de 74.5 cm (en dirección perpendicular al movimiento de la estructura) y los sensores 3 y 4 en el piso inferior a una distancia de 74 cm. Se muestra un esquema en la Figura 5-2. Este sistema de sensores registra la historia de aceleración de cada sensor en forma paralela (tiempo común) y las almacena en forma digital, para su posterior procesamiento. Todas las mediciones poseen un tiempo de muestreo de 0.005 segundos ( $F_s=200$  muestras por segundo).

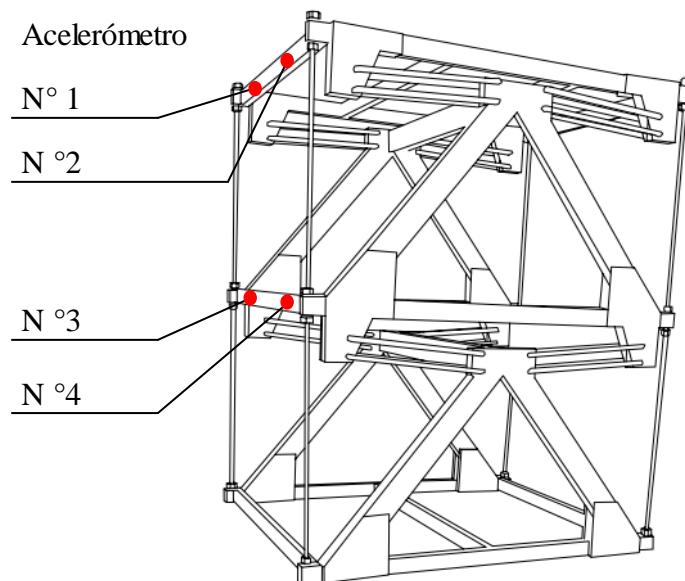


Figura 5-2. Ubicación de los acelerómetros en la estructura a analizar.

Los instrumentos utilizados entregan lecturas en voltaje las cuales deben ser transformadas según las constantes mostradas en la de manera experimental en la de manera experimental en la §5.2.

<i>N°</i>	<i>Instrumento</i>	<i>N° Serie/Modelo</i>	<i>Constante</i>
1	Acelerómetro 1	2002309 Kistler 8310 <sup>a</sup> 2	1.003[V/g]
2	Acelerómetro 2	2002310 Kistler 8310 <sup>a</sup> 2	0.993[V/g]
3	Acelerómetro 3	2002311 Kistler 8310 <sup>a</sup> 2	0.986[V/g]
4	Acelerómetro 4	2003776 Kistler 8310 <sup>a</sup> 2	0.995[V/g]
5	Acelerómetro 5	2003777 Kistler 8310 <sup>a</sup> 2	0.994[V/g]

Tabla 5-3

Se han ejecutado un set de 8 ensayos, aplicando desplazamientos iniciales en ambos niveles de la estructura a analizar, pretendiendo excitar los grados de libertad de interés. Dentro del proceso del método se establecen restricciones que descartan formas modales que no trasciendan en el estudio, amortiguamientos con valores físicamente no realizables y aquellas formas modales cuyos periodos predominantes están bajo 0.1 seg y sobre 1 seg; además los modos torsionales no se consideran en el análisis y se descartan del set de datos utilizados para el diseño. Los modos torsionales se logran identificar al observar las coordenadas modales relativas entre los acelerómetros 1 y 2 ó 3 y 4, estos par de sensores difieren en signo y magnitud indicando una rotación de la estructura. Luego de filtrar estos datos se logran distinguir la primera y segunda forma modal de la estructura. Promediando las coordenadas modales de los acelerómetros 1-2 y 3-4, para finalmente normalizarlas con respecto al máximo valor, las cuales se expresan en como  $\phi_1$  y  $\phi_2$  en ( 5.8 ).

$$\phi_1 = \begin{pmatrix} 1.000 \\ 0.473 \end{pmatrix} \text{ y } \phi_2 = \begin{pmatrix} -0.6998 \\ 1.0000 \end{pmatrix} \quad ( 5.8 )$$

De la misma manera se estima el amortiguamiento  $\beta_{exp}$ , ec. ( 5.9 ) y la frecuencia angular  $\omega$ , ( 5.10 ) para el modo 1 y modo 2 de la estructura como el promedio de los distintos registros.

$$\beta_{exp} = \begin{pmatrix} 0.0179 \\ 0.0108 \end{pmatrix} \quad ( 5.9 )$$



CAPÍTULO V: DISEÑO DPCLS

$$\omega_{exp} = \left( \frac{11.571}{25.541} \right) \frac{rad}{seg} \text{ y } T_{exp} = \left( \frac{0.543}{0.246} \right)_{seg} \quad (5.10)$$

Comparando la ec. ( 5.6 ) con la ec. ( 5.9 ), podemos notar que los períodos de vibrar determinados de forma teórica difieren de los obtenidos experimentalmente, siendo estos últimos mayores. Lo cual significa que la estructura real es más flexible de lo que los análisis teóricos indican. En la Tabla 5-4 se comparan los períodos de vibrar de la estructura determinados de forma experimental, con aquellos obtenidos a partir de las rigideces determinadas del análisis numérico. Como se puede apreciar los resultados tienen una variación del 18%.

	$T_{teo} \text{ seg}$	$T_{exp} \text{ seg}$	$T_{teo} / T_{exp} \%$
Modo 1	0.457	0.543	83.6
Modo 2	0.202	0.246	82.1

Tabla 5-4.Comparación de parámetros modales determinados teóricamente y a partir de las mediciones experimentales.

Las rigideces modales se estiman a partir de los periodos experimentales como  $K_{exp} = M\omega_{exp}^2$ , ec. ( 5.11 ) para posteriormente compararlos con los resultados teóricos en la Tabla 5-5.

$$K_{exp} = \left( \frac{6748.33}{37278.24} \right) \frac{N}{m} \quad (5.11)$$

	$K_{teo} \text{ N/m}$	$K_{exp} \text{ N/m}$	$K_{teo} / K_{exp} - 1 \%$
Modo 1	9532.72	6748.33	48.8
Modo 2	55449.97	37278.24	39.2

Tabla 5-5.Comparación entre las rigideces de piso determinadas a partir de los análisis teóricos, K teórico, y aquellas determinadas a partir del análisis numérico.

Los resultados mostrados en la Tabla 5-5 ponen de manifiesto las diferencias entre las rigideces determinadas de forma teórica, y aquellas ajustadas numéricamente. Estas diferencias se presentan fundamentalmente por la suposición de un sistema de niveles infinitamente rígidos en la modelación teórica de la estructura. En la realidad siempre se muestra una rotación en las uniones de las columnas de los niveles, lo cual se traduce en un sistema más flexible. Por otra parte, se debe verificar además que las formas modales sean similares a las obtenidas experimentalmente. La matriz de rigidez se obtiene a partir de la matriz de rigidez modal de la estructura determinada con los datos experimentales, utilizando la expresión  $[K_p] = [\phi]^T^{-1}[K_{exp}][\phi]^{-1}$  obtenemos la ecuación ( 5.12 ).

$$[K_p] = \begin{bmatrix} 8517.02 & -7287.37 \\ -7287.37 & 22907.88 \end{bmatrix} N/m \quad ( 5.12 )$$

Tambien se puede mostrar la matriz de rigidez modal normalizada por la masa, ec. ( 5.13 )

$$[K_n] = \begin{bmatrix} 133.89 & 0 \\ 0 & 652.36 \end{bmatrix} N/m \quad ( 5.13 )$$

La matriz de amortiguamiento modal puede ser determinada directamente a partir de las razones de amortiguamiento modales medidos experimentalmente. Si asumimos que el amortiguamiento de la estructura es de tipo clásico, la matriz de amortiguamiento modal normalizado por la masa resulta ser una matriz diagonal, la cual se escribe en ( 5.14 ).

$$[C_n] = \begin{bmatrix} 0.414 & 0 \\ 0 & 0.552 \end{bmatrix} N * s/m \quad ( 5.14 )$$

Es posible escribir la matriz de amortiguamiento en las coordenadas físicas, mediante la aplicación del método de Penzien-Wilson, ec. ( 5.15 ).

$$[C] = [M_p][\phi][M_p]^{-1}[C_n][M_p]^{-1}[\phi]^T[M_p] \quad ( 5.15 )$$

Dado que hemos normalizado la matriz de formas modales de manera tal que la matriz de masa modal sea igual a la identidad, la expresión anterior también puede ser reescrita como  $[C_p] = [\phi^T]^{-1}[C_n][\phi]^{-1}$  en 5.16.

$$[C_p] = \begin{bmatrix} 15.77 & -0.17 \\ -0.17 & 23.57 \end{bmatrix} N * s/m \quad (5.16)$$

#### 5.4 DISEÑO DE DISIPADOR PRESURIZADO DE COLUMNA LÍQUIDA SINTONIZADA

En la sección anterior determinamos las propiedades dinámicas de la estructura en base a los ensayos tipo pullback. Asimismo, se estimaron las rigideces de piso de forma tal que junto con las masas de los niveles, reproduzcan los períodos y formas de vibrar encontrados mediante los ensayos experimentales. A partir de estos datos podemos diseñar el dispositivo para controlar el movimiento de la estructura.

A partir de los datos obtenidos se ha decidido controlar el segundo modo de la estructura primaria, el que posee un periodo  $T_2 = 0.246 \text{ seg}$ . Se pretende ubicar el dispositivo en el nivel de mayor desplazamiento, por ende, para el segundo modo de vibrar este se debe instalar en el primer nivel, por lo tanto, el diseño se debe determinar a partir de la coordenada de la matriz de coordenadas modal  $\phi_{22} = 0.109$ .

Como suposición para poder realizar posteriores cálculos se define una masa de líquido de 3 [kg], la que posteriormente debe ser corregida. Se debe tener especial cuidado con los parámetros elegidos ya que existen condiciones geométricas que no siempre hacen factible utilizar los valores deseados. En nuestro caso, el factor de forma  $\xi$  queda controlado por el desplazamiento de la superficie libre de líquido, usando un valor igual a 0.75 y un factor de relación de áreas  $\nu$  igual a 1.5, idealmente ambos factores deben estar lo más cercano a la unidad. La masa equivalente del Modo 2 se puede obtener según la expresión ( 5.17 ).

$$M_{eq} = \frac{1 \text{ kg}}{\phi_{22}^2} = 84.2 \text{ kg} \quad (5.17)$$

También se pretende generar una razón de amortiguamiento de diseño de la estructura de  $\xi_{eq}$  igual a un 2%. La rigidez para el Modo 2 a partir de las variables calculadas se puede estimar según la expresión ( 5.18 ), a partir de la definición de frecuencia no amortiguada.

$$K_{eq} = M_{eq} \left( \frac{2\pi}{T_2} \right)^2 = 55.03 \frac{N}{mm} \quad (5.18)$$

## CAPÍTULO V: DISEÑO DPCLS

Determinamos a continuación la masa total del sistema  $M_T$  la cual corresponde a la masa del sistema de un grado de libertad equivalente  $M_{eq}$ , incorporando la masa del líquido contenido por el dispositivo  $m_f$ , y la masa del disipador  $m_u$ , su valor se expresa en ( 5.19 ).

$$M_T = M_{eq} + m_f + m_u = 90.2 \text{ kg} \quad ( 5.19 )$$

La masa de agua del dispositivo se debe estimar finalmente en base a la longitud y dimensiones finales del disipador. Esto último se realiza mediante un procedimiento iterativo. Primero se supone un valor para la masa  $m_u$  y luego se determinan las dimensiones del disipador. Con las dimensiones del disipador se puede luego verificar que la masa del dispositivo no difiera de la inicialmente supuesta, estableciendo una tolerancia admisible. Este procedimiento iterativo es de rápida convergencia ya que la masa  $m_u$  es en general muy pequeña en comparación al resto de la estructura. La masa del líquido de diseño  $m_f$ , se determina a partir de la razón de masa de fluido  $\mu_f$ , usando la ec. ( 5.20 ).

$$\mu_f = \frac{m_f}{M_T} = 3.3\% \quad ( 5.20 )$$

Se estima el cociente de masas según las magnitudes de masa real  $m_{real} = 108.7 \text{ kg}$  de la estructura principal, para tener una noción del valor real de diseño, el resultado se expresa en ( 5.21 ).

$$\frac{m_f}{m_{real}} = 2.8\% \quad ( 5.21 )$$

La masa de líquido contenida en la columna horizontal del dispositivo  $m_h$ , y la masa total del sistema, se muestra en la expresión ( 5.22 ).

$$m_h = \mu M_T = 2 \text{ kg} \quad ( 5.22 )$$

Donde  $\mu$  es el coeficiente de masa, el cual se define a partir de ( 5.23 ). La constante  $\alpha$  se deriva del parámetro de factor de forma  $\xi$ .

$$\alpha = \frac{\xi}{\xi(v-1) + 1} = 0.545$$

$$\mu = \frac{\alpha}{\alpha(1 - v^2) + v} \mu_f = 2.2\% \quad (5.23)$$

Cabe recalcar que las hipótesis del diseño del disipador suponen que la excitación de base se puede modelar como un proceso estocástico estacionario tipo ruido blanco. Ahora determinamos primeramente la razón óptima de frecuencias, y la razón óptima de amortiguamiento crítico con las ecuaciones 5.24 y 5.25.

$$f_{opt} = \sqrt{\frac{2\alpha\mu v [\mu(1 - \alpha v(2 + \mu)) + 1 - \frac{3}{2}\alpha v] + 2\alpha v - \mu}{(1 + \mu)[2\alpha\mu v(\mu + \frac{3}{2}) + 2\alpha v - \mu]}} \quad (5.24)$$

$$\xi_{d_{opt}} = \frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{\mu[4\alpha\mu^2 v[\alpha v(2 + \mu) - 1] + 6\alpha\mu v(\frac{6}{5}\alpha v - 1) + \mu - 4\alpha v]}{[2\alpha\mu v(\mu + \frac{3}{2}) + 2\alpha v - \mu][2\alpha\mu^2 v[\alpha v(2 + \mu) - 1] + 2\alpha\mu v(\frac{3}{2}\alpha v - 1) + \mu - 2\alpha v]}} \quad (5.25)$$

Como resultado la frecuencia y razón de amortiguamiento óptimo son respectivamente  $f_{opt} = 0.97$  y  $\xi_{d_{opt}} = 4.5\%$ . Dado que el amortiguamiento de la estructura primaria a controlar es muy bajo, el uso de las expresiones que corrigen los valores anteriores, por el efecto del amortiguamiento de la estructura es despreciable. La frecuencia equivalente de la estructura y la frecuencia óptima de diseño del dispositivo se determinan como muestran las expresiones (5.26) y (5.27) respectivamente.

$$\omega_{peq} = \sqrt{\frac{K_{eq}}{M_T}} = 24.71 \frac{rad}{s} \quad (5.26)$$

$$\omega_{d_{opt}} = f_{opt} \omega_{peq} = 23.96 \frac{rad}{s} \quad (5.27)$$

El correspondiente valor del periodo óptimo del disipador se tiene en la expresión (5.28).

$$T_{opt} = \frac{2\pi}{\omega_{d_{opt}}} = 0.262 \text{ seg} \quad (5.28)$$

A partir de la frecuencia óptima de diseño, podemos determinar la longitud total de líquido a partir de la ecuación (5.30). Las columnas verticales del dispositivo se encuentran cerradas, es

## CAPÍTULO V: DISEÑO DPCLS

decir la rigidez generada por las cámaras de aire es distinta de cero, por ende, se debe incorporar el efecto de la presión de las cámaras de aire en el disipador. Por un tema de diseño y factibilidad se propone utilizar una presión de las cámaras igual a la presión atmosférica, en nuestro caso se usa la presión a nivel de Santiago Centro, Región Metropolitana, datos extraídos del departamento geofísica área de meteorología de la universidad de Chile, cuyo valor estimativo promedio es  $P_o$  de 952 hPa, además se establece un valor para la altura de la columna de aire  $h$  de 35 cm.

Cabe destacar en este punto es importante que la estructura primaria no posea un período mayor a 1 seg. De ser así la frecuencia óptima del dispositivo sería muy baja. Analizando la ec. ( 5.29 ), es fácil notar que la longitud equivalente de líquido varía de forma inversa al cuadrado de la frecuencia óptima del dispositivo. Si dicha frecuencia baja demasiado, el resultado es un dispositivo demasiado alto, y por ende impracticable.

Se usan los valores para el coeficiente de calor específico  $\gamma$  de 1.4 y se asume que el líquido en cuestión es agua, cuya masa específica corresponde a una densidad de agua  $\rho_f$  es de  $997 \frac{kg}{m^3}$ .

$$L_{eq} = \frac{2}{\omega_{opt}^2} \left( g + \frac{\gamma P_o}{\rho_f h} \right) = 1.365 \text{ m} \quad (5.29)$$

La longitud equivalente de líquido, si es multiplicada por el factor de forma, nos permite determinar la longitud horizontal (expresión 5.30).

$$L_h = \alpha L_{eq} = 74.4 \text{ cm} \quad (5.30)$$

También la longitud vertical del disipador, por la expresión ( 5.31 ) a partir de la definición de la longitud equivalente.

$$L_v = \frac{L_{eq} - vL_h}{2} = 12.4 \text{ cm} \quad (5.31)$$

El área de la sección transversal del dispositivo vertical y horizontal se determina según las expresiones ( 5.32 ) y ( 5.33 ) respectivamente.

$$A_h = \frac{m_f}{\rho_f (L_h + 2vL_v)} = 26.95 \text{ cm}^2 \quad (5.32)$$

$$A_v = vA_h = 40.23 \text{ cm}^2 \quad (5.33)$$

Ahora estamos en condiciones de definir las dimensiones del dispositivo. Suponemos que la sección transversal vertical es cuadrada. Esto último implica que la arista de dicho cuadrado debe ser de 64 [mm], por consiguiente, las dimensiones para la sección horizontal se ha establecido rectangular con un ancho igual a la arista de la sección vertical y una altura de 42 mm. Las placas de acrílico material con el cual que confecciona el disipador poseen un espesor de 8 mm, dimensión suficiente para resistir la presión generada por el movimiento de la masa de agua. La tapa es confeccionada con acrílico de 10 mm de espesor y la placa para el angostamiento posee un espesor de 5mm, la cual a continuación se procede con su diseño y determinar el área del angostamiento central.

La ecuación ( 5.34 ) nos indica el amortiguamiento viscoso del disipador  $c_{eq}$  el cual se puede igualar a la ecuación ( 4.24 ), estableciendo la relación entre el factor de pérdidas y la desviación estándar de la velocidad de la superficie libre de líquido, por lo tanto debemos determinar primero este término.

$$c_d = 2m_{eq}\omega_{opt}\xi_{d_{opt}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\rho_f A_v \eta \sigma_{\dot{u}_d} \quad (5.34)$$

La desviación estándar de la velocidad se determina según la ecuación ( 4.25 ). Evaluando los términos  $A, C$  y  $D$  , de la expresión ( 4.29 ), de logran obtener de las funciones de transferencia  $H_{10}$  y  $H_{11}$ , estos se evalúan en las ecuaciones ( 4.27 ) y ( 4.28 ).

Se estima conveniente determinar el valor de la potencia del ruido blanco  $\ddot{u}_{so}$ , utilizando la ecuación ( 4.26 ), a partir de la desviación estándar de la señal de desplazamiento, la cual se puede observar en las Figuras del Capítulo VI. Este valor debe tener una magnitud que sea acorde con el diseño del disipador y los registros sísmicos a efectuar.

Se ha usado un valor para la desviación estándar de desplazamiento de 5 mm, obteniendo una desviación estándar de la velocidad de flujo de agua de la columna vertical de 16.4 mm/s. Definiendo una razón de bloqueo de 0.9, lo cual no es viable para el diseño del disipador debido a

CAPÍTULO V: DISEÑO DPCLS

las condiciones de desplazamiento de este. Se considera pertinente usar una razón de bloqueo de un 24%, cuyo valor que no perjudica el acople del disipador y la estructura principal.

<i>Parámetro</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Valor</i>	<i>Unidad</i>
Periodo a controlar	$T_p$	0.246	seg
Nivel a controlar	$\phi_{22}$	0.109	-
Masa equivalente estructura primaria	$M_{eq}$	84.2	kg
Masa de líquido	$m_f$	3.0	kg
Factor de Forma	$\xi$	0.75	-
Razón de Áreas	$\nu$	1.5	-
Rigidez equivalente estructura primaria	$K_{eq}$	55.03	N/mm
Masa Total	$M_T$	90.2	kg
Masa disipador (contenedor)	$m_u$	3	kg
Razón de masas del fluido	$\mu_f$	3.3	%
Masa de líquido conducto horizontal	$m_h$	2	kg
Factor de Forma	$\alpha$	0.545	-
Razón de masas conducto horizontal	$\mu$	2.2	%
Razón de frecuencias óptima	$f_{opt}$	0.97	-
Razón de amortiguamiento óptimo del disipador	$\xi_{d_{opt}}$	4.5	%
Frecuencia estructura primaria equivalente	$\omega_{p_{eq}}$	24.71	rad/seg
Frecuencia disipador óptimo	$\omega_{d_{opt}}$	23.96	rad/seg
Periodo disipador óptimo	$T_{d_{opt}}$	0.262	seg
Presión Inicial en columnas	$P_o$	952	hPa
Altura cámara de aire	$h$	35	cm
Coficiente de calor específico	$\gamma$	1.4	-
Densidad del líquido	$\rho_f$	997	kg/m <sup>3</sup>
Longitud equivalente de líquido	$L_{eq}$	136.5	cm
Longitud horizontal de líquido	$L_h$	74.4	cm
Longitud vertical de líquido	$L_v$	12.4	cm



CAPÍTULO V: DISEÑO DPCLS

<i>Parámetro</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Valor</i>	<i>Unidad</i>
Área transversal horizontal de líquido	$A_h$	26.95	cm <sup>2</sup>
Área transversal vertical de líquido	$A_v$	40.23	cm <sup>2</sup>
Razón de Bloqueo	$\psi$	24	%
Largo/Ancho conducto vertical	$b$	6.4	cm
Alto conducto horizontal	$d$	4.2	cm

Tabla 5-6. Resumen de valores para diseño de geometría del disipador

La Tabla 5-6 muestra los valores obtenidos del diseño del disipador de columna líquida utilizados para construir y posteriormente para realizar los ensayos junto a la estructura primaria.

En la Figura 5-3 se observa un esquema del disipador de columna líquido según los valores obtenidos en el presente Capítulo. Finalmente la Figura 5-4 muestra el disipador posterior a su construcción.

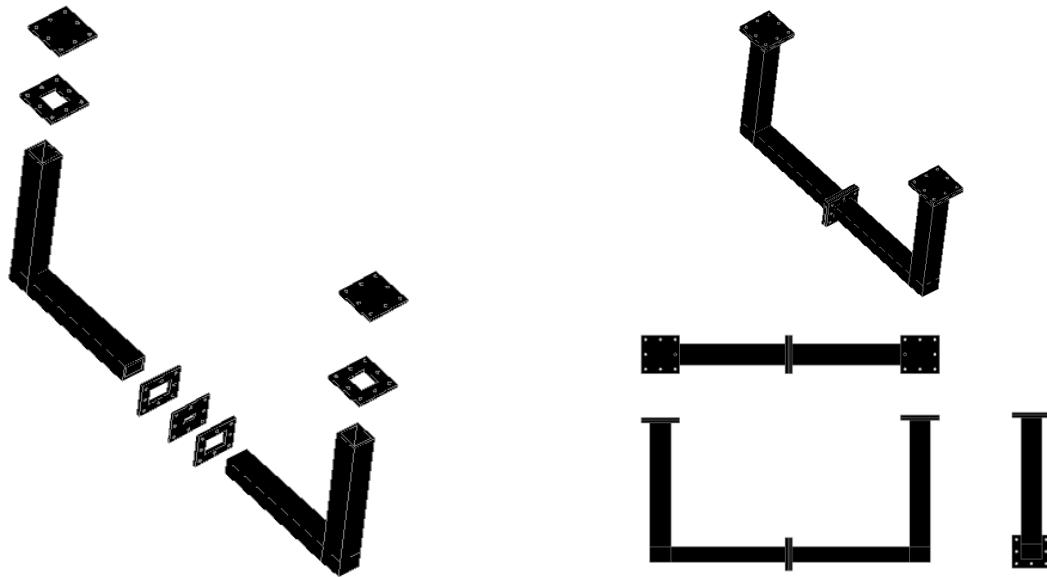
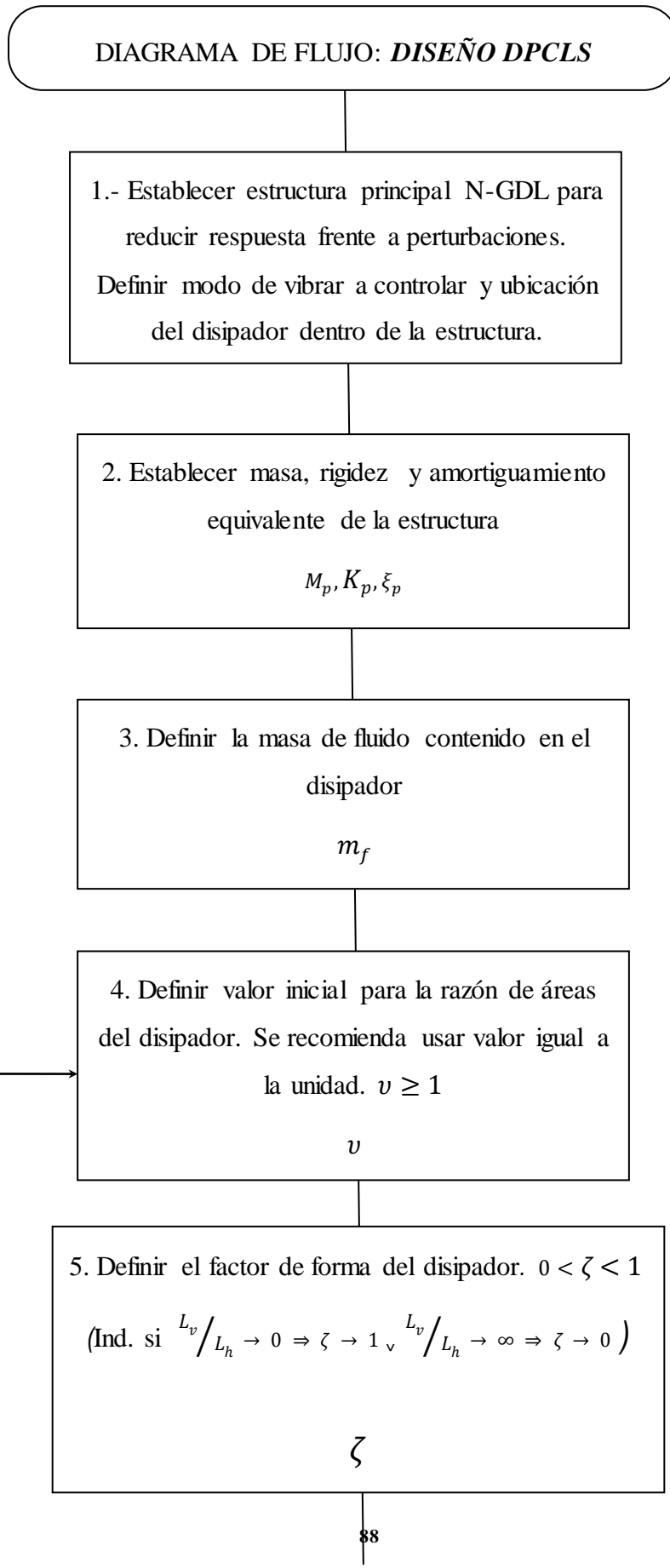
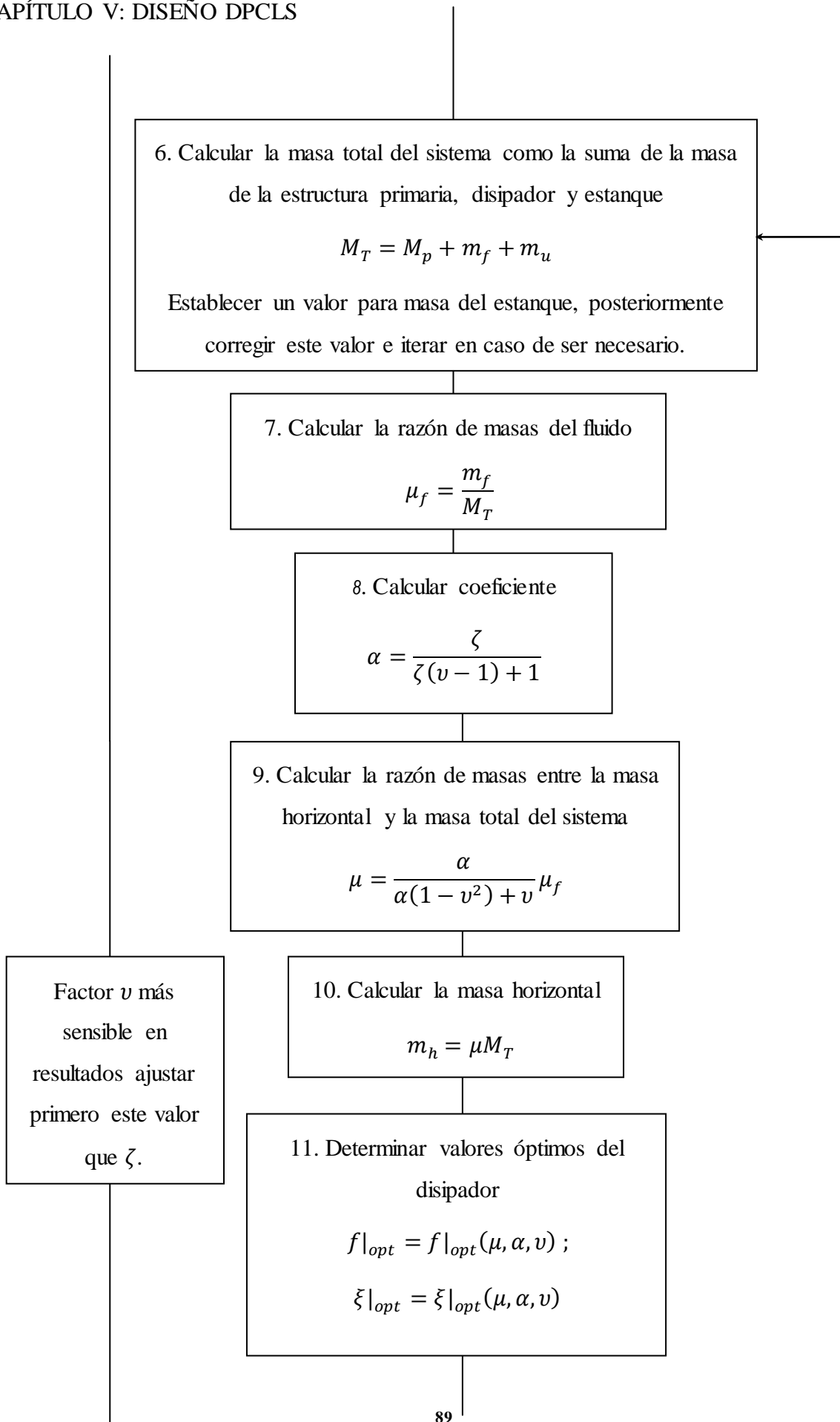


Figura 5-3. Esquema Disipador.



Figura 5-4. Disipador Construido sin y con agua.





12. Calcular la frecuencia natural de vibrar de la estructura

$$\omega_p = \sqrt{\frac{K_p}{M_T}}$$

13. Calcular la frecuencia óptima de oscilación natural de vibrar del disipador

$$\omega_{d|opt} = f|_{opt} \omega_p$$

14. Suponer un valor para la altura de la cámara de aire, y un valor para la presión inicial dentro de las cámaras. Se recomienda usar como valor

$$\text{inicial } P_o = 1 \text{ atm}$$

$$h, P_o$$

15. Calcular longitud equivalente del disipador

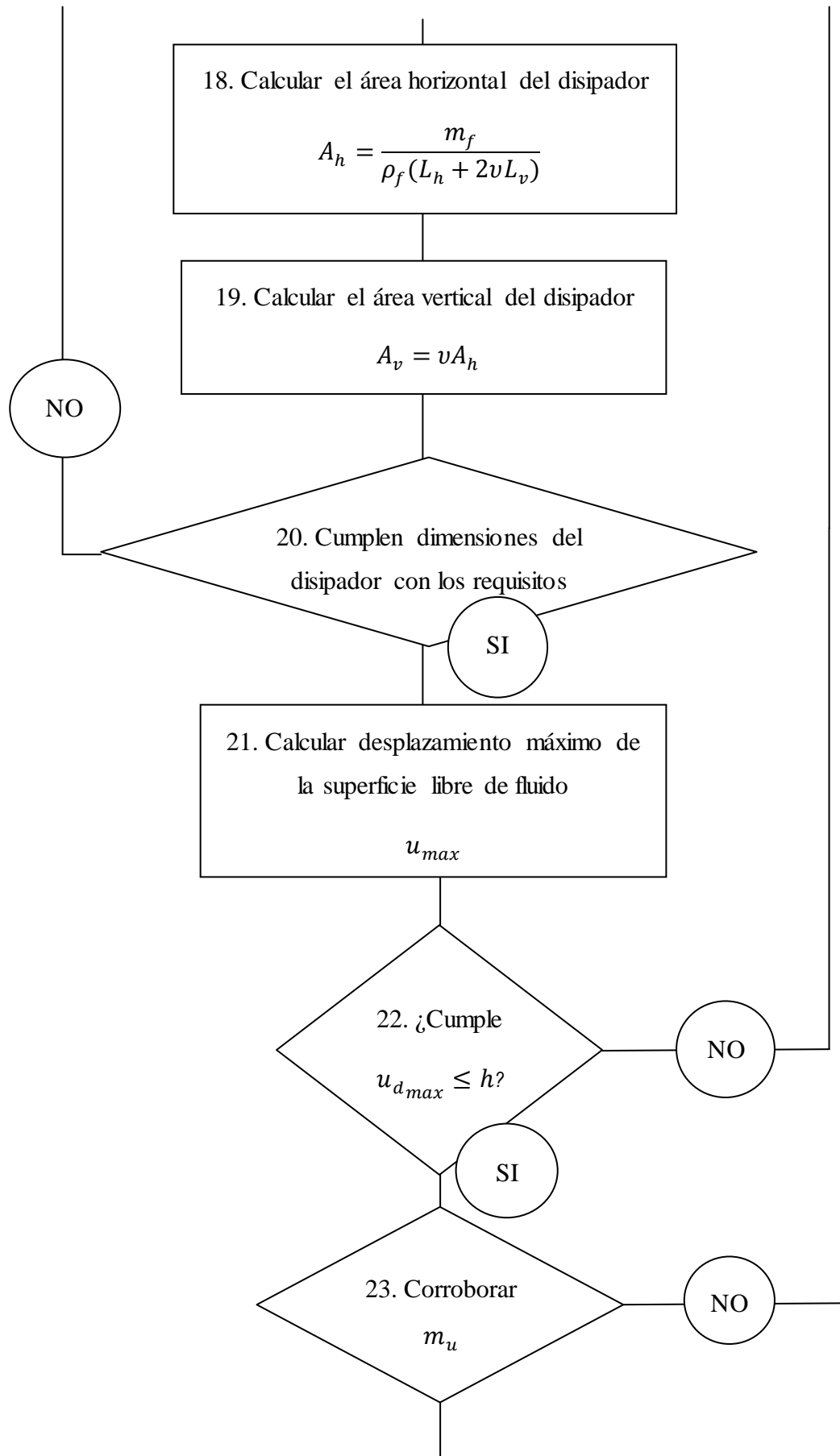
$$L_{eq} = \frac{2}{\omega_{d|opt}^2} \left( g + \frac{\gamma P_o}{\rho_f h} \right)$$

16. Calcular el largo horizontal del disipador

$$L_h = \alpha L_{eq}$$

17. Calcular el largo vertical del disipador

$$L_v = \frac{L_{eq} - \nu L_h}{2}$$



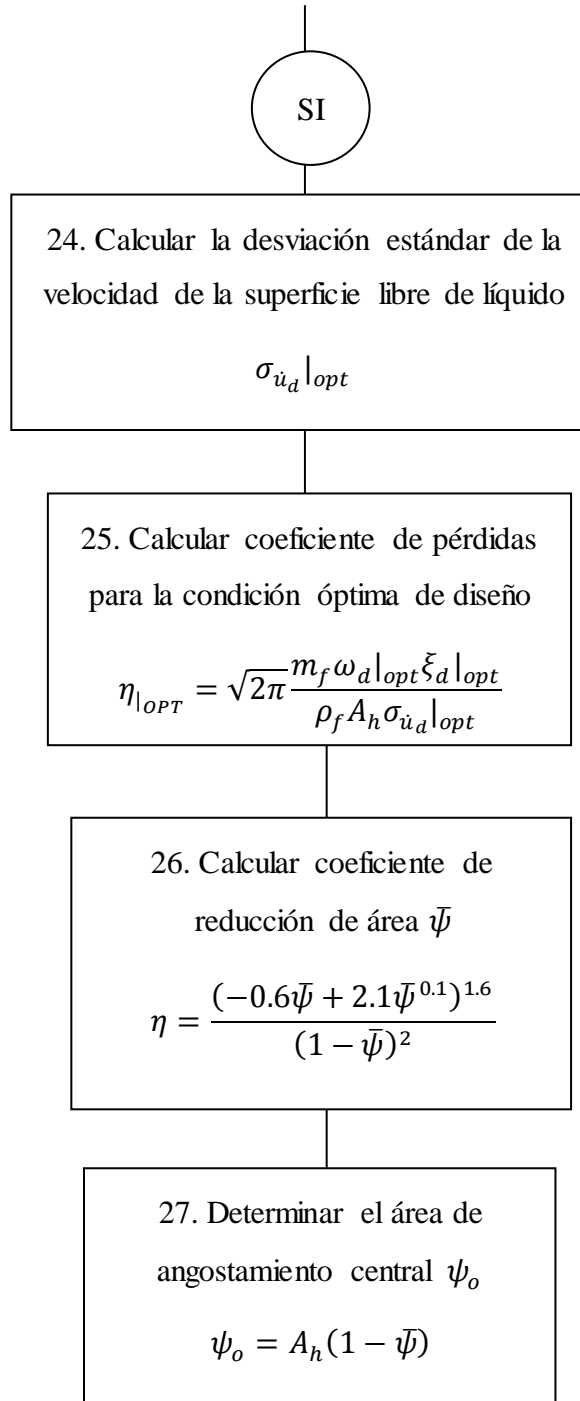


Figura 5-5. Diagrama de Flujo de Diseño del DPCLS

# CAPÍTULO VI

## ANÁLISIS EXPERIMENTAL

El objetivo de este capítulo es comprender la dinámica del DPCLS, estudiando el dispositivo de manera individual frente a un evento dinámico y junto a una estructura metálica de dos niveles frente a eventos sísmicos.

<i>N°</i>	<i>Instrumento</i>	<i>Nivel/Dirección</i>	<i>N° Serie/Modelo</i>	<i>Constante</i>
6	Cámara Digital	Longitudinal	Sony DSCW570 Cyber-shot	Según distancia focal [píxeles/mm]
7	Celda de Carga	Longitudinal	MODEL F363-B18- 586-20T1 Cap. 100 lb	0.2744*OUT - 18.589 [kgf]

Tabla 6-1. Instrumentos de Medición Experimentos

Donde OUT (Tabla 6-1) es el valor de salida de la celda de carga y su ecuación indica el valor de la celda de carga calibrada por el usuario.

### 6.1 RESULTADOS DISIPADOR SOLO

Dentro de los ensayos ejecutados se realiza una serie de experimentos al disipador solo con el fin de caracterizar sus propiedades, validar las hipótesis experimentalmente y entender de mejor manera los procesos y fenómenos que ocurren ante una sollicitación de fuerza externa aleatoria, generada a partir de ruido blanco con distribución gaussiana. Esta acción externa a la cual es sometido el disipador se relaciona con las características admisibles y de servicio de la



## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

mesa vibradora dispuesta para la ejecución del experimento. El dispositivo posee las dimensiones y características definidas en el capítulo V.

El líquido contenido en el disipador posee un volumen de 3 *litros* equivalentes a una masa de  $m_f = 3kg$ , la cual se distribuye en el disipador de la siguiente manera: 2 *kg* en el conducto horizontal y 1 *kg* de agua repartido entre las columnas verticales.

Las condiciones ambientales de temperatura y presión barométrica, son monitoreadas a lo largo del experimento, las que son revisadas periódicamente en los registros almacenados por los centros de medición meteorológica de la Universidad de Chile y Universidad de Santiago de Chile.

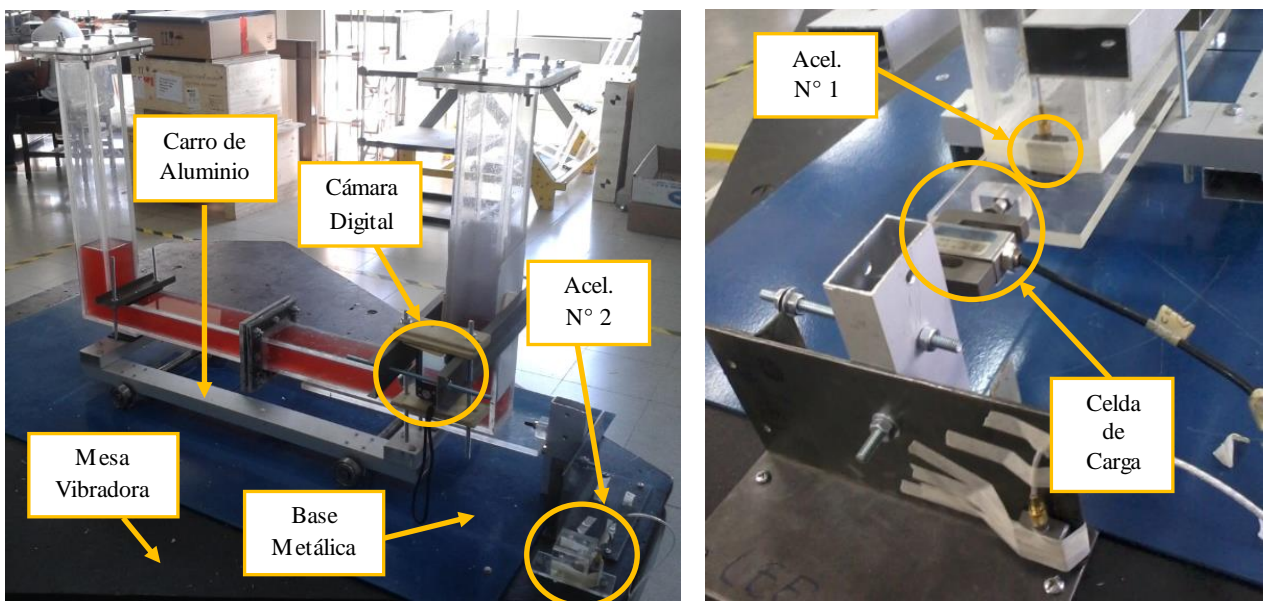


Figura 6-1. Esquema de montaje Disipador solo.

El montaje del experimento consta del disipador conformado de placas de acrílico. El cual está apoyado sobre un carro constituido de perfiles tipo cajón “[ ]” de aluminio. Las ruedas son de tipo rodamientos las cuales disminuyen el roce entre las láminas metálicas de la base y los rodamientos. Las conexiones del carro y la fijación del disipador al carro son conexiones apernadas. Sobre la base de la mesa vibradora se ha dispuesto de placas de acero las que están en contacto con los rodamientos. El mecanismo (estanque disipador + carro) el cual tiene una masa  $m_u = 11.47kg$ , se une en su base a la celda de carga por un perno para asegurar la fijación, en el

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

otro extremo de la celda de carga se une a una base fijada a la mesa vibradora, el detalle de las componente del montaje se pueden observar en la Figura 6-1.

La metodología implementada en el presente estudio consta de observar los cambios en las propiedades del disipador, es decir, periodo, amortiguamiento y amplitud del movimiento, debido a la variación de la razón de bloqueo en el extremo superior de la columna sellada del disipador,  $\psi_{tapa}$  la cual es definida como la relación entre el área transversal de la columna  $A_v$  reducida por el área de abertura de la tapa  $A_\phi$  y el área transversal de la columna.

$$\psi_{tapa} = \frac{A_v - A_\phi}{A_v} \quad (6.1)$$

El registro de ruido blanco replicado en la mesa vibradora tiene una duración de 13 minutos el cual es monitoreado por dos acelerómetros ubicados en la base del disipador y en la mesa vibradora. El movimiento vertical del flujo del líquido en las columnas es registrado por una cámara digital fijada en una de las columnas y orientada en el sentido longitudinal del disipador, paralela a la dirección del movimiento. Se realizan 13 ensayos con distintas configuraciones los cuales corresponden al disipador sin líquido (seco) y 12 ensayos que corresponden a razones de bloqueo que varían entre 0 y 1, o sea, la columna vertical pasa de un estado totalmente abierta, permitiendo el flujo libre de aire entre el interior de la columna y la atmósfera, pasando a un estado donde el gas (aire) permanece completamente contenido en la columna.

La Tabla 6-2 muestra la correlación, o sea, la relación de patrones de señales que en nuestro caso son los datos de aceleración obtenidos de los acelerómetros y la celda de carga (magnitud de fuerza celda de carga dividida por la suma de la masa del carro, estanque disipador y líquido) de los 14 ensayos efectuados. Las señales a comparar son entre los acelerómetros A1 y A2 (Tabla 6-2, columna 3: A1-A2) y entre los acelerómetros y la celda de carga C (Tabla 6-2, columna 4 y 5: A1-C y A2-C). Se puede apreciar que los valores fluctúan entre 74% y 98%. Los valores entre acelerómetros, poseen valores sobre 97% lo cual nos indica que sus señales son similares, observando su posición en el montaje en la Figura 6-1 se establece que no existen fenómenos que varíen los datos de salida de los sensores. También se aprecian valores similares entre los sensores cuando el disipador no posee agua (eliminando los efectos de fuerza de inercia adicionales del fluido). Al incorporar líquido se aprecia una variación en los valores de la celda de carga por efecto de la fuerza de inercia del agua, mayormente cuando el disipador está

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

totalmente abierto (menor correlación entre los acelerómetros y celda de carga), los valores de la correlación aumentan a medida que la abertura se hace más pequeña, indicando que el efecto de la fuerza de inercia del agua se reduce. El caso donde la razón de bloqueo de la tapa es igual a 1, no sigue el mismo comportamiento, incorporando efectos no lineales y de segundo orden al sistema.

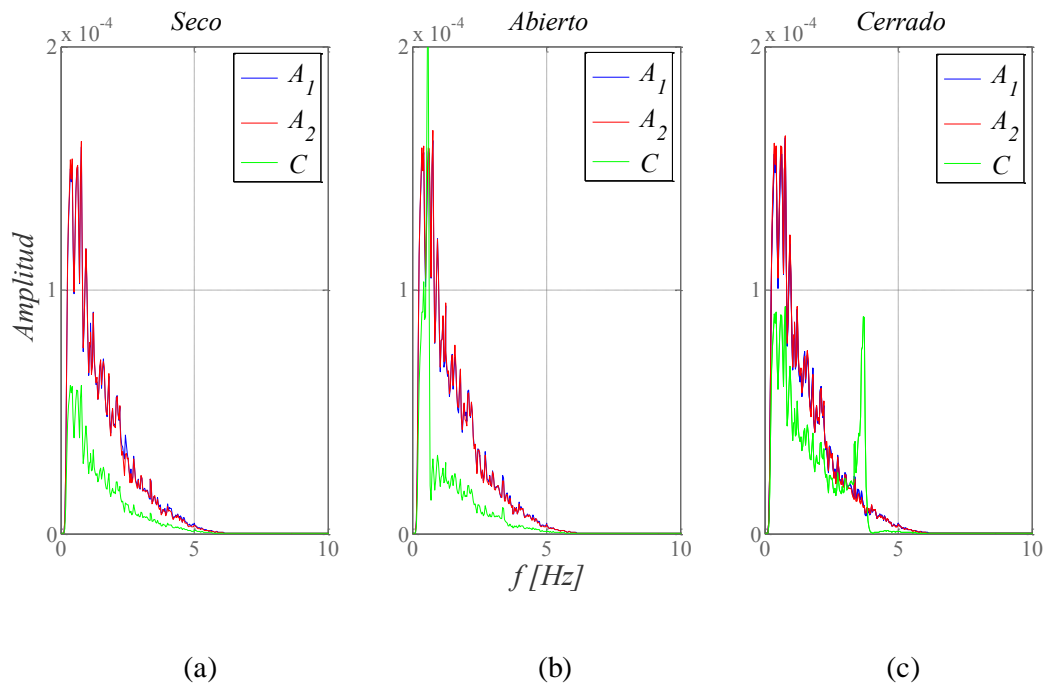


Figura 6-2. PSD ensayos disipador solo.

La Figura 6-2 muestra los espectros de potencia de tres casos analizados: disipador sin líquido (seco), con líquido y abierto a la atmósfera y completamente sellado. Se puede observar en el ensayo Figura 6-2 que en (a) los espectros tienen la misma forma, pero magnitudes distintas, en (b) se observa una frecuencia predominante menor a 1 Hz correspondiente a la frecuencia del disipador, y en (c) la frecuencia del disipador se aproxima a 4 Hz.

Ensayo	$\phi$	$\psi$	Correlación [%]		
			A1-A2	A2-C	A1-C
1	Seco	-	97.8	92.4	92.9
2	Abierto	0.0	98.2	74.6	74.4

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

<i>Ensayo</i>	$\phi$	$\Psi$	<i>Correlación [%]</i>		
			<i>A1-A2</i>	<i>A2-C</i>	<i>A1-C</i>
3	18.0 mm	0.9379	97.9	77.2	77.8
4	10.0 mm	0.9808	98.0	82.4	82.8
5	6.0 mm	0.9931	97.9	86.8	87.6
6	5.0 mm	0.9952	98.3	88.5	88.7
7	4.5 mm	0.9961	97.8	88.7	88.8
8	4.0 mm	0.9969	98.1	89.0	89.1
9	3.5 mm	0.9977	98.2	89.2	89.2
10	3.0 mm	0.9983	98.4	89.6	89.4
11	2.5 mm	0.9988	98.4	89.1	89.0
12	2.0 mm	0.9992	98.3	89.1	88.9
13	1.5 mm	0.9996	98.2	88.9	88.8
14	Cerrado	1.0000	98.4	79.3	78.3

Tabla 6-2. Correlación Acelerómetros y Celda de Carga.

Los espectros de potencia de las señales de los acelerómetros y de la celda de carga en el caso sin líquido son prácticamente iguales, y el PSD de la celda de carga tiene una magnitud menor a los otros sensores. Los espectros de potencia de ensayos con bajas razones de bloqueo muestran claramente una frecuencia predominante que pertenece a la frecuencia del disipador. Donde la celda de carga incorpora el efecto del movimiento ejercido por el líquido en las paredes del disipador, generando una variación en la frecuencia de oscilación del líquido en las columnas del disipador.

A medida que el diámetro del orificio en la tapa disminuye, o sea, la razón de bloqueo aumenta, la magnitud de la frecuencia predominante del espectro de potencia de la celda de carga disminuye aproximándose al contenido de las frecuencias del espectro de la señal de ruido blanco. Estos valores de frecuencia predominante del disipador, se corroboran posteriormente al analizar los registros recopilados por la cámara digital.

Los datos utilizados pasan por distintos procesos los cuales son filtrar los datos extraídos de los sensores (acelerómetros y celda de carga) en el rango de trabajo de la mesa vibradora [0.167 - 15]

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

Hz con un filtro del tipo Butterworth de orden 4, además la señal es suavizada con ventanas de 50 datos con el método de Savitzky-Golay de grado 2 [77], método el cual consiste en una regresión polinomial, este entrega los mismos datos de entrada pero suavizados, la ventaja de esta aproximación es que tiende a preservar características de la distribución inicial tales como los máximos y mínimos relativos.

De los valores de aceleración entregados por la celda de carga se ha determinado la fuerza máxima y la potencia de la señal. La Figura 6-3 muestra la fuerza máxima absoluta, esta es variable, y decrece para luego aumentar cuando el dispositivo está completamente sellado, en donde se aprecian dos máximos, correspondiente a una razón de bloqueo del 99% y del 100%. Las fuerzas disipativas son mayores cuando el disipador está abierto, ya que el desplazamiento de la superficie de agua es máximo, por ello la fuerza máxima de la celda de carga para el disipador abierto es menor. Se logra observar un mínimo para un valor de razón de bloqueo de tapa de 0.997, interpretado como el valor donde el desplazamiento de líquido es reducido ya que el área para permitir el intercambio de flujo de aire es baja. Por consiguiente, la masa de agua pasa de un estado oscilatorio, al estar abierto a la atmósfera, a un estado en que la masa del conducto horizontal se comporta como un cuerpo sólido por el bajo nivel de desplazamiento del líquido y disipación de energía; además la superficie de libre de líquido en las columnas verticales incursionan en fenómenos de segundo orden.

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

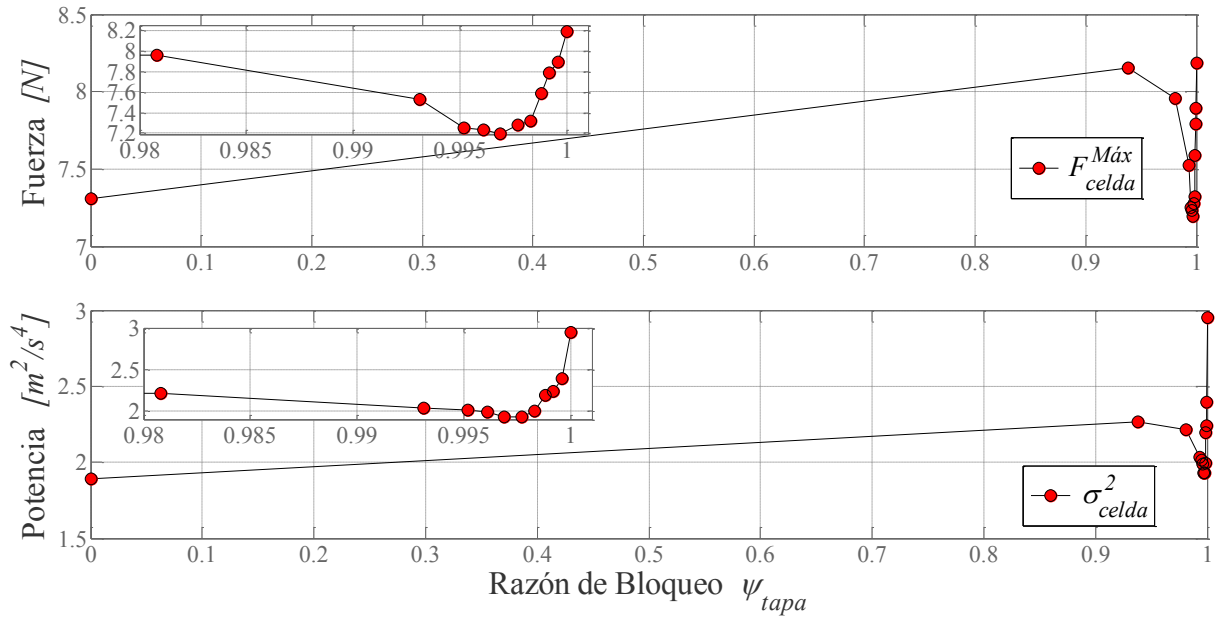
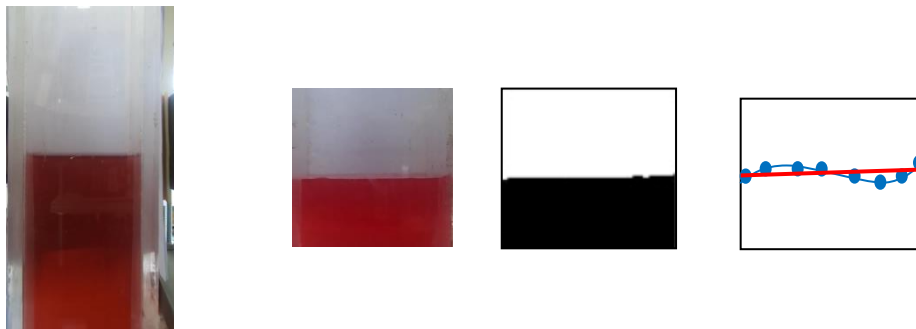


Figura 6-3. Parámetros Celda de Carga

Los datos obtenidos de la grabación tomada por la cámara digital nos permiten analizar el desplazamiento de la interfaz entre el líquido y el aire. Estos datos son extraídos del video como valores cuantificables definiendo un nivel cero, como el nivel de reposo del líquido. El proceso para estimar el desplazamiento consta de los siguientes pasos (Ver Figura 6-4):

- 1) La imagen captada por la cámara contiene bordes que influyen en el análisis por lo que deben recortarse.
- 2) La imagen es convertida a un sistema binario de colores (blanco y negro).
- 3) La interfaz líquido-aire es determinada en el cambio de colores.
- 4) Los puntos encontrados son promediados para encontrar el nivel de desplazamiento desde el nivel de reposo.



## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

(1) (2) (3) (4)

Figura 6-4. Proceso de determinación, nivel de desplazamiento

Al igual que los otros sensores se aplica el proceso de filtrado y suavizado a la señal. El nivel de muestreo de la cámara, 30 frames por segundo (FPS), es capaz de captar el movimiento de una oscilación del líquido para las frecuencias de interés. Esta es redefinida a la frecuencia de muestreo  $F_s$  de 200 valores por segundo. La disposición de los sensores se muestra en la Figura 6-1.

