



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

MIX ÓPTIMO DE SISTEMAS DE ALMACENAMIENTO DE ENERGÍA
A TRAVÉS DE UNA METODOLOGÍA GRÁFICA-ANALÍTICA

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN
CIENCIAS DE LA INGENIERÍA MENCIÓN ELÉCTRICA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL ELÉCTRICO

FRANCISCO IGNACIO CELIS ANDRADE

PROFESOR GUÍA:
RODRIGO PALMA BEHNKE

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
LUIS VARGAS DÍAZ
ESTEBAN GIL SAGAS

Este trabajo ha sido financiado por CONICYT

SANTIAGO DE CHILE
2018

RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE: Magíster
en Ciencias de la Ingeniería Mención Eléctrica y al Título de Ingeniero
Civil Eléctrico

POR: Francisco Ignacio Celis Andrade

FECHA: 11/06/2018

PROFESOR GUÍA: Rodrigo Palma Behnke

MIX ÓPTIMO DE SISTEMAS DE ALMACENAMIENTO DE ENERGÍA A TRAVÉS DE UNA METODOLOGÍA GRÁFICA-ANALÍTICA

Existe una creciente preocupación por la sostenibilidad, producto del ritmo de consumo de recursos naturales de la actividad económica humana y en un contexto de cambio climático a escala global. En este sentido, la descarbonización de la oferta de energía de los sistemas eléctricos constituye un elemento clave. De hecho, se ha logrado incrementar sostenidamente la penetración de fuentes renovables a nivel mundial. Estas fuentes (eólica y solar), en su mayoría, tienen la desventaja de presentar una alta variabilidad y baja predictibilidad. Lo anterior se debe compensar agregando soluciones que aporten flexibilidad a los sistemas eléctricos.

Las tendencias de costos observadas permiten suponer que las tecnologías de almacenamiento energético jugarán un rol relevante en la provisión de flexibilidad, debido a las características técnicas que éstas poseen. Si bien se han realizado importantes esfuerzos para determinar el dimensionamiento óptimo de estas tecnologías, se identifica una falencia de metodologías simplificadas y suficientemente precisas que faciliten el entendimiento de los conceptos básicos asociados. Por otra parte, también es deseable que estas metodologías puedan, además, ser utilizadas en la toma de decisiones en el sector.

El objetivo de esta tesis es desarrollar una metodología gráfica-analítica que permita determinar la combinación “*mix*” óptima de tecnologías de generación y almacenamiento en un sistema eléctrico de potencia. Una metodología clásica utilizada para planificar parques de generadores es la denominada “*screening curves*”, en la cual los consumos se representan a través de una curva de duración. La metodología propuesta consiste en integrar de manera sistemática las tecnologías de almacenamiento, lográndose desarrollar un procedimiento secuencial que permite realizar una planificación centralizada a mínimo costo de tecnologías de generación y almacenamiento. Las energías renovables de carácter variable son integradas a través de distintos escenarios de penetración y su generación es descontada en forma cronológica de la estimación de consumo horario en el año de análisis. Junto con entregar un respaldo teórico a la metodología propuesta, ésta se valida con dos casos de estudio: uno teórico que permite detallar la aplicación del algoritmo, y un sistema basado en la proyección del sistema eléctrico chileno al año 2050. Ambos casos son contrastados con los resultados obtenidos con una metodología de planificación convencional de simulación numérica. Asimismo, se presenta un estudio adicional del sistema eléctrico alemán al año 2050.

Los resultados obtenidos permiten validar el algoritmo propuesto. Se constata que la metodología converge al óptimo cuando el mismo problema es resuelto con métodos numéricos. Además, se observan bajos porcentajes de error al comparar con el resultado obtenido al resolver la planificación utilizando la curva de duración de carga sin su aproximación por bloques. Por otro lado, las diferencias son mayores cuando se compara con un modelamiento cronológico, lo que demanda una calibración exógena de parámetros del modelo, tales como el número de ciclos esperados del sistema de almacenamiento. Se presenta un análisis de conceptos técnico-económicos claves que determinan la integración y mix de tecnologías de almacenamiento a un sistema eléctrico. Estos constituyen el aporte de la tesis a potenciar la toma de decisiones respecto de la integración de sistemas de almacenamiento en un sistema eléctrico de potencia. Asimismo, estos conceptos buscan ser un aporte a la docencia y formación en el área. Como trabajo futuro se propone optimizar la selección del número de bloques de la curva de carga y la estimación del número de ciclos esperados de los Sistemas de Almacenamiento de Energía.

Agradecimientos

Esta plana es la única de este documento en la que tengo la total y absoluta libertad de escribir lo que quiero, y es mi deber aprovecharla para reconocer a todos quienes han contribuido a la llegada de este momento.

Me gustaría comenzar agradeciendo a mi familia. He sido feliz creciendo acompañado por un grupo tan grande de gente alegre y cariñosa. Gracias a ustedes, tengo los mejores recuerdos de las vacaciones de mi infancia en La Perla del Maule, y de las tardes cruzando la calle a comer plátano con miel de palma esforzándome por descubrir la casa azul en el fondo del plato. Gracias a ustedes, los almuerzos de domingo siguen siendo un momento reconfortante y seguro, en el que sé que siempre soy bienvenido y siempre podré encontrar abrazos y risas por montones. Los quiero mucho.

También han sido muy importantes mis amigos. Mis primeros grandes amigos. Cada momento que hemos compartido ha dejado un recuerdo, una anécdota que nos mantiene unidos a través del tiempo. Son todos especiales, desde el que hace rimas con los nombres hasta el que se esconde en el clóset. Los que no me dejaban comer de tanto que nos reíamos juntos. Pipe, Huencho y Duarte, me siento muy contento de haberlos conocido. Hoy, que ya somos viejos, me siento muy feliz de haberles tenido la paciencia que les tuve cuando todavía eran unos idiotas. Los quiero mucho.

Mi paso por la universidad también fue un período feliz. Sobre todo, desde que fui invitado a integrarme al querido EnergyLab. Es este lugar donde formamos la comunidad más unida, tanto cuando se trató de estudiar como de pasarlo bien en un asadito, un día de paintball o unas pocas partidas de age. Me encantaría reconocerlos a todos por sus grandezas individuales, pero este espacio no es suficiente. Solo queda agradecer al Barre y al Kike por invitarme a formar parte de este tremendo grupo de amigos. Los quiero mucho.

Escribir la tesis no fue fácil. Afortunadamente, nunca estuve sólo en esto. Quiero agradecerle al parcero AS7 todo su apoyo en este proceso, apoyo no sólo intelectual sino también personal. Has sido un gran amigo y espero que esta colaboración continúe en el tiempo. De igual forma, debo reconocer lo valioso de la participación del Morri y del Profe Palma en el grupo, durante los albores de lo que sería un largo período de investigación. También agradecer el aporte del amigo NicoCi. El loquito NicoCi. Cada viaje que compartimos en el metro, con la gente mirando estupefacta tus declaraciones, fueron un significativo aporte a mi experiencia académica. Un gran abrazo a los cuatro. Los quiero mucho.

Dos personas muy importantes en esto han sido mis hermanos, Felipe y Claudio. Dos personas con intereses profesionales poco convencionales, quienes, por medio de su esfuerzo y profesionalismo, de su valentía, capaces de dejarlo todo atrás para realizarse, hoy son evidencia empírica de que quienes trabajan por sus sueños los hacen realidad. Les agradezco cada corto minuto que hemos compartido, les agradezco que me hayan recibido en sus vidas. Especial mención a Benet Celis Graus, un grande. Los quiero mucho.

Me gustaría dedicar un párrafo a una persona tremendamente especial, mi polola. Coté, tú me has visto en mis mejores y peores momentos. En todos ellos, sólo hay una constante. Nos amamos. Gracias por llenar mi vida de momentos felices, por enseñarme a conocerme y superarme. Cuando he dudado, tú me diste seguridad. Gracias a tu familia por integrarme como uno más. Los quiero mucho.

Finalmente, esta plana no es suficiente para expresar lo agradecido que estoy de quienes me han dado todo. De quienes me han hecho la persona que soy. Silvio y Marcela, mis padres. Hoy no solo yo cierro una etapa, ustedes también. Quiero decirles lo agradecido que estoy del trabajo que han hecho como padres. Nunca he pasado frío, nunca he pasado hambre, pero más importante, nunca he dudado que al llegar a mi casa está su amor esperándome. Gracias por enseñarme a diferenciar lo que importa de lo que no, por enseñarme a encontrar la felicidad en el día a día. Los amo.

Agradezco también al proyecto Fondecyt 1151438 por financiar parcialmente esta investigación.

Tabla de contenido

1.	Introducción.....	1
1.1	Motivación.....	1
1.2	Hipótesis	2
1.3	Objetivos y alcances	2
1.3.1	Objetivo general	2
1.3.2	Objetivos específicos.....	3
1.3.3	Alcances.....	3
1.4	Estructura del documento	3
2.	Marco teórico.....	4
2.1	Optimización.....	4
2.1.1	Optimización con restricciones	4
2.1.2	Programación lineal.....	5
2.2	Planificación de sistemas eléctricos.....	7
2.2.1	Modelo teórico.....	8
2.3	Sistemas de almacenamiento	11
2.3.1	Descripción de los sistemas de almacenamiento.....	11
2.3.2	Tecnologías de almacenamiento.....	11
2.4	Modelamiento de sistemas eléctricos con almacenamiento.....	13
2.4.1	Modelo numérico detallado de operación	13
2.4.2	Modelo numérico detallado de planificación	14
2.4.3	Modelo teórico.....	14
3.	Metodología propuesta	20
3.1	Propuesta general.....	20
3.2	Supuestos fundamentales.....	25
3.3	Metodología simplificada	26

3.3.1	Construir LDC residual	30
3.3.2	Caso Base con convencionales.....	31
3.3.3	Dibujo de Screening Curves para ESS y Selección de tecnologías candidatas.....	32
3.3.4	Configuración de carga-descarga óptima	33
3.3.5	Costo de incorporación.....	39
3.3.6	Capacidad por construir.....	39
3.3.7	Nueva iteración.....	40
4.	Validación y casos de estudio.....	41
4.1	Introducción.....	41
4.2	Caso de estudio teórico.....	42
4.2.1	Inicialización del algoritmo	44
4.2.2	Primera iteración.....	45
4.2.3	Segunda iteración	53
4.2.4	Tercera iteración.....	61
4.2.5	Cuarta iteración.....	69
4.2.6	Quinta iteración y criterio de detención	75
4.2.7	Resumen del resultado.....	79
4.3	Sistema Eléctrico Nacional 2050.....	79
4.4	Caso de estudio sistema alemán 2050.....	85
4.5	Análisis de resultados	86
4.5.1	Caso Teórico.....	86
4.5.2	Sistema Eléctrico Nacional.....	88
4.5.3	Sistema Alemán.....	93
4.5.4	Conceptos generales	96
5.	Conclusiones y trabajo futuro.....	97
5.1	Conclusiones	97

5.2	Perspectivas de aplicaciones	98
5.3	Trabajo futuro	98
6.	Bibliografía.....	100
7.	Apéndice.....	104
7.1	Deducción del modelo generalizado.....	104
7.2	Condiciones de KKT	105
7.3	Nomenclatura de metodología	108

Índice de Tablas

Tabla 2-1.	Nomenclatura del modelo teórico.	16
Tabla 3-1.	Nomenclatura utilizada en las figuras.	32
Tabla 4-1.	Parámetros de las tecnologías utilizadas en el caso académico.	43
Tabla 4-2.	Descripción de la curva de duración de carga aproximada por seis bloques de igual duración.	44
Tabla 4-3.	Parque generador sin almacenamiento y sus costos.....	44
Tabla 4-4.	Costo adicional de cada configuración expuesta para el almacenamiento 1.	49
Tabla 4-5.	Resumen de configuraciones óptimas de carga-descarga para primera iteración.	50
Tabla 4-6.	Costo marginal (\$/MW) de la capacidad de almacenamiento en distintas configuraciones.....	52
Tabla 4-7.	Costo adicional de cada configuración expuesta para el almacenamiento 1, en la segunda iteración.	59
Tabla 4-8.	Resumen de configuraciones óptimas de carga-descarga para primera iteración.	60
Tabla 4-9.	Costo marginal (\$/MW) de la capacidad de almacenamiento en distintas configuraciones.....	60
Tabla 4-10.	Costo adicional de cada configuración expuesta para el almacenamiento 1, en la tercera iteración.	64
Tabla 4-11.	Resumen de configuraciones óptimas de carga-descarga para tercera iteración.	66
Tabla 4-12.	Costo marginal (\$/MW) de la capacidad de almacenamiento en distintas configuraciones.....	68

Tabla 4-13. Comparación de configuraciones para el almacenamiento 1.....	71
Tabla 4-14. Costos adicionales para la expansión de central de base.	73
Tabla 4-15. Resumen de configuraciones óptimas de carga-descarga para tercera iteración.	73
Tabla 4-16. Costo marginal (\$/MW) de la capacidad de almacenamiento en distintas configuraciones.....	74
Tabla 4-17. Comparación de configuraciones para el almacenamiento 1.....	78
Tabla 4-18. Costo marginal (\$/MW) de la capacidad de almacenamiento en distintas configuraciones.....	78
Tabla 4-19. Comparación de resultados obtenidos con la metodología desarrollada y el problema numérico equivalente. Capacidades en MW.	79
Tabla 4-20. Capacidades instaladas de recursos renovables que permiten penetración deseada. .	80
Tabla 4-21. Aproximaciones por bloques equiespaciados en distintos escenarios (MW).	81
Tabla 4-22. Bloques utilizados para aproximar las LDC en distintos escenarios.	82
Tabla 4-23. Parámetros de costos de tecnologías térmicas y almacenamiento al año 2050.....	83
Tabla 4-24. Parque generador obtenido con distintas metodologías. Capacidades en MW.....	84
Tabla 4-25. Comparación de resultados principales del trabajo con los obtenidos aplicando la metodología simplificada. Capacidades en MW.	86
Tabla 4-26. Comparación de primera iteración en caso con bloques equiespaciados para escenarios de 60 y 7% de penetración ERNC.....	90
Tabla 4-27. Comparación de duración de tecnologías de almacenamiento con distintas metodologías.....	92
Tabla 4-28. Parámetros representativos del número de ciclos en caso base y en caso modificado.	92
Tabla 4-29. Primera iteración del algoritmo sobre la planificación del Sistema Alemán. Costos marginales en (\$/MW).....	95
Tabla 4-30. Comparación de tiempos de cómputo de los casos analizados y una referencia externa.	96
Tabla 7-1. Nomenclatura de la metodología propuesta.....	108

Índice de Figuras

Figura 1-1. Tendencias recientes y proyecciones de costos de almacenamiento.	1
Figura 2-1. Poliedro factible.	6
Figura 2-2. Poliedro factible con ejemplos de direcciones factibles.	6
Figura 2-3. Curva de duración de carga y parque generador obtenido con método de Screening Curves.	9
Figura 2-4. Almacenamiento como central de punta.	18
Figura 3-1. LDC con generación y carga de tecnologías.	21
Figura 3-2. LDC aproximada por bloques abastecida por distintas tecnologías.	26
Figura 3-3. Generación de energía por una tecnología con igual capacidad instalada en dos parques generadores distintos.	27
Figura 3-4. Caso base con dos tecnologías térmicas.	31
Figura 3-5. Ejemplo del uso de Screening Curves para filtrar tecnologías de almacenamiento. ...	33
Figura 3-6. Posibles configuraciones de carga-descarga para un nuevo ESS en el mix.	34
Figura 3-7. Análisis gráfico de variación de costos producida por almacenamiento.	35
Figura 3-8. LDC y caso base cuando penetración de renovables produce horas con exceso de energía disponible.	38
Figura 3-9. Límites de capacidad de almacenamiento por descarga.	40
Figura 4-1. Curva de duración de carga aproximada por seis bloques de igual duración.	43
Figura 4-2. Obtención del parque generador térmico óptimo.	45
Figura 4-3. Configuraciones de carga-descarga posibles para el almacenamiento 1.	46
Figura 4-4. Detalle de la participación del almacenamiento 1.	51
Figura 4-5. Resultado de iteración 1 y caso base de iteración 2.	53
Figura 4-6. Configuraciones de carga-descarga factibles en segunda iteración para ESS 1.	54
Figura 4-7. Parque generador resultante de la segunda iteración.	61
Figura 4-8. Ingreso con expansión del almacenamiento 2.	67
Figura 4-9. Parque generador resultante de la tercera iteración.	68

Figura 4-10. Parque generador resultante de la cuarta iteración.	75
Figura 4-11. Perfiles normalizados de recursos renovables variables.....	80
Figura 4-12. Curva de duración de carga original y las tres LDC residuales obtenidas en escenarios de penetración renovable.	81
Figura 4-13. Curvas de duración de carga utilizadas en este caso.	85
Figura 4-14. Curva de duración de carga del problema y Screening Curves de tecnologías térmicas y ESS 2.	88
Figura 4-15. Comparación de resultados de distintas metodologías al ser aplicadas sobre tres escenarios de penetración renovable en el SEN al 2050.	89
Figura 4-16. Aplicación de metodología de Screening Curves con tecnología de Ion Litio.....	91
Figura 4-17. Comparación de resultados obtenidos con parámetro de ciclos modificado en distintas metodologías.....	93
Figura 4-18. Comparación de parque generador obtenido al aplicar distintas metodologías.....	94
Figura 7-1. Representación gráfica de la distribución de la generación/carga de las distintas tecnologías.	104

1. Introducción

1.1 Motivación

Existe una creciente preocupación por la sostenibilidad, producto del ritmo de consumo de recursos naturales de la actividad económica humana y en un contexto de cambio climático a escala global. Uno de los mayores esfuerzos por disminuir el impacto de largo plazo de la actividad humana se basa en reducir las emisiones de gases de efecto invernadero producidas por el sector eléctrico. En particular, el gobierno de Chile ha fijado una meta de tener, al año 2050, una penetración de energías renovables del 70% [1].

Uno de los principales desafíos de la integración de las energías renovables es su alta variabilidad y difícil predicción, en particular para la energía solar y eólica [2]. Este desafío puede ser enfrentado por distintos medios, entre los que se cuentan; tecnologías de manejo de la demanda (DSM, por su sigla en inglés), centrales convencionales con mejores características de flexibilidad y tecnologías de almacenamiento (ESS, por su sigla en inglés).

Las tendencias de costo de los últimos años y sus proyecciones para el futuro hacen pensar que las tecnologías de almacenamiento tendrán en los próximos años un despliegue significativo a nivel mundial como alternativa de flexibilidad [3]. La Figura 1-1 muestra la tendencia a la baja en los precios en los ESS.

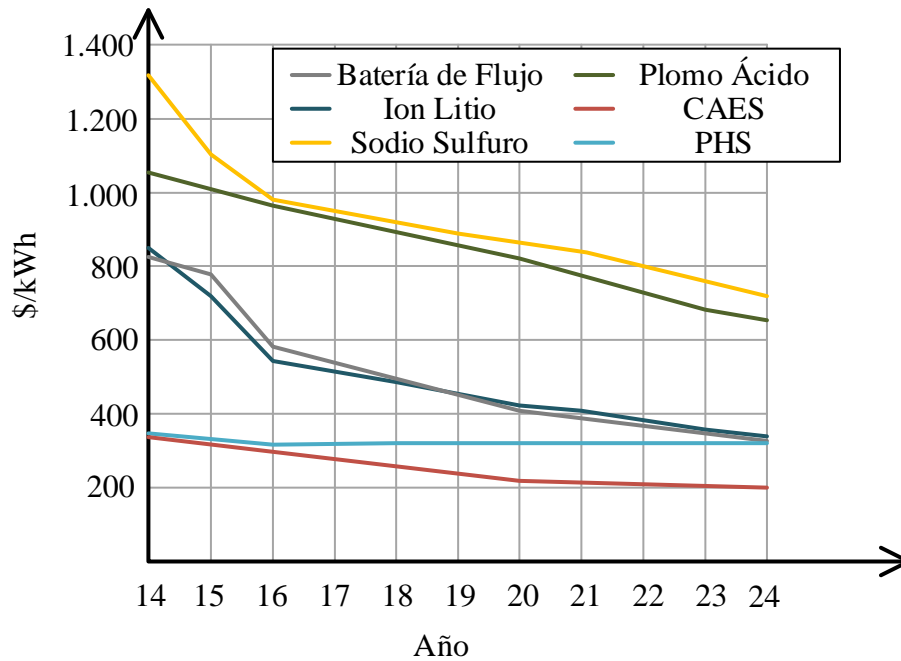


Figura 1-1. Tendencias recientes y proyecciones de costos de almacenamiento.

Sin embargo, el problema de planificación de las tecnologías de almacenamiento ha demostrado ser un problema difícil de resolver y en este esfuerzo se han aplicado muchos enfoques, en su mayoría numéricos y de alta complejidad [4]. No obstante, aún existe una falencia de herramientas sintéticas que permitan enfrentar este problema.

Por otro lado, la metodología educativa a nivel nacional se ha mantenido prácticamente constante durante los cerca de 400 años de historia de la educación en Chile. Hoy, las clases expositivas siguen siendo tan vigentes como en el comienzo [5], sin verse afectadas por las transformaciones políticas-culturales de la sociedad chilena [6].

En consecuencia, el desarrollo de nuevas metodologías sintéticas y gráficas brinda a los docentes novedosas herramientas que pueden ser puestas en práctica para transmitir de forma eficiente el conocimiento y la intuición a los futuros profesionales.

Un ejemplo claro y de larga trayectoria corresponde al Criterio de las Áreas Iguales [7], utilizado en análisis de estabilidad transitoria de sistemas eléctricos y tan vigente hoy en los programas de ingeniería eléctrica como en sus orígenes durante la década de los 40'. Otro ejemplo relevante es el de la metodología de las Screening Curves [8], la que permite, por medio de un ejercicio visual de intersección de rectas, determinar las capacidades a construir de cada tecnología disponible para un sistema eléctrico, el cual es descrito por su curva de duración de carga (LDC, por sus siglas en inglés).

Estas herramientas se han ido desarrollando conforme surgen nuevos problemas de interés para los ingenieros eléctricos, y hoy en día, saber planificar un sistema eléctrico exclusivamente térmico no es suficiente.

Con todo, se hace necesario proyectar adecuadamente la composición futura de los sistemas eléctricos y generar herramientas adecuadas que permitan una visualización simple de la lógica técnico-económica de la construcción de centrales de almacenamiento.

Este trabajo desarrolla un esquema conceptual y de fácil entendimiento del problema de dimensionamiento óptimo de tecnologías de almacenamiento en sistemas energéticos. Lo anterior permite a analistas comprender los parámetros fundamentales del problema y potencia las herramientas pedagógicas para docentes del sector.

1.2 Hipótesis

Esta tesis propone que es factible sintetizar el problema de encontrar el mix óptimo de tecnologías de generación y almacenamiento, utilizando una metodología analítica simple apoyada en elementos gráficos. Adicionalmente, se postula que esta síntesis agrega valor como herramienta de apoyo a la toma de decisiones y la docencia.

1.3 Objetivos y alcances

1.3.1 Objetivo general

El objetivo general de esta tesis es disponer de una metodología gráfica-analítica para determinar la combinación óptima de tecnologías de generación y almacenamiento en un sistema eléctrico de potencia. Se busca identificar la lógica técnico-económica de una integración costo-efectiva de distintas tecnologías de almacenamiento. Consecuentemente, se espera contribuir al proceso de toma de decisiones en el sector y a potenciar las herramientas docentes con que se transmiten estos conocimientos.

1.3.2 Objetivos específicos

Los objetivos específicos de esta tesis son:

- Conocer el estado del arte de la planificación de sistemas eléctricos considerando tecnologías de almacenamiento.
- Proponer un método de optimización que utilice información gráfico-analítica para encontrar el mix óptimo de almacenamiento y generación.
- Ejemplificar una aplicación teórica de la metodología propuesta.
- Validar los resultados producidos sobre un caso de estudio real, proyectando el sistema eléctrico chileno al año 2050.
- Identificar conceptos técnico-económicos fundamentales del problema de planificación de tecnologías de almacenamiento.

1.3.3 Alcances

Esta tesis planifica un sistema eléctrico utilizando como base su curva de duración de carga, lo que dificulta el manejo de tecnologías con alta dependencia cronológica como son las solares, eólicas e hídricas. Por lo anterior, estas capacidades son tratadas como variables exógenas.

En este trabajo se aproximan los sistemas eléctricos por sistemas uninodales. Cualquier información geográfica de disponibilidad de recursos, de pérdidas y congestiones por el sistema de transmisión son ignoradas.

Finalmente, se considera que todos los dispositivos necesarios para el abastecimiento de la demanda tienen una tasa de disponibilidad que incluye indisponibilidades forzadas y programadas, las que modifican los parámetros de costos de las tecnologías.

1.4 Estructura del documento

El documento presenta en el capítulo 2 una breve revisión bibliográfica de las distintas tecnologías de almacenamiento que se consideran en el trabajo, técnicas matemáticas que se han utilizado para planificar sistemas eléctricos y conceptos de optimización que son necesarios para aplicar la metodología.

El capítulo 3 presenta la metodología desarrollada, desde su concepción más general, pasando por las simplificaciones necesarias, y finalmente concluye con la descripción del algoritmo desarrollado.

El capítulo 4 aplica la metodología a tres casos de estudio. En primer lugar, se utiliza un caso teórico, desarrollado para poner a prueba el comportamiento de la metodología. Posteriormente se utiliza la metodología sobre dos casos reales, proyectados al año 2050.

Finalmente, el capítulo 5 concluye el trabajo destacando las posibles aplicaciones de la metodología y proponiendo trabajos futuros que pueden contribuir a suplir algunas debilidades de la misma.

2. Marco teórico

El presente capítulo realiza una revisión de la literatura pertinente y explica los conceptos relevantes para la comprensión de la propuesta explicada en el capítulo siguiente. En primer lugar, se presentan tópicos de optimización y programación lineal que serán necesarios para justificar matemáticamente la metodología. Luego se realiza una breve revisión de metodologías de planificación de sistemas eléctricos convencionales. Posteriormente, se describe la operación de las tecnologías de almacenamiento y se definen algunas de estas tecnologías que resultan de interés para el trabajo. Finalmente, se realiza una revisión de metodologías de planificación de la expansión de las tecnologías de almacenamiento que resultan relevantes.

2.1 Optimización

Esta sección hace un breve repaso por los conceptos más fundamentales de optimización que serán utilizados más adelante. Se asume que el lector tiene conocimientos de cálculo, álgebra, y algunos conceptos de optimización cuya explicación no se incluye en este capítulo.

2.1.1 Optimización con restricciones

Sea el problema de optimización en su forma estándar dado por (2.1-1), con $x = \{x_1, \dots, x_p\}$.

$$\begin{aligned} & \min f(x) \\ \text{Sujeto a} \quad & g_i(x) \leq 0 & i = 1, \dots, m & \quad (2.1-1) \\ & h_i(x) = 0 & i = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Este problema representa la búsqueda del valor de la variable x que minimiza $f(x)$ entre todos los x que cumplen que $g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m$, y $h_i(x) = 0, i = 1, \dots, n$.

El lagrangiano del problema anterior está dado por (2.1-2), donde se utilizan las variables λ_i y ν_i que corresponden a los multiplicadores de Lagrange de las restricciones respectivas [9], es decir, las variables duales correspondientes. También se les conoce como costo sombra de la restricción [10].

$$L(x, \lambda, \nu) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x) + \sum_{i=1}^n \nu_i h_i(x) \quad (2.1-2)$$

Si el problema es convexo, es decir, su función objetivo y sus restricciones de desigualdad son convexas, y sus restricciones de igualdad son afines, es posible utilizar las condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) para encontrar la solución. Estas condiciones, dadas

por (2.1-3), constituyen un conjunto de ecuaciones que se puede resolver y con esto determinar la solución óptima del problema [9].

$$\begin{aligned}
 g_i(x^*) &\leq 0 & i = 1, \dots, m \\
 h_i(x^*) &= 0 & i = 1, \dots, n \\
 \lambda_i^* &\geq 0 & i = 1, \dots, m \\
 \lambda_i^* g_i(x^*) &= 0 & i = 1, \dots, m
 \end{aligned} \tag{2.1-3}$$

$$\nabla f(x^*) + \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \nabla g_i(x^*) + \sum_{i=1}^n v^* \nabla h_i(x^*) = 0$$

Como se muestra en (2.1-3), hay un conjunto de $m + n + p$ variables a encontrar, y $3m + n + p$ ecuaciones. Entonces, este conjunto crece linealmente con el número de restricciones y variables del problema lo que lo hace poco práctico cuando se trabaja con problemas grandes.

Lo que estas ecuaciones garantizan, en primer lugar, es que se cumplan las restricciones tanto de desigualdad como de igualdad, es decir, que el punto sea factible. Luego, se debe validar que los costos sombra de las restricciones de desigualdad λ_i sean positivos para conservar la convexidad del lagrangiano del problema. Se debe cumplir además la holgura complementaria, que señala que sólo serán mayores que cero los costos sombra de las restricciones activas. Finalmente, se impone que el gradiente del lagrangiano con respecto a la variable x sea nulo en el óptimo.

Estas condiciones son importantes pues, en algunos casos especiales y particularmente en algunos que se verán más adelante, permiten obtener la solución óptima de forma analítica.

2.1.2 Programación lineal

En el caso en el que se trabaje con un problema de optimización que no sólo sea convexo sino además lineal, es decir, su función objetivo es lineal y sus restricciones son lineales, se puede decir que corresponde a un problema de programación lineal.

Si bien no existe una fórmula analítica simple para la solución de un problema lineal, si existe una variedad de métodos efectivos para resolverlos [10]. Resulta de particular interés para este trabajo el método simplex.

El conjunto de restricciones de un problema de programación lineal define una región factible conocida como poliedro factible [9]. La Figura 2-1 presenta un ejemplo en dos dimensiones definido por las restricciones lineales $x_1 + x_2 \leq 4$, $x_2 \geq 1$, y $x_1 - x_2/5 \geq 1$.

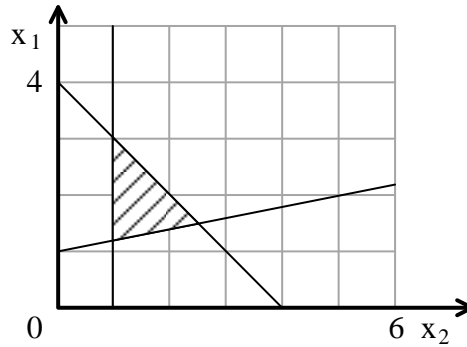


Figura 2-1. Poliedro factible.

El método simplex se basa en que los problemas de programación lineal tienen la ventaja de que un óptimo local es necesariamente el óptimo global [10]. De esta forma, conociendo un punto que pertenezca al poliedro factible P , es posible encontrar direcciones en las que recorrer P sin salir de éste. Estas direcciones se conocen como direcciones factibles y la Figura 2-2 ejemplifica algunas direcciones factibles para tres puntos pertenecientes al poliedro.

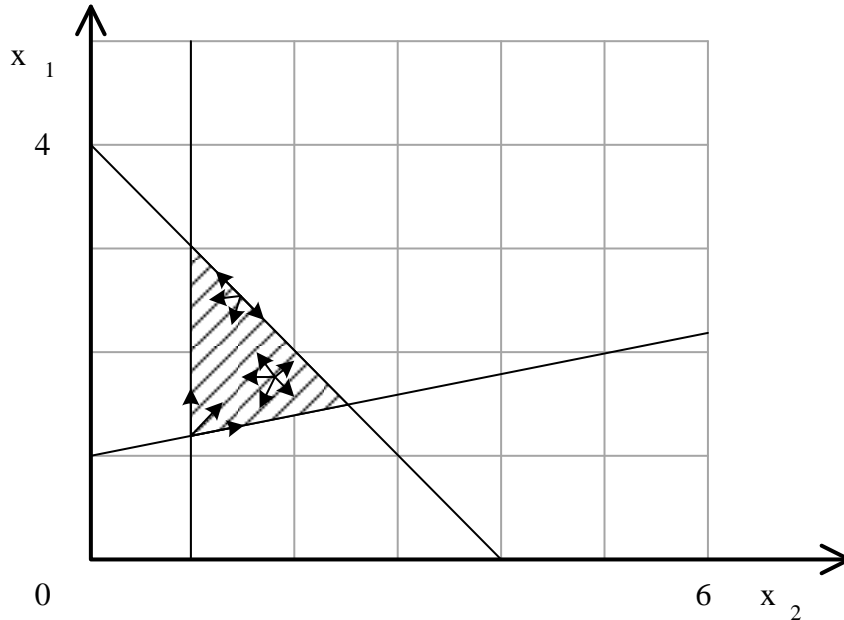


Figura 2-2. Poliedro factible con ejemplos de direcciones factibles.

Se requieren ciertas definiciones para lo siguiente, éstas son:

- Restricción activa: Aquella restricción de igualdad que se cumple, o de desigualdad que se encuentra topada, es decir, toma el valor límite [11].
- Solución básica factible: corresponde a un vértice del poliedro factible, en el que todas las restricciones de igualdad se encuentran activas y hay tantas de ellas linealmente independientes como dimensiones del espacio factible [11].
- Costo reducido: Corresponde al cambio neto de la función objetivo al modificar una variable. Éste se compone del costo directo de esta variable más los costos indirectos,

producidos por el ajuste que sufrieron las demás variables para mantener la factibilidad de la solución [12].

Recorrer el poliedro factible en alguna dirección, en general, va a cambiar el valor que toma la función objetivo. De esta forma se pueden identificar direcciones en las cuales se logre disminuir el valor de la función. Para lograrlo, se debe calcular el costo reducido de cada dirección factible y verificar su negatividad.

En un problema lineal, la solución óptima se encuentra en uno de los vértices del poliedro factible [10]. Por lo tanto, el método simplex opera como sigue:

- Encontrar solución básica factible: Se debe determinar algún vértice del poliedro.
- Determinar direcciones factibles y respectivos costos reducidos: Utilizando las restricciones activas en el vértice estudiado, se verifica el cambio en la función objetivo al aumentar el valor de las variables nulas del vértice.
- Verificar signo de costos reducidos: Si todos los costos reducidos son positivos, el vértice es el óptimo. En caso contrario, se recorre alguna de las aristas del poliedro con costos reducidos negativos hasta alcanzar el siguiente vértice.
- Se vuelven a calcular direcciones factibles y respectivos costos reducidos, iterando hasta que todos los costos reducidos sean positivos.

Esta metodología tiene la ventaja de ser intuitiva y por tanto ayudar a la comprensión de la pertinencia económica de aumentar una variable, lo que resultará de utilidad en lo que sigue.

2.2 Planificación de sistemas eléctricos

Esta sección realiza una breve reseña de los esfuerzos por planificar la capacidad a instalar de diversas tecnologías en un sistema eléctrico.

La planificación de la generación es uno de los problemas más relevantes a la hora de estudiar un sistema eléctrico, pues su resultado tendrá impactos socioeconómicos, ambientales, y técnicos. La dificultad de este ejercicio radica en balancear adecuadamente inversiones en variadas alternativas de infraestructura con los respectivos costos futuros de su operación, de forma de abastecer una demanda por energía eléctrica [13].

