



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

MODELOS DE TEORÍA DE JUEGOS PARA EL CONTROL DE LA DELINCUENCIA
EN LA VÍA PÚBLICA

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN GESTIÓN DE
OPERACIONES

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

JUAN GABRIEL ESPEJO CARTES

PROFESOR GUÍA:
RICHARD WEBER HAAS

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
FERNANDO ORDOÑEZ PIZARRO
NICOLÁS FIGUEROA GONZÁLEZ
ENRIQUE BASSALETTI RIESS

SANTIAGO, CHILE
2017

RESUMEN DE LA TESIS
PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL
Y MAGISTER EN GESTIÓN DE OPERACIONES
POR: GABRIEL ESPEJO CARTES
FECHA: 11/09/2012
PROF. RICHARD WEBER HAAS

MODELOS DE TEORÍA DE JUEGOS PARA EL CONTROL DE LA DELINCUENCIA EN LA VÍA PÚBLICA

En el último tiempo, la creciente atención que ha tomado el problema de la delincuencia, tanto de parte de la ciudadanía como del gobierno y de las agencias de control del orden público, ha potenciado el desarrollo de estrategias de prevención, no sólo desde las ciencias sociales, sino que, cada vez más, desde una perspectiva cuantitativa. En este trabajo se presenta un enfoque novedoso que, basado en las premisas de la criminología ambiental y de la prevención situacional del delito, utiliza las herramientas de la Teoría de Juegos para el diseño de estrategias de vigilancia policial en la vía pública.

En términos generales, en este trabajo se modela la interacción entre policías y delincuentes a través de juegos de Líder-Seguidor, donde la policía, actuando como líder, debe posicionar sus efectivos policiales sobre el ambiente, mientras que los delincuentes, actuando como seguidores, observan la distribución policial y toman sus posiciones para delinquir.

En particular, se asume que el comportamiento de los delincuentes puede tomar dos formas distintas. En un primer caso, los delincuentes actúan de manera coordinada, resultando un juego de Stackelberg entre un líder y un seguidor. En el segundo caso se considera que cada delincuente actúa de manera totalmente individual, maximizando su propia función de utilidad. En este caso se combina un juego de Stackelberg entre la policía y el conjunto de delincuentes, con un juego entre delincuentes, resultando una competencia conocida como Stackelberg-Nash.

Tres características determinan estos juegos. Por un lado, se asume que la riqueza no se distribuye de manera homogénea en el ambiente, sino que existen sectores mas atractivos para delinquir. Por otro lado, los delincuentes se afectan entre sí al posicionarse en un mismo lugar, reduciendo la utilidad que perciben, y por último, a medida que aumenta la vigilancia en un sector, la utilidad de los delincuentes en ese lugar se reduce.

Estos modelos fueron evaluados en un ambiente computacional que contiene muchas de las características que se pueden observar a través de los datos de denuncias a delitos de hurto en el centro de Santiago. Cuando se comparan las estrategias propuestas en este trabajo con esquemas de patrullaje alternativos similares a los utilizados actualmente por la policía, es posible observar que la utilización de teoría de juegos logra reducciones superiores a un 15% en la utilidad percibida por los delincuentes. Esto debido a que, con los esquemas de vigilancia propuestos en este trabajo, se combina el combate a la delincuencia en los sectores mas conflictivos con la prevención de su desplazamientos a sectores que antes se consideraban seguros.

Tabla de Contenido

Resumen	i
1 Introducción	1
1.1 Objetivos	2
1.2 Metodología	3
1.3 Estructura del trabajo	4
2 Economía del Delito	6
2.1 Criminología Ambiental y Teoría de la Elección Racional	7
2.2 Economía del Crimen	9
2.3 Prevención del Delito	10
3 Teoría de Juegos y Seguridad	13
3.1 Teoría de Juegos	13

3.1.1	Juegos de Información Completa	15
3.2	Teoría de Juegos en Seguridad	18
4	Modelo de Teoría de Juegos para el Control de la Delincuencia en la Vía Pública	22
4.1	Introducción	22
4.2	Equilibrios para la Distribución de los Delincuentes	24
4.2.1	Ambiente y Funciones de Utilidad	24
4.2.2	Distribución Óptima para una Mafia	27
4.2.3	Distribución Óptima para Delincuentes Independientes	28
4.3	Juego de Stackelberg para la Vigilancia Policial	31
4.3.1	Juego de Stackelberg en una Mafia	33
4.3.2	Juego de Stackelberg-Nash para Delincuentes independientes	35
5	Implementación y Resultados	37
5.1	Análisis de Datos	38
5.2	Implementación Computacional	45
6	Conclusiones y Trabajo Futuro	53
6.1	Conclusiones	53
6.2	Trabajo Futuro	55

Bibliografía

60

Capítulo 1

Introducción

Desde el enfoque clásico de la criminología, la mayoría de las propuestas desarrolladas para la prevención de la delincuencia se centran en modificar los aspectos psicológicos y sociológicos que originan en un individuo la tendencia a cometer delitos. Sin embargo, con la aparición del enfoque propuesto por la criminología ambiental, han emergido una serie de estrategias de control de la delincuencia centradas en modificar las determinantes ambientales que posibilitan la ocurrencia de un delito. De esta forma, y haciendo uso intensivo de herramientas cuantitativas de análisis, lo que se busca es entender cuáles son estas determinantes y de que manera modificarlas para hacer que la probabilidad de ocurrencia de un delito sea la menor posible.

Uno de los supuestos básicos detrás de este tipo de estrategias de prevención es que los delincuentes actúan tomando decisiones de manera racional. De esta forma, al momento de querer cometer un delito, los delincuentes evalúan la utilidad esperada de este acto, y si observan que los beneficios esperados son mayores que los costos, entonces el delito ocurre.

Puesto que uno de los componentes ambientales que mas incidencia tiene en la decisión que toman los delincuentes de cometer un delito es la vigilancia policial, dentro de las principales formas de prevención se encuentra la ubicación estratégica de efectivos policiales. Uno de los enfoques en esta línea son las estrategias conocidas como *Hot Spot Policing*.

Sin embargo, al considerar el problema de la prevención de la delincuencia mediante la vigilancia policial frente a delincuentes racionales, el problema de la ubicación óptima de efectivos policiales no es una tarea simple. Por una parte, los delincuentes pueden modificar sus decisiones al observar la distribución de la policía y por otra parte, al observar la distribución de la delincuencia, la policía también es capaz de modificar sus estrategias. Esta doble influencia entre los actores requiere de modelos adecuados que tomen en cuenta de manera explícita esta interacción en su formulación.

Es por esto que en el último tiempo, la teoría de juegos ha comenzado a ser utilizada como herramienta fundamental en el modelamiento de problemas de seguridad con agentes racionales, pues permite considerar la influencia que tienen las decisiones tanto de la policía como de los delincuentes en los resultados esperados de esta interacción. Muchas investigaciones se han desarrollado en esta área, tanto desde la teoría como en aplicaciones prácticas. Sin embargo, el tema de la prevención de delitos en la vía pública, y en particular de aquellos que son cometidos por delincuentes que actúan de manera independiente, hasta el momento no ha tenido la atención que requieren. Esta tesis se enfoca en este sentido.

1.1 Objetivos

El objetivo general de este trabajo de tesis es desarrollar un modelo basado en teoría de juegos mediante el cual definir una estrategia de vigilancia que distribuya de manera óptima los recursos policiales disponibles en un ambiente con el objetivo de reducir al mínimo el bienestar de los delincuentes que cometen hurtos en la vía pública.

De manera mas específica se plantean los siguientes objetivos:

1. Definir un modelo mediante el cual determinar la distribución espacial de un conjunto de delincuentes que toman posiciones en un ambiente para delinquir, en ausencia de control policial.

2. Modelar la interacción entre la policía y los delincuentes a través de un juego de Stackelberg en el que la policía actúa como líder y los delincuentes como seguidores distribuyéndose de acuerdo a los modelos definidos anteriormente.
3. Desarrollar un ambiente computacional con características similares a las observadas en la realidad mediante el cual implementar las estrategias definidas y que las permitan comparar con estrategias de vigilancia alternativas que no incorporen la racionalidad de los agentes.
4. Evaluar los beneficios que se obtienen al incorporar la racionalidad de los agentes en el proceso de toma de decisiones, para concluir sobre la utilidad de aplicar herramientas de teoría de juegos al problema de la delincuencia en la vía pública.

1.2 Metodología

Para lograr estos objetivos, en este trabajo se procederá de la siguiente manera. Primero, se realizará una revisión bibliográfica de los trabajos realizados en el ámbito de la criminología que son relevantes para este trabajo. Cualquier modelo que pretenda utilizar herramientas cuantitativas para comprender un fenómeno social, debe primero centrar su estudio en aquellos trabajos que permiten entender este fenómeno desde el punto de vista cualitativo. De esta forma se estudiarán aquellas contribuciones en el área de las ciencias del delito, que sientan las bases del modelo.

A continuación se realizará una revisión de otras aplicaciones de teoría de juegos en problemas de seguridad, y se presentarán de manera breve aquellas herramientas que serán de utilidad para los modelos planteados.

Habiendo realizado estos estudios, se presentarán los modelos propuestos en esta tesis. Primero se realizará un estudio del comportamiento de los delincuentes sin intervención de la policía. Esto permitirá caracterizar las interacciones que ocurren entre los delincuentes cuando toman posiciones sobre un ambiente del que pueden extraer riqueza al cometer delitos. Se analizarán, en particular, los casos en los que los delincuentes actúan de manera concertada (como una mafia) así como la situación en la que el conjunto de delincuentes actúan de manera individual

maximizando su propio bienestar.

Una vez formulados estos modelos, el siguiente paso es el de incluir en el problema la acción de la policía como agentes que buscan reducir el bienestar de los delincuentes. Para ello, la situación se modela como un juego de Stackelberg en el que la policía, actuando como líder, toma posición sobre el lugar que quiere proteger, y los delincuentes, actuando como seguidores, observando la distribución policial, escogen su propia distribución, maximizando sus beneficios. Nuevamente, se supondrán los casos en que los delincuentes actúan concertadamente, así como el caso en que obran de manera independiente. Para entender la forma en que reaccionan los delincuentes, serán útiles los modelos planteados anteriormente en los que no existía control policial, como se verá mas adelante.

El siguiente paso será testear estos modelos en un ambiente computacional. Para ello, se realizará un estudio sobre datos reales de denuncias por hurto en el centro de Santiago, lo que permitirá caracterizar un ambiente similar al que se puede observar en la realidad, con lo que se podrá obtener conclusiones que indiquen la efectividad de los modelos planteados.

Para concluir respecto de qué tan útiles resultan los modelos desarrollados a lo largo de esta tesis, en última instancia se realizará una comparación de la estrategia aquí propuesta, con otra similar a la utilizada por la mayoría de las agencias policiales en el mundo, con lo que se podrá cuantificar el beneficio que se podría lograr con la implementación de modelos basados en teoría de juegos.

1.3 Estructura del trabajo

En el Capítulo 2 se introducen los fundamentos básicos de la criminología que sustentan los modelos que se desarrollarán posteriormente. En particular, se pone énfasis en la criminología ambiental, en la prevención situacional del delito y en los estudios económicos del crimen.

En el Capítulo 3 se presentan aplicaciones de modelos basados en las herramientas de teoría de juegos a problemas relacionados con la seguridad, así como una breve descripción de las principales

herramientas utilizadas a lo largo del desarrollo de este trabajo.

En el Capítulo 4 se presentan los modelos basados en teoría de juegos para la ubicación óptima de efectivos policiales en un ambiente. Se presentan tanto los juegos para la distribución de delincuentes en el ambiente, así como el juego de Stackelberg para la interacción entre policías y delincuentes.

En el Capítulo 5 se detalla un estudio realizado sobre datos reales de denuncias a delitos cometidos en el centro de Santiago con los que se construye un ambiente computacional con características similares a lo observado en la realidad. Así mismo, se testean los modelos desarrollados en el capítulo anterior para comparar los resultados obtenidos mediante los modelos propuestos en este trabajo, con estrategias de patrullaje alternativas.

Por último, en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones generales del trabajo realizado, así como un detalle de las posibles líneas de investigación para extender los modelos presentados de modo de incluir situaciones más generales presentes en el combate a la delincuencia.

Capítulo 2

Economía del Delito

La criminología, entendida como el estudio de los fenómenos delictuales, surge como una rama independiente del resto de las ciencias sociales con los pioneros trabajos realizados por Cesare Becara en siglo XVIII, en que se analiza el problema de la ocurrencia de los delitos desde una perspectiva mas científica. Desde ahí en adelante, muchos teóricos se ha enfocado en explicar la tendencia de los delincuentes a la comisión de delitos desde diferentes perspectivas, tanto biológicas, psicológicas, sociales, educacionales, etc. Hasta mediados del siglo XX, este panorama no había cambiado mucho. Sin embargo, con la irrupción del estudio de la delincuencia desde una perspectiva económica, surge un nuevo paradigma con el cual comprender el fenómeno delictual, lo que da pie al surgimiento de lo que se conoce actualmente como Criminología Ambiental.

En lo que resta del capítulo, se revisa la literatura mas relevante en esta área que es el fundamento teórico que permite construir los modelos presentados en los capítulos siguientes. En la Sección 2.1 se presenta el enfoque que aplica la Criminología Ambiental al estudio del delito, así como la Teoría de la Elección Racional, que justifica la aplicación de modelos de teoría de juegos al problema de la delincuencia. Además, en la Sección 2.2 se muestran los aportes de la economía para entender el proceso de toma de decisiones de los delincuentes. Finalmente en la sección 2.3, se muestran algunas estrategias de prevención a la delincuencia que se pueden derivar del estudio

económico del crimen.

2.1 Criminología Ambiental y Teoría de la Elección Racional

La criminología ambiental es una familia de teorías que centran el estudio en el ambiente inmediato que rodean la ocurrencia de un delito [Brantingham and Brantingham, 1991]. Bajo esta perspectiva, un delito es entendido como la confluencia en un lugar y momento determinado, entre una víctima u *objetivo delictual* y un delincuente, en ausencia de vigilancia capaz de prevenir su ocurrencia [Felson, 1986]. De esta forma, lo que se busca es encontrar patrones criminales y tratar de derivar reglas que permitan explicar la influencia del ambiente sobre estos patrones [Wortley and Mazzerole, 2008].

Sutherland [1947] ya reconocía que un delincuente desarrolla la inclinación a cometer un delito influenciado por dos fuerzas que actúan en el momento en que el delito ocurre. Por una parte, existe una componente histórica, entendida como la suma de los procesos que operan en un delincuente previo a cometer un delito. Cuando un individuo se ha desarrollado como delincuente, el que cometa un delito se ve como un evento mas o menos inevitable, y cualquier estrategia tendiente a modificar este tipo de inclinación son preventivas, para evitar el desarrollo del instinto a cometer delitos, o de rehabilitación, para inhibirlo una vez desarrollado.

Por otra parte, existe una segunda componente denominada situacional, que es entendida como el set de condiciones que determinan el comportamiento del delincuente en el momento en que comete el delito. Existen tres grandes premisas que guían el estudio de la componente situacional del delito [Wortley and Mazzerole, 2008].

1. El comportamiento delictual es fuertemente influenciado por las condiciones ambientales inmediatas en la que un delito ocurre. De esta manera, el ambiente no es simplemente el lugar en el que un delito se desarrolla, sino que toma un rol fundamental al facilitar o entorpecer su ocurrencia.
2. Los delitos no se distribuyen de manera aleatoria en el espacio y en el tiempo. Como el

comportamiento delictual se ve influenciado por el ambiente, los delitos se verán concentrados en lugares en que las oportunidades para la comisión de un delito sean mayores, mientras que otros lugares permanecerán libres de delincuencia. Esta variación puede ocurrir tanto en la componente espacial como en la temporal.

3. Al entender cuáles son las determinantes ambientales que potencian la ocurrencia de un delito, es posible diseñar estrategias de prevención y control de la delincuencia. De esta manera, los organismos encargados de controlar el orden público pueden concentrar sus recursos en determinados lugares y momentos para reducir de forma considerable la delincuencia.