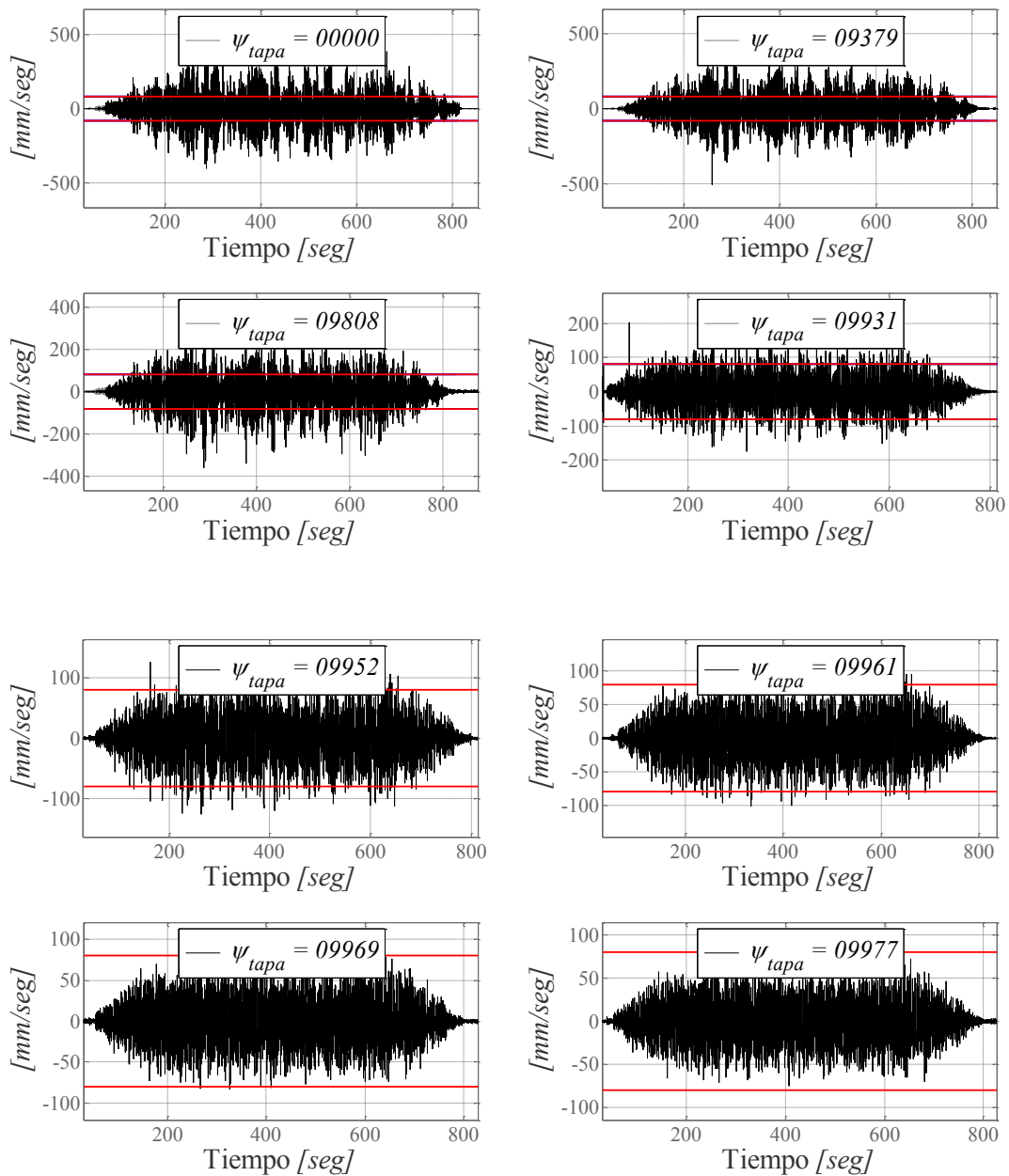
Para determinar el nivel de turbulencia de los ensayos realizados es necesario determinar el valor de la velocidad límite  $v_{lim}$ , la cual se estima en función del número de Reynolds  $Re$  para un régimen turbulento, la viscosidad del líquido  $\nu_w$  y el perímetro mojado de la sección transversal  $D$  para una razón de bloqueo de angostamiento central de un 24% (nuestro caso de estudio). Según la ecuación ( 6.2 ) se obtiene la velocidad límite de  $79.6 \frac{mm}{s}$ . Si los valores de velocidad del líquido en el conducto horizontal están dentro del valor límite indica que el movimiento es de origen laminar, si no, indica que son de origen turbulento, lo que se ha establecido como hipótesis para el desarrollo del diseño del valor de amortiguamiento del dissipador. Para estimar la velocidad del conducto horizontal del fluido se debe multiplicar la velocidad de la columna vertical por el coeficiente de relación de áreas  $\nu$ , establecido por continuidad de caudales, y previamente establecido como parámetro de diseño del dissipador.

$$v_{lim} = \frac{Re \nu_w}{D} = \frac{3500 * 8.94 * 10^{-7} \left[ \frac{m^2}{s} \right]}{39.3 [mm]} = 79.6 \left[ \frac{mm}{s} \right] \quad ( 6.2 )$$

La Figura 6-5 nos muestra la velocidad del fluido contenido en el conducto horizontal del dissipador para las distintas razones de bloqueo de tapa, la cual es determinada aplicando la definición del método de diferencia central al desplazamiento obtenido de la grabación del movimiento de la interfaz líquido-aire. Como se nombra anteriormente el set de puntos del desplazamiento se ha suavizado para disminuir los efectos de cambios bruscos de pendientes al determinar la velocidad. Se logra observar que para razones de bloqueo de hasta un 98% el movimiento es turbulento cumpliendo las hipótesis para el coeficiente de pérdida por el

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

angostamiento central  $\eta$ . Para valores mayores, el movimiento es parcial o totalmente laminar. Los valores para el cual el flujo es laminar indican la falencia en el transporte masa de agua para frecuencias de oscilación alta o periodos bajos, este efecto ocurre mayormente para razones de bloqueo cercano a la unidad. La fuerza ejercida por el aire contenido, atrapado parcial o totalmente, es mayor a la fuerza elástica del disipador, traduciéndose en la reducción del desplazamiento de líquido y por consiguiente su velocidad y aceleración.





## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

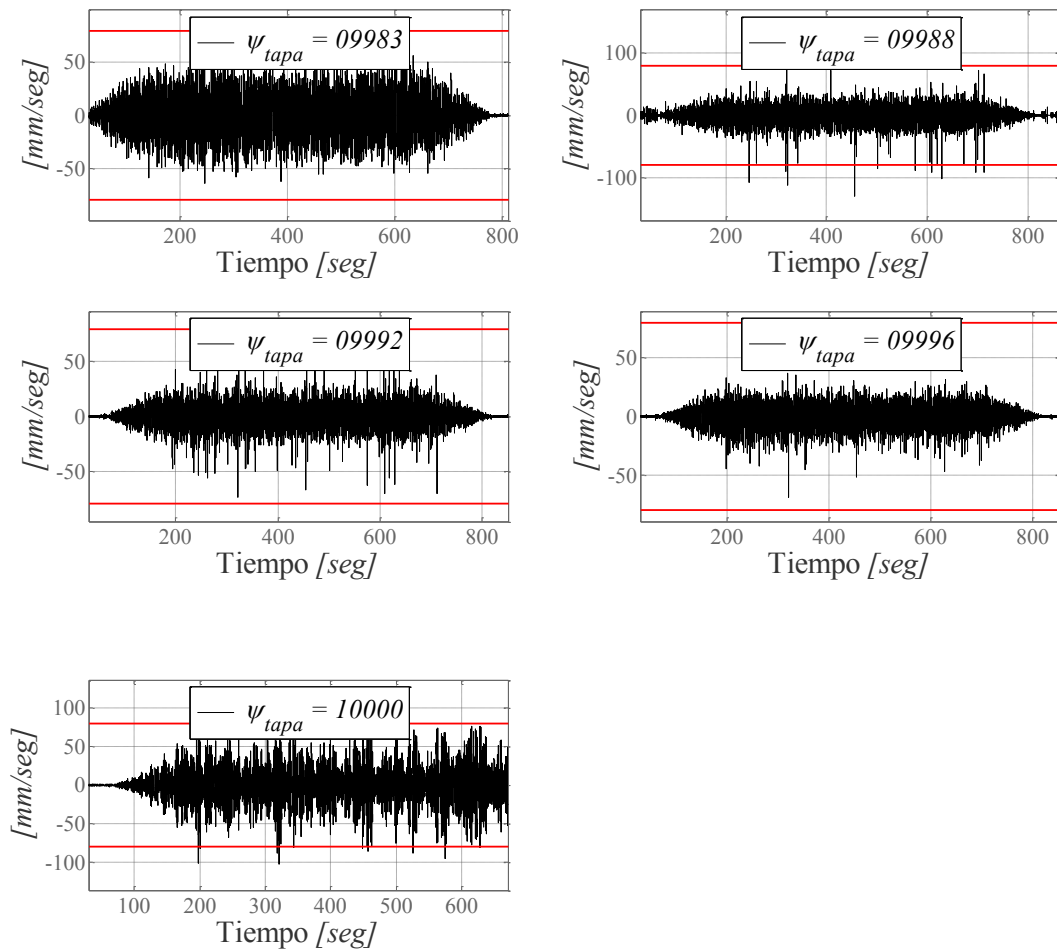


Figura 6-5. Nivel de Turbulencia para señal de ruido blanco y una razón de bloqueo para un angostamiento central de un 24%.

La amplitud del desplazamiento se ha determinado usando la raíz cuadrática media y la potencia de la señal limpiada determinada por la cámara digital; sus valores se muestran en la Figura 6-7 donde el eje de las abscisas está en escala logarítmica lo que nos permite observar de mejor manera los valores cercanos a 1. Se observa una tendencia clara de las imágenes indicando una disminución del desplazamiento a medida que la abertura de la tapa es reducida.

Un fenómeno interesante observado en las grabaciones de los resultados de desplazamiento, es la aparición de efectos de segundo orden. El movimiento de líquido debe tener un comportamiento traslacional, o sea, un movimiento uniformemente la masa de agua, cuyo efecto sucede en mayor medida cuando la razón de bloqueo es cercana a cero (disipador abierto a la atmósfera). Sin embargo, al disminuir el flujo de aire, reduciendo la abertura, el transporte de masa de agua

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

disminuye, a su vez la superficie libre de agua de cada columna vertical oscila en su plano pivoteando en un eje transversal cercano al centro de la columna (Figura 6-6).

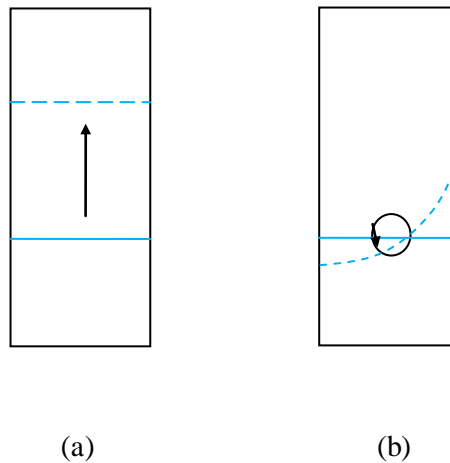


Figura 6-6. Movimiento superficie libre de líquido (a) traslacional uniforme (b) pivote cercano al centro.

Por consiguiente, se establecen cuatro representaciones de medida de desplazamiento a partir de la grabación:  $u_d^{MEAN}$  considera el desplazamiento de cada punto de la superficie de líquido, determinando la media de estos;  $u_d^{25\%}$ ,  $u_d^{50\%}$ ,  $u_d^{75\%}$  consideran un solo punto a distancias de a un cuarto, a la mitad y a tres cuartas partes del borde de la pared lateral de la columna del dissipador. La Figura 6-7 muestra claramente la disminución del desplazamiento de la superficie libre a medida que la razón de bloqueo aumenta.

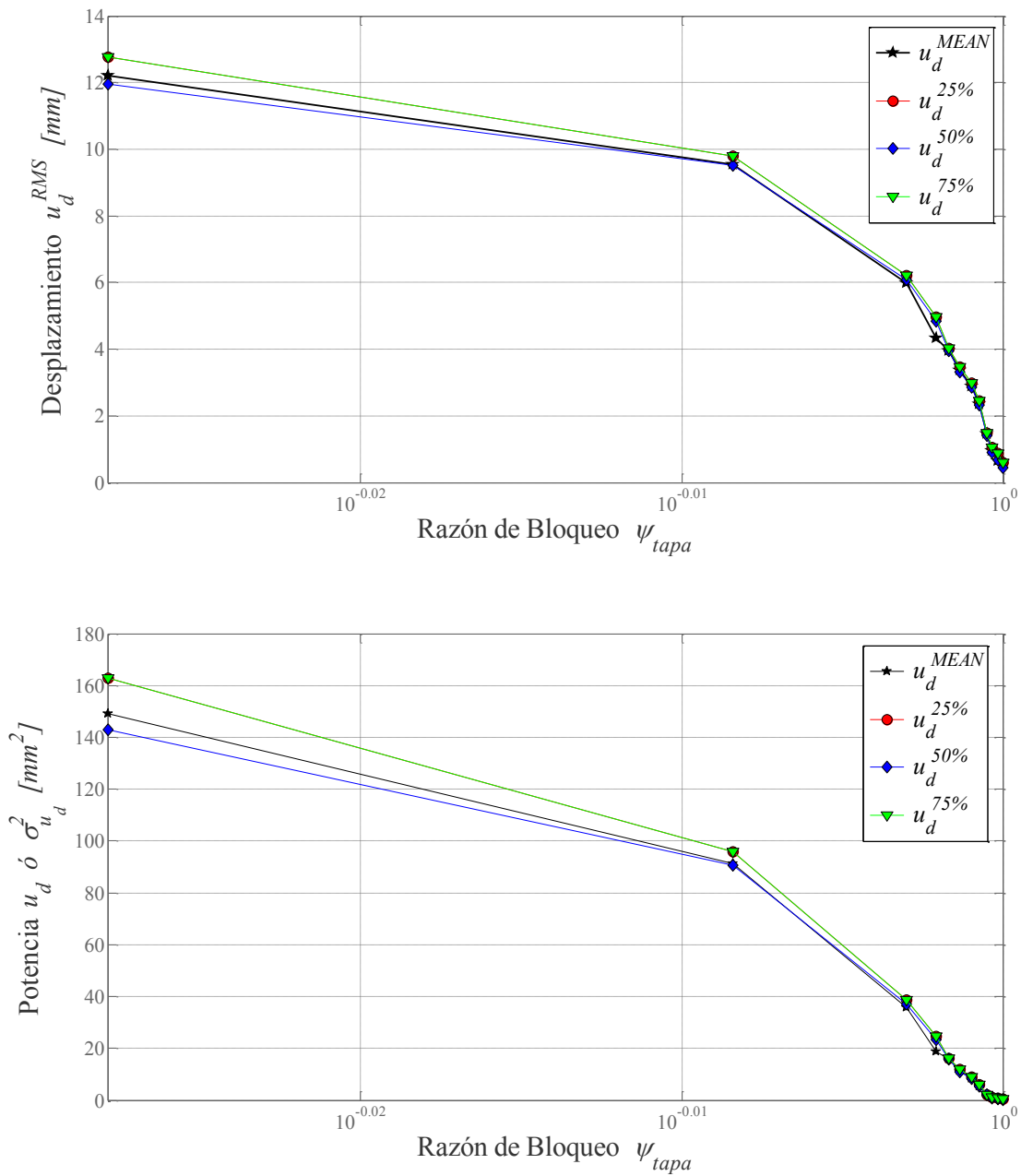


Figura 6-7. Amplitud de Desplazamiento

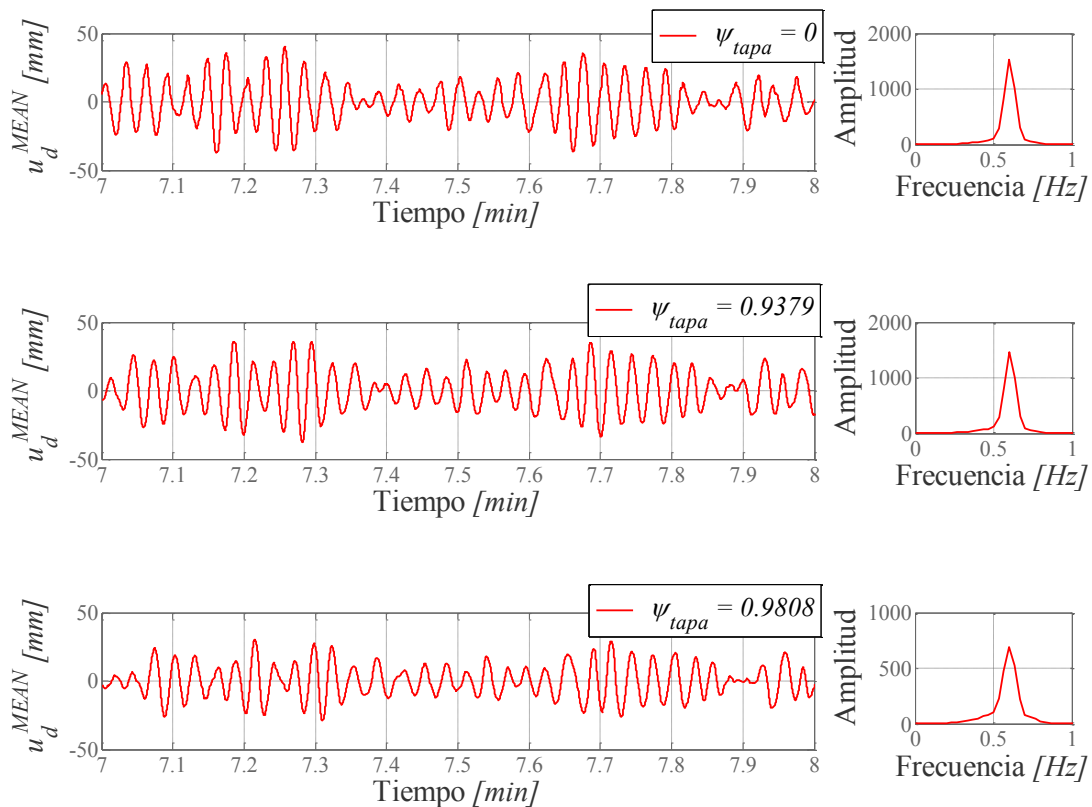
Es fundamental conocer la frecuencia predominante del disipador frente a las distintas razones de bloqueo. La Figura 6-8 muestra un minuto de la señal completa de desplazamiento para las diferentes razones de bloqueo, logrando observar el cambio de frecuencia de oscilación de los registros, a partir del espectro de potencia de cada ensayo.

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

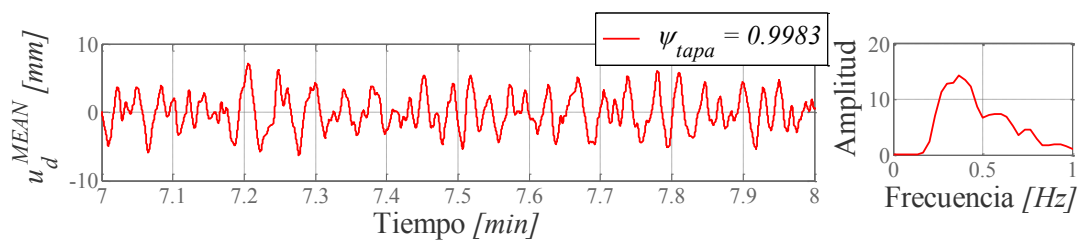
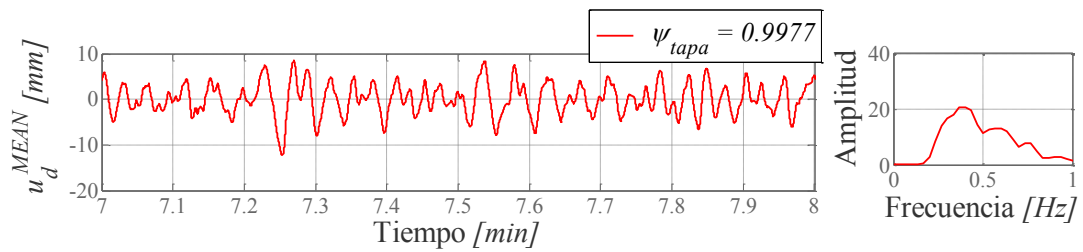
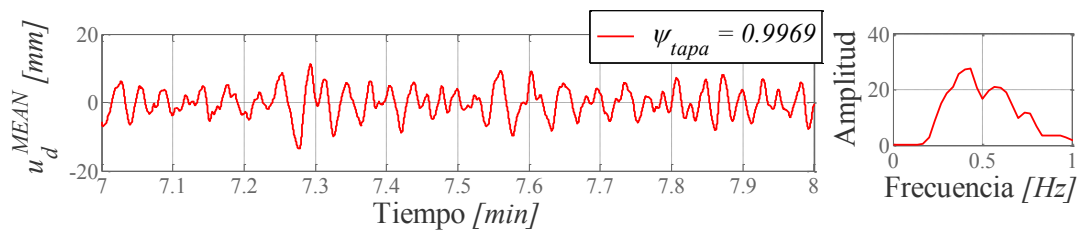
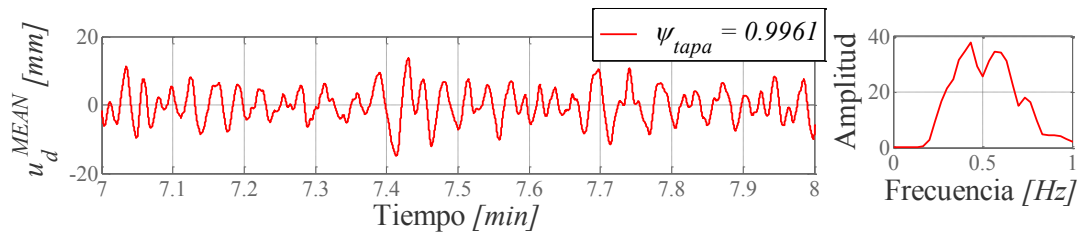
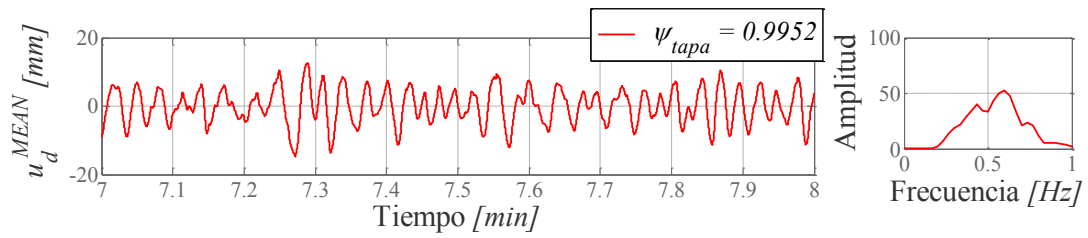
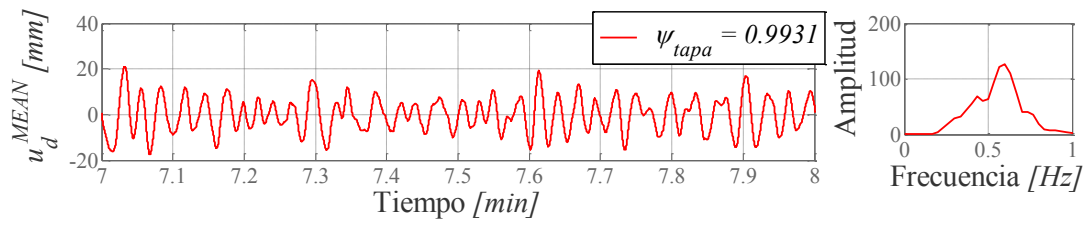
La frecuencia predominante se mantiene constante desde la razón de bloqueo igual a cero hasta la razón 0.9952, a partir de este valor la frecuencia disminuye, excepto para el valor 1, donde la frecuencia aumenta drásticamente. Es interesante observar la magnitud de los espectros de potencia, estos muestran una disminución progresiva, la cual está relacionada con la frecuencia y la amplitud de desplazamiento de la superficie libre.

El desplazamiento máximo ocurre cuando el dissipador está abierto a la atmósfera tiene un valor cercano a los 4cm, este valor se reduce hasta aproximadamente 3mm cuando el dissipador está completamente sellado, al igual que la magnitud del PSD que varía de un valor de 1500 hasta 1.

El espectro de potencia del dissipador sellado muestra dos rangos de frecuencias considerando el mayor valor de frecuencia como predominante, este no es generado en los ensayos con aberturas, el cual corresponde a la frecuencia del dissipador completamente sellado.



## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL



## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

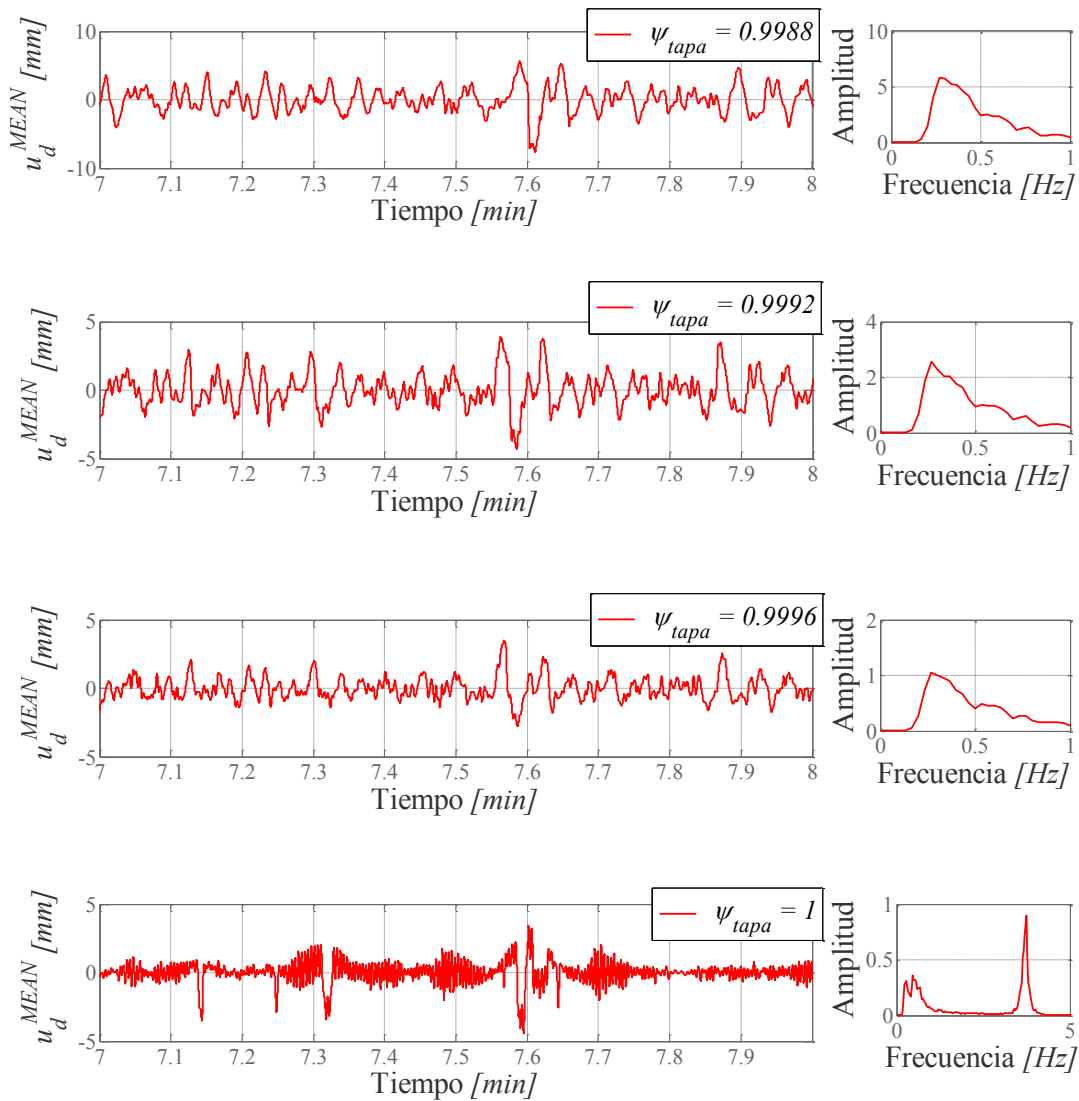


Figura 6-8. Desplazamiento y PSD para distintos  $\psi_{tapa}$

Para relacionar las frecuencias características de cada ensayo se construye un gráfico. Se considera apropiado indicar el valor del periodo  $\left(T = \frac{1}{f}\right)$  según la razón de bloqueo. La Figura 6-9 nos muestra los periodos experimentales  $T_{experimental}$ , con un valor constante de 1.667 seg hasta una razón de bloqueo de 0.996 donde la pendiente de la curva pasa de ser positiva hasta caer asintóticamente en 1. Los valores de los periodos teóricos  $T_{teórico}^{CLOSE}$ ,  $T_{teórico}^{OPEN}$ ,  $T_{teórico}^{DEEP}$  se refieren a los valores cuando se considera el dissipador cerrado y abierto a la atmósfera, y la columna vertical como estanque profundo, respectivamente. Los valores teóricos y experimentales concuerdan, existiendo una mayor diferencia cuando se compara el dissipador

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

completamente cerrado. El valor más cercano del periodo experimental coincide mejor considerando la teoría de estanque profundo (disipador líquido sintonizado, TLD donde la profundidad de agua del estanque no influye en la determinación del periodo fundamental de este) Zhang et al, (2004) [78]. Esta mayor concordancia se atribuye a la manera de oscilación del disipador al estar completamente hermético, presentando un comportamiento análogo al de un estanque. La superficie de líquido del estanque profundo posee distintas maneras de disipar energía, en los que existe movimiento de líquido de un extremo a otro, o simplemente ruptura de las olas formadas en la superficie. Sin embargo, posee menor relevancia en el problema debido a su tamaño, el cual no permite generar las pérdidas suficientes. A continuación (Tabla 6-3) se muestran las expresiones de los periodos de los tipos de dispositivos considerados en el análisis.

Tipo de disipador	Nombre Periodo	Expresión	Valor [s]
Disipador Abierto	$T_{teórico}^{OPEN}$	$\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2g}{L_{eq}}}}$	1.665
Disipador Sellado	$T_{teórico}^{CLOSE}$	$\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2\left(\rho_f g + \frac{\gamma P_o}{h}\right)}{\rho_f L_{eq}}}}$	0.315
Disipador Profundo	$T_{teórico}^{DEEP}$	$\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g\pi}{L} \tanh \frac{h_w \pi}{L}}}$	0.278

Tabla 6-3. Periodos teóricos según disipador

Donde  $h_w$  es la profundidad del estanque que en nuestro caso es  $L_v$  y  $L$  es el ancho de la columna.

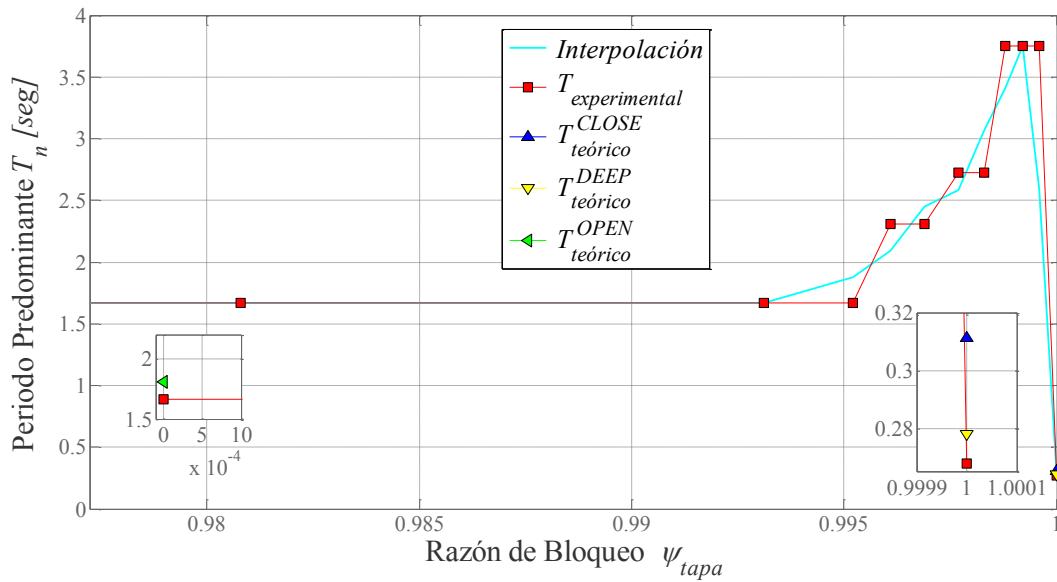


Figura 6-9. Período Predominante según  $\psi_{tapa}$

Otro parámetro de importancia está relacionado con la disipación de energía, determinando el valor del amortiguamiento viscoso equivalente a partir de la ecuación (4.24) la cual relaciona el valor de la pérdida de energía del angostamiento central  $\eta$  y la desviación estándar de la velocidad del líquido  $\sigma_{\dot{u}_d}$ . La Figura 6-10 muestra el amortiguamiento viscoso de un sistema no lineal equivalente  $c_d^{eq}$ , existiendo una mayor disipación cuando la abertura de la tapa está sobre el 99%, por un mayor desplazamiento de fluido y por consiguiente mayores pérdidas de energía. Los fenómenos de disipación que ocurren cuando la razón de bloqueo de la tapa es cercana a uno no son estudiados, por lo que no existe claridad de estos, atribuyendo tales efectos a pérdidas de energía por el angostamientos central y en menor medida al movimiento de la superficie libre de líquido. Normalizando el valor del amortiguamiento viscoso por la masa de agua y la frecuencia angular predominante del disipador, se obtiene la razón de amortiguamiento equivalente del disipador  $\beta_d^{eq}$ . Para el disipador abierto se tiene un valor aproximado de 1 %, y para valores mayores a 99% de bloqueo de tapa el amortiguamiento fluctúa entre 0.2% y 0.6%, cabe destacar que la razón de amortiguamiento para el caso sellado es prácticamente nula, por su bajo nivel de desplazamiento.



CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

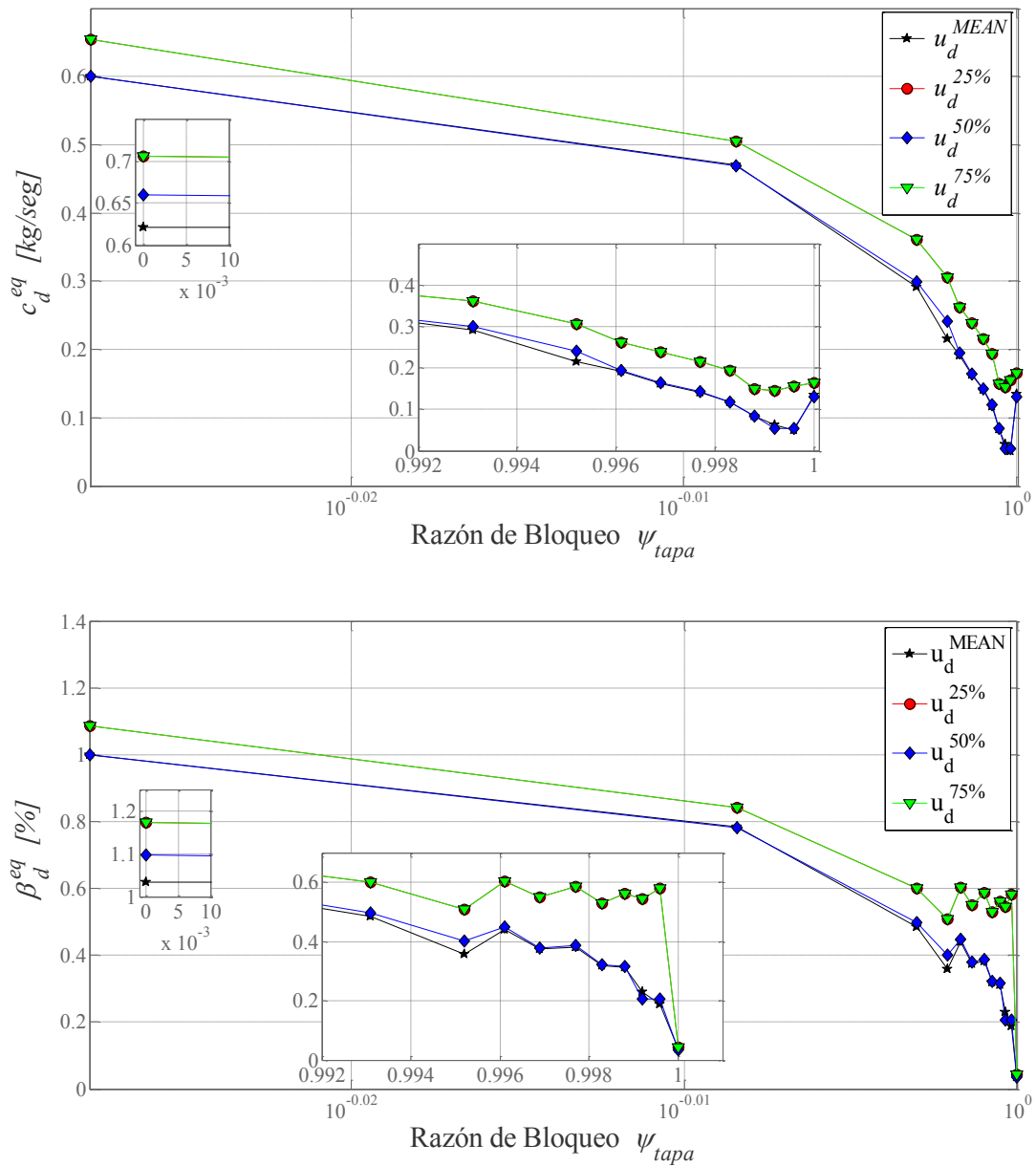
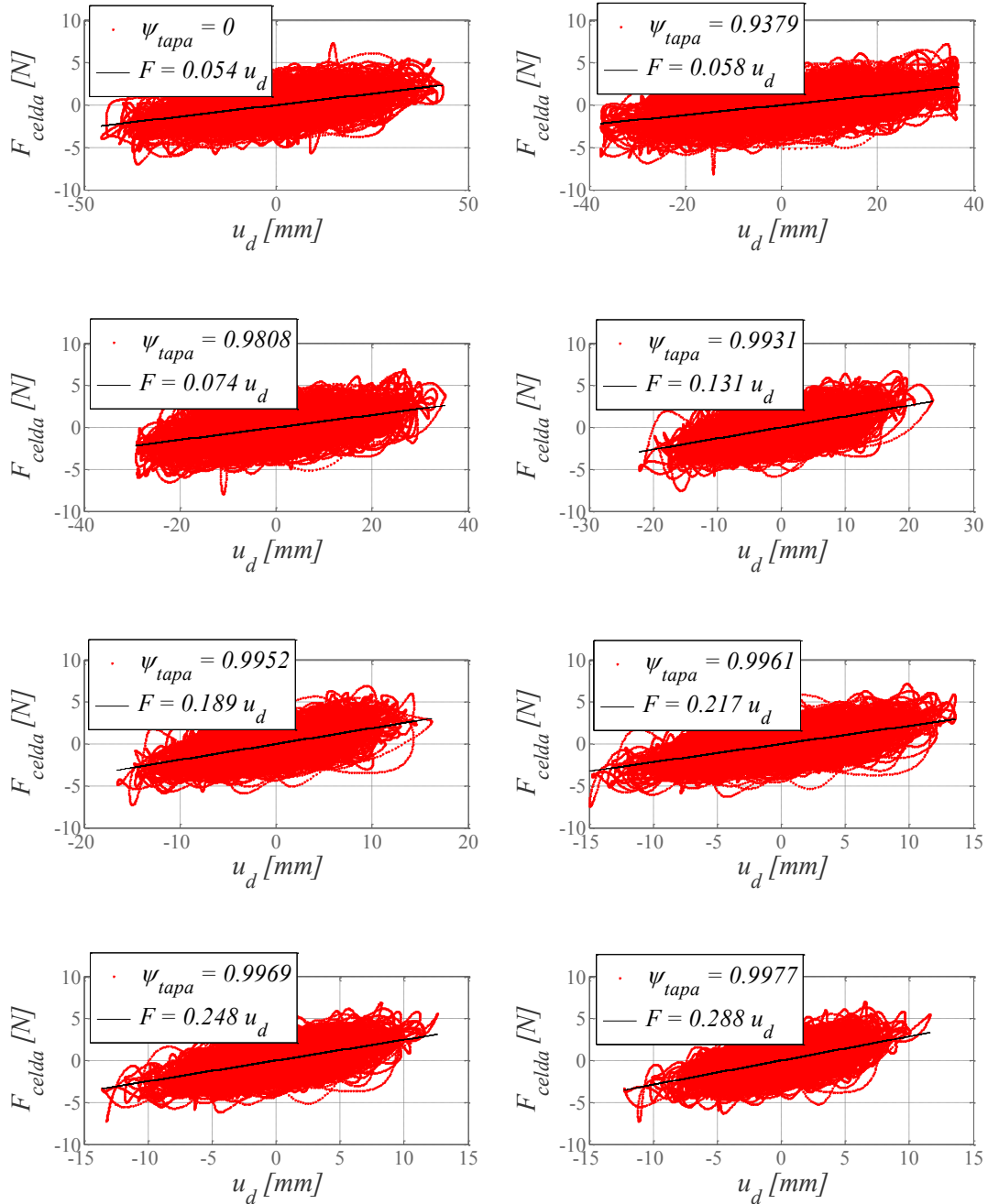


Figura 6-10. Amortiguamiento según  $\psi_{tapa}$

Para finalizar el t3pico se muestran las gr3aficas de hist3er3esis de la se3al de la celda de carga en funci3n del desplazamiento. La Figura 6-11 muestra las nubes de puntos para los distintos casos de raz3n de bloqueo de tapa. La forma de los gr3aficos nos muestra de manera referencial la rigidez y la disipaci3n del dispositivo. La fuerza de la celda de carga es similar entre los distintos ensayos, por ello cuando la magnitud de desplazamiento crece, la rigidez disminuye para razones de bloqueo mayores. Tambi3n se puede notar que la elipse conformada tiene un mayor tama3o

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

para razones de bloqueo cercanas a cero que para razones cercanas a 1, por ende existe una mayor área de disipación de energía.



## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

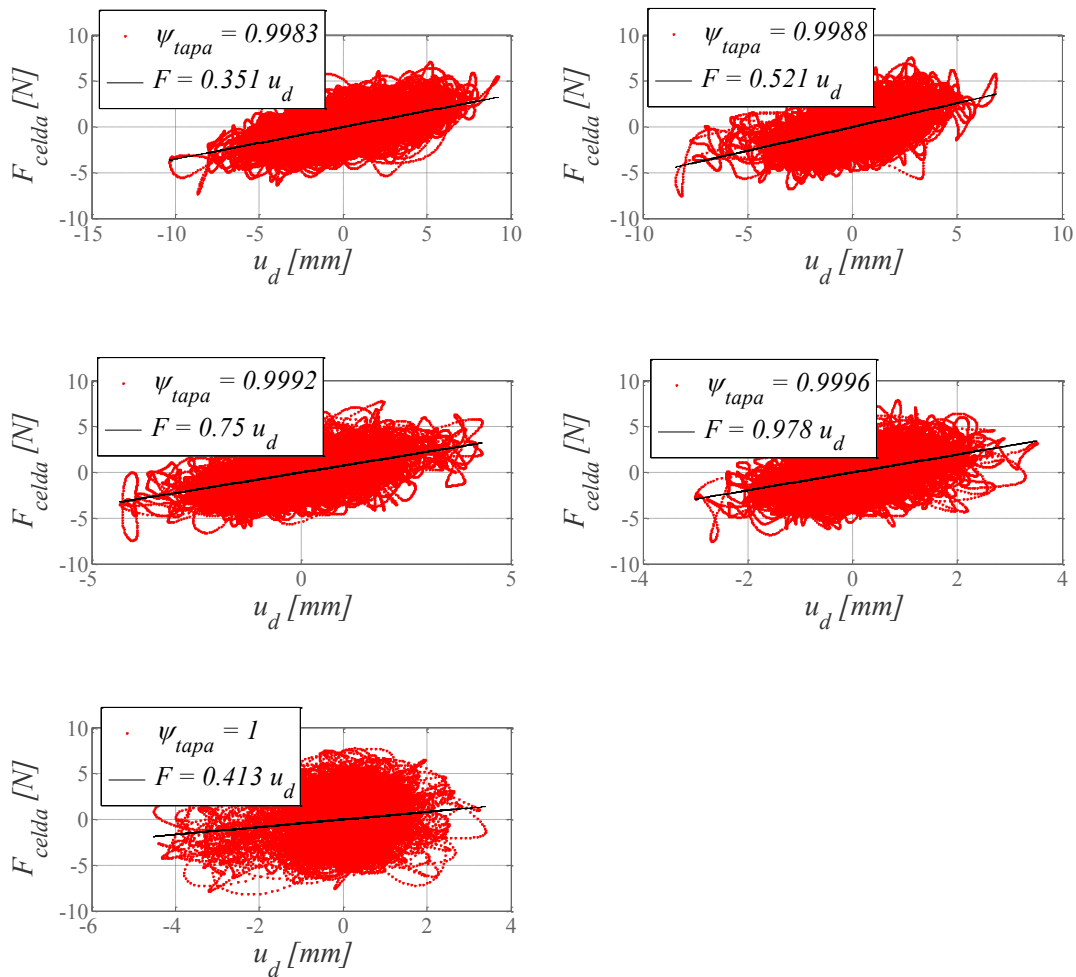


Figura 6-11. Histéresis según razón de bloqueo de tapa

La primera ley de la termodinámica define el comportamiento del aire cuando es expulsado y absorbido a través de la abertura de la tapa de la columna del disipador, en donde se extrabrece una variación de masa del aire dentro de la columna. Una interpretación del fenómeno se muestra en la ecuación de energía del gas ( 6.3 ) (Nahm (2005) [61]). Esta permite la variación de aire en un sistema de ventilación de gas suponiendo un proceso adiabático. La ecuación de conservación masa para el fluido y el gas ( $m$ ) son aplicables para el sistema con abertura y la ecuación de momentum también es válida, ya que la masa de un sistema confinado es poco probable que sea variable.

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

$$\frac{dP}{dt} = -\gamma \frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + \gamma \frac{P}{m} \frac{dm}{dt} \quad (6.3)$$

También define una expresión para la velocidad de flujo de masa de la abertura del orificio  $\frac{dm}{dt}$  la cual es función de un coeficiente de forma  $C_d$ , el área de la abertura  $A_\phi$ , la densidad del gas  $\rho_g$ , el coeficiente de calor específico  $\gamma$ , la presión atmosférica  $P_o$  y la presión interna de confinamiento.

Se ha propuesto una expresión para estimar de manera referencial la rigidez aportada por el aire cuando existe abertura, que se ha estimado a partir de los ensayos, como una variación a la expresión de la rigidez cuando la columna está completamente sellada.

$$k_d = 2A_v \left( \rho_f g + \psi_{tapa}^n \frac{\gamma P_o}{h} \right) \quad (6.4)$$

Donde  $n$  es la potencia de la razón de bloqueo de la tapa, y según los ensayos podemos determinar que tiene un valor de  $n$  entre 500 y 2000 (Figura 6-12).

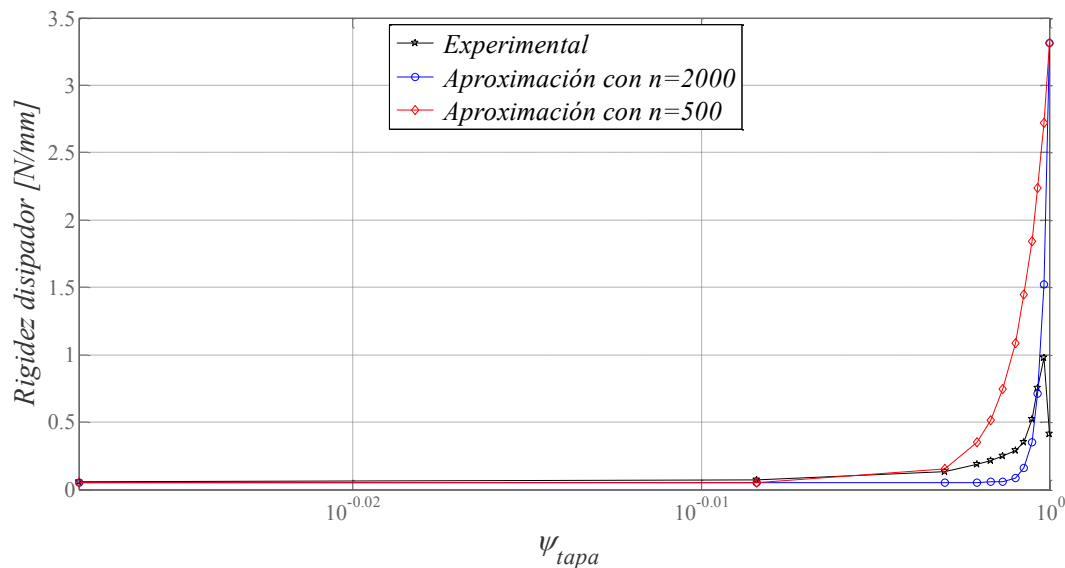


Figura 6-12. Rigidez disipador versus razón de bloqueo tapa

## 6.2 RESULTADOS ESTRUCTURA EN REGISTROS SÍSMICOS

El siguiente tópico tiene como objeto estimar la reducción de la respuesta de desplazamiento, velocidad y aceleración de la estructura estudiada en laboratorio (Figura 6-14), con y sin un disipador de columna líquida incorporado (diseñado en capítulo V), ambas configuraciones son sometidas a la acción de 19 registros sísmicos (nacionales y norteamericanos) escalados en amplitud y frecuencia, cuyos valores están indicados en Tabla 6-4.

<i>N°</i>	<i>Estación/Año</i>	<i>Dirección</i>	<i>Escala</i>
1	Angol 2010	EW	0.513
2	Concepción 2010	L	0.246
3	Constitución 2010	T	0.189
4	Curicó 2010	NS	0.516
5	El Centro 1940	EW	0.472
6	Llolleo 1985	10	0.307
7	Llolleo 2010	L	0.631
8	Loma Prieta Gilroy 1989	90	0.386
9	Loma Prieta Yerbabuena 1989	90	1.500
10	Maipú 2010	EW	0.229
11	Northbridge Santa Mónica 1989	0	0.835
12	Santiago Centro 2010	T	0.559
13	Talca 2010	L	0.481
14	Valdivia 2010	EW	1.471
15	Valparaíso 1985	160	2.500
16	Valparaíso Almendral 2010	T	0.735
17	Valparaíso UTFSM 2010	L	2.059
18	Viña Centro 2010	NS	0.649
19	Viña El Salto 2010	EW	0.513

Tabla 6-4. Registros Sísmicos

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

Para estimar el factor de escalamiento de los registros sísmicos se ha realizado un análisis tiempo-historia de estos, en base a un modelamiento de elementos finitos en el programa ETABS 2013, la Figura 6-13 muestra una vista en perspectiva del modelo generado en la interfaz del programa.

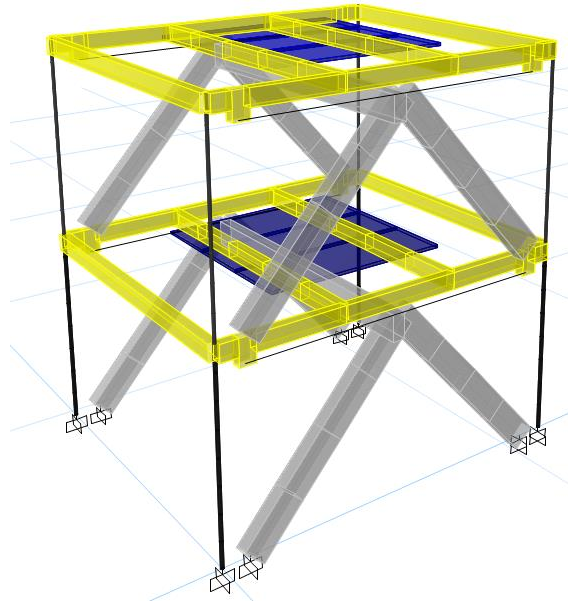


Figura 6-13. Vista en perspectiva Estructura Principal. ETABS 2013

Los registros son aplicados en la base de la estructura desde la mesa de vibrar (shake plate) del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile, MOOG. En general, la estructura principal está confeccionada para permitir movimientos en dos direcciones horizontales, pero los registros sísmicos aplicados (Tabla 6-13) simulan movimiento en solo la dirección más rígida de la estructura. La respuesta de la estructura se adquiere por medio de acelerómetros ubicados en cada uno de los niveles, la distribución de estos son: dos sensores en el nivel superior en el sentido longitudinal de la estructura para determinar los movimientos traslacionales y torsionales, un tercer sensor en el nivel superior pero en sentido transversal, para determinar el desplazamiento en sentido perpendicular al movimiento, un sensor en el nivel inferior y otro a nivel de la mesa vibradora. Todos los sensores registran el movimiento de la estructura desde 30 segundos previos al registro sísmico escalado para estabilizar la estructura de los movimientos iniciales (análogos a impactos en la estructura por acomodo de la mesa vibradora) y 30 segundos posteriores acabado el registro sísmico. Esto último permite cuantificar la reducción de la

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

respuesta de la estructura en términos del decaimiento de su oscilación. La ubicación y características de los sensores utilizados, se pueden consultar en la Figura 6-14 y en la Tabla 5-3.

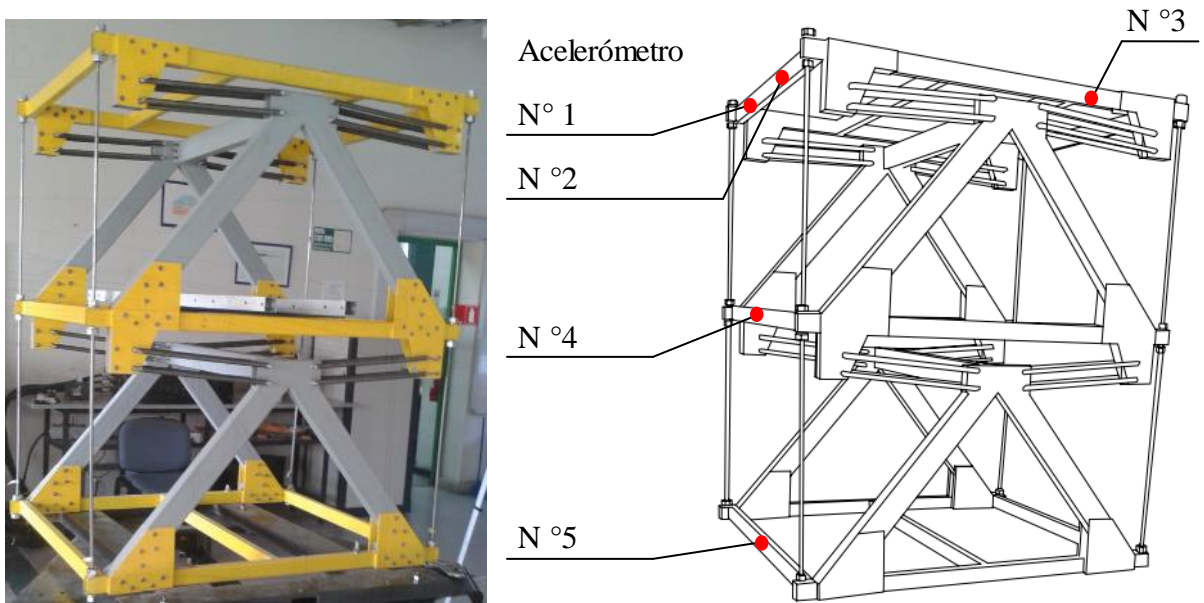


Figura 6-14. Ubicación acelerómetros.

Los espectros de potencia de los registros reproducidos por la mesa de vibrar, se determinan a partir de la aceleración medida por el sensor ubicado en la base de la mesa (Acelerómetro 5). En la Figura 6-11 se muestran los espectros de potencia de cada uno de los registros descritos en la Tabla 6-3. Los datos de los acelerómetros han sido previamente filtrados entre 0.167 [Hz] hasta los 15[Hz] para eliminar cualquier señal de ruido provocada por los mecanismos y elementos eléctricos, además se ha utilizado una ventana tipo Hanning de 30seg. y un traslado de las ventanas en 0.8 veces su longitud.

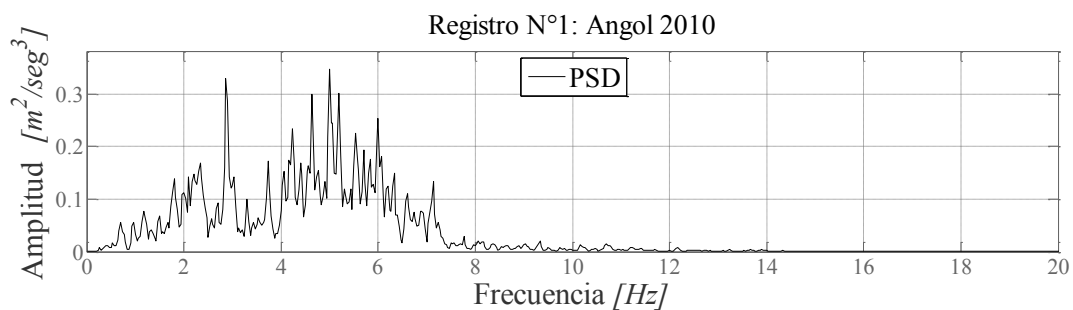


Figura 6-15. Espectros de Potencia de Registros.

