

ICH-FC
JC-F
=741
CA

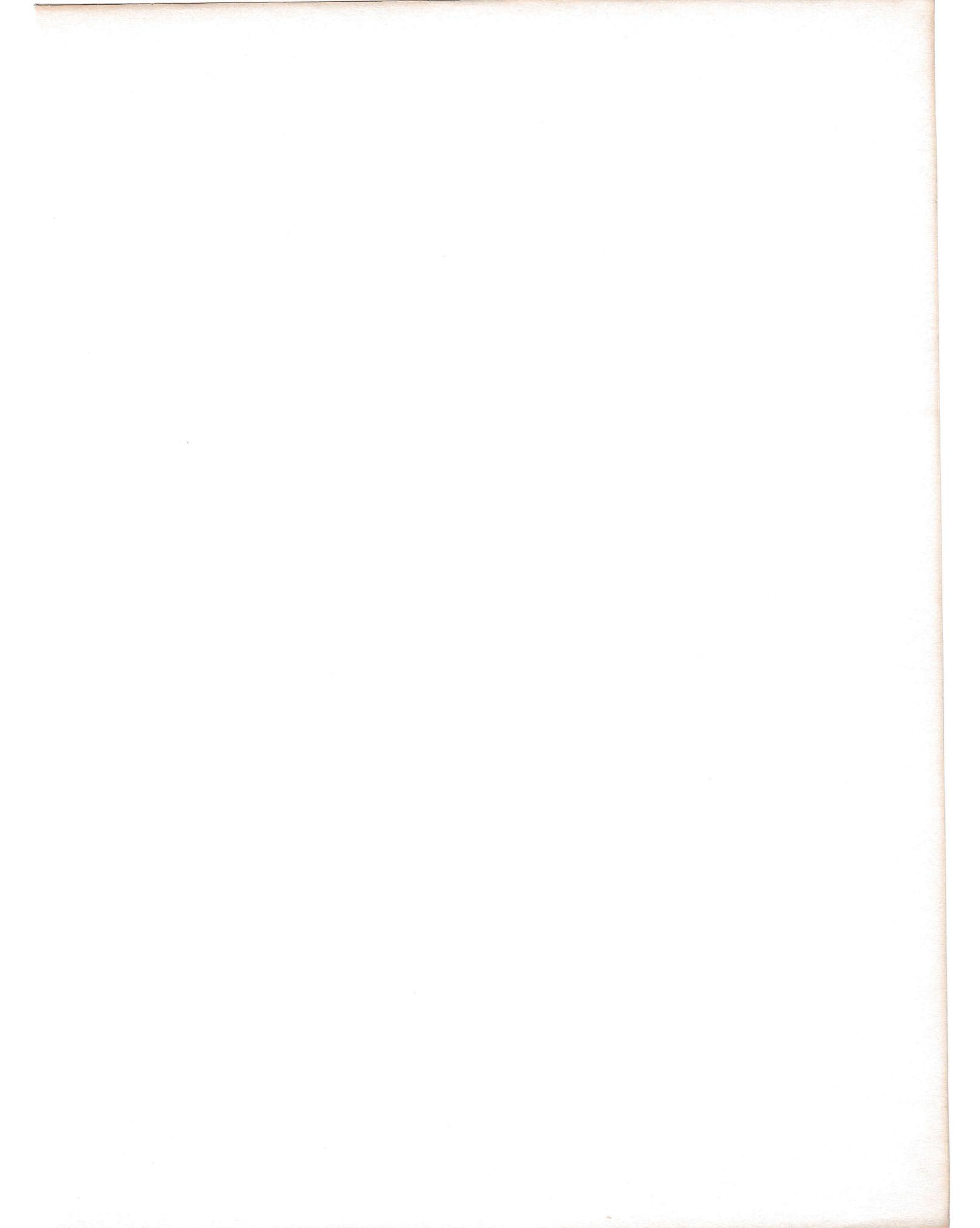
ESTUDIO FOTOMETRICO DE LA VARIABLE
CATACLISMICA EX HYDRAE.

DIANA COMTE SELMAN
Septiembre 1977

Trabajo presentado en cumplimiento de los requisitos para optar al grado de "Licenciado en Ciencias con Mención en Física".

FACULTAD DE CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Profesor Guía: NIKOLAUS VOGT



DEDICADO CON TODO MI AMOR A
MIS PADRES, SHEILA y MAX.

UCH-FC
LIC-F
C741
CA

AGRADECIMIENTOS.

Agradezco al Dr. Nikolaus Vogt por la tuición y colaboración que me dispensó en su calidad de profesor guía del presente trabajo.

Agradezco también al ex director de E.S.O. en Chile, Profesor Dr. Bengt Westerlund y a la organización E.S.O. por la oportunidad que me brindaron de trabajar como ayudante de investigación.

Manifiesto mis agradecimientos especiales a mis profesores de Astrofísica, Dra. Adelina Gutiérrez y al Director del Observatorio Astronómico Cerro Calán, Profesor Don Hugo Moreno por las enseñanzas y motivaciones que me entregaron en el desarrollo de sus cátedras.

Finalmente agradezco sinceramente a todas aquellas personas que de alguna u otra forma colaboraron con el desarrollo del presente trabajo.

I N D I C E

RESUMEN

1. INTRODUCCION

1.1 Estrellas Variables y Evolución Estelar

1.2 Variables tipo U Geminorum

1.3 EX Hydrae

2. FUNDAMENTACION TEORICA

2.1 Modelo Fenomenológico

2.2 Superficies Equipotenciales

2.3 Eyección de Materia y Trayectoria de las Partículas.

2.4 Cambios de Período Causado por Intercambio de
Materia.

3. OBSERVACIONES FOTOELÉCTRICAS

3.1 Método de Observación

3.2 Reducción de Datos

4. RESULTADOS DE LAS CURVAS DE LUZ

4.1 Tiempos de Eclipses

4.2 Análisis de Humps y Antihumps

4.3 Actividad de Flickerings

5. DISCUCION

5.1 Cambios de Período y Flujo de Materia

5.2 Humps y Antihumps

CONCLUSION

REFERENCIAS.

RESUMEN

EX Hydrae es uno de los componentes del grupo de variables cataclísmicas tipo U Gem, que presenta gran actividad en el mínimo de su luz; posee un período orbital ultracorto (~ 1.64 hrs.) y un ciclo medio de erupciones de 465 días.

