



**UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO INGENIERÍA DE MINAS**

# **EVALUACIÓN DE RESERVAS EN UN YACIMIENTO FERRÍFERO CONSIDERANDO INCERTIDUMBRE GEOLÓGICA Y DE MERCADO**

**TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN MINERÍA**

**MELISSA RODRÍGUEZ VIGIL**

PROFESOR GUÍA:

XAVIER EMERY

PROFESOR CO-GUÍA:

ENRIQUE JÉLVEZ MONTENEGRO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

ALEJANDRO CÁCERES SAAVEDRA

MOHAMMADALI MALEKITEHRANI

**SANTIAGO DE CHILE**

**2021**

## Resumen

La valorización económica de un modelo de bloques se calcula en función del contenido de metal y costos relacionados al proceso de extracción y procesamiento de minerales. Los métodos de valorización utilizados comúnmente en la industria se basan en cuantificar los elementos rentables, sin considerar el efecto de las impurezas presentes en el yacimiento. Estos elementos de contaminantes afectan notablemente la calidad del producto final a venta.

Para abordar el efecto de leyes e impurezas en la cuantificación de recursos y calidad del producto, el presente trabajo se enfoca en un modelamiento multivariable de leyes existentes en un yacimiento ferrífero, donde las variables de interés corresponden a las leyes de cinco elementos (hierro, fósforo, azufre, sílice, potasio y zinc), y los tipos de rocas. La información proviene de una malla de sondajes pseudo-regular con dimensiones de 50×50 m. Se introduce un enfoque basado en simulaciones geoestadísticas para la valoración de recursos del modelo de bloques y la determinación del pit final, considerando un solo producto final (pellet feed) y los elementos de impurezas.

En una primera instancia, la cuantificación de los recursos se realiza mediante un modelo multigaussiano para la simulación de leyes, y un modelo plurigaussiano para la simulación de tipos de roca, proponiendo un enfoque jerárquico de simulación que considera la dependencia genética entre la mineralización y la litología del depósito. En consecuencia, es relevante restringir el modelamiento de las leyes a los dominios geológicos con los que se tiene correlación, simulando las leyes dentro de cada tipo de roca. Al generar varios escenarios (en este caso, 30 realizaciones) del depósito, la simulación geoestadística permite cuantificar la incertidumbre geológica y tomar decisiones informadas en etapas mineras posteriores, lo que además permite incorporar la variabilidad real del fenómeno natural que se busca determinar.

Cabe considerar que el conjunto de datos geológicos no es el único factor que aporta riesgo en la planificación minera, ya que las decisiones deben estar orientadas a identificar los eventos que podrían afectar el futuro de la operación minera. La volatilidad de los precios de los commodities son una fuente de incertidumbre y para hacer frente a esta disyuntiva, cada una de las realizaciones del modelo de bloques se valorizaron con un precio simulado y se calculó el pit final a cada una, determinando finalmente la probabilidad de pertenencia de cada bloque al pit final.

Se presenta un estudio de sensibilidad del beneficio económico del proyecto para comparar este KPI. Al reemplazar los escenarios del modelo de bloques y el precio del commodity por su media (e-type), se procede a comparar el beneficio del Pit final del escenario e-type con el beneficio económico asociado a las diferentes metodologías aplicadas, estos difieren en la fuente de incertidumbre integrada. Se concluye que, en el contexto de la definición del Pit final estocástico, la integración de la incertidumbre geológica y del mercado brinda la capacidad de anticipar la fluctuación de las variables, y perseguir de manera proactiva la incertidumbre intrínseca a los proyectos mineros.

# Abstract

The block model economic value (BEV) is calculated based on the metal content and costs related to the extraction and processing of the minerals. The valuation methods normally used in the industry are based on quantifying the profitable elements, without considering the effect of the contaminants present in the deposit. These contaminants affect notably the quality of the final product for sale.

To address the effect of grades and impurities in the quantification of resources and product quality, the present work focuses on a multivariable modeling of existing grades in an iron deposit, where the variables of interest correspond to the five-element grades (iron, phosphorus, sulfur, silica, potassium and zinc), and rock types. The information comes from a pseudo-regular drillhole mesh with dimensions of  $50 \times 50$  m. An approach based on geostatistical simulations is introduced for the resource evaluation of the block model and the determination of the final pit, considering a single final product (pellet feed) and the impurity elements.

In the first instance, the quantification of the resources is carried out by a multigaussian model for the simulations of grades, and a plurigaussian model for the simulations of rock types, proposing a hierarchical simulation approach that considers the genetic dependence between mineralization and deposit lithology. Consequently, it is relevant to restrict the grade modeling to the geological domains with which there is correlation, simulating the grades within each type of rock. By generating several scenarios (in this case, 30 realizations) of the deposit, the geostatistical simulation allows quantifying the geological uncertainty and making informed decisions in subsequent mining stages, which also allows incorporating the real variability of the natural phenomenon that is being determined.

It should be considered that the geological data set is not the only factor that contributes to risk in mining planning, since decisions must be aimed at identifying events that could affect the future of the mining operation. The volatility of commodity prices is a source of uncertainty and to face this dilemma, each of the block model realizations were valued with a simulated price and the final pit for each one was calculated, finally determining the probability of each block belonging to the final pit.

A sensitivity study of the economic benefit of the project is presented to compare this KPI. By replacing the scenarios of the block model and the price of the commodity by its mean (e-type), we proceed to compare the Final Pit benefit of the e-type scenario with the economic benefit associated with different methodologies applied, these differ in the source of uncertainty integrated. It is concluded that, in the context of defining the stochastic final pit, the integration of geological and market uncertainty provides the ability to anticipate to variables fluctuation, proactively pursue the uncertainty intrinsic to mining projects.

# Agradecimientos

Agradezco a toda mi familia, en especial a JR, Lilia y Fabián por su motivación, apoyo y cariño incondicional.

Al profesor Xavier Emery, por su gran dedicación y paciencia. Así como a la comisión, a Mohammadali y Enrique por hacer extensivo su tiempo, conocimiento y experiencia. Al Laboratorio de planificación minera DELPHOS que permitió el desarrollo de la investigación mediante el uso de la librería de planificación minera Mine Link.

A los proyectos ANID PIA AFB180004 y FONDECYT/REGULAR/1170101 de la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo de Chile y a CONACyT y FUNED México por el financiamiento y apoyo a este trabajo.

A Rodolfo Hernández que fue mi primer guía profesional.

A Alfredo Rivera y Osvaldo Gómez que, con su ayuda se pudo realizar la aplicación a la industria.

# Tabla de contenido

Capítulo 1: Introducción.....	1
1.1. Motivación y planteamiento del problema .....	1
1.2. Objetivos.....	2
1.2.1. Simulación Geoestadística.....	2
1.2.2. Aplicación a la planificación minera.....	2
1.3. Alcance .....	2
Capítulo 2: Marco teórico.....	4
2.1. Modelamiento de recursos minerales .....	4
2.1.1. Muestreo .....	4
2.1.2. Análisis exploratorio y preparatorio de datos.....	4
2.1.3. Definición de unidades de estimación .....	5
2.1.4. Modelamiento de la continuidad espacial y estimación de recursos .....	6
2.1.5. Modelamiento de la incertidumbre geológica .....	7
2.2. Valorización económica de depósito .....	11
Capítulo 3: Metodología.....	13
Capítulo 4: Caso de estudio.....	16
4.1. Antecedentes geológicos .....	16
4.2. Consideraciones prácticas en depósitos de hierro .....	17
4.3. Presentación de los datos .....	17
4.4. Estudio exploratorio de datos .....	20
4.4.1. Hierro.....	22
4.4.2. Fósforo.....	23
4.4.3. Azufre .....	25
4.4.4. Sílice .....	26
4.4.5. Potasio .....	28
4.4.6. Zinc.....	30
4.4.7. Coeficiente magnético .....	31
4.5. Dominios Geológicos .....	32
4.5.1. Hierro.....	37
4.5.2. Fósforo.....	38
4.5.3. Azufre .....	39
4.5.4. Sílice .....	40

4.5.5. Potasio .....	43
4.5.6. Zinc .....	43
4.5.7. Coeficiente magnético .....	44
4.6. Análisis de contacto.....	46
4.6.1 Dispersión de leyes por geo-dominio .....	48
4.7. Modelamiento y simulación de tipos de roca .....	52
4.7.1. Regla de truncación y proporciones .....	52
4.7.2. Variografía de funciones aleatorias gaussianas .....	53
4.7.3. Resultados.....	54
4.8. Modelamiento y simulación de las variables cuantitativas .....	58
4.8.1. Anamorfosis Gaussiana .....	58
4.8.2. Variografía.....	60
4.8.3. Validación del modelo.....	63
4.8.4. Resultados de la simulación .....	64
4.9. Evaluación económica.....	67
4.9.1. Valorización de Bloques.....	67
4.9.2. Cálculo de Pit Final .....	72
4.9.3. Comparación de metodologías implementadas .....	75
Capítulo 5: Conclusiones.....	85
Capítulo 6: Bibliografía.....	86

# Índice de tablas

Tabla 1: Coordenadas de ubicación de muestreo. ....	17
Tabla 2. Variables químicas de interés. ....	18
Tabla 3: Caracterización geológica original. ....	19
Tabla 4: Estadística global de las variables de interés. ....	20
Tabla 5: Matriz de correlación de todo el conjunto de datos. ....	20
Tabla 6: Características de categorización en el caso de estudio. ....	33
Tabla 7: Categorías geológicas utilizadas para análisis de las alteraciones presentes en el depósito. ....	34
Tabla 8: Categorías geológicas utilizadas para análisis de los diferentes tipos de roca presentes en el yacimiento (antes de compositar). ....	34
Tabla 9: Agrupación por geo-dominios. ....	36
Tabla 10: Estadísticas básicas para hierro diferenciadas por geo-dominio. ....	37
Tabla 11: Estadísticas básicas para las leyes de fósforo diferenciadas por geo-dominio. ....	39
Tabla 12: Estadísticas básicas para las leyes de azufre diferenciadas por geo-dominio. ....	40
Tabla 13: Estadísticas básicas para las leyes de sílice diferenciadas por geo-dominio. ....	41
Tabla 14: Estadísticas básicas para las leyes de potasio diferenciadas por geo-dominio. ....	43
Tabla 15: Estadísticas básicas para las leyes de zinc diferenciadas por geo-dominio. ....	44
Tabla 16: Estadísticas básicas para el coeficiente magnético diferenciadas por geo-dominio. ....	45
Tabla 17: Matriz de correlación para el geo-dominio 1. ....	48
Tabla 18: Matriz de correlación para el geo-dominio 2. ....	48
Tabla 19: Matriz de correlación para el geo-dominio 3. ....	48
Tabla 20: Parámetros de variogramas experimentales. ....	53
Tabla 21: Estructura de variogramas modelados. ....	54
Tabla 22: Resumen estadístico de las variables Gaussianas por geo-dominio. ....	58

Tabla 23: Parámetros de variogramas experimentales. ....	61
Tabla 24: Estructuras de variogramas modelados. ....	61
Tabla 25: Parámetros fijos utilizados para la valorización de bloques. ....	68
Tabla 26: Vector metalúrgico para leyes de impurezas. ....	68
Tabla 27: Penalización por impurezas establecidas en un PLATT de 65%Fe para pellet feed. ...	71
Tabla 28: Estadística básica de precios históricos. ....	72
Tabla 29: Estadística básica para los datos de los precios simulados. ....	72
Tabla 30: Casos de estudio. E-type corresponde al promedio de las realizaciones (escenario esperado). ....	73
Tabla 31: Parámetros económicos para la valorización del modelo de bloques en caso base. ....	73
Tabla 32: Estadística básica de parámetros para modelo económico, donde Femol corresponde a ley del producto final a venta. (ver capítulo 4.9.1.1 Vectores metalúrgicos) ....	73
Tabla 33: Penalización económica por impurezas. ....	83



# Tabla de Ilustraciones

Figura 1. Ejemplo de simulación plurigaussiana de tres geo-dominios o unidades geológicas (UG). .....	10
Figura 2: Esquema del plan de investigación y aplicación de metodología.....	13
Figura 3; Nubes de dispersión entre a) hierro-sílice, b) hierro-potasio, c) hierro-coeficiente magnético, d) hierro-fósforo, e) hierro-azufre y, f) hierro-zinc.....	21
Figura 4: Distribución espacial de ley de hierro. La imagen superior izquierda muestra una vista isométrica, la superior derecha pertenece a un perfil XY viendo al norte y la imagen inferior es una vista en planta. ....	22
Figura 5: A la izquierda el histograma y derecha el gráfico de probabilidad lognormal para hierro. .....	23
Figura 6: Distribución espacial de ley de fósforo. La imagen superior izquierda muestra una vista isométrica, la superior derecha pertenece a un perfil XY viendo al norte y la imagen inferior es una vista en planta. ....	24
Figura 7: A la izquierda el histograma y derecha el gráfico de probabilidad lognormal para fósforo. .....	24
Figura 8: Distribución espacial de ley de azufre. La imagen superior izquierda muestra una vista isométrica, la superior derecha pertenece a un perfil XY viendo al norte y la imagen inferior es una vista en planta. ....	25
Figura 9: A la izquierda el histograma y derecha el gráfico de probabilidad lognormal para azufre. .....	26
Figura 10: Distribución espacial de ley de sílice. La imagen superior izquierda muestra una vista isométrica, la superior derecha pertenece a un perfil XY viendo al norte y la imagen inferior es una vista en planta. ....	26
Figura 11: A la izquierda el histograma y derecha el gráfico de probabilidad lognormal para sílice. .....	27
Figura 12: Distribución espacial de ley de potasio. La imagen superior izquierda muestra una vista isométrica, la superior derecha pertenece a un perfil XY viendo al norte y la imagen inferior es una vista en planta. ....	28
Figura 13: A la izquierda el histograma y derecha el gráfico de probabilidad lognormal para potasio. .....	29

Figura 14: Distribución espacial de ley de zinc. La imagen superior izquierda muestra una vista isométrica, la superior derecha pertenece a un perfil XY viendo al norte y la imagen inferior es una vista en planta. ....	30
Figura 15: A la izquierda el histograma y derecha el gráfico de probabilidad lognormal para potasio. ....	31
Figura 16: Distribución espacial de ley del coeficiente magnético. La imagen superior izquierda muestra una vista isométrica, la superior derecha pertenece a un perfil XY viendo al norte.....	31
Figura 17: A la izquierda el histograma y derecha el gráfico de probabilidad lognormal para el coeficiente magnético. ....	32
Figura 18: Distribución espacial de los Geo-dominios. La imagen superior izquierda muestra una vista isométrica, la superior derecha pertenece a un perfil XY viendo al norte y la imagen inferior es una vista en planta. ....	36
Figura 19: A la izquierda el histograma para Fe categorizado por geo-dominio y a la derecha el box plot para el mismo conjunto de datos. ....	37
Figura 20: Gráficos de media condicional para hierro respecto a los ejes de coordenadas. ....	38
Figura 21: A la izquierda el histograma para P categorizado por geo-dominio y a la derecha el box plot para el mismo conjunto de datos. ....	39
Figura 22: A la izquierda el histograma para azufre categorizado por geo-dominio y a la derecha el box plot para el mismo conjunto de datos. ....	40
Figura 23: A la izquierda el histograma para sílice categorizado por geo-dominio y a la derecha el box plot para el mismo conjunto de datos. ....	41
Figura 24: Gráficos de media condicional para sílice respecto a los ejes de coordenadas.....	42
Figura 25: A la izquierda el histograma para potasio categorizado por geo-dominio y a la derecha el box plot para el mismo conjunto de datos. ....	43
Figura 26: A la izquierda el histograma para potasio categorizado por geo-dominio y a la derecha el box plot para el mismo conjunto de datos. ....	44
Figura 27: A la izquierda el histograma para el coeficiente magnético categorizado por geo-dominio y a la derecha el box plot para el mismo conjunto de datos.....	45
Figura 28: Gráficos de media condicional para el coeficiente magnético respecto a los ejes de coordenadas. ....	46
Figura 29: A la izquierda el correlograma cruzado para los diferentes GD y, a la derecha la media móvil entre los mismos dominios. ....	47

Figura 30: Gráficos de dispersión para leyes dentro del geo-dominio1. a) hierro vs. fósforo, b) hierro vs. azufre, c) hierro vs. sílice, d) hierro vs. potasio, e) hierro vs. zinc y, f) hierro vs coeficiente magnético. ....	50
Figura 31: Gráficos de dispersión para leyes dentro del geo-dominio2. a) hierro vs. sílice, b) hierro vs. potasio, c) hierro vs. zinc, d) hierro vs coeficiente magnético y, e) coeficiente magnético vs. zinc. ....	51
Figura 32: Gráficos de dispersión para leyes dentro del geo-dominio 3. a) hierro vs. sílice, b) hierro vs. potasio, c) hierro vs. zinc, d) hierro vs coeficiente magnético y, e) coeficiente magnético vs. zinc. ....	52
Figura 33: Bandera de truncación para simulación plurigaussiana. ....	53
Figura 34: Ajuste del variograma experimental de los campos aleatorios Gaussianos.....	54
Figura 35: A la izquierda se observa una vista en planta de una realización de los geo-dominios y, a la derecha una vista en sección con vista al este de la misma realización.....	55
Figura 36: Proporción de geo-dominios en las realizaciones. ....	55
Figura 37: Frecuencia de la proporción de geo-dominios en 30 realizaciones. ....	56
Figura 38: A la izquierda se observa una vista en planta de los geo-dominios más probables de ocurrencia y, a la derecha una vista en sección con vista al este.....	57
Figura 39: Mapas de probabilidad de ocurrencia del geo-dominio más probable. ....	57
Figura 40: A la izquierda transformación de anamorfosis y derecha el histograma de los datos transformados, todos para la variable de hierro en cada GD.....	59
Figura 41: Nubes de correlación diferida para hierro en cada dominio de simulación: a) hierro en geo-dominio 1, b) hierro en geo-dominio 2 y, c) hierro en geo-dominio 3 (izq: distancia 10 metros, der: distancia 100 metros).....	60
Figura 42: Variograma experimental punteado y modelo ajustado en línea continua. a) Variograma de hierro con muestras pertenecientes al geo-dominio 1, b) Variograma de hierro con muestras pertenecientes al geo-dominio 2 y, c) Variograma de hierro con muestras pertenecientes al geo-dominio 3.....	62
Figura 43: Gráficos de dispersión entre la media de los valores simulados y los valores de los sitios muestreados. ....	63
Figura 44: Gráficos de incertidumbre para hierro en los tres geo-dominios. ....	63
Figura 45: Resultados de una realización de las leyes de las variables en estudio vistas al Este..	65
Figura 46: Resultados de una realización de las leyes de las variables en estudio vistas en planta. ....	66

Figura 47: Distribución de los precios históricos para el pellet feed.....	71
Figura 48: Sección longitudinal vista al Este (X = 370). Indicadores de pertenencia al pit final: 1: Dentro del Pit y 0: Fuera del Pit. ....	74
Figura 49: Caso B: Probabilidad de pertenecer al Pit Final. Sección longitudinal vista al Este (X=370). ....	74
Figura 50: Caso C: Probabilidad de pertenecer al Pit Final. Sección longitudinal vista al Este (X=370). ....	75
Figura 51: Caso D: Probabilidad de pertenecer al Pit Final. Sección longitudinal vista al Este (X=370). ....	75
Figura 52: Izquierda) Descripción de pertenencia de los bloques: 0 fuera del pit y 1 dentro del pit para el caso base A y, derecha) Probabilidad de ocurrencia de los bloques dentro del pit final para la metodología del caso B.....	76
Figura 53: Beneficio por escenario. Cada escenario es comparado con la media del beneficio obtenido de la valorización de los 29 escenarios restantes.....	77
Figura 54: Izquierda) Descripción de pertenencia de los bloques: 0 fuera del pit y 1 dentro del pit para el caso base A y, derecha) Probabilidad de ocurrencia de los bloques dentro del pit final para la metodología del caso C.....	77
Figura 55: Beneficio por escenario. Cada escenario es comparado con la media del beneficio obtenido de la valorización de los 29 escenarios restantes.....	78
Figura 56: Modelo de bloques con la proyección grafica de la variable de Fe simulada. Sección vista al este, coordenada x=370.....	78
Figura 57: Probabilidad de ocurrencia de los bloques dentro del pit final. Izquierda: caso B y, derecha: Caso D.....	79
Figura 58: Beneficio por escenario. Cada escenario es comparado con la media del beneficio obtenido de la valorización de los 29 escenarios restantes. Superior: Caso B e, inferior: Caso D. ....	79
Figura 59: Probabilidad de ocurrencia de los bloques dentro del pit final. Izquierda: caso C y, derecha: Caso D.....	80
Figura 60: Beneficio por escenario. Cada escenario es comparado con la media del beneficio obtenido de la valorización de los 29 escenarios restantes. Superior: Caso C, e inferior Caso D.....	81
Figura 61: Dispersión del beneficio económico de cada metodología aplicada. Línea continua representa el beneficio económico del Caso A – Determinístico.....	82
Figura 62: Penalización por contaminante en US/t. superior) Penalización por fósforo e inferior) Penalización por sílice.....	84

# Capítulo 1: Introducción

## 1.1. Motivación y planteamiento del problema

El negocio minero requiere de un plan de producción a largo plazo para definir una secuencia de extracción de un depósito mineral y así, pronosticar la producción de metal mientras se maximiza el valor actual neto (VAN) durante la vida útil de la mina. El plan de producción es construido a partir de un modelo de un yacimiento discretizado en bloques, donde cada bloque posee atributos geológicos tal como ley, densidad de roca, litología, entre otras. No obstante, estos atributos son estimados a partir de un conjunto de datos exactos donde cada uno representa un punto en el espacio mientras que el resto del dominio es desconocido. Esta metodología, usualmente utilizada en la industria minera, no considera que la incertidumbre geológica juega un papel importante en la evaluación de reservas, ya que al suponer un dominio conocido en su totalidad puede generar desviaciones en todos los procesos subsiguientes, que al planificar y pronosticar la producción ignorando esta incertidumbre conduce a desviación en el cumplimiento de las expectativas económicas del proyecto [10] [39] [44].

El presente caso de estudio se establece en un yacimiento ferrífero con multi-elementos los cuales son considerados impurezas que afectan la calidad del producto final a venta, razón por la cual, la incorporación de estos en la evaluación de reservas es de suma importancia debido a la eventual penalización.

Dadas las características de este estudio, para afrontar la incertidumbre geológica se presenta un enfoque de simulación plurigaussiana jerárquica en cascada que minimiza la inexactitud de las estimaciones en función de la dependencia genética de la mineralización y la litología del depósito [37]. En consecuencia, se propone restringir la evaluación de leyes a los dominios geológicos con los que se tiene correlación, simulando las leyes dentro de cada tipo de roca considerando la correlación entre leyes para realizar un estudio multivariable.

La simulación geoestadística genera escenarios posibles de la distribución espacial de la variable de interés, permitiendo cuantificar la incertidumbre del dominio a evaluar. Incorporando esto, se presenta una aplicación a la planificación minera, la cual se ve afectada por los múltiples escenarios equiprobables entregados por la simulación del cuerpo mineral y precios de commodities, y al considerar toda esta información en la evaluación económica del depósito propone una anticipación en la toma de decisiones, definiendo cuál será la estrategia que permita alcanzar el mayor valor, aportando robustez al sistema.

## 1.2. Objetivos

El objetivo principal de este estudio es cuantificar la incertidumbre y variabilidad de leyes en un yacimiento ferrífero con multi-elementos y, analizar cada escenario geológico incorporando la incertidumbre de precios del metal para evaluar el impacto de esto en la etapa inicial de la planificación minera.

Para alcanzar este objetivo es necesario realizar lo siguiente:

### 1.2.1. Simulación Geoestadística

- Establecer la genética geológica del yacimiento para determinar características geocronológicas.
- Identificar la variable geológica que controla la distribución de leyes de hierro e, incorporar la correlación existente con los diferentes atributos químicos presentes en el yacimiento.
- Distinguir el tipo de contacto que existe entre geo-dominios para afrontar la variabilidad de leyes entre ellos.
- Analizar las diferentes metodologías geoestadísticas aplicadas a la estimación de recursos para determinar el enfoque a utilizar.
- Validar los resultados obtenidos mediante gráficos de exactitud.

### 1.2.2. Aplicación a la planificación minera

- Determinar la metodología para la incorporación de incertidumbre en el precio de largo plazo.
- Analizar el efecto que poseen los diferentes tipos de incertidumbre en la etapa inicial de la planificación minera.

## 1.3. Alcance

El presente caso de estudio está enfocado en un depósito de hierro en el que, por motivos de confidencialidad, las coordenadas de ubicación se mantienen clasificadas. Este depósito es extraído mediante un sistema minero de rajo a cielo abierto. El yacimiento está conformado principalmente por óxidos de hierro: hematita y magnetita, siendo la hematita el principal componente de la mena. Los atributos secundarios considerados como contaminantes son fósforo (P), azufre (S), sílice ( $\text{SiO}_3$ ), potasio (K) y zinc (Zn).

La información usada para el desarrollo de este proyecto está basada en 272 sondajes de exploración distribuidos en una malla irregular que se aproxima a los 50m de apertura. La irregularidad de la malla, así como de muestreo, son respuestas a diferentes campañas de exploración que fueron realizadas bajo diferente criterio geológico y de mercado resultando en un

muestreo heterotópico. Además, la descripción litológica de los datos evaluados no asocia impurezas ni ocurrencia del mineral. La descripción de los datos es irregular y no se observa una metodología clara en la categorización de los datos, esto conlleva irregularidades en el estudio exploratorio (EDA).

Se realiza un análisis económico del depósito aplicado a un proceso de separación magnética, el cual considera un balance de recuperación en peso y porcentaje de leyes e impurezas de los bloques siempre y cuando estos sobrepasen el umbral de corte en la ley magnética. Es de suma importancia considerar que la valorización económica del metal debe ser aplicada en las características del producto final.

Hay que considerar que la industria ferrífera entrega tres tipos de productos diferenciados en la granulometría: granzas, finos y pellet feed. Para hacer frente a este lineamiento se utilizó un vector metalúrgico para determinar el contenido de hierro e impurezas en el producto, considerando pellet feed como producto final.

# Capítulo 2: Marco teórico

## 2.1. Modelamiento de recursos minerales

### 2.1.1. Muestreo

La estimación y clasificación de los recursos minerales dependen en gran medida de la confianza en el modelo geológico del yacimiento, al cual las estimaciones están limitadas. Por tanto, la comprensión geológica de un depósito es fundamental para el proceso de evaluación de los recursos minerales. El depósito mineral y su modelo geológico es una representación por bloques en 3D, los cuales poseen ciertos atributos estimados a partir de la información recuperada por muestras de sondajes de perforación, siendo esta escasa en las primeras etapas del proyecto minero. Estas muestras son utilizadas para la caracterización del depósito ya que entregan valores medidos que brindan información representativa del depósito.

El efecto de esta información tiene un impacto significativo en términos de interpretación de la geología, así como la estimación de la continuidad de la ley y el riesgo resultante asociado con la estimación y clasificación de los Recursos Minerales. Como se puede observar, el muestreo de sondajes y análisis de esto repercute en todo el negocio minero, ya que es la base de la caracterización del yacimiento y, posteriormente la estimación de recursos fundamenta el beneficio económico del proyecto. En palabras más simples, si el muestreo se realiza de forma errónea, toda la cadena del negocio carecerá de información fidedigna.

Para asegurar la calidad del muestreo, existe un protocolo que asegura buenas prácticas para la toma, registro, preparación y análisis de muestras, que consiste en varias etapas de conminución y reducción de masa, minimizando las fuentes de error, contemplando la implementación de recolección de muestras, los errores de preparación y los errores analíticos [3].

Una vez el muestreo se haya realizado, asegurado y controlado mediante los procesos antes mencionados, se procede a un análisis exploratorio de los datos recolectados.

### 2.1.2 Análisis exploratorio y preparatorio de datos

La estimación de modelos espaciales de leyes u otras variables pertenecientes a un mismo depósito mineral está precedida de un exhaustivo análisis de los atributos geológicos del yacimiento y de los datos de muestreo vinculados a este. El objetivo final de esto es evaluar el comportamiento de estos entre sí y su relación con las variables regionalizadas de interés, mejorando el fundamento de cualquier estimación de recursos.

Las variables regionalizadas como la ley de un metal, dominios estructurales, densidad de la roca o recuperación metalúrgica, describen un fenómeno de mineralización.



Para ejecutar el proceso de análisis exploratorio de datos (EDA) se incluye lo siguiente:

- Familiarizarse con de las características estadísticas y espaciales de todas las variables de interés para la estimación de recursos.
- Reconocimiento de errores en los datos.
- Identificar y entender los valores atípicos.
- Definir los diferentes dominios geológicos y su comportamiento estadístico.
- Identificar tipo de contacto (transición de leyes).
- Documentar y comprender la correlación entre las variables de interés.
- Reconocer cualquier variación espacial sistemática de leyes.

Las herramientas empleadas en este proceso, entre otras son:

- Mapas de ubicación espacial de los datos.
- Estadísticas descriptivas de las variables de interés.
- Histogramas para determinar las distribuciones experimentales.
- Gráficos de probabilidad y QQ plots para la comparación de distribuciones.
- Nubes de correlación para visualizar variables en función de otras y determinar así su relación.
- Otras herramientas como: matriz de correlación, nubes de correlación diferidas, etc.

Hay que tomar en cuenta que los datos obtenidos de los sondeos de exploración como operación bridan información no regularizada, ya que estos se presentan bajo diferente soporte. El soporte se refiere al volumen sobre el cual se mide la variable. Dicho de otra forma, es necesario regularizar la información, ya que calcular la ley media de dos muestras cuando una mide 30m y la segunda solo 2m resulta en una cuantificación heterogénea y no representativa. Esta problemática se resuelve mediante un cambio de soporte bajo compósitos, reemplazando los datos originales. Al compositar, el volumen es regularizado a una cierta longitud promediando los valores puntuales (muestras) en el volumen dado y se asume que las leyes son uniformes en cada unidad del sondeo. Existen tres tipos de métodos de compósitos: a lo largo del sondeo (de inicio a fin), de largo aproximado y, según altura de unidad de explotación. Al trabajar a lo largo de sondeo hay que considerar que los límites entre unidades geológicas se tienen que respetar, de lo contrario se mezclará información de la unidad adyacente.

### **2.1.3. Definición de unidades de estimación**

La estimación de leyes procede dentro de los dominios definidos sobre la base de consideraciones geológicas y el análisis exploratorio de datos. La definición y el modelamiento de estos dominios es un paso importante en la estimación de recursos minerales

El dominio de estimación o geo-dominio (GD) corresponde a un volumen dentro del cual se realiza la estimación o simulación de variables de interés. Estos deben presentar un comportamiento estadístico homogéneo en sus características geológicas respetando una coherencia espacial. En general, estos se definen en función de atributos geológicos (alteración, litología, zona mineral, potencia de mineral, dominios estructurales, etc.) [43].

En su definición existen varias particularidades por tomar en cuenta: 1) ley media entre dominios, 2) que en el gráfico de la distribución media vs. desviación estándar deben entregar GD separados, de lo contrario estos podrían ser agrupados, 3) deben presentar distribuciones separadas y unimodales, 4) que las leyes se ausenten de tendencias de altas o bajas según sus coordenadas, 5) que el número de registros facilite su análisis, 6) que exista una transición de leyes entre GD, y 7) que pertenezcan al mismo evento geológico respetando coherencia espacial.

Es de suma importancia también conocer el comportamiento de leyes entre unidades de estimación, el cual se conoce mediante un análisis de contacto, que realiza un cálculo de leyes medias de la variable de interés cercano al contacto entre unidades geológicas, determinando si la transición de leyes entre dominios se presenta de manera abrupta o gradual.

#### **2.1.4. Modelamiento de la continuidad espacial y estimación de recursos**

Las técnicas de estimación y simulación geoestadística se caracterizan por incorporar la correlación espacial de la variable en estudio, en particular su anisotropía, en el proceso de modelamiento, vía herramientas “estructurales” como funciones de covarianza o variogramas [5]. El concepto de anisotropía resume que las propiedades de las leyes y la geología poseen direcciones preferenciales de continuidad. Estas direcciones se traducen en la construcción de un modelo variográfico isótropo en algunas direcciones del espacio (omnidireccional u omnihorizontal, por ejemplo), o bien un modelo anisótropo basado en tres direcciones principales del espacio tridimensional (Norte-Sur, Este-Oeste y Vertical, o direcciones rotadas).

Las anisotropías usualmente utilizadas (anisotropía geométrica o anisotropía zonal) se caracterizan por 6 parámetros: 3 ángulos de rotación (azimut, dip y plunge) y los alcances de correlación a lo largo de las 3 direcciones principales, ortogonales entre sí. Un paso clave en el modelamiento geoestadístico de yacimientos es encontrar los valores de estos parámetros que mejor describen la continuidad espacial del depósito en estudio. En general, se utilizan varios modelos básicos de covarianza o variograma (estructuras anidadas), cada uno de los cuales posee parámetros propios.

La estimación busca predecir el valor de la variable regionalizada en un sector del campo estudiado a partir de los datos disponibles. Existen diferentes métodos de ponderación, tal como interpolación por el vecino más cercano, por método de los polígonos e inverso a la distancia, entre otros. Todos estos métodos toman en cuenta la naturaleza geométrica de los datos al momento de realizar la interpolación, principalmente las distancias que existen entre los sitios con datos y el sitio a estimar. Sin embargo, ignoran la continuidad espacial de la variable estudiada a través del modelo de variograma, mientras que, mediante el método de kriging se utilizan los datos muestreados para determinar el valor en otros sitios sin datos de muestreo y la distancia entre estos, asociando la redundancia de los datos y la continuidad espacial estudiada mediante el variograma. Este método es un procedimiento de mínimos cuadrados (con ciertas restricciones) que proporciona una varianza de error mínima cuando se usa un conjunto particular de datos para estimar un sitio específico o bloque, generando un resultado insesgado de varianza de error mínima [6].

Para el caso multivariable, el cokriging corresponde a una técnica que permite interpolar el valor de una variable considerando la información de variables secundarias que presentan correlación con la variable principal [52]. La correlación espacial conjunta de todas estas variables se modela mediante covarianzas directas (para cada variable) y cruzadas (entre cada par de variables) o por variogramas directos y cruzados. Estas herramientas estructurales se suelen modelar por una

combinación de modelos básicos llamados estructuras anidadas (modelo lineal de correogionalización).

A pesar de que el kriging o cokriging es un interpolador exacto, posee la propiedad de suavizamiento, la cual se traduce en la sobre estimación de los valores bajos y subestimación de valores altos de las variables en estudio. Por lo tanto, el kriging aporta una estimación sesgada cuando se aplica un valor de corte (ley de corte). Para afrontar esta problemática se recurre a la simulación geoestadística, la cual reproduce la variabilidad espacial de la variable regionalizada.

### **2.1.5. Modelamiento de la incertidumbre geológica**

Una simulación consiste en construir una variable regionalizada que “se parece” a aquella que se estudia, es decir que reproduce su continuidad espacial [5] [36]. Probabilísticamente hablando, se busca construir una variable regionalizada  $z(x)$  como una realización de una función aleatoria  $Z(x)$  reproduciendo la variabilidad espacial del conjunto de datos. Cada realización se interpreta como un posible escenario de dicha variable que, al construir diversos escenarios equiprobables de dicha variable, es posible medir la incertidumbre, realizar análisis de sensibilidad.

Existen dos tipos de simulación, la no condicional, la cual es una función aleatoria que reproduce la variabilidad sin replicar los valores de los sitios muestreados; y la de tipo condicional que aparte de reproducir la función aleatoria con misma distribución espacial, reproduce el conjunto de datos [8].

Los valores estimados bajo este método son imprecisos, ya que la varianza del error entre el valor simulado y el valor real no es mínima, al contrario del método de kriging, el cual busca que el valor estimado sea el más próximo al valor real desconocido, sin embargo, conducen a un suavizamiento de los valores reales, mientras que las realizaciones de  $Z(x)$  presentan el mismo componente estructural que la variable regionalizada real. Para obtener valores estimados precisos, se trabaja con un mayor número de simulaciones.

Cada escenario simulado puede ser tratado como si fuera la variable regionalizada real y, al analizar el conjunto de escenarios, la distribución de los resultados del conjunto de simulaciones se hace visible, asociando la incertidumbre para medir la probabilidad de ocurrencia.

#### *2.1.5.1. Simulación de variables continuas*

El simular variables continuas, usualmente se resume en simular una función aleatoria multi-Gaussiana ( $Y$ ) estacionaria en un conjunto de datos, es decir, el modelo exige que las distribuciones de probabilidad sean multinormales. Encontrar estas características es complicado, por lo que se implementa una función por anamorfosis, que a través de una transformación se asume la distribución multigaussiana.

Existen diversos algoritmos de simulación multigaussiana, los cuales condicionan de forma directa (método secuencial y de descomposición matricial) y los que requieren una etapa posterior de condicionamiento (método espectral, bandas rotantes, etc.) [6] [8] [29].

En este capítulo se describirá el algoritmo de simulación por bandas rotantes [1] [19] [32] ya que es el que se toma para realizar este trabajo. Este algoritmo simula variables en 3-D a partir de

simulaciones en 1-D realizadas a lo largo de líneas rectas discretizadas de manera uniforme en el espacio, y entrega como resultado un promedio ponderado de ellas.

