



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

DESARROLLO DE UN MODELO BASADO EN AGENTES ENFOCADO AL
COMPORTAMIENTO DEL PRECIO PARA UN COMMODITY MINERAL

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN
MINERÍA

ALEX MANUEL LEMUS MADRID

PROFESOR GUÍA:
JOSÉ MUNIZAGA ROSAS

MIEMBROS DE LA COMISIÓN
SEBASTIÁN CARMONA CALDERA
CRISTIAN ESPINOZA CAMUS
BRIAN TOWNLEY CALLEJAS

SANTIAGO DE CHILE
2021

RESUMEN DE TESIS PARA OPTAR AL
GRADO DE: Magíster en Minería
POR: Alex Manuel Lemus Madrid
FECHA: 23/03/2021
PROFESOR GUÍA: José Charango
Munizaga Rosas

DESARROLLO DE UN MODELO BASADO EN AGENTES ENFOCADO AL COMPORTAMIENTO DEL PRECIO PARA UN COMMODITY MINERAL

El comportamiento del precio dentro de un mercado de minerales es una de las variables más importantes (si no la más), pues influye de manera directa en las estrategias, decisiones y acciones que cada agente económico elige, por tanto, condiciona las interacciones entre estos.

Diversas técnicas de análisis han sido aplicadas a lo largo de los años para el estudio de la formación de precios en los mercados de commodities minerales: modelos GARCH, redes neuronales o algoritmos de machine-learning, son algunos ejemplos.

El presente trabajo utiliza la metodología del modelamiento basado en agentes para construir un modelo de rango medio, orientado a emular el comportamiento del mercado de un commodity mineral y la formación del precio asociado a este. Proponiendo el precio en el mercado como un fenómeno emergente a nivel macro, que es producto de las interacciones que se dan entre los agentes económicos mediante las acciones individuales que estos ejecutan, a partir de las decisiones que cada uno toma de manera independiente y con base en la información parcial a la que tiene acceso dentro del sistema.

El modelo se corre con información de un commodity ficticio, pero generada a partir de una semilla de datos reales. La evaluación de las dinámicas presentes en el modelo se ejecuta considerando una muestra 50 simulaciones y contra 3 ejemplos de commodities minerales reales: oro, níquel, cobre, y aplicando 3 herramientas estadísticas: función de autocorrelación simple, exponente de Hurst y test de Jarque-Bera. Los resultados son satisfactorios y permiten validar el funcionamiento del modelo. Además, dejan un precedente sobre el potencial que el modelamiento basado en agentes ofrece como herramienta para el estudio de los mercados de minerales.

ABSTRACT OF THESIS TO OPT FOR THE
DEGREE OF: Magíster in Mining
BY: Alex Manuel Lemus Madrid
DATE: 23/03/2021
THESIS GUIDE: José Charango
Munizaga Rosas

DEVELOPMENT OF AN AGENT-BASED MODEL FOCUSED ON PRICE BEHAVIOR FOR A MINERAL COMMODITY

The behaviour of the price within a mineral market is one of the most important variables, since it directly influences the strategies, decisions and actions that each economic agent chooses, therefore, it conditions the interactions between them.

Several analysis techniques have been applied over the years to study price formation in mineral commodity markets: GARCH models, neural networks and machine-learning algorithms, are some examples.

This thesis uses the agent-based modelling methodology to build a mid-range model, aimed at emulating the behaviour of a mineral commodity market and the formation of the price associated with it. The price within the market is proposed as an emerging phenomenon at the macro level, which is the product of the interactions that occur between economic agents through the individual actions that they execute, based on the decisions that each one makes independently and the partial information that they have access to inside the system.

The model is run with information from a fictitious commodity, but generated from a seed of real data. The evaluation of the dynamics present in the model is carried out considering a sample of 50 simulations and against 3 examples of real mineral commodities: gold, nickel, copper, and applying 3 statistical tools: simple autocorrelation function, Hurst exponent and Jarque-Bera test. The results are satisfactory and allow to validate the operation of the model. In addition, they leave a precedent for the potential that agent-based modelling offers as a tool for studying mineral markets.

AGRADECIMIENTOS

A Dios en primer lugar, le doy gracias por llenar mi vida de bendiciones y haber permitido la oportunidad de vivir esta experiencia.

A Laura, mi amor, le agradezco por su infinita paciencia, comprensión y todos los sacrificios hechos. Su apoyo incondicional ante todas las circunstancias fue siempre clave para darme ánimos en momentos difíciles y seguir adelante.

A mis padres, quiénes con su ejemplo y consejo han influido en mi crecimiento personal y académico. Siempre les estaré agradecido por ser importantes en todos los logros que he alcanzado.

A los amigos hechos durante la estancia en Chile, gracias por los buenos momentos compartidos y los recuerdos que se guardan.

A Charango, Fabián, Francisco y Germán, por su aporte en momentos oportunos para el desarrollo exitoso de este trabajo, un especial agradecimiento por su ayuda.

CAPÍTULO 1 – PRESENTACIÓN DEL PROYECTO	1
1.1 Introducción	1
1.2 Objetivos.....	2
1.2.1 Objetivo General	2
1.2.2 Objetivos Específicos	2
1.3 Alcances	3
1.4 Literatura y estado del arte	4
1.4.1 Mercados de commodities y mercados financieros.....	5
1.4.2 Estudios sobre formación y pronóstico de precios	7
1.5 Estructura de la tesis	13
CAPITULO 2 – PLANTEAMIENTO DE PROPUESTA	14
2.1 Hipótesis de trabajo	14
2.2 Propuesta de trabajo.....	15
2.3 Metodología de trabajo	16
CAPITULO 3 – REVISIÓN EPISTEMOLÓGICA	18
3.1 Sistemas complejos	18
3.2 Modelos, modelamiento y simulación	21
3.3 Modelos basados en agentes	22
3.3.1 Definición	23
3.3.2 Paradigma del agente	25
3.3.3 Aplicabilidad	26
3.4 Ejemplos aplicados de modelos basados en agentes	28
3.4.1 Modelo de segregación de Schelling.....	28
3.4.2 Modelo del mercado artificial de valores del Instituto Santa Fe	31
3.4.3 Modelo de materiales críticos globales	34
CAPITULO 4 – DISEÑO DEL MODELO	37
4.1 Estructura del modelo propuesto	37
4.2 Agentes del modelo	41
4.2.1 <i>Undiscovered</i>	41
4.2.2 <i>Deposit</i>	42
4.2.3 <i>Mine</i>	43
4.2.4 <i>Manufacturer</i>	44
4.2.5 <i>Investor</i>	44
4.2.6 <i>Market</i>	45

4.3 Límites del modelo.....	46
4.3.1 Límites en la dinámica general del modelo:	47
4.3.2 Límites en los elementos del modelo:	47
CAPITULO 5 – PROGRAMACIÓN DEL MODELO	49
5.1 Programación orientada a objetos	49
5.2 Construcción del algoritmo	50
5.3 Verificación y Calibración.....	53
CAPITULO 6 – ESTUDIO DE CASO	65
6.1 Configuración de experimentos	65
6.2 Condiciones iniciales	66
6.3 Resultados y análisis	68
6.3.1 Despliegue de salidas del sistema	68
6.3.2 Función de autocorrelación simple.....	74
6.3.3 Exponente de Hurst.....	79
6.3.4 Test de Jarque-Bera.....	81
CAPITULO 7 – CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO	83
7.1 Conclusiones	83
7.2 Trabajo futuro	84
BIBLIOGRAFÍA	85

ÍNDICE DE TABLAS	Página
Tabla 1. Resumen de clases	51
Tabla 2. Cálculo del exponente de Hursts para series de commodities reales	80
Tabla 3. Resultados del exponente Hurst para series simuladas.....	80
Tabla 4. Resumen de resultados para el test de Jarque Bera.....	82

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES	Página
Ilustración 1. Esquema general del modelo propuesto.....	15
Ilustración 2. Ejemplos de propiedades emergentes.....	20
Ilustración 3. Arquitectura de un modelo basado en agentes.....	23
Ilustración 4. Resultados de la simulación de Schelling con diferentes tolerancias	30
Ilustración 5. Agetentes en el modelo GCMat y decisiones para cada tipo.	35
Ilustración 6. Evolución del mineral a través del mercado.....	38
Ilustración 7. Estructura del modelo.	38
Ilustración 8. Dinámica del modelo.....	40
Ilustración 9. Estados del mercado.	40
Ilustración 10. Operación del algoritmo	52
Ilustración 11. Dinámica principal de la simulación.	52
Ilustración 12. Prueba 1 – agentes Mine	54
Ilustración 13. Prueba 2 - agente Manufacturer	55
Ilustración 14. Prueba 3 – Elementos básicos del mercado.....	56
Ilustración 15. Prueba 4 - Mercado con evolución de agentes.....	58
Ilustración 16. Resultados Prueba 4.....	59
Ilustración 17. Prueba 5 - agentes Investor.....	60
Ilustración 18. Resultados prueba 5.....	61
Ilustración 19. Prueba de parámetros y sensibilidad del modelo – muestra 1.....	62
Ilustración 20. Prueba de parámetros y sensibilidad del modelo – muestra 2.....	63
Ilustración 21. Prueba de parámetros y sensibilidad del modelo – muestra 3.....	64
Ilustración 22. Configuración del algoritmo. Fuente: Elaboración propia.....	65
Ilustración 23. Módulo 3 – dinámica de simulación	67
Ilustración 24. Precio del níquel	68
Ilustración 25. Precio del cobre	69

Ilustración 26. Precio del oro	69
Ilustración 27. Gráficos de precios de simulaciones.....	70
Ilustración 28. Población de simulaciones y curva promedio	71
Ilustración 29. Evolución de la varianza en el experimento	71
Ilustración 30. Minas activas y valor de precio en simulación 5	72
Ilustración 31. Minas activas y valor de precio en simulación 17	72
Ilustración 32. Minas activas y valor de precio en simulación 23	73
Ilustración 33. Minas activas y valor de precio en simulación 35	73
Ilustración 34. FAS para curva de Au.....	74
Ilustración 35. FAS para curva de Cu.....	75
Ilustración 36. FAS para curva de Ni.....	75
Ilustración 37. FAS para simulación 5	76
Ilustración 38. FAS para simulación 17	76
Ilustración 39. FAS para simulación 23	77
Ilustración 40. FAS para simulación 35	77
Ilustración 41. FAS para simulación 44	78

CAPÍTULO 1 – PRESENTACIÓN DEL PROYECTO

1.1 INTRODUCCIÓN

Durante las últimas décadas la visión de commodities como instrumentos de inversión ha ido en aumento. En el año 2001 ocurre la caída del índice NASDAQ y revienta la llamada “burbuja de las empresas punto com”. Sumado a eso durante la primera década del siglo XXI el crecimiento acelerado de la economía china y la crisis de la deuda soberana en varios países de la Unión Europea volcó la atención de los inversionistas hacia los commodities (especialmente minerales) como activos atractivos para sus portafolios. El aumento del interés por incluir commodities en portafolios conduce a una mayor atención al comportamiento de su precio, pues prácticamente la totalidad de decisiones de inversión depende de lo que se pronostica ocurrirá con esto y con los factores que le afectan. La formación de precio de un commodity es un proceso complejo y sobre el cual los teóricos han explorado y formulado diversas técnicas, estas abarcan: métodos cualitativos, métodos basados en costos-reservas, extrapolación de tendencias, series temporales, modelos causales o de comportamiento, entre otros. El objeto de este trabajo consiste en explicar e implementar la teoría de los “modelos basados en agentes”, proponiéndola como complemento al estudio de formación y comportamiento de precios.

Los modelos basados en agentes constituyen una generación de métodos computacionales que permiten modelar la estructura de un sistema complejo y simular su evolución dinámica a lo largo del tiempo. Consiste en una sociedad artificial integrada por agentes autónomos y heterogéneos que interactúan de modo no trivial entre sí y con el entorno, de acuerdo con ciertas reglas, pudiendo caracterizarse como modelos orientados a procesos cuya mayor bondad radica en explicar los mecanismos generadores del mismo. En términos específicos, un sistema complejo es un conjunto organizado de elementos y procesos interrelacionados cuya interacción dinámica en el tiempo produce comportamientos y regularidades macroscópicas –denominadas propiedades emergentes– que resulta prácticamente imposible deducirlas linealmente del conocimiento analítico de sus partes (Rodríguez & Roggero, 2015). En este sentido, el paradigma del agente se refiere a una entidad con características que lo distinguen del resto; capaz de percibir (total o parcialmente) el entorno que le rodea, tomando decisiones de manera independiente en base a su conocimiento y guiada por cierta racionalidad; comunicándose directa o indirectamente con los demás agentes.

Este tipo de modelos justifican ser aplicados en situaciones donde las interacciones entre los agentes son complejas, no lineales, discontinuas o discretas (por ejemplo, cuando el comportamiento de un agente puede ser alterado drásticamente, incluso de forma discontinua, por otros agentes). Así mismo, cuando la población es heterogénea y cada individuo es (potencialmente) diferente (Bonabeau, 2002). Las descripciones anteriores resultan afines con las características de los agentes económicos que conforman los mercados de commodities y financieros.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo General

Explicar el comportamiento de un vector precio para un commodity mineral a partir de la teoría de agentes económicos.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Diseñar la estructura conceptual para un sistema que represente los aspectos generales del ambiente de un commodity mineral.
- Construir el algoritmo que represente la estructura del modelo, características y acciones de los agentes y su funcionamiento dentro del entorno.
- Calibrar los parámetros del entorno.
- Verificar el funcionamiento coherente del sistema frente a las hipótesis planteadas.
- Evaluar los resultados entregados por el sistema y contrastar su comportamiento contra curvas de commodities minerales reales.

1.1 ALCANCES

- El principal enfoque del modelo es ilustrar cómo el comportamiento individual de los agentes económicos resulta en un ciclo de precios.
- Se consideran 6 clases de agentes económicos diferentes en el diseño del modelo.
- La implementación del modelo se hace en el lenguaje de programación Python, considerando la teoría de la programación orientada a objetos.
- El algoritmo que representa el modelo programado se divide en 3 módulos principales.
- La verificación del modelo se hace con un commodity y datos de entrada ficticios.
- El estudio de caso se generan simulaciones con los datos de entrada ficticios (pero contruidos a partir de una semilla de datos reales) y comparan contra series temporales de metales reales.

1.4 LITERATURA Y ESTADO DEL ARTE

Una visión general sobre los mercados de commodities se encuentra en el trabajo de Lord (1991) "*Price formation in commodity markets*", el cual resume buena parte la investigación desarrollada hasta inicio de los años noventa y también resalta dos de las características relevantes de esta clase de mercados.

La primera particularidad es que los mercados de commodities se ajustan con respuestas retrasadas de los agentes económicos. Los proveedores de café, cacao y cobre, por ejemplo, tardan varios años en reaccionar a los cambios de precios.

En el caso de los commodities minerales esto se da, en lado de los proveedores, a causa de las limitantes físicas que existen las minas y plantas de beneficio. Cuando los precios suben toma tiempo aprobar la decisión de aumentar producción y una vez tomada se requiere de otro plazo para implementarse. Algo similar ocurre cuando los precios bajan, trabajar con capacidad ociosa puede resultar incluso más caro que no operar, e igualmente, suspender o reiniciar el funcionamiento de una operación minera tiene asociado (por lo general) un alto costo. A su vez, los retrasos de los consumidores surgen de la demanda derivada de materias primas y por los filtros en cambios de precios hasta la demanda final (cabe recordar que, con excepción del oro, todos los commodities minerales funcionan con demandas derivadas). La falta de ajuste instantáneo en la producción y el consumo da lugar a estados temporales de desequilibrios en los mercados, siendo esta una de las razones usualmente asociadas con la formación de ciclos.

Por otra parte, la segunda propiedad mencionada, "[...] los mercados de commodities difieren entre sí en términos del grado de competencia que prevalece entre los compradores y vendedores, el grado de fragmentación del mercado y si existen sustitutos cercanos. Dado que las diferentes condiciones del mercado dan lugar a diferentes formas de competencia, existen dificultades inherentes en el desarrollo de un modelo único para abarcar esas diferentes formas de competencia [...] (Lord, 1991)". Si bien pueden existir casos especiales, en general los precios de los commodities se comportan con baja correlación por lo que "[...] aunque comparten algunas características comunes, los commodities no pueden considerarse como una clase de activos homogénea." (Creti, Joëts, & Mignon, 2013)

A estas cualidades se añade una tercera considerando la baja correlación entre la evolución de precios y retornos de commodities con bonos y acciones permitirían considerarlas como una herramienta importante para reducir riesgo y buscar diversificación de inversiones. Lo anterior, junto con el aumento acelerado que experimentaron los precios de commodities minerales durante la década del 2000 podría explicar la entrada de gran cantidad inversionistas interesados en incluir materias primas

dentro de sus carteras. Sin embargo, estos nuevos actores dentro del mercado, podrían haber afectado de manera crucial su comportamiento.

1.4.1 Mercados de commodities y mercados financieros

“Gran parte de la reciente evolución de los precios de los commodities se ha atribuido a cambios en las relaciones fundamentales de oferta y demanda. Sin embargo, la escala extrema de los cambios de precios desde 2002, y el hecho de que los precios aumentaron y posteriormente disminuyeron en todas las categorías principales de commodities, sugiere que, más allá del funcionamiento específico de estos mercados, factores macroeconómicos y financieros más amplios que operan en un gran número de los mercados deben considerarse para comprender completamente la evolución reciente de los precios.

Un elemento novedoso en el comercio de commodities es la mayor importancia de la inversión financiera en las bolsas de materias primas. Los inversores financieros consideran a los commodities como una clase de activos (comparables a las acciones, etc.) y no necesariamente negocian sobre la base de relaciones fundamentales de oferta y demanda en mercados de productos específicos. Si la inversión financiera tiene un impacto en el precio, la evolución de los precios ya no reflejará simplemente los cambios en los aspectos fundamentales, sino que también estará sujeta a influencias de los mercados financieros. Como resultado, los participantes del mercado con un interés comercial en productos físicos (es decir, productores y consumidores) se enfrentan a una mayor incertidumbre sobre la confiabilidad de las señales que emanan de los intercambios de commodities. La gestión del riesgo de precio de las posiciones del mercado y la toma de decisiones de almacenamiento, inversión y negociación se volverán más difíciles [...]” (Mayer , 2009)

Un suceso clave, de acuerdo con Creti, Joëts y Mignon (2013), ocurre durante la crisis financiera de 2007-2009. Según los resultados de su investigación la relación entre los retornos asociados a commodities y acciones ha evolucionado a lo largo del tiempo siendo especialmente volátil durante la crisis financiera de la década pasada y si bien, en el corto plazo, la caída del mercado de valores debilitó los vínculos entre commodities y otros instrumentos las mayores correlaciones se observan durante la crisis financiera. Esto sería evidencia del aumento de los vínculos entre ambos mercados y destacaría un proceso de financiarización¹ de los mercados de materias primas.

Otro investigadores, como Adams y Glück (2015), avanzan en la misma dirección y aportan que: “[...] la última década fue testigo de un cambio fundamental en la composición de los participantes en el mercado de futuros de commodities.

¹ La financiarización (o su término anglo ‘*financialization*’) se refiere al aumento del tamaño e importancia de instituciones y motivos financieros dentro de la operación de un mercado o de la economía en general.

Tradicionalmente, el mercado estaba dominado por inversores especializados que obtendrían un premio de riesgo al proporcionar seguros a productores y procesadores de materias primas. Sin embargo, a comienzos de la década de 2000, los flujos hacia inversiones en commodity comenzaron a crecer a una tasa sin precedentes y se informa que aumentaron de 15 mil millones USD\$ en 2003 hasta 250 mil millones USD\$ en 2009. Estas vastas entradas son principalmente atribuibles a inversionistas institucionales que históricamente nunca se han comprometido en inversiones en commodities de tan gran escala. Además, [...] las estimaciones conservadoras muestran que, de 2000 a 2010, el número de operadores de índices de commodities, es decir, inversores de larga duración, como los fondos de pensiones y las compañías de seguros, se cuadruplicó y el número de fondos de cobertura se triplicó.

[...] Los incentivos a la inversión de estos nuevos tipos de inversores difieren de los de los inversores tradicionales. [...] La aparición de estos nuevos tipos de inversores tuvo, por lo tanto, consecuencias significativas para el comportamiento de los productos básicos en los mercados financieros, y la forma en que los productos básicos están vinculados a otros activos. [...] Un cambio sustancial con respecto a la descripción tradicional de los commodities como una clase de activos que ofrece rendimientos de manera confiable con una baja correlación con el mercado de valores.” Adicionalmente, mencionan que la integración con otros mercados haría las commodities más propensas a sufrir efectos “*spillover*” y aumentos de volatilidad por eventos externos.

No obstante, Öztekin y Öcal (2017) concluyen en su investigación que “[...] en cuanto a la correlación condicional entre subíndice de metales preciosos y el índice del mercado de valores (S&P-PM - S&P500), aunque hay una tendencia al alza, los niveles de correlación se ven muy afectados por la volatilidad del mercado durante las crisis financieras. Además, la correlación más alta (0.20) alcanzada a través del tiempo es aún muy baja en comparación con las observadas en otros mercados y, por lo tanto, implicaría importantes beneficios de diversificación de cartera. [...] La aplicación empírica sugiere que la diversificación de la cartera en los mercados de materias primas y de valores ofrece mayores ganancias en comparación con la inversión solo en el mercado de valores.”

De igual forma, Boyd, Harris y Li (2018), quienes investigan sobre la posible influencia de la especulación y financierización en la volatilidad los mercados de commodities, proveen una mirada amplia del papel de especuladores² en los mercados de futuros. Normalmente se asocia una percepción negativa a la especulación, se argumenta que desvían los mercados de los fundamentos de oferta y demanda y que ocurren picos de precios (al menos en el corto plazo) debido al exceso de actividad especulativa en mercados de futuros. Sin embargo, hay quienes consideran que los especuladores son un componente valioso para que un mercado de materias primas funcione correctamente y además que el comercio especulativo de futuros no desestabiliza el mercado sino que reduce sus niveles de volatilidad. Los académicos concluyen que “[...] aunque algunas pruebas

² Kilian y Murphy (2014) describen a un especulador como alguien que compra productos físicos para uso futuro (es decir, para vender), pero no para verdaderos fines de consumo.

encuentran efectos a corto plazo de la especulación (y posiblemente de la financiarización) en los mercados de futuros, en general, no se ha demostrado que la especulación tradicional y la especulación / financiarización de índices conduzcan los precios de los futuros de manera consistente en el tiempo o en los mercados. Además, muchas pruebas destacan que los operadores financieros proporcionan liquidez esencial para la cobertura en los mercados de materias primas.”

Los eventos que condujeron al último boom de precios de commodities y sus efectos posteriores han puesto en cuestión algunos de los paradigmas construidos alrededor de este mercado. Hecho que invita a seguir en la investigación relacionada con este campo, especialmente en los mecanismos que intervienen en la construcción de los precios de commodities.

Para finalizar esta sección se presenta una revisión de algunas metodologías y teorías implementadas en el estudio de la formación de precios en mercados commodities minerales.

1.4.2 Estudios sobre formación y pronóstico de precios

La formación del precio de un commodity mineral es un proceso complejo y sobre el cual se han explorado y formulado diversas técnicas, estas abarcan: métodos cualitativos, métodos basados en costos-reservas, extrapolación de tendencias, series temporales, modelos causales o de comportamiento, entre otros.

Se presenta una revisión resumida de investigación reciente en tres tipos de metales: el oro (metal precioso), el cobre (metal base) y los metales de las tierras raras (considerados como recursos estratégicos en todas las potencias económicas actuales).

1.4.2.1 Investigación en el mercado del oro

Dentro de los commodities minerales, el oro resalta porqué su demanda es directa (a diferencia del resto), y además, tradicionalmente se ha usado cómo activo financiero asociado principalmente a la diversificación de portafolio y protección de inversiones en momentos de turbulencia en los mercados. Siendo con seguridad el commodity más popular a la hora de invertir.

El mercado actual se caracteriza por una demanda clasificada en 4 fuentes: producción de joyería, aplicaciones tecnológicas, inversión y bancos centrales. Las dos primeras representan la demanda para un uso físico (siendo la joyería cerca del 50% del consumo

anual); Las restantes componen la demanda del metal como un activo financiero, siendo esto alrededor de un 40% del total por año.

Dada la reconocida relevancia del oro como activo financiero, la temática de la formación de precios y ciclos económicos dentro del mercado se ha abordado con diversos métodos, a continuación son mostrados 3 de estos:

- Kristjanpoller y Minutolo (2015) utilizan un modelo generalizado autorregresivo con heterocedasticidad condicional (GARCH por su sigla en inglés, usados normalmente en series temporales) potenciado con una red neuronal artificial para predecir la volatilidad del precio (spot y futuros) del oro. La volatilidad del precio y retornos que genera un activo es sumamente importante pues es una medida que se asocia con el nivel de riesgo que este representa.

La red neural se alimenta con las predicciones del modelo GARCH, pero agrega otras entradas: las tasas de cambio EUR/USD y JPY/USD, los índices de bolsa DJI y FTSE, y los retornos en el precio del crudo. Los autores concluyen que comparado con el modelo GARCH tradicional, los resultados obtenidos muestran una mejora del 25% en el porcentaje medio de error en las predicciones de volatilidad para precios spot en un horizonte de tiempo de 21 días. Así mismo, la influencia de las variables financieras consideradas cambia según el horizonte de tiempo que se restrinja.

- Baur, Beckmann y Czudaj (2016) por su parte abordan el tema predicción del precio del oro, reconociendo que no existe un modelo de pronóstico establecido para tal propósito y una de las circunstancias que hace tan compleja la tarea es que los posibles determinantes del precio pueden cambiar con el tiempo, e igualmente, los determinantes pueden ser esenciales en toda la muestra pero en diferente medida.

Los académicos implementan el enfoque del Modelo dinámico de promedio (*Dynamic Model Averaging*) donde consideran “[...] K diferentes modelos, que están dados por diferentes subconjuntos de posibles predictores y permiten la incertidumbre de qué modelo es el mejor en cada punto en el tiempo t y aplican un modelo de espacio de estado que comprende una observación y una ecuación de estado. [...] Esta metodología tiene la ventaja de que tanto el modelo de pronóstico como los coeficientes de cada modelo pueden cambiar a lo largo del tiempo. [...] Desde un punto de vista económico, la importancia de cada predictor a lo largo del tiempo puede analizarse desenredando la dinámica de todos los modelos subyacentes simultáneamente. Un ingrediente clave es que un modelo tendrá más peso en el momento t si se ha pronosticado bien en el período anterior a t . En otras palabras, el aprendizaje secuencial es una parte clave del procedimiento de pronóstico.” No obstante, los investigadores detectan el inconveniente de que la variación a lo largo del tiempo en los factores que establecen el precio de futuros del oro implica que funciones dentro de la muestra no se traducen necesariamente en una previsibilidad fuera de la muestra.

- Gangopadhyay, Jangir y Sensarma (2016), adelantan una investigación sobre predicción de precio del oro en el mercado indio. Parten considerando algunos factores claves en la configuración del precio del oro como: el índice del mercado de valores, el precio del crudo, el tipo de cambio INR/USD, entre otros, así como el hecho de que las series de tiempo asociadas a estas variables sean, en su mayoría no estacionarias. Aplican un test para comprobar cointegración entre las variables (logrando con esto mostrar que existe un relación de largo plazo estable entre el comportamiento de las mismas y el precio del oro) y luego construyen el vector de cointegración.

Los investigadores aplican un Modelo de corrección del vector de errores, metodología que “[...] implica expresar un vector $n \times 1$ de series de tiempo estacionarias en términos de una constante, valores rezagados de sí misma y un término de corrección de errores. El vector cointegrante muestra la relación de equilibrio a largo plazo entre las variables en cuestión, mientras que los factores de ajuste muestran la velocidad de ajuste hacia el equilibrio en caso de que haya alguna desviación [...]”.

Los resultados del ejercicio les conducen a concluir que los precios del oro y el mercado de valores se mueven en direcciones opuestas en el largo plazo, lo que refuerza la idea del oro como un activo de refugio (al que inversionistas pueden acceder en periodos de alta volatilidad). De igual forma, evalúan el desempeño del modelo en resultados fuera de muestra pronosticando un año de datos y obteniendo un error promedio del 3.5% y un error cuadrático medio de 0.11 contra el error de 0.75 para un modelo de caminata aleatoria en el mismo intervalo de tiempo.

1.4.2.2 Investigación en el mercado del cobre

El cobre hace parte de los metales base³, caracterizado por ser un buen conductor térmico y eléctrico. Es una materia prima ampliamente consumida por sectores como las telecomunicaciones, el transporte, la construcción y las energías renovables. Se usa en aplicaciones diversas como la fabricación de sistemas eléctricos, sistemas de tuberías y la acuñación de moneda.

En lo referente a mercados financieros durante la década del 2000 se da la entrada en masa de inversionistas institucionales, hoy en día las transacciones sobre cobre (e instrumentos financieros basados en cobre) representan un capital que supera ampliamente el valor de los inventarios físicos. Adicionalmente, proyecciones indican que para la década del 2030 el consumo de cobre podría incrementarse hasta en un 40% frente a la actualidad, lo que perpetuaría interés en el metal como opción de inversión. Seguido, se resumen 3 investigaciones relacionadas con metodologías ensayadas para pronosticar el precio del cobre:

³ El término hace referencia a los metales industriales no ferrosos, excluyendo los metales preciosos. Se caracterizan por ser comunes y baratos. Entre estos se incluyen el cobre, plomo, zinc, entre otros.

- Carrasco, Vargas, Alfaro, Soto y Fuentes (2015) plantean 3 preguntas en su investigación: “[...] ¿Se puede verificar el caos y analizar la serie temporal con herramientas de los sistemas dinámicos no lineales?; segundo, ¿se puede pronosticar el precio del cobre?; y tercero, ¿existe relación del precio del cobre con los ciclos económicos? [...]”.

Para responder estos cuestionamientos plantean una metodología de pronóstico considerando el carácter caótico de la serie de tiempo, algunos factores macroeconómicos, el consumo de commodities y el comportamiento de los mercados financieros. Los autores identifican una fuerte correlación positiva entre los precios de metales y el precio de la energía, igualmente, confirman la existencia de ciclos precios bajos y altos con una duración de entre 20 y 40 años.

- Gang y Yong (2015) estudian la volatilidad de los precios de futuros en el cobre al considerarla de especial importancia para quienes comercian en el mercado. Se basan en una muestra de 10 años del precio diario de contratos de futuros a 3 meses de cobre dentro de la Bolsa de Metales de Londres.

Los autores utilizan 5 variantes de modelos GARCH⁴ para estimar la volatilidad en muestra y luego ejecutar pronósticos fuera de muestra. Así mismo, considerando la incertidumbre asociada a los modelos deciden utilizar varias técnicas de promedio de modelos en lugar de la elección de un modelo único. Alegan que la combinación ponderada de modelos de pronósticos permite disminuir la incertidumbre y mejorar la exactitud del pronóstico. Finalmente, utilizan diversos criterios (error cuadrático medio, error absoluto medio, entre otros) para comparar el poder predictivo de los modelos GARCH y las técnicas de promedio empleadas.

Los resultados de estimación en la muestra les llevan a deducir que el efecto GARCH puede existir en el mercado de futuros de cobre y que existe una significativa persistencia de la volatilidad en el proceso de precios de los futuros de cobre. Mientras que la evaluación fuera de muestra les guía a concluir que la técnica de ponderación por mínimos cuadrados ordinarios con variante temporal permite el menor error de pronóstico y reducir el porcentaje de sobre-predicción de forma notable.

- Chang, Zhenhua, Yan y Shaojun (2017) se proponen la meta de predecir precios futuros de cobre utilizando un algoritmo de machine-learning baso en árboles de decisión alimentado por 7 variables independientes: el precio del petróleo, gas natural, oro, plata, precios anteriores del cobre, el índice Dow Jones y los precios del café y el cerdo magros (los 2 últimos, aunque curiosos, según los autores es justificable incluirles por tener una correlación cruzada relativamente alta con el precio el cobre).

⁴ Modelo GARCH (por sus siglas en inglés) es el Modelo generalizado auto regresivo de heterocedasticidad condicional. Este tipo de modelos son de los más comunes a la hora de estudiar volatilidad en instrumentos financieros, pues suelen describir de forma aceptable la variación de la volatilidad en series temporales.

Los algoritmos de árbol de decisión son una técnica usada comúnmente en minería de datos y “[...] funciona al dividir un conjunto de datos para entrenar un modelo a través de un proceso de partición recursiva, y luego el modelo se utiliza para predecir el valor de una variable objetivo en función de las variables independientes [...]”

Los investigadores entrenan el algoritmo y posteriormente ejecutan pronósticos apuntando a corto y largo plazo. Sus resultados muestran un desempeño aceptable del algoritmo en ambos escenarios, obteniendo un error medio absoluto porcentual inferior al 5%, llevándoles a afirmar que el método es robusto, no proclibe al sesgo humano y recomendable para implementarse en otros commodities.

