



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

OPTIMIZACIÓN DE RECOLECTORES DE ENERGÍA PIEZOELÉCTRICOS

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL

JAVIER IGNACIO OJEDA MERINO

PROFESOR GUÍA:  
RAFAEL RUIZ GARCÍA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
VIVIANA MERUANE NARANJO  
JUAN BELTRAN MORALES

SANTIAGO DE CHILE  
2021

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL  
POR: JAVIER IGNACIO OJEDA MERINO  
FECHA: 2021  
PROF. GUÍA: RAFAEL RUIZ GARCÍA

## OPTIMIZACIÓN DE RECOLECTORES DE ENERGÍA PIEZOELÉCTRICOS

En el contexto de la salud estructural, actualmente es necesario incorporar nuevas tecnologías al monitoreo sísmico y operacional con el fin de evaluar y vigilar de una forma más continua y eficiente la mayor cantidad de estructuras que sea posible, es decir, se necesita una red de monitoreo a nivel nacional.

En específico, el monitoreo sísmico de puentes se ha ido innovando de a poco gracias a los sensores sísmicos (acelerómetros) y diferentes instrumentos que permiten obtener información relevante de la estructura, entre ellos la determinación de parámetros dinámicos, las variaciones en propiedades modales de una estructura o el estado de salud de componentes estructurales y no estructurales.

El uso de los sensores permite innovar en el monitoreo de los puentes, una de las formas de incorporar nueva tecnología es mediante la red de sensores inalámbricos. Sin embargo, la fuente de alimentación de estos sensores no es lo suficientemente poderosa para aprovechar el 100 % de las capacidades del sensor. Una solución propuesta a la problemática es la recolección de energía mediante las vibraciones del puente. Un mecanismo de recolección de energía es mediante el comportamiento piezoeléctrico.

El presente trabajo de tesis consiste en plantear una metodología de estudio de un dispositivo recolector de energía piezoeléctrico acoplado a un puente con el objetivo de estimar cuanta energía puede coleccionar debido a las vibraciones de un puente en un tiempo determinado. El recolector de energía será una simulación en base a los datos obtenidos de los acelerómetros.

Interpretar los datos de forma computacional suma un desafío al estudio; debido al alto costo computacional asociado a la integración de los datos en el tiempo, es necesario buscar una forma alternativa y aproximada de manejar los datos y asociarlos al recolector piezoeléctrico. Sumado al manejo de los datos de la estructura, en el trabajo será necesario hacer un modelo computacional de los recolectores de energía piezoeléctricos, por lo tanto se analizará el comportamiento electro - mecánico asociado, posteriormente se usará un filtro para sintonizar el modelo con los datos del puente. Finalmente se plantea un procedimiento que permitiría estimar la energía que se puede obtener de un recolector en aplicaciones reales para los puentes, estudiando además como varía la energía en función de las propiedades del recolector piezoeléctrico a fin de optimizar su funcionamiento.

# Tabla de Contenido

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
0.1. Motivación . . . . .	1
0.2. Problema a resolver . . . . .	3
0.3. Hipótesis . . . . .	4
0.4. Objetivos . . . . .	4
0.4.1. General . . . . .	4
0.4.2. Específicos . . . . .	4
<b>1. Modelamiento de Recolectores de energía piezoeléctricos</b>	<b>6</b>
1.1. Ecuación de movimiento . . . . .	7
1.2. Expresión en Espacio-Estado . . . . .	10
1.3. Solución Ecuación de Lyapunov . . . . .	10
<b>2. Filtro de Kanai Tajimi</b>	<b>12</b>
2.1. Descripción general . . . . .	12
2.2. Filtro en Espacio Estado . . . . .	13
2.3. Acoplamiento al modelado de Recolectores de Energía Piezoeléctricos . . . . .	13
<b>3. Procedimiento para estimar energía colectada en aplicaciones reales</b>	<b>15</b>
3.1. Paso 1: Instrumentación de la Estructura y Recolección de Datos . . . . .	15
3.2. Paso 2: Detección de Rangos de Régimen Estacionario . . . . .	16
3.3. Paso 3: Calibración del Filtro Kanai-Tajimi . . . . .	16
3.4. Paso 4: Definir Propiedades Electromecánicas del Recolector y su Geometría . . . . .	17
3.5. Paso 5: Ensamblar el Problema de Espacio Estado y Resolverlo . . . . .	17
<b>4. Caso de estudio: Aplicación en puente</b>	<b>18</b>
4.1. Información sobre estructura real . . . . .	18
4.2. Medición de las aceleraciones del puente . . . . .	19
4.3. PSD en ventanas de tiempo . . . . .	23
4.4. Parámetros óptimos del filtro Kanai-Tajimi . . . . .	36
4.5. Descripción del recolector utilizado . . . . .	46
4.6. Estudio de parámetros del recolector . . . . .	47
<b>Conclusión</b>	<b>53</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>54</b>

# Índice de Tablas

4.1. Densidad espectral mínima,máxima y promedio por hora para 2 Hz . . . . .	36
4.2. Datos óptimos para el filtro Kanai Tajimi por hora . . . . .	41
4.3. Desviación estandar por hora para el histograma y el filtro Kanai Tajimi . .	46
4.4. Propiedades mecánicas del PZT y la estructura . . . . .	46

# Índice de Ilustraciones

1.1. Esquema para recolectores de energía piezoeléctricos. Se presenta la geometría para recolectores unimorph y bimorph [27] . . . . .	7
3.1. Pasos para estimar energía colectada por un PZT . . . . .	15
4.1. Puente atirantado junto a vista de las vigas [20] . . . . .	18
4.2. Ubicación de los sensores en el puente [1]. . . . .	19
4.3. Aceleraciones registradas para las horas 0 a 5 . . . . .	20
4.4. Aceleraciones registradas para las horas 6 a 11 . . . . .	21
4.5. Aceleraciones registradas para las horas 12 a 17 . . . . .	22
4.6. Aceleraciones registradas para las horas 18 a 23 . . . . .	23
4.7. Amplitudes FFT en función de la frecuencia usando 10 ventanas de distinta duración para las horas 0 a 5 . . . . .	24
4.8. Amplitudes FFT en función de la frecuencia usando 10 ventanas de distinta duración para las horas 6 a 11 . . . . .	25
4.9. Amplitudes FFT en función de la frecuencia usando 10 ventanas de distinta duración para las horas 12 a 17 . . . . .	26
4.10. Amplitudes FFT en función de la frecuencia usando 10 ventanas de distinta duración para las horas 18 a 23 . . . . .	27
4.11. Amplitudes PSD en función de la frecuencia usando 10 ventanas de distinta duración para las horas 0 a 5 . . . . .	28
4.12. Amplitudes PSD en función de la frecuencia usando 10 ventanas de distinta duración para las horas 6 a 11 . . . . .	29
4.13. Amplitudes PSD en función de la frecuencia usando 10 ventanas de distinta duración para las horas 12 a 17 . . . . .	30
4.14. Amplitudes PSD en función de la frecuencia usando 10 ventanas de distinta duración para las horas 18 a 23 . . . . .	31
4.15. PSD promedio para las horas 0 a 5 . . . . .	32
4.16. PSD promedio para las horas 6 a 11 . . . . .	33
4.17. PSD promedio para las horas 12 a 17 . . . . .	34
4.18. PSD promedio para las horas 18 a 23 . . . . .	35
4.19. PSD del Filtro Kanai Tajimi junto a los datos reales para las horas 0 a 5 . . . . .	37
4.20. PSD del Filtro Kanai Tajimi junto a los datos reales para las horas 6 a 11 . . . . .	38
4.21. PSD del Filtro Kanai Tajimi junto a los datos reales para las horas 12 a 17 . . . . .	39
4.22. PSD del Filtro Kanai Tajimi junto a los datos reales para las horas 18 a 23 . . . . .	40
4.23. Histograma para las horas 0 a 5 . . . . .	42

4.24. Histograma para las horas 6 a 11 . . . . .	43
4.25. Histograma para las horas 11 a 17 . . . . .	44
4.26. Histograma para las horas 18 a 23 . . . . .	45
4.27. Voltaje y Potencia por hora para $R=1000$ [ohm] . . . . .	48
4.28. Voltaje y Potencia por hora para $R=4000$ [ohm] . . . . .	49
4.29. Voltaje y Potencia por hora para $R=6000$ [ohm] . . . . .	50
4.30. Energía obtenida del PZT . . . . .	51



# Introducción

Los puentes son partes cruciales en un sistema de transporte terrestre, sus fallas pueden causar enormes pérdidas económicas e incluso de vidas, por ende la estructura debe garantizar seguridad, resistencia y funcionalidad. Sin embargo, sólo el 47% de los 605,103 puentes en los Estados Unidos se estiman en buen estado, el resto se presenta como estructuralmente deficientes o funcionalmente obsoletos según los datos del 2011 de la Administración Federal de Carreteras [22]. En Chile se necesita urgentemente una red de monitoreo estructural en línea, al día de hoy a nivel nacional se hacen inspecciones por medio de un análisis visual. Existen más de 1.080 puentes a cargo del Ministerio de Obras Públicas, 14 de ellos están declarados en riesgo y 145 requieren reparación en uno o dos años. Últimamente, el año 2018 se derrumbó el Puente Cancura (Osorno-Puerto Octay, Región de Los Lagos) y el Puente Ferroviario Cautín (Región de La Araucanía)[25].

## 0.1. Motivación

Para reducir el riesgo de los puentes deficientes, en la última década se han desarrollado y utilizado ampliamente sistemas de monitoreo de la salud estructural, brindando vigilancia, evaluación y valoración de puentes existentes o de nueva construcción [19, 21]. Como un avance del monitoreo de la salud estructural, las redes de sensores inalámbricos han ganado una atención considerable recientemente al presentar muchas ventajas sobre los sistemas cableados tradicionales, que incluyen una instalación y un mantenimiento más sencillos, un menor costo y una mejor capacidad de aplicación a las infraestructuras de puentes existentes [30]. Sin embargo, la fuente de alimentación para la red de sensores inalámbricos limita sus aplicaciones y desarrollo. Como fuente de energía sostenible, la recolección de energía proporciona una forma prometedora de suministrar energía a las redes de sensores inalámbricos, mientras que sus aplicaciones en sistemas de puentes rara vez se han estudiado.

Existen principalmente tres tipos diferentes de mecanismos para recolectar energía de las vibraciones del puente: electromagnético, electrostático y piezoeléctrico. Entre los tres, la recolección de energía de base piezoeléctrica es la más prometedora, ha sido ampliamente utilizada e intensamente estudiada en puentes [20]. La mayoría de los recolectores de energía piezoeléctricos tienen la forma de una viga en voladizo que le da al recolector las ventajas de alta densidad de energía, siendo mecanismo simple y de buena confiabilidad.



Se ha informado de algunas investigaciones sobre la recolección de energía en infraestructuras civiles en la última década. Algunos autores [24] revisaron el estado del arte de la recolección de energía para sistemas de detección y monitoreo de salud estructural integrados de baja potencia. En la última década, se presentó un novedoso sistema de sensores inalámbricos impulsado por recolectores de energía electromecánicos que son excitados por las vibraciones de un puente bajo la carga del tráfico [31]. Galchev y col [12] propusieron un recolector de energía electromecánica, que puede funcionar bajo vibraciones con un amplio rango de aceleración y frecuencia, su desempeño fue probado a lo largo de un puente colgante. Green y col. [14] estudiaron el rendimiento de recolectores no lineales bajo diversas excitaciones, incluidas las vibraciones del puente.

Particularmente para la recolección de energía piezoeléctrica, también existen algunos estudios sobre sus aplicaciones en infraestructuras civiles. Elvin y col. [7] estudiaron la viabilidad de la recolección de energía para alimentar un sistema de monitoreo de salud estructural, se utilizaron recolectores de energía piezoeléctricos (abreviados como PEH o PZT) basados en voladizos para la simulación, dando diversas condiciones de carga a puentes y edificios para obtener sus salidas de energía. En otro trabajo, Kim y col. [17] examinaron experimentalmente el efecto piezoeléctrico en varias condiciones de carga para la posibilidad de recolectar energía de los puentes, se colocaron parches piezoeléctricos (configuración diferente a la anterior que es una viga en voladizo) en una muestra de puente de tipo viga-losa de acero y se probaron bajo diversas respuestas estructurales debido al tráfico vehicular. Los resultados experimentales se compararon con los resultados de la simulación numérica e indicaron que las salidas de energía se vieron afectadas en gran medida por la tasa de aumento de deformación y la deformación máxima en los parches piezoeléctricos. Por su parte, Erturk [9] formuló el problema de la recolección de energía piezoeléctrica en un sistema de puente que incluye la captación de energía de las vibraciones del puente excitadas por cargas en movimiento y de las fluctuaciones de deformación de la superficie del puente. Se modelaron tanto el voladizo piezoeléctrico como el parche piezoeléctrico, y también se proporcionó un estudio de caso para el parche piezoeléctrico adjunto en un puente. Ali y col. [2] estudiaron la producción de energía de un PZT en puentes de carreteras, se investigó un modelo de puente bidimensional (2D) con una carga de punto móvil, y se utilizó un modelo lineal de un solo grado de libertad para el PZT.

Los vehículos en un puente también se han modelado con frecuencia como masas en movimiento. Frýba [11] y Sung [33] estudiaron un modelo que considera la interacción vehículo- puente y la influencia del desnivel de la superficie del puente. Assadi y col. [4] presentaron una formulación teórica y una validación experimental para un PZT como viga simplemente apoyada sujeta a una masa puntual en movimiento, los resultados indicaron que la producción de energía de un parche piezoeléctrico unido al recolector aumentó a mayor masa o velocidad de movimiento. Karimi y col. [16] consideraron el movimiento vehicular sobre un puente como masas concentradas o distribuidas. Para el caso de masas concentradas, la salida de tensión máxima de un PZT en voladizo aumenta a mayor velocidad. Para las masas distribuidas, la salida de voltaje máxima del PZT ocurrió cuando los movimientos de las masas distribuidas salieron del puente. Sin embargo, estos modelos también simplifican el modelamiento de la carga externa que hace vibrar al puente.

## 0.2. Problema a resolver

En los estudios antes mencionados, para simular la recolección de energía piezoeléctrica se utilizaron modelos simplificados para el puente y para la recolección. Las simplificaciones facilitan el cálculo de la producción de energía de los recolectores, pero pueden llevar a conclusiones poco prácticas o engañosas. Además, el voladizo piezoeléctrico y la formación de recolección piezoeléctricas no se han estudiado exhaustivamente con respecto a su rendimiento en sistemas de puentes que normalmente tienen bajas frecuencias de vibración. Dado los antecedentes anteriormente descritos, se puede destacar que hasta la actualidad, la mejor forma de estimar la generación de energía eléctrica por medio de un PZT es instrumentar el puente o alguna otra estructura de interés, y utilizar esa información como excitación en modelos numéricos de recolectores de energía, por ejemplo el modelo de Erturk y col. [8]. Este modelo se considera actualmente como adecuado y su calidad predictiva está vinculada principalmente a conocer con precisión la excitación y las propiedades electromecánicas del recolector. Las propiedades electromecánicas se pueden conocer haciendo ensayos de laboratorio (por ejemplo Ruiz y Meruane [27]) mientras que la certeza en la excitación está garantizada al tener la estructura instrumentada. Sin embargo, la disponibilidad de mediciones de vibración de la estructura de interés no siempre es factible.

El problema central de la presente memoria es saber **cuanta energía se puede obtener de un recolector piezoeléctrico (del tipo voladizo) acoplado a un puente**, para esto se trabajará sobre una estructura real, un puente con sensores de aceleración en adheridos en la parte inferior de sus vigas, en donde se registran las aceleraciones que presenta el puente en 24 horas. De las investigaciones y estudios anteriormente mencionados, se suma la dificultad de resolver el modelo de Erturk y col. [8] para una serie de tiempo (excitación) de larga duración, por lo que se requiere implementar una alternativa simplificada para estimar la respuesta de un PZT.

Hay dos formas de estimar la respuesta del PZT, una es la forma directa, esto es integrar las aceleraciones en función el tiempo (por ejemplo, utilizando un método de Dormand-Prince [18] o un Newmark [23]), sin embargo, hacer esto no es práctico ya que tiene un alto costo computacional. La forma alternativa consiste en integrar los datos en el dominio de las frecuencias. En particular, si los sistemas son lineales y la excitación corresponde a un ruido blanco, entonces se puede aprovechar una solución analítica para estimar la varianza (o el valor RMS de la respuesta) basándose en la solución de Lyapunov [29]. Esta estrategia es atractiva ya que permitiría implementar una solución práctica, rápida y aproximada para estimar la cantidad de energía que se puede coleccionar. Una de las preguntas que surge acá está relacionada a saber cuan representativo de la realidad puede ser asumir que la vibración del puente es un ruido blanco. Si se observa una serie de tiempo muy larga, va a ser evidente que la vibración del puente no se parece a un ruido blanco. De hecho, se esperaría que la vibración del puente ocurra principalmente a frecuencias correspondientes a sus frecuencias naturales más bajas. Adicionalmente, para ventanas de tiempo cortas, se esperaría que la respuesta del puente pueda ser considerada estacionaria. Esta situación sería beneficiosa ya que

matemáticamente se pudiera dar pie a aplicar la solución de Lyapunov. Para ello, se tendría que tomar un ruido blanco y filtrarlo, haciendo que el resultado del filtrado se parezca a la vibración del puente (siempre y cuando sea estacionaria). En ese sentido, existen dos retos: (1) identificar las ventanas de tiempo en las cuales el puente puede ser considerado que vibra de manera estacionaria y (2) calibrar el mencionado filtro para que represente la vibración real del puente.

También es importante mencionar que la solución en frecuencia mediante Lyapunov, permite realizar estimaciones computacionalmente rápidas que abrirían las puertas para la realización de análisis de confiabilidad por medio de simulaciones de Monte Carlo. Dicho de otra manera, facilitaría la realización de análisis de incertidumbre, tanto para cuantificar los efectos de variabilidad en la excitación como en los parámetros del sistema de recolección de energía.

### 0.3. Hipótesis

Las hipótesis del trabajo pretende dar respuesta a la problemática central antes mencionada, en particular se puede decir que:

- Observando la densidad espectral de potencia de la vibración del puente bajo diferentes ventanas de tiempo permitirá identificar ventanas que pueden considerarse estacionarias.
- La utilización de un filtro del tipo Kanai-Tajimi [5] permitirá filtrar un ruido blanco para que se parezca a la vibración real del puente.
- Si ambas hipótesis se cumplen, se puede garantizar la utilización del método de Lyapunov para estimar la energía que puede ser obtenida por un PZT en implementaciones reales para puentes.

### 0.4. Objetivos

#### 0.4.1. General

El objetivo general es proponer una metodología basada en la solución de Lyapunov que permita identificar la energía que se puede obtener por medio de colectores de energía piezoeléctricos localizados en puentes.

#### 0.4.2. Específicos

Los objetivos específicos a seguir son:

- Procesar datos de aceleración de un puente real para encontrar las ventanas de tiempo que pueden considerarse estacionarias.
- Implementar un filtro de Kanai Tajimi [28] y sintonizarlo para hacerlo compatible con las ventanas estacionarias detectadas.

- Adaptar la metodología de solución de Lyapunov para estudiar problemas de recolección de energía en puentes.
- Ilustrar el uso de la metodología de Lyapunov en un caso de estudio.

# Capítulo 1

## Modelamiento de Recolectores de energía piezoeléctricos

La descripción dinámica de los recolectores de energía piezoeléctrica (PZT) ha recibido una atención significativa en la última década. El principio de funcionamiento de los PZT se basa en su capacidad para convertir deformaciones dinámicas en energía eléctrica cuando se someten a vibraciones. La configuración más común consiste en una viga en voladizo, que se compone de al menos dos capas de diferentes materiales; uno que sirve como soporte estructural (típicamente una hoja de metal) y el otro que facilita la conversión de energía (material piezoeléctrico). La figura 1.1 muestra un esquema de estos dispositivos. Los recolectores se clasifican de acuerdo con el número de capas piezoeléctricas, es decir, unimorph y bimorph para configuraciones con una y dos capas piezoeléctricas, respectivamente. Estos dispositivos se caracterizan por sus grandes dimensiones donde la longitud de la viga en voladizo es del orden de  $10^2$  [m] [9].

Para PZT a gran escala (que son el foco de este trabajo), se han adoptado diferentes técnicas de modelado determinista para describir su efecto de acoplamiento electromecánico. Existe una amplia gama de enfoques diferentes, desde modelos simples basados en dinámicas de un solo grado de libertad [26, 6], hasta modelos más complejos basados en formulaciones discretas de Rayleigh-Ritz [32], procedimientos de elementos finitos [15] y adopción de técnicas de expansión modal [10]. El último modelo mencionado es el más popular ya que tiene en cuenta un efecto electromecánico adecuado y diferentes modos de vibración de la viga, y tiene un bajo costo computacional ya que se presentan soluciones analíticas [27].