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

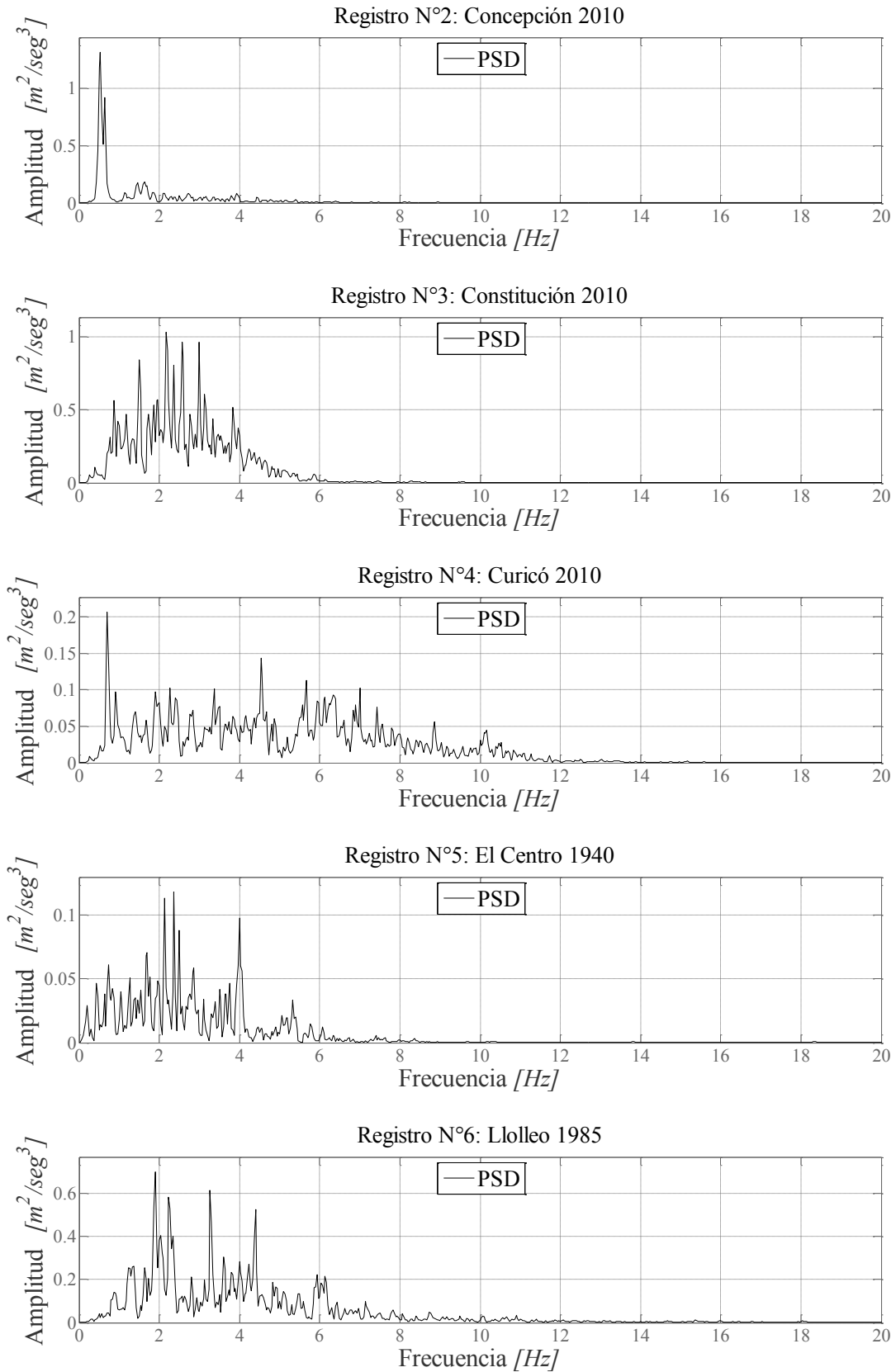


Figura 6-15. Espectros de Potencia de Registros (Continuación)



## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

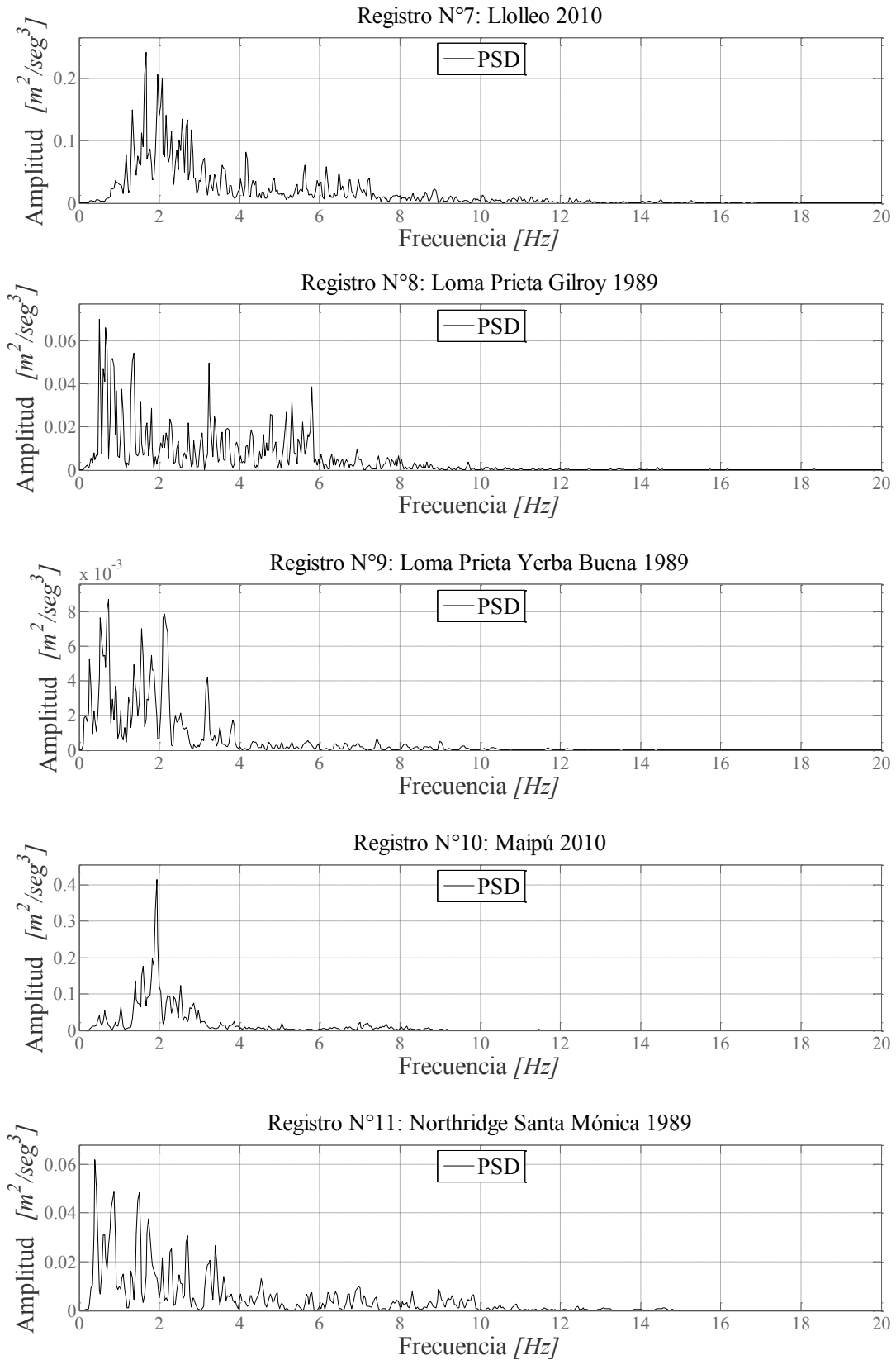


Figura 6-15. Espectros de Potencia de Registros (Continuación)

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

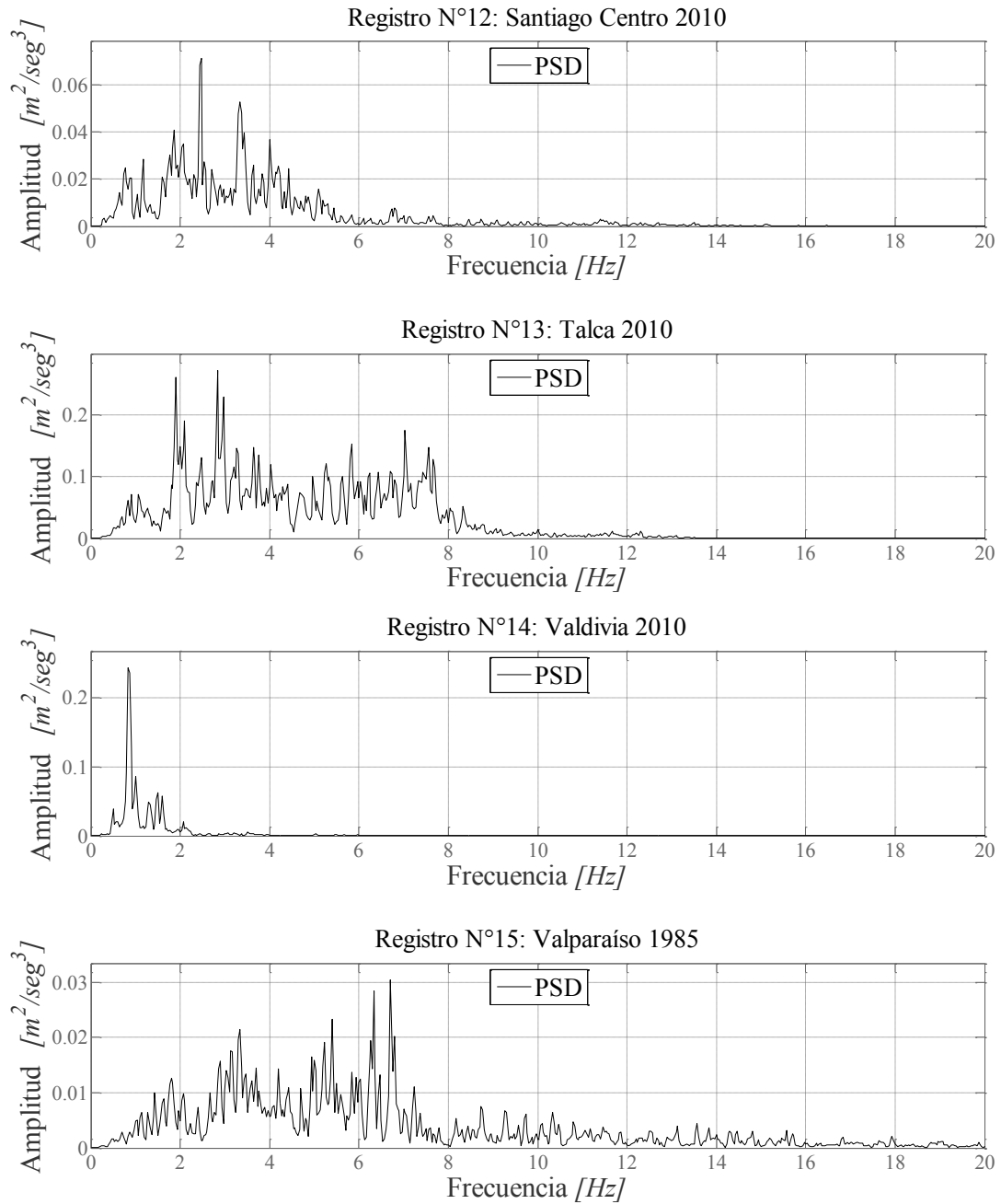


Figura 6-15. Espectros de Potencia de Registros (Continuación)

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

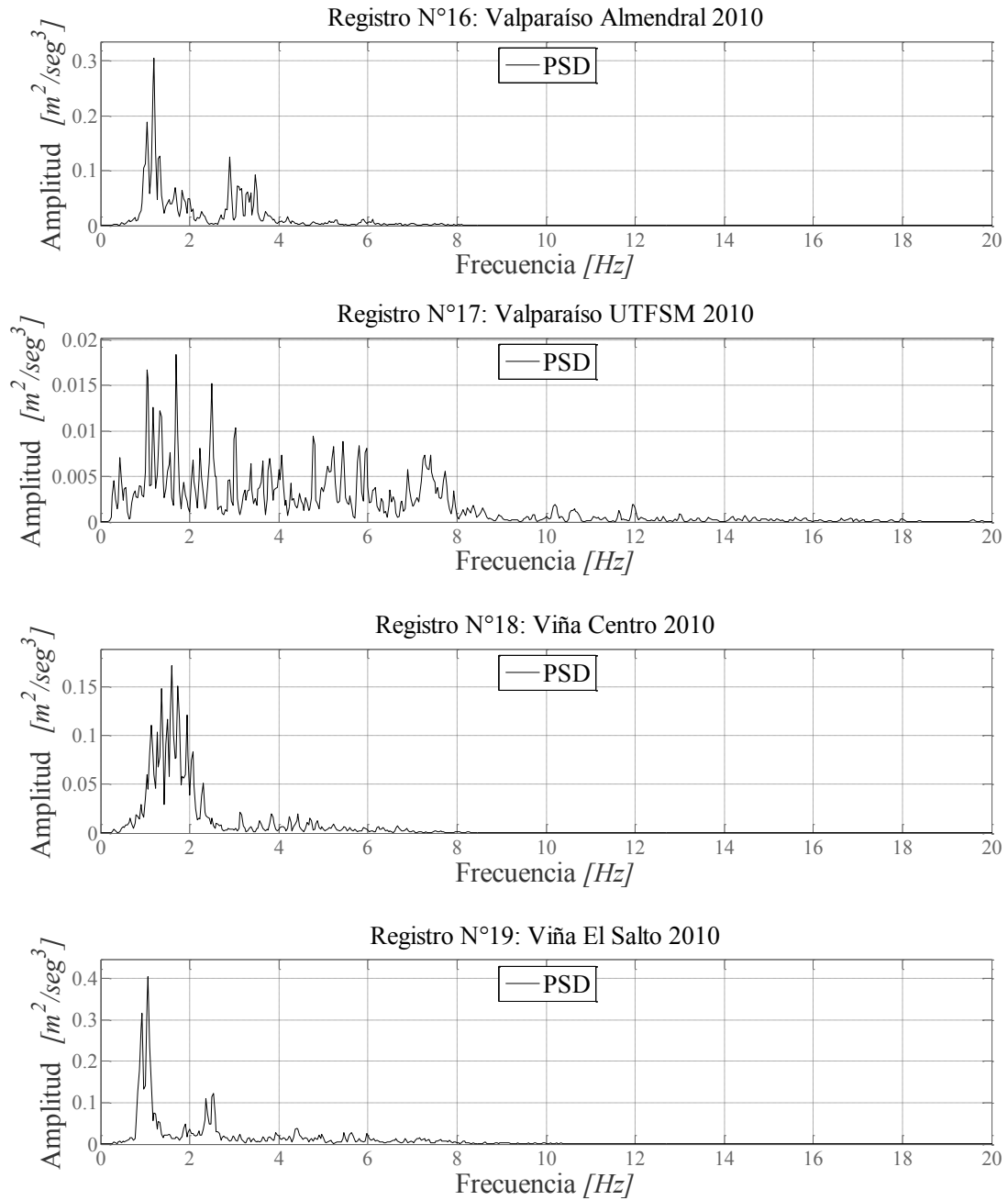


Figura 6-15. Espectros de Potencia de Registros (Continuación)

Para realizar posteriormente análisis comparativos, se evalúa la respuesta del modelo para las siguientes configuraciones:

1. Modelo original sin modificaciones.
2. Modelo con disipador presurizado de columna líquida sintonizada.

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

Para cada uno de los registros utilizados, se determina la variación de la respuesta obtenida con la instalación del disipador. Para ello se evalúan los siguientes parámetros:

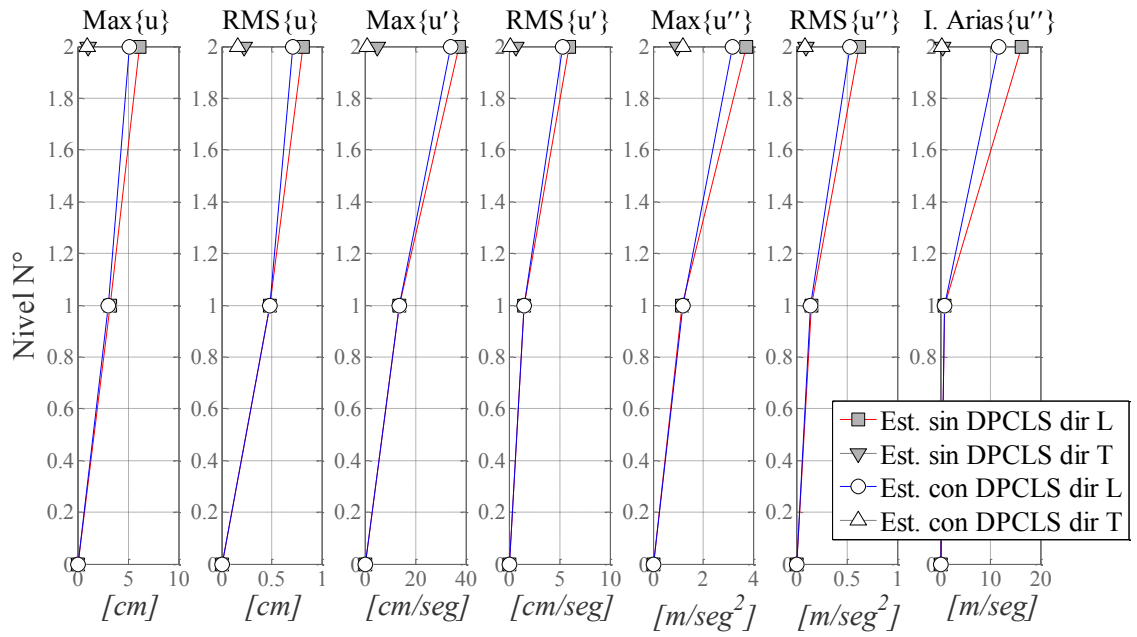
1. Máximos desplazamientos, velocidades y aceleraciones de cada uno de los niveles del modelo.
2. Energías cinéticas y potenciales elásticas acumuladas en el tiempo.
3. Duración de movimiento fuerte.
4. Intensidad de Arias y Raíz media cuadrática (RMS).
5. Estimación del amortiguamiento lineal equivalente, para el modo controlado por el dispositivo.

Para obtener la duración de movimiento fuerte se utiliza el criterio de Trifunac y Brady [56]. Este establece que la duración de movimiento fuerte, para un registro de aceleraciones, se encuentra determinando en el intervalo de tiempo durante el cual se concentra entre el 5 % y el 95 % del aporte a la integral del cuadrado de las aceleraciones del registro en cuestión ( $\int a^2 dt$ ). Se utiliza su vez la duración de movimiento fuerte para obtener el RMS.

La estimación del amortiguamiento lineal equivalente para el modo controlado, producido por la instalación de los dispositivos, se lleva a cabo mediante el método ERA (Eigensystem Realization Algorithm) el cual puede ser usado como una técnica de análisis modal generando un sistema de realización usando la respuesta en el espacio de tiempo MIMO (Multiple Input, Multiple Output), este método de identificación de parámetros dinámicos fue desarrollado por Juang y Pappa (1985) [57].

La Figura 6-16 muestra las máximas respuesta de la estructura con y sin disipador para sus dos niveles, dentro de las respuestas se estiman el máximo desplazamiento, velocidad y aceleración, también se determina el valor RMS para el desplazamiento, velocidad y aceleración y además se estima el parámetro de la intensidad de Arias. Como se observa los valores no presentan gran diferencia en sus magnitudes, logrando respuestas positivas y negativas para los distintos registros, es decir, que la respuesta de la estructura con disipador se reduce en relación a la estructura sin disipador, pero su disminución no es significativa, sin embargo, también existen situaciones donde la respuesta es mayor a la esperada. Se grafica el desplazamiento transversal del acelerómetro N<sup>o</sup> 3 el cual indica magnitudes distintas de cero, generándose valores considerables, indicando una torsión importante.

Angol 2010



Concepción 2010

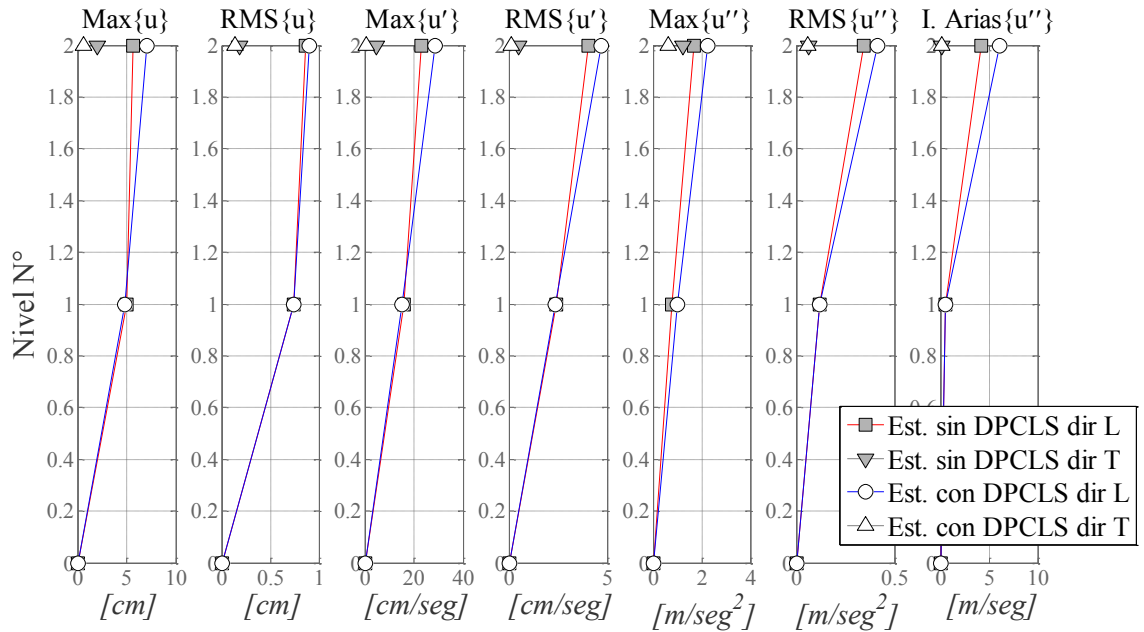
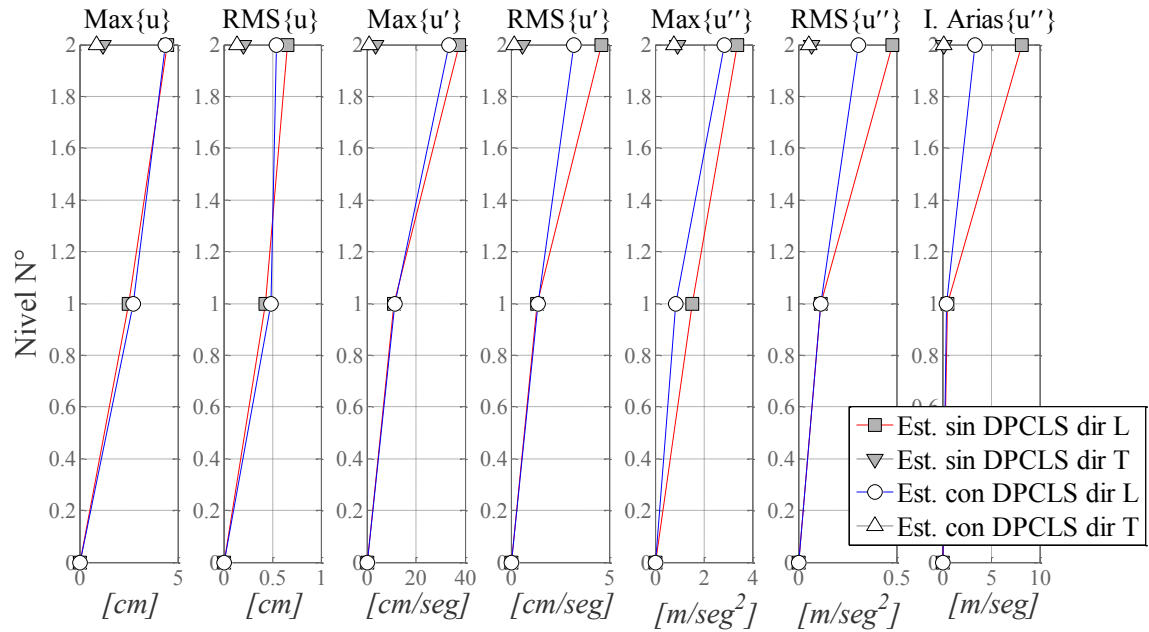


Figura 6-16. Respuestas Máximas de la Estructura con Disipador por Nivel

Constitución 2010



Curicó 2010

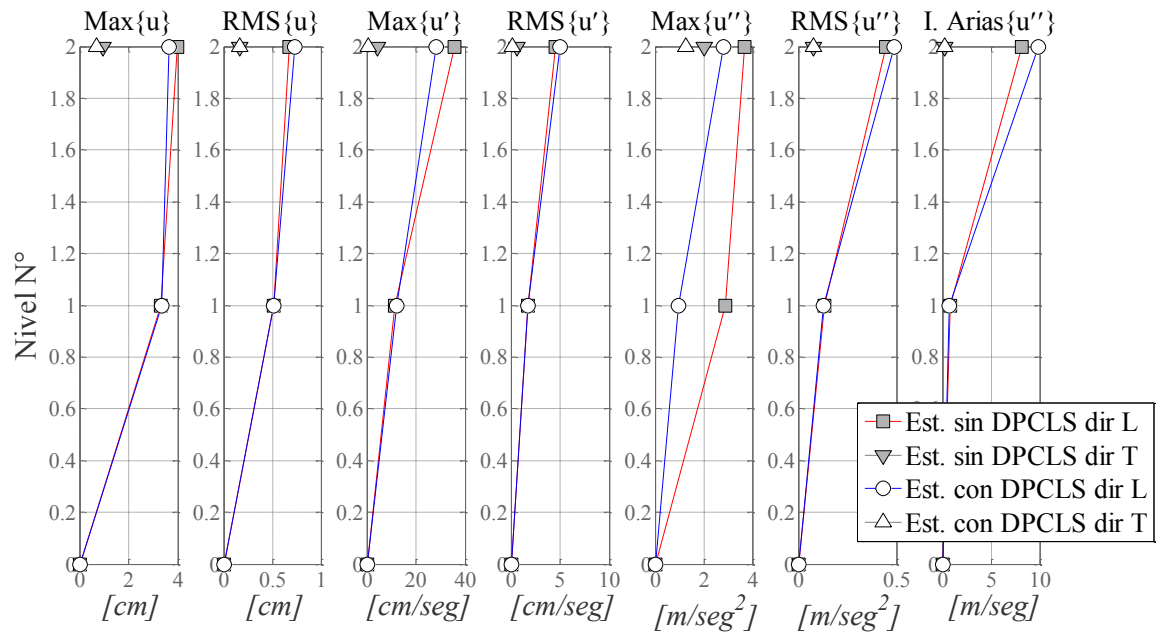
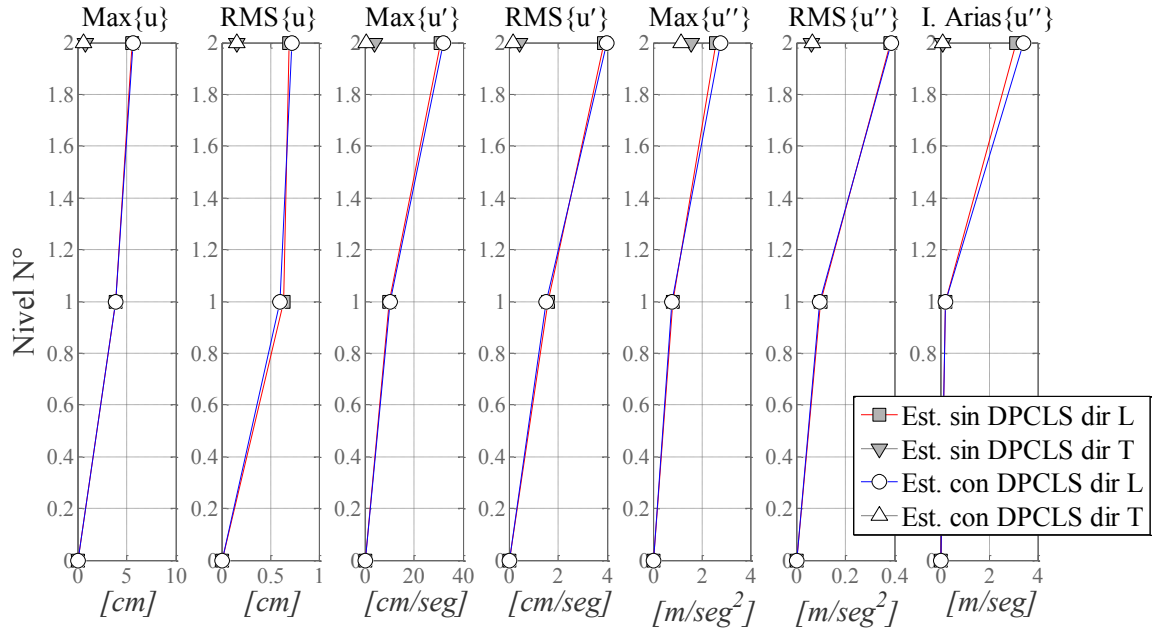


Figura 6-16. Respuestas Máximas de la Estructura con Disipador por Nivel (Continuación)

*El Centro 1940*



*Llolleo 1985*

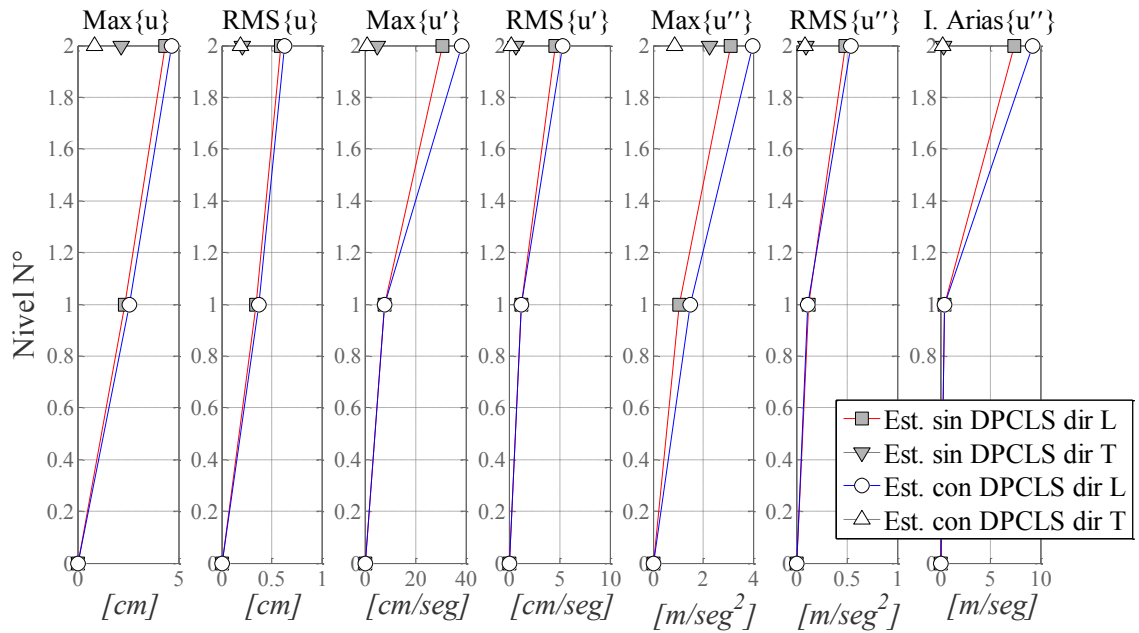
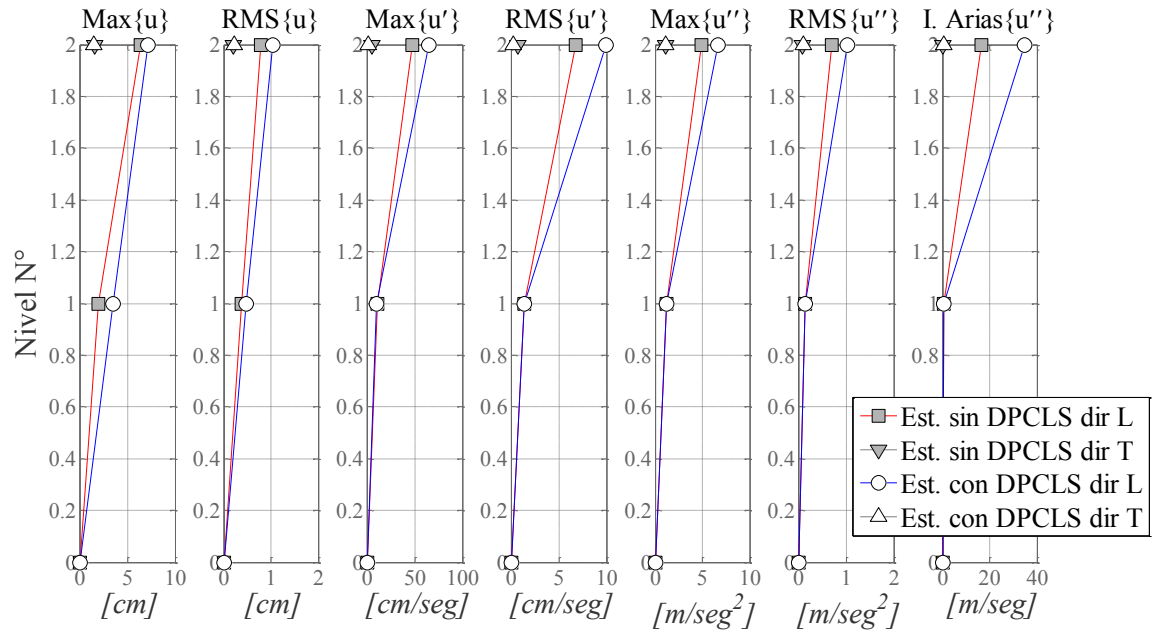


Figura 6-16. Respuestas Máximas de la Estructura con Disipador por Nivel (Continuación)

Llolleo 2010



Loma Prieta Gilroy 1989

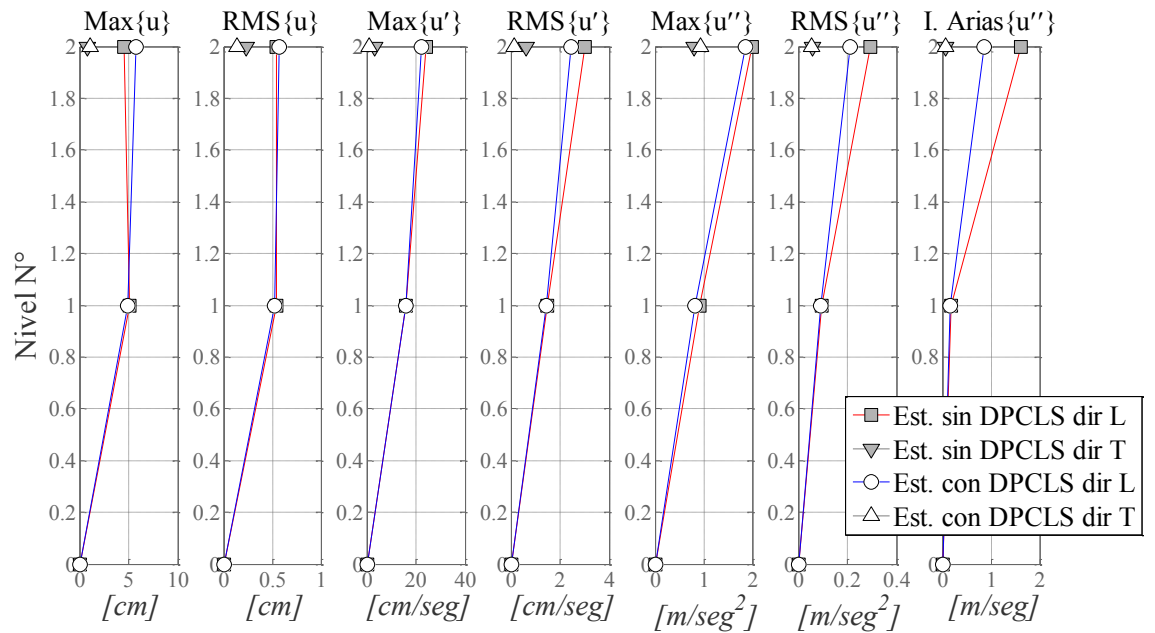
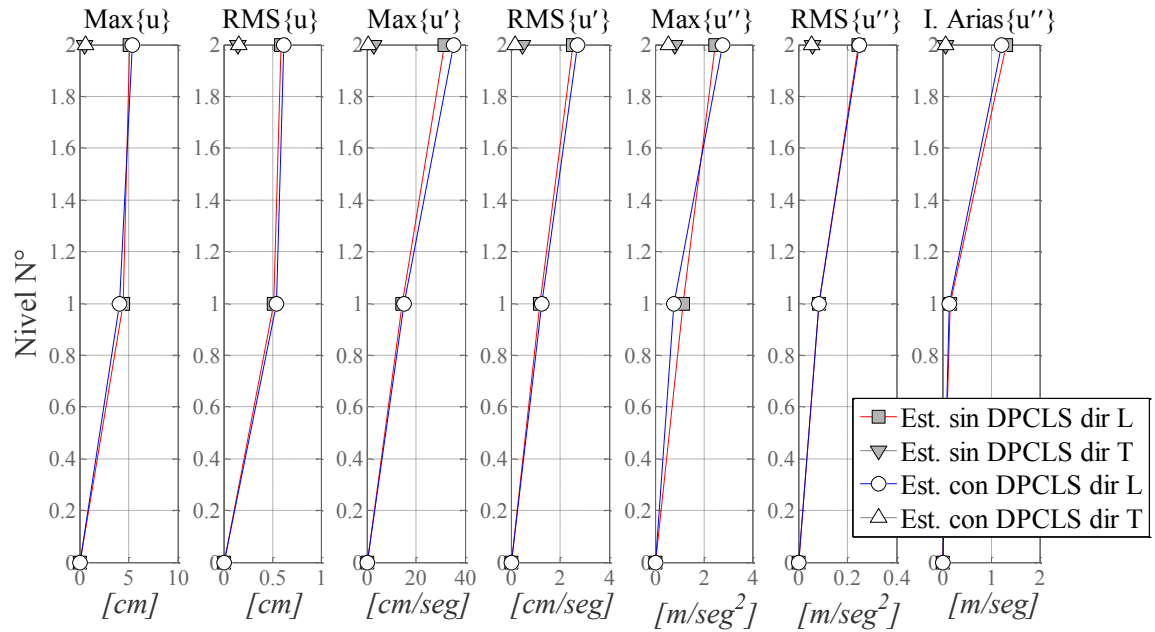


Figura 6-16. Respuestas Máximas de la Estructura con Disipador por Nivel (Continuación)



Loma Prieta Yerbabuena 1989



Maipú 2010

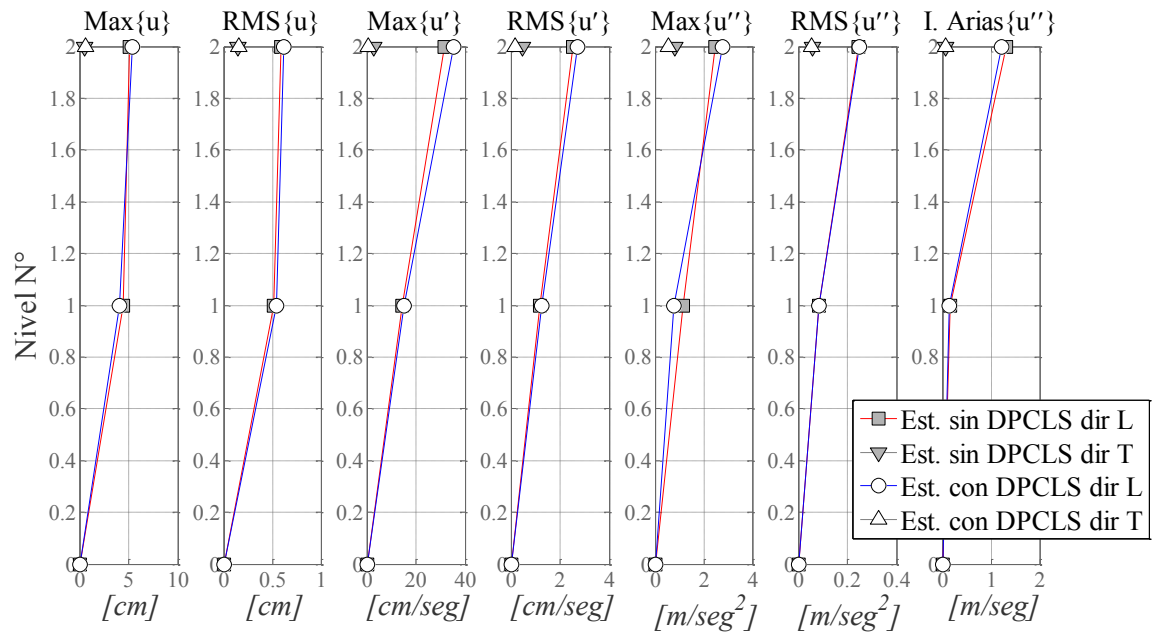
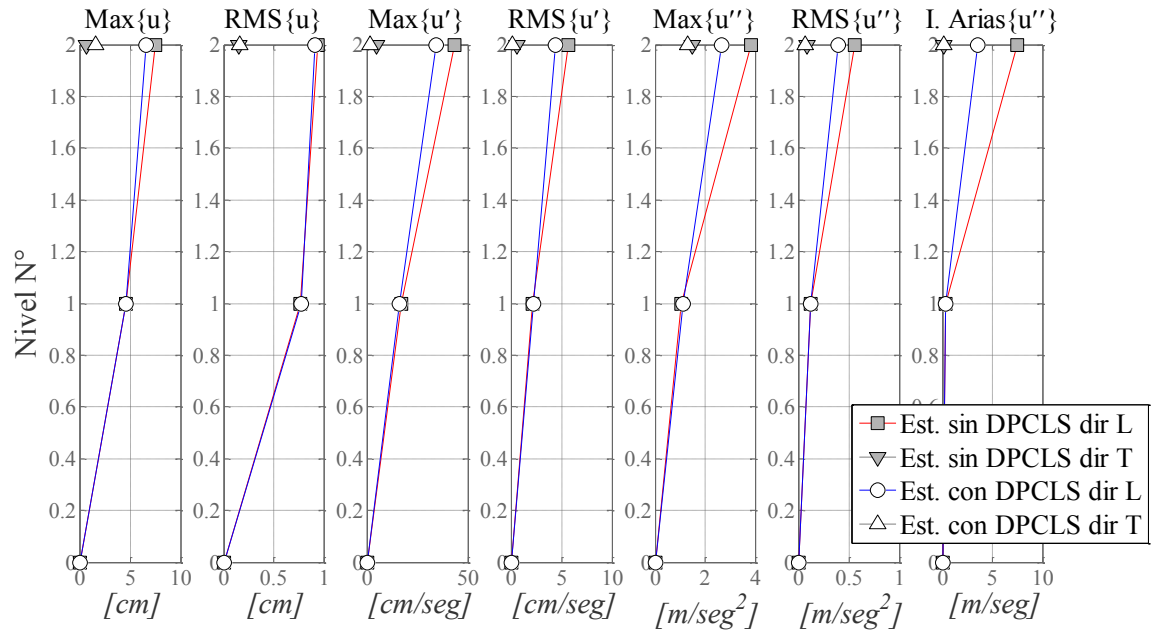


Figura 6-16. Respuestas Máximas de la Estructura con Disipador por Nivel (Continuación)

Northbridge Santa Mónica 1989



Santiago Centro 2010

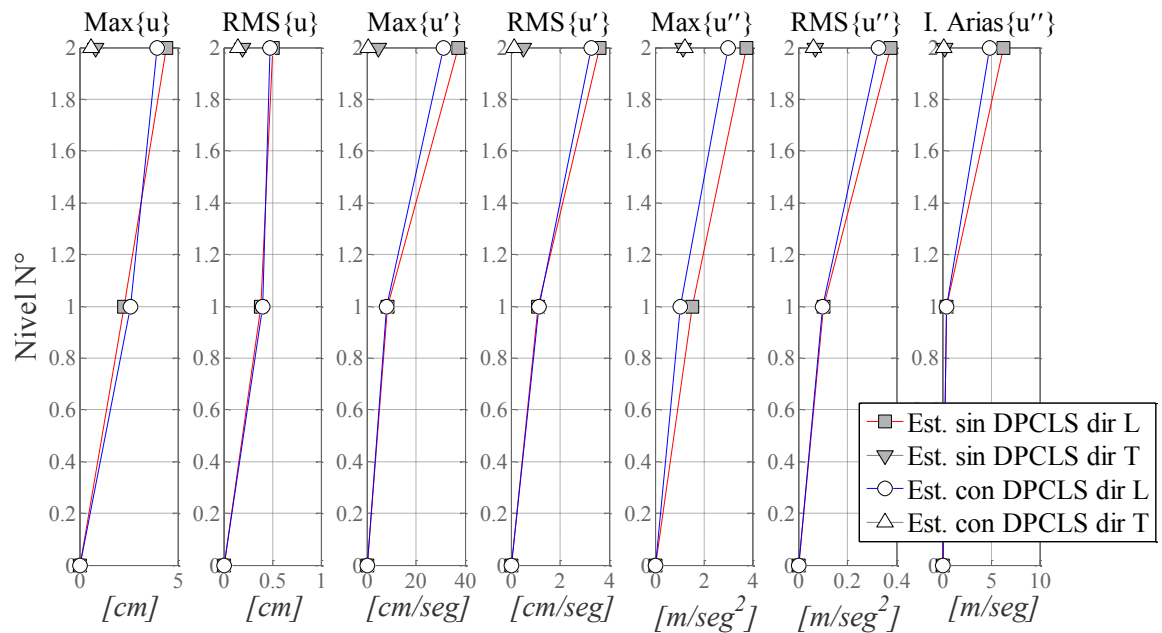
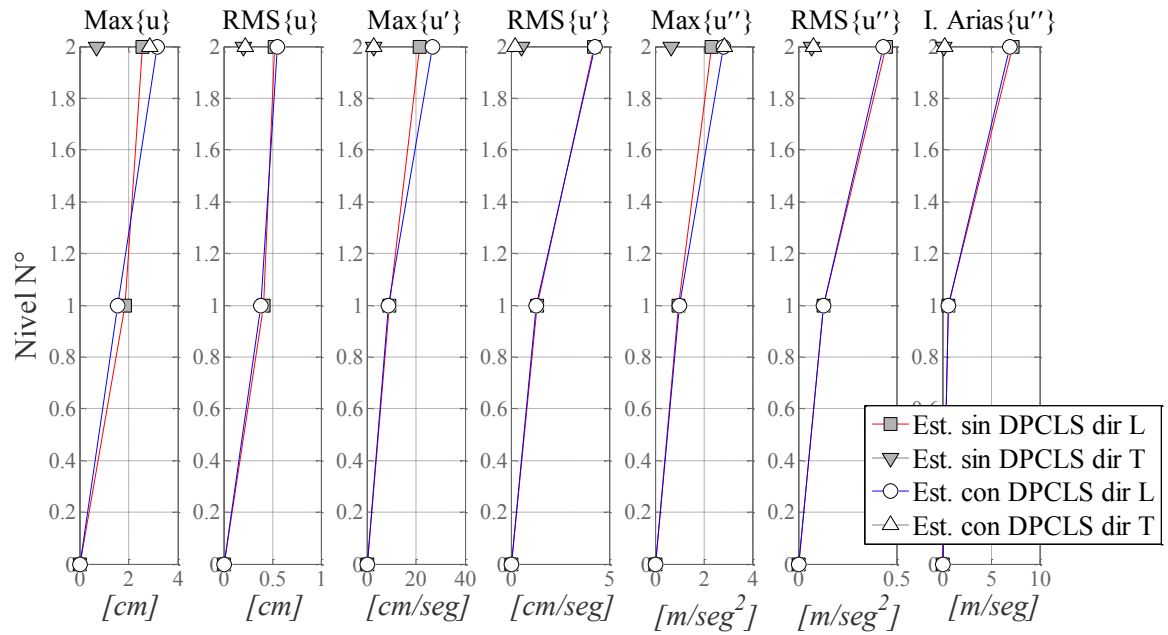


Figura 6-16. Respuestas Máximas de la Estructura con Disipador por Nivel (Continuación)

Talca 2010



Valdivia 2010

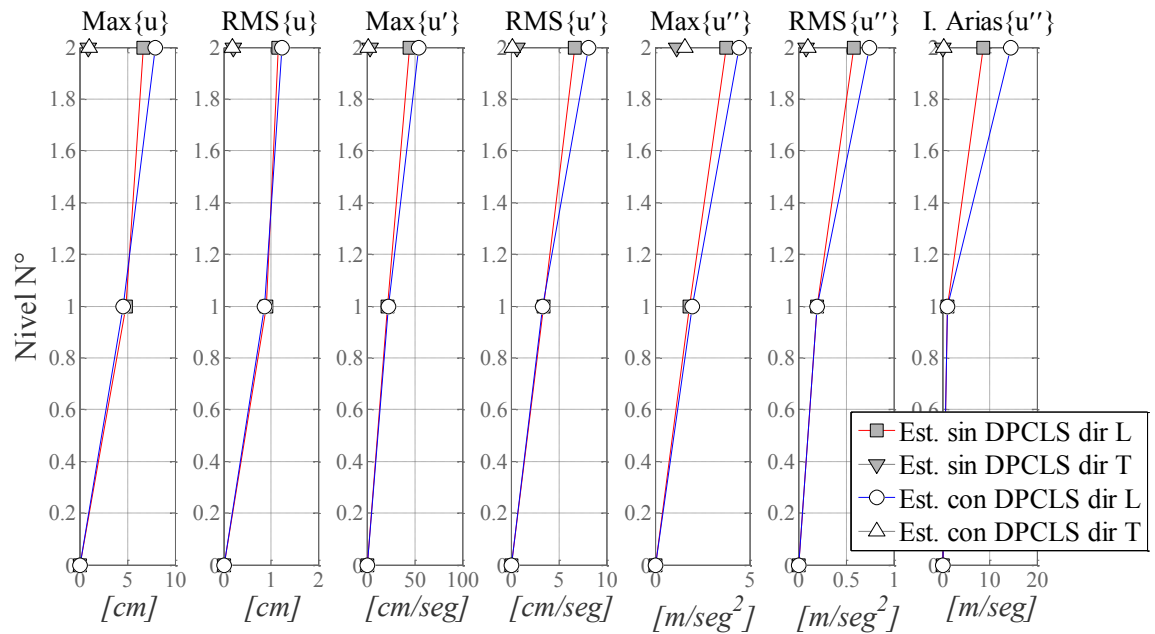
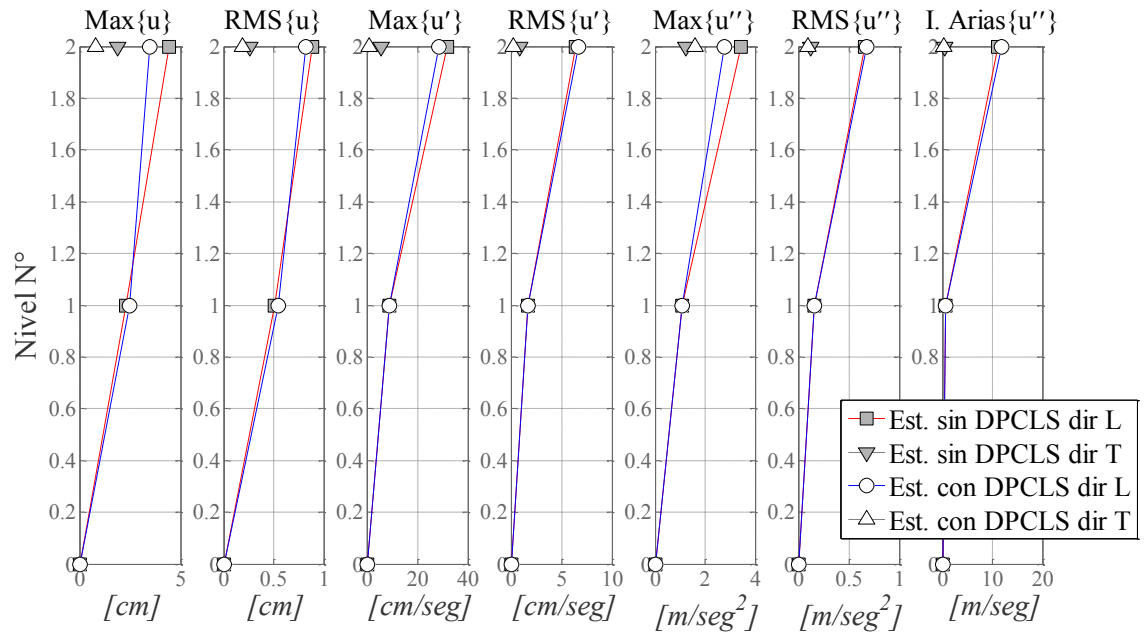


Figura 6-16. Respuestas Máximas de la Estructura con Disipador por Nivel (Continuación)

Valparaíso 1985



Valparaíso Almendral 2010

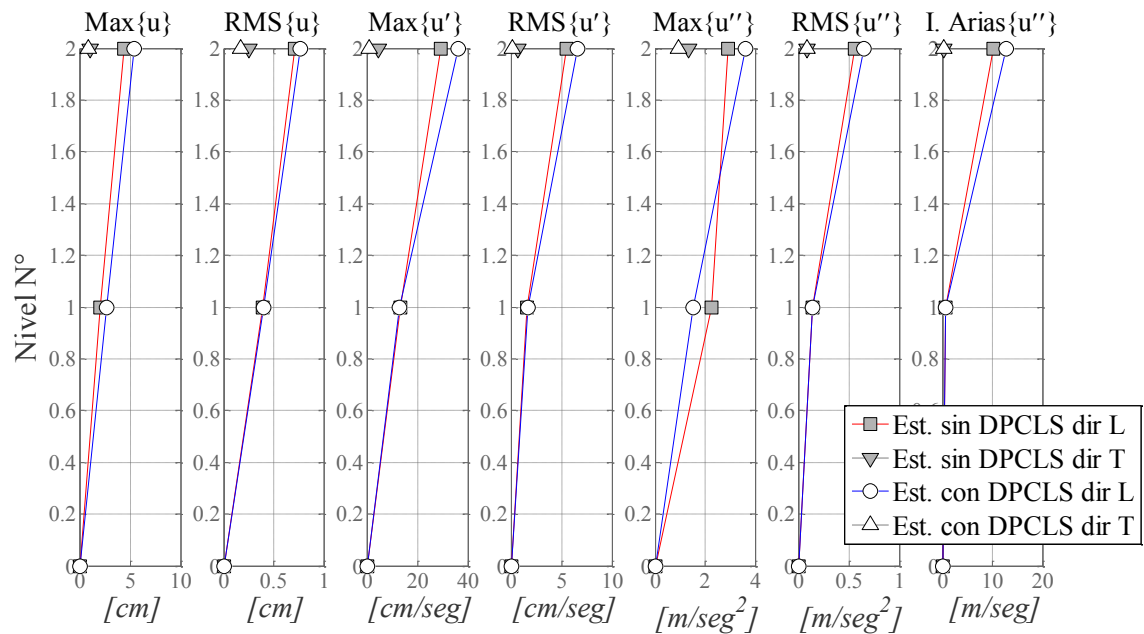
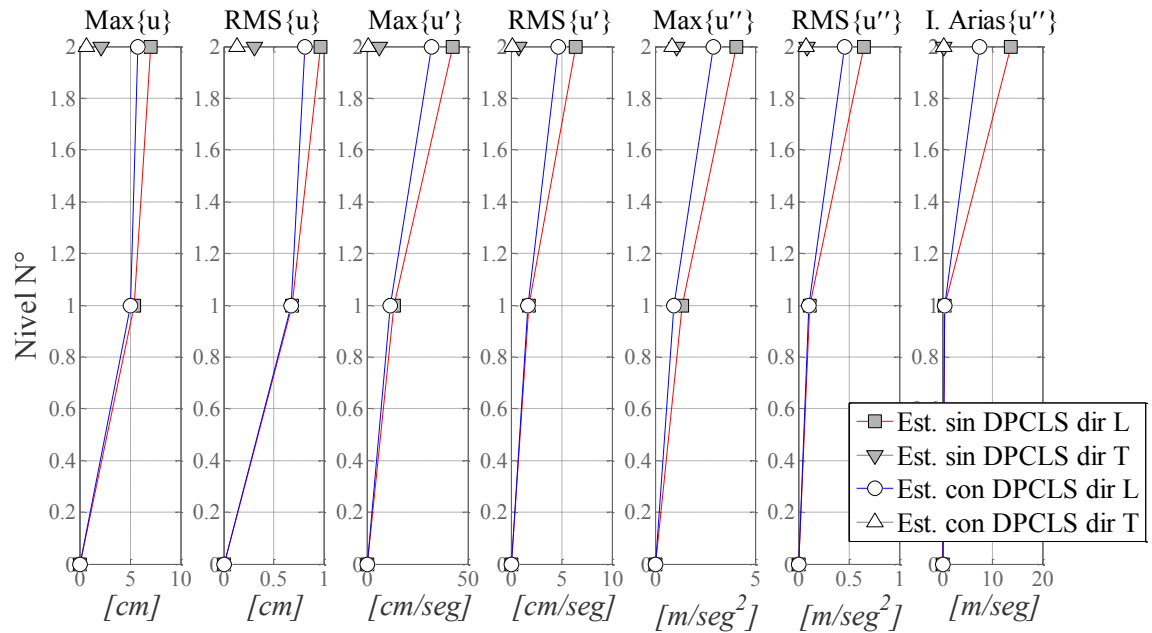


Figura 6-16. Respuestas Máximas de la Estructura con Disipador por Nivel (Continuación)

Valparaíso UTFSM 2010



Viña Centro 2010

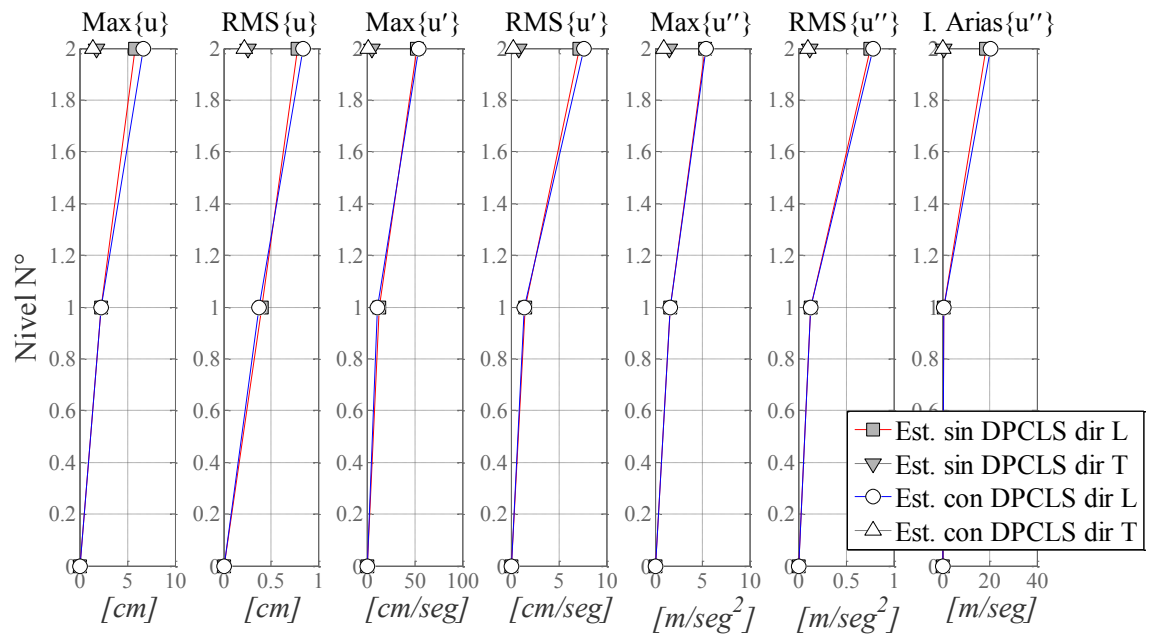


Figura 6-16. Respuestas Máximas de la Estructura con Disipador por Nivel (Continuación)

*Viña El Salto 2010*

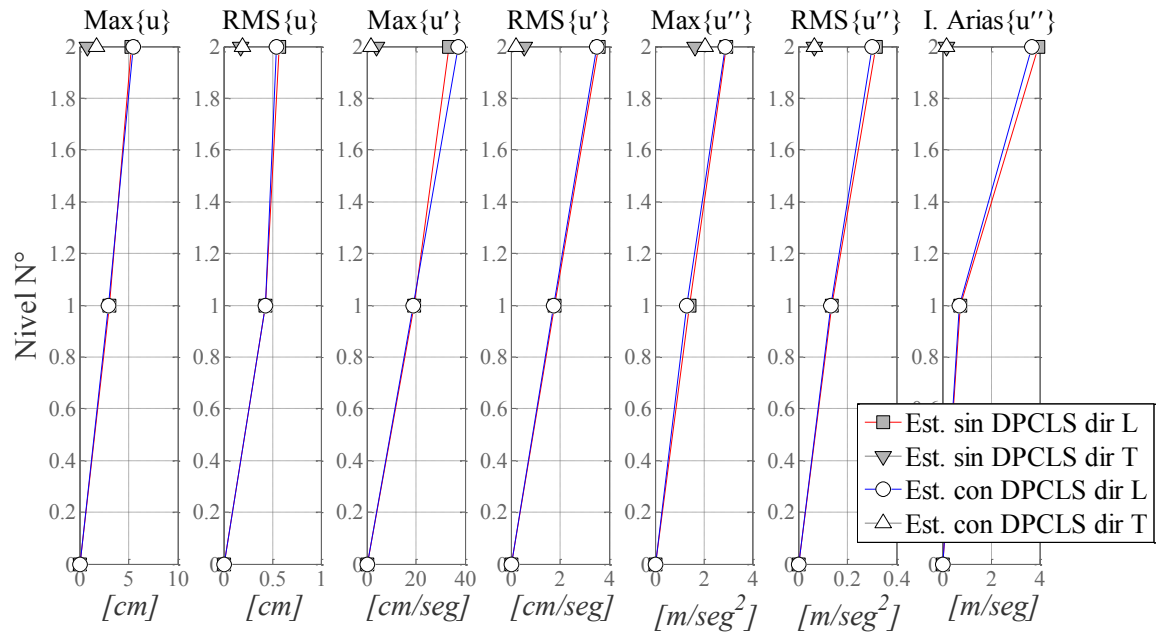


Figura 6-16. Respuestas Máximas de la Estructura con Disipador por Nivel (Continuación)

*Angol 2010*

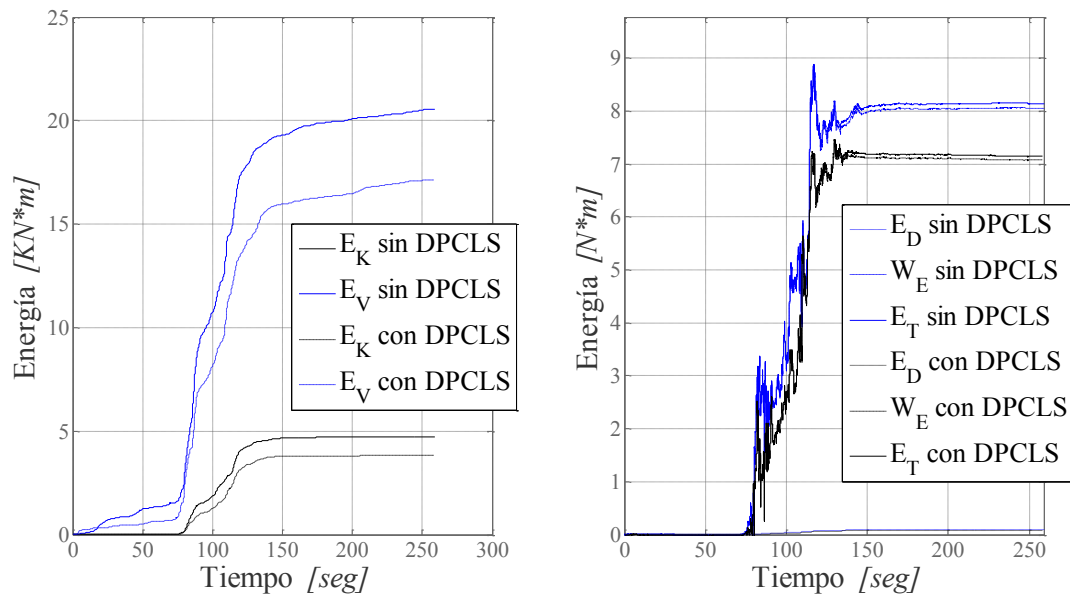
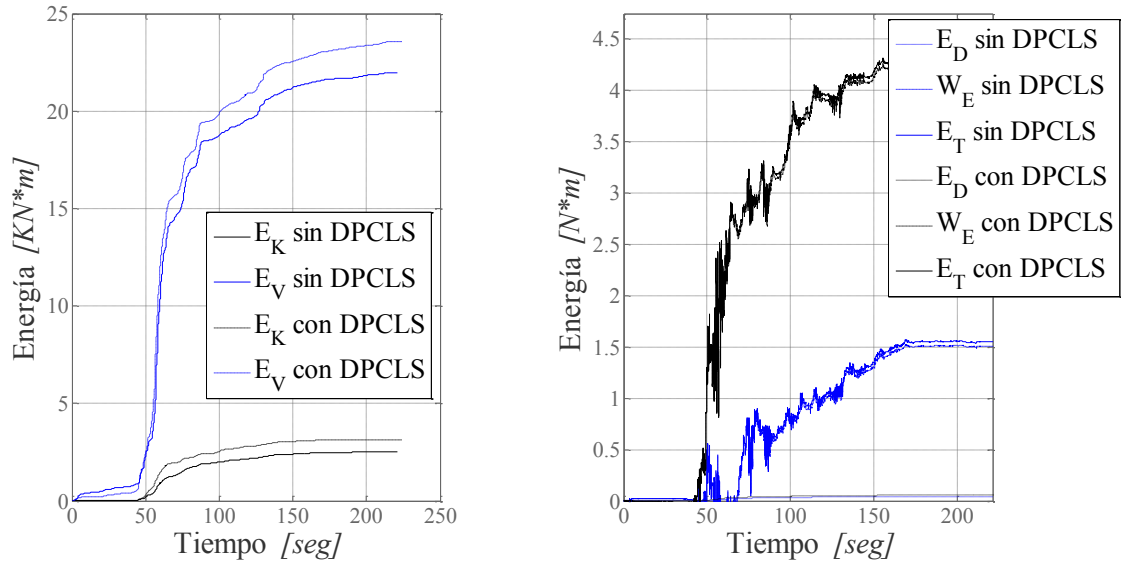


Figura 6-17. Energía del Sistema para cada registro sísmico.