Este problema ha sido enfrentado con una diversidad de perspectivas, ya sea en forma determinística o incluyendo alguna de las fuentes de incertidumbre que se enfrenta, por ejemplo, los costos futuros de las distintas tecnologías generadoras, los precios de los combustibles, la demanda por electricidad, la fecha de puesta en marcha de las centrales, la energía renovable disponible, etc. [14].

Sin embargo, mientras más factores se desee modelar con detalle, la complejidad del modelo resultante aumentará drásticamente lo que dificultará su resolución. Adicionalmente, existe una diversidad de perspectivas entre las que se cuentan los intereses del ente regulador del sistema, que busca que éste opere de la forma más eficiente, a los intereses de las firmas generadoras que buscan maximizar sus utilidades de forma unilateral [15].

Por otro lado, existen modelos de planificación que utilizan múltiples criterios para encontrar el parque generador óptimo. Entre los criterios se encuentran métricas como la minimización de

costos, seguridad del suministro, emisión de gases de efecto invernadero, etc. Este tipo de modelos aumentó drásticamente su popularidad desde los años '90 [16].

Aun a pesar de la inmensa complejidad de todos los modelos desarrollados y el esfuerzo invertido en ellos, el modelo de mayor interés desde una perspectiva docente basada en el aula es el presentado a continuación.

2.2.1 Modelo teórico

El trabajo más importante y que sienta la base para todo lo desarrollado en esta tesis resuelve de forma analítica el problema de determinar el parque generador óptimo para un sistema determinado que se caracteriza por su curva de duración de carga.

El problema que se resuelve corresponde a la planificación de un conjunto de años, por lo que tiene alta complejidad y debe ser resuelto utilizando métodos iterativos. Sin embargo, la mayor contribución corresponde a la metodología para resolver un año en particular, que se conoce como el método de las Screening Curves [8].

En éste, se minimizan los costos totales de abastecimiento de la demanda, compuestos por costos proporcionales a la capacidad instalada (anualidad de inversión y costos fijos de operación y mantenimiento) y costos proporcionales a la energía generada durante el año (combustible y costos variables de operación y mantenimiento).

Concretamente, el problema que resuelven para cada año es el formalizado en (2.2-1). En éste se minimizan los costos del sistema respetando que la generación de cada tecnología sea menor a la capacidad instalada, que la capacidad total del sistema sea capaz de abastecer la demanda punta, y se cumpla el balance energético para cada instante entre generación y consumo.

$$\min \sum_{i=1}^{NT} A_i p_i + \sum_{i=1}^{NT} V C_i q_i$$

s.a.

$$g_i(t) \leq p_i \quad \forall i, t \quad (2.2-1)$$

$$q_i = \int_0^T g_i(t) dt \quad \forall i$$

$$\sum_{i=1}^{NT} p_i = D_{max}$$

$$\sum_{i=1}^{NT} g_i(t) = D(t) \quad \forall t$$

Al transformar la curva de demanda horaria en su respectiva curva de duración de carga (LDC), el problema anterior puede ser entendido gráficamente como se ilustra en la Figura 2-3. En ésta se observa que existe un instante de tiempo dentro del horizonte que separa las horas en las que la central de base opera a capacidad nominal de las horas en las que opera parcialmente cargada. Este instante se ha nombrado t_1 .

Es necesario recordar que la curva de duración de carga corresponde a un ordenamiento decreciente del perfil de demanda de un sistema cualquiera, y representa el número de horas en el año que se tuvo una demanda inferior o igual al nivel analizado. Por ejemplo, en la Figura 2-3, se muestra que durante t_1 horas se tuvo un nivel de demanda menor o igual a $D(t_1)$.

Este modelamiento hace posible reformular el problema de optimización y plantearlo en función no de la capacidad construida, sino de estos instantes de tiempo que cambian la tecnología marginal.

Para lograrlo, las tecnologías consideradas deben ordenarse siguiendo el orden de mérito, es decir, la primera tecnología será aquella de menor costo variable y la última será la tecnología de punta, con el mayor costo variable del parque.

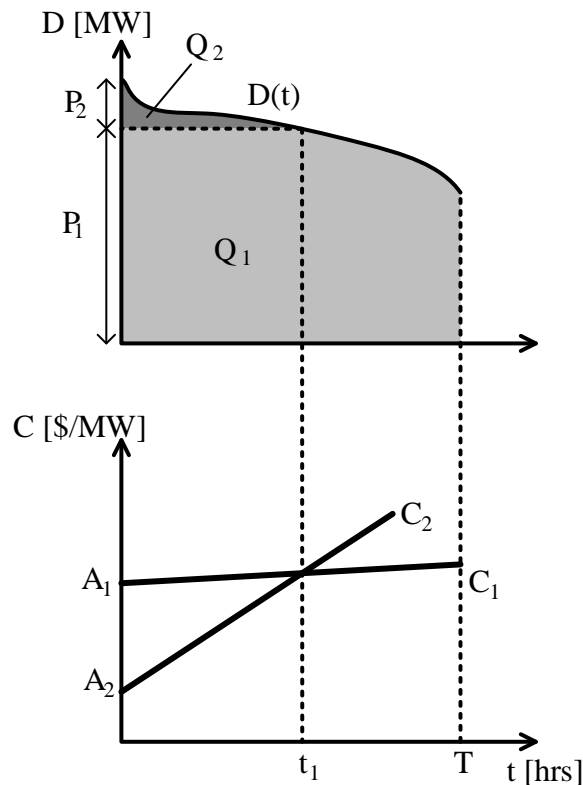


Figura 2-3. Curva de duración de carga y parque generador obtenido con método de Screening Curves.

De esta forma, el problema a resolver queda como se presenta en (2.2-2).

$$\min \sum_{i=1}^{NT} A_i (D(t_i) - D(t_{i-1})) + VC_i \left(D(t_i)t_i - D(t_{i-1})t_{i-1} + \int_{t_i}^{t_{i-1}} D(t)dt \right)$$

s.a.

$$0 \leq t_i \leq T \quad \forall i \in \{1, \dots, NT\} \quad (2.2-2)$$

$$t_0 = T$$

$$t_{NT} = 0$$

Este corresponde a un problema no lineal, convexo, por lo que se pueden utilizar las condiciones de KKT para encontrar la solución óptima, la que está dada por (2.2-3) [8].

$$t_i^* = \frac{A_i - A_{i+1}}{VC_{i+1} - VC_i} \quad (2.2-3)$$

Equivalentemente, ésta se puede reescribir como (2.2-4). Esta expresión es directa de interpretar como un ejercicio de intersección de rectas caracterizadas por los parámetros fijos y variables de cada tecnología.

$$A_i + VC_i t_i^* = A_{i+1} + VC_{i+1} t_i^* \quad (2.2-4)$$

En conclusión, el parque generador óptimo puede ser encontrado al identificar la envolvente inferior del conjunto de todas las rectas de costos consideradas en la expansión. Los tiempos de recambio de tecnología estarán dados por los tiempos donde se producen efectivamente las intersecciones de estas rectas, y corresponden al límite en el que se igualan los costos de potencia y energía de dos tecnologías adyacentes en el orden de mérito.

Esta metodología ha resultado muy útil en la docencia de la ingeniería eléctrica pues permite visualizar directamente la comparación de costos de distintas tecnologías generadoras térmicas.

2.3 Sistemas de almacenamiento

Esta sección describe brevemente la operación técnica de los sistemas de almacenamiento y las distintas tecnologías disponibles.

2.3.1 Descripción de los sistemas de almacenamiento

En el contexto de planificación de sistemas eléctricos de potencia, un sistema de almacenamiento será el conjunto de equipos y dispositivos destinados a almacenar energía a lo largo del tiempo. Esto requiere de una etapa de consumo de energía eléctrica desde la red, posteriormente esta energía se almacena, ya sea en forma de energía eléctrica, química o mecánica, y finalmente se vuelve a inyectar a la red.

Dependiendo del tipo de almacenamiento (mecánico, eléctrico o químico), será el diseño de la planta de almacenamiento y sus respectivas características técnico-económicas. En general, las centrales de este tipo tienen dos componentes relevantes: el almacenamiento como tal, que corresponde a un reservorio donde se mantiene la energía, y la interfaz que conecta este reservorio con la red eléctrica.

Por ejemplo, para un sistema de baterías, el reservorio está constituido por todas las baterías que pueden almacenar energía química en su interior. La interfaz corresponde a un equipo de electrónica de potencia que transforma la electricidad AC de la red en electricidad DC almacenable por las baterías. Este equipo también debe ser capaz de realizar la conversión inversa para cuando se requiere retirar energía desde el reservorio e inyectarla a la red.

Dado lo anterior, es posible considerar la decisión de dimensionamiento de un sistema de almacenamiento como un problema de dos variables, pues se pueden elegir tanto la capacidad en potencia como en energía de forma relativamente independiente.

Estas tecnologías presentan además una dependencia temporal relevante, conocida como restricción de inventario. Ésta corresponde a una versión aplicada de la Ley de Conservación de la Energía que establece que “la energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma”. Específicamente para un almacenamiento cualquiera se cumplirá (2.3-1).

$$E_{s,t+1} = E_{s,t}\gamma_s + \eta_{s,c}g_{s,t}^- - g_{s,t}^+/\eta_{s,d} \quad (2.3-1)$$

Esta expresión establece que la energía almacenada en el ESS s al comenzar el período $t + 1$ corresponde a la energía almacenada al comenzar el período t multiplicada por el factor de pérdidas propias γ_s más la energía que efectivamente se cargó durante el período menos la energía efectiva que descargó durante el mismo período.

2.3.2 Tecnologías de almacenamiento

Esta sección describe brevemente las distintas tecnologías de almacenamiento disponibles.

- **Bombeo hidráulico:** Estas centrales (PHS, por sus siglas en inglés) utilizan la fuerza de gravedad como medio de almacenamiento de energía mecánica potencial. Durante horas de

baja demanda por energía eléctrica, utilizan bombas para subir agua desde un reservorio a otro ubicado a una mayor altura con respecto al nivel del mar. Posteriormente, cuando hay una alta demanda por electricidad, se utiliza el agua para mover turbinas las que a su vez hacen funcionar un generador [17].

Esta tecnología es por lejos la más usada en capacidad instalada de sistemas de almacenamiento a nivel mundial, representando más del 99% de la capacidad total instalada [18]. La eficiencia de ciclo cerrado de esta tecnología es relativamente alta, encontrándose normalmente en un rango del 70% al 80% [19], [20]. A nivel mundial existen más de 300 instalaciones con una capacidad total de 127 GW [21], [22].

- Almacenamiento por aire comprimido: Este ESS (CAES, por sus siglas en inglés) se basa en la energía mecánica que almacena el aire al comprimirlo. Para esto consume energía de la red al operar un compresor, con lo que inyecta aire a un reservorio confinado el que puede ser una caverna natural o un contenedor especialmente diseñado. Cuando se quiere generar electricidad, se retira el aire frío del contenedor y se calienta. Posteriormente se utiliza para hacer girar una turbina de expansión y con esto darle energía cinética al generador [23]. Actualmente sólo existen dos plantas de esta tecnología, una en Huntorf, Alemania, y la otra en Alabama, EE. UU [24]. Estas centrales tienen una larga vida útil y una eficiencia entre el 42 y el 55% [24].
- Almacenamiento en gas: Existe una tecnología que permite almacenar energía química en forma de hidrógeno (H_2). Ésta se basa en la reacción de electrólisis del agua para generar gas hidrógeno, el que posteriormente puede ser ocupado como combustible [25]. La eficiencia de ciclo cerrado de esta tecnología se encuentra entre el 34 y 44%. Sin embargo, existe factibilidad técnica para aumentarla hasta cerca del 70% [26].
- Baterías: Esta sección está dedicada a las baterías, tecnología que almacena energía en forma electroquímica. Existen varios tipos, los que se detallan a continuación:
 - Plomo ácido: Batería compuesta por un electrodo negativo de plomo y uno positivo de dióxido de plomo, separados por un material micro-poroso e inmersos un electrolito acuoso de ácido sulfúrico y envueltos por una cubierta plástica [27]. Normalmente se alcanzan eficiencias entre el 75 y 90%, con una vida útil cercana a los 4.500 ciclos [28].
 - Sodio-sulfuro: Estos dispositivos están compuestos por un electrodo negativo de sodio, mientras el positivo está formado por sulfuro. Ambos se encuentran separados por un electrolito de aluminio [27]. Estas baterías tienen una larga vida útil, que varía en torno a los 4.500 ciclos con una eficiencia cercana al 75% [28].
 - Flujo Redox: Estas baterías tienen la particularidad de utilizar electrolitos en estado líquido. Estos se almacenan en dos estanques separados y se hacen circular con una bomba. En una cámara de la batería existe una membrana selectiva que permite que ocurran las reacciones de óxido y de reducción, las que permiten almacenar o generar energía, respectivamente [29]. Dado que los electrolitos son los que soportan las reacciones de óxido-reducción, los electrodos no se consumen por lo que estas baterías tienen una muy larga vida útil, alcanzando más de 10.000 ciclos. Su eficiencia está en torno al 65 – 70% [28].
 - Ion Litio: Este tipo de baterías consiste en un cátodo formado por un compuesto que contiene óxido de litio y un ánodo de grafeno. Los electrodos pueden absorber o liberar átomos de litio, dependiendo del proceso de carga o descarga. Estos átomos se transportan por medio de un electrolito [28].

Este tipo de baterías presenta ventajas con respecto a las otras, especialmente en lo que a densidad energética se refiere. Adicionalmente cuentan con una larga vida útil, superior a los 3.000 ciclos [30]. Su eficiencia de ciclo cerrado es del orden del 92% [28], lo que es bastante alto.

2.4 Modelamiento de sistemas eléctricos con almacenamiento

Esta sección describe los esfuerzos que se han realizado por modelar el impacto que tiene sobre un sistema la participación de las tecnologías de almacenamiento descritas en la sección anterior.

Muchos trabajos se han realizado con un enfoque numérico, aprovechando las amplias capacidades computacionales que la tecnología actual provee. Estos trabajos, en sus distintos objetivos han sido exitosos. Las principales diferencias entre ellos radican en las respectivas aproximaciones conceptuales. Destacan, por ejemplo, el manejo de la incertidumbre del proceso de planificación, las diferentes alternativas de expansión del sistema que se modelan, los horizontes temporales considerados y su granularidad.

Al respecto, se puede destacar que aun cuando la planificación de la expansión de almacenamiento surge hace más de 40 años, sólo en los últimos 5 años se han dedicado esfuerzos investigativos relevantes en este tema.

Los principales desafíos de este problema corresponden a la alta diversidad de tecnologías de almacenamiento disponibles, el fuerte impacto que tienen los patrones de uso sobre la vida útil, la complejidad de la eficiencia de estas tecnologías, la resolución temporal necesaria y la dificultad de modelar todos los ámbitos en los que el almacenamiento es capaz de generar valor [4].

A continuación, se citan algunos ejemplos relevantes de este modelamiento.

2.4.1 Modelo numérico detallado de operación

Un conjunto de investigadores nacionales presenta un modelo estocástico de la operación de un sistema [31]. Se centran en cuantificar adecuadamente el impacto técnico-económico que tiene el ESS sobre el sistema, modelando restricciones relevantes de Unit-Commitment (UC) y tasas de toma de carga.

El modelo se basa en una minimización de costos totales exigiendo abastecer la demanda (sujeto a la posibilidad de desconectar demanda a un costo dado por VOLL) y mantener ciertos niveles de reserva primaria y secundaria durante el horizonte. En este caso se utilizan capacidades exógenas, por lo que no se analiza directamente la pertinencia económica de la construcción.

Este trabajo cuantifica adecuadamente los beneficios económicos que el almacenamiento es capaz de proveer en mercados de energía y reserva primaria. Destacable es su contribución en cuanto enfrenta la incertidumbre de la planificación de la operación de un sistema eléctrico por medio del manejo de distintos escenarios de recursos renovables. No obstante, no trata el problema de determinar la capacidad a instalar del almacenamiento estudiado y no se realiza una sensibilidad de los resultados con respecto a la capacidad, por lo que esta pregunta queda abierta.

2.4.2 Modelo numérico detallado de planificación

Similar es el trabajo desarrollado por un conjunto de investigadores alemanes, quienes formulan un modelo detallado de la planificación de un sistema eléctrico [2]. En este modelo consideran como alternativas de expansión tecnologías renovables, térmicas convencionales, almacenamiento y tecnologías de manejo de la demanda. El objetivo es minimizar los costos anualizados de inversión y de operación para un horizonte de un año con resolución horaria.

En cuanto al detalle del modelamiento, se incluyen restricciones de tasa de toma de carga para las centrales convencionales, pero se omiten en las tecnologías de almacenamiento. Se modelan requerimientos de reserva primaria y secundaria. Sobre estos requerimientos se considera además un factor de activación basado en información histórica. La reserva necesaria se calcula como un valor constante durante todo el horizonte dependiente de la capacidad VER instalada. Las reservas provistas por centrales convencionales están limitadas por sus respectivas tasas de toma de carga, lo que no aplica para los ESS [2].

Este modelo es bastante completo en sus consideraciones, y toma decisiones de capacidades a construir por lo que será utilizado como referencia en la sección 4.4.

Los principales resultados de este trabajo incluyen una validación del almacenamiento como tecnología costo-efectiva para manejar la variabilidad de los recursos renovables variables, e importantes análisis de sensibilidad que permiten determinar que, en Alemania al 2050, el almacenamiento logra una penetración relevante si es que la energía renovable variable tiene una participación superior al 80%.

2.4.3 Modelo teórico

Ambos trabajos anteriores son relevantes por la calidad del modelamiento utilizado sobre el almacenamiento. Sin embargo, las soluciones son obtenidas de forma numérica y computacionalmente por lo que no contribuyen directamente a desarrollar el entendimiento humano de la obtención de esta solución óptima.

Existe un modelo basado en la metodología de las Screening Curves presentada anteriormente que busca determinar la capacidad eficiente de almacenamiento a construir en un sistema dado. Utilizan una tecnología de bombeo hidráulico con idéntica capacidad de bombeo y generación p_s . La energía generada por esta central será q_s y entonces la consumida será q_s/η_s , donde η_s corresponde a la eficiencia de ciclo cerrado de la tecnología.

Para el tratamiento del problema se supone que la energía disponible en la central que está en base será suficiente para cargar completamente la tecnología de almacenamiento. Además, no se consideran afluentes al embalse ni evaporación, ni restricciones para el tamaño máximo del reservorio. Un último supuesto a tener en cuenta es que el reservorio tiene suficiente energía almacenada al comienzo de la operación como para no vaciarse durante el horizonte si la energía utilizada es repuesta en el mismo horizonte. Este supuesto es necesario para ignorar la restricción de continuidad de inventario.

Los costos de cada tecnología convencional son caracterizados por una anualidad proporcional en capacidad que contiene gastos en inversión más costos fijos de operación y mantenimiento (FOM),

sin economías de escala, y un costo variable de operación que aglutina gastos variables en combustible, y costos variables de operación y mantenimiento (VOM).

Por otro lado, la tecnología de almacenamiento incurre en costos descritos por una anualidad proporcional a la capacidad instalada que está compuesta por la inversión más FOM, costos de inversión en el reservorio proporcionales a la capacidad de éste, y finalmente los costos de la energía que consume evaluada en el costo variable de la tecnología de base. El tamaño del reservorio se aproxima como la energía total inyectada en el horizonte dividida por un parámetro representativo del número de ciclos de esta tecnología, como se describe en (2.4-1).

$$\overline{E}_s = \frac{\int_0^T g_s^+(t) dt}{\omega_s} \quad (2.4-1)$$

La Tabla 2-1 presenta la nomenclatura utilizada en este modelo.

Tabla 2-1. Nomenclatura del modelo teórico.

<i>Símbolo</i>	<i>Representación</i>	<i>Unidad</i>
A_i	Anualidad de capacidad central térmica convencional i ,	(\$/MW)
VC_i	Costo variable de central térmica convencional i ,	(\$/MWh)
A_s	Anualidad de capacidad de almacenamiento s ,	(\$/MW)
η_s	Eficiencia de ciclo cerrado de almacenamiento s ,	(%)
RC_s	Anualidad de capacidad energética almacenamiento s ,	(\$/MWh)
ω_s	Parámetro del número de ciclos del almacenamiento s ,	(-)
p_i	Capacidad instalada central térmica i ,	(MW)
q_i	Energía generada por central térmica i ,	(MWh)
$g_i(t)$	Generación de central térmica i en instante t ,	(MW)
p_s	Capacidad instalada almacenamiento s ,	(MW)
q_s	Energía generada por almacenamiento s ,	(MWh)
$g_s^+(t)$	Generación de almacenamiento s en instante t ,	(MW)
$g_s^-(t)$	Consumo de almacenamiento s en instante t ,	(MW)
$D(t)$	Demanda en instante t ,	(MW)
T	Duración temporal del horizonte de planificación,	(h)
C_i	Costo unitario de capacidad de tecnología i .	(\$/MW)

Con todo, el modelo que optimizan es el presentado en (2.4-2). En éste se minimizan costos totales de inversión y operación del sistema, sujeto a las capacidades máximas respectivas, la neutralidad energética del almacenamiento y el balance energético con la demanda.

$$\min \sum_i A_i p_i + A_s p_s + \frac{RC_s}{\omega_s} \int_0^T g_s^+(t) dt + \sum_i VC_i \int_0^T g_i(t) dt$$

$$\begin{aligned} \text{s.a.} \quad & g_i(t) - p_i \leq 0 && \forall i, t \\ & g_s^+(t) - p_s \leq 0 && \forall t \\ & g_s^-(t) - p_s \leq 0 && \forall t \end{aligned} \quad (2.4-2)$$

$$\int_0^T g_s^+(t) dt = \eta_s \int_0^T g_s^-(t) dt$$

$$\sum_i g_i(t) + g_s^+(t) - g_s^-(t) = D(t) \quad \forall t$$

$$p_i, p_s, g_i(t), g_s^+(t), g_s^-(t) \geq 0 \quad \forall i, t$$

Trabajando con la curva de duración de carga, y usando el supuesto de que toda la carga del almacenamiento se realiza por la central de base, el modelo se puede reformular con ayuda de la Figura 2-4, la que ilustra cómo será la distribución de la generación en el caso en que el almacenamiento ingrese al parque generador como central de punta.

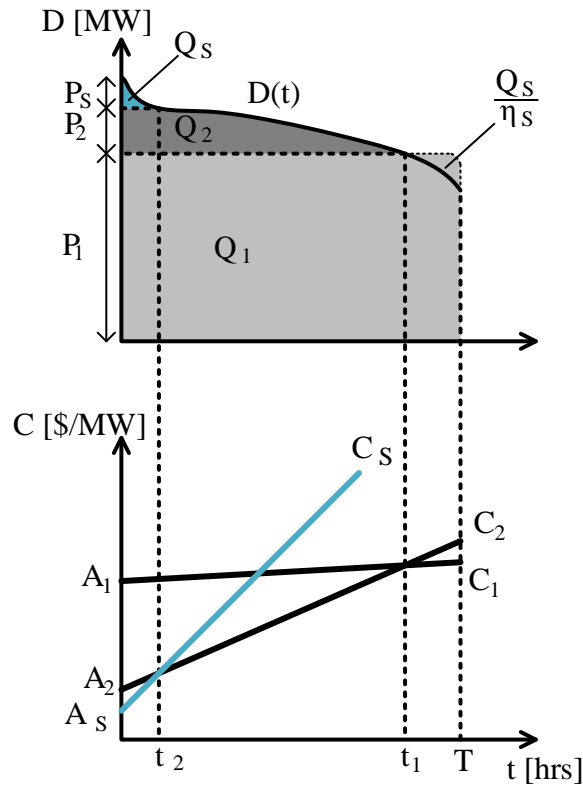


Figura 2-4. Almacenamiento como central de punta.

En este modelo aparecen nuevas variables de tiempo, las que representan cuántas horas se encuentra operando a capacidad nominal una tecnología. En el ejemplo, t_1 es el número de horas que la central de base opera a capacidad nominal.

Lo anterior permite expresar la capacidad de cada tecnología como $p_i = D(t_i) - D(t_{i-1})$, y su energía generada como $q_i = D(t_i)t_i - D(t_{i-1})t_{i-1} + \int_{t_i}^{t_{i-1}} D(t)dt$. Realizando estos reemplazos, el problema (2.4-2) queda como (2.4-3).

$$\begin{aligned}
 \min \sum_i A_i(D(t_i) - D(t_{i-1})) + A_s(D_{max} - D(t_s)) \\
 + \frac{RC_s}{\omega_s} \left(\int_0^{t_s} D(t)dt - D(t_s)t_s \right) \\
 + \sum_i VC_i \left(D(t_i)t_i - D(t_{i-1})t_{i-1} + \int_{t_i}^{t_{i-1}} D(t)dt \right) \\
 + VC_1 \frac{1}{\eta_s} \left(\int_0^{t_s} D(t)dt - D(t_s)t_s \right)
 \end{aligned} \tag{2.4-3}$$

Utilizando las condiciones de KKT para resolver el problema convexo anterior se encuentra que la solución óptima está descrita por las ecuaciones (2.4-4) y (2.4-5).

$$t_1 = \frac{A_1 - A_2}{VC_2 - VC_1} \quad (2.4-4)$$

$$t_s = \frac{A_2 - A_s}{\left(\frac{VC_1}{\eta_s} + \frac{RC_s}{\omega_s}\right) - VC_2} \quad (2.4-5)$$

Las expresiones anteriores corresponden al resultado de encontrar la intersección entre distintas rectas descritas por $C_i(t) = A_i + VC_i t$, de forma análoga a la metodología original de las Screening Curves. Este proceso también está representado en la Figura 2-4.

En consecuencia, [32] ha demostrado que, bajo el supuesto de baja penetración de almacenamiento, éste puede ser incluido directamente en la metodología de las Screening Curves y su recta de costos está descrita por $C_s(t) = A_s + (VC_1/\eta_s + RC_s/\omega_s) \cdot t$.

Este trabajo es importante en cuanto produce una metodología simple, rápida y replicable para obtener la capacidad eficiente a construir de un almacenamiento en un sistema térmico. No obstante, no se refiere a la posibilidad de un mix de tecnologías de almacenamiento y, sobre todo, es aplicable sólo en la medida que la penetración de almacenamiento sea pequeña. Son estas dos falencias las que el presente trabajo se esfuerza en contestar.

3. Metodología propuesta

El presente capítulo desarrolla el trabajo teórico que fundamenta la propuesta. En primer lugar, se resuelve el problema de optimización generalizado. Posteriormente se presentan los argumentos que permiten y justifican simplificar el problema, los que deben ser respetados al aplicar el método simplificado. Finalmente, se presenta el algoritmo desarrollado que permite obtener el mix óptimo de tecnologías de almacenamiento por medio de una metodología gráfica-analítica.

La nomenclatura utilizada en este capítulo se presenta en el Apéndice 7.3.

3.1 Propuesta general

La metodología desarrollada busca mantener las ventajas del método de las Screening Curves aun cuando se incluye el modelamiento de tecnologías de almacenamiento. La extensión desarrollada por Steffen y Weber [31] servirá como base sobre la cual se construye la presente metodología.

El problema de optimización que ellos plantean (ver Sección 2.4.3) debe ser extendido para considerar la opción de un mix de almacenamiento, el que no sólo deberá balancear el beneficio asociado a cada tecnología, sino que también podría impulsar la expansión de la tecnología generadora de base, ambas alternativas no consideradas en su trabajo.

Para modelar el problema se recurrió a una estandarización de las tecnologías disponibles, modeladas como híbridos generador-almacenamiento. Así, la LDC se distribuye según se ilustra en la Figura 3-1, donde se han considerado NT tecnologías que formarán parte del mix. Cada tecnología distinta a la de base está caracterizada por dos áreas relevantes, la de generación y la de consumo. La relación entre ambas está determinada por la eficiencia de ciclo de cada tecnología, parámetro cuyo valor se encuentra entre cero y uno para tecnologías de almacenamiento y es mucho mayor a la unidad en el caso de tecnologías de generación térmica.

Cada tecnología está caracterizada por costos de inversión en potencia, costos variables de generación, costos de inversión en capacidad energética y un parámetro representativo de la proporción de energía máxima almacenada durante el horizonte con respecto a la energía total inyectada, el que corresponde a un número de ciclos equivalente [32].

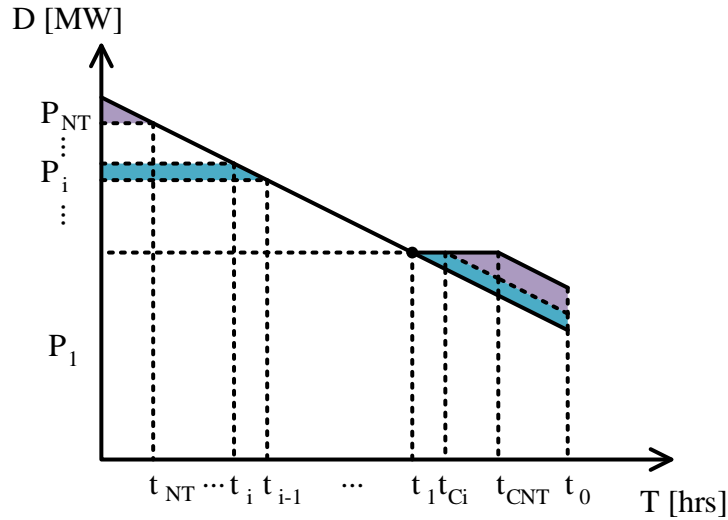


Figura 3-1. LDC con generación y carga de tecnologías.

Por simplicidad algebraica se aproxima la LDC por una recta, descrita por (3.1-1). Es necesario recordar que se trabaja con la demanda residual, es decir, la demanda restante una vez descontados los aportes renovables no convencionales.

$$LDC(t) = D_{max} - M \cdot t \tag{3.1-1}$$

Cada tecnología de generación, con excepción de la de base, es caracterizada por tres variables. Dos de ellas definen la potencia en modo generación, y la otra define la energía consumida en modo carga. Las primeras (t_i, t_{i-1}) corresponden a las variables temporales que marcan los límites entre los cuales la central marginal es la i , mientras que la variable de carga caracteriza la potencia de consumo constante en el intervalo $[t_{Ci}, t_0]$.

Con todo, el problema de optimización a resolver tiene las siguientes componentes:

- Función objetivo, dada por los costos totales del sistema durante el horizonte estudiado. Compuesta por costos de inversión en potencia y capacidad energética, más costos de operación de tecnologías térmicas.

$$\sum_{i=1}^{NT} A_i p_i + \sum_{i=1}^{NT} V C_i q_i + \sum_{i=2}^{NT} \left(\frac{V C_1}{\eta_i} + \frac{R C_i}{\omega_i} \right) q_i \tag{3.1-2}$$

- Restricciones,
 - Potencia instalada. Capacidad utilizada de la tecnología en modo carga debe ser menor o igual que la capacidad instalada.

$$M(t_{Ci} - t_{Ci-1}) \leq M(t_{i-1} - t_i) \quad (3.1-3)$$

- Crecimiento de tiempos de carga. Establece un orden lógico del proceso de carga como se muestra en la Figura 3-1.

$$t_{Ci-1} \leq t_{Ci} \quad (3.1-4)$$

- Factibilidad de carga. Impone que se respete el horizonte temporal para procesos de carga.

$$t_{CNT} \leq T_0 \quad (3.1-5)$$

- Suficiente energía para abastecer requerimientos de almacenamiento. Balance energético de tecnologías ESS.

$$\frac{q_i}{\eta_i} \leq q_{Ci} \quad (3.1-6)$$

Todo lo anterior está sujeto además a que las variables sean positivas, y las variables de tiempo deben estar en el intervalo $[0, T_0]$. La formalización del problema se presenta en (3.1-7), donde además se aplicó a todas las restricciones la simplificación de representar la LDC por una recta. Las variables del problema son los tiempos de recambio de tecnologías $\{t_i\}_{0 < i \leq NT}$ y los tiempos de carga de cada tecnología no base $\{t_{Ci}\}_{1 < i \leq NT}$. Los parámetros del problema son las características de costo de cada tecnología, además de la demanda a abastecer y la duración del horizonte estudiado.

El planteamiento del modelo se presenta en la sección 7.1.

$$\min \sum_{i=1}^{NT} A_i M(t_{i-1} - t_i) + VC_1 \left(D_{max} T_0 - \frac{M}{2} (T_0^2 + t_1^2) \right) \\ + \sum_{i=2}^{NT} \frac{VC_i M}{2} (t_{i-1}^2 - t_i^2) + \sum_{i=2}^{NT} \left(\frac{VC_1}{\eta_i} + \frac{RC_i}{\omega_i} \right) \cdot M \frac{t_{i-1}^2 - t_i^2}{2}$$

s.a.

(3.1-7)

$$\forall i > 1 \quad t_{Ci} \leq t_{Ci-1} + t_{i-1} - t_i \quad (u_i)$$

$$\forall i > 1 \quad \frac{M(t_{i-1}^2 - t_i^2)}{2\eta_i} = \frac{M}{2} (t_{Ci} - t_{Ci-1})(2T_0 - (t_{Ci} + t_{Ci-1})) \quad (v_i)$$

$$\forall i > 1 \quad t_{Ci-1} \leq t_{Ci} \quad (w_i)$$

El problema anterior corresponde a un problema de optimización continuo, no lineal y convexo. Por lo anterior, es posible encontrar la solución utilizando las condiciones de KKT (ver Sección 2.1.1). El proceso de obtención de las condiciones se refiere al Apéndice 7.1, y en lo siguiente sólo se utiliza el resultado final dado por las ecuaciones 8 a 13, las que deben cumplirse para todas las tecnologías distintas de la de base.

$$\left. \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t_1} \right|_{x^*} = A_2 + v_2 T_0 - A_1 - 2u_2 + \left(VC_2 + \frac{VC_1}{\eta_2} + \frac{RC_2}{\omega_2} \right) t_1 - VC_1 t_1 \\ + \frac{v_2(1 - \eta_2)}{\eta_2} t_1 + \frac{w_2}{M} = 0 \quad (3.1-8)$$

$$\left. \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t_i} \right|_{x^*} = A_{i+1} + u_i - A_i - u_{i+1} + \left(VC_{i+1} + \frac{VC_1}{\eta_{i+1}} + \frac{RC_{i+1}}{\omega_{i+1}} \right) t_i \\ - \left(VC_i + \frac{VC_1}{\eta_i} + \frac{RC_i}{\omega_i} \right) t_i + \frac{v_{i+1}}{\eta_{i+1}} t_i - \frac{v_i}{\eta_i} t_i = 0 \quad (3.1-9)$$

$$\left. \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t_{Ci}} \right|_{x^*} = u_i - v_i(T_0 - t_{Ci}) - u_{i+1} + v_{i+1}(T_0 - t_{Ci}) - \frac{w_i}{M} + \frac{w_{i+1}}{M} = 0 \quad (3.1-10)$$

$$\left. \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial v_i} \right|_{x^*} = \frac{t_{i-1}^2 - t_i^2}{\eta_i} - (t_{Ci} - t_{Ci-1})(2T_0 - t_{Ci} - t_{Ci-1}) = 0 \quad (3.1-11)$$

$$u_i M(t_{Ci} - t_{Ci-1} + t_i - t_{i-1}) = 0 \quad (3.1-12)$$

$$w_i(t_{Ci-1} - t_{Ci}) = 0 \quad (3.1-13)$$

El conjunto de ecuaciones que describe la solución del problema contiene ecuaciones no lineales en cuanto hay productos de variables. En consecuencia, obtener directamente la expresión cerrada de la solución es trabajoso y no aporta mucha visión de la dinámica. No obstante, es posible reordenar las ecuaciones anteriores para obtener mejores nociones del significado. El reordenamiento se presenta a continuación.

$$A_2 + v_2 T_0 + \frac{w_2}{M} + \left(VC_2 + \frac{VC_1}{\eta_2} + \frac{RC_2}{\omega_2} \right) t_1 + \frac{v_2}{\eta_2} t_1 = A_1 + 2u_2 + VC_1 t_1 - v_2 t_1 \quad (3.1-14)$$

$$\begin{aligned} A_{i+1} - u_{i+1} + \left(VC_{i+1} + \frac{VC_1}{\eta_{i+1}} + \frac{RC_{i+1}}{\omega_{i+1}} + \frac{v_{i+1}}{\eta_{i+1}} \right) t_i \\ = A_i - u_i + \left(VC_i + \frac{VC_1}{\eta_i} + \frac{RC_i}{\omega_i} + \frac{v_i}{\eta_i} \right) t_i \end{aligned} \quad (3.1-15)$$

$$u_i - v_i(T_0 - t_{Ci}) - \frac{w_i}{M} = u_{i+1} - v_{i+1}(T_0 - t_{Ci}) - \frac{w_{i+1}}{M} \quad (3.1-16)$$

$$\frac{t_{i-1}^2 - t_i^2}{\eta_i} = (t_{Ci} - t_{Ci-1})(2T_0 - t_{Ci} - t_{Ci-1}) \quad (3.1-17)$$

El reordenamiento realizado permite visualizar la solución como un ejercicio de intersección de rectas, cuyos parámetros son modificados por las distintas variables duales del problema. Las respectivas rectas tienen las formas de (3.1-18) para la central de base, y (3.1-19) para todas las otras tecnologías.

$$C_1(t) = A_1 + 2u_2 + (VC_1 - v_2)t \quad (3.1-18)$$

$$C_i(t) = A_i - u_i + \left(VC_i + \frac{VC_1}{\eta_i} + \frac{RC_i}{\omega_i} + \frac{v_i}{\eta_i} \right) t \quad (3.1-19)$$

Además, se encontró una representación por rectas que permite encontrar las variables de carga de los distintos almacenamientos, usando como variable dependiente la diferencia entre el largo del horizonte y la variable de carga respectiva como se muestra en (3.1-16).