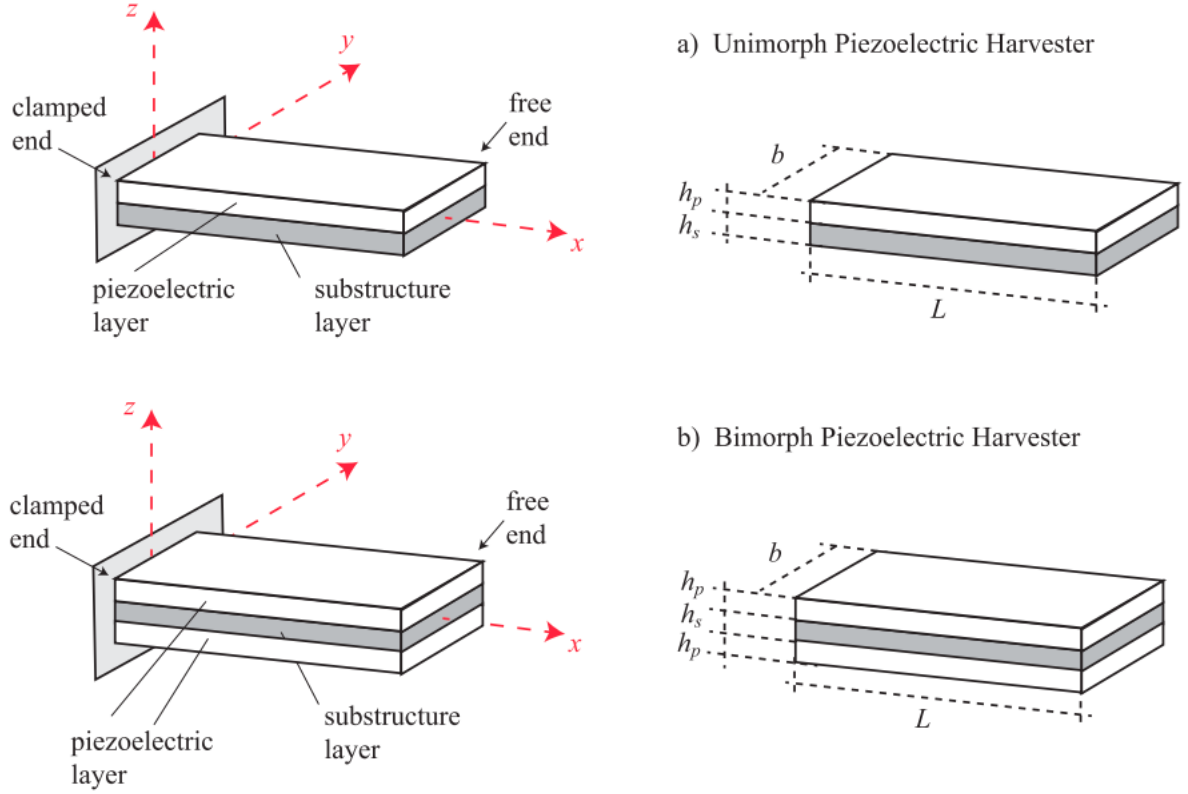


Figura 1.1: Esquema para recolectores de energía piezoeléctricos. Se presenta la geometría para recolectores unirmorph y bimorph [27]

## 1.1. Ecuación de movimiento

La viga piezoeléctrica en voladizo se modela utilizando la metodología introducida por Erturk e Inman [10], se asume que el efecto mecánico de la capa de electrodo es despreciable ya que su espesor es significativamente más pequeño que la subestructura y las capas piezoeléctricas, además, se asume que la unión entre capas es perfecta (lo que no afecta a la rigidez equivalente), y como tercer supuesto los espesores de las capas son invariantes a lo largo de la viga en voladizo. En el método, el desplazamiento relativo de cualquier punto de la viga con respecto a su base se define por  $\delta = [\phi_1 \dots \phi_M][\eta_1 \dots \eta_M]^T = \phi \eta^T$ , donde  $\eta_i$  y  $\phi_i$  denotan la  $i$ -ésima coordenada modal y la auto función normalizada de masa (modo de vibración). Además, el procedimiento considera el efecto de acople electromecánico, conduciendo a un sistema acoplado de ecuaciones diferenciales [27]:

$$\ddot{\eta}_i + 2\zeta_i w_i \dot{\eta}_i + w_i^2 \eta_i + \chi_i \nu = -r_i a(t) \quad (1.1)$$

$$\dot{\nu} + k_{pzt} \nu = \sum_{i=1}^M \varphi_i \dot{\eta}_i \quad (1.2)$$

Donde  $\zeta_i$  corresponde al factor de amortiguamiento del recolector para el modo  $i$ , mientras

que las frecuencias se representan con  $w_i$ . La primera ecuación corresponde a la ecuación de movimiento con acoplamiento eléctrico (sobre una viga en voladizo con capas piezoeléctricas excitadas con una aceleración  $a(t)$  en su base), mientras que la segunda es la ecuación del circuito con acoplamiento mecánico (en particular, la expansión modal se establece utilizando  $M$  funciones propias, es decir, depende del número de modos). El término  $\chi_i$  se refiere al acoplamiento eléctrico para cada modo vibratorio, mientras que los componentes del vector influencia se definen como  $r_i$ . Además,  $\nu$  se define como el voltaje de salida y  $k_{pzt}$  es el parámetro que contiene las características eléctricas del recolector, es decir, la capacitancia de la capa piezoeléctrica y la resistencia eléctrica externa. Las ecuaciones se pueden expresar de forma matricial [27]:

$$\mathbf{I}\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{K}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\chi}\nu = -\mathbf{R}a(t) \quad (1.3)$$

$$\dot{\nu} + k_{pzt}\nu + \boldsymbol{\varphi}^T\dot{\boldsymbol{\eta}} = 0 \quad (1.4)$$

La matriz identidad es  $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{M \times M}$ ,  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{M \times M}$  es la matriz diagonal de amortiguamiento equivalente que contiene los términos  $2\zeta_i w_i$ , la matriz diagonal de rigidez equivalente es  $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{M \times M}$  que contiene el cuadrado de las frecuencias naturales  $w_i^2$  y  $\mathbf{r}, \boldsymbol{\chi}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\varphi}$  son vectores columnas definidos según los modos respectivos  $r_i, \chi_i, \eta_i, \varphi_i$ . Con las ecuaciones (1.3) y (1.4) entonces se modela la dinámica de un recolector piezoeléctrico, las expresiones se ocupan para hacer un análisis del recolector en el espacio estado para luego relacionarlo con un filtro y finalmente poder integrar los datos en el espacio frecuencial.

Por otro lado, los modos  $\phi$ , el acoplamiento eléctrico por cada modo  $\boldsymbol{\chi}$  y los componentes del vector de influencia  $\mathbf{R}$  se definen como los siguientes vectores:

$$\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \dots \ \varphi_M]^T \quad (1.5)$$

$$\boldsymbol{\chi} = [\chi_1 \ \chi_2 \ \dots \ \chi_M]^T \quad (1.6)$$

$$\mathbf{R} = [r_1 \ r_2 \ \dots \ r_M]^T \quad (1.7)$$

Finalmente, las características modales  $\zeta_i$  (factor de amortiguamiento),  $w_i$  (frecuencia natural),  $\varphi_i$  (acoplamiento mecánico),  $\chi_i$  (acoplamiento eléctrico), y  $r_i$  (efecto de amplificación debido a la inercia); podrían relacionarse a la características del PZT debido a un procedimiento específico. Basado en una expansión modal de  $M$  autofunciones, el procedimiento es de la siguiente forma:

$$\phi_i(x) = \mathbf{C}_r \left[ \cos\left(\frac{\lambda_i x}{L}\right) - \cosh\left(\frac{\lambda_i x}{L}\right) + \sigma_i \left( \sin\left(\frac{\lambda_i x}{L}\right) - \sinh\left(\frac{\lambda_i x}{L}\right) \right) \right] \quad (1.8)$$

donde  $L$  corresponde al largo del PZT,  $\sigma_i$  se define como:

$$\sigma_i = \frac{\sin(\lambda_i) - \sinh(\lambda_i)}{\cos(\lambda_i) + \cosh(\lambda_i)} \quad (1.9)$$

mientras  $\lambda_i$  corresponde a las raices de la siguiente ecuación característica:

$$1 + \cos(\lambda)\cosh(\lambda) = 0 \quad (1.10)$$

La constante de normalización  $C_r$  se define gracias al cumplimiento de la siguiente condición:

$$\int_0^L \phi_s(x)m\phi_p(x)dx = \delta_{sp} \quad \text{Para } \delta_{sp} = 1 \text{ si } s = p \text{ o } \delta_{sp} = 0 \text{ si } s \neq p \quad (1.11)$$

Después de definir las autofunciones, las características modales del PZT se definen como:

$$w_i = \lambda_i^2 \sqrt{\frac{EI}{m_o L^4}} \quad (1.12)$$

$$\varphi_i = -\frac{d_{31}}{S_{11}^E} \frac{h_p(h_p + h_s)}{\varepsilon_{33}^S L} \frac{d\phi_i(x)}{dx} \Big|_{x=L} \quad (\text{Serie}) \quad (1.13)$$

$$\varphi_i = -\frac{d_{31}}{S_{11}^E} \frac{h_p(h_p + h_s)}{2\varepsilon_{33}^S L} \frac{d\phi_i(x)}{dx} \Big|_{x=L} \quad (\text{Paralelo}) \quad (1.14)$$

$$\chi_i = -\frac{d_{31}}{S_{11}^E} \frac{b}{2h_p} \left( \frac{h_s^2}{4} - (h_p + \frac{h_s}{2})^2 \right) \frac{d\phi_i(x)}{dx} \Big|_{x=L} \quad (\text{Serie}) \quad (1.15)$$

$$\chi_i = -\frac{d_{31}}{S_{11}^E} \frac{b}{h_p} \left( \frac{h_s^2}{4} - (h_p + \frac{h_s}{2})^2 \right) \frac{d\phi_i(x)}{dx} \Big|_{x=L} \quad (\text{Paralelo}) \quad (1.16)$$

$$r_i = -m \int_0^L \phi_i(x)dx \quad (1.17)$$

$$k_{pzt} = \frac{2h_p}{R(\varepsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E})bL} \quad (\text{Series}) \dots k_{pzt} = \frac{2h_p}{2R(\varepsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E})bL} \quad (\text{Paralelo}) \quad (1.18)$$

Para las ecuaciones anteriores,  $m$  denota la masa por unidad de largo, mientras  $EI$  corresponde a la rigidez de la flexión equivalente del PZT dada por:

$$EI = \frac{2b}{3} \left[ E_s \frac{h_s^2}{8} + \frac{1}{S_{11}^E} \left( (h_p + \frac{h_s}{2})^3 - \frac{h_s^3}{8} \right) \right] \quad (1.19)$$

Mientras el PZT de interés sea bimorph, los electrodos de cada capa piezoeléctrica pueden conectarse en serie o paralelo dependiendo si se desea un mayor voltaje o corriente, respectivamente.



## 1.2. Expresión en Espacio-Estado

En esta sección, se busca hacer una formulación Espacio Estado o modelo del comportamiento dinámico a través de un sistema lineal con ecuaciones diferenciales matriciales [3]. En particular, se busca llevar las ecuaciones del modelo de Erturk y Inman [10] al dominio de Espacio Estado asumiendo la excitación como un ruido blanco.

En la implementación de las ecuaciones en Espacio Estado para un PZT, se toman las ecuaciones (1.3) y (1.4) con el fin de obtener una salida asociada al voltaje producido, esta salida puede ser modificada para estimar la potencia eléctrica producida. Acá, se toma como vector de estado a las coordenadas modales de desplazamiento y velocidad, en conjunto con el voltaje del sistema. Finalmente, la representación dinámica en el Espacio Estado para un PZT es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}} \\ \nu \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\eta}} \\ \ddot{\boldsymbol{\eta}} \\ \dot{\nu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\eta}} \\ -\mathbf{R}\ddot{u}_g - \mathbf{K}\boldsymbol{\eta} - \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\chi}\nu \\ -k_{pzt}\nu - \boldsymbol{\varphi}^T\dot{\boldsymbol{\eta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \boldsymbol{\Pi} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{K} & -\mathbf{C} & -\boldsymbol{\chi} \\ \mathbf{0} & -\boldsymbol{\varphi}^T & -k_{pzt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}} \\ \nu \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{R} \\ 0 \end{bmatrix} a(t) \quad (1.20)$$

De forma simplificada se escriben las siguientes ecuaciones:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_s = \mathbf{A}_s\boldsymbol{\eta}_s + \mathbf{B}_s a(t) \quad (1.21)$$

$$\nu = \mathbf{C}_s\boldsymbol{\eta}_s \quad (1.22)$$

Con las expresiones anteriores se puede estimar la respuesta de voltaje de un PZT ante excitaciones de ruido blanco. Por otro lado, con el voltaje de la ecuación (1.22) junto a la resistencia eléctrica del PZT se puede expresar la potencia mediante la siguiente ecuación:

$$P = \frac{\nu^2}{R} \quad (1.23)$$

## 1.3. Solución Ecuación de Lyapunov

Para los problemas de estabilidad de los sistemas dinámicos estacionarios existen distintos tipos de soluciones basados en la teoría de estabilidad de Lyapunov, entre las soluciones se encuentra la estabilidad entrada-salida la cual ocupa la ecuación de Lyapunov [29]:

$$\mathbf{A}_s\boldsymbol{\eta}_s + \boldsymbol{\eta}_s\mathbf{A}_s^T + \mathbf{B}_s S_o \mathbf{B}_s = 0 \quad (1.24)$$

La ecuación matricial anterior proviene de un sistema de ecuaciones diferenciales estocástica que toma como variable un ruido blanco  $w$  en función del tiempo  $a(t) = w$ , en donde se  $\mathbf{A}_s$  es asintóticamente estable entonces la varianza o solución del sistema tiende a definirse como  $\text{Var}[\boldsymbol{\eta}_s]$ , en este caso,  $\text{Var}[\boldsymbol{\eta}_s]$  correspondería entonces a la varianza del vector de estado. Hay que notar que la varianza es el término relevante ya que al ser un sistema excitado

con ruido blanco, la media de la excitación y la respuesta (vector de estado) serán cero. Los parámetros de la ecuación de Lyapunov corresponden a las matrices de acoplamiento de la ecuación de estado presentada en la ecuación (1.21),  $(\mathbf{A}_s, \mathbf{B}_s)$ , mientras que  $S_o$  corresponde a la constante de la densidad espectral asociada al ruido blanco. Nuevamente, es importante recalcar que acá se asume que la excitación involucrada en la ecuación (1.21) está siendo considerada como un ruido blanco.

Hay que destacar que la identificación de la varianza de  $\boldsymbol{\eta}_s$  (llamada  $\text{Var}[\boldsymbol{\eta}_s]$ ) es analíticamente tratable y viene programada en la mayoría de los paquetes de programación. Una vez identificada la varianza de  $\boldsymbol{\eta}_s$ , la varianza del voltaje de salida (varianza de  $\nu$ , llamada  $\text{Var}[\nu]$ ) puede ser obtenido como:

$$\text{Var}[\nu] = \mathbf{C}_s \text{Var}[\boldsymbol{\eta}_s] \tag{1.25}$$

# Capítulo 2

## Filtro de Kanai Tajimi

### 2.1. Descripción general

En esta sección se describe la utilización del filtro Kanai-Tajimi y su rol dentro de la formulación de espacio estado que se presentó en la sección anterior. Este filtro tiene como objeto convertir un ruido blanco en una señal de ancho de banda acotado. La forma como funciona es haciendo pasar un ruido blanco (entrada) a través de un sistema oscilatorio subamortiguado de un grado de libertad y obteniendo la respuesta de su aceleración (salida). El filtro es entonces sintonizado mediante la manipulación de las propiedades del sistema oscilatorio.

En ese sentido, la relación entre la densidad espectral de potencia entre el ruido blanco y la respuesta de desplazamiento del sistema oscilatorio de un grado de libertad usado como filtro corresponde a:

$$S_{xx}(w) = S_o |H(w)|^2 \quad (2.1)$$

siendo  $S_{xx}$  la densidad espectral de potencia de la respuesta de desplazamiento del sistema de un grado de libertad,  $S_o$  la densidad espectral de potencia del ruido blanco y  $H(w)$  la función de transferencia entre excitación y la respuesta de desplazamiento. Manipulando esta expresión se puede llegar a demostrar la siguiente relación[5]:

$$S_{\ddot{x}\ddot{x}}(w) = S_o \frac{w_g^4 + (2\zeta_g w_g w)^2}{(w_g^2 - w^2)^2 + (2\zeta_g w_g w)^2} \quad \text{con} \quad S_o = \sigma_g^2 \frac{2\zeta_g}{\pi w_g (4\zeta_g^2 + 1)} \quad (2.2)$$

donde  $w_g$  es la frecuencia natural del filtro (y será la frecuencia dominante en la salida del mismo),  $\zeta_g$  es el amortiguamiento del filtro (y controlará el ancho de banda de la salida) y  $\sigma_g$  es la desviación estándar de la salida del filtro. Es importante notar que el filtro de Kanai-Tajimi se utiliza haciendo las relaciones de densidad espectral de potencia entre la entrada del filtro  $S_o$  y la salida de aceleración del sistema de un grado de libertad  $S_{\ddot{x}\ddot{x}}$ .

Al corresponder a filtros lineales, también pueden ser expresados bajo la formulación de espacio-estado. Sin embargo, es necesario encontrar una realización que incluya a las relaciones de densidad espectral de potencia presentada en la ecuación (2.2). La formulación de espacio-estado se presenta en la sección siguiente.

## 2.2. Filtro en Espacio Estado

La expresión en Espacio Estado para el Filtro Kanai Tajimi es:

$$\dot{\mathbf{x}}_{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -w_g^2 & -2\zeta_g w_g \end{bmatrix} \mathbf{x}_{\mathbf{g}} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (2.3)$$

La ecuación anterior presenta la ecuación de estado del filtro, en donde se abrevian ciertos parámetros con  $g$  para hacer referencia que son parámetros exclusivos del filtro. De forma matricial, la ecuación anterior puede ser expresada como:

$$\dot{\mathbf{x}}_{\mathbf{g}} = \mathbf{A}_{\mathbf{g}} \mathbf{x}_{\mathbf{g}} + \mathbf{B}_{\mathbf{g}} w(t) \quad (2.4)$$

Como el filtro está definido entre una excitación de ruido blanco y la salida en aceleración, entonces la ecuación de salida del sistema espacio-estado toma la siguiente forma:

$$\ddot{x} = \sqrt{S_o} [w_g^2 \quad 2\zeta_g w_g] \mathbf{x}_{\mathbf{g}} \quad (2.5)$$

Llevando la expresión a una notación matricial se tiene:

$$\ddot{x} = \mathbf{C}_{\mathbf{g}} \mathbf{x}_{\mathbf{g}} \quad (2.6)$$

Hay que recordar que el objetivo de la utilización del filtro de Kanai-Tajimi es poder expresar la excitación  $a(t)$  del PZT (La excitación del PZT corresponde a la aceleración del puente) en función de un ruido blanco. Se asume entonces que la salida del filtro debe ser igual a la aceleración que experimenta el puente. Como objetivo que la suposición, se busca que  $a(t) = \ddot{x}$ .

Se dispone de una ecuación de espacio-estado para el PZT y otra ecuación para el filtro de Kanai-Tajimi. Las dos formulaciones deben ser acopladas justamente haciendo uso de la definición de  $a(t) = \ddot{x}$ . El acople se detalla en la siguiente sección.

## 2.3. Acoplamiento al modelado de Recolectores de Energía Piezoeléctricos

Para unir la formulación de espacio-estado del recolector de energía piezoeléctrico y del filtro Kanai-Tajimi, se deben combinar las expresiones de la ecuación (1.21),  $\dot{\boldsymbol{\eta}}_{\mathbf{s}}$  relacionada

al PZT y la ecuación (2.6)  $\dot{\mathbf{x}}_g$  relacionada al filtro:

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\eta}}_s \\ \dot{\mathbf{x}}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_s \\ \mathbf{x}_g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_s a(t) \\ \mathbf{B}_g w(t) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

La relación  $a(t) = \ddot{x}$  y la ecuación (2.6) se pueden utilizar para reescribir la ecuación (2.7) como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\eta}}_s \\ \dot{\mathbf{x}}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_s & \mathbf{B}_s \mathbf{C}_g \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_s \\ \mathbf{x}_g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_g \end{bmatrix} w(t) \quad (2.8)$$

La expresión anterior corresponde a la ecuación de estado del PZT en conjunto con el filtro. Hay que notar que este nuevo sistema extendido es excitado con un ruido blanco, esta excitación es transformada por el filtro en una señal de ancho de banda angosto que es utilizada para simular la excitación del PZT. Este sistema extendido es expresado matricialmente como:

$$\dot{\mathbf{x}}_o = \mathbf{A}_o \mathbf{x}_o + \mathbf{B}_o w(t) \quad (2.9)$$

El voltaje  $\nu$  se recupera desde la expresión de espacio estado de la ecuación (1.22) gracias a la siguiente ecuación de salida del sistema acoplado:

$$\nu = [\mathbf{C}_s \quad \mathbf{0}] \mathbf{x}_o \quad (2.10)$$

En este punto, al tener un sistema acoplado (PZT y el filtro) lineal y al estar sometido a una excitación de ruido blanco, entonces se puede utilizar la formulación de Lyapunov para identificar la varianza del voltaje generado. El paso que queda pendiente, es poder calibrar el filtro de Kanai-Tajimi (encontrar los valores de  $w_g$ ,  $\zeta_g$  y  $\sigma_g$ ) para que sea representativo de la vibración real del puente. Esta calibración puede realizarse utilizando la ecuación (2.9). De esta manera, se resuelve un problema de minimización de errores para encontrar cuales valores de  $w_g$ ,  $\zeta_g$  y  $\sigma_g$  que hacen que la ecuación (2.2) se acerque a la densidad espectral de potencia de las aceleraciones del puente medida en terreno.

