



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

ESTIMACIÓN DE LA FRECUENCIA DE FRACTURAS EN YACIMIENTOS  
MINEROS VÍA HERRAMIENTAS GEOESTADÍSTICAS

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS

PABLO IGNACIO VEGA CUELLO

PROFESOR GUÍA:  
XAVIER EMERY

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
ALEJANDRO CÁCERES SAAVEDRA  
AMIN HEKMATNEJAD

-

SANTIAGO DE CHILE

2018

## ESTIMACIÓN DE LA FRECUENCIA DE FRACTURAS EN YACIMIENTOS MINEROS VÍA HERRAMIENTAS GEOESTADISTICAS

En la minería actual, los parámetros geotécnicos permiten medir el efecto de diversos factores relevantes al diseño minero, tales como el diseño de fortificaciones, estabilidad de taludes y caserones, niveles de dilución planificada, fragmentación y hundibilidad de la roca, entre otros. El tener una medida precisa de estos factores permite reducir la incertidumbre de los planes de producción y de su valorización económica. Sin embargo, las técnicas actuales para determinar estos valores descansan generalmente sobre el uso de valores promedios y resultados empíricos, los cuales omiten la variabilidad y la naturaleza de los parámetros geotécnicos.

En base a lo anterior, la memoria realizada busca proporcionar una metodología que ayude en la búsqueda de una mejor estimación a un insumo básico para los métodos de clasificación del macizo rocoso, la frecuencia de fracturas (FF), considerando un aspecto relevante de ella, su direccionalidad. La metodología consiste en agrupar las fracturas, o más generalmente las discontinuidades, en grupos de fracturas con similar orientación, luego corregir la frecuencia de fracturas observada para cada grupo a una frecuencia de fracturas “intrínseca”, basado en la corrección de Terzaghi. Posteriormente, se estima las frecuencias de fracturas intrínsecas mediante kriging y se corrigen las estimaciones de vuelta (corrección de Terzaghi inversa) para llevarlas a la dirección de interés para las predicciones finales

Se compara los resultados de la metodología propuesta con otros dos métodos de agrupación de discontinuidades y corrección de valores para su FF en base a ubicación, orientación y geometría de las discontinuidades.

Debido a la necesidad de tener una base de datos representativa con la cual contrastar los resultados, se decidió simular los datos para una red de fracturas, y trabajar sobre un escenario sintético. Además de las tres metodologías mencionadas, se reparó en el efecto de la cantidad de datos y orientación de los sondajes de muestreo.

Por último, dado que la metodología propuesta considera la ubicación y dirección de las discontinuidades en plenitud, se sugiere un procedimiento para estimar la FF en direcciones no sondeadas por los sondajes.

Respecto a los resultados obtenidos, la metodología propuesta presentó los indicadores más bajos de error asociados a las estimaciones hechas con ella. Asimismo, el método para predecir la FF en una dirección de interés en base a una diferente ya sondeada entregó resultados satisfactorios para direcciones con baja variabilidad de discontinuidades entre ellas, dejando abierta la posibilidad de implementar simulación geoestadística para mejorar los aspectos de incertidumbre ligados a la heterogeneidad espacial y direccionalidad de la FF.

# ESTIMATION OF FRACTURE FREQUENCY IN MINERAL DEPOSITS VIA GEOSTATISTICAL TOOLS

In current mining, geotechnical parameters allow to measure the effect of various factors relevant to the mining design, such as the design of fortifications, stability of slopes and open stopes, levels of planned dilution, fragmentation and caving of the rock, among others. Having an accurate measurement of these factors reduces the uncertainty of the production plans and their economic valorization. However, the current techniques to determine these values often rest on the use of average values and empirical results, which omit the variability and the nature of the geotechnical parameters.

Based on the above, this research memory seeks to provide a methodology that aids in the search for a better estimate of a basic input for the methods of classification of the rock mass, the fracture frequency (FF), considering a relevant aspect of it, its directionality. The methodology consists in grouping of the fractures, or more generally of the discontinuities, into groups of fractures with similar orientation, then correcting the fracture frequency observed for each group into an “intrinsic” fracture frequency, based on the Terzaghi correction. Subsequently, the intrinsic fracture frequencies are estimated by kriging and the estimates are back-corrected (inverse Terzaghi correction) to the direction of interest for the final predictions.

For the above, the results of the proposed methodology are compared with two other methods of grouping discontinuities and correcting their FF values based on the location, orientation and geometry of the discontinuities.

Due to the need to have a representative database with which to compare the results, it was decided to simulate the data for a network of fractures, and work on a synthetic scenario. In addition to the three methodologies proposed, the effect of the amount of data and orientation of the sampling drill holes was investigated.

Finally, given that the proposed methodology considers the location and direction of the discontinuities in full, a procedure is suggested to estimate FF in directions not probed by the drilling.

Regarding the results obtained, the proposed methodology presented the lowest error indicators associated with the estimates made with it. Likewise, the method to predict FF in a direction of interest based on a different one already sampled gave satisfactory results for directions with low variability of discontinuities between them, leaving open the possibility of implementing geostatistical simulation to improve the uncertainty aspects linked to the spatial heterogeneity and directionality of FF.

*“Al buscar y equivocarnos, aprendemos.” - Johann Wolfgang Goethe.*

*“Un poco de ciencia aleja de Dios, pero mucha ciencia devuelve a Él”- Louis Pasteur*

*A mi familia, con especial cariño a mi madre Jacqueline y mi amada Melissa.*

## Agradecimientos

Agradezco a mis padres, ambos tuvieron historias de vida marcadas por dificultades y privaciones, pero me demostraron que ante la adversidad no hay mejor respuesta que la perseverancia. Me entregaron valores, educación, un hogar cariñoso y lleno de buenos momentos, así como un ejemplo claro de que siempre se puede ser mejor en la vida. De forma singular, agradezco a mi madre Jacqueline, todo cuanto soy como persona se lo debo a ella. Incluso, aunque lo hubiera deseado, no podría haber concebido una mejor madre. El haber llegado hasta esta instancia es en gran parte por su incansable apoyo y motivación, gracias mamá.

También me gustaría reconocer de manera especial a Melissa, el amor de mi vida. Eres una compañera increíble e inquebrantable, una figura de superación y temple sin medida. Muchas gracias por ayudarme en este largo camino, en el cual nuestro amor fue superando una tras otra las dificultades emergentes y nuestros sueños comenzaron a tomar forma. Sin tu preocupación, cariño, empuje, sonrisa y fe, estos años hubieran sido amargos.

Agradezco a mis amigos de la universidad, en los cuales he descubierto personas maravillosas, camaradas en este gran viaje universitario, Rodolfo Mejías, Nolberto Vega, Kevin Flores, Rodrigo Díaz, Matías Salas y Valeria González. Tanto tiempo juntos nos ha hecho compartir más que trabajos, tareas y exámenes, aprendiendo el uno del otro en todo orden de cosas. Infinita gratitud a su confianza.

A mis amigos de vida, esas personas especiales que siempre han estado ahí sin importar la distancia o el poco tiempo para interactuar, a Felipe y Mariela, los cuales siempre me han escuchado de forma atenta y hemos podido compartir incontables consejos y una que otra ñoñería cómplice.

En el ámbito académico, he tenido el privilegio de ser alumno de grandes profesores, con una motivación docente acompañada de un conocimiento técnico y académico sobresaliente. Mi admiración y reconocimiento a los profesores Alejandro Cáceres y Xavier Emery, los cuales avivaron mi curiosidad por la geoestadística y me permitieron congeniarla con otro de mis grandes intereses, la pedagogía y la docencia. Su tiempo, paciencia, guía y consejo en las diferentes tareas de auxiliar, ayudante y memorista es una experiencia inconmensurable.

Por último, agradezco el apoyo del Departamento de Ingeniería de Minas y del Advanced Mining Technology Center (AMTC) de la Universidad de Chile, así como a la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica, a través del proyecto CONICYT / FONDECYT / REGULAR / N°1170101.

# Tabla de Contenido

Capítulo 1 Introducción .....	1
1.1. Motivación.....	1
1.2. Objetivos.....	2
1.2.1. Objetivo general .....	2
1.2.2. Objetivos específicos.....	2
1.2.3. Alcances .....	2
Capítulo 2 Antecedentes.....	4
2.1. Geoestadística.....	4
2.1.1. Variable regionalizada.....	4
2.1.2. Caracterización de una función aleatoria.....	5
2.1.3. Estacionaridad .....	7
2.1.4. Análisis variográfico.....	8
2.1.5. Estimación vía kriging.....	14
2.1.6. Validación.....	16
2.2. Geotecnia y geomecánica .....	18
2.2.1. Parámetros de caracterización geotécnica del macizo rocoso .....	18
2.2.2. Métodos de clasificación de macizo rocoso .....	20
2.2.3. Variables geotécnicas y métodos de clasificación de interés .....	21
2.2.4. Aditividad y direccionalidad en variables geotécnicas.....	24
2.3. Estado del arte: Aplicaciones de geoestadística a geotecnia .....	27
Capítulo 3 Metodología propuesta .....	29
Capítulo 4 Caso de estudio.....	31
4.1. Generación de una red de fracturas sintética.....	31
4.2. Muestreo del escenario sintético.....	35
4.3. Cálculo y corrección de FF.....	37
4.3.1. Metodología 1 .....	37
4.3.2. Metodología 2.....	38
4.3.3. Metodología 3.....	39
4.4. Análisis variográfico.....	41
4.4.1. Malla 20 [m] x 20 [m] .....	41
4.4.2. Malla 10 [m] x 10 [m] .....	43
4.4.3. Sondajes orientados .....	44
4.5. Predicción vía kriging ordinario .....	46

4.5.1. Malla 20 [m] x 20 [m] .....	46
4.5.2. Malla 10 [m] x 10 [m] .....	49
4.5.3. Sondajes orientados .....	53
4.6. Post-tratamiento de resultados para la metodología 3 .....	56
4.7. Análisis de resultados .....	58
Capítulo 5 Discusiones generales .....	60
Capítulo 6 Conclusiones .....	61
Capítulo 7 Bibliografía .....	62
Capítulo 8 Anexos .....	64
Anexo A. Grupos de discontinuidades generados .....	64
Anexo B. Variogramas experimentales y modelados para las tres metodologías .....	66
Anexo C. Radios máximos para la vecindad de búsqueda .....	72
Anexo D. Post tratamiento de datos para metodología 3 .....	72

# Índice de Tablas

Tabla 2.1. Relación RQD y calidad de roca para ingeniería.....	22
Tabla 2.2. Clasificación de parámetros del RMR y sus respectivos puntajes (Hook et al., 2000).....	23
Tabla 2.3. Factor de ajuste según orientación de las discontinuidades para RMR (Hook et al., 2000).....	23
Tabla 2.4. Clasificación para el macizo rocoso según RMR.....	24
Tabla 4.1. Detalle del número de discontinuidades y porcentaje de discontinuidades del total de la red por grupo.....	34
Tabla 4.2. Resumen estadísticas de la FF según metodología 1 para las 3 mallas de muestreo.....	38
Tabla 4.3. Factor corrector por grupo para metodología 2.....	38
Tabla 4.4. Resumen estadísticas de la FF corregida según metodología 2 para la malla de 20 [m] x 20 [m].....	38
Tabla 4.5. Resumen estadísticas de la FF corregida según metodología 2 para la malla de 10 [m] x 10 [m].....	38
Tabla 4.6. Resumen estadísticas de la FF corregida según metodología 2 para la malla de sondajes orientados.....	39
Tabla 4.7. Ángulo promedio y factor corrector por grupo para metodología 3.....	39
Tabla 4.8. Resumen estadísticas de la FF corregida según metodología 3 para la malla de 20 [m] x 20 [m].....	40
Tabla 4.9. Resumen estadísticas de la FF corregida según metodología 3 para la malla de 10 [m] x 10 [m].....	40
Tabla 4.10. Resumen estadísticas de la FF corregida según metodología 3 para la malla de sondajes orientados.....	40
Tabla 4.11. Parámetros utilizados en el cálculo de los variogramas experimentales para la malla 20 [m] x 20 [m].....	42
Tabla 4.12. Resumen análisis variográfico según datos metodología 1 para la malla de muestreo 20 [m] x 20[m].....	42
Tabla 4.13. Resumen análisis variográfico según datos metodología 2 para la malla de muestreo 20 [m] x 20[m].....	42
Tabla 4.14. Resumen análisis variográfico según datos metodología 3 para la malla de muestreo 20 [m] x 20[m].....	42
Tabla 4.15. Parámetros utilizados en el cálculo de los variogramas experimentales para la malla 10 [m] x 10 [m].....	43
Tabla 4.16. Resumen análisis variográfico según datos metodología 1 para la malla de muestreo 10 [m] x 10[m].....	43
Tabla 4.17. Resumen análisis variográfico según datos metodología 2 para la malla de muestreo 10 [m] x 10[m].....	43
Tabla 4.18. Resumen análisis variográfico según datos metodología 3 para la malla de muestreo 10 [m] x 10[m].....	44



Tabla 4.19. Parámetros utilizados en el cálculo de los variogramas experimentales para sondajes orientados.....	44
Tabla 4.20. Resumen análisis variográfico según datos metodología 1 para sondajes orientados. ....	45
Tabla 4.21. Resumen análisis variográfico según datos metodología 2 para sondajes orientados. ....	45
Tabla 4.22. Resumen análisis variográfico según datos metodología 3 para sondajes orientados. ....	45
Tabla 4.23. Radios máximos para las vecindades de búsqueda utilizadas en la estimación de la FF de los grupos de la metodología 3. ....	46
Tabla 4.24. Estadísticas de la estimación con los datos de la malla 20 [m] x 20 [m] para las 3 metodologías.....	46
Tabla 4.25. Cuantificación del error asociados a las estimaciones con los datos de la malla 20 [m] x 20 [m] para las tres metodologías.....	49
Tabla 4.26. Estadísticas de la estimación con los datos de la malla 10 [m] x 10 [m] para las 3 metodologías.....	49
Tabla 4.27. Cuantificación del error asociados a las estimaciones con los datos de la malla 10 [m] x 10 [m] para las 3 metodologías.....	51
Tabla 4.28. Estadísticas de la estimación con los datos de los sondajes orientados para las 3 metodologías.....	53
Tabla 4.29. Cuantificación del error asociados a las estimaciones con los datos de los sondajes orientados para las 3 metodologías.....	55
Tabla 4.30. Ángulos promedios según grupo de discontinuidades para las direcciones azimut: 60° y dip: 60°, 70° y 80°.....	57
Tabla 4.31. Factor de corrección según grupo de discontinuidades para las direcciones azimut: 60° dip: 60°, 70° y 80°.....	57
Tabla 4.32. Estadísticas para la estimación corregida según las direcciones azimut: 60° y dip: 60°, 70° y 80°.....	57
Tabla 4.33. Cuantificación del error asociados a la estimación corregida según las direcciones de azimut 60° y dip 60°, 70° y 80°.....	57
Tabla 8.1. Radios máximos para las vecindades de búsqueda utilizadas en la estimación de la FF de la metodología 1. ....	72
Tabla 8.2. Radios máximos para las vecindades de búsqueda utilizadas en la estimación de la FF de los grupos de la metodología 2. ....	72
Tabla 8.3. Ángulos promedios según grupo de discontinuidades para las direcciones de azimut 180° y 300° y dip 60°, 70° y 80°.....	72
Tabla 8.4. Factor de corrección según grupo de discontinuidades para las direcciones de azimut 180° y 300° y dip 60°, 70° y 80°.....	73
Tabla 8.5. Cuantificación del error asociados a la estimación corregida según las direcciones de azimut 180° y dip 60°, 70° y 80°.....	73
Tabla 8.6. Cuantificación del error asociados a la estimación corregida según las direcciones de azimut 300° y dip 60°, 70° y 80°.....	73

# Índice de Ilustraciones

Ilustración 2.1. Bosquejo de los parámetros de tolerancia de variograma experimentales típicos. Caso 2-D (Deutsch, 2015). .....	9
Ilustración 2.2. Parámetros de efecto pepita, meseta y alcance ilustrados en un variograma teórico idealizado.....	11
Ilustración 2.3. Variograma en 2 direcciones que muestra anisotropía geométrica (Deutsch, 2015).....	13
Ilustración 2.4 - Variograma en 2 direcciones que muestra anisotropía zonal (Deutsch, 2015).....	14
Ilustración 2.5. Diagrama de las propiedades de las discontinuidades (Wyllie, 1999). ....	19
Ilustración 2.6. Esquema para ejemplificar los términos de material triturado y número de fracturas (Séguret et al, 2014).....	25
Ilustración 2.7. Ejemplo 2-D de la direccionalidad de la FF para sondajes con el mismo largo.....	26
Ilustración 2.8. Bosquejo que ejemplifica la relación entre el ángulo $\theta$ entre la dirección del sondaje y las estructuras presentes y la frecuencia de fractura observada (Séguret, 2016). .....	27
Ilustración 3.1. Ejemplo de clasificación de discontinuidades según las tres metodologías a evaluar. ....	29
Ilustración 3.2. Diagrama de la metodología implementada en este trabajo. ....	30
Ilustración 4.1. Ejemplo de generación de puntos aleatorios con una distribución homogénea de Poisson. ....	31
Ilustración 4.2. Ejemplo de generación de puntos aleatorios con una distribución de Poisson no homogénea respecto al eje Z .....	32
Ilustración 4.3. Histograma para una distribución de ley de potencias con número de elementos:10, valor del exponente: 1.5 y número de muestras: 100.....	32
Ilustración 4.4. Realización de la rutina de Jung (2009) para 1000 vectores dirección con distribución de Von Mises Fisher con un factor de acoplamiento 1 y vector semilla (0, 0, 1).....	33
Ilustración 4.5. Realización de la rutina de Jung (2009) para 1000 vectores dirección con distribución de Von Mises Fisher con un factor de acoplamiento 25 y vector semilla (0, 0, 1)...	33
Ilustración 4.6. Realización de la rutina de Jung (2009) para 1000 vectores dirección con distribución de Von Mises Fisher con un factor de acoplamiento 250 y vector semilla (0, 0, 1). 33	
Ilustración 4.7. Resultado de la generación del grupo 1 de discontinuidades para la red de fracturas. ....	34
Ilustración 4.8. Múltiples vistas de la red de fracturas con los 5 grupos de discontinuidades. ....	35
Ilustración 4.9. Vista en planta y perspectiva de los compositos relativos a la malla de muestreo de 5 [m] x 5 [m]. ....	36
Ilustración 4.10. Vista en planta y perspectiva de los compositos relativos a la malla de muestreo de 20 [m] x 20 [m]. ....	36
Ilustración 4.11. Vista en planta y perspectiva de los compositos relativos a la malla de muestreo de 10 [m] x 10 [m]. ....	37

Ilustración 4.12. Vista en planta y perspectiva de los compositos relativos a la malla de muestreo con 100 sondajes orientados. ....	37
Ilustración 4.13. Comparación de variogramas experimentales con diferentes direcciones y un variograma omnidireccional. ....	41
Ilustración 4.14. Histograma acumulado de la estimación con los datos de la malla 20 [m] x 20 [m] para las 3 metodologías ....	47
Ilustración 4.15. Visualización de las estimaciones con los datos de la malla 20 [m] x 20 [m] para las tres metodologías en cotas 0, 25, 50, 75, 95. ....	48
Ilustración 4.16. Histograma acumulado de la estimación con los datos de la malla 10 [m] x 10 [m] para las 3 metodologías ....	49
Ilustración 4.17. FF (izquierda) y error cuadrático (columnas 2, 3 y 4) para las estimaciones con los datos de la malla 20 [m] x 20 [m] para las tres metodologías en cotas 0, 25, 50, 75, 95. ....	50
Ilustración 4.18. Visualización de las estimaciones con los datos de la malla 10 [m] x 10 [m] para las tres metodologías en cotas 0, 25, 50, 75 y 95. ....	51
Ilustración 4.19. FF real (izquierda) y error cuadrático (columnas 2, 3 y 4) para las estimaciones con los datos de la malla 10 [m] x 10 [m] para las tres metodologías en cotas 0, 25, 50, 75, 95 ....	52
Ilustración 4.20. Histograma acumulado de la estimación con los datos de los sondajes orientados para las 3 metodologías. ....	53
Ilustración 4.21. Visualización de las estimaciones con los datos de los sondajes orientados para las tres metodologías en cotas 0, 25, 50, 75 y 95. ....	54
Ilustración 4.22. FF real (izquierda) y error cuadrático (columnas 2, 3 y 4) para las estimaciones con los datos de los sondajes orientados para las tres metodologías en cotas 0, 25, 50, 75, 95 ....	55
Ilustración 4.23. Ejemplo de la direccionalidad de la FF según la dirección muestreada en el escenario sintético. ....	56
Ilustración 4.24. Visualización de los resultados de la estimación corregida y su error para la dirección azimut: 60° dip: 80° en las cotas 25, 50 y 75. ....	58
Ilustración 8.1. Resultado de la generación del grupo 2 de discontinuidades para la red de fracturas. ....	64
Ilustración 8.2. Resultado de la generación del grupo 3 de discontinuidades para la red de fracturas. ....	64
Ilustración 8.3. Resultado de la generación del grupo 4 de discontinuidades para la red de fracturas. ....	65
Ilustración 8.4. Resultado de la generación del grupo 5 de discontinuidades para la red de fracturas. ....	65
Ilustración 8.5. Análisis de direcciones preferencial, variogramas experimentales y modelados para los datos de la malla de 20 [m] x 20 [m]. ....	67
Ilustración 8.6. Variogramas cruzados para los cinco grupos de discontinuidades de la metodología 3 para los datos de la malla 20 [m] x 20 [m]. ....	67
Ilustración 8.7. Análisis de direcciones preferencial, variogramas experimentales y modelados para los datos de la malla de 10 [m] x 10 [m]. ....	69
Ilustración 8.8. Variogramas cruzados para los cinco grupos de discontinuidades de la metodología 3 para los datos de la malla 10 [m] x 10 [m]. ....	69
Ilustración 8.9. Análisis de direcciones preferencial, variogramas experimentales y modelados para los datos de los sondajes orientados. ....	71
Ilustración 8.10. Variogramas cruzados para los cinco grupos de discontinuidades de la metodología 3 para los datos de sondajes orientados. ....	72

Ilustración 8.11. Visualización de los resultados de la estimación corregida y su error para la dirección de azimut $60^\circ$ y dip $70^\circ$ en las cotas 25, 50 y 75.....	73
Ilustración 8.12. Visualización de los resultados de la estimación corregida y su error para la dirección de azimut $60^\circ$ y dip $60^\circ$ en las cotas 25, 50 y 75.....	74
Ilustración 8.13. Visualización de los resultados de la estimación corregida y su error para la dirección de azimut $180^\circ$ y dip $80^\circ$ en las cotas 25, 50 y 75.....	74
Ilustración 8.14. Visualización de los resultados de la estimación corregida y su error para la dirección de azimut $180^\circ$ y dip $70^\circ$ en las cotas 25, 50 y 75.....	75
Ilustración 8.15. Visualización de los resultados de la estimación corregida y su error para la dirección de azimut $180^\circ$ y dip $60^\circ$ en las cotas 25, 50 y 75.....	75
Ilustración 8.16. Visualización de los resultados de la estimación corregida y su error para la dirección de azimut $300^\circ$ y dip $80^\circ$ en las cotas 25, 50 y 75.....	76
Ilustración 8.17. Visualización de los resultados de la estimación corregida y su error para la dirección de azimut $300^\circ$ y dip $70^\circ$ en las cotas 25, 50 y 75.....	76
Ilustración 8.18. Visualización de los resultados de la estimación corregida y su error para la dirección de azimut $300^\circ$ y dip $60^\circ$ en las cotas 25, 50 y 75.....	77

# Capítulo 1 Introducción

## 1.1. Motivación

Un proyecto minero es sinónimo de diversas etapas a concretar y cada una de ellas presenta requerimientos particulares. Dentro de esas etapas, las variables geotécnicas, tales como (Frecuencia de fracturas (FF), Rock quality designation (RQD), Rock mass rating (RMR) o Rock tunneling index (Q)), juegan un papel preponderante en la formulación de modelos geotécnicos, tanto en el caso de minería subterránea como a cielo abierto. Dichos modelos impactan de forma directa en factores críticos para el proyecto, como lo son el diseño minero, la estabilidad y reforzamiento asociado a labores, la fragmentación y hundibilidad del macizo rocoso, entre otros.

No obstante, la tradición parece pesar en la práctica a la hora de modelar variables geotécnicas, ya que gran parte de los proyectos mineros tiende a usar métodos de zonificación y promedios, los cuales consisten en promediar los datos de una variable dentro de un dominio geotécnico determinado, obviando la componente espacial de la variable además de no reflejar la incertidumbre asociada a la geología del yacimiento.

Siguiendo con la idea anterior, algunas variables geotécnicas presentan características de no aditividad y/o direccionalidad, al no promediarse aritméticamente cuando se realiza un cambio de soporte o al depender de la dirección en la cual se mide la variable, aumentando la imprecisión de los métodos de modelamiento anteriormente mencionados. Un ejemplo importante de dichas características es la frecuencia de fracturas (FF), tema de estudio de esta memoria.

Este estudio propone investigar las restricciones asociadas a la medición de frecuencia de fracturas y entregar una metodología que permita estimar dicho parámetro de forma precisa en base a las condiciones naturales de la variable. Para dicho objetivo, se trabajará con casos sintéticos generando una red de fracturas con diferentes grupos de discontinuidades, utilizando diferentes mallas de muestreo y agrupando las discontinuidades según tres metodologías:

1 – Primera metodología, en ella no se considera la dirección de las discontinuidades, se trabaja FF como una sola variable sin corrección por dirección del sondaje, ignorando la direccionalidad de dicha variable.

2 – Segunda metodología, en ella se agrupan las discontinuidades según el ángulo que forma con el eje del sondaje. Los grupos de clasificación son  $[0^\circ, 30^\circ]$ ,  $[30^\circ, 60^\circ]$  y  $[60^\circ, 90^\circ]$ . Una vez agrupados, se busca corregir FF considerando el ángulo promedio de cada grupo.

3 – Tercera metodología (propuesta), en ella se plantea agrupar las fracturas utilizando sus rumbos, manteos y rotación del eje del sondaje además del ángulo formado con el eje del sondaje, lo cual permita un agrupamiento más robusto que el de la metodología 2, es decir, una mejor caracterización de las discontinuidades a trabajar.

La principal ventaja de un caso de estudio en un escenario sintético es que se tiene toda la información del espacio a disposición y se pueden validar las estimaciones frente a una base de datos representativa, problema frecuente para bases de parámetros geotécnicos, las cuales no siempre contienen datos suficientes para ello.

## ***1.2. Objetivos***

### ***1.2.1. Objetivo general***

El objetivo principal del presente trabajo se manifiesta a continuación:

- Predecir la frecuencia de fracturas en yacimientos mineros a través de herramientas geoestadísticas.

### ***1.2.2. Objetivos específicos***

Del objetivo principal, se desprenden los siguientes objetivos específicos del trabajo:

- Proponer una metodología de predicción de frecuencia de fracturas que incorpore la direccionalidad de dicha variable.
- Utilizar herramientas de modelamiento geoestadístico multivariable para su predicción.
- Aplicar la metodología propuesta a una base de datos sintética para así contrastar con un escenario completamente conocido.
- Comparar los resultados de la metodología propuesta con otras dos metodologías diferentes y poder concluir sobre su desempeño.
- Entregar una predicción de frecuencia de fracturas para distintas direcciones de muestreo y validar dicha predicción.
- Vislumbrar posibles implicancias del trabajo hacía el modelamiento de variables geotécnicas.

### ***1.2.3. Alcances***

El alcance del presente trabajo corresponde a temas de investigación relacionados con geoestadística y su aplicación en geotecnia o geomecánica. Los siguientes puntos resumen los alcances de esta memoria:

- Los estudios y análisis elaborados en esta memoria se realizan en base a un escenario sintético, el cual cuenta con distintos grupos de discontinuidades con un número finito de éstas en el espacio. Dichos grupos están sujetos a diferentes parámetros de control.
- Para la generación del escenario sintético y la construcción de la base de datos de este trabajo se implementaron diferentes códigos en el software Matlab. No es parte de este estudio la optimación de dichos códigos.
- La principal herramienta utilizada para desarrollar el estudio geoestadístico del trabajo es una librería de autoría del profesor Xavier Emery.
- El trabajo realizado considera como un parámetro de entrada para la metodología propuesta la clasificación en grupos de las discontinuidades creadas (se conocen los parámetros de diseño). No es parte de este trabajo el agrupamiento (clustering o análisis de conglomerados) de dichas discontinuidades vía algoritmos de agrupamiento.

- Este trabajo no evalúa el efecto de pérdidas de datos en los sondeos por efecto de material triturado ni tampoco el efecto que tiene este sobre la aditividad de FF, aunque se comenta sobre él.

## Capítulo 2 Antecedentes

### 2.1. Geoestadística

En 1962, el ingeniero francés Georges Matheron sugiere por vez primera la palabra “geoestadística”.

El prefijo “geo” alude a las ciencias de la tierra. Los campos de aplicación actuales alcanzan los dominios más variados, como la evaluación de recursos naturales (minería, gas, petróleo, etc.), ciencias del suelo y medioambientales, topografía, oceanografía, geofísica, agricultura y análisis de imágenes, entre otros.

El término “estadística” se refiere al uso de herramientas estadísticas y probabilísticas. Con respecto a la estadística clásica, la geoestadística busca tomar en cuenta las dependencias entre las observaciones disponibles, considerando que ellas están ubicadas en el espacio.

#### 2.1.1. Variable regionalizada

La geoestadística estudia fenómenos regionalizados, es decir, que se extienden en el espacio y presentan una cierta continuidad. Por espacio, se entiende generalmente al espacio geográfico, pero puede también tratarse del eje temporal o de espacios más abstractos.

De manera general, se dice que un fenómeno es regionalizado cuando manifiesta una cierta ordenación cuando uno se desplaza en el espacio. Si  $z(x)$  designa el valor en el punto  $x$  de una característica  $z$  de este fenómeno, diremos que  $z(x)$  es una variable regionalizada. Se trata de un término neutro, descriptivo, anterior a toda interpretación probabilística.

Entonces, del punto de vista matemático, una variable regionalizada es simplemente una función  $z(x)$  del punto  $x$ . En general, se presenta bajo dos aspectos complementarios: un aspecto aleatorio (alta irregularidad, y variaciones imprevisibles de un punto a otro) y un aspecto estructurado (la variable regionalizada debe, sin embargo, reflejar a su manera las características estructurales de un fenómeno regionalizado)

Entonces, la geoestadística tendrá por objetivos principales expresar estas características estructurales en una forma matemática adecuada (desde el punto de vista teórico) y resolver el problema de la estimación de una variable regionalizada a partir de un muestreo fragmentario (desde el punto de vista práctico) (Matheron, 1970).

#### *Campo, panel y soporte*

El campo  $V$  de una variable regionalizada, es el dominio donde ésta es diferente de 0. Un panel es un subconjunto  $V'$  de  $V$ .

A menudo, no se conoce  $z(x)$ , sino más bien su valor medio  $z_v(x)$  dentro de la muestra  $v$  tomada en el punto  $x$ . Es importante notar que  $z_v(x)$  es efectivamente más regular que la variable regionalizada  $z(x)$ . El volumen  $v$  se llama soporte de la variable regionalizada  $z_v$ , regularizada de  $z$ . Es por esto que otro objetivo de la teoría de la geoestadística consiste en determinar las características de  $z_v$  conociendo las de  $z$  (Matheron, 1970).



### 2.1.2. Función aleatoria

Se define una variable aleatoria como una función desde un espacio muestral  $S \in R$ . Es una forma de representar un valor  $z$  desconocido con incertidumbre asociada. La variable aleatoria puede tomar cualquier valor asociado a su distribución de probabilidad  $f(z)$ , la cual modela la incertidumbre respecto a  $z$ . Dicha variable puede ser continua o discreta.

Se define una función aleatoria como un conjunto de variables aleatorias en un dominio  $D$ . Es decir, una variable regionalizada se puede interpretar como una realización de una función aleatoria  $Z(x) \in D$ , pero, se podría pensar en otras realizaciones que presentan características similares en cuanto a cómo se distribuyen los valores en el espacio. Opuesto al modelo de la estadística clásica, las variables aleatorias así definidas no son independientes; todo lo contrario, existe una correlación entre ellas, la cual refleja la continuidad espacial de la variable regionalizada (Emery, 2013).

#### *Distribución espacial*

Sea  $Z$  una función aleatoria definida en  $D$  y  $x_1, \dots, x_n$  un conjunto de sitios en  $D$ . Entonces el vector aleatorio  $\{Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_n)\}$  se caracteriza por su función de distribución finito-dimensional:

$$F_{x_1, x_2, \dots, x_n}(z_1, z_2, \dots, z_n) = P(Z_{x_1} \leq z_1, Z_{x_2} \leq z_2, \dots, Z_{x_n} \leq z_n)$$

El conjunto de todas las distribuciones para todo valor de  $n$  y para cualquier  $(z_1, \dots, z_n) \in R^n$  constituye la distribución espacial de la función aleatoria. Esta distribución en la práctica es imposible de determinar a partir de un número finito de observaciones y sólo se puede esperar inferir sus primeros momentos.

#### *Distribuciones univariadas y bivariadas*

Las distribuciones univariadas y bivariadas corresponden a los casos específicos donde  $n = 1$  y  $n = 2$ . En general, los datos disponibles permiten inferir estas distribuciones. Es la razón por la cual la determinación de un modelo de distribución espacial suele basarse en dichas distribuciones, aunque las distribuciones de orden superior ( $n \geq 3$ ) del modelo no se respaldan en la información proporcionada por los datos.

#### *Distribución univariada*

$$F_x(z) = \text{Prob}\{Z(x) \leq z\} \in [0,1]$$

donde  $F_x$  corresponde a la función de distribución de la variable aleatoria  $Z(x)$  ubicada en  $x$ . A su vez, la densidad de probabilidad se obtiene al derivar la función de distribución.

$$f_x(z) = F_x'(z)$$

#### *Distribución bivariada*

$$F_{x_1, x_2}(z_1, z_2) = \text{Prob}\{Z(x_1) \leq z_1, Z(x_2) \leq z_2\} \in [0,1]$$

donde  $F_{x_1, x_2}$  corresponde a la función de distribución conjunta del par de variables aleatorias  $\{Z(x_1), Z(x_2)\}$ . Para este caso, la densidad de probabilidad se obtiene al tomar las derivadas parciales de la función de distribución con respecto a cada uno de sus argumentos.

$$f(x_1, x_2) = \left( \frac{\partial F_{x_1, x_2}}{\partial x_1}, \frac{\partial F_{x_1, x_2}}{\partial x_2} \right)$$

### **Momentos**

En casos como la interpolación realizada vía kriging, se puede simplificar lo más posible la caracterización de la función aleatoria, al considerar sólo algunos parámetros descriptivos llamados los momentos de las distribuciones univariadas y bivariadas, que sintetizan la información más relevante.

El momento de primer orden es la esperanza matemática, o valor esperado, definida como:

$$m(x) = E[Z(x)], \quad x \in D$$

La varianza de  $Z$ , o varianza *a priori*, se define como:

$$\delta^2 = Var [Z(x)] = E[\{Z(x) - m(x)\}^2] = E[Z(x)^2] - m(x)^2, \quad x \in D$$

La varianza es una cantidad positiva. Su raíz cuadrada recibe el nombre de desviación estándar. La varianza y la desviación estándar constituyen medidas de la dispersión de  $Z$  en torno a su valor medio  $m(x)$  y cuantifican, de esta forma, su representación aleatoria.

