



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA DE MINAS

**APLICACIÓN DE INTELIGENCIA ARTIFICIAL PARA EL
AGENDAMIENTO Y OPTIMIZACIÓN DEL DISEÑO DE FASES EN
MINERÍA A CIELO ABIERTO**

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN MINERÍA

VALERIA ELIZABETH LOOR CÁRDENAS

**PROFESOR GUÍA:
NELSON MORALES VARELA**

**PROFESOR CO-GUÍA:
MANUEL REYES JARA**

**COMISIÓN:
GONZALO NELIS SUAZO**

**SANTIAGO DE CHILE
2020**

**RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR
AL TÍTULO DE: MAGÍSTER EN MINERÍA
POR: VALERIA LOOR CÁRDNEAS
FECHA: SEPTIEMBRE DE 2020
PROF. GUÍA: NELSON MORALES VARELA**

APLICACIÓN DE INTELIGENCIA ARTIFICIAL PARA EL AGENDAMIENTO Y OPTIMIZACIÓN DEL DISEÑO DE FASES EN MINERÍA A CIELO ABIERTO

El problema de agendamiento de la producción en minas a cielo abierto, tiene como objetivo determinar la secuencia de extracción de bloques mineros en un yacimiento. La extracción se realiza en base al cumplimiento de ciertas restricciones y se evalúa mediante una función objetivo, comúnmente el valor actual neto (VAN). Las metodologías tradicionales utilizadas para resolver este problema no consideran restricciones de diseño que permitan obtener pushbacks o pseudo fases operativas. Como consecuencia se generan planes de producción optimistas que no representan el valor real del proyecto.

En esta tesis se propone implementar una metodología basada en inteligencia artificial (IA) para obtener pushbacks operativos para minas a cielo abierto, que maximicen el VAN del proyecto y que además respeten limitaciones operativas y de diseño. Este enfoque integrado se logra mediante la aplicación combinada de un algoritmo genético y un algoritmo de agrupación (K-means). Un algoritmo genético se define como una búsqueda heurística inspirada en la teoría de la evolución natural de Charles Darwin.

El problema de agendamiento a resolver presenta varias restricciones que combinadas crean un problema de optimización combinatoria clasificado como NP-*hard*. Por lo general, la programación lineal no permite encontrar una solución óptima para este tipo de problemas en un tiempo de cálculo aceptable, por lo que se han implementado métodos de aproximación heurísticos y metaheurísticos para resolverlos. Estos métodos utilizan características basadas en la población para mejorar las múltiples soluciones candidatas.

La metodología propuesta IA se compara con la metodología tradicional (pits anidados). Ambas metodologías son aplicadas en dos minas reales de diferente tipo de geometría y mineralogía: un yacimiento de oro (MCL) y un yacimiento de hierro (Iron_bm). Los resultados son comparados tanto previo (pushbacks) como posterior al diseño (fases), en términos de VAN y geometrías obtenidas mediante cada una de las metodologías.

Como resultado, la metodología IA ha demostrado ser práctica y ofrecer un enfoque viable a la optimización del diseño y el agendamiento de la producción. Mediante la metodología IA se logran generar pushbacks con bases de ancho operativo que respetan las restricciones y facilitan el diseño de fases posterior. En términos de valor, en el primer caso de estudio, MCL, la metodología IA logra generar un VAN hasta un 18% superior al óptimo. Para el segundo caso de estudio, Iron_bm, se obtienen un VAN superior por medio de la metodología tradicional.

**ABSTRACT OF THE THESIS TO OBTAIN
THE GRADE: MASTER IN MINING ENGINEERING
BY: VALERIA LOOR CÁRDNEAS
DATE: SEPTEMBER 2020
THESIS ADVISOR: NELSON MORALES VARELA**

**APPLYING ARTIFICIAL INTELLIGENCE FOR OPTIMAL PRODUCTION
SCHEDULING AND PHASE DESIGN IN OPEN PIT MINING**

The open-pit mine production scheduling problem (OPPS) aims to determine the extraction sequence of mining blocks of an orebody. The OPPS presents several restrictions that create a combinatorial optimization problem classified as NP-hard. Generally, an optimal solution of OPPS cannot be obtained in an acceptable computation time using linear programming; therefore, approximation methods called heuristics have been used to solve it.

In this thesis, an artificial intelligence (AI) based methodology is proposed to obtain operative pushbacks in open-pit mines respecting operational and design constraints. This integrated approach is achieved through a Genetic Algorithm and a clustering algorithm (K-means). A Genetic Algorithm is a search heuristic inspired by Charles Darwin's theory of natural evolution and is used to solve NP-hard problems.

This methodology has been tested in an iron mine and a gold mine and has been shown to be a practical, viable approach. Results show that pushbacks obtained respect the design and operational constraints of pit extraction, while also maximizing the net present value (NPV).

A mis abuelos Inés y Julio,

AGRADECIMIENTOS

Agradezco primero a Dios y a la Virgen María, por tantas bendiciones recibidas a lo largo de mi vida.

A mis queridos padres y hermanos, por brindarme su amor y apoyo incondicional en todo momento. A Mery y Elisa, por todo el cariño y aliento recibido cada día. Son las personas más importantes en mi vida.

A mis mejores amigas Belén, Erika, Gabriela y Paula, que a pesar de la distancia nunca han dejado de estar para mí, que su amistad sea eterna.

A mi director de tesis Nelson, por permitirme trabajar con él y desde un primer momento brindarme su apoyo para realizar mi trabajo de tesis, además de impulsarme a mejorar cada día. A mi co-director Manuel, por compartir sus conocimientos conmigo y tener la disponibilidad de formar parte de este trabajo investigativo.

A Felipe y María José por su apoyo en este trabajo. A todos mis compañeros del laboratorio Delphos, por los buenos momentos compartidos y por toda la ayuda recibida. Todos hicieron de mi paso por el laboratorio una experiencia muy grata. De manera especial, quiero agradecer a mis compañeros Gonzalo y Luis, por cada una de sus enseñanzas y por la paciencia y amabilidad con la que respondieron cada una de mis dudas.

Finalmente, agradezco al Advanced Mining Technology Center (AMTC). Este trabajo fue financiado por el Proyecto ANID / PIA AFB180004.

TABLA DE CONTENIDO

1 INTRODUCCION.....	1
1.1 OBJETIVOS DEL ESTUDIO	2
1.1.1 Objetivo General.....	2
1.1.2 Objetivos específicos	2
1.2 ALCANCES DE LA INVESTIGACIÓN	2
1.3 ESTRUCTURA DE LA TESIS.....	2
2 ESTADO DEL ARTE	4
2.1 Planificación Minera	4
2.2 Metodología tradicional para la planificación de largo plazo	4
2.2.1 Generación de pits anidados	5
2.2.2 Selección de pit final.....	6
2.2.3 Generación de pseudo fases o pushbacks	7
2.2.4 Diseño de fases operativas	7
2.2.5 Plan de producción	8
2.3 Parámetros geométricos del diseño de fases en minas a cielo abierto.....	8
2.3.1 Ecuaciones para el cálculo de los parámetros de diseño.....	9
2.4 Optimización en planificación Minera	11
2.4.1 El problema del pit final	11
2.4.2 Agendamiento de producción de minas a cielo abierto	12
2.5 Problema CPIT	15
2.5.1 Problema CPIT+	16
2.6 Algoritmos evolutivos	16
2.6.1 Algoritmos evolutivos aplicados a la minería.....	17
2.6.2 Algoritmo genético (AG).....	18
2.7 Agrupamiento de datos.....	22
2.7.1 Técnicas de Agrupamiento	22
2.7.2 Algoritmo K-means	23
3 METODOLOGÍA.....	26
3.1 Algoritmo Genético.....	27
3.1.1 Generación de conos operativos mediante un algoritmo genético.....	27
3.1.2 Representación del individuo.....	28
3.1.3 Evaluación de la solución	28
3.1.4 Selección.....	29
3.1.5 Operadores genéticos.....	29
3.2 Algoritmo K-means	31
3.3 Plan de producción	31
4 CASOS DE ESTUDIO	32
4.1 Cálculo del pit final	33
4.1.1 Valorización económica	33
4.2 Definición del pit final.....	33
4.3 Metodología tradicional.....	36
4.3.1 Generación de Pits anidados	36
4.3.2 Agrupación de pits anidados en pushbacks	38
4.3.3 Plan de producción	39
4.4 Aplicación de metodología basada en inteligencia artificial	41

4.4.1	Algoritmo genético para generación de conos operativos	41
4.4.2	Selección de pushbacks utilizando el algoritmo K-means.....	41
4.4.4	Análisis del tamaño de población y número de generaciones	44
4.4.5	Generación de Planes de producción (metodología IA)	47
4.5	Diseño de Fases	48
4.5.1	Parámetros geométricos para el diseño de fases	49
4.5.2	Generación de Planes de producción post diseño	51
5	Análisis de resultados	54
5.1	Caso de estudio MCL	54
5.1.1	Comparación de pushbacks resultantes entre metodología tradicional y metodología IA 54	
5.1.2	Comparación de planes de producción (previo diseño) entre metodología tradicional y metodología IA	56
5.1.3	Comparación de diseño de fases entre metodología tradicional y metodología IA	57
5.1.4	Comparación de resultados previos y post diseño	59
5.1.7	Comparación de planes de producción entre metodología tradicional y metodología IA post diseño 63	
5.1.8	Resumen de resultados para el caso MCL	65
5.2	Caso de estudio Iron_bm	66
5.2.1	Comparación de pushbacks resultantes entre metodología tradicional y metodología IA 66	
5.2.2	Comparación de planes de producción (previo diseño) entre metodología tradicional y metodología IA	69
5.2.3	Comparación de diseño de fases entre metodología tradicional y metodología IA	71
5.2.4	Comparación de resultados previos y post diseño	73
5.2.7	Comparación de planes de producción entre metodología tradicional y metodología IA post diseño 77	
5.2.8	Resumen de resultados para el caso Iron_bm	79
6	CONCLUSIONES	81
	Recomendaciones.....	82
7	BIBLIOGRAFÍA	83
ANEXOS		87
	Anexo 1. Características de los equipos usados para cada caso de estudio	87
	Anexo 2. Vista en planta y cortes YZ de los pushbacks generados por la metodología IA para diferente valor de “k”	88
	Anexo 3. Análisis de tamaño de población.....	94
	Anexo 4. Resultados aproximación del VAN para cada caso de estudio.....	97
	Anexo 5. Resultados plan de producción por periodo para cada caso de estudio.....	98
	Anexo 6 . Resultados diseño de Fases	105
ARTÍCULO		113

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Descripción de los casos de estudio	32
Tabla 2 Parámetros económicos de los casos de estudio.....	33
Tabla 3 Resultados del cálculo del pit final para los casos de estudio	34
Tabla 4 Parámetros utilizados para el agendamiento de producción.....	40
Tabla 5 Parámetros de los experimentos para la metodología IA	41
Tabla 6 Distribución de tonelaje en cada pushback para el caso MCL	44
Tabla 7 Distribución de tonelaje en cada pushback para el caso Iron_bm.....	44
Tabla 8 Parámetros aplicados al diseño de fases	49
Tabla 9 Parámetros utilizados para el agendamiento de la producción.....	51
Tabla 10 Resultados de cada pushback por metodología para el caso MCL.....	55
Tabla 11 Resumen de los resultados obtenidos en el agendamiento de producción caso MCL.....	56
Tabla 12 Resultados de cada fase por metodología para el caso MCL	59
Tabla 13 Resultados de cada fase previo y post diseño para la metodología tradicional- caso MCL..	61
Tabla 14 Resultados de cada fase previo y post diseño para la metodología IA- caso MCL.....	63
Tabla 15 Resumen de los resultados obtenidos en el agendamiento de producción post diseño	65
Tabla 16 Resumen de resultados obtenidos previo y post diseño para el caso de estudio MCL.....	66
Tabla 17 Resultados de cada fase por metodología para el caso Iron_bm	68
Tabla 18 Orden de extracción original y alternativa propuesta para la metodología IA	68
Tabla 19 Resumen de los resultados obtenidos en el agendamiento de producción caso Iron_bm	69
Tabla 20 Resultados de cada fase por metodología para el caso Iron_bm	72
Tabla 21 Resultados de cada fase previo y post diseño para la metodología tradicional – Caso Iron_bm	74
Tabla 22 Resultados de cada fase previo y post diseño para la metodología IA- Caso Iron_bm.....	76
Tabla 23 Resumen de los resultados obtenidos en el agendamiento de producción post diseño	77
Tabla 24 Resumen de resultados obtenidos previo y post diseño para el caso de estudio Iron_bm.....	79

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Figura 1 Comparación conceptual entre vistas de secciones de pushbacks (a) sin considerar dimensiones mínimas del fondo del pit y (b) considerando un tamaño del fondo del pit de 4 bloques.....	1
Figura 2 Proceso de planificación a largo plazo de la producción en minería a cielo abierto mediante la metodología tradicional (a) generación de pits anidados y selección de pit final (b) selección de pushbacks a partir de los pits anidados (c) generación de fase-bancos (d) agendamiento de producción (fase-bancos).	5
Figura 3 Secuencias de extracción (a) <i>Best case</i> y (b) <i>Worst case</i>	7
Figura 4 Componentes geométricos de un talud minero.....	9
Figura 5 Berma de contención.....	10
Figura 6 Componentes para calcular el ancho mínimo de operaciones de carguío.....	11
Figura 7 Funcionamiento de un Algoritmo evolutivo.....	17
Figura 8 Factores a tener en cuenta cuando la población inicial se genera de forma aleatoria.....	19
Figura 9 Distintos tipos de técnicas de agrupamiento.....	22
Figura 10 Ejemplo método del codo.....	24
Figura 11 Metodología aplicada en la tesis.....	27
Figura 12 Vista en sección de un cono truncado.....	28
Figura 13 Ejemplo de representación de un individuo (vista en planta).....	28
Figura 14 Vista en planta de individuos padres (a) primer individuo padre (<i>P1</i>) (b) segundo individuo padre (<i>P2</i>).....	30
Figura 15 vista en planta de dos individuos hijos (a) hijo con elementos comunes de sus padres (<i>h1</i>) (b) hijo con elementos no comunes de sus padres (<i>h2</i>).....	30
Figura 16 Ejemplo de mutación en individuo padre (<i>P1</i>).....	30
Figura 17 Implementación del algoritmo K-means en la generación de pushbacks.....	31
Figura 18 Curva tonelaje/ley del caso de estudio MCL.....	32
Figura 19 Curva tonelaje/ley del caso de estudio Iron_bm.....	33
Figura 20 Vista en YZ del pit final obtenido y su distribución de ley - caso MC.....	34
Figura 21 Corte 2000E, vista YZ, del pit final obtenido para el caso MCL.....	34
Figura 22 Corte 2600N, vista YZ, del pit final obtenido para el caso MCL.....	35
Figura 23 Vista en YZ del pit final obtenido y su distribución de ley - caso Iron_bm.....	35
Figura 24 Corte 1500N, vista XZ, del pit final obtenido para el caso Iron_bm.....	35
Figura 25 Corte 2300E, vista YZ, del pit final obtenido para el caso Iron_bm.....	36
Figura 26 Vista de un corte ZY de las pits anidados obtenidas para el modelo MCL.....	36
Figura 27 Gráfico <i>pit by pit</i> del modelo MCL.....	37
Figura 28 Vista de un corte ZY de las pits anidados obtenidas para el modelo Iron_bm.....	37
Figura 29 Gráfico <i>pit by pit</i> del modelo Iron_bm.....	38
Figura 30 Gráfico de <i>pit by pit</i> y sus pushbacks seleccionados para el modelo MCL.....	38
Figura 31 Gráfico de <i>pit by pit</i> y sus pushbacks seleccionados para el modelo Iron_bm.....	39
Figura 32 Plan de producción para el caso MCL-Metodología tradicional.....	40
Figura 33 Plan de producción para el caso Iron_bm-Metodología tradicional.....	40
Figura 34 Método del codo para la selección del clúster óptimo - caso MCL.....	42
Figura 35 Método del codo para la selección del clúster óptimo - caso Iron_bm.....	42
Figura 36 Comportamiento del VAN en función del número de clúster para MCL.....	43
Figura 37 Comportamiento del VAN en función del número de clúster para Iron_bm.....	43
Figura 38 Primer análisis de variación del VAN en función del número de generaciones.....	45
Figura 39 Segundo análisis de variación del VAN en función del número de generaciones.....	45

Figura 40 Primer análisis de variación del VAN en función del número de generaciones	46
Figura 41 Segundo análisis de variación del VAN en función del número de generaciones	47
Figura 42 Tercer análisis de variación del VAN en función del número de generaciones.....	47
Figura 43 Plan de producción para el caso MCL -Metodología IA	48
Figura 44 Plan de producción para el caso Iron_bm -Metodología IA	48
Figura 45 Vista en planta de fases antes de la extracción (a) metodología tradicional (b) metodología IA	50
Figura 46 Vista en planta de fases antes de la extracción (a) metodología tradicional (b) metodología IA (c) alternativa propuesta.....	50
Figura 47 Plan de producción para el caso MCL –Metodología tradicional.....	51
Figura 48 Plan de producción para el caso MCL –Metodología IA.....	52
Figura 49 Plan de producción para el caso Iron_bm-Metodología tradicional	52
Figura 50 Plan de producción para el caso Iron_bm-Metodología IA	53
Figura 51 Plan de producción para el caso Iron_bm-Alternativa propuesta	53
Figura 52 Vista YZ de los pushbacks resultantes para el modelo MCL a) método tradicional y (b) método IA.....	54
Figura 53 Vista en planta de los pushbacks resultantes para el modelo MCL a) método tradicional y (b) método IA.....	55
Figura 54 Distribución de tonelaje y ley promedio por pushbacks y por metodología-caso MCL.....	56
Figura 55 Plan de producción para el caso MCL-Metodología tradicional.....	57
Figura 56 Plan de producción para el caso MCL -Metodología IA	57
Figura 57 Vista en planta de fases antes de la extracción (a) metodología tradicional (b) metodología IA	58
Figura 58 Vista YZ de las fases diseñadas (a) metodología tradicional (b) metodología IA	58
Figura 59 Distribución de tonelaje y ley promedio por cada fase y por metodología-caso MCL.....	59
Figura 60 Vista en planta de (a) Pushbacks (b) fases operativas resultantes para la metodología tradicional.....	60
Figura 61 Corte 200E, vista YZ, del diseño de fases para la metodología IA.....	61
Figura 62 Análisis de varianza de tonelaje previo y post diseño-Metodología tradicional.....	61
Figura 63 Vista en planta de (a) Pushbacks (b) fases operativas para la metodología IA.....	62
Figura 64 Corte 2000E, vista YZ, del diseño de fases para la metodología IA.....	62
Figura 65 Análisis de varianza de tonelaje previo y post diseño-Metodología IA.....	63
Figura 66 Plan de producción para el caso MCL –Metodología tradicional.....	64
Figura 67 Plan de producción para el caso MCL –Metodología IA.....	64
Figura 68 Plan de producción para el caso MCL –Metodología IA2.....	65
Figura 69 Resultados obtenidos previo y post diseño para el caso de estudio MCL.....	66
Figura 70 Vista YZ de los pushbacks resultantes para el modelo Iron_bm a) método tradicional y (b) método IA.....	67
Figura 71 Vista en planta de los pushbacks resultantes - modelo Iron_bm a) método tradicional y (b) método IA.....	67
Figura 72 Distribución de tonelaje y ley promedio por pushbacks y por metodología-caso Iron_bm.....	68
Figura 73 Gráfico de mineral, estéril y ley promedio para metodología IA2 (alternativa propuesta)..	69
Figura 74 Plan de producción para el caso Iron_bm-Metodología tradicional	70
Figura 75 Plan de producción para el caso Iron_bm -Metodología IA	70
Figura 76 Plan de producción para el caso Iron_bm - Metodología IA2 (alternativa propuesta)	71

Figura 77 Vista en planta de fases antes de la extracción (a) metodología tradicional (b) metodología IA (c) alternativa propuesta.....	71
Figura 78 Distribución de tonelaje y ley promedio por fases y por metodología-caso Iron_bm	73
Figura 79 Vista en planta de (a) Pushbacks (b) fases diseñadas para la metodología tradicional	73
Figura 80 Corte 1800E, vista YZ, del diseño de fases para la metodología tradicional.....	74
Figura 81 Análisis de varianza de tonelaje previo y post diseño-Metodología tradicional.....	75
Figura 82 Vista en planta de (a) Pushbacks (b) fases metodología IA (c) fases metodología IA segunda alternativa.....	75
Figura 83 Corte 1500N, vista XZ del diseño de fases para la metodología IA	76
Figura 84 Análisis de varianza de tonelaje previo y post diseño-Metodología IA.....	77
Figura 85 Plan de producción para el caso Iron_bm-Metodología tradicional	78
Figura 86 Plan de producción para el caso Iron_bm-Metodología IA	78
Figura 87 Plan de producción para el caso Iron_bm-Alternativa propuesta	79
Figura 88 Resultados obtenidos previo y post diseño para el caso de estudio Iron_bm.....	80

1 INTRODUCCION

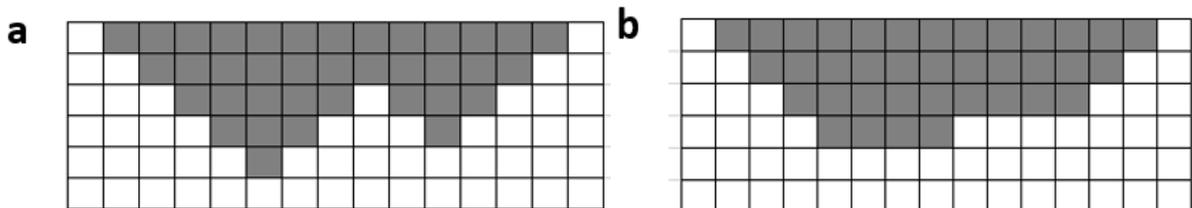
La vida útil de las minas a cielo abierto puede abarcar varias décadas, por lo que la optimización del diseño y el plan de producción de un proyecto es fundamental para maximizar su valor. Este problema estratégico puede verse compuesto por dos componentes: un componente espacial, que determina los volúmenes ha agendar para la extracción (fases), y un componente temporal, que determina cuándo extraer estos volúmenes o parte de ellos.

El enfoque más utilizado para abordar este problema es el de la metodología tradicional (pits anidados), que a su vez se basa en el problema de la determinación del pit final (Lerchs y Grossmann, 1965). Este enfoque se centra únicamente en el componente espacial y busca generar pushbacks o pseudo fases que cumplan con restricciones de precedencia entre bloques, pero sin tener en cuenta el costo de oportunidad. Para esta metodología el agendamiento de la producción se realiza en etapas posteriores y está subordinada a las definiciones espaciales proporcionadas por los pits anidados y seleccionadas por el planificador.

Otro posible enfoque del problema es el agendamiento directo de bloques (DBS), propuesto por Johnson (1968). Este enfoque considera restricciones de precedencia a través de los ángulos de pendiente globales. Incorpora restricciones de capacidad de extracción y procesamiento a lo largo del tiempo, considerando el costo de oportunidad. Al incorporar varias restricciones se define como un problema complejo de planificación minera. La metodología DBS se basa en programación matemática, decidiendo para cada bloque cuál es el mejor período para su extracción y procesamiento en términos de maximizar el VAN. Como tal, DBS está más enfocado en el componente temporal.

Algo común en los enfoques anteriormente descritos, es considerar como restricciones operativas solamente ángulos de pendiente globales que proporcionan estabilidad. Estos enfoques no tienen en cuenta el diseño de rampas o espacios operativos requeridos en el fondo del pit. La Figura 1(a) presenta un ejemplo de un pushback con un ángulo global de 45° en un modelo conceptual de bloques 2D. Como muestra la Figura 1(a) el fondo del pit puede no proporcionar suficiente espacio para operar los equipos mineros. Por el contrario, la Figura 1(b) presenta un pushback óptimo, que garantiza que el fondo del pit tenga al menos cuatro bloques de ancho, lo que permite la operación de equipos mineros. Se puede observar que truncar el pit en la Figura 1(a) para tener un ancho de fondo de pit mínimo no es óptimo.

Figura 1. Comparación conceptual entre vistas de secciones de pushbacks (a) sin considerar dimensiones mínimas del fondo del pit y (b) considerando un tamaño del fondo del pit de 4 bloques.



Fuente: (Loor & Morales, 2020)

Por otro lado, una diferencia importante entre pits anidados y DBS es la complejidad computacional. Como se mencionó anteriormente, la metodología de pits anidados se basa en el problema del pit final, que puede resolverse de manera muy eficiente aplicando el algoritmo de

Lerchs y Grossman o el algoritmo de pseudoflow (Chandran y Hochbaum, 2009). Por el contrario, DBS es computacionalmente costoso y encontrar soluciones viables en un menor tiempo ha sido el tema de estudio en muchas investigaciones. Por ejemplo, Jélvez *et al.* (2020) desarrollaron un nuevo algoritmo para encontrar soluciones viables y de manera eficiente para grandes instancias del problema. Del mismo modo, Suárez (2017) y Alipour *et al.* (2020) aplicaron una metaheurística (algoritmo genético) para abordar el problema. En ambos casos se probó en un modelo tridimensional y mostró buenos resultados en comparación con el óptimo.

El problema abordado en este trabajo es la planificación y diseño de una mina a cielo abierto considerando simultáneamente los componentes espaciales y temporales, y buscando geometrías operacionales. El objetivo es obtener diseños de fases que cumplan con anchos operativos mínimos pero que además estén orientados a maximizar el VAN. Como el problema abordado es una extensión de las metodologías existentes, que se sabe que son difíciles de aplicar o incompletas, la resolución del problema recurre a técnicas de inteligencia artificial (IA). Específicamente se utiliza un algoritmo genético (AG) que se combinan con técnicas de agrupamiento (K-means).

1.1 OBJETIVOS DEL ESTUDIO

1.1.1 Objetivo General

Desarrollar una metodología que apoye el diseño óptimo de minas a cielo abierto.

1.1.2 Objetivos específicos

- Generar pushbacks con restricciones operativas mediante la metodología IA.
- Generar pushbacks mediante la metodología tradicional.
- Diseñar fases de extracción que cumplan con restricciones operacionales y de diseño (para ambas metodologías).
- Analizar y comparar los resultados obtenidos entre ambas metodologías.

1.2 ALCANCES DE LA INVESTIGACIÓN

- Las pruebas se realizarán sobre modelos de bloques de dos minas de diferente tipo de geometría y mineralogía.
- Se trabajará con un algoritmo genético existente, el cual ya se considera validado.
- El diseño de fases del algoritmo se limita a un pre-diseño a nivel de bloques y no uno operativo en un sistema tipo CAD. Este diseño se hará convencionalmente a posteriori, utilizando la salida del modelo como guía.

1.3 ESTRUCTURA DE LA TESIS

La tesis se encuentra estructurada de la siguiente manera:

En el **Capítulo 2** se presenta una revisión bibliográfica del estado del arte, partiendo desde la definición de la planificación minera. Inicialmente se revisan las metodologías tradicionales presentadas a lo largo de los años para resolver los problemas de planificación minera (determinación de pit final, agendamiento de la producción). En una segunda parte se introducen

las bases teóricas de metodologías alternativas: heurísticas, metahuerísticas y técnicas de inteligencia artificial enfocadas en resolver los problemas de planificación.

En el **Capítulo 3** se presenta una descripción de las metodologías implementadas (IA y tradicional) para resolver el problema del agendamiento de la producción.

En el **Capítulo 4** se aplican ambas metodologías a dos casos de estudio reales. La aplicación de la metodología tradicional, se realiza con el fin de realizar una comparación con los resultados de la metodología propuesta (IA).

En el **Capítulo 5** se presenta el análisis de los resultados obtenidos entre ambas metodologías y para cada caso de estudio, tanto previo al diseño como posterior al diseño de fases.

Finalmente, en el **Capítulo 6** se escriben las conclusiones de este trabajo y las posible extensiones y mejoras que se pueden realizar en un futuro.

2 ESTADO DEL ARTE

2.1 Planificación Minera

La planificación minera se entiende como la organización de un conjunto de actividades que permiten alcanzar una meta determinada por las empresas mineras. Entre estas actividades, están la definición de la cantidad de reservas a extraer y los planes de producción de las mismas. Permitiendo conocer que parte del yacimiento será extraído, cómo y cuándo se producirá su extracción y su posterior procesamiento.

Generalmente un yacimiento se divide en unidades más pequeñas y manejables denominadas bloques, que permiten planificar y agendar la producción. Al conjunto de estos bloques se lo denomina modelo de bloques. Cada uno de los bloques contienen información como la ubicación espacial, ley de los minerales, tonelaje, tipo de roca, etc. Toda esta información y atributos son estimados en etapas anteriores, utilizando diversas técnicas geoestadísticas y la información proveniente de muestras de perforación tomadas en etapas previas (Samavati, 2017). Utilizando la información estimada y datos económicos y geométricos es posible calcular un beneficio neto para cada bloque y posteriormente clasificarlos y realizar un plan minero.

En minería se han establecido tres horizontes de planificación clasificados en función del tiempo y el tipo de decisiones que deben tomarse (Osanloo *et al.*, 2008):

1. **Planificación de corto plazo:** se llevan a cabo en diferentes marcos de tiempo, que van desde la planificación diaria hasta la planificación trimestral. Se enfocan en cumplir objetivos de producción y presentar flexibilidad para responder a problemas inesperados.
2. **Planificación de mediano plazo:** permiten establecer secuencias de extracción en periodos mensuales. Por lo general, abarca un horizonte de tiempo trianual- anual, y proporcionan información más detallada. Esta planificación está enfocada en cumplir con los objetivos de largo plazo.
3. **Planificación de largo plazo:** permiten definir la porción del yacimiento cuya extracción es económicamente viable (envolvente económica) y la vida útil de la mina en función de sus reservas. Por lo general, estos planes abarcan periodos anuales y se realizan en pro de lograr la meta u objetivos estratégicos del proyecto. En la presente tesis se realiza una planificación a largo plazo.

2.2 Metodología tradicional para la planificación de largo plazo

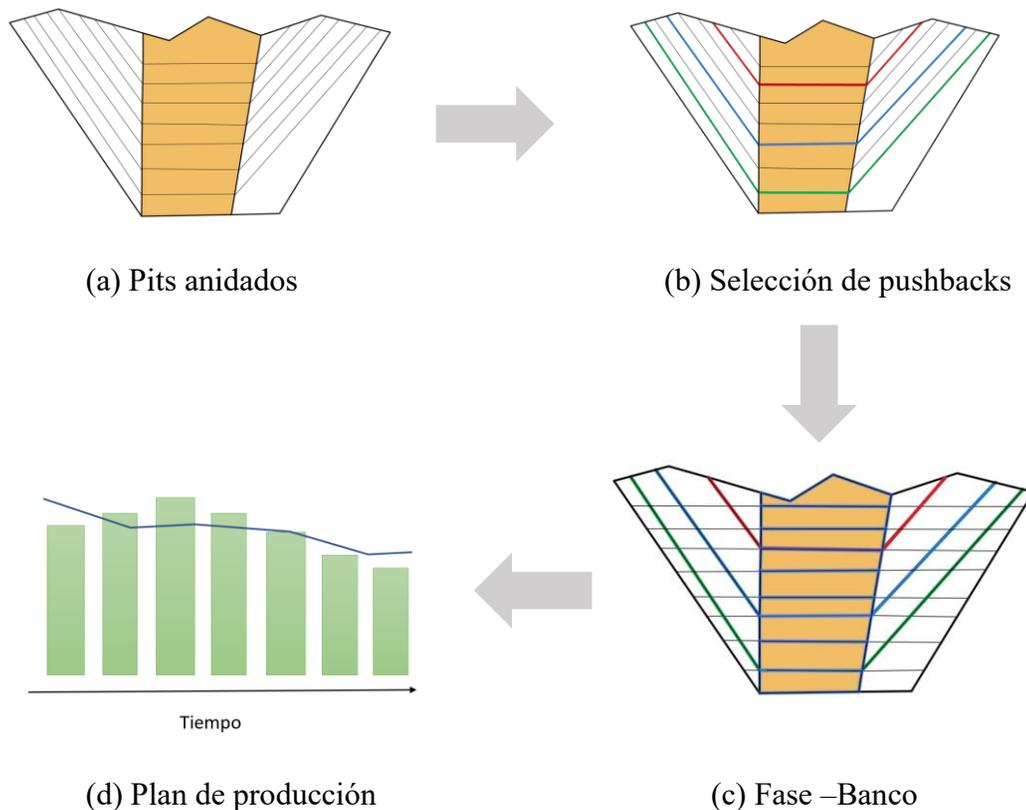
Uno de los datos de entrada que obtiene la planificación minera tradicional es un modelo de bloques geológico. El modelo se obtiene al dividir el cuerpo mineral en una cuadrícula tridimensional de bloques de tamaño fijo. Los bloques contienen información específica como la ley de los minerales, tonelaje, etc. Además de estos datos, es importante definir parámetros económicos, geotécnicos y de diseño necesarios para completar las etapas de la planificación.

Esta metodología es ampliamente utilizada y basa sus principios en el algoritmo de Lerchs y Grossman. La metodología parte de un modelo de bloques y sus etapas se pueden resumir en (Whittle, 1998):

- Generación de pits anidados (se realiza a partir de la valorización económica del modelo de bloques)
- Selección del pit final
- Definición de pseudo fases o pushbacks (fases no operativas) y construcción del plan de producción
- Diseño de fases operativas (basadas en la selección anterior)
- Optimización del plan de producción

En la Figura 2 se presenta un resumen de las etapas de la metodología tradicional; (a) inicia con la generación de pits anidados y la selección del pit final, posterior a ello (b) se procede a la selección manual de pushbacks, a continuación (c) se definen los bancos en diferentes cotas, obteniendo geometrías denominadas como fase-bancos, finalmente (d) se realiza el agendamiento de la producción que nos entrega el valor del proyecto.

Figura 2. *Proceso de planificación a largo plazo de la producción en minería a cielo abierto mediante la metodología tradicional (a) generación de pits anidados y selección de pit final (b) selección de pushbacks a partir de los pits anidados (c) generación de fase-bancos (d) agendamiento de producción (fase-bancos).*



Fuente: Elaboración propia

2.2.1 Generación de pits anidados

El cálculo de los pits anidados, corresponde a la ejecución secuencial del algoritmo de Lerchs y Grossman (1965), donde cada pit anidado tiene un beneficio asociado. La generación de pits anidados toma como base un modelo de bloques valorizado. El beneficio de cada uno de los

bloques se entiende como la diferencia entre el valor generado al extraer el total de un bloque y los costos asociados a su extracción y su posterior procesamiento. Para generar los pits anidados se multiplica el precio del metal por un factor $\lambda \in [0,1]$, conocido como “*revenue factor*” o factor multiplicador. Usando la ecuación:

$$B_b = [(P * \lambda - Cv)R * y_b - (Cm + Cp)] ton_b \quad (1)$$

Dónde:

B_b = beneficio del bloque

P = precio del metal

λ = *revenue factor*

Cv = precio de venta

R = recuperación metalúrgica

y_b = ley de mineral del bloque

Cm = costo mina

Cp = costo de proceso

ton_b = tonelaje del bloque

Lerchs y Grossman (1965), demostraron que si se considera una secuencia creciente de parámetros se puede encontrar una solución óptima para cada problema. Para crear una serie creciente de valores, se genera una secuencia de N *revenue factors* $0 < \lambda_1 < \lambda_2 \dots < \lambda_N \leq 1$. De esta manera cada factor generará un pit anidado. Los pits anidados que se generan al multiplicar P por un factor menor tendrán mayor beneficio que los que se multipliquen por un factor más alto. Los pits con mayor valor son los que conviene agendar primero. En cada ejecución del algoritmo se respetan restricciones de precedencia verticales.

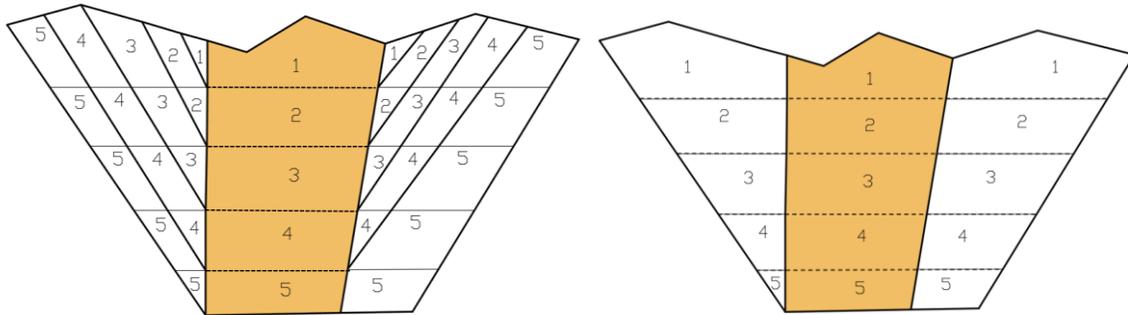
2.2.2 Selección de pit final

A partir de los pits anidados generados en la etapa anterior, se procede a la elección del pit final. Para esto es necesario realizar una evaluación económica que nos indique el valor aproximado del proyecto. Para la evaluación, se fijan parámetros económicos, tasa de descuento, ritmos de producción y extracción, y se definen dos secuencias de extracción conocidas como “*Best Case*” y “*Worst Case*” (Nelis, 2016).

1. **Secuencia de extracción tipo *Best Case***: corresponde a una extracción pit a pit (Figura 3 (a)). En términos de valor es la mejor secuencia de extracción que se puede generar. Los números en la Figura 3(a) indican cada uno de los periodos en los que se realiza la extracción. Se comienza con una extracción temprana del mineral generando altos retornos iniciales. Sin embargo, esta secuencia no es factible debido a que no se presenta espacios suficientes para desarrollar las operaciones mineras.
2. **Secuencia de extracción tipo *Worst Case***: corresponde a una extracción banco a banco (Figura 3(b)). Los números en la Figura 3(b) indican la secuencia con la que se realizará la extracción. Es la peor secuencia que se puede generar, debido a la gran cantidad de estéril que ese extrae inicialmente. Retrasa la extracción del mineral y por lo tanto de los ingresos.

La elección del pit final está definida de acuerdo a los objetivos de cada empresa. Las secuencias de extracción presentadas no son viables, pero sirven como guía para conocer el mejor y peor valor que se puede obtener. Lo ideal es tratar de alcanzar el mejor escenario incorporando restricciones operacionales que permitan el acceso de los equipos mineros y una adecuada extracción de la mina. Todo esto a manera de lograr un escenario la más realista posible.

Figura 3 . *Secuencias de extracción (a) Best case y (b) Worst case*



Fuente: Elaboración propia

2.2.3 Generación de pseudo fases o pushbacks

Una vez generados los pits anidados, se procede a la agrupación de los mismos en pushbacks. Los pushbacks se utilizan como guía para el diseño posterior y son los que se agendarán para su extracción a través del tiempo. La selección es manual y depende de la experticia del planificador.

Los pushbacks seleccionados intentan cumplir criterios como:

1. Minimizar la diferencia de tonelaje y valor entre los pushbacks seleccionados, para controlar el problema del gap (Meagher *et al.*, 2014).
2. Relación de estéril/mineral (REM) similar entre pushbacks para cumplir con las limitaciones y requisitos de la planta de proceso.
3. Tamaños de pushbacks que cumplan con un ancho operativo mínimo, para permitir el acceso y movilidad de los equipos mineros (Hustrulid *et al.*, 2013).

2.2.4 Diseño de fases operativas

El diseño de fases en una mina a cielo abierto es uno de los pasos más importantes, ya que a partir del mismo se construyen los planes de producción y se generan costos. Una vez que se han determinado los pushbacks o pseudo-fases, el siguiente paso es realizar un diseño de fases operativas. El diseño de fases consiste en la incorporación de caminos de acceso (rampas) a cada uno de los bancos de las fases (Vargas, 2011).

Las fases deben cumplir con criterios geo-mecánicos y geométricos de diseño previamente establecidos. Para determinar estos parámetros geométricos se debe tener en consideración aspectos como (Hustrulid *et al.*, 2013):

- Las tasas máximas de extracción de mineral y estéril para cada fase.
- El tamaño y tipo de equipo que se utilizará, estos equipos se definen en base a los ritmos de extracción y producción requeridos.

- Ángulos entre rampas y pendientes finales.

En lo posible, se debe garantizar que la extracción de una fase comience antes de que se termine la extracción de la fase inmediatamente anterior, a fin de asegurar la producción de mineral (Morales, 2018). Los criterios de diseño son variables y dependen de los objetivos de cada empresa, de las características del yacimiento y de los equipos mineros a utilizar. Los parámetros geométricos y ecuaciones a considerar se explican en la sección 2.3.

Posterior al diseño, se generan geometrías denominadas como fase-bancos (Figura 2(c)), las cuales serán agendadas en el tiempo.

2.2.5 Plan de producción

Los planes de producción se generan a partir de las fase-bancos definidas previamente. Con el plan se busca agendar la extracción del mineral en el tiempo, resolviendo el problema espacial (que volúmenes extraer) y temporal (cuando extraer esos volúmenes). Un plan de producción permite conocer cuántas toneladas serán extraídas y procesadas por periodo. Adicionalmente, reporta una magnitud asociada al valor, como por ejemplo la ley media del mineral de interés (Morales, 2018).

Para realizar los planes de producción se aplican ciertas restricciones como: capacidades de extracción, tasa de descuento y parámetros min-lead y max-lead que corresponden a las distancias mínimas y máximas existentes entre bancos para dar inicio a la siguiente fase.

La metodología tradicional puede presentar ciertas limitaciones como el problema del gap, término utilizado para describir diferencias considerables de tamaño entre pushbacks consecutivos. Este problema produce diseños poco prácticos en término de maximización del VAN. Afectando la distribución de tonelajes tanto mineral como estéril entre pushbacks, lo que afecta su posterior agendamiento (Meagher *et al.*, 2014). Actualmente, existen varias investigaciones que buscan alternativas para el agendamiento de la producción y que permiten abordar sus limitaciones. Algunas alternativas a esta metodología se presentan en la sección 2.4.

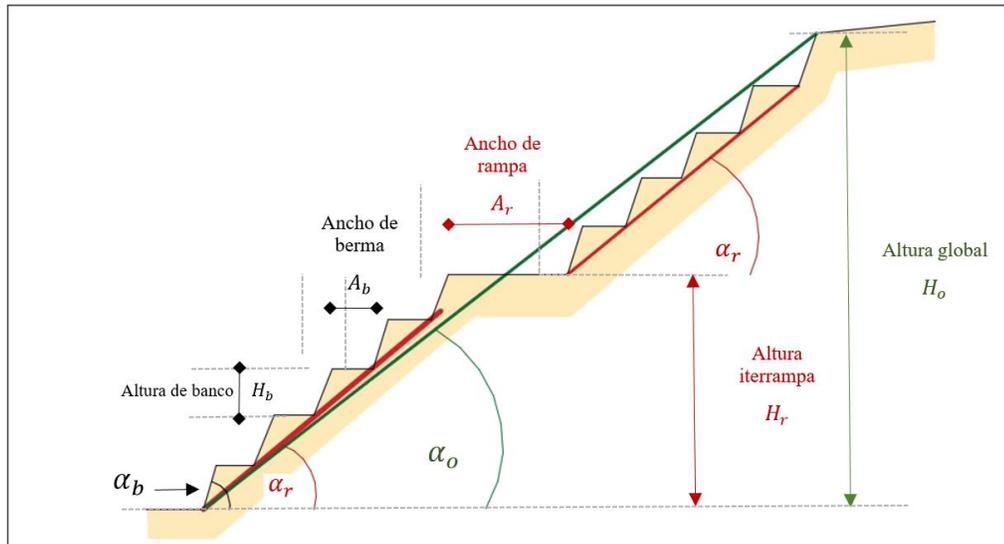
2.3 Parámetros geométricos del diseño de fases en minas a cielo abierto

Para una explotación a cielo abierto la unidad básica es el banco (Figura 4). Las variables más relevantes a considerar son:

- Ángulo inter rampas (α_r): es el ángulo que se encuentra entre una rampa y la rampa consecutiva.
- Ángulo de talud global (α_o): es el ángulo de inclinación de la pared final del rajo. Se mide desde la pata del banco más profundo hasta la cresta del banco más alto. Este ángulo restringe la explotación. Su variación puede generar cambios importantes en la estabilidad del talud, cantidad de tonelaje a extraer y en el beneficio económico que se obtendrá.
- Ángulo de cara de banco (α_b): es el ángulo que se forma entre el plano horizontal y la pared del banco. En rajes de roca dura, el ángulo oscila entre los 55° y 80° (Hustrulid *et al.*, 2006).

- Altura de banco (H_b): va sujeta al tipo equipo de equipo de carguío que se utilizará en la operación.
- Ancho de berma (A_b): distancia medida entre la pata y la cresta del banco. Permite la contención de material desprendido desde bancos superiores.
- Ancho de rampa (A_r): espacio de circulación para los equipos de transporte.

Figura 4 . Componentes geométricos de un talud minero



Fuente: Elaboración propia con base en datos de Vallejos (2012).

2.3.1 Ecuaciones para el cálculo de los parámetros de diseño

A continuación, se presentan una serie de fórmulas que permiten obtener los anchos mínimos necesarios para realizar el diseño de fases. En los diseños de cada una de las fases se incluyen rampas, cuyo ancho mínimo viene definido por los equipos mineros a utilizar. Las rampas permiten que el rajo se vuelva operativo.

Ancho Rampa. se calcula de acuerdo al ancho del equipo más grande a transitar por la rampa. Se debe calcular un ancho mínimo que permita la circulación de todos los equipos. El ancho mínimo considera espacios y componentes de seguridad para la operación.

$$A_r = 4 \left(\frac{A_c}{2} \right) + 2A_c + 2B \quad (2)$$

Dónde:

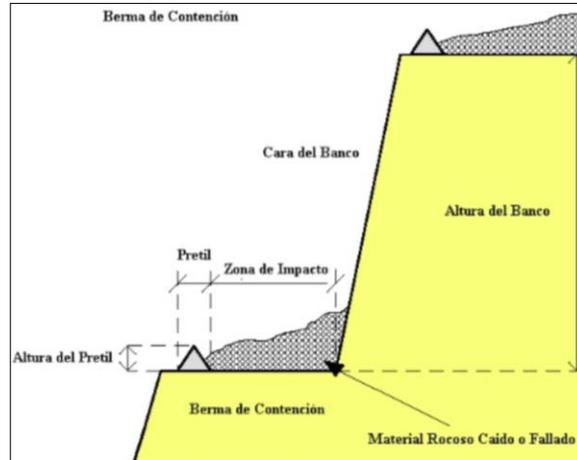
A_r = Ancho de la rampa (m)

A_c = Ancho del camión (m)

B = Ancho de pretil en la base (m)

Ancho del pretil. Los pretils tienen por objetivo detener los vehículos en caso de una emergencia, o contener material rocoso caído como se puede ver en la Figura 5. Por esta razón, comúnmente se define en función de la mitad de la altura del diámetro del neumático de los equipos que circulan por la rampa (camiones).

Figura 5 . Berma de contención



Fuente: Hustrulid et al. (2006)

Si se considera un ángulo de reposo del material de 37° , el ancho queda definido como:

$$B = 2 \left(\frac{\frac{d}{2}}{\tan 37^\circ} \right) + 0.5 \quad (3)$$

Dónde:

B = Ancho pretil

d = Diámetro del neumático del camión

Ancho Berma. Una fórmula ampliamente utilizada en operaciones mineras a cielo abierto es la modificación de la fórmula de Ritchie, por Richard Call (Storey, 2010). El ancho de las bermas no siempre es constante, ya que se deben considerar las características geo mecánicas del yacimiento.

$$A_b = (0.2 * H_b + 4.5) \quad (4)$$

Dónde:

A_b = Ancho de la berma (m)

H_b = Altura del banco (m)

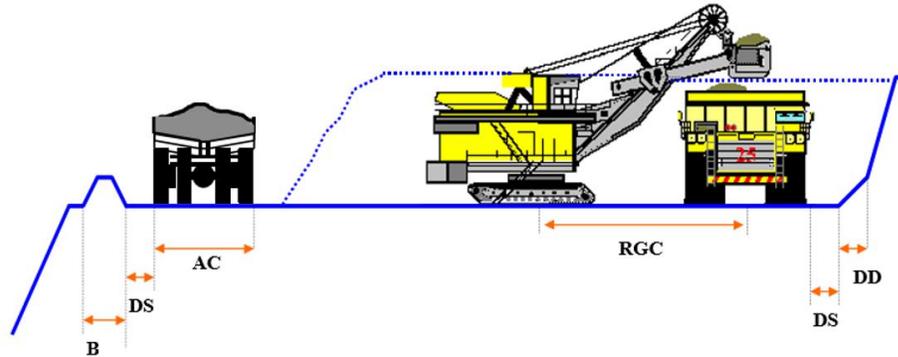
Ancho mínimo de operaciones de carguío. Dependerá de las dimensiones y parámetros operacionales de los equipos utilizados. Para el transporte se debe garantizar un ancho mínimo tal que el camión puede realizar sus maniobras sin problemas y en forma segura. La Figura 6, presenta los parámetros a considerar para su cálculo (Vásquez *et al.* s.f.).

$$AM_C = B + 2D_S + A_C + 2RG_C + DD \quad (5)$$

Dónde:

D_S = distancia de seguridad
 RG_C = radio de giro del equipo de carguío o radio mínimo de operación
 DD = derrames

Figura 6. Componentes para calcular el ancho mínimo de operaciones de carguío



Fuente: Vásquez *et al.* (s.f.).

2.4 Optimización en planificación Minera

Existen diversas técnicas aplicadas a resolver cada uno de los problemas existentes (determinación del pit final, agendamiento de la producción, etc.) en los procesos de la planificación minera. A continuación, se presenta algunas de las técnicas implementadas a lo largo del tiempo.

2.4.1 El problema del pit final

El problema del pit final tienen como función objetivo la maximización del valor económico no descontado de un conjunto de bloques extraídos, considerando restricciones de precedencia. El problema excluye restricciones operativas y de capacidad (Hartman, 1992). Las restricciones de precedencia aseguran que cada bloque se extraiga solo si se extraen sus bloques predecesores y están definidas por un ángulo de talud global impuesto que garantice la estabilidad del pit.

Las investigaciones para resolver el problema del pit final comenzaron en la década de 1960 con el algoritmo de Lerchs-Grossmann, publicado en 1965. Siendo el algoritmo más conocido y utilizado hasta la actualidad. Se basa en la teoría de grafos, cuyo objetivo principal es encontrar el cierre máximo de un grafo empleando programación dinámica para definir el pit óptimo (Lerchs y Grossmann, 1965). Otro de los algoritmos más conocidos es el del cono flotante presentado por Pana en 1965), el cuál fue mejorado por diversos autores. En 1979, Lemieux presenta su algoritmo de cono móvil optimizado, basado en el algoritmo de Pana (1965). Este algoritmo consiste en la definición del pit final con la técnica de cono móvil positivo y negativo, y una rutina de optimización para decidir si los conos superpuestos forman o no parte del pit final (Lemieux, 1979).

Para la década de 1980, el primer paquete industrial con el algoritmo LG se implementó en Whittle Three-D. Varios autores han extendido el trabajo de Lerchs y Grossman, entre ellos Wright (1989), el autor expone que la programación dinámica es una eficiente manera de determinar los límites del pit final ya que permite identificar los bordes de pit incrementales. Dichos bordes

permiten definir por ejemplo las capacidades de equipos y los requerimientos de producción, y pueden por lo tanto usarse para determinar pits incrementales que cumplan con dichas restricciones.

Underwood y Tolwinski (1998) resuelven el problema desarrollando un algoritmo de red de flujo basado en el dual de su formulación de programación lineal. Los autores proporcionan una interpretación de la metodología de la teoría de grafos, buscando la secuencia de extracción y el límite de explotación que optimizan el VAN del proyecto. Otros autores importantes son, Gil y Muci (2008), proponen una versión mejorada del algoritmo Lerchs y Grossman que consiste en la división del problema. En este caso dividir el modelo de bloques en bandas con lo que el proceso de cálculo es anidado y más eficiente para encontrar el pit final.

2.4.2 *Agendamiento de producción de minas a cielo abierto*

2.4.3 *Métodos exactos*

Desde 1965 se han desarrollado numerosas técnicas matemáticas para el agendamiento de producción en minera cielo abierto. Entre las principales se tiene: programación lineal, programación entera mixta, programación entera pura y programación dinámica.

Se considera a Johnson (1968), como el pionero en la resolución del problema de agendamiento de minas a rajo abierto. El modelo utiliza programación lineal y considera el valor descontado en el tiempo, restricciones operacionales y una ley de corte dinámica. De esta manera es posible abordar el problema de manera integral determinando simultáneamente los límites del pit final y la secuencia de extracción de bloques. A partir de esta secuencia de extracción, el planificador puede crear fases basadas en las restricciones operacionales de la mina (capacidades mina y planta). A pesar de que esta metodología genera resultados óptimos no resuelve totalmente el problema, dado que los modelos de bloques pueden tener grandes dimensiones que a su vez generan un problema con una gran cantidad de variables. Además, el modelo proporciona situaciones en las que se extrae una parte de un bloque sin haber extraído todos los bloques supra yacentes (Osanloo *et al.*, 2008).

Un número significativo de autores han contribuido a mejorar las técnicas de programación lineal, tanto entera como mixta para resolver este problema. Entre los autores se destacan: Gershon (1983), quien incorpora variables binarias adicionales al modelo de Johnson, que permitan extraer bloques parciales solo si se han extraído previamente sus bloques precedentes. Su concepto utiliza un modelo matemático de programación entera mixta para determinar el esquema de operación más rentable.

Dagdelen y Johnson (1986), utilizaron programación entera para resolver el problema de agendamiento de extracción en minas a cielo abierto, y fueron los primeros en aplicar el método de descomposición por relajación de Lagrange. La metodología consiste en descomponer el problema complejo de múltiples periodos, en problemas más pequeños de periodos únicos utilizando multiplicadores lagrangianos. El proceso es equivalente al de generación de pits anidados por lo que pueden manejarse usando algoritmos de diseño de pits óptimos (Lerchs y Grossman 1965). Como desventaja, esta metodología no incorpora ley de corte dinámica y no pudo resolver el problema del gap. Más adelante, Akaike y Dagdelen (1999) incorporan el concepto de ley de corte dinámica al proceso de agendamiento de la producción. Los autores proponen el método de relajación de redes 4D.

Por otro lado, Cacceta y Hill (2003) proponen una estrategia de Branch & Cut, usando programación entera mixta. Incorporan restricciones como ritmos de producción, capacidad de refinación, leyes de alimentación a planta, etc. En el mismo año, usando también programación entera mixta, Ramazan y Dimitrakopoulos (2003) describen un enfoque que permite reducir el número de variables binarias. En un estudio posterior, Ramazan *et al.* (2005) introducen el algoritmo de árbol fundamental. Consiste en combinar bloques que respeten restricciones de precedencia y cuya extracción sea rentable. Para resolver cada árbol se emplea programación lineal y se considera de manera simultánea restricciones operativas, y procesos de molienda y lixiviación para la optimización. Al implementar este enfoque, lograron disminuir el número de variables binarias en el modelo por periodo de 38,457 a 5,512.

Otro autor importante es Fricke (2006), quién incorpora un poliedro (planos de corte), derivado del problema de la mochila (Karp, 1972). Utiliza un método exacto (programación de entera pura) con restricciones que permitan buscar la solución de problemas más grandes y realistas, en un menor tiempo. Adicionalmente, presentan nuevos enfoques heurísticos basadas en programación entera para el agendamiento de la producción y que permitan obtener soluciones casi óptimas en tiempos de CPU relativamente cortos.

Otro autor que intentó acelerar los tiempos de solución para el problema de secuenciamiento de bloques fue Gaupp (2008). Efectúa técnicas de reducción de variables deterministas definiendo variables de decisión solamente en los primeros y últimos posibles tiempos en los que un bloque puede ser extraído para ser procesado. Presenta una serie de algoritmos de generación de cortes para ajustar la formulación del problema y por último emplea técnicas de relajación lagrangiana para resolverlo.

Lamentablemente la programación lineal no ha logrado resolver de manera eficaz y en un tiempo adecuado aquellos problemas mineros que incorporan numerosas restricciones y que además contienen un gran número de bloques.

2.4.3.1 Heurísticas y Metaheurísticas

En los últimos años, se han desarrollado algoritmos que permitan solucionar problemas de agendamiento en modelos con mayor cantidad de bloques en un menor tiempo posible, y que además permitan incorporar un mayor número de restricciones. Tanto heurísticas como metaheurísticas proporcionan una aproximación rápida y eficiente de los resultados del optimizador.

Las heurísticas, actúan construyendo nuevas soluciones o mejorando las soluciones disponibles mediante el uso de un conjunto de conocimientos específicos del problema. Por otro lado, las metaheurísticas, son una clase más alta de algoritmos de búsqueda heurística que se usan ampliamente para resolver muchos de los problemas de optimización combinatoria. Entre los principales algoritmos implementados para optimización de procesos mineros se encuentran: el algoritmo genético (AG) (Holland, 1975), búsqueda tabú (TS) (Glover, 1989), recocido simulado (RS) (Kirkpatrick *et al.*, 1983), colonia de hormigas(ACO) (Dorigo y Gambardella, 1996), entre otros. A continuación, se describen algunos trabajos importantes que aplican tanto heurísticas como metaheurísticas.

Al continuar con sus investigaciones, Gershon (1987) propone el uso de dos heurísticas. La primera, se utiliza para identificar el principal problema en la mezcla de materiales en una mina (carbón, hierro). La segunda heurística se implementa para desarrollar el secuenciamiento de extracción a partir del peso posicional de los bloques; el bloque que tenga el peso posicional más alto debe extraerse primero. Posterior a esto se vuelven a calcular los pesos posicionales y la secuencia continúa.