Las variables cataclísmicas obedecen a un modelo binario cerrado compuesto por una estrella roja de la Secuencia Media que intercambia materia con una Enana Blanca. Para analizar teóricamente este modelo se determinaron las superficies equipotenciales producidas por la atracción gravitacional de ambas componentes, las condiciones bajo las cuales es posible la eyección de materia desde la estrella roja y las posiciones y velocidades iniciales de la materia eyectada. Con lo que se establecieron los cambios de período del sistema debidos al intercambio de materia.

Se utilizaron un total de 52 noches de observaciones fotoeléctricas del mínimo de luz de EX Hydrae, que datan desde el año 1962 hasta el año 1976. Con las curvas de luz

obtenidas de dichas observaciones se determinaron 116 eclipses que presentaron una desviación O-C sistemáticamente negativa desde el año 1971 aproximadamente. Esta desviación determinó que el período orbital del sistema binario EX Hydrae está disminuyendo a una razón de $\frac{dP}{dt} = - 1.7 \cdot 10^{-6}$ seg/año, con un nivel de certeza superior a un 99%.

Considerando que la masa total del sistema binario es constante, tenemos que el cambio de período orbital es producto de una transferencia de masa de la componente secundaria del sistema hacia la primaria del orden de $10^{-7} M_{\odot}$ /año.

Las curvas de luz presentan dos fenómenos definidos como humps y antihumps que dan lugar a dos tipos de ciclos que se intercambian correlativamente durante una noche de observación, pero que se desfasan entre sí aproximadamente cada 24 hrs.

Por último, se determinaron las amplitudes y duraciones de los flickerings, los que presentaron una tendencia de mayor actividad durante las fases correspondientes a los fenómenos de humps y antihumps.

1. INTRODUCCION

1.1 Estrellas Variables y Evolución Estelar.

Desde la formación de una estrella, por medio de un proceso de condensación de gas y granos de polvo interestelar, hasta las últimas etapas de su evolución la estrella sufre cambios considerables en prácticamente todos sus parámetros (radio, masa, luminosidad, componentes químicos, etc); por lo tanto desde este punto de vista, todas las estrellas son variables. Las fases sucesivas de la evolución de las estrellas se determinan examinando la variedad de las mismas, puesto que la escala de tiempo en que ocurren dichos procesos es tan grande que no podemos seguir la evolución de ninguna estrella en particular.

Sin embargo, llamaremos estrellas variables a aquellas que presentan variaciones dentro de un intervalo de tiempo comprendido entre aproximadamente 0.1 y 10^{10} seg.; esta definición se refiere generalmente a variaciones de brillo, pero actualmente incluye a las variables magnéticas y las de espectro variable. Clasificamos las estrellas variables en tres grupos principales:

a) pulsantes

b) eruptivas

c) eclipsantes.

Veamos ahora de que manera está relacionada esta clasificación con todo el proceso de la evolución estelar: la primera etapa de la evolución estelar, que corresponde a la formación de la protoestrella, es uno de los procesos menos conocidos dentro de toda la teoría de la evolución, pero en primera aproximación, el proceso de condensación (por medio del cual se forma la protoestrella), se lleva a cabo mediante el equilibrio de dos efectos:

i) el efecto gravitacional

ii) y el efecto termal, que en general es lo suficientemente grande como para resistir la atracción gravitacional.

Ocasionalmente la densidad en una región dada del espacio crece de tal manera que la atracción gravitacional es mayor que el efecto termal y el material en esta región comienza a condensarse. Este proceso de condensación continúa hasta que a una distancia suficientemente grande la velocidad media de las partículas de la materia interestelar es mayor que la velocidad necesaria para que las partículas escapen de la atracción gravitacional del centro de condensación. Cuando la materia así contraída adquiere una forma

esférica dá origen a una protoestrella.

La transformación de la protoestrella en una estrella propiamente tal se debe básicamente a la formación de un núcleo radiativo que produce un aumento de la temperatura hasta que ésta sea suficientemente alta como para que comience la producción de energía mediante la conversión de H en He.

En esta etapa se hacen presentes las variables irregulares tipo T Tauri; en nuestra clasificación pertenecen el grupo de variables eruptivas. Las variables T Tauri están en general, íntimamente relacionadas con grandes conjuntos de gas y polvo interestelar; y se ubican cerca de la Secuencia Media en el diagrama H-R (Figura 1.1); por lo que se las considera como estrellas muy jóvenes que están en el proceso de evolución hacia la Secuencia Media Inicial. Se caracterizan por sus variaciones irregulares de luz, que generalmente son de caracteres muy variados.

La evolución desde la secuencia media a la rama gigante es relativamente más lenta, debido a la gran cantidad de H disponible para ser convertido en energía.

El consumo de H en el interior de la estrella constituye uno de los mecanismos mediante los cuales se han sintetizado los núcleos atómicos; esta transformación de H