Estas tres premisas permiten desarrollar una serie de estrategias que en su conjunto se conocen como prevención situacional del delito, que buscan alterar las determinantes ambientales de manera que la ocurrencia de un delito sea menos probable. El enfoque de la prevención situacional del delito tiene su fundamento metodológico en la teoría de la elección racional [Clarke and Cornish, 1985, 2008].

De acuerdo a esta teoría, los delincuentes son individuos que actúan como tomadores de decisiones racionales que evalúan la información que el ambiente inmediato les entrega al momento de querer cometer un delito. De esta forma, cuando la situación se presenta desfavorable para un delincuente, independiente de la disposición que tenga a cometer un acto delictual, el evento no ocurrirá. Por su parte, si un delincuente decide cometer un delito en un momento y lugar determinado, se deduce que luego de evaluar toda aquella información del ambiente que es relevante en el proceso de toma de decisiones, los resultados esperados del acto se traducen en un beneficio para el delincuente. En este contexto, cometer un delito es inherentemente riesgoso, y los posibles beneficios y riesgos pueden ser difíciles de calcular, con lo que los resultados de la evaluación cambian, dadas las diferencias en la experiencia y el conocimiento desarrollado por cada delincuente.

2.2 Economía del Crimen

En su famoso trabajo “Crime and Punishment: An Economic Approach” Becker [1968] acerca el análisis económico al problema de la delincuencia, generando una nueva area de estudio, y entregando los fundamentos metodológicos que respaldan la teoría de la elección racional. En el ensayo propone un modelo de equilibrio general que permitiría encontrar los niveles óptimos de combate a la delincuencia que compensen los beneficios esperados al realizar actividades preventivas con los costos asociados a este tipo de actividades. Para ello, Becker plantea una serie de supuestos, entre los cuales, los mas relevantes para este trabajo son los que se detallan a continuación.

Primero, propone que la cantidad de delitos cometidos por los delincuentes se relaciona positivamente con el daño que provocan a la sociedad de manera que si H_i es el daño provocado por la actividad i y O_i es el nivel de la actividad i , entonces:

$$H_i = H_i(O_i) \quad \text{y} \quad H'_i = \frac{dH_i}{dO_i} > 0 \quad (2.1)$$

y además, si las ganancias recibidas por los delincuentes al cometer una actividad O_i es G_i , entonces se tiene que:

$$G_i = G_i(O_i) \quad \text{y} \quad G'_i = \frac{dG_i}{dO_i} > 0 \quad (2.2)$$

Como segundo supuesto, a medida que aumenta la cantidad de esfuerzo en el combate a la delincuencia, los niveles de delitos cometidos debiesen bajar junto con aumentar los costos asociados a esta disminución. Si C es el costo asociado al combate a la delincuencia, y A es la cantidad de recursos dispuestos para este combate, entonces:

$$C = C(A) \quad \text{y} \quad C' = \frac{dC}{dA} > 0 \quad (2.3)$$

Finalmente, propone una forma explícita para el cálculo de la utilidad esperada de un delincuente al cometer un delito que es totalmente compatible con los postulados de la criminología

ambiental y en particular con la teoría de la elección racional. De acuerdo a Becker, la utilidad esperada por un delincuente al cometer un delito U_c toma la forma:

$$U_c = p \cdot \mathcal{U}(Y - S) + (1 - p) \cdot \mathcal{U}(Y) \quad (2.4)$$

en que p es la probabilidad de ser aprehendido al cometer un delito que entrega una ganancia Y con una pena asociada S a la captura. Aquí Y resume los beneficios financieros que se pueden obtener del delito, pero también incluye el equivalente monetario de otras motivaciones, como aceptación, orgullo, sensación de poder, etc., de la misma forma que S no solo hace referencia a los costos económicos de la aprehensión. $\mathcal{U} : R \rightarrow R$ es una función de utilidad. De acuerdo a este enfoque, un delito ocurre solo si $U_c > U_L$, con U_L la utilidad que podría recibir un delincuente al realizar una actividad legal.

2.3 Prevención del Delito

Analizando la ecuación (2.4), existen dos estrategias que los organismos encargados de la seguridad y el control de la delincuencia pueden seguir para reducir la actividad delictual [Garoupa, 1997]. Por una parte, $\frac{\partial U_c}{\partial S} = -p \frac{d\mathcal{U}(Y-S)}{dS} < 0$ indica que al aumentar las penas asociadas al delito disminuye la utilidad esperada de los delincuentes, reduciendo de esta forma la delincuencia, situación consistente con el supuesto detallado en la ecuación (2.3). Este efecto ha sido ampliamente discutido en la literatura y si bien durante un primer momento la evidencia no era concluyente respecto de si los cambios eran significativos, pese a ocurrir en la dirección esperada [Blumstein et al., 1978], con el pasar del tiempo esta incertidumbre desaparece y se concluye que existe una marcada correlación entre un aumento en las penas y una reducción en la delincuencia [Nagin, 1998].

Este enfoque presenta algunas complicaciones. Por una parte, no es suficiente el aumento de las penas para provocar el desincentivo necesario para que la reducción de la delincuencia ocurra. Primero, por que en general, los delincuentes actúan de acuerdo a su percepción sobre la gravedad de las penas asociadas al delito y no de acuerdo a los niveles reales de las sanciones. Las sanciones

pueden aumentar, pero si las percepciones de los delincuentes no cambian, entonces los niveles de delitos se mantienen constantes.

Además, aumentar las penas, requiere de un aumento en los costos asociados a aplicar vigilancia, contratar personal administrativo, construir cárceles, etc., afectando no solo a los delincuentes sino que al resto de la sociedad que debe financiar estos gastos [Becker, 1968]. Por último, los efectos de este tipo de políticas no son observables en el corto plazo por lo que requieren de un tiempo para que este pueda ser evaluado.

Por su parte, $\frac{\partial U_c}{\partial p} = U(Y - S) - U(Y) < 0$ indica que cuando se aumenta la probabilidad de aprehension de un delincuente al cometer un delito, la utilidad de los delincuentes se reduce y por lo tanto el incentivo a la comisión de delitos también.

Una de las primera formas en que se puede modificar la probabilidad de aprehensión, es mediante el aumento de la dotación policial. Si el número de policías que se encuentran enfocados en el combate a la delincuencia aumenta, entonces es de esperar que el número de delitos disminuya. Si bien durante un primer momento los análisis arrojaban resultados que no permitían concluir que la correlación era como se debía esperar, al eliminar el problema de simultaneidad entre el número de efectivos policiales y los niveles de delincuencia, se observa que existe una correlación negativa [Lin, 2009, Worrall and Kovandzic, 2010, Kovandzic and Sloan, 2002].

Sin embargo, el problema que existe con este tipo de estrategias es que los resultados no se pueden observar de manera rápida en las cifras de crímenes y que no se pueden aplicar a problemas puntuales sino mas bien a nivel global en una ciudad o localidad. Por otra parte, los costos asociados al entrenamiento de nuevos policías generan reducciones en el beneficio social que se obtienen al aplicar este tipo de políticas [Levitt and Miles, 2007].

Otra forma de conseguir un aumento en el indice de aprehensión, y por ende una reducción en los niveles de delincuencia, es mediante un efecto denominado disuasión directa. La disuasión directa involucra la presencia de policías o de guardias en determinadas posiciones para bloquear las oportunidades de ocurrencia de un delito. En la teoría, si un policía se posiciona en una esquina

determinada, es menos probable que un delito ocurra en ese lugar por que el riesgo que observa el delincuente de ser aprehendido aumenta [Riccio, 1974].

Una característica general de los modelos teóricos que respaldan la disuasión directa es que a medida que aumentan los efectivos policiales en un determinado lugar, el efecto de disuasión aumenta, y por lo tanto, los delitos en el lugar disminuyen [Blumstein and Larson, 1967, Elliott and Sardino, 1971, Larson, 1972]. Por otra parte, si se considera que la delincuencia no se encuentra distribuida de manera homogénea en el ambiente ni en el tiempo, sino que tiende a concentrarse en lugares que en criminología son conocidos como hot spots [Brantingham and Brantingham, 1982, Anselin et al., 2000, Ratcliffe, 2004], es posible intuir que los efectos que produce la vigilancia policial en los niveles de delincuencia varían dependiendo del sector y del momento en que esta es aplicada.

Estos dos hechos han dado origen a una nueva técnica de prevención de la delincuencia conocida como *Hot Spots Policing* y que consiste, en términos generales, en concentrar los efectivos policiales a los sectores mas conflictivos [Braga, 2001]. Si bien la evidencia empírica muestra una reducción sustantiva en los niveles de delincuencia cuando se aplican este tipo de técnicas [Weisburda and Eck, 2004], una de las críticas mas usuales a este tipo de intervenciones es que la reducción de los delitos que se observa en un lugar determinado resulta por el desplazamiento que ocurre desde sectores vigilados hacia aquellos que no tienen vigilancia [Repetto, 1976] y no en una efectiva reducción de la delincuencia. La dificultad asociada a testear la existencia de efectos de desplazamiento y difusión de los delitos supuso que en un comienzo se descartara la utilidad de este tipo de técnicas, pero trabajos recientes han permitido concluir que la vigilancia policial si tiene un efecto en el radio cercano al sector vigilado [Di Tella and Schargrodsy, 2004]. Bajo esta premisa es que se desarrollan los modelos propuestos en esta tesis.

Capítulo 3

Teoría de Juegos y Seguridad

Un juego, en términos generales, es la representación de una interacción entre individuos que tienen como objetivo maximizar su bienestar personal en situaciones en que este bienestar depende no sólo de las acciones tomadas por el individuo en particular sino que también de las tomadas por el resto de los involucrados. El estudio de este tipo de interacciones da lugar a la Teoría de Juegos.

En este capítulo se presentan las principales herramientas de teoría de juegos utilizadas para el desarrollo de los modelos propuestos en esta tesis, así como los equilibrios resultantes bajo diferentes condiciones en las que un juego se puede desarrollar (Sección 3.1). Además, se realiza una breve revisión de aplicaciones de teoría de juegos para problemas relacionados con seguridad a las que esta tesis viene a sumarse (Sección 3.2)

3.1 Teoría de Juegos

En su forma mas simple, un juego queda representado por un conjunto de N jugadores, donde cada jugador n posee, primero, un conjunto de estrategias puras S_n en que cada estrategia del conjunto queda representada por $s_n \in S_n$, y luego una función de utilidad $u_n(s)$ que entrega la utilidad del n -ésimo jugador para cada combinación posible de estrategias $s = (s_1, \dots, s_N) \in S_1 \times \dots \times S_N$.

El objetivo en teoría de juegos es dar algún indicio de cual será el resultado que se obtendría cuando jugadores racionales se vean enfrentados en una situación determinada con las características anteriormente descritas. A este resultado se le denomina un equilibrio, y estos tendrán sus propias particularidades dependiendo de las especificaciones del juego.

En ciertas situaciones los jugadores pueden preferir aleatorizar sus estrategias de manera que en vez de utilizar una estrategia pura, juegan cada estrategia s_n con una probabilidad $\sigma_i(s_n)$ en que $\sum_{s_n \in S_n} \sigma_i(s_n) = 1$. A este tipo de estrategias se les denomina *Estrategias Mixtas*. El espacio de estrategias mixtas para el jugador n se denota por Σ_n , y el espacio de los posibles perfiles de estrategias mixtas $\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_N)$ se denota por Σ .

En general existen dos grandes formas de clasificar un juego, primero según la relevancia que tiene la dimensión temporal en la forma en que se desarrolla el juego y segundo, la cantidad de información que manejan los jugadores al momento de tomar decisiones. Un juego en el que los jugadores toman decisiones de manera simultánea se denomina en teoría de juegos un juego estático. Por el contrario, cuando al menos uno de los jugadores puede observar las decisiones tomadas por el resto, y considerar esta información antes de escoger su propia estrategia, se está en presencia de un juego dinámico.

Por otra parte, cuando los jugadores poseen total conocimiento de las funciones de utilidad tanto propias como las del resto de los jugadores, se está en presencia de un juego de información completa, mientras que cuando no se tiene certeza absoluta de los pagos que recibirán el resto de los jugadores o de la forma que tiene la función de utilidad de los contrincantes, se está en presencia de un juego de información incompleta.

En lo que resta de esta sección se detallan brevemente los equilibrios para los juegos de información completa, tanto estáticos como dinámicos, que serán útiles para la formulación de los modelos que se pretenden desarrollar en esta tesis.

3.1.1 Juegos de Información Completa

Formalmente, un juego de información completa es un juego en el que las funciones de pago de cada jugador es conocimiento común para todos los jugadores. De esta manera, cuando un jugador en particular decide qué estrategia utilizar, está consciente de como reaccionarán el resto de los jugadores frente a esta decisión, y que el resto de los jugadores saben, además, que este jugador conoce su reacción, y así *ad infinitum* [Fudenberg and Tirole, 1991].

Dependiendo de si las decisiones de los jugadores se toman de manera simultanea o en turnos, estos juegos puede ser clasificados en dos grandes categorías.

Juegos Estáticos de Información Completa

Los juegos estáticos son una clase de juegos en que el conjunto de agentes toma decisiones de manera simultanea, y en base a estas decisiones, reciben un pago que depende de la combinación de acciones tomadas por todos los agentes [Gibbons, 1992]. Se llaman estáticos por que la dimensión temporal no ejerce ninguna influencia en el proceso de toma de decisiones ni menos en los resultados, aun cuando algunos de los agentes deban tomar sus decisiones desfasados del resto.

Si los jugadores se comportan como agentes racionales que maximizan su función de utilidad, entonces un jugador nunca utilizará una estrategia s'_n si existe otra estrategia s_n que siempre le reporta mayor utilidad, independiente de cual sean las estrategias utilizadas por los otros jugadores $s_{-n} = (s_1, \dots, s_{n-1}, s_{n+1}, \dots, s_N)$. Formalmente, una estrategia s'_n se dice *Estrictamente Dominada* para el jugador n si existe otra estrategia s_n tal que:

$$u_n(s'_n, s_{-n}) < u_n(s_n, s_{-n}) \quad \forall s_{-n} \in S_{-n} \quad (3.1)$$

En algunas situaciones es posible que los jugadores eliminen iterativamente las estrategias estrictamente dominadas, hasta llegar a un único perfil de estrategias posible para el juego. Sin

embargo este proceso no siempre puede llevarse a cabo, y en situaciones puntuales, es posible que se lleguen a diferentes perfiles dependiendo del orden en que se realicen las eliminaciones. Para resolver este tipo de problemas, Nash [1951] propone una definición mas precisa y menos ambigua de la solución a un juego.

Una estrategia s_n^* es *Mejor Respuesta* a un perfil de estrategias s_{-n} si:

$$u_n(s_n^*, s_{-n}) \geq u_n(s_n, s_{-n}) \quad \forall s_n \in S_n \quad (3.2)$$

o equivalentemente,

$$s_n^* = \arg \max_{s_n \in S_n} u_n(s_n, s_{-n}) \quad (3.3)$$

Intuitivamente, si un jugador pudiese predecir el perfil de estrategias s_{-n} que el resto de los jugadores escogerán, entonces lo mejor que el jugador podría hacer es jugar la estrategia que sea mejor respuesta a s_{-n} por cuanto es con esa estrategia con la que obtiene la mayor utilidad. Esta intuición da paso a la definición de un equilibrio de Nash. Un perfil de estrategias (s_1^*, \dots, s_N^*) es un *Equilibrio de Nash* si para los n jugadores:

$$u_n(s_n^*, s_{-n}^*) \geq u_n(s_n, s_{-n}^*) \quad \forall s_n \in S_n \quad (3.4)$$

En otras palabras, un equilibrio de Nash es un perfil de estrategias en la que ningún jugador tiene incentivos para desviarse unilateralmente de la estrategia que está jugando.

Juegos Dinámicos de Información Completa

Si bien el equilibrio de Nash permite lidiar con una amplia gama de juegos, muchas situaciones requieren que los supuestos bajo los cuales este equilibrio es válido se relajen para modelar problemas más realistas. Una extensión natural es la incorporación de una componente temporal, para relajar el requisito de la simultaneidad del juego.