*Concepción 2010*



*Constitución 2010*

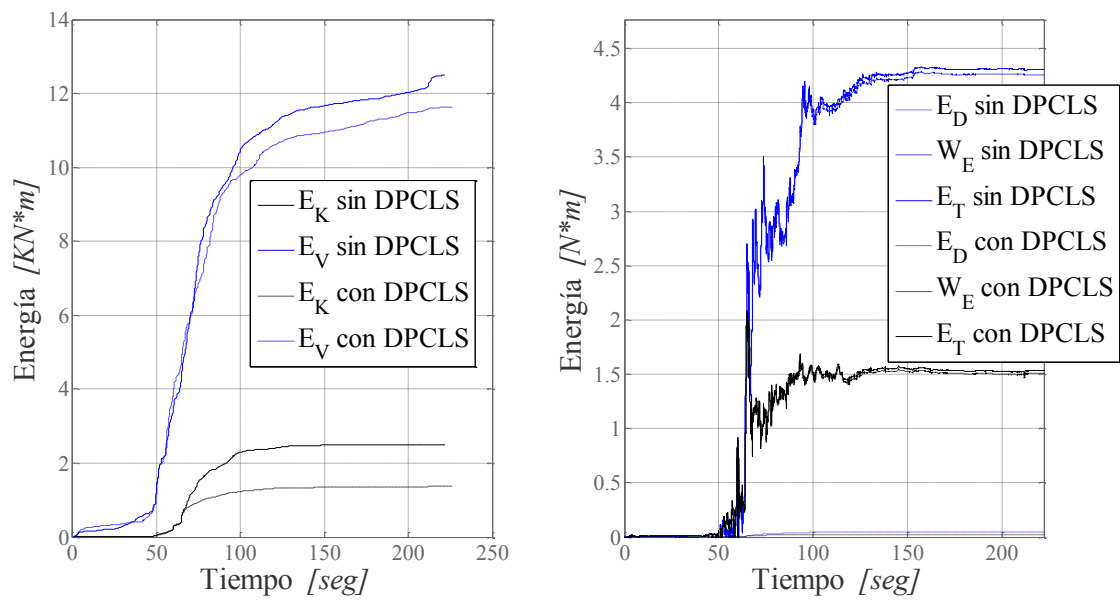
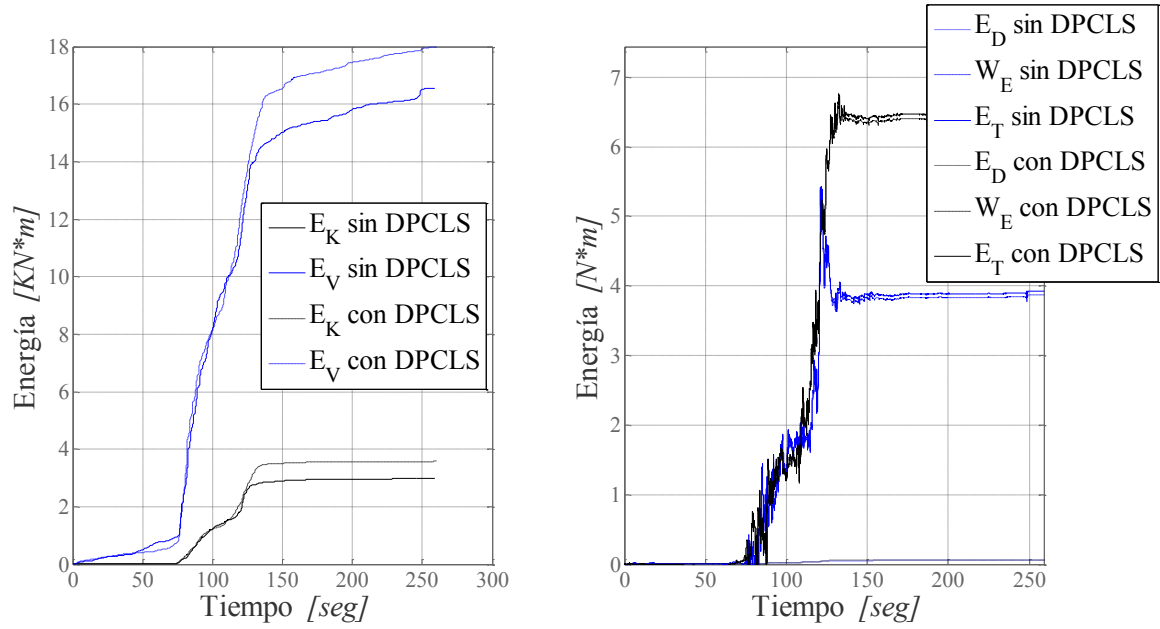


Figura 6-17. Energía del Sistema para cada registro sísmico (Continuación).

Curicó 2010



El Centro 1940

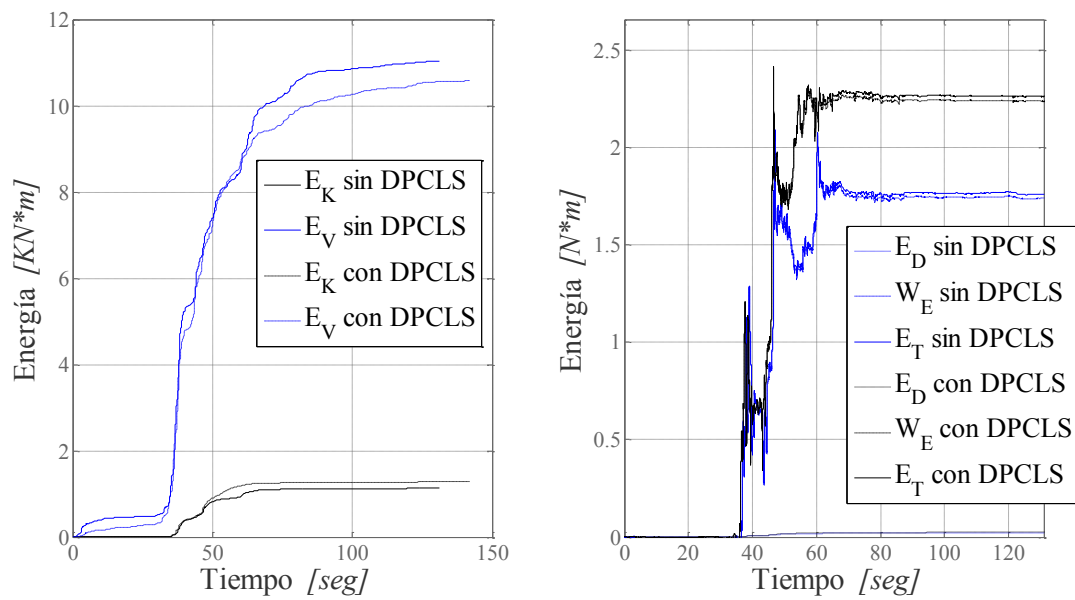
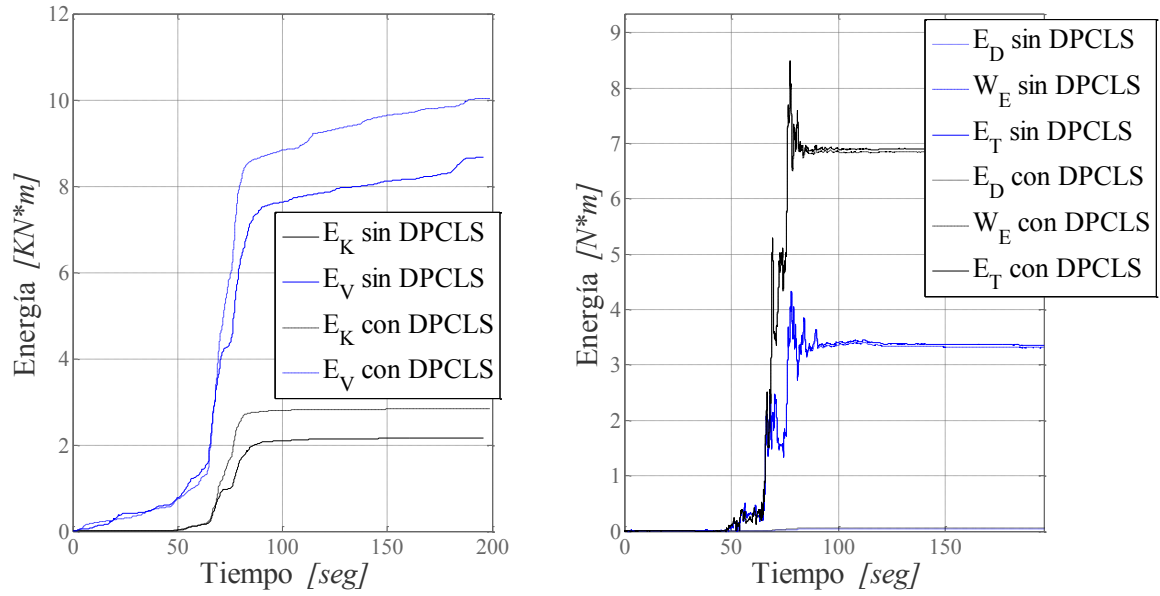


Figura 6-17. Energía del Sistema para cada registro sísmico (Continuación).



*Llolleo 1985*



*Llolleo 2010*

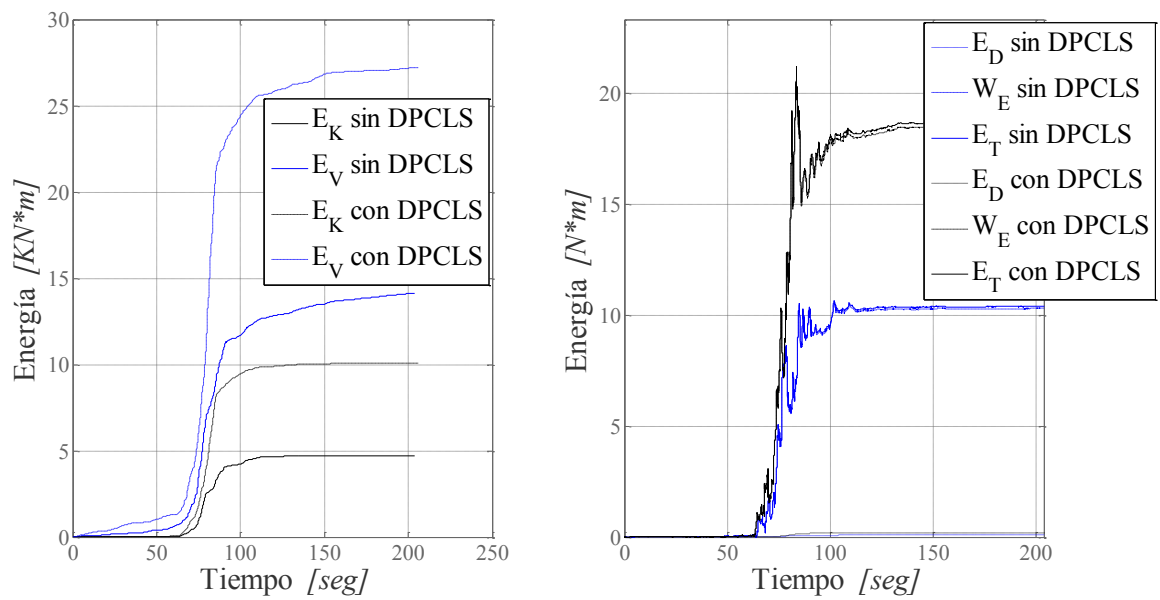
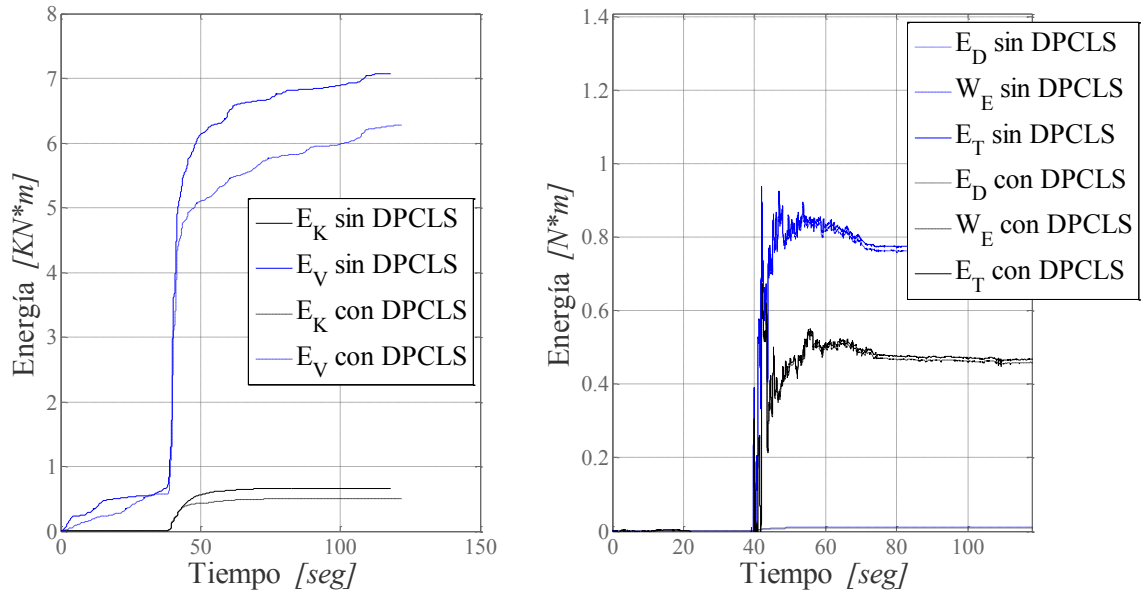


Figura 6-17. Energía del Sistema para cada registro sísmico (Continuación).

*Loma Prieta Gilroy 1989*



*Loma Prieta Yerbabuena 1989*

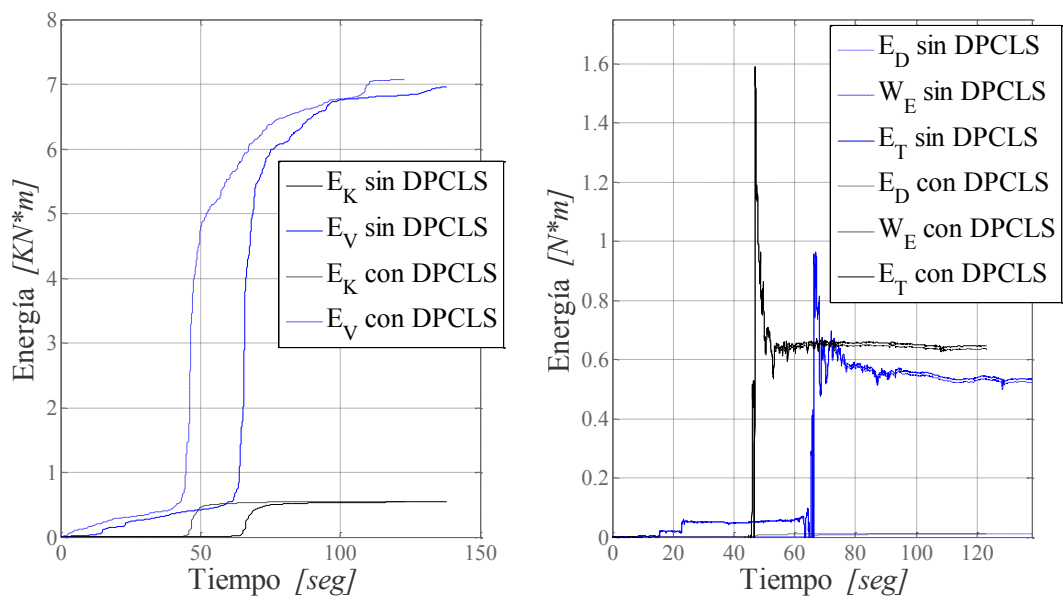
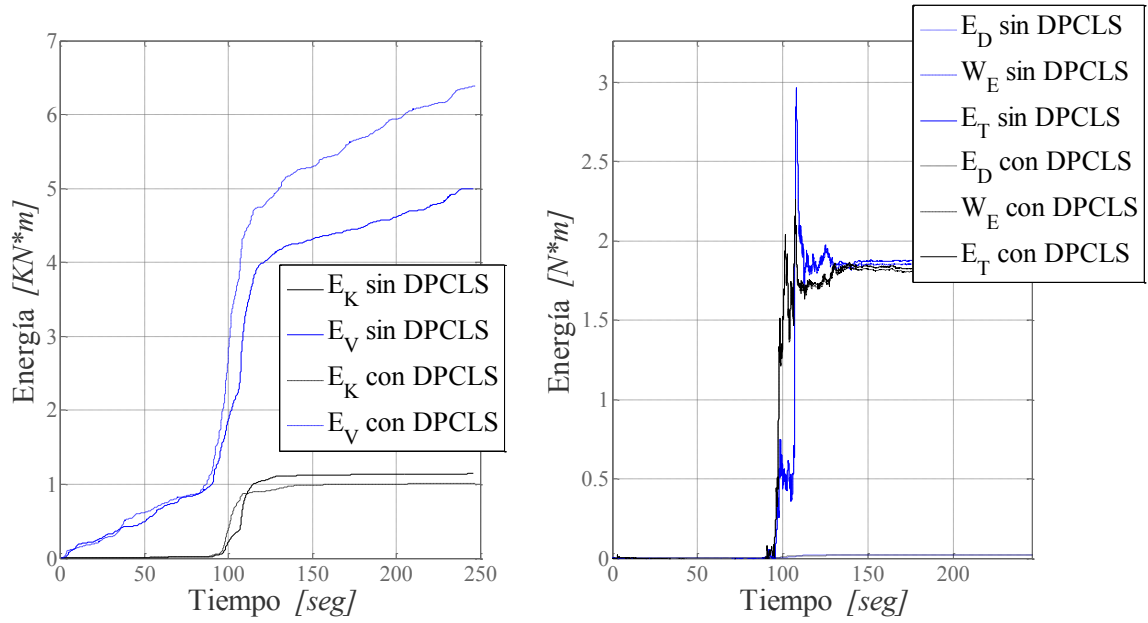


Figura 6-17. Energía del Sistema para cada registro sísmico (Continuación).

Maipú 2010



Northbridge Santa Mónica 1989

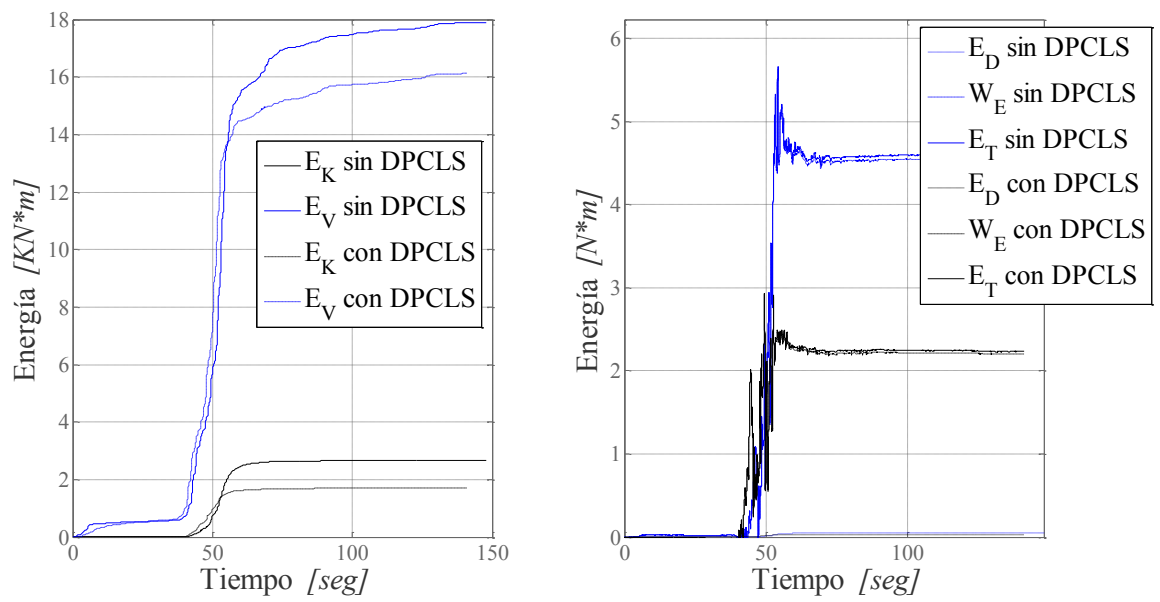
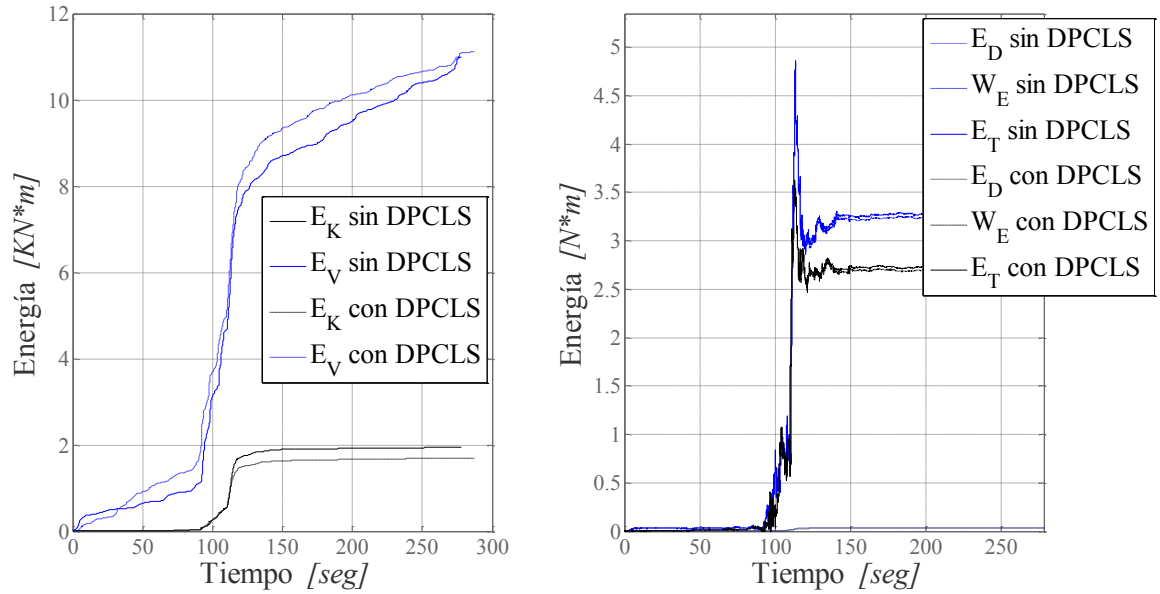


Figura 6-17. Energía del Sistema para cada registro sísmico (Continuación).

*Santiago Centro 2010*



*Talca 2010*

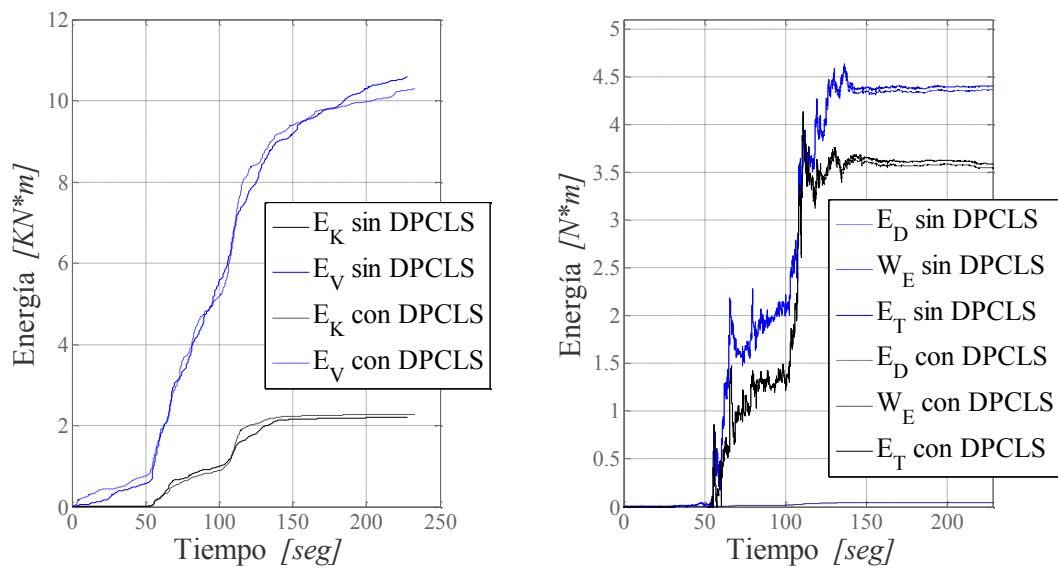
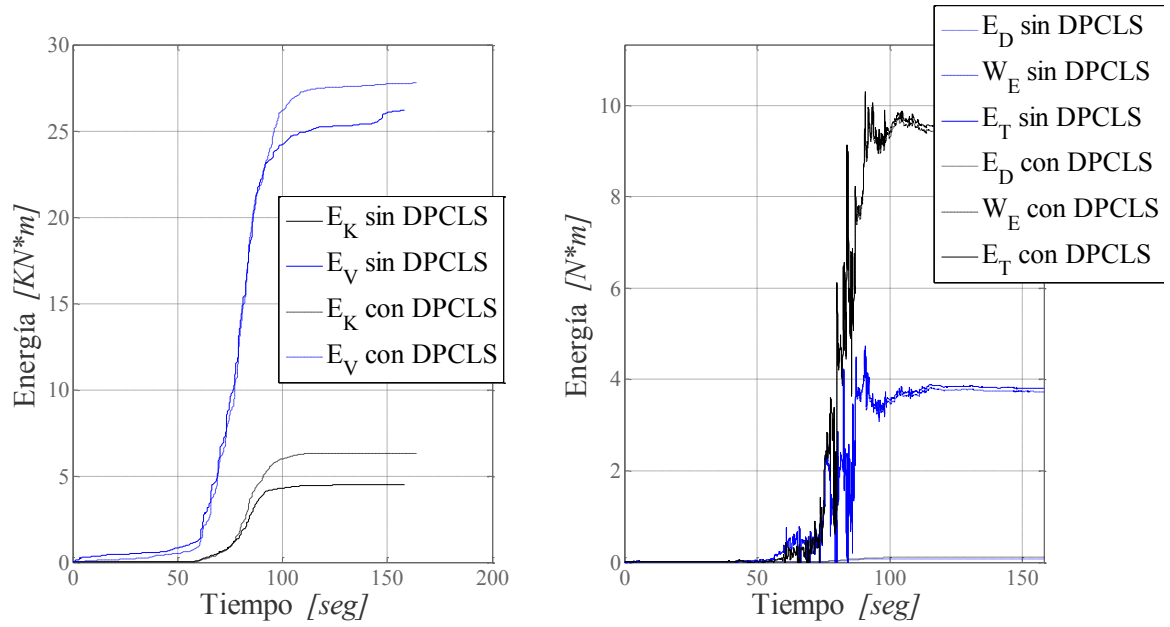


Figura 6-17. Energía del Sistema para cada registro sísmico (Continuación).

Valdivia 2010



Valparaíso 1985

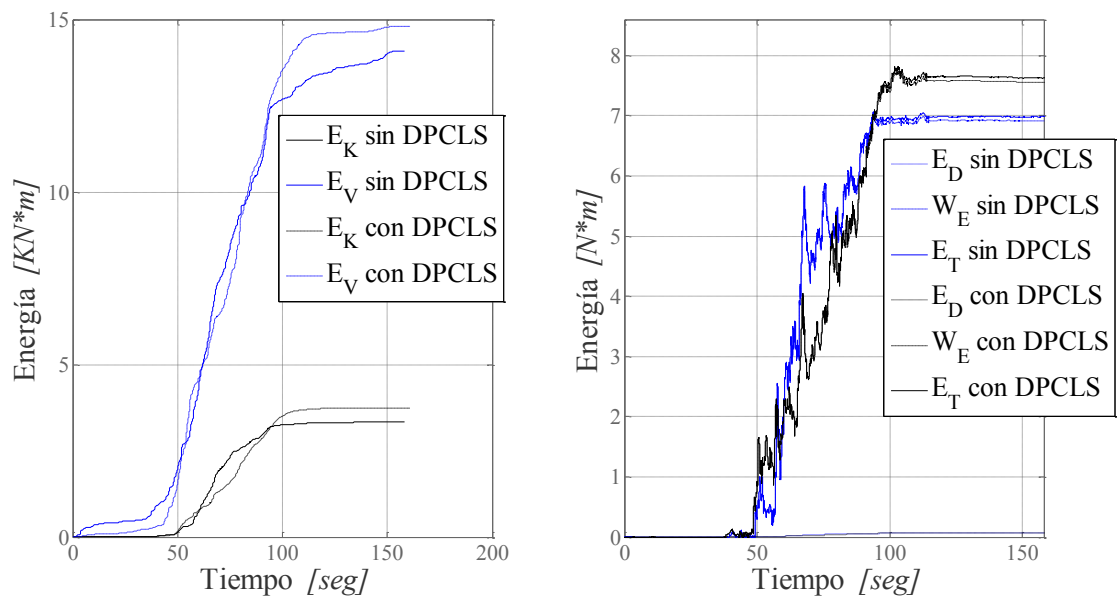
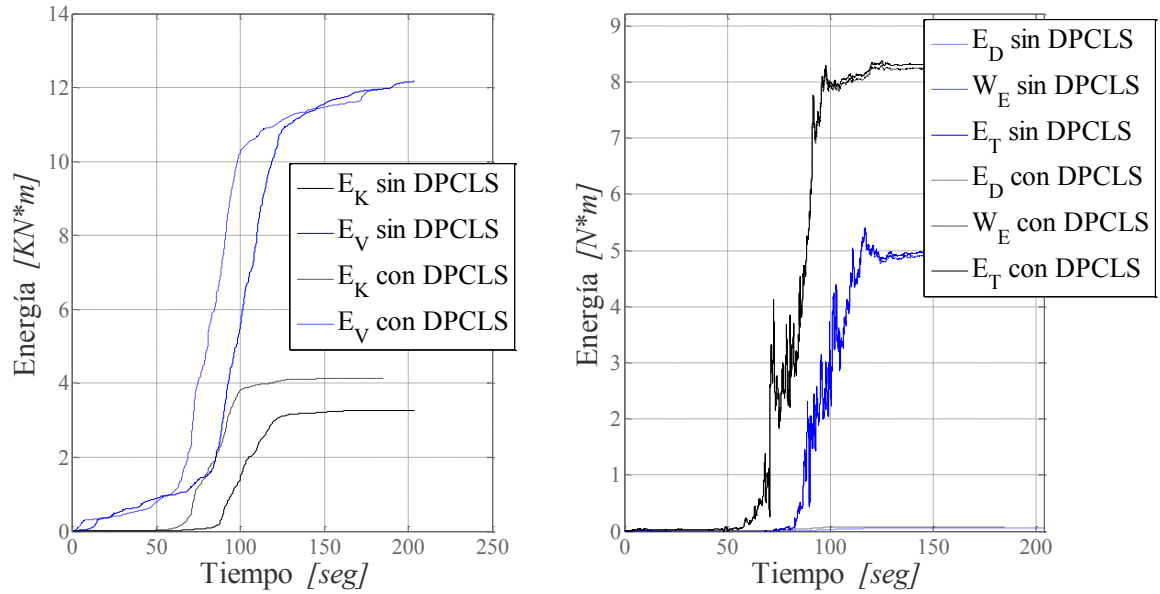


Figura 6-17. Energía del Sistema para cada registro sísmico (Continuación).

Valparaíso Almendral 2010



Valparaíso UTFSM 2010

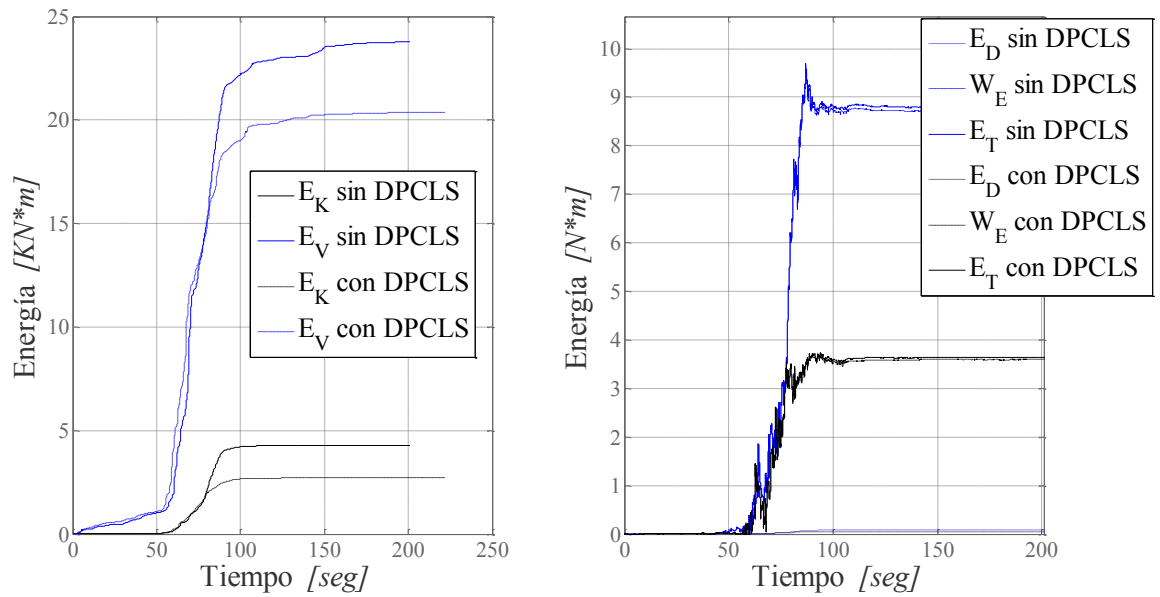
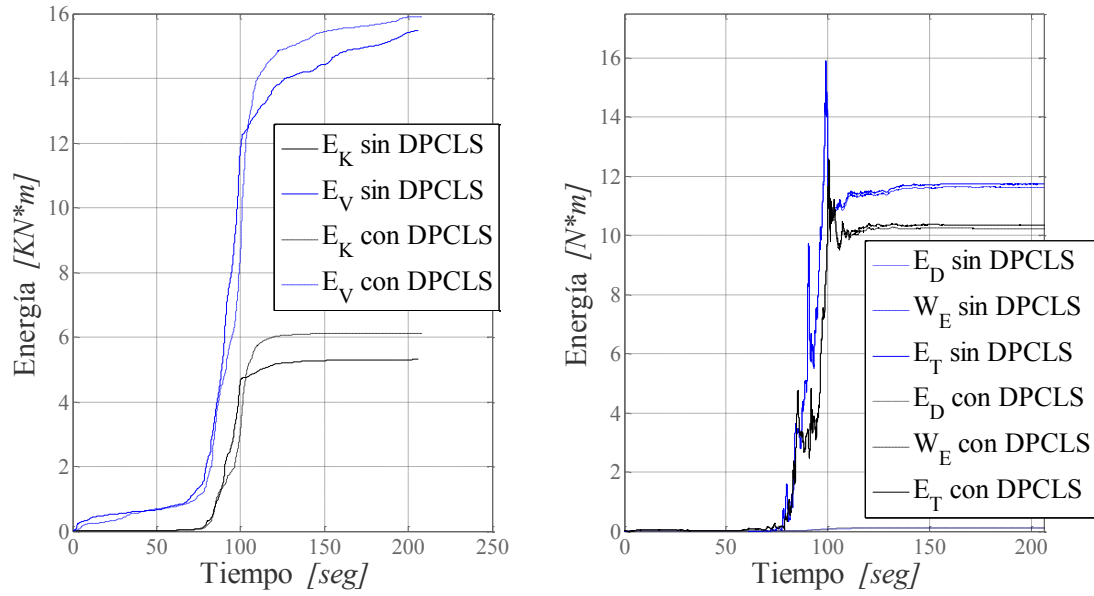


Figura 6-17. Energía del Sistema para cada registro sísmico (Continuación).

*Viña Centro 2010*



*Viña El Salto 2010*

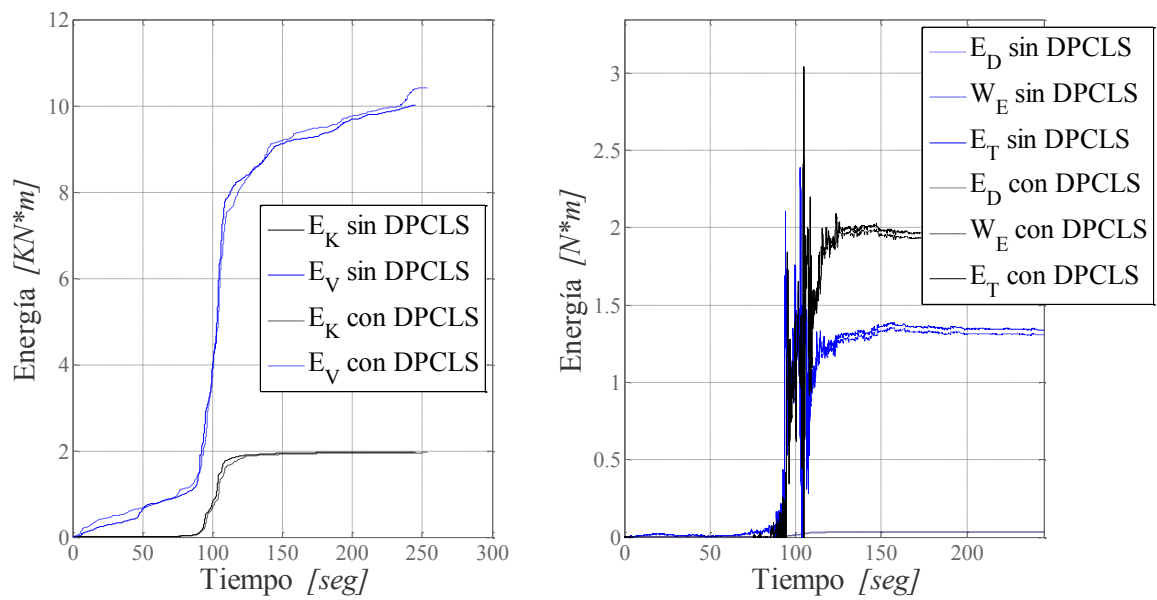


Figura 6-17. Energía del Sistema para cada registro sísmico (Continuación).

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

Paralelamente se realiza un análisis de energía de la respuesta, la Figura 6-17 se presenta gráficos para cada registro realizado, se aprecia que la energía potencial  $E_V$  [ec. (6.6)] y cinética  $E_K$  [ec. (6.5)] muestran una diferencia de magnitudes entre ellas, pero al momento de comparar los casos con y sin disipador, no presentan gran variación, las energías potenciales entre sí y cinéticas entre sí. Por otro lado se logra observar una energía disipativa  $E_D$  [ec. (6.7)] es baja, lo que conlleva a notar que la energía total del sistema  $E_T$  [ec. (6.9)] y el trabajo total  $W_E$  [ec. (6.8)] estimado a partir del sismo, sean similares para los casos en que se tiene y no el DPCLS.

$$E_K = \frac{1}{2} \{\dot{u}_d\}^T [M] \{\dot{u}_d\} \quad (6.5)$$

$$E_V = \frac{1}{2} \{u_d\}^T [K] \{u_d\} \quad (6.6)$$

$$E_D = \int_0^t \{\dot{u}_d\}^T [C] \{\dot{u}_d\} dt \quad (6.7)$$

$$W_E = \int_0^t ([M] \{\ddot{u}_g\})^T \{u_d\} dt \quad (6.8)$$

$$E_T(t) = E_K(0) + E_V(0) + W_E(t) - E_D(t) \quad (6.9)$$

En la Tabla 6-5 y 6-6 se observa la variabilidad de los amortiguamientos equivalentes determinados para cada uno de los registros analizados. Podemos estimar el amortiguamiento equivalente para el primer y segundo modo, por medio de ensayos tipo “pullback o impacto”. Para nuestro caso se ha aplicado un golpe generando una excitación con velocidad inicial, dejando que vibre libremente hasta el equilibrio estático.

Los impactos efectuados intentan abarcar el rango de frecuencias de la estructura estudiada y así sus distintos modos de vibrar. El método de identificación ERA, es realizado con un rango de orden 2 a 150 para usar diagramas de estabilización para determinar estos parámetros. Además se han utilizado combinaciones en relación a la ubicación de los sensores, para incrementar en número de análisis y para descartar información de otros sensores que perjudiquen los resultados más representativos. La combinación del sensor 1 y 2 ubicados en el nivel superior en la



## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

dirección longitudinal (eje fuerte) de la estructura muestran los resultados más estables y por ende más representativos. La Figura 6-19 y 6-20 muestran los diagramas de estabilización de los 6 impactos realizados en distintas zonas de la estructura, los que muestran las frecuencias determinadas en función del orden utilizado. Los resultados de los distintos impactos muestran diferencias, esto se debe a que los impactos realizados no poseen un control mecánico de la fuerza aplicada y por ende tampoco en el contenido de frecuencias. Sin embargo, se establecen las frecuencias con mayor estabilidad, para así obtener el amortiguamiento de la estructura.

En la Tabla 6-7 se muestran los resultados obtenidos de estos ensayos. Como puede apreciarse, el amortiguamiento no varía significativamente en el primer ni segundo modo, lo que concuerda con el objetivo buscado en el diseño de los dispositivos. A su vez notamos que el período de vibrar del segundo modo aumenta con el DPCLS instalado, alcanzando a 0.252[seg]. Lo cual era de esperarse ya que hemos agregado masa al primer nivel de la estructura, lo que se traduce en un incremento de su período. En consecuencia, los subsistemas DPCLS y estructura principal no se encuentran perfectamente acoplados.

Para poder comparar los resultados de los ensayos de la estructura metálica con y sin un disipador incluido, es necesario verificar que los registros de la aceleración de la mesa vibradora sean iguales. La Figura 6-18 muestra la aceleración de mesa en el caso de dos registros usados en la experimentación. Se puede observar que en las dos imágenes tenemos una alta correlación, patrón que se repite en todos los registros.

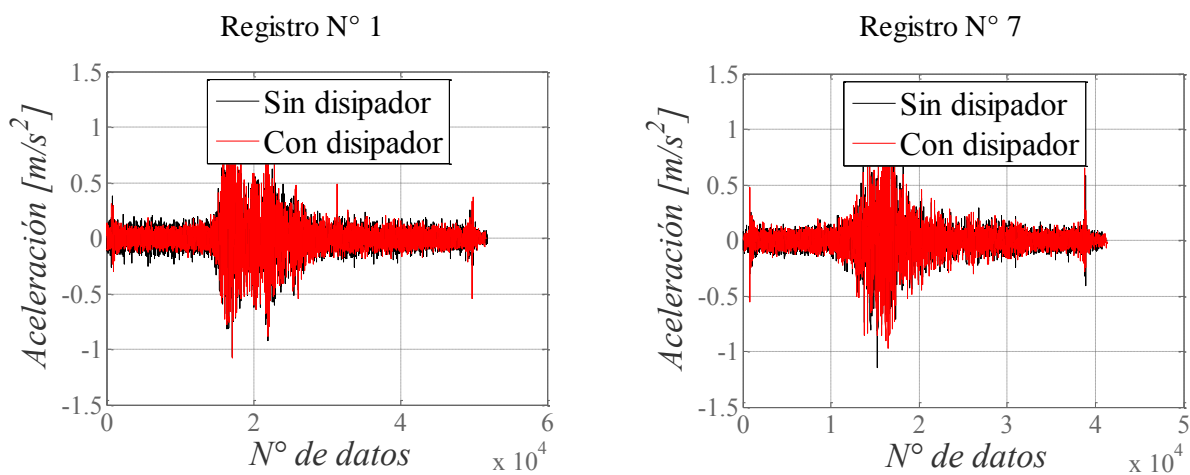


Figura 6-18. Aceleración de mesa, estructura con y sin disipador.

	Registro 1		Registro 2		Registro 3		Registro 4		Registro 5	
	Con	Sin	Con	Sin	Con	Sin	Con	Sin	Con	Sin
$\Sigma Max\{u\} [m]$	0.105	0.127	0.144	0.113	0.088	0.092	0.081	0.090	0.114	0.112
$\Sigma RMS\{u\} [m]$	0.031	0.035	0.028	0.024	0.019	0.023	0.030	0.027	0.030	0.026
$\Sigma Max\{\dot{u}\} [m/s]$	0.725	0.823	0.580	0.475	0.680	0.753	0.614	0.726	0.644	0.617
$\Sigma RMS\{\dot{u}\} [m/s]$	0.224	0.260	0.141	0.111	0.122	0.176	0.213	0.186	0.181	0.162
$\Sigma Max\{\ddot{u}\} [m/s^2]$	7.370	9.676	4.855	3.745	7.061	6.915	6.863	8.264	5.528	5.611
$\Sigma RMS\{\ddot{u}\} [m/s^2]$	2.296	2.971	1.236	0.957	1.261	1.884	2.161	2.022	1.801	1.674
$\Sigma IA\{\ddot{u}\} [m/s]$	23.568	37.179	11.851	8.483	7.494	16.841	20.531	19.366	6.585	6.553
$t_{fuente} [s]$	53.275	50.730	93.075	111.22	56.805	56.350	52.815	57.400	24.120	27.955
$\beta_{eq}$	0.0176	0.0175	0.0189	0.0191	0.0176	0.0172	0.0174	0.0172	0.0123	0.0127
	Registro 6		Registro 7		Registro 8		Registro 9		Registro 10	
	Con	Sin	Con	Sin	Con	Sin	Con	Sin	Con	Sin
$\Sigma Max\{u\} [m]$	0.118	0.111	0.155	0.128	0.115	0.081	0.107	0.102	0.067	0.078
$\Sigma RMS\{u\} [m]$	0.038	0.030	0.049	0.035	0.022	0.019	0.039	0.030	0.018	0.019
$\Sigma Max\{\dot{u}\} [m/s]$	0.797	0.681	1.311	0.993	0.403	0.485	0.707	0.645	0.493	0.619
$\Sigma RMS\{\dot{u}\} [m/s]$	0.313	0.219	0.471	0.305	0.099	0.125	0.185	0.144	0.138	0.171
$\Sigma Max\{\ddot{u}\} [m/s^2]$	8.804	7.655	13.715	10.204	3.815	4.477	5.597	5.011	4.937	6.897
$\Sigma RMS\{\ddot{u}\} [m/s^2]$	3.220	2.402	4.880	3.259	0.940	1.310	1.781	1.403	1.407	1.834
$\Sigma IA\{\ddot{u}\} [m/s]$	18.520	16.100	66.556	33.008	1.696	3.210	2.337	2.546	6.081	7.846
$t_{fuente} [s]$	21.215	33.295	33.180	36.825	23.035	22.180	8.790	15.260	36.635	27.450
$\beta_{eq}$	0.0131	0.0142	0.0124	0.0141	0.0135	0.0129	0.0101	0.0118	0.0136	0.0122

Tabla 6-5. Máximas Respuestas generadas de la estructura CON y SIN disipador (Registros del 1 al 10).

	Registro 11		Registro 12		Registro 13		Registro 14		Registro 15	
	Con	Sin	Con	Sin	Con	Sin	Con	Sin	Con	Sin
$\Sigma Max\{u\}$ [m]	0.136	0.151	0.080	0.089	0.064	0.058	0.160	0.134	0.095	0.092
$\Sigma RMS\{u\}$ [m]	0.048	0.049	0.023	0.025	0.019	0.017	0.051	0.044	0.029	0.033
$\Sigma Max\{\ddot{u}\}$ [m/s]	0.691	0.880	0.652	0.745	0.556	0.470	1.125	0.899	0.628	0.688
$\Sigma RMS\{\ddot{u}\}$ [m/s]	0.246	0.322	0.173	0.203	0.145	0.139	0.357	0.253	0.230	0.238
$\Sigma Max\{\ddot{u}\}$ [m/s <sup>2</sup> ]	5.680	8.368	7.274	7.536	6.421	5.086	8.923	7.783	6.890	8.039
$\Sigma RMS\{\ddot{u}\}$ [m/s <sup>2</sup> ]	2.235	3.289	1.795	2.265	1.541	1.610	3.277	2.200	2.403	2.626
$\Sigma IA\{\ddot{u}\}$ [m/s]	6.790	14.887	9.963	13.761	14.916	17.272	27.480	16.823	24.462	24.738
$t_{fuerte}$ [s]	16.225	16.325	36.950	32.130	75.210	80.480	30.695	41.840	50.600	42.930
$\beta_{eq}$	0.0124	0.0133	0.0169	0.0160	0.0181	0.0185	0.0158	0.0172	0.0175	0.0171
	Registro 16		Registro 17		Registro 18		Registro 19			
	Con	Sin	Con	Sin	Con	Sin	Con	Sin	Con	Sin
$\Sigma Max\{u\}$ [m]	0.032	0.032	0.038	0.047	0.044	0.037	0.030	0.028		
$\Sigma RMS\{u\}$ [m]	0.757	0.639	0.647	0.850	1.118	1.066	0.743	0.694		
$\Sigma Max\{\ddot{u}\}$ [m/s]	0.261	0.240	0.234	0.321	0.392	0.333	0.190	0.182		
$\Sigma RMS\{\ddot{u}\}$ [m/s]	7.896	6.350	6.035	8.681	11.312	11.179	6.084	6.399		
$\Sigma Max\{\ddot{u}\}$ [m/s <sup>2</sup> ]	2.601	2.419	2.330	3.345	4.003	3.517	1.640	1.745		
$\Sigma RMS\{\ddot{u}\}$ [m/s <sup>2</sup> ]	24.482	19.577	14.452	27.329	39.089	36.181	7.159	8.858		
$\Sigma IA\{\ddot{u}\}$ [m/s]	43.175	39.730	31.675	29.015	29.045	34.570	32.155	35.365		
$t_{fuerte}$ [s]	21.215	33.295	33.180	36.825	23.035	22.180	8.790	15.260		
$\beta_{eq}$	0.0108	0.0121	0.0165	0.0168	0.0122	0.0122	0.0098	0.010		

Tabla 6-6. Máximas Respuestas generadas de la estructura CON y SIN disipador (Registros del 11 al 19).

CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

		<i>Frecuencia [Hz]</i>	<i>Amortiguamiento [%]</i>
Sin Disipador	Modo 1	1.842	1.79
	Modo 2	4.065	1.08
Con Disipador	Modo 1	1.956	Indefinido
	Modo 2	3.965	[0.5 – 3.5]

Tabla 6-7. Frecuencias y Amortiguamiento de la estructura CON y SIN disipador.