Figura 1.1

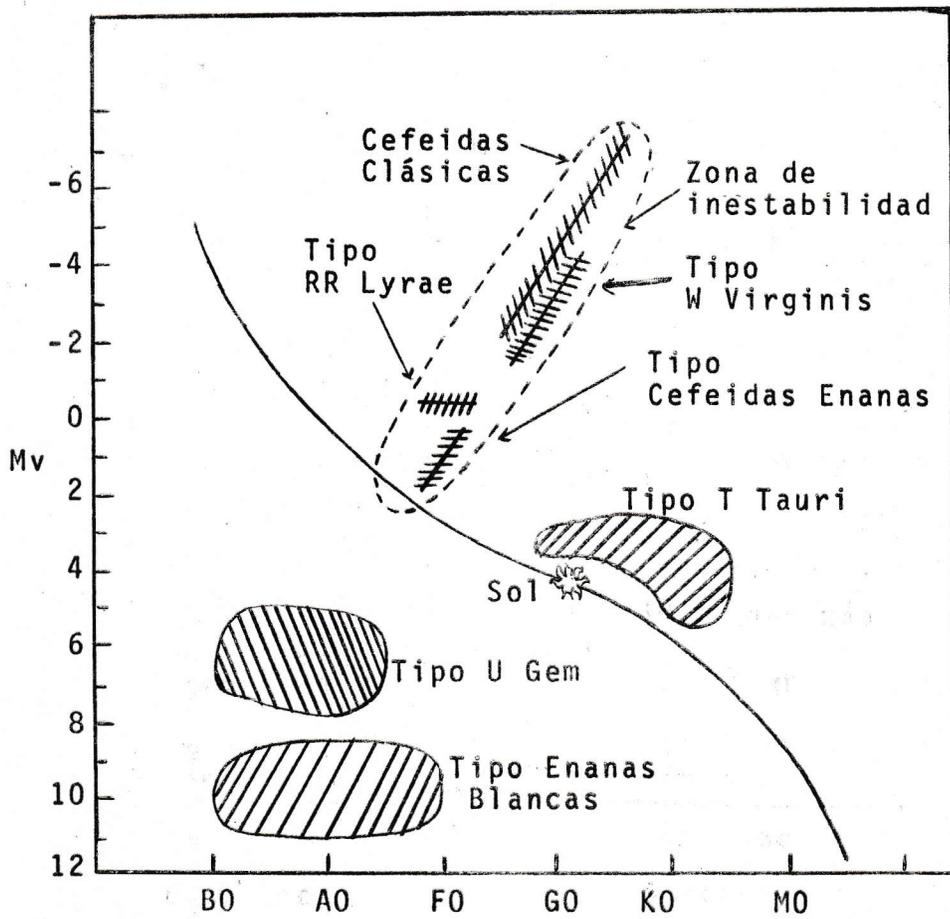


Diagrama de Hertzsprung-Russel (H-R), estableciendo la relación entre el tipo espectral y la magnitud absoluta M_v de los distintos grupos de estrellas variables. (Strohmeier, 1972).

en He se efectúa mediante ciclos de reacciones nucleares, de las cuales las más importantes son el ciclo protón-protón (p-p) y el ciclo Carbono Nitrógeno Oxígeno (CNO). Considerando que uno de los parámetros importantes en la evolución de una estrella es su composición química, se las puede clasificar en dos grupos principales.

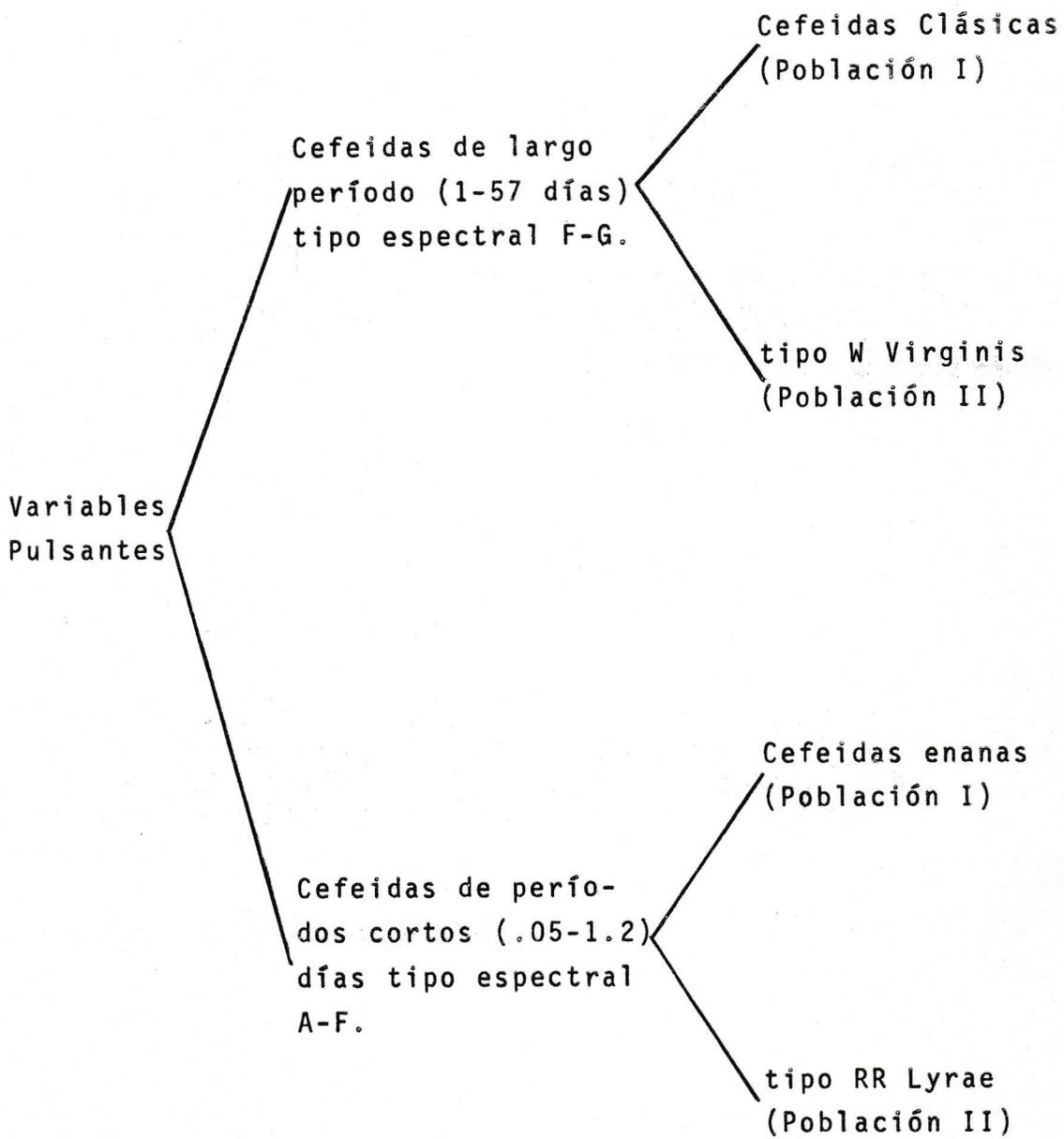
- las pertenecientes a la Población II, que son las más antiguas y se formaron cuando la materia interestelar consistía principalmente de H.
- las pertenecientes a la Población I, que son más jóvenes y tienen en promedio mayor abundancia de metales que las de la Población II, puesto que se formaron cuando la materia interestelar ya se había enriquecido de elementos más pesados.

Cuando el H de la parte central de la estrella se ha reducido a una fracción de la cantidad inicial, es necesario compensar la escasez de H con un aumento de la temperatura para mantener el equilibrio entre la producción de energía y la luminosidad; este aumento de la temperatura se obtiene mediante una nueva contracción gravitacional de la estrella. Esta contracción cesa cuando se agota el H del núcleo y las reacciones nucleares se trasladan al exterior (a la capa que rodea al núcleo inerte).