La covarianza entre dos variables aleatorias  $Z(x_1)$  y  $Z(x_2)$  definida como:

$$\begin{aligned} C(x_1, x_2) &= cov[Z(x_1), Z(x_2)] = E[\{Z(x_1) - m(x_1)\} \{Z(x_2) - m(x_2)\}] \\ &= E[Z(x_1)Z(x_2)] - m(x_1)m(x_2), \quad x_1, x_2 \in D \end{aligned}$$

La covarianza entrega un acercamiento al vínculo o interacción que existe entre  $Z(x_1)$  y  $Z(x_2)$ . La desigualdad de Cauchy-Schwarz relaciona la covarianza entre  $Z(x_1)$  y  $Z(x_2)$  con las varianzas de  $Z(x_1)$  y  $Z(x_2)$ :

$$cov[Z(x_1), Z(x_2)] \leq \sqrt{var[Z(x_1)]var[Z(x_2)]}$$

El coeficiente de correlación lineal, también llamado función de autocorrelación o correlograma, entre dos variables aleatorias  $Z(x_1)$  y  $Z(x_2)$  se define como:

$$\rho(x_1, x_2) = corr[Z(x_1), Z(x_2)] = \frac{cov[Z(x_1), Z(x_2)]}{\sqrt{var[Z(x_1)]var[Z(x_2)]}}$$

Al contrario de la covarianza, el correlograma es adimensional y toma sus valores en el intervalo  $[-1, 1]$ . Un coeficiente  $\rho$  nulo indica que las variables  $Z(x_1)$  y  $Z(x_2)$  no están correlacionadas (condición necesaria para que sean independientes), mientras que un coeficiente igual a 1 ó -1 indica que son proporcionales.

El variograma entre las variables aleatorias  $Z(x_1)$  y  $Z(x_2)$  se define como:

$$\gamma(x_1, x_2) = \frac{1}{2} Var[Z(x_1) - Z(x_2)] = \frac{1}{2} E[\{Z(x_1) - Z(x_2)\}^2], \quad x_1, x_2 \in D$$

Para el último caso, la función aleatoria  $Z$  debe ser estacionaria en la media (ver subsección siguiente). También es conocido como función de semivarianza. Se debe notar que tanto la varianza como el variograma son siempre positivos o nulos, mientras que la covarianza puede tomar valores negativos

### 2.1.3. Estacionaridad

El concepto de estacionaridad permite desarrollar el formalismo probabilístico de función aleatoria con la información de la que se dispone con el fin de poder realizar la inferencia de la distribución espacial (o de sus momentos) de la función aleatoria en cuestión. En este sentido se debe recordar que la información de la que se dispone se considera como una realización de la función aleatoria y, por tanto, sólo se puede acceder a una sola de estas realizaciones. De esta manera, son dos las razones que no permiten realizar geoestadística en su manera general, las cuales son, por un lado, el hecho de poseer información de tan sólo una realización de la función aleatoria y, por otra parte, el de poseer esta información sólo de manera fragmentaria en el dominio de estudio, a través de una toma de muestra.

Para solucionar dicho problema deben implementarse algunas restricciones, las cuales recurren a la noción de estacionaridad. La idea es permitir la inferencia estadística, reemplazando la repetición sobre las realizaciones de la función aleatoria (inaccesibles, por disponer solamente de una realización) por una repetición en el espacio: se supone que los valores que se encuentran en las diferentes regiones del campo presentan las mismas características y, por ende, pueden considerarse como distintas realizaciones del mismo proceso aleatorio.

#### *Estacionaridad estricta*

Se dice que una función aleatoria  $Z$  es estrictamente estacionaria si su distribución espacial es invariante en cualquier traslación respecto a un vector  $h$  o, lo que es equivalente, la función de distribución de un vector aleatorio  $(Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_n))$  es idéntica a la del vector trasladado  $(Z(x_1 + h), Z(x_2 + h), \dots, Z(x_n + h))$  para cualquier  $h$ . Dado que usualmente se trabaja sólo con los momentos, resulta práctico limitar la hipótesis de estacionaridad a ellos.

#### *Estacionaridad de segundo orden*

Se dice que una función aleatoria es estacionaria de segundo orden si se cumple que:

- 1 –  $E[Z(x)] = m; \forall x \in D$ , es decir, su valor esperado existe y no depende de  $x$ .
- 2 –  $C(h) \equiv C(x + h, x) = E[Z(x + h)Z(x)] - m^2, x, x + h \in D$ , es decir, para cualquier par de variables aleatorias  $Z(x)$  y  $Z(x + h)$ , su covarianza existe y sólo depende del vector de separación  $h$ .

La estacionaridad de la covarianza implica que la varianza existe, es finita y no depende de  $x$ :

$$\sigma^2 = C(0) = \text{Var}[Z(x)]$$

Bajo dicha hipótesis, el variograma también es estacionario y se cumple que:

$$\begin{aligned} \gamma(h) \equiv \gamma(x + h, x) &= \frac{1}{2} E[\{Z(x + h) - Z(x)\}^2] \\ \gamma(h) &= C(0) - C(h) \end{aligned}$$

En este caso resulta suficiente usar una de las dos funciones (covarianza o variograma) para caracterizar la dependencia espacial.

Bajo la estacionaridad de segundo orden la covarianza y el variograma funcionan como herramientas equivalentes para definir la correlación entre un par de variables aleatorias separadas a una distancia  $h$ .

### *Hipótesis intrínseca*

De esta manera, una función aleatoria  $Z(x)$  se dice intrínseca si y sólo si cumple con:

- 1 -  $E[Z(x+h) - Z(x)] = 0 \forall x \in D$ , es decir, no depende de  $x$ .
- 2 -  $[Z(x+h) - Z(x)] \forall h$  tiene varianza finita y no depende de  $x$ , es decir,  $Var[Z(x+h) - Z(x)] = E\{[Z(x+h) - Z(x)]^2\} = 2\gamma(h)$

Dado que la hipótesis (1) de la estacionaridad de segundo orden implica la hipótesis (1) de la hipótesis intrínseca, y que la existencia de la covarianza como función de  $h$  implica la existencia del variograma como función de  $h$ , se tiene que la estacionaridad de segundo orden implica la hipótesis intrínseca, pero la inversa no es necesariamente cierta.

### *Cuasi-Estacionaridad*

En la práctica interesa poder definir un modelo de covarianza o variograma dentro de una vecindad de estudio. Considerar que se cumple la hipótesis de estacionaridad de segundo orden (o hipótesis intrínseca) en un dominio acotado consiste en la cuasi-estacionaridad. El hecho es que siempre se puede definir una vecindad lo suficientemente pequeña para validar la estacionaridad aunque tal vez esto implique la no suficiencia de datos para inferir el primer y el segundo momento.

#### *2.1.4. Análisis variográfico*

Como se discutió anteriormente, los valores de una variable regionalizada no son independientes, puesto que un valor observado en un sitio proporciona información sobre los valores de los sitios vecinos.

En gran parte de los problemas, la descripción de la distribución espacial se limita a los primeros momentos. El momento de primer orden (esperanza) hace intervenir un solo sitio a la vez y no entrega información sobre dependencia espacial. Por el contrario, los momentos de segundo orden (covarianza, correlograma y variograma) están definidos en base a dos sitios. Son estos momentos los que entregan una descripción elemental y operatoria de la continuidad espacial de la variable regionalizada.

### *Variograma experimental*

Supongamos la variable regionalizada  $Z(x)$  conocida en  $n$  sitios  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . El estimador tradicional del variograma para un vector de separación  $h$  se define de la siguiente forma:

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2|N(h)|} \sum_{N(h)} [Z(x_a) - Z(x_b)]^2$$

donde  $N(h)$  es el conjunto de pares  $(a, b)$  que cumple la condición  $\{x_a - x_b\} = h$  y  $|N(h)|$  es el número de pares contenidos en el conjunto  $N(h)$ .

Si recordamos la forma del variograma teórico, la cual es:

$$\frac{1}{2} E[\{Z(x+h) - Z(x)\}^2]$$

el estimador anterior, definido como variograma experimental, consiste en reemplazar la esperanza del variograma teórico por la media aritmética sobre los pares de datos separados por el vector  $h$ . El variograma experimental es una serie de valores y no una función, puesto que sólo se puede calcular para los vectores  $h$  que cumplen la condición que  $|N(h)|$  no sea vacío.

### ***Tolerancia en los parámetros de cálculo***

Si la distribución de los datos sobre el campo  $D$  es irregular, con frecuencia el número de pares  $|N(h)|$  involucrado en el cálculo de  $\hat{\gamma}(h)$  para un vector  $h$  dado será pequeña. Esto hace al variograma experimental errático y difícil de interpretar y modelar. Para evitar este problema, se suele permitir tolerancias en los cálculos, especialmente sobre las distancias y direcciones:

$$\hat{\gamma}^+(h) = \frac{1}{2|N^+(h)|} \sum_{N^+(h)} [Z(x_a) - Z(x_b)]^2$$

Para este caso, se define una región de tolerancia  $T(h)$ , la cual tiene una forma  $[h - \Delta h, h + \Delta h]$  en el caso unidimensional. El nuevo conjunto  $N^+(h)$  agrupa a todos los pares  $(a, b)$  que cumplen con la nueva condición  $\{x_a - x_b\} \in T(h)$ . Para los casos bi- o tridimensional, las tolerancias se aplican también a la orientación del vector  $h$  y no sólo a su longitud como se muestra en la Ilustración 2.1

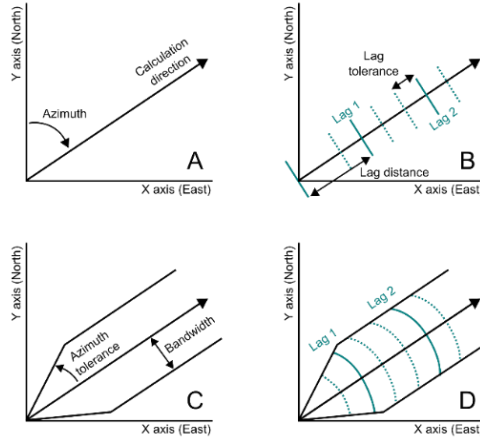


Ilustración 2.1. Bosquejo de los parámetros de tolerancia de variograma experimentales típicos. Caso 2-D (Deutsch, 2015).

### ***Propiedades del variograma experimental***

El variograma experimental  $\hat{\gamma}(h)$  es un estimador insesgado del variograma teórico, es decir:

$$E[\hat{\gamma}(h)] = \gamma(h)$$

En lo relativo a la robustez del variograma experimental, existen diversas fuentes que la pueden afectar:

- La distancia considerada ( $|h|$ ): la varianza relativa de  $\hat{\gamma}(h)$ , definida como  $Var[\hat{\gamma}(h)]/[\gamma(h)]^2$ , suele tomar valores considerables para las grandes distancias (para fijar las ideas, aquellas distancias mayores que la mitad del diámetro del campo).
- La irregularidad o el carácter preferencial de la malla de muestreo: pueden provocar grandes fluctuaciones en el variograma experimental, incluso para pequeñas distancias.
- El número de pares de datos: mientras más bajo, mayores son las fluctuaciones.
- La presencia de datos extremos (outliers): tienen un impacto considerable en el cálculo del variograma experimental, pues este último eleva los valores al cuadrado.

### *Mapa variográfico*

El mapa variográfico consiste en visualizar el variograma experimental en todas las direcciones del espacio. Permite distinguir si existe anisotropía, para luego calcular el variograma experimental a lo largo de las direcciones principales de anisotropía

### *Variograma modelado*

Debido a que el variograma experimental está definido sólo en determinadas distancias y direcciones, además de presentar aproximaciones por el número limitado de datos y los márgenes de tolerancia utilizados, no se puede utilizar de forma directa en la estimación, por lo que se requiere ajustar un modelo teórico de variograma al variograma experimental.

### *Variograma teórico*

#### *Propiedades matemáticas*

Para que una función sea un variograma, debe cumplir con diferentes propiedades:

- Paridad:
 
$$\gamma(h) = \gamma(-h)$$
- Nulidad en el origen:
 
$$\gamma(0) = 0$$
- Positividad:
 
$$\gamma(h) \geq 0$$
- Comportamiento al infinito:
 
$$\lim_{|h| \rightarrow \infty} \frac{\gamma(h)}{|h|^2} = 0$$
- Función del tipo negativo condicional:

$\forall k \in \mathbb{N}^*, \forall \lambda_1, \dots, \lambda_k \in \mathbb{R}$  tales que  $\sum_{i=1}^k \lambda_i = 0, \forall x_1, \dots, x_k \in D,$

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i - x_j) \leq 0$$

La última propiedad es una condición necesaria y suficiente para que  $\gamma$  sea el variograma de una función aleatoria. El termino condicional hace referencia a que la desigualdad es válida para un conjunto de ponderadores  $\{\lambda_1, \dots, \lambda_k\}$  restringido, los de suma total nula.

### *Comportamiento en el origen*

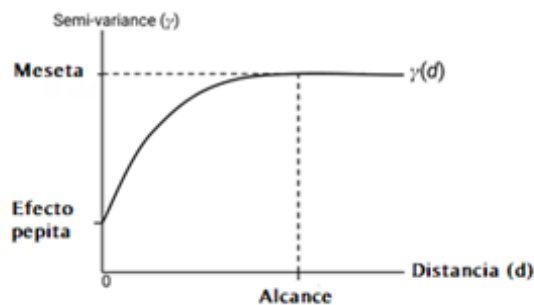
Mientras más regular el variograma en el origen, más regular es la variable regionalizada en el espacio. Se suele distinguir tres tipos de comportamiento para el variograma en el origen: parabólico, lineal y discontinuo (ordenados de forma decreciente en regularidad espacial). En el último caso, la disimilitud entre datos muy cercanos no es despreciable, los valores medidos varían a una escala muy pequeña y su continuidad no es perceptible. Este fenómeno se llama efecto pepita, por referencia a las leyes de oro en los yacimientos auríferos, que cambian repentinamente cuando hay pepitas de oro.

### *Comportamiento para distancias grandes*

En la mayoría de los casos, el variograma crece a partir del origen y se estabiliza, a partir de una distancia  $a$ , en torno a una meseta. En este caso, se demuestra que esta meseta es igual a la varianza a priori:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h) \xrightarrow{|h| \rightarrow \infty} \gamma(\infty) = C(0) = \sigma^2$$

Tanto la variable  $Z(x)$  y  $Z(x + h)$  estarán correlacionadas si la longitud del vector de separación  $h$  es inferior a la distancia  $a$ , que se denomina alcance. El alcance corresponde a la noción intuitiva de zona de influencia: más allá de  $|h| = a$ , el variograma es constante e igual a su meseta y las variables  $Z(x)$  y  $Z(x + h)$  no están correlacionadas. La Ilustración 2.2 muestra los elementos antes mencionados:



*Ilustración 2.2. Parámetros de efecto pepita, meseta y alcance ilustrados en un variograma teórico idealizado.*

### *Comportamiento direccional*

Un variograma  $\gamma(h)$  es isótropo si es idéntico en todas las direcciones del espacio, es decir, si no depende de la orientación del vector  $h$ , sino sólo de su módulo  $|h|$ . En caso contrario, hay anisotropía; tal propiedad caracteriza un fenómeno que se extiende de preferencia en ciertas direcciones.

### *Modelos fundamentales de variograma*

Una función es un variograma si y sólo si es de tipo negativo condicional. Es una propiedad muy restrictiva y difícil de controlar. Por esto, en general, se elige un modelo de variograma entre las funciones de las cuales sabemos que son de tipo negativo condicional. Los siguientes ejemplos son modelos válidos.

- Efecto pepita:

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & \text{si } h = 0 \\ C & \text{en el caso contrario} \end{cases}$$

- Modelo esférico

$$\gamma(h) = \begin{cases} C \left\{ \frac{3|h|}{2a} - \frac{1}{2} \left( \frac{|h|}{a} \right)^2 \right\} & \text{si } h \leq a \\ C & \text{en el caso contrario} \end{cases}$$

- Modelo exponencial

$$\gamma(h) = C \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{|h|}{a}\right) \right\}$$

- Modelo gaussiano

$$\gamma(h) = C \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{|h|^2}{a^2}\right) \right\}$$

- Modelo cúbico

$$\gamma(h) = \begin{cases} C \left\{ 7 \left( \frac{|h|}{a} \right)^2 - \frac{35}{4} \left( \frac{|h|}{a} \right)^3 + \frac{7}{2} \left( \frac{|h|}{a} \right)^5 - \frac{3}{4} \left( \frac{|h|}{a} \right)^7 \right\} & \text{si } h \leq a \\ C & \text{en el caso contrario} \end{cases}$$

### *Modelos anidados*

La presencia de variaciones en la pendiente del variograma experimental indica un cambio en la continuidad espacial a partir de ciertas distancias. Se pone así en evidencia distintas escalas de variación en la variable regionalizada. El variograma puede modelarse como la suma de varios modelos elementales denominados modelos anidados o estructuras anidadas.

$$\gamma(h) = \gamma_1(h) + \gamma_2(h) + \dots + \gamma_s(h)$$

Cada escala de observación integra todas las estructuras de los niveles inferiores. Por ejemplo, si se trabaja a la escala métrica, el variograma incorporará la variabilidad presente a escalas de milímetros, centímetros mas no la variabilidad kilométrica. Debido a esto, se evidencia una jerarquía entre las estructuras de donde viene el calificativo de anidadas.

### *Anisotropía*

Las anisotropías se manifiestan cuando el variograma difiere según las direcciones del espacio. En ausencia de anisotropía,  $\gamma(h)$  sólo depende del módulo del vector de separación  $h$ , no de su orientación. Como los modelos elementales de variograma están definidos para el caso isotrópico, debemos examinar las transformaciones que permiten el paso a modelos anisótropos.



### *Anisotropía geométrica*

Una anisotropía se dice geométrica cuando el mapa variográfico dibuja elipses concéntricas (2D) o elipsoides (3D). Los variogramas direccionales tienen la misma forma, pero alcances diferentes. La Ilustración 2.3 muestra un ejemplo de anisotropía geométrica para dos direcciones:

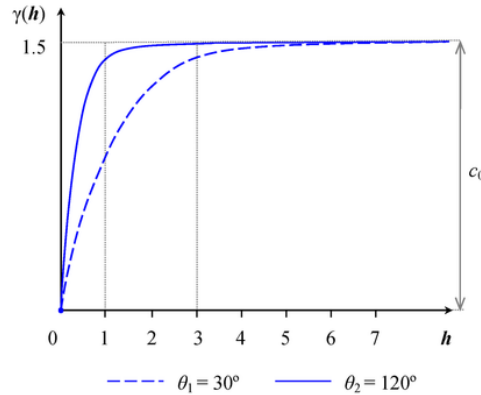


Ilustración 2.3. Variograma en 2 direcciones que muestra anisotropía geométrica (Deutsch, 2015).

Para solucionar el problema de la anisotropía se puede definir los siguiente:

$$\gamma(h) = \gamma_0(|Ah|)$$

$\gamma_0$  es un variograma isótropo y  $A$  una matriz de (2x2) o (3x3) que depende de los ángulos y coeficientes de anisotropía, es decir, una transformación lineal de las coordenadas espaciales soluciona el problema.

### *Anisotropía zonal*

Existen variogramas cuya anisotropía no puede corregirse con una transformación lineal de coordenadas, especialmente aquellos que presentan una meseta variable según la dirección del espacio.

En un sentido estricto, la anisotropía zonal es un modelo en el cual la función aleatoria no depende de una (o varias) coordenada(s). Esto sucede a veces cuando se trabaja en el espacio de tres dimensiones.

Una forma equivalente de definir la anisotropía zonal consiste en verla como una anisotropía geométrica donde el eje mayor de la elipse (elipsoide) de alcances se vuelve infinitamente grande. La Ilustración 2.4 muestra un ejemplo de anisotropía zonal para dos direcciones:

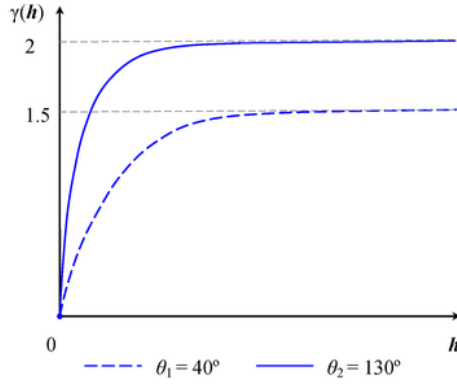


Ilustración 2.4 - Variograma en 2 direcciones que muestra anisotropía zonal (Deutsch, 2015).

### 2.1.5. Estimación vía kriging

La estimación por kriging se realiza en el marco de la geoestadística lineal. De esta forma se define el estimador de la variable aleatoria  $Z(x)$  en un punto  $x_0$  como  $Z_0^*$ , el cual, por construcción cumple con ser lineal, insesgado y óptimo.

- **Linealidad:**  $Z_0^* = \lambda_0 + \sum_{a=1}^n \lambda_a Z_a$
- **Insesgo:**  $E\{Z_0 - Z_0^*\} = E\{Z_0\} - E\{Z_0^*\} = m_0 + \lambda_0 + \sum_{a=1}^n \lambda_a m_a = 0$
- **Óptimo:**  $\{\lambda_a\}, a \in \{1, \dots, n\}$  es tal que  $Var\{Z_0 - Z_0^*\}$  es mínima

#### *Kriging simple (media conocida)*

- **Insesgo**

Una implicancia importante de la condición de insesgo es la siguiente:

$$E\{Z_0 - Z_0^*\} = 0 \Rightarrow \lambda_0 = m_0 - \sum_{a=1}^n \lambda_a m_a$$

Esto quiere decir que se debe conocer la esperanza  $m_a$  con  $a \in \{1, \dots, n\}$  para asegurar la condición de insesgo. El kriging simple asume media conocida y, en general, constante  $m_a = m \forall a \in \{1, \dots, n\}$

- **Óptimo**

Para la restricción de óptimo tenemos lo siguiente:

$$\text{Min } Var\{Z_0 - Z_0^*\} = Var\{Z_0\} - 2 Var\{Z_0 Z_0^*\} + Var\{Z_0^*\}$$

Los términos de este resultado se pueden expresar de forma equivalente a:

- $Var\{Z_0\} = Cov\{Z_0 Z_0^*\} = C_{00} = C(0)$
- $Cov\{Z_0 Z_0^*\} = Cov\{Z_0 \lambda_0 + \sum_{a=1}^n \lambda_a Z_a\} = \sum_{a=1}^n \lambda_a Cov\{Z_0, Z_a\}$
- $Var\{Z_0^*\} = Cov\{\lambda_0 + \sum_{a=1}^n \lambda_a Z_a, \lambda_0 + \sum_{a=1}^n \lambda_a Z_a\} = \sum_{a=1}^n \sum_{b=1}^n \lambda_a \lambda_b C_{ab}$

Así, la función objetivo a minimizar es:

$$\text{Min} \{C_{00} - 2 \sum_{a=1}^n \lambda_a C_{a0} + \sum_{a=1}^n \sum_{b=1}^n \lambda_a \lambda_b C_{ab}\}$$

De esta manera la optimización de la estimación, correspondiente a igualar a cero las derivadas parciales con respecto a los ponderadores  $\lambda_a$ , entrega el siguiente sistema:

$$\frac{\partial(C_{00} - 2 \sum_{a=1}^n \lambda_a C_{a0} + \sum_{a=1}^n \sum_{b=1}^n \lambda_a \lambda_b C_{ab})}{\partial \lambda_a} = 0 \Rightarrow C_{a0} = \sum_{b=1}^n \lambda_b C_{ab} \quad \forall a \in \{1, \dots, n\}$$

De forma matricial, el sistema anterior queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{10} \\ \vdots \\ C_{n0} \end{bmatrix}$$

La varianza del error de estimación para el kriging simple ( $\sigma_{KS}^2$ ) tiene la siguiente formula:

$$\begin{aligned} \sigma_{KS}^2 &= \text{Var}\{Z_0 - Z_0^*\} = C_{00} - 2 \sum_{a=1}^n \lambda_a C_{a0} + \sum_{a=1}^n \lambda_a \sum_{b=1}^n \lambda_b C_{ab} \\ \sigma_{KS}^2 &= C_{00} - \sum_{a=1}^n \lambda_a C_{a0} \end{aligned}$$

Es importante recordar que para la construcción del estimador se utiliza una media conocida y constante para cualquier punto y un modelo de covarianzas. De esta manera, basta asumir estacionaridad de segundo orden con el fin de tener el formalismo necesario que de sustento a la estimación.

### ***Kriging ordinario (media desconocida)***

Contrario al caso del kriging simple, en el kriging ordinario se evita la inferencia previa de la media y se obtiene ésta de manera implícita en el algoritmo de estimación.

Asumiendo una media constante y desconocida, la única manera de asegurar la condición de insesgo consiste en imponer  $\lambda_0 = 0$ . De esta manera la condición de insesgo será:

- **Insesgo**

$$E\{Z_0 - Z_0^*\} = 0 \Rightarrow m \left(1 - \sum_{a=1}^n \lambda_a\right) = 0 \Rightarrow \sum_{a=1}^n \lambda_a = 1$$

En otras palabras, que la suma de los ponderadores del kriging sea igual a 1.

- **Óptimo**

$$\begin{aligned} \text{Min} \{C_{00} - 2 \sum_{a=1}^n \lambda_a C_{a0} + \sum_{a=1}^n \sum_{b=1}^n \lambda_a \lambda_b C_{ab}\} \\ \text{s. a. } \sum_{a=1}^n \lambda_a = 1 \end{aligned}$$

Este problema es el mismo problema de optimización dado por la condición de óptimo del kriging simple, sólo que en este caso está sujeto a la restricción de la sumatoria de los ponderadores de kriging. Para resolver el problema de optimización se utiliza el método de multiplicadores de Lagrange, para lo cual se define la función  $L(\lambda_1, \dots, \lambda_n, 2\mu)$  obteniéndose el siguiente sistema:

$$L(\lambda_1, \dots, \lambda_n, 2\mu) = C_{00} - 2 \sum_{a=1}^n \lambda_a C_{a0} + \sum_{a=1}^n \sum_{b=1}^n \lambda_a \lambda_b C_{ab} + 2\mu (\sum_{a=1}^n \lambda_a - 1)$$

$$\frac{\partial L(\lambda_1, \dots, \lambda_n, 2\mu)}{\partial \lambda_a} = 0 \Rightarrow C_{a0} = \sum_{b=1}^n \lambda_b C_{ab} + \mu \quad \forall a \in \{1, \dots, n\}$$

$$\frac{\partial L(\lambda_1, \dots, \lambda_n, 2\mu)}{\partial \lambda_a} = 0 \Rightarrow \sum_{a=1}^n \lambda_a = 1$$

De forma matricial, se tiene lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1n} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & \cdots & C_{nn} & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{10} \\ \vdots \\ C_{n0} \\ 1 \end{bmatrix}$$

La varianza del error de estimación para el kriging ordinario ( $\sigma_{KO}^2$ ) debe incluir el parámetro  $\mu$ , por lo que tiene la siguiente forma:

$$\sigma_{KO}^2 = C_{00} - \sum_{a=1}^n \lambda_a C_{a0} - \mu$$

### 2.1.6. Validación

#### Validación cruzada

El principio es estimar sucesivamente, mediante kriging, cada dato, considerando sólo los datos restantes. Se puede calcular entonces el error de estimación (diferencia entre el valor estimado y el valor verdadero) en cada sitio con dato y realizar un análisis estadístico de los errores cometidos en todos los sitios con datos.

La validación cruzada es presentada usualmente bajo la forma de pruebas gráficas, en especial:

- La nube de correlación entre los valores de los datos  $\{z(x_a), a = 1, \dots, n\}$  y los valores estimados  $\{z^*(x_a), a = 1, \dots, n\}$ .

- El histograma de errores estandarizados

$$\frac{z^*(x_a) - z(x_a)}{\sigma^*(x_a)}$$

donde  $\sigma^*(x_a)$  es la desviación estándar de kriging en el sitio  $x_a$ . A menudo, una estimación se considera buena si el error estandarizado asociado pertenece al intervalo  $[-a, a]$  con  $a = 2,5$ .

- La nube de correlación entre los errores estandarizados y los valores estimados.
- El mapa de ubicación de los datos, donde se localiza los datos mal estimados, es decir aquellos cuyos errores estandarizados salen del intervalo  $[-a, a]$ .

Se puede procurar satisfacer lo mejor posible los siguientes criterios estadísticos:

- Las medias de los errores y de los errores estandarizados miden el sesgo del estimador, y deben ser cercanas a cero.

- La varianza de los errores, que mide la precisión del estimador, debe ser mínima.

- La varianza de los errores estandarizados debe ser cercana a 1:

$$\frac{1}{n} \sum_{a=1}^n \left( \frac{z^*(x_a) - z(x_a)}{\sigma^*(x_a)} \right)^2 \approx 1$$

Este criterio indica que el modelo de variograma cuantifica adecuadamente la amplitud de los errores cometidos, es decir, que el variograma elegido no es demasiado optimista ni tampoco pesimista.

- El coeficiente de correlación entre los valores estimados y los valores de los datos debe ser lo más cercano a 1.
- El número de datos mal estimados debe ser el menor posible. Para fijar las ideas, este número se considera satisfactorio si representa menos del 5% del total de los datos.

Estos criterios permiten comprobar el desempeño del kriging y comparar la calidad de diferentes ajustes posibles para el variograma.

### ***2.1.7. Geoestadística multivariable***

Los conceptos anteriores pueden extenderse al caso de varias variables regionalizadas, asociadas a igual número de funciones aleatorias. El análisis de la correlación espacial introduce una nueva herramienta, aparte de las covarianzas o variogramas de cada una de las funciones aleatorias (conocidas como covarianzas directas o variogramas directos): las covarianzas cruzadas y los variogramas cruzados, que miden la dependencia espacial entre dos funciones aleatorias. El modelamiento se realiza generalmente mediante el llamado modelo lineal de corregionalización, que generaliza el concepto de modelos anidados al contexto multivariable.

Finalmente, la técnica de kriging se extiende a la estimación conjunta de todas las variables regionalizadas (cokriging), basada en los mismos criterios (linealidad, insesgo y optimalidad) que el kriging.

## ***2.2. Geotecnia y geomecánica***

La geotecnia o ingeniería geotécnica es la rama de la ingeniería civil relacionada con el estudio de las propiedades mecánicas, hidráulicas y comportamiento desde un punto de vista ingenieril de los materiales de la tierra.

La geomecánica, que generalmente se confunde con la geotecnia, es su herramienta matemática. En ella se sintetizan la mecánica de suelos, la mecánica de rocas, la hidráulica subterránea y parte de la sismología. Estas últimas son esencialmente ciencias experimentales que se han desarrollado a partir de la observación, la medición, la comprensión de los fenómenos, la modelación y la definición de acciones cuyos resultados pueden ser observados, medidos y analizados.

En la práctica geotécnica, geomecánica, geología (geología estructural, geomorfología y geodinámica) y geofísica (prospección eléctrica y sísmica) son indisociables, interdependientes y complementarias. Los medios de prospección geofísicos, así como las interpretaciones geológicas de los resultados, permiten corregir y mejorar los modelos geotécnicos, los que frecuentemente están fundados en teorías con principios lineales y deterministas (Hooke, Coulomb, Terzaghi, Darcy, etc.).

### ***2.2.1. Parámetros de caracterización geotécnica del macizo rocoso***

A continuación, se describen tres grupos de parámetros geotécnicos para la caracterización del macizo rocoso: discontinuidades, la roca en sí misma y esfuerzos.

#### ***Discontinuidades***

Las discontinuidades se definen como cualquiera de los planos de origen mecánico o sedimentario que separa los bloques de matriz rocosa de un macizo. Generalmente, la resistencia a la tracción de estos planos es muy baja o nula. Su comportamiento mecánico queda caracterizado por la resistencia al corte que posee su material de relleno (Barton, 1978).

Dependiendo de las discontinuidades o planos estructurales dentro del macizo rocoso, éste tendrá un determinado comportamiento frente a las operaciones mineras. De esta forma, existen varios tipos de discontinuidades que pueden o no estar presentes en la roca, como, por ejemplo: fallas, planos de estratificación y exfoliación, diaclasas, contactos litológicos y vetillas (Diaz, 2017).

Entre las principales características de las discontinuidades se pueden mencionar:

- **Orientación:** es la geometría de la discontinuidad en el espacio y comúnmente es descrito por su buzamiento (dip) y la dirección de buzamiento (dip direction). El primero corresponde al ángulo formado entre la horizontal imaginaria y la línea de máxima pendiente del plano. Mientras que el segundo, es el ángulo entre la orientación del norte magnético y la proyección horizontal de la línea de máxima pendiente, medido en un plano horizontal imaginario. Cuando un grupo de discontinuidades se presentan con similar orientación, se dice que éstas forman una “familia” de discontinuidades.

- **Espaciamiento:** corresponde a la distancia perpendicular entre discontinuidades adyacentes. En general, es posible definir un rango de valores para este factor y se suele utilizar el valor promedio como el representativo de la zona de estudio.

- **Persistencia:** es la extensión en área o tamaño de una discontinuidad observada en una exposición. A menor persistencia, la masa de roca será más estable.
- **Rugosidad:** es la aspereza o irregularidad de la superficie de la discontinuidad. Está relacionada directamente con la resistencia al cizalle (corte) de la discontinuidad. Cuanto menor rugosidad tenga la discontinuidad, el macizo rocoso es menos competente.
- **Apertura:** corresponde a la separación entre las paredes rocosas de una discontinuidad, en la que el espacio intermedio está lleno de aire o agua. A menor apertura, las condiciones del macizo rocoso son más favorables
- **Relleno:** son los materiales que se encuentran dentro de la discontinuidad y que suelen ser más débiles que la roca madre. Los materiales de relleno típicos son arena, arcilla, brecha y milonita. También incluye recubrimientos minerales delgados y vetillas de cuarzo y calcita. Cuando los materiales son suaves, el macizo rocoso es menos competente, y cuando éstos son más duros, la roca es más competente.

La Ilustración 2.5 muestra un bosquejo ilustrativo sobre las principales propiedades de las discontinuidades.

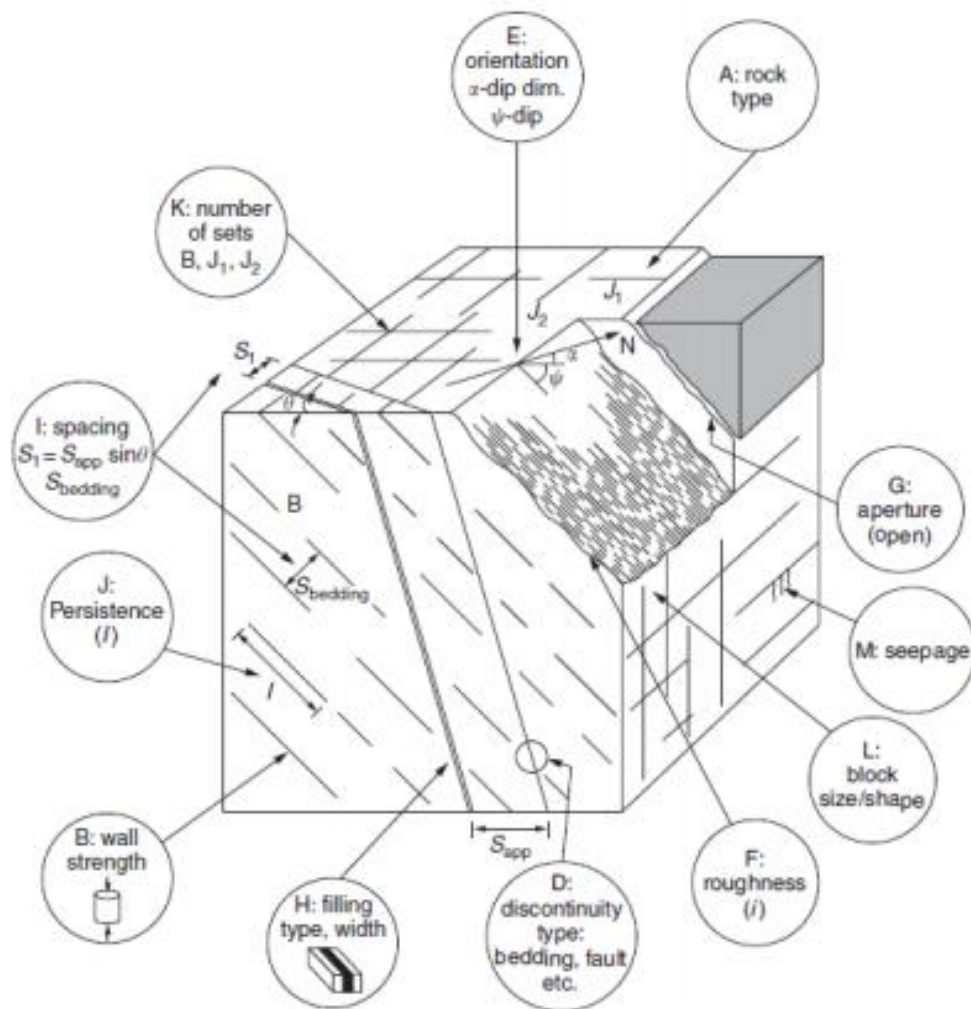


Ilustración 2.5. Diagrama de las propiedades de las discontinuidades (Wyllie, 1999).