# Capítulo 3

## Procedimiento para estimar energía colectada en aplicaciones reales

A continuación se presenta la metodología propuesta para permitir de manera computacionalmente simplificada una estimación de la energía que puede ser recolectada en una aplicación real, en este caso, un puente. Esta metodología es presentada en un esquema en la figura 3.1.

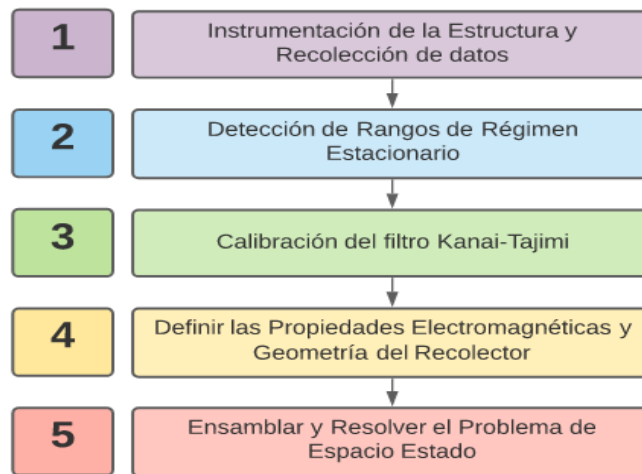


Figura 3.1: Pasos para estimar energía colectada por un PZT

### 3.1. Paso 1: Instrumentación de la Estructura y Recolección de Datos

El paso inicial en la metodología corresponde a realizar la captura de la respuesta vibratoria de la estructura (puente). Primero se debe identificar los puntos en los cuales se colocarán los instrumentos. Para la selección de estos puntos se debe tener en cuenta que serán puntos donde posiblemente estarán instalados los recolectores de energía, de manera

que el registro vibratorio de la instrumentación pueda ser utilizado como la excitación real que recibirá el colector de energía piezoeléctrico. La instrumentación tradicional para este tipo de aplicaciones consiste en la utilización de acelerómetros. Sin embargo, hay que tener presente las frecuencias fundamentales del puente, ya que al ser bajas, existe la posibilidad de seleccionar inadecuadamente los acelerómetros. La idea de fondo es poseer registros de aceleración de tiempos prolongados (por ejemplo: días, semanas o meses), de manera que las mediciones sean representativas de lo que sucede en el puente a largo plazo.

### 3.2. Paso 2: Detección de Rangos de Régimen Estacionario

En este paso se busca identificar la ventana de tiempo en el cual la vibración del puente puede considerarse estacionaria y armónica. En ese sentido, la serie temporal de aceleración será dividida en ventanas temporales más pequeñas. Por ejemplo, se propone dividir la serie temporal completa en series de una hora de duración (esta duración es seleccionada de acuerdo a los resultados presentados en el caso de estudio presentado en la sección 4 ). A esta ventana de una hora se le realizará un estudio de frecuencia principalmente por medio de una transformada rápida de Fourier (FFT) y la densidad espectral de potencia (PSD). Tanto la FFT como el PSD serán obtenidas por otra subventana dentro de la ventana de una hora. En particular, se utilizarán subventanas no traslapadas de duración de 1 minuto hasta subventanas de duración de 10 minutos. Hay que notar que en el primer caso se tendrán 60 subventanas mientras que en el último se tendrán 6 subventanas. Se partirá por encontrar la FFT y PSD promedio de las 60 subventanas de 1 minuto de duración y progresivamente se irá aumentando la duración de estas. El incremento progresivo de la duración de las subventanas permitirá identificar la duración en la cual la vibración del puente podrá considerarse estacionaria. Esta identificación corresponderá al punto en el cual los espectros (FFT y PSD) no presenten mayores diferencias. También es importante mencionar que en este paso no solo se pueden identificar los espectros promedios (FFT y PSD) sino sus desviaciones estándar, por lo cual se tiene una métrica que puede caracterizar su variabilidad.

### 3.3. Paso 3: Calibración del Filtro Kanai-Tajimi

Una vez obtenido el PSD promedio asociado a cada hora se tiene que hacer la identificación de la frecuencia donde ocurre el "peak principal". Esto indicativo que la vibración principal del puente es principalmente armónica y que ocurre a la frecuencia indicada. Esta frecuencia es la que será utilizada para calibrar el filtro de Kanai-Tajimi. En otras palabras, será la frecuencia  $w_g$  que debe ser usada en la ecuación (2.2). Formalmente, el proceso de calibración del filtro Kanai-Tajimi debe ser realizado encontrando  $\zeta_g$  y  $\sigma_g$  de tal manera que la ecuación (2.2) se asemeje a la PSD identificada en el paso anterior, lo cual corresponde matemáticamente a:

$$S_{xx} = \sigma_g^2 \frac{(4\zeta_g)(4\zeta_g^2 + 1)(w_g^4 + (2\zeta_g w_g w)^2)}{(w_g)((w_g^2 - w^2)^2 + (2\zeta_g w_g w)^2)} \quad (3.1)$$

Esta calibración se realizará por cada hora, ya que cada hora puede tener potencialmente un PSD diferente. También hay que notar que el filtro de Kanai-Tajimi es un filtro que corresponde a un sistema oscilatorio de un grado de libertad, por lo cual, se espera que su PSD tenga solamente un "peak". En ese sentido, la calibración se debe realizar solamente utilizando el PSD experimental en una región de frecuencias cercanas a  $w_g$ . Una vez calibrado el filtro, se pueden obtener las expresiones de las ecuaciones (2.8) y (2.9) relacionadas a  $\mathbf{A}_g$ ,  $\mathbf{B}_g$  y  $\mathbf{C}_g$ .

### 3.4. Paso 4: Definir Propiedades Electromecánicas del Recolector y su Geometría

En este paso se debe seleccionar la geometría del recolector, largo, ancho y espesores, siguiendo las referencias presentadas en la figura 1. También se debe colocar las propiedades electromecánicas de las capas piezoeléctricas y las propiedades mecánicas de la capa de la subestructura. De esta manera, se pueden ensamblar las matrices  $\mathbf{A}_s$ ,  $\mathbf{B}_s$  y  $\mathbf{C}_s$  que se presentan en las ecuaciones (2.6) y (2.7). Para relacionar las matrices mencionadas con la geometría y las propiedades electromecánicas se debe seguir los pasos descritos en la sección 1.1 y 1.2.

### 3.5. Paso 5: Ensamblar el Problema de Espacio Estado y Resolverlo

Finalmente, el último paso de la metodología corresponde a ensamblar el problema en espacio-estado, lo que corresponde a armar las matrices de la ecuación (2.8) y (2.9). Una vez realizado este ensamblaje, se procede a utilizar la solución de Lyapunov para encontrar la varianza del voltaje generado en cada hora. float



# Capítulo 4

## Caso de estudio: Aplicación en puente

### 4.1. Información sobre estructura real

La estructura a estudiar es un puente atirantado ubicado en Australia, usado en investigaciones anteriores [1] cuyos datos parciales fueron entregados por la profesora Mehri Alamdari. La ubicación exacta del puente no puede ser revelada por temas de confidencialidad, sin embargo, la figura 3 muestra un par de fotografías del puente en estudio. La estructura corresponde a un puente atirantado con una sola torre de acero en forma de A y con un tablero compuesto de acero y hormigón. La altura del puente es de 33 metros y una luz de 46,2 metros. El puente lleva un carril de autos y una acera, ambos con una capacidad de 30 [t]. El tablero tiene un espesor de 0,16 metros y un ancho de 6,3 metros y está sostenida por cuatro vigas de acero con forma de I. Como muestra la figura 4.1, por debajo del puente las vigas son internamente unidas por un conjunto de vigas transversales igualmente espaciadas.



Figura 4.1: Puente atirantado junto a vista de las vigas [20]

Por debajo del puente, se tiene una densa gama de sistemas de detección, que incluyen acelerómetros, los cuales están funcionando desde julio de 2016 [1]. En específico, debajo del tablero, en la intersección de las vigas se ha instalado permanentemente una cuadrícula de veinticuatro acelerómetros uniaxiales sincronizados en tiempo, son acelerómetros de Silicon Designs de bajo ruido que pueden detectar aceleraciones hasta 62g con un ruido de salida de 10 [ $mg/Hz$ ] y una sensibilidad de 2000 [ $mV/g$ ]. Las ubicaciones de los acelerómetros se indican en la figura 4.2, donde se puede observar una esquema general de la estructura del tablero del puente.

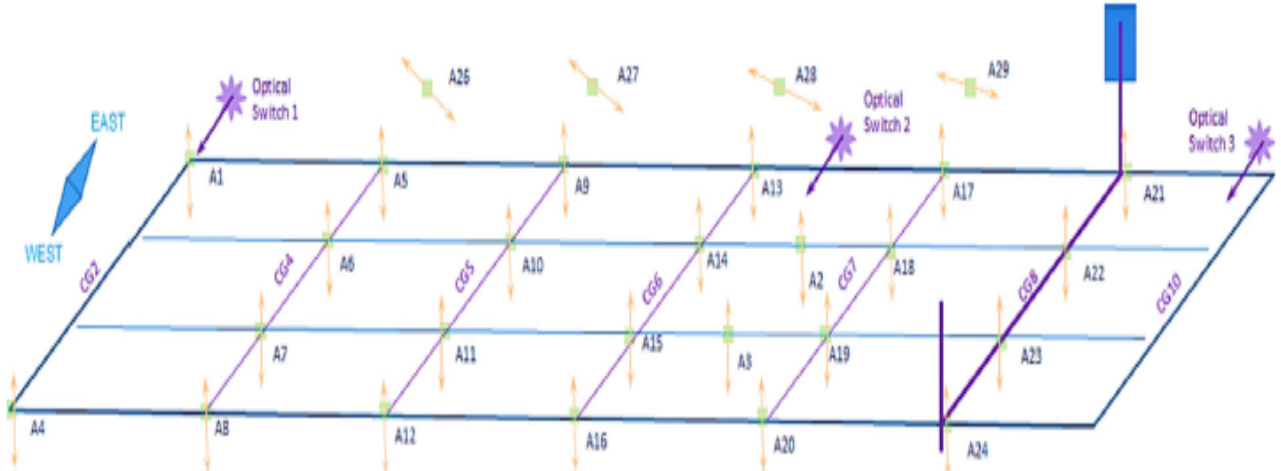


Figura 4.2: Ubicación de los sensores en el puente [1].

## 4.2. Medición de las aceleraciones del puente

El sistema de adquisición de datos se llama HBM Quantum-X, es utilizado para acondicionamiento de señales y registro de datos. El sistema Quantum proporciona un sistema integrado y un dispositivo confiable para registrar datos de alta calidad con una resolución de 24 bits con una capacidad de ancho de banda de 0 a 3 [kHz]. Las respuestas de aceleración en el tiempo para el puente, en condiciones normales de operación, son medidas de forma continua a una frecuencia de muestreo de 600 [Hz] y se registra la data cada 10 minutos en un archivo.

A pesar que el puente está completamente instrumentado y la cantidad de datos es masiva, solamente se nos hizo llegar los datos del sensor A10 correspondiente a un periodo de 24 horas de un día laboral. No se reveló el día específico al cual corresponden las mediciones, pero se aseguró que corresponde a un día que puede considerarse típico dentro del comportamiento del puente. La ubicación exacta del sensor A10 puede observarse en la zona central del esquema presentado en la figura 4.2. De esta manera, el paso 1 descrito en la sección 3.1 no fue realizado directamente en esta memoria.

Siguiendo el paso 2 de la metodología (sección 3.2), los datos registrados se agruparon por cada hora. Las respectivas series de tiempo se presentan en las figuras 4.3,4.4,4.5 y 4.6.