A medida que continúa la evolución, la capa en donde se producen las reacciones nucleares del H se vá desplazando hacia afuera y por lo tanto la masa del núcleo inerte aumenta; este aumento de masa del núcleo continúa hasta un límite de masa total lo que induce a una contracción del núcleo inerte implicando por lo tanto, un aumento de la presión y de la temperatura, este proceso continúa hasta que la temperatura sea lo suficientemente alta como para que comiencen las reacciones nucleares del He, (como por ejemplo la reacción triple α).

En esta etapa de la evolución se encuentran las variables pulsantes que ocupan una región bien delimitada en el diagrama H-R, llamada zona de inestabilidad. Todas ellas tienen en común el mecanismo físico de su inestabilidad, que está relacionado con la segunda ionización del He a una profundidad crítica de su envoltura. Las estrellas pulsantes se dividen según su período en Cefeidas de largo período y Cefeidas de períodos cortos; y se subdividen según su edad en pertenecientes a la Población I o a la Población II.

El siguiente esquema resume los cuatro grupos de variables pulsantes:



Las etapas finales de la evolución de una estrella dependen de su masa:

- i) Las Enanas Blancas pueden existir sólo cuando su masa es menor o igual a 1.4 masas solares.
- ii) las estrellas de neutrones están confinadas al rango de 1.5 a 2.0 masas solares.
- iii) y las estrellas que sufren colapsos gravitacionales deben tener masas superiores a 2.0 masas solares.

Por lo tanto, para que una estrella alcance las últimas etapas de su evolución es necesario que sea poco masiva; por lo que se puede pensar que estrellas más masivas alcancen dichas masas mediante pérdida de materia.

Un posible mecanismo de pérdida de masa serían las explosiones de Supernovas, que se observan principalmente en los casos (ii) y (iii) mencionados; sin embargo, es evidente que no todas las estrellas masivas sufren explosiones de Supernovas, ya que si así fuera se observarían varias Supernovas por año en nuestra Galaxia, lo que de hecho no sucede. Otro mecanismo de pérdida de masa lo constituyen las variables cataclísmicas, las que obedecen a un modelo binario cerrado, donde una de sus componentes es una estrella de la Secuencia Media que intercambia materia con una Enana

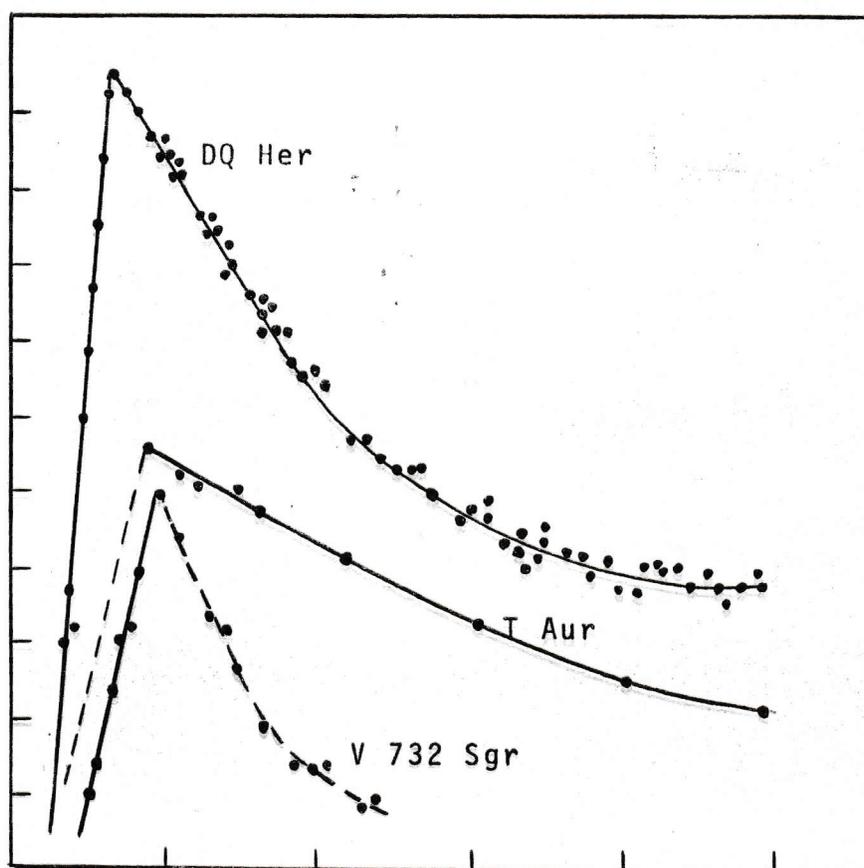
Blanca, (Capítulo 2, sección 1). Existe además un mecanismo recientemente expuesto, que considera pérdidas de masa por efectos de rotación.

La principal característica de la mayoría de las variables cataclísmicas son las explosiones, que en algunos casos son relativamente periódicas. Según la energía liberada en las explosiones se dividen en dos grupos principales:

- i) Novas con energías del orden de 10^{45} ergs.
- ii) Las estrellas tipo U Gem con energías del orden de 10^{38} ergs.

Las novas aumentan su brillo en varias magnitudes (7 a 18 magnitudes) en un período corto de tiempo (1 a 100 días); a algunos componentes de éste grupo se les ha detectado dos o más aumentos repentinos de brillo, por lo que se las considera un subgrupo de las Novas y se las llama Novas Recurrentes. No podemos descartar la posibilidad que todas las Novas sean recurrentes sólo que con períodos de tiempo entre dos erupciones sucesivas, mucho más grande de lo que podemos observar. La Figura 1.2 muestra la curva de luz de tres novas.

Por último, tenemos el grupo de variables eclipsantes, que pueden estar en cualquier etapa de la evolución puesto que las variaciones observadas no se deben a propie-



Curvas de luz de tres novas:

DQ Her, T Aur, V 732 Sgr.

Las ordenadas y las abscisas están consideradas a intervalos de una magnitud y 1000 días respectivamente.

dades mismas de las estrellas sino a que son sistemas dobles que presentan una inclinación de la órbita favorable de modo que una de las componentes eclipsa a la otra. Algunas variables cataclísmicas son también variables eclipsantes.