La dificultad del proceso anterior radica en encontrar el valor que tomarán las variables duales en el óptimo, lo que sólo se puede realizar resolviendo el problema de forma numérica y posteriormente reemplazando. Sin embargo, este ejercicio no se diferencia de resolver el problema directamente de forma numérica. Por esto, se procede a simplificar el problema de forma de obtener una metodología que permita encontrar gráficamente la solución. La siguiente sección describe los supuestos más relevantes a considerar antes de aplicar la metodología.

Algunos de los alcances de este modelamiento son los que se detallan a continuación:

- Modelamiento uninodal: El sistema modelado corresponde a uno uninodal, por simplicidad algebraica. Lo anterior anula la sensibilidad de la metodología a problemas de flexibilidad causados por congestiones del sistema de transmisión. No obstante, este modelamiento no es ciego al impacto económico de las pérdidas en el sistema de transmisión. Este puede ser incluido por medio del uso de factores de penalización sobre los costos variables de las unidades alejadas de los centros de consumo [33].
- Capacidad renovable no convencional como variable exógena: El modelo no considera en sus variables de optimización la capacidad ERNC. No obstante, la pertinencia de la construcción de estas centrales es evaluable vía uso de Screening Curves, y posteriormente diversos escenarios de penetración pueden ser utilizados.
- Uso de LDC: El perfil de demanda es aproximado por su curva de duración de carga, obviando así algunas restricciones inter-temporales que afectan a los sistemas eléctricos. Entre estas se cuentan tasas de toma de carga, tiempos mínimos de encendido y apagado de unidades térmicas, energía almacenada en almacenamientos. No obstante, la complejidad del problema aumenta al considerar la cronología y la obtención de la solución analítica se vuelve un proceso poco práctico.

3.2 Supuestos fundamentales

Esta sección se dedica a detallar los supuestos más relevantes que permiten la utilización de la metodología simplificada que este trabajo desarrolla.

- Sobre la demanda:
 - Se construye la curva de duración de carga residual, sustrayendo de la demanda cronológica el aporte esperado de las tecnologías renovables no convencionales.
 - Se trabajará sobre la LDC residual, aproximada por un número pequeño de bloques rectangulares. Estos pueden tener duraciones arbitrarias.
- Sobre las tecnologías de almacenamiento/generación:
 - La capacidad instalada de tecnologías renovables variables es calculada de forma exógena y su impacto es a través de la modificación de la curva de demanda.
 - La tecnología de base se modela como una central térmica convencional, caracterizada por una anualidad de inversión y un FOM, ambos dependientes de la potencia, más un costo variable por unidad de energía generada durante el horizonte. Este costo variable se compone del costo de combustible más el respectivo VOM.
 - Las demás tecnologías de almacenamiento/generación se modelan como híbridos, caracterizados por anualidades de inversión y FOM en potencia, costos variables y VOM por energía generada, costos variables por energía consumida de la central de base y costos de inversión en reservorio.

- Se supone que los reservorios de las tecnologías de almacenamiento son lo suficientemente grandes como para no descargarse durante el horizonte, conforme se consuma la energía gastada dentro del mismo horizonte temporal. Esto permite simplificar las restricciones de continuidad del inventario de cada almacenamiento.
- Sobre factores adicionales:
 - Se ignoran restricciones de potencia máxima instalable por tecnología.
 - Se considera que toda la carga proviene de energía generada por la central de base, o energía disponible gratuitamente de centrales renovables generando en exceso durante algunas horas del año.

Habiendo mencionado todos los supuestos, se procede a explicar en detalle la propuesta de este trabajo.

3.3 Metodología simplificada

El problema por resolver con la metodología simplificada se representa gráficamente en la Figura 3-2. Este modelamiento presenta la ventaja de que, por su construcción, el costo reducido de la capacidad de cada tecnología será constante en cada tramo de la curva de duración de carga.

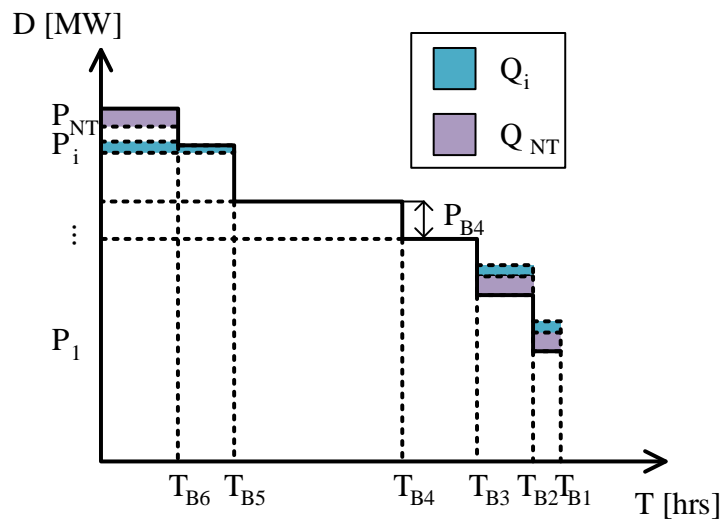


Figura 3-2. LDC aproximada por bloques abastecida por distintas tecnologías.

En la figura anterior, la curva de duración de carga ha sido definida como un conjunto de bloques apilados, cada uno de duración T_{Bi} y altura (o demanda) P_{Bi} , como se ilustra para el bloque 4. Cada tecnología de generación está caracterizada por dos variables: su capacidad p_i , representada por la altura de su bloque de generación, y su energía generada que corresponde a la superficie del respectivo bloque de generación q_i . Esta representación se conserva para todas las posteriores figuras en las que se ilustran Curvas de Duración de Carga.

Formalmente el problema se plantea en (3.3-1), donde las restricciones de capacidad máxima se imponen de forma implícita en la definición de la energía generada por cada tecnología q_i .

$$\min \sum_{i=1}^{NT} A_i p_i + \sum_{i=1}^{NT} VC_i q_i(\vec{p}) + \sum_{i=2}^{NT} \left(\frac{VC_1}{\eta_i} + \frac{RC_i}{\omega_i} \right) q_i(\vec{p})$$

s.a.

(3.3-1)

$$\sum_{i=1}^{NT} p_i = D_{max}$$

$$p_i \geq 0$$

Es importante destacar que la energía generada por una tecnología depende del parque generador completo, como se muestra más adelante. La Figura 3-3 lo ejemplifica, mostrando el cambio en la energía generada por la tecnología i cuando la capacidad de la tecnología anterior aumenta.

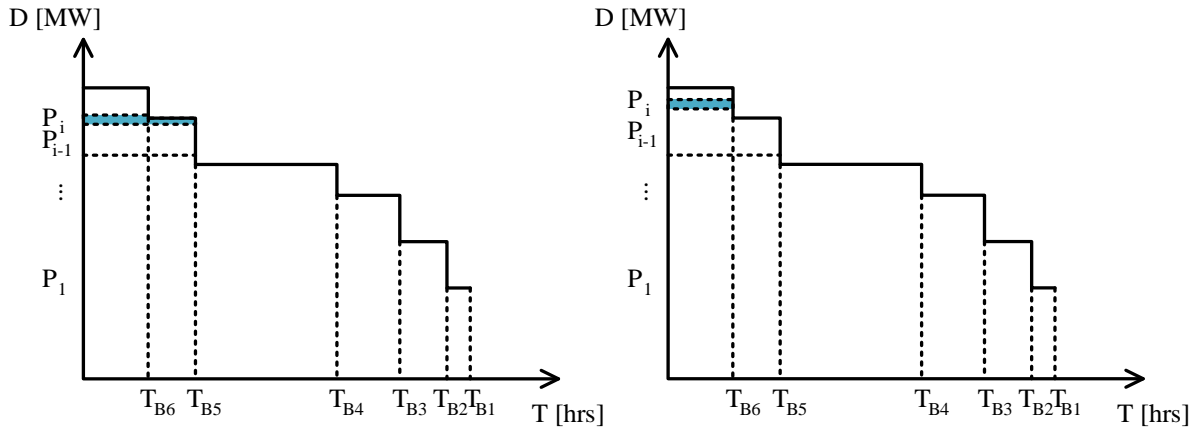


Figura 3-3. Generación de energía por una tecnología con igual capacidad instalada en dos parques generadores distintos.

Así, la función que relaciona la energía generada con la capacidad instalada de la tecnología respectiva está dada por (3.3-2). Esta función es lineal por tramos, diferenciable por tramos.

$$\begin{aligned}
 & p_i T_{B1} & \sum_{j=1}^{i-1} p_j < P_{B1} \\
 & & p_i \leq P_{B1} - \sum_{j=1}^{i-1} p_j \\
 q_i(\vec{p}) = & p_i T_{B2} + \left(P_{B1} - \sum_{j=1}^{i-1} p_j \right) (T_{B1} - T_{B2}) & \sum_{j=1}^{i-1} p_j \leq P_{B1} \\
 & & p_i \leq P_{B2} + P_{B1} - \sum_{j=1}^{i-1} p_j \\
 & p_i T_{B3} + P_{B2} (T_{B2} - T_{B3}) & \sum_{j=1}^{i-1} p_j \leq P_{B1} \\
 & + \left(P_{B1} - \sum_{j=1}^{i-1} p_j \right) (T_{B1} - T_{B3}) & p_i \leq P_{B3} + P_{B2} + P_{B1} \\
 & & - \sum_{j=1}^{i-1} p_j \\
 & p_i T_{Bj} + \sum_{k=l}^{j-1} P_{Bk} (T_{Bk} - T_{Bj}) & \sum_{k=1}^{i-1} p_k \leq \sum_{k=1}^l P_{Bk} \\
 & + \left(\sum_{k=1}^l P_{Bk} - \sum_{k=1}^{i-1} p_k \right) (T_{Bl} & p_i \leq \sum_{k=1}^j P_{Bk} - \sum_{k=1}^{i-1} p_k \\
 & - T_{Bj}) &
 \end{aligned} \tag{3.3-2}$$

Lo anterior convierte al problema en uno lineal por tramos, por lo que no puede ser resuelto directamente utilizando las condiciones de KKT como se hizo en 3.1. Así, debe desarrollarse un método iterativo que permita encontrar la solución, el que se presenta en lo que sigue.

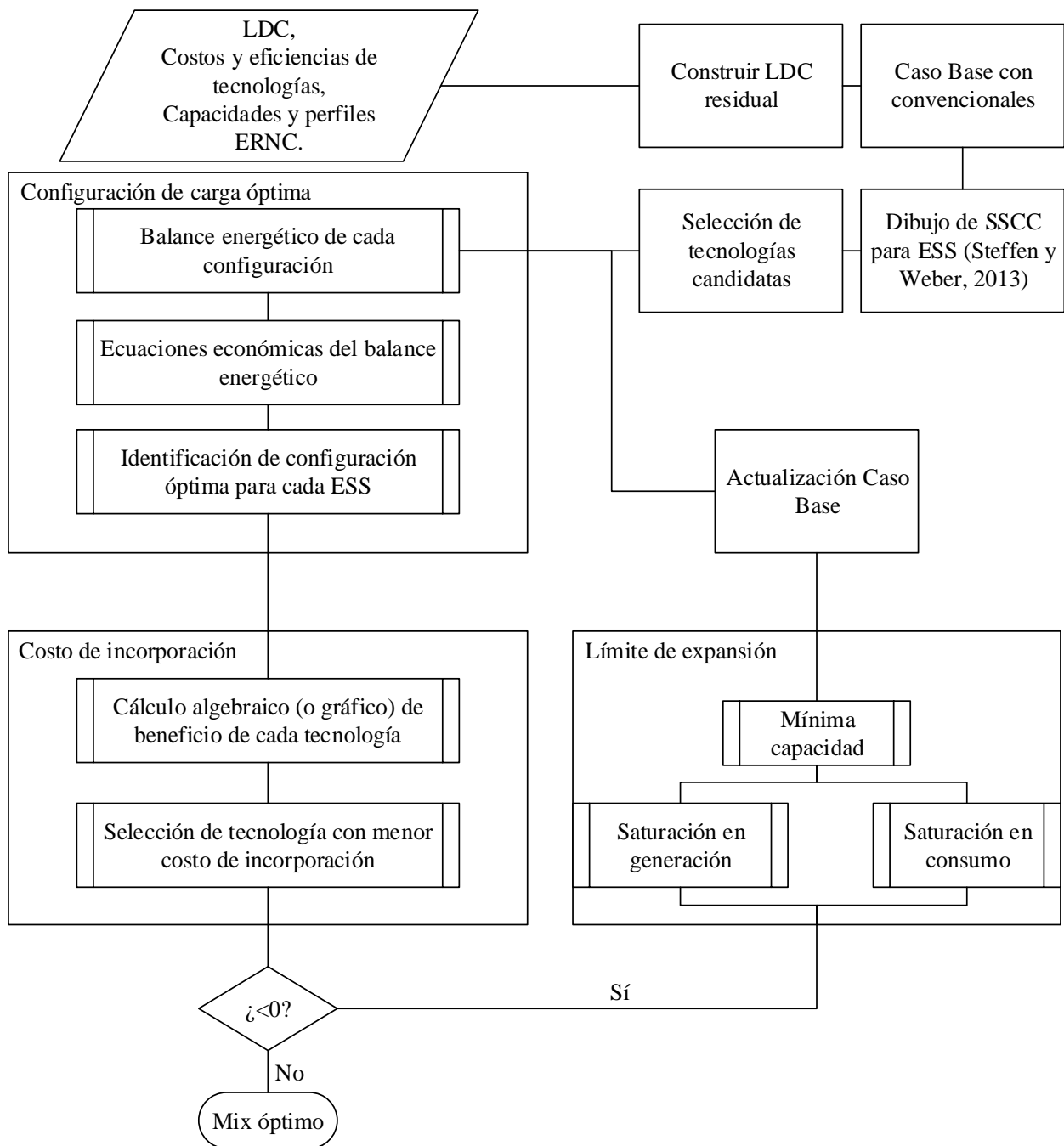
El algoritmo desarrollado se basa en la teoría de Programación Lineal para garantizar convergencia al óptimo. Para la explicación de esta teoría ver Sección 2.1.2.

En términos generales, la propuesta consiste en:

- Comenzar desde un vértice del poliedro factible. Este vértice se encuentra imponiendo que la capacidad de ESS es nula, es decir, se utiliza el método de las Screening Curves considerando sólo tecnologías convencionales.
- Determinar tecnologías ESS candidatas a formar parte del mix óptimo utilizando el método de Screening Curves propuesto en [32].
- Evaluar viabilidad económica de incorporar almacenamiento:
 - Determinar posibles combinaciones carga – descarga para cada ESS,

- Encontrar la combinación más conveniente para cada ESS,
- Calcular y comparar los costos reducidos de cada ESS en su configuración óptima,
- Decidir la mejor candidata y si se realiza o no su expansión.
- Encontrar límite de expansión que cambia las condiciones:
 - Identificar capacidades máximas tanto en consumo como en generación,
 - Expandir ESS seleccionado hasta alcanzar la mínima capacidad máxima.
- Volver a evaluar viabilidad económica de todas las tecnologías ESS en nuevas condiciones.
- Repetir hasta que ningún ESS adicional represente beneficios económicos para el sistema, equivalentemente, que todos los costos reducidos sean positivos.

Con el objetivo de facilitar la explicación de lo anterior, el siguiente diagrama de flujo simplifica la visualización del algoritmo propuesto.



A continuación, se realizará una explicación paso a paso con el objeto de presentar los fundamentos teóricos de la metodología.

3.3.1 Construir LDC residual

El primer paso corresponde al procesamiento de los datos de entrada que permitirá aplicar de forma efectiva la metodología. Suponiendo que se tiene una proyección de la demanda horaria del año estudiado, se debe cuantificar el impacto que tiene sobre ésta la penetración de fuentes renovables variables.

Para lograrlo, se debe trabajar con las capacidades de las tecnologías y los perfiles de disponibilidad horaria y de esta forma obtener los perfiles de generación renovable horaria. A su vez, estos deben ser sustraídos de la curva de demanda horaria para obtener la curva de demanda residual.

Finalmente, la curva de demanda residual debe ser ordenada en forma decreciente y con esto es posible obtener la curva de duración de carga. Ésta luego es aproximada por un número predefinido de bloques, los que pueden ser equiespaciados o de duración arbitraria. Mientras mejor sea la aproximación, mejor será la calidad del resultado.

3.3.2 Caso Base con convencionales

Este paso permite identificar un vértice factible del poliedro definido por el conjunto de restricciones del problema. Este vértice será el punto de partida para el algoritmo.

La Figura 3-4 ejemplifica la aplicación de este paso para un caso arbitrario que permitirá ilustrar la operación del algoritmo.

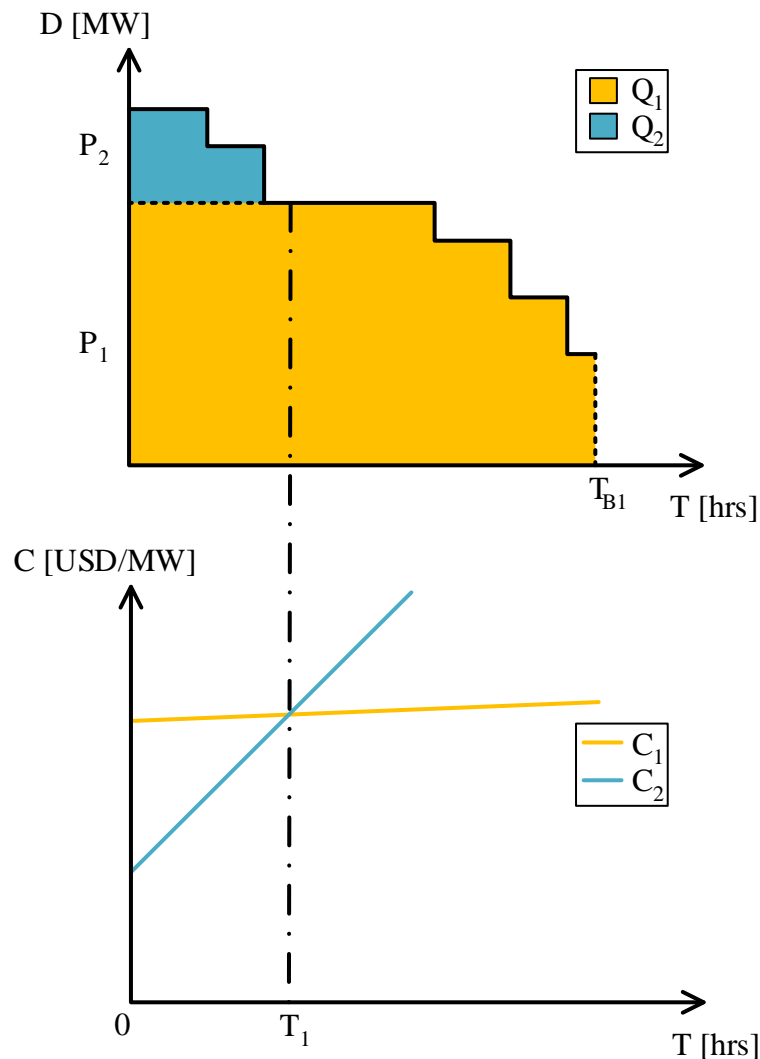


Figura 3-4. Caso base con dos tecnologías térmicas.

En la figura anterior y, en todo lo que viene, se utiliza la siguiente nomenclatura para las figuras:

Tabla 3-1. Nomenclatura utilizada en las figuras.

<i>Símbolo</i>	<i>Concepto</i>	<i>Unidad</i>
P_i	Capacidad instalada de tecnología i	MW
Q_i	Energía generada por tecnología i	MWh
C_i	Costo unitario de capacidad de tecnología i	\$/MW
T_{Bi}	Duración del bloque de demanda i	h
P_{Bi}	Demanda adicional del bloque de demanda i	MW

3.3.3 Dibujo de Screening Curves para ESS y Selección de tecnologías candidatas

En esta etapa se identifican aquellas tecnologías de almacenamiento que son dominadas durante todo el horizonte temporal, ya sea por otros almacenamientos o por tecnologías convencionales. Las tecnologías dominadas son obviadas en todo el análisis posterior.

La Figura 3-5 ejemplifica como este método permite identificar que la tecnología de almacenamiento s_2 no formará parte del mix óptimo en cuanto es dominada por el primer almacenamiento durante la primera parte del horizonte y por la tecnología térmica de base durante la segunda parte.

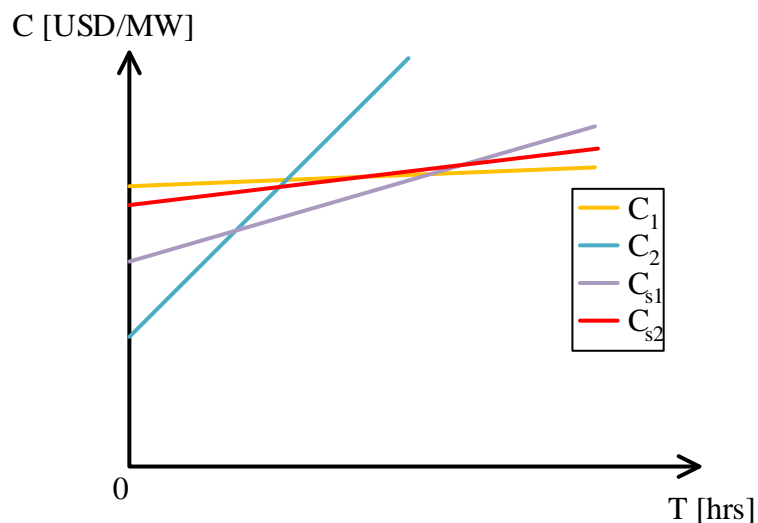


Figura 3-5. Ejemplo del uso de Screening Curves para filtrar tecnologías de almacenamiento.

Se concluye que sólo el ESS 1 es candidato para integrarse al mix, pero debe evaluarse con mayor detalle si definitivamente se integrará al considerar los costos reales de su configuración de carga-descarga real.

3.3.4 Configuración de carga-descarga óptima

En este paso se deben plantear las ecuaciones que rigen el proceso de carga y descarga de cada tecnología de almacenamiento, con el objetivo de seleccionar aquella que más beneficios reporte al sistema. La Figura 3-6 presenta distintas configuraciones factibles para una nueva tecnología de almacenamiento que pase a formar parte del mix, y a priori no es posible saber cuál de ellas es la óptima desde una perspectiva de costos mínimos.

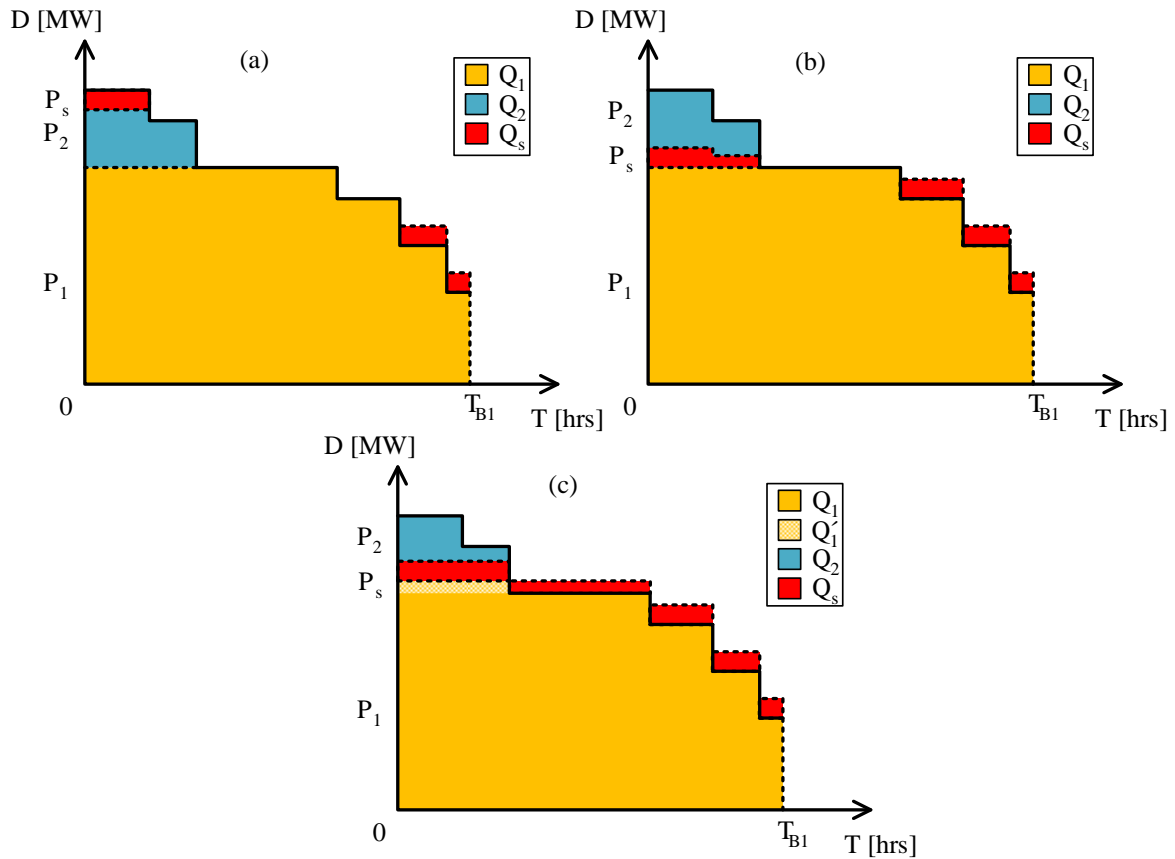


Figura 3-6. Posibles configuraciones de carga-descarga para un nuevo ESS en el mix.

La configuración (a) corresponde a un ingreso como central de punta, lo que se traduce en una disminución de la capacidad instalada de la tecnología 2 y un reemplazo de la energía que ésta inyectaba.

En (b), el almacenamiento ingresa como una central intermedia, cuya energía está limitada por la disponible para su carga. En la inyección esta energía se distribuye inyectando a capacidad nominal en horas de demanda punta y el remanente se inyecta en el período adicional [33].

Finalmente (c) presenta una configuración en la que se fuerza la expansión de la central de base con tal de poder abastecer la inyección del almacenamiento a capacidad nominal durante todo el período factible.

Cada una de las configuraciones expuestas tiene distintas expresiones que permiten balancear la energía inyectada con la energía consumida. El desafío de esta etapa es plantear adecuadamente estas ecuaciones para poder identificar el beneficio económico que cada almacenamiento produce.

En los ejemplos mostrados, estas relaciones corresponden a las descritas en (3.3-3). En éstas, $K_{si,j}$ corresponde a una variable que relaciona la potencia efectivamente utilizada en algún bloque con la capacidad instalada de la tecnología correspondiente. Esta variable será definida como el factor de incorporación. Así, siempre se debe cumplir que $K_{si,j} \in [0,1]$. También se utiliza una variable $K'_{si,j}$ que corresponde a un segundo factor de incorporación que será dependiente de $K_{si,j}$.

$$\frac{p_s T_{B6}}{\eta_s} K'_{s1,1} = p_s (T_{B1} - T_{B2} + K_{s1,1}(T_{B2} - T_{B3}))$$

$$\frac{p_s (T_{B6} + K'_{s1,2}(T_{B5} - T_{B6}))}{\eta_s} = p_s (T_{B1} - T_{B3} + K_{s1,2}(T_{B3} - T_{B4})) \quad (3.3-3)$$

$$\frac{p_s (T_{B6} + K'_{s1,3}(T_{B5} - T_{B6}))}{\eta_s} = p_s (T_{B1} - T_{B4} + K_{s1,3}(T_{B4} - T_{B5}))$$

En lo anterior se representa que la energía inyectada, dividida por la eficiencia debe ser igual a la energía consumida. Esto se puede lograr de distintas formas.

Posteriormente es posible encontrar como cambia el costo total de abastecimiento de la demanda al integrar la tecnología de almacenamiento estudiada al mix de generación con cada configuración de carga-descarga posible, lo que se debe realizar por medio de un análisis gráfico.

El mencionado análisis gráfico corresponde a evaluar cuánta es la energía que deja de generar y cuánta es la capacidad que deja de ser utilizada de cada tecnología térmica. La Figura 3-7 presenta un ejemplo de este proceso para la configuración (c) de la Figura 3-6.

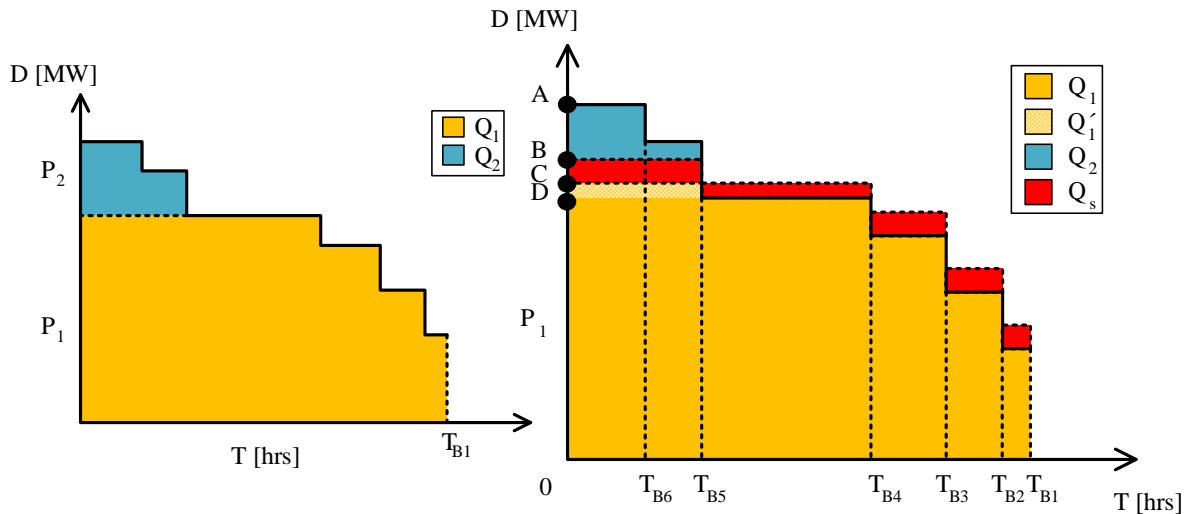


Figura 3-7. Análisis gráfico de variación de costos producida por almacenamiento.

En la figura anterior es posible comparar el caso base, que es la operación del sistema sin almacenamiento con la operación cuando se tiene participación de almacenamiento en una configuración carga-descarga arbitraria.