## ***Roca intacta***

Las variables geotécnicas más relevantes en un proyecto minero son la resistencia que tiene la roca a distintos esfuerzos, los parámetros de deformación y los parámetros de falla de distintos criterios. Esta información se obtiene de distintos ensayos de laboratorio que se realizan a testigos de roca. El ensayo más utilizado para este fin es el de compresión uniaxial, donde la roca es sometida a un esfuerzo axial sin confinamiento y donde las deformaciones se miden constantemente gracias a un *strain gauge* instalado en la muestra. Para este ensayo, se asume que la roca tiene un comportamiento elástico, isótropo y homogéneo, por lo que solo se requieren dos constantes para definir el comportamiento del material.

Los resultados que se obtienen a partir de este ensayo son la resistencia a la compresión uniaxial de la roca (UCS), el módulo de Young ( $E$ ) y la razón de Poisson ( $\nu$ ). Para complementar los resultados anteriores, generalmente se realizan ensayos de compresión triaxial ya que así se estudia el comportamiento de la roca ante diferentes confinamientos. En dichos ensayos, el testigo se somete a un esfuerzo axial ( $\sigma_1$ ) y dos esfuerzos laterales iguales ( $\sigma_2 = \sigma_3$ ), sin medición de la deformación. El objetivo de este ensayo es calibrar distintos criterios de falla para la roca.

Actualmente, los tres criterios más utilizados son el de Mohr (1914) – Coulomb (1776) (criterio lineal), el de HoekBrown (1980) (criterio potencial) y el criterio frágil (Kaiser et al.,2000) (criterio multilineal). Todos ellos basan sus hipótesis en que la falla de la roca es función del esfuerzo principal mayor y el esfuerzo principal menor.

## ***Esfuerzos***

En minería, la roca donde se llevan a cabo trabajos soporta esfuerzos asociados al peso del material encima de ella, a la actividad tectónica y a las actividades mineras realizadas cerca de ella. A raíz de esto, se definen dos tipos principales de esfuerzos: in situ e inducidos.

Los esfuerzos in situ son aquellos que existen en el lugar antes de cualquier actividad minera. Es necesario entenderlos tanto en magnitud como en orientación, puesto que son una de las principales condiciones de borde para el análisis de excavaciones subterráneas.

A diferencia de los esfuerzos in situ, los esfuerzos inducidos son aquellos que resultan luego de realizar actividades mineras en el sector. Una excavación produce una redistribución de esfuerzos alrededor de ella, la cual depende de la geometría de la excavación, la geología, la resistencia del macizo rocoso y el estado previo de esfuerzos.

Para resolver las ecuaciones asociadas a estos esfuerzos, existen soluciones analíticas (Kirsch, 1898) y soluciones numéricas mediante softwares especializados. Elementos de borde, elementos finitos y diferencias finitas son distintos métodos computacionales para resolver estas ecuaciones, cada uno con sus ventajas y desventajas, por lo que queda a criterio del usuario usar uno u otro.

### ***2.2.2. Métodos de clasificación de macizo rocoso***

Los sistemas de clasificación responden a la necesidad de unificar y cuantificar las características de un macizo rocoso en un indicador que permitiera normalizar los criterios utilizados por geomecánicos, vale decir, tener un código común. Los principales indicadores combinan mediciones de roca intacta con características de discontinuidades para asignar un



puntaje al macizo rocoso con el cual se puede saber que tan competente es éste. La siguiente lista presenta los principales sistemas de clasificación utilizados en el área de la geomecánica:

- **RQD (Rock Quality Designation)** (Deere et al.1967): Mide largos de trozos recuperados mayores a 10 [cm], dividido por el largo total del testigo.
- **RMR (Rock Mass Rating)** (Bieniawski, 1976): Integra sumas de puntajes por: UCS, RQD, espaciamiento, condición y orientación de discontinuidades y aguas subterráneas.
- **MRMR (Mining Rock Mass Rating)** (Laubscher 1977): Agrega al RMR, esfuerzos in-situ e inducidos y efectos de tronadura y alteración.
- **GSI (Geological Strength Index)** (Hoek 1994): Desarrollado para escalar la resistencia del macizo rocoso de acuerdo con el criterio Hoek&Brown.
- **Q (Rock Tunneling Index)** (Barton, Lien and Lunde 1974): Diseñado para estimar los soportes necesarios en túneles construidos en roca dura. Incorpora el tamaño de bloques, la resistencia al corte entre bloques y los esfuerzos activos en su fórmula.

### *2.2.3. Variables geotécnicas y métodos de clasificación de interés*

Como antes se mencionaron, existen una amplia variedad de parámetros y métodos de clasificación geotécnicos relacionados al macizo rocoso, pero para el trabajo realizado existen variables de mayor relevancia, pues tienen relación con la aplicación de geoestadística en geotecnia en el último tiempo. Estas son:

#### *Intensidad de fracturación ( $P_{32}$ )*

La intensidad de fracturación se puede medir vía diferentes magnitudes, representadas bajo la notación genérica  $P_{xy}$ , que dependen de la dimensión  $x$  de la muestra (1, 2 o 3, dependiendo de si es una parte de una línea, superficie o volumen) y la dimensión  $y$  de la medida (0, 1, 2 o 3, dependiendo de si se trata de un recuento, una línea, una superficie o un volumen). El  $P_{32}$  es el área promedio de discontinuidades por unidad de volumen de masa rocosa (Dershowitz y Herda, 1992). Este parámetro presenta ventajas en su manejo para geólogos y geotécnicos pues es aditivo. Esta característica excepcional de la intensidad de fracturación  $P_{32}$  es un caso poco común en geotecnia, ya que, al ser una variable aditiva la hace interpolable por las técnicas clásicas de kriging.

Unas de las críticas iniciales que se podría realizar a la intensidad de fracturación  $P_{32}$  es la ausencia de mediciones directas, lo cual no es del todo cierto, puesto que la intensidad de fracturación se puede calcular para cualquier sección del sondaje a partir del conteo de discontinuidades que interceptan dicha sección y su orientación con respecto al eje del sondaje (Hekmatnejad et al., 2017).

#### *Frecuencia de fractura (FF)*

La frecuencia de fractura (lineal) (FF) corresponde a la cantidad de fracturas por unidad de largo que se miden en un testigo, siendo lo más común representarla por metro (Jaeger y Cook, 1969). En realidad, a pesar de su nombre, no solo toma en cuenta fracturas, sino que cualquier discontinuidad.

El testigo contiene discontinuidades correspondientes a diversos sets estructurales, cada uno de los cuales tiene una geometría, rumbo y manto diferente, por lo que evidentemente la FF

dependerá de la dirección que tenga el sondaje. La FF en una zona y dirección dada, será la suma de las FF asociadas a cada set estructural.

Esta es la principal característica que motiva el estudio realizado, la direccionalidad de la FF, y como impacta en su interpolación vía kriging. En la sección 2.2.4 se hablará sobre las variables aditivas y variables direccionales, donde se comentará con mayor detalle el caso de la FF para ambos temas.

### ***RQD (Rock Quality Designation)***

El RQD nace como una herramienta para estimar cuantitativamente la calidad del macizo rocoso a partir de testigos de sondaje, y se define como el porcentaje de trozos intactos mayores a 10 [cm] en el largo total del sondaje. Su fórmula se detalla a continuación:

$$RQD = \frac{\sum \text{Longitud de piezas del sondaje} > 10 \text{ [cm]}}{\text{Largo total del sondaje}} \times 100$$

Su creador, Deere, propone una relación entre el valor de RQD y la calidad de la roca para ingeniería, la cual se resume en la Tabla 2.1:

*Tabla 2.1. Relación RQD y calidad de roca para ingeniería*

<b>RQD</b>	<b>Calidad de roca</b>
< 25 [%]	Muy mala
25 – 50 [%]	Mala
50 – 75 [%]	Regular
75 – 90 [%]	Buena
90 – 100 [%]	Muy buena

Basados en el trabajo de Priest y Hudson (1976) es posible estimar el RQD a partir de la FF utilizando el siguiente modelo:

$$RQD = 100 e^{-0.1 FF} (0.1 FF + 1)$$

Para valores entre 6 y 16 de FF, se puede reemplazar la ecuación anterior por la siguiente:

$$RQD = -3.68 FF + 110.4$$

Por último, en el caso de no tener testigos disponibles, el RQD se puede estimar en base al número de discontinuidades por unidad de volumen:

$$RQD = 115 - 3.3 J_v$$

con  $J_v$  como el número total de discontinuidades por  $[m^3]$ .

### ***RMR (Rock Mass Rating)***

El índice combina 5 factores, a cada uno de los cuales se le asigna una puntuación. El RMR corresponde a la suma de los respectivos puntajes. Hay variadas versiones de este parámetro, pues se modificó posterior a su creación en los años 1979, 1984 y 1989 la clasificación que aquí se presenta es la correspondiente a 1989. Los factores son los siguientes:

- Resistencia a la compresión uniaxial (UCS) (0-15 puntos)
- RQD (3-20 puntos)
- Espaciamiento de discontinuidades (5-20 puntos)
- Condición de discontinuidades (0-30 puntos)
  - Persistencia (0-6 puntos)
  - Abertura (0-6 puntos)
  - Rugosidad de la superficie (0-6 puntos)
  - Relleno de discontinuidades (0-6 puntos)
  - Alteración de las paredes (0-6 puntos)
- Condición de Aguas Subterráneas (0-15 puntos)

La Tabla 2.2 resume los puntajes asociados a los diferentes parámetros del RMR, Además, Bienawski propone una metodología de corrección a dicho puntaje, que busca tomar en cuenta la influencia de la orientación de las discontinuidades a la hora de realizar una excavación, sus puntajes quedan evidenciados en la Tabla 2.3..

Tabla 2.2. Clasificación de parámetros del RMR y sus respectivos puntajes (Hook et al., 2000).

PARAMETER		Range of values // ratings							
1	Strength of intact rock material	Point-load strength index	> 10 MPa	4 - 10 MPa	2 - 4 MPa	1 - 2 MPa	For this low range uniaxial compr. strength is preferred		
		Uniaxial compressive strength	> 250 MPa	100 - 250 MPa	50 - 100 MPa	25 - 50 MPa	5 - 25 MPa	1 - 5 MPa	< 1 MPa
	<b>RATING</b>	<b>15</b>	<b>12</b>	<b>7</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	
2	Drill core quality RQD	90 - 100%	75 - 90%	50 - 75%	25 - 50%	< 25%			
	<b>RATING</b>	<b>20</b>	<b>17</b>	<b>13</b>	<b>8</b>	<b>5</b>			
3	Spacing of discontinuities	> 2 m	0.6 - 2 m	200 - 600 mm	60 - 200 mm	< 60 mm			
	<b>RATING</b>	<b>20</b>	<b>15</b>	<b>10</b>	<b>8</b>	<b>5</b>			
4	Condition of discontinuities	Length, persistence	< 1 m	1 - 3 m	3 - 10 m	10 - 20 m	> 20 m		
		<b>Rating</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>0</b>		
		Separation	none	< 0.1 mm	0.1 - 1 mm	1 - 5 mm	> 5 mm		
		<b>Rating</b>	<b>6</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>0</b>		
		Roughness	very rough	rough	slightly rough	smooth	slickensided		
		<b>Rating</b>	<b>6</b>	<b>5</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>0</b>		
		Infilling (gouge)	none	Hard filling		Soft filling			
<b>Rating</b>	<b>6</b>	-	< 5 mm	> 5 mm	< 5 mm	> 5 mm	<b>0</b>		
5	Ground water	Inflow per 10 m tunnel length	none	< 10 litres/min	10 - 25 litres/min	25 - 125 litres/min	> 125 litres /min		
		$p_w / \sigma_1$	0	0 - 0.1	0.1 - 0.2	0.2 - 0.5	> 0.5		
		General conditions	completely dry	damp	wet	dripping	flowing		
<b>RATING</b>	<b>15</b>	<b>10</b>	<b>7</b>	<b>4</b>	<b>0</b>				

$p_w$  = joint water pressure;  $\sigma_1$  = major principal stress

Tabla 2.3. Factor de ajuste según orientación de las discontinuidades para RMR (Hook et al., 2000).

		Very favourable	Favourable	Fair	Unfavourable	Very unfavourable
<b>RATINGS</b>	Tunnels	<b>0</b>	<b>-2</b>	<b>-5</b>	<b>-10</b>	<b>-12</b>
	Foundations	<b>0</b>	<b>-2</b>	<b>-7</b>	<b>-15</b>	<b>-25</b>
	Slopes	<b>0</b>	<b>-5</b>	<b>-25</b>	<b>-50</b>	<b>-60</b>

De esta forma, el puntaje obtenido es clasificado según lo siguiente:

Tabla 2.4. Clasificación para el macizo rocoso según RMR.

Puntaje	Número de clase	Descripción
100 – 81	I	Roca muy buena
80 – 61	II	Roca buena
60 – 41	III	Roca media
40 – 21	IV	Roca mala
< 20	V	Roca muy mala

Por otro lado, no se entra en detalle sobre los métodos de clasificación Mining rock mass rating (MRMR), Geological strength index (GSI) ni Tunneling quality index (Q), esto se debe a que la revisión crítica de la literatura realizada no encontró estudios relevantes de dichas variables geotécnicas desde un punto de vista geoestadístico y que hicieran hincapié en cómo el factor direccionalidad afectaba a la variable estimada. De todos modos, no cabe duda de que la variable de estudio, la FF, guarda relación con los tres métodos de clasificación anterior, puesto que todos incluyen en su forma de categorizar el macizo rocoso, al espaciamiento entre fracturas, orientación de las fracturas o presencia y número de estructuras visibles.

#### 2.2.4. Aditividad y direccionalidad en variables geotécnicas

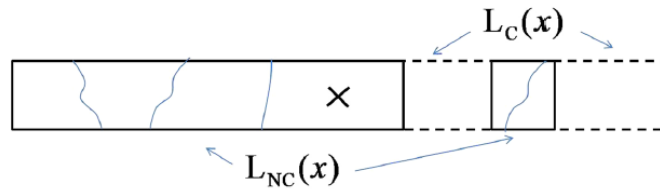
Como se mencionó anteriormente, a diferencia de otras variables, como la ley de un metal, varios de los parámetros geotécnicos tienen algunas características que los hacen particulares a la hora de trabajar con ellos desde una mirada geoestadística.

##### *Aditividad*

Se considera que una variable es aditiva cuando se cumple la siguiente condición: se conoce la variable  $Z$  en dos soportes  $V_1$  y  $V_2$ , con valores medios respectivos  $Z_1$  y  $Z_2$ , entonces el valor medio de la variable  $Z$  en el soporte homogeneizado  $V_1 \cup V_2$  es igual al promedio ponderado de  $Z_1$  y  $Z_2$ .

Ejemplos de variables relacionadas con el rubro minero no aditivas son: el *work index* (índice de trabajo), la recuperación metalúrgica y la solubilidad en yacimientos de óxidos de cobre.

En el caso de la FF, como bien destacan Séguret et al. (2014), la aditividad en la FF sólo se logra utilizando soportes del mismo tamaño. Un problema para lograrlo, para determinados tipos de roca, es la cantidad de material triturado (*crushing*) en las muestras.



$L_{NC}(x)$ : Longitud total de la parte no triturada de la muestra

$L_C(x)$ : Longitud total de la parte triturada de la muestra X

$L_{NC}(x) + L_C(x) = \text{constante} \forall x$

$N_{tot}(x)$ : número total de fracturas a lo largo de  $L_{NC}$

Ilustración 2.6. Esquema para ejemplificar los términos de material triturado y número de fracturas (Séguret et al, 2014)

En la práctica, para incorporar el efecto del material triturado en el cálculo de la FF y trabajar con variables aditivas, la formula tradicional de la FF añade un factor  $a$  arbitrario que se puede interpretar como una FF sólo para el tramo  $L_C$ . La ecuación queda de la siguiente forma:

$$FF_{true}(x) = \frac{N_{fract}(x)}{L_{NC}} \Rightarrow FF_{corregido}(x) = \frac{N_{fract}(x) + aL_C(x)}{L_{NC}(x) + L_C(x)}$$

En dichas formulas, se considera sólo una ubicación  $x$ , la cual es el centro de gravedad de la muestra, para  $L_{NC}$ ,  $L_C$  y  $N_{fract}$ .

Para solucionar dicho problema, pues escapa de los alcances del trabajo el analizar el efecto de material triturado y sus consecuencias en la aditividad de la FF, se considerarán sólo soportes del mismo tamaño e intactos en el caso de estudio. Esto se detallará en el Capítulo 4.

### ***Direccionalidad***

El macizo rocoso es generalmente anisótropo, discontinuo y heterogéneo. Debido a estas propiedades resulta fundamental caracterizarlo y clasificarlo. Pero al hablar de direccionalidad, no se hace referencia a la cualidad de presentar discontinuidades con orientaciones preferenciales que alteran su comportamiento mecánico (*anisotropía*) o a su conducta variable según cambios en su matriz rocosa (*heterogeneidad*). Se dice que un parámetro geotécnico presenta una característica direccional cuando la orientación espacial en que se mide la variable condiciona el valor de la muestra, es decir, depende de la dirección en que ésta sea medida.

Para instruir lo anterior, supongamos que se desea muestrear la FF en una zona donde existen tres grupos de estructuras y se realiza un muestreo del área con tres sondajes, los cuales presentan la misma longitud de 1 [m] pero con diferentes inclinaciones respecto a la cota superior: 90°, 60° y 30°. En la Ilustración 2.7 se presenta lo antes mencionado de forma gráfica:

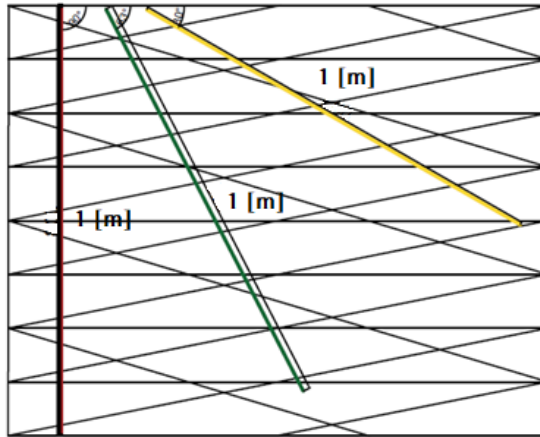


Ilustración 2.7. Ejemplo 2-D de la direccionalidad de la FF para sondajes con el mismo largo.

Si se analiza la FF por muestra, notaremos que, para el sondaje rojo, el cual tiene una inclinación de 90°, es de 19 [fracturas/m]; el sondaje verde, el cual tiene una inclinación de 60°, presenta una FF de 18 [fracturas/m] y el sondaje amarillo, el cual presenta una inclinación de 30°, entrega una FF de 10 [fracturas/m]. Este caso es 2-D, pero no es difícil imaginar que el caso 3-D sólo intensifica lo explicado.

Este ejemplo, aunque sencillo, muestra la dependencia con la dirección del muestreo que puede tener la variable de interés. Lo mismo ocurre con otras variables geotécnicas como son el RQD y el Rock Tunneling Quality Index (Q) (Egaña, 2008). Bajo esta premisa, resulta lógico pensar que todo trabajo geostadístico que se realice debe tener en cuenta la direccionalidad, así como la aditividad de la variable, de lo contrario, se estarían mezclando indiscriminadamente poblaciones diferentes de datos.

Una forma de independizar de la dirección del sondaje la FF, es corregir el número de estructuras presentes por el seno del ángulo que forma el sondaje y las estructuras, es decir, aplicar la corrección de Terzaghi (1965). Pero para poder aplicar dicho factor de corrección, se debe contar con una buena caracterización o agrupación de las estructuras presentes.

La Ilustración 2.8 muestra de forma gráfica un ejemplo de lo anterior. A la izquierda de la ilustración, se pueden observar dos grupos de estructuras, las cuales presentan orientaciones diferentes. A la derecha, se aprecia que, para uno de esos dos grupos de estructuras,  $L'$  es la longitud de un sondaje con ángulo  $\theta$  (ángulo entre las estructuras y la muestra) y  $L$  es el largo de un sondaje perpendicular a dicho grupo de estructuras.

Para que ambos sondajes tengan el mismo número de fracturas se debe cumplir:

$$L' = \frac{L}{\sin(\theta)}$$

La corrección de Terzaghi propone que para un ángulo  $\theta$  dado, el número de fracturas observado es multiplicado por  $L'/L = 1/\sin(\theta)$  y así se obtiene una FF “real” (o “intrínseca”, término que adoptaremos en lo que sigue) y no una aparente.

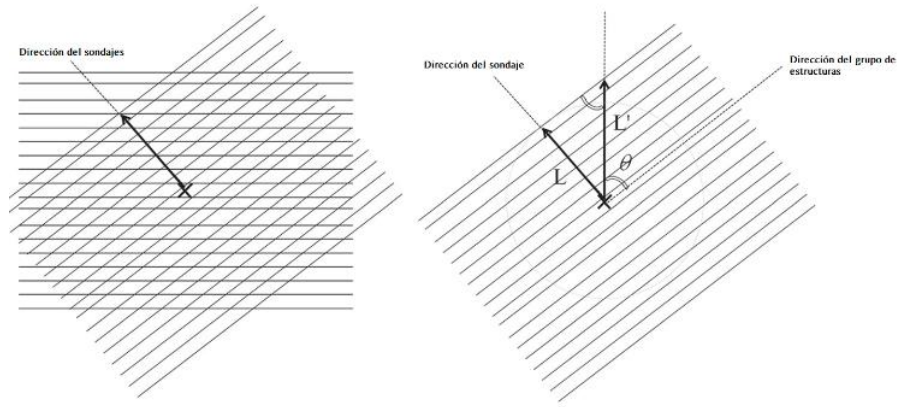


Ilustración 2.8. Bosquejo que ejemplifica la relación entre el ángulo  $\theta$  entre la dirección del sondaje y las estructuras presentes y la frecuencia de fractura observada (Séguret, 2016).

### 2.3. Estado del arte: Aplicaciones de geoestadística a geotecnia

La geoestadística no ha sido distante al desarrollo de la geotecnia durante las últimas décadas. Basta buscar ambos temas y se hallaran variados estudios, memorias o tesis sobre la aplicación de herramientas geoestadísticas para estimar o para medir incertidumbre respecto a parámetros geotécnicos.

Mas, resulta curioso la baja cantidad de trabajos que hacen mención a la aditividad o a la direccionalidad de dichos parámetros, aun conociendo la naturaleza de las variables geotécnicas. Una de las explicaciones más plausibles a esto es que las variables geotécnicas presentan un alto grado de subjetividad al ser evaluadas y, por ende, cierto grado de error el cual afectará de una u otra forma en la interpolación de éstas.

De hecho, para poder incorporar la componente aditiva, direccional o multipoblacional de las variables geotécnicas a estudios geoestadísticos se requiere de una base de datos confiable y con una cantidad representativa de muestras para poder agrupar o caracterizar determinados parámetros, lo que hace difícil el poseer si quiera los insumos para implementar metodologías más rigurosas y que entreguen mejores resultados.

Los trabajos de Chilès (2005), Egaña (2008), Ferrari et al. (2014), Séguret (2014, 2016) y Guajardo (2015), Pinheiro et al. (2016) y Hekmatnejad et al. (2017) analizan en parte de su desarrollo el factor de la direccionalidad en diferentes atributos geotécnicos (RMR, RQD, FF y Q) y cómo esto afecta la estimación realizada.

Al revisar los estudios más relevantes, se puede sintetizar lo siguiente:

Egaña (2008) aplicó herramientas geoestadísticas a parámetros geotécnicos, entre los cuales simuló la frecuencia de fractura (FF) con una base de datos proveniente de Chuquicamata Subterráneo, Codelco Chile. Si bien, tuvo un acercamiento al problema de la direccionalidad de la FF y agrupó a grueso modo las fallas en 2 familias: subhorizontales (Dip  $0^\circ \pm 30^\circ$ ) y subverticales (dip  $90^\circ \pm 30^\circ$ ) (cuyos resultados no pudieron ser validados debido a la baja cantidad de datos trabajados), la mejora en comparación a realizar el estudio sobre los datos en bruto fue cuantiosamente mejor.

Pinheiro et al. (2016) implementaron simulación geoestadística al RMR a modo de ejemplificar la heterogeneidad de los parámetros geotécnicos. Debido a que el RMR considera diferentes parámetros que inciden en su valor, se propuso una metodología donde se simulaban dichos parámetros de forma independiente, entre ellos el espaciamiento medio de falla que presenta dependencia con la frecuencia media de fractura, ésta última fue considerada como una variable direccional, mejorando los resultados de su predicción.

En la misma línea, Hekmatnejad et al. (2017), trabajaron con el modelamiento espacial de la intensidad de fracturación ( $P_{32}$ ), la cual es una variable aditiva y no direccional. El estudio muestra algunos de los problemas que podría acarrear el no considerar la direccionalidad de las discontinuidades, debido a que su tratamiento requiere de promediar de forma no lineal y afectar la aditividad de las variables, problemas en los que no incurre  $P_{32}$ .

Los trabajos de Séguret et al. (2014) (2015) (2016) insisten de forma constante en el efecto de la aditividad en los soportes de las muestras y la direccionalidad de las discontinuidades en diferentes parámetros geotécnicos, especialmente en la FF, el RMR y el RQD. De lo inferido de sus trabajos, la capacidad de poder agrupar de forma adecuada las familias de estructuras, corregir por su geometría e incluir el efecto de la anisotropía de éstas en la interpolación realizada resulta fundamental para obtener resultados más realistas sobre la incertidumbre de dichos parámetros.

Resumiendo lo anterior, resulta fundamental en parámetros geotécnicos como la FF, el RQD, el RMR y el Q incorporar y solucionar el efecto de la direccionalidad asociada a las discontinuidades y evidenciar sus probables consecuencias en las estimaciones realizadas, motivación principal de este trabajo.



## Capítulo 3 Metodología propuesta

El trabajo por realizar busca comparar los resultados para tres métodos diferentes de agrupamiento de discontinuidades y la corrección de sus valores para FF según ubicación y orientación de las discontinuidades.

Para ello, se requiere en primer lugar la generación de una red de fracturas sintética, la cual consiste en cinco grupos de fracturas con diferentes parámetros de diseño. La red de fracturas se define en un espacio de  $100 \times 100 \times 100 [m^3]$ . Una vez creada, se realiza el muestreo de las discontinuidades obtenidas, para ello se utilizan tres mallas de sondajes: una malla regular de  $20 [m] \times 20 [m]$ , una de  $10 [m] \times 10 [m]$  y una malla de 100 sondajes, los cuales constan de diferentes orientaciones y ubicaciones. Con dichos datos, se agrupan las discontinuidades según tres criterios o metodologías:

- Primera metodología: las discontinuidades se trabajan como una sola variable, es decir, sin agruparlas en diferentes conjuntos y sin corrección alguna.
- Segunda metodología: las discontinuidades se agrupan en tres categorías según el ángulo que formen con el eje del sondaje. Los grupos para este método serán:  $[0^\circ, 30^\circ]$ ,  $[30^\circ, 60^\circ]$  y  $[60^\circ, 90^\circ]$ . Se utiliza la corrección de Terzaghi en base al ángulo promedio de cada grupo.
- Tercera metodología: la metodología propuesta en esta memoria. Se busca agrupar las discontinuidades en conjuntos caracterizados por su ubicación espacial y geometría, utilizando como parámetros sus coordenadas espaciales, rumbo, manteo, rotación del eje del sondajes y ángulo que forma con el eje del sondaje. Como en la metodología anterior, se emplea la corrección de Terzaghi en base al ángulo promedio de cada grupo.

La última metodología de agrupación requiere de sondajes orientados para conocer a cabalidad la ubicación, orientación y rotación de los sondajes, así poder clasificar de mejor forma las discontinuidades en grupos o familias. Esto es un requerimiento importante, ya que no todas las bases de datos geotécnicos cuentan con dicha información, pero como menciona la sección 1.2.3, esto escapa a los alcances del trabajo.

Para ilustrar la diferencia entre las tres metodologías de agrupación o clasificación mencionadas, la Ilustración 3.1 presenta la diferencia al clasificar la misma muestra de discontinuidades con estos tres métodos:

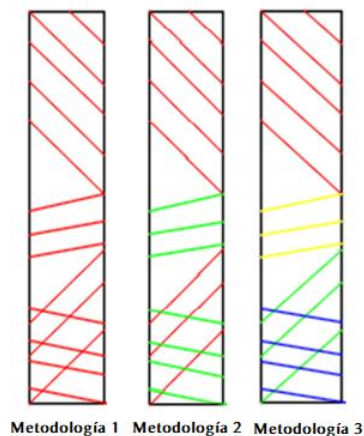


Ilustración 3.1. Ejemplo de clasificación de discontinuidades según las tres metodologías a evaluar.

Una vez establecida la clasificación de las discontinuidades en sus respectivos grupos o familias, se calcula la FF relativa a cada una. Para ello se composita el sondaje cada 5 [m] y se obtiene la FF por tramo en las unidades de [F(fracturas)/m]. Esta FF *aparente* se corrige según su ángulo formado con el eje del sondaje por el factor de corrección de Terzaghi (1965) para obtener la FF *intrínseca* o *real*.

Una vez corregida la FF, se procede a realizar los estudios variográficos para los diferentes métodos de agrupación, es decir, estudio de anisotropías y direcciones preferenciales, variograma experimental, variograma modelado y verificación de alcances. Con ello ejecutado se procede a la interpolación espacial para cada método de agrupación. La estimación se realiza vía kriging ordinario (o cokriging cuando haya más de una variable a estimar).

La base de datos contra la cual se realiza la validación de las estimaciones es un muestreo del escenario sintético con una malla regular de 5 [m] x 5 [m] cuyos sondajes están compositados a 5 [m]. Esto busca, además de validar y verificar la calidad de las estimaciones, el tener una medida de cotejo entre los diferentes métodos de agrupación de discontinuidades y la corrección realizada para cada una.

Para el caso de la metodología propuesta, se plantea la hipótesis de tomar el valor estimado por kriging ordinario, y corregirlo hacia otra orientación no sondeada, a modo de obtener una estimación en direcciones de interés. Esto se fundamenta en la idea de tener más información de la disposición espacial de las discontinuidades. Dicha corrección se contrasta con un muestreo de una malla de 5 [m] x 5 [m] con sondajes orientados en dicha dirección para reconocer su nivel de certeza.

A modo de síntesis, se muestra la Ilustración 3.2, un diagrama de los pasos antes mencionado.

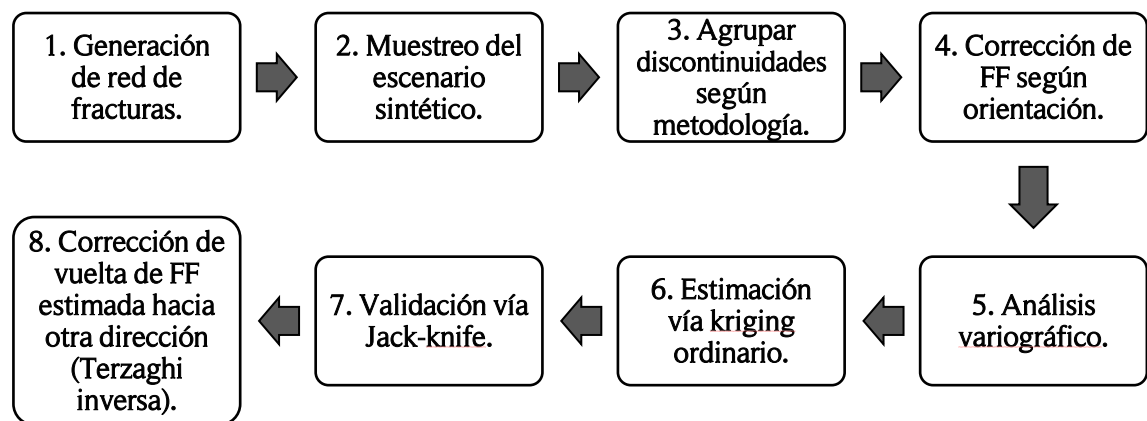


Ilustración 3.2. Diagrama de la metodología implementada en este trabajo.

## Capítulo 4 Caso de estudio

### 4.1. Generación de una red de fracturas sintética

Una red fracturas sintética se puede modelar como un conjunto de discos (Chilès, 2005; Fadakar, 2014), cada uno de los cuales queda definido por su centro de coordenadas  $(x, y, z)$ , su radio, que representa el largo de la discontinuidad, y un vector de orientación  $(V_x, V_y, V_z)$  normal a la superficie del disco.

Por ende, para poder generar una red de fracturas, es necesario tener diferentes herramientas que permitan la generación de cada una de estas partes.

En el caso de la generación de los centros de coordenadas  $(x, y, z)$ , se puede entender dicho fenómeno como un proceso puntual, por ejemplo, un proceso de Poisson no homogéneo en el espacio (Kroese y Botev, 2013), concibiendo que existe cierta preferencia de las discontinuidades a generarse en determinadas zonas y no de forma totalmente aleatoria. Para ejemplificar de mejor forma lo antes comentado se muestran dos ilustraciones, en la Ilustración 4.1 se observa un proceso de Poisson homogéneo en el espacio y en la Ilustración 4.2 se observa uno no homogéneo respecto al eje Z.

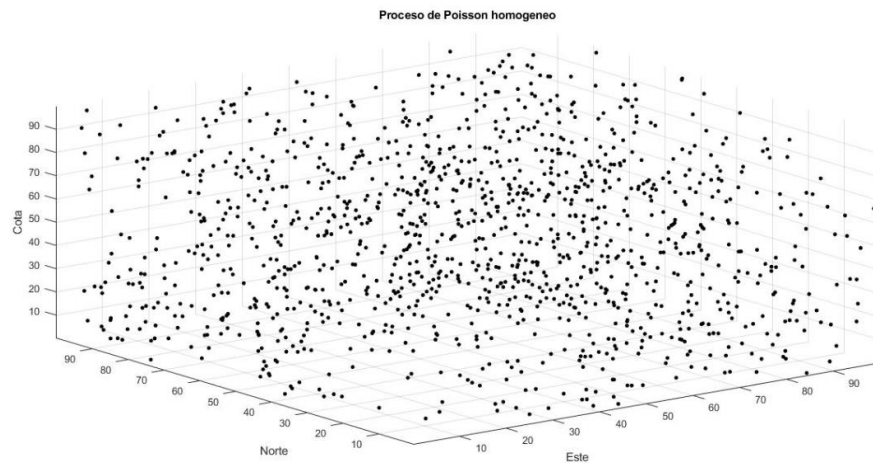


Ilustración 4.1. Ejemplo de generación de puntos aleatorios con una distribución homogénea de Poisson.