1.2 Variables tipo U Geminorum (U Gem)

Las estrellas variables tipo U Gem, como subgrupo de las variables eruptivas (1.1 b) presentan curvas de luz caracterizadas por un abrupto aumento de brillo, alcanzando amplitudes entre 2 a 6 magnitudes en períodos de tiempo de 1 a 2 días retornando a su brillo original en períodos de tiempo de semanas. Se les puede considerar semejantes a las Novas Recurrentes puesto que los intervalos de tiempo entre dos explosiones sucesivas de una misma estrella pueden variar entre límites muy amplios, pero cada estrella se caracteriza por un valor medio de tales intervalos, los ciclos medios están comprendidos entre los límites de 20 a 600 días. Ahora bien lo verdaderamente interesante de éste tipo de estrellas es que además de presentar erupciones más o menos periódicas, son característicamente activas en su mínimo de luz, o sea, en el intervalo que separa dos erupciones sucesivas. Por lo tanto, dividiremos el análisis de los comportamientos presentados por las curvas de luz de este tipo de

variables en dos partes, las cuales presentaran características observadas en el máximo y en el mínimo de su luz.

i) Características observadas en las erupciones.

a) Todas las estrellas tipo U Gem obedecen a una relación lineal entre el período característico de dos explosiones sucesivas y la amplitud observada en dichas explosiones.

b) La estrella tipo U Gem llamada SS Cygni presenta una relación lineal entre la amplitud y el tiempo de permanencia en el máximo.

c) Algunas estrellas tipo U Gem después de un cierto máximo, permanecen en un brillo intermedio por un impredecible período de tiempo, que puede variar entre unos pocos días hasta algunos años, estos fenómenos son generalmente llamados "standstills". Estas estrellas corresponden a las del tipo Z Camelopardalis.

d) Un pequeño grupo de las estrellas tipo U Gem, presentan un fenómeno conocido como "supermáximos", en los cuales la estrella es del orden de 0.5-0.7 magnitudes más brillantes y permanece en este brillo alrededor de 5 veces más de lo observado en un máximo normal.

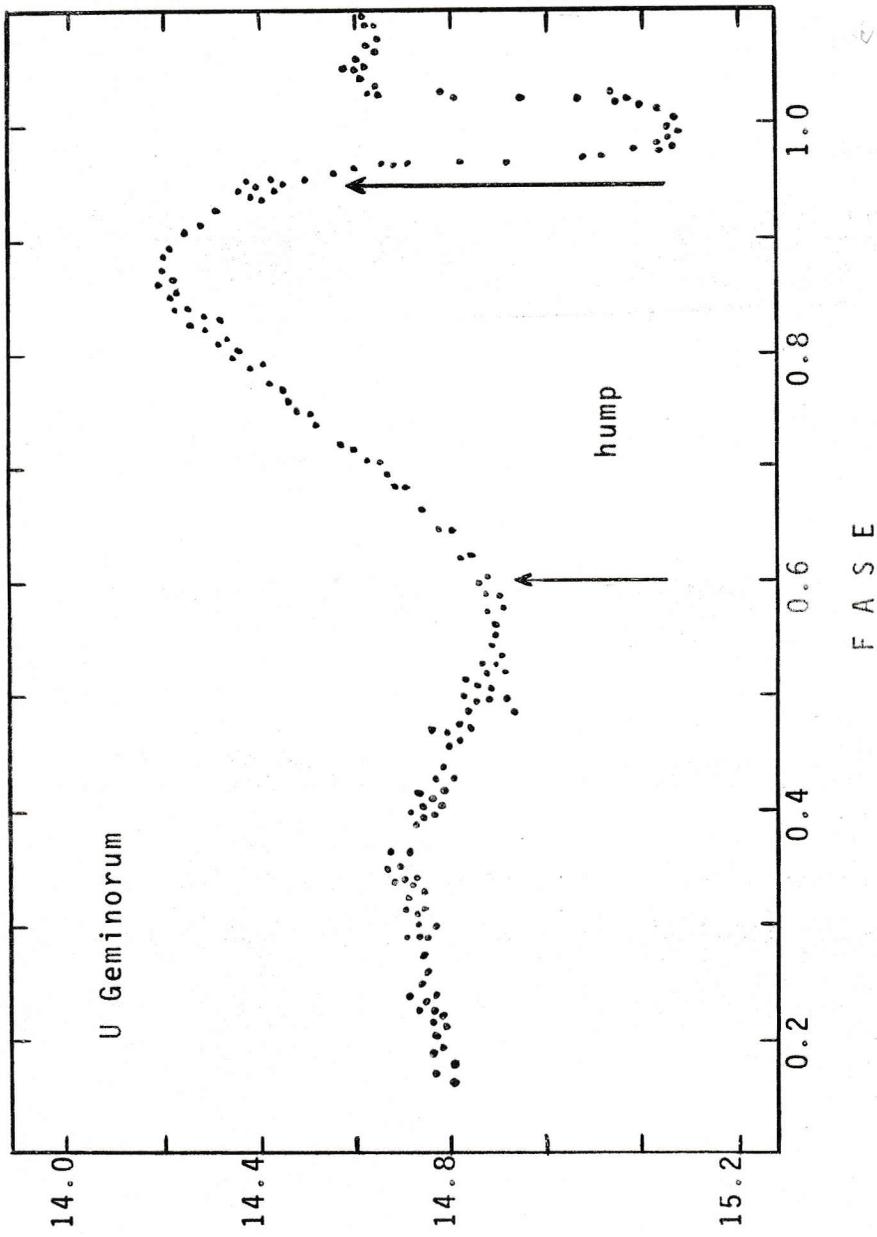
ii) Características observadas en el mínimo de luz.

a) Aquellas estrellas tipo U Gem que tienen una inclinación favorable de la órbita, presentan un eclipse, a partir del cual se pueden determinar características físicas del sistema binario tales como el período orbital.

b) La mayoría de las estrellas tipo U Gem presentan un máximo que se comienza a observar alrededor desde la fase .6 antes del eclipse y termina en el eclipse mismo; a este fenómeno se le reconoce como "hump" y se le puede observar en la Fig. 1.3, (W. Kzreminski 1965). La importancia de los humps se puede apreciar en el hecho de que existen objetos tales como TT Ari (Smak & Stepien 1969) y VW Hyi (Vogt 1974), que no presentan eclipses debido a una orientación desfavorable de sus órbitas, y que sin embargo, a partir de la periodicidad presentada por los humps se les ha podido determinar sus períodos orbitales.