Al igual que en el caso de las estimaciones, la simulación puede ser realizada considerando múltiples variables [1], en cuyo caso se denomina cosimulación, la cual contempla un conjunto de funciones aleatorias Gaussianas con un modelo lineal de coregionalización.

El condicionamiento de las realizaciones se realiza mediante la aplicación de un kriging (cokriging en caso multivariable), utilizando el kriging/cokriging de la variable a simular a partir de los datos condicionantes, la simulación condicional en el sitio y el kriging/cokriging de la simulación no condicional a partir de los valores de dicha simulación en los sitios con datos [1] [6] [29]

Aplicar el algoritmo de bandas rotantes requiere del siguiente proceso:

1. Anamorfosis de los datos originales; en caso multivariable anamorfosis para cada variable de interés.
2. Variografía sobre los datos transformados (variogramas directos y cruzados).
3. Simulación no condicional o cosimulación.
4. Condicionar las simulaciones (kriging/cokriging).
5. Transformar los valores simulados a su distribución original.
6. Procesar las realizaciones.

#### *2.1.5.2. Simulación de variables categóricas*

La simulación de una función categórica busca caracterizar la distribución de los dominios geológicos, para lo cual existe la necesidad de modelar la conectividad espacial de los geodominios, los contactos entre estos y su regularidad [1] [13] [14]

Para esto existen métodos de simulación tales como, la simulación secuencial de indicadores y la simulación Gaussiana truncada [22] [27] [30]. El modelo Gaussiano truncado se basa en la truncación de una función aleatoria Gaussiana, la cual se define como un umbral que delimita la proporción del espacio cubierto por cada geo-dominio, permitiendo distinguir las relaciones entre contactos de estos. La predilección entre estos métodos se basa en que el modelo generado por el primer método (simulación secuencial de indicadores) ignora la relación entre contactos de los diferentes dominios, al contrario del segundo método.

El modelo Gaussiano truncado posee el impedimento de realizar ajustes de contactos entre geodominios cuando estos no se presentan de forma estratificada o carecen de una relación jerárquica simple. Este impedimento se presenta cuando la simulación a realizar comprende más de dos unidades no jerarquizadas. Para afrontar esta complicación se dirige a la extensión plurigaussiana, la cual ejecuta la truncación para varias funciones aleatorias Gaussianas [33] [34] [37].

Tanto el modelo Gaussiano truncado como plurigaussiano serán discutidos a continuación.

#### **Simulación Gaussiana truncada**

Este modelo permite generar simulaciones mediante una regla de truncación de una función aleatoria, donde la jerarquía de los geo-dominios y sus proporciones son de suma importancia para determinar los umbrales y los valores de estos [22] [30].

Un indicador de la función aleatoria  $\{Y(x) : x \in \mathbb{R}^d\}$  es definido, el cual permite codificar un determinado dominio mediante un umbral de corte “y” que depende de la proporción espacial de cada geo-dominio.

$$I(x; y) = \begin{cases} 0 & \text{si } Y(x) < y \Rightarrow \text{Dominio geológico A} \\ 1 & \text{si } Y(x) \geq y \Rightarrow \text{Dominio geológico B} \end{cases}$$

El variograma de indicadores  $\gamma_{I,y}(h)$  se obtiene de los datos de los sitios de muestreo que existen para cada geo-dominio (0, 1), el cual posee una relación con el variograma de la función aleatoria Gaussiana  $\gamma(h)$ , siendo este el que se interesa definir. Esta relación se calcula con una expresión del polinomio de Hermite.

Una vez obtenido el variograma  $\gamma(h)$ , se procede a a realizar la simulación condicional de  $I(x;y)$  mediante [32]:

1. Simular la variable Gaussiana  $Y(x)$  en los sitios con datos utilizando el muestreador de Gibbs [21], el cual es un método iterativo.
2. Simular la variable Gaussiana  $Y(x)$  en los sitios que se busca conocer, condicional a las realizaciones obtenidos en el punto anterior, mediante cualquier algoritmo de simulación multigaussiana.
3. Truncar la variable simulada  $Y(x)$ , para obtener las realizaciones de los indicadores.

### Simulación plurigaussiana

Como se mencionó previamente, la simulación Gaussiana truncada conduce a complicaciones jerárquicas; si se requiere simular tres geo-dominios, para pasar del dominio 0 al dominio 2 hay que pasar por el dominio 1, y mediante este método controlar el contacto entre estos no es posible. Para resolver esta complicación y dar mayor flexibilidad en la definición de dominios espaciales, se extiende al método de simulación plurigaussiana [33] [34], que utiliza diversas funciones aleatorias Gaussianas independientes para definir los dominios mediante una regla de truncación, generando un modelo que reproduce patrones y contactos más complicados entre dominios, por ejemplo:

$$I(x; y) = \begin{cases} 0 & \text{si } Y(x) < y_1 & \Rightarrow \text{Dominio geológico A} \\ 1 & \text{si } Y(x) \geq y_1 \text{ y } Y_2(x) < y_2 & \Rightarrow \text{Dominio geológico B} \\ 2 & \text{si } Y(x) \geq y_1 \text{ y } Y_2(x) \geq y_2 & \Rightarrow \text{Dominio geológico C} \end{cases}$$

Dicha regla de truncación se representa a través de una bandera. Esta bandera posee una gran influencia ya que cada eje representa una función aleatoria Gaussiana y, representa la relación espacial entre geo-dominios y sus contactos permitidos.

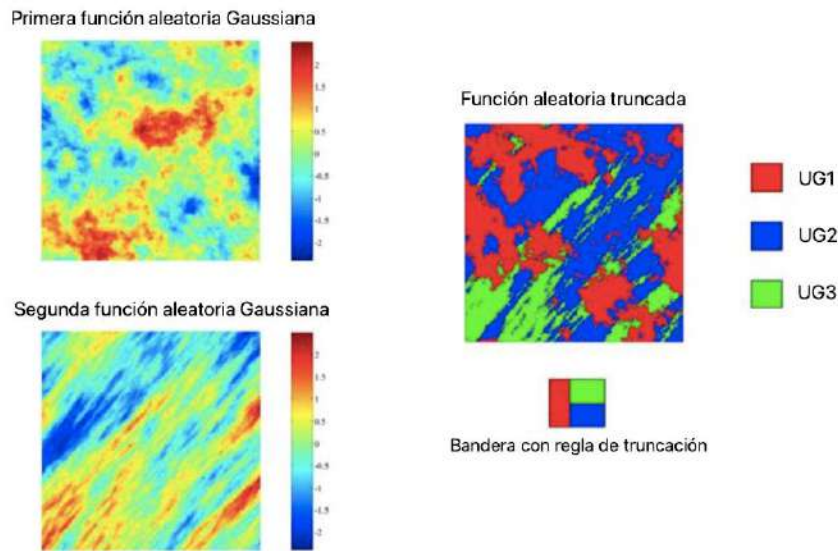


Figura 1. Ejemplo de simulación plurigaussiana de tres geo-dominios o unidades geológicas (UG).

Con la Figura 1, nos damos cuenta de que la bandera de truncación visualiza el contacto entre geo-dominios, por ejemplo: si en la bandera los geo-dominios están en contacto representa que en la realidad estos están en contacto y, si un geo-dominio aparece en primer plano se interpreta como un geo-dominio más joven que corta a los demás más antiguos. Este enfoque es conocido como jerárquico.

El modelo requiere definir: 1) la regla de truncación, 2) el umbral de corte que impacta en la proporción cubierta por cada geo-dominio y, 3) los variogramas de las funciones aleatorias que inferen en los variogramas de indicadores de los geo-dominios.

Ahora, en respuesta a que los geo-dominios varían en el espacio, la regla de truncación ya no es la misma para todo el espacio, resultando en que el umbral de corte puede variar en el espacio.

El algoritmo del modelo y simulación condicional requiere los siguientes procesos:

1. Inferir los parámetros del modelo con base a los datos categóricos (bandera de truncación, umbrales de corte y los variogramas de las funciones aleatorias Gaussianas).
2. Simular las funciones aleatorias Gaussianas en los sitios con muestreo, condicional a los datos categóricos codificados (muestreador de Gibbs).
3. Simular las funciones aleatorias en los sitios de interés condicionando a los resultados obtenidos anteriormente (algoritmo de simulación multigaussiana).
4. Aplicar la regla de truncación para obtener los geo-dominios.

### 2.1.5.3. Combinación de dominios geológicos y leyes

Anteriormente hemos desglosado de manera independiente la particularidad y propiedad de cada método de simulación:

1. Modelo multigaussiano, que cuantifica la incertidumbre de leyes de las variables de interés.
2. Modelo plurigaussiano, que cuantifica la incertidumbre de los geo-dominios.

Para combinar estos métodos existen diferentes métodos:

- Independiente: cuantifica la incertidumbre de leyes y geo-dominio de manera separada, sin considerar el control de los geo-dominios sobre las leyes.
- Cascada: donde primeramente los geo-dominios son simulados para continuar con la simulación de leyes dentro de cada geo-dominio simulado. Este método es que produce transiciones abruptas en las leyes cercanas al límite del geo-dominio (contacto duro) y, debido a que las leyes son simuladas de manera independiente existirá mayor incertidumbre en los geo-dominios con menor densidad de datos, ya que se ignora los datos restantes de los demás geo-dominios.
- Conjunto: este método refiere a una cosimulación conjunta entre leyes y geo-dominios, considerando un análisis variográfico de funciones aleatorias Gaussianas auxiliares para cada tipo de variable, con el objetivo de correlacionarlas y así considerar la dependencia entre geo-dominios y leyes. Al contrario del método en cascada, este genera transiciones graduales en las leyes cercanas al límite (contacto blando).

Para discernir entre los últimos dos métodos es necesario realizar un análisis de contacto, el cual determina si la transición de las leyes cercanas al límite es “suave” o “dura”.

#### 2.1.5.4 Validación de simulación

Una técnica conocida como validación cruzada le permite a uno tomar esa decisión. La validación cruzada elimina un valor de muestra conocido en una ubicación determinada y estima su valor mediante el uso de parámetros de estimación y las muestras vecinas. Conociendo el valor estimado y verdadero en los puntos de muestra, se pueden determinar los sesgos de sobreestimación o subestimación de la técnica de estimación.

## 2.2. Valorización económica de depósito

Una vez terminada la etapa de evaluación de recursos entra en proceso la planificación minera a largo plazo, la cual inicialmente determina la porción del depósito mineral que será extraído y procesado para obtener el producto final que posteriormente entrará al mercado.

Determinar el Pit Final es una de las etapas más importantes en el negocio minero. Este forma una superficie geométrica de tipo cónico que corresponde a una implementación del algoritmo de Lerchs y Grossmann [36] el cual se basa en el cálculo del cierre máximo de un cono, definido por factores económicos, geológicos y, por las precedencias verticales de acuerdo con el ángulo de talud total que establece la zona donde se llevará a cabo la extracción del mineral, entregando el límite entre las reservas y recursos y así, determinar la capacidad de procesamiento y el espacio físico donde se encontrará la zona de botaderos de material de lastre [25].

$$(PF) \text{ máx } \sum_{b \in \mathcal{B}} v_b x_b \quad (1)$$

$$\text{s.a. } x_b \leq x_{b'} \quad \forall b \in \mathcal{B}, b' \in \text{PREC}(b) \quad (2)$$

$$x_b \in \{0,1\} \quad \forall b \in \mathcal{B} \quad (3)$$

donde  $b, b'$  representan los bloques,  $\mathcal{B}$  es el conjunto de bloques,  $\text{PREC}(b)$  es el molde de precedencias del bloque  $b$ ,  $v_b$  representa la valorización del bloque  $b$  y  $x_b$  es una variable binaria

(2) que toma valor uno cuando el bloque  $b$  es incluido en el pit final y cero cuando no. El objetivo (1) representa el valor total no descontado de los bloques extraídos. La restricción (3) asegura que, para extraer un bloque, primero deben ser extraído sus bloques precedentes [22].

La función objetivo (1) requiere determinar el valor económico de cada bloque (4), el cual entrega un valor monetario de acuerdo con los ingresos estimados por el contenido y calidad del mineral menos los costos asociados en la obtención del producto final a venta. Este valor monetario es determinado mediante la ecuación de beneficio del bloque [36]:

$$v_b = \begin{cases} [(P - C_v) * R * y_b - C_m - C_p] * T_b & ; & \text{si } y_b \geq \frac{C_m + C_p}{(P - C_v) * R} \\ -C_m * T_b & ; & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4)$$

donde  $v_b$  es el valor económico asociado a cada bloque,  $P$  corresponde al precio del commodity establecido en el contrato a venta (Platt),  $C_v$  es el costo de vender una tonelada de producto,  $R$  es la recuperación metalúrgica,  $y_b$  es la ley del mineral en el bloque,  $C_m$  es el costo de extraer una tonelada de material,  $C_p$  es el costo de procesar una tonelada de mineral y,  $T_b$  es el tonelaje del bloque.

Este proceso de cálculo de pit final plantea la base de la operación minera como negocio, cabe destacar que este se construye con base en variables que se conocen parcialmente, por lo tanto, este plan está sujeto a la incertidumbre propia de las variables en estudio, la eficiencia de los procesos mineros-metalúrgicos y a la incertidumbre derivada de las variables económicas [6]. Este conocimiento parcial o incertidumbre del valor “real” de una variable añade riesgo, ocasionando que los objetivos de producción planificados en términos de toneladas de mineral, leyes y por lo tanto flujos de caja en la operación, sufran desviaciones. Un enfoque para tratar con este tipo de incertidumbre es por medio de múltiples escenarios equiprobables del depósito, obtenidos a través de simulaciones condicionales; la disponibilidad de estos escenarios permite a los planificadores mineros evaluar la sensibilidad del diseño y agendamiento de la producción a la incertidumbre.



# Capítulo 3: Metodología

El objetivo principal de esta investigación es realizar una cuantificación de la incertidumbre de un depósito de metal de hierro e impurezas asociadas, involucrando la variabilidad de las diferentes unidades geológicas que controlan la mineralización. Además, se añade la información disponible de dichas impurezas para analizar el efecto económico que poseen en el producto final a venta, para así generar un análisis de riesgo de los N-escenarios en la planificación minera.

En este contexto, se considera un modelo jerárquico de simulación, primero definiendo cuál es la variable geológica que controla la ley de los elementos de interés y luego generando distintos escenarios posibles de la distribución y comportamiento espacial de dichas leyes. Finalmente, se puede generar distintas simulaciones de la distribución de leyes, ratio magnética y los distintos elementos presentes en el depósito.

Los escenarios de simulación de contenido de metal se construyen considerando un criterio para la delimitación de las fronteras de la variable de interés.



Figura 2: Esquema del plan de investigación y aplicación de metodología.

La metodología de estudio esquematizada en la Figura 2 se describe a detalle:

## 1. Estudio Exploratorio de datos:

Desarrollar un análisis exploratorio de los datos de sondajes, detectando posibles anomalías en la base de datos, así como la correlación entre las distintas variables, zonas de concentración de mediciones, zonas de mayor o menor ley, entre otros aspectos.

Determinar cuál de las variables categóricas en el yacimiento tiene mayor control sobre la distribución de las variables de interés, e identificar unidades geológicas o geo-dominios. Realizar un análisis de contacto para determinar las correlaciones estadísticas y espaciales de las variables de interés, dentro de cada geo-dominio y entre geo-dominios.

## 2. Simulación del tipo de roca:

Utilizando la caracterización geológica, simular la geología del depósito utilizando una metodología de simulación jerárquica, la cual genera distintos escenarios de la distribución de los geo-dominios presentes en el yacimiento. Para ello realizar una simulación plurigaussiana que modele el contacto entre los geo-dominios y el condicionamiento a los datos de la caracterización geológica. El objetivo de la simulación es generar distintos escenarios posibles del yacimiento con respecto a la variable categórica que controla la distribución de las especies de interés, para ello se realiza una simulación considerando los siguientes pasos:

1. Definir regla de truncación y proporciones de unidades geológicas.
2. Análisis variográfico de los geo-dominios.
3. Validación visual.
4. Cálculo de la probabilidad de los bloques de pertenecer a cada unidad.

### **3. Simulación de leyes:**

Utilizando la información de los sitios muestreados, realizar una simulación conjunta de las variables cuantitativas de interés (hierro, ratio magnético e impurezas) considerando el tipo de contacto evaluado. Para construir las realizaciones se considera el método de bandas rotantes, generando una realización para cada escenario de unidades geológicas obtenido por las simulaciones plurigaussianas en el paso anterior. Para realizar esto se aplican los siguientes pasos:

1. Definición de los dominios a simular para las distintas variables
2. Anamorfosis de las variables de interés, es decir, transformación de variables con distribución univariable Gaussiana.
3. Verificación de la hipótesis de bigaussianidad de las variables transformadas.
4. Análisis variográfico de las variables de interés en los distintos dominios.
5. Realización de las cosimulaciones mediante bandas rotantes.
6. Condicionamiento a los datos.
7. Anamorfosis inversa.

Para la validación del modelo se consideran técnicas usuales de validación, como lo es la metodología validación cruzada. Para la validación del modelo se considera la capacidad de reproducir los datos, es decir que los valores de los datos simulados repliquen de la mejor forma posible los datos muestreados.

### **4. Análisis de precios**

1. Simular la trayectoria de los precios de hierro.
2. Utilizando la información de los contratos de venta de hierro, establecer el Platt (contrato de venta) a utilizar.

### **5. Ecuación de valorización económica**

Aplicar modelo de balance de masa a los bloques para calcular las leyes de hierro e impurezas presentes en el producto final.

Determinar la ecuación de valorización económica de los bloques penalizando los bloques por impurezas

### **6. Cálculo de Pit final para los N-escenarios de cada caso de estudio**

Calcular el Pit final para cada uno de los escenarios considerando las diferentes metodologías de integración de incertidumbre:

- A. Precio fijo y leyes de modelo de bloques e-type (promedio de simulaciones).

- B. Parámetro de precio fijo y múltiples escenarios de leyes (simulaciones) considerando la penalización por impurezas.
- C. Parámetros de precios fluctuantes y leyes de modelo de bloques e-type.
- D. Escenarios de precios y leyes.

**7. Evaluar el impacto de integrar la incertidumbre: aplicación en la planificación minera**

Evaluar y comparar los resultados entre los casos previamente mencionados, considerando el efecto de incluir la incertidumbre de la geología, leyes y precios en la valorización y cálculo del pit final.

# Capítulo 4: Caso de estudio

## 4.1. Antecedentes geológicos

De acuerdo con informes inéditos, el complejo minero en estudio involucra diferentes procesos relacionados con la formación y evolución del Complejo Ígneo Sierra de Cruces (CISC), el cual involucra un fracturamiento cónico. Estas estructuras están asociadas al proceso controlador de la mineralización local. La zona mineralizada correspondiente al distrito minero está encajonada en rocas volcánicas de composición calco-alcalinas a alcalinas, tales como dioritas-andesitas, cuarzo monzonitas-granodioritas, traquiandesitas y rolitas, datadas en  $30.7 \pm 1.6$  millones de años; y asociada a rocas intrusivas porfidíticas y skarn o rocas de contacto con interacción de procesos magmáticos tardíos o proceso de hidrotermalismo temprano, responsables de las fases fluidas ricas en Fe.

Una característica principal del yacimiento es la mineralización de contacto dada por reemplazamiento de magnetita frecuentemente asociada con zonas de brechas que resultan en una distribución local altamente irregular, por lo tanto, la calidad del mineral aumenta con la cantidad de vetillas a lo largo de fracturas irregulares. Los minerales anhidríticos del skarn o de la mineralización de contacto son reemplazados por fases más hidratadas y, por magnetita de la mena mayor. Se debe aclarar que existen dos generaciones de mineralización magnética, las cuales están representadas por las zonas masivas de brecha y la mineralización de contacto.

La mena primaria consiste principalmente de magnetita, pirita, calcopirita y pequeñas cantidades de bornita y hematita, mientras que la ganga está compuesta por calcita, yeso, plagioclasas, feldespatos de K, cuarzo y minerales de contacto como clinopiroxenos de hedenbergíticos, actinolita, epidota, granate y apatito. Las alteraciones presentes son argilización, epidotización, cloritización, silicificación, y oxidación, esta última asociada a las zonas minerales.

Como se mencionó anteriormente, la concentración irregular de hierro está dada por la densidad de fracturamiento y la alteración hidrotermal resultando en una sobreposición de zonas metamórficas ocultando el zoneamiento del depósito.

El origen de la mineralización es epigenética y relacionada a un evento ígneo superficial y silicificado que puede ser clasificado como un magmatismo tardío a un evento hidrotermal temprano asociado a una mineralización de contacto. La evolución de esta tuvo lugar en un sistema relativamente cerrado como respuesta a la acción de fluidos producto de la inmiscibilidad, con precipitación de la mena ferrífera en zonas permeables preexistentes o generadas por la sobreposición interna de los fluidos mineralizantes. La mineralización se introdujo poco después del emplazamiento de la roca caja, consecuentemente la alteración del skarn bajo un control de fracturamiento desarrollado durante la intrusión del complejo de un complejo ígneo.

## 4.2. Consideraciones prácticas en depósitos de hierro

En los depósitos de hierro hay que tomar en cuenta ciertas particularidades:

2. La ley del hierro no es aditiva debido a que ésta debe ser ponderada por la densidad de roca esta, destacando que la densidad es una función del hierro, tratando con una variable calculada. Por lo tanto, en el cálculo de recursos en soporte de bloques, las leyes puntuales del hierro deben ser ponderadas por la densidad de la roca [27].
3. En caso de que el depósito mineral sea procesado mediante separación magnética, es de suma importancia medir el ratio magnético, para así obtener la ley magnética del bloque y, sobre ésta, determinar la recuperación en peso en el proceso físico de separación magnética.
4. El valor económico del bloque en un depósito metálico se calcula en función del contenido de metal y los costos relacionados. Los métodos comunes disponibles para calcular la valorización se basan simplemente en la rentabilidad del metal de interés, y las impurezas en el metal no son consideradas, siendo que estos afectan considerablemente la calidad del producto final. Por otra parte, las propiedades químicas de estas impurezas pueden afectar el proceso de separación magnética, y de existir en el producto final son penalizados por los contratos de venta previamente establecidos.

## 4.3. Presentación de los datos

El presente caso de estudio está enfocado en un depósito de hierro en México en el que, por motivos de confidencialidad, las coordenadas de ubicación han sido transformadas (Tabla 1). Este depósito es extraído mediante un sistema minero de rajo a cielo abierto. El yacimiento está conformado principalmente por óxidos de hierro: hematita y magnetita.

Los sitios muestreados se encuentran ubicados entre las coordenadas de la Tabla 1.

	<b>Este</b>	<b>Norte</b>	<b>Cota</b>
Mínimo [m]	0.000	0.000	-423.000
Máximo [m]	648.004	1344.077	244..682

*Tabla 1: Coordenadas de ubicación de muestreo.*

La información usada para el desarrollo de este proyecto está basada en 10.341 muestras composadas a lo largo del sondaje a 5 m, obtenidas mediante 272 sondajes de exploración, distribuidos en una malla irregular que se aproxima a los 50m de apertura. La irregularidad de la malla, así como de muestreo, es respuesta a diferentes campañas de exploración realizadas bajo diferente criterio geológico resultando en un muestreo heterotópico.

Las muestras de cada sondaje de exploración cuentan con el análisis de atributos químicos (Tabla 2) y con el tipo de roca mayoritario asociado a cada muestra. La cantidad de muestras con solo caracterización geológica es mayor debido a que el análisis de leyes se realiza bajo un análisis cualitativo visual (si el geólogo determina la presencia del mineral primario) y con la condición de

asociación mineral vs litología, es decir, si el tipo de roca está asociado a la mineralización se procede con el análisis químico.

A continuación, se describen las principales variables del yacimiento junto a la simbología con que estas serán denotadas (a lo largo de esta tesis se hará uso de las siglas para referirse a las variables, tanto en imágenes, tablas y texto).

<b>Variables químicas</b>	<b>Simbología</b>	<b>Unidad</b>
Hierro	[Fe]	[%]
Fósforo	[P]	[%]
Azufre	[S]	[%]
Sílice	[SiO <sub>2</sub> ]	[%]
Potasio	[K <sub>2</sub> O]	[%]
Zinc	[Zn]	[%]
Coeficiente Magnético	[CM]	NA

Tabla 2. Variables químicas de interés.

El CM se refiere a la relación de magnetismo en el hierro total, y como se mencionó anteriormente, la mena está compuesta por hematita y magnetita, la cual se distingue por su propiedad magnética.

La caracterización geológica está compuesta por 54 tipos de rocas descritos en la Tabla 3, los cuales fueron analizados para determinar los dominios geológicos de estimación. Este análisis será descrito en las secciones posteriores.

<b>Código</b>	<b>Litología</b>	<b>Simbología</b>	<b>Frecuencia</b>
1	Aluvión	Al	47
2	Andesita argilizada	Anarg	47
3	Andesita argilizada	And	228
4	Andesita cloritizada	Andc	4
5	Andesita skarnificada	Andsk	6
6	Arcilla	Arc	11
7	Brecha andesítica	Bran	1670
8	Brecha andesítica con hierro diseminado	Branfd	135
9	Brecha diorítica	Brdi	7
10	Brecha mineral	Brm	1949
11	Brecha traquítica con andesita	Brta	37
12	Brecha traquítica	Brtr	1
13	Conglomerado	Cg	5
14	Conglomerado I	CgI	36
15	Diorita	Dior	11
16	Diorita silicificada	Dis	1
17	Hierro	F	1
18	Hierro hematítico	Feh	3
19	Hematita	H	17
20	Magnetita	M	301

21	Magnetita en roca ígnea	Mri	1
22	Magnetita skarnificada	Msk	7
23	Pórfido andesítico	Pa	442
24	Pórfido andesítico con hierro diseminado	Pafd	161
25	Pórfido andesítico skarnificado	Pask	210
26	Pórfido skarnificado	Psk	18
27	Roca ígnea argilizada	Riar	2
28	Roca ígnea con hierro diseminado	Rifd	11
29	Roca ígnea mineralizada	Rim	4
30	Roca ígnea skarnificada	Risk	237
31	Roca ígnea con yeso y hematita	Riyh	1
32	Sedimentario	Sed	8
33	Sílice	Si	1
34	Sílice con hierro diseminado	Sifd	15
35	Skarn	Sk	8
36	Skarn	Ska	5
37	Skarn con clorita	Skc	22
38	Skarn con clorita y epidota	Skce	848
39	Skarn con clorita y wollastonita	Skcw	1
40	Skarn de epidota	Ske	579
41	Skarn de epidota y clorita	Skec	22
42	Skarn de epidota con wollastonita	Skew	1
43	Skarn con hierro y clorita	SKFC	1
44	Skarn con hierro diseminado	Skfd	1159
45	Skarn con granate	Skg	1
46	Skarn con limonita	Sklm	10
47	Skarn mineralizado	Skm	611
48	Skarn oxidado	Skox	16
49	Skarn de pórfido andesítico	SkPa	102
50	Skarn de roca ígnea	Skri	163
51	Skarn de wollastonita	Skw	1
52	Skarn de wollastonita con clorita	Skwc	1
53	Sin recuperación	Sr	55
54	Traquita	Tr	1

Tabla 3: Caracterización geológica original.

Esta caracterización no es uniforme ya que el proyecto minero no dispone de códigos generales de alteración por lo que en presencia de esta añaden la abreviación del mineral alterado, también se agrega a cada tipo de roca la presencia de mineral, en caso de encontrarse en la muestra.

Los filtros considerados para la limpieza de la base de datos fueron los siguientes:

- Se consideran datos duplicados aquellos que se encontraron a menos de 2 metros de distancia.
- Las muestras que sólo poseen caracterización geológica se utilizarán sólo para el estudio de la variable categórica.

- Se realiza un desagrupamiento de los datos, esto para corregir el sobre muestreo en zonas de mayor ley y por ende la irregularidad en el diseño de malla de perforación.
- El top-cut se definió como el percentil 99 para cada variable, evitando efectos desproporcionados en la estadística del conjunto de datos.
- Se considera un valor del 100% en la sumatoria de todas las variables químicas, y al sobrepasar este rango, las muestras son eliminadas, asumiendo error de análisis químico.

## 4.4. Estudio exploratorio de datos

En la Tabla 4 se muestra la estadística global de las variables en estudio donde se expresa el muestreo heterotópico. Esta heteropía es respuesta a diversas campañas de exploración dirigida bajo diferente criterio geológico y de mercado.

Estadística Global							
Parámetro	Fe	P	S	Si	K	Zn	CM
Número de datos	6850	6850	6775	5933	6755	6603	5833
Media	18.414	0.558	0.273	33.807	2.241	0.011	0.173
Varianza	210.065	0.189	0.273	200.057	1.388	0.000	0.035
Mínimo	1.400	0.008	0.001	0.709	0.003	0.001	0.000
Máximo	68.230	2.832	3.770	80.000	6.178	0.140	0.850

Tabla 4: Estadística global de las variables de interés.

La correlación existente entre las variables se resume en la Tabla 5, donde es de relevancia destacar que ésta corresponde a una medida de correlación lineal, por lo que un valor cercano a cero no necesariamente indica independencia entre las variables de estudio.

Matriz de Correlación Global							
	Fe	P	S	Si	K	Zn	CM
Fe	1.000	0.083	0.039	-0.692	-0.482	0.088	0.868
P	0.083	1.000	0.116	-0.172	-0.038	-0.027	0.097
S	0.039	0.116	1.000	-0.040	0.182	0.058	0.055
Si	-0.692	-0.172	-0.040	1.000	0.387	0.125	-0.580
K	-0.482	-0.038	0.182	0.387	1.000	0.010	-0.443
Zn	0.088	-0.027	0.058	0.125	0.010	1.000	0.138
CM	0.868	0.097	0.055	-0.580	-0.443	0.138	1.000

Tabla 5: Matriz de correlación de todo el conjunto de datos.

Como se observa en la tabla anterior, el hierro y la sílice mantiene una correlación alta, esto se debe a la génesis del yacimiento; en la generación de un yacimiento ferrífero, la mineralización de hierro contiene menor cantidad de fluidos con alto contenido de sílice, ya que ocurre un proceso



de reemplazo mineralógico. La correlación existente entre el hierro (Fe) y el potasio (K) resulta también interesante en una cosimulación, aprovechando el mayor número de muestras de hierro para predecir las leyes de la segunda variable correlacionada. En el caso del coeficiente magnético (CM) es lógico pensar que la relación existe, ya que como se mencionó anteriormente, este dicta la presencia o ausencia de magnetita. Para validar este análisis, a continuación, se presentan algunas de las nubes de dispersión de las variables estudiadas.

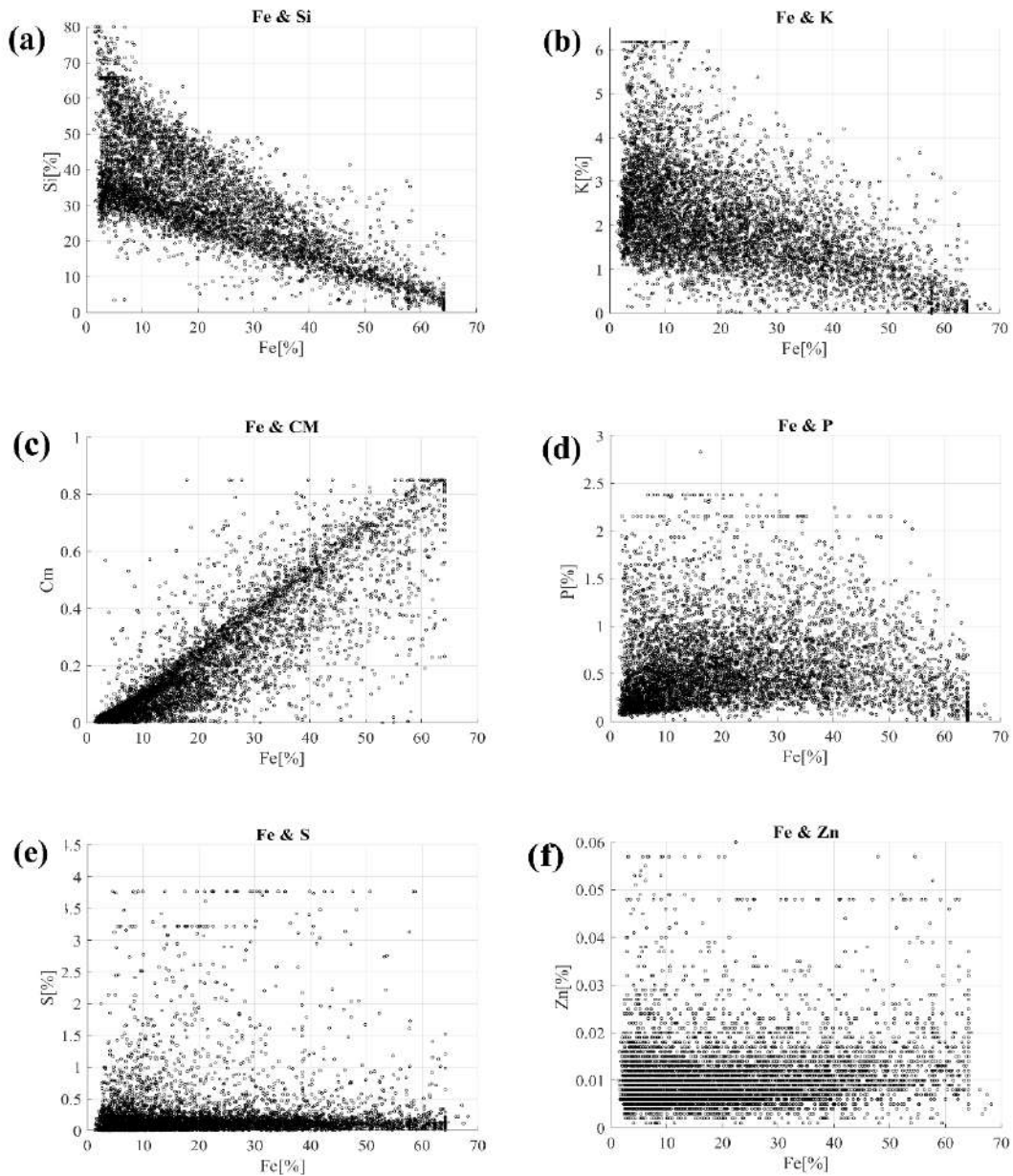


Figura 3; Nubes de dispersión entre a) hierro-sílice, b) hierro-potasio, c) hierro-coeficiente magnético, d) hierro-fósforo, e) hierro-azufre y, f) hierro-zinc.

En la Figura 3, es posible apreciar una mayor correlación entre variables (a), (b) y (c), permitiendo una aplicación posterior de cosimulación, aprovechando la relación que existe entre ellas. En el caso contrario (d), (e) y (f), las variables no presentan una relación lineal. Esto directamente no indica que la simulación individual de estas variables es el mejor caso que se ajuste a nuestros datos; el análisis de cada variable dentro de cada dominio geológico es el que determinará si una

simulación individual de las variables se ajusta a los datos, o de lo contrario una cosimulación, para aprovechar la relación existente entre ellas.

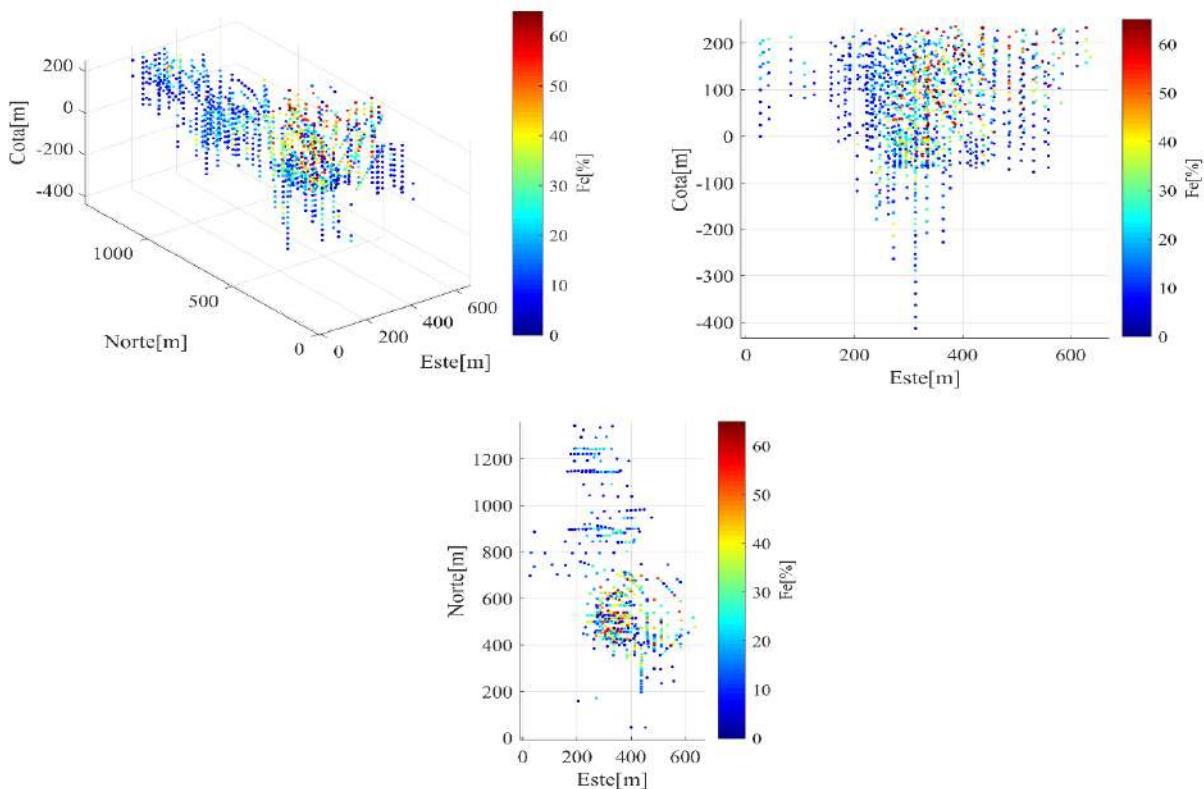
Para poseer un entendimiento pleno de las variables en estudio, se realizará un estudio exploratorio de datos para cada variable.

