

UNIVERSIDAD DE CHILE FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

DETECCIÓN DE HUSOS SIGMA EN SEÑALES DE EEG USANDO ALGORITMOS MATCHING PURSUIT Y K-SVD

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL ELÉCTRICO

YOSHIRO RICARDO TSUTSUMI CONCHA

PROFESOR GUÍA: PABLO ESTÉVEZ VALENCIA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN: CLAUDIO PÉREZ FLORES CLAUDIO HELD BARRANDEGUY

SANTIAGO DE CHILE 2017

ii

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL ELÉCTRICO POR: YOSHIRO RICARDO TSUTSUMI CONCHA FECHA: 2017 PROF. GUÍA: SR. PABLO ESTÉVEZ VALENCIA

DETECCIÓN DE HUSOS SIGMA EN SEÑALES DE EEG USANDO ALGORITMOS MATCHING PURSUIT Y K-SVD

La identificación de husos sigma se realiza manualmente por expertos en la medicina del sueño. El proceso consiste en inspeccionar el electroencefalograma (EEG) de los registros polisomnográficos y marcar los intervalos en los que se observan los patrones. Este proceso es bastante tedioso y complicado, especialmente considerando que se buscan patrones de onda que no suelen durar más de algunos segundos en registros de aproximadamente 8 horas. Para aliviar el trabajo de los expertos se han desarrollado sistemas automáticos de detección de husos sigma capaces de identificar estos patrones en el EEG.

En esta memoria se propone un nuevo método de detección automático de husos sigma en que se entrenan las formas de onda de un diccionario, usando un algoritmo de aprendizaje supervisado, para que éstas sean representativas de los husos sigma. Posteriormente, se utiliza un modelo de descomposición de señal para descomponer la señal de un canal del EEG en un número finito de componentes representados por la convolución entre las formas de onda del diccionario aprendido y un conjunto de trenes de pulsos que indican los intervalos de la señal donde se identifican patrones de onda semejantes a las formas de onda del diccionario aprendido.

Los intervalos de la señal que son descompuestos por el modelo de descomposición, son consideradas como las detecciones del método, debido a que estos intervalos presentan una alta correlacción con las formas de onda representativas de los husos sigma que componen el diccionario aprendido. En el desarrollo de este método se utilizó un único registro polisomnográfico de un niño de 10 años, con el cual se formaron los conjuntos de entrenamiento y de prueba usando fragmentos del registro en la etapa de sueño N2.

El método obtuvo resultados preliminares satisfactorios que verifican su capacidad para detector husos sigma en la etapa de sueño N2 de un registro polisomnográfico, con una tasa de verdaderos positivos promedio de 85,080 % y una tasa de falsos positivos promedio de 14,995 %. El método de detección de husos sigma propuesto ofrece una metodología novedosa que no utiliza los usuales métodos espectrales para analizar el EEG. Además con este proceso se obtiene un diccionario con formas de onda representativas de los husos sigma que se puede utilizar para estudiar y caracterizar los husos sigma detectados por el método.

iv

Dedicado a mi familia, mis amigos y todos los que me han apoyado a lo largo de los años.

vi

Agradecimientos

Agradezco al Profesor Pablo Estévez por guiarme y apoyarme en el transcurso de la investigación de mi memoria y a los profesores Claudio Held, Claudio Pérez y Alfredo Schnell por compartir opiniones sobre mi trabajo que me permitieron mejorarlo.

Agradezco a mis compañeros del laboratorio de inteligencia computacional por ayudarme cuando tenía dudas y por darme consejos que me permitieron mejorar mi trabajo de investigación.

Agradezco a mis amigos del laboratorio de robótica por ofrecerme conocimientos que han servido como base en mis aprendizajes de inteligencia computacional y programación, y por haber sido algunos de mis amigos más cercanos en mi vida universitaria.

Agradezco a mis amigos Matías Silva, Sebastian Hernández, Sam Hernández y Gonzalo López, con quienes realicé varios proyectos de emprendimiento que me ayudaron a entender lo que deseo de mi futuro. Considero estos tiempos como una de las mejores experiencias de mi vida.

Agradezco a toda mi familia, mis abuelas, tíos, tías, primos y primas que siempre me han ofrecido su apoyo en el transcurso de mi carrera. Especial gracias a mi tía Yesika Tsutsumi, que me recibió en su casa cuando necesitaba un lugar para concentrarme en mi investigación y por su constante voluntad para ayudarme con todo lo que fuera posible. También especial gracias a mi tío Guillermo Concha, que desde pequeño siempre confió en mis capacidades y me solía decir que llegaría muy lejos, nunca olvidaré sus palabras de apoyo que han pesado tanto en mi vida.

Agradezco a mi hermano Yoshiaki Tsutsumi y mis hermanas Yoshie Tsutsumi y Yoshimi Tsutsumi por apoyarme y cuidarme durante tantos años. También agradezco a mi sobrino Jose Pablo Barros que me ha brindado de mucha felicidad desde su nacimiento. Los quiero profundamente y espero que nos podamos seguir apoyando en el futuro.

Finalmente, agradezco a mis padres Mynor Tsutsumi y Cecilia Concha por cuidarme, criarme y educarme, por ofrecerme una familia que me ama y un ambiente donde pude crecer sano y feliz. Estoy y siempre estaré eternamente agradecido por todo lo que han hecho por mí.

Tabla de Contenido

Índice de Tablas			xi		
Ín	Índice de Ilustraciones				
1.	Intr	oducción	1		
	1.1.	Estudio del sueño	1		
		1.1.1. Análisis de polisomnogramas para la investigación del sueño	4		
		1.1.2. Eventos fásicos en el EEG	6		
	1.2.	Husos Sigma	8		
	1.3.	Motivación de la memoria	10		
		1.3.1. Detección automática y caracterización de husos sigma en registros			
		polisomnográficos de niños	11		
		1.3.2. Des composición de potenciales neuronales en un canal del EEG $\ .\ .\ .$	13		
	1.4.	Objetivos	14		
		1.4.1. Objetivo General	14		
		1.4.2. Objetivos Específicos	14		
	1.5.	Estructura de memoria	14		
2.	Antecedentes generales				
	2.1. Algoritmos de descomposición de señal usando diccionarios				
		2.1.1. Descomposición atómica de señales	16		
		2.1.2. Matching Pursuit (MP)	17		
		2.1.3. K-SVD	19		
	2.2.	Modelos de descomposición de señal	25		
		2.2.1. Descomposición modal empírica	25		
		2.2.2. Modelo de descomposición de señal de A. Brockmeier y J. Principe $% \mathcal{A}$.	28		
3.	Mét	zodo	36		
-	3.1.	Consideraciones previas	36		
	3.2.	Método de detección de husos sigma a partir de descomposición de señal	38		
		3.2.1. Modelo de descomposición de señal	38		
		3.2.2. Algoritmo propuesto de detección de husos sigma	39		
4.	Pre	sentación y Análisis de resultados	48		
	4.1.	Resultados del método	48		
		4.1.1. Criterios utilizados para comparar la concordancia entre las detecciones			
		del sistema y las marcas de los expertos	48		

		4.1.2.	Medidas estadísticas utilizadas	51
		4.1.3.	Desempeño del sistema de detección de husos sigma	51
	4.2.	Análisi	is de resultados	53
		4.2.1.	Proceso de entrenamiento y diccionarios aprendidos	53
		4.2.2.	Inspección visual de resultados usando el modelo descomposición de	
			señal	55
-	C	.1		C 4
э.	Con	clusior	les	64
	5.1.	Conclu	usiones	64
	5.2.	Trabaj	o Futuro	66
6	Bibl	liografí	` a	68
0.	DIDI	logran	a	00

Índice de Tablas

1.1.	Tabla resumen con las bandas de frecuencia y estapas de sueño de los patronesde señal del EEG	8
4.1.	Resultados de 10 pruebas distintas del sistema de detección de husos sigma sobre el conjunto de entrenamiento	52
4.2.	Resultados de 10 pruebas distintas del sistema de detección de husos sigma sobre el conjunto de prueba	52
4.3.	Tabla de referencia con los resultados del método propuesto y los resultados del detector de Leonardo Causa	62

Índice de Ilustraciones

1.1.	Hipnograma de un niño de 10 años	4
1.2.	Observación de los canales de un polisomnograma	5
1.3.	Colocación de electrodos en un paciente	5
1.4.	Zonas de distribución de electrodos en el cuero cabelludo para el EEG	7
1.5.	Ejemplos de husos sigma marcados por un experto en un registro del EEG .	9
1.6.	Ejemplo de la morfología de una <i>Morlet wavelet</i> y un huso sigma	9
1.7.	Diagrama de módulos de sistema de detección en cascada desarrollado por	
	Leonardo causa	12
1.8.	Ejemplo de descomposición de una señal según modelo de Brockmeier y Principe	13
2.1.	Descomposición parcial de onda cuadrada por serie de Fourier	18
2.2.	Modelo de K-means para la separación de observaciones en 5 grupos o clusters	21
2.3.	Ejemplo de descomposición de una señal usando EMD	27
2.4.	Proceso de <i>Sifting</i> en EMD	29
2.5.	Modelo de descomposición de señal propuesto por Austin Brockmeier y Jose	
	Principe	30
2.6.	Cálculo del producto interno entre las formas de onda del diccionario y la señal	
	del canal	33
2.7.	Formación de la matriz de error E_p	35
3.1.	Ejemplo de un registro de polisomnograma con marcas de experto en rojo	
	indicando presencia de husos sigma	37
3.2.	Diagrama de la metodología del método de detección de husos sigma	40
3.3.	Ejemplo de asignación aleatoria de conjuntos de entrenamiento y prueba	41
3.4.	Visualización de una muestra de la base de datos (arriba) y su IMF con mayor	
	valor de potencia media en la banda sigma (abajo)	42
3.5.	Procedimiento controlado de descomposición de señal	43
3.6.	Selección de husos sigma según sus longitudes, para el entrenamiento de los	
	sub-diccionarios	45
3.7.	Obtención del residuo de cada iteración de MP en la fase de prueba	46
3.8.	Detección de husos sigma usando formas de onda combinada	47
4.1.	Criterios usados para cuantificar el desempeño del detector de husos sigma $% \mathcal{A}$.	50
4.2.	Resultados del entrenamiento de un diccionario conformado por formas de	
	onda de 8 longitudes distintas	54
4.3.	Resultados del sistema usando la representación del modelo de descomposición	
	de A. Brockmeier y J. Principe	56

4.4.	Resultados del sistema para la muestra 1, correspondiente a un segmento con-	
	tinuo de la señal del conjunto de prueba	59
4.5.	Resultados del sistema para la muestra 2, correspondiente a un segmento con-	
	tinuo de la señal del conjunto de prueba	60
4.6.	Resultados del sistema para la muestra 3, correspondiente a un segmento con-	
	tinuo de la señal del conjunto de prueba $\ \ldots\ \ldots\$	61

Capítulo 1

Introducción

1.1. Estudio del sueño

El sueño es uno de los procesos biológicos más importantes del ser humano, siendo una condición biológica indispensable en la que las personas pasan aproximadamente un tercio de sus vidas. A pesar de ser una actividad que utiliza tanto tiempo de nuestra existencia, aún es muy poco el conocimiento que se tiene sobre las funciones o los procesos que realiza el cuerpo durante este período. Debido al fuerte rol que cumple el sueño, y a la larga duración de esta acción, se han realizado investigaciones que permiten entender y analizar la importancia de este proceso para el ser humano y como afecta a su desarrollo [1] [2] [3] [4] [5].

El sueño es un proceso de ritmo circadiano [1] [6], es decir, es parte de un ciclo biológico que comprende eventos más o menos regulares que se repiten en períodos cercanos a las 24 horas. Este ritmo funciona como un regulador de la necesidad de dormir, donde sin importar la cantidad de tiempo que una persona haya estado despierta, la necesidad de dormitar es acentuada o reducida según la hora del día. Dependiendo del tipo de rutina que pueda tener una persona, el ciclo circadiano puede acentuar la necesidad de dormir a diferentes horas de la jornada diaria [7].

Durante el sueño se produce una pérdida de la conciencia y además ocurre una fuerte disminución de respuestas frente a estímulos externos [1]. A pesar de ser apreciado como un período de reposo, éste también es una etapa de actividad neurológica y fisiológica importante. Muchas de las neuronas del cuerpo siguen manteniendo una condición de actividad continua durante este período, incluso produciendo un gasto energético que puede superar al consumo realizado mientras la persona se encuentra despierta. Como es de esperarse las neuronas encargadas de procesos fisiológicos vitales mantienen su actividad mientras las personas duermen. Si bien la manera en que se producen estos procesos fisiológicos vitales puede ser diferente durante este tiempo, éstos no se detienen. Uno de los ejemplos más evidentes son las neuronas que controlan la respiración [8]. Existen neuronas en otras áreas del cerebro que también se mantienen activas durante el sueño, a menudo presentando un funcionamiento de forma rítmica y sincrónica [2]. El sueño es un proceso no homogéneo que se puede separar en diferentes etapas, en cada una de éstas se producen procesos fisiológicos y comportamientos repetitivos que permiten caracterizarlas y diferenciarlas unas de otras [1] [9] [10]. Anomalías en el comportamiento normal de estas etapas permiten relacionar el sueño a ciertas patologías o problemas de salud en un paciente [1] [4]. De la misma forma también es importante estudiar los cambios ocurridos en los procesos y comportamientos característicos de cada etapa a medida que el ser humano crece y se desarrolla, para así relacionar dichos cambios con el crecimiento normal de una persona.

Según los últimos estándares de la **AASM** (*American Academy of Sleep Medicine*), el proceso de sueño puede dividirse en 5 etapas: la etapa de vigilia (Wake), el sueño REM (acrónimo para *Rapid Eyes Movement*) y las etapas de sueño N1, N2 y N3, o también llamadas etapas de sueño NREM1, NREM2, y NREM3, respectivamente [11]. La etapa de vigilia se usa para representar el tiempo del día en que la persona se encuentra despierta, mientras que las otras 4 etapas son usadas para caracterizar los comportamientos y procesos fisiológicos del cuerpo mientras la persona se encuentra dormida. De esta forma las 5 etapas del sueño caracterizan el proceso completo de ritmo circadiano, el cual incluye el tiempo en que la persona está despierta.

Para investigar el sueño y su importancia en el desarrollo del ser humano, se estudian las etapas de sueño REM, N1, N2 y N3 [1] [3] [9]. Estas tres últimas se pueden considerar como partes de una etapa más grande llamada etapa NREM (acrónimo para *Non Rapid Eye Movement*), la cual como su nombre refiere, agrupa a todas las etapas de sueño que no pertenecen a la etapa REM, sin incluir la vigilia [1] [9].

La etapa de sueño REM se caracteriza principalmente porque el paciente presenta movimientos rápidos de los ojos mientras duerme, lo cual inspira su nombre [3] [9]. Además de los movimientos oculares rápidos, se produce parálisis temporal de los músculos en las extremidades, respiración más rápida e irregular y un aumento de la frecuencia cardiaca y presión sanguínea, entre otras cosas [1] [9] [10]. Otra de las particularidades de esta etapa es que las ondas cerebrales presentan una alta frecuencia y baja amplitud, lo cual es una de las cualidades que permite diferenciar esta etapa con el sueño NREM. Los sueños son mayoritariamente asociados a la etapa de sueño REM, pero también es posible que éstos ocurran en la etapa NREM [1] [9]. Si una persona es despertada durante la etapa REM, ésta será capaz de recordar lo que ha soñado.

La etapa de sueño N1 es una etapa de transición en que una persona deja de estar en la etapa de vigilia y comienza a quedarse dormida, ésta ocurre sólo en el primer ciclo de sueño y es la etapa que toma menos tiempo de todo el proceso [1]. Debido a que es una etapa de sueño ligero las personas pueden ser despertadas fácilmente en este período. Durante esta etapa las personas presentan un lento movimiento de los ojos, y contracciones repentinas de los músculos acompañadas por una sensación de caída [12] [10].

La etapa de sueño N2 es la etapa del ciclo del sueño que más se repite, constituyendo aproximadamente el 50 % del tiempo del sueño de un adulto [1] [12]. Es la fase en la cual la persona se queda completamente dormida, por lo que la conciencia del exterior se desvanece completamente y hay una disminución del nivel de actividad muscular. El movimiento de los ojos se detiene por completo y las ondas cerebrales se vuelven más lentas con ocasionales

aumentos de frecuencia [1] [12]. Esta etapa se caracteriza por la presencia de husos sigma y complejos K en el EEG, de los cuales el primero es más estudiado [1] [9] [12].

La etapa de sueño N3 es conocida como la etapa de sueño profundo. Un adulto pasa aproximadamente entre un 15% y un 20% de su tiempo durmiendo en esta etapa [12]. Las respuestas frente a estímulos externos es prácticamente nula, por lo que es muy difícil despertar a alguien en esta etapa e incluso si se logra, esta persona no recobrará su conciencia inmediatamente y estará desorientada por algunos minutos [12]. El sueño profundo ocurre en períodos más largos en los primeros ciclos del sueño, particularmente en los primeros 2 ciclos, pero a medida que progresa el proceso, estos períodos disminuyen y después son casi inexistentes en los últimos ciclos [1]. Anteriormente esta etapa estaba dividida en las etapas de sueño NREM3 y NREM4, donde la primera actuaba como una etapa de transición al sueño profundo, en la cual comenzaban a aparecer ondas delta en el cerebro, mientras que en la segunda etapa las ondas delta ya se presentaban con mayor frecuencia [1] [10] [12].

El sueño es un proceso cíclico que continuamente se alterna entre las etapas NREM y REM [1]. Cada intervalo de tiempo entre el inicio de una etapa NREM hasta el final de la etapa REM que viene a continuación, es considerado un ciclo completo de sueño. Dentro de la etapa NREM se progresa en orden por las etapas N1, N2 y N3, pero la etapa N1 solo se produce en el primer ciclo después de una vigilia y se ausenta en el resto de los ciclos [10]. En promedio el primer ciclo de sueño dura entre 70 y 100 minutos, mientras que el resto dura aproximadamente entre 90 y 110 minutos. En adultos, a medida que el sueño progresa la extensión de la etapa REM de cada ciclo aumenta, mientras que en el sueño NREM de los últimos ciclos la etapa N2 se vuelve predominante y la etapa N3 a veces desaparece completamente [1].

En la figura 1.1 se muestra el hipnograma obtenido en una noche de sueño de un niño de 10 años. Las etapas de sueño del hipnograma fueron asignadas con la asistencia de un experto del Laboratorio de Sueño y Neurobiología Funcional del Instituto de Nutrición y Tecnología de los Alimentos (INTA). Usando el hipnograma es posible observar el proceso cíclico del sueño y la manera en que éste suele cambiar a medida que avanza la noche. En el hipnograma mostrado se observa que el paciente se durmió cerca de las 10:40 PM y luego se despertó cerca de las 12:00 AM, aproximadamente 30 minutos después se vuelve a dormir y solo vuelve a despertarse una vez más cerca de las 5:00 AM para luego continuar durmiendo sin interrupciones hasta cerca de las 8:00 AM. Como es de esperarse la etapa de sueño más corta del proceso es la etapa de sueño NREM1, que suele durar por poco tiempo cada vez que el paciente se vuelve a quedar dormido, mientras que la etapa de sueño NREM2 es aquella en la que el paciente pasa más tiempo. A medida que progresa la noche también se reduce el tiempo del sueño profundo de cada ciclo, mientras que de manera contraria el tiempo del sueño REM suele aumentar con cada uno.