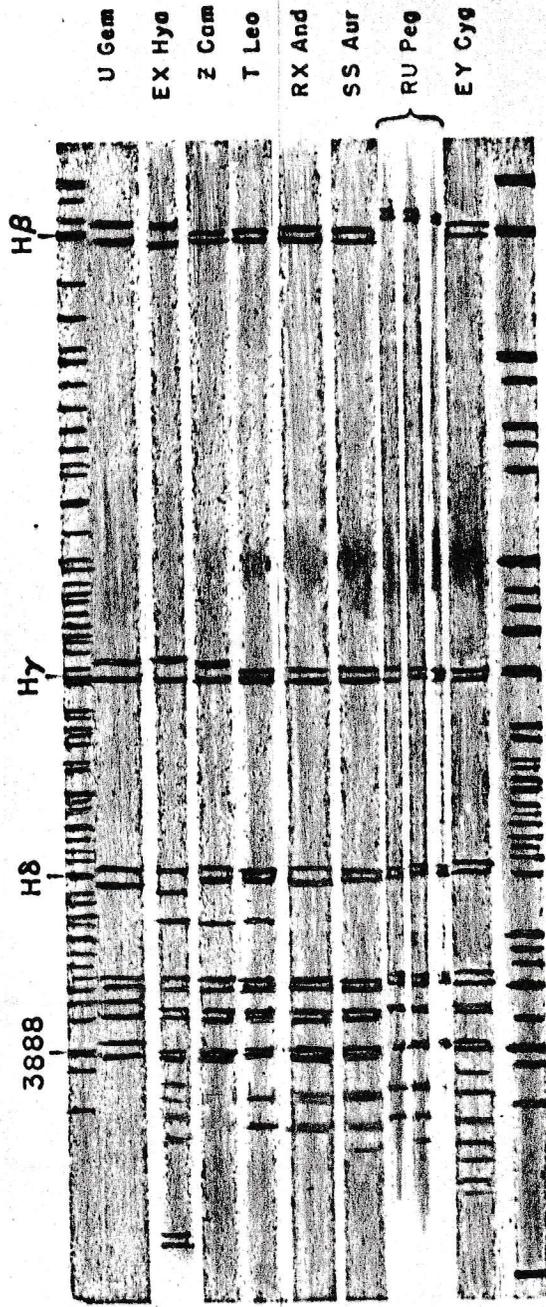
c) Variaciones rápidas y sistemáticas de pequeñas amplitudes, llamadas generalmente "flickerings". Los flickerings tienen una escala de tiempo del orden de minutos y segundos y el uso de técnicas modernas descarta la posibilidad que sean efectos instrumentales puesto que dichas técnicas dan un tiempo de resolución de menos de .1 segundos (Nather & Warner 1971).

Figura 1.3



Curva de luz de U Gem donde se distingue el fenómeno llamado "hump" (Kzreminski 1965)

Figura 1.4



Espectros de Estrellas tipo U Geminoum.

En sistemas que presentan humps de gran amplitud (tales como U Gem, VV Pup, VW Hyi) se observa que los flickerings tienden a aumentar su amplitud en el máximo del hump. Además eclipses observados con gran tiempo de resolución tales como U Gem, RW Tri y UX UMa presentan una disminución en la amplitud de los flickerings durante el eclipse.

d) Durante el mínimo la mayoría de estas estrellas presentan fundamentalmente un espectro continuo con fuertes líneas de emisión de la serie de Balmer (H), de He I, Ca II.

Algunas estrellas tipo U Gem, presentan líneas dobles de emisión, por ejemplo U Gem y EX Hya (Figura 1.4)

1.3 EX Hydrae (EX Hya)

EX Hya ($\alpha = 12^{\text{h}}47^{\text{m}}01^{\text{s}}$; $\delta = -28^{\circ}42'.9 : 1900.0$) fué descubierta por Huruata en 1940. La curva de luz observada sugirió que era componente del grupo de estrellas tipo U Gem (1.2) con un ciclo medio de erupciones de 465 días. Como componente del grupo de estrellas tipo U Gem, EX Hya es notablemente activa en el mínimo de luz. R.P. Kraft (1962) determinó que presentaba líneas dobles de emisión en el mínimo de luz, conteniendo un espectro con anchas e intensas líneas dobles de H, fuertes líneas de He I y líneas

débiles de He II y Ca II. (Ver Fig. 1.4)

Posteriormente G.S. Mumford (1967) combinando sus observaciones con las de W. Kzreminski, determina que EX Hya posee un período orbital de $1^{\text{h}}39^{\text{m}}$ entregando los siguientes elementos para los eclipses:

$$(1.1) \quad T_{\text{min}} = \text{JD}_0 2437699.9414 + 0^{\text{d}}.068233846 E \quad (1.1)$$