#### 4.4.1. Hierro

En la *Figura 4* es posible observar la ubicación espacial de las leyes de hierro desplegadas en planta, en vista de secciones y una vista isométrica. Se observa la falta de tendencia espacial clara, pero sí una aglomeración de altas leyes en la zona central del depósito. Se percibe que gran cantidad de muestras están agrupadas en algunos sectores del depósito, produciendo agrupamiento de información (clústeres). Para atacar esta condición se realizó un desagrupamiento de datos con una dimensión de celda de 50x50x5m, y así mejorar la representatividad del cuerpo geológico.

En la *Figura 5*, se despliega el histograma asimétrico positivo para hierro en el cual se pueden observar familias de datos que varían entre los rangos de  $0 > 20\%$ , de 20 a aproximadamente 50%, y  $< 50\%$  y, comparando con el gráfico de probabilidad, se puede observar un cambio en tendencia en la frecuencia acumulada, mostrando tres poblaciones. Estos rangos de leyes alientan a realizar un estudio de variables químicas que pertenezcan a un mismo dominio geológico para así estudiar el comportamiento de las leyes dentro de cada uno y no establecer que el mismo comportamiento ejerce en todo el yacimiento.

La media de este conjunto de datos es de 18.414%, mientras que la mediana está en 14.020%.



*Figura 4: Distribución espacial de ley de hierro. La imagen superior izquierda muestra una vista isométrica, la superior derecha pertenece a un perfil XY viendo al norte y la imagen inferior es una vista en planta.*

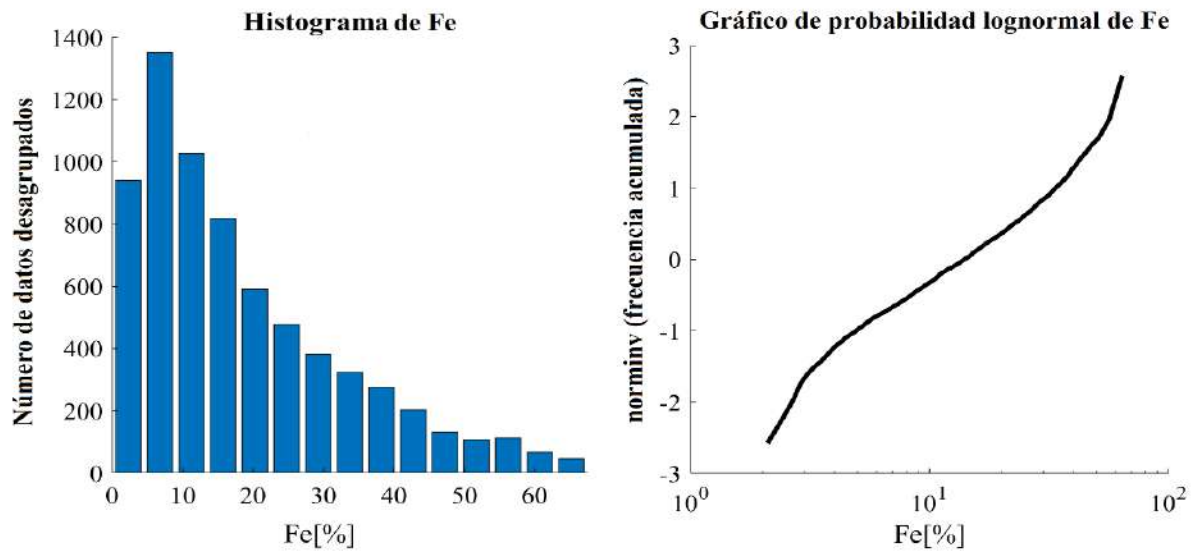


Figura 5: A la izquierda el histograma y derecha el gráfico de probabilidad lognormal para hierro.

#### 4.4.2. Fósforo

El fósforo se presenta en el mineral de hierro por lo común en forma de apatita, un elemento constituido por fosfato de calcio que puede contener también flúor y cloro. La apatita suele presentarse en forma de partículas de tamaño pequeño, por ejemplo, de 5 micrones, lo que obliga a una molienda muy fina para poder liberarla y llevar a cabo su separación por diversos métodos, como flotación, aumentando los costos del proceso. En la actualidad, el hierro australiano maneja 0.075% de fósforo en finos [22].

Los mapas de ubicación en la *Figura 6* consideran las leyes inferiores a 2.5 %, donde no se observa una tendencia clara salvo que las muestras de menor ley se ubican en sectores periféricos a la zona central del yacimiento.

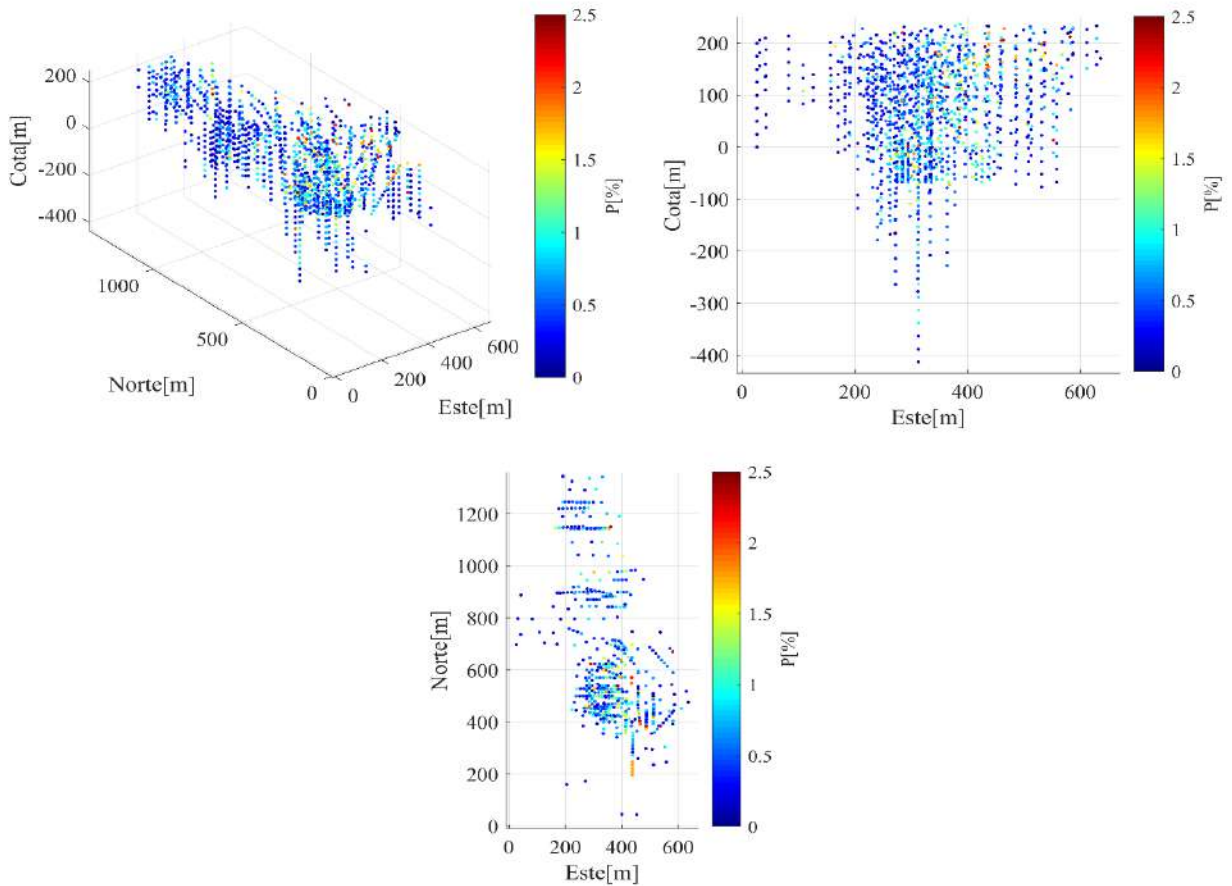


Figura 6: Distribución espacial de ley de fósforo. La imagen superior izquierda muestra una vista isométrica, la superior derecha pertenece a un perfil XY viendo al norte y la imagen inferior es una vista en planta.

El histograma del fósforo de la Figura 7, muestra una distribución asimétrica positiva con una media de 0.558.

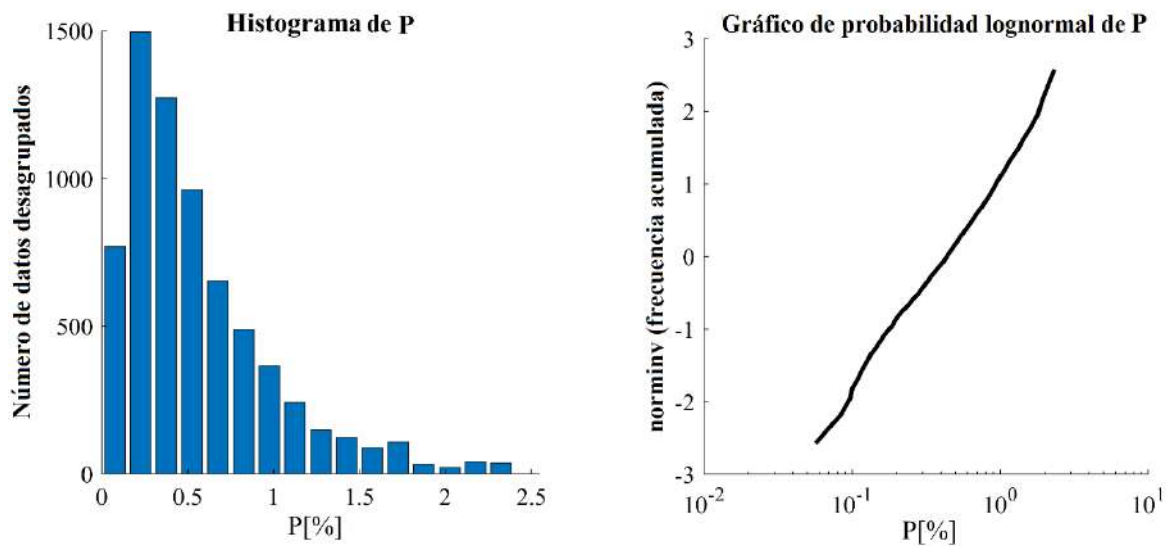
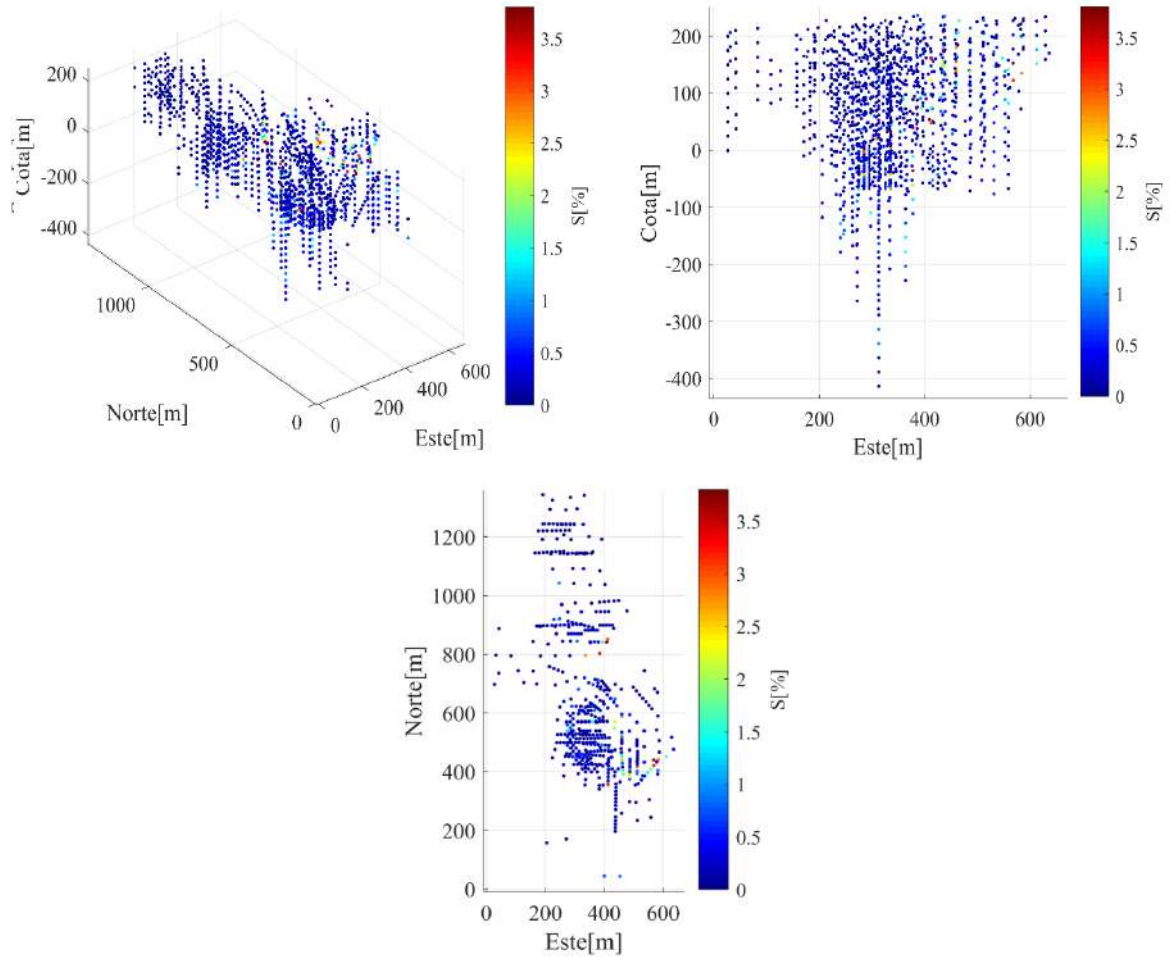


Figura 7: A la izquierda el histograma y derecha el gráfico de probabilidad lognormal para fósforo.

### 4.4.3. Azufre

El azufre es un mineral de alta presencia en yacimientos de hierro normalmente en forma de pirita, por lo que su análisis es de importancia. En la *Figura 8* no se puede apreciar una tendencia espacial clara.



*Figura 8: Distribución espacial de ley de azufre. La imagen superior izquierda muestra una vista isométrica, la superior derecha pertenece a un perfil XY viendo al norte y la imagen inferior es una vista en planta.*

El histograma del azufre mostrado la *Figura 9* entrega una distribución asimétrica positiva con una media de 0.273 y mayor tendencia a valores bajos.

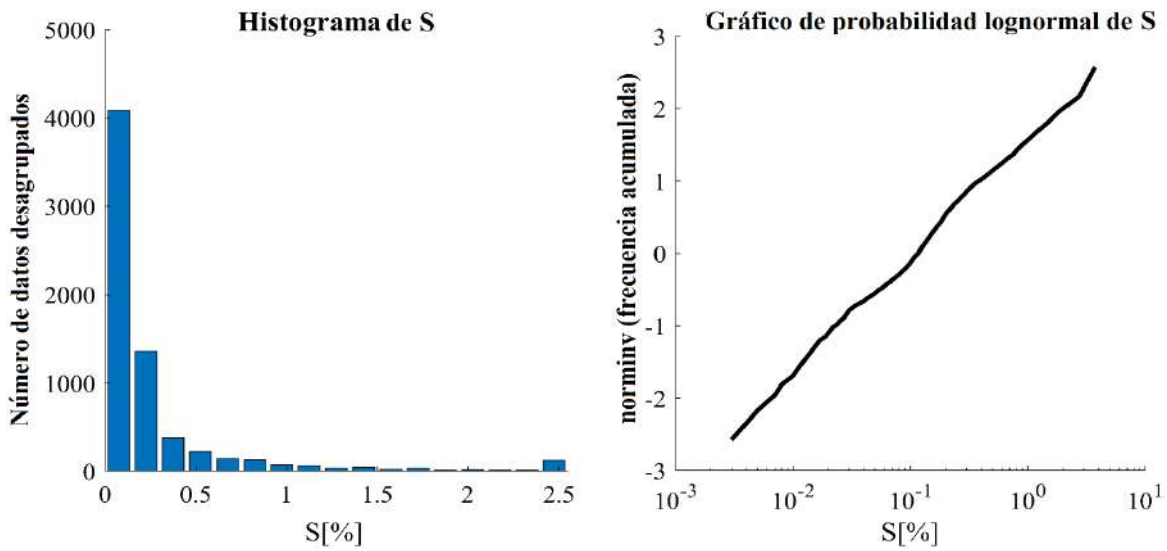


Figura 9: A la izquierda el histograma y derecha el gráfico de probabilidad lognormal para azufre.

#### 4.4.4. Sílice

La distribución espacial de sílice se presenta en la *Figura 10*, donde se puede observar que las leyes bajas (0-20%) principalmente se encuentran en la zona central asociado a la zona de mayor ley de Fe en el yacimiento. Es importante recordar, que el hierro y la sílice poseen una relación lineal negativa.

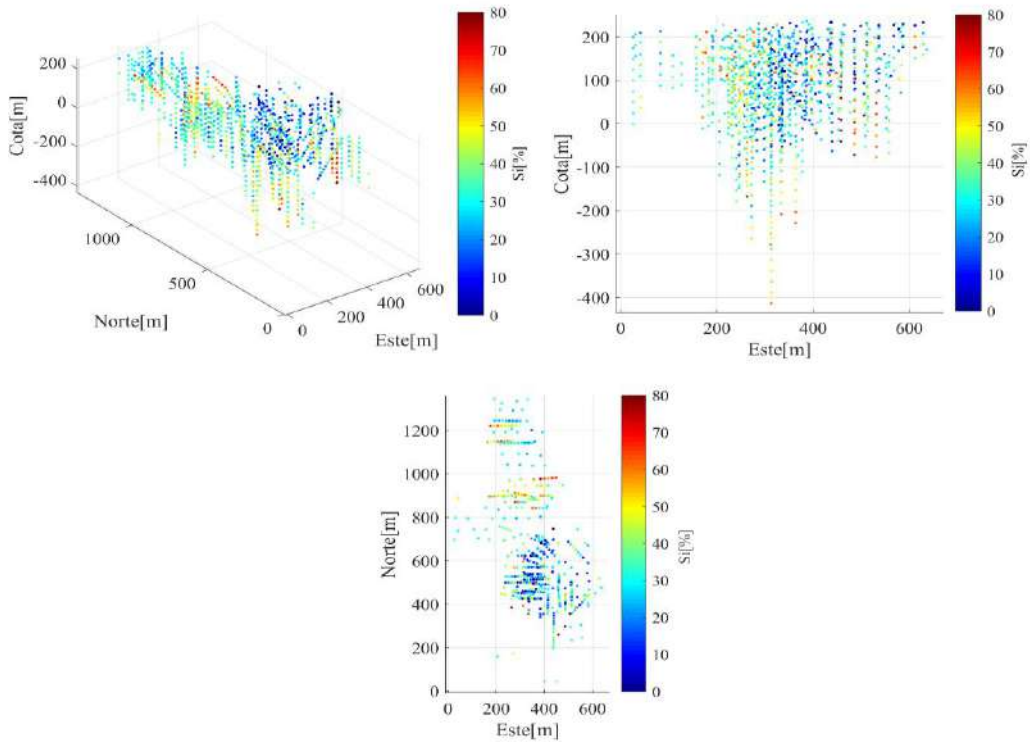
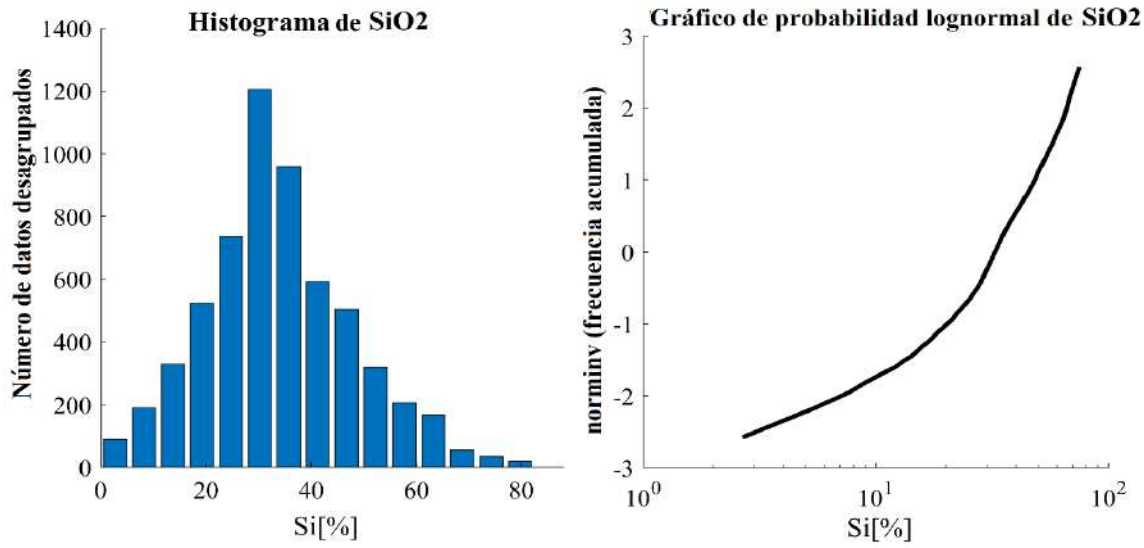


Figura 10: Distribución espacial de ley de sílice. La imagen superior izquierda muestra una vista isométrica, la superior derecha pertenece a un perfil XY viendo al norte y la imagen inferior es una vista en planta.

El histograma de la sílice (*Figura 11*) muestra una distribución de tipo normal con una media de 33.807.

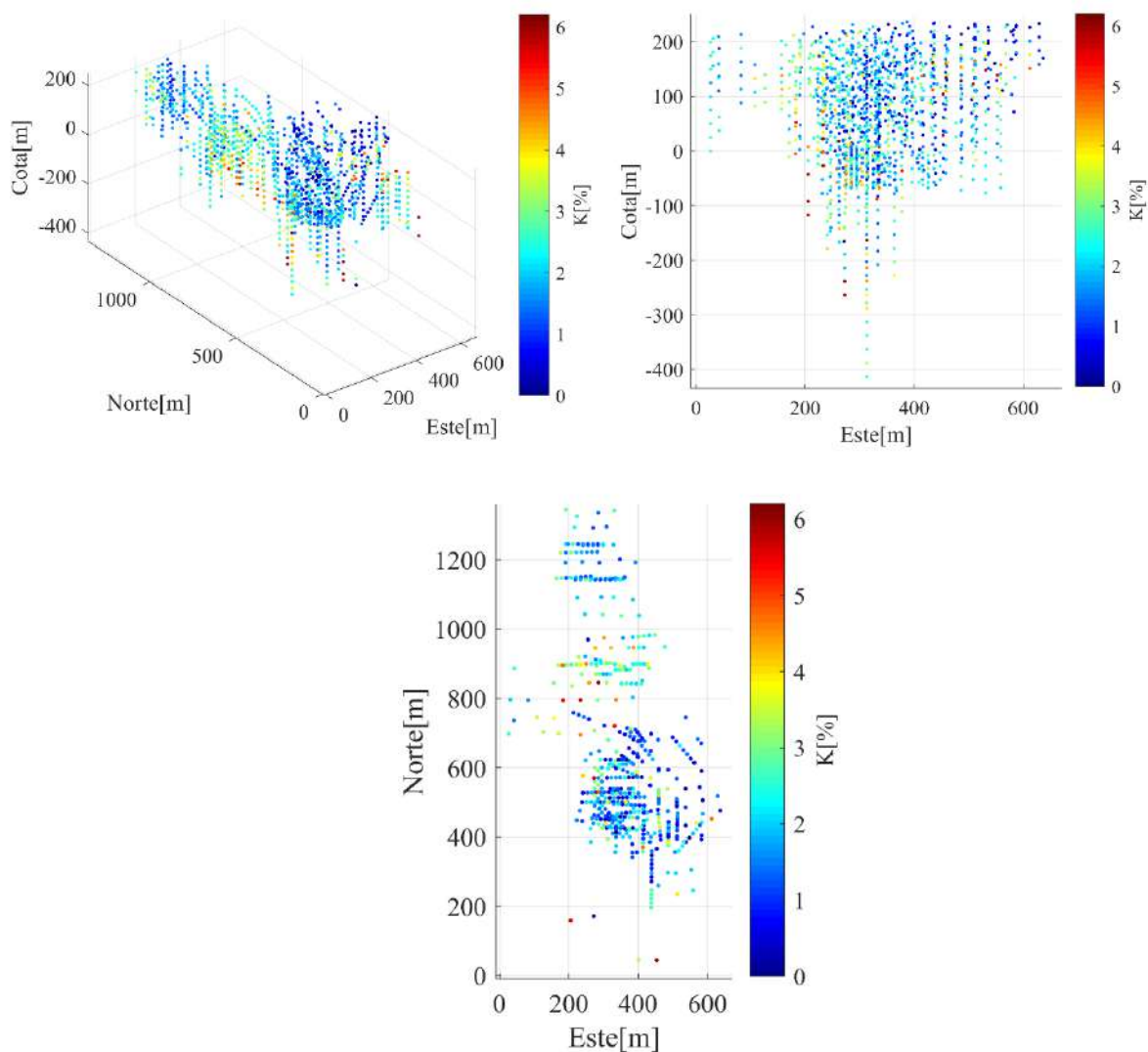


*Figura 11: A la izquierda el histograma y derecha el gráfico de probabilidad lognormal para sílice.*



#### 4.4.5. Potasio

Los mapas de ubicación en la *Figura 12* consideran las leyes inferiores a 6.0 %, donde no se observa una tendencia clara salvo con las leyes menores que en gran medida se ubican en sectores periféricos a la zona central del yacimiento.



*Figura 12: Distribución espacial de ley de potasio. La imagen superior izquierda muestra una vista isométrica, la superior derecha pertenece a un perfil XY viendo al norte y la imagen inferior es una vista en planta.*

El histograma en la *Figura 13* muestra una distribución asimétrica positiva con media 2.241%. A la derecha de la imagen se presenta el gráfico de probabilidad lognormal del cual se puede interpretar la presencia de dos familias en la población.



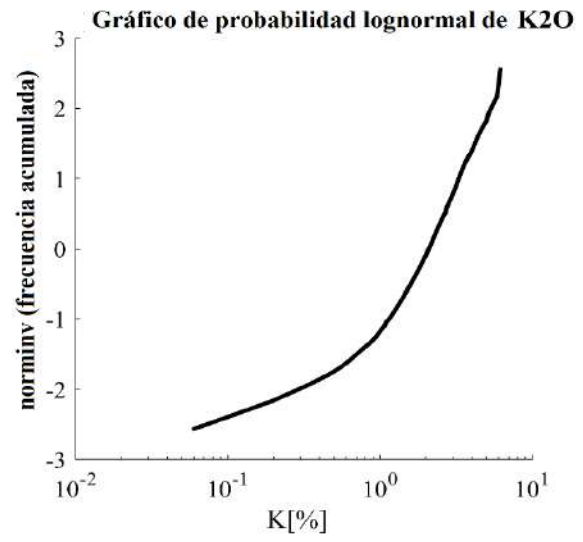
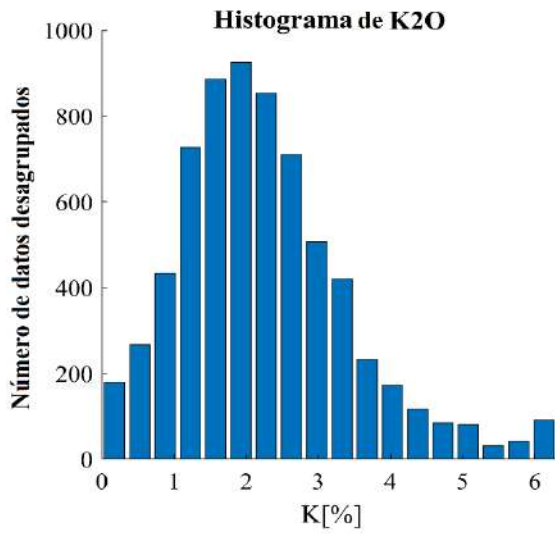
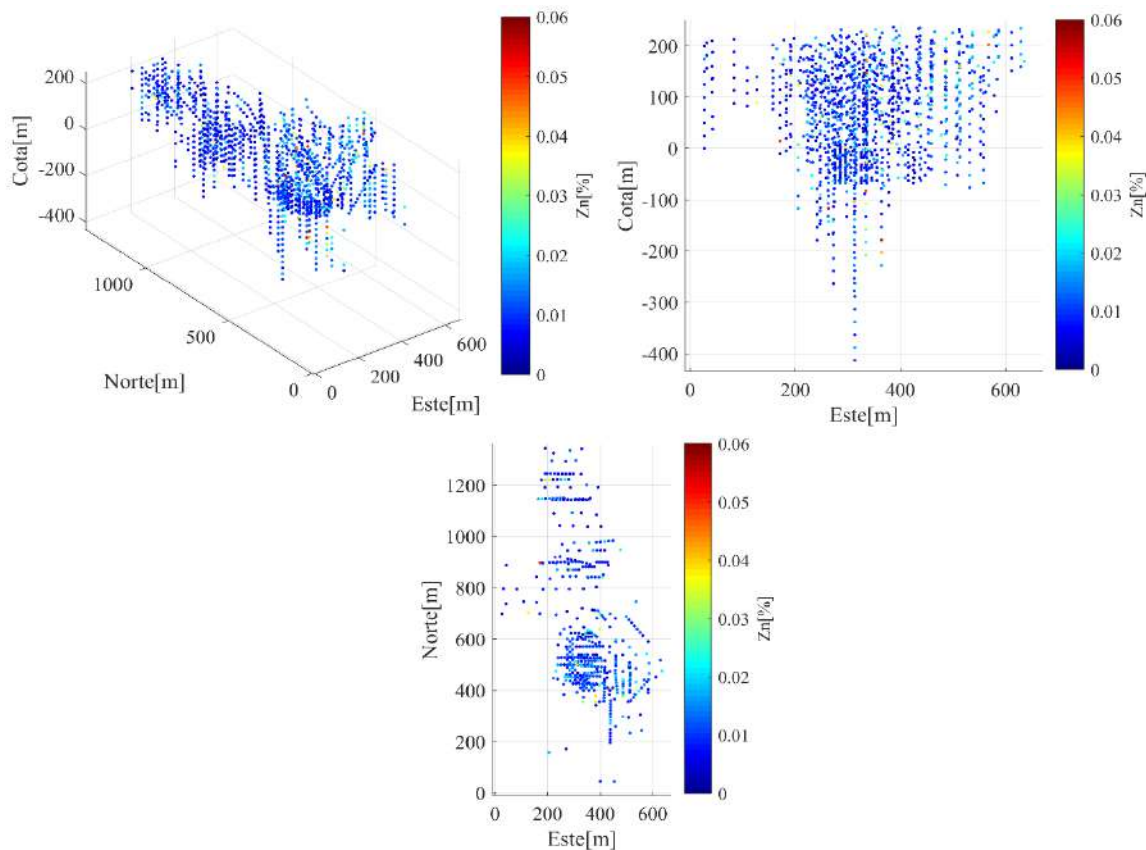


Figura 13: A la izquierda el histograma y derecha el gráfico de probabilidad lognormal para potasio.

#### 4.4.6. Zinc

Hay que considerar que la predicción del zinc es necesaria debido a que es un contaminante al proceso metalúrgico de este yacimiento, ya que este mineral cubre los minerales de óxido de hierro. En el caso de esta mina en particular, los valores de zinc son bajos.

Los siguientes gráficos (*Figura 14*) muestran la ubicación espacial de las leyes de zinc.



*Figura 14: Distribución espacial de ley de zinc. La imagen superior izquierda muestra una vista isométrica, la superior derecha pertenece a un perfil XY viendo al norte y la imagen inferior es una vista en planta.*

En la *Figura 15* se puede observar una distribución asimétrica positiva para la población de Zn, con media 0.011.

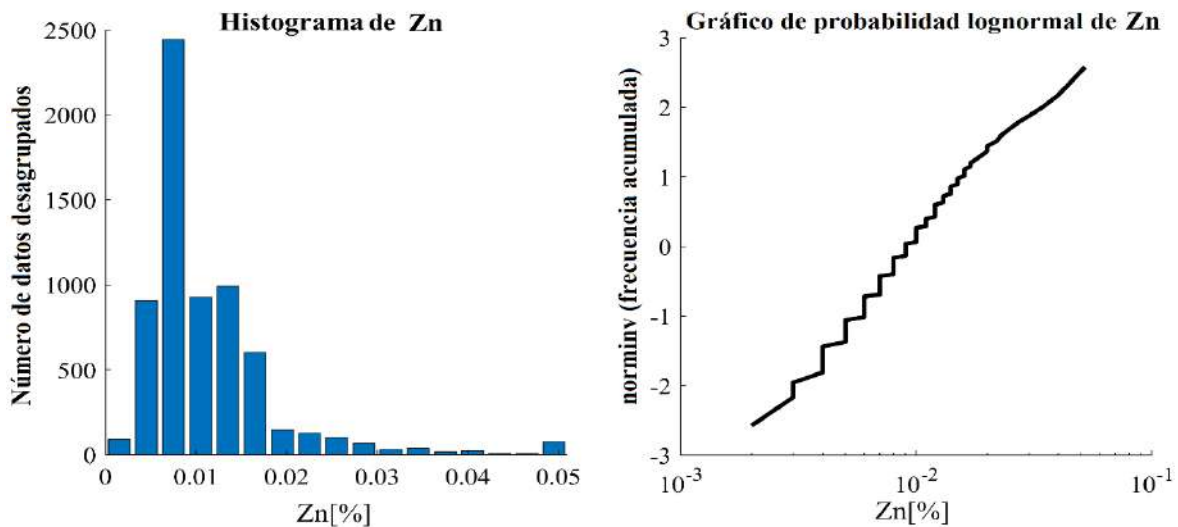


Figura 15: A la izquierda el histograma y derecha el gráfico de probabilidad lognormal para potasio.

#### 4.4.7. Coeficiente magnético

En la *Figura 16* se despliega la distribución espacial del coeficiente magnético. Se observa que el mineral magnético está localizado en la zona central del yacimiento y, comparando con el despliegue de los datos de hierro, se puede determinar que la zona mineralizada de alta ley es mayoritariamente hematítica.

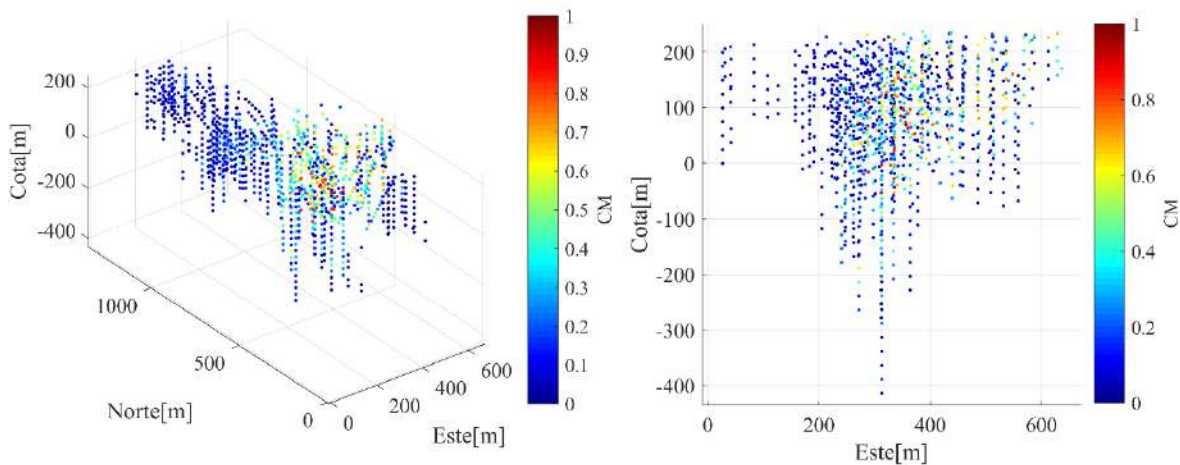


Figura 16: Distribución espacial de ley del coeficiente magnético. La imagen superior izquierda muestra una vista isométrica, la superior derecha pertenece a un perfil XY viendo al norte.