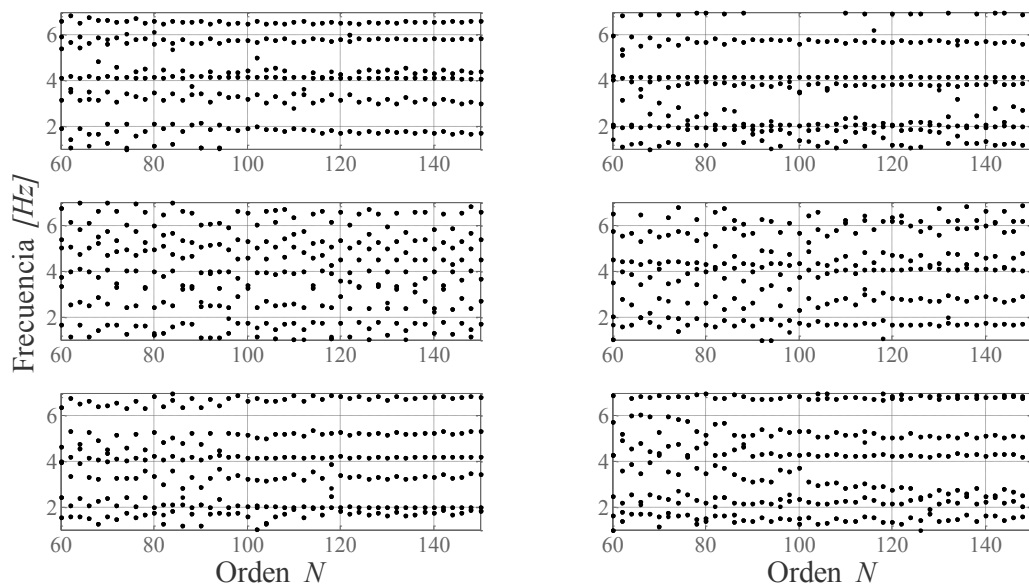


Figura 6-19. Diagrama de Estabilización de la Frecuencia de la Estructura Principal.

Del diagrama de estabilización para los amortiguamientos (Figura 6-20) de los 6 impactos realizados a la estructura, para la frecuencia de interés la cual es 4 Hz se observa un rango de valores de amortiguamientos para el modo 2, los cuales se muestran en la Tabla 6-7.

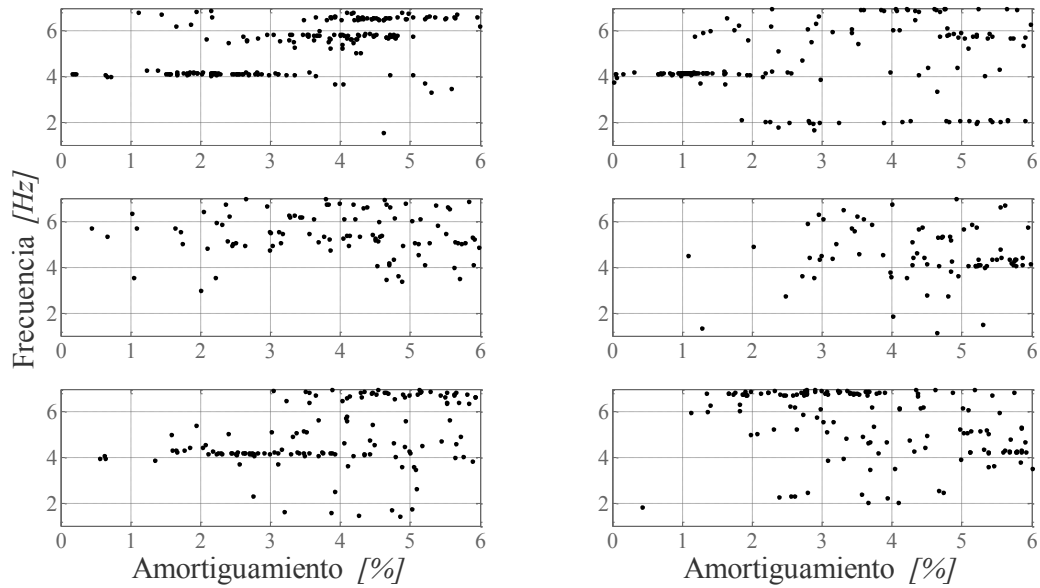


Figura 6-20. Diagrama de estabilización de la estructura principal de la frecuencia y amortiguamiento.

Volviendo ahora al disipador de columna líquida sintonizada, analizamos la velocidad de la superficie libre de líquido, con el fin de establecer si el flujo se encuentra en su mayor parte del tiempo en régimen turbulento. Esto último nos permite validar la hipótesis supuesta para el comportamiento de flujo, según la cual la fuerza opuesta por el angostamiento central, y efectos tales como la fricción y el cambio de dirección del flujo en los codos, es proporcional al cuadrado de la velocidad.

Para ello el desplazamiento de la superficie libre de líquido ha sido registrado por medio de una cámara digital, dispositivo que nos permite registrar el movimiento oscilatorio de la superficie libre de líquido. Registrando a una razón de 30 FPS (frames per second) obtenemos la serie de tiempo correspondiente a la superficie libre de líquido. La determinación de la velocidad de la superficie libre se realiza de manera análoga que en §6.1. Considerando la fase de movimiento fuerte para el nivel inferior (nivel en donde se ubica el disipador) definimos el parámetro  $\bar{T}$  (ecuación 6.4), con el cual determinamos, en términos relativos, el tiempo durante el cual el régimen de flujo es turbulento.

$$\bar{T} = \frac{t_{turb}}{T_f} \quad (6.10)$$

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

En donde  $T_f$  corresponde a la duración de movimiento fuerte para el nivel superior, y  $t_{turb}$  es el tiempo durante el cual el valor absoluto de la velocidad de la superficie libre de líquido es superior a  $v_{lim}$  (ec. 6.2). En la Figura 6-21 se muestran las series de tiempo correspondientes a la velocidad de la superficie libre de líquido dentro de la zona de movimiento fuerte del nivel donde se ubica el dissipador.

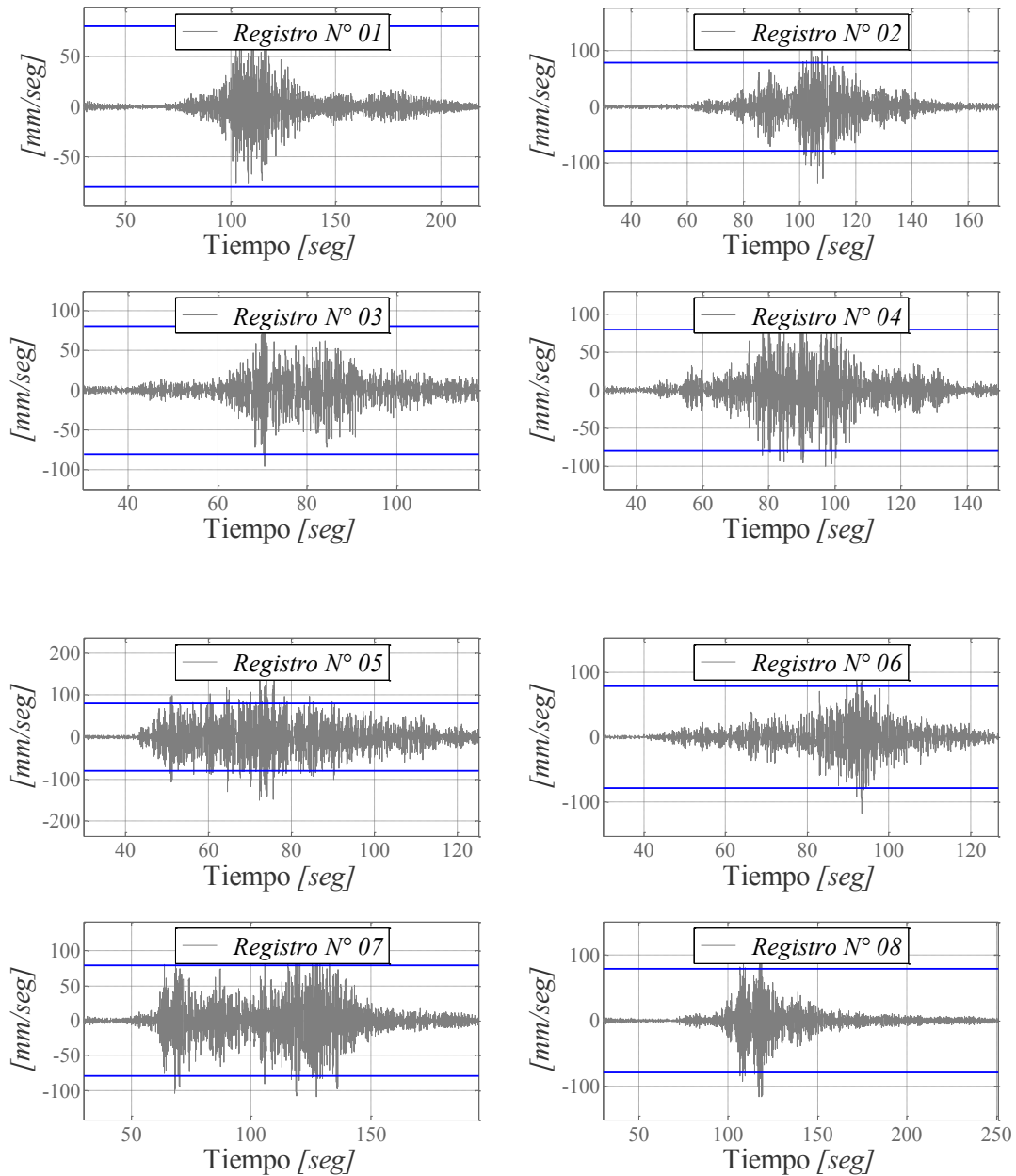


Figura 6-21. Nivel de Turbulencia de registros sísmicos.

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

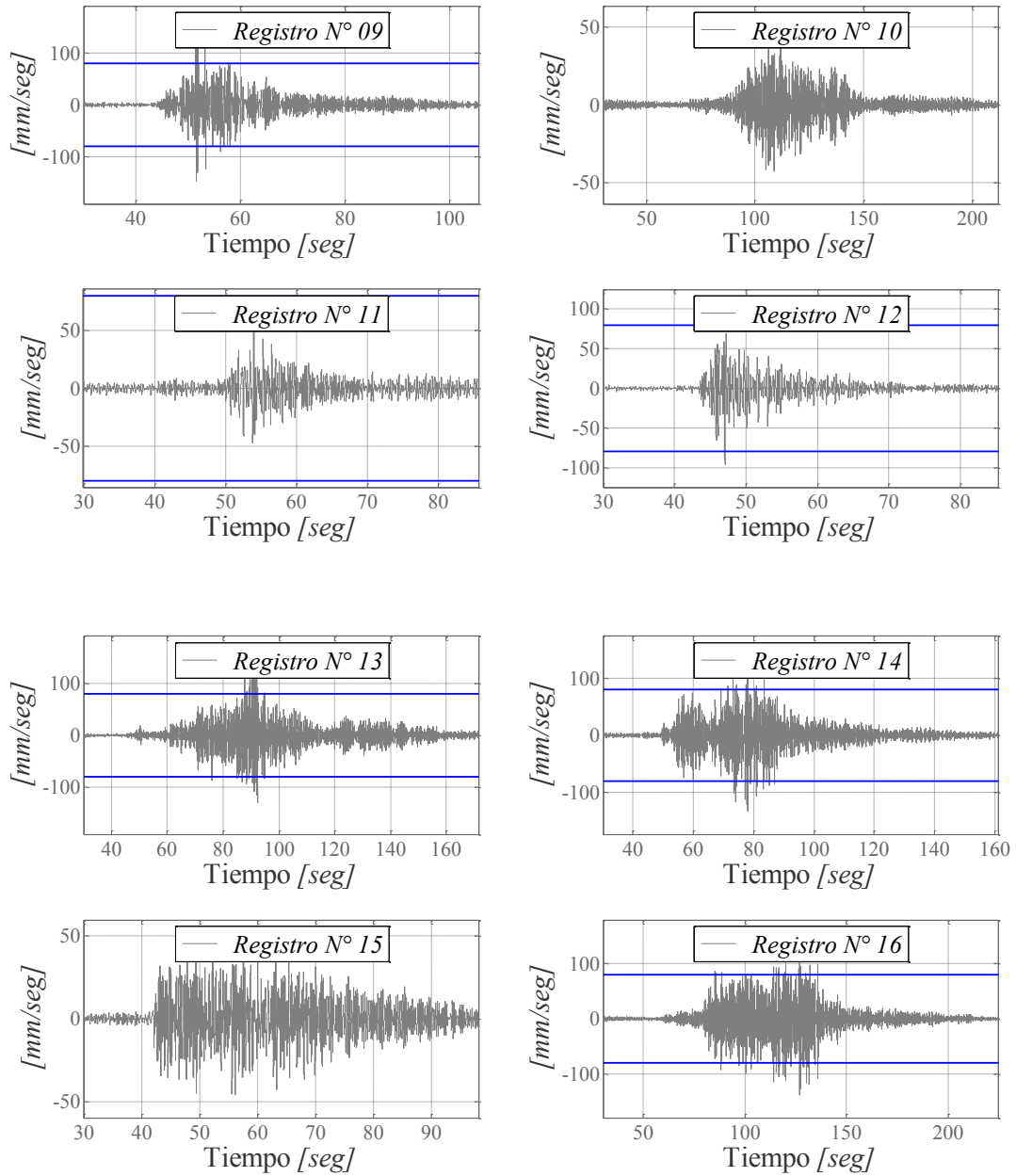


Figura 6-21. Nivel de Turbulencia de registros sísmicos (Continuación).

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

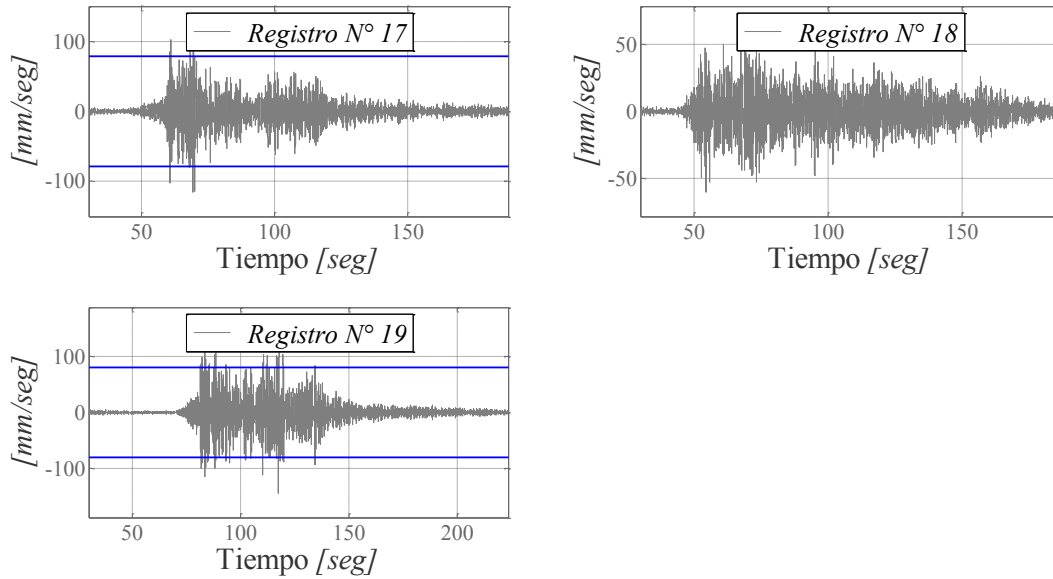


Figura 6-21. Nivel de Turbulencia de registros sísmicos (Continuación).

Se observa que en la mayoría de los registros se está dentro del rango de la velocidad límite, lo cual indica que los registros no se encuentran en un régimen turbulento.

En la Tabla 6-8 se presentan los valores de  $\bar{T}$  para cada uno de los registros analizados:

Registro	$T_f$ [seg]	$t_{turb}$ [seg]	$\bar{T}$ [%]
1	53.40	0.00	0.00
2	93.72	0.03	0.04
3	57.32	0.00	0.00
4	53.28	0.00	0.00
5	24.15	0.50	2.07
6	19.25	0.00	0.00
7	33.27	0.00	0.00
8	24.77	0.00	0.00
9	9.94	0.13	1.34
10	37.50	0.00	0.00
11	16.81	0.00	0.00



## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

Registro	$T_f$ [seg]	$t_{turb}$ [seg]	$\bar{T}$ [%]
12	38.11	0.00	0.00
13	75.82	0.27	0.35
14	30.85	0.13	0.43
15	50.77	0.00	0.00
16	43.23	0.07	0.15
17	31.80	0.00	0.00
18	29.04	0.00	0.00
19	32.95	0.07	0.20

Tabla 6-8. Porcentaje de tiempo de turbulencia para los registros.

Los valores para el tiempo turbulencia no superan el 2% en relación al tiempo fuerte de los sismos aplicados, lo cual complementa lo visto en la Figura 6-21.

En las Figuras 6-22 a 6-28, se comparan en términos relativos las máximas respuestas del modelo con y sin disipadores. Las notaciones utilizadas son:

1.  $\sum \max\{r\}$ : Sumatoria sobre todos los niveles, del máximo valor de la respuesta  $r$ , para la estructura original.
2.  $\sum \max\{r\}_D$ : Sumatoria sobre todos los niveles, del máximo valor de la respuesta  $r$ , para la estructura con disipador.
3.  $\sum Arias$ : Sumatoria sobre todos los niveles, de la intensidad de Arias, para la estructura original.
4.  $\sum Arias_D$ : Sumatoria sobre todos los niveles, de la intensidad de Arias, para la estructura con disipador.
5.  $\sum RMS$ : Sumatoria sobre todos los niveles, del RMS, para la estructura original.
6.  $\sum RMS_D$ : Sumatoria sobre todos los niveles, del RMS, para la estructura con disipador.

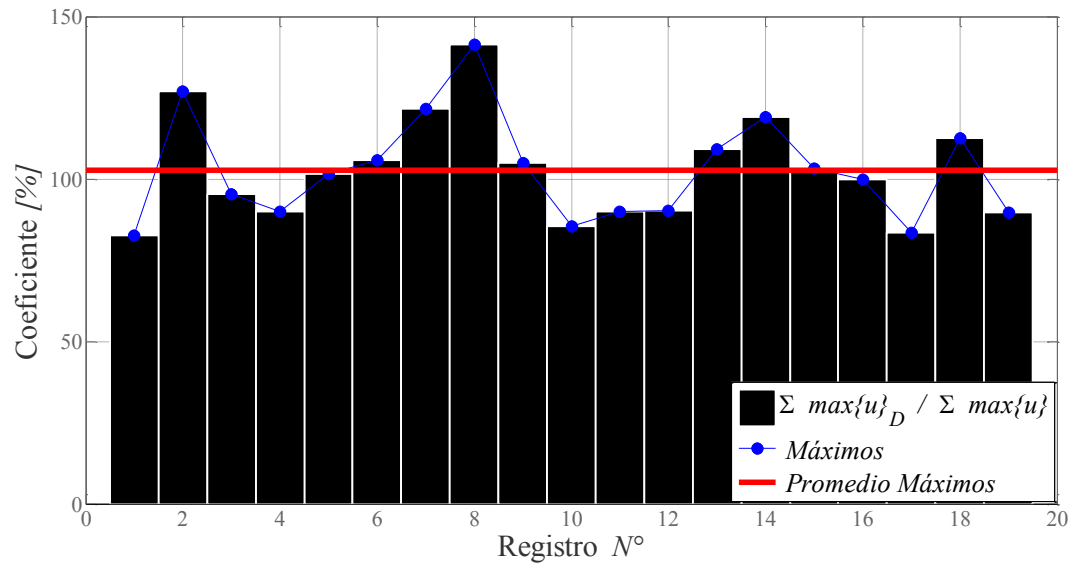


Figura 6-22. Relación de máximo desplazamiento de estructura con y sin disipador.

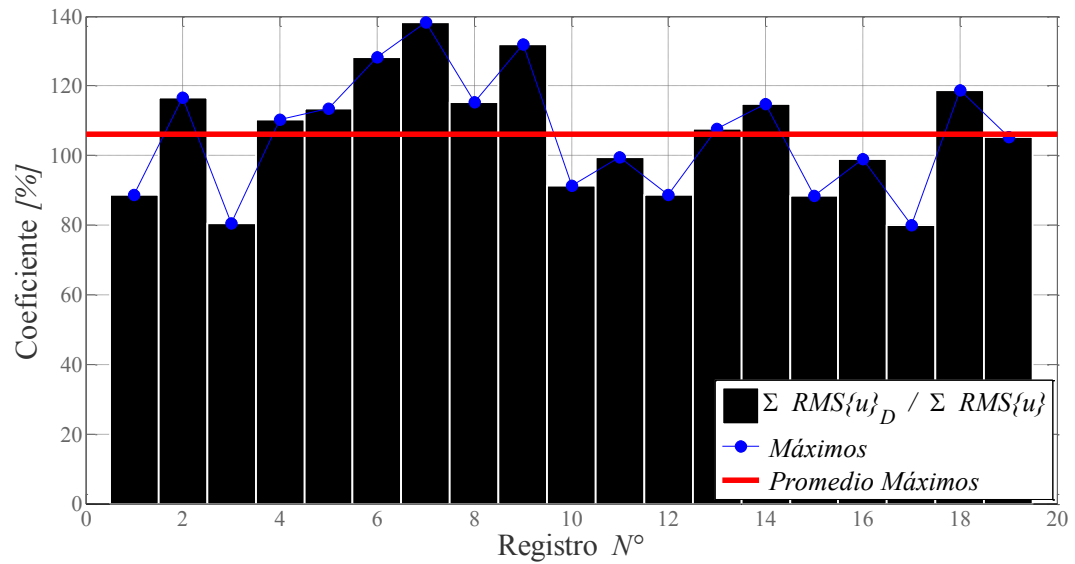


Figura 6-23. Relación RMS del desplazamiento de estructura con y sin disipador.

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

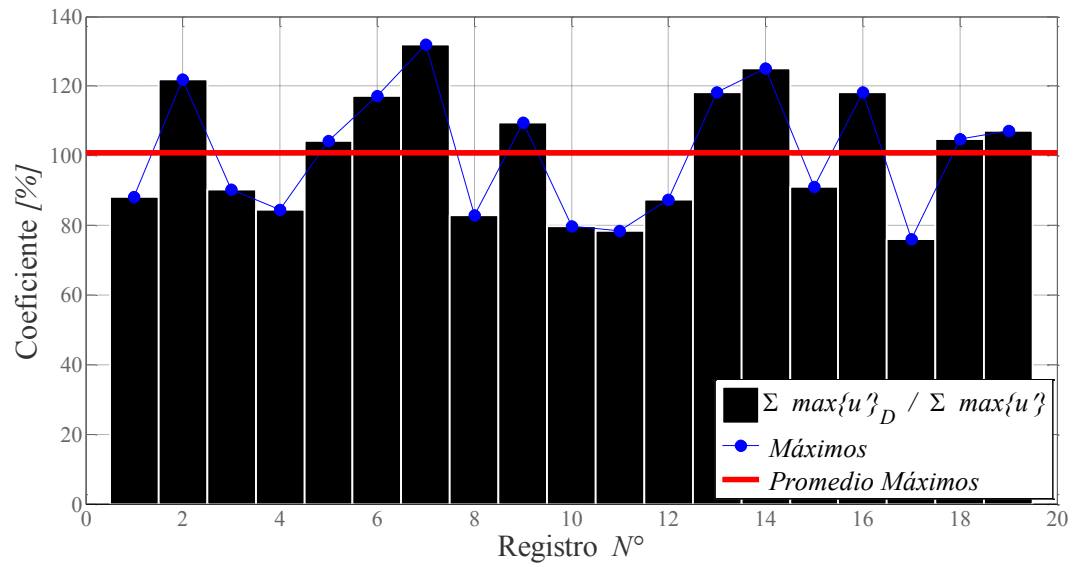


Figura 6-24. Relación de máxima velocidad de estructura con y sin disipador.

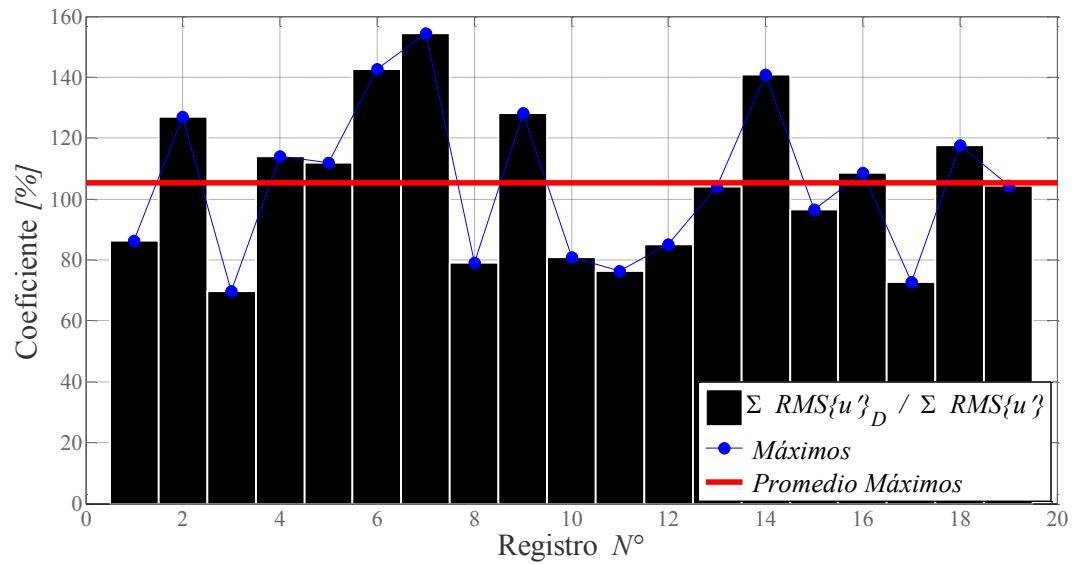


Figura 6-25. Relación RMS de velocidad de estructura con y sin disipador.

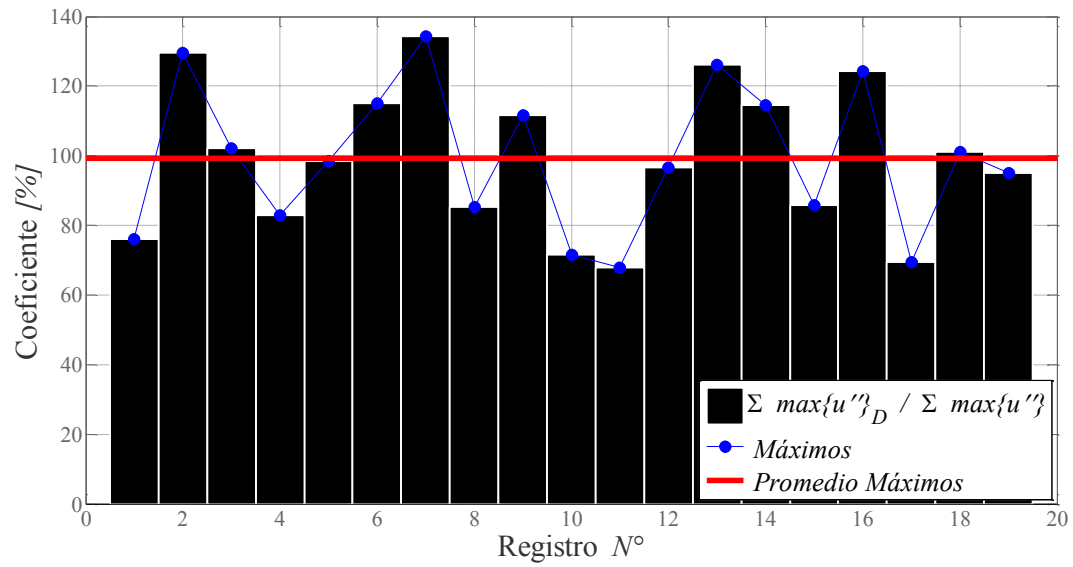


Figura 6-26. Relación de máxima aceleración de estructura con y sin disipador.

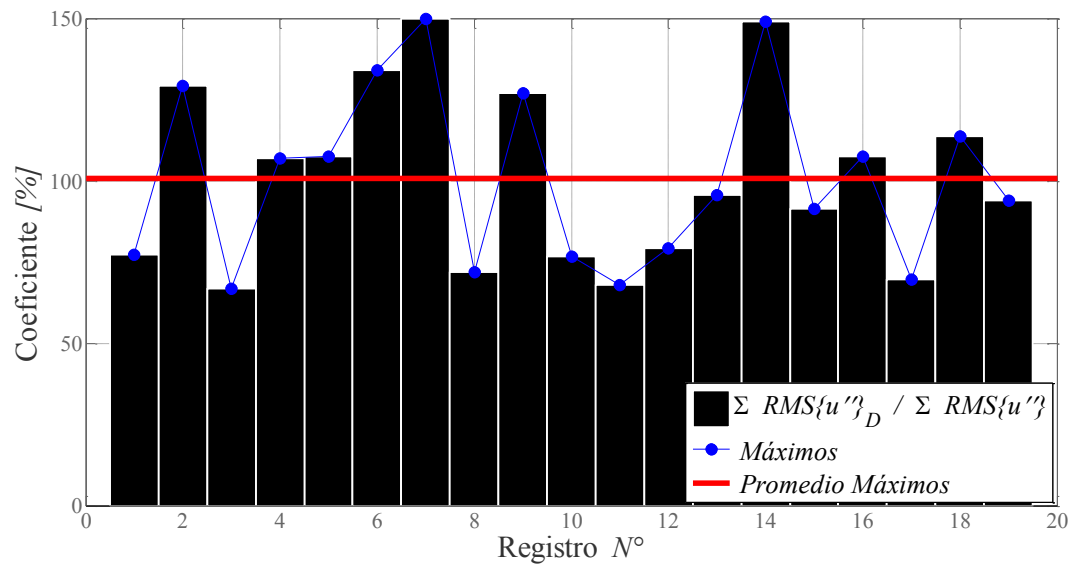


Figura 6-27. Relación RMS de aceleración de estructura con y sin disipador.

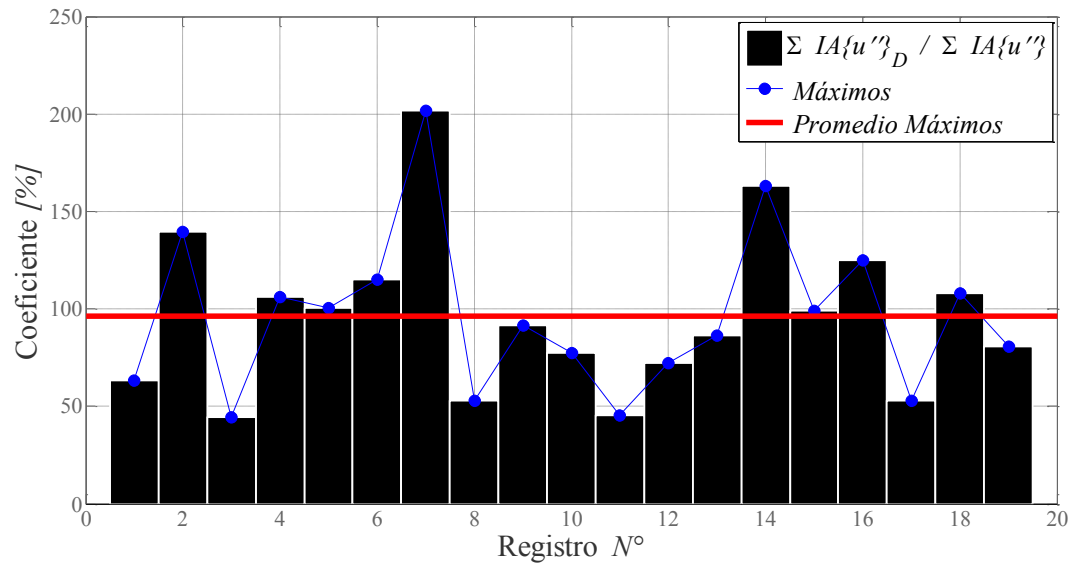


Figura 6-28. Relación de Intensidad de Arias de estructura con y sin disipador.

A partir de las figuras anteriores, se puede apreciar que las reducciones en las respuestas son menores, reduciendo sus valores en algunos registros, pero amplificándolos en otros. Se ha graficado el valor promedio del coeficiente de las respuestas máximas entre la estructura con disipador y sin disipador y se aprecia que este no muestra variaciones importantes, estando siempre cercana al 100%. Dentro de las condiciones más importantes que deben cumplir los disipadores sintonizados para que surtan efecto, es la capacidad de alcanzar su estado de resonancia. En registros cuya duración de movimiento fuerte es demasiado pequeña, no existe tiempo suficiente para que los dispositivos alcancen dicha condición, la otra condición perjudicial es el bajo desplazamiento del líquido del disipador impidiendo el acoplo con la estructura primaria, y por ende ejercer la fuerza necesaria opuesta al movimiento de la estructura.

Finalmente, en la Figura 6-29, se presentan las series de tiempo registradas experimentalmente y la estimación teórica del desplazamiento del nivel superior. La estimación teórica de la respuesta se obtiene a partir de los modelos analíticos desarrollados en el Capítulo II, para disipador de columna líquida sintonizada, junto con las rigideces y amortiguamientos estimados experimentalmente para la estructura a controlar, en el Capítulo V. La respuesta se ha determinado en base a la formulación espacio estado, mediante la cual es posible analizar sistemas no clásicamente amortiguados. Se puede apreciar que la correspondencia entre la

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

respuesta medida, y la simulada, es bastante cercana, mostrando una correlación de los datos entre un 66% a un 84%

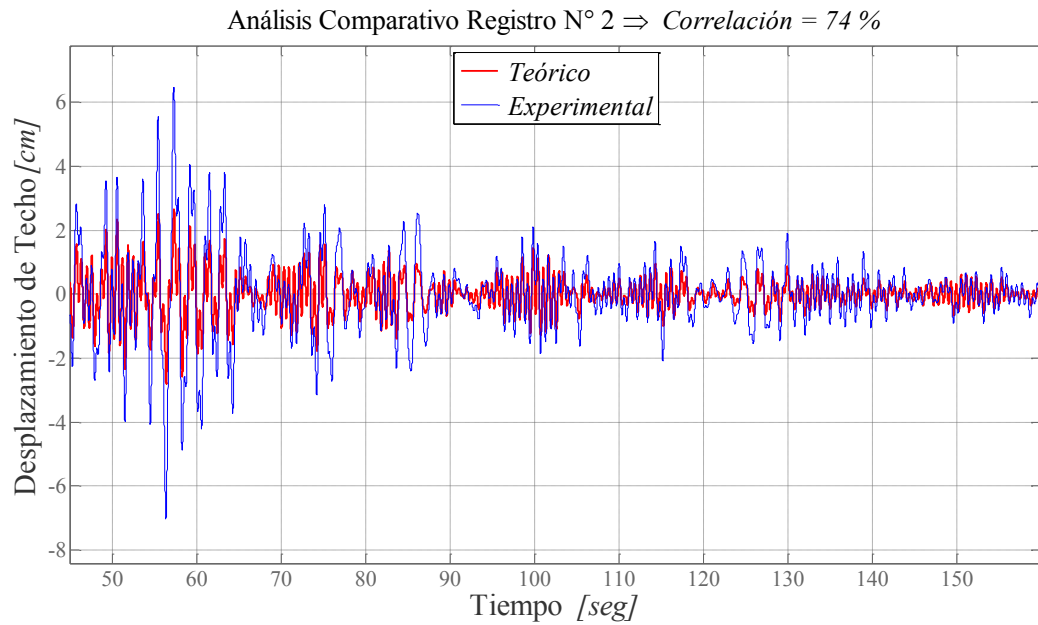
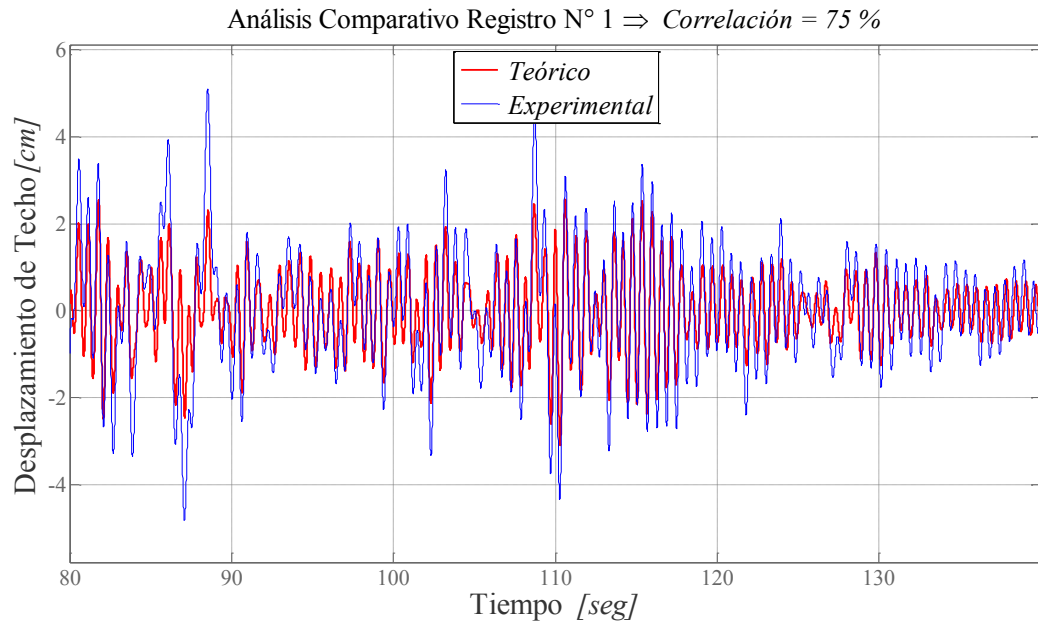


Figura 6-29. Comparación de Respuesta teórica y experimental de la estructura primaria.

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

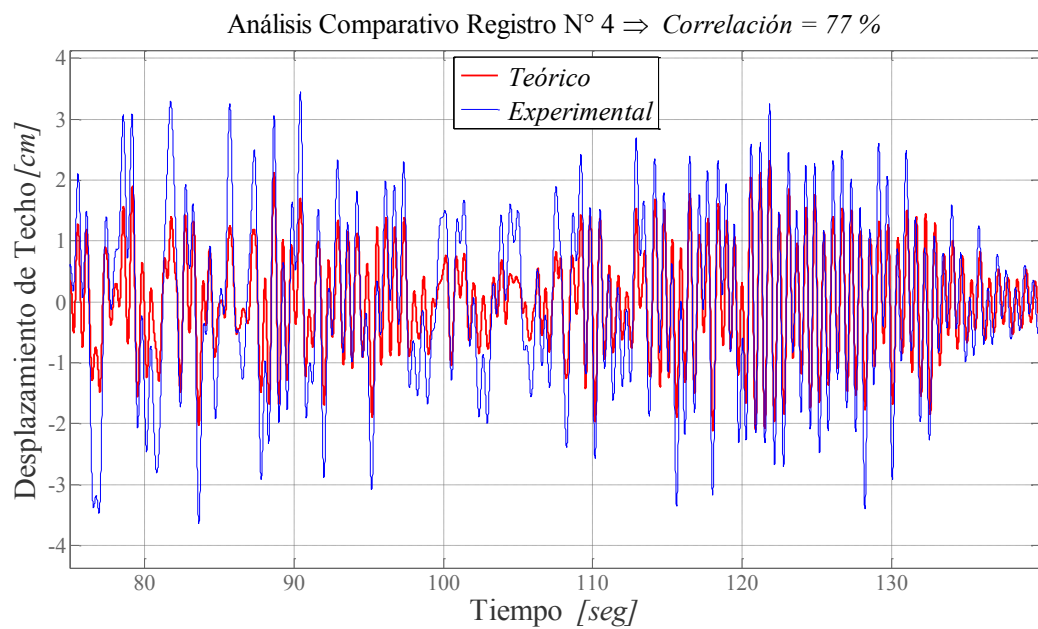
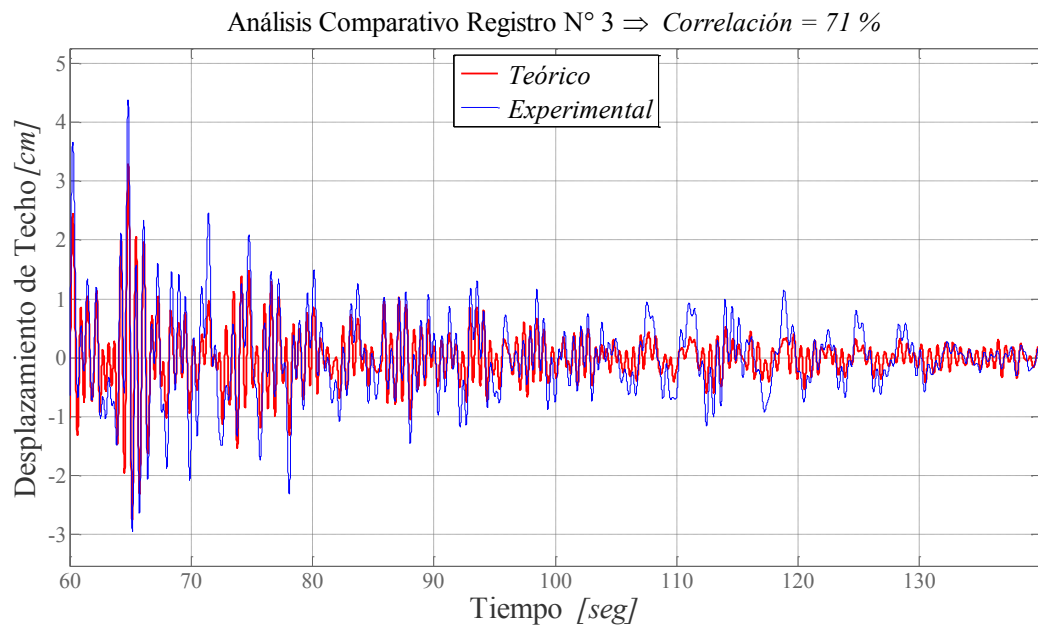


Figura 6-29. Comparación de Respuesta teórica y experimental de la estructura primaria (Continuación).

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

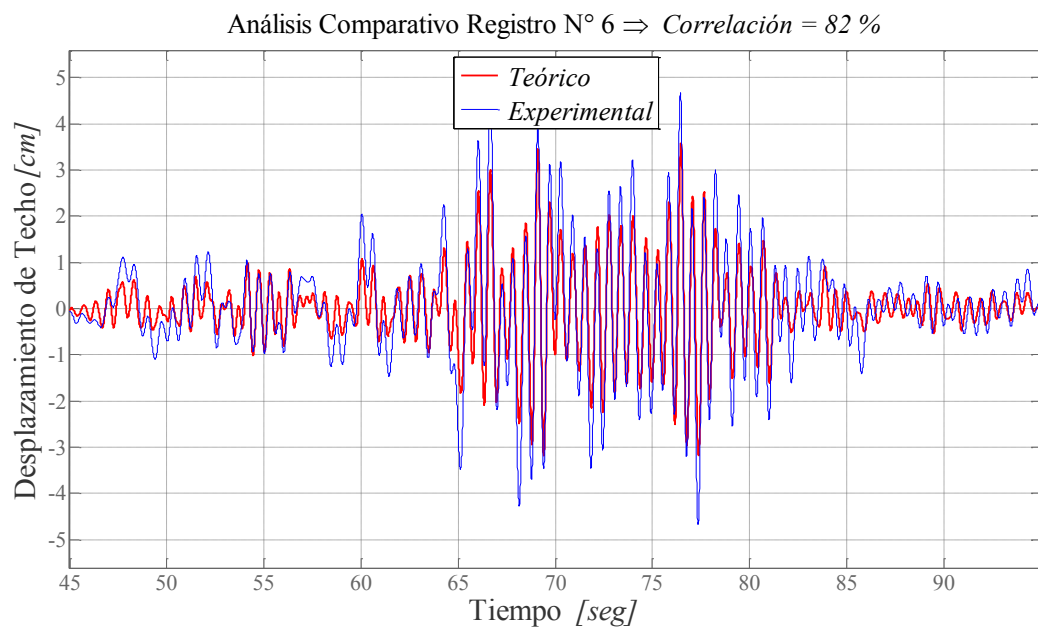
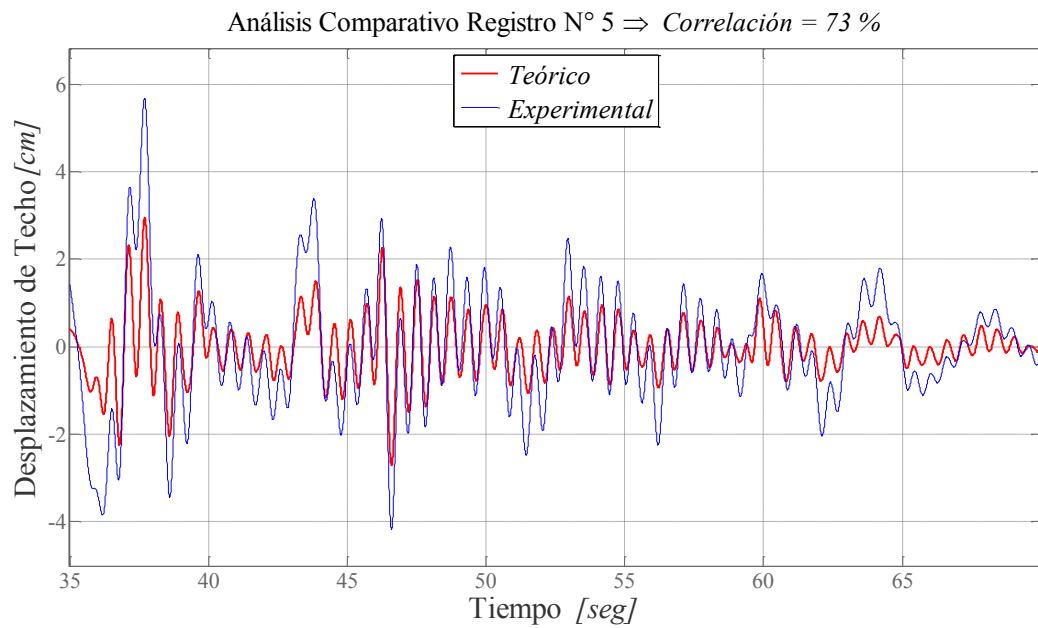


Figura 6-29. Comparación de Respuesta teórica y experimental de la estructura primaria (Continuación).



## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

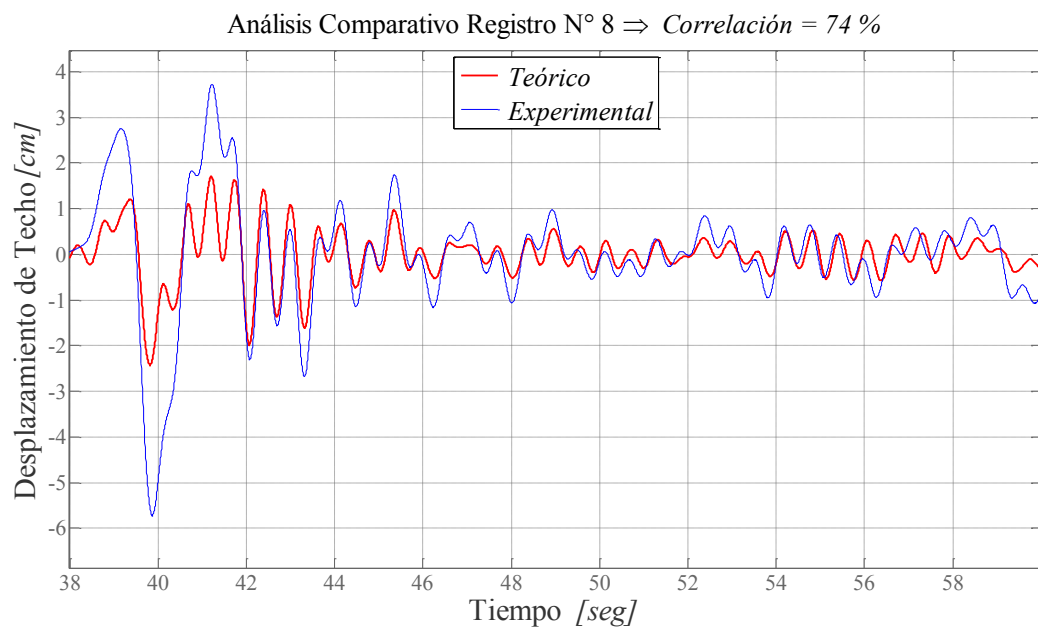
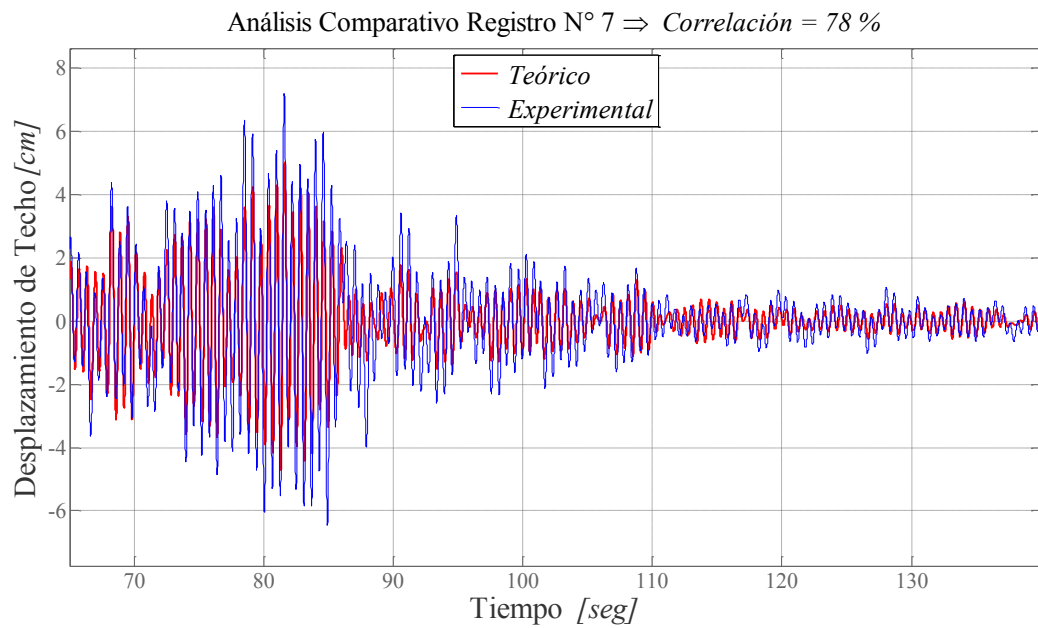


Figura 6-29. Comparación de Respuesta teórica y experimental de la estructura primaria (Continuación).

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

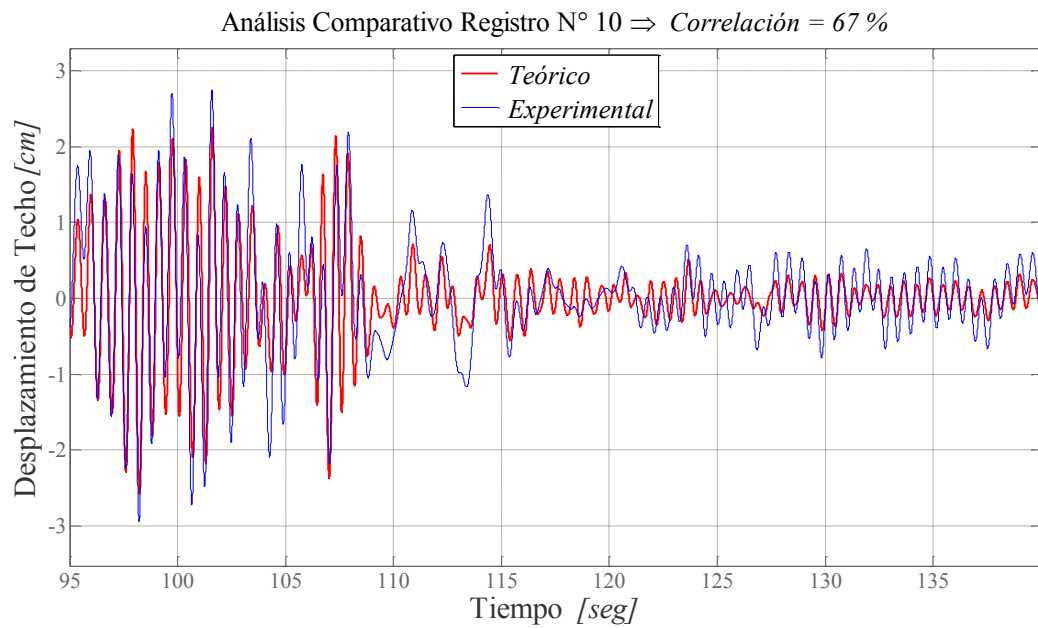
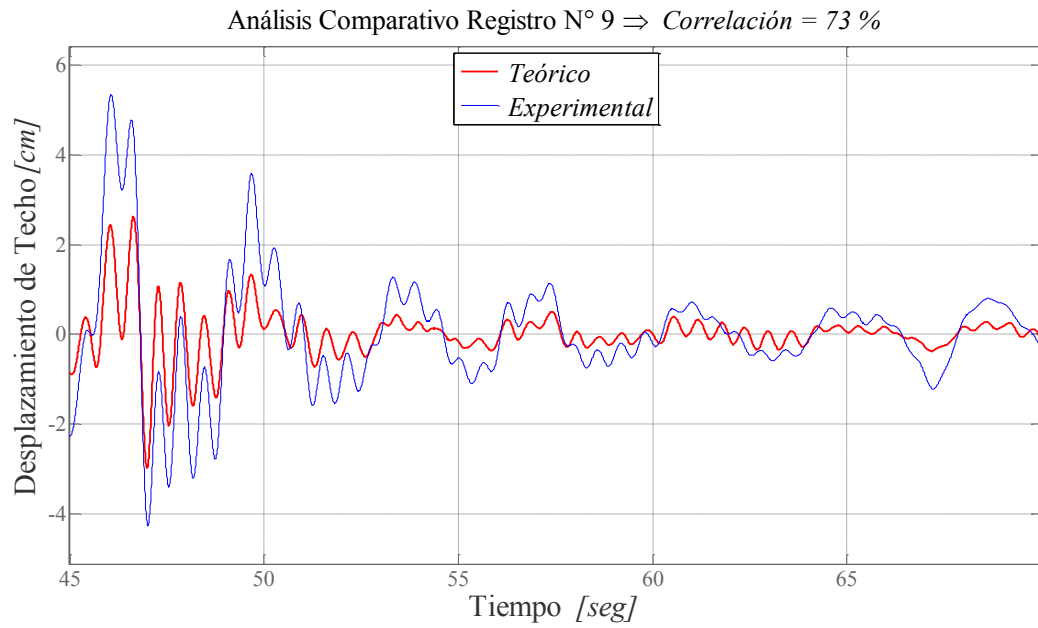


Figura 6-29. Comparación de Respuesta teórica y experimental de la estructura primaria (Continuación).

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

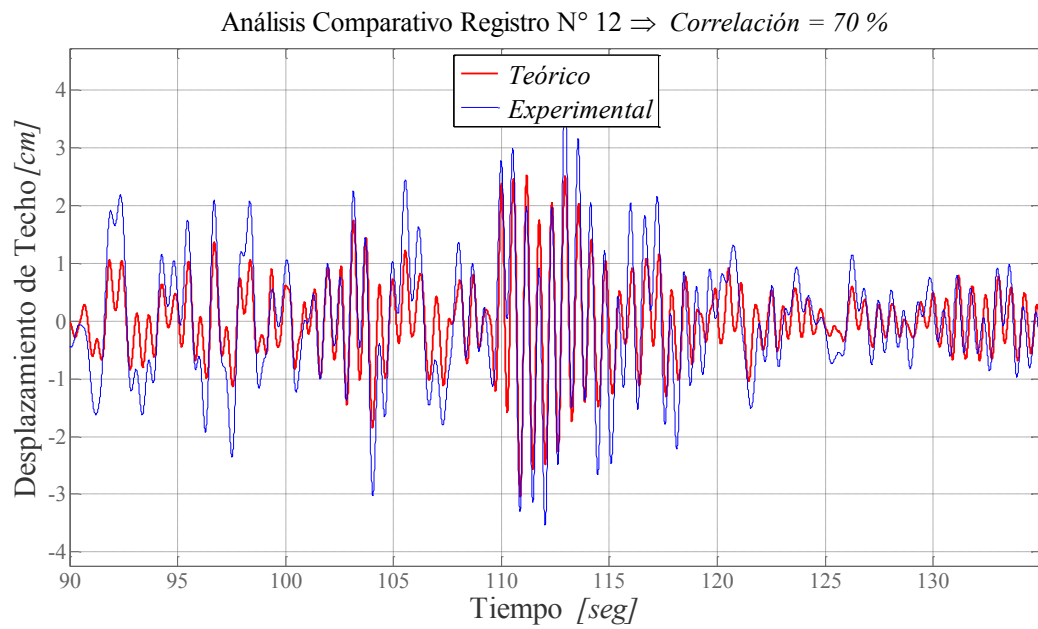
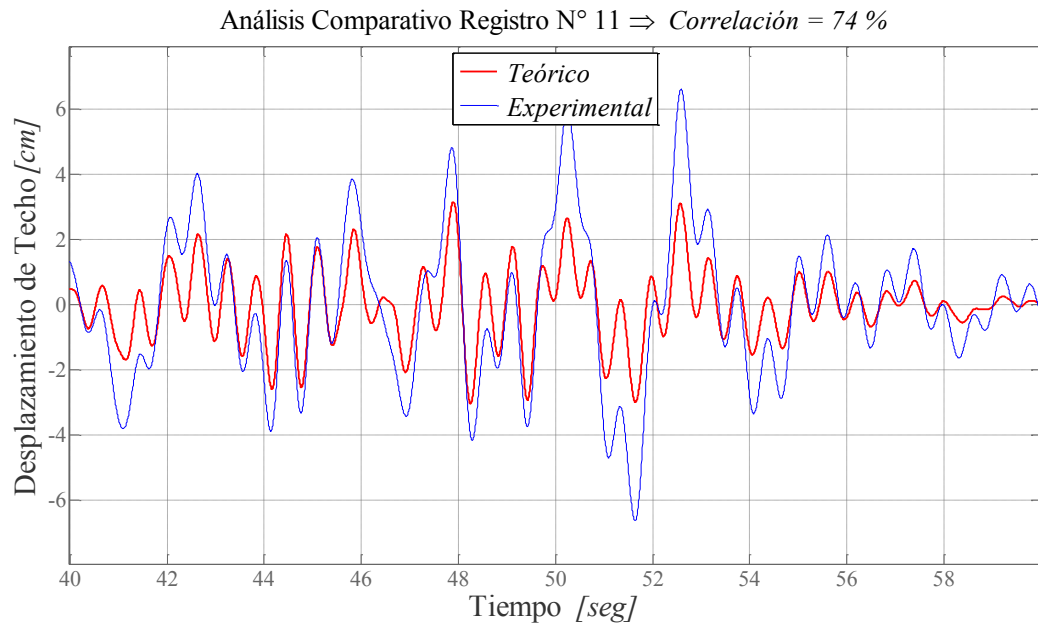


Figura 6-29. Comparación de Respuesta teórica y experimental de la estructura primaria (Continuación).