La manera en que se desencadena el sueño cambia con la edad de las personas. Los niños recién nacidos (primer año de vida) acostumbran a dormir aproximadamente 16 horas al día, mientras que los adolescentes duermen aproximada 9 horas [1] [3]. La mayoría de los adultos duerme entre 7 u 8 horas al día, pero existen ciertos casos en los cuales pueden necesitar menos (hasta 5 horas) o más horas de descanso (hasta 10 horas). La duración de las distintas etapas en un ciclo del sueño también varía con la edad. En general los niños recién nacidos



Figura 1.1: Hipnograma de un niño de 10 años.

pasan un 50% del tiempo que duermen en la etapa REM, por lo cual tienden a soñar más, pero a medida que crecen el tiempo que se mantienen en esta etapa también se reduce [3].

1.1.1. Análisis de polisomnogramas para la investigación del sueño

Para investigar el sueño se utiliza un examen llamado polisomnograma, el cual consiste en un conjunto de mediciones del estado de un paciente realizadas mientras éste se encuentra dormido. Las mediciones obtenidas por el examen se guardan en un conjunto de registros o canales, donde cada uno corresponde a una señal que valora la actividad de algún proceso fisiológico del cuerpo durante el período que se realizó el examen. En la figura 1.2 se muestra una ventana de 30 [s] de un polisomnograma, donde se muestran algunas de las variables más usadas de este examen.

Las mediciones más frecuentes del polisomnograma son aquellas que miden la actividad bioeléctrica que se produce en diferentes partes del cuerpo, mediciones obtenidas usando electrodos colocados con adhesivos. Algunos de los registros que forman parte de esta categoría son el electroencefalograma (EEG), el electrocardiograma (ECG), el electromiograma (EMG) y el electroculograma (EOG), donde se mide la actividad bioeléctrica en el cerebro, corazón, tensión de los músculos y movimiento de los ojos respectivamente. En la figura 1.3 se muestra a un paciente al cual le están instalando los electrodos requeridos para realizar el examen de polisomnograma. Éste examen no repercute de manera negativa en los pacientes, existiendo una remota posibilidad de un efecto negativo, en la posible irritación de la piel por los adhesivos de los electrodos.

A pesar de que cada canal del polisomnograma mide una actividad fisiológica distinta, éstos no son realmente independiente entre ellos. Si la actividad producida por un proceso fisiológico es muy alta, entonces ésta podría verse reflejada en las mediciones de los otros canales del polisomnograma. Las interferencias que aparecen en un canal que son provocados



Figura 1.2: Observación de los canales de un polisomnograma. En la figura se muestran 30 [s] de las mediciones de un polisomnograma. Los 5 primeros canales corresponden a canales del EEG. Los siguientes canales corresponden al registro de MOR (acrónimo para Movimientos Oculares Rápidos) en el EOG y los canales MOV S y MOV I, que registran los movimientos corporales en la zona superior e inferior del cuerpo, respectivamente. Además se muestran el EMG y el ECG, que miden la tensión de los músculos y la actividad cardiaca, respectivamente.



Figura 1.3: Colocación de electrodos en un paciente. La actividad bioeléctrica del cuerpo se mide usando electrodos, los cuales son ajustados al paciente usando adhesivos especiales. Esta figura fue tomada de [13].

por la actividad de un proceso distinto al que se está midiendo, son considerados como artefactos, lo que indican que la actividad registrada no corresponde al proceso que se está evaluando, sino a un factor externo. Algunos eventos típicos que producen artefactos en los demás canales del polisomnograma son el movimiento rápido de los ojos o los movimientos del cuerpo, los que son medidos por el EOG y el EMG respectivamente. Electrodos sueltos o mal puestos también pueden producir artefactos en las mediciones de los canales.

El estudio de polisomnogramas es importante tanto para una finalidad clínica como científica. Los polisomnogramas son analizados para poder realizar una correcta clasificación de las etapas del sueño y la investigación de los patrones de señal presentes en cada registro. La clasificación de las etapas del sueño se logra generalmente a partir de la búsqueda de patrones de señal que se repiten varias veces en el registro y que predominan en algunas etapas del sueño. También hay casos más sencillos que permiten realizar la clasificación de las etapas con mayor facilidad como es el caso de la clasificación entre sueño REM y NREM, donde la diferenciación de ambos se hace más clara al visualizar los niveles de actividad que se producen en el EOG. La diferenciación de etapas dentro del sueño NREM se realiza generalmente a partir de la búsqueda de patrones de señal repetitivos que suelen estar más presentes o más ausentes en el registro dependiendo de la etapa en que se encuentra la persona.

En general existe un cierto comportamiento esperado que debieran presentar las diferentes etapas del sueño. La presencia de anomalías en estas etapas permite diagnosticar posibles patologías que puedan afectar a un individuo [4]. Algunos trastornos del sueño que pueden ser diagnosticados con el polisomnograma son: Apnea Obstructiva del Sueño (AOS), narcolepsia, insomnio y RLS (acrónimo para *Restless Legs Syndrome*).

1.1.2. Eventos fásicos en el EEG

En el trabajo de esta memoria se dio una principal importancia al registro del EEG. Esta parte del examen también se compone de un grupo de canales, esto se debe a que reúne un conjunto de mediciones tomadas en diferentes zonas del cuero cabelludo, cada una con la intención de medir la actividad bioeléctrica de una parte distinta del cerebro. Cada medición del EEG es conocida como un canal y la información que provee corresponde a la diferencia de potencial entre 2 puntos distintos de la corteza cerebral. En la figura 1.4 se muestra un mapa del cuero cabelludo de un individuo donde se indican los puntos en los cuales se deben colocar los electrodos para obtener mediciones del EEG.

El análisis del EEG juega un rol muy importante en el estudio del polisomnograma, debido a que en los canales de este registro aparecen patrones de onda corta repetitivos con los cuales se pueden clasificar las etapas del sueño. Estos patrones de onda repetitivos se definen como eventos fásicos, debido a que aparecen varias veces en los canales del EEG para distintos instantes o desfases. Los eventos fásicos corresponden a patrones de señal de duración corta con características observables que se repiten continuamente a lo largo del EEG. Existen distintos tipos de eventos fásicos, cada uno con sus propiedades bien definidas, las cuales pueden incluir su rango de frecuencia estimado, su morfología esperada, y sus límites de duración mínima y máxima. Cada uno de estos eventos se asocia generalmente a una o dos etapas del sueño, ya que predominan en éstas. Para clasificar las etapas del sueño de



Figura 1.4: Zonas de distribución de electrodos en el cuero cabelludo para el EEG. A) Vista de perfil. B) Vista desde arriba. Esta imagen fue hecha a mano, pero basada en la figura 2.2 de [14].

un registro polisomnográfico se bucan estos patrones de señal observables en el EEG y los tramos donde son identificados se asocian con las etapas del sueño en que suelen aparecer [15] [16].

Dependiendo del trabajo de investigación, los rangos de frecuencia estimados para los eventos fásicos del EEG suelen ser ligeramente distintos. Para el trabajo presentado en este documento se tomó como principal referencia las bandas de frecuencia descritas en [15], donde se consideran dichas bandas para eventos fásicos del EEG producidos en infantes.

- En la etapa de vigilia se presentan 2 tipos de onda cerebral que ocurren de manera no sincronizada: las ondas beta y las ondas gamma, con rangos de frecuencia de 12 30 [Hz] y 25 100 [Hz] respectivamente.
- Cuando la persona ya está preparada para dormir pero aún despierta, se considera que está en una etapa de vigilia relajada. En esta fase se produce una transición entre las ondas beta y gamma a ondas cerebrales más lentas y sincronizadas, con un rango de frecuencias entre 8 - 12 [Hz], llamadas ondas alpha. Estas ondas también aparecen al inicio de la etapa N1 donde su presencia se reduce fuertemente en relación a la etapa de vigilia y también pueden aparecer en el sueño REM.
- En la etapa de sueño N1 las ondas cerebrales continúan reduciendo su frecuencia hasta presentar un rango entre 3-7 [Hz], las cuales son llamadas ondas theta. Éstas, al igual que las ondas alpha, pueden también aparecer en el sueño REM.
- En la etapa de sueño N2 se distinguen dos fenómenos recurrentes: los husos sigma y los complejos K. Los husos sigma son patrones de señal producidos por aumentos de

frecuencia y amplitud espontáneo que presentan una corta duración, su frecuencia varía entre 10 - 16 [Hz] y en general presentan una forma parecida a un huso de hilar. Los complejos K también ocurren de manera espontánea y son de corta duración, pero estos tienen una morfología distinta, en la cual primero se presenta un valle de alta amplitud, seguido por una cima de alta amplitud y finalmente un nuevo valle de mayor amplitud que el primero.

- La etapa de sueño N3 tiene una mayor presencia de ondas más lentas llamadas ondas delta, las cuales se presentan en un rango de frecuencia entre 0.5 3 [Hz]. En esta etapa también aparecen husos sigma, pero son mucho menos comunes que en la etapa de sueño N2.
- Finalmente el análisis del sueño REM se realiza principalmente usando la información del EOG y EMG, donde es característico que existan movimientos oculares rápidos y que además los músculos estén relajados.

En la tabla 1.1 se muestra un resumen de los rangos de frecuencia de cada patrón del EEG mencionado (excepto por las ondas beta y las ondas gamma) y las etapas de sueño en las cuales aparecen.

1.2. Husos Sigma

Los Husos Sigma (HS) o Husos del sueño son trenes de ondas rápidas observables en el EEG, específicamente en los canales que miden la actividad bioeléctrica de la corteza frontal del cerebro (F4-C4 y F3-C3). Estos patrones predominan en la etapa de sueño N2 y corresponden al rasgo más distintivo de esta etapa. Los HS también aparecen en la etapa de sueño N3, pero son mucho menos frecuentes y más difíciles de identificar ya que se encuentran montados sobre otras señales más lentas y de mayor amplitud [13] [15] [16]. En la figura 1.5 se muestran algunos ejemplos de HS.

Los HS adquieren su nombre debido a su morfología, que es similar a un huso de hilar.

Tabla 1.1: Tabla resumen con las bandas de frecuencia y estapas de sueño de los patrones de señal del EEG. La segunda columna indica las bandas de frecuencia de los patrones del EEG mostrados en la primera columna, mientras que la tercera columna indica las etapas de sueño en que estos patrones aparecen.

Patrón del EEG	Rango de frecuencia	Etapas del sueño
Ondas Alpha	8 [Hz] - 12 [Hz]	Vigilia, N1 y REM
Ondas Theta	3 [Hz] - 7 [Hz]	N1 y REM
Huso Sigma (niños de 10 años)	10 [Hz] - 16 [Hz]	N2 y N3
Complejos K	-	N2
Ondas Delta	0.5 [Hz] - 3 [Hz]	N3

Esta morfología también se considera similar a la de una *Morlet wavelet*, ya que en ambas se produce un breve aumento de la amplitud del patrón que luego se reduce casi de manera simétrica. En la figura 1.6 se muestran la morfología de una *Morlet wavelet* de 14 [*Hz*] y la de un HS observado en un registro de EEG. Además de su morfología característica, los HS poseen otras propiedades distinguibles que permiten diferenciarlos de otros patrones. Los HS poseen frecuencias dentro de la banda sigma, que se encuentra entre 10 - 16 [Hz], tienen una duración mínima de 0,5 [s] y una amplitud mínima de 10 μ V [15]. No existe realmente una definición clara respecto a la duración y amplitud máxima de los HS.

Los HS se generan como consecuencia de procesos sinápticos relacionados con la inter-



Figura 1.5: Ejemplos de HS marcados por un experto en un registro del EEG. Las señales mostradas en la imagen corresponden a fragmentos de un registro para los canales F4-C4 y F3-C3, en éstos se muestra la aparición de algunos HS donde las líneas horizontales marcan desde el comienzo hasta el final de cada uno de estos patrones. Esta figura fue tomada de [13].



Figura 1.6: Ejemplo de la morfología de una *Morlet wavelet* (a) y un HS (b). A la izquierda de la figura se muestra una *Morlet wavelet* de frecuencia 14 [Hz], mientras que a la derecha se muestra un HS encontrado en los registros de EEG, en que la marca roja delimita donde inicia y termina el HS. Ambos patrones presentan una morfología similar.

acción de las neuronas del circuito tálamo-cortical, las cuales comprenden a las células del núcleo reticular del tálamo, las células tálamo corticales y las células piramidales de la corteza [13]. Los HS son considerados como promovedores de las condiciones necesarias para las modificaciones de la plasticidad cerebral subyacente en los procesos de formación y consolidación de la memoria [5] [17]. Se ha mostrado a partir de experimentos que la densidad de HS aumenta en la etapa de sueño N2 luego de haber realizado una tarea de aprendizaje exitosa, lo cual sugiere una relación entre los HS y el mejoramiento de la memoria [18] [19].

Además de los procesos relacionados con la memoria y el aprendizaje, alteraciones en estos patrones sugieren desviaciones en el correcto funcionamiento del sistema nervioso central [20], y es que en efecto se han identificado anormalidades en los HS que se producen cuando un paciente presenta algunas patologías, tales como retardo mental, autismo, hiperkinesia, sordera, hipotiroidismo congénito y anemia por deficiencia de hierro [21].

Debido a la relación que ofrecen los HS con los procesos fisiológicos relacionados con la memoria y la integridad del sistema nervioso, estos patrones se han vuelto un importante objeto de investigación en relación al estudio del sueño. El estudio de estos patrones se realiza tomando un enfoque en el cual se investiga la relación de su actividad frente a ciertas patologías que puedan estar relacionadas con procesos neuronales y en general el estudio del desarrollo de estos patrones a medida que las personas crecen.

1.3. Motivación de la memoria

Considerando la importancia que exhiben los husos sigma (HS) en los procesos fisiológicos que ocurren durante el sueño y su utilidad en la clasificación de las etapas del sueño (los HS son dominantes en la etapa de sueño N2), se da un gran interés a la investigación de estos eventos y su relación con el desarrollo normal de una persona. Para poder investigar los HS es necesario poder identificarlos dentro del EEG. Esta tarea se ha realizado usualmente en forma manual por expertos en el estudio del sueño, que observando los registros del EEG son capaces de identificar estos patrones de señal. Sin embargo, la tarea de identificar HS es larga y tediosa. Un registro del EEG de una noche puede presentar más de 1000 HS y es difícil encontrarlos todos.

Para identificar los HS en los registros del EEG se han desarrollado diferentes sistemas de detección automáticos, los cuales reducen considerablemente el tiempo del proceso de detección de estos patrones [13] [22] [23]. Muchos detectores de HS han demostrado ser capaces de identificar correctamente en que tiempos de la señal del EEG se encuentran estos patrones de señal, pero un problema común que suelen tener estos detectores es que junto a las correctas detecciones del sistema también se presentan un gran número de falsas detecciones [24] [25] [26].

En la investigación de esta memoria se desarrolló un método de detección de HS basado en un algoritmo desarrollado para el aprendizaje de patrones de onda corta repetitivos en el EEG (eventos fásicos) [27] y la descomposición eficiente de un canal del EEG según estos patrones [27]. Este método no utiliza análisis espectral de la señal y tampoco utiliza clasificadores (dos de las herramientas más frecuentes en detectores de HS [23] [26] [28]). Para comparar las detecciones del sistema con la marcas de los expertos se utilizaron las métricas definidas en [13]. Además se utilizaron los resultados de [13] como una referencia para evaluar los resultados preliminares obtenidos en este trabajo de memoria.

1.3.1. Detección automática y caracterización de husos sigma en registros polisomnográficos de niños

En [13] se presenta un detector de husos sigma (HS) previamente desarrollado en la Universidad de Chile por Leonardo Causa. El detector funciona como un sistema de análisis modular en cascada, en que se presenta un resultado de detección que se va refinando a medida que pasa por los módulos (Figura 1.7). Este detector no usa conocimiento previo de las etapas del sueño del registro polisomnográfico y es capaz de detectar HS en las etapas de sueño N2 y N3. La base de datos que se utilizó en el desarrollo del detector estaba compuesta por varios registros polisomnográficos de niños de 10 años, donde se consideraron los mismos límites de frecuencia para los HS que los usados en este trabajo (10 - 16 [Hz]).

El detector consta de 4 módulos (Figura 1.7). En el módulo 1 se determinan las regiones del registro polisomnográfico correspondientes a la etapa de sueño N2 y N3, para reducir la zona de búsqueda de los HS. En el módulo 2 se examina la señal del EEG en las etapas de sueño N2 y N3, y se identifican los intervalos que cumplen con los límites esperados de amplitud y frecuencia de los HS, según un análisis difuso [29]. Estos intervalos corresponden a la salida del módulo 2 y son definidos como los candidatos de primera pasada (HSc1). En el módulo 2 se espera incluir tantos HS como sea posible en los HSc1, idealmente todos los del registro, por lo que la generación de candidatos es bastante permisiva identificando casi todos los HS marcados por los expertos (VP), pero al costo de también incluir muchos intervalos donde no hay marcas de los expertos (FP).

En el módulo 3 se utiliza análisis estadístico en los HSc1 para eliminar los candidatos que no presenten una morfología representativa de los HS. En cada uno de estos candidatos se miden las frecuencias locales, amplitudes locales y simetrías locales de las ondas entre los valles sucesivos y cimas sucesivas de la señal. Se obtiene el promedio y la desviación estándar de las tres características anteriores y según umbrales empíricos, obtenidos previamente en un proceso de entrenamiento, se determina cuales candidatos califican como HS. Los candidatos calificados como HS corresponden a la salida del módulo 3, y son definidos como los candidatos de segunda pasada (HSc2). En el módulo 4 se aplican criterios de los expertos sobre los HSc2, basados en la duración de los candidatos y análisis de su entorno. Dependiendo de la etapa del sueño en que fueron detectados, candidatos muy cercanos son fusionados como una sola detección y otros son eliminados por no ser lo suficientemente largos. La salida del módulo 4 corresponde a las detecciones finales del sistema. En la figura 1.7 se muestra un diagrama que resume el funcionamiento de [13].

En [13] se presentan los resultados de este detector, donde se obtuvo una tasa de verdaderos positivos (TVP) promedio de 88,2 % y una tasa de falsos positivos (TFP) promedio de 11,9 %. Los resultados del detector fueron incluso mejores cuando se evaluaron solo las regiones de la



Figura 1.7: Diagrama de módulos de sistema de detección en cascada desarrollado por [13]. La entrada al sistema son las señales de los canales frontales del EEG. Los módulos 1 y 2 pueden considerarse como partes del proceso de generación de candidatos, mientras que los módulos 3 y 4 sirven para eliminar falsas detecciones. La salida del sistema son las posiciones iniciales y finales de los HS detectados a lo largo del registro de EEG. Esta figura fue tomada de [13].

señal correspondientes a la etapa de sueño N2, con una TVP de 92,2% y una TFP de 8,9%.

1.3.2. Descomposición de potenciales neuronales en un canal del EEG

En [27] A. Brockmeier y J. Principe propusieron un modelo de descomposición de la señal de un solo canal del EEG que supone que existen distintos patrones de onda corta que aparecen en un canal del EEG y se repiten varias veces a lo largo de la señal. Estos patrones repetitivos del EEG son definidos como eventos fásicos y la combinación de estos eventos en las lecturas del EEG conforman los potenciales neuronales observables del EEG.

El modelo de descomposición de señal de [27] descompone la señal de un canal del EEG en una cantidad finita de componentes que distinguen las múltiples apariciones de los eventos fásicos del EEG. Cada componente es representado por la convolución entre una forma de onda corta que representa a un evento fásico del EEG, y un tren de pulsos que indica las posiciones en el tiempo en que aparece este evento y con que ponderación. El grupo de formas de onda que se utiliza en la descomposición de la señal son consideradas parte de un diccionario. En la figura 1.8 se muestra un ejemplo de una señal artificial, compuesta por 3 tipos de eventos fásicos, que es descompuesta en 3 componentes.

