



UNIVERSIDAD DE CHILE

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

OPTIMIZACIÓN DEL AGENDAMIENTO DE LA PRODUCCIÓN DE LARGO PLAZO EN
MINAS A CIELO ABIERTO CONSIDERANDO STOCKPILES Y EXPANSIONES
PLANTA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL EN MINAS

ERICK NICOLÁS SANHUEZA CORREA

PROFESOR GUÍA:

FABIÁN MANRÍQUEZ LEÓN

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

DAVID MENESES RENDIC

CRISTIÁN SALAS ARENAS

SANTIAGO DE CHILE

2021

**RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS
POR: ERICK NICOLÁS SANHUEZA CORREA
FECHA: 2021
PROF. GUÍA: FABIÁN MANRÍQUEZ LEÓN**

**OPTIMIZACIÓN DEL AGENDAMIENTO DE LA PRODUCCIÓN DE LARGO
PLAZO EN MINAS A CIELO ABIERTO CONSIDERANDO STOCKPILES Y
EXPANSIONES PLANTA**

La planificación a largo plazo en minas a cielo abierto mediante programación lineal, a pesar de entregar planes óptimos, es un problema complejo de abordar por la cantidad de variables binarias involucradas en el agendamiento de bloques. Además, comúnmente se trabaja con una única capacidad, y los stockpiles, si es que se trabaja con ellos, deben aproximarse mediante restricciones lineales.

El objetivo de este trabajo es desarrollar un modelo de programación lineal entera mixta para la planificación a largo plazo de minas a cielo abierto, considerando múltiples objetivos (no solo maximizar el VAN), stockpiles y restricciones de mezcla en planta y stockpiles, compra y asignación de palas, y expansiones de capacidad planta. En este caso se agendan fases-banco-material para disminuir el tiempo de resolución, y se incluye un contaminante.

La metodología empleada para lograr el objetivo propuesto es plantear el modelo matemático con objetivos, restricciones y variables, e implementar el modelo en un script en Python para que se resuelva mediante el solver Gurobi. Se elabora un caso de estudio para examinar la coherencia entre los datos y el modelo. El caso de estudio corresponde a un yacimiento de Cu-Mo y As que cuenta con cerca de 228 [Mt] de mineral @ 0.66 %Cu-eq y 140 [ppm] As, a una REM de 1.18.

Se considera como caso base un plan minero generado sin expansiones de planta ni stockpiles, el cual obtiene un VAN de 764 [MUSD]. El VAN del plan minero sin expansión de planta y con stockpiles es de 787 [MUSD], variando un 3.0% con respecto al VAN del caso base. El VAN del plan minero con expansión de planta y sin stockpiles es de 772 [MUSD], variando un 1.0% con respecto al VAN del caso base. Finalmente, el VAN del plan minero con expansión de planta y con stockpiles es de 817 [MUSD], variando un 6.9% con respecto al VAN del caso base. La optimización jerárquica con respecto a otros objetivos distintos al de maximizar el VAN, permite tener planes más operativos y mejorar indicadores globales como utilización de equipos mina.

Se concluye que la expansión planta se ve potenciada cuando: (i) los primeros años no se cuenta con mineral suficiente por restricciones de avance vertical y bench lag, (ii) por un perfil de leyes crecientes en profundidad porque con una mayor capacidad se adelanta el mineral de mejor valor, (iii) por una inversión desfasada en el tiempo y sujeta a la tasa de descuento, y (iv) por las economías de escala de tener menores costos operativos, así como procesar más mineral. En cuanto a los stockpiles, los principales beneficios que otorgan son controlar las leyes de metal y contaminante en rangos adecuados, suplir la demanda de la planta en periodos de baja producción de mineral, y sobre todo, permitir el acopio de mineral de menor ley para que el mineral de mejor ley se envíe a planta lo antes posible.

**ABSTRACT OF THE THESIS TO OBTAIN
THE GRADE OF MINING ENGINEER
BY: ERICK NICOLÁS SANHUEZA CORREA
DATE: 2021
THESIS ADV.: FABIÁN MANRÍQUEZ LEÓN**

**OPTIMIZATION OF LONG-TERM PRODUCTION SCHEDULE IN OPEN-PIT
MINING CONSIDERING STOCKPILES AND EXPANSIONS PLANT**

Long-term planning in open pit mines through linear programming, despite delivering optimal plans, is a complex problem to address by the number of binary variables involved in scheduling blocks, in addition to traditionally working with a single capacity, and stockpiles, if it is worked with them, should be approached by linear restrictions.

The objective of this work is to develop a mixed integer linear programming model for long-term planning in open pit mines, considering multiple objectives (not just maximizing NPV, but also, for example, saturating the plant, among others), stockpiles and blending restrictions on plant and stockpiles, purchase and assignment of shovels, and expansions of plant capacity. In this case, material-bench-phases are scheduled to decrease the resolution time, and a contaminant is included.

The methodology implemented to achieve the proposed objective is to set the mathematical model with objectives, restrictions and variables, and implement the model in a script in Python to be resolved through the solver Gurobi. A case study is elaborated to analyze the coherence between the model and the data. The case study corresponds to a Cu-Mo deposit as main metals, and As as a contaminant, which has about 228 [Mt] of ore distributed in 6 phases @ 0.66% Cu-eq and 140 [ppm] As, with an stripping ratio of 1.18.

A mining plan generated without expansions of plant or stockpiles is considered as a base case, which obtains a NPV of 764 [MUSD]. The NPV of the mining plan without plant expansion and with stockpiles is 787 [MUSD], varying 3.0% with respect to the NPV of the base case. The NPV of the mining plan with plant expansion and without stockpiles is 772 [MUSD], varying 1.0% with respect to the NPV of the base case. Finally, the NPV of the mining plan with plant expansion and with stockpiles is 817 [MUSD], varying 6.9% with respect to the NPV of the base case. Hierarchical optimization with respect to other objectives other than maximizing NPV allows to have more operational plans and improve global indicators as use of mine equipment.

It is concluded that the plant expansion is enhanced when: (i) the first years does not have sufficient ore due to vertical advance restrictions and bench lag, (ii) by a profile of increasing grades in depth because with a greater capacity the better value ore is advanced, (iii) by an investment gap in time and subjected to the discount rate, and (iv) by the economies of scale to have lower operating costs, as well as more ore processing. Regarding stockpiles, the main benefits granted are to control metal and contaminant grades in adequate ranges, to supply the demand of the plant in periods of low ore production, and above all, allow the gathering of ore of less grade to that the ore of better grade goes to plant as soon as possible.

Si, pues, coméis o bebéis, o hacéis otra cosa, hacedlo todo para la gloria de Dios.

1 Corintios 10:31

A mis padres y familia.

Dedicada a mi abuelo que en paz descanse.

Agradecimientos

En primer lugar, quisiera agradecer a Dios por todo lo que me ha entregado, por guiarme y ayudarme en cada paso que doy. Esta memoria va dedicada a su gloria, poder y amor.

Agradecer enormemente a mis padres Ana y Leonel, ambos por darme el tiempo necesario para estudiar y que no me ocupara de otras cosas. Gracias por comprenderme, por transmitirme todos sus valores y principios, y más que todo gracias por amarme. Ambos me enseñaron virtudes tan importantes como la sencillez y la empatía, no solo con la palabra, sino también con el ejemplo. No tengo palabras que expresen mi enorme gratitud hacia ellos.

También agradecer a toda mi familia, mis hermanos, mis tíos, primos, abuelos, etc. por ser tan generosos conmigo, por su preocupación y cariño, y por recibirme con los brazos abiertos cada vez que los visito.

Cómo no olvidar a mis amigos y compañeros del colegio y de la universidad, por ayudarme a pasar momentos muy gratos y distendidos, por las risas, la diversión, y el apañe. Gracias Miguel, Salvo, Claro, Jaime, Marco, Rodrigo, Daniel, Patricio, Gabriel, Gerson, Camila, Matías, Elías, Bayron, y tantos otros, que me perdonen por no haberlos citado explícitamente, pero ellos saben quiénes son, que incluirlos haría que me extendiera más de lo permitido.

Agradecer también a todos aquellos profesores y funcionarios de mi colegio y del Departamento de Minas que transmitieron su conocimiento y experiencia, con mención especial a aquellos apasionados y con vocación. Agradecer a la secretaria docente del departamento, Gloria Jiménez, por guiarme en mi proceso de titulación.

Quisiera también dar las gracias al profesor Enrique Jélvez por ayudarme a conseguir esta memoria, y sobre todo a mi profesor guía Fabián Manríquez por aceptarme como su alumno, por guiarme en mi memoria, por la confianza depositada en mí, y por su constante ayuda y correcciones, para hacer un trabajo lo más profesional posible. También agradecer a la comisión por acceder formar parte de ella, a los profesores David Meneses y Cristián Salas que no dudaron y aceptaron de forma inmediata ayudarme con este proceso tan importante, así como por los comentarios y feedbacks recibidos para mejorar este informe.

Finalmente, quisiera agradecer al Laboratorio Delphos y a Gerson Morales por facilitarme usar los equipos para poder correr mis escenarios de estudio.

Muchas gracias a todos ustedes, sin su ayuda no habría llegado hasta aquí.

Tabla de contenido

Tabla de contenido	v
Índice de Tablas	viii
Índice de Figuras	x
Capítulo 1	1
1. Introducción.....	1
1.1. Objetivos.....	2
1.1.1. Objetivo general.....	2
1.1.2. Objetivos específicos	2
1.2. Alcances	2
1.3. Estructura de trabajo	3
Capítulo 2	4
2. Antecedentes	4
2.1. Planificación minera en minas a cielo abierto	4
2.1.1. Horizontes de planificación	5
2.1.2. Metodología tradicional	6
2.2. Programación lineal	9
2.2.1. Branch and Cut	10
2.3. Programación lineal en minería a cielo abierto	10
2.3.1. Formulación general MILP del problema OPMPSP	12
2.3.2. Enfoques para resolver OPMPSP desde la programación lineal entera mixta.....	17
2.3.3. Modelamiento de stockpiles y mezcla.....	19
2.3.4. Incorporación de opciones de expansión.....	21
2.3.5. Selección y compra de equipos	26
2.3.6. Modelo multiobjetivo jerarquizado.....	27
2.4. Aporte de la memoria	32
Capítulo 3	34
3. Metodología	34
3.1. Planteamiento del modelo matemático.....	34

3.2.	Implementación en Python	36
3.3.	Caso de estudio.....	38
Capítulo 4	39
4.	Modelo matemático	39
4.1.	Conjuntos, variables y parámetros	39
4.2.	Función objetivo.....	44
4.3.	Restricciones	47
Capítulo 5	59
5.	Caso de estudio	59
5.1.	Descripción de caso de estudio.....	59
5.2.	Descripción de escenarios.....	64
5.3.	Análisis de resultados de escenarios.....	67
5.3.1.	Escenario con una capacidad planta sin stockpiles	67
5.3.2.	Escenario con una capacidad planta con stockpiles	68
5.3.3.	Escenario con una expansión de capacidad planta sin stockpiles	74
5.3.4.	Escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles	74
5.3.5.	Escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles, optimización simple	80
5.3.6.	Escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles, optimización jerárquica.....	82
5.3.7.	Resumen.....	85
Capítulo 6	91
6.	Conclusiones y trabajo futuro.....	91
Capítulo 7	94
7.	Bibliografía	94
Capítulo 8	99
8.	Anexos	99
8.1.	Anexo A: Modelo de costos mina y planta.....	99
8.2.	Anexo B: Regla de Taylor	101
8.3.	Anexo C: Hill of Value.....	101
8.4.	Anexo D: Costo capital de los camiones	102
8.5.	Anexo E: Resultados escenario con una capacidad planta sin stockpiles.....	107

8.6.	Anexo F: Resultados escenario con una expansión planta sin stockpiles.....	108
8.7.	Anexo G: Resultados escenario con una expansión planta con stockpiles, optimización simple.....	109
8.8.	Anexo H: Resultados escenario con una expansión planta con stockpiles, optimización jerárquica	121
8.9.	Anexo I: Corrección a posteriori ley stockpiles	130
8.10.	Anexo J: Parámetros Gurobi	132

Índice de Tablas

Tabla 4.1. Conjuntos e índices del modelo.	39
Tabla 4.2. Variables principales del modelo.	40
Tabla 4.3. Variables de decisión de desviación del modelo.....	41
Tabla 4.4. Parámetros modelo de optimización. Parte 1.	42
Tabla 4.5. Parámetros modelo de optimización. Parte 2.	43
Tabla 5.1. Parámetros técnico-económicos.....	59
Tabla 5.2. Fases del caso de estudio.	60
Tabla 5.3. Leyes de entrada y salida de los stockpiles de alta y baja ley.	62
Tabla 5.4. Opciones de capacidad planta del caso de estudio.....	63
Tabla 5.5. Leyes, duración y capacidad de la planta en cada periodo.	63
Tabla 5.6. Parámetros de las palas a emplear.	64
Tabla 5.7. Escenarios a analizar.....	65
Tabla 5.8. Métodos de optimización de los objetivos de largo plazo considerados.....	65
Tabla 5.9. Indicadores del plan. Fuente: Manríquez et al. (in press).	66
Tabla 5.10. Años de compra y recompra de palas escenario con una capacidad planta con stockpiles.....	71
Tabla 5.11. Años de compra y recompra de palas escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles. Nota: La pala 2 no se compra.	77
Tabla 5.12. Valores de variables de desviación globales en optimización simple. Las columnas representan las funciones objetivo y las filas los valores de las variables de desviación globales. La primera columna corresponde al escenario de comparación: escenario 4.....	80
Tabla 5.13. Valores de variables de desviación globales en optimización jerárquica. Las columnas representan las funciones objetivo y las filas los valores de las variables de desviación globales. La primera columna corresponde al escenario de comparación: escenario 4.....	82
Tabla 5.14. Resumen comparativo de los escenarios con optimización simple en cuanto a VAN, indicadores globales, tiempo de resolución y MIP gap.....	85
Tabla 5.15. Variación porcentual del VAN de los cuatros primeros escenarios donde se maximiza el VAN, tomando como caso base el VAN más bajo (sin expansiones de capacidad planta ni stockpiles).	86

Tabla 5.16. Resumen comparativo de los escenarios con optimización jerárquica en cuanto a VAN, indicadores globales, tiempo de resolución y MIP gap.....	88
Tabla 8.1. Modelo de costos planta con dos concentrados. Fuente: Infomine (2011).	99
Tabla 8.2. Modelo de OPEX mina para una mina a cielo abierto con una REM 1:1, la capacidad es en toneladas de mineral por día. Fuente: Infomine (2007).	101
Tabla 8.3. Distancia a recorrer por los camiones.....	102
Tabla 8.4. Velocidades de recorrido de los camiones.....	103
Tabla 8.5. Tiempos de ciclo de los camiones.	103
Tabla 8.6. Costo de adquisición de camiones en función del tipo de pala.	104
Tabla 8.7. Costo de inversión de naves de mantención por tipo de pala.	105
Tabla 8.8. Costo de inversión de petroleras por tipo de pala.....	105
Tabla 8.9. Tipo, cantidad y precio unitario de equipos de servicio.....	106
Tabla 8.10. Inversión total asociada a la adquisición de camiones por tipo de pala.....	106
Tabla 8.11. Diferencia de VAN en la corrección a posteriori de la ley real de salida desde los stockpiles hacia la planta de los escenarios con y sin expansión de capacidad planta, con presencia de stockpiles y cuya función objetivo corresponde a maximizar el VAN.....	131

Índice de Figuras

Figura 2.1. Vista isométrica de un modelo de bloques. Fuente: Osanloo et al. (2008).	6
Figura 2.2. Un plan de producción mediante fases. En (a), se define una secuencia de pits anidados. En (b), las fases son definidas seleccionando un subconjunto de pits anidados. En (c), las fases-banco son definidas. En (d), las fases-banco son asignadas a un periodo de extracción. Fuente: Chicoisne et al. (2012).	8
Figura 2.3. Relación de precedencia entre bloques. En (a), antes de extraer el bloque 6, se deben extraer primero los 5 bloques de arriba. En (b), antes de extraer el bloque 10, se deben extraer primero los 9 bloques de arriba. Fuente: Rezakhah & Newman (2018).	11
Figura 2.4. Vista en planta del agendamiento: (a) es el resultado del modelo MILP convencional; (b) es la imagen suavizada de (a). Fuente: Ramazan & Dimitrakopoulos (2004b).	17
Figura 2.5. Pasos del algoritmo de árboles fundamentales. Fuente: Ramazan et al. (2005).	18
Figura 2.6. Una demostración del algoritmo CRH para generar múltiples planes de producción, dado $\alpha s = 2$, $\alpha b = 3$ y $N = 3$. Tres planes son simultáneamente creados después del primer split point $t' = 1$, con seis planes creados en el segundo, $t' = 7$. Fuente: Blom et al. (2016).	29
Figura 2.7. Agendamiento de un horizonte de 8 periodos con descomposición jerárquica y un factor de descomposición de $N = 2$. Fuente: Blom et al. (2018a).	30
Figura 3.1. Diagrama de flujo del código.	36
Figura 5.1. Tonelaje de mineral y estéril, y leyes de Cu y As por fase-banco del caso de estudio.	61
Figura 5.2. Plan de producción escenario con una capacidad planta sin stockpiles.	67
Figura 5.3. Plan de producción escenario con una capacidad planta con stockpiles.	68
Figura 5.4. Inventario de stockpile de alta ley escenario con una capacidad planta con stockpiles.	69
Figura 5.5. Inventario stockpile de baja ley escenario con una capacidad planta con stockpiles.	70
Figura 5.6. Estados pala 1 en escenario con una capacidad planta con stockpiles.	72

Figura 5.7. Estados pala 3 en escenario con una capacidad planta con stockpiles.	72
Figura 5.8. Diferencia de beneficio descontado incremental y acumulado por periodo de los escenarios con una capacidad planta: con stockpiles vs sin stockpiles.	73
Figura 5.9. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta sin stockpiles.	74
Figura 5.10. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles.	75
Figura 5.11. Inventario stockpile de alta ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles.	76
Figura 5.12. Inventario stockpile de baja ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles.	77
Figura 5.13. Estados pala 1 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles.	78
Figura 5.14. Estados pala 3 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles.	78
Figura 5.15. Diferencia de beneficio descontado incremental y acumulado por periodo de los escenarios con una expansión de capacidad planta: con stockpiles vs sin stockpiles.	80
Figura 5.16. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles, cuando se minimiza ΔM (VAN).	84
Figura 5.17. VAN en función de la capacidad inicial (leyenda) y la capacidad final (eje X), durando 4 años la primera capacidad. La curva del Hill of Value corresponde a solo ejecutar una capacidad. Tasa de descuento del 10%.	89
Figura 5.18. VAN en función de la capacidad inicial (leyenda) y la capacidad final (eje X), durando 4 años la primera capacidad. La curva del Hill of Value corresponde a solo ejecutar una capacidad. Tasa de descuento del 15%.	90
Figura 8.1. Ajuste tipo potencia del costo operacional de la planta en función de la capacidad.	100
Figura 8.2. Ajuste lineal del CAPEX planta en función de la capacidad. ...	100
Figura 8.3. Hill of Value preliminar.	102
Figura 8.4. Distribución de tiempos pala 1 escenario con una capacidad planta sin stockpiles.	107
Figura 8.5. Distribución de tiempos pala 3 escenario con una capacidad planta sin stockpiles.	107
Figura 8.6. Distribución de tiempos pala 1 escenario con una expansión planta sin stockpiles.	108
Figura 8.7. Distribución de tiempos pala 3 escenario con una expansión planta sin stockpiles.	108
Figura 8.8. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO	109
Figura 8.9. Inventario stockpile de alta ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO	109

Figura 8.10. Inventario stockpile de baja ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO	110
Figura 8.11. Distribución de tiempos pala 1 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO	110
Figura 8.12. Distribución de tiempos pala 2 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO	111
Figura 8.13. Distribución de tiempos pala 3 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO	111
Figura 8.14. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP	112
Figura 8.15. Inventario stockpile de alta ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP	112
Figura 8.16. Inventario stockpile de baja ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP	113
Figura 8.17. Distribución de tiempos pala 1 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP	113
Figura 8.18. Distribución de tiempos pala 2 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP	114
Figura 8.19. Distribución de tiempos pala 3 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP	114
Figura 8.20. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔM	115
Figura 8.21. Inventario stockpile de alta ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔM	115
Figura 8.22. Inventario stockpile de baja ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔM	116
Figura 8.23. Distribución de tiempos pala 1 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔM	116
Figura 8.24. Distribución de tiempos pala 2 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔM	117
Figura 8.25. Distribución de tiempos pala 3 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔM	117

Figura 8.26. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG	118
Figura 8.27. Inventario stockpile de alta ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG	118
Figura 8.28. Inventario stockpile de baja ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG	119
Figura 8.29. Distribución de tiempos pala 1 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG	119
Figura 8.30. Distribución de tiempos pala 2 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG	120
Figura 8.31. Distribución de tiempos pala 3 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG	120
Figura 8.32. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO (VAN). ..	121
Figura 8.33. Inventario stockpile de alta ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO (VAN). ..	121
Figura 8.34. Inventario stockpile de baja ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO (VAN). ..	122
Figura 8.35. Distribución de tiempos pala 1 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO (VAN). ..	122
Figura 8.36. Distribución de tiempos pala 3 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO (VAN). ..	123
Figura 8.37. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP (VAN)....	123
Figura 8.38. Inventario stockpile de alta ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP (VAN).....	124
Figura 8.39. Inventario stockpile de baja ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP (VAN).....	124
Figura 8.40. Distribución de tiempos pala 1 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP (VAN).....	125
Figura 8.41. Distribución de tiempos pala 3 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP (VAN).....	125

Figura 8.42. Inventario stockpile de alta ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔM (VAN).....	126
Figura 8.43. Inventario stockpile de baja ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔM (VAN).....	126
Figura 8.44. Distribución de tiempos pala 1 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔM (VAN).....	127
Figura 8.45. Distribución de tiempos pala 2 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔM (VAN).....	127
Figura 8.46. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG (VAN). ..	128
Figura 8.47. Inventario stockpile de alta ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG (VAN). ..	128
Figura 8.48. Inventario stockpile de baja ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG (VAN). ..	129
Figura 8.49. Distribución de tiempos pala 1 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG (VAN). ..	129
Figura 8.50. Distribución de tiempos pala 3 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG (VAN). ..	130
Figura 8.51. Plan de producción escenario con una capacidad planta con stockpiles, corrigiendo la ley real de salida desde los stockpiles hacia la planta.	130
Figura 8.52. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles, corrigiendo la ley real de salida desde los stockpiles hacia la planta.	131

Capítulo 1

1. Introducción

Dentro de las etapas de un proyecto minero, una de las más importantes, sin duda alguna, corresponde a la planificación minera de largo plazo, dado que es en esta fase donde se define el potencial económico del yacimiento. Debido a esto, es menester contar con herramientas que logren sacar el máximo beneficio del yacimiento, y para ello se hace cada vez más necesario contar con algoritmos exactos en vez de la heurística aplicada en la planificación minera tradicional (Caccetta, 2007). La programación lineal entera mixta es uno de estos métodos, sin embargo, el problema de agendar bloques en minas a cielo abierto no es una tarea trivial, dado que involucra muchas variables binarias y restricciones que hacen que encontrar una solución óptima involucre mucho tiempo, lo que resulta impracticable para las actuales operaciones mineras. Una forma de lograr reducir la cantidad de variables consiste en agrupar bloques de características similares (p.ej. fase-banco-material) y agendar estas agrupaciones en vez de los bloques individuales.

Uno de los problemas que se encuentran en los modelos de programación matemática actuales es que definen una capacidad mina y planta a priori, lo que puede resultar en soluciones sub-óptimas, debido a la no libertad del modelo para elegir qué capacidad de planta es la más adecuada para comenzar la extracción del yacimiento en cuestión, y si es que conviene o no, además, efectuar alguna expansión en un periodo posterior, para no quedarse con una única capacidad.

El manejo de stockpiles y mezcla también es una tarea desafiante en la planificación debido a que su implementación exacta involucra restricciones no lineales. Sin embargo, su incorporación en el modelo trae numerosas ventajas, como mantener consistencia en la calidad y cantidad de mineral alimentado a planta, e incluso puede resultar en aumento del valor del proyecto.

Tradicionalmente el objetivo a optimizar corresponde a maximizar el VAN del plan minero, pero puede resultar interesante considerar otros aspectos más operativos como la utilización de equipos mina, la saturación de la planta, etc.

La selección, compra y asignación de equipos es una tarea también de la planificación de largo plazo no menos importante, dado que se busca invertir lo menos posible, pero asegurando la compatibilidad técnica con la faena.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo general

Desarrollar un modelo de programación lineal entera mixta para la planificación a largo plazo de minas a cielo abierto, considerando múltiples objetivos, stockpiles y restricciones de mezcla en planta y stockpiles, compra y asignación de palas, y expansiones de capacidad planta.

1.1.2. Objetivos específicos

- Diseñar el modelo matemático con parámetros, variables, objetivos y restricciones para resolver el problema de planificación a largo plazo.
- Determinar una estrategia que permita hacer aplicable el modelo y útil mediante su implementación en el lenguaje de programación Python.
- Analizar la consistencia entre el modelo y los datos a través de un caso de estudio, para corroborar que el modelo entrega resultados razonables.
- Cuantificar el impacto del VAN de un plan minero que considera expansiones de capacidad planta y stockpiles con respecto a un plan minero sin estas consideraciones.

1.2. Alcances

- El diseño de fases es un input del modelo, por lo que el planificador debe hacer un trabajo previo sobre el modelo de bloques entregado. La razón de esto es que se le entrega operatividad al plan, asunto que no es abordado por el modelo propuesto de programación matemática.
- La discriminación entre mineral y estéril es hecha a priori del modelo de optimización, por lo que el destino no es una variable considerada.
- El agendamiento no es de bloques, sino que de agrupaciones tipo fase-banco-material para disminuir la cantidad de variables. Se asignan palas a cada una de estas frentes de carga minera, incluyendo los stockpiles.
- En una fase-banco hay libertad para extraer mineral y estéril, sin una dependencia entre estos.
- La capacidad mina está definida exclusivamente mediante la adquisición de equipos de carguío, por lo que se asume implícitamente que las palas están saturadas, de esta forma no se incorpora en el modelo los camiones. Por otro lado, solo se tiene en cuenta el costo capital de compra de equipos y no el costo operativo, siendo el costo mina un valor fijo.
- La información asociada a la compra de equipos de carguío, así como las características de estos, son extraídas desde catálogos y benchmarking.
- La información respecto a la inversión planta es extraída de benchmarking.
- El caso de estudio analizado corresponde a una operación minera supuesta.

1.3. Estructura de trabajo

Una vez definidos los objetivos y alcances, se explica a continuación cómo se estructura el resto del informe.

En el Capítulo 2 se hace una revisión crítica de la literatura acerca de los temas vinculados con los objetivos propuestos en este informe. Se pretende dejar en claro la contribución de este trabajo respecto de lo que realizaron otros autores.

En el Capítulo 3 se presenta la metodología o actividades empleadas para cumplir los objetivos y obtener los resultados de este trabajo, así como también se explican y justifican algunos supuestos empleados.

En el Capítulo 4 se desarrolla el modelo de programación matemática, con conjuntos, parámetros, variables, funciones objetivo y restricciones, junto con todos los supuestos y principios detrás de esto.

En el Capítulo 5 se detalla el caso de estudio, los escenarios a analizar, los resultados y la discusión pertinente de aplicar el modelo al caso de estudio. Se busca analizar la importancia de la consideración de expansiones de capacidad planta y los stockpiles dentro de un plan de producción.

En el Capítulo 6 se establecen las conclusiones obtenidas en este trabajo, a partir de lo que se encuentra en el capítulo anterior, además de las recomendaciones y/o trabajos futuros necesarios para mejorar el modelo presentado y sus potenciales aplicaciones.

En el Capítulo 7 se deja toda la bibliografía empleada en este trabajo de estudio.

Finalmente, en el Capítulo 8 se incluyen los anexos que complementan el trabajo.

Capítulo 2

2. Antecedentes

2.1. Planificación minera en minas a cielo abierto

La minería es el proceso de extracción de la tierra de un material de origen natural para derivar un beneficio (Newman et al., 2010). La minería a cielo abierto, que puede ser usada cuando el mineral está cerca de la superficie de la tierra, es un método más antiguo y productivo que la minería subterránea. La minería a cielo abierto consiste en extraer mineral de valor comercial a partir de un depósito mineral por medio de la excavación de la superficie en lugar de tunelería subterránea (Chicoisne et al., 2012). Una mina a cielo abierto consiste en un conjunto de pits (conos), en los que capas horizontales de material (bancos) son extraídos desde la cima hacia abajo (Blom et al., 2018b). Las menas que incluyen hierro, cobre y oro, y otros materiales como carbón, diamantes, caliza y uranio, son comúnmente extraídas usando el método minero de cielo abierto.

Hustrulid et al. (2013) señalan que el proceso de suministro de mineral consta de tres fases: planificación, implementación y producción. Durante la etapa de planificación se evalúa la viabilidad económica del depósito y culmina en la preparación de un estudio de factibilidad, documento bancable requerido por los inversionistas, basado en el cual se decide si continuar o no con las siguientes fases. La importancia de la planificación minera radica en que, dentro de todas las etapas en un proyecto minero, esta etapa es la que tiene el impacto más significativo en los costos totales, y la que tiene la gran oportunidad de maximizar la operatividad y rentabilidad del proyecto.

El agendamiento de una secuencia de extracción durante un horizonte de tiempo, típicamente la vida del depósito mineral, es comúnmente conocido como planificación minera (Johnson, 1968). Otra definición encontrada en Whittle (1989) señala que la planificación minera en minas a cielo abierto puede ser definida como la especificación de la secuencia de bloques de extracción desde la mina para entregar el máximo valor presente neto, sujeto a una variedad de restricciones de producción, mezcla de ley y ángulo de talud.

2.1.1. Horizontes de planificación

Una jerarquía de actividades de planificación tiene lugar durante la vida de una mina a cielo abierto: desde la toma de decisiones operacionales o día-a-día en el posicionamiento de equipos, despacho de camiones y control de las características de alimentación del chancador; hasta la toma de decisiones estratégicas y de largo plazo en el momento de expansiones, la introducción o construcción de nueva infraestructura y la apertura o cierre de regiones en la mina (Blom et al., 2018b).

La planificación minera es usualmente dividida en tres categorías según Johnson (1968):

- Planificación de largo plazo (también conocida como planificación estratégica): define la envolvente económica, esto es, el tamaño y forma del pit final, ayuda a realizar una evaluación del potencial económico de un depósito, y sirve como guía para los planes de mediano plazo. Las decisiones de capital, como la introducción de una nueva planta o una correa, son también consideradas en el largo plazo (Blom et al., 2018b). El horizonte temporal es la vida de la mina.
- Planificación de mediano plazo (también conocida como planificación táctica): entrega la secuencia del consumo de recursos, sujeto a restricciones físicas, geológicas, operativas, legales, entre otras. Entrega la información necesaria para pronosticar la producción y los gastos de capital. Varía de uno a 5 años, con subdivisión en meses.
- Planificación de corto plazo (también conocida como planificación operacional): se preocupa del estado actual de la operación dentro de los límites del plan más reciente de mediano plazo. Es una guía para el operador a fin de extraer ordenadamente y cumplir los objetivos del presente, así como los del mediano plazo, sujeto a restricciones de condiciones y políticas actuales. El periodo de planificación es usualmente de un año con etapas en meses, semanas o días.

En cada horizonte (día-a-día hasta la vida de la mina), un planificador selecciona los bloques o regiones de material (de un modelo de bloques) a ser extraídos en cada periodo (o a través de múltiples periodos) del horizonte de evaluación (Blom et al., 2018b).

La viabilidad económica de una mina es altamente dependiente del cuidado de la planificación minera de largo plazo (Osanloo et al., 2008). A medida que las industrias mineras extraen minerales de menor ley y a mayor profundidad, la planificación estratégica se convierte en un elemento clave que puede dar lugar a cesar las operaciones o a la continuación del proyecto.

Un plan óptimo en los proyectos mineros resultará en reducción de costos, aumento de utilización de equipos, recuperación óptima de minerales marginales, tasas de producción estables, y consistencia en la calidad del producto (Eivazy & Nasab, 2012).

2.1.2. Metodología tradicional

La mayoría de los procesos actuales de diseño y agendamiento de minas a cielo abierto comienzan con un modelo de bloques geológico obtenido de dividir el depósito en una red tridimensional de bloques de tamaño fijo (véase Figura 2.1). Las dimensiones del bloque son seleccionadas de acuerdo al patrón de perforación de exploración, geología del cuerpo mineral y tamaño de equipos mineros. Después de establecer las dimensiones del modelo de bloques, se asignan las características geológicas de cada bloque (la ley) usando técnicas de estimación geoestadísticas disponibles tales como método del inverso de la distancia, promedios móviles ponderados, Kriging, etc. Usando información financiera y metalúrgica, se calcula también el valor económico de cada bloque. Se debe notar que este valor excluye el costo de acceder al bloque. El valor económico futuro del bloque puede ser entonces obtenido descontando el valor original a tiempo cero, usando una tasa de descuento (Osanloo et al., 2008).

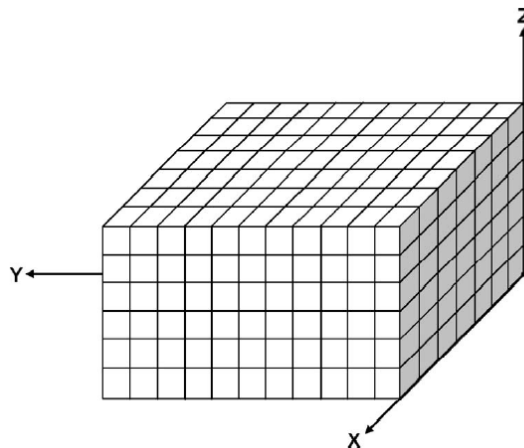


Figura 2.1. Vista isométrica de un modelo de bloques. Fuente: Osanloo et al. (2008).

La planificación minera busca una solución óptima a tres problemas acoplados: secuenciamiento de bloques (tiempo de extracción de bloques), decisión en el destino del bloque extraído (leyes de corte óptimas o discriminación mineral-estéril) y la determinación de las tasas de producción (Kumral, 2012). En la práctica actual, debido a la necesidad de minimizar el tiempo y requerimientos computacionales, la secuencia de extracción se determina para la ley de corte marginal preespecificada, y las tasas de producción son determinadas fuera del procedimiento de optimización. El problema entonces se reduce a determinar la secuencia de extracción de tal modo de maximizar el valor presente neto de una compañía minera.

Idealmente, el criterio debería ser la maximización del valor presente neto del pit, pero desafortunadamente, después de cuatro décadas de continuos esfuerzos, este objetivo no ha sido alcanzado (Osanloo et al., 2008). La razón de este problema se encuentra en lo que menciona Whittle (1989) donde el pit final con el valor más alto no puede ser determinado hasta que los valores de los bloques son conocidos, pero los valores de los bloques no son conocidos hasta que una secuencia minera

es determinada; y la secuencia minera no puede ser determinada a menos que el pit final esté resuelto.

Por esta razón el enfoque tradicional, dada la complejidad de los enfoques holísticos, para resolver el problema de la planificación minera estratégica en minas a cielo abierto es subdividido en dos problemas más manejables (Rivera Letelier et al., 2020). El primer subproblema, conocido como el problema del diseño de fases en minas a cielo abierto, involucra subdividir el depósito en grandes unidades espaciales contiguas conocidas como fases o pushbacks. Las fases definen las etapas en las que el depósito será extraído, y son diseñadas de tal forma que las partes más rentables de la mina son las más rápidamente alcanzadas mientras que se mantiene la factibilidad operacional. El segundo subproblema, conocido como el problema del agendamiento de la producción en minas a cielo abierto, consiste en obtener un plan de producción detallando cuándo y cómo los bloques en cada fase deberían ser extraídos.

Los principales enfoques aplicados para resolver el problema del agendamiento de la producción en minas a cielo abierto consisten en métodos heurísticos y exactos (Rezakhah & Newman, 2018). Un enfoque heurístico famoso, que es un método exacto para determinar el pit final, es el algoritmo de Lerchs & Grossmann (1965) conocido como el método de “pits anidados” (que corresponde a un método de parametrización), que asume que cualquier bloque de mineral es definido por un único valor económico correspondiente al beneficio nominal sin tomar en cuenta una tasa de descuento. En este método, el problema es convertido a uno en que no hay periodos de tiempo, las restricciones de capacidad son ignoradas, y la única decisión es si cada uno de los bloques será extraído o no. Disminuyendo el precio de venta del producto final de su valor verdadero, este algoritmo crea una serie de pits anidados. El agendamiento es entonces definido extrayendo estos pits anidados, en orden, desde el más pequeño (asociado al precio más bajo) al más grande (asociado al precio más alto).

Este enfoque aproximado puede ser bastante inefectivo cuando hay (i) restricciones de precedencia, (ii) múltiples restricciones de capacidad, y/o (iii) múltiples opciones de procesamiento. Por otra parte, a menudo es el caso que hay un enorme aumento de tamaño entre un conjunto de bloques y el siguiente conjunto de la secuencia, y el algoritmo no puede dar ninguna orientación sobre la forma de reducir la diferencia entre los conjuntos en cantidades manejables (conocido como el problema del gap). Sin embargo, este enfoque ha sido utilizado como guía para resolver el primer subproblema, en que las fases son tomadas como la diferencia entre pits anidados consecutivos, donde se procura que estas fases tengan tamaños similares en cuanto a cantidad de bloques, aunque no siempre es posible debido al problema del gap, por lo que en algunos casos se puede requerir de métodos heurísticos (Chicoisne et al., 2012).

Después de que las fases son definidas, hay subdivisiones posteriores en grupos de bloques a la misma cota vertical (o banco). Estas subdivisiones son conocidas como fases-banco. En una etapa final, cada una de las fases-banco son agendadas en tiempos de extracción. Esto es hecho de tal manera que, en cada

periodo de tiempo, las fases-banco no excedan las limitaciones de capacidad. Dependiendo del tamaño del cuerpo mineral, las fases-banco son usadas como un plan, o un procesamiento posterior permite que el secuenciamiento sea implementado para los bloques dentro de cada fase (Kumral, 2012). El proceso completo es ilustrado en la Figura 2.2. Este proceso puede ser repetido cuando otras consideraciones - tales como mínimo espacio de trabajo para palas, camiones y requerimientos de mezcla - no son satisfechos. Para agendar fases-banco, existe una serie de algoritmos propietarios. Tal vez el algoritmo más conocido para hacer esto es Milawa, por Gemcom Software (Dassault Systemes, 2020).

Una vez que las fases-banco son agendadas, un plan de extracción detallado es definido en que el material de cada fase-banco es asignado a un destino (planta, botadero o stockpile). Esto es hecho típicamente por medio de una ley de corte que discrimina entre un bloque de estéril o mineral (Chicoisne et al., 2012).

Después de que es hecho el plan detallado, las fases son suavizadas para ser más compatibles con requerimientos operacionales geométricos. Finalmente, se diseñan caminos y rampas con el fin de evaluar con mayor precisión los costos de transporte e instalación (Chicoisne et al., 2012).

La planificación minera, tal como se describe en los pasos anteriores, adolece de una serie de importantes limitaciones (Chicoisne et al., 2012). Por ejemplo, la capacidad de procesamiento y el valor presente neto son tomados en cuenta solo después de que las fases-banco son calculadas, y las múltiples opciones posibles de procesamiento para cada bloque son consideradas solo después de que los bloques han sido agendados en el tiempo. Adicionalmente, el destino de un bloque es decidido basado en un criterio de ley de corte más que en consideraciones de capacidad, tiempo, y cómo otros bloques son procesados.

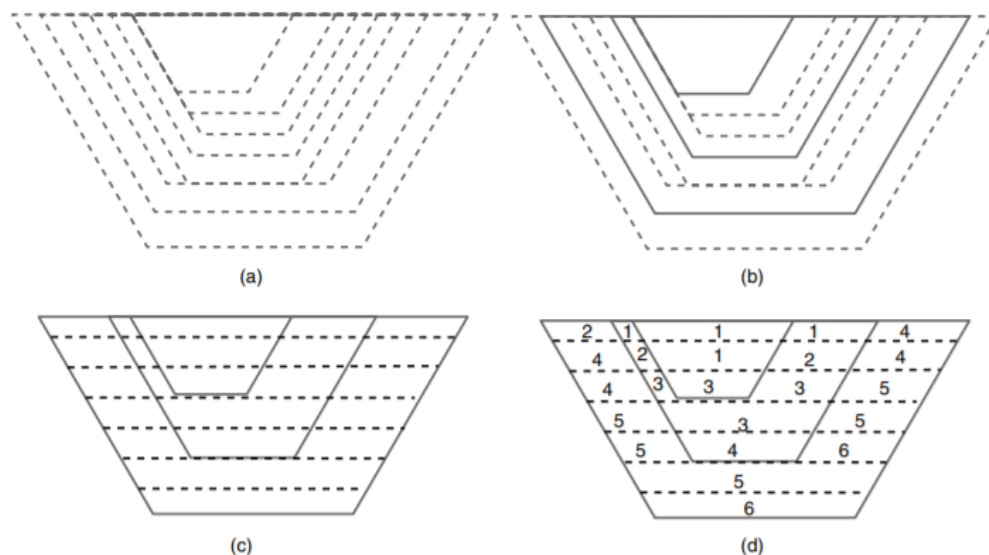


Figura 2.2. Un plan de producción mediante fases. En (a), se define una secuencia de pits anidados. En (b), las fases son definidas seleccionando un subconjunto de pits anidados. En (c), las fases-banco son definidas. En (d), las fases-banco son asignadas a un periodo de extracción.

Fuente: Chicoisne et al. (2012).

Más arriba se ha señalado el enfoque heurístico más utilizado, sin embargo, existen varios enfoques para resolver el problema del agendamiento, dentro de los que están: la heurística ya mencionada; relajación lagrangiana; métodos paramétricos; técnicas de programación dinámica; también se cuentan algoritmos exactos dentro de los cuales están programación lineal, que puede ser continua, entera mixta o entera pura; y técnicas de inteligencia artificial como algoritmos genéticos, recocido simulado o redes neuronales (Caccetta & Hill, 2003). Debido a la complejidad y tamaño del problema, todos estos enfoques sufren una o más de las siguientes limitaciones: no pueden atender a la mayor parte de restricciones que surgen; llevan solo a soluciones subóptimas y en la mayoría de los casos sin una medida de calidad; pueden solo manejar problemas de tamaño pequeño.

2.2. Programación lineal

Según señala Valdez (2011):

La programación lineal es una técnica de modelamiento matemático diseñada para optimizar el empleo de recursos limitados. Implica maximizar o minimizar una función lineal de múltiples variables sujeta a una serie de restricciones, expresadas por inecuaciones y/o ecuaciones lineales. Un problema es lineal porque su función objetivo y restricciones son lineales, es decir, cumplen con las propiedades de proporcionalidad y aditividad. El modelo de programación lineal incluye tres elementos básicos:

- Variables: que se tratan de determinar
- Objetivo: que se trata de optimizar
- Restricciones: que se deben cumplir

Un problema de programación lineal se puede escribir genéricamente como:

$$\begin{aligned} \max z &= c^T x \\ \text{s. a.} \quad Ax &\leq b \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

En donde:

A : matriz de $m \times n$ con valores en \mathbb{R}

c, x : pertenecen a \mathbb{R}^n

b : pertenece a \mathbb{R}^m

Si además $\exists x_j \in \mathbb{Z}, j \in J \subset \{1, \dots, n\}$ se dice que el problema es de programación lineal entera mixta (MILP o MIP por sus siglas en inglés), y si todas las variables son enteras el problema es de programación lineal entera pura (IP por sus siglas en inglés).

2.2.1. Branch and Cut

El método tradicional para resolver los problemas MILP es el método de Branch and Cut, y actualmente existen varios solvers capaces de resolver este tipo de problemas de una manera eficiente en cuanto a recurso computacional y tiempo, como lo son Gurobi, CPLEX, LAMPS, OSL, por citar algunos, obteniendo una solución óptima o cercana al óptimo.

El método de Branch and Cut es una combinación de los algoritmos Branch and Bound y Cutting Planes. En Branch and Bound (enfoque de divide y vencerás), se resuelve la relajación de programación lineal del problema entero (es decir, asumir todas las variables como continuas). Si la solución de la relajación es factible, entonces es óptima. Si la solución es fraccional, entonces el problema es dividido en dos subproblemas y el proceso es repetido, creando un árbol de subproblemas. El valor de la relajación de la programación lineal entrega un límite inferior del valor óptimo del problema entero en el nodo correspondiente del árbol, para un problema de minimización. Si este límite inferior es más grande que el valor de una solución factible conocida, entonces el nodo puede ser cortado, lo que reduce enormemente el tamaño total del árbol. Por otro lado, en Cutting Planes se añaden restricciones adicionales válidas a la relajación del problema MILP, mejorando la relajación del problema para aproximarse cada vez más al problema entero, hasta lograr que la solución óptima del nuevo problema sea entera (Mitchell, 2011).

Usualmente no es posible resolver el problema MILP eficientemente usando solo planos de corte, también es necesario usar la ramificación, lo que resulta en lo que se conoce como Branch and Cut, donde la idea básica es tomar la relajación lineal del problema, resolver la relajación, y entonces, o mejorar la relajación añadiendo restricciones válidas adicionales o dividir el problema en dos subproblemas y repetir el proceso (Mitchell, 2011).

Muchas veces por temas de tiempo, en vez de buscar el óptimo, el usuario se conforma con una solución factible de suficiente calidad, para ello establece la máxima distancia permitida entre el valor incumbente y la mejor cota (lo que se conoce como MIP gap), en que, para un problema de minimización, el valor incumbente es la menor de las soluciones factibles, y la mejor cota es la mayor de todas las soluciones sean o no factibles del problema original.

Para más información respecto a este tema consultar Bertsimas & Tsitsiklis (1997).

2.3. Programación lineal en minería a cielo abierto

La industria minera presenta una excelente fuente de problemas de optimización desafiantes que cubren un amplio rango de aplicaciones (Caccetta, 2007). Los problemas que surgen en estas aplicaciones son difíciles por varias razones, incluyendo el tamaño del problema en términos del número de variables y

de restricciones; objetivos multi criterios; no linealidad y la necesidad para un análisis de sensibilidad integral para establecer robustez.

La investigación de operaciones es un campo que utiliza varias técnicas analíticas tal como el modelamiento matemático para tomar decisiones más informadas, resultando en soluciones óptimas o cercanas al óptimo de problemas complejos (Rezakhah, 2017). Aplicar técnicas de optimización a operaciones mineras es muy importante, porque (i) la industria minera involucra grandes operaciones por lo que la eficiencia es muy crucial, y (ii) con una extracción continua, los depósitos se vuelven cada vez más desconocidos y menos accesibles, lo que hace que sea cada vez más importante la toma de decisiones informadas. Además, tal como señala Caccetta (2007), las organizaciones que utilizan técnicas de optimización tienen una clara ventaja competitiva respecto de las que no.

El problema del agendamiento de la producción minera en minas a cielo abierto (OPMPSP por sus siglas en inglés) es un problema de decisión que involucra qué bloques, dentro de los límites del pit final, deberían ser extraídos en cada año, y dónde se debería enviar los bloques, p.ej., planta, botadero o stockpile, para maximizar, típicamente, el valor presente neto, sujeto a restricciones: (i) consumo de recursos limitados de minería y procesamiento que afecta el perfil de producción en cada periodo; y (ii) precedencia espacial entre bloques (Moreno et al., 2017).

Este problema ha sido subsecuentemente formulado como un problema de programación lineal continua por Johnson (1968), siendo este el primer modelo lineal para maximizar el VAN de una mina a cielo abierto. Sin embargo, dado que su modelo contiene solo variables continuas, sus relaciones de precedencia fuerzan que para extraer una cierta cantidad de un bloque b' , al menos la misma cantidad del bloque predecesor b debe ser extraída (Moreno et al, 2017); lo que resulta en extracción parcial de bloques y soluciones infactibles (Gershon, 1983). Esto lleva a las formulaciones enteras mixtas de Gershon (1983) para resolver el problema del agendamiento de la producción, que permite la extracción parcial de un bloque siempre y cuando todos los bloques predecesores son completamente extraídos. Sin embargo, el problema ahora se suscita en que no puede ser implementado en grandes depósitos por la inclusión de variables binarias (Tabesh et al., 2015).

La Figura 2.3 muestra la precedencia entre bloques. La principal restricción estructural asociada con la minería a cielo abierto, conocido como el “ángulo de talud”, es que cualquier bloque b no puede ser extraído antes de que un cono invertido que se sitúa sobre b sea extraído (Rezakhah & Newman, 2018).

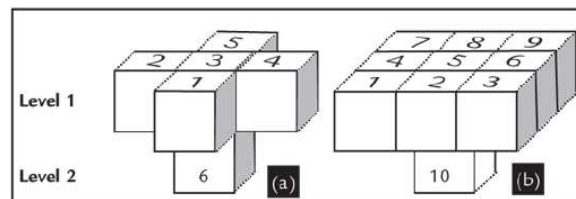


Figura 2.3. Relación de precedencia entre bloques. En (a), antes de extraer el bloque 6, se deben extraer primero los 5 bloques de arriba. En (b), antes de extraer el bloque 10, se deben extraer primero los 9 bloques de arriba. Fuente: Rezakhah & Newman (2018).

El agendamiento de la producción pone énfasis en satisfacer las diferentes restricciones asociadas con la alimentación de mineral y al mismo tiempo maximizar el valor presente neto en los distintos periodos (Kumar & Chatterjee, 2016). El agendamiento de la producción a largo plazo en minas a cielo abierto típicamente consiste en tres partes: (i) mantener las restricciones de calidad y cantidad de mineral suministrado por requerimiento de la planta, (ii) optimizar el costo asociado con la producción, y (iii) mantener consistencia tanto en calidad como cantidad del mineral alimentado.

Un plan minero puede ser optimizado con respecto a maximizar el VAN, maximizar el contenido de metal, minimizar los costos de extracción y procesamiento, minimizar la variación de la ley en la planta (Rezakah et al., 2019), maximizar las reservas minerales, por citar algunos ejemplos, aunque en la práctica depende de la estrategia de la compañía mandante la función objetivo a optimizar.

Los modelos de optimización matemática de programación lineal o programación entera mixta tienen la flexibilidad de ser capaces de considerar múltiples vías de procesamiento de mineral, tales como molienda y lixiviación, y varios elementos durante la optimización (Ramazan et al., 2005). Esta flexibilidad de los modelos de programación matemática puede resultar en planes de producción que generan un VAN significativamente mayor que aquellos generados por otros métodos tradicionales que no están basados en técnicas de programación matemática. Otra ventaja que poseen estos modelos es su capacidad para realizar análisis de sensibilidad (Caccetta, 2007).

Sin embargo, la formulación MILP para optimizar el plan de producción requiere de muchas variables binarias, lo que hace que los modelos MILP sean demasiado difíciles o imposibles de resolver para las operaciones mineras a cielo abierto reales. Además de esta limitación, los modelos MILP son incapaces de tratar con la variabilidad in-situ de cuerpos minerales y todos los inputs son considerados sin incerteza (Ramazan & Dimitrakopoulos, 2004b), para ello es necesario técnicas de simulación y optimización u optimización estocástica.

2.3.1. Formulación general MILP del problema OPMPSP

En lo que sigue se presenta la forma general del problema MILP para resolver el problema del agendamiento en minas a cielo abierto, descrito en Ramazan & Dimitrakopoulos (2004a).

En los planes mineros de largo plazo en minas a cielo abierto, los modelos MILP son usualmente construidos para maximizar el valor presente neto total del proyecto minero.

Se presenta a continuación la forma general MILP del agendamiento de la producción en minas a cielo abierto, con algunas variaciones en las restricciones de reserva y ángulo de talud.

Función objetivo

$$\max \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N c_i^t \cdot x_i^t$$

Donde:

T es el número máximo de periodos a agendar;

N es el número total de bloques a ser agendados;

c_i^t es el valor económico del bloque minero i al ser extraído en el periodo t ; y

x_i^t es una variable binaria, que es igual a 1 si el bloque i es extraído en el periodo t e igual a 0 en otro caso.

Restricciones de mezcla de ley

Restricciones límite superior: La ley promedio del material enviado a planta tiene que ser menor o igual al valor de una cierta ley, G_{max} , para cada periodo, t

$$\sum_{i=1}^N (g_i - G_{max}) \cdot O_i \cdot x_i^t \leq 0 \quad \forall t \in T$$

Donde:

g_i es la ley promedio del bloque i y

O_i es el tonelaje de mineral en el bloque i .

Restricciones límite inferior: La ley promedio del material enviado a planta tiene que ser mayor o igual al valor de una cierta ley, G_{min} , para cada periodo, t

$$\sum_{i=1}^N (g_i - G_{min}) \cdot O_i \cdot x_i^t \geq 0 \quad \forall t \in T$$

Restricciones de reserva

Un bloque no puede ser extraído más de una vez. Estas restricciones pueden ser formuladas de dos maneras diferentes.

La primera forma es usar desigualdades para constatar que todos los bloques en el modelo del cuerpo mineral considerado pueden ser extraídos una sola vez.

$$\sum_{t=1}^T x_i^t \leq 1 \quad \forall i \in N$$

La segunda forma es usar igualdades para asegurar que todos los bloques en el modelo considerado tienen que ser extraídos una vez.

$$\sum_{t=1}^T x_i^t = 1 \quad \forall i \in N$$

Generalmente, el modelo de bloques original consta de muchos bloques, y es muy difícil, o incluso imposible, obtener una solución a través de formulaciones MILP si son aplicadas al modelo completo del cuerpo mineral. Por lo tanto, a menudo es necesario considerar aplicar las formulaciones solo a los bloques dentro de los límites del pit final. Si los límites del pit final definen un pit óptimo, ambas de estas restricciones de reserva pueden ser consideradas equivalentes en términos de optimalidad de la solución. Sin embargo, hay diferencias en términos del tiempo de procesamiento (CPU) requerido para resolver el mismo modelo usando las restricciones de tipo igualdad y desigualdad, y esto se evalúa en Ramazan & Dimitrakopoulos (2004a).

Restricciones de capacidad de procesamiento

Límite superior. El tonelaje total del mineral procesado no puede ser más que la capacidad de procesamiento (PC_{max}) en cualquier periodo, t

$$\sum_{i=1}^N O_i \cdot x_i^t \leq PC_{max} \quad \forall t \in T$$

Límite inferior. El tonelaje total del mineral procesado no puede ser menor que una cierta cantidad (PC_{min}) en cualquier periodo, t

$$\sum_{i=1}^N O_i \cdot x_i^t \geq PC_{min} \quad \forall t \in T$$

Capacidad minera

La cantidad total de material (estéril y mineral) a ser extraído no puede ser más que la capacidad total de equipos disponible (MC_{max}) para cada periodo, t

$$\sum_{i=1}^N (O_i + W_i) \cdot x_i^t \leq MC_{max} \quad \forall t \in T$$

Donde:

W_i es el tonelaje de estéril en el bloque i .

Para forzar que el modelo MILP produzca un movimiento de material balanceado a lo largo de todos los periodos, un límite inferior (MC_{min}) puede necesitarse implementar como sigue:

$$\sum_{i=1}^N (O_i + W_i) \cdot x_i^t \geq MC_{min} \quad \forall t \in T$$

Restricciones de talud

Todos los bloques sobreyacentes que deben ser extraídos antes de extraer un bloque dado tienen que ser determinados. Esto puede ser implementado a través de una o más plantillas de cono que representan las paredes del talud requeridas de la mina a cielo abierto. Hay dos maneras de implementar estas restricciones.

El primero método es usar una restricción por cada bloque por periodo

$$m \cdot x_k^t - \sum_l \sum_{r=1}^t x_l^r \leq 0 \quad \forall t \in T, k \in N$$

Donde:

k es el índice de un bloque considerado para extraerse en el periodo t ,

m es el número total de bloques que son sobrecarga del bloque k , y

l es el contador para los m bloques sobreyacentes.

El segundo método es usar las m restricciones por cada bloque por periodo

$$x_k^t - \sum_{r=1}^t x_l^r \leq 0 \quad \forall t \in T, k \in N, l \in \{1, \dots, m\}$$

El número de variables binarias requeridas para la forma general del modelo MILP del problema OPMPSP es igual al número de bloques del modelo multiplicado por el número total de periodos a ser agendados (Ramazan & Dimitrakopoulos, 2004a). Un desafío para resolver un problema OPMPSP es que su escala puede ser muy grande, dado que puede haber más de un millón de bloques, muchos periodos de tiempo, y varias restricciones asociadas con cada combinación bloque-periodo (Rezakhah et al., 2019).

Como se ve en el modelo de optimización anterior, la definición de mineral es hecha a priori, típicamente a través de una ley de corte marginal, dado que, si se incorpora el destino como una variable más, el número de variables de decisión binarias se multiplica por la cantidad de destinos que se posea, haciendo aún más intratable el problema OPMPSP para minas grandes a través de la programación lineal entera mixta.