Otros autores como Chicoisne *et al.* (2012), proponen un nuevo método de descomposición para resolver la relajación de programación lineal de C-PIT cuando hay una única restricción de capacidad por período de tiempo. Esta metodología es una versión simplificada del modelo de Johnson (1968). Se basa en explotar la estructura del problema de la mochila incorporando restricciones de precedencias. Los resultados demostraron su eficiencia al resolver problemas de hasta cinco millones de bloques en minutos.

Una de las aplicaciones más recientes de heurísticas en minería a cielo abierto es las de Jélvez *et al.* (2016). Los autores presentan la implementación de heurísticas de agregación y desagregación. El documento se basa principalmente en la reducción del problema a resolver, es decir, el tamaño de la formulación lineal binaria. El método se probó en la biblioteca MineLib (Espinoza *et al.*, 2013) logrando mejorar 9 de las 11 instancias de la biblioteca en un corto tiempo.

También se pueden encontrar varios trabajos basados en metaheurísticas. Sattarvand y Niemann-Delius (2008), discuten la aplicación de algoritmos metaheurísticos en la resolución de problemas de optimización combinatoria grandes y complejo. Se abordan métodos de optimización como: algoritmo genético (AG), recocido simulado (RS) optimización por colonia de hormigas (ACO), optimización de enjambre de partículas (PSO) y búsqueda tabú (TS). Los autores continúan su investigación y en 2013, implementan el algoritmo de optimización de colonia de hormigas (ACO). La metodología considera la trayectoria de las feromonas como un punto indispensable de esta técnica metaheurística. El agendamiento de producción se genera a partir de las feromonas iniciales, de manera que dejen feromonas adicionales y de igual magnitud a su valor económico (Sattarvand y Niemann-Delius, 2013).

Shishvan y Sattarvand (2015), presentan un nuevo enfoque de aproximación metaheurística basado en ACO para la solución del problema de planificación de la producción minera a cielo abierto. Aplican un proceso de optimización tridimensional que tiene la capacidad de considerar cualquier tipo de función objetivo, restricciones no lineales y restricciones técnicas reales. El método se probó en un depósito de escala real de cobre-oro usando dos variantes del ACO. Los resultados muestran que la metodología puede mejorar el valor del agendamiento de extracción inicial generado por los algoritmos tradicionales hasta en un 12%, en un tiempo computacional razonable.

En cuanto al algoritmo genético, los primeros autores conocidos en aplicarlos fueron Denby y Schofield (1994). Demostraron el funcionamiento fundamental de un AG en resolver los problemas de planificación en minería a cielo abierto. La principal ventaja de su aplicación es que permitió resolver de manera simultánea los límites de pit final y el agendamiento de producción, produciendo buenos resultados para un modelo de bloques pequeño en un tiempo aceptable. Como desventaja se tiene que los resultados no son reproducibles debido a la naturaleza estocástica del algoritmo. En 1996, los autores, ampliaron la aplicación del algoritmo de un modelo 2D a uno 3D (Denby y Schofield, 1996).

Navarro (2015), diseña e implementa un AG paralelo para el agendamiento de bloques. El AG genera precedencias y cumple con restricciones de bases operativas a través de conos truncados. Como resultado se obtienen soluciones de buena calidad al problema planteado en tiempos computacionales aceptables. Suarez (2017), aplica el código genético creado por Navarro (2015) para el agendamiento de un modelo de bloques 3D. Además, incluye el diseño de fases de extracción operativas.

Alipour *et al.* (2017), también aplican un AG. El algoritmo se aplica en un modelo hipotético de cobre bidireccional (2D) para su agendamiento a través del tiempo. Los resultados en términos de VAN, muestran una brecha entre AG y la solución óptima (método exacto ejecutado en el software CPLEX) menor a un 5%. En 2020, el mismo autor implementa la metodología en un modelo 3D, Los resultados muestran que el método AG es aproximadamente un 4% más alto que el VAN obtenido a través de la solución de SimSched, DBS (Alipour *et al.*, 2020).

Finalmente, dentro de los trabajos más actuales de implementación de metaheurísticas, se puede encontrar el de Paithankar y Chatterjee (2019). Presentan un método híbrido que utiliza un flujo máximo y un algoritmo genético basado en programación lineal para resolver el agendamiento de producción para minas reales, pero además se incorporan escenarios de incertidumbre. Los resultados obtenidos se comparan con soluciones de límite superior proporcionada por CPLEX (para problemas estocásticos).

2.5 Problema CPIT

El problema de referencia sobre el que se trabaja en esta investigación es el problema de límite de pit restringido determinista (CPIT), el cual proporciona una secuencia de extracción de bloques que maximiza el valor presente neto (VAN). El problema (CPIT) es una versión simplificada de la formulación presentada en Johnson (1968). Considera precedencias geoespaciales y capacidades de recursos, pero no considera múltiples destinos ni limitaciones de las leyes del mineral.

Como se presenta en (Chicoisne *et al.*, 2012), CPIT considera un conjunto de bloques B , que se extraen en $t = 1, 2, \dots, T$ periodos de tiempo y los siguientes parámetros: un valor económico descontado \hat{p}_{bt} para cada bloque b y periodo t ; un conjunto de predecesores $B_b \subset B$ para cada bloque b (los bloques que deben extraerse antes de b para poder acceder al mismo, cumpliendo con los ángulos de pendiente global); un conjunto R de recursos, q_{br} corresponde al consumo de recursos r por cada bloque b y finalmente R_{rt} corresponde a la disponibilidad total del recurso r en el periodo t . Dado lo anterior, CPIT se puede escribir formalmente como el siguiente programa lineal de enteros mixtos (Espinoza *et al.*, 2013), donde la variable binaria $\chi_{bt} = 1$ si y solo si el bloque b se extrae y procesa en el período t :

$$\max \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} \hat{p}_{bt} \chi_{bt} \quad (6)$$

$$\text{subject to } \sum_{s \leq t} \chi_{b's} \leq \sum_{s \leq t} \chi_{b's} \quad \forall b \in B, b' \in B_b, t \in T \quad (7)$$

$$\sum_{t \leq T} \chi_{bt} \leq 1 \quad \forall b \in B \quad (8)$$

$$R_{rt} \leq \sum_{b \in B} q_{br} \chi_{bt} \leq R_{rt} \quad \forall t \in T, r \in R \quad (9)$$

$$\chi_{bt} \in \{0, 1\} \quad \forall b \in B, t \in T \quad (10)$$

La función objetivo (6) maximiza el VAN de los bloques extraídos durante un horizonte temporal dado. La restricción (7) impone las precedencias entre bloques en base a los ángulos de pendiente globales, la restricción (8) restringe que cada bloque se extraiga como máximo una vez y la restricción (9) limita la utilización de los recursos disponibles.

Vale la pena señalar que el problema del pit final (sección 2.4.1) es un caso particular de CPIT, $T = 1$ y $R = \emptyset$, es decir, solo existe un período y no hay restricciones de recursos.

2.5.1 Problema CPIT+

La presente investigación pretende resolver el problema el cual se denomina como CPIT+ ya que además de incorporar las restricciones propias del problema CPIT, descritas en la sección anterior, se incorporan restricciones adicionales de diseño y operativas (Navarro, 2015). Estas restricciones adicionales permiten que la optimización del problema considere anchos operativos mínimos y ángulos de talud, los cuales no son considerados en las técnicas de optimización descritas previamente. Estas restricciones permiten facilitar el diseño de fases de extracción y generar planes de producción más realistas.

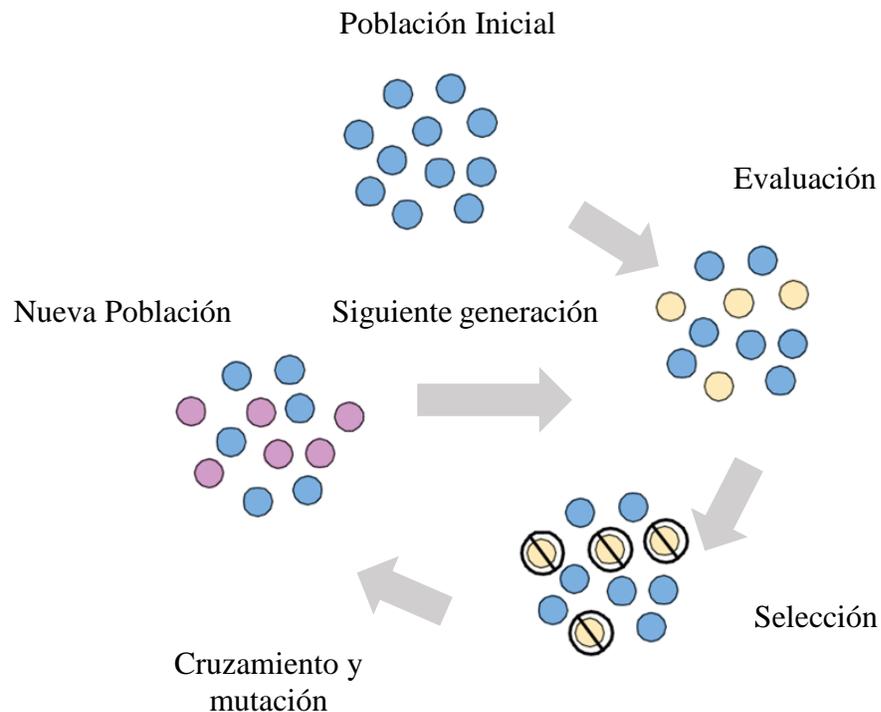
Al poseer un gran número de restricciones y ser aplicado a modelo de gran cantidad de bloques, se convierte en un problema NP-hard. Para lograrlo se aplican algoritmos evolutivos (algoritmo genético) y un algoritmo de agrupación (K-means). Estas técnicas permiten brindar soluciones eficientes a problemas de optimización complejos y son descritas en las siguientes secciones.

2.6 Algoritmos evolutivos

Los algoritmos evolutivos (AE) son algoritmos de búsqueda estocásticos inspirados en el proceso de evolución neo-darwiniana (Back *et al.* 2000). A lo largo de los años se han implementado para la resolución de varios problemas que poseen un gran número de variables, restricciones y complejos procesos de evaluación. Entre las ventajas de estos algoritmos se tiene que al imprimirlos no se obtiene una única solución para el problema objetivo, si no que proporcionan una población de soluciones candidatas (conjunto de individuos) en cada iteración.

En la Figura 7 se observa un esquema del funcionamiento de un AE. La evaluación de cada posible solución se realiza a través de una función de aptitud, que mide la calidad de cada solución. Los mejores individuos o lo más aptos tienen mayor posibilidad de ser seleccionados y modificados a través de operadores genéticos (cruzamiento, mutación), generando una nueva generación de individuos (descendencia). El proceso es iterativo y se repetirá el número de veces convenientes por el autor.

Figura 7 . Funcionamiento de un Algoritmo evolutivo



Fuente: Elaboración propia

2.6.1 Algoritmos evolutivos aplicados a la minería

Los AE se han podido implementar a problemas de optimización aplicados a la minería, debido a que son técnicas de búsqueda robustas y adaptativas que realizan una búsqueda global en el espacio de la solución (Freitas, 2002). Además, permiten resolver problemas de grandes dimensiones y problemas de optimización combinatorias, como el del agendamiento directo de bloques descrito en las secciones anteriores.

Un ejemplo de su uso en minería es el de Myburgh y Deb, en el año 2010. Proponen la aplicación de AE a través de un software “evORElution”, para la optimización de minas de hierro que involucran varias variables. Describen la posibilidad de resolver problemas multi-objetivos. En la investigación realizada se considera un solo objetivo para la optimización. Se presentan resultados positivos de términos de valor y requerimientos de tonelajes por periodo (Myburgh y Deb, 2010).

Otro ejemplo de una aplicación industrial es el del software “Maptek Evolution”. Su principio de funcionamiento está basado en AE, específicamente un algoritmo genético. Esta aplicado para evaluar diferentes escenarios de programación en minería a cielo abierto que permitan maximizar el valor del proyecto. El software permite optimizar la ley de corte, el transporte y la forma final del botadero. Además, incluye una herramienta que permite la optimización de pits. (MAPTEK, 2016).

Existen varios tipos de AE. Entre los principales están el algoritmo genético, programación genética, sistemas de clasificación, estrategias de evolución, programación evolutiva, estimación

de algoritmos de distribución, entre otros (Back *et al.* 2000). En la siguiente sección se detallará el funcionamiento de los AG, algoritmo aplicado en el trabajo investigativo.

2.6.2 Algoritmo genético (AG)

Los AG fueron desarrollados por John Holland y sus estudiantes entre 1960 y 1970. En 1975, se publica el primer libro “*Adaptation in Natural and Artificial Systems*”. La metodología fue popularizada por uno de sus estudiantes, David Goldberg, después de la publicación de su libro que incluye numerosas aplicaciones para los algoritmos genéticos (Goldberg, 1989). Se define a un AG como una técnica de optimización estocástica que basa la resolución de sus problemas en los principios de la genética y la selección natural (Holland, 1975).

Los AG se clasifican dentro de los algoritmos evolutivos y son considerados como una poderosa herramienta de optimización en inteligencia artificial. Permiten encontrar soluciones de alta calidad en tiempos de cálculo razonables. La aplicabilidad de AG es muy amplia, y pueden resolver un problema de optimización como:

$$\max_{x \in S} f(x) \quad (11)$$

Dónde: f es la función objetivo o *fitness* y S es el conjunto de posibles soluciones. La condición principal para usar AG es que el cálculo de $f(x)$ y la verificación de $x \in S$, se puedan realizar de manera eficiente.

2.6.3 Parámetros relevantes de un AG

Para iniciar un algoritmo genético es importante definir aspectos como: tamaño de la población, función de aptitud o *fitness* objetivo, número de generaciones, tipo de operador de selección, probabilidad y tipo de operadores genéticos. Todos estos parámetros afectan de manera directa el comportamiento del AG. No existe una regla pre definida para establecer el tipo y valor de estos factores ya que dependen del problema a resolver y de la capacidad computacional disponible.

Tamaño de la población inicial: se refiere al conjunto de posibles soluciones (individuos) para un problema dado. Varios autores han determinado que un tamaño de población pequeño puede provocar una convergencia prematura del algoritmo, dando como resultado soluciones deficientes. Por el contrario, un tamaño de población demasiado grandes implica un incremento de costo computacional (Koumouis y Katsaras, 2006). Autores como (Harik y Lobo, 1999), y (Piszczyk y Soule, 2006) concluyen que el tamaño de población está íntimamente ligado a la complejidad del problema que se pretende resolver, cuanto más grande, más individuos se necesitan. Un algoritmo tendrá una mayor posibilidad de encontrar un mejor resultado si la población inicial de la AG es buena.

En la Figura 8, se muestran algunos factores a considerar cuando se realiza una selección aleatoria de la población inicial (Díaz y Hougen, 2007).

Número de generaciones: Cada iteración del proceso del AG se conoce como generación y el conjunto completo de generaciones se llama corrida. El número de generaciones necesarias para alcanzar una buena solución varía según la complejidad y la escala del problema.

Figura 8 . Factores a tener en cuenta cuando la población inicial se genera de forma aleatoria



Fuente: Elaboración propia con base en datos de Díaz y Hougen (2007)

2.6.4 Etapas de un algoritmo genético

La entrada que recibe el AG es un conjunto de potenciales soluciones (población) al problema que se pretende resolver, las etapas de un algoritmo genético consisten en:

1. **Codificación del individuo.** Antes de que un algoritmo genético se inicie las posibles soluciones al problema de optimización se codifican para que el algoritmo pueda procesarlos. La mayoría de las aplicaciones de AG utilizan cadenas de bits de orden fijo y longitud fija, números enteros o decimales, caracteres, etc., para codificar sus soluciones candidatas. En terminología AG estas codificaciones son cromosomas dentro de un gen. Algunas de las codificaciones utilizadas se describen a continuación:
 - **Binarias:** las codificaciones binarias o cadenas de bits, son las codificaciones más comunes, Holland concentró sus estudios utilizando estas codificaciones.
 - **Árboles:** los esquemas de codificación de árboles, como el esquema de John Koza (1992) son codificaciones más complejas. Tienen como ventaja un espacio de búsqueda abierto en el que cualquier árbol puede formarse inicialmente mediante cruces y mutaciones. Como desventaja, los árboles pueden crecer de manera incontrolada evitando la formación de soluciones candidatas más estructuradas y jerárquicas (Goldberg, 1989).
2. **Selección.** este es el proceso que permite elegir que individuos de la población crearán descendencia para la próxima generación. El principio fundamental es que los individuos con

mayor aptitud deberían tener una mayor probabilidad de transferir sus genes a las generaciones futuras. Entre los principales tipos de selección están (Mitchell, 1999):

- **Selección proporcional a la aptitud:** utilizado originalmente por Holland. El valor esperado de un individuo (número de veces que un individuo será seleccionado para reproducirse) es igual a la aptitud de ese individuo dividida por la aptitud promedio de la población. Este método se implementa a través de la selección por rueda de ruleta. Consiste en que a cada uno de los individuos se les asigna una porción de la ruleta cuyo tamaño es directamente proporcional a su aptitud. La rueda se gira n veces y en cada giro se selecciona un individuo que pasará la siguiente etapa del proceso.
 - **Elitismo:** por medio de este método se obliga al AG a retener algunos de los mejores individuos de cada generación, mejorando de esta manera el desempeño del AG.
 - **Selección de Boltzmann:** en esta metodología la presión de selección se comporta de manera variable. Existe una “temperatura” que varía continuamente y controla la tasa de selección. La “temperatura” es inversamente proporcional a la presión de selección. Inicialmente la temperatura es alta permitiendo que todos los individuos se reproduzcan al mismo ritmo. Al reducirse gradualmente, la presión de selección incrementará de manera gradual permitiendo que el AG se centre en la selección de los individuos más aptos.
 - **Selección de rango:** Tiene como propósito evitar una convergencia temprana. En la versión propuesta por Baker (1985), cada individuo de la población se clasifica en orden creciente de aptitud, de 1 a N y el valor esperado de cada individuo depende de su rango más que de su aptitud absoluta.
 - **Selección del torneo:** es similar a la selección de rango en términos de presión de selección, pero es computacionalmente más costosa. Se seleccionan dos individuos al azar de la población y se elige un número aleatorio $r \in \{0, 1\}$, si $r > k$ (k es un parámetro, por ejemplo 0,6), el más apto de los dos individuos se selecciona como padre, de lo contrario, se selecciona el individuo menos apto. Los dos individuos son devueltos a la población original y pueden ser seleccionados nuevamente (Goldberg y Deb, 1991).
 - **Selección de estado estable:** se reemplazan unos pocos individuos en cada generación. Por lo general, un pequeño número de los individuos menos aptos son reemplazados por la descendencia resultante del cruzamiento y la mutación de individuos más aptos.
3. **Operadores genéticos.** Modifican a los individuos con la esperanza de mejorar su aptitud, generando nuevos candidatos, los cuales conformarán la siguiente población. Los operadores más comunes son:
- **Cruzamiento:** consiste en seleccionar a dos individuos (padres) para que intercambien segmentos de su código genético, y produzcan individuos (hijos). Si se cruzan, los hijos serán combinaciones de sus padres, de lo contrario su descendencia será copias exactas a cada padre. Se conocen diferentes métodos de cruce, el más sencillo es el cruce en un solo punto y consiste en elegir al azar una posición de cruce en dos padres e intercambiarlas para generar descendientes. También existe el cruce en dos puntos que sigue el mismo principio, pero con dos puntos.
 - **Mutación:** la mutación más usual es el reemplazo aleatorio. Consiste en modificar los individuos de manera aleatoria, alterando ciertos aspectos de su codificación (genes).

Tanto para el cruzamiento como la mutación se deben determinar valores de probabilidad. Estos valores son importantes ya que guían el proceso de búsqueda y ayudan a mantener la diversidad genética de generación en generación en la población. Al aplicar probabilidad cruce y la mutación apropiados, se puede evitar una convergencia prematura del algoritmo en un falso óptimo (Pandey *et al.* 2014)

4. **Evaluación de la aptitud.** cada solución candidata que pasa a formar parte de la siguiente generación es evaluada en base a una métrica conocida como fitness o función de aptitud. Las candidatas que no han mejorado mediante los operadores genéticos (mutación y reproducción) son eliminadas. El proceso se repite el número de iteraciones seleccionado o hasta que se encuentren soluciones eficientes en función del objetivo planteado. La aptitud de un individuo emula que tan bien se adapta a las condiciones (limitaciones) del problema. Por lo general, es posible utilizar la evaluación de f para los individuos, pero a veces se utiliza una versión \tilde{f} corregida o adaptada (ver ecuación 6). Además, esto a menudo requiere que la codificación se transforme primero en una solución real.

2.6.5 *Ventajas de un AG*

Entre sus principales ventajas se tiene (Haupt y Haupt, 2004):

- Optimiza con variables continuas o discretas.
- No requiere información derivada.
- Se pueden realizar búsquedas más amplias.
- Puede manejar una gran cantidad de variables.
- Es adecuado para computadoras en paralelo.
- Es un algoritmo iterativo por lo que proporciona una lista de posibles soluciones en cada iteración y no solo una solución única.
- Puede codificar las variables para que la optimización se realice con las variables codificadas.
- Trabaja con variables generadas numéricamente: datos, datos experimentales o funciones analíticas.

2.6.6 *Desventajas de un AG*

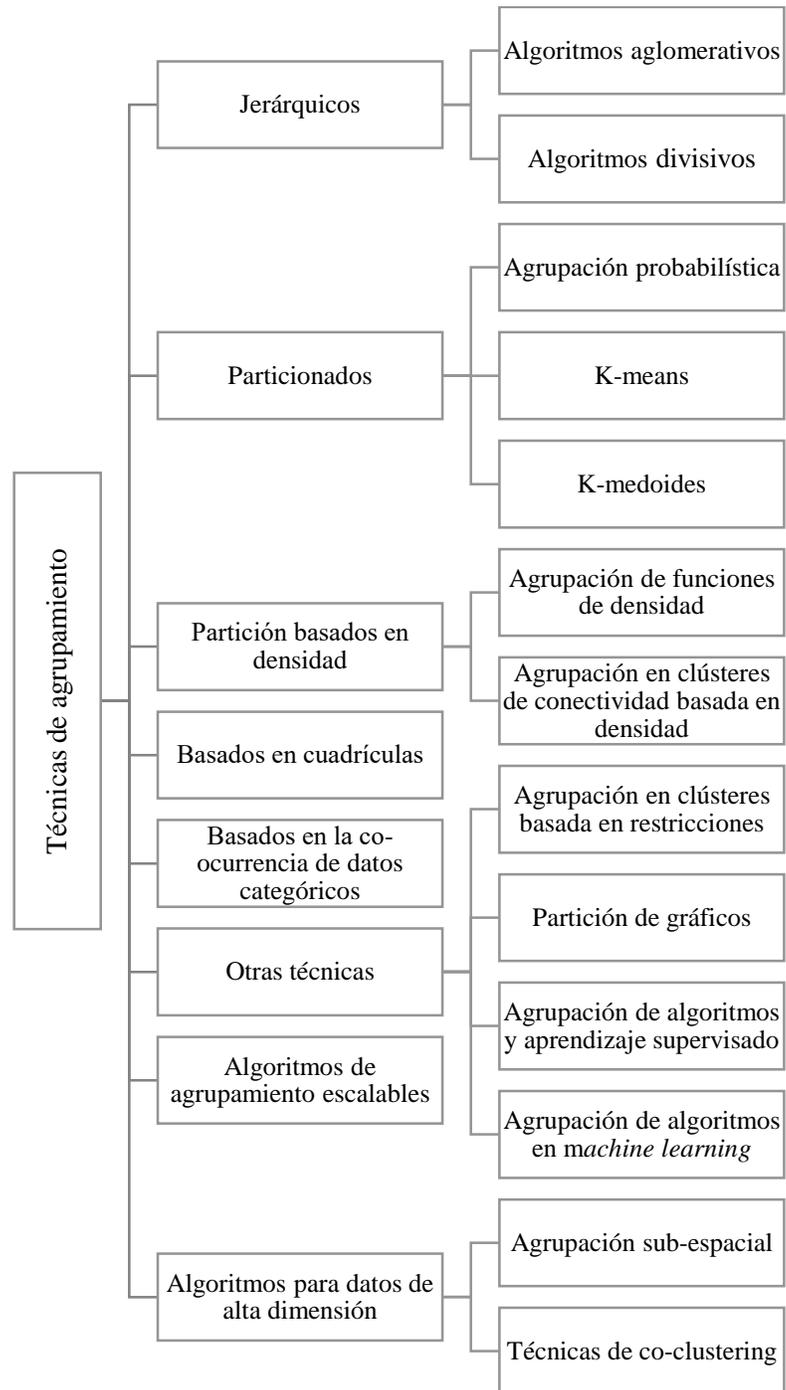
- Los resultados no son reproducibles debido a la naturaleza estocástica del algoritmo.
- No está claro cuando detener el proceso del AG.
- El proceso puede llegar a ser demasiado costoso en términos de tiempo computacional.
- Los parámetros que se usan (tamaño de población probabilidad de cruzamiento, mutación, etc.) y la manera en la que se formula el AG influyen de manera directa en la eficiencia del sistema por lo que:
 - Pueden tardar mucho tiempo en converger o nunca converger.
 - El algoritmo puede converger de manera prematura en un falso óptimo.
 - No siempre garantiza que el AG encuentre una solución óptima.

2.7 Agrupamiento de datos

En esta sección se presenta una descripción general de los principales métodos de agrupación. Varios de ellos son utilizados en la minería de datos, en la siguiente sección se profundizando en la descripción del método de agrupamiento K-means, aplicado en la presente investigación.

2.7.1 Técnicas de Agrupamiento

Figura 9. Distintos tipos de técnicas de agrupamiento



Fuente: Berkhin, 2006

Las técnicas de agrupamiento de datos son herramientas que permiten realizar agrupaciones en grandes conjuntos de datos. Simplificando el manejo de datos y proporcionando resúmenes concisos de los mismos. Agrupar objetos consiste en dividir instancias de datos en x número de grupos o clúster. Los objetos de cada grupo tendrán características similares entre sí y diferentes a la de otros grupos. Por lo tanto, todas las técnicas requieren de una medida que pueda determinar si los objetos son similares o diferentes entre sí. Existen dos tipos de medidas comúnmente utilizadas: medidas de distancia y medidas de similitud. Para conocer más del tema se puede consultar a Rokach y Maimon (2005).

Existen diversas técnicas de agrupamiento. Las técnicas tradicionales se dividen en jerárquicas y particionadas. En la Figura 9 se puede observar un resumen de las técnicas de agrupación y sus clasificación (Berkhin, 2006).

2.7.2 Algoritmo K-means

El algoritmo de *clustering* (agrupamiento) llamado K-means (MacQueen, 1967), es una metodología comúnmente utilizada para dividir automáticamente un conjunto de datos en k grupos, previamente definidos por el usuario. Cada grupo está representado por su centroide, que es una media (generalmente promedio ponderado) de puntos dentro de un grupo. El algoritmo K-means estándar define la variación total dentro del conglomerado como la suma de las distancias cuadráticas (euclidianas) entre cada objeto y el centroide de su clúster. La distancia euclidiana es la opción más popular utilizada en las funciones objetivo del algoritmo.

2.7.3 Función Objetivo

La función objetivo del algoritmo es la de minimizar la suma de distancias euclidianas entre cada objeto y el centroide de su grupo o clúster. El algoritmo construye k grupos en los que se minimiza la suma de distancias de los objetos (x_1, x_2, \dots, x_n) dentro de cada grupo $C = \{C_1, C_2, \dots, C_k\}$, a su centroide:

$$E(C) = \sum_{k=1}^k \sum_{x_i \in C_k} \|x_i - \mu_k\|^2 \quad (12)$$

Dónde: S es el conjunto de datos cuyos elementos son los objetos x_i representados por vectores, donde cada uno de sus elementos representa una característica o atributo. Se tiene k grupos o clústers con su correspondiente centroide μ_k .

2.7.4 Funcionamiento algoritmo K-means

El algoritmo recibe como datos de entrada un valor k que corresponde al número de clúster y el número de iteraciones que se realiza el proceso. El algoritmo consta de las siguientes etapas (Wagstaff *et al.*, 2001):

1. **Inicialización:** Una vez seleccionados el número de grupos k , se establecen k -centroides en el espacio de los datos de manera aleatoria o de acuerdo con algún procedimiento heurístico.

2. **Asignación objetos a los centroides:** cada objeto de los datos es asignado a su centroide más cercano de acuerdo con la distancia euclidiana entre los dos.
3. **Actualización centroides:** se actualiza la posición del centroide de cada grupo. El nuevo centroide se calcula como la media de todas las instancias que pertenecen a ese grupo:

$$u_k = \frac{1}{N_k} \sum_{q=1}^{N_k} x_q \quad (13)$$

Dónde: N_k es el número de instancias que pertenecen al grupo k y μ_k es la media del grupo k .

El algoritmo converge cuando han finalizado el número de iteraciones seleccionados o hasta que los centroides no cambien de posición. Se obtendrá como resultados maximizar la distancia entre los distintos grupos k y minimiza la distancia de elementos intra-grupo.

2.7.5 Definición del Valor k

Varias de las técnicas de agrupación que se indican en la Figura 9, incluido el algoritmo K-means requieren que el usuario preestablezca el número de clúster " k ". Uno de los métodos ampliamente utilizados para el algoritmo K-means es el método del codo, que se describe a continuación.

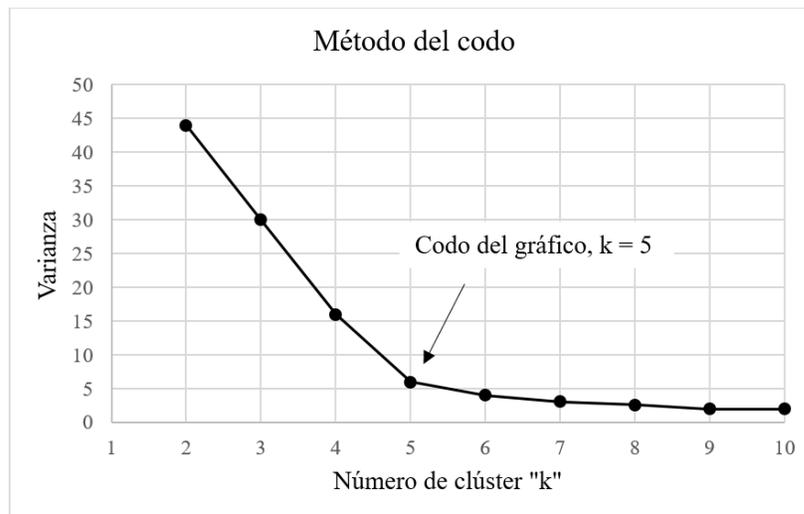
Método del codo

Es un método que gráfica y analiza el porcentaje de varianza en función del número de clúster. Por medio del método también es posible analizar la disminución o caída de la suma de los errores al cuadrado (SSE), usando una estadística F aproximada. La estrategia permite probar la significancia de la reducción en la suma de cuadrados a medida que aumenta el número de clústeres " k " (Hartigan, 1975).

En la Figura 10 se puede observar un ejemplo del método. La idea es realizar un análisis que comience con un número $k = \{k_2, k_3, \dots, k_N\}$. Los primeros grupos agregarán mucha información, pero en algún momento el valor de la varianza disminuirá drásticamente y la curva se aplanará causando que se forme un ángulo en el gráfico (codo del gráfico). En este punto se elige el valor k considerado apropiado según este método. Con base en el número de clúster seleccionado se divide la población, mediante el cálculo de la distancia euclidiana. No será necesario seleccionar un tamaño k mayor porque la diferencia en la disminución del error es mínima y no se considera significativa (Purnima y Arvind, 2014). El método consiste en un criterio cualitativo, elige el valor k correcto en base a un criterio de cambio en la gráfica.

La presente investigación continúa con el trabajo realizado previamente por Navarro (2015) y Suarez (2017), extendiendo su aplicación a dos casos de estudio reales de diferente tipo de mineralización. En el siguiente capítulo se describe a detalle la metodología implementada.

Figura 10. Ejemplo método del codo



Fuente: Elaboración propia

3 METODOLOGÍA

A continuación, se detallan las tareas necesarias para el desarrollo del trabajo. En la presente tesis se implementa una metodología basada en IA y se compara con la metodología tradicional.

1. Cálculo del pit final. este paso es común para ambas metodologías. Se realiza la valorización económica del modelo (basados en parámetros económicos y operativos). Se calculan los arcos de precedencia para representar la precedencia del ángulo global y también se calcula el pit final utilizando el algoritmo pseudoflow. Los parámetros económicos y resultados obtenidos en esta etapa se utilizan en etapas posteriores para ambas metodologías.

2. Metodología Tradicional. La metodología tradicional (pits anidados) se utiliza para comparar los resultados obtenidos a través de la metodología propuesta. Los pasos son:

- A. **Generación de pits anidados.** se genera al realizar la parametrización del precio del metal, multiplicando el precio por un factor (*revenue factor*) que puede ir de 0 a 1. Cada *revenue factor* produce un nuevo pit y todos los pits están anidados. El número de pits anidados obtenidos depende del valor inicial, el paso y el valor final que asigna el evaluador de planificación de la mina (Jélvez et al. 2020).
- B. **Selección manual de pushbacks.** Este es un proceso manual e iterativo, en el que algunos de los pits anidados calculados en la etapa anterior se seleccionan y agrupan para crear pushbacks. Para esta selección se consideran algunos parámetros como: relación estéril-mineral entre pushbacks, distribución del tonelaje en cada pushback, anchos operacionales mínimos; entre otros (ver sección 2.2.3).

3. Método basado en inteligencia artificial. Las etapas del método propuesta (IA) son las siguientes. Más detalles se pueden encontrar en las sección 3.1.

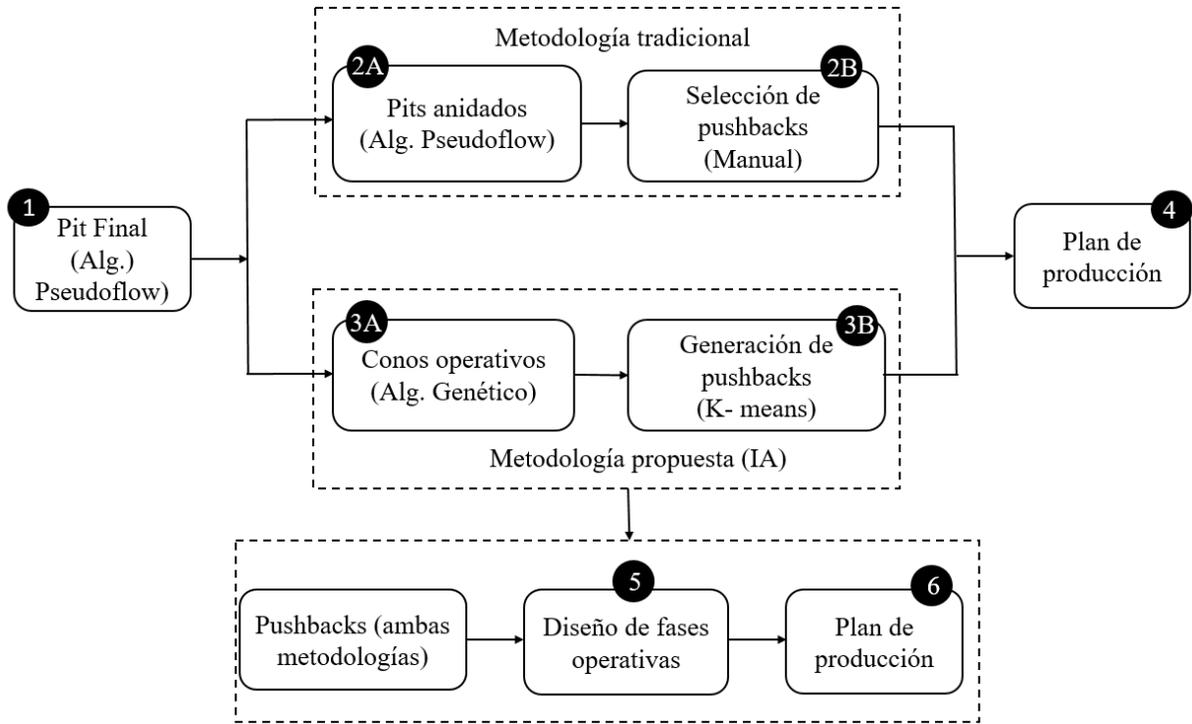
- A. **Creación de conos operativos.** el algoritmo genético se utiliza para iterar sobre una población de individuos. Un individuo se representa como un conjunto de conos operativos.
- B. **Generación de pushbacks.** el algoritmo de agrupación K-means se utiliza para transformar a cada individuo generado por el GA, en un conjunto de pushbacks que cumplen con las restricciones operativas.

4 y 6. Plan de producción. Se utiliza para agendar los bloques para su extracción período por período, tanto previo como posterior al diseño. Se realiza un agendamiento optimizado de tipo fase-banco-destino.

5. Diseños de fases. Mediante los datos de salida obtenidos de ambas metodologías se elabora el diseño de fases en un software tipo CAD. En esta etapa se calculan los parámetros geométricos y de diseño necesarios para cada uno de los casos de estudio.

Finalmente, se realiza un análisis comparativo de los resultados obtenidos en ambas metodologías para cada uno de los casos de estudio. El análisis comparativo se realiza en términos de VAN, diseños de fases, y cantidades de tonelaje extraídos. Además, se analizan los parámetros que afectan el comportamiento del algoritmo y que permiten su adaptación a diferentes casos de estudio. Las etapas de la metodología aplicada en la tesis se resumen en la Figura 11.

Figura 11. Metodología aplicada en la tesis



Fuente: Elaboración propia

A continuación, se describen de manera detallada los algoritmos y técnicas aplicados para la resolución del problema CPIT+ (ver sección 2.5.1) mediante la metodología propuesta IA.

3.1 Algoritmo Genético

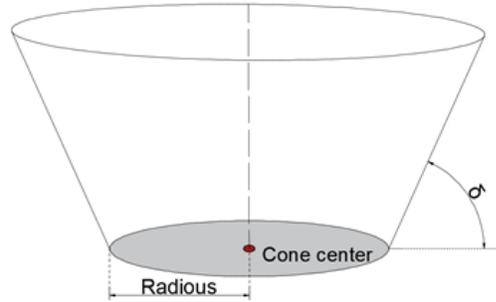
En esta sección se describen los principales componentes y el funcionamiento del código del algoritmo genético utilizado. Los datos de entrada que recibe del algoritmo genético corresponden a un conjunto de potenciales soluciones (pit final definido previamente en el software “DOPPLER”). Cada una de las soluciones es evaluada cuantitativamente a partir de una métrica o función de aptitud (VAN).

3.1.1 Generación de conos operativos mediante un algoritmo genético

Para representar la solución del algoritmo satisfaciendo las restricciones de diseño mencionadas anteriormente en el problema CPIT+, se utilizaron conos operacionales (Navarro, 2015). El ángulo del cono (δ), corresponde al ángulo de pendiente global del pit final. Al ser un cono truncado su base permite obtener fases con un ancho operativo mínimo, dado por el radio r , que es un dato de entrada del algoritmo (Figura 12).

Dado un bloque b , existe un cono operacional único que denotamos como C , de modo que b es el centro de su base. El algoritmo puede generar un cono a partir de cada centroide de bloque, y el número de conos generados depende del tamaño de población que se establezca inicialmente para el AG. La población se inicializa aleatoriamente.

Figura 12. Vista en sección de un cono truncado



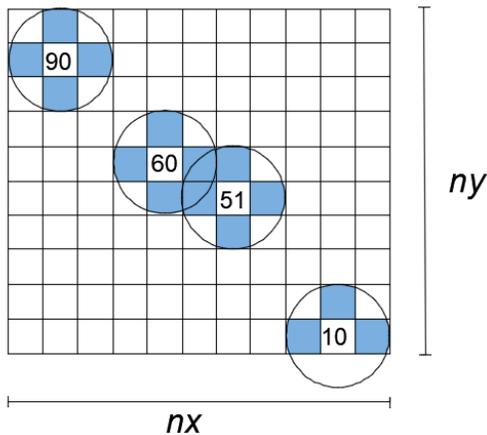
Fuente: (Loor & Morales, 2020)

3.1.2 Representación del individuo

Antes de que un algoritmo genético se inicie se realiza la representación de los individuos a manera de que el algoritmo pueda procesarlos y aplicar los operadores. Como se indica en la sección anterior, cada cono operativo está definido por el centroide del bloque, por lo tanto, su representación corresponde simplemente al número de identificación del bloque (ID). El ID es un número entero único calculado a partir del modelo de bloque, y permite identificar la posición espacial de cada bloque.

Un individuo en el AG se representa como un conjunto de centroides de bloque (bases de los conos). La Figura 13, muestra un individuo constituido por cuatro centroides de bloque, $i = \{10, 51, 60, 90\}$. Los individuos pueden tener longitudes variables.

Figura 13. Ejemplo de representación de un individuo (vista en planta)



Fuente: (Loor & Morales, 2020)

3.1.3 Evaluación de la solución

La evaluación de la función objetivo (VAN) llevaría mucho tiempo, porque requeriría una programación optimizada de los bloques de un individuo. Debido a esto, se utiliza una aproximación del VAN, la cual simula una evaluación de tipo *Best Case* (ver sección 2.2.2). Esta evaluación se utiliza en algunas herramientas de software de planificación minera. El proceso se describe a continuación:

Dado un individuo, $I = (i_1, i_2, i_3, \dots, i_L)$, dónde i_p representa los IDs de los bloques, se calculan los conos operativos correspondientes $C(i_1), C(i_2), \dots, C(i_L)$. Luego, los bloques presentes en el individuo (bases de los conos) se agrupan usando el algoritmo K-means, el cual trabaja de manera paralela con el AG. Más información sobre el proceso se presenta en la sección 3.2. Posterior a este proceso, se calculan las precedencias de cada individuo, $C_1 = C(i_1), C_2 = C(i_2) - C(i_1), \dots, C_L = C(i_L) - C(i_{L-1})$. Luego se asume que los bloques predecesores se extrajeron en orden (es decir, C_p finaliza antes de que comience la extracción de C_{p+1}). La extracción de bloques se realiza banco a banco y el paso de un período a otro ocurre cuando se alcanza la capacidad máxima asignada, para ello se suma el tonelaje de los bloques y se considera como período finalizado en el que se agotan sus capacidades.

La aptitud del individuo será igual a una aproximación del VAN, calculado de acuerdo al procedimiento anteriormente descrito. Los individuos más aptos tendrán mayor posibilidad de ser seleccionados y continuar a la siguiente generación, formando un nuevo conjunto de soluciones candidatas que nuevamente serán sometidas a una ronda de evaluación de aptitud. Se debe tener en cuenta que, debido al cálculo de precedencias entre bloques, no se contabiliza un mismo bloque dos veces.

3.1.4 Selección

En el AG se utiliza la selección por rueda de ruleta. A cada individuo de la población se le asigna una porción de la ruleta, que es proporcional a su aptitud. Por lo tanto, si la población tiene valores de aptitud (g_1, g_2, \dots, g_N) , entonces la probabilidad de elegir un individuo para la siguiente etapa es:

$$q_i = \frac{g_i}{g_1 + g_2 + \dots + g_N} \quad (14)$$

La asignación de individuos en la ruleta se realiza de tal manera que la sumatoria sea igual a la unidad. Una vez que la selección ha elegido a los individuos más aptos, éstos son modificados mediante operadores genéticos.

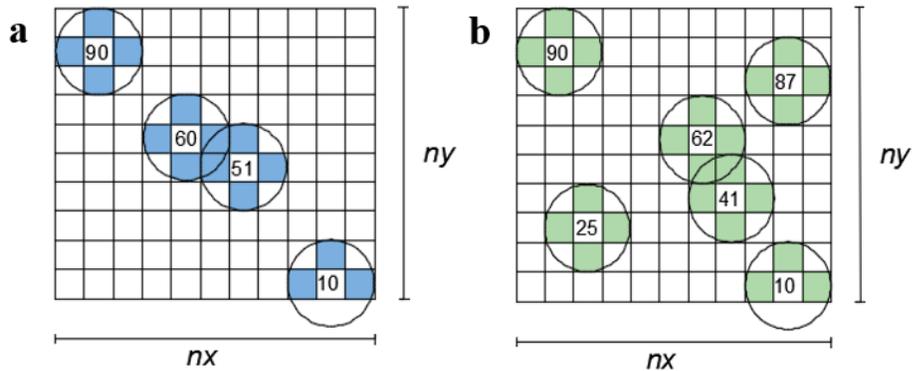
3.1.5 Operadores genéticos

Los operadores genéticos utilizados con el código son el cruzamiento y la mutación. Son aplicados con la esperanza de mejorar la aptitud de los individuos.

Cruzamiento. Consiste en seleccionar a dos individuos conocidos también como individuos padres ($P1$ y $P2$) para que intercambien segmentos de su código genético, produciendo individuos hijos ($h1$ y $h2$) los cuales son combinaciones de sus padres.

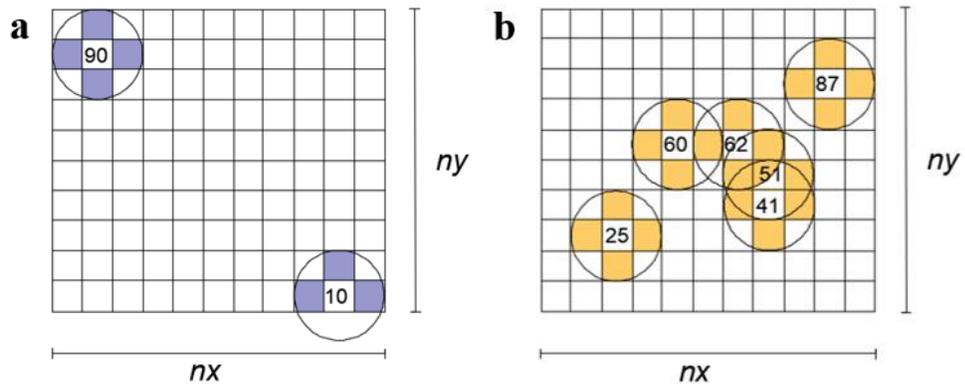
En la Figura 14, se presenta dos individuos padres : $P1 = \{10, 51, 60, 90\}$ y $P2 = \{10, 25, 41, 62, 87, 90\}$. Los cuales al cruzarse generan dos individuos hijos (Figura 15): $h1 = \{10, 90\}$ y $h2 = \{25, 41, 51, 60, 62, 87\}$. En este caso el primer hijo ($h1$) tendrá los elementos comunes entre ambos padres, mientras que el segundo hijo ($h2$) mantendrá los elementos que no son comunes entre sus padres.

Figura 14. Vista en planta de individuos padres (a) primer individuo padre (P1) (b) segundo individuo padre (P2)



Fuente: Elaboración propia

Figura 15. Vista en planta de dos individuos hijos (a) hijo con elementos comunes de sus padres (h1) (b) hijo con elementos no comunes de sus padres (h2)



Fuente: Elaboración propia

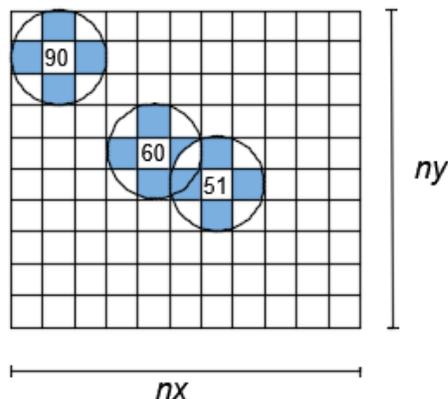
$$h1 = P1 \cap P2$$

$$h2 = P1 \Delta P2$$

Mutación. consiste en añadir o eliminar un elemento en los individuos, este proceso se realiza de manera aleatoria. En la

Figura 16, se puede observar la eliminación de uno de los elementos del individuo padre (P1).

Figura 16. Ejemplo de mutación en individuo padre (P1)



Fuente: Elaboración propia

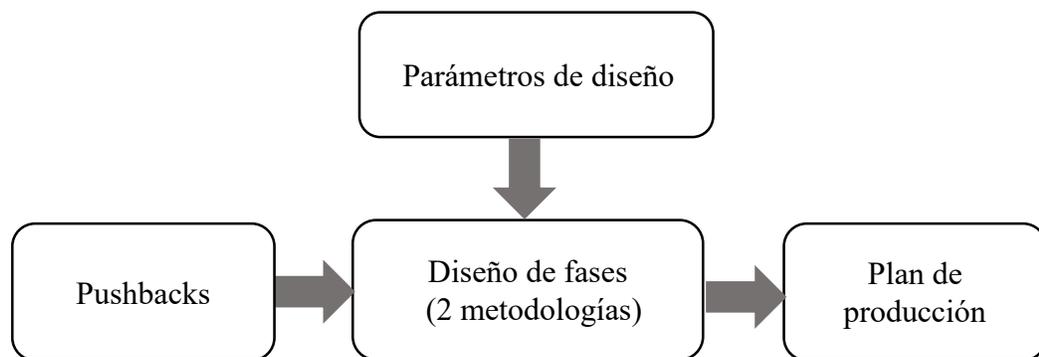
Los candidatos que no mejoran con los operadores genéticos (cruzamiento y mutación) se descartan, todo el proceso se repite el número de iteraciones (generaciones) previamente asignadas.

3.2 Algoritmo K-means

Como se presentó anteriormente, cada individuo del AG es un conjunto de bloques que representan las bases de los conos operativos. Si bien sería posible interpretar cada cono como una fase, esto es demasiado limitado, puede haber demasiadas fases y puede haber redundancias. Por lo anterior, para generar pushbacks más realistas y controlar su número, la metodología aplica el método K-means (ver sección 2.7.2) para agrupar los conos. El proceso de agrupación funciona en paralelo con el AG. Agrupa los conos de cada individuo en pushbacks o pseudo fases, las cuales pueden estar conformadas de uno o más conos operativos. La salida de AG y el proceso de K-means será el mejor individuo con sus respectivos pushbacks.

En la Figura 17, se observa un resumen del funcionamiento del algoritmo K-means para el caso específico de este trabajo. Los parámetros de entrada que recibe el algoritmo es el valor “ k ” (número de pushbacks) y un número i de iteraciones. El algoritmo se detiene al alcanzar este número máximo i asignado, $i \in \{1,999\}$.

Figura 17. Implementación del algoritmo K-means en la generación de pushbacks



Fuente: Elaboración propia

3.3 Plan de producción

Las fases obtenidas, se agendan mediante un modelo de optimización demonizado como fase-banco-destino. El problema de optimización utilizado para generar los planes es de tipo “Milawa”, el cual considera como unidad básica para el agendamiento las fase-bancos (Whittle, 1998). Adicionalmente este modelo permite establecer el mejor destino para cada bloque. Para ello se proporciona parámetros económicos de los bloques que permiten realizar una evaluación económica y definir su destino. A partir de este análisis se puede calcular la porción de cada fase-bancos que corresponde a mineral o estéril. Una vez definido la fase-banco-destino se ejecuta el modelo de acuerdo a la función objetivo: maximizar el VAN (Peirano, 2011).

El modelo permite incorporar restricciones de producción: capacidad de movimiento mina y capacidad de movimiento planta. Además, permite ingresar una tasa de descuento y definir parámetros como min-lead y max-lead, los cuales corresponden al el número mínimo y máximo de bancos a extraer de una fase antes de comenzar a extraer la siguiente.

4 CASOS DE ESTUDIO

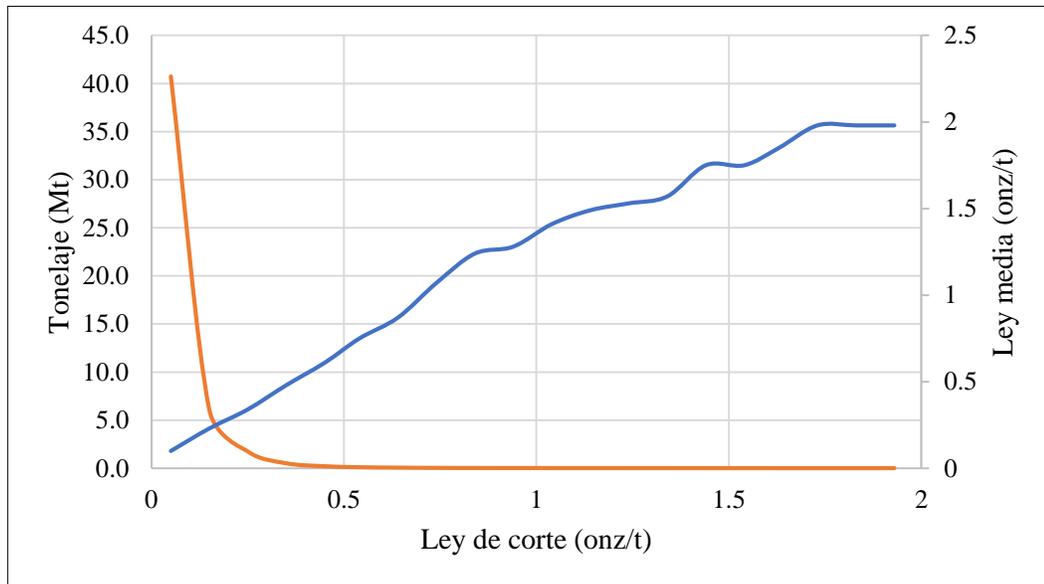
Los métodos presentados anteriormente se probaron en dos yacimientos reales: McLaughlin (MCL para abreviar) disponible en la biblioteca Minelib (Espinoza *et al.*, 2013) y Iron_bm. La Tabla 1, presenta una descripción de cada caso de estudio.

Tabla 1 . Descripción de los casos de estudio

Caso de estudio	Nomenclatura	Ubicación	Mineral	Número de bloques	Tamaño de bloque (m)
McLaughlin	MCL	California, EE.UU.	Au	2'140,342	7.62x7.62x6.1
Iron_bm	Iron_bm	N.E.	Fe	883,200	25x25x15

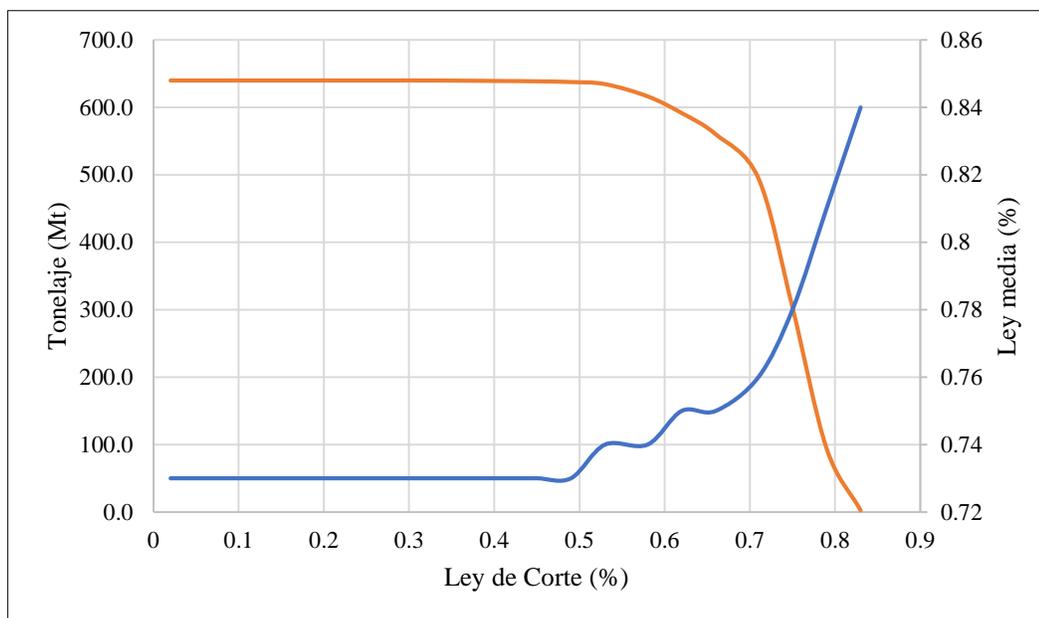
En la Figura 18 se presenta la curva tonelaje-ley para el caso de estudio MCL, con una ley de corte crítica de 0.014 oz/t de Au.

Figura 18. Curva tonelaje/ley del caso de estudio MCL



En la Figura 19, se presenta la curva tonelaje ley para el segundo caso de estudio (Iron_bm). Este modelo posee una ley de corte crítica de 0.17 % de Fe con una cantidad de reservas aproximada de 640 Mt.

Figura 19. Curva tonelaje/ley del caso de estudio Iron_bm



4.1 Cálculo del pit final

4.1.1 Valorización económica

Esta etapa es común en ambas metodologías. El valor económico se calcula usando la ecuación (1) y aplicando ley marginal. La Tabla 2, presenta algunos de los parámetros utilizados para la evaluación económica del bloque y el cálculo del pit final. Para el caso de estudio Iron_bm, los parámetros económicos y la recuperación varían en función del tipo de roca y la profundidad. Se consideran valores entre 2.50 USD/ton a 3.00 USD/ton para el costo mina y 10.35 USD/ton a 11.35 USD/ton para el costo planta.