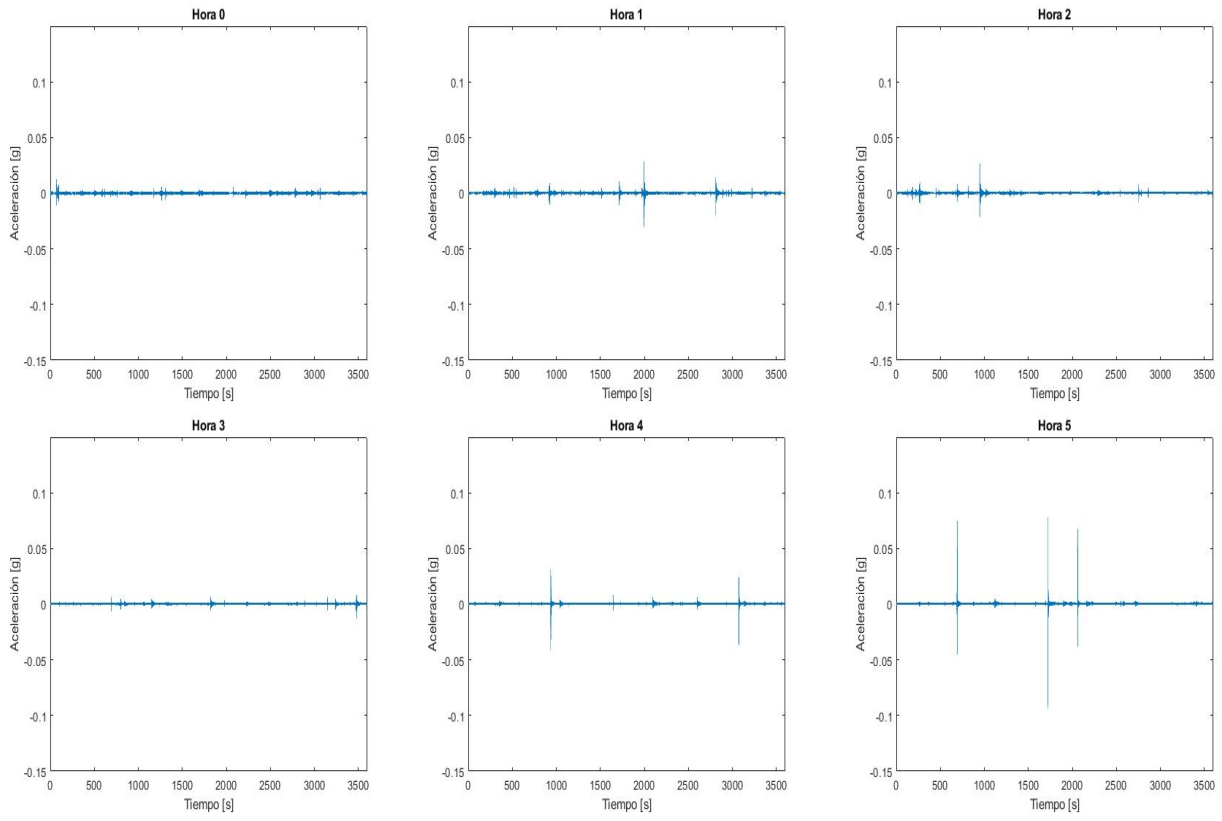


Figura 4.3: Aceleraciones registradas para las horas 0 a 5

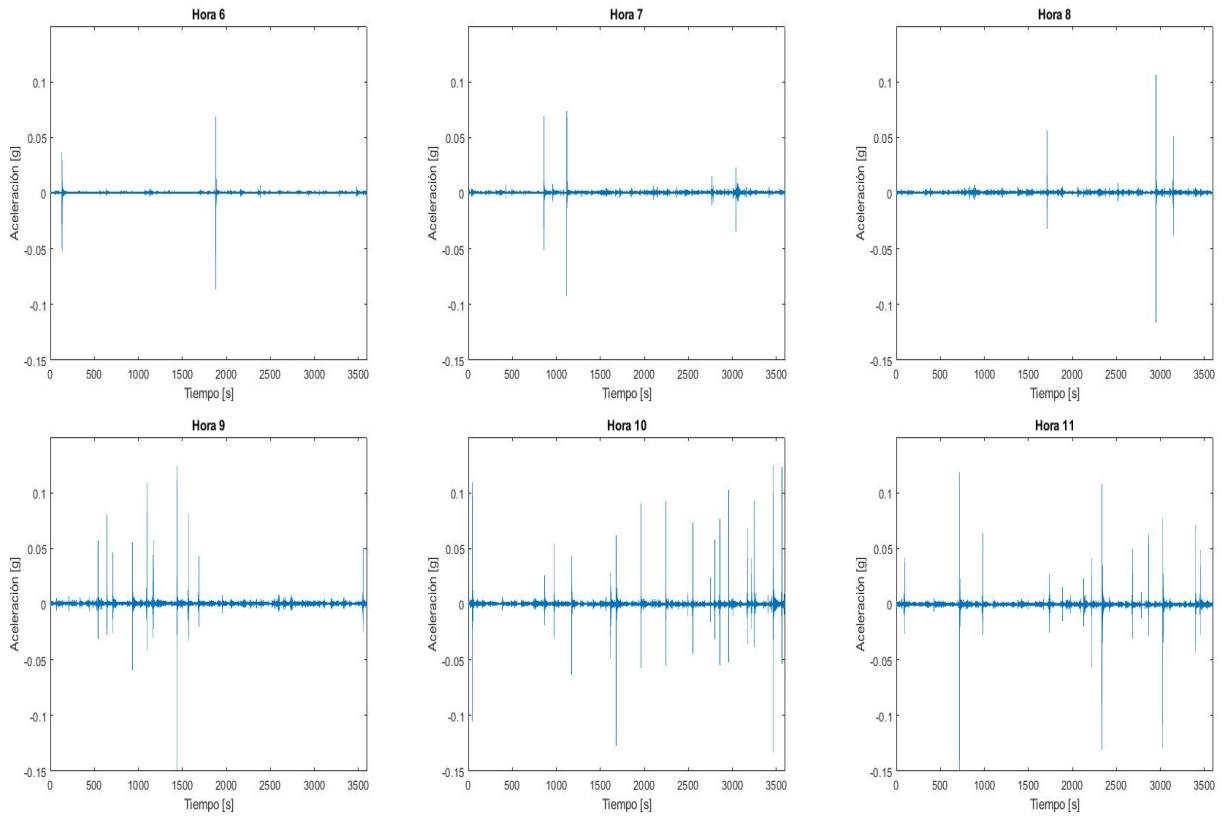


Figura 4.4: Aceleraciones registradas para las horas 6 a 11

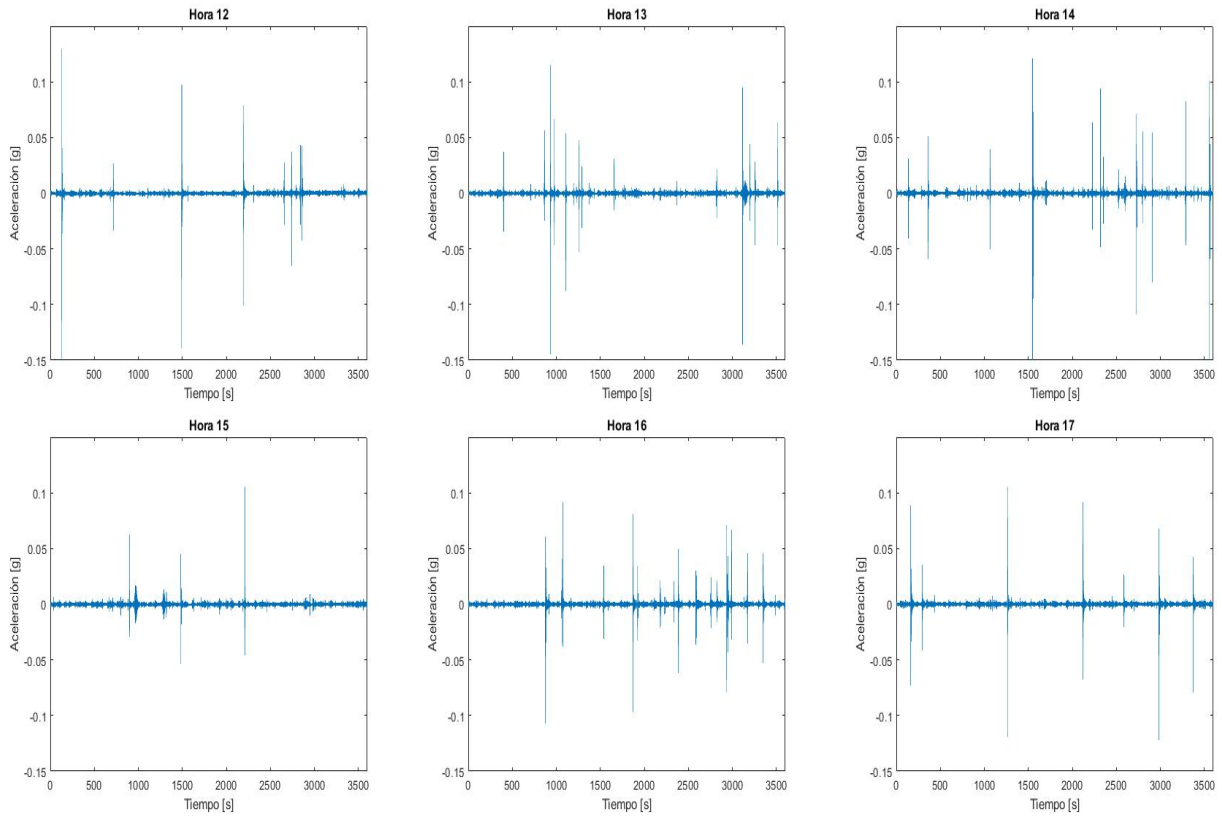


Figura 4.5: Aceleraciones registradas para las horas 12 a 17

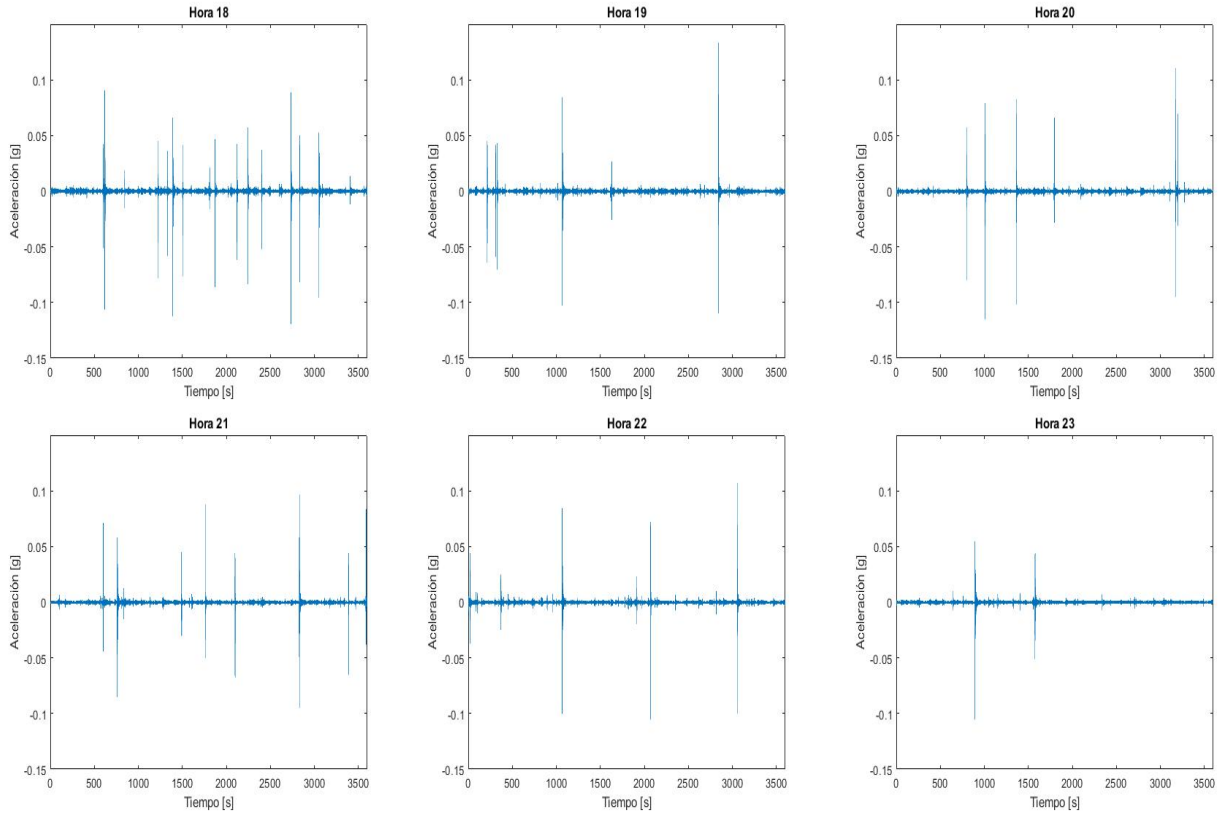


Figura 4.6: Aceleraciones registradas para las horas 18 a 23

De las figuras 4.3 a 4.6 se puede observar que la forma de los gráficos es consistente con un típico registro de aceleraciones de un puente [13]. En la mayoría de los casos hay unos impulsos distinguibles, estos impulsos corresponden a excitaciones producto del paso de vehículos (un puente normalmente registra aceleraciones del orden del 25 % de [g] debido al paso de vehículos [13]). Por ejemplo en las figuras 4.4 y 4.5, para las horas 9, 11 y 12 la amplitud de la aceleración máxima es del orden de 13 % de [g], en contraste, las horas 0 y 3 registran una amplitud promedio menor a 0.01 [g], es decir, presentan amplitudes de aceleración menores que en el resto de horas (con un promedio cercano a 0.05 [g]). Las horas 2, 3 y 5 también podrían considerarse de menor amplitud, en donde lo más probable es que sólo se registre respuesta producto de vibraciones ambientales. Para evidenciar el paso de vehículos sobre el puente, la mayor frecuencia de peaks en cada hora se presenta desde la hora 8 hasta la hora 18 aproximadamente (figuras 4.5 y 4.6) correspondiendo al horario diurno. La menor frecuencia de peaks se presenta para las horas 19 a 7, específicamente en la madrugada.

### 4.3. PSD en ventanas de tiempo

Con las aceleraciones agrupadas por horas (y siguiendo con el paso 2 de la metodología), se prueba estudiar como varían las FFT y los PSD para varias subventanas de tiempo. Se usan 10 formas de agrupar las ventanas en una hora:

- 60 ventanas de 1 minuto.
- 54 ventanas de 1.11 minutos.
- 48 ventanas de 1.25 minutos.
- 42 ventanas de 1.42 minutos.
- 36 ventanas de 1.67 minutos.
- 30 ventanas de 2 minutos.
- 24 ventanas de 2.5 minutos.
- 18 ventanas de 3.33 minutos.
- 12 ventanas de 5 minutos.
- 6 ventanas de 10 minutos.

Los espectros de FFT y PSD para cada subventana y cada hora son presentados en las figuras siguientes:

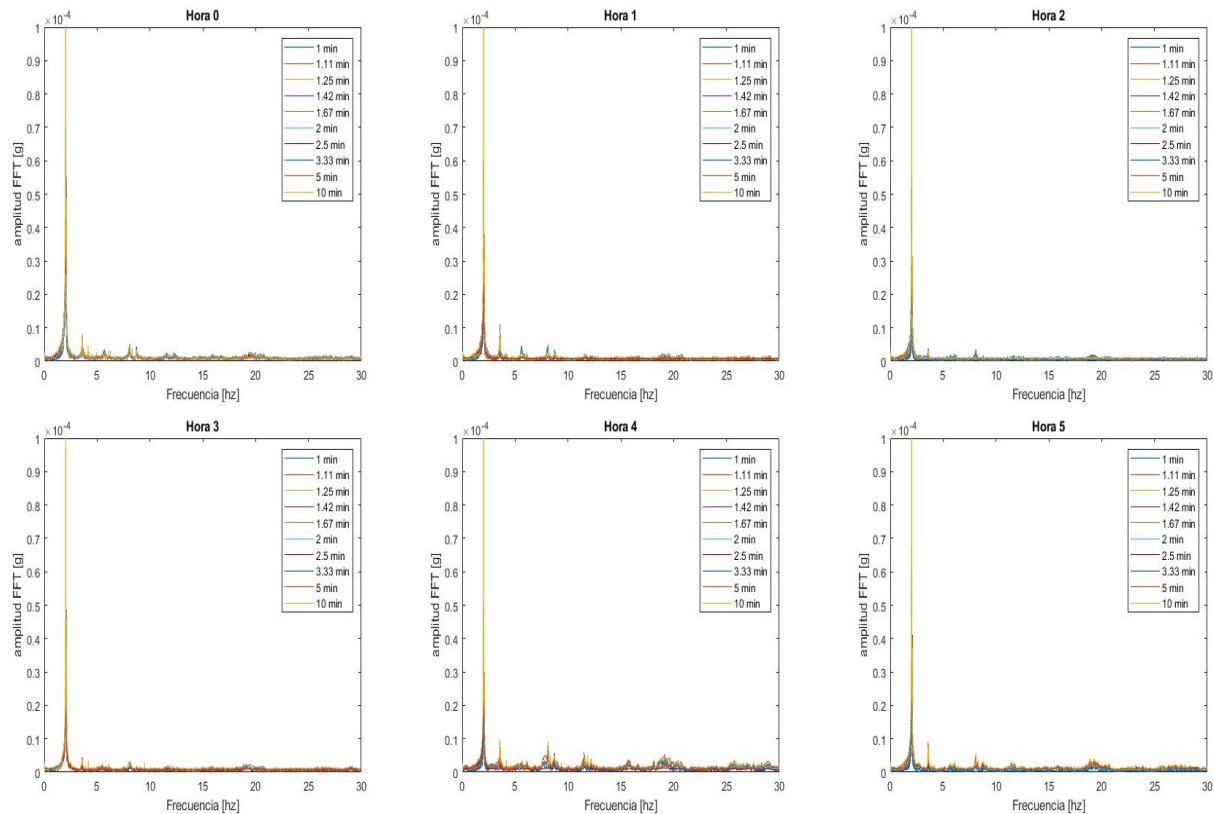


Figura 4.7: Amplitudes FFT en función de la frecuencia usando 10 ventanas de distinta duración para las horas 0 a 5

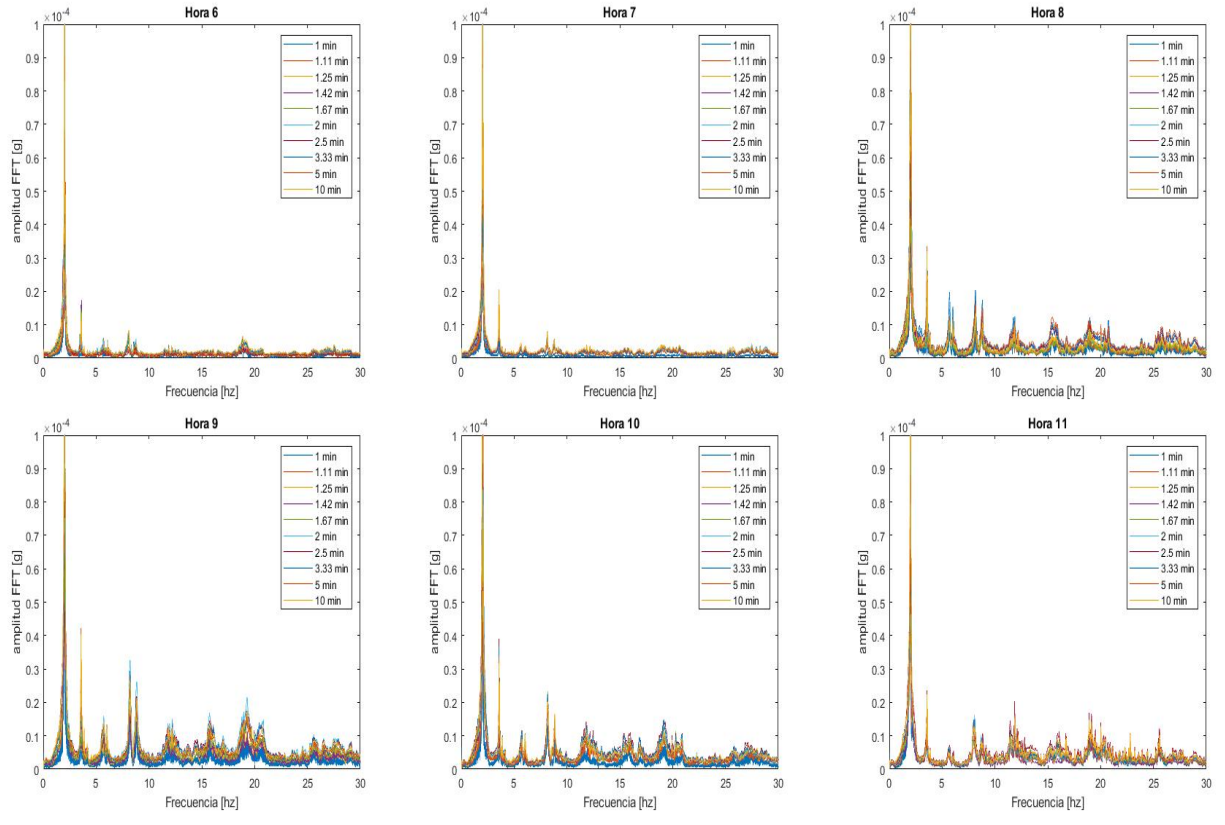


Figura 4.8: Amplitudes FFT en función de la frecuencia usando 10 ventanas de distinta duración para las horas 6 a 11



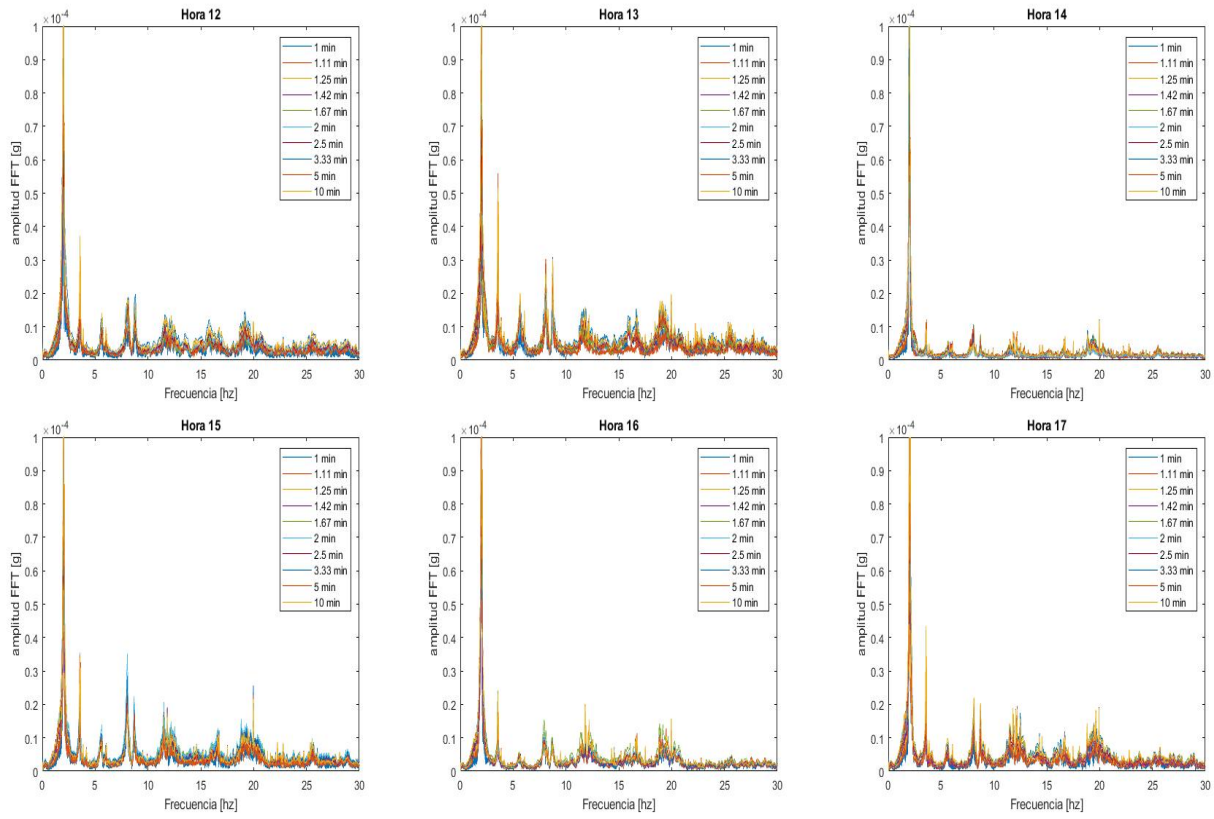


Figura 4.9: Amplitudes FFT en función de la frecuencia usando 10 ventanas de distinta duración para las horas 12 a 17

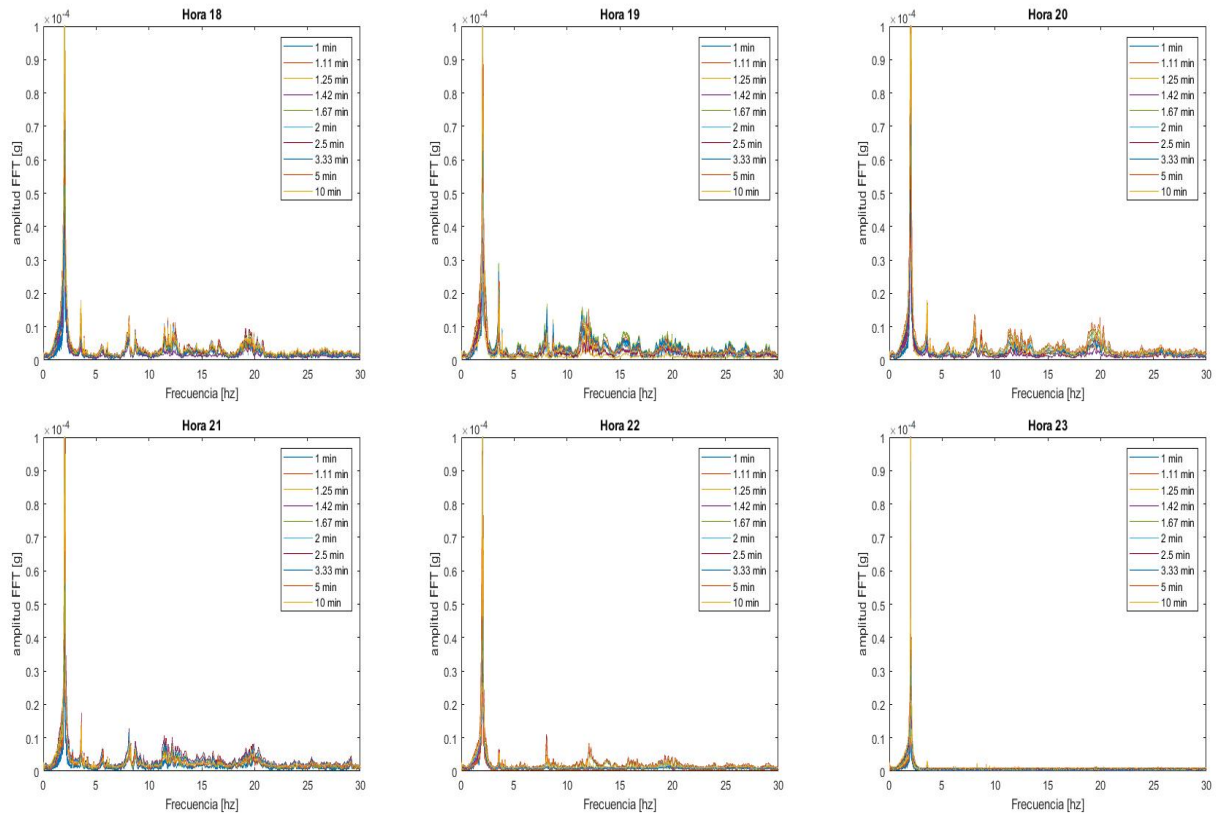


Figura 4.10: Amplitudes FFT en función de la frecuencia usando 10 ventanas de distinta duración para las horas 18 a 23