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

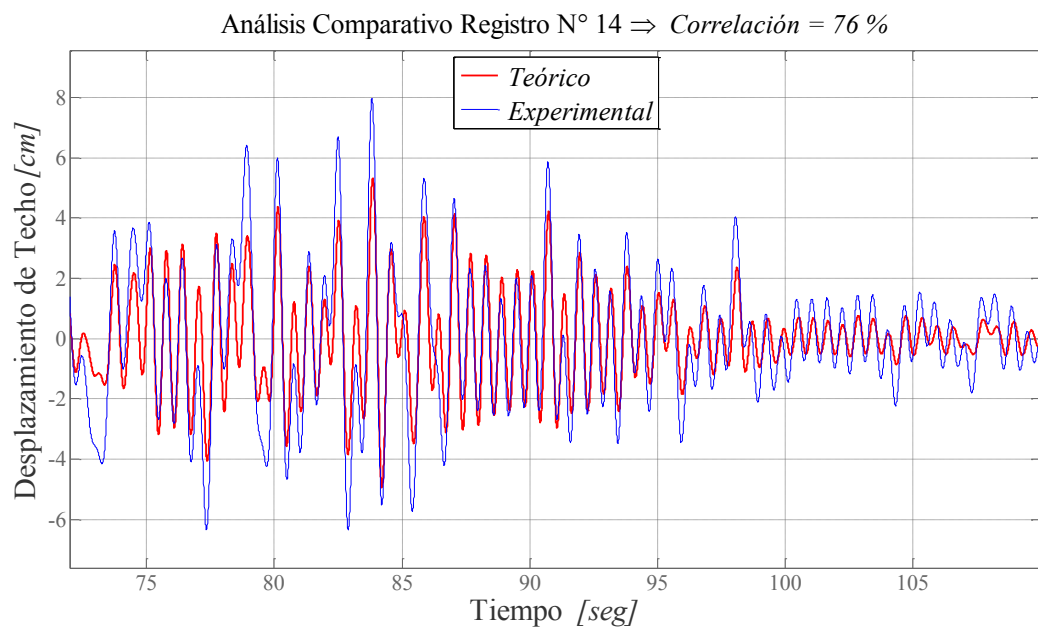
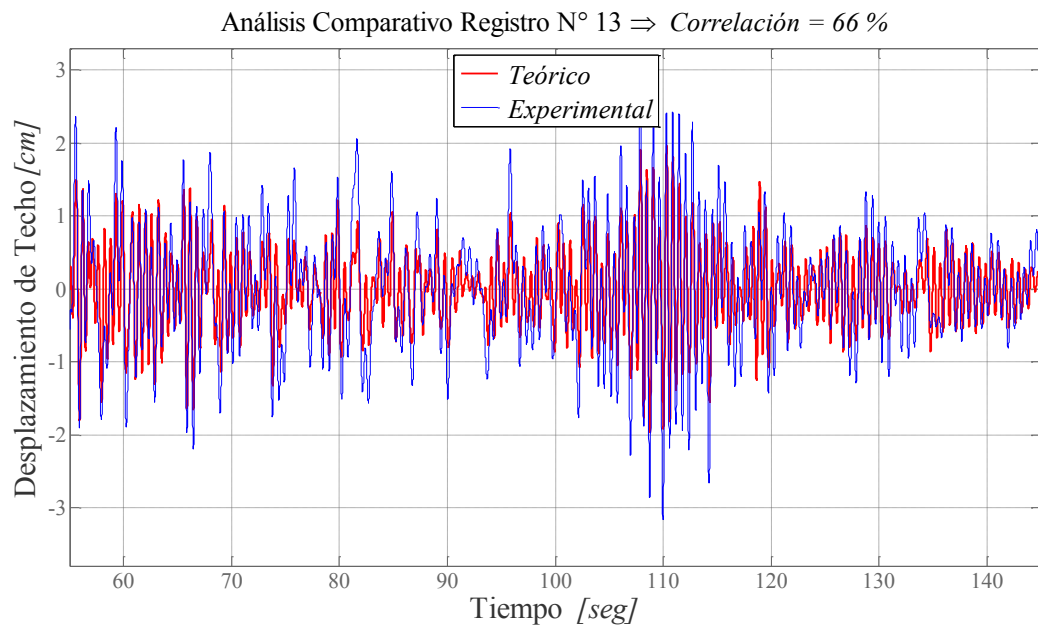


Figura 6-29. Comparación de Respuesta teórica y experimental de la estructura primaria (Continuación).

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

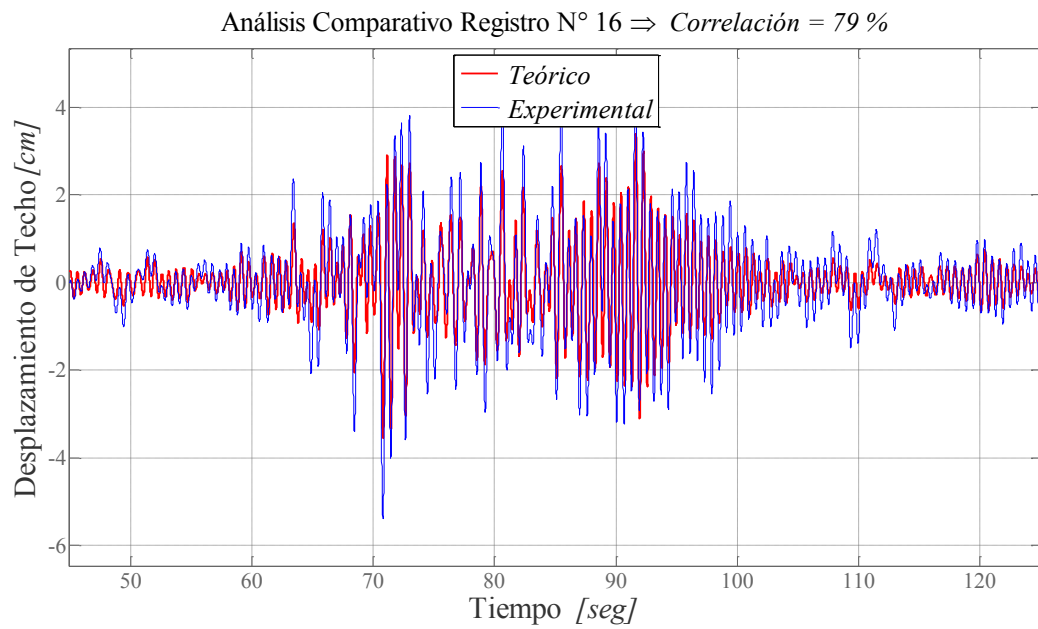
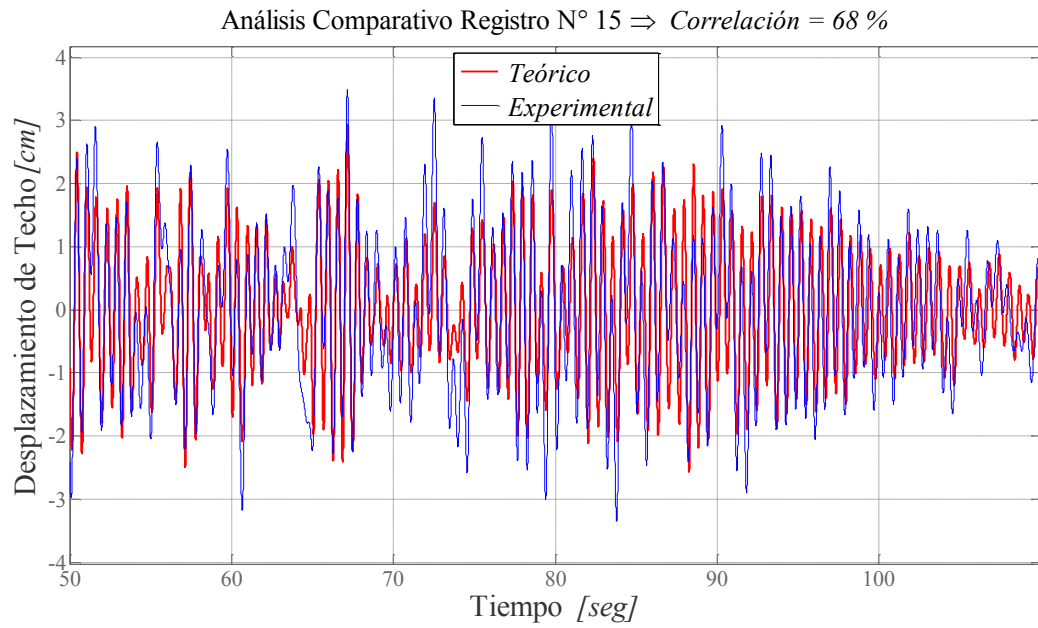


Figura 6-29. Comparación de Respuesta teórica y experimental de la estructura primaria (Continuación).

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

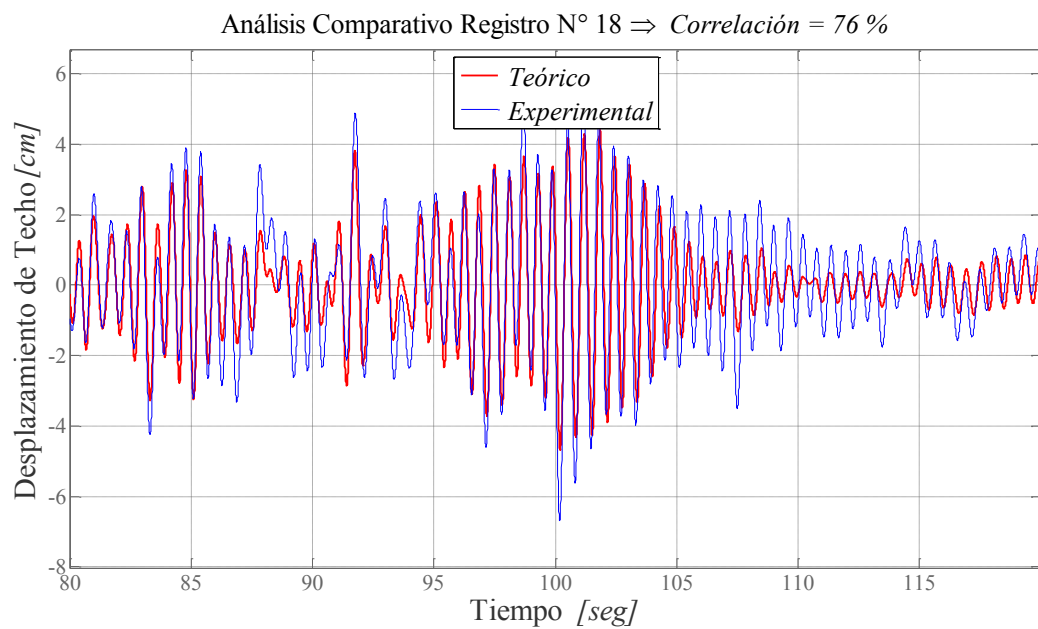
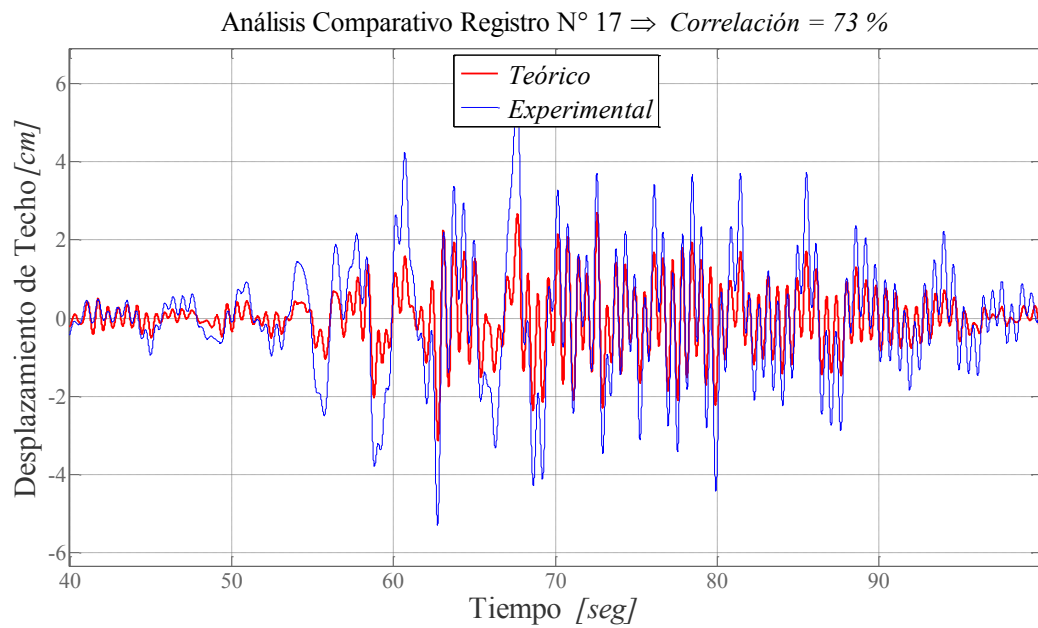


Figura 6-29. Comparación de Respuesta teórica y experimental de la estructura primaria (Continuación).

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

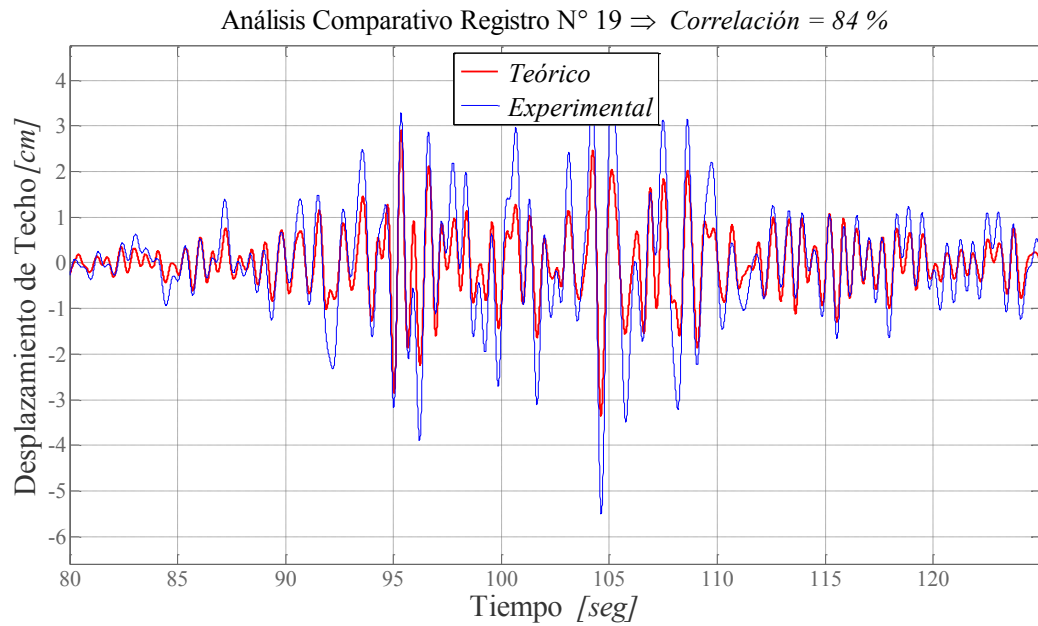


Figura 6-29. Comparación de Respuesta teórica y experimental de la estructura primaria (Continuación).

En la Figura 6-29 se observa que los valores teóricos máximos siempre están por debajo que los valores máximos experimentales, lo cual se debe a una sobreestimación del amortiguamiento a partir del método ERA.

También se muestran las comparaciones del desplazamiento de la columna líquida de los datos experimentales y los estimados teóricamente a partir de la modelación numérica del Capítulo II y de un análisis propuesto por Nigam y Jenning [58].

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

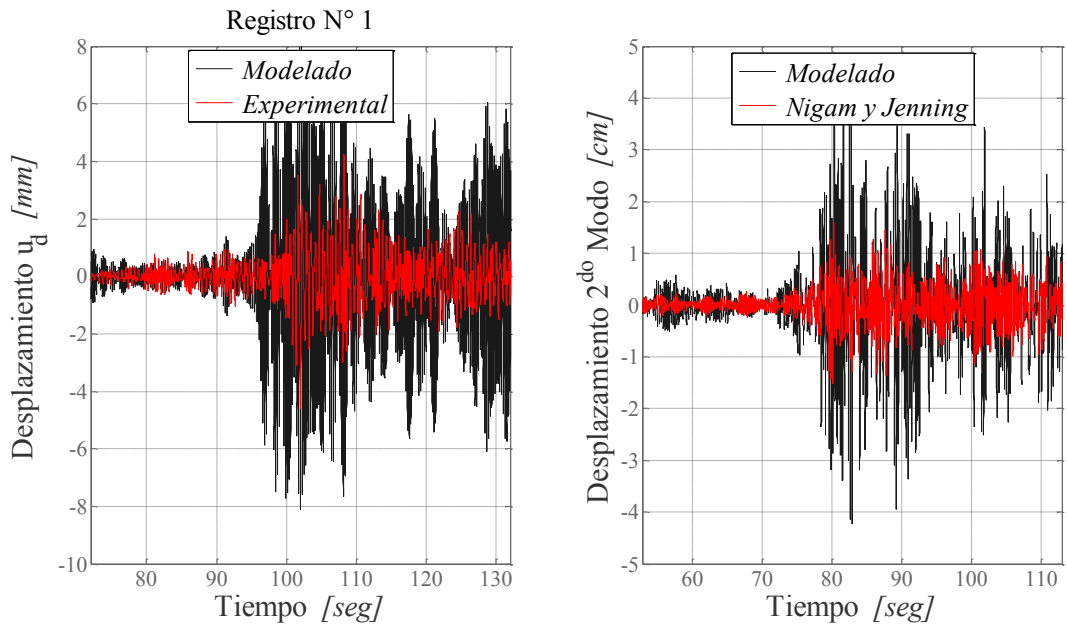
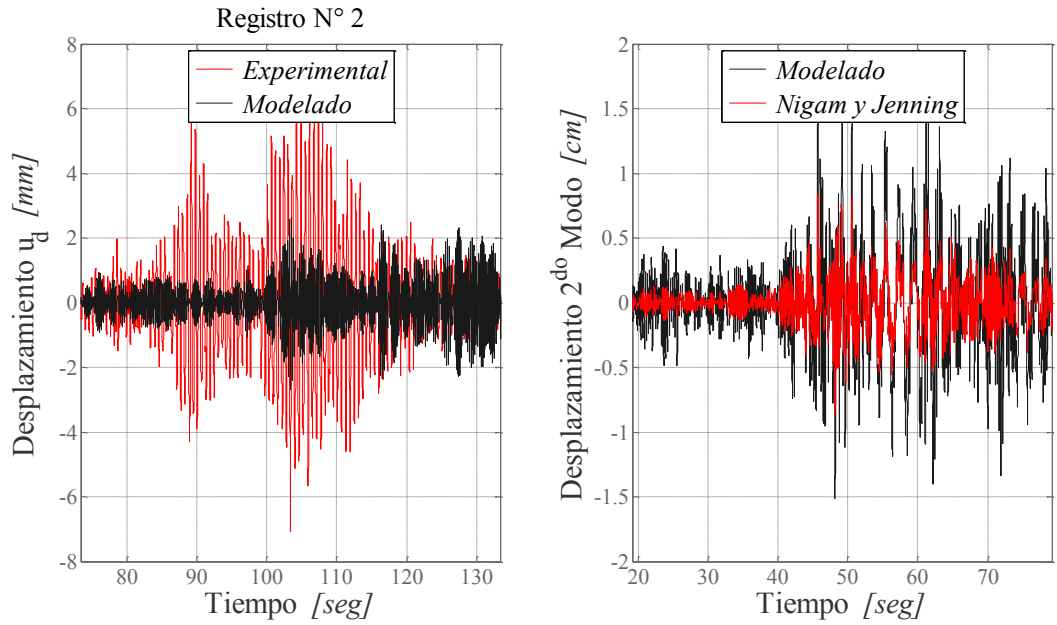


Figura 6-30. Comparación teórica – experimental de la estructura y el disipador.





## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

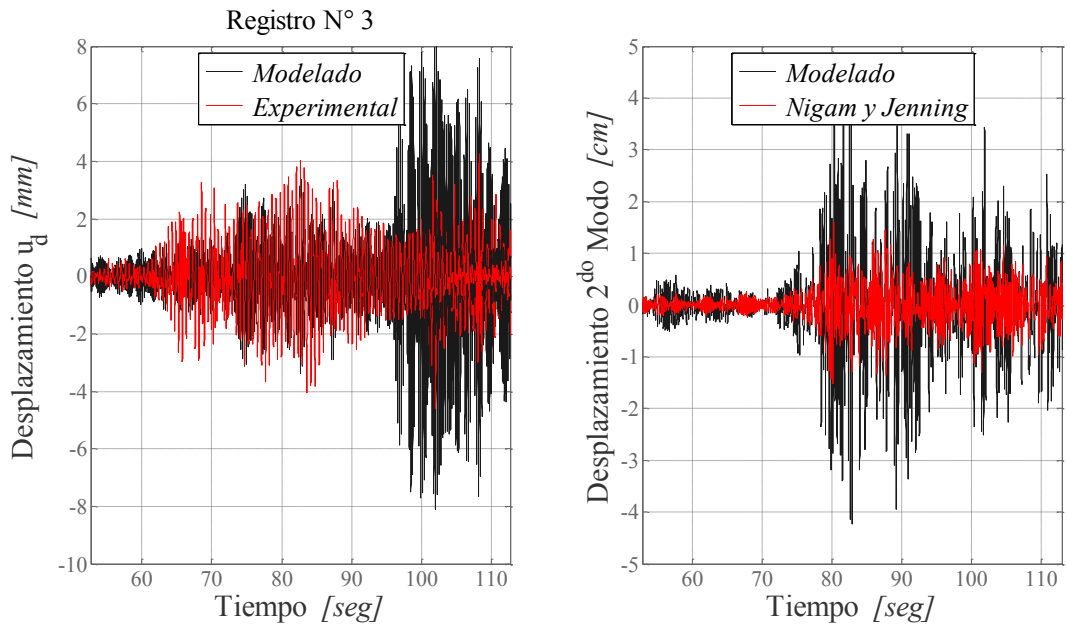
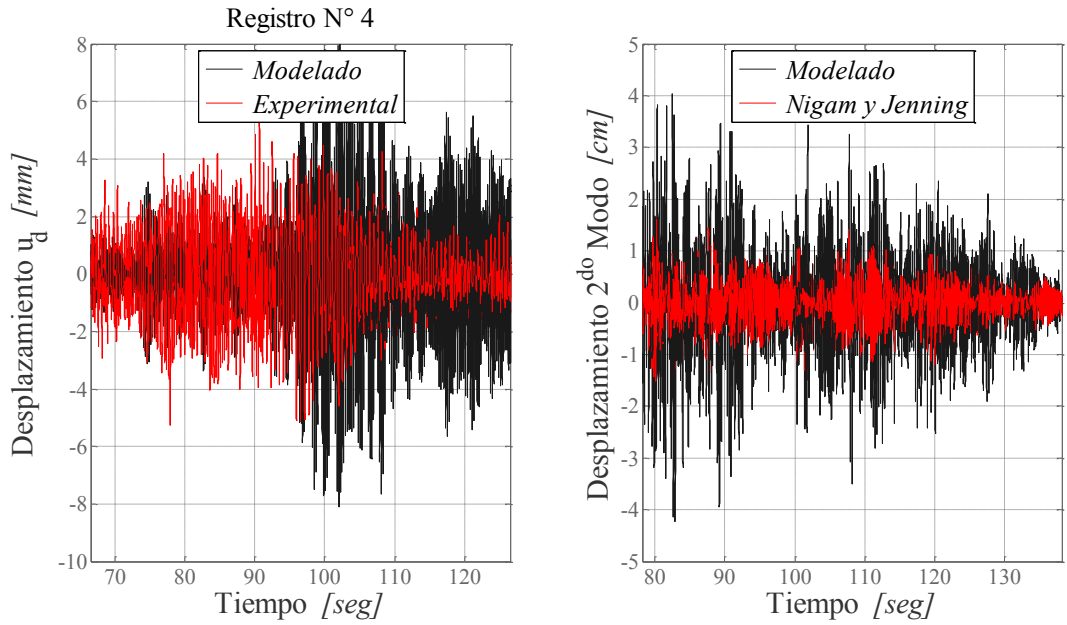


Figura 6-30. Comparación teórica – experimental de la estructura y el disipador (Continuación).



## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

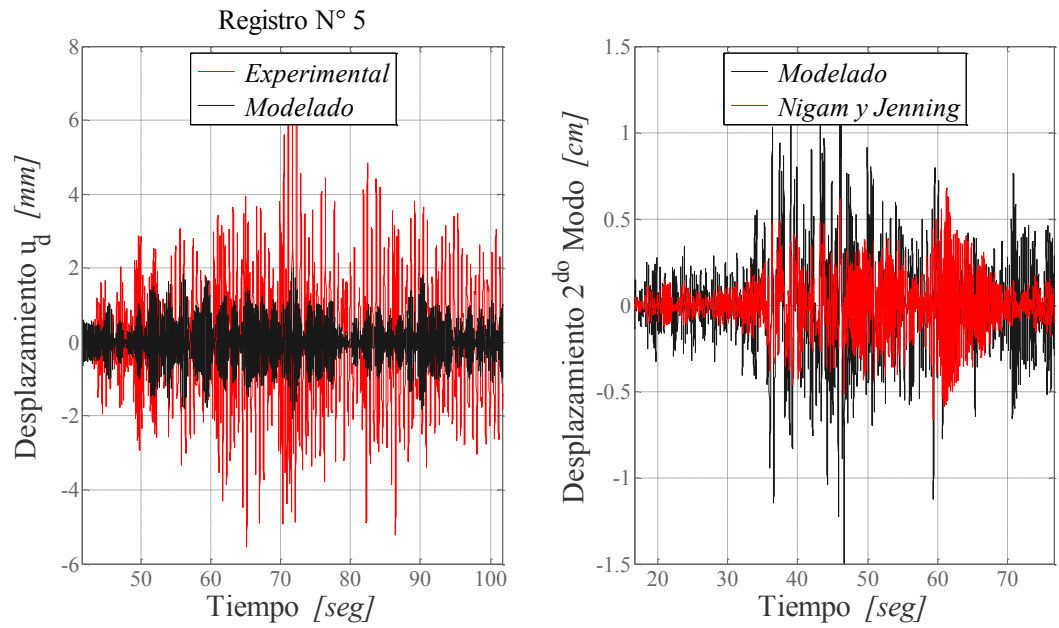
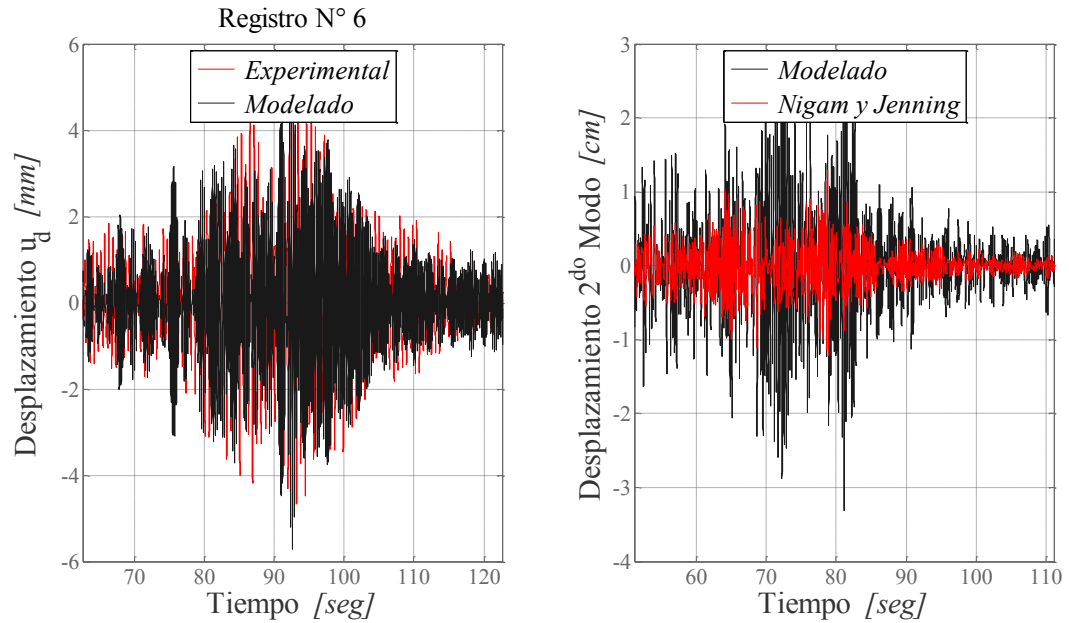


Figura 6-30. Comparación teórica – experimental de la estructura y el dissipador (Continuación).



## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

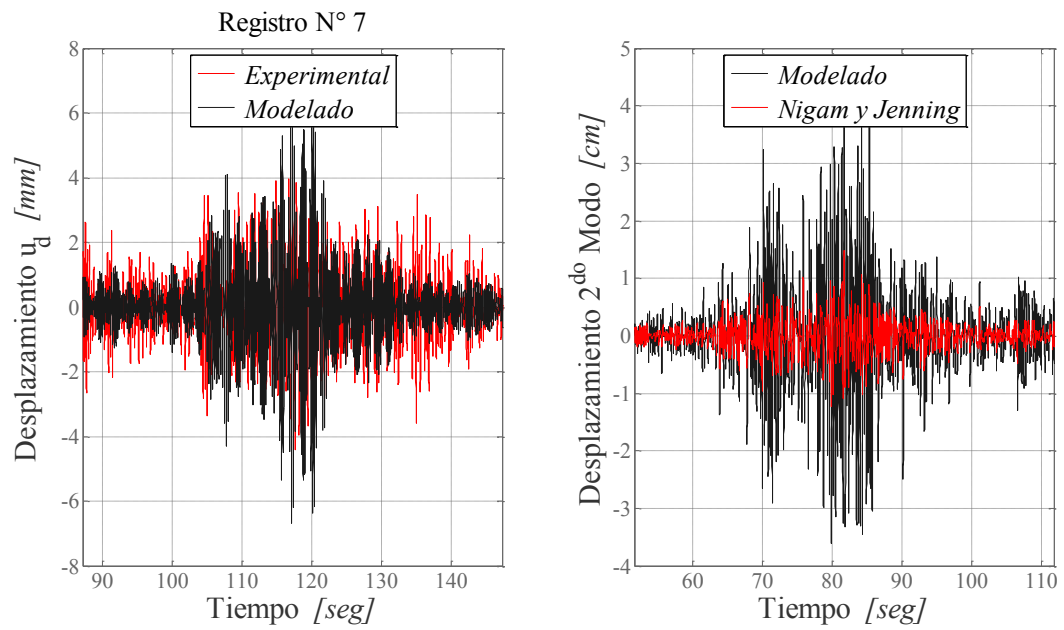
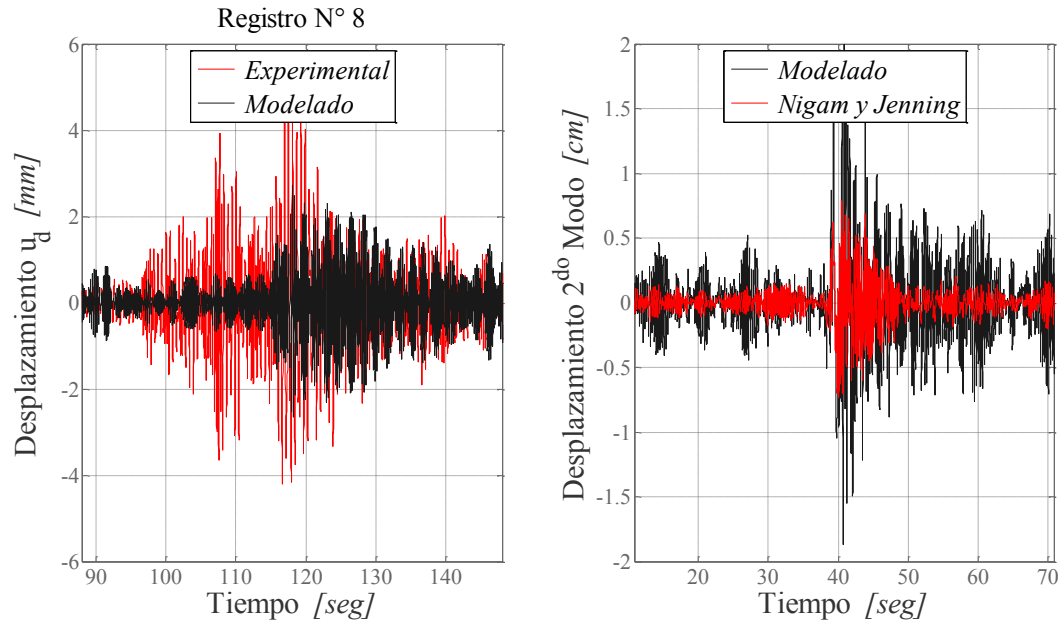


Figura 6-30. Comparación teórica – experimental de la estructura y el disipador (Continuación).



## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

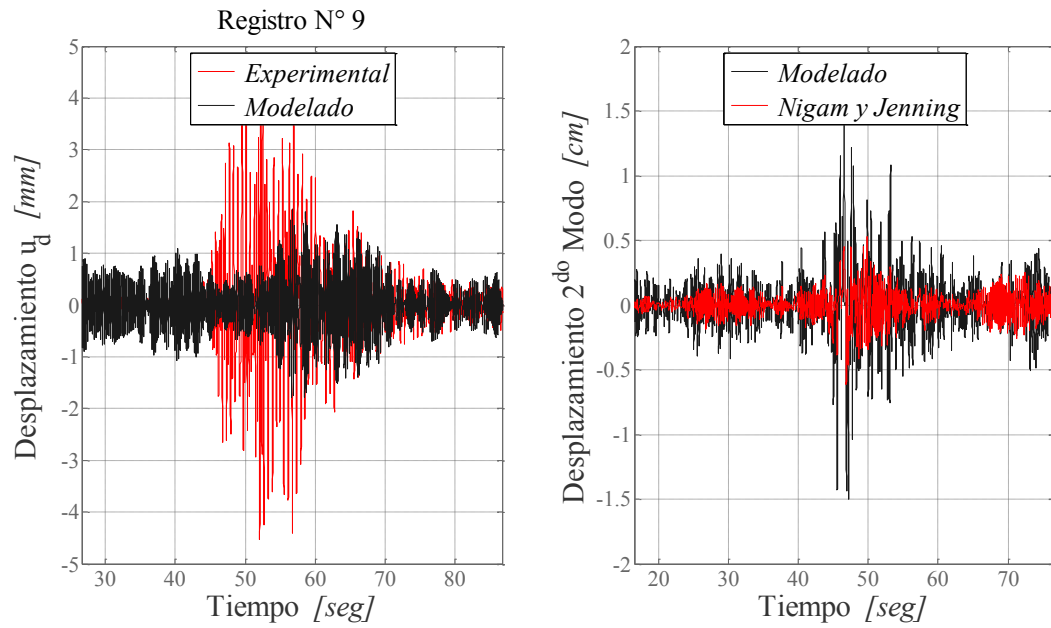
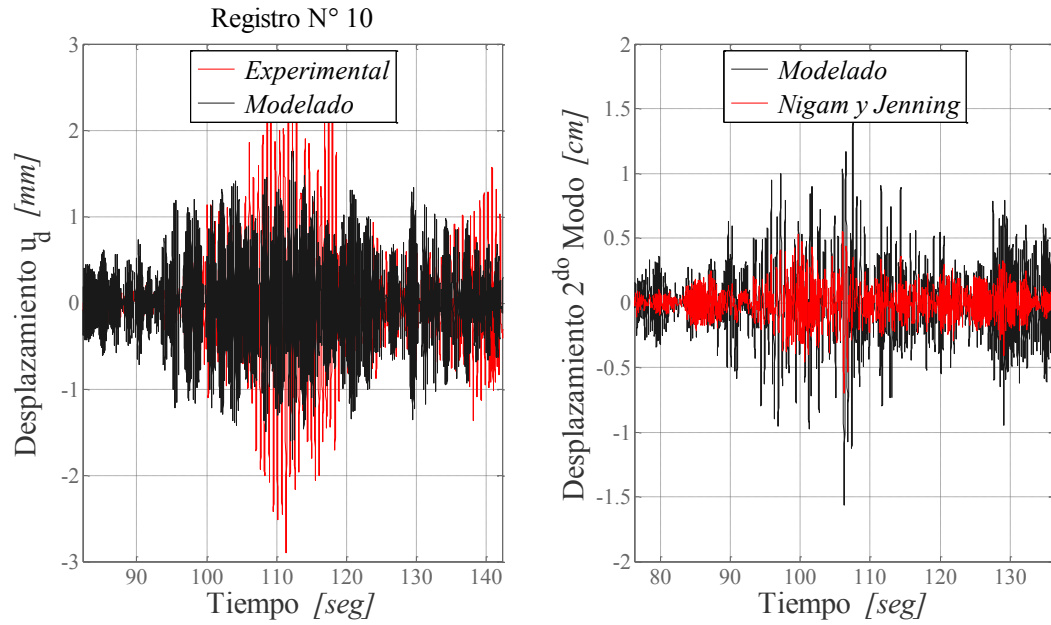


Figura 6-30. Comparación teórica – experimental de la estructura y el dissipador (Continuación).



## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

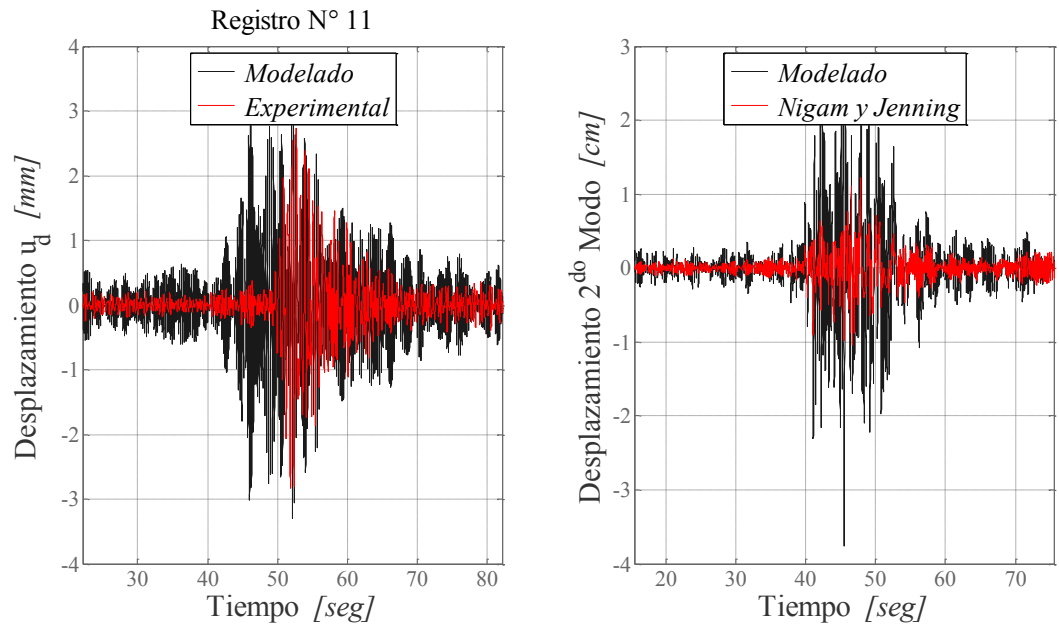
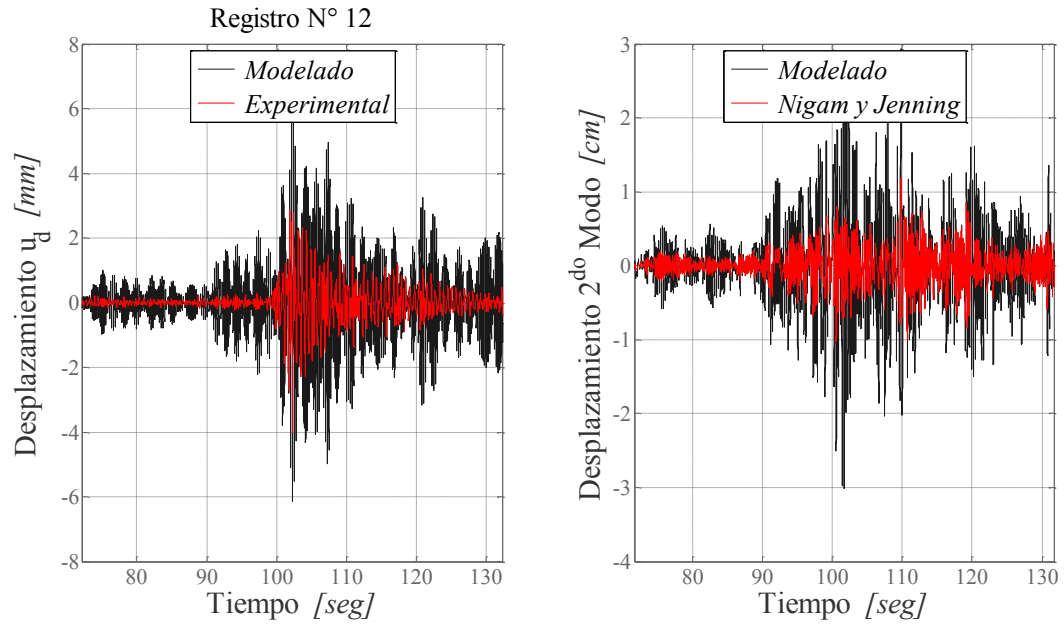


Figura 6-30. Comparación teórica – experimental de la estructura y el dissipador (Continuación).



## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

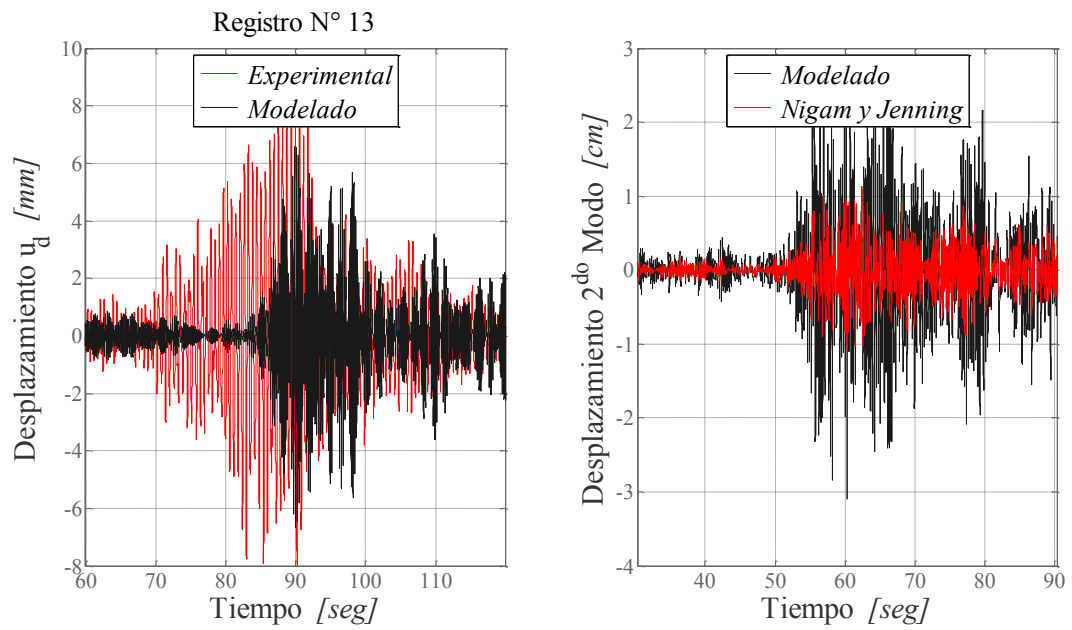
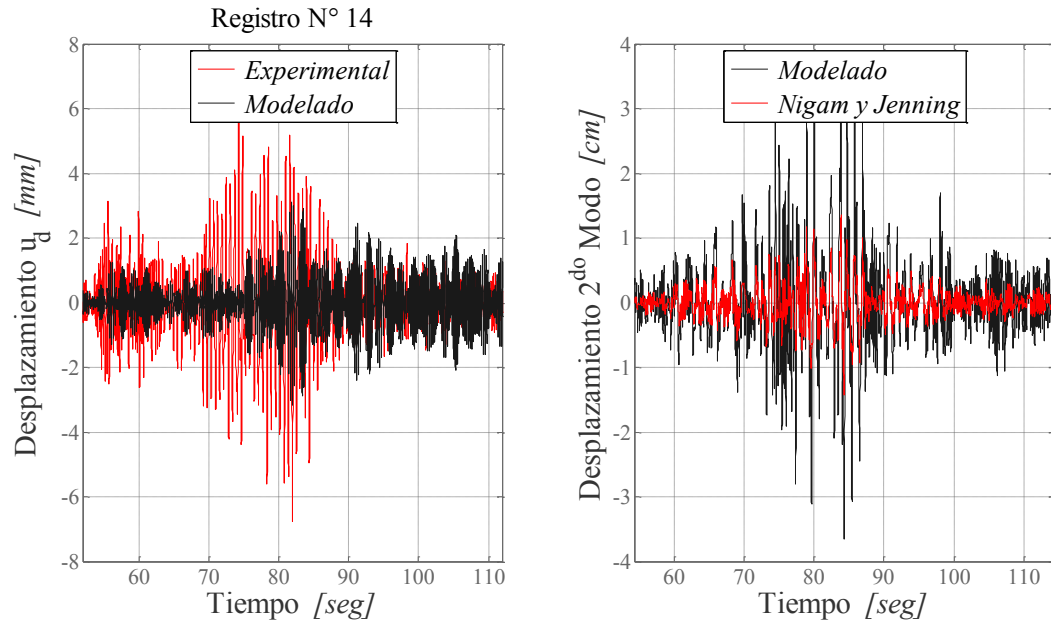


Figura 6-30. Comparación teórica – experimental de la estructura y el disipador (Continuación).



## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

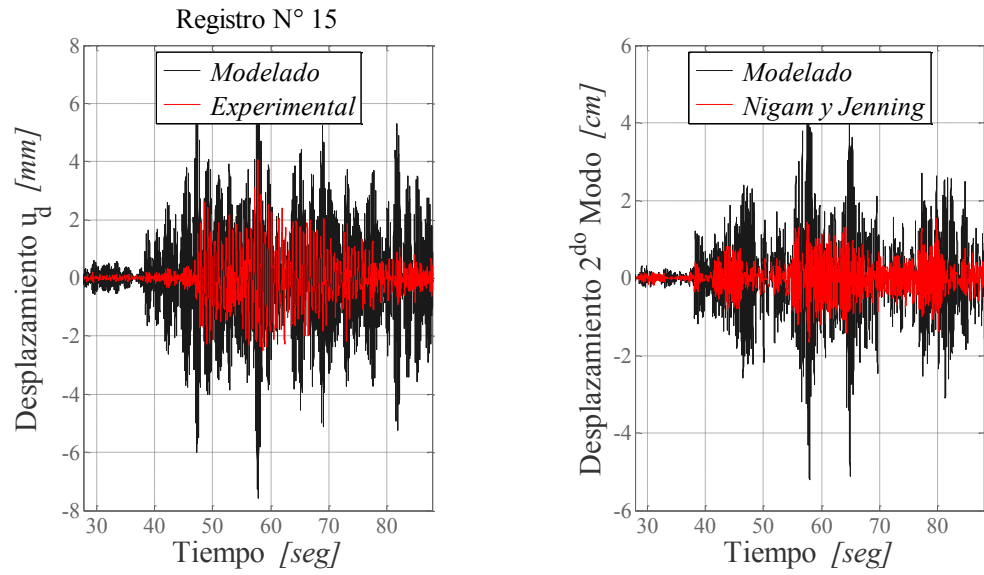
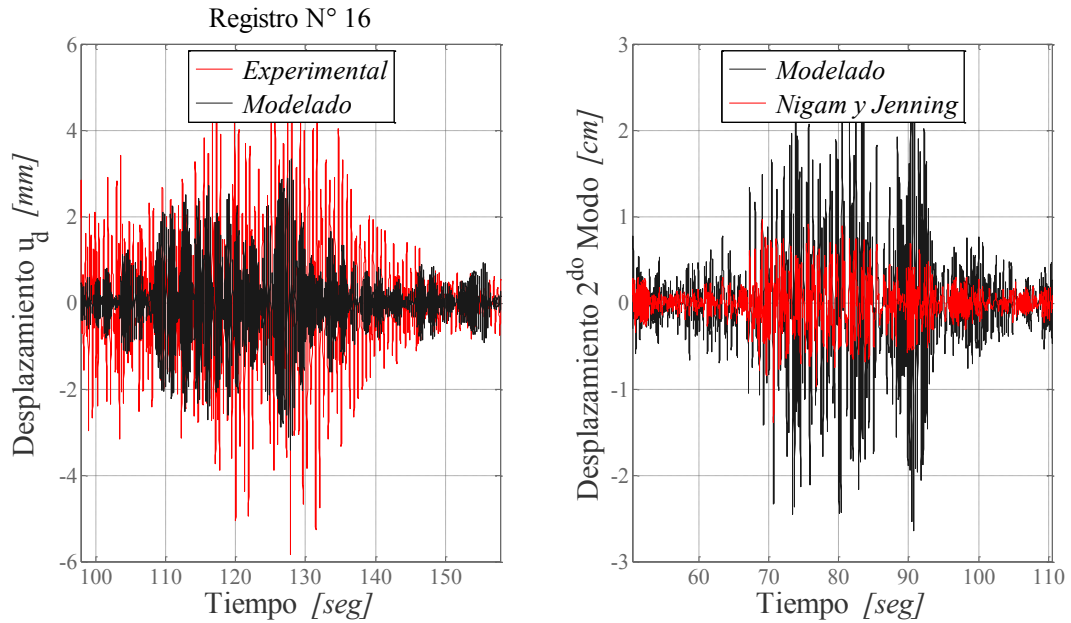


Figura 6-30. Comparación teórica – experimental de la estructura y el disipador (Continuación).



## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

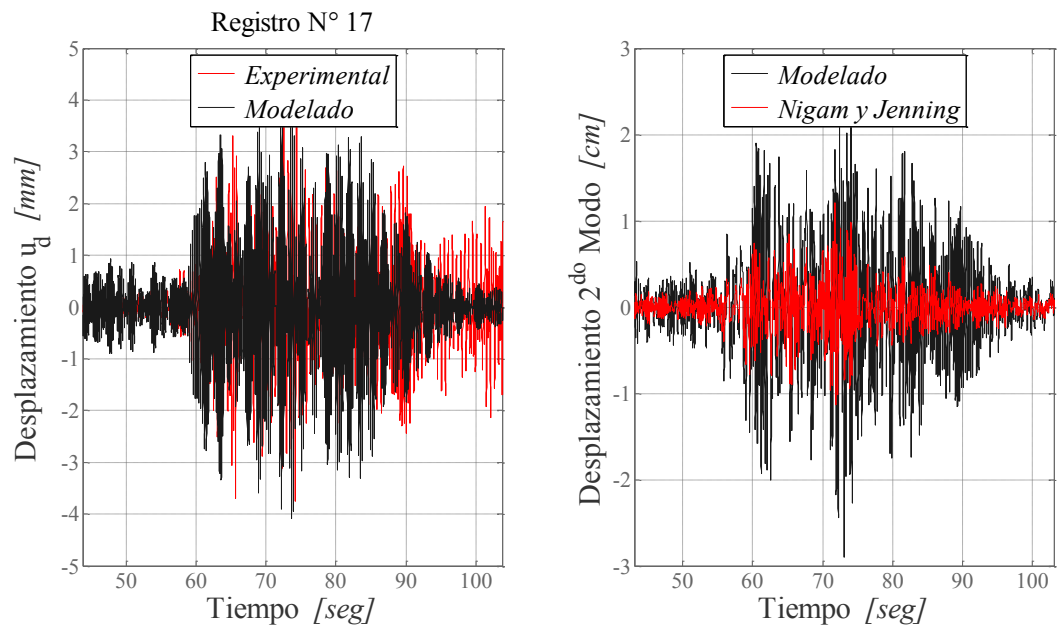
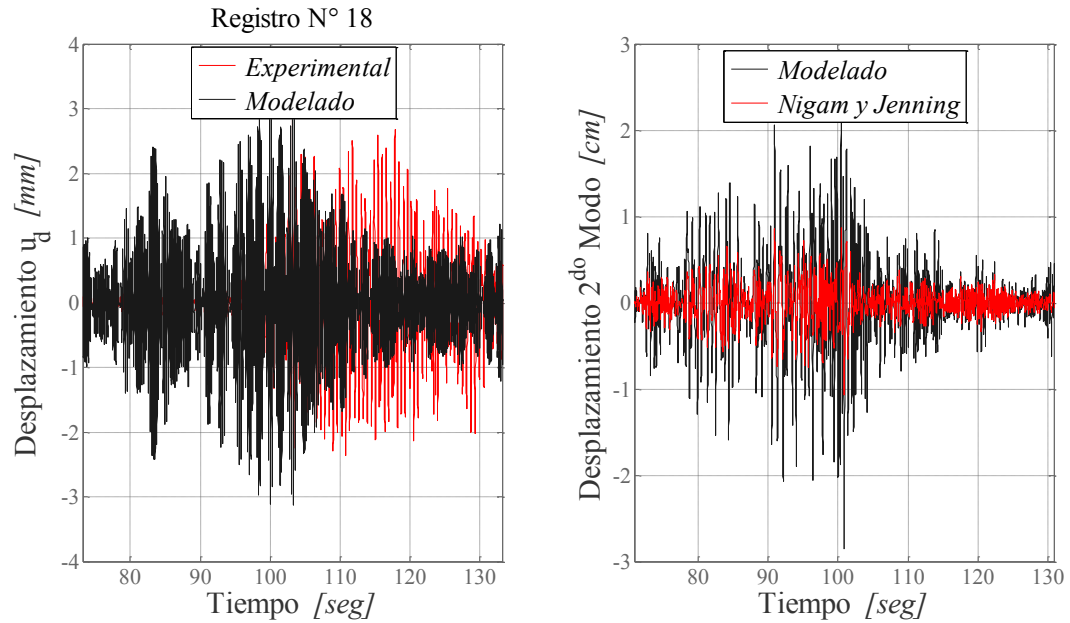


Figura 6-30. Comparación teórica – experimental de la estructura y el dissipador (Continuación).





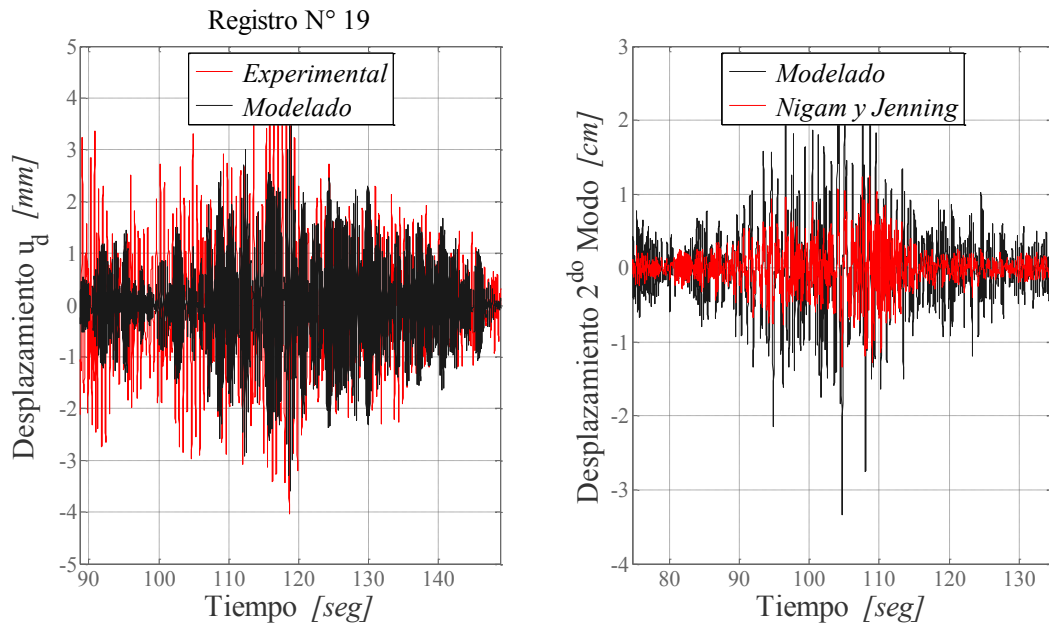


Figura 6-30. Comparación teórica – experimental de la estructura y el dissipador (Continuación).

Las respuestas de desplazamiento lateral teóricas de la estructura primaria mostradas en el costado derecho de la Figura 6-30 tienen gran similitud, cabe hacer notar que el análisis por Nigam y Jennings no considera efectos no lineales de la estructura; el análisis numérico incorpora el método de Newton-Raphson, resolviendo de manera simultánea la ecuación de movimiento de la estructura y del dissipador. En cambio, si se compara la respuesta del análisis numérico del dissipador y los obtenidos experimentalmente a partir de la cámara digital en el costado izquierdo de la Figura 6-30, se observa discrepancia en gran parte del registro, esto se debe a que el modelamiento incorpora efectos no lineales de manera simplificada del comportamiento de la superficie de líquido sin considerar todos los efectos observados en el transcurso del estudio, donde aparecen formas modales de segundo orden. La magnitud de las señales concuerda, lo cual indica que la modelación es bastante precisa, además ayuda de referencia para el diseño y el análisis de datos.