Junto al modelo de descomposición de señal antes mencionado, A. Brockmeier y J. Principe también propusieron un algoritmo de aprendizaje no supervisado llamado MP-SVD, el cual corresponde a un algoritmo iterativo que permite aprender los eventos fásicos más frecuentes del canal del EEG en las formas de onda de un diccionario. El proceso consiste en consecutivos procesos de descomposición de la señal del canal usando un diccionario tentativo y la posterior actualización de las formas de onda de dicho diccionario usando el error de reconstrucción. Después de varias iteraciones del proceso las formas de onda del diccionario aprenden naturalmente una morfología representativa de los eventos fásicos más frecuentes de la señal, el que luego se puede utilizar para descomponer eficientemente la señal del canal. Más detalles sobre este algoritmo se explican en la sección 2.2.2 de este documento.



Figura 1.8: Ejemplo de descomposición de una señal según modelo de Brockmeier y Principe. La señal de la figura está conformada por tres tipos de eventos fásicos. Usando un diccionario compuesto por formas de onda representativas de los eventos fásicos de la señal, se pueden identificar en que intervalos de la señal aparecen estos eventos fásicos.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo General

Desarrollar y comprobar la validez de un nuevo método de detección automática de husos sigma basado en el modelo de descomposición de un canal del EEG presentado en [27] y los algoritmos Matching Pursuit y K-SVD.

1.4.2. Objetivos Específicos

- 1. Descomponer la señal de un canal del EEG según el modelo de descomposición presentado en [27] usando un diccionario de forma de onda representativas de los husos sigma, de manera que se identifiquen los husos sigma de la señal en los componentes del modelo y sus posiciones temporales.
- 2. Aplicar y adaptar el algoritmo MP-SVD [27] para obtener un diccionario de formas de onda representativas de los husos sigma.
- 3. Usar los criterios de concordancia establecidos en [13] para comparar las detecciones del método con los intervalos marcados por los expertos en el canal del EEG.
- 4. Usar los resultados del método de detección de husos sigma presentado en [13] como referencia para evaluar los resultados del método propuesto y su validez como detector de husos sigma.
- 5. Definir las ventajas y desventajas del método y las mejoras que podría recibir en el futuro.

1.5. Estructura de memoria

A continuación se presenta la estructuración que presenta la memoria donde se explica el contenido de los capítulos de este documento:

En el capítulo 2 se explican los antecedentes generales necesarios para entender tanto como funciona el modelo como los algoritmos utilizados en el sistema. La explicación de cada antecedente trata de ser lo más breve posible con tal de que el lector sea capaz de entender para que es utilizado. El modelo de descomposición de un canal del EEG propuesto por Brockmeier y Principe [27], junto con el algoritmo MP-SVD, se describen en mayor detalle debido a que la publicación original que aclara el funcionamiento de ambos es reciente y se tiene como única referencia.

En el capítulo 3 se presenta en mayor detalle el método propuesto, la base de datos que se utilizó en las pruebas y las consideraciones previas que se tomaron en cuenta para su desarrollo. También se describe el funcionamiento de la metodología utilizada, los cambios realizados al algoritmo MP-SVD y de que manera se representa la detección de los husos sigma.

En el capítulo 4 se definen las métricas usadas para evaluar la concordancia entre las detecciones y las marcas del experto. Luego se presentan unas tablas de resultados, que incluyen datos numéricos relacionados con las pruebas realizadas para estimar el desempeño del sistema. Después se analizan los diccionarios aprendidos, con formas de onda representativas de los husos sigma, y se inspeccionan algunos resultados de detección y no-detección, para examinar cuando se obtienen buenos resultados y donde existen problemas. Finalmente se usan los resultados del detector de husos sigma presentado en [13] como referencia para evaluar el desempeño, hasta el momento, del método propuesto.

En el capítulo 5 se muestran las conclusiones del trabajo de investigación, con un resumen de los puntos más importantes del estudio y recomendaciones respecto del futuro desarrollo de este método.

Capítulo 2

Antecedentes generales

El presente capítulo tiene como objetivo contextualizar al lector respecto de los diferentes métodos, conceptos y algoritmos existentes en la literatura que se usan en la nueva metodología de detección de husos sigma. En el capítulo 1 se explicaron conceptos de conocimiento general necesarios para entender el estudio de esta memoria, tales como en que consiste el examen de polisomnograma, las etapas del sueño y las características de los husos sigma, entre otras cosas, mientras que a continuación se describen los conceptos más relevantes asociados al método propuesto.

2.1. Algoritmos de descomposición de señal usando diccionarios

2.1.1. Descomposición atómica de señales

La descomposición atómica de señales consiste en representar una señal a partir de una suma de componentes, es decir, representarla como la combinación de un número finito de señales conocidas, multiplicadas o transformadas por un conjunto de coeficientes [30]. El conjunto finito de señales conocidas se conoce como diccionario.

Para entender mejor la descomposición atómica de señales consideremos su representación más sencilla, en la cual se descompone la señal como una sumatoria de las señales del diccionario multiplicadas, cada una, por un coeficiente. Es decir, dada la señal y, ésta se puede descomponer en una sumatoria de n señales del diccionario D, donde cada una de estas señales d_i del diccionario se multiplica por un coeficiente c_i . Esto se representa en la siguiente fórmula:

$$y = \sum_{i=1}^{n} d_i c_i.$$
(2.1)

La representación anterior corresponde a una descomposición lineal de la señal original. Descomposición atómica de señal se utiliza generalmente para representar varias señales de características similares utilizando un mismo diccionario. Para extender la representación de la expresión (2.1) a la descomposición de múltiples señales, se utilizan matrices. Sea la matriz Y, la cual corresponde a un conjunto de señales y_j ordenadas en las columnas de Y, y la matriz X, donde cada columna x_j corresponde a los coeficientes usados para representar a la señal y_j que ocupa la misma posición. Se tiene la nueva representación matricial mostrada a continuación:

$$Y = DX, (2.2)$$

donde se cumple la representación por columnas como:

$$y_j = Dx_j. (2.3)$$

La descomposición atómica de señales tiene múltiples usos, uno de los principales es que permite alivianar costos de memoria para el almacenamiento de datos de varias señales. Por ejemplo, si se considera el caso de una única señal, su descomposición es más cara al ser representada por un número mayor de señales, pero si se toma en cuenta un conjunto de señales, varias veces mayor que la cantidad de elementos del diccionario, entonces en ese caso debido a que todas las señales del conjunto están conformadas por el mismo diccionario, entonces solo hay que conocer dicho diccionario y los coeficientes usados por cada señal, lo cual es mucho más compacto que conocer los valores individuales de cada señal.

La serie de Fourier es un ejemplo de un método de descomposición de señal, en el cual el diccionario usado para la descomposición es un conjunto de funciones senos y cosenos con diferentes frecuencias [31]. En la figura 2.1 se muestra como se descompone una onda cuadrada usando un diccionario de sinusoides.

2.1.2. Matching Pursuit (MP)

Matching Pursuit (MP) es un algoritmo de descomposición atómica de señal que busca reconstruir una señal como una combinación lineal de formas de onda pertenecientes a un diccionario [30]. El diccionario puede tener tantas formas de onda como se desee y éstas además pueden tener similares características o ser completamente distintas (senos, cosenos, wavelets, etc).

El algoritmo de Matching Pursuit es un proceso iterativo de tipo voraz [32] que en cada iteración elige la forma de onda del diccionario que mejor se adapte para aproximar parte de la señal. Para evaluar la siguiente señal del diccionario que se agregará a la reconstrucción se utiliza un valor de residuo, el cual es igual a la resta entre la señal original y su reconstrucción.

La señal original se puede representar por la suma entre la reconstrucción y el residuo:



Figura 2.1: Descomposición parcial de onda cuadrada por serie de Fourier. En la figura se descompone una onda cuadrada usando un diccionario conformado por señales sinusoidales.

$$s = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \phi_{\gamma i} + R^{(m)},$$
 (2.4)

donde s es la señal original y su reconstrucción está representada por una sumatoria de m componentes formados por la multiplicación entre coeficientes α_i y las señales $\phi_{\gamma i}$ del diccionario, mientras que $R^{(m)}$ es el residuo cuando existen m componentes en la reconstrucción.

Si se considera el término $s^{(m)}$ como la reconstrucción de la señal cuando se tienen m elementos del diccionario, entonces la expresión (2.4) se puede reescribir como:

$$s = s^{(m)} + R^{(m)}. (2.5)$$

En cada iteración del algoritmo se cumple la igualdad presentada en la ecuación (2.5), por lo tanto, si al inicio del método no se tiene reconstrucción alguna ($s^{(0)} = 0$), el residuo es igual a la señal original ($R^{(0)} = s$). En cada iteración del algoritmo se compara el producto interno de todas las señales del diccionario con el residuo $R^{(m)}$ que se tiene hasta el momento. Aquella señal que tenga un mayor valor absoluto del producto interno es la que se puede adaptar mejor a éste y será agregada como $\phi_{\gamma(m+1)}$ a la reconstrucción, como un nuevo componente de la sumatoria. La actualización de la reconstrucción se puede expresar de la siguiente manera:

$$s^{(m+1)} = s^{(m)} + \alpha_{m+1} \cdot \phi_{\gamma(m+1)}, \qquad (2.6)$$

donde el valor del coeficiente α_{m+1} es igual al producto interno entre la señal $\phi_{\gamma(m+1)}$ seleccionada y el residuo $R^{(m)}$, dividido por el cuadrado de la norma euclidiana de $\phi_{\gamma(m+1)}$, por lo tanto:

$$\alpha_{m+1} = \frac{\langle R^{(m)}, \phi_{\gamma(m+1)} \rangle}{||\phi_{\gamma(m+1)}||^2}.$$
(2.7)

Inmediatamente después de agregar el nuevo componente de la reconstrucción, se actualiza el residuo $R^{(m+1)}$ como:

$$R^{(m+1)} = s - s^{(m+1)}. (2.8)$$

El algoritmo se repite hasta que se haya alcanzado un criterio de detención, por ejemplo, que se haya cumplido un cierto número de iteraciones o que la distancia euclidiana entre la señal original y la reconstruida esté por debajo de un cierto umbral.

Las ventajas de este algoritmo frente a otros métodos de descomposición de señal son:

- 1. Dispersidad (Sparsity): La reconstrucción se realiza primero seleccionando las señales del diccionario que mejor se adapten a la señal original. Esto permite que el resultado final se reconstruya con la menor cantidad posible de elementos del diccionario, tomando en consideración solo aquellos que son más representativos para la señal original.
- 2. Super resolución: Los diccionarios usados son sobrecompletos. Se considera un diccionario D, conformado por las señales d_i, como completo si es que cada una de sus señales puede ser representada como una combinación lineal finita de los demás elementos del diccionario. Un diccionario D es considerado sobrecompleto si al quitar uno sus elementos d_i, éste sigue siendo completo.

2.1.3. K-SVD

La descomposición de una señal, según se ha planteado en la sección 2.1.1 de este documento, corresponde a una combinación lineal de las señales de un diccionario. Si también se buscan consideraciones de dispersidad, entonces se trata de que las señales representadas usen la menor cantidad de coeficientes distintos de cero en su reconstrucción, o en otras palabras, la menor cantidad de elementos del diccionario.

Este objetivo se puede representar matemáticamente como:

$$\min_{x} ||x||_0 \text{ sujeto } a ||y - Dx||_2 \le \varepsilon,$$
(2.9)

donde x es un vector de coeficientes, ε se define como un valor umbral muy pequeño, y es la señal que se desea reconstruir y D es el diccionario usado para realizar dicha reconstrucción.

El término $||x||_0$ se refiere a la cantidad de coeficientes del vector x diferentes de 0, mientras que $||y - Dx||_2$ es la distancia euclidiana entre la señal original y su reconstrucción.

Al descomponer la señal se hace con el objetivo de recuperar una representación aproximada a la original usando un número pequeño de señales que representen las partes fundamentales de ésta $(y \approx Dx)$. Para que la reconstrucción sea lo más certera posible, se requiere que el diccionario sea el adecuado para la situación que se quiere resolver.

La elección del diccionario se vuelve un tema principal en los algoritmos de descomposición de señal, si éste no es elegido bien entonces las señales reconstruidas podrían no parecerse a las señales originales o usar muchos de los elementos del diccionario para conseguir un resultado satisfactorio.

Existen diccionarios que son utilizados con más frecuencia, debido a que están conformados por funciones fáciles de expresar de manera matemática y que presentan buenos resultados para un grán número de situaciones. Estas funciones consisten en senos, cosenos, *wavelets*, etc.

Incluso si los diccionarios mencionados anteriormente presentan buenos resultados para un gran número de situaciones, todavía hay problemas en los que éstos no se adaptarán de la forma que uno desea o que se podrá necesitar de una cantidad muy grande de sus señales. Para obtener la mejor solución de descomposición se requiere el mejor diccionario que se adapte a las señales que se desea descomponer. Para esto se han desarrollado algoritmos que son capaces de aprender cual es el mejor diccionario que se debiera utilizar, a partir de un proceso de entrenamiento.

K-SVD es un algoritmo de aprendizaje adaptivo de diccionarios inspirado en el algoritmo K-means. Este algoritmo utiliza descomposición en valores singulares (SVD) como principal herramienta para obtener el mejor diccionario D que sea capaz de reconstruir un conjunto de entrenamiento Y, conformado por señales con características similares [33]. Las siglas del algoritmo provienen de la combinación de K-means con SVD.

Los diccionarios adaptivos generalmente proporcionan resultados superiores a los proporcionados por diccionarios predefinidos. Si los primeros son usados para descomponer nuevas señales con las mismas características que el set de entrenamiento, entonces se obtendrían soluciones más cercanas a las señales originales con un menor costo computacional.

Generalización de K-means

K-SVD es un algoritmo que nace como una generalización del algoritmo K-means [34]. Si se considera la representación mostrada en la ecuación (2.1), la descomposición de una señal se forma por el conjunto de señales en el diccionario y un vector de coeficientes que multiplican a estas señales. K-SVD es un algoritmo iterativo que constantemente actualiza en forma alternativa los valores de los coeficientes y los elementos del diccionario, considerando uno de los dos fijos.

En el caso de K-means, el algoritmo se basa en la obtención de clusters que separan el

espacio de las muestras en zonas que contengan elementos de características similares. Cada uno de estos clusters está representado por un centroide correspondiente a la media de todos los elementos dentro de dicho cluster. En la figura 2.2 se muestra la representación de un grupo de observaciones separadas en cinco clusters, donde cada grupo tiene un centroide obtenido como la media de las observaciones de su respectivo grupo.

Si se hace un paralelo de la descripción anterior con el caso de descomposición de señal, se tiene que las observaciones son el equivalente de las señales que se desean descomponer, los centroides de cada cluster son los elementos del diccionario y los coeficientes son un conjunto de 0s con un solo 1 para validar al cluster que representa a la observación. De esta forma, cada elemento queda representado por el centroide de uno de los cluster. Esta representación se puede expresar formalmente como:

$$y_{\mathbf{i}} = D\mathbf{e}_k,\tag{2.10}$$

donde y_i corresponde a una observación cualquiera dentro de un grupo de N observaciones, D es el diccionario conformado por las coordenadas de los centroides de los K clusters y e_k es el vector de coeficientes que está conformado por 0s, excepto por un solo 1 en la posición k para indicar que la observación y_i se puede representar por el centroide del cluster k.



Figura 2.2: Modelo de K-means para la separación de observaciones en 5 grupos o clusters. En la figura se muestra una representación del modelo K-means, en el cual los círculos pequeños son un conjunto de observaciones y los círculos grandes los centroides de cada cluster.

Algoritmo K-means

Visto desde una perspectiva de descomposición atómica de señal, el algoritmo K-means resuelve un problema de minimización del error para la reconstrucción de un conjunto de observaciones usando un diccionario, restringido a que los vectores de coeficientes están conformados por 0s y un solo 1 en la posición del índice que representa al cluster que se quiere asignar a cada observación, es decir:

$$\min_{D,X} \{ ||Y - DX||^2 \} \ sujeto \ a \ x_i = e_k,$$
(2.11)

donde la matriz Y contiene al conjunto de N observaciones $(\{y_1, ..., y_i, ..., y_N\})$, la matriz D contiene las coordenadas de los centroides de los K clusters $(\{d_1, ..., d_j, ..., d_K\})$ y la matriz X contiene a los N vectores de coeficientes $(\{x_1, ..., x_l, ..., x_N\})$ usados para asignar cada observación a un cluster. Cada vector x_i es igual a un vector e_k , en que e_k está conformado completamente por 0s excepto por un 1 en la posición k, que representa el índice del cluster al cual se asigna dicha observación.

En cada iteración del algoritmo K-means se busca primero asignar cada observación a uno de los clusters, lo cual es equivalente a actualizar los coeficientes x_i de cada observación, en el cual se usa el vector e_i que cumpla:

$$\forall l \neq j, ||y_i - D^{(J)}\mathbf{e}_j|| \le ||y_i - D^{(J)}\mathbf{e}_l||,$$
(2.12)

donde J hace referencia al número de iteración del algoritmo.

Después de haber asignado cada observación a un cluster se actualiza el diccionario, elemento por elemento, por medio del promedio de todas las observaciones dentro de cada cluster:

$$d_{i}^{(J+1)} = \frac{1}{|R_{k}^{(J)}|} \cdot \sum_{i \in R_{k}^{(J)}} y_{i}, \qquad (2.13)$$

donde R_k se refiere al cluster de índice k y el término $|R_k^{(J)}|$ representa la cantidad de observaciones asignadas al cluster R_k en la iteración J.

El proceso de actualización de coeficientes y diccionarios se repite hasta que el error de la ecuación (2.11) sea reducido por debajo de un umbral o hasta que se haya cumplido un cierto número de iteraciones.
Algoritmo K-SVD

K-SVD, similar a K-means, es un algoritmo iterativo que busca en cada iteración primero actualizar los coeficientes de la reconstrucción y luego los elementos del diccionario. A diferencia del caso de K-means, varios coeficientes pueden tener un valor distinto de 0, tomando valores reales positivos o negativos. Se puede considerar a K-means como un caso particular de K-SVD.

En cada actualización, tanto de los coeficientes como del diccionario, la representación de la señal construída se vuelve más aproximada a la señal original. Después de múltiples iteraciones del algoritmo se consigue una mejor representación de la señal objetivo, la cual utiliza un diccionario aprendido para adaptarse bien al problema que se quiere resolver.

El proceso de actualización de los coeficientes y del diccionario en esencia es el mismo que se ha descrito hasta el momento. En cada iteración se considera el último valor actualizado de los coeficientes o del diccionario para poder actualizar al otro, lo que produce que la reconstrucción sea más cercana al objetivo y el error se reduzca.

Si bien el orden en que se hacen las actualizaciones no ha cambiado, la forma en que se realiza cada una sí es diferente. Para entender de mejor forma como se realizan las actualizaciones en K-SVD, hay que revisar la función objetivo de este algoritmo:

$$\min_{D,X} \left\{ ||Y - DX||_2^2 \right\},\tag{2.14}$$

la que es muy similar a la función objetivo de K-means mostrada en la expresión (2.11). A diferencia de K-means, los coeficientes que multiplican a los elementos del diccionario no están sujetos a restricciones, por lo que se conforman de valores reales positivos o negativos y varios pueden ser diferentes de 0. Solo se busca reducir el error que pueda haber entre el conjunto de señales originales y las reconstruidas.