Kumral (2012) evalúa la optimización simultánea del secuenciamiento y el destino de los bloques, esto considerando que la ley de corte marginal tiende a subestimar los recursos minerales, y que su construcción asume costos de procesamiento y recuperación fijos, lo que es un supuesto muy optimista, dado que

en realidad estos varían en conjunto con la ley y otras propiedades físicas del material. Además, es muy difícil determinar leyes de corte óptimas para depósitos multi-elementos. A esto se añade que la determinación de leyes de corte sufre de tres supuestos críticos: (i) se asume que los precios de mineral son estables, (ii) se asume que la distribución de la ley es heterogénea, y (iii) se asume que se permite la selección libre de unidades básicas de explotación. Usando un pequeño yacimiento de oro de 7,020 bloques y agendándolos en 5 periodos, naturalmente el número de variables binarias aumenta el doble (dos destinos: planta y botadero), lo que resulta en una mayor duración de resolución respecto al modelo convencional, pero el modelo propuesto genera un plan con un VAN aproximadamente 5% mayor que la formulación convencional, además de aumentar la cantidad de reservas minerales y la utilización de la capacidad planta. Concluye que la diferencia de valor presente neto entre ambos modelos surge de la relación entre las restricciones de capacidad y accesibilidad, ya que el nuevo modelo tiene más flexibilidad lo que permite alcanzar áreas más valiosas de manera más temprana, clasificando como mineral lo que, de acuerdo a una ley de corte marginal, es estéril.

Otra desventaja que posee el modelo MILP convencional, es el hecho de que la determinación de las tasas de producción es realizada fuera del proceso de optimización (Kumral, 2012). Además, no considera la suavidad de los patrones agendados (ver Figura 2.4), que se relacionan al movimiento y acceso de equipos en un periodo (Ramazan & Dimitrakopoulos, 2004b), lo que puede resultar en planes infactibles desde el punto de vista operativo. Suavizar los patrones, considerando la ubicación de los bloques y los periodos de agendamiento de los bloques circundantes para mejorar su practicabilidad, puede resultar en planes infactibles para el conjunto de restricciones operacionales de toneladas de mineral y leyes de elementos. Y, si aún el plan es bastante factible, es probable que esté lejano del óptimo.

Por esta razón Ramazan & Dimitrakopoulos (2004b), sugieren una nueva formulación MILP que considera la probabilidad de que los bloques sean agendados en un periodo de producción dado. La función objetivo es modificada, tratando de esta forma con la variabilidad in-situ de la ley, además de considerar el suavizamiento del plan para la factibilidad operativa de equipos penalizando la expresión del VAN. Las probabilidades son obtenidas de los planes que son generados usando el modelo MILP convencional a las distintas realizaciones de la simulación de leyes del depósito mineral. Se realiza la validación de su modelo mediante un pequeño depósito laterítico de níquel, cobalto, magnesio y aluminio que consta de 2,030 bloques y una vida mina de 3 años. Los resultados muestran que, luego de suavizar el plan, resulta en un patrón práctico donde se requiere de significativamente menos movimiento de equipos respecto de los planes obtenidos con el modelo tradicional (véase Figura 2.4), y que los bloques tienen suficiente espacio para el acceso de equipos. Además, las restricciones de ley y producción mineral no son violadas después del suavizamiento del plan.

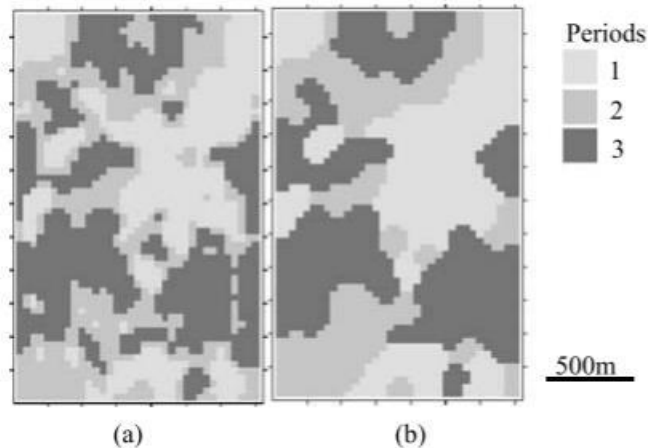


Figura 2.4. Vista en planta del agendamiento: (a) es el resultado del modelo MILP convencional; (b) es la imagen suavizada de (a). Fuente: Ramazan & Dimitrakopoulos (2004b).

2.3.2. Enfoques para resolver OPMPSP desde la programación lineal entera mixta

Caccetta & Hill (2003) usan la solución del problema de pit final, considerando solo los bloques dentro de este, y luego proponen un nuevo método de Branch and Cut para resolver los subproblemas de relajación lineal. Su objetivo es producir un método que incorpore explícitamente todas las restricciones en la optimización y sea capaz de producir soluciones demostrablemente buenas para problemas razonablemente grandes. Un modelo de bloques con cerca de 210,000 bloques fue agendado en 10 periodos de tiempo, encontrando una solución dentro del 8.4% de optimalidad después de 20 h. Sin embargo, debido a la comercialización del software y acuerdos de confidencialidad no entregan mayores detalles.

Ramazan & Dimitrakopoulos (2004a) reducen el número de variables binarias del modelo MILP general considerando que solo los bloques de mineral (con valor económico positivo) poseen variables binarias, en que se asignan estos bloques a periodos de extracción, y los bloques de estéril poseen variables continuas donde se permite la extracción parcial de dichos bloques. Además, el número de periodos con variables binarias solo son hasta el penúltimo año, siendo las variables del último año todas continuas. Con esto, y utilizando un caso de estudio de un pequeño yacimiento de oro con 1,060 bloques, y tres periodos de extracción, se verifica que el tiempo de procesamiento es significativamente menor que el caso de usar solo variables binarias.

Ramazan et al. (2005) proponen un método de agrupamiento para disminuir el número de variables binarias, para esto introducen el término de “árbol fundamental” que corresponde a un conjunto de bloques que satisfacen: (i) el valor económico total de los bloques combinados debe ser mayor a cero, (ii) los bloques combinados deben ser capaces de ser extraídos sin violar la restricción de ángulo de talud, y (iii) los bloques combinados no puede ser particionados sin violar las condiciones (i) y (ii). El algoritmo de árboles fundamentales es un modelo de programación lineal que tiene por objetivo encontrar dichos árboles fundamentales

en las fases del pit (se menciona que no se utiliza el pit final por la gran cantidad de árboles que se generan), los pasos se ilustran en la Figura 2.5. Una vez hecho esto, la planificación de largo plazo puede ser formulada como un modelo MILP, tratando cada árbol como un bloque que tiene ciertos atributos, como tonelaje de mineral, contenido de metal, y tonelaje de estéril. Al aplicar esta metodología a un caso de estudio de un depósito de óxidos y sulfuros de cobre-oro-plata en Sudamérica, que consta de 38,457 bloques y 4 fases, se obtiene que con este algoritmo el número de variables binarias se reduce significativamente de $(38,457 \cdot \text{Periodos})$ a $(5,512 \cdot \text{Periodos})$, y que incluso mejora el VAN del proyecto respecto de otros programas comerciales de planificación. Otra ventaja de esta metodología es que elimina el problema del gap (Osanloo et al., 2008).

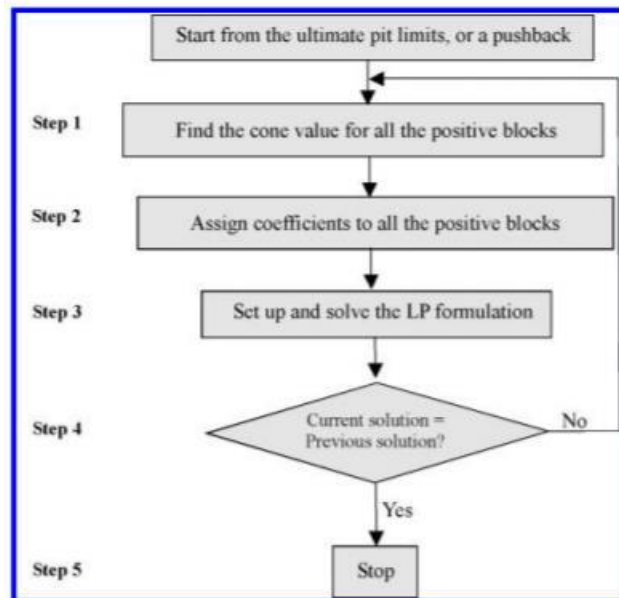


Figura 2.5. Pasos del algoritmo de árboles fundamentales. Fuente: Ramazan et al. (2005).

Boland et al. (2009) realizan un método de agrupamiento y desagrupamiento. Asumen que las agrupaciones iniciales están dadas, que pueden ser construidas con la técnica explicada anteriormente u otra; proponen entonces continuar el control de la extracción a nivel de agrupamiento, pero se permite que el procesamiento sea desarrollado a nivel de bloques. Esto es equivalente a un desagrupamiento completo para las decisiones de procesamiento. Se establece entonces un método de desagrupamiento iterativo que refina los agregados (con respecto al procesamiento) hasta el punto donde los agregados refinados definidos para el procedimiento de procesamiento, producen la misma solución óptima para la relajación de la programación lineal del problema MILP, que la solución óptima de la relajación lineal con el procesamiento de bloques individuales. Plantean que no es necesario tener una variable de decisión asociada con cada bloque para lograr la selectividad de procesamiento a nivel de bloque; más bien, tener variables asociadas con grupos especiales de bloques es suficiente para lograr el efecto de procesamiento a nivel de bloque para la relajación lineal del modelo MILP. Una vez hecho esto se resuelve el problema MILP con los agregados originales para la decisión de extracción y los grupos de bloques para las decisiones de

procesamiento. La otra gran mejora es que como las decisiones de procesamiento están separadas de las decisiones de extracción, incluir variables que controlan si el material es procesado o no, simultáneamente optimizan la ley de corte y el agendamiento de extracción. A menudo, la ley de corte es determinada fuera del proceso de optimización, con la decisión de si procesar o no cada bloque hecho antes de la optimización. Esta formulación es más flexible haciendo que la decisión de procesar o enviar a botadero sea parte del procedimiento de optimización.

Para una revisión más detallada de la bibliografía sobre las aplicaciones de programación matemática en el agendamiento de la producción minera a largo plazo en minería a cielo abierto, véase Newman et al. (2010) y Osanloo et al. (2008).

2.3.3. Modelamiento de stockpiles y mezcla

Stockpiling se refiere a ubicar bloques de mineral a una pila que pueda ser usada en periodos posteriores de baja producción para satisfacer los requerimientos de calidad y cantidad. Blending se refiere a la mezcla de bloques para alcanzar la calidad requerida de mineral para la planta (Kumar & Chatterjee, 2016).

Jupp et al. (2013) señalan que los roles que cumple un stockpile que va antes de la planta son almacenar, amortiguar, mezclar y separar por ley. El almacenamiento ocurre cuando el mineral es extraído del pit pero no está planificado para que continúe a la planta en ese tiempo. La amortiguación, para desacoplar la extracción minera y las operaciones del chancador, es otro rol de los stockpiles pre-planta; estos stockpiles facilitan una solución corto plazo a fluctuaciones o desajustes en el proceso productivo, tal como mantención no planificada de la planta, sin la necesidad de detener o la extracción o el chancado cuando el otro se ha detenido. La mezcla sirve para reducir las fluctuaciones de corto plazo en la ley del mineral siendo extraído directamente de la mina. Los stockpiles pre-chancado juegan un rol importante también en la separación de ley, proveyendo diversas alternativas de leyes de mineral para el plan diario del chancador; para este propósito se tiene un conjunto de stockpiles que proveen destinos alternativos del mineral extraído del pit, de acuerdo a rango de leyes de corte tales como alta ley, ley media o baja ley.

La importancia de la mezcla de material en el stockpile, basado en la ley del metal y el nivel de contaminante, es que puede resultar en un VAN más alto (Rezakah et al., 2019), dado que como la planta requiere mantener el nivel de contaminante bajo un límite específico, los bloques que tengan un alto contenido de metal y un alto nivel de contaminante deberían ser mezclados con otro material para satisfacer el requerimiento de la planta. Sin una buena estrategia de mezcla, se podría perder el valor de los bloques antes mencionados enviándolos al botadero. Sin embargo, los modelos existentes o no consideran el acopio, o solo controlan una ley en el stockpile, principalmente la ley del metal de interés, pero no consideran el nivel de contaminante.

El problema OPMPSP+S consiste en agendar la extracción de bloques del depósito mineral para maximizar el VAN de la operación, considerando stockpiles

en su formulación. Ciertas minas usan stockpiles para mezclar diferentes leyes del material extraído, almacenando el exceso hasta que la capacidad de procesamiento esté disponible, o manteniendo mineral de baja ley para un posible procesamiento futuro. Los modelos comunes asumen que el material en estos acopios es, teóricamente, inmediatamente mezclado y se vuelve homogéneo (Moreno et al., 2017).

El inventario de tonelaje de stockpiles se puede escribir como una restricción lineal, sin embargo, Smith (1999) se da cuenta que, para capturar correctamente el contenido de metal de un stockpile, se requiere de construcciones no lineales. Por esta razón, varios autores han propuesto diferentes metodologías para modelar la mezcla dentro de los stockpiles mediante aproximaciones lineales (Moreno et al., 2017), dentro de las que se destacan:

- Considerar que cada bloque puede ser enviado (individualmente, manteniendo sus características originales) del stockpile a la planta de procesamiento, es decir, no hay mezcla en el stockpile.
- Considerar que el stockpile tiene una ley de salida conocida de antemano y que los bloques que se envían al stockpile deben tener una ley individual superior a esta ley de salida.
- Dado que el modelo anterior resulta demasiado conservativo, se plantea usar buckets en el stockpile de diferentes leyes, donde los bloques enviados al stockpile pueden ir a cualquier bucket siempre que satisfaga la ley mínima requerida.
- Considerar que el stockpile tiene una ley de salida conocida de antemano, pero que ahora, en vez de requerir que cada bloque tenga una ley por sí misma superior a esta ley de salida, este modelo requiere que todos los bloques que van al stockpile tengan una ley promedio total superior a la ley de salida. Moreno et al. (2017) concluyen que este modelo provee soluciones más precisas y cercanas al modelo entero no lineal propuesto por Bley et al. (2012), respecto de los modelos de mezcla anteriormente explicados.

Kumar & Chatterjee (2016) proponen un modelo MILP para el agendamiento a largo plazo de bloques en una mina a cielo abierto considerando mezcla y stockpiles, cuya función objetivo corresponde a la maximización de flujos de caja descontados, penalizando si no se satisfacen los requerimientos de calidad y cantidad de la planta. La mezcla en los stockpiles se modela como una ley de salida fija y conocida, y que la ley promedio de los bloques enviados al stockpile deben estar entre la ley inferior y superior del stockpile, también conocidas. La principal desventaja de este modelo es que asume un tiempo de residencia máximo de un año para el mineral en el stockpile, lo que se debe a que ese es el tiempo de combustión espontánea del carbón, yacimiento en India que ahí se estudia. El modelo de bloques consta de 20,514 bloques, incluyendo los de sobrecarga. En este caso utiliza un enfoque secuencial o año a año, en vez de uno heurístico o exacto, removiendo los bloques del modelo que ya se han extraído en el año anterior. Este enfoque resuelve el problema del agendamiento de la producción más rápidamente y dentro de lapsos de tiempos más cortos que el enfoque tradicional,

donde la formulación del problema es resuelta para todos los periodos en una sola vez. La formulación del agendamiento de la producción es resuelta usando el algoritmo de Branch and Cut.

Rezakah et al. (2019) proponen un modelo MILP para el agendamiento a largo plazo de bloques dentro de fases-banco en una mina a cielo abierto considerando stockpiles y mezcla con presencia de contaminante (primero en incorporarlo de acuerdo a sus palabras), cuya función objetivo corresponde a la maximización de los flujos de caja descontados. La mezcla dentro del stockpile se modela con la última aproximación lineal descrita por Moreno et al. (2017). Utilizando los datos de una mina a cielo abierto operativa en el sudeste de Asia de 30,100 bloques, 4 fases, 56 bancos, y 16 periodos de tiempo, con commodities de oro y cobre, y arsénico como contaminante; concluye que el modelo procesa 1.7% más de mineral y obtiene un VAN 5.7% más alto respecto a uno sin presencia de stockpile, lo que se debe fundamentalmente a la alta presencia de bloques de alta ley, pero de alto nivel de contaminante también.

2.3.4. Incorporación de opciones de expansión

Los métodos existentes se han enfocado principalmente en aspectos de planificación minera, el uso de líneas de procesamiento que acopian, mezclan, tratan y transformar el material extraído en productos refinados, y las redes de distribución que son usadas para entregar los productos a los clientes, mientras se dejan de lado las decisiones estratégicas de gasto de capital fuera del modelo de optimización en la forma de escenarios what-if (Goodfellow, 2014). Dada la relación fuerte entre gastos de capital, capacidades, costos operativos, agendamiento de la producción y el uso de líneas de procesamiento, esta metodología de diseño de escenario en escenario lleva a un uso sub-óptimo del capital y del recurso no renovable.

La incorporación de la expansión de capacidad de una mina o planta en la planificación nace de la economía, específicamente de las opciones reales, debido a que el VAN es un método estático incapaz de capturar el valor del manejo de flexibilidad en respuesta a la incerteza del mercado o los movimientos de precios del metal (Abdel & Poulin, 2010). A diferencia del método estático del VAN, el enfoque de opciones reales es una técnica eficiente para evaluar apropiadamente la inversión minera y la toma de decisiones estratégicas. Las opciones reales proveen un marco para analizar el tiempo óptimo de desarrollo de un proyecto, expansión mina y el manejo óptimo de la mina después de comenzar la producción. Tiene la ventaja, sobre el análisis tradicional de los flujos de caja descontados, debido a su habilidad para tratar con la incerteza de los devenires futuros. Las fuentes de incerteza pueden ser el precio del commodity, tasas de intercambio o costos (Cortazar & Casassus, 1998).

La aplicación de opciones reales en las operaciones mineras es relativamente nueva. Brennan & Schwartz (1985) son los primeros en aplicar opciones reales para evaluar inversiones mineras. El modelo que ellos proponen trata los precios estocásticamente, y tiene en cuenta explícitamente el control

gerencial de la tasa de producción, que se asume variable en respuesta al precio; más aún, también se considera la posibilidad de que un proyecto pueda ser cerrado o incluso abandonado si los precios caen lo suficiente.

Cortazar & Casassus (1998) presentan los resultados de implementar un modelo de opciones reales para evaluar un proyecto de inversión a fin de expandir la capacidad de producción en una mina de cobre. La inversión puede también modificar el costo unitario de producción. El modelo y su implementación intentan evaluar tres asuntos principales: (i) un modelo estocástico aceptable para el precio del cobre, que incluya reversión a la media, (ii) un modelo de activo real específico, y (iii) una implementación computacional amigable con el usuario.

Haque et al. (2016) desarrollan un modelo de opciones reales considerando conjuntamente las incertezas en el precio del commodity y la tasa de intercambio como las principales variables estocásticas para la evaluación de un proyecto minero, donde se tiene la opción de retrasar la decisión de inversión y cerrar temporalmente, aumentar o disminuir la tasa de producción. Señalan que en la mayoría de los casos los análisis anteriores están limitados solo a la incertidumbre en el precio, debido a que incorporar más variables hace difícil el manejo de modelos estocásticos de tiempo continuo, con un desafío añadido de ser resuelto matemáticamente mediante ecuaciones diferenciales parciales de mayor grado.

Godoy & Dimitrakopoulos (2004) proponen un nuevo enfoque de optimización para el agendamiento de la producción a largo plazo en minería a cielo abierto basado en la gestión efectiva de la extracción de estéril y la incertidumbre de la ley del cuerpo mineral. El enfoque propuesto se fundamenta en dos elementos claves: (i) un marco para la planificación a largo plazo basado en el concepto de “dominio de solución estable”, y (ii) un nuevo algoritmo de agendamiento basado en el recocido simulado, que es una técnica para explorar el espacio de soluciones, moviéndose de una a otra en la vecindad de la primera, a través de operadores de cambio, como cambiar la extracción de un bloque a otro periodo o reasignar el destino de un bloque, aunque permite moverse a soluciones de menor calidad para evitar óptimos locales. Busca generar “100% de confianza” en las reservas de mineral contenidas en el cuerpo, y minimizar las desviaciones de los targets de producción; e incluye la determinación de tasas de extracción óptimas para la vida de la mina, mientras se considera la producción de mineral, inversión en compra de equipos y costos operacionales.

El enfoque de Godoy & Dimitrakopoulos (2004) comienza con un diseño de pit final, un conjunto de pits anidados y un conjunto de modelos de la ley del cuerpo mineral simulados estocásticamente, los que son secuenciados de acuerdo al best y worst case para hallar lo que se denomina un “dominio de solución estable” (SDD por sus siglas en inglés), que son todas las combinaciones posibles de razón estéril mineral de un plan de producción (dominio de solución), donde además provee un 100% de confianza en las reservas contenidas.

En la segunda etapa del modelo de Godoy & Dimitrakopoulos (2004), se realiza un programa lineal para el agendamiento de la producción de mineral y

remoción de estéril, y la formación de capacidades mineras óptimas dentro del SSD (añadido como restricción), para ello la función objetivo corresponde a maximizar el VAN considerando los costos de inversión de compra de equipos y un término de penalidad cargado al costo de mantener equipos sin operar, de esta forma se estabiliza en el tiempo la relación mineral-estéril, la cantidad de metal y la tasa de extracción.

La tercera etapa del modelo propuesto por Godoy & Dimitrakopoulos (2004) consta de usar las tasas de extracción encontradas anteriormente para producir un conjunto de secuenciamientos que describan la evolución física del pit, satisfaciendo requerimientos de talud, utilización de equipos y capacidad planta, cada uno formado a partir de cada modelo simulado (se puede utilizar cualquier algoritmo que realice esto).

La cuarta y última etapa corresponde a considerar los planes obtenidos anteriormente para derivar en una única secuencia minera, para ello se desarrolla un algoritmo de optimización combinatorial mediante recocido simulado, que pretende perturbar continuamente una configuración sub-óptima hasta que la función objetivo no decrece más o se alcanza algún mínimo especificado (Godoy & Dimitrakopoulos, 2004).

En esta última etapa primero se selecciona una secuencia minera inicial, donde los bloques con mayor probabilidad de pertenecer a un periodo dado son congelados en ese periodo y no son considerados más adelante en el proceso de optimización combinatorial (las probabilidades de los bloques se obtienen de la etapa 3). La secuencia inicial es perturbada mediante un intercambio aleatorio de los bloques no congelados entre los periodos candidatos, pero dicho bloque debe tener además acceso físico sin violar la restricción de talud. La función objetivo en este caso corresponde a cumplir la serie de tasas de extracción óptimas obtenidas en la etapa 2, tanto de mineral como estéril, por lo que está compuesta de N funciones objetivos componentes, con N el número de periodos, donde cada una de ellas mide la desviación promedio de los targets de producción para una secuencia minera dada sobre una serie de modelos simulados. La secuencia resultante cumple los objetivos de producción para cada periodo con una mínima chance de desviación; lo que significa que esta secuencia minera cumplirá los targets de producción, dentro de las tasas de extracción prescritas, dado cualquier cuerpo mineral simulado (Godoy & Dimitrakopoulos, 2004).

El modelo resultante de Godoy & Dimitrakopoulos (2004) es aplicado al depósito de oro masivo Fimiston en Australia occidental, que consta de 321,937 bloques de mineral, en el que se simula 20 veces la ley. El plan resultante de la etapa 2 tiene una duración de 15 años. Los resultados muestran que el plan final obtenido de este enfoque basado en riesgo tiene a lo más un 3.5% de desviación esperada del target de producción de mineral en todos los años considerados; y, comparado al caso base del enfoque tradicional, es riesgo resiliente, esto es, el VAN pronosticado se logra dentro de los límites de riesgo, y posee un incremento del VAN del 28%.

Groeneveld & Topal (2011) desarrollan un modelo para minería a cielo abierto que sea capaz de tener un diseño flexible para adaptarse al cambio producto de la incertidumbre, y de esta forma tener un diseño que entregue un mejor perfil de riesgo-retorno para los inversionistas. Para esto se implementa un modelo MILP que busca el diseño estratégico óptimo para parámetros estocásticos simulados (precio, costo capital, costo operativo, recuperaciones y utilización) en el tiempo mediante simulación de Monte Carlo, incorporando la flexibilidad mediante opciones mina, stockpile, planta y restricciones de capacidad. El objetivo es, luego de simular las incertezas para alimentar el modelo MILP, determinar el tipo de opción utilizado y el tiempo de su ejecución, para que el tomador de decisión determine el mejor conjunto de opciones a incorporar -cuándo y a qué capacidad- en un plan minero.

Para disminuir el número de variables enteras, Groeneveld & Topal (2011) utilizan “grade bins” que representan una cantidad de material a una ley específica con una buena resolución del modelo de bloques; en tanto que para controlar las precedencias utiliza “parcelas de material”, que corresponden a una agrupación de “grade bins” con una ley obtenida mediante la ponderación de las leyes en estos “bins”. Por otro lado, los stockpiles son modelados linealmente siguiendo la idea de los “grade bins” que poseen una ley mínima y máxima a satisfacer para que un material pueda ingresar a dicho “bin”, y el material sale con una ley que puede ser cualquiera de los límites inferior o superior de dicho “bin”. La función objetivo corresponde a maximizar el VAN para las condiciones técnicas y financieras dadas por la simulación (lo que se conoce como “estado del mundo”, un estado futuro equiprobable). Las opciones son modeladas como variables binarias dependientes del tiempo y la opción, y son incorporadas en la función objetivo mediante el costo operativo y capital.

La aplicación y validación del modelo de Groeneveld & Topal (2011) la realizan en un depósito de cobre-oro que consta de 4 fases, cada una de ellas considerada como una “parcela”. Se consideran cuatro opciones mineras, cuatro de procesamiento y dos de acopio con distinta capacidad para analizar qué opción se ejecuta con mayor frecuencia dentro de las distintas simulaciones y los distintos periodos, para ayudar al tomador de decisiones a diseñar las opciones que son más interesantes, y así obtener un diseño minero más robusto (el propósito del caso de estudio es examinar la ejecución de opciones mineras y planta más que generar un plan óptimo). Al comparar un diseño flexible versus un diseño fijo (tomado como el percentil 50 de las simulaciones con opcionalidad) se obtiene que el VAN aumenta en un 11% y el riesgo, medido como Value at Risk (o VaR), disminuye, lo que se debe a que el diseño fijo tiene un menor valor debido a su inhabilidad de cambiar en respuesta a las condiciones de mercado. Concluyen que la incorporación de opciones de diseño (flexibilidad) en un plan minero estratégico ayuda a manejar proactivamente incertezas inevitables.

Goodfellow (2014) realiza un modelo de optimización global (desde mina a cliente) para complejos mineros a cielo abierto considerando incerteza geológica, optimizando simultáneamente los planes de producción mineros, políticas de destino y líneas de procesamiento. Se añade además flexibilidad al modelo

mediante la opción de aumentar o disminuir las capacidades, en la forma de un gasto capital, de tal modo que es posible simultáneamente considerar opciones de diseño, como expandir la capacidad del molino, abrir y cerrar líneas de procesamiento, u optimizar las tasas de producción minera mediante la compra y reemplazo de camiones y palas. Se realiza de esta forma un programa entero estocástico que, sin embargo, posee la desventaja de ser un método no lineal. Por este y otros motivos (como la escala del problema en complejos reales), el autor propone un algoritmo metaheurístico, que no necesariamente entrega el óptimo, pero sí una solución de alta calidad dentro de un tiempo razonable, proponiendo así una combinación de los algoritmos de recocido simulado y enjambre de partículas.

Meneses (2019) realiza un modelo MILP para la planificación minera a largo plazo de una mina a cielo abierto considerando en su formulación un precio simulado mediante modelos estocásticos e incorporando una forma de flexibilidad en el plan mediante cambios en las capacidades mina y planta, con la opción de aumentar o disminuir estas capacidades de acuerdo a las condiciones de mercado. La función a maximizar corresponde al VAN y se busca que con la inclusión de flexibilidad el riesgo del proyecto disminuya. En este caso el agendamiento es de bloques dentro de fases-banco.

El primer caso de estudio de Meneses (2019) corresponde a un modelo de bloques sobre una operación minera ficticia de cobre que consta de 14,153 bloques y un horizonte de planificación de 6 años, y se simula 50 veces el precio del commodity en el tiempo mediante el movimiento geométrico browniano. Se incorporan 6 opciones de capacidad mina, con opción de disminuir o aumentar la capacidad inicial (elegida con antelación) por año, tomando en cuenta la dependencia del costo mina y su inversión a las toneladas por día movidas, mientras que la capacidad planta es conocida y fija. Se ejecutan dos conjuntos de opciones: una inicial, y otra que permite aumentar más la capacidad. Los resultados obtenidos son que tanto el VAN como el VaR de los planes aumentan ambos en un 6% y 11%, respecto del plan tradicional, cuando se considera el primer conjunto de opciones y el segundo de mayor capacidad, respectivamente.

El segundo caso de estudio de Meneses (2019) corresponde a un modelo de bloques de cobre que se reduce a un pit final con 11,484 bloques y 3 fases, el que es agendado en 25 años. La flexibilidad en este caso se ejecuta cada 5 años, por temas de capacidad computacional y flexibilidad operacional, considerando 8 opciones mina y 7 opciones planta. El costo mina es solo dependiente de la profundidad, en tanto que el costo planta es dependiente de la capacidad planta. Al combinar las opciones más probables (que más se ejecutaron en las distintas simulaciones o realizaciones) dentro de cada quinquenio, se obtienen planes contingentes o alternativos, dentro de los cuales se obtiene uno con probabilidad promedio de ejecutarse de 35% y un incremento en el valor económico (medido como VAN), respecto al caso base, de 13%.

2.3.5. Selección y compra de equipos

La selección de equipos es una tarea fundamental en la planificación minera que compromete tanto factores técnicos como económicos. La selección inapropiada puede causar una pérdida económica sustancial (Cebesoy et al., 1995). Si el equipo seleccionado no es adecuado para las condiciones dadas, muchos problemas inesperados surgirán en el manejo del equipo.

El comportamiento de piezas individuales de equipos (tales como palas y camiones) no es comúnmente modelado en los ejercicios de planificación de largo plazo (Blom et al., 2018b), sino más bien en los horizontes de mediano y corto plazo.

Cebesoy et al. (1995) realizan un programa binario para la selección y compra de equipos. La variable binaria corresponde a si se compra o no el equipo en cuestión y la función objetivo corresponde a minimizar el costo total considerando el valor presente del equipo durante su vida útil. Las restricciones van desde no superar cierto presupuesto en la compra en tiempo cero, no superar cierto costo operativo considerando el gasto anual esperado de la alternativa, y considerar que las alternativas son mutuamente excluyentes, de esta forma si se elige la combinación pala A-10 camiones B, no se pueden elegir las demás combinaciones.

Michiotis et al. (1998) aproximan el problema de seleccionar los principales equipos de excavación (específicamente rotopalas) en una mina a cielo abierto de lignito a través de programación binaria. El objetivo es elegir entre los distintos tipos de rotopalas y los bancos mineros en los que operarán, que minimice el tiempo requerido para la extracción completa de la mina. Las restricciones aseguran que la rotopala seleccionada sea capaz de excavar los bancos en que es colocada, y que el procedimiento de extracción sea normal, sin tiempo de inmovilización por no mantener la distancia mínima necesaria entre los bancos superior e inferior.

Burt et al. (2011) presentan un programa entero para el problema de selección de equipos que involucra la compra de equipos adecuados para el manejo de materiales involucrado en la minería a cielo abierto. La herramienta selecciona los camiones y palas para una mina multi-periodos y una única ruta que conecta la mina con el sitio de descarga, al mínimo costo posible. Además, se considera equipos pre-existentes. Se busca considerar que la flota pueda enfrentar los cambios de largo plazo, pero se es consciente de la naturaleza dinámica de la mina, por lo que se puede requerir que se vuelva a realizar la selección de equipos. En este caso se debe considerar que ya se cuenta con una considerable flota pre-existente, pero que algunos de estos equipos pueden suspenderse o reemplazarse por mejores equipos. Esto significa que también se incorpora flota heterogénea. Además de la compra de equipos, también se considera el salvamento de equipos por temas de vida útil y cambios de producción significativos. El modelo asume que ya se conoce el plan minero.

La variable para la compra de equipos es una variable entera que indica el número de unidades de equipos comprados, dependiendo del tipo de equipo (tipo de pala o camión), y la edad del equipo desde que fue comprado al comienzo del

periodo. La función objetivo corresponde a minimizar el costo de manejo de materiales descontado en el tiempo, para ello se considera el costo capital de compra de equipos; el costo operativo, que es proporcional a la antigüedad de los equipos, debido a mantención, disponibilidad y niveles de producción; en este caso el costo operativo no lineal se simplifica por una función por partes que considera la edad del equipo y las revisiones generales; y finalmente también se considera el gasto (negativo) producto del salvamento de equipos, considerando la depreciación. Se añaden restricciones lineales que aseguran el cumplimiento de los requerimientos de producción, y que exista compatibilidad entre las palas y los camiones en cuanto a rendimiento (Burt et al., 2011).

Se valida el modelo de Burt et al. (2011) con un caso de estudio provisto por su colaborador industrial con 8 tipos de camión y 20 tipos de palas, con 11 camiones y 3 palas pre-existentes. La implementación es para 13 años con 276,612 variables y 7,910 restricciones, donde se alcanza una convergencia muy rápida, logrando el 1% de optimalidad dentro de solo 15 segundos. Al comparar la solución óptima versus las tres soluciones encontradas por su colaborador, se concluye que a lo menos el modelo reduce el costo en 17.7%.

González (2017) realiza un modelo MILP para la planificación minera a mediano plazo (escala anual dividida en meses) de una mina a cielo abierto cuyo objetivo es minimizar los costos totales de operación y de compra de equipos, particularmente de equipos de carguío (palas), asignándolos a distintos sectores de explotación discretizados como fase-banco. Al aplicar su modelo a un caso de estudio de un proyecto real, obtiene que los costos resultantes son inferiores a los que se obtiene por asignación manual, en un 162% considerando la asignación manual por menor costo por tonelada, y en un 42% considerando la asignación manual por menor costo de adquisición.

Dentro de otros modelos de programación lineal que incorporan la compra de equipos se cuentan los ya mencionados modelos de Groeneveld & Topal (2011) y Goodfellow (2014).

2.3.6. Modelo multiobjetivo jerarquizado

Generalmente, los modelos multiobjetivos se utilizan en la planificación de corto o hasta mediano plazo, donde una gran cantidad de objetivos se visualizan en estos horizontes de planificación, como lo son: la minimización de los costos operativos, la minimización de la desviación presente en cantidad y calidad del mineral producido de los targets deseados, y maximizar la utilización de los equipos disponibles (Blom et al., 2018b). Sin embargo, en la planificación de largo plazo, generalmente es un único objetivo el que se optimiza, y que generalmente corresponde a maximizar los flujos de caja descontados.

La incorporación de múltiples objetivos se puede hacer de dos maneras: optimizar con respecto a un solo objetivo que sea una suma ponderada de los objetivos a optimizar, o que se realice una optimización jerárquica donde los objetivos son optimizados de manera secuencial, de acuerdo a un orden pre-

establecido, y luego dichos objetivos pasan como restricciones adicionales para optimizar con respecto al siguiente objetivo. Se enfatizará en este último.

Blom et al. (2016) presentan un nuevo algoritmo para la generación de múltiples planes de corto plazo donde se optimizan una secuencia de objetivos priorizada y personalizable. El plan agenda bloques cada semana en un horizonte típico de 13 semanas, limitado a una sola mina y un solo producto de mineral. En este sentido, los bloques ya no son entendidos como los descritos para la planificación de largo plazo, sino que son bloques de forma irregular que distinguen el mineral (baja y alta ley) y el estéril. Las precedencias deben considerar cómo cada bloque puede ser accedido desde la frente minera, ya que por este método las precedencias son modeladas disyuntivamente: un bloque puede ser accedido de diferentes maneras.

La construcción del modelo MILP de Blom et al. (2016) contiene variables de decisión que definen qué bloques son extraídos en cada periodo, y el destino de este material (stockpile, botadero o planta), por distintos tipos de palas y camiones. Además, considera múltiples objetivos de prioridad ordenada de mayor a menor, los cuales son considerados como tuplas, donde se optimiza con respecto a un objetivo, para luego añadirlo como restricción, descartando del espacio de soluciones factibles aquellas soluciones de peor calidad que la encontrada.

Para resolver el modelo MILP y generar múltiples planes de producción, Blom et al. (2016) proponen un nuevo algoritmo heurístico llamado “concurrent rolling-horizon-based” (CRH por sus siglas). Básicamente el algoritmo “rolling-horizon-based” discretiza el horizonte de tiempo (T) en $2 \leq N \ll T$ agrupaciones, donde la primera agrupación corresponde solo al primer periodo, y luego la discretización se vuelve cada vez más grande (Ej. $\{\{1\}, \{2,3,4,5\}, \{6,7,8,9,10,11,12,13\}\}$). Luego, resuelve el problema MILP para cada uno de estos agregados considerando la jerarquía de los objetivos. De esta forma fija las variables a los valores obtenidos en el primer periodo y calcula el nuevo estado de la mina. Luego avanza al segundo periodo y repite la iteración, y así sucesivamente, hasta que todas las actividades de todos los periodos son fijadas. Se dice entonces que este algoritmo construye incrementalmente un plan de producción un periodo a la vez.

La generación de planes alternativos se genera mediante el enfoque “split-and-branch”, a través de dos parámetros definidos por el usuario. El primero es el factor split α_s que corresponde a la cantidad de veces, durante el horizonte de tiempo, que se ramifica la solución. Por defecto el primer periodo siempre es un split point, y los restantes $\alpha_s - 1$ split points se distribuyen equitativamente en todo el horizonte. De este modo los planes generados a partir de uno fuente son equivalentes a este, para todo tiempo menor al split point, pero divergen en las actividades agendadas para este periodo. El segundo parámetro corresponde al factor branch α_b , que corresponde a la diversidad de soluciones que se encuentran en un split point. Se generan así $\alpha_b^{\alpha_s}$ planes (ver Figura 2.6 para una explicación más ilustrativa). La herramienta presentada es capaz de generar múltiples planes distintos de corto plazo para una mina, cada uno satisfaciendo un conjunto de restricciones relevantes, dentro de minutos (Blom et al., 2016).

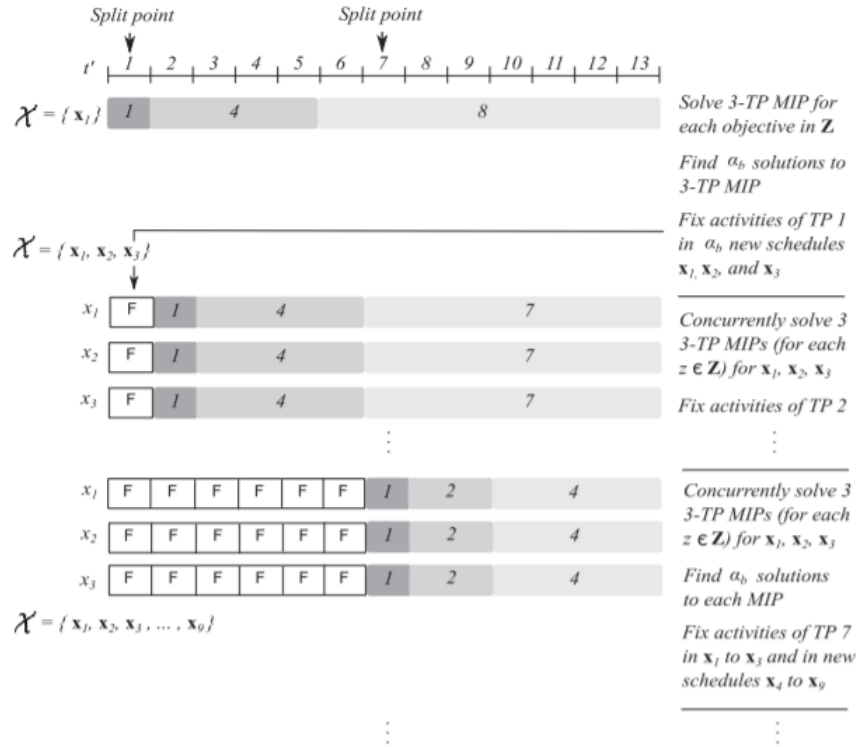


Figura 2.6. Una demostración del algoritmo CRH para generar múltiples planes de producción, dado $\alpha_s = 2$, $\alpha_b = 3$ y $N = 3$. Tres planes son simultáneamente creados después del primer split point $t' = 1$, con seis planes creados en el segundo, $t' = 7$. Fuente: Blom et al. (2016).

Blom et al. (2018a) presentan un nuevo algoritmo basado en descomposición jerárquica (HDP por sus siglas en inglés) para la generación de un único plan de corto plazo donde se optimizan múltiples objetivos de prioridad ordenada. El plan agenda bloques a ser extraídos cada semana en un horizonte típico de 13 semanas, y decide el destino de esos bloques: planta, botadero o stockpile; limitado a una sola mina y un solo producto de mineral con un nivel de contaminante deseado.

En este caso, a diferencia del enfoque “receding horizon control” (RHC), el algoritmo HDP de Blom et al. (2018a) descompone el horizonte de tiempo en N agregados de igual tamaño. Si eventualmente T no es divisible por N , los primeros $N - 1$ agregados serán de igual tamaño, y el último será de mayor tamaño. El algoritmo comienza con un estado minero inicial y un plan de producción vacío en $t = 1$. Los pasos secuenciales se detallan a continuación (ver Figura 2.7 para una explicación más ilustrativa):

1. Si ya se agendaron todos los periodos:
 - Algoritmo termina.
 - Resultado: plan de producción.
- Si se está en el periodo $t \leq T$:
 - Actualizar rango a $[t, \dots, T]$.
 - Vaciar la lista de tuplas bloque-tonelaje extraído.
2. Obtener el conjunto de N agregados del rango descrito.

3. Establecer la lista de objetivos:
 - Si la lista de tuplas está vacía, la lista de objetivos corresponde a la lista de objetivos original.
 - Si la lista de tuplas no está vacía, la lista de objetivos corresponde a la lista de objetivos original, pero añadiendo como primer objetivo que se extraiga de cada bloque a lo más lo que se tiene en la lista de tuplas del agregado.
 4. Resolver el problema MILP sobre el horizonte discretizado, dado el estado minero inicial, la lista de tuplas y considerando la lista de objetivos, donde se optimiza con respecto a cada objetivo secuencialmente de acuerdo al orden establecido, y luego se añade como restricción para filtrar todas las soluciones con una calidad menor a la encontrada.
 5. Si el tamaño del primer agregado de tiempo no es 1:
 - Actualizar el rango de periodos: este rango va del primer periodo hasta el último del primer agregado $[t, \dots, t']$.
 - Actualizar la lista de tuplas para considerar el tonelaje extraído de cada bloque en el primer agregado.
 - Volver a 2.
- Si el tamaño del primer agregado es 1:
- Fijar las actividades del primer periodo del agregado (t) de acuerdo a la solución obtenida al resolver el problema MILP.
 - Actualizar el estado minero para reflejar el estado de la mina después de que estas actividades son desarrolladas.
 - Moverse al siguiente periodo, considerando que el rango de periodos es de $[t + 1, \dots, T]$.
 - Volver a 1.

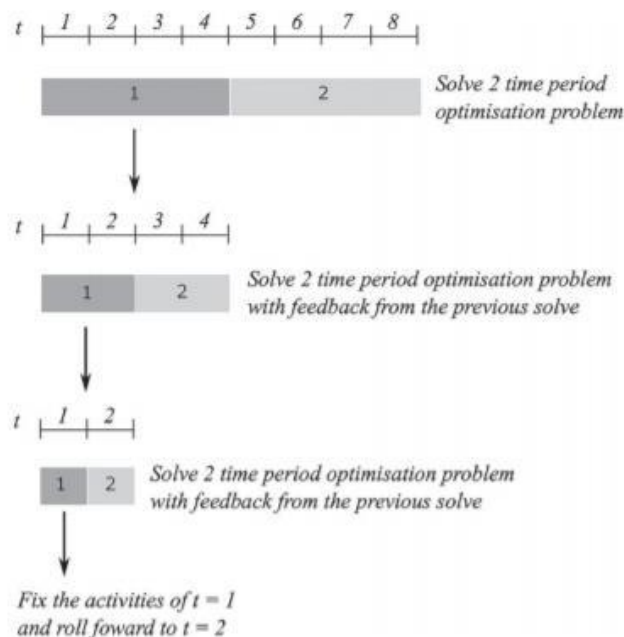


Figura 2.7. Agendamiento de un horizonte de 8 periodos con descomposición jerárquica y un factor de descomposición de $N = 2$. Fuente: Blom et al. (2018a).

Utilizando un conjunto de datos de una mina operativa que produce millones de toneladas al año, se encuentra que la ventaja de esta metodología es que cuando el número de objetivos a optimizar se incrementa, el enfoque de descomposición jerárquica supera en calidad al enfoque de “receding horizon control”, en la mayoría de los casos, aunque el tiempo de resolución es mayor. Concluyen que el RHC prioriza el desempeño de cada objetivo en etapas tempranas, en tanto que HDP prioriza el desempeño de cada periodo de tiempo más equitativamente, permitiendo que los planes generados sean mejores en total (Blom et al., 2018a).

Manríquez et al. (2019) proponen un modelo MILP para la planificación de corto plazo de minas a cielo abierto optimizando múltiples objetivos jerárquicos. La consideración contempla las rutas de desplazamiento de las palas de carguío, tiempo y costo de movimiento de palas entre fases, asignación de palas a frentes mineras, disponibilidad minera, y área de operación para el trabajo de equipos de carguío. Se aplica el modelo a una operación minera real de cobre, donde se selecciona el año 4 para la generación de un plan de corto plazo, en que se cuenta con 4 fases operativas. Se percatan que el método jerárquico mantiene los objetivos impuestos por los problemas anteriores al mismo tiempo que disminuye o mantiene el objetivo de corto plazo que desea minimizar. Además de esto, al comparar el método de suma ponderada y el enfoque jerárquico, se observa que ambos llegan a los mismos valores objetivos.

Manríquez et al. (in press) añaden al modelo anterior la ubicación de palas a stockpiles y proponen varios indicadores para comparar los planes de corto plazo y evaluar el cumplimiento con el plan de largo plazo. Luego aplican el modelo a una mina real de hierro. Los resultados muestran que cuando se utiliza el método jerárquico, tanto los objetivos como el orden de optimización de estos tiene un impacto significativo en los valores de los índices de los planes generados. También que los planes con stockpiles y/o una flota de equipos móviles obtienen indicadores de adherencia más altos que los que no usan stockpiles o que usan una flota de palas fija. La importancia de este artículo es que el modelo propuesto en dicho estudio es la base del modelo matemático presente en este informe, con modificaciones para adaptar el problema de uno de corto plazo a uno de largo plazo.

2.4. Aporte de la memoria

Como se puede revisar en la bibliografía, el problema de agendar bloques en el largo plazo en minas a cielo abierto que son grandes es muy difícil o imposible de resolver óptimamente, por medio de los métodos actuales, debido a la gran cantidad de variables binarias que se requieren para modelar la extracción.

Por este motivo se propone en este trabajo un enfoque distinto para que, en vez de agendar bloques, solo se agenden fases-banco-material (que corresponde a una técnica de agrupación de bloques), disminuyendo el número de variables de decisión. De esta forma, se pretende poder resolver el modelo MILP del problema, incluso para minas de considerable tamaño, mediante el algoritmo de Branch and Cut tradicional que está implementado en solvers comerciales. Otra ventaja de este modelo es que justamente como es un input el diseño de fases, el planificador tiene la flexibilidad de seleccionar las fases de acuerdo al método y criterio que estime conveniente. De este modo, se busca que el modelo entregue un plan que sea operacionalmente factible, evitando el problema que se menciona en los métodos de programación matemática acerca de la necesidad de suavizar los resultados que entrega un modelo que agenda directamente bloques, debido a que en su construcción no considera la accesibilidad y movimiento de equipos mineros.

Además, en este modelo se incluye expansiones de capacidad planta, lo que le otorga cierta libertad al modelo para encontrar la capacidad óptima, tanto de mina y planta, que maximice el VAN. Este tópico ha sido abordado por algunos autores, aunque en el mundo de la simulación estocástica, donde en ese caso se asume que las capacidades son seleccionadas de acuerdo a la variación del precio simulado, o la incertidumbre geológica, más que a otros factores como: (i) la disposición geométrica in-situ del mineral, (ii) el hecho de que el gasto de inversión postergado en el tiempo de un aumento de capacidad pueda ser compensado por la reducción de costos operativos (producto de economías de escala), o (iii) que aumentar la capacidad mina en los periodos finales sirve para postergar en lo más posible la extracción de estéril. También, en este modelo la capacidad inicial tanto de mina y planta no es elegida con antelación, sino que se deja al modelo de optimización elegir dentro de las opciones con cuál capacidad comenzar.

Igualmente, se propone incorporar la existencia de stockpiles de alta y baja ley, y modelar la mezcla que ocurre en el interior de ellos mediante aproximaciones lineales. El objetivo de esto es poder rescatar los múltiples beneficios de los acopios descritos por la bibliografía; tema que en su mayoría aborda el corto plazo, pero que se desea incorporar al largo plazo.

Junto con esto, se planea, además de la ley del metal de interés, añadir al problema la inclusión de contaminantes, tema poco abordado en la programación MILP del problema de agendamiento en minas a cielo abierto, de acuerdo con la literatura revisada.

Y el último punto corresponde a incluir en el modelo la compra y recompra de palas y la asignación de éstas a frentes mineras de extracción o stockpiles, lo que es un problema más abordado en el corto plazo más que en la planificación estratégica.

Todo esto se desarrolla en un ámbito de optimización jerárquica, donde se podrá optimizar más de un objetivo a la vez, en los que se incluyen:

- Maximizar el VAN, incorporando el costo de remanejo, la compra de palas y la inversión para expansión de la capacidad planta.
- Maximizar la utilización de la capacidad mina por periodo.
- Maximizar la utilización de la capacidad planta por periodo.
- Maximizar el contenido de mineral enviado a planta directamente de la mina.
- Minimizar la desviación de finos o la ley del mineral enviado a planta respecto de la ley target esperada por la planta de procesamiento.

Todas estas combinaciones hacen que el modelo sea único y se espera que sea un aporte al desarrollo de modelos de programación lineal entera mixta aplicados al problema del agendamiento de minas a cielo abierto, sobre todo de minas de gran extensión.

Capítulo 3

3. Metodología

En este capítulo se detallan las distintas actividades empleadas para lograr cumplir los objetivos propuestos.

3.1. Planteamiento del modelo matemático

Para lograr crear un modelo de programación lineal entera mixta cuya tarea sea el agendamiento de agrupaciones tipo fase-banco-material (mineral o estéril), se revisa en la literatura distintas formulaciones que han sido empleadas para resolver este problema. En particular, se pone énfasis en la opción de expansión de capacidad planta, modelamiento de stockpiles y mezcla, y la compra de equipos.

El modelo base a seguir corresponde al modelo propuesto por Manríquez et al. (in press), al cual se le realizan modificaciones para pasar del corto a largo plazo, así como para incorporar los aspectos anteriores. En la práctica, esto significa añadir o quitar variables, restricciones y funciones objetivo, al modelo original, de acuerdo con esta escala temporal.

Los objetivos del modelo matemático son variados para permitir una optimización jerárquica, dentro de los cuales se cuentan:

- Maximizar el VAN del proyecto: es el objetivo más usualmente empleado en la industria para la realización de un plan de producción de largo plazo. En este caso considera los ingresos por venta de minerales, los costos mina y planta, la inversión planta, el costo de remanejo de stockpile, y la compra y recompra de palas, pero no considera la inversión mina total (p.ej. la compra de camiones, equipos auxiliares e infraestructura).
- Maximizar el contenido de mineral enviado a planta directamente de la mina.
- Maximizar la utilización de la planta por periodo.
- Maximizar la utilización de los equipos mina por periodo.
- Minimizar la desviación de la ley enviada hacia planta respecto de la ley target esperada por la planta.

Las variables deben incluir la compra y recompra de palas, la asignación de palas a frentes de carga (incluidos los stockpiles), la extracción propiamente tal en cada una de estas frentes de carga y su destino (stockpiles de alta o baja ley, botadero o planta), variables que controlen precedencias entre bancos y fases, variables que controlen la expansión de capacidad planta, y variables que modelen el inventario de tonelaje en los stockpiles.

En cuanto a restricciones deben existir las siguientes:

- Restricciones operacionales: que controlen la extracción de los distintos frentes de carga, la capacidad planta, la ley en la planta, el nivel de contaminante en la planta y la utilización de los equipos mina (palas).
- Restricciones de desviación: que logren cuantificar la desviación del mineral enviado desde las frentes de carga minera hacia planta, respecto de la capacidad planta.
La desviación del mineral enviado desde las frentes de carga y los stockpiles hacia planta, respecto de la capacidad planta.
También cuantificar la desviación del material extraído (incluyendo mineral y estéril) y remanejado, respecto de la capacidad de movimiento mina.
Así mismo, la desviación entre la ley del metal de interés del mineral enviado hacia planta, respecto de la ley target esperada en la planta.
- Restricciones de ubicación de palas: en este caso se deben manejar las precedencias entre fases y bancos, el min/max lead, el sinking rate, la asignación de palas a frentes de carga (incluidos los stockpiles), y el agotamiento o activación de frentes de carga.
- Restricciones de stockpile: que modelen que solo se puede enviar mineral a los stockpiles y entre éstos no puede haber intercambio de mineral.
Además, que modelen el inventario de los stockpiles y el balance de masa, así como el hecho de que poseen una máxima capacidad.
- Restricciones de mezcla de stockpile: el mineral de las frentes de carga de mina que ingresa al stockpile debe poseer un rango de leyes válidas para que pueda enviarse al stockpile correspondiente, así como también un nivel de contaminante adecuado.
- Restricciones de opciones: aseguran que se elija alguna opción de capacidad planta, que solo se permitan expansiones, que haya una cierta cantidad de expansiones, y que cada una de estas expansiones dure al menos un tiempo determinado para que exista un periodo de adaptación a las nuevas condiciones.
- Restricciones de compra de palas: permiten que exista la posibilidad de compra y recompra de palas.
- Restricciones de desviación adicionales: básicamente se utilizan para poder realizar una optimización jerárquica.

Dentro de este modelo se utilizan varios supuestos, tal como se detallan a continuación:

- El agendamiento es de agrupaciones tipo fase-banco-material y no bloques, esto para lograr disminuir la cantidad de variables binarias del modelo.
- Solo se trabaja con palas, por lo que la capacidad mina viene dada por la compra de éstas, y se realiza el supuesto de que las palas están saturadas para no incorporar los camiones que harían aún más complejo el modelo de lo que es. Además, solo se considera el costo de adquisición de palas y no el costo de operación, dado que se asume un costo mina a priori.
- Se asume un costo mina constante en el tiempo e independiente de la capacidad planta elegida, dado que si se dejara variable se deberían incorporar opciones mina. Esto haría que el modelo sea más difícil de tratar, dado que las variables de opciones son variables estructurales, por lo que el programa tardaría más tiempo en encontrar solución.

Es importante tener en cuenta que, si bien el tema de la adquisición de camiones queda fuera de análisis, el efecto de la inversión asociada a este punto puede ser no menor en un análisis de un estudio de este tipo. Se debe recordar también que hay varios costos de inversión asociados al tamaño de la flota de camiones, como es el tamaño de las naves de mantención, la flota de equipos auxiliares, las petroleras e incluso la mano de obra, ya que se requiere un mayor número de operadores (el costo de inversión viene dado por las instalaciones requeridas para las personas: casino, barrio cívico, etc.). Se deja en Anexos 8.4 el costo capital asociado con los camiones para que el lector tenga una referencia de los montos involucrados.

3.2. Implementación en Python

Una vez que se tiene conceptualizado el modelo matemático con todas las restricciones, objetivos y variables, se procede a implementar el modelo de optimización en el lenguaje Python.

El problema se escribe en el modelador de programación lineal PuLP, y el código se estructura de la siguiente forma (ver Figura 3.1): lee un archivo input, resuelve internamente el problema, y arroja un output para ser analizado.



Figura 3.1. Diagrama de flujo del código.

El input se encuentra en un archivo Excel que contiene las siguientes hojas:

- **Parámetros:** contiene todos los parámetros técnico-económicos como precio, costos, recuperación, y tasa de descuento. También alberga parámetros relacionados a la planta como número de opciones de capacidad planta a ejecutar, mínima cantidad de años para que cada opción se ejecute. Incluye, asimismo, parámetros relacionados a los stockpiles como capacidad del stockpile, límites permisibles de ley de alimentación de mineral a los stockpiles de alta y baja ley, así como el nivel de contaminante permitido en éstos. También se encuentra la tasa de hundimiento (sinking rate).
- **Fases:** contiene todas las agrupaciones tipo fase-banco-material (incluido los stockpiles) con su tonelaje, ley de metal de interés, ley de contaminante, e indicadores binarios para indicar el tipo de frente de carga: si son mineral o estéril, y si son stockpiles o frentes mineras.
- **Precedencias fases:** tal como lo indica su nombre controla la precedencia que existe entre fases contiguas, así como el min/max lead permitido en cada par de fases adyacentes.
- **Precedencias bancos:** controla las precedencias entre bancos que existen dentro de una misma fase, donde los bancos superiores deben extraerse completamente antes de acceder a los más profundos.
- **Periodo:** es una hoja con todos los periodos en años, así como el número de días disponible en cada periodo. Además, incluye la ley mínima, máxima y target (o esperada) del metal de interés que debe recibir la planta en cada periodo, y también el nivel de contaminante máximo permitido.
- **Palas:** consta de un ID de las palas, sus costos de adquisición, rendimientos, máxima utilización efectiva y la vida útil.
- **Opciones:** contiene las distintas capacidades planta ordenadas de menor a mayor, con la excepción de que la última capacidad es nula, y que corresponde al cierre de la mina. Para cada opción, se detalla la inversión total y el costo operacional de esa capacidad, así como la mínima capacidad planta a cumplir como porcentaje de la capacidad máxima instalada.
- **Objetivos:** permite decidir qué objetivo optimizar, y cuáles son restricciones adicionales para poder ejecutar una optimización jerárquica. Para esto, se añade el valor de la función objetivo previamente encontrado mediante optimización simple, así como una tolerancia respecto a ese valor.
- **Resolución:** contiene el máximo MIP gap permitido para la optimización.

