

UNIVERSIDAD DE CHILE FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

### SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL FUNCIONAMIENTO DE UNA NUEVA CELDA DE FLOTACIÓN BASADA EN TECNOLOGÍAS NO CONVENCIONALES DEL TIPO HIDROCICLÓN MAGNÉTICO PARA UN USO MÁS EFICIENTE DE LOS RECURSOS HÍDRICOS

### TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, MENCIÓN METALURGIA EXTRACTIVA

### MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS

### VICENTE ANDRÉS ROJAS OJEDA

PROFESOR GUÍA: GONZALO MONTES ATENAS

PROFESOR CO - GUÍA: ALVARO VALENCIA MUSALEM

MIEMBROS DE LA COMISIÓN: ALDO CASALI BACELLI MARCOS DÍAZ QUEZADA

> SANTIAGO DE CHILE 2018

RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR AL TITULO DE: Magíster en Metalurgia Extractiva POR: Vicente Andrés Rojas Ojeda FECHA: 26/03/2018 PROFESOR GUÍA: Gonzalo Montes Atenas

#### SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL FUNCIONAMIENTO DE UNA NUEVA CELDA DE FLOTACIÓN BASADA EN TECNOLOGÍAS NO CONVENCIONALES DEL TIPO HIDROCICLÓN MAGNÉTICO PARA UN USO MAS EFICIENTE DE LOS RECURSOS HÍDRICOS

El objetivo principal de esta tesis es evaluar experimentalmente la eficiencia de la nueva celda MG-Float(R) y analizar numéricamente la fluido dinámica del sistema utilizando el software ANSYS(R) que expliquen dichos resultados experimentales frente a cambios de distintos parámetros geométricos y operacionales de la celda.

Para las simulaciones se variaron distintos parámetros geométricos, como por ejemplo el largo y diámetro de la celda y se simuló distintas formas de utilización de la celda. Se tomaron distintas velocidades de alimentación de pulpa, y la aplicación de distintos campos magnéticos.

Se tomaron dos enfoques para modelar el funcionamiento de la celda. El primero considera la inyección y el estudio del comportamiento de partículas de calcopirita con distintas proporciones de calcopirita y por ello de distintas densidades y de diferentes tamaños para distintos parámetros operacionales de la celda. El segundo enfoque esta centrado en el modelamiento del fluido de distintas densidades, como un plástico de Bingham.

Se observa que para las simulaciones en que se utiliza un fluido Newtoniano, el fluido dentro de la celda tiene un comportamiento helicoidal. La variación de los parámetros geométricos de la celda, como el largo y el diámetro perjudica las condiciones de régimen y velocidad del fluido.

De los resultados obtenidos se pudo concluir que la interacción del campo magnético tiene un efecto positivo en la recuperación de las partículas de interés económico. El campo magnético generado sobre la celda induce una fuerza sobre una partícula con una carga débil, denominada fuerza de Lorentz. La fuerza de Lorentz depende de la intensidad de campo magnético, de la velocidad y carga de las partículas. Como las partículas de calcopirita poseen una carga muy débil y el aumentar la intensidad de campo magnético conlleva en el aumento de los costos de la planta, la única opción para aumentar la interacción entre el campo magnético y las partículas, es el aumento de la velocidad de las partículas dentro de la celda.

Al aplicar un campo magnético externo sobre la celda mejora de forma significativa la recuperación de calcopirita. En particular se encontró que la recuperación del particulado grueso mejora en presencia de un campo magnético de 0.001 [T].

La recuperación de las partículas finas no mejora al aplicar un campo magnético externo, sino que mejora al aumentar la velocidad de alimentación de la pulpa.

#### NUMERICAL SIMULATION OF THE OPERATION OF A NEW FLOTATION CELL BASED ON NON CONVENTIONAL TECHNOLOGIES OF THE MAGNETIC HYDROCYCLON TYPE FOR A MORE EFFICIENT USE OF WATER RESOURCES

The main goal of this thesis is to experimentally evaluate the efficiency of the new flotation cell MG-FLoat(R) and numerically analyze the fluiddynamics of the cell using the software ANSYS(R), which analyzes these experimental results based on changes in the geometry and operational parameters of the cell.

For the simulations, different geometrical parameters were varied, such as the cell length and diameter and also different ways of operation of the cell were analyzed. Different speeds of pulp feeding were taken, and the aplication of different magnetic fields.

Two approaches were taken to model the cell operation. The first one considers the injection and the study of the behavior of chalcopyrite particles with different proportions of chalcopyrite and therefore of different densities and of varied sizes for different operational parameters of the cell. The second approach is focused on modeling a fluid of different densities, like a Bingham plastic.

It could be concluded that for simulations in which a Newtonian fluid is used, the fluid inside the cell has a helical behavior. The variation of the geometrical parameters of the cell, such as the length and diameter, affects the regime conditions and flow speed.

From the results obtained, it was possible to conclude that the interaction of the magnetic field has a positive effect on the recovery of the particles, which is of economic interest. The magnetic field generated on the cell induces a force on a particle with a weak charge, called Lorentz force. The Lorentz force depends on the magnetic field strength, and the speed and charge of the particles. Since chalcopyrite particles have a weak charge and increasing the magnetic field strength leads to an elevated plant costs, the only option to increase the interaction between the magnetic field and the particle is to increase the velocity of the particles inside the cell.

Applying an external magnetic field on the cell, significantly improves the recovery of chalcopyrite. In particular, it was found that the recovery of coarse particulate improves in the presence of a magnetic field of 0.001 [T].

The recovery of fine particles does not improve when an external magnetic field is applied, but it does when the feeding speed pulp increases.

# Agradecimientos

En primer lugar le agradezco a mi familia, en especial a mis padres Rodolfo y Marcela, y a mi hermana Ángela por tantos años de esfuerzo, sacrificio y apoyo incondicional. Han estado siempre en las buenas y en las malas y les agradezco mucho por todo lo que me han dado. Mis palabras jamás podrán expresar la gratitud que siento por ustedes.

A mi hermana Ángela por la ayuda con las dudas del ANSYS.

A Blanca por todos los momentos que hemos compartido estos últimos meses.

A mis amigos del colegio, José Ramos, Cristian Eggers, Sebastián Herbach, Sebastián Palacios, María José Pizarro, Joaquín Vidal, Mauricio Rojas, Pablo Arriagada y Thomas Uslar por estar siempre presentes y compartir tantos momentos, siempre y cuando lo permitieran las responsabilidades.

A los amigos de plan común, Sebastián Galvez, Diego Sepúlveda, Rodrigo Pérez, Nicolas Benavente y Pablo Topp por hacer de estos años un periodo más grato y llevadero. Siempre recuerdo con la época de plan común cuando hacíamos las míticas juntas de estudio en eléctrica. Imposible nombrarlos a todos en tan pocas lineas.

A los mineros, Cristian Fernández, Giovanni Pamparana, Cherezade Saud, María Camila Grigaliunas, Felipe Matamoros, Eduardo Díaz y Sebastián Rossello. Las arduas horas de trabajo siempre fueron mas llevaderas si estábamos juntos.

A mi profesor guía Gonzalo Montes, que siempre, desde el primer año tuvo un momento y la mejor disposición para aclarar las dudas y resolver problemas. Siempre presente durante el desarrollo de la tesis.

También quiero agradecer a Alvaro Valencia y Aldo Casali, profesores miembros de la comisión por la ayuda y apoyo durante la realización del proyecto.

Y finalmente a Aldo Casali, César Arredondo y Rodrigo Ladrón de Guevara por el apoyo con la evaluación de la reducción de agua en concentradoras utilizando el prototipo de la celda.

# Tabla de Contenido

1.	Intr	oducció	n	1
		1.0.1.	Objetivos	4
		1.0.2.	Hipótesis	4
		1.0.3.	Alcances	5
2.	Aná	lisis Crí	ítico del Estado del Arte	6
3.	Ante	ecedente	es	14
	3.1.	Clasifie	cación de los Fluidos	14
		3.1.1.	Fluidos Newtonianos	15
		3.1.2.	Fluidos No-Newtonianos	15
		3.1.3.	Características del Fluido	17
	3.2.	Fundar	mentos Computacionales ANSYS	19
		3.2.1.	Conservación de Masa	21
		3.2.2.	Conservación Momentum	22
		3.2.3.	Método Volúmenes Finitos	26
		3.2.4.	Mallado Volumen Finito	27
	3.3.	Turbul	encia	28
	3.4.	Modela	amiento Fluido	31
		3.4.1.	Modelamiento	34
		3.4.2.	Enfoque Euler-Lagrange	34
		3.4.3.	Enfoque Euler-Euler	35
	3.5.	Magne	tofluidodinámica	36
Δ	Mot	مطماممز	a	40
т.	<u>4</u> 1	Fvalua	* ción de la reducción de agua en concentradoras utilizando un nuevo diseño	70
	7.1.	de celd		40
	42	Fstudio	os Preliminares (Provecto Corfo)	42
	т.2. ДЗ	Estrate	$s_{s}$ remininares (Froyeeto Corro) $\ldots \ldots \ldots$	45
	ч. <i>3</i> . ДД	Simula	ación Eluido Newtoniano	45
	т.т.		Simulación Monofásica	
		+.+.1.	Simulación Fluido Bifásico	4J 17
	15	4.4.2. Simula	Simulación Fluido No Newtoniano Monofésico	47
	ч. <i>э</i> . 46	Simula	ciones Impacto Campo Magnático	49 50
	4.0.		Simulaciones Campo Magnético	50
		4.0.1.	Simulación Distintos Campos Magnáticos	50
		4.0.2.		51

5.	Sim	ulación FLUENT 53
	5.1.	Construcción Geometría
	5.2.	Mallado
		5.2.1. Condiciones de Borde
	5.3.	Modelamiento de las Simulaciones
		5.3.1. Fluido Monofásico
		5.3.2. Fluido Bifásico
		5.3.3. Fluido No-Newtoniano
		5.3.4. Pruebas Pilotaje
		5.3.5. Fluido Bifásico con Campo Magnético
6.	Resi	iltados 67
	6.1.	Evaluación de la reducción de agua en concentradoras utilizando un nuevo diseño
		de celda
	6.2.	Resultados Estudio Preliminar
	6.3.	Resultados Simulaciones
		6.3.1. Fluido Monofásico
		6.3.2. Fluido Bifásico
		6.3.3. Prototipo Celda
		6.3.4. Fluido No-Newtoniano
		6.3.5. Simulación Pruebas Preliminares Corfo
		6.3.6. Simulación Campo Magnético
7.	Aná	lisis 84
	7.1.	Evaluación de la reducción de agua en concentradoras utilizando un nuevo diseño
		de celda
	7.2.	Análisis Pruebas Preliminares 85
	7.3.	Análisis Simulaciones
0	C	
ð.		91 O substance Fredericia de la substatión de serve en concentra de marchilizar de serve 191
	ð.1.	Conclusiones Evaluación de la reducción de agua en concentradoras utilizando un
	0 1	Conclusiones Druckes Draliminares
	8.2. 9.2	Conclusiones Pruebas Preliminares
	8.3.	
9.	Reco	omendaciones 94
7.	nee	
10	. Bibl	iografía 90
11	. Ane	102
	11.1	
		11.1.1. Variación Salida Axial
		11.1.2. Variación Salida Tangencial
		11.1.3. Presión Alimentación
		11.1.4. Balance de Flujos
		11.1.5. Distribución de Velocidad
		11.1.6. Energía Cinética del Prototipo
	11.2	. Simulación Bifásica

	11.2.1. Funcionamiento como Hidrociclón
	11.2.2. Funcionamiento con 2 Salidas Axiales
11.3.	Simulación Fluido No-Newtoniano
	11.3.1. Funcionamiento como Hidrociclón
	11.3.2. Funcionamiento con 2 Salidas Axiales
11.4.	Simulaciones Pruebas Preliminares
11.5.	Simulaciones con Campo Magnético
	11.5.1. Balance Partículas Campo B(-z)
	11.5.2. Balance Partículas Campo B(z)

# Índice de Tablas

4.1.	Experimentos realizados Pilotaje
4.2.	Simulaciones Fluido Monofásico
4.3.	Simulaciones Fluido Bifásico
4.4.	Simulaciones Casos Corfo
4.5.	Simulaciones Fluido Bifáfico con Campo 52
51	Estadástica de la Malla
5.1. 5.2	Estadistica de la Malla
5.2. 5.2	Calidad de la Malia
5.5. 5 1	Propiedades de los Fililidos
5.4. 5.5	Propiedades de las Fases
5.5. 5.6	Propiedades de las Fases
3.0.	
6.1.	Resultados Comparación Casos (i) y (iv)
6.2.	Resultados Comparación Casos (ii) y (v)
6.3.	Resultados Comparación Casos (iii) y (vi)
6.4.	Resultados Recuperación
6.5.	Resultados Presión Prototipo Monofásico
6.6.	Resultado Balance de Masa Prototipo Monofásico
6.7.	Resultados Presión Prototipo Bifásico
6.8.	Resultados Balance de Masa Prototipo Bifásico
6.9.	Resultados Presión Prototipo No Newtoniano
6.10.	Resultados Balance de Masa Prototipo No Newtoniano
6.11.	Resultados Presión Prototipo Pilotaje
6.12.	Resultados Balance de Masa Prototipo Pilotaje
6.13.	Presión Alimentación Prototipo Campo Magnético
6.14.	Balance Masa Prototipo Campo Magnético    82
11.1.	Resultados Presión Alimentación Var. Descarga Tangencial
11.2	Resultados Presión Alimentación Var Descarga Axial
11.3	Resultados Balance de Masa Var. Descarga Tangencial
11.4	Resultados Balances de Masa Var Descarga Axial
11.5.	Distribución de Velocidad dentro de la Celda
11.6.	Resultados Energía Cinética Turbulenta
11.7.	Distribución Velocidad Fase Continua Prototipo Bifásico
11.8	Distribución Velocidad Fase Dispersa V=1 $[m/s]$ Prototipo Bifásico 108
11.9.	Distribución de Velocidad Fase Dispersa V=2 $[m/s]$ Prototipo Bifásico
11.10	Distribución de Partículas Prototipo Bifásico
	r

11.11Resultados Presión Alimentación Hidrociclón Bifasico
11.12Resultado Balance Masa Hidrociclón Bifasico
11.13Distribución de Partículas Hidrociclón Bifásico
11.14Presión Alimentación 2 Salidas Axiales Bifásico
11.15Balance Masa 2 Salidas Axiales Bifásico
11.16Presión Alimentación Hidrociclón No Newtoniano
11.17Balance de Masa Hidrociclón No Newtoniano
11.18Presión Alimentación 2 Salidas Axiales Fluido No Newtoniano
11.19Balance de Masa 2 Salidas Axiales Fluido No Newtoniano
11.20Resultados Velocidades Prototipo Pilotaje
11.21 Resultados Simulaciones Distribución Partículas Prototipo Pilotaje (z) 117
11.22Resultados Simulaciones Distribución Partículas Prototipo Pilotaje (x) 117
11.23 Resultados Simulaciones Prototipo Campo Magnético
11.24 Resultados Simulaciones Prototipo Campo Magnético

# Índice de Ilustraciones

<ul> <li>3.1.</li> <li>3.2.</li> <li>3.3.</li> <li>3.4.</li> <li>3.5.</li> <li>2.6</li> </ul>	Resumen Modelos No-Newtonianos en estado estacionario	16 20 23 27 33
3.6.	Mapa de flujo de un fluido bifasico en una tuberia horizontal	33
4.1. 4.2. 4.3.	Circuito de Molienda	40 41
ΔΔ	del proceso (D)	43 44
4.5.	Prototipo Celda de Flotación	47
4.6.	Opciones Funcionamiento Celda	48
5.1.	Construcción del Prototipo	54
5.2.	Mallado vista isotérmica	54
5.3.	Mallado corte Celda	55
5.4.	Skewness	56
5.5.	Aspect ratio	56
5.6.	Calidad Ortogonal	57
5.7.	Condiciones de Borde	58
5.8.	Gráfico de Esfuerzo de Corte v/s Velocidad de Deformación Modelo Herschel-	
	Bulkley	62
6.1.	Resultados Simulaciones Variando Parámetros Geométricos Utilizando Fluido Mo- nofásico	71
6.2	Análisis de Velocidad Prototino	73
6.3.	Variación Energía Cinética Turbulenta	73
6.4.	Resultados Simulación Prototipo Bifásico	74
6.5.	Análisis Velocidad Densidad 2.7 $[ton/m^3]$	76
6.6.	Análisis Velocidad Densidad 4.2 $[ton/m^3]$	76
6.7.	Análisis Velocidad Densidad 4.2 y 2.7 $[ton/m^3]$	76
6.8.	Balance de Partículas	77
6.9.	Simulación Prototipo No Newtoniano	78

6.10.	Análisis Velocidad dentro Celda V=1[m/s]
6.11.	Análisis Velocidad dentro Celda V=2[m/s]
6.12.	Energía Cinética Turbulenta 80
6.13.	Distribución Partículas
6.14.	Distribución Partículas
7.1.	Recuperación vs Ley de cobre considerando la salida tangencial
7.2.	Recuperación vs Leyes de cobre observadas en la salida axial y tangencial 86
11.1.	Distribución Velocidad y Líneas de Flujo Prototipo Monofásico
11.2.	Distribución de Velocidad y Líneas de Flujo Prototipo Var. 2L Monofásico 103
11.3.	Distribución de Velocidad y Líneas de Flujo Prototipo Var. 2D Monofásico 103
11.4.	Distribución de Velocidad y Lineas de Flujo Prototipo Var. Salida Tangencial Mo-
	nofásico
11.5.	Distribución de Velocidad y Líneas de Flujo Prototipo Var. 2L y Salida Tangencial
	Monofásico
11.6.	Distribución de Velocidad y Líneas de Flujo Prototipo Var. 2D y Salida Tangencial
	Monofásico
11.7.	Distribución de Velocidad y Líneas de Flujo Hidrociclón Bifasico
11.8.	Distribucion de Velocidad y Líneas de Flujo 2 Salidas Axiales Bifásico
11.9.	Distribución de Velocidad y Lineas de Flujo Hidrociclón No Newtoniano 114
11.10	Distribución de Velocidad y Líneas de Flujo 2 Salidas Axiales Fluido No Newtoniano 115

# Capítulo 1

# Introducción

Chile es un país que posee importantes reservas de recursos hídricos, sin embargo la ubicación de los recursos dentro de las distintas regiones del país, se encuentra desigualmente distribuido. Debido a la ubicación geográfica de la industria minera en Chile, es fácil apreciar la falta de recursos hídricos en las zonas mineras más relevantes.

Es interesante observar que en la zona sur del país, en donde las reservas hídricas son abundantes, hay un bajo conocimiento de depósitos minerales de interés económico, mientras que en la zona norte del país, en donde hay una presencia importante de depósitos minerales con interés económico, hay escasez de recursos hídricos.

El sector minero en Chile es responsable de la producción de aproximadamente el 30 % del cobre a nivel mundial, lo cual demanda cerca del 4 % de los recursos hídricos a nivel nacional. Con el creciente aumento de la producción y la sistemática caída de las leyes de los depósitos, para mantener la producción actual es necesario procesar una mayor cantidad de mineral, lo cual implica la utilización de una mayor cantidad de agua. La utilización de los recursos hídricos no está reservada únicamente para la industria minera, sino que su utilización debe competir con otras actividades económicas, como por ejemplo con la agricultura (principal consumidor) y el consumo humano. Además, el uso y la utilización de los recursos hídricos es un punto de desencuentro recurrente con las comunidades.

Las estrategias utilizadas para solucionar la escasez de los recursos hídricos en las zonas mineras son numerosas y variadas. La estrategia que trata de solucionar el problema de forma más directa es la búsqueda y utilización de nuevas fuentes de agua, ya sea agua de vertientes o aguas subterráneas. Otra de las estrategias directas es el aumento en la recirculación de las aguas utilizadas en el proceso. Hoy en día la recirculación de agua en las plantas de procesamiento de minerales, aunque variable, alcanza aproximadamente un 75 %.

Otra estrategia de solución al problema de escasez hídrica, es el reemplazo de la utilización del agua fresca continental por la de agua de mar, a pesar del elevado que costo implica. Es por esto que se ha invertido una gran cantidad de capital en la construcción de plantas de tratamiento de agua de mar. También se ha estudiado la posibilidad de utilizar agua de mar de forma directa en los procesos de tratamiento del mineral, con no muy buenos resultados, ya que el agua de mar es corrosiva con la planta y los equipos relacionados.

Otra de las estrategias estudiadas en el último tiempo ha sido reemplazar la concentración de minerales por medio del proceso de flotación, por la lixiviación de minerales sulfurados. El proceso de lixiviación no tiene grandes requerimientos de agua fresca, de hecho se consume aproximadamente un sexto de lo que se utiliza en las plantas de flotación de minerales.

La lixiviación de minerales oxidados posee una alta tasa de efectividad, alcanzando recuperaciones de hasta el 95 % en algunos casos. Sin embargo, no posee un buen funcionamiento si se utiliza para tratar minerales sulfurados de cobre, ya que la interacción entre el ácido sulfúrico y el mineral genera una capa pasivante de azufre y oras especies en la superficie del mineral, la cual afecta de forma negativa en la eficiencia proceso.

Alternativas para mejorar la eficiencia de la lixiviación de minerales sulfurados son la utilización de bacterias específicas que permitan aumentar la cinética de las reacciones dentro de la pila (bio-

2

lixiviación) o la utilización de medio clorurado, como el agua de mar entre otros. Sin embargo, ninguna de las soluciones mencionadas permite obtener recuperaciones parecidas a aquellas observadas en las concentradoras.