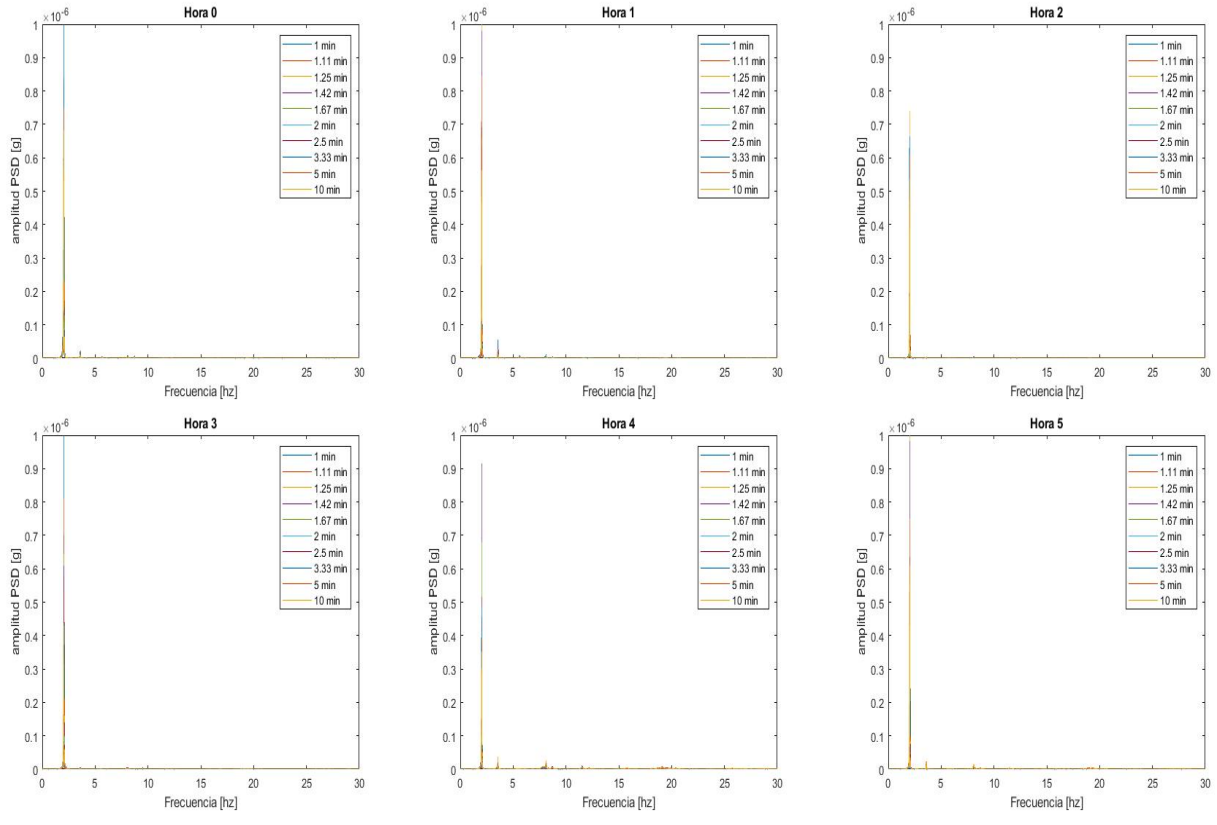


Figura 4.11: Amplitudes PSD en función de la frecuencia usando 10 ventanas de distinta duración para las horas 0 a 5

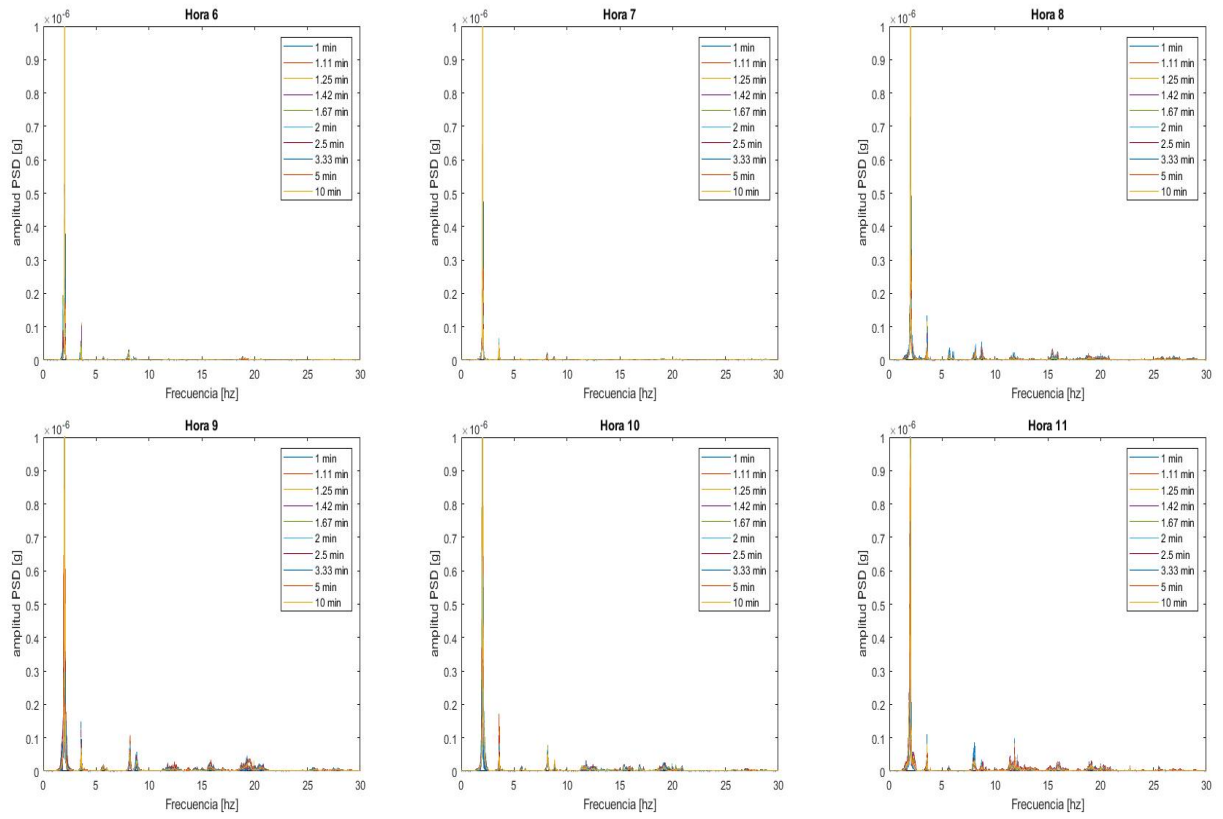


Figura 4.12: Amplitudes PSD en función de la frecuencia usando 10 ventanas de distinta duración para las horas 6 a 11

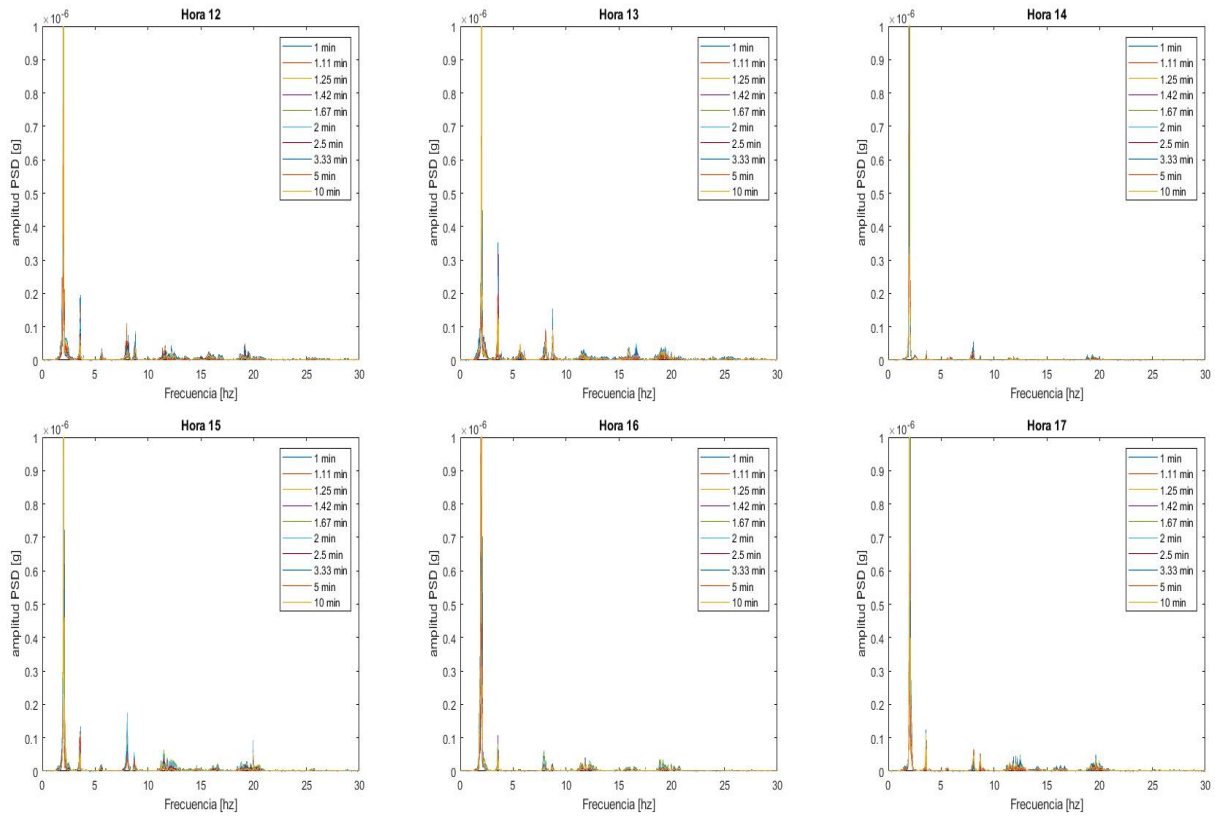


Figura 4.13: Amplitudes PSD en función de la frecuencia usando 10 ventanas de distinta duración para las horas 12 a 17

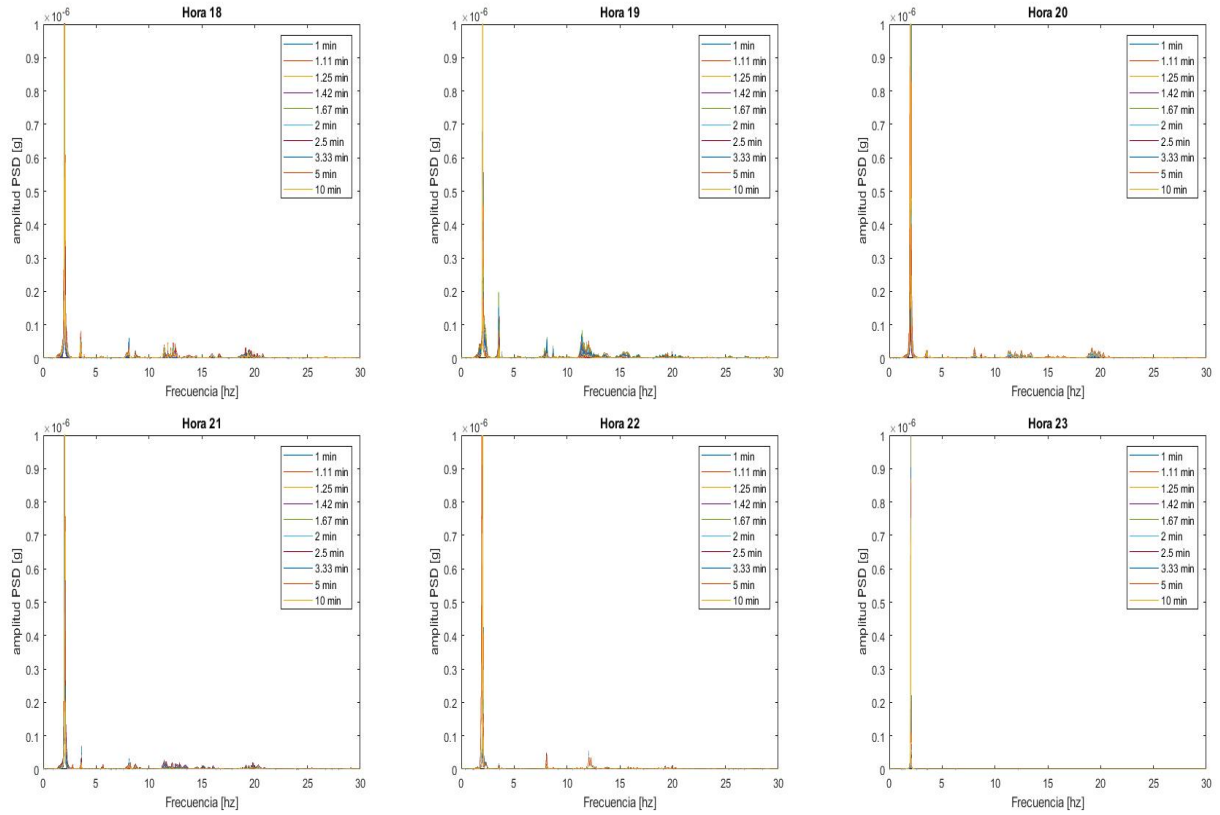


Figura 4.14: Amplitudes PSD en función de la frecuencia usando 10 ventanas de distinta duración para las horas 18 a 23

Como muestran la figuras, se tiene los datos del PSD y FFT registrados para las 10 subventanas de distintos minutos durante cada hora. El primer resultado que llama la atención es que no hay una variación relevante del FFT y PSD. Es decir, que dentro de cada hora todas las subventanas arrojaron espectros que pueden considerarse prácticamente iguales. En ese sentido, la ventana seleccionada para identificar el PSD experimental puede ser cualquiera de las antes mencionadas.

Por otro lado, al analizar los espectros de FFT (figuras 4.7 - 4.10) se puede observar que el puente responde principalmente a una frecuencia cercana de 2 [Hz]. Sin embargo, se observan componentes de vibración relevantes hasta un rango de 20 [Hz]. Por el contrario, cuando se estudia el PSD (figuras 4.11 - 4.14), se observa un peak único dominante correspondiente a la frecuencia fundamental del puente (2 [Hz]). También hay que mencionar que la amplitud de vibración también cambia según el tráfico observado en las figuras 4.4, 4.5 y 4.6, donde las mayores amplitudes se encuentran en el horario diurno.

Para estudiar la variabilidad detectada en los espectros de PSD, se decidió utilizar las subventanas de 1 minuto y graficar los PSD promedios junto a los máximos y mínimos asociados a cada hora. Estos resultados se presentan en las figuras 4.15 - 4.19, donde se puede ver el espectro promedio en rojo y los límites mínimos y máximos en gris. En particular, se observa que los límites no son muy diferentes a los valores encontrados como valores promedio. Esta situación indica que la respuesta puede considerarse estacionaria ya que los espectros de PSD no presentan mayor variabilidad. Sin embargo, la variabilidad en la amplitud del peak observado a 2 [Hz] podría considerarse dentro de los análisis, por ejemplo realizando simulaciones de Monte Carlo para introducir la variabilidad de la amplitud del PSD en la estimación de la energía eléctrica que puede ser recolectada por el PZT. Para hacer notar la variabilidad del peak del espectro de PSD a 2 [Hz], los valores mínimos, máximos y promedio de cada hora son presentados en la tabla 4.1.