Luego, este archivo lo lee el programa y se importa guardándolo en parámetros, con los cuales crea las listas y diccionarios necesarios para poder crear las variables. Una vez hecho esto, se crean las variables necesarias con los subíndices, estableciendo si son variables continuas o enteras, y los valores que puede tomar. A continuación, se instancia o crea el problema de programación lineal, se establecen las funciones objetivo, y se añaden todas las restricciones que se deben satisfacer. Finalmente se resuelve el problema, de acuerdo al MIP gap previamente elegido. En este caso se utiliza el solver comercial Gurobi debido a su mejor performance que el solver que viene por defecto en PuLP, sobre todo en problemas de esta envergadura.

Y como resultado final se crea un archivo Excel Output donde se cuentan las siguientes hojas:

- Hoja 1: comprende el valor de la función objetivo, tiempo de resolución empleado por el script, y el valor del VAN. También contiene el desglose por fase-banco-material-pala-tiempo de mineral mina a planta, mineral de los stockpiles a planta, mineral de mina a stockpiles, estéril, finos de metal de interés a stockpiles y planta, y finos de contaminante a stockpiles y planta. De esta forma se puede analizar fácilmente los datos mediante tablas dinámicas, y construir planes de producción e inventarios de stockpiles.
- Hoja 2: detalla las distintas capacidades planta elegidas por el modelo en los distintos periodos.
- Hoja 3: contiene la información de los periodos en que los distintos bancos se encuentran activos o agotados.
- Hoja 4: muestra la compra y recompra de palas en los periodos.
- Hoja 5: se guardan las variables de desviación por periodo.
- Hoja 6: se guardan las variables de desviación globales.
- Hoja 7: tiene el inventario de tonelaje de los stockpiles en cada periodo.
- Hoja 8: incluye el estado de las palas por periodo, dentro de los que se cuentan: no comprada, no disponible (es un dato), operando, y standby. Además, cada pala cuenta con un índice de ociosidad por periodo, que corresponde al porcentaje del tiempo en que se encuentra una pala en standby respecto del tiempo disponible en ese periodo. En este caso no se considera el estado en que una pala se encuentra viajando, dado que, en una escala temporal de largo plazo, corresponde a un tiempo despreciable.

3.3. Caso de estudio

La última actividad corresponde a aplicar el modelo de programación matemática a un caso de estudio particular donde se pueda corroborar el correcto funcionamiento del modelo.

El caso de estudio involucra el yacimiento mineral en cuestión, así como distintos parámetros de entrada que sirven como input al modelo de programación, e involucra, por mencionar algunos, modelo de costos en función de la capacidad planta, modelos de palas acordes al yacimiento, y parámetros de los stockpiles. Todos estos valores se obtienen de la literatura disponible.

Una vez configurado el caso de estudio, corresponde definir los escenarios a estudiar para poder analizar el impacto que tiene la consideración de stockpiles, de expansiones de capacidad planta, y la optimización jerárquica.

Además, se deben establecer indicadores de plan para lograr comparar en términos operativos los planes resultantes, y no solo en términos de valor económico.

Capítulo 4

4. Modelo matemático

A continuación, se explica el modelo MILP formulado para resolver el problema de planificación a largo plazo en minas a cielo abierto. El modelo de optimización aquí descrito está basado en el modelo propuesto por Manríquez et al. (in press), aunque presenta diversas modificaciones para adaptarlo desde el corto a largo plazo, y cumplir con los objetivos propuestos en este trabajo.

4.1. Conjuntos, variables y parámetros

En la Tabla 4.1 se presentan los conjuntos e índices a utilizar en el modelo, junto con las notaciones empleadas. En la Tabla 4.2 se muestran las variables de decisión principales del modelo de optimización, en tanto que la Tabla 4.3 contiene las variables de desviación de los targets. Las Tabla 4.4 y Tabla 4.5 abarcan los parámetros necesarios para el funcionamiento del modelo.

Tabla 4.1. Conjuntos e índices del modelo.

Símbolo	Descripción
P, p	Conjunto e índice para palas
F, f	Conjunto e índice para fases
B, b	Conjunto e índice para bancos
M, m	Conjunto e índice para tipo de material (mineral o estéril)
B_f	Conjunto de bancos que pertenecen a la fase f
$M_{b(f)}$	Conjunto de tipos de materiales presentes en el banco b perteneciente a la fase f
T, t	Conjunto e índice para periodos (también se utiliza T para denotar el último periodo)
J, j	Conjunto e índice para los metales de interés
K, k	Conjunto e índice para contaminantes
L, l	Conjunto e índice para opciones de capacidad planta (también se utiliza L para denotar la última opción que corresponde a cerrar la planta y la mina)

Q_f	Conjunto de precedencia entre bancos (b, c) $\in Q_f$ significa que el banco b es un predecesor del banco c , ambos bancos de la fase f
R	Conjunto de precedencia entre fases (f, g) $\in R$ significa que la fase f es un predecesor de la fase g

Tabla 4.2. Variables principales del modelo.

Variable principal	Descripción
$\bar{w}_{p,f,t} \in \{0,1\}$	Igual a 1 si la pala $p \in P$ está ubicada en la fase $f \in F$ en el periodo $t \in T$, 0 en otro caso
$w_{p,t} \in \{0,1\}$	Igual a 1 si la pala $p \in P$ está operativa en el periodo $t \in T \cup \{0\}$, es decir, ha sido comprada o recomprada en ese periodo o antes, y no ha terminado su vida útil aún, además no ha finalizado la vida de la mina, 0 en otro caso
$h_{p,t} \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$	Número de veces que la pala $p \in P$ ha agotado su vida útil en el periodo $t \in T \cup \{0\}$ o antes
$\bar{x}_{p,b,f,t} \in \{0,1\}$	Igual a 1 si la pala $p \in P$ está ubicada en el banco $b \in B$ de la fase $f \in F$ en el periodo $t \in T$, 0 en otro caso
$x_{p,b,f,t} \in [0,1]$	Porcentaje del tiempo del periodo $t \in T$, donde la pala $p \in P$ está operativa en el banco $b \in B$ de la fase $f \in F$
$y_{p,m,b,f,t} \in [0,1]$	Porcentaje del tiempo del periodo $t \in T$, donde la pala $p \in P$ está operativa en el tipo de material $m \in M$ del banco $b \in B$ de la fase $f \in F$ enviando material a planta o botadero (de acuerdo al tipo de material)
$\bar{y}^1_{p,m,b,f,t} \in [0,1]$	Porcentaje del tiempo del periodo $t \in T$, donde la pala $p \in P$ está operativa en el tipo de material $m \in M$ del banco $b \in B$ de la fase $f \in F$ enviando material al stockpile de alta ley (que se encuentra ubicado en la fase $f_1^* \in F$, en el banco $b_1^* \in B$, y con tipo de material $m_1^* \in M$)
$\bar{y}^2_{p,m,b,f,t} \in [0,1]$	Porcentaje del tiempo del periodo $t \in T$, donde la pala $p \in P$ está operativa en el tipo de material $m \in M$ del banco $b \in B$ de la fase $f \in F$ enviando material al stockpile de baja ley (que se encuentra ubicado en la fase $f_2^* \in F$, en el banco $b_2^* \in B$, y con tipo de material $m_2^* \in M$)
$z_{b,f,t} \in \{0,1\}$	Igual a 1 si el banco $b \in B$ de la fase $f \in F$ está activo en el periodo $t \in T$, 0 en otro caso
$\bar{z}_{b,f,t} \in \{0,1\}$	Igual a 1 si el banco $b \in B$ de la fase $f \in F$ ha finalizado su explotación en el periodo $t \in T \cup \{0\}$ o antes, 0 en otro caso
$v_{l,t} \in \{0,1\}$	Igual a 1 si la opción $l \in L$ es ejecutada en el periodo $t \in T \cup \{0\}$, 0 en otro caso
$\bar{v}_{l,t} \in \{0,1\}$	Igual a 1 si la opción $l \in L$ es ejecutada en el periodo $t \in T \cup \{0\}$ o antes, 0 en otro caso

$\overline{v^2}_{l,t} \in \{0,1\}$	Igual a 1 si la última opción $L \in L$ (cierre mina) es ejecutada en el periodo $t \in T$ y otra opción $l \in L \setminus \{L\}$ había sido ejecutada en el periodo anterior, 0 en otro caso
$Tp_{l,t} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$	Tonelaje de mineral enviado a planta en el periodo $t \in T$ por la opción $l \in L$
$u_{m,b,f,t} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$	Inventario de tonelaje del stockpile ubicado en el tipo de material $m \in M$ del banco $b \in B$ de la fase $f \in F$ al final del periodo $t \in T \cup \{0\}$

Tabla 4.3. Variables de decisión de desviación del modelo.

Variable de desviación	Descripción
$\Delta u_t \in \mathbb{R}_{\geq 0}$	Desviación entre el mineral enviado a planta y la mínima cantidad de mineral esperado por la planta en el periodo $t \in T$, 0 si se envía a planta más mineral que la cantidad mínima
$\Delta o_t \in \mathbb{R}_{\geq 0}$	Desviación entre el mineral enviado a planta directamente de la mina y el mineral esperado por la planta en el periodo $t \in T$
$\Delta O \in \mathbb{R}_{\geq 0}$	Máxima desviación entre el mineral enviado a planta directamente de la mina y el mineral esperado por la planta en todos los periodos
$\Delta p_t \in \mathbb{R}_{\geq 0}$	Desviación entre el mineral enviado a planta desde la mina y los stockpiles y el mineral esperado por la planta en el periodo $t \in T$
$\Delta P \in \mathbb{R}_{\geq 0}$	Máxima desviación entre el mineral enviado a planta desde la mina y los stockpiles y el mineral esperado por la planta en todos los periodos
$\Delta m_t \in \mathbb{R}_{\geq 0}$	Desviación entre el material extraído desde la mina y los stockpiles y la capacidad de movimiento mina en el periodo $t \in T$
$\Delta M \in \mathbb{R}_{\geq 0}$	Máxima desviación entre el material extraído desde la mina y los stockpiles y la capacidad de movimiento mina en todos los periodos
$\Delta g_{j,t}^+ \in \mathbb{R}_{\geq 0}$	Desviación positiva del contenido de metal $j \in J$ entre lo esperado en la planta y el contenido de metal $j \in J$ enviado a planta en el periodo $t \in T$
$\Delta g_{j,t}^- \in \mathbb{R}_{\geq 0}$	Desviación negativa del contenido de metal $j \in J$ entre lo esperado en la planta y el contenido de metal $j \in J$ enviado a planta en el periodo $t \in T$
$\Delta G_j \in \mathbb{R}_{\geq 0}$	Máxima desviación del contenido de metal $j \in J$ entre lo esperado en la planta y el contenido de metal $j \in J$ enviado a planta en todos los periodos

Tabla 4.4. Parámetros modelo de optimización. Parte 1.

Parámetro	Unidad	Descripción
$TM_{m,b,f}$	[t]	Material total a ser extraído en el tipo de material $m \in M$ del banco $b \in B$ de la fase $f \in F$
$OM_{m,b,f}$	[#]	Igual a 1 si el material ubicado en el tipo de material $m \in M$ del banco $b \in B$ de la fase $f \in F$ es mineral, 0 si no
$ST_{m,b,f}$	[#]	Igual a 1 si el tipo de material $m \in M$ ubicado en el banco $b \in B$ de la fase $f \in F$ es modelado como stockpile, 0 si no
$OG_{j,m,b,f}$	[unidad de concentración]	Ley del metal de interés $j \in J$ en el tipo de material $m \in M$ del banco $b \in B$ de la fase $f \in F$
$CG_{k,m,b,f}$	[unidad de concentración]	Ley del contaminante $k \in K$ en el tipo de material $m \in M$ del banco $b \in B$ de la fase $f \in F$
TT_t	[día]	Tiempo total en el periodo $t \in T$
$MG_{j,t}$	[unidad de concentración]	Máxima ley del metal de interés $j \in J$ a ser enviado a la planta en el periodo $t \in T$
$mG_{j,t}$	[unidad de concentración]	Mínima ley del metal de interés $j \in J$ a ser enviado a la planta en el periodo $t \in T$
$EG_{j,t}$	[unidad de concentración]	Ley esperada por la planta del metal de interés $j \in J$ en el periodo $t \in T$
$MCG_{k,t}$	[unidad de concentración]	Máxima ley del contaminante $k \in K$ a ser enviado a la planta en el periodo $t \in T$
UT_p	[tanto por uno]	Máxima utilización efectiva de la pala $p \in P$
RM_p	[tpd]	Máxima tasa de extracción (rendimiento) de la pala $p \in P$
K_p	[USD]	Inversión de compra de la pala $p \in P$
V_p	[años]	Vida útil de la pala $p \in P$
ML_j^{SHG}	[unidad de concentración]	Máxima ley del metal de interés $j \in J$ permitida en el stockpile de alta ley
mL_j^{SHG}	[unidad de concentración]	Mínima ley del metal de interés $j \in J$ permitida en el stockpile de alta ley
MC_k^{SHG}	[unidad de concentración]	Máxima ley del contaminante $k \in K$ permitida en el stockpile de alta ley
ML_j^{SLG}	[unidad de concentración]	Máxima ley del metal de interés $j \in J$ permitida en el stockpile de baja ley
mL_j^{SLG}	[unidad de concentración]	Mínima ley del metal de interés $j \in J$ permitida en el stockpile de baja ley
MC_k^{SLG}	[unidad de concentración]	Máxima ley del contaminante $k \in K$ permitida en el stockpile de baja ley
PC_l	[tpd]	Máxima capacidad planta de la opción $l \in L$
$F_{PC,l}$	[tanto por uno]	Mínima capacidad planta esperada, expresado como fracción de la máxima capacidad planta de la opción $l \in L$

Cp_l	[USD/t]	Costo operacional de procesamiento en la planta de la opción $l \in L$
INV_l	[USD]	Costo de inversión de ejecutar la opción $l \in L$
N	[#]	Número de opciones de capacidad planta a ejecutar (sin considerar la última opción L)
mA	[años]	Mínima cantidad de años que debe durar cada opción $l \in L$ (sin considerar la última opción L)
Cm	[USD/t]	Costo mina
Cr	[USD/t]	Costo de remanaje
Cs	[USD/t]	Costo de subutilizar la planta por debajo de la capacidad mínima esperada
P_j	[USD/unidad de masa]	Precio del metal de interés $j \in J$
R_j	[tanto por uno]	Recuperación metalúrgica del metal $j \in J$
CV_j	[USD/unidad de masa]	Costo de venta del metal de interés $j \in J$
FC_j	[unidad de masa/t]	Factor de conversión apropiado para el metal de interés $j \in J$
r	[tanto por uno]	Tasa de descuento
SR	[#]	Sinking rate (o tasa de avance vertical): máxima cantidad de bancos profundizados en una fase en un periodo
$ML_{f,g}$	[#]	Máximo número de bancos de desfase entre fases consecutivas (o max lead) $(f, g) \in R$
$mL_{f,g}$	[#]	Mínimo número de bancos de desfase entre fases consecutivas (o min lead) $(f, g) \in R$
SC	[t]	Capacidad de un stockpile (se asume que ambos stockpiles tienen la misma capacidad)
MM	[#]	Un número muy grande positivo

Tabla 4.5. Parámetros modelo de optimización. Parte 2.

Parámetro	Unidad	Descripción
VAN^*	[USD]	VAN del proyecto resultado de la optimización simple
ΔO^*	[t]	Desviación del mineral enviado a planta de la mina
ΔP^*	[t]	Desviación del mineral enviado a planta de la mina y stockpiles
ΔM^*	[t]	Desviación del material extraído de mina y stockpiles respecto a la capacidad mina
ΔG_j^*	[t de fino]	Desviación del contenido $j \in J$ entre la capacidad de la planta de procesamiento y el contenido $j \in J$ del mineral enviado a planta
VAN^ε	[tanto por uno]	Tolerancia de la desviación de VAN^*

ΔO^ε	[tanto por uno]	Tolerancia de la desviación de ΔO^*
ΔP^ε	[tanto por uno]	Tolerancia de la desviación de ΔP^*
ΔM^ε	[tanto por uno]	Tolerancia de la desviación de ΔM^*
ΔG_j^ε	[tanto por uno]	Tolerancia de la desviación de ΔG_j^*
VAN^μ	[#]	Igual a 1 si el límite inferior del VAN es considerado; 0 en otro caso
ΔO^μ	[#]	Igual a 1 si el límite superior de la desviación ΔO es considerado; 0 en otro caso
ΔP^μ	[#]	Igual a 1 si el límite superior de la desviación ΔP es considerado; 0 en otro caso
ΔM^μ	[#]	Igual a 1 si el límite superior de la desviación ΔM es considerado; 0 en otro caso
ΔG_j^μ	[#]	Igual a 1 si el límite superior de la desviación ΔG_j es considerado; 0 en otro caso

4.2. Función objetivo

A continuación, se presentan las distintas funciones objetivo capaces de ser optimizadas en este modelo de largo plazo.

Primera función

La primera función objetivo corresponde a maximizar el VAN sin considerar la inversión mina completa, solo la compra de palas. Consta de 7 componentes:

1. Ingresos: producto de la venta de metales de interés.
2. Costo mina: costo de extraer mineral y estéril desde la mina y enviarlo a cualquier destino (planta, botadero o stockpiles).
3. Costo de remanejo: producto de enviar mineral desde los stockpiles hacia la planta.
4. Costo planta: en este caso se utiliza la variable $Tp_{l,t}$ para poder tomar en cuenta el verdadero costo incurrido en la planta de manera lineal, dado que si se trabajara con $v_{l,t}$ e $y_{p,m,b,f,t}$ resultaría en una función no lineal. Naturalmente $Tp_{l,t}$ para la opción $l \in L$ que se está ejecutando en ese periodo $t \in T$ corresponde al tonelaje real de mineral enviado a planta, y para las otras opciones es cero.
5. Costo de subutilizar la planta: en este caso no se impone una restricción de mínima capacidad planta a cumplir, pero sí se penaliza el hecho de subutilizar la planta. Esto porque si no se opera a capacidad cercana a la máxima resulta no correcto utilizar como costo operativo de procesamiento el costo de la capacidad planta instalada, dado que en realidad no se está operando a ese

ritmo, y por economías de escala dicha capacidad tiene un costo operacional menor que trabajar con una capacidad planta menor.

6. Inversión planta: la fórmula propuesta busca considerar los incrementos de CAPEX producto de expansiones. Para ello, las opciones deben estar ordenadas de manera creciente en capacidad y la última opción corresponder a capacidad cero. Esta última opción funciona en el caso de que los periodos agendados sean mayores a la cantidad de años efectivas de extracción, para que así se tenga la opción de cerrar la planta y que no descuenta por subutilización de ésta.

Así mismo, la variable $\bar{v}^2_{l,t}$ es pensada con el objetivo de que, si se utiliza la última opción, el problema no registre una inversión negativa correspondiente a la de la última capacidad no nula empleada.

7. Compra de palas: la expresión considerada busca considerar el periodo en que se compran y recompran las palas y, cuando se acabe su vida útil, no resulte en una compra negativa (utilidad de $h_{p,t} - h_{p,t-1}$).

Se considera que la inversión está desfasada en 1 año para temas de contabilidad.

$$\begin{aligned}
 & \max VAN = \\
 1. & \sum_{j \in J, t \in T, p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} \frac{1}{(1+r)^t} \cdot (P_j - CV_j) \cdot FC_j \cdot R_j \cdot TT_t \cdot RM_p \cdot y_{p,m,b,f,t} \\
 & \quad \cdot OM_{m,b,f} \cdot OG_{j,m,b,f} \\
 2. & - \sum_{t \in T, p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} \frac{1}{(1+r)^t} \cdot Cm \cdot TT_t \cdot RM_p \cdot (y_{p,m,b,f,t} + \bar{y}^1_{p,m,b,f,t} \\
 & \quad + \bar{y}^2_{p,m,b,f,t}) \cdot (1 - ST_{m,b,f}) \\
 3. & - \sum_{t \in T, p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} \frac{1}{(1+r)^t} \cdot Cr \cdot TT_t \cdot RM_p \cdot y_{p,m,b,f,t} \cdot ST_{m,b,f} \\
 4. & - \sum_{t \in T, l \in L \setminus \{L\}} \frac{1}{(1+r)^t} \cdot Cp_l \cdot Tp_{l,t} \\
 5. & - \sum_{t \in T} \frac{1}{(1+r)^t} \cdot Cs \cdot \Delta u_t \\
 6. & - \sum_{t \in T, l \in L \setminus \{L\}} \frac{1}{(1+r)^{t-1}} \cdot INV_l \cdot (v_{l,t} - v_{l,t-1} + \bar{v}^2_{l,t})
 \end{aligned}$$

$$7. \quad - \sum_{t \in T, p \in P} \frac{1}{(1+r)^{t-1}} \cdot K_p \cdot (w_{p,t} - w_{p,t-1} + h_{p,t} - h_{p,t-1})$$

Segunda función

La segunda función corresponde a minimizar la máxima desviación por periodo entre el mineral enviado directamente desde las frentes de carga mina hacia la planta y la capacidad de la planta de procesamiento. Esto con el fin de minimizar el remanaje de material desde los stockpiles, aunque esto igual es considerado en la función objetivo de maximización del VAN, donde se penaliza mediante un costo adicional el remanaje de material.

$$\min \Delta O$$

Tercera función

La tercera función corresponde a minimizar la máxima desviación por periodo entre el mineral enviado desde las frentes de carga mina y los stockpiles hacia la planta y la capacidad de la planta de procesamiento. Esto con el objetivo de maximizar la utilización de la planta, saturándola.

$$\min \Delta P$$

Cuarta función

La cuarta función corresponde a minimizar la máxima desviación por periodo entre el material extraído desde la mina y los stockpiles y la capacidad de movimiento de la mina. Esto con el objetivo de maximizar la utilización de los equipos mina.

$$\min \Delta M$$

Quinta función

La quinta función corresponde a minimizar la máxima desviación por periodo entre el fino del metal de interés $j \in J$ enviado a la planta y la cantidad de finos $j \in J$ esperados por la planta de procesamiento. Esto con el objetivo de mantener una ley del metal de interés $j \in J$ cercana a la que la planta espera para poder operar con mejores resultados.

$$\min \Delta G_j \quad \forall j \in J$$

4.3. Restricciones

Restricciones operacionales

Las restricciones (1)-(6) imponen la capacidad de planta y mina y modela la distribución de tiempo de cada pala.

La restricción (1) impone que el material total extraído en cada frente de carga minera, a lo largo del horizonte de planificación, debe ser igual que el material total contenido en dicho sector (restricción de reservas). La restricción (2) configura el tonelaje máximo a ser enviado a la planta de acuerdo a la capacidad máxima de ésta. La restricción (3) establece que, si no hay extracción de mineral, no puede haber extracción de estéril, ya que puede ocurrir el caso en que el último año se utilice para solo extraer estéril, debido a que al problema le conviene postergar este tipo de material para aumentar el VAN del proyecto. Sin embargo, desde el punto de vista operativo, esto no tiene mucho sentido, dado que, si solo se extrae estéril en un periodo, no convendría hacerlo, dado que no reporta beneficio. De esta forma, mineral y estéril se deben extraer de forma conjunta (esta es una de las desventajas de no utilizar una relación de precedencia entre mineral y estéril). En cuanto al límite superior se puede ser más restrictivo escogiendo un MM más pequeño, de acuerdo a la REM que se planea tener, para que no ocurra que se extraiga una cantidad muy pequeña de mineral y todo lo demás sea estéril.

La restricción (4) limita los contenidos mínimo y máximo del metal de interés $j \in J$ enviados a la planta de procesamiento, para mantener consistencia en la calidad del mineral enviado a la planta. La libertad la otorgan los parámetros $mG_{j,t}$ y $MG_{j,t}$ que en los periodos iniciales pueden ser menos restrictivos por el hecho de que no siempre se cuenta con mineral de suficiente calidad en los inicios del rajo. La restricción (5) limita el contenido máximo del contaminante $k \in K$ enviado a la planta, y así no superar el nivel de contaminación para no tener problemas de penalización en la venta del producto. La restricción (6) modela la distribución de tiempo de las palas, el tiempo operativo de una pala debe ser menor o igual que su máxima utilización efectiva.

$$\sum_{p \in P, t \in T} TT_t \cdot RM_p \cdot (1 - ST_{m,b,f}) \cdot (y_{p,m,b,f,t} + \bar{y}_{p,m,b,f,t}^1 + \bar{y}_{p,m,b,f,t}^2) = TM_{m,b,f} \quad \forall f \in F, \quad b \in B_f, \quad m \in M_{b(f)} \quad (1)$$

$$\sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot y_{p,m,b,f,t} \leq \sum_{l \in L} TT_t \cdot PC_l \cdot v_{l,t} \quad \forall t \in T \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot (1 - OM_{m,b,f}) \cdot y_{p,m,b,f,t} \\ & \leq MM \cdot \left(\sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot y_{p,m,b,f,t} \right) \quad \forall t \in T \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot mG_{j,t} \cdot y_{p,m,b,f,t} \\ & \leq \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot OG_{j,m,b,f} \cdot y_{p,m,b,f,t} \quad \forall j \in J, \quad \forall t \in T \quad (4) \\ & \leq \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot MG_{j,t} \cdot y_{p,m,b,f,t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot CG_{k,m,b,f} \cdot y_{p,m,b,f,t} \\ & \leq \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot MCG_{k,t} \cdot y_{p,m,b,f,t} \quad \forall k \in K, \quad \forall t \in T \quad (5) \end{aligned}$$

$$\sum_{f \in F, b \in B_f} x_{p,b,f,t} \leq UT_p \quad \forall p \in P, \quad \forall t \in T \quad (6)$$

Restricciones de desviación

Las restricciones (7)-(16) están relacionadas a las desviaciones entre los objetivos del plan y los objetivos deseados a cumplir.

La restricción (7) establece la desviación por periodo entre la mínima capacidad planta a cumplir y el mineral enviado a planta. Esta restricción es de tipo desigualdad porque si lo que se envía a procesamiento es mayor que la capacidad mínima a cumplir, la variable Δu_t tendría una cota inferior negativa, pero como esta variable siempre es positiva o a lo sumo cero, como se maximiza el VAN, será nula en este caso. Y si en realidad lo que se envía a planta es menor que la capacidad mínima entonces la variable de desviación puede ser mayor o igual a esta diferencia, pero como nuevamente se maximiza el VAN, elegirá la igualdad para minimizar el costo.

La restricción (8) modela las desviaciones por periodo entre el mineral de la mina enviado directamente a la planta y la capacidad de la planta. La restricción (9) limita, con una variable de máxima desviación de la mina, cada una de las desviaciones por periodo entre el mineral de la mina enviado a planta y la capacidad de la planta. La restricción (10) modela las desviaciones por periodo entre el mineral de la mina y los stockpiles enviado a la planta y la capacidad de la planta. La

restricción (11) limita, con una variable de máxima desviación de la planta, cada una de las desviaciones por periodo entre el mineral de la mina y los stockpiles enviado a planta y la capacidad de la planta.

La restricción (12) establece las desviaciones por periodo entre el material extraído desde la mina y los stockpiles y la capacidad de movimiento la mina. La restricción (13) limita, con una variable de máxima desviación de la capacidad mina, cada una de las desviaciones por periodo entre el material extraído y la capacidad de movimiento de la mina.

La restricción (14) modela cada una de las desviaciones positiva y negativa por periodo entre el contenido del metal de interés $j \in J$ enviado a la planta de procesamiento de mineral y el metal de interés $j \in J$ esperado (o target) en la planta. Las restricciones (15) y (16) limitan, con una variable de máxima desviación del metal de interés $j \in J$, cada una de las desviaciones superior e inferior por periodo entre el contenido del metal de interés $j \in J$ enviado a la planta y el metal de interés $j \in J$ esperado (o target) en la planta.

$$\Delta u_t \geq \sum_{l \in L} TT_t \cdot PC_l \cdot F_{PC,l} \cdot v_{l,t} - \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot y_{p,m,b,f,t} \quad \forall t \in T \quad (7)$$

$$\sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot y_{p,m,b,f,t} \cdot (1 - ST_{m,b,f}) + \Delta o_t = \sum_{l \in L} TT_t \cdot PC_l \cdot v_{l,t} \quad \forall t \in T \quad (8)$$

$$\Delta o_t \leq \Delta O \quad \forall t \in T \quad (9)$$

$$\sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot y_{p,m,b,f,t} + \Delta p_t = \sum_{l \in L} TT_t \cdot PC_l \cdot v_{l,t} \quad \forall t \in T \quad (10)$$

$$\Delta p_t \leq \Delta P \quad \forall t \in T \quad (11)$$

$$\sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f} TT_t \cdot RM_p \cdot x_{p,b,f,t} + \Delta m_t = \sum_{p \in P} TT_t \cdot RM_p \cdot UT_p \cdot w_{p,t} \quad \forall t \in T \quad (12)$$

$$\Delta m_t \leq \Delta M \quad \forall t \in T \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot OG_{j,m,b,f} \cdot y_{p,m,b,f,t} \\
& \quad + \Delta g_{j,t}^+ - \Delta g_{j,t}^- \quad \forall j \in J, \quad t \in T \quad (14) \\
= & \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot EG_{j,t} \cdot y_{p,m,b,f,t}
\end{aligned}$$

$$\Delta g_{j,t}^+ \leq \Delta G_j \quad \forall j \in J, \quad t \in T \quad (15)$$

$$\Delta g_{j,t}^- \leq \Delta G_j \quad \forall j \in J, \quad t \in T \quad (16)$$

Restricciones de ubicación de palas

Las restricciones (17)-(27) modelan la ubicación de palas en frentes de carga mineras y stockpiles.

La restricción (17) configura las precedencias entre bancos de una misma fase. Las restricciones (18) y (19) regulan las precedencias entre bancos de fases distintas, considerando el min/max lead (o mínimo/máximo desfase entre bancos de fases contiguas). La restricción (20) establece la máxima tasa de profundización (o sinking rate) de bancos en una fase por periodo. La restricción (21) impone que en $t = 0$ ninguna fase-banco ha sido finalizada.

La restricción (22) impone que, para ubicar una pala en una fase-banco en un periodo de tiempo, dicha pala debe estar ubicada en dicha fase en este periodo. La restricción (23) asegura que la pala tiene un tiempo efectivo en una fase-banco solo si la pala está ubicada en dicha fase-banco. La restricción (24) asegura que cuando una fase-banco es explotada completamente, no se le puede asignar ninguna pala.

La restricción (25) impone que una fase-banco no finaliza en el periodo $t \in T$ hasta que todo el material de esa fase-banco haya sido completamente extraído. La restricción (26) impone que si una fase-banco finaliza su extracción en el periodo $t \in T$, permanece en ese estado el siguiente periodo $t + 1 \in T$. La restricción (27) impone que, para asignar tiempo efectivo en una pala ubicada en una fase-banco, esa fase-banco debe estar activa.

$$z_{c,f,t} \leq \bar{z}_{b,f,t} \quad \forall f \in F, (b, c) \in Q_f, t \in T \quad (17)$$

$$z_{b,f,t} \leq \bar{z}_{c,g,t} \quad \forall (f, g) \in R, b \in B_f, c \in B_g, \quad c - b \geq ML_{f,g}, t \in T \quad (18)$$

$$z_{c,g,t} \leq \bar{z}_{b,f,t} \quad \forall (f, g) \in R, b \in B_f, c \in B_g, \quad c - b \leq mL_{f,g}, t \in T \quad (19)$$

$$\sum_{b \in B_f} (\bar{z}_{b,f,t} - \bar{z}_{b,f,t-1}) \leq SR \quad \forall f \in F, t \in T \quad (20)$$

$$\bar{z}_{b,f,0} = 0 \quad \forall f \in F, b \in B_f \quad (21)$$

$$\bar{x}_{p,b,f,t} \leq \bar{w}_{p,f,t} \quad \forall p \in P, f \in F, b \in B_f, t \in T \quad (22)$$

$$x_{p,b,f,t} \leq \bar{x}_{p,b,f,t} \quad \forall p \in P, f \in F, b \in B_f, t \in T \quad (23)$$

$$\bar{x}_{p,b,f,t} \leq 1 - \bar{z}_{b,f,t-1} \quad \forall p \in P, f \in F, b \in B_f, t \in T \quad (24)$$

$$\bar{z}_{b,f,t} \leq \sum_{p \in P, \tau \leq t} \frac{TT_\tau \cdot RM_p \cdot x_{p,b,f,\tau}}{\sum_{m \in M_b(f)} TM_{m,b,f}} \quad \forall f \in F, b \in B_f, t \in T \quad (25)$$

$$\bar{z}_{b,f,t} \geq \bar{z}_{b,f,t-1} \quad \forall f \in F, b \in B_f, t \in T \quad (26)$$

$$x_{p,b,f,t} \leq z_{b,f,t} \quad \forall p \in P, f \in F, b \in B_f, t \in T \quad (27)$$

Restricciones de stockpiles

Las restricciones (28)-(41) modelan los stockpiles.

La restricción (28) impone que la suma de las fracciones de tiempo efectivo en destinos primario (planta y botadero) y secundario (stockpiles) de una pala ubicada en los tipos de materiales (mineral o estéril) de una fase-banco debe ser igual a la fracción de tiempo efectivo de dicha pala en esa fase-banco. Las restricciones (29) y (30) imponen que la fracción de tiempo efectivo en el segundo destino de una frente de carga minera que contiene estéril es cero. Las restricciones (31) y (32) imponen que la fracción de tiempo efectivo en el segundo destino de un sector que es modelado como stockpile es cero.

La restricción (33) establece el tonelaje de mineral inicial de sectores modelados como stockpile. Las restricciones (34) y (35) definen el inventario de tonelaje de mineral en los stockpiles de alta y baja ley, respectivamente. El mineral enviado de frentes de carga minera en el periodo $t \in T$ más el contenido de mineral en el stockpile al final del periodo $t - 1 \in T \setminus \{T\} \cup \{0\}$ es igual al mineral enviado a la planta desde el stockpile en periodo $t \in T$ más el mineral remanente en dicho acopio al final del periodo $t \in T$. Las restricciones (36) y (37) aseguran que el mineral que se envía al stockpile en el periodo $t \in T$ junto con lo que había inicialmente en el periodo $t - 1 \in T \setminus \{T\} \cup \{0\}$ no superen la capacidad máxima del stockpile tanto de alta como de baja ley, respectivamente.

Las restricciones (38) y (39) aseguran que el mineral que se envía a planta desde el stockpile de alta o baja ley en el periodo $t \in T$ es menor o igual que el tonelaje de inventario que el stockpile tiene en $t - 1 \in T \setminus \{T\} \cup \{0\}$. De esta forma se

evita que el modelo envíe material al stockpile en un periodo y luego saque ese mineral ese mismo periodo para enviarlo a planta. Esto podría ocurrir si no está esta restricción para, por ejemplo, modificar artificialmente la ley del metal de interés o el nivel de contaminante que ingresa a los stockpiles (ver Restricciones de mezcla en los stockpiles: dada la aproximación lineal, puede existir pérdida de finos del metal de interés o creación/pérdida de finos de contaminante al pasar el mineral por los stockpiles), justamente para cumplir con las restricciones de calidad del mineral alimentado en la planta de procesamiento.

La restricción (40) establece que el mineral remanente en el stockpile en el periodo $t \in T$ debe ser menor que la capacidad del stockpile, así como también, que cuando se ejecute la última opción L (cierre de mina), no debe quedar mineral en el stockpile. Y por último la restricción (41) asegura que no quede mineral remanente en los stockpiles en el último periodo T , si es que justo calzan los periodos agendados con la vida de la mina y nunca llega a ejecutarse la última opción L .

$$x_{p,b,f,t} = \sum_{m \in M_{b(f)}} y_{p,m,b,f,t} + \bar{y}^1_{p,m,b,f,t} + \bar{y}^2_{p,m,b,f,t} \quad \forall p \in P, f \in F, b \in B_f, t \in T \quad (28)$$

$$\bar{y}^1_{p,m,b,f,t} \leq OM_{m,b,f} \quad \forall p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}, t \in T \quad (29)$$

$$\bar{y}^2_{p,m,b,f,t} \leq OM_{m,b,f} \quad \forall p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}, t \in T \quad (30)$$

$$\bar{y}^1_{p,m,b,f,t} \leq 1 - ST_{m,b,f} \quad \forall p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}, t \in T \quad (31)$$

$$\bar{y}^2_{p,m,b,f,t} \leq 1 - ST_{m,b,f} \quad \forall p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}, t \in T \quad (32)$$

$$u_{m,b,f,0} = TM_{m,b,f} \cdot ST_{m,b,f} \quad \forall f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot (1 - ST_{m,b,f}) \cdot \bar{y}^1_{p,m,b,f,t} \\ & + u_{m_1^*, b_1^*, f_1^*, t-1} \quad \forall t \in T \quad (34) \\ & = \sum_{p \in P} TT_t \cdot RM_p \cdot y_{p, m_1^*, b_1^*, f_1^*, t} + u_{m_1^*, b_1^*, f_1^*, t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot (1 - ST_{m,b,f}) \cdot \bar{y}_{p,m,b,f,t}^2 \\
& \quad + u_{m_2^*, b_2^*, f_2^*, t-1} \quad \forall t \in T \quad (35) \\
& = \sum_{p \in P} TT_t \cdot RM_p \cdot y_{p, m_2^*, b_2^*, f_2^*, t} + u_{m_2^*, b_2^*, f_2^*, t}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot (1 - ST_{m,b,f}) \cdot \bar{y}_{p,m,b,f,t}^1 \\
& \quad + u_{m_1^*, b_1^*, f_1^*, t-1} \leq SC \quad \forall t \in T \quad (36)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot (1 - ST_{m,b,f}) \cdot \bar{y}_{p,m,b,f,t}^2 \\
& \quad + u_{m_2^*, b_2^*, f_2^*, t-1} \leq SC \quad \forall t \in T \quad (37)
\end{aligned}$$

$$\sum_{p \in P} TT_t \cdot RM_p \cdot y_{p, m_1^*, b_1^*, f_1^*, t} \leq u_{m_1^*, b_1^*, f_1^*, t-1} \quad \forall t \in T \quad (38)$$

$$\sum_{p \in P} TT_t \cdot RM_p \cdot y_{p, m_2^*, b_2^*, f_2^*, t} \leq u_{m_2^*, b_2^*, f_2^*, t-1} \quad \forall t \in T \quad (39)$$

$$u_{m,b,f,t} \leq ST_{m,b,f} \cdot SC \cdot (1 - v_{L,t}) \quad \forall f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}, t \in T \quad (40)$$

$$u_{m,b,f,T} = 0 \quad \forall f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)} \quad (41)$$

Restricciones de mezcla en los stockpiles

Las restricciones (42) a la (47) modelan la mezcla ocurrida en los stockpiles y están basadas en las ecuaciones de Tabesh et al. (2015).

Las restricciones (42) y (43) aseguran que el fino del metal de interés $j \in J$, enviado a los stockpiles desde las frentes de carga mina en el periodo $t \in T$, tiene una ley promedio mayor o igual que la ley mínima de alimentación de los stockpiles, tanto de alta como de baja ley, respectivamente. Las restricciones (44) y (45) restringen que el fino del metal de interés $j \in J$, enviado a los stockpiles desde las frentes de carga mina en el periodo $t \in T$, tiene una ley promedio menor o igual que la ley máxima de alimentación de los stockpiles, tanto de alta como de baja ley, respectivamente. De esta forma, el mineral enviado a los stockpiles debe tener leyes acotadas, que permiten un mejor manejo y control de los stockpiles.

En tanto, las restricciones (46) y (47) establecen que el nivel del contaminante $k \in K$, enviado a los stockpiles desde las frentes de carga mina en el periodo $t \in T$,

tiene un contenido promedio menor o igual que el nivel máximo permitido en los stockpiles, tanto de alta como de baja ley, respectivamente.

$$\begin{aligned} & \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} OG_{j,m,b,f} \\ & \cdot TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot (1 - ST_{m,b,f}) \cdot \bar{y}_{p,m,b,f,t}^1 \\ & \geq mL_j^{SHG} . \end{aligned} \quad \forall j \in J, \quad t \in T \quad (42)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot (1 - ST_{m,b,f}) \cdot \bar{y}_{p,m,b,f,t}^1 \\ & \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} OG_{j,m,b,f} \\ & \cdot TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot (1 - ST_{m,b,f}) \cdot \bar{y}_{p,m,b,f,t}^2 \\ & \geq mL_j^{SLG} . \end{aligned} \quad \forall j \in J, \quad t \in T \quad (43)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot (1 - ST_{m,b,f}) \cdot \bar{y}_{p,m,b,f,t}^2 \\ & \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} OG_{j,m,b,f} \\ & \cdot TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot (1 - ST_{m,b,f}) \cdot \bar{y}_{p,m,b,f,t}^1 \\ & \leq ML_j^{SHG} . \end{aligned} \quad \forall j \in J, \quad t \in T \quad (44)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot (1 - ST_{m,b,f}) \cdot \bar{y}_{p,m,b,f,t}^1 \\ & \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} OG_{j,m,b,f} \\ & \cdot TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot (1 - ST_{m,b,f}) \cdot \bar{y}_{p,m,b,f,t}^2 \\ & \leq ML_j^{SLG} . \end{aligned} \quad \forall j \in J, \quad t \in T \quad (45)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} CG_{k,m,b,f} \\ & \cdot TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot (1 - ST_{m,b,f}) \cdot \bar{y}_{p,m,b,f,t}^1 \\ & \leq MC_k^{SHG} . \end{aligned} \quad \forall k \in K, \quad t \in T \quad (46)$$

$$\sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot (1 - ST_{m,b,f}) \cdot \bar{y}_{p,m,b,f,t}^1$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} CG_{k,m,b,f} \\
& \quad \cdot TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot (1 - ST_{m,b,f}) \cdot \overline{y^2}_{p,m,b,f,t} \quad \forall k \in K, \\
& \leq MC_k^{SLG} \quad t \in T \quad (47) \\
& \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot (1 - ST_{m,b,f}) \cdot \overline{y^2}_{p,m,b,f,t}
\end{aligned}$$

Restricciones de opciones

Las restricciones (48)-(59) están asociadas a las opciones de capacidad de planta.

La restricción (48) asegura que solo una opción se puede elegir cada periodo. La restricción (49) asegura que solo se tiene expansiones de capacidad planta asumiendo las opciones ordenadas en orden creciente de capacidad. La restricción (50) asegura que cuando se ejecuta una opción $l \in L$ en el tiempo $t \in T$, se guarde la opción considerada, en tanto que la restricción (51) asegura que la opción no se guarda hasta que se haya ejecutado, y la restricción (52) establece que, si en un momento se ejecutó la opción, permanece en ese estado los periodos posteriores. Las restricciones (53) y (54) aseguran que ninguna opción es ejecutada en $t = 0$.

La restricción (55) asegura que se cumpla la cantidad de opciones de capacidad planta que se quieren (sin incluir la última opción L de capacidad nula), mientras que la restricción (56) establece que cada opción (excepto la última L) debe ejecutarse una mínima cantidad de tiempo. Esto para que la capacidad instalada sea ocupada un tiempo suficiente para el periodo de adaptación del personal y equipos, e instalación de una siguiente expansión. De esta forma, en conjunto con las demás restricciones, asegura que no ocurran saltos de capacidad de un periodo a otro de manera desordenada que sean impracticables de seguir por la operación.

La restricción (57) configura los valores a tomar por la variable $Tp_{l,t}$, donde en el caso que la opción $l \in L$ sea ejecutada en el periodo $t \in T$, la cota inferior sea el mineral extraído, y como se busca maximizar el VAN, se escogerá justamente esa cota inferior para minimizar el costo de la planta. En caso de que la opción $l \in L$ no sea ejecutada en el periodo $t \in T$, la cota inferior es un número negativo, pero como la variable debe ser positiva por construcción, y como nuevamente se busca maximizar el VAN, se escogerá un tonelaje nulo. De esta forma se logra considerar el verdadero costo operacional incurrido por la planta, a expensas de esta variable adicional.

La restricción (58) establece que si la opción $l \in L \setminus \{L\}$ es ejecutada en el periodo $t - 1 \in T \setminus \{T\} \cup \{0\}$ y que la última opción L se ejecuta en el periodo $t \in T$, entonces la variable $\overline{v^2}_{l,t}$ puede tomar el valor 1. Sin embargo, esta restricción no es suficiente para que dicha variable sea 1, sino que también es necesaria la restricción (59) que señala que, si lo anterior se cumple, la variable $\overline{v^2}_{l,t}$ debe ser

mayor o igual que 0.5, y como es entera entre 0 y 1, la obliga a tomar el valor 1. La importancia de que esta variable sea 1 cuando se cumplan las condiciones anteriores, es que permite que, dado que se recogen los incrementos de inversión al pasar de una capacidad a otra mayor, si no se incluyera esta variable o, si solo se plasmara la restricción (58), al pasar al cierre de mina (ejecutar la última opción L), en ese periodo se tomaría en cuenta una inversión negativa igual a la de la última capacidad no nula, haciendo que el VAN aumente de manera errónea.

$$\sum_{l \in L} v_{l,t} = 1 \quad \forall t \in T \quad (48)$$

$$v_{l,t+1} \leq \sum_{g \leq l} v_{g,t} \quad \forall l \in L, t \in T \setminus \{T\} \quad (49)$$

$$\bar{v}_{l,t} \geq v_{l,t} \quad \forall l \in L, t \in T \quad (50)$$

$$\bar{v}_{l,t} \leq \sum_{\tau \leq t} v_{l,\tau} \quad \forall l \in L, t \in T \quad (51)$$

$$\bar{v}_{l,t} \geq \bar{v}_{l,t-1} \quad \forall l \in L, t \in T \quad (52)$$

$$\bar{v}_{l,0} = 0 \quad \forall l \in L \quad (53)$$

$$v_{l,0} = 0 \quad \forall l \in L \quad (54)$$

$$\sum_{l \in L \setminus \{L\}} \bar{v}_{l,T} = N \quad (55)$$

$$\sum_{t \in T} v_{l,t} \geq mA \cdot \bar{v}_{l,T} \quad \forall l \in L \setminus \{L\} \quad (56)$$

$$Tp_{l,t} \geq \sum_{p \in P, f \in F, b \in B_f, m \in M_{b(f)}} TT_t \cdot RM_p \cdot OM_{m,b,f} \cdot y_{p,m,b,f,t} - MM \cdot (1 - v_{l,t}) \quad \forall t \in T, l \in L \quad (57)$$

$$\bar{v}^2_{l,t} \leq \frac{v_{l,t-1} + v_{l,t}}{2} \quad \forall l \in L \setminus \{L\}, t \in T \quad (58)$$

$$\bar{v}^2_{l,t} \geq \frac{v_{l,t-1} + v_{l,t}}{2} - 0.5 \quad \forall l \in L \setminus \{L\}, t \in T \quad (59)$$

Restricción de compra de palas

Las restricciones (60)-(67) modelan la compra y recompra de palas.

La restricción (60) indica que solo se puede asignar tiempos efectivos de operación a palas que ya han sido compradas y siguen útiles. La restricción (61) asegura que solo se puede asignar palas a fases si es que la pala ha sido comprada y se mantiene vigente. La restricción (62) indica que una vez que el equipo está comprado, se mantiene en ese estado, salvo que ya haya acabado su vida útil y no haya sido recomprado, o que la mina haya cerrado.

La restricción (63) establece que en el momento en que la extracción de mineral ha finalizado en el periodo $t \in T$, que corresponde a activar la última opción L que posee capacidad planta nula, la pala deja de funcionar, lo que indica que la extracción de estéril también debe haber finalizado (ya que se impone que se deben extraer todos los tonelajes de todos los frentes de carga minera). Esto porque, sin esta restricción, como el objetivo es maximizar el VAN, la extracción de estéril se posterga lo más posible, inclusive hasta el último periodo considerado, haciendo que, si la extracción de mineral termina mucho antes, haya periodos sin ningún tipo de extracción, y al final extracción de estéril, resultando en un plan impracticable. Además, esta restricción sirve para que no se sigan efectuando compra o recompra de palas después de que ya ha acabado la extracción.

La restricción (64) impone que en $t = 0$ no se ha comprado ninguna pala.

Las restricciones (65) y (66) modelan la variable $h_{p,t}$, para que sea igual a la cantidad de veces que la pala $p \in P$ ha sido recomprada antes o dejó de operar por el cierre de la mina. Se puede ver que, en los periodos anteriores al cierre de la mina (que corresponde a que $v_{L,t} = 0$), esta variable no es más que la parte entera entre la división de los periodos de funcionamiento de la pala y su vida útil más uno (por el desfase de inversión). De esta forma, mientras no haya agotado su vida útil, esta variable no cambia, haciendo que en el siguiente periodo la pala siga estando operativa de acuerdo a (62). Pero cuando se ha agotado la vida útil en $t \in T$, la variable $h_{p,t}$ aumenta en uno, con lo que la restricción (62) se expresa como $w_{p,t} \geq 0$, dando la opción al modelo de elegir si quiere o no recomprar la misma pala en dicho periodo o en periodos posteriores. Ahora, si lo que sucede es que ya se terminó la vida de la mina, es decir, la variable $v_{L,t} = 1$, se le da la opción a la variable $h_{p,t}$ de aumentar en 1 o mantenerse constante. Sin embargo, si se mantiene constante, de acuerdo a la restricción (62), la pala debería continuar operativa, lo que es una contradicción con (63), entonces decide aumentar en 1, y hacer que la variable $w_{p,t}$ sea cero.

De esta forma, la combinación de las variables $w_{p,t}$ y $h_{p,t}$ permiten la compra y recompra de palas en el tiempo y que sus costos de adquisición sean debida y precisamente considerados.

Por último, la restricción (67) impone que en $t = 0$ ningún equipo ha terminado su vida útil.

$$x_{p,b,f,t} \leq w_{p,t} \quad \forall p \in P, f \in F, b \in B_f, t \in T \quad (60)$$

$$\bar{w}_{p,f,t} \leq w_{p,t} \quad \forall p \in P, f \in F, t \in T \quad (61)$$

$$w_{p,t} \geq w_{p,t-1} - (h_{p,t} - h_{p,t-1}) \quad \forall p \in P, t \in T \quad (62)$$

$$w_{p,t} \leq 1 - v_{L,t} \quad \forall p \in P, t \in T \quad (63)$$

$$w_{p,0} = 0 \quad \forall p \in P \quad (64)$$

$$h_{p,t} \geq \frac{\sum_{\tau \leq t} w_{p,\tau}}{V_p + 1} - 0.99 \quad \forall p \in P, t \in T \quad (65)$$

$$h_{p,t} \leq \frac{\sum_{\tau \leq t} w_{p,\tau}}{V_p + 1} + v_{L,t} \quad \forall p \in P, t \in T \quad (66)$$

$$h_{p,0} = 0 \quad \forall p \in P \quad (67)$$

Restricción de desviación adicionales

Las restricciones de desviación adicionales (68)-(72) imponen límites para cada una de las desviaciones correspondientes.

Estas son restricciones adicionales para desarrollar la optimización jerárquica. Por ejemplo, en la restricción (68) se impone que el VAN debe ser mayor o igual que el límite inferior $VAN^* \cdot (1 - VAN^\varepsilon) - (1 - VAN^\mu) \cdot MM$. Cuando $VAN^\mu = 0$, el límite inferior es un número muy pequeño negativo $VAN^* \cdot (1 - VAN^\varepsilon) - MM$ (por lo que no hay restricción), mientras que cuando $VAN^\mu = 1$ el límite inferior es igual a $VAN^* \cdot (1 - VAN^\varepsilon)$. El parámetro VAN^* es un parámetro conocido resultante del proceso de optimización simple, mientras que el parámetro VAN^ε es un número mayor o igual a cero, que representa la fracción de tolerancia del parámetro VAN^* .

Las restricciones (69)-(72) funcionan de manera similar.

$$VAN \geq VAN^* \cdot (1 - VAN^\varepsilon) - (1 - VAN^\mu) \cdot MM \quad (68)$$

$$\Delta O \leq \Delta O^* \cdot (1 + \Delta O^\varepsilon) + (1 - \Delta O^\mu) \cdot MM \quad (69)$$

$$\Delta P \leq \Delta P^* \cdot (1 + \Delta P^\varepsilon) + (1 - \Delta P^\mu) \cdot MM \quad (70)$$

$$\Delta M \leq \Delta M^* \cdot (1 + \Delta M^\varepsilon) + (1 - \Delta M^\mu) \cdot MM \quad (71)$$

$$\Delta G_j \leq \Delta G_j^* \cdot (1 + \Delta G_j^\varepsilon) + (1 - \Delta G_j^\mu) \cdot MM \quad \forall j \in J \quad (72)$$

Capítulo 5

5. Caso de estudio

5.1. Descripción de caso de estudio

Para corroborar un correcto funcionamiento del modelo y del programa, en el sentido que los resultados tengan lógica y el script haga lo que se supone debe hacer, es necesario probarlo con un caso de estudio.

Utilizando un modelo de bloques de un yacimiento de minerales de Cu-Mo (se trabaja con una ley equivalente en cobre), se añade As en niveles altos para probar el caso con un contaminante que es típico en este tipo de yacimientos de cobre porfídico. Se valoriza cada bloque de acuerdo a una ley de corte marginal, dados los parámetros técnico-económicos que se muestran en la Tabla 5.1, donde el precio, el costo de venta, la recuperación y la tasa de descuento corresponde a valores típicos de la evaluación de proyectos mineros de cobre. En tanto, el costo mina y planta son obtenidos a partir de los datos de Infomine (2007, 2011), anexados en 8.1, desde la capacidad obtenida mediante la fórmula de Taylor (1986) con las reservas de mineral contenidas en el pit final, y que se detalla en la Sección 8.2 (se tiene que hacer una iteración porque a priori no se conoce el pit final).

Tabla 5.1. Parámetros técnico-económicos.

Parámetro	Valor
Precio Cu [USD/lb]	2.8
Costo mina [USD/t]	5
Costo planta [USD/t]	12
Costo venta [USD/lb]	0.45
Rec. Metalúrgica [%]	90
Tasa de descuento [%]	10

Luego se generan los pits anidados, se elige el pit final como aquel donde se alcanza la meseta del VAN del best case, es decir cuando se estabiliza, y se procede a escoger las fases. Las fases son elegidas de tal manera de mantener consistencia en el tonelaje de mineral, así como en su ley, que puedan alimentar a

la planta por un par de años, y que exista espacio suficiente para colocar equipos. Esto último se debe tener en cuenta porque la elección de fases se realiza en función de una capacidad, pero en el modelo matemático propuesto la capacidad se deja libre y recibe como input unas fases ya predeterminadas con una capacidad elegida con antelación. Así mismo, la definición de mineral y estéril también es hecha a priori, con unos costos mina y planta dados, los que a su vez dependen de la capacidad mina y planta escogidas inicialmente en la definición de estas fases. Por este motivo, el modelo propuesto es incapaz de variar la cantidad de mineral y estéril, esto considerando por ejemplo que, si la capacidad es mayor, por economías de escala, el costo operativo debería ser menor, lo que reduce la ley de corte marginal, haciendo que aumenten las reservas mineras, a expensas también de una disminución de la ley media. Un enfoque más holístico debería ser capaz de hacer la discriminación de mineral y estéril, elegir fases, y agendarlas en función de distintas capacidades.

Como resultado se tienen en total 6 fases cuya descripción se muestra en la Tabla 5.2, con bancos de 15 [m] de altura.

Tabla 5.2. Fases del caso de estudio.

Fase	Tonelaje total [kt]	Tonelaje de mineral [kt]	Tonelaje de estéril [kt]	REM	Ley Cu [%]	Ley As [ppm]
1	53,465	25,233	28,232	1.12	0.655	136
2	86,246	40,459	45,787	1.13	0.702	138
3	74,884	38,955	35,929	0.92	0.768	136
4	116,875	51,125	65,749	1.29	0.667	144
5	95,337	38,028	57,309	1.51	0.600	142
6	69,906	34,179	35,728	1.05	0.564	139
Total	496,713	227,980	268,733	1.18	0.663	140

La Figura 5.1 indica el detalle del tonelaje de mineral por fase-banco, junto con la ley de cabeza de Cu y el nivel de contaminante As, así como el tonelaje de estéril por banco. Se puede observar que los primeros y los últimos bancos son los que tienen menor tonelaje de mineral, concentrándose en los bancos intermedios la mayor cantidad de éste. Esto hace sentido dado que los bancos más superficiales son más angostos por intersectarse con la topografía, pero a medida que se profundiza los bancos se ensanchan más, hasta que vuelven a angostarse para cumplir con el ángulo de talud global. En cuanto al estéril, se puede notar que el tonelaje por banco es similar en los primeros bancos, y luego disminuye gradualmente para los bancos más profundos, llegando a valores cercanos a cero. La ley de Cu es menor en los primeros bancos y va a aumentando conforme se profundiza el yacimiento, llegando a un valor relativamente constante de 0.7 %Cu desde el banco de cota 1192.5 [m] hacia cotas inferiores. La ley de As presenta un comportamiento más aleatorio, pero en torno a los 150 [ppm].