En efecto, al finalizar el proceso de flotación, la recuperación alcanza entre el 85-95 % y con el tratamiento del mineral sulfurado mediante la biolixiviación o uno de medio clorurado, la extracción difícilmente llega al 50 %.

Otra estrategias relacionadas con el desarrollo de nuevas tecnologías y/o estrategias que apunta al desarrollo de plantas de separación de minerales que utilicen una menor proporción del recurso hídrico ( $m^3$  de agua fresca por unidad de mineral presente), no ha sido estudiado.

Durante el proyecto Corfo L1 13IDL1-25586 se desarrolló un prototipo de celda de flotación basado en tecnologías no convencionales del tipo hidrociclón magnético. El principio fundamental detrás del diseño del prototipo era aplicar una fuerza externa al proceso de flotación que fuese de difícil atenuación, como lo son las fuerzas magnéticas. Durante el proyecto Corfo se realizaron distintas pruebas de pilotaje con el objetivo de validar el diseño del nuevo prototipo de celda.

Esta Tesis en el contexto del proyecto Fondef ID 16I10136 tiene por objetivo explicar el funcionamiento de un nuevo prototipo de celda de flotación y determinar sus parámetros óptimos de operación por medio de simulaciones numéricas.

## 1.0.1. Objetivos

### **Objetivo Principal**

El objetivo principal de esta tesis es evaluar experimentalmente la eficiencia de la nueva celda MG-Float(R) y analizar numéricamente la fluido dinámica del sistema utilizando el software ANSYS(R) que expliquen dichos resultados experimentales frente a cambios de distintos parámetros geométricos y operacionales de la celda.

#### **Objetivos Específicos**

Se definen los siguientes objetivos específicos:

- Estudiar el comportamiento fluido dinámico de la celda bajo distintas condiciones operacionales y de utilización, como distintas velocidades y composición en la alimentación de la pulpa, y la posición horizontal y vertical de la celda.
- Analizar el comportamiento de partículas de interés económico introducidas al sistema y que poseen diferentes características, como distinto tamaño y densidad.
- Evaluar el efecto que posee el campo magnético aplicado en la celda sobre la recuperación de partículas de interés.

## 1.0.2. Hipótesis

- Un proceso de clasificación de partículas puede ser perturbado por la aplicación de una fuerza externa del tipo magnético, ya que al aplicar un campo externo, se induce un fuerza sobre las partículas llamada fuerza de Lorentz, la cual es directamente proporcional a la intensidad del campo magnético y la velocidad de la partícula.
- La entrada de la pulpa es de forma tangencial a la celda, por lo que se forma una helicoide dentro de la celda, que se mueve de acuerdo a las lineas de flujo siempre y cuando se trabaje

con un porcentaje de sólidos menor al 70 % y un tamaño de partículas de diámetro menor a 100 [ $\mu$ m].

 Las partículas de mineral exhiben una baja carga, por lo que una forma de aumentar la recuperación de la partículas es aumentar la velocidad con que las partículas se mueven dentro de la celda.

### 1.0.3. Alcances

- Esta tesis se basará en el análisis numérico y experimental del prototipo de la celda de flotación de minerales. Se consideran distintas condiciones de utilización de la celda y distintas condiciones operacionales.
- No se incluirá en las simulaciones la inyección de aire dentro del prototipo de celda.
- No se consideró la sección central interna de las salidas del prototipo de la celda.

# Capítulo 2

# Análisis Crítico del Estado del Arte

#### Flotación

La flotación de minerales es un proceso de concentración y separación selectiva basado en las diferencias de propiedades fisicoquímicas de las interfases que permite la separación del mineral valioso y no valioso extraído desde la mina (Clark et. al 2002; Cox 1933; García Zuñiga 1935).

El proceso de separación de minerales se realiza en celdas de flotación, a través de las cuales se logra que los minerales se adhieran de forma selectiva a burbujas de aire que se elevan a través de una pulpa de material particulado fino en medio acuoso. La selectividad del proceso de flotación se logra utilizando reactivos específicos que hacen que la superficie del mineral sea hidrófobo, permitiendo que las partículas de interés económico se adhieran a la superficie de las burbujas y que el material hidrófilo con bajo contenido de minerales de interés económico salga como ganga del proceso.

La celda de flotación convencional consta de una zona de colección que se encuentra en la parte superior de la celda y un zona de agitación en donde la pulpa que ingresa en la celda se mezcla con los reactivos específicos. El mineral que es recuperado de la zona de colección es llamado concentrado, mientras que la suspención remanente que sale por la parte inferior de la celda se llama relave. En la zona de agitación, las partículas forman un agregado partícula-burbuja y en la zona de colección forman una capa de espuma que contiene al mineral, el cual será recuperado de forma

definitiva de la celda de flotación generando el concentrado (Davenport 2011).

Para realizar el proceso de flotación y concentrar el mineral de interés se utiliza una serie de reactivos tales como (i) colectores, que generan que la superficie del mineral sea hidrofóba y permite que se separe del resto de la ganga, (ii) espumantes, que ayudan a estabilizar la espuma que contiene el mineral de interés económico y (iii) modificadores, los cuales mejoran las condiciones del medio para que sean óptimas para los colectores (Davenport 2011; Finch 2016).

Las celdas de flotación dentro de las plantas de procesamiento de minerales se agrupan en distintos bancos de celdas denominados rougher/scavenger o cleaner dependiendo del objetivo que tenga cada una de ellas. Las celdas rougher y scavenger tienen como objetivo principal aumentar la recuperación del mineral valioso en las etapas tempranas del proceso de flotación de minerales. Por otro lado las celdas cleaner son celdas de limpieza que tienen como objetivo principal aumentar el porcentaje de ley del concentrado. Las celdas de limpieza generalmente son ubicadas en la parte final del circuito de flotación (Finch 2016).

Ha sido demostrado que la utilización de celdas cleaner columnares permite una mayor separación del material económicamente valioso generando concentrados de mayor ley o porcentaje de valioso que las que se obtienen en las celdas mecánicas (Abu-Ali 2003; Casali 2002; Holuszko 2010; Rule 2007; Soto 1991; Yianatos 1992). Es por esto que las celdas columnares se ubican en la parte final del circuito de flotación, en donde el objetivo principal es aumentar la ley del concentrado.

#### Diseño de Celdas de Flotación

El proceso de flotación de minerales no es un proceso que sea completamente eficiente y es muy difícil conseguir una eficiencia o recuperación del proceso del 100 %. La mayoría de las investigaciones en el campo del diseño de nuevas celdas de flotación han estado centradas en el rendimiento metalúrgico medido en términos de la recuperación y ley del mineral, sin embargo, no han considerado como objetivo principal de estudio la disminución, en términos de inventario, del agua utilizada en el proceso.

Algunos de los cambios en el diseño de celdas de flotación investigados comúnmente son la geometría del tanque agitado vs columna (Abu-Ali 2003; Casali 2002; Holuszko 2010; Rule 2007; Soto, H. 1991; Yianatos 1992; Lastra 2002; Jameson 2001; Jameson 1987), gigantismo en celdas agitadas (Alexander et al. 2003; Breau et al. 2001; Kallioinen 1993), celdas agitadas de base cuadrada vs celdas agitadas de base circular (Lynch 2010), flotación de aire forzado vs celdas neumáticas (Fan 2008; Kerns et al. 2008; Aplan et al. 1991), efecto de la alimentación introducida con y sin aire: aplicación de la celda Jameson (Jameson and Lambert 2001) donde la turbulencia generan pequeñas burbujas que serán responsables de la recuperación de material fino (Jameson and Lambert 2011); sin embargo, estas celdas trabajan con un bajo porcentaje de sólidos en la alimentación y poseen un alto requerimiento y consumo de agua y celdas de flotación con aire disuelto (Schneider and Jordan 1989, Peng et al. 2005).

El proceso de flotación de minerales tiene un buen funcionamiento en el momento en que la mayoría de las condiciones operacionales de la planta de procesamiento están dentro de los parámetros óptimos. Esto ha permitido aumentar el volumen de material tratado por simple aumento de control de las celdas que se comercializaban originalmente (Alexander et al 2003; Breau et al. 2001; Cañas 1997). Actualmente en el mercado se pueden conseguir celdas de 600  $m^3$  de volumen. No se han realizado estudios sobre la variabilidad de la utilización de los recursos hídricos en este tipo de celdas, sin embargo se podría esperar que bajo similares condiciones operacionales, como por ejemplo la concentración de sólidos en la alimentación, haría que aumentase el gasto de recursos hídricos, en términos de inventario.

De forma histórica las celdas de flotación fueron utilizadas en bancos, los cuales estaban constituidos por varias celdas de base cuadrada. En el tiempo se genera el embancamiento de las partículas sólidas dentro de las celdas de base cuadrada generando zonas muertas dentro de la celda de flotación. Con el fin de evitar este problema y considerando el tipo de agitación y la fluidodinámica

8

dentro de la celda se ha evolucionado de las celdas de base cuadrada a las celdas de base circular (Lynch 2010).

Uno de los factores que influyen en la recuperación del mineral de interés dentro de la celda de flotación es la inyección de aire dentro de la celda. Las celdas que utilizan aire forzado recuperan material que poseen una granulometría intermedia a gruesa, mientras que las celdas autoaspirantes permiten recuperar material particulado fino (Fan et al. 2008a; Kerns et al. 2008; Aplan et al. 1991).

Generalmente la alimentación de la pulpa a las celdas de flotación está constituida de un fluido que posee sólidos en suspensión. Durante el desarrollo de las celdas columnares, las cuales permiten la recuperación de partículas que poseen una granulometría fina, Jameson y colaboradores de Mt. Isa (2011) desarrollaron un sistema similar a un Venturi pero a escala industrial. El flujo de material en suspensión pasa por una restricción de diámetro y un orificio en donde se genera un vacío que permite que el aire ingrese y se mezcle con la pulpa que posee partículas en suspensión. De la turbulencia de la interacción se generan pequeñas burbujas que son las responsables de la recuperación en la celda de flotación (Jameson and Lambert 2011).

Gorain (1995) demostró que la constante específica de flotación se comporta proporcionalmente al flujo areal superficial de burbujas en la celda (Sb). Donde Sb se puede calcular como:

$$S_b = \frac{6 \cdot J_g}{d_{32}} \tag{2.1}$$

donde  $J_g$  es la velocidad superficial del gas o aire que entra a la celda de flotación y el  $d_{32}$  es el diámetro de Sauter, que se define como la sumatoria de los terceros momentos sobre los segundos momentos de los diámetros de las burbujas.

De esta forma se diseñó una celda que aumentara de forma importante el parámetro  $S_b$ .

Una práctica sugerida para reducir de forma considerable el tamaño de las burbujas dentro de la

celda de flotación sin requerir de energía mecánica es la tecnología de aire disuelto DAF ("Dissolved Air Flotation"). Esta tecnología se basa en aumentar la presión de gas en el líquido seguido de una expansión. Esta expansión hace nuclear el gas disuelto en el medio acuoso generando pequeñas burbujas que permitirán una mayor recuperación de partículas finas (Schneider and Jordan 1989, Peng et al. 2005).

Ha sido ampliamente estudiado que el flujo areal superficial de flotación es función de una serie de sub-mecanismos que ocurren a escala microscópica, por ejemplo el mecanismo de formación del agregado partícula-burbuja. La formación del agregado tiene directa relación con el choque efectivo que existe en la pulpa, por lo que la agitación tendría un rol fundamental en la recuperación. Es por esto que las celdas se han construido basándose en este principio. El aumento en la agitación permitiría aumentar la recuperación de partículas finas al disminuir el tamaño de burbuja y aumentar la eficiencia de recuperación global.

Las velocidades de las partículas y burbujas en la zona de colección normalmente se encuentran en promedio a una velocidad de 1 m/s (Wu et al. 2010; Xu et al. 2010). El uso de rotor-estator entrega una turbulencia local que puede generar velocidades mayores a la mencionada anteriormente y gradientes de velocidades lo suficientemente relevantes para mejorar la interacción del agregado partícula-burbuja y así aumentar el numero de colisiones efectivas y eventualmente, mejorar la recuperación.

Con el objetivo de mejorar la cantidad de material que efectivamente es transferido al concentrado desde la zona de colección se diseñaron celdas con superficies inclinadas que pueden ayudar a una mejor remoción de espuma a nivel industrial como el uso de los crowders (Palosaari 2004; Ajersch and Pelton 1996). Los resultados han sido en su mayoría positivos, sin embargo se han encontrado casos en donde la espuma al estar en contacto con esta superficie, en vez de empujarla hacia el labio de la celda desestabiliza la estructura de la burbuja (Barns et al. 2010; Falutsu 1993). No se ha estudiado en profundidad sobre la propiedad de la espuma trifásica y su relación con la cantidad

de agua involucrada en el proceso.

#### Simulación Numérica

Los estudios numéricos y experimentales han estado enfocados al estudio de la geometría y fluidodinámica del fluido dentro de la celda, con el objetivo de aumentar la recuperación o ley de los concentrados. El análisis con *Computational Fluid Dynamics* (CFD) se ha centrado en el estudio de los efectos de formación del agregado partícula-burbuja, estabilidad de la espuma, efecto del agua de lavado, turbulencia dentro de la celda y el efecto del aireado dentro de las celdas (Koh and Schwartz 2005; Liu and Schwartz 2009; Evans 2008).

Se han simulado los efectos de la inyección de aire en un fluidos multifases variando la velocidad de los impelers con el objetivo de aumentar el flujo de aire y el *hold up* de gas dentro de la celda. Se ha encontrado que la disminución en la velocidad del agregado partícula-burbuja afecta a la tasa de flotación (Koh and Schwartz 2007).

Se han utilizado modelos CFD para identificar oportunidades de mejoras en el diseño y operación de las celdas columnares y de la celda Jameson. Las simulaciones han sido utilizadas para estudiar la fluidodinámica y el efecto de la turbulencia en la separación del agregado partícula-burbuja en determinadas zonas de la celda (Koh and Schwarz 2009).

El mecanismo de formación del agregado partícula-burbuja ha sido simulado por medio de las técnicas CFD. La eficiencia del proceso de flotación depende estrictamente del contacto inicial entre la partícula de mineral y las burbujas de aire. Para mejorar este contacto, las celdas de flotación son diseñadas para obtener una mezcla homogénea entre el mineral y las partículas. La magnitud de la velocidad específica de flotación obtenida por medio del modelamiento CFD indica que las velocidades de transporte del agregado partícula-burbuja a la zona de espuma contribuye de forma significativa a la velocidad global de flotación (Koh 2000; Koh and Schwarz 2003;Koh and Schwarz 2005).

La fase de espuma es muy importante para la operación de la celda de flotación y determina la cantidad de ganga que llega al concentrado, es decir que afecta en la calidad del producto. La mayoría de los estudios CFD han estado centrados en estudiar el efecto del agua de lavado sobre el rendimiento de la celda. Los efectos que se incluyen dentro de las simulaciones son los efectos de coalescencia de burbujas, tensión superficial, disipación viscosa y el asentamiento y dispersión de partículas.

#### Uso de Agua

Las plantas concentradoras convencionales de flotación de minerales reciben el mineral que proviene de la mina que contiene el mineral de interés económico, el cual pasa por una etapa sucesiva de chancado, el cual se implementa de forma general sin la adición de agua para luego pasar a una etapa de molienda en donde se adiciona agua hasta llegar al orden del 70 % de sólidos en suspensión. A la salida de la etapa de molienda se adiciona agua a la pulpa para asegurar el correcto funcionamiento de los hidrociclones llegando a porcentajes de sólidos del orden de 50 %. Es en esta etapa del proceso en donde se incurre en el mayor gasto hídrico (Finch 2015; Davenport 2011).

En el proceso de flotación el objetivo principal es concentrar el mineral de interés económico, por lo que en las etapas finales del proceso, por ejemplo en las etapas de limpieza hay una menor cantidad de mineral y la utilización del recurso hídrico alcanza cerca de un 85 % en las columnas (Lastra 2002; Jameson et al 2001; Jameson 1987).

A lo largo de la historia uno de los aspectos que ha tenido poca relevancia es el uso indiscriminado de agua en los procesos de concentración de minerales. Gracias a iniciativas medioambientales y conflictos con las comunidades se ha logrado definir la reducción de los recursos hídricos como uno de los temas de mayor relevancia para el país en la industria minera y no minera a nivel nacional. El problema asociado al uso excesivo de agua en las plantas concentradoras es reciente y su relevancia es de vital importancia debido a la caída en el precio de los commodities y los altos costos

energéticos de la industria minera. No existe en la actualidad una solución eficiente al problema del uso excesivo de agua en celdas de flotación ni tampoco en plantas o circuitos de procesamiento de minerales.

En términos generales se ha podido observar que el aumento en la densidad de la pulpa afecta de forma negativa al proceso de flotación, ya que se dificulta la correcta dispersión del gas dentro de la celda debido al aumento en la densidad y viscosidad del medio. Es por esto que el aumento de la densidad de pulpa tiene un efecto importante en la recuperación del mineral de interés.

La presencia o exceso de partículas de tamaños menores con las perturbaciones generadas por la introducción de turbulencia en celdas de flotación aumenta los requerimientos de energía mecánica, pues la turbulencia se gasta en el movimiento de las partículas y no en la generación de agregados partícula-burbuja. También se debe considerar que el aumento de la densidad provoca un leve aumento en la velocidad de las burbujas, sin embargo también provocará una mayor deformación de la interfase, lo que promoverá la des-adhesión de los agregados partícula-burbuja formados. Por otro lado el aumento de la viscosidad reducirá la velocidad de las burbujas aumentando su tiempo de residencia en la pulpa, lo que hace que aumente el *hold-up* de gas y se generen fenómenos de coalescencia, por lo que aumenta el tamaño de burbuja reduciendo de forma significativa la recuperación (Nguyen 2004).

En conclusión, el aumento en el porcentaje de sólidos generará inevitablemente efectos negativos para la recuperación de especies económicamente valiosas. Para mejorar el proceso de flotación bajo estas condiciones, es necesario aplicar una fuerza de difícil atenuación en el proceso. Para esto se seleccionaron fuerzas del tipo magnéticas, las cuales permitirían mejorar la eficiencia del proceso cuando se trabaja con pulpas con un alto contenido de sólidos en suspensión.

# Capítulo 3

# Antecedentes

# 3.1. Clasificación de los Fluidos

Un fluido es una substancia que se deforma de forma continua cuando se ve sometido a un esfuerzo de corte (tangencial). Los fluidos pueden ser clasificados de acuerdo a su comportamiento viscoso.

En un fluido Newtoniano con una presión, temperatura y composición dada, la viscosidad permanecerá constante, independiente de la velocidad de corte aplicada. Para el caso de un fluido No-Newtoniano la viscosidad es dependiente de la velocidad de corte aplicada y se clasifican dependiendo de su comportamiento, en pseudo elásticos, dilatantes o plásticos.

Para las simulaciones se utilizaran estos dos enfoques de forma independiente. Por un lado se modelará un fluido Newtoniano que tiene las mismas características que una pulpa en un proceso de flotación convencional. Y por otro lado se modelará el comportamiento del fluido como si fuese un fluido de Bingham debido a una alta concentración de sólidos en suspensión en la pulpa de alimentación.

La utilización de ambos enfoques se debe a la diferencia del comportamiento de ambos tipos de fluidos. En el caso del flujo Newtoniano, el fluido tendrá el comportamiento del líquido utilizado en la fase continua, mientras que para el fluido de Bingham se comportará como una pasta.

### 3.1.1. Fluidos Newtonianos

Los fluidos en los que el esfuerzo de corte es directamente proporcional a la tasa de deformación se denominan fluidos Newtonianos, es decir existe una relación lineal entre los esfuerzos tangenciales y el gradiente de velocidad y se cumple que:

$$\tau_y x = -\mu \frac{d\vartheta_x}{dy} \tag{3.1}$$

Donde:

 $\tau$  = Esfuerzo de corte [Pa]  $\mu$  = Viscosidad dinámica [Pa·s]  $\frac{d\vartheta}{du}$  = Tasa de deformación [s<sup>-1</sup>]

La expresión (3.1) se denomina Ley de viscosidad de Newton. Las simulaciones en las que se utilizará este enfoque son en los casos en los cuales se utiliza una sola fase de pulpa o dos fases (agua + partículas de interés).

#### 3.1.2. Fluidos No-Newtonianos

Los fluidos en los que el esfuerzo de corte no es directamente proporcional a la tasa de deformación se denominan fluidos No-Newtonianos, es decir que la ley de viscosidad de Newton no se cumple. El comportamiento reológico, en estado estacionario, de la mayor parte de los fluidos, puede establecerse mediante una forma generalizada:

$$\tau_{xy} = -\eta \frac{d\vartheta_x}{dy} \tag{3.2}$$

En donde  $\eta$  puede expresarse en función de  $d\vartheta/dy$  o de  $\tau_{xy}$ . Cuando  $\eta$  disminuye al aumentar el gradiente de velocidad  $(-d\vartheta_x/dy)$  el comportamiento se denomina pseudo-plástico; y dilatante en las que  $\eta$  aumenta con dicho gradiente. Si  $\eta$  resulta independiente del gradiente de velocidad, el fluido se comporta como un fluido Newtoniano y entonces  $\eta=\mu$ .



Figura 3.1: Resumen Modelos No-Newtonianos en estado estacionario

El funcionamiento del nuevo modelo de celda de flotación permite el tratamiento de pulpas con un alto contenido de sólidos en suspensión, generalmente trabajando a un porcentaje de sólidos del 50-60 %. Es por esto que el estudio del comportamiento del fluido dentro de la celda se modelará como un fluido plástico ideal o de Bingham.