### 6.3 EJEMPLO A DESARROLLAR

A modo de ejemplo se desean mostrar las características geométricas y propiedades dinámicas que puede tener un DPCLS, al ser instalado en una estructura real; las cuales se pueden ver en la

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

Tabla 6-9. Estas son obtenidas al considerar una estructura principal de un grado de libertad cuyo periodo fundamental es de 0.6 seg y un amortiguamiento típico de 5%. De manera simplificada se establece un peso más sobrecarga de uso por unidad de área de  $1 \frac{tonf}{m^2}$  de esta forma si la estructura posee  $2000m^2$  de área total, el peso de la estructura asciende a  $2000 tonf$ . Establecemos como diseño del disipador una razón de masa de 2% entre la masa de agua y la estructura primaria por lo que, el volumen de agua debe ser de  $40 m^3$ . Aplicando el registro del sismo de Maule del 2010 estación Lolleo (Figura 6-31) al programa de modelación numérica de la estructura primaria más disipador obtenemos la respuesta del disipador  $u_d$  y la respuesta de la estructura primaria  $u_p$  (Figura 6-32). Se puede estimar una reducción del máximo desplazamiento de la estructura primaria en un 18%, los demás parámetros se pueden observar en la Tabla 6-10, donde los valores fluctúan entre un 12% a un 24% de reducción de la respuesta.

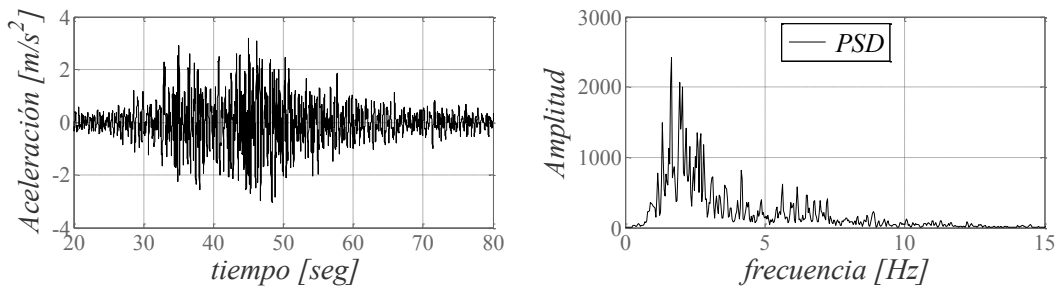


Figura 6-31. Registro Maule 2010 Estación Lolleo.

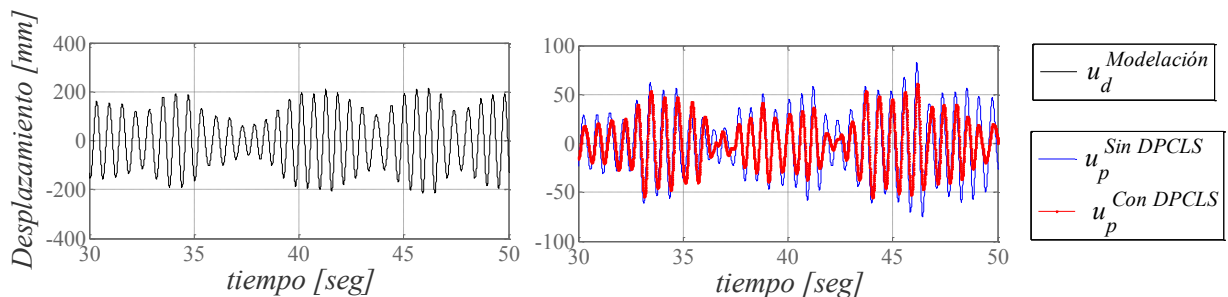


Figura 6-32. Respuesta de Desplazamiento.

CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

<i>Parámetro</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Valor</i>	<i>Unidad</i>
Periodo a controlar	$T_p$	0.6	seg
Nivel a controlar	$\phi_{11}$	1	-
Masa equivalente estructura primaria	$M_{eq}$	2000	ton
Masa de líquido	$m_f = 2\%M_{eq}$	40	ton
Factor de Forma	$\xi$	0.7	-
Razón de Áreas	$\nu$	1.0	-
Rigidez equivalente estructura primaria	$K_{eq}$	219.32	kN/mm
Masa Total	$M_T$	2160	ton
Masa disipador (contenedor)	$m_u = 3m_f$	120	ton
Razón de masas del fluido	$\mu_f$	1.85	%
Masa de líquido conducto horizontal	$m_h$	28	ton
Factor de Forma	$\alpha$	0.7	-
Razón de masas conducto horizontal	$\mu$	1.3	%
Razón de frecuencias óptima	$f_{opt}$	0.984	-
Razón de amortiguamiento óptimo del disipador	$\xi_{d_{opt}}$	4.8	%
Frecuencia estructura primaria equivalente	$\omega_{p_{eq}}$	10.077	rad/seg
Frecuencia disipador óptimo	$\omega_{d_{opt}}$	9.911	rad/seg
Periodo disipador óptimo	$T_{d_{opt}}$	0.634	seg
Presión Inicial en columnas	$P_o$	952	hPa
Altura cámara de aire	$h$	0.4	cm
Coefficiente de calor específico	$\gamma$	1.4	-
Densidad del líquido	$\rho_f$	997	kg/m <sup>3</sup>
Longitud equivalente de líquido	$L_{eq}$	700.5	cm
Longitud horizontal de líquido	$L_h$	490.3	cm
Longitud vertical de líquido	$L_v$	105.1	cm
Área transversal horizontal de líquido	$A_h$	57277	cm <sup>2</sup>
Área transversal vertical de líquido	$A_v$	57277	cm <sup>2</sup>
Razón de Bloqueo	$\psi$	25	%
Largo o Ancho conducto vertical	$b$	239	cm
Alto conducto horizontal	$d$	239	cm

Tabla 6-9. Parámetros Ejemplo.

	<i>Sin Disipador</i>	<i>Con Disipador</i>	<i>Reducción [%]</i>
$Max\{u\}$ [mm]	83.024	67.832	18.299
$RMS\{u\}$ [mm]	14.604	12.880	11.799
$Max\{\dot{u}\}$ [cm/s]	94.134	72.112	23.395
$RMS\{\dot{u}\}$ [cm/s]	15.110	13.152	12.963
$Max\{\ddot{u}\}$ [m/s <sup>2</sup> ]	11.370	9.613	15.459

## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS EXPERIMENTAL

$RMS\{\ddot{u}\} [m/s^2]$	1.635	1.425	12.861
$IA\{\ddot{u}\} [m/s]$	53.368	40.523	24.069

Tabla 6-10. Valores respuesta estructura para ejemplo.

# CONCLUSIONES

El posible explicar el comportamiento del aire confinado contenido dentro de las columnas verticales, a partir de la investigación realizada, y la modelación numérica del comportamiento del aire considerándolo un sistema no adiabático, estableciendo que el aire efectivamente aporta rigidez al disipador y que tiene un comportamiento lineal (pequeños desplazamientos). La magnitud de esta rigidez con respecto a la rigidez aportada por el disipador es mayor. También se ha establecido que el aporte de amortiguamiento del aire confinado se debe a las pérdidas de calor entre el medio interno y externo de la cámara de aire. Para las condiciones establecidas en laboratorio (presión de confinamiento igual a la atmosférica), las pérdidas friccionales por calor son despreciables. La amplitud de la respuesta del disipador (por ejemplo desplazamiento) varía levemente entre los casos que consideran o no el calor, por otro lado, la frecuencia fundamental del disipador no presenta variación.

Por lo tanto, se puede determinar que el aire se comporta como gas ideal, y como sistema adiabático (sin pérdidas de calor) para las características definidas en la investigación. Sin embargo, cuando las presiones al interior de la cámara de aire son cercanas a un décimo a la presión atmosférica, el calor tiene mayor preponderancia en el sistema, siendo capaz de disipar energía.

Si bien es cierto, el sellado de las columnas permite abordar otro rango de frecuencias de las estructuras a controlar, este genera un decremento de los desplazamientos de la superficie libre de fluido (atribuible también a la geometría del disipador), por ende, se deben tener presente estas características generadas por el confinamiento del aire para futuros diseños y confección de disipadores presurizados líquidos sintonizados. Una manera de tener mayor flexibilidad en el diseño (usada en edificaciones reales y embarcaciones), es tener una cámara de aire de mayor volumen, de manera de disminuir la fuerza que se opone al movimiento del fluido. Para cámaras de aire con formas volumétricas no convencionales se recomienda usar una altura equivalente  $h_{eq}$  como el cociente entre el volumen contenido en la cámara de aire y el área transversal de la columna vertical.

El modelo teórico incorpora el comportamiento de la estructura primaria y disipador, representándolo de buena manera, especialmente la respuesta de la estructura principal. La respuesta del disipador (desplazamiento del fluido) comparada con la determinada

experimentalmente es similar en magnitud, pero discrepan en forma, cuyas diferencias se deben al tipo de modelamiento realizado, ya que no supone efectos de segundo orden de la superficie de líquido, como chapoteo, considerando solamente un movimiento vertical y uniforme del fluido.

En cuanto al diseño del disipador, no se ha definido explícitamente un parámetro relacionado con la presión en las cámaras de aire en las expresiones de los valores óptimos de frecuencia y amortiguamiento del disipador, el cual puede influir en los resultados. Las expresiones usadas para el diseño corresponden a un disipador líquido generalizado.

Para las expresiones de los parámetros óptimos sería interesante incorporar un término asociado a la relación de las dimensiones transversales de los conductos del disipador (alto/ancho para el conducto horizontal y ancho/largo para la columna), para que según sus configuraciones se pueda optimizar la sintonización entre el disipador y la estructura primaria.

Las conclusiones más relevantes se desprenden de la experimentación realizada.

Se ha comprobado que la hipótesis de régimen turbulento para la determinación del amortiguamiento del disipador no se cumple, ya que la velocidad del líquido en el disipador no cumple con la condición de ser mayor que el límite de velocidad turbulenta.

La estructura principal se considera que posee un comportamiento visco-elástico lineal, también se consideran efectos de segundo orden (efecto  $P-\Delta$ ) en la matriz de rigidez de la estructura, sin embargo, los valores obtenidos de periodo debido a los ensayos entregan valores mayores que los teóricos, lo cual indica que la estructura es más flexible que lo estimado, una de las razones es por no considerar los efectos de torsión de la estructura principal en el análisis.

Los valores de amortiguamiento de la estructura determinados de manera experimental son mayores a los reales, lo que se traduce en una respuesta teórica de la estructura menor a la respuesta experimental de la estructura, esta diferencia se debe a la incertidumbre de estimar el amortiguamiento y a su manera de definirlo, dado que se tiene un rango de valores.

Los experimentos realizados al disipador solo, relacionados con la abertura en la tapa, permiten controlar el periodo fundamental del disipador, a través del bloqueo del flujo de aire, en la abertura de la tapa de la columna. Donde la hipótesis de régimen turbulento para razones de bloqueo de la tapa menores a un 98% se cumple, en el 2% restante el fluido tiene un comportamiento parcial o totalmente laminar. Además, la implementación de esta alternativa (abertura en la tapa) en el diseño de disipadores líquidos tipo Tuned Sloshing Damper/Tuned Liquid Damper permite controlar el nivel de desplazamientos de la superficie de líquido y

chapoteo de agua, ya que este disminuye a medida que la razón de bloqueo de la tapa aumenta, donde la fuerza de la cámara de aire aumenta, oponiéndose al movimiento vertical del líquido.

En este ensayo es posible visualizar claramente, el cambio de movimiento de la superficie de líquido en la columna vertical del disipador, desde un movimiento traslacional vertical cuando el disipador está abierto a la atmósfera a un movimiento en torno a la superficie de líquido cuando está sellado. Además, se cuantifican de manera precisa los valores de desplazamiento con el proceso de digitalización de videos.

A medida que se generan mayores desplazamientos, se produce una mayor disipación de energía caso que ocurre cuando el disipador está parcial o complemente abierto.

Se observa, que la diferencia entre amplitudes de desplazamiento y la frecuencia fundamental de oscilación del fluido entre el disipador abierto a la atmósfera y el disipador con columnas confinadas es considerable.

En los ensayos efectuados a la estructura primaria con disipador se observa en algunos casos reducción de la respuesta ya sea de desplazamiento, velocidad y/o aceleración, pero también se observa una amplificación de la respuesta en otros registros sísmicos utilizados. Las posibles conjeturas por la baja eficiencia del disipador son: la baja sintonización con la estructura principal, debido a que la masa de agua no tiene un movimiento oscilatorio notoriamente definido, impedido de realizar los ciclos de oscilación los cuales permiten sintonizarse con la estructura primaria. Por consiguiente, el fluido se mueve de manera solidario con el contenedor y la estructura primaria.

Además, en la superficie libre de líquido (columnas verticales) se genera un movimiento de “sloshing” típico de estanques, atribuidos a efectos no lineales y de segundo orden de la superficie. Este movimiento posee una frecuencia de oscilación y amortiguamiento característicos, sin embargo el área transversal de la columna del disipador es demasiado pequeña, por ende masa efectiva de la columna que aporte a la sintonización con la estructura principal no es suficiente. La frecuencia de oscilación depende de variables no consideradas anteriormente, por lo tanto, no es posible sintonizar el disipador con la estructura primaria, en consecuencia los efectos sobre la estructura se desconocen. En definitiva los resultados del comportamiento del fluido-gas que se obtienen son acordes al modelamiento.

Los registros sísmicos que logran reducir las respuestas según los parámetros de cuantificación de respuesta (valor máximo, RMS e Intensidad de Arias) son los N° 1, 3, 4, 10, 12, 17 y aquellos en

que siempre se amplificaron las respuestas son los N° 2, 7, 8 y 14, las diferencias de rendimiento radican en el contenido de frecuencias que abarcan los distintos registros sísmicos y el tiempo de duración de movimiento fuerte de cada uno. Donde aquellos que poseen un mayor rango de frecuencias tienen mejores resultados.

Se determina que el valor medio de los 19 registros en cada parámetro de cuantificación de respuesta (Máximo y RMS) para cada variable (desplazamiento, velocidad y aceleración) amplifica la respuesta o permanece igual, a excepción del parámetro de Intensidad de Arias la cual se reduce.

Controlar la segunda forma modal de la estructura pudo haber minorado la efectividad del disipador debido a su menor participación de masa modal con respecto al primer modo. Sin embargo, usar el segundo modo fue necesario debido a restricciones geométricas de la estructura principal.

Independiente a los resultados obtenidos, este estudio ha realizado la investigación dentro de un área que generalmente no se desarrolla, comprobando hipótesis, y ejecutando métodos de análisis aplicables a cualquier área, ayudándonos en particular a comprender más a fondo el comportamiento de los disipadores líquidos.

Se propone para estudios posteriores realizar la factibilidad económica a partir de la reducción de la respuesta de la estructura primaria, para evaluar el beneficio de desarrollar de este tipo de disipadores.

Finalmente, podemos indicar que la teoría desarrollada a través de la memoria es perfectamente aplicable, sin embargo se debe ahondar más en el diseño de los disipadores para generar configuraciones más eficientes según los parámetros de diseño y las restricciones geométricas de la estructura.



**BIBLIOGRAFÍA**

- [1] **YAO, J. T. P.** (1972). "*Concept of structural control*", Journal of Structural Division, ASCE, 98, (ST7), 1972, pp.1567-1574.
- [2] **HOUSNER, G.W., BERGMAN, L.A., CAUGHEY, T.K., CHASSIAKOS, A.G., CLAUS, R.O., MASRI, S.F., SKELTON, R.E., SOONG, T.T., SPENCER, B.F., AND YAO, J.T.P.** (1997). "*Structural Control: Past, Present and Future*," ASCE Journal of Engineering Mechanics, (Special Issue), Vol 123, No 9, Sept. 1997, pp 897-971.
- [3] **SOONG, T. T., AND DARGUSH, G. F.** (1997). "*Passive energy dissipation systems in structural engineering*", Wiley, Chichester, U.K.
- [4] **SOONG, T. T.** (1990). "*Active Structural Control. Theory and Practice*", (Longman structural engineering & structural mechanics series), New York, NY, USA.
- [5] **SYMANS, M. D., AND CONSTANTINOU, M. C.** (1999). "*Semiactive control systems for seismic protection of structures: A state-of-the-art review*". Eng. Struct., 21 6 , 469–487.
- [6] **KAREEM, A., KIJEWski, T. AND TAMURA, Y.** (1999). "*Mitigation of Motions of Tall Buildings with Specific Examples of Recent Applications*", Wind and Structures, Vol.2, No.3, pp.201-251.
- [7] **McNAMARA** (1977). "*Tuned mass dampers for buildings*". Journal of Structural Engineering, ASCE, 103, No. ST9, 1785-1798.
- [8] **SAKAI, F. , S. TAKAEDA AND T. TAMAKI** (1989). "*Tuned Liquid Column Damper New Type Device for Suppression of Building Vibration*", Proc. int. Conf. on High-rise Buildings, Nanjing, China, pp. 926-931.
- [9] **DEN HARTOG J.P.** (1956). "*Mechanical Vibrations*", McGraw-Hill.
- [10] **KAREEM, A. AND SUN, W.-J.** (1987). "*Stochastic Response of Structures with Fluid-Containing Appendages*", Journal of Sound and Vibration, Vol. 119, No. 3.
- [11] **MODI, V.J. & F. WELT** (1987). "*Vibration control using Nutation Dampers*". Proceeding of the International conference on Flow induced vibrations, BHRA, London, 369-376.

## BIBLIOGRAFÍA

- [12] **FUJINO, Y., PACHECO, B. M. CHAISERI, P., SUN, L.-M.** (1988). "*Parametric Studies on tuned liquid damper (TLD) using circular containers by free-oscillation experiments*". Struct. Engrs./Earthquake Engrg., Tokyo, 5, 381-391.
- [13] **KAREEM, A.** (1994). "*The next generation of Tuned liquid dampers*", Proceedings of the First World Conference on Structural Control, Vol.I, Los Angeles.
- [14] **HAROUN, M.A. AND PIRES J.A.** (1994). "*Active orifice control in Hybrid liquid column dampers*", Proceedings of the First World Conference on Wind Engineering, Vol.I, Los Angeles.
- [15] **ABE, M., KIMURA, S. AND FUJINO, Y.** (1996). "*Control Laws for Semi-Active Tuned Liquid Column Damper with Variable Orifice Opening*", 2nd Int. Workshop on Structural Control, Hong Kong.
- [16] **LOU, Y.K., LUTES, L.D. AND LI, J.J.** (1994). "*Active Tuned Liquid Damper for Structural Control*", Proceedings of the First World Conference on Wind Engineering, Vol.I, Los Angeles.
- [17] **KAREEM, A.** (1993). "*Liquid Tuned Mass Dampers: Past, Present and Future*", Proceedings of the Seventh U.S. National Conference on Wind Engineering, Vol. I, Los Angeles.
- [18] **YAMAGUCHI, H. AND HARNPORNCHAI, N.** (1993). "*Fundamental Characteristics of Multiple Tuned Mass Dampers for Suppressing Harmonically Forced Oscillation*", Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 22.
- [19] **KAREEM, A. AND KLINE, S.** (1995). "*Performance of Multiple Mass Dampers under Random loading*", Journal of Structural Engineering, ASCE, 121(2), 348-361.
- [20] **YALLA, S.K AND KAREEM, A.** (2000a). "*Optimum Absorber Parameters for Tuned Liquid Column Dampers*", ASCE Journal of Structural Engineering, 125(8), 906-915.
- [21] **BERGMAN, L.A., MC FARLAND, D.M., HALL, J.K., JOHNSON, E.A. AND KAREEM, A.** (1989). "*Optimal Distribution of Tuned Mass Dampers in Wind Sensitive Structures*", Proceedings of 5th ICOSSAR, New York.

## BIBLIOGRAFÍA

- [22] **SHIMIZU, K. AND TERAMURA, A.** (1994). “*Development of vibration control system using U-shaped tank*”, Proceedings of the 1st International Workshop and Seminar on Behavior of Steel Structures in Seismic Areas, Timisoara, Romania, 7.25-7.34.
- [23] **GAO, H., KWOK, K.C.S. AND SAMALI, B.** (1997). “*Optimization of Tuned Liquid Column Dampers*”, Engineering Structures, 19, N°6, pp. 476-486.
- [24] **HITCHCOCK, P.A., KWOK, K.C.S., WATKINS, R.D. AND SAMALI, B.** (1997). “*Characteristics of Liquid column vibration absorbers (LCVA) -I and II*”, Engineering Structures, 19(2).
- [25] **CHANG, C.C. AND HSU, C.T.** (1999). “*Control performance of Liquid column vibration absorber*”, Engineering Structures, 20(7), 580-586.
- [26] **FOSSEN, T.I.** (2011). “*Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*”. Jon Wiley & Sons, Ltd.
- [27] **BECK, R.F., CUMMINS, W.E., DALZELL, J.F., MANDEL, P., WEBSTER, W.C.** (1989). “*Motion in waves*”. In: Lewis, E.W. (Ed.), Principles of Naval Architecture, vol. III. SNAME, pp. 1–187.
- [28] **LLOYD, A.R.** (1998). “*Seakeeping: Ship Behaviour in Rough Weather*”. ARJM Lloyd.
- [29] **NAYFEH, A.H., MOOK, D.T.** (1995). “*Nonlinear Oscillations*”. Jon Wiley & Sons, Ltd.
- [30] **FALTINSEN, O.M., TIMOKHA, A.N.** (2009). “*Sloshing*”. Cambridge University Press.
- [31] **VASTA, J., GIDDINGS, A.J., TAPLIN, A., STILWELL, J.J.** (1961). “*Roll stabilization by means of passive tanks*”. SNAME Trans. 69, 411–460.
- [32] **STIGTER, C.** (1966). “*The performance of U-tanks as a passive anti-rolling device*”. The Royal Institution of Naval Architects ISP-13 (144), 249–275.
- [33] **BELL, J., WALKER, W.P.** (1966). “*Activated and passive controlled fluid tank system for ship stabilization*”. SNAME Trans. 74, 150–193.
- [34] **WEBSTER, W.C., DALZELL, J.F., BARR, R.A.** (1988). “*Prediction and measurement of the performance of freeflooding ship antirolling tanks*”. SNAME Trans. 96, 333–364.
- [35] **VUGTS, IR.J.H.** (1969). “*A comparative study on four different passive roll damping tanks—part II*”. Int. Shipbldg. Prog. 16, 212–223.

## BIBLIOGRAFÍA

- [36] **FIELD, S.B., MARTIN, J.P.** (1976). “*Comparative effects of U-tube and free surface type passive roll stabilization systems*”. Royal Inst. of Naval Arch. 2, 73–92.
- [37] **LEWISON, B.A.** (1975). “*Optimum Design of Passive Roll Stabilizer Tanks*”. The Royal Institution of Naval Architects. pp. 31–45.
- [38] **BARR, R.A., ANKUDINOV, V.** (1977). “*Ship rolling, its prediction and reduction using roll stabilization*”. Marine Tech. 14 (1), 19–41.
- [39] **LEE, B.S., VASSALOS, D.** (1996). “*An investigation into the stability effects of anti-roll tanks with flow obstructions*”. Int. Shipbuild. Prog. 43 (433), 70–88.
- [40] **HONKANEN, M.G.** (1990). “*Heel and Roll Control by Water Tank*”, Naval Architect, 215-216.
- [41] **SELLARS, F. H., AND MARTIN, P.M.** (1992). “*Selection and Evaluation of Ship Roll Stabilization Systems*”, Marine Technology, 29(2), 84-101.
- [42] **VANDIVER, J. K. AND MITOME, S.** (1978). “*Effect of Liquid Storage Tanks on the Dynamic Response of Offshore Platforms*”, Dynamic Analysis of Offshore Structures: Recent Developments.
- [43] **EHLERS, J.** (1995). “*Active and Semi-Active Control Methods in Wave-Structure Interaction*”, Proc. of the 14th Int. Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE), Copenhagen, Vol. I-A, 377-382.
- [44] **SUHARDJO, J. AND KAREEM, A.** (1997). “*Structural Control of Offshore Platforms*”, Proceedings of the 7th International Offshore and Polar Engineering Conference IOSPE-97, Honolulu.
- [45] **PATEL, M. H. AND WITZ, J.A.** (1985) “*On Improvements to the Design of Tensioned Buoyant Platforms*”, Behavior of Offshore Structures, 563-573.
- [46] **DELRIEU, J.L.** (1994). “*Cost Effective Deepwater Platform Dedicated to West Africa and Brazil*”, Proc. 7th Int. Conf. on the behavior of Offshore Structures, 2, 805-812.
- [47] **HUSE, E.** (1987). “*Free Surface Damping Tanks to reduce Motions of Offshore Structures*”, Proc. of 6th Int. Symp. on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 313-324.
- [48] **TAMURA, Y., FUJII, K., OHTSUKI, T., WAKAHARA, T. AND KOHSAKA, R.** (1995). “*Effectiveness of Tuned Liquid Dampers under Wind Excitation*”, Engineering Structures, 17 (9), 609-621.

## BIBLIOGRAFÍA

- [49] **SUDJIC, D.** (1993). *"Their love keeps lifting us higher"*, Telegraph magazine, May, 17-25.
- [50] **BRANCALEONI, F.** (1992). *"The Construction phase and its Aerodynamic issues"*, Aerodynamics of Large Bridges- Proceedings of the First International Symposium on Aerodynamics of large Bridges, Copenhagen, Denmark.
- [51] **UEDA, T., NAKAGAKI, R. AND KOSHIDA, K.** (1992). *"Suppression of wind-induced vibration by dynamic dampers in tower-like structures"*, J. of Wind Engg. and Ind. Aerodynamics, 41-44, 1907-1918.
- [52] **GRAZE, H.R.** (1996). *"Thermodynamic Behavior of Entrapped Air in an Air Chamber"*, Seventh International Conference on Pressure Surges, BHR Group, Harrogate, England, pp 549-560.
- [53] **JONG-CHENG WUA, MING-HSIANG SHIHB, YUH-YI LINA, YING-CHANG SHENC** (2005), *"Design guidelines for tuned liquid column damper for structures responding to wind"*, Engineering Structures 27, pp. 1893-1905.
- [54] **ROZAS TORRES, LUIS ALEJANDRO** (2009). *"Reducción de la Respuesta Estructural por Medio del Uso de Disipadores de Masa Sintonizada y Disipadores de Columna Líquida Sintonizada"*. Memoria para optar al grado de Magíster en ciencias de la Ingeniería, mención ingeniería sísmica.
- [55] **JONG-SHYONG WU, MANG HSIEH** (2000) *"Study on the dynamic characteristic of a U-type tuned liquid damper"*, Ocean Engineering 29, pp. 689-709.
- [56] **TRIFUNAC, M. D. Y BRADY, A. G.** (1975), *"A Study of the Duration of Strong Earthquake Ground Motion"*, Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 65, pp. 581-626.
- [57] **JUANG, J.-N.; PAPPA, R. S.** (1985). *"An Eigensystem Realization Algorithm for Modal Parameter Identification and Model Reduction"*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics 8 (5).
- [58] **NIGAM N. C. AND JENNING P.C.** (1969) *"Calculation of response spectra from strong motion earthquake records"*. Bulletin of the Seismological Society of America. Vol. 59, No. 2, pp. 909-922.
- [59] **GRAZE, H.R.** (1968). *"A Rational Thermodynamic Equation for Air Chamber Design"*, Proceedings of the Third Australian Conference on Hydraulics and Fluid Mechanics, Sydney, Australia, pp 57 - 61.

## BIBLIOGRAFÍA

- [60] **LEE, NAHM AND MARTIN, C. S.** (1999). "*Experimental and Analytical Investigation of Entrapped Air in a Horizontal Pipe*", Proceedings of the 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference, San Francisco, California.
- [61] **LEE NAHM HO** (2005). "*Effect of Pressurization and Expulsion of Entrapped Air in Pipelines*". In Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Doctor of Philosophy in the School of Civil and Environmental Engineering Georgia Institute of Technology.
- [62] **GÉRADIN, M., RIXEN, D.** (1994). "*Mechanical Vibrations - Theory and Application to Structural Dynamics*". John Wiley & Sons, first edition.
- [63] **W.H. PRESS, S.A. TEUKOLSKY, W.T. VETTERLING & B.P. FLANNERY** (1992), "*Numerical Recipes in C: the art of scientific computing*", Second Edition, Cambridge University Press.
- [64] **J. R. CASH, A. H. KARP** (1990). "*A variable order Runge-Kutta method for initial value problems with rapidly varying right-hand sides*", ACM Transactions on Mathematical Vol. 60, No. 3, pages 201-222.
- [65] **NEWMARK N. M.** (1959). "*A method of computation for structural dynamics*". ASCE J Eng Mech, 85(3): 67–94.
- [66] **WILSON, E. L.**, (1962). "*Dynamic Response by step-By-Step Matrix Analysis*". Proceedings, Symposium On the Use Of Computers in Civil Engineering, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil , Lisbon, Portugal, October 1-5.
- [67] **COOK, R.D., MALKUS, D.S., PLESHA, M.E.**, (1998). "*Concepts and Applications of Finite Elements Analysis*", Third edition. John Wiley & Sons.
- [68] **CHOPRA, ANIL. K.**, (1995). "*Dynamics of Structures -Theory and Application to Earthquake Engineering*". Prentice-Hall , Englewood Cliffs, New Jersey 07632.
- [69] **THE SKYSCRAPER CENTER** [ en línea] <http://www.emporis.com> .
- [70] **SAKAI,F., TAKAEDA, S., AND TAMAKI, T.**, (1989), "*Tuned liquid column damper – new type device for suppression of building vibrations*", Proc. Int. Conf. on Highrise Buildings, Vol. 2, Nanjing, China, pp. 926-931.
- [71] **JONG-CHENG WUA, MING-HSIANG SHIHB, YUH-YI LINA, YING-CHANG SHENC**, (2005), "*Design guidelines for tuned liquid column damper for structures responding to wind*", Engineering Structures 27, pp. 1893-1905.
- [72] **CLOUGH, R.W., PENZIEN, J.**, (2003). Dynamics of Structures. Computers and Structures Inc.

## BIBLIOGRAFÍA

- [73] **K. M. SHUM, Y. L. XU, W. H. GUO**, (2007), “*Wind-induced vibration control of long spancable-stayed bridges using multiple pressurized tuned liquid column dampers*”, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 96, pp. 166–192.
- [74] **ALBERTO DI MATTEO, FRANCESCO LO IACONO, GIACOMO NAVARRA, ANTONINA PIRROTTA**, (2014) “*Optimal tuning of tuned liquid column damper systems in random vibration by means of an approximate formulation*”, *An International Journal of Theoretical and Applied Mechanics AIMETA*.
- [75] **H. H. LEE, S. -H. WONG, R. -S. LEE**, (2005) “*Response mitigation on the offshore floating platform system with tuned liquid column damper*”, *Ocean Engineering* 33, pp. 1118–1142.
- [76] **FAHIM SADEK, BIJAM MOHRAZ, H. S. LEW**, (1996), “*Single and Multiple Tuned liquid column dampers for seismic applications*”.
- [77] **SAVITZKY, ABRAHAM; GOLAY, MARCEL J.E.** (1964). “*Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures*”. *Analytical Chemistry* 36. p. 1627-1639.
- [78] **ZHANG YAHUI; XIAO HUI LIU**, (2004), “*Vibration Control by Tuned Mass Damper*”. State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment Dalian University of Technology.

# ANEXO A

## DETERMINACIÓN DE ECUACIONES DE ENERGÍA Y CINEMÁTICAS DEL DISIPADOR

Se busca determinar las ecuaciones que representen el comportamiento de la cámara de aire del disipador presurizado. Las principales hipótesis es el trabajo no adiabático del aire, el que será representado según los criterios mostrados a continuación.

### A.1. PRIMER PRINCIPIO DE LA TERMODINÁMICA

#### A.1.1. EL TRABAJO EN UN CAMBIO DE VOLUMEN

Una integral de línea representa el límite de un sistema de volumen  $V$  y forma arbitraria sobre el cuál actúa una presión hidrostática externa uniforme  $P_e$ . Supongamos que el sistema se expande en contra de esta presión, alcanzando finalmente la forma indicada por la línea exterior de trazos. La fuerza externa que actúa sobre un elemento de la superficie límite de área diferencial  $dA$  es  $dF_e = P_e dA$ . Cuando el elemento se desplaza hacia afuera una distancia  $ds$ , la fuerza y el desplazamiento son en sentidos opuestos y el trabajo de la fuerza es  $dF_e ds = P_e dA ds$ . Cuando se incluyen todos los elementos de superficie, el trabajo  $dW$  del proceso se determina integrando el producto  $P_e dA ds$  a toda la superficie.

$$dW = P_e \int dA ds \quad (\text{A - 1})$$

La integral equivale al volumen comprendido entre los dos límites, o sea, al incremento  $dV$  del volumen del sistema. Por tanto,

$$dW = P_e dV \quad (\text{A - 2})$$



Por ello cuando un sistema se expande contra una presión externa,  $dV$  es positivo y se dice que el sistema realiza un trabajo.

El trabajo de las fuerzas externas ejercido sobre los límites de un sistema se denomina frecuentemente trabajo externo. El trabajo externo es un cambio de volumen el cual se expresa por la ecuación (A-3) cualquiera que sea la naturaleza del proceso. Si el proceso es reversible, el sistema está esencialmente en equilibrio mecánico en todo momento y la presión externa  $P_e$  es igual a la presión  $P$  ejercida por el sistema contra los límites. Por tanto, en un proceso reversible podemos sustituir  $P_e$ , por  $P$  y escribir

$$dW = PdV \quad (\text{A - 3})$$

Si se trata de un proceso reversible finito en el cual el volumen varía de  $V_a$  a  $V_b$  el trabajo total es

$$dW = \int_{V_a}^{V_b} PdV \quad (\text{A - 4})$$

### A.1.2. ENERGÍA INTERNA

El trabajo  $W_{ad}$  en cualquier proceso adiabático es igual a la suma de los diferenciales de trabajo  $dW_{ad}$  en cada etapa del proceso, ec. (A-5)

$$W_{ad} = \int_a^b dW_{ad} \quad (\text{A - 5})$$

Aunque en general la diferencial es inexacta y el trabajo  $W$  tiene valores diferentes para distintas trayectorias, la diferencia  $dW_{ad}$  es exacta en el sentido de que el trabajo es el mismo a lo largo de todos los procesos adiabáticos comprendidos entre un par determinado de estados que posean las mismas energías cinética y potencial. Por tanto, podemos definir una propiedad de una sistema, representada por  $U$ , tal que la diferencia entre sus valores de estados "a" y "b" es igual al trabajo total realizado por el sistema a lo largo de cualquier trayectoria adiabática que una "a" con "b". Esta propiedad se denomina energía interna del sistema.

El valor de la energía interna depende solo del estado del sistema y por tanto  $dU$  es una diferencial exacta. Convencionalmente se define  $dU$  como el valor negativo del trabajo adiabático  $dW_{ad}$  que realiza el sistema o igual al trabajo adiabático realizado sobre el sistema, ec. (A-6).

$$dU = -dW_{ad} \quad (\text{A - 6})$$

Para dos estados que difieran en una cantidad finita, al integrar la ec. (A-6) la expresión se puede escribir, como muestra la ec. (A-7)

$$\int_{U_a}^{U_b} dU = U_b - U_a = - \int_b^a dW_{ad} = -W_{ad} \quad (\text{A - 7})$$

Es decir el trabajo total  $W_{ad}$  que realiza un sistema es un proceso adiabático entre dos estados “a” y “b” con energías cinéticas y potenciales, iguales a la disminución  $U_b - U_a$  de la energía interna del sistema.

### A.1.3. FLUJO DE CALOR

El primer principio de la termodinámica permite definir la energía interna  $U$  de un sistema como una propiedad del mismo, cuyo cambio entre dos estados de equilibrio es igual al trabajo total negativo de cualquier proceso adiabático entre dichos estados. A continuación consideraremos procesos que tiene en lugar un par determinado de estados de equilibrio por vía no adiabática. Es decir, el sistema no está térmicamente aislado del medio exterior, sino que hace contacto con él a través de límites no adiabáticos con uno o más sistemas cuya temperatura difiere de la del sistema considerado. Bajo estas circunstancias decimos que existe un flujo de calor  $Q$  entre el sistema y el medio ambiente.

El flujo de calor se define cuantitativamente en función del trabajo que se realiza en el proceso del siguiente modo: “EL trabajo total  $W$  en un proceso no adiabático entre un par determinado de estados de equilibrio difiere de un proceso a otro y difiere también del trabajo  $W_{ad}$  de cualquier proceso adiabático entre el mismo par de estados. Definiremos el flujo de calor dentro del sistema en cualquier proceso, como la diferencia entre el trabajo  $W$  y el trabajo adiabático  $W_{ad}$ , ec. (A-8).

$$Q \equiv W - W_{ad} \quad (\text{A - 8})$$

El flujo de calor dentro de un sistema, lo mismo que la variación de energía interna, se define así completamente en función del trabajo mecánico.

Según la naturaleza del proceso, el trabajo  $W$  puede ser mayor o menor que el trabajo adiabático  $W_{ad}$  y, por lo tanto, el signo algebraico de  $Q$  puede ser positivo o negativo. Si  $Q$  es positivo, existirá un flujo de calor hacia el sistema; si  $Q$  es negativo, el flujo de calor irá del sistema hacia el medio exterior. El flujo de calor puede ser positivo durante unas partes de un proceso y negativo en otras. Así pues,  $Q$  es igual al flujo neto hacia el sistema.

Como los valores numéricos de temperatura se asignan de tal modo que el calor fluye por conducción desde una temperatura más alta a otra más baja, resulta que si la temperatura del medio exterior es mayor que la del sistema, existirá un flujo de calor hacia el sistema, y será positivo; si la temperatura del medio exterior es menor que la del sistema se producirá un flujo de calor hacia afuera del sistema y  $Q$  será negativo.

Si la temperatura de un sistema difiere solo infinitesimalmente de la del entorno, el sentido del flujo de calor puede invertirse por un cambio infinitesimal de la temperatura del sistema, siendo entonces reversible.

Como, por definición, el trabajo adiabático realizado por un sistema en un proceso que une el estado de equilibrio inicial " $a$ " con el estado de equilibrio final " $b$ ", es igual a la disminución de energía interna del sistema  $U_a - U_b$ , la ecuación (A-9) la relación,

$$U_b - U_a = Q - W \quad (\text{A} - 9)$$

La diferencia de energía interna es el incremento de energía interna y la ec. (A-9) establece que el incremento de energía interna de un sistema en cualquier proceso en el que no existan variaciones de energía cinética y potencial, es igual al flujo de calor neto en el sistema, menos el trabajo total  $W$  realizado por el sistema.

Si el flujo de calor y el trabajo son ambos muy pequeños, la variación de la energía interna es también muy pequeña y la ecuación (A-9) se convierte en una expresión de valores infinitesimales, ec. (A-10)

$$dU = dQ - dW \quad (\text{A} - 10)$$

No existe limitación sobre el proceso a que se refiere la ecuación anterior; el proceso puede ser reversible o irreversible. Si es reversible, el único trabajo es el de configuración y podemos sustituir  $dW$  por  $PdV$ , donde  $P$  y  $V$  son la presión y el volumen del sistema respectivamente. Por ende,  $dV$  es la variación de volumen infinitesimal. En tanto, el proceso reversible queda expresado en la ec. (A-11),

$$dU = dQ - PdV \quad (\text{A} - 11)$$

Para un par determinado de estados inicial y final, los valores de  $dU$  son los mismos para todos los procesos comprendidos entre dichos estados. Sin embargo, las magnitudes de  $W$  o  $dW$  son diferentes en cada proceso y, como consecuencia, los flujos caloríficos  $Q$  o  $dQ$  también son diferentes. Así,  $dQ$  y  $dW$ , son una diferencia inexacta y  $Q$  no es una propiedad del sistema, El calor, como el trabajo, es una función de línea y no una función de punto y solo tiene significado en conexión con un proceso. Por otra parte, el flujo neto de calor en un sistema durante un proceso entre los estados "a" y "b" es la suma de los valores  $dQ$  en cada etapa del proceso y por tanto, el calor se representa como la integral del diferencial de calor de un estado inicial a uno final, ec. (A-12)

$$Q = \int_a^b dQ \quad (\text{A} - 12)$$

Sin embargo, lo mismo que ocurriría con el trabajo  $W$  del proceso, no podemos igualar la integral con la diferencia entre los calores de una propiedad del sistema en los estados inicial y final.

#### A.1.4. CAPACIDAD CALORÍFICA

En tanto que no se producen cambios de fase en un proceso, excepto en ciertos casos especiales, la temperatura de un sistema varía cuando el sistema recibe un flujo de calor. La capacidad calorífica media  $\bar{C}$  [ec. (A-13)] de un sistema en un determinado proceso se define por la relación del calor que entra en el sistema y el correspondiente aumento de temperatura,  $\Delta T$

$$\bar{C} = \frac{Q}{\Delta T} \quad (\text{A} - 13)$$

La capacidad calorífica verdadera a cualquier temperatura se define como el límite de  $C$  cuando  $\Delta T$  tiende a cero, ec. (A-14)

$$C = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{Q}{\Delta T} = \frac{dQ}{dT} \quad (\text{A - 14})$$

La relación anterior  $\frac{dQ}{dT}$  pues no puede interpretarse como la derivada de  $Q$  con respecto a  $T$ , pues el calor no es una propiedad del sistema y no es una función de la temperatura,  $T$ .

La capacidad calorífica en un proceso durante el cual el sistema se somete a una presión hidrostática externa constante, se denomina capacidad calorífica a presión constante y se representa por  $C_p$ . El valor de  $C_p$  para un sistema determinado, depende de la presión y de la temperatura. Si el sistema se mantiene a volumen constante en tanto se le suministra calor, la capacidad calorífica correspondiente se denomina capacidad calorífica a volumen constante y se representa por  $C_v$ .

El concepto de capacidad calorífica se aplica a un sistema determinado. El calor específico o capacidad calorífica por unidad de masa o por mol es característico de la sustancia que constituye el sistema y se representa por  $c_p$  o  $c_v$ .

La cantidad total de calor que fluye en un sistema en cualquier proceso viene dado por la ec. (A-15).

$$Q = \int dQ = \int_{T_1}^{T_2} C dT = n \int_{T_1}^{T_2} c dT \quad (\text{A - 15})$$

En donde  $C$  es la capacidad calorífica apropiada al proceso y  $c$  es el correspondiente valor molar. Dentro de un intervalo de temperaturas en el cual  $C$  puede considerarse constante,

$$Q = C(T_2 - T_1) = nc(T_2 - T_1) \quad (\text{A - 16})$$

#### A.1.5. MECANISMOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR

Se producen fenómenos físicos o químicos en donde se encuentre presente la diferencia de temperaturas, se presentará una transferencia de calor, la cual únicamente puede llevarse a cabo por tres mecanismos o una combinación de ellos.

#### A.1.6. CONDUCCIÓN

La transferencia de calor por conducción es el proceso mediante el cual fluye calor a través de un sólido. Es este tipo de proceso, el calor se transfiere mediante un complejo mecanismo submicroscópico en el que los átomos interactúan a través de choques elásticos e inelásticos para propagar la energía desde las regiones con mayor temperatura hacia las que tienen menor temperatura. La transferencia de calor por conducción generalmente se da en los sólidos pero puede presentarse también en líquidos o en gases bajo ciertas circunstancias como lo son las condiciones cercanas al reposo. Los mejores conductores de calor son los metales, en cambio, *gases como el aire no conducen de manera eficiente el calor, por lo que son llamados aislantes*. Existe conducción de calor sólo si hay diferencias de temperaturas entre dos partes del medio conductor. Para un volumen de espesor  $\Delta x$ , con área de sección transversal  $A$  y cuyas caras opuestas se encuentran a diferentes temperaturas. La rapidez de transferencia de calor, o el calor transferido por unidad de tiempo, está expresado por la ecuación (A-17) que predice la disipación de calor por un mecanismo de conducción es la Ley de Fourier.

$$\frac{dQ}{dt} = -kA\nabla T \quad (\text{A} - 17)$$

El flujo de calor, es proporcional al negativo del área de transferencia de calor y el gradiente de temperatura que depende del espesor del material donde se lleva a cabo el fenómeno. La constante  $k$ , es denominada coeficiente de conductividad térmica del material.

#### A.1.7. CONVECCIÓN

La transferencia de calor por convección aparece siempre que un cuerpo se coloca en un fluido con una temperatura mayor o menor. Debido a la diferencia de temperaturas, el calor fluye entre el fluido y el cuerpo, cambiando la densidad del fluido cerca de la superficie. La diferencia de densidad produce un flujo descendente del fluido más pesado y un flujo ascendente del fluido más ligero. Puede ser generada de manera natural producida solo por las diferencias de densidades de la materia; o forzada, cuando la materia es obligada a moverse de un lugar a otro. Sólo se produce en líquidos y gases donde los átomos y moléculas son libres de moverse en el medio. Un modelo de transferencia de calor por convección que predice la pérdida de calor, es la Ley de enfriamiento de Newton, la cual se representa en la ecuación (A-18).

$$\frac{dQ}{dt} = hA(T_s - T) \quad (\text{A - 18})$$

El flujo de calor es proporcional al área de transferencia y la diferencia entre la temperatura de la superficie adyacente al fluido y la temperatura del fluido,  $h$  se define como el coeficiente de transferencia de calor por convección simple o forzada. El flujo de calor por convección es positivo si el calor se transfiere desde la superficie al fluido y negativo si el calor se transfiere desde el fluido hacia la superficie.

#### A.1.8. RADIACIÓN

Es un fenómeno de transferencia de calor a partir de ondas electromagnéticas, originado por un gradiente de temperaturas, entre más grande es este, la radiación se incrementa. La ecuación (A-19) que predice las pérdidas de calor por radiación es la ecuación de Stefan-Boltzmann.

$$Q = \sigma A \varepsilon (T_s^4 - T^4) \quad (\text{A - 19})$$

El flujo de calor es proporcional al área de transferencia, a la emisividad  $\varepsilon$  del cuerpo radiante y a la diferencia de temperaturas entre la superficie y el medio receptor, a la cuarta potencia, a través de la constante de radiación,  $\sigma$ .

#### A.1.9. EVALUACIÓN DEL FLUJO DE CALOR

Las paredes del disipador constituyen una resistencia en serie para la transferencia de calor, y la composición del contenedor del fluido influye en las condiciones posteriores, siendo importante el poseer aislantes de calor y el espesor del tubo.

La expresión [ec. (A-20)] que permite evaluar la pérdida de calor para el caso de un tubo, en donde se identifican los distintos mecanismos de transferencia, pueden obtenerse a través de la ecuación de energía, en coordenadas cilíndricas.

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + V_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial (r q_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial q_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) \quad (\text{A - 20})$$

$$- \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right) \left( \frac{1}{r} \frac{\partial (r V_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) - \phi$$

Donde  $\phi$  es el término de disipación viscosa. Se deben realizar las siguientes consideraciones, para ayudar a simplificar el problema. Si el sistema opera en régimen permanente y el flujo de calor se transfiere a través del eje radial, la ecuación (A-20) se reduce a la ec. (A-21)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rq_r)}{\partial r} = 0 \quad (\text{A - 21})$$

La ecuación (A-21) nos indica que el producto entre la coordenada radial y el flujo de calor es constante, ec. (A-22).

$$rq_r = \text{constante} \quad (\text{A - 22})$$

Bajo condiciones estacionarias y considerando los distintos mecanismos de transferencia de calor, la conducción se debe evaluar en la Ley de Fourier para las capas de material consideradas y también considerando las pérdidas en las paredes del tubo, interna y externa se evalúa en la ecuación de enfriamiento de Newton y radiación, sumando las expresiones pertinentes se tiene la expresión (A-23) para el flujo de calor.

$$\frac{dQ}{dt} = U'X(T_{in} - T_{ex}) \quad (\text{A - 23})$$

Se deben considerar, la distancia de transferencia de calor  $X$ , donde se ejerce el cambio de temperatura. La diferencia entre la temperatura interna y externa de la cámara ( $T_{in} - T_{ex}$ ) y el coeficiente global de transmisión de calor,  $U'$  por unidad de largo, que viene dado por la expresión (A-24), el cual depende del número de capas, que conforman la cámara.

$$U' = r_0^{-1} \left( \frac{1}{r_0 h_0} + \sum_{i=1}^n \frac{\ln(r_i/r_{i-1})}{k^{i-1,i}} + \frac{1}{r_n h_n} \right)^{-1} \quad (\text{A - 24})$$

Las constantes  $k$  y  $h$  son los coeficientes para los casos de transferencia de calor de conducción y convección más radiación respectivamente. Para nuestro caso en particular la expresión puede observarse en la ecuación (A-25),

$$\frac{1}{U'} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{r_0(h_{c0} + h_{r0})} + \frac{\ln(r_0/r_1)}{k^{01}} + \frac{1}{r_1(h_{c1} + h_{r1})} \right) \quad (\text{A - 25})$$



Los subíndices  $c$  y  $r$  indican que los coeficientes de transferencia de calor corresponden a convección y radiación respectivamente. Puede ser demostrado que para el aire con un contenido de bajo vapor de agua y dióxido de carbono, el valor de  $h_{r0}$ , es esencialmente cero, y que los términos de conducción son despreciables con respecto a los otros dos factores de transferencia de calor. Estas modificaciones reducen la ecuación (A-25) a la (A-26),

$$\frac{1}{U'} = \frac{1}{2\pi r_0} \left( \frac{1}{h_{c0}} + \frac{1}{h_{c1} + h_{r1}} \right) \quad (\text{A - 26})$$

La distribución de temperatura resultante la cual debe ser adecuada para satisfacer los requerimientos del coeficiente de transferencia de calor, necesita que la diferencia de temperatura  $T_{in} - T_{ex}$ , este en una relación de aproximadamente 2:1 con respecto a la pared interna a la externa del tubo. Comparando la capacidad calorífica del aire al interior del contenedor y el contenedor mismo indica que no existe la energía suficiente para mantener la temperatura de la pared exterior y por lo tanto la distribución de temperatura a través del tubo solo debe ser considerado al interior de la cámara, manteniéndose constante a lo largo del tubo. La ecuación más simplificada queda expresada en la ec. (A-27) donde el valor de  $U'$  es proporcional al manto donde se transfiere calor y la constante de convección.

$$U' = 2\pi r_0 h_{c0} \quad (\text{A - 27})$$

Finalmente el flujo de calor en el tiempo puede expresarse como la relación entre el área del manto, la diferencia de temperaturas entre el interior y exterior del tubo, ec (A-28).

$$\frac{dQ}{dt} = 2\pi r_0 h_{c0} X (T_{in} - T_{ex}) \quad (\text{A - 28})$$

Ahora falta, definir una expresión para la constante de convección del aire.

Definiremos  $A_q$  como el área de transferencia de calor, la cual queda expresada en la ecuación (A-29) como la relación entre la altura de la cámara de aire  $X$  y área del cilindro, donde  $r_0$  es el radio interno del tubo.

$$A_q = 2\pi r_0 X \quad (\text{A - 29})$$

#### A.1.10. COEFICIENTE DE CONVECCIÓN DE TRANSFERENCIA DE CALOR

Considerando las condiciones dinámicas existentes en el aire encerrado durante la transición del movimiento revela un problema para la transferencia de calor y observaciones muestran que el término de la transferencia de calor no es un parámetro crítico en el análisis.

Aunque ambos tipos de convección están presentes, simple y forzada, las magnitudes de las velocidades indican que el orden del coeficiente de convección de transferencia a través del cilindro puede ser adecuadamente representado por el coeficiente de convección de turbulencia libre para láminas verticales semi-infinitas como muestra la expresión (A-30) un coeficiente  $\alpha$  y a una potencia de la diferencia de temperatura.

$$h_{co} = \alpha |\Delta T|^{\frac{1}{3}} \quad (\text{A - 30})$$

Graze (1996) sugiere un valor de  $\alpha$  promedio de 3.5 en el sistema internacional de unidades, aunque el valor varía al comprimir o expandir el aire.

De esta manera el flujo de calor por unidad de área queda expresada como,

$$\frac{dQ}{dt} / \text{área} = \alpha |T_{in} - T_{ex}|^{\frac{1}{3}} (T_{in} - T_{ex}) \quad (\text{A - 31})$$

Donde el área queda definida como el manto de transferencia de calor, la que por ahora reemplazaremos por  $A_q$  entonces,

$$\frac{dQ}{dt} = A_q \alpha |T_{in} - T_{ex}|^{\frac{1}{3}} (T_{in} - T_{ex}) \quad (\text{A - 32})$$

#### A.1.1.1. ENERGÍA INTERNA DEL SISTEMA

Un volumen de control con cambios relativamente pequeños de temperatura y presión puede ser considerado que el gas posee características de un gas ideal. Las ecuaciones (A-33), (A-37) y (A-38) que dominan el proceso son por lo tanto, la ecuación de estado,

$$PV = mRT \quad (\text{A - 33})$$

$$C_p - C_v = R \quad (\text{A - 34})$$

$$C_v = \frac{du}{dT} \quad (\text{A - 35})$$

La ecuación de los gases ideales definida en la ec. (A-33) muestra la relación entre la presión  $P$ , el volumen  $V$ , la masa molar  $m$ , la constante universal de los gases  $R$  y la temperatura  $T$ .

Si la capacidad calorífica de presión y volumen son consideradas constantes con respecto a la temperatura, el coeficiente de calor específico es designado por  $\gamma$  definido en la ec. (A-36),

$$\frac{C_p}{C_v} = \gamma \quad (\text{A - 36})$$

Combinando las ecuaciones (A-33) – (A-36) el cambio de energía interna queda expresado una relación entre la presión, el volumen y el coeficiente de calor específico, ec. (50)

$$dU = \frac{d(PV)}{\gamma - 1} \quad (\text{A - 37})$$

Entonces la aplicación de los conceptos de reversibilidad, la primera ecuación de la termodinámica, definida en la ecuación (A-11) los términos de la energía interna, el flujo de calor y el trabajo realizado por el sistema son agrupados obteniendo la relación entre ellos, ec. (A-36)

Reemplazando  $A_q$  y la expresión del coeficiente de convección de calor,  $h_{c0}$  la ecuación (A-36) queda expresada en la ec. (A-38) como

$$\frac{d(PV)}{\gamma - 1} = -PdV + A_q \alpha |T_{in} - T_{ex}|^{\frac{1}{3}} (T_{in} - T_{ex}) \quad (\text{A - 38})$$

Derivando la expresión de la energía interna, la ec. (A-38) queda [ec. (A-39)]

$$\frac{PdV + VdP}{\gamma - 1} = -PdV + A_q \alpha |T_{in} - T_{ex}|^{\frac{1}{3}} (T_{in} - T_{ex}) \quad (\text{A - 39})$$

Agrupando términos y la ecuación (A-39) expresándola de forma diferencial en el tiempo y despejando la variación de presión llegamos a la ec. (A-40)

$$\frac{dP}{dt} = -\gamma \frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + \frac{\gamma - 1}{V} A_q \alpha |T_{in} - T_{ex}|^{\frac{1}{3}} (T_{in} - T_{ex}) \quad (\text{A - 40})$$

Aplicando las ecuaciones de los gases ideales [ecs. (A-36) y (A-37)], tenemos las siguientes relaciones introduciendo el concepto de masa de aire contenida en el tubo,  $M_g$  y la constante universal de los gases con relación a las masas obtenida de la ecuación (A-41)

$$R_g = \frac{R}{\mathcal{M}_g} \quad (\text{A - 41})$$

Donde  $R$  es la constante universal de los gases y  $\mathcal{M}_g$  es la masa molar del gas contenido en el disipador.

$$PV = M_g R_g T \quad (\text{A - 42})$$

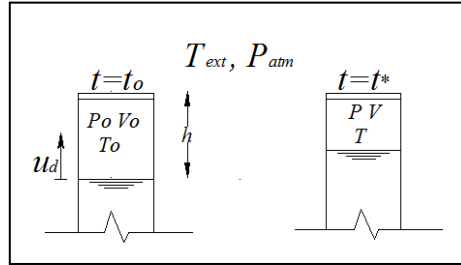
$$P_o V_o = M_g R_g T_o \quad (\text{A - 43})$$

Los términos que contienen el subíndice cero, corresponden a las condiciones iniciales del sistema. También es posible determinar una relación según las condiciones iniciales, para un sistema donde no existe intercambio de masa con el exterior se puede establecer la siguiente relación,

$$M_g R_g = \frac{P_o V_o}{T_o} \quad (\text{A - 44})$$

La ecuación (A-41) de la variación de la presión finalmente puede ser escrita como se muestra en la ec. (A-45)

$$\frac{dP}{dt} = -\gamma \frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + \frac{\gamma - 1}{V} A_q \alpha \left| \frac{PV}{M_g R_g} - T_{ex} \right|^{\frac{1}{3}} \left( \frac{PV}{M_g R_g} - T_{ex} \right) \quad (A - 45)$$



## A.2. ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

La ecuación de conservación de la masa para un gas contenido en la cámara de aire es expresado a través de la ecuación (A-46) donde se define un volumen de control. La derivada  $D(\cdot)/Dt$  es denominada derivada material y puede ser desglosada en términos temporales y espaciales del sistema

$$\frac{D}{Dt} \int_{V(t)} \rho_g dV = \frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho_g dV + \int_{A(t)} \rho_g \vec{V}_r \cdot \vec{n} dA \quad (A - 46)$$

Cuando el gas no reacciona ni varía su densidad  $\rho_g$  la ecuación (A-46) se reduce a términos de sumatoria, quedando representado por la ec. (A-47) donde el primer término muestra la variación en el tiempo del gas por el volumen del gas contenido en el tubo, y si la sección  $A$  es constante, solo queda definida por la altura o largo del gas; el segundo y tercer término de la expresión (A-47) indican las variaciones del gas a través del volumen de control.

Escriba aquí la ecuación. 
$$\rho_g A \frac{dL_g}{dt} + \sum_{ENTRA} \rho_g V_r A - \sum_{SALE} \rho_g V_r A = 0 \quad (A - 47)$$

Considerando las condiciones de borde, hay extremo cerrado y otro con libertad del movimiento del gas, además la densidad del se mantiene constante, por lo tanto la variación del volumen de gas se puede relacionar con el cambio del fluido en la columna, al imponer que la velocidad del líquido es la misma del gas en la interfaz, la ecuación de continuidad queda expresada en la ecuación (A-48)

$$\frac{dV}{dt} = -Av \quad (\text{A - 48})$$

La ecuación anterior aplicada a las condiciones geométricas e internas del disipador presurizado de columna líquida tenemos.

$$\frac{dV}{dt} = -A_v \dot{u}_d \quad (\text{A - 49})$$

### A.3. ECUACIÓN DE EULER

El dispositivo es gobernado por las ecuaciones en solo una dirección de las ecuaciones de masa, momentum, y energía, las que son derivadas empleando el teorema de transporte de Reynolds, el cual es aplicado separadamente del volumen de control del líquido y del gas en su interior.