Como resultante se obtiene 245 agrupaciones tipo fase-banco-material (mineral o estéril) incluyendo los dos stockpiles de alta y baja ley.

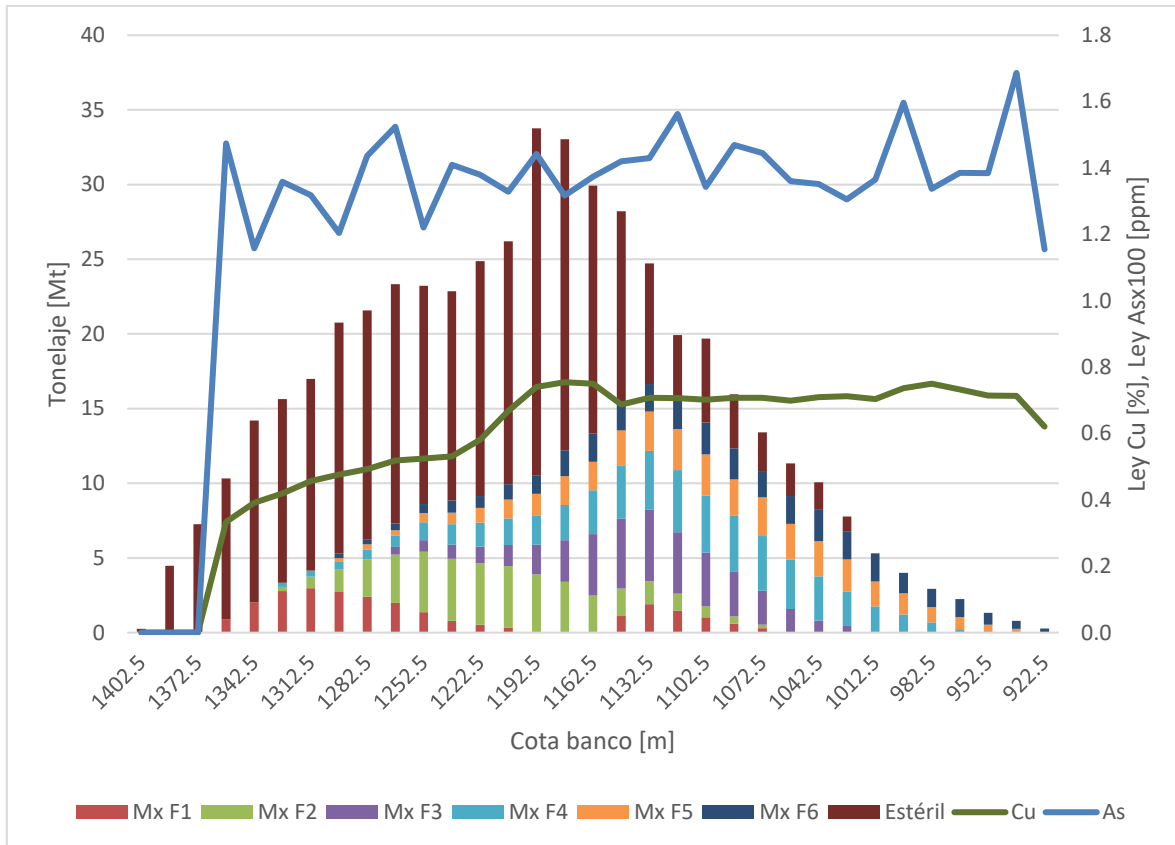


Figura 5.1. Tonelaje de mineral y estéril, y leyes de Cu y As por fase-banco del caso de estudio.

Una vez que se tiene el yacimiento discretizado en la forma de fases-banco-material, corresponde investigar en la literatura los demás parámetros que utiliza como input el programa, dentro de los más importantes están el modelo de costos tanto operacionales como de inversión en función de la capacidad planta, y modelos de palas con rendimientos y costos de adquisición acordes al yacimiento.

En cuanto a los parámetros de los stockpiles, se tiene lo siguiente: el costo de remanejo de stockpile, de acuerdo a Moreno et al. (2017), se puede aproximar como un 10% del costo mina, es decir, en este caso sería de 0.5 [USD/t]. El límite máximo permisible de contaminante As tanto en los stockpiles como en la planta es de 150 [ppm] (Rezakhah et al., 2019). La capacidad máxima de los stockpiles de largo plazo se configura en 2 [Mt] (Kumar & Chatterjee, 2016). Las leyes de Cu de entrada y salida de los stockpiles de alta y baja ley, así como el nivel de contaminante de salida de éstos se detalla en la Tabla 5.3. Se establece que la ley de Cu de salida de los stockpiles es igual a la ley mínima de entrada a estos, para asegurar que no haya creación de finos. Además, estas cotas superior e inferior son creadas a partir de las leyes que presenta el yacimiento, asegurando que los rangos sean lo suficientemente estrechos como para que la pérdida de finos no sea tan grande, y para que los stockpiles se utilicen (por ejemplo, en el caso del stockpile de alta ley, si las cotas son muy altas no se usa porque se prefiere enviar el material a planta directamente). En el caso del As, se establece que la ley de salida sea 20 [ppm] menos que el nivel de contaminante máximo permitido, siguiendo como

ejemplo lo realizado por Kumar & Chatterjee (2016). Por otra parte, el tonelaje inicial de los stockpiles es igual a 0 [t], dado que es un proyecto Greenfield.

Tabla 5.3. Leyes de entrada y salida de los stockpiles de alta y baja ley.

Stockpile	Parámetro	Ley Cu [%]	Ley As [ppm]
Alta ley	Ley mínima de entrada	0.7	0
	Ley promedio de salida	0.7	130
	Ley máxima de entrada	0.85	150
Baja ley	Ley mínima de entrada	0.45	0
	Ley promedio de salida	0.45	130
	Ley máxima de entrada	0.6	150

Referente a los parámetros de control de bancos en fases, la tasa de hundimiento máxima (o sinking rate) de bancos por fase por periodo se escoge como 7 bancos (equivalentes a 105 [m]). Esto porque en fases-banco relativamente grandes (en este caso se trabaja con bancos de 15 [m]) toma más tiempo hacer el remate y el saneamiento de paredes del talud, para acceder a los bancos inferiores; además que sinking rates altos hacen aumentar el costo mina de manera anticipada por el traslado de equipos. El min/max lead entre fases consecutivas se configura en 60 [m] (4 bancos) y 120 [m] (8 bancos), para asegurar que la tronadura de un banco de una fase posterior no interfiera con la operación de un banco inferior, y el derrame pueda ser retenido por las bermas de los bancos de desfase. Pero, además, para asegurar que no haya una pared suficientemente alta como para generar inestabilidades o riesgos geomecánicos.

Relativo a la planta, el tiempo que debe durar cada capacidad planta debe ser de al menos 4 años para que sea un periodo suficiente de adaptación del personal y la instalación de otra capacidad superior, que es un rango cercano al usado por Meneses (2019), aunque en ese caso se utilizan cambios de capacidad cada 5 años. Además, cada capacidad planta tiene que satisfacerse en al menos la máxima capacidad menos 5,000 [tpd] (cercano a 2 [Mt] anuales, ya que se trabaja con opciones de capacidad en intervalos de 10,000 [tpd]). Por ejemplo, si la capacidad instalada es de 40,000 [tpd], al menos se debe cumplir 35,000 [tpd]. Esto para asegurar que no haya cambios bruscos en la capacidad de un periodo a otro, y se mantenga consistencia en el mineral enviado a planta. También para que no ocurra que usando la economía de escala de que una mayor capacidad tiene asociado un menor OPEX, usar ese OPEX cuando en realidad se está utilizando una capacidad significativamente menor a la máxima instalada. Por esto último, se agrega un término de penalización de subutilizar la capacidad planta en menos de su capacidad mínima, que tiene un costo de 18.5 [USD/t] de acuerdo a Jélvez et al. (2020). En cuanto al OPEX y CAPEX planta, para cada opción de capacidad, se obtiene mediante regresión potencial y lineal, respectivamente, en función de la capacidad, de acuerdo a lo anexado en 8.1, y cuyas ecuaciones se muestran en (i) y (ii). En este caso se utiliza una planta de flotación con dos concentrados por la presencia de minerales sulfurados de Cu y Mo.

$$OPEX \text{ planta [USD/t]} = 413 \cdot \text{Capacidad planta [tpd]}^{-0.36} \quad (i)$$

$$CAPEX \text{ planta [USD]} = 9,811 \cdot \text{Capacidad planta [tpd]} \quad (ii)$$

Con estos modelos, se procede a establecer las distintas opciones de capacidad planta con su inversión y OPEX, y que se muestra en la Tabla 5.4. Estas capacidades son elegidas debido a un análisis previo tipo Hill of Value en función de la capacidad planta y cuyo detalle se anexa en 8.3.

Tabla 5.4. Opciones de capacidad planta del caso de estudio.

Opción	Máxima Capacidad planta [tpd]	Inversión [MUSD]	OPEX [USD/t]	Mínima Capacidad planta [% r/a Máxima Capacidad]
1	40,000	392	8.94	88
2	50,000	491	8.25	90
3	60,000	589	7.72	92
4	70,000	687	7.31	93
5	80,000	785	6.96	94
6	0	0	0	0

El target del contenido de Cu a la planta se elige como la ley media de todo el yacimiento, y se establecen límites superiores e inferiores que disten en 0.15 %Cu del target, tal como se ve en la Tabla 5.5. Además, los periodos serán de 360 días hábiles, y en el primer año no se impondrá un límite inferior en la ley de Cu, dado que constituye el ramp up y no siempre se encuentra mineral disponible suficiente o de la calidad necesaria en los primeros bancos. Esto debido a que en un principio no se cuenta con muchas frentes de trabajo para conseguir más mineral o hacer mezclas, como ocurre cuando se profundiza más.

Tabla 5.5. Leyes, duración y capacidad de la planta en cada periodo.

Periodo	Duración [días]	Min Cu [%]	Max Cu [%]	Target Cu [%]	Max As [ppm]
1	360	0	0.8	0.65	150
2-14	360	0.5	0.8	0.65	150

En este caso, la cantidad de periodos a agendar corresponde a 14 años.

En cuanto a las palas, los datos acerca de sus características, así como su vida útil, se obtienen mediante los catálogos CAT, asegurando que los equipos sean adecuados a este yacimiento. En particular, cada pala debe tener un alcance vertical cercano a los 15 [m], correspondiente a la altura de banco. Mientras que los rendimientos y los costos fueron obtenidos de González (2017), a los cuales se les aplica una corrección por inflación para llevarlos a dólares de 2020. Por otro lado, se considera una máxima utilización del 50% para todas las palas, considerando

todas las mantenciones, fallas y los tiempos muertos (colaciones y cambios de turno) en todo el año. Todo esto se detalla en la Tabla 5.6.

Tabla 5.6. Parámetros de las palas a emplear.

Pala	Modelo	Costo [MUSD]	Rendimiento [tpd]	Máxima utilización [%]	Vida útil [años]
1	6040/6040 FS	\$5.6	124,056	50	7
2	6060/6060 FS	\$6.8	138,576	50	7
3	6050/6050 FS	\$7.6	179,352	50	7

Finalmente, en términos de optimalidad, se escoge un MIP gap del 1%, dado que se estima que la diferencia de VAN por expansiones de capacidad planta no sea mayor a un 5%, que es el gap que normalmente se utiliza ya que garantiza una solución de suficiente calidad compensando el tiempo de resolución.

En cuanto a la optimización jerárquica se deja una tolerancia del 2% para el objetivo incorporado como restricción, a fin de que se tenga una solución que cumpla en buena parte con el valor objetivo encontrado en la optimización anterior (optimización simple cuando se maximiza el VAN), y que la solución encontrada en la optimización jerárquica tenga mayor valor económico respecto del caso sin expansión de capacidad planta.

Cabe también señalar que no se van a tomar en cuenta ni el primer ni el último periodo (que corresponden al ramp up y el ramp down, respectivamente) para los objetivos diferentes a maximizar el VAN, dado que estos años no son parte del régimen. Por ejemplo, si se quiere minimizar la desviación de finos global, la cota máxima siempre será el primer año y será difícil disminuirla, fundamentalmente por las restricciones de precedencias, donde es difícil establecer mezclas por la poca cantidad de frentes disponibles en los comienzos de la extracción, por lo que se intentaría controlar el primer periodo, pero se descuidaría los otros años.

5.2. Descripción de escenarios

Básicamente lo que se busca con esta actividad es probar que el modelo de optimización con el caso de estudio creado puede entregar resultados coherentes. También se pretende establecer escenarios comparables para analizar la importancia de las expansiones de capacidad planta, la presencia de stockpiles y la optimización jerárquica.

Para ello se evalúan distintos escenarios, tal como se detallan en la Tabla 5.7, dependiendo de la cantidad de expansiones de capacidad planta a usar en todo

el horizonte de evaluación, el uso o no de stockpiles, y el objetivo en cuestión a optimizar. Es en el escenario 6 donde se hace la optimización jerárquica, manteniendo el VAN obtenido en el escenario 4 dentro de un rango de tolerancia, y optimizando respecto de los demás objetivos como maximizar la utilización planta o minimizar la desviación de finos a la planta respecto de lo esperado. En la Tabla 5.8 se muestran los objetivos a optimizar, así como la notación empleada para la optimización jerárquica. Estos objetivos se explican con más detalle en 4.2.

Tabla 5.7. Escenarios a analizar.

Escenario	Número de expansiones de capacidad planta	Presencia de Stockpiles	Función Objetivo
1	0	No	Max VAN
2	0	Sí	Max VAN
3	1	No	Max VAN
4	1	Sí	Max VAN
5	1	Sí	Otros
6	1	Sí	Otros sujetos al VAN 4

Tabla 5.8. Métodos de optimización de los objetivos de largo plazo considerados.

Método de optimización	Notación	Descripción
Único o Simple	Max VAN	Maximizar el VAN
	Min ΔO	Minimizar la desviación del mineral enviado desde los frentes de carga de mina hacia la planta
	Min ΔP	Minimizar la desviación del mineral enviado desde los frentes de carga de mina y de los stockpiles hacia la planta
	Min ΔM	Minimizar la desviación del material extraído respecto de la capacidad de movimiento mina
	Min ΔG_j	Minimizar la desviación entre la ley del metal j enviada a planta y la ley esperada por la planta
Jerárquico	Min $\Delta O (VAN)$	Minimizar la desviación del mineral enviado desde los frentes de carga de mina hacia la planta, sujeto al VAN de la optimización simple
	Min $\Delta P (VAN)$	Minimizar la desviación del mineral enviado desde los frentes de carga de mina y de los stockpiles hacia la planta, sujeto al VAN de la optimización simple
	Min $\Delta M (VAN)$	Minimizar la desviación del material extraído respecto de la capacidad de movimiento mina, sujeto al VAN de la optimización simple
	Min $\Delta G_j (VAN)$	Minimizar la desviación entre la ley del metal j enviada a planta y la ley esperada por la planta, sujeto al VAN de la optimización simple

En cada uno de estos escenarios se analiza el plan de producción obtenido junto con el VAN, el inventario de los stockpiles, y la distribución de tiempos de las palas, así como también el tiempo de resolución del script.

Para no solo evaluar el proyecto en términos de VAN, se utilizan los siguientes indicadores globales de desempeño propuestos en Manríquez et al. (in press) presentados en la Tabla 5.9.

Tabla 5.9. Indicadores del plan. Fuente: Manríquez et al. (in press).

Indicador	Fórmula	Descripción
$C(P)$	$\frac{O + R}{P_0}$	Utilización de la planta
$C(O)$	$\frac{O}{P_0}$	Utilización de la planta debido al mineral enviado directamente de la mina
$C(R)$	$\frac{R}{P_0}$	Utilización de la planta debido al mineral enviado de los stockpiles

Donde:

O es el mineral enviado directamente desde las frentes de carga de mina hacia la planta en todo el horizonte de planificación,

R es el mineral enviado desde los stockpiles hacia la planta,

P_0 corresponde a la capacidad máxima de la planta.

Como se ve, estos indicadores están más bien referidos a la planta. En lo que respecta a la mina, se utiliza un índice de ociosidad global de las palas, que corresponde al porcentaje de tiempo en que las palas están en stand by respecto del tiempo en que están disponibles en todo el horizonte, cuya ecuación se muestra en (iii).

$$Ociosidad = \frac{T_{stand-by}}{T_{disponible}} \quad (iii)$$

Todos los escenarios son corridos en un PC de 2.10 GHz Intel® Xeon® con 128 GB de RAM, corriendo en Windows 10®. El MIP gap es de un 1% de optimalidad y la tolerancia es de 2% para la optimización jerárquica.

5.3. Análisis de resultados de escenarios

En esta sección se presenta la aplicación del modelo de programación matemática al caso de estudio anterior.

5.3.1. Escenario con una capacidad planta sin stockpiles

Este escenario corresponde a no considerar stockpiles y ejecutar una sola capacidad planta (no hay expansión), maximizando el VAN. El plan de producción resultante se muestra en la Figura 5.2, donde la capacidad planta óptima resulta en 50,000 [tpd] (18 [Mt/a]) para un LOM de 14 años. En este caso se puede ver que, en todos los periodos, se controla la concentración máxima de contaminante As en 150 [ppm], con una distribución casi uniforme en todo el LOM. Además, en todos los periodos, salvo el primero por temas de disponibilidad de mineral, la ley de alimentación de Cu se mantiene acotada en los límites inferior y superior impuestos, con una deriva creciente en los primeros 4 años, luego se mantiene en torno a los 0.8 %Cu, para entonces empezar a decaer en el año octavo, y mantenerse en torno a los 0.7 %Cu. Esto hace sentido debido a la disposición mineral del yacimiento, en que las peores leyes se encuentran en los primeros bancos, y las mejores leyes en los bancos más profundos. En tanto, el perfil de la planta se mantiene relativamente parejo en todos los periodos, con un ramp up y un ramp down de un año, siendo el estéril el que presenta mayores variaciones de un periodo a otro, lo que puede traer consigo problemas en los equipos mina, como subutilizaciones.

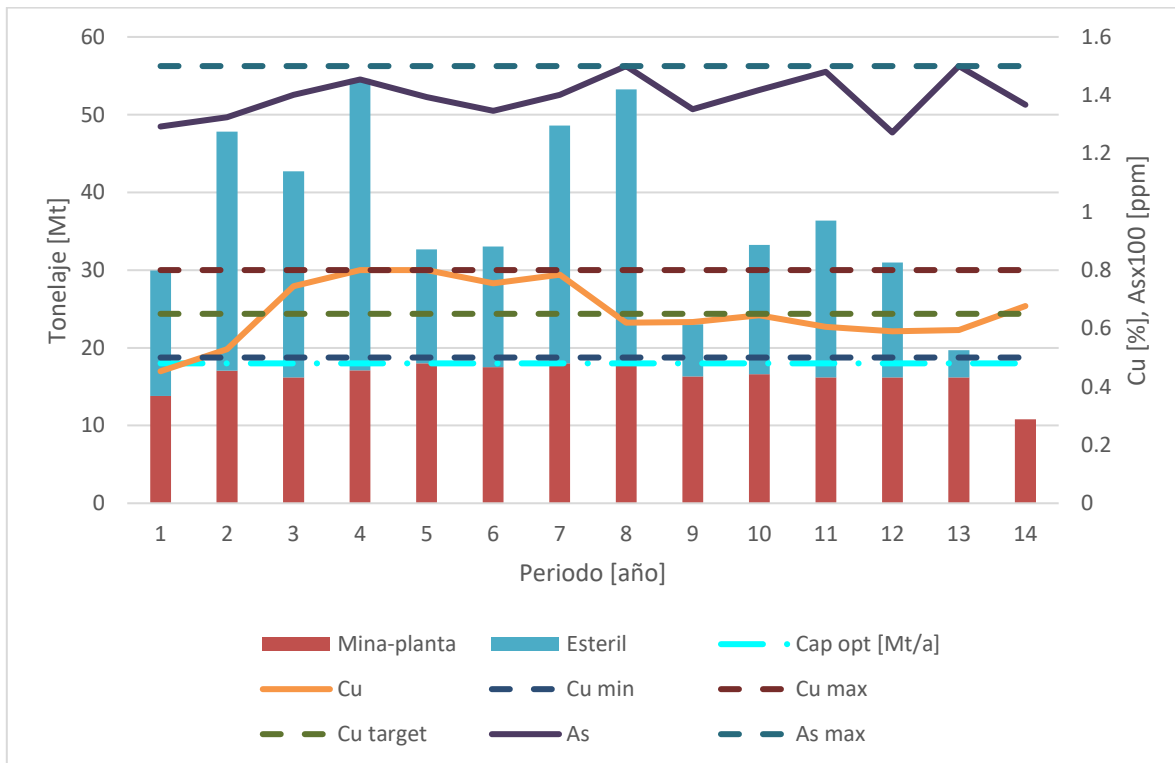


Figura 5.2. Plan de producción escenario con una capacidad planta sin stockpiles.

El detalle de la utilización de las palas se encuentra en anexos 8.5.

5.3.2. Escenario con una capacidad planta con stockpiles

En la Figura 5.3 se muestra el plan de producción obtenido en este escenario que considera una sola capacidad planta para toda la vida de la mina, y con presencia de stockpiles. Al igual que en su homólogo sin stockpiles, la capacidad óptima es de 50,000 [tpd], lo que resulta en un LOM de 14 años. Se puede observar que se respetan las restricciones de calidad (tanto en Cu como en As) y cantidad de mineral enviado a planta, en tanto que el estéril nuevamente es muy disparejo.

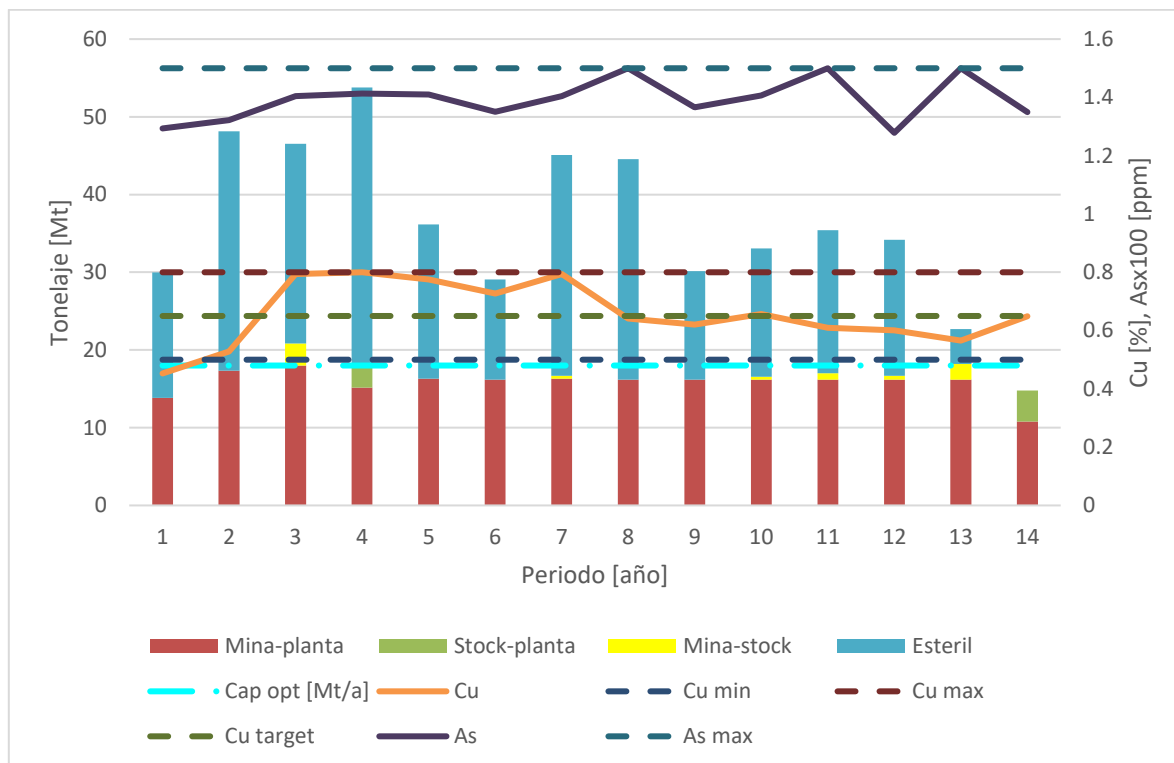


Figura 5.3. Plan de producción escenario con una capacidad planta con stockpiles.

En cuanto a los stockpiles, se puede ver en la Figura 5.3 que se utilizan para controlar la ley del metal de interés, como se puede ver en el periodo 4 para que la ley de Cu no sobrepase la cota superior impuesta. También se utilizan para tiempos de baja producción de mineral, como ocurre en el periodo 14.

En la Figura 5.4 se puede ver el inventario del stockpile de alta ley, donde se puede observar que en todos los periodos el stockpile cumple con la máxima capacidad de acopio (2 [Mt]), y que cumple con las restricciones impuestas en la calidad del mineral alimentado al stockpile, tanto en la ley de Cu como en el nivel máximo permitido de contaminante As.

Un aspecto interesante de notar es que, en este caso, el supuesto utilizado de que la ley de salida de Cu del stockpile a la planta sea igual a la ley mínima de ingreso al stockpile, es bueno, dado que como se puede ver en la Figura 5.4, la ley

real de alimentación al stockpile de alta ley corresponde justamente a la ley mínima. Esto puede tener su justificación en que se tienen suficientes frentes en dichos periodos como para hacer que lo que ingrese al stockpile tenga la ley mínima, y como además se busca maximizar el VAN, el modelo buscará que no exista pérdida de finos de mina a stockpile (error global en Cu del 0% con este supuesto).

Por el lado del contaminante, resulta relativamente acertado indicar que la ley de salida de As del stockpile de alta ley sea de 130 [ppm], dado que la mayoría del mineral que ingresa tiene una ley cercana a este valor (error global en As menor al 5% con este supuesto).

Se puede ver que el uso que se le da a este stockpile de alta ley es más instantáneo, porque se satura la capacidad del stockpile en un periodo y luego se usa por completo al siguiente año para alimentar a la planta.

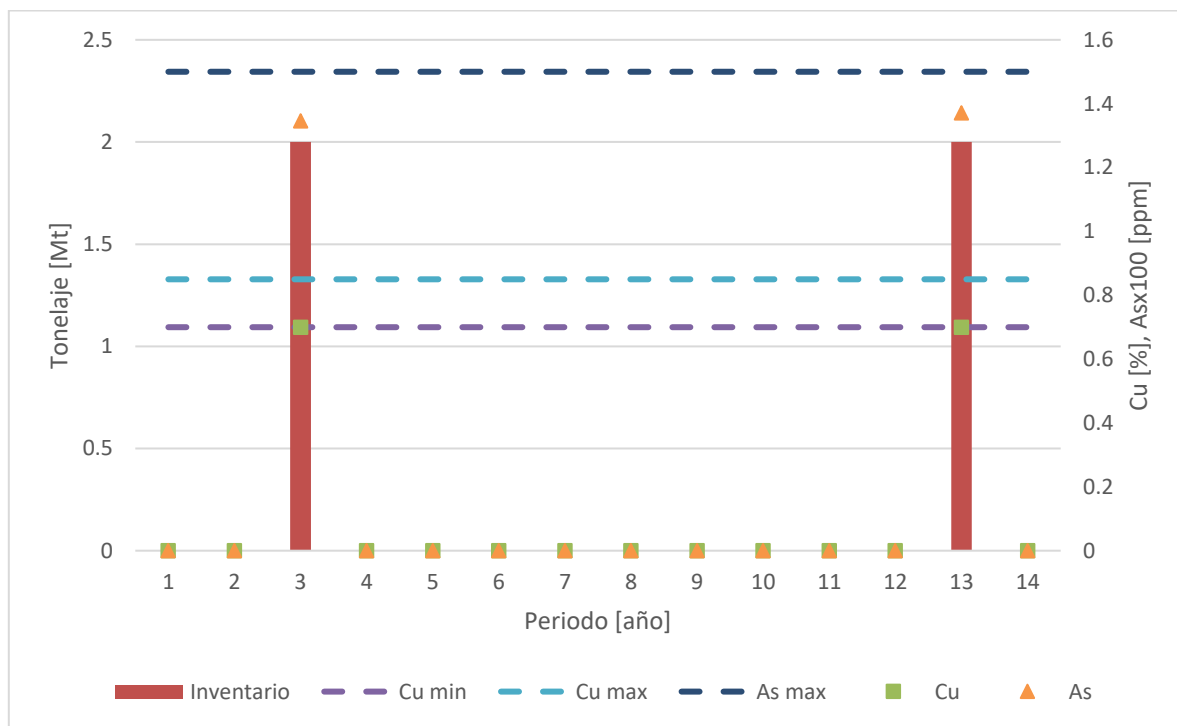


Figura 5.4. Inventario de stockpile de alta ley escenario con una capacidad planta con stockpiles.

En la Figura 5.5 se muestra el inventario del stockpile de baja ley para este escenario. Nuevamente se puede ver que se respetan las cotas impuestas en la ley del metal de interés Cu, así como el nivel máximo de contaminante As, en el mineral alimentado al stockpile; e igualmente se respeta la capacidad máxima permitida.

Con respecto al mineral que ingresa al stockpile de baja ley, se puede observar que la ley de Cu es relativamente cercana a la cota mínima, que justamente corresponde a la ley de salida (esto para minimizar la pérdida de finos). Sin embargo, existe cierta pérdida de finos (error global en Cu del 6.7%), y eso se puede deber a que no hay suficientes frentes en dichos periodos como para hacer mezclas (por restricciones de avance), y dado que además se debe hacer mezclas

en la planta para tener las leyes acotadas. Pero también puede deberse al hecho de que conviene enviar dicho mineral al stockpile de baja ley, justamente para que de paso a que el mineral de mejor ley sea enviado a planta lo antes posible, y no se penalice tanto por la tasa de descuento, compensando de esta manera la pérdida de metal que ocurra. No obstante, si se ve con detención, es poca la pérdida considerando que la capacidad máxima del stockpile es de 2 [Mt] y es solo en el periodo 3 donde ocurre la mayor diferencia entre las leyes de entrada y salida (cercana al 0.1 %Cu), y justamente corresponde a un tonelaje bajo, menor a 1 [Mt].

En relación al contaminante, se puede ver que el nivel de As es decreciente en el tiempo, y que, a pesar de tener en ciertos periodos niveles cercanos al máximo, y por lo tanto ser poco preciso configurar que la ley de salida sea de 130 [ppm], sí se tiene que en el acumulado global la ley real que ingresa es cercana a esta ley de salida (error global en As menor al 3%).

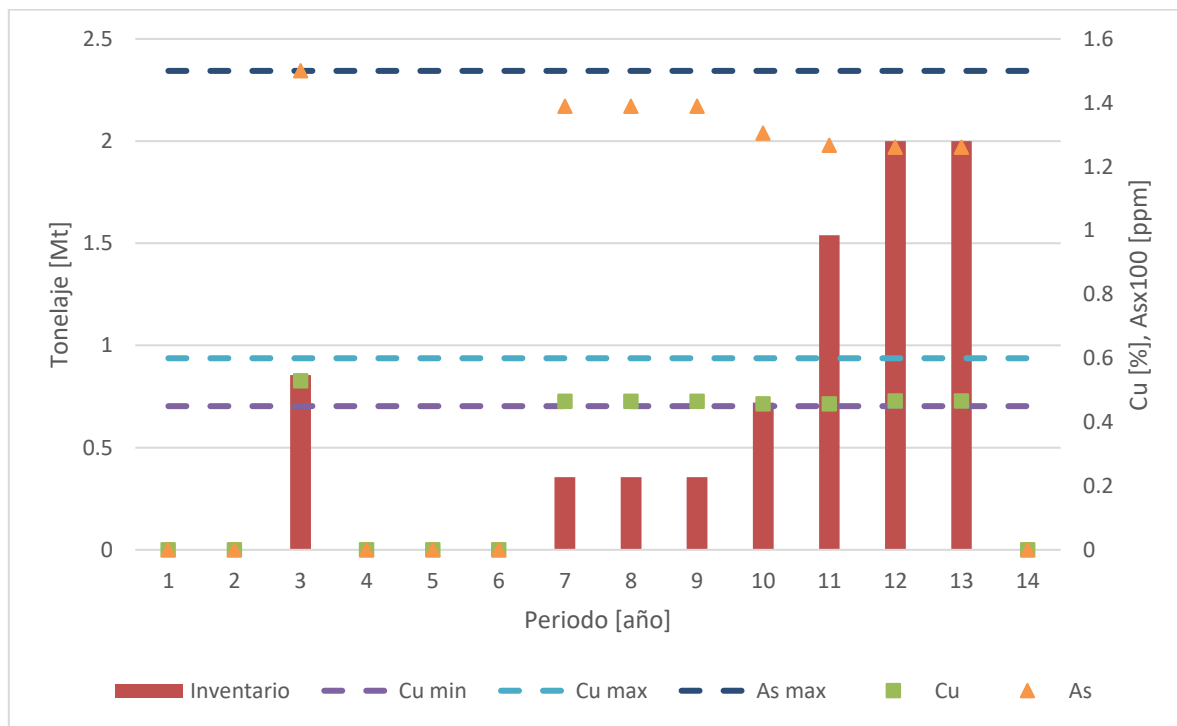


Figura 5.5. Inventario stockpile de baja ley escenario con una capacidad planta con stockpiles.

En este caso, a diferencia del stockpile de alta ley, al stockpile de baja ley se le da un uso más acumulativo, dado que este stockpile comienza a acumular mineral desde el año 7 hasta el año 13 de manera gradual (ver Figura 5.5). Esto se debe a que los primeros bancos de cada fase son los que tienen bajas leyes, y solo este mineral puede ser enviado a este stockpile, razón por la cual, a medida que se van abriendo fases, se puede ir acumulando material en el stockpile de baja ley. Distinto es el caso del stockpile de alta ley donde existen más frentes de carga minera con leyes dentro de sus límites de calidad, por lo que este stockpile se puede llenar en tan solo un año. Esto explica la razón de por qué se utiliza más el stockpile de alta ley, en cuanto a tonelaje total acumulado, que el stockpile de baja ley.

Además, se puede ver que luego que acumula, el stockpile de baja ley lo descarga todo en el último periodo para alimentar a la planta, y eso corrobora el razonamiento de que el modelo prefiere adelantar el mineral de mejor ley y retrasar el de peor valor por el costo de oportunidad representado en la tasa de descuento, lo que se confirma de acuerdo a Moreno et al. (2017).

También se puede ver el uso que se le da a este stockpile de baja ley para la mezcla dado que se envía material de este acopio a la planta en el periodo 4 para justamente disminuir la ley máxima, tal como se ve en el plan de la Figura 5.3.

En la Tabla 5.10 se presenta los años en que son compradas y/o recompradas las palas. Se puede ver que la pala 3 es comprada el primer año, a pesar de ser la más cara, y eso se debe a que, como se observa en el plan de la Figura 5.3, el primer año se tiene un ritmo mina cercano a los 30 [Mt/a], que es un ritmo ligeramente menor que la máxima capacidad de la pala 3 de 32 [Mt/a], por lo que esta pala por sí sola es capaz de poder cumplir con esta producción. Sin embargo, las otras dos palas no pueden cumplir por sí mismas con este ritmo, por lo que se deberían comprar ambas el primer año, lo que resultaría en una mayor inversión. De ahí que tiene sentido que se haya elegido en el primer año la pala 3.

Luego, como el ritmo aumenta a partir del segundo año (ver Figura 5.3) es necesario comprar otra pala, porque la pala 3 por sí misma no es capaz de cumplir con el nuevo ritmo. Para ello entonces se compra la pala 1 dado que es la más barata, y con ambas palas ya se puede lograr una producción de 55 [Mt/a], que es el peak de producción que se alcanza en el año 4. Además, se puede verificar que se respeta la vida útil de las palas de 7 años, luego de lo cual son recompradas.

Tabla 5.10. Años de compra y recompra de palas escenario con una capacidad planta con stockpiles.

Pala	Ritmo [Mt/a]	Inversión [MUSD]	Año compra	Año recompra
1	22	5.6	2	9
2	25	6.8	No	No
3	32	7.6	1	8

Con respecto a la distribución de tiempos de ambas palas, se puede observar en la Figura 5.6 que la pala 1 posee muy buenos indicadores de utilización, con una ociosidad (definida como la razón entre el tiempo en que la pala se encuentra en stand-by respecto del tiempo en que se encuentra disponible) cercana al 0% hasta el año 8, luego de lo cual aumenta debido a que, como se observa en el plan de Figura 5.3, el movimiento estéril disminuye bruscamente.

Sin embargo, no ocurre lo mismo con la pala 3, ya que al ver la Figura 5.7 se puede notar que la ociosidad tiene una tendencia al alza con saltos bruscos entre un periodo y otro, donde en un año es alta y al siguiente periodo disminuye. Este hecho ocurre dado que no se impone ninguna restricción en cuanto al estado de las palas, solo que no supere la máxima utilización efectiva, pero sería interesante considerar que las palas tengan una distribución más homogénea en cuanto a sus

estados, y que no solamente una pala tenga buenos indicadores y dejar de lado las demás palas. Además, esto se ve intensificado por el motivo de que los tonelajes de estéril entre un periodo y otro son muy distintos.

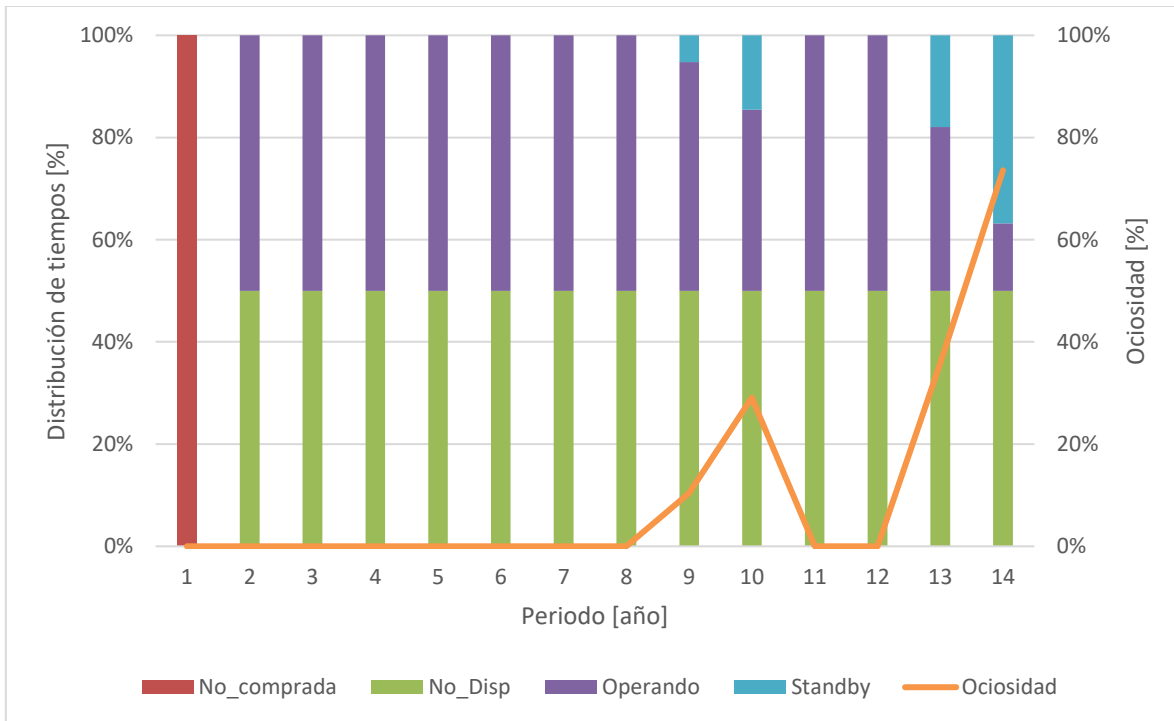


Figura 5.6. Estados pala 1 en escenario con una capacidad planta con stockpiles.

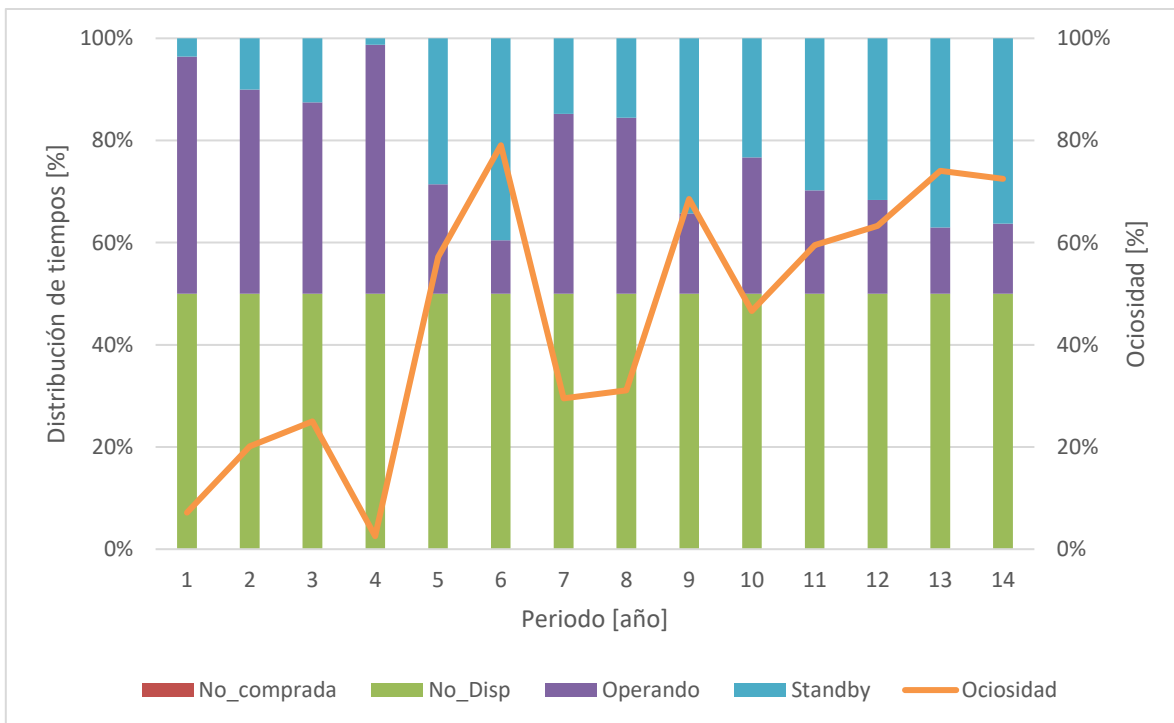


Figura 5.7. Estados pala 3 en escenario con una capacidad planta con stockpiles.

Al comparar el plan del escenario 1 con respecto al del escenario 2 (su homólogo, pero con stockpiles), las diferencias más notables están en que en este caso la ley máxima de 0.8 %Cu recién se alcanza en el periodo 4, mientras que cuando están presentes los stockpiles se alcanza en un año antes. Esto se debe a que en el periodo 3, en el escenario con stockpiles, 2 [Mt] se envían al stockpile de alta ley, y eso habilita para que mineral de mejor ley se vaya a la planta directamente y que no ocupe espacio el mineral de menor ley. Esta sola diferencia hace se ganen cerca de 52 [MUSD] descontados (ver Figura 5.8). Además, en el periodo 4, en el escenario con stockpiles se envía 1 [Mt] más de mineral con la misma ley 0.8 %Cu respecto del escenario 1, y se extrae 2 [Mt] menos de estéril, lo que genera una ganancia de 30 [MUSD]. Por tanto, se infiere en el periodo 4 que, dado que existe suficiente mineral disponible, o que la ley del mineral in-situ es mayor a 0.8 %Cu y por tanto no se puede extraer para cumplir con el límite máximo en la planta, y/o que usar el tonelaje de los stockpiles hace que no se requiera profundizar una fase para cumplir con el tonelaje planta, y con ello no se requiere extraer más estéril.

La otra diferencia importante corresponde a que en el último año se envía menos mineral a la planta en el escenario 1 respecto del escenario con stockpiles, y con una mayor ley, lo que hace que la planta se subutilice y que mineral de mejor ley sea penalizado por la tasa de descuento. Esto genera una diferencia de 38 [MUSD]. Sin embargo, no en todos los periodos el beneficio descontado es mayor en el caso con stockpiles, pues en el periodo 5 se envía menos estéril en el caso sin stockpiles que en el caso con stockpiles, lo que genera una diferencia de 52 [MUSD]. Pero considerando el total, se obtiene una ganancia en VAN de 22 [MUSD] cuando se utilizan los stockpiles, lo que equivale a un aumento del 3.0% del VAN.

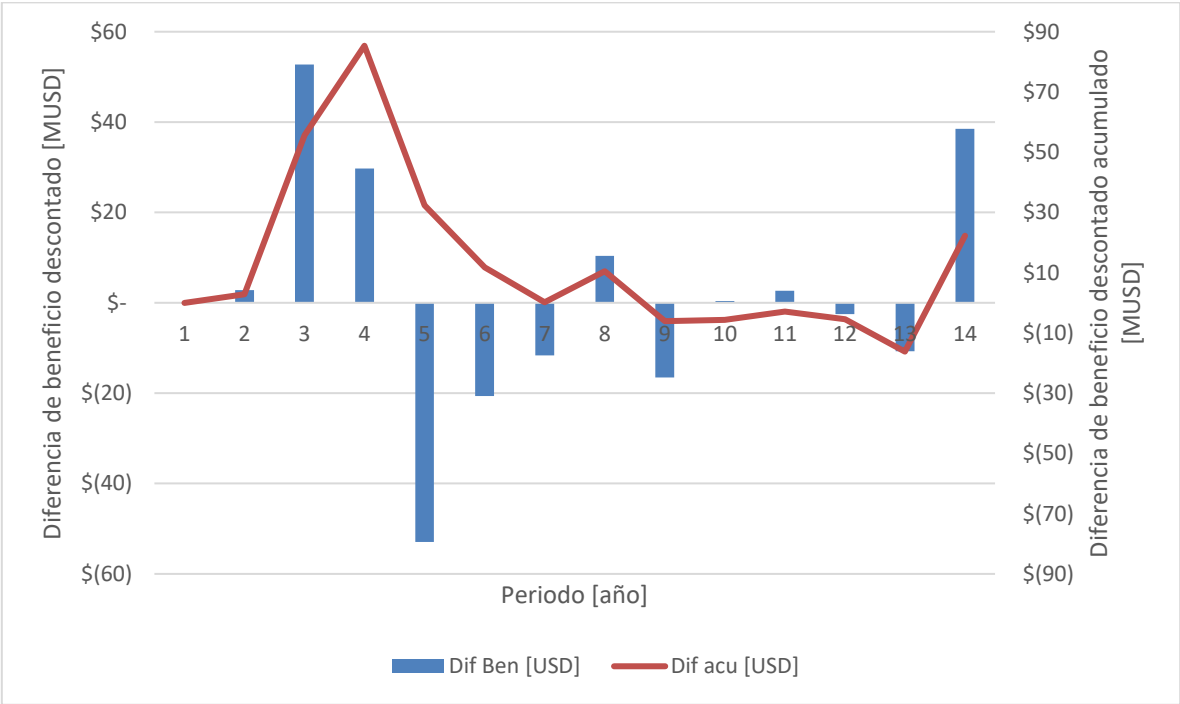


Figura 5.8. Diferencia de beneficio descontado incremental y acumulado por periodo de los escenarios con una capacidad planta: con stockpiles vs sin stockpiles.

5.3.3. Escenario con una expansión de capacidad planta sin stockpiles

Al no considerar stockpiles y que se ejecuten dos capacidades planta (es decir, una expansión de capacidad planta), el plan de producción obtenido se muestra en la Figura 5.9, donde los primeros cuatro años se comienza con una capacidad de 40,000 [tpd] (14.4 [Mt/a]), la cual luego aumenta a 50,000 [tpd] (18 [Mt/a]), para tener un LOM de 14 años. Nuevamente se tiene que las restricciones de calidad (ley de Cu y As) y cantidad del mineral alimentado a planta se respetan cada año, y el estéril presenta un comportamiento disperejo en el tiempo.

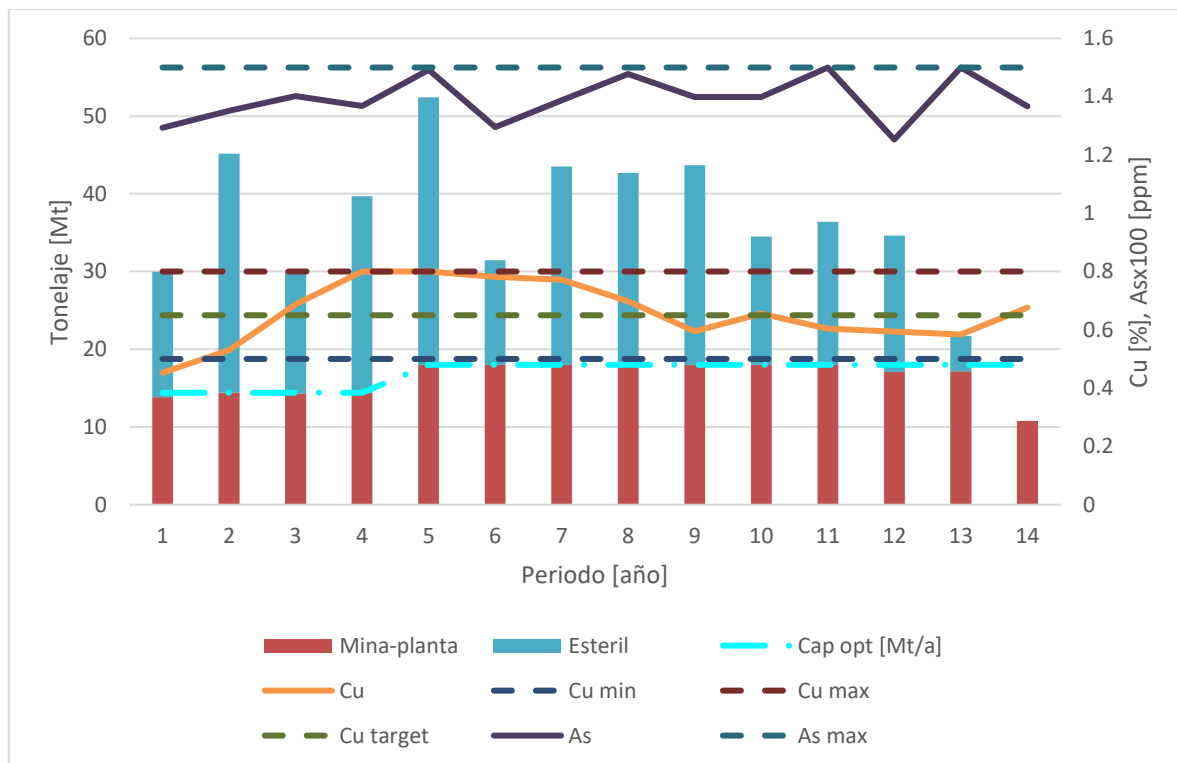


Figura 5.9. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta sin stockpiles.

La distribución de tiempos de las palas se anexa en 8.6.

5.3.4. Escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles

En la Figura 5.10 se puede observar el plan de producción del escenario con una expansión de capacidad planta y con stockpiles. En los primeros cuatro años se trabaja con una capacidad planta de 50,000 [tpd] (18 [Mt/a]), para luego aumentar a 60,000 [tpd] (21.6 [Mt/a]) los años restantes, resultando en un LOM de 12 años. Nuevamente se puede observar que tanto el Cu como el As se encuentran dentro de los límites permisibles impuestos en la planta, salvo el primer año en el caso del Cu por no haber suficiente mineral disponible de diferentes frentes para hacer mezclas. La planta presenta consistencia en cuanto al mineral alimentado, y en este

caso, a diferencia de los escenarios anteriores, se puede ver que el movimiento de estéril es más homogéneo.

La ley de alimentación a planta del Cu presenta una tendencia al alza los primeros 3 años, para luego estabilizarse en torno a 0.8 %Cu durante 4 años, y entonces empieza a decaer en los siguientes periodos estando a alrededor de 0.7 %Cu, que es justamente la ley de los bancos finales, como se ve en la Figura 5.1.

En tanto, la ley de alimentación a planta del As presenta más bien una distribución uniforme de un periodo a otro, en torno a 140 [ppm].

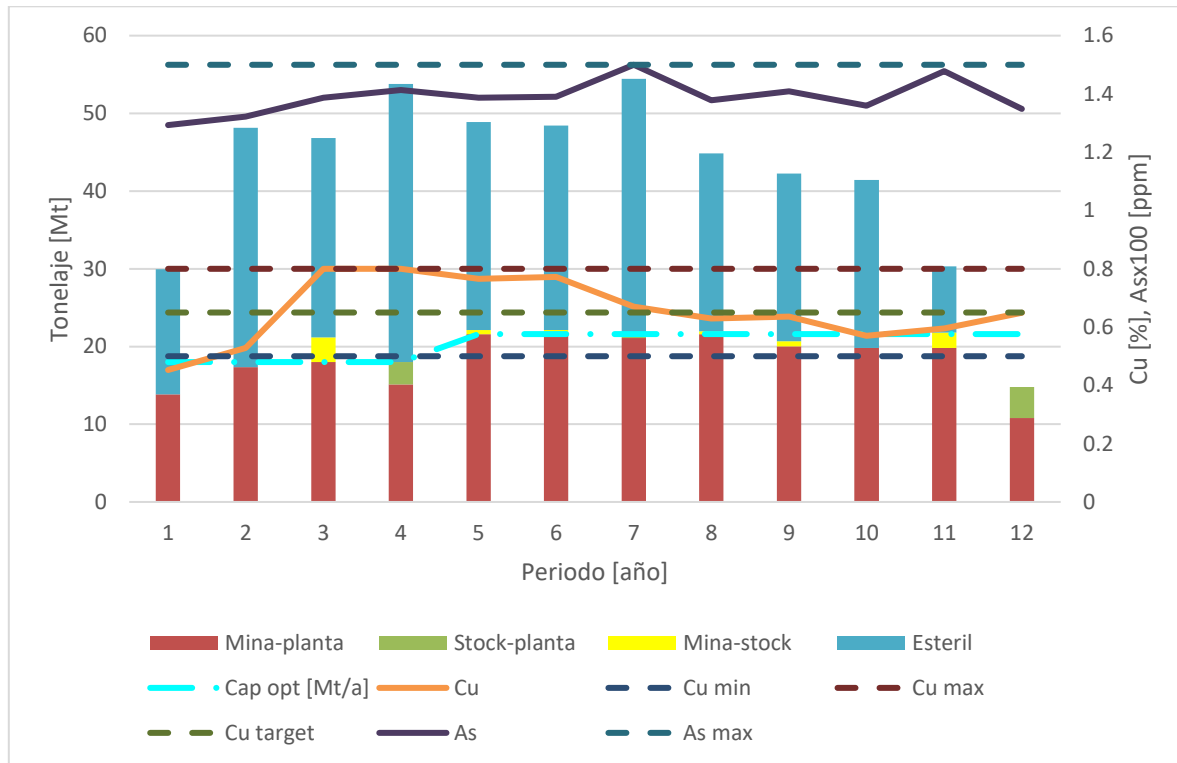


Figura 5.10. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles.

Referente a los stockpiles, se pueden vislumbrar los mismos usos que se encuentran en el escenario con una capacidad planta y con stockpiles, esto es, se utiliza para mantener acotada la ley de alimentación a planta del Cu, como se observa en el año 4 de la Figura 5.10 en que los stockpiles son usados para disminuir la ley máxima. También se ocupan en la mezcla de finos de As para no sobrepasar el límite máximo, como se ve en el año 7; y también para satisfacer de mineral a la planta en los periodos de baja producción, como en el año 12.

El comportamiento observado en el inventario del stockpile de alta ley es similar al del escenario con una capacidad planta y con stockpiles, como se puede ver en la Figura 5.11, donde se respetan las cotas de metal y contaminante impuestas, así como la capacidad máxima de 2 [Mt]. Pero lo más interesante es que nuevamente el mineral que ingresa a este stockpile tiene una ley real de Cu igual a

la ley mínima de entrada, por lo que el supuesto de que el mineral sale con una ley de metal igual a la cota inferior es muy acertado (error global en Cu del 0%).

En este caso, en el periodo 3, comparado al escenario con una capacidad planta y con stockpiles, el nivel de contaminante As en el stockpile de alta ley es más cercano a 150 [ppm] que a 130 [ppm], por lo que configurar que la ley de salida sea este último valor puede no ser una buena aproximación para este periodo. Sin embargo, si se considera el global, el mineral que se envía a este stockpile tiene una ley real promedio de As de 136 [ppm] (error global en As menor a un 5%).