Los siguientes gráficos muestran el histograma y el gráfico de probabilidad lognormal de los datos en la *Figura 17*. El histograma muestra una mayor concentración de índices bajos, indicando baja presencia magnética en el depósito.

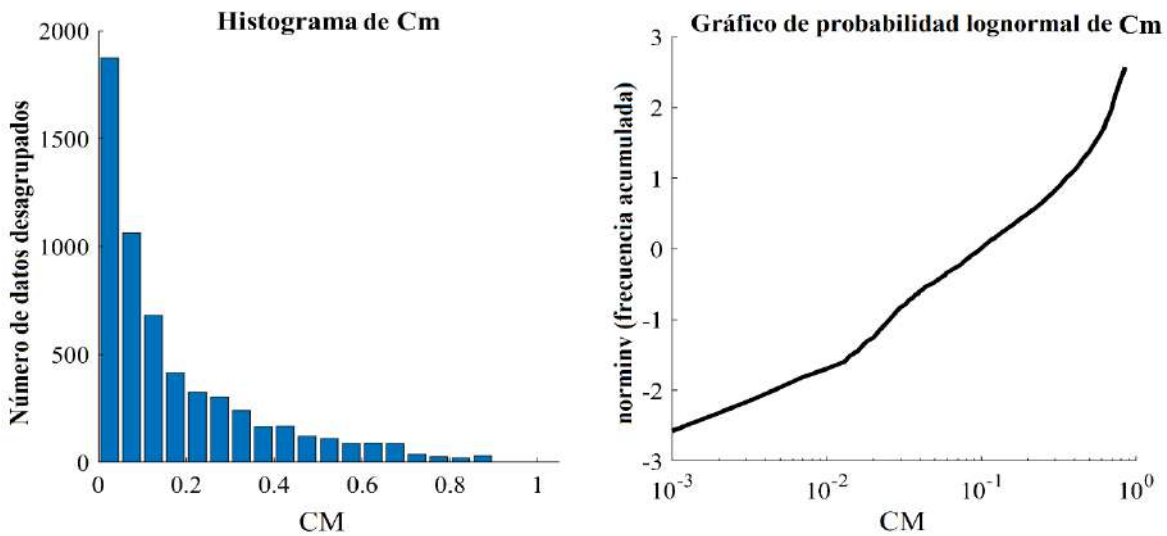


Figura 17: A la izquierda el histograma y derecha el gráfico de probabilidad lognormal para el coeficiente magnético.

## 4.5. Dominios Geológicos

El conjunto de datos utilizado para el desarrollo del presente trabajo está compuesto por 54 códigos litológicos, los cuales están clasificados por tipo de roca sana, tipo de roca con alteración, tipo de alteración, de mineral o tipo de roca con mineral. Debido a esta descripción de muestreo, se procedió a generar dominios geológicos, conocidos también como geo-dominios (GD).

A continuación, se presenta el desglose del análisis que se llevó a cabo para determinar los dominios de estimación, que a partir de este momento se hará referencia a ellos como GD.

Mencionado anteriormente, la descripción geológica llevada a cabo en la mina no entrega una clasificación adecuada para realizar un análisis exhaustivo por las siguientes características:

1. La categorización geológica está dada de la siguiente forma:

<b>Características y Observaciones</b>	
<b>Litología</b>	Tipo de roca. Existen casos donde no se describe el tipo de roca específico, solo de forma generalizada, e.g., Roca Ígnea (Ri).
<b>Alteración</b>	Argilización, silicificación, propilítica, oxidación, y skarnificación. Cabe destacar que no siempre clasifican la muestra con una alteración, en ciertos casos (mayoría) solo colocan el mineral presente, e.g. Skarn con clorita y epidota, sin aclarar si en realidad presenta alteración.
<b>Presencia de mineral</b>	Aparece la categoría de mineralizado (m) o hierro (fe). Esta categorización no siempre es correcta, existe muestreo con este dato y con valores de ley de Fe muy bajos, posiblemente por confusión de hierro por óxidos.

<b>Tipo de mineralización</b>	Diseminado o de forma masiva, en este último caso se describe como brecha mineral o Fe.
<b>Mineral</b>	Hematita o magnetita. Este no siempre es diferenciado.

Tabla 6: Características de categorización en el caso de estudio.

Cabe destacar que no todas las muestras presentan todas las clasificaciones descritas en la Tabla 6 debido a que no poseen todas las características. Otra discrepancia que hay que considerar es que esta categorización no siempre dicta la realidad debido a que es un método cualitativo dictado por la experticia del geólogo.

2. Explicado lo anterior, se realizaron diferentes supuestos para agrupar los códigos de categorización geológica:
  - a. Si la muestra indica la existencia de un mineral asociado a un tipo de alteración, se asume que está presente la alteración.
  - b. Una muestra puede contener 1 o más alteraciones.
  - c. Los códigos de Fe, Feh, H, M, y Mri (ver Tabla 3) son considerados ser parte de una brecha mineralizada, esto por consejo del equipo geológico. La mineralización masiva la ven asociado a una mineralización por hidrotermalismo (será verificado en un paso posterior).
  - d. La frecuencia de los datos es completamente irregular, consecuentemente una unión de códigos fue necesaria, siempre considerando la relación geológica.

En primera instancia se analizaron las alteraciones presentes en el yacimiento (ver Tabla 6). Con esto se determinó que el número de muestras no es representativo (Tabla 7) por lo que un análisis posterior es innecesario.

<b>Categorización geológica</b>	<b>No. De Muestras</b>
<b>Argilización (91 muestras)</b>	
<b>Anarg</b>	47
<b>Brta</b>	37
<b>Riar</b>	2
<b>Ska</b>	5
<b>Oxidación (26 muestras)</b>	
<b>Skox</b>	26
<b>Propilítica (1476 muestras)</b>	
<b>Andc</b>	4
<b>Skc</b>	22
<b>Skce</b>	848
<b>Ske</b>	579
<b>Skec</b>	22
<b>Skfc</b>	1
<b>Silicificación (18 muestras)</b>	
<b>Sifd</b>	15
<b>Si</b>	1
<b>Skw</b>	1

<b>Skwc</b>	1
<b>Skarnificación (478 muestras)</b>	
<b>Risk</b>	6
<b>Msk</b>	7
<b>Pask</b>	210
<b>Psk</b>	18
<b>Risk</b>	237

Tabla 7: Categorías geológicas utilizadas para análisis de las alteraciones presentes en el depósito.

En segunda instancia, se realizó un análisis de la litología del yacimiento considerando la siguiente categorización:

<b>Tipo de roca</b>	<b>No. de muestras</b>
Andesita	285
Brecha de roca ígnea	4130
Pórfido andesítico	831
Roca ígnea	267
Skarn	3751

Tabla 8: Categorías geológicas utilizadas para análisis de los diferentes tipos de roca presentes en el yacimiento (antes de compositar).

3. Considerando las propiedades estadísticas y la congruencia geológica de cada grupo se formaron geo-dominios, los cuales serán descritos a continuación. En este caso, el análisis exploratorio derivó en tres geo-dominios:
  - a. **Roca encajonante (GD1):** compuesta en su mayoría por rocas intrusivas o hipoabisales tal como andesitas, dioritas y traquitas, de textura porfídica. Corresponde a la roca que encajona a la mineralización. Presentan fenocristales de plagioclasas y feldspatos, sulfuros diseminados, epidota, clorita y piroxenos. andesitas, dioritas y traquitas. Afectada por alteración hidrotermal, como argilización, epidotización y cloritización, y mantiene leyes bajas que rondan entre 1.5 a 25% de Hierro.
  - b. **Brecha mineralizada (GD2):** Zona formal de mineralización. Corresponde a brechas y vetas de mineral, y masas de mineral diseminado, conformado principalmente por hematita, mientras que los minerales de ganga presentes son yeso, calcedonia, micas y cuarzo. El mineral se presenta de forma cristalina de grano grueso con una cantidad menor de pirita y pirrotita; esta mineralogía indica que los fluidos hidrotermales fueron relativamente oxidantes y con una fugacidad menor de sulfuros.
  - c. **Roca metamórfica (GD3):** Roca metamórfica representada por skarn con una mineralogía de epidota, clorita, piroxenos y minerales arcillosos. Este presenta reemplazamiento preferencial por magnetita (mineralización de contacto) donde la ley varía entre 1.4 a 67% de hierro. Está asociado espacialmente a zonas de falla o fracturamiento irregular.

En la Tabla 9 se describe el código inicial de la muestra junto con su simbología y nombre, como el código del geo-dominio al que pertenecen.

<b>Código inicial</b>	<b>Litología</b>	<b>Simbología</b>	<b>Código final</b>
1	Aluvión	Al	-99
2	Andesita argilizada	Anarg	1
3	Andesita argilizada	And	1
4	Andesita cloritizada	Andc	1
5	Andesita skarnificada	Andsk	1
6	Arcilla	Arc	-99
7	Brecha andesítica	Bran	2
8	Brecha andesítica con hierro diseminado	Branfd	2
9	Brecha diorítica	Brdi	2
10	Brecha mineral	Brm	2
11	Brecha traquítica con andesita	Brta	2
12	Brecha traquítica	Brtr	2
13	Conglomerado	Cg	-99
14	Conglomerado I	CgI	-99
15	Diorita	Dior	1
16	Diorita silicificada	Dis	1
17	Hierro	F	2
18	Hierro hematítico	Feh	2
19	Hematita	H	2
20	Magnetita	M	2
21	Magnetita en roca ígnea	Mri	2
22	Magnetita skarnificada	Msk	2
23	Pórfido andesítico	Pa	1
24	Pórfido andesítico con hierro diseminado	Pafd	1
25	Pórfido andesítico skarnificado	Pask	1
26	Pórfido skarnificado	Psk	1
27	Roca ígnea argilizada	Riar	1
28	Roca ígnea con hierro diseminado	Rifd	1
29	Roca ígnea mineralizada	Rim	1
30	Roca ígnea skarnificada	Risk	1
31	Roca ígnea con yeso y hematita	Riyh	1
32	Sedimentario	Sed	-99
33	Sílice	Si	-99
34	Sílice con hierro diseminado	Sifd	-99
35	Skarn	Sk	3
36	Skarn argilizado	Ska	3
37	Skarn con clorita	Skc	3
38	Skarn con clorita y epidota	Skce	3
39	Skarn con clorita y wollastonita	Skcw	3
40	Skarn de epidota	Ske	3
41	Skarn de epidota y clorita	Skec	3
42	Skarn de epidota con wollastonita	Skew	3
43	Skarn con hierro y clorita	SKFC	3

44	Skarn con hierro diseminado	Skfd	3
45	Skarn con granate	Skg	3
46	Skarn con limonita	SkIm	3
47	Skarn mineralizado	Skm	3
48	Skarn oxidado	Skox	3
49	Skarn de pórfido andesítico	SkPa	3
50	Skarn de roca ígnea	Skri	3
51	Skarn de wollastonita	Skw	3
52	Skarn de wollastonita con clorita	Skwc	3
53	Sin recuperación	Sr	-99
54	Traquita	Tr	-99

Tabla 9: Agrupación por geo-dominios.

En la Figura 18 se puede observar la distribución espacial de cada muestra para un determinado GD.

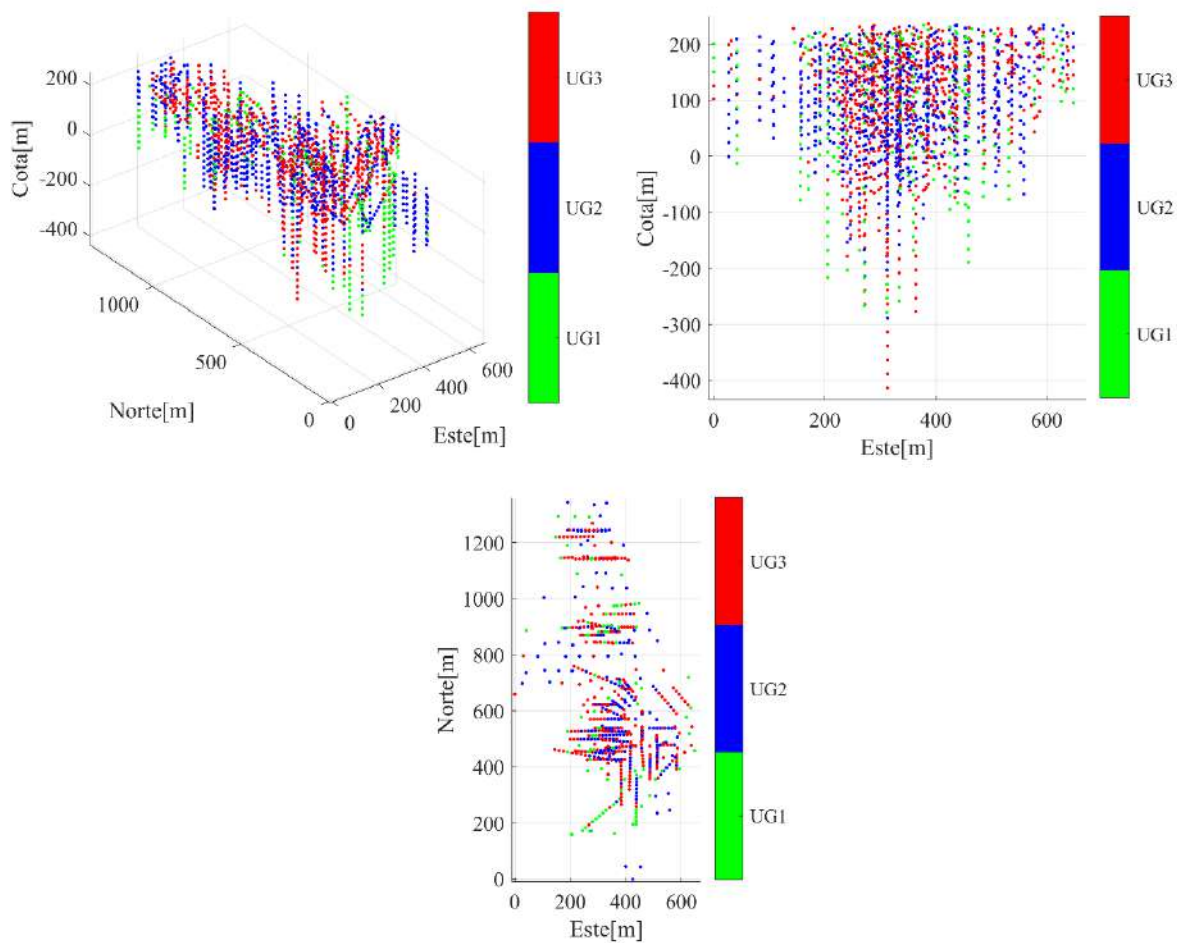


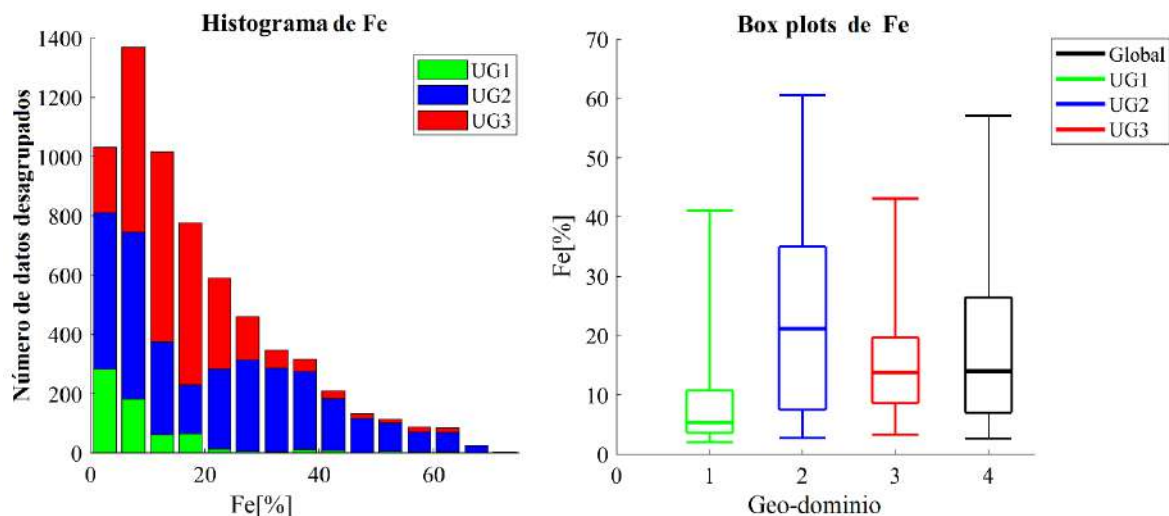
Figura 18: Distribución espacial de los Geo-dominios. La imagen superior izquierda muestra una vista isométrica, la superior derecha pertenece a un perfil XY viendo al norte y la imagen inferior es una vista en planta.

A continuación, se presenta el análisis estadístico descriptivo para cada elemento por geo-dominio.



## 4.5.1. Hierro

En la *Figura 19* se presenta el despliegue de los datos de Fe por geo-dominio. En el histograma se puede observar como el GD1 está compuesto principalmente por leyes bajas que son considerados como estéril; el GD2 muestra la zona mineralizada, mientras que el GD3 varía entre los dos dominios extremos ya que esta deriva de la cercanía a la zona de influencia del hidrotermalismo.



*Figura 19:* A la izquierda el histograma para Fe categorizado por geo-dominio y a la derecha el box plot para el mismo conjunto de datos.

En la Tabla 10 se presentan los parámetros estadísticos para las leyes de hierro. Cabe destacar que estos están limitados por los outliers del 99% para cada GD. La diferencia en muestreo entre los GD es respuesta al muestreo preferencial en las campañas de exploración.

Estadística para Hierro			
Parámetro	GD1	GD2	GD3
Número de datos	438	3159	2325
Media	9.138	22.852	15.524
Varianza	94.78	280.828	98.754
Mínimo	1.560	2.130	1.400
Máximo	54.953	64.112	57.771

*Tabla 10:* Estadísticas básicas para hierro diferenciadas por geo-dominio.

Una herramienta útil para validar la agrupación por geo-dominios es el gráfico de media local.

Normalmente se espera que la tendencia de leyes no sea errática, pero en este caso siendo un yacimiento por alteración hidrotermal, la mineralización va de acuerdo con la cercanía a los flujos hidrotermales. En la *Figura 20* se observa la tendencia de leyes por GD de forma clara, es decir, las leyes pertenecientes al GD1 son las más bajas del conjunto de datos, el GD 2 pertenece a la zona principal de mineralización y GD 3 que pertenece a la zona metamórfica varía dependiendo de su

posición con respecto a la brecha mineral (GD2). La diferenciación entre GD se ve más clara en profundidad, siendo respuesta a la genética del yacimiento.

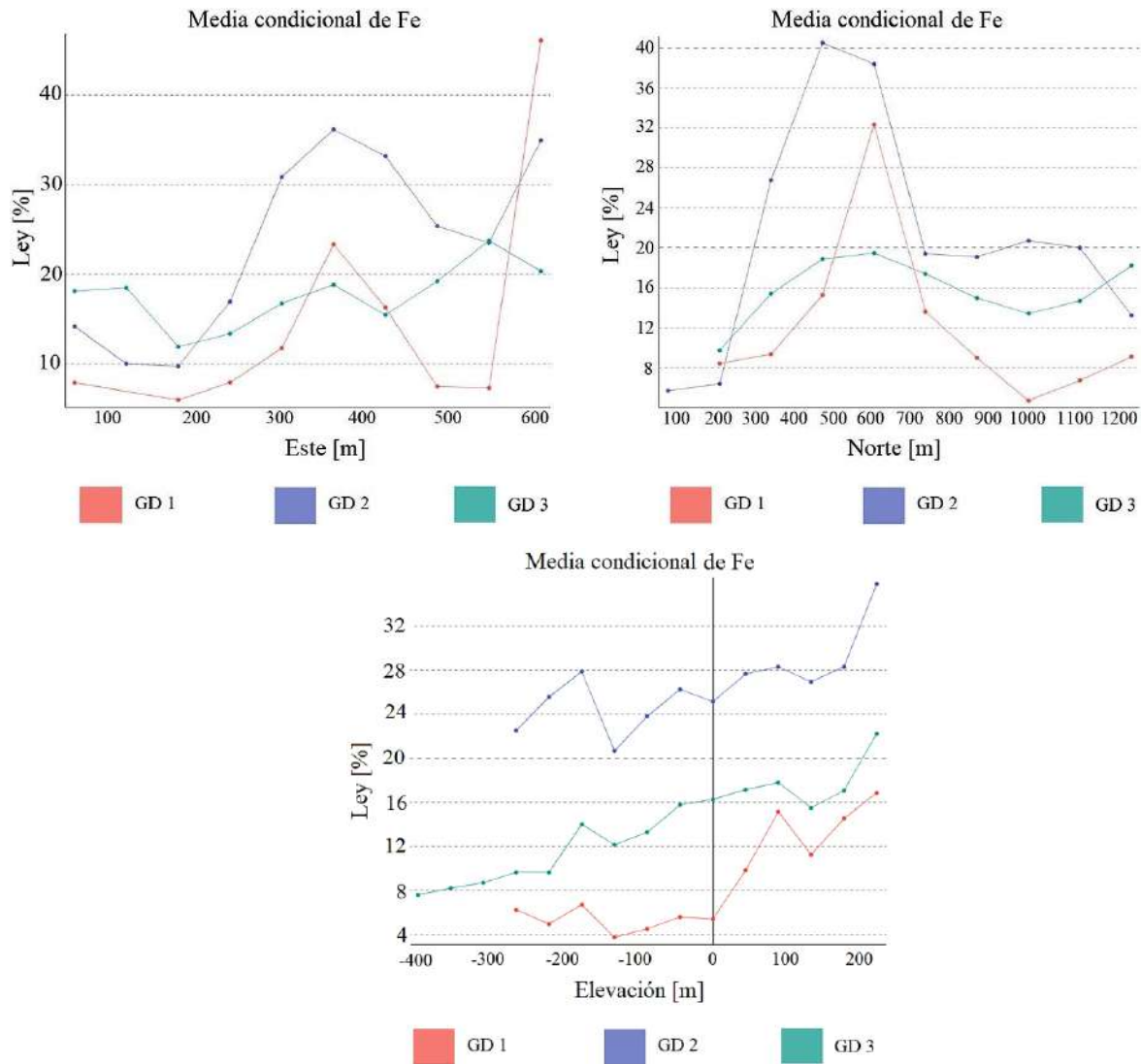


Figura 20: Gráficos de media condicional para hierro respecto a los ejes de coordenadas.

#### 4.5.2. Fósforo

Como se puede observar en la *Figura 21*, el P se encuentra disperso en el GD2 y GD3, mientras que el GD1 presenta los valores bajos de P. Como se observa en el box plot, el P no presenta características diferentes por geo-dominio.

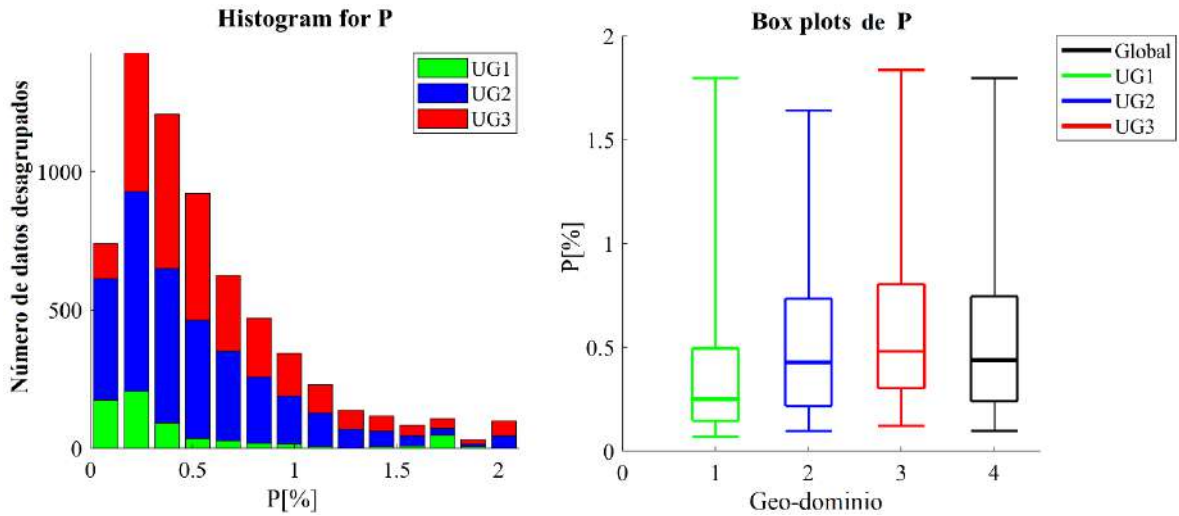


Figura 21: A la izquierda el histograma para P categorizado por geo-dominio y a la derecha el box plot para el mismo conjunto de datos.

En la Tabla 11 se presentan los parámetros estadísticos para las leyes de fósforo, igualmente el outlier del 99% fue considerado en cada GD.

Estadística Global para Fósforo			
Parámetro	GD1	GD2	GD3
Número de datos	438	3159	2325
Media	0.450	0.534	0.612
Varianza	0.249	0.171	0.195
Mínimo	0.016	0.008	0.018
Máximo	1.935	2.156	2.377

Tabla 11: Estadísticas básicas para las leyes de fósforo diferenciadas por geo-dominio.

Consecuencia del logueo de núcleos de sondajes, se dificultó realizar un análisis a detalle de cada elemento; la descripción geológica original solo se basó en hierro, por lo que no se pudo encontrar una relación entre los contaminantes (P, S y K) del yacimiento y tipo de roca.

### 4.5.3. Azufre

En la Figura 22 se muestran los diagramas de cajas y los histogramas desagrupados para ambas variables según los geo-dominios.

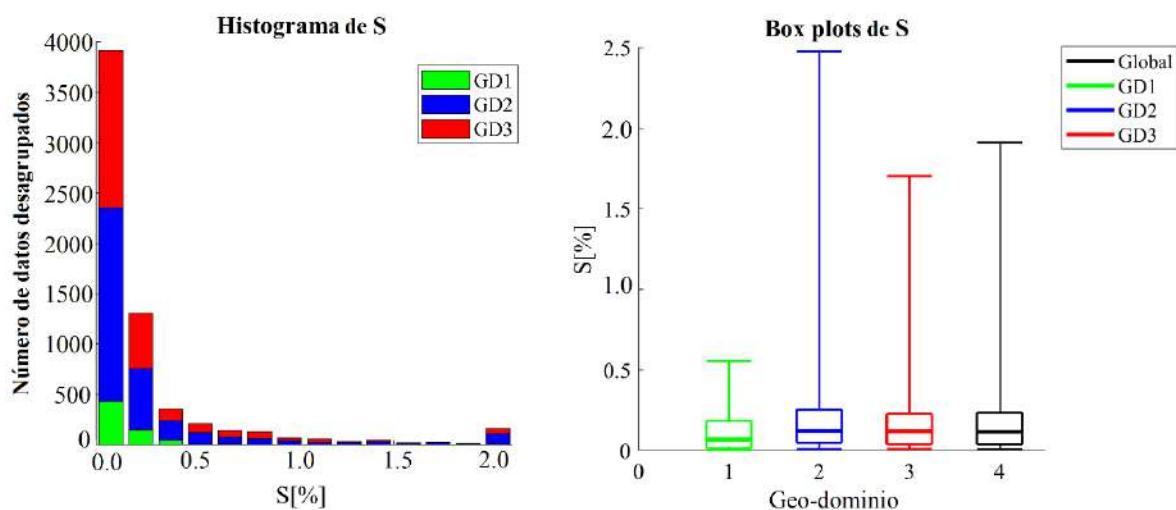


Figura 22: A la izquierda el histograma para azufre categorizado por geo-dominio y a la derecha el box plot para el mismo conjunto de datos.

En la Tabla 12 se pueden ver los parámetros estadísticos de la ley considerando los diferentes geo-dominios a los que pertenecen.

Estadística Global para Azufre			
Parámetro	GD1	GD2	GD3
Número de datos	438	3136	2273
Media	0.135	0.312	0.263
Varianza	0.046	0.37	0.222
Mínimo	0.001	0.001	0.002
Máximo	1.665	3.770	3.219

Tabla 12: Estadísticas básicas para las leyes de azufre diferenciadas por geo-dominio.

#### 4.5.4. Sílice

En Figura 23 se muestra el histograma y el box plot desagrupados según los diferentes geo-dominios. En el histograma cabe destacar que el GD1 posee una ley baja de Si que, mencionado anteriormente, el Si y Fe mantienen una relación lineal negativa.

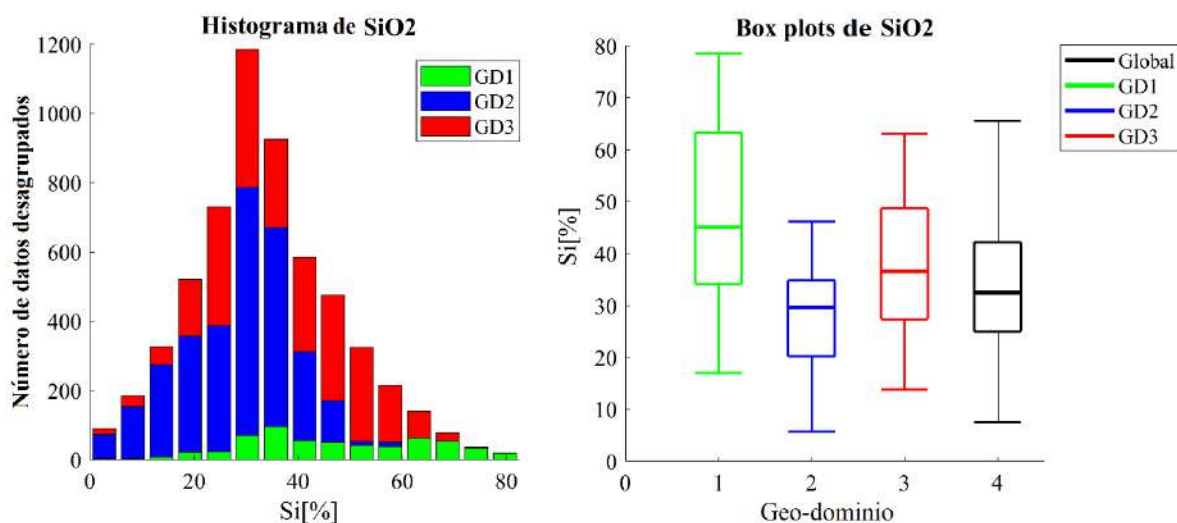


Figura 23: A la izquierda el histograma para sílice categorizado por geo-dominio y a la derecha el box plot para el mismo conjunto de datos.

En la Tabla 13 se presentan los parámetros estadísticos para las leyes de sílice. Cabe destacar que estos están limitados por los outliers del 99% para cada GD.

Estadística Global para Sílice			
Parámetro	GD1	GD2	GD3
Número de datos	436	3109	2299
Media	47.403	27.812	37.701
Varianza	296.729	109.721	182.53
Mínimo	2.427	0.709	1.130
Máximo	80.000	49.039	65.662

Tabla 13: Estadísticas básicas para las leyes de sílice diferenciadas por geo-dominio.

Los graficos de media local de la Figura 24 muestran la correlación negativa entre leyes de Fe y Si; las ley de sílice aumenta a mayor profundidad debido a ser la zona donde el reemplazamiento hidrotermal se llevó a cabo.

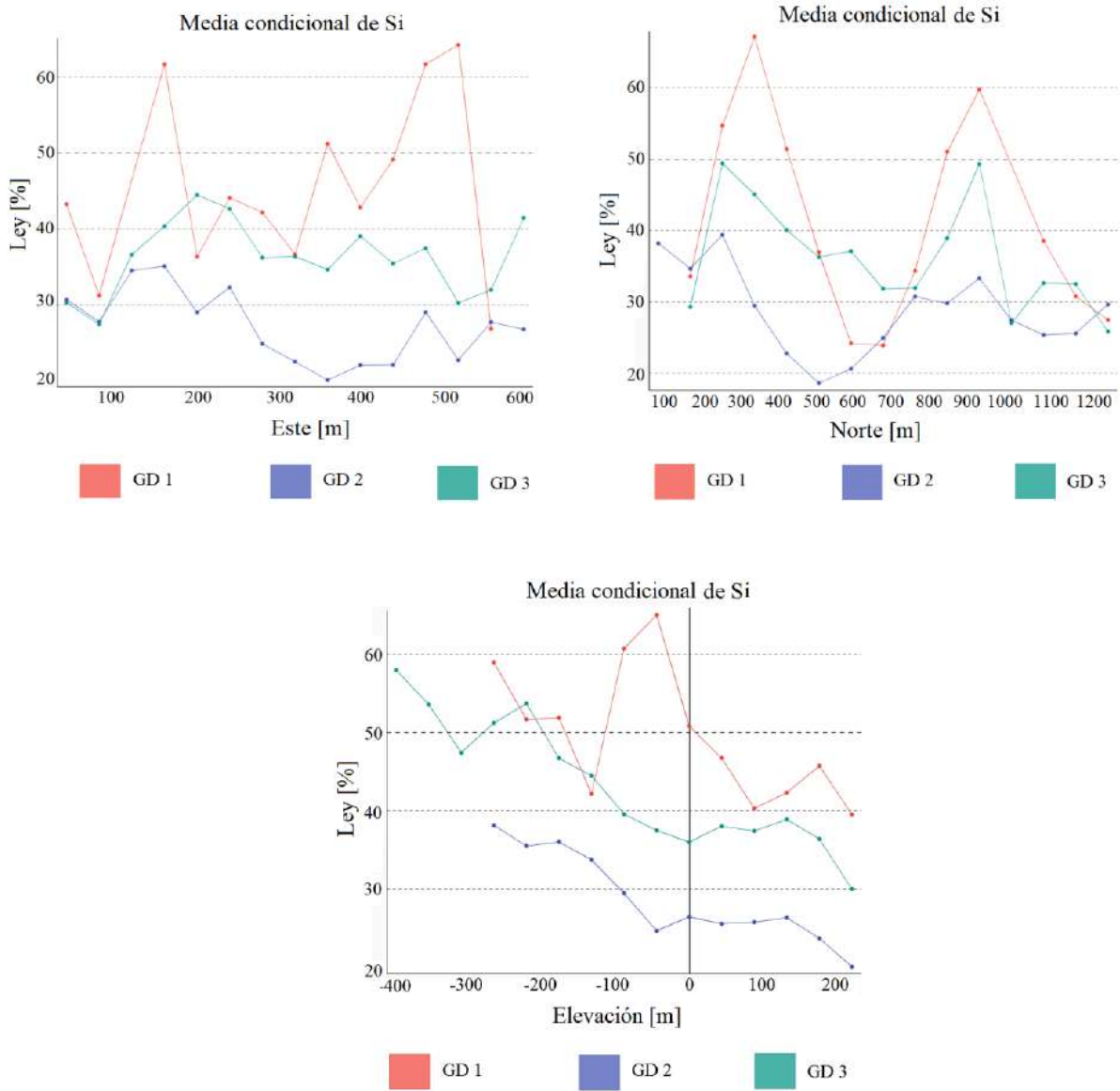
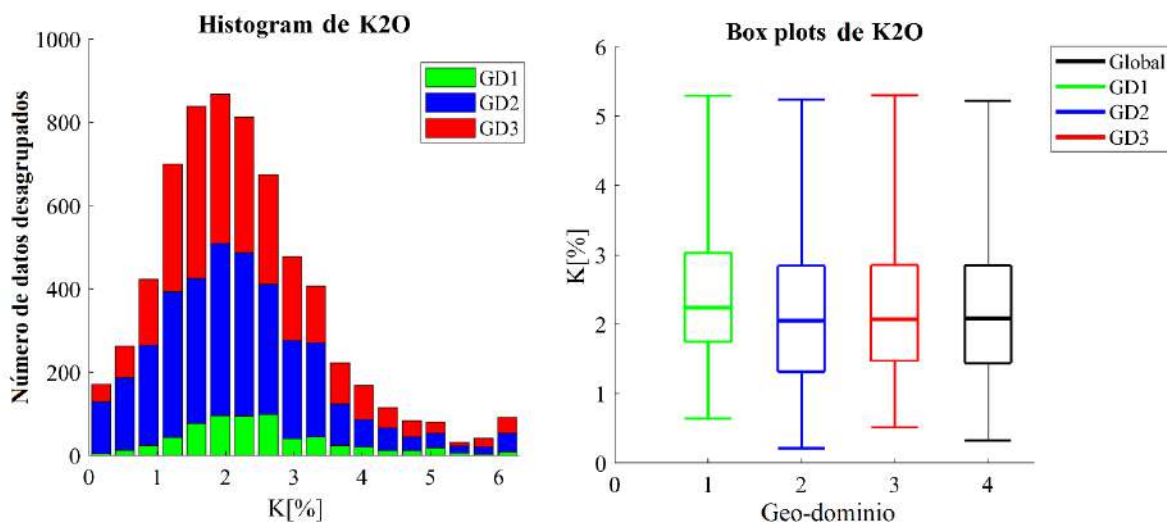


Figura 24: Gráficos de media condicional para sílice respecto a los ejes de coordenadas.