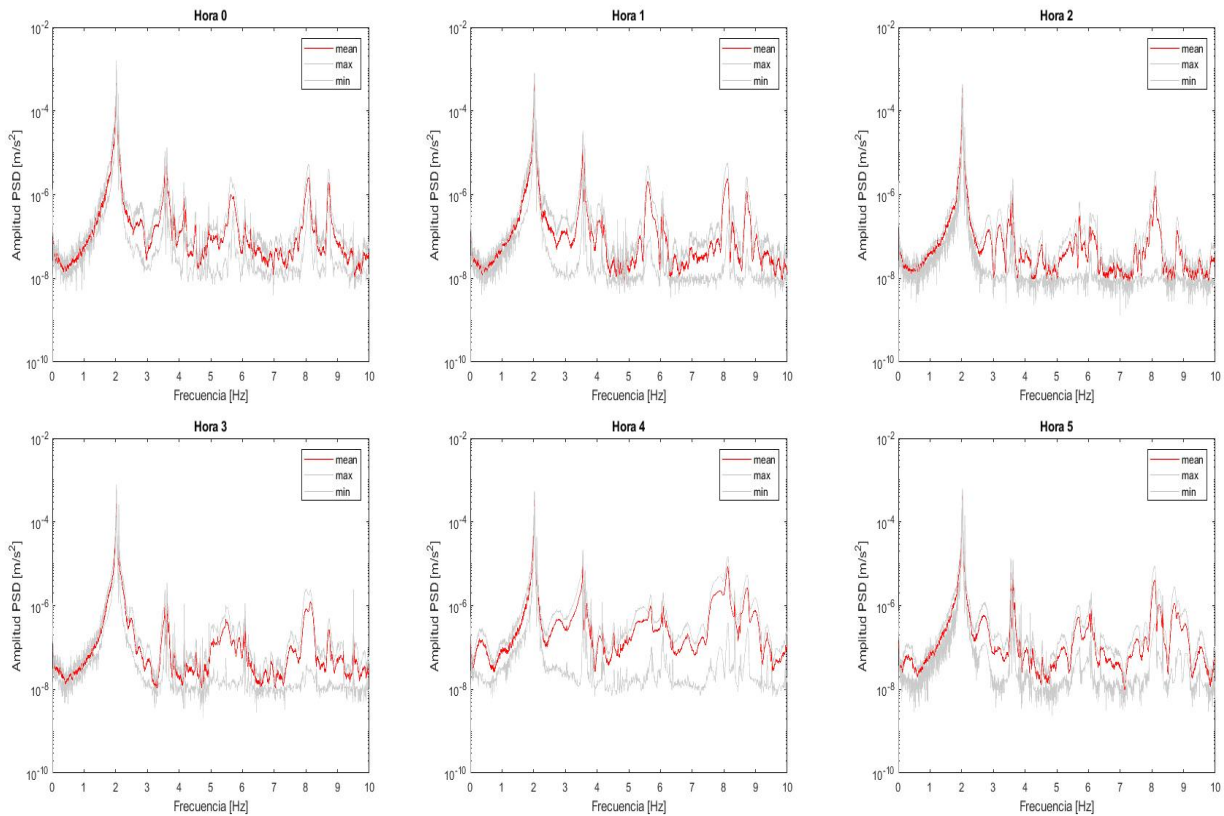


Figura 4.15: PSD promedio para las horas 0 a 5

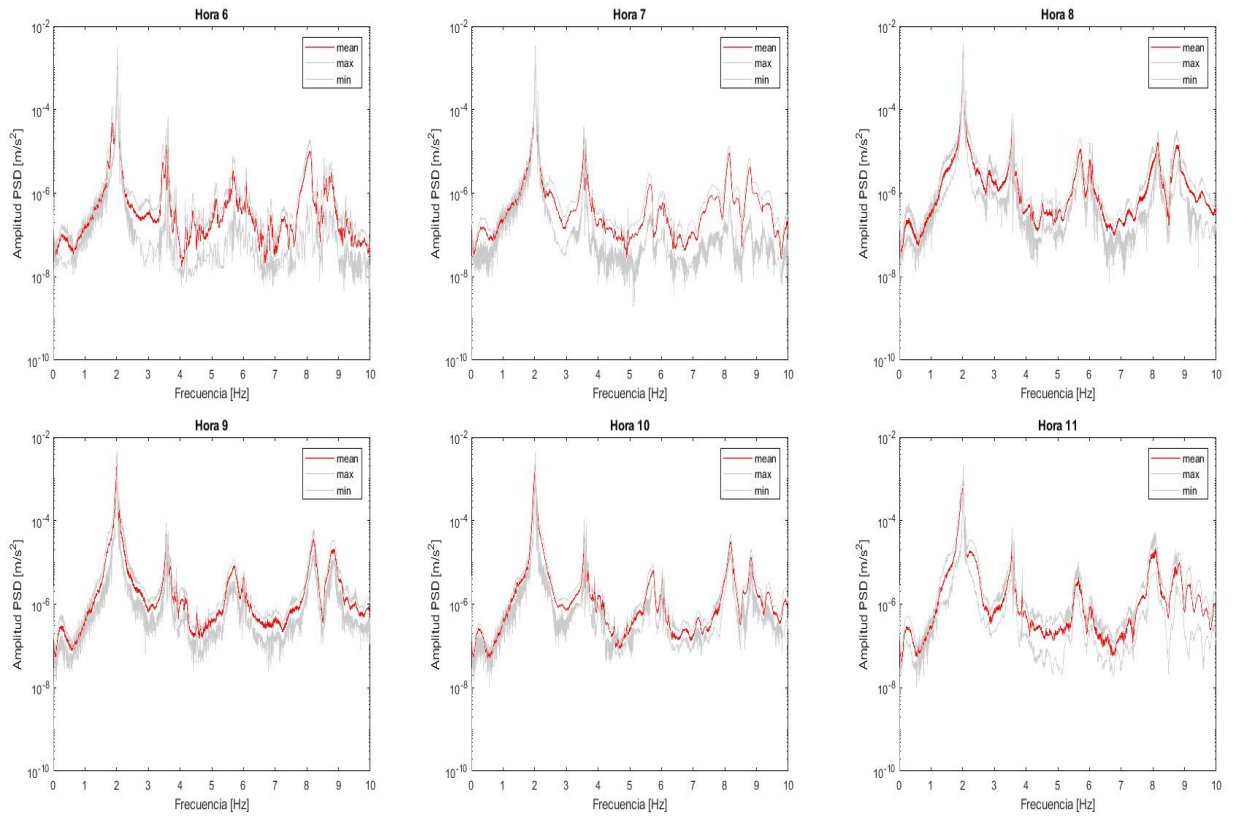


Figura 4.16: PSD promedio para las horas 6 a 11



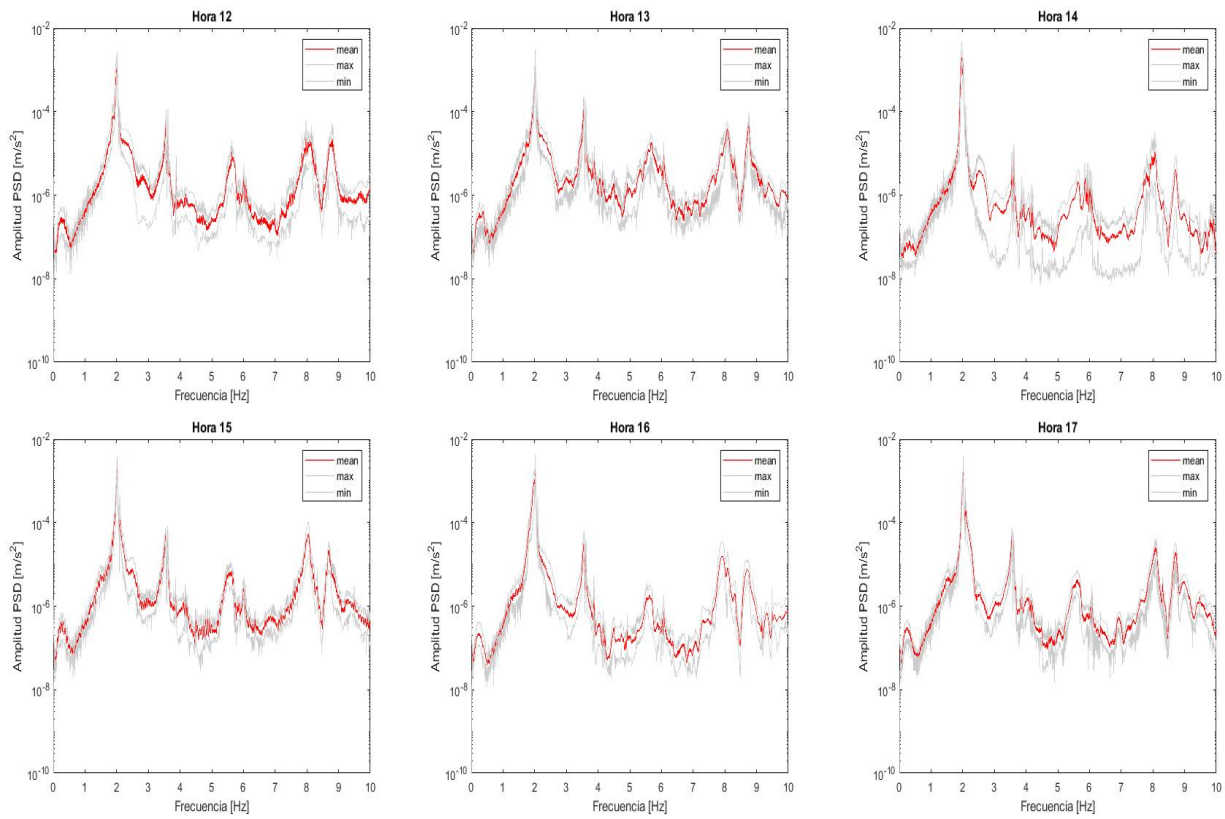


Figura 4.17: PSD promedio para las horas 12 a 17

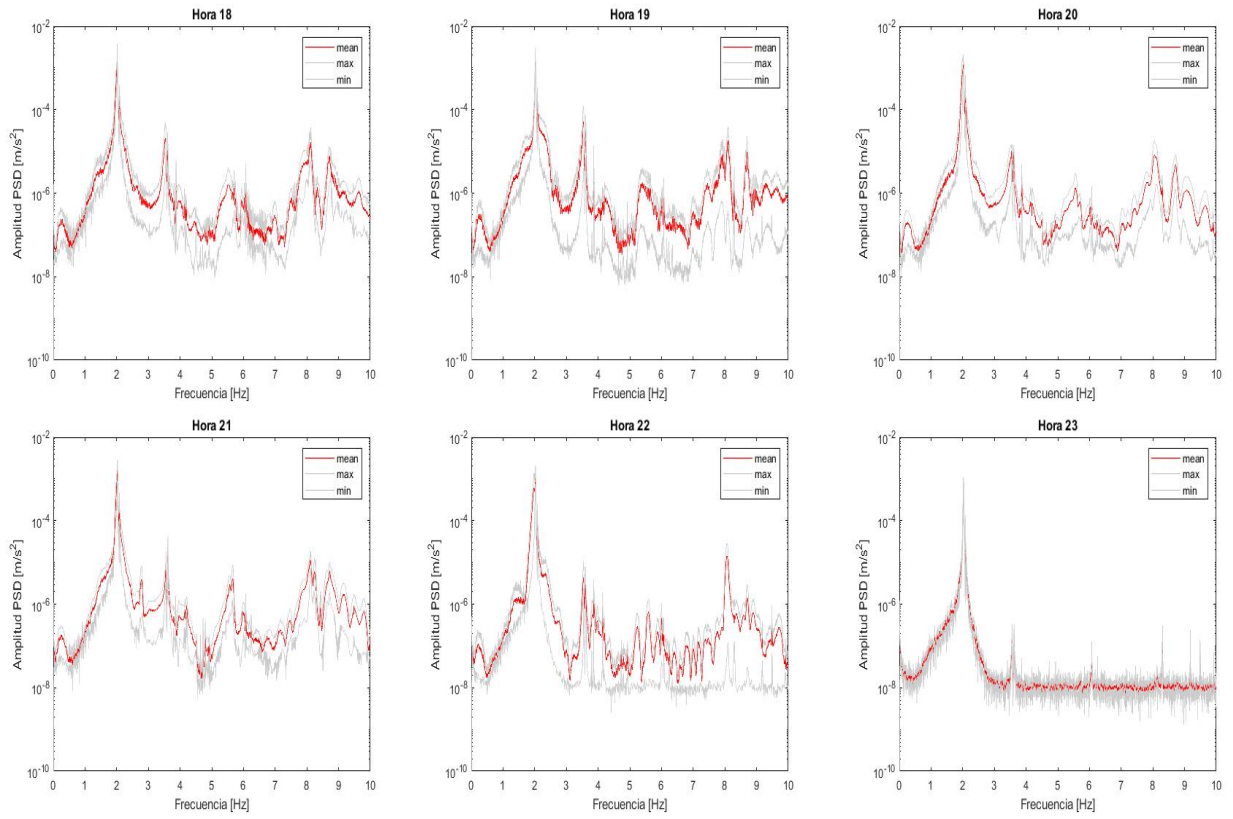


Figura 4.18: PSD promedio para las horas 18 a 23

Tabla 4.1: Densidad espectral mínima,máxima y promedio por hora para 2 Hz

Hora	PSD min [m/s <sup>2</sup> ]	PSD max [m/s <sup>2</sup> ]	PSD mean [m/s <sup>2</sup> ]
0	0.0013	0.0027	0.0017
1	0.0011	0.0030	0.0016
2	0.0003	0.0046	0.0020
3	0.0013	0.0038	0.0020
4	0.0012	0.0044	0.0020
5	0.0013	0.0039	0.0022
6	0.0013	0.0037	0.0022
7	0.0011	0.0029	0.0015
8	0.0009	0.0020	0.0012
0	0.0008	0.0029	0.0017
10	0.0008	0.0021	0.0011
11	0.0004	0.0011	0.0007
12	0.0004	0.0016	0.0007
13	0.0003	0.0008	0.0005
14	0.0003	0.0004	0.0004
15	0.0002	0.0008	0.0003
16	0.0002	0.0006	0.0003
17	0.0003	0.0006	0.0005
18	0.0008	0.0032	0.0015
19	0.0010	0.0034	0.0017
20	0.0015	0.0037	0.0022
21	0.0018	0.0044	0.0026
22	0.0015	0.0043	0.0023
23	0.0007	0.0017	0.0011

#### 4.4. Parámetros óptimos del filtro Kanai-Tajimi

En esta sección se procede a obtener los valores óptimos del filtro Kanai Tajimi (Paso 3 en la metodología de la sección 3) con el fin de que se usen en la formulación de Espacio-Estado. Para la calibración, se toma el PSD promedio encontrado en la sección anterior y se utiliza como objetivo de calibración. De esta manera, y formalmente resolviendo el problema de optimización presentado en la ecuación 36 (sección 3.3), se pueden encontrar los valores óptimos de  $w_g$ ,  $\zeta_g$  y  $\sigma_g$  para cada hora.

Las figuras 4.19 - 4.22, presentan el resultado de la calibración para cada hora. En negro se presenta el espectro experimental promedio de PSD identificado en la sección anterior, mientras que la línea roja corresponde al PSD entregado por la ecuación 2.3, una vez que los valores óptimos de  $w_g$ ,  $\zeta_g$  y  $\sigma_g$  son identificados. Las figuras reflejan que los espectros de PSD obtenidos con el filtro de Kanai-Tajimi se asemejan a los identificados por medio de la serie de tiempo. Esto demuestra que el uso del filtro de Kanai-Tajimi puede ser empleado para representar la vibración del puente. Para mayor detalle, los valores óptimos de  $w_g$ ,  $\zeta_g$  y  $\sigma_g$  encontrados también son reportados, esta vez en la tabla 4.2.

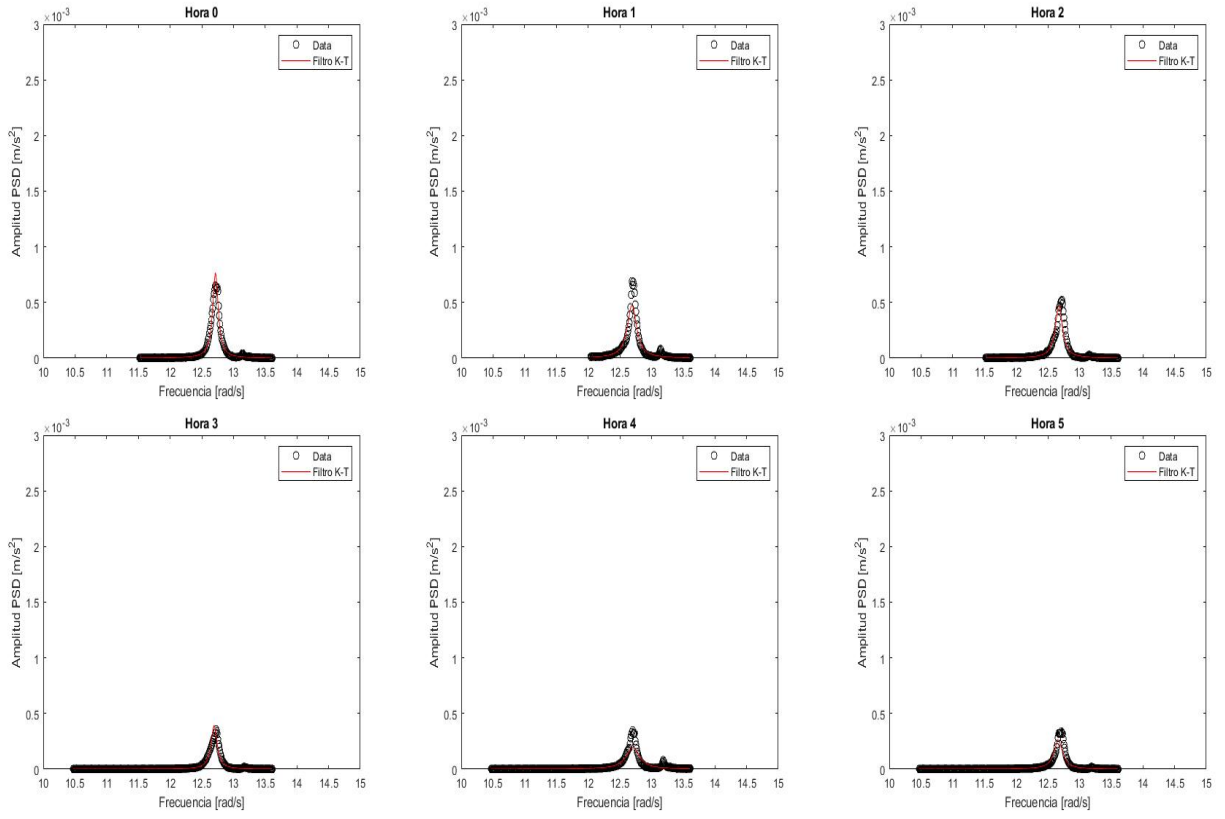


Figura 4.19: PSD del Filtro Kanai Tajimi junto a los datos reales para las horas 0 a 5

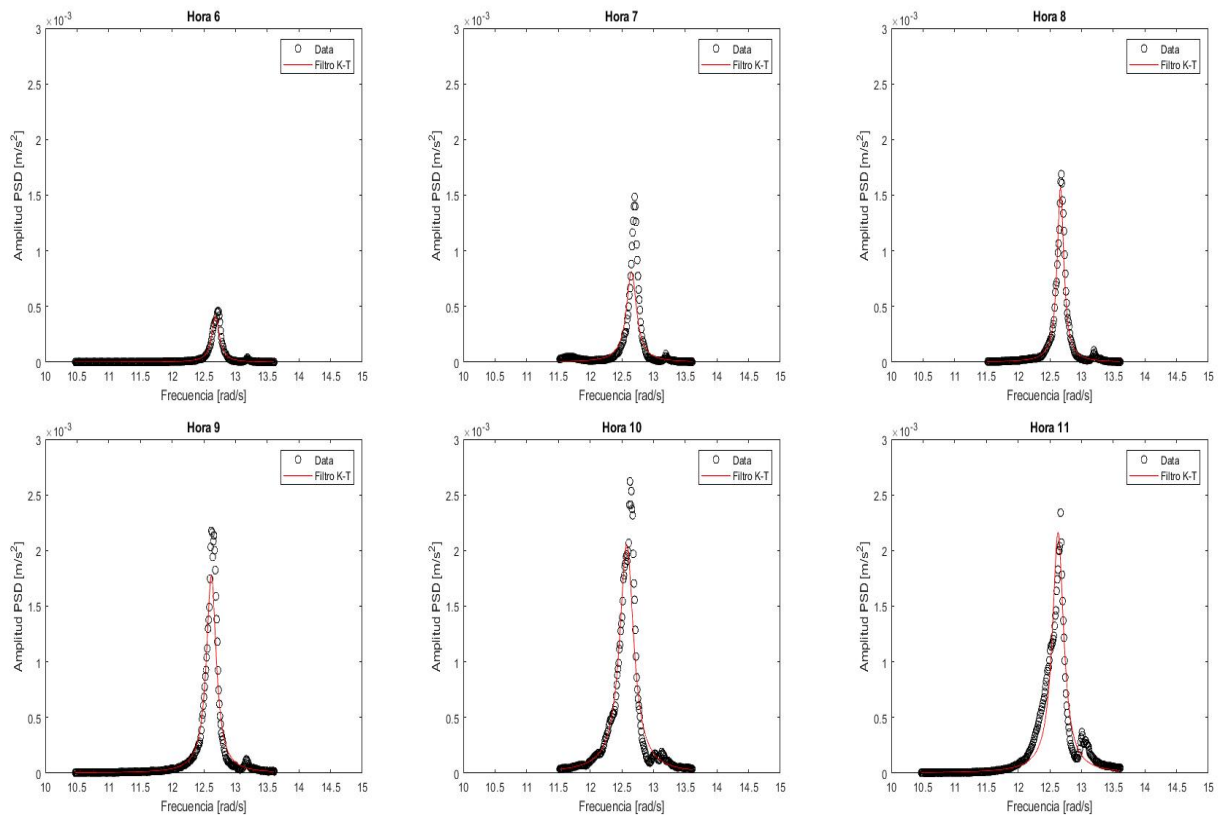


Figura 4.20: PSD del Filtro Kanai Tajimi junto a los datos reales para las horas 6 a 11

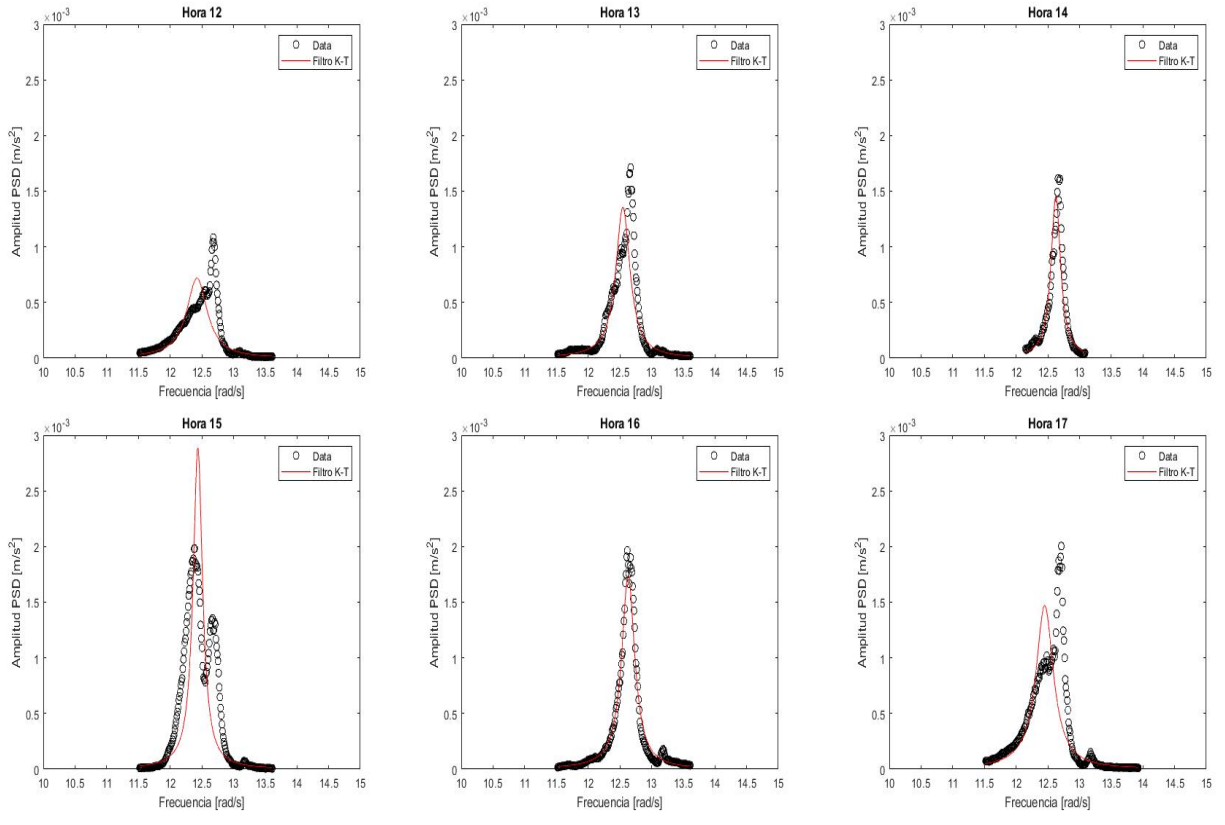


Figura 4.21: PSD del Filtro Kanai Tajimi junto a los datos reales para las horas 12 a 17

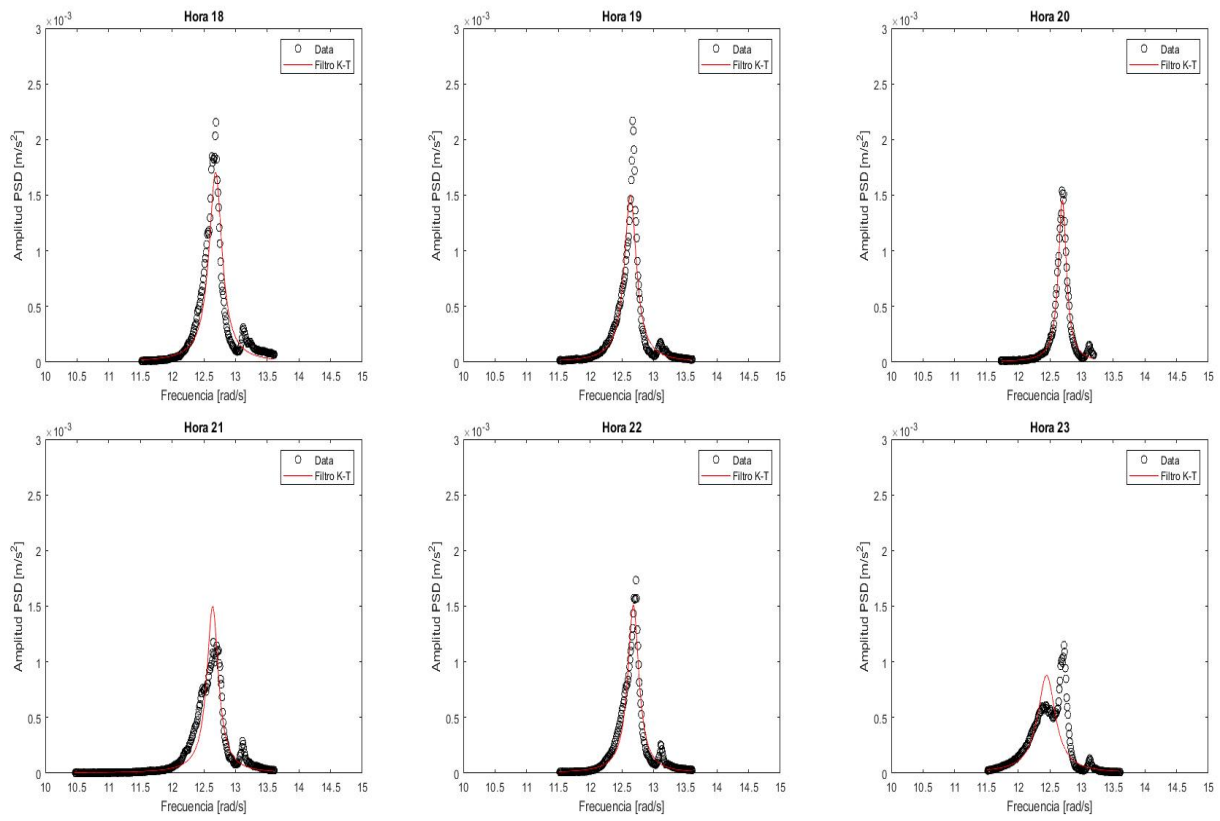


Figura 4.22: PSD del Filtro Kanai Tajimi junto a los datos reales para las horas 18 a 23

Tabla 4.2: Datos óptimos para el filtro Kanai Tajimi por hora

Hora	Desv. Estándar	Frecuencia [Rad/s]	$\zeta$ [%]
0	0.0136	12.5500	0.3989
1	0.0115	12.6271	0.3054
2	0.0160	12.4382	0.7149
3	0.0147	12.6338	0.2881
4	0.0157	12.4531	0.5119
5	0.0146	12.6866	0.5712
6	0.0131	12.6369	0.3226
7	0.0105	12.6987	0.3445
8	0.0129	12.6404	0.4491
9	0.0126	12.6836	0.4261
10	0.0122	12.4514	0.5301
11	0.0063	12.7158	0.3169
12	0.0065	12.6927	0.3979
13	0.0057	12.6753	0.3785
14	0.0047	12.6947	0.2998
15	0.0050	12.7071	0.4047
16	0.0046	12.6666	0.4087
17	0.0055	12.6864	0.3388
18	0.0089	12.6533	0.7943
19	0.0100	12.6694	0.3617
20	0.0129	12.6198	0.2790
21	0.0166	12.5784	0.2694
22	0.0152	12.6309	0.4739
23	0.0119	12.4267	0.4725

Uno de los parámetros del filtro de Kanai-Tajimi corresponde a la desviación estándar de la salida del filtro, este parámetro es el  $\sigma_g$ . En ese sentido, ese valor de  $\sigma_g$  encontrado en la calibración del filtro, debería ser representativo de la desviación estándar de la serie de tiempo obtenida de los acelerómetros. Para verificar que estas cantidades guarden relación, se procedió a realizar gráficos de histogramas de la señal de los acelerómetros (figuras 4.23 - 4.26) y posteriormente obtener la desviación estándar. Esta desviación es entonces comparada con el valor encontrado en la calibración  $\sigma_g$ . La comparación es presentada en la tabla 3. Las desviaciones del histograma y del filtro Kanai Tajimi son del mismo orden de magnitud para todas las horas, lo que ratifica que el filtro de Kanai Tajimi es adecuado para representar la excitación del puente.