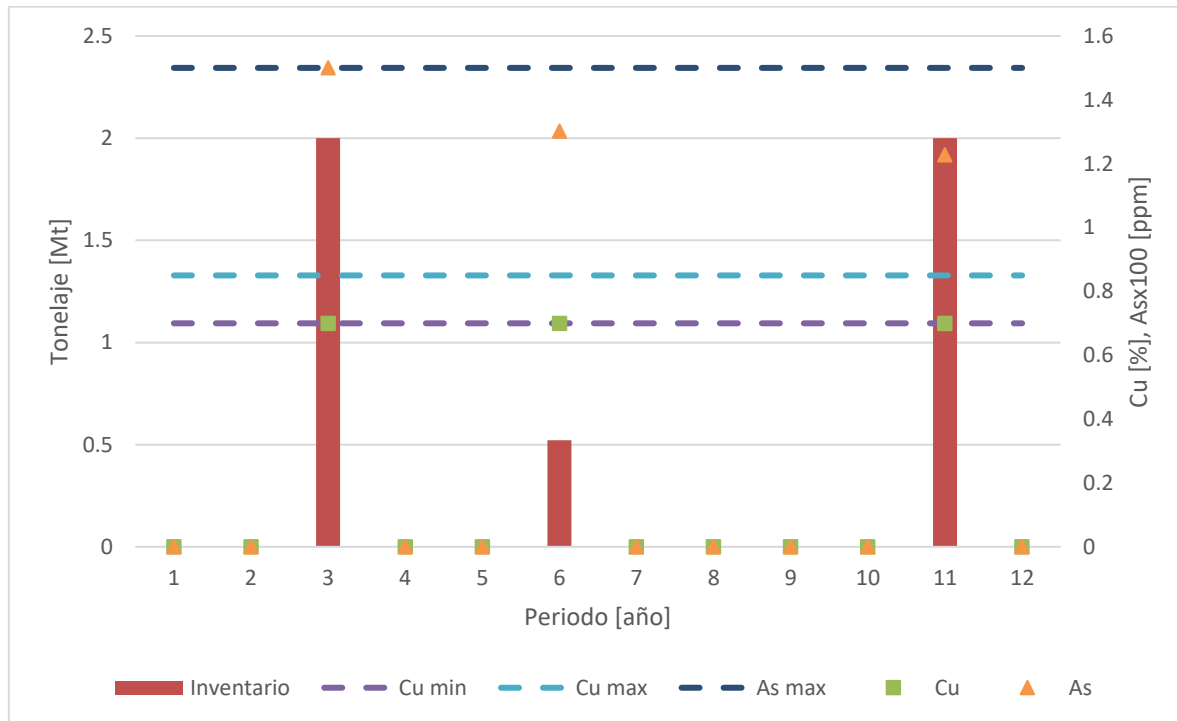


Figura 5.11. Inventario stockpile de alta ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles.

En cuanto al stockpile de baja ley, el inventario se puede ver en la Figura 5.12, donde se respetan las restricciones de calidad y cantidad en el mineral enviado a este stockpile. Lo interesante de este stockpile es que la ley de Cu real enviada al stockpile es más cercana al promedio de las cotas que a la cota inferior (error global en Cu del 8.9%), por lo que, en este caso, asumir que el mineral sale con una ley igual a la de la cota inferior no es tan acertado, lo que lleva a tener pérdidas de fino.

Referente al nivel de As, se puede ver que, si bien en los periodos 3 y 4 lo que ingresa tiene una ley cercana a 150 [ppm], con el pasar del tiempo, el acumulado disminuye el nivel de contaminante a valores cercanos a 130 [ppm], por lo que imponer que la ley de salida de As sea igual a este valor corresponde a una buena aproximación (error global en As menor al 5%). Como se puede ver en este análisis, el problema de aproximar linealmente la mezcla de finos que ocurre dentro de un stockpile es bastante complejo, puesto que si las cotas no están muy bien definidas se tiene creación o pérdida de finos.

Con respecto al uso de los stockpiles se observa lo mismo que lo discutido en el escenario 2: el stockpile de alta ley se utiliza de un año para otro, en tanto que el de baja ley acumula mineral gradualmente para vaciarse en el último año.

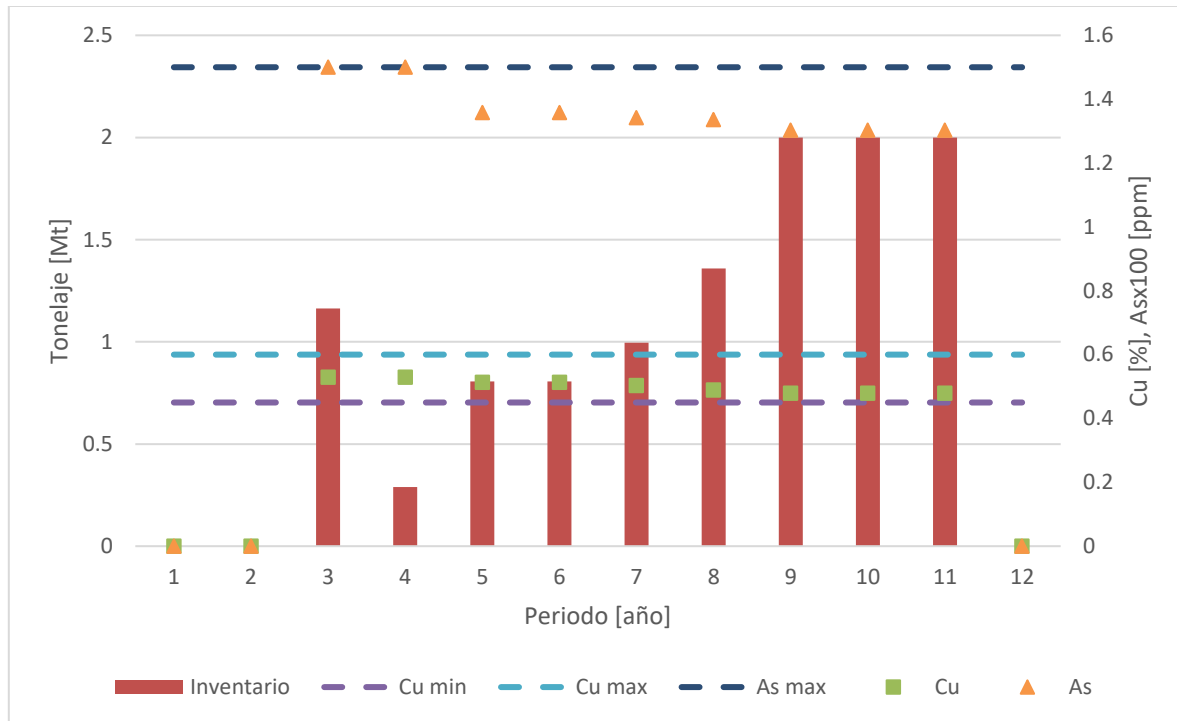


Figura 5.12. Inventario stockpile de baja ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles.

Con respecto a la compra y recompra de palas, se observa el mismo perfil que el del escenario con una sola capacidad planta con stockpiles (ver Tabla 5.11). En el primer año se compra la pala 3, en el segundo la pala 1, y luego ambas palas se vuelven a recomprar luego de 7 años de vida útil (la pala 2 no se compra). Toda esta elección con el objetivo de minimizar el costo de adquisición.

Tabla 5.11. Años de compra y recompra de palas escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles. Nota: La pala 2 no se compra.

Pala	Año compra	Año recompra
1	2	9
3	1	8

La distribución de tiempos de las palas 1 y 3 de este escenario se muestran en las Figura 5.13 y Figura 5.14, respectivamente. En este caso lo que se tiene es que ambas palas presentan ociosidad relativamente baja (<20%) hasta los primeros 7 periodos, luego de lo cual la pala 1 presenta un aumento brusco de la ociosidad, y eso se debe a que se debe mover menos material tal como se observa en el plan de la Figura 5.10. A pesar de que la pala 3 tiene una ociosidad baja, estos saltos de un periodo a otro pueden ser no deseados desde el punto de vista operativo, y por

ello se deja como recomendación considerar que las palas tengan un cierto nivel de ociosidad máximo permitido o que se imponga un costo adicional por la subutilización de equipos, tal como se realiza en Godoy & Dimitrakopoulos (2004).

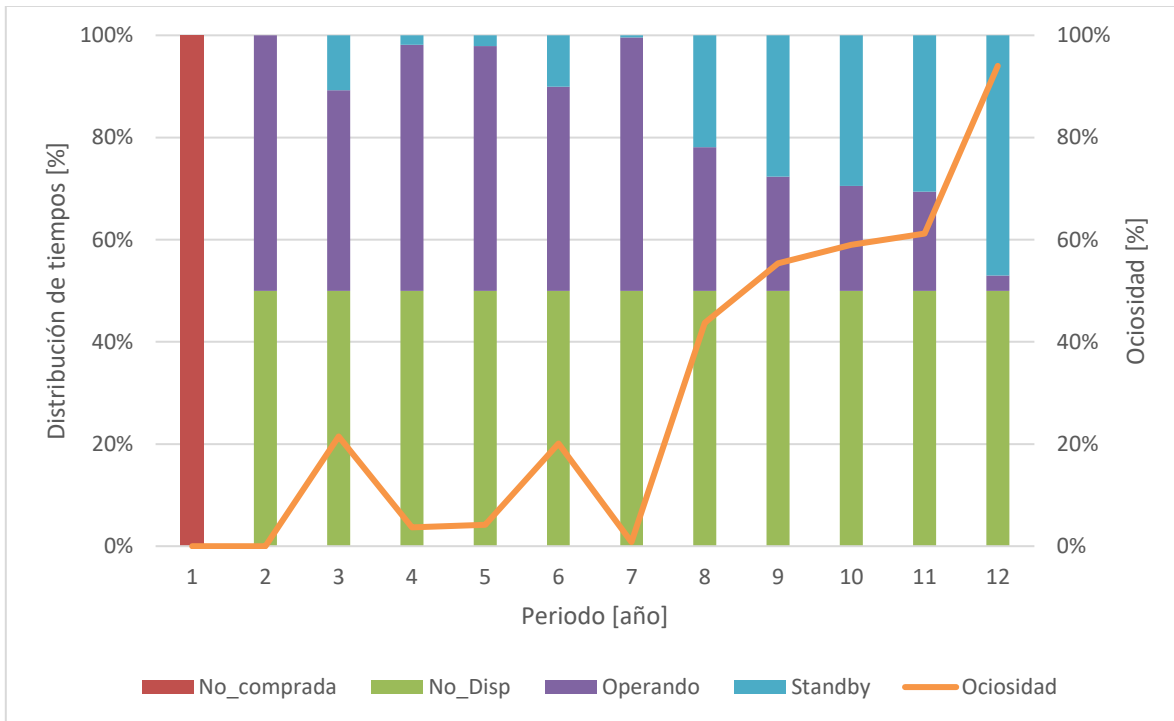


Figura 5.13. Estados pala 1 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles.

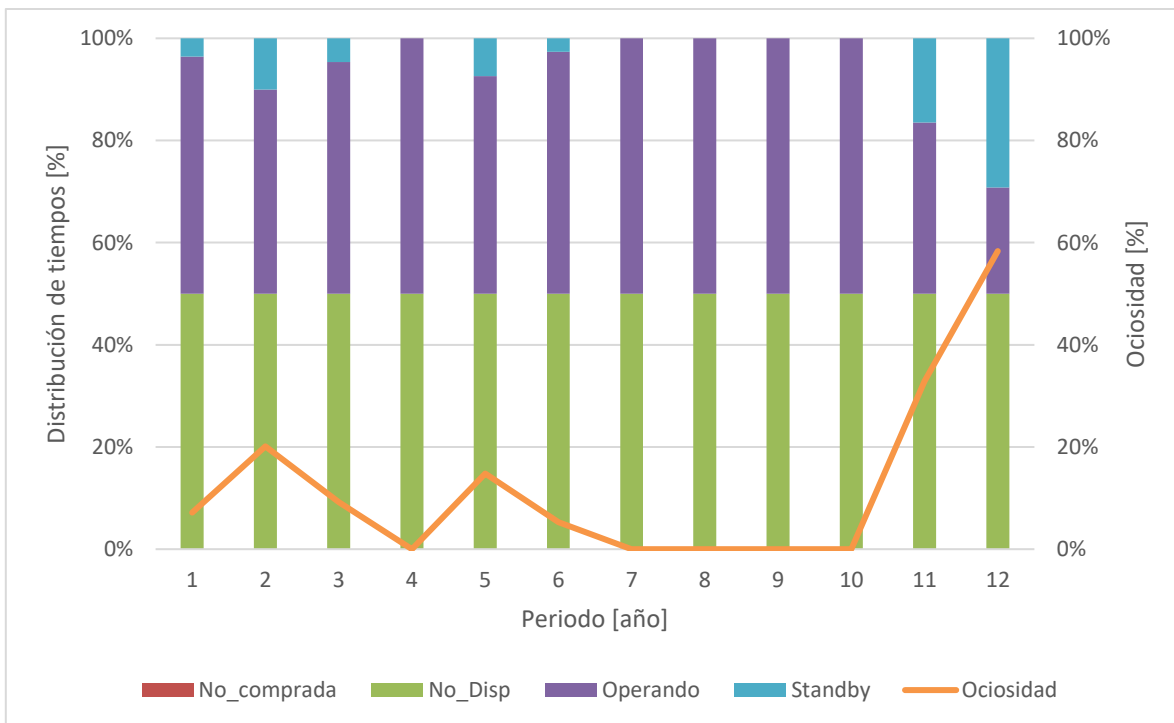


Figura 5.14. Estados pala 3 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles.

Al comparar el plan del escenario con una expansión de capacidad planta, pero sin stockpiles, con respecto a este escenario (su homólogo, pero con stockpiles), se presentan los mismos comportamientos analizados en el escenario con una sola capacidad planta con stockpiles. Esto es, que recién en el año 4 en los escenarios sin stockpiles se alcanza la ley máxima de 0.8 %Cu, mientras que los escenarios con stockpiles (con o sin expansión de capacidad planta) alcanzan dicha ley un año antes. De aquí se puede concluir la característica relevante que se menciona de los stockpiles, y es que con ellos se puede almacenar el mineral de menor ley para dejar que se procese lo antes posible el mineral de mejor ley, y así aumentar el valor del negocio. Esto se puede corroborar justamente al observar los inventarios de los stockpiles de alta ley en los escenarios con stockpiles, donde es en el año 3 en que estos acopios son llenados a capacidad máxima, y esto permite que se pueda acceder a bancos más profundos de mejor ley, ya que la planta no ha saturado su capacidad. Lo mismo sucede con el stockpile de baja ley de los escenarios con stockpiles, donde lo que se hace es acumular mineral de baja ley para procesarlo el último año, así de esta forma se puede procesar antes mineral de mejor ley, y que no sea penalizado por la tasa de descuento.

También las diferencias entre los escenarios 3 y 4 se dan por las capacidades empleadas. Como el escenario sin stockpiles y con una expansión de capacidad planta comienza con una menor capacidad que su homólogo con stockpiles (14.4 [Mt/a] vs 18 [Mt/a]), en el primer año el escenario sin stockpiles presenta un beneficio descontado de 129 [MUSD] mayor respecto del caso con stockpiles (como lo indica la Figura 5.15), debido a la mayor inversión incurrida por una mayor capacidad. Pero esto se compensa en el tiempo por la presencia de los stockpiles y la posibilidad de procesar más mineral y a menor costo operacional, lo que se ve en los periodos 3 y 5 de la Figura 5.15, donde el escenario con stockpiles es mayor en 80 y 60 [MUSD], respectivamente, respecto al escenario sin stockpiles.

Finalmente, en el acumulado global, el escenario con una expansión de capacidad planta y presencia de stockpiles es 45 [MUSD] descontados mayor que en el escenario sin stockpiles y con una expansión de capacidad planta, lo que representa un aumento del 5.8% en el VAN.

Puesto que en los escenarios que consideran stockpiles existe pérdida/creación de finos de Cu y/o As, es posible corregir a posteriori los planes de producción y el VAN asociado para que la comparación entre planes sea más justa. Debido a que no es justo comparar un plan con un error de finos de Cu del 8.9% (escenario 4: con expansión de capacidad planta y con stockpiles) con otro plan con un error de finos de Cu del 6.7% (escenario 2: sin expansión de capacidad planta y con stockpiles), debido a que esto impacta al VAN. Esto se deja en Anexos 8.9, donde se puede constatar que el aumento de VAN en ambos escenarios anteriores es menor al 0.5%, y que las leyes tanto de Cu como de As en el plan de producción, no varían significativamente respecto de los escenarios sin corrección, respetando siempre las cotas impuestas de alimentación de mineral hacia la planta.

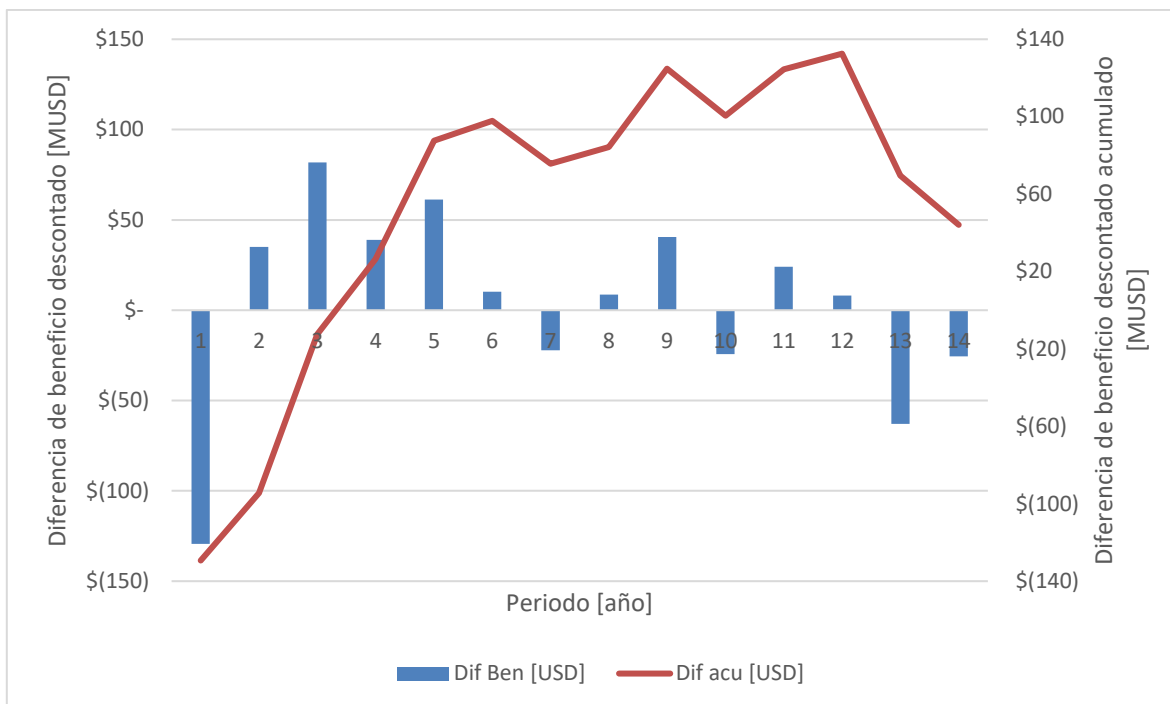


Figura 5.15. Diferencia de beneficio descontado incremental y acumulado por periodo de los escenarios con una expansión de capacidad planta: con stockpiles vs sin stockpiles.

5.3.5. Escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles, optimización simple

Este escenario corresponde a considerar el caso de una expansión de capacidad planta con presencia de stockpiles, pero optimizando otros objetivos simples o únicos distintos a maximizar el VAN.

La Tabla 5.12 presenta los valores de las variables de desviación globales cuando se realiza optimización simple. El escenario de comparación corresponde al escenario anterior (escenario 4) con una expansión de capacidad planta y presencia de stockpiles, donde se maximiza el VAN, en tanto que los otros escenarios consideran los otros objetivos utilizando las mismas dos capacidades planta elegidas en el escenario anterior (18 [Mt/a] los primeros 4 años, luego 21.6 [Mt/a]).

Tabla 5.12. Valores de variables de desviación globales en optimización simple. Las columnas representan las funciones objetivo y las filas los valores de las variables de desviación globales. La primera columna corresponde al escenario de comparación: escenario 4.

Objetivo	Max VAN	Min ΔO	Min ΔP	Min ΔM	Min ΔG
ΔO [kt]	2,855	0	2,000	3,299	4,350
ΔP [kt]	1,800	0	0	2,368	2,678
ΔM [kt]	31,908	55,129	52,636	11,027	51,617
ΔG [kt]	27	27	26	30	18

Se puede desprender de la Tabla 5.12 que, dependiendo del objetivo a optimizar, la correspondiente variable de desviación adopta el menor valor de todos los escenarios, pero puede ocurrir que otras variables empeoren.

Al minimizar ΔO (minimizar la máxima desviación global entre el mineral enviado desde las frentes de carga mina hacia la planta, respecto de la capacidad planta), el valor óptimo de la correspondiente variable de desviación global ΔO es nula. Lo mismo sucede con el valor de la variable ΔP , que también es nula, por lo que ambas variables mejoran respecto al escenario de comparación. Sin embargo, el valor de la variable ΔM aumenta casi al doble respecto del escenario de comparación, en tanto que el valor de la variable ΔG se mantiene igual.

Al minimizar ΔP (minimizar la máxima desviación global entre el mineral enviado desde las frentes de carga mina y los stockpiles hacia la planta, respecto de la capacidad planta), el valor óptimo de la correspondiente variable de desviación global ΔP es cero. El valor de la variable ΔO también disminuye respecto al escenario de comparación, pero no entrega el valor nulo de la optimización anterior al minimizar ΔO . Nuevamente el valor de la variable ΔM aumenta casi al doble respecto del escenario de comparación, en tanto que el valor de la variable ΔG disminuye en 1 [kt] de Cu fino.

Cuando se minimiza ΔM (minimizar la máxima desviación global entre el material extraído y la capacidad de movimiento mina), el valor óptimo de la correspondiente variable de desviación global ΔM disminuye a la tercera parte respecto del escenario de comparación. En tanto, el valor de todas las otras variables de desviación aumenta respecto a los valores encontrados en el escenario de comparación.

Y finalmente, cuando se optimiza ΔG (minimizar la máxima desviación global entre la ley de alimentación a planta del Cu respecto de la ley esperada por la planta), el valor óptimo de la correspondiente variable de desviación global ΔG es 2/3 del valor encontrado en el escenario de comparación. Por otro lado, el valor de todas las otras variables de desviación aumenta respecto a los valores encontrados en el escenario de comparación.

Estos valores se presentan a modo de comparación cuando se realiza la optimización jerárquica, para ver cuánto es lo máximo que se puede optimizar estas variables con las capacidades del escenario 4 (escenario de comparación: con una expansión de capacidad planta y con stockpiles). Sin embargo, es poco probable que estos objetivos sean el objetivo principal para obtener el plan de producción, dado que justamente no toma en cuenta el valor económico del proyecto, y lleva a realizar algunas acciones cuestionables como comprar una mayor cantidad de palas de las necesarias, comprar una pala en el último año, o tener grandes pérdidas de finos cuando se pasa el mineral desde las frentes de carga mina a los stockpiles. Por tal motivo, los resultados de este escenario se anexan en 8.7.

5.3.6. Escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles, optimización jerárquica

Este escenario corresponde a considerar el caso de una expansión de capacidad planta con presencia de stockpiles, pero realizando una optimización jerárquica. Se minimiza las variables de desviación globales sujeto a una tolerancia máxima de un 2% del VAN, respecto del valor económico obtenido en el escenario 4 donde solo se maximiza el VAN. Cada uno de estos escenarios son construidos con las mismas dos capacidades planta (18 [Mt/a] los primeros 4 años, luego 21.6 [Mt/a]) encontradas en el escenario de comparación (escenario 4), al igual que como se hace en la optimización simple del escenario 5.

En la Tabla 5.13 se muestran los valores de las variables de desviación globales cuando se realiza optimización jerárquica. Se puede observar que la optimización jerárquica cumple su función, ya que cuando se minimiza ΔO (VAN), el valor óptimo de la correspondiente variable de desviación global ΔO es 2.5 [Mt] menos que el valor obtenido en el escenario de comparación, pero es mayor en 442 [kt] respecto a lo mejor que se puede obtener con optimización simple cuando se minimiza solo ΔO (ver Tabla 5.12). También los valores de las variables ΔP y ΔM son menores respecto al escenario de comparación, en 1.4 [Mt] y en 7 [Mt], respectivamente. Se resalta el valor de la variable ΔM que es prácticamente la mitad del valor que se obtiene cuando solo se minimiza ΔO . En tanto, el valor de la variable ΔG es igual al valor obtenido en el escenario de comparación, y cuando solo se minimiza ΔO .

Tabla 5.13. Valores de variables de desviación globales en optimización jerárquica. Las columnas representan las funciones objetivo y las filas los valores de las variables de desviación globales. La primera columna corresponde al escenario de comparación: escenario 4.

Objetivo	Max VAN	Min ΔO (VAN)	Min ΔP (VAN)	Min ΔM (VAN)	Min ΔG (VAN)
ΔO [kt]	2,855	442	2,874	3,827	3,350
ΔP [kt]	1,800	442	289	1,800	1,800
ΔM [kt]	31,908	24,038	22,782	11,027	23,524
ΔG [kt]	27	27	27	26	23

Al optimizar ΔP (VAN), el valor óptimo de la correspondiente variable de desviación global ΔP disminuye en 1.5 [Mt] respecto al escenario de comparación, pero es mayor en 289 [kt] respecto a su homólogo en optimización simple cuando solo se minimiza ΔP . En este caso, los valores de las variables ΔO y ΔG prácticamente se mantienen iguales a los valores encontrados en el escenario de comparación. Nuevamente el valor de la variable ΔM es menor que los valores encontrados tanto en el escenario de comparación como en el escenario de optimización simple cuando se minimiza ΔP , siendo prácticamente la mitad del valor hallado en este último escenario.

Otra característica a recalcar es que, si se observa con detención la Tabla 5.13, se constata que el valor de la variable ΔP , para todos los escenarios de optimización jerárquica, es menor o a lo sumo igual al valor obtenido en el escenario de comparación.

Cuando se minimiza ΔM (VAN), el valor óptimo de la correspondiente variable de desviación global ΔM disminuye en un tercio respecto del escenario de comparación, y es el mismo valor que se obtendría con optimización simple cuando solo se minimiza ΔM . Sin embargo, se descuida el valor de la variable ΔO que aumenta en 1 [Mt] respecto del valor encontrado en el escenario de comparación, y cerca de 0.5 [Mt] respecto del valor presente en el escenario de optimización simple al minimizar ΔM . El valor de las demás variables ΔP y ΔG se mantienen más o menos iguales al valor de estas variables en el escenario de comparación, pero son significativamente menores al valor encontrado en el escenario homólogo donde solo se minimiza ΔM . Se concluye por tanto que, al comparar este escenario con el de optimización simple donde se minimiza ΔM , este escenario de optimización jerárquica tiene indicadores mucho mejores.

En tanto que, cuando se minimiza ΔG (VAN), el valor óptimo de la correspondiente variable de desviación global ΔG disminuye en 4 [kt] de cobre fino respecto del valor en el escenario de comparación, pero son 5 [kt] más que en el escenario de optimización simple donde se minimiza ΔG . Pero nuevamente, el valor de la variable ΔM es prácticamente la mitad del valor hallado en la optimización simple cuando solo se minimiza ΔG . El valor de las variables ΔP y ΔO también es menor que el valor de estas variables en el escenario donde se minimiza ΔG , pero el valor de la variable ΔO es casi 500 [kt] mayor respecto al valor en el escenario de comparación.

Concluyendo, dependiendo del objetivo a optimizar, la correspondiente variable de desviación global adopta el menor valor en todos los escenarios de optimización jerárquica y del escenario de comparación. Pero los valores de estas variables pueden resultar mayores o a lo sumo igual al valor obtenido en el homólogo correspondiente (respecto del objetivo) de optimización simple. Por ejemplo, cuando se minimiza ΔP (VAN), el valor óptimo de la correspondiente variable de desviación global ΔP es el menor valor encontrado en todos los escenarios de optimización jerárquica y del escenario de comparación. Pero el valor de la variable ΔP cuando la función objetivo es minimizar ΔP (VAN), es mayor al valor que tiene esta variable en el homólogo de optimización simple cuando solo se minimiza ΔP . Solo en el escenario jerárquico donde se minimiza ΔM (VAN) y en el escenario simple donde se minimiza ΔM , el valor óptimo de la correspondiente variable de desviación global ΔM es igual en ambos escenarios.

Otro aspecto a destacar es que, en todos los escenarios de optimización jerárquica (dejando de lado el escenario donde se minimiza ΔM (VAN)), el valor de la variable ΔM es prácticamente la mitad del valor encontrado en los escenarios de optimización simple (salvo el ya mencionado escenario de optimización única donde se minimiza ΔM), y también tiene un valor menor al presente en el escenario de comparación en casi 7 [Mt].

Un ejemplo notable de la utilidad de la optimización jerárquica se muestra en la Figura 5.16, donde cuando se minimiza ΔM (VAN), esto es, se minimiza la máxima desviación del material extraído respecto de la capacidad de movimiento mina. Esto involucra, implícitamente, maximizar la utilización de los equipos mina (en este caso las palas), por lo que el perfil resultante de movimiento mina resulta mucho más parejo y uniforme respecto a los escenarios anteriores.

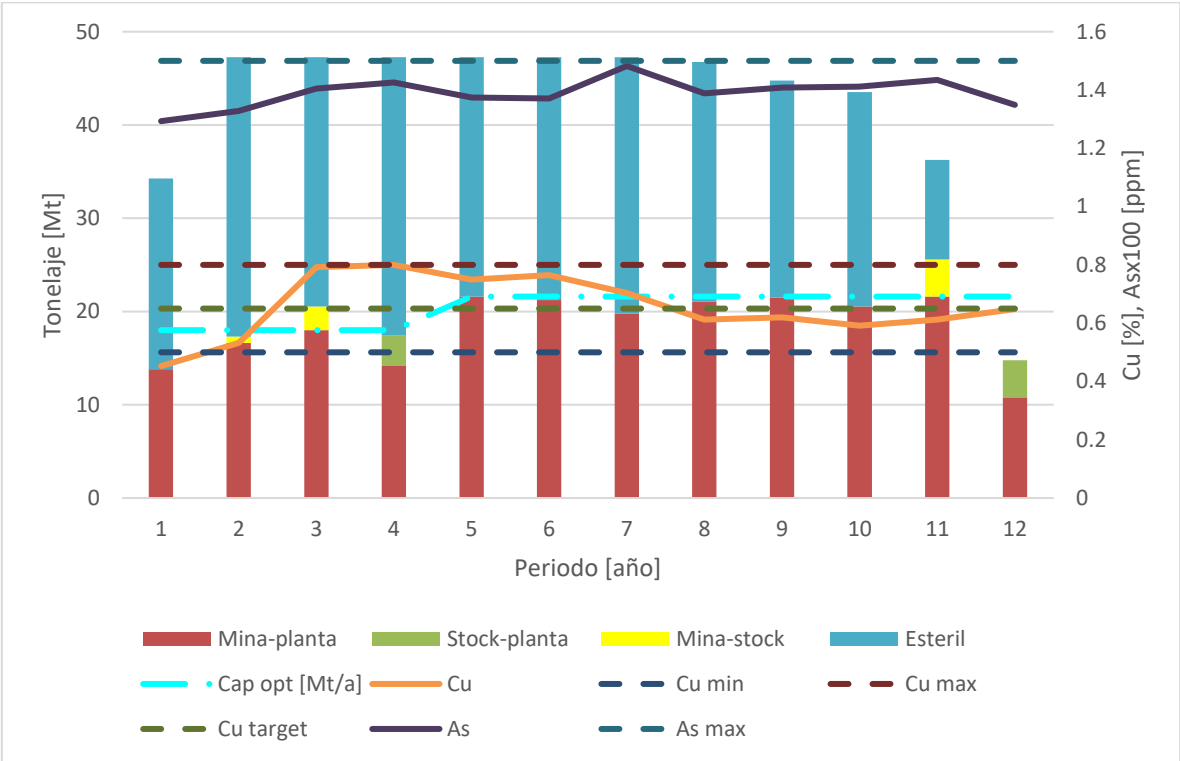


Figura 5.16. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles, cuando se minimiza ΔM (VAN).

Los demás planes de producción, junto con los inventarios de los stockpiles y la distribución de tiempos de las palas se anexan en 8.8, dado que el comportamiento es similar al obtenido en los escenarios 2 y 4.

5.3.7. Resumen

En la Tabla 5.14 se muestra el resumen global de los escenarios vistos de optimización simple, considerando los aspectos más importantes. Se puede observar que cuando se deja al modelo la libertad de aumentar la capacidad (sin utilizar stockpiles), el VAN del proyecto aumenta en un 1.0% respecto del caso base con una sola capacidad y sin stockpiles (ver Tabla 5.15). Esto se explica en el hecho de que en los primeros años no se cuenta con mineral suficiente como para alimentar a una planta de mayor capacidad, lo que resultaría en una subutilización de ésta, y no se podrían lograr las economías de escala. Sumado al hecho de que comenzar con una capacidad alta hace que la inversión inicial incurrida sea de gran magnitud y perjudicial para el valor del proyecto debido a que se considera en el año 0, por lo que no está afecta a la tasa de descuento. Sin embargo, si se deja que la capacidad planta pueda incrementarse después de un tiempo, esta diferencia de inversión estará desfasada en el tiempo y estará afecta a la tasa de descuento, teniendo un menor valor descontado en el tiempo que el valor nominal. Además, cuando ya se ha profundizado más en la mina, se cuenta con el mineral suficiente como para poder alimentar a la planta a la capacidad máxima o cercana a esta.

Tabla 5.14. Resumen comparativo de los escenarios con optimización simple en cuanto a VAN, indicadores globales, tiempo de resolución y MIP gap.

Escenario	1	2	3	4	5	5	5	5
Expansiones de capacidad planta	0	0	1	1	1	1	1	1
Stockpiles	No	Sí	No	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Función Objetivo	Max VAN	Max VAN	Max VAN	Max VAN	Min ΔO	Min ΔP	Min ΔM	Min ΔG
VAN [MUSD]	\$764	\$787	\$772	\$817	\$716	\$694	\$760	\$675
C(P) [%]	90	90	96	93	93	95	93	93
C(O) [%]	90	88	96	90	91	90	90	87
C(R) [%]	0	3	0	3	2	4	3	6
Ociosidad global palas [%]	32	29	33	22	47	47	15	46
Tiempo de resolución [h]	0.92	1.56	1.85	2.85	0.06	0.03	0.36	0.54
MIP gap resultante [%]	0.995	0.997	0.997	0.997	0.000	0.000	0.000	0.732

Un aspecto importante a considerar para que ocurra una expansión planta es que la diferencia de inversión descontada en el tiempo debe ser menor que el ingreso descontado percibido por procesar más mineral, a menor costo (por economías de escala), y de mejor calidad (si es que el yacimiento presenta una deriva en la ley creciente con la profundidad, como es en este caso). Por tanto, se lleva más mineral y de mejor calidad al presente y de este modo no es tan afectado por la tasa de descuento. Aunque también teniendo en cuenta que más se adelanta

el estéril para acceder a estas fases-banco. Naturalmente existen casos donde esto no ocurre, por lo que realizar una expansión de capacidad planta puede ser perjudicial para el valor del proyecto. Por esta razón es muy importante contar con un buen modelo de costos e inversión de la planta, para consignar de manera precisa si es que tiene lugar una expansión o no para aumentar el VAN del proyecto.

Tabla 5.15. Variación porcentual del VAN de los cuatros primeros escenarios donde se maximiza el VAN, tomando como caso base el VAN más bajo (sin expansiones de capacidad planta ni stockpiles).

Escenario	1	3	2	4
Expansiones de capacidad planta	0	1	0	1
Stockpiles	No	No	Sí	Sí
Función Objetivo	Max VAN	Max VAN	Max VAN	Max VAN
VAN [MUSD]	\$764	\$772	\$787	\$817
Variación porcentual VAN [%]	-	1.0	3.0	6.9

En este caso también se puede observar de la Tabla 5.14 que los escenarios con expansión de capacidad planta tienen mejores indicadores globales de plan que los casos sin expansión (comparando escenarios respectivos u homólogos en stockpiles: escenarios 1 vs 3 y 2 vs 4). Esto es, la planta tiene mejor índice de saturación, además de que se envía más mineral directamente a planta sin pasar por los stockpiles, y la utilización de las palas también es mayor justamente porque el perfil de estéril es relativamente más uniforme en todos los periodos del escenario 4 (con expansión de capacidad planta y presencia de stockpiles), respecto de los demás escenarios. La explicación de esto se halla simplemente en un truco matemático: si se considera la misma desviación de mineral de la planta, p.ej., 5,000 [tpd], que es la máxima desviación permitida en este modelo sin que ocurra penalización por subutilización, aquella que tenga mayor capacidad tendrá un mayor C(P). Por ejemplo, $45,000/50,000=0.9$ y $55,000/60,000=0.92$, y esto se debe a que esa expresión puede escribirse como $1-\text{Desviación/Capacidad}$, y a igual desviación, mientras mayor es la capacidad menor es el término que resta, y por tanto más cercano al 100%.

Al analizar la importancia de los stockpiles desde la Tabla 5.14, se observa que cuando se considera una sola capacidad sin stockpiles el VAN del proyecto disminuye en 2.9% respecto del escenario con stockpiles. Y cuando se considera que exista expansión de capacidad, pero no se usan stockpiles, el valor del proyecto disminuye en un 5.5% respecto del caso en que sí se utilizan. Esto se explica fundamentalmente en el hecho de que la presencia de los stockpiles ayuda a que el mineral de mejor ley sea procesado de manera más inmediata que el de peor calidad. Dado que cuando no se cuenta con stockpiles, no existe otro destino para el mineral que la planta, independiente de su calidad, por lo que el mineral de menor ley se envía directamente a planta una vez que se extrae. Esto representa un costo de oportunidad del mineral de mejor ley que se encuentra más profundo, pero que no puede ser extraído ni procesado en ese periodo porque ocupa su lugar en la planta el mineral que ya fue removido. La diferencia es mayor en el caso con

expansión de capacidad planta que en el de una sola capacidad, fundamentalmente por el último periodo, dado que cuando se aumenta la capacidad la subutilización de la planta es mayor que en el caso de una sola capacidad.

Si se considera la Tabla 5.15, se deduce que representa mayor valor considerar los stockpiles que la expansión de capacidad de planta, puesto que en el caso con expansión pero sin stockpiles el VAN aumenta en 1.0% respecto del caso base, en tanto que si se considera el caso sin expansión pero con stockpiles, el VAN aumenta en 3.0% respecto del caso base. Y si se consideran tanto los stockpiles como la expansión de capacidad planta, el aumento de valor es más que la suma de las variaciones porcentuales de los dos escenarios anteriores, puesto que el VAN aumenta en 6.9% respecto del caso base.

Con respecto a los indicadores globales en la optimización simple de la Tabla 5.14, se puede observar que tanto $C(P)$ como $C(O)$ poseen valores cercanos al 90% o más, lo que indica una buena utilización global de la planta. En tanto, la ociosidad global de las palas está más cercana al 30% cuando se maximiza el VAN, pero cuando se optimizan los demás objetivos, salvo ΔM , el valor sube a casi 50%, porque estos objetivos no se preocupan de minimizar el costo de adquisición y compra todas las palas, aunque no las necesite. Así también, la utilización de los stockpiles, $C(R)$, está en torno al 3% en todos los casos, con excepción del escenario donde se minimiza ΔG , donde hay un remanejo del 6% justamente para hacer las mezclas necesarias, a fin de mantener una ley lo más constante y cercana posible a la ley esperada en la planta. Nuevamente se ve que, dependiendo del objetivo a optimizar (distinto al VAN), el indicador asociado es el mejor de todos los escenarios que consideran una expansión de capacidad planta y presencia de stockpiles (o a lo sumo igual). Por ejemplo, cuando se optimiza ΔO , el indicador asociado $C(O)$ presenta un valor de 91%, que es mayor al valor encontrado de este indicador en todos los demás casos. Lo mismo ocurre cuando se minimiza ΔP , el indicador asociado $C(P)$ es el mayor valor obtenido en todos los escenarios con un 95%. En tanto, cuando se optimiza ΔM , la ociosidad global de las palas es la menor de todos los casos, con un valor de 15%.

Relativo a la optimización jerárquica en la Tabla 5.16, también se puede ver cómo los indicadores globales, relativos a la minimización de la variable de desviación respectiva, mejoran con respecto al escenario donde solo se maximiza el VAN a todo lo demás constante (i.e., con expansión de capacidad planta y presencia de stockpiles). Por ejemplo, cuando se minimiza ΔO (VAN), el indicador asociado $C(O)$ aumenta 2% respecto al escenario de comparación (escenario 4, ver Tabla 5.14), y es el mayor valor obtenido en todas las demás optimizaciones jerárquicas, o a lo sumo igual. Cuando se minimiza ΔP (VAN), el indicador asociado $C(P)$ aumenta 2% respecto al escenario 4, y en las demás optimizaciones jerárquicas este indicador tiene un valor menor, o a lo sumo igual, al encontrado en este caso. Por otra parte, cuando se minimiza ΔM (VAN), la ociosidad global de las palas es la menor de todos los demás escenarios de optimización jerárquica, y 11% menos que en el escenario de comparación donde solo se maximiza el VAN (escenario 4).

Tabla 5.16. Resumen comparativo de los escenarios con optimización jerárquica en cuanto a VAN, indicadores globales, tiempo de resolución y MIP gap.

Escenario	6	6	6	6
Expansiones de capacidad planta	1	1	1	1
Stockpiles	Sí	Sí	Sí	Sí
Función Objetivo	Min ΔO (VAN)	Min ΔP (VAN)	Min ΔM (VAN)	Min ΔG (VAN)
VAN [MUSD]	\$800	\$800	\$800	\$800
C(P) [%]	95	95	93	93
C(O) [%]	92	92	90	90
C(R) [%]	2	3	3	3
Ociosidad global palas [%]	23	19	11	21
Tiempo de resolución [h]	0.91	0.94	0.37	2.28
MIP gap resultante [%]	0.874	0.783	0.000	0.947

En cuanto al tiempo de resolución, se puede observar que dentro de 2 a 3 [h] ya se obtiene una solución con un MIP gap de optimalidad menor a un 1%. Esto es muy valioso puesto que no es menor agendar un yacimiento relativamente grande, considerando la compra-recompra y asignación de palas a sectores, inclusión de un contaminante, cuatro destinos posibles (planta, botadero y stockpiles de alta y baja ley) y, sobre todo, teniendo en mente que se cuenta con variables de opciones de capacidad planta, cada una de las cuales son variables estructurales donde se abre un árbol completo de posibilidades. Sin duda alguna, el modelo de optimización con unidades de agendamiento tipo fase-banco-material permite realizar este tipo de análisis, y obtener soluciones cercanas al óptimo en un tiempo razonable. Agendar bloques involucra una mayor cantidad de variables binarias, lo que hace que se encuentre solución en un tiempo considerablemente alto, y con una solución muy lejana al óptimo. Además, sería más dificultoso el programa si también se añade a esto palas, 4 destinos y opciones. Con respecto a este tema, se deja en anexos 8.10 los parámetros de Gurobi que son útiles para que el programa se demore lo menos posible.

Poder predecir cuándo conviene realizar una expansión de capacidad planta, en el caso en que no hay una variación del precio, no es una tarea fácil (cuando el precio aumenta se prevé aumentar la capacidad de acuerdo a la teoría económica de la firma, y viceversa), pues involucra muchas variables, como se mencionaron anteriormente: perfil de inversión y costos en función de la capacidad, distribución mineral, tasa de descuento, decisión entre adelantar o retrasar estéril, etc. Por tal motivo, para formular el caso de estudio que demuestre la conveniencia de una expansión de capacidad planta, se realiza un cálculo anticipado de VAN en función de la capacidad inicial y final de la planta (con expansión en el año quinto) asumiendo beneficio constante todos los años, sin compra de palas ni presencia de

stockpiles, y a una tasa de descuento del 10%. Los resultados se muestran en la Figura 5.17.

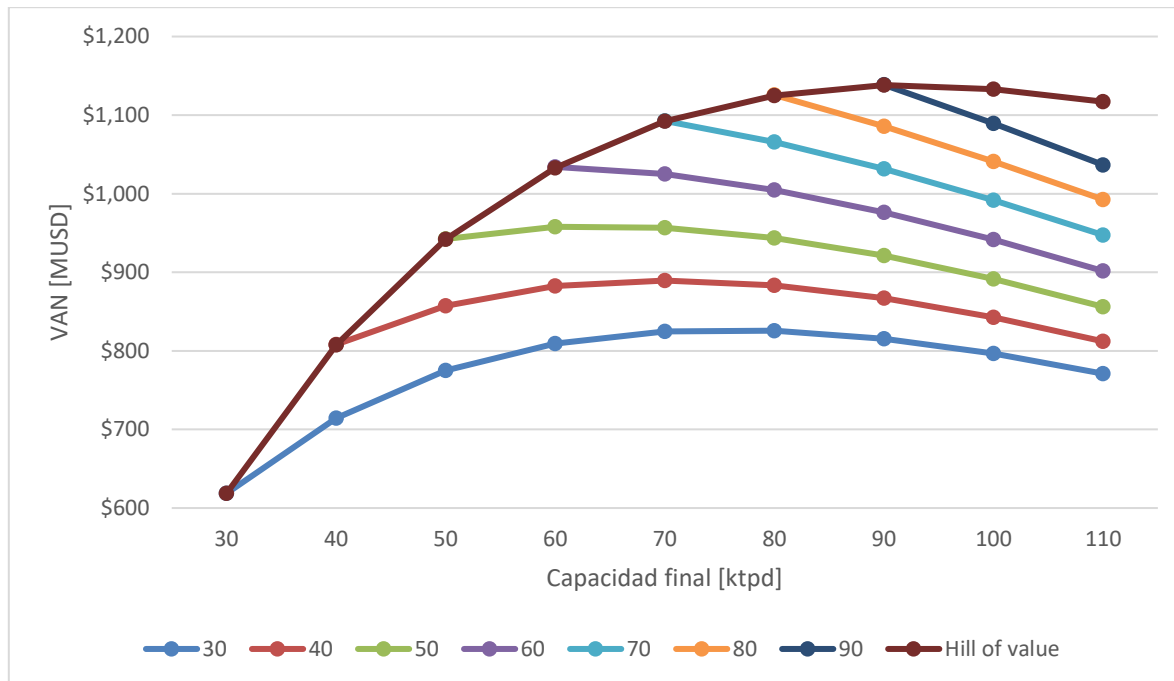


Figura 5.17. VAN en función de la capacidad inicial (leyenda) y la capacidad final (eje X), durante 4 años la primera capacidad. La curva del Hill of Value corresponde a solo ejecutar una capacidad. Tasa de descuento del 10%.

La capacidad óptima en la Figura 5.17 pareciera ser 90 [ktpd], sin embargo, esta capacidad tan alta es incapaz de ser operativa respetando los bancos de desfase y la tasa de avance vertical. Por otro lado, con una capacidad de 60 [ktpd] hay una subutilización de la planta los primeros años (los que más impactan el VAN por la tasa de descuento), lo que hace que el valor del proyecto sea menor que en el caso de 50 [ktpd], razón por la cual el óptimo con una capacidad planta es justamente 50 [ktpd] tal como demuestra el escenario 1. Luego, si se ve la curva de 50 [ktpd], se observa que el VAN tiende a aumentar cuando se realiza una expansión de capacidad planta el año 5 hacia una capacidad de 60 [ktpd], pero este valor es menor al 2%, por lo que en un comienzo se predice que la diferencia de VAN no supere el 5%, y por eso se escoge un MIP gap de un 1% de optimalidad para que pueda considerar estos aumentos de valor apropiadamente.

Otro aspecto interesante de ver en la Figura 5.17 es que, si se fija la capacidad planta inicial, la curva de VAN asociada tiene dos comportamientos posibles: (i) que el VAN aumente al pasar a una capacidad planta mayor, luego de lo cual, a partir de cierta capacidad, el VAN comienza a disminuir (p.ej. en la curva de capacidad planta inicial de 30 [ktpd], el VAN aumenta progresivamente hasta la capacidad de 80 [ktpd], luego de lo cual disminuye a expansiones superiores); o (ii) que el VAN disminuya al expandir la capacidad planta (p.ej. en la curva de capacidad planta inicial de 70 [ktpd]). Y se puede ver que son las capacidades

iniciales de planta menores a 50 [ktpd] las que presentan el comportamiento (i), y las capacidades de planta mayores las que presentan el comportamiento (ii).

Existen también variables muy importantes a considerar para saber si es más probable que se ejecute una expansión. Mientras mayor sea la tasa de avance vertical (sinking rate), más mineral disponible hay en cada periodo y, sobre todo, en los primeros años, lo que hace que sea posible comenzar con una capacidad alta sin subutilizar la planta. Por lo tanto, más cerca del óptimo de una capacidad se estará, por lo que es menos probable que se ejecute una expansión de capacidad planta, tal como se ve en la Figura 5.17, que mientras mayor es la capacidad inicial, más negativa es la pendiente de la curva asociada con aumento de capacidad (p.ej. a partir de 60 [ktpd] los aumentos de capacidad producen un VAN menor que operar con solo esa capacidad). Pero a la inversa, mientras menor sea el sinking rate, menos mineral disponible hay los primeros años, por lo que conviene comenzar con una capacidad menor, que tenga menor inversión, para luego aumentarla.

También otra variable de interés corresponde a la tasa de descuento, dado que mientras mayor sea este valor, más peso tiene el paso del tiempo, por lo que, si el proyecto es muy grande, va a preferir operar a capacidades altas o a realizar expansiones planta, para que se procese el mineral lo antes posible y el beneficio no sea castigado por la tasa de descuento. Por ejemplo, al hacer el mismo análisis Hill of Value, con una tasa de descuento del 10% (caso base), al expandir la capacidad planta de 50 a 60 [ktpd] en el año 5, el VAN aumenta en 1.6% respecto del caso con solo operar a 50 [ktpd]. Sin embargo, al aumentar la tasa de descuento a 15%, el mismo escenario genera un aumento de valor de 2.0% (ver Figura 5.18).

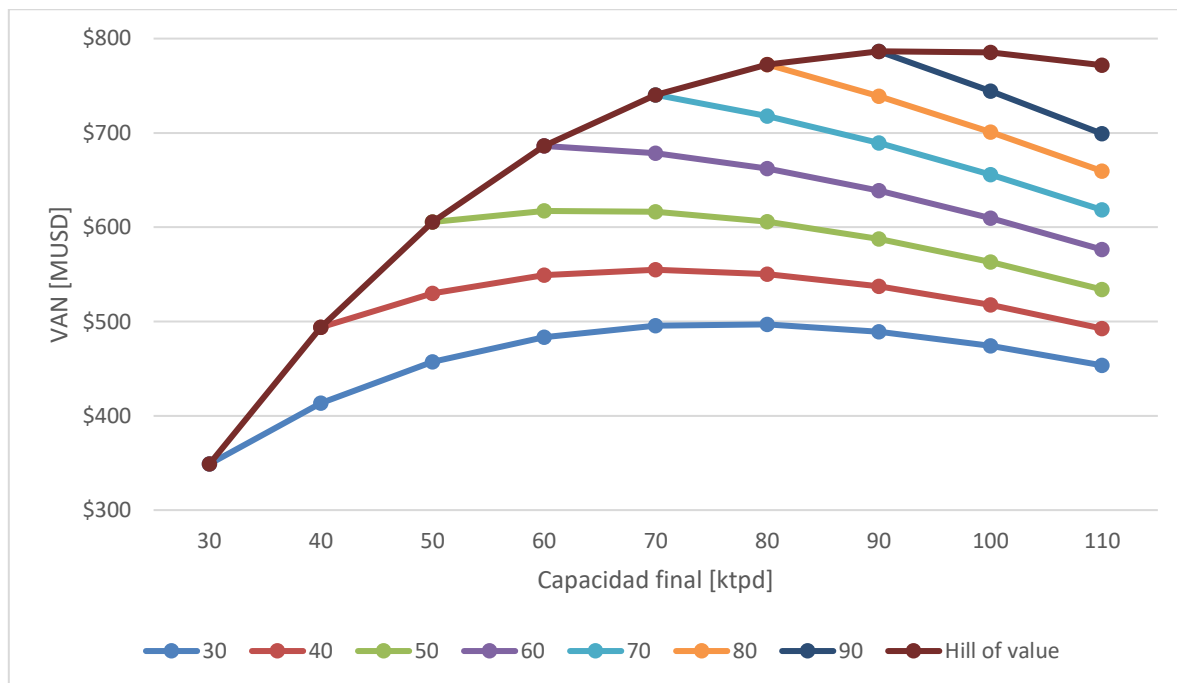


Figura 5.18. VAN en función de la capacidad inicial (leyenda) y la capacidad final (eje X), durante 4 años la primera capacidad. La curva del Hill of Value corresponde a solo ejecutar una capacidad. Tasa de descuento del 15%.

Capítulo 6

6. Conclusiones y trabajo futuro

La planificación a largo plazo en minas a cielo abierto tradicionalmente trabaja con una única capacidad mina y planta, elegidas a priori, sin posibilidad de expansión, y los trabajos enfocados en esto último se centran más que nada en la variabilidad del precio como el impulsador de un cambio de capacidad. Pero poco se ha abordado si otras condiciones como disposición mineral del yacimiento, perfil de inversión y costo operacional, etc., pueden ser las motivantes de una expansión.

Este trabajo se centra en esto último, donde además de evaluar la opción de un aumento de capacidad, se establece que la capacidad inicial no sea fija, sino que se permita al modelo elegir con cuál capacidad comenzar y a cuál expandirse. Además de esto, se considera la opción de compra y recompra de palas, así como su asignación a frentes de trabajo (incluidos los stockpiles). También se propone trabajar con dos stockpiles de alta y baja ley, y la incorporación de un contaminante con alta concentración en el yacimiento. Como tradicionalmente en este tipo de horizonte se trata de maximizar el VAN, este objetivo naturalmente es incluido, pero se añaden otros como minimizar el remanejo en los stockpiles, maximizar la utilización de la planta y los equipos mina, y minimizar la desviación de la ley target en la planta. Todo esto en un marco de optimización jerárquica.

El problema es formulado como un problema de programación lineal entera mixta, donde en este caso se agendan agrupaciones tipo fase-banco-material, en vez de bloques, para disminuir el tiempo de resolución. Luego el modelo matemático es aplicado a un caso de estudio de un yacimiento hipotético de Cu-Mo como metales principales, y As como contaminante, que cuenta con cerca de 228 [Mt] de mineral, distribuidos en 6 fases, @ 0.66 %Cu-eq y 140 [ppm] As, a una REM de 1.18. La implementación se realiza en Python, mediante la librería PuLP y es resuelto usando el solver comercial Gurobi. El script recibe datos provenientes de un Excel con todos los parámetros necesarios para configurar el caso de estudio, luego resuelve el problema de programación lineal internamente, y arroja como output otro archivo Excel que sea de fácil análisis mediante tablas dinámicas.

Se considera como caso base un plan minero generado sin expansiones de capacidad planta ni stockpiles, el cual obtiene un VAN de 764 [MUSD]. El VAN del plan minero sin expansión de capacidad planta y con stockpiles es de 787 [MUSD],

variando un 3.0% con respecto al VAN del caso base. El VAN del plan minero con expansión de capacidad planta y sin stockpiles es de 772 [MUSD], variando un 1.0% con respecto al VAN del caso base. Finalmente, el VAN del plan minero con expansión de capacidad planta y con stockpiles es de 817 [MUSD], variando un 6.9% con respecto al VAN del caso base.

Las ventajas de una expansión de capacidad planta en este caso de estudio radican en una inversión desfasada en el tiempo y economías de escala, que se ven potenciadas con el perfil de leyes crecientes con la profundidad. Además, en esta ocasión, no solo se tiene un aumento del VAN, sino que también mejoran los indicadores globales que toman en cuenta la operatividad, esto es, la utilización de la planta y equipos mina.

La principal virtud que otorga trabajar con stockpiles es poder procesar el mineral de mejor ley lo antes posible, así como poder satisfacer la planta en periodos de baja producción. Esto demuestra el impacto que tiene la consideración de los stockpiles en el aumento del valor del proyecto.

La formulación del problema mediante agrupaciones tipo fase-banco-material, y no bloques, disminuye enormemente la cantidad de variables binarias, lo que permite obtener soluciones de muy buena calidad en tiempos razonables. Incluso para este caso donde además se añade la compra-recompra y asignación de palas a frentes de carga (incluidos los stockpiles), 4 destinos posibles (planta, botadero y dos stockpiles), y, lo más importante, variables de opciones de capacidad planta, que son difíciles de manejar por ser variables estructurales. De haber sido formulado de manera tradicional, mediante bloques, el tiempo de resolución sin duda alguna sería horas o incluso días, mayor que este modelo, y además sin garantizar una solución de suficiente calidad. Sin embargo, esto presenta problemas como una pérdida de selectividad, y el hecho de trabajar con diferentes capacidades planta involucra distintas leyes de corte marginal, por lo que la cantidad de reservas no sería constante, aspecto que no es considerado en esta memoria, puesto que se define a priori lo que es mineral y estéril. Pero lo que se gana es operatividad puesto que sirve para agendar una vez que ya se tiene listo el diseño.

La optimización jerárquica es útil para lograr que otros objetivos, aparte del VAN, sean considerados para lograr tener un plan más operativo. Se demuestra que la variable a optimizar tiene una mejora respecto al escenario de comparación (con expansión de capacidad planta y con stockpiles, pero solo maximizando el VAN), y que los indicadores globales asociados a esa variable también mejoran.