### 4.5.5. Potasio

En las siguiente *Figura 25* se muestran el histograma y box plot desagrupados para ambas variables según los geo-dominios.



*Figura 25: A la izquierda el histograma para potasio categorizado por geo-dominio y a la derecha el box plot para el mismo conjunto de datos.*

La Tabla 14 presentan los parámetros estadísticos para las leyes de sílice.

Estadística Global para Potasio				
Parámetro	GD1	GD2	GD3	
Número de datos	432	3097	2299	
Media	2.489	2.175	2.272	
Varianza	1.312	1.471	1.356	
Mínimo	0.056	0.015	0.003	
Máximo	6.011	6.178	6.178	

*Tabla 14: Estadísticas básicas para las leyes de potasio diferenciadas por geo-dominio.*

### 4.5.6. Zinc

En las siguiente *Figura 26* se muestra el histograma y box plot desagrupados para ambas variables según los geo-dominios.

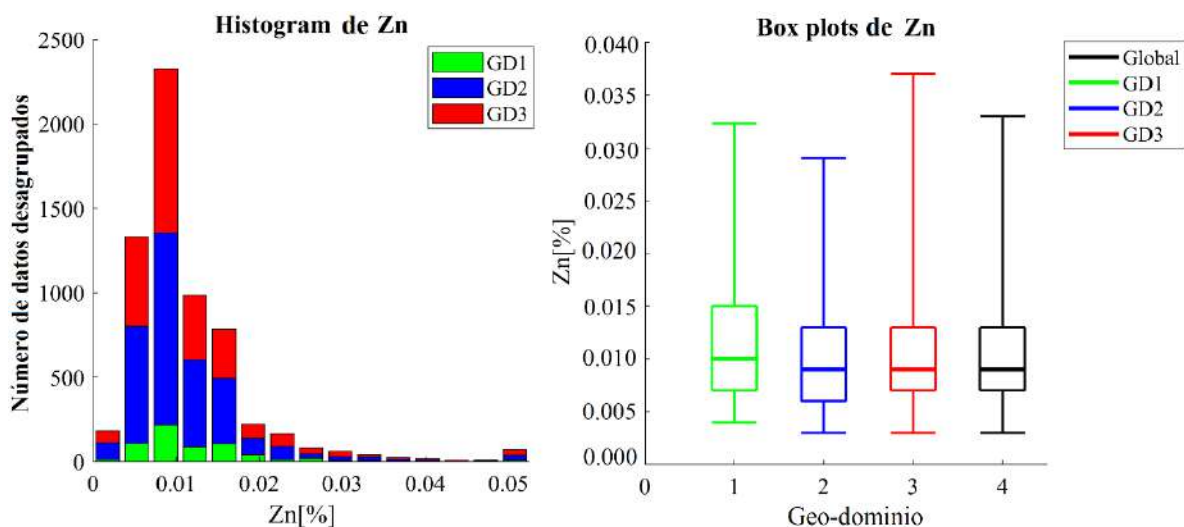


Figura 26: A la izquierda el histograma para potasio categorizado por geo-dominio y a la derecha el box plot para el mismo conjunto de datos.

La Tabla 15 presentan los parámetros estadísticos para las leyes de sílice.

Estadística Global para Zinc			
Parámetro	GD1	GD2	GD3
Número de datos	423	3012	2241
Media	0.012	0.011	0.011
Varianza	0.000	0.000	0.000
Mínimo	0.002	0.001	0.001
Máximo	0.049	0.048	0.057

Tabla 15: Estadísticas básicas para las leyes de zinc diferenciadas por geo-dominio.

#### 4.5.7. Coeficiente magnético

La Figura 27 muestra el histograma y box plot del coeficiente magnético. La Tabla 16 presenta los parámetros estadísticos para las leyes de sílice limitados por los outliers del 99% para cada GD.



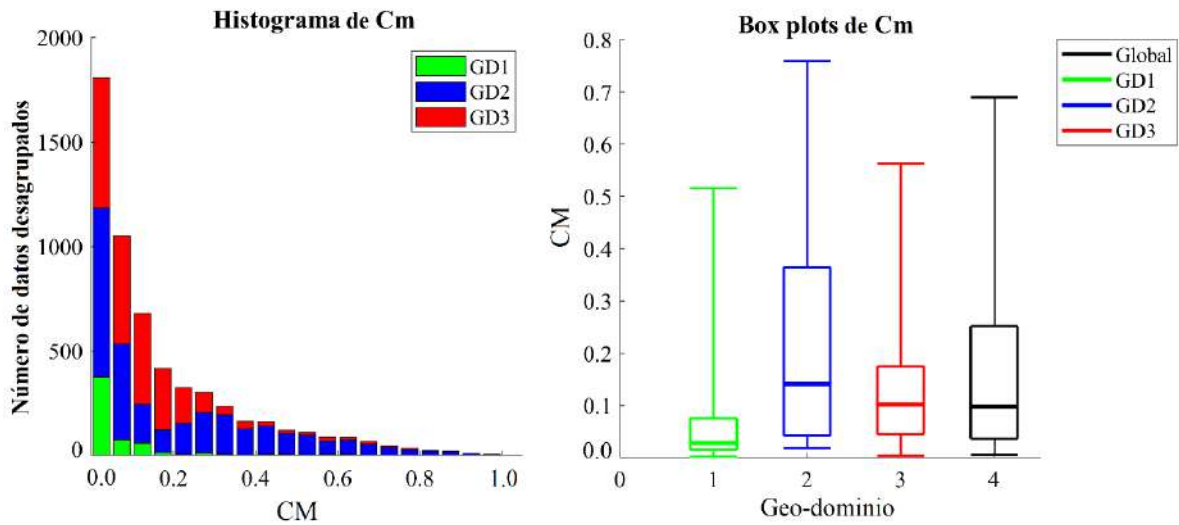


Figura 27: A la izquierda el histograma para el coeficiente magnético categorizado por geo-dominio y a la derecha el box plot para el mismo conjunto de datos.

Estadística Global para Coeficiente Magnético			
Parámetro	GD1	GD2	GD3
Número de datos	428	3061	2255
Media	0.071	0.228	0.135
Varianza	0.014	0.047	0.017
Mínimo	0.001	0.001	0.000
Máximo	0.625	0.850	0.690

Tabla 16: Estadísticas básicas para el coeficiente magnético diferenciadas por geo-dominio.

En la Figura 28 se observa la tendencia de leyes de coeficiente magnético, el cual entrega un factor del magnetismo de la muestra. En la industria, es muy común encontrar una diferenciación mineralógica dividida por umbrales de corte:  $0 < CM > 0.35$  es hematita,  $0.35 < CM > 0.8$  martita (mineral de transición) y  $CM > 0.85$  magnetita. Dada esta clasificación general, este depósito se categorizará como depósito hidrotermal hematítico, con la complicación que el procesamiento se asume de conminución y concentración.

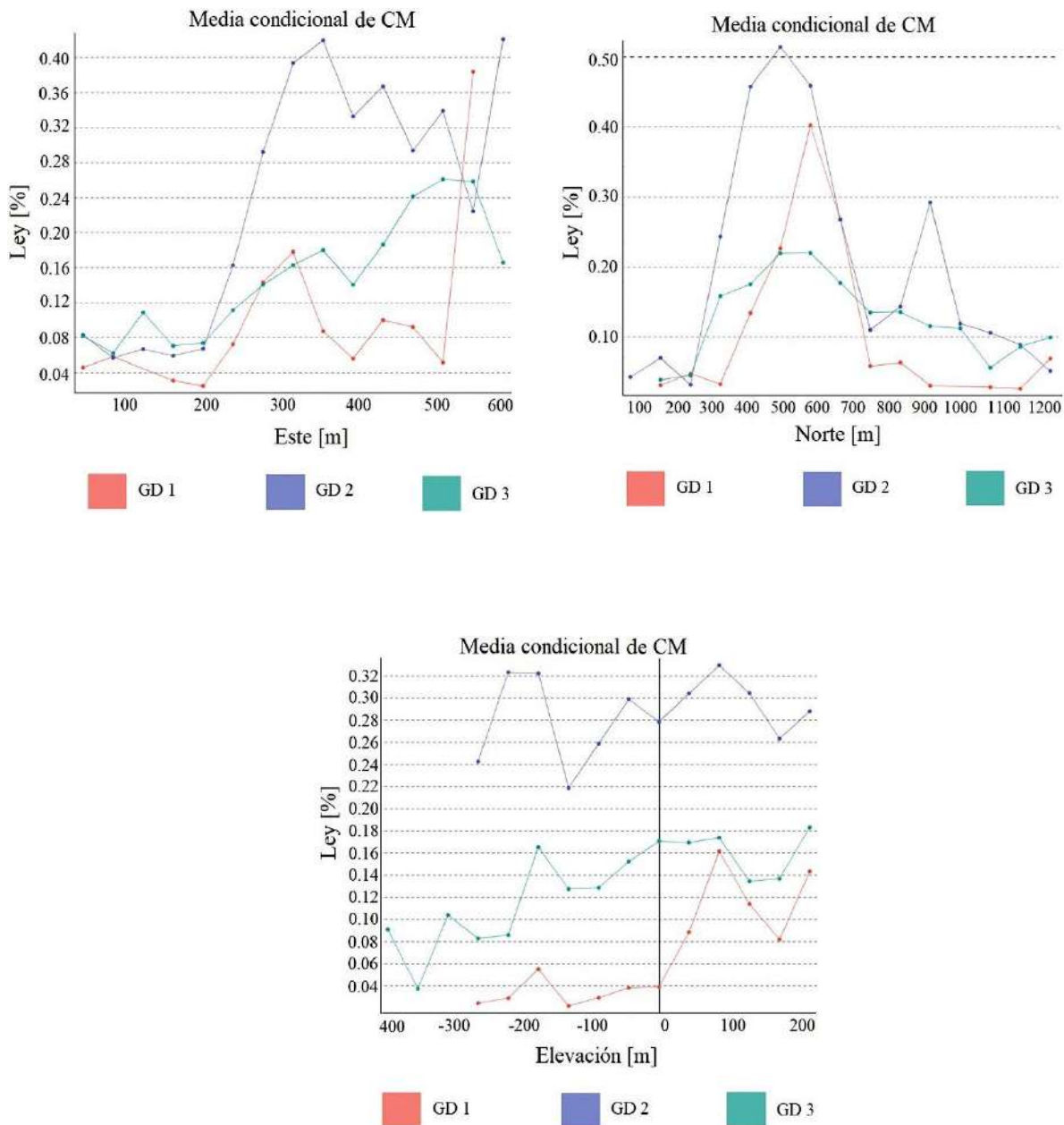


Figura 28: Gráficos de media condicional para el coeficiente magnético respecto a los ejes de coordenadas.

## 4.6. Análisis de contacto

A continuación *Figura 29* se muestra el correlograma y gráfico de media móvil entre los geodominios para la variable de principal interés, hierro. Con el correlograma se puede identificar que, cercano al contacto entre los geo-dominios descritos, existe una alta variabilidad de las leyes y, sumando el gráfico de medias, se determina que, para los tres dominios geológicos, se habla de un tipo de contacto duro, por lo que un modelamiento de cada uno por separado es recomendable.

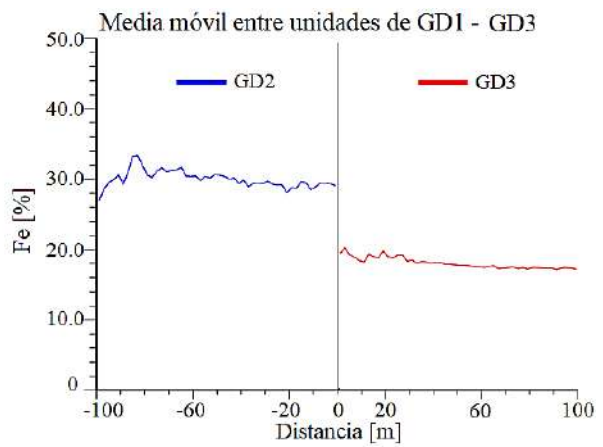
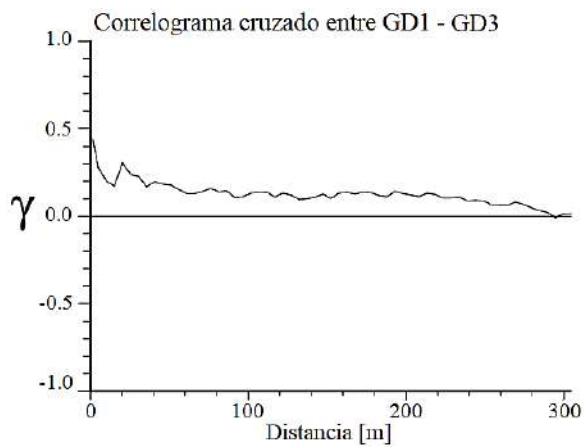
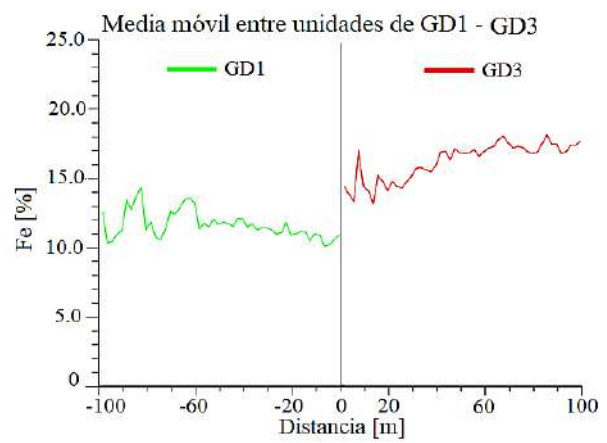
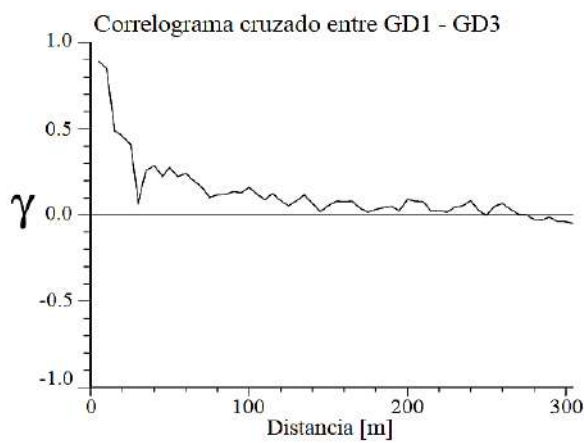
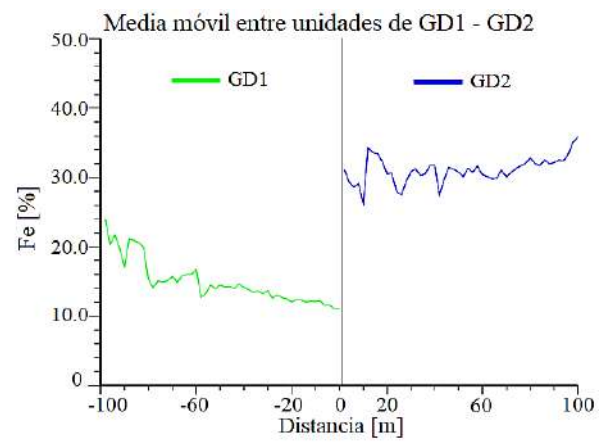
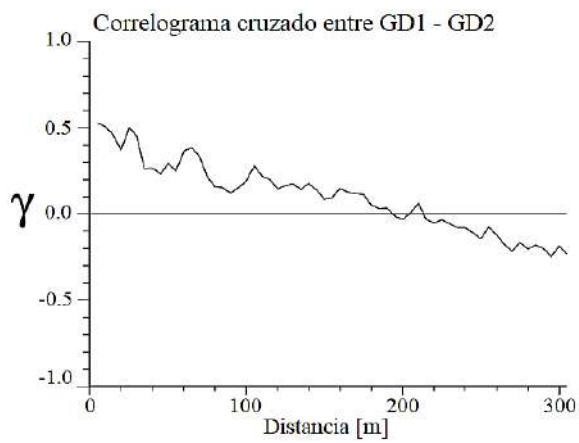


Figura 29: A la izquierda el correlograma cruzado para los diferentes GD y, a la derecha la media móvil entre los mismos dominios.

#### 4.6.1 Dispersión de leyes por geo-dominio

La dispersión de los datos es de suma relevancia para determinar cuáles serán las variables que se podrán cosimular. Para entender este proceso de correlación se desglosó la matriz de correlación, donde es importante destacar que ésta corresponde a una medida de correlación lineal, por lo tanto, no necesariamente un valor cercano a cero significa que no existe dependencia entre las variables de estudio.

<b>Matriz de correlación para el GD1</b>							
	<b>Fe</b>	<b>P</b>	<b>S</b>	<b>Si</b>	<b>K</b>	<b>Zn</b>	<b>CM</b>
<b>Fe</b>	1.000	0.333	0.069	-0.499	-0.272	0.067	0.881
<b>P</b>	0.333	1.000	-0.035	-0.321	-0.099	-0.099	0.313
<b>S</b>	0.069	-0.035	1.000	0.114	0.105	0.188	0.135
<b>Si</b>	-0.499	-0.321	0.114	1.000	0.245	0.106	-0.469
<b>K</b>	-0.272	-0.099	0.105	0.245	1.000	0.330	-0.327
<b>Zn</b>	0.067	-0.099	0.188	0.106	0.330	1.000	0.550
<b>CM</b>	0.881	0.313	0.135	-0.469	-0.327	0.055	1.000

Tabla 17: Matriz de correlación para el geo-dominio 1.

<b>Matriz de correlación para el GD2</b>							
	<b>Fe</b>	<b>P</b>	<b>S</b>	<b>Si</b>	<b>K</b>	<b>Zn</b>	<b>CM</b>
<b>Fe</b>	1.000	0.112	0.025	-0.077	-0.586	0.230	0.880
<b>P</b>	0.112	1.000	0.133	-0.186	-0.062	0.005	0.144
<b>S</b>	0.025	0.133	1.000	-0.033	0.192	0.029	0.023
<b>Si</b>	-0.766	-0.186	-0.033	1.000	0.501	-0.056	-0.662
<b>K</b>	-0.586	-0.062	0.192	0.501	1.000	-0.136	-0.542
<b>Zn</b>	0.230	0.005	0.029	-0.056	-0.136	1.000	0.274
<b>CM</b>	0.880	0.144	0.023	-0.662	-0.542	0.274	1.000

Tabla 18: Matriz de correlación para el geo-dominio 2.

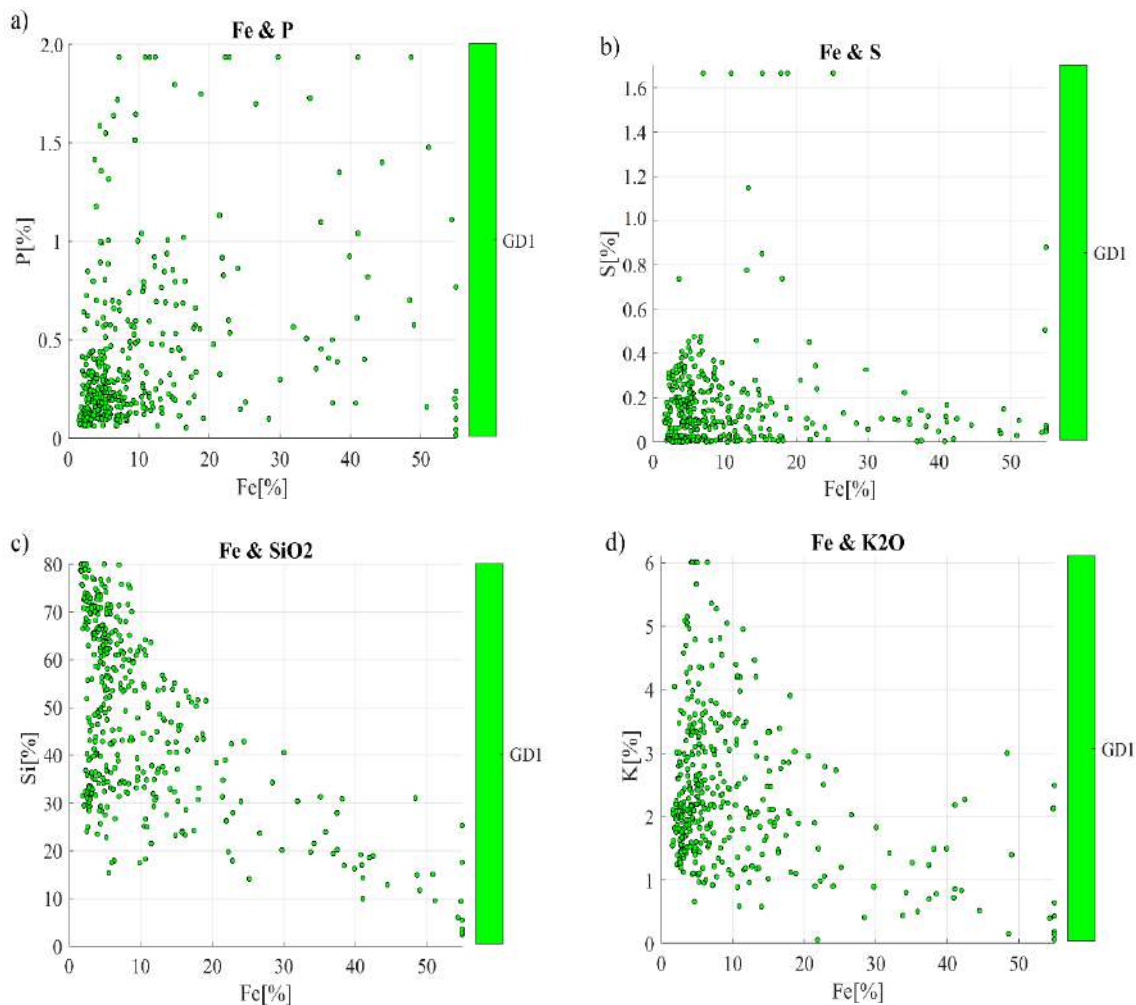
<b>Matriz de correlación para el GD3</b>							
	<b>Fe</b>	<b>P</b>	<b>S</b>	<b>Si</b>	<b>K</b>	<b>Zn</b>	<b>CM</b>
<b>Fe</b>	1.000	-0.015	-0.030	-0.686	-0.355	-0.047	0.765
<b>P</b>	-0.015	1.000	0.114	-0.159	0.010	-0.042	-0.011
<b>S</b>	-0.030	0.114	1.000	0.031	0.211	0.104	0.040
<b>Si</b>	-0.686	-0.159	0.031	1.000	0.357	0.234	-0.463
<b>K</b>	-0.355	0.010	0.211	0.357	1.000	0.079	-0.291
<b>Zn</b>	-0.047	-0.042	0.104	0.234	0.079	1.000	0.038
<b>CM</b>	0.765	-0.011	0.040	-0.463	-0.291	0.038	1.000

Tabla 19: Matriz de correlación para el geo-dominio 3.

Los coeficientes de correlación presentes en la Tabla 17 permiten observar que las leyes de hierro están altamente relacionadas con las leyes de sílice y con el coeficiente magnético. La sílice está inversamente relacionada con el hierro debido a que la generación de mineralización metálica (hierro) es poco probable en fluidos con alto contenido de *Si* (proceso de reemplazo). Resulta interesante la correlación existente entre los demás elementos (Fe-P, Fe-K, P-Si, P-CM, Si-K, Zn-K y K-CM). Existen variables que presentan una correlación casi nula como es el caso de Fe-S y Fe-Zn, lo que significa que no presentan relación lineal. Estos resultados tienen como implicancia principal el uso de métodos de cosimulación, ya que se aprovecha la relación existente entre las diferentes variables.

Como se observa en la Tabla 18 y Tabla 19 para los GD2 y GD3, los coeficientes de correlación de P y S serán manejados con una simulación individual. Estos dos elementos poseen baja correlación con los demás elementos.

Las nubes de dispersión (Figura 30, Figura 31 y Figura 32) desplegadas muestran que las variables en estudio presentan correlación permitiendo una posterior aplicación de cosimulación, ya que estas últimas presentan información al capturar esta correlación.





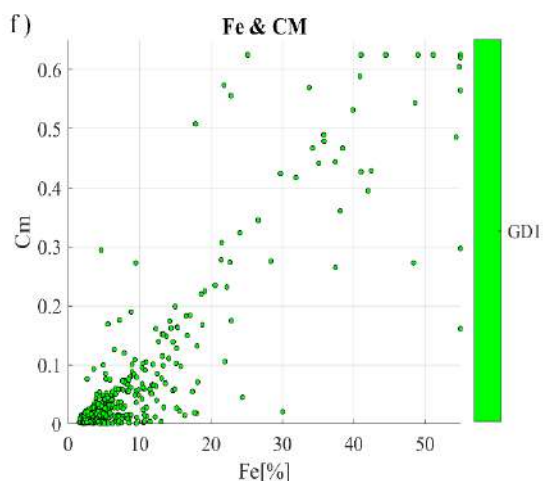
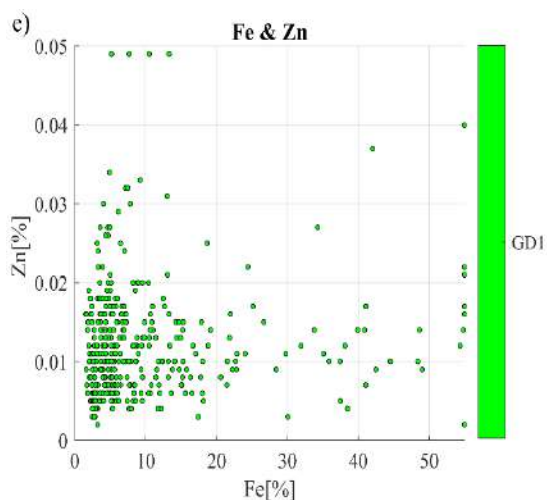
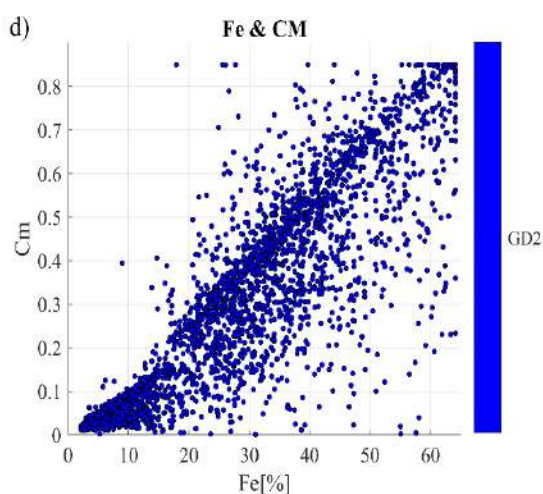
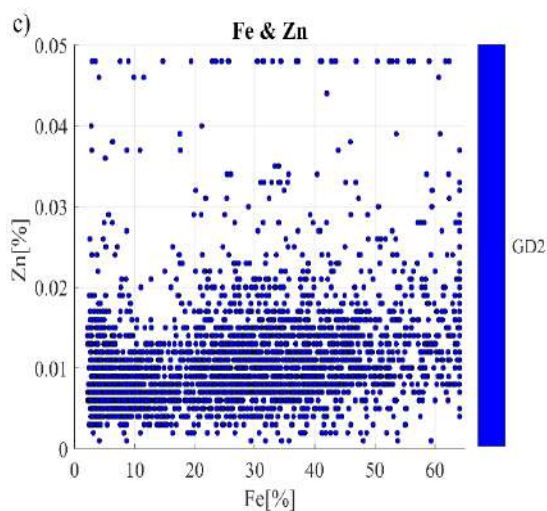
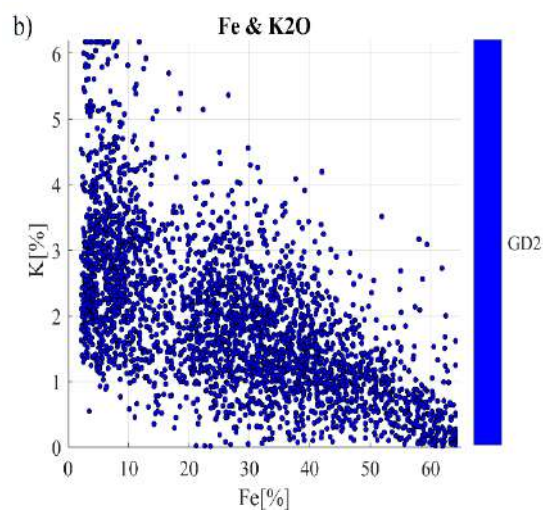
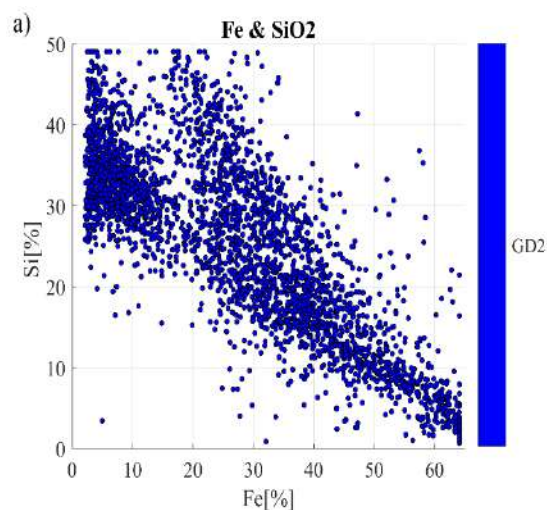


Figura 30: Gráficos de dispersión para leyes dentro del geo-dominio1. a) hierro vs. fósforo, b) hierro vs. azufre, c) hierro vs. sílice, d) hierro vs. potasio, e) hierro vs. zinc y, f) hierro vs coeficiente magnético.



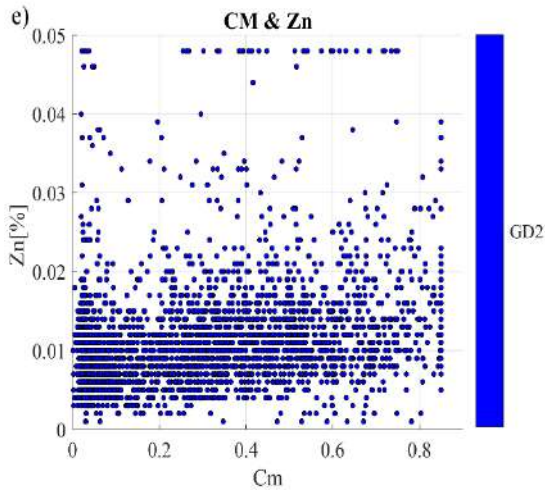
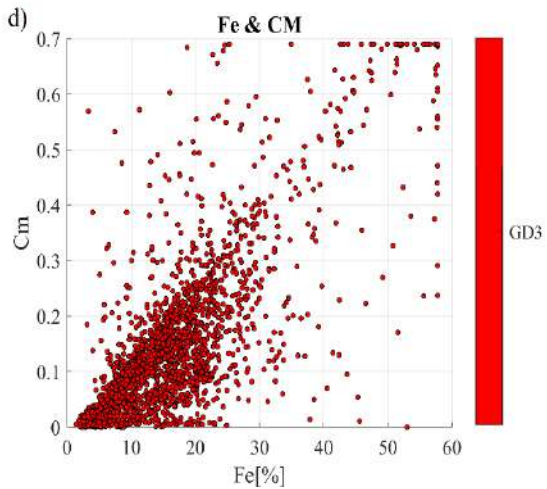
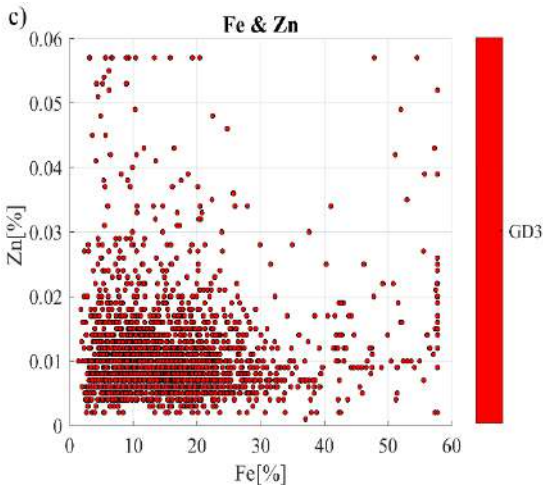
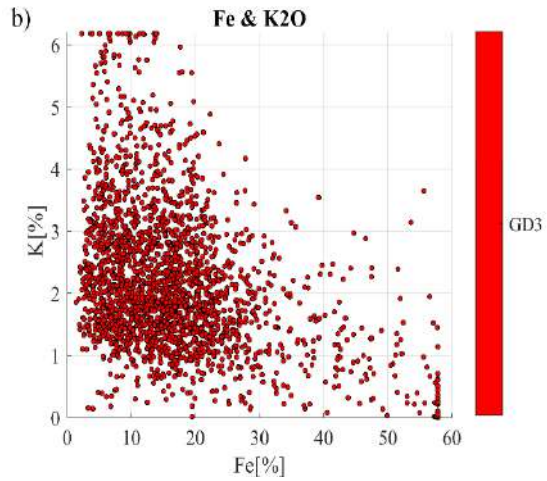
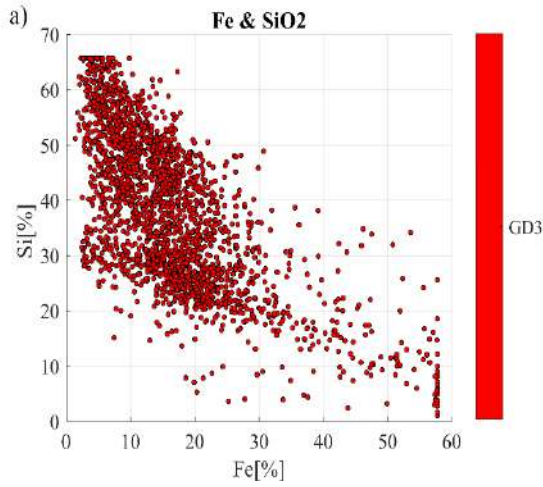


Figura 31: Gráficos de dispersión para leyes dentro del geo-dominio2. a) hierro vs. sílice, b) hierro vs. potasio, c) hierro vs. zinc, d) hierro vs coeficiente magnético y, e) coeficiente magnético vs. zinc.



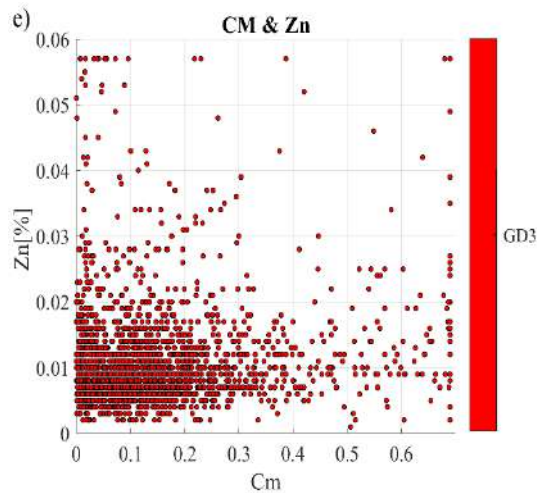


Figura 32: Gráficos de dispersión para leyes dentro del geo-dominio 3. a) hierro vs. sílice, b) hierro vs. potasio, c) hierro vs. zinc, d) hierro vs coeficiente magnético y, e) coeficiente magnético vs. zinc.

## 4.7. Modelamiento y simulación de tipos de roca

El objetivo de esta sección es generar distintos escenarios de la distribución de los geo-dominios presentes en el yacimiento. Para ello se realizó una simulación plurigaussiana que considera el contacto entre los geo-dominios y el condicionamiento a los datos de la caracterización geológica. En términos generales, la simulación plurigaussiana considera una partición del espacio a simular en distintos subdominios mediante la utilización de distintas funciones Gaussianas que representan los contactos entre las diferentes unidades [37].

### 4.7.1. Regla de truncación y proporciones

La simulación plurigaussiana considera un conjunto de reglas de truncación definiendo distintas unidades a partir de la partición del espacio, generando una interpretación de las unidades geológicas definidas y de los contactos entre éstas.

En este estudio se utilizan dos funciones aleatorias Gaussianas independientes, que generan la partición de tres zonas mineralizadas del yacimiento permitiendo definir los contactos entre las distintas unidades. La información geológica recopilada es coherente con la disposición espacial de las muestras, esto es que en los tres geo-dominios mantienen contacto entre sí y que la dirección preferencial de mineralización mantiene una orientación vertical.

Para realizar las reglas de truncación (Figura 33), se considera primero la zonación vertical de la mineralización separando el material de la roca caja de baja mineralización con respecto a la zona alterada por hidrotermalismo. Posteriormente, como segunda regla de truncación se maneja una truncación horizontal, la cual diferencia el geo-dominio de alta mineralización de la zona metamorfozada, la cual posee leyes medias de hierro. Este tipo de bandera permite el contacto entre todos los dominios geológicos.