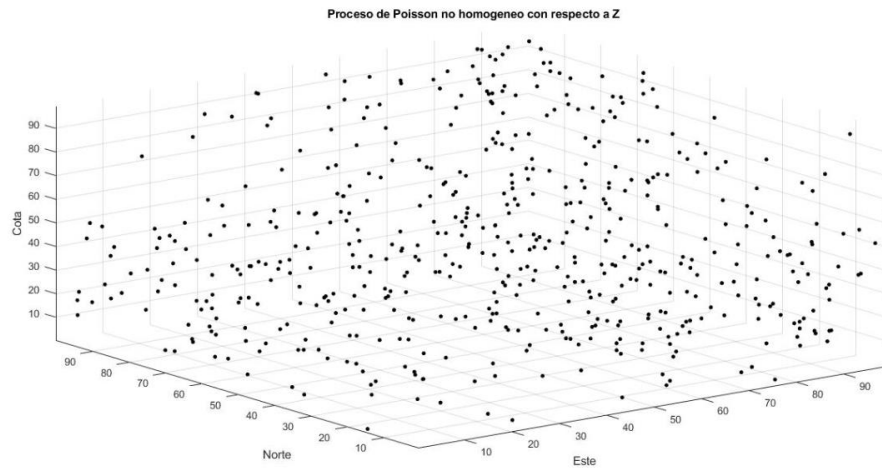


Ilustración 4.2. Ejemplo de generación de puntos aleatorios con una distribución de Poisson no homogénea respecto al eje Z

De igual forma, el radio de los discos puede ser modelado como una distribución de ley potencia (Fadakar, 2014). La rutina implementada cuenta con los parámetros de número de elementos o clases, valor del exponente y número de muestras a generarse. La Ilustración 4.3 entrega un histograma para una realización con los siguientes parámetros: número de elementos igual a 10, valor del exponente de 1.5 y 100 para el número de muestras.

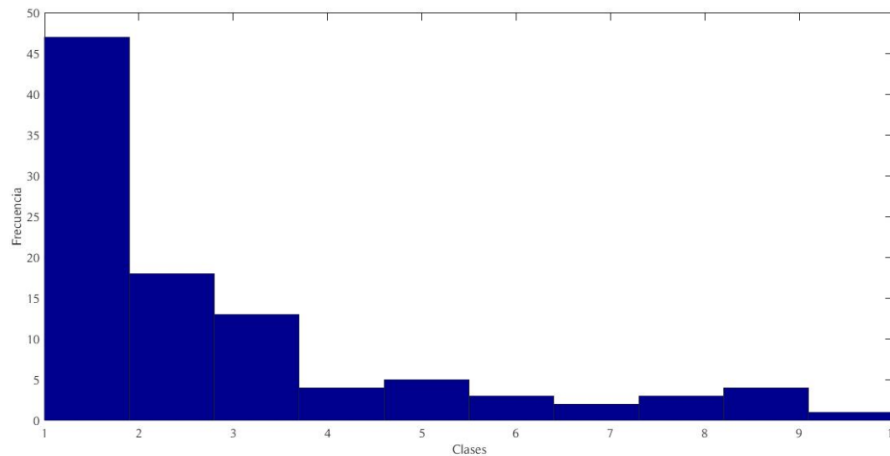
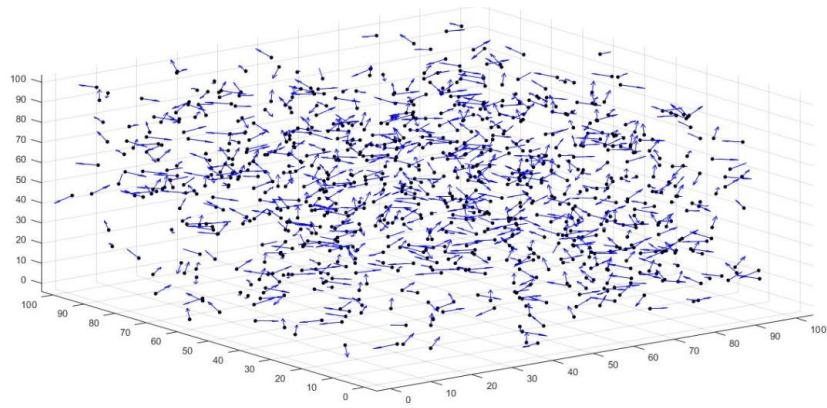
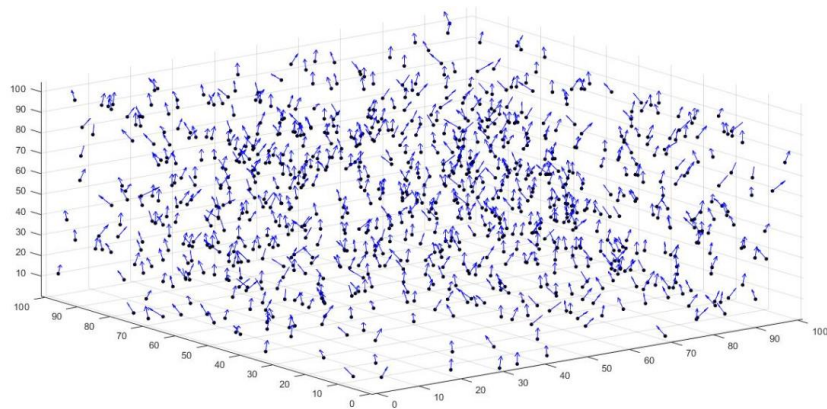


Ilustración 4.3. Histograma para una distribución de ley de potencias con número de elementos:10, valor del exponente: 1.5 y número de muestras: 100

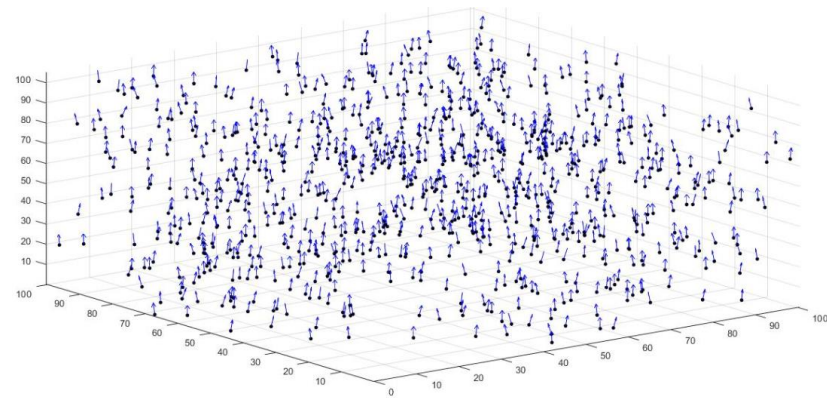
Por último, para tener la característica geométrica de la orientación, se generan vectores unitarios siguiendo la distribución de probabilidad de Von Mises Fisher (Fadakar, 2014) en la esfera unitaria de  $\mathbb{R}^3$  (Jung, 2009). En este caso, los parámetros de variación son un vector dirección semilla y un coeficiente de acoplamiento para los vectores generados. Las siguientes ilustraciones muestran los resultados para tres realizaciones de la rutina mencionada, las cuales contrastan el efecto del factor de acoplamiento utilizado.



*Ilustración 4.4. Realización de la rutina de Jung (2009) para 1000 vectores dirección con distribución de Von Mises Fisher con un factor de acoplamiento 1 y vector semilla  $(0, 0, 1)$ .*



*Ilustración 4.5. Realización de la rutina de Jung (2009) para 1000 vectores dirección con distribución de Von Mises Fisher con un factor de acoplamiento 25 y vector semilla  $(0, 0, 1)$ .*



*Ilustración 4.6. Realización de la rutina de Jung (2009) para 1000 vectores dirección con distribución de Von Mises Fisher con un factor de acoplamiento 250 y vector semilla  $(0, 0, 1)$ .*

La Ilustración 4.4 muestra una realización que generó 1000 vectores de dirección con un vector semilla  $(0, 0, 1)$  y un factor de acoplamiento 1. En esta realización el efecto del factor de acoplamiento es casi nulo, lo que genera vectores de forma aleatoria.



En la Ilustración 4.5 y Ilustración 4.6 se muestra el mismo proceso, pero con un factor de acoplamiento de 25 y 250 respectivamente. En estas últimas realizaciones el vector  $(0, 0, 1)$  permite ejemplificar de forma clara el efecto del vector semilla y cómo al aumentar el factor de acoplamiento los vectores generados tienen mayor similitud con él.

Con las tres rutinas anteriores, se generan 5 grupos de discontinuidades semi aleatorias, ya que para la generación de sus vectores aleatorios se decide utilizar vectores semilla aleatorios, pero con parámetros de factor de acoplamiento 300, lo cual entrega una variación máxima con el vector semilla de  $\pm 20^\circ$  respecto a su rumbo/manteo. De igual modo, se decide que los grupos tengan un porcentaje diferente de discontinuidades del total de discontinuidades. La Tabla 4.1 muestra el detalle de esto, de un total de 1214 discontinuidades, la mayor cantidad la presenta el grupo 1, mientras que por su parte los grupos 2 y 3 como 4 y 5 presentan un número de discontinuidades similar entre ellos. En los 5 grupos se utilizan los parámetros de 30 clases y exponente 1.5 para la generación de sus radios.

Tabla 4.1. Detalle del número de discontinuidades y porcentaje de discontinuidades del total de la red por grupo.

Grupo de discontinuidades	Número de discontinuidades	Porcentaje [%]
1	495	41
2	209	17
3	227	19
4	148	12
5	135	11

Para la distribución espacial de los centros, se maneja una distribución aleatoria respecto al eje donde no será homogéneo el proceso de Poisson. La Ilustración 4.7 muestra el resultado para el grupo de discontinuidades 1, en ella además se detalla el rumbo/manteo del vector semilla utilizado. Las ilustraciones de los demás grupos se anexan en el apartado A del capítulo 8.

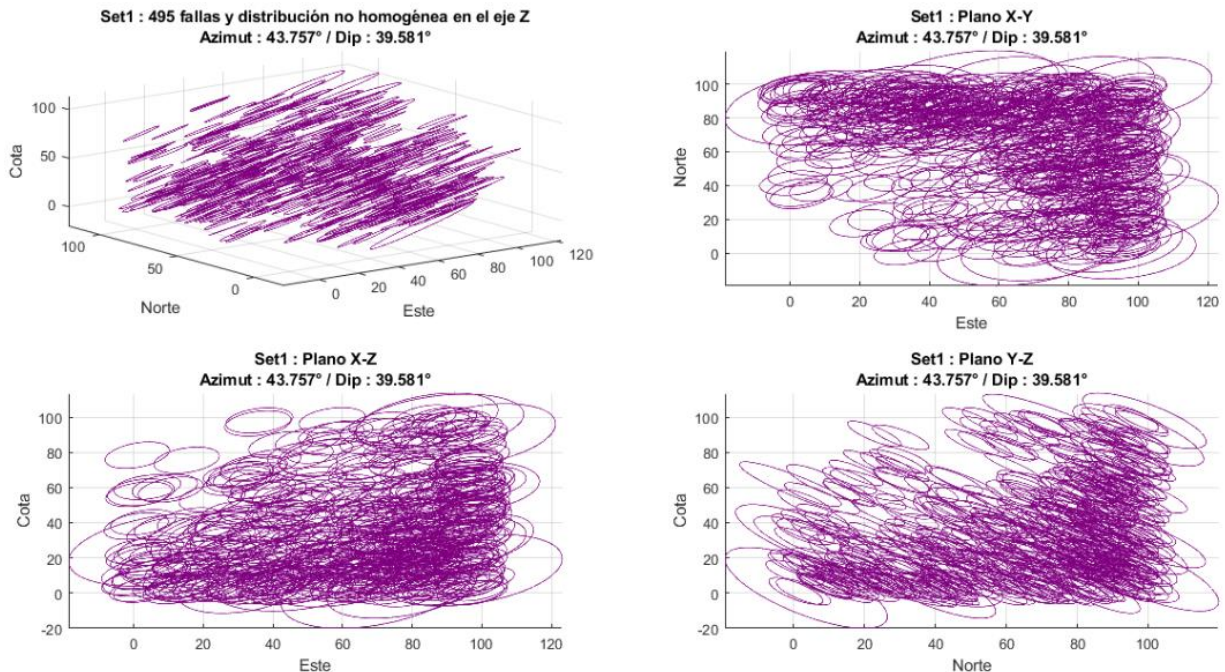


Ilustración 4.7. Resultado de la generación del grupo 1 de discontinuidades para la red de fracturas.

Por último, en la Ilustración 4.8 se muestra un resumen de la red de fracturas, donde el grupo 1 se presenta en color rojo, el grupo 2 en color verde, el grupo 3 en color azul, el grupo 4 en color amarillo y el grupo 5 en color cian. En ella se puede observar que los grupos de discontinuidades están distribuidos en diferentes ubicaciones del espacio de forma preferencial respecto a ciertos ejes.

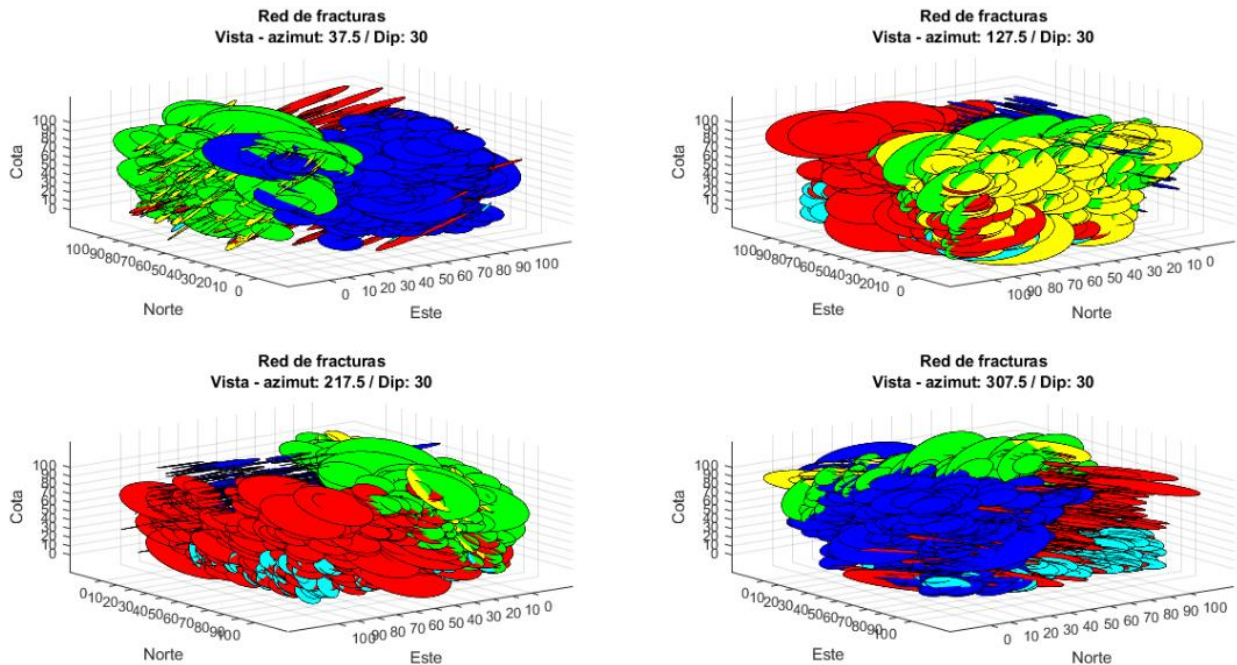


Ilustración 4.8. Múltiples vistas de la red de fracturas con los 5 grupos de discontinuidades.

## 4.2. Muestreo del escenario sintético

Para el muestreo de la red de fracturas mencionada en la sección anterior se despliegan diferentes mallas de sondajes. La primera malla de sondajes, una regular de 5 [m] x 5 [m] y sondajes verticales responde a una de las motivaciones y causas de realizar este estudio en un caso sintético, dicho motivo es el poder muestrear de forma detallada y según los criterios pertinentes al estudio, el espacio donde se encuentra la red de fracturas.

Estos sondajes son compositados a un tamaño de 5 [m]. Al tener dicho tamaño de compósito, se puede hacer el símil entre los centros de los compósitos con los centroides de un bloque de 5 [m] x 5 [m] x 5 [m]. La información de estos sondajes es la que se utiliza como base para comparar y validar el desempeño de las estimaciones por realizar. La Ilustración 4.9 detalla los sondajes desplegados con los valores de FF sin corrección obtenidos (FF medida, en este caso en la dirección vertical).

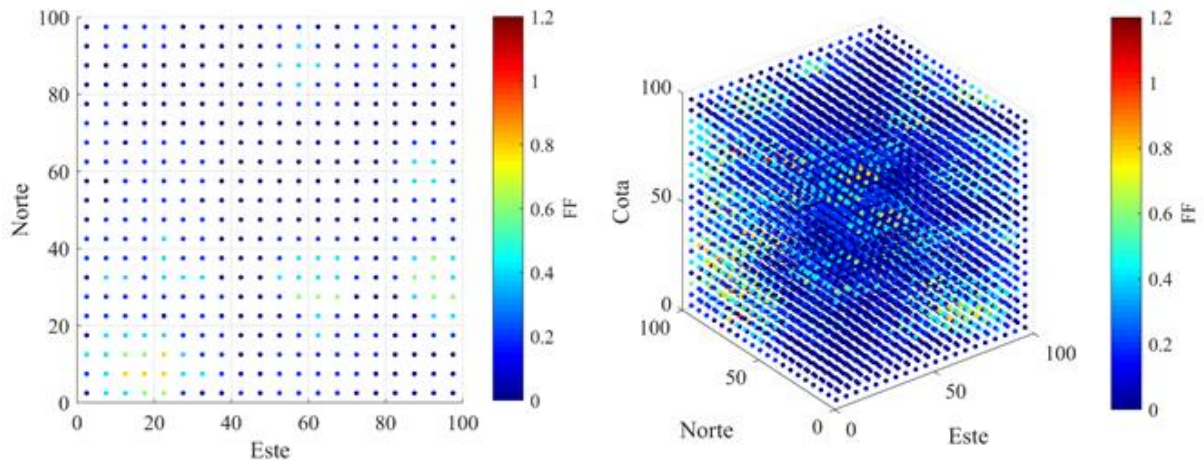


Ilustración 4.9. Vista en planta y perspectiva de los compositos relativos a la malla de muestreo de 5 [m] x 5 [m].

Las bases de datos que se utiliza como *input* para las estimaciones son dos mallas regulares con sondajes verticales, una de 20 [m] x 20 [m] y otra de 10 [m] x 10 [m], además de 100 sondajes con orientaciones aleatorias como tercera malla. Las mallas de 10 [m] x 10 [m] y la de 100 sondajes orientados tienen la misma cantidad de datos, sólo cambia la orientación del muestreo, mientras que la malla de 20 [m] x 20 [m] busca evidenciar el efecto de la información en las estimaciones. Las Ilustración 4.10, Ilustración 4.11 y Ilustración 4.12 muestran tanto en planta como en perspectiva los compósitos de los sondajes para las tres mallas mencionadas, con los valores de FF medidos en la dirección de los sondajes.

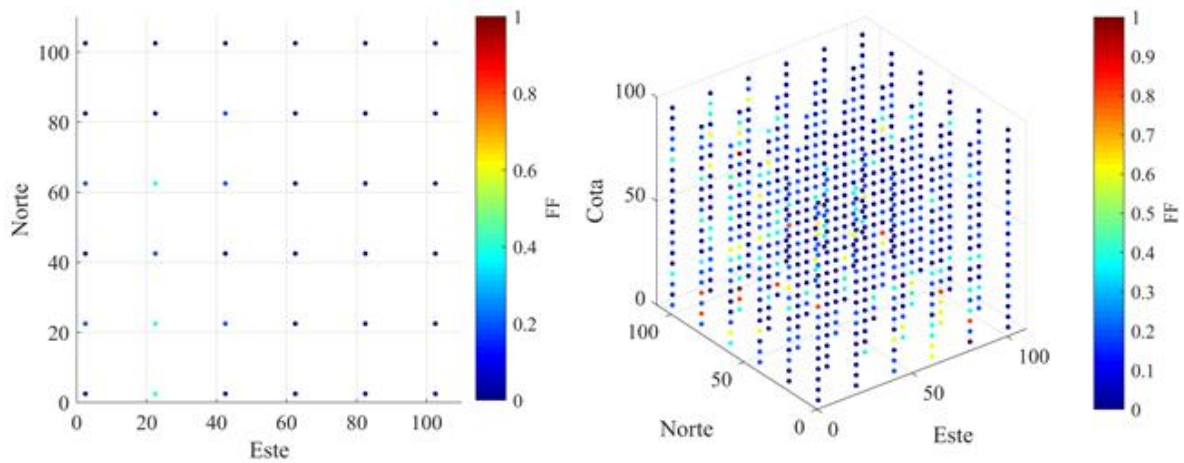


Ilustración 4.10. Vista en planta y perspectiva de los compositos relativos a la malla de muestreo de 20 [m] x 20 [m].



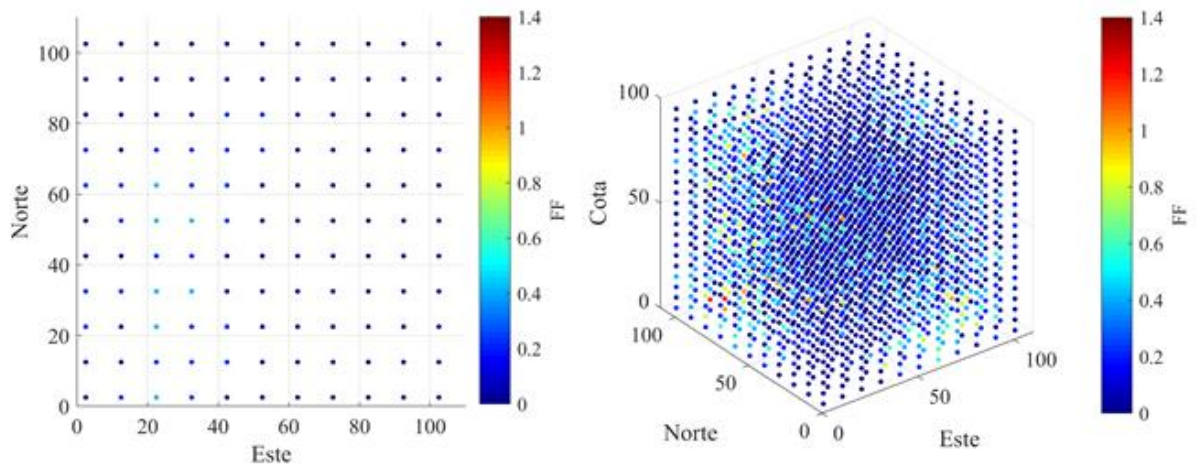


Ilustración 4.11. Vista en planta y perspectiva de los composites relativos a la malla de muestreo de 10 [m] x 10 [m].

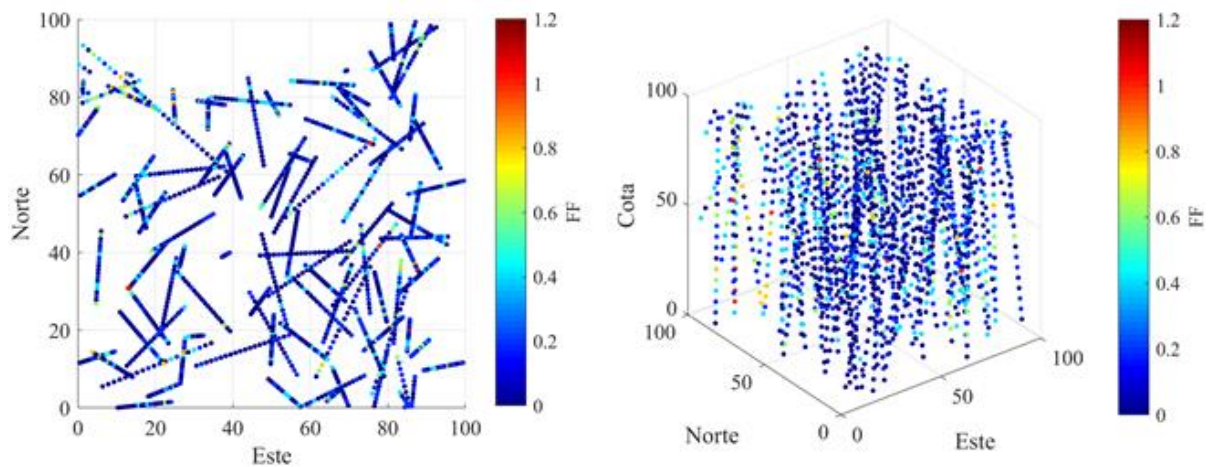


Ilustración 4.12. Vista en planta y perspectiva de los composites relativos a la malla de muestreo con 100 sondajes orientados.

### 4.3. Cálculo y corrección de FF

Los datos obtenidos de las diferentes mallas de muestreo son agrupados y corregidos según los criterios de las tres metodologías a contrastar.

#### 4.3.1. Metodología 1

La metodología 1 propone el tratar todas las discontinuidades de los sondajes como una sola variable, esto se traduce en agruparlas en un único grupo y sin corrección a la FF obtenida por compósito según su geometría. La Tabla 4.2 muestra las estadísticas básicas para la FF final según la metodología 1 para las tres mallas de muestreo.

Tabla 4.2. Resumen estadísticas de la FF según metodología 1 para las 3 mallas de muestreo.

	<b>Malla 10x10</b>	<b>Malla 20x20</b>	<b>Orientados</b>
<b>Número de datos</b>	2000	500	2000
<b>Media</b>	0.148	0.129	0.061
<b>Varianza</b>	0.04	0.035	0.017
<b>Mínimo</b>	0	0	0
<b>Máximo</b>	1.4	1	1

### 4.3.2. Metodología 2

En el caso de la metodología 2, las discontinuidades son agrupadas según el ángulo que forman con el eje del sondaje. Esta clasificación queda acotada a tres posibles grupos:  $[0^\circ, 30^\circ]$ ,  $[30^\circ, 60^\circ]$  y  $[60^\circ, 90^\circ]$ . Estos grupos son los utilizados principalmente en la caracterización geotécnica en base a testigos (Villarreal et al., 2001) y ayudan en la implementación de una corrección de la FF medida cuando ésta es parcial. El factor corrector por utilizar será la corrección de Terzaghi, en base al ángulo promedio de cada grupo, es decir,  $15^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $75^\circ$  respectivamente. Los factores correctores se detallan en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3. Factor corrector por grupo para metodología 2

	<b>Factor corrector</b>
<b>Grupo <math>[0^\circ, 30^\circ]</math></b>	1.035
<b>Grupo <math>[30^\circ, 60^\circ]</math></b>	1.414
<b>Grupo <math>[60^\circ, 90^\circ]</math></b>	3.864

Las Tabla 4.4, Tabla 4.5 y Tabla 4.6 detallan las estadísticas obtenidas para la FF corregida según el agrupamiento de las discontinuidades y la suma de las FF de cada grupo en una FF total. Es interesante destacar que para las mallas regulares no se observan discontinuidades que cumplan el criterio de un ángulo de intersección con el sondaje de  $[0^\circ, 30^\circ]$ , mientras que para la malla de sondajes orientados sí.

Tabla 4.4. Resumen estadísticas de la FF corregida según metodología 2 para la malla de 20 [m] x 20 [m].

	<b>Malla 20 [m] x 20 [m]</b>			<b>FF total</b>
	<b><math>[0^\circ, 30^\circ]</math></b>	<b><math>[30^\circ, 60^\circ]</math></b>	<b><math>[60^\circ, 90^\circ]</math></b>	
<b>Número de datos</b>	500	500	500	500
<b>Media</b>	-	0.112	0.187	0.298
<b>Varianza</b>	-	0.037	0.214	0.236
<b>Mínimo</b>	-	0	0	0
<b>Máximo</b>	-	1.414	3.091	3.657

Tabla 4.5. Resumen estadísticas de la FF corregida según metodología 2 para la malla de 10 [m] x 10 [m].

	<b>Malla 10 [m] x 10 [m]</b>			
	<b>[0°, 30°]</b>	<b>[30°, 60°]</b>	<b>[60°, 90°]</b>	<b>FF total</b>
<b>Número de datos</b>	2000	2000	2000	2000
<b>Media</b>	-	0.125	0.206	0.331
<b>Varianza</b>	-	0.044	0.254	0.282
<b>Mínimo</b>	-	0	0	0
<b>Máximo</b>	-	1.414	3.864	4.147

Tabla 4.6. Resumen estadísticas de la FF corregida según metodología 2 para la malla de sondajes orientados.

	<b>Sondajes orientados</b>			
	<b>[0°, 30°]</b>	<b>[30°, 60°]</b>	<b>[60°, 90°]</b>	<b>FF total</b>
<b>Número de datos</b>	2000	2000	2000	2000
<b>Media</b>	0.02	0.06	0.07	0.2
<b>Varianza</b>	0.005	0.25	0.083	0.13
<b>Mínimo</b>	0	0	0	0
<b>Máximo</b>	0.414	1.414	3.864	3.864

### 4.3.3. Metodología 3

Similar al caso de la metodología 2, las discontinuidades serán asociadas en grupos y luego corregidas según el ángulo que forma con el eje del sondaje. La diferencia entre las dos metodologías radica en los conjuntos a utilizar para el agrupamiento, pues la metodología 2 sólo utiliza la información del ángulo formado por la discontinuidad y el eje del sondaje, mientras que la metodología 3 además considera la orientación del sondaje en plenitud (valor azimutal hacia donde se inclina, manteo y rotación del eje del sondaje).

En base a lo anterior, y teniendo de ante mano los parámetros geométricos de los grupos de discontinuidades generados, se asocian las discontinuidades en cinco grupos con ubicación espacial y ángulos formados con el eje del sondaje similares. Los ángulos promedio observados para cada grupo, así como su factor corrector (corrección de Terzaghi) se presentan en la Tabla 4.7.

Tabla 4.7. Ángulo promedio y factor corrector por grupo para metodología 3

	<b>Ángulo promedio</b>	<b>Ángulo vector semilla</b>	<b>Factor corrector ángulo promedio</b>	<b>Factor corrector vector semilla</b>
<b>Grupo 1</b>	46.243	46.212	1.446	1.445
<b>Grupo 2</b>	88.128	88.319	5.759	5.759
<b>Grupo 3</b>	36.704	34.952	1.247	1.220
<b>Grupo 4</b>	60.746	60.468	2.046	2.029
<b>Grupo 5</b>	69.520	69.597	2.858	2.868

Las Tabla 4.8, Tabla 4.9 y Tabla 4.10 muestran las estadísticas obtenidas para la FF corregida según el agrupamiento de las discontinuidades para la metodología 3 y la suma de las FF de cada grupo en una FF total.

Tabla 4.8. Resumen estadísticas de la FF corregida según metodología 3 para la malla de 20 [m] x 20 [m].

	<b>Malla 20 [m] x 20 [m]</b>					
	<b>Grupo 1</b>	<b>Grupo 2</b>	<b>Grupo 3</b>	<b>Grupo 4</b>	<b>Grupo 5</b>	<b>FF total</b>
<b>Número de datos</b>	500	500	500	500	500	500
<b>Media</b>	0.062	0.213	0.049	0.054	0.015	0.394
<b>Varianza</b>	0.021	0.296	0.019	0.029	0.01	0.401
<b>Mínimo</b>	0	0	0	0	0	0
<b>Máximo</b>	0.849	3.456	0.733	1.238	1.170	3.945

Tabla 4.9. Resumen estadísticas de la FF corregida según metodología 3 para la malla de 10 [m] x 10 [m].

	<b>Malla 10 [m] x 10 [m]</b>					
	<b>Grupo 1</b>	<b>Grupo 2</b>	<b>Grupo 3</b>	<b>Grupo 4</b>	<b>Grupo 5</b>	<b>FF total</b>
<b>Número de datos</b>	2000	2000	2000	2000	2000	2000
<b>Media</b>	0.076	0.158	0.034	0.044	0.055	0.366
<b>Varianza</b>	0.027	0.243	0.012	0.027	0.042	0.372
<b>Mínimo</b>	0	0	0	0	0	0
<b>Máximo</b>	1.157	4.608	0.733	1.238	1.755	5.021

Tabla 4.10. Resumen estadísticas de la FF corregida según metodología 3 para la malla de sondajes orientados.

	<b>Sondajes orientados</b>					
	<b>Grupo 1</b>	<b>Grupo 2</b>	<b>Grupo 3</b>	<b>Grupo 4</b>	<b>Grupo 5</b>	<b>FF total</b>
<b>Número de datos</b>	2000	2000	2000	2000	2000	2000
<b>Media</b>	0.088	0.092	0.033	0.048	0.046	0.307
<b>Varianza</b>	0.036	0.107	0.013	0.052	0.058	0.272
<b>Mínimo</b>	0	0	0	0	0	0
<b>Máximo</b>	1.414	3.864	1.131	3.091	3.091	4.636

## 4.4. Análisis variográfico

El primer paso del análisis variográfico consiste en verificar la existencia de algún tipo de anisotropía en los datos muestreados, por lo que se estudia el variograma experimental en diferentes direcciones y luego se comparan los resultados con el variograma experimental omnidireccional.

Las anisotropías que se buscan son las presentes en el plano horizontal, el cual exhibe un muestreo menor en comparación a la vertical. Por esto, el variograma omnidireccional que se menciona antes es en realidad un variograma omni horizontal, Dicho variograma tiene parámetros de rumbo (azimut)  $0^\circ$  y tolerancia de rumbo  $90^\circ$ , y su manteo (dip) es de  $0^\circ$  y tolerancia de manteo  $22.5^\circ$ . Las direcciones por contrastar con el variograma omni horizontal son: azm:  $0^\circ$  dip: 0, azm:  $45^\circ$  dip: 0, azm:  $90^\circ$  dip: 0 y azm:  $135^\circ$  dip: 0.

Un ejemplo de lo descrito en el párrafo anterior se puede apreciar en la Ilustración 4.13, donde se comparan los variogramas experimentales en dichas direcciones con el variograma omni horizontal. En la figura de la izquierda, se observa poca variación respecto de la dirección utilizada para el variograma, contrario a lo presente en la figura derecha, la cual muestra las características de una anisotropía zonal.

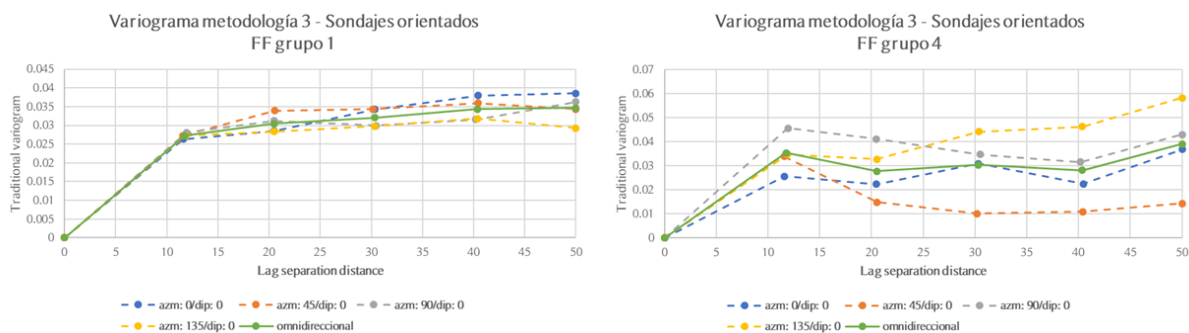


Ilustración 4.13. Comparación de variogramas experimentales con diferentes direcciones y un variograma omnidireccional.