En el caso más simple, un primer jugador escoge una acción s_1 de su espacio de estrategias S_1 y luego un segundo jugador, observando s_1 escoge una acción s_2 de su espacio de estrategias S_2 , obteniéndose los pagos $u_1(s_1, s_2)$ y $u_2(s_1, s_2)$. Este esquema se puede extender incluyendo más instantes de tiempo, más jugadores o permitiendo que los jugadores tomen decisiones más de una vez en el tiempo, notando que debe cumplirse que (1) las decisiones se toman de forma secuencial, (2) las acciones tomadas anteriormente son observadas antes de tomar la siguiente decisión, y que (3) los pagos de cada jugador en cada posible combinación de acciones son conocidos para todos los jugadores.

Para dar una idea de cuál es la solución a un juego de este tipo, se considera primero el problema que enfrenta el segundo jugador. Puesto que el primer jugador ya ha anunciado su estrategia s_1^* , y que esta estrategia es conocida por el jugador 2, el problema que el segundo jugador debe resolver es el de maximizar su utilidad dado que conoce s_1^* .

Formalmente, el problema del segundo jugador es:

$$\max_{s_2 \in S_2} u_2(s_1^*, s_2) \quad (3.5)$$

Es directo notar que el problema de optimización que resuelve el segundo jugador es el mismo ante cualquier estrategia que tome el primer jugador. Así, a la respuesta del jugador 2 ante la estrategia s_1 se la conoce como la *función de reacción* del jugador 2, $R_2(s_1)$. Como el juego es de información completa, el primer jugador, conociendo perfectamente la función de utilidad del segundo jugador, es capaz de resolver por sí mismo el problema anterior, y por lo tanto puede

anticipar la respuesta del jugador 2 ante cualquiera de sus estrategias s_1 .

Bajo estas condiciones, como jugador racional que maximiza su propia función de utilidad, el primer jugador debe resolver, anticipando la respuesta del segundo jugador, el siguiente problema de optimización:

$$\max_{s_1 \in S_1} u_1(s_1, R_2(s_1)) \quad (3.6)$$

Puesto que $R_2(s_1)$ es la mejor estrategia que puede utilizar el jugador 2 ante la estrategia utilizada por el jugador 1, y s_1 es la estrategia que le entrega la mayor utilidad al primer jugador, entonces con este procedimiento se llega al equilibrio del juego, conocido como el equilibrio de von Stackelberg [1934].

Estas dos herramientas son las mas ampliamente utilizadas en las aplicaciones de teoría de juegos en seguridad, y serán los pilares fundamentales para los modelos que en este trabajo se proponen.

3.2 Teoría de Juegos en Seguridad

Como ya se mencionó anteriormente, la teoría de juegos es una de las principales herramientas usadas para el desarrollo de planes estratégicos de defensa frente a ataques de agentes racionales que buscan perpetrar algún daño sobre un sistema. En la mayoría de las formulaciones de este tipo de modelos, los defensores actúan como líderes en un juego de Stackelberg, mientras que los atacantes, conociendo la estrategia del líder, actúan como seguidores respondiendo de la forma mas adecuada a las decisiones tomadas por el líder [Brown et al., 2006]. En términos generales, en Azaiez and Bier [2007] y Hausken [2010], se analizan las estrategias óptimas para un defensor que se enfrenta a distintos atacantes de los que conoce sus preferencias, y compara las distribuciones bajo diferentes configuraciones ambientales. En Bier et al. [2007], se presentan modelos de vigilancia

similares a los anteriores, pero considerando restricciones de costo asociadas a la seguridad, así como cuando no se tiene conocimiento preciso de las preferencias de los atacantes.

El desarrollo de modelos que usan las ideas de teoría de juegos para problemas de seguridad ha llevado a la definición de Juegos de Seguridad [Korzhyk et al., 2011]. Estos juegos modelan la interacción que ocurre entre un agente defensor que posiciona sus recursos $R = \{r_1, \dots, r_K\}$ en un conjunto $T = \{t_1, \dots, t_n\}$ de objetivos que resultan atractivos para un potencial atacante. En estos casos, $U_d^c(t_i)$ es la utilidad del defensor si t_i es atacado mientras alguno de los recursos del defensor defiende ese objetivo, mientras que si no se encuentra defendido, la utilidad es $U_d^u(t_i)$ cumpliéndose que $U_d^c(t_i) > U_d^u(t_i)$. Para el atacante, los pagos en estos casos son $U_a^c(t_i)$ y $U_a^u(t_i)$ con $U_a^c(t_i) < U_a^u(t_i)$.

Las estrategias puras para un atacante son cada uno de los objetivos, y una estrategia mixta es un vector de probabilidades \mathbf{a} tal que cada objetivo t_i es atacado con probabilidad a_i . Para los defensores, una estrategia pura es un vector $\mathbf{d} \in \mathcal{D} \subseteq \{0, 1\}^n$ donde d_i representa si t_i está protegido o no y \mathcal{D} es el conjunto de todas las estrategias que respetan la condición de factibilidad. Una estrategia mixta \mathbf{C} para el defensor especifica con qué probabilidad C_d se juega cada estrategia pura \mathbf{d} . Si \mathbf{c} es el vector de probabilidades de protección correspondiente a \mathbf{C} , con $c_i = \sum_{\mathbf{d} \in \mathcal{D}} d_i C_d$ siendo la probabilidad marginal de proteger el objetivo t_i , entonces cuando se juega el perfil de estrategias $\langle \mathbf{C}, \mathbf{a} \rangle$ el defensor recibe una utilidad:

$$U_d(\mathbf{C}, \mathbf{a}) = \sum_{i=1}^n a_i \left(c_i U_d^c(t_i) + (1 - c_i) U_d^u(t_i) \right) \quad (3.7)$$

y el atacante recibe

$$U_a(\mathbf{C}, \mathbf{a}) = \sum_{i=1}^n a_i \left(c_i U_a^c(t_i) + (1 - c_i) U_a^u(t_i) \right) \quad (3.8)$$

Una de las primeras aplicaciones de este tipo de juegos es el posicionamiento estratégico de puestos de vigilancia en las entradas al Aeropuerto Internacional de Los Angeles (LAX), así

como asignar patrullas de vigilancia canina a cada terminal, a través del sistema ARMOR. Aquí, la idea es reducir el riesgo de sufrir un ataque terrorista sobre el aeropuerto [Pita et al., 2008]. Otra aplicación de este tipo de juegos es el sistema IRIS, en el que el gobierno estadounidense asigna agentes armados a rutas de vuelos comerciales para combatir posibles ataques terroristas durante el vuelo [Jain et al., 2010, Tsai et al., 2009]. En relación con la seguridad marítima, el sistema PROTECT aplica estas mismas ideas al sistema portuario estadounidense [Shieh et al., 2012].

Otras aplicaciones a la vigilancia portuaria considera el posicionamiento de radares y de embarcaciones de vigilancia en posiciones estratégicas para ampliar la posibilidad de detectar un atacante, considerando las restricciones de visibilidad que impone el ambiente [Brown et al., 2011].

Mientras que determinar los esquemas de patrullaje no es el principal objetivo que buscan de los sistemas IRIS y PROTECT, otros modelos han sido propuestos con el fin de determinar una dinámica de vigilancia sobre un ambiente. En Basilico et al. [2012] se propone un juego en el que el equilibrio entrega, para el defensor, un esquema de vigilancia óptimo con el que el proteger el ambiente, mientras que para el atacante define si conviene o no atacar, y de ser así, el lugar e instante en el cual hacerlo. Utilizando esta formulación, Alpern et al. [2011] caracterizan los equilibrios del juego bajo diferentes configuraciones ambientales.

Otras aplicaciones de teoría de juegos en problemas relacionados con seguridad dicen relación con la seguridad en redes. Bell et al. [2008] encuentra rutas que aseguren la conectividad de una red que sufre ataques terroristas desde una perspectiva estocástica, mientras que Capparena and Scaparra [2011] analizan el caso en que el defensor posiciona sus recursos sobre una red para asegurar que la ruta entre dos nodos de una red sea la de menor largo posible cuando un atacante racional busca dañar la conectividad del sistema. Desde otra perspectiva, Tsai et al. [2010] asumen que el objetivo del atacante es ir desde un nodo de una red hacia otro, y el objetivo del defensor es posicionar sus recursos sobre los arcos de la red de tal manera que el movimiento del atacante sea detectado.

Si bien el uso de teoría de juegos como enfoque al problema de la vigilancia policial fue propuesto tempranamente [Smith, 1962], muy pocos trabajos han analizado la interacción entre

policías y delincuentes desde esta perspectiva. Mas aún, ninguno de estos trabajos considera la distribución espacial de los delincuentes en un ambiente, sino que se centran en los efectos de disuasión que tiene vigilar o no un ambiente sobre la voluntad a cometer o no un delito [Cressman et al., 1998]. Este trabajo viene a llenar este vacío.

Capítulo 4

Modelo de Teoría de Juegos para el Control de la Delincuencia en la Vía Pública

4.1 Introducción

En este capítulo se presentan dos modelos que, utilizando teoría de juegos, permiten determinar estrategias óptimas de vigilancia policial sobre un ambiente en el que un conjunto de delincuentes cometen delitos. La policía actúa como un organismo preocupado por controlar el nivel de delincuencia, mientras que los delincuentes buscan obtener riquezas a través de la comisión de actos delictuales. Si bien este problema es básicamente el que enfrenta la policía en cualquier tipo de delito que se cometa, en este trabajo nos centraremos principalmente en aquellos que ocurren en la vía pública.

En términos generales, la idea básica detrás del modelo consiste en considerar a la policía como un conjunto de agentes racionales que actúan de manera coordinada, posicionando efectivos sobre un ambiente que se ve atacado por un conjunto de delincuentes. Estos delincuentes, luego

de observar la distribución policial, y también actuando de manera racional, deciden sobre qué sectores delinquir, distribuyéndose sobre este mismo ambiente. Como resultado de esta interacción, los delincuentes reciben una utilidad que depende de tres variables relacionadas directamente con el lugar en el que se cometen los delitos. Primero, la riqueza intrínseca de cada sector, que es un parámetro inherente a cada posición y que no se ve afectado por las decisiones ni de la policía ni de los delincuentes. Segundo, la cantidad de vigilancia policial presente en el sector, que viene determinada por la distribución de los efectivos policiales en el ambiente. Por último, la utilidad de cada agente en la celda se ve alterada por la cantidad de delincuentes posicionados en el mismo lugar, que se afectan unos con otros cuando delinquen en el mismo sector.

La dependencia de la utilidad recibida por cada delincuente tanto de la posición de la policía, como de la distribución misma del conjunto de delincuentes, permite modelar esta interacción como dos juegos que ocurren de manera simultánea. Puesto que en general, el mejor enfoque en aplicaciones de teoría de juegos a temas de seguridad consiste en juegos de Líder-Seguidor, en este trabajo se utilizará esta herramienta para el modelamiento del problema.

En particular, el juego se desarrolla de la siguiente manera. La policía, actuando como líder, busca reducir al mínimo posible la utilidad que perciben los delincuentes que actúan como seguidores. Por su parte, el conjunto de delincuentes, que se asumirá compuesto por individuos de idénticas características y preferencias que actúan maximizando su bienestar, pueden responder de dos maneras distintas. Primero como un grupo organizado que actúa de manera coordinada (mafia) o, en un segundo caso, como un conjunto de individuos independientes que sólo buscan maximizar su propio bienestar de manera individual.

Dependiendo de estas dos variantes para el comportamiento de los delincuentes, dos modelos distintos serán presentados en esta sección. Por una parte, cuando los delincuentes actúan como mafia, el resultado del enfrentamiento entre la policía y los delincuentes será modelado como un clásico juego de Stackelberg entre un líder y un seguidor, mientras que si los delincuentes actúan de manera no coordinada, el juego resultante será una competencia de Stackelberg entre un líder y un conjunto de seguidores, que a su vez se enfrentan entre sí, en lo que se conoce en la literatura como una competencia de Stackelberg-Nash [Sherali et al., 1983].

Para exponer estos modelos, seguiremos los pasos típicos para la resolución de un juego de Líder-Seguidor, es decir, emulando la metodología de *Backward Induction* [Fudenberg and Tirole, 1991, Gibbons, 1992]. Para ello, primero nos centraremos en el problema de los delincuentes al tomar posiciones en el ambiente, sin enfocarnos en la estrategia policial (Sección 4.2). Luego, conociendo el comportamiento de los delincuentes, estudiaremos el problema que enfrenta la policía al posicionar sus efectivos sobre el lugar (Sección 4.3), con lo que el equilibrio de estos juegos podrá ser encontrado explícitamente.

4.2 Equilibrios para la Distribución de los Delincuentes

En esta sección se presentan los lineamientos generales que permiten modelar como un juego, el proceso mediante el cual los delincuentes toman posiciones sobre el ambiente, sin considerar aún la vigilancia policial como un factor relevante en la toma de decisiones. Primero, se analizará la configuración del ambiente, así como las componentes que permiten caracterizar de manera completa los juegos aquí estudiados (Sección 4.2.1). Luego, se presenta la distribución óptima para los delincuentes en el caso en que actúan como una mafia (Sección 4.2.2) así como en el caso en que se trate con agentes independientes (Sección 4.2.3)

4.2.1 Ambiente y Funciones de Utilidad

Para representar el lugar sobre el que los delincuentes cometen delitos, se considerará un ambiente dividido en K sectores en los que cada agente puede tomar posición para delinquir. Estos sectores pueden representar comunas, cuadrantes, manzanas, esquinas, segmentos de calle, etc. Por simplicidad asumiremos que las celdas en las que se divide el ambiente son disjuntas y que en su conjunto representan el área total sobre la que se está trabajando.

Puesto que no todos los sectores son igualmente atractivos para los delincuentes, en este modelo se representará la heterogeneidad que existe entre los distintos lugares mediante un parámetro que llamaremos atraktividad o riqueza intrínseca B_k para cada celda k que representa todas aquellas

variables ambientales que considera un delincuente al momento de escoger el lugar que le parece mas adecuado para delinquir. Esto puede incluir la iluminación, la facilidad para escapar del lugar, la cantidad de personas que ahí se encuentran, la presencia de centros comerciales, si existen o no cámaras de seguridad, y un sin fin de otras componentes que configuran el ambiente.

Supondremos que existe un conjunto de N delincuentes que desean cometer delitos sobre este sector, y que cada delincuente n debe decidir sobre cuál de las K celdas tomar posición para delinquir. De esta forma, el conjunto de estrategias para cada delincuente n en el juego es igual a $p^n = \left\{ (p_1^n, \dots, p_K^n) \mid \sum_{k=1}^K p_k^n = 1; p_k^n \geq 0 \right\}$. Aquí, p_k^n se interpreta como la probabilidad con que el delincuente n toma posición sobre la celda k para delinquir. Cuando todos los delincuentes han tomado posiciones en las celdas, la distribución de la población puede ser resumida mediante un vector $\mathbf{p} \in \mathbf{P}$, con \mathbf{P} definido como:

$$\mathbf{P} = \left\{ (p_1, \dots, p_K) \mid \sum_{k=1}^K p_k = N; p_k \geq 0 \right\} \quad (4.1)$$

En este trabajo de tesis se asumirá que las proporciones de individuos pueden tomar cualquier valor en el intervalo $[0, N]$. Este es equivalente al que se hace en los *Nonatomic Selfish Routing Games*, en el que un flujo puede ser dividido infinitesimalmente entre los arcos de una red [Roughgarden, 2007]. Si bien este supuesto puede hacer que el modelo pierda realismo, al normalizar el vector \mathbf{p} por el número total de delincuentes, este resultado puede recibir la interpretación usual de las estrategias mixtas, es decir, cada componentes p_k/N se puede interpretar como la probabilidad con la que cada individuo escoge posicionarse en cada celda k .