1.4.2.3 Investigación en el mercado de tierras raras

Las tierras raras son un conjunto de 17 elementos químicos metálicos (actínidos y lantánidos) usualmente comercializados como óxidos metálicos. Se utilizan en la fabricación de imanes, cerámicos, catalizadores. Los elementos como tal no son escasos en la corteza terrestre, pero los depósitos económicamente explotables sí lo son.

La producción de estos commodities es dominada por China, que a pesar de disminuir su participación porcentual en la extracción mundial durante los últimos años sigue manteniendo un monopolio indiscutible en el mercado. Durante 2010 y 2011 los chinos restringieron sus exportaciones provocando un alza acelerada y sin precedentes en los precios de estos metales (algunos subieron entre 500% y 700% su precio) promoviendo la apertura de nuevas operaciones fuera de china y aunque muchas han cerrado con la caída posterior de los precios aún se mantienen algunas en funcionamiento.

La importancia de estas materias primas es tal que, tanto los países de la Unión Europea como los Estados Unidos les tienen clasificados como sustancias críticas⁵ para el desarrollo económico. Y dado el fenómeno ocurrido con los precios durante el inicio de la presente década se ha despertado un enorme interés en estudiar este mercado. A continuación se mencionan 2 trabajos relacionados con el tema:

- Riddle et al. (2015) abordan el estudio de los mercados del Neodimio (Nd) y Disprosio (Dy) cuestionándose sobre como se ajustan los mercados ante la escasez de un commodity, cuanto impacto puede tener en el precio y como reacciona el mercado ante la innovación tecnológica y el descubrimiento de nuevos depósitos. Los académicos utilizan el Modelo GCMat, un modelo basado en agentes que emula la cadena de

⁵ Un mineral se considera crítico cuando el riesgo de escasez en su suministro y los impactos de dicha escasez para la economía son considerablemente más elevados que el de otras materias primas, es decir, es imprescindible para una o varias industrias y a la vez se enfrenta a una potencial restricción de oferta. Esta clasificación depende de cada país y las industrias relevantes en su economía y se da a causa de factores políticos, ambientales, económicos, geológicos y técnicos. (Regueiro & González, 2014)

producción de los elementos mencionados y la interacción entre minería, refinería, producción de imanes, demanda y producción de manufactura. Permitiendo a cada agente tomar decisiones sobre manejo de precios, inventarios y operación. El modelo arroja resultados sobre la simulación del nivel de producción futura del commodity y su precio.

Las proyecciones de la investigación sugieren que en las próximas décadas los precios de ambos metales (en especial el disprosio) podrían tener fluctuaciones destacadas (sin que los precios vuelvan a los niveles extremos de principios de esta década), y que uno de los factores importantes será la investigación aplicada a reducir el contenido de los metales en la producción de imanes.

Este trabajo ha sido, hasta ahora, el único caso encontrado (en la revisión de bibliografía) de modelamiento basado en agentes aplicado para el estudio de mercados de commodities minerales. En Capítulo 3 de esta tesis se aborda con mayor detalle las características del mismo.

- Riesgo, Krzemieńb, Manzanedo, Escanciano y Sánchez (2018) desarrollan en su investigación la teoría de las series de tiempo transgénicas y la aplican para predicción del precio de 5 óxidos de tierras raras: disprosio (Dy), europio (Eu), terbio (Tb), neodimio (Nd) y praseodimio (Pr). La investigación parte de considerar una serie de tiempo como un organismo numérico y que puede describirse, manipularse y modificarse de forma análoga a como se hace con el genoma de un organismo biológico.

Se construye un algoritmo que pretende identificar y eliminar valores de la serie tiempo que podrían ser anómalos y que respondan a fenómenos espurios dentro de la serie de tiempo. El resultado es una serie de tiempo transgénica, es decir, cuyo “genoma” fue manipulado para mejorar los resultados de pronóstico. Los autores ejecutan pronósticos de corto plazo usando modelos ARIMA con ambas series de datos para cada elemento y comparando sus medidas de error medio absoluto, error medio absoluto porcentual, raíz del error cuadrático medio y criterio de información Akaike. Los resultados muestran un mejor desempeño de las predicciones dentro de muestra para las series modificadas en todos los casos.

Finalizado el resumen de la revisión de literatura, la siguiente sección muestra de forma concisa la estructura de la tesis y el contenido de cada capítulo.

1.5 ESTRUCTURA DE LA TESIS

Capítulo 2: Contiene la hipótesis, propuesta y metodología del trabajo de tesis, donde se explica el procedimiento llevado a cabo para llegar a las conclusiones planteadas en el Capítulo 7.

Capítulo 3: Aborda una definición general de los sistemas complejos, los principales aportes epistemológicos sobre el modelamiento basado en agentes y se revisan tres casos de aplicaciones previas de esta metodología en el campo de las ciencias sociales.

Capítulo 4: Muestra el diseño del modelo, especifica las características detalladas para cada clase de agente en el sistema y se establecen límites que definen el mismo.

Capítulo 5: Describe el proceso programación del modelo en forma algorítmica y el posterior proceso de calibración y verificación, donde se comprueba la operación aislada de cada parte del sistema y finalmente su funcionamiento coherente en conjunto.

Capítulo 6: Expone el estudio de caso, donde se ejecutan varios experimentos y se evalúan los resultados arrojados por el modelo, tanto en sus dinámicas internas como comparando las salidas del sistema contra curvas de commodities reales.

Capítulo 7: Contiene las conclusiones del trabajo realizado y propuestas para investigación futura.

CAPITULO 2 – PLANTEAMIENTO DE PROPUESTA

2.1 HIPÓTESIS DE TRABAJO

La formación de precios en mercados de commodities ha sido un tema ampliamente estudiado en las ciencias económicas. Este trabajo considera un nuevo enfoque, usando como herramienta el modelamiento basado en agentes. Este tipo de modelos se centra en la forma como toman decisiones los agentes a partir de las interacciones con su entorno y con los demás agentes que conforman el sistema en cuestión.

La hipótesis principal de esta tesis es que utilizando la técnica mencionada se puede explicar la formación del precio y sobre todo de los ciclos económicos observados en los mercados de commodities minerales. Entendiendo los fundamentos de mercado como el resultado agregado de las decisiones individuales que cada agente económico toma y que en el largo plazo son estas las determinantes del precio.

Para lograr esto se debe modelar la manera como los agentes económicos dentro del mercado toman decisiones en base a su conocimiento (y en algunos casos también a sus expectativas futuras), y a la vez, considerando la heterogeneidad que poseen los individuos (en la realidad) y que los lleva a decidir y ejecutar de forma diversa frente a una misma situación.

De esta manera, tendrían que considerarse las partes principales que intervienen en el mercado de un commodity mineral, como son: los recursos y reservas conocidas, las operaciones activas (y aquellas que no lo están), los proyectos en construcción, las fuentes de demanda, los movimientos de capitales de inversión, y también factores como: la exploración de nuevos depósitos, el reciclaje, la existencia o no de sustitutos al commodity en cuestión y la innovación.

Finalmente, cabe mencionar que este tipo de enfoque rompe el concepto de “agente representativo” usado tradicionalmente en economía, y en este sentido, se considera la técnica de los modelos basados en agentes como una herramienta significativa para complementar la investigación hasta ahora desarrollada en la materia.

2.2 PROPUESTA DE TRABAJO

Se propone construir un modelo que emule el comportamiento del mercado para un commodity mineral considerando las decisiones que toman los agentes económicos dentro del mismo. Los componentes del modelo son 5 clases de agentes que representan la oferta y consumo del commodity, estos grupos son⁶: *undiscovered*, *deposit*, *mine*, *manufacturer* e *investor*. Así mismo, existe un tipo de agente *market* que controla la dinámica del sistema, permite a los demás grupos de agentes interactuar a través de él y administra las propiedades emergentes del modelo. La Ilustración 1 exhibe el esquema más general del modelo.

Cada clase tiene características distintas a las demás, así como una racionalidad que guía su toma de decisiones y un conjunto de acciones que puede (o no) ejecutar. A su vez, dentro de cada clase los agentes poseen valores propios para sus parámetros que lo diferencian dentro del resto de su misma clase. Las salidas principales (propiedades emergentes) creadas por la dinámica del modelo son el movimiento en los niveles de stocks reportados por el mercado y un vector histórico de precios.

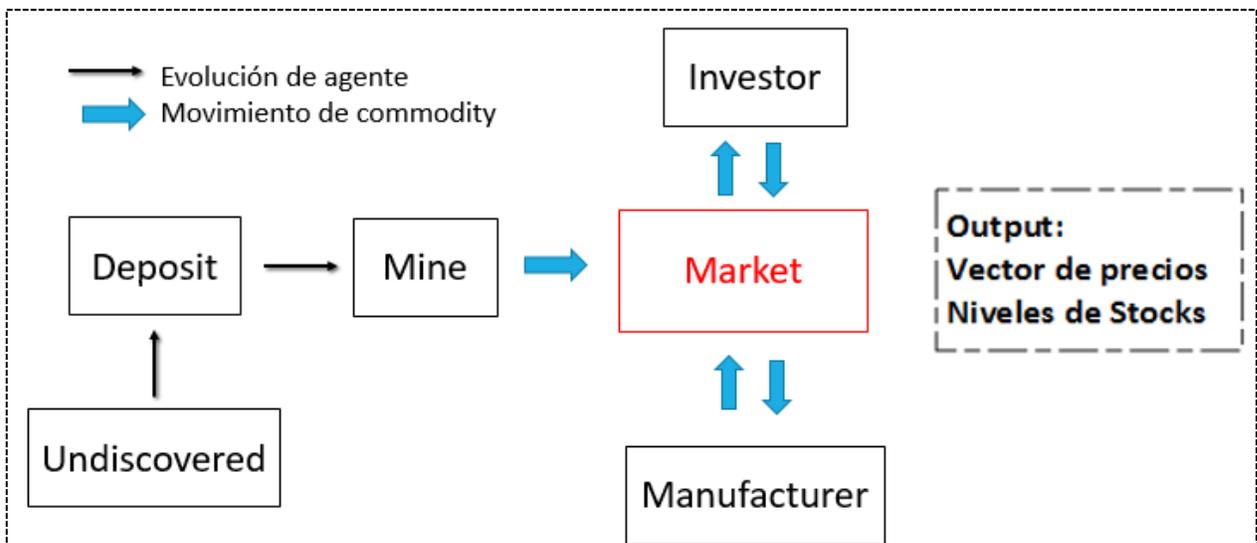


Ilustración 1. Esquema general del modelo propuesto.
Fuente: Elaboración propia.

Se espera que a partir de emular la forma como toman decisiones los agentes económicos dentro del mercado se obtenga un vector de precios cíclico, similar al que exhiben todos los precios de commodities minerales. Posterior, en el capítulo 4, se expone en detalle todas las partes y funcionamiento del modelo planteado.

⁶ Se utilizan los nombres de las clases en inglés por convención a la hora de programar el algoritmo que contiene el modelo.

2.3 METODOLOGÍA DE TRABAJO

A continuación, se presenta el procedimiento seguido para llevar a cabo el trabajo expuesto:

- Revisión bibliográfica: Se ejecuta considerando los siguientes tópicos principales: mercados de commodities, mercados financieros, técnicas aplicadas al estudio de la formación de precios y modelamiento basado en agentes.

La intención de esta clasificación fue respectivamente: analizar el proceso de la formación de precios en mercados de commodities y el rol de los agentes participantes; explorar modelos de mercados financieros artificiales, examinando principalmente la estructura de los modelos y los algoritmos que controlan las dinámicas en el sistema; contextualizar la importancia que han tomado los commodities minerales para las carteras de inversión; entender en detalle el concepto de la modelación basada en agentes, cómo aplicarla y en qué casos resulta conveniente.

- Formulación de hipótesis, objetivos y alcances: Luego de avanzar en la revisión bibliográfica se construye la hipótesis de trabajo, los objetivos perseguidos por la tesis y los alcances y limitaciones considerados para desarrollar el modelo, análisis de resultados y conclusiones. Esto determina una ruta a seguir en el desarrollo del trabajo.
- Abstracción del sistema: Se trata de identificar objeto de estudio y sus partes principales, dándole un contexto y propósito al modelo a construir.
- Diseño conceptual del modelo: consiste en elaborar la estructura del modelo, el funcionamiento dinámico del sistema, la definición de las características y acciones disponibles para cada clase de agente, la forma como se relacionan e interactúan entre ellas y el entorno.
- Familiarización con Python: Este lenguaje de programación es la principal herramienta informática usada. Esta etapa consiste en habituarse a su uso y conocer la sintaxis del programa al momento de escribir el algoritmo que sustente el modelo a construir.
- Transformación a un modelo computacional: Es necesario llevar la estructura del sistema a una forma algorítmica que se adapte a las características de la plataforma de simulación.

- Programación del algoritmo: Esta etapa consiste en la construcción del algoritmo que representa el modelo y su programación en el lenguaje Python. Previo a esto se escribe un pseudocódigo que funciona como guía para implementar de forma algorítmica el modelo.
- Calibración del modelo: Cada parte del modelo se prueba de forma aislada (cada clase por separado), observando que su funcionamiento concuerde con la idea planteada y que a partir de su racionalidad los agentes respondan de forma correcta a la información que reciben.
- Ejecución de simulaciones: Con el entorno programado completamente se procede a generar simulaciones y evaluar las propiedades emergentes en el sistema a partir de datos de entrada de un commodity mineral ficticio. Se toma la respuesta del sistema para analizar que su funcionamiento interno sea coherente con los supuestos planteados.
- Análisis de resultados: Esta etapa consiste en la revisión de resultados, su interpretación y consideración sobre lo obtenido.
- Conclusión del trabajo: Es la última fase y comprende una recapitulación de las deducciones y reflexiones a las que lleva tanto el desarrollo del ejercicio planteado como los resultados finales. Igualmente, se añaden observaciones y propuestas para trabajo futuro.

CAPITULO 3 – REVISIÓN EPISTEMOLÓGICA

“De manera tradicional se ha afirmado que existen dos formas de ciencia: una basada en la inducción y otra fundada en deducciones. La primera ha sido conocida como ciencia empírica y su problema fundamental es el de la inducción; es decir, el de establecer cuáles, cómo y cuántas observaciones (o descripciones) particulares son suficientes (y/o necesarias) para elaborar generalizaciones. Esta es una clase de ciencia que trabaja a partir de observaciones, descripciones, acumulación de evidencias, construcción de datos, y demás, a partir de los cuales puede elaborar procesos de generalización o universalización.

[...] Por su parte, el segundo tipo de ciencia consiste en la postulación de principios primeros o axiomas, y se concentra en el estudio de las consecuencias –igualmente, de los alcances– de dichos principios. Esta clase de ciencia tiene como problema fundamental la demostración de algunos fenómenos, valores, aspectos, dicho en general; y esto se fundamenta en el rigor con el que se han postulado los axiomas y los teoremas subsiguientes.

[...] Recientemente ha emergido una tercera clase de ciencia, que ya no trabaja con base en la inducción o en la deducción, sino de una manera radicalmente distinta. Esta tercera manera es el modelamiento y la simulación, y la forma más acabada de esta ciencia son las ciencias de la complejidad (o ciencias de los sistemas complejos)” (Maldonado & Gómez , 2010).

3.1 SISTEMAS COMPLEJOS

A la hora de hablar de sistemas complejos resulta conveniente comenzar por entender los conceptos de ‘sistema’ y ‘complejidad’. “[...] Básicamente, un sistema puede definirse como un «conjunto de elementos en interacción» (Izquierdo, Galán, Santos & Del Olmo , 2008)”. Por otro lado, la complejidad puede entenderse como la imposibilidad de simplificar, es decir, la imposibilidad de considerar aspectos particulares de un fenómeno, proceso o situación para efectos prácticos de su estudio (García, 2006).

Diversos autores han hecho aportes relevantes sobre la definición de que son los sistemas complejos:

Rodriguez y Roggero (2015), mencionan que “[...]. Como objeto de estudio, los sistemas complejos comprenden el comportamiento adaptativo, autoorganizado, emergente y no lineal de fenómenos y procesos del mundo físico, biológico y social. [...] En términos específicos, un sistema complejo es un conjunto organizado de elementos y procesos interrelacionados cuya interacción dinámica en el tiempo produce comportamientos y

regularidades macroscópicas -denominadas propiedades emergentes- que no pueden ser deducidos linealmente del conocimiento analítico de sus partes.”

Así mismo, Maldonado y Gómez (2010), postulan que “[...] es de complejidad creciente todo fenómeno, sistema o comportamiento que implica rasgos tales como no-linealidad, adaptación, emergencias, autoorganización, aperiodicidad e imprevisibilidad, entre otros.”

En su trabajo, García (2006) expone que “[...], en el "mundo real", las situaciones y los procesos no se presentan de manera que puedan ser clasificados por su correspondencia con alguna disciplina en particular. En ese sentido, podemos hablar de una realidad compleja. Un sistema complejo es una representación de un recorte de esa realidad, conceptualizado como una totalidad organizada (de ahí la denominación de sistema), en la cual los elementos no son "separables" y, por tanto, no pueden ser estudiados aisladamente.” Ejemplos clásicos de sistemas complejos son: el tiempo meteorológico, los ecosistemas naturales, las sociedades humanas y las ciudades.

De igual forma, García (2006) hace una contribución valiosa destacando 3 componentes esenciales en un sistema complejo:

- Límites: No se refiere exclusivamente a fronteras físicas ya que puede considerar también condiciones de restricción de tipo temporal, biológico, social, económico, entre otros. En este sentido, aparece un inconveniente en cuanto a la delimitación de los límites de un sistema complejo. Al carecer de un límite preciso la definición del límite suele ser arbitraria, pero debe hacerse de tal forma que reduzca al mínimo dicha arbitrariedad, sobre todo tomando en cuenta las posibles interacciones e influencia entre lo que se delimite por dentro y por fuera del sistema, y también, hacerse de manera que el objeto de estudio presente cierta forma de organización.
- Elementos: Los elementos dentro del sistema suelen ser interdefinibles, esto es, se determinan mutuamente. De igual forma, estos usualmente constituyen unidades también complejas (podrían considerarse ‘subsistemas’) que interactúan mutuamente. Las propiedades de los elementos establecen este conjunto de relaciones, y este por su parte, es el que puntualiza la estructura del sistema.
- Estructura: Buena parte de las propiedades de un sistema se establecen a partir de su estructura, cabe resaltar por tanto que las propiedades de los elementos en el sistema y las propiedades de la estructura no son lo mismo y ameritan niveles de análisis distinto. La respuesta del sistema frente a cierto tipo de perturbación (sea de estabilidad o inestabilidad) se produce de acuerdo con sus propiedades estructurales. Por lo tanto, la identificación de las mismas en un período dado (y dependiente de la escala de los fenómenos en cuestión) es fundamental para el estudio de la evolución del sistema.

Otro aspecto importante son las características que identifican a los sistemas complejos, entre las más sobresalientes se encuentran:

- “Los componentes de niveles jerárquicos inferiores suelen mostrar un grado de autonomía significativo.
- El comportamiento del sistema surge a partir de la auto-organización de sus componentes, sin que esta organización esté controlada ni dirigida por ningún ente exterior al sistema.
- Los componentes básicos de estos sistemas (células, individuos, empresas, etc.) perciben su entorno y responden a cambios en él de forma potencialmente diferente.
- Muchos sistemas complejos son también adaptativos. En estos sistemas adaptativos (organismos, ecosistemas, economías, sociedades, entre otros), el comportamiento de los componentes básicos del sistema puede evolucionar en el tiempo, dando lugar a una cierta capacidad de respuesta frente a cambios en el entorno por medio de mecanismos de aprendizaje a escala individual, y/o selección y reemplazo (lo cual da lugar a un aprendizaje a escala poblacional)” (Izquierdo et al., 2008).
- Otro de los atributos más interesantes en los sistemas complejos son las propiedades emergentes, pues en general se hacen evidentes, y solo pueden observarse, a partir de la dinámica del sistema (siendo estas el enfoque principal del modelamiento basado en agentes) y en ninguna forma pueden deducirse del análisis individual de elementos. La Ilustración 2 muestra ejemplos sobre propiedades emergentes, el embotellamiento en el tránsito y las figuras descritas por las bandadas de aves son características provenientes del funcionamiento del respectivo sistema, pero serían imperceptibles si se analiza cada individuo (parte) que compone el sistema separado del resto en lugar de hacerlo en su totalidad.



Ilustración 2. Ejemplos de propiedades emergentes

Debido a estas características “[...] el proceso de modelado formal de los sistemas complejos normalmente difiere del de otros sistemas más simples. En particular, su naturaleza descentralizada, la presencia de bucles de causalidad y retroalimentación no lineales, y el hecho de contener varias unidades más o menos autónomas, que pueden interactuar, evolucionar, y adaptar su comportamiento a cambios en el entorno, implica que en la mayoría de los casos es muy difícil—si no imposible—conseguir un modelo que pueda describir el sistema complejo adecuadamente y que además sea resoluble matemáticamente” (Izquierdo et al., 2008).

Se vuelve entonces a la reflexión inicial. Las condiciones impuestas por los sistemas complejos demandan explorar nuevas técnicas y métodos para su estudio, enfocado hacia el modelamiento y simulación como herramienta científica.

3.2 MODELOS, MODELAMIENTO Y SIMULACIÓN

Sobre la pregunta ‘¿qué es un modelo?’, Maldonado y Gómez (2010) ofrecen una respuesta bastante apropiada:

“La primera caracterización de un modelo suele ser descriptiva, por ejemplo, existen modelos físicos, matemáticos, computacionales, económicos, epidemiológicos, políticos y administrativos. Cada investigador en estas áreas puede identificar racional o intuitivamente el tema. Sin embargo, en términos conceptuales, es bastante más afortunado recordar que un modelo –teórico o conceptual– es sencillamente una interpretación del mundo o de una región del mundo.

Este modelo puede implicar o basarse en elementos matemáticos, conceptuales u otros, pero consiste en una interpretación sólida, con frecuencia sometida a pruebas, verificaciones, refutaciones, o bien, igualmente, en una hipótesis consistente”.

Dicho de otra forma, un modelo es el resultado de un proceso de abstracción de la realidad que contribuye a comprender los principios que la gobiernan y los fenómenos observados en esta (Pavón , López & Galán, 2012).

Así mismo, Maldonado y Gómez (2010) también definen el modelamiento como la programación computacional de un sistema, un problema o un modelo con vista a aplicaciones prácticas. Y la simulación como la aplicación o desarrollo de un programa con fines de investigación básica (in silico⁷ o in vitro) que, ulteriormente, puede llegar a tener implicaciones o aplicaciones prácticas.

⁷ In silico: hecho por una computadora o vía simulación computacional

De acuerdo con los autores, en general se modela y simula con tres finalidades:

- Cuando se busca comprender (y explicar) procesos fundamentales.
- Al pretender que un fenómeno o sistema se comporte como deseamos o desearíamos.
- En casos que se quiere lograr ver emergencias, dinámicas, procesos, elementos y demás que no logramos ver (comprender) habitualmente; es decir, justamente, por fuera de la simulación y el modelamiento.

El desarrollo de las ciencias computacionales y el mejoramiento de los ordenadores han abierto un abanico de opciones aplicables al modelamiento y simulación para la comprensión y explicación de fenómenos. En estas líneas de investigación encontramos (entre otros) los autómatas celulares, la geometría fractal, los sistemas Lindenmayer, las químicas artificiales y por supuesto, los modelos basados en agentes. Estos últimos son la alternativa elegida en este trabajo y sobre ellos se profundiza en la siguiente sección.

3.3 MODELOS BASADOS EN AGENTES

La simulación mediante computadores es una herramienta cuyo uso viene en aumento en diversas disciplinas. Particularmente, en las ciencias sociales (incluyendo la economía) se implementa como alternativa al estudio de sistemas sociales complejos cuyo análisis mediante modelos deductivos ha sido poco exitoso (Pavón et al., 2012).

Los sistemas sociales suelen ser no-lineales, complejos y emergentes. La primera característica quiere decir que las propiedades del mismo son algo más que la simple suma de las propiedades de los componentes individuales que lo conforman. La segunda condición, se refiere a la imposibilidad de comprender su comportamiento a partir del análisis aislado de las unidades que le constituyen. La tercera cualidad, implica que dentro de su funcionamiento dinámico surgen aspectos que no se pueden describir usando las categorías propias de los elementos integrantes, sino que deben crearse categorías nuevas (Rodríguez & Roggero, 2015).

Las herramientas matemáticas y estadísticas tradicionales suelen tener inconvenientes para tratar los rasgos planteados. Sin embargo, el modelamiento y simulación basada en agentes permite enfrentar estas situaciones de un modo menos complicado (Rodríguez & Roggero, 2015).

3.3.1 Definición

“Desde un punto de vista formal, se puede definir la simulación basada en agentes como un método informático que permite construir modelos constituidos por agentes que interactúan entre sí dentro de un entorno para llevar a cabo experimentos virtuales. [...] Es un nuevo método de investigación que permite tratar de manera sencilla la complejidad, la emergencia y la no-linealidad típica de muchos fenómenos sociales” (García-Valdecasas, 2011).

Los modelos basados en agentes [mba] hacen parte de un conjunto de métodos computacionales orientados a estudiar los sistemas complejos, tanto en su estructura como en la forma como evolucionan a través del tiempo. Los mba se componen de agentes (entidades autónomas y heterogéneas) que limitadas por un entorno configuran una sociedad artificial en la que cada individuo puede tener (o no) interacción con los demás agentes que le rodean y con el entorno en que se encuentra; y a partir de ello tomar decisiones de forma independiente que mantengan (o cambien) su estado actual, estas interacciones se dan de un modo no trivial y de acuerdo con un conjunto de reglas establecido. La mayor virtud de un mba consiste en permitir explicar los mecanismos generadores de un proceso social a través de la ejecución de simulaciones (computacionales) que generan patrones y estructuras macroscópicas provenientes del funcionamiento dinámico, a través del tiempo, del conjunto de agentes que lo conforma (Rodríguez & Roggero, 2015). La Ilustración 3 muestra la arquitectura típica de este tipo de modelos.

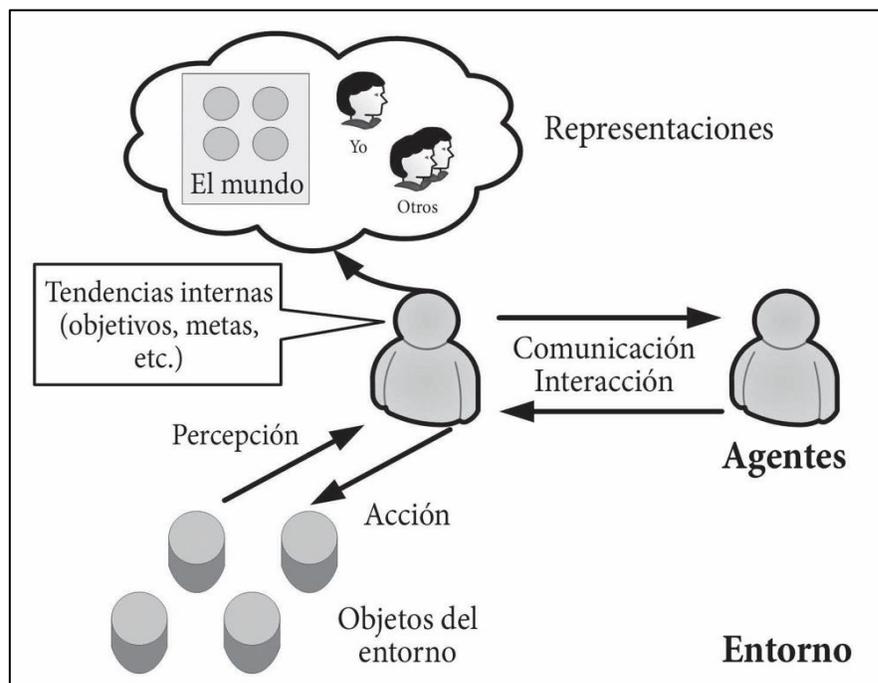


Ilustración 3. Arquitectura de un modelo basado en agentes.

Fuente: (Rodríguez & Roggero, 2015)

“Un mba es un tipo particular de modelo científico que se implementa como un programa informático. Son un tipo de modelo computacional o, más precisamente, un modelo de simulación computacional. Son, por lo tanto, modelos formales que deben ser distinguidos tanto de los matemáticos (basados en ecuaciones diferenciales o de otro tipo) como de los estadísticos (orientados por variables y expresados como ecuaciones de regresión, estructurales, o de otro tipo). [...] La diferencia sustantiva estriba en que los modelos computacionales permiten tratar modelos formales cuya resolución analítica es muy dificultosa, demanda mucho tiempo o sus resultados son realmente complicados de interpretar. En estos casos, la alternativa más eficiente es construir un modelo computacional y explorarlo a través de la simulación” (Rodríguez & Roggero, 2015).

Se puede distinguir al menos 3 tipos de mba: Los modelos abstractos, cuya función es plantear y establecer teorías y en los cuáles la validación de los mismos, es decir, corroborar que en verdad representan la teoría planteada, es un aspecto fundamental; Los modelos de rango medio, enfocados explicar fenómenos sociales particulares pero de una forma lo suficientemente general como para ser usada en fenómenos similares, en estos modelos su validación apunta a verificar afinidad cualitativa entre el modelo y los fenómenos que pretende representar, mas no se espera similitud cuantitativa trascendente; Y finalmente, los modelos empíricos, cuyo objetivo es duplicar con mayor exactitud el fenómeno estudiado esperando poder pronosticar un estado futuro del sistema en cuestión (García-Valdecasas, 2011).

Esta metodología da la posibilidad construir modelos evitando las teorías o mecanismos de nivel superior a priori, es decir, propicia el planteamiento de los sistemas de estudio desde los componentes individuales más simples, y a partir del comportamiento conjunto a nivel micro vislumbrar la dinámica global del sistema. De esta forma, se evita uno de los principales inconvenientes de los modelos clásicos, que al estar comúnmente contruidos de forma descendente (partiendo de aspectos generales hacia particularidades) suelen caer en el uso de gran cantidad de hipótesis reduccionistas y el empleo de agentes representativos que ignoran buena parte de la heterogeneidad presente en la realidad (Pavón et al., 2012).

En los mba la forma como se construye la primera abstracción (y por tanto el modelo formal) es distinta a otras técnicas de modelado por cuanto incluye la representación explícita e individual de los componentes básicos dentro del modelo (Izquierdo et al., 2008). Esta característica implica como primera instancia la identificación de las entidades que participan en el sistema y las interacciones que ocurren entre ellas, de este modo la construcción del modelo se fundamenta en la observación del sistema o fenómeno objetivo y se procura evitar simplificaciones como el juntar entidades o tomar en cuenta solo un tipo de agente representativo (Pavón et al., 2012).

Los mba se caracterizan por conformarse de diferentes tipos de agentes que son heterogéneos, independientes y autónomos entre sí (algunos en mayor o menor grado). Cada agente suele tener metas particulares, así como la capacidad de interactuar con

su entorno. Los agentes, en la mayoría de casos, son relativamente simples y de gran número; además, habitualmente tienen la capacidad de evolucionar y adaptarse a nuevas condiciones de entorno (o nuevos agentes) conforme avanza el tiempo de la simulación (Izquierdo et al., 2008). “[...] En el modelado basado en agentes no se emplean agentes representativos [...] sino poblaciones de agentes heterogéneos que varían en un sinnúmero de características” (Rodríguez & Roggero, 2015).

Considerando lo expuesto, también se debe tener presente que “[...] la simulación basada en agentes no es la panacea de la investigación social. Tiene algunos problemas importantes derivados de la verificación y validación de sus modelos” (García-Valdecasas, 2011). Algunos autores sugieren que los mba se acomodan mejor a explicar los fenómenos sociales antes que para predecirlos y que por tanto debieran orientarse hacia un análisis “posibilístico” antes que “probabilístico”, sin que esto signifique no puedan usarse con fines predictivos en absoluto, sino que para esta labor los modelos matemáticos y estadísticos pueden ser más adecuados, inclusive su uso complementario (Rodríguez & Roggero, 2015).

3.3.2 Paradigma del agente

Como se menciona en partes anteriores del texto el eje central de la metodología del mba son los “agentes”, o en forma más explícita, la manera como se construyen y se les otorga de razonamiento para procesar la información que reciben de su entorno y los demás agentes; libertad para tomar decisiones y ejecutar acciones; y objetivos que perseguir y motiven el cambio de su estado actual.

“[...] ¿Quién es un agente en un mba? un agente es alguien capaz de actuar en un entorno; percibir y representarse parcialmente en el entorno y los otros; comunicarse de modo directo o indirecto con otros agentes; estar motivado por tendencias internas y, finalmente, conservarse y reproducirse [...]” (Rodríguez & Roggero, 2015).

Los agentes son organismos definidos por el conjunto de características que se les programa y les permiten diferenciarse a sí mismo del resto de individuos dentro del ambiente en que se sitúan, el cual pueden sentir y actuar dentro. Además, poseen la capacidad de tomar decisiones bajo ciertas reglas que conducen y gobiernan su comportamiento. Estas reglas pueden (y usualmente lo hacen) cambiar de un agente a otro, lo que implica heterogeneidad no solo en las propiedades sino también en el estado deseado que se persigue, en la respuesta frente a un mismo estímulo del entorno y en la diversa forma cómo interactúan con tipo de agente u otro (Pavón et al., 2012). Esto les permite desarrollar conductas reactivas o proactivas acorde con la situación que se enfrenten (Rodríguez & Roggero, 2015).