La introducción del ESS produce varios efectos:

- Desplaza directamente capacidad de la central térmica 2 por un valor \overline{BC} equivalente a la capacidad del almacenamiento p_s , lo que produce una primera componente de cambio de costos Δ_1 .

$$\Delta_1 = A_s p_s - A_2 p_s$$

- Reduce la energía inyectada por la central térmica 2 por una cantidad $\overline{BC} \cdot T_{B5}$. Esta energía es reemplazada por inyección del ESS. La componente de variación en los costos de este efecto es Δ_2 .

$$\Delta_2 = -VC_2 p_s (T_{B6} + K'_{s1,3} (T_{B5} - T_{B6}))$$

En este caso, se logra una expresión más sencilla de trabajar utilizando (3.3-3), lo que permite escribir el cambio Δ_2 como sigue:

$$\Delta_2 = -VC_2 p_s \eta_s (T_{B1} - T_{B4} + K_{s1,3} (T_{B4} - T_{B5}))$$

- Fuerza la expansión de la central de base, la que reduce aún más la capacidad de la segunda central térmica en un valor \overline{CD} , que equivale al factor de incorporación por la capacidad del almacenamiento $K_{s1,3} \cdot p_s$. La componente respectiva sobre los costos es Δ_3 .

$$\Delta_3 = A_1 K_{s1,3} p_s - A_2 K_{s1,3} p_s$$

- La central de base abastece una porción de la energía que antes generaba la segunda térmica, dada por $\overline{CD} \cdot T_{B5}$, lo que produce una cuarta componente de costos Δ_4 .

$$\Delta_4 = VC_1 K_{s1,3} p_s T_{B5} - VC_2 K_{s1,3} p_s T_{B5}$$

- Finalmente se deben considerar los costos adicionales de la térmica base para abastecer la demanda adicional de energía, y los costos de inversión en el reservorio del almacenamiento dados por Δ_5 .

$$\Delta_5 = VC_1 p_s (T_{B1} - T_{B4} + K_{s1,3} (T_{B4} - T_{B5})) + \frac{RC_s}{\omega_s} \eta_s (T_{B1} - T_{B4} + K_{s1,3} (T_{B4} - T_{B5}))$$

En el ejemplo representado anteriormente, este análisis gráfico sobre las tres configuraciones permite obtener las expresiones de (3.3-4), donde se verifica que la tercera expresión corresponde a la suma de las componentes recién descritas.

$$\begin{aligned} \frac{\partial CT}{\partial p_s} &= A_s + K'_{s1,1} \left(\frac{VC_1}{\eta_s} + \frac{RC_s}{\omega_s} \right) T_{B6} - K'_{s1,1} (A_2 + VC_2 T_{B6}) \\ \frac{\partial CT}{\partial p_s} &= A_s + \left(\frac{VC_1}{\eta_s} + \frac{RC_s}{\omega_s} \right) (T_{B6} + K'_{s1,2} (T_{B5} - T_{B6})) - A_2 \\ &\quad - VC_2 (T_{B6} + K'_{s1,2} (T_{B5} - T_{B6})) \end{aligned} \tag{3.3-4}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial CT}{\partial p_s} &= K_{s1,3}(A_1 + VC_1 T_{B5} - A_2 - VC_2 T_{B5}) + A_s \\ &\quad + \left(\frac{VC_1}{\eta_s} + \frac{RC_s}{\omega_s} \right) \eta_s (T_{B1} - T_{B4} + K_{s1,3}(T_{B4} - T_{B5})) - A_2 \\ &\quad - VC_2 \eta_s (T_{B1} - T_{B4} + K_{s1,3}(T_{B4} - T_{B5})) \end{aligned}$$

Luego, es posible identificar cuál es la configuración óptima de esta tecnología de almacenamiento al obtener cómo cambia este costo reducido al modificar el factor de incorporación de la configuración respectiva. El resultado de este ejercicio se presenta en el conjunto de ecuaciones (3.3-5), las que se obtuvieron utilizando (3.3-3) para establecer la relación de dependencia entre $K'_{si,j}$ y $K_{si,j}$. Estas expresiones dependen exclusivamente de parámetros conocidos del problema, y por tanto pueden ser evaluadas.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_s} \right)}{\partial K_{s1,1}} &= \left(\left(\frac{VC_1}{\eta_s} + \frac{RC_s}{\omega_s} \right) T_{B6} - (A_2 + VC_2 T_{B6}) \right) \eta_s (T_{B2} - T_{B3}) / T_{B6} \\ \frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_s} \right)}{\partial K_{s1,2}} &= \left(\frac{VC_1}{\eta_s} + \frac{RC_s}{\omega_s} - VC_2 \right) \eta_s (T_{B3} - T_{B4}) \end{aligned} \quad (3.3-5)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_s} \right)}{\partial K_{s1,3}} = A_1 + VC_1 T_{B5} - A_2 - VC_2 T_{B5} + \left(\frac{VC_1}{\eta_s} + \frac{RC_s}{\omega_s} - VC_2 \right) \eta_s (T_{B4} - T_{B5})$$

La evaluación de las expresiones anteriores permite entonces determinar la configuración de carga-descarga que logra una mayor disminución de costos totales con la menor capacidad de almacenamiento. Esta corresponderá a la fórmula anterior que cumpla con el mínimo valor de $\frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_s} \right)}{\partial K_{si,j}}$.

En este ejemplo no se definieron valores que asignar a los parámetros para realizar la comparación, pero sin pérdida de generalidad se continúa asumiendo la primera configuración como la más conveniente. En consecuencia, $K_{s1,1}$ debe ser tan alto como sea posible y, recordando el balance energético dado por (3.3-3) se debe cumplir:

$$\begin{aligned} \frac{p_s T_{B6}}{\eta_s} K'_{s1,1} &= p_s (T_{B1} - T_{B2} + K_{s1,1}(T_{B2} - T_{B3})) \\ K'_{s1,1} &= \frac{T_{B1} - T_{B2} + K_{s1,1}(T_{B2} - T_{B3})}{T_{B6}} \eta_s \end{aligned} \quad (3.3-6)$$

Dependiendo entonces de la relación anterior se tendrá que $K_{S1,1} = 1$, o $K'_{S1,1} = 1$. El segundo factor de incorporación se determina en función de aquél igual a la unidad. Este proceso culmina, entonces, entregando la configuración carga-descarga óptima y los valores que toman los factores de incorporación en esta configuración, para cada tecnología de almacenamiento candidata.

Ante la posibilidad de considerar una penetración suficientemente alta de tecnologías renovables variables, la curva de duración de carga puede verse modificada como se muestra en la Figura 3-8. La única modificación necesaria sobre la metodología será considerar que el costo que tiene esta energía Q_R es nulo, por encontrarse disponible por exceso de generación renovable. Lo anterior impactará el proceso de obtención de las expresiones (3.3-4) y con esto la decisión de la configuración óptima de carga-descarga y ésta a su vez sobre el resultado final del algoritmo. Sin embargo, se destaca la sencillez de la adaptación de la metodología para manejar adecuadamente este caso.

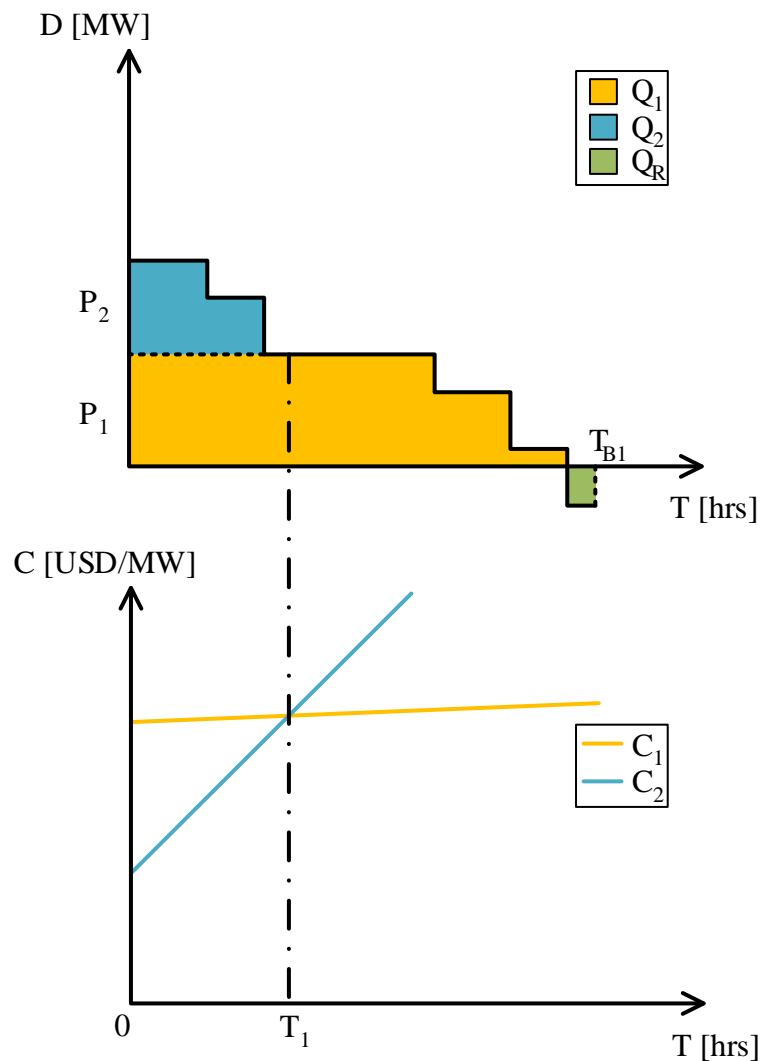


Figura 3-8. LDC y caso base cuando penetración de renovables produce horas con exceso de energía disponible.

3.3.5 Costo de incorporación

Cada una de las configuraciones expuestas representa distintos beneficios unitarios para el sistema, pero sólo será necesario cuantificar el beneficio económico de las configuraciones óptimas seleccionadas en la etapa anterior. En este ejemplo sólo existe una tecnología de almacenamiento por lo que a su vez sólo existe una configuración óptima cuyo costo de incorporación se expresa en (3.3-7).

$$\frac{\partial CT}{\partial p_s} = A_s + K'_{s1,1} \left(\frac{VC_1}{\eta_s} + \frac{RC_s}{\omega_s} \right) T_{B6} - K'_{s1,1} (A_2 + VC_2 T_{B6}) \quad (3.3-7)$$

Reemplazando el valor de $K'_{s1,1}$ encontrado en la etapa anterior, es posible computar el cambio en el costo total asociado a la expansión del almacenamiento correspondiente. Replicando este procedimiento para todas las tecnologías disponibles, es posible compararlas y escoger aquella que represente el menor costo marginal sistémico (o costo reducido) para el sistema. Esta tecnología será la expandida en esta iteración.

Lo anterior es equivalente a encontrar las direcciones factibles del método simplex descrito en 2.1.2, y utilizarlas para obtener los respectivos costos reducidos. Con esto se incorpora a la solución la tecnología de almacenamiento de menor costo reducido.

3.3.6 Capacidad por construir

En caso de que la construcción de más almacenamiento disminuya los costos del sistema, se debe determinar el límite de capacidad que modifica las condiciones del problema. Para esto hay que considerar que existen dos alternativas de saturación. La primera es que no exista más capacidad disponible de descarga, y la segunda es que no exista más capacidad disponible para realizar la carga del ESS sin modificar las condiciones bajo las cuales se calcularon las etapas anteriores.

La Figura 3-9 ejemplifica la saturación en capacidad de descarga para las configuraciones vistas anteriormente. El caso de saturación en capacidad de carga es análogo, pero prestando atención a la central de base.

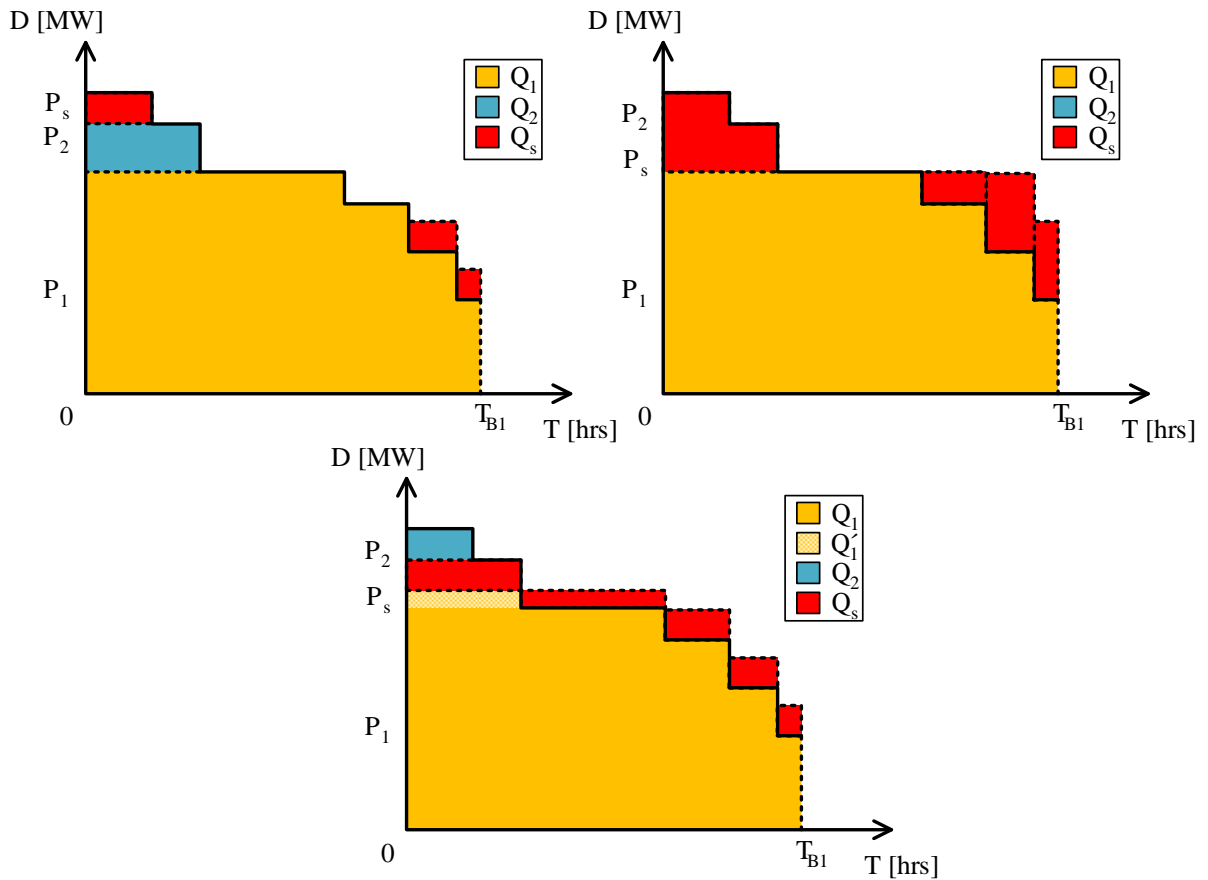


Figura 3-9. Límites de capacidad de almacenamiento por descarga.

Finalmente se encuentra la mínima capacidad instalada que genera algún cambio y ésta se incorpora al mix de tecnologías. Cualquier cálculo posterior se debe realizar considerando ya esta capacidad construida.

Este procedimiento es equivalente a obtener el desplazamiento máximo en la dirección factible de menor costo reducido que permite conservar la factibilidad de la solución.

3.3.7 Nueva iteración

Habiendo completado todos los pasos del algoritmo se debe repetir el proceso anterior hasta que ninguna tecnología de almacenamiento represente disminución de costos para el sistema y se garantiza que el mix de tecnologías obtenido es el óptimo.

4. Validación y casos de estudio

4.1 Introducción

En este capítulo se desarrolla una validación al aplicar la metodología anteriormente descrita a distintos casos de estudio y compararla con resultados obtenidos utilizando optimización numérica por medio del software FICO Xpress 8.0.

La nomenclatura de esta sección se puede consultar en el Apéndice 7.3.

El método de validación se basa en comparar los resultados de la metodología con los resultados de la optimización de dos problemas. En primer lugar, se resuelve el problema equivalente, es decir, se minimizan los costos de abastecimiento de una demanda dada por la LDC en bloques sujeto a restricciones de capacidad máxima, abastecimiento de la demanda y neutralidad energética de las tecnologías de almacenamiento. Lo anterior se plantea formalmente en (4.1-1). De igual forma, se resuelve otra vez pero abasteciendo la LDC sin aplicarle ninguna aproximación.

$$\min \sum_i A_i p_i + VC_i q_i + \sum_{i>1} \left(\frac{VC_1}{\eta_i} + \frac{RC_i}{\omega_i} \right) q_i$$

s.a.

(4.1-1)

$$q_i = q_i(p_i) \quad \forall i$$

$$\frac{q_i}{\eta_i} = q_{ci} \quad \forall i$$

Adicionalmente se optimiza la planificación del sistema eléctrico utilizando información cronológica de la demanda, modelamiento en el cual se incluyen también restricciones intertemporales como el inventario de las tecnologías de almacenamiento. Este problema se formaliza en (4.1-2) donde se detalla la formulación de las restricciones de capacidades máximas, balance energético horario, e inventario de ESS. En este modelo no se considera la provisión de servicios complementarios, sino exclusivamente el intercambio de energía que abastece una curva de demanda inflexible.

$$\min \sum_i A_i p_i + \sum_{i,t} VC_i g_{i,t} + \sum_s A_s p_s + RC_s e_s + \sum_{s,t} VC_s (g_{s,t}^d + g_{s,t}^c) \quad (4.1-2)$$

s.a.

$$g_{i,t} \leq p_i \quad \forall i, t$$

$$g_{s,t}^d \leq p_s; g_{s,t}^c \leq p_s \quad \forall s, t$$

$$e_{s,t} \leq e_s \quad \forall s, t$$

$$\sum_i g_{i,t} + \sum_s g_{s,t}^d = D_t + \sum_s g_{s,t}^c \quad \forall t$$

$$e_{s,1} = 0,5e_s + \eta_s g_{s,1}^c - g_{s,1}^d \quad \forall s$$

$$e_{s,T} = 0,5e_s \quad \forall s$$

$$e_{s,t} = e_{s,t-1} + \eta_s g_{s,t}^c - g_{s,t}^d \quad \forall s, t$$

Todo lo anterior se utiliza sobre un caso de estudio teórico, con el objeto de ejemplificar completamente la operación del algoritmo. Posteriormente se realiza un estudio con proyecciones de costos y demanda del Sistema Eléctrico Nacional al año 2050, en escenarios de penetración renovable del 60, 70 y 80% representando una sensibilidad del cumplimiento de la meta gubernamental. Finalmente se realiza una comparación con un trabajo realizado por el Instituto Alemán para la Investigación Económica, quienes calculan el mix óptimo de generación y almacenamiento para Alemania en el año 2050, considerando no sólo la compraventa de energía sino también la participación de ESS en mercados de servicios complementarios.

4.2 Caso de estudio teórico

El caso de estudio desarrollado en esta sección fue escogido de tal forma de constituir un caso complejo e interesante. Los parámetros del problema fueron ajustados con ese objetivo en mente y no buscan representar la realidad.

Se diseñó un caso con seis tecnologías disponibles, de las cuales tres corresponden a almacenamiento y las otras tres a tecnologías térmicas. Se busca abastecer una demanda con una duración de 8.760 horas aproximada por seis bloques. Estos bloques se escogieron de duración equivalente (1.460 horas cada uno) y luego se repitió el ejercicio con bloques escogidos utilizando

una heurística que minimiza el error cuadrático medio de la aproximación, ajustando tanto el ancho como la altura de los bloques.

Los parámetros de entrada de las tecnologías son los presentados en la Tabla 4-1. Adicionalmente, la Figura 4-1 ilustra la curva de duración de carga utilizada en este ejemplo. Se destaca que la eficiencia de las tecnologías térmicas son lo suficientemente altas para no impactar los resultados de la optimización.

Tabla 4-1. Parámetros de las tecnologías utilizadas en el caso académico.

Tecnología	A_i (\$/MW)	VC_i (\$/MWh)	η_i	RC_i (\$/MWh)	ω_i
Térmica 1	300.000	40	1E10	0	1
ESS 1	180.000	0	0,9	0	1
Térmica 2	145.000	65	1E10	0	1
ESS 2	140.000	0	0,85	74	10
Térmica 3	110.000	85	1E10	0	1
ESS 3	100.000	0	0,7	20	1

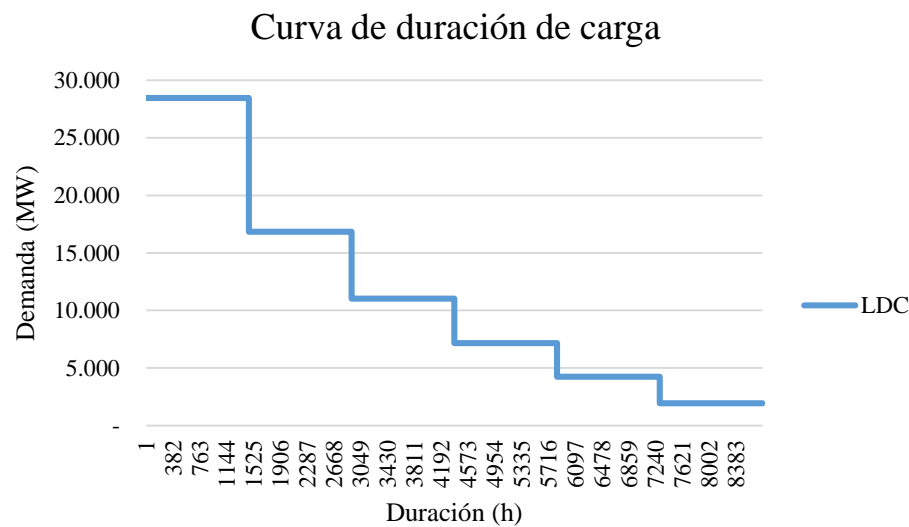


Figura 4-1. Curva de duración de carga aproximada por seis bloques de igual duración.

La Tabla 4-2 describe la curva de duración de carga anterior.

Tabla 4-2. Descripción de la curva de duración de carga aproximada por seis bloques de igual duración.

<i>Bloque</i>	<i>Duración (h)</i>	<i>Demanda (MW)</i>
1	8.760	28.453
2	7.300	16.840
3	5.840	11.033
4	4.380	7.162
5	2.920	4.258
6	1.460	1.936

4.2.1 Inicialización del algoritmo

Se comienza obteniendo el caso base, que será un vértice del poliedro factible. Para esto se utilizará el método de las Screening Curves según se detalló en el capítulo anterior. En este caso se trabaja con sólo tres tecnologías térmicas, con lo que se obtiene el siguiente mix de generación.

Tabla 4-3. Parque generador sin almacenamiento y sus costos.

<i>Tecnología</i>	<i>Capacidad (MW)</i>	<i>Inversión (MM\$)</i>	<i>Operación (MM\$)</i>
<i>Térmica 1</i>	4.258	1.277,5	1.356,5
<i>Térmica 2</i>	12.581	1.824,3	3.306,4
<i>Térmica 3</i>	11.614	1.277,5	1.441,3
<i>Total</i>	28.453	4.379,3	6.104,1

La Figura 4-2 presenta el proceso de obtención del parque generador y la participación de cada tecnología en el abastecimiento de la demanda.

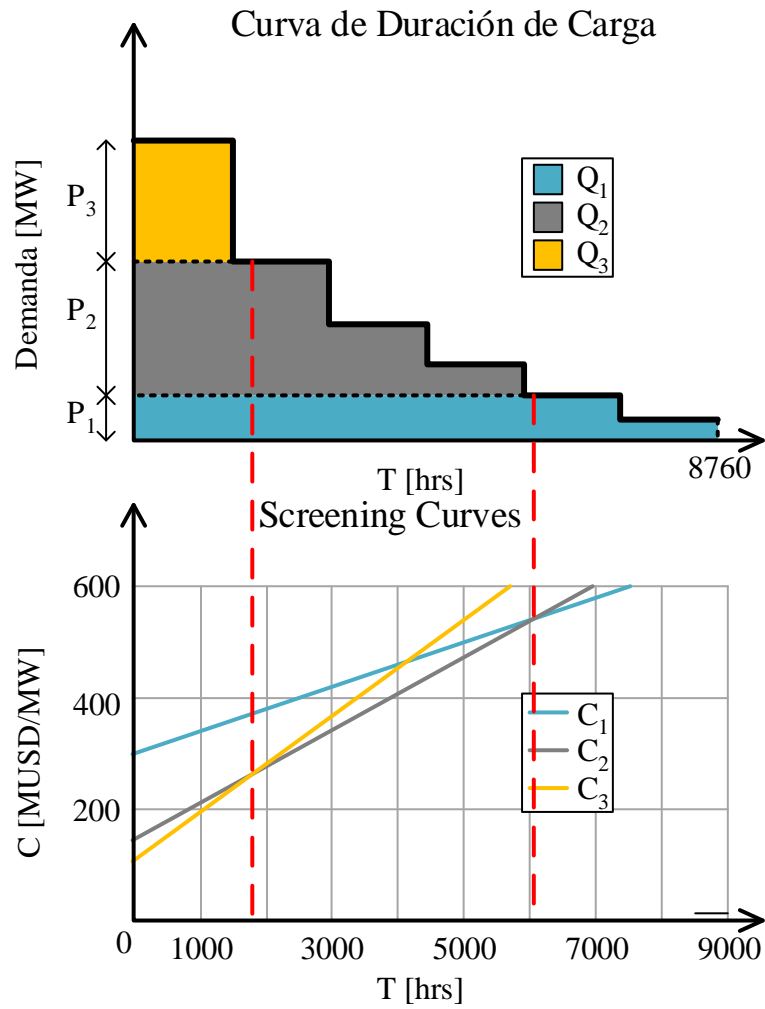


Figura 4-2. Obtención del parque generador térmico óptimo.

4.2.2 Primera iteración

En ausencia de otras tecnologías de almacenamiento cada alternativa ESS puede ingresar al parque sólo en una de dos configuraciones factibles; la primera sin expandir la central de base, y la segunda con expansión de la tecnología de base.

Las configuraciones de carga-descarga posibles para el almacenamiento 1 son las que se muestran en la Figura 4-3. La diferencia en el orden de mérito se explica por la escasez de energía disponible, lo que solo permite la generación durante horas de demanda punta. En el Ingreso con Expansión, el área achurada representa la energía que antes generaba la segunda central térmica y que ahora es abastecida por la central de base, como consecuencia de la expansión de ésta.

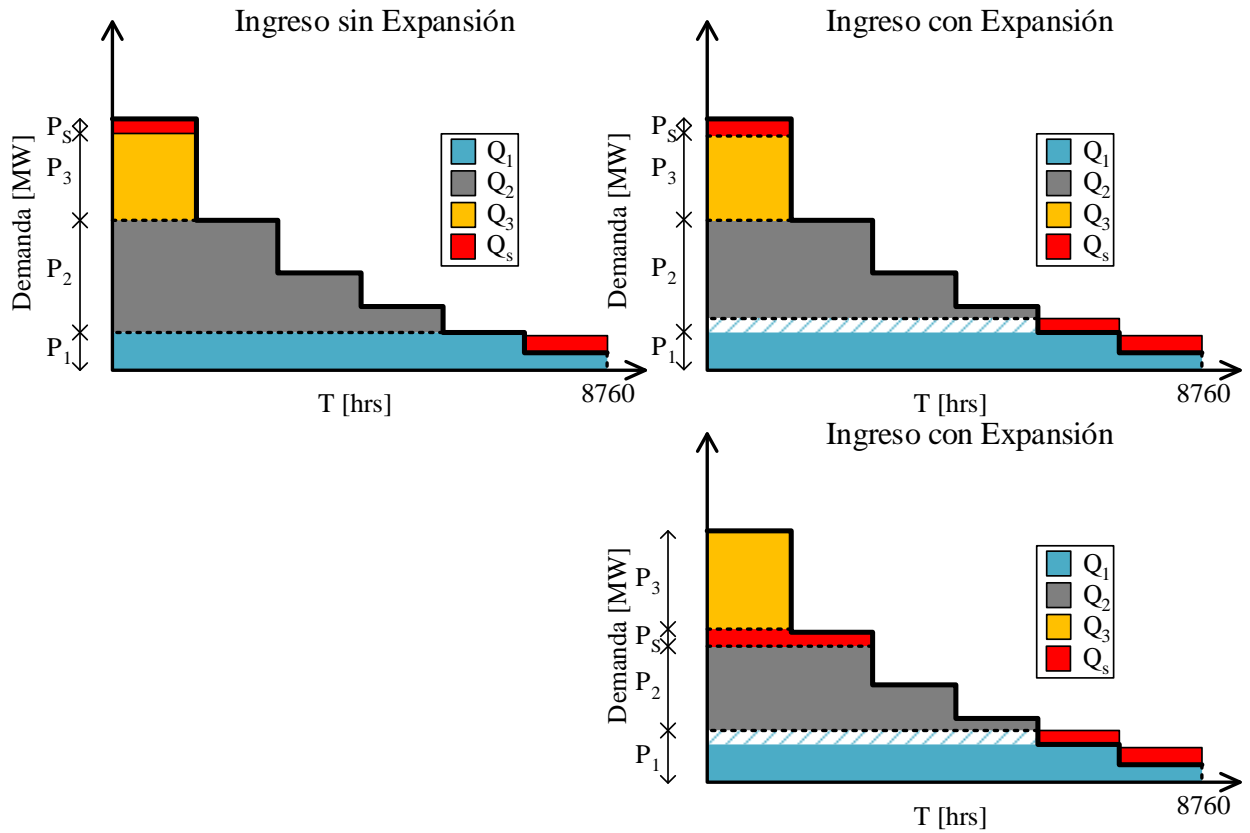


Figura 4-3. Configuraciones de carga-descarga posibles para el almacenamiento 1.

El caso sin expansión es simple de representar y su ecuación de balance está dada por (4.2-1). Esto permite obtener directamente el valor del factor de incorporación K'_{s1} descrito por (4.2-2).

$$p_{s1} K'_{s1,1} \left(\frac{T_{B6}}{\eta_{s1}} \right) = p_{s1} K_{s1,1} (T_{B1} - T_{B2}) \quad (4.2-1)$$

$$K'_{s1,1} = \frac{T_{B1} - T_{B2}}{T_{B6}} \eta_{s1} K_{s1,1} \quad (4.2-2)$$

Cuando se considera la expansión de la central de base existen dos posibilidades. La primera, mostrada en la esquina superior derecha de la figura anterior, corresponde a una expansión que permite que la tecnología de almacenamiento opere a una capacidad más cercana a la nominal mientras genera energía en la hora punta. La segunda posibilidad conlleva una expansión mayor de la central de base de forma que el almacenamiento no sólo opere a capacidad nominal en hora punta, sino que también inyecte energía adicional en horas de demanda no punta.

Con esto en mente, se comienza por considerar el primer intervalo de expansión que se representa por las ecuaciones (4.2-3) y (4.2-4).

$$\frac{p_{s1}T_{B6}}{\eta_{s1}}K'_{s1,2} = p_{s1} \left(T_{B1} - T_{B2} + K_{s1,2}(T_{B2} - T_{B3}) \right) \quad (4.2-3)$$

$$K'_{s1,2} = \eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B2}}{T_{B6}} + K_{s1,2}\eta_{s1} \frac{T_{B2} - T_{B3}}{T_{B6}} \quad (4.2-4)$$

Imponiendo que todos los factores de incorporación deben estar entre cero y uno, se encuentra un límite superior para el factor independiente que corresponde a $K_{s1,2} = 0,11$. Éste además será el límite inferior para este valor en la siguiente configuración.

Cuando se considera la expansión de la central de base más allá de la recién calculada, es decir, una penetración mayor de la configuración de expansión, la ecuación de balance energético que la representa es (4.2-5). El primer factor de incorporación ($K'_{s1,3}$) representa cuanta de la energía es inyectada en horas de demanda no punta, y el segundo ($K_{s1,3}$) corresponde a cuanto será necesario expandir la central de base para viabilizar este patrón de inyección. Esta ecuación permite expresar una de las incógnitas como función de la otra según (4.2-6), es decir, se usa la restricción de balance energético del almacenamiento para trabajar con sólo un factor de incorporación independiente, en este caso, $K_{s1,3}$.

$$\frac{p_{s1} \left(T_{B6} + K'_{s1,3}(T_{B5} - T_{B6}) \right)}{\eta_{s1}} = p_{s1} \left(T_{B1} - T_{B2} + K_{s1,3}(T_{B2} - T_{B3}) \right) \quad (4.2-5)$$

$$K'_{s1,3} = \frac{\eta_{s1}(T_{B1} - T_{B2}) - T_{B6}}{T_{B5} - T_{B6}} + K_{s1,3}\eta_{s1} \frac{T_{B2} - T_{B3}}{T_{B5} - T_{B6}} \quad (4.2-6)$$

Recordando lo calculado anteriormente es posible establecer que el factor $K_{s1,3}$ debe mantenerse en el intervalo $[0,11; 1]$.

Teniendo las expresiones anteriores en mente, el paso siguiente es identificar cuál es la configuración más conveniente para esta tecnología de almacenamiento. Se debe expresar el costo que tendrá cada configuración para el sistema, lo que se hace en (4.2-7) y (4.2-8), mientras que (4.2-9) representa el costo de aumentar la penetración de la configuración en expansión. Estas expresiones se obtienen de un análisis gráfico de las componentes de costo de cada alternativa, el que se describió en la sección 3.3 y que toma en cuenta el impacto económico tanto en los costos directos como en los indirectos que se producen por el desplazamiento de centrales térmicas que se encontraban presentes en el caso base.

$$\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} = K_{s1,1}A_{s1} + K'_{s1,1} \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) T_{B6} - K'_{s1,1}(A_3 + VC_3T_{B6}) \quad (4.2-7)$$

$$\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} = K_{s1,2}(A_1 + VC_1T_{B3} - A_2 - VC_2T_{B3}) + A_{s1} + K'_{s1,2}\left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}}\right)T_{B6} - K'_{s1,2}(A_3 + VC_3T_{B6}) \quad (4.2-8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} = & K_{s1,3}(A_1 + VC_1T_{B3} - A_2 - VC_2T_{B3}) + A_{s1} \\ & + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}}\right)(T_{B6} + K'_{s1,3}(T_{B5} - T_{B6})) - K'_{s1,3}(A_2 + VC_2T_{B5}) \\ & - (1 - K'_{s1,3})(A_3 + VC_3T_{B6}) \end{aligned} \quad (4.2-9)$$

Así, es posible identificar la configuración más conveniente operando sobre las expresiones anteriores. El objetivo es seleccionar aquella que logre la mayor reducción de costos con la mínima penetración de almacenamiento, y encontrar los valores que toman los factores de incorporación respectivos.

Para lograr lo anterior se debe identificar cómo cambia el beneficio del sistema al lograr una mayor penetración de cada configuración. Esto se realiza en (4.2-10), (4.2-11), y (4.2-12). Estas expresiones dependen exclusivamente de parámetros conocidos del problema y por tanto pueden ser evaluadas.

$$\frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}}\right)}{\partial K_{s1,1}} = A_{s1} + \frac{T_{B1} - T_{B2}}{T_{B6}} \eta_{s1} \left(\left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}}\right) T_{B6} - A_3 - VC_3T_{B6} \right) \quad (4.2-10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}}\right)}{\partial K_{s1,2}} = & A_1 + VC_1T_{B3} - A_2 - VC_2T_{B3} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}}\right) \eta_{s1} (T_{B2} - T_{B3}) \\ & - \eta_{s1} \frac{T_{B2} - T_{B3}}{T_{B6}} (A_3 + VC_3T_{B6}) \end{aligned} \quad (4.2-11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}}\right)}{\partial K_{s1,3}} = & A_1 + VC_1T_{B3} - A_2 - VC_2T_{B3} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}}\right) \eta_{s1} (T_{B2} - T_{B3}) \\ & + \frac{\eta_{s1}(T_{B2} - T_{B3})}{T_{B5} - T_{B6}} (A_3 + VC_3T_{B6} - A_2 - VC_2T_{B5}) \end{aligned} \quad (4.2-12)$$

La evaluación de las expresiones anteriores entrega los resultados presentados en la Tabla 4-4. Comparando los resultados para la configuración con y sin expansión, se verifica que expandir la central de base es la mejor alternativa. Más aún, sin expandirla, no resulta conveniente construir esta tecnología de almacenamiento.

Tabla 4-4. Costo adicional de cada configuración expuesta para el almacenamiento 1.

Configuración	Costo adicional $\left(\frac{\partial(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}})}{\partial K_{s1,i}}\right) (\$/MW)$
Sin Expansión	27.710
Baja Expansión	-143.290
Alta Expansión	-23.230

La interpretación completa de la tabla anterior es como sigue:

- Se compara la alternativa sin expansión con la alternativa con baja expansión. Se concluye que es más conveniente la baja expansión, pues disminuye los costos totales.
- El respectivo factor de incorporación crece tanto como se pueda, es decir, $K_{s1,2} = 0,11$.
- Luego se verifica que aumentar la expansión sigue siendo conveniente para el sistema pues su costo adicional es negativo.
- Se escoge entonces la Alta Expansión como configuración óptima y se obtiene que $K_{s1,3} = 1$ y $K'_{s1,3} = 0,8$.

Análogo es el proceso llevado a cabo con los almacenamientos 2 y 3, cuyas posibles configuraciones de carga-descarga coinciden con las presentadas en la Figura 4-3. Para ambas tecnologías el caso sin expansión calza con el descrito por ecuaciones (4.2-1) y (4.2-2) con la salvedad de reemplazar la eficiencia por la correspondiente a la tecnología en cuestión.