Para determinar completamente el juego es necesario definir las funciones de pago de cada delincuente. Puesto que estamos tratando con un solo tipo de delitos, asumiremos que todos los delincuentes tiene las mismas funciones de preferencias sobre las celdas, por lo que no es necesario definir una función de utilidad particular para cada agente. Considerando esto es que se define $V_k(B_k, p_k) : \mathbb{R} \times [0, N] \rightarrow \mathbb{R}$ como la utilidad que recibe un delincuente al ubicarse en la celda k que tiene una atractividad B_k cuando la cantidad de delincuentes que se ubican en esa misma celda

es de p_k . De esta forma, la utilidad que recibe un delincuente al tomar posición en una celda no solo depende de las características de la celda en si misma, sino que también se ve influenciada por las decisiones tomadas por el resto de los delincuentes, y todos los delincuentes en la misma celda reciben el mismo pago.

Evidentemente, a medida que B_k aumenta, también lo hace la utilidad que recibe cada delincuente en esa celda. Como ya se mencionó anteriormente, a medida que un lugar es mas adecuado para la comisión de un delito, mayores son las oportunidades que un delincuente tendrá de obtener ganancias en ese sector, ya sea porque puede cometer un mayor número de actos delictuales, o porque la probabilidad de que esos actos resulten exitosos para el delincuente son mayores. Formalmente, se debe tener que $\frac{\partial V_k(B_k, p_k)}{\partial B_k} \geq 0 \forall k$

Por otra parte, cuando la cantidad de delincuentes p_k en la celda k aumenta, la utilidad individual que recibe cada delincuente presente en esa celda disminuye. Para ver este efecto, supongamos que un sector proporciona un número fijo de oportunidades de delito dado por el parámetro B_k . A medida que la cantidad de delincuentes en el sector aumenta, estas oportunidades deben ser aprovechadas por un mayor número de individuos, por lo que en valor esperado, cada delincuente obtiene una utilidad menor. Formalmente, este efecto se incluye imponiendo que $\frac{\partial V_k(B_k, p_k)}{\partial p_k} \leq 0 \forall k$.

Si bien los estudios en Crime Prevention Through Evironmental Design (CPTED) apuntan a que existen formas de modificar las componentes ambientales para que un lugar sea menos propenso a la ocurrencia de delitos, en este trabajo vamos a considerar que esta característica inherente del ambiente no se modifica en el juego, por lo que el parámetro B_k será considerado constante y lo omitiremos de la función de pagos para los delincuentes, pudiendo esta última expresarse simplemente como $V_k(p_k) : [0, N] \rightarrow \mathbb{R}$.

Habiendo definido las características principales del juego, la pregunta que interesa responder en este caso es: ¿De qué manera se distribuirán los delincuentes en el ambiente? Para encontrar la respuesta, es necesario suponer dos situaciones distintas.

Primero, consideraremos que los delincuentes actúan como una mafia que toma posiciones

respondiendo a la estrategia enunciada por un tomador central de decisiones. Esta situación puede representar lo que ocurre, por ejemplo, en el caso de los carteles de drogas, en las que un cabecilla toma decisiones que son acatadas por el grupo de mafiosos que componen el cartel. En una segunda situación asumiremos a los delincuentes como tomadores de decisiones independientes que buscan maximizar su propia función de utilidad. Este es el caso que se observa en delitos menores como hurtos en la vía pública, en que cada delincuente actúa por su propia cuenta. Ambos casos se detallan a continuación.

4.2.2 Distribución Óptima para una Mafia

En el caso de la mafia, lo que el tomador central de decisiones debe determinar es cómo distribuir a los individuos en las celdas de manera que la utilidad total percibida por el grupo sea máxima. En términos más específicos, lo que el líder de la mafia debe decidir es la cantidad de individuos p_k que debe enviar a delinquir a cada celda k . En este caso, el problema no se puede interpretar como un juego entre delincuentes, ya que los agentes actúan coordinadamente y no maximizando de manera individual su propia función de utilidad.

La distribución óptima de delincuentes sobre el ambiente puede ser encontrada al resolver el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned}
 & \max_{p_k^n} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K p_k^n V_k \left(\sum_{l=1}^N p_k^l \right) \\
 & \text{s.t.} \quad \sum_{k=1}^K p_k^n = 1, \quad \forall n \in \{1, \dots, N\} \\
 & \quad \quad p_k^n \geq 0, \quad \forall n \in \{1, \dots, N\}, \forall k \in \{1, \dots, K\}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Reagrupando términos y definiendo $p_k = \sum_{n=1}^N p_k^n$ posible mostrar que el problema (4.2) es equivalente a:

$$\begin{aligned}
 & \max_{p_k} \sum_{k=1}^K p_k V_k(p_k) \\
 & \text{s.t.} \quad \sum_{k=1}^K p_k = N \\
 & \quad p_k \geq 0, \quad k = 1, \dots, K.
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

La función objetivo representa la utilidad esperada de la mafia al comportarse de manera coordinada. En la solución de este problema pueden existir individuos que reciben una menor utilidad que otros, pero en términos globales, actuando de esta manera, el tomador central de decisiones maximiza la utilidad que recibe de todos los delincuentes que componen el grupo. Si existe un total de N delincuentes en la mafia, $\sum_{k=1}^K p_k V_k(p_k)$ representa el total recibido por la mafia.

4.2.3 Distribución Óptima para Delincuentes Independientes

Si bien el modelo anterior puede ser adecuado para bandas que actúan de manera organizada al atacar un determinado lugar, plantear que los delincuentes actúan de manera concertada no parece muy acertado en situaciones más comunes, como en el caso de los hurtos. Por ello, para construir un modelo aplicado a este problema, se asume que cada delincuente actúa de manera individual buscando maximizar su propia función de utilidad. Al imponer esta condición sobre el proceso de toma de posiciones en el ambiente, la interacción que ocurre entre los delincuentes puede ser interpretada como un juego en que individuos racionales se afectan unos a otros al tomar decisiones. Cuando todos los delincuentes deciden de manera simultánea su ubicación, el problema anterior toma la forma de un juego que en la literatura se conoce como *Habitat Selection Game* [Sandholm, 2007].

Para caracterizar la solución a este juego, sin pérdida de generalidad, asumiremos que las celdas se encuentran ordenadas de tal manera que $B_1 > B_2 > \dots > B_K$. Supongamos que los delincuentes comienzan a llenar el ambiente uno a la vez. El primer delincuente tomará posición

en la celda que tenga mayor atractividad intrínseca. A medida que mas delincuentes comiencen a ubicarse en esta celda, la utilidad individual de cada uno de ellos decrecerá, hasta que en algún momento, el siguiente delincuente que llegue al ambiente observará que la utilidad que percibe en la segunda celda será la misma que en la primera. Desde ese punto en adelante, ambas celdas serán ocupadas, manteniéndose la condición de igualdad de utilidades entre ellas, hasta que el pago recibido en estas dos celdas sea igual al de la tercera, y ésta comience a ser utilizada. Finalmente, cuando toda la población de delincuentes haya tomado posiciones en las celdas, todas las celdas utilizadas entregarán la misma utilidad, y ninguna celda vacía les entregará una utilidad mayor a los delincuentes que la que ya se encuentran percibiendo. En otras palabras, si las primeras l celdas son utilizadas en la solución de este juego, se debe cumplir que:

$$V_1(p_1) = V_2(p_2) = \dots = V_l(p_l) > V_{l+1}(0) > \dots > V_K(0) \quad (4.4)$$

con $\sum_{k=1}^l p_k = N$, y ningún individuo tiene incentivos unilaterales para cambiar de posición, porque cualquier cambio se reflejaría en una disminución de su utilidad.

Por su parte, si consideramos que los delincuentes toman posiciones de manera simultánea, la teoría de juegos predice que el equilibrio de Nash en esta situación es un vector $\mathbf{p}^* \in \mathbf{P}$ tal que:

$$\mathbf{p} \cdot V(\mathbf{p}^*) \leq \mathbf{p}^* \cdot V(\mathbf{p}^*) \quad \forall \mathbf{p} \in \mathbf{P} \quad (4.5)$$

en que $\mathbf{p} \cdot V(\mathbf{p}^*) = \sum_{i=1}^K p_i V_i(p_i^*)$. Lo anterior quiere decir que no existen incentivos para que los delincuentes abandonen las proporciones p_k^* una vez que todos han asumido la distribución \mathbf{p}^*

Cressman and Krivan [2006] muestran que (4.4) y (4.5) son dos caracterizaciones equivalentes para la solución de este juego, y que cuando las funciones de pago son estrictamente decrecientes en la proporción de individuos para cada celda, esta solución es única.

Para encontrar de manera explícita la distribución de la población en el equilibrio de Nash, basta resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 p_k \left(\gamma - V_k(p_k) \right) &= 0 \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \\
 V_k(p_k) &\leq \gamma \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \\
 \sum_{k=1}^K p_k &= N \\
 p_k &\geq 0 \quad \forall k \in \{1, \dots, K\}
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Para evitar la no linealidad del problema anterior, una formulación equivalente que permite encontrar el mismo equilibrio se describe a continuación.

$$\begin{aligned}
 G \cdot (1 - y_k) + V_k(p_k) &\geq \gamma \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \\
 V_k(p_k) &\leq \gamma \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \\
 y_k &\geq \frac{p_k}{N} \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \\
 \sum_{k=1}^K p_k &= N \\
 p_k &\geq 0 \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \\
 y_k &\in \{0, 1\} \quad \forall k \in \{1, \dots, K\}
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

En el problema anterior, la variable γ indica la utilidad de los delincuentes en el equilibrio. Puesto que todas las celdas utilizadas deben tener la misma utilidad y las celdas vacías deben tener utilidades inferiores a las del equilibrio, se incluye en la formulación la variable binaria y_k que toma el valor 1 cuando $p_k > 0$ y 0 cuando $p_k = 0$. Considerando $G > V_k(0) \forall k$, la primera restricción es activa sólo en las celdas en que existe delincuencia ($y_k = 1, p_k \geq 0$), y no activa cuando la celda se encuentra vacía ($y_k = 0, p_k = 0$) imponiéndose de esta forma la condición de equilibrio.

Con estos modelos, se han definido las dos maneras posibles con las que el conjunto de delincuentes puede distribuirse en el ambiente. Con la inclusión de la policía en el juego, estos modelos permiten determinar lo que en un juego de Stackelberg se conoce como función de reacción, como se define en la siguiente sección.

4.3 Juego de Stackelberg para la Vigilancia Policial

Habiendo determinado la forma en que los delincuentes se distribuyen en el ambiente considerando sólo la influencia de la riqueza presente en cada posición y de los mismos delincuentes en su proceso de toma de decisiones, en esta sección incluiremos en el análisis las consecuencias de incluir en el modelo la distribución de los efectivos policiales y como encontrar aquel esquema óptimo que permita lograr de mejor manera su objetivo. Evidentemente, a medida que los niveles de protección policial aumentan en un sector, este se vuelve menos atractivo para los delincuentes, aun cuando la componente ambiental no cambie.

La forma en que ocurre la interacción entre la policía y los delincuentes se modelará como un juego de líder-seguidor. En una primera etapa, la policía, actuando como líder, toma la decisión de ubicar sus M agentes sobre las K celdas de manera que s_k indica la cantidad de efectivos policiales enviados a la celda k , con $\sum_{k=1}^K s_k = M$. Luego de que la policía ha tomado sus posiciones, los delincuentes, actuando como seguidores, observan esta distribución, y deciden a su vez qué ubicaciones que tomar, definiendo las cantidades p_k con $\sum_{k=1}^K p_k = N$. Conocidos s_k y p_k en todas las celdas, los delincuentes reciben sus pagos.

En este modelo en particular, los agentes policiales serán considerados como un grupo organizado que responde a las decisiones tomadas por un planificador central, de manera que en este juego las fuerzas de orden público son consideradas como un único jugador. Si bien la fuerza policial no solo se preocupa de controlar la delincuencia, en este modelo se considerará éste como su único objetivo, de manera que el actuar de la policía solo busca reducir la utilidad percibida por los delincuentes al mínimo posible. De esta manera, la situación resultante puede ser modelada como un juego Stackelberg de suma cero entre la policía y los delincuentes.

Para incluir el efecto que tiene la policía sobre el proceso de toma de decisiones de los delincuentes, en esta sección se asumirá que la utilidad de los delincuentes en la celda k depende no solo de la proporción de delincuentes en la celda p_k y de la utilidad intrínseca B_k sino que también de la cantidad de seguridad s_k presente en la celda. De esta manera, la utilidad de los

delinquentes en la celda k queda definida por $V_k(B_k, p_k, s_k) : \mathbb{R} \times [0, N] \times [0, M] \rightarrow \mathbb{R}$. Al igual que en el caso anterior, dado que la riqueza intrínseca de cada celda no varía durante el juego, esta componente será omitida en las funciones de utilidad. Naturalmente, a medida que aumenta el control policial en una celda, la utilidad percibida por los delinquentes en la celda disminuye, y por lo tanto, $\frac{\partial V_k(p_k, s_k)}{\partial s_k} \leq 0$.

El razonamiento para encontrar el equilibrio en este tipo de juegos es el siguiente. Una vez que la policía, como líder en el juego, ha tomado posición en el ambiente, esta distribución no puede ser cambiada. Supongamos que la distribución de la policía es un vector $\mathbf{s} = (s_1, \dots, s_K) \in \mathbf{S}$ con $\mathbf{S} = \left\{ (s_1, \dots, s_K) \mid \sum_{k=1}^K s_k = M; s_k \geq 0 \right\}$. Cuando los delinquentes deben tomar la determinación de cómo distribuirse en el ambiente, consideran la decisión de la policía como un parámetro fijo en su función de utilidad, y por lo tanto deben encontrar la distribución óptima sólo considerando la atractividad intrínseca de las celdas y el comportamiento del resto de los delinquentes, tal como se detalló en la sección anterior. Llamemos a esta distribución $\mathcal{BR}(\mathbf{s})$, la función de mejor respuesta de los delinquentes a la estrategia \mathbf{s} de la policía. Como el juego es de información completa, tanto los delinquentes como la policía son capaces de resolver el problema de encontrar $\mathcal{BR}(\mathbf{s})$ para cualquier \mathbf{s} , y como el juego es de suma cero, el problema que debe resolver la policía es encontrar la distribución tal que la respuesta de los delinquentes $\mathcal{BR}(\mathbf{s})$ les entregue la menor utilidad posible. Por lo tanto, la estrategia utilizada por la policía es $\mathbf{s}^* = \arg \min_{\mathbf{s} \in \Delta^K} \mathcal{BR}(\mathbf{s}) \cdot V(\mathcal{BR}(\mathbf{s}), \mathbf{s})$, y el equilibrio para este juego es $(\mathcal{BR}(\mathbf{s}^*), \mathbf{s}^*)$. Este procedimiento es conocido en la literatura como *Backward Induction* [Gibbons, 1992].

Tal como se detalló en la sección anterior, este juego puede tomar dos formas distintas de acuerdo a cómo se comportan los delinquentes. Cuando los delinquentes actúan de manera coordinada, el juego es equivalente a la interacción entre un sólo líder y un sólo seguidor y la solución al juego es lo que se conoce como un equilibrio de von Stackelberg [1934]. Por otra parte, cuando los delinquentes actúan de manera independiente uno del otro, el juego es equivalente a una situación en que un líder se enfrenta a un grupo de seguidores siguiendo un esquema Stackelberg, pero al mismo tiempo los seguidores se enfrentan entre si maximizando su propia utilidad, dando lugar a un equilibrio que en la literatura se conoce como de Stackelberg-Nash [Sherali et al., 1983].

