

Tabla de contenido

1. Introducción	1
1.1. Antecedentes y Motivación	1
1.2. Sobre esta tesis	3
1.3. ¿Por qué un sistema de pensiones?	5
1.4. Revisión bibliográfica y estado del arte	6
1.4.1. Teoría Moderna de Portafolios	6
1.4.2. Optimización Estocástica y las Medidas de Riesgo	8
2. Las medidas de riesgo en el problema de portafolio	10
2.1. Teoría moderna de portafolios	11
2.2. Las medidas de riesgo	13
2.2.1. Medida neutra al riesgo: valor esperado	16
2.2.2. Medidas espectrales: CVaR y ECVaR	16
2.2.3. Medida de riesgo entrópica	18
2.3. El problema de portafolio	19
2.3.1. Portafolio de maximización del valor esperado	19
2.3.2. Portafolio de minimización del Conditional Value at Risk (CVaR)	20
2.3.3. Portafolio de minimización de CVaR, con retorno mínimo	20
2.3.4. Portafolio de minimización del riesgo entrópico	21

2.4. Metodología de resolución: Sample Average Approximation (SAA)	21
3. Modelos y metodologías desarrolladas	28
3.1. SAA aplicado a los problemas de portafolio	28
3.1.1. Aproximación del problema de portafolio con valor esperado	29
3.1.2. Aproximación del problema de portafolio con CVaR	29
3.1.3. Aproximación del problema de portafolio con ECVaR	29
3.2. Aproximación del problema de portafolio con la Medida Entrópica	29
3.2.1. Aproximación vía subgradiente del problema de optimización entrópico	30
3.2.2. Algoritmo de generación y ajuste de cortes de aproximación	33
4. Experimentos computacionales	41
4.1. Condiciones generales de la implementación	41
4.2. Visión general de los experimentos realizados	42
4.3. Experimentos monotemporales	45
4.3.1. Análisis transversal de convergencia y tiempos de ejecución	45
4.3.2. Efecto de la correlación entre instrumentos	52
4.3.3. Efecto de colas gordas	58
4.3.4. Las Medidas de Riesgo y el enfoque clásico de Markowitz	67
4.4. Experimento Multitemporal	76
4.4.1. Diseño experimental	79
4.4.2. Resultados y análisis	81
5. Conclusiones y trabajo futuro	86
5.1. Conclusiones	86
5.2. Trabajos futuros	89

Bibliografía	91
6. Apéndices	97
6.1. Resumen extendido	97
6.2. Monotonía de la medida de riesgo entrópica a la aversión al riesgo	100
6.3. Consistencia intertemporal de las medidas de riesgo	101
6.4. Intento de formulación espectral de la medida entrópica	102
6.4.1. Formulación LP de las medidas de riesgo entrópicas	102

Índice de tablas

4.1. Tabla resumen de las distribuciones de los portafolios óptimos distintos, en los experimentos de correlación.	58
4.2. Tabla resumen de los principales estadísticos de los instrumentos utilizados en cola gorda asimétrica	61
4.3. Tabla resumen de los principales estadísticos de los instrumentos utilizados en cola gorda simétrica	62
4.4. Tabla resumen de los principales estadísticos de los portafolios óptimos en la instancia de colas gordas asimétricas	64
4.5. Tabla resumen de los principales estadísticos de los portafolios óptimos en la instancia de colas gordas simétricas	66
4.6. Tabla resumen de los principales estadísticos de los portafolios óptimos extremos . .	75
4.7. Estadística descriptiva de los retornos logarítmicos de los instrumentos	80
4.8. Tabla resumen de estadísticos descriptivos, del proceso de retornos periodo a periodo	85

Índice de ilustraciones

1.1. Ejemplo de la incertidumbre en los tiempos de viajes y la optimización con aversión al riesgo, en el caso de un sistema de despacho de ambulancias.	2
2.1. Ilustración que muestra la cercanía entre $\log(1+x)$ y x entorno a cero, lo que permite la interpretación del retorno logarítmico como una “buena aproximación” del retorno aritmético entorno al cero.	11
2.2. Ilustración del VaR (Value at Risk) y del CVaR (Conditional Value at Risk), en una distribución.	15
3.1. Ilustración de aproximación de exponencial vía cortes	31
3.2. Función de error de aproximación, para un cuarto punto, ya fijados tres anteriores de forma óptima	35
3.3. Puntos de soporte obtenidos por ajuste (triángulos) y obtenidos numéricamente (círculos); para diferente número de soportes	36
3.4. Error total de los puntos iniciales, medido como el área entre las funciones, dependiendo del número de puntos utilizados para aproximar	37
3.5. Ejemplo de función lineal por partes, que aproxima la exponencial, con su respectivo error de aproximación asociado.	38
3.6. Boxplot con el error porcentual de aproximación de la función exponencial, evaluada en los puntos $\{u_i\}_{i \in [N]}$ con 10.000 realizaciones, considerando una instancia de prueba y 100 repeticiones iid.	39
3.7. Diagrama resumen del algoritmo de aproximación, método de ajuste de los puntos de soportes y resolución.	40
4.1. Gap relativo sin (izq.) y con (der.) normalización para las diferentes configuraciones, con los parámetros escogidos para SAA	47