Tabla 2. Parámetros económicos de los casos de estudio

Parámetro	Ángulo	Recuperación	Precio del metal	Precio de venta	Costo Mina	Costo Proceso
	θ	R	P	PV	CM	CP
Valor MCL	45°	0.76	1,100 (USD/ozt)	100 (USD/ozt)	1.50 (USD/ton)	8.20 (USD/ton)
Valor Iron_bm	45°	0.92	118 (USD/ton)	29 (USD/ton)	2.70 (USD/ton)	10.85 (USD/ton)

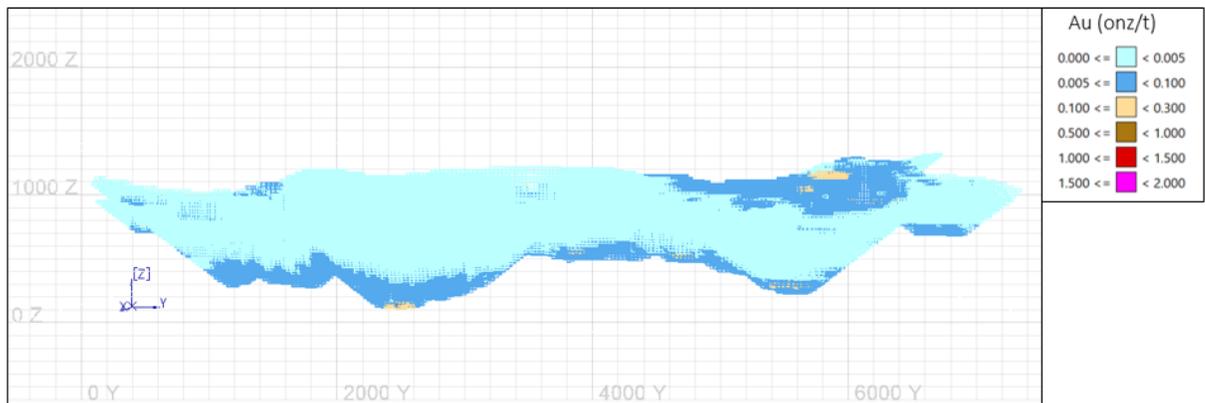
4.2 Definición del pit final

Para la valorización y el cálculo del pit final se utilizó el software de planificación minera Doppler. La Figura 20 y la Figura 23 muestran la envolvente económica (pit final) obtenida para cada caso de estudio. Los resultados en términos de valor total percibido y tamaño del pit final, se muestran en la Tabla 3. Todos los bloques que no se incluyeron en el pit final se eliminaron y no se consideraron en los pasos posteriores.

Tabla 3. Resultados del cálculo del pit final para los casos de estudio

Caso de estudio	Tonelaje Total	Tonelaje Mineral	Tonelaje Estéril	Ley promedio	Beneficio
	(Mt)	(Mt)	(Mt)		(MUSD)
MCL	257.52	137.11	120.41	0.05 (oz/t)	3,043.32
Iron_bm	3748.77	659.87	3088.90	0.71 (%)	21,000.21

Figura 20. Vista en YZ del pit final obtenido y su distribución de ley - caso MC



La Figura 21 presenta un corte en la cota 2000E, y en la Figura 22 un corte en la cota 2600N, en las que se puede apreciar la distribución de la ley del mineral. El modelo está conformado en su mayor parte por mineral de baja ley.

Figura 21. Corte 2000E, vista YZ, del pit final obtenido para el caso MCL

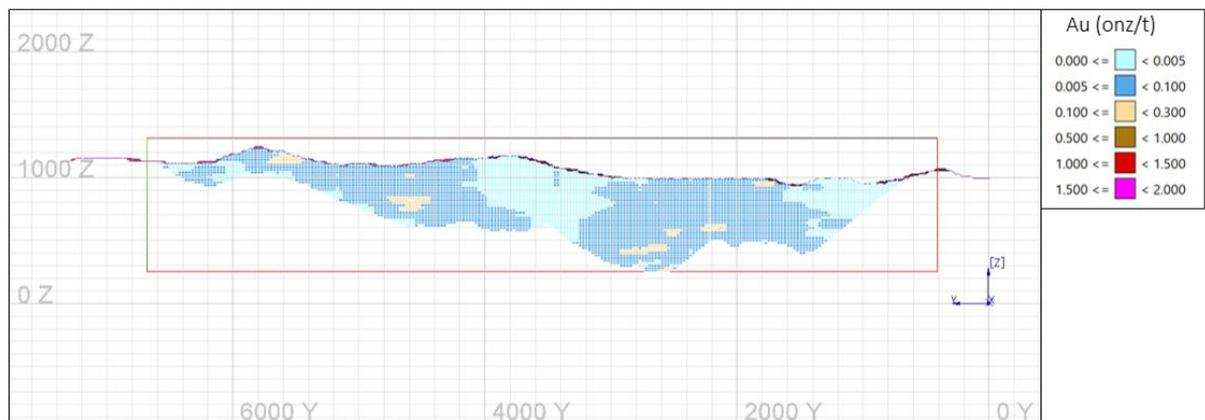
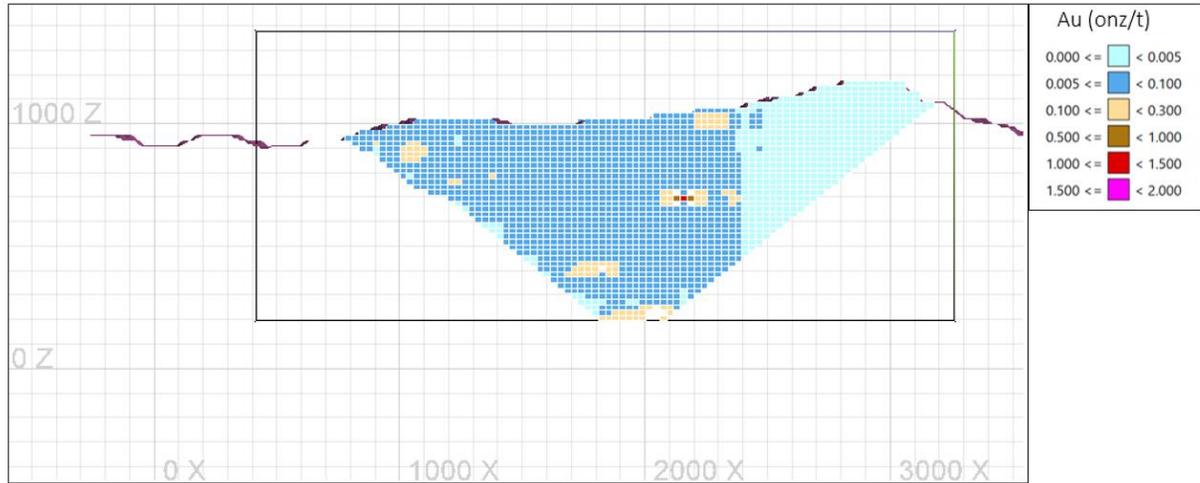


Figura 22. Corte 2600N, vista YZ, del pit final obtenido para el caso MCL



Para el caso de estudio Iron_bm, la Figura 24 y Figura 25, presentan cortes en la cota 1500E, y 2300N, respectivamente, junto con la distribución del mineral. Se puede observar que la mayor concentración de mineralización se presenta en la base de la envolvente económica.

Figura 23. Vista en YZ del pit final obtenido y su distribución de ley - caso Iron_bm

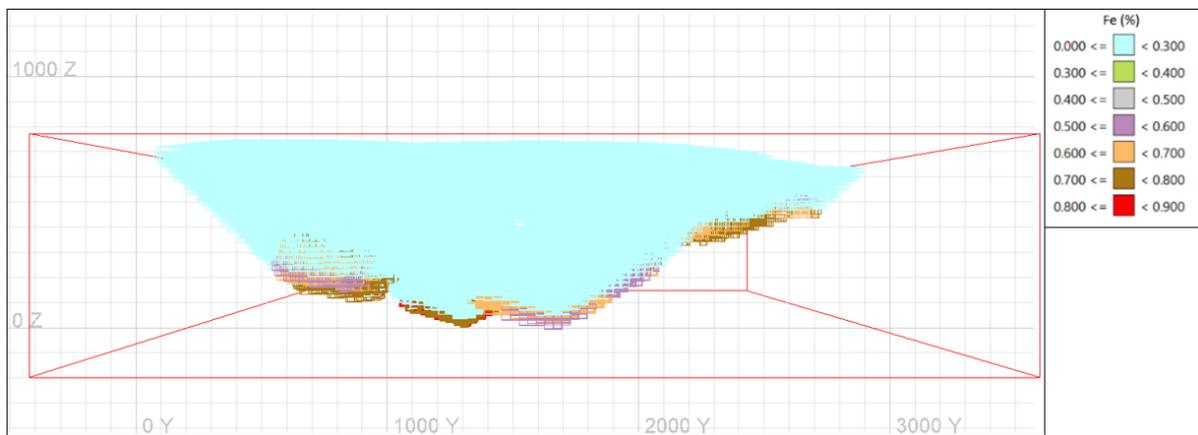


Figura 24. Corte 1500N, vista XZ, del pit final obtenido para el caso Iron_bm

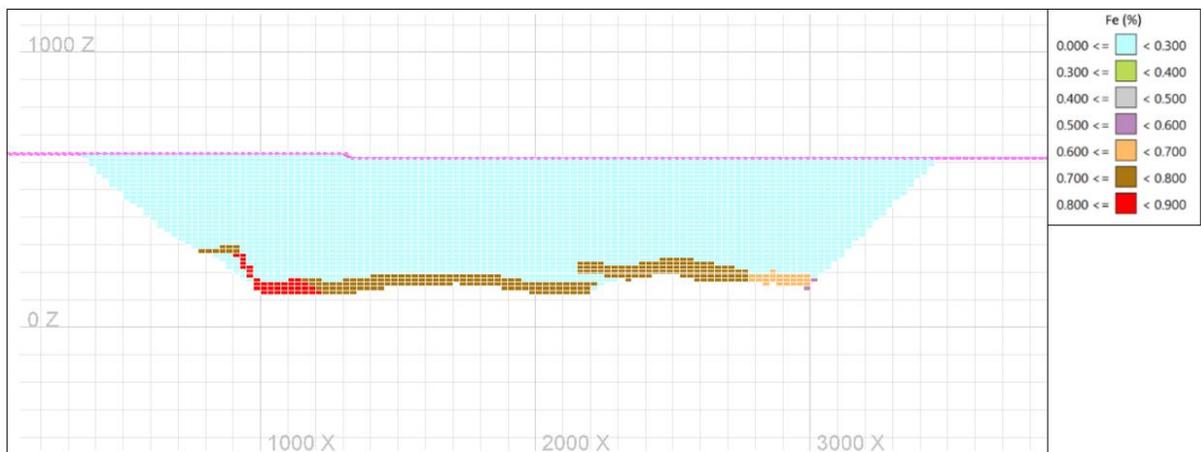
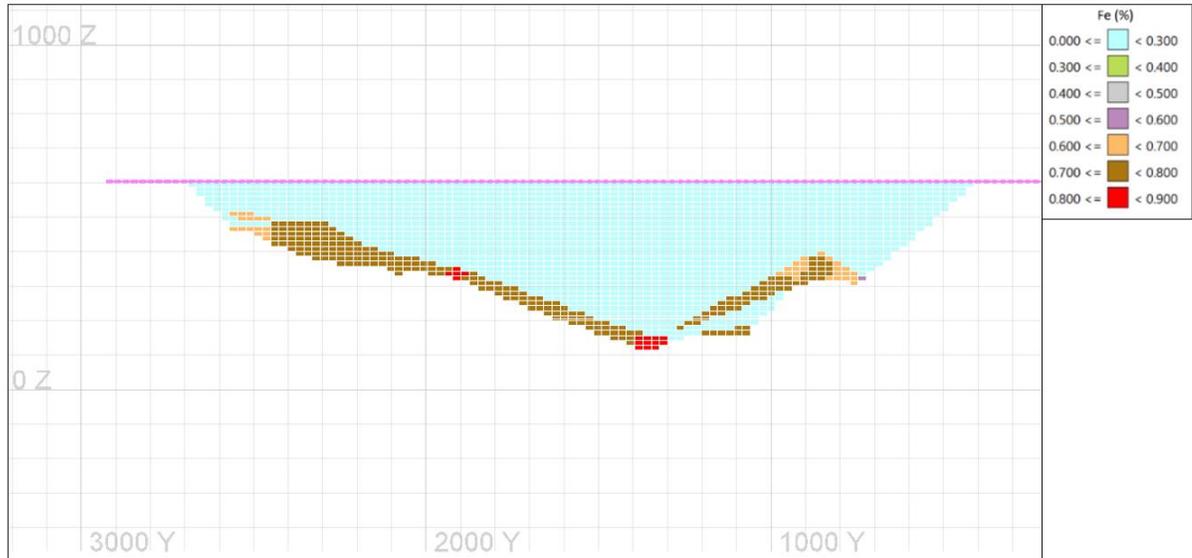


Figura 25. Corte 2300E, vista YZ, del pit final obtenido para el caso Iron_bm



4.3 Metodología tradicional

4.3.1 Generación de Pits anidados

Como se explica en la sección 2.2.1, los pits anidados se generan escalando el precio del metal del bloque usando un factor de ingresos RF. Para el caso de estudio MCL, se generaron 87 pits anidados con RF que varían desde 0.14 a 1.00 con espacios de 0.010. Los pits anidados que se generan con RF <0.14 estaban vacíos.

La Figura 26 presenta una vista en sección de los pits anidados y en la

Figura 27, el gráfico *pit by pit* grafica el valor económico y el tonelaje (mineral y estéril) acumulados para cada uno de los pits.

Figura 26. Vista de un corte ZY de las pits anidados obtenidas para el modelo MCL

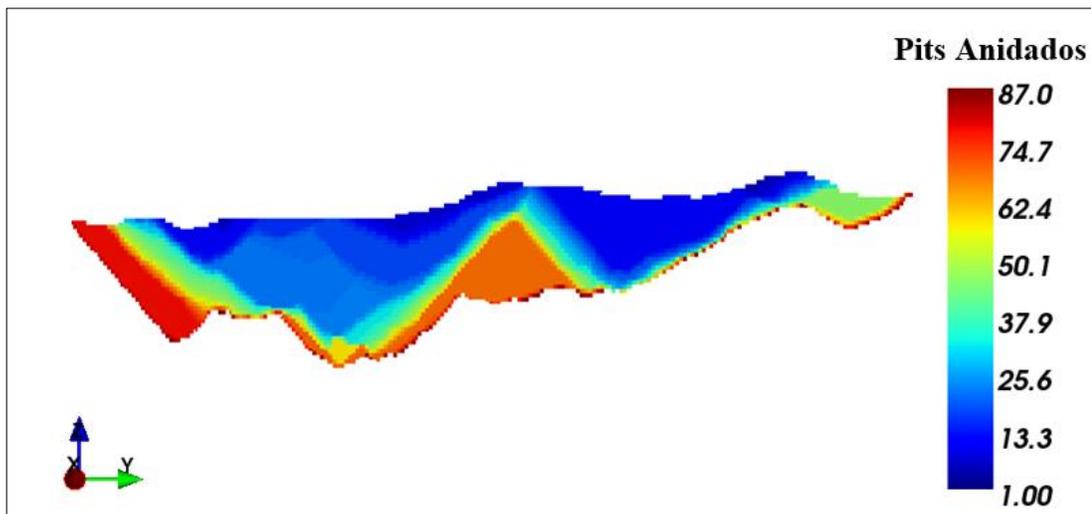
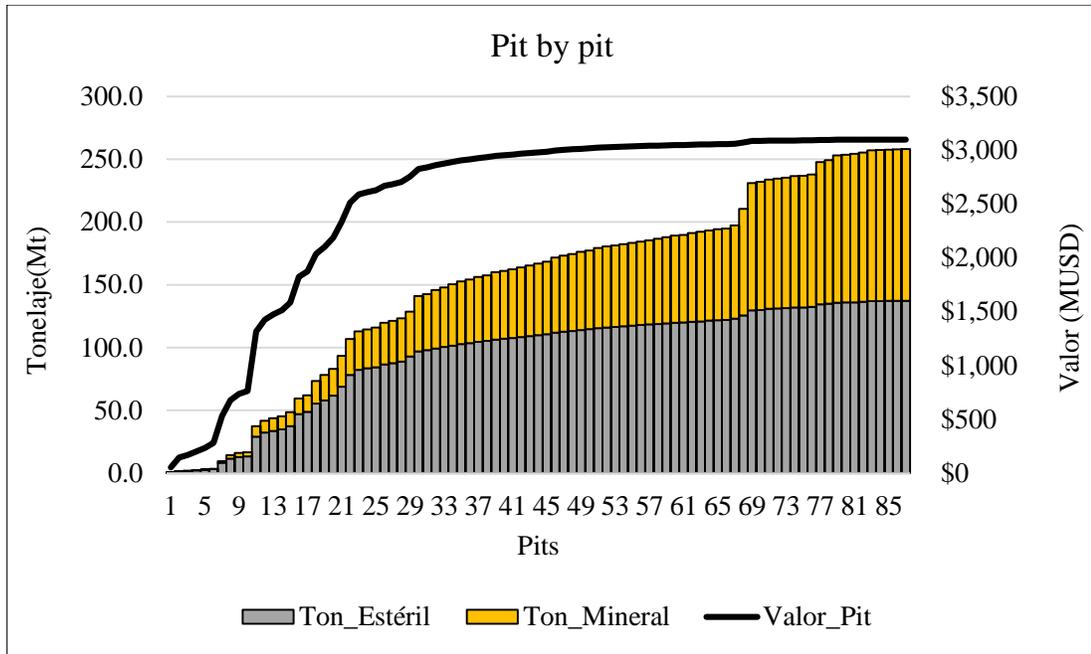


Figura 27. Gráfico pit by pit del modelo MCL



Para el caso de estudio Iron_bm, se generaron 52 pits anidados con RF entre 0.48 a 1.00 y con espacios de 0.010. La Figura 28 muestra una vista en sección de los pits anidados, y en la

Figura 29, se muestra el gráfico *pit by pit*. En este gráfico se observa un incremento de tonelaje entre pits sucesivos (pit 11 y pit 12). Esta diferencia representa un problema de gap, con incrementos significativos tanto de tonelaje como de valor.

Figura 28. Vista de un corte ZY de las pits anidados obtenidas para el modelo Iron_bm

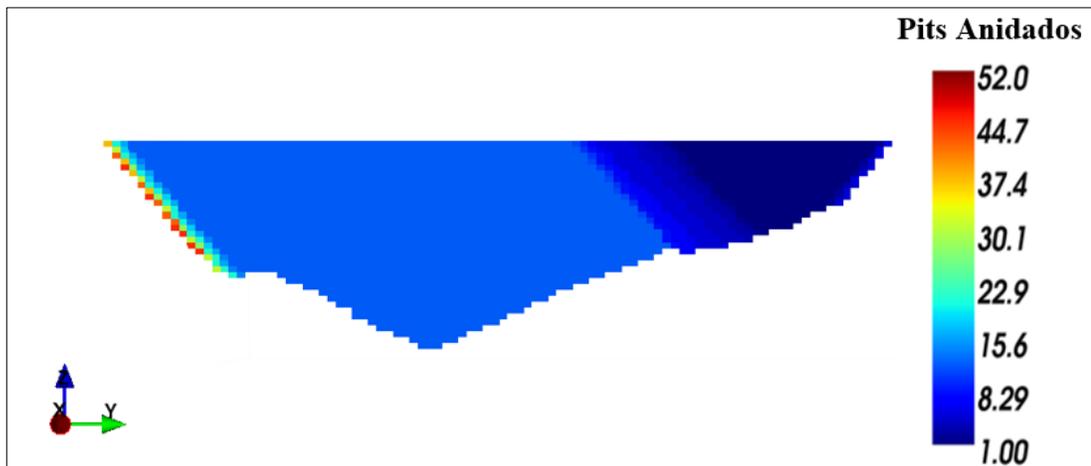
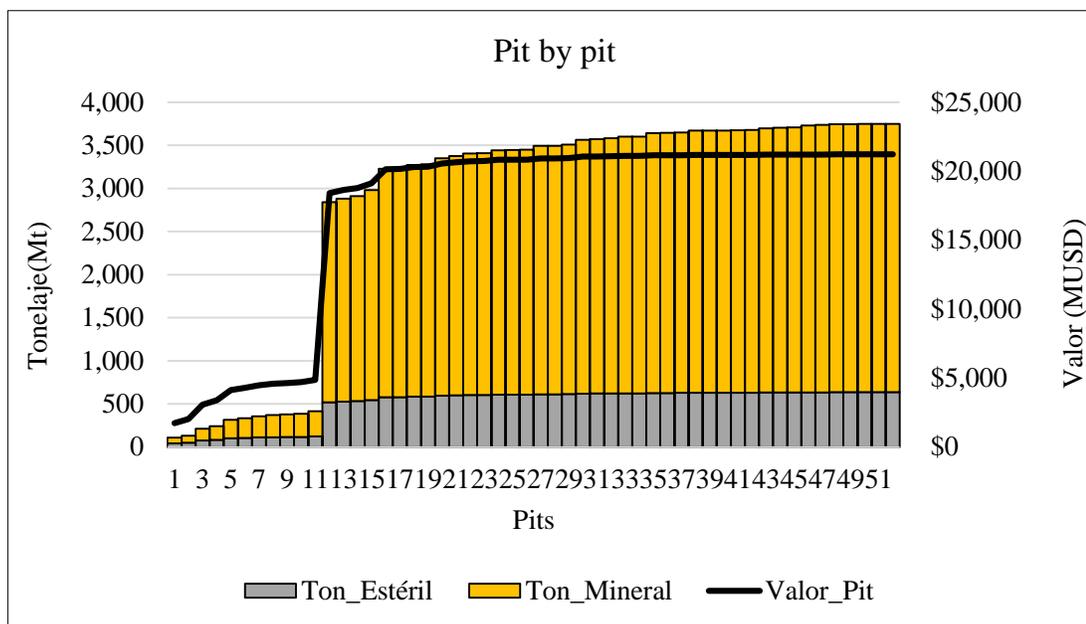


Figura 29. Gráfico pit by pit del modelo Iron_bm

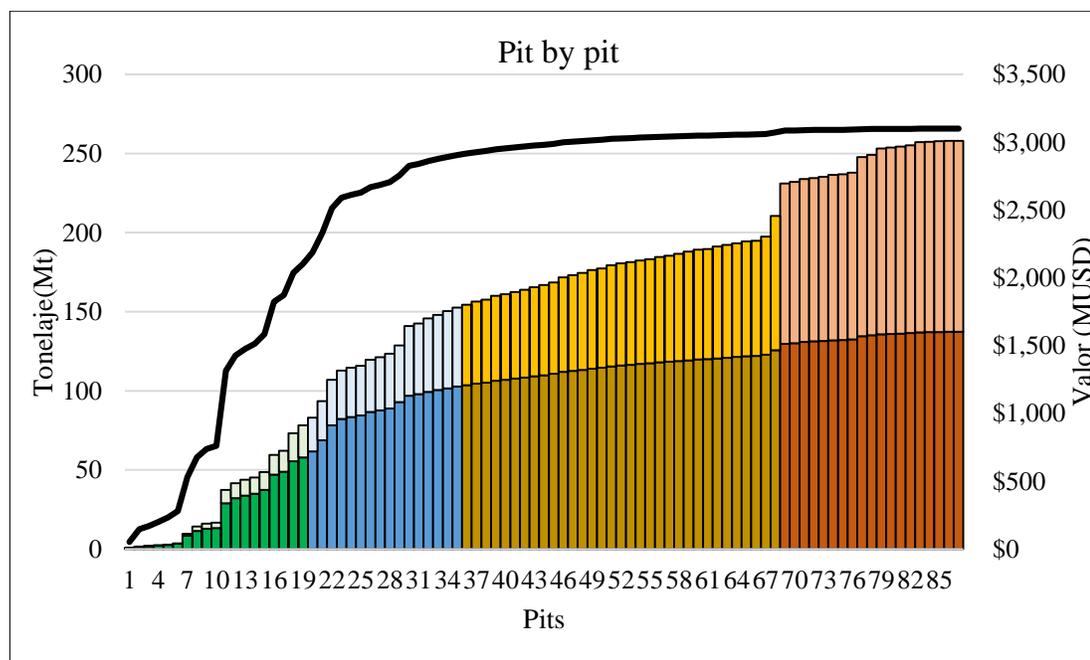


4.3.2 Agrupación de pits anidados en pushbacks

Una vez generados los pits anidados, se procede a la agrupación de los mismos en pushbacks, los cuales se utilizarán como guía para el diseño posterior. Los criterios de agrupación utilizados se pueden ver en la sección 2.2.3. Tanto las vistas en sección de los pits anidados como los gráficos *pit by pit* sirven como referencia para identificar posibles candidatos a ser agrupados.

En la Figura 30 y la Figura 31 se muestra cada pushback seleccionado resaltado en un color diferente para cada caso de estudio.

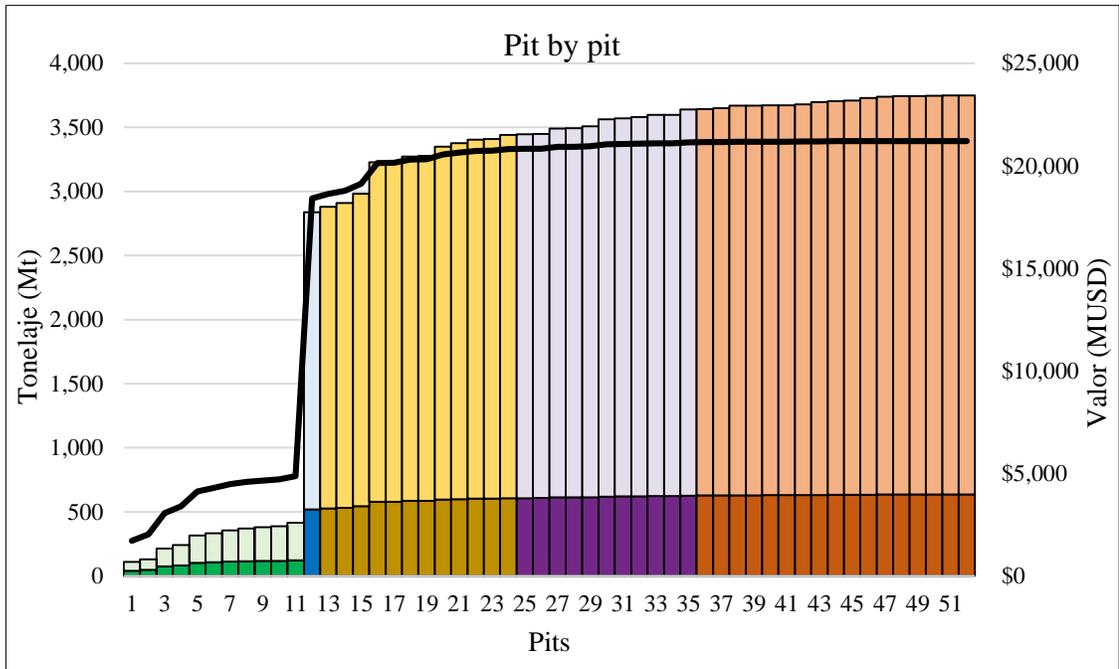
Figura 30. Gráfico de pit by pit y sus pushbacks seleccionados para el modelo MCL



Se debe aclarar que la cantidad de pushbacks tanto para la metodología tradicional como la metodología IA son las mismas, para garantizar una comparación justa. Se toman como referencia los resultados obtenidos por la metodología propuesta IA y los factores de agrupación previamente descritos.

Para el caso Iron_bm (Figura 31), la metodología tradicional no permite solucionar el problema de gap. Por medio de esta metodología no fue posible encontrar un número de RF que permitiera generar pits intermedios. Como resultado, el pushback dos está conformado por un solo pit anidado.

Figura 31. Gráfico de pit by pit y sus pushbacks seleccionados para el modelo Iron_bm



A pesar de que el valor asociado tiende a ser constante a partir de cierto número de pit anidado (para ambos casos). Se considera evaluar la envolvente asociada a un RF de 1, debido al aporte de mineral asociado en los últimos pits. En etapas posteriores se volverá a analizar esta decisión.

4.3.3 Plan de producción

Para cada uno de los casos de estudio se genera un tipo de agendamiento conocido como fase-banco-destino (ver sección 3.3). La Tabla 4 muestra las restricciones implementadas para ambos casos: capacidad mina, capacidad planta y parámetros min-lead y max-lead. Para los dos casos de estudio las capacidades tanto mina como planta varían por periodo.

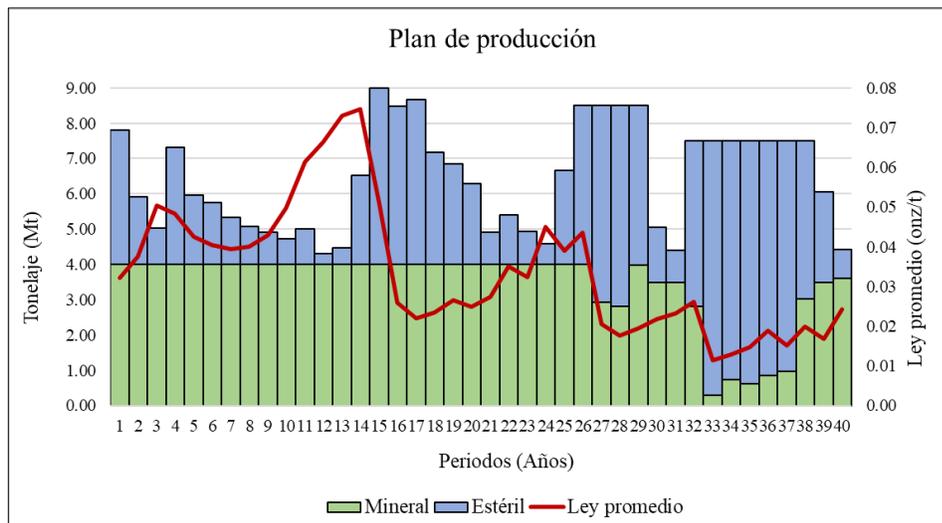
El agendamiento de la producción se realiza con una tasa de descuento de 15% para MCL, y del 10% para Iron_bm.

Tabla 4 . Parámetros utilizados para el agendamiento de la producción

Caso de estudio	Capacidad	Capacidad	Min	Max	GAP
	Mina	Planta	lead	lead	
	(Mt)	(Mt)			(%)
MCL	7.50 – 9.00	3.50 – 4.00	3.00	5.00	5.00
Iron_bm	80.00 –150.00	20.0 –25.00	3.00	5.00	5.00

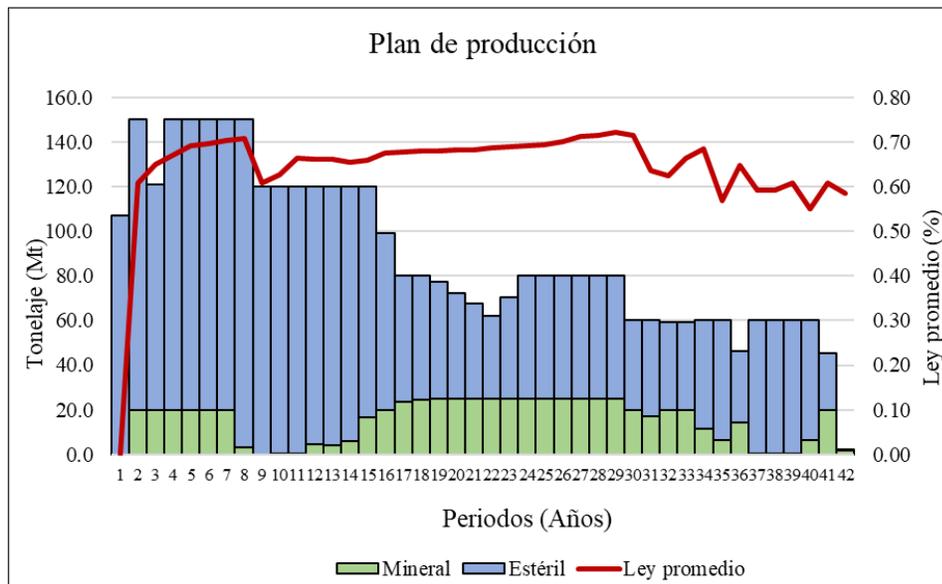
En la Figura 32 y Figura 33 se presentan los planes de producción resultantes para el caso de estudio MCL e Iron_bm, respectivamente.

Figura 32. Plan de producción para el caso MCL-Metodología tradicional



VAN = 852.63 MMUSD

Figura 33. Plan de producción para el caso Iron_bm-Metodología tradicional



VAN= 3,976.45 MMUSD

4.4 Aplicación de metodología basada en inteligencia artificial

La aplicación del algoritmo genético y el algoritmo K-means reciben como dato de entrada el pit final calculado previamente. Cada una de las soluciones se evalúa cuantitativamente a partir la función objetivo (maximización del VAN).

4.4.1 Algoritmo genético para generación de conos operativos

Los parámetros utilizados para la metodología de IA se muestran en la Tabla 5. Con respecto a los parámetros del AG: el tamaño de población representa el conjunto de individuos iniciales seleccionados; las generaciones corresponden al número de iteraciones del proceso AG; MUTPB y CXPB representan la probabilidad de mutación y cruce, respectivamente. Todos estos parámetros siguen una serie de análisis de sensibilidad que equilibran el tiempo computacional con los resultados obtenidos. En las siguientes secciones se muestran algunos de los análisis realizados.

Otros parámetros del AG son el ángulo global y el radio del cono truncado, que corresponden a las restricciones de diseño. El ángulo proviene de las consideraciones geométricas aplicadas en la determinación del pit final y es constante. En cuanto al radio, para el caso MCL se considera un radio de cuatro bloques y para Iron_bm, un radio de dos bloques. Estos radios corresponden al ancho mínimo de base para cada pushback. Los parámetros se eligieron considerando los tamaños de los bloques y las dimensiones de los equipos a utilizar (Anexo1). El ancho mínimo se calcula aplicando la ecuación (6).

Tabla 5. Parámetros de los experimentos para la metodología IA

Caso de estudio	Parámetros del AG					Parámetros de K-means		
	Tamaño de Población	Generaciones	MUTPB	CXPB	Angulo global (°)	Radio del cono	Número k	Número de iteraciones
MCL	100.00	150.00	0.20	0.70	45.00	4.00 bloques	4.00	30.00
Iron_bm	100.00	200.00	0.20	0.60	45.00	2.00 bloques	5.00	30.00

Con respecto a los parámetros del algoritmo K-means, el número de iteraciones se fija en 30. La selección del número k para cada uno de los casos de estudio se explica en la siguiente sección.

4.4.2 Selección de pushbacks utilizando el algoritmo K-means

El proceso de agrupación se realizó mediante el algoritmo K-means. El algoritmo requiere como parámetro de entrada un valor k , el cual representa el número de agrupaciones a realizar (pushbacks), y un número de iteraciones i , necesarias para completar el proceso de agrupamiento.

4.4.3 Determinación del número de clúster k

Se realizaron tres tipos de análisis para determinar el valor k . Inicialmente, se realizó un análisis conocido como método del codo (ver sección 2.7.5) en el software estadístico SPSS. En la Figura

34 y Figura 35, se muestran los resultados del análisis, en los que se grafica el error de sumas al cuadrado (SSE) para cada valor k . El codo formado en la gráfica indica el número de clúster que representa el mejor número de agrupaciones para cada caso.

Figura 34. Método del codo para la selección del clúster óptimo - caso MCL

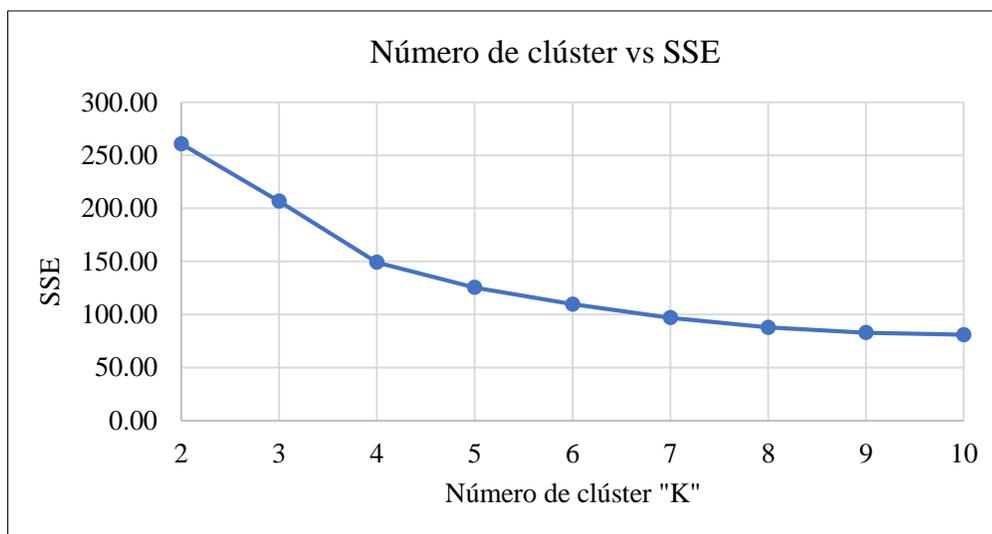
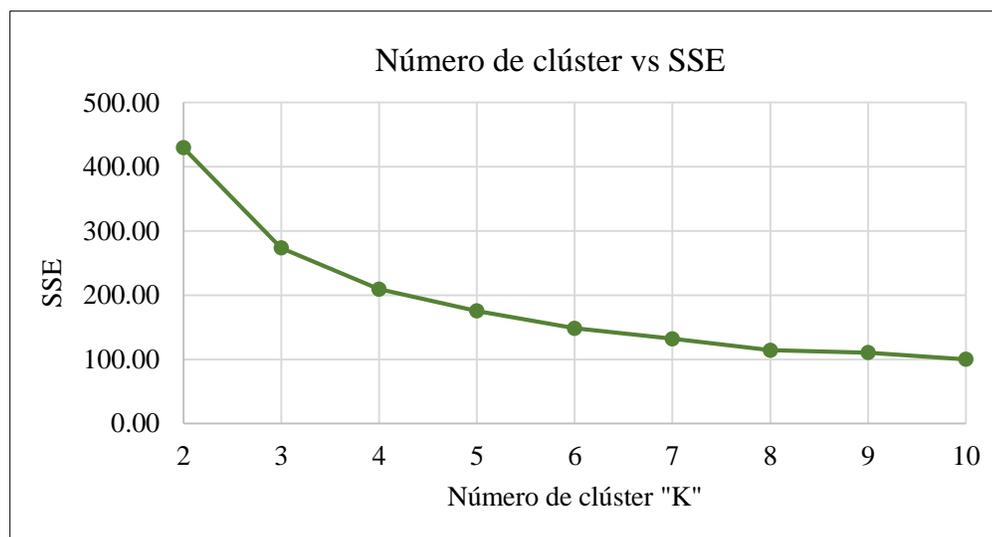


Figura 35. Método del codo para la selección del clúster óptimo - caso Iron_bm



El segundo análisis consiste en un análisis gráfico del comportamiento del VAN obtenido por medio del AG para cada valor k . Como resultado del análisis, para el caso MCL (Figura 36) el VAN presenta un incremento con un tamaño $k = 4$, siendo el valor más alto. Para el caso Iron_bm, el valor más alto se obtiene con $k = 9$ (Figura 37).

Figura 36. Comportamiento del VAN en función del número de clúster para MCL

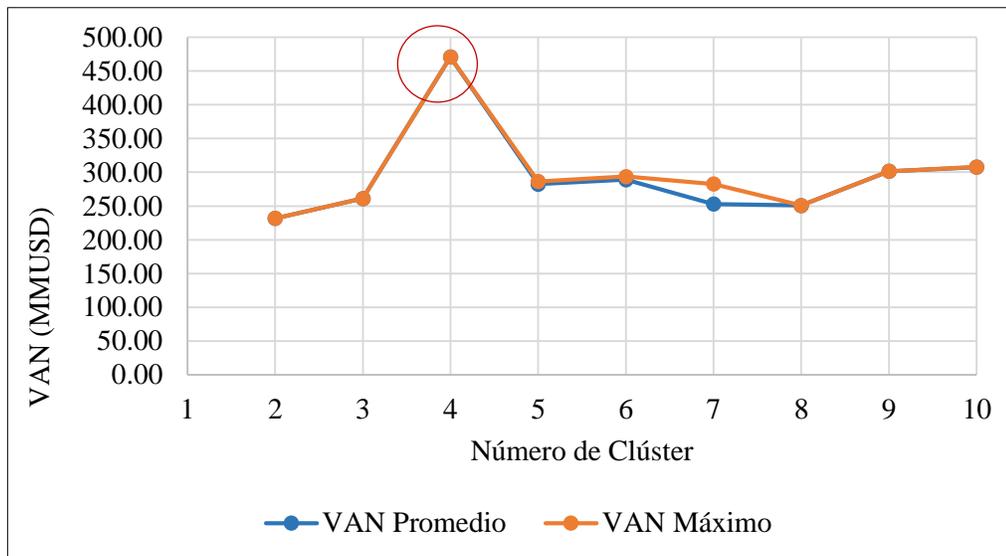
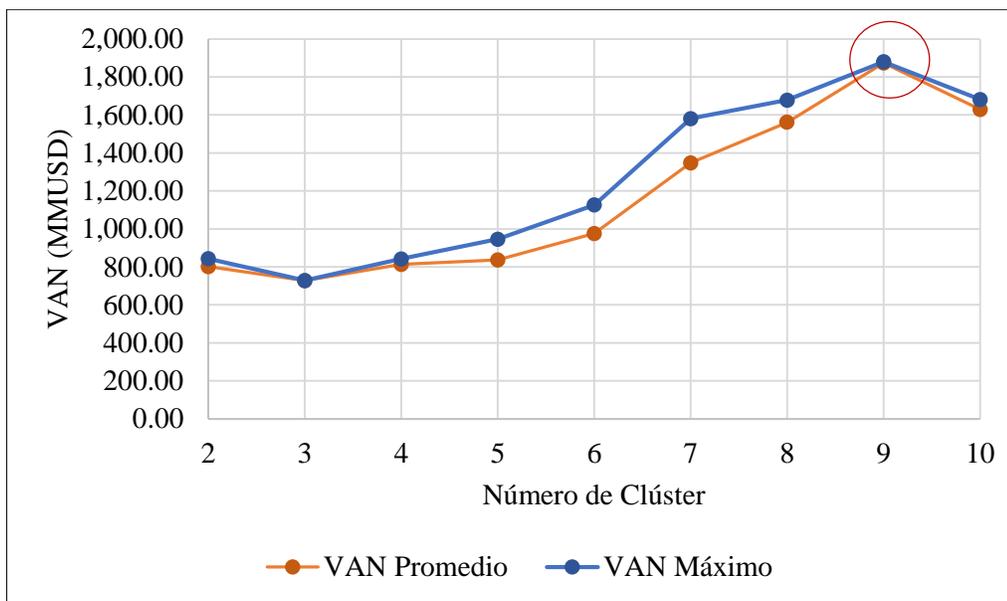


Figura 37 . Comportamiento del VAN en función del número de clúster para Iron_bm



El tercer y último análisis, se realiza en función del número de clúster y de la cantidad de tonelaje que se distribuye en cada pushback. El segundo y el tercer análisis se realizaron con un número de clúster de dos a diez y un tamaño de población y número de generación igual a 50, para los dos casos de estudio.

En la Tabla 6, se presenta la distribución de tonelajes por número de clúster para el caso MCL. A partir de un número de clúster igual a siete se generan pushbacks sin tonelaje, por lo que para este análisis se descartaría seleccionar un clúster con un tamaño superior a siete.

En la distribución de tonelajes de la Tabla 7, para el caso Iron_bm, se puede observar que a partir de un número de clúster igual a seis se presentan pushbacks sin tonelaje. Al igual que para el caso anterior, con este análisis se descarta la selección de un clúster superior a seis.

Tabla 6. Distribución de tonelaje en cada pushback para el caso MCL

Pushbacks	Clúster ("k")								
	2 (Mt)	3 (Mt)	4 (Mt)	5 (Mt)	6 (Mt)	7 (Mt)	8 (Mt)	9 (Mt)	10 (Mt)
1	176	76	43	98	146	79	29	127	75
2	77	120	41	94	38	56	147	44	72
3		48	1	15	45	50	21	29	30
4			26	25	12	16	36	5	29
5				11	0	0	4	19	2
6					11	29	0	3	27
7						25	11	9	12
8							7	8	6
9								10	0
10									0
Tonelaje Total	253	244	86	207	229	184	197	199	177
VAN (MUSD)	232	261	471	286	294	283	251	302	308

Tabla 7. Distribución de tonelaje en cada pushback para el caso Iron_bm

Pushbacks	Cluster ("k")								
	2 (Mt)	3 (Mt)	4 (Mt)	5 (Mt)	6 (Mt)	7 (Mt)	8 (Mt)	9 (Mt)	10 (Mt)
1	2751	2158	2103	1769	1393	2971	761	1124	1524
2	914	709	932	1175	846	188	1119	36	765
3		798	35	87	501	55	360	559	299
4			16	299	873	0	1324	196	435
5				320	0	33	67	726	16
6					21	217	70	0	10
7						163	2	4	389
8							4	8	0
9								4	0
10									270
Tonelaje Total	3665	3665	3086	3650	3635	3626	3707	2656	3707
VAN (MMUSD)	843	729	842	946	1126	1581	1678	1880	1682

A partir de estos tres análisis, se determina una cantidad de $k = 4$ para el caso de estudio MCL, y $k = 5$ para el caso Iron_bm. Dado que son las mejores opciones en cuanto a distribución de tonelaje, simetría y valor. Las figuras resultantes para cada una de las pruebas se pueden encontrar en Anexos 2, así como los valores de VAN máximo y promedio generados en el segundo análisis (Anexo 4).

4.4.4 Análisis del tamaño de población y número de generaciones

La selección del tamaño de población y el número de generaciones o iteraciones del algoritmo representan un problema específico, por lo que se requiere de una etapa de experimentación previa.

Para ambos casos de estudio se realiza un análisis en función del VAN obtenido a través del AG. Este valor se obtiene por medio de un agendamiento de tipo *Best Case*. Para el propósito de este estudio se consideró un tamaño de población inicial constante durante todas las iteraciones.

Caso MCL

Para el caso MCL, se realizaron dos análisis con: $MUTPB = 0.2$ y $CXPB = 0.7$. El primer análisis se realiza con un tamaño de población de 50 y un número de generación de 100. En la Figura 38 se observan los resultados obtenidos. En las primeras generaciones el valor se mantiene constante, a partir de un número de generación 77 se perciben incrementos graduales en el valor. El máximo valor se obtiene a partir de la generación 96 (649.93 MMUSD). Al producirse un incremento de valor proporcional con el número de generación se decide incrementar el tamaño de población y número de generaciones para ampliar el radio de búsqueda.

Figura 38. Primer análisis de variación del VAN en función del número de generaciones

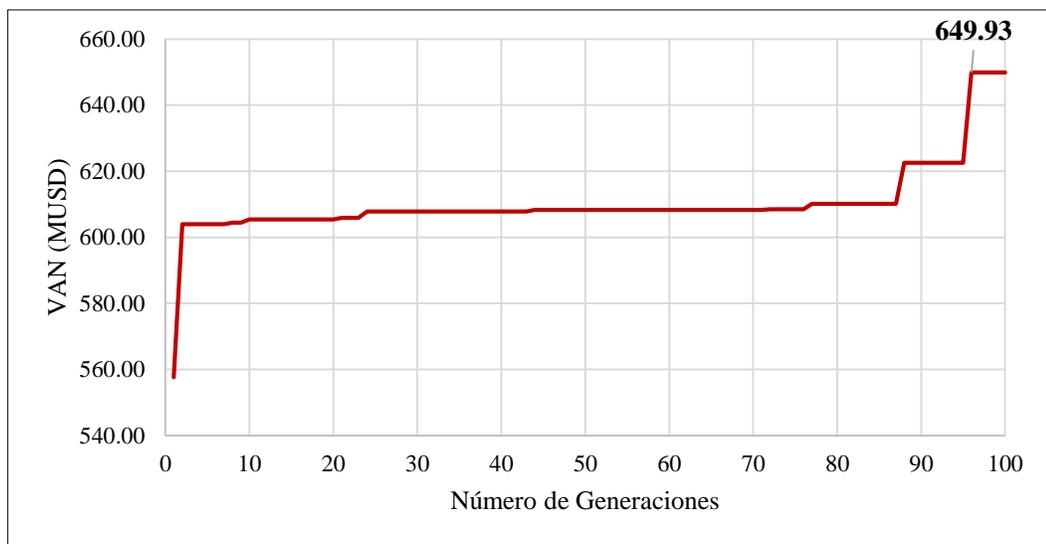
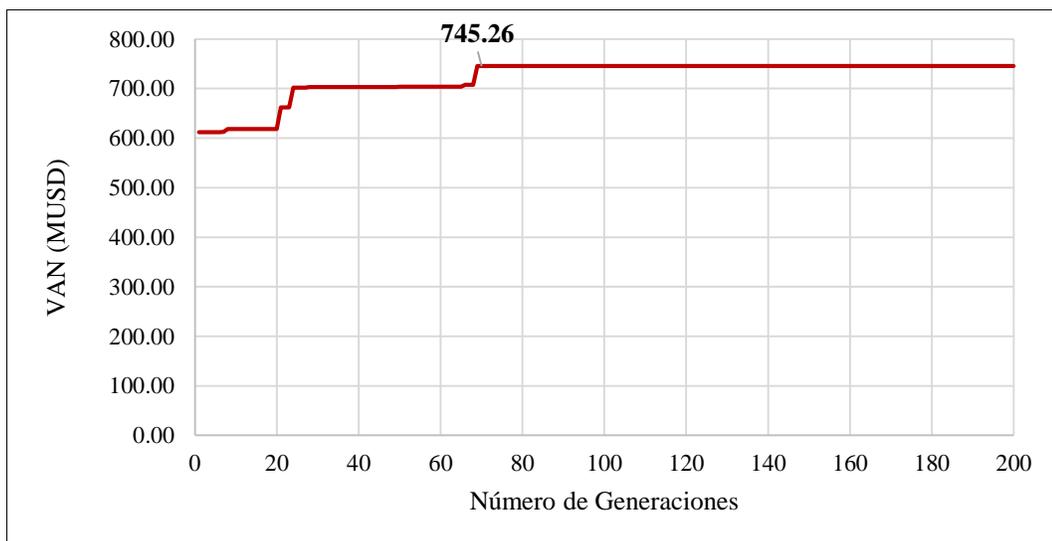


Figura 39. Segundo análisis de variación del VAN en función del número de generaciones



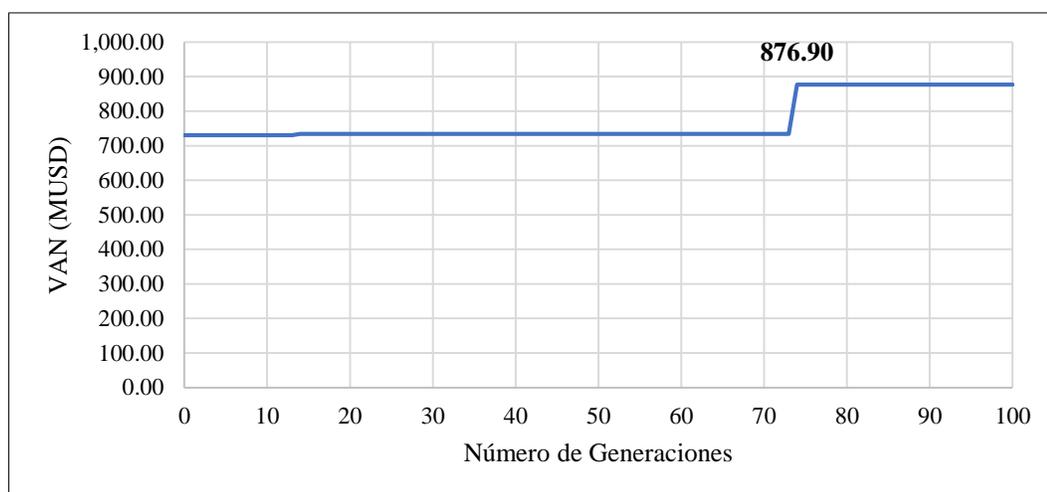
En la Figura 39, se presenta los resultados del segundo análisis, con un tamaño de población de 100 y un número de generación de 200. En la iteración 69 se obtiene el valor máximo de 745.26 MMUSD. A partir de este número no se percibe un incremento de valor, esto indica la convergencia del algoritmo. Al incrementar el tamaño de población de 50 a 100 se logra un incremento de valor de 13 %. No se considera práctico realizar pruebas con un tamaño de población mayor, ya que gastaría demasiada potencia de cálculo en cada generación, dando como resultado tiempos de ejecución demasiados largos.

Caso Iron_bm

Para el caso Iron_bm se realizaron tres análisis. Los primeros dos análisis, se realizaron con: MUTPB = 0.1 y CXPB = 0.5, mientras que el tercero se realizó con MUTPB = 0.2 y CXPB = 0.6.

El primer análisis se realiza con un tamaño de población de 50 y un número de generación de 100. En la Figura 40, se observan que durante las primeras generaciones el valor se mantiene constante. A partir de la generación 74, se produce un incremento obteniendo el máximo valor de 876.90 MMUSD. Al no producirse otras variaciones se debe incrementar el radio de búsqueda, por lo que se incrementa el tamaño de población.

Figura 40. Primer análisis de variación del VAN en función del número de generaciones



En la Figura 41, se presenta los resultados del segundo análisis con un tamaño de población de 100 y un número de generación de 200. Se observa que a partir del número de generación cinco se logra un valor máximo y no se presenta otras variaciones, lo que corresponde a una convergencia temprana del algoritmo. Para evitar este problema y que se quede atrapado en los máximos locales, se incrementa el MUTPB y el CXPB. Según la bibliografía consultada, al introducir un mayor porcentaje de mutación la búsqueda se amplía aún más, incrementando la posibilidad de mejorar las soluciones y evitar el problema de convergencia temprana (ver sección 2.6.3).

Figura 41. Segundo análisis de variación del VAN en función del número de generaciones

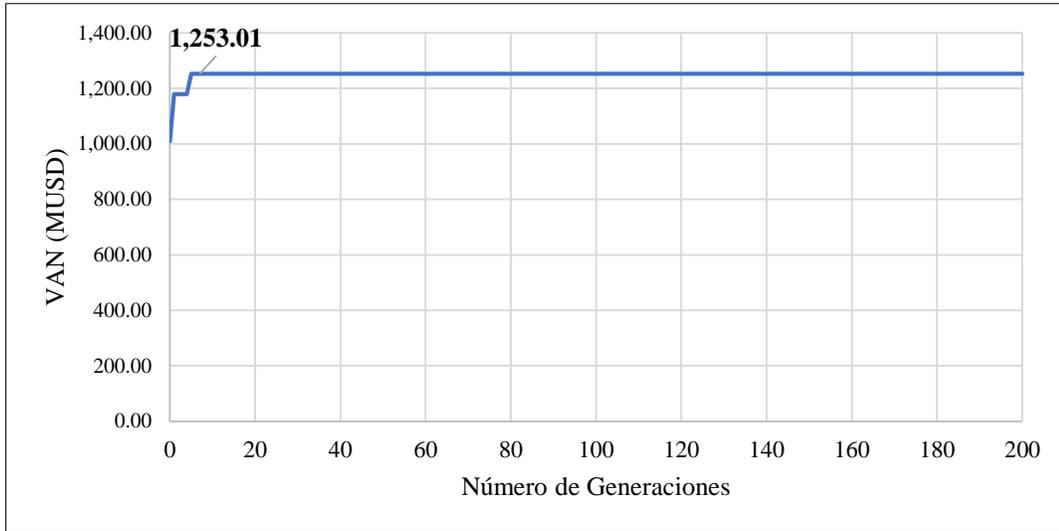
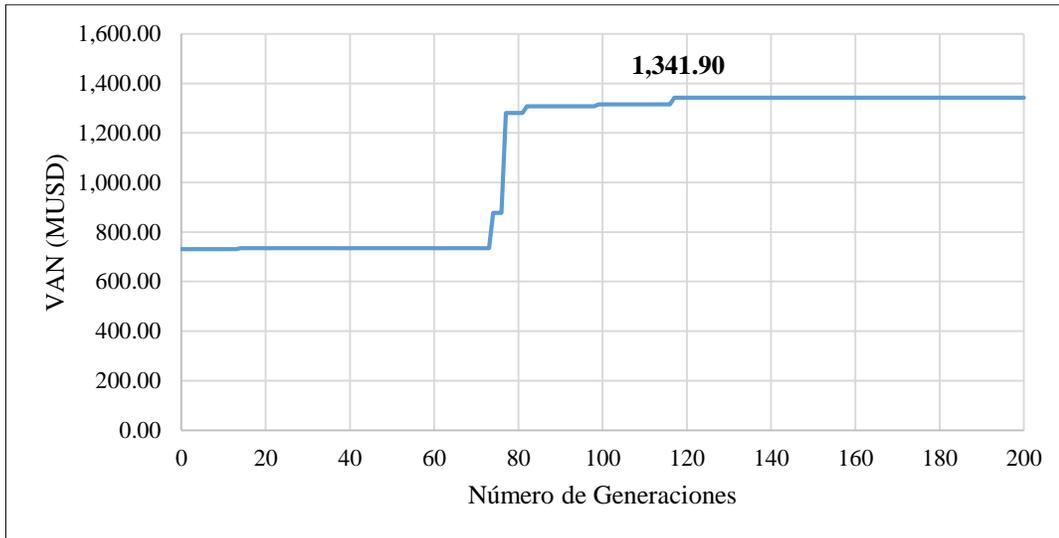


Figura 42. Tercer análisis de variación del VAN en función del número de generaciones



Finalmente, en la Figura 42, se muestra el tercer análisis con un tamaño de población de 100, número de generación 200, $MUXTB = 0.2$ y $CXPB = 0.6$. A partir de la iteración 64 se presentan incrementos graduales de valor, alcanzando el máximo valor en la iteración 117 (1,341.90 MMUSD). A partir de este número el valor se mantiene constante. Al igual que el primer caso de estudio, no se considera práctico realizar pruebas con un tamaño de población mayor, por tiempos computacionales. En este caso de estudio el incremento de tamaño de población de 50 a 100 implica un incremento en términos de valor aproximado del 35%.