4.3.1 Juego de Stackelberg en una Mafia

Para el caso en que los delincuentes actúan como una mafia organizada, la función de reacción de los delincuentes ante la decisión de la policía puede ser encontrada al resolver el siguiente problema de optimización, considerando s_k fijo $\forall k$.

$$\begin{aligned} \mathcal{BR}(\mathbf{s}) = \arg \max_{\mathbf{p}} \quad & \sum_{k=1}^K p_k V_k(p_k, s_k) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{k=1}^K p_k = N \\ & p_k \geq 0, \quad k = 1, \dots, K. \end{aligned} \tag{4.8}$$

La formulación matemática del problema que enfrenta la policía en este caso en particular puede ser escrito como un problema multinivel [Brown et al., 2006] de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{s}, \mathbf{p}} \quad & \sum_{k=1}^K p_k V_k(p_k, s_k) \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{p} = \mathcal{BR}(\mathbf{s}) \\ & \sum_{k=1}^K s_k = M \\ & s_k \geq 0, \quad k = 1, \dots, K. \end{aligned} \tag{4.9}$$

Para caracterizar explícitamente la restricción que indica que el vector \mathbf{p} es la mejor respuesta a la estrategia \mathbf{s} es necesario escribir las condiciones que satisface el óptimo del Problema (4.8). El lagrangeano para este problema es:

$$\mathcal{L}(\mathbf{p}, \lambda, \mu) = \sum_{k=1}^K p_k V_k(p_k, s_k) - \lambda \left(\sum_{k=1}^K p_k - N \right) + \sum_{k=1}^K \mu_k p_k \tag{4.10}$$

Las condiciones de primer orden vienen dadas por:

$$\begin{aligned}
 V_k(p_k, s_k) + p_k \frac{\partial V_k(p_k, s_k)}{\partial p_k} - \lambda + \mu_k = 0, \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \\
 \sum_{k=1}^K p_k = N
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

y junto con las condiciones de holgura complementaria

$$\begin{aligned}
 \mu_k p_k = 0, \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \\
 \mu_k \geq 0, \quad \forall k \in \{1, \dots, K\}
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

definen completamente las condiciones que satisface la mejor respuesta a una estrategia \mathbf{s} . De esta forma, el problema de optimización que debe resolver la policía para encontrar una estrategia óptima de vigilancia para reducir al mínimo la utilidad de la mafia viene dado por:

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{s}, \mathbf{p}, \lambda, \mu} \quad & \sum_{k=1}^K p_k V_k(p_k, s_k) \\
 s.t. \quad & \sum_{k=1}^K s_k = M \\
 & V_k(p_k, s_k) + p_k \frac{\partial V_k(p_k, s_k)}{\partial p_k} - \lambda + \mu_k = 0, \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \\
 & \sum_{k=1}^K p_k = N \\
 & \mu_k p_k = 0, \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \\
 & \mu_k, p_k, s_k \geq 0, \quad \forall k \in \{1, \dots, K\}
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

El valor de la función objetivo en el óptimo entrega la utilidad promedio de los delincuentes con \mathbf{s} y \mathbf{p} siendo las distribuciones de la policía y los delincuentes en el equilibrio de Stackelberg, respectivamente.

4.3.2 Juego de Stackelberg-Nash para Delincuentes independientes

Cuando los delincuentes actúan de manera individual, maximizando su propio beneficio, el juego es una competencia a la Stackelberg entre un líder y un conjunto de seguidores independientes. La característica particular en este juego es que la utilidad de los delincuentes se ve afectada simultáneamente tanto por el resultado del juego de suma cero que se produce entre los delincuentes y la policía como por el *Habitat Selection Game* entre delincuentes. La policía, como líder, busca minimizar la utilidad que reciben los delincuentes en este equilibrio.

El problema que resuelven los delincuentes cuando las posiciones de la policía son conocidas es equivalente al Problema (4.7) con s_k fijo $\forall k$ en la función de utilidad por cada celda. De esta forma, se tiene que la función de reacción de los delincuentes a cualquier estrategia \mathbf{s} de la policía viene dada por la expresión:

$$\begin{aligned}
 p_k \left(\gamma - V_k(p_k, s_k) \right) &= 0 \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \\
 V_k(p_k, s_k) &\leq \gamma \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \\
 \sum_{k=1}^K p_k &= N \\
 p_k &\geq 0 \quad \forall k \in \{1, \dots, K\}
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

Como el juego entre policía y delincuentes es de información completa, la policía conoce $\mathcal{BR}(\mathbf{s})$ para cada \mathbf{s} , por lo que, al igual que en el Problema (4.13), la estrategia óptima a utilizar por parte de las fuerzas de orden público es aquella que le entrega la menor utilidad a los delincuentes. Este problema puede ser formulado de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 & \min_{\mathbf{s}, \gamma, \mathbf{p}, \mathbf{y}} \quad \gamma \\
 & \text{s.t.} \quad \gamma \leq G \cdot (1 - y_k) + V_k(p_k, s_k), \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \\
 & \quad \quad \gamma \geq V_k(p_k, s_k), \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \\
 & \quad \quad y_k \geq \frac{p_k}{N} \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \\
 & \quad \quad \sum_{k=1}^K p_k = N \\
 & \quad \quad \sum_{k=1}^K s_k = M \\
 & \quad \quad p_k, s_k \geq 0, \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \\
 & \quad \quad y_k \in \{0, 1\} \quad \forall k \in \{1, \dots, K\}
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

Al igual que en los casos anteriores, γ es la utilidad que reciben los delincuentes en el equilibrio, y \mathbf{s} con \mathbf{p} entregan las estrategias óptimas en el juego Stackelberg.

Capítulo 5

Implementación y Resultados

Los modelos propuestos en el Capítulo 4 permiten intuir que mediante su aplicación, los resultados que estos esquemas de vigilancia obtienen resultarían mejores que otros esquemas propuestos para atacar el problema de la delincuencia en la vía pública. Para evaluar la veracidad de esta afirmación es que se construirá un ambiente computacional en el que poder implementar la estrategia aquí propuesta, junto con otras alternativas de vigilancia. Los resultados que se obtengan en este proceso, permitirán obtener conclusiones respecto de qué tan útil es incluir la racionalidad de los agentes en el proceso de toma de decisiones para el control de la delincuencia.

Para ello, en este capítulo se procederá de la siguiente manera. Primero, utilizando datos de las denuncias que se reportaron a Carabineros de Chile de delitos cometidos durante los años 2001 al 2004, se realizará un estudio que permitirá caracterizar un ambiente como el que se podría observar en el centro de Santiago (Sección 5.1). En función del número de delitos, de su distribución espacial y de la cantidad de dinero sustraído en cada sector, será posible analizar si los supuestos considerados en los modelos de teoría de juegos pueden aproximar de manera realista lo que ocurre en la realidad.

Así mismo, este estudio permitirá determinar cuales son las características que debiese tener un ambiente computacional sobre el cual implementar los esquemas de vigilancia que se desean

comparar, para que los resultados de esta implementación sean lo mas similares a los que se podrían obtener al aplicar estas estrategias en la realidad.

Habiendo determinado las características del ambiente, se dará paso a la implementación de los modelos como tal, en la Sección (5.2). Lo primero será evaluar las soluciones que se obtienen de los equilibrios para la distribución de los delincuentes en ausencia de vigilancia policial. Esto se realizará tanto para el caso de la mafia como para el de agentes que actúan de manera independiente, lo que permitirá comparar ambas soluciones, tanto en términos de su distribución espacial, como de las utilidad percibidas.

A continuación se evaluarán los modelos propuestos en este trabajo. Para ello, se comenzará implementando tanto el juego de Stackelberg clásico para el caso de la mafia, como el Stackelberg-Nash para el caso de delincuentes independientes, caracterizando así las soluciones a estos problemas. Luego, se evaluarán estrategias de vigilancia alternativas que se asemejen a lo que actualmente se realiza en materia de control a la delincuencia en la vía pública. Con esto, se concluirá realizando una comparación entre los resultados obtenidos que permitan evaluar si existen ganancias mediante la aplicación de los modelos de teoría de juegos versus aquellos que ignoran la racionalidad de los agentes.

5.1 Análisis de Datos

Carabineros de Chile cuenta con un registro nacional de todas las denuncias realizadas por ciudadanos que hayan sido afectados por delitos cometidos en el territorio nacional. Entre la información que se guarda en cada registro se encuentra, además del tipo de delito cometido, el día y la hora en que se cometió, los montos asociados cuando el delito tiene una componente monetaria así como la ciudad, comuna y lugar del delito llegando al detalle de consignar la posición georreferenciada del hecho en un sistema de coordenadas mundial.

En este trabajo, los datos con los que se va a trabajar corresponden a las denuncias de delitos que se cometieron durante el periodo que comprende los años 2001 al 2004 en el sector

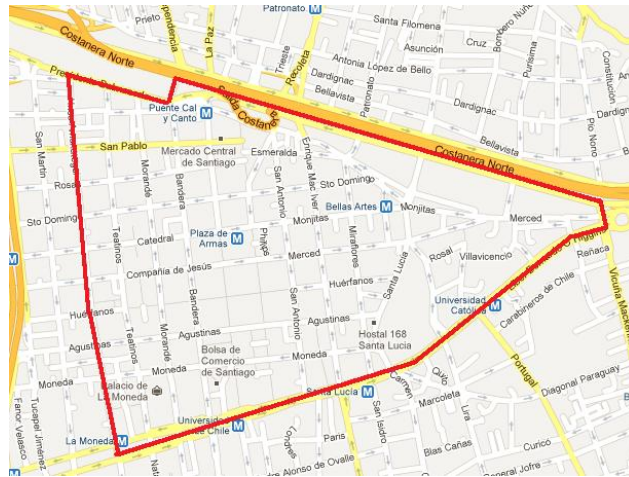


Figura 5.1: 1^{er}, 2^{do} y 3^{er} cuadrantes en el centro de Santiago

correspondiente al 1^{er}, 2^{do} y 3^{er} cuadrante definidos en el Plan Cuadrante de Seguridad Preventiva ¹, dependientes de la Primera Comisaría de Santiago Centro. La ubicación geográfica puede verse en la Figura (5.1).

Durante los cuatro años que comprenden los datos, un total de 25.144 delitos fueron cometidos en este sector. De ellos, 15.406 delitos fueron cometido en la vía pública, de los cuales 5.919 corresponden a hurtos simples, que son el tipo de delito que se modela en este trabajo. De este total, se procede a filtrar aquellos delitos que contienen la información referente al monto asociado al hurto, y se consideran sólo aquellos en que este monto es menor que \$ 500.000, resultando un total de 1.609 registros. La eliminación de los casos en que el dinero involucrado es superior a \$500.000 (64 casos) se debe a que, delitos como estos hacen suponer que fueron preparados con mayor planificación, y por lo tanto no responden a una oportunidad que se presentó y que fue aprovechada por un delincuente.

La distribución espacial de estos eventos en el centro de Santiago se puede ver en la Figura (5.2). Aquí cada delitos se representa por un punto en el lugar en que se cometió. Como se puede observar, todos los delitos ocurren en calles del centro de Santiago, lo que es una comprobación visual de que, luego de aplicar los filtros anteriormente señalados, solo se cuenta con delitos cometidos en

¹<http://www.carabineros.cl/sitioweb/web/verSeccion.do?cod=74>

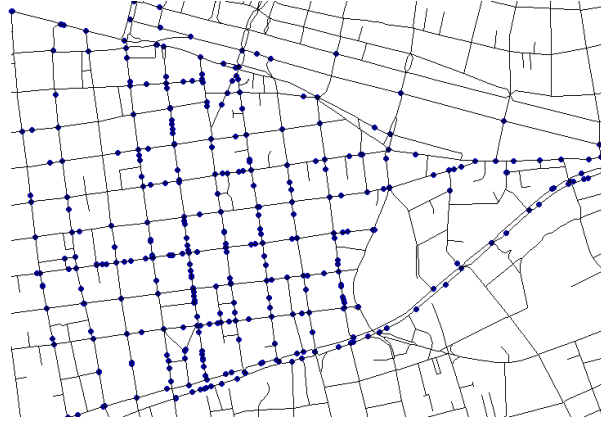


Figura 5.2: Distribución espacial de los delitos en el centro de Santiago

la vía pública.

Si bien es fácil notar que los delitos ocurren prácticamente en todo el centro de Santiago, un efecto muy conocido en la criminología es que estos tienen a concentrarse con mayor intensidad en sectores conocidos como *Hot Spots*. Puesto que muchos delitos que ocurren en un mismo lugar quedan representados solamente por un punto, el mapa anterior no permite concluir si este efecto se presenta o no en los datos con los que nos encontramos trabajando.

Para poder visualizar este efecto, se utiliza una herramienta de la estadística que es la representación mediante Mapas de Densidad de Kernel la concentración espacial de registros en una superficie. Esencialmente, lo que se busca es transformar los puntos presentes en un mapa a una superficie continua que representa una estimación del número de delitos por unidad de área [Anselin et al., 2008].

Asumiendo que no existe correlación entre las coordenadas horizontales y verticales de los delitos, un estimador de la función de densidad de Kernel $\tilde{f}(x_0, y_0)$ en la posición (x_0, y_0) viene dado por la Fórmula (5.1).

$$\tilde{f}(x_0, y_0) = \frac{1}{Nb_x b_y} \sum_{i=1}^N \text{Ker}\left(\frac{x_0 - x_i}{b_x}\right) \text{Ker}\left(\frac{y_0 - y_i}{b_y}\right) \quad (5.1)$$

Aquí, b_x y b_y son los anchos de banda para la construcción de la función de Kernel en la dirección x e y y a medida que estos números aumentan, la función a estimar se vuelve mas suave [Waller and Gotway, 2004], y $\tilde{f}(x_0, y_0)$ representa la intensidad de delitos que se cometen en ese sector por unidad de area. Para la construcción del mapa completo, basta definir una grilla sobre la superficie a estudiar, y estimar la función de densidad de Kernel en cada punto de la grilla.

En el cálculo de la función en cada punto, dos son las componentes que hay que escoger para que su valor esté completamente determinado.

Por una parte, es necesario explicitar la función $\text{Ker}(\cdot)$, que indica cómo influyen los puntos en el mapa sobre el valor de la función en cada lugar de la grilla. La función mas ampliamente utilizada para estos casos es la de Kernel Gaussiano que toma la forma descrita en la Ecuación (5.2).

$$\text{Ker}\left(\frac{x_0 - x_i}{b_x}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi b_x}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_0 - x_i}{b_x}\right)^2\right] \quad (5.2)$$

Para la función de Kernel respecto de la coordenada y se procede de la misma manera, y el valor de la función en cada punto es la multiplicación de ambas componentes escalada para que la superficie resultante integre 1 en todo el espacio.

El segundo parámetro a estimar es el ancho de banda, que regula lo suave que es la superficie que se va a obtener como resultado en el mapa. Scott [1992] propone una regla de calculo simple que permite encontrar parámetros adecuados para b_x y b_y . De acuerdo a él:

$$\hat{b}_x = \hat{\sigma}_x N^{-1/dim_x} \quad (5.3)$$

en que $\hat{\sigma}_x$ es la desviación estándar de los datos en la coordenada x , N es el número de datos en la base, y $dim_x = x_{\max} - x_{\min}$ es la dimensión de los datos. De la misma forma se estima b_y .

En la Tabla (5.1) se muestran estadísticos relevantes para la construcción de las funciones

	Coord. x	Coord. y
Promedio	346.725,7	6.298.765,3
Desv. Est.	393,9	360,3
Máximo	348.056	6.299.663
Mínimo	345.974	6.298.204
Correlación	0,066	

Tabla 5.1: Estadísticos de los delitos de hurto para la construcción de la función de Kernel Gausseano de densidad de Kernel Gausseano con los datos utilizados en este estudio.

Puesto que la correlación entre las posiciones de los delitos en la coordenada horizontal y vertical es de 0,066 podemos suponer que no existe una correlación espacial marcada en la ocurrencia de hurtos, por lo que se puede concluir que la función de kernel propuesta en la Ecuación (5.1) es válida para este estudio.

Para la construcción del mapa de Kernel Gaussiano se utilizaron los parámetros $b_x = 3.901$ y $b_y = 3.593$, es decir, los estimadores propuestos por Scott, pero amplificados 10 veces, para hacer mas suave el mapa. Utilizando un código escrito en `Matlab 2009b`, y con la ayuda del programa de georreferenciación `GrassGIS 6.4.0` es posible visualizar si existen concentraciones marcadas de los delitos en algunos sectores del ambiente.

En la Figura (5.3) se muestra el resultado de la aplicación de esta técnica a los 1.609 eventos considerados en este estudio para una grilla de 70×70 .