#### Plástico Ideal o de Bingham

$$\tau_{yx} = -\mu_0 \frac{d\vartheta_x}{dy} \pm \tau_0 \qquad \text{si} \qquad |\tau_{yx}| > \tau_0 \tag{3.3}$$

$$\frac{d\vartheta_x}{dy} \qquad \text{si} \qquad |\tau_{yx}| < \tau_0 \tag{3.4}$$

Toda substancia que se comporta de acuerdo con este modelo se denomina plástico de Bingham: permanece rígida mientras el esfuerzo cortante es menor a un valor  $\tau_0$  y cuando supera el valor de  $\tau_0$  se comporta de forma similar a un fluido Newtoniano. Este modelo resulta suficientemente exacto para muchas pastas y suspensiones finas.

#### 3.1.3. Características del Fluido

#### Flujo Laminar y Turbulento

Un fluido puede ser clasificado como laminar o turbulento. Cuando un fluido es laminar, el fluido se mueve suavemente con una distribución geométrica de velocidad de líneas paralelas o también llamadas líneas de corriente. A altas velocidades del fluido o en presencia de algún obstáculo el flujo es turbulento y presenta un comportamiento inestable con una distribución de velocidades irregular.

Dependiendo del grado de turbulencia, el fluido podrá moverse de manera errática formando remolinos y flujos cruzados. La clasificación de los fluidos está dada de acuerdo a su distribución de velocidades, la cual está determinada por el número adimensional de Reynolds y se puede calcular como:

$$Re = \frac{Dv\rho}{\mu} = \frac{Dv}{\nu}$$
(3.5)

En donde:

D: diámetro de la cañería [m]

- v: Velocidad del fluido [m/s]
- $\rho$ : densidad del fluido [ $kg/m^3$ ]
- $\mu$ : viscosidad del fluido [Pa \* s]
- $\nu$ : viscosidad cinemática del fluido  $[m^2/s]$

De forma experimental se determinó que, en cañerías un flujo es laminar si el numero de Reynolds es menor o igual a 2100 y el flujo turbulento se obtiene cuando el numero de Reynolds es superior a 4000.

El principio fundamental de funcionamiento del nuevo modelo de celda de flotación del tipo ciclón, está basado en la aplicación de una fuerza de difícil atenuación como son las fuerzas magnéticas. Para que las partículas de interés económico estén afectadas por el campo magnético externo es necesario que el régimen dentro de la celda y en particular en la zona cerca de las salidas sea turbulento.

Este requerimiento limita las variables geométricas como por ejemplo la relación entre el largo y diámetro de la celda y limita la velocidad mínima que debe tener la velocidad de la pulpa en la alimentación de la celda.

#### Densidad de Pulpa

La densidad de la pulpa que entra a la celda de flotación se puede calcular como:

$$\rho_{pulpa} = \frac{100}{\frac{\varphi_s}{\rho_s} + \frac{\varphi_l}{\rho_l}} \tag{3.6}$$

donde;  $\varphi_s$ : porcentaje en masa de los sólidos [ %]

- $\varphi_l$  porcentajes masa de los líquidos [ %]
- $\rho_s$ : densidad de la fase de sólidos  $[kg/m^3]$
- $\rho_l$  densidad de la fase liquida  $[kg/m^3]$

#### Viscosidad de Pulpa

La ecuación de viscosidad para una pulpa con una alta concentración volumétrica de partículas se puede calcular como:

$$\mu_{pulpa} = \mu_{fluido} (1 + 2.5\phi + 10.05\phi^2 + 0.00273e^{16.6\phi})$$
(3.7)

donde;

 $\mu_{pulpa}$ : viscosidad dinámica de la pulpa [Pa·s]

 $\mu_{liquido}$ : viscosidad dinámica del liquido [Pa·s]

 $\phi$ : fracción volumétrica de los sólidos en la pulpa.

# 3.2. Fundamentos Computacionales ANSYS

Los métodos de CFD pueden ser aplicados en un principio a cualquier set de ecuaciones de derivadas parciales. Sin embargo, el área principal de aplicación ha sido siempre la solución de ecuaciones que describen procesos de flujo de fluidos, y procesos de transferencia de calor.

Desde el punto de vista físico, las ecuaciones que describen el flujo de un fluido y la transferencia de calor y masa son simples versiones de las leyes de conservación de la física clásica.

- Conservación de Especies Químicas (Ley de conservación de masa).
- Conservación de Momentum (Segunda Ley de Newton).
- Conservación de Energía (Primera ley de la termodinámica).

En otros casos, pueden ser necesarias otras ecuaciones para explicar otros fenómenos, como por ejemplo la entropía (segunda ley de la termodinámica) o campos magnéticos.

El punto de partida del análisis CFD es el concepto del medio continuo (sólido o líquido), que consiste en volúmenes que son infinitesimales desde el punto de vista macroscópico, pero son lo suficientemente grandes en comparación con la distancia entre moléculas, por lo que pueden ser considerados como un continuo.

En el caso de un fluido, estos volúmenes elementales, también llamados elementos de flujo, se mueven, rotan y se deforman bajo la acción de fuerzas que actúan en el flujo y están conformados del mismo tipo de moléculas todo el tiempo.

Las leyes de conservación tienen que ser satisfechas para todos los elementos de dicho fluido. Esto puede ser expresado de dos formas distintas. Se puede seguir el enfoque Lagrangiano, en donde las ecuaciones son formuladas directamente en términos de las propiedades dadas por un volumen elemental que se mueve en el espacio.

El otro enfoque comúnmente utilizado es el Euleriano, en el cual los principios de conservación que son aplicados a un volumen elemental, son reformulados en términos de propiedades distributivas como la densidad  $\rho(x,t)$ , temperatura T(x,t), o velocidad V(x,t), que son considerados como un vector o un escalar en función del espacio xy, y el tiempo t.

El próximo paso es introducir el material derivativo. Un elemento que se está moviendo con un velocidad V(x,y,z,t) en un fluido con una densidad  $\rho(x,y,z,t)$ , como se muestra en la siguiente ecuación. La posición del vector en el sistema de coordenadas cartesianas varia con el tiempo como R(t)=(x(t),y(t),z(t)). La diferenciación de la densidad con respecto al tiempo da la tasa de cambio de la densidad dentro del elemento.

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial\rho}{\partial x}\frac{\partial x(t)}{\partial t} + \frac{\partial\rho}{\partial t}\frac{\partial y(t)}{\partial t} + \frac{\partial\rho}{\partial t}\frac{\partial z(t)}{\partial t} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \mu\frac{\partial\rho}{\partial x} + \upsilon\frac{\partial\rho}{\partial y} + \omega\frac{\partial\rho}{\partial z}$$
(3.8)



Figura 3.2: Volumen elemental de fluido que se mueve en un campo de densidad variable.

Se han identificado las componentes derivativas de la posición con respecto al tiempo, como las componentes de la velocidad local V=ui+vj+wk. El lado derecho de la ecuación se le da el nombre de derivada material y posee una notación especial.

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \mu \frac{\partial\rho}{\partial x} + \upsilon \frac{\partial\rho}{\partial y} + \omega \frac{\partial\rho}{\partial z} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + V * \nabla\rho$$
(3.9)

De forma similar, la tasa de cambio de la temperatura es dada por:

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + V * \nabla T \tag{3.10}$$

Mientras que para el componente de la velocidad *u* se tiene:

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + V * \nabla u \tag{3.11}$$

Las formulas muestran claramente la tasa de cambio de cualquier propiedad distributiva y constan de dos partes; la primera debido a la variación de la propiedad en una ubicación y la otra por el movimiento del elemento, en un campo variable de esta propiedad.

Un concepto importante es asociado con el hecho de que, mientras que la masa del elemento se conserva, el volumen cambia de forma continua cuando el fluido está en movimiento. Esto puede ser visto como el cambio de volumen que ocurre, ya que el campo de velocidad depende del espacio y por lo tanto el valor de la velocidad en el lado opuesto del elemento es diferente.

#### 3.2.1. Conservación de Masa

El primer principio que gobierna el movimiento del fluido es la ley de conservación de masa. En un flujo con una densidad  $\rho(x,t)$  y una velocidad V(x,t), se considera un elemento del fluido con un volumen  $\delta$ V. De acuerdo con la definición del continuo, el elemento consiste de las mismas moléculas todo el tiempo, por lo que la variación de la masa  $\delta m = \rho \delta V$  tiene que permanecer constante.

$$\frac{d(\rho\delta V)}{dt} = \delta V \frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{d(\delta V)}{dt} = 0$$
(3.12)

Se observa que el material derivativo es utilizado para representar la tasa de cambio de la densidad dentro del elemento. Si se divide por  $\delta V$ , se obtiene la ecuación de continuidad.

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla * V = 0 \tag{3.13}$$

Si el fluido es incompresible, la ecuación se puede escribir como:

$$\nabla * V = 0 \tag{3.14}$$

### 3.2.2. Conservación Momentum

El principio subyacente de la segunda ley de Newton, la cual establece que la tasa de cambio del momentum de un cuerpo es igual a la fuerza neta que actual sobre él.

$$\frac{d(mV)}{dt} = F \tag{3.15}$$

Para una unidad de volumen de un elemento del fluido que se está moviendo dentro del flujo, la parte izquierda de la ecuación de conservación de momentum se puede reemplazar por la derivada material y se puede escribir de la siguiente forma:

$$\rho \frac{D(V)}{Dt} = \rho \left[\frac{\partial(V)}{\partial t} + (V \cdot \nabla)V\right]$$
(3.16)

La ecuación anterior escrita en coordenadas cartesianas se puede escribir como:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + \mu \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \omega \frac{\partial u}{\partial z} \right]$$
(3.17)

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho \left[ \frac{\partial v}{\partial t} + \mu \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \omega \frac{\partial v}{\partial z} \right]$$
(3.18)

$$\rho \frac{D\omega}{Dt} = \rho \left[ \frac{\partial \omega}{\partial t} + \mu \frac{\partial \omega}{\partial x} + \upsilon \frac{\partial \omega}{\partial y} + \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} \right]$$
(3.19)

La segunda ley de Newton puede ser escrita para una unidad de elemento de volumen:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho f_x + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}$$
(3.20)

$$\rho \frac{D\upsilon}{Dt} = \rho f_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}$$
(3.21)

$$\rho \frac{D\omega}{Dt} = \rho f_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}$$
(3.22)

El tensor de estrés puede ser separado en la parte de presión isotrópica, la cual está siempre presente

y la parte viscosa (fricción), la cual existe solo en el fluido que se está moviendo y debe ser igual a 0 si el fluido esta en reposo.

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \sigma_{ij} \tag{3.23}$$



Figura 3.3: Esfuerzo normal y de corte que actúa sobre un elemento del fluido.

donde;

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases}$$
(3.24)

Para que las ecuaciones describan en su totalidad el flujo del fluido, se debe introducir un modelo para los esfuerzos viscosos. Newton fue el primero en sugerir que el esfuerzo de corte deba ser proporcional al gradiente de velocidad. Esto fue desarrollado posteriormente por Stokes en el modelo lineal para el tensor de estrés:

$$\tau_{ij} = \lambda \delta_{ij} (\nabla \cdot V) + \mu \left( \frac{\partial \mu_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \mu_j}{\partial x_i} \right)$$
(3.25)

donde  $\mu$  y  $\lambda$  son el primer y segundo coeficiente de viscosidad y se utilizó  $\mu_i$  con i=1,2,3 para las componentes de velocidad u, v, w. Para un fluido incompresible con  $\nabla \cdot$  V=0, el término con la segunda viscosidad desaparece. Para fluidos compresibles, se utiliza generalmente como  $\lambda$ =-2/3 $\mu$ ,

la cual es una aproximación válida excepto para ondas de choque hipersónicas y absorción y atenuación de ondas acústicas.

El modelo (3.25) no tiene una completa justificación teórica, sin embargo ha sido validada de forma experimental. Los fluidos cuyo comportamiento satisfacen el modelo, son llamados Newtonianos. Existen fluidos no Newtonianos que se comportan de forma distinta a medida que varia el esfuerzo de corte.

Después de substituir (3.25) en (3.16) utilizando la simplificación de la segunda viscosidad, se puede obtener la forma final de la ecuación de conservación de momentum, la ecuación de Navier-Stokes.

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = pf_i + \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ 2\mu S_{ij} - \frac{2}{3}\mu (\nabla \cdot V)\delta_{ij} \right]$$
(3.26)

en donde la tasa de cambio del tensor de estrés se escribe como:

$$S_{ij} \equiv \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$
(3.27)

Para el especial de un fluido incompresible con un coeficiente de viscosidad constante la ecuación de Navier-Stokes se puede escribir como:

$$\rho \frac{DV}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 V + pf \tag{3.28}$$

#### **Condiciones de Borde**

En un principio, se puede decir que todas las partes del dominio están conectadas por flujos de transferencia de masa y calor. Se deben formular problemas CFD con dominios finitos delimitado por bordes. Estos bordes tienden a aparecer de forma natural, por ejemplo pueden seguir las paredes rígidas de un dominio. Un problema CFD formulado correctamente debe incluir condiciones de borde apropiadas para la velocidad, temperatura y otras variables del fluido. La importancia de definir de forma adecuada las condiciones de borde no debe ser subestimada. No se pueden obtener soluciones correctas si no están bien definidas las condiciones de borde.

#### Condición de Borde Pared Rígida

En las paredes rígidas del dominio, las condiciones de velocidad son diferentes para fluidos viscosos  $(\mu \neq 0)$  y no viscosos  $(\mu = 0)$ . Para fluidos viscosos, se aplica la condición de no deslizamiento:

$$V = U_{wall} \tag{3.29}$$

Para fluidos no viscosos, se aplica la condición de impermeabilidad de pared y solo la componente normal de la velocidad en la pared es considerada al calcular la velocidad en la pared.

$$v \cdot n = U_{wall} \cdot n \tag{3.30}$$

Se asumirá que la componente normal n apuntará hacia afuera con respecto al elemento de fluido y a la pared.

#### Condiciones de Borde Entrada y Salida

Si el dominio computacional posee limites abiertos, como por ejemplo la alimentación y las salidas, se debe definir una condición de borde en ellas. La opción más común para la alimentación es definir la velocidad y temperatura como:

$$V = U_{inlet} \tag{3.31}$$

$$T = T_{inlet} \tag{3.32}$$

En la salida, cualquier condición de borde sería artificial, ya que artificialmente se corta parte del flujo generado y no se tiene posibilidad de predecir que es lo que ocurre y como afecta al flujo dentro del dominio. Una de las aproximaciones más utilizadas es que el gradiente sea igual a 0 en la salida.

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0 \tag{3.33}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \tag{3.34}$$
### 3.2.3. Método Volúmenes Finitos

El método de volúmenes finitos permite discretizar y resolver numéricamente ecuaciones diferenciales. Este método es una alternativa al método de las diferencias finitas y elementos finitos.

Una de las principales características de este método es que se basa en la conservación global de alguna propiedad física.

El método de volúmenes finitos se diferencia del método de diferencias finitas en la forma en que son derivados. En vez de discretizar las ecuaciones diferenciales parciales, se comienza con las leyes de conservación en su forma integral. La discretización es aplicada directamente a las ecuaciones en su forma integral para un volumen de control pequeño.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \Phi d\Omega = -\int_{S} \Phi V \cdot n dS + \int_{S} \chi \nabla \phi \cdot n dS + \int_{\Omega} Q d\Omega$$
(3.35)

La ecuación (3.35) está escrita para un volumen de control arbitrario  $\Omega$  y una superficie S con un vector normal n que apunta hacia afuera de la superficie y expresa la conservación del escalar  $\Phi$  dentro de  $\Omega$ . Cada uno de los términos de (3.35) están relacionados con la ecuación de conservación de masa, momentum y energía.

El lado izquierdo de la ecuación (3.35) representa la tasa de cambio de  $\Phi$  dentro del volumen de control  $\Omega$ . La integral de superficie  $\int_S \Phi V \cdot ndS$  representa el flujo convectivo que pasa por el borde de la superficie S. Este término aparece por el trasporte de  $\Phi$  por una velocidad V. La integral  $\int_S \chi \nabla \Phi$  corresponde al flujo difusivo correspondiente al transporte viscoso o conducción de calor a través del borde de S. Y la última integral  $\int_\Omega Qd\Omega$  representa la tasa de cambio de  $\Phi$  causada por fuentes de intensidad Q por unidad de volumen.

## 3.2.4. Mallado Volumen Finito

La malla de volumen más simple, es la utilizada para el caso de una dimensión, en donde los volúmenes de control son intervalos. Por ejemplo la figura 3.4(a) representa un mallado de un volumen finito con celdas  $\Omega_i = [x_{i-1/2}, x_{i+1/2}]$ . En los casos de dos y tres dimensiones se puede elegir entre un mallado estructurado o no estructurado.

En las mallas estructuradas, las celdas son cuadradas o hexaedricas y están ordenadas en un patrón ordenado que sigue las coordenadas cartesianas o curvilíneas. Para el caso de las mallas no estructuradas, las celdas pueden tomar una gran variedad de formas, como por ejemplo prismas, tetraedros, hexaedros o pirámides en tres dimensiones y cuadrados, triángulos, y otros tipo de polígonos para el caso de dos dimensiones.



Figura 3.4: Ejemplos de mallas en volúmenes finitos. (a) Mallado en una-dimension. (b)Mallado en dos dimensiones en coordenadas cartesianas. (c)Mallado en dos-dimensiones estructura curvilínea. (d)Mallado en dos-dimensiones no-estructurado.

## 3.3. Turbulencia

Hay distintas formas de superar el reto computacional y adquirir información relevante de flujos turbulentos a partir de soluciones numéricas.

El acercamiento al análisis numérico de la turbulencia de un fluido puede dividirse en dos grupos: las simulaciones y el modelamiento. En las simulaciones, se calcula una realización real del flujo. Los métodos de este grupo son: Direct Numerical Simulation (DNS) y "Large Eddies Simulation" (LES). Para el DNS se resuelve la ecuación de Navier-Stokes sin ninguna modificación o algún supuesto de modelación. EL resultado es una imagen completa de la evolución de un flujo que es dependiente del tiempo, u(x,t),p(x,t).

La desventaja de este método es el requerimiento de una aproximación precisa de las características del flujo a una escala pequeña que se traduce en un mallado irrealizable.

En el enfoque LES se resuelven las ecuaciones para variables espacialmente filtradas  $\bar{u}(x,t)$ ,  $\bar{p}(x,t)$ , que representan un comportamiento dependiente del tiempo de las características de un flujo de escalas de longitud grande y moderadas. El efecto de las pequeñas fluctuaciones aparecen en forma de términos adicionales de las ecuaciones, que no se pueden calcular de forma directa y deben ser sustituidas por aproximaciones del modelo.

En el modelamiento, no se trata de realizar un cálculo real del fluido, sino que el problema recae en un sistema de ecuaciones para características promedio del flujo, como por ejemplo la velocidad y presión media,  $\langle u \rangle$ ,  $\langle p \rangle$ , y los streses de Reynolds  $\langle u_i u_j \rangle$ . Este enfoque es llamado el método Reynolds-averaged Navier Stokes"(RANS).

Este método de simulación es muy eficiente, sin embargo los resultados obtenidos generalmente son inexactos debido a los errores introducido por las aproximaciones incluidas en las ecuaciones del modelo RANS. Dependiendo del análisis que se requiera realizar y el tipo de fluido utilizado, es el método que se debería usar.

Para la exactitud, aparece un término extra en las ecuaciones LES y RANS que debe ser aproximado. Debido a esto y a las suposiciones físicas débiles, los modelos de turbulencia son inherentemente imprecisos. Se introduce un error al modelo, cuya magnitud depende del tipo de modelo, el mallado y las características del flujo. En general se tiene que:  $0=\epsilon_{DNS} < \epsilon_{LES} < \epsilon_{RANS}$ .

Los tres enfoques describen el flujo en niveles distintos. En el enfoque de DNS, se tiene un campo del flujo completo u(x,t),p(x,t), el cual puede ser utilizado para encontrar todas las características relacionadas al comportamiento del fluido a todas las escalas. El LES también produce un campo del flujo, pero las variables calculadas  $\bar{u}(x,t)$ ,  $\bar{p}(x,t)$  no proveen información del movimiento del fluido a pequeñas escalas. Y el enfoque RANS produce valores promedio del flujo,  $\langle u \rangle$ ,  $\langle p \rangle$ . Las características de las fluctuaciones turbulentas permanecen desconocidas, excepto por las propiedades básicas como la energía cinética y la tasa de disipación, las cuales son estimadas por los modelos turbulentos.

Un tema relevante es el coste computacional de cada uno de los enfoques. El costo computacional mas alto es el del DNS y el mas bajo es el del RANS. Esto es calculado de acuerdo al tamaño de las estructuras que se deben resolver por la malla: los remolinos mas pequeños en el DNS y las características de larga escala del flujo en el RANS. El costo computacional del LES varia con el modelo utilizado y la exactitud. En general esta entre medio del coste del DNS y el RANS.

Para las simulaciones de la celda que se van a realizar se va a utilizar el enfoque RANS dado su bajo coste computacional y la amplia selección de modelos que se pueden utilizar.

#### **Reynolds-Averaged Navier-Stokes**

El RANS es el método más antiguo del modelamiento de la turbulencia, y sigue siendo una herramienta práctica para el análisis CFD. Las ventajas de este modelo son su simplicidad, bajo coste computacional y una amplia selección de modelos. Sus desventajas son el bajo nivel de descripción del flujo y un error de modelamiento relativamente alto.