Análisis adicionales del tamaño de población se pueden encontrar en el Anexo 2. Una vez definidos todos los parámetros del AG (Tabla 5), se procede a ejecutar el algoritmo.

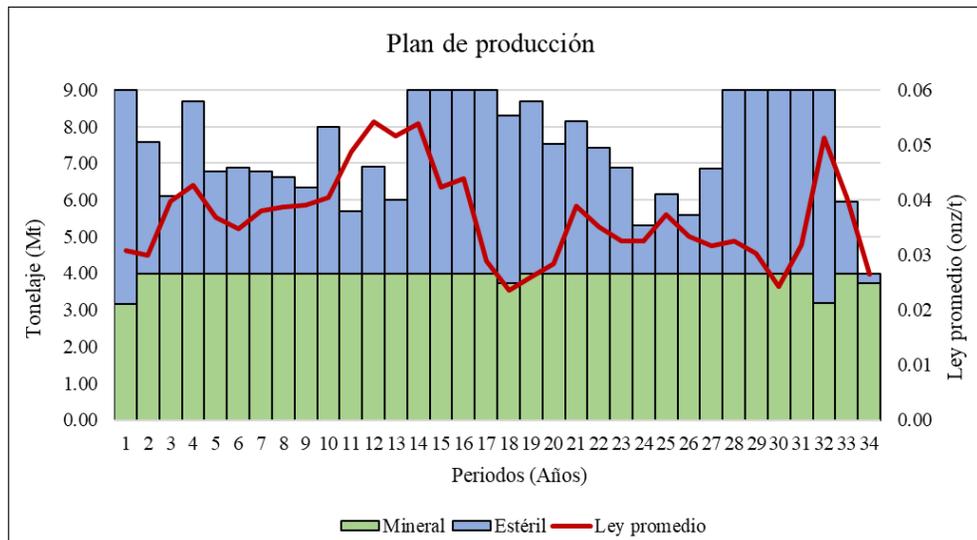
4.4.5 Generación de Planes de producción (metodología IA)

Con los resultados de la metodología IA, se procede a generar los planes de producción para cada caso de estudio. Al igual que en la metodología tradicional, se realiza un agendamiento de

producción fase-banco-destino (sección 3.3). Los parámetros aplicados fueron los mismos que en la metodología tradicional (Tabla 4).

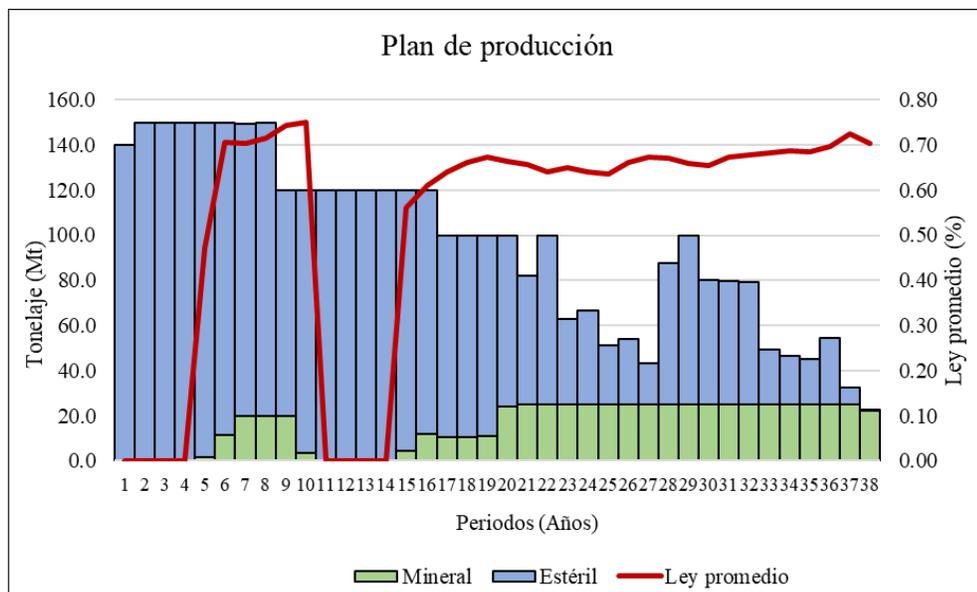
En la Figura 43 y la Figura 44 se presentan los planes de producción obtenidos para los casos de estudio MCL e Iron_bm, respectivamente.

Figura 43. Plan de producción para el caso MCL -Metodología IA



VAN = 675.89 MMUSD

Figura 44. Plan de producción para el caso Iron_bm -Metodología IA



VAN= 856.34 MMUSD

4.5 Diseño de Fases

Para el diseño de fases operativas se utilizó el software de planificación minera “Vulcan”. Se realizó un diseño por cada metodología implementada, y para cada caso de estudio.

4.5.1 Parámetros geométricos para el diseño de fases

Es importante realizar un cálculo completo de los parámetros de diseño de fases de tal manera que se garantice su operatividad y seguridad. En relación con los parámetros geométricos y de diseño explicados en la (sección 2.3) se consideran los siguientes:

- Altura de banco (H_b): se define en función de la altura del bloque para cada modelo. En ambos casos se utilizan bancos dobles para el diseño.
- Ángulo caro de banco (α_b): se define en base a las recomendaciones de autores como Hustrulid *et al.*, (2006). Recomiendan un ángulo entre 55° y 80° para rajos de roca dura.
- Gradiente de la rampa: se considera una pendiente del 10% para las rampas, según criterios operacionales considerados en la industria minera (Parra, 2015).
- Ancho de berma (A_b): se calcula base a la ecuación (4).
- Ancho de la rampa (A_r): está relacionado de manera directa a los equipos de carguío y transporte a utilizar en la mina. Se calcula utilizando la ecuación (5). El cálculo se realiza para el equipo de mayor tamaño a transitar por la rampa (camión minero).

Para los dos casos de estudio, los equipos mineros a utilizar se seleccionan en base a la capacidad total mina a extraer (ver Tabla 9), con el fin de cumplir con la producción y extracción deseada. Para el caso de estudio MCL, los equipos a utilizar son: camión minero CAT 785D y una pala hidráulica CAT 6040/6040 FS. Para el caso de estudio Iron_bm se utilizan: un camión minero CAT 793 F y una pala hidráulica CAT 6060FS. Las especificaciones de los equipos se pueden encontrar en el Anexo 1 (CAT, 2019). A partir de las dimensiones de la flota de equipos se calcula el ancho de la rampa. La Tabla 8 muestra los parámetros utilizados para cada caso de estudio.

Tabla 8 . Parámetros aplicados al diseño de fases

Caso de estudio	Altura de banco	Ángulo cara de banco	Ancho de berma	Ancho de la rampa	Gradiente de la rampa
MCL	20.00 (ft)	60.00°	30.00 (ft)	125.00 (ft)	10.00 %
Iron_bm	15.00 (m)	65.00°	10.00 (m)	40.00 (m)	10.00 %

En la Figura 45, se muestra una vista en planta de las fases diseñadas para el primer caso de estudio MCL. Tanto para la metodología tradicional (Figura 45(a)) como para la metodología IA (Figura 45(b)).

En la Figura 46, se muestran las fases diseñadas para el segundo caso de estudio Iron_bm. Para la metodología tradicional (Figura 46 (a)) y para la metodología IA (Figura 46 (b)). Además, se presenta un diseño alternativo (Figura 46 (c)).

Figura 45. Vista en planta de fases antes de la extracción (a) metodología tradicional (b) metodología IA

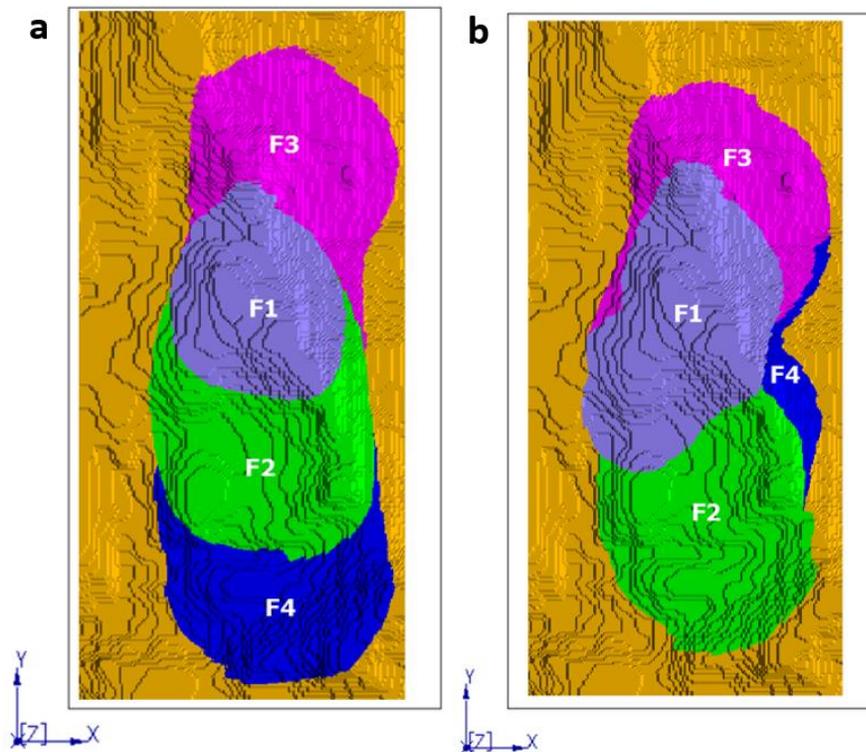
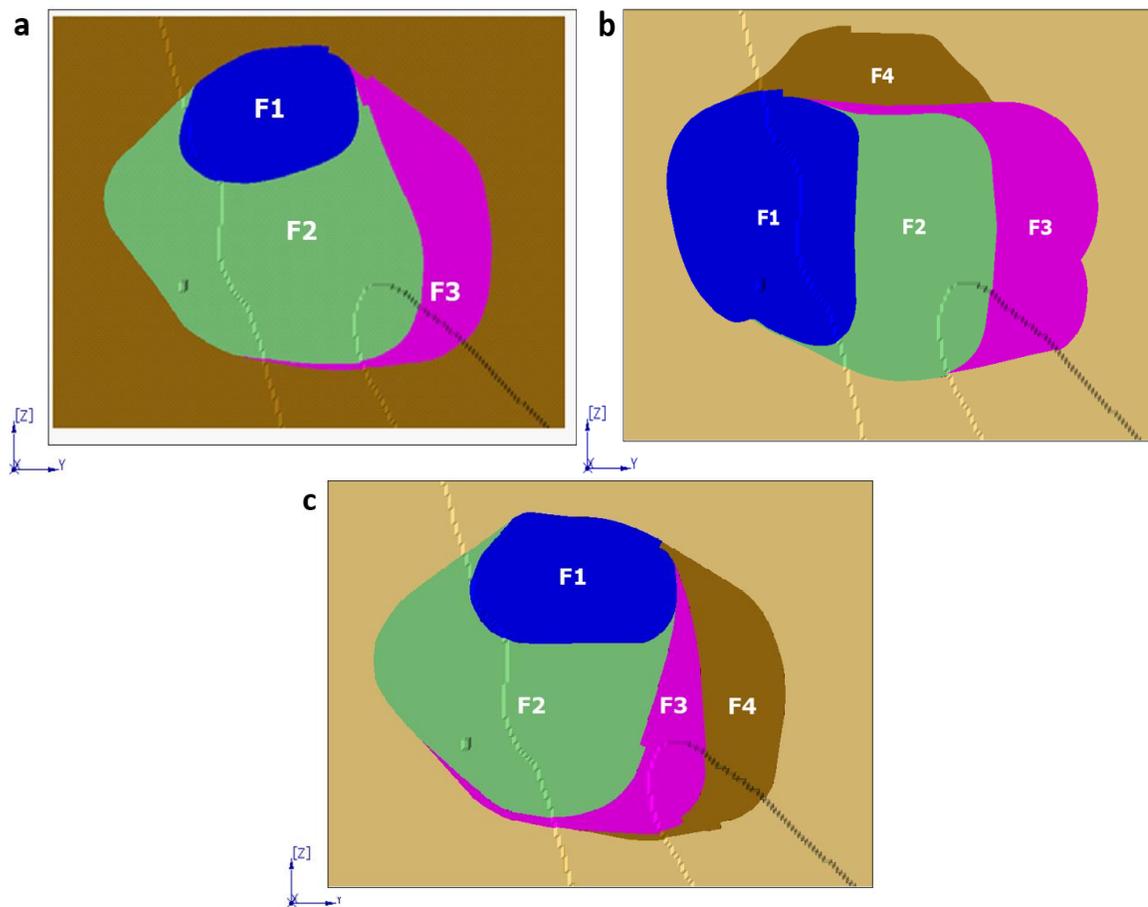


Figura 46. Vista en planta de fases (a) metodología tradicional (b) metodología IA (c) alternativa propuesta



4.5.2 Generación de Planes de producción post diseño

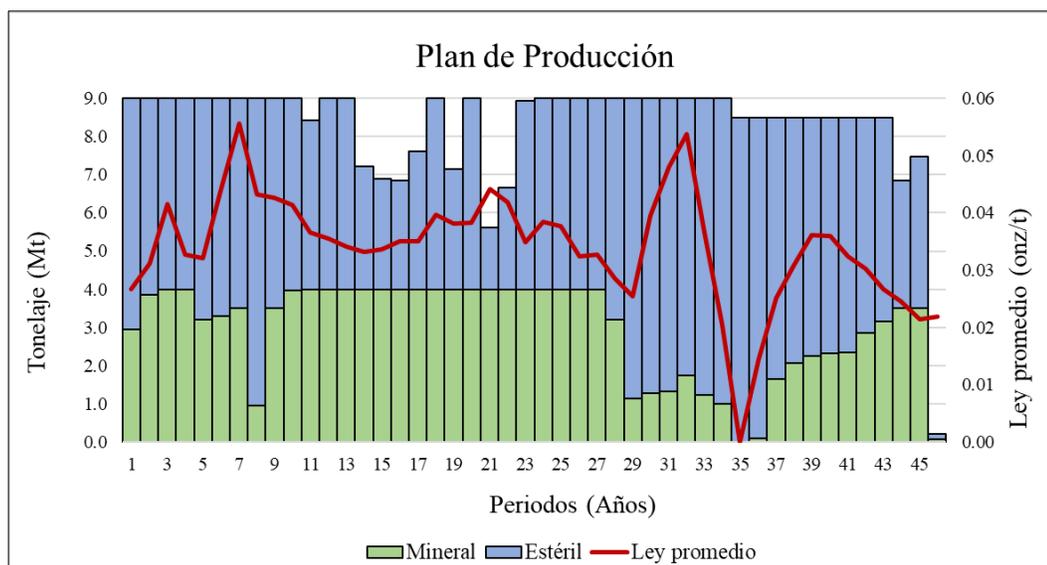
Para cada caso de estudio se genera un agendamiento de producción tipo fase-banco-destino. Los parámetros aplicados se pueden observar en la Tabla 9. Las capacidades tanto mina como planta son variables por periodo, para ambos casos de estudio. La tasa de descuento aplicada al caso MCL es de un 15% y del 10% para Iron_bm.

Tabla 9. Parámetros utilizados para el agendamiento de producción

Caso de estudio	Capacidad	Capacidad	Min	Max	GAP
	Mina	Planta	lead	lead	
	(Mt)	(Mt)			
MCL	8.50 – 9.00	3.50 – 4.00	3.00	5.00	5.00
Iron_bm	80.00 – 150.00	20.00 – 25.00	3.00	5.00	5.00

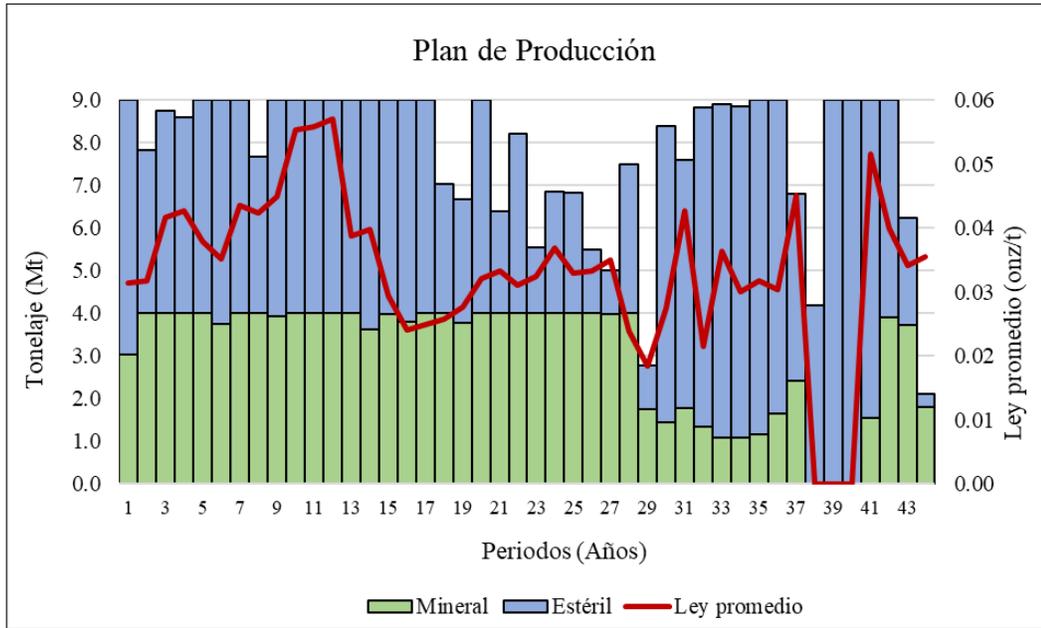
Para los planes de producción posterior al diseño se analizará el mejor horizonte de extracción para cada caso, analizando el beneficio que genere la extracción en los últimos años. En la Figura 47 y Figura 48 se presentan los planes de producción generados para el caso de estudio MCL tanto para la metodología tradicional y metodología IA, respectivamente.

Figura 47 . Plan de producción para el caso MCL –Metodología tradicional



VAN = 559.21 MUSD

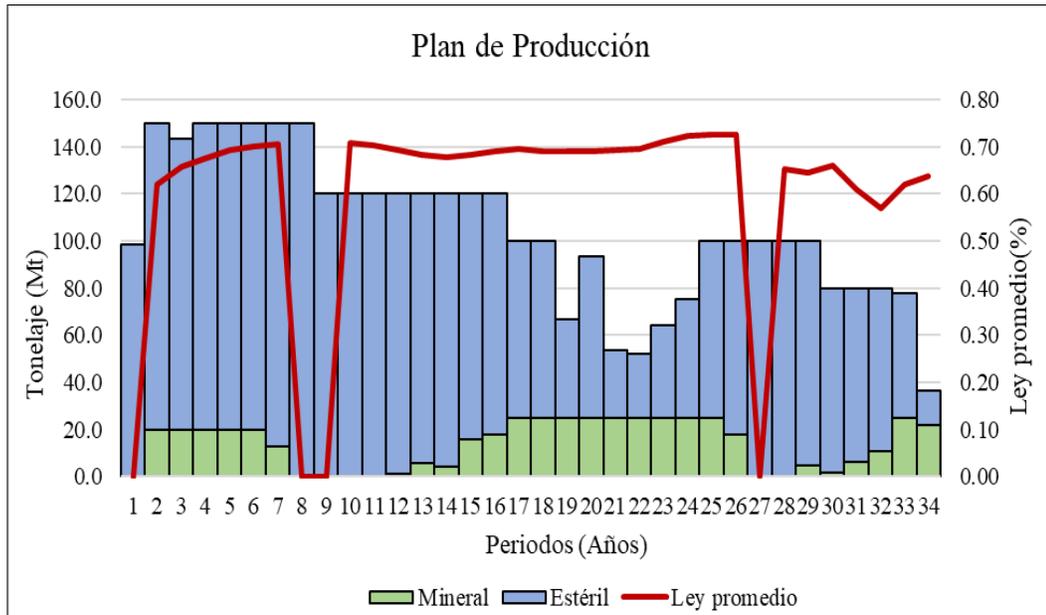
Figura 48. Plan de producción para el caso MCL –Metodología IA



VAN = 677.82 MUSD

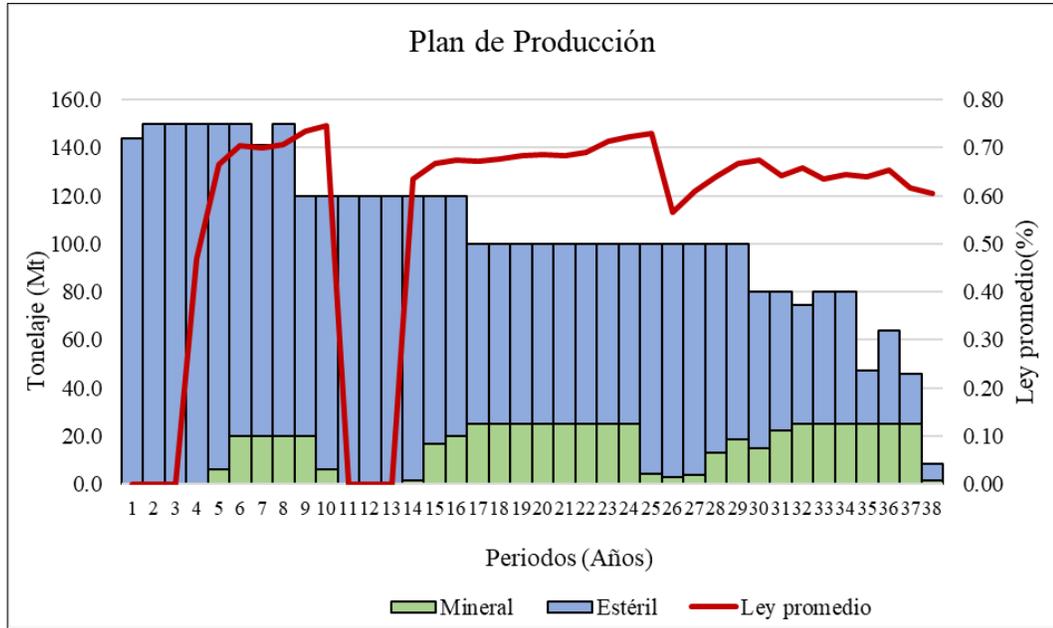
Para el segundo caso de estudio Iron_bm, la Figura 49 presenta el plan de producción generado para la metodología tradicional, la Figura 50 presenta el plan generado para la metodología IA y la Figura 51 se presenta el plan de producción para la alternativa de diseño propuesta.

Figura 49 . Plan de producción para el caso Iron_bm-Metodología tradicional



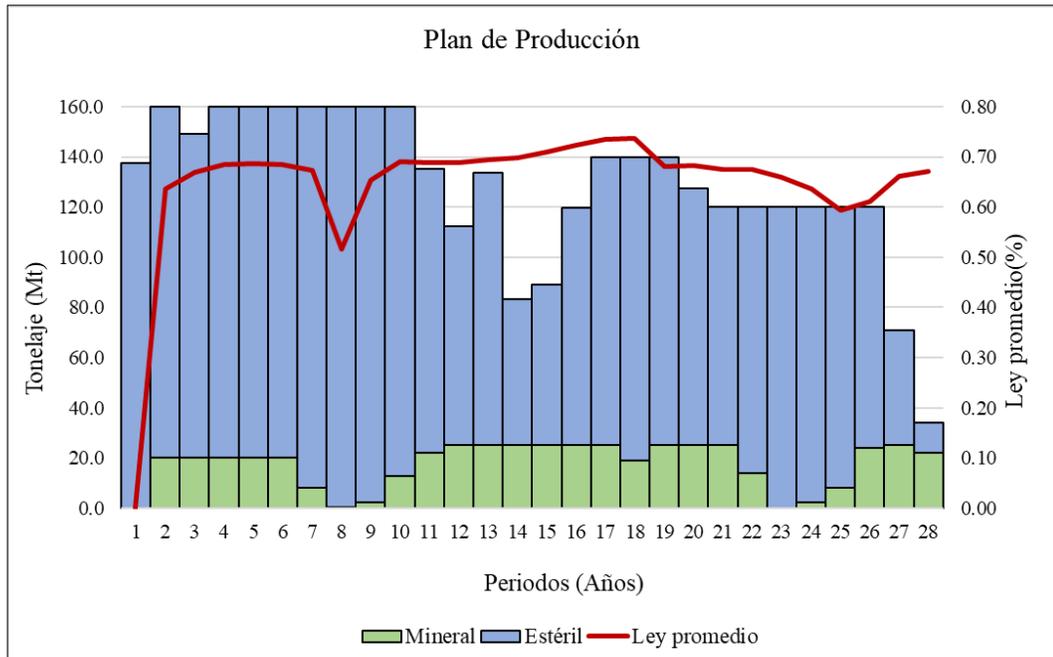
VAN= 3214.92 MMUSD

Figura 50 . Plan de producción para el caso Iron_bm-Metodología IA



VAN= 1612.97 MMUSD

Figura 51 . Plan de producción para el caso Iron_bm-Alternativa propuesta



VAN= 4,231.23 MMUSD

5 Análisis de resultados

En este capítulo se realiza el análisis de los resultados obtenidos para cada caso de estudio. Se realizarán 4 tipo de análisis:

1. Comparación de pushbacks resultantes entre metodología tradicional y metodología IA.
2. Comparación del agendamiento de producción de los pushbacks y fases, entre ambas metodologías.
3. Comparación de diseño de fases resultantes entre ambas metodologías.
4. Análisis de variaciones previo al diseño (pushbacks) y posterior al diseño (fases), en términos de valor y tonelaje para cada metodología.

5.1 Caso de estudio MCL

5.1.1 Comparación de pushbacks resultantes entre metodología tradicional y metodología IA

Para el caso de estudio MCL, los pushbacks resultantes se muestran en la Figura 52 y Figura 53. En los resultados obtenidos a través de la metodología tradicional (Figura 52 (a) y Figura 53(a)), se pueden observar que las áreas en los extremos del pit no cuentan con espacio suficiente para ser operativas. A partir del segundo pushback, el ancho disminuye considerablemente. En el caso de la metodología IA (Figura 52 (b) y Figura 53(b)) los pushbacks generados presentan geometrías con espacios más amplios, facilitando el diseño y su operatividad en etapas posteriores.

Figura 52 . Vista YZ de los pushbacks resultantes para el modelo MCL a) método tradicional y (b) método IA

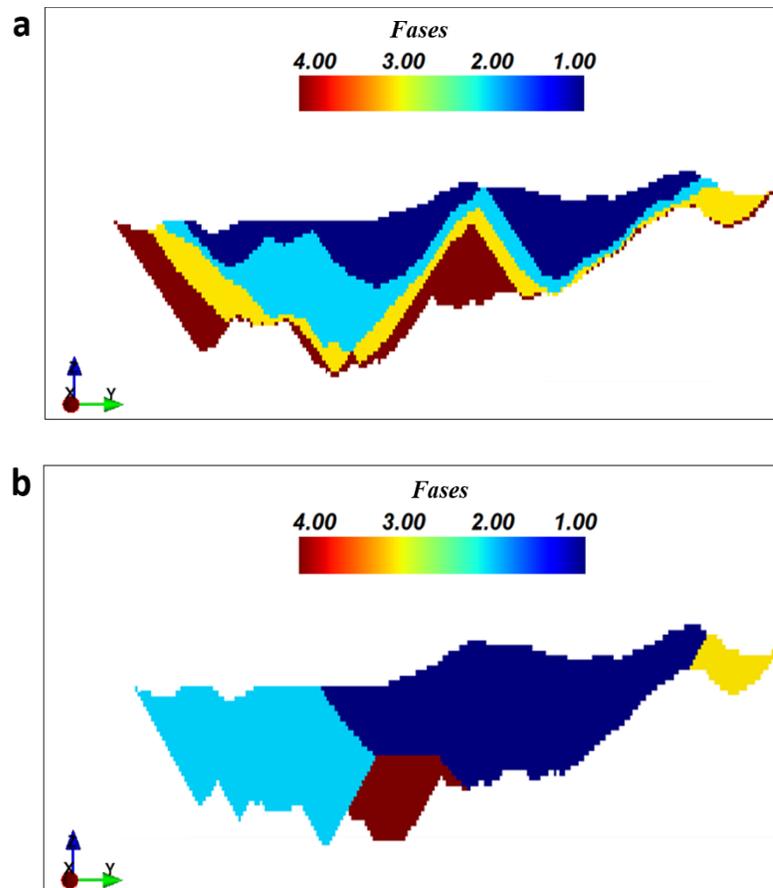
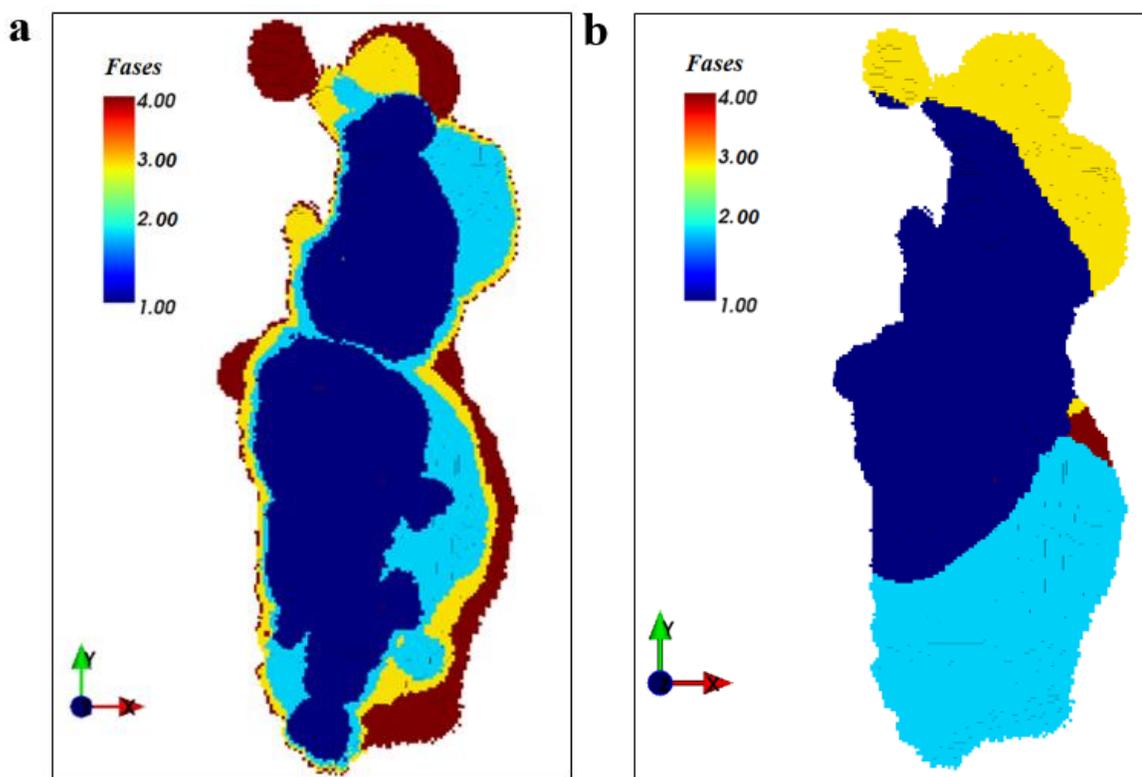


Figura 53 . Vista en planta de los pushbacks resultantes para el modelo MCL a) método tradicional y (b) método IA



La Tabla 10 presenta la distribución de tonelajes de mineral, estéril y ley promedio entre los pushbacks generados. La metodología tradicional presenta una extracción de un 2,42% más de tonelaje de mineral y un 0.85 % más de tonelaje estéril que la metodología IA.

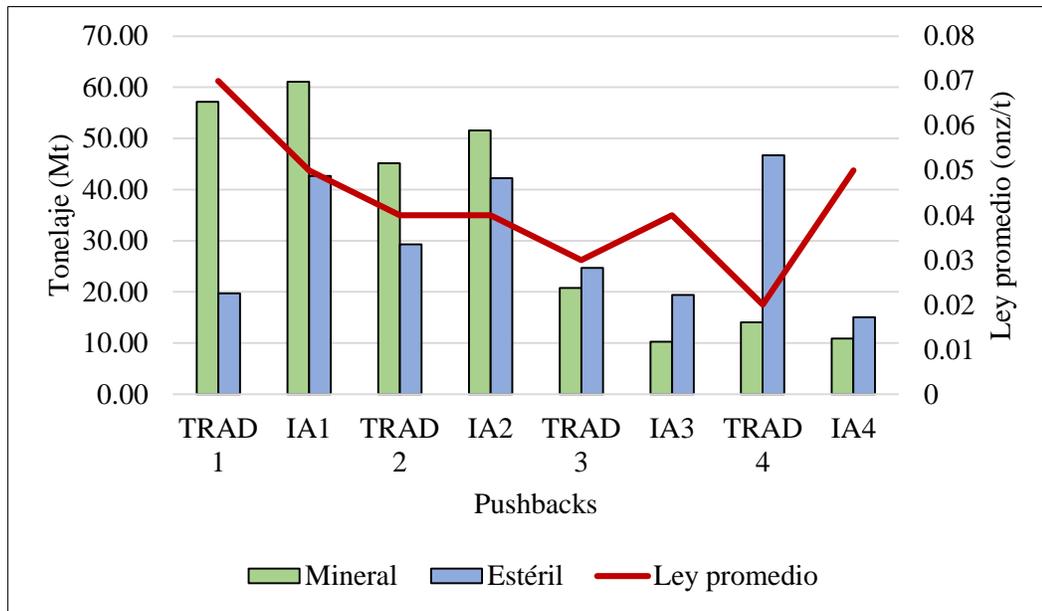
Tabla 10 . Resultados de cada pushback por metodología para el caso MCL

Pushbacks	Tradicional					IA				
	Tonelaje Mineral (Mt)	Tonelaje Estéril (Mt)	Tonelaje Total (Mt)	Ley promedio (onz/t)	REM	Tonelaje Mineral (Mt)	Tonelaje Estéril (Mt)	Tonelaje Total (Mt)	Ley promedio (onz/t)	REM
1	57.16	19.70	76.86	0.07	0.34	61.07	42.66	103.73	0.05	0.70
2	45.15	29.31	74.46	0.04	0.65	51.56	42.25	93.81	0.04	0.82
3	20.75	24.67	45.42	0.03	1.19	10.25	19.42	29.67	0.04	1.89
4	14.05	46.73	60.78	0.02	3.33	10.91	15.05	25.96	0.05	1.38
Total	137.11	120.41	257.52	0.04	0.88	133.79	119.38	253.17	0.05	0.89

En la Figura 54, se presenta una gráfica comparativa de los pushbacks resultantes por cada metodología. La metodología tradicional (TRAD), presenta una menor cantidad de tonelaje mineral y estéril en los dos primeros pushbacks, y la ley promedio muestra un comportamiento

decreciente. Para la metodología propuesta (IA), la ley presenta un comportamiento más constante, con disminución de la REM en los pushbacks finales (tres y cuatro).

Figura 54 . Distribución de tonelaje y ley promedio por pushbacks y por metodología-caso MCL



5.1.2 Comparación de planes de producción (previo diseño) entre metodología tradicional y metodología IA

La Tabla 11, presenta un resumen del VAN y tonelajes obtenidos por medio de los planes de producción. El VAN obtenido a través de la metodología IA, es un 20.73% menor al resultante a través de la metodología tradicional.

Tabla 11. Resumen de los resultados obtenidos en el agendamiento de producción caso MCL

Metodología	VAN (MUSD)	Periodos (Años)	Mineral (Mt)	Estéril (Mt)
Tradicional	852.63	40.00	137.11	120.41
IA	675.89	34.00	133.79	119.38

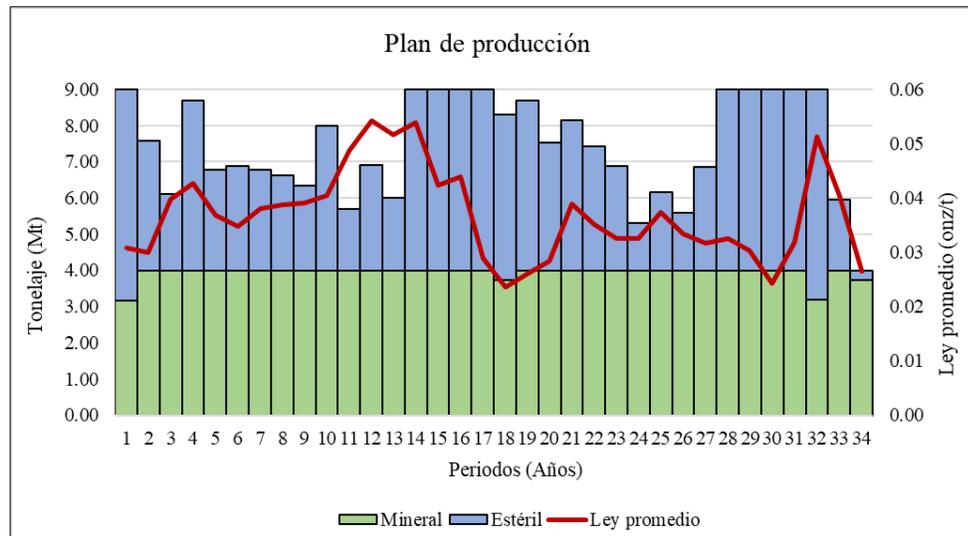
Los planes de producción para la metodología tradicional (Figura 55) y la metodología IA (Figura 56), inician la extracción de tonelaje mineral desde el primer año. Los resultados del método IA, muestran un comportamiento más uniforme en términos de valor y tonelaje de mineral enviado a planta. Permitiendo cumplir con las restricciones de capacidad planta en casi todos los años. En comparación con el método tradicional, presenta mayor extracción de estéril durante los primeros años.

Figura 55. Plan de producción para el caso MCL-Metodología tradicional



VAN = 852.63 MMUSD

Figura 56. Plan de producción para el caso MCL -Metodología IA

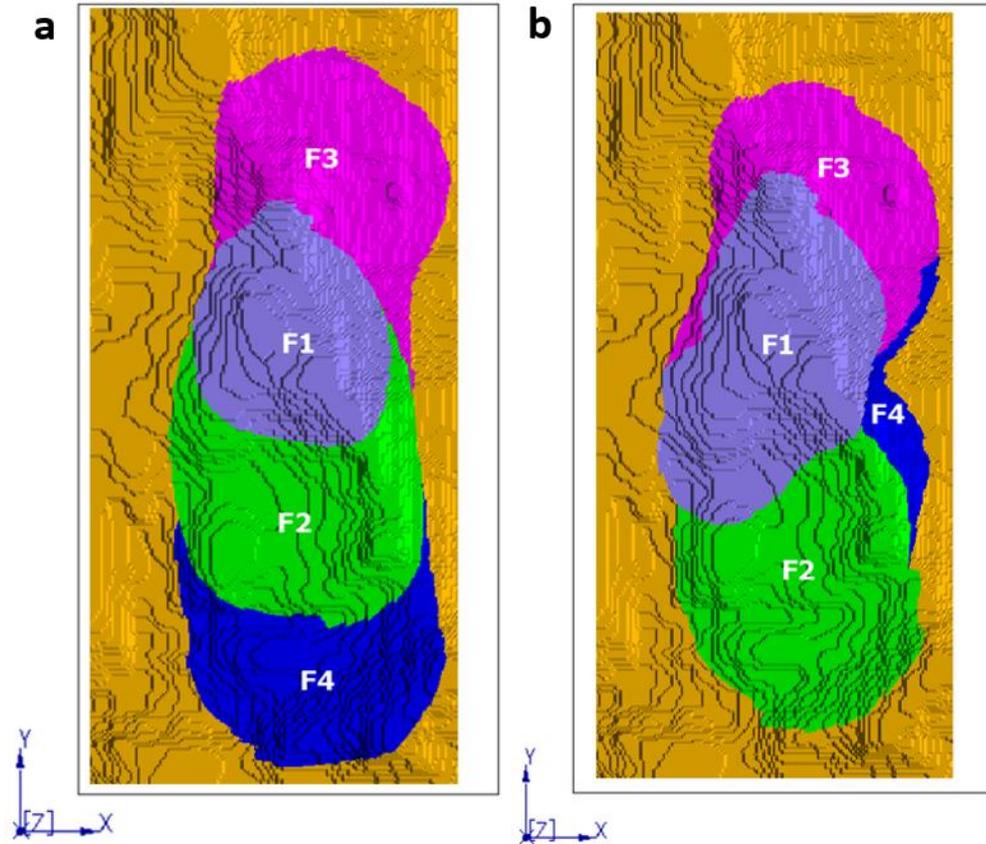


VAN = 675.89 MMUSD

5.1.3 Comparación de diseño de fases entre metodología tradicional y metodología IA

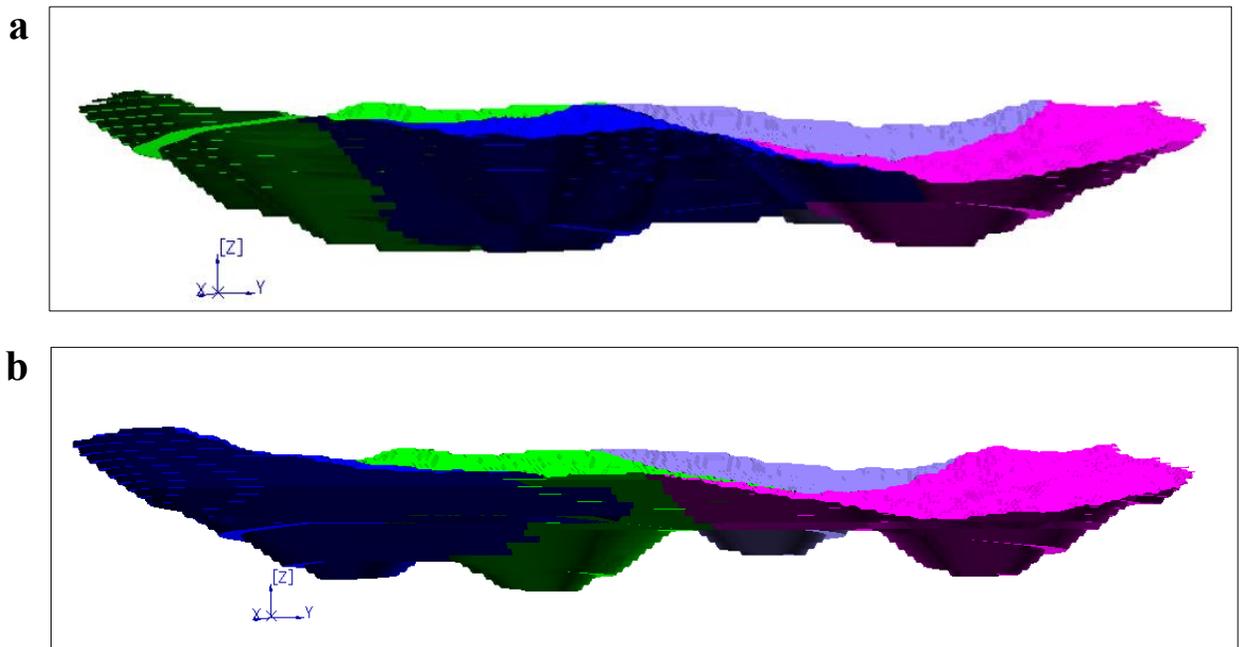
En la Figura 57 y Figura 58, se muestran las fases diseñadas, tanto para la metodología tradicional como para la metodología IA. Cada uno de los diseños se pueden encontrar en Anexos 6. Para ambos casos de estudio se diseñaron cuatro fases, según lo definido previamente en la generación de pushbacks.

Figura 57 . Vista en planta de fases antes de la extracción (a) metodología tradicional (b) metodología IA



En la Figura 58, se presenta una vista YZ de los diseños para cada metodología. Se puede observar que cada fase cumple con un fondo de base operativo.

Figura 58. Vista YZ de las fases diseñadas (a) metodología tradicional (b) metodología IA



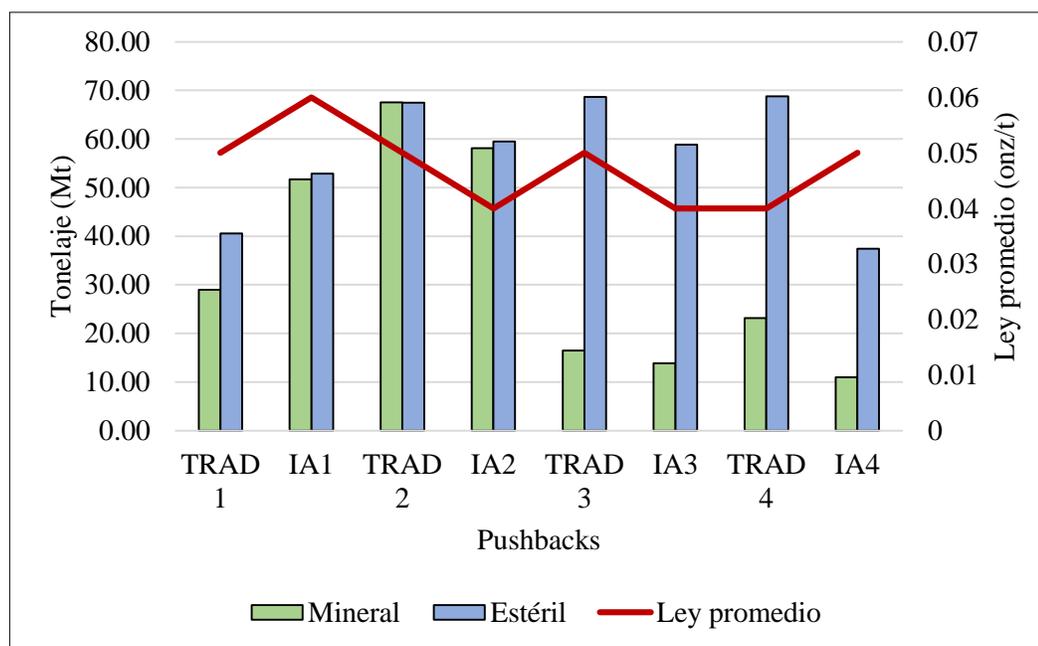
La Tabla 12 muestran los resultados obtenidos en términos de tonelaje y ley promedio para cada una de las fases diseñadas. Por medio de la metodología tradicional se extrae un 1 % más de mineral y un 15 % más de tonelaje estéril que la metodología IA.

Tabla 12. Resultados de cada fase por metodología para el caso MCL

Metodología	Tradicional					IA				
Fases	Tonelaje Mineral	Tonelaje Estéril	Tonelaje Total	Ley promedio	REM	Tonelaje Mineral	Tonelaje Estéril	Tonelaje Total	Ley promedio	REM
	(Mt)	(Mt)	(Mt)	(onz/t)		(Mt)	(Mt)		(onz/t)	
1	29.00	40.59	69.59	0.05	1.40	51.68	52.88	104.55	0.06	1.02
2	67.51	67.46	134.97	0.05	1.00	58.12	59.45	117.57	0.04	1.02
3	16.44	68.65	85.09	0.05	4.18	13.85	58.84	62.68	0.04	4.25
4	23.14	68.77	91.91	0.04	2.97	10.94	37.44	48.39	0.05	3.42
Total	136.09	245.47	381.56	0.05	1.80	134.59	208.61	343.19	0.05	1.55

En la Figura 59, se puede observar un resumen de la distribución de tonelaje por fase para cada metodología. Al comparar la metodología tradicional (TRAD) con la metodología propuesta (IA), la primera (TRAD) incorpora mayor cantidad de estéril durante las tres últimas fases.

Figura 59. Distribución de tonelaje y ley promedio por cada fase y por metodología-caso MCL



5.1.4 Comparación de resultados previos y post diseño

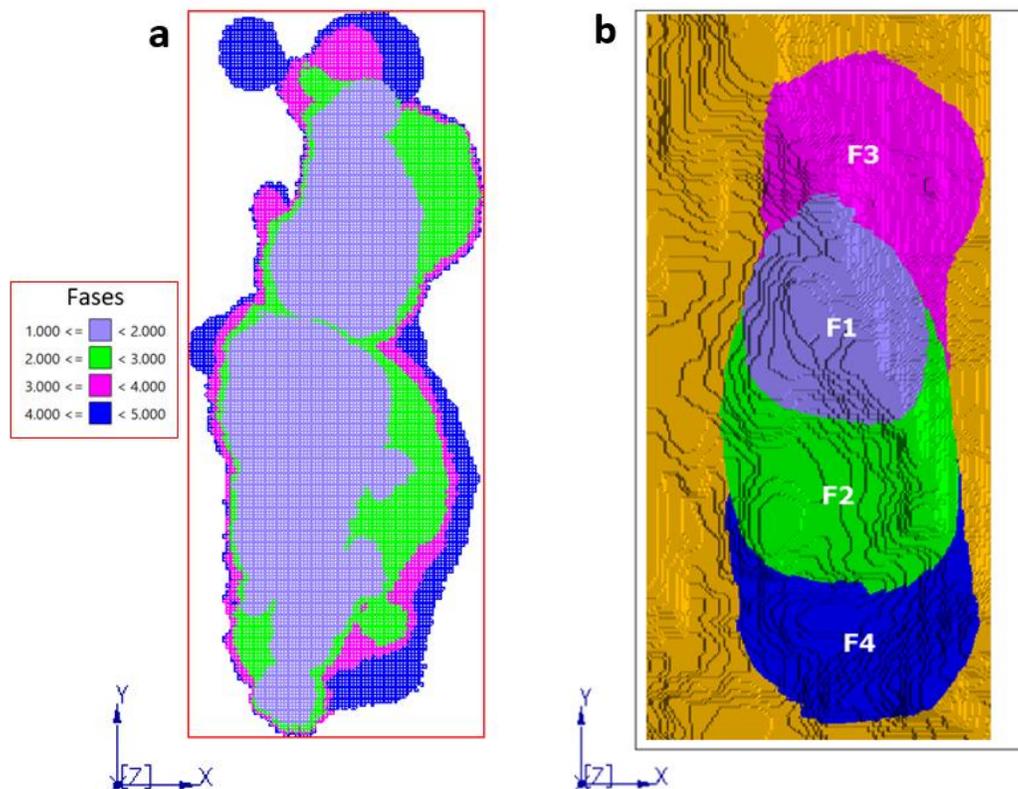
En esta sección se realiza un análisis de los resultados obtenidos para las dos metodologías, previo al diseño (pushbacks) y posterior a los diseños (fases). Se analiza el incremento o disminución de tonelaje mineral, estéril, así como del VAN.

5.1.5 Metodología tradicional

En la Figura 60, se presentan los resultados obtenidos mediante la metodología tradicional. La Figura 60(a) presenta los pushbacks agrupados a partir de pits anidados y en la Figura 60(b) se observan las fases diseñadas.

Como se comenta en secciones anteriores, los pushbacks generados a través de la metodología tradicional no cumplen con espacios suficientes para ser operativos, por lo que al momento de diseñar las fases se procede a modificarlos. Las modificaciones en las geometrías de los pushbacks consideran restricciones geométricas y de diseño previamente definidas (sección 4.5). Para este caso, los pits anidados únicamente se tomaron como referencia para seguir la tendencia del crecimiento del pit.

Figura 60. Vista en planta de (a) Pushbacks (b) fases operativas resultantes para la metodología tradicional



Para la metodología tradicional se diseñan cuatro fases, acorde al número de pushbacks generados inicialmente. Sin embargo, para lograr un diseño de fases que cumplan con restricciones operativas se incorpora un 51 % tonelaje estéril, logrando extraer el 99 % del tonelaje mineral previsto.

En la Figura 61 se presenta una vista en corte YZ del diseño realizado, en el que se pueden observar que todos los fondos de las fases diseñadas cumplen con anchos mínimos operativos. En la Tabla 13, se presenta la distribución de tonelaje por fase previo y posterior al diseño.

Figura 61. Corte 200E, vista YZ, del diseño de fases para la metodología IA

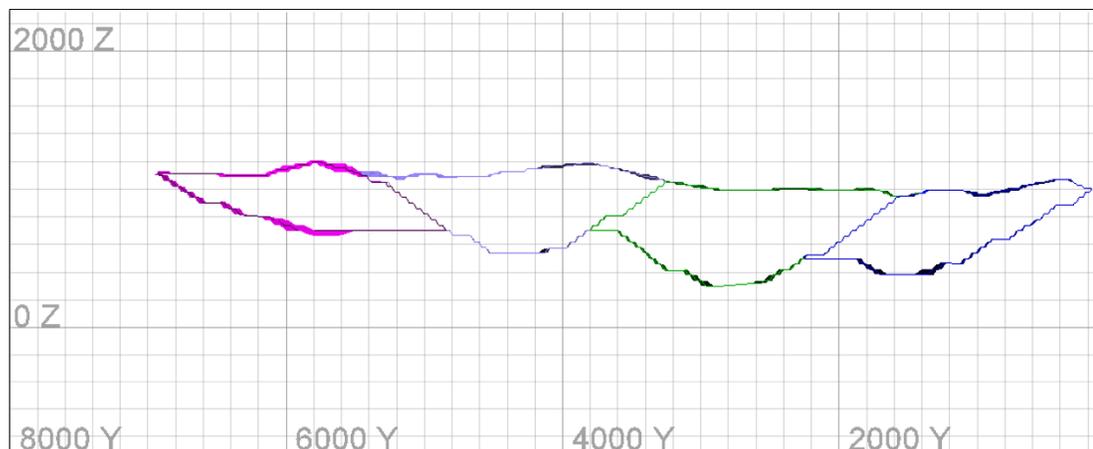
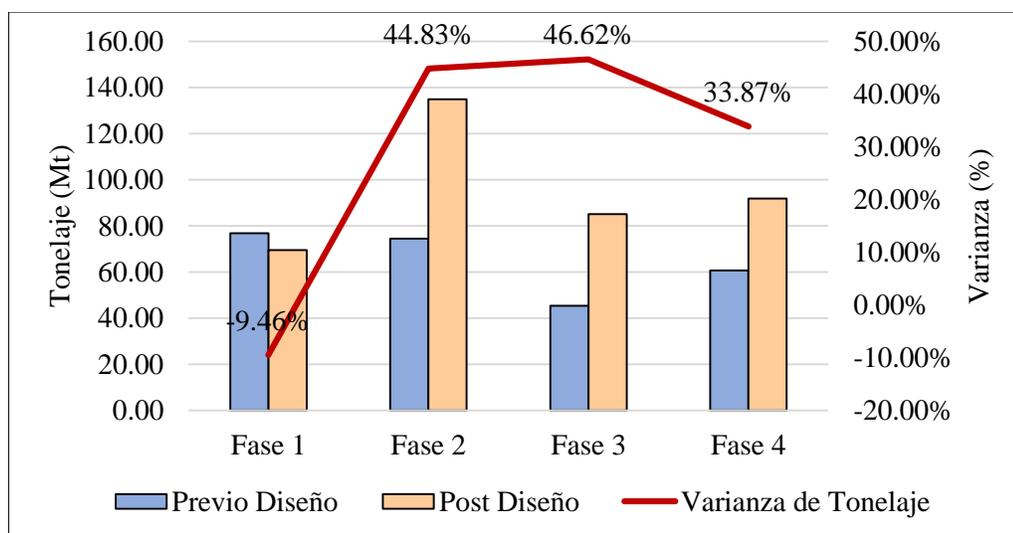


Tabla 13. Resultados de cada fase previo y post diseño para la metodología tradicional- caso MCL

Tradicional		Previo Diseño				Post Diseño				
Fase	Tonelaje Mineral	Tonelaje Estéril	Tonelaje Total	Ley promedio	REM	Tonelaje Mineral	Tonelaje Estéril	Tonelaje Total	Ley promedio	REM
	(Mt)	(Mt)	(Mt)	(onz/t)		(Mt)	(Mt)	(Mt)	(onz/t)	
1	57.16	19.70	76.86	0.07	0.34	29.00	40.59	69.59	0.05	1.40
2	45.15	29.31	74.46	0.04	0.65	67.51	67.46	134.97	0.05	1.00
3	20.75	24.67	45.42	0.03	1.19	16.44	68.65	85.09	0.05	4.18
4	14.05	46.73	60.78	0.02	3.33	23.14	68.77	91.91	0.04	2.97
Total	137.11	120.41	257.52	0.04	0.88	136.09	245.47	381.56	0.05	1.80

La Figura 62 presentan un resumen de los resultados en cuanto a las variaciones de tonelaje y ley, previo y posterior al diseño. El diseño de fases no sigue las geometrías generadas por medio de los pushbacks, por lo que las variaciones de tonelaje son altas.