Para el caso de los sondajes con dirección y ubicación aleatoria, se debe hacer desagrupamiento (declustering), el método de las celdas se utiliza para este fin, el cual entrega diferentes ponderadores para los valores de los sondajes según la cantidad de datos por celda. El tamaño de la celda a utilizar se va variando hasta ver que la media de los datos se “estabiliza”. El tamaño de celda utilizado para el desagrupamiento en este caso fue de  $5 \times 5 \times 5$  [m].

Una vez corroborada la existencia de direcciones preferenciales, se procede a realizar los variogramas experimentales en las direcciones definidas y por último modelar dichos variogramas.

### 4.4.1. Malla 20 [m] x 20 [m]

La malla de muestreo de 20 [m] x 20 [m], y en general las mallas regulares, definen un paso claro para encontrar pares de datos a utilizar en el variograma experimental horizontal el cual es la distancia entre los sondajes (Emery, 2013). Distinto es el caso de la vertical, pero se cuenta con una buena resolución de datos para su estudio. En el caso de la tolerancia del paso, se toma en cuenta la sugerencia de tomar la mitad del paso utilizado (Emery, 2013). La Tabla 4.11 sintetiza lo antes mencionado.

Tabla 4.11. Parámetros utilizados en el cálculo de los variogramas experimentales para la malla 20 [m] x 20 [m]

	Horizontal	Vertical
<b>Paso (lag)</b>	20	5
<b>Número de pasos</b>	3	19
<b>Tolerancia del paso</b>	10	2,5

A razón de no saturar con ilustraciones esta sección de la memoria, se anexan las ilustraciones de los estudios de direcciones preferenciales, variogramas experimentales y variogramas modelados en la sección B del capítulo 8. El resultado del estudio variográfico para la malla regular de 20 [m] x 20 [m] por metodología se presenta en las Tabla 4.12, Tabla 4.13 y Tabla 4.14.

Tabla 4.12. Resumen análisis variográfico según datos metodología 1 para la malla de muestreo 20 [m] x 20[m]

		<b>Metodología 1</b>	
		<b>Direccionalidad</b>	<b>Variograma modelado</b>
<b>FF</b>	Omnihorizontal vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.0164 + 0.0068 \text{ cubic } (10, 5) + 0.0118 \text{ exp}(45,40)$

Tabla 4.13. Resumen análisis variográfico según datos metodología 2 para la malla de muestreo 20 [m] x 20[m]

		<b>Metodología 2</b>	
		<b>Direccionalidad</b>	<b>Variograma modelado</b>
<b>[30°, 60°]</b>	Omnihorizontal vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.0188 + 0.0134 \text{ cubic } (15,10) + 0.0051 \text{ exponential } (60,65) + 0.0012 \text{ exponential } (\infty, 80)$
<b>[60°, 90°]</b>	Omnihorizontal vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.0118 + 0.0312 \text{ Gaussian } (5,10) + 0.0187 \text{ Gaussian } (65,60) + 0.046 \text{ Gaussian } (\infty, 85)$

Tabla 4.14. Resumen análisis variográfico según datos metodología 3 para la malla de muestreo 20 [m] x 20[m]

		<b>Metodología 3</b>	
		<b>Direccionalidad</b>	<b>Variograma modelado</b>
<b>Grupo 1</b>	Omnihorizontal vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.0094 + 0.0048 \text{ cubic } (10,5) + 0.0055 \text{ spherical } (30,25) + 0.0013 \text{ exponential } (\infty, 55)$
<b>Grupo 2</b>	Azm: 135 dip: 0 vs. Vertical0		$\gamma(h) = 0.1751 + 0.0491 \text{ spherical } (5,10,10) + 0.0796 \text{ Gaussian } (60,65,55)$
<b>Grupo 3</b>	Omnihorizontal vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.0137 + 0.0028 \text{ spherical } (5,10) + 0.0021 \text{ Gaussian } (60,65) + 0.0009 \text{ Gaussian } (\infty, 85)$
<b>Grupo 4</b>	Omnihorizontal vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.0183 + 0.0035 \text{ cubic } (5,10) + 0.0073 \text{ Gaussian } (\infty, 85)$

<b>Grupo 5</b>	Omnihorizontal vs. Vertical	$\gamma(h) = 0.005 + 0.0008 \text{ cubic } (5,10)$
----------------	--------------------------------	--

Como muestran los resultados, sólo el grupo 2 de la metodología 3 presenta una anisotropía zonal en la dirección azm 135 dip 0. Todos los variogramas presentan un efecto pepita fuerte o marcado, con una estructura de corto alcance, seguida de una de largo o mediano alcance.

#### 4.4.2. Malla 10 [m] x 10 [m]

Al igual que en la sección 4.4.1, al ser la malla de muestreo una malla regular, el paso a utilizar en la horizontal queda definido por la distancia entre los sondajes. Los parámetros utilizados para el cálculo de los variogramas experimentales se resume en la Tabla 4.15.

Tabla 4.15. Parámetros utilizados en el cálculo de los variogramas experimentales para la malla 10 [m] x 10 [m]

	Horizontal	Vertical
<b>Paso (lag)</b>	10	5
<b>Número de pasos</b>	5	19
<b>Tolerancia del paso</b>	5	2,5

Para los variogramas modelados de la malla 10 [m] x 10 [m], nuevamente se observa la presencia de una anisotropía zonal en la dirección de azimut 135° y dip 0° para el grupo [60°, 90°] de la metodología 2 y el grupo 2 de la metodología 3. Al tener una mayor cantidad de datos, los variogramas experimentales y modelados son menos erráticos que en el caso de la malla 20 [m] x 20 [m]. Las Tabla 4.16, Tabla 4.17y Tabla 4.18 resumen los resultados del análisis variográfico para la malla de muestreo 10 [m] x 10 [m].

Tabla 4.16. Resumen análisis variográfico según datos metodología 1 para la malla de muestreo 10 [m] x 10[m]

		<b>Metodología 1</b>	
		<b>Direccionalidad</b>	<b>Variograma modelado</b>
<b>FF</b>	Omnidireccional		$\gamma(h) = 0.0089 + 0.0081 \text{ cubic } (10) + 0.0231 \text{ exp}(50)$

Tabla 4.17. Resumen análisis variográfico según datos metodología 2 para la malla de muestreo 10 [m] x 10[m]

		<b>Metodología 2</b>	
		<b>Direccionalidad</b>	<b>Variograma modelado</b>
<b>[30°, 60°]</b>	Omnihorizontal vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.0097 + 0.0222 \text{ exponential } (10,10)$ + 0.0023 <i>Gaussian</i> (35,30) + 0.0074 <i>Gaussian</i> (45,40) + 0.003 <i>Gaussian</i> (50,50)
<b>[60°, 90°]</b>	Azm: 135 dip: 0 vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.0217 + 0.1264 \text{ Gaussian } (10,5,5)$ + 0.0345 <i>exponential</i> (50,45,45) + 0.0714 <i>Gaussian</i> (∞, ∞, 90)

Tabla 4.18. Resumen análisis variográfico según datos metodología 3 para la malla de muestreo 10 [m] x 10[m]

		<b>Metodología 3</b>	
		<b>Direccionalidad</b>	<b>Variograma modelado</b>
<b>Grupo 1</b>	Omnihorizontal vs. Vertical l		$\gamma(h) = 0.0002 + 0.0135 \text{ Gaussian } (10,5)$ $+ 0.0018 \text{ cubic } (35,30)$ $+ 0.0116 \text{ exponential } (45,50)$
<b>Grupo 2</b>	Azm: 135 dip: 0 vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.1422 + 0.0279 \text{ spherical } (5,5,10)$ $+ 0.0094 \text{ exponential } (45,50,45)$ $+ 0.0634 \text{ Gaussian } (\infty, \infty, 75)$
<b>Grupo 3</b>	Omnihorizontal vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.0067 + 0.0011 \text{ spherical } (5,10)$ $+ 0.0009 \text{ Gaussian } (45,50)$ $+ 0.0032 \text{ Gaussian } (\infty, 80)$
<b>Grupo 4</b>	Omnihorizontal vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.0151 + 0.004 \text{ spherical } (5,10)$ $+ 0.0079 \text{ Gaussian } (\infty, 80)$
<b>Grupo 5</b>	Omnihorizontal vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.0238 + 0.0035 \text{ cubic } (5,10)$ $+ 0.0085 \text{ Gaussian } (45,50)$

#### 4.4.3. Sondajes orientados

En el caso de los sondajes orientados con una ubicación espacial no regular, se requiere encontrar un paso que satisfaga las condiciones de representatividad del variograma, además de considerar los pesos del desagrupamientos realizado. Por ello, lo primero que se realiza es utilizar como paso la medida de la celda utilizada para el desagrupamiento, es decir, un paso de 5 [m]. Luego, el variograma obtenido con ese parámetro se contrasta con otro obtenido para un paso 10 [m], observándose un suavizamiento del variograma experimental, pero no cambios bruscos en cuanto a comportamiento, por lo que se decide utilizar un paso de 10 [m] en la horizontal para este caso. La Tabla 4.19 resume los parámetros utilizados para los variogramas experimentales.

Tabla 4.19. Parámetros utilizados en el cálculo de los variogramas experimentales para sondajes orientados.

	<b>Horizontal</b>	<b>Vertical</b>
<b>Paso (lag)</b>	10	5
<b>Número de pasos</b>	5	18
<b>Tolerancia del paso</b>	5	2,5

Similar a las mallas de muestreo anterior, se mantiene la presencia de anisotropía zonal con una dirección de azimut 135° y dip 0°. En particular, se observa un cambio en los alcances de algunas estructuras, así como un menor valor para el efecto pepita de los variogramas modelados. Las Tabla 4.20, Tabla 4.21 y Tabla 4.22 muestran los resultados para las tres metodologías.



Tabla 4.20. Resumen análisis variográfico según datos metodología 1 para sondajes orientados.

		<b>Metodología 1</b>	
		<b>Direccionalidad</b>	<b>Variograma modelado</b>
<b>FF</b>	Omnihorizontal vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.0046 + 0.0023$ esférico (5,10) + 0.01 exponencial(50,45)

Tabla 4.21. Resumen análisis variográfico según datos metodología 2 para sondajes orientados.

		<b>Metodología 2</b>	
		<b>Direccionalidad</b>	<b>Variograma modelado</b>
<b>[0°, 30°]</b>	Azm: 135 dip: 0 vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.0002 + 0.0009$ cubic (5,10,10) + 0.0039 Gaussian ( $\infty, \infty, 80$ )
<b>[30°, 60°]</b>	Omnihorizontal vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.0125 + 0.0068$ cubic (5,10) + 0.001 Gaussian (40,35) + 0.0044 exponencial (50, 45)
<b>[60°, 90°]</b>	Omnihorizontal vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.051 + 0.0062$ Gaussian (50,45) + 0.0184 exponencial ( $\infty, 55$ )

Tabla 4.22. Resumen análisis variográfico según datos metodología 3 para sondajes orientados.

		<b>Metodología 3</b>	
		<b>Direccionalidad</b>	<b>Variograma modelado</b>
<b>Grupo 1</b>	Omnihorizontal vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.0105 + 0.0073$ cubic (5,10) + 0.0181 exponencial (50, 45)
<b>Grupo 2</b>	Azm: 135 dip: 0 vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.023 + 0.0077$ cubic (10,5,5) + 0.0476 exponencial (45, 50, 45) + 0.0275 exponencial ( $\infty, \infty, 55$ )
<b>Grupo 3</b>	Omnihorizontal vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.0042 + 0.0054$ Gaussian (10,5) + 0.0028 exponencial (50, 45)
<b>Grupo 4</b>	Azm: 135 dip: 0 vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.0131 + 0.0042$ cubic (10,5,5) + 0.0153 Gaussian (50, 50, 50) + 0.029 Gaussian ( $\infty, \infty, 80$ )
<b>Grupo 5</b>	Azm: 135 dip: 0 vs. Vertical		$\gamma(h) = 0.016 + 0.0061$ cubic (10,5,5) + 0.0101 Gaussian (20, 25, 15)

#### 4.5. Predicción vía kriging ordinario

Antes de poder realizar el kriging ordinario y estimar la FF por grupos, se requiere definir ciertos criterios o parámetros de la rutina computacional utilizada. Entre los más destacables se encuentran el tamaño de la grilla a estimar, que para este caso de estudio es la misma que la del escenario sintético generado, vale decir, una grilla con alcances de 100 [m] x 100 [m] x 100 [m] dividida en bloques de 5 [m] x 5 [m] x 5 [m]. La discretización de cada bloque es de 2 x 2 x 2 y se divide la vecindad de búsqueda en octantes, con un número óptimo de datos de 3 por octantes, para un total de 24 datos. Caso aparte es el de los radios máximos para la vecindad de búsqueda. La Tabla 4.23 muestra los radios utilizados para el caso de las estimaciones de los grupos de la metodología 3, los de la metodología 1 y 2 se adjuntan en la sección C del capítulo 8.

Tabla 4.23. Radios máximos para las vecindades de búsqueda utilizadas en la estimación de la FF de los grupos de la metodología 3.

	Metodología 3 - Radios máximos de la vecindad de búsqueda		
	20 [m] x 20 [m]	10 [m] x 10 [m]	Sondajes orientados
Grupo 1	(30, 30, 25)	(45, 45, 50)	(50, 50, 45)
Grupo 2	(60, 60, 55)	(45, 50, 45)	(45, 50, 55)
Grupo 3	(60, 60, 65)	(45, 45, 50)	(50, 50, 45)
Grupo 4	(60, 60, 60)	(45, 45, 50)	(50, 50, 50)
Grupo 5	(60, 60, 60)	(45, 45, 50)	(45, 45, 40)

Para poder comparar de mejor forma el impacto que tiene cada metodología sobre la estimación de la FF, se considera la FF por cada grupo de forma independiente, se estima vía kriging y luego se combinan las estimaciones de cada grupo para obtener una FF total a contrastar.

Recordar que la metodología 1 considera un solo grupo y omite la direccionalidad de FF, mientras que las metodologías 2 y 3 corrigen la FF de cada grupo (corrección de Terzaghi) a una FF “intrínseca”. En el caso de la metodología 3, se pueden tratar los resultados obtenidos de la estimación, y a través de un Terzaghi inverso, obtener la predicción para FF en una dirección de interés (vertical).

##### 4.5.1. Malla 20 [m] x 20 [m]

Las estimaciones para la FF con los datos de la malla de 20 [m] x 20 [m] entrega los siguientes estadísticos básicos.

Tabla 4.24. Estadísticas de la estimación con los datos de la malla 20 [m] x 20 [m] para las 3 metodologías.

	Escenario sintético	Metodología 1	Metodología 2	Metodología 3
Número de datos	8000	8000	8000	8000
Promedio	0.333	0.131	0.294	0.397
Varianza	0.343	0.007	0.048	0.130
Mínimo	0	0	0	0
Máximo	4.871	0.476	1.035	2.68

Es importante recordar que la FF del escenario sintético ha sido rectificada según la corrección de Terzaghi acorde al vector semilla utilizado para la generación de las discontinuidades y la dirección de los sondajes (vertical). Esto busca tener una FF que represente de mejor forma la realidad simulada para esta dirección.

Con lo anterior en mente, se aprecia en las estimaciones las características clásicas del kriging, el cual suaviza los valores mínimos y máximos de las variables estimadas, manteniendo su media y reduciendo su varianza.

Al comparar los resultados de cada metodología, se puede notar el efecto que tiene la corrección de la FF por orientación, ya que las metodologías 2 y 3 entregan resultados más cercanos a lo observado en el escenario sintético que los de la metodología 1. Para explicar mejor esto, la Ilustración 4.14 presenta el histograma acumulado de las tres estimaciones y del escenario sintético contrastados para sus FF normalizadas.

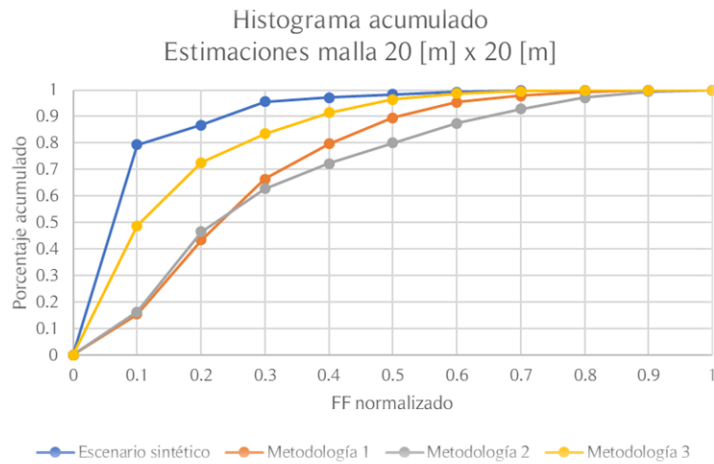


Ilustración 4.14. Histograma acumulado de la estimación con los datos de la malla 20 [m] x 20 [m] para las 3 metodologías

Respecto al histograma acumulado, si bien ninguna de las estimaciones logra una distribución de valores similares a la del escenario sintético y todas tienden a sobreestimar en proporción los valores de la FF, la que mejor emula su objetivo es la metodología 3.

En cuanto a la validación visual de los resultados, la Ilustración 4.15 muestra diferentes cotas que contrastan el escenario sintético con las estimaciones. De izquierda a derecha en la ilustración se observa en la primera columna las cotas 0, 25, 50, 75 y 95 para el escenario sintético, luego en la segunda columna, las estimaciones para dicha cota de la metodología 1, metodología 2 y finalmente la metodología 3 respectivamente.

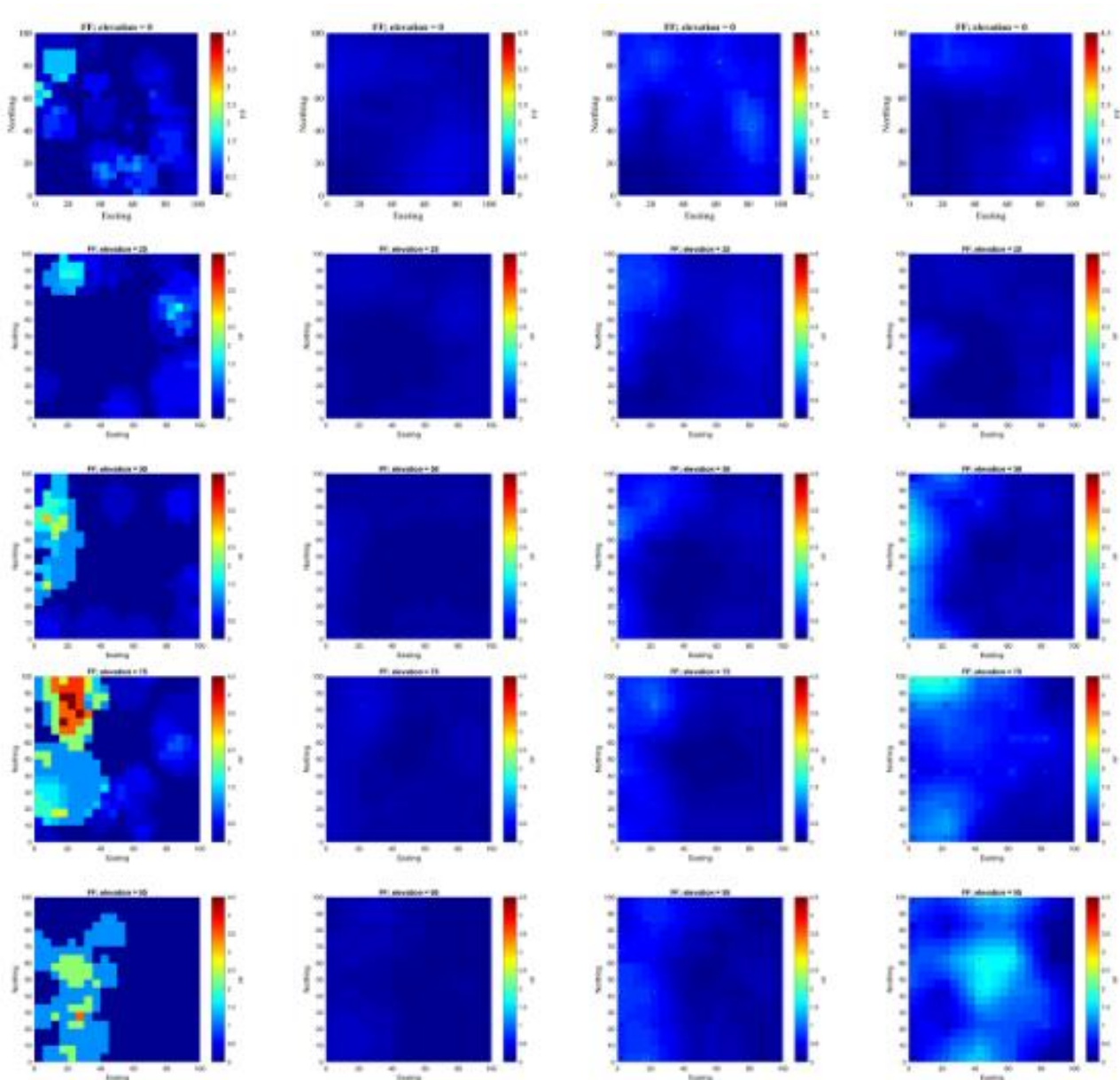


Ilustración 4.15. Visualización de las estimaciones con los datos de la malla 20 [m] x 20 [m] para las tres metodologías en cotas 0, 25, 50, 75, 95.

Resulta fácil notar que ninguna de las tres estimaciones consigue una representación cercana de los valores para la FF en el espacio, y que parecen más difuminar la realidad muestreada del escenario sintético que reproducirla. Esto se explica en parte por el efecto de suavizamiento del kriging.

Si se contrastan los valores bloque a bloque de cada estimación con los del escenario sintético, se puede inferir el error asociado a cada estimación según la metodología utilizada. Para evitar problemas con posibles valores negativos, se utiliza la diferencia al cuadrado de los valores como medida. La Tabla 4.25 muestra los resultados para la cuantificación de errores cuadráticos asociados a la estimación.

Tabla 4.25. Cuantificación del error asociados a las estimaciones con los datos de la malla 20 [m] x 20 [m] para las tres metodologías

	Malla 20 [m] x 20 [m]		
	Metodología 1	Metodología 2	Metodología 3
Suma de errores cuadráticos	3000	2370	2900
Error cuadrático medio	0.340	0.269	0.329
Error cuadrático máximo	20.627	15.790	18.467

Lo deseable, a modo de reducir el error asociado, es que la suma de errores cuadráticos, el error cuadrático medio y el error cuadrático máximo observado sean mínimos. La metodología 2 presenta los menores valores asociados a estos tres criterios seguida de la metodología 3.

La Ilustración 4.17 expone el error asociado a cada metodología para las cotas mostradas en la Ilustración 4.15, queda en manifiesto que las cotas con errores más considerables son la cota 75 y 95.

#### 4.5.2. Malla 10 [m] x 10 [m]

Las estadísticas que resumen los resultados de las estimaciones con los datos de la malla de 10 [m] x 10 [m] se aprecian en la tabla siguiente.

Tabla 4.26. Estadísticas de la estimación con los datos de la malla 10 [m] x 10 [m] para las 3 metodologías

	Malla 10 [m] x 10 [m]			
	Escenario sintético	Metodología 1	Metodología 2	Metodología 3
Número de datos	8000	8000	8000	8000
Promedio	0.333	0.149	0.332	0.396
Varianza	0.343	0.017	0.101	0.172
Mínimo	0	0	0	0
Máximo	4.871	0.848	2.125	3.037

Para verificar la distribución de valores que siguen las estimaciones y los valores del escenario sintético, la Ilustración 4.16 exhibe el histograma acumulado para las FF normalizadas de las tres estimaciones y la realidad muestreada.

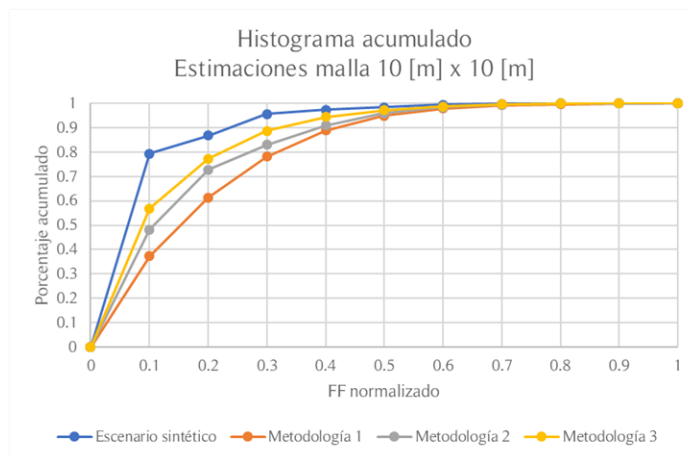


Ilustración 4.16. Histograma acumulado de la estimación con los datos de la malla 10 [m] x 10 [m] para las 3 metodologías

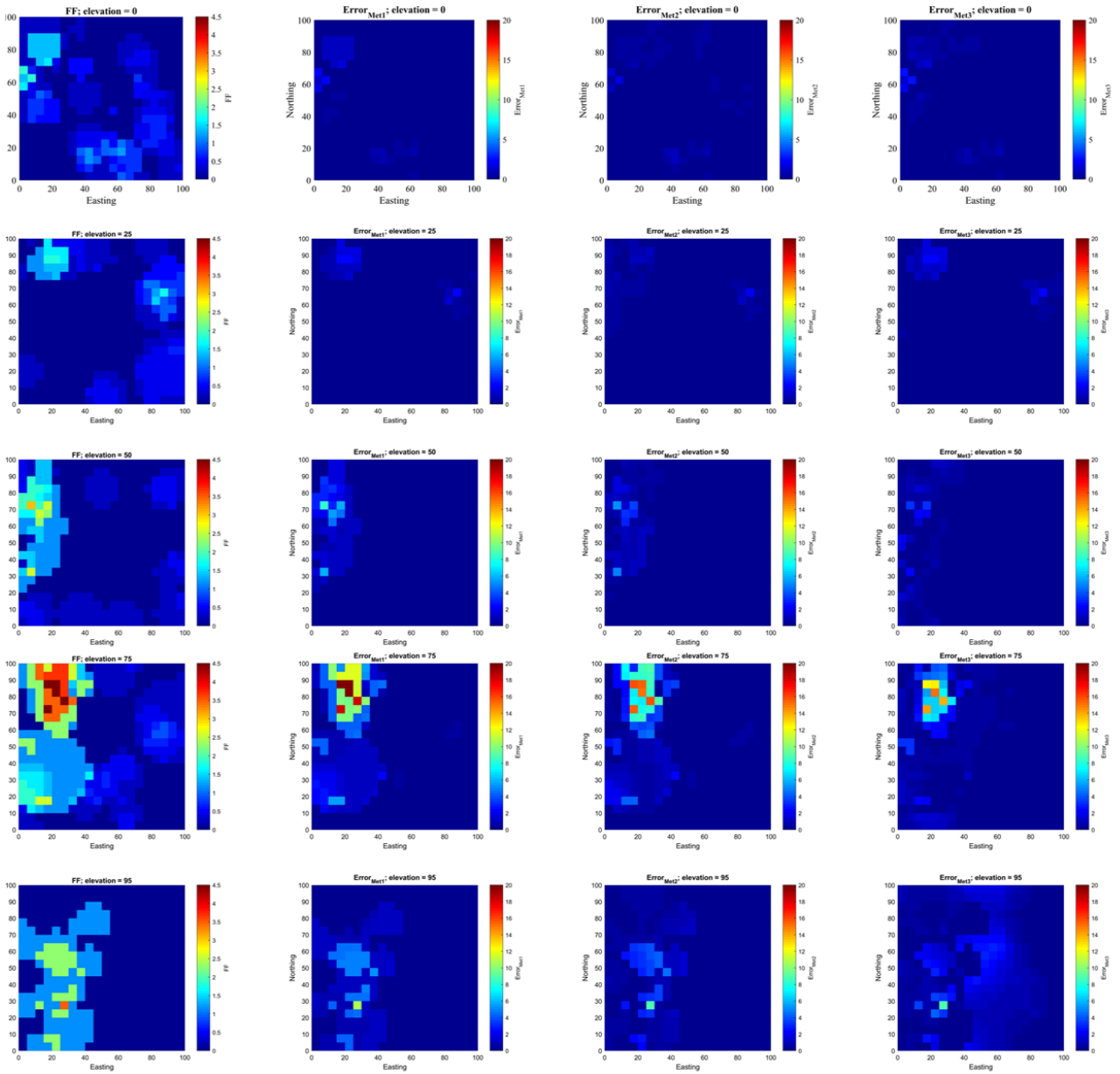


Ilustración 4.17. FF (izquierda) y error cuadrático (columnas 2, 3 y 4) para las estimaciones con los datos de la malla 20 [m] x 20 [m] para las tres metodologías en cotas 0, 25, 50, 75, 95

Para la malla de 10 [m] x 10 [m], las estimaciones de la metodología 2 y 3 presentan resultados aún más similares que para la malla de 20 [m] x 20 [m], quedando en evidencia en el histograma acumulado, donde las distribuciones de ambas estimaciones siguen la misma tendencia.

Con cuatro veces más datos para las estimaciones, la visualización para la malla de 10 [m] x 10 [m] resulta más alentadora que para el caso de la malla 20 [m] x 20 [m], reproduciendo de mejor forma la distribución espacial de las FF, mostrando una mejora significativa en la ubicación de las FF altas y la definición de los bordes de éstas. La Ilustración 4.18 da cuenta de lo comentado.

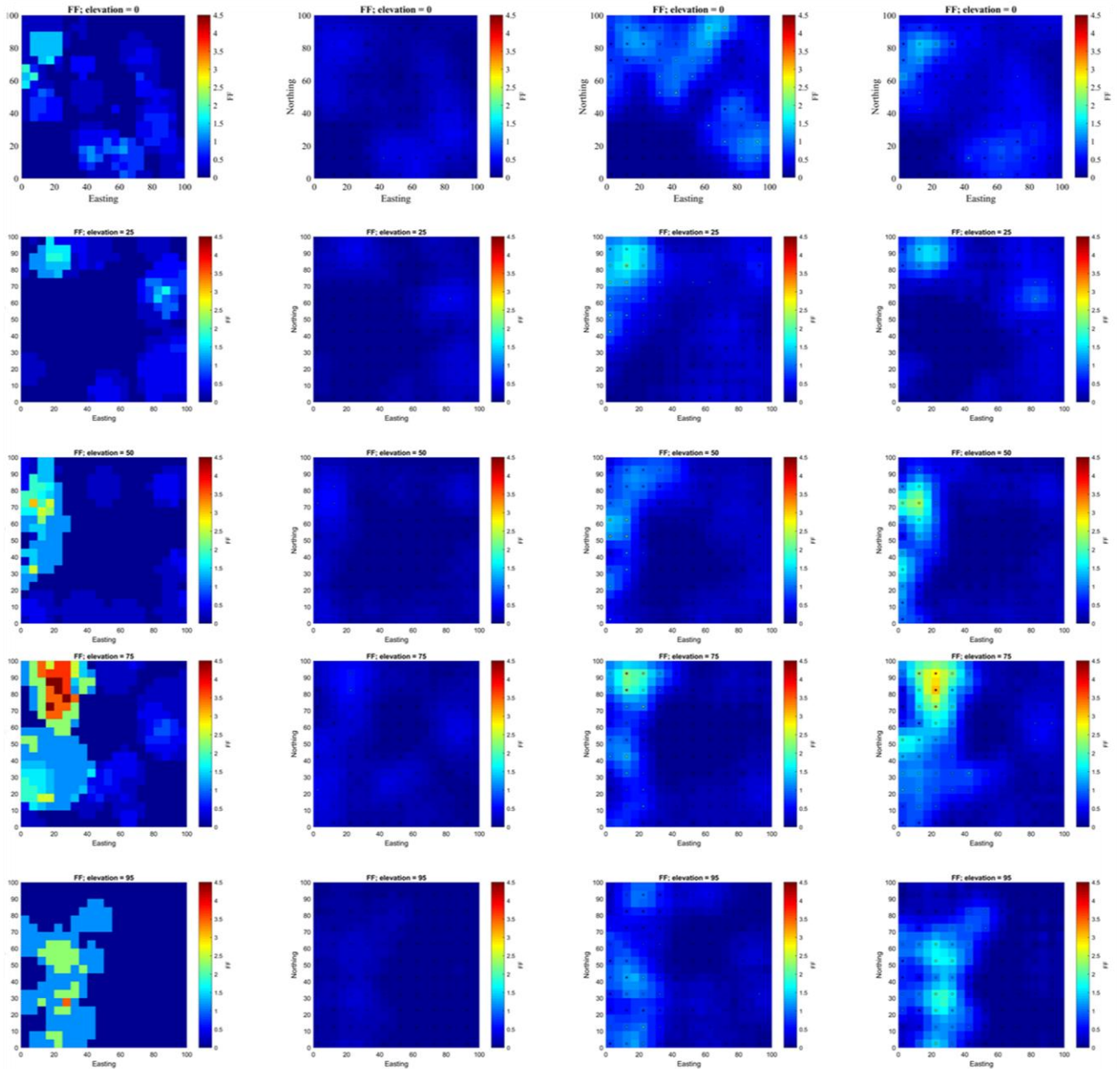


Ilustración 4.18. Visualización de las estimaciones con los datos de la malla 10 [m] x 10 [m] para las tres metodologías en cotas 0, 25, 50, 75 y 95.

Los indicadores de error asociados a cada estimación se muestran en la Tabla 4.27. En este caso, la metodología 3 evidencia los mejores resultados para los tres indicadores analizados.

Tabla 4.27. Cuantificación del error asociados a las estimaciones con los datos de la malla 10 [m] x 10 [m] para las 3 metodologías

	Malla 10 [m] x 10 [m]		
	Metodología 1	Metodología 2	Metodología 3
Suma de errores cuadráticos	2542	2203	986
Promedio de errores cuadráticos	0.288	0.250	0.112
Error cuadrático máximo	18.694	15.173	6.798



Al visualizar el error asociado a cada estimación según las cotas anteriores, queda en manifiesto el menor error asociado a la estimación de la metodología 3 en todas ellas. Para las cotas con mayores valores de FF como son la cota 75 y la 95 todas las metodologías exhiben errores en la delimitación de los contornos de los sectores con FF altas, a pesar de que sus estimaciones presentan una mejora considerable en este aspecto respecto a lo comprobado en las estimaciones de la malla de 20 [m] x 20 [m].