Pueden tomar decisiones de manera independiente basándose en las metas que persiguen y el conocimiento del que disponen en un momento específico (Pavón et al., 2012). “Los agentes de un mba son autónomos, es decir que no hay un control central, jerárquico o descendente sobre la conducta de los agentes individuales. Pueden operar sin que otros tengan control directo de sus acciones y su estado interno. Sin embargo, [...] la autonomía de los agentes no es ilimitada, sino que se encuentra constreñida por las relaciones de interdependencia comportamental e interdependencia estratégica. Esta última se refiere a que el rendimiento de la estrategia de un actor se encuentra condicionado por las estrategias de los otros actores, mientras que la interdependencia comportamental comprende las relaciones de influencia recíproca entre los actores. Dicho, en otros términos, todo agente influye y es influido por otros agentes sociales” (Rodríguez & Roggero, 2015).

Los agentes poseen la capacidad de modificar su comportamiento y adaptarse a nuevas circunstancias a partir de su experiencia, o mejor dicho, del compendio de resultados previos otorgado por su experiencia, esto implicaría por tanto alguna capacidad (al menos limitada) de memoria para recordar las consecuencias de acciones y estrategias anteriores frente a diversos estímulos del entorno e interacciones con otros agentes. De esta manera plantean, evalúan y deciden cursos de acción futura. Por tanto, los agentes pueden adaptarse y aprender para cambiar su comportamiento (Pavón et al., 2012; Rodríguez & Roggero, 2015).

Por último, “en cuanto a la arquitectura cognitiva, los agentes operan con modos de razonamiento heurístico basados en reglas de conducta sencillas; más aún, la metodología de mba permite construir modelos de racionalidad limitada en los cuales los agentes tienen capacidades cognitivas restringidas e información limitada basada en la percepción y el conocimiento local del entorno y de otros agentes. [...] Estas características permiten superar dos supuestos restrictivos de la teoría económica ortodoxa: la información perfecta y la racionalidad perfecta, es decir, la idea que los agentes sociales tienen información ilimitada del mundo social y una capacidad de cálculo deductiva para procesar dicha información” (Rodríguez & Roggero, 2015).

3.3.3 Aplicabilidad

El modelamiento y simulación basada en agentes es una herramienta informática poderosa y que provee de ciertas ventajas a la hora del estudio de fenómenos sociales (Bonabeau, 2002). No obstante, su aplicación demanda un esfuerzo notable en el entendimiento, organización y programación del sistema estudiado, así como una capacidad computacional significativa para sostener las iteraciones algorítmicas que no suelen ser pocas. Es por esto que antes de emprender la aplicación de esta metodología conviene reflexionar si vale la pena aplicarla o si es posible obtener mejores resultados con el uso de otras técnicas más sencillas.

García-Valdecasas (2011) propone tres situaciones donde considera necesaria la aplicación de modelos basados en agentes: El primer caso es “[...] como solución al problema de la infra-determinación empírica de las teorías sociológicas”; El segundo caso es “[...] como método para evaluar políticas sociales y prever sus resultados antes de ser implantadas”; Y el tercer escenario sería “[...] para explicar fenómenos sociales a través de mecanismos que hagan alusión tanto a la acción de los individuos como a la estructura de interacción entre los individuos”.

Así mismo, en los trabajos de Bonabeau (2002) e Izquierdo et al. (2008) se propone usar la metodología de los mba en las siguientes ocasiones:

- Cuando la interacción entre los agentes es compleja, no-lineal, discontinúa o discreta, es decir, en casos donde el comportamiento de un agente puede verse alterado de forma crítica debido a las acciones de otros.
- En situaciones donde el conjunto de agentes es heterogéneo y cada miembro es potencialmente distinto. En las ciencias humanas, con frecuencia se construyen modelos bajo la hipótesis de ‘individuo prototipo’ o ‘agente representativo’ y se asume que los resultados obtenidos bajo este supuesto pueden extender a la realidad sin mayores inconvenientes. Sin embargo, en muchas ocasiones las observaciones empíricas sobre sistemas reales se alejan de los resultados entregados por modelos que ignoran la heterogeneidad entre individuos.
- Si se percibe la capacidad de aprender y adaptarse dentro del comportamiento de los componentes individuales del sistema estudiado. O también si sobre estos existe la posibilidad de ser elegido y sustituirse bajo algún criterio (esto es adaptación a nivel poblacional). En ambos casos se hace necesario representar cada componente individual del sistema de manera explícita.
- Al tratarse con eventos donde el espacio geográfico tiene relevancia y la posición de los agentes no es fija dentro del mismo. Usualmente son escenarios en los que la separación espacial se traduce en una menor probabilidad de interacción o en una interacción inferior entre individuos. La metodología de los mba facilita en estos casos la representación del espacio físico y su inclusión como un elemento que interviene (de forma directa o indirecta) en la dinámica poblacional. Por ejemplo, en simulacros de incendios en edificios o sistemas de tránsito en ciudades.
- En poblaciones que exhiben redes sociales de interacción, normalmente estas presentan clusters que conllevan a la desviación de un comportamiento promedio. En esa lógica, ya que las interacciones entre componentes de un sistema pueden verse influenciadas por factores más allá del espacio geográfico con los mba se hace menos

complicada la representación explícita de redes de interacción que no presentan necesariamente una estructura espacial.

- En sistemas que se pretende analizar y comprender con detalle la relación existente entre las características y comportamiento individual (micro-escala) con las propiedades y condiciones globales del sistema (macro-escala).
- Al estudiarse fenómenos emergentes, este concepto (emergencia) es ciertamente uno de los puntos fundamentales en los mba. “[...] Los fenómenos emergentes son patrones macroscópicos que surgen a partir de las interacciones descentralizadas de componentes individuales más simples. Lo que caracteriza a estos fenómenos emergentes es que su presencia o aparición no resulta evidente a partir de una descripción del sistema consistente en la especificación del comportamiento de sus componentes individuales y de las reglas de interacción entre ellos. [...] Puesto que el énfasis en la simulación basada en agentes está en encontrar abstracciones apropiadas que describan los componentes básicos del sistema y sus interacciones (en vez de buscar abstracciones que versen directamente sobre la dinámica global del sistema), esta técnica de modelado es particularmente útil para modelar procesos emergentes de forma natural” (Rodríguez & Roggero, 2015).

Las descripciones anteriores exponen casos donde la simulación basada en agentes permitiría enfocar el análisis de los fenómenos estudiados de una forma que difícilmente puede hacerse con otra técnica. Sin embargo, para tener una mayor claridad de como ocurre el funcionamiento práctico de estos modelos resulta conveniente examinar ejemplos aplicados de esta metodología. Esto se hace en la sección final del capítulo.

3.4 EJEMPLOS APLICADOS DE MODELOS BASADOS EN AGENTES

“El número de aplicaciones del mba va en aumento, especialmente durante la última década. [...]El modelado y simulación basados en agentes supone un amplio abanico de oportunidades en ámbitos de política económica, gestión de los sistemas de salud, seguridad ciudadana y protección ambiental, entre otros” (Pavón et al., 2012). En esta sección se describen 3 aplicaciones de modelos basados en agentes dentro del ámbito de las ciencias sociales.

3.4.1 Modelo de segregación de Schelling

El modelo diseñado por Thomas Schelling (1969, 1971) se considera como la primera aplicación histórica del modelamiento y simulación basados en agentes, y representó en su momento un fuerte cambio de paradigma en la forma como se acostumbraba a estudiar los fenómenos sociales. El autor estudia el fenómeno de la segregación racial

en las ciudades de Estados Unidos, notando que prácticamente en la totalidad de esta se encontraban los llamados “barrios de blancos y de negros” sin que existiera una política urbanística orientada con ese fin.

En este sentido, considera la segregación como un fenómeno dado por diferentes razones como sexo, edad, nivel de ingresos, idioma e incluso accidentes de ubicación histórica, pero su interés se orienta hacia la segregación que podría darse a partir de elecciones individuales discriminatorias. Pues considera la hipótesis de que en la segregación no planificada la interacción de elecciones individuales conforman un sistema complejo donde los resultados colectivos no guardan una relación estrecha con la intención individual (Schelling, 1969).

Schelling diseña un modelo abstracto que busca representar la toma de decisiones de manera autónoma sobre la ubicación geográfica en los espacios urbanos y como esto podría desembocar en una segregación por color. El único requisito en que hace énfasis es en tener una distinción doble, exhaustiva y reconocible de los individuos.

El diseño general de este modelo considera un conjunto de agentes (que simbolizarían una familia) que habitan en una ciudad representada por un tablero donde hay espacios vacíos y espacios ocupados por algún agente. Cada agente en el modelo está definido por una característica, su color, que puede ser blanco o gris, y también puede percibir el color de los agentes que le rodean. Los agentes tienen libertad para moverse a los espacios vacíos que estén en su vecindario (entendiéndose por este las casillas que rodean su posición, que a lo sumo serán 8) o, por el contrario, pueden decidir mantenerse en su posición actual (García-Valdecasas, 2011).

La racionalidad de los agentes viene dada por lo que de forma genérica se llama “función umbral” o “función objetivo” y para el caso del modelo de Schelling consiste en contar el número de agentes que le rodean y calcular si la cantidad de agentes de su mismo color en el vecindario es al menos la mínima para sentirse conforme con su posición, es decir, si cumple con su umbral de tolerancia (ecuación 1), la decisión de moverse o no dependerá entonces de si su ubicación le satisface (García-Valdecasas, 2011).

$$\text{Umbral de tolerancia} = \frac{\# \text{ de agentes del mismo color}}{\text{total de agentes en el vecindario}}$$

Ecuación 1. Umbral de tolerancia

La ubicación inicial de los agentes es aleatoria y el modelo contiene una misma cantidad de agentes de cada color. La simulación se corre en un tiempo discreto donde turno a turno cada agente en el sistema reconoce su conjunto de vecinos, calcula su umbral de tolerancia, establece si se siente a gusto con su ubicación actual y entonces decide si

moverse (o no) y a donde. El nivel de tolerancia se establece de manera genérica antes del inicio de la simulación y es igual para todos los agentes.

En este punto, cabe resaltar varios elementos importantes en el modelo: Los agentes tienen independencia, pues la decisión de moverse o permanecer en su posición es propia y depende únicamente del agente; Los agentes tienen conocimiento limitado, ya que solo pueden conocer su estado actual y la condición de su vecindario pero ignoran el estado de todos los demás agentes y tampoco pueden anticipar si la posición a la que eligen moverse les dará un mayor o menor nivel de satisfacción; Y finalmente los agentes tienen libertad restringida, ya que solo podrán moverse si en su vecindario existen espacios vacíos (incluso si su posición actual no cumple con el umbral).

La Ilustración 4 muestra las salidas finales de una simulación generada con el modelo de Schelling para diferentes niveles de tolerancia a partir de una misma configuración inicial aleatoria.

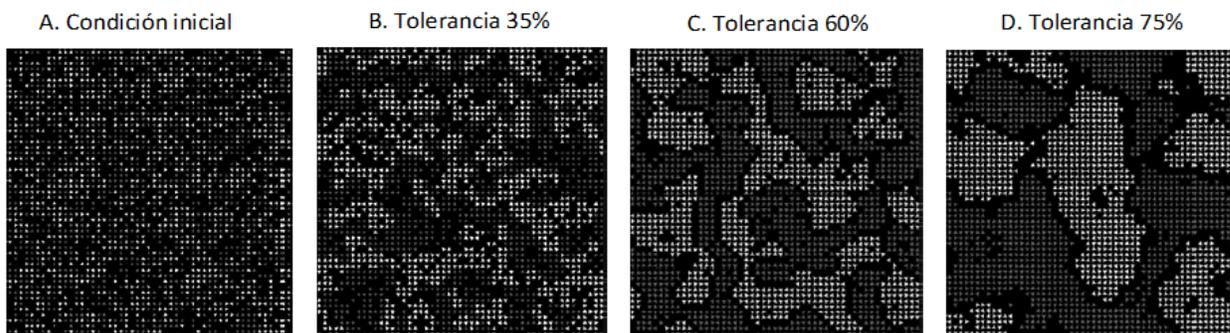


Ilustración 4. Resultados de la simulación de Schelling con diferentes tolerancias
Fuente: (García-Valdecasas, 2011)

Las ilustraciones 4B, 4C y 4D parten del mismo estado inicial y se detienen cuando cada uno de los agentes en el modelo ha logrado cumplir su función umbral y por tanto ninguno tiene deseos de cambiar su posición. El patrón de segregación que se observa es una “propiedad emergente” del sistema.

Aunque no tiene aplicaciones predictivas, el experimento de Schelling logra mostrar de forma didáctica y sencilla que aun estableciendo un umbral de tolerancia bajo (que los individuos acepten vivir en vecindarios donde su color no es predominante) la búsqueda individual por satisfacer esa condición resulta en un efecto social generalizado.

El mayor logro del ejercicio es vislumbrar como interacciones a nivel micro establecen condiciones a nivel global de las que muchas veces ni siquiera los mismos agentes involucrados en su creación parecen ser conscientes.

3.4.2 Modelo del mercado artificial de valores del Instituto Santa Fe

“La utilización de agentes software para el estudio de procesos económicos representa actualmente uno de los campos más activos en la economía computacional. [...] Los modelos diseñados desde este paradigma abordan temas que van desde procesos de competición y cooperación (normalmente en combinación con aproximaciones basadas en teoría de juegos), costes de transacción, racionalidad limitada, información e incertidumbre o macroeconomía. No obstante, el mayor número de modelos basados en agentes en economía ha tenido lugar en el ámbito de los mercados financieros (la mayoría de ellos están inspirados en el “Santa Fe Artificial Stock Market”), aunque estos modelos no tienen capacidad predictiva o es muy limitada hasta la fecha” (Pavón et al., 2012).

Diseñado por Arthur, Holland, LeBaron, Palmer y Tayler (1997) el modelo del Instituto Santa Fe es uno de los ejemplos clásicos en el uso de modelación basada en agentes aplicada a la economía y específicamente a los mercados financieros. Los autores cuestionan la teoría financiera estándar (o teoría del mercado eficiente) de la época, que asume la existencia de inversionistas idénticos que comparten expectativas racionales sobre el precio futuro de un activo generadas a partir de información completa sobre el mismo; no admite la posibilidad de lucro mediante comercio técnico o comportamiento especulativo; anticipa que la cantidad de transacciones deberían ser bajas o nulas; y además que no existe correlación alguna entre el volumen de comercio y la volatilidad del precio en un activo.

Esta hipótesis presenta un serio distanciamiento con la realidad en puntos sobresalientes, pero la reflexión sobre la misma lleva a los investigadores a proponer un ejercicio distinto para la fijación de precio de un activo. Una teoría que considere condiciones como la heterogeneidad de los agentes financieros, adaptación continua a las condiciones de mercado, acceso parcial a información, comportamientos racionales “imperfectos” y lo que ellos llaman expectativas endógenas⁸. En este sentido, surge el cuestionamiento de si las nuevas circunstancias darían como resultado agregado un comportamiento que se mantuviese similar al descrito por la teoría del mercado eficiente o por el contrario surgiría un comportamiento individual y colectivo más diverso. La respuesta a esta pregunta no se busca de forma analítica, por la complejidad del modelo obtenido, sino de forma computacional.

Se crea un mercado informático con el fin de realizar experimentos controlados sobre dinámica de precios, estrategias de inversión y recolectar estadísticas sobre un mercado de expectativas endógenas. Este es el mercado artificial de valores del Instituto Santa Fe (o SFI-ASM por sus siglas en inglés).

⁸ Se refieren a expectativas endógenas como aquellas fabricadas de forma autónoma por el agente a partir de sus observaciones y que son individualmente adaptadas al estado actual del mercado.

El modelo se compone de un número N de agentes *traders* heterogeneos que deciden como conformar su portafolio eligiendo entre un acción de riesgo que paga un dividendo y un bono libre de riesgo que paga una tasa fija r_f . Los agentes formulan sus expectativas de forma individual, las cuáles no comunican así como tampoco sus intenciones de compra o venta. La simulación funciona en tiempo discreto indexado con periodos (t), existe un suministro infinito del bono y la acción se emite en N unidades. El dividendo pagado por la acción sigue un proceso estocástico generado por un proceso estacionario AR(1) y es desconocido por los agentes. La ecuación 2 describe el proceso en donde ϵ_t es gaussina (independiente idénticamente distribuida) y tiene media cero y varianza σ_ϵ^2 (Ehrentreich, 2006).

$$d_{t+1} = \bar{d} + \rho(d_t - \bar{d}) + \epsilon_{t+1}$$

Ecuación 2. Dividendo pagado en siguiente periodo

Los agentes comparten una misma función de utilidad esperada con constante absoluta de aversión al riesgo (ecuación 3, en la que λ es el grado de aversión al riesgo).

$$U(W_{t+1}) = -e^{-\lambda W_{t+1}}$$

Ecuación 3. Función de utilidad esperada

En la función se expresa W_{t+1} como el nivel de riqueza esperado por el agente para el siguiente periodo y se desarrolla en la ecuación 4. En esta, la cantidad de acciones que el agente i mantiene en el periodo t se expresa como $x_{i,t}$ y p_t es el precio de la acción.

$$W_{i,t+1} = x_{i,t}(p_{t+1} + d_{t+1}) + (1 + r_f)(W_{i,t} - p_t x_{i,t})$$

Ecuación 4. Nivel de riqueza esperado para el siguiente periodo

Así mismo, la cantidad óptima de stock que el agente desea mantener se calcula mediante la ecuación 5. En la que $E_{i,t}[p_{t+1} + d_{t+1}]$ es la expectativa en el periodo t sobre el precio de la acción para el próximo periodo y $\sigma_{t,p+d}^2$ es la varianza empíricamente observada de la serie de tiempo combinada del precio más el dividendo. Además,

$$\widehat{x}_{i,t} = \frac{E_{i,t}[p_{t+1} + d_{t+1}] - p_t(1 + r_f)}{\lambda \sigma_{t,p+d}^2}$$

Ecuación 5. Cantidad óptima de stock que el agente desea

Los individuos poseen expectativas heterogéneas sobre los precios y dividendos futuros, puede verse como diversas interpretaciones sobre la misma información. Para generar los pronósticos cada agente cuenta con un conjunto individual de 100 reglas de *trading*. Cada una consta de una condición, una parte de pronóstico, un valor de adecuación y su precisión de predicción. El pronóstico se genera en la forma: Si (se cumple condición), entonces (utilice el predictor para generar el pronóstico) (Ehrentreich, 2006).

La condición se compara con un descriptor de mercado booleano, el cual contiene información de precios y dividendos actuales y anteriores. Por ejemplo, un estado de mercado particular podría tener el precio de la acción mayor que n veces su valor fundamental, mientras que, al mismo tiempo, el promedio móvil de 25 períodos del precio de la acción es mayor que el precio actual. Cuando se cumple una condición predefinida particular, el bit descriptor correspondiente se establece en 1 y, de lo contrario, en 0. La parte de la condición, por otra parte, se codifica como una cadena ternaria que contiene 1 o 0, dependiendo de si el bit correspondiente en el descriptor de mercado tiene que coincidir o no, o mantener # si la regla ignora ese bit descriptor en particular. 3 Las reglas con numerosos signos # son bastante generales; por lo tanto, se activarán con más frecuencia que las reglas más específicas (Ehrentreich, 2006).

En el conjunto de 100 reglas comerciales individuales que posee cada agente, es posible que más de una cumpla la condición especificada al mismo tiempo. Este subconjunto de reglas se marca como activas, pero el agente aún debe elegir una para su ejecución, esto se hace a través del mecanismo de ruleta. Finalmente, se genera un pronóstico con la forma mostrada en la ecuación 6. Donde a_j y b_j son parámetros de valor real que constituyen la parte de predicción de la regla de trading j seleccionada. En caso de que ninguna regla coincida con el descriptor del mercado los parámetros a y b se determinan con un promedio ponderado de todos los a_j y b_j que conoce el agente (Ehrentreich, 2006).

$$E_{t,i}[p_{t+1} + d_{t+1}] = a_{i,j}(p_t + d_t) + b_{i,j}$$

Ecuación 6. Forma polinómica del pronóstico

En el turno siguiente la precisión de las reglas activas se verifica comparando sus predicciones con el valor verdadero de $(p_{t+1} + d_{t+1})$. La precisión del pronóstico se mide como un promedio ponderado de los errores de pronóstico al cuadrado actuales y anteriores (una cierta cantidad de los mismos) (Ehrentreich, 2006).

La simulación funciona de la siguiente forma: Al comienzo del período de tiempo t , el dividendo actual dt se registra y todos los agentes lo observan. Luego usan esta información e información general sobre el estado del mercado (que incluye la secuencia histórica de dividendos y la secuencia de precios para formar sus expectativas del precio y dividendo del siguiente período $E_{i,t}[p_{t+1} + d_{t+1}]$. Posteriormente calculan sus tenencias deseadas y pasan sus parámetros de demanda al especialista que declara un precio p_t

que clarifica el mercado. Al comienzo del próximo período se revela el nuevo dividendo d_{t+1} y se actualizan las precisiones de los predictores activos en el tiempo t . La secuencia se repite (Arthur et al., 1997).

El especialista recopila todas las demandas efectivas, así como sus derivados parciales con respecto al precio, y trata de equilibrar las demandas efectivas con la oferta fija de acciones estableciendo un precio del mercado en un proceso iterativo. Si no se alcanza la compensación completa del mercado después de un número específico de ensayos, se racionará una parte de este (Ehrentreich, 2006).

Una de los resultados primordiales de los primeros ensayos realizados en este entorno es que al permitir la exploración de pronósticos alternativos, el mercado exhibe comportamientos complejos y se dejan entrever situaciones como comercio técnico o burbujas temporales (Arthur et al., 1997). En este sistema se aprecian nuevamente en los agentes elementos como la autonomía, libertad para tomar decisiones y acceso a información parcial. Otro logro importante de este modelo, es romper con la idea económica clásica de agentes representativos y permitir una población con cierto grado de heterogeneidad, así como demostrar que un enfoque computacional sirve como contribución al análisis de sistemas en casos donde las soluciones analíticas se muestran inviables.

3.4.3 Modelo de materiales críticos globales

Este es un ejemplo reciente de modelamiento basado en agentes (a diferencia de los anteriores que pueden considerarse como ejemplos clásicos) y durante la revisión bibliográfica fue el único caso aplicado específicamente a mercados de commodities, por lo que su mención se hace relevante.

El modelo GCMat (por sus siglas en inglés)⁹ proviene de la investigación de Riddle et al. (2015) desarrollada en el mercado de tierras raras, específicamente en los metales neodimio (Nd) y disprosio (Dy), ambos elementos claves en la fabricación de imanes permanentes usados, por ejemplo, en turbinas eólicas y vehículos eléctricos. Estos elementos (juntos con otros 14)¹⁰ fueron clasificados por el Departamento de Energía de los Estados Unidos como materias primas críticas para el desarrollo de energías limpias basado en su importancia en la producción tecnológica y el riesgo de suministro. En este sentido, los investigadores se enfocan en entender la cadena de suministro desde la minería hasta la manufactura de productos finales como una clave para comprender las posibles consecuencias de una disrupción en la oferta de materias primas críticas en la producción de tecnologías con energías limpias.

⁹ *Global Critical Materials*

¹⁰ El resto de metales del grupo de lantánidos, llamados normalmente “tierras raras”.

A partir de implementar modelamiento basado en agentes, el trabajo desarrollado por los autores presenta un análisis ascendente del flujo de los elementos de tierras raras mencionados (Nd, Dy) en la cadena de producción de imanes permanentes de neodimio-hierro-boro (conocidos de forma abreviada como 'imanes NdFeB'). Esta incluye etapas como: extracción de minerales de tierras raras y su procesamiento inicial a concentrados, separación en óxidos, refinamiento a metales, producción de aleaciones y polvos, y la fabricación de imanes. El modelo GCMat se construye entonces como un modelo basado en agentes de la cadena de suministro para materias primas críticas, construido con el objetivo de explorar las interacciones entre los agentes involucrados en la producción global de Nd y Dy, incluyendo: mineros; refinerías; productores de imanes; fabricantes de turbinas eólicas, vehículos y bicicletas eléctricas; y fuentes de demanda final.

El modelo se compone de los siguientes tipos de agentes: *Mine managers*, *Metal refiners*, *Magnet producers*, *Not-magnet demand sources*, *End use producers* (*wind turbine producers*, *vehicle producers and electric bicycle producers*), *Other magnet demand sources*, *Final demand sources*. Existe un número diferente de agentes de cada clase, todos ellos con una lista de acciones posibles (según la clase) y que toman decisiones de manera independiente.

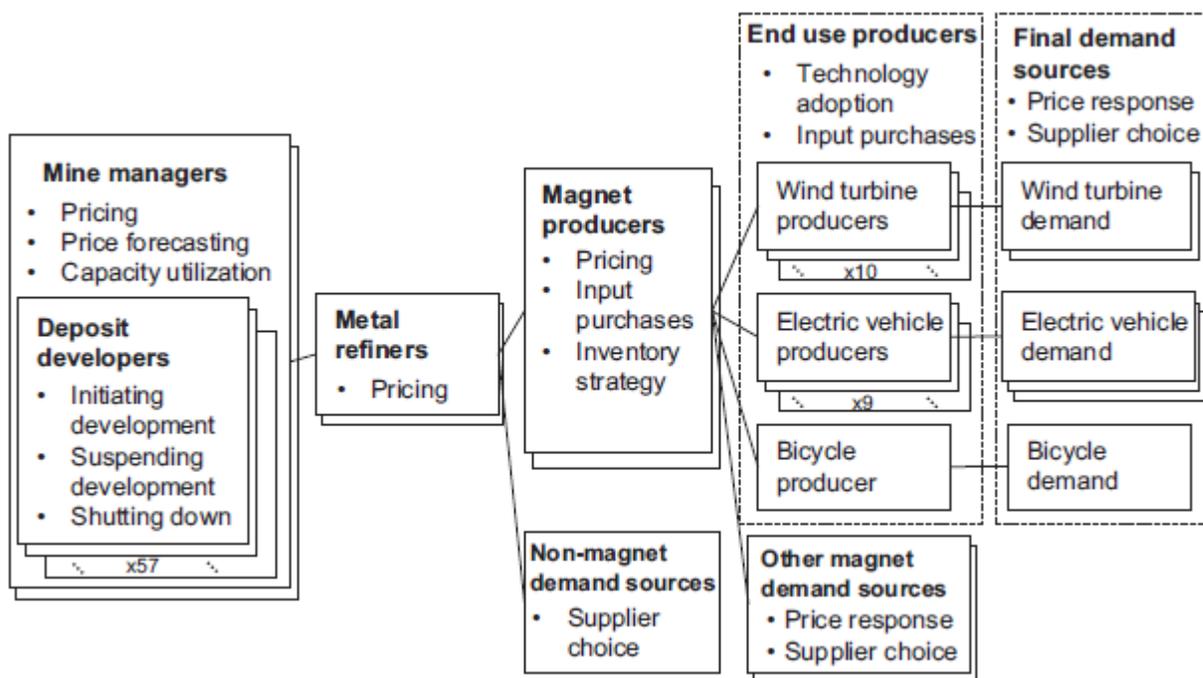


Ilustración 5. Agentes en el modelo GCMat y decisiones para cada tipo.

Fuente: (Riddle et al., 2015)

La Ilustración 5 expone los agentes del modelo, las principales decisiones que pueden tomar durante la simulación y como se relacionan en la cadena de suministro. El número de agentes que existen en cada categoría se representa por el número de cajas que aparece para cada clase. Solo existen 2 *mine managers*, 2 *metal refiners* y 2 *magnet*

producers, esto con el objetivo de representar agregación regional (1 para China y otro para el resto del mundo), acercar el modelo en la mayor medida posible al sistema real y compensar la falta de datos en algunos sectores para lograr resultados robustos.

La transición del Nd y Dy a través del sistema es la siguiente: Los *mine managers* administran múltiples depósitos con un agente *deposit developer* para cada uno. Así mismo se encargan de la minería y separación óxidos (para simplificar el modelo), luego venden el óxido a ambos agentes *metal refiners*. Los agentes *refiners* ejecutan la producción de aleaciones y polvos en su operación (igualmente establecido de esta forma en el modelo para simplificar el funcionamiento del sistema) y convierten los óxidos en metal que posteriormente venden a los agentes *magnet producers*, más una cantidad adicional al agente *Not-magnet demand sources*. Paso siguiente, los *magnet producers* venden sus imanes a los diferentes agentes *end use producers* y a los agentes *other sources of magnets demand*. Finalmente *end use producers* venden su manufactura al correspondiente agente de la clase *final demand sources*.

De igual forma, la Ilustración 5 muestra algunas de las decisiones clave para cada tipo de agente dentro del modelo, entre estas resaltan: pronóstico de precios, desarrollo de depósitos, fijación de precios, producción, compras de insumos, adopción de tecnología, gestión del inventarios, demanda de respuesta a los precios. Algunas se ejecutan por todos los agentes, mientras que otras pertenecen a una clase específica. Además, se incluye una clase adicional de agente llamado *Government agent* cuya función en el modelo es reflejar la capacidad del gobierno chino para establecer de forma exógena objetivos de producción y de esta manera restringir la producción china total.

El modelo corre en periodos que representan una semana de tiempo real, comenzando en enero de 2010 yendo hasta enero del 2015, en cada turno información de precios se trasmite a través de toda el sistema desde los agentes *mine managers* hasta llegar a los agentes *final demand sources*, después, el nivel de demanda pasa en sentido inverso hasta llegar nuevamente a los agentes *mine managers*. Cada agente supe el nivel de demanda si le es posible y los productos se transmiten a través de la cadena de suministro.

Los investigadores corren simulaciones en diferentes escenarios (tasa de acelerado crecimiento en la demanda, reducción del contenido de Dy en los imanes como resultado de innovación, entre otros). La virtud principal del modelo es permitir explorar futuros plausibles para la evolución de la demanda de ambos metales, las trayectorias de precios, el comportamiento de los participantes que interactúan en la producción y consumo de tierras raras a nivel global; y también explicar puntos de inflexión, bajo ciertas condiciones de mercado, que no se visibilizan fácilmente con otras técnicas de modelamiento.

CAPITULO 4 – DISEÑO DEL MODELO

Los mercados de commodities minerales son sistemas complejos que calzan bastante bien con las descripciones del anterior capítulo (subsección 3.3.3 Aplicabilidad). Por tanto, la aplicación de modelamiento basado en agentes resultaría muy útil para estudiar, desde un enfoque computacional, la mayoría de fenómenos que en estos ocurren. En particular, el aspecto más importante dentro de cualquier mercado es el precio del commodity en cuestión, pues prácticamente la totalidad de decisiones que toman los agentes (en el corto, mediano y largo plazo) se hacen basadas en el valor actual del precio y/o en el pronóstico del comportamiento futuro del mismo.

En este orden de ideas, el precio (dentro del sistema) constituye un ejemplo claro de emergencia de segundo orden. El valor del precio (fenómeno emergente) surge a partir de la interacción de diversos tipos de agentes dentro del mercado (compañías mineras, inversionistas, especuladores, productores industriales, entre otros). Estos perciben el precio (y su trayectoria) y modifican su comportamiento en respuesta a la información recibida, creando como consecuencia una compleja relación de retroalimentación (Rodríguez & Roggero, 2015).

De este modo se llega a la propuesta de trabajo planteada en el Capítulo 2. La construcción de un modelo basado en agentes que emule el comportamiento del mercado de un commodity mineral, apuntando al estudio de la formación del precio como una propiedad emergente que surge del funcionamiento dinámico del sistema.

Este capítulo presenta el diseño pensado. Es un modelo de rango medio que representa la estructura básica de un mercado de commodities minerales, contiene las principales clases de agentes que interactúan dentro de estos, así como la representación de las principales propiedades y decisiones que les caracterizan. De igual forma, se especifica los límites que abarcan la abstracción planteada y las “simplificaciones” de la realidad hechas en virtud de posibilitar el posterior proceso de modelamiento.

4.1 ESTRUCTURA DEL MODELO PROPUESTO

Tomando en cuenta las características especiales de los mercados de commodities, el modelo pretende considerar los aspectos generales que son comunes a este tipo de mercados. El objetivo de la simulación es observar cómo evolucionan las dinámicas dentro del entorno y cómo surge una trayectoria de precios a través del tiempo; considerando este como una propiedad emergente en el sistema, que ocurre por las interacciones entre los agentes, y que la forma de esta (que se espera sea cíclica) es debido a la manera como toman decisiones los agentes que participan en el modelo.