Para la obtención de los coeficientes, cada señal perteneciente a la matriz Y puede ser tratada de manera individual en su reconstrucción, es por esto que la expresión (2.14) puede ser descrita como la suma de los errores que se obtiene de la reconstrucción individual de cada señal y_i :

$$||Y - DX||_{2}^{2} = \sum_{i=1}^{N} ||y_{i} - Dx_{i}||_{2}^{2}, \qquad (2.15)$$

por lo tanto, la notación $||Y - DX||_2^2$ es equivalente a la suma de las distancias euclidianas al cuadrado entre cada señal y_i y su reconstrucción Dx_i .

La expresión (2.15) abre la posibilidad de usar una nueva función objetivo, en la cual se busca encontrar los mejores coeficientes x_i para reconstruir cada una de las señales y_i , dado un mismo diccionario:

$$\min_{x_{i}} ||y_{i} - Dx_{i}||_{2}^{2}, sujeto \ a \ ||x_{i}||_{0} \le T_{0},$$
(2.16)

donde T_0 se define como un número natural pequeño y $||x_i||_0$ se refiere a la cantidad de coeficientes del vector x_i diferentes de 0. La obtención de los coeficientes, dada la función objetivo de la expresión (2.16), se logra usando el algoritmo de Matching Pursuit. Con esto se completa la actualización de los coeficientes para esta iteración.

Para actualizar los elementos del diccionario se vuelve a usar la función objetivo de la expresión (2.14), donde se busca obtener la mejor actualización posible del diccionario que reduzca el error de reconstrucción $||Y - DX||_2^2$.

En este proceso los elementos del diccionario se actualizan uno por uno. Para ver la forma en que se debiera actualizar el elemento d_k del diccionario se analiza el error de reconstrucción sin considerar el átomo $d_k x_k^T$, el cual contiene las aproximaciones de la matriz Y en que se utilizó a d_k . De esta forma se produce un error E_k , que se define como el error de reconstrucción del conjunto de señales si es que no se considera el átomo $d_k x_k^T$:

$$||Y - DX||_{2}^{2} = ||Y - \sum_{i=1}^{K} d_{i}x_{i}^{T}||_{2}^{2}$$

$$= ||\left(Y - \sum_{i \neq k}^{K} d_{i}x_{i}^{T}\right) - d_{k}x_{k}^{T}||_{2}^{2}$$

$$= ||E_{k} - d_{k}x_{k}^{T}||_{2}^{2},$$

(2.17)

donde $()^T$ se usa para indicar la transpuesta de algún vector o matriz.

Con el cambio a la expresión (2.17) el problema ahora trata de reducir la diferencia que existe entre la matriz de error E_k y el átomo $d_k x_k^T$. Si bien el átomo $d_k x_k^T$ sigue siendo una matriz, ésta ahora se encuentra representada solo por 2 vectores, lo que es más simple de manejar que cuando se deseaba cambiar las matrices D y X al mismo tiempo.

Hay que notar que varios de los coeficientes de x_k^T suelen ser iguales a cero debido a la función objetivo de la expresión (2.16), por lo que sin importar la actualización que reciba el elemento d_k del diccionario, el átomo $d_k x_k^T$ no será capaz de reducir la diferencia con el error E_k en las columnas cuyos índices coinciden con los coeficientes del vector x_k^T iguales a 0. Para evitar estas columnas que no guardan relación con el elemento d_k del diccionario, se usa un vector ω_k que contiene el índice de todas las posiciones en las que el vector x_k^T es distinto de 0:

$$\omega_k = \left\{ \mathbf{i} | 1 \le \mathbf{i} \le N, x_k^T(\mathbf{i}) \ne 0 \right\}.$$
(2.18)

Utilizando el vector ω_k se define la matriz Ω_k de dimensiones $N \times |\omega_k|$, que posee 1s en cada coordenada $(\omega_k(j), j)$, con $j \in \{1, ..., |\omega_k|\}$, y 0s en el resto:

$$\left[\Omega_k\right]_{\mathbf{i},j} = \left\{ \begin{array}{l} 1, \mathbf{i} = \omega_k(j) \\ 0, \mathbf{i} \neq \omega_k(j) \end{array} \right\}, \forall \mathbf{i} \in \{1, ..., N\} \land \forall j \in \{1, ..., |\omega_k|\}$$
(2.19)

Con esta matriz se obtiene el error $E_k^R = E_k \Omega_k$, que reduce la cantidad de columnas de la matriz de error E_k para que solo se consideren aquellas cuyos índices coinciden con los coeficientes del vector x_k^T distintos de 0. De la misma manera se cambia el vector de coeficientes por $x_k^R = x_k^T \Omega_k$, para que solo contenga los coeficientes del vector x_k^T distintos de 0. Reducir la diferencia entre el error E_k^R y el átomo $d_k x_k^R$ también reduce el valor de la expresión (2.17).

Para encontrar la mejor actualización del átomo $d_k x_k^R$ se aplica descomposición en valores singulares (SVD) sobre E_k^R , donde esta matriz es representada por la factorización $E_k^R = UDV^T$ [35]. En la factorización $U \ge V$ son matrices unitarias de dimensiones $n \times n \ge |\omega_k| \times |\omega_k|$, respectivamente, mientras que D es una matriz de dimensiones $n \times |\omega_k|$ que contiene los valores singulares de la matriz E_k^R en su diagonal, ordenados de mayor a menor, ≥ 0 se n el resto. Usando las matrices generadas en la factorización por SVD se puede obtener la matriz de rango 1 (E_M) que mejor se aproxima a la matriz E_k^R , como:

$$E_M = \sigma_1 u_1 v_1^T, \tag{2.20}$$

donde σ_1 es el valor singular posicionado en la primera fila y columna de la matriz D, u_1 corresponde a la primera columna de la matriz U y v_1 corresponde a la primera columna de la matriz V. Finalmente las actualizaciones $d_k = u_1$ y $x_k^R = \sigma_1 v_1^T$ producen la mayor reducción de la expresión (2.17).

Si bien es cierto que se podría haber aplicado SVD directamente sobre el error E_k para actualizar el átomo $d_k x_k^T$, se hubiera perdido la dispersidad de la solución, ya que se cambiaría el valor de los coeficientes iguales a 0 del vector x_k^T . La actualización de los elementos del diccionario, para la iteración actual de K-SVD, termina después de que cada elemento haya sido actualizado una vez y solo una vez en cualquier orden que se desee.

El proceso completo del algoritmo K-SVD finaliza cuando los elementos del diccionario no presentan cambios significativos con cada nueva actualización o cuando se hayan realizado un cierto número de iteraciones.

2.2. Modelos de descomposición de señal

2.2.1. Descomposición modal empírica

La descomposición modal empírica o EMD (acrónimo de su nombre en inglés *Empirical Mode Decomposition*) es un método de descomposición de señal que permite descomponer una señal no estacionaria en una cantidad finita de componentes, con distintos niveles de frecuencia, y una señal residuo de baja frecuencia [36]. Cada uno de estos componentes se define como una función modal intrínseca o IMF (acrónimo de su nombre en inglés *Intrinsic Mode Function*), y son obtenidas en orden de manera que éstas contengan las ondas de mayor a menor frecuencia de la señal original. Por otro lado, la señal residuo es igual a la señal original menos todas las IMFs en que ha sido descompuesta hasta el momento. Las IMFs de la descomposición deben satisfacer los siguientes requisitos:

- 1. El número de valles y cimas de la señal es igual, o diferente por uno, a la cantidad de cruces por cero.
- 2. En cualquier punto de la señal la media de las envolventes, formadas por la conexión de los máximos locales o los mínimos locales, es igual a cero.

En la figura 2.3 se muestra el ejemplo de una señal que es descompuesta en tres IMFs. Como se observa en la figura, la primera IMF de la descomposición contiene las ondas de mayor frecuencia de la señal original, la segunda IMF contiene las siguientes ondas con mayor frecuencia y la tercera IMF contiene las ondas de frecuencia más baja. De esta misma manera, al descomponer una señal por EMD, las IMFs serán obtenidas en orden separando las ondas de mayor a menor frecuencia de la señal original. Por problemas de espacio no se incluyó la señal residuo en el ejemplo de la figura 2.3.

Algoritmo de descomposición de señal por EMD

Cada vez que se agrega una nueva IMF a la descomposición se realiza un proceso llamado *sifting*, que en español significa "entresacar". Este es un proceso iterativo que permite obtener una señal que contiene las ondas de mayor frecuencia de la señal residuo que se tiene hasta el momento. En la figura 2.4 se muestra un ejemplo de las primeras dos iteraciones de este proceso, el cual inicia evaluando la señal residuo que se tiene hasta el momento (Ver figura 2.4-a). El proceso sigue los siguientes pasos:

- 1. Se obtiene la señal media $\hat{y}(t)$, correspondiente a la media entre las envolventes de la señal residuo (Ver figura 2.4-b).
- 2. Se obtiene la señal $h_1(t)$, correspondiente a la resta entre la señal residuo y(t) y su media $\hat{y}(t)$ (Ver figura 2.4-c):

$$h_1(t) = y(t) - \hat{y}(t). \tag{2.21}$$

- 3. Se repite el paso 1, pero ahora aplicado a $h_1(t)$ (Ver figura 2.4-d).
- 4. Se obtiene la señal $h_2(t)$, correspondiente a la resta entre $h_1(t)$ y su media $\hat{h}_1(t)$:

$$h_2(t) = h_1(t) - \hat{h}_1(t). \tag{2.22}$$

5. El proceso se repite varias veces hasta alcanzar una condición de detención. Esta condición de detención puede variar entre trabajos, pero generalmente el proceso se detiene tan pronto como se obtiene una señal $h_i(t)$, en la iteración i, que satisfaga los requisitos de una IMF descritos anteriormente.



Figura 2.3: Ejemplo de descomposición de una señal usando EMD. EMD descompone una señal en un número finito de IMFs, las que son obtenidas en orden separando primero las ondas de mayor frecuencia. La señal mostrada en la parte superior de la figura es descompuesta en tres IMF usando EMD. Las IMFs fueron descompuestas en orden separando las ondas de mayor a menor frecuencia. La primera, segunda y tercera IMF son funciones sinusoidales con una frecuencia aproximada de 20, 10 y 5 [Hz], respectivamente.

6. La nueva IMF h(t) corresponderá a la señal $h_i(t)$, de la iteración i, donde se haya cumplido la condición de detención:

$$h(t) = h_{\rm i}(t).$$
 (2.23)

La decomposición por EMD puede descomponer una señal en tantas IMFs como se desee, pero normalmente solo se usan entre 3 y 5 IMFs. Esto se debe a que las primeras IMFs contienen la información de las ondas de mayor frecuencia de una señal, que es lo que generalmente se desea analizar cuando se utiliza este método.

2.2.2. Modelo de descomposición de señal de A. Brockmeier y J. Principe

El modelo de descomposición de señal propuesto por A. Brockmeier y J. Principe [27] fue diseñado con el fin de identificar y representar los potenciales neuronales en un solo canal del EEG. Estos potenciales corresponden a patrones de señal repetitivos observables en el EEG y se conforman por ritmos en variadas bandas de frecuencia, tales como las ondas alpha, ondas theta, ondas delta y husos sigma [37].

La actividad neuronal que ocurre simultáneamente en diferentes zonas del cerebro se mezcla en las lecturas de electrodos usados en los canales del EEG, por lo que los potenciales neuronales observables en estos canales se producen por la superposición de potenciales eléctricos provenientes de distintas fuentes [37]. Los métodos espectrales, que predominan en los sistemas de identificación de potenciales neuronales, no definen con exactitud los límites de los potenciales identificados, no son capaces de reconocer los patrones del EEG que los conforman y tampoco son capaces de caracterizar sus morfologías.

El modelo propuesto en [27] supone que un canal del EEG es un sistema linear MISO (acrónimo de su nombre en inglés *Multiple Input Single Output*), donde en cada fuente existe un patrón de señal de onda corta que se repite en forma no periodica varias veces a lo largo del EEG. Estos patrones repetitivos del EEG se definen como eventos fásicos. De esta forma cada fuente se puede representar como la convolución entre una señal de onda corta representativa del evento fásico y un tren de pulsos que indica los instantes en el tiempo cuando estos eventos ocurren (Figura 2.5.a). El modelo supone que si se conocen las formas de onda de los eventos fásicos que conforman el canal del EEG, entonces es posible descomponerlo en componentes aproximados a las fuentes originales usando *descomposición atómica de señal* (Figura 2.5.b).

El modelo propuesto en [27] usa un diccionario de formas de onda corta para separar la señal de un canal del EEG en distintos componentes, donde cada componente se representa por la convolución entre una de las formas de onda del diccionario y un tren de pulsos que indica las posiciones en el tiempo en que éstas se repiten en el EEG, y con que ponderaciones, así como se muestra en la figura 2.5.a. Usando este sistema de descomposición se tiene una representación consistente de los eventos fásicos que conforman los potenciales neuronales observables en el EEG, y además se tiene una buena identificación de las apariciones de estos eventos y sus límites.



Figura 2.4: Proceso de *Sifting* en EMD. *Sifting* es un proceso en que a la señal residuo de la descomposición por EMD se le sustrae la media de sus envolventes. Este proceso se repite en la señal obtenida por la sustracción y en las posteriores señales obtenidas, hasta alcanzar una condición de detención. La última señal obtenida es agregada a la descomposición por EMD como una nueva IMF. a) Señal residuo. b) Envolventes de la señal residuo, obtenidos conectando sus valles (verde) y cimas (azul), con ambos se obtiene la señal media (rosado). c) Resta entre la señal residuo y su media. d) Envolventes de la señal (c), obtenidos conectando sus valles (verde) y cimas (azul), con ambos se obtiene la señal (c).



Figura 2.5: Modelo de descomposición de señal propuesto por Austin Brockmeier y Jose Principe [27]. a) Se supone que un canal del EEG es un sistema linear MISO, donde cada fuente se puede representar por la convolución entre un evento fásico y un tren de pulsos. b) A partir de análisis no lineal y si se conocen los eventos fásicos del EEG, es posible descomponer la señal en componentes aproximados a las fuentes originales. Esta figura fue tomada de [27].

Representación matemática del modelo de descomposición por deconvolución

Si se representa matemáticamente el modelo recién planteado, entonces la señal x(t), correspondiente a la señal de un canal del EEG, es igual a la suma de un error e(t) y una reconstrucción $\hat{x}(t)$, donde dicha reconstrucción equivale a la suma de los P componentes $y_p(t)$ en los que se busca descomponer la señal x(t):

$$x(t) = e(t) + \hat{x}(t) = e(t) + \sum_{p=1}^{P} y_p(t).$$
(2.24)

A su vez, cada uno de los componentes $y_p(t)$ se representa por la convolución entre una forma de onda corta $v_p(t)$ y un tren de pulsos $s_p(t)$:

$$y_p(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s_p(t-u) v_p(u) \mathrm{d}u, \qquad (2.25)$$

con

$$s_p(t) = \sum_{i} \alpha_{p,i} \delta(t - \tau_{p,i}), \quad p = 1, ..., P,$$
 (2.26)

donde $\delta(t - \tau_{p,i})$ es el pulso i del tren de pulsos p, en el instante $t = \tau_{p,i}$, mientras que el

coeficiente $\alpha_{p,i}$ indica el valor de su amplitud. Usando las expresiones (2.24), (2.25) y (2.26) se reescribe la expresión matemática de $\hat{x}(t)$ como:

$$\hat{x}(t) = \sum_{j} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_j \delta(t - \tau_j - u) v_{p_j}(u) \mathrm{d}u, \qquad (2.27)$$

donde los elementos de la sumatoria corresponden a todos los pulsos obtenidos en la descomposición de la señal x(t). El índice p_j indica a cual de los P componentes pertenece el pulso j, por lo tanto, $p_j \in \{1, ..., P\}$. Si se define $T\tau_j$ como el desfase del pulso j hacia el instante $t = \tau_j$, entonces la expresión (2.27) puede ser reescrita como:

$$\hat{x} = \sum_{j} \alpha_j T \tau_j v_{p_j}.$$
(2.28)

Algoritmo de descomposición y aprendizaje de señales recurrentes: MP-SVD

Junto al modelo de descomposición de un canal del EEG, A. Brockmeier y J. Principe también proponen un algoritmo iterativo de aprendizaje no supervisado llamado MP-SVD [27], cuyo nombre proviene de que combina dos algoritmos conocidos: Matching Pursuit (MP) [30] y K-SVD [33]. MP-SVD permite adaptar las formas de onda de un diccionario tentativo para que aprendan una morfología representativa de los eventos fásicos más recurrentes en un canal del EEG, y después utiliza este mismo diccionario para descomponer el canal, según el modelo de descomposición de A. Brockmeier y J. Principe.

Desde una perspectiva abreviada, MP-SVD es un proceso repetitivo que en cada iteración descompone el canal del EEG según el modelo de A. Brockmeier y J. Principe, usando un diccionario tentativo, y después utiliza el error de reconstrucción para actualizar las formas de onda del diccionario una por una. Después de repetir varias veces este procedimiento las formas de onda del diccionario se adaptan naturalmente a una morfología representativa de los eventos fásicos más recurrentes del EEG.

Más concretamente, en cada iteración del algoritmo se realizan 2 pasos: el primer paso consiste en usar MP para descomponer la señal del canal, lo que permite determinar los trenes de pulsos asociados a cada una de las formas de onda del diccionario tentativo, y el segundo paso consiste en usar K-SVD para actualizar la morfología de las formas de onda del diccionario una por una, considerando fijos los trenes de pulsos de la descomposición. El algoritmo se detiene cuando las formas de onda del diccionario no presentan cambios significativos con cada nueva iteración.

A continuación se explica en detalle el funcionamiento de los 2 pasos mencionados que se realizan en cada iteración del proceso de MP-SVD:

Paso 1: Descomposición del canal con MP y obtención de trenes de pulsos

El primer paso de cada iteración consiste en descomponer la señal del canal del EEG con MP, usando el diccionario tentativo que se tiene hasta dicha iteración. Este proceso reconstruye la señal del canal usando las formas de onda del diccionario sobre intervalos en que aparecen ondas con morfologías similares. Antes de explicar como funciona este proceso, se describen los factores que conforman la descomposición de la señal.

En la expresión (2.28) se muestra la representación matemática de la descomposición, donde los elementos de la sumatoria corresponden a los intervalos del canal que fueron descompuestos usando las formas de onda del diccionario. La expresión $\{\alpha_j T \tau_j v_{p_j}\}_j$ indica que se utilizó la forma de onda v_{p_j} del diccionario, en el instante $t = \tau_j$, con una ponderación de valor α_j .

Los elementos de la sumatoria de la expresión (2.28) son considerados como átomos de la descomposición y son representados por las triadas $\{(p_j, \alpha_j, \tau_j)\}_j$, donde p_j es el índice que indica que forma de onda del diccionario se utilizó en el átomo j. De manera similar cada componente $y_p(t)$ de la descomposición se puede representar individualmente por la forma de onda $v_p(t)$ del diccionario y las duplas $\{(\alpha_j, \tau_j)\}_{j \in \mathcal{I}}$, donde $\mathcal{I} = \{j : p_j = p\}$.

Si se considera la descomposición de la señal según el modelo de A. Brockmeier y J. Principe mostrado en la figura 2.5.a, entonces los átomos de la descomposición se reflejan en los pulsos del modelo, donde el átomo $\{(p_j, \alpha_j, \tau_j)\}_j$ indica que existe un pulso en el componente p_j de la descomposición, en el instante $t = \tau_j$ y con una amplitud de valor α_j .