La configuración con expansión para el almacenamiento 2 se describe por las ecuaciones (4.2-13) y (4.2-14).

$$\frac{p_{s2} \left(T_{B6} + K'_{s2,2} (T_{B5} - T_{B6}) \right)}{\eta_{s2}} = p_{s2} \left(T_{B1} - T_{B2} + K_{s2,2} (T_{B2} - T_{B3}) \right) \quad (4.2-13)$$

$$K'_{s2,2} = \frac{\eta_{s2} (T_{B1} - T_{B2}) - T_{B6}}{T_{B5} - T_{B6}} + K_{s2,2} \eta_{s2} \frac{T_{B2} - T_{B3}}{T_{B5} - T_{B6}} \quad (4.2-14)$$

Nuevamente se debe identificar la pertinencia económica de esta expansión para lo que se repite el procedimiento anterior, lo que en este caso entrega las siguientes expresiones.

$$\begin{aligned} \frac{\partial CT}{\partial p_{s2}} = & K_{s2,2}(A_1 + VC_1T_{B3} - A_2 - VC_2T_{B3}) + A_{s2} \\ & + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s2}} + \frac{RC_{s2}}{\omega_{s2}}\right)(T_{B6} + K'_{s2,2}(T_{B5} - T_{B6})) - K'_{s2,2}(A_2 + VC_2T_{B5}) \\ & - (1 - K'_{s2,2})(A_3 + VC_3T_{B6}) \end{aligned} \quad (4.2-15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s2}}\right)}{\partial K_{s2,2}} = & A_1 + VC_1T_{B3} - A_2 - VC_2T_{B3} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s2}} + \frac{RC_{s2}}{\omega_{s2}}\right)\eta_{s2}(T_{B2} - T_{B3}) \\ & + \frac{\eta_{s2}(T_{B2} - T_{B3})}{T_{B5} - T_{B6}}(A_3 + VC_3T_{B6} - A_2 - VC_2T_{B5}) \end{aligned} \quad (4.2-16)$$

Evaluando la última expresión nuevamente se verifica la pertinencia de esta expansión y se obtiene que $K_{s2,3} = 1$ y $K'_{s2,3} = 0,7$.

Análogo es el proceso para el tercer almacenamiento, con la diferencia de que sólo es conveniente la Baja Expansión. En consecuencia, los factores correspondientes son $K_{s3,2} = 0,43$ y $K'_{s3,2} = 1$.

Resumiendo lo encontrado hasta ahora, se presenta la Tabla 4-5, que muestra las configuraciones óptimas para cada tecnología ya sea con o sin expansión de la central de base.

Tabla 4-5. Resumen de configuraciones óptimas de carga-descarga para primera iteración.

<i>Tecnología</i>	<i>Configuración óptima</i>	$K_{si,j}$	$K'_{si,j}$
<i>ESS 1</i>	Alta Expansión	1	0,8
<i>ESS 2</i>	Alta Expansión	1	0,7
<i>ESS 3</i>	Baja Expansión	0,43	1

Posteriormente se procede a calcular el costo marginal de cada una de estas configuraciones, para lo cual es necesario interpretar gráficamente el impacto económico de cada una de ellas. La Figura 4-4 muestra con mayor detalle el impacto que tiene sobre el sistema completo la integración de la tecnología de almacenamiento 1 para cualquiera de las dos configuraciones ya analizadas.

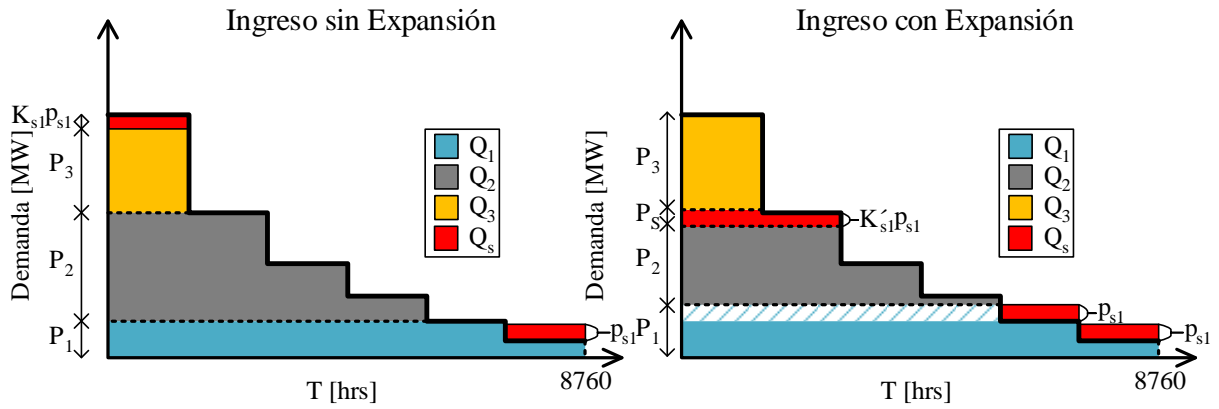


Figura 4-4. Detalle de la participación del almacenamiento 1.

En el lado izquierdo de la figura se observa la configuración en la que no se contempla expandir la central de base. En ésta es posible identificar que el almacenamiento ingresa reemplazando la tecnología de punta. Esto se traduce en menores requerimientos tanto de capacidad como de energía sobre la tecnología térmica 3. Por el lado de la demanda se observa que sólo incrementa la energía generada por la central de base.

En el lado derecho se observa la configuración que resultó ser la óptima para esta tecnología. En ésta, existe un desplazamiento de la segunda central térmica por el aumento de capacidad de la central de base. Además, la tecnología de almacenamiento desplaza parcialmente a la segunda central térmica y a la central de punta.

En este caso el aumento de costos tiene la forma de (4.2-17), la que está compuesta en primer lugar por los costos directos del almacenamiento 1 (inversión en potencia y energía, y costos operacionales) y luego por los costos adicionales de la central de base. La disminución de costos se expresa en (4.2-18), donde se toman en cuenta tres componentes:

- De la inyección que realiza el almacenamiento 1 hay una fracción $(1 - K'_{s1,3})$ correspondiente a inyección que sólo se realiza en hora punta y, por lo tanto, reemplaza directamente a la térmica 3.
- La inyección restante ($K'_{s1,3}$) ocurre durante T_{B5} horas y, así, reemplaza la necesidad de la térmica 2.
- También se incluye el ahorro que produce la capacidad de central térmica 2 que fue reemplazada por la central de base, como consecuencia de su expansión.

$$AC = \left(A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) (T_{B6} + K'_{s1,3}(T_{B5} - T_{B6})) + (A_1 + VC_1 T_{B3}) K_{s1,3} \right) p_{s1} \quad (4.2-17)$$

$$DC = \left((1 - K'_{s1,3})(A_3 + VC_3 T_{B6}) + K'_{s1,3}(A_2 + VC_2 T_{B5}) + (A_2 + VC_2 T_{B3}) K_{s1,3} \right) p_{s1} \quad (4.2-18)$$

Con todo, la variación neta de costos está dada por (4.2-19).

$$\begin{aligned} \frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} = & A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) (T_{B6} + K'_{s1,3}(T_{B5} - T_{B6})) \\ & - (1 - K'_{s1,3})(A_3 + VC_3 T_{B6}) - K'_{s1,3}(A_2 + VC_2 T_{B5}) \\ & + K_{s1,3}(A_1 + VC_1 T_{B3} - A_2 - VC_2 T_{B3}) \end{aligned} \quad (4.2-19)$$

Análogo es el procedimiento para las tecnologías de almacenamiento 2 y 3, obteniendo los resultados de la Tabla 4-6. Con éstos, ya se tiene toda la información necesaria para decidir cuál es el almacenamiento que se debe construir y en qué configuración. En este ejemplo corresponde al ESS 2 con alta expansión de la central de base, pues tiene el menor costo marginal sistémico (o costo reducido) asociado.

Tabla 4-6. Costo marginal (\$/MW) de la capacidad de almacenamiento en distintas configuraciones.

<i>Tecnología</i>	<i>Costo marginal sistémico de capacidad (\$/MW)</i>	<i>Configuración carga-descarga</i>
ESS 1	-8.860	Alta Expansión
ESS 2	-20.423	Alta Expansión
ESS 3	-17.614	Baja Expansión

Resta entonces determinar el límite de capacidad a instalar. Esto se logra resolviendo el problema de optimización planteado en (4.2-20). Este problema se puede resolver por inspección al reemplazar en las restricciones todos los parámetros conocidos.

$$\max p_{s1}$$

s.a.

$$p_{s1} \leq P_{B3} \quad (4.2-20)$$

$$K'_{s1,3} p_{s1} \leq P_{B5}$$

$$(1 - K'_{s1,3}) p_{s1} \leq P_{B6}$$

Finalmente se obtiene que la capacidad del almacenamiento 2 construida durante esta iteración corresponde a $p_{s2} = 2.903$ MW. El parque generador resultante de la iteración 1, que constituye el caso base para la iteración 2 es el ilustrado en la Figura 4-5.

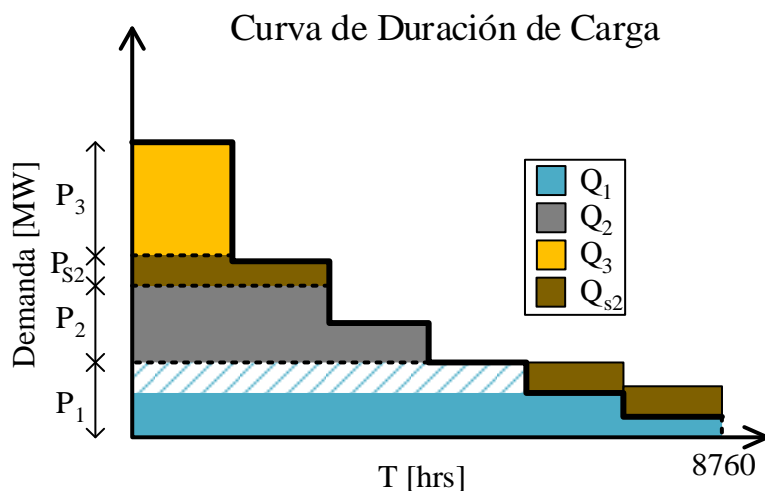


Figura 4-5. Resultado de iteración 1 y caso base de iteración 2.

4.2.3 Segunda iteración

Comienza una nueva iteración identificando las posibles configuraciones de carga-descarga para las tres tecnologías de almacenamiento disponibles. Como ya hay una tecnología de almacenamiento en el parque generador, surge una tercera alternativa de expansión. Ésta corresponde al desplazamiento del almacenamiento ya construido.

La Figura 4-6 muestra el impacto sobre el sistema de cada una de las tres configuraciones posibles. Se incluyen dos representaciones del ingreso con expansión que ilustran dos rangos de la misma, es decir, bajo cierto umbral se comporta como el gráfico de la esquina superior derecha, y sobre este umbral como el de la esquina inferior derecha.

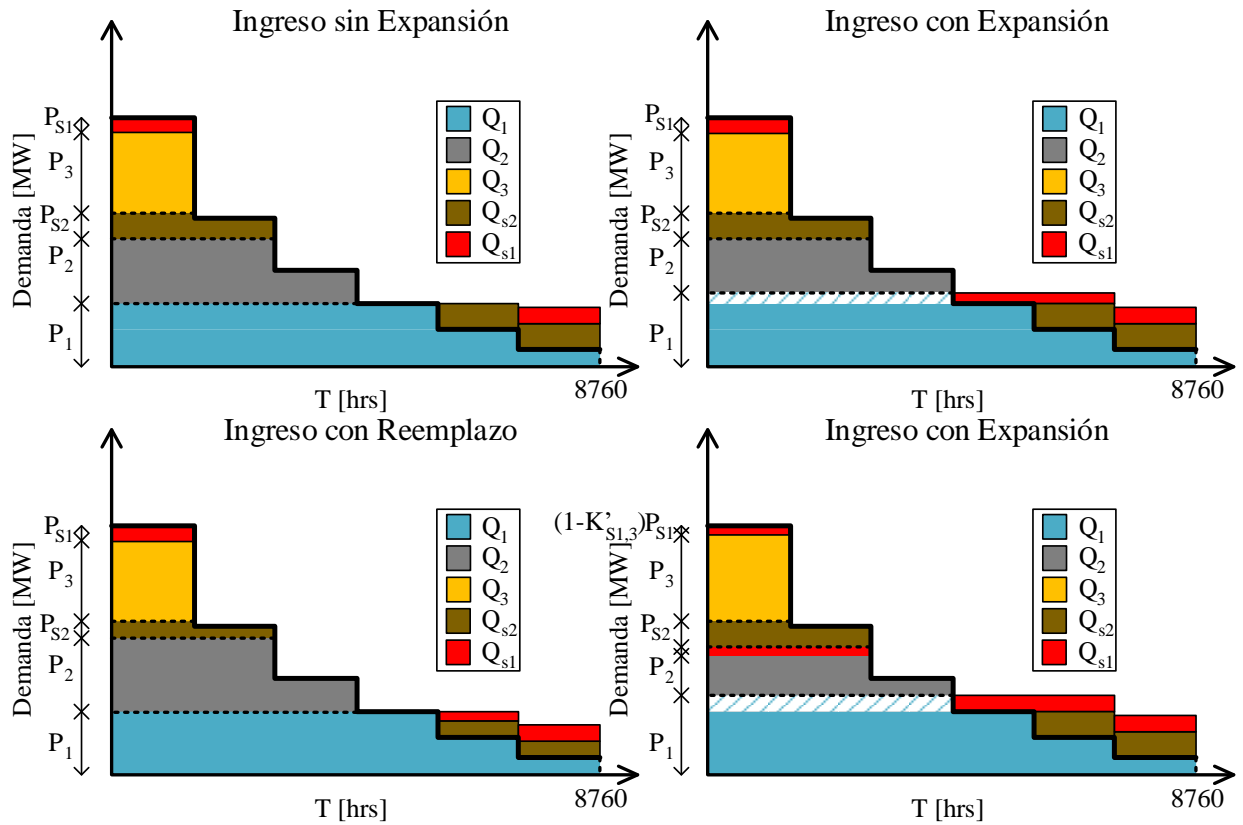


Figura 4-6. Configuraciones de carga-descarga factibles en segunda iteración para ESS 1.

Nuevamente se debe utilizar la restricción de balance energético para encontrar las ecuaciones correspondientes a cada configuración. De esta forma, para el almacenamiento 1, se obtiene lo siguiente:

- Ingreso sin expansión:

$$\frac{p_{s1}K'_{s1,1}T_{B6}}{\eta_{s1}} = p_{s1}K_{s1,1}(T_{B1} - T_{B2}) \tag{4.2-21}$$

$$K'_{s1,1} = \frac{\eta_{s1}(T_{B1} - T_{B2})}{T_{B6}} K_{s1,1} \tag{4.2-22}$$

- Ingreso con expansión:
 - Baja expansión:

$$\frac{p_{s1}T_{B6}}{\eta_{s1}} K'_{s1,2} = p_{s1} (T_{B1} - T_{B2} + K_{s1,2}(T_{B2} - T_{B4})) \tag{4.2-23}$$

$$K'_{s1,2} = \eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B2}}{T_{B6}} + K_{s1,2} \eta_{s1} \frac{(T_{B2} - T_{B4})}{T_{B6}} \quad (4.2-24)$$

- Alta expansión:

$$\frac{p_{s1} (T_{B6} + K'_{s1,3}(T_{B5} - T_{B6}))}{\eta_{s1}} = p_{s1} (T_{B1} - T_{B2} + K_{s1,3}(T_{B2} - T_{B4})) \quad (4.2-25)$$

$$K'_{s1,3} = \frac{\eta_{s1}(T_{B1} - T_{B2}) - T_{B6}}{T_{B5} - T_{B6}} + K_{s1,3} \frac{\eta_{s1}(T_{B2} - T_{B4})}{T_{B5} - T_{B6}} \quad (4.2-26)$$

- Ingreso con Reemplazo: En esta configuración ingresa la tecnología de almacenamiento analizada disminuyendo la capacidad instalada del ESS que ya se construyó en la iteración anterior. Esto libera energía para la carga del nuevo almacenamiento sin forzar la expansión de la central de base.
 - Bajo reemplazo: Este caso representa el comportamiento del sistema cuando es sólo una pequeña fracción del almacenamiento 2 la que se reemplaza por la nueva tecnología. Esto se ve reflejado en que la nueva tecnología sólo genera energía durante la demanda punta. Las ecuaciones (4.2-27) y (4.2-28) modelan el comportamiento del almacenamiento 1, mientras que (4.2-29) y (4.2-30) modelan el impacto que esta expansión tiene sobre el ESS 2.

$$\frac{p_{s1} T_{B6}}{\eta_{s1}} K'_{s1,4} = p_{s1} (T_{B1} - T_{B2} + K_{s1,4}(T_{B2} - T_{B3})) \quad (4.2-27)$$

$$K'_{s1,4} = \eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B2}}{T_{B6}} + K_{s1,4} \eta_{s1} \frac{T_{B2} - T_{B3}}{T_{B6}} \quad (4.2-28)$$

$$-\frac{p_{s1} (K_{s1,4} T_{B6} + K''_{s1,4}(T_{B5} - T_{B6}))}{\eta_{s2}} = -p_{s1} K_{s1,4} (T_{B1} - T_{B3}) \quad (4.2-29)$$

$$K''_{s1,4} = K_{s1,4} \frac{\eta_{s2}(T_{B1} - T_{B3}) - T_{B6}}{T_{B5} - T_{B6}} \quad (4.2-30)$$

- Alto reemplazo: Cuando la capacidad reemplazada es suficiente, la nueva tecnología inyecta energía al sistema durante horas de demanda no punta. El comportamiento de la propia tecnología se modela en (4.2-31) y (4.2-32), mientras que el impacto sobre el almacenamiento 2 se modela en (4.2-33) y (4.2-34).

$$p_{s1} \frac{T_{B6} + K'_{s1,5}(T_{B5} - T_{B6})}{\eta_{s1}} = p_{s1} (T_{B1} - T_{B2} + K_{s1,5}(T_{B2} - T_{B3})) \quad (4.2-31)$$

$$K'_{s1,5} = \frac{\eta_{s1}(T_{B1} - T_{B2}) - T_{B6}}{T_{B5} - T_{B6}} + K_{s1,5} \frac{\eta_{s1}(T_{B2} - T_{B3})}{T_{B5} - T_{B6}} \quad (4.2-32)$$

$$- \frac{p_{s1} (K_{s1,5} T_{B6} + K''_{s1,5}(T_{B5} - T_{B6}))}{\eta_{s2}} = -p_{s1} K_{s1,5} (T_{B1} - T_{B3}) \quad (4.2-33)$$

$$K''_{s1,5} = K_{s1,5} \frac{\eta_{s2}(T_{B1} - T_{B3}) - T_{B6}}{T_{B5} - T_{B6}} \quad (4.2-34)$$

Todo el conjunto de ecuaciones anteriormente expuesto representa el conjunto de configuraciones posibles para el almacenamiento 1 en la segunda iteración. Con esto se procede a determinar la configuración óptima.

El procedimiento comienza encontrando expresiones para el costo marginal sistémico del almacenamiento en función de los factores de incorporación y luego encontrar los valores de factores que lo minimicen. Estas expresiones nuevamente se encuentran gracias a un análisis gráfico de las implicancias de costo de cada configuración, obteniendo el conjunto de ecuaciones (4.2-35) que representan todas las configuraciones anteriormente expuestas.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} &= A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) K'_{s1,1} T_{B6} - K'_{s1,1} (A_3 + VC_3 T_{B6}) \\
\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} &= A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) K'_{s1,2} T_{B6} - K'_{s1,2} (A_3 + VC_3 T_{B6}) \\
&\quad + K_{s1,2} (A_1 + VC_1 T_{B4} - A_2 - VC_2 T_{B4}) \\
\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} &= A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) (T_{B6} + K'_{s1,3} (T_{B5} - T_{B6})) - K'_{s1,3} (A_2 + VC_2 T_{B5}) \\
&\quad - (1 - K'_{s1,3}) (A_3 + VC_3 T_{B6}) \\
&\quad + K_{s1,3} (A_1 + VC_1 T_{B4} - A_2 - VC_2 T_{B4}) \\
\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} &= A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) K'_{s1,4} T_{B6} - K'_{s1,4} (A_3 + VC_3 T_{B6}) - K_{s1,4} A_{s2} \\
&\quad - \left(\frac{VC_1}{\eta_{s2}} + \frac{RC_{s2}}{\omega_{s2}} \right) (K_{s1,4} T_{B6} + K''_{s1,4} (T_{B5} - T_{B6})) \\
&\quad + K''_{s1,4} (A_2 + VC_2 T_{B5}) + (K_{s1,4} - K''_{s1,4}) (A_3 + VC_3 T_{B6}) \\
\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} &= A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) (T_{B6} + K'_{s1,5} (T_{B5} - T_{B6})) - K'_{s1,5} (A_2 + VC_2 T_{B5}) \\
&\quad - (1 - K'_{s1,5}) (A_3 + VC_3 T_{B6}) - K_{s1,5} A_{s2} \\
&\quad - \left(\frac{VC_1}{\eta_{s2}} + \frac{RC_{s2}}{\omega_{s2}} \right) (K_{s1,5} T_{B6} + K''_{s1,5} (T_{B5} - T_{B6})) \\
&\quad + K''_{s1,5} (A_2 + VC_2 T_{B5}) + (K_{s1,5} - K''_{s1,5}) (A_3 + VC_3 T_{B6})
\end{aligned} \tag{4.2-35}$$

Luego se procede a encontrar las expresiones para el beneficio de expandir el ingreso en cada configuración, cuyo resultado se muestra en (4.2-36).

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} \right)}{\partial K_{s1,1}} &= \left(\left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) T_{B6} - (A_3 + VC_3 T_{B6}) \right) \frac{\eta_{s1} (T_{B1} - T_{B2})}{T_{B6}} \\
 \frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} \right)}{\partial K_{s1,2}} &= \left(\left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) T_{B6} - (A_3 + VC_3 T_{B6}) \right) \eta_{s1} \frac{(T_{B2} - T_{B4})}{T_{B6}} \\
 &\quad + (A_1 + VC_1 T_{B4} - A_2 - VC_2 T_{B4}) \\
 \frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} \right)}{\partial K_{s1,3}} &= \left(\left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) (T_{B5} - T_{B6}) - (A_2 + VC_2 T_{B5}) + A_3 \right. \\
 &\quad \left. + VC_3 T_{B6} \right) \frac{\eta_{s1} (T_{B2} - T_{B4})}{T_{B5} - T_{B6}} + (A_1 + VC_1 T_{B4} - A_2 - VC_2 T_{B4}) \\
 \frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} \right)}{\partial K_{s1,4}} &= \eta_{s1} \frac{T_{B2} - T_{B3}}{T_{B6}} \left(\left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) T_{B6} - (A_3 + VC_3 T_{B6}) \right) - A_{s2} \tag{4.2-36} \\
 &\quad - \left(\frac{VC_1}{\eta_{s2}} + \frac{RC_{s2}}{\omega_{s2}} \right) (\eta_{s2} (T_{B1} - T_{B3})) \\
 &\quad + \frac{\eta_{s2} (T_{B1} - T_{B3}) - T_{B6}}{T_{B5} - T_{B6}} ((A_2 + VC_2 T_{B5}) - A_3 - VC_3 T_{B6}) + (A_3 \\
 &\quad + VC_3 T_{B6}) \\
 \frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} \right)}{\partial K_{s1,5}} &= \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) \eta_{s1} (T_{B2} - T_{B3}) \\
 &\quad + \frac{\eta_{s1} (T_{B2} - T_{B3})}{T_{B5} - T_{B6}} (A_3 + VC_3 T_{B6} - A_2 - VC_2 T_{B5}) - A_{s2} \\
 &\quad - \left(\frac{VC_1}{\eta_{s2}} + \frac{RC_{s2}}{\omega_{s2}} \right) \eta_{s2} (T_{B2} - T_{B3}) \\
 &\quad + \frac{\eta_{s2} (T_{B1} - T_{B3}) - T_{B6}}{T_{B5} - T_{B6}} (A_2 + VC_2 T_{B5} - A_3 - VC_3 T_{B6}) + A_3 \\
 &\quad + VC_3 T_{B6}
 \end{aligned}$$

Las expresiones anteriores dependen completamente de parámetros conocidos y por tanto pueden ser evaluadas. Los resultados respectivos se presentan en la Tabla 4-7.

Tabla 4-7. Costo adicional de cada configuración expuesta para el almacenamiento 1, en la segunda iteración.

Configuración	Costo adicional $\frac{\partial(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}})}{\partial K_{s1,i}}$ (\$/MW)
<i>Sin Expansión</i>	-152.290
<i>Baja Expansión</i>	-259.080
<i>Alta Expansión</i>	-18.960
<i>Bajo Reemplazo</i>	-122.867
<i>Alto Reemplazo</i>	-14.330

La interpretación completa de la tabla anterior es como sigue:

- Se compara la alternativa sin expansión con la alternativa con baja expansión y con la alternativa con bajo reemplazo. Se concluye que es más conveniente la baja expansión.
- El respectivo factor de incorporación crece tanto como se pueda, es decir, $K'_{s1,2} = 0,06$.
- Luego se verifica que aumentar la expansión sigue siendo conveniente para el sistema pues su costo adicional es negativo.
- Se escoge entonces la Alta Expansión como configuración óptima y se obtiene que $K_{s1,3} = 0,61 \wedge K'_{s1,3} = 1$.

El procedimiento es análogo para el almacenamiento 3, que también puede reemplazar al almacenamiento 2. Para analizar las configuraciones posibles del almacenamiento 2, se debe descartar la posibilidad del reemplazo pues una tecnología no puede desplazarse a sí misma.

Resumiendo lo encontrado hasta ahora se presenta la Tabla 4-8, que muestra las configuraciones óptimas para cada tecnología y los factores correspondientes a cada una.

Tabla 4-8. Resumen de configuraciones óptimas de carga-descarga para primera iteración.

<i>Tecnología</i>	<i>Configuración óptima</i>	$K_{si,j}$	$K'_{si,j}$
<i>ESS 1</i>	Alta Expansión	0,61	1
<i>ESS 2</i>	Baja Expansión	0,09	1
<i>ESS 3</i>	Bajo Reemplazo	0,43	1

Con todos estos resultados es posible comparar las tecnologías según el costo marginal sistémico que cada una representa. En el caso del almacenamiento 1, este costo se calcula según (4.2-37), donde se utilizó que una fracción de la energía se inyecta durante horas punta y la restante durante horas de demanda no punta.

$$\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} = A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) (T_{B5}) - (A_2 + VC_2 T_{B5}) + 0,61(A_1 + VC_1 T_{B4} - A_2 - VC_2 T_{B4}) \tag{4.2-37}$$

Análogo es el procedimiento para las tecnologías de almacenamiento 2 y 3, obteniendo los resultados de la Tabla 4-9. Con éstos, ya se tiene toda la información necesaria para decidir cuál es el almacenamiento que se debe construir y en qué configuración. En esta iteración corresponde al ESS 3 con bajo reemplazo del almacenamiento 2, pues tiene el menor costo marginal sistémico asociado.

Tabla 4-9. Costo marginal (\$/MW) de la capacidad de almacenamiento en distintas configuraciones.

<i>Tecnología</i>	<i>Costo marginal sistémico de capacidad (\$/MW)</i>	<i>Configuración carga-descarga</i>
<i>ESS 1</i>	-530	Alta Expansión
<i>ESS 2</i>	-1.935	Baja Expansión
<i>ESS 3</i>	-15.508	Bajo Reemplazo

Resta entonces determinar el límite de capacidad a instalar. Esto se logra resolviendo el problema de optimización planteado en (4.2-20). Este problema se puede resolver por inspección al reemplazar en las restricciones todos los parámetros conocidos.

$$\max p_{s3}$$

s.a.

$$p_{s3}K_{s3,4} \leq P_{s2} \tag{4.2-38}$$

$$p_{s3}(1 - K_{s3,4}) \leq P_{B2} + P_{B3} - P_{s2}$$

$$p_{s3}(1 - K_{s3,4}0,3) \leq P_{B6} - 0,3P_{s2}$$

Finalmente, se encuentra que la capacidad construida del almacenamiento 3 corresponde a $p_{s3} = 4.065$ MW, lo que reduce al almacenamiento 2 a una potencia nominal de $p_{s2} = 1.161$ MW. El mix de tecnologías de generación y almacenamiento obtenido en la iteración 2 es el presentado en la Figura 4-7.

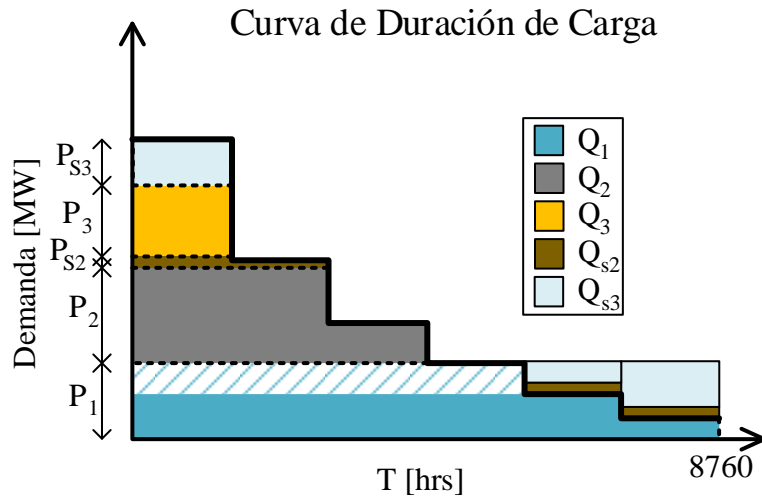


Figura 4-7. Parque generador resultante de la segunda iteración.

4.2.4 Tercera iteración

En el caso base de la tercera iteración participan dos de las tres tecnologías de almacenamiento disponibles, pero por otro lado no hay energía libre en la central de base. Esto implica que ahora cada tecnología cuenta con dos alternativas de incorporación al mix: expandir la central de base y aprovechar esa nueva energía disponible, o reemplazar alguno de los almacenamientos que ya forman parte del mix.

Se analizará en detalle el proceso para la tecnología de almacenamiento 1, la que puede ingresar reemplazando a cualquiera de las dos tecnologías restantes. De esta forma, las ecuaciones que representan la restricción de neutralidad energética para las distintas configuraciones posibles son:

- Baja expansión:

$$\frac{p_{s1}K'_{s1,1}T_{B6}}{\eta_{s1}} = p_{s1}K_{s1,1}(T_{B1} - T_{B4}) \quad (4.2-39)$$

$$K'_{s1,1} = K_{s1,1}\eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B4}}{T_{B6}}$$

- Bajo reemplazo de almacenamiento 2:

$$\frac{p_{s1}K'_{s1,2}T_{B6}}{\eta_{s1}} = p_{s1}K_{s1,2}(T_{B1} - T_{B3}) \quad (4.2-40)$$

$$K'_{s1,2} = K_{s1,2}\eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B3}}{T_{B6}}$$

$$-\frac{p_{s1} \left(K_{s1,2}T_{B6} + K''_{s1,2}(T_{B5} - T_{B6}) \right)}{\eta_{s2}} = -p_{s1}K_{s1,2}(T_{B1} - T_{B3}) \quad (4.2-41)$$

$$K''_{s1,2} = \frac{K_{s1,2}(\eta_{s2}(T_{B1} - T_{B3}) - T_{B6})}{T_{B5} - T_{B6}}$$

- Bajo reemplazo de almacenamiento 3:

$$\frac{p_{s1}K'_{s1,3}T_{B6}}{\eta_{s1}} = p_{s1} \left(T_{B1} - T_{B2} + K_{s1,3}(T_{B2} - T_{B3}) \right) \quad (4.2-42)$$

$$K'_{s1,3} = \eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B2}}{T_{B6}} + K_{s1,3}\eta_{s1} \frac{T_{B2} - T_{B3}}{T_{B6}}$$

$$-\frac{p_{s1}K''_{s1,3}T_{B6}}{\eta_{s3}} = -p_{s1} \left(T_{B1} - T_{B2} + K_{s1,3}(T_{B2} - T_{B3}) \right) \quad (4.2-43)$$

$$K''_{s1,3} = \eta_{s3} \frac{T_{B1} - T_{B2}}{T_{B6}} + K_{s1,3}\eta_{s3} \frac{T_{B2} - T_{B3}}{T_{B6}}$$

A continuación, se plantean las ecuaciones que representan el cambio en el costo total del sistema producido por la integración del almacenamiento 1 en las distintas configuraciones descritas. Por cada una de ellas se escribe además la variación que experimenta este cambio al aumentar la penetración de la configuración correspondiente.

$$\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} = A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) K'_{s1,1} T_{B6} - K'_{s1,1} (A_3 + VC_3 T_{B6}) + K_{s1,1} (A_1 + VC_1 T_{B4} - A_2 - VC_2 T_{B4})$$

$$\frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} \right)}{\partial K_{s1,1}} = A_1 + VC_1 T_{B4} - A_2 - VC_2 T_{B4} + \eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B3}}{T_{B6}} \left(\left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) T_{B6} - A_3 - VC_3 T_{B6} \right) \quad (4.2-44)$$

$$\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} = \left(A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) T_{B6} \right) K'_{s1,2} - K'_{s1,2} (A_3 + VC_3 T_{B6}) - K_{s1,2} \left(A_{s2} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s2}} + \frac{RC_{s2}}{\omega_{s2}} \right) \eta_{s2} (T_{B1} - T_{B3}) \right) + K''_{s1,2} (A_2 + VC_2 T_{B5}) + (K_{s1,2} - K''_{s1,2}) (A_3 + VC_3 T_{B6})$$

$$\frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} \right)}{\partial K_{s1,2}} = \eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B3}}{T_{B6}} \left(A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) T_{B6} - A_3 - VC_3 T_{B6} \right) + A_3 + VC_3 T_{B6} - \left(A_{s2} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s2}} + \frac{RC_{s2}}{\omega_{s2}} \right) \eta_{s2} (T_{B1} - T_{B3}) \right) + \frac{\eta_{s2} (T_{B1} - T_{B3}) - T_{B6}}{T_{B5} - T_{B6}} (A_2 + VC_2 T_{B5} - A_3 - VC_3 T_{B6}) \quad (4.2-45)$$

$$\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} = A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) T_{B6} K'_{s1,3} - K'_{s1,3} (A_3 + VC_3 T_{B6}) - \left(A_{s3} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s3}} + \frac{RC_{s3}}{\omega_{s3}} \right) T_{B6} K''_{s1,3} \right) + K''_{s1,3} (A_3 + VC_3 T_{B6})$$

$$\frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} \right)}{\partial K_{s1,3}} = \eta_{s1} \frac{T_{B2} - T_{B3}}{T_{B6}} \left(\left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) T_{B6} - A_3 - VC_3 T_{B6} \right) + \eta_{s3} \frac{T_{B2} - T_{B3}}{T_{B6}} \left(A_3 + VC_3 T_{B6} - \left(\frac{VC_1}{\eta_{s3}} + \frac{RC_{s3}}{\omega_{s3}} \right) T_{B6} \right) \quad (4.2-46)$$

Es posible evaluar entonces la tasa de cambio del costo marginal sistémico para las tres configuraciones descritas, obteniendo los resultados presentados en la Tabla 4-10. De estos resultados se desprende que la alternativa más conveniente es realizar una Baja Expansión.