4.2. Valor de la constante de traslación L en $\rho(\bar{w} \cdot (\bar{x} + L))$, para las diferentes configuraciones, ordenadas crecientemente en el eje x por gap relativo no trasladado.	47
4.3. Gap relativo trasladado v.s. ordenamiento creciente por tiempo de las configuraciones (izq.), Tiempo promedio por repeticiones v.s. ordenamiento creciente de configuraciones por gap relativo trasladado (der.)	48
4.4. Evolución del gap relativo sin traslación (izq.) y con traslación (der.) versus el número de repeticiones, para las diferentes configuraciones.	49
4.5. Cambio y magnitud de los mismos en la cota superior, al considerar una repetición adicional	50
4.6. Evolución del gap relativo no normalizado (izq.) y normalizado (der.) versus el tamaño <i>out-sample</i>	51
4.7. Evolución del tiempo promedio de cálculo de la cota superior, versus diferentes tamaños <i>out-samples</i>	52
4.8. Evolución del gap relativo no trasladado (izq.) y trasladado (der.), versus el tamaño <i>in-sample</i> para las diferentes configuraciones	53
4.9. Tiempo promedio por repetición, versus el tamaño <i>in-sample</i>	53
4.10. Simulación con dos variables normales estándar, modificando la correlación para portafolios equi-distribuidos	55
4.11. Densidades de probabilidad de los retornos, para los portafolios óptimos de las diferentes combinaciones medida-aversión, en la instancia con (izq.) y sin correlación (der.)	57
4.12. Perfiles espectrales de los diferentes portafolios óptimos en las instancias con y sin correlación.	58
4.13. Perfiles entrópicos de los diferentes portafolios óptimos en las instancias con y sin correlación.	59
4.14. Ejemplo de la distribución mezcla de tres normales $\sigma = 2$ y $(\mu_1, \mu_2, \mu_3) = (5, 10, 15)$.	60
4.15. Ilustración de instancia con sólo dos estados: normal (n) y crisis (c)	60
4.16. Densidades de los diferentes instrumentos utilizados en la instancia de colas gordas asimétricas	61
4.17. Densidades de los diferentes instrumentos utilizados en la instancia de colas gordas simétricas	62
4.18. Densidades de los diferentes portafolios óptimos en la instancia con colas gordas asimétricas, general (izq.) y con acercamiento a las colas (der.)	63

4.19. Perfil espectral (izq.) y entrópico (der.) de los portafolios óptimos en la instancia de colas gordas asimétricas.	64
4.20. Boxplot de la composición en las diferentes repeticiones para CVaR95 y Entrópica(5).	65
4.21. Densidades y perfiles espectrales de los portafolios óptimos con CVaR95 y Entrópica (5)	65
4.22. Perfiles entrópicos de los portafolios óptimos con CVaR95 y Entrópica (5)	66
4.23. Densidades de los diferentes portafolios óptimos en la instancia con colas gordas simétricas	67
4.24. Perfil espectral (izq.) y entrópico (der.) de los portafolios óptimos en la instancia de colas gordas simétricas.	68
4.25. Histogramas de la distribución de mezcla generada con dos instrumentos.	70
4.26. Histogramas de la distribución estimada.	70
4.27. Comparación de los histogramas de ambas distribuciones	71
4.28. Distribuciones marginales de los instrumentos	71
4.29. Frontera eficiente en espacio varianza-retorno, con portafolios equi-espaciados en parámetro de aversión	73
4.30. Curva de varianza de portafolios CVaR óptimos para diferentes valores de α	74
4.31. Curva de varianza de portafolios Entrópicos óptimos para diferentes valores de θ	75
4.32. Curva de varianza de portafolios Entrópicos óptimos, con aversión menor a 3	76
4.33. Evolución de composición de portafolios Entrópicos óptimos, con aversión menor a 3	77
4.34. Histograma de los tres portafolios óptimos extremos	78
4.35. Gráfico del retorno acumulado, del valor cuota de los fondos A de cada AFP.	81
4.36. Distribuciones de retornos del proceso diario del fondo A, de los diferentes agentes, y del promedio anterior	82
4.37. Gráfico de retornos acumulados, de los diferentes portafolios óptimos, y el promedio de los partícipes.	83
4.38. Distribuciones de los procesos de retornos, periodo a periodo, para los modelos modelos implementados, y el promedio del sistema.	84

4.39. Perfil espectral de los diferentes portafolios, en el problema multiperiodo 85