MP es un algoritmo iterativo, que en cada iteración busca el átomo $\{(p_i, \alpha_i, \tau_i)\}_i$ que mejor se adapta a la señal del canal del EEG, y luego lo añade a su descomposición. El proceso es basicamente el mismo al descrito en la sección 2.1.2 de este documento, excepto a que los elementos de la descomposición según el modelo de A. Brockmeier y J. Principe requieren de un factor de posición en el tiempo (τ_i) para indicar que intervalo de la señal del canal están aproximando.

Para este caso de descomposición se calcula el producto interno entre las formas de onda del diccionario e intervalos de la señal de una misma longitud, tal como se muestra en la figura 2.6. Este cálculo se realiza entre cada una de las formas de onda del diccionario y todos los posibles intervalos de la señal que tengan una misma longitud. Por ejemplo, si se considera que el diccionario contiene P formas de onda y la señal del canal es de dimensiones $n \times 1$, entonces se debieran realizar $P \cdot n$ cálculos de producto interno.

El nuevo átomo $\{(p_i, \alpha_i, \tau_i)\}_i$ que se agrega a la descomposición es aquel que haya obtenido un mayor valor absoluto del producto interno entre su forma de onda v_{pi} y el intervalo de la señal ubicado en el instante $t = \tau_i$. El coeficiente α_i se calcula de la misma manera que en la expresión (2.7), pero cambiando el numerador por el producto interno entre v_{pi} y el intervalo de la señal del instante $t = \tau_i$. El átomo se agrega a la descomposición como un nuevo elemento en la sumatoria de la expresión (2.28).

Debido a la cualidad de dispersidad del algoritmo MP, la descomposición de la señal tendrá la menor cantidad de átomos posibles, solo determinando las regiones del EEG que tengan



Figura 2.6: Cálculo del producto interno entre las formas de onda del diccionario y la señal del canal. La figura muestra tres ejemplos de cómo se calcula el producto interno entre las formas de onda del diccionario (v_1, v_2, v_3) y los intervalos de la señal $(s(\tau_A, v_1), s(\tau_B, v_3), s(\tau_C, v_2))$. El término $s(\tau_i, v_j)$ se refiere al intervalo de la señal con una longitud equivalente al de la forma de onda v_j y ubicado en el instante $t = \tau_i$. El átomo que presenta el mayor producto interno $< s(\tau_i, v_j), v_j >$ es añadido a la descomposición de la señal del canal.

una gran similitud con las formas de onda del diccionario e ignorando el resto de la señal.

El proceso continúa determinando nuevos átomos hasta que se cumpla una condición de detención del algoritmo. Esta condición puede ser que la distancia euclidiana entre la señal del canal y la reconstrucción sea más baja que un umbral, que se haya cumplido un número de iteraciones, etc.

Paso 2: Actualización del diccionario con K-SVD

El segundo paso de cada iteración consiste en usar K-SVD para actualizar las formas de onda del diccionario tentativo utilizado en el paso anterior. Este proceso se realiza inmediatamente después de descomponer la señal del canal del EEG, por lo que se tiene una aproximación de la señal representada por la suma de varios átomos, tal como se muestra en la expresión (2.28). En este paso los trenes de pulsos son fijos.

K-SVD es un proceso que utiliza el error de reconstrucción de la descomposición de la señal para actualizar las formas de onda del diccionario una por una. Específicamente, cuando se actualiza una de las formas de onda del diccionario se utilizan solo los intervalos del error de reconstrucción que coinciden con los átomos de la descomposición donde se utilizó dicha forma de onda. El proceso actualiza esta forma de onda a una morfología que mejor reduzca la diferencia entre estos intervalos del error de reconstrucción y los átomos de la descomposición que contienen a la forma de onda. Este proceso se explica de manera más detallada a continuación.

El proceso de actualización de las formas de onda del diccionario con K-SVD es similar al descrito en la sección 2.1.3 de este documento. El diccionario se modifica de manera que se pueda reducir lo más posible la diferencia entre la señal del canal x y la aproximación obtenida por la descomposición (expresión (2.28)), mientras se mantienen fijos los trenes de pulsos. De esta manera, este paso de la iteración se rige bajo la función objetivo:

$$\min_{\{v_p\}_{p=1}^P} \left\{ ||x - \sum_{i} \alpha_i T \tau_i v_{p_i}||_2^2 \right\},$$
(2.29)

donde se considera que el diccionario contiene P formas de onda. La notación $||x - \sum_{i} \alpha_{i} T \tau_{i} v_{p_{i}}||_{2}^{2}$ es igual a la distancia euclidiana al cuadrado entre la señal del canal y su aproximación. Este término es considerado como el error de reconstrucción.

Las formas de onda del diccionario se corrigen una por una hasta que todas hayan sido actualizadas. El orden en que se actualizan no es importante, por lo que incluso se puede hacer al azar. Para actualizar la *p*-ésima forma de onda del diccionario (v_p) se define el término E_p como el error de reconstrucción cuando no se considera el *p*-ésimo componente de la descomposición:

$$E_p = x - \sum_{i \notin \mathcal{I}_p} \alpha_i T \tau_i v_{p_i} \quad , \mathcal{I}_p = \{i : p_i = p\} , \qquad (2.30)$$

en otras palabras, el error de la expresión (2.30) se calcula con todos los átomos de la descomposición, excepto por aquellos que contienen a la forma de onda v_p del diccionario.

Usando el término E_p y el conjunto $\mathcal{I}_p = \{i : p_i = p\}$, conformado por los índices de los átomos que contienen la forma de onda v_p del diccionario, se puede reescribir la expresión (2.29) como:

$$||x - \sum_{i} \alpha_{i} T \tau_{i} v_{p_{i}}||_{2}^{2} = ||\left(x - \sum_{i \notin \mathcal{I}_{p}} \alpha_{i} T \tau_{i} v_{p_{i}}\right) - \sum_{j \in \mathcal{I}_{p}} \alpha_{j} T \tau_{j} v_{p_{j}}||_{2}^{2}$$

$$= ||E_{p} - \sum_{j \in \mathcal{I}_{p}} \alpha_{j} T \tau_{j} v_{p_{j}}||_{2}^{2},$$
(2.31)

donde se busca la actualización óptima de v_p que permita reducir la diferencia entre E_p y el componente $\sum_{j \in \mathcal{I}_p} \alpha_j T \tau_j v_{p_j}$.

Los átomos de la descomposición que contienen a la forma de onda v_p del diccionario solo aproximan algunos intervalos de la señal original, es por esto que sin importar la actualización que reciba v_p , la diferencia entre E_p y el componente $\sum_{j \in \mathcal{I}_p} \alpha_j T \tau_j v_{p_j}$ no cambiará en aquellas regiones donde no se utilizaron estos átomos.

Se define la matriz \check{E}_p como aquella que está conformada por todos los intervalos del error E_p paralelo a los átomos de la descomposición en que se usó la forma de onda v_p del diccionario:

$$\breve{E}_p = \left[T\tau_j^* E_p \right]_{j \in \mathcal{I}_p},\tag{2.32}$$

donde la matriz $T\tau_j^*$ se encarga de ordenar los intervalos mencionados del error E_p en las

columnas de la nueva matriz \check{E}_p , tal como se muestra en la figura 2.7.

Finalmente, al igual que como se describió en la sección 2.1.3 de este documento, se utiliza descomposición en valores singulares (SVD) sobre la matriz \check{E}_p para representarla por la factorización $\check{E}_p = UDV^T$ [35]. En esta factorización la matriz U contiene los vectores singulares de \check{E}_p ordenados en sus columnas. La actualización de v_p que produce una mayor reducción de la expresión (2.31) es $v_p = u_1$, donde u_1 corresponde a la primera columna de U y al primer vector singular de \check{E}_p .

La iteración del proceso de MP-SVD termina una vez se hayan actualizado todas las formas de onda del diccionario.



Figura 2.7: Formación de la matriz de error \check{E}_p . La señal y_p de la figura corresponde al *p*-ésimo componente de la descomposición de la señal del canal, el cual está conformada por todos los átomos de la descomposición que contienen a la forma de onda v_p del diccionario. Las columnas de la matriz \check{E}_p corresponden a los intervalos del error E_p paralelos a los átomos del componente y_p .

Capítulo 3

Método

3.1. Consideraciones previas

Debido a que el método propuesto ofrece un nuevo punto de vista para resolver el problema de detección de husos sigma (HS), al momento de desarrollar dicho método se tomo un enfoque más orientado a comprobar su validez como posible detector de HS, que considerarlo un detector finalizado con un desempeño comparable al de detectores de HS previamente desarrollados. Es por esto que para el estudio de esta memoria se usaron varias restricciones al problema general de detección de HS, que permitieron poner a prueba la validez del nuevo método de detección.

La metodología de validación del nuevo método de detección se orientó a que éste fuera por lo menos capaz de funcionar eficientemente bajo ciertas condiciones impuestas al problema. Estas condiciones tienen relación con las características de los registros usados y algunas simplificaciones. Las condiciones pueden relajarse en el futuro desarrollo de este método, pero para los avances descritos en la investigación de esta memoria se consideraron las siguientes limitaciones al sistema:

- 1. El sistema de detección se diseño para detectar HS en registros polisomnográficos de niños de 10 años, por lo que se esperaba que los HS tuvieran un rango de frecuencia entre 10 y 16 [Hz] [15]. Este rango de frecuencia es diferente en adultos, donde se espera que los HS tengan un rango de frecuencia entre 12 y 14 [Hz] [16]. El sistema también fue diseñado considerando solo la evaluación del EEG en su etapa de sueño N2, donde los HS tienen una presencia más clara y son más fáciles de detectar.
- 2. Para el entrenamiento y evaluación del sistema de detección se usó un solo registro de polisomnograma. De este único registro de polisomnograma solo se usó la señal de uno de los canales frontales del EEG (F4-C4 o F3-C3). Si bien los HS suelen aparecer en los canales frontales del EEG, en general también es útil inspeccionar los demás canales del polisomnograma, para observar si se produjeron estímulos en otras partes del cuerpo que pudieron generar artefactos en las mediciones de los canales frontales del EEG.
- 3. El registro usado corresponde a un registro polisomnográfico de un niño de 10 años, y

fue obtenido por el Laboratorio de Sueño y Neurobiología Funcional del Instituto de Nutrición Tecnológica de los Alimentos (INTA) de la Universidad de Chile. En el mismo registro se marcaron las regiones de los canales frontales del EEG en las que aparecen HS, por lo que se conoce en que intervalos de estas señales se pueden encontrar HS y cuales son sus límites de inicio y término. Las marcas fueron hechas por expertos del INTA. En la figura 3.1 se muestra una ventana de 30 [s] del registro polisomnográfico utilizado, donde los canales 1 y 3 (F4-C4 y F3-C3) del EEG son aquellos donde suelen aparecer los HS y donde se encuentran las marcas de los expertos en rojo indicando los intervalos en los que se encuentran dichos HS.



Figura 3.1: Ejemplo de un registro de polisomnograma con marcas de experto en rojo indicando presencia de HS. En la figura se muestra una ventana de 30 [s] del registro de polisomnograma usado en la investigación de esta memoria, donde las líneas rojas horizontales en los canales F4-C4 y F3-C3 indican los intervalos en los cuales se produjeron HS.

3.2. Método de detección de husos sigma a partir de descomposición de señal

3.2.1. Modelo de descomposición de señal

El método de detección de husos sigma (HS) propuesto en esta memoria presenta un enfoque basado en la descomposición de la señal para alguno de los canales del EEG que miden la actividad bioeléctrica de la corteza frontal del cerebro (F4-C4 y F3-C3), ya que en estos canales aparecen los HS. El modelo de descomposición de señal utilizado se basa en la propuesta de A. Brockmeier y J. Principe [27], en la cual se supone que la señal de un canal del EEG está conformada por un sistema lineal MISO, donde cada fuente se puede representar por la convolución entre una forma de onda corta que se repite varias veces a lo largo de la señal (evento fásico) y un tren de pulsos que indica las posiciones temporales donde ocurren dichas formas de onda (Ver figura 2.5.a). A partir de análisis no linear y un diccionario de los eventos fásicos del EEG, es posible descomponer la señal del canal en componentes aproximados a las fuentes originales (Ver figura 2.5.b).

En la figura 1.8 se muestra un ejemplo bastante simplificado de la descomposición de una señal usando el modelo de Brockmeier y Principe. Esta señal contiene tres tipos distintos de eventos fásicos, y fue descompuesta en tres componentes utilizando un diccionario de formas de onda representativas de los eventos fásicos que conformaban la señal. Los eventos fásicos del mismo tipo fueron descompuestos en el mismo componente, y los trenes de pulsos de la representación por convolución permiten determinar la posición temporal de los eventos fásicos identificados en la descomposición.

Para detectar HS con el modelo de Brockmeier y Principe se generó un diccionario conformado solo por formas de onda representativas de los HS. De esta manera cada componente de la descomposición identifica los intervalos del canal del EEG en que aparecen patrones de onda parecidos a las forma de onda representativas de los HS que componen el diccioanrio. Por medio de la representación por convolución entre los trenes de pulsos y las formas de onda del diccionario, se puede determinar la posición temporal de los HS identificados.

Para obtener el diccionario con formas de onda representativas de los HS se usó el algoritmo MP-SVD propuesto por A. Brockmeier y J. Principe. Este algoritmo es un proceso iterativo que permite aprender los eventos fásicos observables más frecuentes de la señal del canal del EEG que se está descomponiendo y actualiza las formas de onda del diccionario para que presenten una morfología representativa de estos eventos. El algoritmo como se presenta en [27] aprende los eventos fásicos que se repiten más veces en la señal sin dar una especial consideración de que tipo de evento sean, es por esto que para el desarrollo del método propuesto en esta memoria se hicieron algunos cambios al algoritmo para que el aprendizaje del diccionario fuera solo para aprender formas de onda representativas de los HS.

El método propuesto en esta memoria ofrece una alternativa distinta para detectar HS a la opción más frecuente de análisis por frecuencia [23] [28] [26]. El método propuesto también ofrece un diccionario aprendido con formas de onda representativas de los HS del canal del EEG examinado, el cual puede ser utilizado para caracterizar los HS detectados.

3.2.2. Algoritmo propuesto de detección de husos sigma

La metodología propuesta para el método de detección de husos sigma (HS) se basa en la conocida práctica de aprendizaje supervisado, donde se busca entrenar un diccionario de formas de onda corta usando muestras de HS, que el método utiliza como referencia, para adaptar las formas de onda del diccionario a una morfología representativa de los HS. Posteriormente con el mismo diccionario aprendido se detectan HS en una fase de prueba usando el modelo de descomposición del canal del EEG propuesto por Brockmeier y Principe.

El aprendizaje supervisado se utiliza en general para entrenar clasificadores, los cuales son sistemas capaces de clasificar muestras de ciertas características bajo una categoría entre un grupo predeterminado de clases. En términos muy simplificados, los clasificadores utilizan reglas de decisión para evaluar las características de una muestra y determinar a que clase pertenece. Los clasificadores pasan por un proceso de entrenamiento donde utilizan un conjunto de muestras, cuya clase es conocida, como referencia para modificar las reglas de decisión del sistema, de manera que estos sean capaz de producir el mejor rendimiento posible en generalización (ante muestras no usadas). El proceso es de aprendizaje supervisado debido a que se conoce previamente el resultado de clasificación de las muestras usadas en el entrenamiento, y usando esta información se modifican las reglas de decisión del sistema para que el clasificador sea capaz de categorizar correctamente la mayor cantidad de muestras posibles con clases desconocidas.

Similar a los clasificadores, el detector propuesto en esta memoria pasa por un proceso de entrenamiento, donde se usa un conjunto de muestras de HS para modificar las formas de onda de un diccionario, de manera que presenten morfologías representativas de los HS. El entrenamiento del diccionario para el detector propuesto se puede considerar análogo al ajuste de las reglas de decisión para un clasificador, ya que mejorar la representatividad de los HS en las formas de onda del diccionario, debiera también mejorar el desempeño del detector.

Usando el diccionario aprendido se usa el modelo de descomposición de un canal del EEG de Brockmeier y Principe. Con el tren de pulsos de cada componente se puede identificar la posición temporal de los HS detectados, y si se considera la longitud de las formas de onda asociadas a cada tren de pulsos, también se puede determinar el intervalo en que aparecen.

En la figura 3.2 se muestra un diagrama que resume la metodología propuesta. El proceso se divide en una fase de entrenamiento y una fase de prueba. En la fase de entrenamiento se usa una versión modificada del algoritmo MP-SVD para adaptar las formas de onda de un diccionario inicial a morfologías representativas de los HS. En la fase de prueba se usa el diccionario aprendido en la fase anterior para descomponer la señal de un canal del EEG, según el modelo de Brockmeier y Principe, usando una versión modificada de MP. En cada fase se usa una señal conformada por la concatenación de muestras de un canal del EEG, en las que se conoce con anterioridad los intervalos en que aparecen los HS. El conjunto de prueba corresponde a la señal usada en la fase de entrenamiento, donde se usan los intervalos con HS como referencia para entrenar al diccionario, mientras que el conjunto de prueba corresponde a la señal usada en la fase de prueba, la que es usada para evaluar el desempeño del método de detección al comparar los intervalos descompuestos de la señal con los intervalos donde se conoce que hay HS.



Figura 3.2: Diagrama de la metodología del método de detección de HS. Los rombos del diagrama corresponden a las fases principales por las que pasa el sistema, los rectángulos son lo que se espera obtener antes y después de cada fase, y los hexágonos corresponden a las muestras de apoyo que se usan en el proceso de cada fase.

Manejo de la base de datos

A pesar de que los husos sigma (HS) presentan características en común, estos varían en amplitud, longitud o forma entre unos y otros. Este tipo de diferencias se hace incluso más clara si se observan registros de EEG de pacientes distintos. Debido a que el método de detección que se propone es nuevo, se probó su validez usando un caso simplificado del problema, donde se consideró utilizar solo un registro de EEG, por lo tanto, las muestras de la base de datos usadas en los experimentos de esta memoria, tanto de entrenamiento como de prueba, provienen de un mismo registro de EEG.

Tanto en la fase de entrenamiento como en la fase de prueba del detector de HS, se usó una señal formada por la concatenación de algunas muestras de la base de datos, la cual está conformada por fragmentos de señal de un canal del EEG en la etapa de sueño N2. Si bien también sería posible detectar HS en la etapa de sueño N3, la detección se haría considerablemente más complicada debido a que éstos se encuentran montados sobre señales más lentas. Cada muestra o fragmento del canal del EEG considera 10 épocas de 30 [s] de registro, lo cual es equivalente a 300 [s] de señal. Las muestras incluyen marcas que indican los intervalos en que aparecen HS, hechas a mano por expertos del Laboratorio de Sueño y Neurobiología Funcional del INTA.

Los fragmentos usados en el conjunto de entrenamiento (CE) y en el conjunto de prueba (CP) son seleccionados aleatoriamente, donde el primero usa el 70 % de la base de datos, mientras que el segundo utiliza el 30 % restante. De la misma manera, el orden en que se concatenan todos los fragmentos de cada conjunto también es aleatorio. En la figura 3.3 se muestra un ejemplo del proceso de formación del CE y el CP, donde los polígonos representan a los fragmentos del canal del EEG utilizados en ambos conjuntos. El conjunto al que es asignado cada polígono, y su posición en dicho conjunto, es aleatorio.