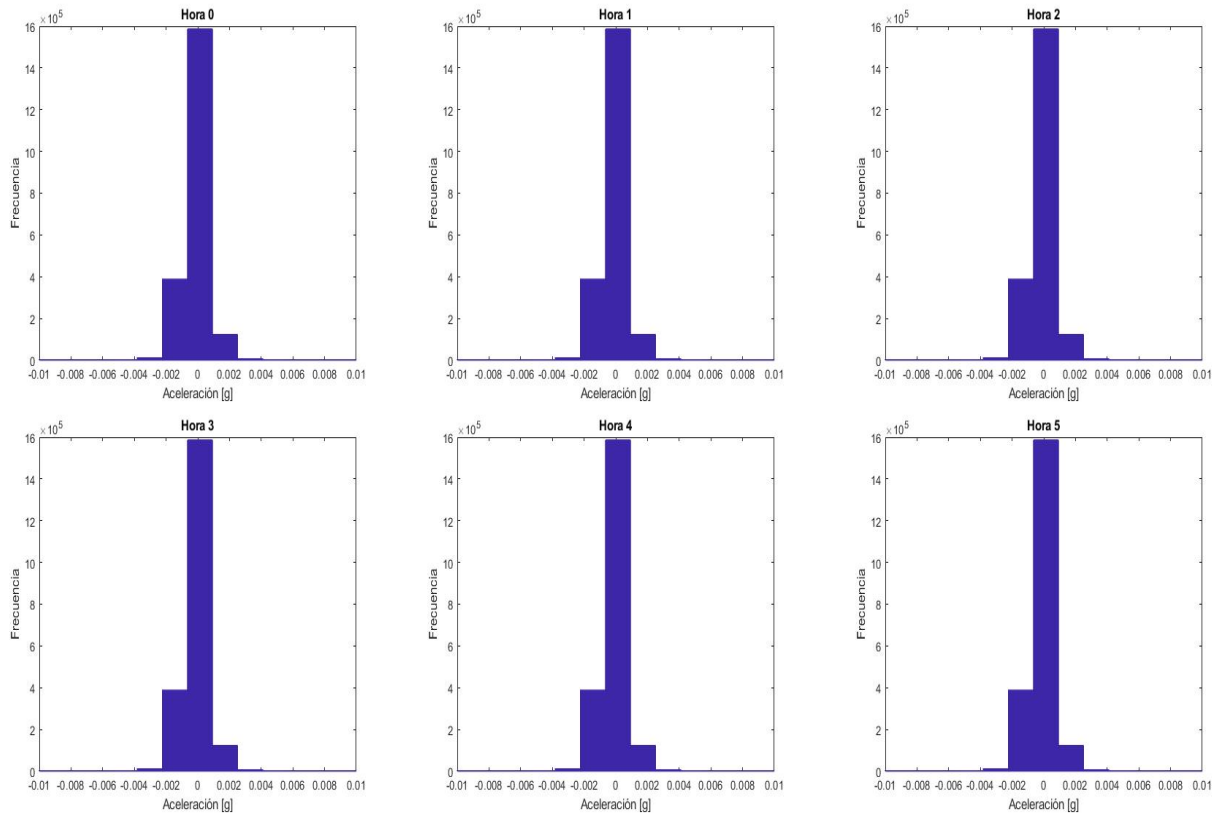


Figura 4.23: Histograma para las horas 0 a 5

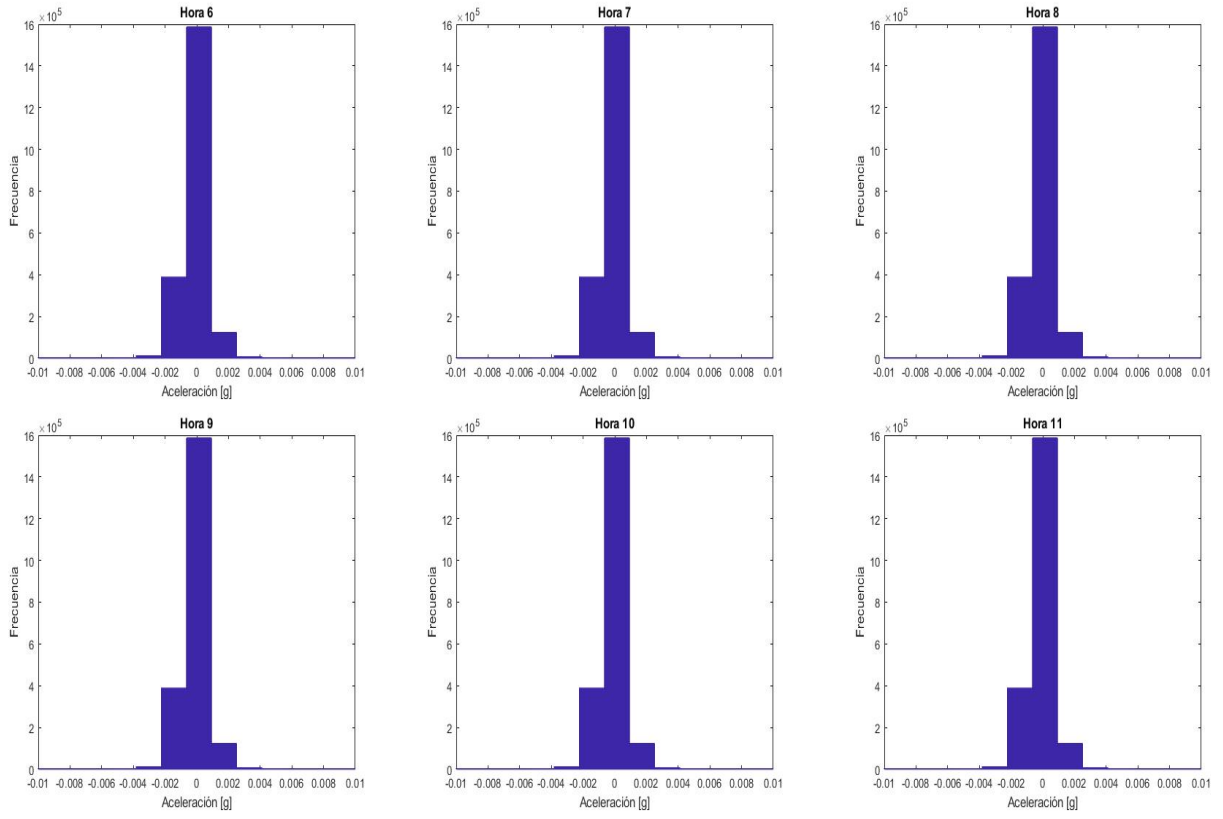


Figura 4.24: Histograma para las horas 6 a 11

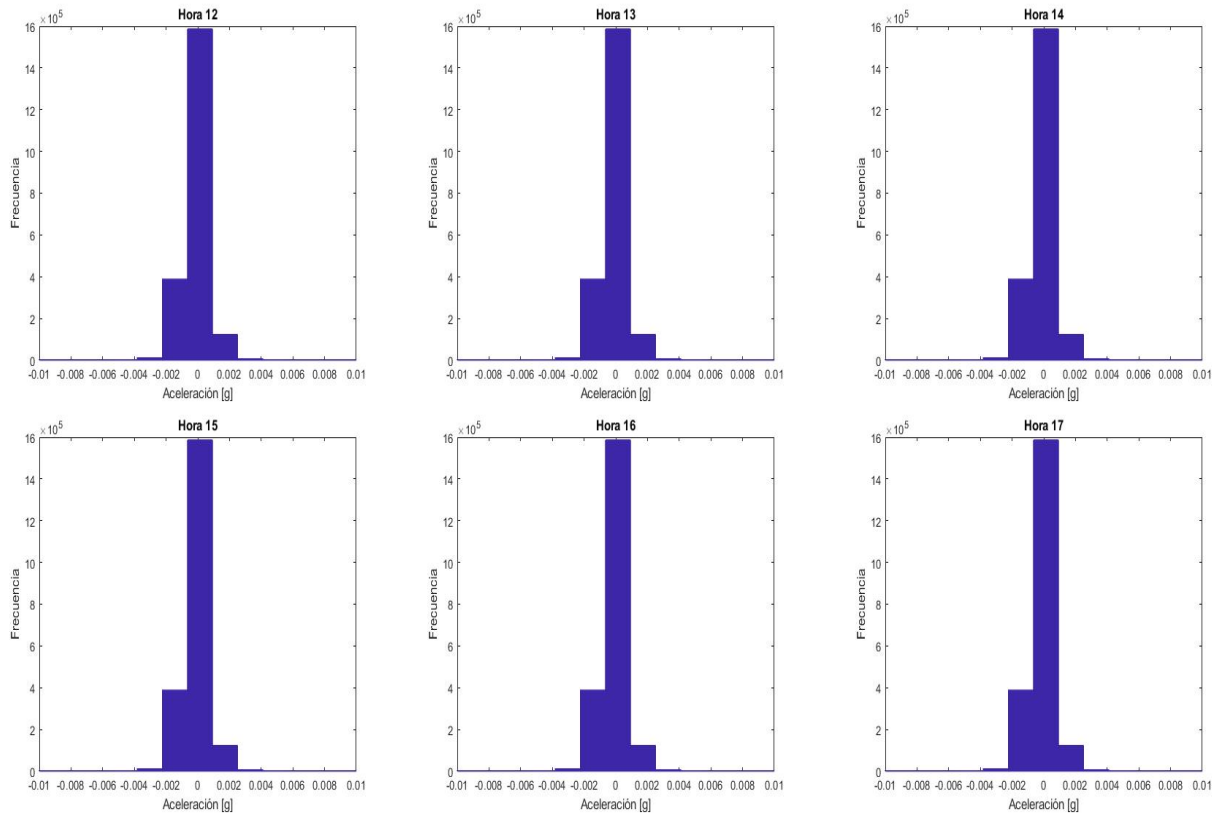


Figura 4.25: Histograma para las horas 11 a 17

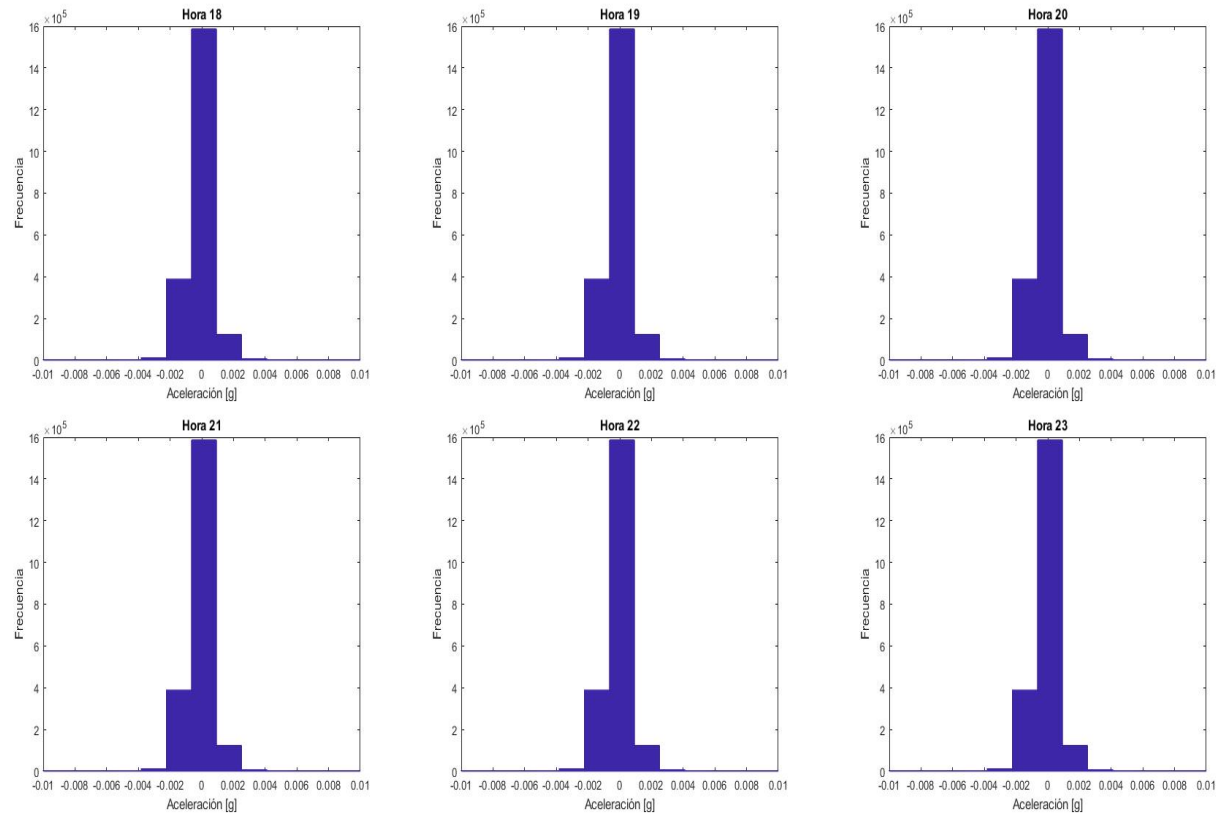


Figura 4.26: Histograma para las horas 18 a 23

Tabla 4.3: Desviación estandar por hora para el histograma y el filtro Kanai Tajimi

	Histograma	Filtro K-T
Hora	Desv.Estándar	Desv.Estándar
0	0.0130	0.0136
1	0.0138	0.0115
2	0.0124	0.0160
3	0.0138	0.0147
4	0.0138	0.0157
5	0.0141	0.0146
6	0.0113	0.0131
7	0.0110	0.0105
8	0.0111	0.0129
9	0.0108	0.0126
10	0.0088	0.0122
11	0.0046	0.0063
12	0.0050	0.0065
13	0.0440	0.0057
14	0.0036	0.0047
15	0.0040	0.0050
16	0.0053	0.0046
17	0.0049	0.0055
18	0.0076	0.0089
19	0.0083	0.0100
20	0.0120	0.0129
21	0.0152	0.0166
22	0.0138	0.0152
23	0.0122	0.0119

## 4.5. Descripción del recolector utilizado

Para obtener el voltaje de salida se necesita tener un PZT, ya se mencionó que en el modelo el recolector está unido a una viga, por ende se eligen las siguientes propiedades para analizar el voltaje de salida [27]:

Tabla 4.4: Propiedades mecánicas del PZT y la estructura

$\rho_s$ [kg/m <sup>3</sup> ]	7400
$\rho_p$ [kg/m <sup>3</sup> ]	7400
$E_s$ [Pa]	61000000000
L [m]	0.40
b [m]	0.01
$h_s$ [m]	0.00023
$h_p$ [m]	0.000235
$\zeta$ [%]	0.012
R [ohm]	1000

Donde  $\rho_s$  corresponde a la densidad de la viga,  $\rho_p$  a la densidad del PZT,  $E_s$  al módulo de Young de la viga,  $L$  y  $b$  al largo y ancho de la viga ( $b = L/4$ ),  $h_s$  y  $h_p$  definen espesor de la viga y el PZT respectivamente,  $\zeta$  al amortiguamiento del sistema y  $R$  a la resistencia eléctrica del PZT.

La configuración óptima depende principalmente de la excitación a la cual va a estar sometido el PZT. Por esta razón, como ya se hizo un estudio de la excitación en las secciones anteriores, se decide estudiar variaciones de los siguientes parámetros con tal de maximizar el voltaje:

- Resistencia eléctrica - Largo de la viga

Específicamente el objetivo de la sección es buscar las combinaciones de  $R$  y  $L$  que maximicen el voltaje generado o la potencia eléctrica generada. En general, con estas propiedades y valores geométricos se puede completar el paso 5 de la metodología presentada en la sección 3.