La abstracción planteada considera cómo evoluciona un commodity en el largo plazo, comenzando como un recurso mineral desconocido (que se encuentra en algún lugar del subsuelo) y que a través de una serie de procesos llega a estar disponible en el mercado para convertirse en una materia prima y/o ser usado como un objeto de inversión financiera. En la Ilustración 6 se muestra de forma resumida este ciclo, los recursos mineros son encontrados a través de la exploración minera; una vez se establece la existencia de un depósito (mediante la evaluación de recursos), entonces la valoración económica permite constituir reservas mineras que eventualmente son extraídas cuando se monta una operación; finalmente, las industrias interesadas compran el commodity y lo utilizan como un insumo en sus procesos productivos, así mismo, los inversionistas interesados pueden usarlo como instrumento financiero en sus portafolios.

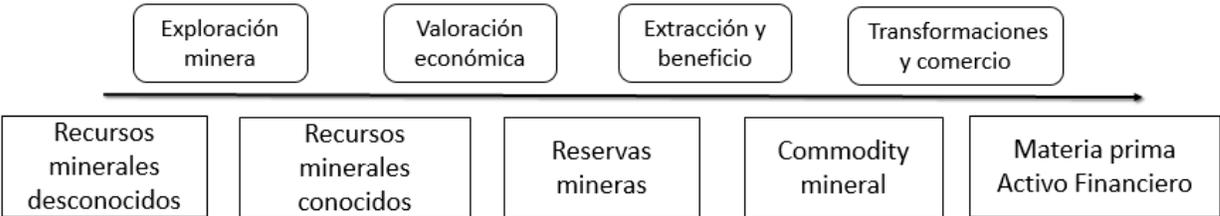


Ilustración 6. Evolución del mineral a través del mercado.
Fuente: Elaboración propia

El punto clave en la estructura del modelo es establecer cómo se organizan los agentes del mercado, esto se grafica en la Ilustración 7.

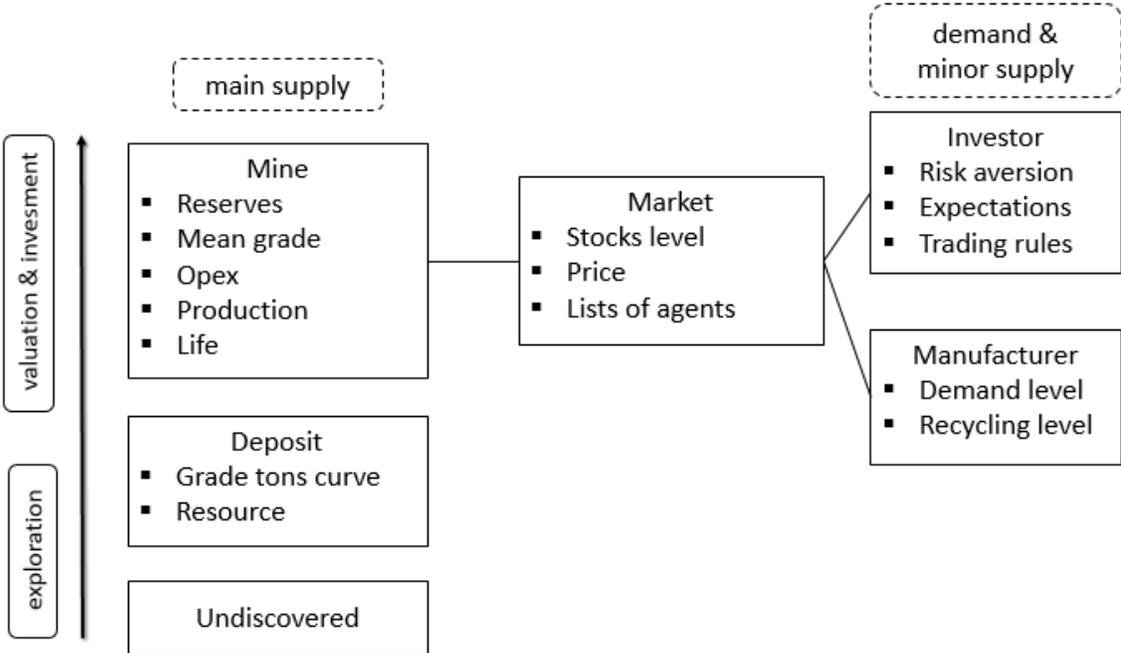


Ilustración 7. Estructura del modelo.
Fuente: Elaboración propia

La ilustración anterior expone los tipos de agentes en el modelo, sus propiedades principales y el orden establecido para estos dentro del sistema. Cada caja representa a un grupo de agentes que pertenece a esa categoría, que tienen propiedades comunes, pero cuyos valores particulares cambian de un individuo a otro. En este sentido, los agentes tienen propiedades fijas y mutables, estas últimas pueden depender o no del precio actual del commodity en el mercado.

Se puede apreciar que los agentes no están sujetos a un espacio delimitado, pues esto no resulta relevante dentro del ejercicio planteado. Lo crucial en la estructura del modelo es la forma como se interrelacionan, de qué manera las elecciones propias afectan a otros y viceversa. Cada agente recibe información del entorno, la procesa y toma decisiones en base a esta de manera autónoma. Los agentes son conscientes de su propio estado y condiciones, mas no la del resto, por eso no pueden anticipar las acciones de los demás.

Los agentes están clasificados en dos grupos: los que generan el grueso de la oferta del commodity, las minas en el inmediato y corto plazo, pero también los depósitos conocidos y aún por descubrir se suman a esto en el largo plazo; por otro lado, los inversionistas y las industrias productivas configuran la demanda del commodity mineral y también un menor porcentaje de oferta que se da por el ejercicio del comercio y el reciclaje. El agregado de las decisiones de ambos grupos da forma a los fundamentos del mercado, y estos a su vez, a la trayectoria del precio.

Es necesario considerar el funcionamiento de la oferta y demanda en el largo plazo. En primer lugar, los depósitos son descubiertos y eventualmente pueden llegar a transformarse en minas operativas, lo que implica un cambio en las reservas y recursos conocidos por el mercado durante el avance del tiempo, así como un número de minas productivas variante entre el inicio y final de la línea de tiempo. En segunda instancia, el consumo del commodity también cambia, pues la actividad industrial aumenta de tamaño, surgen nuevas aplicaciones y también los mercados financieros pasan por periodos donde hay mayor o menor afinidad hacia la inversión en commodities.

En la dinámica dispuesta para el modelo (ver Ilustración 8) el tiempo es discreto y avanza en periodos. Cada periodo inicia con la publicación del precio del commodity, el cual es percibido por todos los agentes y en base a este actualizan algunas de sus propiedades. Una vez que se renuevan, entonces ocurre un proceso de toma de decisiones que desemboca en la configuración de la oferta y demanda por el commodity en el correspondiente turno, esta información pasa al mercado que ejecuta el balance de ambos factores, define el estado en que se encuentra y en base a ello genera el precio que regirá para el siguiente turno, y así la mecánica se reproduce el número de periodos que previamente ha sido establecido.

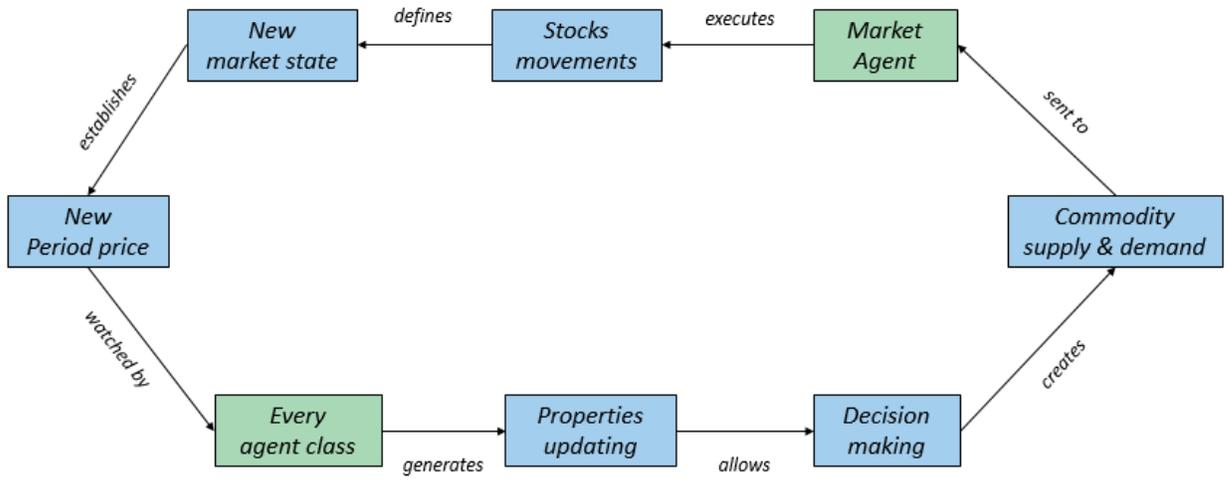


Ilustración 8. Dinámica del modelo.
Fuente: Elaboración propia

Se hace evidente que el precio del commodity es la variable más importante en el sistema, pues todos los agentes involucrados son tomadores de precio dentro del mercado. Sin embargo, los cursos de acción elegidos por los agentes no se basan solo en el precio de turno como tal, sino también en las tendencias que este muestre. Como se presenta en la Ilustración 9, una tendencia al alza desencadenará una serie de reacciones distinta a una disposición en caída del precio.

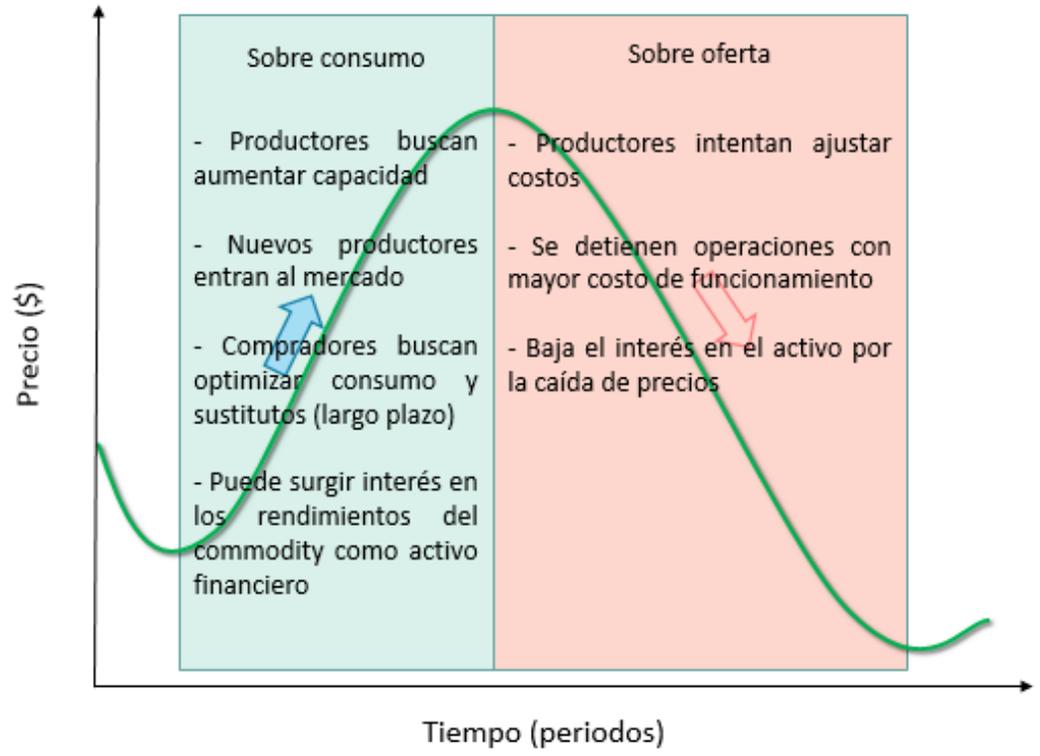


Ilustración 9. Estados del mercado.
Fuente: Elaboración propia

Dentro del modelo se considera que el mercado puede estar en un estado de sobre consumo o sobre oferta. Como su nombre indica hace referencia a la relación entre los niveles de ambos fundamentos del mercado, cuando la demanda es superior entonces nos encontramos en sobre consumo, por lo que se esperaría que el mercado genere un alza en el precio que motive a las minas a aumentar su producción y a que nuevas minas (antiguos depósitos) entren al mercado para suplir la diferencia, así mismo, los consumidores procuran optimizar sus procesos e investigar por sustitutos. Caso contrario, cuando la oferta es superior entonces se supone que al bajar el nivel precio el mercado desestimula la producción y eventualmente esta se ajustaría a la demanda. Por su parte, los inversionistas financieros responden a estos movimientos de acuerdo a cómo perciban y las expectativas que generen sobre los posibles retornos y la volatilidad del precio del commodity.

Esta alternancia entre estados del mercado es la que origina (en el largo plazo) los ciclos en los precios de los commodities minerales y utilizando el enfoque de los modelos basados en agentes, esta característica puede no solo expresarse, sino que además es posible explicarla como el resultado agregado de la racionalidad y actos individuales de los agentes involucrados. Sobre las cualidades que determinan a los agentes del modelo se especifica en la próxima sección del capítulo.

4.2 AGENTES DEL MODELO

El modelo tiene 6 especies de elementos, cada uno con características propias y que corresponde a una parte del sistema real, seguido se detallan cada uno de estos.

4.2.1 *Undiscovered*

Este tipo de agentes representan los recursos minerales desconocidos para el mercado y que se encuentran en algún lugar del subsuelo. En el largo plazo se convertirán en depósitos descubiertos y evaluados para luego (dependiendo de las condiciones económicas) llegar a ser proyectos operativos. Estos agentes no ejecutan acción alguna en la dinámica del sistema hasta que son “encontrados”.

Los agentes tienen exactamente las mismas características fijas que un agente de la clase *Deposit*, y se transforman en estos a través de una acción llamada “*exploration*¹¹”, que es ejecutada por el mercado.

¹¹ En este punto surge una primera diferencia importante entre el modelo y la realidad. En la exploración minera real pasan años desde que se localiza una anomalía en el subsuelo hasta que se obtiene el conocimiento detallado sobre las características de un depósito. Sin embargo, en aras de simplificar la construcción y programación del modelo se decide establecerla como un evento instantáneo.

En cada periodo el procedimiento se ejecuta pero tiene una muy baja probabilidad de concretarse, para imitar las bajísimas tasas de éxito que tiene la exploración minera en la realidad. Consiste en tomar un agente de agrupación *Undiscovered* y convertirlo en un agente *Deposit*, el nuevo agente tomará las características de su antecesor, adquiere un conjunto de propiedades nuevas y como final del proceso el agente original es destruido.

4.2.2 *Deposit*

Como se menciona, estos agentes tienen idénticas propiedades fijas a los agentes *Undiscovered* y simbolizan aquellos recursos minerales de los que ya se tiene pleno conocimiento en el mercado y que son factibles de transformarse en operaciones productivas.

Cada entidad tiene una curva de tonelaje-ley propia. A partir de esta (y considerando el valor del precio commodity) se definen la ley de corte, recursos y ley media; Los recursos definidos luego se transforman en reserva (que se asumen entre el 70%-80% de los recursos totales para no intrincar el proceso).

Los agentes además tienen asignada una capacidad de producción por periodo, un tiempo de vida útil (reserva/producción), un costo operativo y un costo de inversión inicial. Con estos valores el agente puede calcular una valoración económica simple y obtener un *NPV*. La Ecuación 7 ilustra el cálculo del *NPV* para un agente *j*, en el periodo *i* y con *t* periodos de vida útil.

$$NPV_j = -Capex_j + \sum_{t=1}^{vida\ útil} \frac{(Price_i - Opex_j) * (Produccion_j)}{(1 + r)^t}$$

Ecuación 7. Estimación del *NPV*

El procedimiento anterior se denomina “*valuation*¹²” y orienta la racionalidad de estos agentes. En el modelo es ejecutado periodo a periodo por cada agente *deposit*, según sea el valor del precio el *NPV* aumenta, disminuye o incluso puede volverse negativo. En complemento a esto, cada agente cuenta y recuerda las veces que el *NPV* fue superior a un cierto valor objetivo.

Los agentes *deposit* pretenden transformarse en minas activas en la medida que las condiciones del mercado los incentiven a esto. En el modelo esto ocurre cuando el *NPV*

¹² Se toma la definición más sencilla posible de *NPV* para hacer viable el modelamiento posterior.

se mantiene por encima del valor objetivo durante una cantidad considerable de periodos, entonces se activa la orden “*investment*”, efectuada por el mercado. Esta orden transforma al agente *deposit* en un agente *mine*, que hereda algunas de los rasgos de su predecesor; genera nuevos atributos y racionalidad (similar al caso de evolución de los agentes *undiscovered*); y también elimina al “agente padre”. Esta acción se activa en un periodo específico, pero se ejecuta con un retraso para imitar el tiempo dado en construir y poner en operación un proyecto minero.

4.2.3 Mine

Configuran la oferta principal de commodity dentro del sistema. Existen dos índoles: los agentes que pertenecen a esta categoría desde el inicio de la simulación y aquellos que evolucionan de agentes *deposit* a medida que avanzan los periodos, estos últimos acogen las propiedades de reservas¹³, ley media, producción, vida útil y opex del agente correspondiente. Estos agentes tienen además la posibilidad de elegir entre un estado operación activa o suspendida, dependiendo de su análisis sobre si el nivel del precio les permite funcionar rentablemente o no.

La racionalidad de esta clase de agentes es la siguiente: cuando se haya en estado activo entonces en cada turno oferta su producción¹⁴ al mercado, lo que reduce gradualmente su cuantía de reservas; cuando las reservas se hacen cero, en tal caso, el agente “muere” y sale de la dinámica (dando paso a nuevos productores). De forma simultánea, el agente evalúa si en ese periodo su operación generó beneficios o pérdidas financieras y luego guarda el resultado; si el agente percibe que durante una secuencia larga de periodos el precio no cubre sus costos de operación entonces toma la decisión de pasar a estado inactivo. Ocurre lo mismo en sentido inverso, cuando un agente se encuentra en estado inactivo, lleva la cuenta de los periodos en que el precio pagaría sus gastos operativos y si percibe un lapso considerable donde se sostenga esa situación entonces decide volver a estado de producción activa.

El acceso a información parcial de estos agentes y su forma individual de actuar es uno de los elementos más relevantes en la conformación de los estados de sobre oferta o sobre consumo que se manifiestan en el mercado.

En este sentido, cuando el precio sube los nuevos productores y aquellos que reactivan operación eventualmente inundan el mercado con un exceso de oferta, al suceder esto, aparece un punto de inflexión en la trayectoria del precio; Al darse la caída del valor del mismo los competidores con mayores costos gradualmente deben suspender su

¹³ El nivel de reservas que recibe la mina es aquel establecido al momento de tomar la decisión de transformar el depósito en una operación extractiva.

¹⁴ Se asume que el proceso de extracción y beneficio es ejecutado por estos agentes, por tanto la producción que entregan al mercado es el commodity en su pertinente forma de comercialización.

operación, lo que en cierto punto hará que la demanda supere nuevamente a la oferta y se origine otro cambio de estado en el mercado.

4.2.4 *Manufacturer*

Esta categoría equivale a los compradores que demandan el commodity para usarlo como un insumo en un proceso industrial. Tienen dos características, el nivel de demanda y el nivel de reciclaje.

La primera cualidad se manifiesta turno a turno, se asume es satisfecha por completo y puede aumentar o disminuir con respecto al turno anterior. Sin embargo, la tendencia general que sigue este factor se asume que será ascendente a través del tiempo. Esta decisión se basa en la inspección de información sobre el consumo global de commodities minerales. Sobre esto cabe mencionar que aunque las cantidades particulares varían, se observa en el largo plazo una orientación creciente en el consumo mundial de todos los commodities minerales, o al menos los considerados para la revisión bibliográfica de este trabajo.

La segunda condición, está relacionada con la racionalidad del agente y su evaluación sobre el comportamiento del precio. En los mercados reales se aprecia que al aumentar el valor del precio las industrias responden con un mayor porcentaje de reciclaje, el cual a su vez disminuye una vez que los precios caen. Esto se replica en el modelo en donde el nivel de reciclaje dependerá de si el valor actual del precio se ubica por encima o por debajo de su promedio histórico. De esta manera, esta clase de agentes también compone una parte (de menor proporción) en la oferta de la materia prima.

4.2.5 *Investor*

Estos agentes simbolizan el uso del commodity mineral como un activo de inversión dentro de un portafolio. La estructura de la racionalidad, propiedades y acciones de estos es diseñada a partir del modelo de mercado financiero artificial del Instituto Santa Fe (Arthur et al, 1997). Sus propiedades principales son su capital, el grado de aversión al riesgo, las expectativas que disponga y su *trading rule*.

Los agentes *investor* distribuyen su portafolio en 2 activos. El capital de un agente i se compone por la cantidad (X) de commodity que mantenga en un periodo t , el precio actual de este, y la cantidad de dinero que posea en un bono libre de riesgo (B) ofertado que paga una tasa fija (r_f) (ver Ecuación 8). Por otro lado, la aversión al riesgo se define mediante una constante absoluta λ (que puede variar de un agente a otro).

$$W_{i,t} = X_{i,t}(P_t) + B_{i,t}$$

Ecuación 8. Capital total del agente

En este orden de ideas, la cantidad de commodity ($X_{i,t+1}$) que el agente quiere tener en el próximo periodo, se calcula bajo la racionalidad de obtener el mejor rendimiento de su portafolio y considerando su nivel de aversión al riesgo. Esto se ilustra en la Ecuación 9, donde la expectativa $E_{i,t}$ es el valor que el agente anticipa tendrá el precio para el próximo periodo y $\sigma_{t,p}^2$ es la varianza empírica observada por el agente sobre la serie temporal del precio.

$$X_{i,t+1} = \frac{E_{i,t}[P_{t+1}] - P_t(1 + r_f)}{\lambda\sigma_{t,p}^2}$$

Ecuación 9. Cantidad de commodity requerida

El pronóstico del precio es generado a partir de una *trading rule* de forma polinómica (Ecuación 10) compuesta por los parámetros a_j y b_j . La primera parte es la ponderación otorgada al precio actual con respecto al precio futuro y la segunda es un rango considerado del cambio posible en el precio de un periodo a otro. En el modelo se considera un conjunto de estas reglas, de las cuales cada agente es asignado con una.

$$E_{i,t}[P_{t+1}] = a_{i,j}(P_t) + b_{i,j}$$

Ecuación 10. Composición de expectativa para el agente

El agente genera una expectativa que establece la cantidad de commodity que se propone mantener para el siguiente turno, después genera una orden de compra o venta según quiera aumentar o disminuir su stock particular. Periodo a periodo el agente percibe un cambio de su capital en base a la tasa del bono y a lo acertado de su proyección sobre el comportamiento del precio. Al variar en su aversión al riesgo y en las expectativas que generan, los agentes tendrán comportamientos diversos frente al mismo valor de precio y situación del mercado.

4.2.6 Market

Para viabilizar el funcionamiento del modelo se hace necesario que el mercado en sí mismo sea personificado por un agente. Este agente es indispensable pues controla la dinámica del modelo, es puente de interacción entre todos los demás agentes en el sistema y el único con un conocimiento pleno de las decisiones que toma cada individuo, aunque no puede intervenir en las mismas.

Las propiedades de esta entidad son: las agrupaciones de las demás clases de agentes presentes en el modelo, el nivel stocks, el precio del mercado y los registros históricos de los mismos.

Por otro lado, tiene 5 acciones asociadas para desempeñar en cada periodo: las ya mencionadas (*exploration* e *investment*) relacionadas con la evolución de los agentes del tipo *undiscovered* y *deposit*; además lleva cuenta de las minas operativas e inactivas y también da de baja en el sistema aquellas cuyas reservas se agotan.

La quinta función que cumple (y la más importante) consiste en generar el nuevo precio del commodity para el próximo periodo. Esto lo hace recolectando la oferta y demanda proveniente de los agentes *mine* (activos en el periodo), *manufacturer* e *investor*, luego hace un balance de stocks y aplica un mecanismo para reproducir el nuevo precio del mercado, este se enseña en la Ecuación 11.

$$P_{t+1} = P_t + \alpha(Q_d - Q_o) + \beta_t$$

Ecuación 11. Mecanismo para generar nuevo precio. Fuente: (Cárdenas, 2017)

El primer término (P_t) corresponde al precio del periodo actual; el segundo término toma en cuenta los fundamentos del mercado en cada periodo (resultantes de las acciones establecidas por los agentes), los cuales establecen una condición de sobre consumo o sobre oferta que le indica al mercado si el precio debería aumentar o disminuir con el fin de promover o desalentar la producción, en complemento, el término α es un parámetro de ajuste de la rapidez con que el valor del precio responde ante cambios en los stocks del mercado; finalmente, el último término es una variable de ruido que busca representar factores externos a los fundamentos del mercado (políticos, sociales, estacionales, etc.) que podrían tener influencia sobre el precio del commodity.

Una vez expuesto en detalle los elementos principales del modelo, en la sección final del capítulo se revisan detalles sobre los límites planteados en el modelo y su funcionamiento.

4.3 LÍMITES DEL MODELO

La sección final del capítulo expone algunas restricciones consideradas al modelar. Debe recordarse que los límites no son necesariamente fronteras físicas (o la representación de las mismas), pues como en el caso de este texto, hace referencia a supuestos que reducen la complejidad del modelo frente a la realidad, todos hechos en virtud de favorecer la programación consecuente. A continuación, se presenta el listado de los mismos, con su respectiva explicación y con referencia a que parte del modelo aluden.

4.3.1 Límites en la dinámica general del modelo:

- El modelo opera en tiempo discreto asumiendo que cada periodo equivale a un mes de tiempo real. Se establece de esta manera porque la intención es mostrar dinámicas manifestadas en el largo plazo, pero considerando una medida de tiempo mínima que otorgue margen de acción a los agentes ante cambios en los estímulos que reciben del entorno.
- La investigación y la innovación como factores de cambio no están consideradas dentro del modelo. Se sabe que estas permiten a los productores moverse a nuevas curvas de costo, convertir nuevas especies minerales en recursos y operar con tenores más bajos en el largo plazo. Por el lado de los consumidores, la innovación permite optimizar los consumos de materias primas, encontrar materiales sustitutos o inclusive crear nuevas aplicaciones que generen nueva demanda por un commodity.
- No se incluye la posibilidad de commodities sustitutos dentro del modelo. Este factor es clave en cualquier mercado, pues cuando el nivel del precio sube de manera sostenida, gran parte de los compradores se vuelcan a la búsqueda de materias primas más baratas que puedan cumplir las mismas funciones que el commodity en cuestión.
- Se asume que existe una única forma de comercialización del commodity mineral. Se tiene conciencia que en el tráfico real se generan diferencias al negociar con concentrados, lingotes, óxidos, cátodos, entre otros, pero asume el supuesto para sintetizar las transacciones dentro del modelo.

4.3.2 Límites en los elementos del modelo:

- Al tener completa independencia entre cada agente dentro del modelo, el concepto de compañía minera queda fuera del mismo, pues normalmente una compañía tiene diversos activos en los que se incluyen minas, proyectos en construcción y prospectos explorados, lo que confluencia en la toma de decisiones. Sin embargo, normalmente las minas funcionan con un alto grado de independencia a pesar de pertenecer a una misma compañía, por lo que la tesis central del modelo, exhibir como el actuar individual genera tendencias globales no se ve afectada.
- La noción de empresas “exploradoras junior” también es dejada por fuera de las consideraciones del modelo. El ejercicio de exploración queda en manos directamente del mercado. Esto se hace para no extender el número de clases de agentes, pero incluir la transformación de los recursos en reservas y posteriormente en commodity.

- Otro tipo de agentes económicos relevantes que se deja por fuera del modelo son los proveedores. Una de las razones de su trascendencia radica en que las relaciones comerciales que entablan con las minas impactan en los costos de producción. No obstante, su ausencia no causaría mayor impacto en la dinámica pues los costos de producción se establecen como fijos.
- Los agentes *mine* absorben los procesos metalúrgicos y de refinería, en consecuencia la presencia de las entidades que se dedican a este tipo de procesos (y su intervención e influencia en las dinámicas del mercado) es obviado en el modelo.
- Los agentes no cuentan con la capacidad de aumentar o disminuir su nivel de producción, esta capacidad se toma como fija durante la simulación. Tampoco pueden modificar sus costos de producción, que no disminuyen por mejoramiento de la productividad o innovación, pero tampoco aumentan durante las etapas de subida en el precio o por envejecimiento de las minas.
- La racionalidad para tomar la decisión de suspender o reiniciar operaciones en los agentes *mine* está bastante simplificada. Ciertamente, tomar este tipo de acciones considera si se pagan al menos costos fijos y parte de costos variables, la relación de costos *shut-down* y *start-up*, proyecciones del comportamiento futuro del precio, la duración de del periodo de operación con balance económico negativo, etc. En el modelo se restringe la decisión a última de las razones expuestas.
- Los agentes *manufacturer* establecen su nivel de demanda en cada periodo en base a una serie histórica establecida en las condiciones iniciales del sistema. La demanda sigue una trayectoria creciente, aunque turno a turno puede disminuir o bajar. En ese sentido, el agente no tiene ningún margen de acción sobre esa característica.
- Los agentes solo cuentan con 2 tipos de activos, bono y commodity. Se fija de esta forma porque el interés del modelo es representar la inversión en commodities minerales como parte de la dinámica del mercado.
- Para el caso del capital de inversión asignado a commodities se asume dentro del modelo que existe un vehículo de inversión único (comprar directamente un stock de commodity).
- Los agentes investor no pueden cambiar sus mecanismos para generar pronósticos, esto restringe un poco su capacidad para adaptarse e implica que en determinados periodos ciertos agentes cuenten con mejores pronósticos que otros.

CAPITULO 5 – PROGRAMACIÓN DEL MODELO

Como se explica anteriormente, el modelo en sí mismo corresponde específicamente a una abstracción parcial de la realidad, que en muchas ocasiones se simplifica en ciertos aspectos con propósito de que la operación interna de este sea posible al tiempo que se obtengan resultados lo suficientemente confiables.

Convertir la abstracción en un algoritmo ejecutable es la etapa del proceso que llamamos modelamiento. Para realizar esta tarea se utiliza el lenguaje de programación Python y el algoritmo se configura siguiendo el paradigma de la programación orientada a objetos.

5.1 PROGRAMACIÓN ORIENTADA A OBJETOS

En programación, un paradigma es un estilo para el desarrollo de programas, esto es, una guía para resolver problemas computacionales. Los lenguajes de programación, necesariamente, se encuadran en uno o varios paradigmas dependiendo del tipo de órdenes que permiten implementar (González, 2011). Existen diversos paradigmas de programación, cada uno siendo ideal para un conjunto particular de situaciones (lo que impide establecer que alguno sea necesariamente mejor que otro), los principales en la actualidad son el imperativo, declarativo, lógico, funcional y orientado a objetos. Este último, elegido para el trabajo.

La programación orientada a objetos establece un método (probado y estudiado), que se basa en las interacciones de objetos para resolver las necesidades de un sistema informático. Los objetos son entidades que representan elementos del problema a resolver y que tienen cualidades y comportamiento. Este paradigma se compone de varios conceptos claves para entenderlo, González (2011) enseña de manera bastante práctica estas definiciones:

- Clase: Es una plantilla genérica sobre la cual se construyen los objetos. En este molde se definen los atributos y métodos que tendrán todos los objetos pertenecientes a dicha clase.
- Objeto: Es una entidad que agrupa un estado y funcionalidad relacionados que la definen. Puede decirse que una clase corresponde al razonamiento abstracto de un objeto, mientras que el objeto es su materialización. La acción de tomar una clase y a partir de esta generar un objeto se llama “instanciar”, esto implica darle valores a los atributos que definen el estado del objeto.
- Atributos: Son las características intrínsecas del objeto y se representan como variables.
- Métodos: Son funciones que representan acciones propias que puede realizar el objeto.

- Herencia¹⁵: Se da cuando un objeto que comparte los mismos atributos y métodos que otro y además agrega algunos nuevos. Se le llama a menudo “extender una clase”.

La ventaja que ofrece seguir este paradigma al programar es que el concepto de objeto calza bastante bien con la definición de agente. Por lo que dentro del programa los diferentes tipos de agentes serán clases y cada una de las instancias de dichas clases serán los agentes-objetos del modelo.

Debe hablarse también sobre la herramienta informática usada. Python puede operar bajo varios paradigmas, pero es principalmente un lenguaje orientado a objetos, esto significa que manipula y trabaja este tipo de estructura de datos. En Python un objeto es cualquier cosa que pueda nombrarse y cada objeto pertenece a una clase (facilitando la organización, administración y creación de objetos con similares atributos y métodos), el lenguaje permite además definir nuestras propias clases e instanciarlas a discreción (Johansen, 2016).

Así mismo, Python utiliza una sintaxis muy simple y bastante parecida al lenguaje humano (esto propicia que algoritmo se escriba de forma bastante intuitiva) y permite dividir cualquier programa en módulos reutilizables y accesibles desde otros programas (característica conveniente a la hora de organizar el modelo y correr las simulaciones).

5.2 CONSTRUCCIÓN DEL ALGORITMO

Para organizar el algoritmo y facilitar la detección de errores o posteriores modificaciones al mismo, se divide el programa computacional en 3 módulos principales entrelazados, cada módulo contiene una parte del modelo.