Previo a la concatenación de las muestras del CE y el CP, se descompuso cada una de éstas usando descomposición modal empírica (EMD). Como resultado, cada muestra fue separada





Figura 3.3: Ejemplo de asignación aleatoria de CE y CP. Los polígonos de la figura representan fragmentos de 300 [s] de duración del canal del EEG usado en la formación de ambos conjuntos. El color de los polígonos se usó solamente para que fuera más fácil visualizar la posición asignada a cada fragmento después de una distribución aleatoria.

en funciones modales intrínsecas (IMF) que extraen las ondas de alta frecuencia de la señal original. En vez de usar las muestras originales en la concatenación, se utilizó solo la IMF de cada muestra que haya tenido un mayor valor de potencia media en la banda sigma. Estas IMFs extraen la mayoría de las ondas con una banda de frecuencia aproximada a la de los HS, e ignoran las ondas de frecuencia más baja, por lo tanto, son señales que incorporan de forma más clara a los HS de la muestra original, ya que se ven menos afectados por ruido, artefactos y las ondas de baja frecuencia en las que se encontraban montados. En la figura 3.4 se visualiza una muestra de la base de datos y su IMF que presentó un mayor valor de potencia media en la banda sigma, después de ser descompuesta por EMD.

Usar las IMFs que mejor incorporan los HS, en vez de las muestras originales, produce que los procesos del método sean más eficientes. Por parte de la fase de entrenamiento se estaría usando muestras que acentúan de manera más clara la forma natural de los HS, la que es similar a una *Morlet wavelet* (ver figura 1.6), por lo que al final de esta fase se obtiene un diccionario aprendido con formas de onda que representan mejor a los HS que las que se hubieran obtenido usando las muestra originales. Por parte de la fase de prueba se estaría descomponiendo señales en que ya se ha atenuado la presencia de componentes externos, como el ruido, artefactos y ondas lentas, donde además los HS presentan una morfología más clara y consistente con las formas de onda del diccionario aprendido.

Fase de entrenamiento

En la fase de entrenamiento se usa aprendizaje supervisado para entrenar un diccionario de formas de onda corta, de manera que al final de la fase las formas de onda del diccionario tengan morfologías representativas de los husos sigma (HS). La finalidad de esta fase es pro-



Figura 3.4: Visualización de una muestra de la base de datos (arriba) y su IMF con mayor valor de potencia media en la banda sigma (abajo). En la figura superior se presenta una muestra de la base de datos, correspondiente a un fragmento de 30 [s] de la señal de un canal del EEG. En la figura inferior se presenta la IMF que tuvo un mayor valor de potencia media en la banda sigma, después de descomponer la muestra original con EMD. Las líneas rojas marcan los intervalos en los cuales aparecen HS.

veer un diccionario que permita realizar una descomposición eficiente de la señal de un canal del EEG, usando el modelo de Brockmeier y Principe, para identificar HS sin supervisión.

El entrenamiento se realiza usando una versión modificada de MP-SVD. En esta versión del algoritmo se hicieron cambios que permiten controlar el proceso de descomposición de la señal que se realiza al inicio de cada iteración de MP-SVD, mientras que el proceso de actualización del diccionario, al final de cada iteración, funciona igual que en el algoritmo original.

La versión modificada de MP-SVD restringe el proceso de descomposición de señal que se realiza al inicio de cada iteración para que solo se descompongan aquellos intervalos de la señal donde aparecen HS, de manera que cada HS de la señal sea representado por un único átomo $\{(p_i, \alpha_i, \tau_i)\}_i$. Los átomos que mejor se ajustan a los HS de la señal se determinan usando MP de una sola iteración sobre cada intervalo en que éstos aparecen. En la figura 3.5 se muestra un ejemplo de este cambio, donde una ventana de 30 [s] de la señal del conjunto de entrenamiento (CE) es descompuesta usando tres formas de onda de un diccionario. En el ejemplo, cada HS de la señal es representado por un único átomo y no se realizan descomposiciones en el resto de la señal.



Figura 3.5: Procedimiento controlado de descomposición de señal. En la figura se muestra una ventana de 30 [s] de la señal del CE, donde la ubicación de los HS se marcó en rojo. Las regiones verdes indican con mayor claridad los intervalos de la señal donde aparecen HS. Los HS de la señal son aproximados por un único átomo, los que son determinados usando MP de una iteración en cada intervalo donde aparecen HS.

Los cambios hechos al algoritmo MP-SVD permiten controlar indirectamente la actualización del diccionario, que se realiza al final de cada iteración. Debido a que los átomos de la descomposición solo aproximan intervalos de la señal donde aparecen HS, las formas de onda del diccionario aprenden morfologías representativas de estos HS para reducir el error entre la señal original y su descomposición.

Antes de comenzar el entrenamiento, se deben seleccionar las formas de onda del diccio-

nario inicial. En esta selección es importante decidir cuantas formas de onda se usarán y que longitudes tendrá cada una. Se debe recordar que los HS pueden presentar diferentes longitudes por sobre los 0.5 [s] de duración, por lo que se deberían seleccionar formas de onda de variadas longitudes que sean similares a la de los HS que se espera detectar en la fase de prueba. No existe una restricción clara respecto a la longitud máxima de los HS, pero los HS más largos encontrados en el EEG suelen tener morfologías inconsistente y son mejor representados por la combinación de dos o más formas de onda del diccionario de menor longitud, por lo que no conviene usar formas de onda muy largas en el diccionario.

Después de hacer pruebas de entrenamiento con formas de onda de diferentes longitudes, se decidió utilizar un diccionario conformado por formas de onda de 5 longitudes distintas: 0,625 [s], 0,875 [s], 1,125 [s], 1,375 [s] y 1,625 [s]. Por cada longitud mencionada se usaron 3 formas de onda, con lo que se tuvo un diccionario inicial de 15 formas de onda en total. En la sección 4.2.1 de este documento se muestran los resultados de los entrenamientos y se justifica el por qué se usaron las longitudes anteriores.

Las formas de onda del diccionario de una misma longitud fueron consideradas parte de un mismo conjunto definido como sub-diccionario. Si al final del entrenamiento se tenían formas de onda redundantes en un mismo sub-diccionario, una de éstas era eliminada del diccionario y se iniciaba nuevamente el proceso de entrenamiento. De la misma manera si alguna de las formas de onda del diccionario dejaba de ser usada en la descomposición de la señal que se realiza en cada iteración del proceso de entrenamiento, entonces ésta era eliminada del diccionario y se iniciaba nuevamente el entrenamiento. Debido a estos 2 factores era posible que el diccionario aprendido final tuviera menos formas de onda que al inicio del proceso.

Dado que las longitudes usadas en los sub-diccionarios se encontraban separadas por $0,250 \ [s]$, se esperaba que éstos fueran capaces de detectar HS en un rango de $\pm 0,125 \ [s]$ de sus propias longitudes. Para asegurar que los sub-diccionarios lograran identificar HS en el rango esperado, éstos fueron entrenados usando solo los HS del CE que se encontraban en el mismo rango. En otras palabras, al descomponer la señal en cada iteración del proceso de entrenamiento, los átomos que fueron asignados a los intervalos de la señal donde aparecían HS debieron estar compuestos por alguna de las formas de onda del sub-diccionario con la longitud más cercana.

Los HS de la señal del CE con una longitud mayor a 1,750 [s] no fueron usados en el entrenamiento, debido a que no entran en el rango de detección de ningún sub-diccionario. Esto último no impide que se detecten HS de longitudes mayores a 1,750 [s] en la fase de prueba, es solo que estos HS suelen ser detectados usando dos o más formas de onda del diccionario con longitudes menores a la de los intervalos en que aparecieron. En la figura 3.6 se muestran ejemplos de HS del CE que son utilizados en el entrenamiento de los sub-diccionarios de 0,875 [s], 1,125 [s] y 1,625 [s]. En la figura no hay HS que sirvan para el entrenamiento de los sub-diccionarios de 0,625 [s] y 1,375 [s], pero si hay un ejemplo de un HS que no fue utilizado en el entrenamiento de ningún sub-diccionario por ser muy largo.

Para acelerar el proceso de entrenamiento, el diccionario inicial se compuso de *Morlet* wavelets con frecuencias en la banda sigma. Estas ondas tienen morfologías parecidas a la de los HS y pueden ser construidas artificialmente usando representaciones matemáticas simples. En cada sub-diccionario inicial se usaron *Morlet* wavelets de frecuencia 11 [Hz], 13 [Hz] y



Figura 3.6: Selección de HS según sus longitudes, para el entrenamiento de los subdiccionarios. En la fase de prueba se espera que las formas de onda de los sub-diccionarios sean capaces de detectar HS en un rango de $\pm 0,125$ [s] de sus propias longitudes, debido a esto las formas de onda los sub-diccionarios son entrenados usando solo los HS del CE que estén en dicho rango. Los intervalos verdes se usaron para entrenar el sub-diccionario de 0,875 [s], los naranjos para entrenar el sub-diccionario de 1,125 [s], los celestes para entrenar el sub-diccionario de 1,625 [s] y los rojos no se utilizaron en el entrenamiento de ningún sub-diccionario.

 $15 \, [Hz].$

Fase de prueba

En la fase de prueba se detectan husos sigma (HS) de forma no supervisada. Para detectar HS se utilizó el diccionario aprendido en la fase anterior para descomponer la señal del conjunto de prueba (CP) según el modelo de A. Brockmeier y J. Principe. Los intervalos descompuestos se asocian con las detecciones del método, debido a que estos intervalos contienen patrones de señal con una gran correlación a las formas de onda representativas de los HS que componen el diccionario aprendido. Las detecciones del método se pueden identificar a partir de los trenes de pulso de los componentes de la descomposición y la longitud de las formas de onda asociadas a éstos. En esta fase no se realizan cambios al diccionario.

La descomposición de la señal se realiza usando una versión ligeramente modificada del algoritmo MP. En esta versión del algoritmo se modificó el cálculo del residuo que se realiza en cada iteración del proceso, de manera que se omitan los intervalos de la señal del CP que ya hayan sido aproximados por los átomos de la descomposición. Este es el único cambio hecho al algoritmo MP y el resto del proceso funciona igual que el algoritmo original.

En el algoritmo MP original el residuo de cada iteración es igual a la diferencia entre la señal original y la aproximación obtenida por su descomposición. En esta versión del algoritmo se considera al residuo igual a la señal original, pero se omiten los datos de los intervalos que ya fueron aproximados por los átomos de la descomposición, es decir, se reemplaza el intervalo por ceros. Esto evita que el método continúe buscando HS en intervalos de la señal

donde ya se determinó que había un HS. En la figura 3.7 se muestra un ejemplo de como se obtiene el residuo.



Figura 3.7: Obtención del residuo de cada iteración de MP en la fase de prueba. La señal superior corresponde a una ventana de 30 [s] de la señal del CP. La señal del centro es la aproximación que se obtuvo por la descomposición. La señal inferior es un ejemplo del residuo que se obtiene con la versión modificada del algoritmo MP usado en la fase de prueba. Las marcas en rojo indican la ubicación de los HS del CP según los expertos.

Los intervalos de la señal del CP que fueron aproximados por 2 o más átomos de la descomposición que traslaparon, fueron considerados como una sola detección por **forma de onda combinada**. Estas detecciones generalmente se usan para detectar los HS más largos de la señal del CP, los cuales son mejor representados usando más de una forma de onda del diccionario aprendido. Los HS detectados por forma de onda combinada, a diferencia de los HS detectados por un único átomo de la descomposición, no pueden ser caracterizados completamente usando una forma de onda del diccionario aprendido, más bien, se usan las formas de onda que componen la detección para caracterizar partes del HS detectado.

Las detecciones por forma de onda combinada fueron definidas con el objetivo de tener un mejor manejo de las detecciones totales del sistema. Si en estas detecciones los intervalos descompuestos fueran considerados como detecciones independientes, entonces se estaría interpretando incorrectamente que el sistema busca detectar varios HS en un mismo tramo, cuando en realidad busca detectar un mismo HS. En la figura 3.8 se muestra un ejemplo de un segmento de la señal del CP marcado en verde por los expertos, donde aparece un HS. Este HS fue detectado con una forma de onda combinada compuesta por dos formas de onda del diccionario aprendido que se intersectaron.



Figura 3.8: Detección de HS usando formas de onda combinada. En la esquina superior izquierda se muestra un segmento de aproximadamente 2,5 [s] de la señal del CP marcado por los expertos, donde aparece un HS. En la esquina inferior izquierda se muestra la detección del HS mencionado usando una forma de onda combinada. A la derecha se muestran las dos formas de onda del diccionario que conformaron la forma de onda combinada.

Capítulo 4

Presentación y Análisis de resultados

Los resultados presentados en este capítulo corresponden a resultados preliminares del método de detección de husos sigma propuesto que se encuentra en una primera instancia de su desarrollo. Se presenta un enfoque en el cual se da más importancia al análisis de los resultados preliminares obtenidos, que a los resultados mismos.

Los resultados mostrados en este capítulo fueron obtenidos utilizando los conjuntos de entrenamiento y conjuntos de prueba mencionados en el capítulo 3 de este documento, los cuales presentan marcas hechas por expertos del laboratorio de sueño y neurobiología funcional del Instituto de Nutrición y Tecnología de los Alimentos (INTA), que indican los intervalos de la señal donde aparecen husos sigma.

4.1. Resultados del método

4.1.1. Criterios utilizados para comparar la concordancia entre las detecciones del sistema y las marcas de los expertos

El desempeño de un detector de husos sigma (HS) se evalúa al comparar los intervalos de una señal donde los expertos marcaron HS, con los segmentos en que el detector indicó que aparecían dichos eventos. Para esto es preciso establecer una metodología que permita cuantificar las coincidencias entre el detector y las marcas de los expertos tanto en relación a los aciertos del método como a los errores que cometa.

En general, los términos usados para evaluar los resultados de un detector son: Verdaderos Positivos (VP), Verdaderos Negativos (VN), Falsos Positivos (FP) y Falsos Negativos (FN). Éstos corresponden a: el número de HS correctamente detectados, el número de no-HS (los no-HS se definen a continuación) correctamente no detectadas, el número de detecciones incorrectas y el número de HS que no fueron detectados, respectivamente. Los criterios de estos términos suelen variar entre autores, lo que puede complicar la comparación de desempeños entre distintos detectores de HS. Para evaluar los resultados del método propuesto en esta memoria se consideraron los criterios descritos en [13]. Este es un trabajo de tesis realizado por Leonardo Causa y presenta el desarrollo de un detector automático de HS hecho previamente en la Universidad de Chile. Estos criterios fueron establecidas por Leonardo Causa en conjunto con expertos en sueño, en base a propuestas de otros autores y previos trabajos de la Universidad de Chile, buscando establecer cánones adecuados para determinar la precisión temporal del sistema:

- 1. Se considera como VP cuando un HS marcado por el experto presenta por lo menos el 70% de su duración traslapada con las detecciones del sistema. Esto incluye aquellos casos en que el traslape se produce con detecciones múltiples no se traslapan entre sí. En la figura 4.1-a se muestran dos ejemplos de la detección correcta de un HS.
- 2. Se considera como FN cuando un HS marcado por el experto no presenta traslape alguno, o bien presenta traslape con las detecciones del sistema, pero no se cumple la condición impuesta para los VP. En la figura 4.1-b se muestran dos ejemplos en que no se detectan HS correctamente.
- 3. Se considera como FP cuando las detecciones del sistema indican la existencia de un HS en un tramo de la señal donde el experto ha determinado que no existe alguno. También se considera como FP cuando una parte del tramo detectado no traslapa con un HS por más de 0,5 [s]. Para esta última interpretación cada intervalo que cumpla con la condición anterior es considerada como un solo FP, sin importar que tan larga sea dicha parte del tramo detectado que no traslapa con el HS por sobre los 0,5 [s]. En la figura 4.1-c se muestra un ejemplo donde la detección se equivoca completamente y dos ejemplos donde se producen FP por la continuación de un intervalo de detección donde hubo traslape.
- 4. Se considera como VN a la no-detección de los intervalos de la señal que presentan frecuencias en la banda sigma, pero que no cumplen las características morfológicas de los HS (no-HS). En la figura 4.1-d se muestran dos ejemplos de este caso.

A diferencia del detector de [13], el método propuesto en esta memoria no identifica los intervalos de la señal que tienen frecuencias en la banda sigma, sino que detecta directamente en que intervalos aparecen patrones de onda que pueden ser representados por las formas de onda del diccionario aprendido (descomposición atómica de señal). Por esta razón, para este estudio no se tomaron en consideración a los VN, ya que se desconocía en que intervalos aparecían los no-HS descritos en el punto 4.



Figura 4.1: Criterios usados para cuantificar el desempeño del detector de HS. En los ejemplos, las marcas superiores indican los HS detectados según los expertos, mientras que las marcas inferiores corresponden a las detecciones del sistema. a) Ejemplos de VP: el segmento del HS presenta un 70 % o más de traslape con las detecciones. b) Ejemplos de FN: el segmento del HS presenta menos de un 70 % de traslape con las detecciones, o ningún traslape en lo absoluto. c) Ejemplos de FP: segmentos de una detección que no presentan traslape con los HS por 0,5 [s] o más, o aquellas detecciones que indican un segmento sin HS en lo absoluto. d) Ejemplos de VN: trazos del EEG con frecuencias en la banda sigma donde los expertos ha indicado que no existen HS y el sistema coincide en no detectar nada. Esta figura fue tomada de [13].

4.1.2. Medidas estadísticas utilizadas

Al igual que los criterios de concordancia, se usaron las mismas medidas estadísticas establecidas en el trabajo de Leonardo Causa [13] para medir el desempeño del método de detección propuesto. Sin embargo, no se utilizó la medida de *Especificidad* ya que está relacionada con los VN. Las medidas estadísticas utilizadas fueron las siguientes:

 Tasa de VP: Mide la proporción de casos correctamente detectados (VP) en relación al total de husos sigma existentes en la señal según las marcas del experto. El resultado de esta tasa se puede interpretar como la probabilidad de que un huso sigma sea detectado. En la siguiente ecuación se muestra el cálculo de esta tasa:

$$Tasa \ de \ VP = \frac{VP}{VP + FN}.$$
(4.1)

2. Tasa de FP: Mide la proporción de casos detectados erróneamente en relación con el total de detecciones hechas por el sistema (correctas o incorrectas). El resultado de esta tasa se puede interpretar como la probabilidad de que las detecciones del sistema sean falsas. En la siguiente ecuación se muestra el cálculo de esta tasa:

$$Tasa \ de \ FP = \frac{FP}{FP + VP}.$$
(4.2)

4.1.3. Desempeño del sistema de detección de husos sigma

Los resultados obtenidos por el sistema de detección son considerados preliminares ya que se limitan a un caso simplificado del problema real de detección de husos sigma (HS). Tanto en la fase de entrenamiento como en la fase de prueba del sistema se utilizó la información de un único registro de polisomnograma de un niño de 10 años, donde el conjunto de entrenamiento (CE) y el conjunto de prueba (CP) estaban conformados por muestras de una base de datos consistentes en fragmentos del canal F4-C4 del EEG de dicho registro, en la etapa de sueño N2. Los fragmentos de cada conjunto se concatenaron para formar las señales usadas en el entrenamiento de los diccionario y en las pruebas de detección de HS. En la sección 3.1 de este documento se menciona el resto de las restricciones impuestas al problema para simplificar el desarrollo del método propuesto.