Se comienza con una definición precisa de los campos de flujo medios. La definición universal aplicable es el campo de conjunto promediado:

$$\langle u \rangle(x,t) = \lim_{x \to \infty} \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} u^m(x,t)$$
(3.36)

Donde  $u^m$  son las realizaciones del flujo en M experimentos idénticos. Si las condiciones son dependientes del tiempo, el flujo medio puede ser considerado como resultado del promedio en el tiempo:

$$\langle u \rangle(x) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{t}^{t+T} u^{m}(x,t)$$
(3.37)

Si el flujo experimenta variaciones lentas no turbulentas, pero la típica variación del tiempo  $T_v$  es mucho más grande que la escala de tiempo típica  $T_t$  de las fluctuaciones más grandes y lentas, la definición del promedio del tiempo sigue siendo valida en la forma:

$$\langle u \rangle(x,t) = \frac{1}{T} \int_{t}^{t+T} u^{m}(x,t)$$
(3.38)

Donde  $T_t \ll T \ll T_v$ . Otras propiedades relevantes son:

$$\langle\langle f \rangle \rangle = \langle f \rangle, \qquad \langle f \langle g \rangle \rangle = \langle f \rangle \langle g \rangle$$
(3.39)

donde f y g son funciones arbitrarias.

#### **Reynolds-Averaged Equations**

Al aplicar el promedio al sistema de ecuaciones de Navier-Stokes resulta en las ecuaciones promediadas para el campo del flujo medio. Las ecuaciones para un flujo Newtoniano incompresible se pueden escribir como:

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \nabla^2 u_i, \qquad \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$$
(3.40)

en donde se asume la suma sobre indices repetidos. El resultado del promedio es:

$$\rho \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \rho \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_j} = -\frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \mu \nabla^2 \langle u_i \rangle, \qquad \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} = 0$$
(3.41)

Utilizando la linealidad y las propiedades de 3.39 de las operaciones de promedio se tiene que:

$$\rho \langle u_i u_j \rangle = \rho \langle (\langle u_i \rangle + u'_i) (\langle u_j \rangle + u'_j) \rangle = \rho \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle + \rho \langle u'_i u'_j \rangle$$
(3.42)

El segundo término en el lado derecho es el tensor de stress de Reynolds.

$$\tau_{ij} \equiv \rho \langle u'_i u'_j \rangle = \rho \langle u_i u_j \rangle - \rho \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle \tag{3.43}$$

Utilizando la nueva notación, se reescribe al ecuación 3.41 RANS.

$$\rho \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \rho \frac{\partial (\langle u_i \rangle \langle u_j \rangle)}{\partial x_i} = -\frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \mu \nabla^2 \langle u_i \rangle - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \qquad \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0$$
(3.44)

## 3.4. Modelamiento Fluido

Las ecuaciones que gobiernan los procesos que se desean estudiar son utilizadas para describir de forma matemática la física de un flujo en movimiento. La ecuación de continuidad y la ecuación de momentum también conocida como la ecuación de Navier-Stokes, son necesarias para describir el estado de cualquier tipo de flujo y generalmente son resueltas para todos los flujos en el modelamiento CFD.

Ecuaciones adicionales, como por ejemplo la ecuación de energía y/o ecuaciones de turbulencia, pueden ser requeridas para describir de forma apropiada el flujo dependiendo de la naturaleza de este.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \tag{3.45}$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v^2) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + pg \qquad (3.46)$$

En donde  $\rho$  es la densidad del fluido, v es la velocidad instantánea, p es la presión,  $\tau$  es el tensor viscosidad de estrés y g es el vector de gravedad.

El flujo multifase es un flujo que presenta de forma simultanea distintas fases, donde las fases se refieren al estado sólido, líquido o gaseoso de la materia. Dentro de los flujos multifase hay cuatro categorías principales: gas-líquido, gas-solido, líquido-sólido y un flujo trifásico sólido, líquido-gas. La caracterización del flujo se realiza comúnmente de acuerdo a la apariencia visual del flujo y se pueden definir los flujos como:"separado", "mezcladoz "disperso".

Estos son llamados patrones de flujo o regímenes de flujo y la categorización de un flujo multifásico en un cierto régimen es comparable a determinar si un flujo es laminar o turbulento.

Un patrón de flujo describe la distribución geométrica de las fases y el patrón de flujo afecta la distribución de las fases y la velocidad de las fases. Existe un número de regímenes de flujo y los posibles patrones de flujo difieren dependiendo de la geometría en donde esté el flujo.

Para algunas figuras simples, como por ejemplo tuberías horizontales y verticales, los patrones de flujo que pueden ocurrir en las distintas fases se muestran en la figura 3.5.

Los dos extremos en la ilustración 3.6 es la fase dispersa y un flujo separado. En los flujos separados hay una clara división entre las fases, por ejemplo un fluido estratificado, en donde una de las fases fluye por sobre la otra o un fluido anular, en donde hay un centro gaseoso y un film de fluido a lo largo de la pared de la tubería.



Figura 3.5: Ejemplo de los patrones de flujo típicos en tuberías horizontales.



Figura 3.6: Mapa de flujo de un fluido bifásico en una tubería horizontal.

El flujo disperso es un flujo en donde una fase está ampliamente distribuida, como por ejemplo partículas solidas o burbujas en una fase continua. Existen varios regímenes intermedios, los cuales contienen una mezcla entre un flujo de fase dispersa y un flujo separado.

Debido a inestabilidades crecientes en un régimen, pueden ocurrir transiciones a otros regímenes, lo cual complica aun más la modelación de un flujo multifase, ya que la transición es impredecible y los diferentes regímenes de flujo están gobernados por diferentes mecánicas.

#### 3.4.1. Modelamiento

Los modelos son utilizados para poder describir y predecir las mecánicas de los flujos que están compuesto de más de una fase. Como se mencionó anteriormente, la modelación de un flujo multifase es muy complejo y hay que añadir las limitaciones en tiempo y capacidades computacionales al realizar los estudios numéricos. Esto ha llevado al desarrollo de modelos que pueden dar cuenta de distintos niveles de información, con distintos niveles de precisión y pueden predecir el comportamiento para alguna de las aplicaciones de flujo multifase.

#### **3.4.2.** Enfoque Euler-Lagrange

En el enfoque Euler-Lagrange, las partículas se rastrean de forma individual, donde se refiere a la partícula ya sea una partícula solida o una burbuja. Las ecuaciones de conservación son resueltas para la fase continua y para la fase discreta se realiza el rastreo mediante la resolución de las ecuaciones de movimiento para cada una de las partículas como se muestra en las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial \alpha_f \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \mu_f) = S_{mass}$$
(3.47)

$$\frac{\partial \alpha_f \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \mu_f \mu_f) = \alpha_f \nabla p - \alpha_f \nabla \cdot \tau_f - S_p + \alpha_f \rho_f g = 0$$
(3.48)

$$\frac{partial\mu_p}{\partial t} = \sum F \tag{3.49}$$

En donde  $\alpha$  es la fracción de volumen,  $S_{mass}$  es el término de masa que existe en el caso de intercambio de masa entre las fases y  $S_p$  es el término de momentum que existe en el caso de intercambio de momentum entre las fases.

Las fuerzas que actúan en las partículas varían dependiendo de la condición del flujo. Al realizar el modelamiento numérico se ha determinar cuáles son las fuerzas más relevantes dentro del problema

y que se incluirán dentro del modelo. Al añadir más fuerzas se incrementa la precisión del modelo pero también su complejidad.

La forma en que este enfoque de modelamiento resuelve al nivel de partículas es caro en términos computacionales, por lo que este modelo es adecuado para modelar fluidos con una baja concentración de partículas.

#### **3.4.3.** Enfoque Euler-Euler

En los modelos Euler-Euler todas las fases son tratadas como un continuo. Estos modelos también llamados modelos multi-fluidos son utilizados en la modelación de fluidos separados donde ambas fases pueden ser descritas como un continuo. Sin embargo, este enfoque también puede ser utilizado para fases dispersas, cuando el interés está centrado en el movimiento del conjunto de las partículas por sobre el movimiento individual de estas. Las ecuaciones de fase dispersa son promediadas en cada una de las celdas con el objetivo de obtener valores promedios. Para poder describir una fase dispersa como un continuo, la fracción de volumen de la fase dispersa debe ser lo suficientemente alta, por lo que este enfoque es utilizado para flujos densos.

Las fases son tratadas de forma separada y las ecuaciones de conservación son resueltas para cada fase de forma independiente. El acoplamiento entre las fases es logrado mediante coeficientes compartidos de intercambio de presión e intercambio de fases. Además se resuelve una ecuación de transporte adicional, que modela la fracción de volumen de cada una de las fases. Las ecuaciones que explican el modelo de dos fluidos con dos fases continuas se explica a continuación.

$$\frac{partial\alpha_k\rho_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k\rho_k U_k) = 0$$
(3.50)

$$\frac{partial\alpha_k\rho_k U_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k\rho_k U_k U_k) = \alpha_k \nabla P + \alpha_k \nabla \cdot \tau_k + \alpha_k \rho_k g_k + S_k$$
(3.51)

$$\frac{\partial \alpha_k}{\partial t} = \nabla \cdot (\alpha_k U_k) = 0 \tag{3.52}$$

Donde U es la velocidad promedio y P es la presión promedio compartida por ambas fases.

# 3.5. Magnetofluidodinámica

La magnetofluidodinámica está relacionada con la interacción de un campo magnético aplicado a un fluido que posee un cierto grado de conductividad eléctrica. El módulo de MHD de Ansys permite analizar el comportamiento de un fluido conductor bajo la influencia de un campo magnético oscilante o constante.

El acoplamiento entre el flujo y el campo magnético puede ser entendido bajo el principio de dos efectos fundamentales: la inducción de una corriente eléctrica debido al movimiento del material conductivo dentro del campo magnético, y el efecto de la fuerza de Lorentz como resultado de la interacción de la corriente eléctrica y e campo magnético.

En general, la corriente eléctrica inducida y la fuerza de Lorentz tienden a oponerse a los mecanismos que los crearon. Los movimientos que llevan a la inducción electromagnética son sistemáticamente interrumpidos por la fuerza de Lorentz. La inducción eléctrica también puede ocurrir en la presencia de un campo magnético variable.

Los campos magnéticos son descritos por las ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{3.53}$$

$$\nabla \times \vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{3.54}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = q \tag{3.55}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{j}}{\partial t}$$
(3.56)

donde  $\vec{B}$ (Tesla) y  $\vec{E}$  son los campos magnéticos y eléctricos respectivamente, y  $\vec{H}$  y  $\vec{D}$  son los campos inducidos por el campo magnético y eléctrico respectivamente.  $q(C/m^3)$  es la densidad de carga eléctrica y  $\vec{j}$  es la densidad de corriente eléctrica.

La inducción de los campos  $\vec{H}$  y  $\vec{D}$  están definidas como:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu}\vec{B} \tag{3.57}$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \tag{3.58}$$

Donde  $\mu$  y  $\epsilon$  son las permeabilidad magnéticas y eléctrica respectivamente. Para medios suficientemente conductores como los metales líquidos, la densidad de carga y corriente de desplazamiento  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  son ignoradas.

Al estudiar la interacción entre un fluido y un campo magnético es fundamental saber la densidad de corriente J(inducida). Generalmente se pueden utilizar dos enfoques para obtener la densidad de corriente. Una es resolviendo la ecuación de inducción magnética y la otra es resolver la ecuación de potencial eléctrico.

#### Método Inducción Magnética

En el primer enfoque, la ecuación de la inducción magnética es derivada de la ley de Ohm y de las ecuaciones de Maxwell. Esta ecuación provee el acoplamiento del flujo y el campo magnético.

En general, la ley de Ohm define la densidad de corriente como:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \tag{3.59}$$

donde  $\vec{\sigma}$  es la conductividad eléctrica del medio. Para un fluido con una velocidad  $\vec{U}$  y un campo magnético  $\vec{B}$ , la ley de Ohm se puede escribir como:

$$\vec{j} = \sigma \left( \vec{E} + \vec{U} \times \vec{B} \right) \tag{3.60}$$

De la ley de Ohm y las ecuaciones de Maxwel, la ecuación de inducción puede derivarse como:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \left(\vec{U} \cdot \nabla\right) \vec{B} = \frac{1}{\mu\sigma} \nabla^2 \vec{B} + \left(\vec{B} \cdot \nabla\right) \vec{U}$$
(3.61)

Del campo magnético resuelto  $\vec{B}$ , la densidad de corriente  $\vec{j}$  puede ser calculada utilizando la relación de Ampere.

$$\vec{j} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{B} \tag{3.62}$$

Generalmente el campo magnético puede ser descompuesto en un campo magnético externo o un campo magnético inducido debido al movimiento del fluido. Cabe recalcar que solo el campo magnético inducido por el movimiento del fluido debe ser calculado.

De las ecuaciones de Maxwell, el campo magnético impuesto, satisface la siguiente ecuación:

$$\nabla^2 \vec{b}_0 - \mu \acute{\sigma} \frac{\partial \vec{B}_0}{\partial t} = 0 \tag{3.63}$$

donde  $\dot{\sigma}$  es la conductividad eléctrica del medio en donde el campo magnético es aplicado. Es por esto que dos casos son considerados.

El primer caso se utiliza cuando el campo magnético es aplicado a un medio no conductor. En este caso, el campo magnético impuesto cumple con las siguientes condiciones:

$$\nabla \times \dot{B_0} = 0 \tag{3.64}$$

$$\nabla^2 \vec{B_0} = 0 \tag{3.65}$$

Con  $\vec{B} = \vec{B_0} + \vec{b}$ 

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \left(\vec{U} \cdot \nabla\right) \vec{B} = \frac{1}{\mu\sigma} \nabla^2 \vec{B} + \left(\vec{B} \cdot \nabla\right) \vec{U}$$
(3.66)

Entonces la ecuación (3.66) puede ser escrita como:

$$\frac{\partial \vec{b}}{\partial t} + \left(\vec{U} \cdot \nabla\right) \vec{b} = \frac{1}{\mu\sigma} \nabla^2 \vec{b} + \left(\left(\vec{B}_0 + \vec{b}\right) \cdot \nabla\right) \vec{U} - \left(\vec{U} \cdot \nabla\right) \vec{B}_0 - \frac{\partial \vec{B}_0}{\partial t}$$
(3.67)

Y la densidad de corriente esta dada por:

$$\vec{j} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{b} \tag{3.68}$$

El segundo caso es utilizado cuando el campo magnético es aplicado a un medio conductor. En este caso las ecuaciones (3.64) y (3.65) no se cumplen. Asumiendo que la conductividad eléctrica del medio en el cual el campo  $\vec{B}$  es aplicado es la misma que la del flujo, es decir  $\sigma = \hat{\sigma}$ , entonces:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \nabla)\vec{B} = \frac{1}{\mu\sigma}\nabla^2 \vec{B} + (\vec{B} \cdot \nabla)\vec{U}$$
(3.69)

$$\nabla^2 \vec{B_0} - \mu \acute{\sigma} \frac{\partial \vec{B_0}}{\partial t} = 0 \tag{3.70}$$

Las ecuaciones (3.69) y (3.70) pueden ser escritas como:

$$\frac{\partial \vec{b}}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \nabla)\vec{b} = \frac{1}{\mu\sigma}\nabla^2 \vec{b} + ((\vec{B} + \vec{b}) \cdot \nabla)\vec{U} - (\vec{U} \cdot \nabla)\vec{B_0}$$
(3.71)

$$\vec{j} = \frac{1}{\mu} \nabla \times (\vec{B_0} + \vec{b}) \tag{3.72}$$

Para la ecuación de inducción, las condiciones de borde para el campo inducido están dadas por:

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} b1 & b2 & b3 \end{pmatrix} = \vec{b^*} \tag{3.73}$$

# **Capítulo 4**

# Metodología

# 4.1. Evaluación de la reducción de agua en concentradoras utilizando un nuevo diseño de celda

Para evaluar el impacto de la nueva tecnología de flotación propuesta, se realiza un balance de masa de un circuito de procesamiento de minerales sulfurados de cobre. El balance de masa se realiza utilizando porcentajes de sólido típicos como caso base, para luego contrastar con el consumo de agua esperado luego de incorporar el nuevo prototipo de celda.



Figura 4.1: Circuito de Molienda

Para el balance de masa se consideró un circuito de flotación convencional separado en dos partes.

La figura 4.1 muestra la primera parte del circuito, la cual corresponde a una etapa de molienda unitaria. Se consideró la utilización de aguas habituales en este proceso, por lo que el ingreso de agua 1 corresponde al agua necesaria para que la pulpa alcance el porcentaje de sólidos necesario para el proceso de molienda. De la misma forma, el segundo ingreso de agua corresponde a la que requiere la pulpa para ingresar a la etapa de clasificación con hidrociclones. La razón entre el flujo másico del ünderflow"del hidrociclón,  $G_{su}$ , y el flujo másico de alimentación fresca,  $G_{sa}$ , se fijó en 3.5 (carga circulante del 350 %).



Figura 4.2: Circuito de Flotación

La figura 4.2 muestra la segunda parte del proceso, correspondiente a un circuito de flotación convencional. Para simplificar el circuito de flotación se unió la flotación cleaner con la remolienda y la flotación scavenger en una etapa denominada desde ahora en adelante "flotación cleaner/scavenger". De esa forma, el circuito se compone por una etapa de flotación rougher, una etapa de flotación cleaner/scavenger, dos procesos de separación sólido/líquido para relaves y para concentrado, y un tranque de relaves. Los dos ingresos de agua considerados en el circuito representan el agua agregada en las canaletas de la flotación rougher y el agua de lavado de la etapa cleaner, respectivamente. Los cálculos fueron realizados para una base 100 de alimentación seca, asumiendo una humedad del 3 %. Se asume también la especie mineralógica de interés como calcopirita. Los escenarios evaluados fueron los siguientes:

- (i) Caso base: recuperación de 28 % del agua disponible en el relave y toda se recircula en el proceso.
- (ii) Caso Base: recuperación de 28 % del agua disponible en el relave, pero no se recircula debido al alto costo de transporte.
- (iii) Caso Base: recuperación de 28 % del agua disponible en el relave y una fracción se recircula al circuito con el objetivo de ahorrar agua fresca.
- (iv) Prototipo: recuperación de 28 % del agua disponible en el relave y toda se recircula en el proceso.
- (v) Prototipo: recuperación de 28 % del agua disponible en el relave, pero no se recircula debido al alto costo de transporte.
- (vi) Prototipo: recuperación de 28 % del agua disponible en el relave y una fracción se recircula al circuito con el objetivo de ahorrar agua fresca.

En los cálculos se incluyeron perdidas por evaporación en los espesadores y tranque de relaves basados en Blight (2002) y Meersohn (2016).

# 4.2. Estudios Preliminares (Proyecto Corfo)

La figura 4.3 presenta fotografías de prototipo fabricado durante el proyecto Corfo L1 Código 13IDL1-25586. Se observa el prototipo de celda tubular con ingreso tangencial de alimentación de la pulpa (A), y se introduce un flujo de aire de forma axial (B). Se puede observar un vista del sistema completo (C) y una vista del concentrado final (D), que es muy similar al concentrado que se obtiene en celdas de flotación convencionales.



Figura 4.3: Fotografías del prototipo de la nueva celda de flotación (A), detalle del ingreso de aire la celda (B), sistema global implementado (C) y concentrado final resultante del proceso (D).

La Figura 4.4 muestra el sistema experimental utilizado para el estudio preliminar de la celda. En un tanque agitado se introdujo una pulpa de una faena minera cuyo contenido de sólidos es 50 % y ley de cobre de alrededor de 0.8 %. Mediante el uso de una bomba peristáltica la pulpa es impulsada hacia la celda de flotación que puede trabajar en presencia o ausencia de un campo magnético externo generando, en cualquier caso, 2 productos: C1: corriente central y S1: corriente de salida tangencial. La celda de flotación puede funcionar en forma horizontal o vertical con la alimentación de mineral en la parte superior o inferior en el caso de la disposición vertical (en teoría también a diferentes ángulos de la vertical pero, como experimento de prueba sólo fueron consideradas las 2 posiciones límite).



Figura 4.4: Sistema experimental utilizado

Corrida Experimental	Orientación Celda	Campo Magnético
P1	Horizontal	No
P2	Vertical Alim. Arriba	No
P3	Vertical Alim. Abajo	No
P4	Horizontal	Si
P5	Vertical Alim. Arriba	Si
P6	Vertical Alim. Abajo	Si

Tabla 4.1: Experimentos realizados Pilotaje

Las muestras fueron colectadas en ambas salidas de la celda de flotación y enviadas a análisis mineralógico automatizado, QEMSCAN. Para llevar a cabo la reconciliación de las leyes de cobre, se re-calculó la alimentación y se estimaron las recuperaciones.

# 4.3. Estrategias de Simulación

La estrategia más común para realizar simulaciones es tratar de simplificar lo más posible el problema que se está estudiando, con el objetivo de construir un caso base que entregue resultados coherentes. A este caso base simplificado, se le van añadiendo variables y se completa el modelo hasta llegar a la versión final. Se utilizará esta estrategia para modelar el prototipo de la celda en ASYS-Fluent.

Las simulaciones iniciales se modelaron con un fluido de una sola fase que posee características similares de densidad y viscosidad a las de una pulpa. Después se modelará el fluido como un fluido de dos fases, es decir, una fase continua de agua y otra fase discreta de partículas. Las partículas poseen características similares en composición y tamaño a partículas de calcopirita que se encuentran en una alimentación rougher.

Las simulaciones anteriores supusieron el comportamiento del flujo como un fluido Newtoniano. Sin embargo, una pulpa con un alto contenido de sólidos se tiende a comportar como un fluido No Newtoniano, por lo que se modeló el fluido como un plástico de Bingham.