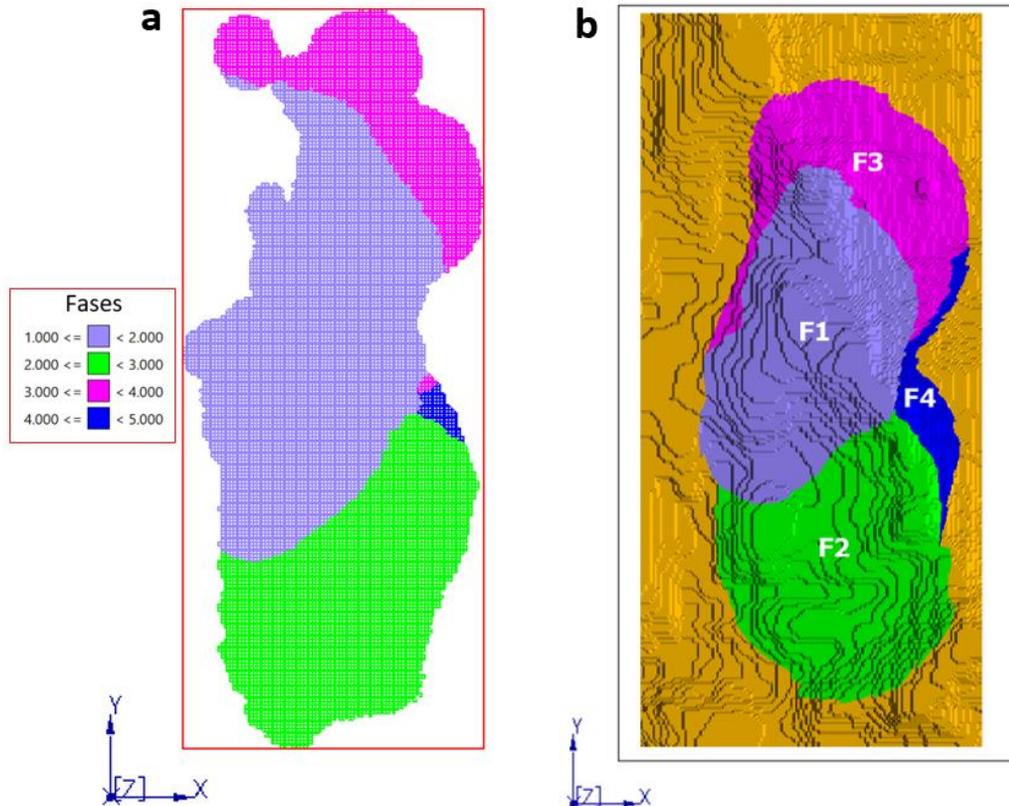
Figura 62. Análisis de varianza de tonelaje previo y post diseño-Metodología tradicional



5.1.6 Metodología IA

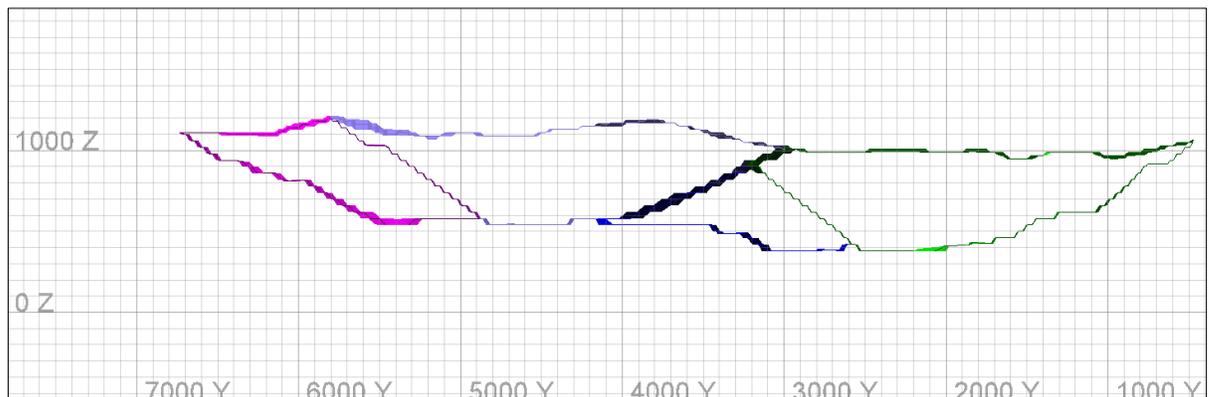
Para la metodología IA se presentan los pushbacks resultantes en la Figura 63(a) y las fases diseñadas en la Figura 63(b). Para esta metodología el diseño se realiza en base a la secuencia obtenida a través de la metodología IA. Como se puede observar la secuencia de extracción generada por medio de esta metodología es una buena guía. Además de proporcionar fases con anchos operativos en las bases, permitiendo llegar al fondo de todas las fases.

Figura 63. Vista en planta de (a) Pushbacks (b) fases operativas para la metodología IA



En la Figura 64 se presenta una vista en corte YZ del diseño realizado en el que se pueden observar que todos los fondos de las fases diseñadas cumplen con anchos mínimos operativos.

Figura 64. Corte 2000E, vista YZ, del diseño de fases para la metodología IA



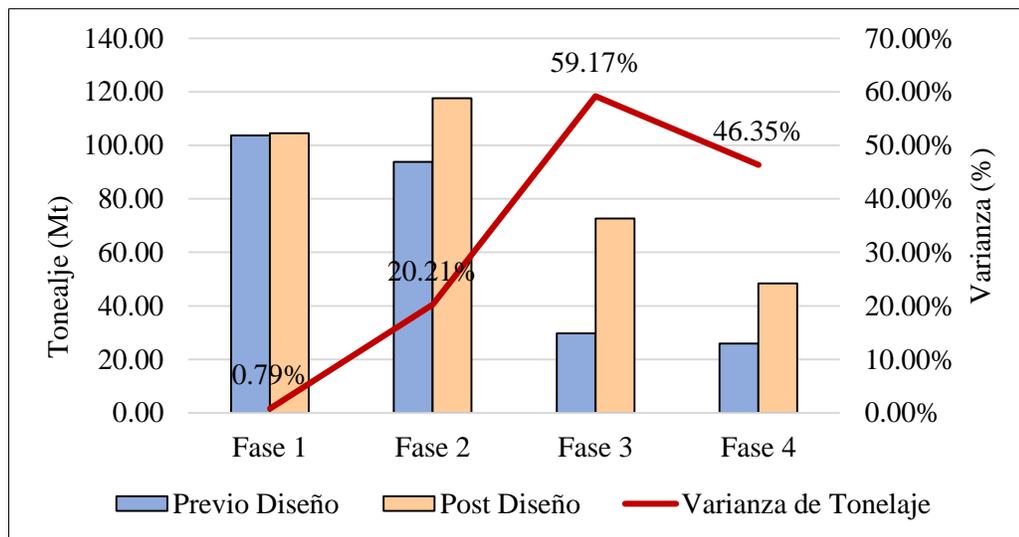
La Tabla 14, presenta la distribución de tonelaje previo y post diseño. Por medio de esta metodología se logra extraer todo el tonelaje mineral (excepto en la fase 1). Adicional, se incorporar un 0.59 % más de tonelaje mineral, que se vio factible de extraer al momento de realizar el diseño. La ley promedio por cada fase diseñado es semejante y la REM incrementa exponencialmente.

Tabla 14 . Resultados de cada fase previo y post diseño para la metodología IA- caso MCL

IA	Previo Diseño					Post Diseño				
Fase	Tonelaje Mineral	Tonelaje Estéril	Tonelaje Total	Ley promedio	REM	Tonelaje Mineral	Tonelaje Estéril	Tonelaje Total	Ley promedio	REM
	(Mt)	(Mt)	(Mt)	(onz/t)		(Mt)	(Mt)	(Mt)	(onz/t)	
1	61.07	42.66	103.73	0.054	0.70	51.68	52.88	104.55	0.06	1.02
2	51.56	42.25	93.81	0.041	0.82	58.12	59.45	117.57	0.04	1.02
3	10.25	19.42	29.67	0.043	1.89	13.85	58.84	72.68	0.04	4.25
4	10.91	15.05	25.96	0.051	1.38	10.94	37.44	48.39	0.05	3.42
Total	133.79	119.38	253.17	0.047	0.89	134.59	208.61	343.19	0.05	1.55

En la Figura 65 se observa el porcentaje de tonelaje total adicionado a cada una de las fases.

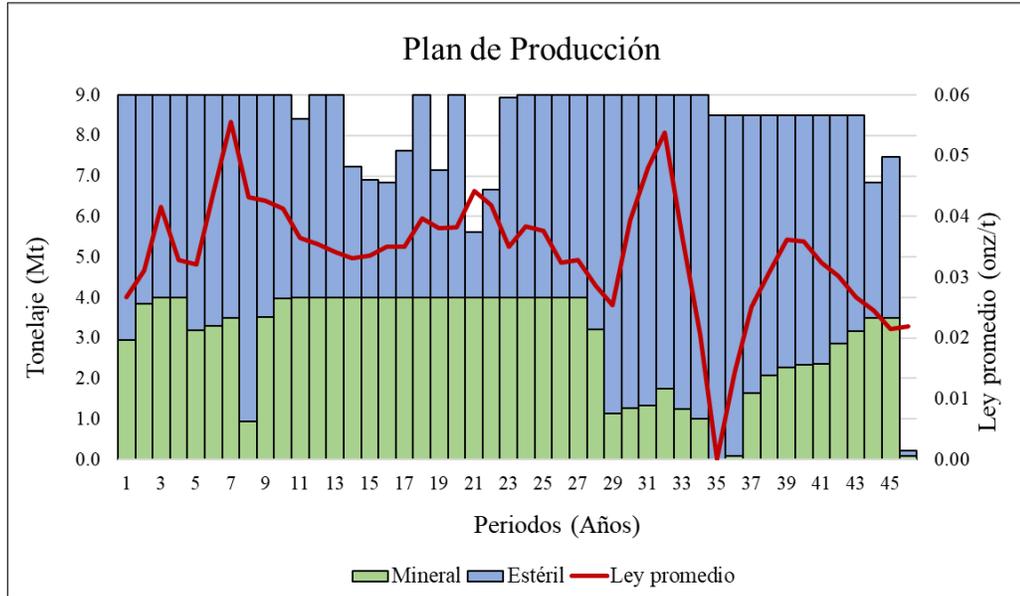
Figura 65. Análisis de varianza de tonelaje previo y post diseño-Metodología IA



5.1.7 Comparación de planes de producción entre metodología tradicional y metodología IA post diseño

El plan de producción generado para el método tradicional (Figura 66) inicia la extracción de mineral desde el primero año. El tonelaje enviado a planta, presenta un comportamiento variable durante los primeros nueve periodos, y al final de la vida útil del proyecto.

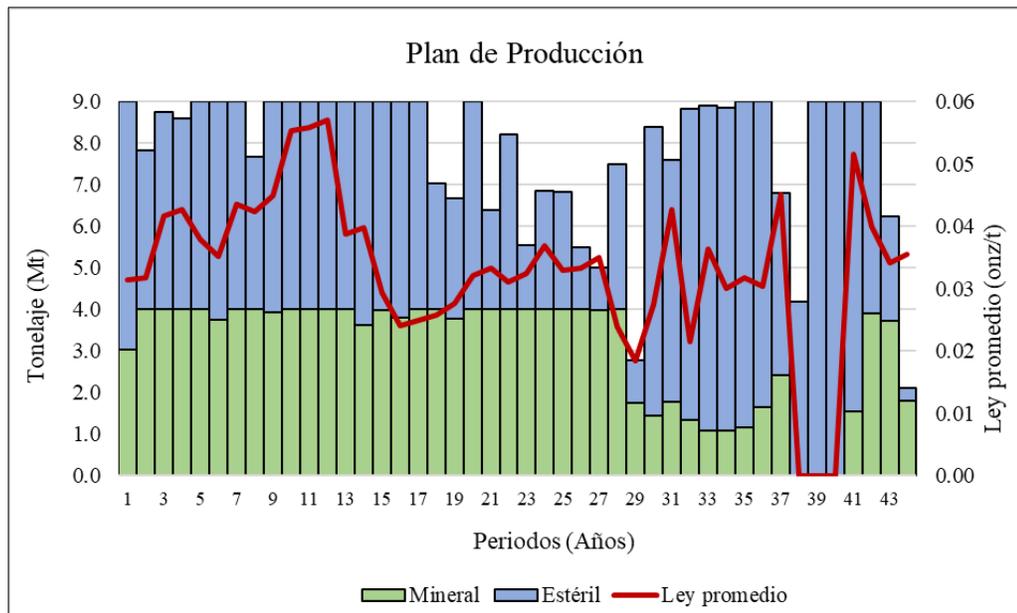
Figura 66. Plan de producción para el caso MCL –Metodología tradicional



VAN = 559.21MUSD

El plan generado por la metodología IA (Figura 67), genera una alimentación mucho más constante de mineral hacia la planta durante los primeros años. A partir del año 38, se observa una caída de la ley media y una disminución de tonelaje mineral. Se decide genera un plan de producción con un horizonte menor (38 años). Los resultados obtenidos para este plan se muestran en la Figura 68.

Figura 67. Plan de producción para el caso MCL –Metodología IA

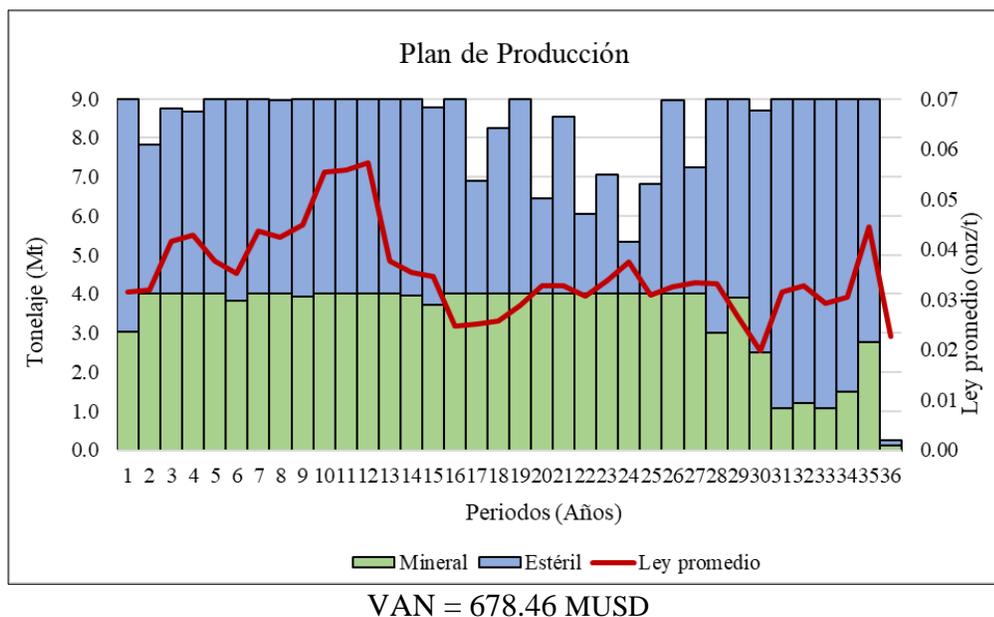


VAN = 677.82 MUSD

Al agendar en un horizonte de tiempo menor, se dejan de extraer un total de 37.57 MT de estéril y un total de 10.99 MT de mineral. Sin embargo, esta disminución de estéril produce un crecimiento del VAN en un 0.1 %. Como resultado de este análisis se considera factible reducir el

horizonte de extracción para esta metodología, ya que los últimos años no generan un incremento de valor considerable.

Figura 68. Plan de producción para el caso MCL –Metodología IA2



En la Tabla 15 se presenta un resumen del VAN obtenido posterior al diseño, para cada metodología. Para el caso de estudio MCL, el VAN obtenido a través de la metodología IA es mayor en un 17.50 % al obtenido por medio de la metodología tradicional.

Tabla 15. Resumen de los resultados obtenidos en el agendamiento de producción post diseño

Caso de estudio MCL				
Metodología	VAN (MUSD)	Periodos (Años)	Mineral(Mt)	Estéril (Mt)
Tradicional	559.21	46.00	135.99	245.40
IA	677.82	44.00	134.59	208.60
IA 2	678.46	36.00	123.60	171.04

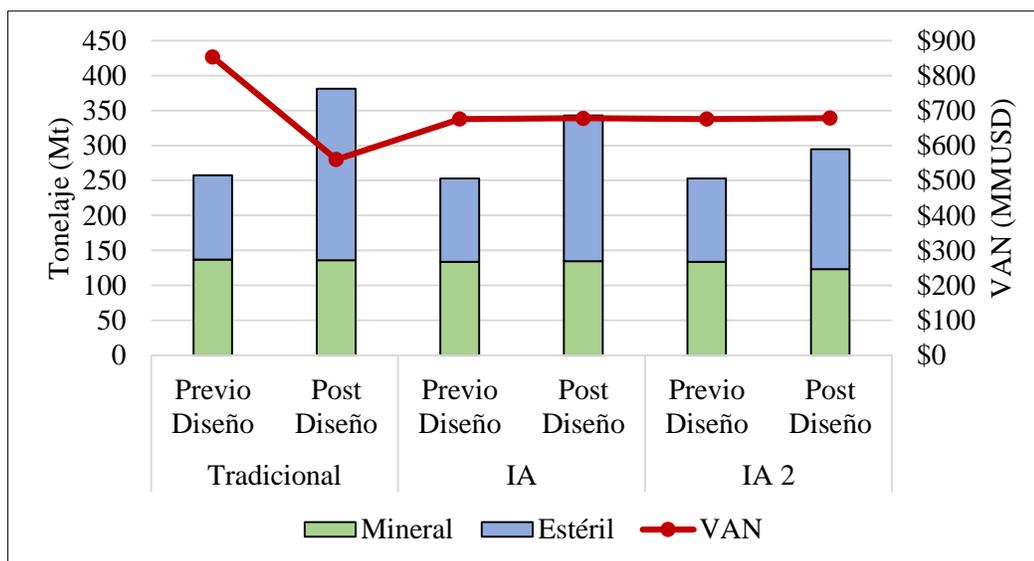
5.1.8 Resumen de resultados para el caso MCL

Finalmente, en la Tabla 16, se muestra un resumen de los resultados obtenidos para cada tipo de metodología tanto previo como post diseño en función del tonelaje mineral, estéril y VAN obtenido en el agendamiento de la producción. Para este caso de estudio la metodología propuesta genera mejores resultados en términos de valor (VAN), llegando a ser un 18 % mayor al obtenido a través de la metodología tradicional. Adicional la extracción se puede realizar en un menor número de periodos (IA2) incorporando menor porcentaje de extracción de estéril y logrando un incremento adicional en el VAN.

Tabla 16. Resumen de resultados obtenidos previo y post diseño para el caso de estudio MCL

	Tradicional			IA			IA 2		
	Previo Diseño	Post Diseño	Varianza	Previo Diseño	Post Diseño	Varianza	Previo Diseño	Post Diseño	Varianza
VAN	852.63	559.21	-34.41%	675.89	677.82	0.28%	675.89	678.46	0.38%
Mineral	137.11	135.99	-0.82%	133.79	134.59	0.60%	133.79	123.6	-7.61%
Estéril	120.41	245.40	50.93%	119.38	208.6	42.77%	119.38	171.04	30.21%

Figura 69. Resultados obtenidos previo y post diseño para el caso de estudio MCL



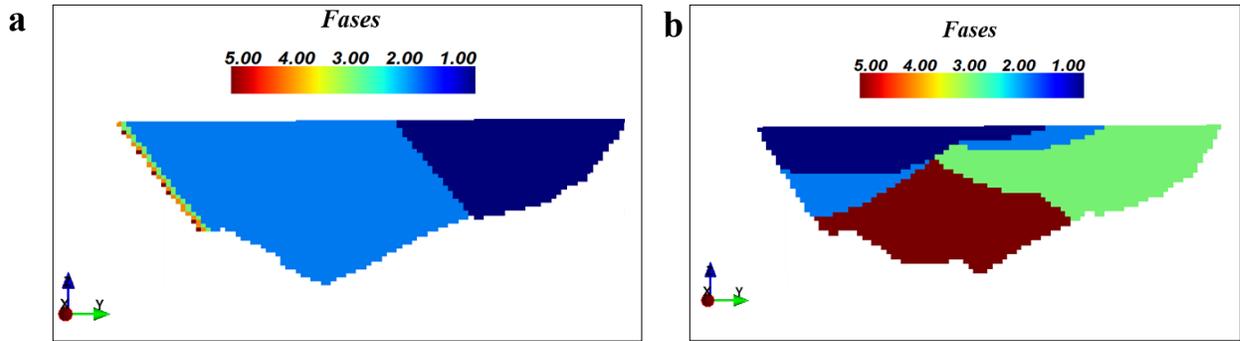
5.2 Caso de estudio Iron_bm

5.2.1 Comparación de pushbacks resultantes entre metodología tradicional y metodología IA

Los pushbacks resultantes para cada una de las metodologías, se muestran en la Figura 70 y Figura 71. En la metodología tradicional, existe una tendencia a crear un pushback inicial grande (pushbacks dos) y pushbacks finales muy pequeños. En la Figura 70 (a) y la Figura 71(a) se puede observar que al no considerar restricciones de diseño, los últimos tres pushbacks no cuentan con anchos mínimos operativos.

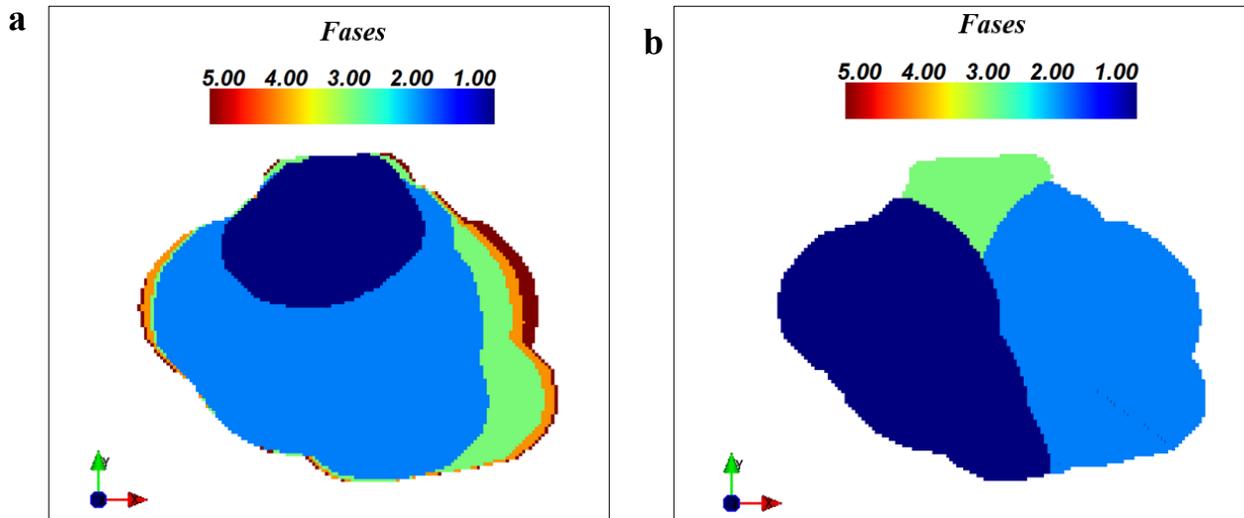
Tanto visualmente, como en la distribución de tonelajes (Tabla 17), se observa que el pushback dos es proporcionalmente mayor al resto de pushbacks. Si se lo compara con el más pequeño (cuatro) este es 93,24% más grande y no cumple con los criterios planteados en términos de minimización las diferencias de tonelaje entre pushbacks.

Figura 70. Vista YZ de los pushbacks resultantes para el modelo Iron_bm a) método tradicional y (b) método IA



En la Figura 70(b) y Figura 71 (b), los pushbacks resultantes muestran que a través de la metodología IA es posible dividir el pushback más grande en pushbacks de menor tamaño. Logrando mayor simetría con respecto a las pushbacks restantes. Además, se observa que presentan mayor espacio para su posterior operatividad.

Figura 71. Vista en planta de los pushbacks resultantes - modelo Iron_bm a) método tradicional y (b) método IA



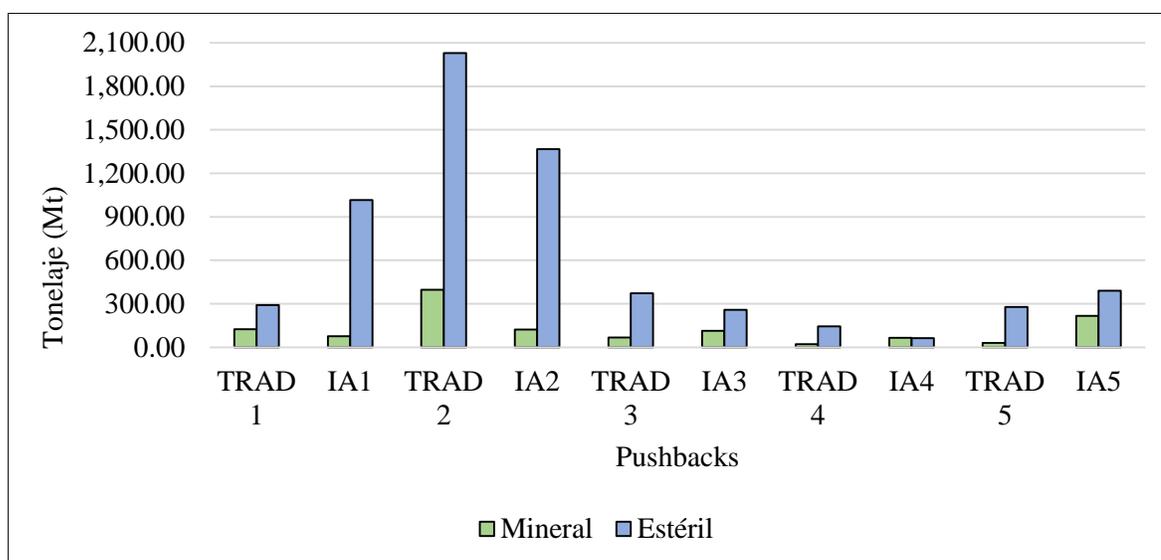
En la Tabla 17, se presenta la distribución de tonelaje por cada pushback. El modelo Iron_bm en particular está conformado en un mayor porcentaje por material estéril. Más del 80% del tonelaje total corresponde a estéril. Los resultados muestran que la metodología tradicional incorpora un 6.42% más de tonelaje mineral que la metodología IA.

En la Figura 72, se puede observar la distribución de tonelaje por pushbacks, para cada metodología. Para la metodología IA, la extracción de estéril es mayor en los pushbacks iniciales. Esto conlleva a una extracción inicial costosa. Para la metodología tradicional (TRAD) la ley promedio mantiene una tendencia decreciente. Para la metodología propuesta (IA), la ley promedio tiende a crecer en los últimos años por una disminución en la REM.

Tabla 17. Resultados de cada fase por metodología para el caso Iron_bm

Metodología	Tradicional					IA				
	Pushbacks	Tonelaje Planta	Tonelaje Estéril	Tonelaje Total	Ley promedio	REM	Tonelaje Planta	Tonelaje Estéril	Tonelaje Total	Ley promedio
	(Mt)	(Mt)	(Mt)	(%)		(Mt)	(Mt)	(Mt)	(%)	
1	123.08	291.44	414.51	0.73	2.37	76.28	1015.88	1092.15	0.78	13.32
2	396.24	2028.52	2424.76	0.75	5.12	122.97	1367.33	1490.29	0.68	11.12
3	67.08	372.02	439.10	0.69	5.55	112.61	257.30	369.91	0.71	2.28
4	20.83	143.04	163.87	0.68	6.87	65.81	61.68	127.50	0.74	0.94
5	28.66	277.87	306.54	0.64	9.70	217.39	389.24	606.63	0.75	1.79
Total	635.89	3112.89	3748.77	0.70	4.90	595.05	3091.42	3686.47	0.73	5.20

Figura 72. Distribución de tonelaje por pushbacks y por metodología-caso Iron_bm



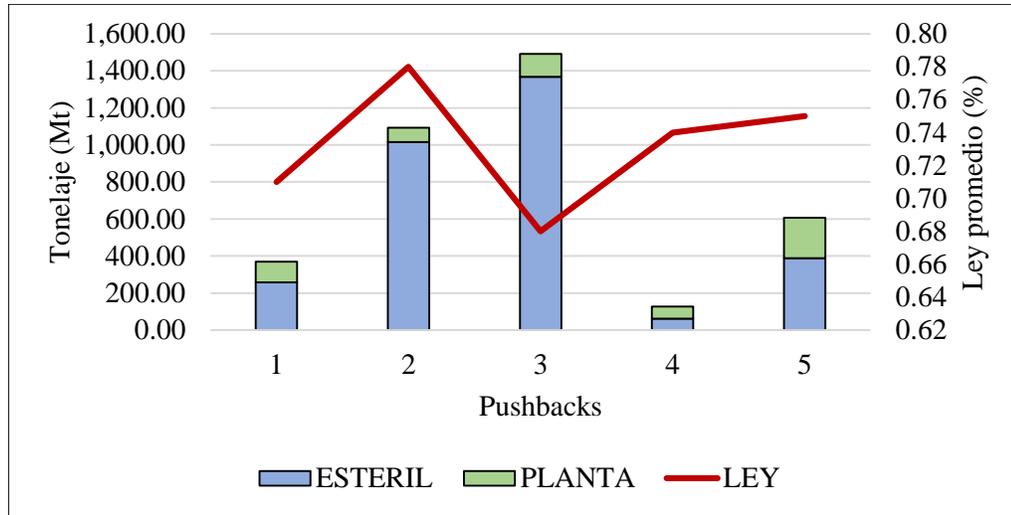
Por medio de la metodología IA, el primer pushback presenta una relación estéril mineral demasiado alta, por lo que se presenta un orden de extracción de pushbacks alternativo. La alternativa propuesta (IA2) se presenta en la Tabla 18, únicamente se modificó el orden de extracción de los primeros tres pushbacks. El objetivo es disminuir la REM dentro de los primeros años de extracción, y de esta manera mejorar el VAN y disminuir costos de extracción en los primeros periodos.

Tabla 18. Orden de extracción original y alternativa propuesta para la metodología IA

Pushbacks	Orden de extracción	
	Original(IA)	Alternativa (IA2)
1	1	2
2	2	3
3	3	1
4	4	4
5	5	5

En la Figura 73 se presenta la distribución de tonelajes y el comportamiento de la ley para la alternativa propuesta. Con esta alternativa se logra reducir el REM en los periodos iniciales, logrando mantener un comportamiento más estable de la ley promedio.

Figura 73. Gráfico de mineral, estéril y ley promedio para metodología IA2 (alternativa propuesta)



5.2.2 Comparación de planes de producción (previo diseño) entre metodología tradicional y metodología IA

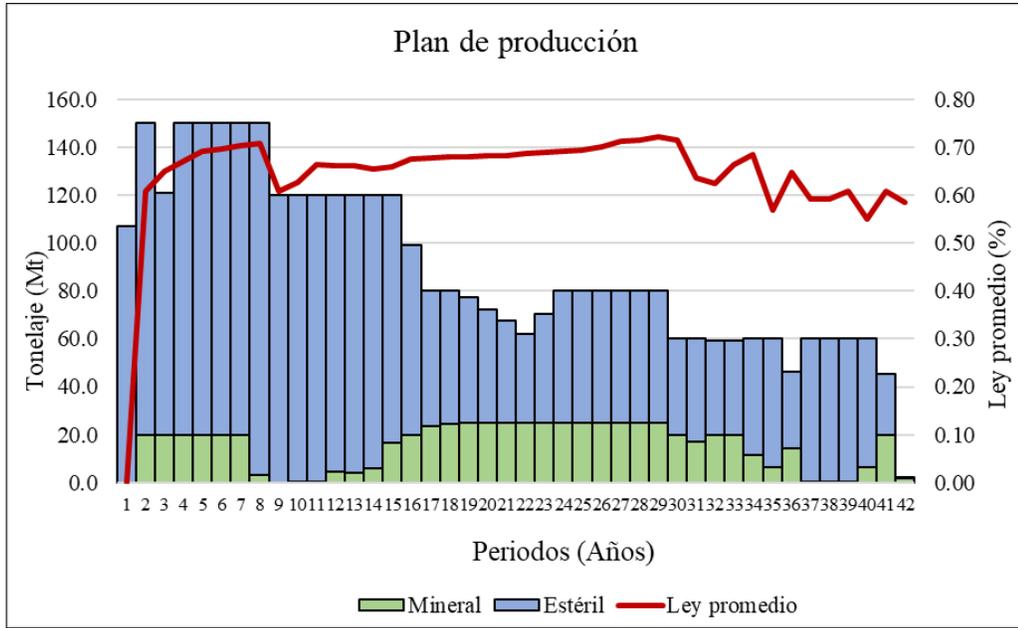
La Tabla 19 presenta los resultados obtenidos al generar el plan de producción para cada metodología. El VAN de la metodología IA es un 78% menor al obtenido por la metodología tradicional. Para la alternativa propuesta (IA2) la variación se reduce considerablemente. El VAN obtenido es un 5 % menor al VAN obtenido mediante la metodología tradicional

Tabla 19. Resumen de los resultados obtenidos en el agendamiento de producción caso Iron_bm

Metodología	VAN (MUSD)	Periodos (Años)	Mineral (Mt)	Estéril (Mt)
Tradicional	3,976.45	42.00	635.89	3,112.89
IA	856.34	38.00	595.05	3,091.43
IA 2	3,808.36	37.00	595.05	3,091.43

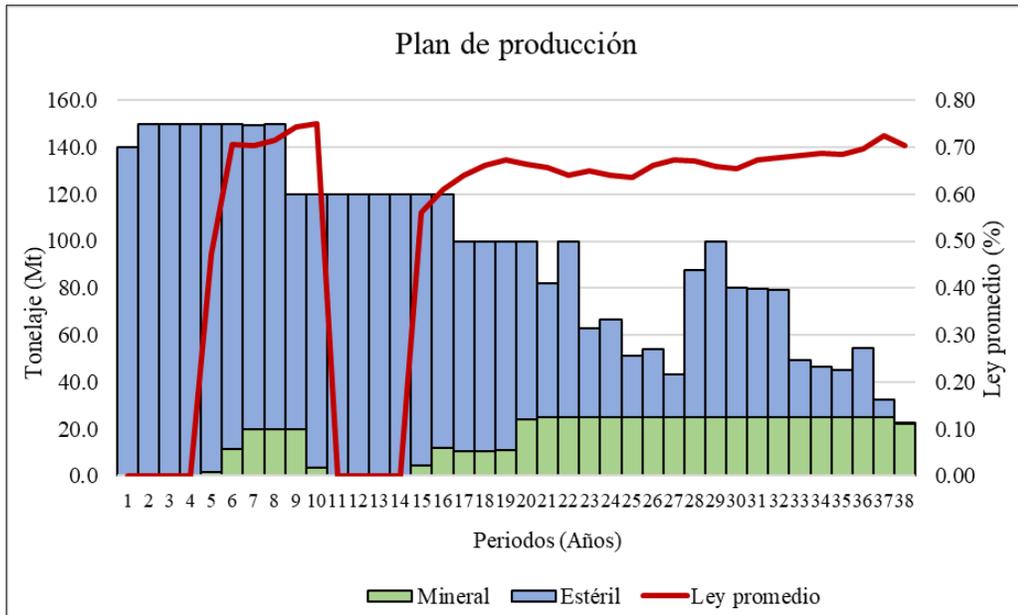
Para la metodología tradicional (Figura 74) la extracción de tonelaje mineral inicia en el segundo año. Para la metodología IA, se prioriza la extracción de estéril durante los primeros años. La extracción de mineral comienza en el quinto año (Figura 75), lo que producen una disminución del VAN.

Figura 74. Plan de producción para el caso Iron_bm-Metodología tradicional



VAN= 3,976.45 MMUSD

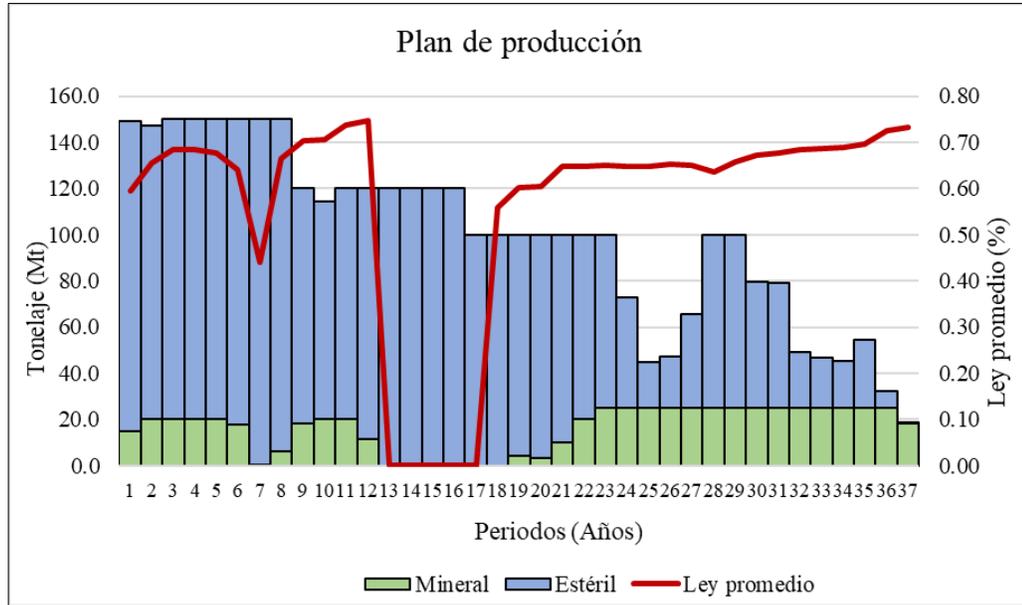
Figura 75. Plan de producción para el caso Iron_bm -Metodología IA



VAN= 856.34 MMUSD

En la Figura 76, se observa el plan de producción obtenido mediante la metodología IA (alternativa propuesta), en la que se varía el orden de extracción de los pushbacks. En este caso la extracción del mineral inicia en el primer año de vida útil de la mina. Se logra adelantar la extracción de mineral, lo que representa un incremento en el VAN.

Figura 76. Plan de producción para el caso Iron_bm - Metodología IA2 (alternativa propuesta)

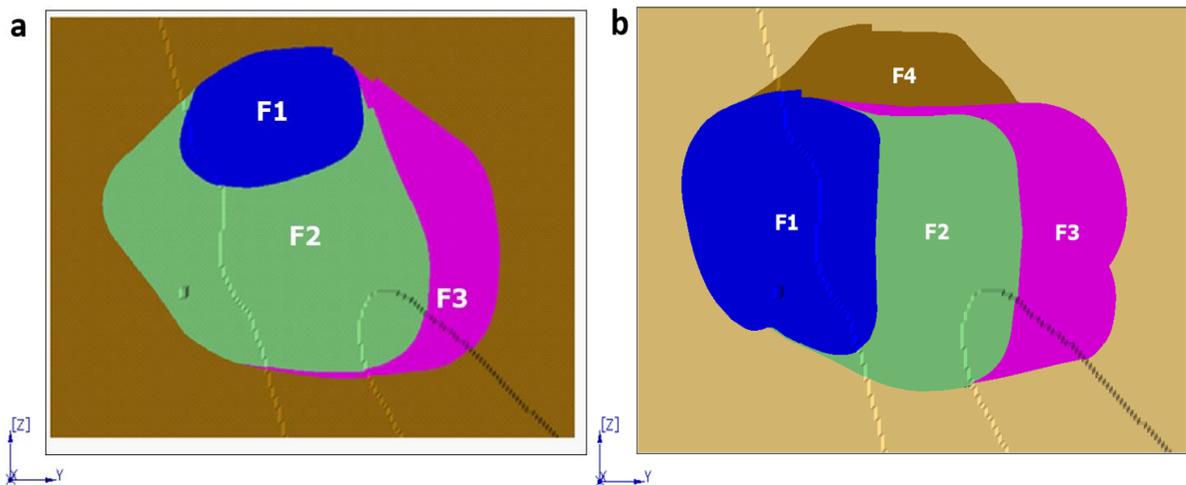


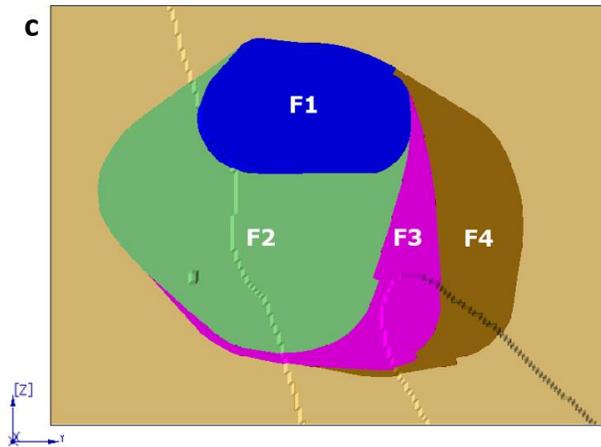
VAN = 3808.36 MUSD

5.2.3 Comparación de diseño de fases entre metodología tradicional y metodología IA

En la Figura 77, se presentan las fases diseñadas para cada metodología. Para la metodología tradicional se diseñaron tres fases, mientras que para la metodología IA se logró diseñar cuatro fases. La cantidad de fases se realiza acorde a tamaños operativos y accesibilidad. En la Figura 77(c) se presenta una tercera propuesta de diseño que sigue la secuencia de extracción alternativa planteada (ver Tabla 18). Con esta propuesta de diseño se logra incorporar mineral en etapas más tempranas.

Figura 77. Vista en planta de fases antes de la extracción (a) metodología tradicional (b) metodología IA (c) alternativa propuesta





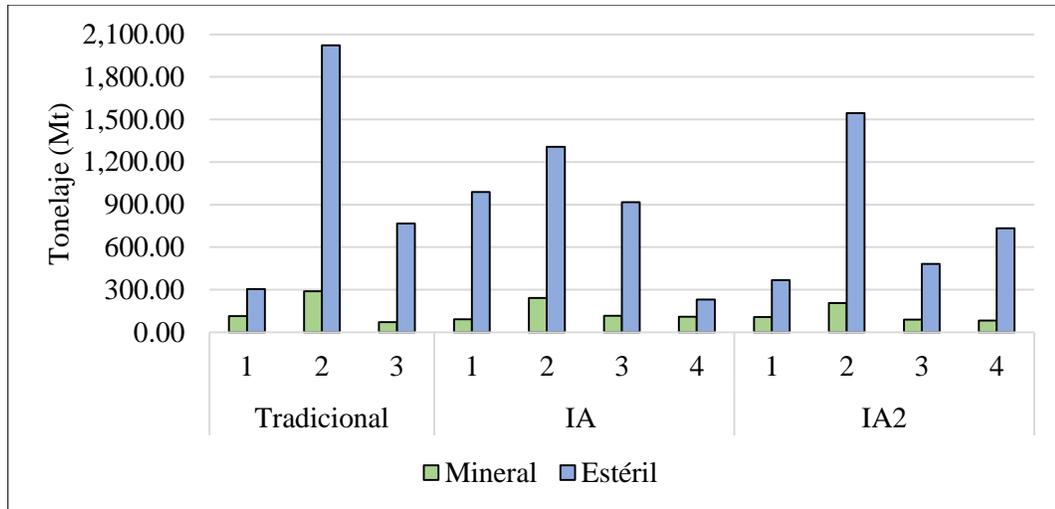
En la Tabla 20 se presentan los tonelajes por cada fase diseñada. Por medio de la metodología tradicional se extrae hasta un 16 % menos de mineral y 10 % menos de tonelaje estéril que la metodología IA. Para la metodología IA, la REM es mucho más alta durante los primeros años de extracción generando un mayor costo y una disminución del VAN. Mediante la alternativa propuesta, se logra incorporar mineral en etapas más tempranas, además de extraer una mayor cantidad de mineral y generar fases con una ley promedio semejante.

Tabla 20 . Resultados de cada fase por metodología para el caso Iron_bm

Metodología		Fases				Total
		1	2	3	4	
Tradicional	Mineral (Mt)	112.86	287.98	70.78	-	471.62
	Estéril (Mt)	305.45	2,022.50	765.66	-	3,093.60
	Tonelaje Total(Mt)	418.31	2,310.47	836.44	-	3,565.23
	Ley promedio (%)	0.73	0.76	0.67	-	0.72
IA	Mineral (Mt)	92.39	242.07	116.92	109.49	560.87
	Estéril (Mt)	989.39	1,307.50	917.34	231.08	3,445.31
	Tonelaje Total(Mt)	1,081.77	1,549.58	1,034.27	340.57	4,006.18
	Ley promedio (%)	0.77	0.75	0.68	0.72	0.73
Alternativa propuesta	Mineral (Mt)	108.02	205.761	88.72	81.28	483.78
	Estéril (Mt)	367.68	1,546.15	482.07	732.53	3,128.43
	Tonelaje Total(Mt)	475.70	1,751.91	570.80	813.81	3,612.21
	Ley promedio (%)	0.73	0.77	0.74	0.70	0.73

En la Figura 78, se presenta un resumen de la distribución de tonelaje por cada fase. Para la alternativa de extracción propuesta se logra retrasar la incorporación de estéril durante la primera fase. En consecuencia, los costos de extracción disminuyen.

Figura 78. Distribución de tonelaje por fases y por metodología-caso Iron_bm



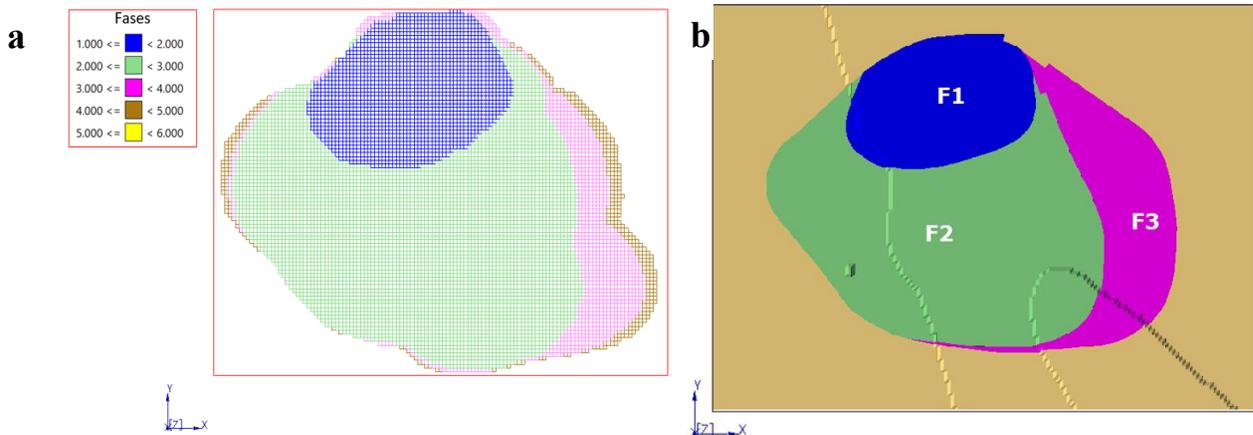
5.2.4 Comparación de resultados previos y post diseño

En esta sección se realiza un análisis de los resultados obtenidos para las dos metodologías previo al diseño (pushbacks) y posterior a los diseños (fases). Se analiza el incremento de tonelaje mineral, estéril, así como el VAN obtenido.

5.2.5 Metodología Tradicional

En la Figura 79(a) se observan una vista en planta de los pushbacks generados (ver sección 5.2.1), y en la Figura 79(b) se observan una vista en planta de las fases diseñadas (cada una de las fases se puede encontrar en Anexos 6). Inicialmente, se generaron cuatro pushbacks para este modelo, pero al realizar el diseño se redujo este número a tres fases. Los pushbacks tres, cuatro y cinco no contaban con anchos mínimos para ser operativos, como resultado los tres pushbacks conforman la fase tres en el diseño. El diseño sigue la tendencia de crecimiento de mineral.

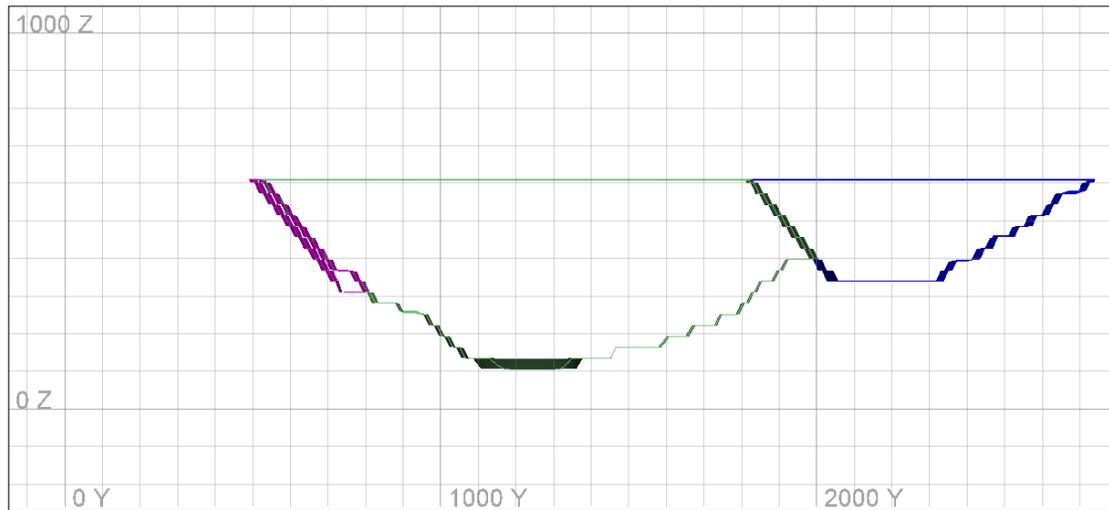
Figura 79. Vista en planta de (a) Pushbacks (b) fases diseñadas para la metodología tradicional



Cabe destacar que en esta metodología la fase dos es proporcionalmente más grandes al resto de las fases, por lo que se debería dividir esta fase en fases más pequeñas de tamaño similar. En la

Figura 80 se presenta un corte en la cota 1800E, en la que se puede apreciar el fondo de las fases diseñadas que cuentan con los espacios operativos requeridos.

Figura 80. Corte 1800E, vista YZ, del diseño de fases para la metodología tradicional



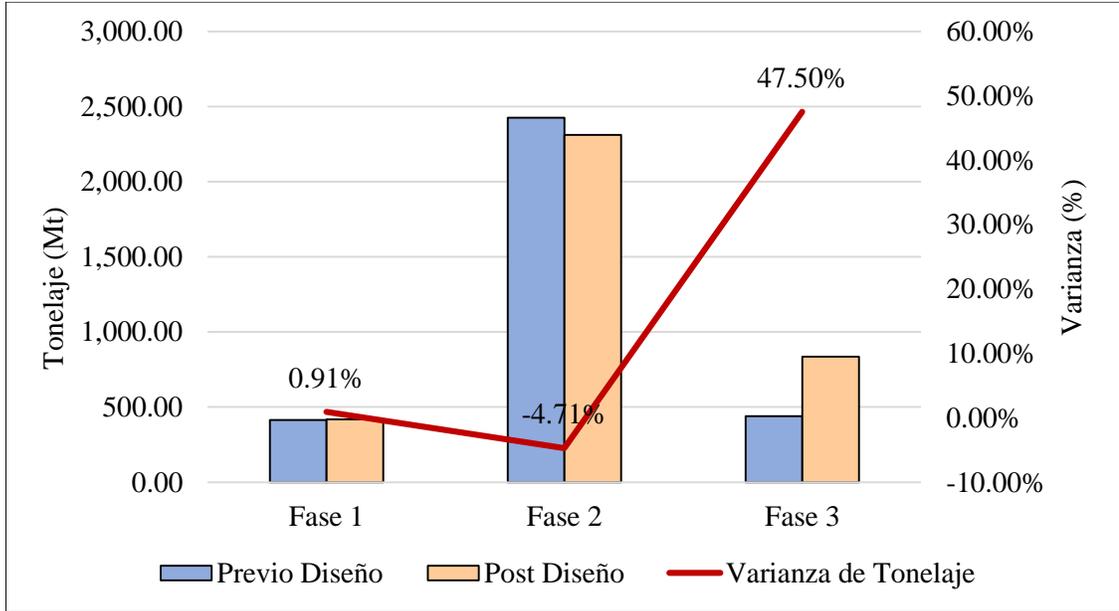
En la Tabla 21, se presenta un resumen de la distribución de tonelaje para cada fase. Para la metodología tradicional se extrae un 25,8% menos de tonelaje mineral previsto y un 0.62% menos de tonelaje estéril. A pesar de haber unido tres pushbacks no fue posible recuperar todo el mineral previsto.

Tabla 21. Resultados de cada fase previo y post diseño para la metodología tradicional – Caso Iron_bm

Tradicional		Previo Diseño				Post Diseño				
Fases	Tonelaje Mineral	Tonelaje Estéril	Tonelaje Total	Ley promedio	REM	Tonelaje Mineral	Tonelaje Estéril	Tonelaje Total	Ley promedio	REM
	(Mt)	(Mt)	(Mt)	(%)		(Mt)	(Mt)	(Mt)	(%)	
1	123.08	291.44	414.51	0.73	2.37	112.86	305.45	418.31	0.73	2.71
2	396.24	2,028.52	2,424.76	0.75	5.12	287.98	2,022.50	2,310.47	0.76	6.99
3	67.08	372.02	439.1	0.69	5.55	70.78	765.66	836.44	0.67	10.97
4	20.83	143.04	163.87	0.68	6.87	-	-	-	-	-
5	28.66	277.87	306.54	0.64	9.70	-	-	-	-	-
Total	635.89	3,112.89	3,748.77	0.70	4.90	471.62	3,093.60	3,565.23	0.72	6.56

En la Figura 81 se observa el porcentaje total incrementado para cada una de las fases, posterior al diseño. La fase tres presenta el incremento de variación mayor, debido a que corresponde a la unión de tres pushbacks.

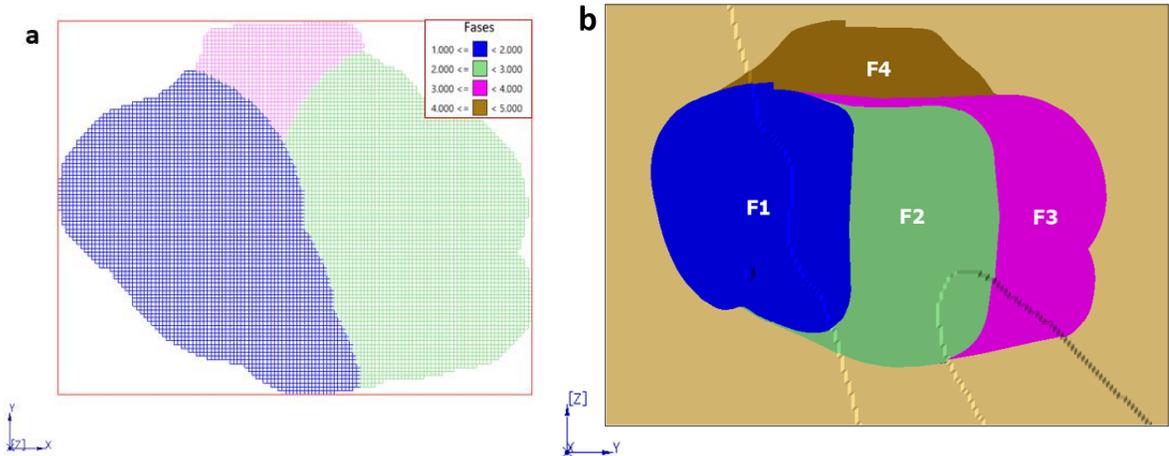
Figura 81. Análisis de varianza de tonelaje previo y post diseño-Metodología tradicional



5.2.6 Metodología IA

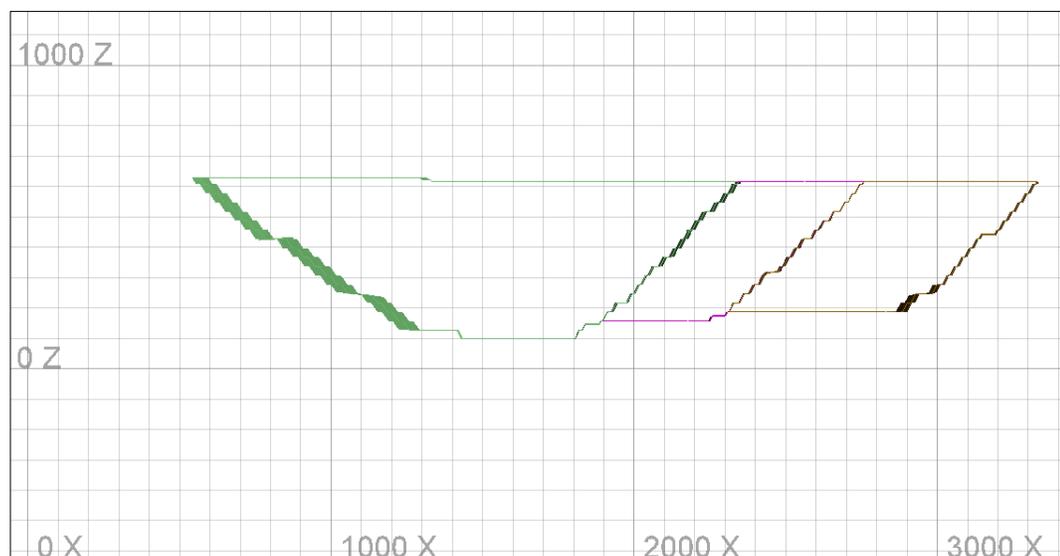
Para la metodología IA puede observar los pushbacks resultantes en la Figura 82(a) y las fases diseñadas en la Figura 82 (b). Los diseños realizados siguen la forma y secuencia presentada por la metodología IA. Para esta metodología se ve la necesidad de dividir las fases en fases más pequeñas como se muestra en la Figura 82(b), eliminando ciertas zonas que no agregan mayor valor al diseño.

Figura 82 . Vista en planta de (a) Pushbacks (b) fases metodología IA (c) fases metodología IA segunda alternativa



En la Figura 83, se presenta un corte en la cota 1500N. Se puede apreciar los fondos de cada una de las fases. Para esta metodología los pushbacks ya contaban con anchos operativos, por lo que al momento de realizar los diseños se logró llegar al fondo de todas las fases.