Como se puede observar los delitos no se distribuyen homogéneamente en el espacio, sino que tienden a concentrarse, en particular, en tres sectores. Por una parte, existe una gran concentración de delitos en el eje que conforma el Paseo Ahumada desde la intersección con la Alameda hasta la Plaza de Armas. Este sector constituye una de las vías mas transitadas por peatones, puesto que en ambos extremos existen salidas de Metro muy utilizadas por transeúntes que visitan el centro de Santiago, ademas de existir una gran actividad comercial en el trayecto. Otro de los sectores que concentra un mayor nivel de delitos es el que corresponde a Plaza Italia, que también posee una estación de Metro, junto con ser un sector muy cercano a lugares de entretenimiento. Por último,

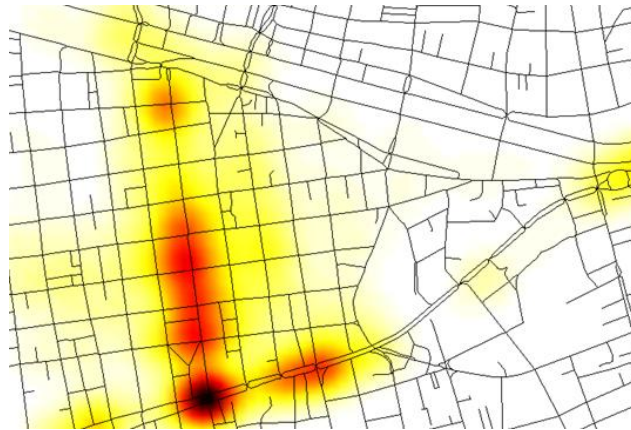


Figura 5.3: Densidad de Kernel Gaussiano de hurtos en el centro de Santiago

otro de los lugares con gran número de delitos es el sector cercano al Mercado Central, que también posee una estación de Metro concurrida, así como lugares de comida y entretenimiento que son atractivos para la población.

Puesto que una de las características del equilibrio de Nash definido en la Sección (4.3.2) es que todos los delincuentes obtienen la misma utilidad independiente de la posición que toman para delinquir, este es uno de los supuestos centrales que es necesario evaluar en los datos reales para concluir si los modelos que se presentan en esta tesis tienen asidero en la realidad. Lo que interesa ver entonces en los datos es si existe una diferencia marcada entre la riqueza que obtienen los delincuentes por delito en los distintos sectores del centro de Santiago.

Para esto, se dividirá el espacio en celdas rectangulares de igual tamaño y se contabilizará la ganancia promedio que obtiene un delincuente al cometer un delito en ese sector. Si no se observan variaciones considerables, entonces se puede concluir que existe cierto grado de equilibrio en el ambiente. El procedimiento se detalla a continuación.

Primero, en la base de datos no se constata el monto exacto de cada robo, sino a través de intervalos de dinero, puesto que es muy difícil estimar un valor exacto de lo sustraído cuando se trata de especies y no de dinero en efectivo. De esta manera, lo que se hizo para definir un monto asociado a cada delito, es que se reemplazó cada intervalo por su valor medio, como se muestra en la Tabla (5.2). Si bien existen otras formas de generar un valor exacto en base al intervalo, como por

Intervalo	Monto Asociado
\$0 a \$50.000	\$25.000
\$50.001 a \$100.000	\$75.000
\$100.001 a \$250.000	\$175.000
\$250.001 a \$500.000	\$375.000

Tabla 5.2: Intervalos de dinero y su equivalente en monto sustraído

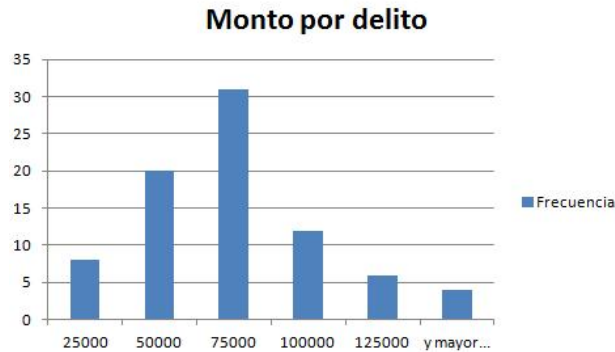


Figura 5.4: Histograma de montos sustraídos en el delito de hurto

ejemplo generar un número aleatorio entre el mínimo y el máximo de cada segmento, en términos del valor esperado, esto no generaría cambios sustanciales en el análisis que se pretende hacer.

Puesto que en la base de datos no se cuenta con información relativa a quién comete los delitos, no es posible estudiar el comportamiento individual de cada delincuente, para determinar una ganancia esperada para cada agente. Por ello es que asumiremos que cada delito es cometido por un individuo distinto. De esta manera se podrá determinar cuál es la ganancia promedio que entrega un delito que se comete en los distintos sectores del ambiente.

Para la agregación de los datos que permita calcular los promedio correspondientes, se dividió el centro de Santiago en una grilla tal que todos los delitos queden dentro de ella. Puesto que ya se cuenta con la información del monto asociado a cada delito, al realizar la división entre la riqueza total sustraída en cada celda, por el número de delitos que ahí se cometieron, se obtiene el valor buscado. En la Figura (5.4) se muestra un histograma con un resumen de los valores encontrados.

En promedio, cada delito le reporta a los delincuentes un total de \$71.115 pesos. Analizando

los valores, se puede concluir que mas de un 70% de los delitos cometidos en santiago le entregan una utilidad a los delincuentes que se encuentra entre los \$40.000 a los \$110.000 pesos. Como un equilibrio en el que la utilidad percibida sea exactamente igual en todas las celdas es difícil de observar en la realidad, se puede concluir de este estudio que sí existe una concentración importante en torno al valor promedio.

Las diferencias que se observan en la utilidad de las celdas pueden ser explicadas, principalmente, por que en este trabajo se presentan modelos estáticos para un problema que es inherentemente dinámico. Al estudiar el problema a lo largo del tiempo, es posible observar procesos de aprendizaje que no pueden ser incluidos en un juego estático. Por ejemplo, durante un periodo de cuatro años pueden existir variaciones en la riqueza intrínseca de las celdas que a los delincuentes les toma tiempo incorporar en su conocimiento, lo que lleva a situaciones que no corresponden a un equilibrio de Nash en términos estrictos. Esto podría llevar a variaciones en los ingresos por celda, aun cuando estas diferencias no son muy pronunciadas.

5.2 Implementación Computacional

Habiendo realizado el estudio sobre los datos reales, y considerando la información que estos entregan sobre la configuración de un ambiente real, en esta sección se implementan los modelos propuestos en esta tesis a un ambiente simulado por computador. Sobre este ambiente se procederá a evaluar distintas estrategias de vigilancia, y obtener resultados con los que poder concluir sobre la utilidad que tiene incluir herramientas de teoría de juegos en el combate a la delincuencia en la vía pública.

Para la construcción del ambiente, lo primero que se hará es generar una grilla de $G \times G$ celdas cuadradas que representarán los posibles lugares en los que los delincuentes pueden cometer sus actos. Además, a cada una de estas celdas se le asignará una riqueza intrínseca β_k que será distribuida sobre el lugar de manera no homogénea. Para ello, la riqueza será generada a través de una variable aleatoria uniforme en un intervalo, $\beta_k \sim U[a, b] \forall k$.

Por simplicidad, asumiremos que las funciones de utilidad de los delincuentes son lineales en

la proporción de delincuentes y de policías, por lo que para cada celda k , la función que describe la utilidad que reciben los delincuentes posicionados en esa celda toma la forma descrita en la Ecuación (5.4).

$$V_k(p_k, s_k) = \beta_k \left(1 - \frac{p_k N}{\alpha_k} - \frac{s_k M}{\delta_k} \right) \quad (5.4)$$

Aquí α_k y δ_k son parámetros que permiten controlar qué tanto disminuye la utilidad de cada delincuente cuando aumenta la población en la celda y cuando aumentan los niveles de vigilancia policial, respectivamente.

De manera mas específica, en esta sección se trabajará con una grilla de 8×8 celdas, y la variable aleatoria relacionada con la riqueza intrínseca será generada a partir de la distribución $U[\$50.000, \$150.000]$. Un esquema gráfico de esta distribución puede observarse en la Figura (5.5). Aquí, los sectores que aparecen con un color mas oscuro denotan los lugares en los que existe una concentración mayor de la riqueza, mientras que aquellos mas claros son aquellos lugares menos atractivos.

Además, para hacer mas simple el análisis de las soluciones, se asumirá que el efecto de congestión entre delincuentes que toman posición en una misma celda no varía a lo largo del ambiente, por lo que $\alpha_k = \alpha \forall k$. De manera similar, el efecto de disuasión que provoca la policía será constante entre celdas, de modo que $\delta_k = \delta \forall k$. De este modo, las diferencias de los pagos que reciben los delincuentes en distintos lugares serán explicados por diferencias en el parámetro que indica la riqueza intrínseca de las celdas, β_k , y las proporciones de policías y delincuentes s_k y p_k respectivamente. En esta simulación, los parámetros fueron fijados como $\alpha = 300$ y $\delta = 1$. Como se puede observar, el nivel de congestión que se provocan los delincuentes entre sí, es menor que el efecto que tiene la vigilancia policial. Al utilizar estos valores, los resultados que se obtienen de los modelos son similares a los observados en el centro de Santiago mediante simulaciones de prueba.

Habiendo caracterizado las funciones de utilidad de los delincuentes, así como la distribución de la riqueza en el ambiente, a continuación se evalúa la distribución de los delincuentes en el

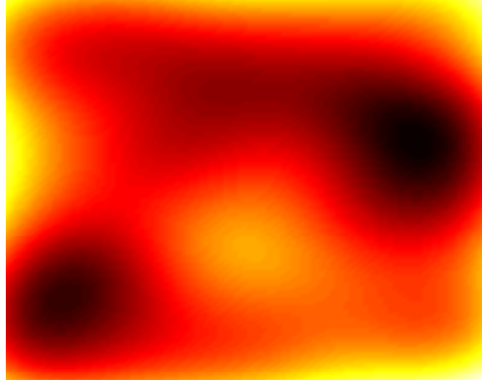


Figura 5.5: Distribución de la riqueza en el ambiente

ambiente cuando no existe vigilancia policial. Para ello, es necesario resolver los modelos dados por el Problema (4.3) para el caso en que los delincuentes actúan de manera concertada, y por el Problema (4.7) para la situación en que los delincuentes actúan de forma no coordinada. Puesto que en estos modelos la policía no tiene influencia en la caracterización del equilibrio, se asumirá que el parámetro M en la función de utilidad descrita en la Ecuación (5.4) toma el valor 0 en todas las celdas. De esta forma se tiene que $V_k(p_k) = \beta_k(1 - \frac{p_k N}{\alpha})$.

Los problemas fueron resueltos utilizando el solver CPLEX 11.2.1. Dada la forma funcional de la función de utilidad, el Problema (4.3) es un problema de optimización cuya función objetivo es cuadrática sujeta a restricciones lineales. Por otra parte, el Problema (4.7) es un problema entero mixto en el que no existen ecuaciones no lineales.

En la Figura (5.7a) se muestra la distribución de los delincuentes mediante una superficie de Kernel Gausseano para el caso en que actúan como una Mafia, mientras que la Figura (5.7b) muestra la misma distribución de delincuentes en el equilibrio de Nash que es la solución al Problema (4.7). En ambos casos la población total de delincuentes en el ambiente es de 2.000 agentes, y a medida que el sector se vuelve mas oscuro, la concentración es mayor.

La Figura (5.6) muestra un gráfico que permite comparar las soluciones de los problemas en que los delincuentes actúan como mafia y de manera independiente para distintas cantidades de

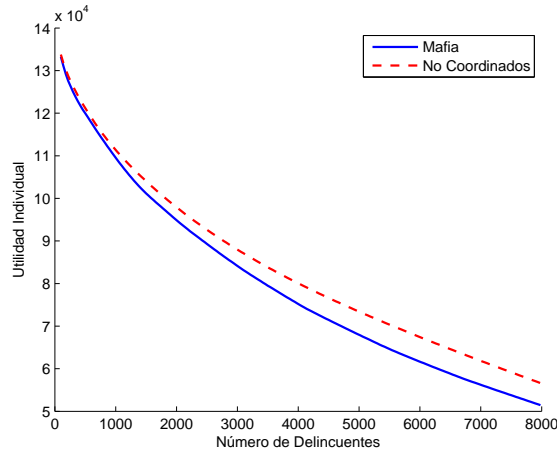


Figura 5.6: Utilidad individual de los delincuentes

agentes. En línea discontinua se muestra la utilidad que perciben los delincuentes al distribuirse actuando de manera coordinada, y la línea continua muestra la utilidad de los delincuentes cuando se distribuyen actuando de manera individual. Como se puede observar, los delincuentes obtienen utilidades mayores cuando actúan de manera concertada que cuando toman decisiones individualmente, como era de esperar. La diferencia que existe entre ambos valores es lo que se conoce en literatura como el Precio de la Anarquía (PoA) [Koutsoupas and Papadimitriou, 1999, Roughgarden and Tardos, 2007].

Cuando se consideran los efectivos policiales en el juego, la distribución de los delincuentes cambia en respuesta a la distribución de cada policía. El juego, como ya se ha dicho anteriormente, corresponde a un juego de Stackelberg clásico para el caso en que los delincuentes actúan concertados, y es un juego Stackelberg-Nash para el caso en que se tienen individuos que actúan de manera independiente.

En este caso, encontrar el equilibrio de Stackelberg para el problema entre la policía y una mafia, corresponde a determinar la solución a un problema no lineal dado por el Modelo (4.13), mientras que caracterizar el equilibrio de Stackelberg-Nash corresponde a encontrar la solución de un problema entero mixto definido en el Modelo (4.15). Ambos problemas son resueltos para el caso en que existen 2.000 delincuentes y un total de $M = 20$ policías resguardan el sector.

La Figura (5.7e) muestra la distribución espacial de los delincuentes en el equilibrio de Stackelberg para el caso de la mafia, mientras que en la Figura (5.7f) muestra las concentraciones en el equilibrio para el caso en que los delincuentes actúan de manera independiente.

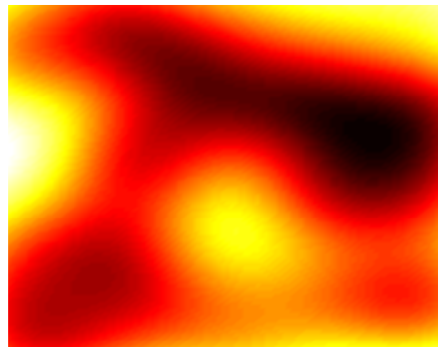
Para comparar el resultado que se obtiene de aplicar los modelos basados en teoría de juegos con un esquema de vigilancia alternativo, se implementará a continuación, una estrategia de vigilancia que llamaremos *Seguir*. Esta estrategia consiste en asignar un mayor nivel de vigilancia a los sectores con mayor concentración de delincuentes, y dejar con menor seguridad aquellos lugares que se consideran menos riesgosos.

Esta es una estrategia razonable para comparar con la propuesta en este trabajo, por cuanto toda la información que se puede obtener de los datos es dónde se cometieron los delitos en periodos anteriores, y la intuición indicaría que hay que concentrar una mayor cantidad de recursos policiales en aquellos lugares mas conflictivos.

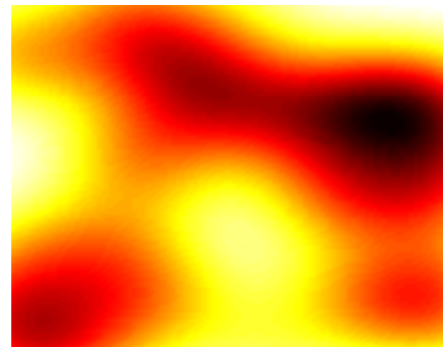
Para implementar esta estrategia se procederá de la siguiente manera. Primero se resolverá el problema del equilibrio de los delincuentes en el caso en que no existe vigilancia policial tanto para la mafia como para los delincuentes independientes. A continuación, la policía, observando esta distribución, posiciona sus efectivos policiales utilizando la misma proporción que existe de delincuentes en cada celda. Es decir, dado el vector \mathbf{p} con la distribución de los delincuentes, la policía escoge la distribución $\mathbf{s} = \mathbf{p}$. El juego finaliza cuando los delincuentes, observando la distribución de la policía, escogen su nueva distribución $\mathbf{p}' = \mathcal{BR}(\mathbf{s})$.