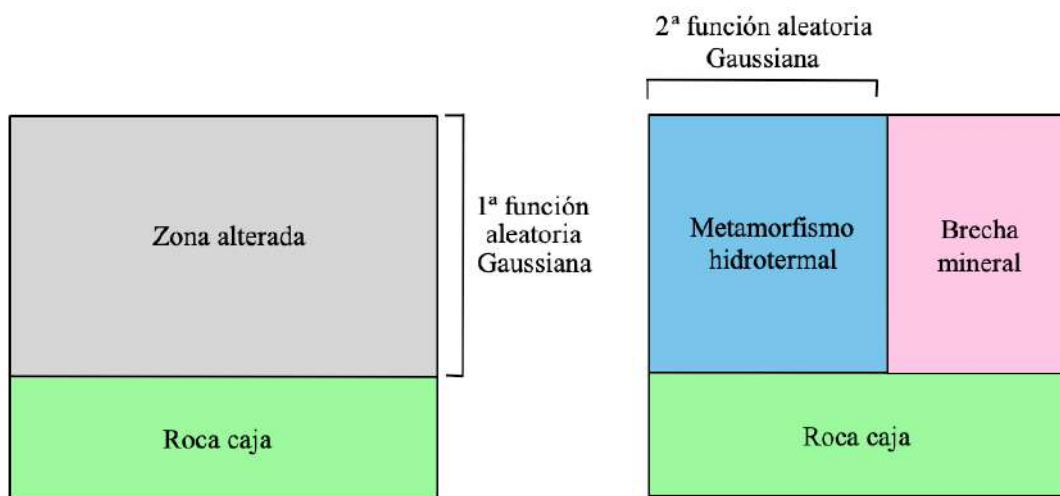


Figura 33: Bandera de truncación para simulación plurigaussiana.

Los umbrales de truncación se definen en función de las proporciones de los tipos de roca presentes en la base de datos de muestreo del yacimiento. Para el GD1 se establece una proporción de 0.15, para el GD2 una de 0.45 y finalmente para GD3 una de 0.40.

#### 4.7.2. Variografía de funciones aleatorias gaussianas

Posteriormente a la definición de las reglas de truncación y del cálculo de las proporciones, se calculan los variogramas de los indicadores, los que, mediante una relación matemática, se relacionan con los variogramas de las funciones Gaussianas [42].

Los variogramas experimentales se calculan de manera omnidireccional debido a que no se observan grandes diferencias entre los variogramas en la dirección vertical y los variogramas en un plano horizontal. Los parámetros utilizados para el cálculo de los variogramas experimentales se muestran en la Tabla 20. Cabe destacar que la regla de truncación y las proporciones de los geodominios también constituye un parámetro de entrada para el cálculo de los variogramas.

Parámetro	Valor
Azimut [°]	0
Tolerancia al azimut [°]	90
Dip [°]	0
Tolerancia al dip [°]	90
Paso [m]	15
Número de pasos	70
Tolerancia del paso [m]	7.5

Tabla 20: Parámetros de variogramas experimentales.

El ajuste del modelo variográfico involucra diferentes estructuras para las distintas funciones aleatorias Gaussianas, en las cuales el ajuste de la meseta se realiza mediante un algoritmo

semiautomático de mínimos cuadrados, considerando que la meseta global debe ser igual a uno para cada una de las funciones aleatorias Gaussianas.

La Tabla 21 muestra las diferentes estructuras usadas para cada una de las tres funciones aleatorias Gaussianas, sin utilizar un efecto pepita en el modelamiento.

<b>Función aleatoria Gaussiana no. 1</b>		
Estructura	Alcance [m]	Meseta
Esférico	30	0.09
Esférico	120	0.00
Esférico	200	0.16
Esférico	800	0.75
<b>Función aleatoria Gaussiana no. 2</b>		
Exponencial	70	0.08
Exponencial	130	0.92

Tabla 21: Estructura de variogramas modelados.

Los siguientes gráficos de la Figura 34 muestran los variogramas experimentales (indicados mediante puntos) y los variogramas modelados (indicados mediante línea continua) para las dos funciones aleatorias Gaussianas.

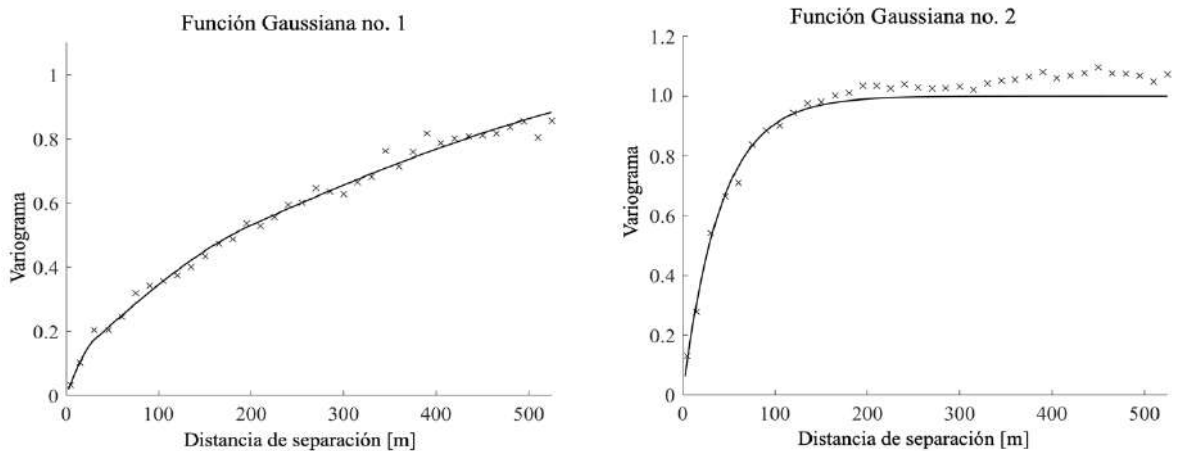


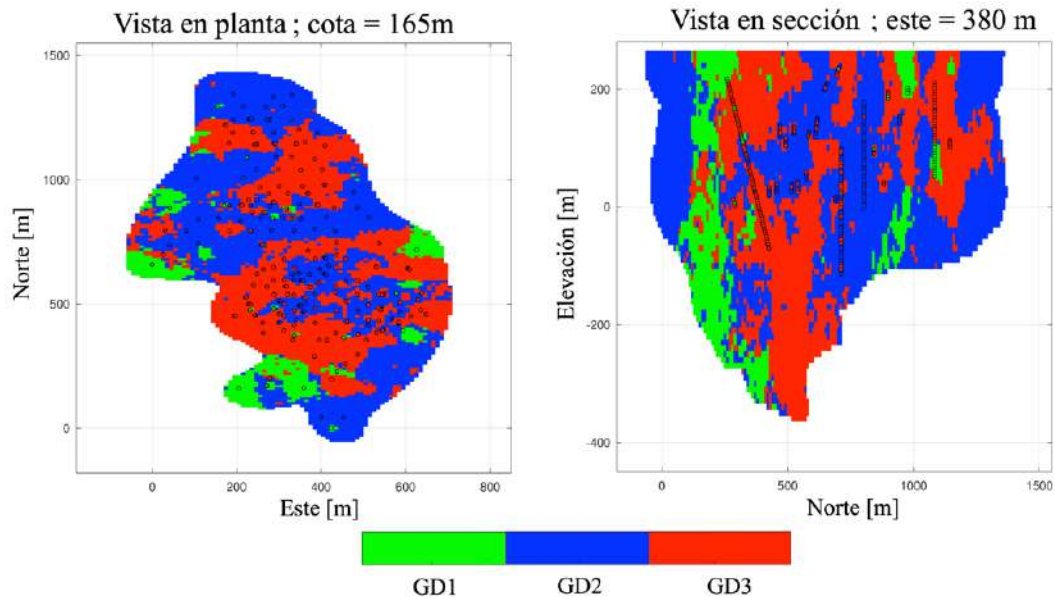
Figura 34: Ajuste del variograma experimental de los campos aleatorios Gaussianos.

### 4.7.3. Resultados

Las realizaciones se generaron mediante una simulación plurigaussiana, condicional a la información de los sondeos de exploración. Para obtener la categorización del bloque en cada realización se realiza una transformación de los datos categóricos a valores Gaussianos mediante el muestreador de Gibbs [2]. Posteriormente se realiza la simulación de los valores Gaussianos mediante el algoritmo de bandas rotantes, para finalizar con un condicionamiento mediante kriging y una conversión a valores categóricos considerando la regla de truncación definida.

A continuación, se presentan los principales resultados obtenidos de este proceso. En esta etapa se construyeron 30 realizaciones.

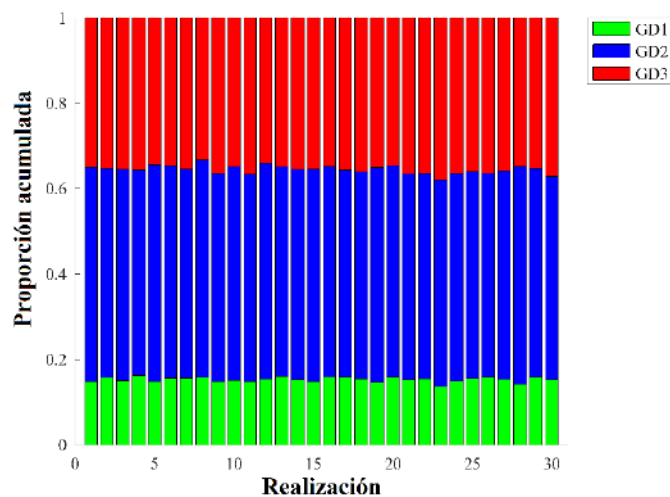
La *Figura 35* muestra algunas vistas de los resultados de una realización para la distribución de unidades mineralizadas en el yacimiento. A modo de verificación visual, se muestran los resultados de las simulaciones con los valores de los sitios muestreados, exhibiendo una correspondencia entre los resultados del modelo y los valores muestreados.



*Figura 35:* A la izquierda se observa una vista en planta de una realización de los geo-dominios y, a la derecha una vista en sección con vista al este de la misma realización.

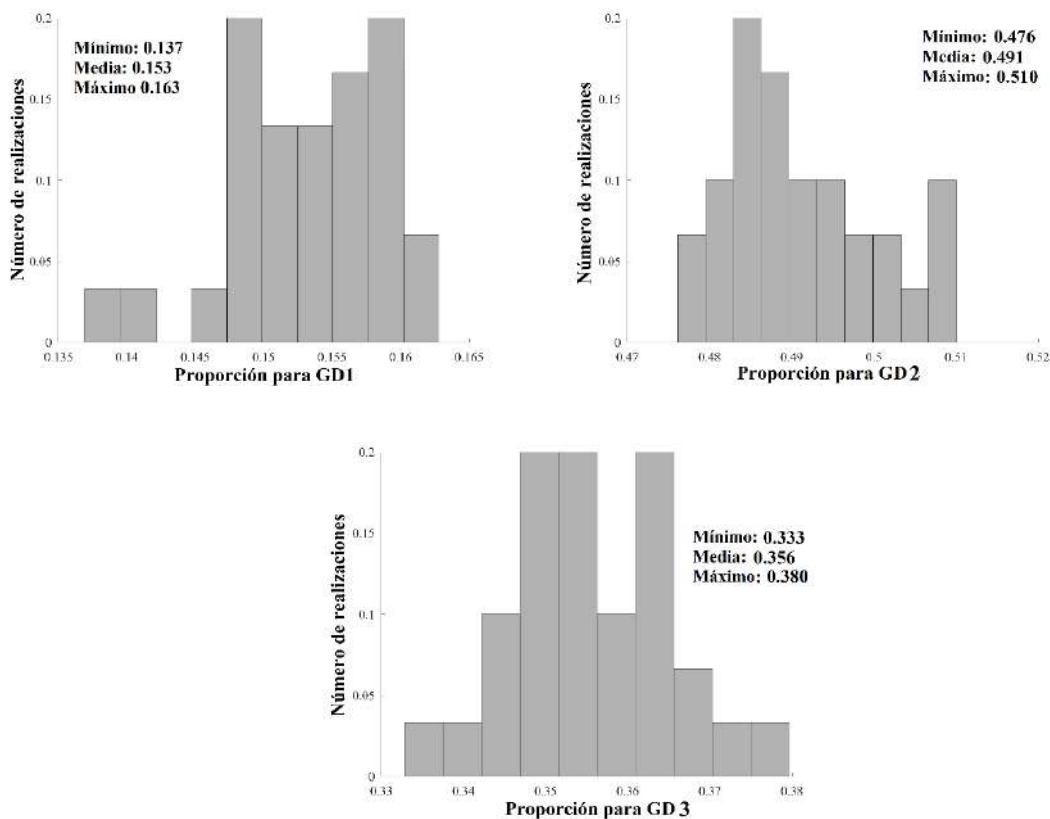
#### 4.7.3.1. Resultado global

Los resultados globales de las simulaciones plurigaussianas se refieren a los parámetros que permiten caracterizar el yacimiento, independientemente de los resultados obtenidos en cada uno de los bloques o sitios de interés. Entre los parámetros que permiten caracterizar un yacimiento de manera global se encuentran la proporción de las distintas unidades mineralizadas simuladas.



*Figura 36:* Proporción de geo-dominios en las realizaciones.

En la *Figura 36* se observa la proporción del yacimiento que ocupa cada unidad mineralizada. Se puede observar que las proporciones globales de los geo-dominios son similares entre sí a lo largo de las diferentes realizaciones. El detalle de la proporción de cada GD se presenta en los histogramas de la *Figura 37*.



*Figura 37: Frecuencia de la proporción de geo-dominios en 30 realizaciones.*

#### 4.7.3.2. Resultado local

Los resultados locales tienen relación con la unidad mineralizada obtenida en cada sitio o bloque simulado y con la variabilidad que muestran los resultados a lo largo de las distintas realizaciones, lo que permite calcular la probabilidad de que un sitio de interés sea de cierto geo-dominio en particular.

La *Figura 38* muestra distintas vistas del modelo de unidades mineralizadas construido a partir de la selección de la unidad más probable para cada bloque en todas las realizaciones.

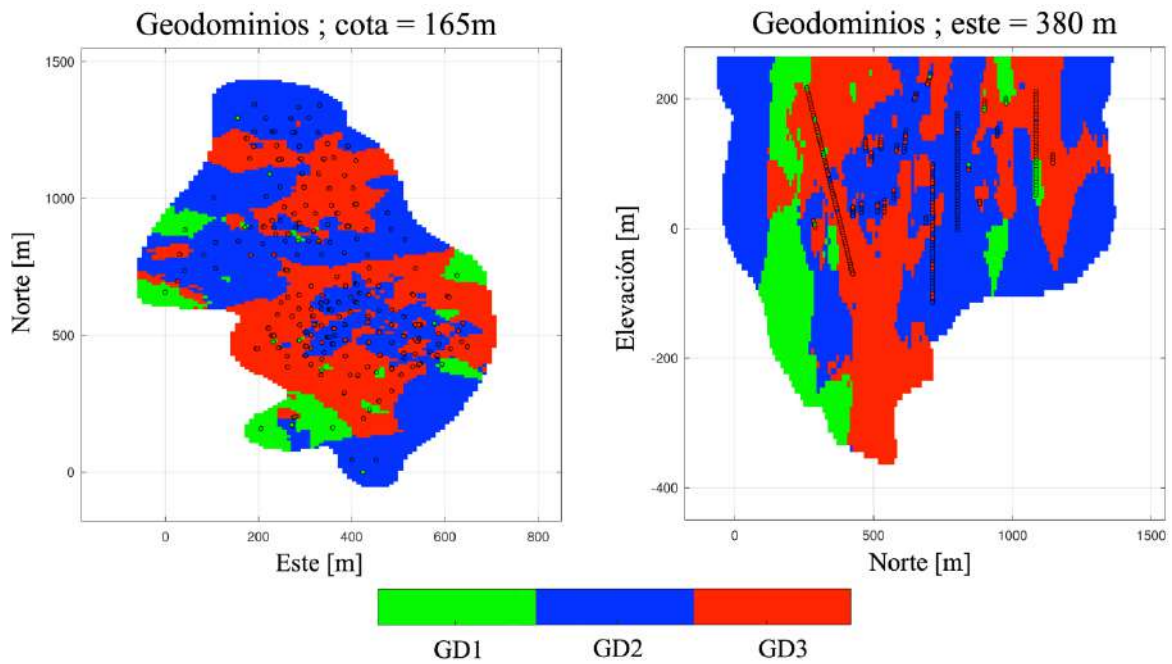


Figura 38: A la izquierda se observa una vista en planta de los geo-dominios más probables de ocurrencia y, a la derecha una vista en sección con vista al este.

También es posible calcular mapas de probabilidad para la unidad más probable, lo que permite identificar cuáles son las zonas en las que se espera una mayor variabilidad en las unidades mineralizadas y cuáles son las zonas en las que las unidades simuladas se encuentran más definidas. Un ejemplo de esto se muestra en la Figura 39.

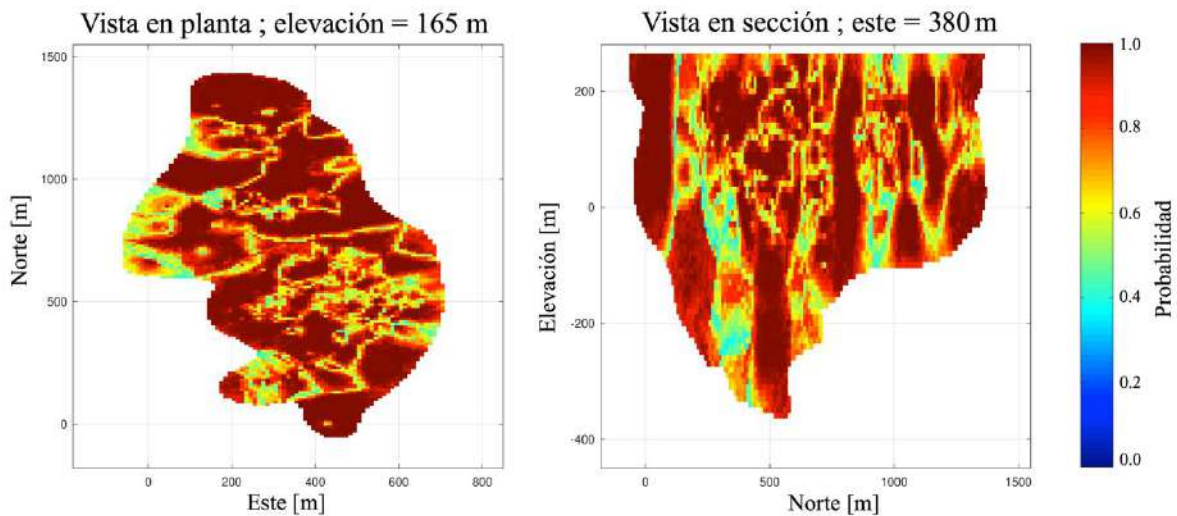


Figura 39: Mapas de probabilidad de ocurrencia del geo-dominio más probable.

La Figura 39 muestra los mapas de probabilidad de las unidades, donde es posible identificar las zonas en las que es más probable encontrar cada una de las unidades mineralizadas.

## 4.8. Modelamiento y simulación de las variables cuantitativas

### 4.8.1. Anamorfosis Gaussiana

La siguiente etapa consiste en una anamorfosis Gaussiana de las variables a simular (leyes y coeficiente magnético). La *Tabla 22* muestra la estadística básica de la transformación de cada variable para los distintos dominios de simulación, donde se observa que tienen media cero y varianza uno.

Variable	GD	Número de datos	Media	Desviación estándar	Mínimo	Máximo
Fe [%]	1	438	0	0.997	-3.086	2.984
	2	3159	0	1.000	-3.604	3.794
	3	2325	0	0.999	-3.553	3.702
P [%]	1	438	0	0.998	-3.16	3.372
	2	3159	0	1.000	-3.794	3.698
	3	2325	0	0.999	-3.717	3.702
S [%]	1	438	0	0.994	-2.824	2.824
	2	3136	0	1.000	-3.733	3.697
	3	2273	0	0.999	-3.674	3.481
Si [%]	1	436	0	0.997	-3.398	2.915
	2	3109	0	1.000	-3.85	3.536
	3	2299	0	1.000	-3.58	3.73
K [%]	1	432	0	0.996	-3.303	2.821
	2	3097	0	0.999	-3.305	3.535
	3	2299	0	0.999	-3.58	3.252
Zn [%]	1	423	0	0.993	-2.684	2.817
	2	3012	0	1.000	-3.488	3.771
	3	2241	0	1.000	-3.707	3.707
CM	1	428	0	0.998	-3.155	3.301
	2	3061	0	1.000	-3.65	3.729
	3	2255	0	1.000	-3.546	3.695

*Tabla 22: Resumen estadístico de las variables Gaussianas por geo-dominio.*

A continuación, se presentan las transformaciones realizadas a la variable de hierro con su histograma en cada uno de los dominios geológicos.

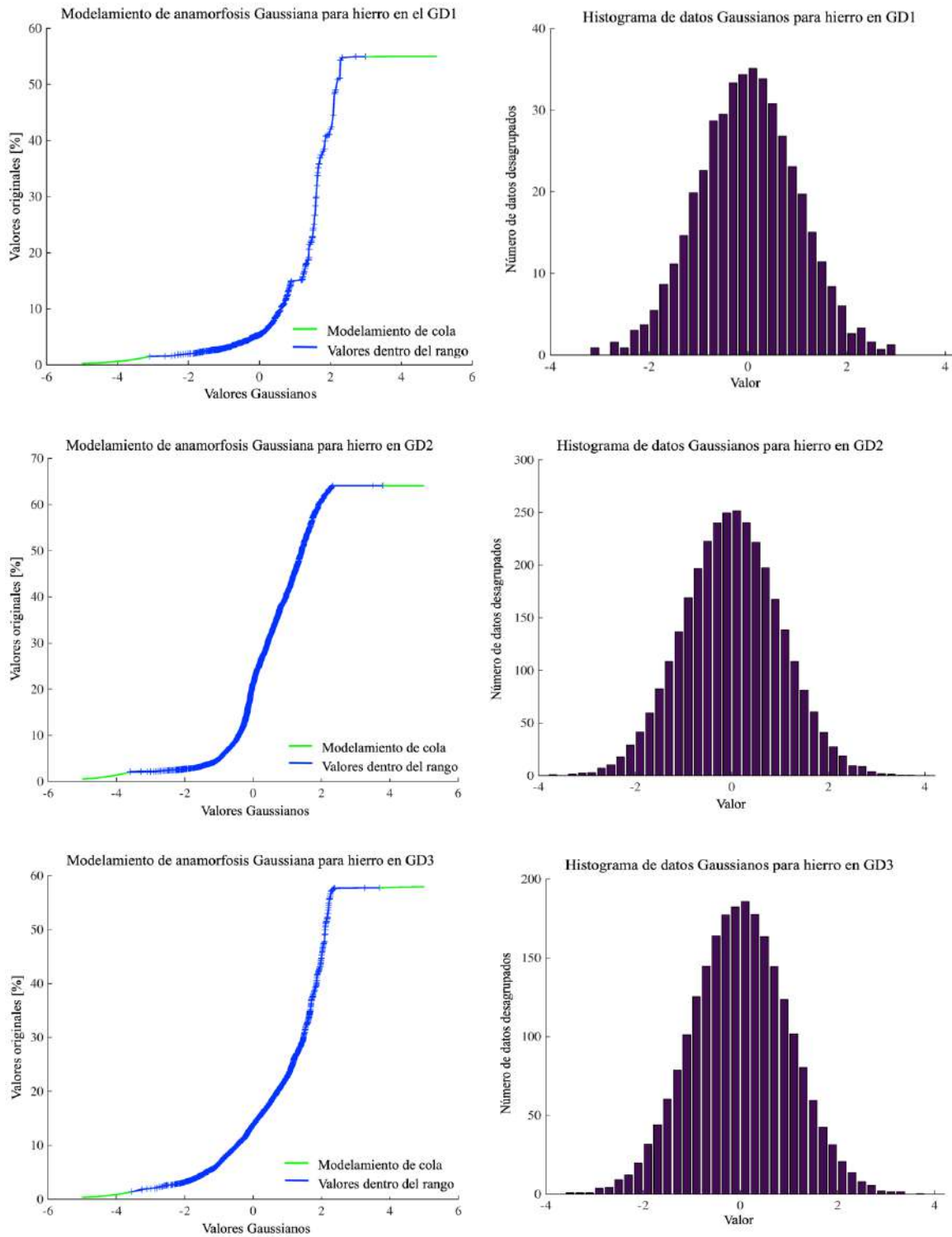


Figura 40: A la izquierda transformación de anamorfosis y derecha el histograma de los datos transformados, todos para la variable de hierro en cada GD.

Una vez realizada la transformación Gaussiana, se procede a verificar la hipótesis de multi-gaussianidad revisando sólo las nubes de correlación diferida, que deben tener una forma aproximadamente elíptica. A continuación, en la Figura 41 se muestran los gráficos para la variable de hierro en cada uno de los GD.



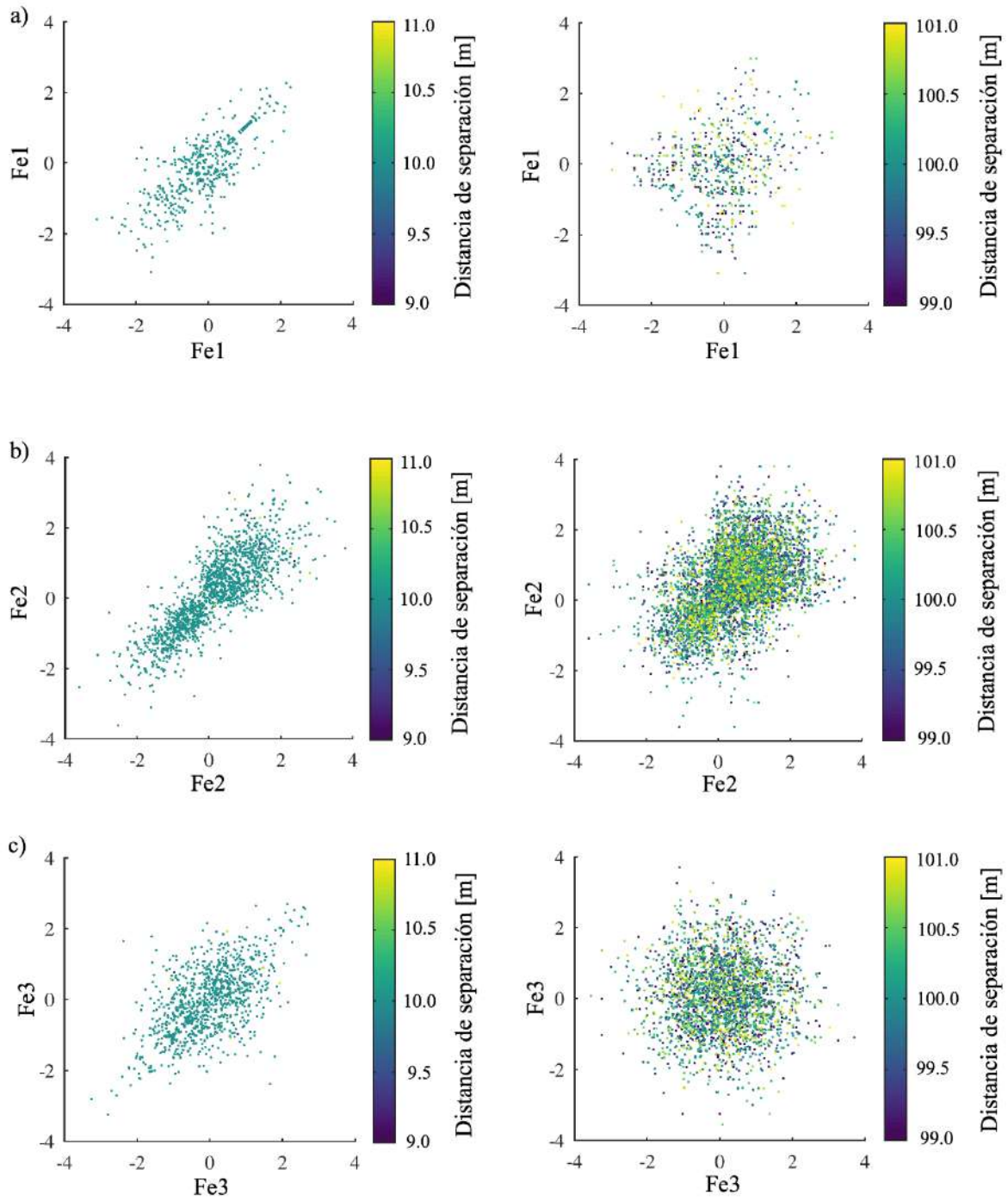


Figura 41: Nubes de correlación diferida para hierro en cada dominio de simulación: a) hierro en geo-dominio 1, b) hierro en geo-dominio 2 y, c) hierro en geo-dominio 3 (izq: distancia 10 metros, der: distancia 100 metros).

#### 4.8.2. Variografía

El análisis variográfico fue desarrollado para cada geo-dominio calculando los variogramas experimentales omnidireccionales, luego se calcularon de forma omnihorizontal y en la vertical



para realizar una comparación con el cálculo anterior, estos dos últimos no entregaron diferencias significativas entre ellos, por lo que se decidió trabajar con el cálculo omnidireccional.

En la Tabla 23 se muestran los parámetros considerados para el cálculo de los variogramas experimentales, directos y cruzados.

Variables	G D	Azimut [°]	Tolerancia al azimut [°]	Dip [°]	Tolerancia al dip [°]	Paso [m]	Número de pasos	Tolerancia del paso [m]
Todas	1	0	90	0	90	12.5	42	6.25
Fe-Si-K-Zn- CM	2	0	90	0	90	25	18	12.5
Fe-Si-K-Zn- CM	3	0	90	0	90	25	14	12.5
P	2	0	90	0	90	12.5	42	6.25
P	3	0	90	0	90	12.5	20	6.25
S	2	0	90	0	90	12.5	40	6.25
S	3	0	90	0	90	12.5	36	6.25

Tabla 23: Parámetros de variogramas experimentales.

En la Tabla 24 se muestran los parámetros considerados para el modelamiento de los variogramas. El ajuste de los variogramas se realizó mediante un método semiautomático y considerando un efecto pepita.

Variables	GD	Estructuras	Tipo de modelo	Alcance [m]
Todas	1	7	exponencial	5
			exponencial	70
			esférico	110
			esférico	200
			esférico	300
			esférico	400
			esférico	600
Fe-Si-K-Zn-CM	2	4	exponencial	50
			esférico	100
			esférico	150
			esférico	420
Fe-Si-K-Zn-CM	3	4	exponencial	10
			exponencial	100
			esférico	150
			esférico	400

Tabla 24: Estructuras de variogramas modelados.

En la Figura 42, se muestran los variogramas directos, experimentales y modelados, para hierro en cada uno de los geo-dominios a simular.

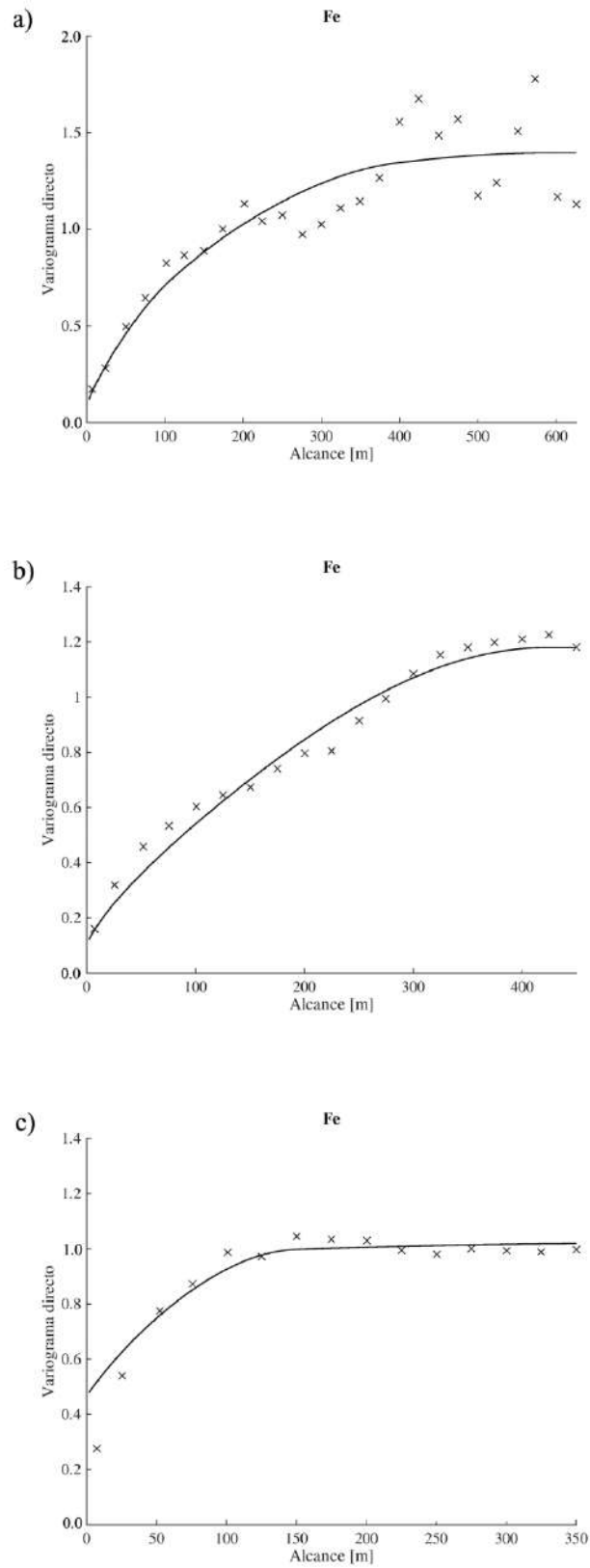
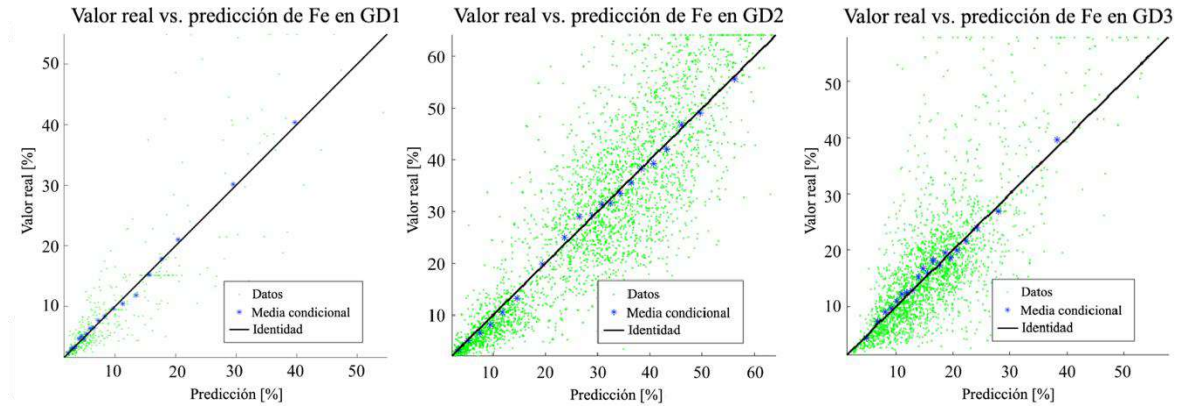


Figura 42: Variograma experimental punteado y modelo ajustado en línea continua. a) Variograma de hierro con muestras pertenecientes al geo-dominio 1, b) Variograma de hierro con muestras pertenecientes al geo-dominio 2 y, c) Variograma de hierro con muestras pertenecientes al geo-dominio 3.

### 4.8.3. Validación del modelo

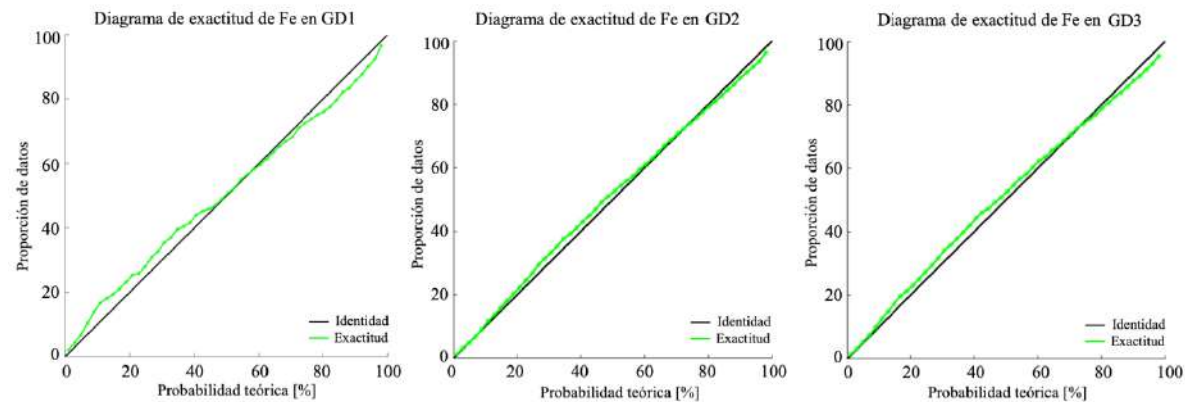
Para la validación se considera la técnica de validación cruzada que consiste en simular cada uno de los sitios con mediciones a partir de las otras mediciones y comparar el valor simulado con el valor de la base de datos, para ver la calidad del ajuste del modelo.