Figura 83. Corte 1500N, vista XZ del diseño de fases para la metodología IA



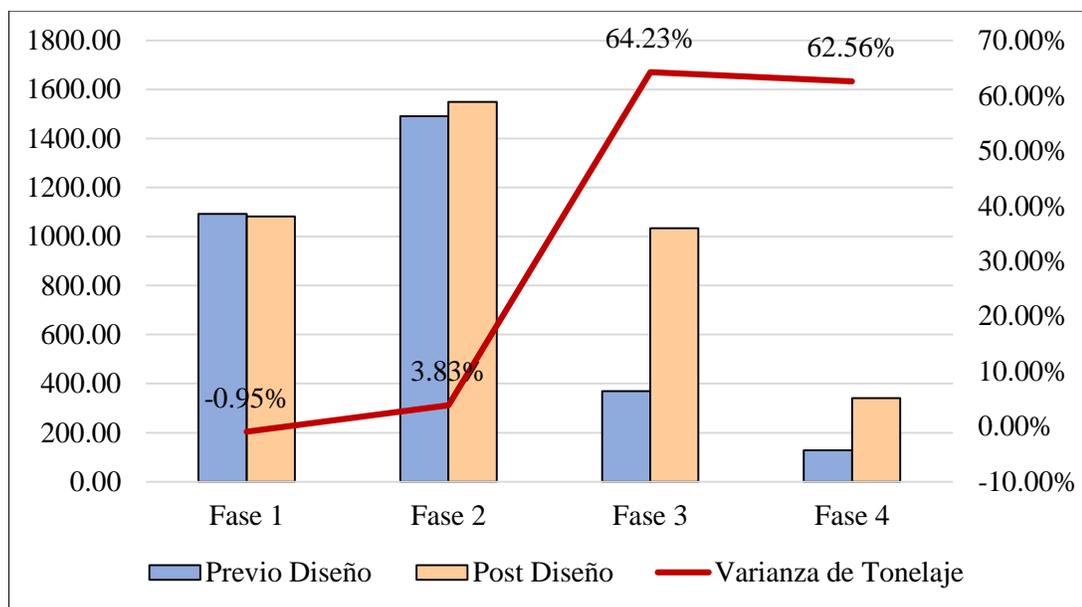
En la Tabla 22, se presenta la distribución de tonelajes, ley promedio y REM para cada fase diseñada. Se logra recuperar un 94% de tonelaje mineral previsto, incorporando un 10 % más de tonelaje estéril.

Tabla 22 . Resultados de cada fase previo y post diseño para la metodología IA- Caso Iron_bm

IA	Previo Diseño					Post Diseño				
Fases	Tonelaje Mineral	Tonelaje Estéril	Tonelaje Total	Ley promedio	REM	Tonelaje Mineral	Tonelaje Estéril	Tonelaje Total	Ley promedio	REM
	(Mt)	(Mt)	(Mt)	(%)		(Mt)	(Mt)	(Mt)	(%)	
1	76.28	1,015.88	1,092.15	0.78	13.32	92.39	989.39	1081.77	0.77	10.71
2	122.97	1,367.33	1,490.29	0.68	11.12	242.07	1,307.50	1,549.58	0.75	5.40
3	112.61	257.3	369.91	0.71	2.28	116.92	917.34	1,034.27	0.68	7.85
4	65.81	61.68	127.5	0.74	0.94	109.49	231.08	340.57	0.72	2.11
5	217.39	389.24	606.63	0.75	1.79	-	-	-	-	-
Total	595.06	3091.43	3686.48	0.732	5.20	560.87	3,445.31	4,006.19	0.73	6.14

En la Figura 84, se observa el porcentaje total incrementado para cada una de las fases. El mayor porcentaje de tonelaje se incrementa en las últimas fases. Para las primeras fases, el porcentaje incrementado corresponde en su mayor parte a tonelaje mineral, como se puede ver en la Tabla 22.

Figura 84. Análisis de varianza de tonelaje previo y post diseño- Metodología IA



5.2.7 Comparación de planes de producción entre metodología tradicional y metodología IA post diseño

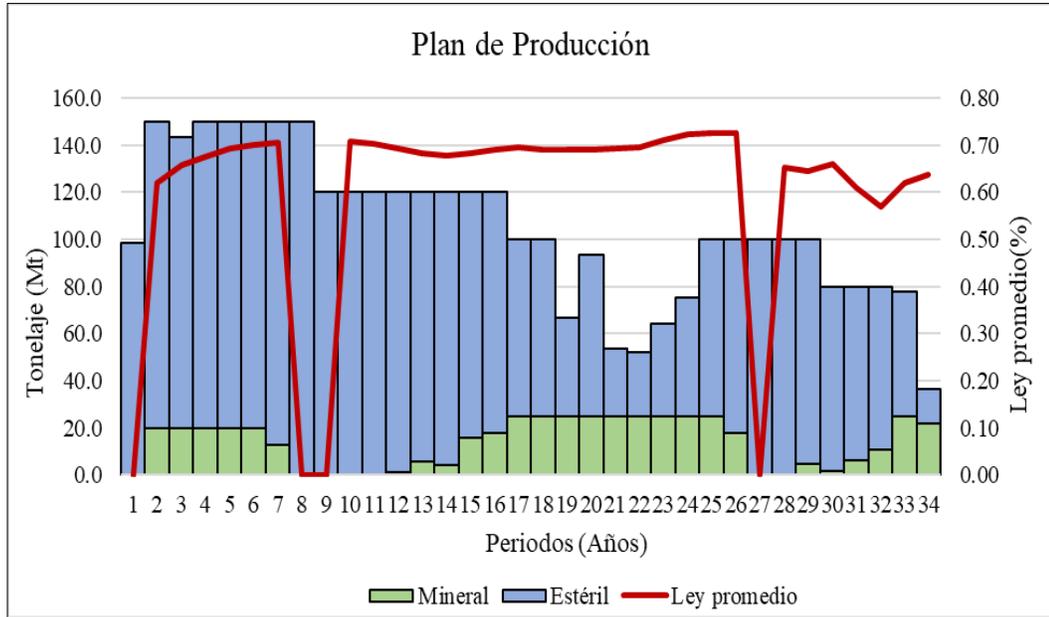
La Tabla 23, presenta los resultados obtenidos al generar el plan de producción post diseño. El VAN obtenido a través de la metodología tradicional, es un 49.8 % mayor a la primera alternativa generada por la metodología IA; comparado con la alternativa propuesta es un 15.8 % menor.

Tabla 23 . Resumen de los resultados obtenidos en el agendamiento de producción post diseño

Metodología	VAN (MUSD)	Periodos (Años)	Mineral (Mt)	Estéril (Mt)
Tradicional	3,214.92	34.000	471.62	3,090.82
IA	1,612.97	38.000	560.87	3,444.35
Alternativa propuesta	4,231.23	28.00	483.78	3,128.43

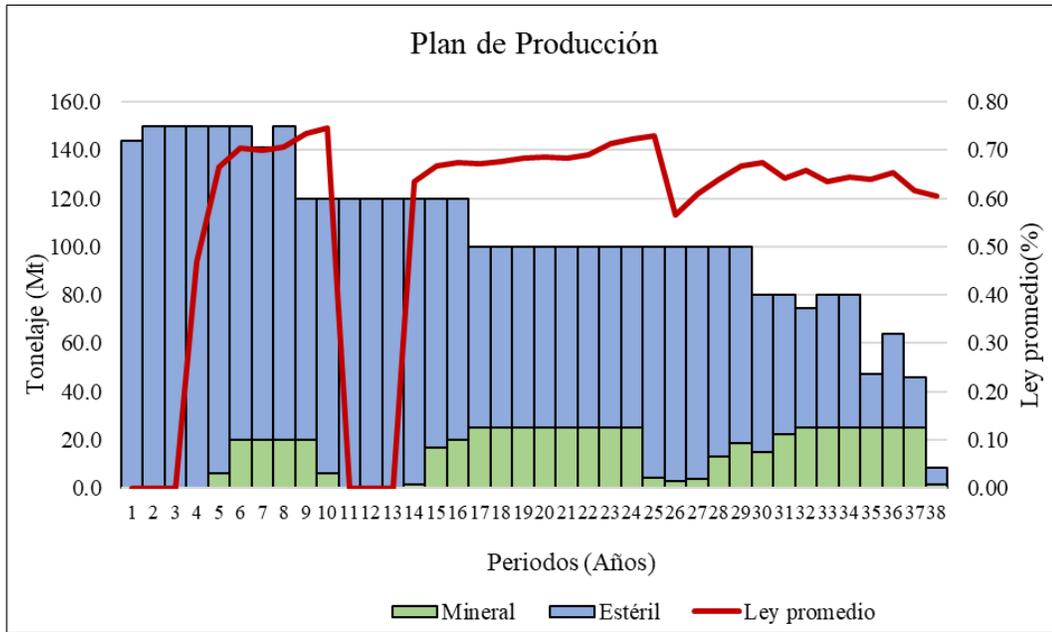
La Figura 85 muestra el plan de producción obtenido por medio de la metodología tradicional. A diferencia del obtenido por la metodología IA (Figura 86) inicia la extracción de mineral en el segundo año, mientras que en el plan IA incorpora mineral a partir del cuarto año.

Figura 85 . Plan de producción para el caso Iron_bm-Metodología tradicional



VAN= 3214.92 MMUSD

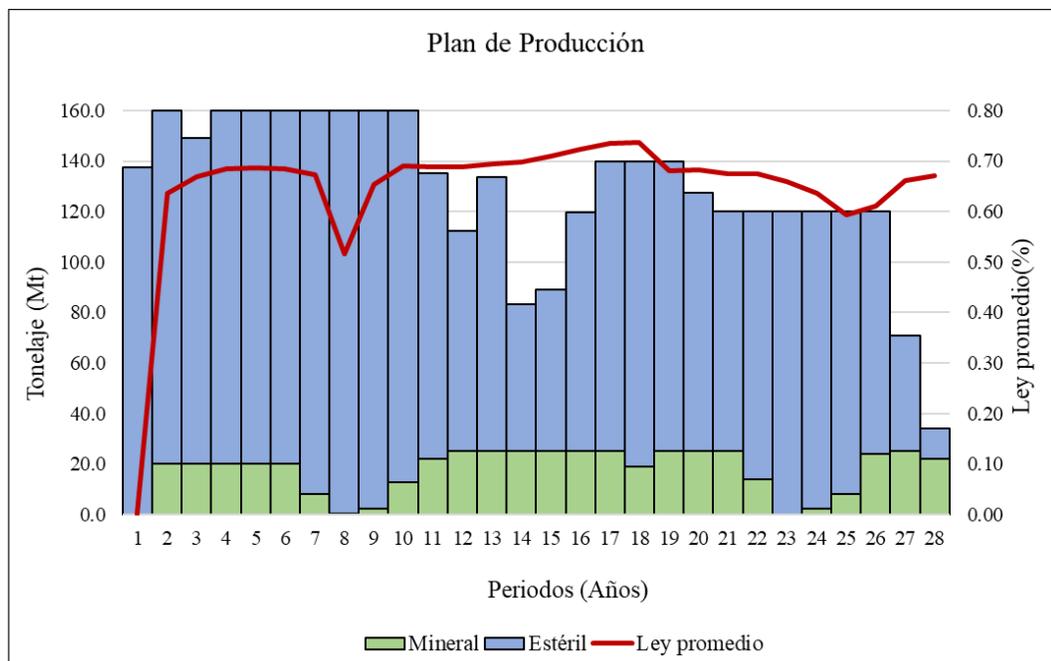
Figura 86 . Plan de producción para el caso Iron_bm-Metodología IA



VAN= 1612.97 MMUSD

En la Figura 87, se presenta el plan de producción resultante de la alternativa propuesta. Se logra incorporar mineral desde el segundo año lo que conlleva a un incremento del VAN. El comportamiento de la ley se mantiene estable.

Figura 87 . Plan de producción para el caso Iron_bm-Alternativa propuesta



VAN= 4,231.23 MMUSD

En ninguno de los tres planes se logra una alimentación de mineral constante hacia la planta.

5.2.8 Resumen de resultados para el caso Iron_bm

Finalmente, la Tabla 24 y la Figura 88, presentan un resumen de los resultados obtenidos para cada tipo de metodología, tanto previo como post diseño. Los resultados se presentan en función del tonelaje mineral, estéril y VAN obtenido. Para este caso de estudio la metodología tradicional presenta mejores resultados en términos de VAN. Siendo en 49 % más alto que el obtenido a través de la metodología IA (posterior al diseño). Como desventaja, la metodología tradicional presenta una fase de gran tamaño que debe ser dividida en fases más pequeñas, y analizar nuevamente el comportamiento del VAN.

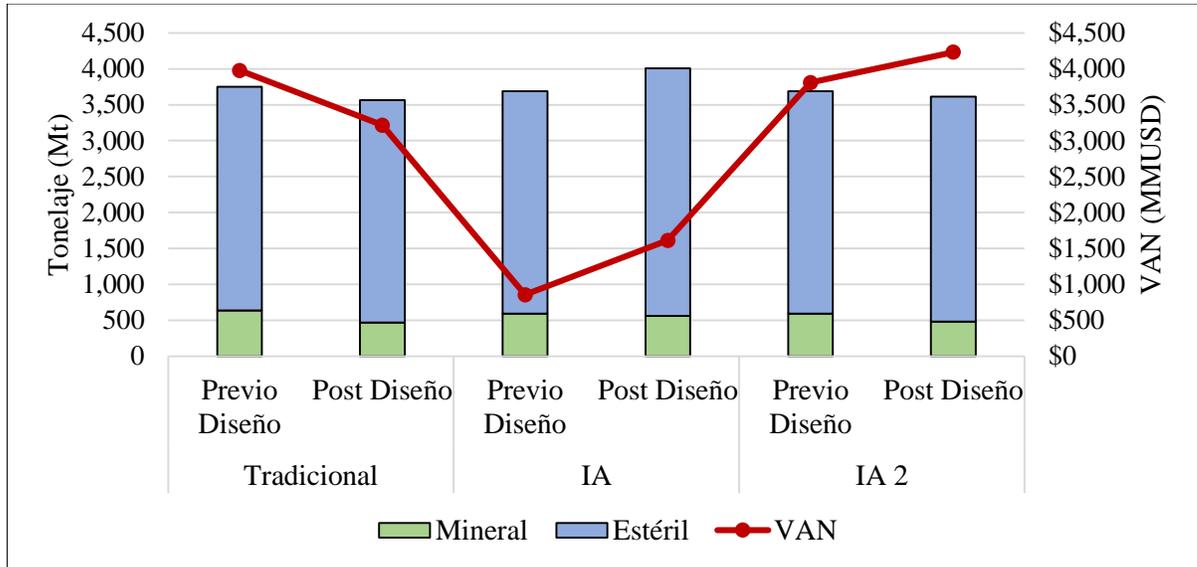
Tabla 24. Resumen de resultados obtenidos previo y post diseño para el caso de estudio Iron_bm

	Tradicional			IA			Alternativa propuesta		
	Previo Diseño	Post Diseño	Varianza	Previo Diseño	Post Diseño	Varianza	Previo Diseño	Post Diseño	Varianza
VAN	3976.45	3214.92	-19%	856.34	1612.97	+47%	3808.36	4231.23	+10%
Mineral	635.89	471.62	-27 %	595.05	560.87	-6 %	595.05	483.78	+19 %
Estéril	3112.89	3093.60	-1 %	3091.43	3445.31	+10 %	3091.43	3128.43	+1 %

Con respecto a los resultados obtenidos por medio de la alternativa propuesta, el cambio de secuencia de extracción, produce un incremento en el VAN. La secuencia de extracción propuesta

es semejante a la generada por la metodología tradicional, pero con un menor tamaño de fases (ver sección 5.2.3), logrando resolver el problema del gap. Esta secuencia de extracción es la mejor de las tres, logrando un mayor VAN, un incremento en la extracción de tonelaje mineral y una reducción de tonelaje estéril extraído.

Figura 88 . Resultados obtenidos previo y post diseño para el caso de estudio Iron_bm



6 CONCLUSIONES

En este trabajo, la metodología IA se utiliza para obtener pushbacks operativos en minas a cielo abierto respetando las limitaciones operativas y de diseño. Los cuales, en etapas posteriores facilitan el diseño de las fases. El modelo funciona mediante un algoritmo genético y un algoritmo de agrupamiento. Estos algoritmos pueden resolver problemas de optimización combinatoria.

El enfoque propuesto se aplicó en dos minas reales, que son geométrica y mineralógicamente diferentes. Demuestra ser aplicable en ambos casos.

Se realizó un estudio numérico para comparar las soluciones obtenidas entre la metodología tradicional y la IA, tanto previo como posterior al diseño. En cuanto a la comparación del VAN (previo al diseño), se obtienen mejores resultados con el método tradicional para ambos casos de estudio. Los planes de producción de la metodología IA, priorizan la extracción de estéril durante los primeros períodos, por lo que el VAN tiende a disminuir. Otra razón de esta variación, en términos de VAN, es que la metodología IA incorpora más restricciones que la tradicional.

Posterior al diseño, para ambos casos de estudio el VAN obtenido a través de la metodología IA muestra un incremento, mientras que el VAN obtenido a través de la metodología tradicional disminuye. Cada caso de estudio se comporta de una manera diferente, el primero (MCL) presenta mejores resultados al aplicar la metodología IA. En el segundo caso (Iron_bm), el algoritmo no genera la mejor secuencia de extracción para el modelo, sin embargo, si la secuencia se modifica de manera manual se generan resultados superiores a los obtenidos por medio de la metodología tradicional. Al no ser un método exacto, los AG muchas veces pueden converger en un resultado que no es el mejor, sin embargo, para ambos casos de estudio IA proporciona una buena guía en el diseño de fases.

Hay cuatro ventajas principales de la metodología IA. Primera, los pushbacks generados por IA no requieren selección manual. Siendo una ventaja en comparación de la metodología tradicional, ya que el éxito de la selección manual depende en gran medida de la experiencia del planificador minero. De esta manera, IA permite reducir el tiempo de proceso en términos de generación de pushbacks y su posterior diseño de fases. Segunda, IA pudo producir pushbacks más pequeños y minimizar las diferencias de tonelaje, lo que permite evitar el problema de gap. Tercera, el tamaño del modelo de bloque no es una limitación. Cuarta, los pushbacks obtenidos a través de la metodología IA cumplen con restricciones operativas y de diseño asignadas, por lo que en los pasos posteriores facilitan el diseño de fases. Por otro lado, los pushbacks obtenidos a través de la metodología tradicional muestran un desafío más significativo para ser operativos. Como consecuencia, las fases diseñadas basadas en IA, logran incorporar un menor porcentaje de estéril, y proporcionan una buena guía para el diseño.

Finalmente, sin restricciones de diseños operativos, el resultado tiende a ser optimista, lo que produce una sobre estimación del mineral y una subestimando el estéril en los planes mineros. Estas discrepancias se ven reflejadas en etapas posteriores al diseño, en una disminución del VAN. Por lo tanto, para evaluar la viabilidad económica de un proyecto se deben considerar planes mineros realistas que permitan conocer de mejor manera el comportamiento de los flujos de caja del proyecto. La metodología IA se presenta como una buena alternativa para realizar este análisis ya que permite incorporar a priori restricciones operativas, logrando que el VAN del proyecto no presente variaciones bruscas posterior al diseño de fases operativas.

Recomendaciones

Las recomendaciones van enfocadas a los algoritmos y las posibles mejoras que se pueden implementar para mejorar su eficiencia.

- Se recomienda probar un método de selección diferente para el AG que evite problemas de convergencia prematura y aceleren el proceso.
- Se recomienda realizar un análisis de sensibilidad para cada uno de los parámetros del AG a manera que seleccionen los mejores parámetros que permitan dirigir el AG a alcanzar el óptimo global. Cada caso de estudio se comporta de una manera diferente, por lo que es importante un análisis individual de los parámetros.
- En el proceso de agrupación de pushbacks realizado dentro del AG. Se pueden modificar el algoritmo de agrupación ya sea para acelerar los tiempos computacionales, o para agrupar elementos de manera cualitativa.
- Se recomienda analizar más de un resultado generado por el algoritmo y de esta manera determinar el mejor resultado.
- Aplicar un parámetro de detención para el AG, que indique la convergencia del mismo. De esta manera se pueden reducir costos computacionales del proceso.

7 BIBLIOGRAFÍA

- Alipour, A., Asghar, A., Jafari, A. & Tavakkoli-Moghaddam, R. (2017). A genetic algorithm approach for open-pit mine production scheduling. *International Journal of Mining and Geo-Engineering*, 51(1), 47-52.
- Alipour, A., Khodaiari, A., Jafari, A. & Tavakkoli-Moghaddam, R. (2020). Production scheduling of open-pit mines using genetic algorithm: a case study. *International Journal of Management Science and Engineering Management*, 15(3), 176-183.
- Akaike, A. & Dagdelen, K. (1999). A strategic production scheduling method for an open pit mine. Proceeding of the 28th Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, 729–738.
- Back, T., Fogel, D.B. & Michalewicz, T. (Eds.). (2000). *Evolutionary Computation 1: Basic Algorithms and Operators*. Institute of Physics Publishing.
- Baker, J. (1985). Adaptive selection methods for genetic algorithms. In J. J. Grefenstette, ed., *Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*, 101–111.
- Berkhin, P. (2006). A Survey of Clustering Data Mining Techniques. In: Kogan J., Nicholas C., Teboulle M. (Eds.) *Grouping Multidimensional Data*. Springer, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/3-540-28349-8_2.
- Caccetta, L., & Hill, S.P. (2003). An Application of Branch and Cut to Open Pit Mine Scheduling. *Journal of Global Optimization*, 27, 349-365. <https://doi.org/10.1023/A:1024835022186>
- Cat. (2019). Recuperado de https://www.cat.com/es_ES.html
- Chandran, B. & Hochbaum, D. (2009). A computational study of the pseudoflow and push-relabel algorithms for the maximum flow problem. *Oper. Res*, 57(2), 358-376.
- Chicoisne, R., Espinoza, D., Goycoolea, M., Moreno, E. & Rubio, E. (2012). A new algorithm for the open-pit mine production scheduling problem. *Operations Research*, 60(3), 517-528.
- Dagdelen, K. & Johnson, T. (1986). Optimum open pit mine production scheduling by Lagrangian parameterization. Proceeding of the 19th APCOM sympos, 127 -141
- Denby, B., & Schofield, D. (1994). Open-Pit Design and Scheduling by use of Genetic Algorithms. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy*, 103, A21-A26.
- Denby, B., & Schofield, D. (1995). Genetic algorithm for pit scheduling – Extension into 3-dimensions. Proceeding of mine planning and equipment selection (MPES) conference, 177–185.
- Diaz-Gomez, P. & Hougen, D. (2007). Initial Population for Genetic Algorithms: A Metric Approach. Proceedings of the 2007 International Conference on Genetic and Evolutionary Methods, GEM, Las Vegas, Nevada, USA.
- Dorigo, M. & Gambardella, L. (1997). Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1(1), 53-66.
- Espinoza, D., Goycoolea, M., Moreno, E. & Newman, A. (2013). Minelib 2011: A library of open pit production scheduling problems. *Ann. Oper. Res*, 206(1), 91–114.
- Freitas, A. (2002). A survey of evolutionary algorithms for data mining and knowledge discovery. *Advances in Evolutionary Computation*, 819-845.
- Fricke, C. (2006). *Applications of integer programming in open pit mining* [PhD thesis, Department of Mathematics and Statistics, University of Melbourne]. <http://hdl.handle.net/11343/37089>
- Gaupp, M. (2008). *Methods for improving the tractability of the block sequencing problem for open pit mining* [PhD thesis, Colorado School of Mines].

- Gershon, M. (1983). Optimal mine production scheduling: Evaluation of large scale mathematical programming approaches. *Internat. J. Mining Engrg*, 1(4), 315–329.
- Gershon, M. (1987). Heuristic approaches for mine planning and production scheduling. *International Journal of Mining and Geological Engineering*, 5, 1-13.
- Gil, J., y Muci, A. (2008). Programación del algoritmo de Lerchs & Grossman en paralelo. Informe de Investigación Anual Delphos 2008. Laboratorio de Planificación Minera.
- Goldberg, D. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning (1st ed.)*, Boston, MA, USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc.
- Goldberg, D., & Deb, K. (1991). A comparative analysis of selection schemes used in genetic algorithms. *Foundations of Genetic Algorithms, 1*, 69-93.
- Glover, F. (1989). Tabu Search-Part I. *ORSA Journal on Computing*, 13, 190-206.
- Harik, G. & Lobo, F. (1999). A parameter-less genetic algorithm. Proceedings of the 1st Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation, Orlando, Florida, 258–265.
- Hartman, H. (1992). *SME Mining Engineering Handbook*. Vol. 2. Littleton, Colorado: Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Inc.
- Haupt, R. & Haupt, S. (2004). *Practical genetic algorithms* (second edition). Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Holland, J. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, Ann Arbor, Republished by the MIT press, 1992.
- Hustrulid, W., Kuchta, M., & Martin, R. (2006). *Open Pit Mine Planning and Design* (3RD edition). London, UK: Taylor & Francis pic.
- Jélvez, E., Morales, N., Nancel-Penard, P., Peypouquetd, J., & Reyes, P. (2016). Aggregation heuristic for the open-pit block scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 249 (3), 1169-1177. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.10.044>
- Jélvez, E., Morales, N. & Askari-Nasab, H. (2020). A new model for automated pushback selection. *Computers & Operations Research*, 115, 104456.
- Jélvez, E., Morales, N., Nancel-Penard, P. & Cornillier, F. (2020). A new hybrid heuristic algorithm for the Precedence Constrained Production Scheduling Problem: A mining application. *Omega*, 94(10), 2046.
- Johnson, T. (1968). *Optimum Open Pit Mine Production Scheduling* [PhD thesis, Operations Research Department, University of California].
- Karp, R. (1972). Reducibility among Combinatorial Problems. In: Miller, R., Thatcher, J., Bohlinger J. (eds) *Complexity of Computer Computations*. The IBM Research Symposia Series. Springer, Boston, MA.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C. & Vecchi, M. (1983). Optimization by simulated annealing. *Science* 220(4598),671– 680
- Koumoussis, V. & Katsaras, C. (2006). A saw tooth genetic algorithm combining the effects of variable population size and reinitialization to enhance performance. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 10(1), 19–28.
- Koza, J. (1992). *Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- Lemieux, M. (1979). Moving cone optimizing algorithm. In computer Methods for the 80's in the Mineral Industry, New York, 329-345
- Lerchs, H., & Grossmann, I. (1965). Optimum design of open-pit mines. *Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum Bulletin*, 58(633), 47-54.
- Loor, VE. & Morales, NV. (2020). Applying artificial intelligence for optimal production scheduling and phase design in open pit mining. Eighth International Conference & Exhibition on Mass Mining - Massmin 2020. Article submitted for publication.

- MacQueen, JB. (1967). Some methods for classification and analysis of multivariate observations. Proceedings of the Fifth Symposium on Math, Statistics, and Probability Berkeley, University of California Press, California, Estados Unidos, 281–297.
- MAPTEK. (2016). Recuperado de: <https://www.maptek.com/cl/productos/evolution/>
- Meagher, C., Dimitrakopoulos, R. & Avis, D. (2014). Optimized open pit mine design, pushbacks and the gap problem: a review. *Journal of Mining Science*, 50(3), 508-526.
- Mitchell, M., (1998). *An Introduction to Genetic Algorithms*, Cambridge, Massachusetts: The MIT Press.
- Morales, N. (2018). Metodología de Pits Anidados para el Agendamiento de la Producción en Cielo Abierto. En E. Jélvez (Comp.), MI5073-2: Planificación Minera. Universidad de Chile
- Myburgh, C. & Deb, K. (2010). Evolutionary Algorithms in Large-Scale Open Pit Mine Scheduling. Proceedings of the 12th annual conference on Genetic and evolutionary computation, Portland, USA.
- Navarro, F. (2015). *Un algoritmo genético paralelo y distribuido para el agendamiento de bloques en minas a cielo abierto* [tesis de maestría, Universidad de Santiago de Chile].
- Nelis, G. (2016). *Planificación adaptativa utilizando simulación geoestadística antitética* [tesis de maestría, Universidad de Chile]. Repositorio Académico - Universidad de Chile.
- Osanloo, M., Gholamnejad, J. & Karimi, B. (2008). Long-term open pit mine production planning: a review of models and algorithms. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 22(1), 3-35.
- Paithankar, A. & Chatterjee, S. (2019). Open pit mine production schedule optimization using a hybrid of maximum-flow and genetic algorithms. *Applied Soft Computing*, 81, 105507.
- Pana, M.J. (1965). The simulation approach to open pit design. Proceedings of the 5th International APCOM Symposium, Tucson, Arizona.
- Pandey, H., Chaudhary, A. & Mehrotra, D. (2014). A comparative review of approaches to prevent premature convergence in GA. *Applied Soft Computing*, 24, 1047-1077.
- Parra, A. (2015). *Planificación Minera a Cielo Abierto utilizando Fundamentos Geomecánicos* [tesis de maestría, Universidad de Chile]. Repositorio Académico - Universidad de Chile.
- Peirano, F. (2011). *Definición de pit final capacitado bajo incertidumbre* [tesis de maestría, Universidad de Chile]. Repositorio Académico - Universidad de Chile
- Piszcz, A. & Soule, T. (2006). Genetic programming: Optimal population sizes for varying complexity problems. Proceedings of the of the 8th annual conference on Genetic and evolutionary computation, Seattle, USA, 953–954.
- Purnima, B. & Arvind, K. (2014). A Clustering Technique based on Elbow Method and K-Means in WSN. *International Journal of Computer Applications*, 105(9) 0975–8887.
- Ramazan., S. & Dimitriakopoulos R. (2003). Production Scheduling Optimization in a Nickel Laterite Deposit: MIP and LP Applications and Infeasibility in the Presence of Orebody Variability. Proceeding of the Twelfth International Symposium on Mine Planning and Equipment Selection, Kalgoorlie, WA.
- Ramazan, S., Dagdelen, K. & Johnson, T.B. (2005). Fundamental tree algorithm in optimising production scheduling for open pit mine design. *Mining Technology*, 114(1), 45-54.
- Rokach, L. & Maimon, O. (2005). Clustering Methods. In Maimon O., Rokach L. (eds), *Data Mining and Knowledge Discovery Handbook* (pp. 321-352). Boston, MA: Springer.
- Samavati, M., Essam, D., Nehring, M. & Sarker, R. (2017) A local branching heuristic for the open pit mine production scheduling. *European Journal of Operational Research*, 257(1), 261-271
- Sattarvand, J. & Niemann-Delius, C. (2008). Perspective of metaheuristic optimization methods in open pit production planning. *Gospodarka Surowcami Mineralnymi* 24(4), 143-156.

- Sattarvand, J. & Niemann-Delius, C. (2013). A New Metaheuristic Algorithm for Long-Term Open-Pit Production Planning. *Archives of Mining Sciences*, 58(1), 107-118.
- Suarez, M. (2017). *Diseño de fases de explotación en minas a cielo abierto generadas a través de un algoritmo genético* [tesis de maestría, Universidad de Chile]. Repositorio Académico - Universidad de Chile
- Shishvan, M. & Sattarvand, J. (2015). Long term production planning of open pit mines by ant colony optimization. *European Journal of Operational Research*, 240(3), 825-836.
- Storey, Andrew. (2010). *Design Optimization of Safety Benches for Surface Quarries through Rockfall Testing and Evaluation* [M.Sc. thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University].
- Underwood, R. & Tolwinski, B. (1998). A mathematical programming viewpoint for solving the ultimate pit problem. *European Journal of Operational Research*, 107(1), 96-107.
- Vargas, M. (2011). *Modelo de Planificación Minera de Corto y Largo Plazo Incorporando Restricciones Operacionales y de Mezcla* [tesis de maestría, Universidad de Chile]. Repositorio Académico - Universidad de Chile
- Vásquez, A., Galdames, B. y Le-Feaux, R. (s.f.). Apunte preliminar diseño y operaciones de minas a cielo abierto. Departamento de Ingeniería Civil de Minas, Universidad de Chile.
- Wagstaff, K. Cardie, C., Rogers, S. & Schroed, S. (2001). Constrained K-means Clustering with Background Knowledge. Proceedings of the Eighteenth International Conference on Machine Learning, MA, USA, 577–584.
- Whittle, J. (1998). *Four-X User Manual*. Melbourne, Australia: Whittle Programming Pty Ltd.
- Wright, E. (1989). Dynamic programming in open pit mining sequence planning: A case study. A. Weiss, ed. Proc. 21st Internat. Appl. Comput. Oper. Res. Mineral Industry (APCOM) Sympos, SME, Littleton, CO, 415-422.

ANEXOS

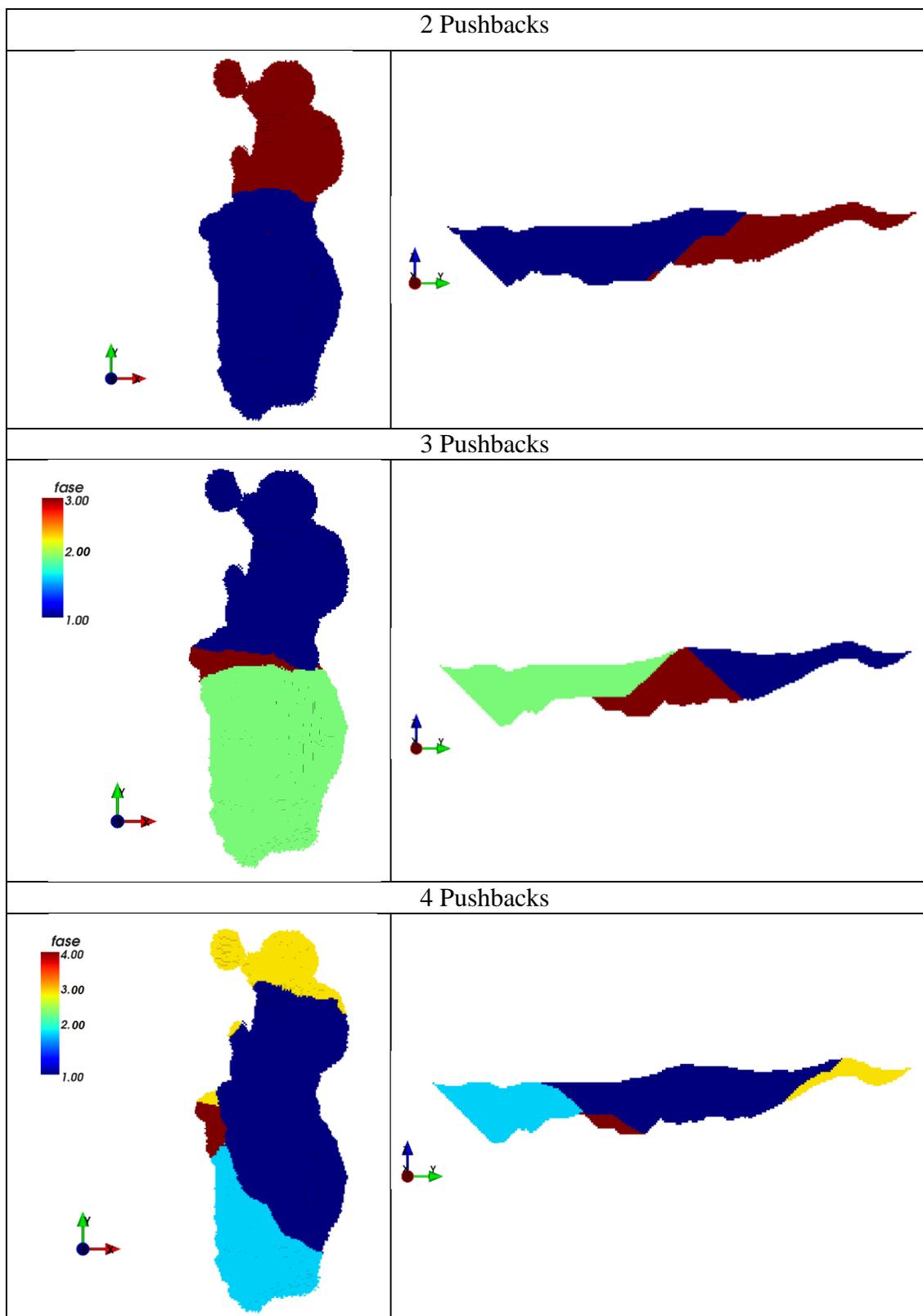
Anexo 1. Características de los equipos usados para cada caso de estudio

Características Equipo	Unidades	Caso de estudio	
		MCL	Iron_bm
Camión minero		CAT -785D	CAT-793F
Capacidad Balde	(ton)	133.00	250.00
Longitud total	(m)	11.55	13.70
Ancho Camión	(m)	7.06	7.61
Ancho del balde	(m)	5.89	
Tipo de llanta		33.00R51	40.00R57
Diámetro de la llanta	(m)	3.04	3.55
Velocidad máxima	(km/h)	54.8	60

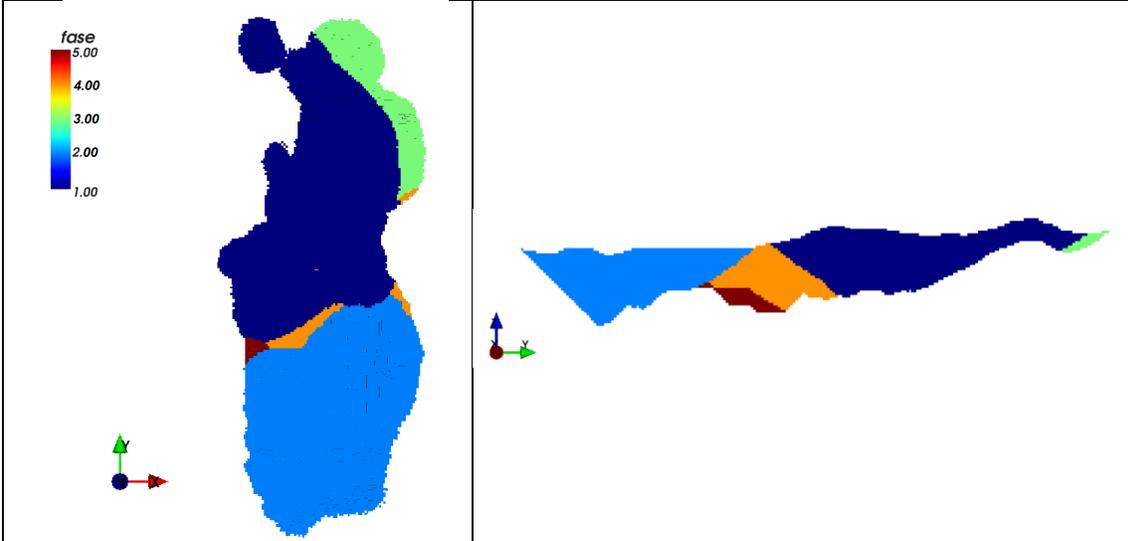
Características Equipo	Unidades	Caso de estudio	
		MCL	Iron_bm
Pala Hidráulica		CAT 6040/6040 FS	CAT 6060/6060FS
Capacidad Balde	(m3)	22	34
Ancho de Pala	(m)	8.05	8.73
Ancho del cucharón	(m)	4.68	4.8
Altura máxima de excavación	(m)	14.4	15.5
Alcance máximo de excavación	(m)	15.4	16.4

Anexo 2. Vista en planta y cortes YZ de los pushbacks generados por medio de la metodología IA, para diferente valor de “k”.