La Figura (5.7c) muestra la distribución espacial de los delincuentes bajo la estrategia seguir para el caso de la Mafia, mientras que en la Figura (5.7d) se muestra el caso de los delincuentes actuando independientemente.

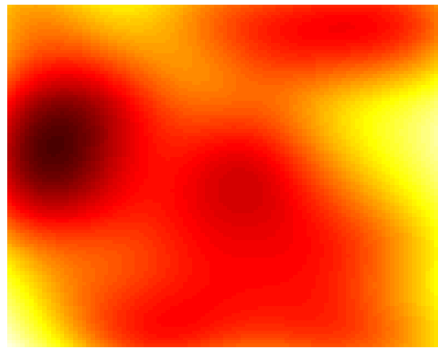
Para comparar de una manera mas cuantitativa los beneficios que se obtienen con la herramienta aquí propuesta, un buen indicador es la utilidad que perciben los delincuentes bajo las distintas estrategias. La Tabla (5.3) muestra la utilidad que perciben los delincuentes bajo tres situaciones distintas, asumiendo que el total de individuos en el ambiente es $N = 2.000$.



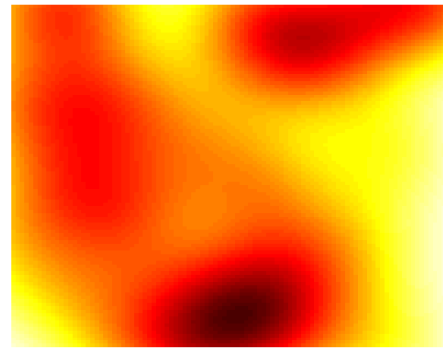
(a) Mafia



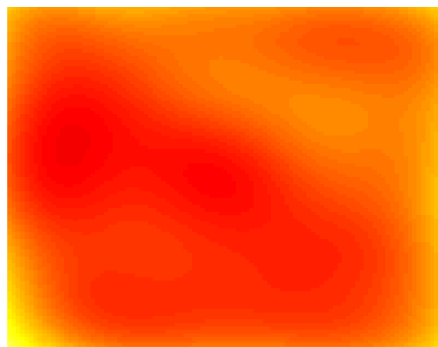
(b) Nash



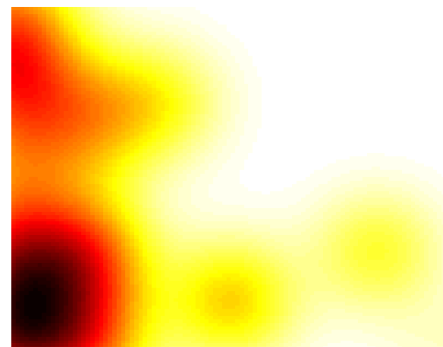
(c) Seguir Mafia



(d) Seguir Nash



(e) Stackelberg Mafia



(f) Stackelberg Nash

Figura 5.7: Mapas de densidad de Kernel Gausseano para la concentración de delincuentes con $N = 2.000$ en los casos: (a) Mafia y (b) Delincuentes no coordinados sin presencia policial; (c) Mafia y (d) Delincuentes no coordinados con $M = 20$ en estrategia *Seguir*; y (e) Mafia y (f) Delincuentes no coordinados con $M = 20$ en estrategia *Stackelberg*

	Sin Vigilancia	Seguir	Stackelberg
Mafia	97.913	62.079	51.530
No Coordinados	94.864	60.072	51.350

Tabla 5.3: Utilidad individual bajo diferentes estrategias con $N = 2.000$ y $M = 20$

En primer lugar se muestra cuál es la utilidad que perciben los delincuentes cuando no existe control policial sobre el ambiente, es decir, el resultado en el problema que resuelve la Mafia, así como el equilibrio de Nash para los delincuentes desorganizados. Como se puede observar, existe una pérdida de riqueza de un 3.1% al actuar de manera no coordinada.

En segundo lugar, se muestra el resultado de la aplicación de la estrategia *Seguir* cuando el total de agentes policiales vigilando el ambiente es de $M = 20$. Como se puede observar la diferencia que existe entre ambos resultados se reduce, aun cuando el caso en que los delincuentes actúan de manera no coordinada sigue entregando valores menores que en el caso de la mafia. Además, como es de esperar, los resultados que se obtienen son considerablemente menores que en el caso sin policías, por cuanto al agregar efectivos policiales al juego evidentemente existe una reducción en la ganancia de los delincuentes.

En la última columna se muestran los resultados que se obtiene al posicionar el mismo número de agentes policiales bajo los esquemas basados en teoría de juegos. En términos de la utilidad de los delincuentes, la estrategia basada en teoría de juegos logra disminuir en un 17% la utilidad percibida por los delincuentes cuando estos actúan como una mafia en comparación con la estrategia *Seguir*, mientras que la reducción es de un 14.2% cuando los delincuentes actúan de manera independiente.

En la Figura (5.8a) se compara la utilidad percibida por los delincuentes a medida que aumenta la cantidad de policías en el ambiente para el caso de la mafia tanto con la estrategia *Seguir* como con la estrategia *Stackelberg*. La Figura (5.8b) muestra los mismos efectos para el caso de delincuentes no coordinados.

Como se puede concluir del gráfico, la estrategia *Stackelberg* obtiene mejores resultados que los que reporta la estrategia *Seguir*. Si bien las diferencias no son muy notorias cuando existen un

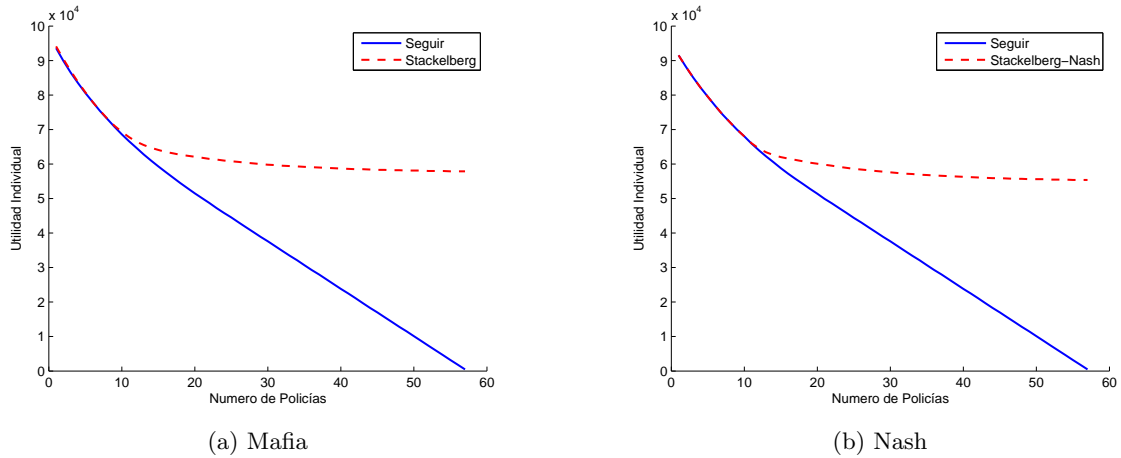


Figura 5.8: Utilidad de los delincuentes versus el número de agentes policiales en el caso (a) de una Mafia y (b) de Delincuentes no coordinados bajo las estrategias *Seguir* y *Stackelberg*

bajo número de policías (aun cuando la estrategia *Stackelberg* genera utilidades levemente menores incluso en estos casos), cuando el número de policías supera un umbral de cerca de 11 agentes, la adición de un policía más bajo la estrategia *Stackelberg* comienza a generar diferencias importantes con la estrategia de comparación. Esto ocurre por que la estrategia basada en teoría de juegos prevé los efectos de desplazamiento del delito que ejerce la policía al tomar posiciones en el ambiente. De esta forma, los agentes distribuidos de acuerdo a la estrategia definida en esta tesis pueden ser utilizados de mejor manera en lugares a los que se espera que los delincuentes se desplacen, mientras que al imitar la distribución de los delincuentes, los policías no son utilizados de manera estratégica, y finalmente vigilan sectores en los que el delito ya ha disminuido, dejando desprotegidos otros sectores que se vuelven atractivos para los delincuentes.

Capítulo 6

Conclusiones y Trabajo Futuro

6.1 Conclusiones

Con la aparición de la teoría de la elección racional y el estudio del delito desde una perspectiva económica, la criminología dejó de ver el problema de la delincuencia sólo desde la perspectiva clásica y comenzó el estudio de las determinantes ambientales que condicionan la ocurrencia de un delito. Si antes el estudio estaba centrado en analizar las componentes psicológicas y sociales que determinaban la inclinación de un individuo a la comisión de delitos, hoy en día, el delito se ve como un evento en sí, en el que confluyen tanto un individuo con la voluntad para cometerlo, así como una serie de componentes ambientales que permiten que el delito ocurra.

Este enfoque ha permitido un creciente desarrollo de herramientas cuantitativas para apoyar la labor preventiva que realizan las fuerzas de orden público. Una de estas herramientas es la teoría de juegos, que permite modelar situaciones en las que individuos con objetivos contrapuestos, toman decisiones de manera racional para obtener resultados que dependen tanto de las acciones tomadas por ellos mismos, como por las que toman el resto de los agentes involucrados en el juego. Una creciente atención han tomado estos modelos en el ámbito de la seguridad, tanto desde la perspectiva teórica como práctica. En este trabajo se aplica este tipo de enfoque al problema de la vigilancia

policial en la vía pública.

Hasta donde se ha revisado en la literatura, este trabajo presenta el primer intento de modelar la distribución espacial de delincuentes racionales en un ambiente vigilado por efectivos policiales posicionados estratégicamente sobre el lugar. Si bien la herramienta más utilizada en este tipo de aplicaciones son los juegos de Stackelberg entre un líder (policía) y un seguidor (delincuentes coordinados), el aporte más novedoso que en esta tesis se desarrolla es el de un juego entre un líder y un conjunto de delincuentes que actúan de manera independiente entre sí, y cuyas decisiones se ven afectadas por las decisiones tomadas por el resto de los delincuentes, constituyendo un juego conocido como Stackelberg-Nash. Este modelo permite analizar situaciones como las que ocurren en el centro de una gran ciudad para delitos menores como el hurto, en el que no existen bandas organizadas sino que cada delincuente actúa más bien como un individuo que sólo busca su propio beneficio.

Al implementar este tipo de estrategias, los resultados que se obtienen en ambientes generados por computador, que contienen muchas de las características que se pueden encontrar en situaciones reales como en el centro de Santiago, permiten concluir que su utilización reporta mejoras sustantivas en el desempeño de la policía en el combate a este tipo de delitos. Mas aun, cuando se compara la distribución óptima de estos modelos con la que se obtiene al implementar políticas similares a las que actualmente se utilizan en el combate a la delincuencia, se observa que, independiente del número de policías, la utilización de teoría de juegos siempre entrega utilidades menores para los delincuentes, siendo estas diferencias mucho más pronunciadas cuando se supera un número crítico de efectivos policiales. Estas mejoras se obtienen principalmente, por que a través de la teoría de juegos es posible incluir en la formulación los efectos de desplazamiento en los delitos, y de esta forma, combinar en una estrategia policial la labor de combate a la delincuencia, con una labor preventiva en los nuevos focos que podrían surgir como respuesta a su estrategia de vigilancia.

Además de lograr una reducción en la ganancia que reciben los delincuentes al cometer delitos, el modelo planteado en esta tesis es útil para los organismos de control del orden público en otros sentidos.

Por una parte, los modelos que estudian la distribución espacial de los delincuentes en ausencia de control policial son útiles para entender las interacciones que ocurren entre delincuentes en un ambiente y cómo este afecta esta distribución en el equilibrio. Con estudios apropiados que permitan determinar de que manera el entorno físico afecta la percepción que tienen los delincuentes respecto de la riqueza en cada lugar, a través de los modelos sin policía se podrá intuir cuál será la respuesta de los delincuentes ante cambios en el entorno. Con esta información, la policía podría actuar preventivamente cuando observe cambios en la configuración ambiental.

Por otro lado, el juego de Stackelberg para la interacción entre delincuentes y policías, como ya se mencionó anteriormente, permite mejorar el desempeño de la fuerza policial en su objetivo de controlar la delincuencia en la vía pública, lo que conlleva a mejorar la visión que tiene la población respecto del desempeño que tienen estos organismos. Como ya se ha mencionado anteriormente, la delincuencia es uno de los temas que más preocupa a la población en general, por lo que mejoras en la utilización de los recursos que lleven a una reducción en los niveles de delitos, permiten una mejora en la evaluación de las instituciones relacionadas con esta tarea.

Por último, de acuerdo a Becker [1968], un delincuente decide cometer un delito sólo cuando la utilidad esperada con esta acción es mayor que la que percibiría al realizar actividades legales. Si se asigna a cada delincuente presente en el ambiente una utilidad asociada a la realización de una actividad legal, entonces es de esperar que luego de la aplicación de este tipo de herramientas, algunos de los delincuentes obtengan ganancias asociadas al delito menores que las asociadas a actividades legales, con lo que, de manera indirecta, se lograría una reducción en las tasas de delincuencia, logrando así una mejora en el bienestar social.

6.2 Trabajo Futuro

Los modelos presentados en este trabajo de tesis son una primera aproximación al estudio de la delincuencia en la vía pública utilizando teoría de juegos. Tomando esto como punto de partida, es de esperar que futuros trabajos permitan modelar la interacción entre delincuentes y policías de

manera mas precisa y con supuestos mas realistas. En los siguientes párrafos se detallan algunas posibles extensiones.

Por una parte, las funciones de utilidad son un elemento fundamental del juego propuesto en este trabajo, y en la literatura no existen estudios empíricos que permitan describir de manera cuantitativa el proceso de toma de decisiones por parte de los delincuentes. La aplicación de este tipo de modelos a situaciones reales depende fuertemente de que tan realistas son los supuestos que se tomen. Asumir una forma funcional para la utilidad de los delincuentes es una de las componentes centrales en el modelo descrito y requiere de una justificación basada en experimentos reales o estudios mas acabados de los datos del crimen. Para ello, es necesario estudiar tres efectos distintos que en su conjunto permitirían encontrar buenas aproximaciones para el proceso de toma de decisiones de delincuentes que sería relevante a esta tesis.

Primero, es necesario estudiar cómo afectan las características del ambiente en la percepción que tienen los delincuentes de la atractividad de cada lugar, y cómo traducir esta percepción en un valor esperado de la riqueza presente en cada posible ubicación. Desde los estudios de la criminología ambiental y en particular desde la perspectiva de la Prevención del Delito desde el Diseño Ambiental, muchos estudios se han centrado en determinar cómo el ambiente que rodea a un lugar puede resultar en una efectiva disuasión o propensión a la ocurrencia de actos delictuales, pero poco se ha hecho para cuantificar estos efectos.

Segundo, es necesario realizar un estudio sobre la magnitud del efecto de congestión que sufren los delincuentes al momento de tomar posiciones sobre un mismo lugar, y la forma en que esta congestión afecta en la utilidad que cada uno de los delincuentes obtiene. Este efecto es fundamental en la formulación del equilibrio de Nash para la distribución de los delincuentes asi como para el caso de la mafia, por lo que es un elemento crítico, y requiere de un estudio acabado si lo que se plantea es una aplicación de este modelo a un ambiente real.

Por último, y en el mismo sentido, es necesario determinar la forma en que los delincuentes se ven afectados por la vigilancia policial, y cómo esta vigilancia altera la riqueza que los delincuentes pueden extraer de cada celda, cuestión central para plantear el equilibrio de Stackelberg en este

juego. Es evidente que la presencia policial en un lugar resulta en una disuasión a la ocurrencia de un delito, pero pocos trabajos han profundizado en cuál de los aspectos del proceso de toma de decisiones se modifica para que este resulte en una reducción de la actividad delictual en un determinado lugar (y cuál es la magnitud de este cambio).

Además, como es conocido en la literatura relacionada con la criminología, existe un efecto de desplazamiento de los delitos frente a la vigilancia policial que ha sido poco estudiado desde una perspectiva cuantitativa. Un estudio más acabado de este efecto podría mejorar aún más el desempeño de las estrategias policiales, por cuanto podría ser incorporado de manera explícita en los modelos y no como resultado indirecto de los equilibrios.