El primer módulo contiene la programación de las clases, en este se establecen todos los atributos, métodos y racionalidad que definen cada tipo de agente, este se módulo se despliega en el anexo 1; de igual forma, en la Tabla 1¹⁶ se entrega un resumen de todos los atributos y métodos que definen cada clase en el modelo y una corta explicación sobre en qué consiste cada función.

El segundo módulo contiene las instancias de cada clase, es decir, los agentes-objetos programados y es en donde se fijan las condiciones iniciales para el modelo. Con esta configuración se puede garantizar que todas las simulaciones parten del mismo estado inicial y comparar resultados para distintas condiciones de partida.

¹⁵ Este concepto se implementa cuando al transformar un agente-objeto de la clase *Deposit* en un nuevo agente-objeto de la clase *Mine*, el nuevo objeto toma algunas propiedades de su antecesor pero también obtiene nuevas propiedades y métodos.

¹⁶ La clase *Undiscovered* no se incluye pues no tiene métodos y comparte atributos con la clase *Deposit*

Tabla 1. Resumen de clases. Fuente: Elaboración propia

Clase	Atributos	Métodos	
<i>Deposit</i>	gt_curve opex capex life_mine co_grade resource reserve operational_capacity mean_grade oper_cap npv streak	co_grade_est	Estima ley de corte para un precio dado
		resource_est	Entrega recursos para una ley de corte específica
		mean_grade_est	Calcula ley media para una ley de corte específica
		reserve_est	Devuelve reservas a partir de los recursos
		operational_capacity	Estima capacidad operativa del agente
		valuation	Calcula NPV en cada turno
		positive_streak	Contador de periodos con NPV positivo
		evol_to_mine	Crea un objeto Mine a partir de un objeto Deposit
		<i>Mine</i>	opex reserve mean_grade life_mine estate production profit_periods loss_periods
shutdown_startup	Cambia estado del agente, acorde si percibe una secuencia prolongada con ganancias o pérdidas		
counter_periods	Cuenta periodos positivos o negativos, según el estado del agente para ejecutar el método anterior		
<i>Manufacturer</i>	demand_evol demand recycling	update_demand	Entrega el nivel de demanda para cada periodo
		recycle	Define la tasa de reciclaje para el periodo dependiendo del valor del precio
<i>Investor</i>	risk_a bond commodity trading_rule wealth price_exp trade_order commodity_d	gen_exp	Crea una expectativa del próximo periodo de precio
		desired_stock	Determina el stock de commodity a mantener
		trading	Define cantidad de commodity a comprar o vender
		update_assets	Redistribuye el capital en cada activo
		calculate_wealth	Transforma los activos dinero
<i>Market</i>	stock_level price list_undiscovered list_deposits list_mines list_manufacturer list_investors h_stock h_price var	hist_var	Calcula la varianza empírica observada para la serie temporal del precio
		exploration	Convierte un agente undiscovered en un agente de clase deposit
		investment	Convierte un agente deposit en un agente mine
		closing	Inactiva de forma permanente un agente mina al agotar sus reservas
		active_operations	Cuenta y muestra el número de minas activas
		next_price_period	Establece el precio para el siguiente turno

Por último, el tercer módulo contiene la programación de la dinámica del sistema y es el módulo en donde se corren las simulaciones y se obtienen resultados. Este módulo se alimenta a su vez de la información en los módulos 1 y 2.

El algoritmo opera como se muestra en la Ilustración 10, las condiciones iniciales actualizan el estado de cada agente, luego se ejecutan las acciones (o no) por cada uno de estos acorde a su racionalidad, el ciclo se repite durante el número de periodos establecido al inicio y al final se obtienen la respuesta del sistema (vector del precio).

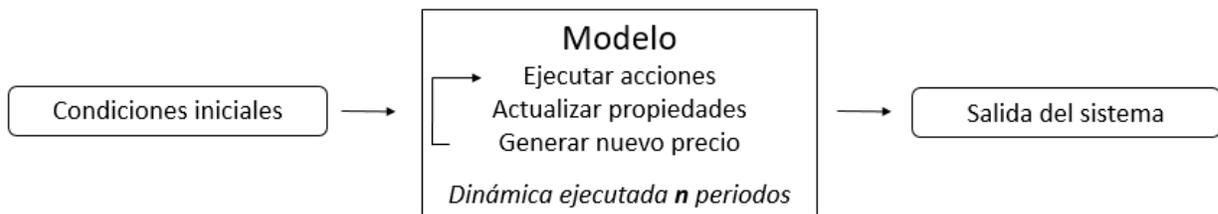


Ilustración 10. Operación del algoritmo
Fuente: Elaboración propia

La simulación implica que se activen los 24 métodos en algún momento del tiempo y también que se actualicen las propiedades mutables de todos los agentes (de cada una de las clases), y aunque cada acción contribuye a la construcción del resultado, no todas se relacionan directamente con la mecánica principal del sistema. Por ello, en la Ilustración 11 se presentan las propiedades involucradas directamente con los 2 aspectos más relevantes del funcionamiento del modelo: la configuración de los fundamentos del mercado y la evolución de los agentes productores.

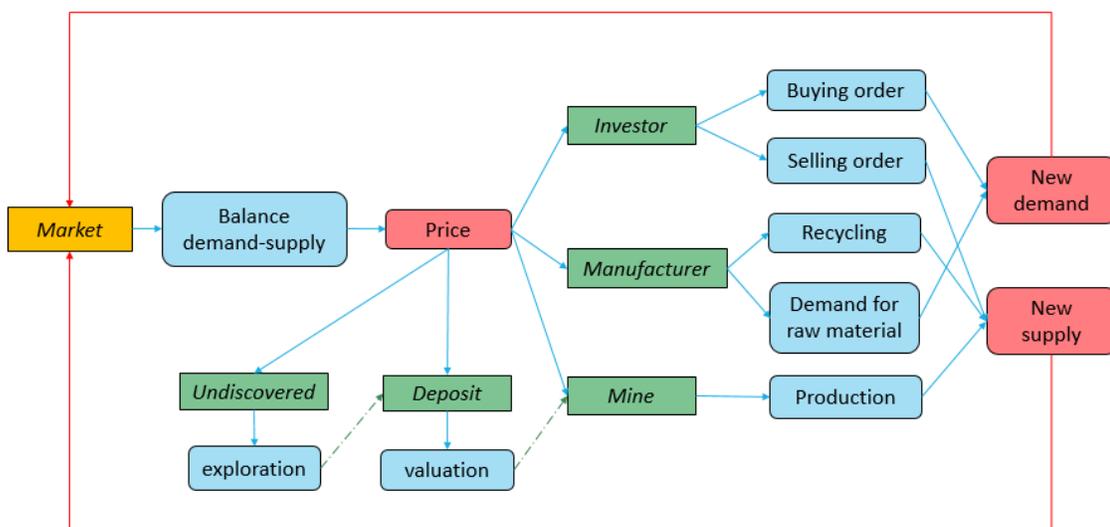


Ilustración 11. Dinámica principal de la simulación.
Fuente: Elaboración propia

Las propiedades y métodos mostrados se actualizan en cada turno, dependen del valor actual del precio y establecen directamente las condiciones para generar el precio en el periodo siguiente, perpetuando la dinámica.

Lo mostrado en esta sección corresponde al producto final del modelamiento, pero el proceso de programar (al menos para el caso de este trabajo) no es lineal sino iterativo. Varios intentos de ensayo y error fueron necesarios para identificar inconvenientes en el código y dar con la forma última del algoritmo. En la siguiente sección se muestra esta parte del trabajo.

5.3 VERIFICACIÓN Y CALIBRACIÓN

Para asegurar que el software funcionaba de manera correcta varias de las partes que componen el modelo se prueban de forma aislada. La intención detrás de esto es comprobar que todos los métodos y propiedades funcionan de manera correcta, para finalmente unir todos los elementos dentro de un único módulo. Las pruebas consisten en instanciar algunos agentes-objeto por separado, correr simulaciones y comprobar que la respuesta del sistema es coherente con el funcionamiento esperado del algoritmo. Para ejecutar las simulaciones e instanciar los agentes-objeto se usan valores creados artificialmente a partir de datos reales. Por el momento no se explica el manejo de unidades, pero estas tienen una congruencia interna dentro del modelo.

La primera prueba (que se muestra en la Ilustración 12) consiste en crear dos objetos de la clase *mine* y probar el funcionamiento del método *operate*, esto corresponde a una acción básica pero fundamental dentro del sistema, la entrada de nuevo commodity disponible al mercado y el agotamiento de las reservas mineras.

Al tratarse del primer test al modelo se parte con una sola clase, 2 objetos y un método. El aspecto clave es corroborar si el atributo *estate* opera de forma adecuada con el método *operate*. La simulación se corre por 5 periodos y en los resultados se aprecian 3 atributos para cada agente y la actualización de estos al final de cada turno.

El agente *mine1* inicia con operación activa y reporta en cada en cada periodo su nivel de producción a través del atributo *production* y sus reservas mineras en el atributo *reserve*, a medida que se reporta producción nueva, el nivel de reservas disminuye en cada periodo. De forma similar aparecen los resultados del agente *mine2*, con la diferencia que este se mantiene desde el inicio con el atributo *estate=0*, es decir, en operación temporalmente suspendida, por lo que no reporta una producción de commodity y su nivel de reservas mineras se mantiene constante a través del tiempo. Estos resultados son consistentes con las hipótesis planteadas y permiten concluir que la primera prueba es exitosa.

```
mine_test.py X
1 # -*- coding: utf-8 -*-
2 """
3 Created on Fri Oct 26 15:33:28 2018
4
5 @author: alex
6 """
7
8 from agents_ft import Mine
9
10
11 if __name__ == '__main__': #es la ejecucion del modulo que llamamos
12
13     mine1 = Mine(1200, 1408366.5920, 3.35, 1408366.5920/150)
14     print('mine 1:')
15     print('estate:', mine1.estate)
16     for i in range(5):
17         mine1.operate()
18         print('production:', mine1.production, 'reserve:', mine1.reserve)
19
20     print()
21
22     mine2 = Mine(1200, 2107366.5920, 2.95, 2107366.5920/130, 0)
23     print('mine 2:')
24     print('estate:', mine2.estate)
25     for i in range(5):
26         mine2.operate()
27         print('production:', mine2.production, 'reserve:', mine2.reserve)
28
```

```
Terminal 1/A X
In [53]: runfile('C:/Users/alex/Desktop/Mis_documentos/Universidad de Chile/Magíster en Minería/Tesis/Python/Códigos_Python/Modelo_Fictum/Prueba/mine_test.py', wdir='C:/Users/alex/Desktop/Mis_documentos/Universidad de Chile/Magíster en Minería/Tesis/Python/Códigos_Python/Prueba')
Reloaded modules: agents_ft
mine 1:
estate: 1
production: 17.946428571428573 reserve: 1408216.592
production: 17.946428571428573 reserve: 1408066.592
production: 17.946428571428573 reserve: 1407916.592
production: 17.946428571428573 reserve: 1407766.592
production: 17.946428571428573 reserve: 1407616.592

mine 2:
estate: 0
production: 0 reserve: 2107366.592
```

Ilustración 12. Prueba 1 – agentes Mine

El segundo test (ver Ilustración 13) se realiza con un agente de la clase *manufacturer* y evaluando los atributos *demand*, *demand_evol* y el método *update_demand* y una simulación de 10 turnos. En este caso se observa que el nivel de demanda reportado por el agente se va actualizando turno a turno y corresponde con la lectura correcta del archivo que contiene la demanda histórica del commodity, por lo tanto, en los 3 aspectos evaluados el funcionamiento del agente es correcto.

```

manufacturer_test.py X
1 # -*- coding: utf-8 -*-
2 """
3 Created on Fri Oct 26 16:07:43 2018
4
5 @author: alex
6 """
7
8 import numpy as np
9 from agents_ft5 import Manufacturer
10
11 if __name__ == '__main__': #es la ejecucion del modulo que llamamos
12
13     demand_evol = np.loadtxt("demanda_historia.txt")
14
15     man1 = Manufacturer(demand_evol)
16     for i in range(10):
17         dmd = man1.update_demand(i)
18         print('level demand turn', i, ':', man1.demand)

In [54]: runfile('C:/Users/alex/Desktop/Mis_documentos/Universidad de Chile/Magíster
Tesis/Python/Códigos_Python/Modelo_Fictum/Prueba/manufacturer_test.py', wdir='C:/U
Desktop/Mis_documentos/Universidad de Chile/Magíster en minería/Tesis/Python/Códig
Modelo_Fictum/Prueba')
Reloaded modules: agents_ft
level demand turn 0 : 104065.2059
level demand turn 1 : 105942.368
level demand turn 2 : 89855.68421
level demand turn 3 : 97679.10553
level demand turn 4 : 85334.98417
level demand turn 5 : 80023.80086
level demand turn 6 : 86019.8337
level demand turn 7 : 89849.45473
level demand turn 8 : 77012.26759
level demand turn 9 : 86004.7406

```

Ilustración 13. Prueba 2 - agente Manufacturer

Para el ensayo número 3 se incorporan las clases *mine*, *manufacturer* y *market* en la construcción del módulo de prueba. Sin embargo, el objeto de la última clase ejecuta sus métodos definidos directamente en el programa, por lo que corresponde a una configuración incipiente del mismo. En esta prueba se integran los dos agentes más relevantes en cuanto a los fundamentos de mercado, y por tanto a la dinámica central del sistema. El algoritmo y los resultados de la simulación se presentan en la Ilustración 14.

```

market1_test.py X
7 import random
8 import numpy as np
9 from agents_ft import Mine, Manufacturer, Market
10
11 if __name__ == '__main__':
12     gt_curve= np.loadtxt("gt_curve_seed.txt", skiprows=1, delimiter=',')
13     demand_evol= np.loadtxt("demanda_historia.txt")
14
15     list_dep=[]
16
17     mine1= Mine(1100, 1970458.24, 4.2, 1970458.24/150)
18     mine2= Mine(1000, 2370458.24, 3.2, 2370458.24/160)
19     mine3= Mine(1150, 1580458.24, 3.5, 1580458.24/130)
20     mine4= Mine(900, 2130458.24, 3.1, 2130458.24/120, 0)
21     mine5= Mine(1100, 1640458.24, 3.6, 1640458.24/150, 0)
22     mine6= Mine(800, 2310458.24, 3.7, 2310458.24/170, 0)
23     list_min= [mine1, mine2, mine3, mine4, mine5, mine6]
24
25
26     mnfc1= Manufacturer(demand_evol)
27     list_mfc= [mnfc1]
28
29
30     market= Market(2000000, 1000, [], list_dep, list_min, list_mfc,[], [], [])
31     print('initial price:', market.price)
32     print('initial stocks:', market.stock_level)
33
34
35     price= market.price
36     print('.....', 'market price', '.....', 'mines states')
37     for turn in range(20):
38         mine1.operate()
39         mine1.counter_periods(price)
40         mine1.shutdown_startup()
41         mine2.operate()
42         mine2.counter_periods(price)
43         mine2.shutdown_startup()
44         mine3.operate()
45         mine3.counter_periods(price)
46         mine3.shutdown_startup()
47         mine4.operate()
48         mine4.counter_periods(price)
49         mine4.shutdown_startup()
50         mine5.operate()
51         mine5.counter_periods(price)
52         mine5.shutdown_startup()
53         mine6.operate()
54         mine6.shutdown_startup()
55         mine6.counter_periods(price)
56         mnfc1.update_demand(turn)
57         m_supply = 0
58         m_demand = 0
59         for h in list_min:
60             m_supply = m_supply + h.production
61         for j in list_mfc:
62             m_demand = m_demand + j.demand
63         market.stock_level = market.stock_level - (m_demand - m_supply)
64         market.price = price + (0.003*(m_demand - m_supply)) + random.randint(-10,10)
65         print('period'+str(turn),market.price, ' ', mine1.estate, mine2.estate,
66             mine3.estate, mine4.estate, mine5.estate, mine6.estate,)
67

```

```

Reloaded modules: agents_ft5
initial price: 1000
initial stocks: 2000000
..... market price ..... mines states
period0 1017.4386737421429 1 1 1 0 0 0
period1 1011.7202480571428 1 1 1 0 0 0
period2 1009.3072454886428 1 1 1 0 0 0
period3 1006.4807586866428 1 1 1 0 0 0
period4 1019.6291404826428 1 1 1 0 0 0
period5 1003.8324629861429 1 1 1 0 0 0
period6 1019.7318679121429 1 1 1 0 0 0
period7 1013.3063110666428 1 1 1 0 0 0
period8 1004.3807329956428 1 1 1 0 0 0
period9 1018.7296039471429 1 1 1 0 0 0
period10 1013.3056211456428 1 1 1 0 0 0
period11 1003.8715060416429 1 1 1 1 0 0
period12 1024.1487386742856 1 1 1 1 0 1
period13 1024.803349852143 1 1 1 1 0 1
period14 1016.7291925371428 1 1 1 1 0 1
period15 1003.9287472626429 1 1 1 1 0 1
period16 1022.3250982306429 1 1 1 1 0 1
period17 1004.6515569326428 0 1 0 1 0 1
period18 1020.6868194471429 0 1 0 1 0 1
period19 1025.0395826971428 0 1 0 1 0 1

```

Ilustración 14. Prueba 3 – Elementos básicos del mercado

Para este caso se instancian 6 agentes de la clase *mine*, 1 agente de la clase *manufacturer* y el agente de la clase *market*. La simulación se ejecuta para 20 turnos apuntando a evaluar cómo interactúan los fundamentos de mercado, el procedimiento de este en cuanto a recibir información de los agentes operantes y retroalimentar el ciclo de la simulación, y la respuesta en comportamiento de los agentes *mine* ante la información que perciben del entorno.

La salida del programa (resaltada en el cuadro negro dentro de la ilustración anterior) muestra el precio del commodity en cada periodo (columna izquierda) y el estado de los agentes *mine* (columna derecha) en donde 1 representa que el agente se encuentra en estado activo y 0 que el agente se ha paralizado actividades.

En un rápido análisis vemos que el precio cambia turno a turno acorde con la ejecución del método *next_price_period*, lo que implica a su vez el funcionamiento correcto del agente *manufacturer* y los agentes *mine*. Estos últimos incluyen 2 métodos nuevos en el programa: *counter_periods* y *shutdown_startup*; en el periodo 17 los agentes *mine1* y *mine3* cambian su estado de activo a inactivo y el agente *mine6* hace lo opuesto en el periodo 12, esto significa que los métodos mencionados operan correctamente en ambas direcciones. De acuerdo con los resultados, puede concluirse que la prueba es satisfactoria.

En este sentido, en la prueba 4 se decide incluir 2 nuevas clases de agentes (*Undiscovered* y *Deposit*) junto con nuevos métodos del agente-market, en particular los relacionados con las clases referidas (*exploration*, *investment*) y con el cierre de los agentes *mine* cuyas reservas se agotan (*closing*). Adicional a los agentes usados en la prueba anterior se agregan 3 agentes de la clase *Undiscovered* y 2 de la clase *Deposit*. De igual forma, se cambia un poco la configuración del bucle para activar los métodos de los agentes participantes en el ejercicio, siendo mucho más similar a la configuración final. Se decide correr la prueba durante 160 periodos, con el fin de extender el tiempo lo suficiente para que algunos productores logren agotar sus reservas mineras. Todo esto puede apreciarse en la Ilustración 15.

La revisión de la respuesta del algoritmo se orienta a los puntos resaltados en el párrafo previo y se despliega en la Ilustración 16. En la primera parte se muestran 3 listas con los agentes pertenecientes a las categorías *Mine*, *Deposit* y *Undiscovered*, que hacen parte de las condiciones iniciales del sistema. Después vemos algunos impresos los mensajes “*successful exploration*” y “*new mine evolution*” que significan la ejecución de los métodos *exploration* e *investment* por parte del agente-market. En la última parte encontramos nuevamente las 3 listas iniciales, pero con algunos cambios resultantes de los métodos usados durante la simulación, notar que la lista de objetos *Undiscovered* está vacía, la lista *Deposit* tiene un objeto y la lista *Mine* aparece con 8.

```

9 import numpy as np
10 from agents_ft5 import Deposit, Mine, Manufacturer, Market
11 #from plots import plot_output
12
13 if __name__ == '__main__':
14     demand_evol= np.loadtxt("demanda_historia.txt")
15     gt_curve = np.loadtxt("gt_curve_seed.txt", skiprows=1, delimiter=',')
16
17     und1 = Deposit(gt_curve, 700, 40000000, 150)
18     und2 = Deposit(gt_curve, 700, 40000000, 150)
19     und3 = Deposit(gt_curve, 700, 40000000, 150)
20     list_und= [und1, und2, und3]
21
22     dep1 = Deposit(gt_curve, 700, 40000000, 150)
23     dep2 = Deposit(gt_curve, 800, 35000000, 140)
24     list_dep= [dep1, dep2]
25
26     mine1= Mine(1200, 1970458.24, 4.2, 140, 0)
27     mine2= Mine(850, 2370458.24, 3.2, 130)
28     mine3= Mine(1150, 1580458.24, 3.5, 170, 0)
29     mine4= Mine(890, 2130458.24, 3.1, 160)
30     mine5= Mine(1100, 1640458.24, 3.6, 160, 0)
31     mine6= Mine(800, 2310458.24, 3.7, 180)
32     list_min= [mine1, mine2, mine3, mine4, mine5, mine6]
33
34     mfc1= Manufacturer(demand_evol)
35     list_mfc= [mfc1]
36
37     market= Market(2000000, 900, list_und, list_dep, list_min, list_mfc, [],
38                   [2000000], [900])
39     print('initial price:',market.price,'initial stocks:',market.stock_level)
40     print('initial list of mines')
41     print(list_min)
42     print('.....')
43     print('initial list of deposits')
44     print(list_dep)
45     print('.....')
46     print('initial list of undiscovered')
47     print(list_und)
48     periods= 160
49     for turn in range(periods):
50         for dep in list_dep:
51             dep.co_grade_est(market.price)
52             dep.resource_est()
53             dep.mean_grade_est()
54             dep.reserve_est()
55             dep.operational_capacity()
56             dep.valuation(market.price)
57             dep.positive_streak()
58             dep.evol_to_mine()
59         for mine in list_min:
60             mine.operate()
61             mine.counter_periods(market.price)
62             mine.shutdown_startup()
63         for mfc in list_mfc:
64             mfc.update_demand(turn)
65             mfc.recycle(market.h_price, market.price)
66         market.exploration()
67         market.investment()
68         market.closing()
69         market.next_price_period()
70     print('historic mean price:', np.mean(np.array(market.h_price)))
71     print('.....')
72     print('.....')
73     print('.....')
74     print('final list of mines')
75     print(list_min)
76     print('.....')
77     print('final list of deposits')
78     print(list_dep)
79     print('.....')
80     print('final list of undiscovered')
81     print(list_und)

```

Ilustración 15. Prueba 4 - Mercado con evolución de agentes

```

Terminal 1/A X
In [56]: runfile('C:/Users/alex/Desktop/Mis_documentos/Universidad de Chile/Magister en minería/
Tesis/Python/Códigos_Python/Modelo_Fictum/Prueba/market4_test.py', wdir='C:/Users/alex/Desktop/
Mis_documentos/Universidad de Chile/Magister en minería/Tesis/Python/Códigos_Python/Modelo_Fictum/
Prueba')
Reloaded modules: agents_ft
initial price: 900 initial stocks: 2000000
initial list of mines
[<agents_ft5.Mine object at 0x0000018C893DE780>, <agents_ft5.Mine object at 0x0000018C893DEB38>,
<agents_ft5.Mine object at 0x0000018C893DE198>, <agents_ft5.Mine object at 0x0000018C893DEB00>,
<agents_ft5.Mine object at 0x0000018C893DEC50>, <agents_ft5.Mine object at 0x0000018C893DEBA8>]
.....
initial list of deposits
[<agents_ft5.Deposit object at 0x0000018C893DE9B0>, <agents_ft5.Deposit object at
0x0000018C893DE630>]
.....
initial list of undiscovered
[<agents_ft5.Deposit object at 0x0000018C893016D8>, <agents_ft5.Deposit object at
0x0000018C893014A8>, <agents_ft5.Deposit object at 0x0000018C893DED30>]
xxxxxxxxxxxxxxxxxxxx successful exploration
+++++++ new mine evolution
+++++++ new mine evolution
xxxxxxxxxxxxxxxxxxxx successful exploration
+++++++ new mine evolution
+++++++ new mine evolution
xxxxxxxxxxxxxxxxxxxx successful exploration
.....
.....
final list of mines
[<agents_ft5.Mine object at 0x0000018C893DE780>, <agents_ft5.Mine object at 0x0000018C893DE198>,
<agents_ft5.Mine object at 0x0000018C893DEC50>, <agents_ft5.Mine object at 0x0000018C893DEBA8>,
<agents_ft5.Mine object at 0x0000018C89301278>, <agents_ft5.Mine object at 0x0000018C89301438>,
<agents_ft5.Mine object at 0x0000018C89301320>, <agents_ft5.Mine object at 0x0000018C893012E8>]
.....
final list of deposits
[<agents_ft5.Deposit object at 0x0000018C893DED30>]
.....
final list of undiscovered
[]

```

Ilustración 16. Resultados Prueba 4

El estado final de las listas es congruente con las 3 activaciones exitosas del método *exploration* y con las 4 ejecuciones del método *investment*, pues demuestra que 3 objetos pasaron la lista “*list_und*” a “*list_dep*” dejando vacía la primera y que también de la lista “*list_dep*” migraron 4 objetos quedando esta con un solo agente en el reporte del estado final. Así mismo, para el caso del arreglo “*list_min*” que inicia con 6 objetos y termina con 8, esto refleja que llegaron 4 objetos nuevos durante la simulación y además que el método *closing* dio de baja a 2 agentes en la dinámica. Con este respaldo se infiere que el sistema funciona de forma adecuada con los nuevos elementos incluidos.

El último ensayo ejecutado se concentra en los objetos de la clase *Investor*, que se evalúan de forma aislada. En la Ilustración 17 se encuentra el montaje del experimento para esta clase, donde se configuran 3 agentes de la clase y los atributos pertinentes del agente-market. La simulación se programa para 13 periodos donde a partir del periodo 10 entran a ejecutarse los métodos de los agentes *investor*, esto debido a que el método *desired_stock* utiliza la varianza de la serie histórica de precios, entonces se permite que

el sistema tenga al menos 10 datos para cuando el agente-market estime el parámetro y los agentes investor comiencen a usar la información para actualizar sus atributos.

Los resultados del programa se entregan en la Ilustración 18 donde se imprime para los turnos 11 a 13 el valor de las variables precio y varianza reportados por el mercado y los atributos en ese turno para cada agente investor.

```
investors_test.py X
9 from agents_ft5 import Market, Investor
10 from agents_lists_lf225 import list_mfc
11
12 if __name__ == '__main__': #es la ejecucion del modulo que llamamos
13
14     trd_rule=[(0.98, 60), (0.98, 50), (0.98, 40)]
15     risk_a=[0.00008, 0.00009, 0.0001]
16
17     inv0 = Investor( risk_a[0] , 11060600 , 1042 , trd_rule[0] )
18     inv1 = Investor( risk_a[1] , 10438300 , 1030 , trd_rule[1] )
19     inv2 = Investor( risk_a[2] , 10525100 , 1042 , trd_rule[2] )
20     list_inv=[inv0, inv1, inv2]
21
22     market = Market(7000000, 1000, [], [], [], list_mfc, list_inv,[7000000],
23                    [1000])
24
25     print('initial price:',market.price,'initial stocks:',market.stock_level)
26     periods= 13
27     for turn in range(periods):
28         for mfc in list_mfc:
29             mfc.update_demand(turn)
30         market.next_price_period()
31         if turn > 10:
32             print('turn:', turn)
33             market.hist_var()
34             print('price:', market.price)
35             print('var:', market.var)
36             print('')
37             for inv in list_inv:
38                 print('inv'+str(list_inv.index(inv)))
39                 inv.gen_exp(market.price)
40                 print('next period price_exp:', inv.price_exp)
41                 inv.desired_stock(market.price, market.var)
42                 print('desired_stock:', inv.commodity_d)
43                 inv.trading()
44                 print('trade_order:', inv.trade_order)
45                 inv.update_assets(market.price)
46                 inv.calculate_wealth(market.price)
47                 print('bond:',inv.bond,',';','cmd:',inv.commodity,',';','wealth:',
48                       inv.wealth)
49                 print('-x-x-x-x-')
50             print('-----')
51             print('-----')
```

Ilustración 17. Prueba 5 - agentes Investor

```

Reloaded modules: agents_ft5, agents_lists_lf225
initial price: 1000 initial stocks: 7000000
turn: 11
price: 1082.9291559999997
var: 754.4854885645691

inv0
next period price_exp: 1116.2705728799997
desired_stock: 372.97147627766134
trade_order: 372.97147627766134
bond: 10763265.297122383 ; cmd: 1414.9714762776614 ; wealth: 12295579.163691824
-x-x-x-x-
inv1
next period price_exp: 1107.2705728799997
desired_stock: 198.9895472521459
trade_order: 198.9895472521459
bond: 10325036.501716824 ; cmd: 1228.989547252146 ; wealth: 11655945.114855412
-x-x-x-x-
inv2
next period price_exp: 1068.2705728799997
desired_stock: -337.8179576189257
trade_order: -337.8179576189257
bond: 10999842.244883167 ; cmd: 704.1820423810743 ; wealth: 11762421.50970926
-x-x-x-x-
-----
turn: 12
price: 1087.4292186131818
var: 867.0618972125002

inv0
next period price_exp: 1121.6806342409182
desired_stock: 337.01635830093414
trade_order: 337.01635830093414
bond: 10500751.700574892 ; cmd: 1751.9878345785955 ; wealth: 12405914.462550495
-x-x-x-x-
inv1
next period price_exp: 1103.6806342409182
desired_stock: 68.9060564302305
trade_order: 68.9060564302305
bond: 10352607.103041334 ; cmd: 1297.8956036823765 ; wealth: 11763976.705195144
-x-x-x-x-
inv2
next period price_exp: 1088.6806342409182
desired_stock: -110.9825790907424
trade_order: -110.9825790907424
bond: 11231733.223584924 ; cmd: 593.1994632903319 ; wealth: 11876795.652432488
-x-x-x-x-
-----

```

Ilustración 18. Resultados prueba 5

Como se observa, en cada turno los agentes generan una expectativa de precio distinta, que repercute en una cantidad distinta de commodity a mantener y comerciar. De la misma forma, la cantidad de dinero que poseen en la forma de bono se acomoda al commodity tranzado y aumentando según la tasa libre de riesgo, al final el capital del

agente viene de la suma de ambos activos y concuerda con la valoración del commodity y la suma del dinero en el bono. En consecuencia, se determina que el comportamiento de esta parte del sistema es acorde la expectativa.

Como parte final de esta sección se presenta una muestra del proceso de calibración de 2 variables en el mecanismo generador de precio del agente mercado, los factores α y β_t , que reflejan la velocidad de respuesta del precio frente a cambios en los stocks del mercado y una variable de ruido blanco respectivamente. La muestra de las pruebas hechas para estos parámetros está en la Ilustración 19, Ilustración 20 e Ilustración 21.