## 4.6. Estudio de parámetros del recolector

En la presente sección se aplica el acoplamiento del modelo del PZT con el filtro y se muestra el voltaje y potencia obtenidos. Después de probar con distintos rangos de resistencia eléctrica, se tiene que el funcionamiento práctico del PZT está dentro de un rango de resistencia eléctrica de 1000 [ohm] hasta 6000 [ohm] aproximadamente. Para mostrar cómo varía el comportamiento se grafican los parámetros de salida voltaje y potencia en función de las horas. El procedimiento anterior se repite para distintos largos de viga entre 0.3 [m] hasta 0.5 [m] (y así buscar el largo óptimo):

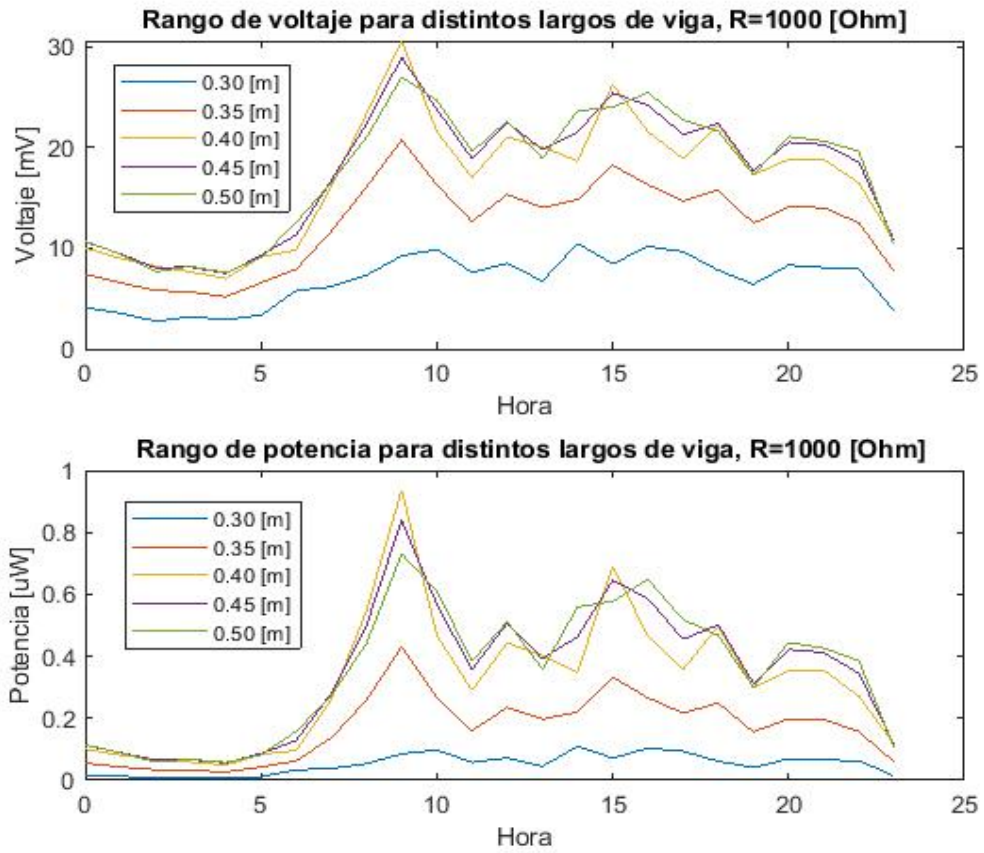


Figura 4.27: Voltaje y Potencia por hora para R=1000 [ohm]

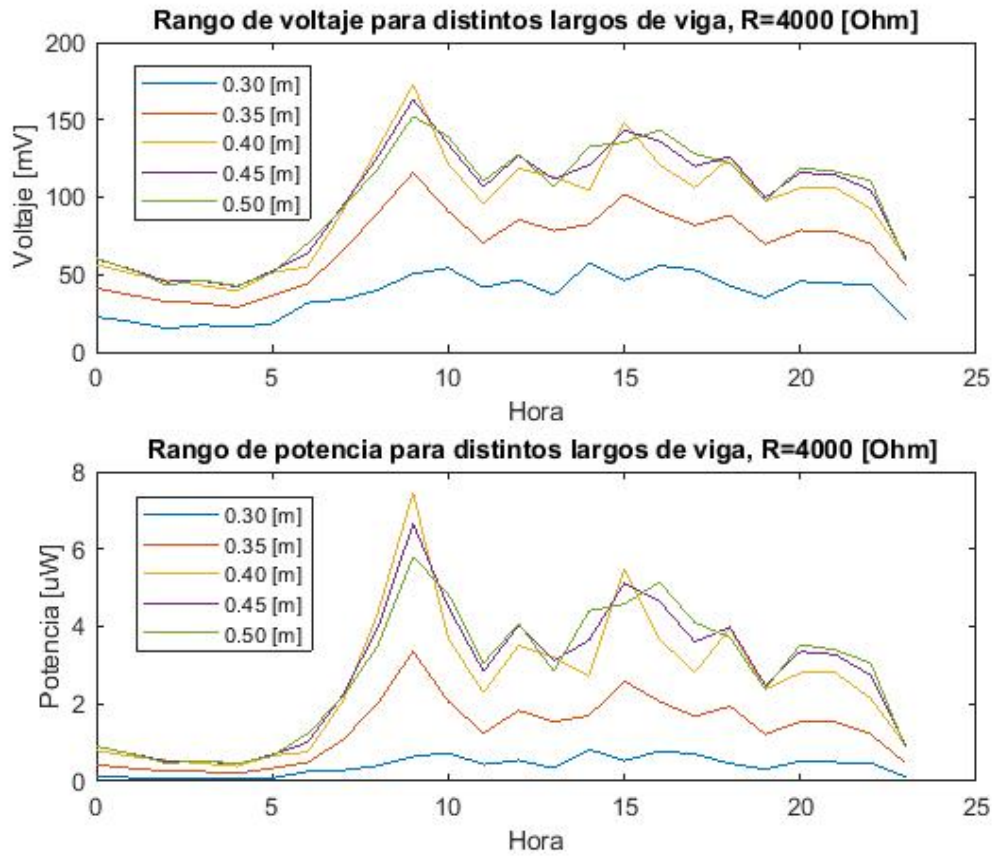


Figura 4.28: Voltaje y Potencia por hora para R=4000 [ohm]



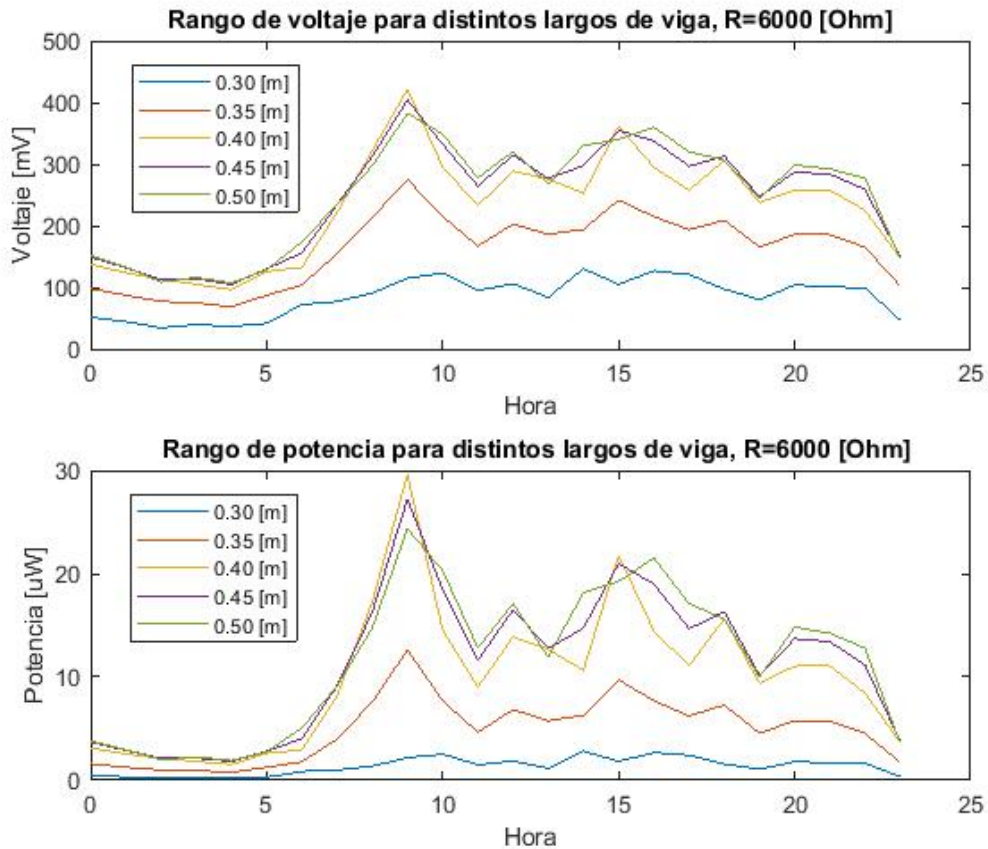


Figura 4.29: Voltaje y Potencia por hora para R=6000 [ohm]

En las figuras 4.27, 4.28 y 4.29, se tienen distintos rangos de largos y resistencias, como la idea es optimizar la energía que se puede extraer con el PZT, se usan rangos de resistencia del mismo orden, ya que poner un orden menos no tiene sentido para efectos de la memoria. Se nota claramente que la magnitud del voltaje y potencia almacenadas son proporcionales a la resistencia eléctrica del PZT, a mayor resistencia eléctrica se almacena más energía independiente del largo, por ende se concluye que lo mas conveniente es usar los 6000 [ohm] y posteriormente ver cual es el largo óptimo.

Para todos los casos la hora 8 presenta la mayor cantidad de energía colectada por el PZT, desde la hora 8 hasta aproximadamente la hora 18 se tiene la mayor ganancia de energía. La energía obtenida por las vibraciones ambientales (que ocurren en la noche y madrugada) del puente son prácticamente despreciables en comparación a la energía obtenida por el paso de vehículos (que ocurre en horario diurno).

De los gráficos presentados se aprecia que no se presenta diferencias significativas para el voltaje y potencia si se usan largos de 0.4 [m] y 0.5 [m]. Para comparar de una forma distinta el efecto de seleccionar diferentes largos sobre el voltaje de salida, se presenta a continuación un gráfico donde se relaciona explícitamente el voltaje (eje vertical) y el largo del dispositivo

(eje horizontal). Esta relación es presentada a su vez para 3 resistencias eléctricas diferentes. El primer gráfico (figura 32) presenta el voltaje acumulado durante las 24 horas (suma de voltajes de cada hora). En cambio, el segundo gráfico (figura 32) muestra el voltaje promedio obtenido en una hora dentro del horario diurno. En otras palabras, para un PZT específico se obtienen los voltajes desde la hora 8 hasta la hora 18 y posteriormente se promedian. Sumado al voltaje, el segundo gráfico agrega un margen de error correspondiente a la desviación estándar de los voltajes obtenidos en horario diurno. El proceso anterior se repitió para los largos de viga estudiados.

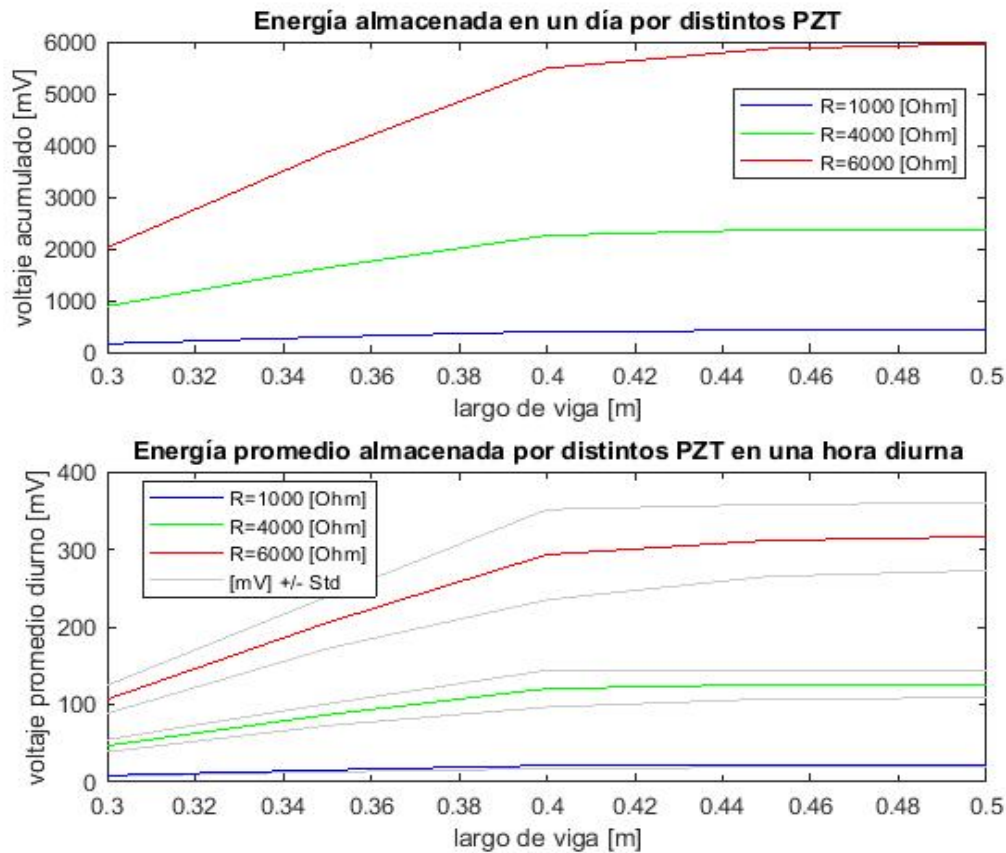


Figura 4.30: Energía obtenida del PZT

De la figura anterior, para largos de viga de 0.4 [m] hasta 0.5 [m] se aprecia que los voltajes acumulados generados en un día rondan los 5500 [mV] para los PZT de mayor resistencia eléctrica, mientras que en horario diurno se tiene que los PZT de 6000 [Ohm] generan en una hora un voltaje promedio mayor a 300 [mV]. Adicionalmente se observa que a partir de largos de 0.4 [m] no hay una gran diferencia o ganancia de voltaje a medida que se aumenta el largo de viga, ya sea para los valores acumulados o los promedios. En ese sentido, se puede decir que un largo de 0.4 [m] es cercano a un largo óptimo de un PZT para la excitación estudiada.

Fijando la atención en el PZT de mayor resistencia eléctrica y de largo de 0.4 [m], en 24

horas se acumulan 5490 [mV] y en una hora dentro del horario diurno se obtiene en promedio 295 [mV]. Típicamente un acelerómetro Silicon Desings se abastece de una fuente de poder de 5000 [mV] [34], por ende en un día un PZT acumula suficiente energía para abastecer al propio acelerómetro.

# Conclusión

La presente memoria presenta una metodología en donde se logra identificar la energía que se obtiene de un PZT acoplado a un puente.

La metodología propuesta presenta las siguientes ventajas:

- Asegura trabajar con datos estacionarios representativos de la data.
- Permite obtener rápidamente la energía aproximada que se obtiene del recolector.
- Presenta bajo costo computacional para procesar los datos.
- Se puede aplicar en otras estructuras y colectores siempre y cuando se disponga de las aceleraciones en un tiempo determinado más el conocimiento de las propiedades electromecánicas del PZT.
- Facilitaría una toma de decisión con respecto al uso práctico de un PZT sobre una red de sensores inalámbricos.

Cabe mencionar que al trabajar con frecuencias se relaciona directamente el primer peak de datos con la frecuencia natural de la estructura de aproximadamente 2 [Hz].

Por otro lado, para modelar el comportamiento del colector, el modelo de Erturk (2009) [8] presenta la desventaja de depender del conocimiento previo de las propiedades electromagnéticas de los materiales del PZT, también la precisión del modelo depende de cómo se represente la excitación. Sin embargo, este punto baja su relevancia en esta memoria gracias a la ventaja de la metodología. Por otro lado, no pasa lo mismo con la data del filtro Kanai-Tajimi, que si bien es representativo de los datos (como se demostró en la sección 4.4) no asegura una buena precisión para cuando se presenta más de un peak de distinta magnitud en el la densidad espectral para una hora, en estos casos los peaks pierden precisión con respecto al resto de las horas, aunque no conlleva a una desventaja significativa, ya que se tiene siempre el mismo orden de magnitud. Por otro lado, el procedimiento de obtener la energía va ligado a recolectores bimorph, es decir, se debe disponer de un PZT exclusivamente de dos capas piezoeléctricas y una subestructura.

Los resultados de la energía en la sección 4.6, muestran la resolución de la problemática principal de la memoria, la energía que se obtiene de un PZT acoplado a un puente en un tiempo determinado, la figura 4.29 muestra la importancia de la resistencia eléctrica en la recolección de energía, evidenciando como desventaja de la metodología que se debe buscar el rango de resistencia eléctrica de forma manual luego de obtener los parámetros óptimos

del Filtro Kanai Tajimi. Análogamente se busca el largo óptimo como muestra la figura 4.30, sobre la sección de energía se concluye que se logra optimizar los parámetros del PZT dando información sobre la forma de obtener mayor voltaje y potencia.

En general, los resultados obtenidos satisfacen los objetivos de la memoria, en conclusión, se propone una metodología rápida para obtener la energía de un PZT acoplado a un puente. Como trabajo futuro se propone aplicar este procedimiento a una estructura y recolector diferentes para posteriormente comparar los resultados con un experimento-solución numérica, y por otro lado se podría buscar el efecto de las variabilidades de la densidad espectral data-filtro en el voltaje de salida, ya que en este trabajo no se abordó este tema en detalle.

# Bibliografía

- [1] Mehrisadat Makki Alamdari, Kamyar Kildashti, Bijan Samali, and Hamid Valipour Goudarzi. Damage diagnosis in bridge structures using rotation influence line: Validation on a cable-stayed bridge. *Engineering Structures*, 185:1–14, 2019.
- [2] SF Ali, MI Friswell, and S Adhikari. Analysis of energy harvesters for highway bridges. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 22(16):1929–1938, 2011.
- [3] Panos J Antsaklis and Anthony N Michel. *Linear systems*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [4] Hamed Assadi, Iraj Dehghan Hamani, Reza Tikani, and Saeed Ziaei-Rad. An experimental and analytical piezoelectric energy harvesting from a simply supported beam with moving mass. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 27(17):2408–2415, 2016.
- [5] Huiguo Chen, Ting Zhong, Guocui Liu, and Junru Ren. Improvement of and parameter identification for the bimodal time-varying modified kanai-tajimi power spectral model. *Shock and Vibration*, 2017, 2017.
- [6] Noël E Dutoit, Brian L Wardle, and Sang-Gook Kim. Design considerations for mems-scale piezoelectric mechanical vibration energy harvesters. *Integrated ferroelectrics*, 71(1):121–160, 2005.
- [7] Niell G Elvin, Nizar Lajnef, and Alex A Elvin. Feasibility of structural monitoring with vibration powered sensors. *Smart materials and structures*, 15(4):977, 2006.
- [8] Alper Erturk. *Electromechanical modeling of piezoelectric energy harvesters*. PhD thesis, Virginia Tech, 2009.
- [9] Alper Erturk. Piezoelectric energy harvesting for civil infrastructure system applications: Moving loads and surface strain fluctuations. *Journal of Intelligent Material systems and structures*, 22(17):1959–1973, 2011.
- [10] Alper Erturk and Daniel J Inman. On mechanical modeling of cantilevered piezoelectric vibration energy harvesters. *Journal of intelligent material systems and structures*, 19(11):1311–1325, 2008.
- [11] Ladislav Frýba. *Vibration of solids and structures under moving loads*, volume 1. Sprin-

ger Science & Business Media, 2013.

- [12] TV Galchev, J McCullagh, RL Peterson, and K Najafi. Harvesting traffic-induced vibrations for structural health monitoring of bridges. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 21(10):104005, 2011.
- [13] Guillermo Felipe González Rodríguez. Análisis no-lineal del puente amolanas usando registros sísmicos de aceleración y desplazamiento. 2008.
- [14] Peter L Green, Evangelos Papatheou, and Neil D Sims. Energy harvesting from human motion and bridge vibrations: An evaluation of current nonlinear energy harvesting solutions. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 24(12):1494–1505, 2013.
- [15] Carlos De Marqui Junior, Alper Erturk, and Daniel J Inman. An electromechanical finite element model for piezoelectric energy harvester plates. *Journal of Sound and Vibration*, 327(1-2):9–25, 2009.
- [16] M Karimi, AH Karimi, R Tikani, and S Ziaei-Rad. Experimental and theoretical investigations on piezoelectric-based energy harvesting from bridge vibrations under travelling vehicles. *International Journal of Mechanical Sciences*, 119:1–11, 2016.
- [17] Sang-Hyo Kim, Jin-Hee Ahn, Ha-Min Chung, and Hyung-Won Kang. Analysis of piezoelectric effects on various loading conditions for energy harvesting in a bridge system. *Sensors and Actuators A: Physical*, 167(2):468–483, 2011.
- [18] Toshinori Kimura. On dormant-prince method. *Jpn. Malaysia Tech. Instit*, 40:1–9, 2009.
- [19] JM Ko and Yi Qing Ni. Technology developments in structural health monitoring of large-scale bridges. *Engineering structures*, 27(12):1715–1725, 2005.
- [20] Costis Kompis and Simon Aliwell. Energy harvesting technologies to enable remote and wireless sensing, 2008.
- [21] Jerome P Lynch and Kenneth J Loh. A summary review of wireless sensors and sensor networks for structural health monitoring. *Shock and Vibration Digest*, 38(2):91–130, 2006.
- [22] National Bridge Inventory (NBI). Tables of frequently requested nbi information: Deficient bridges by state and highway system, 2011.
- [23] Nathan M Newmark. A method of computation for structural dynamics. *Journal of the engineering mechanics division*, 85(3):67–94, 1959.
- [24] Gyuhae Park, Tajana Rosing, Michael D Todd, Charles R Farrar, and William Hodgkiss. Energy harvesting for structural health monitoring sensor networks. *Journal of Infrastructure Systems*, 14(1):64–79, 2008.

- [25] J Real, M Márquez, E Colomer, M Labrado, and A Unión. Application of a twin model for monitoring and predictive diagnosis of calle calle bridge in chile. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 1624, page 022017. IOP Publishing, 2020.
- [26] Shad Roundy, Paul K Wright, and Jan Rabaey. A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes. *Computer communications*, 26(11):1131–1144, 2003.
- [27] Rafael O Ruiz and Viviana Meruane. Uncertainties propagation and global sensitivity analysis of the frequency response function of piezoelectric energy harvesters. *Smart Materials and Structures*, 26(6):065003, 2017.
- [28] RO Ruiz, AA Taflanidis, and D Lopez-Garcia. Characterization and design of tuned liquid dampers with floating roof considering arbitrary tank cross-sections. *Journal of Sound and Vibration*, 368:36–54, 2016.
- [29] Rafael Ruiz García and Viviana Meruane Naranjo. Uncertainties propagation and global sensitivity analysis of the frequency response function of piezoelectric energy harvesters. 2017.
- [30] Edward Sazonov, Kerop Janoyan, and Ratan Jha. Wireless intelligent sensor network for autonomous structural health monitoring. In *Smart Structures and Materials 2004: Smart Sensor Technology and Measurement Systems*, volume 5384, pages 305–314. International Society for Optics and Photonics, 2004.
- [31] Edward Sazonov, Haodong Li, Darrell Curry, and Pragasen Pillay. Self-powered sensors for monitoring of highway bridges. *IEEE Sensors Journal*, 9(11):1422–1429, 2009.
- [32] Henry A Sodano, Gyuhae Park, and DJ Inman. Estimation of electric charge output for piezoelectric energy harvesting. *Strain*, 40(2):49–58, 2004.
- [33] Y-G Sung. Modelling and control with piezoactuators for a simply supported beam under a moving mass. *Journal of Sound and vibration*, 250(4):617–626, 2002.
- [34] Guo Tao, Xiang Ting, and Fei Qingguo. Design of mems low range accelerometer. In *2011 Third International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation*, volume 1, pages 982–985. IEEE, 2011.