Para evaluar el desempeño del sistema de detección de HS, se realizaron 10 pruebas distintas consistentes en el entrenamiento de un diccionario y la posterior detección de HS usando el diccionario aprendido. En cada prueba se utilizó una distribución al azar de la base de datos para formar el CE (70 % de la base de datos) y el CP (30 % de la base de datos). En las tablas 4.1 y 4.2 se muestran los resultados de estas pruebas, donde se detectaron HS en las señales de cada CE y CP, respectivamente. En estas tablas las filas que tienen un mismo índice de prueba corresponden a resultados obtenidos en una misma prueba, por lo tanto comparten el mismo CE y CP, y utilizaron el mismo diccionario aprendido para detectar HS.

Los datos de cada prueba, mostrados en las tablas, incluyen: el número total de HS según las marcas del experto, el número de detecciones obtenidas usando una forma de onda del Tabla 4.1: Resultados de 10 pruebas distintas del sistema de detección de HS sobre el CE. La primera columna de la tabla indica el índice de cada prueba. Los resultados con el mismo índice de la tabla 4.2 comparten el mismo CE y CP.

N° de prueba	N° de marcas por el experto	N° detecciones, forma de onda única	N° detecciones, forma de onda combinada	Concordancia sistema-experto (VP)	No hay detección, hay marca (FN)	Hay detección, no hay marca (FP)	Tasa de VP [%]	Tasa de FP [%]
1	1035	963	111	877	158	153	84,734	14,854
2	1018	938	121	841	177	160	82,613	15,984
3	1031	1028	113	861	170	198	83,511	18,697
4	1003	938	135	857	146	159	85,444	$15,\!650$
5	1017	954	97	826	191	170	81,219	17,068
6	1021	986	129	853	168	193	83,546	18,451
7	1013	999	121	870	143	182	85,884	17,300
8	995	996	100	850	145	170	85,427	16,667
9	1024	952	122	839	185	165	81,934	16,434
10	1010	992	108	881	129	177	87,228	16,730
						Promedio	84,154	16,784
						Desv. Estandar	1,908	1,182

Tabla 4.2: Resultados de 10 pruebas distintas del sistema de detección de HS sobre el CP. La primera columna de la tabla indica el índice de cada prueba. Los resultados con el mismo índice de la tabla 4.1 comparten el mismo CE y CP.

N° de prueba	N° de marcas por el experto	N° detecciones, forma de onda única	N° detecciones, forma de onda combinada	Concordancia sistema-experto (VP)	No hay detección, hay marca (FN)	Hay detección, no hay marca (FP)	Tasa de VP [%]	Tasa de FP [%]
1	424	426	70	360	64	95	84,906	20,879
2	442	441	52	394	48	79	89,140	16,702
3	430	409	70	367	63	80	85,349	17,897
4	456	415	53	382	74	62	83,772	13,964
5	444	418	49	399	45	55	89,865	12,115
6	440	397	50	379	61	44	86,136	10,402
7	449	407	44	366	83	58	81,514	$13,\!679$
8	464	419	51	389	75	63	83,836	13,938
9	438	432	53	382	56	69	87,215	$15,\!299$
10	449	394	58	355	94	63	79,065	15,072
						Promedio	85,080	14,995
						Desv. Estandar	3,288	2,969

diccionario y usando formas de onda combinada, el número de concordancias entre el sistema y los expertos (VP), el número de no-detecciones (FN), el número de detecciones incorrectas (FP), la tasa de VP (TVP) y la tasa de FP (TFP). Al final de la tablas también se incluye el promedio y la desviación estandar de las TVP y las TFP de los experimentos realizados. Las detecciones totales del sistema corresponde a la suma de las detecciones con una forma de onda y las detecciones con formas de onda combinada.

Tanto en la evaluación del CP como del CE se obtuvieron promedios similares en las TVP y las TFP, pero la desviación estandar de ambos valores son considerablemente diferentes. Los resultados del CE son más estables que los del CP, lo que probablemente es atribuído a

que las formas de onda del diccionario fueron entrenadas usando los HS del CE.

Los resultados presentados en las tablas son bastante favorables, considerando que son los primeros resultados preliminares del método, con una TVP promedio por sobre el 80 % mientras mantiene una TFP promedio por debajo del 20 %. Estos resultados verifican que el método es capaz de detectar HS en la etapa de sueño N2 de un registro polisomnográfico, con una metodología basada en el algoritmo de descomposición de la señal de un canal del EEG presentado en [27].

4.2. Análisis de resultados

4.2.1. Proceso de entrenamiento y diccionarios aprendidos

El proceso de entrenamiento se produjo rápidamente, donde en general se necesitaban aproximadamente 12 iteraciones de la versión modificada de MP-SVD (Ver capítulo 3) para entrenar las formas de onda del diccionario de manera que adaptaran su morfología a las de husos sigma (HS) reales. La velocidad con la cual se desarrolló el proceso se debe en parte a la utilización de diccionarios iniciales conformados por *Morlet wavelets* con frecuencias en la banda sigma, ya que estos ya tienen una morfología aproximada de los HS.

Otra razón por la cual el entrenamiento se realizó rápidamente es debido a las restricciones impuestas al proceso de MP, usado para descomponer la señal del conjunto de entrenamiento (CE) en cada iteración de la versión modificada de MP-SVD. En este proceso solo se evaluaron los intervalos de la señal donde existían HS y en cada uno de éstos solo se realizaban comparaciones de producto interno con las formas de onda del diccionario que tenían una duración cercana ($\pm 0,125$ [s]). Estos factores redujeron considerablemente la cantidad total de comparaciones de producto interno hechas por el sistema.

En la figura 4.2 se muestran los resultados del entrenamiento de un diccionario inicial conformado por 3 formas de onda para 8 longitudes distintas (24 formas de onda en total): 0,625 [s], 0,875 [s], 1,125 [s], 1,375 [s], 1,625 [s], 1,875 [s], 2,125 [s] y 2,375 [s]. Las formas de onda iniciales de este diccionario consistieron en *Morlet wavelets* de frecuencia 11 [Hz], 13 [Hz] o 15 [Hz], arregladas de manera que no se tuvieran dos forma de onda con la misma longitud y frecuencia. En los resultados de la figura 4.2, las formas de onda aprendidas de una misma longitud fueron agrupadas en un mismo bloque y son consideradas parte de un mismo conjunto definido como sub-diccionario.

En los sub-diccionarios (e), (f), (g) y (h) se perdió una forma de onda después del entrenamiento, esto sucede porque las otras dos formas de onda del sub-diccionario son capaces de representar a todos los HS de un tamaño similar en el CE. La disminución de formas de onda ocurre generalmente en los sub-diccionarios de mayor longitud, debido a que existen menos HS de un tamaño similar en el CE, lo que hace más fácil que una de las formas de onda sea despreciada a favor de las demás.

En su mayoría, las formas de onda aprendidas presentan una morfología representativa de



Figura 4.2: Resultados del entrenamiento de un diccionario conformado por formas de onda de 8 longitudes distintas. En la figura se muestran ejemplos de formas de onda representativas de HS que se obtienen después de entrenar un diccionario. En las pruebas finales de este trabajo el diccionario inicial no estuvo conformado por formas de onda de longitudes mayores a 1,625 [s], por lo que las formas de onda del bloque (a), (b), (c), (d) y (e) podrían considerarse como los resultados de un entrenamiento del diccionario definitivo. Todas las formas de onda de la figura están centradas y en la misma escala. La línea roja en cada forma de onda marca el eje y = 0.

los HS, la que es similar a un *Morlet wavelet* con frecuencia en la banda sigma (10-16 [Hz]). En los sub-diccionario (g) y (h) se pierde la morfología esperada de *Morlet wavelet*, debido a que los HS más largos del CE no tienen una morfología consistente, y suelen ser mejor representados por la combinación de HS más cortos.

Después de observar los resultados de este entrenamiento se decidió no utilizar formas de onda de una longitud mayor a los 1,625 [s] en las pruebas finales de este trabajo. El diccionario inicial definitivo se conformó por 3 formas de onda para las 5 longitudes menores antes usadas: 0,625 [s], 0,875 [s], 1,125 [s], 1,375 [s] y 1,625 [s]. Los sub-diccionarios (a), (b), (c), (d) y (e) de la figura 4.2 se podrían considerar como un resultado del entrenamiento de este diccionario.

4.2.2. Inspección visual de resultados usando el modelo descomposición de señal

Al terminar la fase de entrenamiento se obtuvo un diccionario aprendido compuesto por formas de onda representativas de los husos sigma (HS). En la fase de prueba se utilizó este diccionario aprendido para descomponer la señal del conjunto de prueba (CP) según el modelo de descomposición de un canal del EEG propuesto por A. Brockmeier y J. Principe [27]. Los componentes de esta descomposición aproximaron varios intervalos de la señal donde aparecen patrones de onda que tienen una relación morfológica con las formas de onda del diccionario aprendido.

El método de detección de HS propuesto en esta memoria interpreta cada uno de los intervalos de la señal que fueron aproximados por los componentes de la descomposición como las detecciones del sistema. Algunos de estos intervalos suelen traslaparse entre si, lo que, a criterio de este trabajo sería considerado como una sola detección por forma de onda combinada. Esta metodología de detección no utiliza un análisis espectral de la señal o clasificadores, dos de las herramientas más comunes utilizadas en detectores de HS, sino que utiliza descomposición atómica de señal para identificar intervalos del canal del EEG en que aparecen patrones de onda con morfologías características de los HS.

En la figura 4.3 se muestra un resultado de la descomposición de una ventana de 30 [s] del CP según la representación del modelo de descomposición de señal de [27]. Por problemas de espacio la figura 4.3 solo muestra 5 de los 15 componentes descompuestos (un componente por cada forma de onda del diccionario de una longitud distinta). A la izquierda y en el centro de la figura se muestran los trenes de pulsos y las formas de onda de cada componente, respectivamente, mientras que a la derecha se muestran los resultados de la convolución entre ambos.

Usando la representación por deconvolución de cada componente se pueden utilizar los trenes de pulsos para identificar los instantes en que aparecen los HS detectados. De la misma manera se puede utilizar la forma de onda aprendida de cada componente para estudiar las características de los HS que se pueden encontrar en la señal. En la figura 4.3, las marcas de los trenes de pulsos de cada componente se posicionaron al comienzo de los intervalos detectados, en vez del centro, para que la posición inicial de los HS detectados se viera más



Figura 4.3: Resultados del sistema usando la representación del modelo de descomposición de [27]. Cada fila de la figura corresponde a un componente de la descomposición del mismo fragmento de 30 [s] de la señal del CP. A la izquierda de la figura se presentan los trenes de pulsos del componente y en el centro la forma de onda del diccionario asociada. A la derecha se muestra el resultado de convolución del tren de pulsos con la forma de onda (aproximación del componente). Las líneas de color indican los intervalos de la señal donde existen HS según los expertos. Las líneas verdes indican HS que fueron correctamente detectado por el método (VP), mientras que las líneas rojas indican HS que no fueron detectado (FN). Las marcas de los trenes de pulsos se posicionaron al comienzo de los intervalos de detección, en vez del centro, para mostrar donde el método situó el inicio de las detecciones. Por problemas de espacio solo se mostraron las descomposiciones de una forma de onda del diccionario por cada longitud distinta.

clara. Las marcas invertidas de los trenes de pulsos indican intervalos de la señal que son mejor aproximados usando las formas de onda del diccionario invertidas. En general el sistema es capaz de detectar con muy buena precisión ya sea la posición inicial de los HS o bien su posición final, incluso considerando que no realizaron posteriores arreglos a los intervalos de las detecciones para que se ajustaran mejor a los HS detectados.

Inspección visual de resultados usando la aproximación de la señal obtenida por la descomposición

Para entender el por qué el método no detectó ciertos husos sigma (HS) de la señal del conjunto de prueba (CP) o el por qué sí se detectaron otros patrones erróneamente, se comparó la aproximación de la señal que se obtuvo al sumar los componentes de la descomposición, con la señal del CP.

Como se describió en el capítulo 3 de este documento, la señal del CP está conformada por la concatenación de segmentos de 300 [s] del canal F4-C4 de un único registro polisomnográfico, donde en vez de usar los segmentos originales del canal, solo se utilizaron las IMFs de cada segmento con mayor potencia media en la banda sigma. En las comparaciones entre la aproximación de la señal y la señal del CP, se analizó esta última usando las IMFs de los segmentos con una mayor potencia media en la banda sigma y usando los segmentos originales. Se definió como señal original de prueba a la señal conformada por los segmentos originales del canal F4-C4 usados en el CP. Se debe recordar que la señal del CP, usada en las pruebas finales de este trabajo, considera solo las IMFs de los segmentos con una mayor potencia media en la banda sigma.

En las figuras 4.4, 4.5 y 4.6 se muestran algunos resultados del método de detección usando la aproximación de la señal. El objetivo de estas figuras es mostrar algunos acontecimientos que suelen ocurrir en el proceso de detección de los HS que afectan a los resultados del método. Estos acontecimientos fueron señalados con cajas de colores, donde los acontecimientos del mismo tipo fueron señaladas con cajas del mismo color.

En orden de arriba hacia abajo, en cada figura se muestra: la señal original de prueba, la señal del CP (IMF con mayor potencia media en la banda sigma), la aproximación de la señal y la señal residuo correspondiente a la diferencia entre las dos últimas. En cada caso se muestra una ventana de 30 [s] del mismo intervalo de tiempo. Las líneas horizontales de color representan las marcas de los intervalos en que los expertos indicaron que aparecían HS. Las líneas verdes indican los HS que fueron detectados correctamente, mientras que las líneas rojas indican los HS que no lo fueron. Los intervalos de la señal del CP que fueron aproximados por las formas de onda del diccionario aprendido son interpretados como las detecciones del método.

A continuación se mencionan algunos acontecimientos que afectan los resultados del sistema de detección de HS:

1. En las tres figuras se pueden observar casos de detección con una forma de onda, en que se utilizaron solo una forma de onda del diccionario aprendido para aproximar intervalos

de la señal del CP donde hay marcas hechas por el experto. Si bien el posicionamiento de las formas de onda no coinciden exactamente con las marcas de los expertos, se consideran una detección válida mientras se cumplan las condiciones mencionadas en la sección 4.1.1 de este documento.

- 2. En las figuras 4.4 y 4.5 se muestran encerrados en cajas de color verde, algunos casos en que se detectaron correctamente HS usando múltiples formas de onda. La mayoría de estos casos ocurren al detectar HS muy largos, debido a que éstos suelen ser mejor representados por la combinación de múltiples detecciones, aunque también existen casos menos frecuentes en que los HS más cortos son detectados usando más de una forma de onda. Cuando las detecciones del método traslapan entre sí, son consideradas como una sola detección por forma de onda combinada.
- 3. En las 3 figuras se muestran encerrados en cajas de color azul, algunos casos de Falsos Negativos (FN), es decir, la no-detección de HS marcados por los expertos. Los HS que suelen no ser detectados presentan una amplitud baja en la señal del CP, por lo que son ignorados en la descomposición de la señal por MP, ya que no ofrecen valores altos de producto interno con las formas de onda del diccionario aprendido, incluso si tienen una morfología similar. En un caso de la figura 4.4 solo se identificó una parte de un HS marcado por los expertos, pero éste no alcanzó a ser considerado como correctamente detectado, según las condiciones descritas en la sección 4.1.1 de este documento. En esta situación, el resto del intervalo que no fue identificado tiene una amplitud baja, lo que produjo que no se pudiera concretar la detección. Algunos de estos casos de baja amplitud se produjeron debido a que existe información de estos HS que se perdió en las IMFs que no fueron consideradas en la señal del CP.
- 4. En la figura 4.4 se muestra encerrado en una caja de color naranja, un ejemplo de la detección de un HS marcado por los expertos usando una forma de onda del diccionario con una longitud inadecuada. Este problema ocurre especialmente en la detección de HS más cortos, en los que a veces se utilizan formas de onda más largas que el intervalo marcado, para aproximarlo. Esto produce que en ocasiones el intervalo de la detección que sobrepasa la marca de los expertos sea evaluada como FP, según las condiciones estipuladas en la sección 4.1.1 de este documento. En la figura solo se muestra un ejemplo de este caso, pero este tipo de problemas era bastante frecuente y generaba un gran número de FP.
- 5. En la figura 4.6 se muestra encerrado en una caja de color rojo, un caso en que se produce un artefacto sobre un HS. Los artefactos corresponden a interferencias en los registros del EEG que se producen por estímulos externos a la zona medida por los electrodos. Cuando un artefacto ocurre cerca o al mismo tiempo que un HS, éste modifica abruptamente su morfología en el intervalo en que apareció. Como resultado, a veces se utiliza una forma de onda inadecuada para detectar estos HS, lo que produce detecciones con límites mal definidos que pueden generar FP.


Figura 4.4: Resultados del sistema para la muestra 1, correspondiente a un segmento continuo de 30 [s] de la señal del CP. En la figura se muestran en orden de arriba hacia abajo: la señal original de prueba, la señal del CP (IMF con mayor potencia media en la banda sigma), la aproximación de la señal obtenida por la descomposición y la señal residuo correspondiente a la diferencia entre las últimas dos señales. Las líneas horizontales de color que pasan por los ejes y = 0 representan las marcas de los expertos indicando presencia de HS, si la línea es verde entonces el HS fue correctamente detectado (VP), si es roja entonces el HS no fue detectado (FN).



Figura 4.5: Resultados del sistema para la muestra 2, correspondiente a un segmento continuo de 30 [s] de la señal del CP. En la figura se muestran en orden de arriba hacia abajo: la señal original de prueba, la señal del CP (IMF con mayor potencia media en la banda sigma), la aproximación de la señal obtenida por la descomposición y la señal residuo correspondiente a la diferencia entre las últimas dos señales. Las líneas horizontales de color que pasan por los ejes y = 0 representan las marcas de los expertos indicando presencia de HS, si la línea es verde entonces el HS fue correctamente detectado (VP), si es roja entonces el HS no fue detectado (FN).



Figura 4.6: Resultados del sistema para la muestra 3, correspondiente a un segmento continuo de 30 [s] de la señal del CP. En la figura se muestran en orden de arriba hacia abajo: la señal original de prueba, la señal del CP (IMF con mayor potencia media en la banda sigma), la aproximación de la señal obtenida por la descomposición y la señal residuo correspondiente a la diferencia entre las últimas dos señales. Las líneas horizontales de color que pasan por los ejes y = 0 representan las marcas de los expertos indicando presencia de HS, si la línea es verde entonces el HS fue correctamente detectado (VP), si es roja entonces el HS no fue detectado (FN).

Evaluación del desempeño del método usando trabajos anteriores como referencia

En la tabla 4.3 se muestran los resultados del método de detección de HS propuesto, junto a los resultados del detector de HS previamente desarrollado por Leonardo Causa [13], cuya investigación también se utilizó para definir los criterios de concordancia entre sistema y experto, explicados en la sección 4.1.1 de este documento. El objetivo de esta tabla es poder observar los resultados de un detector de HS previamente desarrollado y usarlos como referencia para evaluar el desempeño del método de detección propuesto. Los resultados del método propuesto mostrados en la tabla 4.3 corresponden a la tasa de VP promedio y la tasa de FP promedio obtenidas en la tabla de resultados 4.2, mientras que para el método de Causa se consideraron los resultados que obtuvo al detectar solo los HS de la etapa de sueño N2 en el conjunto de prueba.

Se debe tener en consideración que el método de Causa es más completo, ya que es capaz de detectar HS en las etapas de sueño N2 y N3, utiliza una base de datos de registros polisomnográficos en niños de 10 años más extensa, no utiliza datos de un mismo registro simultaneamente en el conjunto de entrenamiento y en el de prueba, y además no requiere conocer previamente las etapas del sueño de la señal examinada. Por otro lado, el método propuesto en este trabajo funciona bajo las restricciones señaladas en la sección 3.1 de este documento, las cuales simplifican el problema de detección de los HS. Entre estas restricciones se incluye que se utilizó un único registro polisomnográfico de un niño de 10 años, y que solo se detectan HS en la etapa de sueño N2. Dadas estas razones, se reitera que los resultados del método de Causa se utilizaron solo como una referencia de a lo que se podría aspirar con un detector de HS.