En este caso de estudio, cuando lo que se busca es maximizar el VAN, el stockpile de alta ley se ajusta muy bien al supuesto (aproximación lineal) de que la ley de salida del metal de interés es la ley mínima de entrada al stockpile (error global en Cu del 0%). En tanto que el error global en Cu cometido en el stockpile de baja ley está entre un 7-9%, lo que se puede justificar en el hecho de que no hay suficientes frentes de carga disponibles en cada periodo como para hacer mezclas que resulten en que la ley de entrada sea igual a la ley mínima, para así evitar la pérdida de finos. Por otro lado, en ambos casos, considerar que el nivel de

contaminante de salida sea menor en 20 [ppm] respecto del nivel máximo permitido de entrada (150 [ppm] As), genera un error global en As menor al 5%.

Los resultados obtenidos confirman la utilidad de los stockpiles para controlar las leyes de interés, así como el nivel de contaminante, y para satisfacer la planta en periodos de baja producción de mineral. El stockpile de alta ley, por tener varias frentes de carga con leyes cercanas a sus límites de calidad de alimentación, tiene un uso más instantáneo, donde un año se satura a capacidad completa, para luego el siguiente año descargar todo el mineral a planta. En cambio, el stockpile de baja ley solo es alimentado por los bancos más superficiales, por lo que a este stockpile se le da un uso más acumulativo, donde a medida que se abren fases se va enviando material a este stockpile, el cual envía el mineral a planta el último año, para justamente permitir que mineral de mejor ley sea procesado con anterioridad.

Para trabajos futuros se recomienda:

- Sensibilizar respecto a la tasa de avance vertical máximo, en el orden de 6-8 bancos (que equivalen a 90 y 120 [m], respectivamente), dado que mientras menor es el sinking rate, menor es el aumento de costo mina dado por el traslado de equipos, y menos mineral disponible hay los primeros años, lo que motiva más que ocurran expansiones de capacidad planta, aspecto que también se corrobora cuando se realiza esta memoria.
- Incluir no solo un costo capital de las palas, sino también un costo operativo, para que optimice de manera conjunta, no solo la pala más económica en la adquisición, sino también la que menor gasto operativo genere en el tiempo (González, 2017). También se puede incluir un MCAF (factor de ajuste de costo mina, por sus siglas en inglés) por fase-banco-material, para considerar el ajuste por mayor o menor dureza de mineral (que influye en perforación y tronadura, y chancado si es que este es interior mina), presencia de agua, o por la profundidad del banco (que influye en el transporte de material), para de esta manera considerar un costo mina más variable y realista.
- Considerar el aspecto de espacio operativo de las palas que restrinja la cantidad de palas que se pueden ubicar en un determinado frente. Esto porque la capacidad óptima de acuerdo al modelo es prácticamente el doble a la capacidad sugerida por Taylor (1986). También se puede buscar la restricción adecuada que haga que estas capacidades no sean tan disímiles, dado que la capacidad de Taylor (1986) corresponde a un límite físico empírico de lo que se puede avanzar con un rajo de determinadas reservas.
- Añadir al problema un modelo de inversión de mina en función del modelo de inversión de las palas (que considere, entre otros, la adquisición de camiones), para optimizar de manera conjunta tanto la mina como la planta. Esto puede ayudar a tener planes más uniformes en cuanto a la extracción de estéril considerando un costo por subutilizar la capacidad mina.
- También puede realizarse un análisis de sensibilidad en cuanto a las cotas impuestas en los stockpiles, para ver el nivel de error incurrido y si genera un aumento o disminución del valor del proyecto, dado que esto último se ve en la confección del caso de estudio.

Capítulo 7

7. Bibliografía

- Abdel Sabour, S. A., & Poulin, R. (2010). Mine expansion decisions under uncertainty. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 24(4), pp. 340–349. <https://doi.org/10.1080/17480931003664991>
- Bertsimas, D., & Tsitsiklis, J. (1997). *Introduction to Linear Optimization*. Athena Scientific.
- Bley, A., Boland, N., Froyland, G., & Zuckerberg, M. (2012). Solving mixed integer nonlinear programming problems for mine production planning with stockpiling. *Optimization Online*. http://www.optimization-online.org/DB_HTML/2012/11/3674.html
- Blom, M., Pearce, A. R., & Stuckey, P. J. (2016). Short-term scheduling of an open-pit mine with multiple objectives. *Engineering Optimization*, 49(5), pp. 777–795. <https://doi.org/10.1080/0305215X.2016.1218002>
- Blom, M., Pearce, A. R., & Stuckey, P. J. (2018a). Multi-objective short-term production scheduling for open-pit mines: a hierarchical decomposition-based algorithm. *Engineering Optimization*, pp. 1–18. <https://doi.org/10.1080/0305215X.2018.1429601>
- Blom, M., Pearce, A. R., & Stuckey, P. J. (2018b). Short-term planning for open pit mines: a review. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, pp. 1–22. <https://doi.org/10.1080/17480930.2018.1448248>
- Boland, N., Dumitrescu, I., Froyland, G., & Gleixner, A. M. (2009). LP-based disaggregation approaches to solving the open pit mining production scheduling problem with block processing selectivity. *Computers & Operations Research*, 36(4), pp. 1064–1089. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2007.12.006>
- Brennan, M., & Schwartz, E. (1985). Evaluating Natural Resource Investments. *The Journal of Business*, 58(2), pp. 135-157. <http://www.jstor.org/stable/2352967>

- Burt, C., Caccetta, L., Welgama, P., & Fouché, L. (2011). Equipment selection with heterogeneous fleets for multiple-period schedules. *Journal of the Operational Research Society*, 62(8), pp. 1498–1509. <https://doi.org/10.1057/jors.2010.107>
- Caccetta, L. (2007). Application of Optimisation Techniques in Open Pit Mining. In: Weintraub, Romero, Bjørndal, Epstein, Miranda (Eds.). *Handbook Of Operations Research In Natural Resources*. (pp. 547-559). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-71815-6_29
- Caccetta, L., & Hill, S.P. (2003). An Application of Branch and Cut to Open Pit Mine Scheduling. *Journal of Global Optimization*, 27, pp. 349–365. <https://doi.org/10.1023/A:1024835022186>
- Cebesoy, T., Gözen, M., & Yahşi, S. (1995). A systematic decision making model for optimum surface mining equipment selection. In: Singhal, Mehrotra, Hadjigeorgiou & Poulin (Eds.). *Mine Planning and Equipment selection 1995: Proceedings of the Fourth International Symposium on Mine Planning and Equipment Selection, Calgary, Canada, 31 October – 3 November 1995*. (pp. 369–377). A.A. Balkema: Rotterdam.
- Chicoisne, R., Espinoza, D., Goycoolea, M., Moreno, E., & Rubio, E. (2012). A New Algorithm for the Open-Pit Mine Production Scheduling Problem. *Operations Research*, 60(3), pp. 517–528. <https://doi.org/10.1287/opre.1120.1050>
- Cortazar, G., & Casassus, J. (1998). Optimal timing of a mine expansion: Implementing a real options model. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 38(3), pp. 755–769. [https://doi.org/10.1016/S1062-9769\(99\)80100-8](https://doi.org/10.1016/S1062-9769(99)80100-8)
- CostMine InfoMine USA, Inc. (2007). *Mining Cost Service. Surface Mine Models*.
- CostMine InfoMine USA, Inc. (2011). *Mining Cost Service. Flotation Mill Models*.
- Dassault Systemes. (2020). *Geovia Whittle* [Software de computador]. <https://www.3ds.com/es/productos-y-servicios/geovia/productos/whittle/>
- Eivazy, H., & Nasab, H. A. (2012). A hierarchical open-pit mine production scheduling optimisation model. *International Journal of Mining and Mineral Engineering*, 4(2), pp. 89-115. <https://doi.org/10.1504/IJMME.2012.052436>
- Gershon, M.E. (1983). Mine scheduling optimization with mixed integer programming. *Mining Engineering*, 35 (4), pp. 351-354.
- Godoy, M., & Dimitrakopoulos, R. (2004). Managing risk and waste mining in long-term production scheduling of open-pit mines. *SME transactions*, 316(3).
- González, H. (2017). *Selección y asignación óptima de equipos de carguío para el cumplimiento de un plan de producción en minería a cielo abierto* [Tesis de

- Goodfellow, R. (2014). *Unified Modelling and Simultaneous Optimization of Open Pit Mining Complexes with Supply Uncertainty* [Ph.D. thesis, McGill University]. <https://escholarship.mcgill.ca/concern/theses/9593tz27b>
- Groeneveld, B., & Topal, E. (2011). Flexible open-pit mine design under uncertainty. *Journal of Mining Science*, 47(2), pp. 212–226. <https://doi.org/10.1134/S1062739147020080>
- Haque, M. A., Topal, E., & Lilford, E. (2016). Evaluation of a mining project under the joint effect of commodity price and exchange rate uncertainties using real options valuation. *The Engineering Economist*, 62(3), pp. 231–253. <https://doi.org/10.1080/0013791X.2016.1217366>
- Hustrulid, W., Kuchta, M., & Martin, R. (2013). *Open pit mine planning & design*. CRC Press/Balkema.
- Jélvez, E., Morales, N., Ortíz, J.M. (2020) Impact of Geological Uncertainty at Different Stages of the Open-Pit Mine Production Planning Process. In Topal (Ed.). *Proceedings of the 28th International Symposium on Mine Planning and Equipment Selection - MPES 2019*. MPES 2019. Springer Series in Geomechanics and Geoengineering. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-33954-8_9
- Johnson, T.B. (1968). *Optimum open pit mine production scheduling* [Ph.D. thesis, University of California]. <https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/672094.pdf>
- Jupp, K., Howard, T. J., & Everett, J. E. (2013). Role of pre-crusher stockpiling for grade control in iron ore mining. *Applied Earth Science*, 122(4), pp. 242–255. <https://doi.org/10.1179/1743275814Y.0000000045>
- Kumar, A., & Chatterjee, S. (2016). Open-pit coal mine production sequencing incorporating grade blending and stockpiling options: An application from an Indian mine. *Engineering Optimization*, 49(5), pp. 762–776. <https://doi.org/10.1080/0305215X.2016.1210312>
- Kumral, M. (2012). Production planning of mines: Optimisation of block sequencing and destination. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 26(2), pp. 93–103. <https://doi.org/10.1080/17480930.2011.644474>
- Lerchs, H. & Grossman, I. F. (1965). Optimum Design of Open-Pit Mines. *Transactions CIM*, 68(1), pp. 17-24.
- Manríquez, F., González, H., & Morales, N. (2019). Short-term open-pit mine production scheduling with hierarchical objectives. In Mueller, Assibey-Bonsu, Baafi, Dauber, Doran, Jerzy Jaszczuk, Nagovitsyn (Eds.). *Mining goes Digital: Proceedings of the 39th International Symposium'Application of Computers*

and Operations Research in the Mineral Industry'(APCOM 2019), June 4-6, 2019, Wroclaw, Poland. (pp. 443-451). CRC Press/Balkema.

Manríquez, F., González, H., & Morales, N. (in press). Short-term open-pit production scheduling optimising multiple objectives accounting for shovel allocation in stockpiles. *Engineering Optimization*.

Meneses, D. (2019). *Metodología de planificación de la producción de minas a cielo abierto considerando planes alternativos* [Tesis de Maestría, Universidad de Chile]. <http://repositorio.uchile.cl/handle/2250/172954>

Michiotis, A., Xerocostas, D., & Galitis, N. (1998). A new integrated system for selecting mining equipment. *Computers & Industrial Engineering*, 34(2), pp. 391–397. [https://doi.org/10.1016/S0360-8352\(97\)00164-2](https://doi.org/10.1016/S0360-8352(97)00164-2)

Mitchell, J.E. (2011). Branch and Cut. In Cochran, Cox, Keskinocak, Kharoufeh & Smith (Eds.). *Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science*. Wiley. <https://doi.org/10.1002/9780470400531.eorms0117>

Moreno, E., Rezakhah, M., Newman, A., & Ferreira, F. (2017). Linear models for stockpiling in open-pit mine production scheduling problems. *European Journal of Operational Research*, 260(1), pp. 212–221. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.12.014>

Newman, A.M., Rubio, E., Caro, R., Weintraub, A., & Eurek, K. (2010). A review of operations research in mine planning. *Interfaces*, 40 (3), pp. 222–245. <https://doi.org/10.1287/inte.1090.0492>

O' Hara, T.A., & Suboleski, S.C. (1992). Costs and Cost Estimation. In Hartman (Ed.). *SME Mining Engineering Handbook 2nd Edition*. (pp. 405-424). SME.

Osanloo, M., Gholamnejad, J., & Karimi, B. (2008). Long-term open pit mine production planning: a review of models and algorithms. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 22(1), pp. 3–35. <https://doi.org/10.1080/17480930601118947>

Ramazan, S., & Dimitrakopoulos, R. (2004a). Recent applications of operations research and efficient MIP formulation in open pit mining. *Transactions of the Society for Mining, Metallurgy and Exploration*, 316, pp. 73-78.

Ramazan, S., & Dimitrakopoulos, R. (2004b). Traditional and New MIP Models for Production Scheduling With In-Situ Grade Variability. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 18(2), pp. 85–98. <https://doi.org/10.1080/13895260412331295367>

Ramazan, S., Dagdelen, K., & Johnson, T. B. (2005). Fundamental tree algorithm in optimising production scheduling for open pit mine design. *Mining Technology*, 114(1), pp. 45–54. <https://doi.org/10.1179/037178405X44511>

- Rezakhah, M. (2017). *Open pit mine planning with stockpiling* [Ph.D. thesis, Colorado School of Mines]. https://mountainscholar.org/bitstream/handle/11124/170702/Rezakhah_min_es_0052E_11215.pdf?sequence=1
- Rezakhah, M., & Newman, A. (2018). Open Pit Mine Planning with Degradation due to Stockpiling. *Computers & Operations Research*. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2018.11.009>
- Rezakhah, M., Moreno, E., & Newman, A. (2019). Practical Performance of an Open Pit Mine Scheduling Model Considering Blending and Stockpiling. *Computers & Operations Research*. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2019.02.001>
- Rivera Letelier, O., Espinoza, D., Goycoolea, M., Moreno, E., & Muñoz, G. (2020). Production Scheduling for Strategic Open Pit Mine Planning: A Mixed-Integer Programming Approach. *Operations Research*, pp. 1-20. <https://doi.org/10.1287/opre.2019.1965>
- Smith, M. (1999). Optimizing inventory stockpiles and mine production: An application of separable and goal programming to phosphate mining using AMPL/Cplex. *Cim Bulletin*, 92, pp. 61-64.
- SRK Consulting. (2018). Technical Report for the Candelaria Copper Mining Complex, Atacama Region, Region III, Chile. https://www.lundinmining.com/site/assets/files/3641/candelaria_2018_tr.pdf
- Tabesh, M., Nasab, H.A., & Peroni, R. (may, 2015). *A Comprehensive Approach to Strategic Open Pit Mine Planning with Stockpile Consideration [conference session]*. Applications of Computers and Operations Research in Mineral Industry - 37th APCOM. Fairbanks, Alaska, USA.
- Taylor, H.K. (1986). *Rates of Working Mines – A Simple Rule of Thumb*. Trans. Inst. Min. Metall. 95, A203–A204.
- Valdez, F., Lanata, M., y Orosco, W. (abril, 2011). *Programación lineal en gestión de operaciones mineras* [Presentación Power Point]. https://iimp.org.pe/website2/jueves/ultimo234/jm20110414_barrick.pdf
- Whittle, J. (1989). *The Facts and Fallacies of Open Pit Design*. Whittle Programming Pty Ltd. North Balwyn, Victoria, Australia.

Capítulo 8

8. Anexos

8.1. Anexo A: Modelo de costos mina y planta

El modelo de costos de la planta se obtiene de Infomine (2011), para una planta de flotación con dos concentrados, donde se le realiza un ajuste por inflación para llevarlo a dólares del 2020, cuyo resultado se muestra en la Tabla 8.1.

Tabla 8.1. Modelo de costos planta con dos concentrados. Fuente: Infomine (2011).

Capacidad [tpd]	OPEX 2020 [USD/t]	CAPEX 2020 [USD]
20	\$206.48	\$6,686,199
50	\$117.92	\$9,881,118
100	\$82.39	\$14,085,981
500	\$32.43	\$24,134,877
1,000	\$24.70	\$32,910,462
2,000	\$19.09	\$43,570,800
5,000	\$15.06	\$69,758,910
10,000	\$13.23	\$118,012,518
20,000	\$11.77	\$212,215,302
40,000	\$11.03	\$411,226,101
80,000	\$10.82	\$766,662,273

Con este modelo de costos operativos, lo que se procede a hacer es un ajuste potencial en el caso que se quiera extrapolar a otras capacidades. El ajuste potencial de costos en función de la capacidad es bien conocido, tal como se detalla en O'hara & Suboleski (1992). El resultado se muestra en la Figura 8.1, donde se observan los datos reales y la línea de ajuste. Además, se detalla la ecuación empleada, y el coeficiente de correlación que es cercano al 93%, lo que indica un buen ajuste. Aunque, se tiende a subestimar el OPEX planta en capacidades altas (>10,000 [tpd]) o muy bajas (<100 [tpd]), y a sobreestimar las capacidades intermedias. Pero se ve que para el caso de las capacidades que son de interés en esta memoria (>10,000 [tpd]), el ajuste es muy parecido a los datos reales.

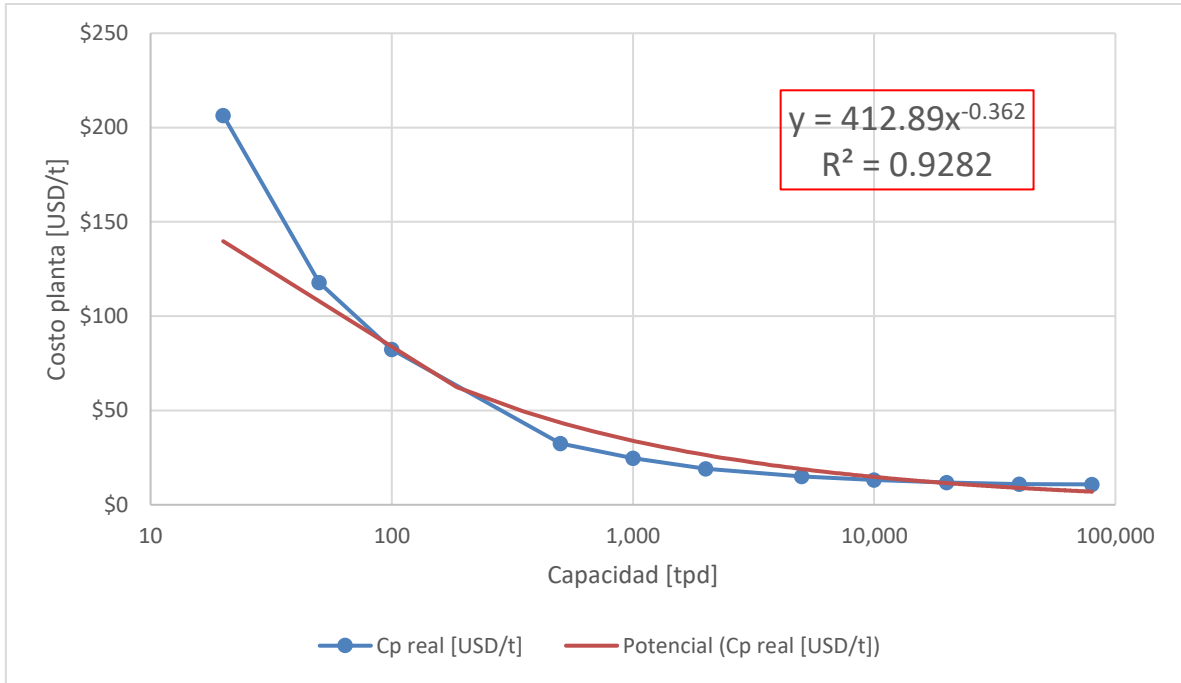


Figura 8.1. Ajuste tipo potencia del costo operacional de la planta en función de la capacidad.

Por otro lado, el CAPEX planta presenta una buena correlación lineal con la capacidad (se impone que pase por el origen, porque a capacidad nula debe haber inversión nula), tal como se observa en la Figura 8.2, donde el coeficiente de correlación es muy cercano al 100%. Aunque, la aproximación lineal tiende a subestimar la inversión planta, pero en menor medida.

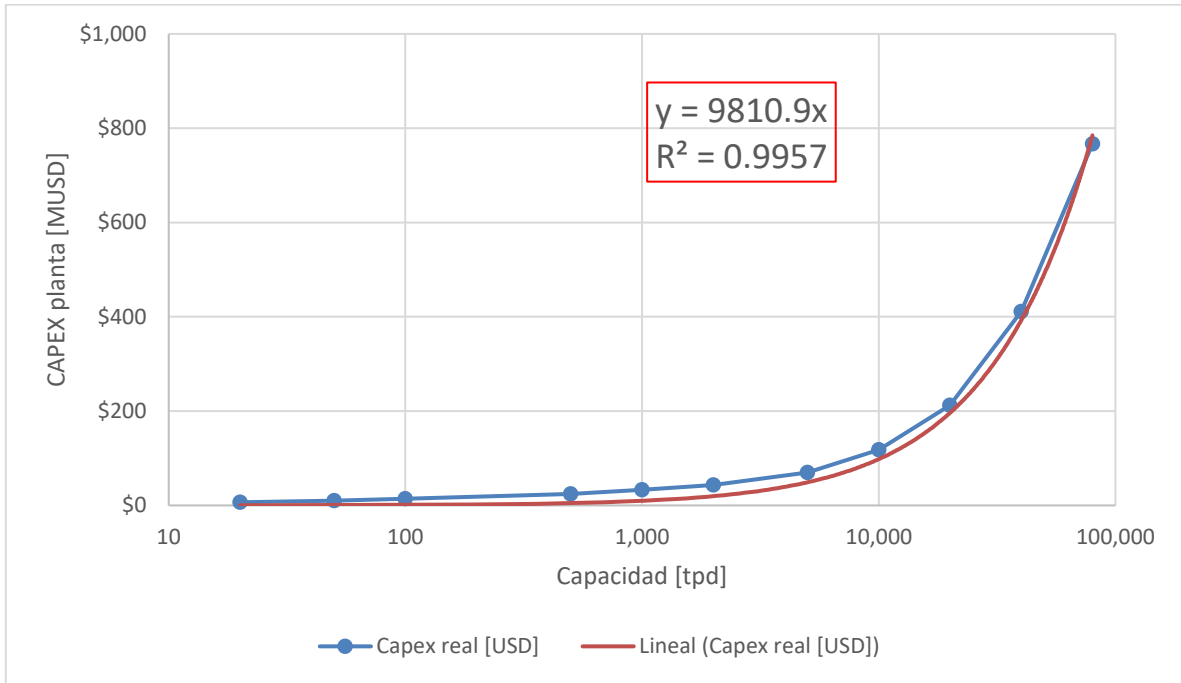


Figura 8.2. Ajuste lineal del CAPEX planta en función de la capacidad.

Finalmente, el costo mina, en una mina a cielo abierto, se obtiene de Infomine (2007) para una mina con una REM 1:1 (que es una REM cercana a 1.18 del caso de estudio), al que se le corrige por inflación para llevarlo a moneda de 2020.

Tabla 8.2. Modelo de OPEX mina para una mina a cielo abierto con una REM 1:1, la capacidad es en toneladas de mineral por día. Fuente: Infomine (2007).

Capacidad [tpd]	OPEX 2020 [USD/t]
250	\$29.10
500	\$10.50
1,000	\$15.70
2,000	\$12.34
5,000	\$6.77
10,000	\$5.31
20,000	\$4.45
40,000	\$3.75
80,000	\$3.29

8.2. Anexo B: Regla de Taylor

Una de las maneras de determinar el ritmo productivo de una mina en una ingeniería de perfil, es mediante la regla de Taylor (1986) que relaciona la capacidad con las reservas mediante la relación empírica dada en (iv).

$$Capacidad \left[\frac{Mt}{a} \right] = 0.15 \cdot Reservas [Mt]^{0.75} \cdot (1 \pm 0.2) \quad (iv)$$

Por lo que, si es el mineral lo que controla la extracción, cuando se cuenta con 228 [Mt] de mineral (que corresponde a las reservas de mineral contenidas en el pit final del caso de estudio), la capacidad de la planta debiese ser cercana a las 25,000 [tpd] (9 [Mt/a]).

8.3. Anexo C: Hill of Value

En esta sección se presenta un análisis preliminar tipo Hill of Value asumiendo beneficio constante en todos los periodos, esto es, ley de Cu, capacidad planta y REM constantes, pero sin considerar ni stockpiles ni compra de palas. Se aplican los modelos de inversión y OPEX planta encontrados anteriormente.

Como se puede ver en la Figura 8.3, el VAN alcanza el máximo para una capacidad planta cercana a las 90,000 [tpd], sin embargo, el LOM de la mina es demasiado bajo (cercano a los 5 [años]), por lo que es improbable operacionalmente

que la mina pueda operar a esa capacidad considerando todas las restricciones operacionales que se deben cumplir (tasa de avance vertical y bench lag). Por esta razón, las opciones de capacidad planta elegidas son menores a las 80,000 [tpd].

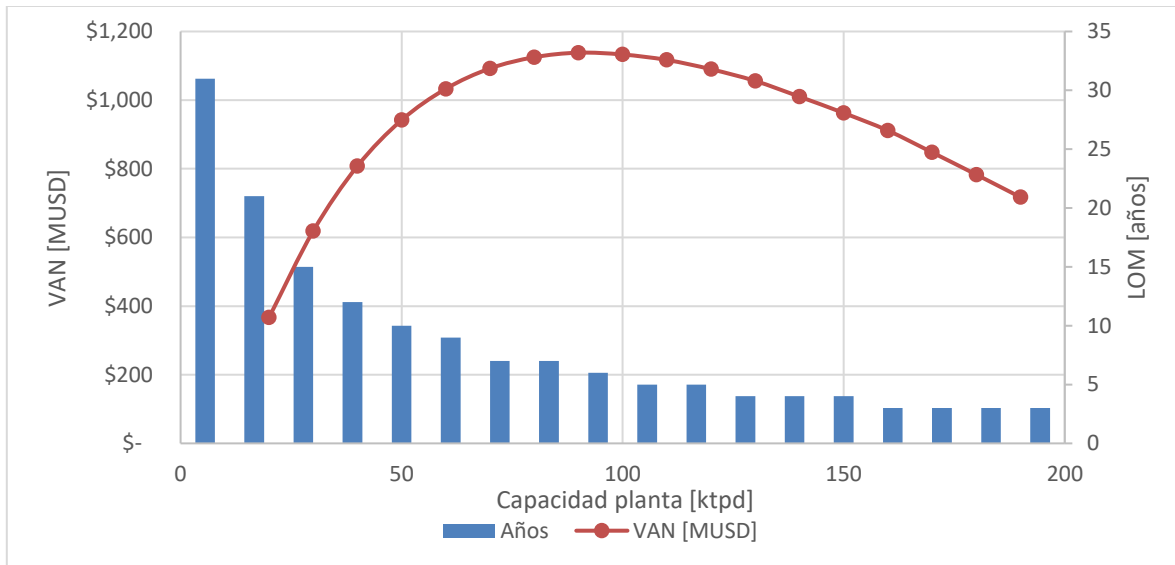


Figura 8.3. Hill of Value preliminar.

8.4. Anexo D: Costo capital de los camiones

En este apartado se deja el costo de inversión asociado con la adquisición de camiones, y los costos adicionales que se deben considerar.

Para saber la cantidad de camiones que necesita cada pala, se debe tener un perfil de distancias a recorrer, así como las velocidades asociadas. La distancia a recorrer en rampas se puede extraer mediante la cota superior de los bancos (salida del pit) y la cota promedio en la que se encontrarán los camiones (promedio ponderado por el tonelaje en cada banco). Con esto, se tiene la altura promedio que deben subir o bajar los camiones, y con una pendiente de rampa se puede estimar la distancia que se recorre dentro del pit (consignado en la Tabla 8.3). Luego, se establece que la distancia a recorrer desde la salida del pit hasta el destino (botadero, stockpiles o planta) es de 2 [km], y corresponde a un recorrido plano.

Tabla 8.3. Distancia a recorrer por los camiones.

Parámetro	Valor
Cota primer banco [m]	1402.5
Cota banco promedio [m]	1195
Altura promedio [m]	207.5
Pendiente [%]	10
Distancia rampas [m]	2,075
Distancia salida-destino [m]	2,000

Las velocidades con que transitan los camiones, dependiendo de si están vacíos o con carga y el tipo de pendiente, se muestran en la Tabla 8.4, y corresponden a valores típicos encontrados en la industria.

Tabla 8.4. Velocidades de recorrido de los camiones.

Pendiente	Velocidad cargado [km/h]	Velocidad vacío [km/h]
Subiendo	11	20
Bajando	35	35
Plano	45	46

Con las distancias a recorrer y las velocidades de los camiones, se puede calcular el tiempo de viaje de éstos, y asumiendo que el tiempo fijo es de 4 [min] (asociado a carga, descarga, acuatamiento y otros), se puede obtener el tiempo de ciclo (ver Tabla 8.5).

Tabla 8.5. Tiempos de ciclo de los camiones.

Parámetro	Valor
Tiempo de ida [min]	14
Tiempo de vuelta [min]	6
Tiempo de viaje [min]	20
Tiempo de maniobras [min]	5
Tiempo de ciclo [min]	25

Con estos valores es posible estimar el número de camiones que requiere cada pala, de acuerdo al siguiente orden de actividades:

1. Dado el rendimiento y la utilización efectiva de las palas se puede calcular la productividad de éstas.
2. El modelo de camión a utilizar para cada tipo de pala se realiza considerando un match pala-camión de cerca de 3 baldadas. Esta información es extraída de González (2017).
3. Con la capacidad de tolva de cada camión se procede a calcular el rendimiento de éstos con el tiempo de ciclo encontrado en la Tabla 8.5.
4. Si se considera la máxima utilización efectiva (considerando disponibilidad y utilización) de los camiones junto con el rendimiento anteriormente encontrado, se puede obtener la productividad de éstos.
5. Juntando la productividad de palas y camiones se puede estimar la cantidad de camiones que se necesitan para saturar cada pala.
6. En cuanto al costo de los camiones, se toma como referencia el costo del camión CAT 793F con capacidad de 227 [t], el que se extrae de SRK Consulting (2018), que tiene un valor aproximado de 3.9 [MUSD] corrigiendo la moneda por inflación a dólares de 2020.
7. Luego, los costos de los camiones asociados a cada pala se escalan proporcionalmente de acuerdo a la capacidad de tolva.

Los resultados de los costos de adquisición de camiones en función del tipo de pala se detallan en la Tabla 8.6.

Tabla 8.6. Costo de adquisición de camiones en función del tipo de pala.

Parámetros	Pala		
	1	2	3
Modelo pala CAT	6040/6040 FS	6060/6060 FS	6050/6050 FS
Rendimiento pala [tpd]	124,056	138,576	179,352
Máxima utilización pala [%]	50	50	50
Productividad pala [tpd]	62,028	69,288	89,676
Capacidad balde efectivo [t]	44	52	67
Modelo camión CAT	758D	785D	789D
Capacidad tolva camión [t]	130	150	191
Rendimiento camión [tpd]	7,443	8,588	10,936
Máxima utilización camión [%]	60	60	60
Productividad camión [tpd]	4,466	5,153	6,561
Número camiones	14	13	14
Costo unitario camión [MUSD]	2.2	2.6	3.3
Costo camiones [MUSD]	31.1	33.3	45.7

El costo de las naves de mantención de los equipos se puede aproximar mediante las relaciones empíricas de O'hara & Suboleski (1992), detallado en las ecuaciones (v) y (vi).

$$A = 360 \cdot T_p^{0.4} \quad (v)$$

Donde:

A: área de taller de mantención requerida [ft²],

T_p: producción de la mina [stpd] (con st: tonelada corta en inglés).

$$CM = 6,000 \cdot A^{0.6} \cdot t^{0.1} \quad (vi)$$

Donde:

CM: costo de instalaciones de mantención [USD],

A: área de taller de mantención requerida [ft²],

t: tamaño de balde de los camiones [st] (con st: tonelada corta en inglés).

Los resultados de los costos de los talleres de mantención en función del tipo de pala se muestran en la Tabla 8.7, actualizando los valores a moneda actual.

Tabla 8.7. Costo de inversión de naves de mantención por tipo de pala.

Pala	Modelo	Área de mantención [ft ²]	Costo naves 1992 [MUSD]	Costo naves 2020 [MUSD]
1	6040/6040 FS	30,921	4.9	9.1
2	6060/6060 FS	32,321	5.1	9.5
3	6050/6050 FS	35,834	5.5	10.3

El costo de las petroleras para el carguío de combustible de los equipos se puede aproximar mediante las ecuaciones empíricas de O'hara & Suboleski (1992), de acuerdo con la ecuación (vii).

$$CP = 28 \cdot T_p^{0.8} \quad (\text{vii})$$

Donde:

CP : costo de sistema de abastecimiento de petróleo [USD],

T_p : producción de la mina [stpd] (con st: tonelada corta en inglés).

Los resultados del costo capital asociado con las petroleras por tipo de pala se muestran en la Tabla 8.8, actualizando los valores a dólares de 2020.

Tabla 8.8. Costo de inversión de petroleras por tipo de pala.

Pala	Modelo	Productividad [tpd]	Costo petroleras 1992 [MUSD]	Costo petroleras 2020 [MUSD]
1	6040/6040 FS	62,028	0.2	0.4
2	6060/6060 FS	69,288	0.2	0.4
3	6050/6050 FS	89,676	0.3	0.5

Finalmente, resta calcular el costo asociado a los equipos de apoyo mina. Se estima que se necesita una excavadora por pala asociada con el saneamiento de las paredes del banco y para recuperar la línea de diseño. Se evalúa que se requieren de tres bulldozers por la presencia de un botadero y dos stockpiles. Se piensa en un wheeldozer por pala encargado de limpiar las áreas de carguío. Se requiere de dos motoniveldoras para la mantención de caminos, dado que cada pala necesita de al menos 13 camiones. Para el regadío de caminos y la supresión del polvo se precisa de dos camiones aljibes.

La cantidad y costos asociados con cada uno de los equipos de servicio se detallan en la Tabla 8.9. Los costos unitarios son extraídos de SRK Consulting (2018), con la corrección inflacionaria correspondiente.

Tabla 8.9. Tipo, cantidad y precio unitario de equipos de servicio.

Equipo auxiliar	Cantidad	Precio unitario 2020 [MUSD]
Excavadora	1	1.2
Bulldozer	3	1.4
Wheeldozer	1	0.9
Motoniveladora	2	1.0
Camión aljibe	2	1.9
Total	10	12.1

Al considerar todos estos costos incurridos en la adquisición de camiones, el resumen total de la inversión por tipo de pala se señala en la Tabla 8.10.

Tabla 8.10. Inversión total asociada a la adquisición de camiones por tipo de pala.

Pala	Modelo	Inversión asociada [MUSD]
1	6040/6040 FS	52.6
2	6060/6060 FS	55.3
3	6050/6050 FS	68.6

8.5. Anexo E: Resultados escenario con una capacidad planta sin stockpiles

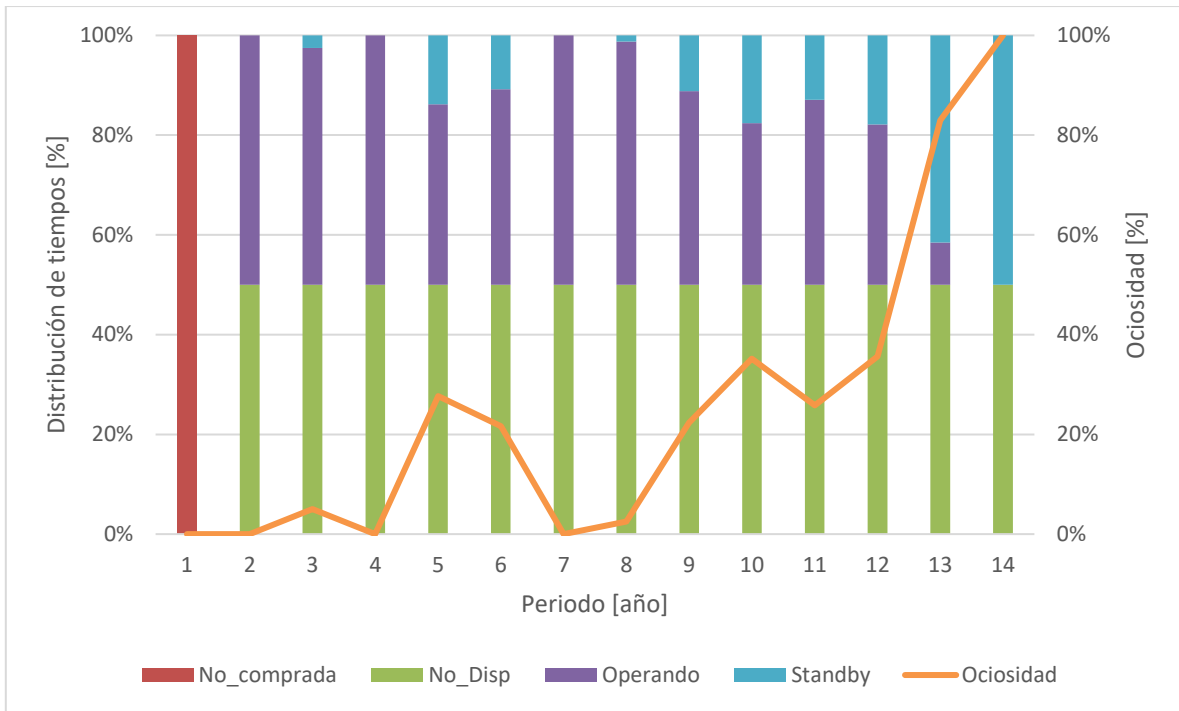


Figura 8.4. Distribución de tiempos para 1 escenario con una capacidad planta sin stockpiles.

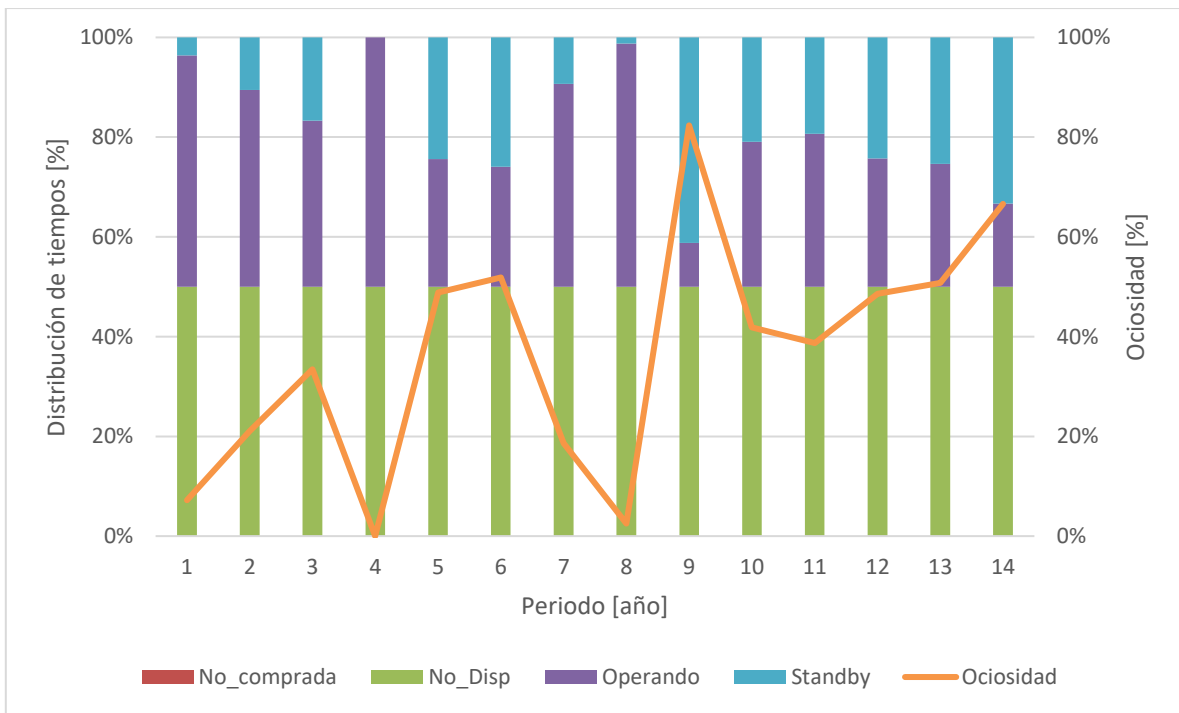


Figura 8.5. Distribución de tiempos para 3 escenario con una capacidad planta sin stockpiles.

8.6. Anexo F: Resultados escenario con una expansión planta sin stockpiles

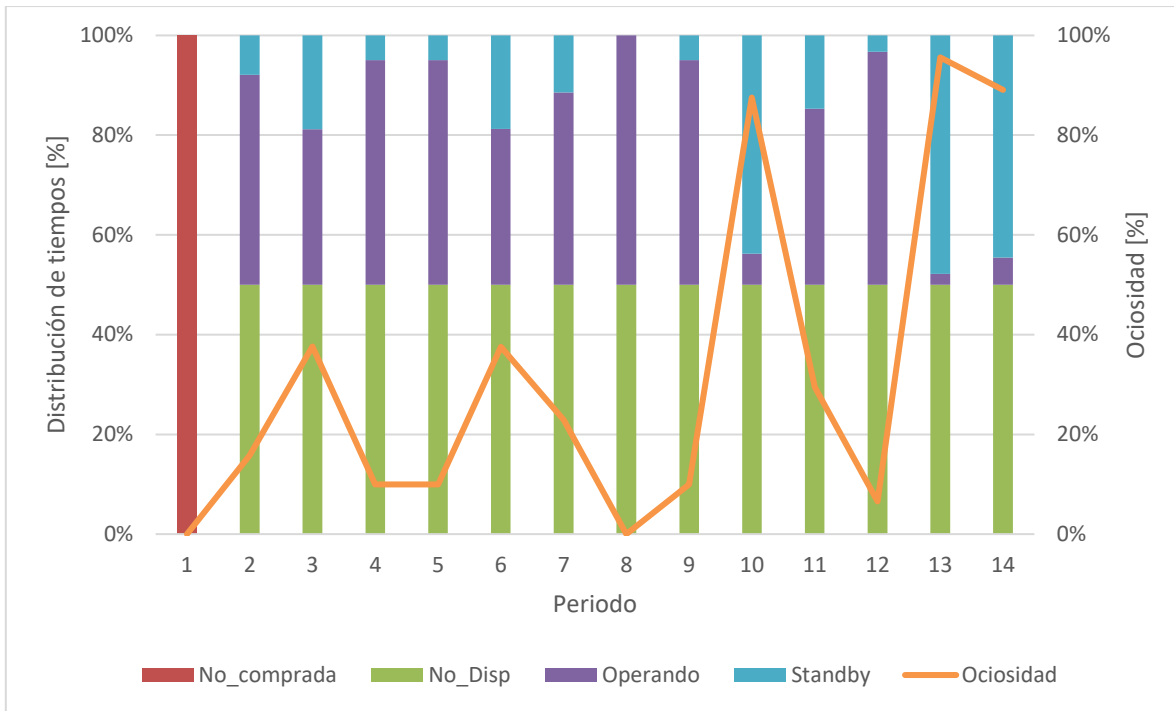


Figura 8.6. Distribución de tiempos para 1 escenario con una expansión planta sin stockpiles.

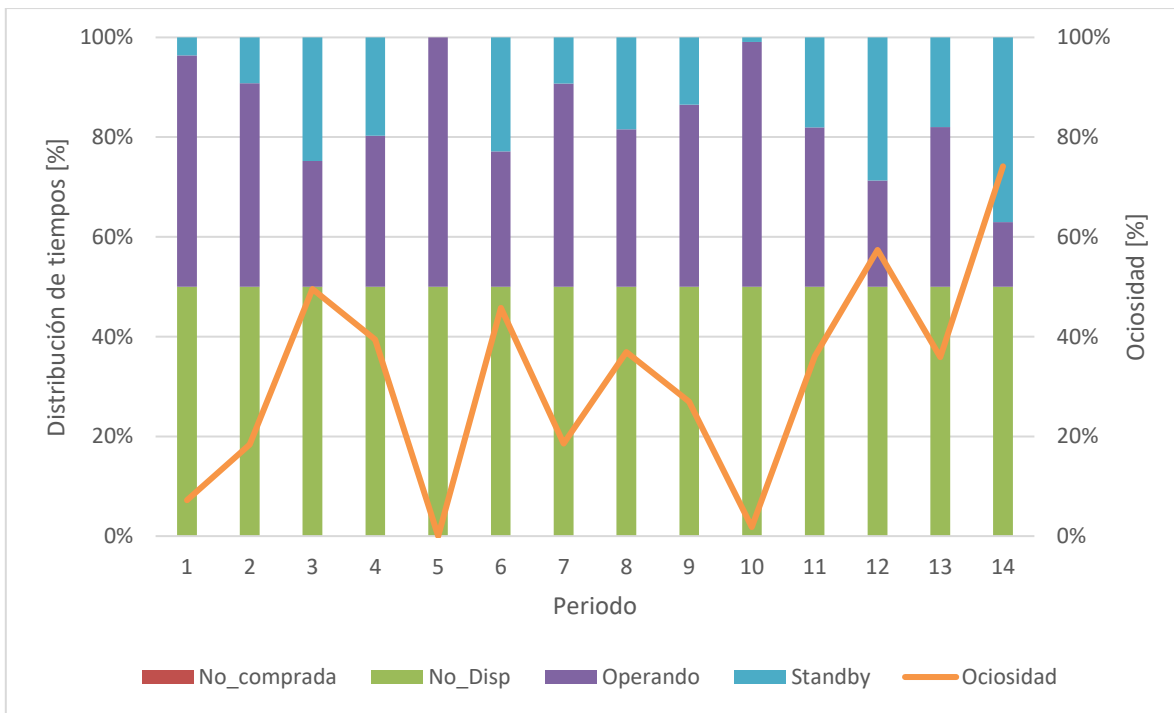


Figura 8.7. Distribución de tiempos para 3 escenario con una expansión planta sin stockpiles.

8.7. Anexo G: Resultados escenario con una expansión planta con stockpiles, optimización simple

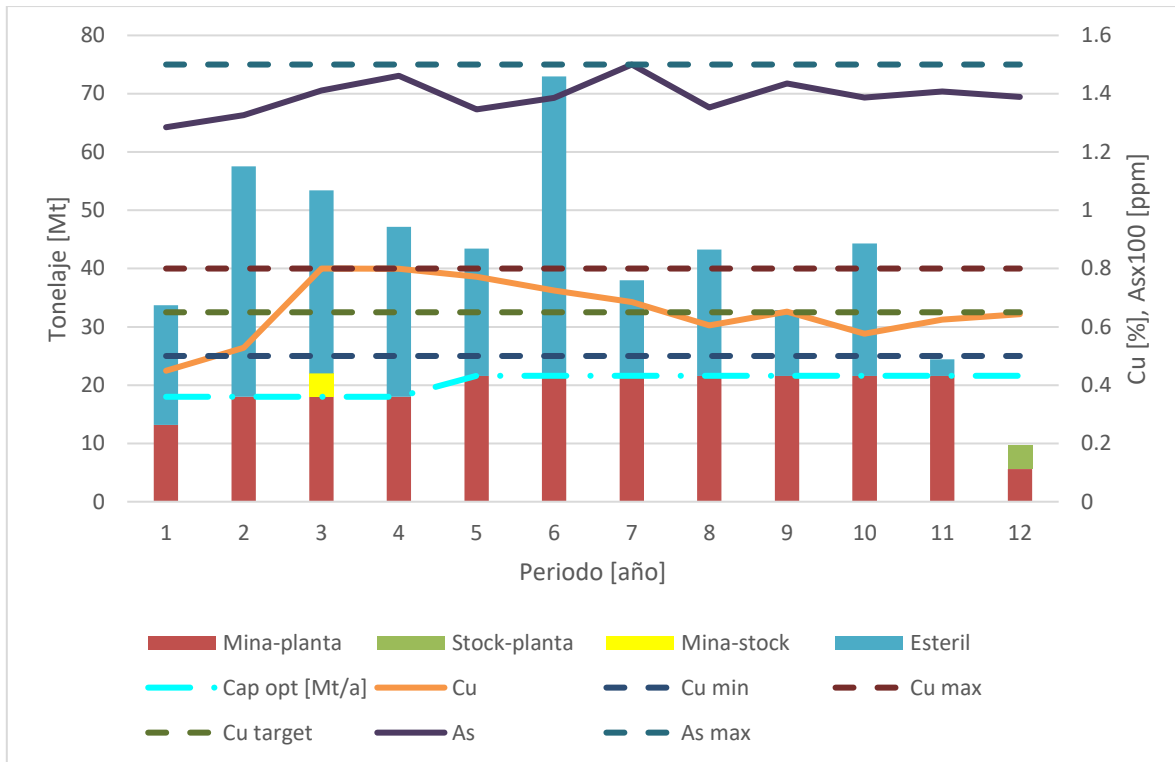


Figura 8.8. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO .

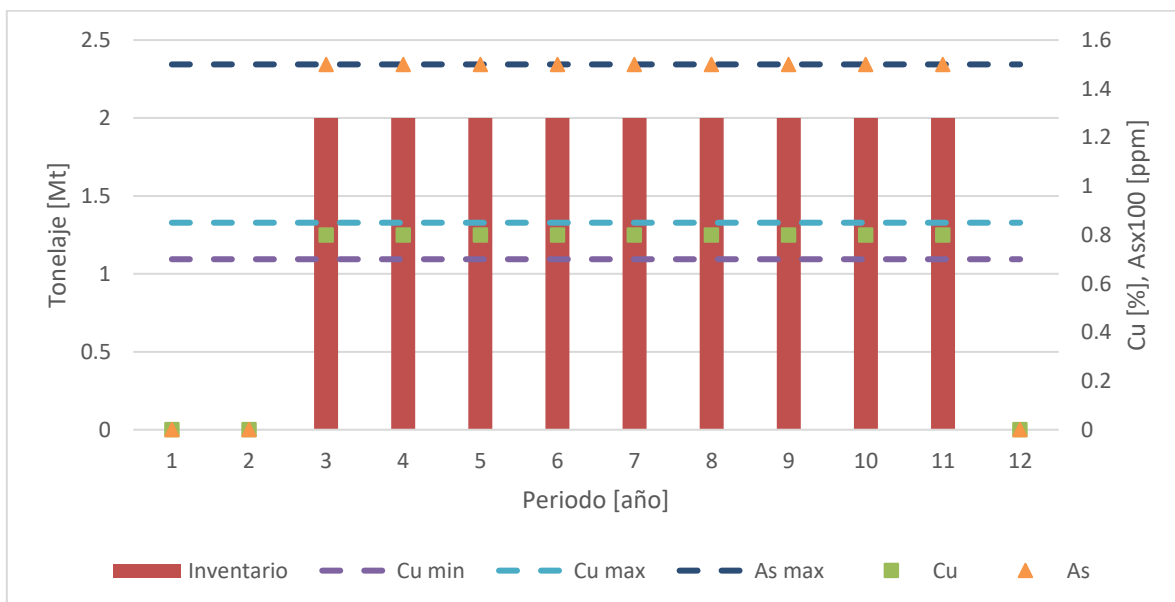


Figura 8.9. Inventario stockpile de alta ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO .

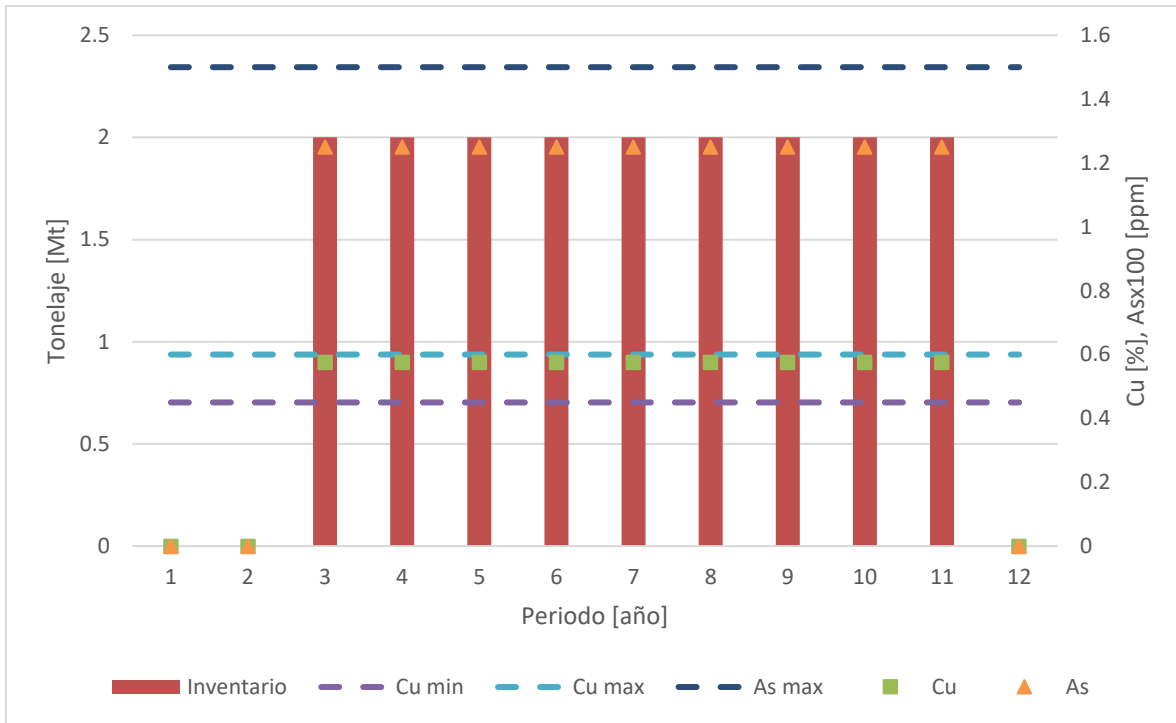


Figura 8.10. Inventario stockpile de baja ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO .

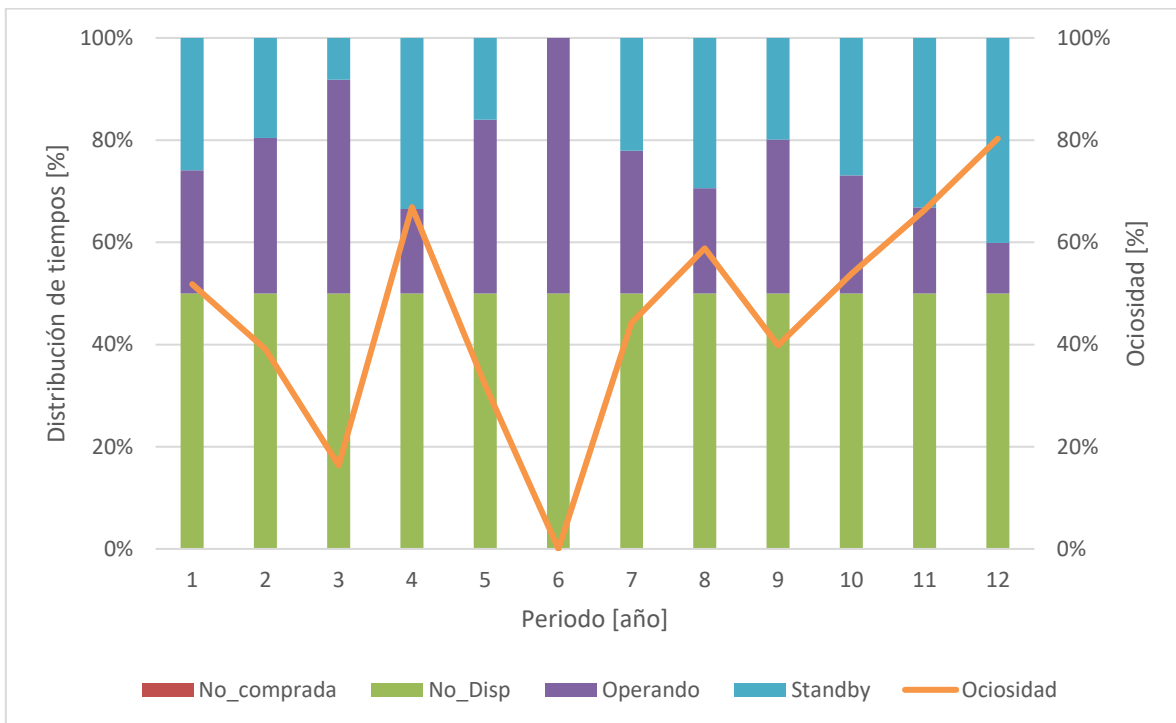


Figura 8.11. Distribución de tiempos pala 1 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO .

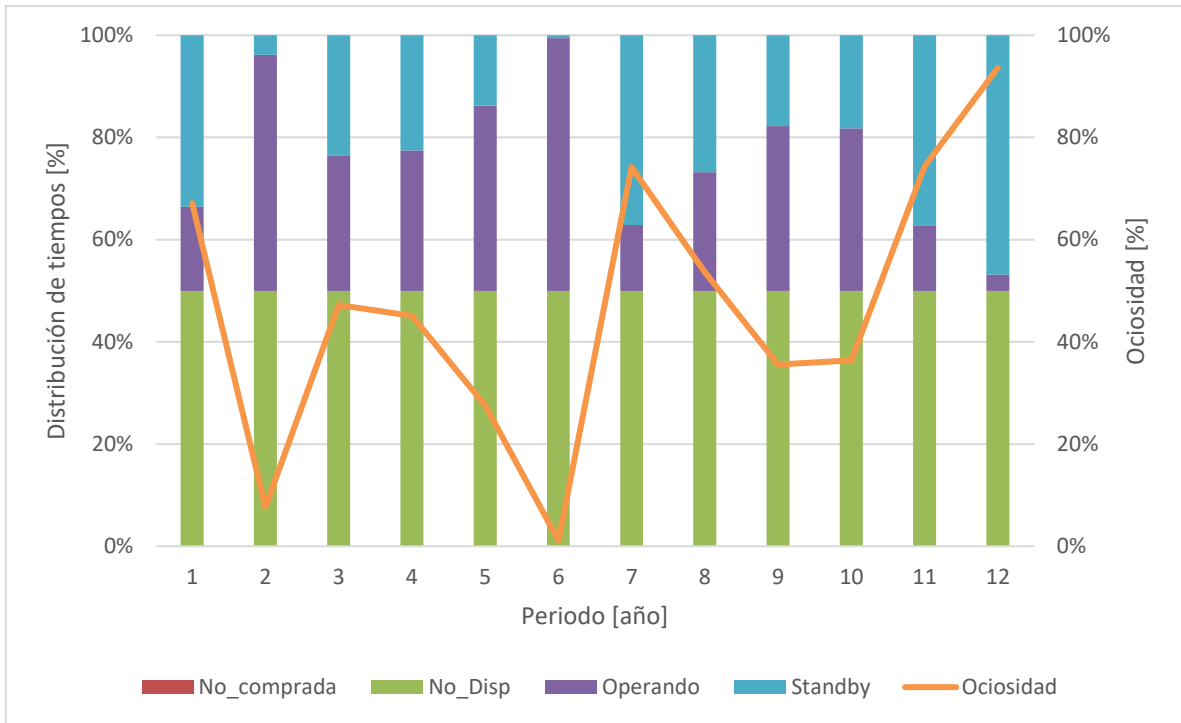


Figura 8.12. Distribución de tiempos pala 2 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO .

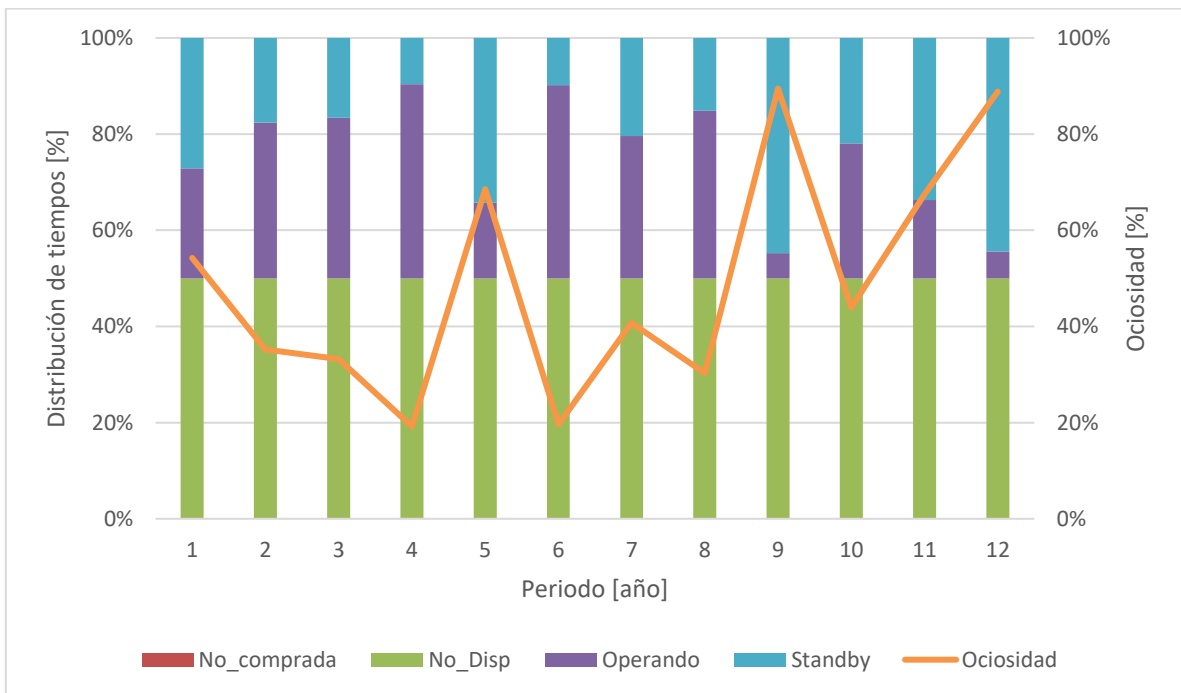


Figura 8.13. Distribución de tiempos pala 3 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO .

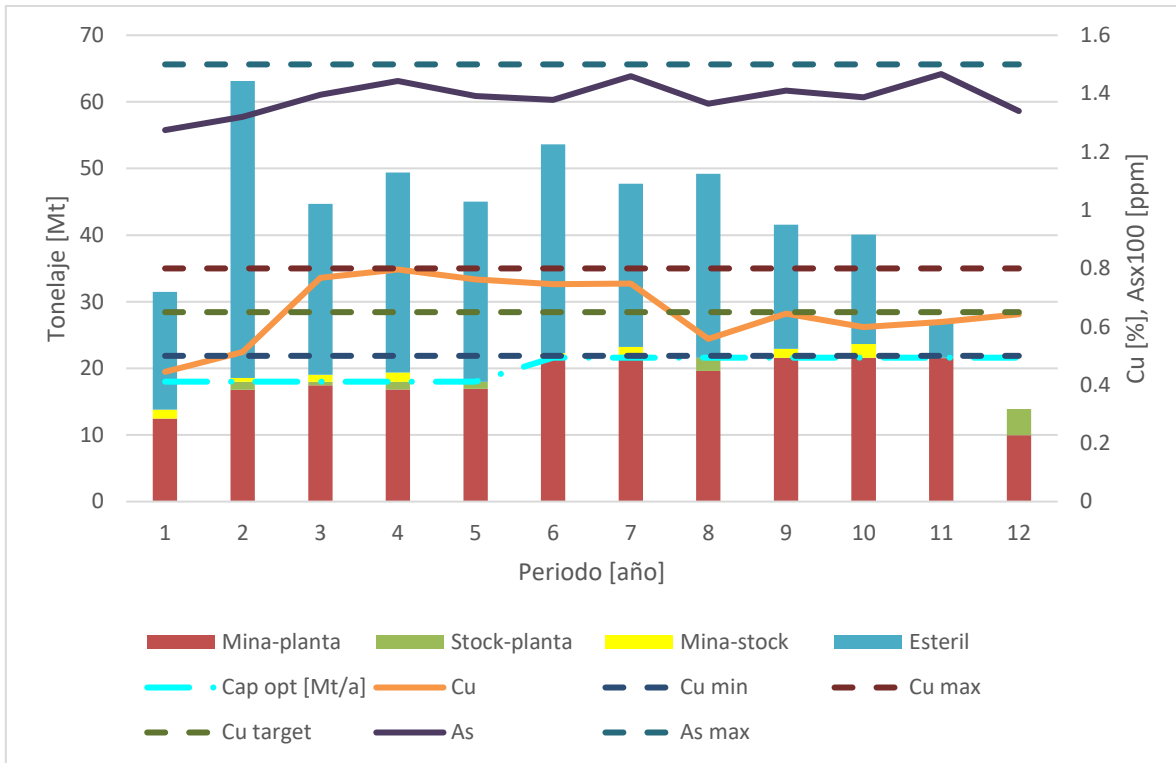


Figura 8.14. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP .

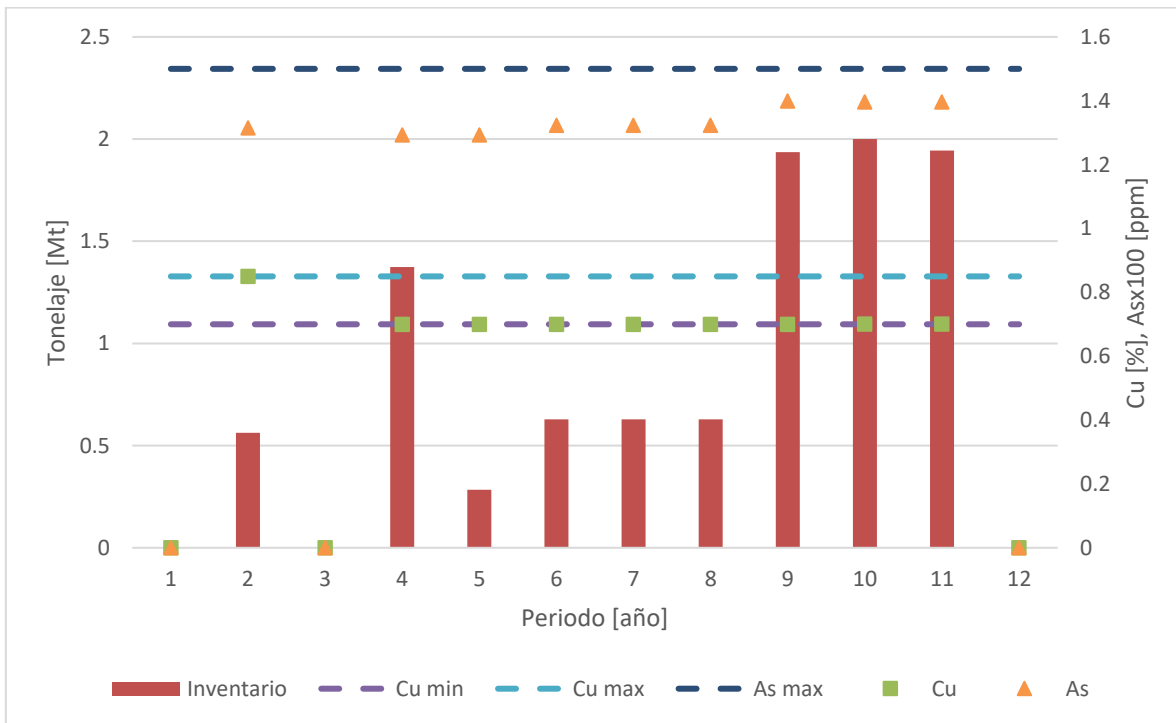


Figura 8.15. Inventario stockpile de alta ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP .

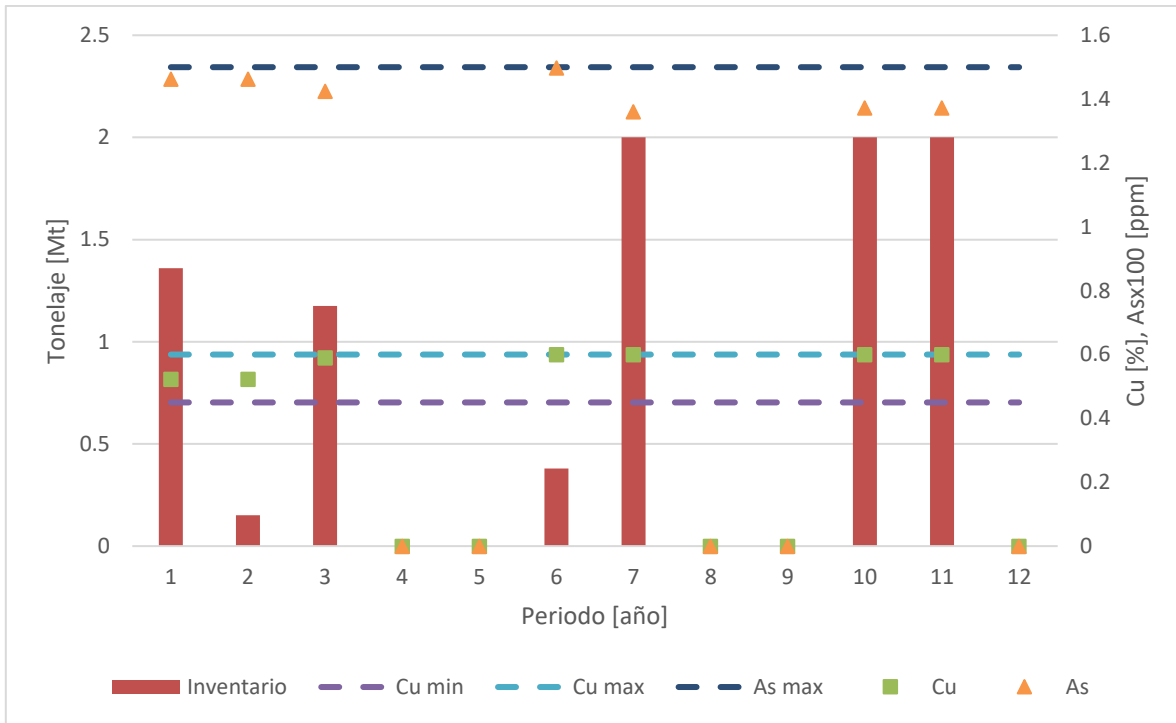


Figura 8.16. Inventario stockpile de baja ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP .

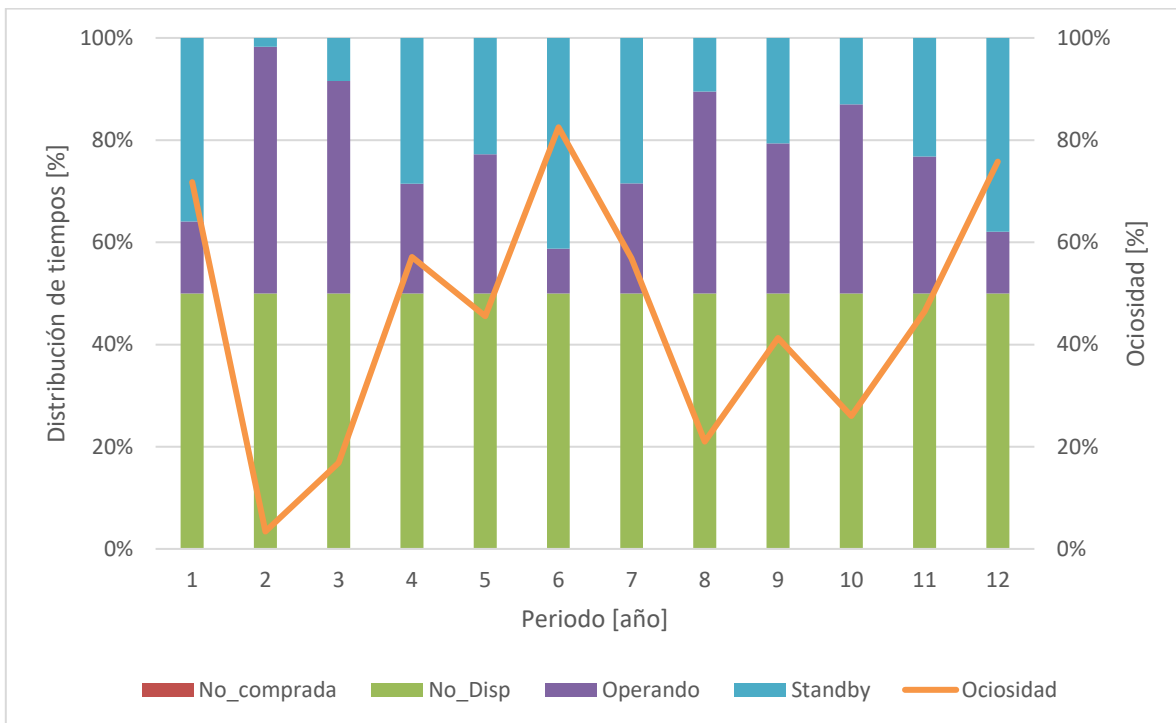


Figura 8.17. Distribución de tiempos pala 1 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP .

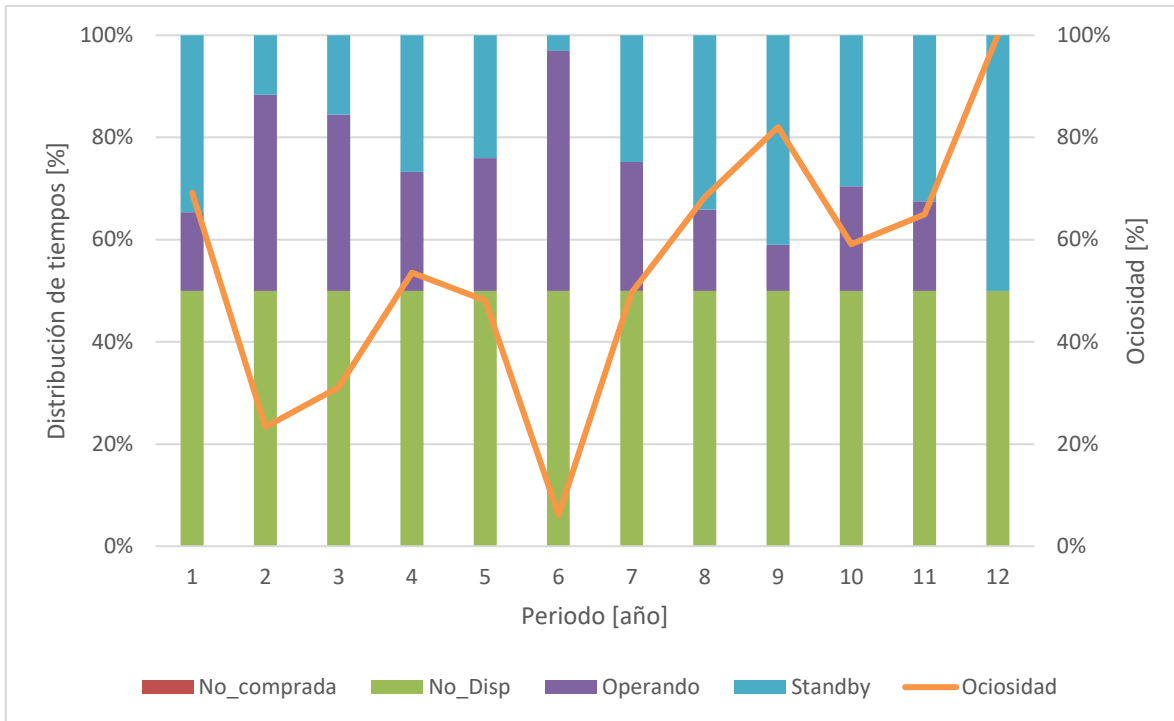


Figura 8.18. Distribución de tiempos pala 2 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP .

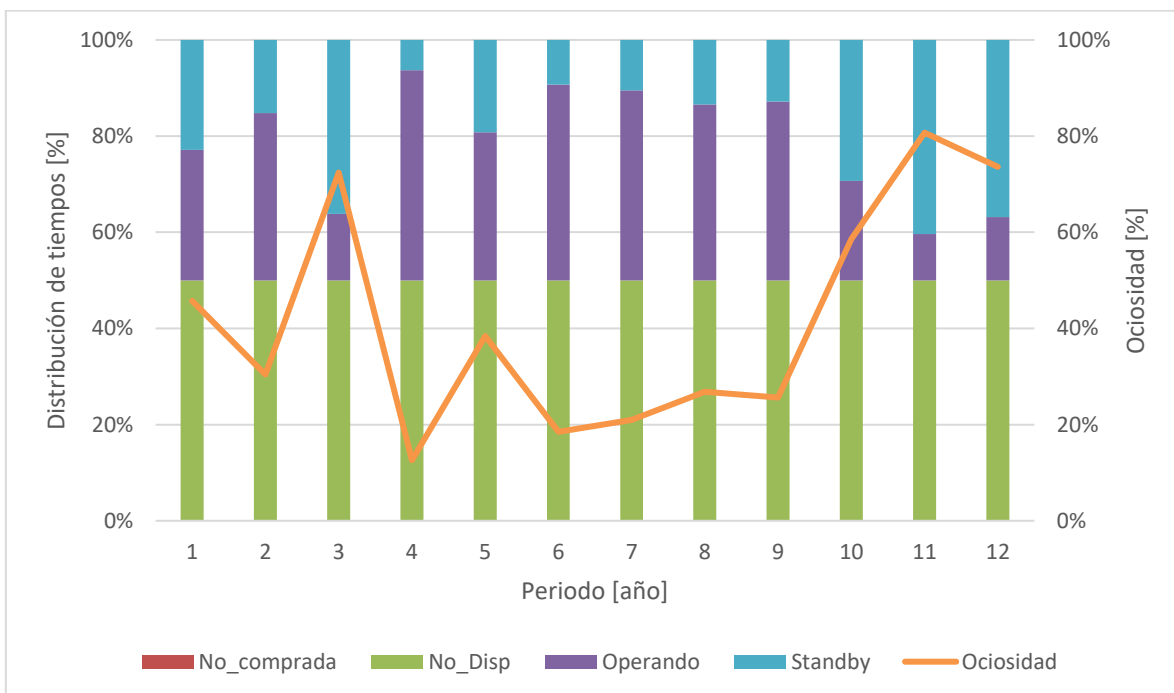


Figura 8.19. Distribución de tiempos pala 3 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP .

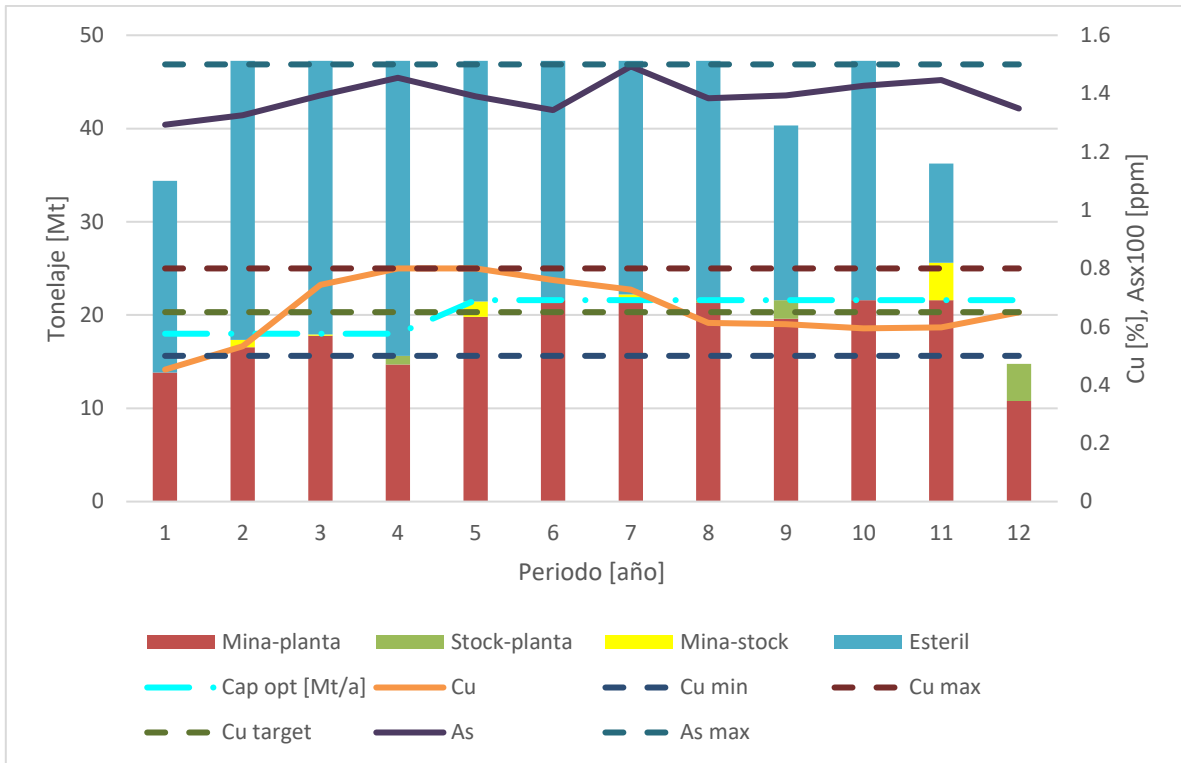


Figura 8.20. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔM .

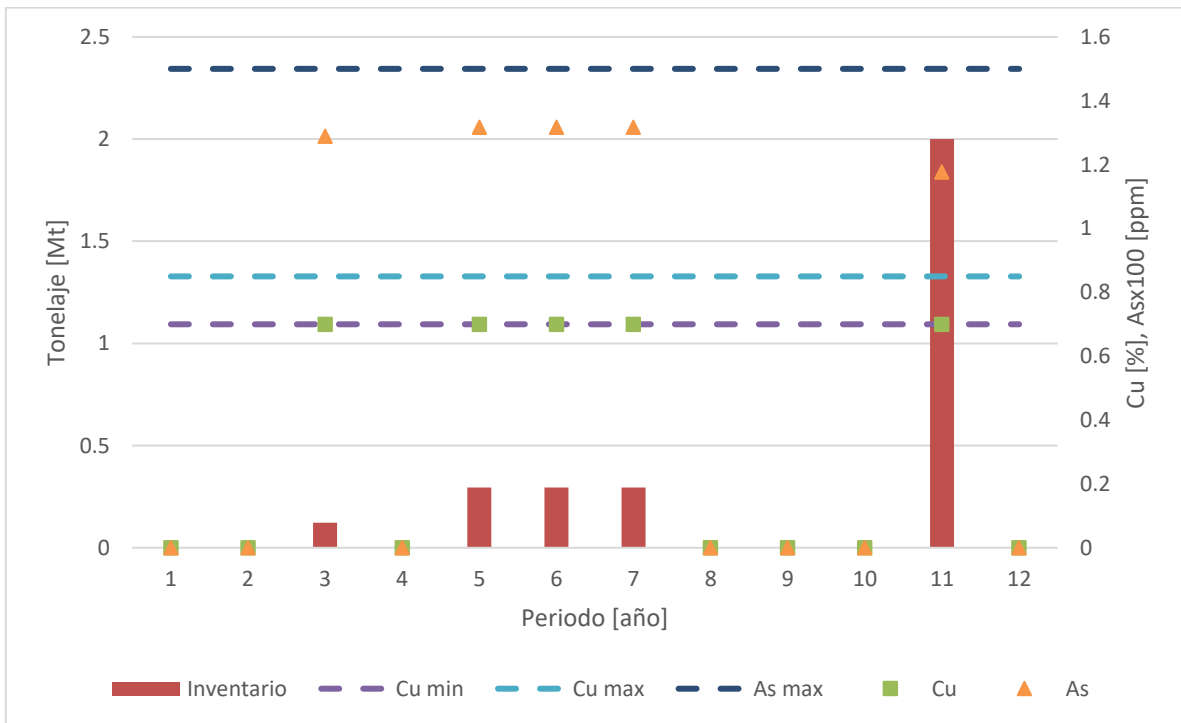


Figura 8.21. Inventario stockpile de alta ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔM .

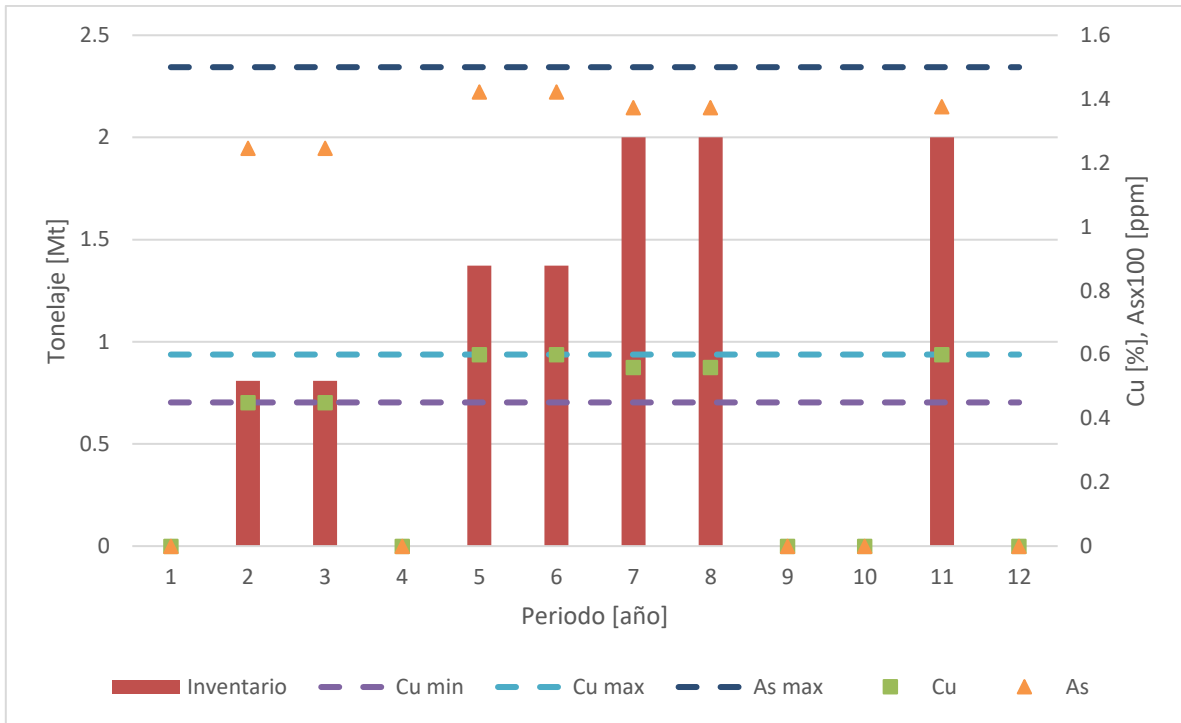


Figura 8.22. Inventario stockpile de baja ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔM .

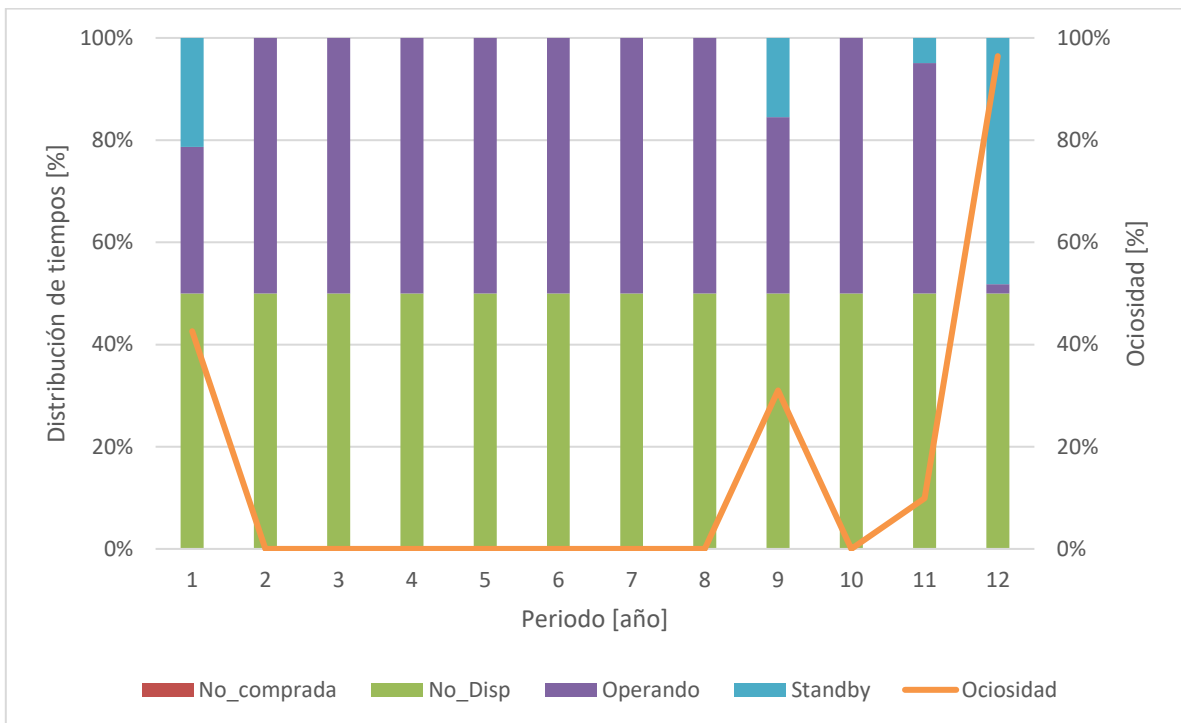


Figura 8.23. Distribución de tiempos pala 1 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔM .

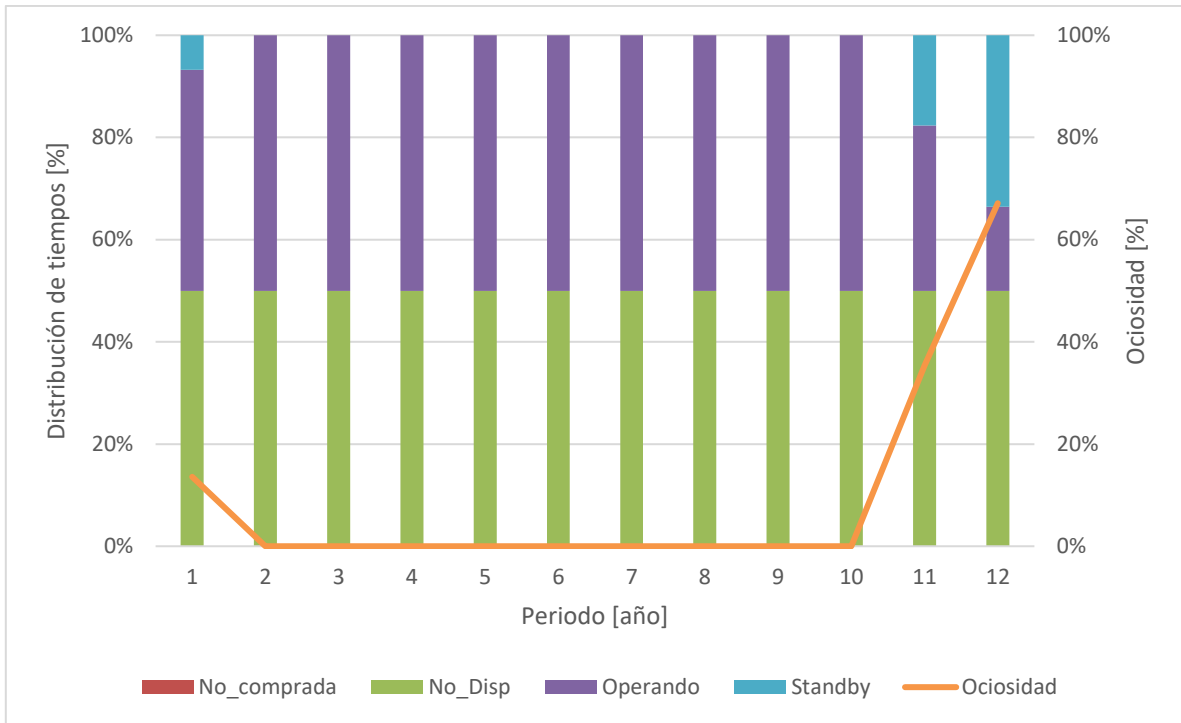


Figura 8.24. Distribución de tiempos pala 2 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔM .

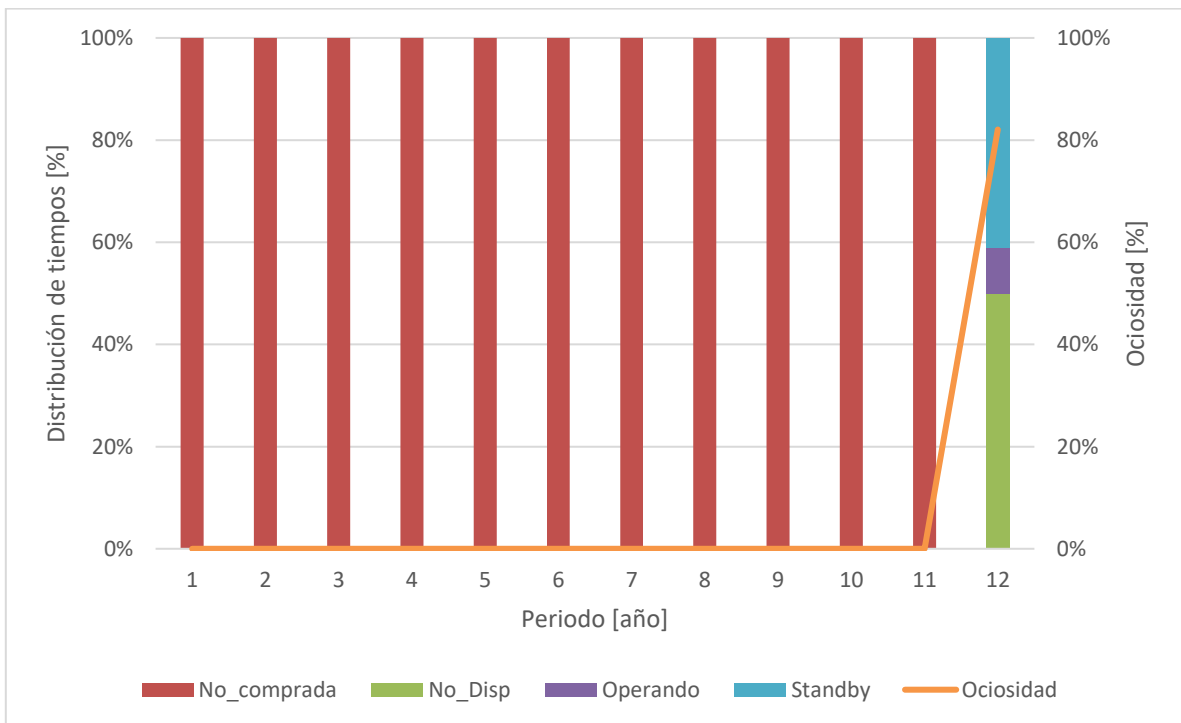


Figura 8.25. Distribución de tiempos pala 3 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔM .

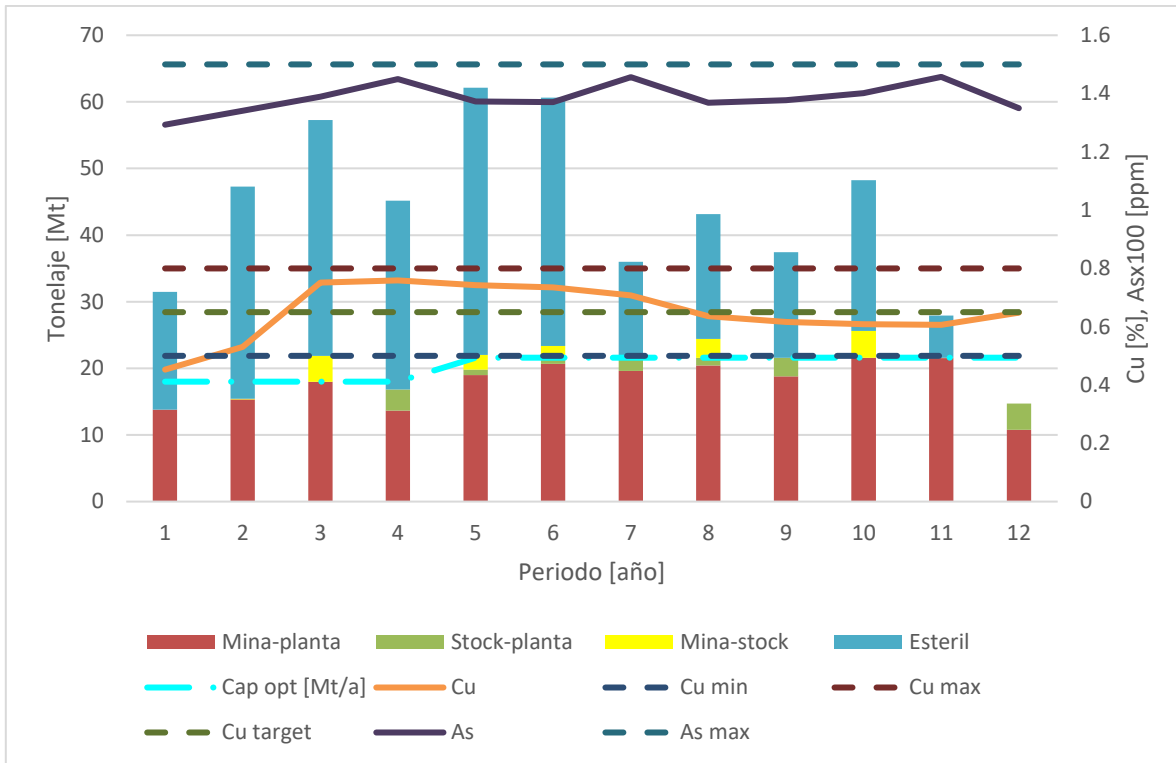


Figura 8.26. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG .

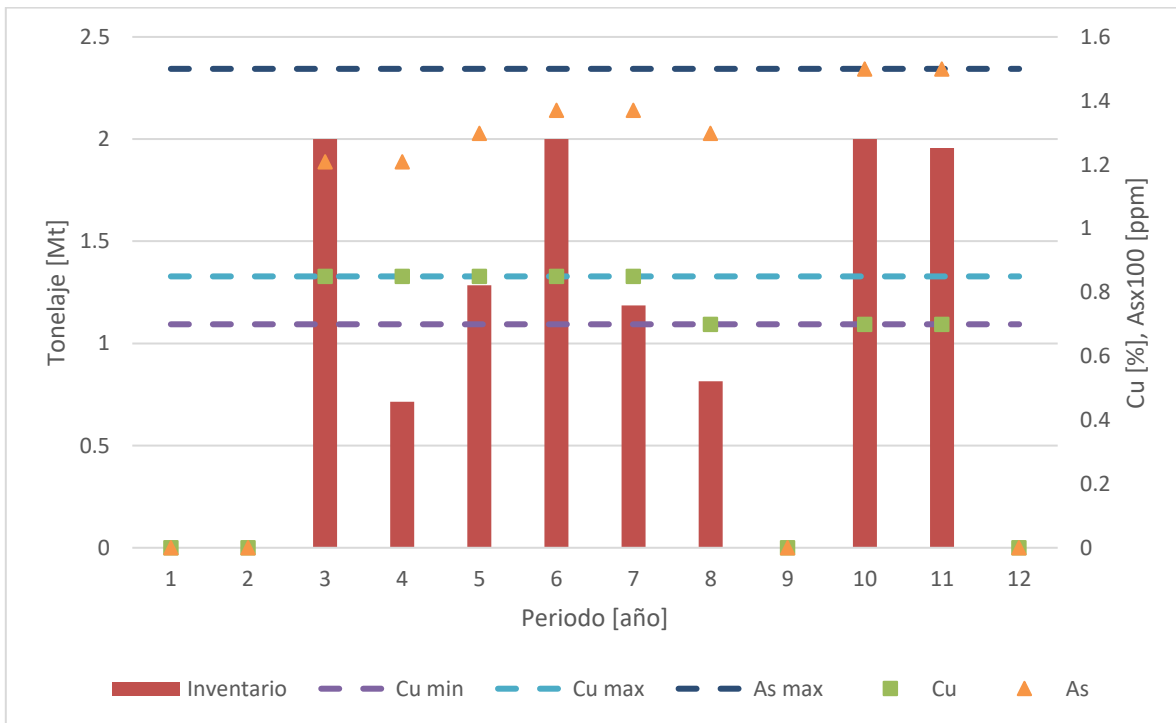


Figura 8.27. Inventario stockpile de alta ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG .

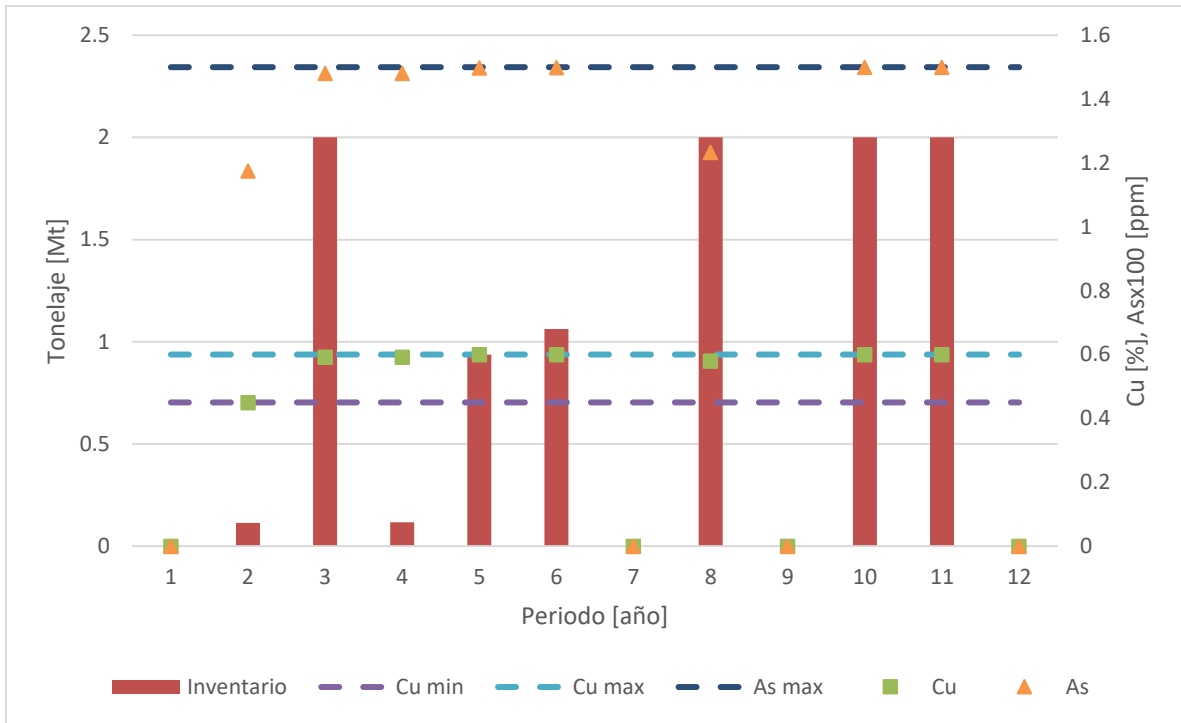


Figura 8.28. Inventario stockpile de baja ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG .

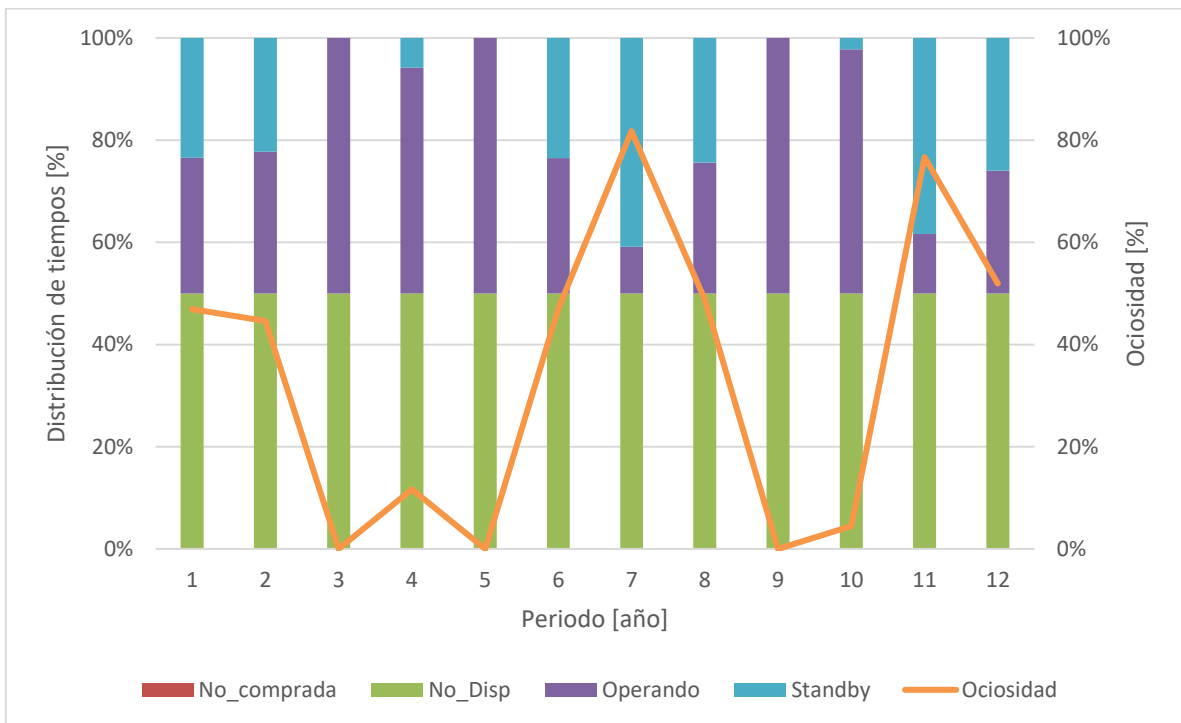


Figura 8.29. Distribución de tiempos pala 1 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG .

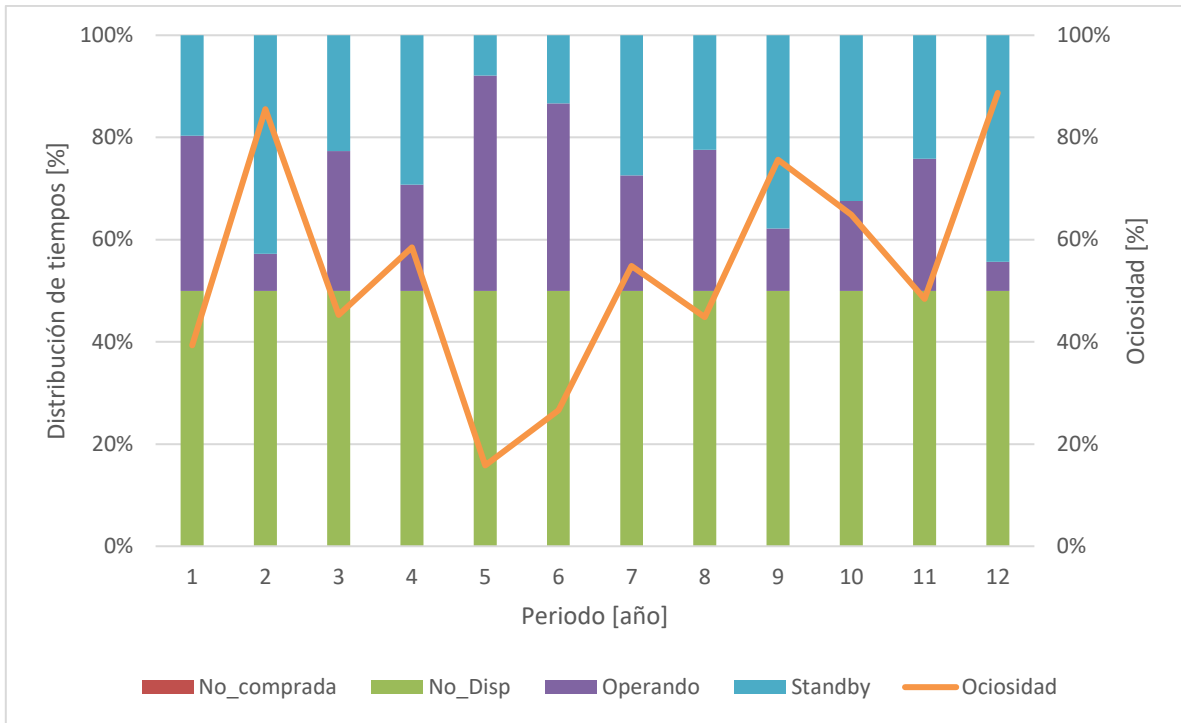


Figura 8.30. Distribución de tiempos pala 2 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG .

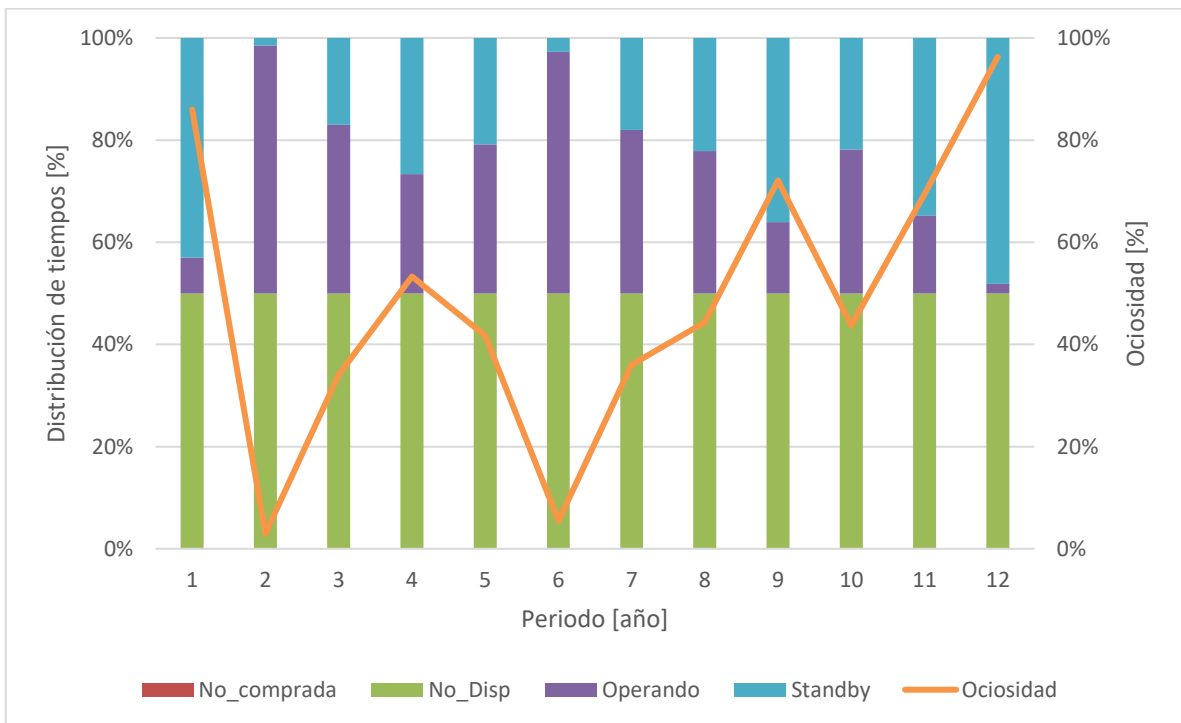


Figura 8.31. Distribución de tiempos pala 3 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG .

8.8. Anexo H: Resultados escenario con una expansión planta con stockpiles, optimización jerárquica

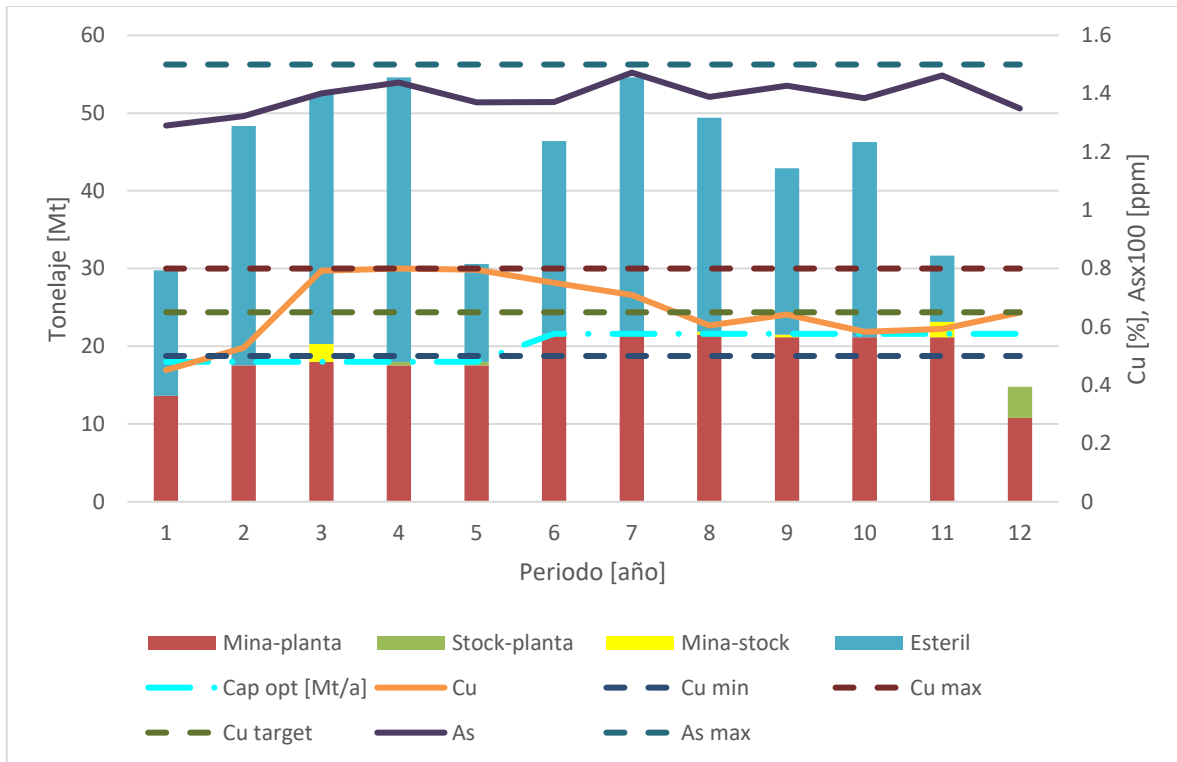


Figura 8.32. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO (VAN).