La ecuación de momentum para el fluido en estado líquido con un indicado volumen de control se muestra en la ec. (A-50),

$$\frac{d}{dt} \int_{V_s(t)} \rho_l \vec{v} dV = \frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho_l \vec{v} dV + \int_{A(t)} \rho_l \vec{v} \vec{v}_r \cdot \vec{n} dA \quad (\text{A - 50})$$

Utilizando la segunda ley de Newton para el sistema en una dirección la ecuación (A-50) queda definida a partir de las fuerzas externas del sistema y las propiedades internas del sistema  $\rho_l$ , y de los cambios espaciales y temporales que ocurren en el volumen de control  $V(t)$ .

$$\sum F = \frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho_l v dA + \sum_{ENTRA} \rho_l v(v-w)A - \sum_{SALE} \rho_l v(v-w)A \quad (\text{A - 51})$$

Siendo  $w$  la velocidad en la superficie de control y  $v$  la velocidad del fluido. Según la segunda ley de Newton sobre un volumen de control infinitesimal, el principio conservativo de momentum se puede escribir como una relación de la masa del sistema por su aceleración, la cual debe cumplir la igualdad junto a las fuerzas másicas y superficiales presentes en el problema. La aceleración está definida según el método de Euler, por ende como una derivada material, la cual posee

componente temporal y espacial, el resultado debe ser igual que expresar el teorema del transporte de Reynolds como una propiedad extensiva momentum, por ella se puede decir que la segunda ley de Newton es equivalente al principio de conservación de momentum. Las fuerzas externas actúan en el volumen de control y se separan en fuerzas másicas dadas solo por el campo gravitatorio y dependen del sistema de coordenadas tomado y las fuerzas superficiales donde actúan los esfuerzos tangenciales a la superficie y normales a ella.

Según las consideraciones anteriores y la ec. (A-51), las ecuaciones de Navier-Stokes para fluidos incompresibles pueden ser escritas en su forma genérica en la ec. (A-52)

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \vec{g} - \frac{1}{\rho_f} \nabla P + \nu \nabla^2 \vec{v} \quad (\text{A - 52})$$

El primer término a la izquierda de la ecuación muestra la variación temporal del fluido y el segundo término la variación espacial como un producto punto entre el vector de velocidad y el gradiente. El término de la derecha muestra las fuerzas externas actuantes en el sistema, las fuerzas gravitacionales representadas por  $\vec{g}$  y las fuerzas superficiales representadas por los dos últimos términos, un sumando relacionado con el gradiente de presiones en el sistema y otro término relacionado con los efectos viscosos del sistema,  $\nu$ . Ahora siendo  $h$  un eje orientado verticalmente, la componente de gravedad se puede escribir como la constante de aceleración de gravedad  $g$ , por el gradiente de la distancia vertical con respecto a un datum o línea de equilibrio.

$$\vec{g} = -g \nabla h \quad (\text{A - 53})$$

Mediante la agrupación de términos la presión queda expresada como se muestra en la ec. (6A-54)

$$\nabla \hat{P} = \nabla \left( h + \frac{P}{\rho_f g} \right) \quad (\text{A - 54})$$

Reemplazando (67) en la ecuación (65) obtenemos la ec. (68)

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla \hat{P} + \nu \nabla^2 \vec{v} \quad (\text{A - 55})$$

Si el fluido es ideal, la viscosidad cinemática  $\nu$  es nula, quedando la expresión (A-55) como [ec. (A-56)]

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla \hat{P} \quad (\text{A - 56})$$

Considerando ahora un fluido irrotacional, o sea,  $\nabla \times v = 0$ , la expresión de la divergencia de la velocidad, cambia como muestra la ec. (A-57)

$$(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \frac{1}{2} \nabla (\vec{v} \cdot \vec{v}) \quad (\text{A - 57})$$

Expresando las pérdidas de energía friccionales y singulares pero sin considerar trabajo externo la diferencia entre Bernoulli de dos puntos "2" y "1" se expresa a partir de la primera ley de la termodinámica en la ec. (A-58)

$$\text{Escriba aquí la ecuación. } B_2 - B_1 = -\frac{1}{g} \left( \frac{1}{G} \left( \frac{\partial W_t}{\partial t} - \frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} \right) + (u_2 - u_1) \right) \quad (\text{A - 58})$$

Donde  $G$  es el gasto másico,  $\hat{Q}$  es el calor del sistema,  $W_t$  es el trabajo asociado a los esfuerzos viscosos, y  $u_2 - u_1$  es la diferencia de energía interna entre dos puntos. Por ende, el total de las pérdidas  $\Lambda$  se define como se muestra en la ec. (A-59)

$$\Lambda = -\frac{1}{g} \left( \frac{1}{G} \left( \frac{\partial W_t}{\partial t} - \frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} \right) + (u_2 - u_1) \right) \quad (\text{A - 59})$$

La ecuación de Navier Stokes queda expresada como la siguiente manera [ec. (A-60)]

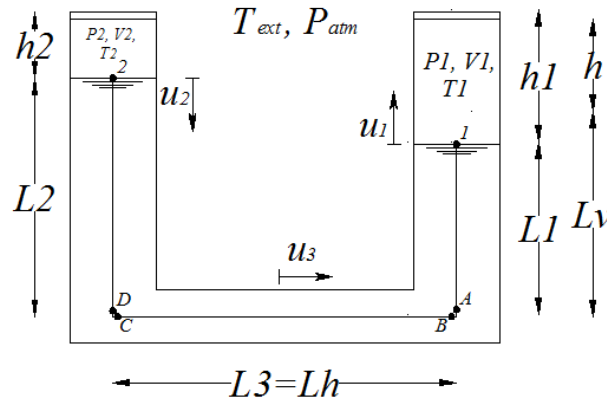
$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + g \nabla \left( \frac{1}{2g} \vec{v} \cdot \vec{v} + \frac{P}{\rho_f g} + h \right) = 0 \quad (\text{A - 60})$$

El término entre paréntesis está definido como el Bernoulli o energía unidad de peso. La expresión (A-60), considerando un flujo irrotacional e impermanente e incorporando las pérdidas de energía del sistema, queda expresada al integrar entre dos puntos a lo largo de una línea de corriente, en la ec. (A-61)



$$\frac{1}{g} \int_1^2 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} d\vec{r} + B_2 - B_1 + \Lambda = 0 \quad (\text{A - 61})$$

La ecuación (A-61) es denominada ecuación de Euler. Para nuestro caso particular si los puntos 1 y 2 son considerados en la interfaz liquido gas de la columna izquierda y derecha respectivamente.



Debido a los cambios de sección se deben estimar expresiones desde los puntos “1” a “A”, “B” a “C” y de “D” a “2”. Al considerar la ec. (A-61) para los par de puntos señalados anteriormente se obtienen las siguientes expresiones,

De “1” a “A”,

$$\frac{L_1}{g} \frac{d\dot{u}_1}{dt} + B_A - B_1 + \Lambda_{A-1} = 0 \quad (\text{A - 62})$$

De “D” a “2”,

$$\frac{L_2}{g} \frac{d\dot{u}_2}{dt} + B_2 - B_D + \Lambda_{2-D} = 0 \quad (\text{A - 63})$$

De “C” a “B”,

$$\frac{L_3}{g} \frac{d\dot{u}_3}{dt} + B_C - B_B + \Lambda_{C-B} = 0 \quad (\text{A - 64})$$

Las sumas de Bernoulli's en los puntos indicados (ecs. (A-65) y (A-66)), si se considera como punto de referencia el punto de equilibrio.

$$B_C = B_D - \Lambda_{D-C} \quad (\text{A - 65})$$

$$B_A = B_B - \Lambda_{A-B}$$

Además se puede considerar debido a las propiedades del sistema

$$L_1 = L_v - u_1$$

$$L_2 = L_v + u_2 \quad (\text{A - 66})$$

$$L_3 = L_h$$

También,

$$u_d = u_1 = u_2 \quad (\text{A - 67})$$

Y por continuidad en el ensanche entre columna y conducto obtenemos,

$$u_3 = \frac{A_v}{A_h} u_1 = \frac{A_v}{A_h} u_d \quad (\text{A - 68})$$

$$\dot{u}_3 = \frac{A_v}{A_h} \dot{u}_d$$

Al reemplazar las ecuaciones A-68 en A-62, A-63 y A-64, sumar las ecuaciones resultantes, podemos obtener,

$$\frac{L_v - u_d}{g} \frac{d\dot{u}_d}{dt} + B_A - B_1 + \Lambda_{A-1} + \frac{L_v + u_d}{g} \frac{d\dot{u}_d}{dt} + B_2 - B_D + \Lambda_{2-D} + \frac{L_h}{g} \frac{d\left(\frac{A_v}{A_h} \dot{u}_d\right)}{dt} + B_C - B_B + \Lambda_{C-B} = 0 \quad (\text{A - 69})$$

Y reemplazar las pérdidas de las ecuaciones en la ecuación anterior

$$\frac{L_v - u_d}{g} \frac{d\dot{u}_d}{dt} + (B_B - \Lambda_{A-B}) - B_1 + \Lambda_{A-1} + \frac{L_v + u_d}{g} \frac{d\dot{u}_d}{dt} + B_2 - (B_C - \Lambda_{D-C}) + \Lambda_{2-D} + \frac{L_h}{g} \frac{d\left(\frac{A_v}{A_h} \dot{u}_d\right)}{dt} + B_C - B_B + \Lambda_{C-B} = 0 \quad (\text{A - 70})$$

Reduciendo,

$$\frac{2L_v}{g} \frac{d\dot{u}_d}{dt} - \Lambda_{A-B} - B_1 + \Lambda_{A-1} + B_2 + \Lambda_{D-C} + \Lambda_{2-D} + \frac{L_h}{g} \frac{d\left(\frac{A_v}{A_h} \dot{u}_d\right)}{dt} + \Lambda_{C-B} = 0 \quad (\text{A - 71})$$

Las pérdidas de energía consideran tanto las perdidas friccionales del sistema, como las pérdidas singulares ocasionadas en los codos del tubo en U y las pérdidas debido al angostamiento en la parte central del disipador. Según J. C. Wu las pérdidas pueden ser expresadas mediante un coeficiente de pérdidas, dado que la mayor pérdida es ocasionada debido al angostamiento en la zona central del disipador, por lo tanto la expresión (A-71) puede ser expresada como muestra la ec. (A-72), proporcional a la velocidad al cuadrado de la energía.

$$\Lambda_T = -\Lambda_{A-B} + \Lambda_{A-1} + \Lambda_{D-C} + \Lambda_{2-D} + \Lambda_{C-B} = \frac{1}{2} \eta \frac{\dot{u}_d |\dot{u}_d|}{g} \quad (\text{A - 72})$$

Reagrupando términos, eliminando y reemplazando en la ec. (A-71) la ec. (A-72) obtenemos,

$$\frac{L_{eq}}{g} \frac{d\dot{u}_d}{dt} + B_2 - B_1 + \frac{1}{2} \eta \frac{\dot{u}_d |\dot{u}_d|}{g} \quad (\text{A - 73})$$

Se define como el largo equivalente a la distancia de la columna de agua del tubo en U considerando el efecto del cambio de sección entre las columnas y el conducto horizontal.

Ahora evaluando los Bernoullis en las ecuación XX se obtiene,

$$B_1 = \frac{1}{2} \frac{\dot{u}_d^2}{g} + \frac{P_1}{\rho_f g} - u_d \quad (\text{A - 74})$$

$$B_2 = \frac{1}{2} \frac{\dot{u}_d^2}{g} + \frac{P_2}{\rho_f g} + u_d \quad (\text{A - 75})$$

$$\frac{d\dot{u}_d}{dt} + \frac{P_2 - P_1}{\rho_f L_{eq}} + \frac{2g}{L_{eq}} u_d + \frac{1}{2} \eta \frac{\dot{u}_d |\dot{u}_d|}{L_{eq}} = 0 \quad (\text{A - 76})$$

También puede mostrarse la ecuación anterior de la siguiente manera, en donde se pueden ver las fuerzas del problema. En donde se define la masa equivalente como,

$$m_{eq} = \rho_f L_{eq} A_v \quad (\text{A - 77})$$

Finalmente la ecuación de Euler, despejando la variación de la velocidad se muestra en la ec. (A-78).

$$\frac{d\dot{u}_d}{dt} = - \left( \frac{P_2 - P_1}{\rho_f L_{eq}} + \frac{2g}{L_{eq}} u_d + \frac{1}{2} \eta \frac{\dot{u}_d |\dot{u}_d|}{L_{eq}} \right) \quad (\text{A - 78})$$

## ANEXO B

### APROXIMACIÓN LINEAL CÁMARA DE AIRE

El comportamiento del disipador puede definirse como se muestra en la ecuación (B-1) donde la rigidez del sistema es la suma entre la rigidez del fluido y la rigidez aportada por el aire. Como prediseño para cuantificar la rigidez entregada por el aire se supone un régimen adiabático donde los desplazamientos del fluido son pequeños. La masa que controla el sistema es la aportada por el fluido y la masa del aire se considera despreciable, el coeficiente de amortiguamiento es el valor aportado por el fluido y la masa de aire. No se incorporan efectos de fuerzas externas.

$$\rho_f A_v L_{eq} \ddot{u}_d + c_d \dot{u}_d + 2(\rho g A + k_{eq}) u_d = 0 \quad (\text{B - 1})$$

La frecuencia del sistema viene dada por la ecuación (B-2), la cual depende de la rigidez del disipador y su masa

$$\omega^2 = \frac{2(\rho g A + k_{eq})}{\rho_f A L_T} \quad (\text{B - 2})$$

La siguiente aproximación no considera efectos térmicos y se analiza cuando la oscilación del fluido es en torno al equilibrio con desplazamientos inferiores a 5 mm. Se debe definir la constante o relación de calor específico como se muestra en la ecuación (B-3) como al relación de la capacidad calorífica del gas a presión y volumen constante.

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (\text{B - 3})$$

Para un régimen adiabático el sistema es representado por la ecuación (B-4) desprendida del principio de los gases, donde la presión por el volumen con cierto exponente es constante.

$$p_o V_o^\gamma = p_i V_i^\gamma = p_i (V_o - u_d A)^\gamma = p_i V_o^\gamma \left(1 - \frac{u_d A}{V_o}\right)^\gamma = p_i V_o^\gamma \left(1 - \frac{u_d}{h}\right)^\gamma \quad (\text{B - 4})$$

## ANEXO B: APROXIMACIÓN LINEAL CÁMARA DE AIRE

Reduciendo la expresión (B-4) llegamos a la siguiente relación,

$$p_i = p_o \left(1 - \frac{u_d}{h}\right)^{-\gamma} \quad (\text{B-5})$$

La fuerza que define el efecto dentro de la cámara de aire es la variación de la presión por ende tenemos en (B-6)

$$\Delta p = p_i - p_o = p_o \left(1 - \frac{u_d}{h}\right)^{-\gamma} - p_o = p_o \left( \left(1 - \frac{u_d}{h}\right)^{-\gamma} - 1 \right) \quad (\text{B-6})$$

Desarrollando una serie de Taylor en torno a cero en la expresión siguiente  $\left(1 - \frac{u_d}{h}\right)^{-\gamma} = 1 + \frac{u_d \gamma}{h}$  y reemplazando en (B-6) finalmente llegamos a una relación de la presión con parámetros geométricos y termodinámicos, en la ecuación (B-7).

$$\Delta p = p_o \frac{u_d \gamma}{h} \quad (\text{B-7})$$

Por consiguiente la fuerza ejercida en la interfaz de la cámara de aire con el fluido es la mostrada en (B-8)

$$F = \Delta p A = p_o \frac{u_d \gamma}{h} A = \frac{p_o \gamma A}{h} u_d \quad (\text{B-8})$$

Entonces la rigidez equivalente del sistema adiabático es a partir de la ecuación (8) es la indicada en (B-9)

$$k_{eq} = \frac{p_o \gamma A}{h} \quad (\text{B-9})$$

Si se desea incorporar el efecto no lineal a la ecuación, pero sin el efecto de calor, el procedimiento a seguir es redefinir las fuerzas de pérdidas de energía de las ecuaciones de Lagrange, incorporando una fuerza externa.

Finalmente el periodo del sistema se puede escribir a partir de la expresión (B-2) y reemplazando (9) y convirtiendo la frecuencia en periodo tenemos en (B-10)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\rho_f L_T}{2 \left( \rho_f g + \frac{p_o \gamma}{h} \right)}} \quad (\text{B-10})$$

# ANEXO C

## MÉTODOS DE INTEGRACIÓN NUMÉRICA

### C.1. MÉTODO DE RUNGE-KUTTA

Los métodos de integración numérica pueden ser descritos generalmente como combinación de evaluaciones del integrando para obtener una aproximación al valor de la integral. Una parte importante del análisis de cualquier método de integración numérica es estudiar el comportamiento del error de aproximación, así como el orden del método con una función del número de evaluaciones de la integración discreta, reduciendo el error entre la información del método de integración y la curva real. Los métodos de integración numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) nos permiten determinar por lo tanto una aproximación de la función real analizada.

El método de Runge-Kutta de segundo orden (RG2) usa el punto de análisis inicial hasta el punto medio del intervalo para eliminar el error de los términos de orden inferior. La cual se representa con las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} k_1 &= \Delta t f(t_i, y_i) \\ k_2 &= \Delta t f\left(t_i + \frac{1}{2} \Delta t, y_i + \frac{1}{2} k_1\right) \\ y_{i+1} &= y_i + k_2 + O(\Delta t^3) \end{aligned} \quad (\text{C - 1})$$

Donde  $O(t)$  es un símbolo Landau, el cual indica la truncación del error local. El método de Runge Kutta de orden cuatro (RG4) también se puede explicar de la siguiente manera (Press et. Al 1992),

$$\begin{aligned} k_1 &= \Delta t f(t_i, y_i) \\ k_2 &= \Delta t f\left(t_i + \frac{1}{2} \Delta t, y_i + \frac{1}{2} k_1\right) \\ k_3 &= \Delta t f\left(t_i + \frac{1}{2} \Delta t, y_i + \frac{1}{2} k_2\right) \\ k_4 &= \Delta t f\left(t_i + \Delta t, y_i + \frac{1}{2} k_3\right) \end{aligned} \quad (\text{C - 2})$$

## ANEXO C: MÉTODOS DE INTEGRACIÓN DIRECTA

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2(k_2 + k_3) + k_4) + O(\Delta t^5)$$

Este método es razonablemente simple y robusto y es la manera comúnmente usada para la solución de la ecuaciones diferenciales cuando es combinada con una rutina adaptativa del paso del tiempo y cuando no, además de ser el método de solución de EDO's, más utilizado. Este método es relativamente fácil de implementar y tener buena precisión, pero como también sucede para otros métodos de paso de tiempo constante, el cálculo del tiempo puede llegar a ser muy largo especialmente en los casos donde es necesario un paso de tiempo muy pequeño.

En nuestro caso en particular modelan el comportamiento del fluido del disipador y el aire confinado contenidos dentro del disipador. Las ecuaciones a resolver son las mencionadas en el Capitulo II las cuales corresponden al volumen de control, la presión dentro de la cámara de aire, el desplazamiento y la velocidad del fluido. Cabe hacer notar que utilizando la antimetría del problema solo se resuelve una ecuación para el volumen y no dos como debería ser. Para ser conservadores las presiones en las columnas se resuelven por separado y no imponiendo simetrías.

### C.2. MÉTODO DE NEWMARK PARA PROBLEMAS NO LINEALES.

Para la solución de las ecuaciones de movimiento no lineales, los métodos de integración numérica son usualmente recomendados. El método de Newmark (1959) básico de aceleración constante puede ser extendido a un análisis dinámico no lineal el cual requiere de iteración requerida en cada paso de tiempo en orden para satisfacer el equilibrio. Muchos de los problemas no lineales admiten soluciones mediante técnicas lineales usando una ampliación del dominio del problema, Williamson et. al (2003). En esta sección, la solución de las ecuaciones dinámicas no lineales no se discute sobre la naturaleza de las no linealidades geométricas, de material u otra. Por lo tanto, la ecuación de movimiento en el caso no lineal se puede definir asumiendo condiciones iniciales y la ecuación de movimiento dinámica, quedando expresada de manera general como la suma de la fuerza de inercia del sistema y una fuerza que contiene los efectos lineales y no lineales, los que deben equiparar la fuerza externa aplicada al sistema (ec C-3).

$$M\ddot{u} + f(u, \dot{u}) = F(u, \dot{u}, \ddot{u}, t) \quad (C - 3)$$



## ANEXO C: MÉTODOS DE INTEGRACIÓN DIRECTA

Donde  $M$  es la matriz de masa,  $f(u, \dot{u})$  denota una función que depende de los parámetros de desplazamiento y velocidad del problema,  $F(u, \dot{u}, \ddot{u}, t)$  es una función que puede depender de los parámetros de desplazamiento, velocidad y aceleración como también del tiempo. La función  $f(u, \dot{u})$  está conformada según los términos lineales o no lineales la cual se puede descomponer en la fuerza restauradora  $f_s$  y la fuerza disipativa  $f_d$  del sistema (ec C - 4).

$$f(u, \dot{u}) = f_s(u) + f_d(\dot{u}) \quad (\text{C - 4})$$

Si se excluyen la inercia y los términos de amortiguamiento en la ecuación de movimiento (ecuación C- 3), se obtiene una ecuación, que resuelve un problema estático, ec C - 5.

$$\hat{f}_s = F \quad (\text{C - 5})$$

También se debe tener en cuenta que el vector o fuerza residual establece la relación mostrada en la ec C - 6.

$$R = M\ddot{u} + f(u, \dot{u}) - g(u, \dot{u}, \ddot{u}, t) = 0 \quad (\text{C - 6})$$

Este método es discutido en muchos textos de investigación en dinámica estructural (Chopra, 1995), una descripción del método especializado en modelos no lineales fuerza-deformación se muestra a continuación. De debe tener en cuenta que existen dos formas de realizar el método, basado en desplazamiento base y otro en aceleración base.

El método de desplazamiento de base de Newmark basado en la solución de la ecuación de movimientos (ec C- 3) a partir del desplazamiento, la cual se puede discretizar (ec C -7) a partir de un intervalo de tiempo constante.

$$M\ddot{u}_{i+1} + (f_s)_{i+1} + (f_d)_{i+1} = F_{i+1} \quad (\text{C - 7})$$

Si la matriz de rigidez tangente  $K$  y la matriz de amortiguamiento  $C$  permanecen iguales durante el paso de tiempo, las fuerzas disipativa  $f_d$  y restitutiva  $f_s$  se logran expresar de manera lineal (ec C - 8 y C - 9).

$$f_d(\dot{q}_i) = C_i \dot{q}_i \quad (\text{C - 8})$$

$$f_s(q_i) = K_i q_i \quad (\text{C - 9})$$

## ANEXO C: MÉTODOS DE INTEGRACIÓN DIRECTA

El método consiste en determinar en el paso de tiempo  $i + 1$  a partir del tiempo  $i$ . Por ende, se definen el desplazamiento y la velocidad considerando una expansión de Taylor de estas variables (ec C - 19 y C - 11),

$$u_{i+1} = u_i + \Delta t \dot{u}_i + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}_i + \dots \quad (\text{C - 10})$$

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \Delta t \ddot{u}_i + \frac{\Delta t^2}{2} \dddot{u}_i + \dots \quad (\text{C - 11})$$

El método de Newmark propone truncar las expresiones de las ecuaciones C - 10 y C - 11 estableciendo las ecuaciones C - 12 y C - 13, las que quedan determinadas hasta la tercera derivada del desplazamiento,

$$u_{i+1} = u_i + \Delta t \dot{u}_i + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}_i + \beta \Delta t^3 \ddot{u}_i \quad (\text{C - 12})$$

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \Delta t \ddot{u}_i + \gamma \Delta t^2 \ddot{u}_i \quad (\text{C - 13})$$

también se asume,

$$\ddot{u}_i = \frac{\ddot{u}_{i+1} - \ddot{u}_i}{\Delta t} \quad (\text{C - 14})$$

De esta manera el método de Newmark  $-\beta$  establece dos parámetros ( $\beta$  y  $\gamma$ ) los que posteriormente se indican, y donde se establecen distintos tipos de métodos para la solución. Reemplazando la ec. C - 14 en las ecuaciones C - 12 y C - 13, la ecuación del desplazamiento y la velocidad discreta quedan expresadas en los parámetros de Newmark (ec. C - 15 y C - 16).

$$u_{i+1} = u_i + \Delta t \dot{u}_i + \Delta t^2 \left( \left( \frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{u}_i + \beta \ddot{u}_{i+1} \right) \quad (\text{C - 15})$$

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \Delta t \left( (1 - \gamma) \ddot{u}_i + \gamma \ddot{u}_{i+1} \right) \quad (\text{C - 16})$$

Asumiendo variación en cada paso de tiempo  $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ , la velocidad y la aceleración en el “next step” se obtienen de despejar el término  $\ddot{u}_i$  de la ec. C - 15, para obtener la aceleración (ec C - 17),

## ANEXO C: MÉTODOS DE INTEGRACIÓN DIRECTA

$$\ddot{u}_{i+1} = \frac{1}{\beta\Delta t^2}(u_{i+1} - u_i) - \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{u}_i - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\ddot{u}_i = c_4\Delta u_i - c_5\dot{u}_i - (c_6 - 1)\ddot{u}_i \quad (\text{C - 17})$$

La velocidad en el “next step” (ec. C - 18) se obtiene de reemplazar la ec. C - 17 en la ec. C - 16,

$$\dot{u}_{i+1} = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}(u_{i+1} - u_i) - \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1\right)\dot{u}_i - \Delta t\left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right)\ddot{u}_i = c_1\Delta u_i - (c_2 - 1)\dot{u}_i - c_3\ddot{u}_i \quad (\text{C - 18})$$

En donde  $c_i$  con  $i = 1 \dots 6$  son las constantes expresadas en términos de los parámetros  $\beta$  y  $\gamma$  (ec. C - 19).

$$c_1 = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}; c_2 = \frac{\gamma}{\beta}; c_3 = \Delta t\left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right);$$

$$c_4 = \frac{1}{\beta\Delta t^2}; c_5 = \frac{1}{\beta\Delta t}; c_6 = \frac{1}{2\beta}; \quad (\text{C - 19})$$

Para determinar la deformación  $u$  debida a una fuerza externa  $F$  dada, definiendo a priori la relación de fuerza-deformación  $f_s(u)$ , o sea, la fuerza restauradora depende del desplazamiento del sistema. Para determinar la deformación, suponga que después de  $j$  ciclos de iteración,  $u^j$  es una estimación del desplazamiento desconocido y se tiene interés en desarrollar un procedimiento iterativo que proporcione una mejor estimación de  $u^{j+1}$ .

Para resolver una ecuación de equilibrio no lineal (por ejemplo, ec C - 3) el método de iteración de Newton-Raphson determina las cantidades de respuesta de desplazamiento, velocidad y aceleración  $u_{i+1}, \dot{u}_{i+1}, \ddot{u}_{i+1}$  en el tiempo  $i + 1$  que satisfacen la ecuación de movimiento. Reescribiendo la ecuación 3 para un tiempo  $i + 1$  suponiendo que el sistema puede ser resuelto a partir de un problema estático (ec C - 20),

$$\hat{f}_{s_{i+1}} = F_{i+1} \quad (\text{C - 20})$$

donde,

$$\hat{f}_{s_{i+1}} = M\ddot{u}_{i+1} + (f_s)_{i+1} + (f_d)_{i+1} \quad (\text{C - 21})$$

Para este propósito, la expansión de la fuerza restauradora  $f_s^{j+1}$  en una serie de Taylor alrededor de la estimación conocida  $u^j$  nos muestra los términos de primer y segundo orden (ec C-22):

$$\hat{f}_s^{j+1} = \hat{f}_s^j + \left.\frac{\partial \hat{f}_s}{\partial u}\right|_{u^j} (u^{j+1} - u^j) + \frac{1}{2} \left.\frac{\partial^2 \hat{f}_s}{\partial u^2}\right|_{u^j} (u^{j+1} - u^j)^2 + \dots \quad (\text{C - 22})$$

## ANEXO C: MÉTODOS DE INTEGRACIÓN DIRECTA

Ahora incluyendo la inercia y las fuerzas de amortiguamiento en la definición de la “fuerza restauradora”  $\hat{f}_s$ , la ecuación del análisis dinámico (C - 21) tiene la misma forma que la ecuación del análisis estático (C - 20). Por lo tanto, es posible adaptar la expansión de la serie de Taylor para la ecuación (C - 22), estableciendo una fuerza  $\hat{f}_{s_{i+1}}$  como función de  $u_{i+1}$  y descartando los términos de segundo orden y órdenes superiores para obtener una ecuación análoga a la ecuación (C - 19). Si  $u^j$  está cerca de la solución, el cambio en  $u$ ,  $\Delta u = u^{j+1} - u^j$  será pequeño y es posible despreciar los términos de segundo orden y órdenes superiores. Lo anterior conduce a la ecuación linealizada (ec C - 23) de la “fuerza restauradora”.

$$\hat{f}_{s_{i+1}}^{j+1} \approx \hat{f}_{s_{i+1}}^j + \frac{\partial \hat{f}_s}{\partial u_{i+1}} \Delta u^j = F_{i+1} \quad (\text{C - 23})$$

donde  $\Delta u^j = u_{i+1}^{j+1} - u_{i+1}^j$ . La fuerza  $\hat{f}_s^j$  está asociada con  $u^j$  y no es igual a la fuerza aplicada  $F$ . El desplazamiento adicional debido a esta fuerza residual se determina a partir de la ecuación (C - 28), dando lugar a  $u^{j+1}$ . Esta nueva estimación de la solución se utiliza para encontrar un valor de la fuerza residual definida como la fuerza remanente entre la fuerza externa y la fuerza restauradora en el proceso de iteración,  $R^{j+1} = F^{j+1} - \hat{f}_s^{j+1}$ .

Como la rigidez tangencial  $K$  y la matriz de amortiguamiento  $C$  no pueden permanecer iguales durante el paso del tiempo, se establece un problema de no linealidad, por lo que iteración y converger a un número según el método de Newton-Raphson, método donde la solución la función  $\hat{f}_s(u_i) = 0$  es calculada.

La  $k$  - ésima aproximación  $\Delta u_i^{(k)}$  es calculada como se muestra en la ec C - 24,

$$\Delta u_i^{(k)} = - \left[ \frac{\hat{f}_s(u_i)}{\frac{d\hat{f}_s}{d(u_i)}} \right]_{u_i^{(k-1)}} \quad (\text{C - 24})$$

Si se diferencia la ecuación C - 21 con respecto al desplazamiento conocido  $u_{i+1}^j$  obtenemos una expresión para la variación de la fuerza restauradora como caso estático en relación al desplazamiento (ec. C - 25),

$$\frac{\partial \hat{f}_{s_{i+1}}}{\partial u_{i+1}} = M \frac{\partial \ddot{u}_{i+1}}{\partial u_{i+1}} + \frac{\partial (f_d)_{i+1}}{\partial u_{i+1}} + \frac{\partial (f_s)_{i+1}}{\partial u_{i+1}} \quad (\text{C - 25})$$

## ANEXO C: MÉTODOS DE INTEGRACIÓN DIRECTA

El término de la fuerza disipadora también se puede determinar (ec C - 26),

$$\frac{\partial(f_d)_{i+1}}{\partial u_{i+1}} = \frac{\partial(f_d)_{i+1}}{\partial u_{i+1}} \frac{\partial \dot{u}_{i+1}}{\partial \dot{u}_{i+1}} = \frac{\partial(f_d)_{i+1}}{\partial \dot{u}_{i+1}} \frac{\partial \dot{u}_{i+1}}{\partial u_{i+1}} \quad (\text{C - 26})$$

Por lo tanto, al reemplazar la ec. C - 26 en la ecuación C - 25 obtenemos la expresión para la rigidez efectiva del sistema para la solución a través de Newton Raphson, considerando que se pueden diferenciar las ecuaciones C - 17 y C - 18 las que se pueden expresar en relación a las ecuaciones C - 19. Definiendo la rigidez y amortiguamiento tangencial como  $K^t = \frac{\partial(f_s)_{i+1}}{\partial u_{i+1}}$  y

$C^t = \frac{\partial(f_d)_{i+1}}{\partial \dot{u}_{i+1}}$  respectivamente se logra establecer la ec. C - 27.

$$\frac{\partial \hat{f}_{s_{i+1}}}{\partial u_{i+1}} = M \frac{\partial \ddot{u}_{i+1}}{\partial u_{i+1}} + \frac{\partial(f_d)_{i+1}}{\partial \dot{u}_{i+1}} \frac{\partial \dot{u}_{i+1}}{\partial u_{i+1}} + \frac{\partial(f_s)_{i+1}}{\partial u_{i+1}} = c_4 M + c_1 C^t + K^t = K_{eff} \quad (\text{C - 27})$$

El sistema no lineal es resuelto por el método de iteración Newton-Raphson. La corrección de la iteración en el paso  $j$  en el tiempo  $i + 1$  es calculado para resolver la ecuación linealizada C - 28.

$$K_{eff}^j \Delta u^j = R_{i+1}^j \quad (\text{C - 28})$$

La ecuación (C - 28) proporciona las bases para el método de la iteración de Newton-Raphson. Una vez que se determina  $u_{i+1}$ , el resto del cálculo procede como para los sistemas lineales; en particular,  $\ddot{u}_{i+1}$  y  $\dot{u}_{i+1}$  se determinan a partir de las ecuaciones (C - 17) y (C - 18), respectivamente.

Al considerar la ecuación C - 6 para la fuerza residual se logra establecer parte del sistema a resolver en la expresión (C - 29),

$$R_{i+1}^j = F_{i+1}^j - [c_4 M + c_1 C_{i+1}^j] (u_{i+1}^j - u_i) + [c_5 M + (c_2 - 1) C_{i+1}^j] \dot{u}_i + [(c_6 - 1) M + c_3 C_{i+1}^j] \ddot{u}_i - K_{i+1}^j u_{i+1}^j \quad (\text{C - 29})$$

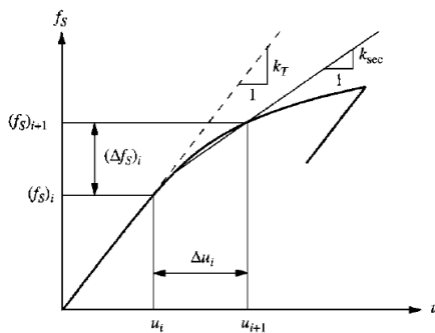


Figura C-1. Esquema Método (Chopra).

## ANEXO C: MÉTODOS DE INTEGRACIÓN DIRECTA

Con la ayuda de la ecuación linealizada (C - 28), el desplazamiento adicional  $u_{i+1}$  debido a esta fuerza residual se obtiene  $\Delta u^j$  y una estimación mejorada del desplazamiento,

$$u^{j+1} = u^j + \Delta u^j \quad (\text{C - 30})$$

El desplazamiento adicional se utiliza para encontrar un nuevo valor de desplazamiento,

$$u^{j+2} = u^{j+1} + \Delta u^{j+1} \quad (\text{C - 31})$$

Y un nuevo valor de la fuerza residual  $R^{j+2}$ . El proceso se continúa hasta que se alcanza la convergencia. Este proceso iterativo se conoce como el método de Newton-Raphson, siendo finalmente representado el método por la ec C - 32 y la Figura 8-1. Indicando que al momento de converger la solución, el desplazamiento agrega las diferencias de los desplazamientos de las iteraciones anteriores (ec. C - 32).

$$\Delta u_i = \Delta u_i^{(1)} + \Delta u_i^{(2)} + \dots + \Delta u_i^{(n)} \quad (\text{C - 32})$$

La corrección para la aceleración y velocidad se logra visualizar en el ec. C - 33, quedando dependientes de la diferencia del desplazamiento encada iteración.

$$\begin{aligned} \Delta \ddot{u}^j &= c_1 \Delta u^j \\ \Delta \dot{u}^j &= c_4 \Delta u^j \end{aligned} \quad (\text{C - 33})$$

Si se estable una expresión para aquellos términos que no dependen de los valores de la iteración (ec. C - 34),

$$\begin{aligned} \dot{u}^* &= c_1 u_i + (c_2 - 1) \dot{u}_i + c_3 \ddot{u}_i \\ \ddot{u}^* &= c_4 u_i + c_5 \dot{u}_i + (c_6 - 1) \ddot{u}_i \end{aligned} \quad (\text{C - 34})$$

La velocidad y la aceleración se pueden escribir para cada iteración como se observa en la ec. C - 35,

$$\begin{aligned} \dot{u}_{i+1}^{j+1} &= c_1 \dot{u}_{i+1}^j + \Delta \dot{u}^j - \dot{u}^* \\ \ddot{u}_{i+1}^{j+1} &= c_4 \ddot{u}_{i+1}^j + \Delta \ddot{u}^j - \ddot{u}^* \end{aligned} \quad (\text{C - 35})$$

El método de Newmark de aceleración constante, con la adición de pequeñas cantidades de amortiguamiento proporcional de rigidez, es recomendado para análisis dinámicos de sistemas

## ANEXO C: MÉTODOS DE INTEGRACIÓN DIRECTA

estructurales no lineales. Cabe señalar que en todos los métodos de integración directa, es importante asegurarse de que la amortiguación proporcional a la rigidez no elimina importante respuesta de alta frecuencia. Sin embargo, cuando se trata de un problema no lineal, no se puede demostrar que cualquier método siempre convergerá, y la cantidad de error en la conservación de la energía para cada solución debe ser comprobado.

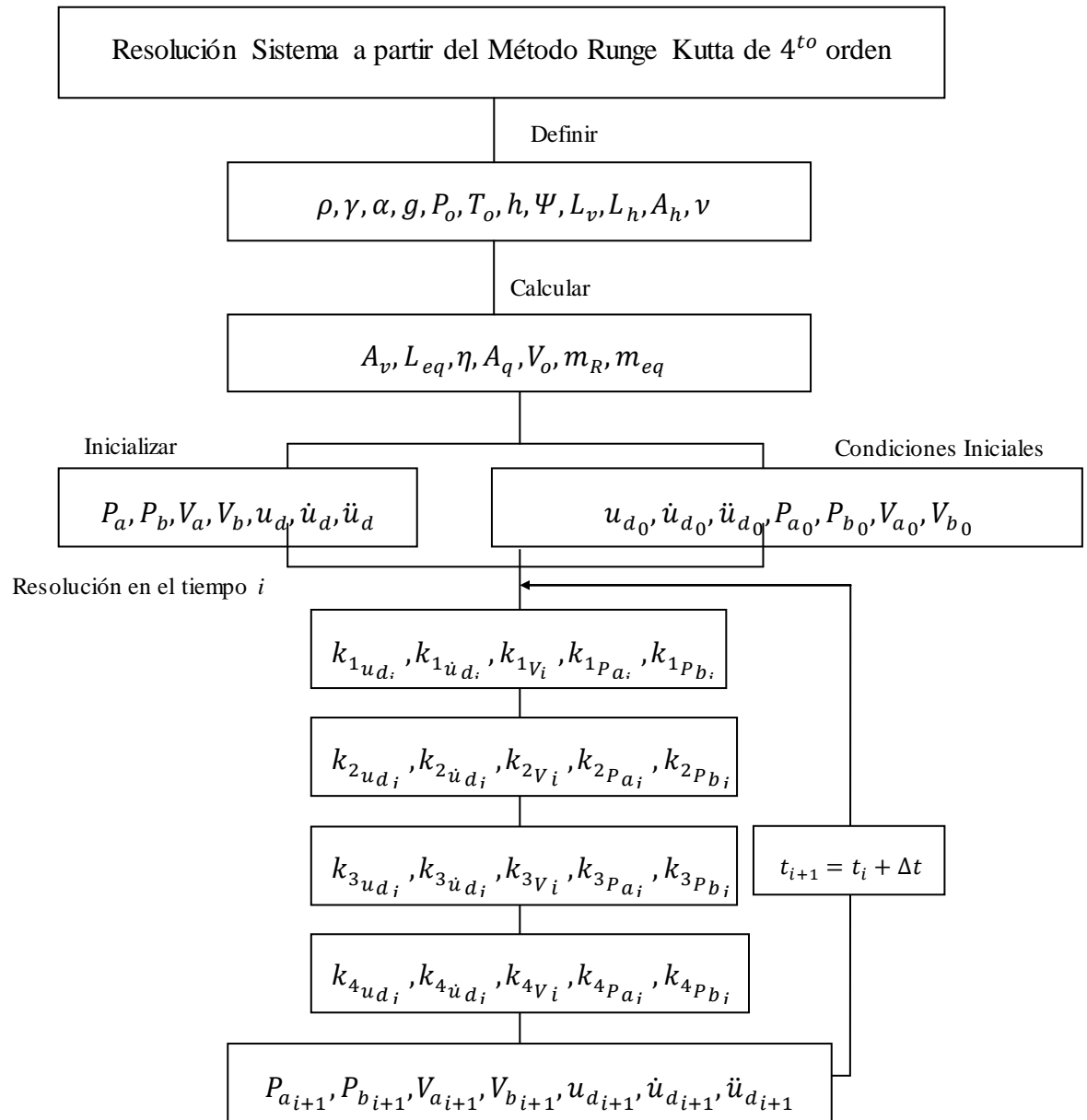
Para explicar el algoritmo anterior, debe tenerse en cuenta que para cada paso de tiempo, la iteración se inicia a partir de un desplazamiento, velocidad y aceleración de predicción que es cero. La razón para utilizar la predicción de la aceleración de cero es debido a que produce una iteración bastante estable, y para llegar a la convergencia se utiliza el Newton- Raphson. Además, para cada paso de tiempo, si la predicción no era correcta, la iteración de Newton -Raphson puede alcanzar la convergencia. Así, en el caso no lineal, el paso de tiempo impulsa la precisión de la integración, y juega el papel principal en la estabilidad del proceso de iteración. Por lo tanto, el tamaño de paso de tiempo es muy importante.

A continuación, los pasos del método de Newmark con desplazamiento base para la integración numérica de las ecuaciones de movimiento son descritas.

1. Cálculos Iniciales
  - 1.1 Escoger paso de tiempo  $\Delta t$  y los parámetros  $\gamma$  y  $\beta$ .
  - 1.2 Calcular las constantes  $c_1$  a  $c_6$ .
  - 1.3 Determinación del estado  $K_o^t$  y  $C_o^t$
  - 1.4 Inicializar los vectores de desplazamiento  $u_o$ , velocidad  $\dot{u}_o$  y aceleración  $\ddot{u}_o = M^{-1}[F_o - C_o^t \dot{u}_o - K_o^t u_o]$
2. Cálculos para cada iteración,  $j = 1, 2, \dots$ 
  - 2.1 Inicializar valores para iteración  $u_{i+1}^{j=1} = u_i, \dot{u}_{i+1}^{j=1} = \dot{u}_i, \ddot{u}_{i+1}^{j=1} = \ddot{u}_i, K_{eff}^{j=1}, R_{i+1}^{j=1}$
  - 2.2 Comparar tolerancia  $R_{i+1}^j > \epsilon$  (ó  $\frac{\Delta u^j}{\Delta u = u_{i+1}^{j+1} - u_i} > \epsilon$ )
    - 2.2.1 Resolver  $K_{eff}^j \Delta u^j = R_{i+1}^j \rightarrow \Delta u^j$
    - 2.2.2 Calculo  $u_{i+1}^{j+1} = u_{i+1}^j + \Delta u^j \rightarrow \dot{u}_{i+1}^{j+1}, \ddot{u}_{i+1}^{j+1}$
    - 2.2.3 Comprobar paso 2.3 si no volver al paso 2.2
  - 2.3 Si  $R_{i+1}^j < \epsilon$ 
    - 2.3.1 Actualizo valores  $u_{i+1} = u_{i+1}^{j+1} \rightarrow \dot{u}_{i+1}, \ddot{u}_{i+1}$
    - 2.3.2 Volver al paso 2.1

ANEXO C: MÉTODOS DE INTEGRACIÓN DIRECTA

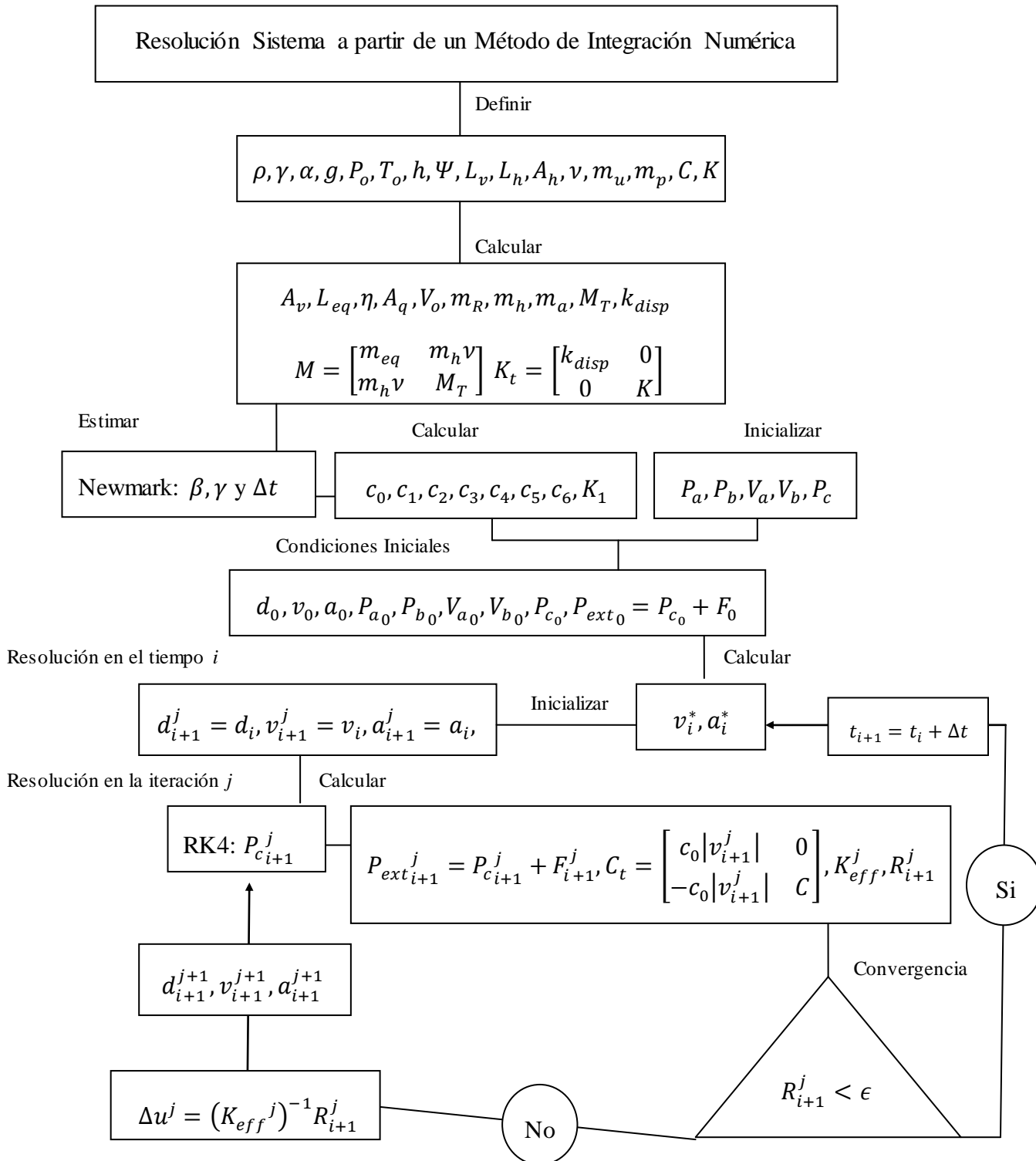
Esquema de Resolución Método Runge Kutta de Cuarto Orden





# ANEXO C: MÉTODOS DE INTEGRACIÓN DIRECTA

## Esquema de Resolución Método de Integración Numérica



# ANEXO D

## VALIDACIÓN MÉTODO NUMÉRICO

En base a los resultados obtenidos en “Study on the dynamic characteristic of a U-type tuned liquid damper” de los autores Jong-Shyong Wu y Mang Hsieh, se logra establecer la validación de los resultados del método numérico y su correcta implementación. Las ecuaciones expuestas en el estudio se estiman de manera similar en esta investigación.

Se busca satisfacer la condición de sintonización de sistemas solo se compara las curvas que muestran el acoplamiento.

Se puede observar en la Figura las amplitudes del sistema “b” (acoplado y no acoplado), correspondiente al sistema que denominamos por primario, el cual representa a la estructura que debe disminuir sus desplazamientos, se puede observar que las amplitudes son menores que para el sistema “a” correspondiente al disipador. Esto es debido a que la frecuencia de excitación  $\omega_e = 6.5 \text{ rad/s}$  es muy cercana a la frecuencia natural del subsistema **a** acoplado y más alejada de la frecuencia natural de oscilación de subsistema **b** acoplado y no acoplado. La Figura D-1 muestra que la amplitud de respuesta del subsistema a es del mismo orden que el sistema acoplado del subsistema b. Esto es razonable, dado que el subsistema a es soportado por el subsistema b y la razón de amortiguamiento del subsistema a es muy pequeña ( $\xi = 0.0006$ ), por lo cual el liquido del TLD oscilara con el sistema estructural sincronizadamente. La diferencia entre la máxima amplitud de las curvas punteadas con las estrellas y la línea solida mostradas en la Figura D-1 representan el efecto de supresión del TLD en la vibración del conducto horizontal del subsistema b.

Primero que todo se busca replicar los resultados a partir del mismo método de resolución el cual consiste en el método de Newmark el cual corresponde a sistemas con parámetros lineales.

## ANEXO D: VALIDACIÓN MPETODO NUMÉRICO

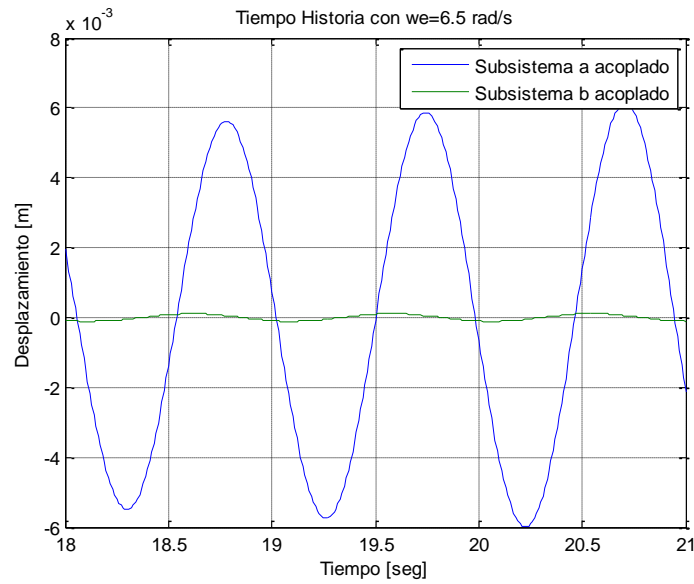


Figura D-1. Tiempo Historia  $\omega_e = 6.5$  rad/seg

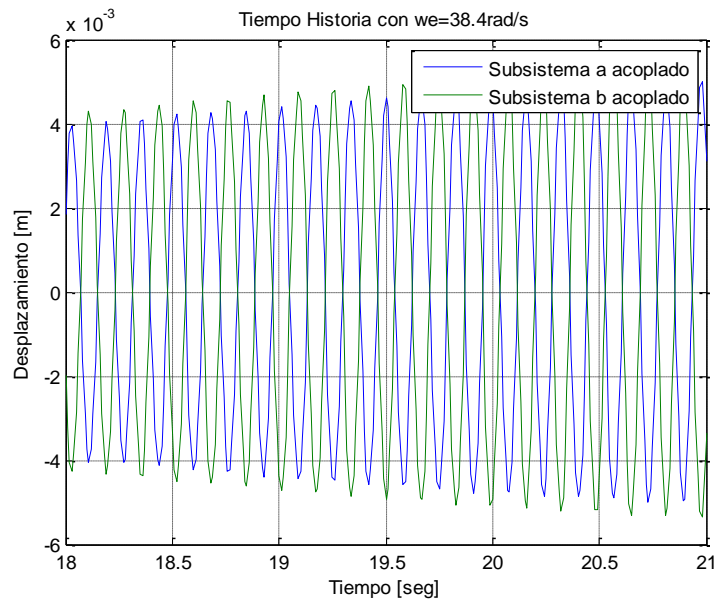


Figura D-2. Tiempo Historia  $\omega_e = 38.4$  rad/seg

Una vez logrado los mismos resultados se busca determinar la respuesta del disipador y la estructura primaria a partir de la resolución de las ecuaciones diferenciales del disipador y estructura primaria.

## ANEXO D: VALIDACIÓN MPETODO NUMÉRICO

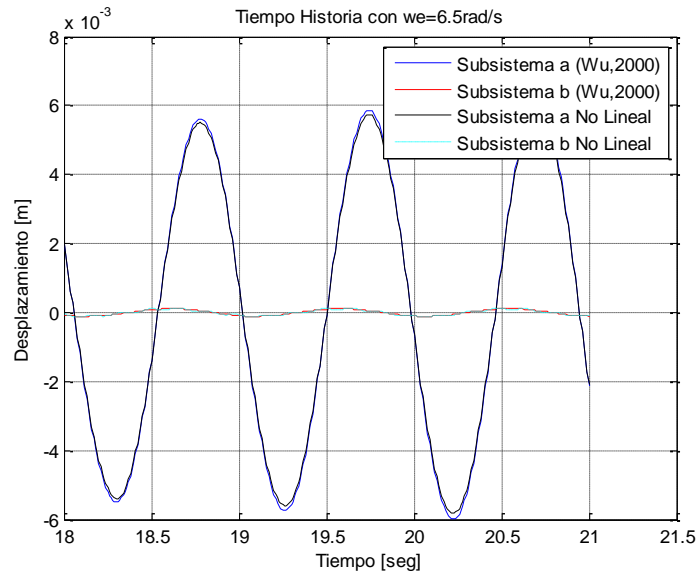


Figura D-3 Tiempo Historia Sistema Lineal y No Lineal

Los gráficos anterior y el siguiente se estiman para el caso del análisis no lineal con una razón de bloqueo de 0.2, este valor es arbitrario y no contiene relación directa con el amortiguamiento determinado para el caso lineal y estimado por Wu, 2000, dado que en este se desprecian los efectos no lineales o visco elásticos que si consideramos en nuestro caso, los efectos de amortiguamiento por las pérdidas friccionales de manera lineal que son considerados por Wu, 2000, nuestro caso los incorpora dentro de las fuerzas disipativas a partir del factor de bloqueo dado por el angostamiento central.

## ANEXO D: VALIDACIÓN MPETODO NUMÉRICO

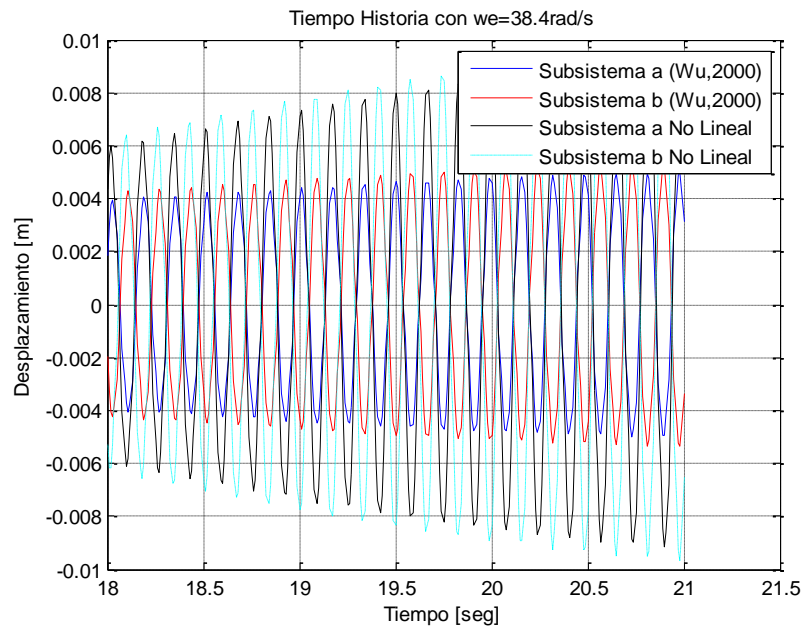


Figura D-4. Tiempo Historia Sistema Lineal y No Lineal

Sin embargo considerando una razón de bloqueo de 0.9, se generan grandes pérdidas de energía,

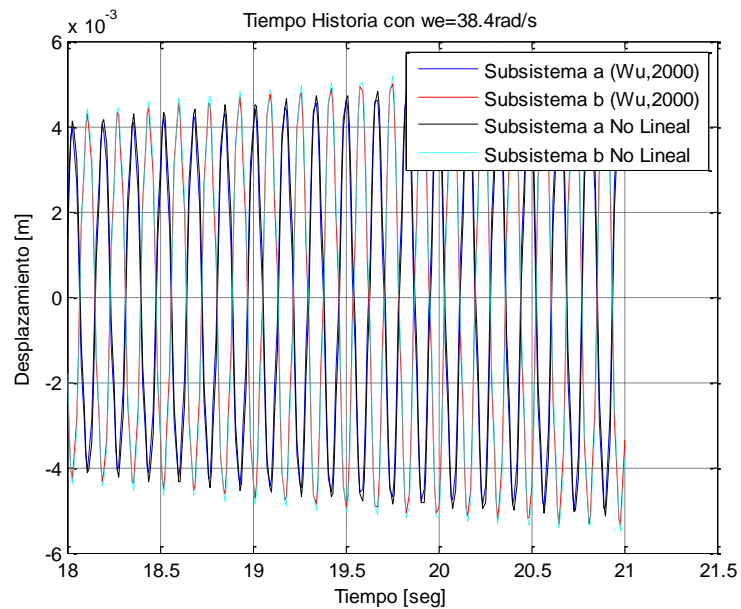


Figura D-5. Tiempo Historia, razón de bloqueo.