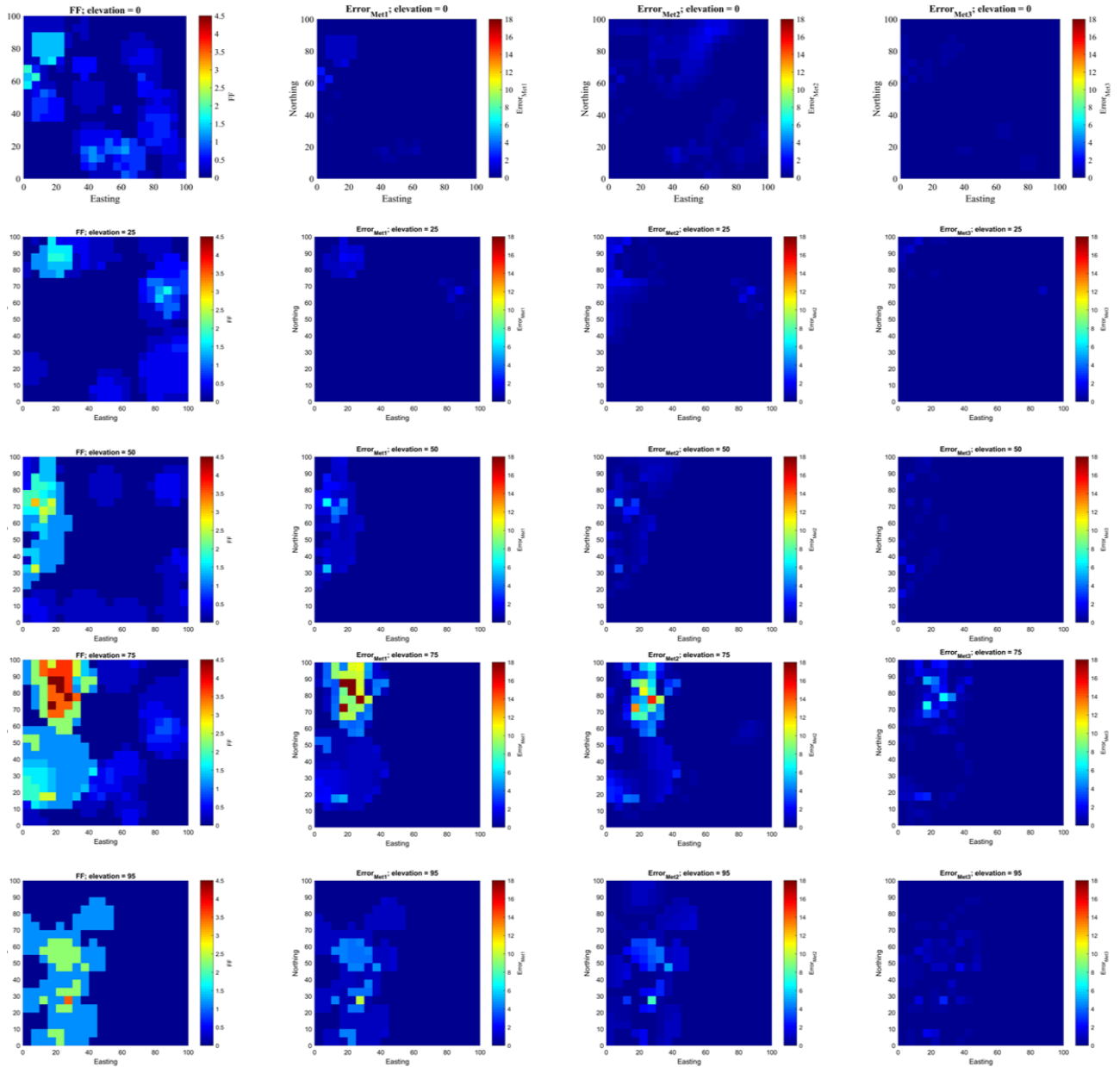


Ilustración 4.19. FF real (izquierda) y error cuadrático (columnas 2, 3 y 4) para las estimaciones con los datos de la malla 10 [m] x 10 [m] para las tres metodologías en cotas 0, 25, 50, 75, 95



### 4.5.3. Sondajes orientados

La Tabla 4.28 expone las estadísticas para las estimaciones realizadas según las tres metodologías planteadas con los datos obtenidos de los sondajes orientados.

Tabla 4.28. Estadísticas de la estimación con los datos de los sondajes orientados para las 3 metodologías

	Sondajes orientados			
	Escenario sintético	Metodología 1	Metodología 2	Metodología 3
Número de datos	8000	8000	8000	8000
Promedio	0.333	0.073	0.167	0.346
Varianza	0.343	0.005	0.017	0.1
Mínimo	0	0	0	0
Máximo	4.871	0.397	0.905	2.327

Se observa que la estimación con la metodología 3 logra mantener lo evidenciado en las mallas anterior, mientras que la metodología 2 se distancia de los exhibido en los otros dos casos, con resultados más alejados de los valores del escenario sintético muestreado. La Ilustración 4.20 da cuenta de ello en el histograma acumulado, donde la distribución de valores para la FF normalizada de la metodología 2 emula de mejor forma la tendencia en los valores de baja FF, pero con un porcentaje acumulado de datos muy distinto al deseado.

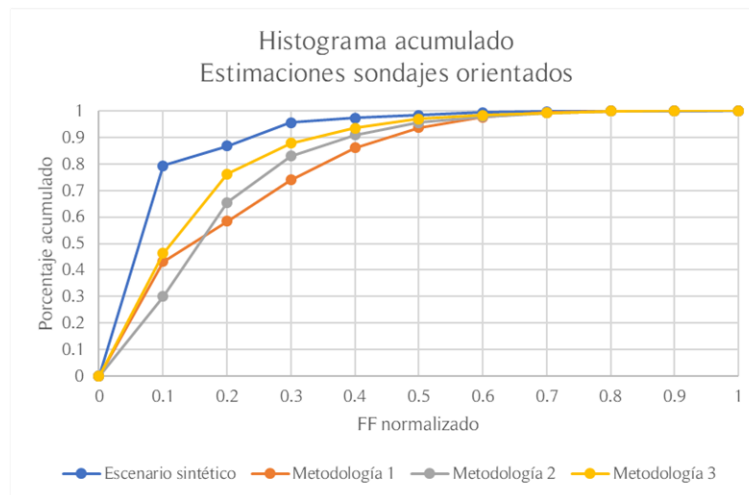


Ilustración 4.20. Histograma acumulado de la estimación con los datos de los sondajes orientados para las 3 metodologías

La Ilustración 4.21 enseña la visualización de los resultados para las estimaciones en las cotas 0, 25, 50, 75 y 95 según los datos de los sondajes orientados.

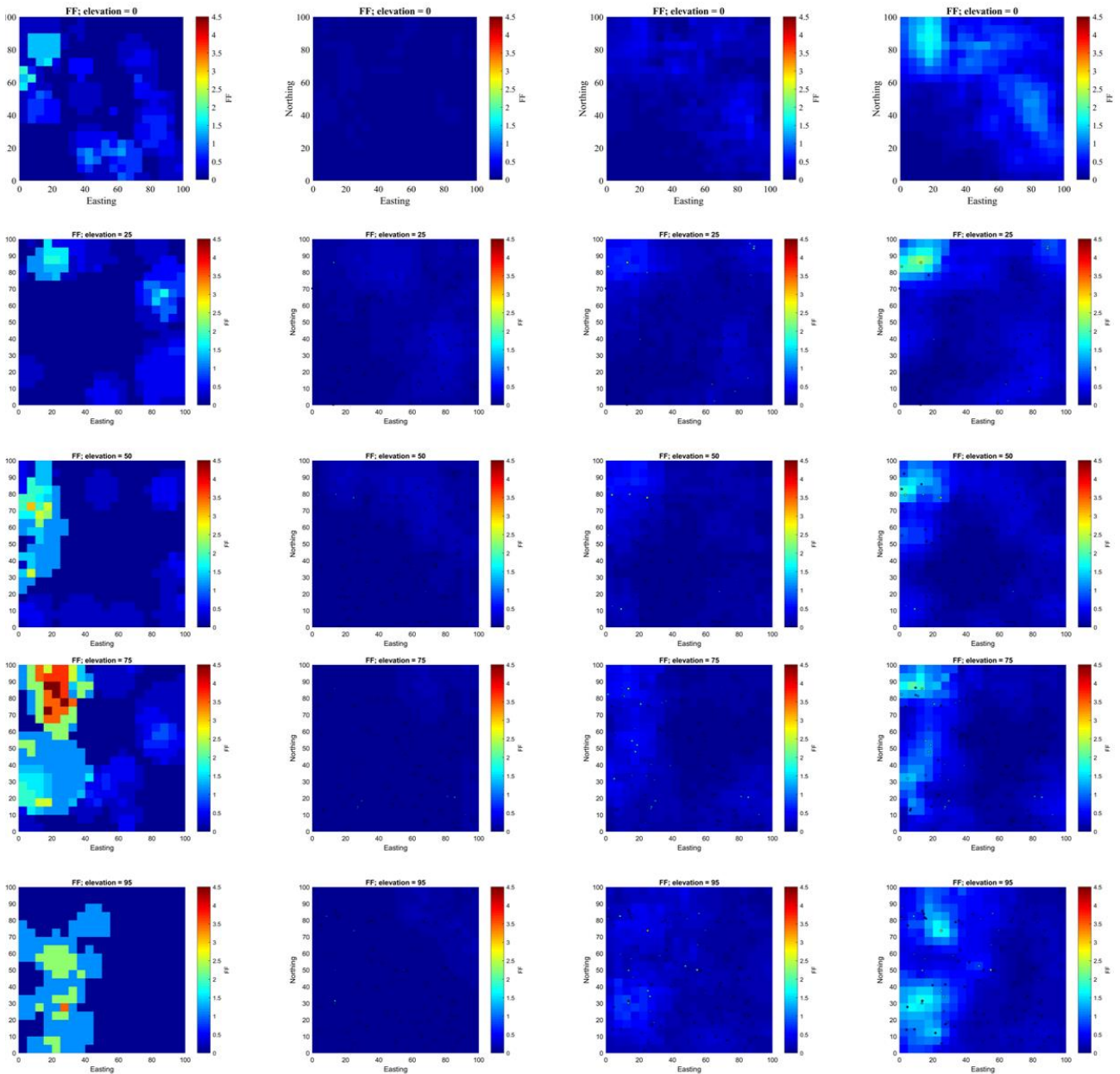


Ilustración 4.21. Visualización de las estimaciones con los datos de los sondajes orientados para las tres metodologías en cotas 0, 25, 50, 75 y 95.

El hecho de tener la misma cantidad de datos que la malla de 10 [m] x 10 [m] pero con orientaciones y ubicaciones no regulares pone en evidencia el efecto de la direccionalidad en la estimación para la FF, con una definición más errática de las ubicaciones de FF altas y de sus respectivos límites espaciales. Los resultados de la metodología 2 realzan esto, pues exhiben una correlación visual pobre en comparación a la mostrada en el caso anterior de la malla de 10 [m] x 10 [m].

Los indicadores del error asociado a las estimaciones se presentan en la Tabla 4.29. Nuevamente, la metodología 3 es la que presentan los menores valores para los cuatros ítems estudiados.

Tabla 4.29. Cuantificación del error asociados a las estimaciones con los datos de los sondeos orientados para las 3 metodologías

	Sondajes orientados		
	Metodología 1	Metodología 2	Metodología 3
Suma de errores cuadráticos	3723	2821	2420
Promedio de errores cuadráticos	0.422	0.320	0.274
Error cuadrático máximo	23.714	21.111	16.364

La visualización para el error cuadrático de cada estimación, la cual se muestra en la Ilustración 4.22, da muestra que los problemas con los sectores con FF alta persisten, al igual que los límites entre sector con FF alta y baja que cambian de forma abrupta. Las cotas 75 y 95 son ejemplos de ellos, mientras que en menor medida la cota 50.

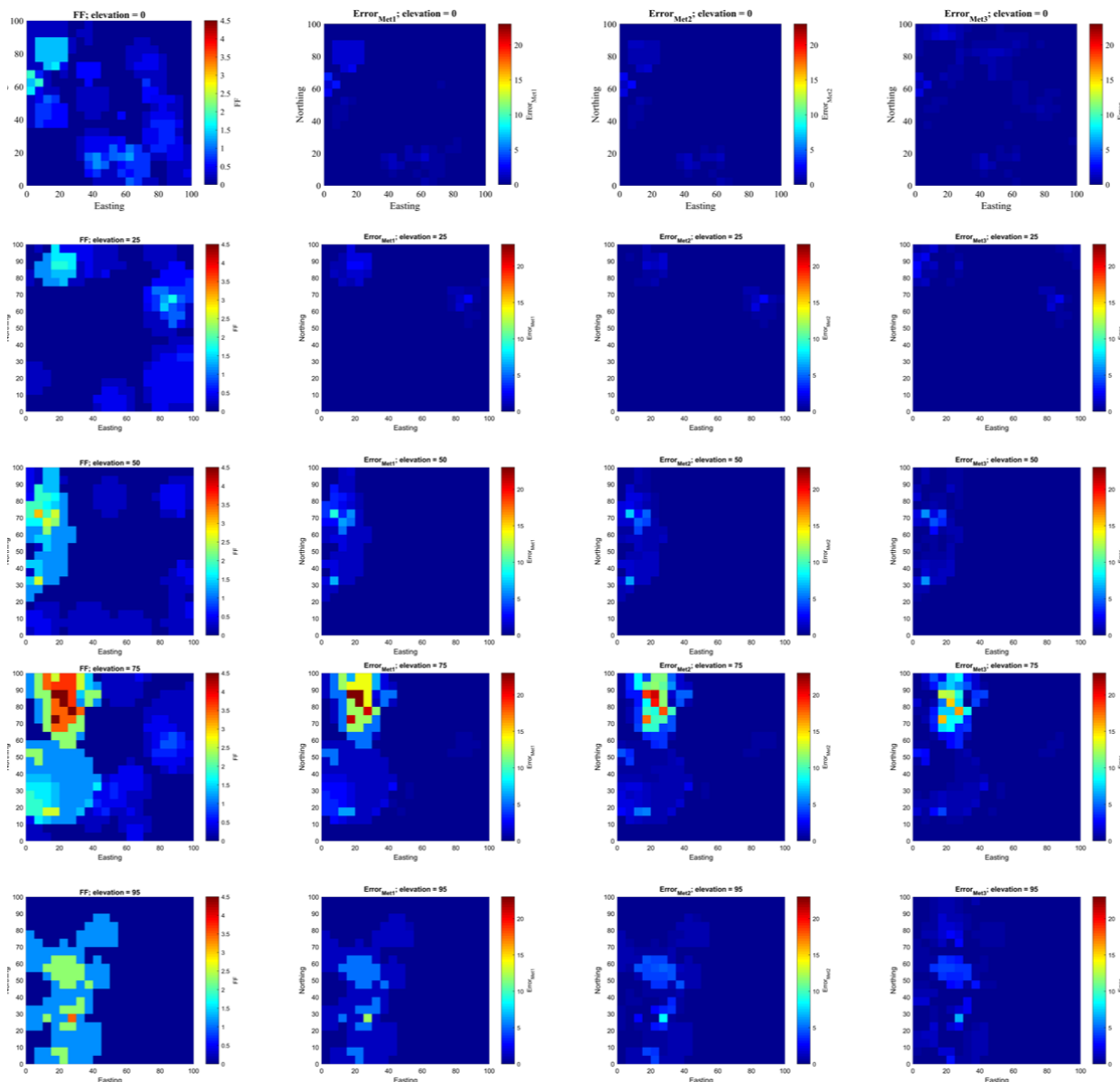


Ilustración 4.22. FF real (izquierda) y error cuadrático (columnas 2, 3 y 4) para las estimaciones con los datos de los sondeos orientados para las tres metodologías en cotas 0, 25, 50, 75, 95

#### 4.6. Post-tratamiento de resultados para la metodología 3

La principal hipótesis de esta memoria es la posibilidad de estimar la FF en una dirección que no se ha muestreado en base a una que si ha sido sondeada. Para esto, se toman los resultados de la estimación realizada con los sondeos orientados para la metodología 3 y se intenta hacer la corrección de Terzaghi inversa, vale decir, volver del valor de FF intrínseco estimado para cada grupo a un valor de FF que se observaría la dirección deseada a estimar. Las siguientes ecuaciones resumen lo expresado con anterioridad.

1.  $FF_{int\ i} = Corr.Terzaghi (eje\ de\ medición\ polo_i) * FF_{obs\ i}$
2.  $FF_{int\ i}^* = kriging\ de\ FF_{int\ i}$
3.  $FF_{obs\ obj}^* = \sum_{i=1}^n Corr.Terzaghi (dirección\ objetivo\ polo_i)^{-1} \cdot FF_{int\ i}^*$

donde para cada grupo  $i$  de discontinuidades se tiene que  $FF_{int\ i}$  es la frecuencia de fractura intrínseca,  $FF_{obs\ i}$  es la frecuencia de fractura observada,  $FF_{int\ i}^*$  es la frecuencia de fracturas estimada y  $FF_{obs\ obj}^*$  es la estimación de la frecuencia de fractura observada en la dirección objetivo.

A razón de verificar si la hipótesis expresada es correcta, se busca cuantificar el error asociado a dicha corrección en tres rumbos distintos para manteos de 60°, 70° y 80°, lo que resulta en nueve direcciones diferentes.

La Ilustración 4.23 da cuenta de la variabilidad de la FF según la dirección del muestreo. En este caso, se compara una de las cotas con mayor error en las estimaciones anteriores, la cota 75, y se compara el resultado para tres rumbos diferentes: 60°, 180° y 300° con manteo de 70°.

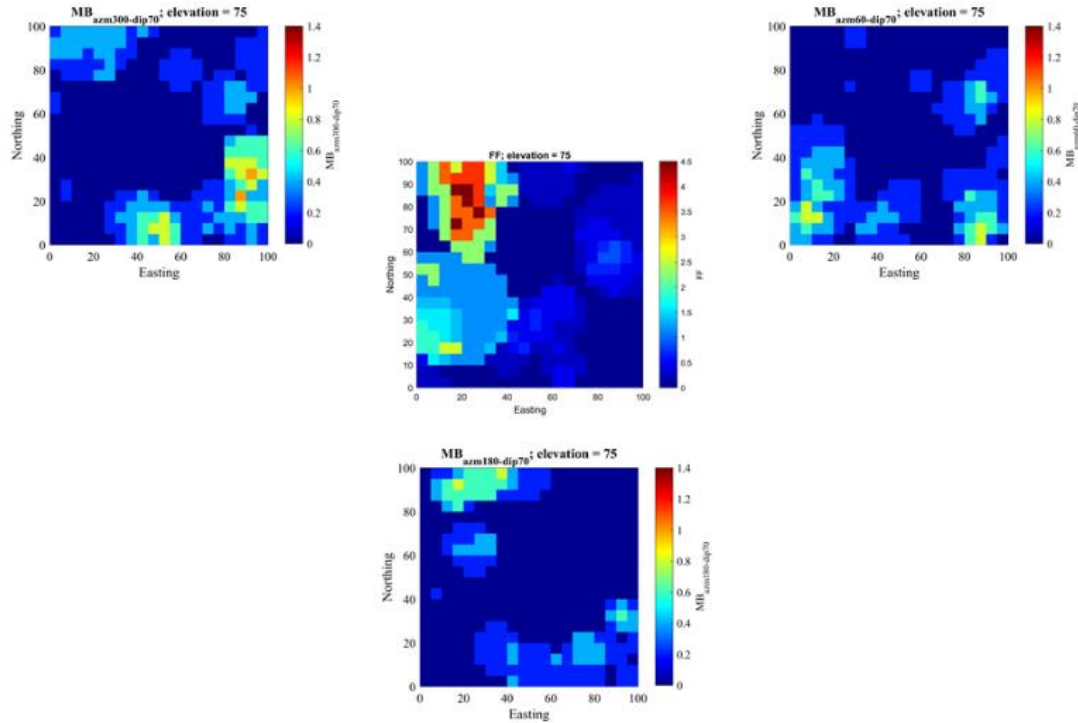


Ilustración 4.23. Ejemplo de la direccionalidad de la FF según la dirección muestreada en el escenario sintético

Como se mostró en la sección 4.3.3, la FF se modifica según la corrección de Terzaghi, la cual está sujeta al ángulo de las discontinuidades con el eje del sondaje de medición, por lo que se requiere calcular los ángulos promedio observados para cada grupo de discontinuidades acorde a la nueva dirección de muestreo, así también los nuevos factores de corrección quedan manifestados en la Tabla 4.31.

Para no colmar con tablas e ilustraciones esta sección de la memoria, se muestran los resultados para las direcciones con rumbo 60° y manteos 60°, 70° y 80°, los resultados de las otras direcciones se anexan a la sección D del capítulo 8.

Tabla 4.30. Ángulos promedios según grupo de discontinuidades para las direcciones azimuth: 60° y dip: 60°, 70° y 80°

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
$\bar{\alpha}$ azm: 0 dip: 90	46.243	80.000	36.704	60.746	69.520
$\bar{\alpha}$ azm: 60 dip: 80	47.414	80.000	31.407	59.271	69.679
$\bar{\alpha}$ azm: 60 dip: 70	50.116	72.377	30.459	58.561	69.987
$\bar{\alpha}$ azm: 60 dip: 60	54.106	62.666	32.398	58.910	70.926

Tabla 4.31. Factor de corrección según grupo de discontinuidades para las direcciones azimuth: 60° dip: 60°, 70° y 80°

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
Factor corrector azm: 60 dip: 80	0.677	0.174	0.853	0.511	0.347
Factor corrector azm: 60 dip: 70	0.641	0.303	0.862	0.522	0.342
Factor corrector azm: 60 dip: 60	0.586	0.459	0.844	0.516	0.327

Una vez aplicados los factores de corrección para la FF según las nuevas direcciones a estimar, se da comienzo a la comparación de resultados entre la metodología propuesta con los resultados obtenidos del muestreo del escenario sintético con sondajes orientados en dichas direcciones. La Tabla 4.32 sintetiza las conclusiones analizadas.

Tabla 4.32. Estadísticas para la estimación corregida según las direcciones azimuth: 60° y dip: 60°, 70° y 80°

	azm: 60 dip: 80		azm: 60 dip: 70		azm: 60 dip: 60	
	Escenario sintético	Estimación corregida	Escenario sintético	Estimación corregida	Escenario sintético	Estimación corregida
Número de datos	8000	8000	8000	8000	8000	8000
Promedio	0.151	0.162	0.149	0.171	0.165	0.178
Varianza	0.036	0.015	0.04	0.017	0.042	0.021
Mínimo	0	0	0	0	0	0
Máximo	1.4	1.1	1.4	1.1	1.2	1.2

Tabla 4.33. Cuantificación del error asociados a la estimación corregida según las direcciones de azimuth 60° y dip 60°, 70° y 80°

	azm: 60 dip: 80	azm: 60 dip: 70	azm: 60 dip: 60
Suma de errores cuadráticos	343	388	470
Error cuadrático medio	0.039	0.044	0.053
Error cuadrático máximo	1.493	1.273	1.085

En lo que compete a cuantificación del error para estimar una dirección no sondeada, se puede apreciar una variación considerable según la nueva dirección a estimar, afectando de forma

marcada todos los indicadores de error considerados. En la sección siguiente, de análisis de resultados se profundizará más en dicho tópico.

Por último, se presenta la Ilustración 4.24, la cual exhibe en su columna izquierda el escenario muestreado en las nuevas direcciones para las cotas 25, 50 y 75, luego la estimación corregida en la columna del centro y a la derecha la columna con el error cuadrático para cada cota reseñada.

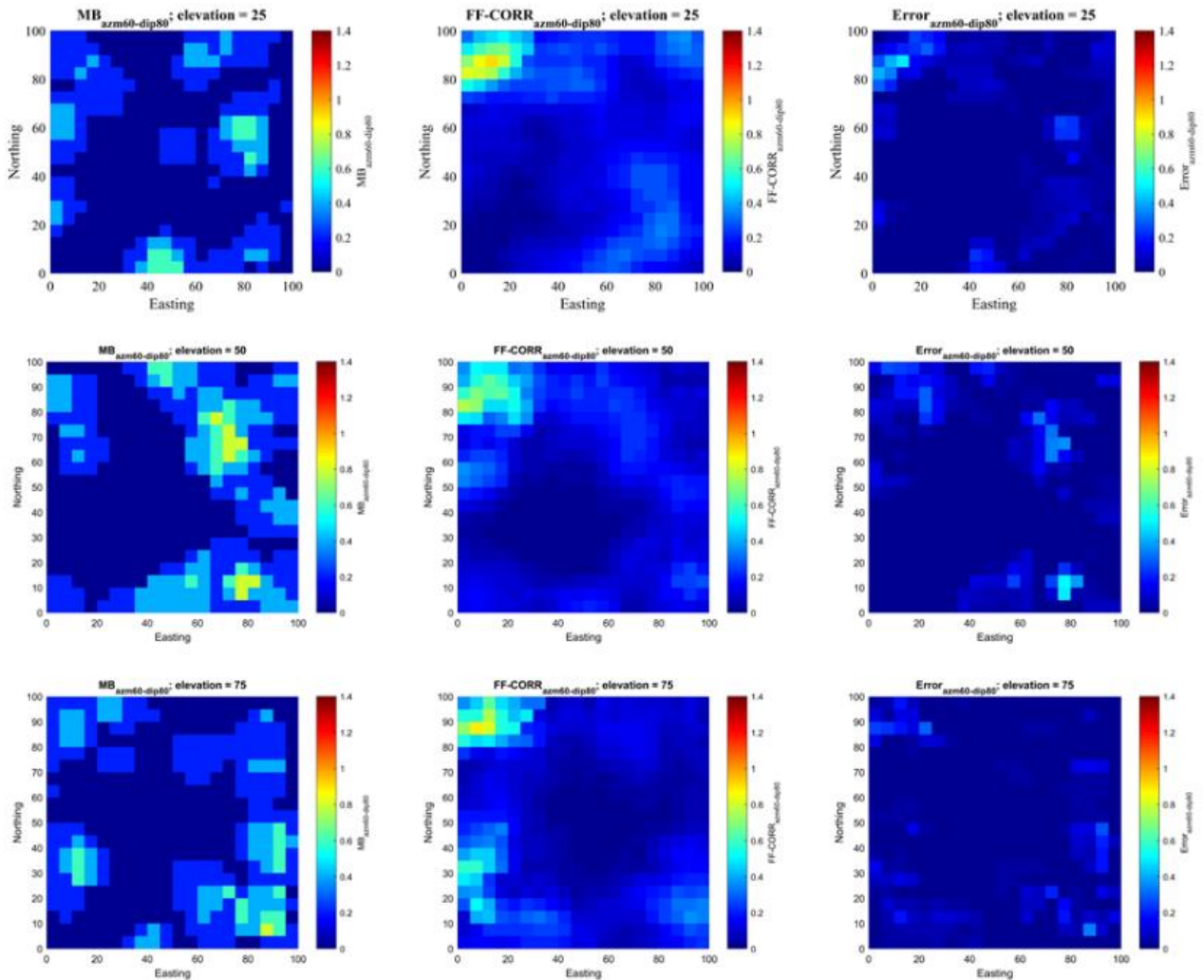


Ilustración 4.24. Visualización de los resultados de la estimación corregida y su error para la dirección azimut:  $60^\circ$  dip:  $80^\circ$  en las cotas 25, 50 y 75.

#### 4.7. Análisis de resultados

En función de los resultados obtenidos en las diferentes etapas de esta memoria, se pueden inferir los siguientes análisis:

El corregir la frecuencia de discontinuidades observada resulta esencial para entregar un valor realista de las condiciones del macizo rocoso, pero el utilizar una función trigonométrica para ello, como es el caso de la corrección de Terzaghi, evidencia problemas con los valores extremos (ángulos entre discontinuidades y eje de los sondajes superiores a  $75^\circ$ ). Esto hace pensar que el



valor máximo de 80° para las correcciones de las FF, utilizado en este proyecto, resulta muy alto. Basta comparar la variación entre los valores obtenidos para un grupo de discontinuidades con un ángulo de 75° y otra que presenta un ángulo de 80° y notar que es de 1.49, es decir, con una diferencia de 5° se produce una ponderación de casi un 50% más de las discontinuidades, lo cual sugiere una corrección excesiva.

Las consecuencias de no realizar una corrección al número de discontinuidades observadas en función de la geometría del problema quedan en evidencia en la metodología 1, especialmente en el caso de los sondajes orientados, con una estimación deficiente muy alejada de la realidad.

En el caso de la variografía, gran parte de los variogramas presentó un comportamiento errático sumado a la presencia de anisotropía, lo cual hizo que su análisis y modelamiento fuera más complicado de lo esperado. Ligado a esto, el generar los grupos de discontinuidades de forma independiente afectó la reciprocidad entre ellos, haciendo que los variogramas cruzados mostraran una correlación nula entre los grupos. Esto se opone a la idea inicial, de que en la realidad las familias de discontinuidades sí presentan un nexo, ya sea por origen, formación, características del macizo rocoso o de los esfuerzos soportados por éste, entre otros factores.

Como comentarios transversales a las estimaciones realizadas para las tres metodologías contrastadas se puede mencionar que todas presentan en mayor o menor medida un “*efecto proporcional*” en las estimaciones relacionadas a zonas con mayor variabilidad, las cuales coinciden con los sectores de mayor FF. Asimismo, todas las estimaciones poseen una menor fluctuación de valores, suavizando las medidas observadas para la FF.

En el caso de la malla de 20 [m] x 20 [m], es interesante el hecho que tanto la metodología 2 como la metodología 3 presenten estimaciones similares. De todos modos, ninguna de las dos entregas estimaciones de calidad, con una pobre validación visual de la ubicación de los bordes de las FF y con un acotamiento mayor al deseado del rango de valores estimados. La causa de dichos problemas, más que estar ligados a las metodologías utilizadas, puede deberse a la baja cantidad de datos como información para la predicción.

Las estimaciones realizadas con la metodología 3 entrega buenos resultados, presentando los menores índices de error y la distribución espacial más similar al escenario sintético generado. De hecho, la metodología 3 presenta indicadores respecto al error cometido para la estimación muy favorables en el caso de la malla de 10 [m] x 10 [m], y es la metodología que mejores resultados entrega en el caso de la predicción con sondajes orientados.

Respecto a los resultados obtenidos para predecir la FF en una dirección no sondeada respecto a una estimación hecha con la metodología 3, la alta incertidumbre entre una orientación u otra evidencia la direccionalidad de la FF. El método propuesto permite tener resultados pertinentes cuando la variabilidad del escenario predicho es baja respecto al presentado por la nueva orientación, pero frente a cambios significativos como la presencia de nuevas zonas con mayor cantidad de discontinuidades, los errores son más que los tolerables. Un ejemplo de lo mencionado anteriormente es la predicción de la FF para la dirección con rumbo 300° y sus manteos respectivos, la cual presenta problema para muestrear las discontinuidades de los grupos 1, 4 y 5. De todos modos, el poder recrear detalles que no aparecen en los datos observados está fuera de las posibilidades de la estimación vía kriging.

## Capítulo 5 Discusiones generales

La principal propuesta de esta memoria sugiere que un reconocimiento y agrupamiento de discontinuidades en familias afines genera una mejora significativa en cuanto a corrección y tratamiento de los datos a la hora de estimar su FF

Entre los requisitos que demanda la metodología propuesta se encuentra una base de datos con sondajes orientados, con lo cual se pueda conocer de forma íntegra la ubicación y orientación de las discontinuidades. Este requisito no es menor, ya que no todas las bases de datos presentan sondajes realizados con perforación diamantina y equipos de orientación electrónica. Siguiendo la misma línea de pensamiento, resulta fundamental la integridad de la información al poder implementar esta metodología, puesto que el hecho de perder parte del sondaje como material triturado o por falla humana, implicaría medidas para subsanar dicho problema y mantener la aditividad de la frecuencia de fracturas, así como la validez de las muestras.

El requerimiento de agrupar las discontinuidades en familias que presenten propiedades semejantes, aun teniendo la información de los sondajes orientados, puede resultar desafiante, ya que la utilización de algoritmos de agrupamiento debe ser validada en base a criterios geotécnicos, los que entreguen un resultado lógico respecto a los grupos generados. Lo anterior se traduce en dos necesidades, la de hallar un método de agrupamiento competente y un post tratamiento o validación de los grupos.

Como se menciona en la sección 4.6, el análisis variográficos para los diferentes grupos generados resultó engorroso, incluso sin incorporar la correlación esperada entre las familias de discontinuidades. En este caso, se precisa de un análisis variográfico multivariable más laborioso, pero con resultados más robustos.

De todos modos, las principales fortalezas de la metodología propuesta recaen en la sencillez del método sugerido, el cual, para escenarios de baja variabilidad entre direcciones entrega resultados adecuados y permite incorporar, cuantificar y enfrentar la componente direccional de la frecuencia de fracturas. Además, permite en base a direcciones muestreadas, conocer un estimador del comportamiento de las discontinuidades en cualquier dirección de interés, lo cual es una ventaja no menor.

Todo esto tantea el entregar un insumo que impacte en la estimación de parámetros geotécnicos y mejore su calidad. La FF tiene relación directa con el RQD, el RMR y el MRMR, por lo que una mejora en su estimación afecta de forma directa la predicción de dichos indicadores geotécnicos.



## Capítulo 6 Conclusiones

Respecto al trabajo realizado, se puede concluir lo siguiente:

Como se menciona en la revisión bibliográfica, pocos trabajos consideran o explicitan la naturaleza de los parámetros geotécnicos, especialmente su susceptibilidad a la aditividad y direccionalidad. Sendos factores afectan en la calidad de la predicción a realizar, así como la medición de incertidumbre asociada a ellos. El estudio realizado para diferentes direcciones de muestreo entrega un ejemplo sólido de lo anterior, exhibiendo la variabilidad de la FF frente a la dirección de los sondajes.

Por su parte, la metodología propuesta, si bien requiere de ciertas condiciones, es sencilla de implementar y entrega resultados alentadores al contrastar con la realidad del escenario sintético generado, incorporando en su desarrollo el factor de la direccionalidad y pudiendo predecir otros escenarios, sujeto que la incertidumbre entre ellos sea baja.

A la hora de cotejar la estimación de leyes de minerales con la de parámetros geotécnicos, ambas utilizan las mismas herramientas de computo, diferenciadas sólo en su naturaleza, y por ello, en como incorporar estas últimas a los estudios geoestadísticos a realizar. Esto sugiere que alguien con los conocimientos técnicos de estimación de leyes no necesitaría de mayores conocimientos nuevos para realizar lo mismo con parámetros geotécnicos, basta con entender e integrar los rasgos característicos de éstas al estudio.

Una estimación de mejor calidad de la FF es un insumo básico para obtener información relacionada a otros parámetros geotécnicos, como lo son el RQD y el RMR, por lo que resulta deseable que un estudio que incorpore el efecto de la direccionalidad en la FF sea parte de cualquier metodología para la generación de modelos de incertidumbre y análisis de posibles escenarios relacionados con estos indicadores. El tener predicciones que asemejen de mejor forma el comportamiento de los parámetros geotécnicos influye en el diseño minero, aportando información relevante en decisiones como la ubicación y fortificación de infraestructuras, permitiendo estimar los costos relacionados a ambas labores.

En lo que se refiere a perspectivas para futuras investigaciones, se puede añadir lo siguiente:

El escenario sintético utilizado cumple con los alcances del proyecto, pero deja de lado ciertos temas de interés, como el hecho del material que se pierde de los sondajes y la correlación entre propiedades de las discontinuidades de diferentes grupos. Sin duda, resulta necesario el sugerir la implementación de ambos factores en futuros estudios.

La variabilidad mostrada por la FF no pudo ser reproducida por la estimación vía kriging. Lo anterior sugiere que las herramientas de simulación geoestadística son el siguiente paso por realizar en la búsqueda de una mejora en la predicción de parámetros geotécnicos, pues permitiría contrastar posibles escenarios, cuantificar la incertidumbre espacial de la FF y también, cuantificar la incertidumbre asociada a la direccionalidad de la variable.

Si bien, en este estudio se realizó el ejercicio de contrastar el comportamiento de las estimaciones realizadas para las tres metodologías propuestas en diferentes densidades de malla, resulta interesante el saber cuándo es necesario aumentar la cantidad de sondajes a realizar para agrupar, categorizar y/o disminuir la incertidumbre asociada a las predicciones.