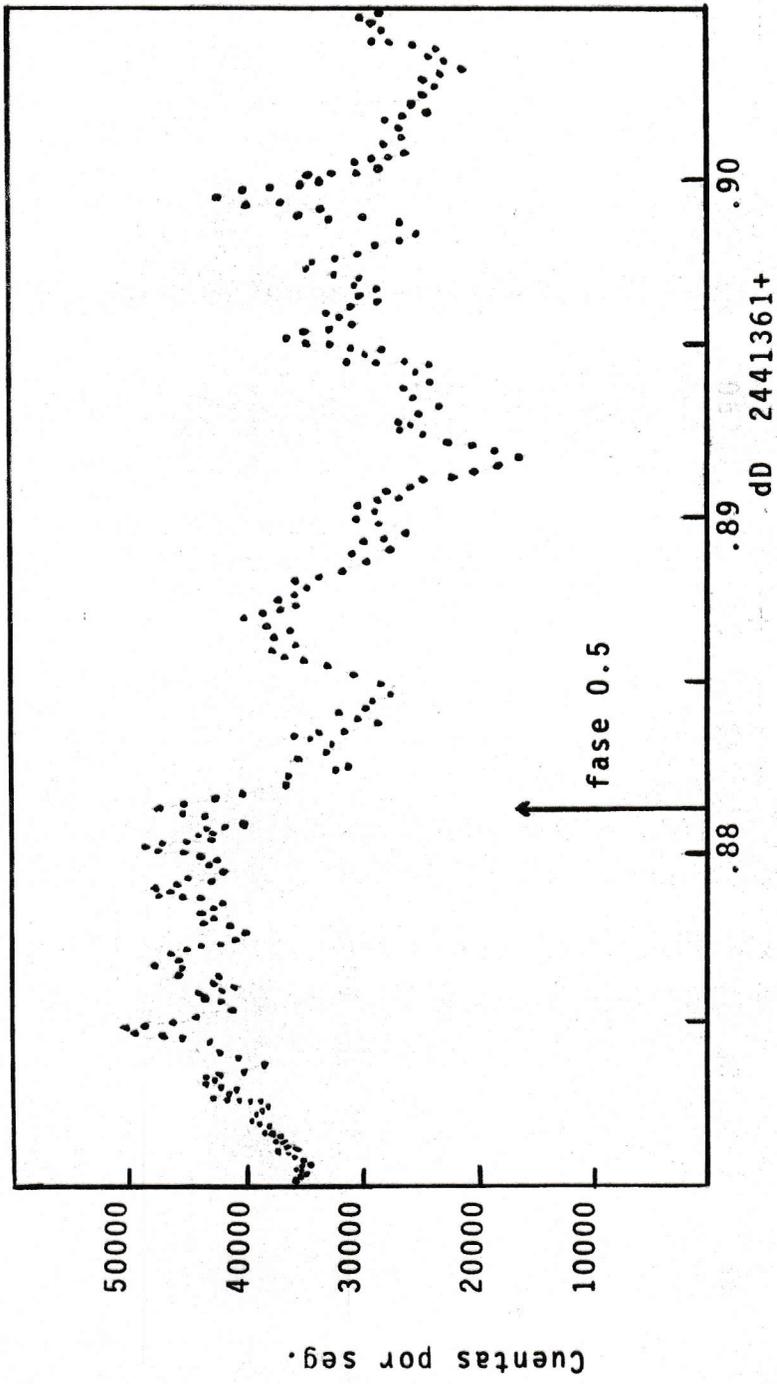
donde T_{min} es el tiempo en que ocurre el eclipse y E el ciclo correspondiente.

Mumford (1969,1970) a partir de estudios fotométricos de EX Hya obtuvo curvas de luz con un tiempo de resolución del orden de 40 segundos.

Dos años más tarde, B. Warner mediante el uso de técnicas modernas incorporadas a la astronomía obtuvo curvas de luz de EX Hya con tiempos de resolución de 2 y 5 segundos (Fig. 1.5)

Hasta la fecha han habido numerosas publicaciones dando informaciones sobre nuevos tiempos de mínimo para EX Hya indagando acerca de un posible cambio de período orbital, lo que de hecho aún no ha sido establecido. (Pringle,1975; Mumford 1976).

Figura 1.5



Curva de luz de EX Hya. Cada punto representa 2 seg. de integración. (Warner 1973)

2. FUNDAMENTACION TEORICA

2.1 Modelo Fenomenológico

J. Smak (1971) y Warner & Nather (1971) trabajando independientemente obtuvieron un modelo similar para la estrella U Gem, como prototipo de las variables de la misma clase, que consiste básicamente en:

i) Las estrellas tipo U Gem son sistemas binarios compuestos por una estrella roja de la Secuencia Media, a la que llamaremos componente secundaria, y por una Enana Blanca azul que llamaremos componente primaria.

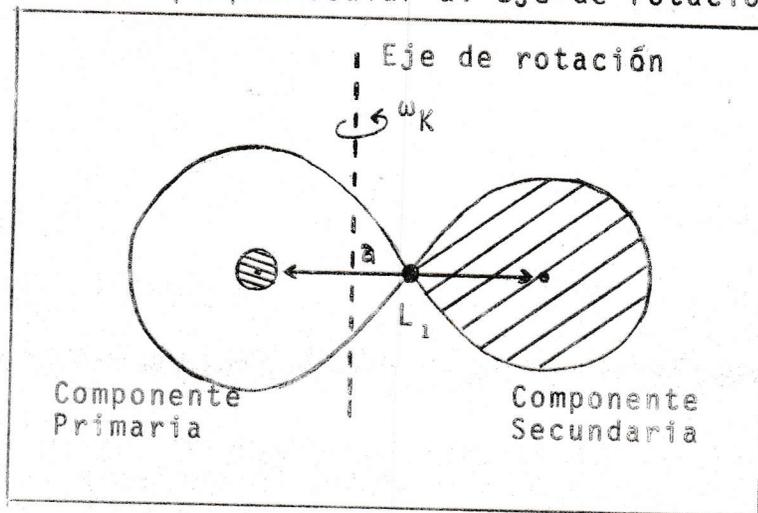
ii) La componente secundaria llena su superficie equipotencial formada por el potencial gravitacional de ambas estrellas, y eyecta materia a través de un punto llamado L_1 , que corresponde al punto donde se anulan las fuerzas ejercidas por cada una de las estrellas. (Figura 2.1).

iii) Esta eyección permite la formación de un disco gaseoso que rodea la componente primaria. Las fuertes líneas de emisión mencionadas en el Capítulo 1, sección 2 se las supone debidas a este disco.

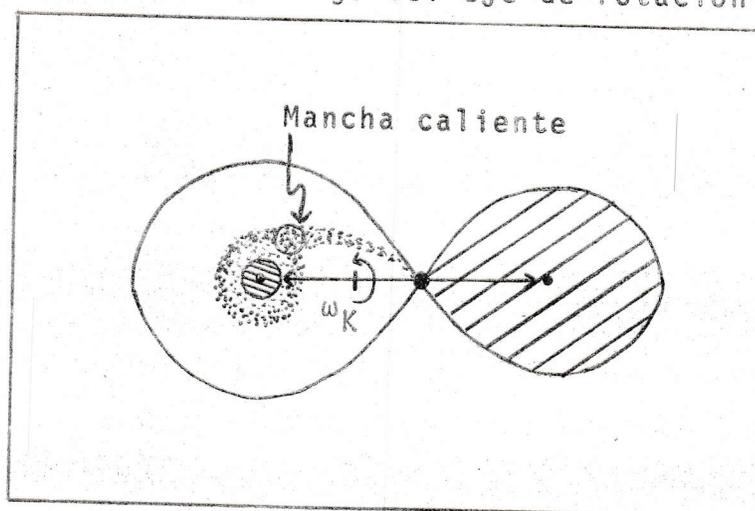
iv) El flujo de materia que llega hasta la componente primaria colisiona con la parte externa del disco pro-

Figura 2.1

Vista perpendicular al eje de rotación



Vista a lo largo del eje de rotación



Esquema del modelo propuesto por J. Smak (1971) y Warner & Nather (1971) para estrellas tipo U Gem.

duciendo lo que en adelante llamaremos "mancha caliente" (o simplemente mancha).