En términos del modelo, existen algunas extensiones que se le pueden realizar para abarcar situaciones en las que los supuestos asumidos en este trabajo no sean adecuados o necesiten ser relajados.

Uno de los primeros supuestos que se puede relajar y que no incrementa de gran manera la complejidad del modelo, es restringir el nivel de información con el que cuenta la policía sobre las funciones de utilidad de los delincuentes. En general, es posible asumir que la policía no conoce perfectamente estas funciones de utilidad, pero que si tiene una colección de distintas opciones, y que cada una ocurre con una determinada probabilidad. De esta forma, el modelo se transforma en un juego bayesiano como el descrito por Harsanyi [1967-1968], y en el equilibrio la policía escoge una estrategia de vigilancia que considera la probabilidad de enfrentarse a delincuentes con utilidades no conocidas *a priori*, en lo que se conoce como un Equilibrio Bayesiano. Esta extensión es natural si asumimos que la policía deduce el comportamiento de los delincuentes de la observación de los datos de delitos que han ocurrido en el pasado y estima hacia el futuro su posible comportamiento.

La extensión anterior asume que todos los delincuentes se comportan de la misma manera, es decir, que todos cometen el mismo tipo de delito aun cuando no se pueda conocer perfectamente sus preferencias sobre las celdas. Otra posible extensión es considerar que la policía está preocupada no sólo de combatir un tipo de delitos (hurtos), sino que enfrentarse a la delincuencia en general. Esto plantea varios desafíos. Por una parte, pueden existir interacciones entre los distintos tipos

de delincuentes que deben ser incluidos en el modelo. Por ejemplo, puede ocurrir que a medida que un delito aumenta en un determinado lugar, otros tipos de delitos pueden verse potenciados o reducidos, efecto que deben ser considerado de manera explícita en el modelo. Por otra parte, se podría definir un orden de prioridades en la policía de manera que algunos delitos, por ejemplo los de mayor connotación social, sean prioritarios frente a otros delitos menores, situación que también debería incluirse en el modelo en términos de la función objetivo en el juego de Stackelberg.

Una de las principales limitaciones del juego propuesto en esta tesis es que modela la interacción entre delincuentes y policías de manera estática. Sin embargo, en una situación real, esta interacción ocurre repetidas veces durante el tiempo y algunas de las características mas reconocidas de la delincuencia son inherentemente dinámicas, por lo que una extensión natural al modelo es a través de lo que se conoce como Juegos Dinámicos. En este sentido existen dos grandes áreas que explorar.

Primero, interesa estudiar cual es la dinámica que ocurre antes de alcanzar el equilibrio propuesto en este trabajo. Una cuestión que interesa estudiar es si es posible definir un esquema de aprendizaje que permita que la población de delincuentes encuentre el equilibrio, sin utilizar el supuesto de que los delincuentes poseen perfecta información de la riqueza distribuida en el ambiente, o de la ubicación de la policía sobre las celdas. Así, si se definen reglas de aprendizaje que vayan actualizando la cantidad de información que poseen los delincuentes a lo largo del tiempo, y si con estas reglas es posible alcanzar los equilibrios propuestos en este trabajo, entonces el modelo cobra mas realismo.

Otra área muy interesante de desarrollar es la aplicación de este mismo esquema de vigilancia pero considerando estrategias dinámicas. Existen diferentes estudios en el área de la criminología que indican que la atractividad de cada celda varia a lo largo del tiempo respondiendo a los patrones delictivos observados en el pasado. De esta forma, lugares que son muy peligrosos pueden tener una retroalimentación negativa y concentrar en el futuro un mayor número de delitos mientras que lugares muy bien vigilados se vuelven aun menos atractivos en el largo plazo. Este efecto, conocido en criminología como el *Broken Window Effect* [Wilson and Kelling, 1986], solo puede ser incluido en un juego que incluye explícitamente la variable temporal en su formulación, por lo que esta es

una extensión natural a los juegos de Stackelberg definidos en esta tesis.

Los juegos dinámicos aplicados al caso particular de la delincuencia permiten realizar extensiones que los modelos estáticos no pueden incluir. Por ejemplo, es posible incluir cambios en el tamaño de la población de delincuentes o de policías a medida que pasa el tiempo para incorporar, por ejemplo, el que, si los esquemas de vigilancia logran desincentivar a los delincuentes de cometer delitos, entonces la población de delincuentes en el ambiente disminuye. Puede ocurrir lo mismo en el sentido inverso, cuando las estrategias de vigilancia no son suficientes para realizar un control efectivo de la delincuencia, entonces los niveles de delitos pueden aumentar y sea necesario agregar mas policías.

Todos estos modelos deben ser testeados antes de su implementación, por lo que otro trabajo que se puede realizar a partir de lo que se ha presentado es la aplicación de las diferentes estrategias de control de la delincuencia en simuladores especialmente diseñados para su modelamiento como por ejemplo el desarrollado por Devia [2012].

Desde la perspectiva mas teórica, los juegos presentados hasta este momento requieren de uso intensivo de métodos de solución a problemas de optimización, y a medida que aumenta la cantidad de celdas o variables a incluir, su dificultad de resolución también aumenta, por lo que un área de investigación que se deriva de estos modelos es el desarrollo de algoritmos que permitan encontrar estrategias de manera mas eficiente y con un mejor aprovechamiento de los recursos computacionales.

Como puede verse, muchas extensiones pueden realizarse como consecuencia del modelo que se ha planteado en esta tesis. Es de esperar que esta investigación pueda generar estos y otros tipos de trabajos con los que mejorar el desempeño de la policía, y con esto, ayudar de alguna manera a enfrentar un problema tan central en una sociedad como lo es la delincuencia.

Bibliografía

- Steve Alpern, Alec Morton, and Katerina Papadaki. Patrolling games. *Operations Research*, 59(5): 1256–1257, 2011.
- Luc Anselin, Jacqueline Cohen, David Cook, Wilpen Gorr, and George Tita. Spatial analyses of crime. In David Duffee, editor, *Measurement and Analysis of Crime and Justice*, volume 4, pages 213–262. Criminal Justice 2000, 2000.
- Luc Anselin, Elizabeth Griffiths, and George Tita. Crime mapping and hot spot analysis. In Richard Wortley and Lorraine Mazzerole, editors, *Environmental Criminology and Crime Analysis*, pages 97–116. Willian Publishing, 2008.
- M.N. Azaiez and Vicki M. Bier. Optimal resource allocation for security in reliability systems. *European Journal of Operational Research*, 181(2):773–786, 2007.
- Nicola Basilico, Nicola Gatti, and Francesco Amigoni. Patrolling security games: Definition and algorithms for solving large instances with single patroller and single intruder. *Artificial Intelligence*, 184–185:78–123, 2012.
- Gary S. Becker. Crime and punishment: An economic approach. *Journal of Political Economy*, 76: 169–217, 1968.
- M.G.H Bell, U Kanturska, J.-D Schmöcker, and A Fonzone. A tacker-defender models and road network vulnerability. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 366(1872):1893–1906, 2008.

- Vicki Bier, Santiago Oliveros, and Larry Samuelson. Choosing what to protect: Strategic defensive allocation against an unknown attacker. *Journal of Public Economic Theory*, 9(4):563–587, 2007.
- Alfred Blumstein and Richard Larson. A systems approach to the study of crime and criminal justice. In Philip Morse, editor, *Operattons Research for Publtc Systems*. MIT Press, 1967.
- Alfred Blumstein, Jacqueline Cohen, and Daniel Nagin, editors. *Deterrence and Incapacitation: Estimating the Effects of Criminal Sanctions on Crime Rates*. National Academy of Sciences, Washington, DC, 1978.
- Anthony Braga. The effects of hot spots policing on crime. *The Annals of American Political and Social Science*, 578:104–125, 2001.
- Patricia L. Brantingham and Paul J. Brantingham. Mobility, notoriety, and crime: A study in the crime patterns of urban nodal points. *Journal of Environmental Systems*, 11(1):89–99, 1982.
- Paul Brantingham and Patricia Brantingham. *Introduction to the 1991 Reissue: Notes on Environmental Criminology*, pages 1–6. Waveland Press, Prospect Heights, IL, second edition, 1991.
- Gerald Brown, Matthew Carlyle, Javier Salmerón, and Kevin Wood. Defending critical infrastructure. *Interfaces*, 36(6):530–544, 2006.
- Gerald Brown, Matthew Carlyle, Ahmad Abdul-Ghaffar, and Jeffrey Kline. A defender-attacker optimization of port radar surveillance. *Naval Research Logistics*, 58(3):223–235, 2011.
- Paola Capparena and Maria Paola Scaparra. Optimal allocation of protective resources in shortest-path networks. *Transportation Science*, 45(1):64–80, 2011.
- Ronald V. Clarke and Derek B. Cornish. Modeling offenders’ decisions: A framework for research and policy. *Crime and Justice*, 6:147–185, 1985.
- Ronald V. Clarke and Derek B. Cornish. The rational choice perspective. In Richard Wortley and Lorraine Mazzerole, editors, *Environmental Criminology and Crime Analysis*, pages 21–47. Willian Publishing, 2008.
- Ross Cressman and Vlastimil Krivan. Migration dynamics for the ideal free distribution. *The American Naturalist*, 168:384–425, 2006.

- Ross Cressman, William Morrison, and Jean-François Wen. On the evolutionary dynamics of crime. *The Canadian Journal of Economics*, 31(5):1101–1117, 1998.
- Nelson Devia. Generación de datos de delincuencia vía simulación con modelos basados en agente. Master’s thesis, Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile, 2012.
- Rafael Di Tella and Ernesto Schargrotsky. Do police reduce crime? estimates using the allocation of police forces after a terrorist attack. *American Economic Review*, 94:115–133, 2004.
- James Elliott and Thomas Sardino. *Crime control team: an experiment in municipal police department management and operations*. Thomas, 1971.
- Marcus Felson. Linking criminal choices, routine activities, informal control, and criminal outcomes. In Derek B. Cornish and Ronald V. Clarke, editors, *The Reasoning Criminal: Rational Choice Perspectives On Offending*, pages 119–128. Springer-Verlag, New York, 1986.
- Drew Fudenberg and Jean Tirole. *Game Theory*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1991.
- Nuno Garoupa. The theory of optimal law enforcement. *Journal of Economic Surveys*, 11:267–295, 1997.
- Robert Gibbons. *Game Theory for Applied Economists*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1992.
- John Harsanyi. Games with incomplete information played by “bayesian” players. *Management Science*, 14(3), 1967-1968.
- Kjell Hausken. Defense and attack of complex and dependent systems. *Reliability Engineering and System Safety*, 95:29–42, 2010.
- Manish Jain, Jason Tsai, James Pita, Christopher Kiekintveld, Shyamsunder Rathi, Milind Tambe, and Fernando Ordóñez. Software assistants for randomized patrol planning for the lax airport police and the federal air marshal service. *Interfaces*, 40(4):267–290, 2010.
- Dmytro Korzhyk, Zhengyu Yin, Christopher Kiekintveld, Vincent Conitzer, and Milind Tambe. Stackelberg vs. nash in security games: An extended investigation of interchangeability, equivalence, and uniqueness. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 41:297–327, 2011.

- Elias Koutsoupias and Christos Papadimitriou. Worst-case equilibria. In *STACS*, pages 404–413, Trier, Germany, 1999.
- Tomislav V. Kovandzic and John J. Sloan. Police levels and crime rates revisited. a country-level analysis from florida (1980–1998). *Journal of Criminal Justice*, 30:65–76, 2002.
- Richard Larson. *Urban Police Patrol Analysis*. MIT Press, 1972.
- Steven D. Levitt and Thomas J. Miles. Empirical study of criminal punishment. In A. Mitchell Polinsky and Steven Shavell, editors, *Handbook of Law and Economics*, volume 1, pages 455–495. Elsevier, 2007.
- Ming-Jen Lin. More police, less crime: Evidence from U.S. state data. *International Review of Law and Economics*, 29:73–80, 2009.
- Daniel Nagin. Criminal deterrence research at the outset of the twenty-first century. *Crime and Justice*, 23:1–42, 1998.
- John Nash. Non-cooperative games. *The Annals of Mathematics*, 54(2):286–295, 1951.
- James Pita, Manish Jain, Craig Western, Christopher Portway, Milind Tambe, Fernando Ordóñez, Sarit Kraus, Praveen Paruchuri, and Janusz Marecki. Deployed armor protection: The application of a game theoretic model for security at the los angeles international airport. In *Proceedings of 7th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems – Industry and Applications Track*, pages 125–132, Estoril, Portugal, 2008.
- Jerry H. Ratcliffe. The hotspot matrix: A framework for the spatio-temporal targeting of crime reduction. *Police Practice and Research*, 5(1):05–23, 2004.
- Thomas Repetto. Crime prevention and the displacement phenomenon. *Crime & Delinquency*, 22: 166–177, 1976.
- Luccius Riccio. Direct deterrence - an analysis of the effectiveness of police patrol and other crime prevention technologies. *Journal of criminal Justice*, 2:207–217, 1974.
- Tim Roughgarden. Routing games. In Noam Nisan, Tim Roughgarden, Eva Tardos, and Vijay Vazirani, editors, *Algorithmic Game Theory*, pages 443–460. Cambridge University Press, 2007.

- Tim Roughgarden and Eva Tardos. Introduction to the inefficiency of equilibria. In Noam Nisan, Tim Roughgarden, Eva Tardos, and Vijay Vazirani, editors, *Algorithmic Game Theory*, pages 443–460. Cambridge University Press, 2007.
- William H. Sandholm. *Population Games and Evolutionary Dynamics*. The MIT Press, Cambridge, 2007.
- David W. Scott. *Multivariate Density Estimation: Theory, Practice, and Visualization*. John Wiley & Sons, New York, 1992.
- Hanif D. Sherali, Allen L. Soyster, and Frederic H. Murphy. Stackelberg-nash-cournot equilibria: Characterizations and computations. *Operations Research*, 32(2):253–276, 1983.
- Eric Shieh, Bo An, Rong Yang, Milind Tambe, Craig Baldwin, Joseph DiRenzo, Ben Maule, and Garrett Meyer. Protect: A deployed game theoretic system to protect the ports of the united states. In *Proceedings of the 11th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems - Innovative Applications Track (AAMAS 2012)*, Valencia, Spain, 2012.
- Dean Smith. Random patrol: An application of game theory to police problems. *The Journal of Criminal Law, Criminology and Police Science*, 53(2):258–263, 1962.
- Edwin H. Sutherland. *Principles of Criminology*. J.B. Lippincott, Philadelphia, 1947.
- Jason Tsai, Shyamsunder Rathi, Christopher Kiekintveld, Fernando Ordóñez, and Milind Tambe. Iris – a tool for strategic security allocation in transportation networks. In *The Eighth International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems – Industrial Track*, pages 37–44, Budapest, Hungary, 2009.
- Jason Tsai, Zhengyu Yin, Jun young Kwak, David Kempe, Christopher Kiekintveld, and Milind Tambe. How to protect a city: Strategic security placement in graph based domains. In *Proc. of 9th Int. Conf. on Autonomous Agents and Multiagent Systems*, pages 1453–1454, Toronto, Canada, 2010.
- Heinrich Freiherr von Stackelberg. *Marktform und Gleichgewicht*. Springer, 1934.

Lance Waller and Carol Gotway. *Applied Spatial Statistic for Public Health*. John Wiley & Sons, New Jersey, 2004.

David Weisburda and John E. Eck. What can police do to reduce crime, disorder, and fear? *The ANNALS of the American Academy of Political and Social Science*, 593:42–65, 2004.

James Wilson and George Kelling. Broken windows: The police and neighborhood safety. *The Atlantic Monthly*, March:29–38, 1986.

John L. Worrall and Tomislav V. Kovandzic. Police levels and crime rates: An instrumental variables approach. *Social Science Research*, 39:506–516, 2010.

Richard Wortley and Lorraine Mazzerole. Environmental criminology and crime analysis: situating the theory, analytic approach and application. In Richard Wortley and Lorraine Mazzerole, editors, *Environmental Criminology and Crime Analysis*, pages 1–18. Willian Publishing, 2008.