Tabla 4-10. Costo adicional de cada configuración expuesta para el almacenamiento 1, en la tercera iteración.

Configuración	Costo adicional $\frac{\partial(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}})}{\partial K_{s1,i}}$ (\$/MW)
Baja Expansión	-259.080
Bajo Reemplazo ESS 2	48.843
Bajo Reemplazo ESS 3	-67.260

No obstante, aún no se verifica cuál es el impacto que tendría sobre los costos del sistema realizar una alta expansión. Éste es el análisis que se realiza a continuación.

Las ecuaciones de balance energético para el almacenamiento 1 cuando se considera una alta expansión son las presentadas en (4.2-47).

$$\frac{p_{s1} (T_{B6} + K'_{s1,4}(T_{B5} - T_{B6}))}{\eta_{s1}} = p_{s1} K_{s1,4}(T_{B1} - T_{B4}) \quad (4.2-47)$$

$$K'_{s1,4} = K_{s1,4} \eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B4}}{T_{B5} - T_{B6}} - \frac{T_{B6}}{T_{B5} - T_{B6}}$$

La tasa de cambio de los costos totales del sistema con respecto a la capacidad del almacenamiento 1, y la variación de esta tasa según la configuración se expresa en (4.2-48).

$$\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} = A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) K_{s1,4} \eta_{s1} (T_{B1} - T_{B4}) - (1 - K'_{s1,4})(A_3 + VC_3 T_{B6}) - K'_{s1,4}(A_2 + VC_2 T_{B5}) + K_{s1,4}(A_1 + VC_1 T_{B4} - A_2 - VC_2 T_{B4}) \quad (4.2-48)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} \right)}{\partial K_{s1,4}} = A_1 + VC_1 T_{B4} - A_2 - VC_2 T_{B4} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) \eta_{s1} (T_{B1} - T_{B4}) + \eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B4}}{T_{B5} - T_{B6}} (A_3 + VC_3 T_{B6} - A_2 - VC_2 T_{B5})$$

La evaluación de esta última expresión entrega un resultado menor que cero, y por tanto se desprende que la configuración en Alta Expansión también es conveniente para el sistema. Con esto se obtiene que los factores de incorporación para el almacenamiento 1 serán $K_{s1,4} = 0,74$ y $K'_{s1,4} = 1$.

Del análisis de estos factores de incorporación se desprende que aún es posible una mayor expansión pues $K_{s1,4}$ es menor que la unidad, lo que implica una subutilización de la capacidad en períodos de carga. Esto, a su vez, implica que se puede aumentar la energía consumida por el almacenamiento.

Se considera entonces una nueva configuración que no ha sido tratada anteriormente: Muy Alta Expansión. En esta nueva configuración el almacenamiento genera energía a potencia nominal durante los bloques de demanda 5 y 6, y durante el bloque 4 inyecta a una potencia menor. Las ecuaciones de balance energético se presentan en (4.2-49).

$$\frac{p_{s1} \left(T_{B5} + K'_{s1,5} (T_{B4} - T_{B5}) \right)}{\eta_{s1}} = p_{s1} K_{s1,5} (T_{B1} - T_{B4}) \quad (4.2-49)$$

$$K'_{s1,5} = K_{s1,5} \eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B4}}{T_{B4} - T_{B5}} - \frac{T_{B5}}{T_{B4} - T_{B5}}$$

Con estas expresiones es posible construir el costo marginal sistémico de incorporar el almacenamiento 1 en esta configuración y la tasa de cambio de este costo marginal con respecto a la configuración como se muestra en (4.2-50).

$$\begin{aligned} \frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} = & K_{s1,5} \left(A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) \eta_{s1} (T_{B1} - T_{B4}) + A_1 + VC_1 T_{B4} - A_2 \right. \\ & \left. - VC_2 T_{B4} - A_2 - VC_2 \eta_{s1} (T_{B1} - T_{B4}) \right) \end{aligned} \quad (4.2-50)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} \right)}{\partial K_{s1,5}} = & A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) \eta_{s1} (T_{B1} - T_{B4}) + A_1 + VC_1 T_{B4} - A_2 - VC_2 T_{B4} \\ & - A_2 - VC_2 \eta_{s1} (T_{B1} - T_{B4}) \end{aligned}$$

Evaluando, nuevamente se obtiene un beneficio para los costos del sistema y con esto se encuentran los factores de incorporación definitivos para el almacenamiento 1 dados por $K_{s1,5} = 1 \wedge K'_{s1,5} = 0,7$.

En conclusión, de ser el almacenamiento 1 el nuevo en integrarse al mix de tecnologías, éste ingresaría en una configuración de Muy Alta Expansión.

Todo el proceso anterior se realiza para el almacenamiento 2 y 3, y se obtienen los resultados de la Tabla 4-11. En ésta se presentan las configuraciones óptimas de todas las tecnologías disponibles y los respectivos factores de incorporación.

Tabla 4-11. Resumen de configuraciones óptimas de carga-descarga para tercera iteración.

<i>Tecnología</i>	<i>Configuración óptima</i>	$K_{si,j}$	$K'_{si,j}$
<i>ESS 1</i>	Muy Alta Expansión	1	0,7
<i>ESS 2</i>	Alta Expansión	1	1,55
<i>ESS 3</i>	Bajo Reemplazo	0,43	1

Es importante destacar que en esta iteración se encuentra un factor de incorporación superior a la unidad. La obtención de este factor, y por qué éste sí puede ser mayor a uno se detalla en lo que sigue.

Las ecuaciones de balance energético para la configuración de alta expansión del ESS 2 son las presentadas en (4.2-51).

$$\frac{p_{s2} \left(T_{B6} + K'_{s2,3} (T_{B5} - T_{B6}) \right)}{\eta_{s2}} = p_{s2} K_{s2,3} (T_{B1} - T_{B4}) \quad (4.2-51)$$

$$K'_{s2,3} = K_{s2,3} \eta_{s2} \frac{T_{B1} - T_{B4}}{T_{B5} - T_{B6}} - \frac{T_{B6}}{T_{B5} - T_{B6}}$$

Luego corresponde evaluar el impacto económico de esta configuración, lo que se hace en (4.2-52).

$$\begin{aligned} \frac{\partial CT}{\partial p_{s2}} &= K_{s2,3} \left(A_{s2} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s2}} + \frac{RC_{s2}}{\omega_{s2}} \right) \eta_{s2} (T_{B1} - T_{B4}) + A_1 + VC_1 T_{B4} - A_2 \right. \\ &\quad \left. - VC_2 T_{B4} \right) - (K_{s2,3} - K'_{s2,3}) (A_3 + VC_3 T_{B6}) \\ &\quad - K'_{s2,3} (A_2 - VC_2 T_{B5}) \end{aligned} \quad (4.2-52)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s2}} \right)}{\partial K_{s2,3}} &= A_{s2} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s2}} + \frac{RC_{s2}}{\omega_{s2}} \right) \eta_{s2} (T_{B1} - T_{B4}) + A_1 + VC_1 T_{B4} - A_2 - VC_2 T_{B4} \\ &\quad - A_3 - VC_3 T_{B6} + \eta_{s2} \frac{T_{B1} - T_{B4}}{T_{B5} - T_{B6}} (A_3 + VC_3 T_{B6} - A_2 - VC_2 T_{B5}) \end{aligned}$$

De las expresiones anteriores se desprende que es conveniente para el sistema integrar la segunda tecnología de almacenamiento. No obstante, se debe prestar especial atención en lo que ocurre con esta energía adicional disponible.

Como se vio en (4.2-51), al integrar una capacidad de almacenamiento 2 equivalente a $p_{s2}K_{s2,3}$, esta tecnología adquiere energía por un total de $p_{s2}K_{s2,3}(T_{B1} - T_{B4})$. De ésta, la energía aprovechable es $p_{s2}K_{s2,3}(T_{B1} - T_{B4})\eta_{s2}$. Reemplazando los valores, ésta equivale a $2,55p_{s2}K_{s2,3}T$, donde se usó que T es la duración de un bloque de demanda, pues se está trabajando con bloques equiespaciados.

Por otro lado, la energía que puede descargar esta nueva capacidad construida del almacenamiento 2 será $p_{s2}K_{s2,3}T_{B5}$ o, equivalentemente, $2p_{s2}K_{s2,3}T$. Comparando la energía disponible y la energía descargable queda en evidencia que hay más energía disponible de la que efectivamente se puede utilizar. Ahora bien, recordando que existe capacidad instalada de iteraciones anteriores y más aún, que una fracción de esta capacidad está inutilizada en modo generación, se puede recurrir a esta capacidad sub-utilizada para generar la energía adicional.

La Figura 4-8 muestra gráficamente el impacto que tiene la expansión del almacenamiento 2. Hay que destacar que, por el lado del consumo, ocurre una expansión de la central de base que reemplaza a la térmica 2. Por el lado de la generación, aumenta la inyección en la capacidad recién instalada, reemplazando a la térmica 2 y se añade nueva energía utilizando la capacidad de generación sub-utilizada. El impacto neto de esta expansión es desplazar “hacia abajo” el almacenamiento 2, el que ahora reemplaza en mayor medida a la central térmica 2 y se debe compensar aumentando la capacidad instalada en central térmica de punta.

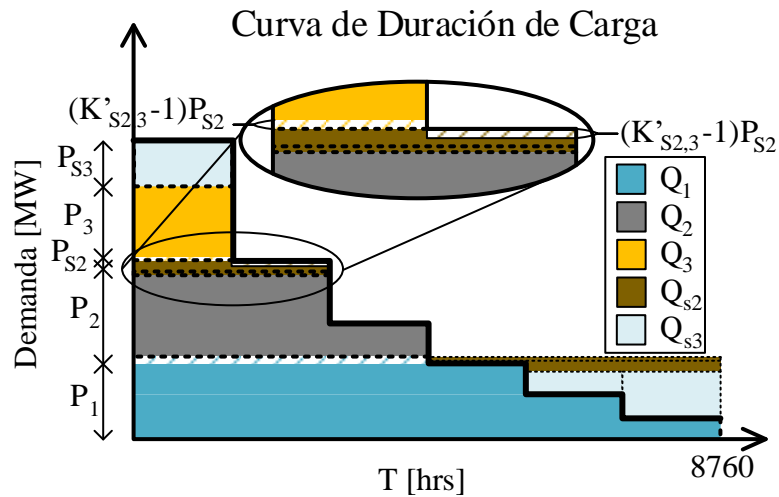


Figura 4-8. Ingreso con expansión del almacenamiento 2.

En conclusión, el factor de incorporación puede ser mayor que la unidad cuando se trabaja con una tecnología que tenga capacidad sub-utilizada.

Posteriormente se debe cuantificar el beneficio que produce la inclusión de cada tecnología en su configuración óptima. Esto se realiza reemplazando los valores de los factores de incorporación en las respectivas ecuaciones. Para el almacenamiento 1, por ejemplo, se reemplaza el valor de $K_{s1,5}$ en (4.2-50).

De esta forma se obtienen los resultados de la Tabla 4-12, de donde se desprende que es la tecnología 2 la que se integra en su configuración de Alta Expansión.

Tabla 4-12. Costo marginal (\$/MW) de la capacidad de almacenamiento en distintas configuraciones.

Tecnología	Costo marginal sistémico de capacidad (\$/MW)	Configuración carga-descarga
ESS 1	-530	Muy Alta Expansión
ESS 2	-1.935	Alta Expansión
ESS 3	-1.837	Bajo Reemplazo

Luego se debe determinar el límite de capacidad a instalar. Esto se logra resolviendo el problema de optimización planteado en (4.2-53), donde $K_{s2}^{(2)}$ representa el factor de incorporación de la iteración 2. Este problema se puede resolver por inspección al reemplazar en las restricciones todos los parámetros conocidos.

$$\max p_{s2}$$

s.a.

(4.2-53)

$$p_{s2} \leq P_{B4}$$

$$p_{s2} \leq P_{s2} (1 - K_{s2}^{(2)}) (K'_{s2,3} - K_{s2,3})$$

Finalmente se encuentra que la capacidad construida del almacenamiento 2 corresponde a $p_{s2} = 633$ MW, lo que se traduce en que la capacidad total P_{s2} será de 1.795 MW. El mix de tecnologías de generación y almacenamiento obtenido en la iteración 3 es el presentado en la Figura 4-9.

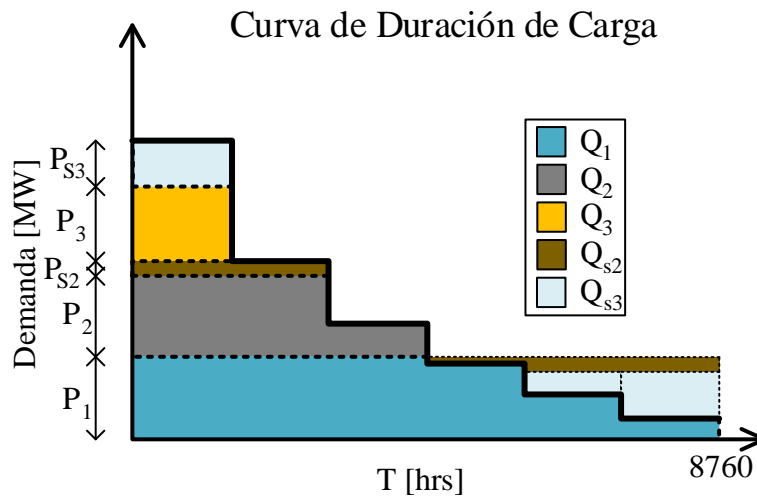


Figura 4-9. Parque generador resultante de la tercera iteración.

4.2.5 Cuarta iteración

En el caso base de la cuarta iteración existen dos tecnologías de almacenamiento que integran el mix. Ambas se encuentran topadas en capacidad de generación, pero tienen capacidad ociosa en consumo. No existe energía disponible por parte de la central de base.

Por lo anterior, las alternativas de integración para esta nueva iteración serán sólo aquellas basadas en expandir la central de base o en reemplazar el almacenamiento existente.

La tecnología de almacenamiento 1, entonces, puede incorporarse al mix expandiendo la central de base o reemplazando a ambos almacenamientos existentes. Las ecuaciones de balance energético de cada una de estas configuraciones se presentan a continuación.

- Baja expansión:

$$\frac{p_{s1}K'_{s1,1}T_{B6}}{\eta_{s1}} = p_{s1}K_{s1,1}(T_{B1} - T_{B4}) \quad (4.2-54)$$

$$K'_{s1,1} = K_{s1,1}\eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B4}}{T_{B6}}$$

- Bajo reemplazo de almacenamiento 2:

$$\frac{p_{s1}K'_{s1,2}T_{B6}}{\eta_{s1}} = p_{s1}K_{s1,2}(T_{B1} - T_{B4}) \quad (4.2-55)$$

$$K'_{s1,2} = K_{s1,2}\eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B4}}{T_{B6}}$$

$$\frac{-p_{s2}(T_{B6} + K''_{s1,2}(T_{B5} - T_{B6}))}{\eta_{s2}} = -p_{s2}K_{s1,2}(T_{B1} - T_{B4}) \quad (4.2-56)$$

$$K''_{s1,2} = K_{s1,2}\eta_{s2} \frac{T_{B1} - T_{B4}}{T_{B5} - T_{B6}} - \frac{T_{B6}}{T_{B5} - T_{B6}}$$

- Bajo reemplazo de almacenamiento 3:

$$\frac{p_{s1}K'_{s1,3}T_{B6}}{\eta_{s1}} = p_{s1}(T_{B1} - T_{B2} + K_{s1,3}(T_{B2} - T_{B3})) \quad (4.2-57)$$

$$K'_{s1,3} = \eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B2}}{T_{B6}} + K_{s1,3}\eta_{s1} \frac{T_{B2} - T_{B3}}{T_{B6}}$$

$$-\frac{p_{s1}K''_{s1,3}T_{B6}}{\eta_{s3}} = -p_{s1} \left(T_{B1} - T_{B2} + K_{s1,3}(T_{B2} - T_{B3}) \right) \quad (4.2-58)$$

$$K''_{s1,3} = \eta_{s3} \frac{T_{B1} - T_{B2}}{T_{B6}} + K_{s1,3} \eta_{s3} \frac{T_{B2} - T_{B3}}{T_{B6}}$$

Con las expresiones anteriores es posible encontrar el cambio en los costos totales que cada unidad de capacidad instalada traerá al sistema, y cómo este cambio varía al variar la penetración de la configuración. Las siguientes expresiones son las obtenidas:

$$\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} = K_{s1,1} \left(A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{21}}{\omega_{s1}} \right) \eta_{s1} (T_{B1} - T_{B4}) + A_1 + VC_1 T_{B4} - A_2 - VC_2 T_{B4} \right) - K'_{s1,1} (A_3 + VC_3 T_{B6}) \quad (4.2-59)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} \right)}{\partial K_{s1,1}} = A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{21}}{\omega_{s1}} \right) \eta_{s1} (T_{B1} - T_{B4}) + A_1 + VC_1 T_{B4} - A_2 - VC_2 T_{B4} - \eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B4}}{T_{B6}} (A_3 + VC_3 T_{B6})$$

$$\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} = K_{s1,2} \left(A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) \eta_{s1} (T_{B1} - T_{B4}) - A_{s2} - \left(\frac{VC_1}{\eta_{s2}} + \frac{RC_{s2}}{\omega_{s2}} \right) \eta_{s2} (T_{B1} - T_{B4}) \right) - K'_{s1,2} (A_3 + VC_3 T_{B6}) - (K''_{s1,2} - K_{s1,2}) (A_3 + VC_3 T_{B6}) + K''_{s1,2} (A_2 + VC_2 T_{B5})$$

$$\frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} \right)}{\partial K_{s1,2}} = A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) \eta_{s1} (T_{B1} - T_{B4}) - A_{s2} - \left(\frac{VC_1}{\eta_{s2}} + \frac{RC_{s2}}{\omega_{s2}} \right) \eta_{s2} (T_{B1} - T_{B4}) + A_3 + VC_3 T_{B6} + \eta_{s2} \frac{T_{B1} - T_{B4}}{T_{B5} - T_{B6}} (A_2 + VC_2 T_{B5} - A_3 - VC_3 T_{B6}) - \eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B4}}{T_{B6}} (A_3 + VC_3 T_{B6}) \quad (4.2-60)$$

$$\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} = A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) T_{B6} K'_{s1,3} - K'_{s1,3} (A_3 + VC_3 T_{B6}) - \left(A_{s3} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s3}} + \frac{RC_{s3}}{\omega_{s3}} \right) T_{B6} K''_{s1,3} \right) + K''_{s1,3} (A_3 + VC_3 T_{B6}) \quad (4.2-61)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} \right)}{\partial K_{s1,3}} = \eta_{s1} \frac{T_{B2} - T_{B3}}{T_{B6}} \left(\left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) T_{B6} - A_3 - VC_3 T_{B6} \right) + \eta_{s3} \frac{T_{B2} - T_{B3}}{T_{B6}} \left(A_3 + VC_3 T_{B6} - \left(\frac{VC_1}{\eta_{s3}} + \frac{RC_{s3}}{\omega_{s3}} \right) T_{B6} \right)$$

Estas expresiones pueden ser evaluadas y comparadas entre sí para determinar cuál es la configuración a la que se le debe dedicar atención. Esta evaluación produce los resultados mostrados en la Tabla 4-13, la que permite identificar que la configuración óptima es la de expansión de la tecnología de base.

Tabla 4-13. Comparación de configuraciones para el almacenamiento 1.

Configuración	Costo adicional $\frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} \right)}{\partial K_{s1,i}}$ (\$/MW)
Baja Expansión	-231.370
Bajo Reemplazo ESS 2	-128.735
Bajo Reemplazo ESS 3	-67.260

El siguiente paso corresponde a evaluar si será más conveniente una baja, una alta, o una muy alta expansión. Para lograrlo se deben plantear las ecuaciones de balance energético de cada una de estas alternativas. Esto se realiza considerando que una alta expansión es aquella que permite que el almacenamiento 1 inyecte energía durante los bloques de demanda 5 y 6, y una muy alta expansión será aquella que permita la inyección durante los bloques 4, 5, y 6. Las ecuaciones se presentan a continuación:

- Alta expansión:

$$\frac{p_{s1} \left(T_{B6} + K'_{s1,4} (T_{B5} - T_{B6}) \right)}{\eta_{s1}} = p_{s1} K_{s1,4} (T_{B1} - T_{B4}) \tag{4.2-62}$$

$$K'_{s1,4} = K_{s1,4} \eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B4}}{T_{B5} - T_{B6}} - \frac{T_{B6}}{T_{B5} - T_{B6}}$$

- Muy Alta Expansión:

$$p_{s1} \frac{T_{B5} + K'_{s1,5}(T_{B4} - T_{B5})}{\eta_{s1}} = p_{s1} K_{s1,5}(T_{B1} - T_{B4}) \quad (4.2-63)$$

$$K'_{s1,5} = K_{s1,5} \eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B4}}{T_{B4} - T_{B5}} - \frac{T_{B5}}{T_{B4} - T_{B5}}$$

Con lo anterior es posible plantear las ecuaciones económicas, lo que permite obtener las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} = & A_{s1} + K_{s1,4} \left(\left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) \eta_{s1} (T_{B1} - T_{B4}) + A_1 + VC_1 T_{B4} - A_2 \right. \\ & \left. - VC_2 T_{B4} \right) - K'_{s1,4} (A_2 + VC_2 T_{B5}) - (1 - K'_{s1,4}) (A_3 + VC_3 T_{B6}) \end{aligned} \quad (4.2-64)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} \right)}{\partial K_{s1,4}} = & \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) \eta_{s1} (T_{B1} - T_{B4}) + A_1 + VC_1 T_{B4} - A_2 - VC_2 T_{B4} \\ & + \eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B4}}{T_{B5} - T_{B6}} (A_3 + VC_3 T_{B6} - A_2 - VC_2 T_{B5}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} = & A_{s1} + K_{s1,5} \left(\left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) \eta_{s1} (T_{B1} - T_{B4}) - A_2 - VC_2 \eta_{s1} (T_{B1} - T_{B4}) \right. \\ & \left. + A_1 + VC_1 T_{B4} - A_2 - VC_2 T_{B4} \right) \end{aligned} \quad (4.2-65)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} \right)}{\partial K_{s1,5}} = & \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) \eta_{s1} (T_{B1} - T_{B4}) - A_2 - VC_2 \eta_{s1} (T_{B1} - T_{B4}) + A_1 \\ & + VC_1 T_{B4} - A_2 - VC_2 T_{B4} \end{aligned}$$

La evaluación de las expresiones anteriores permite obtener los siguientes valores para sus costos adicionales, presentados en la Tabla 4-14.

Tabla 4-14. Costos adicionales para la expansión de central de base.

<i>Configuración</i>	<i>Costo adicional</i> $\frac{\partial(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}})}{\partial K_{s1,i}}$ (\$/MW)
<i>Baja Expansión</i>	-231.370
<i>Alta Expansión</i>	-51.190
<i>Muy Alta Expansión</i>	-180.530

Estos resultados permiten concluir que el almacenamiento 1, de integrarse al parque generador, lo haría con su configuración de carga-descarga en Muy Alta Expansión.

Se efectúa el proceso análogo para las tecnologías de almacenamiento 2 y 3 y se encuentran los resultados presentados en la Tabla 4-15, que resume las configuraciones óptimas de las tres tecnologías de almacenamiento consideradas.

Tabla 4-15. Resumen de configuraciones óptimas de carga-descarga para tercera iteración.

<i>Tecnología</i>	<i>Configuración óptima</i>	$K_{si,j}$	$K'_{si,j}$
<i>ESS 1</i>	Muy Alta Expansión	1	0,7
<i>ESS 2</i>	Alta Expansión	0,78	1
<i>ESS 3</i>	Baja Expansión	0,48	1

Posteriormente se plantean las ecuaciones económicas para las tres configuraciones anteriores de forma de determinar el beneficio económico asociado a cada una de ellas. Esto se presenta en las siguientes 3 ecuaciones.

$$\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} = A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) \eta_{s1}(T_{B1} - T_{B4}) - A_2 - VC_2 \eta_{s1}(T_{B1} - T_{B4}) + A_1 + VC_1 T_{B4} - A_2 - VC_2 T_{B4} \quad (4.2-66)$$

$$\frac{\partial CT}{\partial p_{s2}} = A_{s2} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s2}} + \frac{RC_{s2}}{\omega_{s2}} \right) T_{B5} + 0,78(A_1 + VC_1 T_{B4} - A_2 - VC_2 T_{B4}) - A_2 - VC_2 T_{B4} \quad (4.2-67)$$

$$\frac{\partial CT}{\partial p_{s3}} = 0,48(A_1 + VC_1T_{B4} - A_2 - VC_2T_{B4}) + A_{s3} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s3}} + \frac{RC_{s3}}{\omega_{s3}}\right)T_{B6} - A_3 - VC_3T_{B6} \quad (4.2-68)$$

La evaluación de las expresiones anteriores permite obtener los resultados presentados en la Tabla 4-16. Estos resultados demuestran que será la tecnología de almacenamiento 1 la que se integra al sistema en esta iteración en su configuración de Muy Alta Expansión.

Tabla 4-16. Costo marginal (\$/MW) de la capacidad de almacenamiento en distintas configuraciones.

<i>Tecnología</i>	<i>Costo marginal sistémico de capacidad (\$/MW)</i>	<i>Configuración carga-descarga</i>
ESS 1	-530	Muy Alta Expansión
ESS 2	-94	Alta Expansión
ESS 3	195	Baja Expansión

Posteriormente se debe encontrar la capacidad a instalar, la que se obtiene de resolver el problema de optimización descrito por (4.2-69).

$$\begin{aligned} & \max p_{s1} \\ \text{s.a.} & \\ & p_{s1} \leq P_{B4} \\ & p_{s1}(K'_{s1,5} + K_{s1,5}) \leq P_{B4} \end{aligned} \quad (4.2-69)$$

Este problema se puede resolver por inspección al realizar los reemplazos correspondientes. Con todo, la capacidad a construir del almacenamiento 1 será $p_{s1} = 1.905$ MW. El parque generador resultante de la cuarta iteración es como se muestra en la Figura 4-10.

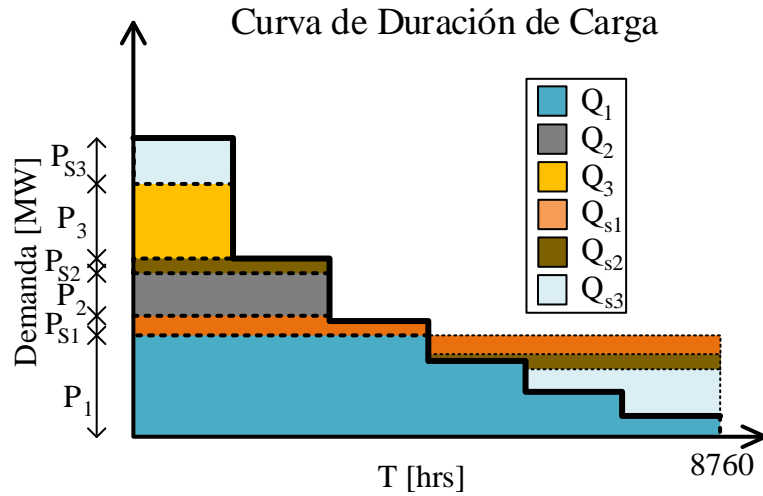


Figura 4-10. Parque generador resultante de la cuarta iteración.

4.2.6 Quinta iteración y criterio de detención

En el parque generador que constituye el caso base para la iteración número cinco, ya se han integrado las seis tecnologías disponibles para la planificación. Por lo anterior, en esta iteración las tres tecnologías de almacenamiento cuentan con tres configuraciones disponibles: expansión de la central de base y reemplazo de las otras dos tecnologías de almacenamiento. No obstante, se ha de destacar que para los ESS 2 y 3, expandir la central de base implica de igual forma reemplazar capacidad del almacenamiento 1. Con esto en mente, se procede a plantear las ecuaciones de balance energético para las alternativas de expansión del almacenamiento 1.

- Expansión: En esta iteración, expandir la central de base implica desplazar la capacidad existente del almacenamiento 1 hacia la punta.

$$\frac{p_{s1}K'_{s1,1}T_{B6}}{\eta_{s1}} = p_{s1}K_{s1,1}(T_{B1} - T_{B4})$$

$$K'_{s1,1} = K_{s1,1}\eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B4}}{T_{B6}} \tag{4.2-70}$$

$$p_{s1}K''_{s1,1}T_{B5} = p_{s1}K_{s1,1}T_{B4}$$

$$K''_{s1,1} = \frac{K_{s1,1}T_{B4}}{T_{B5}}$$

- Reemplazo almacenamiento 2:

$$\frac{p_{s1}K'_{s1,2}T_{B6}}{\eta_{s1}} = p_{s1}K_{s1,2}(T_{B1} - T_{B4}) \tag{4.2-71}$$

$$K'_{s1,2} = K_{s1,2} \eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B4}}{T_{B6}}$$

$$-\frac{p_{s1} (K_{s1,2} T_{B6} + K''_{s1,2} (T_{B5} - T_{B6}))}{\eta_{s2}} = -p_{s1} K_{s1,2} (T_{B1} - T_{B4})$$

$$K''_{s1,2} = \frac{K_{s1,2} (\eta_{s2} (T_{B1} - T_{B4}) - T_{B6})}{T_{B5} - T_{B6}}$$

- Reemplazo almacenamiento 3:

$$\frac{p_{s1} K'_{s1,3} T_{B6}}{\eta_{s1}} = p_{s1} (T_{B1} - T_{B2} + K_{s1,3} (T_{B2} - T_{B3}))$$

$$K'_{s1,3} = \frac{(T_{B1} - T_{B2}) \eta_{s1}}{T_{B6}} + K_{s1,3} \eta_{s1} \frac{T_{B2} - T_{B3}}{T_{B6}}$$

$$-\frac{p_{s1} K''_{s1,3} T_{B6}}{\eta_{s3}} = -p_{s1} (T_{B1} - T_{B2} + K_{s1,3} (T_{B2} - T_{B3})) \quad (4.2-72)$$

$$K''_{s1,3} = \frac{(T_{B1} - T_{B2}) \eta_{s3}}{T_{B6}} + K_{s1,3} \eta_{s3} \frac{T_{B2} - T_{B3}}{T_{B6}}$$

Las expresiones anteriores pueden ser utilizadas para determinar el impacto sobre los costos de cada una de las alternativas de integración consideradas. Las expresiones correspondientes se presentan a continuación:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} &= (K'_{s1,1} + K''_{s1,1} - K_{s1,1})A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}}\right)K_{s1,1}\eta_{s1}(T_{B1} - T_{B4}) \\
 &\quad - K'_{s1,1}(A_3 + VC_3T_{B6}) + K_{s1,1}(A_1 + VC_1T_{B4}) \\
 &\quad - K''_{s1,1}(A_2 + VC_2T_{B5}) \\
 \frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}}\right)}{\partial K_{s1,1}} &= -A_{s1} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}}\right)\eta_{s1}(T_{B1} - T_{B4}) + A_1 + VC_1T_{B4} \\
 &\quad + \eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B4}}{T_{B6}} (A_{s1} - A_3 - VC_3T_{B6}) \\
 &\quad + \frac{T_{B4}}{T_{B5}} (A_{s1} - A_2 - VC_2T_{B5})
 \end{aligned} \tag{4.2-73}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} &= K_{s1,2} \left(\left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) \eta_{s1} (T_{B1} - T_{B4}) - A_{s2} \right. \\
 &\quad \left. - \left(\frac{VC_1}{\eta_{s2}} + \frac{RC_{s2}}{\omega_{s2}} \right) \eta_{s2} (T_{B1} - T_{B4}) \right) + K'_{s1,2} (A_{s1} - A_3 - VC_3T_{B6}) \\
 &\quad - (K''_{s1,2} - K_{s1,2}) (A_3 - VC_3T_{B6}) + K''_{s1,2} (A_2 + VC_2T_{B5}) \\
 \frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}}\right)}{\partial K_{s1,2}} &= \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) \eta_{s1} (T_{B1} - T_{B4}) - A_{s2} \\
 &\quad - \left(\frac{VC_1}{\eta_{s2}} + \frac{RC_{s2}}{\omega_{s2}} \right) \eta_{s2} (T_{B1} - T_{B4}) + A_3 + VC_3T_{B6} \\
 &\quad + \eta_{s1} \frac{T_{B1} - T_{B4}}{T_{B6}} (A_{s1} - A_3 - VC_3T_{B6}) \\
 &\quad + \frac{\eta_{s2} (T_{B1} - T_{B4}) - T_{B6}}{T_{B5} - T_{B6}} (A_2 + VC_2T_{B5} - A_3 - VC_3T_{B6})
 \end{aligned} \tag{4.2-74}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial CT}{\partial p_{s1}} &= A_{s1} + K'_{s1,3} \left(\left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) T_{B6} - A_3 - VC_3T_{B6} \right) - A_{s3} \\
 &\quad - K''_{s1,3} \left(\left(\frac{VC_1}{\eta_{s3}} + \frac{RC_{s3}}{\omega_{s3}} \right) T_{B6} - A_3 - VC_3T_{B6} \right)
 \end{aligned} \tag{4.2-75}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \left(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}}\right)}{\partial K_{s1,3}} &= \eta_{s1} \frac{T_{B2} - T_{B3}}{T_{B6}} \left(\left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{s1}}{\omega_{s1}} \right) T_{B6} - A_3 - VC_3T_{B6} \right) \\
 &\quad - \eta_{s3} \frac{T_{B2} - T_{B3}}{T_{B6}} \left(\left(\frac{VC_1}{\eta_{s3}} + \frac{RC_{s3}}{\omega_{s3}} \right) T_{B6} - A_3 - VC_3T_{B6} \right)
 \end{aligned}$$

Con esto se obtienen los resultados presentados en la Tabla 4-17, de la que se desprende que la configuración óptima es aquella que reemplaza al almacenamiento 3.

Tabla 4-17. Comparación de configuraciones para el almacenamiento 1.

<i>Configuración</i>	<i>Costo adicional $\frac{\partial(\frac{\partial CT}{\partial p_{s1}})}{\partial K_{s1,i}}$ (\$/MW)</i>
<i>Baja Expansión</i>	92.130
<i>Bajo Reemplazo ESS 2</i>	76.565
<i>Bajo Reemplazo ESS 3</i>	-67.260

Lo anterior implica que los factores de incorporación de esta tecnología serán $K_{s1,3} = 0,11$, $K'_{s1,3} = 1$ y $K''_{s1,3} = 0,78$. Reemplazando estos valores en la expresión que permite calcular el costo marginal sistémico de este almacenamiento, (4.2-75), se obtiene que este costo marginal es de 5.267 \$/MW. Es decir, aun siendo ésta la configuración más conveniente, no representa beneficios para el sistema y la tecnología 1 no expandirá su capacidad en esta iteración. Por lo mismo, no se prosigue el análisis con la configuración de Alto Reemplazo.

El proceso es análogo para las tecnologías ESS 2 y 3, de donde se obtienen los resultados presentados en la Tabla 4-18. De aquí se desprende que ninguna de las tres tecnologías de almacenamiento estudiadas puede disminuir los costos totales del sistema, y es posible asegurar que el parque generador encontrado en la iteración anterior corresponde al mix óptimo de tecnologías de generación y almacenamiento.