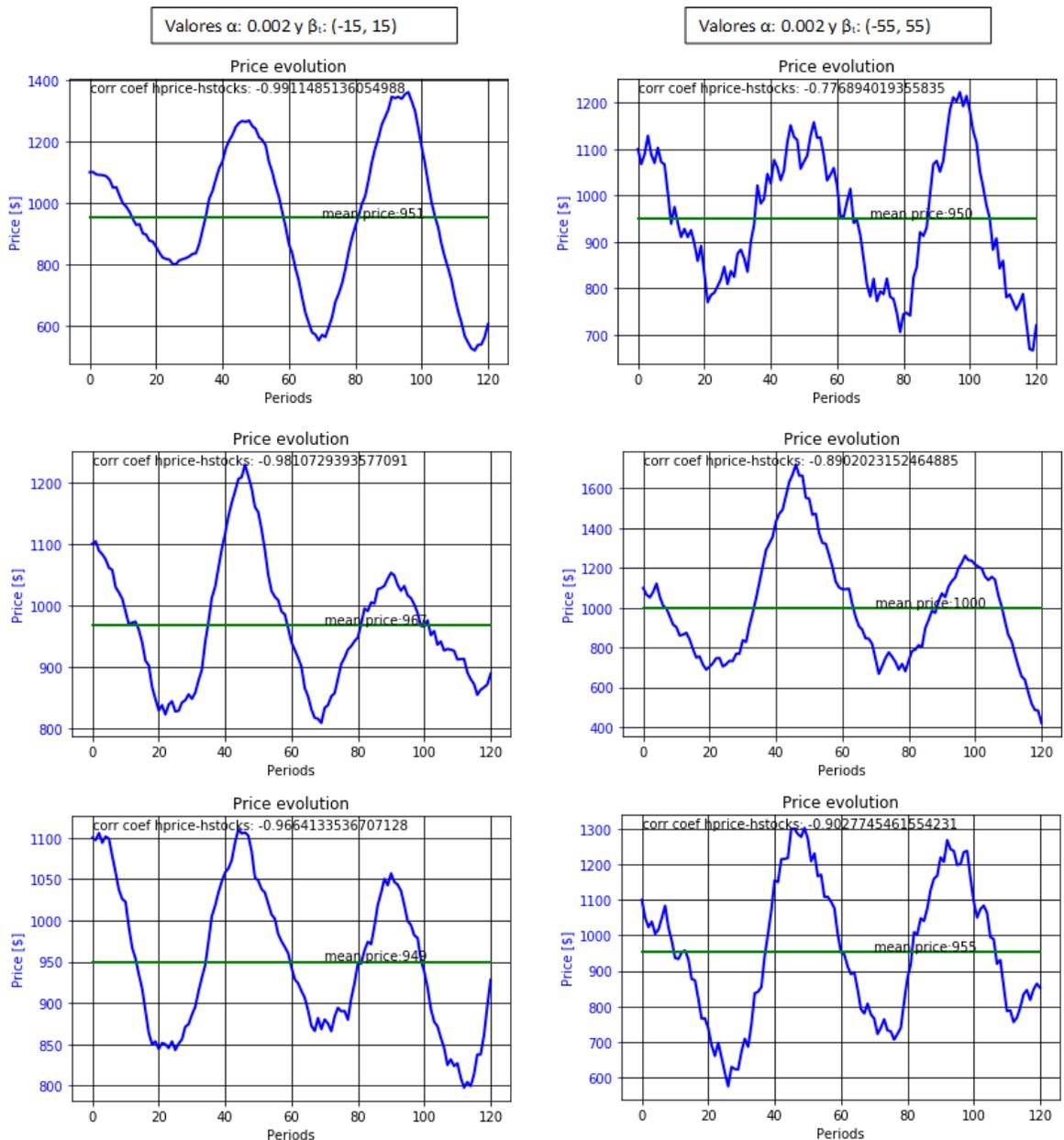


Ilustración 19. Prueba de parámetros y sensibilidad del modelo – muestra 1

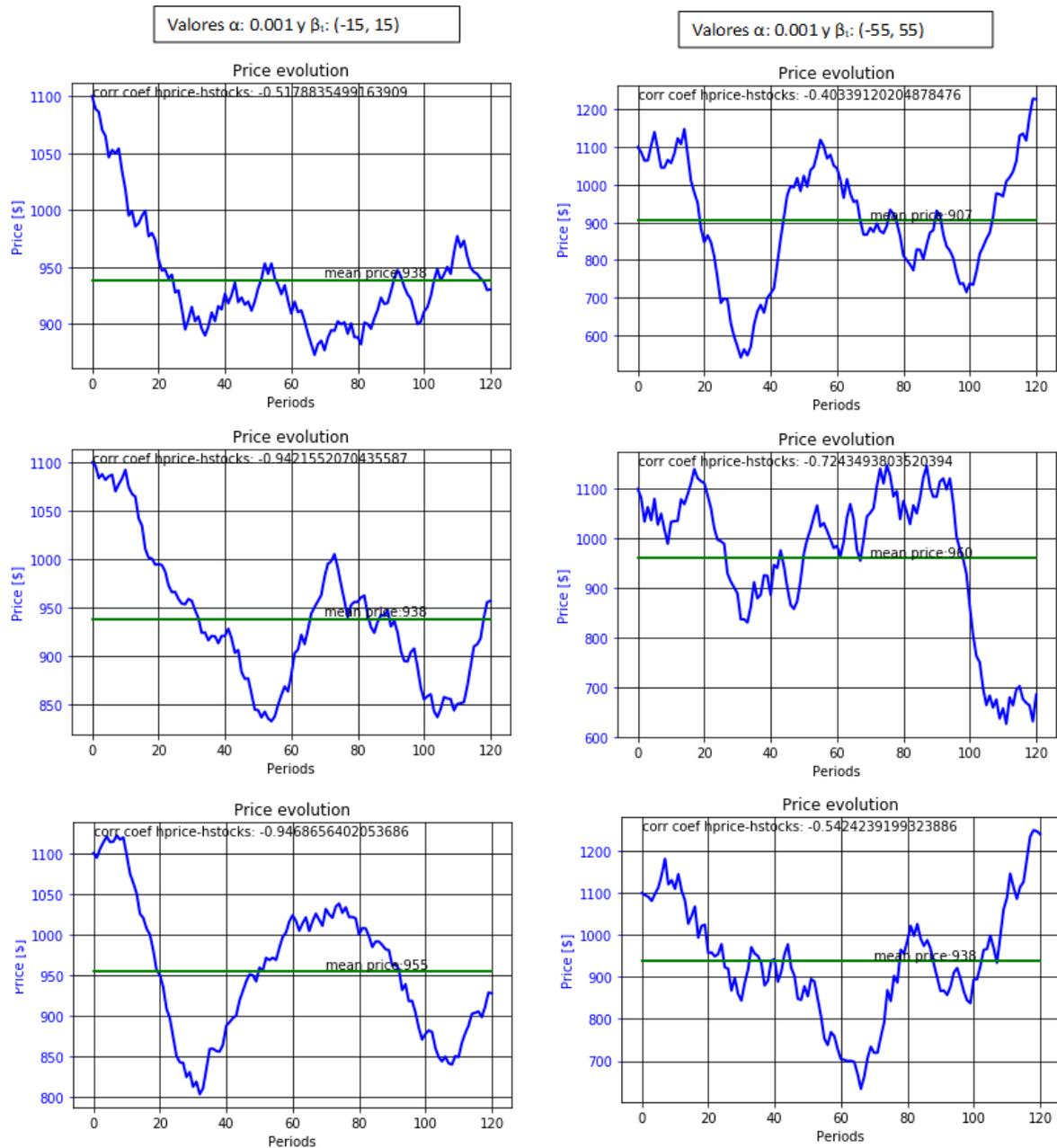


Ilustración 20. Prueba de parámetros y sensibilidad del modelo – muestra 2

La influencia de cada parámetro sobre el vector de precio es distinta, en esta etapa del trabajo solo se hace un análisis visual sobre el efecto reflejado en las curvas de precios generadas como salida del modelo. En primer lugar, el factor α tiene influencia en la frecuencia de los ciclos, es decir, que tan rápido cambia de estado el mercado de sobreconsumo a sobre-oferta; Por su parte, el factor β_t con un cambio en la amplitud del rango de $\pm 5\%$ y $\pm 10\%$ del precio inicial del mercado refleja su influencia en los valores extremos que alcanza el vector de precios antes de llegar a los puntos de inflexión donde el mercado cambia su estado.

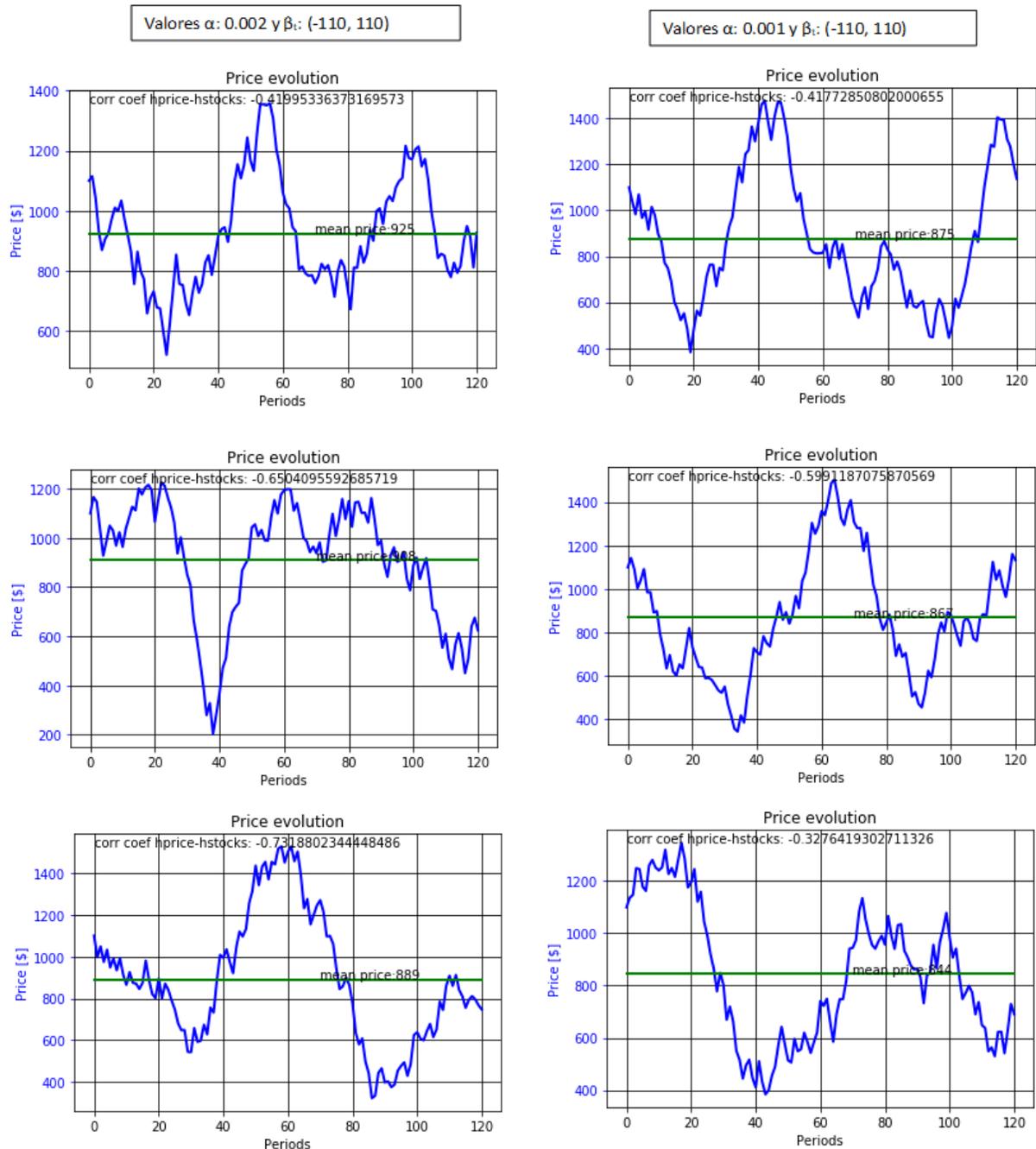


Ilustración 21. Prueba de parámetros y sensibilidad del modelo – muestra 3

Es importante aclarar que las pruebas mostradas fueron aquellas donde se obtuvo un resultado apropiado para las hipótesis sobre la dinámica del sistema y que para llegar a esto hubo errores corregidos y replanteamientos sobre el código hasta llegar a su versión final.

Dando fin a la etapa de calibración se procede en la próxima sección a mostrar el montaje del sistema completo, las condiciones iniciales y los resultados de las simulaciones.

CAPITULO 6 – ESTUDIO DE CASO

6.1 CONFIGURACIÓN DE EXPERIMENTOS

Una vez comprobados de forma individual todos los elementos, así como su funcionamiento conjunto y la calibración de parámetros, se procede con diseñar el montaje de los experimentos dentro del entorno.

Para llevar a cabo el experimento se utilizan datos artificiales generados a partir de información real y que hacen referencia a un commodity mineral imaginario. Un metal que es usado como materia prima para procesos industriales y también hay inversionistas que compran stocks del metal para usarlo como activo de inversión. El precio del metal, la producción de mina y comercialización del mismo se mide en onzas (oz).

Resulta conveniente aclarar que el uso de datos ficticios fue necesario puesto que la dinámica del modelo exige la entrada de información sobre niveles de producción, costos, recursos y reservas, consumos históricos, proyecciones de demanda, entre otros datos cuya disponibilidad es bastante limitada para un commodity real. En este sentido, se opta por generar los escenarios del modelo con información ficticia construida a partir de una semilla de datos reales, luego los resultados arrojados por el sistema se evalúan y su comportamiento se compara con el de metales reales.

Como se menciona en el capítulo anterior, la simulación incorpora tres módulos. Los módulos 1 y 2 (que se presentan en el anexo 1 y anexo 2) contienen la definición de clases, atributos, métodos; y las instancias de los agentes-objetos para cada clase respectivamente. Esto se esquematiza seguido en la Ilustración 22.

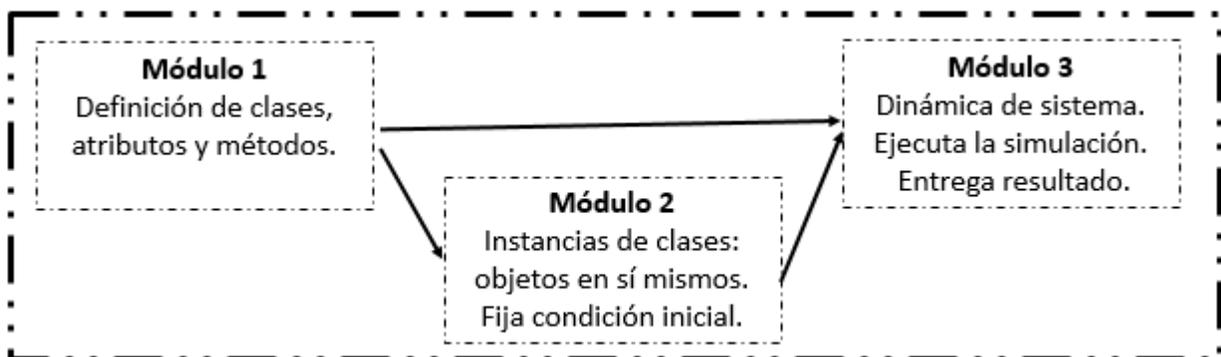


Ilustración 22. Configuración del algoritmo. Fuente: Elaboración propia

Esta estructura del algoritmo permite presentar el modelo de forma más ordenada, así como entender el código y detectar errores en la programación con mayor facilidad.

El programa se diseña para ejecutar una simulación a la vez y al terminar entrega como salida el registro temporal del precio en el mercado (se espera que este describa algún tipo de comportamiento cíclico), los movimientos de stocks, el precio promedio histórico, la correlación estimada entre la serie de precios y el movimiento de stocks, el registro de minas activas en cada periodo y la varianza del precio en un archivo de texto plano.

6.2 CONDICIONES INICIALES

El módulo 2 (compuesto por las instancias y las listas de objetos) contiene 20 agentes *Undiscovered*, 40 agentes *Deposit*, 40 agentes *Mine*, 20 agentes *Investor* y 1 agente *Manufacturer*, con esto define la condición inicial de los agentes dentro del sistema y asegura que cualquier conjunto de simulaciones ejecutadas partan del mismo estado.

Solo se instancia un agente de la clase *Manufacturer* porque se decide considerar el uso industrial del commodity como un todo, obviando los tipos de industrias que lo consumen. En este sentido, el nivel de consumo sigue una tendencia de largo plazo creciente, al final de los 360 periodos llega a ser aproximadamente el doble que al inicio, se propone de esta forma ya que los niveles de consumo de todos los commodities minerales revisados exhibían esta tendencia. A su vez, el grado de reciclaje varía según el nivel de los precios, es mayor cuando el precio se eleva y disminuye cuando este baja, como respuesta al incentivo que representa el precio.

El costo de producción de los agentes *Mine* varía entre 800 \$USD y 1200 \$USD por periodo, el *life of mine* se mueve en el rango de 200 a 250 periodos y el número de periodos de espera trabajando a pérdida (si está activo) o dejando de generar ganancias (si la mina está inactiva) es de 12 periodos, con esto se busca emular el tiempo de respuesta que tienen las minas hacia las tendencias del precio e incorporar (de manera simplificada) el concepto del costo shut-down/start-up para suspender o reactivar la operación de las minas. Estas condiciones también aplican para los agentes *Deposit* y *Undiscovered* que eventualmente se transformen en agentes *Mine*, adicionalmente la propiedad *capex* en estos se instancia en el rango 25.000.000 a 50.000.000 \$USD.

A su vez, el módulo 3 (mostrado en la Ilustración 23) contiene la dinámica del sistema, instancia al agente *Market* responsable de controlarla y permite establecer algunas condiciones de la simulación como el número de periodos o el estado inicial del mercado (un precio inicial de 1100 \$USD/oz y stocks de 7.000.000 oz).

Para el experimento se ejecutan 50 simulaciones de 360 periodos (30 años de tiempo real) partiendo siempre de las mismas condiciones iniciales. Los datos provenientes de estas simulaciones se almacenan como respaldo para los cálculos posteriores que evalúan el comportamiento del sistema.

```

agents_class_definition.py* X agents_instance_lf225.py X market_verification.py X plots.py
7
8 import numpy as np
9 from agents_instance_lf225 import list_und,list_dep,list_min,list_mfc,list_inv
10 from agents_class_definition import Market
11 from plots import plot_output
12
13 if __name__ == '__main__':
14     market = Market(7000000, 1100, list_und, list_dep, list_min, list_mfc,
15                    list_inv, [7000000], [1100])
16
17     print('initial price:',market.price,'initial stocks:',market.stock_level)
18     periods=360
19     for turn in range(periods):
20         for dep in list_dep:
21             dep.co_grade_est(market.price)
22             dep.resource_est()
23             dep.mean_grade_est()
24             dep.reserve_est()
25             dep.operational_capacity()
26             dep.valuation(market.price)
27             dep.positive_streak()
28         for mine in list_min:
29             mine.operate()
30             mine.counter_periods(market.price)
31             mine.shutdown_startup()
32         for mfc in list_mfc:
33             mfc.update_demand(turn)
34             mfc.recycle(market.h_price, market.price)
35         if turn > 9:
36             for inv in list_inv:
37                 inv.gen_exp(market.price)
38                 inv.desired_stock(market.price, market.var)
39                 inv.trading()
40                 inv.update_assets(market.price)
41                 inv.calculate_wealth(market.price)
42             market.hist_var()
43             market.exploration()
44             market.investment()
45             market.closing()
46             market.next_price_period()
47             print('turn:', turn, 'price:',market.price,'demand:',mfc.demand,
48                   'stock:', market.stock_level)
49             market.active_operations()
50             corr = np.corrcoef(market.h_price, market.h_stock)
51             print('corr_coef:', corr[0][1])
52             print('historic mean price:', np.mean(np.array(market.h_price)))
53             plot_output(periods, market.h_price,market.h_stock)

```

Ilustración 23. Módulo 3 – dinámica de simulación

En la siguiente sección se exponen resultados y análisis de las salidas del modelo. Con objeto de ilustrar los resultados se presenta una muestra de los *outputs* del modelo, esta consiste en el 10% del total de la población de simulaciones.

6.3 RESULTADOS Y ANÁLISIS

En esta sección se analizan los resultados arrojados por el modelo, de dos formas: En primer lugar, se hace una revisión de los gráficos obtenidos a partir del entorno; Luego, se aplican 3 test estadísticos para evaluar los datos obtenidos en cada simulación. Así mismo, como se menciona al inicio del capítulo, será contrastada la salida del sistema contra curvas de commodities reales, en este caso, el oro, el cobre y el níquel.

6.3.1 Despliegue de salidas del sistema

Esta primer parte corresponde a análisis cualitativo donde se presentan: Las curvas de precio de commodities reales para precios mensuales para los último 30 años, esto con objeto de tener el mismo formato usado para las simulaciones; Una muestra de las series temporales de precio para el 10% de la población de simulaciones; El despliegue de todos los gráficos de simulaciones con la curva promedio; La evolución de la varianza en el fenómeno estudiado; Y finalmente, una muestra de los gráficos de precio vs el número de minas activas durante cada periodo en el experimento.

6.3.1.1 Curvas de commodities reales

Seguido, desde la Ilustración 24 hasta la Ilustración 26, se presentan las curvas de commodities reales. Los precios van de 1989 a 2019 en escala temporal mensual, se exhibe tanto la curva de precio nominal como la curva de precio real.

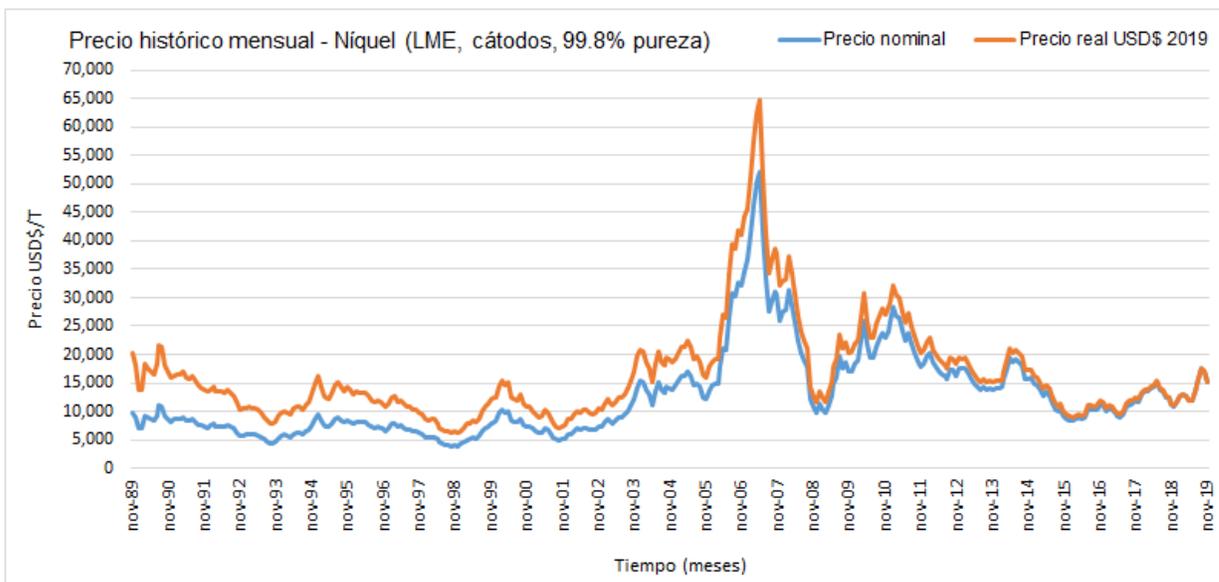


Ilustración 24. Precio del níquel

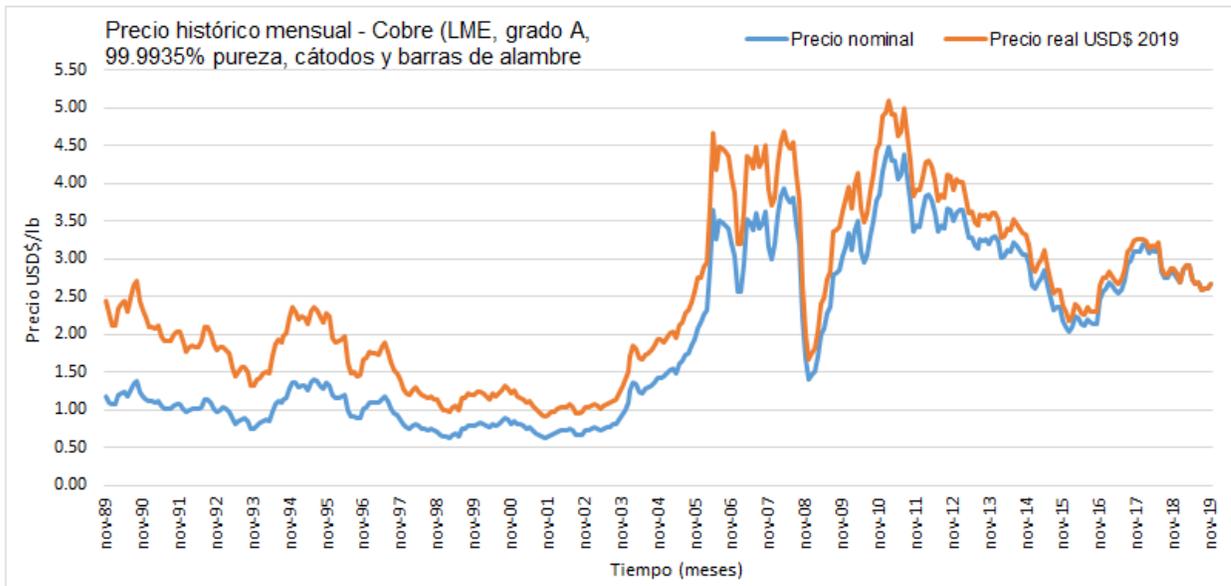


Ilustración 25. Precio del cobre

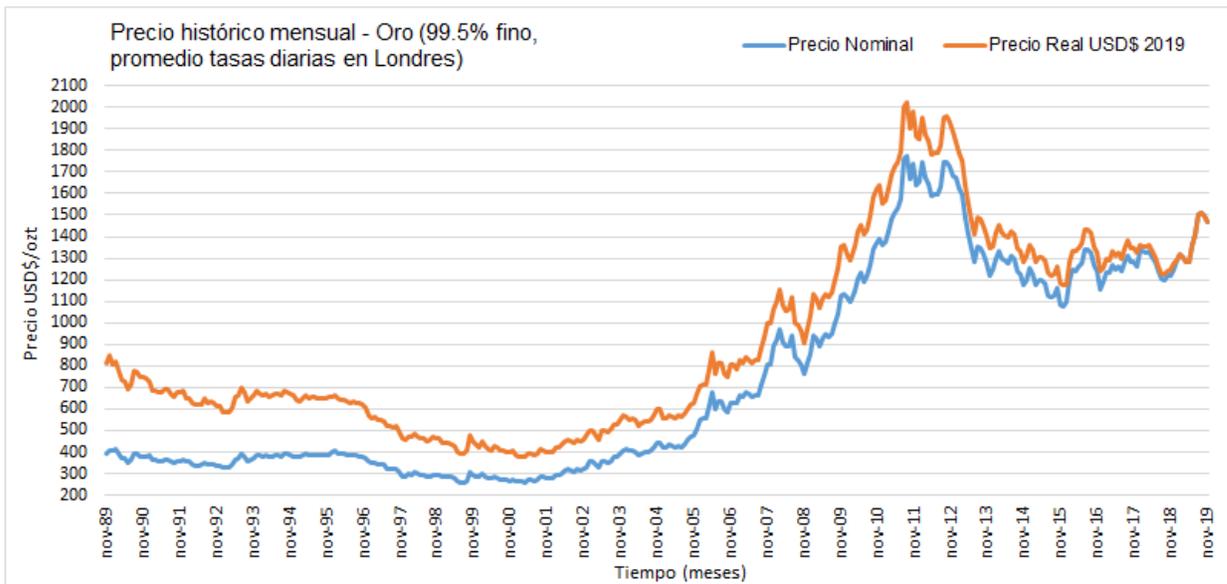


Ilustración 26. Precio del oro

Puede notarse que cada metal se mueve en un rango de precios distinto y la forma de la curva también difiere en cada caso. Sin embargo, el comportamiento cíclico es una constante en todos los casos.

Llama la atención también algunos momentos de inflexión comunes como el inicio de ascenso de precios a principios de la década del 2000, el desplome repentino durante la turbulencia económica del 2008 (iniciada con la “crisis de las *subprime*”), la posterior recuperación de los precios y la nueva caída de precios alrededor de 2011 cuando los mercados entran en un estado de sobreoferta.

6.3.1.2 Muestra de simulaciones

En la Ilustración 27 se exhibe una muestra de las series de precio de las simulaciones (se eligen usando un generador de números aleatorios, los correspondientes números de estas son: 5, 17, 23, 35 y 44). Cada trayectoria corresponde a un escenario posible de desarrollo del precio en el largo plazo. En el análisis de datos obtenemos un precio promedio histórico para todas las simulaciones de 988 \$USD/oz.

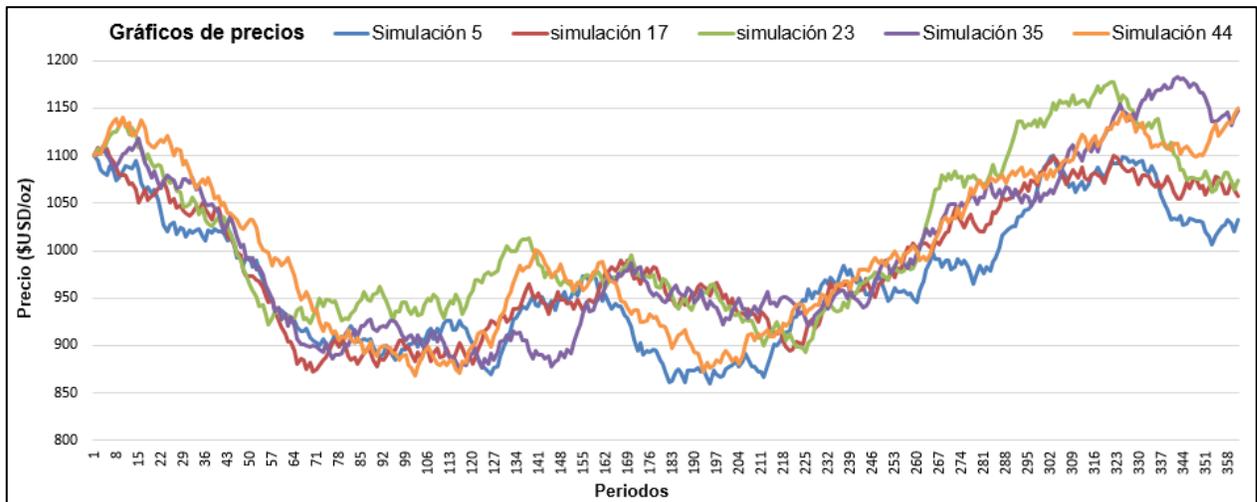


Ilustración 27. Gráficos de precios de simulaciones

Aunque resulta evidente que cada simulación sigue una trayectoria singular en el tiempo corto y mediano, en todos los casos se observa el comportamiento cíclico esperado en el largo plazo así como la alternancia de los dos estados del mercado. Pueden notarse algunas tendencias comunes como la rápida entrada del mercado en estado de sobreoferta (probablemente producto de las condiciones iniciales seteadas) que se extiende aproximadamente hasta los periodos 70 a 90; Así mismo, una inflexión y cambio de estado a sobredemanda que puede estimarse entre los periodos 190 a 210; De igual forma, en el rango aproximado del periodo 100 hasta el periodo 200, las curvas exhiben (en menor y mayor medida según el caso) una orientación del precio al alza que se sostiene en el mediano plazo y luego retorna hacia una nueva etapa de caída.

Es importante advertir que los comportamientos mencionados tienen similitud (al menos cualitativamente) con las observaciones en las curvas de commodities reales. Lo cual satisface una de las expectativas generadas a partir de los supuestos con los que se construyó este trabajo. En este sentido, encontramos que el coeficiente de correlación promedio entre el vector del precio y el movimiento histórico de stocks en el mercado tiene un valor de -0.78. Esto resulta congruente con las hipótesis planteadas y con la configuración interna del sistema, ya que al disminuir stocks el mercado advierte la sobredemanda generando un precio mayor (que estimule la producción) y operaria de forma inversa cuando se da el caso opuesto.

6.3.1.3 Población de simulaciones y curva promedio

La Ilustración 28 muestra las curvas de todas las simulaciones superpuestas (color gris) junto con la curva compuesta por el precio promedio periodo a periodo (color rojo). En este gráfico se hace aún más notoria la tendencia de largo plazo del mercado, comenzando con una caída del precio que luego se aplana y finalmente vuelve a inclinarse al alza hacia el final del tiempo considerado para el experimento.