Los resultados del método propuesto son favorables, con una alta tasa de VP, mientras mantiene una tasa de FP bastante baja. A pesar de las restricciones impuestas al problema para facilitar el desarrollo del método, los resultados son lo suficientemente satisfactorios para verificar que esta nueva metodología es capaz de detectar los HS de un registro polisomnográfico en la etapa de sueño N2.

Se debe destacar que los resultados de este trabajo son preliminares y reflejan el desempeño del método en una primera etapa de su desarrollo. Si bien estos resultados no ofrecen un desempeño comparable con otros detectores de HS, el método propuesto ofrece una metodo-

Tabla 4.3: Tabla de referencia con los resultados del método propuesto y los resultados del detector de Leonardo Causa [13]. En la tabla se incluye la tasa de VP promedio y la tasa de FP promedio obtenidos a partir de la tabla 4.2. Los resultados del detector de Leonardo Causa mostrados en la tabla solo corresponden a la detección de los husos sigma del conjunto de prueba en la etapa de sueño N2.

Sistemas de detección	Tasa de VP	Tasa de FP
de husos sigma	[%]	[%]
Propuesta de memoria	85,080	14,995
L. Causa [13]	92,2	8,9

logía novedosa que no depende de análisis espectral de la señal ni clasificadores, dos de las herramientas más frecuentes en sistemas de este tipo [23] [28] [26]. Esta metodología también ofrece un diccionario con formas de onda representativas de los HS que puede ser utilizado para caracterizar los HS detectados por el método.

Considerando el poco desarrollo que aún tiene este nuevo sistema de detección de HS, éste es susceptible de ser mejorado en varios aspectos. En la sección 5.2 de este documento se ofrecen varias sugerencias para mejorar el desempeño del método propuesto.

Capítulo 5

Conclusiones

5.1. Conclusiones

La propuesta del nuevo método de detección automática de husos sigma (HS) ofrece resultados preliminares que confirman su capacidad para identificar HS en la etapa de sueño N2, dentro del EEG de un regitro polisomnográfico, con una tasa de VP superior a 80 %, mientras mantiene una tasa de FP inferior a 20 %.

Se modificó el algoritmo MP-SVD para que funcionara como un sistema de aprendizaje supervisado, que entrena las formas de onda de un diccionario para que aprendan morfologías representativas de los HS. Las modificaciones hechas al algoritmo permitieron controlar la descomposición de la señal del conjunto de entrenamiento, que se realiza en cada iteración de MP-SVD, para que solo se aproximaran tramos de la señal donde existían HS. Como consecuencia las formas de onda del diccionario se actualizaban a morfologías representativas de los HS que mejoraban la aproximación de estos tramos.

En la fase de entrenamiento se utiliza un diccionario inicial compuesto por *Morlet wavelets* de diferentes longitudes. Ésto permite acelerar el proceso de entrenamiento debido a que las *Morlet wavelets* presentan una morfología aproximada a la de los HS.

Al final de la fase de entrenamiento se obtiene un diccionario aprendido conformado por formas de onda representativas de los HS. El diccionario inicial estaba conformado por 3 formas de onda para 5 longitudes distintas (15 formas de onda en total), pero en algunas pruebas del entrenamiento del diccionario, algunas de las formas de onda más largas solían ser eliminadas del diccionario debido a que eran redundantes o porque no se utilizaban en la descomposición del conjunto de entrenamiento. Esto probablemente se debe a que en la señal del conjunto de entrenamiento existen menos HS de una longitud similar a la de las formas de onda más largas del diccionario, por lo que se pueden usar menos de 3 formas de onda para identificar estos HS, o también es posible que estos HS son mejor representados por combinaciones de ondas más cortas. Es probable que esto no ocurra si se aumenta el número de registros polisomnográficos usados en la base de datos. Para el entrenamiento de diccionarios no se usaron formas de onda más largas que 1,625 [s], ya que los HS del EEG con mayor duración a este tiempo no presentan una morfología consistente. Estos HS son mejor representados por la combinación de detecciones, y su identificación se realiza normalmente por la detección de sus tramos más cortos usando formas de onda más pequeñas.

Muchas de las detecciones erróneas del sistema (FP) ocurren porque se detectan HS usando formas de onda de una longitud mucho mayor a la del HS detectado. Esto produce que las regiones de la detección que sobrepasan los límites de las marcas de los expertos por más de 0,5 [s] generen FP. En este caso se incluyen algunos FP generados por la detección de HS que fueron afectados por artefactos, ya que éstos modifican abruptamente la morfología de los HS si ocurren al mismo tiempo o cerca de ellos, provocando que el sistema utilice una forma de onda inadecuada para detectar estos patrones.

También se producen FP cuando el sistema detecta incorrectamente un patrón de onda similar a un HS, pero que no lo es. Estos patrones suelen aparecer con una alta amplitud en la señal del conjunto de prueba y tienen una frecuencia cercana a la banda sigma, pero suelen no cumplir con una morfología característica de los HS.

Muchos HS que no son detectados por el método (FN) tienen una amplitud muy baja en la señal del conjunto de prueba y por tanto el sistema de detección no es capaz de identificarlos. Algunos de estos casos se producen por la pérdida de información relevante de estos HS en las IMFs no utilizadas en la señal de prueba.

Usando de referencia los resultados del detector de HS de Leonardo Causa [13], se puede observar que el método propuesto presenta un desempeño bastante satisfactorio para ser su primer resultado preliminar, con una tasa de VP de 85,080% y una tasa de FP de 14,995%. El resultado es aún más satisfactorio si se considera que los resultados fueron obtenidos usando una metodología novedosa que no depende de análisis espectral de la señal ni clasificadores.

El método de detección de HS propuesto en esta memoria presenta las siguientes ventajas:

- 1. El método no utiliza análisis espectral de la señal ni clasificadores, ofreciendo una metodología más novedosa que la de varios detectores de HS.
- 2. Al final de la fase de entrenamiento se obtiene un diccionario conformado por formas de onda representativas de los HS. Este diccionario se puede usar más tarde para estudiar las características de los HS detectados en la fase de prueba.
- 3. El modelo de descomposición de señal utilizado ofrece algunas ventajas respecto al análisis de las detecciones. Los trenes de pulsos del modelo indican el instante en el EEG en que se detectaron HS, mientras que las formas de onda asociadas a los trenes de pulsos permiten estudiar las características de los HS detectados.
- 4. Hay una compactación de la información de las detecciones, ya que se usan pocas formas de onda para detectar HS y analizar sus características.
- 5. Hay varias técnicas de procesamiento de señal que aún no se han probado incluir en el método y que podrían mejorar su resultado, como por ejemplo filtros de frecuencia u otros métodos espectrales que no se han considerado hasta el momento. Dado esto, el método propuesto tiene una amplia cantidad de opciones con las que podría mejorar

su desempeño.

Entre las desventajas del método de detección se puede considerar:

- 1. Se producen varias detecciones en que se superan los límites de las marcas de los expertos, debido a que en estas detecciones se utilizan formas de onda más largas que los intervalos marcados por los expertos.
- 2. Aún no se utiliza la información del polisomnograma completo, por lo que el sistema aún es susceptible a problemas de artefactos en el EEG.
- 3. El sistema solo utiliza una IMF de la EMD, por lo que se está perdiendo información de la señal original en el resto de las IMFs no utilizadas.
- 4. Existen HS que no pueden ser detectados debido a que presentan una amplitud muy baja en la señal analizada. Algunos de estos casos se producen debido a que se pierde información de estos HS en las IMFs que no fueron utilizadas en la señal.
- 5. El sistema de entrenamiento del método requiere que se defina el largo de las formas de onda del diccionario previamente a su entrenamiento, por lo que el método no es capaz de generar formas de onda con longitudes óptimas para resolver el problema.
- 6. No se probó utilizar conjuntos de entrenamiento y prueba con muestras de registros polisomnográficos diferentes.

5.2. Trabajo Futuro

Esta memoria corresponde a la primera instancia del desarrollo del método de detección de husos sigma (HS) propuesto. Como tal, se ha desarrollado una metodología base del sistema tomando en cuenta varias simplificaciones y sin hacer procesamientos posteriores sobre los resultados. Debido a esto existe un amplio espacio de mejoras que se pueden incluir a la metodología. A continuación se mencionan algunas sugerencias que podrían implementarse en el método para mejorar su desempeño:

- 1. Utilizar la información de los demás canales del polisomnograma. Los artefactos en los canales del EEG se producen por estímulos externos a la zona del cerebro que se está midiendo, como por ejemplo movimientos repentinos del paciente o movimientos de los ojos. Conocer la información de los demás canales del polisomnograma permitiría tener información respecto de cuando suceden estas interferencias, y ofrecen la oportunidad de diseñar una contramedida ante los problemas que producen.
- 2. Para detectar los HS del EEG se está utilizando la IMF que tiene la mejor relación de potencia media en la banda sigma. Aún cuando este sistema ha probado ser efectivo para acentuar la presencia de los HS, todavía existe información importante de la señal original que se está perdiendo en el resto de las IMFs no utilizadas. Es necesario analizar estas IMFs, ya que pueden tener información de algunos HS que no han sido percibidos hasta el momento.
- 3. En el futuro se debiera ser capaz de usar una base de datos conformada por varios registros polisomnográficos, para ampliar la variabilidad y cantidad de HS encontrados en el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba. De la misma manera se debe-

rían usar los registros completos de la base de datos en los conjuntos de entrenamiento y prueba, no usar trozos de ellos.

- 4. Se debería probar el funcionamiento del detector de HS en la etapa de sueño N3. El proceso de entrenamiento obtiene formas de onda representativas de los HS en sueño N2. Se podría observar si el método es capaz de usar el diccionario aprendido con los HS del sueño N2 para detectar los HS de la etapa de sueño N3. También se podría entrenar un diccionario usando los HS de la etapa de sueño N3 y evaluar el desempeño del método usando este diccionario para la detección de HS en ambas etapas de sueño.
- 5. Utilizar las reglas del experto mencionadas en el módulo 4 del detector de HS de Leonardo Causa [13]. Hay varias detecciones que están separadas por distancias muy cortas. Unir estas detecciones según las reglas de los expertos, usando formas de onda combinada, ofrecería un mejor manejo de la información relacionada a los límites de inicio y término de los HS detectados, mejorando el resultado final del sistema.
- 6. Si bien una de las ventajas del método propuesto es que no utiliza análisis espectral de la señal, esto no significa que no se pudiera complementar este tipo de análisis en el futuro, como utilizar filtros de frecuencia, u otras técnicas de procesamiento de señal, que podrían mejorar el desempeño del método propuesto.

Capítulo 6

Bibliografía

- B. M. Altevogt, H. R. Colten et al., Sleep Disorders and Sleep Deprivation: An Unmet Public Health Problem. National Academies Press, 2006.
- M. Steriade, "Grouping of brain rhythms in corticothalamic systems," *Neuroscience*, vol. 137, no. 4, pp. 1087–1106, 2006.
- [3] R. W. McCarley, "Neurobiology of REM and NREM sleep," *Sleep medicine*, vol. 8, no. 4, pp. 302–330, 2007.
- [4] C. A. Kushida, M. R. Littner, T. Morgenthaler, C. A. Alessi, D. Bailey, J. Coleman Jr, L. Friedman, M. Hirshkowitz, S. Kapen, M. Kramer *et al.*, "Practice parameters for the indications for polysomnography and related procedures: an update for 2005," *Sleep*, vol. 28, no. 4, pp. 499–523, 2005.
- [5] M. Rosanova and D. Ulrich, "Pattern-specific associative long-term potentiation induced by a sleep spindle-related spike train," *Journal of Neuroscience*, vol. 25, no. 41, pp. 9398– 9405, 2005.
- [6] M. H. Vitaterna, J. S. Takahashi, and F. W. Turek, "Overview of circadian rhythms," *Alcohol Research and Health*, vol. 25, no. 2, pp. 85–93, 2001.
- [7] L. Zhu and P. C. Zee, "Circadian rhythm sleep disorders," *Neurologic clinics*, vol. 30, no. 4, pp. 1167–1191, 2012.
- [8] R. Harper, L. Henderson, P. Macey, and K. Macey, "Visualization of respiratory-related neural activity during sleep," in *Engineering in Medicine and Biology*, 2002. 24th Annual Conference and the Annual Fall Meeting of the Biomedical Engineering Society EMB-S/BMES Conference, 2002. Proceedings of the Second Joint, vol. 2. IEEE, 2002, pp. 1499–1500.
- [9] R. E. Brown, R. Basheer, J. T. McKenna, R. E. Strecker, and R. W. McCarley, "Control of sleep and wakefulness," *Physiological reviews*, vol. 92, no. 3, pp. 1087–1187, 2012.

- [10] "Stages of Sleep Non-REM and REM Sleep Cycles | Tuck Sleep," Tuck Sleep, accessed: 2017-10-07. [Online]. Available: https://www.tuck.com/stages/
- [11] R. B. Berry, R. Brooks, C. E. Gamaldo, S. M. Harding, C. Marcus, and B. Vaughn, "The AASM Manual for the Scoring of Sleep and Associated Events," *Rules, Terminology and Technical Specifications, Darien, Illinois, American Academy of Sleep Medicine*, 2012.
- [12] "Non-REM (NREM) Sleep Types and Stages of Sleep HowSleepWorks," HowSleepWorks, accessed: 2017-10-07. [Online]. Available: https://www.howsleepworks. com/types_nonrem.html
- [13] L. Causa, "Detección automática y caracterización de patrones de husos sigma en registros polisomnográficos de niños," Tesis de magister, Universidad de Chile, Enero 2012.
- [14] M. Fu, "Assessment of EEG event-related desynchronization in stroke survivors performing shoulder-elbow movements," Master of Science Thesis, Case Western Reserve University, January 2006.
- [15] P. Estévez, C. Held, C. Holzmann, C. Perez, J. Pérez, J. Heiss, M. Garrido, and P. Peirano, "Polysomnographic pattern recognition for automated classification of sleepwaking states in infants," *Medical and Biological Engineering and Computing*, vol. 40, no. 1, pp. 105–113, 2002.
- [16] A. Rodenbeck, R. Binder, P. Geisler, H. Danker-Hopfe, R. Lund, F. Raschke, H.-G. Weeß, and H. Schulz, "A review of sleep EEG patterns. Part I: A compilation of amended rules for their visual recognition according to Rechtschaffen and Kales," *Somnologie*, vol. 10, no. 4, pp. 159–175, 2006.
- [17] D. Ulrich, "Sleep spindles as facilitators of memory formation and learning," Neural plasticity, vol. 2016, 2016.
- [18] M. Schabus, G. Gruber, S. Parapatics, C. Sauter, G. Klösch, P. Anderer, W. Klimesch, B. Saletu, and J. Zeitlhofer, "Sleep spindles and their significance for declarative memory consolidation," *Sleep*, vol. 27, no. 8, pp. 1479–1485, 2004.
- [19] S. C. Mednick, E. A. McDevitt, J. K. Walsh, E. Wamsley, M. Paulus, J. C. Kanady, and S. P. Drummond, "The critical role of sleep spindles in hippocampal-dependent memory: a pharmacology study," *Journal of Neuroscience*, vol. 33, no. 10, pp. 4494–4504, 2013.
- [20] R. Gruber and M. S. Wise, "Sleep spindle characteristics in children with neurodevelopmental disorders and their relation to cognition," *Neural plasticity*, vol. 2016, 2016.
- [21] P. D. Peirano, C. R. Algarín, R. A. Chamorro, S. C. Reyes, S. A. Durán, M. I. Garrido, and B. Lozoff, "Sleep alterations and iron deficiency anemia in infancy," *Sleep medicine*, vol. 11, no. 7, pp. 637–642, 2010.
- [22] S. Ulloa, P. A. Estevez, P. Huijse, C. M. Held, C. A. Perez, R. Chamorro, M. Garrido, C. Algarín, and P. Peirano, "Sleep-spindle identification on EEG signals from polysomnographic recordings using correntropy," in *Engineering in Medicine and Biology Society*

(EMBC), 2016 IEEE 38th Annual International Conference of the. IEEE, 2016, pp. 3736–3739.

- [23] D. Gorur, U. Halici, H. Aydin, G. Ongun, F. Ozgen, and K. Leblebicioglu, "Sleep spindles detection using short time Fourier transform and neural networks," in *Neural Networks*, 2002. IJCNN'02. Proceedings of the 2002 International Joint Conference on, vol. 2. IEEE, 2002, pp. 1631–1636.
- [24] C. O'Reilly, J. Godbout, J. Carrier, and J.-M. Lina, "Combining time-frequency and spatial information for the detection of sleep spindles," *Frontiers in human neuroscience*, vol. 9, 2015.
- [25] A. Tsanas and G. D. Clifford, "Stage-independent, single lead EEG sleep spindle detection using the continuous wavelet transform and local weighted smoothing," *Frontiers* in human neuroscience, vol. 9, 2015.
- [26] E. Huupponen, G. Gómez-Herrero, A. Saastamoinen, A. Värri, J. Hasan, and S.-L. Himanen, "Development and comparison of four sleep spindle detection methods," *Artificial intelligence in medicine*, vol. 40, no. 3, pp. 157–170, 2007.
- [27] A. J. Brockmeier and J. C. Príncipe, "Learning recurrent waveforms within EEGs," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 63, no. 1, pp. 43–54, 2016.
- [28] A. Nonclercq, C. Urbain, D. Verheulpen, C. Decaestecker, P. Van Bogaert, and P. Peigneux, "Sleep spindle detection through amplitude–frequency normal modelling," *Journal* of neuroscience methods, vol. 214, no. 2, pp. 192–203, 2013.
- [29] M. Sugeno and T. Yasukawa, "A fuzzy-logic-based approach to qualitative modeling," *IEEE Transactions on fuzzy systems*, vol. 1, no. 1, pp. 7–31, 1993.
- [30] S. G. Mallat and Z. Zhang, "Matching pursuits with time-frequency dictionaries," *IEEE Transactions on signal processing*, vol. 41, no. 12, pp. 3397–3415, 1993.
- [31] J. A. Peacock, *Fourier Analysis*. School of Physics and Astronomy, University of Edinburgh, 2014.
- [32] V. Kodaganallur and A. K. Sen, "Greedy by Chance Stochastic greedy algorithms," in 2010 Sixth International Conference on Autonomic and Autonomous Systems (ICAS). IEEE, 2010, pp. 182–187.
- [33] M. Aharon, M. Elad, and A. Bruckstein, "K-SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 54, no. 11, pp. 4311–4322, 2006.
- [34] J. Wang and X. Su, "An improved K-Means clustering algorithm," in 2011 IEEE 3rd International Conference on Communication Software and Networks (ICCSN). IEEE, 2011, pp. 44–46.
- [35] A. Blum, J. Hopcroft, and R. Kannan, "Foundations of data science," Vorabversion eines

Lehrbuchs, 2016.

- [36] N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, N.-C. Yen, C. C. Tung, and H. H. Liu, "The empirical mode decomposition and the hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis," in *Proceedings of the Royal Society of London A: mathematical, physical and engineering sciences*, vol. 454, no. 1971. The Royal Society, 1998, pp. 903–995.
- [37] J. C. Principe and A. J. Brockmeier, "Representing and decomposing neural potential signals," *Current opinion in neurobiology*, vol. 31, pp. 13–17, 2015.