Tabla 4-18. Costo marginal (\$/MW) de la capacidad de almacenamiento en distintas configuraciones.

<i>Tecnología</i>	<i>Costo marginal sistémico de capacidad (\$/MW)</i>	<i>Configuración carga-descarga</i>
<i>ESS 1</i>	5.267	Bajo Reemplazo ESS 3
<i>ESS 2</i>	9	Bajo Reemplazo ESS 3
<i>ESS 3</i>	252	Bajo Reemplazo ESS 2

4.2.7 Resumen del resultado

En conclusión, tras la aplicación de la metodología desarrollada a un problema teórico, se pudo encontrar el mix óptimo de tecnologías de generación y almacenamiento. El parque generador encontrado tiene la composición presentada en la Tabla 4-19. En ésta, queda en evidencia cómo la metodología propuesta converge efectivamente al óptimo cuando éste es calculado utilizando los mismos supuestos.

Tabla 4-19. Comparación de resultados obtenidos con la metodología desarrollada y el problema numérico equivalente. Capacidades en MW.

<i>Tecnología</i>	<i>Metodología simplificada</i>	<i>Método numérico</i>
<i>Térmica 1</i>	9.700	9.700
<i>ESS 1</i>	1.905	1.905
<i>Térmica 2</i>	3.441	3.441
<i>ESS 2</i>	1.795	1.795
<i>Térmica 3</i>	7.549	7.549
<i>ESS 3</i>	4.065	4.065

4.3 Sistema Eléctrico Nacional 2050

Se aplicó el algoritmo a una proyección de la demanda en el Sistema Eléctrico Nacional al año 2050. Esta proyección se basó en el estudio de previsión de la demanda encargado por el CDEC-SIC durante el año 2015 [34].

La meta gubernamental de tener una penetración del 70% de energía renovable será utilizada como referencia y se analizan 3 casos. El primero es de una expansión inferior a la esperada lo que se representa con un 60% de penetración ERNC, el segundo es del cumplimiento de la meta y el tercero corresponde a una expansión acelerada que logra una penetración del 80% de energías renovables variables.

Se trabaja exclusivamente con fuentes solares y eólicas, y sus respectivas capacidades son calculadas utilizando perfiles de generación representativos. Éstos fueron obtenidos del entorno de Calama [35] y de Taltal [36] respectivamente, dada la alta disponibilidad de los recursos en dichas

zonas. Lo anterior se justifica en la esperada racionalidad económica de la instalación de centrales renovables, las que debieran ser construidas en zonas de alta disponibilidad del recurso primario.

Los perfiles de generación unitarios son tales que la primera semana del año para cada uno de ellos queda representada por la Figura 4-11.

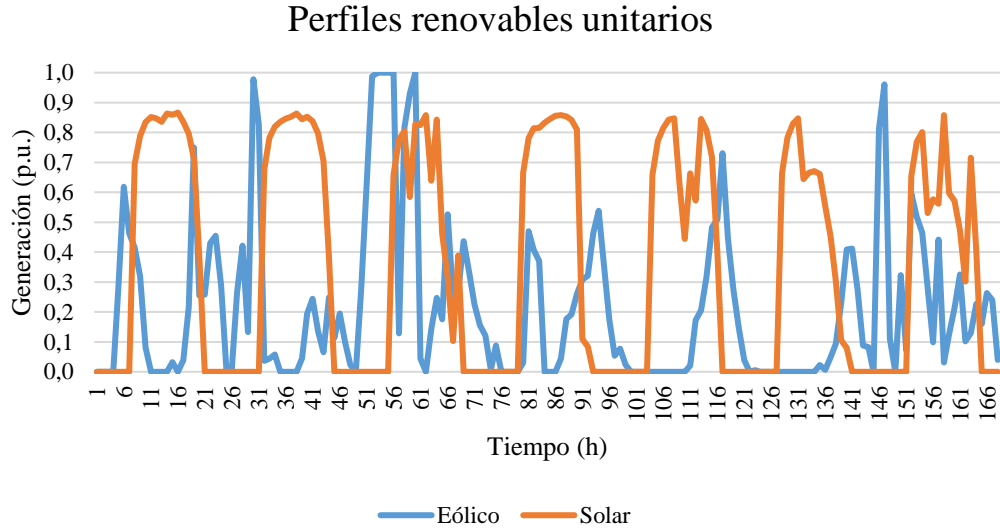


Figura 4-11. Perfiles normalizados de recursos renovables variables.

Las capacidades de cada recurso fueron calculadas de forma de obtener la penetración renovable deseada del 60, 70 y 80%. Lo anterior permite obtener las capacidades mostradas en la Tabla 4-20. Para esto también fue necesario decidir una proporción entre la capacidad eólica y solar, lo que se basó en la relación de la capacidad instalada actualmente, de 1.733 MW fotovoltaicos y 1.426 MW eólicos [37].

Tabla 4-20. Capacidades instaladas de recursos renovables que permiten penetración deseada.

<i>Penetración</i>	<i>Capacidad solar (MW)</i>	<i>Capacidad eólica (MW)</i>
60%	8.133	4.363
70%	9.488	5.090
80%	10.844	5.818

Se obtienen tres curvas de duración de carga residual, las que son aproximadas por bloques como se propone en la metodología simplificada. Se utilizaron dos aproximaciones de seis bloques cada una para cada escenario renovable. Ambas aproximaciones minimizan el error cuadrático medio utilizando una heurística simple, pero se diferencian en la duración de cada bloque. Una de ellas

utiliza bloques de igual duración mientras la otra permite que los bloques tomen una duración también ajustable por la heurística.

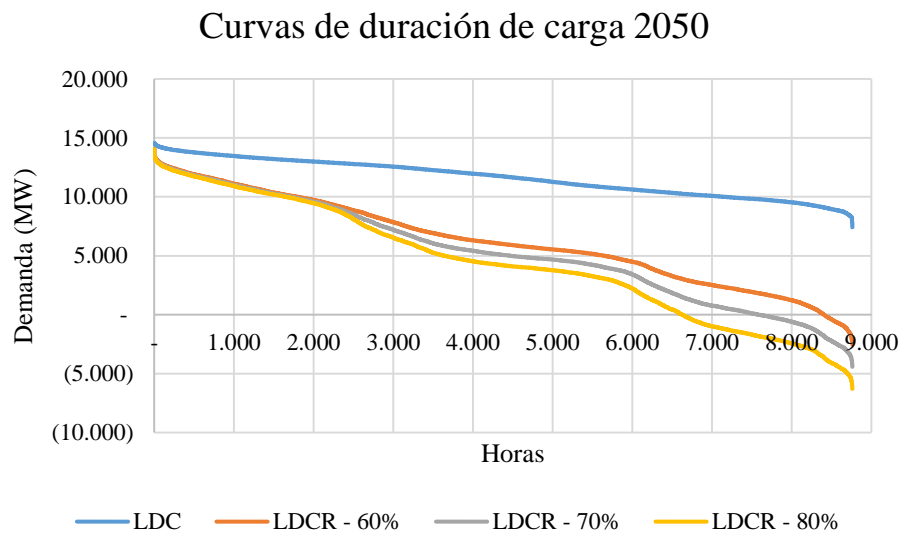


Figura 4-12. Curva de duración de carga original y las tres LDC residuales obtenidas en escenarios de penetración renovable.

La Tabla 4-21 presenta la potencia de cada bloque de demanda en las aproximaciones por bloques equiespaciados utilizadas. La duración de cada bloque es de 1.460 h.

Tabla 4-21. Aproximaciones por bloques equiespaciados en distintos escenarios (MW).

<i>Bloque</i>	<i>60%</i>	<i>70%</i>	<i>80%</i>
1	838	-981	-2.809
2	2.462	2.808	3.142
3	2.139	2.702	3.274
4	1.371	1.454	1.576
5	2.538	3.057	3.635
6	2.264	2.477	2.607

La Tabla 4-22, por otra parte, presenta las duraciones y las demandas de cada bloque utilizado para aproximar la respectiva LDC en los 3 escenarios renovables considerados. En esta se destaca la larga duración del bloque de demanda de punta (6) de la aproximación del escenario 80%.

Tabla 4-22. Bloques utilizados para aproximar las LDC en distintos escenarios.

<i>Bloque</i>	<i>Duración 60% (h)</i>	<i>Demanda 60% (MW)</i>	<i>Duración 70% (h)</i>	<i>Demanda 70% (MW)</i>	<i>Duración 80% (h)</i>	<i>Demanda 80% (MW)</i>
1	8.760	1.017	8.760	-240	8.760	-4.470
2	8.289	1.292	7.866	1.764	8.109	2.799
3	6.179	3.027	5.995	3.246	6.861	2.573
4	3.775	2.010	3.473	2.600	5.908	2.934
5	2.858	2.027	2.453	2.417	3.548	3.307
6	1.346	2.966	1.044	2.710	2.170	4.433

La información de costos se obtuvo de [2]. Este trabajo calcula la capacidad de almacenamiento a instalar en el sistema eléctrico alemán hacia el año 2050, y presenta estimaciones de costos de todas las tecnologías de almacenamiento que se espera sean competitivas de aquí al 2050. Estos parámetros se resumen en la Tabla 4-23.

De las siete tecnologías de almacenamiento disponibles, sólo se consideraron tres para la planificación: baterías de ion litio (Ion Litio), centrales de bombeo hídrico (PHS), y power-to-gas (P2G). Las cuatro tecnologías remanentes no se incluyen libremente en la planificación por considerarse muy riesgosas para la seguridad o para el medio ambiente, como las baterías de plomo ácido o sodio sulfuro, o resultan no ser económicamente competitivas como las baterías redox o el almacenamiento por aire comprimido (CAES).

Tabla 4-23. Parámetros de costos de tecnologías térmicas y almacenamiento al año 2050.

<i>Tecnología</i>	A_i (\$/MW)	VC_i (\$/MWh)	η_i	RC_i (\$/MWh)	ω_i
<i>Lignito</i>	130.900	105	1,00E+99	-	1
<i>Carbón</i>	119.000	149	1,00E+99	-	1
<i>CCGT</i>	84.490	112	1,00E+99	-	1
<i>OCGT Ineficiente</i>	48.790	175	1,00E+99	-	1
<i>OCGT Eficiente</i>	67.830	152	1,00E+99	-	1
<i>Ion Litio</i>	15.470	-	0,92	16.660	365
<i>Plomo Ácido</i>	15.470	-	0,84	7.140	365
<i>PHS</i>	66.640	-	0,80	1.190	365
<i>CAES</i>	63.070	-	0,73	2.380	365
<i>Sodio-sulfuro</i>	15.470	-	0,88	9.520	365
<i>Redox</i>	57.120	-	0,80	4.760	365
<i>Power to Gas</i>	92.820	-	0,46	1.190	365

Con los datos anteriores se resolvió la planificación cronológica, la planificación basada en curvas de duración de carga, y la metodología propuesta para los tres escenarios de penetración renovable. Estos resultados serán utilizados como referencia para validar el desempeño de la metodología simplificada.

El parque generador resultante de cada enfoque aplicado y para cada escenario se presenta en la Tabla 4-24.

Tabla 4-24. Parque generador obtenido con distintas metodologías. Capacidades en MW.

<i>Escenario</i>	<i>Tecnología</i>	<i>Planificación Cronológica</i>	<i>LDC</i>	<i>LDC bloques equiespaciados</i>	<i>LDC bloques diferentes</i>
60%	Lignito	3.161	2.753	3.299	3.755
	CCGT	7.496	7.692	8.312	5.617
	OCGT Ineficiente	746	-	-	-
	Ion Litio	2.563	3.626	-	2.966
	PHS	105	-	-	-
70%	Lignito	1.874	1.118	1.912	2.066
	CCGT	8.170	9.194	8.622	7.721
	OCGT Ineficiente	281	-	-	-
	Ion Litio	2.356	3.740	981	2.710
	PHS	1.372	-	-	-
80%	Lignito	627	-	358	902
	CCGT	8.811	8.902	8.460	8.556
	Ion Litio	1.544	5.131	2.809	4.470
	PHS	3.051	-	-	-

4.4 Caso de estudio sistema alemán 2050

Se aplica la metodología a una proyección del sistema eléctrico alemán al año 2050. Este ejercicio se realiza con la intención de comparar los resultados que entrega la metodología simplificada con un modelo numérico muy detallado [2].

En [2] se resuelve numéricamente el problema de planificación de las tecnologías térmicas y renovables de generación de energía, las de almacenamiento, y las de manejo de la demanda. El problema que plantean considera el intercambio de energía y la provisión de Servicios Complementarios como reservas primarias y secundarias, por parte de los distintos agentes.

La curva de demanda utilizada se obtiene de los datos horarios provistos por el Operador del Sistema de Transmisión de la Red Europea (ENTSO-E) para Alemania, y la curva de demanda residual se obtiene restando la inyección de fuentes renovables. Los perfiles de generación se obtienen del operador de red alemán para el año 2013 [38] - [39] y se dividen por la capacidad instalada respectiva [40]. La Figura 4-13 presenta la curva de duración de carga original y las dos aproximaciones por bloques obtenidas heurísticamente.

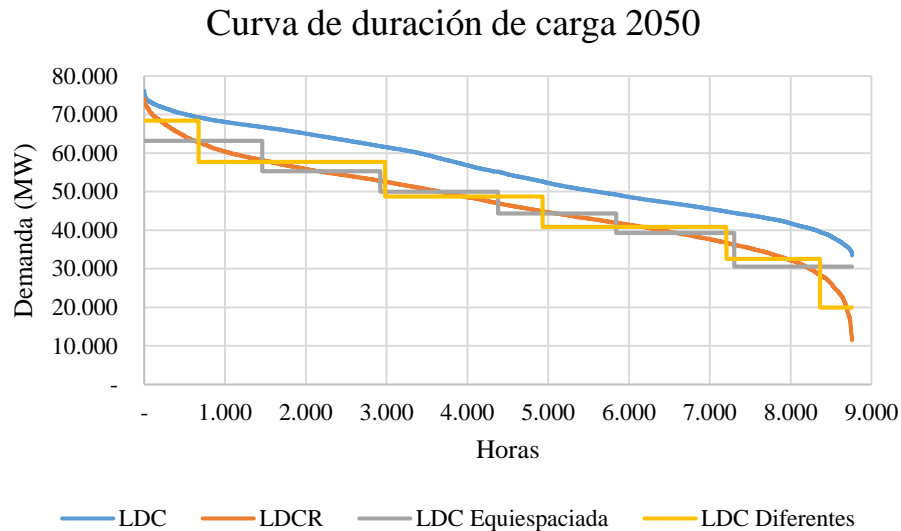


Figura 4-13. Curvas de duración de carga utilizadas en este caso.

La comparación se realizará considerando cuatro soluciones: la presentada en el trabajo respectivo, la obtenida al trabajar con la curva de duración de carga, y las dos obtenidas con la metodología simplificada que este trabajo propone. En esta comparación no se considerarán las fuentes ERNC pues son los resultados cronológicos los utilizados como parámetro de entrada en la aplicación de la metodología.

Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 4-25, de donde se observan amplias diferencias entre lo presentado en [2] y lo obtenido con la metodología desarrollada. Lo anterior evidencia que las restricciones que el modelo ignora son significativas. Adicionalmente en el trabajo consideran la expansión de tecnologías que la metodología no es capaz de modelar como manejo de la demanda, ya sea con desconexión de carga o con desplazamiento de la misma.

Tabla 4-25. Comparación de resultados principales del trabajo con los obtenidos aplicando la metodología simplificada. Capacidades en MW.

<i>Tecnología</i>	<i>Trabajo externo</i>	<i>LDC</i>	<i>LDC bloques equiespaciados</i>	<i>LDC bloques diferentes</i>
<i>Lignito</i>	-	38.475	39.284	40.813
<i>CCGT</i>	30.000	19.754	23.903	16.867
<i>OCGT Ineficiente</i>	10.000	-	-	-
<i>Ion Litio</i>	6.000	15.785	-	10.729
<i>PHS</i>	4.000	-	-	-
<i>Otras</i>	14.000	-	-	-

4.5 Análisis de resultados

4.5.1 Caso Teórico

En primer lugar, la aplicación de la metodología a un caso teórico ha permitido explicar con detalle cada uno de los pasos del algoritmo, y demostrar así su aplicabilidad. Un problema de planificación fue resuelto en cinco iteraciones y el resultado efectivamente coincide con el óptimo, lo que se validó con una simulación numérica.

En la primera iteración la tecnología entrante fue el almacenamiento 2, cuyo costo marginal sistémico está dado por (4.2-9). Ésta puede ser reordenada para mostrarse como en (4.5-1).

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial CT}{\partial p_{s2}} = & K_{s2,3}(A_1 + VC_1 T_{B3} - A_2 - VC_2 T_{B3}) + A_{s2} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{s2}} + \frac{RC_{s2}}{\omega_{s2}}\right) T_{B6} - A_3 \\
 & - VC_3 T_{B6} + K'_{s2,3} \left(\left(\frac{VC_1}{\eta_{s2}} + \frac{RC_{s2}}{\omega_{s2}}\right) T_{B5} - A_2 - VC_2 T_{B5} \right) \\
 & + K'_{s2,3} \left(A_3 + VC_3 T_{B6} - \left(\frac{VC_1}{\eta_{s2}} + \frac{RC_{s2}}{\omega_{s2}}\right) T_{B6} \right)
 \end{aligned} \tag{4.5-1}$$

Esta expresión puede ser entendida gráficamente utilizando como base la Figura 4-14. En ésta se muestra la curva de duración de carga del problema y la duración de cada bloque se proyecta hacia el gráfico inferior. Éste representa las Screening Curves de las 3 tecnologías térmicas, y del almacenamiento 2. Las ecuaciones de cada recta son como se muestra a continuación.

$$C_i(t) = A_i + VC_i \cdot t \quad (4.5-2)$$

$$C_{si}(t) = A_{si} + \left(\frac{VC_1}{\eta_{si}} + \frac{RC_{si}}{\omega_{si}} \right) \cdot t \quad (4.5-3)$$

$$VC_{si}(t) = \left(\frac{VC_1}{\eta_{s1}} + \frac{RC_{si}}{\omega_{si}} \right) \cdot t \quad (4.5-4)$$

En consecuencia, (4.5-1) puede ser reformulada en función de las rectas de costos como se muestra en (4.5-5). Luego el costo marginal sistémico de esta tecnología puede ser obtenido gráficamente utilizando el método de las Screening Curves para almacenamiento [32] y complementado con el análisis de configuraciones óptimas propuesto en esta metodología.

$$\begin{aligned} \frac{\partial CT}{\partial p_{s2}} = & K_{s2,3} (C_1(T_{B3}) - C_2(T_{B3})) + C_{s2}(T_{B6}) - C_3(T_{B6}) \\ & + K'_{s2,3} (VC_{s2}(T_{B5}) - C_2(T_{B5}) + C_3(T_{B6}) - VC_{s2}(T_{B6})) \end{aligned} \quad (4.5-5)$$

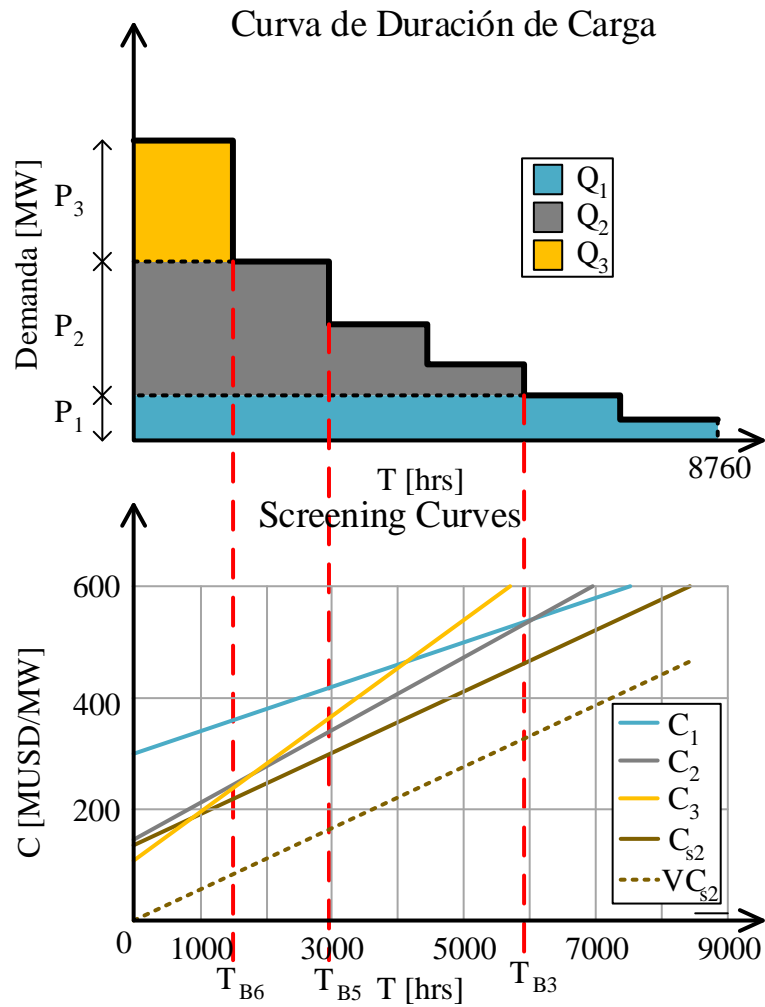


Figura 4-14. Curva de duración de carga del problema y Screening Curves de tecnologías térmicas y ESS 2.

Lo anterior permite una segunda interpretación de la metodología que puede ser utilizada con aun más facilidad en una sala de clases, reduciendo los cálculos algebraicos exclusivamente a la obtención de los factores de incorporación.

4.5.2 Sistema Eléctrico Nacional

La metodología se aplicó a una proyección uninodal del Sistema Eléctrico Nacional de Chile al año 2050, y a tres escenarios de penetración renovable, con lo que se obtuvieron los parques generadores presentados en la Figura 4-15. En ésta se observan cuatro elementos sustanciales. Estos son:

- La presencia de una tecnología térmica (OCGT Ineficiente) en la planificación cronológica que no aparece en ninguna de las otras tres metodologías, y cuya capacidad instalada disminuye conforme aumenta la penetración renovable.
- La ausencia total de almacenamiento en la planificación utilizando bloques equiespaciados como curva de duración de carga, cuando la penetración ERNC es del 60%. Sin embargo, con la misma metodología, existe participación de almacenamiento basado en baterías de Ion Litio cuando la cuota de generación renovable es mayor.

- En las cuatro metodologías queda en evidencia una disminución sistemática de la capacidad instalada de la tecnología de base (Lignito), lo que parece contra intuitivo al contrastarlo con el aumento de capacidad de almacenamiento. Sin embargo, al recordar que el ejercicio evalúa la capacidad conforme aumenta la presencia ERNC, se concluye que son estas tecnologías las que desplazan a la térmica de base.
- La participación del almacenamiento basado en bombeo hidráulico se observa únicamente en los resultados de la planificación cronológica. Lo anterior se explica porque las metodologías basadas en la curva de duración de carga no pueden representar adecuadamente la restricción de continuidad de inventario de las tecnologías ESS. Esta falencia subestima el costo real de la capacidad energética del almacenamiento y por eso la tecnología PHS es despojada de su principal ventaja comparativa.

El hecho de que las metodologías basadas en curva de duración de carga no utilicen la central térmica OCGT representa una subestimación sistemática del costo real atribuible al almacenamiento. Lo anterior radica principalmente en que las metodologías basadas en LDC omiten completamente la restricción de inventario de las tecnologías de almacenamiento y con esto sobreestiman la energía de bajo costo efectivamente aprovechable.

Capacidad instalada por tecnología según metodología y escenario.

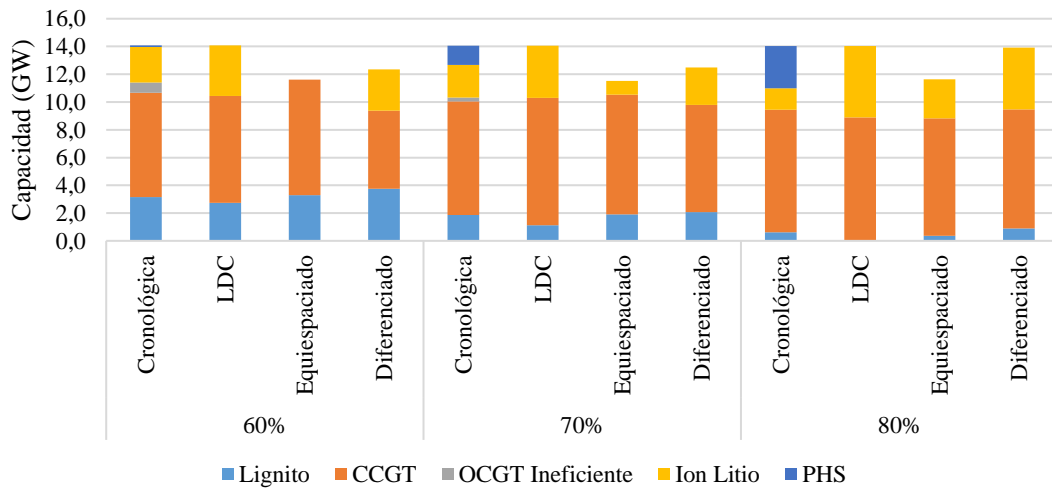


Figura 4-15. Comparación de resultados de distintas metodologías al ser aplicadas sobre tres escenarios de penetración renovable en el SEN al 2050.

Por otro lado, el hecho de que la metodología aplicada sobre bloques equiespaciados no cuente con penetración de tecnologías de almacenamiento evidencia lo relevante que es el proceso de selección de los bloques con los que se aproxima la curva de duración de carga, y en este sentido una heurística irrestricta aproxima de mejor forma la realidad. Sin embargo, queda en evidencia el aporte de las fuentes ERNC cuando se observa penetración del litio en los casos con 70 y 80%, ya que esto disminuye los costos de abastecimiento de la fuente de energía primaria al contar con energía gratuita durante las horas de demanda mínima.

Lo anterior se explica revisando la aplicación de la metodología simplificada sobre la primera iteración para la aplicación con bloques equiespaciados en los escenarios con penetraciones del 60 y 70%, cuyos detalles se presentan en la Tabla 4-26.

Tabla 4-26. Comparación de primera iteración en caso con bloques equiespaciados para escenarios de 60 y 7% de penetración ERNC.

ESS	60% ERNC			70% ERNC		
	Configuración óptima	Factores de incorporación	$\frac{\partial CT}{\partial p_{si}}$	Configuración óptima	Factores de incorporación	$\frac{\partial CT}{\partial p_{si}}$
Ion Litio	Baja Expansión	$K_{s1,2} = 0,09$	1.591	Sin Expansión	$K_{s1,1} = 1$	-151.650
		$K'_{s1,2} = 1$			$K'_{s1,1} = 0,92$	
PHS	Baja Expansión	$K_{s2,2} = 0,25$	17.024	Sin Expansión	$K_{s2,1} = 1$	-128.186
		$K'_{s2,2} = 1$			$K'_{s2,1} = 0,8$	
P2G	Baja Expansión	$K_{s3,2} = 1$	182.949	Sin Expansión	$K_{s3,1} = 1$	-19.205
		$K'_{s3,2} = 0,92$			$K'_{s3,1} = 0,46$	

En esta tabla queda en evidencia como la primera iteración en el escenario de 60% ERNC no alcanza a sustentar el ingreso del almacenamiento, mientras que al incorporar energía gratuita las tres tecnologías se vuelven convenientes. Sin embargo, es la tecnología basada en Ion Litio la que representa mayores beneficios en su configuración sin expansión y por esto ingresa hasta consumir toda la energía gratuita.

En la segunda iteración, que corresponde a un caso sin energía gratuita, pues ésta ya fue utilizada por las baterías de litio, se constata que ninguna tecnología de almacenamiento presenta beneficios económicos y por tanto el mix óptimo es el obtenido como resultado de la primera iteración.

En este caso, dado que hay sólo una tecnología de almacenamiento integrándose al mix y al no haber expansión de la central de base, la metodología de screening curves con almacenamiento puede ser aplicada. De esta forma, se obtiene que el almacenamiento es la tecnología marginal durante las primeras 1.439 h, según se muestra en (4.5-6). Esto implica que demandas con una duración de 1.460 h como es el caso del estudio con bloques equiespaciados no cumplen los requisitos para ser abastecidas por las baterías de ion Litio y por tanto no se observa su penetración al mix óptimo. Asimismo, esto explica la participación de esta tecnología en el mix encontrado con las LDC aproximadas por bloques diferenciados cuya duración de demanda punta es inferior a las 1.439 h.

$$t_s = \frac{A_{CCGT} - A_{Li}}{\frac{VC_1}{\eta_{Li}} + \frac{RC_{Li}}{\omega_{Li}} - VC_{CCGT}} = 1.438,66 \text{ h} \quad (4.5-6)$$

No obstante, al considerar la posibilidad de abastecer el almacenamiento con energía gratuita, la metodología de las screening curves con almacenamiento entrega las rectas de costo de la Figura 4-16, en la que queda claro que será el almacenamiento la tecnología dominante durante todo el horizonte. Es por esto, que en la aplicación con bloques diferenciados y penetración renovable del 80% se observa que se introduce tanto almacenamiento como es necesario para aprovechar toda la energía renovable disponible, aun cuando la duración del bloque de punta es considerablemente mayor al límite de 1.439 horas. De igual forma, esto explica que cuando se tienen los escenarios del 70 y 80% ERNC, exista participación del ESS basado en litio aun cuando se tiene una duración del bloque de demanda punta de 1.460 h.

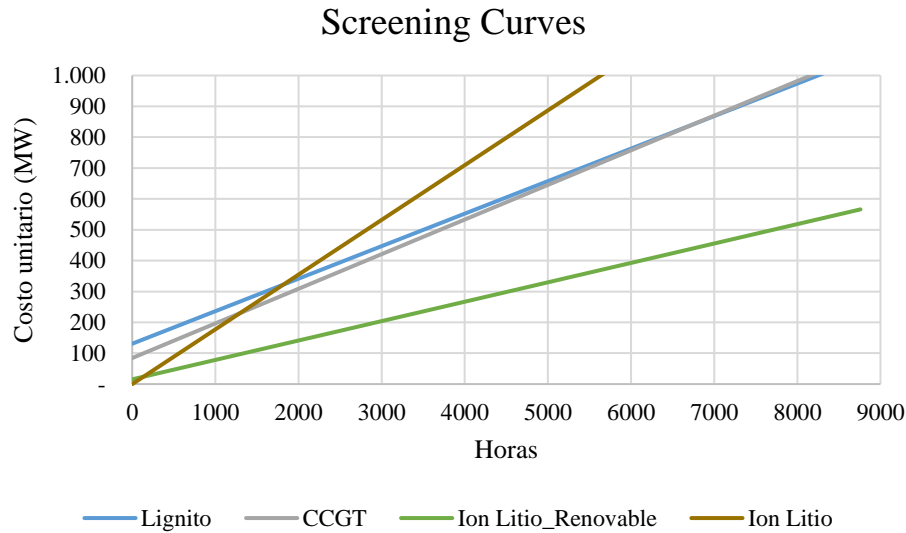


Figura 4-16. Aplicación de metodología de Screening Curves con tecnología de Ion Litio.

Al realizar los cálculos de la segunda iteración del algoritmo se obtiene que la integración de cualquier tecnología de almacenamiento aumenta el costo total del sistema, por lo que se concluye la aplicación y el parque óptimo es el obtenido como resultado de la primera iteración en los 3 escenarios analizados, y con los dos procedimientos de aproximación.

Otro factor relevante corresponde a la relación de capacidad energética y de potencia instalada, que corresponde a la duración en horas de la reserva cuando el almacenamiento se descarga a capacidad nominal. Estos resultados se presentan en la Tabla 4-27.

Tabla 4-27. Comparación de duración de tecnologías de almacenamiento con distintas metodologías.

<i>Metodología</i>	<i>Tecnología</i>	<i>60% (h)</i>	<i>70% (h)</i>	<i>80% (h)</i>
<i>Cronológica</i>	Ion Litio	2,6	2,6	2,4
	PHS	7	8,6	9,2
<i>LDC</i>	Ion Litio	1,3	1,3	2,3
<i>LDC Equiespaciada</i>	Ion Litio	0	4	3,7
<i>LDC Diferenciada</i>	Ion Litio	3,7	2,9	2,8

La tabla anterior viene a reforzar que la gran ventaja del almacenamiento hidráulico son sus bajos costos de reservorio, y es así como presenta duraciones que no son alcanzadas por el almacenamiento electroquímico en ninguno de los casos estudiados. Nuevamente se demuestra la subestimación de los costos de reservorio de la planificación basada en curvas de duración de costos.

Para estudiar la validez de los parámetros de números de ciclos se realizó una simulación modificando los valores como se presenta en la Tabla 4-28. En ésta se aumentó el valor utilizado para la central de bombeo, de forma de disminuir su inversión relativa en capacidad de reservorio.

Tabla 4-28. Parámetros representativos del número de ciclos en caso base y en caso modificado.

<i>Tecnología</i>	<i>Número de ciclos anterior</i>	<i>Número de ciclos modificado</i>
<i>Ion Litio</i>	365	265
<i>PHS</i>	365	500

Este caso se analiza en el escenario con penetración de 70% de energías renovables, y los resultados obtenidos se presentan en la Figura 4-17, donde queda en evidencia que una mejor selección de este parámetro permite obtener un resultado más cercano al obtenido con la modelación cronológica.

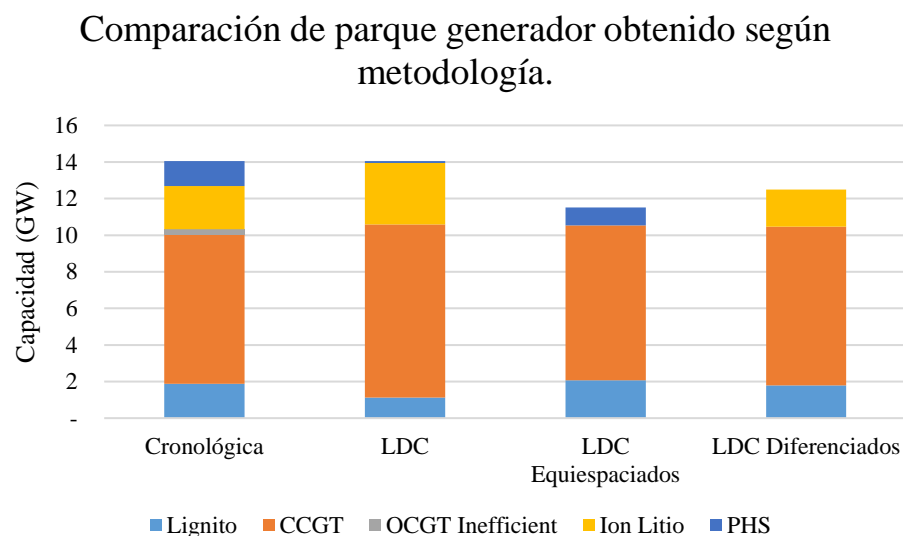


Figura 4-17. Comparación de resultados obtenidos con parámetro de ciclos modificado en distintas metodologías.