Finalmente se analizó el efecto que tiene un campo magnético externo sobre las partículas de interés dentro de la celda y como afecta la presencia del campo en la recuperación de las partículas.

# 4.4. Simulación Fluido Newtoniano

## 4.4.1. Simulación Monofásica

Las simulaciones realizadas constan de la variación de parámetros geométricos del prototipo, tal como el largo y el diámetro de la celda, así como también el diámetro de la descarga tangencial y axial de la celda. También se consideró para las simulaciones, distintas formas de utilización de la celda, ya sea en posición vertical u horizontal y con una pulpa de alimentación similar a una pulpa

con un Cp de 50 %.

Combinando las distintas variaciones geométricas se realizaron 9 simulaciones distintas. En las primeras tres simulaciones se analizan el caso base, y los casos en donde se aumenta al doble el largo y el diámetro de la celda manteniendo constante los diámetros de descarga de la celda.

En las siguientes tres simulaciones, se aumentó al doble la salida axial, manteniendo el diámetro de la salida tangencial y se simuló variando el largo y diámetro de la celda. Y para las últimas simulaciones se aumentó al doble el diámetro de la salida tangencial, manteniendo el diámetro de la salida axial y se simuló variando el largo y diámetro de la celda.

El flujo másico que entra a la celda por la alimentación tangencial cuando la velocidad del flujo es de 1 [m/s] es de 0.948 [Kg/s].

Los distintos casos de las simulaciones con un fluido monofásico se presentan en la tabla 4.2.

Simulación	$D_{Celda}$	$L_{Celda}$	$d_{SalidaAxial}$	$d_{SalidaTangencial}$
S1	$D_0$	$L_0$		
S2	$2 \cdot D_0$	$L_0$	$d_0$	$d_0$
S3	$D_0$	$2 \cdot L_0$		
S4	$D_0$	$L_0$		
S5	$2 \cdot D_0$	$L_0$	$2 \cdot d_0$	$d_0$
S6	$D_0$	$2 \cdot L_0$		
S7	$D_0$	$L_0$		
<b>S</b> 8	$2 \cdot D_0$	$L_0$	$d_0$	$2 \cdot d_0$
S9	$D_0$	$2 \cdot L_0$		

Tabla 4.2: Simulaciones Fluido Monofásico

donde;

 $L_0$ : largo axial original del prototipo.

 $D_0$ :diámetro original del prototipo.

 $d_0$ : diámetro de las salida axial y tangencial del prototipo.

## 4.4.2. Simulación Fluido Bifásico

Para estudiar el comportamiento de las partículas dentro del prototipo, se modelará el flujo como un fluido bifásico, es decir que una de las fases es una fase continua de agua, mientras que la otra fase es una fase discreta de partículas. Para estas simulaciones no se considera la influencia de un campo magnético.

Para las simulaciones se consideraron 3 geometrías a estudiar. La primera geometría corresponde al prototipo de la celda, en donde se tiene una alimentación tangencial a la celda y dos descargas, una axial y otra tangencial en la sección final de la celda, tal como se muestra en la figura 4.5.

La segunda geometría considerada es el funcionamiento del prototipo como un hidrociclón. En vez de tener la salida axial en la sección final de la celda se habilitó una salida axial en la parte inicial cerca de la alimentación, tal como se muestra en la figura 4.6-(a).

La tercera geometría considerada es aquella con una alimentación tangencial y las tres descargas de la celda habilitadas, de las cuales una es tangencial y las otras dos son axiales, tal como se muestra en la figura 4.6-(b).



Figura 4.5: Prototipo Celda de Flotación



Figura 4.6: Opciones Funcionamiento Celda

Para estudiar el comportamiento de la celda bajo distintas condiciones operacionales se utilizaron partículas de distinto tamaño y densidad. Las densidades utilizadas son 2.7  $[ton/m^3]$  y 4.2  $[ton/m^3]$  y los tamaños de partículas son 10  $[\mu m]$  y 80  $[\mu m]$ , tal como se muestra en la tabla 4.3.

Además de variar la densidad y tamaño de partícula, también se utilizaron dos velocidades de alimentación tangencial de pulpa. Las velocidades de alimentación utilizadas son de 1 [m/s] y 2 [m/s].

Simulación	Densidad [ton/m <sup>3</sup> ]	Diámetro Partícula [µm]
Prototipo		
Hidrociclón	4.2	10
2 Salidas Axiales		
Prototipo		
Hidrociclón	2.7	80
2 Salidas Axiales		
Prototipo		
Hidrociclón	2.7/4.2	10/80
2 Salidas Axiales		

Tabla 4.3: Simulaciones Fluido Bifásico

Tomando en cuenta las 3 geometrías, tres tamaños característicos de partículas: 10 [ $\mu$ m], 80 [ $\mu$ m] y una mezcla de partículas de 10 y 80 [ $\mu$ m] y tres densidades distintas: 2.7 [ton/ $m^3$ ], 4.2[ton/ $m^3$ ] y 2.7 y 4.2 [ton/ $m^3$ ], y dos velocidades de alimentación, se realizaron 54 simulaciones distintas combinando los parámetros anteriores.

El flujo másico de alimentación cuando se trabaja con una velocidad de 1 [m/s] y 2 [m/s] es de 0.65 [kg/s] y 1.29 [kg/s] respectivamente.

Dado que se está trabajando con una pulpa con un alto contenido de partículas es necesario modelar el flujo como un fluido multifase con una fase de partículas euleriana. El flujo total de sólidos que es inyectado a la celda es de  $2 \cdot e^{-8}$  [kg/s].

## 4.5. Simulación Fluido No-Newtoniano Monofásico

Para estudiar el comportamiento fluidinámico de una pulpa que posee una alta concentración de partículas dentro de la celda, se intentará modelar la pulpa de alimentación como si fuese un fluido de Bingham. En estas simulaciones no se considera la influencia de un campo magnético externo, ya que se trabaja con un fluido de una sola fase que posee características de una pulpa.

Para las simulaciones se consideran las mismas tres geometrías utilizadas para las simulaciones del flujo bifásico. Es decir se considera el prototipo, el funcionamiento dela celda como si fuese un hidrociclón y la celda con las dos salidas axiales abiertas.

Para estas simulaciones se utilizará un fluido monofásico y se variará la densidad de la pulpa de alimentación. Se utilizó una densidad de fluido de 2.7  $[ton/m^3]$  y 4.2  $[ton/m^3]$ , con 2 velocidades de alimentación de pulpa distintas, de 1 [m/s] y 2 [m/s].

El flujo másico de alimentación cuando se trabaja con una densidad de pulpa de 2.7  $[ton/m^3]$  y con

una velocidad de 1 [m/s] y 2 [m/s] es de 1.76 [kg/s] y 3.51 [kg/s] respectivamente. El flujo másico de alimentación cuando se trabaja con una densidad de pulpa de 4.2 [ton/ $m^3$ ] y con una velocidad de 1 [m/s] y 2 [m/s] es de 2.73 [kg/s] y 5.47 [kg/s] respectivamente.

Considerando las 3 geometrías, dos densidades de pulpa distintas y ambas velocidades, se realizaron 12 simulaciones distintas combinando los parámetros anteriores.

## 4.6. Simulaciones Impacto Campo Magnético

## 4.6.1. Simulaciones Campo Magnético

En esta etapa se estudiará el comportamiento del prototipo de celda de flotación y se simulará el funcionamiento de la celda en las mismas condiciones utilizadas en las pruebas de pilotaje. Para estas simulaciones se consideró solo la geometría original del prototipo y el efecto de un campo magnético externo. Sin embargo para las simulaciones no se consideró la inyección de un flujo axial de aire.

Como se está simulando las pruebas de pilotaje que se realizaron en el proyecto Corfo, se utilizan 3 posiciones de funcionamiento de la celda: horizontal, vertical con la alimentación por la parte superior y vertical con la alimentación por la parte inferior. Las simulaciones se realizaron en presencia y ausencia del campo magnético.

Se utilizaron dos densidades y un tamaño característico de partículas para las simulaciones. Las densidades utilizadas son 2.7 y 4.2 [ton/ $m^3$ ] y el tamaño de partícula es de 70 [ $\mu$ m], tal como se puede observar en la tabla 4.4. La velocidad de alimentación de pulpa se definió como 1 [m/s].

El flujo másico de alimentación cuando se trabaja con una velocidad de 1[m/s] es de 0.65 [kg/s].

Las pruebas de pilotaje se realizaron en presencia y ausencia de un campo magnético. Para el caso

en que las pruebas se realizaron en presencia de un campo magnético, el campo utilizado fue de 0.001 [T]. Las simulaciones realizadas se presentan en la tabla 4.4.

Simulación	Orientación Ciclón	Campo Magnético
P1	Horizontal	No
P2	Vertical Alim. Arriba	No
P3	Vertical Alim. Abajo	No
P4	Horizontal	Si
P5	Vertical Alim. Arriba	Si
P6	Vertical Alim. Abajo	Si

Tabla 4.4: Simulaciones Casos Corfo

Dado que se está trabajando con un alto contenido de partículas es recomendable modelar el fluido desde el punto de vista euleriano. Sin embargo el módulo de magneto-fluidodinámica (MHD) del FLUENT no está habilitado para trabajar con el módulo de multifase-euleriano.

Es debido a esto que se utiliza el enfoque lagrangiano, en vez del euleriano cuando se simula el comportamiento de la celda en presencia de campos magnéticos. El flujo total de sólidos utilizado que ingresa a la celda es de  $2 \cdot e^{-8}$  [kg/s].

## 4.6.2. Simulación Distintos Campos Magnéticos

Las simulaciones pretenden estudiar el comportamiento de las partículas dentro de la celda de flotación en presencia de distintos campos magnéticos. Para las simulaciones la geometría utilizada es la del prototipo en una posición horizontal.

Para las simulaciones se utilizará un fluido bifásico, es decir la fase continua y una fase dispersa, al igual que para las simulaciones de las pruebas de pilotaje. Las simulaciones se realizaron considerando 3 condiciones de campo magnético: un caso base sin campo magnético, un campo magnético de 0.001 [T] y uno de 0.003[T].

Para analizar el impacto del campo magnético sobre las partículas, se decidió utilizar dos densi-

dades y dos tamaños distintos. Las densidades utilizadas son 2.7 y 4.2  $[ton/m^3]$  y el tamaño de partícula es de 10  $[\mu m]$  y 80  $[\mu m]$ . Los distintos casos se presentan en la tabla 4.5.

Simulaciones				
Campo Magnético	Densidad [ton/m <sup>3</sup> ]	Diámetro Partículas [ $\mu$ m]		
	1 2	80		
Sin Compo Magnético	4.2	10		
Sill Campo Magnetico	27	80		
	2.1	10		
	4.2	80		
Campo Magnático 0.001 [T]	4.2	10		
Campo Magnetico 0.001 [1]	27	80		
	2.1	10		
	1 2	80		
Campo Magnético 0.003 [T]	4.2	10		
	27	80		
	2.1	10		

Tabla 4.5: Simulaciones Fluido Bifáfico con Campo

Considerando la geometría del prototipo, los 3 campos magnéticos, las dos densidades, los dos tamaños de partículas y las dos velocidades de alimentación, 1 [m/s] y 2 [m/s], el número de simulaciones que se realizaran es de 24.

El flujo másico de alimentación cuando se trabaja con una velocidad de 1 [m/s] y 2 [m/s] es de 0.65 [kg/s] y 1.29 [kg/s] respectivamente.

Es debido a esto que se utiliza el enfoque lagrangiano, en vez del euleriano cuando se simula el comportamiento de la celda en presencia de campos magnéticos. El flujo total de sólidos utilizado que ingresa a la celda es de  $2 \cdot e^{-8}$  [kg/s].

# Capítulo 5

# Simulación FLUENT

## 5.1. Construcción Geometría

Para las simulaciones se utilizará el esquema del nuevo prototipo de celda de flotación que fue utilizado durante las pruebas de pilotaje, la cual contaba con una alimentación de pulpa de forma tangencial y una alimentación de aire de forma axial. Mientras que la descarga del concentrado y de la cola es de forma tangencial y axial respectivamente.

El objetivo de las simulaciones es estudiar el comportamiento del fluido dentro de la celda, sin considerar la inyección de aire, por lo que se puede simplificar la geometría del prototipo original para las simulaciones.

Para la construcción de la geometría de la celda de flotación para las simulaciones se considera una tubería horizontal de diámetro de 100 [mm] y largo de 500 [mm] con una entrada de alimentación de largo de 80 [mm] y diámetro de 29 [mm] y con una descarga de largo de 80 [mm] y diámetro de 29 [mm] y una segunda descarga de largo 30 [mm] y diámetro de 30 [mm], tal como se muestra en la figura 5.1.



Figura 5.1: Construcción del Prototipo

# 5.2. Mallado

Después de generar la geometría del modelo de la celda, es necesario crear el mallado. Para el mallado del prototipo se construyó una malla con el *método automático* y se mejora utilizando *Advanced Size Function* en curvatura, *relevance center* fino y *smoothing* alto. Además se definió el tamaño máximo y de cara en 0.0043 [m] obteniendo un mallado como se muestra en la figura 5.2 y 5.3.



Figura 5.2: Mallado vista isotérmica



Figura 5.3: Mallado corte Celda

La calidad de la malla es fundamental para obtener resultados precisos en las simulaciones. Si hay una mala calidad de mallado, al momento de realizar las simulaciones puede llevar a errores en el cálculo o en la divergencia de los resultados.

La forma del elemento de la malla (*skewness*, *aspect ratio*, *Orthogonal quality*) posee un impacto significativo en la precisión de la solución numérica.

Skewness

Está definida como la diferencia entre la forma de la celda y la forma de una celda equilátera de volumen equivalente. Una regla general es que su valor máximo para una malla triangular/tetraédrica en la mayoría de los flujos debe mantenerse por debajo de 0.95, con un valor promedio inferior a 0.33. Un valor máximo por sobre 0.95 pude resultar en dificultades de convergencia y puede requerir cambiar los controles del *solver*, como por ejemplo la reducción de los factores de relajación y/o cambiar el *pressure-based solver* 

Aspect ratio

Es una medida de estiramiento de la malla. En general lo mejor es evitar los *Aspect ratio* superiores a 5:1 en el seno del fluido (lejos de las paredes). Para mantener la estabilidad de la solución de

flujo, puede ser tan alto como sea posible, sin embargo para mantener la estabilidad de la solución de la ecuación de energía, la relación debe mantenerse por debajo de 35:1.

### • Orthogonal quality

La calidad ortogonal de las celdas se calcula utilizando el vector normal de la cara, el vector del centroide del elemento al centroide de cada una de las elementos adyacentes, y el vector del centroide de los elementos a cada una de las caras. El rango para la calidad ortogonal es de 0-1, en donde 0 es el peor valor y 1 es el mejor valor de calidad de mallado.







Figura 5.5: Aspect ratio



En la tabla 5.1 detallan las características de la malla y en la tabla 5.2 se muestra la calidad de la malla generada, cumpliendo con los criterios necesarios para poder realizar las simulaciones del prototipo de la celda.

Tabla 5.1: Estadística de la Malla

$N^0$ de elementos	531921	
$N^0$ de nodos	96628	

Tabla 5.2: Calidad de la Malla

	Orthogonal Quality	Aspect Ratio	Skewness
Mínimo	0.252	1.158	$1,006 * 10^{-4}$
Máximo	0.996	9.506	0.787
Promedio	0.860	1.836	0.219
Desviación Estándar	8.62*10-2	0.469	0.119

#### Validación del Mallado

Para poder validar el mallado realizado es necesario realizar distintas simulaciones y asegurar que los resultados obtenidos de las simulaciones sea independientes del mallado seleccionado.

Se realizaron simulaciones utilizado cuatro mallas distintas y los resultados de la malla seleccionada se muestran en la tabla 5.2.

## 5.2.1. Condiciones de Borde

Para la resolución del problema es necesario imponer algunas condiciones de borde. En la entrada tangencial de alimentación de pulpa de la celda se tiene una condición de velocidad de entrada. Para las condiciones de salida tangencial y axial de la celda, se determina una condición de presión igual a 0 en la salida de la celda.

En la figura 5.7 se muestran las paredes del volumen de control, donde se imponen las condiciones de borde.



Figura 5.7: Condiciones de Borde

# 5.3. Modelamiento de las Simulaciones

## 5.3.1. Fluido Monofásico

Las simulaciones se realizan con un fluido monofásico que tiene propiedades similares a la de una pulpa con una concentración de partículas al 50 %. El flujo se modelará como un fluido Newtoniano turbulento.

### Modelos

El modelo que se utiliza para simular el fluido de una sola fase es el siguiente:

Modelo k-ε, Standard, Standard Wall Functions.

### Materiales

En la tabla 5.3 se pueden observar las propiedades físicas de la pulpa que se va a utilizar, considerando que hay una concentración de un 50 % de sólidos en suspensión.

Tabla 5.3:	Propiedades	de los	Fluidos
------------	-------------	--------	---------

	Densidad [kg/m <sup>3</sup> ]	Viscosidad [kg/ $m \cdot s$ ]
Pulpa	1459	0.002661

### Método Resolución

- Scheme: SIMPLEC.
- Gradient: Least Squares Cell Based.
- Pression: Second Order.
- Momentum: Second Order Upwind.
- Turbulent Kinetic Energy: First Order Upwind.
- Turbulent Order Upwind: First Order Upwind.

## 5.3.2. Fluido Bifásico

Las simulaciones se realizan con un fluido bifásico, es decir que una de las fases es una fase continua de agua y la otra fase es una fase dispersa de partículas.

Se simulará el funcionamiento del prototipo bajo distintas condiciones operacionales. La primera condición operacional corresponde al caso base del prototipo que cuenta con una alimentación tangencial y una salida tangencia y axial en la parte final de la celda.

La segunda condición operacional es el funcionamiento simulando un hidrociclón, por lo que ahora la salida axial y la alimentación tangencial están en el mismo extremo de la celda. La tercera condición operacional corresponde al funcionamiento de la celda cuando se tienen habilitadas las dos salidas axiales y la salida tangencial.

#### Modelos

Los tres modelos que se utilizan son los que se mencionan a continuación:

- Multiphase-Eulerian, Dense Discret Phase Model, Implicit.
- $k \epsilon$ , Realizable, Scalable Wall Functions.
- Discrete Phase.

#### Materiales

En la tabla 5.4 se pueden observar las propiedades físicas de los fluidos que se utilizan en las distintas simulaciones, en las cuales la fase primara corresponde a una fase primaria de agua y una fase discreta de partículas.

	Densidad [kg/m <sup>3</sup> ]	Viscosidad [kg/ $m \cdot s$ ]
Agua	998.2	0.001003
Partículas Calcopirita	4200	-
Particulas Ganga	2700	-

Tabla 5.4:	Propiedades	de	las	Fases
------------	-------------	----	-----	-------

#### Método Resolución

- Scheme: Coupled.
- Gradient: Least Squares Cell Based.
- Momentum: Second Order Upwind.
- Volume Fraction
- Turbulent Kinetic Energy: First Order Upwind.
- Turbulent Dissipation Rate: First Order Upwind.

### 5.3.3. Fluido No-Newtoniano

Para simular un fluido de una sola fase que se comporte como un fluido No-Newtoniano se utiliza un modelo de Herschel-Bulkley tratando de simular un plástico de Bingham.

Las simulaciones para el fluido No-Newtoniano se realizaran bajo las mismas condiciones operacionales de la celda que se estudiaron para el fluido bifásico, es decir el prototipo, hidrociclón y el prototipo con las dos salidas axiales abiertas.

#### Método Herschel-Bulkley

El modelo de Herschel-Bulkley combina el modelo de potencias con el modelo de Bingham.

Para valores de velocidad de deformación bajos ( $\dot{\gamma} < \frac{\tau_0}{\mu_0}$ ), el material rígido actúa como un fluido de alta viscosidad con una viscosidad  $\mu$ 0. A medida que aumenta la velocidad de deformación y el limite de elasticidad  $\tau_0$  es alcanzado, el comportamiento del fluido es descrito por el modelo de potencias.

$$\eta = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + k \left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_c}\right)^{n-1} \qquad para \qquad \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c \tag{5.1}$$
$$\eta = \tau_0 \frac{\left(2 - \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0}\right)}{\dot{\gamma}_c} + k \left[ (2 - n) + (n - 1) \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_c} \right] \qquad para \qquad \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c \tag{5.2}$$

Donde:

- η: Viscosidad dinámica del fluido [Pa· S].
- $\tau_0$ : Tensión tangencial inicial [Pa].
- $\dot{\gamma}$ : Velocidad de deformación [ $s^-$ ].
- $\dot{\gamma_0}$ : Velocidad de deformación critica [s<sup>-</sup>].
- k: Factor de consistencia [kg/m· s].
- n: indice de modelo de potencia.



Figura 5.8: Gráfico de Esfuerzo de Corte v/s Velocidad de Deformación Modelo Herschel-Bulkley

En la figura 5.8 se puede observar el modelo Herschel-Bulkley en un gráfico que muestra el esfuerzo de corte v/s la velocidad de deformación.

Para el plástico de Bingham el indice de modelo de potencia es 1 y la velocidad de deformación critica debe ser lo más pequeña posible para tratar de modelar el fluido como si fuese un modelo puro de Bingham. Como se está modelando el fluido como un flujo turbulento el mínimo valor que puede tomar la velocidad de deformación critica es 0.1. El valor de la tension tangencial y el indice de consistencia son 40 y 0.2 respectivamente.