## Capítulo 7 Bibliografía

- [1] Barton, N. (1978). Suggested methods for the quantitative description of discontinuities in rock masses. *ISRM, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 15(6).
- [2] Barton, N., Lien, R., & Lunde, J. (1974). Engineering classification of rock masses for the design of tunnel support. *Rock mechanics*, 6(4), 189-236.
- [3] Bieniawski, Z. T. (1976). Rock mass classification in rock engineering. En Z. T. Bieniawski (Ed.), *Exploration for rock engineering, proc. of the symp. 1*, págs. 97-106. Cape Town: Balkema.
- [4] Chilès, J. P. (2005). Stochastic modeling of natural fractured media: a review. In *Geostatistics Banff 2004* (pp. 285-294). Springer, Dordrecht.
- [5] Coulomb, C. (1776). *Essai sur une application des règles de maxima et minima à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture*
- [6] Deere, D. U., Hendron, A. J., Patton, F. D., & Cording, E. J. (1967). Design of surface and near surface construction in rock. En C. Fairhurst (Ed.), *The 8th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS)* (págs. 237-302). New York: American Rock Mechanics Association
- [7] Dershowitz, W. S., & Herda, H. H. (1992, January). Interpretation of fracture spacing and intensity. In *The 33th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS)*. American Rock Mechanics Association.
- [8] Deutsch, J. L. (2015). Experimental Variogram Tolerance Parameters. In J. L. Deutsch (Ed.), *Geostatistics Lessons*.
- [9] Díaz Aracena, L. (2017). Impacto de la variabilidad geotécnica del macizo rocoso en el diseño de caserones en minería por sublevel stoping.
- [10] Egaña Erazo, M. (2008). *Geoestadística Aplicada a Parámetros Geotécnicos*.
- [11] Emery, X. (2013). *Apunte de Geoestadística*. Santiago de Chile: Universidad de Chile.
- [12] Fadakar Alghalandis, Y. (2014). *Stochastic modelling of fractures in rock masses* (Doctoral dissertation).
- [13] Ferrari, F., Apuani, T., & Giani, G. P. (2014). Rock Mass Rating spatial estimation by geostatistical analysis. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 70, 162-176.
- [14] Fustos Toribio, R. (2017). Descubrimiento de unidades geometalúrgicas por medio de análisis de conglomerados geoestadístico.
- [15] Garrido Palma, M. (2016). *Evaluación de recursos en geometrías complejas aplicación con algoritmo de aplanamiento*.
- [16] Hekmatnejad, A., Emery, X., Brzovic, A., Schachter, P., & Vallejos, J. A. (2017). Spatial modeling of discontinuity intensity from borehole observations at El Teniente mine, Chile. *Engineering Geology*, 228, 97-106.
- [17] Hoek, E. (1994). Strength of rock and rock masses. *ISRM News Journal*, 2(2), 4-16.
- [18] Hoek, E., & Brown, E. (1980). *Underground excavations in Rock*. Int. Min. Metall. London.
- [19] Hoek, E., Kaiser, P. K., & Bawden, W. F. (2000). *Support of underground excavations in hard rock*. CRC Press.
- [20] Jung, S. (2009). "Generating von Mises Fisher distribution on the unit sphere(s<sup>2</sup>). relation, 1, 2.
- [21] Kaiser, P., Diederichs, M., Martin, C., Sharp, J., & Steiner, W. (2000). *Underground works in hard rock tunneling and mining*. En P. Lancaster (Ed.), *ISRM International Symposium*. Melbourne, Australia: Technomic Publishing.

- [22] Kroese, D. P., & Botev, Z. I. (2013). Spatial process generation. arXiv preprint arXiv:1308.0399.
- [23] Laubscher, D. H. (1977). Geomechanics classification of jointed rock masses-mining applications. *Trans. Instn. Min. Metall*, 86, A1-8.
- [24] Martínez Fernández, Y. (2014). Simulación secuencial gaussiana no estacionaria de leyes.
- [25] Matheron, G. (1970). La teoría de las variables regionalizadas y sus aplicaciones. *Los Cuadernos del Centro de Morfología Matemática de Fontainebleau*. Fascículo, 5, 125.
- [26] Mohr, O. (1914). *Abhandlungen aus dem Gebiete der Technischen Mechanik* (2 ed.). Berlin
- [27] Pérez Carrasco, E. (2015). Modelamiento numérico de esfuerzos para métodos empíricos de estabilidad de caserones.
- [28] Pinheiro, M., Vallejos, J., Miranda, T., & Emery, X. (2016). Geostatistical simulation to map the spatial heterogeneity of geomechanical parameters: A case study with rock mass rating. *Engineering Geology*, 205, 93-103.
- [29] Priest, S, y Hudson, J (1976). Discontinuity spacings in rock. *Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts* 13(5): 135-148
- [30] Sáez, E. (2010). *Fundamentos de Geotecnia*. Santiago, Chile: Pontificia Universidad Católica de Chile.
- [31] Séguret, S. A. (2016). Fracturing, Crushing, and Directional Concentration. *Mathematical Geosciences*, 48(6), 663-685.
- [32] Séguret, S. A., & Guajardo, C. (2015, September). Geostatistical Evaluation of Rock-Quality Designation and its link with Linear Fracture Frequency. In 17th Annu. Conf. Int. Assoc. Math. Geosci.
- [33] Séguret, S. A., Moreno, C. G., & Rivera, R. F. (2014, June). Geostatistical evaluation of fracture frequency and crushing. In *Geomechanical design and geomechanical characterization* (pp. 280-288). Universidad de Chile, Santiago de Chile, Chile.
- [34] Terzaghi, R. D. (1965). Sources of error in joint surveys. *Geotechnique*, 15(3), 287-304.
- [35] Villarroel, R., Merino, L., Leiva, G., & Sanchez, G. (2001). Metodología de caracterización geotecnia a partir de testigos de sondajes de diamantina en rocas alteradas, y su aplicación en minería a rajo abierto y subterránea.
- [36] Wyllie, D. C. (1999). *Foundations on Rock*. London, UK: Taylor and Francis.

# Capítulo 8 Anexos

## Anexo A. Grupos de discontinuidades generados

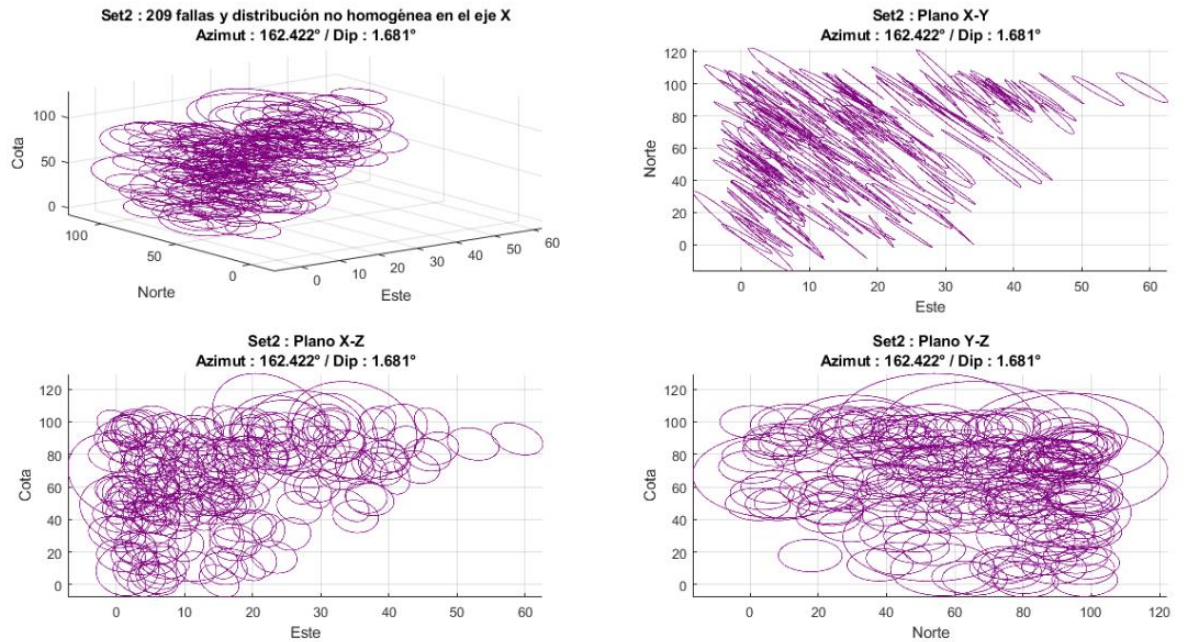


Ilustración 8.1. Resultado de la generación del grupo 2 de discontinuidades para la red de fracturas.

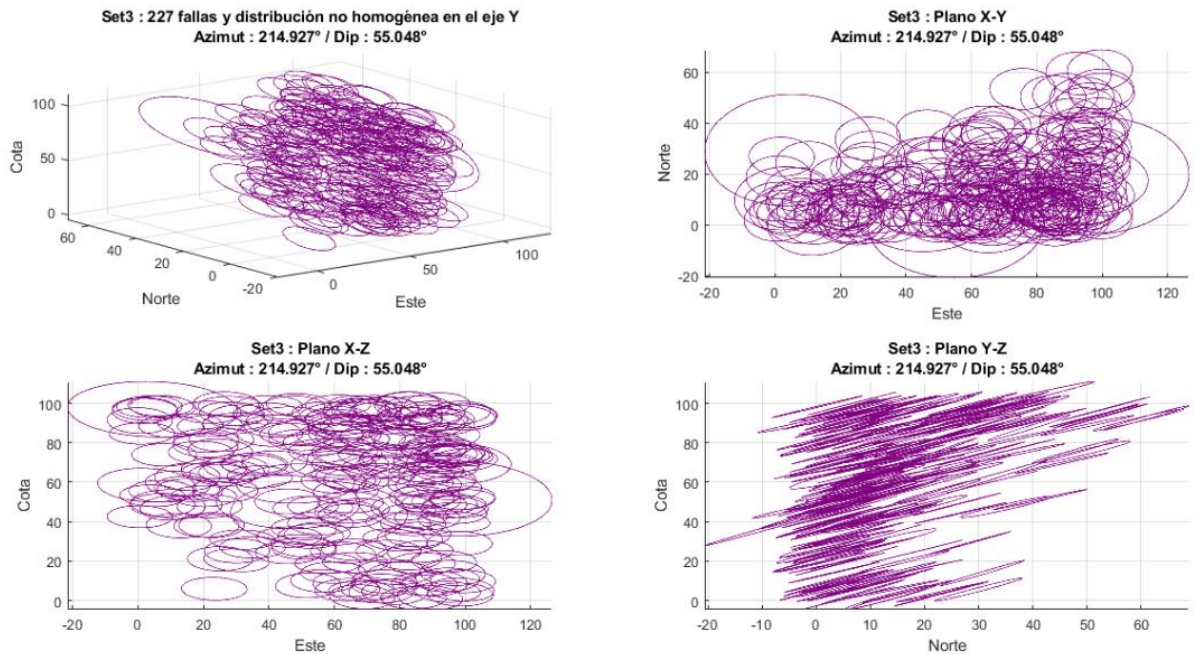
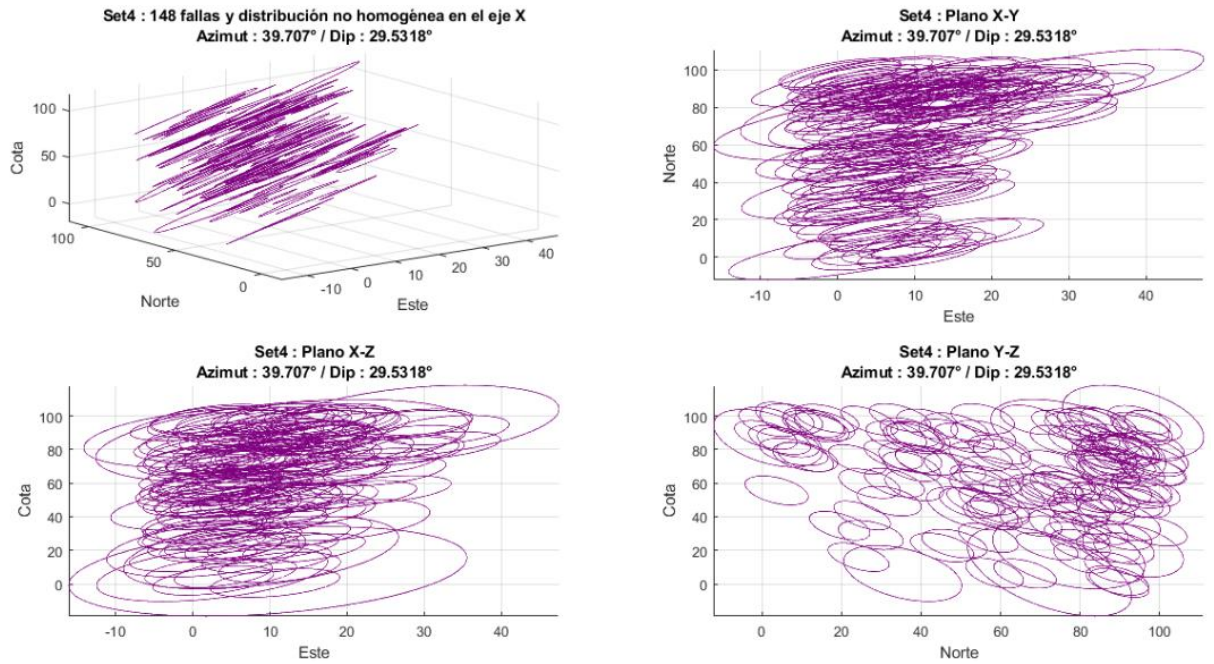
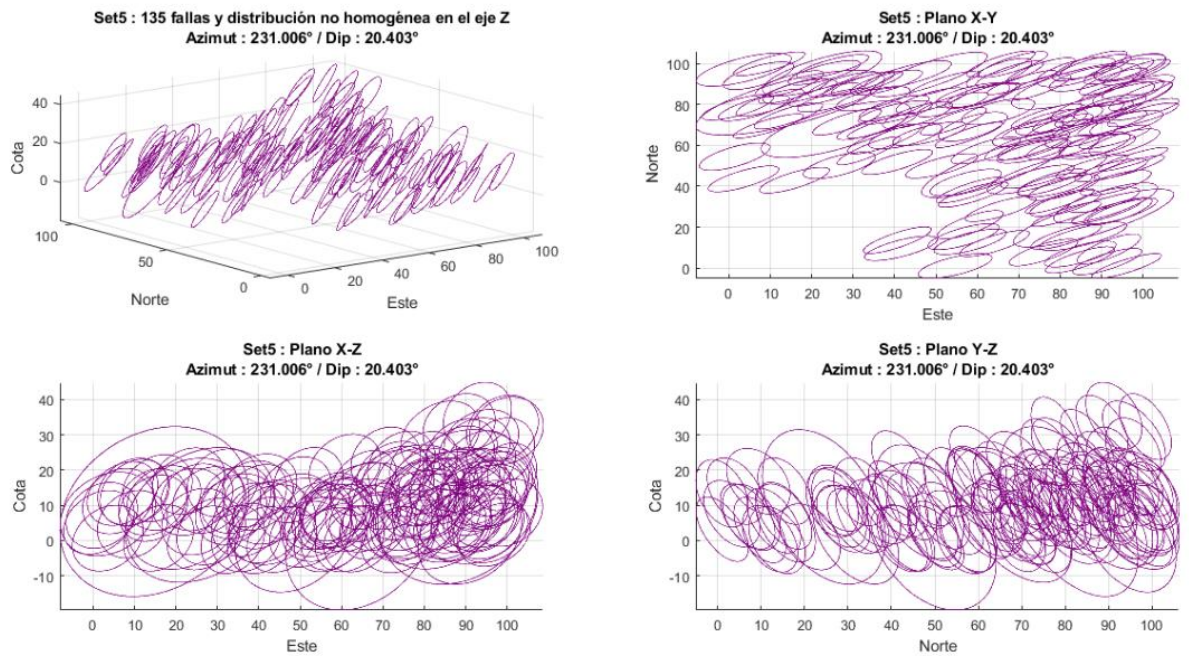


Ilustración 8.2. Resultado de la generación del grupo 3 de discontinuidades para la red de fracturas.





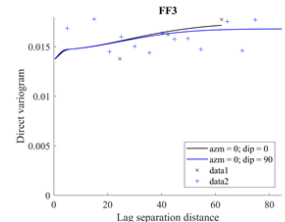
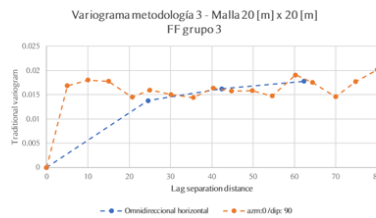
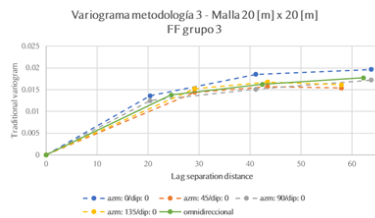
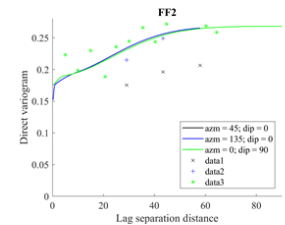
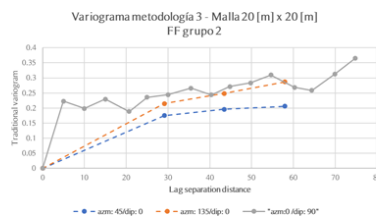
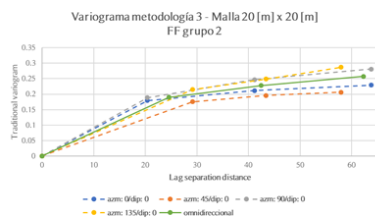
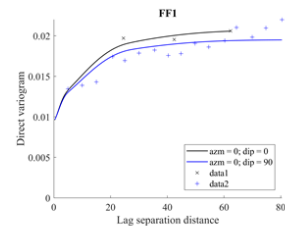
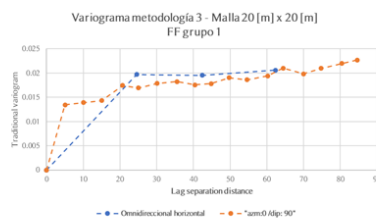
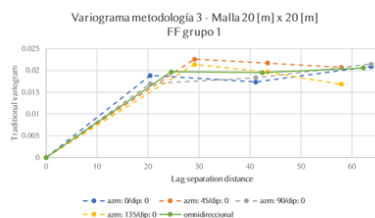
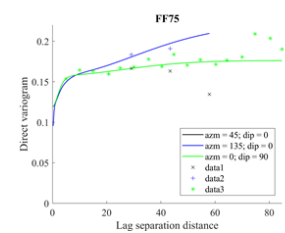
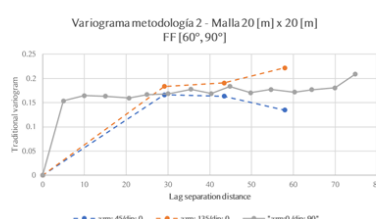
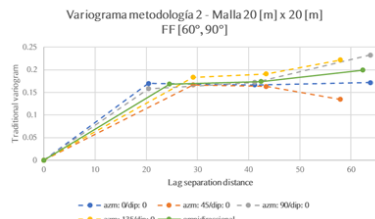
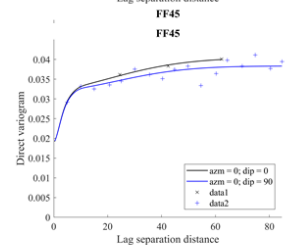
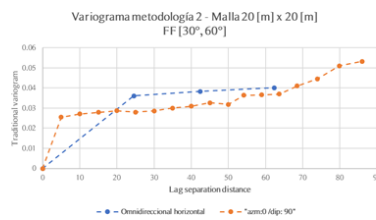
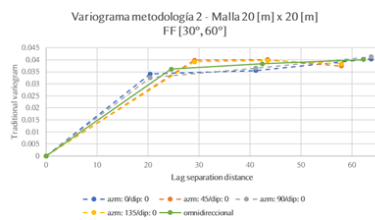
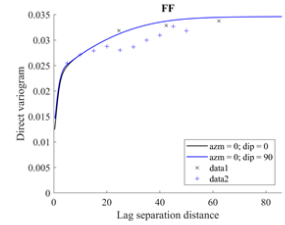
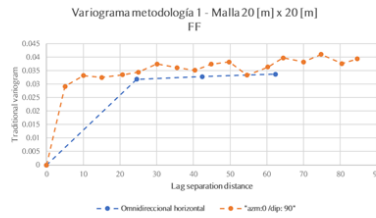
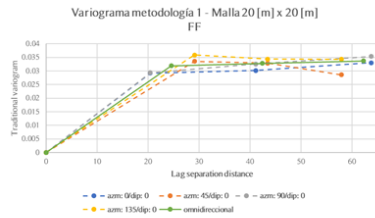
*Ilustración 8.3. Resultado de la generación del grupo 4 de discontinuidades para la red de fracturas.*



*Ilustración 8.4. Resultado de la generación del grupo 5 de discontinuidades para la red de fracturas.*

# Anexo B. Variogramas experimentales y modelados para las tres metodologías

## Malla 20 [m] x 20 [m]



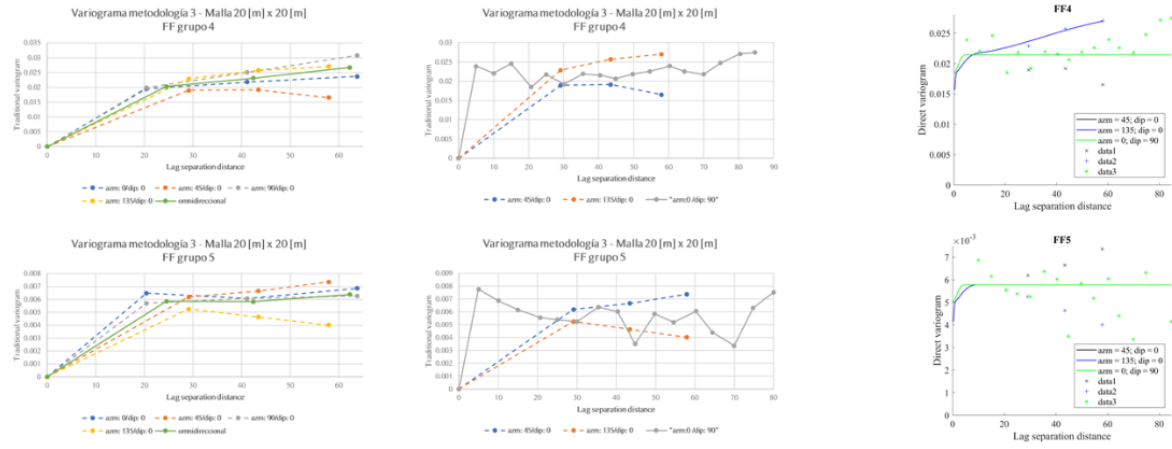


Ilustración 8.5. Análisis de direcciones preferencial, variogramas experimentales y modelados para los datos de la malla de 20 [m] x 20 [m].

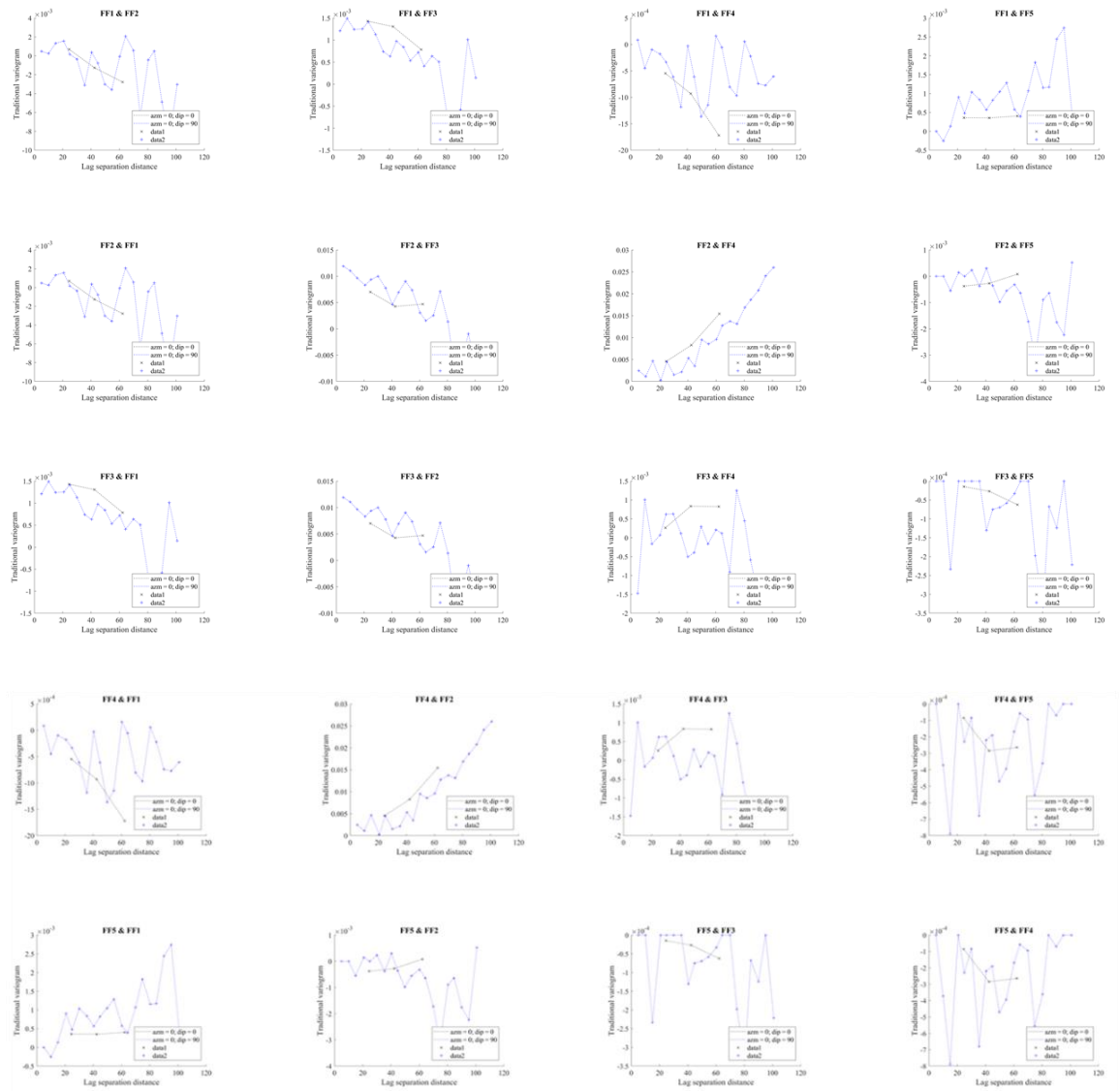
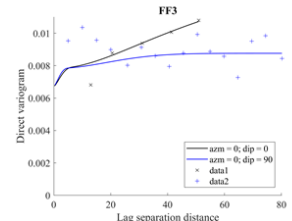
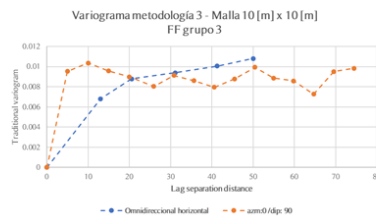
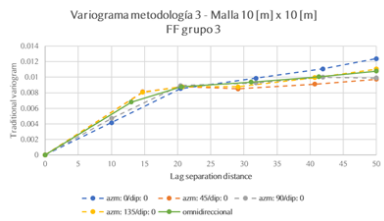
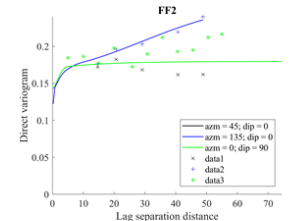
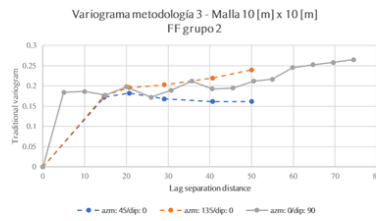
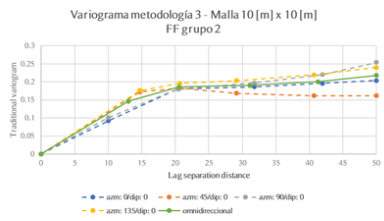
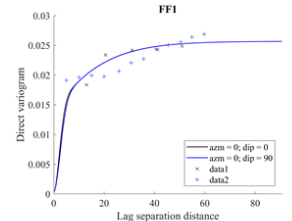
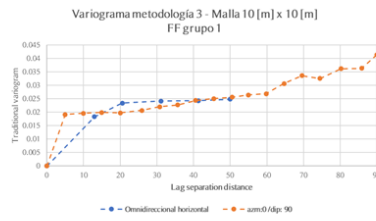
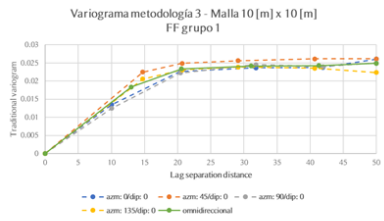
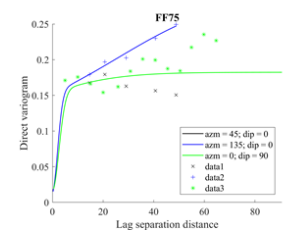
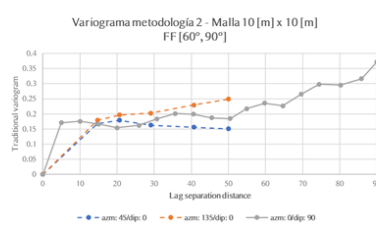
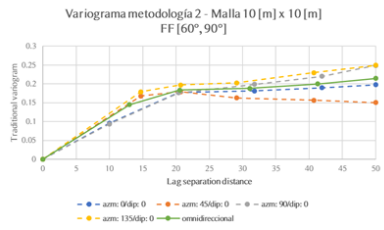
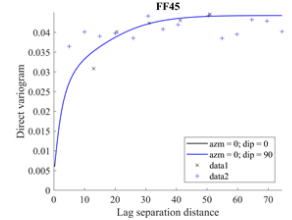
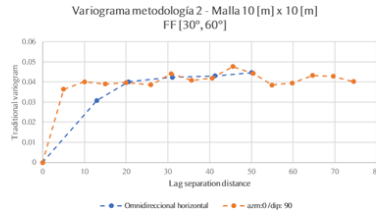
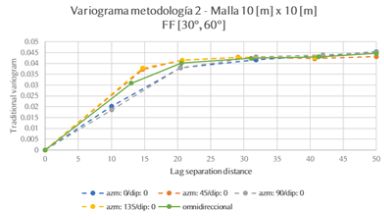
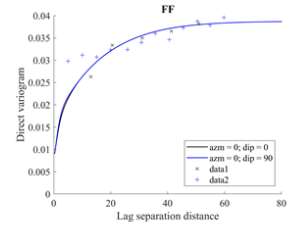
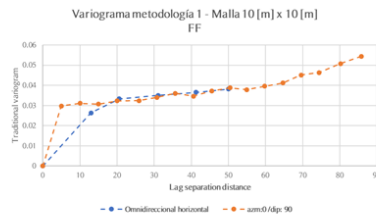
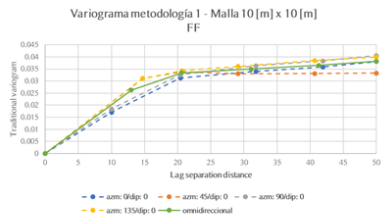


Ilustración 8.6. Variogramas cruzados para los cinco grupos de discontinuidades de la metodología 3 para los datos de la malla 20 [m] x 20 [m].

# Malla 10 [m] x 10 [m]





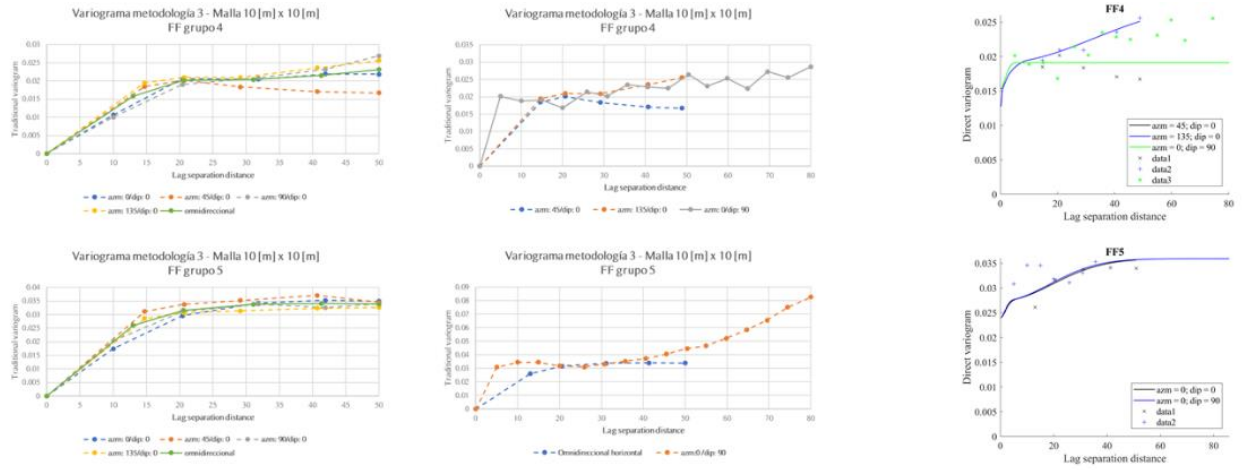


Ilustración 8.7. Análisis de direcciones preferencial, variogramas experimentales y modelados para los datos de la malla de 10 [m] x 10 [m].