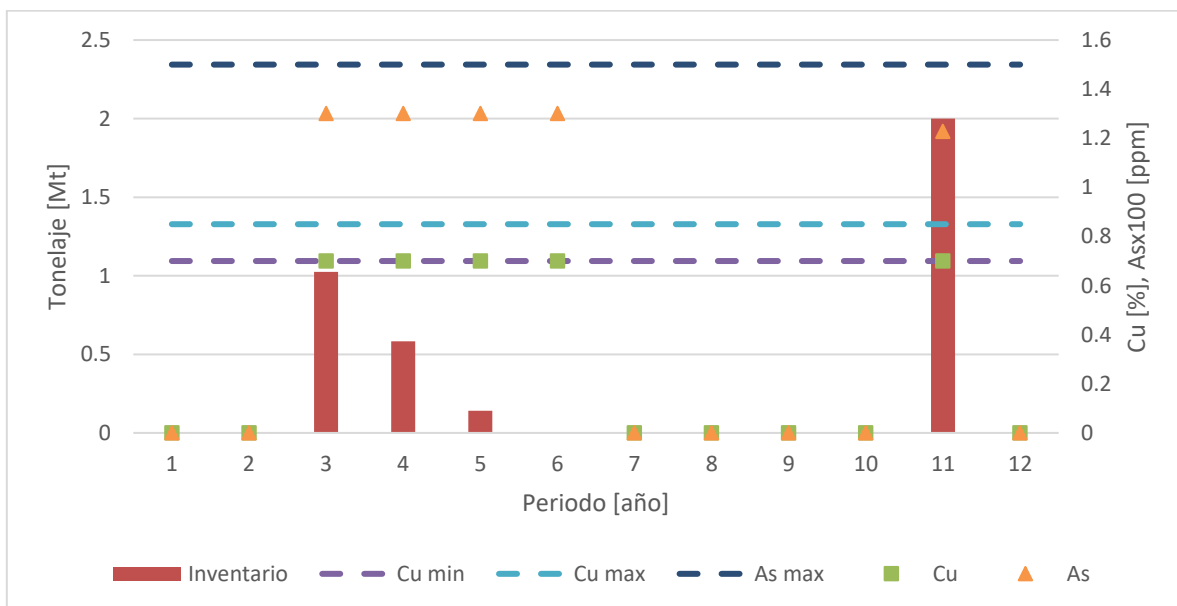


Figura 8.33. Inventario stockpile de alta ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO (VAN).

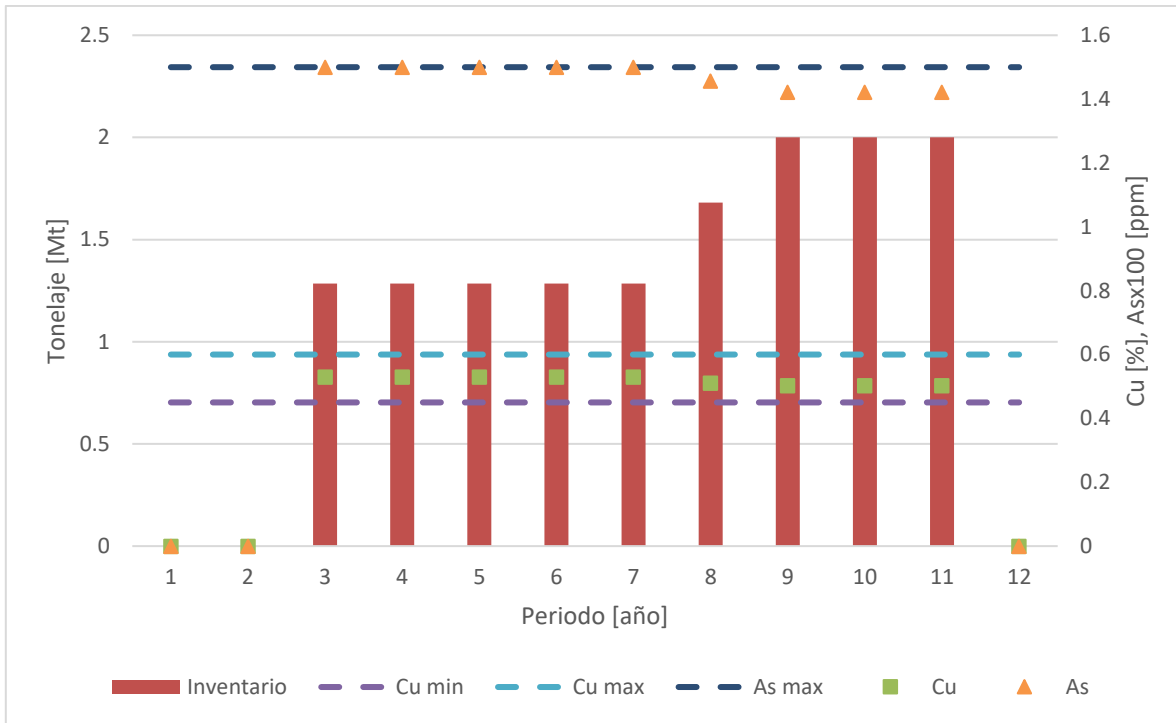


Figura 8.34. Inventario stockpile de baja ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO (VAN).

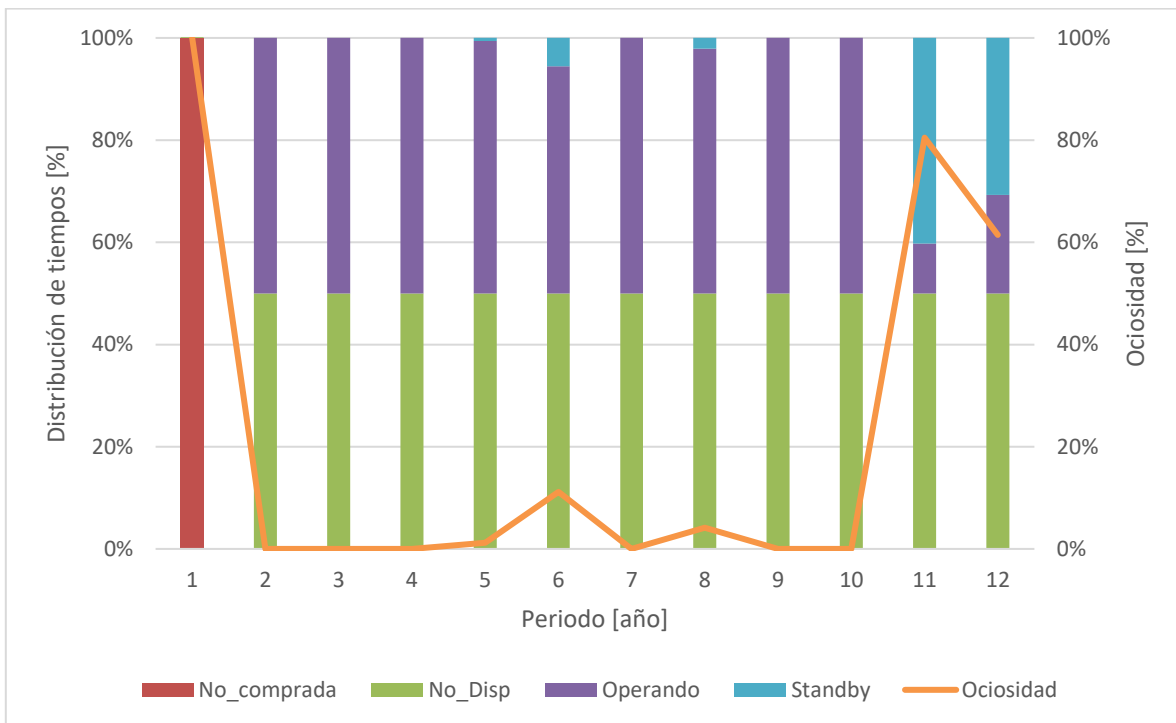


Figura 8.35. Distribución de tiempos pala 1 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO (VAN).

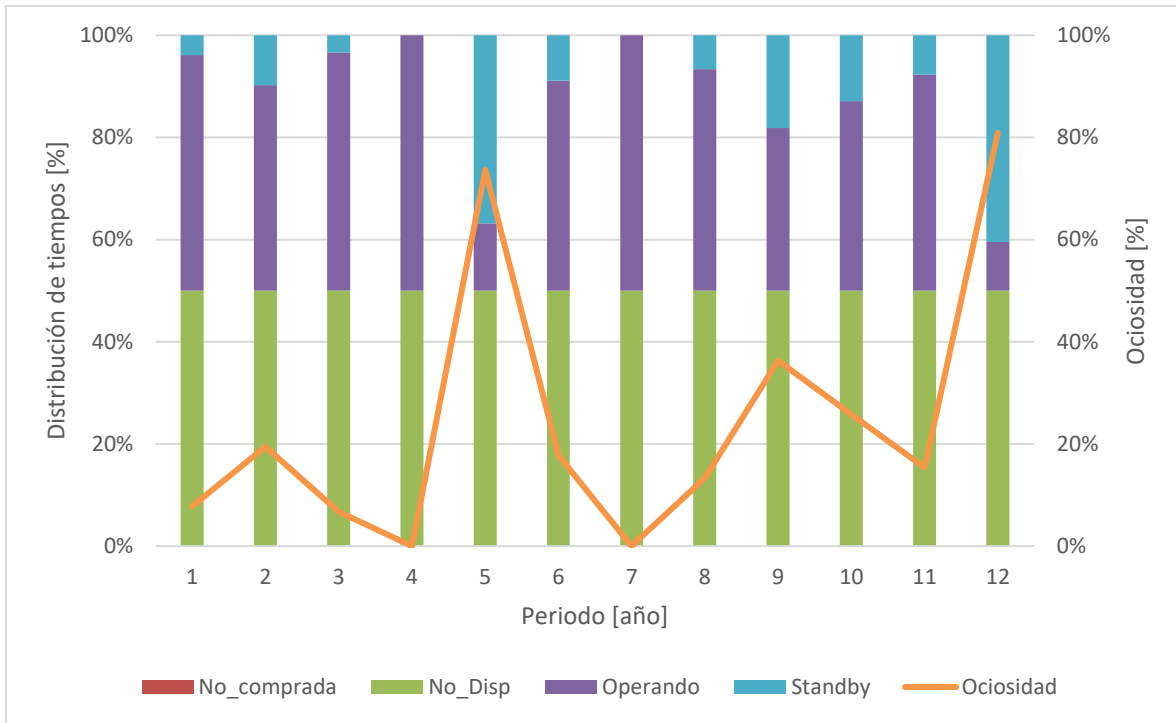


Figura 8.36. Distribución de tiempos para 3 escenarios con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔO (VAN).

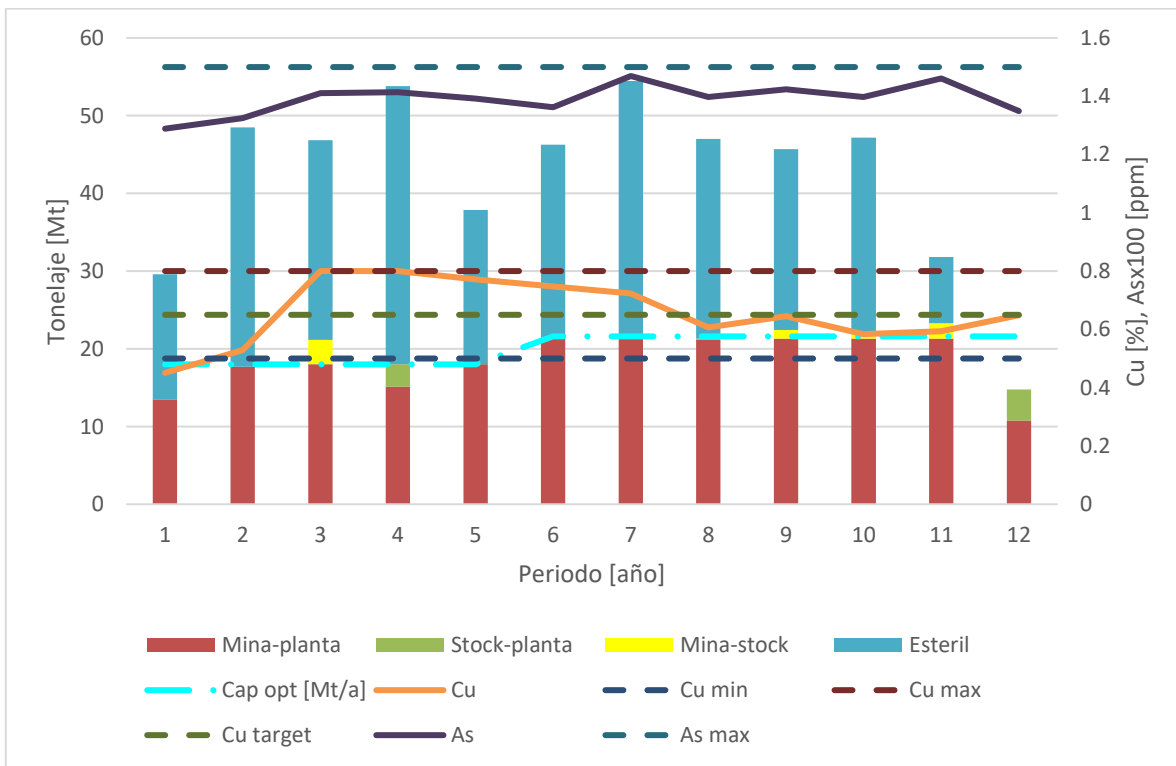


Figura 8.37. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP (VAN).

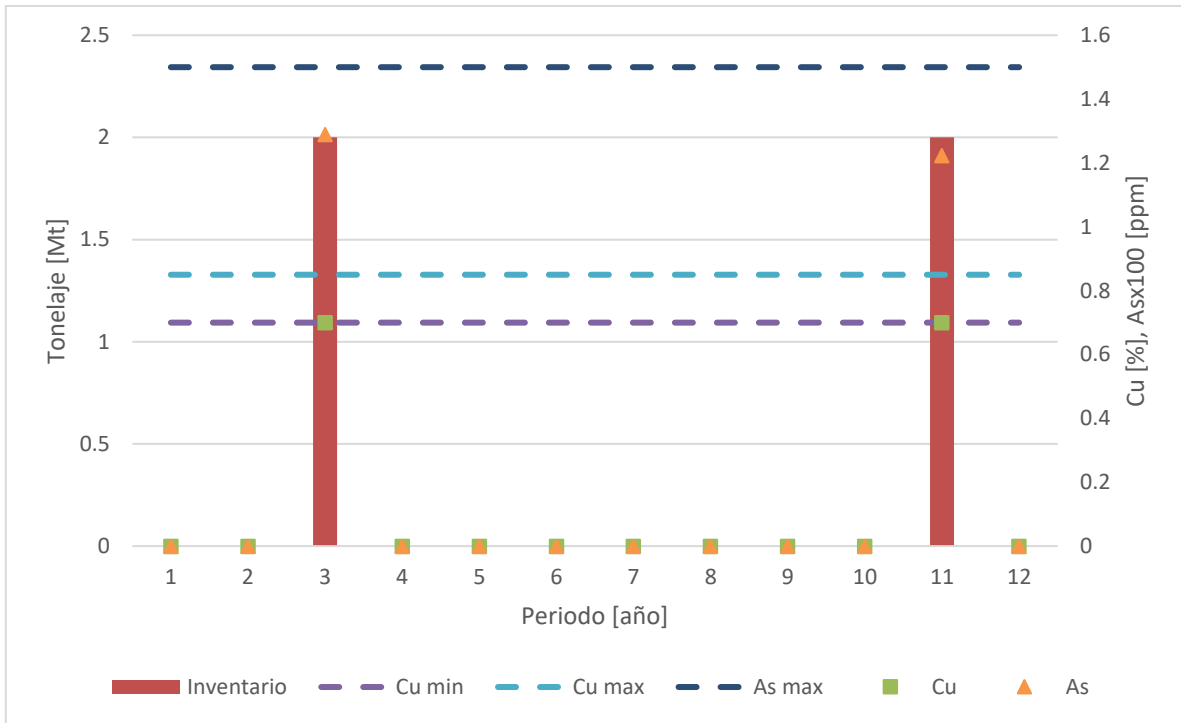


Figura 8.38. Inventario stockpile de alta ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP (VAN).

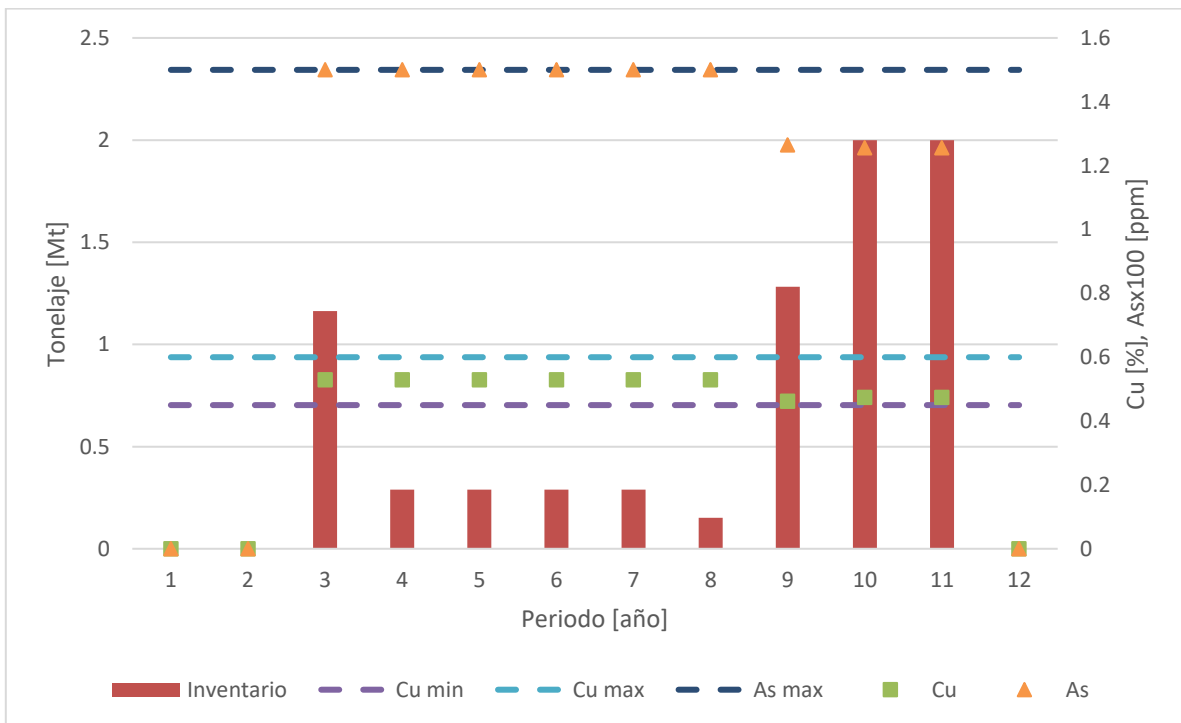


Figura 8.39. Inventario stockpile de baja ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP (VAN).

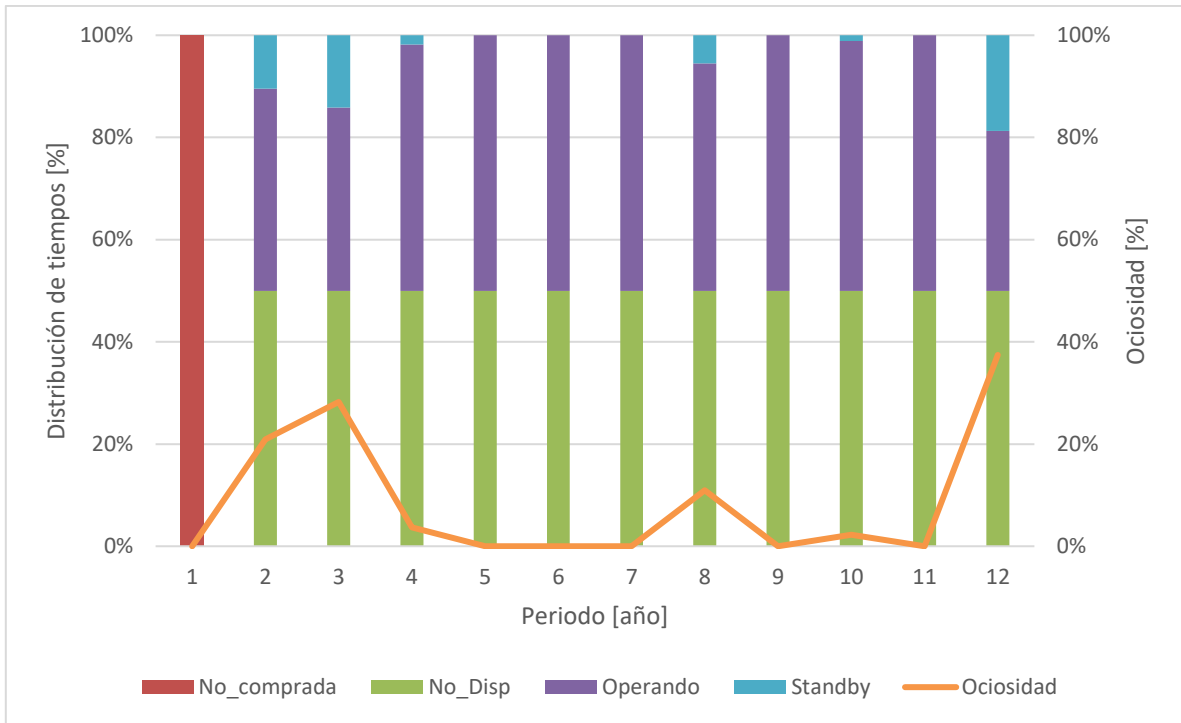


Figura 8.40. Distribución de tiempos pala 1 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP (VAN).

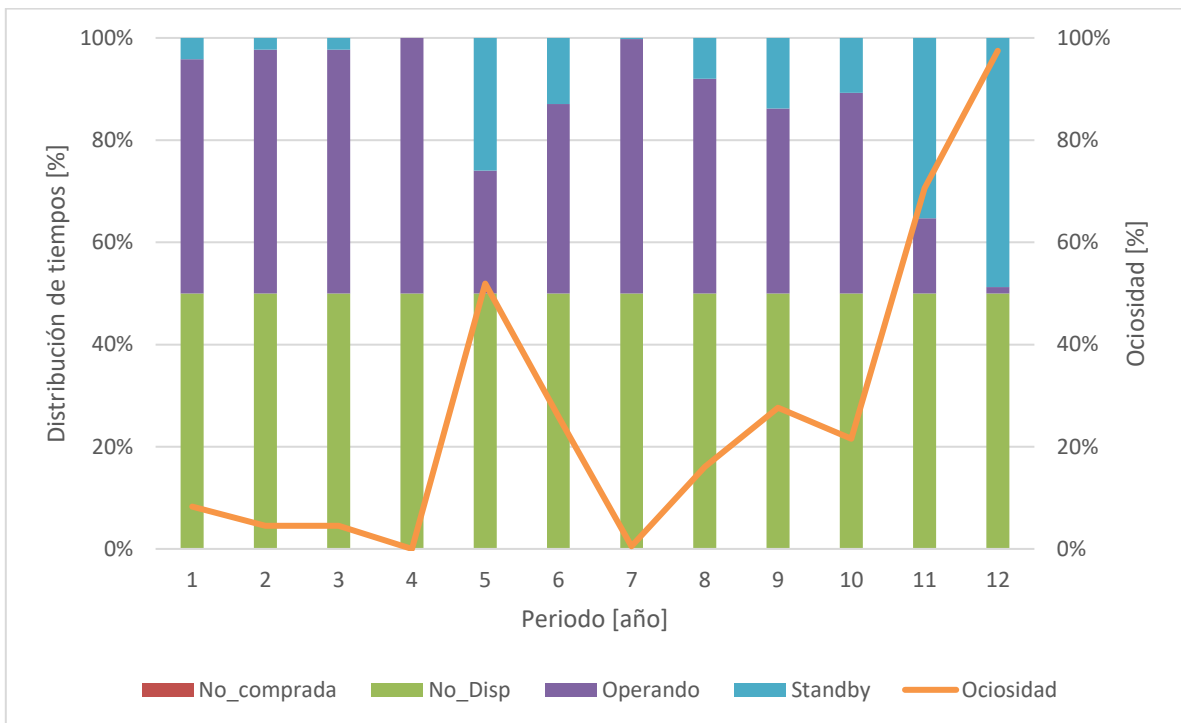


Figura 8.41. Distribución de tiempos pala 3 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔP (VAN).

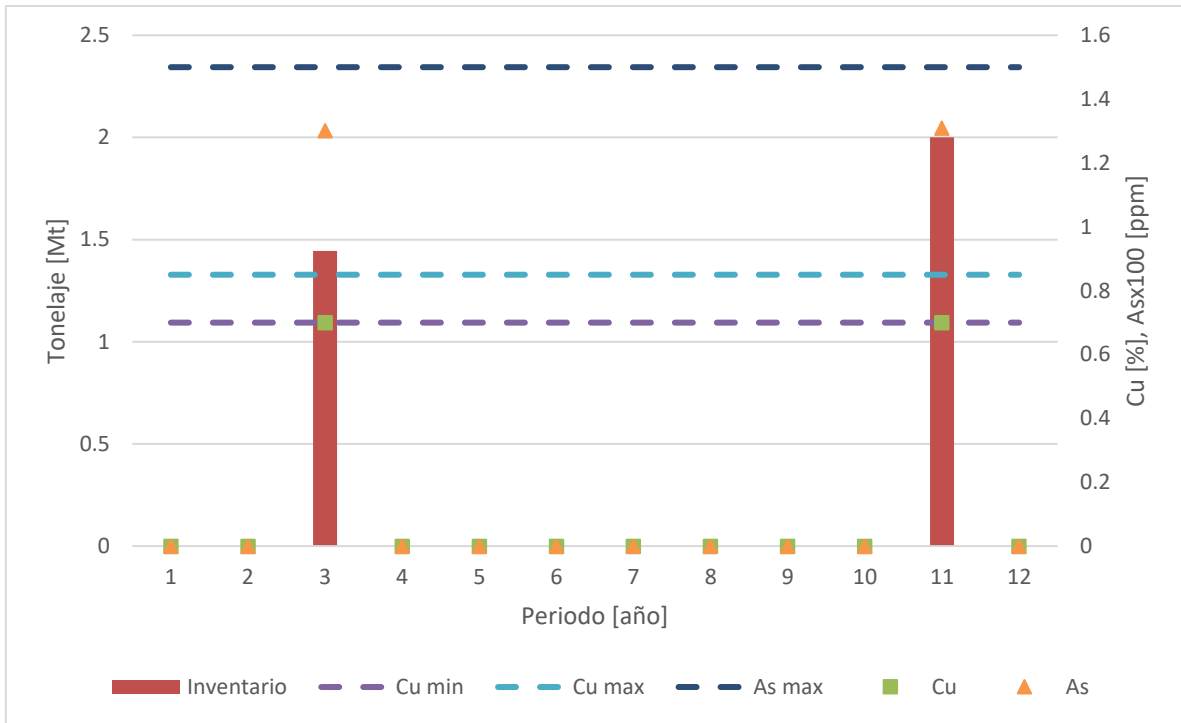


Figura 8.42. Inventario stockpile de alta ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔM (VAN).

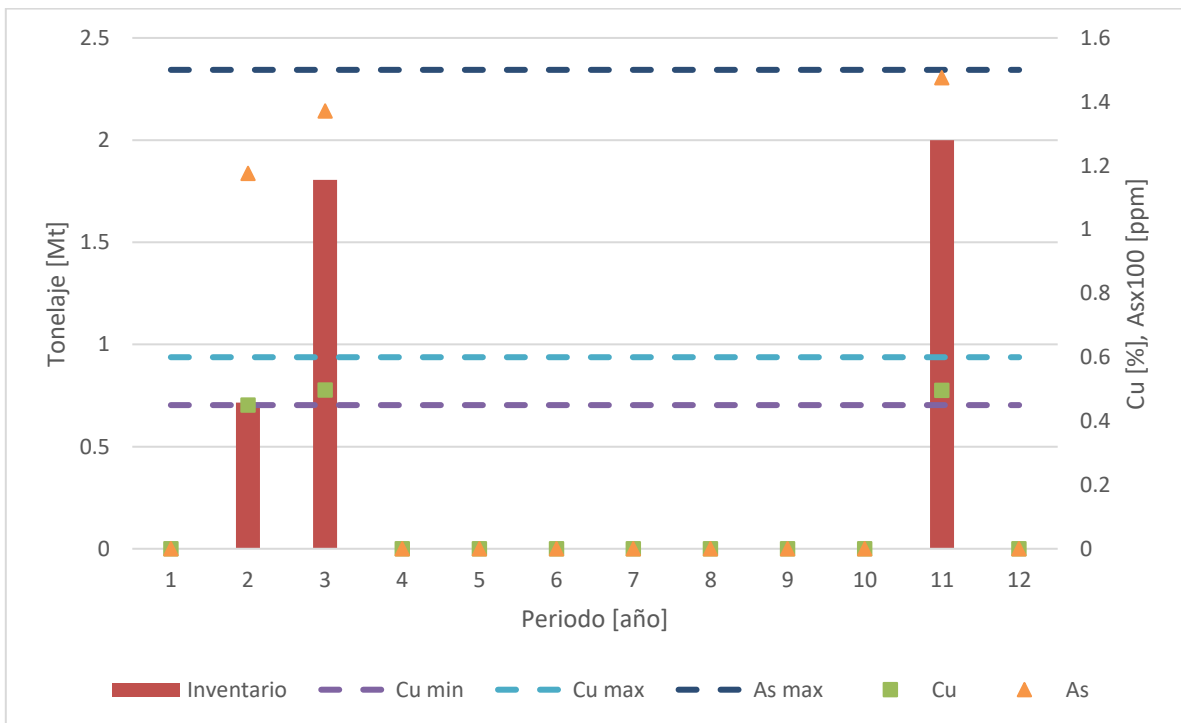


Figura 8.43. Inventario stockpile de baja ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔM (VAN).

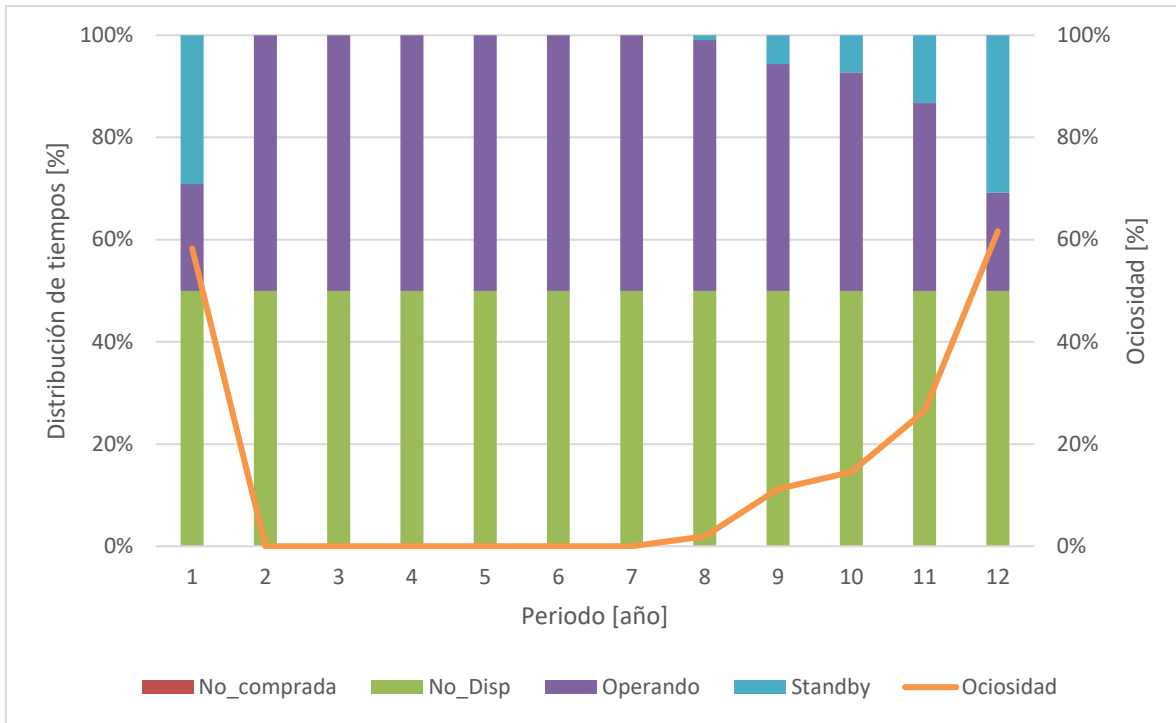


Figura 8.44. Distribución de tiempos pala 1 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔM (VAN).

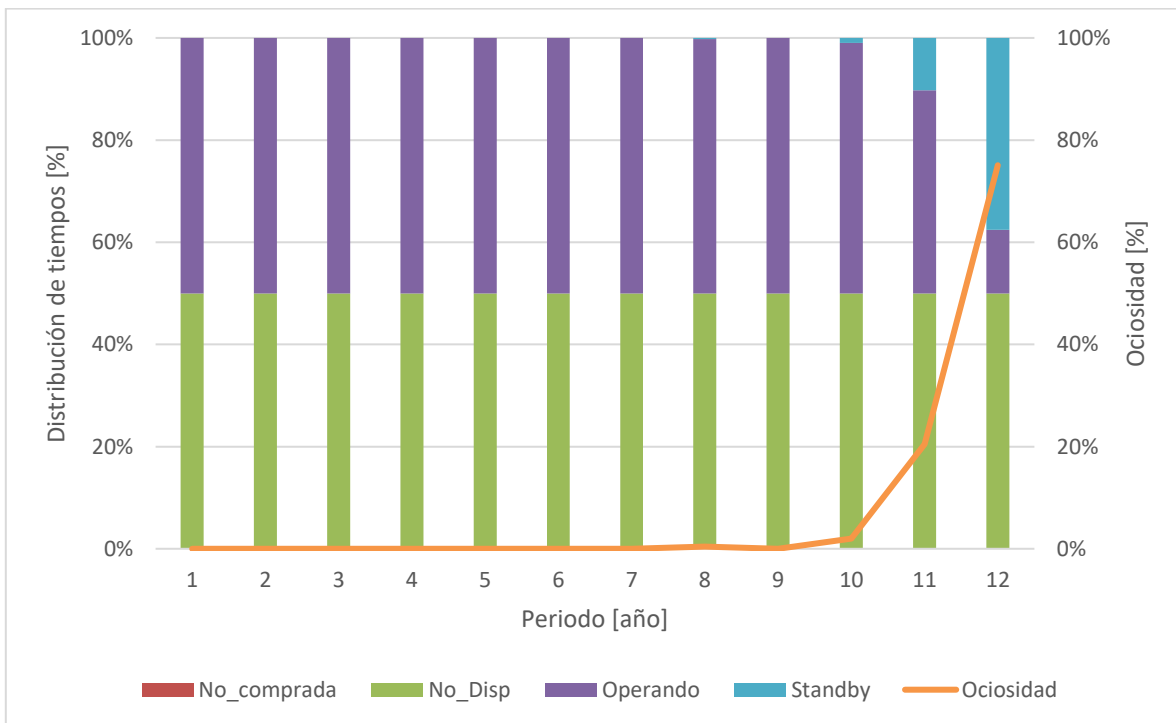


Figura 8.45. Distribución de tiempos pala 2 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔM (VAN).

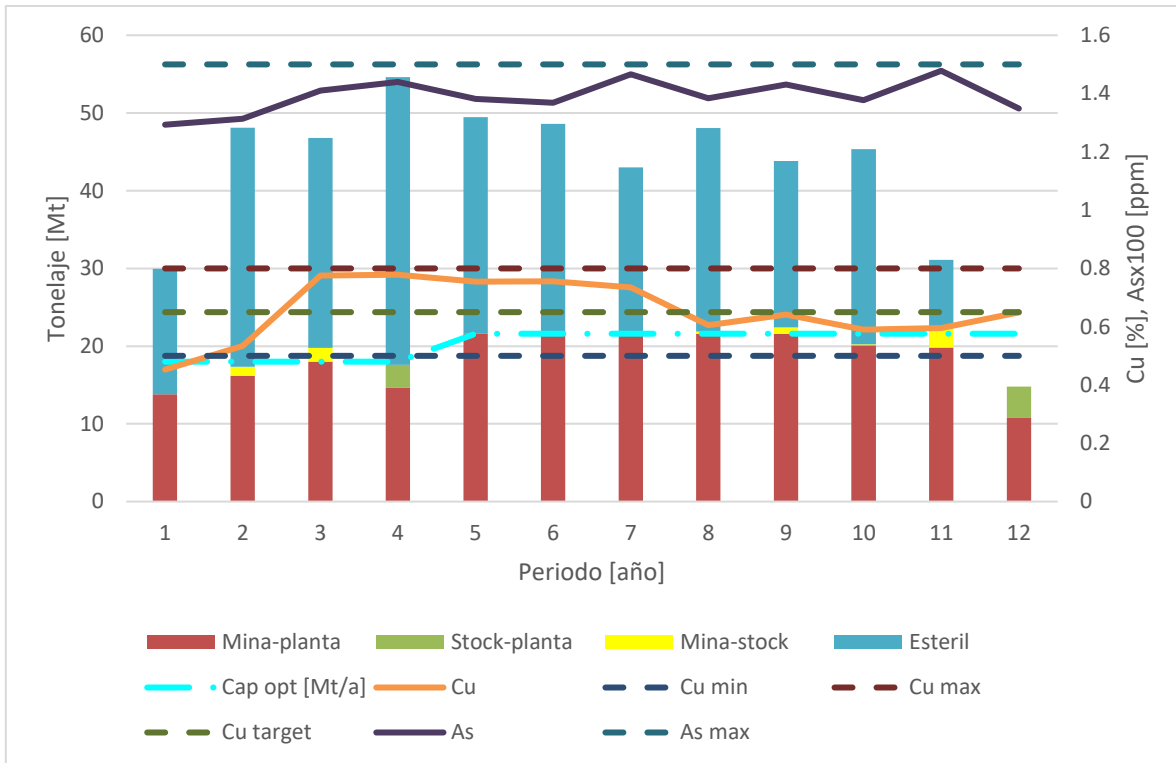


Figura 8.46. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG (VAN).

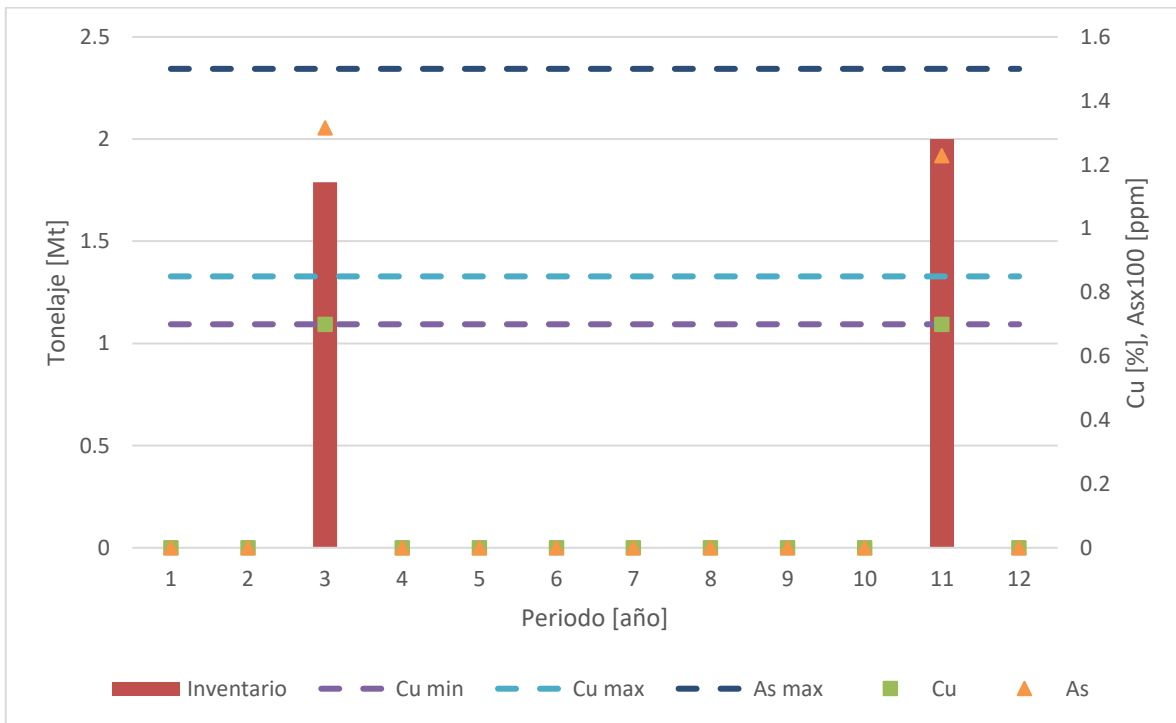


Figura 8.47. Inventario stockpile de alta ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG (VAN).

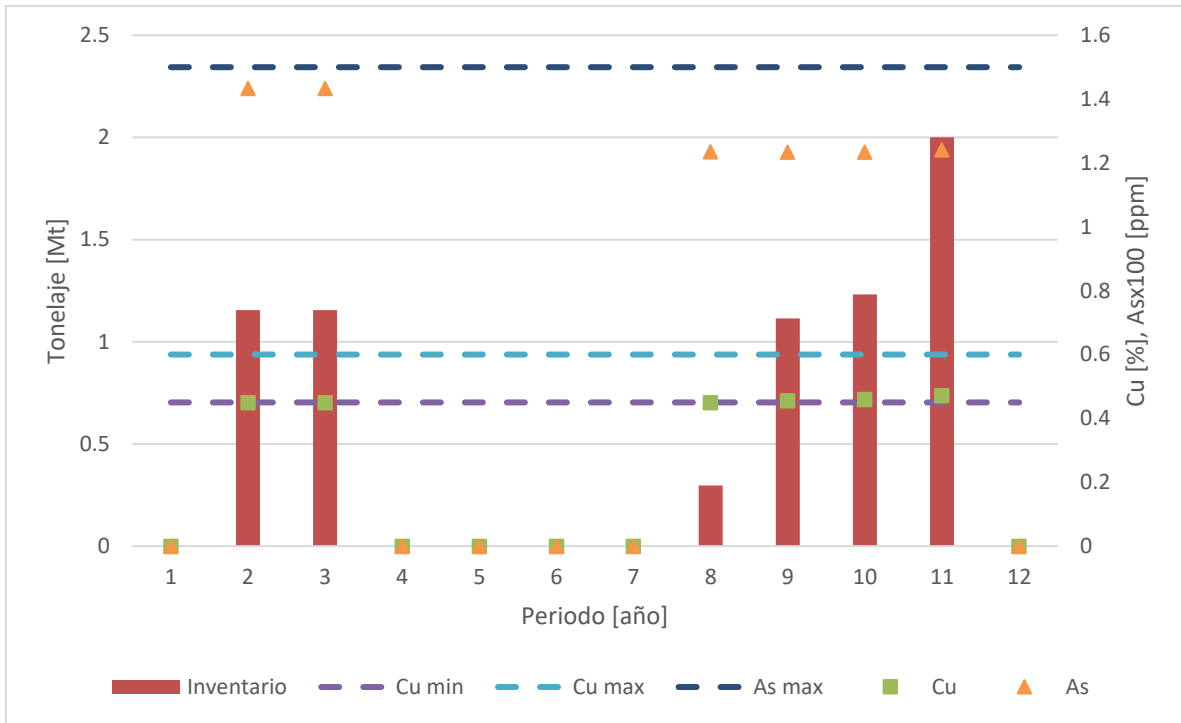


Figura 8.48. Inventario stockpile de baja ley escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG (VAN).

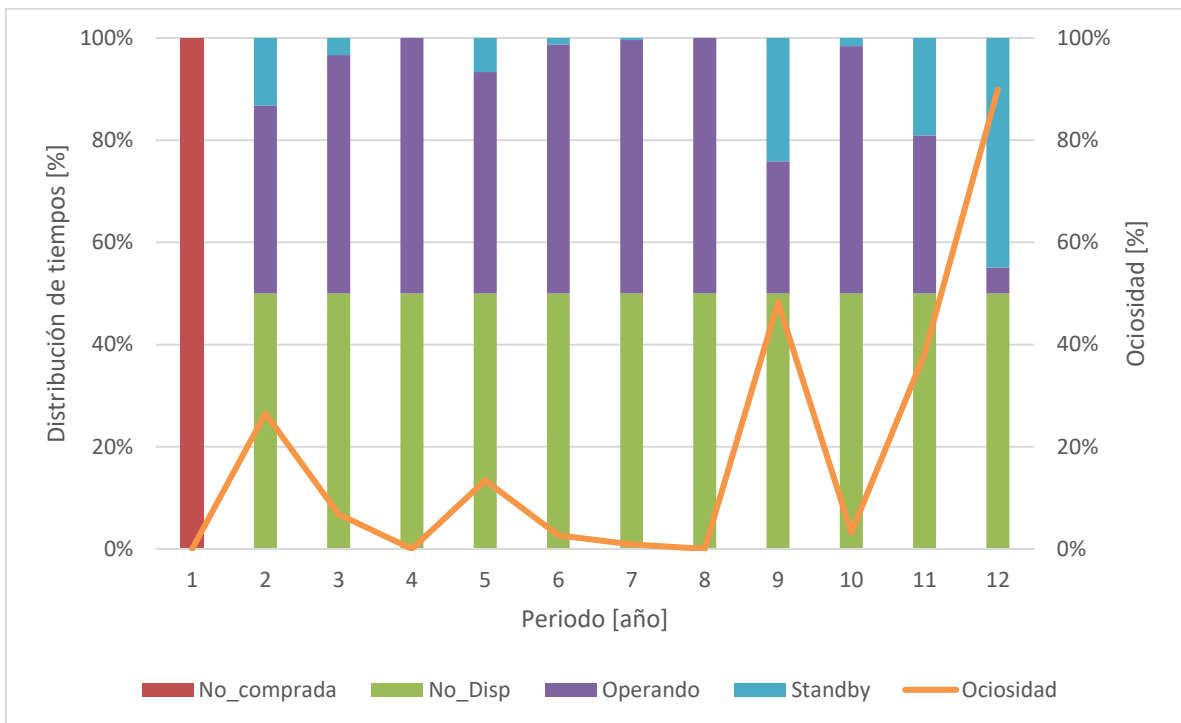


Figura 8.49. Distribución de tiempos pala 1 escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG (VAN).

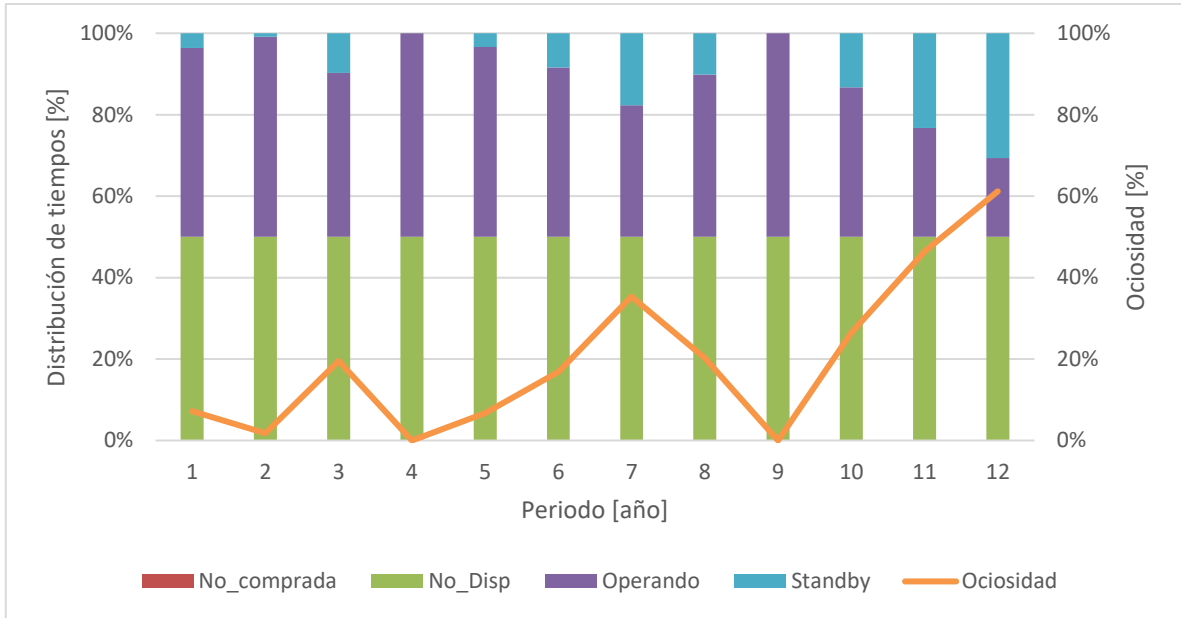


Figura 8.50. Distribución de tiempos para 3 escenarios con una expansión de capacidad planta con stockpiles cuando se minimiza ΔG (VAN).

8.9. Anexo I: Corrección a posteriori ley stockpiles

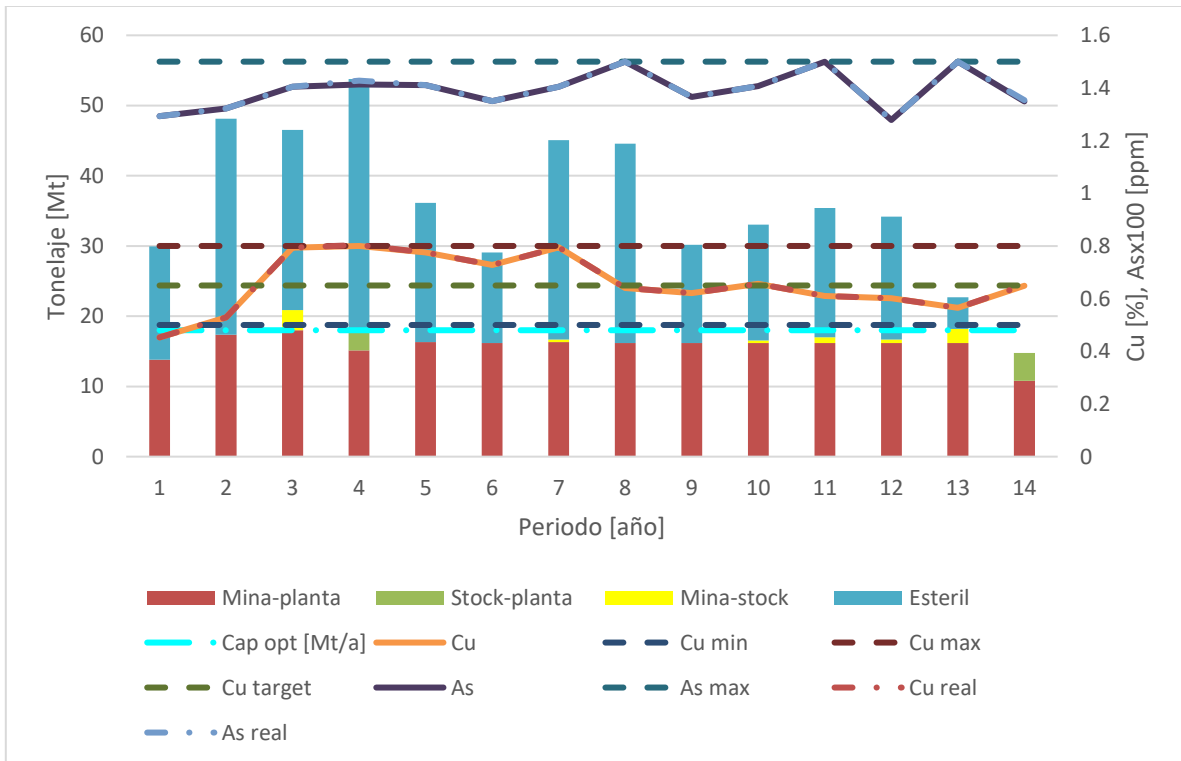


Figura 8.51. Plan de producción escenario con una capacidad planta con stockpiles, corrigiendo la ley real de salida desde los stockpiles hacia la planta.

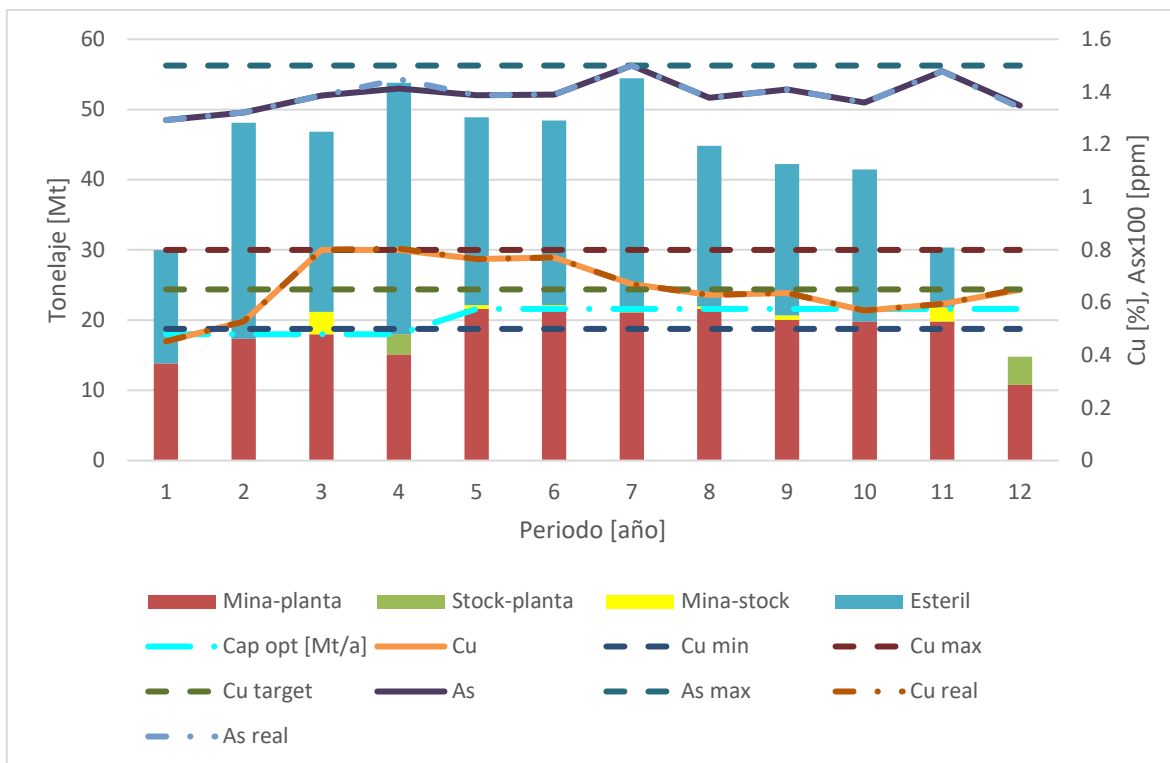


Figura 8.52. Plan de producción escenario con una expansión de capacidad planta con stockpiles, corrigiendo la ley real de salida desde los stockpiles hacia la planta.

Tabla 8.11. Diferencia de VAN en la corrección a posteriori de la ley real de salida desde los stockpiles hacia la planta de los escenarios con y sin expansión de capacidad planta, con presencia de stockpiles y cuya función objetivo corresponde a maximizar el VAN.

Escenario	2	2	4	4
Expansiones de capacidad planta	0	0	1	1
Stockpiles	Sí	Sí	Sí	Sí
Función Objetivo	Max VAN	Max VAN	Max VAN	Max VAN
Corrección a posteriori	No	Sí	No	Sí
VAN [MUSD]	\$787	\$789	\$817	\$820
Diferencia respectiva VAN [%]	-	0.3	-	0.4

8.10. Anexo J: Parámetros Gurobi

Dentro de los parámetros más importantes empleados de este solver comercial para la realización de esta memoria se cuentan:

- **MIPFocus:** permite modificar el nivel de estrategia. Por defecto busca un balance entre encontrar soluciones factibles y demostrar que son óptimas. Si en cambio, uno está interesado en encontrar soluciones factibles de buena calidad, se configura este parámetro como 1, eso en el caso en que el programa se demore en encontrar soluciones factibles. Si en cambio, el solver halla rápidamente soluciones factibles de buena calidad, y se quiere probar la optimalidad se configura este parámetro como 2. Sin embargo, si el best bound de la función objetivo se mueve muy lentamente, se prefiere configurarlo como 3 (se hizo uso de esto cuando se realiza la optimización jerárquica, puesto que como se imponía como restricción un VAN cercano al de una solución ya obtenida, el programa podía encontrar rápido una solución, pero en lo que se demoraba era en modificar el best bound).
- **Presolve:** sin duda el parámetro que más impacto tuvo, su función es reescribir el problema eliminando variables o restricciones redundantes. Dependiendo del nivel de agresividad este parámetro va de -1 a 2, y en el script se utiliza un presolve agresivo (2) dado que disminuía en más de la mitad las variables enteras y continuas.
- **Method:** corresponde al algoritmo a utilizar para resolver la relajación del problema lineal, dependiendo si es con simplex, algoritmo de barrera paralela o el concurrente. Para conocer el mejor algoritmo se debe probar los distintos métodos, por ejemplo, parece funcionar mejor usar el algoritmo por defecto cuando se maximiza con respecto al VAN, y mejor usar el de barrera paralela cuando se realiza la optimización jerárquica.

Es importante hacer notar que existen muchos más parámetros configurables dentro de Gurobi, y la idea es ir probando y entendiendo lo que hace cada uno para que el programa tenga el mejor desempeño posible, lo que obviamente depende del problema a analizar y sus características particulares.