La *Figura 43* muestra los gráficos de dispersión para el Fe entre la media de los valores simulados y los valores de los sitios muestreados, exhibiendo un buen ajuste del modelo, sin la presencia de sesgo global ni condicional. También se puede observar que no existen distintas poblaciones en los gráficos y que corresponde a una sola población de datos.



*Figura 43: Gráficos de dispersión entre la media de los valores simulados y los valores de los sitios muestreados.*

La *Figura 44* muestra los gráficos de incertidumbre donde se compara una probabilidad teórica de pertenencia a un intervalo con la proporción de datos que efectivamente pertenecen a dicho intervalo, para la variable principal muestra un buen ajuste, aunque en el GD1 presenta una leve desviación de la diagonal, esto deriva principalmente de la baja densidad de muestreo en este campo.



*Figura 44: Gráficos de incertidumbre para hierro en los tres geo-dominios.*

#### 4.8.4. Resultados de la simulación

Para la realización de las cosimulaciones se consideró el método de bandas rotantes. La cantidad de líneas utilizadas en la simulación de bandas fue de 500. La discretización del bloque fue de  $3 \times 3 \times 2$ , en otras palabras, cada bloque corresponde a 27 puntos, y el condicionamiento fue realizado mediante cokriging simple, debido a que se conoce la media de los datos gaussianos, la que por construcción es cero. Las leyes, así como la ley de fierro recuperable (producto de la ley de Fe por el coeficiente magnético), fueron rebloqueadas al soporte de bloques de  $10 \times 10 \times 10$  metros, tomando en cuenta una densidad de roca que varía linealmente en función de la ley de Fe (modelo dado por el equipo de geólogos de mina), es decir, se pondera cada uno de los 27 puntos en cada realización por la densidad de roca asociada al momento de calcular las leyes de bloques. El coeficiente magnético a soporte de bloques se deduce al dividir, en cada realización y cada bloque, la ley de fierro recuperable por la ley de fierro total.

Las simulaciones fueron obtenidas en la misma grilla de  $10 \times 10 \times 10$  metros que se consideró para la simulación plurigaussiana, y se realizaron 30 simulaciones en total, una para cada escenario geológico generado, para incorporar la variabilidad de las unidades mineralizadas en la simulación, y por tanto en la variabilidad de las leyes de las variables en estudio.

A continuación, se presentan los parámetros de vecindad para condicionar la realización de la cosimulación de las leyes de interés.

Geo dominio	RADIOS MÁXIMOS [M]			Datos por octante
	Este	Norte	Elevación	
GD1	500	500	300	100
GD2	300	300	200	6
GD3	200	150	150	6
P2	200	200	150	6
P3	300	300	200	6
S2	300	300	200	6
S3	400	400	300	6

En la *Figura 45* y *Figura 46* se muestran distintas vistas de los resultados de una realización de las leyes de las variables en estudio.

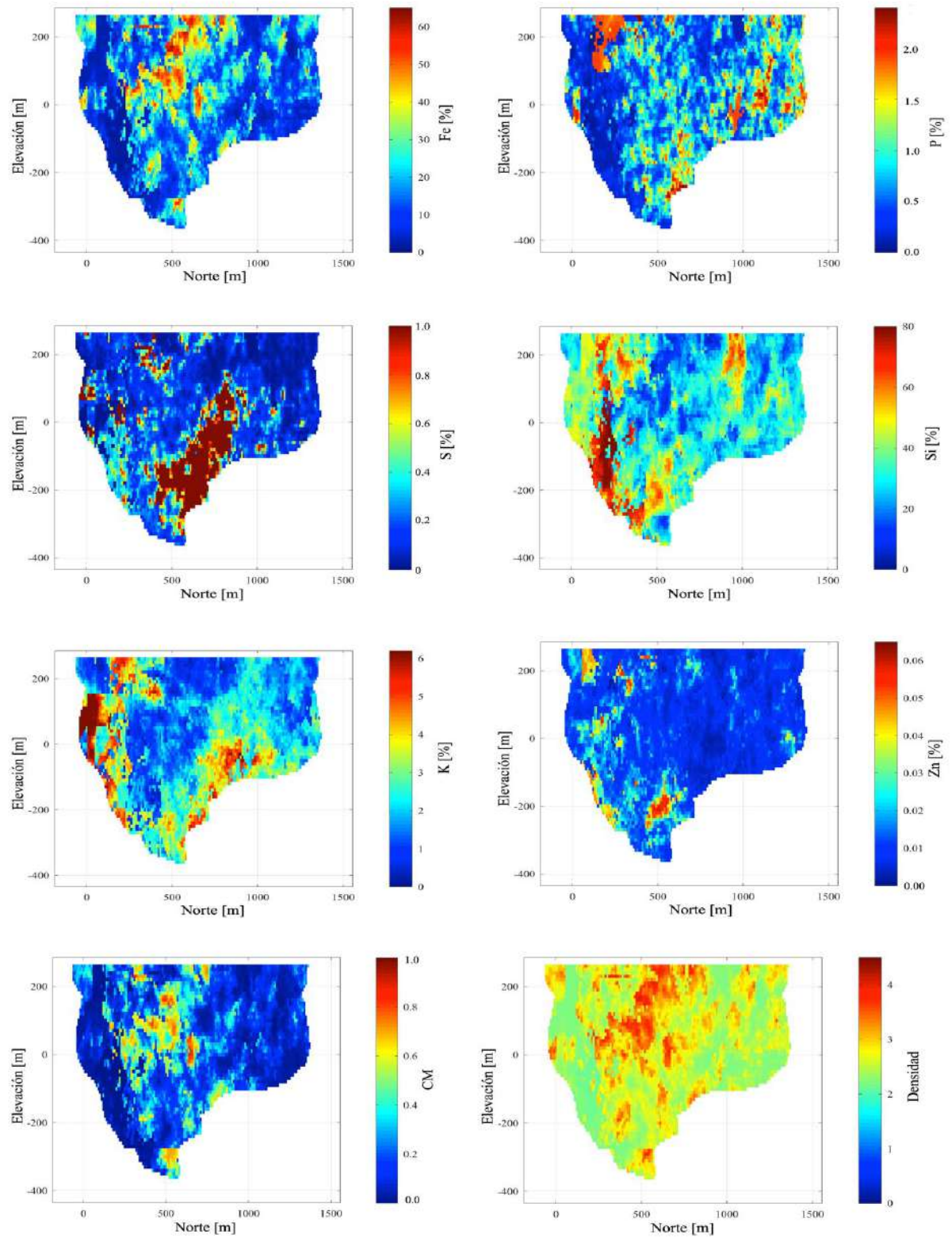


Figura 45: Resultados de una realización de las leyes de las variables en estudio vistas al Este.

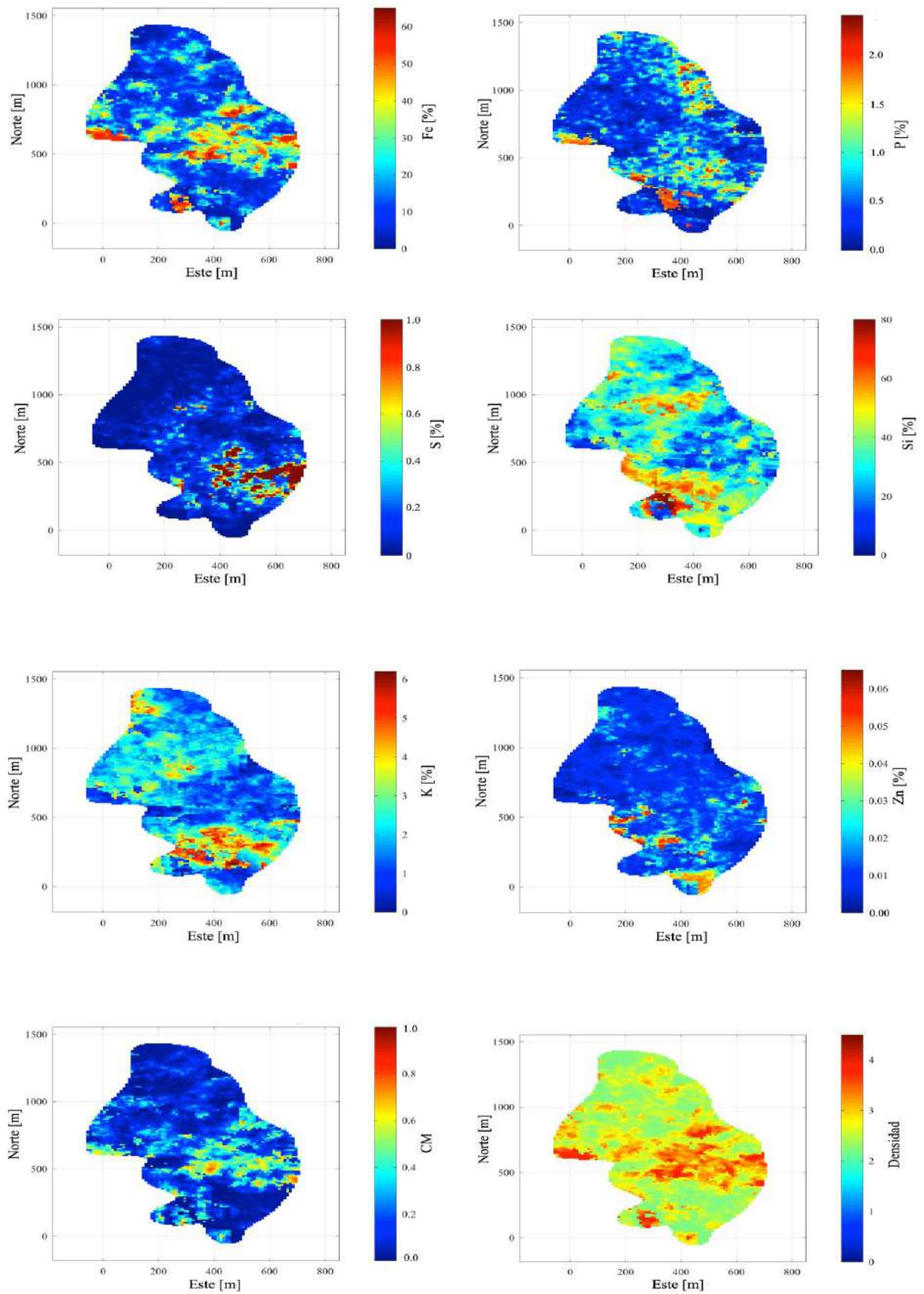


Figura 46: Resultados de una realización de las leyes de las variables en estudio vistas en planta.

## 4.9. Evaluación económica

La valorización de los bloques (VB) en un yacimiento metálico como el hierro, se calcula en función de la cantidad de metal recuperado y los costos asociados a la extracción, procesamiento y venta del producto final. Los métodos comunes disponibles para calcular la VB se basan simplemente en la rentabilidad del producto final considerando solo la ley del hierro. Sin embargo, en depósitos con múltiples elementos, el efecto de estos debe ser considerado con el propósito de determinar la calidad del producto final y la ganancia real asociada a este.

En este trabajo, se introduce un nuevo enfoque para determinar la VB en depósitos de multi-elementos considerando un solo producto final (pellet feed) y los elementos de impurezas. En consecuencia, los límites del pit final se determinarán en función de estas condiciones.

### 4.9.1. Valorización de Bloques

Una vez asignadas las leyes a los bloques de mineral, se calcula el ingreso neto de los bloques (US\$).

Al realizar la valorización de los bloques, un factor de suma importancia a considerar es el proceso físico de conminución al que se ve afectado el material extraído, ya que este preestablece las leyes de Fe en el producto final a venta (pellet feed), es decir, el precio en el contrato de venta (Platt), que en este caso se considera un Platt de 65% Fe, el cual debe ser ajustado por la posible desviación de la ley final en el producto, este ajuste llamado VIU (US\$) y considera una calidad base (ley) de hierro total (Fe):

$$\text{Precio} = \text{Platts } 65\% + \text{VIU}(Y_b - 65\%) \quad (5)$$

donde  $Y_b$  corresponde a la ley de Fe (%) en el bloque.

Cuando se trata de depósitos ferríferos con multi-elementos, estos no necesariamente son coproductos; es decir, si bien el contenido de hierro es importante, este no es el elemento más crítico, ya que fuertes sanciones se imponen si el mineral contiene ciertos elementos considerados impurezas. Esta consideración de leyes e impurezas aplicadas en este estudio se explica en la ecuación 6.

$$\text{Precio} = \text{Platts } 65\% + \text{VIU}(Y_b - 65\%) - PP_B - PS_B - PSi_b \quad (6)$$

donde  $PP_B$  (US\$/t) es la penalización por el contenido de fósforo,  $PS_B$  (US\$/t) la penalización del azufre y  $PSi_b$  (US\$/t) la penalización por contenido de sílice, todas contenidas en el modelo de bloques.

Para calcular el valor económico de un bloque, se consideran dos destinos: extraer el mineral y procesarlo (7), o enviarlo a botadero (8); estos dos destinos son valorizados y se calcula el valor máximo de estos, el cual determina el valor final del bloque.

El valor de procesar el bloque está dado por los costos operativos de extracción, de procesamiento, venta y traslado del producto final (7):



$$V_{proc}B = [(Precio - C_v - F) * R * Y_b - C_m - C_p] * T_b \quad (7)$$

donde  $C_v$  corresponde al costo de vender el metal,  $F$  es el costo del transporte a destino,  $R$  calcula el porcentaje en peso que será recuperado del bloque,  $Y_b$  es en efecto la ley de hierro del bloque,  $C_m$  corresponde el costo mina,  $C_p$  al costo de procesar el material extraído y  $T_b$  al tonelaje del bloque.

Mientras que, el valor de enviar el material a botadero se calcula con la siguiente ecuación (8)

$$V_{bot}B = -C_m * T_b \quad (8)$$

Los parámetros utilizados para valorizar el modelo de bloques se muestran a continuación:

<b>Parámetros de valorización económica</b>		
<b>Parámetro</b>	<b>Abreviatura</b>	<b>Costo US\$/ton]</b>
<b>Costo mina</b>	Cm	8.67
<b>Costo planta</b>	Cp	14.88
<b>Costo de venta</b>	Cv	6.06
<b>Flete</b>	F	15.69
<b>VIU</b>	VIU	2.00

Tabla 25: Parámetros fijos utilizados para la valorización de bloques.

#### 4.9.1.1. Vectores Metalúrgicos

Mencionado anteriormente, para determinar la ganancia de los bloques la ley de Fe e impurezas en el producto final deben ser calculadas dado un vector metalúrgico, el cual se indicad a continuación:

<b>Vector metalúrgico de impurezas</b>		
<b>Impureza</b>	<b>Variable</b>	<b>Ley [%]</b>
P	Ppf	0.06158 * P
S	Spf	0.17140 * S
Si	Sipf	0.06455 * Fe

Tabla 26: Vector metalúrgico para leyes de impurezas.

Estos parámetros se aplicaron a las leyes de los bloques para determinar la ley de impurezas contenidas en el producto final, los cuales serán penalizados de sobrepasar una ley de corte el producto final.

Ahora, para determinar la ley de hierro en el pellet feed y la recuperación en peso del bloque se aplicó el vector metalúrgico a los datos, siempre y cuando la ley del bloque sobrepase una ley de corte magnética del 10%. La ley magnética es determinada desde el coeficiente magnético CM, valor simulado en la sección anterior.



En las ecuaciones (9), (10), y (11) se muestra el vector utilizado para calcular la ley de hierro de salida de cada etapa de procesamiento, donde  $Fe_{MOL} = Y_b$  y, la recuperación ( $R$ ) en peso de cada bloque es determinada con la ecuación (15) utilizando (12), (13), y (14) para calcular la recuperación intermedia entre las etapas de conminución y concentración.

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{Fe} [\%] & (9) \\
 \text{if } & Fe \leq 64.0 ; \\
 & Fe_{CH} \leftarrow 0.850 * Fe + 11.920 \\
 \text{else} & \\
 & Fe_{CH} \leftarrow Fe
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{Fe}_{CH} [\%] & (10) \\
 \text{if } & Fe_{CH} \geq 20.0 ; \\
 & Fe_{CON} \leftarrow 0.760 * Fe_{CH} + 21.050 \\
 \text{else} & \\
 & Fe_{CON} \leftarrow 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{Fe}_{CON} [\%] & (11) \\
 \text{if } & Fe \geq 68.4 ; \\
 & Fe_{MOL} \leftarrow Fe_{CON} \\
 \text{else} & \\
 & \text{if } Fe \geq 35 ; \\
 & \quad Fe_{MOL} \leftarrow 0.090 * Fe_{CON} + 62.66 \\
 & \text{else} \\
 & \quad Fe_{MOL} \leftarrow 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{Fe} [\%] & (12) \\
 \text{if } & Fe \geq 64.0 ; \\
 & R_{CH} \leftarrow 100 \\
 \text{else} & \\
 & \text{if } Fe \geq 25 ; \\
 & \quad R_{CH} \leftarrow 0.820 * Fe + 48.20 \\
 & \text{else} \\
 & \quad R_{CH} \leftarrow 2.720 * Fe - 1.470
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{Fe}_{CH} [\%] \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
& \text{if } Fe_{CH} \geq 61.40 ; \\
& \quad R_{CON} \leftarrow 100 \\
& \text{else} \\
& \quad \text{if } Fe_{CH} \geq 20; \\
& \quad \quad R_{CON} \leftarrow 1.370 * Fe_{CH} + 17.160 \\
& \quad \text{else} \\
& \quad \quad R_{CON} \leftarrow 0
\end{aligned}$$

$$Fe_{CON} [\%] \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
& \text{if } Fe_{CON} \geq 68.4 ; \\
& \quad R_{MOL} \leftarrow 100 \\
& \text{else} \\
& \quad \text{if } Fe \geq 35; \\
& \quad \quad R_{MOL} \leftarrow 1.720 * Fe_{CON} - 18.130 \\
& \quad \text{else} \\
& \quad \quad R_{MOL} \leftarrow 0
\end{aligned}$$

$$R [\%] = (R_{CH} * R_{CON} * R_{MOL}) / 100 \tag{15}$$

donde,  $Fe$  corresponde a la ley total de hierro,  $Fe_{CH}$  mide la ley de salida del chancado,  $Fe_{CON}$  la ley de salida del proceso de concentración,  $Fe_{MOL}$  es la ley del proceso de molienda, ésta siendo la ley efectiva en pellet feed,  $R_{CH}$  mide la recuperación en peso del proceso de chancado,  $R_{CON}$  la del proceso de concentración,  $R_{MOL}$  la del proceso final de molienda y,  $R$  corresponde a la recuperación total en peso del proceso de separación magnética.

#### 4.9.1.2. Penalización por impurezas

Los costos asociados a las penalizaciones por presencia de impureza son establecidos en el contrato de venta (PLATT), estos son calculados residualmente por cada décima porcentual contenida en cada rango establecido. Estos rangos con su respectiva penalización se muestran en la *Tabla 27*.

Penalización por impurezas		
	Rango [%]	Costo por décima porcentual [US\$]
Fósforo	0.00 – 0.03	0.00
	0.03 – 0.05	3.50
	0.05 – 0.07	5.00
	0.07 – 0.09	7.50
	0.09 – 0.11	9.00
	0.11 – 100.00	9.10
Azufre	0.00 – 0.07	0.00
	0.07 – 0.10	0.80

<b>Sílice</b>	0.10 – 0.13	4.40
	0.13 – 0.16	5.00
	0.16 – 0.19	7.20
	0.19 – 0.22	9.06
	0.22 – 0.28	10.92
	0.25 – 100.00	12.78
	0.00 – 2.30	0.00
	2.30 – 2.80	1.50
	2.80 – 3.30	3.60
	3.30 – 3.80	4.50
	3.80 – 100.00	5.40

Tabla 27: Penalización por impurezas establecidas en un PLATT de 65%Fe para pellet feed.

#### 4.9.1.2. Incertidumbre en precios de commodities

Además de las leyes y las características geológicas del depósito, uno de los parámetros con incertidumbre más importantes es el precio de venta del commodity, debido a que las utilidades dependen de este parámetro y son altamente sensibles a los cambios que éste podría experimentar. Sin embargo, el precio del commodity es muy difícil de predecir en la práctica, teniendo un comportamiento cíclico y una volatilidad considerable que aumenta conforme va pasando el tiempo. En consecuencia, el precio de venta del commodity es en definitiva una fuente de riesgo por analizar. La *Figura 47* muestra la volatilibilidad de los precios en corto plazo (soporte mensual).

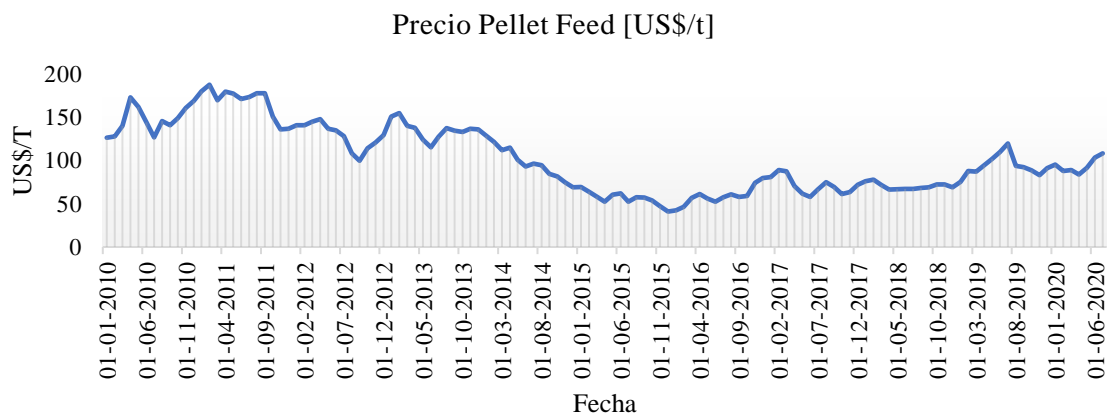


Figura 47: Distribución de los precios históricos para el pellet feed.

En la *Tabla 30* se muestra estadística del conjunto de datos utilizados para la simulación del precio del pellet feed.

<b>Estadística de precios históricos</b>	
<b>Media</b>	102.06
<b>Desviación estándar</b>	38.79
<b>Varianza de la muestra</b>	1505.32

<b>Rango</b>	146.29
<b>Mínimo</b>	40.88
<b>Máximo</b>	187.18
<b>Cuenta</b>	127

Tabla 28: Estadística básica de precios históricos.

Existen diferentes metodologías para la simulación de precios [24] [31] [46] [50]. Sin embargo, para los propósitos de este trabajo, esta sección fue simplificada ya que solo se busca analizar el efecto que puedan llegar a tener en la evaluación económica de largo plazo. Los precios fueron simulados con una distribución obtenida de un registro histórico de los últimos 11 años, calculando una media móvil anual, en soporte mensual.

En la *Tabla 29* se muestra estadística del conjunto de precios utilizados en el análisis de incertidumbre. Se simularon en total 30 valores de precio, cada uno de los cuales se asociará a una de las simulaciones del depósito.

<b>Estadística de precios simulados</b>	
Media	74.13
Desviación estándar	10.21
Varianza de la muestra	104.27
Rango	37.03
Mínimo	58.19
Máximo	95.21
Cuenta	30

Tabla 29: Estadística básica para los datos de los precios simulados.

La incertidumbre del precio posee una mayor volatilidad en un espectro mensual mientras que con soporte anual la volatilidad es menor, es decir que, para analizar el riesgo por la incertidumbre del precio de los commodities, es necesario evaluar la ventana de tiempo a analizar y los años de vida del proceso de extracción.

#### 4.9.2. Cálculo de Pit Final

En el presente trabajo, el cálculo de Pit Final se desarrolló bajo el modelo de Pseudoflow [4], el cual es una adaptación del modelo de Lerch & Grossmann, que corresponde a un modelo de flujo de red más general.

Para analizar el efecto de los resultados de las simulaciones en la etapa de cálculo de Pit Final, se estudiaron cuatro casos, los cuales están descritos en la *Tabla 30*.

<b>Input</b>		
	<b>Geológicos</b>	<b>Precio</b>
<b>Caso A</b>	E-Type	E-Type
<b>Caso B</b>	Escenarios de ley de mineral e impurezas	E-Type
<b>Caso C</b>	E-Type	Escenarios de precios

<b>Caso D</b>	Escenarios de ley de mineral e impurezas	Escenarios de precios
---------------	--	-----------------------

Tabla 30: Casos de estudio. E-type corresponde al promedio de las realizaciones (escenario esperado).

A continuación, se presentan los parámetros fijos utilizados en la valorización del bloque.

<b>Parámetros de valorización económica</b>		
<b>Parámetro</b>	<b>Abreviatura</b>	<b>Costo [US\$/t]</b>
<b>Costo mina</b>	Cm	8.67
<b>Costo planta</b>	Cp	14.88
<b>Costo de venta</b>	Cv	6.06
<b>Flete</b>	F	15.69
<b>VIU</b>	VIU	2.00

Tabla 31: Parámetros económicos para la valorización del modelo de bloques en caso base.

#### 4.9.2.1. Caso A: Caso Determinístico

Como caso base se entrega un análisis determinístico basado en la metodología tradicional utilizada en la industria minera. Este caso no incorpora incertidumbre, los parámetros de entrada al modelo económico son fijos (Tabla 31), mientras que los valores de leyes y precio corresponden a la media (e-type) de cada variable simulada, las impurezas, penalidades y recuperación en peso fueron calculados mediante los vectores metalúrgicos mencionados en sección anterior.

En la Tabla 32 se entrega la estadística básica de las variables utilizadas en el cálculo del Pit Final del caso base. En la sección 4.9.1.1 de Vectores metalúrgicos explica a detalle cada variable descrita en la siguiente tabla.

<b>Variable</b>	<b>Unidad</b>	<b>Media</b>	<b>Min</b>	<b>Max</b>
<b>Femol</b>	[%]	10.617	0.000	70.758
<b>Recuperación en peso</b>	[%]	0.420	0.000	0.998
<b>Penalidad por P</b>	[US\$/t]	0.034	0.003	0.129
<b>Penalidad por Si</b>	[US\$/t]	2.225	0.276	5.084
<b>Precio</b>	[US\$/t]	74.135	74.135	74.135

Tabla 32: Estadística básica de parámetros para modelo económico, donde Femol corresponde a ley del producto final a venta. (ver capítulo 4.9.1.1 Vectores metalúrgicos)

La Figura 48 muestra una sección longitudinal con vistas al Este de los bloques que se encuentran dentro del Pit Final calculado.

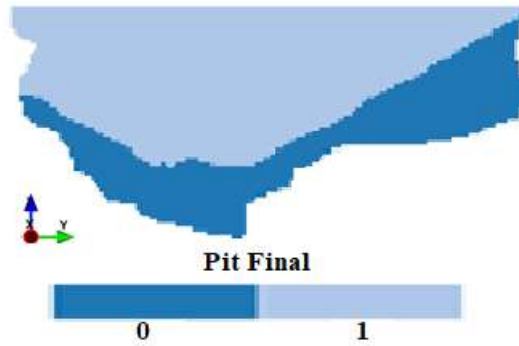


Figura 48: Sección longitudinal vista al Este ( $X = 370$ ). Indicadores de pertenencia al pit final: 1: Dentro del Pit y 0: Fuera del Pit.

#### 4.9.2.2. Caso B: Incertidumbre geológica

El siguiente caso considera la incertidumbre geológica mediante un análisis de 30 escenarios de leyes. El parámetro de precio es fijo, utilizando la media de las simulaciones. En la *Figura 49* se identifican los bloques que conforman el contorno del pit para cada escenario evaluado, de manera que, al analizar la totalidad de pits para cada bloque que conforma el modelo es posible discernir cuáles son los bloques que conforman el contorno económicamente factible con distintos niveles de certeza. Este caso no incorpora incertidumbre, los parámetros de entrada al modelo económico son fijos (*Tabla 31*), mientras que los valores de leyes y precio corresponden a la media (e-type) de cada variable simulada, las impurezas, penalidades y recuperación en peso fueron calculados mediante los vectores metalúrgicos mencionados en sección el capítulo 4.9.1.1.

En la *Figura 49* se muestra la probabilidad de cada bloque de estar dentro del pit.

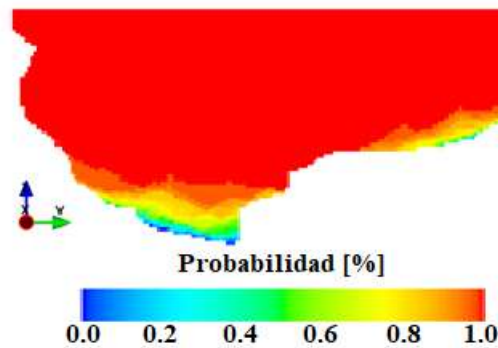


Figura 49: Caso B: Probabilidad de pertenecer al Pit Final. Sección longitudinal vista al Este ( $X=370$ ).

Como se puede observar con el caso anterior, el contorno del pit final varía sustancialmente, esto deriva de la integración de incertidumbre geológica al proceso.

#### 4.9.2.3. Caso C: Incertidumbre de mercado

El presente caso de estudio (Figura 49) integra únicamente la incertidumbre de mercado, mientras que los valores de leyes proceden del modelo de bloques e-type.

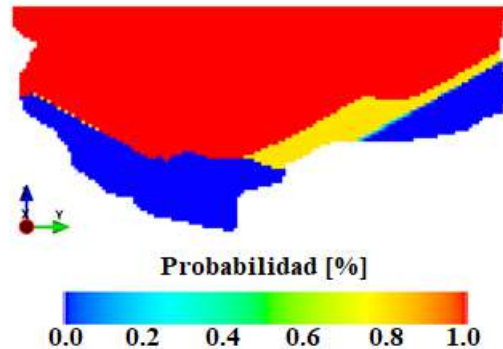


Figura 50: Caso C: Probabilidad de pertenecer al Pit Final. Sección longitudinal vista al Este (X=370).

#### 4.9.2.4. Caso D: Incertidumbre geológica y de mercado

La última metodología de análisis consiste en llevar a cabo la valorización de cada bloque del modelo incorporando ambas fuentes de incertidumbres en análisis, es decir, se considera tanto la incertidumbre de carácter geológico como la de mercado, donde se utilizan 30 escenarios del modelo de bloques, cada uno de los cuales es evaluado bajo uno de los 30 precios proyectado de largo plazo.

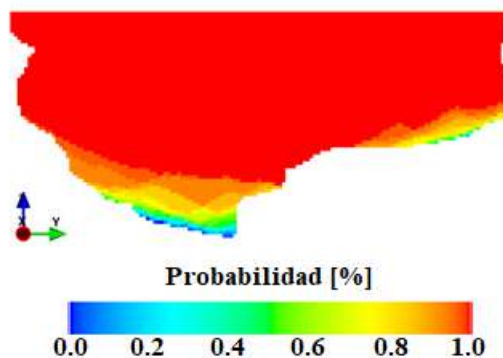


Figura 51: Caso D: Probabilidad de pertenecer al Pit Final. Sección longitudinal vista al Este (X=370).

### 4.9.3. Comparación de metodologías implementadas

A continuación, se presenta una comparación para analizar el resultado de integrar la incertidumbre al cálculo de pit final y dentro de esto, determinar el efecto de cada una de ellas. Para esto se procede con el análisis de los siguientes casos:

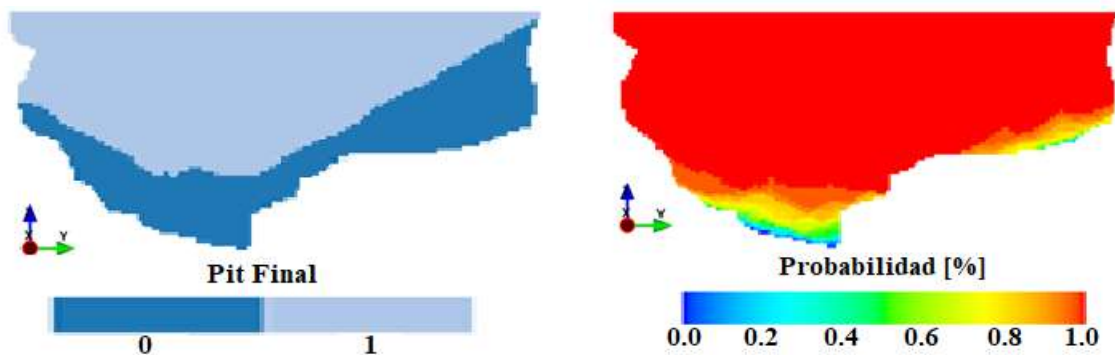
1. Repercusión de incluir incertidumbre geológica al cálculo de Pit final desde un punto de vista determinístico (Caso A – Caso B)
2. Repercusión de incluir incertidumbre de mercado al cálculo de Pit Final desde un punto de vista determinístico (Caso A- Caso C).
3. Análisis del efecto de incertidumbre geológica con base a un modelo estocástico (Caso D – Caso B).
4. Análisis del efecto de incertidumbre de mercado con base a un modelo estocástico (Caso D – Caso C).

Cabe destacar que, al realizar la comparación entre los KPI del beneficio asociado a las diferentes metodologías anteriormente descritas, se procede a calcular el valor esperado según los resultados de cada metodología implementada y el valor representativo del resultado obtenido con la metodología de carácter determinista.

#### 4.9.3.1. Análisis de KPI's – Incertidumbre geológica / Enfoque determinístico

En la *Figura 52* se observa una diferencia geométrica en la envolvente económica del depósito. El integrar la incertidumbre geológica responde a un aumento del tonelaje a extraer, por lo tanto, un mayor beneficio de extracción (*Figura 53*).

Al considerar el 100% de probabilidad de pertenecer dentro del Pit final, el beneficio esperado considerando la incertidumbre geológica se sobredimensiona en 3% con respecto al cálculo de pit final determinístico. En este punto es importante aclarar que es fundamental estandarizar las bases de evaluación para que la comparación sea acertada, por lo que se utilizará como información de entrada al análisis el contorno de pit final obtenido de manera determinista y se valorizará de acuerdo con las bases de evaluación de cada caso.



*Figura 52: Izquierda) Descripción de pertenencia de los bloques: 0 fuera del pit y 1 dentro del pit para el caso base A y, derecha) Probabilidad de ocurrencia de los bloques dentro del pit final para la metodología del caso B.*

El valor esperado que consideran los 30 escenarios con incertidumbre geológica es de 317 MMUS\$ mientras que el caso determinístico es de 195 MMUS\$.



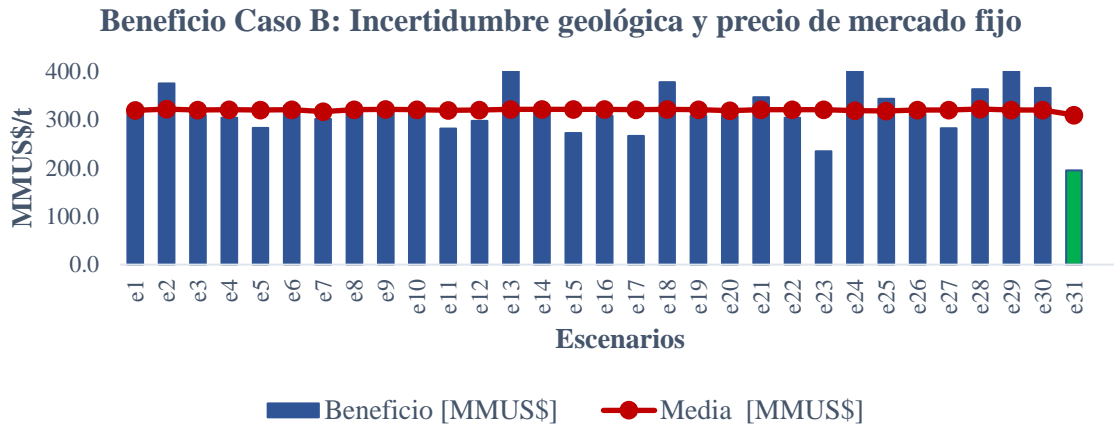


Figura 53: Beneficio por escenario. Cada escenario es comparado con la media del beneficio obtenido de la valorización de los 29 escenarios restantes.

La diferencia entre las dos metodologías, como se mencionó anteriormente, está basada en distintos escenarios geológicos permitiendo incorporar la variabilidad local de las leyes, los cuales, por su modelamiento eliminan el suavizamiento de leyes que se genera con kriging, o en este caso, el e-type que trabaja con leyes medias.

#### 4.9.3.2. Análisis de KPI's – Incertidumbre de mercado / Enfoque determinístico

De igual forma que el caso anterior, la comparación se realiza con la metodología que integra únicamente la incertidumbre de mercado con base al modelo determinístico base (e-type) a través del valor esperado del KPI del beneficio.