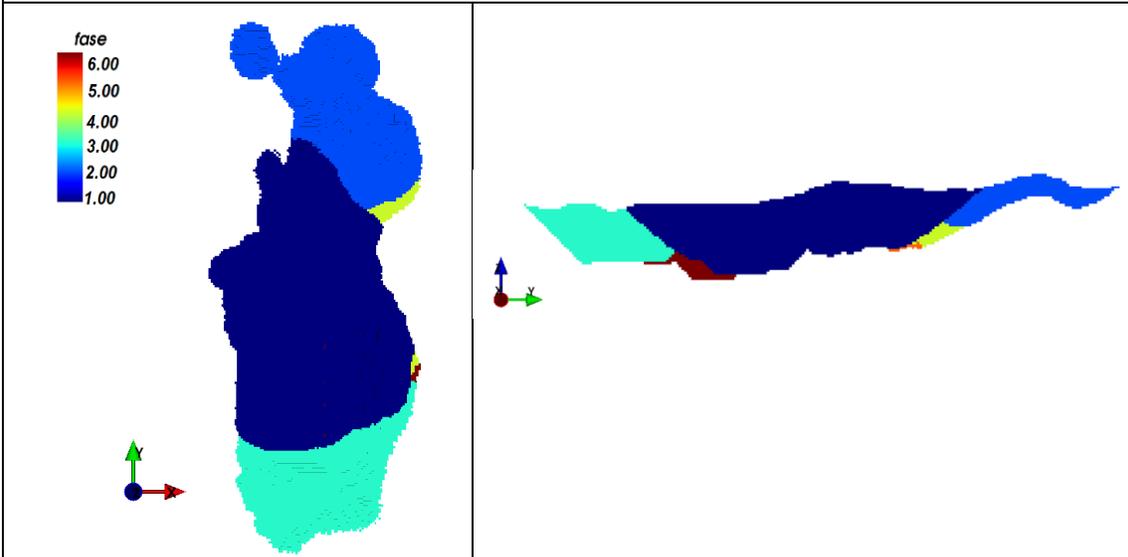
Caso de estudio MCL



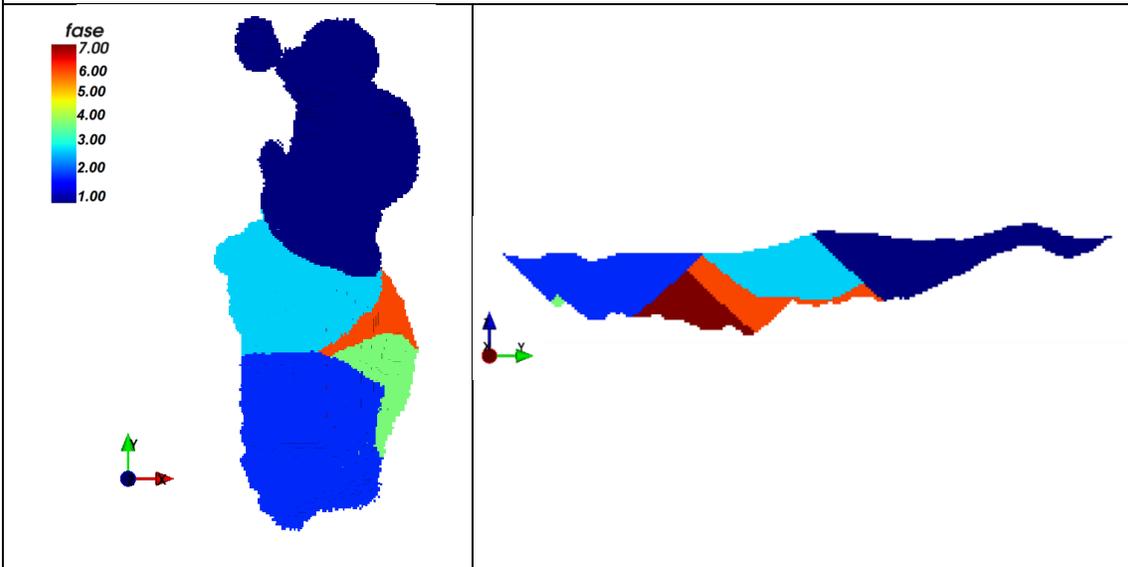
5 Pushbacks



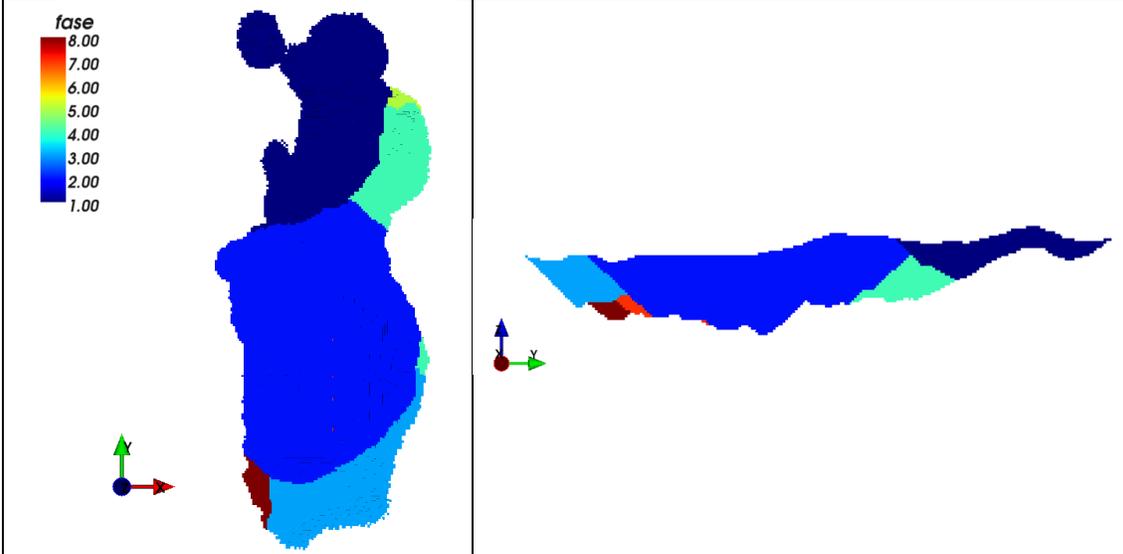
6 Pushbacks



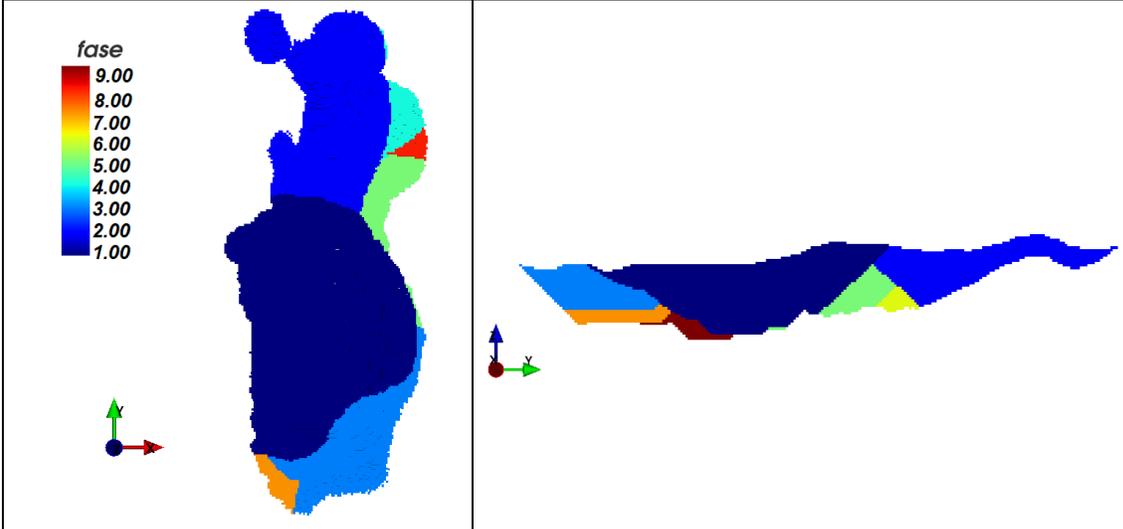
7 Pushbacks



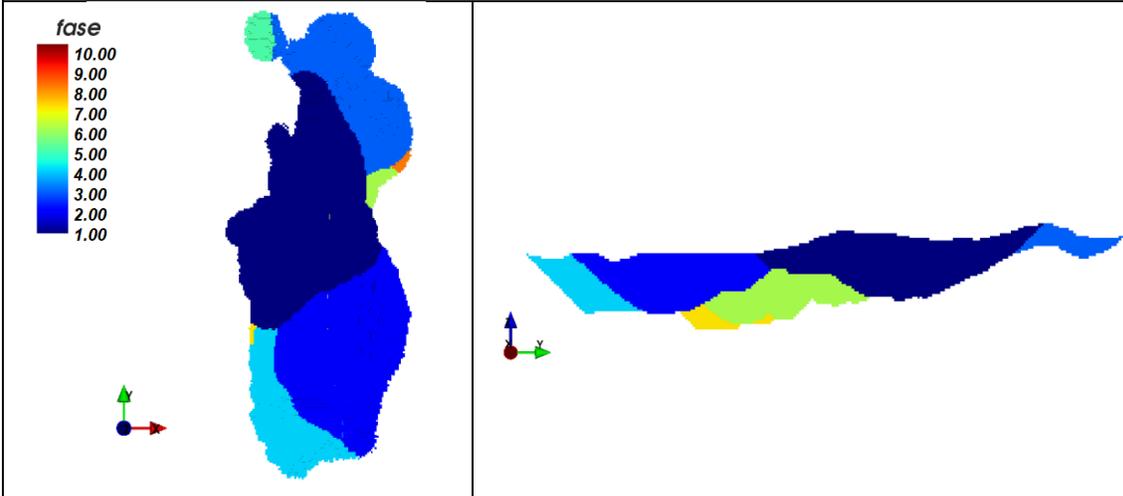
8 Pushbacks



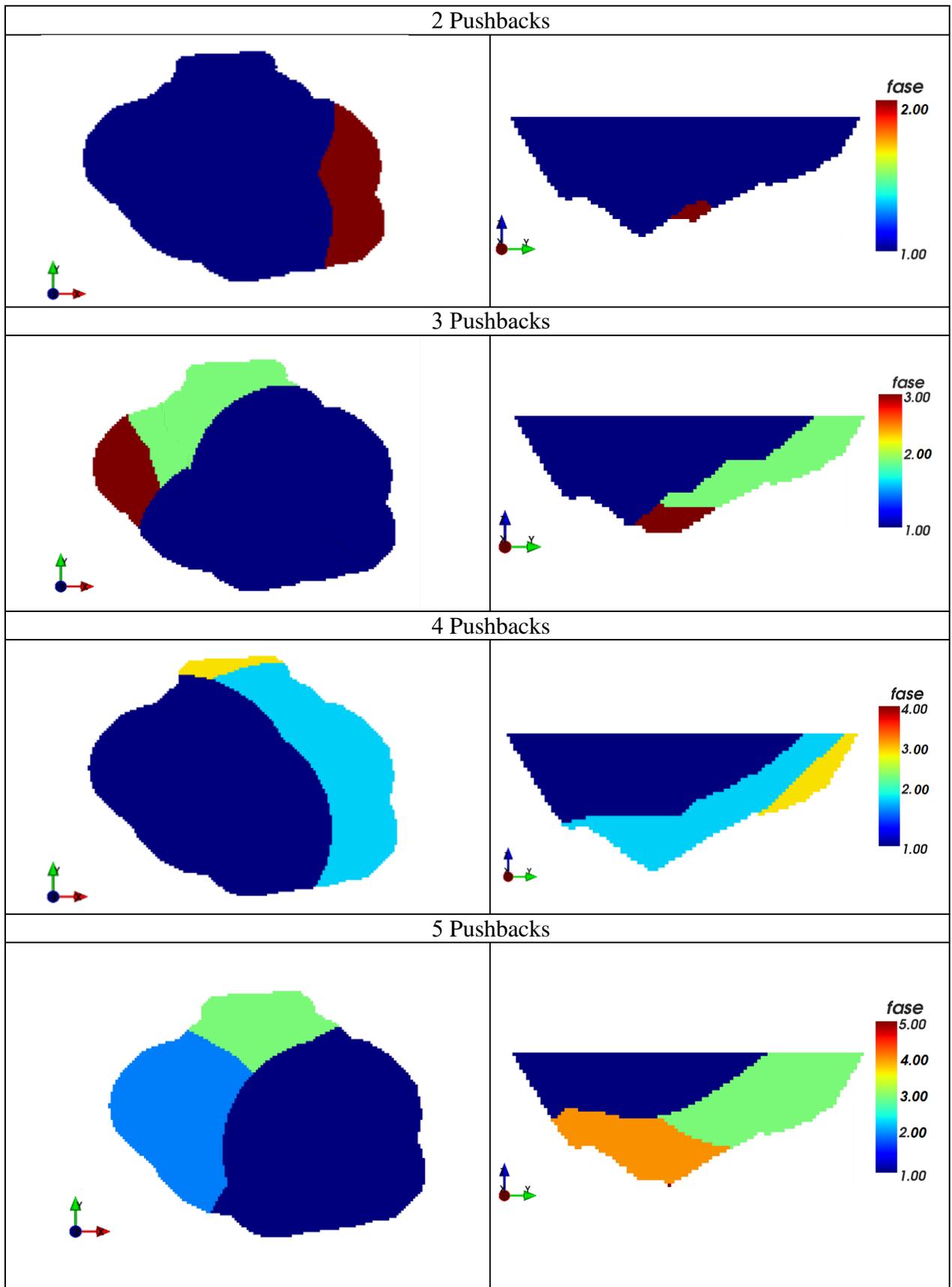
9 Pushbacks



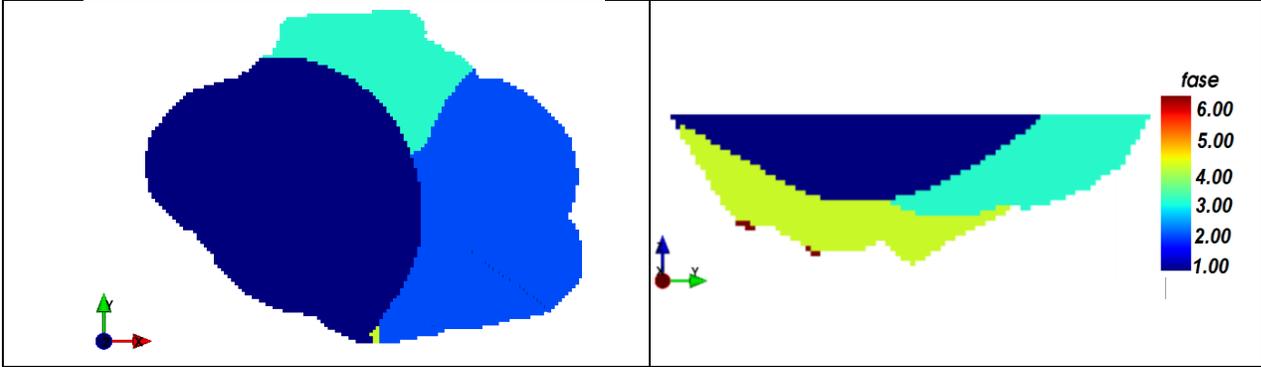
10 Pushbacks



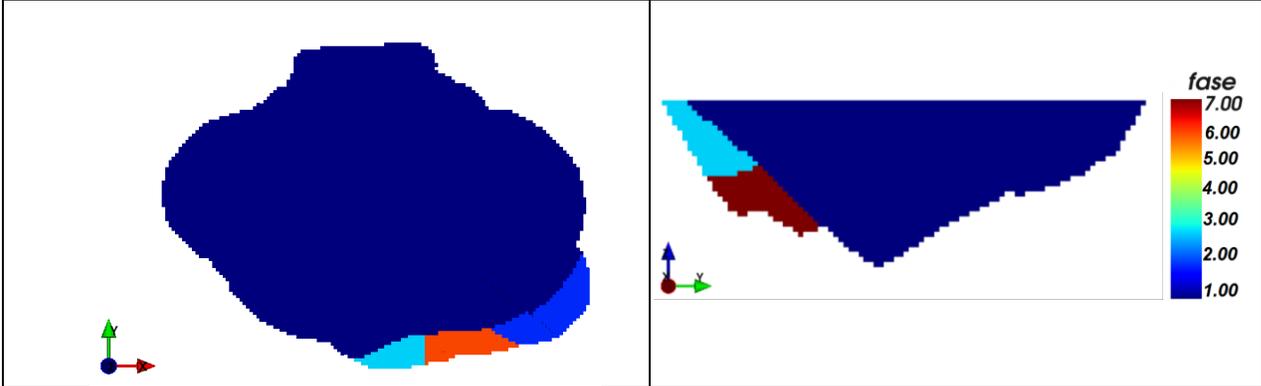
Caso de estudio Iron_bm



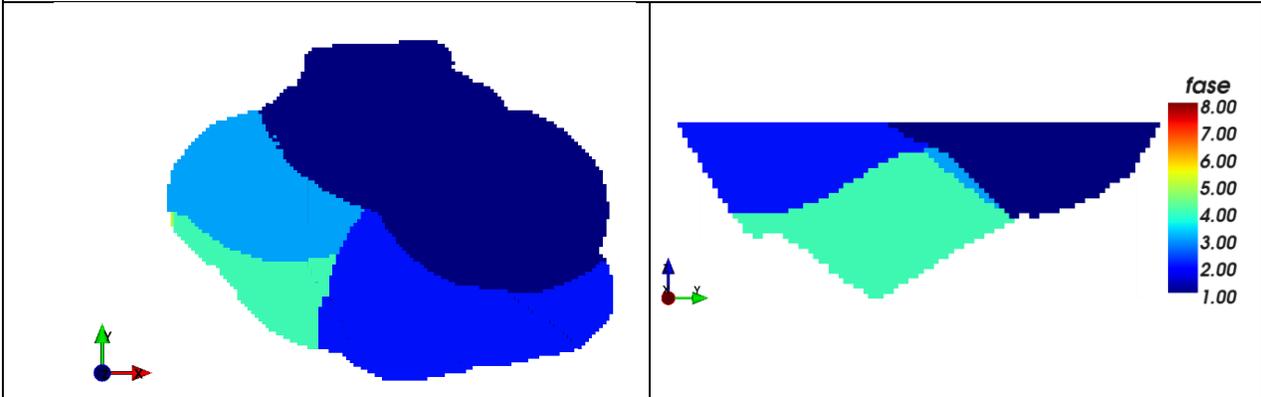
6 Pushbacks



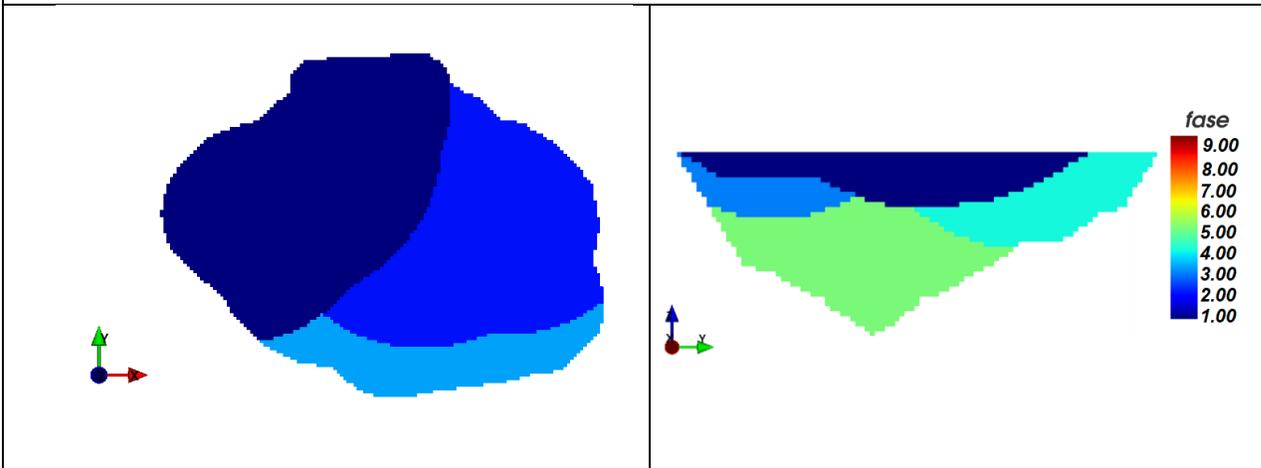
7 Pushbacks



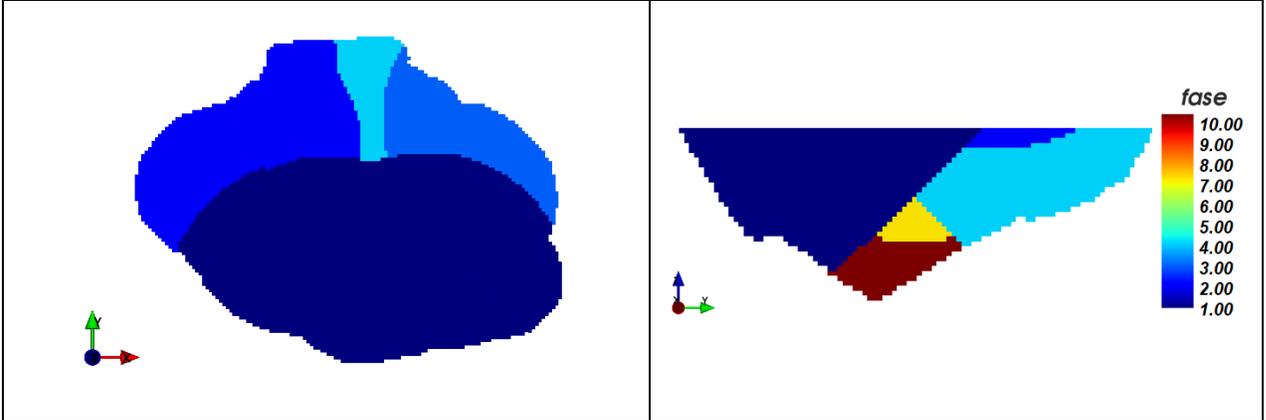
8 Pushbacks



9 Pushbacks



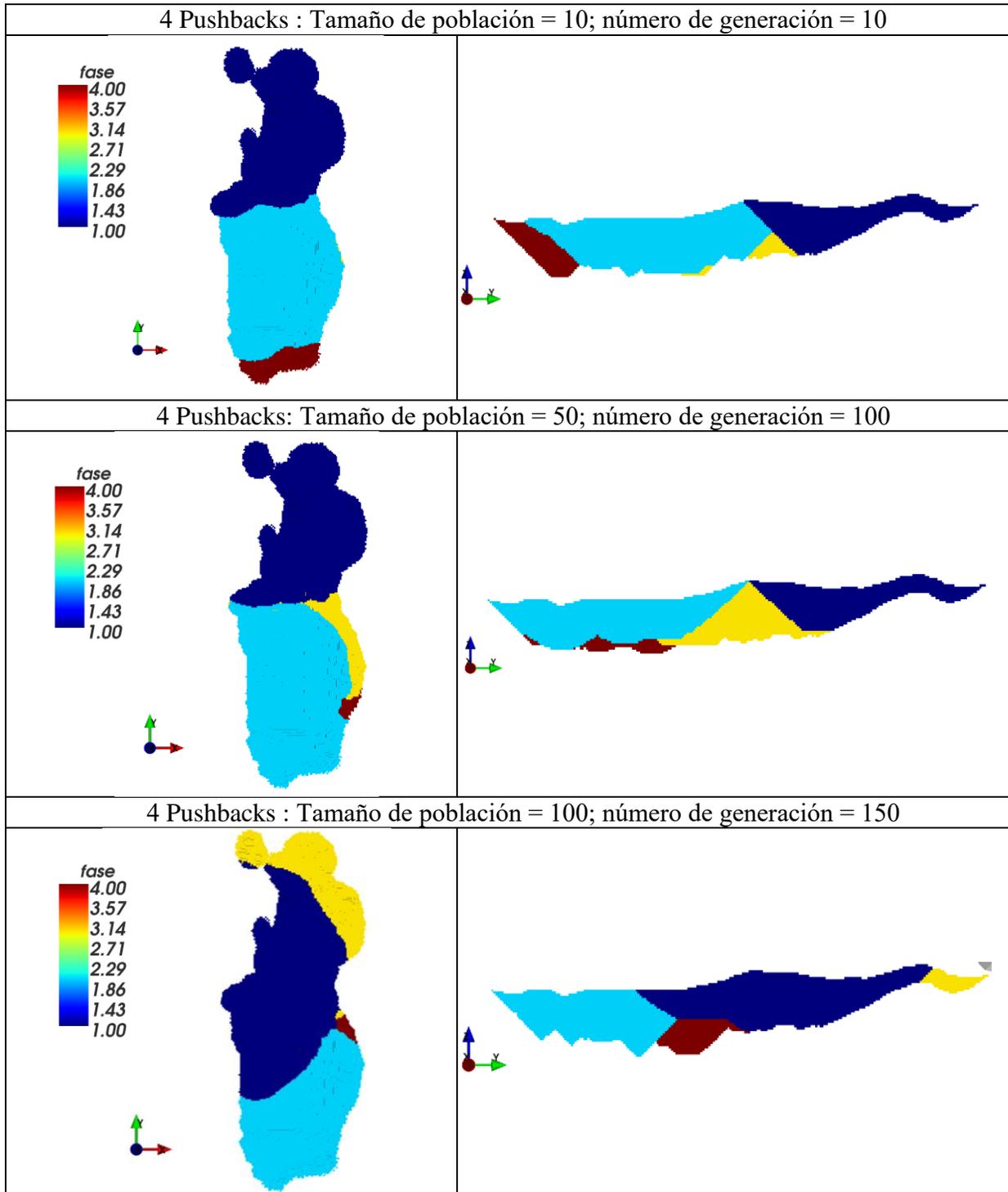
10 Pushbacks



Anexo 3. Análisis del tamaño de población para la metodología IA

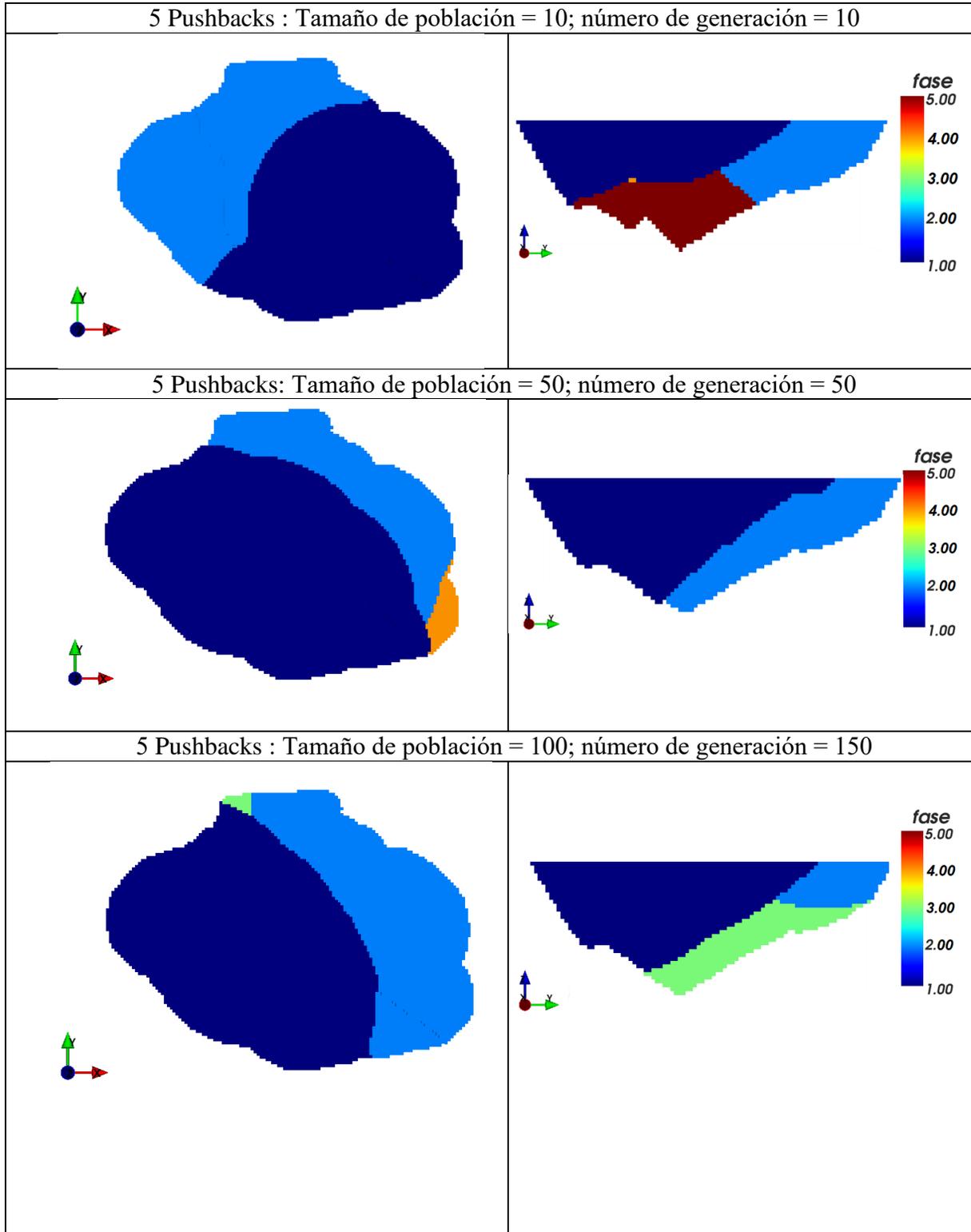
Una vez seleccionado el número de pushbacks (k), se realiza un análisis del tamaño de población para cada caso de estudio. Para el caso de estudio MCL se realizan pruebas a diferente tamaño de población : 10, 50 y 100. Combinados con distintos números de generación: 10, 100 y 150.

Caso MCL

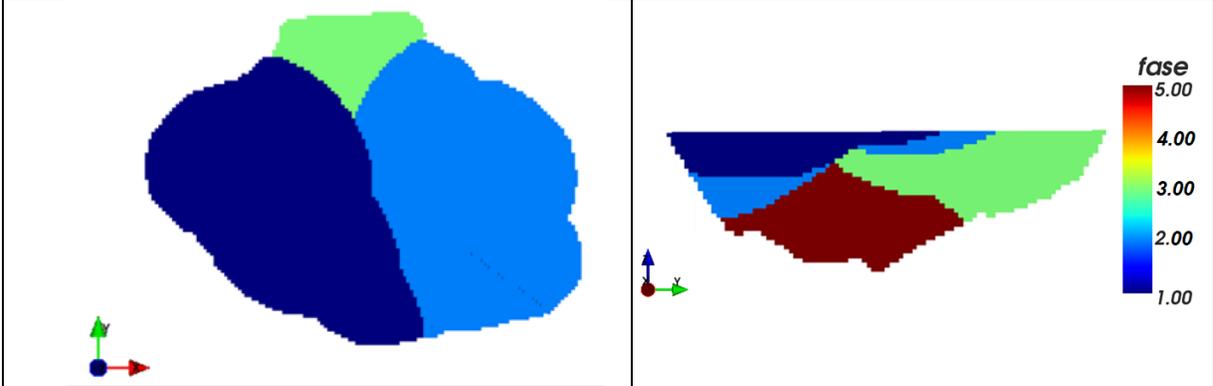


Para el caso de estudio Iron_bm se realizan pruebas a tamaño de población : 10, 50 y 100. Combinados con distintos números de generación: 10, 50, 100, 150 y 200. Se analizan las geometrías obtenidas para las diferentes combinaciones, para ambos casos de estudio.

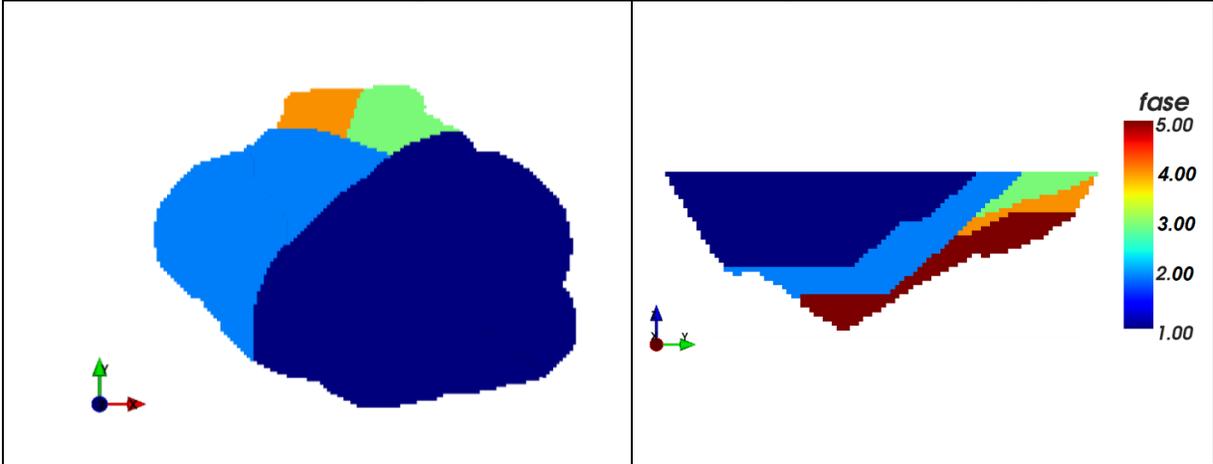
Caso Iron_bm



5 Pushbacks : Tamaño de población = 100; número de generación = 200



5 Pushbacks : Tamaño de población = 100; número de generación = 200 (opción dos)



Anexo 4. Resultados aproximación del VAN para cada caso de estudio

Caso MCL

Número de Clúster	VAN máximo (MUSD)	VAN promedio (MUSD)
2	231.87	231.87
3	261.14	261.14
4	470.52	470.52
5	286.40	282.31
6	293.73	288.89
7	282.61	252.97
8	250.78	250.78
9	301.56	301.56
10	307.87	307.69

Caso Iron_bm

Número de Clúster	VAN máximo (MUSD)	VAN promedio (MUSD)
2	843.36	801.20
3	728.60	728.22
4	842.04	813.00
5	945.93	836.87
6	1126.31	975.56
7	1580.86	1348.53
8	1678.10	1560.72
9	1879.78	1874.34
10	1681.59	1629.63

Anexo 5. Resultados plan de producción por periodo para cada caso de estudio

Plan de producción previo al diseño – Caso MCL

Metodología Tradicional					Metodología IA				
Periodo (años)	Mineral (Mt)	Lastre (Mt)	Fino (Mt)	Ley (%)	Periodo (años)	Mineral (Mt)	Lastre (Mt)	Fino (Mt)	Ley (%)
1	4.00	3.80	0.13	0.03	1	3.17	5.83	0.10	0.03
2	4.00	1.90	0.15	0.04	2	4.00	3.59	0.12	0.03
3	4.00	1.03	0.20	0.05	3	4.00	2.10	0.16	0.04
4	4.00	3.30	0.19	0.05	4	4.00	4.68	0.17	0.04
5	4.00	1.96	0.17	0.04	5	4.00	2.79	0.15	0.04
6	4.00	1.76	0.16	0.04	6	4.00	2.88	0.14	0.03
7	4.00	1.34	0.16	0.04	7	4.00	2.78	0.15	0.04
8	4.00	1.08	0.16	0.04	8	4.00	2.62	0.15	0.04
9	4.00	0.90	0.17	0.04	9	4.00	2.34	0.16	0.04
10	4.00	0.72	0.20	0.05	10	4.00	3.98	0.16	0.04
11	4.00	1.01	0.25	0.06	11	4.00	1.68	0.19	0.05
12	4.00	0.31	0.27	0.07	12	4.00	2.90	0.22	0.05
13	4.00	0.46	0.29	0.07	13	4.00	2.01	0.21	0.05
14	4.00	2.53	0.30	0.07	14	4.00	5.00	0.22	0.05
15	4.00	5.00	0.20	0.05	15	4.00	5.00	0.17	0.04
16	4.00	4.49	0.10	0.03	16	4.00	5.00	0.18	0.04
17	4.00	4.67	0.09	0.02	17	3.99	5.01	0.12	0.03
18	4.00	3.17	0.09	0.02	18	3.73	4.58	0.09	0.02
19	4.00	2.85	0.11	0.03	19	4.00	4.69	0.10	0.03
20	4.00	2.30	0.10	0.02	20	4.00	3.53	0.11	0.03
21	4.00	0.92	0.11	0.03	21	4.00	4.14	0.16	0.04
22	4.00	1.40	0.14	0.04	22	4.00	3.43	0.14	0.04
23	4.00	0.93	0.13	0.03	23	4.00	2.89	0.13	0.03
24	4.00	0.58	0.18	0.05	24	4.00	1.29	0.13	0.03
25	4.00	2.66	0.16	0.04	25	4.00	2.16	0.15	0.04
26	4.00	4.50	0.17	0.04	26	4.00	1.60	0.13	0.03
27	2.92	5.58	0.06	0.02	27	4.00	2.85	0.13	0.03
28	2.82	5.68	0.05	0.02	28	4.00	5.00	0.13	0.03
29	3.97	4.53	0.08	0.02	29	4.00	5.00	0.12	0.03
30	3.50	1.54	0.08	0.02	30	4.00	5.00	0.10	0.02
31	3.50	0.90	0.08	0.02	31	3.99	5.01	0.13	0.03
32	2.82	4.68	0.07	0.03	32	3.18	5.82	0.16	0.05
33	0.28	7.22	0.00	0.01	33	4.00	1.95	0.16	0.04
34	0.74	6.76	0.01	0.01	34	3.73	0.25	0.10	0.03
35	0.61	6.89	0.01	0.01	Total	133.79	119.38	4.92	0.04
36	0.85	6.65	0.02	0.02					
37	0.96	6.54	0.01	0.02					
38	3.03	4.47	0.06	0.02					
39	3.50	2.55	0.06	0.02					
40	3.60	0.83	0.09	0.02					
Total	137.11	120.41	5.06	0.03					

Plan de producción previo al diseño – Caso Iron_bm

Metodología Tradicional					Metodología IA (Opción 1)				
Periodo (años)	Mineral (Mt)	Lastre (Mt)	Fino (Mt)	Ley (%)	Periodo (años)	Mineral (Mt)	Lastre (Mt)	Fino (Mt)	Ley (%)
1	0.00	107.23	0.00	0.00	1	0.00	139.92	0.00	0.00
2	20.00	130.00	1218.71	0.61	2	0.00	150.00	0.00	0.00
3	20.00	100.83	1301.76	0.65	3	0.00	150.00	0.00	0.00
4	20.00	130.00	1343.31	0.67	4	0.00	150.00	0.00	0.00
5	20.00	130.00	1383.44	0.69	5	1.44	148.56	67.85	0.47
6	20.00	130.00	1394.16	0.70	6	11.19	138.81	788.84	0.70
7	20.00	130.00	1408.25	0.70	7	20.00	129.18	1407.83	0.70
8	3.08	146.92	218.31	0.71	8	20.00	130.00	1429.04	0.71
9	0.08	119.92	4.75	0.61	9	20.00	100.00	1488.67	0.74
10	0.19	119.80	12.25	0.63	10	3.65	116.35	273.35	0.75
11	0.27	119.73	18.15	0.66	11	0.00	120.00	0.00	0.00
12	4.41	115.59	291.16	0.66	12	0.00	120.00	0.00	0.00
13	4.25	115.75	281.22	0.66	13	0.00	120.00	0.00	0.00
14	5.69	114.31	373.04	0.66	14	0.00	120.00	0.00	0.00
15	16.66	103.34	1098.53	0.66	15	4.22	115.78	236.42	0.56
16	20.00	79.07	1349.25	0.67	16	11.71	108.29	715.16	0.61
17	23.44	56.56	1588.74	0.68	17	10.53	89.47	674.49	0.64
18	24.57	55.43	1671.49	0.68	18	10.53	89.47	696.82	0.66
19	25.00	52.36	1701.53	0.68	19	10.72	89.27	722.00	0.67
20	25.00	47.44	1704.23	0.68	20	24.02	75.98	1591.55	0.66
21	25.00	42.53	1706.73	0.68	21	25.00	57.08	1641.29	0.66
22	25.00	36.90	1715.89	0.69	22	25.00	75.00	1603.58	0.64
23	25.00	45.32	1725.34	0.69	23	25.00	38.01	1623.87	0.65
24	25.00	55.00	1729.91	0.69	24	25.00	41.78	1599.79	0.64
25	25.00	55.00	1735.70	0.69	25	25.00	26.14	1591.78	0.64
26	25.00	55.00	1750.12	0.70	26	24.98	29.13	1651.96	0.66
27	25.00	55.00	1779.13	0.71	27	25.00	18.30	1685.17	0.67
28	25.00	55.00	1784.95	0.71	28	25.00	62.41	1678.43	0.67
29	25.00	55.00	1804.55	0.72	29	25.00	75.00	1648.25	0.66
30	20.00	40.00	1429.30	0.71	30	25.00	55.00	1633.15	0.65
31	17.19	42.81	1092.37	0.64	31	25.00	54.68	1680.13	0.67
32	20.00	39.08	1248.53	0.62	32	25.00	54.31	1694.64	0.68
33	20.00	39.21	1328.67	0.66	33	25.00	24.28	1708.14	0.68
34	11.64	48.36	797.54	0.69	34	25.00	21.65	1715.11	0.69
35	6.51	53.49	370.38	0.57	35	25.00	20.27	1713.03	0.69
36	14.23	31.81	920.66	0.65	36	25.00	29.36	1740.00	0.70
37	0.28	60.00	16.40	0.59	37	25.00	7.40	1812.59	0.73
38	0.39	59.61	23.10	0.59	38	22.06	0.55	1553.07	0.70
39	0.35	59.65	21.36	0.61	Total	595.05	3091.43	40066.01	0.53
40	6.36	53.64	350.15	0.55					
41	19.72	25.80	1198.30	0.61					
42	1.57	0.39	91.58	0.58					
Total	635.89	3112.89	42982.96	0.64					

Plan de producción previo al diseño – Caso Iron_bm (alternativa propuesta)

Metodología IA2 (Alternativa propuesta)				
Periodo (años)	Mineral (Mt)	Lastre (Mt)	Fino (Mt)	Ley (%)
1	15.07	133.85	897.16	0.60
2	20.00	127.38	1312.02	0.66
3	20.00	130.00	1366.83	0.68
4	20.00	130.00	1368.99	0.68
5	20.00	130.00	1354.68	0.68
6	17.54	132.46	1123.58	0.64
7	0.35	149.65	15.38	0.44
8	6.08	143.92	404.32	0.67
9	18.33	101.67	1288.86	0.70
10	20.00	94.20	1412.61	0.71
11	20.00	100.00	1474.01	0.74
12	11.52	108.48	860.41	0.75
13	0.00	120.00	0.00	0.00
14	0.00	120.00	0.00	0.00
15	0.00	120.00	0.00	0.00
16	0.00	120.00	0.00	0.00
17	0.00	100.00	0.00	0.00
18	0.08	99.92	4.33	0.56
19	4.20	95.80	252.66	0.60
20	3.46	96.54	209.46	0.60
21	9.90	90.10	641.23	0.65
22	20.28	79.72	1315.41	0.65
23	25.00	74.77	1627.54	0.65
24	25.00	47.97	1622.79	0.65
25	25.00	19.99	1618.76	0.65
26	25.00	22.11	1634.54	0.65
27	25.00	40.42	1625.62	0.65
28	25.00	75.00	1588.55	0.64
29	25.00	75.00	1644.68	0.66
30	25.00	54.68	1678.55	0.67
31	25.00	54.31	1693.66	0.68
32	25.00	24.28	1707.54	0.68
33	25.00	21.65	1714.93	0.69
34	25.00	20.27	1719.47	0.69
35	25.00	29.36	1739.04	0.70
36	25.00	7.40	1810.97	0.72
37	18.24	0.55	1337.46	0.73
Total	595.05	3091.43	40066.01	0.57

Plan de producción posterior al diseño – Caso MCL

Metodología Tradicional					Metodología IA				
Periodo (años)	Mineral (Mt)	Lastre (Mt)	Fino (Mt)	Ley (%)	Periodo (años)	Mineral (Mt)	Lastre (Mt)	Fino (Mt)	Ley (%)
1	2.94	6.06	0.08	0.03	1	3.04	5.96	0.10	0.03
2	3.84	5.16	0.12	0.03	2	4.00	3.83	0.13	0.03
3	4.00	5.00	0.17	0.04	3	4.00	4.76	0.17	0.04
4	4.00	5.00	0.13	0.03	4	4.00	4.61	0.17	0.04
5	3.20	5.80	0.10	0.03	5	4.00	5.00	0.15	0.04
6	3.29	5.71	0.14	0.04	6	3.75	5.25	0.13	0.04
7	3.50	5.50	0.19	0.06	7	4.00	5.00	0.17	0.04
8	0.95	8.05	0.04	0.04	8	4.00	3.68	0.17	0.04
9	3.51	5.49	0.15	0.04	9	3.93	5.07	0.18	0.04
10	3.97	5.03	0.16	0.04	10	4.00	5.00	0.22	0.06
11	4.00	4.42	0.15	0.04	11	4.00	5.00	0.22	0.06
12	4.00	5.00	0.14	0.04	12	4.00	5.00	0.23	0.06
13	4.00	5.00	0.14	0.03	13	4.00	5.00	0.16	0.04
14	4.00	3.22	0.13	0.03	14	3.63	5.37	0.14	0.04
15	4.00	2.89	0.13	0.03	15	3.98	5.02	0.12	0.03
16	4.00	2.85	0.14	0.04	16	3.81	5.19	0.09	0.02
17	4.00	3.61	0.14	0.04	17	4.00	5.00	0.10	0.02
18	4.00	5.00	0.16	0.04	18	4.00	3.05	0.10	0.03
19	4.00	3.15	0.15	0.04	19	3.78	2.89	0.10	0.03
20	4.00	5.00	0.15	0.04	20	4.00	5.00	0.13	0.03
21	4.00	1.62	0.18	0.04	21	4.00	2.40	0.13	0.03
22	4.00	2.66	0.17	0.04	22	4.00	4.21	0.12	0.03
23	4.00	4.93	0.14	0.03	23	4.00	1.56	0.13	0.03
24	4.00	5.00	0.15	0.04	24	4.00	2.86	0.15	0.04
25	4.00	5.00	0.15	0.04	25	4.00	2.83	0.13	0.03
26	4.00	5.00	0.13	0.03	26	4.00	1.49	0.13	0.03
27	4.00	5.00	0.13	0.03	27	3.97	1.03	0.14	0.04
28	3.21	5.79	0.09	0.03	28	4.00	3.50	0.10	0.02
29	1.14	7.86	0.03	0.03	29	1.76	1.03	0.03	0.02
30	1.28	7.72	0.05	0.04	30	1.45	6.94	0.04	0.03
31	1.33	7.67	0.06	0.05	31	1.77	5.83	0.08	0.04
32	1.75	7.25	0.09	0.05	32	1.34	7.50	0.03	0.02
33	1.23	7.77	0.05	0.04	33	1.09	7.83	0.04	0.04
34	1.00	8.00	0.02	0.02	34	1.08	7.78	0.03	0.03
35	0.09	8.41	0.00	0.01	35	1.16	7.84	0.04	0.03
36	1.64	6.86	0.04	0.03	36	1.64	7.36	0.05	0.03
37	2.07	6.43	0.06	0.03	37	2.42	4.39	0.11	0.05
38	2.26	6.24	0.08	0.04	38	0.00	4.19	0.00	0.00
39	2.33	6.17	0.08	0.04	39	0.00	9.00	0.00	0.00
40	2.35	6.15	0.08	0.03	40	0.00	9.00	0.00	0.00
41	2.86	5.64	0.09	0.03	41	1.54	7.46	0.08	0.05
42	3.16	5.34	0.08	0.03	42	3.91	5.09	0.16	0.04
43	3.50	3.34	0.09	0.02	43	3.74	2.52	0.13	0.03
44	3.50	3.98	0.08	0.02	44	1.81	0.30	0.06	0.04
45	0.08	0.13	0.00	0.02	Total	134.59	208.60	4.89	0.03
46	0.69	1.17	0.02	0.03					
Total	135.99	245.26	4.85	0.04					

Plan de producción posterior al diseño – Caso MCL (menor horizonte)

Metodología IA				
Periodo (años)	Mineral (Mt)	Lastre (Mt)	Fino (Mt)	Ley (%)
1	3.04	5.963	0.10	0.03
2	4.00	3.828	0.13	0.03
3	4.00	4.761	0.17	0.04
4	4.00	4.681	0.17	0.04
5	4.00	5.000	0.15	0.04
6	3.83	5.173	0.13	0.04
7	4.00	5.000	0.17	0.04
8	4.00	4.964	0.17	0.04
9	3.93	5.071	0.18	0.04
10	4.00	5.000	0.22	0.06
11	4.00	5.000	0.22	0.06
12	4.00	5.000	0.23	0.06
13	4.00	5.000	0.15	0.04
14	3.95	5.045	0.14	0.04
15	3.72	5.068	0.13	0.03
16	4.00	5.000	0.10	0.02
17	4.00	2.902	0.10	0.03
18	4.00	4.254	0.10	0.03
19	4.00	5.000	0.12	0.03
20	4.00	2.456	0.13	0.03
21	4.00	4.547	0.13	0.03
22	4.00	2.064	0.12	0.03
23	4.00	3.070	0.14	0.03
24	4.00	1.348	0.15	0.04
25	4.00	2.827	0.12	0.03
26	4.00	4.955	0.13	0.03
27	4.00	3.248	0.13	0.03
28	3.01	5.987	0.10	0.03
29	3.90	5.101	0.10	0.03
30	2.50	6.208	0.05	0.02
31	1.06	7.940	0.03	0.03
32	1.21	7.786	0.04	0.03
33	1.08	7.919	0.03	0.03
34	1.50	7.501	0.05	0.03
35	2.76	6.243	0.12	0.04
36	0.11	0.134	0.00	0.02
Total	123.60	171.04	4.46	0.04

Plan de producción posterior al diseño – Caso Iron_bm

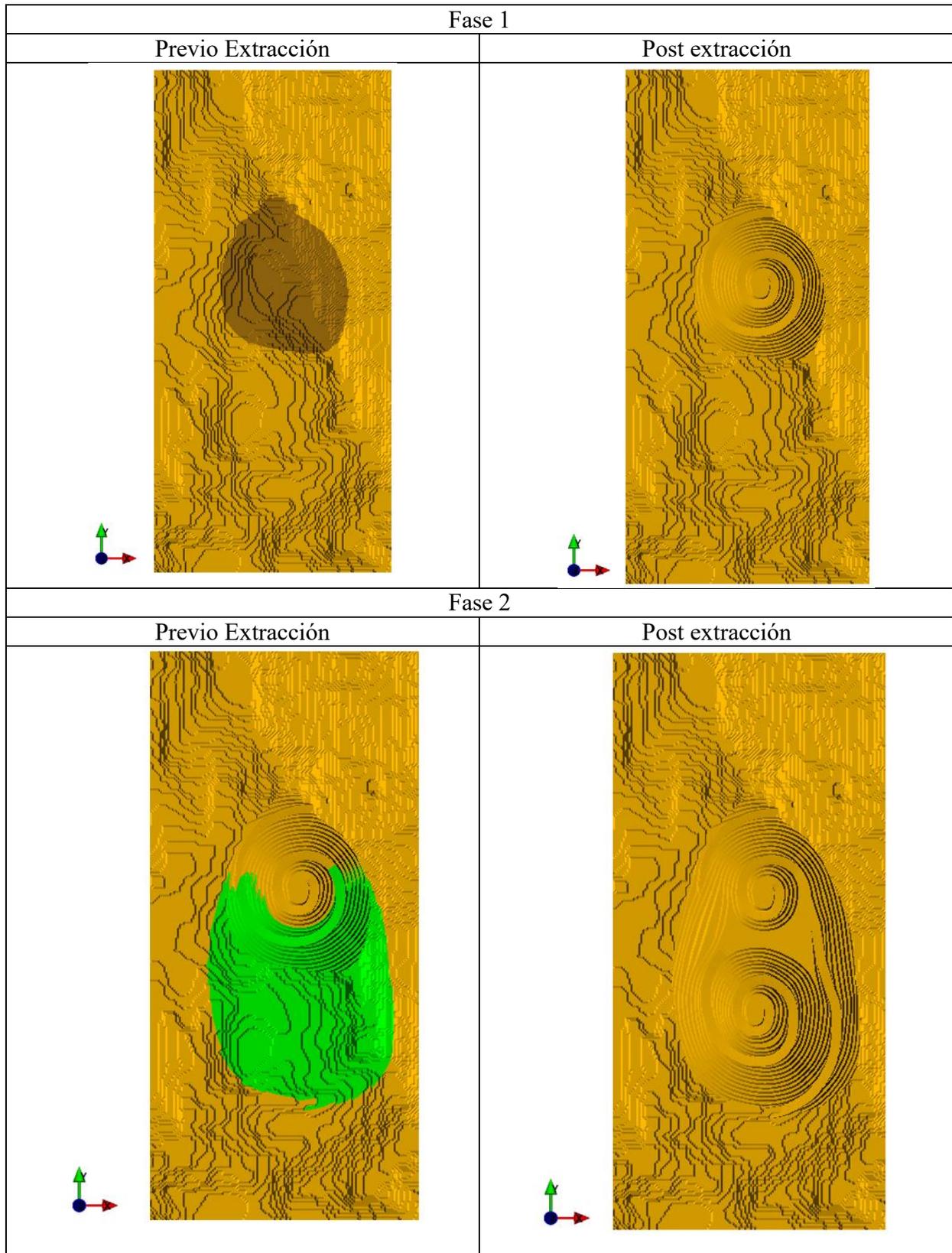
Metodología Tradicional					Metodología IA (Opción 1)				
Periodo (años)	Mineral (Mt)	Lastre (Mt)	Fino (Mt)	Ley (%)	Periodo (años)	Mineral (Mt)	Lastre (Mt)	Fino (Mt)	Ley (%)
1	0.00	98.48	0.00	0.00	1	0.00	143.81	0.00	0.00
2	20.00	130.00	1240.85	0.62	2	0.00	150.00	0.00	0.00
3	20.00	123.41	1315.04	0.66	3	0.00	150.00	0.00	0.00
4	20.00	130.00	1349.18	0.67	4	0.23	149.77	10.93	0.47
5	20.00	130.00	1383.69	0.69	5	6.08	143.92	404.32	0.67
6	20.00	130.00	1399.08	0.70	6	20.00	130.00	1406.74	0.70
7	12.86	137.14	907.04	0.71	7	20.00	121.33	1397.98	0.70
8	0.00	150.00	0.00	0.00	8	20.00	130.00	1415.85	0.71
9	0.00	120.00	0.00	0.00	9	20.00	100.00	1468.57	0.73
10	0.08	119.92	5.53	0.71	10	6.07	113.93	453.17	0.75
11	0.47	119.53	32.94	0.70	11	0.00	120.00	0.00	0.00
12	1.05	118.95	73.09	0.69	12	0.00	120.00	0.00	0.00
13	5.69	114.31	389.11	0.68	13	0.00	120.00	0.00	0.00
14	4.21	115.79	285.42	0.68	14	1.29	118.71	81.69	0.63
15	15.95	104.05	1088.14	0.68	15	16.77	103.23	1120.43	0.67
16	17.71	102.29	1223.67	0.69	16	20.00	100.00	1347.05	0.67
17	25.00	74.97	1738.08	0.70	17	25.00	75.00	1680.36	0.67
18	25.00	75.00	1725.89	0.69	18	25.00	75.00	1690.42	0.68
19	25.00	41.87	1726.18	0.69	19	25.00	75.00	1708.36	0.68
20	25.00	68.74	1728.30	0.69	20	25.00	75.00	1713.44	0.69
21	25.00	28.45	1732.82	0.69	21	25.00	75.00	1709.00	0.68
22	25.00	27.14	1739.68	0.70	22	25.00	75.00	1724.67	0.69
23	25.00	39.25	1776.38	0.71	23	25.00	75.00	1783.63	0.71
24	25.00	50.48	1806.82	0.72	24	25.00	75.00	1806.33	0.72
25	25.00	75.00	1813.26	0.73	25	4.02	95.98	292.97	0.73
26	17.82	82.18	1292.09	0.73	26	2.79	97.21	158.01	0.57
27	0.00	100.00	0.00	0.00	27	3.80	96.20	231.57	0.61
28	0.19	99.80	12.73	0.65	28	12.90	87.10	824.09	0.64
29	4.95	95.05	320.14	0.65	29	18.36	81.64	1225.46	0.67
30	1.64	78.36	108.21	0.66	30	14.78	65.22	997.07	0.67
31	6.12	73.88	372.97	0.61	31	22.27	57.73	1430.41	0.64
32	10.72	69.28	610.17	0.57	32	25.00	49.74	1645.94	0.66
33	25.00	53.10	1547.56	0.62	33	25.00	55.00	1585.04	0.63
34	22.15	14.41	1415.03	0.64	34	25.00	54.99	1608.23	0.64
Total	471.62	3090.82	32159.08	0.60	35	25.00	22.30	1596.93	0.64
					36	25.00	38.86	1633.35	0.65
					37	25.00	20.86	1541.35	0.62
					38	1.52	6.81	91.76	0.61
					Total	560.87	3444.35	37785.15	0.56

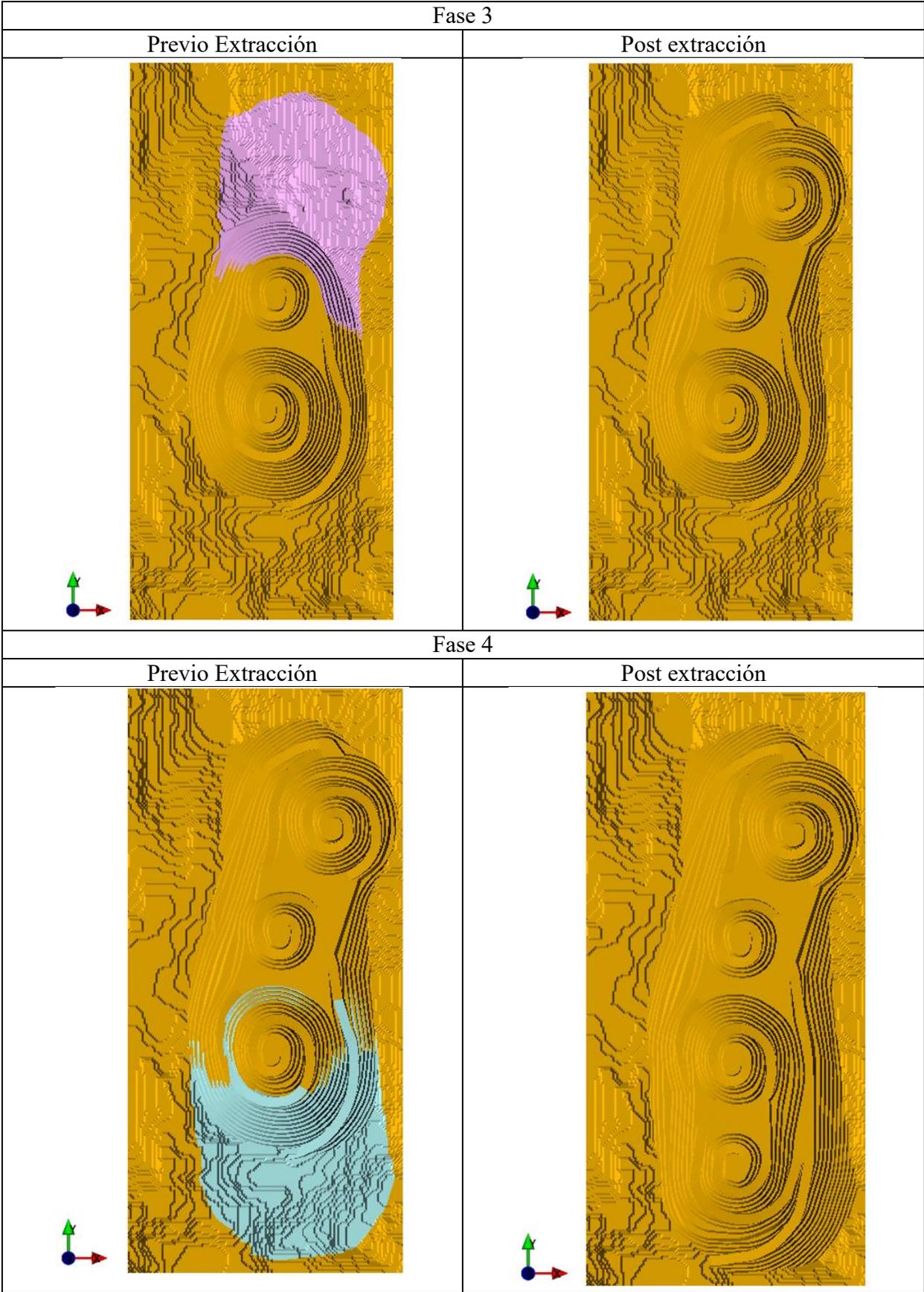
Plan de producción posterior al diseño – Caso Iron_bm (alternativa propuesta)

Metodología IA2 (Alternativa propuesta)				
Periodo (años)	Mineral (Mt)	Lastre (Mt)	Fino (Mt)	Ley (%)
1	0.00	137.39	0.00	0.00
2	20.00	140.00	1271.90	0.64
3	20.00	128.97	1337.31	0.67
4	20.00	140.00	1370.18	0.69
5	20.00	140.00	1374.59	0.69
6	20.00	140.00	1370.67	0.69
7	8.02	151.98	539.50	0.67
8	0.16	159.84	8.01	0.52
9	2.10	157.90	137.54	0.65
10	12.60	147.40	868.98	0.69
11	22.00	113.35	1514.25	0.69
12	25.00	87.20	1718.93	0.69
13	25.00	108.74	1734.97	0.69
14	25.00	58.41	1746.12	0.70
15	25.00	64.22	1776.19	0.71
16	25.00	94.59	1807.00	0.72
17	25.00	115.00	1835.00	0.73
18	18.91	121.09	1393.48	0.74
19	25.00	115.00	1700.15	0.68
20	25.00	102.49	1707.99	0.68
21	25.00	95.00	1688.26	0.68
22	13.73	106.28	926.81	0.68
23	0.04	119.96	2.57	0.66
24	2.18	117.82	139.12	0.64
25	8.11	111.89	481.05	0.59
26	23.98	96.02	1465.51	0.61
27	25.00	45.83	1651.55	0.66
28	21.96	12.07	1474.45	0.67
Total	483.78	3128.43	33042.10	0.65

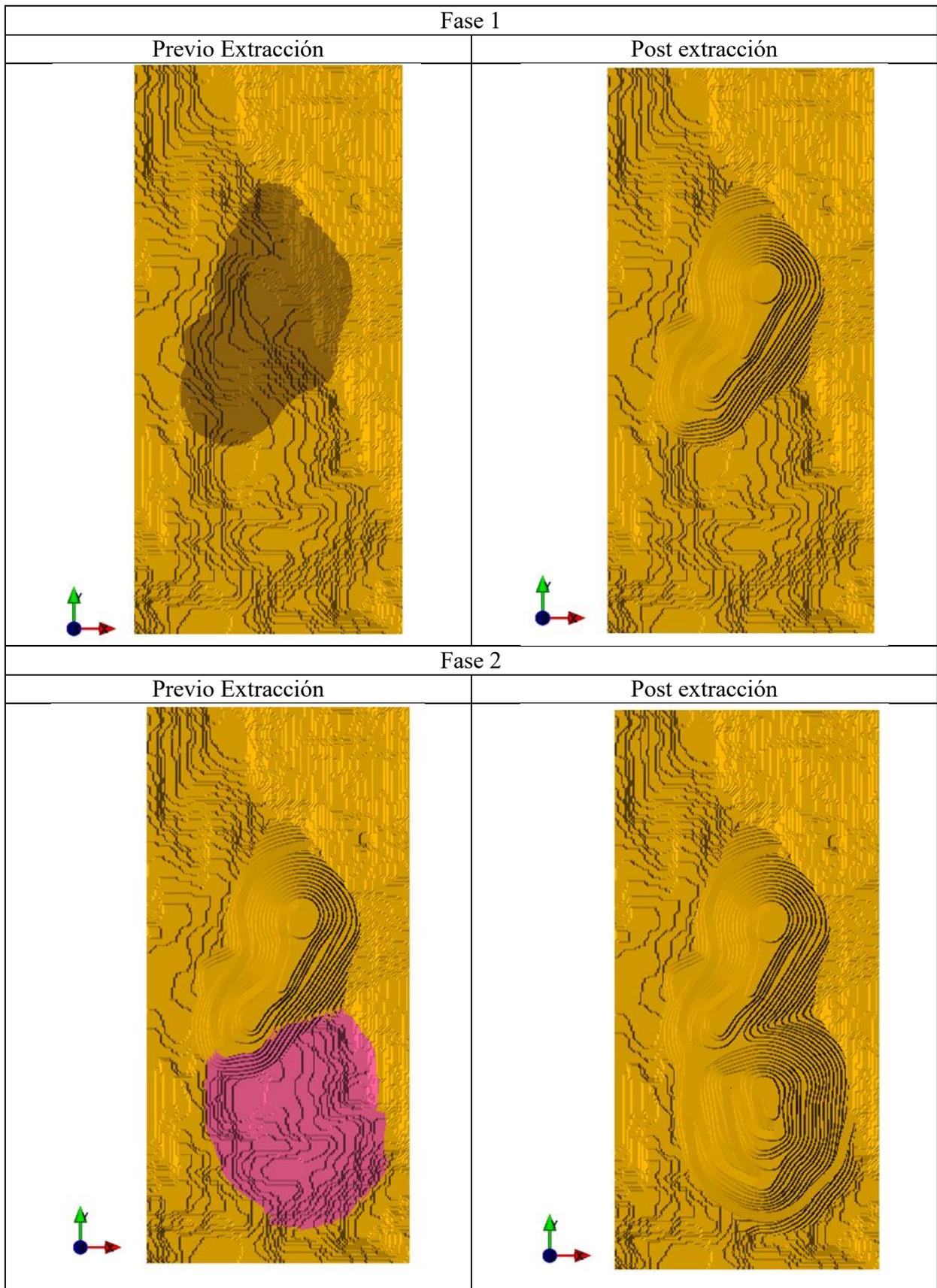
Anexo 6 . Resultados diseño de Fases

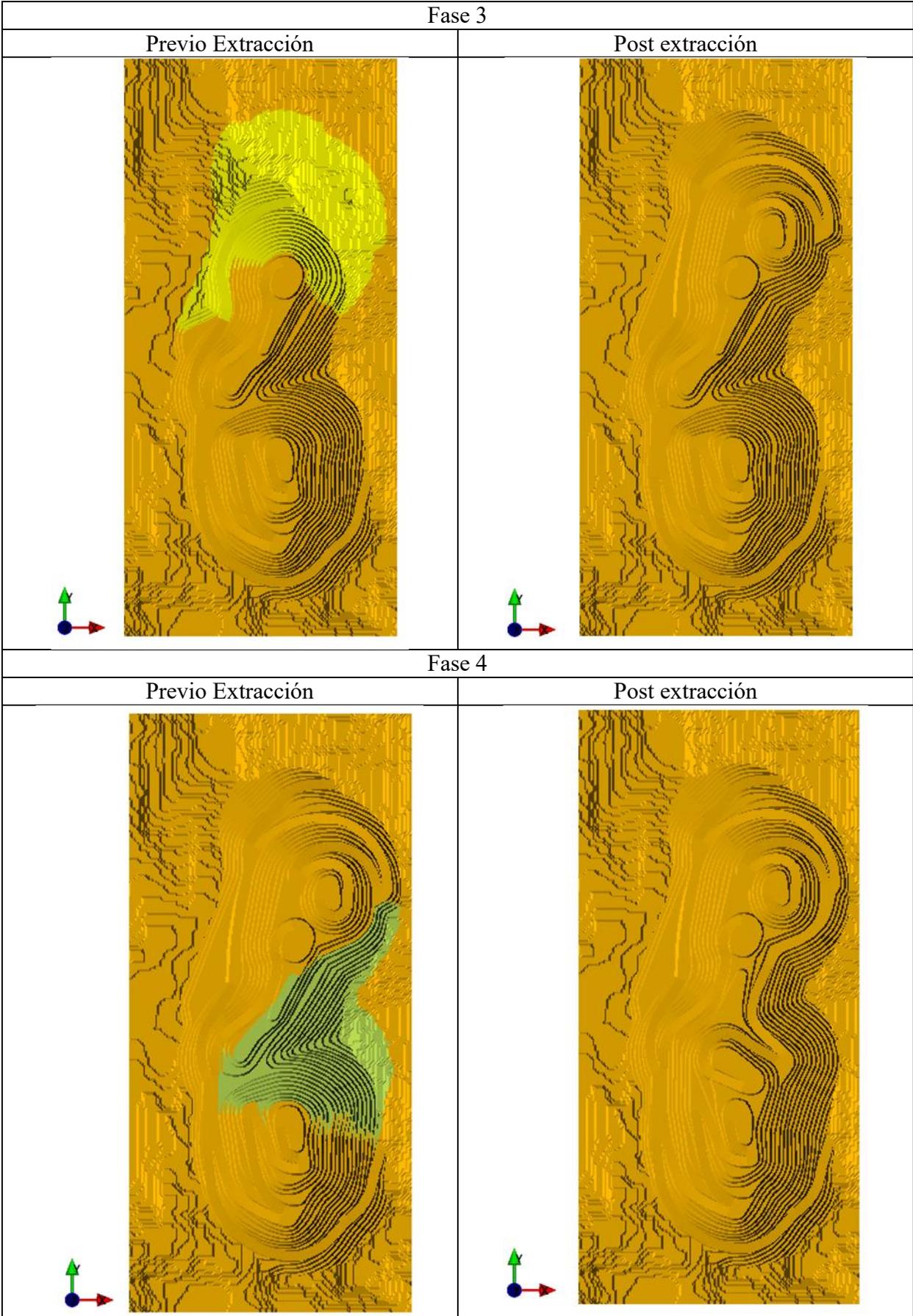
Caso de estudio MCL-Metodología Tradicional