#### Método Resolución

- Scheme: SIMPLEC.
- Gradient: Least Squares Cell Based.
- Pression: Second Order.
- Momentum: Second Order Upwind.
- Turbulent Kinetic Energy: First Order Upwind.
- Turbulent Order Upwind: First Order Upwind.

### 5.3.4. Pruebas Pilotaje

Las simulaciones tienen como objetivo replicar las mismas condiciones oracionales que en las pruebas de pilotaje que se realizaron en el proyecto CORFO.

Es por esto que las simulaciones se realizan con un fluido bifásico, es decir que una de las fases es una fase continua de agua y la otra fase es una fase dispersa de partículas.

Se estudiara el efecto que tiene un campo magnético sobre las partículas dentro de la celda de flotación para distintas condiciones de operación de la celda.

En las pruebas de pilotaje se utilizaron distintas condiciones de operación de la celda, ya sea de forma horizontal o vertical con alimentación por arriba o por abajo. Cambien se realizaron pruebas con y sin campo magnético.

#### Modelos

Los tres modelos que se utilizan son los que se mencionan a continuación:

■ k-*ϵ*, Realizable, Scalable Wall Functions.

- Discrete Phase.
- MHD Magnetic Induction.

#### Materiales

En la tabla 5.5 se pueden observar las propiedades físicas de los fluidos que se utilizan en las distintas simulaciones, en las cuales la fase primara corresponde a una fase primaria de agua y una fase discreta de partículas.

Tabla 5.5: Propiedades de las Fases

	Densidad [kg/m <sup>3</sup> ]	Viscosidad [kg/ $m \cdot s$ ]
Agua	998.2	0.001003
Partículas Calcopirita	4200	-
Particulas Ganga	2700	-

Para las simulaciones de las pruebas de pilotaje CORFO se decidió estudiar el comportamiento de una población de un solo tamaño de partículas con distintas densidades. El tamaño seleccionado fue el tamaño que tendría una alimentación rougher en un proceso de flotación convencional, 80 [um].

#### Método Resolución

- Scheme: Coupled.
- Gradient: Least Squares Cell Based.
- Momentum: Second Order Upwind.
- Volume Fraction
- Turbulent Kinetic Energy: First Order Upwind.
- Turbulent Dissipation Rate: First Order Upwind.

### 5.3.5. Fluido Bifásico con Campo Magnético

Las simulaciones se realizan con un fluido bifásico, es decir que una de las fases es una fase continua y la otra fase es una fase de partículas en presencia de distintos campos magnéticos.

#### Modelos

Los tres modelos que se utilizan son los que se mencionan a continuación:

- k-*ϵ*, Realizable, Scalable Wall Functions.
- Discrete Phase.
- MHD, Magnetic Induction.

#### Materiales

En la tabla 5.6 se pueden observar las propiedades físicas de los fluidos que se utilizan en las distintas simulaciones, las cuales la fase primara corresponde a una fase primaria de aire y una fase discreta de partículas.

Tabla 5.6: Propiedades de las Fases

	Densidad [kg/m <sup>3</sup> ]	Viscosidad [kg/ $m \cdot s$ ]
Agua	998.2	0.001003
Partículas Calcopirita	4200	-
Particulas Ganga	2700	-

El objetivo de las simulaciones es estudiar el comportamiento de las partículas que están dentro de la celda cuando se ven sometidas a un campo magnético externo.

### Método Resolución

- Scheme: Coupled.
- Gradient: Least Squares Cell Based.
- Momentum: Second Order Upwind.
- Volume Fraction
- Turbulent Kinetic Energy: First Order Upwind.
- Turbulent Dissipation Rate: First Order Upwind.

## Capítulo 6

## **Resultados**

# 6.1. Evaluación de la reducción de agua en concentradoras utilizando un nuevo diseño de celda

Se presenta en las siguientes tablas los resultados del balance de agua para un circuito convencional con la tecnología de flotación actual contrastado con los del balance utilizando la tecnología propuesta. La nueva tecnología permite trabajar con pulpas de porcentaje de sólidos más alto por lo que su instalación en un proceso de concentración de minerales promoverá la utilización de un mayor porcentaje de sólidos en la alimentación de los hidrociclones. Como el underflow de los hidrociclones presenta pocas variaciones con respecto al porcentaje de alimentación, se ha asumido para efectos del balance de agua que el porcentaje de sólidos en dicho flujo se mantiene constante.

De esta forma el porcentaje de sólidos en el overflow aumentará. La eficiencia de separación de los hidrociclones se verá afectada, pero la eficiencia del proceso global aumentará. Dado que la tecnología propuesta trabaja de la misma forma que las tecnologías de flotación actuales, los resultados de recuperación de cobre se mantienen iguales para efecto del balance en todos los escenarios.

Resultados	35 % Sólidos Tecnología Actual	47 % Sólidos Prototipo
Alimentación a Circuito [t/h]	100.00	100.00
Recuperación de Cobre Global Cobre	88.32	88.32
Recuperación Másica Global	2.52	2.52
Consumo de Agua Total $[m^3/ton]$	1.82	1.14
Make-up de Agua [m <sup>3</sup> /ton]	0.53	0.53
Tasa de Recirculación $[m^3/ton]$	1.30	0.62
Razón de Agua Fresca/Agua Proceso	0.39	0.82

Tabla 6.2: Resultados Comparación Casos (ii) y (v)

Resultados	35 % Sólidos Tecnología Actual	47 % Sólidos Prototipo
Alimentación a Circuito [t/h]	100.00	100.00
Recuperación de Cobre Global Cobre	88.32	88.32
Recuperación Másica Global	2.52	2.52
Consumo de Agua Total [m <sup>3</sup> /ton]	1.82	1.14
Make-up de Agua [m <sup>3</sup> /ton]	0.74	0.74
Tasa de Recirculación $[m^3/ton]$	1.08	0.40
Razón de Agua Fresca/Agua Proceso	0.67	1.80

Tabla 6.3: Resultados	Comparación	Casos (	(iii)	y (	(vi)	)
-----------------------	-------------	---------	-------	-----	------	---

Resultados	35 % Sólidos Tecnología Actual	47 % Sólidos Prototipo
Alimentación a Circuito [t/h]	100.00	100.00
Recuperación de Cobre Global Cobre	88.32	88.32
Recuperación Másica Global	2.52	2.52
Consumo de Agua Total [ $m^3$ /ton]	1.82	1.14
Make-up de Agua [m <sup>3</sup> /ton]	0.63	0.63
Tasa de Recirculación $[m^3/ton]$	1.19	0.51
Razón de Agua Fresca/Agua Proceso	0.52	1.21

## 6.2. Resultados Estudio Preliminar

Los resultados de recuperación de cada uno de los elementos medidos usando la técnica QEMS-

CAN se muestran en la tabla 6.4.

	Experimento N <sup>o</sup>					
Elemento	Exp.1	Exp.2	Exp.3	Exp.4	Exp.5	Exp.6
Al	10.3	49.1	60.6	57.7	65.5	53.4
В	8.3	40.0	75.0	40.0	60.0	66.7
C	15.3	33.3	60.0	50.0	55.6	33.3
Ca	9.4	44.9	59.4	54.5	59.5	51.4
Cu	19.3	52.1	27.0	22.4	20.8	49.0
F	11.8	53.3	61.5	70.0	66.7	46.7
Fe	11.8	57.8	29.5	29.9	22.6	50.3
Н	9.9	47.4	62.5	60.0	66.7	52.9
k	10.8	46.7	60.9	59.9	64.2	51.6
Mg	10.1	44.8	61.8	57.6	60.5	52.2
Mo	23.2	69.2	17.6	40.0	0.0	18.2
Na	9.3	50.2	59.0	55.8	63.8	56.3
0	9.7	48.1	60.0	58.2	63.4	50.0
Р	8.3	42.9	42.9	45.5	55.6	50.0
S	18.9	57.4	29.6	28.9	22.1	49.9
Si	9.6	48.5	59.8	58.7	63.4	49.3
Ti	9.3	47.1	63.2	50.0	56.5	54.5
Zn	100.0	50.0	0.0	40.0	0.0	100.0
Rm %	10,8	13,6	40,9	10,5	16,4	38,5

Tabla 6.4: Resultados Recuperación

## 6.3. Resultados Simulaciones

### 6.3.1. Fluido Monofásico

Se estudió el comportamiento del fluido dentro de la celda cuando se modela el flujo de alimentación como un flujo monofásico, que posee las características de densidad y viscosidad de una pulpa con una concentración de sólidos al 50 %.

Los resultados que se presentan a continuación muestran las simulaciones, en las cuales se varía el largo y diámetro del prototipo. Los resultados en los cuales se varía el diámetro de la salida axial y tangencial se muestran en los anexos.

#### Prototipo Celda

En las simulaciones utilizando un flujo monofásico se estudió la variación de parámetros geométricos, como el largo y diámetro de la celda. En la figura 6.1 se presenta la distribución de velocidad del fluido y las líneas de flujo para cada uno de los casos estudiados.



(a) Distribución de Velocidad Prototipo

(b) Líneas de Flujo Prototipo



(c) Distribución de Velocidad al Variar Largo de Celda



(d) Líneas de Flujo Variar al Largo de Celda



(e) Distribución de Velocidad al Variar Diámetro de Celda

(f) Líneas de Flujo al Variar Diámetro de Celda

Figura 6.1: Resultados Simulaciones Variando Parámetros Geométricos Utilizando Fluido Monofásico

#### Presión Alimentación y Balance de Masa

En la tabla 6.5 se muestran los resultados obtenidos de las mediciones de la presión en la alimentación tangencial de la celda para los distintos casos. Mientras que en la tabla 6.6 se muestran los balances de masa de los flujos que salen de la celda por la salida axial y tangencial.

Presión Alimentación			
Simulación	Parámetro Simulación	Presión [Pa]	Presión[Psi]
	D/L	570.5	0.08
Prototipo	$D/(2 \cdot L)$	783.3	0.11
	$(2 \cdot D)/L$	560.5	0.08

Tabla 6.5: Resultados Presión Prototipo Monofásico

Tabla 6.6: Resultado Balance de Masa Prototipo Monofásico

Balance Masa			
Simulación	Parámetro Sim.	Salida Tangencial	Salida Axial
	D/L	44.0 %	56.0 %
Prototipo	$D/(2 \cdot L)$	44.5 %	55.5 %
	$(2 \cdot D)/L$	46.1 %	53.8 %

#### Análisis Distribución Velocidad

De los resultados obtenidos de las mediciones de las velocidades a lo largo de la celda se puede graficar el comportamiento de la velocidad del fluido en distintas posiciones a lo largo de la celda. En el gráfico 6.2 se puede observar el comportamiento de la velocidad dentro de la celda para distintas posiciones cuando se varían el largo y diámetro de la celda.



### Análisis de Velocidad Prototipo

Figura 6.2: Análisis de Velocidad Prototipo

#### Energía Cinética Turbulenta

Para poder estudiar el nivel de turbulencia que se presenta en la celda se grafica la energía cinética turbulenta para cada uno de los casos de variación del largo y diámetro de la celda. En la figura 6.3 se puede observar la variación del parámetro de energía cinética turbulenta para distintas mediciones a los largo de la celda.



### Energía Cinética Turbulenta



### 6.3.2. Fluido Bifásico

### 6.3.3. Prototipo Celda

Se modeló la pulpa de alimentación como un fluido de dos fases, es decir una fase continua y una fase discreta. Para la fase continua del fluido se consideró agua y para la fase discreta se inyectaron partículas en la alimentación. En la figura 6.4 se muestra la distribución de velocidad y las líneas de flujo para cada una de las fases.



(a) Distribución de Velocidad Fase Continua



(b) Distribución de Velocidad Fase Discreta



(c) Líneas de Flujo Fase Continua

(d) Líneas de Flujo Fase Discreta

Figura 6.4: Resultados Simulación Prototipo Bifásico

#### Presión Alimentación y Balance Masa

En la tabla 6.7 se muestran los resultados obtenidos de los valores de las mediciones de la presión en la alimentación de la celda bajo distintas condiciones operacionales, mientras que en la tabla 6.8 se muestran los balances de los flujos que salen de la celda por la salida axial y tangencial.

Presión Alimentación				
Simulación Presión [Pa] Presión [Ps				
$V_{feed} = 1[m/s]$	431	0.04		
$V_{feed}=2 \text{ [m/s]}$	1749	0.25		

Tabla 6.7: Resultados Presión Prototipo Bifásico

Tabla 6.8: Resultados Balance de Masa Prototipo Bifásico

Balance Masa				
Simulación Salida Tangencial Salida Axi				
$V_{feed}$ =1[m/s] 44 %		56 %		
$V_{feed}=2 \text{ [m/s]}$	42 %	58 %		

#### Análisis Distribución Velocidad

A partir de los resultados de distribución de velocidad de la fase discreta observada en la tabla 11.9 de el anexo, se puede graficar la velocidad de los distintos tamaños de partículas según su densidad. En las figuras 6.5 y 6.6 se muestra la distribución de velocidad de las partículas que poseen una densidad de 2.7 y 4.2 [ton/ $m^3$ ], mientras que en la figura 6.7 se muestra una mezcla de partículas de densidad distinta.



Figura 6.5: Análisis Velocidad Densidad 2.7 [ton/m<sup>3</sup>]



Figura 6.6: Análisis Velocidad Densidad 4.2  $[ton/m^3]$ 





#### Análisis Distribución Partículas

De los resultados de distribución de partículas que se presentan en la tabla 11.13 en el anexo, se puede graficar el comportamiento de las distintas partículas en las distintas salidas de la celda. Se muestra el comportamiento de las partículas según su densidad al igual que en el caso de distribución de velocidad.





Distribución Partículas Densidad 4.2 [ton/m3] V=1[m/s]



Distribución Partículas Densidad 4.2 [ton/m3] V=2[m/s]



100% 100% 90% 80% 70% 60% 50% 40% 849 62% 30% 53% 20% 10% 0% Diámetro 10 [um] Diámetro 80 [um] Diámetro 10 y 80 [um]

🛚 Salida Tangencial 🛛 🖿 Salida Axial

(e)

Distribución Partículas Densidad 2.7 y 4.2 [ton/m3] V=1[m/s]

Distribución Partículas Densidad 2.7 y 4.2 [ton/m3] V=2[m/s]



Figura 6.8: Balance de Partículas

### 6.3.4. Fluido No-Newtoniano

Se modeló la pulpa de alimentación como un fluido No-Newtoniano para el prototipo de la celda. En la figura 6.9 se puede observar la distribución de velocidad y las líneas de flujo dentro de la celda.



(a) Distribución de Velocidad

(b) Líneas de Flujo

Figura 6.9: Simulación Prototipo No Newtoniano

#### Presión Alimentación y Balances Masa

En la tabla 6.9 y 6.10 se observa el resultado de las mediciones de la presión en la alimentación de la celda y el balance de masa de los flujos másicos para las distintas condiciones operacionales.

Simulación	Presión Fluido Densidad 2.7		Presión Fluido Densidad 4.2	
	Presión [Pa]	Presión [Psi]	Presión [Pa]	Presión [Psi]
$V_{feed} = 1[m/s]$	22232	0.32	2774	0.40
$V_{feed}=2 \text{ [m/s]}$	5787	0.84	9029	1.31

Tabla 6.9: Resultados Presión Prototipo No Newtoniano

Tabla 6.10: Resultados Balance de Masa Prototipo No Newtoniano

	Balance de Masa V=1 [m/s]		Balance de Masa V=2 [m/s]	
Simulación	Salida Tangencial	Salida Axial	Salida Tangencial	Salida Axial
Densidad 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ]	51 %	49 %	44 %	56 %
Densidad 4.2 [ton/m <sup>3</sup> ]	47 %	54 %	40 %	60 %

#### Análisis de Velocidad

De los resultados obtenidos de las simulaciones utilizando un fluido Newtoniano y No Newtoniano multifase se puede graficar el comportamiento de la velocidad del fluido dentro de la celda.



Velocidad Modelos Multifase y Bingham V=1 [m/s]

Figura 6.10: Análisis Velocidad dentro Celda V=1[m/s]





#### Energía Cinética Turbulenta

En la figura 6.12 se muestra la energía cinética turbulenta para las distintas densidades utilizadas en las simulaciones.



Figura 6.12: Energía Cinética Turbulenta

### 6.3.5. Simulación Pruebas Preliminares Corfo

#### Presión de Alimentación y Balance de Masa

En la tabla 6.11 y 6.12 se pueden ver los resultados de las mediciones de las presiones en la alimentación y el balance de masa de los flujos que salen de la celda por la salida axial y tangencial.

Presión Alimentación				
Simulación		Presión [Pa]	Presión[Psi]	
Orientación Celda	Horizontal	439	0.06	
	Vertical Alim. Arriba	439	0.06	
	Vertical Alim. Abajo	511	0.07	

Tabla 6.11: Resultados Presión Prototipo Pilotaje

Balance de Masa				
Simulación		Salida Tangencial	Salida Axial	
Orientación Celda	Horizontal	41 %	59 %	
	Vertical Alim. Arriba	41 %	59 %	
	Vertical Alim. Abajo	46 %	54 %	

Tabla 6.12: Resultados Balance de Masa Prototipo Pilotaje

#### **Distribución Partículas**

En la figura 6.13 se puede observar la distribución de las partículas en las salidas de la celda para distintas condiciones de campo y operación de la celda.



Figura 6.13: Distribución Partículas

### 6.3.6. Simulación Campo Magnético

#### Presión Alimentación y Balance de Masa

En las tablas 6.13 y 6.14 se puede observar el resultado de las mediciones de presión en la alimentación de la celda y los balances de masa bajo distintas condiciones de campo magnético.

Presión Alimentación			
Simulación	Presión [Pa]	Presión [Psi]	
Velocidad Alimentación V=1[m/s]	439	0.06	
Velocidad Alimentación V=2[m/s]	1822	0.26	

Tabla 6.13: Presión Alimentación Prototipo Campo Magnético

### Tabla 6.14: Balance Masa Prototipo Campo Magnético

Balance Masa			
Simulación	Salida Tangencial	Salida Axial	
Velocidad Alimentación V=1[m/s]	41 %	59 %	
Velocidad Alimentación V=2[m/s]	42 %	58 %	

#### **Balance Partículas Campo** B<sub>0</sub>

En la figura 6.14 se observa la distribución de las partículas en la celda cuando se utilizan distintos campos magnéticos.

38%

39%

Densidad 4.2 [ton/m3]

Diámetro 10 [um]







100%

90% 80%

70%

60%

50%

40%

30%

20%

10%

0%

41%

24%



(d)

Distribución Partículas B(z)=0[T] V=1[m/s]

Densidad 4.2 [ton/m3]

Diámetro 80 [um]

Salida Tangencial

(b)

29%

41%

Densidad 2.7 [ton/m3]

Diámetro 10 [um]

Salida Axial

53%

23%

Densidad 2.7 [ton/m3]

Diámetro 80 [um]





Figura 6.14: Distribución Partículas

## Capítulo 7

# Análisis

# 7.1. Evaluación de la reducción de agua en concentradoras utilizando un nuevo diseño de celda

Todos los resultados de los distintos escenarios mostrados en las tablas 6.1, 6.2 y 6.3 muestran una recuperación de cobre global de 88,32 % y una recuperación másica global de 2,52 %.

El make-up de agua fresca en el caso base es de 0,53  $[m^3/ton]$ , mientras que el make-up de agua fresca en el caso de utilización de la nueva tecnología, a un mayor porcentaje de sólidos de alimentación también llega al valor de 0,53  $[m^3/ton]$ . Esto se explica porque al haber menor agua en el inventario, también se recupera menos agua en los espesadores y en el tranque de relave, por lo que la tasa de recirculación baja.

## 7.2. Análisis Pruebas Preliminares

De los resultados obtenidos de el análisis mineralógico se puede observar que la recuperación de cobre oscila entre 19 y 52 % aproximadamente. Este tipo de recuperaciones son difíciles de conseguir en celdas de flotación convencionales con una pulpa con un porcentaje de sólidos de 50 % o superior. La recuperación másica se observó en torno al 10 %, valor habitual en celdas rougher y alcanzó hasta un 40 % en una de las condiciones experimentales evaluadas.

Se pudo observar que la relación entre la recuperación vs ley de cobre tiene un comportamiento similar al que se obtiene en celdas convencionales.



Recuperación vs Ley de Cobre Salida Tangencial

Figura 7.1: Recuperación vs Ley de cobre considerando la salida tangencial

Las razones de enriquecimiento de cobre oscilan entre 2 y 15 % para el prototipo de la celda. Estos resultados también son observados en celdas de flotación convencionales utilizando porcentajes menores a 30 % en la pulpa de alimentación.



#### **Recuperación vs Leyes Observadas**

Figura 7.2: Recuperación vs Leyes de cobre observadas en la salida axial y tangencial

La figura 7.2 muestra la recuperación vs las leyes de cobre considerando la salida axial y tangencial de equipo. Se aprecia que la mejor condición experimental, que permite la máxima diferencia de leyes entre ambas salidas es la correspondiente al experimento  $N^o$  4, el cual considera una posición horizontal del equipo con el uso del campo magnético.

Una de las limitaciones que se encontró durante el trabajo experimental, fue que se trabajó con un diseño preliminar, por lo que se tenía poca flexibilidad en términos de las condiciones de operación de la celda.

## 7.3. Análisis Simulaciones

De las simulaciones que se realizaron modelando el fluido como un fluido monofásico, se observa que el fluido forma una helicoide dentro de la celda de flotación. El movimiento helicoidal del fluido se debe a la posición de entrada tangencial del fluido y a la forma tubular de la celda.