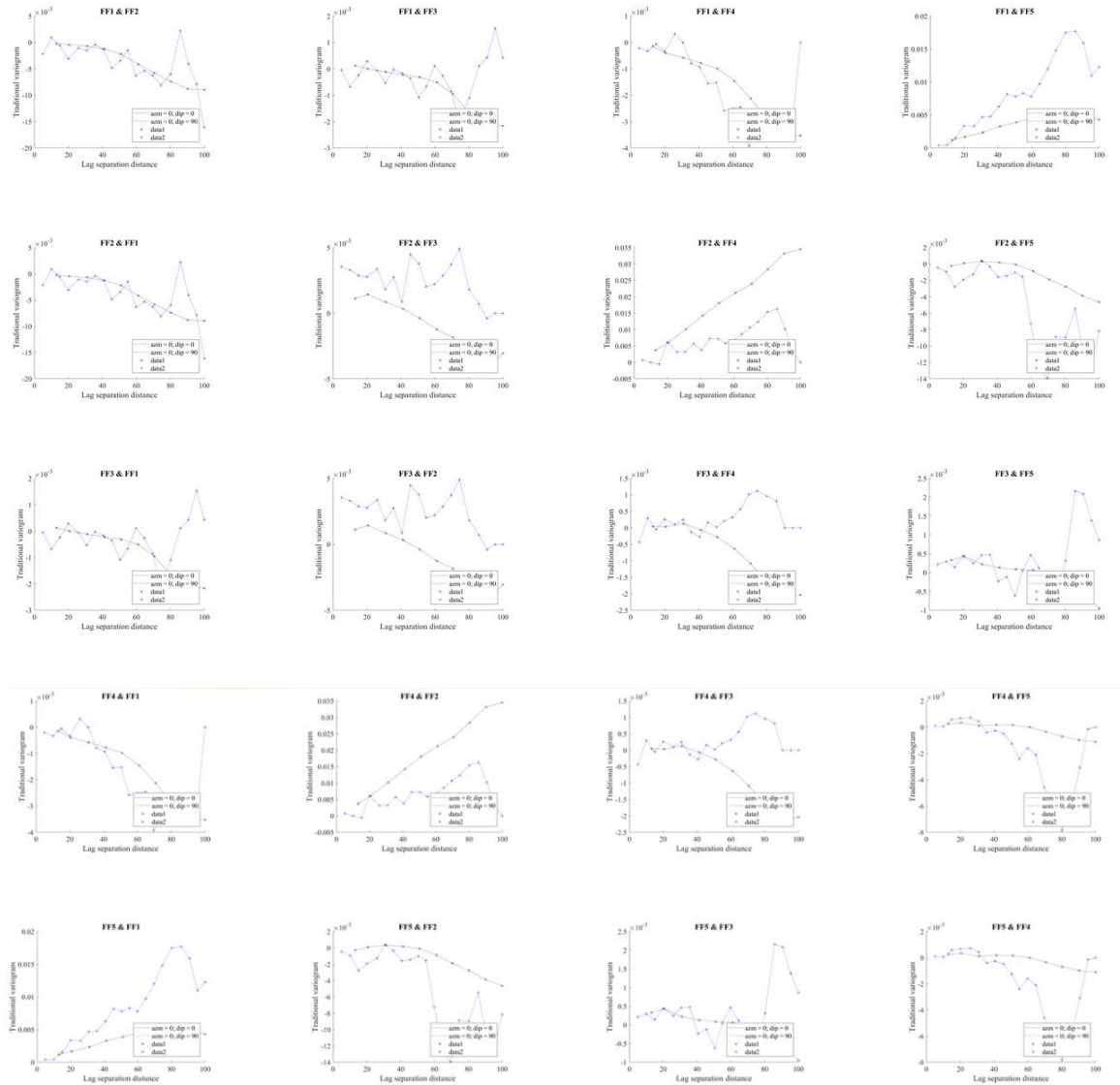
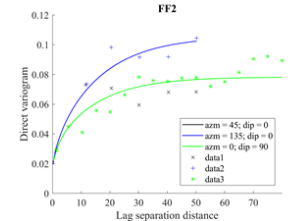
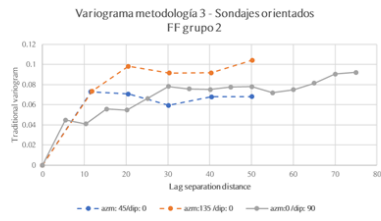
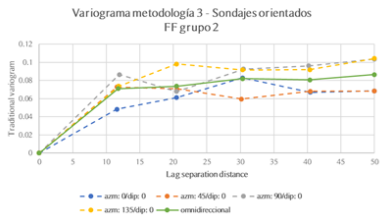
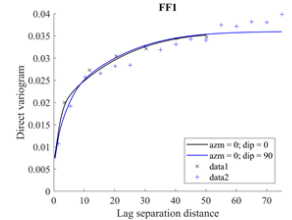
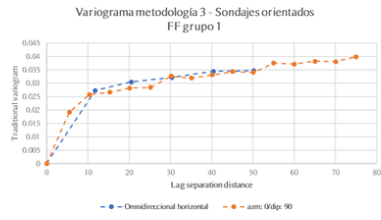
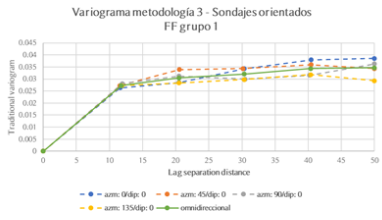
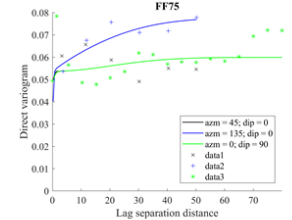
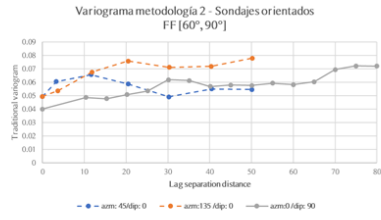
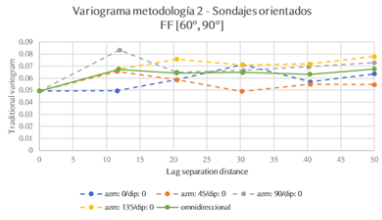
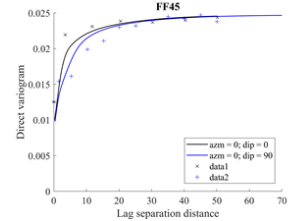
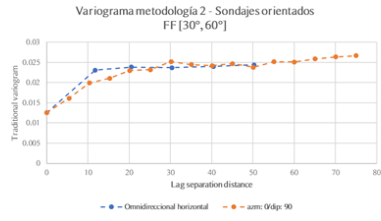
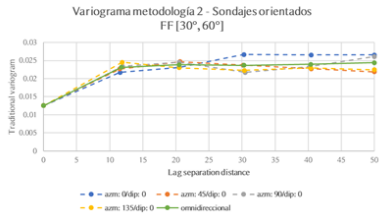
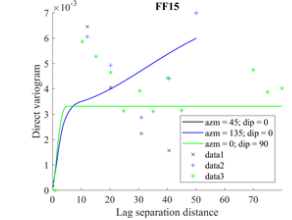
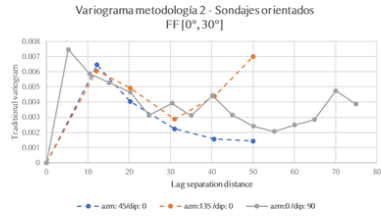
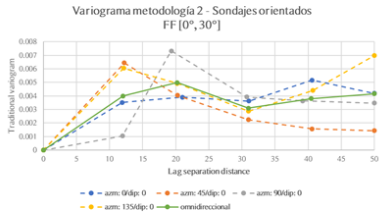
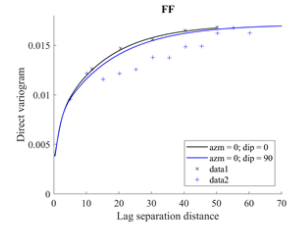
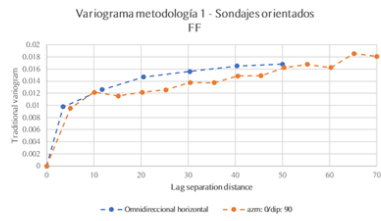
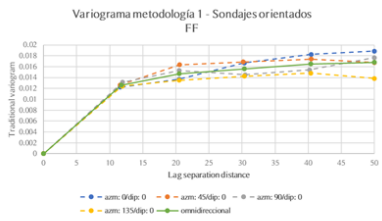


Ilustración 8.8. Variogramas cruzados para los cinco grupos de discontinuidades de la metodología 3 para los datos de la malla 10 [m] x 10 [m].

# Sondajes orientados



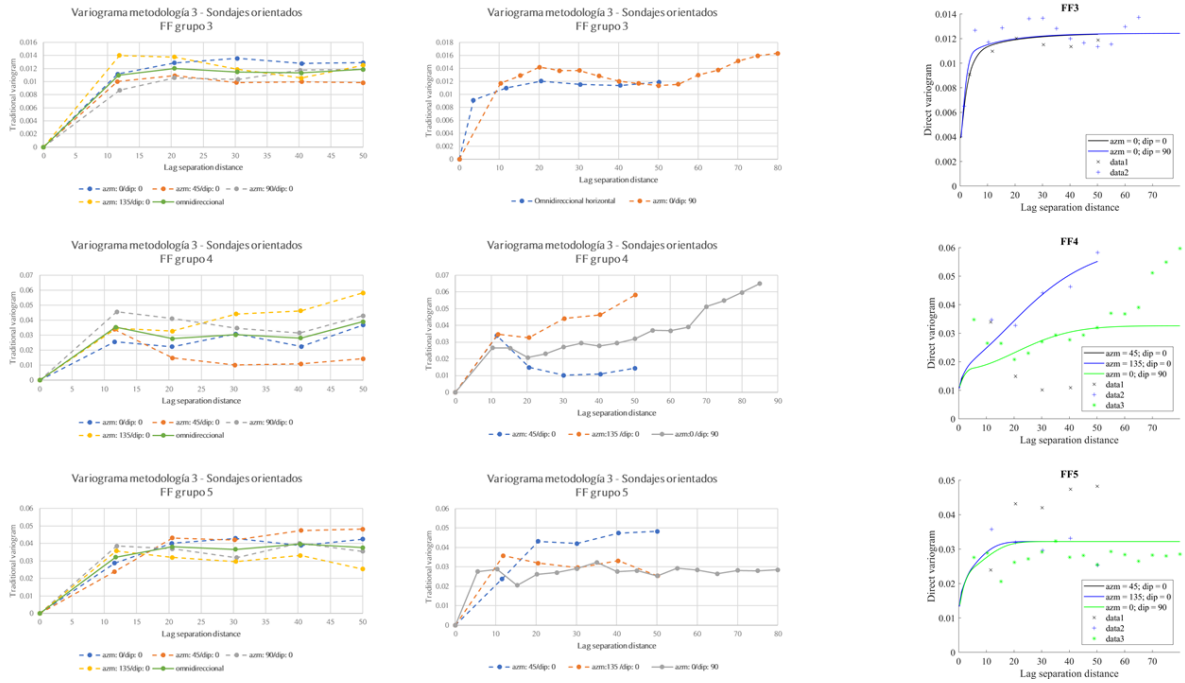
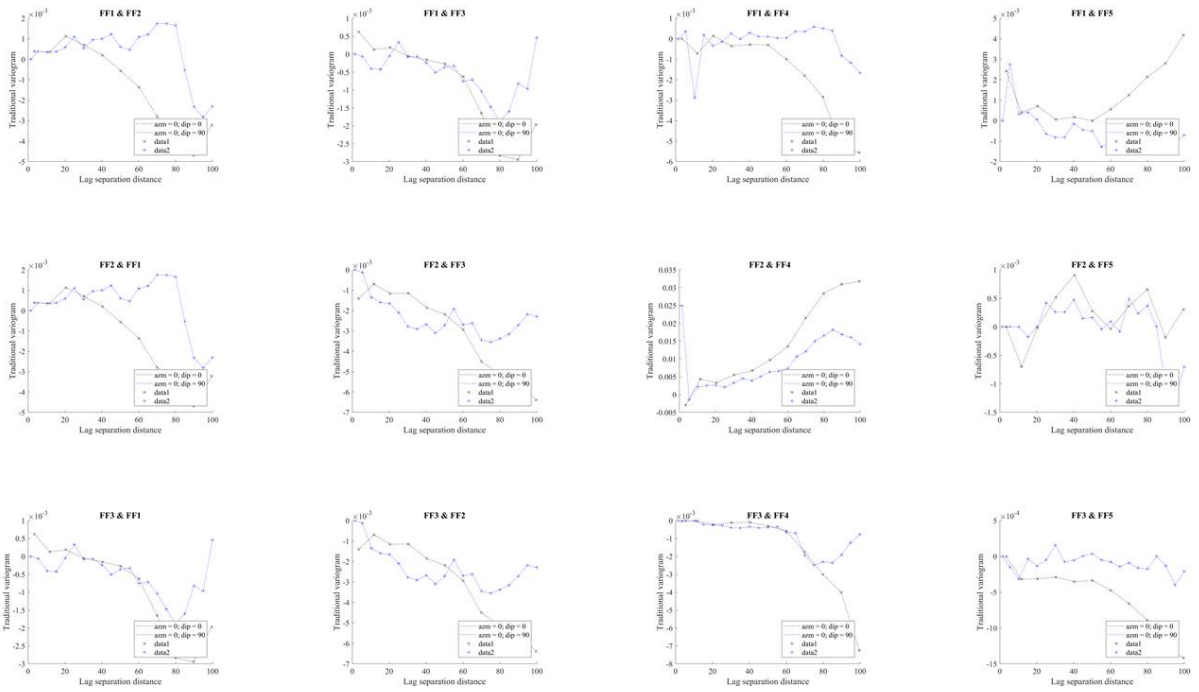


Ilustración 8.9. Análisis de direcciones preferencial, variogramas experimentales y modelados para los datos de los sondajes orientados.



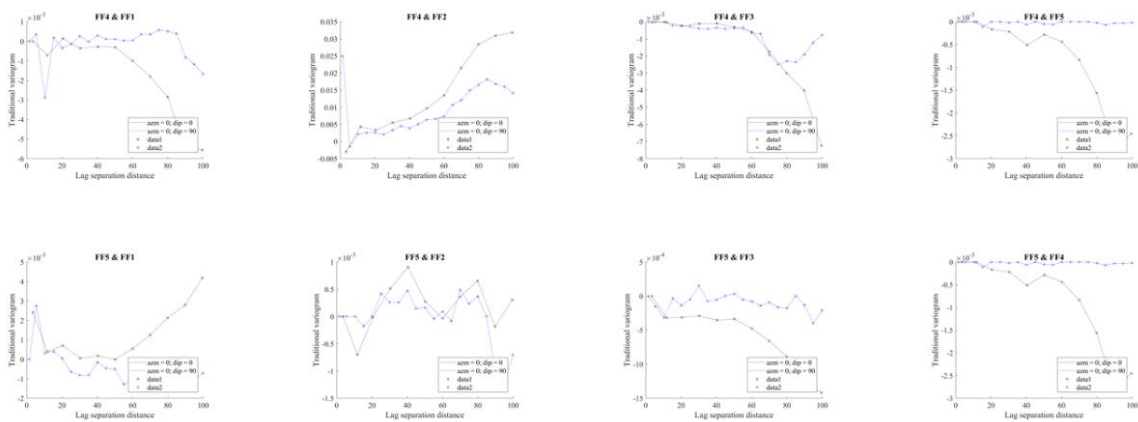


Ilustración 8.10. Variogramas cruzados para los cinco grupos de discontinuidades de la metodología 3 para los datos de sondajes orientados.

### Anexo C. Radios máximos para la vecindad de búsqueda

Tabla 8.1. Radios máximos para las vecindades de búsqueda utilizadas en la estimación de la FF de la metodología 1.

Metodología 1 - Radios máximos de la vecindad de búsqueda			
	20 [m] x 20 [m]	10 [m] x 10[m]	Sondajes orientados
FF	(45, 45, 40)	(50, 50, 50)	(50, 50, 45)

Tabla 8.2. Radios máximos para las vecindades de búsqueda utilizadas en la estimación de la FF de los grupos de la metodología 2.

Metodología 2 - Radios máximos de la vecindad de búsqueda			
	20 [m] x 20 [m]	10 [m] x 10[m]	Sondajes orientados
[0°, 30°]	-	-	(50, 50, 55)
[30°, 60°]	(60, 60, 65)	(50, 50, 50)	(50, 50, 45)
[60°, 90°]	(65, 65, 60))	(50, 45, 45)	(50, 50, 55)

### Anexo D. Post tratamiento de datos para metodología 3

Tabla 8.3. Ángulos promedios según grupo de discontinuidades para las direcciones de azimut 180° y 300° y dip 60°, 70° y 80°

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
$\bar{\alpha}$ azm: 180 dip: 80	37.66	85.147	44.982	53.930	61.830
$\bar{\alpha}$ azm: 180 dip: 70	29.828	82.300	54.960	47.558	53.891
$\bar{\alpha}$ azm: 180 dip: 60	23.493	79.672	64.942	42.233	46.673
$\bar{\alpha}$ azm: 300 dip: 80	54.889	81.430	30.814	70.570	79.023
$\bar{\alpha}$ azm: 300 dip: 70	63.835	74.880	29.249	80.192	88.096
$\bar{\alpha}$ azm: 300 dip: 60	72.933	68.608	30.726	89.835	82.821

Tabla 8.4. Factor de corrección según grupo de discontinuidades para las direcciones de azimut 180° y 300° y dip 60°, 70° y 80°

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
Factor corrector <i>azm</i> : 180 <i>dip</i> : 80	0.792	0.174	0.707	0.589	0.472
Factor corrector <i>azm</i> : 180 <i>dip</i> : 70	0.868	0.174	0.574	0.675	0.588
Factor corrector <i>azm</i> : 180 <i>dip</i> : 60	0.917	0.179	0.424	0.740	0.686
Factor corrector <i>azm</i> : 300 <i>dip</i> : 80	0.575	0.174	0.859	0.333	0.190
Factor corrector <i>azm</i> : 300 <i>dip</i> : 70	0.441	0.261	0.873	0.174	0.174
Factor corrector <i>azm</i> : 300 <i>dip</i> : 60	0.293	0.365	0.860	0.174	0.174

Tabla 8.5 Cuantificación del error asociados a la estimación corregida según las direcciones de azimut 180° y dip 60°, 70° y 80°

	<i>azm</i> : 180 <i>dip</i> : 80	<i>azm</i> : 180 <i>dip</i> : 70	<i>azm</i> : 180 <i>dip</i> : 60
Suma de errores cuadráticos	390	455	533
Error cuadrático medio	0.044	0.052	0.060
Error cuadrático máximo	1.260	1.254	1.309

Tabla 8.6. Cuantificación del error asociados a la estimación corregida según las direcciones de azimut 300° y dip 60°, 70° y 80°

	<i>azm</i> : 300 <i>dip</i> : 80	<i>azm</i> : 300 <i>dip</i> : 70	<i>azm</i> : 300 <i>dip</i> : 60
Suma de errores cuadráticos	299	362	396
Promedio de errores cuadráticos	0.034	0.041	0.045
Error cuadrático máximo	1.902	1.573	1.303

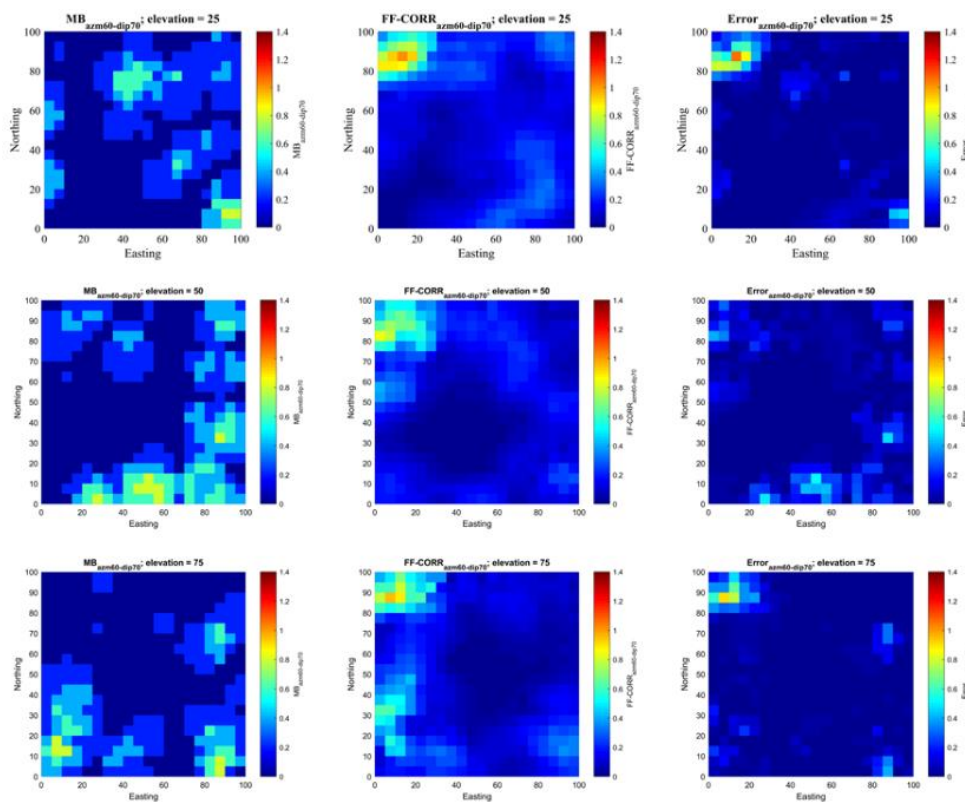


Ilustración 8.11. Visualización de los resultados de la estimación corregida y su error para la dirección de azimut 60° y dip 70° en las cotas 25, 50 y 75.



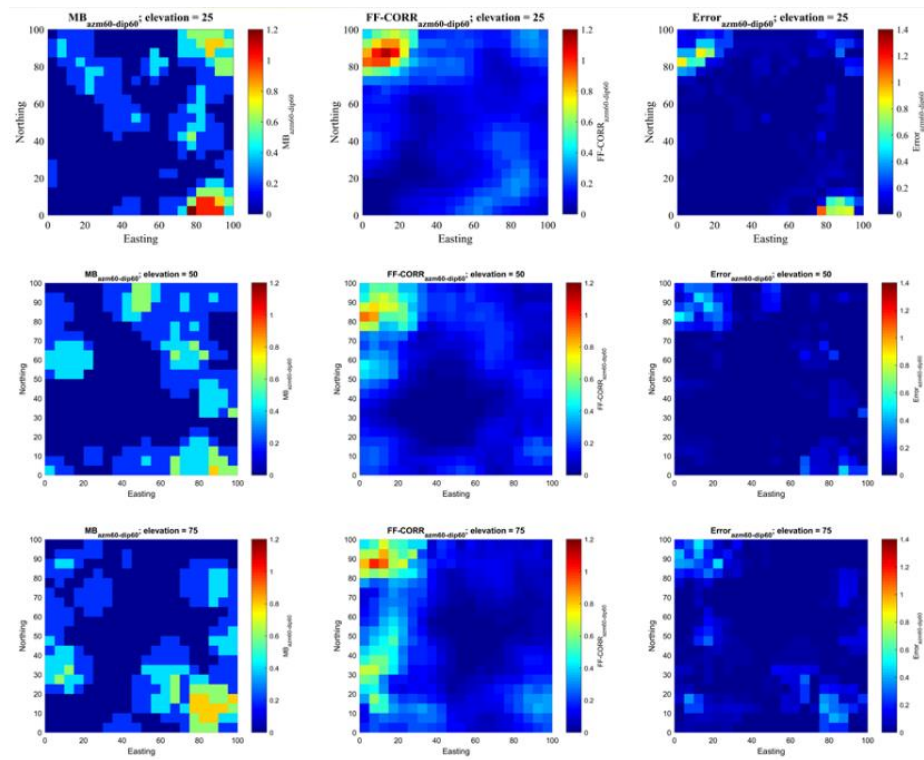


Ilustración 8.12. Visualización de los resultados de la estimación corregida y su error para la dirección de azimuth 60° y dip 60° en las cotas 25, 50 y 75.

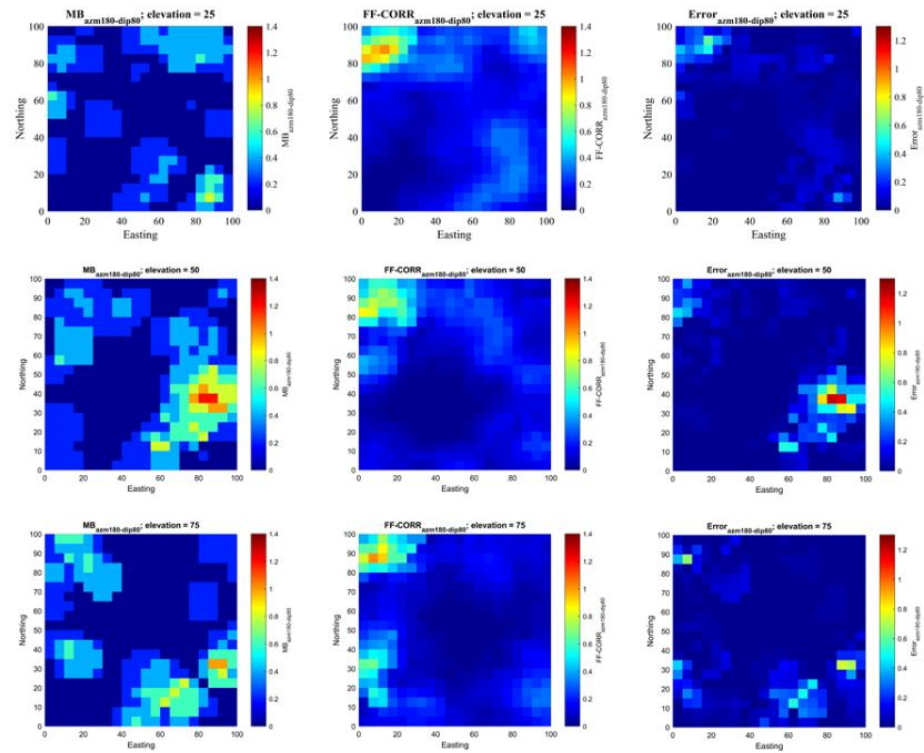


Ilustración 8.13. Visualización de los resultados de la estimación corregida y su error para la dirección de azimuth 180° y dip 80° en las cotas 25, 50 y 75.

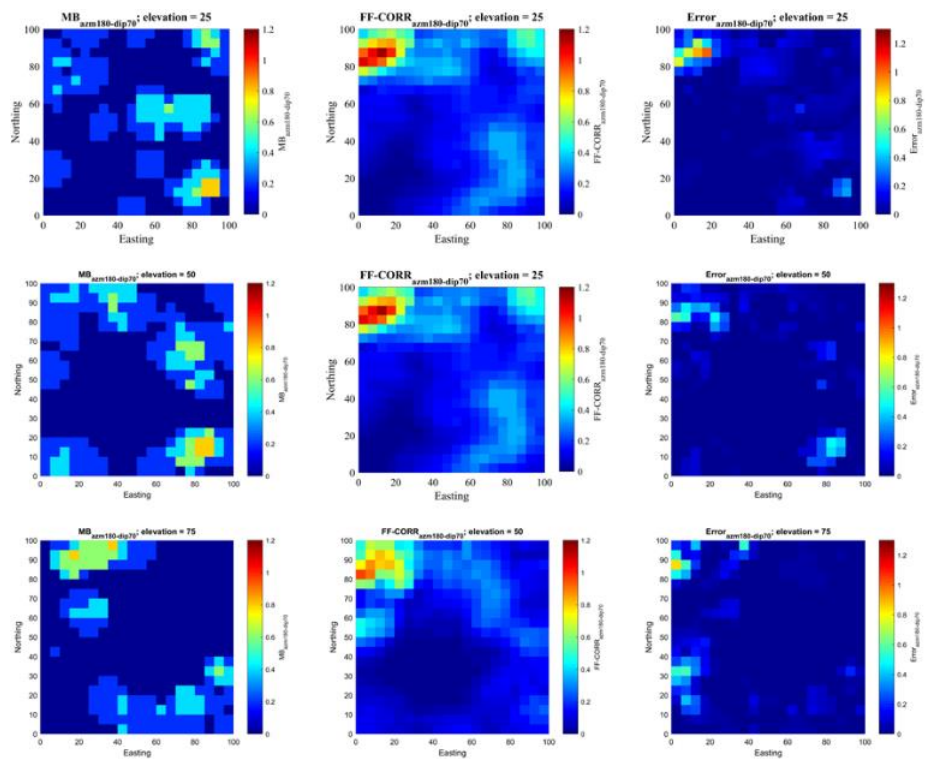


Ilustración 8.14. Visualización de los resultados de la estimación corregida y su error para la dirección de azimut  $180^\circ$  y dip  $70^\circ$  en las cotas 25, 50 y 75.

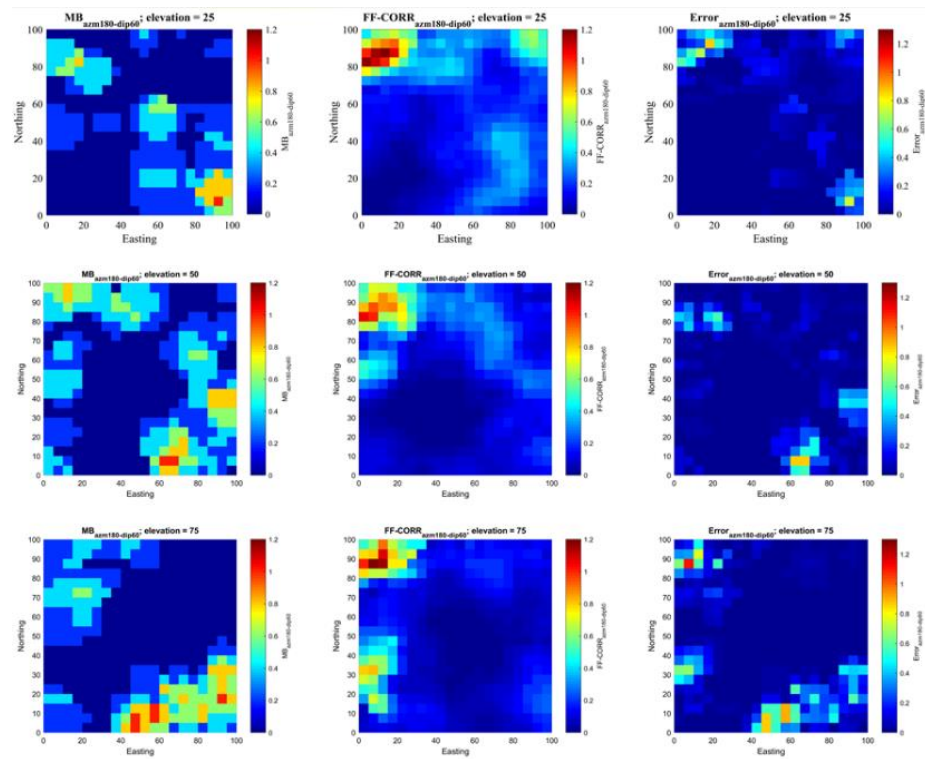


Ilustración 8.15. Visualización de los resultados de la estimación corregida y su error para la dirección de azimut  $180^\circ$  y dip  $60^\circ$  en las cotas 25, 50 y 75.

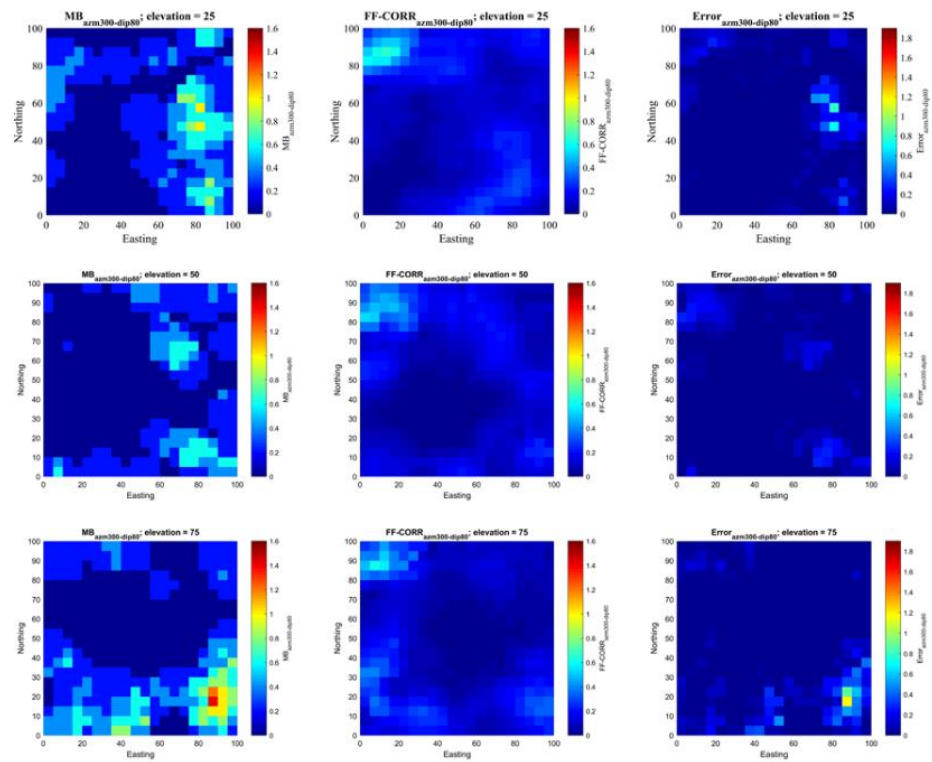


Ilustración 8.16. Visualización de los resultados de la estimación corregida y su error para la dirección de *azimut* 300° y *dip* 80° en las cotas 25, 50 y 75.

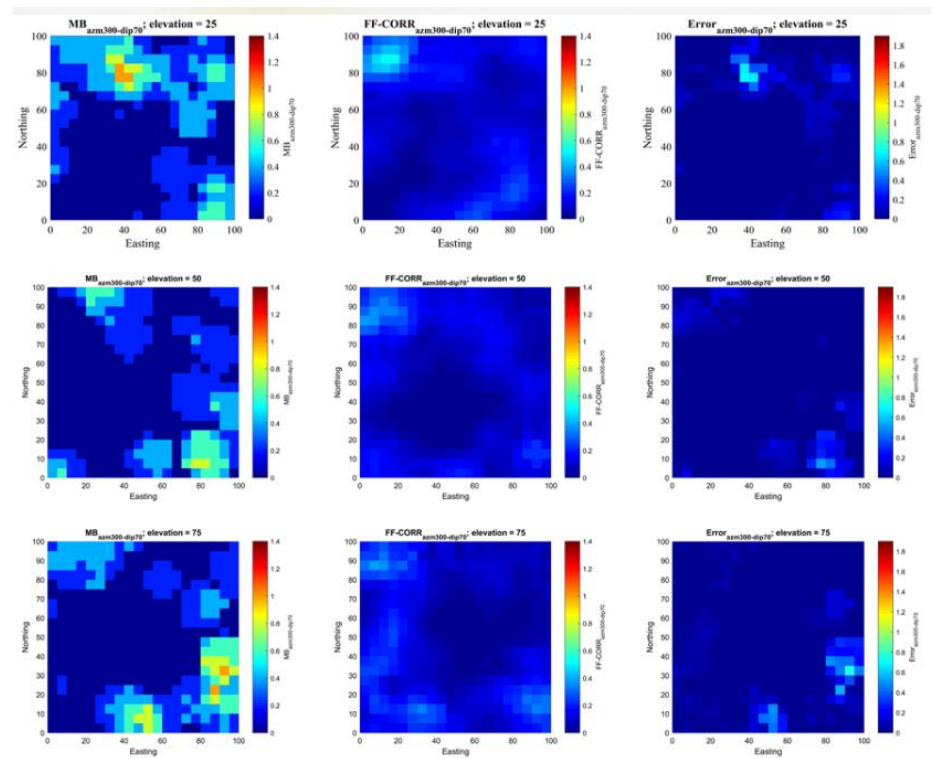


Ilustración 8.17. Visualización de los resultados de la estimación corregida y su error para la dirección de *azimut* 300° y *dip* 70° en las cotas 25, 50 y 75.



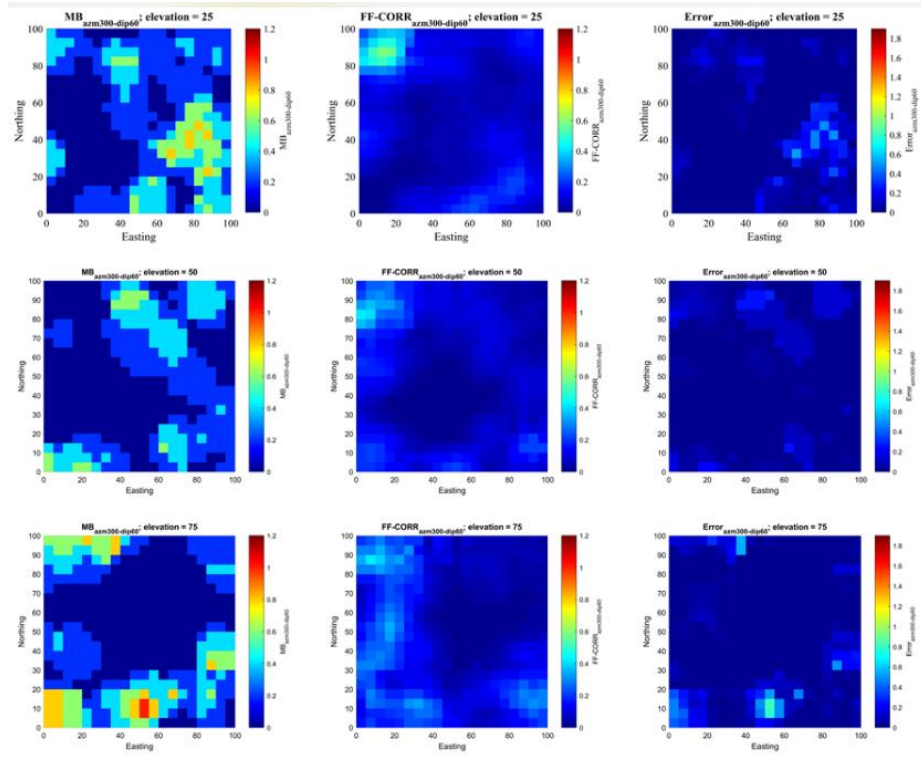


Ilustración 8.18. Visualización de los resultados de la estimación corregida y su error para la dirección de  $300^\circ$  y  $60^\circ$  en las cotas 25, 50 y 75.