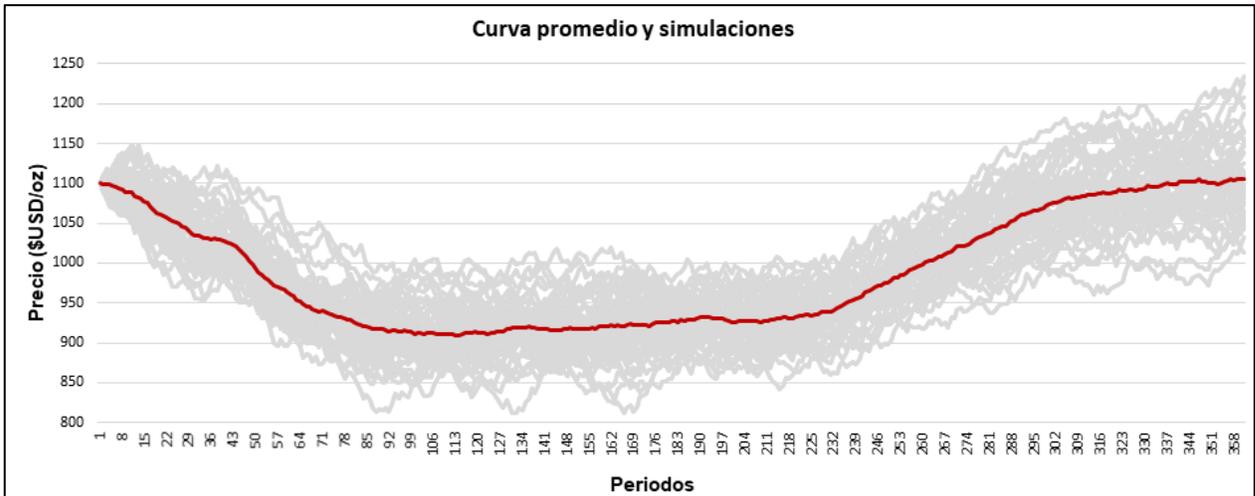


Ilustración 28. Población de simulaciones y curva promedio¹⁷

6.3.1.4 Evolución de la varianza

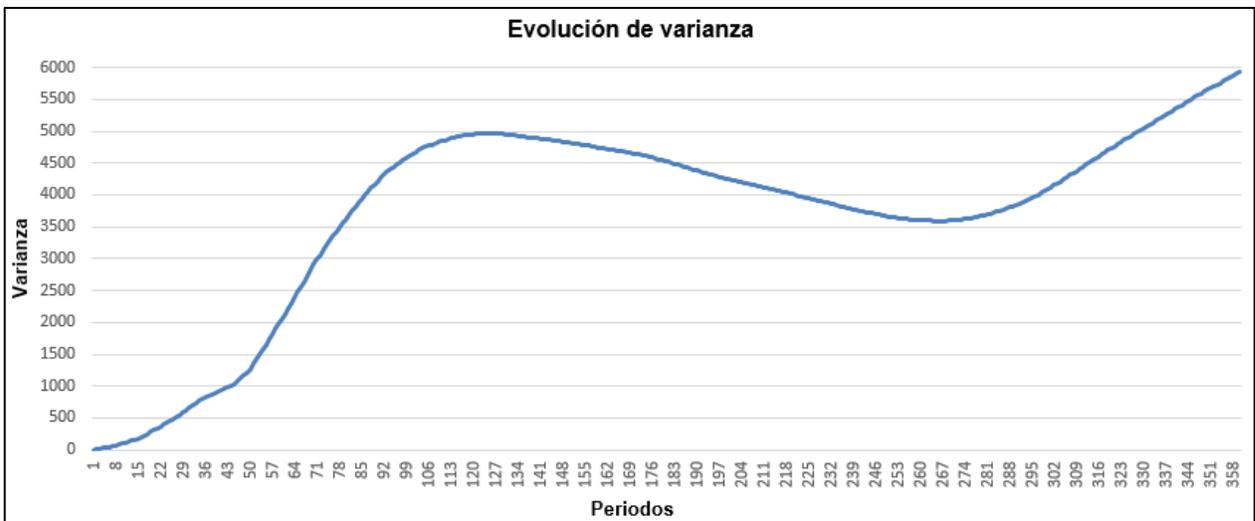


Ilustración 29. Evolución de la varianza en el experimento

¹⁷ Si eventualmente se pretende llegar hasta un modelo con propósitos predictivos, este tipo de figura sería un buen punto de partida para establecer escenarios posibles y probables en planificación estratégica.

El gráfico con la evolución de la varianza del sistema se presenta en la Ilustración 29. Esta describe una trayectoria creciente a medida que avanzan los periodos dentro del experimento, situación que era esperable dada la naturaleza del fenómeno simulado y que conversa con las presunciones del modelo.

6.3.1.5 Productores activos vs tiempo-nivel de precio

Se entrega en la ilustración 30 a ilustración 34, la evolución del valor del precio en el tiempo y la cantidad de operaciones activas en el sistema periodo a periodo.



Ilustración 30. Minas activas y valor de precio en simulación 5



Ilustración 31. Minas activas y valor de precio en simulación 17



Ilustración 32. Minas activas y valor de precio en simulación 23



Ilustración 33. Minas activas y valor de precio en simulación 35

En las ilustraciones elegidas de muestra se observa dos tipos de comportamiento: Antes del periodo 100 (aproximadamente) hay un aumento del número de operaciones activas seguido de una caída sostenida; Después, la curva sigue un comportamiento similar al de la curva del precio hasta el final de la simulación.

Otro aspecto llamativo es que suelen reactivarse (o entrar a operación por primera vez) siempre varias minas en cortos periodos de tiempo y con un cierto desfase al movimiento al alza del precio, lo que sería un reflejo de la inelasticidad de la oferta en corto plazo, rasgo que caracteriza a los mercados de commodities.

6.3.2 Función de autocorrelación simple

La función de autocorrelación simple es una herramienta para análisis estadístico que permite conocer el nivel de correlación de un grupo de datos y con qué retardo (*lag*) ocurre, es decir, nos ayuda a saber cuánta dependencia tienen los datos de un periodo determinado con los mismos de ciertos periodos anteriores.

La utilidad de la función de autocorrelación radica especialmente en la forma como permite representar resultados, pues a partir de ello es donde se generan conclusiones.

Para el estudio de caso tomamos los datos de las series del oro, cobre y níquel, como referencia de metales reales. De igual forma, se calcula y grafica los resultados obtenidos con los datos de la muestra de simulaciones (5, 17, 23, 35 y 44). El análisis se hace iniciando con un *lag* = 1 periodo y considerando hasta un *lag* = 60 periodos, que representarían 5 años de tiempo real.

6.3.2.1 Gráficos de FAS para metales

En la Ilustración 34 y hasta la Ilustración 36, se exhiben las gráficas de la función de autocorrelación simple para los metales reales tomados como referencia.

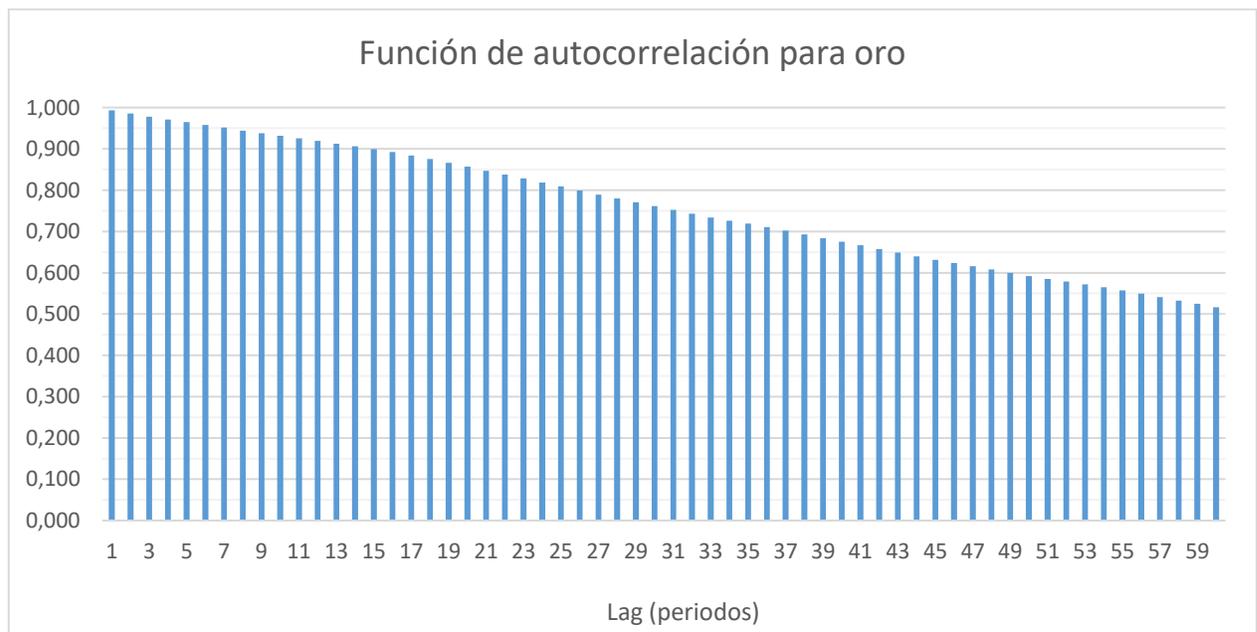


Ilustración 34. FAS para curva de Au

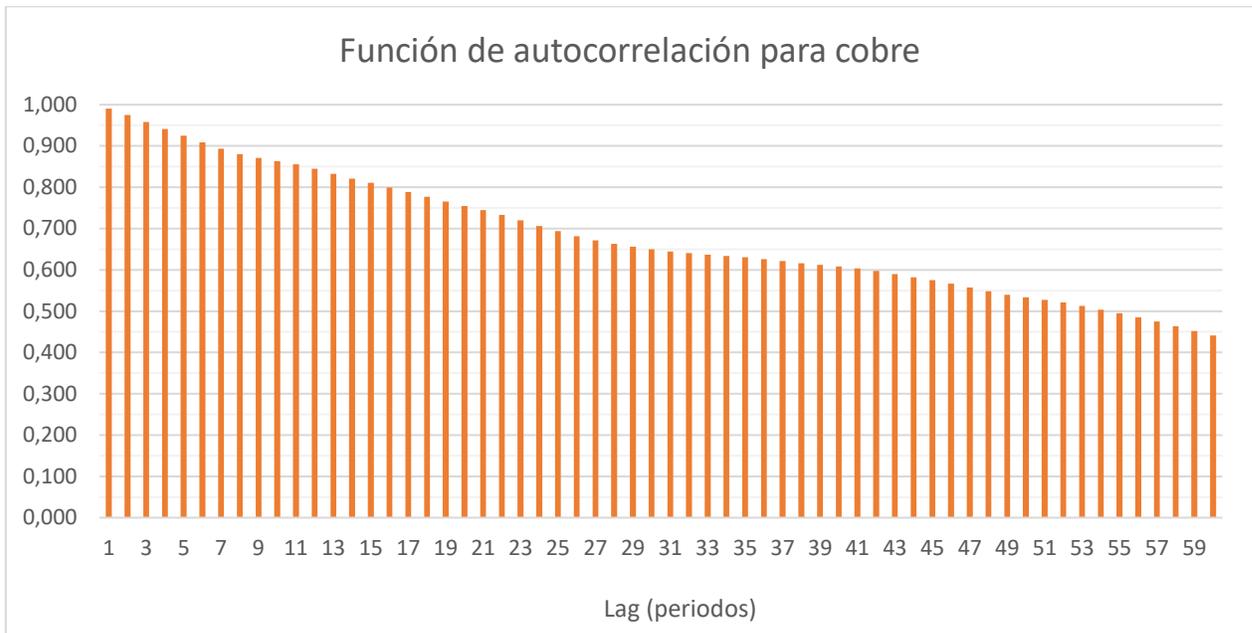


Ilustración 35. FAS para curva de Cu

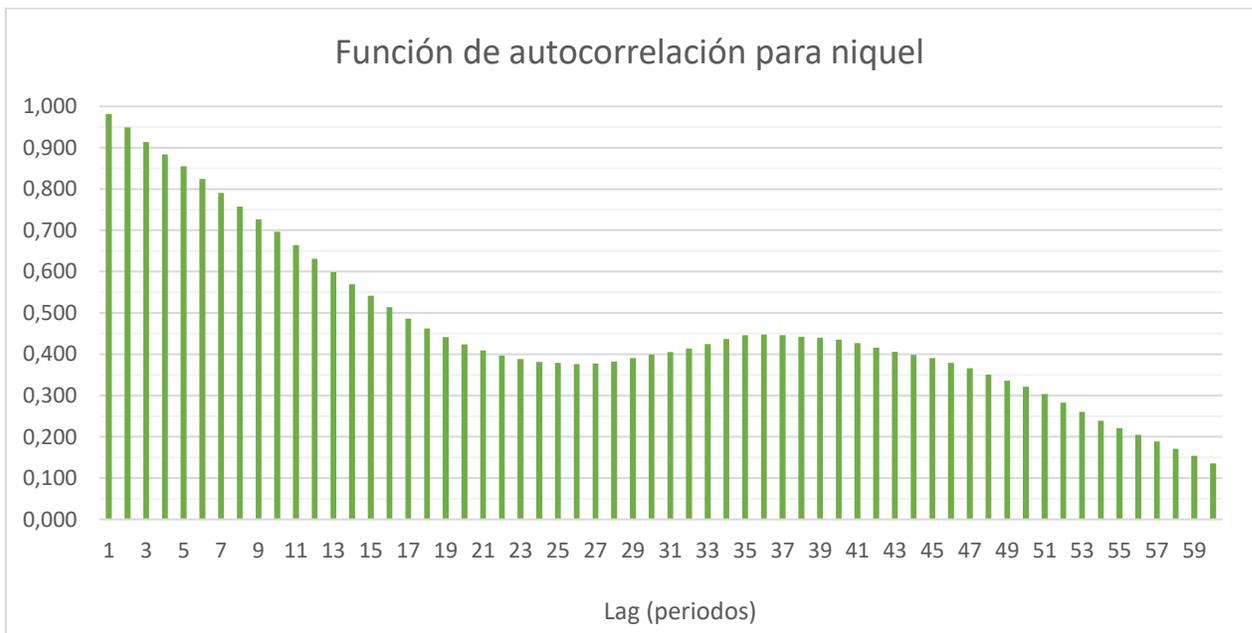


Ilustración 36. FAS para curva de Ni

6.3.2.2 Gráficos de FAC para muestra de simulaciones

A continuación, se muestran los gráficos de las FAS para la muestra de simulaciones desde la Ilustración 37 hasta la Ilustración 41.

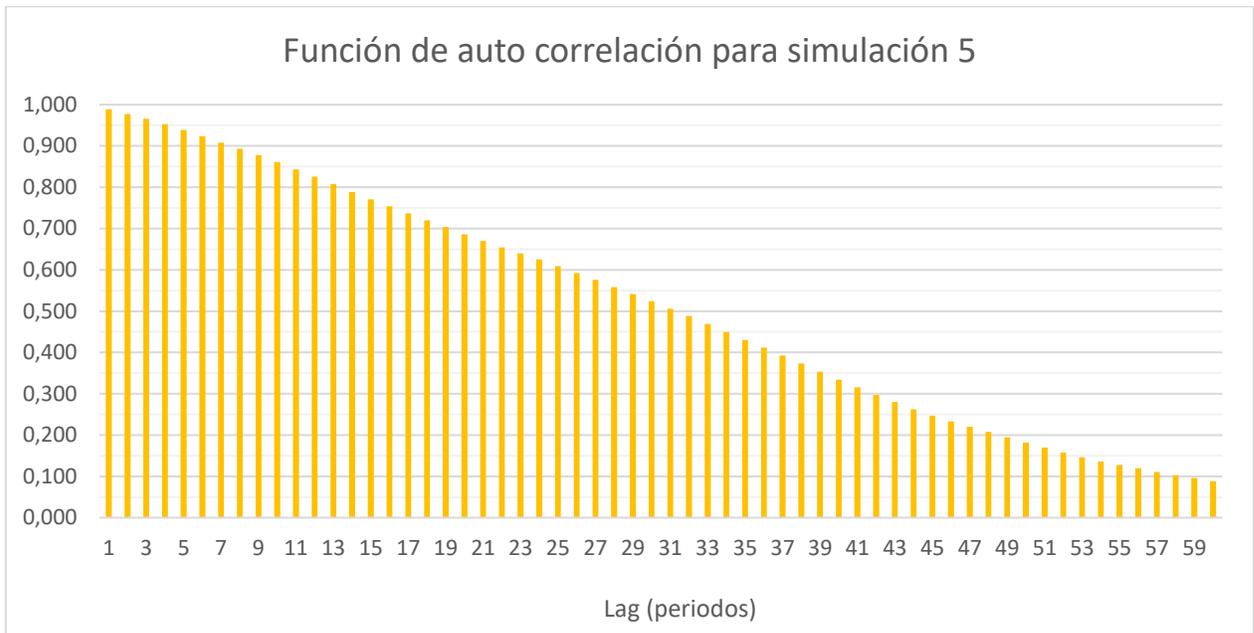


Ilustración 37. FAS para simulación 5



Ilustración 38. FAS para simulación 17

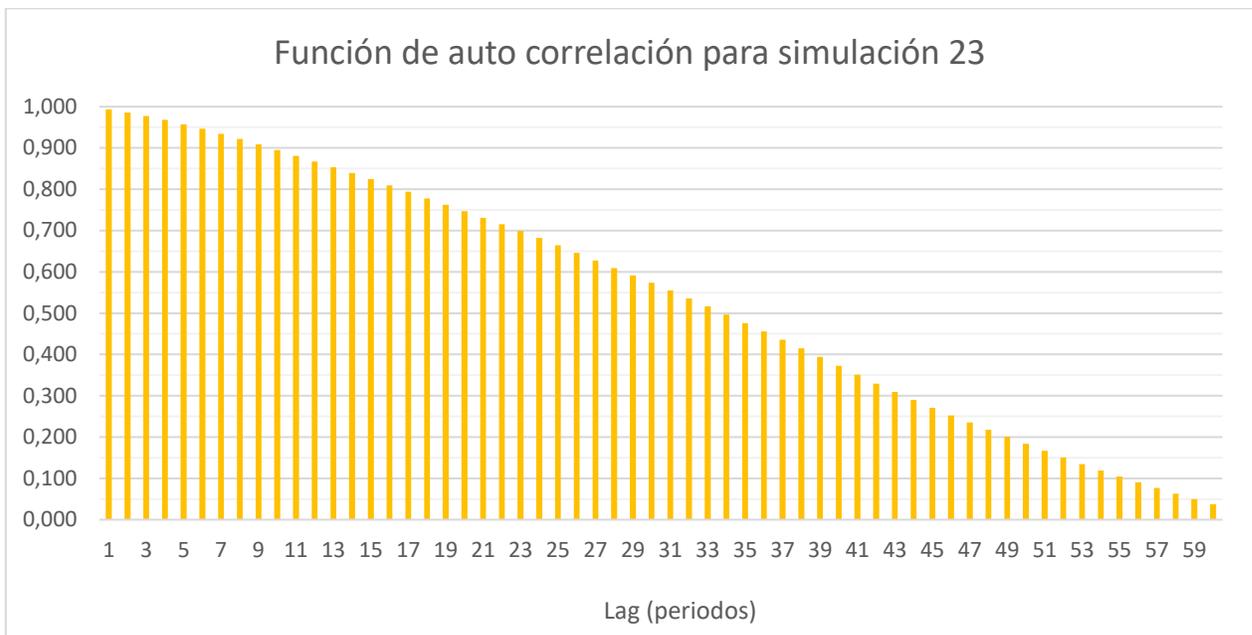


Ilustración 39. FAS para simulación 23

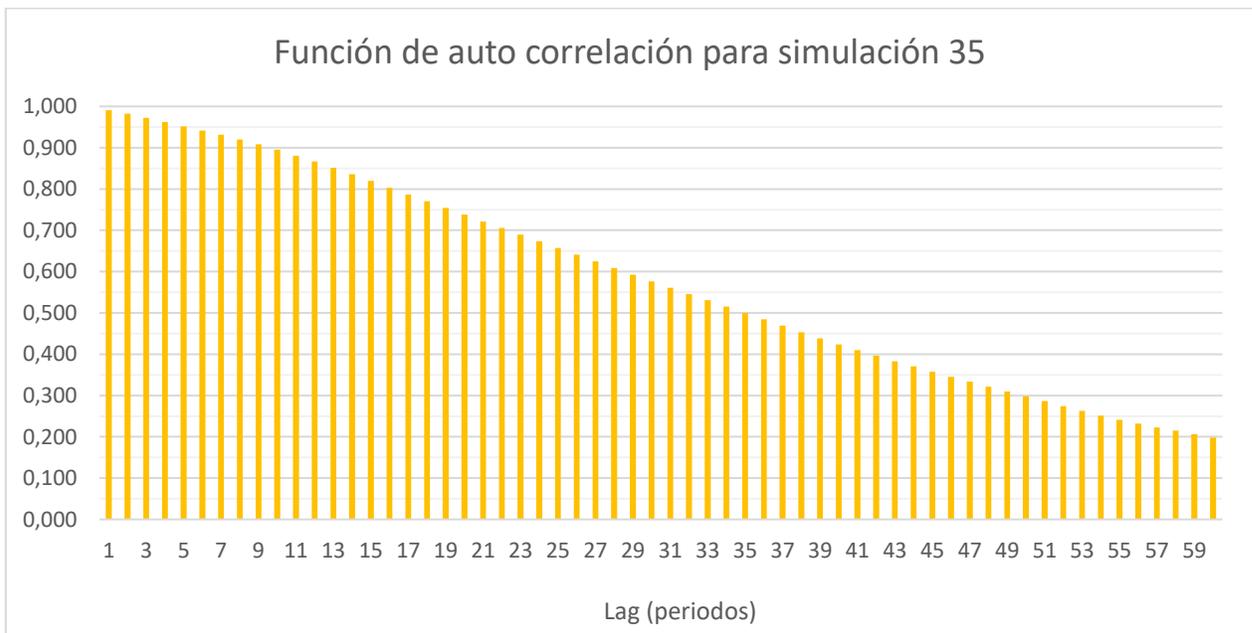


Ilustración 40. FAS para simulación 35



Ilustración 41. FAS para simulación 44

Al observar los gráficos de los commodities reales, se nota una orientación a la pérdida de dependencia conforme aumenta el tamaño del retardo en los tres casos. No obstante, vale la pena mencionar que la velocidad con que se pierde dicha dependencia no es la misma.

En el caso del oro y el cobre la disminución de autocorrelación es aproximadamente hasta 0,5 con un *lag* de 60 periodos; mientras que en el níquel se ha perdido casi totalmente teniendo un valor inferior a 0,2, e inclusive, antes llegar a un lag de 20 periodos ya la autocorrelación ha caído por debajo de 0,5 y tiene un ligero aumento para luego recuperar su tendencia general.

Los gráficos de las simulaciones presentan entre ellos mismos una disposición semejante donde para el retardo de 60 periodos la correlación entre los datos se ha reducido por debajo 0,2 en todos los casos (lo que ocurre también con el caso del níquel).

Al comparar los gráficos FAS de las simulaciones contra los commodities, podemos concluir que la tendencia global de disminución de la autocorrelación conforme se amplía el rango del retardo es común, y aunque en el caso de las simulaciones la correlación se pierde de manera mucho más acelerada, su similitud cualitativa se asumirá suficiente para considerar satisfactoria este parámetro de evaluación.

6.3.3 Exponente de Hurst

El exponente de Hurst es un estadístico que evalúa la memoria a largo plazo en series temporales, se relaciona con la autocorrelación de una serie y la velocidad con que disminuye mientras incrementa el tamaño del desfase entre pares de valores. Cuantifica la tendencia relativa de una serie de tiempo a regresar fuertemente a su media o a orientarse en una dirección. El exponente tiene un valor entre 0 y 1, interpretándose de la siguiente forma: $Hurst = 0.5 \Rightarrow$ La serie es aleatoria; $Hurst < 0.5 \Rightarrow$ La serie tiene una dinámica de reversión a la media; $Hurst > 0.5 \Rightarrow$ La serie es tendencial.

En el experimento se calcula el exponente hurst para diferentes *lags*: 6 meses, 1, 2, 5, 10, 15, 20, 23 y 25 años, para las series reales y simulaciones. Los valores obtenidos se resumen debajo en la Tabla 2 y Tabla 3. El primer resultado que salta a la vista es que en ningún caso las series muestran un comportamiento aleatorio.

Los tres commodities reales muestran una conducta similar, en intervalos de tiempo más cortos la serie temporal tendría un comportamiento tendencial. Sin embargo, cuando ampliamos el rango del desfase y nos movemos hacia el largo plazo, el resultado indica que las series tendrían una dinámica de reversión a la media. En el caso del cobre y níquel, la transición es mucho más rápida, cuando se calcula el exponente con un lag 60 (equivalente a 5 años) ya se obtiene un resultado de comportamiento con reversión a la media. Para el caso del oro esta transición es más lenta y solo comienza a observarse cuando se hace el cálculo con un lag = 180 (es decir, 15 años). En los 3 casos analizados de commodities reales, encontramos que entre mayor es el intervalo de análisis, el comportamiento de reversión a la media es más marcado.

Cuando se calcula el exponente para las simulaciones, el efecto es cualitativamente semejante al de las series reales. En el corto plazo el resultado obtenido indicaría un comportamiento tendencial de la serie temporal, pero al ampliar el intervalo hasta un lag=240, encontramos que 23 de las 50 simulaciones se obtiene un resultado en el rango que indicaría comportamiento de reversión hacia la media de la serie temporal, y para el resto de simulaciones, se observa que el valor obtenido tiende a disminuir cuando se amplía el intervalo. Esta observación, lleva a la pregunta de si ampliando el intervalo aún más veríamos el mismo comportamiento que en el resto de simulaciones (y de las series de commodities reales), por lo que se calcula para las simulaciones el exponente de hurst con lag= 276 y lag=300, representando 23 y 25 años respectivamente, el resultado obtenido es que todas las series pasarían a tener un comportamiento de reversión hacia la media.

En conclusión, vemos que las simulaciones presentan un fenómeno similar al de las curvas de los commodities reales. Sin embargo, la transición en el cambio de comportamiento de una serie tendencial hacia una dinámica de reversión a la media (conforme se amplía el intervalo del lag), es más lenta en las simulaciones.

Tabla 2. Cálculo del exponente de Hursts para series de commodities reales

Exponente de Hurst - Lag (periodos=meses)							
Series	Lag: 6	Lag: 12	Lag: 24	Lag: 60	Lag: 120	Lag: 180	Lag: 240
Au	0,580	0,571	0,587	0,618	0,567	0,469	0,284
Cu	0,654	0,572	0,500	0,432	0,422	0,292	0,087
Ni	0,651	0,598	0,555	0,385	0,367	0,268	0,079

Tabla 3. Resultados del exponente Hurst para series simuladas

Sim	Lag: 6	Lag: 12	Lag: 24	Lag: 60	Lag: 120	Lag: 180	Lag: 240	Lag: 276	Lag: 300
1	0,544	0,555	0,565	0,592	0,623	0,596	0,536	0,470	0,401
2	0,591	0,638	0,680	0,661	0,632	0,609	0,512	0,449	0,380
3	0,576	0,601	0,643	0,681	0,653	0,585	0,537	0,444	0,335
4	0,567	0,597	0,604	0,633	0,649	0,633	0,555	0,485	0,425
5	0,610	0,644	0,654	0,631	0,548	0,503	0,450	0,400	0,318
6	0,613	0,642	0,663	0,684	0,631	0,570	0,515	0,425	0,316
7	0,567	0,578	0,564	0,563	0,562	0,546	0,479	0,410	0,361
8	0,612	0,618	0,630	0,557	0,547	0,530	0,448	0,369	0,308
9	0,572	0,602	0,645	0,710	0,649	0,590	0,524	0,427	0,285
10	0,557	0,593	0,576	0,567	0,602	0,575	0,474	0,357	0,250
11	0,625	0,663	0,680	0,706	0,610	0,515	0,471	0,365	0,256
12	0,587	0,628	0,652	0,651	0,603	0,558	0,500	0,416	0,369
13	0,555	0,591	0,636	0,692	0,611	0,523	0,502	0,474	0,419
14	0,554	0,621	0,690	0,693	0,556	0,509	0,466	0,452	0,414
15	0,599	0,637	0,670	0,667	0,606	0,477	0,476	0,463	0,428
16	0,579	0,612	0,643	0,683	0,659	0,618	0,546	0,455	0,368
17	0,539	0,577	0,613	0,669	0,575	0,463	0,457	0,416	0,357
18	0,577	0,586	0,574	0,590	0,618	0,598	0,517	0,418	0,357
19	0,563	0,569	0,577	0,621	0,619	0,580	0,540	0,494	0,448
20	0,511	0,569	0,634	0,663	0,569	0,443	0,443	0,396	0,333
21	0,562	0,582	0,587	0,638	0,659	0,644	0,553	0,467	0,374
22	0,581	0,607	0,647	0,663	0,568	0,456	0,427	0,384	0,313
23	0,618	0,644	0,668	0,684	0,589	0,485	0,460	0,402	0,317
24	0,533	0,574	0,621	0,633	0,609	0,525	0,504	0,468	0,431
25	0,571	0,608	0,652	0,682	0,597	0,502	0,486	0,440	0,356
26	0,560	0,591	0,581	0,556	0,592	0,561	0,461	0,371	0,283
27	0,533	0,552	0,596	0,665	0,649	0,603	0,546	0,475	0,421
28	0,585	0,651	0,706	0,744	0,619	0,498	0,477	0,421	0,356
29	0,597	0,646	0,649	0,631	0,569	0,481	0,467	0,460	0,437
30	0,572	0,629	0,650	0,639	0,636	0,597	0,536	0,455	0,393
31	0,579	0,611	0,661	0,664	0,624	0,567	0,526	0,501	0,469
32	0,594	0,622	0,660	0,672	0,592	0,576	0,485	0,439	0,387
33	0,613	0,633	0,660	0,629	0,569	0,553	0,443	0,374	0,318
34	0,607	0,588	0,577	0,558	0,546	0,514	0,481	0,428	0,390
35	0,559	0,603	0,648	0,680	0,632	0,556	0,529	0,488	0,444
36	0,528	0,584	0,620	0,615	0,615	0,531	0,481	0,434	0,380
37	0,570	0,569	0,590	0,650	0,626	0,561	0,508	0,409	0,289
38	0,547	0,567	0,546	0,548	0,625	0,612	0,534	0,431	0,347
39	0,528	0,585	0,648	0,703	0,640	0,555	0,518	0,432	0,345
40	0,525	0,558	0,604	0,673	0,645	0,594	0,513	0,421	0,370
41	0,556	0,624	0,645	0,618	0,541	0,502	0,466	0,416	0,377
42	0,517	0,557	0,592	0,592	0,568	0,522	0,494	0,450	0,416
43	0,569	0,588	0,630	0,680	0,619	0,574	0,502	0,440	0,395
44	0,573	0,606	0,670	0,726	0,648	0,578	0,528	0,468	0,396
45	0,638	0,638	0,618	0,596	0,563	0,478	0,469	0,432	0,390
46	0,634	0,649	0,651	0,671	0,627	0,592	0,525	0,452	0,366
47	0,557	0,595	0,634	0,661	0,616	0,563	0,526	0,497	0,462
48	0,564	0,576	0,610	0,638	0,639	0,600	0,547	0,478	0,413
49	0,533	0,587	0,628	0,653	0,656	0,619	0,516	0,409	0,311
50	0,542	0,576	0,624	0,635	0,615	0,599	0,532	0,472	0,431

6.3.4 Test de Jarque-Bera

Es una prueba de bondad de ajuste usada para determinar si una muestra de datos tiene la asimetría estadística y la curtosis de una distribución normal. El estadístico de prueba es siempre un número positivo, y cuanto más lejos está de cero, es mayor evidencia de que los datos de la muestra no siguen una distribución normal.

A diferencia de las anteriores pruebas, en este caso se analizan los retornos del precio y su forma de distribución, mas no su propio valor. En la Ecuación 12 se expone la forma de calcular el retorno de un activo para un periodo dado, donde P_0 es el precio inicial, P_1 el precio final y D los dividendos que pague el activo (para este caso sería cero, pues asumimos que se está comerciando directamente el commodity en forma física y solo se genera valor con el cambio del precio).

$$Total\ Stock\ Return = \frac{(P_1 - P_0) + D}{P_0}$$

Ecuación 12. Retornos para el activo

Aplicando esta fórmula se calculan los retornos periodo a periodo para las series de precio de los commodities reales al igual que para cada trayectoria de precios en las simulaciones. Hecho lo anterior, se aplica el test de Jarque-Bera en cada grupo de datos, la información resultante se expone debajo en la Tabla 4.

Los resultados se interpretan como una prueba de hipótesis donde la hipótesis nula es que los datos evaluados tienen la asimetría y curtosis de una distribución normal, asumiendo un nivel de significancia de 0.05. En este sentido:

Cuando $p\text{-value} > 0.05$, entonces fallamos en rechazar la hipótesis nula. No tenemos pruebas suficientes para decir que estos datos tienen asimetría y curtosis significativamente diferentes de una distribución normal.

Cuando $p\text{-value} < 0.05$, entonces se rechaza la hipótesis nula. Pues el test genera una prueba suficiente para decir que el conjunto de datos tiene asimetría y curtosis significativamente diferentes de una distribución normal.

En el caso de las series de commodities reales en los tres casos se rechaza la hipótesis nula, por lo que concluimos que los retornos del precio no siguen una distribución normal. Así mismo, cuando se aplica el test de Jarque Bera para los retornos del precio en las simulaciones se obtiene en todos los casos que se rechaza la hipótesis nula, por lo tanto,

los retornos de estas series tampoco siguen una distribución normal. Con esto se observa que las simulaciones presentan algunas características comparables en su comportamiento a los commodities reales considerados no solo en la misma serie temporal del precio sino también en los retornos que se generan a partir de estas.