El comportamiento helicoidal del fluido se observó para las simulaciones con un fluido Newtoniano, tanto como para el caso con un fluido monofásico y un fluido bifásico. Sin embargo, para las simulaciones con un fluido No Newtoniano se pierde el comportamiento helicoidal y el fluido presenta un comportamiento reológico mucho más errático y turbulento.

La alimentación tangencial favorece que el flujo forme una helicoide dentro de la celda, sin embargo debido a la alta concentración de sólidos en suspensión, se genera un alto desgaste del manto de la celda que está ubicado frente a la alimentación.

Para las simulaciones con un flujo Newtoniano se obtuvo un valor relativamente bajo para la presión en la alimentación. Sin embargo al utilizar un flujo No Newtoniano se obtuvo una presión diez veces mayor en la alimentación.

La alta presión de alimentación para los flujo No Newtonianos sugieren un cambio en la geometría de la alimentación de la celda. En vez de una alimentación tangencial recta se puede utilizar una forma en involuta como se utiliza en la mayoría de los hidrociclones.

Como se está simulando un proceso de concentración de minerales es necesario que la mayor parte del material de ganga que esté presente en la pulpa salga por la salida axial, y que el material valioso salga por la salida tangencial.

Tanto para las simulaciones con un fluido Newtonaino y No Newtonaino se obtuvo un valor similar para los balances de masa de los flujos. Aproximadamente un 60 % del flujo sale por la salida axial de la celda, mientras que un 40 % sale por la salida tangencial.

La diferencia de las velocidades de los flujos al utilizar el modelo multifase y el No Newtoniano se explica por la diferencia de densidades de los fluidos. En el caso del modelo multifase se trabaja con una fase continua de agua y una fase dispersa de partículas, mientras que en el modelo No Newtoniano se trabaja directamente con una pulpa de mayor densidad.

A partir de los resultados de las velocidades del fluido que se muestran en la tabla 6.2 se puede observar que la velocidad del fluido va disminuyendo a medida que el flujo se acerca a las salidas de la celda. El comportamiento de la velocidad del fluido para el prototipo y al aumentar el largo de la celda es relativamente similar. Sin embargo, al aumentar el diámetro de la celda, la velocidad en la alimentación disminuye de forma considerable.

En los casos simulados se pudo observar que la velocidad del fluido en la sección final de la celda, es aproximadamente un 10 % de la velocidad de alimentación.

Hay que tener en cuenta que en la sección final de la celda es en donde está ubicado el solenoide, por lo que si la velocidad de las partículas es muy alta cerca de las descargas, la influencia del campo magnético sobre las partículas disminuirá, ya que las partículas quedarán atrapadas por el movimiento del fluido.

A partir de las simulaciones, se puede deducir que el aumento del largo de la celda hace que el régimen del fluido pase de turbulento a laminar en la sección final de la celda. Por otro lado, al aumentar el diámetro de la ceda se mantiene el nivel de turbulencia, pero la velocidad del fluido disminuye considerablemente.

Al comparar las velocidades de la fase continua del modelo multifase con el modelo de Bingham, se observa una disminución importante en la velocidad del fluido, debido a la variación de las propiedades del fluido por acción de los esfuerzos internos.

Para el caso del fluido Newtoniano se puede observar que la velocidad disminuye de forma constante a medida que el fluido avanza por la celda, mientras que para el fluido No Newtoniano la velocidad disminuye al ingresar a la celda y se mantiene relativamente constante a lo largo de la sección tubular. De los gráficos 6.5, 6.6 y 6.7 se puede observar que las partículas de 10 [ $\mu$ m] y la mezcla entre 10 y 80 [ $\mu$ m] tienen un comportamiento similar para las dos velocidades de alimentación, y en algunos casos la mezcla de tamaños de particulas poseen una velocidad superior a las partículas finas dentro de la celda.

De los resultados de las simulaciones se observó que las partículas de diámetros mayores a 80 [ $\mu$ m] tienden a acumularse dentro de la celda, debido a la baja velocidad que presentan.

De las simulaciones con un fluido bifásico no se observó una variación significativa en el comportamiento de la velocidad de las partículas al aumentar la velocidad del flujo de alimentación.

De los balances de partículas realizados con un flujo multifase, se observó un comportamiento similar entre el porcentaje de material fino que sale por ambas salidas de la celda, independientemente de su densidad.

La recuperación de las partículas finas aumenta aproximadamente en un 20 % y se recupera la totalidad de las partículas gruesas, al aumentar la velocidad de alimentación.

Al inyectar dos poblaciones distintas de partículas en la alimentación, se tiene que la mayor parte de las partículas de interés sale por la salida tangencial. Se observó un leve aumento en la cantidad de partículas de menor densidad que salen por la salida tangencial cuando aumenta la velocidad.

Para las simulaciones de las pruebas de pilotaje al aplicar un campo magnético, se obtuvo un aumento en la recuperación de aproximadamente un 12 % de las partículas que salen por la salida tangencial.

En particular, se observó un aumento de un 20 % en la recuperación de las partículas cuando se utilizó la celda de forma vertical con la alimentación por abajo. Sin embargo, durante las simula-

ciones hubo un porcentaje importante de partículas que no salieron del sistema.

De la figura 6.14 se puede deducir que las partículas que se ven más influenciadas por la presencia de un campo magnético externo, son las partículas de 80 [ $\mu$ m] y de densidad de 4.2 [ton/ $m^3$ ]. Se obtuvo una recuperación sobre el 75 % de las partículas de calcopirita para ese tamaño y densidad de partícula. No se observó una mejora sustancial en la recuperación al aplicar un campo magnético mayor para ese tamaño de partícula.

No se observó un cambio significativo en la recuperación de partículas finas de calcopirita de densidad de 4.2 [ton/ $m^3$ ] al aplicar un campo magnético de 0.001 [T]. Sin embargo hubo una perdida de un 14 % en la recuperación cuando se aplicó un campo de 0.003 [T].

Se observa una disminución de las partículas de 10 [ $\mu$ m] y densidad 2.7 [ton/ $m^3$ ] al aplicar un campo magnético externo. También se observa una disminución en las partículas de 80 [ $\mu$ m] y de densidad 2.7 [ton/ $m^3$ ] al aplicar un campo mayor que 0.001 [T].

También se pudo observar una variación en la recuperación de partículas finas de alta densidad cuando se aplica el campo en la dirección opuesta. Se recupera aproximadamente un 25 % mas de material fino de alta densidad al cambiar la dirección del campo.

Una de las limitaciones de las simulaciones fue la dificultad de caracterizar correctamente la carga de las partículas de calcopirita, ya que no se encontraron datos en la literatura.

# **Capítulo 8**

## Conclusiones

# 8.1. Conclusiones Evaluación de la reducción de agua en concentradoras utilizando un nuevo diseño de celda

El prototipo de celda posee un menor inventario de agua de proceso, debido a que se trabaja con un mayor porcentaje de sólidos, lo cual se ve reflejado en la disminución del consumo de agua total que varía de 1.82 a 1.14  $[m^3/ton]$ , lo cual representa una disminución de un 37 % aproximadamente y el *make up* se mantiene invariante. La invariabilidad del *make up* se explica, ya que como hay una menor cantidad de agua en el inventario, también existe una menor recirculación de agua. La tasa de recirculación varía de 1.3 a 0.62  $[m^3/ton]$  al aumentar el porcentaje de sólidos en la alimentación.

Al tener un menor inventario de agua en el proceso se tiene la capacidad de aumentar la extracción de agua en el proceso de separación sólido líquido, recirculando una mayor cantidad de agua de proceso al sistema sin generar problemas de eficiencia en flotación. Este aumento en la tasa de recirculación genera una disminución en el *make up* de agua fresca, generando un ahorro sustancial de agua fresca en el circuito.

Sin embargo, se puede observar que el caso estudiado en el que se utiliza la nueva tecnología posee una razón de agua fresca/agua de proceso mayor a la utilizada actualmente. La razón de agua fresca y agua de proceso para la tecnología utilizada actualmente y la obtenida utilizando la nueva tecnología es de 0.39 y 0.82. Este aumento en la razón de agua fresca y agua de proceso genera la libertad práctica de recuperar una mayor cantad de agua en el proceso de separación sólido/líquido, para recircular una mayor cantidad de agua de proceso, mientras disminuye dicha razón.

Frente a eventos donde celdas de flotación deban ser vaciadas perdiendo el inventario, el nuevo sistema requerirá definitivamente menos agua fresca para restablecer la operación.

### **8.2.** Conclusiones Pruebas Preliminares

Tanto en las pruebas experimentales como en las simulaciones se observa un funcionamiento similar a una celda de flotación convencional dispuesta en etapas tempranas de un circuito de flotación.

El nuevo diseño de celda de flotación permite lograr recuperaciones y leyes importantes respecto de las observadas en celdas de flotación convencionales trabajando con 50% se sólidos en la alimentación.

Preliminarmente la mejor condición experimental se obtuvo trabajando con el nuevo modelo de celda en posición horizontal en presencia de un campo magnético. Esta condición permite obtener razones de enriquecimientos sobre el 10 % y recuperaciones sobre el 20 %.

## 8.3. Conclusiones Simulaciones

- Los resultados de las pruebas preliminares fueron consistentes con los resultados de las simulaciones numéricas.
- La eficiencia de separación de las partículas de interés depende de las condiciones operacio-

nales de la celda tales como velocidad de pulpa, intensidad del campo magnético y características de la pulpa (tamaño de partícula).

- Los resultados de las simulaciones numéricas fueron convergentes en estado estacionario y son capaces de explicar la fenomenología del prototipo del nuevo prototipo de la celda de flotación bajo las distintas condiciones operacionales.
- De las simulaciones realizadas se puede concluir que el fluido posee un régimen turbulento dentro de la celda (Reynolds). El fluido debe tener un comportamiento intermedio entre la helicoide y el resultado serpenteante de las simulaciones con un fluido de Bingham.
- Si se cambian los parámetros geométricos del prototipo se puede perder la turbulencia del flujo en la sección final de la celda o la disminución de la velocidad del fluido, por lo que la interacción del campo magnético en ambos casos seria mínima.
- Se puede concluir que la velocidad (Reynolds) del fluido disminuye de forma importante al llegar a la sección final de la celda. Esta reducción de velocidad permite una mayor influencia del campo magnético sobre las partículas de interés, lo que se traduce en una mayor recuperación.
- El prototipo de celda debe concentrar el mineral de interés que viene en la pulpa. De los balances de masa y partículas se puede concluir que la mayor parte del fluido sale por la salida axial, mientras que la mayor parte de las partículas sale de la celda por la salida tangencial.
- El campo magnético tiene un impacto positivo dentro del proceso de flotación utilizando el prototipo. En particular se comprobó el aumento de la recuperación de las partículas (balance de partículas) gruesas al aplicar un campo magnético externo.
- Para aumentar la recuperación de las partículas finas al aplicar un campo magnético externo es necesario aumentar la velocidad de alimentación de la pulpa (balance de partículas).
- Se concluyó que la aplicación del campo en la dirección opuesta a la dirección del fluido mejora la recuperación de las partículas de interés (balance de partículas).

 El funcionamiento de la celda con las dos salidas axiales abiertas permite la selección de algunas partículas por tamaño, con una gran parte del fluido que sale directamente de la alimentación por la salida axial más cercana (balance de masa).

# **Capítulo 9**

## Recomendaciones

- Se recomienda mantener la proporción de las dimensiones entre el largo y diámetro del prototipo original, con el objetivo de mantener la turbulencia en la parte final de la celda. La helicoide que se observa dentro de la celda va disminuyendo a medida que aumenta el largo de la celda.
- Se recomienda cambiar la entrada de alimentación tangencial por una en involuta, con el objetivo de disminuir el desgaste de la celda en la alimentación.
- Se propone variar la geometría del prototipo y pasar de una celda tubular a una celda en forma de cono. El cambio en la geometría permitiría distorsionar la doble helicoide observada en algunos casos de las simulaciones con el objetivo de estudiar si dicha distorsión permite una mejor interacción entre el campo magnético externo y las partículas de interés.
- Se recomienda tratar las partículas finas y gruesas de forma separada debido a su distinto comportamiento frente al campo magnético externo.

## Capítulo 10

## Bibliografía

[1] Abu-Ali M.H., Abdel Sabour S.A. .<sup>o</sup>ptimizing the Design of Flotation Circuits an Economic Approach."Minerals Engineering, 2003: 55-58.

[2] Ajersch, M., Pelton, R. "Mechanisms of Pulp Loss in Flotation Deinking." Jpurnal of Pulp and Paper Science 22, 1996: J338-J345.

[3] Alexander, D., Franzidis, J. and Manlapig, E. "Froth Recovery Measurements in Plant Scale Flotation Cells." Mineral Engineering 16, 2003: 1197-1203.

[4] Aplan, F.F., Arnold, B.J. "Part 2: Wet Fine Particle Concentration Section 3: Flotation."1991: 450-485.

[5] Barns, K.E., Colbert, P.J., Munro, P.D. "Designing the Optimal Flotation Circuit-The Prominent Hill Case."Tenth Mill Operators Conference, 2010: 173-182.

[6] Breau, Y., Demontigny, M., Levesque, E., McMullen, J., Pelletier, D., Pelletier, P. "Flotation and Cyanidation Process Control." Patent Record US6234318, 2011.

[7] Casali A., Gonzalez G., Agusto H., Vallebuona G. "Dynamic Simulator of Rougher Flotation

Circuit for a Copper Sulphide Ore." Minerals Engineering 15, 2002: 252-262.

[8] Clark D.W., Sethna R. H., Fleming P. L., Tullai J.S. "Method For Optimizing Flotation Recovery."2002.

[9] Cox A.B., WarkI. W. "The Physical Chemistry of Flotation II. The NAture of the Adsorption of the Soluble Collector." The Journal of Physical Chemistry, 1933: 797-803.

[10] Davenport W.G., King M., Schlesinger M., Biswas A.K. Extractive Metallurgy of Copper.Fifth Edition. Pergamon, 2011.

[11] Evans, G.M., Doroodchi, E., Lane, G.L., Koh, P.T.L., Schwarz, M.P. "Mixing and Gas Dispersion in Mineral Flotation Cells. Chemical Engineering Research and Design 86, 2008: 1350-1362.

[12] Falutsu, M. Çolumn Flotation Froth Characteristics-Stability of the Bubble-Particle System. International Journal of Mineral Processing 40, 1993: 225-243.

[13] Fan, X., Parker, D.J., Yang, Z., Seville, J.P.K., Baeyens, J. "The Effect of Bed Materials and the Solid/Bubble Motion in a Fluidized Bed. Chemical Engineering Science 63, 2008: 943-950.

[14] Finch, J.A. Wills' Mineral Processing Technology. An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery. Eighth Edition. 2016.

[15] Gorain, B.K., Franzidis, J.P., Ward, K., Johnson, N.W., Manlapig, E.V. "Modeling of the Mount Isa Rougher-Scavenger Copper Flotation Circuit Using Size-By-Liberation Data." Minerals and Metallurgical Processing 17, 2000: 173-180.

[16] Hans, B.J., Pick, H. .Apparatus for Sampling and Analyzing a Plurality of Continuously Flo-
wing Streams of Material Through Flexible Conducts. ÜS3259743, 1963.

[17] Hulbert, D.C. "Flotation Test Apparatus."Patent Record Available From The World Intellectual Property Organization WO07082317, 2007.

[18] Hulbert, D.G. "The Optimum Distribution of Cell Capacities in Flotation Circuits." Minrals Engineering 14, 2001: 473-483.

[19] Jameson, G.J. Ïntensive Cells: Design."2011.

[20] Jameson, G.J. "Physical Aspects of Fine Particle Flotation." 1987: 215-232.

[21] Jameson, G.J., Lambert, N. Împroved Froth Flotation Process and Apparatus."Patent Available from the UK Patent Office NO2464654, 2011.

[22] Jameson, G.J., Lambert, N.W.A. "Froth Flotation Process and Apparatus.Ü.S. Patent Australia, The University of Newcastle Research Associates Limited US7163105, 2001.

[23] Johanes, J.L.R. "Method and Apparatus for Flotation Control."Patent Record Available From The UK Patent Office NO GB2464654, 2010.

[24] Kallioinen, J., Heiskanen, K. .<sup>Ef</sup>fective Flotation of a Dificult Nickel-Ore Based on Inteligent Mineral Technology."Mineral Enginerring 6, 1993: 917-928.

[25] Kerns, A.C., Pagnotti, J.R. "Method and Process for Providing a Controlled BAtch of Micrometer Sized or Nanometer Sized Coal Material."Patent Record:US7407121, 2008.

[26] Koh, P.T.L., Manickam, M., Schwarz, M.P. ÇFD Simulation of Bubble-Particle Collisions in

Mineral Flotation Cells." Minerals Engineering Vol. 13 N0 14-15, 2000: 1455-1463.

[27] Koh, P.T.L., Schwarz, M.P. ÇDF Model of a Self-Aerating Flotation Cell. Int. J. Miner Process 85, 2007: 16-24.

[28] Koh, P.T.L., Schwarz, M.P. ÇDF Models of Microcel and Jameson Flotation Cells."Seventh International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries, 2009.

[29] Koh, P.T.L., Schwarz, M.P. ÇFD Modelling of Bubble-Particle attachments in flotation."Minerals Engineering 19, 2005: 619-626.

[30] Koh, P.T.L., Schwarz, M.P. ÇFD Modelling of Bubble-Particle Attachments in Flotation Cells."Mineral Engineering 19, 2005: 619-626.

[31] Koh, P.T.L., Schwarz, M.P. ÇFD Modelling of Bubble-Particle Collisions Rates."Minerals Engineering 16, 2003: 1055-1099.

[32] Lastra, R. Çomparison of Liberation Deteminations by Particle Area Percentaje and ExposedParticle Perimeter Percentage in a Flotation Concentrator."Minerals and Metallurgical Processing,2002: 203-208.

[33] Liu, T.Y., Schwarz, M.P. ÇFD-Based Multiscale Modelling of Bubble-Particle Collision Efficiency in a Turbulent Flotation Cell.Çhemical Engineering Science 64, 2009: 5287-5301.

[34] Lynch, A.J., Harbort, G.J., Nelson, M.G. "History of Flotation." 2010.

[35] Holuszko M., Weightman E., Manlapig M. . "Method for Improving the Flotation Recovery og the Coarse Fraction of a Nickel Ore."XXV International Mineral Processing Congress, 2010.

[36] Moudigil, B.M. Çorrelation Between Froth Viscosity and Flotation Efficiency."Minerals and Metallurgical Processing, 1993: 100-101.

[37] Nguyen, A.V. Çolloidal Science of Flotation."The University of Newcastle Callaghan, New South Wales, Australia, 2004.

[38] Palosaari, V. "Method of Controlling Feed Variation in a Valuable Flotation Circuit."Patent NO US0262201, 2004.

[39] Peng, Y., Contnoir, D., Ourriban, M., Richard, D., Liu, Q. "Some Solutions to the Problem in Fine Particle Flotation.Çentenary of Flotation Symposium, 2005: 535-540.

[40] Rule C.M., Anyimadu A.K. "Flotation Cell Technology and Circuit Design. An Anglo Platinum Perspective."The Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy, 2007: 615-622.

[41] Schneider, B.J., Jordan, C.E. "Hydrodynamic Effects in Flotation Ores." 1989: 219-224.

[42] Soto H., Barbery G. "Flotation of Coarse Particles in a Counter Current Column Cell." Minerals ans Metallurgical Processing, 1991: 17-21.

[43] Vanegas, C., Holtham, P. "Method and Apparatus for Monitoring a Froth Phase." Patent Record Available From The World Intellectual Property Organization WO08061289, 2008.

[44] Vanegas, C., Holtham, P. .<sup>o</sup>n-Line Froth Acoustic Emission Measurement in Industrial Sites."Mineral Engineering 21, 2008a: 883-888. [45] Wu, C., Nesset, K., Xu, Z., Masliyah, J. "Generation and Attachment of Submicron Size Bubbles to Colloidal Solids."XXV International Mineral Processing Congress, 2010: 2561-2568.

[46] Xu, D., Wang, W., Ametov, I., Fornasiero, D., Grano, S. "The Detachment of Coarse, Composite Particles from Bubbles."XXV International Mineral Processing Congress, 2010: 2601-2610.

[47] Yianatos J.B., Bergh L.G. RTD Studies in a Industrial Flotation Column: Use of the Radioactive Tracer Technique. International Journal of Mineral Processing, 1992: 81-91.

[48] Zuñiga, H. Garcia. "Flotation Recovery is an Exponential Function of Time."Boletin de la Sociedad Nacional de Mineria, 1935: 83-86.

# Capítulo 11

# Anexos

## 11.1. Simulación Monofásica

11.1.1. Variación Salida Axial

Prototipo



(a) Distribución de Velocidad

(b) Líneas de Flujo

Figura 11.1: Distribución Velocidad y Líneas de Flujo Prototipo Monofásico

#### Variación Largo Celda



Figura 11.2: Distribución de Velocidad y Líneas de Flujo Prototipo Var. 2L Monofásico

#### Variación Diámetro Celda Celda



Figura 11.3: Distribución de Velocidad y Líneas de Flujo Prototipo Var. 2D Monofásico

### 11.1.2. Variación Salida Tangencial

#### Prototipo



(a) Distribución de Velocidad

(b) Líneas de Flujo

Figura 11.4: Distribución de Velocidad y Lineas de Flujo Prototipo Var. Salida Tangencial Monofásico

#### Variación Largo Celda



(a) Distribución de Velocidad

(b) Líneas de Flujo

Figura 11.5: Distribución de Velocidad y Líneas de Flujo Prototipo Var. 2L y Salida Tangencial Monofásico

#### Variación Diámetro Celda Celda



(a) Distribución de Velocidad

(b) Líneas de Flujo

Figura 11.6: Distribución de Velocidad y Líneas de Flujo Prototipo Var. 2D y Salida Tangencial Monofásico

#### Presión Alimentación 11.1.3.

En la tabla 11.1 y 11.2 se muestran los resultados de la medición de la presión en la alimentación tangencial de la celda de flotación para distintos parámetros de operación.