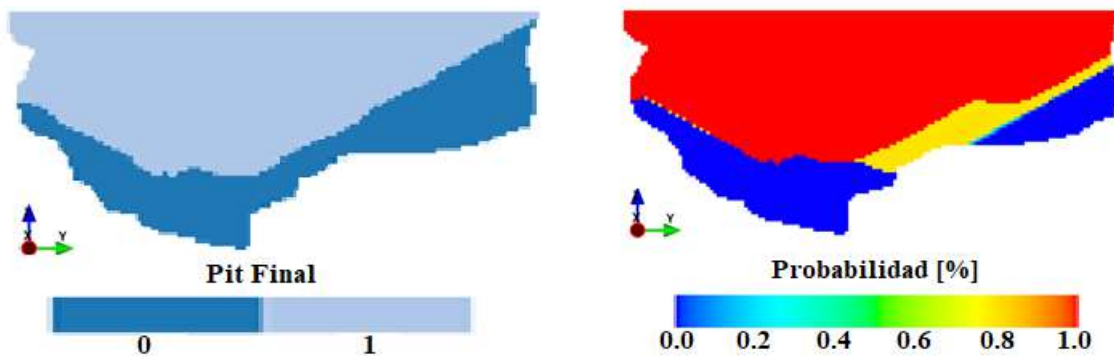


Figura 54: Izquierda) Descripción de pertenencia de los bloques: 0 fuera del pit y 1 dentro del pit para el caso base A y, derecha) Probabilidad de ocurrencia de los bloques dentro del pit final para la metodología del caso C.

El valor esperado que considera los 30 escenarios con incertidumbre de precios del mercado es de 187 MMUS\$ mientras que el caso determinístico es de 195 MMUS\$. Al considerar el 100% de probabilidad de pertenecer dentro del Pit final, el beneficio esperado considerando incertidumbre de mercado subestima el beneficio un 4.0% con respecto al cálculo de pit final determinístico.

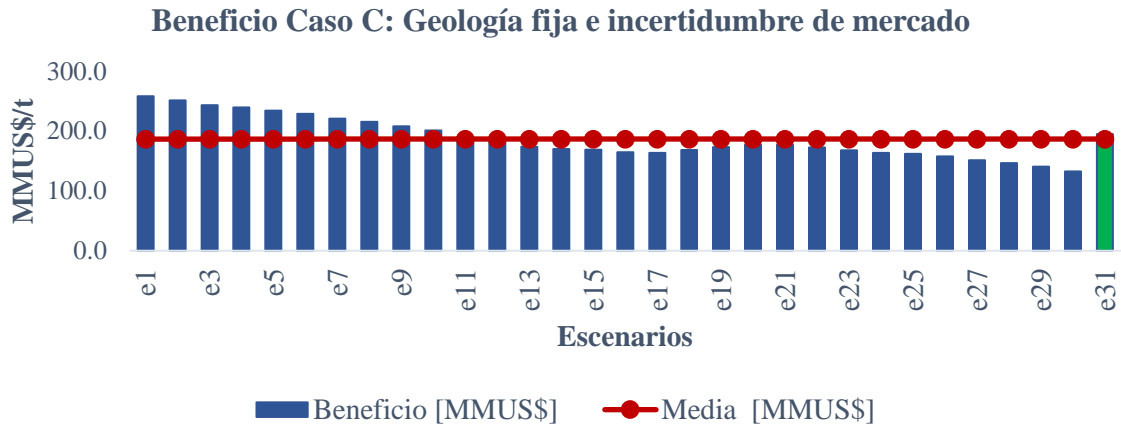


Figura 55: Beneficio por escenario. Cada escenario es comparado con la media del beneficio obtenido de la valorización de los 29 escenarios restantes.

Destacando en este análisis como el caso determinístico no absorbe la volatilidad del precio, y que al verse graficado (Figura 54) esquematiza como los bloques que se encuentran en las zonas de menor probabilidad, son los bloques que concentran menor ley (Figura 56), por lo tanto, estos son más sensibles a las fluctuaciones en el precio, entre menor ley menor es el beneficio económico del bloque.

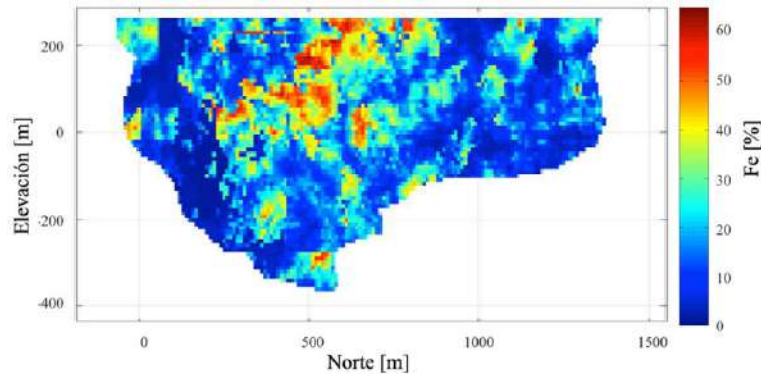


Figura 56: Modelo de bloques con la proyección grafica de la variable de Fe simulada. Sección vista al este, coordenada x=370.

#### 4.9.3.3. Análisis de KPI's – Incertidumbre geológica / Enfoque estocástico

Como se puede observar en la Figura 57, el contorno del pit final varía de manera poco significativa, razón por la cual a continuación se detalla el beneficio resultante, desglosado en la Figura 58. Tomar en cuenta que esta comparación tiene como objetivo discernir el efecto de las diferentes fuentes de incertidumbre aplicadas en este estudio.

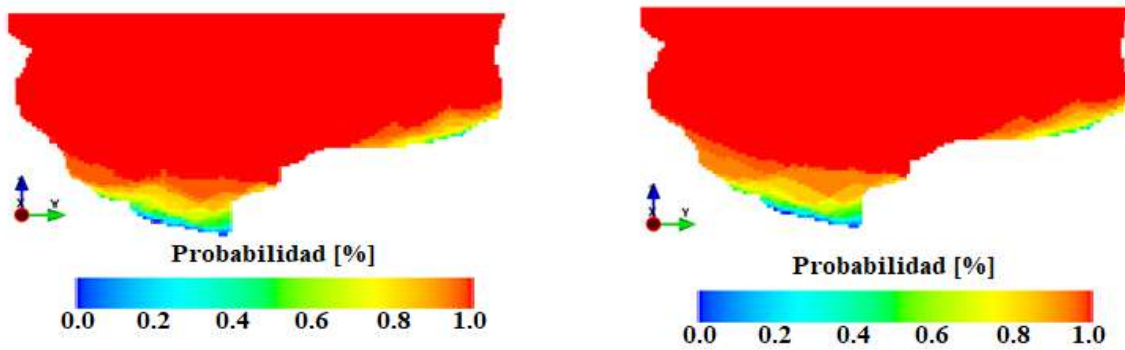


Figura 57: Probabilidad de ocurrencia de los bloques dentro del pit final. Izquierda: caso B y, derecha: Caso D.

En la Figura 58 se observa el beneficio esperado del caso B, el cual corresponde a 317 MMUS\$, sobrestimando en un 3% el beneficio del proyecto indicado por el 100% de probabilidades de pertenecer a pit final en el caso B, mientras que el caso D corresponde a un beneficio de 311 MMUS\$.

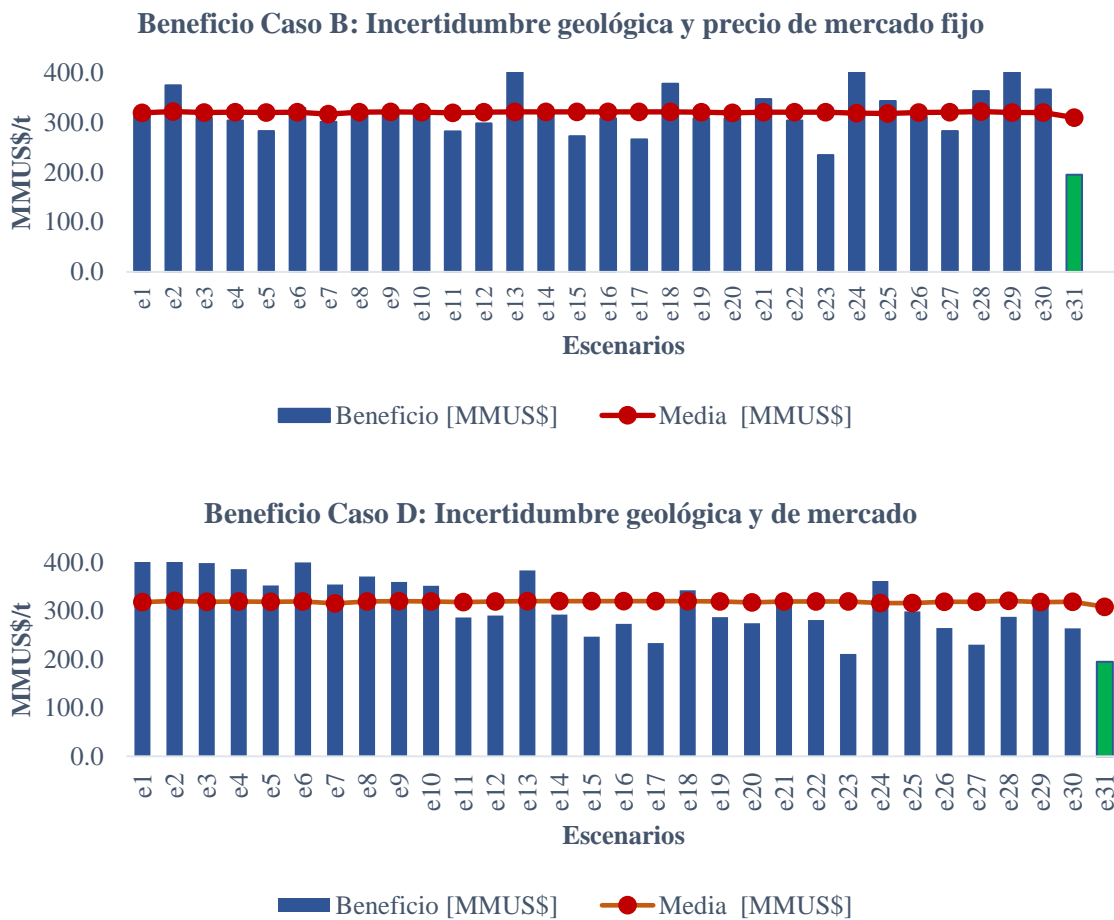


Figura 58: Beneficio por escenario. Cada escenario es comparado con la media del beneficio obtenido de la valorización de los 29 escenarios restantes. Superior: Caso B e, inferior: Caso D.

Dado que la valorización de cada caso fue estandarizada, se concluye que la variabilidad de los precios de largo plazo afecta de forma significativa la valorización de un proyecto, es decir, ante el eventual cambio de precio del commodity, el proyecto puede tener una desviación en las ganancias del proyecto.

#### 4.9.3.4. Análisis de KPI's – Incertidumbre de mercado / Enfoque estocástico

De igual forma que el caso anterior, la comparación del valor esperado del beneficio se realiza entre la metodología que integra únicamente la incertidumbre geológica y la metodología aplicada en el caso D.

El valor esperado que considera los 30 escenarios con incertidumbre de precios del mercado es de 190 MMUS\$ mientras que el beneficio esperado para el caso D es de 311 MMUS\$. Al considerar el 100% de probabilidad de pertenecer dentro del Pit final, el beneficio esperado considerando incertidumbre de mercado subestima el beneficio un 67.0% con respecto al cálculo de pit final considerando ambas fuentes de incertidumbre.

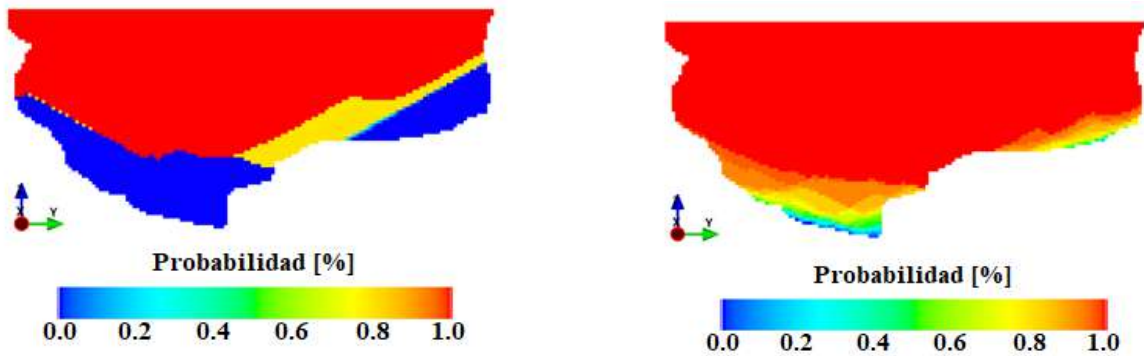


Figura 59: Probabilidad de ocurrencia de los bloques dentro del pit final. Izquierda: caso C y, derecha: Caso D.

La Figura 57 grafica la probabilidad de ocurrencia del bloque de estar dentro o fuera del pit. Observando la imagen izquierda se distinguen los rangos de probabilidad fuertemente delimitados, esto es consecuente de los bloques que se encuentran en el margen externo del yacimiento, por lo tanto, con menor ley, siendo estos bloques más sensibles a las fluctuaciones en los precios. Al compararlo con la metodología D, la cual integra las dos fuentes de incertidumbre, se puede ver como es que al no considerar la incertidumbre geológica a la base del proyecto, se obtiene un pit de dimensión menor que incluso el pit más conservador entregado por la metodología del caso D.

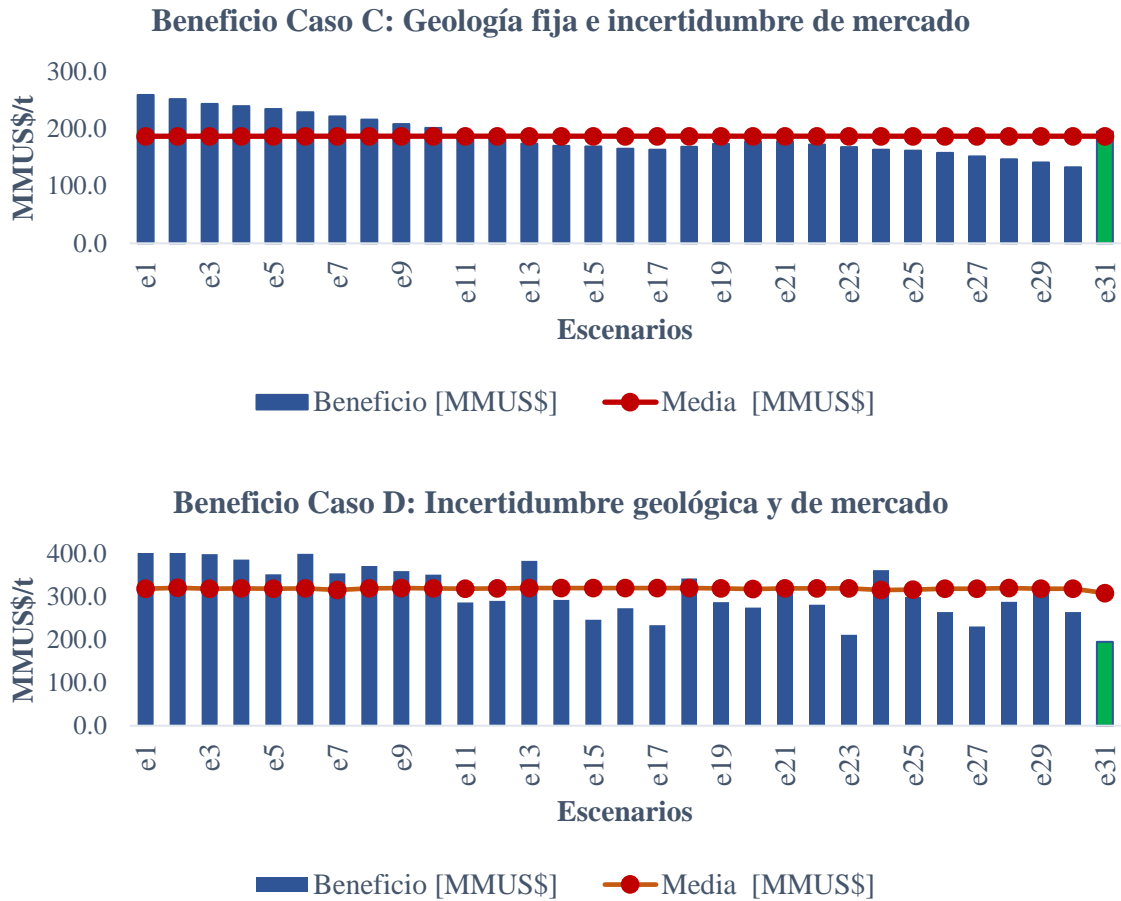


Figura 60: Beneficio por escenario. Cada escenario es comparado con la media del beneficio obtenido de la valorización de los 29 escenarios restantes. Superior: Caso C, e inferior Caso D.

#### 4.9.3.5. Análisis global

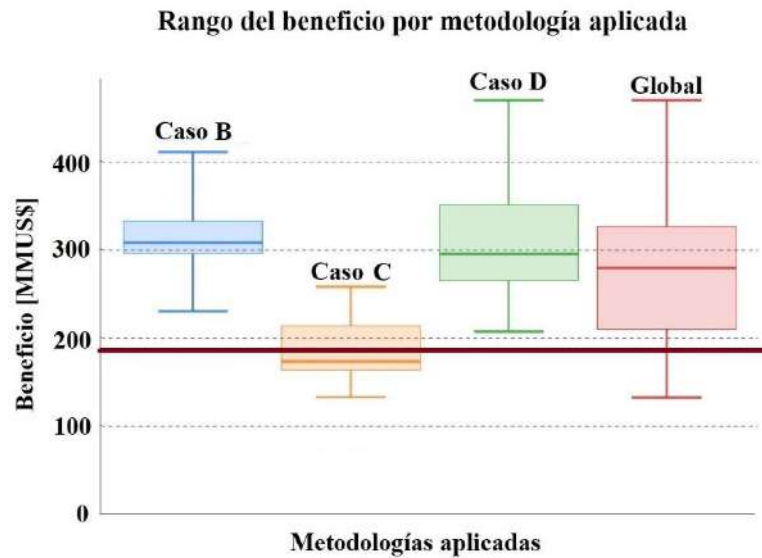
El análisis de la variabilidad del KPI asociado con el beneficio del proyecto, de acuerdo con los resultados obtenidos a través de la aplicación de las 3 metodologías que incorporan incertidumbre con respecto a la evaluación geométrica del contorno de pit final con un enfoque determinista, permite concluir que existe una tendencia al sobredimensionamiento del beneficio.

Las desviaciones del parámetro económico analizado para el contorno del pit estimado con un enfoque determinista con respecto al beneficio esperado en cada caso, responden a que la geometría del pit calculado en el primer caso de estudio presenta dimensiones menores que los estimadas mediante las metodologías que incorporan incertidumbre, lo que indica una mayor cantidad de material con beneficios marginales. Es importante recordar que el efecto del análisis determinístico responde a un suavizamiento de las leyes presentes, entregando resultados no representativos de los valores extremos.

Por otra parte, llevar a cabo el análisis considerando la naturaleza estocástica de los parámetros involucrados permite reaccionar ante valores extremos que posiblemente se encuentren dentro del contorno de pit óptimo, lo que conlleva a que la valorización del pit final sea realizada críticamente

en torno a la función objetivo de maximización del beneficio asociado. Debido a ello, los resultados del beneficio esperado para estos análisis son parcialmente mayores a los del enfoque determinista.

Los resultados de la *Figura 61* muestran la capacidad de la simulación geostatística para identificar y minimizar riesgos, obteniendo en las primeras etapas del proyecto valiosa información sobre el contenido o la calidad del mineral y la mejora de la toma de decisiones con respecto a la planificación de producción con enfoque determinístico.



*Figura 61: Dispersión del beneficio económico de cada metodología aplicada. Línea continua representa el beneficio económico del Caso A – Determinístico.*

La *Tabla 33* muestra las penalizaciones económicas por escenario obtenidos con la metodología en el caso de estudio D.

<b>ESCENARIO</b>	<b>P [MUS\$]</b>	<b>S [MUS \$]</b>	<b>SIO3 [MUS \$]</b>	<b>BENEFICIO [MMUS\$]</b>
e1	6.2	0	1.2	421
e2	5.1	0	1.7	469
e3	5.6	0	0.6	386
e4	4.6	0	0.9	374
e5	5.2	0	0.8	343
e6	4.8	0	1.0	389
e7	4.3	0	0.6	351
e8	4.6	0	2.5	355
e9	4.8	0	0.8	349
e10	5.9	0	0.9	337
e11	4.2	0	1.0	283
e12	6.2	0	0.6	276
e13	6.1	0	1.1	369
e14	4.3	0	1.4	281
e15	5.5	0	1.4	240
e16	4.7	0	0.6	259
e17	4.5	0	1.0	225
e18	7.0	0	3.0	335
e19	5.5	0	0.8	281
e20	4.3	0	1.9	272
e21	4.7	0	1.4	320
e22	5.2	0	6.1	276
e23	3.5	0	1.7	207
e24	6.7	0	1.7	346
e25	5.4	0	0.8	287
e26	4.2	0	1.6	257
e27	4.8	0	0.6	226
e28	5.1	0	1.0	263
e29	5.5	0	1.4	304
e30	7.0	0	0.4	259

*Tabla 33: Penalización económica por impurezas.*

A continuación, en la *Figura 62* se despliega la penalidad por fósforo y sílice a la que se ve afectado cada escenario. Cabe destacar que esta simple visualización muestra cómo los contaminantes se encuentran concentrados en ciertas zonas, y siguiendo la metodología de valorización de bloques anteriormente propuesta, se podría generar un plan de mezcla de material para disminuir las penalidades que afectan el producto en venta, aumentando las utilidades.

Los vectores metalúrgicos utilizados en este proyecto pertenecen a la evaluación de recursos de largo plazo, que normalmente se encuentran en mallas de muestreo distanciadas, y observando la tabla anterior se demuestra que la ganancia en venta del producto final a venta sufre pérdidas por no cuantificar las impurezas en el modelo de evaluación económica. (muestreo mina).

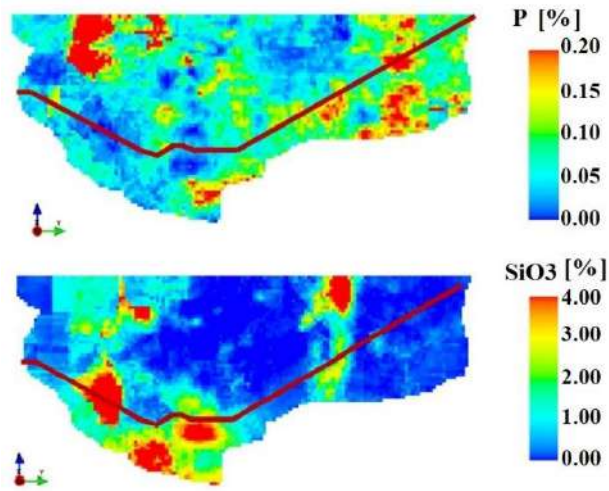


Figura 62: Penalización por contaminante en US/t. superior) Penalización por fósforo e inferior) Penalización por sílice.



# Capítulo 5: Conclusiones

Cuantificar la incertidumbre de las variables de interés en un yacimiento ayuda en la toma de decisiones, permitiendo analizar el riesgo asociado a la variabilidad de los datos, tanto de manera global como local, en las distintas evaluaciones que derivan del modelo de bloques.

Con respecto a la determinación de la variable de control de la mineralización, cabe destacar que en yacimientos ferríferos no existe una roca asociada a la mineralización, ya que en efecto el mineral penetra la roca caja mediante flujos magmáticos o hidrotermales. Derivado de esto, el modelamiento geológico de un depósito de este tipo debe considerar la ocurrencia del mineral y no el tipo de roca. Dado este concepto, omitir este elemento desde la interpretación de los datos genera desviación en la veracidad de la información, y el modelo geoestadístico.

Hablando desde el punto de vista de mineralización e impurezas asociadas, el presunto estudio resaltó la importancia en la estructuración de información en las bases de datos. Desde el distinto criterio del personal de geología como el bajo conocimiento en las primeras etapas de exploración, no permiten un análisis geoestadístico exhaustivo, éstas normalmente se enfocan en conocer el comportamiento de la mineralización y no en el comportamiento de las impurezas. Cabe señalar que, en yacimientos ferríferos, estas impurezas impactan en el producto final a venta.

Para generar distintos escenarios de la variable categórica se realizó una simulación plurigaussiana truncada con enfoque en cascada, la cual considera como entrada los datos categóricos, su relación geocronológica y el comportamiento geoestadístico entre los contactos. Esto para simular las leyes dentro de cada unidad geológica asegurando el control geológico en las leyes simuladas. Estas simulaciones cuantifican la incertidumbre y variabilidad de las unidades de mineralización. El desempeño global del modelo utilizado en la simulación de los datos reproduce la correlación entre las distintas variables y replican la distribución y valor de los sitios muestreados. Sin embargo, el efecto del contacto entre los geo-dominios tiene un fuerte impacto en la selección de la metodología a implementar. Se concluye que la simulación de las variables de interés se presenta como alternativa en la determinación de escenarios de tipos de roca como de leyes en un yacimiento ferrífero con multi-elementos, agregando no sólo la información de las variables continuas, sino también su relación con las variables categóricas.

Integrar la incertidumbre geológica y de mercado en el cálculo de pit final muestra la capacidad de identificar y minimizar el riesgo ante la eventual fluctuación de las variables, obteniendo información valiosa de contenido, ley y beneficio en la primera etapa de análisis del proyecto. En este caso de estudio en particular, el valor esperado del beneficio de la metodología que integra la incertidumbre geológica y de mercado mejora el beneficio en un 37%. Esto deriva del suavizamiento de las leyes del caso base (determinista). La incertidumbre de mercado, mas que prevenir la disminución o aumento en el precio, aporta a identificar el riesgo de trabajar rangos de precios no conservadores que, al conjugarlos con bajas leyes, se pueden generar altas pérdidas económicas en el proyecto.

Los modelos de bloques deben ser integrales, es decir, no solo deben cuantificar las variables de leyes económicas o geometalúrgicas, sino también incluir algoritmos de carácter comercial, es decir, algoritmos de penalización de bloques de acuerdo con el contenido de impurezas asociado a un producto final, y así saber desde el largo plazo, el mejor destino comercial del bloque.

# Capítulo 6: Bibliografía

1. Armstrong M., Galli A., Beucher H., Le Loc'h G., Renard D., Doligez B., Eschard R., Geffroy F. (2011) *Plurigaussian Simulations in Geosciences*. Springer, Berlin.
2. Armstrong, M., 1984b, Common problems seen in variograms; *Math. Geol.*, v. 16, no. 3, pp. 305–313.
3. Aspie, D., and R. J. Barnes, 1990, Infill sampling design and the cost of classification errors; *Math. Geol.*, v. 22, no. 8, pp. 915–932.
4. D. S. Hochbaum, “The Pseudoflow Algorithm: A New Algorithm for the Maximum-Flow Problem,” *Operations Research*, vol. 56, no. 4, pp. 992–1009, Aug. 2008
5. Carrasco P., Ibarra F., Rojas R., Le Loc'h G., Seguret S. (2007) Application of the truncated Gaussian simulation method to a porphyry copper deposit. In: Magri E. (ed.) *APCOM 2007, 33rd International Symposium on Application of Computers and Operations research in the Mineral Industry*, pp 31-39
6. Chilès JP., Delfiner P. (2012) *Geostatistics: modeling spatial uncertainty*. Wiley, New York.
7. Dessureault, Sean & Kazakidis, Vassilios & Mayer, Zachary. (2007). Flexibility valuation in operating mine decisions using real options pricing. *International Journal of Risk Assessment and Management - Int J Risk Assess Manag.* Vol. 7.
8. Deutsch CV., Journel AG. (1998) *GSLIB: Geostatistical software library and user's guide*. Oxford University Press, New York.
9. Deutsch, M., Gonzalez, E. y Williams, M. (2015). Using simulation to quantify uncertainty in ultimate-pit limits and inform infrastructure placement. *Mining Engineering* 67.12.
10. Dimitrakopoulos, R., Farrelly, C. T., & Godoy, M. (2002). Moving forward from traditional optimization: grade uncertainty and risk effects in open-pit design. *Mining Technology*, 111(1), 82–88.
11. Emery X. (2008) A turning bands program for conditional co-simulation of cross-correlated Gaussian random fields. *Computers & Geosciences* 34(12):1850–1862.
12. Dorr II JVN. (1964) Supergene iron ores of Minas Gerais, Brazil: *Economic Geology*, v. 59, pp. 1203-1240.
13. Dowd PA. (1994) Geological controls in the geostatistical simulation of hydrocarbon reservoirs. *Arabian Journal for Science and Engineering* 19 (2B), 237–247.
14. Dubrule O. (1993) Introducing more geology in stochastic reservoir modelling. In: Soares, A. (Ed.), *Geostatistics Tróia'92*. Kluwer Academic, Dordrecht, pp. 351–369.
15. Emery X. (2010) Iterative algorithms for fitting a linear model of coregionalization. *Computers & Geosciences* 36 (91): 1150-1160.
16. Emery X. (2012). *Simulación estocástica y geoestadística no lineal*. Departamento de Ingeniería de Minas. Universidad de Chile, pp. 183.
17. Emery X., González KE (2007a) Incorporating the uncertainty in geological boundaries into mineral resources evaluation. *J Geol Soc India* 69(1):29–38,
18. Emery X., González KE. (2007) Incorporating the uncertainty in geological boundaries into mineral resources evaluation. *Journal of the Geological Society of India* 69 (1): 29-38.
19. Emery X., Lantuéjoul C. (2006): *TBSIM: a computer program for conditional simulation of three-dimensional Gaussian random fields via the turning bands method*. *Computers & Geosciences* 32 (10), 1615-1628.
20. Emery X. (2013) *Geoestadística*. Departamento de Ingeniería de Minas, Universidad de Chile, pp. 143.

21. Freulon X., de Fouquet C. (1993) Conditioning a Gaussian model with inequalities. In: Soares, A. (Ed.), *Geostatistics Tróia'92*. Kluwer Academic, Dordrecht, pp. 201–212.
22. Galli A., Beucher A., Le Loc'h G., Doligez B., Heresim Group (1994) The pros and cons of the truncated gaussian method. In M. Armstrong and P. A. Dowd, editors, *Geostatistical Simulations*, pp. 217-233. Kluwer Academic.
23. Glacken IM., Snowden DV. (2001) Mineral resource estimation. In: Edwards AC (ed) *Mineral resource and ore reserve estimation—the AusIMM guide to good practice*. The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Melbourne, pp 189–198.
24. Glasserman, P., (2004), *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*, Springer-Verlag Inc, New York.
25. Gotway CA., Rutherford BM., 1994. Stochastic simulation for imaging spatial uncertainty: comparison and evaluation of available algorithms. In: Armstrong, M., Dowd, P.A. (Eds.), *Geostatistical Simulations*. Kluwer Academic, Dordrecht, pp. 1–21.
26. Jamshidi, Mohsen & Osanloo, Morteza. (2018). UPL determination of multi-element deposits with grade uncertainty using a new block economic value calculation approach. 10.22044/JME.2017.5763.1387.
27. Jélvez Montenegro, E. (2017). Metodología multietapa para la planificación de la producción de largo plazo en minas a rajo abierto bajo incertidumbre geológica. Tesis de doctorado en Ingeniería de Minas. Departamento de Ingeniería de Minas. Universidad de Chile, pp. 144.
28. Journel AG. (1983) Nonparametric estimation of spatial distributions. *Journal of the International Association for Mathematical Geology*, 15(3):445-468.
29. Journel AG., Huijbregts CJ. (1978) *Mining geostatistics*. Academic Press, London.
30. Journel AG., Isaaks E. (1984) Conditional indicator simulation: application to a Saskatchewan uranium deposit. *Mathematical Geology*, 16(7):685-718.
31. Kizilkale, A. C., & Dimitrakopoulos, R. (2014). Optimizing mining rates under financial uncertainty in global mining complexes. *International Journal of Production Economics*, 158, 359–365.
32. Lantuéjoul C. (2002) *Geostatistical simulation: models and algorithms*. Springer, Berlin.
33. Le Loc'h G., Beucher H., Galli A., Doligez B. (1994) Improvement in the truncated gaussian method: combining several gaussian functions. In *Fourth European Conference on the Mathematics of Oil Recovery*.
34. Le Loc'h G., Galli A. (1997) Truncated plurigaussian method: theoretical and practical points of view. In E. Y. Baafi and N. A. Schofield, editors, *Geostatistics Wollongong 96*, 5th International Geostatistical Congress. Kluwer Academic.
35. Leuangthong O., McLennan J., Deutsch CV. (2004) Minimum acceptance criteria for geostatistical realizations. *Nat. Resour. Res.* 13(3), 131-141.
36. Lerchs, H. y Grossmann, I. (1965). Optimal design of open-pit mines. En: *Transactions C.I.M.* 68, pags. 17-24.
37. Madani N., Xavier E (2015) Simulation of geo-domains accounting for chronology and contact relationships: application to the Río Blanco copper deposit. *Stochastic environmental research and risk assessment*, v 8 (29), pp. 2173-2191.
38. Madias, Jorge. (2013). El control del fósforo en el proceso minero y siderúrgico. *Acero Latinoamericano*. 32-41.
39. Maleki Tehrani, Mohammad & Jélvez, Enrique & Emery, Xavier & Morales Varela, Nelson. (2020). *Stochastic Open-Pit Mine Production Scheduling: A Case Study of an Iron Deposit*. Minerals. Vol 10.
40. Maleki m., Xavier E. et al (2016). Quantifying the uncertainty in the spatial layout of rock type domains in an iron ore deposit. *Computer Geoscience*, v 20, pp. 1013–1028.

41. Matheron, G., 1971, The theory of regionalized variables and its applications; Les cahiers du Centre de Morphologie Mathématique, Fontainebleau, No. 5, 211 pp.
42. Mery, N. (2016). Modelamiento geoestadístico de la incertidumbre en leyes y tipos de roca en un yacimiento ferrífero. Tesis de Magister en Minería. Departamento de Ingeniería de Minas. Universidad de Chile, pp. 140.
43. Mery, N., Emery, X., Cáceres, A., Ribeiro, D., Cunha, E. (2017). Geostatistical modeling of the geological uncertainty in an iron ore deposit. *Ore Geology Reviews* 88: 336-351.
44. Morales, N., Seguel, S., Cáceres, A., Jélvez, E., Alarcón, M. Incorporation of Geometallurgical Attributes and Geological Uncertainty into Long-Term Open-Pit Mine Planning. *Minerals* 2019, 9, 108.
45. Salinas, I., Emery, X. (2012). Estimación de recursos en un yacimiento de hierro. In: Menzies A.H., González R. (eds.), *Actas del XIII Congreso Geológico Chileno*. Universidad Católica del Norte, pp. 930-932.
46. Schwartz, E.S. (1997) The stochastic behaviour of commodity prices: Implications for valuation and hedging. *The Journal of Finance*, Vol. 52, N° 3, 923-973.
47. Sinclair A.J., Blackwell G.H. (2002) *Applied mineral inventory estimation*. Cambridge University Press, pp. 400.
48. Skvortsova T, Armstrong M, Beucher H, Forkes J, Thwaites A, Turner R (2001) Applying plurigaussian simulations to a granite-hosted orebody. In: Kleingeld WJ, Krige DG (eds) *Geostats 200 Cape Town*. Geostatistical Association of Southern Africa, Johannesburg, pp 904-911.
49. Skvortsova T., Beucher H., Armstrong M., Forkes J., Thwaites A., Turner, R. (2002) Simulating the geometry of a granite-hosted uranium orebody. In: Armstrong, M., Bettini, C., Champigny, N., Galli, A., Remacre, A. (Eds.), *Geostatistics Rio 2000*. Kluwer Academic, Dordrecht, pp. 85-99.
50. Taylor, H. K. (1977). *Mine valuation and feasibility studies*. Mineral industry costs. Northwest Min Assoc, WA, Spokane, 1-17
51. Vergara D. (2017) Simulación geoestadística del consumo de ácido en un pórfido cuprífero utilizando información de loggeos geológicos y ensayos químicos. Tesis de Magister en Minería. Departamento de Ingeniería de Minas. Universidad de Chile, pp. 117.
52. Wackernagel H. (2003) *Multivariate geostatistics: an introduction with applications*. Springer, Berlín.
53. Whittle, D. & Bozorgebrahimi, A. (2004). Hybrid Pits - Linking conditional simulation and Lerchs-Grossmann through set theory. *Orebody Modelling and Strategic Mine Planning*, 14, 1-4.
54. Wilde BJ., Deutsch CV. (2012) Kriging and simulation in presence of stationary domains: developments in boundary modeling. In: Abrahamsen P, Hauge R, Kolbjørnsen O (eds) *Geostatistics Oslo 2012*. Springer, Berlin, pp 289-300.
55. Xu C., Dowd P. (2009) Conditional Simulation of Grades Controlled by Geological Indicators. Old and new dimensions in a changing world: *Conference Proceedings of the Orebody modelling and strategic mine planning*; pp.43-50.
56. Yunsel T., Ersoy A. (2011) Geological modeling of gold deposit based on grade domaining using plurigaussian simulation technique. *Natural Resources Research* 20(4): 1-19
57. Yunsel T., Ersoy A. (2013) Geological modeling of rock type domains in the Balya (Turkey) lead-zinc deposit using plurigaussian simulation. *Central European Journal of Geosciences* 5(1): 77-89.