Tabla 4. Resumen de resultados para el test de Jarque Bera

Resultados para retornos de commodities reales								
Serie	statistic	Pvalue	Serie	statistic	Pvalue	Serie	statistic	Pvalue
Au	66,995	2,89E-15	Ni	19,787	5,05E-05	Cu	203,813	0,00E+00
Resultados para retornos de series simuladas								
Serie	statistic	Pvalue	Serie	statistic	Pvalue	Serie	statistic	Pvalue
Sim_01	20,117	4,28E-05	Sim_18	15,458	4,40E-04	Sim_34	20,146	4,22E-05
Sim_02	15,224	4,94E-04	Sim_19	15,734	3,83E-04	Sim_35	20,170	4,17E-05
Sim_03	14,135	8,53E-04	Sim_20	15,642	4,01E-04	Sim_36	19,312	6,41E-05
Sim_04	16,544	2,56E-04	Sim_21	18,543	9,41E-05	Sim_37	16,999	2,04E-04
Sim_05	17,124	1,91E-04	Sim_22	12,224	2,22E-03	Sim_38	19,356	6,26E-05
Sim_06	11,432	3,29E-03	Sim_23	16,520	2,59E-04	Sim_39	18,415	1,00E-04
Sim_07	17,555	1,54E-04	Sim_24	17,680	1,45E-04	Sim_40	14,110	8,63E-04
Sim_08	16,376	2,78E-04	Sim_25	14,648	6,60E-04	Sim_41	24,656	4,43E-06
Sim_09	12,914	1,57E-03	Sim_26	19,229	6,67E-05	Sim_42	15,483	4,34E-04
Sim_10	21,047	2,69E-05	Sim_27	11,717	2,86E-03	Sim_43	19,054	7,28E-05
Sim_11	13,494	1,17E-03	Sim_28	13,944	9,38E-04	Sim_44	16,652	2,42E-04
Sim_12	16,745	2,31E-04	Sim_29	15,838	3,64E-04	Sim_45	15,384	4,56E-04
Sim_13	17,091	1,94E-04	Sim_30	13,484	1,18E-03	Sim_46	13,497	1,17E-03
Sim_14	14,867	5,91E-04	Sim_31	15,937	3,46E-04	Sim_47	18,146	1,15E-04
Sim_15	15,158	5,11E-04	Sim_32	13,243	1,33E-03	Sim_48	15,601	4,10E-04
Sim_16	12,642	1,80E-03	Sim_33	15,306	4,75E-04	Sim_49	16,104	3,19E-04
Sim_17	19,446	5,99E-05	Sim_34	20,146	4,22E-05	Sim_50	17,905	1,29E-04

Con esta última prueba termina la sección de resultados y análisis, así como el capítulo del estudio de caso.

En el siguiente (y último) capítulo se presentan las conclusiones construidas a partir del desarrollo de esta tesis y se comenta sobre algunas posibles líneas de estudio para futuros proyectos.

CAPITULO 7 – CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

7.1 CONCLUSIONES

- El modelo construido genera escenarios de series de precios que describen un comportamiento cíclico a través del tiempo, dichas curvas guardan coherencia con las hipótesis consideradas para diseñar el entorno (comprobadas durante la etapa de calibración y verificación del sistema) y exhiben la alternancia de los estados del mercado (sobre consumo y sobre oferta) como lo hacen las series reales.
- Al someter las salidas del sistema a análisis estadísticos (función de autocorrelación simple, exponente de Hurst y test de Jarque Bera) entregan resultados que a nivel cualitativo son comparables y similares a los obtenidos a partir de series de precios de metales reales. Con ello se cumple el objetivo principal del modelo, emular el comportamiento general de la serie temporal del precio en un mercado de commodities minerales.
- Los límites considerados en la estructura y elementos a la hora de diseñar el modelo fueron establecidos ante la necesidad de simplificar (y hacer viable en ciertos aspectos) la respectiva programación del sistema planteado. Estos límites hacen que el modelo no sea una representación exacta de la realidad (como ocurre con todos los modelos), no obstante, los elementos incluidos dentro del sistema son suficientes para representar de forma adecuada los fenómenos reales, como indica la evaluación de las salidas del sistema.
- El modelamiento basado en agentes y el paradigma de la programación orientada a objetos son dos bases teóricas que compatibilizan muy bien y facilitaron enormemente el ejercicio el desarrollo de una aproximación computacional para el estudio de los fenómenos abordados en este trabajo. La representación de los agentes como objetos otorga una flexibilidad importante a la hora de dar forma algorítmica al modelo pensado y la programación de forma modular permite controlar con mayor facilidad los errores, variables y resultados salientes del sistema.
- La teoría de agentes económicos resulta útil y práctica como herramienta para explicar los ciclos económicos de largo plazo en los mercados de commodities minerales, siguiendo el enfoque de entenderlos como el resultado agregado de las decisiones y acciones que toman los individuos que componen el mercado basados en la información parcial que perciben y los estímulos externos que reciben, así mismo, la simulación computacional ofrece un camino complementario importante a los modelos matemáticos y estadísticos clásicos para el análisis de las series de precios.

7.2 TRABAJO FUTURO

Existen diversas líneas de investigación y trabajos complementarios relacionados con el ejercicio desarrollado y que pueden desprenderse de los resultados obtenidos, algunos de estos se describen seguido:

- La elaboración de un artículo para generar una publicación en revista indexada exponiendo las principales ideas y logros de este documento.
- Incluir nuevos elementos dentro del sistema, por ejemplo: Nuevos tipos de agentes, métodos y atributos que permitan acercar el modelo aún más a la realidad; Complementar el mecanismo generador de precio; Agregar nuevas restricciones y variables para la toma de decisiones de los agentes económicos; O permitir la interacción de dos o más commodities que compartan uno o más usos comunes entre sí.
- Otro campo interesante es el análisis del comportamiento de los precios con enfoque al corto plazo, especialmente en los mercados de metales preciosos. Esto desde luego, requeriría de un replanteamiento del modelo y posiblemente de la metodología implementada, pues las dinámicas relevantes en ese horizonte de tiempo no son necesariamente las mismas que en el largo plazo.
- Finalmente, una línea de trabajo que debe considerarse es la construcción de un modelo con fines predictivos (que pudiese implicar la convergencia de varias técnicas de modelamiento y simulación) en el cual el trabajo ya hecho pudiese servir como una base para diseñar modelos enfocados a un tipo de commodity y mercado en específico.

BIBLIOGRAFÍA

- Adams, Z., & Glück, T. (2015). Financialization in commodity markets: A passing trend or the new normal? *Journal of Banking & Finance*, 60, 93 - 111.
- Arthur, W. B., Holland, J. H., LeBaron, B., Palmer, R., & Tayler, P. (1997). Asset pricing under endogenous expectations in an artificial stock market. En W. B. Arthur, S. N. Durlauf, & D. A. Lane, *The Economy as an Evolving Complex System II* (págs. 15 - 44).
- Baur, D. G., Beckmann, J., & Czudaj, R. (2016). A melting pot — Gold price forecasts under model and parameter uncertainty. *International Review of Financial Analysis*, 48, 282 - 291.
- Białkowski, J., Bohl, M. T., Stephan, P. M., & Wisniewski, T. P. (2015). The gold price in times of crisis. *International Review of Financial Analysis*, 41, 329–339.
- Bonabeau, E. (2002). Agent-based modeling: Methods and techniques for simulating human systems. *Adaptive Agents, Intelligence, and Emergent Human Organization: Capturing Complexity through Agent-Based Modeling*. 99, págs. 7280-7287. Proceedings of the National Academy of Sciences.
- Boyd, N., Harris, J., & Li, B. (2018). An update on speculation and financialization in commodity markets. *Journal of Commodity Markets*, 10, 91 - 104.
- Cárdenas, F. (2017). Un modelo basado en agentes para explicar tendencias de largo plazo en commodities. Universidad de Chile. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil de Minas.
- Carrasco, R., Vargas, M., Alfaro, M., Soto, I., & Fuentes, G. (2015). Copper metal price using chaotic time series forecasting. *IEEE Latin America Transactions*, 13, 1961-1965.
- Chang, L., Zhenhua, H., Yan, L., & Shaojun, L. (2017). Forecasting copper prices by decision tree learning. *Resources Policy*, 52, 427 - 434.

- Choudhry, T., Hassan, S. S., & Shabi, S. (2015). Relationship between gold and stock markets during the global financial crisis: Evidence from nonlinear causality tests. *International Review of Financial Analysis*, 41, 247–256.
- Ciudad, J. C. (2005). *Determinantes del precio spot del cobre en las bolsas de metales*. Santiago de Chile: CEPAL-COCHILCO Serie de recursos naturales e infraestructura.
- Creti, A., Joëts, M., & Mignon, V. (2013). On the links between stock and commodity markets' volatility. *Energy Economics*, 37, 16-28.
- Ehrentreich, N. (2006). Technical trading in the Santa Fe Institute Artificial Stock Market revisited. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 61, 599 – 616.
- Gang, L., & Yong, L. (2015). Forecasting copper futures volatility under model uncertainty. *ResourcesPolicy*, 46, 167 - 176.
- Gangopadhyay, K., Jangir, A., & Sensarma, R. (2016). Forecasting the price of gold: An error correction approach. *IIMB Management Review*, 28, 6 - 12.
- García, R. (2006). *Sistemas Complejos: Conceptos, método y fundamentación epistemológica de la investigación interdisciplinaria*. Barcelona: Gedisa .
- García-Valdecasas, J. I. (2011). La simulación basada en agentes: una nueva forma de explorar los fenómenos sociales. *Revista española de investigaciones sociológicas*(136), 91 - 110.
- González, R. (2011). *Python para todos*.
- Irandoost, M. (2017). Metal prices and stock market performance: Is there an empirical link? *Resources Policy*, 52, 389 - 392.
- Izquierdo, L. R., Galán, J. M., Santos, J. I., & Del Olmo, R. (2008). Modelado de sistemas complejos mediante simulación basada en agentes y mediante dinámica de sistemas. *EMPIRIA. Revista de Metodología de Ciencias Sociales*(16), 85 - 112.
- Johansen, A. (2016). *Python the ultimate beginner's guide*.

- Killian, L., & Murphy, D. P. (2014). The role of inventories and speculative trading in the global market for crude oil. *Journal of Applied econometrics*, 29, 454 - 478.
- Klossek, P., Kullik, J., & Van den Boogaart, K. G. (2016). A systemic approach to the problems of the rare earth market. *Resources Policy*, 50, 131–140.
- Kristjanpoller, W., & Minutolo, M. (2015). Gold price volatility: A forecasting approach using the Artificial Neural Network–GARCH model. *Expert Systems with Applications*, 42, 7245-7251.
- LeBaron, B. (2012). *Building the Santa Fe Artificial Stock Market*. Brandeis University.
- Lord, M. J. (1991). Price formation in commodity markets. *Journal of Applied Econometrics*, 6, 239 - 254.
- Main, S., Irwin, S. H., Sanders, D. R., & Smith, A. (2018). Financialization and the returns to commodity investments. *Journal of Commodity Markets*, 10, 22 -28.
- Maldonado, C. E., & Gómez , N. A. (2010). Modelamiento y simulación de sistemas complejos. *Documento de Investigación No. 66. Centro de Estudios Empresariales para la Perdurabilidad – CEEP*. Universidad del Rosario - Facultad de Administración.
- Massari, S., & Ruberti, M. (2013). Rare earth elements as critical raw materials: Focus on international markets and future strategies. *Resources Policy*, 38, 36–43.
- Mayer , J. (2009). The Growing Interdependence between Financial and Commodity Markets. (195). Discussion Papers. United Nations Conference On Trade And Development.
- Michaud, R., Michaud, R., & Pulvermacher, K. (2006). *Gold as a strategic asset*. World Gold Council.
- Öztek, M. F., & Öcal, N. (2017). Financial crises and the nature of correlation between commodity and stock markets. *International Review of Economics and Finance*, 48, 56 - 68.

- Pavón , J., López, A., & Galán, J. M. (2012). Modelado basado en agentes para el estudio de sistemas complejos. *Novática*(218), 13 - 18.
- Regueiro, M., & González. (2014). Minerales críticos en Europa: metodología para la evaluación de la criticidad de los minerales. *Revista de la sociedad española de mineralogía*(19).
- Riddle, M., Macal, C. M., Conzelmann, G., Combs, T. E., Bauer , D., & Fields, F. (2015). Global critical materials markets: An agent-based modeling approach. *Resources Policy*, 45, 307 -321.
- Riesgo, M., Krzemieńb, A., Manzanedo, M., Escanciano, C., & Sánchez, F. (2018). Rare earth elements price forecasting by means of transgenic time series developed with ARIMA models. *Resources Policy*, 59, 95–102.
- Riesgo, M., Krzemieńb, A., Manzanedo, M., Menéndez, M., & Gent, M. (2017). Rare earth elements mining investment: It is not all about China. *Resources Policy*, 53, 66 - 76.
- Rodriguez, L. G., & Roggero, P. (2015). Modelos basados en agentes: aportes epistemológicos y teóricos para la investigación social. *Revista Mexicana de Ciencias Políticas y Sociales*(225), 227-262.
- Schelling, T. C. (1969). Models of Segregation. *The American Economic Review*, 59, 488 - 493.
- Sverdrup, H. U., Ragnarsdottir, K. V., & Koca, D. (2014). On modelling the global copper mining rates, market supply, copper price and the end of copper reserves. *Resources, Conservation and Recycling*, 87, 158–174.
- Van Rossum, G. (2000). *Guía de aprendizaje de Python*.

ANEXOS

Anexo 1. Definición de clases

```
agents_class_definition.py* X agents_instance_lf225.py X market_verification.py X plots.py ◀
10
11 import random
12 import numpy as np
13
14 class Undiscovered(object):
15     def __init__(self, gt_curve, opex, capex, life_mine):
16         self.gt_curve = gt_curve
17         self.opex = opex
18         self.capex = capex
19         self.life_mine = life_mine
20
21
22 class Deposit(object):
23     def __init__(self, gt_curve, opex, capex, life_mine, co_grade=0,
24                 resource=0, reserve=0, mean_grade=0, oper_cap=0, npv=0,
25                 streak=0):
26         self.gt_curve = gt_curve
27         self.opex = opex
28         self.capex = capex
29         self.life_mine = life_mine
30         self.co_grade = co_grade
31         self.resource = resource
32         self.reserve = reserve
33         self.mean_grade = mean_grade
34         self.oper_cap = oper_cap
35         self.npv = npv
36         self.streak = streak
37
38     def evol_to_mine(self):
39         """
40         Creates a Mine agent
41         """
42         return Mine(self.opex, self.reserve, self.mean_grade,
43                   self.life_mine, estate=0, production=0, profit_periods=0,
44                   loss_periods=0)
45
46     def co_grade_est(self, price):
47         """
48         Estimates cut-off grade for a given price
49         """
50         self.co_grade = self.opex / (0.9*price)
51         return self.co_grade
52
53     def resource_est(self):
54         """
55         Returns resource for an specific cut-off grade
56         """
57         for i in self.gt_curve:
58             if self.co_grade <= i[0]:
59                 self.resource = i[1]
60                 return self.resource
```

```

61
62 def mean_grade_est(self):
63     """
64     Calculates mean grade over an specific cut-off grade
65     """
66     cumulate = 0
67     counter = 0
68     for j in self.gt_curve:
69         if self.co_grade <= j[0]:
70             cumulate = cumulate + j[0]
71             counter += 1
72     self.mean_grade = cumulate/counter
73     return self.mean_grade
74
75 def reserve_est(self):
76     self.reserve = 0.8*self.resource
77     return self.reserve
78
79 def operational_capacity(self):
80     """
81     Returns the operational capacity in every turn as a relationship
82     between 80% of resource (assumed as reserves) and the number of periods
83     than the agent will operate. It is used for the npv estimation.
84     """
85     self.oper_cap = self.reserve/self.life_mine
86     return self.oper_cap
87
88 def valuation(self, price):
89     """
90     Calculates NPV for the agent in every turn, to simplify estimation
91     the period market price is used instead of a projected future price
92
93     """
94     self.npv = -self.capex
95     for t in range(self.life_mine):
96         self.npv+= ((price-self.opex)*(self.oper_cap*self.mean_grade
97             ))/(1+0.006)**(t)
98     return self.npv
99
100 def positive_streak(self):
101     """
102     For any turn that self.npv is positive, increase in 1 self.positive_
103     periods. However, is self.npv in negative in a turn then reset the
104     streak
105     """
106     if self.npv >= 0:
107         self.streak += 1
108         return self.streak
109     else:
110         self.streak = 0
111         return self.streak
112
113
114
115 class Mine(object):
116     def __init__(self,opex, reserve, mean_grade, life_mine, estate=1,
117         production=0, profit_periods=0, loss_periods=0):
118         self.opex = opex
119         self.reserve = reserve
120         self.mean grade = mean grade

```

```

121     self.life_mine = life_mine
122     self.estate = estate
123     self.production = production
124     self.profit_periods = profit_periods
125     self.loss_periods = loss_periods
126     self.oper_cap = self.reserve/self.life_mine
127
128 def operate(self):
129     """
130     While the mine is active, returns production for every period
131     """
132     if self.estate == 1:
133         self.production = (self.oper_cap*self.mean_grade)/28
134         self.reserve = self.reserve - self.oper_cap
135         return self.production, self.reserve
136     elif self.estate == 0:
137         self.production = 0
138         return self.production, self.reserve
139
140 def shutdown_startup(self):
141     """
142     If the mine is active and suffers a streak with market price lower than
143     opex, change the estate to inactive. Vice versa, for an inactive mine
144     than perceive a streak with market price higher than opex change the
145     estate to active.
146     """
147     if self.estate == 0 and self.profit_periods >= 12:
148         self.estate = 1
149         return self.estate
150     elif self.estate == 1 and self.loss_periods >= 12:
151         self.estate = 0
152         return self.estate
153     else:
154         pass
155     return
156
157 def counter_periods(self, price):
158     """
159     Counts the good or bad periods (according to mine's estate) to complete
160     a streak and execute shutdown_startup function.
161     """
162     if self.estate == 0:
163         if price >= self.opex:
164             self.profit_periods += 1
165             return self.profit_periods
166         else:
167             self.profit_periods = 0
168             return self.profit_periods
169     elif self.estate == 1:
170         if price < self.opex:
171             self.loss_periods += 1
172             return self.loss_periods
173         else:
174             self.loss_periods = 0
175             return self.loss_periods
176
177

```

```

178 class Manufacturer(object):
179     def __init__(self, demand_evol, demand=0, recycling=0):
180         self.demand_evol = demand_evol
181         self.demand = demand
182         self.recycling = recycling
183
184     def update_demand(self, turn):
185         """
186         Read the demand level for every period
187         """
188         self.demand = (self.demand_evol[turn])
189         return self.demand
190
191     def recycle(self, h_price, price):
192         """
193         Defines the level of recycling for a period and depending on price
194         """
195         arr_h_price = np.array(h_price)
196         h_mean_price = np.mean(arr_h_price)
197         if price >= h_mean_price:
198             self.recycling = random.uniform(0.30, 0.35)*self.demand
199         else:
200             self.recycling = random.uniform(0.25, 0.29)*self.demand
201
202
203
204
205 class Investor(object):
206     def __init__(self, risk_a, bond, commodity, trading_rule, wealth=0,
207                 price_exp=0, trade_order=0, commodity_d=0):
208         self.risk_a = risk_a
209         self.bond = bond
210         self.commodity = commodity
211         self.trading_rule = trading_rule
212         self.wealth = wealth
213         self.price_exp = price_exp
214         self.trade_order = trade_order
215         self.commodity_d = commodity_d
216
217
218     def gen_exp(self, price):
219         """
220         Creates expectation of price for next period
221         """
222         self.price_exp = (self.trading_rule[0]*price) + random.randint(
223             0, self.trading_rule[1])
224         return self.price_exp
225
226     def desired_stock(self, price, var):
227         """
228         Determines desired amount of commodity stok to hold for next period
229         """
230         self.commodity_d = (self.price_exp-(price*(1+0.01)))/(
231             self.risk_a*var)
232         return self.commodity_d
233
234     def trading(self):
235         """
236         Defines the quantity of commodity to sell or buy in the turn
237         """
238         if self.commodity_d < 0 and self.commodity == 0:
239             self.trade_order = 0
240             return self.trade_order

```

```

241     elif self.commodity_d < 0 and (-1*self.commodity_d)>self.commodity:
242         self.trade_order = (-1*self.commodity)
243         return self.trade_order
244     else:
245         self.trade_order = self.commodity_d
246         return self.trade_order
247
248 def update_assets(self, price):
249     """
250     Allocates the amount of capital in each asset
251     """
252     self.bond = self.bond - self.trade_order*price
253     self.commodity = self.commodity + self.trade_order
254     self.bond = self.bond + (self.bond*0.01)
255     return self.bond, self.commodity
256
257 def calculate_wealth(self, price):
258     """
259     Translate all the assets into money
260     """
261     self.wealth = self.bond + self.commodity*price
262     return self.wealth
263
264
265 class Market(object):
266     def __init__(self, stock_level, price, list_undiscovered, list_deposits,
267                 list_mines, list_manufacturer, list_investors, h_stock,
268                 h_price, var=0):
269         self.stock_level = stock_level
270         self.price = price
271         self.h_stock = h_stock
272         self.h_price = h_price
273         self.list_undiscovered = list_undiscovered
274         self.list_deposits = list_deposits
275         self.list_mines = list_mines
276         self.list_manufacturer = list_manufacturer
277         self.list_investors = list_investors
278         self.var = var
279
280     def next_price_period(self):
281         """
282         Defines price for the next turn
283         """
284         m_supply = 0
285         m_demand = 0
286         for mine in self.list_mines:
287             m_supply = m_supply + mine.production
288         for manufacturer in self.list_manufacturer:
289             m_demand = m_demand + manufacturer.demand - manufacturer.recycling
290         for investor in self.list_investors:
291             if investor.trade_order < 0:
292                 m_supply = m_supply - investor.trade_order
293             else:
294                 m_demand = m_demand + investor.trade_order
295         self.stock_level = self.stock_level - (m_demand - m_supply)
296         self.price = self.price + (0.0002*(m_demand - m_supply)
297                                   ) + random.randint(-15,15)
298         self.h_price.append(self.price)
299         self.h_stock.append(self.stock_level)
300         return self.price, self.stock_level

```

```

301
302 def closing(self):
303     """
304     When reserves are exhausted, the mine becomes permanently inactive.
305     """
306     for mine in self.list_mines:
307         if mine.reserve < 0:
308             mine.estate = 0
309             self.list_mines.remove(mine)
310     return
311
312 def invesment(self):
313     """
314     Makes a Deposit agent become a Mine agent
315     """
316     #print("deposir Len {}".format(len(self.list_deposits)))
317
318     for deposit in self.list_deposits:
319         #print(deposit.streak)
320         if deposit.streak > 30:
321             print("+++++++ new mine evolution")
322             new_mine = deposit.evol_to_mine()
323             self.list_mines.append(new_mine)
324             self.list_deposits.remove(deposit)
325
326 def exploration(self):
327     """
328     Transform an Undiscovered agent into a Deposit agent
329     """
330     for undiscovered in self.list_undiscovered:
331         success = random.randint(0, 100)
332         if success >= 98:
333             print('xxxxxxxxxxxxxxxx successful exploration')
334             self.list_deposits.append(undiscovered)
335             self.list_undiscovered.remove(undiscovered)
336             return
337         else:
338             pass
339     return
340
341 def active_operations(self):
342     """
343     Counts and display number of active mines
344     """
345     producing = 0
346     period_production = period_production + mine.production
347     if mine.estate == 1:
348         producing += 1
349     print('actives:', producing, ' ', 'total production:', period_production)
350     return
351
352 def hist_var(self):
353     """
354     Calculates empirical observed variance for price time series
355     """
356     self.var = np.var(self.h_price)
357     return self.var

```

Anexo 2. Instancias de las clases para verificación

```
agents_class_definition.py* X agents_instance_If225.py X market_verification.py X plots.py ◀
8 import numpy as np
9 from agents_class_definition import Deposit, Mine, Manufacturer, Investor
10
11 demand_evol= np.loadtxt("demanda_historia_m.txt")
12 gt_curve = np.loadtxt("gt_curve_seed.txt", skiprows=1, delimiter=',')
13
14 und1 = Deposit(gt_curve, 1056,35194448,234)
15 und2 = Deposit(gt_curve, 1184,47530518,214)
16 und3 = Deposit(gt_curve, 1125,26215972,210)
17 und4 = Deposit(gt_curve, 896,29006118,234)
18 und5 = Deposit(gt_curve, 1193,24660747,235)
19 und6 = Deposit(gt_curve, 898,33474827,213)
20 und7 = Deposit(gt_curve, 939,30664087,206)
21 und8 = Deposit(gt_curve, 1079,29798171,247)
22 und9 = Deposit(gt_curve, 960,37673590,200)
23 und10 = Deposit(gt_curve, 1010,39022424,242)
24 und11 = Deposit(gt_curve, 845,35240809,207)
25 und12 = Deposit(gt_curve, 1130,30291369,219)
26 und13 = Deposit(gt_curve, 835,41135182,248)
27 und14 = Deposit(gt_curve, 918,33650627,225)
28 und15 = Deposit(gt_curve, 995,34932622,214)
29 und16 = Deposit(gt_curve, 1124,38062143,243)
30 und17 = Deposit(gt_curve, 1147,44948933,210)
31 und18 = Deposit(gt_curve, 1155,38724032,210)
32 und19 = Deposit(gt_curve, 1035,30569656,246)
33 und20 = Deposit(gt_curve, 1060,37440632,228)
34 list_und = [und1,und2,und3,und4,und5,und6,und7,und8,und9,und10,und11,und12,
35             und13,und14,und15,und16,und17,und18,und19,und20]
36
37 dep1 = Deposit(gt_curve,1044,26557701,243)
38 dep2 = Deposit(gt_curve,846,38312955,238)
39 dep3 = Deposit(gt_curve,937,38512071,235)
40 dep4 = Deposit(gt_curve,902,42666790,239)
41 dep5 = Deposit(gt_curve,907,27991180,250)
42 dep6 = Deposit(gt_curve,1074,44743127,243)
43 dep7 = Deposit(gt_curve,835,40993954,239)
44 dep8 = Deposit(gt_curve,1098,31619829,205)
45 dep9 = Deposit(gt_curve,1057,33256561,229)
46 dep10 = Deposit(gt_curve,1108,30786399,241)
47 dep11 = Deposit(gt_curve,1112,31268405,211)
48 dep12 = Deposit(gt_curve,871,46395451,233)
49 dep13 = Deposit(gt_curve,1091,38354192,221)
50 dep14 = Deposit(gt_curve,1110,31815539,244)
51 dep15 = Deposit(gt_curve,881,9178247,217)
52 dep16 = Deposit(gt_curve,893,41969985,245)
53 dep17 = Deposit(gt_curve,1137,33201921,204)
54 dep18 = Deposit(gt_curve,1100,26288030,241)
55 dep19 = Deposit(gt_curve,1099,46116761,235)
56 dep20 = Deposit(gt_curve,1068,40436432,202)
57 dep21 = Deposit(gt_curve,868,45998206,210)
58 dep22 = Deposit(gt_curve,901,26833919,207)
59 dep23 = Deposit(gt_curve,973,36545032,244)
60 dep24 = Deposit(gt_curve,1083,48501906,212)
```

```

61 dep25 = Deposit(gt_curve,1005,41498171,215)
62 dep26 = Deposit(gt_curve,1029,39199822,209)
63 dep27 = Deposit(gt_curve,1089,47695722,218)
64 dep28 = Deposit(gt_curve,817,42961316,220)
65 dep29 = Deposit(gt_curve,1034,41936683,208)
66 dep30 = Deposit(gt_curve,1189,40818664,205)
67 dep31 = Deposit(gt_curve,1157,47537188,240)
68 dep32 = Deposit(gt_curve,968,39655980,216)
69 dep33 = Deposit(gt_curve,1130,47030308,215)
70 dep34 = Deposit(gt_curve,1010,43022059,203)
71 dep35 = Deposit(gt_curve,1007,25305272,227)
72 dep36 = Deposit(gt_curve,1026,46177850,208)
73 dep37 = Deposit(gt_curve,1196,31950887,218)
74 dep38 = Deposit(gt_curve,1063,47527955,214)
75 dep39 = Deposit(gt_curve,1085,35828091,231)
76 dep40 = Deposit(gt_curve,829,26934961,250)
77 list_dep = [dep1,dep2,dep3,dep4,dep5,dep6,dep7,dep8,dep9,dep10,dep11,dep12
78             ,dep13,dep14,dep15,dep16,dep17,dep18,dep19,dep20,dep21,dep22,dep23
79             ,dep24,dep25,dep26,dep27,dep28,dep29,dep30,dep31,dep32,dep33,dep34
80             ,dep35,dep36,dep37,dep38,dep39,dep40]
81
82 mine1 = Mine(1157,1723586,3.7,232,0)
83 mine2 = Mine(897,1825915,3.3,232,0)
84 mine3 = Mine(938,1478611,3.9,233)
85 mine4 = Mine(1146,2386749,3.3,204,0)
86 mine5 = Mine(853,1668986,3.7,237)
87 mine6 = Mine(806,2210422,3.1,216,0)
88 mine7 = Mine(1119,1590009,3.2,206)
89 mine8 = Mine(963,1730532,3.3,232)
90 mine9 = Mine(1190,1553413,4.0,234,0)
91 mine10 = Mine(1094,1723860,3.1,226)
92 mine11 = Mine(1049,2286911,3.2,206,0)
93 mine12 = Mine(870,2017157,3.7,206)
94 mine13 = Mine(1015,2010782,3.2,208,0)
95 mine14 = Mine(1137,1377513,4.4,220)
96 mine15 = Mine(1038,2259199,3.4,208,0)
97 mine16 = Mine(1048,2531874,3.9,222)
98 mine17 = Mine(1158,1713671,3.5,238,0)
99 mine18 = Mine(841,2307147,4.1,237)
100 mine19 = Mine(859,2185358,4.4,218,0)
101 mine20 = Mine(1034,1234922,3.7,209)
102 mine21 = Mine(1010,1802373,4.1,228)
103 mine22 = Mine(860,2008902,4.2,221,0)
104 mine23 = Mine(933,2253085,3.7,227)
105 mine24 = Mine(907,1180410,3.3,227,0)
106 mine25 = Mine(1144,1442095,3.3,216)
107 mine26 = Mine(942,2133243,3.3,208,0)
108 mine27 = Mine(1108,2325446,3.3,233)
109 mine28 = Mine(899,2394843,4.3,242,0)
110 mine29 = Mine(1022,1402470,4.3,220)
111 mine30 = Mine(930,1277592,3.4,241,0)
112 mine31 = Mine(801,2026328,3.6,222,)
113 mine32 = Mine(1144,1174349,3.7,225,0)
114 mine33 = Mine(843,2167055,4.2,233,)
115 mine34 = Mine(1166,2248611,3.8,227,0)
116 mine35 = Mine(1003,2285564,3.7,242,)
117 mine36 = Mine(1141,1683688,3.9,214,0)
118 mine37 = Mine(1166.1960950,3.2,218.)
119 mine38 = Mine(1159,1527950,3.1,202,0)
120 mine39 = Mine(852,1471069,4.2,205)

```

```

121 mine40 = Mine(1068,2099760,3.1,230,0)
122 list_min= [mine1,mine2,mine3,mine4,mine5,mine6,mine7,mine8,mine9,mine10,
123             mine11,mine12,mine13,mine14,mine15,mine16,mine17,mine18,mine19,
124             mine20,mine21,mine22,mine23,mine24,mine25,mine26,mine27,mine28,
125             mine29,mine30,mine31,mine32,mine33,mine34,mine35,mine36,mine37,
126             mine38,mine39,mine40]
127
128 mfc1= Manufacturer(demandevol)
129 list_mfc= [mfc1]
130
131 trd_rule=[(0.98, 60), (0.98, 50), (0.98, 40)]
132 risk_a=[0.00008, 0.00009, 0.0001]
133 inv0 = Investor( risk_a[2] , 14094509 , 2011 , trd_rule[1] )
134 inv1 = Investor( risk_a[1] , 13364937 , 2295 , trd_rule[1] )
135 inv2 = Investor( risk_a[0] , 11933231 , 2113 , trd_rule[0] )
136 inv3 = Investor( risk_a[2] , 10740784 , 2275 , trd_rule[2] )
137 inv4 = Investor( risk_a[1] , 11941583 , 2381 , trd_rule[0] )
138 inv5 = Investor( risk_a[2] , 13754155 , 2223 , trd_rule[2] )
139 inv6 = Investor( risk_a[2] , 11313126 , 2160 , trd_rule[2] )
140 inv7 = Investor( risk_a[2] , 14589916 , 2489 , trd_rule[2] )
141 inv8 = Investor( risk_a[0] , 12854368 , 2249 , trd_rule[2] )
142 inv9 = Investor( risk_a[0] , 11304747 , 2361 , trd_rule[2] )
143 inv10 = Investor( risk_a[1] , 13886531 , 2245 , trd_rule[2] )
144 inv11 = Investor( risk_a[1] , 13920092 , 2209 , trd_rule[1] )
145 inv12 = Investor( risk_a[0] , 13355985 , 2078 , trd_rule[1] )
146 inv13 = Investor( risk_a[1] , 12043264 , 2400 , trd_rule[0] )
147 inv14 = Investor( risk_a[0] , 14556331 , 2068 , trd_rule[1] )
148 inv15 = Investor( risk_a[2] , 11988795 , 2494 , trd_rule[1] )
149 inv16 = Investor( risk_a[1] , 13385775 , 2434 , trd_rule[2] )
150 inv17 = Investor( risk_a[0] , 13602836 , 2182 , trd_rule[2] )
151 inv18 = Investor( risk_a[2] , 10429547 , 2111 , trd_rule[1] )
152 inv19 = Investor( risk_a[1] , 12364952 , 2472 , trd_rule[2] )
153 list_inv= [inv0,inv1,inv2,inv3,inv4,inv5,inv6,inv7,inv8,inv9,inv10,inv11,inv12,
154             inv13,inv14,inv15,inv16,inv17,inv18,inv19]
155

```