#### Variación Diámetro Descarga Axial

Presión Alimentación									
Simulación	Parámetros Sim.	Presión [Pa]	Presión[Psi]						
	D/L	312.1	0.05						
Variación Salida Tangencial	(2· D)/L	250.1	0.04						
	D/(2·L)	316.2	0.05						

Tabla 11.1: Resultados Presión Alimentación Var. Descarga Tangencial

#### Variación Diámetro Descarga Axial

Presión Alimentación									
Simulación	Parámetros Sim.	Presión [Pa]	Presión[Psi]						
Variación Salida Axial	D/L	332.7	0.05						
	$(2 \cdot D)/L$	221.6	0.03						
	$D/(2 \cdot L)$	340.5	0.05						

Tabla 11.2: Resultados Presión Alimentación Var. Descarga Axial

### **11.1.4. Balance de Flujos**

En la tabla 11.3 y 11.4 se muestran los resultados de los balances de masa de la celda para las distintas simulaciones.

#### Variación Diámetro Descarga Tangencial

Balances de Masa										
Simulación	Parámetros Sim.	Salida Axial[%]								
Variación Salida Tangencial	D/L	78.5	21.5							
	$(2 \cdot D)/L$	80.8	20.0							
	$D/(2 \cdot L)$	78.7	21.3							

Tabla 11.3: Resultados Balance de Masa Var. Descarga Tangencial

#### Variación Diámetro Descarga Axial

|--|

Balances de Masa										
Simulación	Parámetros Sim.	Salida Tangencial [%]	Salida Axial[%]							
	D/L	14.1	85.9							
Variación Salida Axial	$(2 \cdot D)/L$	17.9	82.1							
	$D/(2 \cdot L)$	14.1	85.8							

### 11.1.5. Distribución de Velocidad

En la tabla 11.5 se muestran los resultados de las mediciones de velocidad dentro de la celda para las distintas simulaciones realizadas.

Velocidad [m/s]											
Simulación	Parámetros Sim.	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10
Prototipo	D/L	0.44	0.37	0.3	0.24	0.20	0.17	0.14	0.12	0.11	0.10
	$(2 \cdot D)/L$	0.19	0.16	0.15	0.14	0.13	0.11	0.10	0.09	0.08	0.07
	$D/(2 \cdot L)$	0.48	0.35	0.26	0.19	0.14	0.11	0.10	0.08	0.08	0.08
	D/L	0.45	0.37	0.30	0.24	0.20	0.17	0.14	0.12	0.11	0.10
Var.S.Tang.	$(2 \cdot D)/L$	0.20	0.18	0.14	0.11	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.04
	$D/(2 \cdot L)$	0.39	0.33	0.24	0.18	0.13	0.11	0.09	0.08	0.08	0.08
Var.S.Axial	D/L	0.42	0.37	0.31	0.25	0.21	0.17	0.15	0.13	0.11	0.10
	$(2 \cdot D)/L$	0.18	0.16	0.15	0.13	0.11	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05
	$D/(2 \cdot L)$	0.48	0.37	0.26	0.18	0.13	0.10	0.08	0.08	0.07	0.07

Tabla 11.5: Distribución de Velocidad dentro de la Celda

#### 11.1.6. Energía Cinética del Prototipo

En la tabla 11.6 se puede observar la medición de la energía cinética turbulenta medida en distintas posiciones a lo largo de la celda para las simulaciones realizadas.

	Energía Cinética dentro de la celda [J/kg]											
Sim.	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	
D/L	0.015	0.0016	0.009	0.006	0.005	0.005	0.004	0.003	0.002	0.002	0.002	
2D/L	0.004	0.006	0.003	0.003	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	
D/2L	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	

Tabla 11.6: Resultados Energía Cinética Turbulenta

### 11.2. Simulación Bifásica

#### Distribución de Velocidad Prototipo

En la tabla 11.7, 11.8 y 11.9 se muestran los resultados de las mediciones de velocidad dentro de la celda para cada una de las distintas fases utilizadas bajo distintas condiciones operacionales de la celda.

Velocidad [m/s]											
Simulación	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11
Velocidad Alimentación V=1 [m/s]	0.45	0.41	0.38	0.36	0.33	0.31	0.29	0.27	0.25	0.24	0.24
Velocidad Alimentación V=2 [m/s]	1.08	0.83	0.78	0.73	0.68	0.63	0.59	0.56	0.53	0.51	0.51

Tabla 11.7: Distribución Velocidad Fase Continua Prototipo Bifásico

Tabla 11.8: Distribuciór	Nelocidad Fase Disper	rsa V=1 [m/s] Prototipo	Bifásico
--------------------------	-----------------------	-------------------------	----------

Velocidad [m/s]												
Simulación	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	
Densidad 4.2 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 [μm]	0.16	0.10	0.09	0.07	0.06	0.06	0.06	0.06	0.05	0.05	0.05	
Densidad 4.2 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 80 [μm]	0.25	0.07	0.05	0.03	0.03	0.03	0.02	0.02	0.02	0.02	0.01	
Densidad 4.2 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 y 80 [μm]	0.32	0.14	0.11	0.09	0.09	0.08	0.07	0.07	0.07	0.06	0.06	
Densidad 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 [μm]	0.27	0.10	0.08	0.07	0.06	0.06	0.06	0.06	0.05	0.05	0.05	
Densidad 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 80 [μm]	0.26	0.07	0.05	0.03	0.03	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.01	
Densidad 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 y 80 [μm]	0.33	0.14	0.11	0.09	0.08	0.07	0.08	0.07	0.06	0.06	0.06	
Densidad 4.2 y 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 [μm]	0.29	0.12	0.11	0.09	0.09	0.09	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	
Densidad 4.2 y 2.7 [ton/ $m^3$ ] y Diámetro 80 [ $\mu$ m]	0.3	0.1	0.08	0.05	0.05	0.04	0.04	0.03	0.03	0.03	0.03	
Densidad 4.2 y 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 y 80 [μm]	0.32	0.14	0.12	0.10	0.08	0.08	0.08	0.07	0.06	0.06	0.06	

			Vel	ocidad	[m/s]						
Simulación	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11
Densidad 4.2 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 [μm]	0.55	0.19	0.15	0.13	0.11	0.10	0.10	0.09	0.09	0.09	0.09
Densidad 4.2 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 80 [μm]	0.47	0.11	0.07	0.05	0.04	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.02
Densidad 4.2 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 y 80 [µm]	0.63	0.24	0.19	016	0.14	0.13	0.12	0.11	0.11	0.10	0.10
Densidad 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 [μm]	0.56	0.20	0.16	0.13	0.13	0.11	0.10	0.10	0.09	0.09	0.10
Densidad 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 80 [μm]	0.46	0.12	0.07	0.05	0.04	0.03	0.03	0.04	0.03	0.03	0.03
Densidad 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 y 80 [µm]	0.62	0.25	0.20	0.16	0.14	0.13	0.12	0.11	0.10	0.10	0.10
Densidad 4.2 y 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 [μm]	0.58	0.23	019	0.17	0.16	0.16	0.14	0.15	0.13	0.14	0.14
Densidad 4.2 y 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 80 [µm]	0.55	0.17	0.11	0.08	0.06	0.05	0.05	0.04	0.04	0.04	0.03
Densidad 4.2 y 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 y 80 [μm]	0.66	0.28	0.23	0.19	0.16	0.15	0.15	0.14	0.12	0.13	0.12

Tabla 11.9: Distribución de Velocidad Fase Dispersa V=2 [m/s] Prototipo Bifásico

#### Análisis Distribución Partículas

En la tabla 11.13 se muestran los resultados de la distribución de partículas en las salidas de la celda.

I	Distribución de	Partículas en las	Salidas								
Simulationas	Balance Partí	culas V=1 [m/s]	Balance Partí	culas V=2 [m/s]							
Simulaciones	Salida Tang.	Salida Axial	Salida Tang.	Salida Axial							
Densidad 4.2 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 [μm]	53 %	42 %	71 %	29 %							
Densidad 4.2 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 80 [μm]	80 %	10 %	96 %	2 %							
Densidad 4.2 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 y 80 [μm]	65 %	27 %	65 %	27 %							
Densidad 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 [μm]	49 %	39 %	72 %	25 %							
Densidad 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 80 [μm]	84 %	7 %	96 %	9 %							
Densidad 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 y 80 [μm]	72 %	21 %	82 %	18 %							
Densidad 4.2 y 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 [μm]	53 %	41 %	74 %	25 %							
Densidad 4.2 y 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 80 [μm]	84 %	13 %	91 %	2 %							
Densidad 4.2 y 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 y 80 [μm]	62 %	26 %	67 %	19 %							

Tabla 11.10: Distribución de Partículas Prototipo Bifásico

### 11.2.1. Funcionamiento como Hidrociclón

En la figura 11.12 se muestran los resultados de la distribución de velocidad y líneas de flujo al modelar la celda como un hidrociclón.





(c) Líneas de Flujo Fase Continua

(d) Líneas de Flujo Fase Discreta



#### Presión Alimentación y Balance de Masa

En la tabla 11.11 y 11.12 se muestran los resultados de las mediciones de la presión en la alimen-

tación y el balance de masa de la salida axial y tangencial.

Tabla 11.11: Resultados Presión Alimentación Hidrociclón Bifasi	co
---	----

Presión Alimentación						
Simulación Presión [Pa] Presión [Psi]						
$V_{feed}=1[m/s]$	0.07					
$V_{feed}=2 \text{ [m/s]}$	2715	0.40				

Balance Masa				
Simulación	Salida Tangencial	Salida Axial		
$V_{feed} = 1[m/s]$	44 %	56 %		
$V_{feed}=2 \text{ [m/s]}$	44 %	56 %		

Tabla 11.12: Resultado Balance Masa Hidrociclón Bifasico

#### **Balance Partículas**

Distribución de Partículas en las Salidas				
Simulaciones	Balance Partí	culas V=1 [m/s]		
Simulaciones	Salida Tang.	Salida Axial		
Densidad 4.2 [ton/ $m^3$ ] y Diámetro 10 [ $\mu$ m]	71 %	29 %		
Densidad 4.2 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 80 [µm]	68 %	28 %		
Densidad 4.2 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 y 80 [μm]	73 %	25 %		
Densidad 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 [μm]	64 %	36 %		
Densidad 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 80 [μm]	81 %	19 %		
Densidad 2.7 [ton/ $m^3$ ] y Diámetro 10 y 80 [ $\mu$ m]	75 %	17 %		
Densidad 4.2 y 2.7 $[ton/m^3]$ y Diámetro 10 $[\mu m]$	69 %	18 %		
Densidad 4.2 y 2.7 [ton/ $m^3$ ] y Diámetro 80 [ $\mu$ m]	72 %	22 %		
Densidad 4.2 y 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ] y Diámetro 10 y 80 [μm]	59 %	25 %		

Tabla 11.13: Distribución de Partículas Hidrociclón Bifásico

### 11.2.2. Funcionamiento con 2 Salidas Axiales

En la figura 11.8 se muestran los resultados de las simulaciones al modelar la celda con las dos salidas axiales abiertas para cada una de las fases.





(c) Líneas de Flujo Fase Continua





#### Presión Alimentación y Balance de Masa

En la tabla 11.14 y 11.15 se muestran los resultados de las mediciones de la presión en la alimentación y los balances de masa en la salida de la celda.

Presión Alimentación						
Simulación Presión [Pa] Presión [Psi]						
$V_{feed}=1[m/s]$	0.05					
$V_{feed}=2 \text{ [m/s]}$ 4173 0.61						

Tabla 11.14: Presión Alimentación 2 Salidas Axiales Bifásico

Tabla 11.15: Balance Masa 2 Salidas Axiales Bifásico	0
--	---

Balance Masa						
Simulación Salida Tangencial Salida Axial 1 Salida Axial 2						
$V_{feed}=1[m/s]$	31 %	37 %	32 %			
$V_{feed}=2 \text{ [m/s]}$	30 %	39 %	31 %			

### 11.3. Simulación Fluido No-Newtoniano

#### 11.3.1. Funcionamiento como Hidrociclón

En la figura 11.9 se muestran la distribución de velocidad y las líneas de flujo cuando se utiliza la celda como un hidrociclón.



(a) Distribución de Velocidad

(b) Líneas de Flujo

Figura 11.9: Distribución de Velocidad y Lineas de Flujo Hidrociclón No Newtoniano

#### Presión Alimentación y Balances Masa

En la tabla 11.16 y 11.17 se muestran los resultados de las mediciones de la presión en la alimentación y el balance de masa de los flujos.

Simulación	Presión Fluid	o Densidad 2.7	Presión Fluido Densidad 4.2		
Sillulacion	Presión [Pa]	Presión [Psi]	Presión [Pa]	Presión [Psi]	
$V_{feed}=1[m/s]$	2124	0.31	2815	0.41	
$V_{feed}=2 \text{ [m/s]}$	6670	0.98	9226	1.34	

Tabla 11.16: Presión Alimentación Hidrociclón No Newtoniano

Tabla 11.17: Balance de Masa	Hidrociclón No Newtoniano
------------------------------	---------------------------

	Balance de Masa V=1 [m/s]		Balance de Masa V=2 [m/s]		
Simulación	Salida Tangencial	Salida Axial	Salida Tangencial	Salida Axial	
Densidad 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ]	50 %	50 %	50 %	50 %	
Densidad 4.2 [ton/m <sup>3</sup> ]	51 %	49 %	48 %	52 %	

#### **11.3.2.** Funcionamiento con 2 Salidas Axiales

En la figura 11.10 se muestra el resultado de las simulaciones de la celda con dos salidas axiales abiertas, cuando se modela el fluido como un fluido No Newtoniano.



(a) Distribución de Velocidad

(b) Líneas de Flujo

Figura 11.10: Distribución de Velocidad y Líneas de Flujo 2 Salidas Axiales Fluido No Newtoniano

#### Presión Alimentación y Balances Masa

En la tabla 11.18 y 11.19 se muestran los resultados de las mediciones de la presión en la alimentación y el balance de masa de los flujos en las salidas cuando se modela la alimentación como un flujo No Newtoniano.

Simulación	Presión Fluid	o Densidad 2.7	Presión Fluido Densidad 4.2		
Simulación	Presión [Pa]	Presión [Psi]	Presión [Pa]	Presión [Psi]	
$V_{feed}=1[m/s]$	1828	0.27	2258	0.33	
$V_{feed}=2 \text{ [m/s]}$	4396	0.64	6630	0.96	

Tabla 11.18: Presión Alimentación 2 Salidas Axiales Fluido No Newtoniano

Tabla 11.19: Balance de Masa 2 Salidas Axiales Fluido No Newtoniano

Simulación	Balance de Masa V=1 [m/s]			V=1 [m/s] Balance de Masa V=		
	Salida Tangencial	Salida Axial 1	Salida Axial 2	Salida Tangencial	Salida Axial 1	Salida Axial 2
Densidad 2.7 [ton/m <sup>3</sup> ]	37 %	29 %	34 %	35 %	35 %	35 %
Densidad 4.2 [ton/m <sup>3</sup> ]	29 %	30 %	41%	30 %	40 %	30 %

### **11.4.** Simulaciones Pruebas Preliminares

#### Distribución Velocidad

Para estudiar la velocidad del fluido dentro de la celda se realizan distintas mediciones dentro de la celda. En la tabla 11.20 se muestra la distribucion de velocidad dentro de la celda para las pruebas de pilotaje.

Velocidad dentro de la celda [m/s]											
Simulación	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11
Horizontal	0.50	0.46	0.43	0.40	0.37	0.34	0.31	0.28	0.25	0.23	0.21
Vertical Alim.Arriba	0.50	0.46	0.43	0.40	0.37	0.34	0.31	0.28	0.25	0.23	0.21
Vertical Alim.Abajo	0.53	0.50	0.48	0.46	0.45	0.43	0.43	0.42	0.41	0.41	0.41

Tabla 11.20: Resultados Velocidades Prototipo Pilotaje

#### Distribución Partículas

En la tabla 11.21 se muestra la distribución de partículas que salen por cada una de las salidas de la celda cuando se aplica un campo magnético de 0.001 [T] en la direccion z.

Simulación Campo Magnético 0.001 [T]						
Exporimonto	Orientación Ciclón	Balance de Partículas				
Experimento	Onentación Cición	Salida Tangencial	Salida Axial			
	Horizontal	39 %	48 %			
Sin Campo	Vertical Alim. Arriba	34 %	53 %			
	Vertical Alim. Abajo	30 %	51 %			
	Horizontal	43 %	59 %			
Con Campo	Vertical Alim. Arriba	42 %	55 %			
	Vertical Alim. Abajo	52 %	16 %			

Tabla 11.21: Resultados Simulaciones Distribución Partículas Prototipo Pilotaje (z)

En la tabla 11.22 se muestra la distribución de partículas que salen por cada una de las salidas de la celda cuando se aplica un campo magnético de 0.001 [T] en la direccion x.

Tabla	11.22:	Resultados	Simulaciones	Distribución	Partículas	Prototipo	Pilotaje	(x)
-------	--------	------------	--------------	--------------	------------	-----------	----------	-----

Simulación Campo Magnético 0.001 [T]						
Experimento	Orientación Ciclón	Balance de Partículas				
Experimento	Onemación Cición	Salida Tangencial	Salida Axial			
Sin Campo	Horizontal	39 %	48 %			
	Vertical Alim. Arriba	34 %	53 %			
	Vertical Alim. Abajo	30 %	51 %			
	Horizontal	75 %	7 %			
Con Campo	Vertical Alim. Arriba	58 %	28 %			
	Vertical Alim. Abajo	71 %	3 %			

### 11.5. Simulaciones con Campo Magnético

### 11.5.1. Balance Partículas Campo B(-z)

En la tabla 11.23 se muestra la distribución de partículas que se obtiene simular la celda bajo distintas condiciones de composición de pulpa y distintas condiciones operacionales.

Simulación Campo Magnético						
D	Simulación	Balance de Partícu	las V=1[m/s]	Balance Partículas V=2[m/s]		
$D_0$	Simulación	Salida Tangencial	Salida Axial	Salida Tangencial	Salida Axial	
	Densidad 4.2 y Diámetro 10 [µm]	39 %	38 %	52 %	48 %	
Sin Campo Magnético	Densidad 4.2 y Diámetro 80 [µm]	49 %	5 %	89 %	2 %	
	Densidad 2.7 y Diámetro 10 [µm]	41 %	29 %	37 %	8 %	
	Densidad 2.7 y Diámetro 80 [µm]	23 %	53 %	57 %	9 %	
Campo 0.001 [T]	Densidad 4.2 y Diámetro 10 [µm]	38 %	37 %	37 %	9 %	
	Densidad 4.2 y Diámetro 80 [µm]	77 %	3 %	38 %	17 %	
	Densidad 2.7 y Diámetro 10 [µm]	28 %	42 %	40 %	11 %	
	Densidad 2.7 y Diámetro 80 [µm]	32 %	23 %	95 %	2 %	
	Densidad 4.2 y Diámetro 10 [µm]	24 %	41 %	26 %	2 %	
Campo 0.001 [T]	Densidad 4.2 y Diámetro 80 [µm]	77 %	3 %	29 %	6 %	
	Densidad 2.7 y Diámetro 10 [µm]	34 %	39 %	37 %	8 %	
	Densidad 2.7 y Diámetro 80 [µm]	20 %	44 %	48 %	4 %	

Tabla 11.23: Resultados Simulaciones Prototipo Campo Magnético

### **11.5.2.** Balance Partículas Campo B(z)

En la tabla 11.23 se muestra la distribución de partículas que se obtiene simular la celda bajo distintas condiciones de composición de pulpa y distintas condiciones operacionales.

Simulación Campo Magnético						
P	Simulación	Balance de Partícu	ilas V=1[m/s]	Balance Partículas V=2[m/s]		
$D_0$	Simulación	Salida Tangencial	Salida Axial	Salida Tangencial	Salida Axial	
Sin Campo Magnético	Densidad 4.2 y Diámetro 10 [µm]	39 %	38 %	52 %	48 %	
	Densidad 4.2 y Diámetro 80 [µm]	49 %	5 %	89 %	2 %	
	Densidad 2.7 y Diámetro 10 [µm]	41 %	29 %	37 %	8 %	
	Densidad 2.7 y Diámetro 80 [µm]	23 %	53 %	57 %	9 %	
Campo 0.001 [T]	Densidad 4.2 y Diámetro 10 [µm]	38 %	37 %	37 %	4 %	
	Densidad 4.2 y Diámetro 80 [µm]	85 %	3 %	26 %	20 %	
	Densidad 2.7 y Diámetro 10 [µm]	28 %	42 %	40 %	11 %	
	Densidad 2.7 y Diámetro 80 [µm]	33 %	22 %	95 %	2 %	
Campo 0.001 [T]	Densidad 4.2 y Diámetro 10 [µm]	47 %	7 %	26 %	2 %	
	Densidad 4.2 y Diámetro 80 [µm]	82 %	3%	29 %	6 %	
	Densidad 2.7 y Diámetro 10 [µm]	34 %	39 %	37 %	8 %	
	Densidad 2.7 y Diámetro 80 [µm]	20 %	55 %	48 %	4 %	

Tabla 11.24: Resultados Simulaciones Proto	otipo Campo Magnético
--	-----------------------