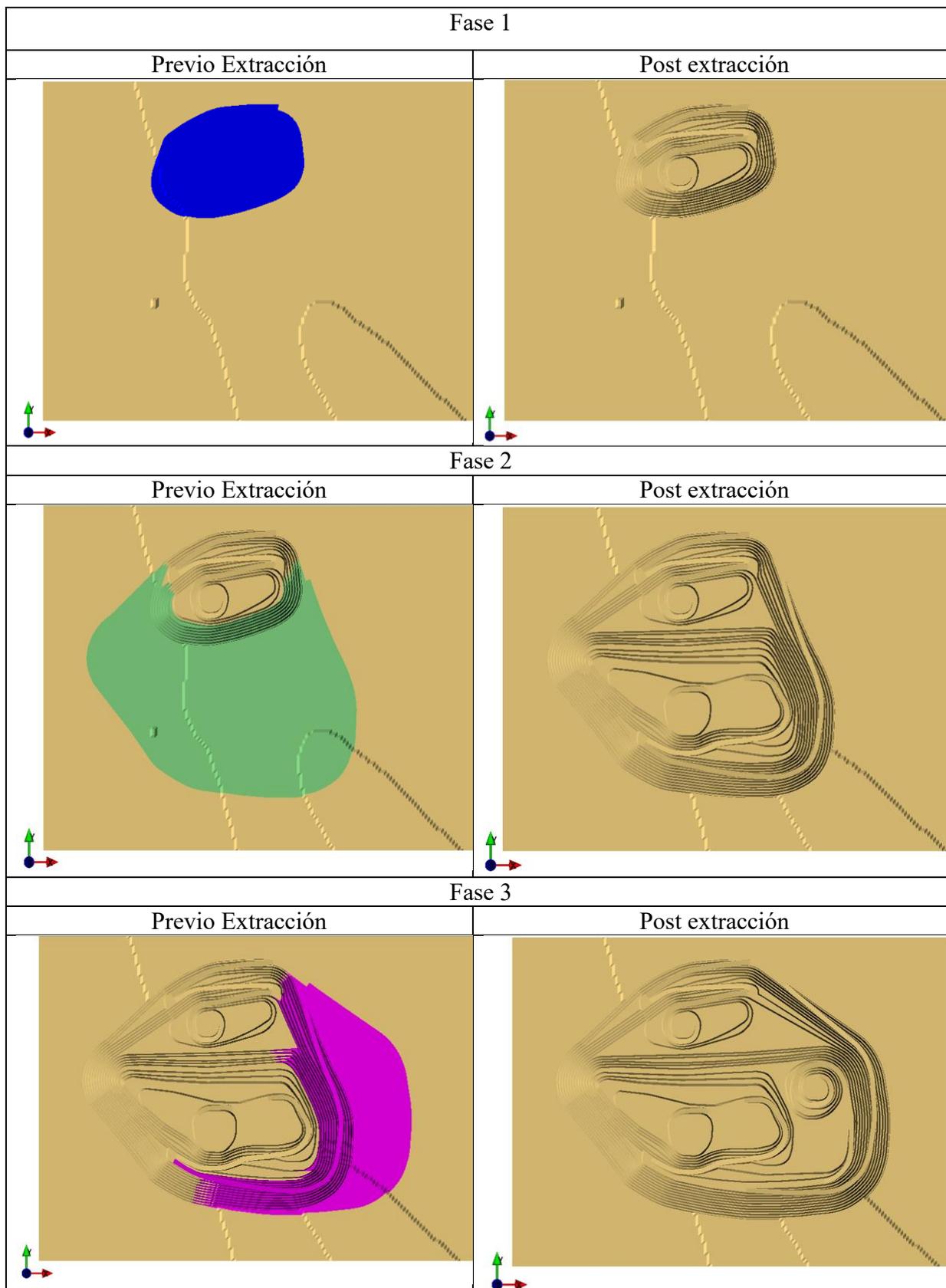


Caso de estudio MCL-Metodología IA

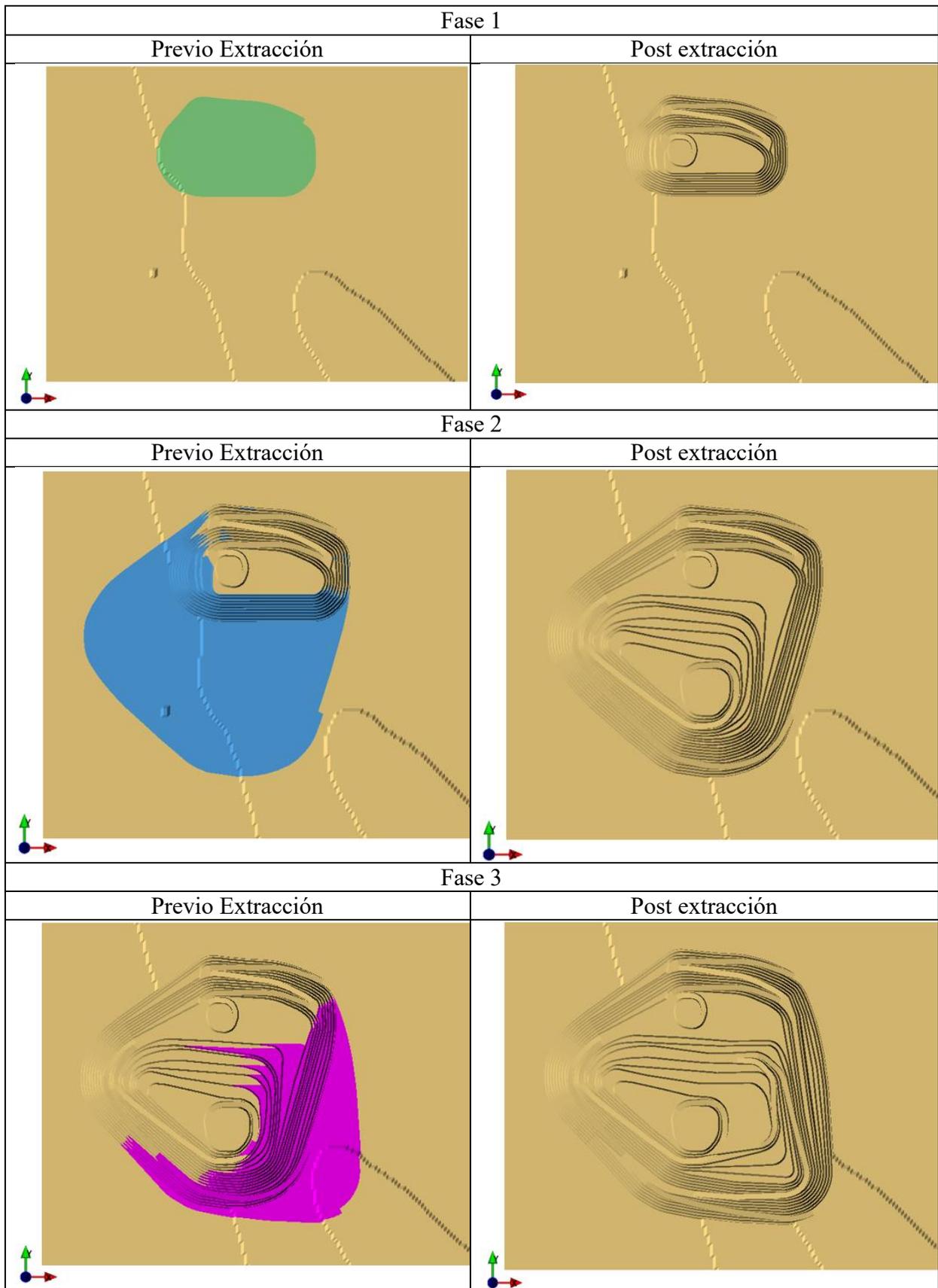


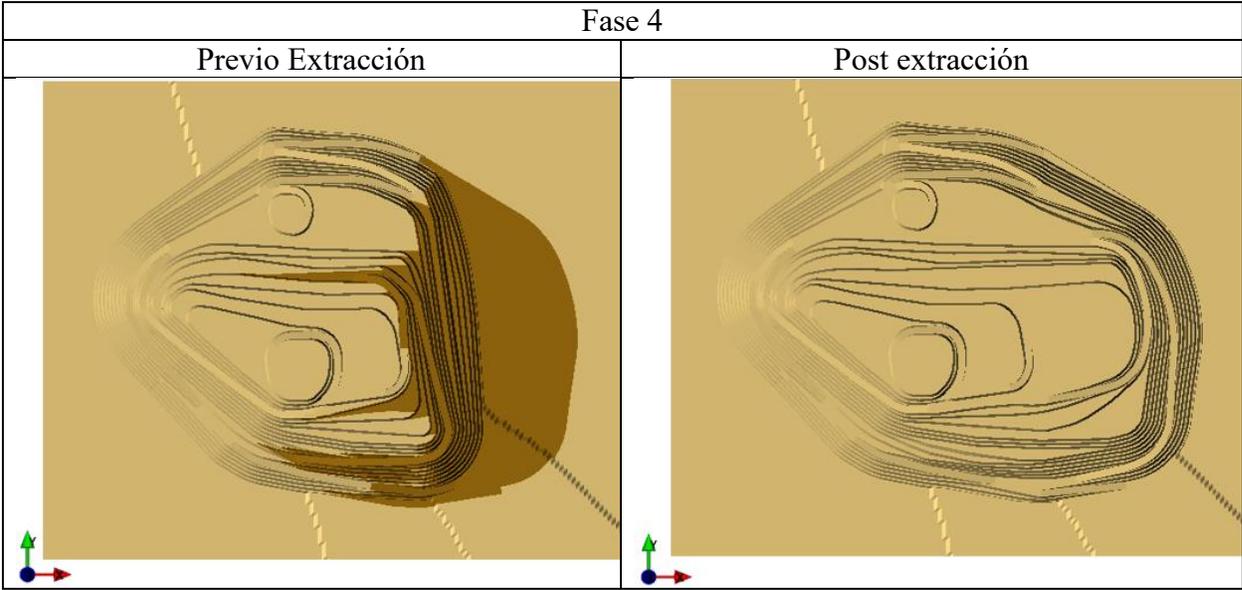


Caso de estudio Iron_bm -Metodología Tradicional

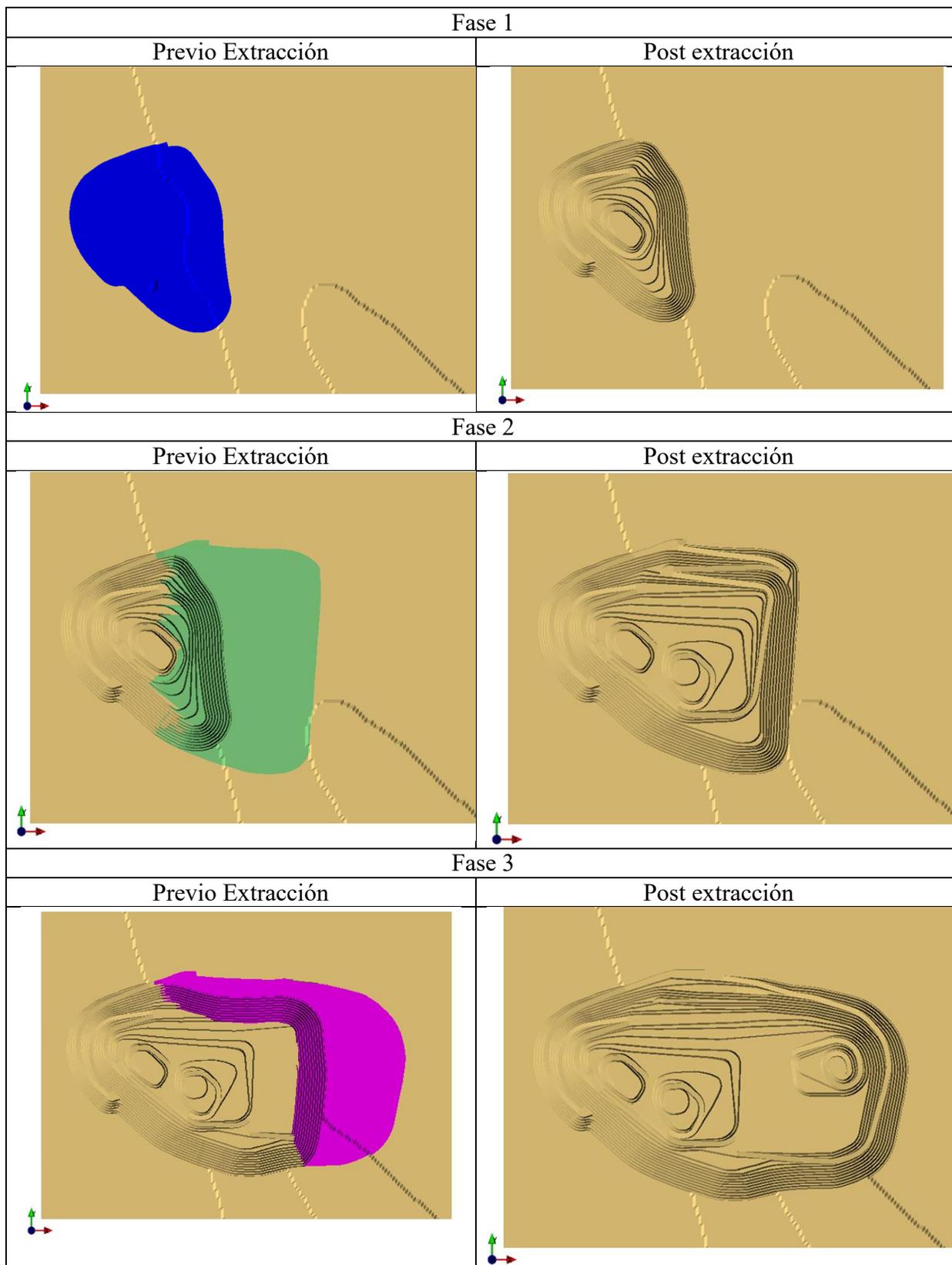


Caso de estudio Iron_bm -Metodología IA





Caso de estudio Iron_bm -Metodología IA



Applying artificial intelligence for optimal production scheduling and phase design in open pit mining

V Loor Cárdenas Mine Planning Laboratory AMTC & DIMIN University of Chile, Chile

N Morales Varela Mine Planning Laboratory AMTC & DIMIN University of Chile, Chile

Abstract

The open-pit mine production scheduling (OPPS) problem aims to determine the extraction sequence of mining blocks of an orebody. The OPPS presents several restrictions that create a combinatorial optimization problem classified as NP-hard. Generally, an optimal solution for OPPS cannot be obtained in an acceptable computation time using linear programming; therefore, approximation methods called heuristics have been used to solve it. In this paper, an artificial intelligence (AI) based methodology is proposed to obtain operative pushbacks in open-pit mines respecting operational and design constraints. This integrated approach is achieved through a Genetic Algorithm and a clustering algorithm (k-means). A Genetic Algorithm is a search heuristic inspired by Charles Darwin's theory of natural evolution and is used to solve NP-hard problems. This methodology has been tested in an iron mine and a gold mine and has been shown to be a practical, viable approach. Results show that pushbacks obtained respect the design and operational constraints of pit extraction, while also maximizing the net present value (NPV).

1 Introduction

As the life of open-pit mines can span several decades, the optimization of the design and production plan of a project is critical to maximizing its value. This strategic problem can be seen as composed of two components: a spatial component, which determines portions or volumes to organize extraction (namely phases); and a temporal component, which is related to when to extract these volumes or portions of them.

The most widely used approach to address this problem (in literature and software) is nested pits, which is in turn based on the ultimate pit problem (Lerchs & Grossmann 1965). This approach focuses on the spatial component, as it looks for pushbacks or pseudo phases (phases with block support) that comply with global slope angles, without taking opportunity costs into account. In this approach, production scheduling is performed in later stages and is subordinated to the spatial definitions given by the nested pits.

Another possible approach to the problem is direct block scheduling (DBS), proposed by Johnson (Johnson 1968). This approach considers global slope angles, but also production and transportation capacities over time and, therefore, the opportunity cost. DBS relies on mathematical programming to decide in terms of NPV what is the best timing for the extraction and processing of each block. As such, DBS is more focused on the temporal component, and the definition of pushbacks (and phases) is therefore subordinated to the period-by-period extraction.

Another relevant distinction between nested pits and DBS is the computational complexity. As previously mentioned, the nested-pit methodology relies on the ultimate pit problem, which can be solved efficiently using the Lerchs & Grossman algorithm or pseudo-flow algorithms (Chandran & Hochbaum 2009). On the

contrary, DBS is computationally hard, and therefore finding good feasible solutions for it has been the topic of many research efforts. For example, Jélvez et al. developed a new algorithm to find good feasible solutions efficiently for large instances of the problem (Jélvez et al. 2020). Similarly, Suárez and Alipour et al. applied a genetic algorithm to approach the problem (Suárez 2017, Alipour et al. 2020). In both cases, this approach was tested in a three-dimensional model and showed good results compared with the optimum.

Something common to these approaches is that they consider operational constraints only as global slope angles that provide stability, but do not take into account the design of ramps or operational spaces required at the bottom of the pit. Figure 1(a) presents an example of pushback with a global angle of 45° in a conceptual 2-D block model. As the figure shows, the bottom of the pit may not provide enough space to operate the equipment. Conversely, Figure 1(b) presents an optimal pushback, but where the bottom of the pit is guaranteed to be at least 4 blocks wide and allows for shovel operation. Notice that truncating the pit on (a) to have a minimum pit bottom size is not optimal.

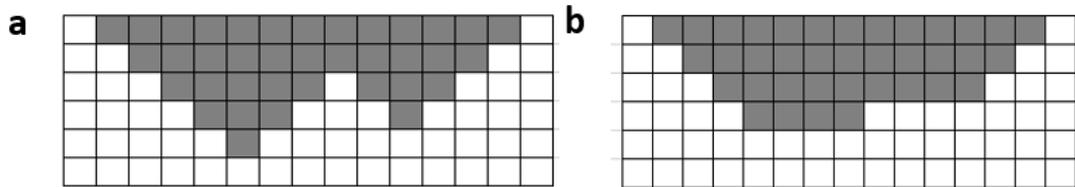


Figure 1 Conceptual comparison between pushback section views (a) without considering minimum pit bottom dimensions and (b) considering a 4-block-bottom pit size.

The problem addressed in this work is how to plan and design an open-pit mine by considering the spatial and temporal components simultaneously, while also seeking operational geometries – like the one in Figure 1(b) to generate pushback designs that comply with minimum bottom widths – oriented to maximize the NPV. As the problem addressed is an extension of the existing methodologies, which are known to be either hard or incomplete, the resolution of the problem uses techniques from artificial intelligence (AI), namely Genetic Algorithms (GA) and a clustering technique (in our case, K-Means).

2 State of the art

In this section, we briefly review the relevant aspects of DBS as well as the AI techniques utilized by the proposed methodology.

2.1 Open pit production scheduling considering capacities on resource consumption

The reference problem is the scheduling of open-pit production considering some constraints, which is known as the constrained pit limit problem (CPIT). It is a simplified version of the formulation presented by Johnson (Johnson, 1968), as it only considers capacities, but not multiple destinations or ore grade constraints. As originally presented, CPIT considers a set of blocks B , $t = 1, 2, \dots, T$ periods of times, and the following parameters: an economic discounted value \hat{p}_{bt} for each block b and period t ; a set of predecessors $B_b \subset B$ for each block b (i.e., the blocks that must be extracted before b in order to comply with global slope angles); a set R of resources and q_{br} being the consumption of resource r by block b and R_{rt} the total availability of resource r at period t (Chicoisne et al. 2012).

Given the above, CPIT can formally be written as the following integer linear program (Espinoza et al. 2013), where the binary variable $\chi_{bt} = 1$ if and only if block b is extracted and processed at period t :

$$\max \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} \hat{p}_{bt} \chi_{bt} \quad (1)$$

$$\text{subject to } \sum_{s \leq t} \chi_{b's} \leq \sum_{s \leq t} \chi_{b's} \quad \forall b \in B, b' \in B_b, t \in T \quad (2)$$

$$\sum_{t \leq T} \chi_{bt} \leq 1 \quad \forall b \in B \quad (3)$$

$$R_{rt} \leq \sum_{b \in B} q_{br} \chi_{bt} \leq R_{rt} \quad \forall t \in T, r \in R \quad (4)$$

$$\chi_{bt} \in \{0, 1\} \quad \forall b \in B, t \in T \quad (5)$$

The goal function (1) corresponds to the NPV of the extracted blocks. Constraints (2) enforce the precedence due to global slope angles, constraints (3) that the blocks are extracted at most once, and constraints (4) that limit the utilization of available resources.

It is worth noting that the ultimate pit problem is a particular case of CPIT where $T = 1$ and $R = \emptyset$, i.e. there is only one period and no resource constraints. Also, it is relevant to mention that CPIT is an NP-hard problem.

2.1.1 CPIT+ with minimum-size pit bottom

As mentioned before, one limitation of CPIT (and other mathematical models) is that it considers geometric constraints only as global angles. In this article, we are interested in extending this to consider minimum operational space at the bottom of the pit. We call this extension CPIT+.

CPIT+ considers the same inputs to CPIT, i.e. a valuated block model, global angle precedence and resources, but adds a radius r , so that the bottom of each pushback has enough space for a circumference with a radius of at least r blocks (Navarro 2015).

2.2 The Genetic algorithm

The Genetic Algorithm (GA) is an optimization technique introduced by Holland, which is inspired by biological evolution (Holland, 1975). It is considered a powerful tool for optimization in artificial intelligence as it allows high-quality solutions to be found for optimization problems within reasonable computation times.

The applicability of GA is very broad. These algorithms can be applied to solve an optimization problem as:

$$\max_{x \in S} f(x) \quad (6)$$

Where: f is the goal function and S is the set of feasible solutions. The main condition to use GA is that computation of $f(x)$ and verification of $x \in S$ can be done efficiently.

GA use a population of potential solutions (individuals) for an optimization problem. In each iteration, the population is improved and updated by allowing individuals with high potential (fitness) to mix (cross) with each other, and by introducing small changes (mutations) to individuals. The algorithm is run until some criteria are achieved, for example, when good enough solutions are found or when the improvement stagnates.

The key elements of a GA are the following (Goldberg 1989):

1. Representation of individuals: Potential solutions to the optimization problem are encoded so the algorithm can process them by means of binary numbers, integers or decimal numbers, characters, etc. which in GA terminology are chromosomes within a gene.
2. Fitness Evaluation: The fitness of an individual emulates how well adapted it is for the conditions (constraints) of the problem. Usually, it is possible to use the evaluation of f for the individuals,

but sometimes a corrected or adapted version \tilde{f} is used. Also, this often requires that the encoding is first transformed into an actual solution.

3. Selection: This is the process of choosing what individuals will be utilized to generate the next generation of the population. The main principle is that individuals with higher fitness should have a higher probability of transferring their genes to future generations.
4. Genetic Operators: In order to produce the next population, GA utilizes two types of genetic operators:
 - a. Crossing. In this case, two or more individuals are combined in order to generate 1 or more descendants.
 - b. Mutation. This operator changes one specific individual by changing some of its genes.

Some relevant parameters of a GA are the size of the populations, the number of generations, and the probability of crossing and mutation.

2.3 K-Means clustering algorithm

K-Means (MacQueen 1967) is a clustering technique commonly used to partition a set of data into K groups, where K is known in advance. The clustering is done by minimizing the sum of distances between each object and the centroid of its group. K-Means considers the following steps (Wagstaff et al. 2001):

1. Initialization: The algorithm starts with K centroids, randomly chosen.
2. Assignment of objects to centroids: Each object is assigned to its closest centroid.
3. Update of centroids: The centroid of each group is computed as the average of locations of objects assigned to that group.

The algorithm repeats these steps many times, until the position of centroids stabilizes.

3 Methodology

In this paper, we implement a methodology based on AI and compare it with the standard approach, which is presented in Figure 2 and described later in this section.

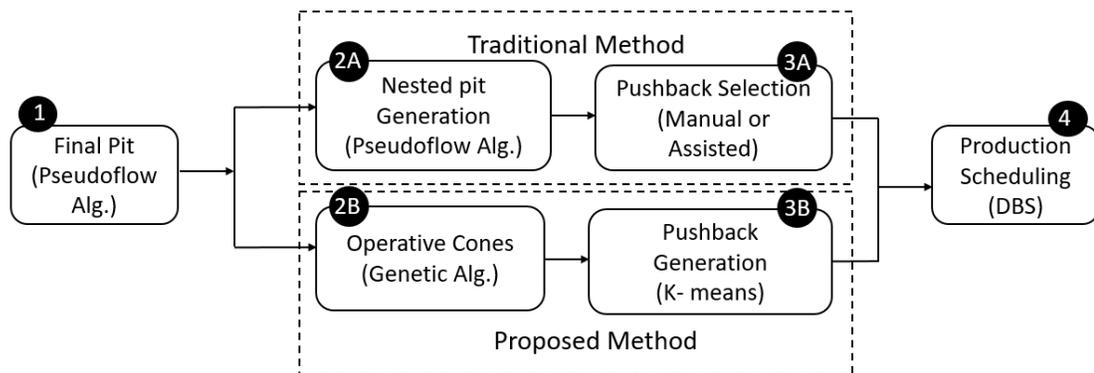


Figure 2 Comparison between the traditional method and AI based method

3.1 Final Pit and Production Scheduling

The final pit computation and the production scheduling are common to both methodologies; therefore, we will describe them separately. The numbers correspond to those in Figure 2.

1

Final Pit computation

The economic block values (based on economic and operational parameters) are computed. The precedence arcs to represent the global angle precedence are calculated, and the ultimate pit is also computed

utilizing the pseudo flow algorithm. Notice that the economic values and precedence are used in later stages in both methodologies.

4

Production
Scheduling

The pushbacks are utilized to schedule the blocks for extraction, period by period. The scheduling considers total movement capacity as well as minimum and maximum distance between benches of consecutive phases (min/max lead parameters).

3.2 Traditional Method

The traditional methodology that we use for comparison is based on nested pits. The steps considered are shown below. As before, the numbers correspond to Figure 2.

2A

Nested pit
generation

In this stage, price is parametrized by a revenue factor from 0 to 1, to generate several nested pits. Price parametrization consists of scaling the metal price to create a sequence of N number of revenue factors. Each revenue factor produces a new pit, and all the pits are nested. The number of revenue factors depends on the initial value, the step, and the final value that the mine planning evaluator assigns (Jélvez et al. 2020).

3A

Pushback
Selection

This is a manual and iterative process, in which some of the nested pits computed in the previous stage are selected to create pushbacks. For selecting pushbacks, some parameters were considered: stripping ratio (waste/ore) between pushbacks, tonnage distribution in each pushback, and minimum operational widths, among others.

3.3 Method based on Artificial Intelligence

The two stages of the method based on AI are the following. Further detail can be found below as well.

2B

Operational
cones

In this stage, a genetic algorithm is used to iterate over a population of individuals. An individual is represented as a set of operational cones.

3B

Pushback
Generation

In this stage, the K-Means clustering algorithm is utilized to transform each individual generated by the GA, into a set of pushbacks that complies with the operational constraints.

3.3.1 GA to generate optimize operational cones

In this section, we describe the main components of the genetic algorithm. To represent the algorithm solution satisfying the design constraints mentioned before in the CPIT+ problem, operational cones were used (Navarro 2015). The angle of the cone is the global slope angle. It is a truncated cone; therefore, its base has the operational space given by the radius r , which is an input (Figure 3(b)). Notice that given a block b , there is a unique operational cone that we denote as $C(b)$ so that b is the center of its base.

The algorithm can generate a cone from each block centroid, and the number of cones that we will get depends on the population size that we initially set for the GA algorithm. The population is randomly initialized.

3.3.1.1 Representation of Individuals

As each operational cone is defined by the block centroid, its representation corresponds simply to the block ID number; the block ID is a unique integer calculated from the block model, and allows the spatial position of each block to be identified.

An individual in the GA is represented as a set of block centroids (bases of the cones). Figure 3(a) shows an individual constituted by four block centroids, $I = \{10, 51, 60, 90\}$. Each individual can have variable lengths.

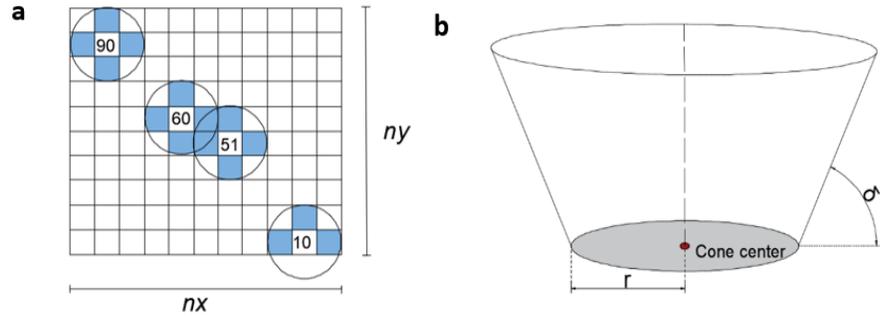


Figure 3 (a) Representation of an individual in the GA (plant view) (b) operational cone with a given cone center

3.3.1.2 Fitness function

Evaluating the objective function NPV would be very time consuming because it would require optimized scheduling of the blocks of an individual. Because of this, we used an approximation of the NPV which emulates the best case used in some planning software tools for open pit, as described next.

Given an individual $I = (i_1, i_2, i_3, \dots, i_L)$, where i_p are IDs of the blocks, we computed the corresponding operational cones $C(i_1), C(i_2), \dots, C(i_L)$, then the blocks present in the individual (bases of the cones) are clustered using K-means algorithm (more information in section 3.3.2). After that, increments $C_1 = C(i_1), C_2 = C(i_2) - C(i_1), \dots, C_L = C(i_L) - C(i_{L-1})$ are computed.

We then assumed that the increments were extracted in order (i.e. C_p is finished before extraction of C_{p+1} begins). The extraction of blocks is done bench by bench and the pass from one period to the next occurs when the capacity is reached, i.e., we keep track of the tonnage of blocks and consider that a period was ended when the capacities of that period are depleted.

The fitness of the individual is then the approximated NPV computed using the procedure described above. Notice that because of the increments, there is no double-counting of blocks.

3.3.1.3 Selection

For this work, we implemented *roulette selection*, which works by assigning a probability to each individual in the population, which is proportional to its fitness. That is, if the population has fitness values (g_1, g_2, \dots, g_N) (which are required to be non-negative), then the probability to pick one individual for crossing is:

$$q_i = \frac{g_i}{g_1 + g_2 + \dots + g_N} \quad (7)$$

3.3.1.4 Genetic operators

- Crossover. This consists of selecting two individuals known as parents to exchange segments of their genetic code, producing offspring, which are combinations of their parents.

$$P1 = \{10, 51, 60, 90\}$$

$$P2 = \{10, 25, 41, 62, 87, 90\}$$

$$h1 = \{10, 90\}$$

$$h2 = \{25, 41, 51, 60, 62, 87\}$$

In this case, the first offspring (h1) will have the common elements of both parents (P1) and (P2), while the second offspring (h2) will maintain elements that are not common between their parents.

- Mutation. This consists of adding or removing an element from the individuals. This process is carried out randomly. If crossover proceeds successfully, one or both offspring will mutate.

3.3.2 Using K-Means to generate pushbacks

As previously explained, each individual of the GA is a set of blocks, representing bases of operational cones. While it would be possible to interpret each cone as a phase, this is too constrained: there may be too many phases and there may be redundancies.

Because of the above, to generate more realistic pushbacks and to control their number, the methodology applies the K-Means method to cluster the blocks. The clustering process works in parallel with the GA, clustering the blocks of each individual in pushbacks. These may consist of one or more operational cones.

The output of the GA and the K-Means process will be the best individual with their respective pushback.

4 Numerical Experiences

The methods presented above were tested in two case studies: Iron_bm and McLaughlin (MCL for short). Table 1 provides a summary of both cases.

Table 1 Summary of case studies

Case study	Ore	Number of blocks			Block size
		nx	ny	nz	(m)
Iron_bm	Fe	160	120	46	25x25x15
MCL	Au	139	295	67	7.62x7.62x6.1

4.1 Final Pit Computation

The economic value is computed using the equation (8) for an ore block and equation (9) for a waste block, with y_b being the ore grade of block b, and ton_b the tonnage of the block.

$$Pv_b = (P - SC)Ry_b ton_b - (MC + PC)ton_b \quad (8)$$

$$Wv_b = -(MC)ton_b \quad (9)$$

Where:

R = is the metallurgical recovery.

P = is the metal price.

SC = is the selling cost.

MC = is the mining cost.

PC = is the processing cost.

Table 2 shows some of the parameters used for the economic block evaluation and the final pit calculation. Results in terms of total perceived value and final pit size for both case studies are shown in Table 3.

Table 2 Parameters to generate nested pits from Iron_bm and MCL

Parameters	Slope angle	Metallurgical recovery	Metal price	Selling cost	Mining cost	Processing cost
Symbol	θ	R	P	SC	MC	PC
Value (Iron_bm)	45°	0.92	118 (USD/ton)	29 (USD/ton)	2.70 (USD/ton)	10.85 (USD/ton)
Value (MCL)	45°	0.76	1,100 (USD/ozt)	100 (USD/ozt)	1.50 (USD/ton)	8.20 (USD/ton)

Table 3 Final pit results for Iron_bm and MCL

Case study	Economic Value (MUSD)	Number of blocks
Iron_bm	21,000.21	167,612
MCL	3,043.32	254,398

In both cases, all blocks not included in the ultimate final pit were removed from the set and not considered in the subsequent steps.

4.2 Application of the Traditional Methodology

4.2.1 Nested Pits

Nested pits are generated by scaling the metal price of the block using a revenue factor RF, which takes values between 0 and 1, with a defined step. For the Iron_bm case, 52 nested pits were generated, with RF from 0.48 to 1.0 and a step of 0.01. Figure 4(a) shows a section view of the pits, and in Figure 4(b), the pit-by-pit graph plots the cumulative economic value and tonnage (ore and waste) for each pit.

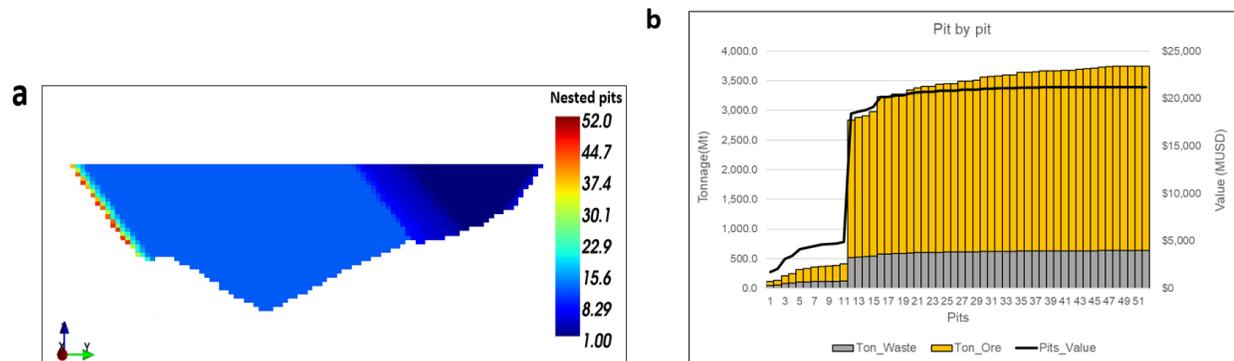


Figure 4 (a) Section view showing nested pits from Iron_bm model (b) pit-by-pit graph from Iron_bm model

For MCL, 87 pits were generated with RF from 0.13 to 1.0 and a step of 0.01. Figure 5(a) presents a section view of the pits, and Figure 5(b) shows the cumulative tonnage (ore and waste) and values for the pits.

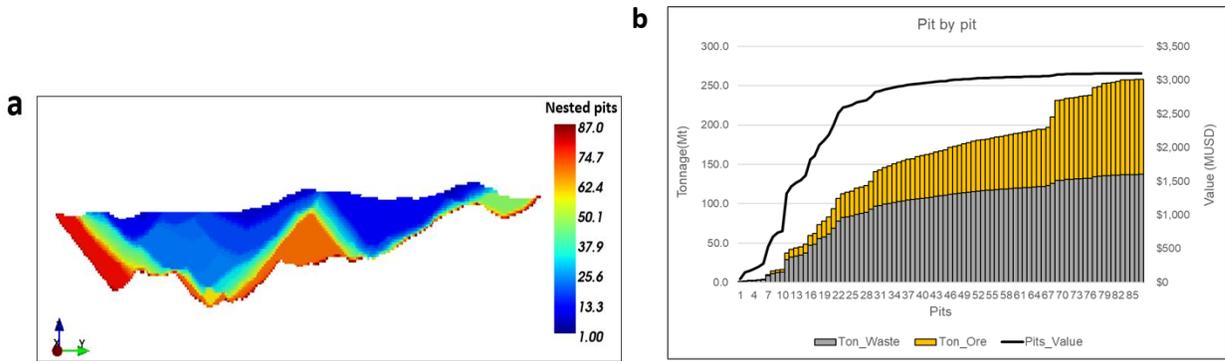


Figure 5 (a) Section view showing nested pits from MCL model (b) pit-by-pit graph from MCL model

4.2.2 Pushback selection

Once nested pits were generated, they are clustered to create pushbacks, which are used as a guide for the subsequent design. Pushbacks will be scheduled for their extraction over time.

Section views and a pit-by-pit graph are used as a reference to identify candidates for pushbacks. Selected pushbacks try to fulfill certain criteria:

1. Minimization of the difference in terms of tonnage and value between selected pushbacks in order to control the gap problem (Meagher et al. 2014).
2. Similar stripping ratio (waste/ore) between pushbacks, to meet plant constraints and requirements.
3. Pushbacks with a minimum mining width to allow access and mobility of mining equipment.

The number of pushbacks for both methodologies is the same to warrant a fair comparison. In Figure 6, the pit-by-pit graph shows each pushback selected, highlighted in a different color.

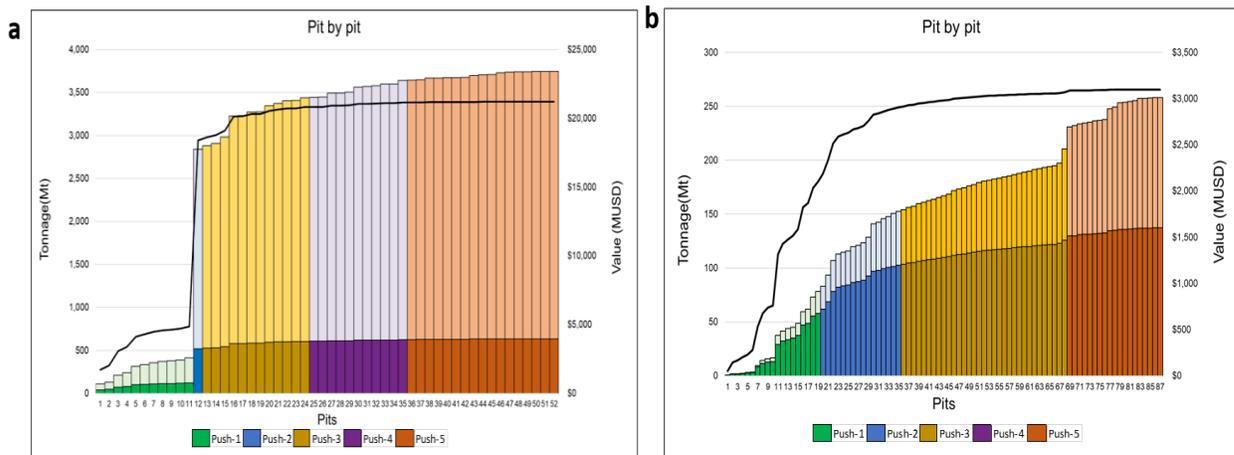


Figure 6 (a) Pit-by-pit graph with each pushback selected from the Iron_bm model (b) pit-by-pit graph with each pushback selected from the MCL model

4.2.3 Production Scheduling (Traditional)

A production schedule known as phase-bench-destination was generated for each case study. Table 4 shows the implemented constraints for both cases: mine capacity, plant capacity, and min/max lead parameters. The min/max parameters refer to the minimum and the maximum difference between

consecutive pushbacks. The objective function is to maximize NPV with a discount rate of 10% for Iron_bm and 15 % for MCL.

Table 4 Production scheduling Parameters

Case study	Mining capacity (Mt)	Plant capacity (Mt)	Min Lead	Max Lead	GAP (%)
Iron_bm	150.00	25.00	3	5	5
MCL	9.00	4.00	3	5	5

The results obtained were for NVP = 3,976.45 MUSD for the Iron_bm model and NPV = 852.79 MUSD for the MCL model. The scheduling process was solved with a default optimality gap set to 5% for both cases.

4.3 Application of the AI Methodology

4.3.1 GA for the generation of operational cones

The parameters used for AI methodology are shown in Table 5. The genetic algorithm process will start by choosing a population size. It represents a set of initial individuals and is randomly created. The generations correspond to the number of iterations of the GA process, and the MUTPB and CXPB represent the mutation and crossover probability, respectively. These parameters follow a series of sensitivity analyses that balanced computational time with the results obtained. The global angle comes from the final pit definitions.

In the case of the design parameters for the Iron_bm case, we considered a radius r = two blocks and for MCL a radius r = four blocks, which will correspond to the base size of each pushback. These parameters were chosen considering block sizes and potential equipment dimensions.

Table 5 Parameters of the Genetic Algorithm

Case study	Algorithmic parameters				Design Parameters
	Population Size	Generations	MUTPB	CXPB	Global Angle (°)
Iron_bm	100	200	0.2	0.6	45
MCL	100	150	0.2	0.7	45

4.3.2 Pushback generation using K-Means

The clustering process utilized the K-Means algorithm. It requires a pre-set "k" value for clustering the population into groups, which will represent the number of pushbacks. A number of iterations is also required to complete the clustering process and is equal 30 for both cases.

To determine the correct number of clusters "k", an analysis known as the elbow method was initially performed using the SPSS statistical software. We plotted a line chart of the error of squared sums (SSE) for each value of k (Figure 7(a) and Figure 8(a)). The elbow on the graph is the value of k that represents the best number. It was not necessary to select a larger K size because the difference in the decrease of the error is minimal and, it is not considered significant (Purnima & Arvind 2014).

Additionally, a graphical analysis was performed (Figure 7(b) and Figure 8(b)) to plot the behavior of the NPV and each value of "k".

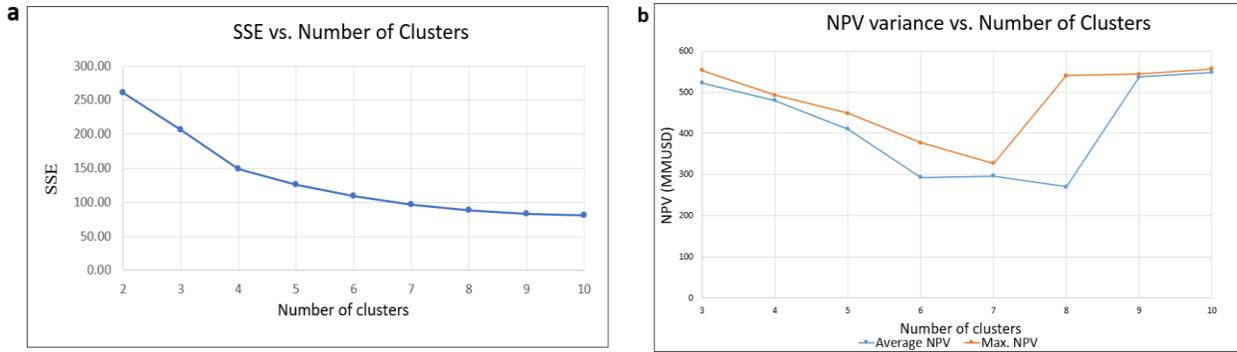


Figure 7 (a) Elbow method for optimal cluster selection (b) NPV behavior based on the cluster number for the Iron_bm model

As a result of these analyses, the number of pushbacks (clusters) was 5 for Iron_bm and 4 for MCL because these were the best options in terms of tonnage distribution, symmetry and value.

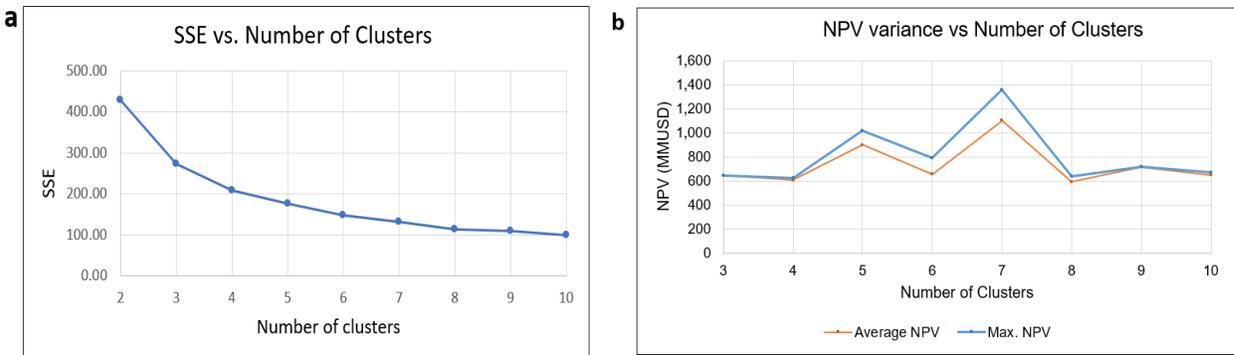


Figure 8 (a) Elbow method for optimal cluster selection (b) NPV behavior based on the cluster number for the MCL model

4.3.2 Production Scheduling (AI)

For each case study, the phase-bench-destination production schedule was generated. The applied parameters were the same as the traditional methodology (Table 4) so that valid comparisons could be made between methodologies.

The results obtained were NVP = 856.34 MUSD for the Iron_bm model and NPV = 675.89 MUSD for the MCL model.

5 Analysis and Discussion

5.1 Comparison of Pushbacks

The results for each methodology in the Iron_bm case are shown in Figure 9. The resulting pushbacks for each methodology look geometrically different. In the traditional methodology, there is a tendency to create large initial pushback and small final pushbacks. As this method does not consider design constraints, Figure 9(a) and Figure 10(a) show that the last three pushbacks do not have minimum operative width, and as a result, these pushbacks could be operationally unfeasible.

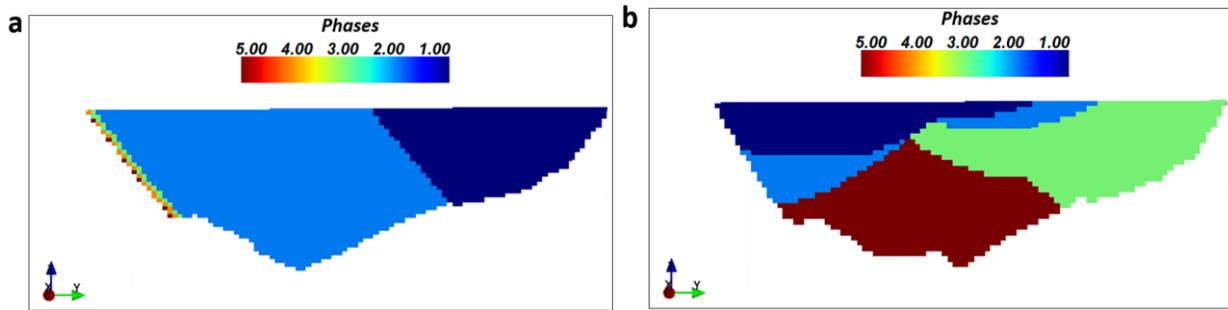


Figure 9 Section view showing resulting pushbacks for Iron_bm model from (a) the traditional methodology and (b) the AI methodology

For the traditional methodology, pushback 2 is bigger than the other pushbacks. When comparing pushback 2 with pushback 4 (the smallest one), the first is 93.24% larger and does not meet with the difference minimization requisite criteria in terms of tonnage between pushbacks.

Figure 6(a) shows a tonnage increment between successive pits. This increment represents a gap problem with significant volume and value increases. The traditional methodology did not allow us to solve the gap problem because it was not possible to find an RF number to generate intermediate pits. As a result, pushback 2 has a single nested pit.

In Figure 9(b) and Figure 10(b), the resulting pushbacks show that through AI methodology, it is possible to divide the biggest pushback (pushback 2) into smaller ones. It also shows better symmetry among the remaining pushbacks, and as far as design constraints, operational widths were successfully achieved.

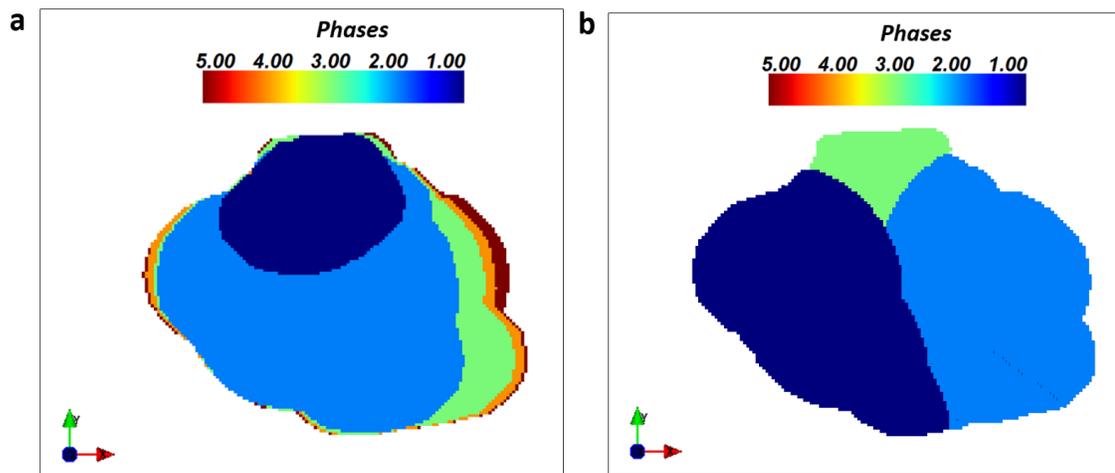


Figure 10 Plan view showing resulting pushbacks for Iron_bm model from (a) the traditional method and (b) the AI method

Table 6 shows the tonnage quantity of each pushback. In the particular case of the Iron_bm model, it has a higher percentage of waste because of a high stripping ratio in the first years. The amount of waste material is greater than the amount of ore, which will make it expensive to mine in the first years. With the traditional methodology, the waste tonnage represents 83.04% of the total, while with the AI methodology, it represents 83.85% of the total.

For the MCL case study, the resulting pushbacks are shown in Figure 11. In the traditional methodology (Figure 11(a)), some end areas do not have enough width to become operational; as early as the second pushback, the operational width decreases considerably. Due to the geometry of the deposit, it is difficult to achieve operational pushbacks using nested pits methodology. In the case of the proposed AI

methodology, pushbacks look operationally feasible (Figure 11(b)). Both precedence constraints and minimum width constraints are achieved in each pushback.

Table 6 Results of tonnage in each pushback by methodology for Iron_bm case

Methodology	Traditional				AI			
	Plant Tonnage (Mt)	Waste Tonnage (Mt)	Total Tonnage (Mt)	Average grade (%)	Plant Tonnage (Mt)	Waste Tonnage (Mt)	Total Tonnage (Mt)	Average grade (onz/t)
1	123.08	291.44	414.51	0.73	76.28	1,015.88	1,092.15	0.78
2	396.24	2,028.52	2,424.76	0.75	122.97	1,367.33	1,490.29	0.68
3	67.08	372.02	439.10	0.69	112.61	257.30	369.91	0.71
4	20.83	143.04	163.87	0.68	65.81	61.68	127.50	0.74
5	28.66	277.87	306.54	0.64	217.39	389.24	606.63	0.75
Total	635.89	3,112.89	3,748.77	0.70	595.05	3,091.42	3,686.47	0.73

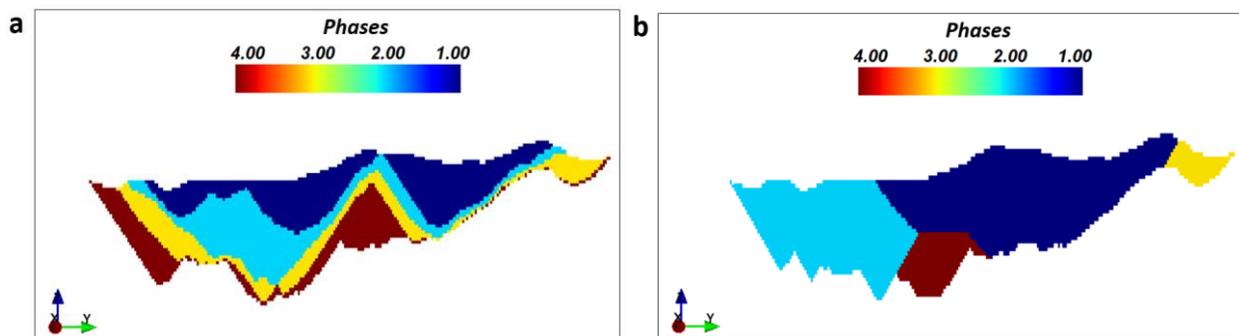


Figure 12 Section view showing resulting pushbacks for MCL model from a) the traditional method and (b) the AI method

Table 7 shows the ore and waste tonnage distribution between the pushbacks. With the traditional methodology, 2.78% more ore tonnage is extracted than with the (AI) methodology. In both cases, distribution and symmetry look acceptable.

5.2 Comparison of Production Plans

Table 8 shows a summary of the NPV results obtained from both methodologies through scheduling by phase-bench-destination. In the first case study, NPV resulting from the (AI) methodology represents a far smaller percentage than NPV resulting from the traditional methodology.

Table 7 Results of tonnage in each pushback by methodology for MCL case

Methodology	Traditional				AI			
	Plant Tonnage (Mt)	Waste Tonnage (Mt)	Total Tonnage (Mt)	Average grade (%)	Plant Tonnage (Mt)	Waste Tonnage (Mt)	Total Tonnage (Mt)	Average grade (onz/t)
1	57.16	19.70	76.86	0.07	61.07	42.66	103.73	0.05
2	45.15	29.31	74.46	0.04	51.56	42.25	93.81	0.04
3	20.75	24.67	45.42	0.03	10.25	19.42	29.67	0.04
4	14.05	46.73	60.78	0.02	10.91	15.05	25.96	0.05
Total	137.11	120.41	257.52	0.04	133.79	119.38	253.17	0.05

In the second case study, MCL, NPV differences between both methodologies exist too. The NPV obtained through AI is 20.74% lower than the result obtained from the traditional methodology. In both case studies, the NPV obtained from AI methodology was lower than the traditional one.

Table 8 Summary of the NPV results obtained through the different methodologies

Methodology	Iron_bm				MCL			
	NPV (MUSD)	Periods (Years)	Ore (Mt)	Waste (Mt)	NPV (MUSD)	Periods (Years)	Ore (Mt)	Waste (Mt)
Traditional	3,976.45	42	635.89	3,112.89	852.79	40	137.11	120.41
AI	856.34	38	595.05	3,091.42	675.89	34	133.79	119.38

The production plans are presented in Figure 12. For Iron_bm, the traditional method shows an early ore tonnage extraction starting in the second year (Figure 12(a)). This is not the case for the AI method, which prioritizes waste extraction in the early years. As we can see in Figure 12(c), ore extraction starts in the fifth year.

For the MCL model, the production plan obtained using the traditional method (Figure 12(b)) and AI method (Figure 12(d)) start the ore tonnage extraction in the first year. The results obtained with the AI method show uniform behavior in terms of value and ore tonnage, ensuring a continuous ore supply for the processing plant.

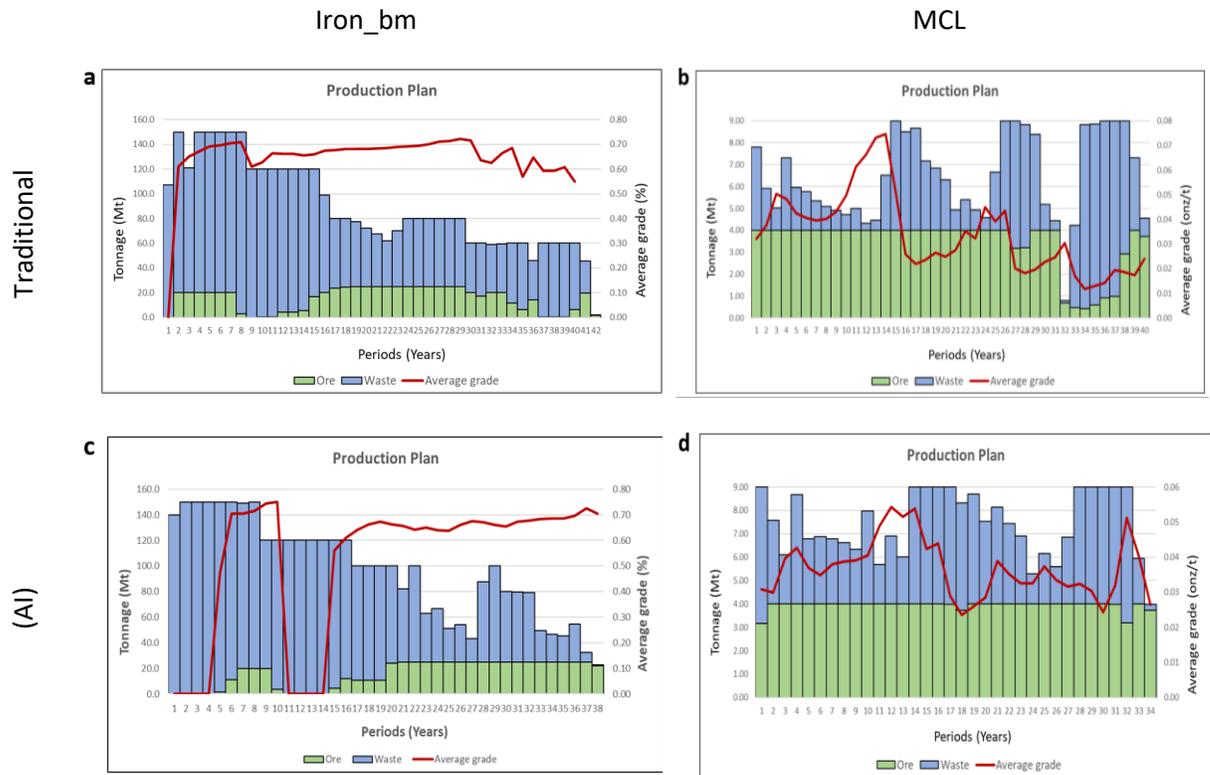


Figure 12 Comparison of production plans between (a) the traditional method for Iron_bm (b) the traditional method for MCL (c) AI method for Iron_bm (d) AI method for MCL

5 Conclusions

In this paper, AI was used to obtain operative pushbacks in open-pit mines, respecting operational and design constraints. The model works through a genetic algorithm and a clustering algorithm. These algorithms can solve combinatorial optimization problems. The proposed approach was applied in two large-scale mines, which are geometrically and mineralogical different. It proves to be applicable in both cases, and it was demonstrated that the size of the models is not a limitation.

A numerical study was performed to compare the solutions obtained between the traditional methodology and a methodology using AI. There are four main advantages of using AI. First, the pushbacks generated by AI do not require manual selection, as in traditional nested pit methodology. This is an advantage because the success of manual selection depends on the expertise of mine planner. In this way, AI can reduce process time in terms of generating pushbacks. Second, the AI method was able to produce smaller pushbacks and minimize the tonnage differences among the pushbacks, thus helping to avoid the gap problem. Third, the size of the block model is not a limitation. Finally, the pushbacks obtained using AI meet with minimum operational constraints, so in subsequent steps, the pushbacks will be operationally more feasible. On the other hand, pushbacks obtained through the traditional methodology show a more significant challenge to being operative.

One important difference in comparing the traditional and AI methodologies was found in comparing NPV. Better results for NPV were achieved with the traditional method in both case studies; however, it is important to remember that the production plan of AI prioritizes waste extraction during early periods. Then, during the first periods, a high percentage of the total tonnage mined is waste. In fact, NPV would be higher if ore blocks could be extracted during the early periods. Another reason for this variance in terms of NPV is that the AI methodology incorporates more constraints than the traditional one. Finally,

without operative designs, the output is almost always overly optimistic: overestimating ore, and underestimating waste; these discrepancies should be reflected in a decreasing NPV in post-design production plans.

1. Acknowledgement

This work was funded by the CONICYT/PIA Project AFB180004.

2. References

- Alipour, A, Khodaiari, A, Jafari, A & Tavakkoli-Moghaddam, R 2020, 'Production scheduling of open-pit mines using genetic algorithm: a case study', *International Journal of Management Science and Engineering Management*, vol. 15, no. 3, pp. 176-183.
- Chandran, B & Hochbaum, D 2009, 'A computational study of the pseudoflow and push-relabel algorithms for the maximum flow problem', *Oper. Res.*, vol. 57, no. 2, pp. 358-376.
- Chicoisne, R, Espinoza, D, Goycoolea, M, Moreno, E & Rubio, E 2012, 'A new algorithm for the open-pit mine production scheduling problem', *Oper. Res.*, vol. 60, no. 3, pp. 517–528.
- Espinoza D, Goycoolea M, Moreno E & Newman A (2013) 'Minelib 2011: A library of open pit production scheduling problems', *Ann. Oper. Res.*, vol. 206, no. 1, pp. 91–114.
- Goldberg, D 1989, *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley, Boston, United States.
- Holland, J 1975, 'Adaptation in Natural and Artificial Systems', University of Michigan Press, Ann Arbor, Republished by the MIT press, 1992.
- Jélvez, E, Morales, N & Askari-Nasab, H 2020, 'A new model for automated pushback selection', *Computers & Operations Research*, vol. 115, 2020, 104456.
- Jélvez, E, Morales, N, Nancel-Penard, P & Cornillier, F 2020, 'A new hybrid heuristic algorithm for the Precedence Constrained Production Scheduling Problem: A mining application' *Omega*, vol.94, 2020, 102046.
- Johnson, T 1968, 'Optimum open pit mine production scheduling', Doctoral dissertation, University of California, Berkeley.
- Lerchs, H & Grossmann, I 1965, 'Optimum design of open-pit mines', *Canadian Mining Metallurgical Bull*, vol. 58, no. 633, pp. 47–54.
- MacQueen, JB 1967, 'Some methods for classification and analysis of multivariate observations', *proceedings of the Fifth Symposium on Math, Statistics, and Probability Berkeley, CA: University of California Press*, pp. 281–297.
- Meagher, C, Dimitrakopoulos, R & Avis, D 2014, 'Optimized open pit mine design, pushbacks and the gap problem: a review', *Journal of Mining Science*, vol. 50, no. 3, pp. 508-526.
- Navarro, F 2015, 'Un algoritmo genético paralelo y distribuido para el agendamiento de bloques en minas a cielo abierto', tesis de magíster, Universidad de Santiago de Chile, Santiago, Chile.
- Purnima, B & Arvind, K 2014, 'A Clustering Technique based on Elbow Method and K-Means in WSN', *International Journal of Computer Applications*, vol. 105, no. 9, pp. 0975–8887.
- Suárez, M 2017, 'Diseño de fases de explotación en minas a cielo abierto generadas a través de un algoritmo genético', tesis de magíster, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- Wagstaff, K, Cardie C, Rogers, S & Schroed, S 2001, 'Constrained K-means Clustering with Background Knowledge', *proceedings of the Eighteenth International Conference on Machine Learning*, pp. 577–584.