Más aún, la figura anterior permite concluir que se deben seleccionar de forma inteligente tanto los parámetros de ciclaje como las aproximaciones por bloques, lo que queda en evidencia al comparar las dos metodologías aproximadas.

Finalmente se destaca que la representación del caso de estudio se podría mejorar utilizando perfiles de generación renovables representativos del recurso agregado disponible en el territorio nacional.

4.5.3 Sistema Alemán

Los resultados obtenidos al aplicar la metodología a la proyección del sistema alemán al año 2050 distan bastante de los resultados que presenta el trabajo citado. La Figura 4-18 presenta los resultados obtenidos por distintas metodologías aplicadas. En el caso de la planificación cronológica se presenta el resultado presentado en el trabajo referenciado, donde destaca una gran capacidad de otras tecnologías que la metodología propuesta no puede representar de forma adecuada, como la capacidad de Manejo de Demanda.

Capacidad instalada por tecnología según distintas metodologías: Alemania 2050.

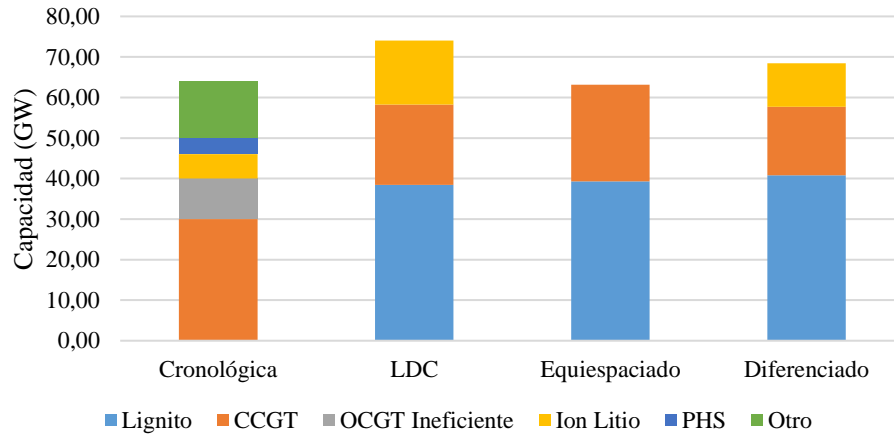


Figura 4-18. Comparación de parque generador obtenido al aplicar distintas metodologías.

De esta forma las diferencias en órdenes de magnitud de los resultados se deben al gran número de alternativas de expansión que se han despreciado al aplicar la metodología basada en curvas de duración de carga y al modelamiento de restricciones técnicas como tasas de toma de carga y provisión de reservas. Esto último es lo que representa mayores exigencias sobre la tecnología térmica basada en Lignito y explica que el modelamiento cronológico no la incluya.

Adicionalmente en la planificación cronológica se cuenta con participación de almacenamiento basado en bombeo hidráulico. Este no es el caso con la planificación basada en LDC, pues aun cuando el PHS demuestra ser conveniente para el sistema no lo es tanto como las baterías de ion litio. Esta diferencia se puede explicar por la restricción de inventario del almacenamiento, la que toma relevancia en la planificación cronológica y representa de mejor forma los costos de inversión en capacidad energética, que es la principal ventaja del PHS por sobre las baterías.

El modelo cronológico utilizado como referencia considera además provisión y activación de reservas, pero para su modelamiento sólo se detalló la tasa de toma de carga máxima de centrales térmicas y no de las tecnologías de almacenamiento. Si bien los ESS presentan mejor respuesta dinámica que las centrales térmicas, su tasa de toma de carga no es infinita ni uniforme entre todas las tecnologías, por lo que se despreció información que puede ser relevante para determinar el mix óptimo.

La aplicación de la metodología propuesta entregó los siguientes costos marginales sistémicos durante la primera iteración, presentados en la Tabla 4-29. En ésta se puede ver que en la aproximación por bloques equiespaciados ninguna tecnología de almacenamiento integrará el mix óptimo, mientras que en la aproximación con bloques diferenciados la tecnología de ion litio sí se integra en su configuración de baja expansión.

Tabla 4-29. Primera iteración del algoritmo sobre la planificación del Sistema Alemán. Costos marginales en (\$/MW).

ESS	Bloques equiespaciados			Bloques diferenciados		
	Configuración óptima	Factores de incorporación	$\frac{\partial CT}{\partial p_{si}}$	Configuración óptima	Factores de incorporación	$\frac{\partial CT}{\partial p_{si}}$
Ion Litio	Baja	$K_{s1,2} = 0,09$	1.591	Baja	$K_{s1,2} = -0,36$	-41.350
	Expansión	$K'_{s1,2} = 1$		Expansión	$K'_{s1,2} = 1$	
PHS	Baja	$K_{s2,2} = 0,25$	17.024	Sin Expansión	$K_{s2,1} = 0,54$	-2.526
	Expansión	$K'_{s2,2} = 1$			$K'_{s2,1} = 1$	
P2G	Baja	$K_{s3,2} = 1$	182.949	Sin Expansión	$K_{s3,1} = 0,94$	94.834
	Expansión	$K'_{s3,2} = 0,92$			$K'_{s3,1} = 1$	

No obstante, la misma tabla muestra que el factor de incorporación correspondiente al ingreso de la tecnología de ion litio es $K_{s1,2} = -0,36$. Esto implica que fuerza a la central de base a disminuir su capacidad y reemplazarla por la siguiente central térmica puesto que cuenta con suficiente energía disponible sin necesidad de expandirla. Esto evidentemente no se condice con la realidad y es aquí donde es importante recordar que los factores de incorporación deben estar en el intervalo $[0,1]$ salvo contadas excepciones debidamente explicadas en la sección Caso de estudio teórico.

En consecuencia, la configuración de baja expansión aun siendo más costo-efectiva, no es técnicamente factible y debe ser descartada. Por lo anterior, sólo es válido considerar la alternativa de alta expansión y la sin expansión para el almacenamiento 1. La alternativa de alta expansión no es económicamente viable para el sistema, pero sí lo es la sin expansión. Así, los factores de incorporación efectivos son $K_{s1,1} = 0,47$ y $K'_{s1,1} = 1$. Con esto el costo marginal sistémico respectivo es de -41.350 \$/MW y es esta la tecnología más conveniente para el sistema.

En la segunda iteración nuevamente se encuentra que todas las alternativas de expansión representan aumentos de costos totales, y se concluye que el parque generador óptimo es el encontrado en la primera iteración.

Se debe destacar que en esta sección se utilizó que el factor de incorporación debe ser positivo, lo que equivale a (4.5-7). Con esto se encuentra una condición general que se puede verificar conociendo el caso base, y que permite determinar si existe factibilidad técnica de la expansión.

En este caso se representa como T_{B3} el último bloque donde la central marginal es la de base, lo que no siempre será así. Luego el valor de T_{B3} debe ser actualizado con el correspondiente, obtenido del caso base.

$$\frac{T_{B6}}{\eta_{si}} \geq T_{B1} - T_{B3} \tag{4.5-7}$$

4.5.4 Conceptos generales

En primer lugar, salta a la vista que un mix de tecnologías de almacenamiento es factible. Esto ocurre dadas las distintas eficiencias que presentan las tecnologías, lo que se traduce en distintos costos variables equivalentes. De esta forma, se justifica una mayor inversión en capacidad a cambio de conseguir una mejor eficiencia y disminuir pérdidas. Esto tendrá sentido para demandas de largas duraciones, de forma análoga a como las centrales de base corresponden a tecnologías con altas inversiones y bajos costos operacionales.

Luego, se destaca lo importante que resulta evaluar la factibilidad técnica de las opciones de configuraciones carga-descarga, lo que puede simplificar la aplicación de la metodología propuesta. Esta factibilidad se materializa a través de los factores de incorporación del problema, que deben encontrarse en el intervalo $[0,1]$. Sólo podrán ser superiores a la unidad cuando se trabaje con alguna tecnología de almacenamiento que ya forma parte del mix y tiene capacidad sub-utilizada como resultado de las iteraciones anteriores.

Una ventaja relevante del método aquí desarrollado corresponde a su rápido tiempo de cómputo. La referencia utilizada corresponde a la herramienta CG-GEPUC [41], modelo de planificación de 1 año que utiliza 13 semanas representativas. Dicha herramienta utiliza algoritmos de descomposición para reducir el tiempo de solución del problema, y modela restricciones de corto plazo como tasas de toma de carga, tiempos mínimos de encendidos y apagados, entre otras.

La siguiente tabla permite comparar los tiempos de resolución observados con la metodología propuesta, y a su vez los contrasta con lo que tarda la herramienta CG-GEPUC. No obstante, la comparación no debe ser directa puesto que la herramienta CG – GEPUC fue utilizada sobre un equipo de mucha mayor capacidad de cómputo, el que cuenta con 66 nodos de cálculo, cada uno equipado con dos procesadores quad-core Intel Xenon X5550 de 2,67 GHz y 24 GB de RAM. Por otro lado, los casos de validación presentados en este trabajo se resolvieron utilizando un equipo con dos procesadores Intel Core de 2,2 GHz y 8 GB de RAM.

Tabla 4-30. Comparación de tiempos de cómputo de los casos analizados y una referencia externa.

	<i>Caso teórico</i>	<i>SEN – Chile</i>	<i>Sistema Alemán</i>	<i>CG – GEPUC</i>
<i>Tiempo de solución [s]</i>	205,1	160,2	212,5	>1.500

5. Conclusiones y trabajo futuro

Este capítulo cierra la tesis, detallando los aportes más importantes y proponiendo futuros trabajos que pueden mejorar el desempeño de la propuesta. Adicionalmente, se destacan posibles aplicaciones para la metodología.

5.1 Conclusiones

En primer lugar, se muestra que la metodología desarrollada cumple con los objetivos propuestos. Es una metodología simple, de carácter gráfico-analítica que permite determinar el mix óptimo de tecnologías de almacenamiento y generación térmica basándose en la curva de duración de carga de un sistema uninodal. El algoritmo converge en pocas iteraciones a la solución óptima, pero el número de iteraciones depende de la cantidad de bloques usados para aproximar la LDC.

La utilización de una aproximación uninodal del sistema eléctrico ignora relevantes restricciones de flexibilidad, lo que subestima el potencial beneficio de la integración de almacenamiento. No obstante, aún se verifica la pertinencia de su construcción.

Se debe mencionar que la planificación por LDC y más aún, aproximada por bloques, introduce errores sistemáticos:

- Trabajar con la curva de duración de carga disminuye la información cronológica disponible para la optimización. Esto dificulta evaluar la planificación de fuentes renovables variables como la solar y la eólica, que tienen una alta dependencia horaria. Sin embargo, estas tecnologías son manejadas adecuadamente como variables exógenas.
- En la misma línea, se pierde información relevante de relaciones inter-temporales como restricciones de tasa de toma de carga de las distintas centrales que forman parte del parque generador. Nuevamente esto merma el potencial beneficio económico percibido por la metodología.
- Aproximar la LDC por un conjunto de bloques también es una fuente de error, y dependerá de la calidad de la aproximación la validez de la solución. Esto puede ser resuelto mejorando la heurística o diseñando algún método de selección de número de bloques. Lo anterior, sujeto a que aumentar el número de bloques incrementa las iteraciones requeridas para encontrar el óptimo pues cada iteración aportará una menor penetración de almacenamiento.

Por otro lado, el modelo utilizado requiere de un parámetro representativo, la razón entre la capacidad energética a construir y el total de la energía inyectada por el almacenamiento durante el horizonte. Es imposible conocer a priori esta información, sin saber la composición del parque generador. Por lo mismo, escoger adecuadamente este parámetro es una difícil e importante tarea que impacta fuertemente los resultados.

Lo anterior sugiere que el modelo debe pasar por un período de calibración, en el que se ajustan los parámetros de entrada de forma inteligente con tal de obtener resultados válidos.

El método de las Screening Curves no puede ser extendido tal como se le conoce, pero se pueden realizar modificaciones que permiten obtener metodologías similares. En particular, se puede resolver un conjunto de ecuaciones no lineales para posteriormente interpretarlas como un conjunto

de rectas a intersectar y así obtener los tiempos de cambio de tecnología. De igual forma, se puede simplificar la curva de duración de carga utilizando bloques de demanda y con esto aplicar la metodología propuesta, que se basa en información gráfica de la demanda y analítica de los costos para encontrar el óptimo.

El algoritmo desarrollado fue aplicado con éxito en un caso de estudio teórico, lo que sirvió para analizar con detalle los distintos pasos necesarios para encontrar la solución óptima.

La metodología propuesta se aplicó a la planificación de dos sistemas reales, el chileno y el alemán. Los resultados obtenidos son comparables en orden de magnitud. Al contrastar los resultados de la metodología con la planificación cronológica se observaron errores relevantes, los que disminuyeron al realizar un ajuste de los parámetros.

5.2 Perspectivas de aplicaciones

Esta sección presenta posibles aplicaciones de la metodología desarrollada en este trabajo.

- **Docencia:** El problema de planificación de sistemas eléctricos es de alto interés para estudiantes de ingeniería a nivel mundial. Es este el sector donde más potencial se le ve a la metodología en cuanto permite ilustrar de forma gráfica y comprensible cuándo es conveniente integrar una tecnología de almacenamiento y por qué en la configuración correspondiente. Esto permitirá a los futuros ingenieros contar con mejores nociones de la operación económica del almacenamiento.
- **Validación de resultados numéricos:** Al momento de programar un problema de optimización capaz de planificar un sistema eléctrico con almacenamiento, pocas veces se cuenta con alguna metodología externa que permita verificar la validez de los resultados. Esta metodología permite al interesado verificar si las tecnologías seleccionadas por su metodología son las adecuadas y comparar órdenes de magnitud.
- **Punto de partida de optimizadores numéricos/heurísticos:** Cuando se trabaja con heurísticas para resolver problemas no lineales, normalmente se requiere de un punto de partida cercano a la solución óptima, de forma de disminuir el tiempo de búsqueda. Esta metodología provee una forma rápida de encontrar dicho punto que se acerque al óptimo.

En resumen, es una metodología rápida y sencilla para permitir que quienes toman decisiones de planificación adquieran nociones y resultados rápidos de un problema complejo y difícil de resolver.

5.3 Trabajo futuro

Dado lo importante que resulta el parámetro representante del número de ciclos se puede desarrollar alguna metodología capaz de realizar una mejor estimación. Se podría proponer algún método iterativo que realmente los parámetros de entrada posterior a la ejecución del algoritmo. Sin embargo, no se puede garantizar convergencia de esta metodología sin un estudio más detallado al respecto.

Por otro lado, se necesita alguna metodología capaz de estimar adecuadamente el número de bloques en los que dividir la curva de duración de carga, y las dimensiones de estos bloques. La heurística simple que se utiliza en este trabajo permite representar adecuadamente la curva cuando se utilizan seis bloques, pero no se puede garantizar que esto sea así a todo evento.

Además, se propone investigar el impacto que tiene sobre la metodología la representación de la carga por medio de un conjunto de LDC correspondientes a días representativos escaladas por el tiempo que cada una representa.

Finalmente, es importante recordar que, para muchas tecnologías de almacenamiento, el ciclaje con el que se usan tiene un fuerte impacto sobre su vida útil. De esta manera, sería interesante entender cómo esto se manifiesta en la metodología. Nuevamente se propone incorporar en el procedimiento iterativo algún paso que modifique los parámetros de entrada con los resultados de la iteración anterior.

6. Bibliografía

- [1] Comité Consultivo de Energía 2050, «Hoja de Ruta 2050,» Ministerio de Energía, Gobierno de Chile, Santiago, 2015.
- [2] A. Zerrahn y W.-P. Schill, «A Greenfield Model to Evaluate Long-run Power Storage Requirements for High Shares of Renewables,» DIW Berlin, Berlin, 2015.
- [3] A. Eller y D. Gauntlett, «Energy Storage Trends and Opportunities in Emerging Markets,» 2017.
- [4] J. Haas, F. Cebulla, K. Cao, W. Nowak, R. Palma-Behnke, C. Rahmann y P. Mancarella, «Challenges and trends of energy storage expansion planning for flexibility provision in low-carbon power systems - a review,» *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 80, pp. 603 - 619, 2017.
- [5] L. Celis Muñoz, Historia de la Educación en Chile: Siglos XVI a los albores del XX, Santiago: Universidad de Los Lagos, 2014.
- [6] M. Maldonado, «La privatización de la educación en Chile,» Internacional de la Educación, San José, 2003.
- [7] O. G. C. Dahl, Electric Power Circuits, volume II, Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1938.
- [8] D. Phillips, F. P. Jenkin, J. A. T. Pritchard y K. Rybicki, «A Mathematical Model for Determining Generating Plant Mix,» de *Third Power Systems Computation Conference, PSCC Proceedings*, Roma, 1969.
- [9] S. Boyd y L. Vandenberghe, Convex Optimization, Nueva York: Cambridge University Press, 2009.
- [10] D. Bertsimas y J. Tsitsiklis, Introduction to Linear Optimization, Cambridge: Athena Scientific, 1997.

- [11] D. Bertsimas y J. Tsitsiklis, «Extreme points, vertices, and basic feasible solutions,» de *Introduction to Linear Optimization*, Nueva York, Athena Scientific, 1997, pp. 46-53.
- [12] D. Bertsimas y J. Tsitsiklis, «Optimality conditions,» de *Introduction to Linear Optimization*, Nueva York, Athena Scientific, 1997, pp. 82-87.
- [13] R. Green, «Investment and Generation Capacity,» de *Competitive Electricity Markets and Sustainability*, Cheltenham, Edward Elgar Publishing, 2006, pp. 21 - 53.
- [14] M. S. Sepasian, H. Seifi, A. A. Foroud y A. R. Hatami, «A multiyear security constrained hybrid generation-transmission expansion planning algorithm including fuel supply costs,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 24, n° 3, pp. 1609 - 1681, 2009.
- [15] V. Phupha, T. Lantharthong y N. Rugthaicharoencheep, «Generation Expansion Planning on Power System: A review,» *International Journal of Industrial and Manufacturing Engineering*, vol. 6, n° 4, pp. 784 - 787, 2012.
- [16] S. D. Pohekar y M. Ramachandran, «Application of multi-criteria decision making to sustainable energy planning - A review,» *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 8, pp. 365 - 381, 2004.
- [17] Energy Storage Association, «Pumped Hydroelectric Storage,» [En línea]. Available: <http://energystorage.org/energy-storage/technologies/pumped-hydroelectric-storage>. [Último acceso: 21 Enero 2018].
- [18] The Economist, «Packing some power,» *The Economist*, 3 Marzo 2012.
- [19] J. Levine, «Pumped hydroelectric energy storage and spatial diversity of wind resources as methods of improving utilization of renewable energy sources,» Michigan Technological University, Colorado, 2003.
- [20] C.-J. Yang, «Pumped Hydroelectric Storage,» Duke University, Durham, 2012.
- [21] D. Katsaprakakis, D. Christakis, A. Zervos y D. Papantonis, «Pumped storage systems introduction in isolated power production systems,» *Renewable Energy*, vol. 33, n° 3, pp. 467-490, 2008.

- [22] S. L. Ridgway, J. L. Dooley y P. Hammond, «Large energy storage systems for utilities,» *Applied Energy*, vol. 6, n° 2, pp. 133-142, 1980.
- [23] EPRI-DOE and the US Department of Energy, «Handbook of Energy Storage for Transmission & Distribution Applications,» EPRI-DOE, Palo Alto, CA, 2003.
- [24] Energy Storage Association, «Compressed Energy Storage,» [En línea]. Available: <http://energystorage.org/compressed-air-energy-storage-caes>. [Último acceso: 18 Enero 2018].
- [25] U. Eberle, B. Müller y R. von Helmolt, «Fuel cell electric vehicles and hydrogen infrastructure,» *Energy & Environmental Science*, vol. 5, n° 10, pp. 8780-8798, 2012.
- [26] S. Jensen, C. Graves, M. Mogensen, C. Wendel, R. Braun, G. Hughes, Z. Gao y S. A. Barnett, «Large-scale electricity storage utilizing reversible solid oxide cells combined with underground storage of CO₂ and CH₄,» *Energy & Environmental Science*, vol. 8, pp. 2471 - 2479, 2015.
- [27] K. C. Divya y J. Østergaard, «Battery energy storage technology for power systems - An overview,» *Electric Power Systems Research*, vol. 79, pp. 511 - 520, 2009.
- [28] B. Dunn, H. Kamath y J.-M. Tarascon, «Electrical Energy Storage for the Grid: A Battery of Choices,» *Science*, vol. 334, n° 6058, pp. 928-935, 2011.
- [29] C. Ponce de León, A. Frías-Ferrer y J. González-García, «Redox flow cells for energy conversion,» *Journal of Power Sources*, vol. 160, n° 1, pp. 716-732, 2006.
- [30] A. Manthiram, «An Outlook on Lithium Ion Battery Technology,» *ACS Central Science*, vol. 3, pp. 1063-1069, 2017.
- [31] C. Suazo-Martínez, E. Pereira-Bonvallet, R. Palma-Behnke y X.-P. Zhang, «Impacts of Energy Storage on Short Term Operation Planning Under Centralized Spot Markets,» *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 5, n° 2, p. 1110, 2014.
- [32] B. Steffen y C. Weber, «Efficient storage capacity in power systems with thermal and renewable generation,» *Energy Economics*, n° 36, pp. 556-567, 2013.

- [33] S. Finger, «Modeling Conventional and Pumped Hydro-Electric Energy Using Booth-Baleriaux Probabilistic Simulation,» *Working Papers MIT*, n° 9, 1975.
- [34] Quiroz & Asociados, «Estudio de Previsión de Demanda de Largo Plazo 2015-2035 (2050),» Santiago, 2015.
- [35] Ministerio de Energía, «Explorador Solar,» [En línea]. Available: <http://www.minenergia.cl/exploradorsolar/>. [Último acceso: 24 Enero 2018].
- [36] Ministerio de Energía, «Explorador Eólico,» [En línea]. Available: <http://walker.dgf.uchile.cl/Explorador/Eolico2/>. [Último acceso: 24 Enero 2018].
- [37] Comisión Nacional de Energía, «Capacidad Instalada de Generación,» Santiago, 2017.
- [38] 50Hertz Transmission, «Archive Photovoltaics,» [En línea]. Available: <http://www.50hertz.com/en/Grid-Data/Photovoltaics/Archive-Photovoltaics>. [Último acceso: 24 Enero 2018].
- [39] 50 Hertz Transmission, «Archive Wind Power,» [En línea]. Available: <http://www.50hertz.com/en/Grid-Data/Wind-power/Archive-Wind-power>. [Último acceso: 24 Enero 2018].
- [40] BMWi, «Zeitreihen zur Entwicklung der erneuerbaren Energien in Deutschland, 2014.,» Enero 2015. [En línea]. Available: http://www.erneuerbare-energien.de/EE/Redaktion/DE/Downloads/zeitreihen-zur-entwicklung-der-erneuerbaren-energien-in-deutschland-1990-2013.pdf?__blob=publicationFile&v=13. [Último acceso: 24 Enero 2018].
- [41] Á. Flores, Planificación de la expansión en generación en escenarios de alta penetración de energías renovables, Santiago: Universidad de Chile, 2014.
- [42] R. Palma, W. Brokering y L. Vargas, Ñom Lufke, Santiago: Pearson, 2008.

7. Apéndice

7.1 Deducción del modelo generalizado

La deducción del problema a resolver en la sección 3.1 se detalla en lo que sigue. La Figura 7-1 ilustra el comportamiento de carga y descarga de las distintas tecnologías.

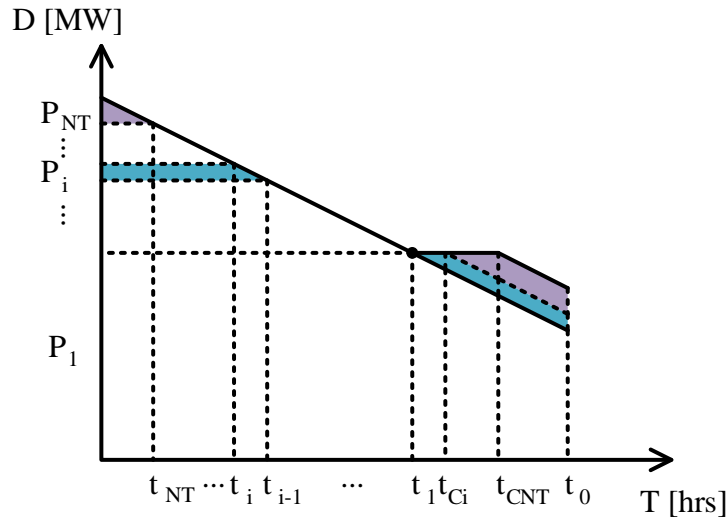


Figura 7-1. Representación gráfica de la distribución de la generación/carga de las distintas tecnologías.

Se tiene en lo anterior que la curva de duración de carga como función del tiempo se define $LDC(t) = D_{max} - M \cdot t$. De esta forma, la capacidad de cada tecnología está dada por:

$$p_i = LDC(t_i) - LDC(t_{i-1}) = M(t_{i-1} - t_i)$$

Por otro lado, la energía generada por cada tecnología corresponde al área pintada. Utilizando conceptos de geometría es posible calcular la energía utilizando que:

$$q_i = \frac{M}{2} \cdot (t_{i-1}^2 - t_i^2)$$

No obstante, lo anterior no aplica para la central de base. En este caso la capacidad está dada por $p_1 = LDC(t_1)$, mientras que la energía que ésta genera se expresa como $q_1 = D_{ma}T_0 - \frac{M}{2}(T_0^2 + t_1^2)$.

Con todo, se tienen expresiones para la función objetivo del problema. Se deben obtener expresiones para las restricciones del mismo. En primer lugar, se tiene la restricción que impone que la potencia de carga, $p_{Ci} = M(t_{Ci} - t_{Ci-1})$, debe ser menor que la capacidad instalada:

$$M(t_{Ci} - t_{Ci-1}) \leq M(t_{i-1} - t_i)$$

Luego se debe respetar la neutralidad energética del almacenamiento, es decir, la energía generada más pérdidas debe ser igual a la energía consumida. La energía generada, más pérdidas, está dada por:

$$q_{Ri} = \frac{M(t_{i-1}^2 - t_i^2)}{2\eta_i}$$

Por otro lado, la energía consumida puede ser calculada como la suma del área de un triángulo y un paralelogramo, obteniéndose que:

$$q_{Ci} = \frac{M}{2}(t_{Ci} - t_{Ci-1})^2 + M(t_{Ci} - t_{Ci-1})(T_0 - t_{Ci})$$

En consecuencia, la restricción de balance energético se escribe como:

$$\frac{M(t_{i-1}^2 - t_i^2)}{2\eta_i} = \frac{M}{2}(t_{Ci} - t_{Ci-1})(2T_0 - (t_{Ci} + t_{Ci-1}))$$

Finalmente, resta la restricción que obliga a las potencias de carga a ser positivas, lo que se expresa como:

$$M(t_{Ci} - t_{Ci-1}) \geq 0$$

7.2 Condiciones de KKT

Con todo lo resumido en el anexo anterior, el problema que se debe optimizar es el presentado en (7.2-1).

$$\begin{aligned} \min \sum_{i=1}^{NT} A_i M(t_{i-1} - t_i) + VC_1 \left(D_{max} T_0 - \frac{M}{2}(T_0^2 + t_1^2) \right) \\ + \sum_{i=2}^{NT} \frac{VC_i M}{2} (t_{i-1}^2 - t_i^2) + \sum_{i=2}^{NT} \left(\frac{VC_1}{\eta_i} + \frac{RC_i}{\omega_i} \right) \cdot M \frac{t_{i-1}^2 - t_i^2}{2} \end{aligned}$$

s.a.

(7.2-1)

$$\forall i > 1 \quad t_{Ci} \leq t_{Ci-1} + t_{i-1} - t_i \quad (u_i)$$

$$\forall i > 1 \quad \frac{M(t_{i-1}^2 - t_i^2)}{2\eta_i} = \frac{M}{2}(t_{Ci} - t_{Ci-1})(2T_0 - (t_{Ci} + t_{Ci-1})) \quad (v_i)$$

$$\forall i > 1 \quad t_{Ci-1} \leq t_{Ci} \quad (w_i)$$

Las condiciones de KKT requieren que el problema se encuentre formulado en forma estándar, lo que se presenta en (7.2-2).

$$\min \sum_{i=1}^{NT} A_i M(t_{i-1} - t_i) + VC_1 \left(D_{max} T_0 - \frac{M}{2} (T_0^2 + t_1^2) \right) \\ + \sum_{i=2}^{NT} \frac{VC_i M}{2} (t_{i-1}^2 - t_i^2) + \sum_{i=2}^{NT} \left(\frac{VC_1}{\eta_i} + \frac{RC_i}{\omega_i} \right) \cdot M \frac{t_{i-1}^2 - t_i^2}{2}$$

s.a.

(7.2-2)

$$\forall i > 1 \quad t_{ci} - t_{ci-1} - t_{i-1} + t_i \leq 0 \quad (u_i)$$

$$\forall i > 1 \quad \frac{M(t_{i-1}^2 - t_i^2)}{2\eta_i} - \frac{M}{2} (t_{ci} - t_{ci-1})(2T_0 - (t_{ci} + t_{ci-1})) = 0 \quad (v_i)$$

$$\forall i > 1 \quad t_{ci-1} - t_{ci} \leq 0 \quad (w_i)$$

Luego, recordando las condiciones de KKT explicadas en 2.1.1, se debe plantear el lagrangiano que queda dado por (7.2-3)

$$L(\vec{x}, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = \sum_{i=1}^{NT} A_i M(t_{i-1} - t_i) + VC_1 \left(D_{max} T_0 - \frac{M}{2} (T_0^2 + t_1^2) \right) \\ + \sum_{i=2}^{NT} \frac{VC_i M}{2} (t_{i-1}^2 - t_i^2) + \sum_{i=2}^{NT} \left(\frac{VC_1}{\eta_i} + \frac{RC_i}{\omega_i} \right) \cdot M \frac{t_{i-1}^2 - t_i^2}{2} \quad (7.2-3) \\ + \sum_{i=2}^{NT} u_i (t_{ci} - t_{ci-1} - t_{i-1} + t_i) + w_i (t_{ci-1} - t_{ci}) \\ + v_i \left(\frac{M(t_{i-1}^2 - t_i^2)}{2\eta_i} - \frac{M}{2} (t_{ci} - t_{ci-1})(2T_0 - (t_{ci} + t_{ci-1})) \right)$$

El gradiente del lagrangiano puede ser obtenido utilizando derivadas parciales. Este gradiente, en el óptimo, debe ser nulo. Con todo lo anterior se recuperan las siguientes expresiones:

$$\left. \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t_1} \right|_{x^*} = -A_1 + A_2 - VC_1 t_1 + VC_2 t_1 + \left(\frac{VC_1}{\eta_2} + \frac{RC_2}{\omega_2} \right) t_1 - 2u_2 \\ + v_2 \left(\frac{t_1(1 - \eta_2)}{\eta_2} + T_0 \right) = 0 \quad (7.2-4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t_i} \Big|_{x^*} &= A_{i+1} - A_i + VC_{(i+1)t_i} - VC_i t_i + \left(\frac{VC_1}{\eta_{i+1}} + \frac{RC_{i+1}}{\omega_{i+1}} \right) t_i - \left(\frac{VC_1}{\eta_i} + \frac{RC_i}{\omega_i} \right) t_i \\ &+ u_i - u_{i+1} + \frac{v_{i+1}}{\eta_{i+1}} t_i - \frac{v_i}{\eta_i} t_i = 0 \end{aligned} \quad (7.2-5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t_{c2}} \Big|_{x^*} = u_2 - v_2(T_0 - t_{c2}) - u_3 + v_3(T_0 - t_{c2}) + \frac{w_2}{M} = 0 \quad (7.2-6)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t_{ci}} \Big|_{x^*} = u_i - v_i(T_0 - t_{ci}) - \frac{w_i}{M} - u_{i+1} + v_{i+1}(T_0 - t_{ci}) + \frac{w_{i+1}}{M} = 0 \quad (7.2-7)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial v_i} \Big|_{x^*} = \frac{t_{i-1}^2 - t_i^2}{\eta_i} - (t_{ci} - t_{ci-1})(2T_0 - t_{ci} - t_{ci-1}) = 0 \quad (7.2-8)$$

Luego se imponen las restricciones de holgura complementaria:

$$u_i(t_{ci} - t_{ci+1} + t_i - t_{i-1}) = 0 \quad \forall i > 1 \quad (7.2-9)$$

$$w_i(t_{ci-1} - t_{ci}) = 0 \quad \forall i > 1 \quad (7.2-10)$$

Y finalmente las restricciones sobre las variables duales que establecen lo siguiente:

$$u_i, w_i \geq 0 \quad \forall i > 1 \quad (7.2-11)$$

7.3 Nomenclatura de metodología

Tabla 7-1. Nomenclatura de la metodología propuesta.

<i>Símbolo</i>	<i>Representación</i>	<i>Unidad</i>
A_i	Anualidad de potencia tecnología i ,	(\$/MW)
VC_i	Costo variable de energía tecnología i ,	(\$/MWh)
η_i	Eficiencia de ciclo cerrado de tecnología i ,	(%)
RC_i	Anualidad de capacidad de almacenamiento i ,	(\$/MWh)
ω_i	Parámetro de número de ciclos en el horizonte tecnología i ,	(-)
p_i	Capacidad instalada de tecnología i ,	(MW)
q_i	Energía generada por tecnología i ,	(MWh)
t_i	Tiempo de recambio en el que tecnología i comienza a ser la marginal,	(h)
D_{max}	Demanda máxima en el horizonte,	(MW)
M	Pendiente de la recta que aproxima la LDC,	(MW/h)
t_{Ci}	Instante en el que tecnología i comienza a cargarse a capacidad nominal,	(h)
q_{Ci}	Energía consumida por tecnología i ,	(MWh)
T_0	Duración del horizonte de planificación,	(h)
u_i	Variable dual de restricción de capacidad máxima de tecnología i ,	(\$/MWh)

v_i	Variable dual de restricción de suficiencia energética tecnología i ,	(\$/MWh ²)
w_i	Variable dual de restricción de orden de carga tecnología i ,	(\$/MWh)
\mathcal{L}	Abreviación del lagrangiano, $\mathcal{L} = L(\vec{x}, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$,	(\$)
x^*	Valor de las variables en el óptimo,	(-)
$C_i(t)$	Recta de costo ¹ de tecnología i ,	(\$/MW)
T_{Bi}	Duración del bloque de demanda i ,	(h)
P_{Bi}	Demanda añadida durante el bloque de demanda i ,	(MW)
$K_{si,j}$	Factor independiente de incorporación de almacenamiento i en configuración j ,	(-)
$K'_{si,j}$	Factor dependiente de incorporación de almacenamiento i en configuración j ,	(-)
e_s	Capacidad energética almacenamiento s ,	(MWh)
$g_{s,t}^d$	Potencia de generación de energía eléctrica de almacenamiento s durante hora t ,	(MW)
$g_{s,t}^c$	Potencia de consumo de energía eléctrica de almacenamiento s durante hora t ,	(MW)
$e_{s,t}$	Energía almacenada en almacenamiento s durante hora t ,	(MWh)
D_t	Demanda sistémica por energía eléctrica en hora t ,	(MW)

¹ Ver sección 2.2.1.