Según este modelo, las características observadas en las curvas de luz entre dos erupciones sucesivas de la estrella se explicarían de la siguiente manera:

- En el eclipse primario, la componente secundaria cubre una porción del flujo de partículas y eclipsa parcialmente al disco que rodea a la componente primaria y a la mancha que está sobre dicho disco.

- El hump correspondería a la mejor visibilidad de la mancha, la que es invisible cuando el sistema es visto en la dirección opuesta debido a la gran opacidad del disco.

- Los flickerings son debidos a variaciones de la temperatura de la mancha, producidas por inhomogeneidades del flujo de partículas.

Posteriormente J. Smak (1976) hace una rediscusión del modelo anteriormente planteado, en base a medidas de velocidades radiales de U Gem, incluyendo las componentes originadas en el disco y las originadas en el flujo de partículas que son eyectadas por la componente secundaria, obtenidas a partir de las líneas de emisión de la serie de Balmer Ca II K y He I 4471.

Esta rediscusión del modelo no lo modifica funda-

mentalmente, sino que lo completa puesto que entrega información acerca de las masas de las componentes del sistema y las dimensiones absolutas de éste que corresponderían a las dimensiones típicas de sistemas binarios tipo U Gem.

$$M_2 = 0.35 M_{\odot} \quad ; \quad M_1 = 0.90 M_{\odot}$$

$$R_2 = 0.4 R_{\odot} \quad ; \quad r_m = 0.36 A$$

$$A = 1.0 \cdot 10^{11} \text{ cm.}$$

Donde M_{\odot} corresponde a la masa del Sol, M_1 y M_2 a las masas de las componentes primaria y secundaria, respectivamente, R_{\odot} corresponde al radio del Sol, R_2 y r_m al radio de la componente secundaria y al radio vector de la mancha, respectivamente. A corresponde a la separación de los centros de ambas estrellas.

Para analizar teóricamente el modelo de un sistema binario cerrado, primero determinaremos las superficies equipotenciales que rodean al sistema binario, considerando las fuerzas gravitacionales que actúan sobre un tercer cuerpo de masa despreciable con respecto a las masas de las componentes del sistema, las que serán consideradas puntuales, (Sección 2.2). Luego determinaremos las velocidades y posiciones iniciales para la eyección de materia e ilustraremos con la trayectoria de una partícula para una configuración de masas

dada, (Sección 2.3). Por último, analizaremos los problemas relacionados con los cambios de período debidos a la transferencia de masa en el sistema (Sección 2.4). El desarrollo de las secciones 2.2, 2.3, 2.4 están referidas al artículo de Kruszewski (1966).

2.2 Superficies Equipotenciales.

Consideraremos un sistema binario cerrado compuesto por dos estrellas separadas por una distancia a , girando en una órbita circular en torno al centro de masas común, con una velocidad angular constante $\vec{\omega}_k$.

Antes de plantear las ecuaciones diferenciales de movimiento, definiremos tres sistemas de coordenadas que serán utilizados posteriormente:

- 1°) el sistema inercial de referencia (X, Y, Z) , cuyo origen está en el centro de masas común de las dos componentes.
- 2°) el sistema (x, y, z) cuyo origen está en el centro de masas de la componente secundaria y rota con el movimiento orbital de ésta; el eje positivo x está dirigido hacia el centro de la estrella primaria y el eje positivo z coincide con la dirección de $\vec{\omega}_k$.

3°) el sistema (ϵ, η, ζ) que también tiene su origen en el centro de la componente secundaria, pero, rota junto con ella (la que se asume rotando uniformemente con una velocidad angular $\vec{\omega}_2$). El eje positivo ζ está en la misma dirección del vector $\vec{\omega}_2$.

Si llamamos \vec{R} , \vec{r} , $\vec{\sigma}$ a los vectores posición de una partícula en un punto P dado, con respecto a los sistemas de coordenadas (X, Y, Z) , (x, y, z) , (ϵ, η, ζ) respectivamente, tenemos que las aceleraciones $d^2\vec{r}/dt^2$, $d^2\vec{\sigma}/dt^2$ las podemos expresar en función de la aceleración $d^2\vec{R}/dt^2$ en la siguiente forma:

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2\vec{R}}{dt^2} - \frac{d^2\vec{R}_2}{dt^2} - \vec{\omega}_k \times (\omega_k \times \vec{r}) - 2\vec{\omega}_k \times \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (2.1)$$

$$\frac{d^2\vec{\sigma}}{dt^2} = \frac{d^2\vec{R}}{dt^2} - \frac{d^2\vec{R}_2}{dt^2} - \vec{\omega}_2 \times (\vec{\omega}_2 \times \vec{\sigma}) - 2\vec{\omega}_2 \times \frac{d\vec{\sigma}}{dt} \quad (2.2)$$

donde \vec{R}_2 es el vector que une el centro de masas del sistema con el centro de masa de la componente secundaria.

Como asumimos que $\vec{\omega}_k$ era constante tenemos que

$$\frac{d^2\vec{R}_2}{dt^2} = \vec{\omega}_k \times (\vec{\omega}_k \times \vec{R}_2) \quad (2.3)$$

Por lo tanto, si asumimos que no hay fuerzas exter-

nas actuando, tenemos que en el sistema inercial de referencias

$$\frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = - \nabla (U_1 + U_2) \quad (2.4)$$

donde U_1 y U_2 son los potenciales gravitacionales determinados por la ley de Newton, considerando las estrellas con masas puntuales M_1 y M_2 respectivamente.

Reemplazando las ecuaciones 2.3 y 2.4 en la ecuación 2.1 y considerando que

$$\vec{\omega}_k \times (\vec{\omega}_k \times \vec{R}_2) = \omega_k^2 R_2 \hat{x} = \nabla (x \omega_k^2 R_2) \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_k \times (\vec{\omega}_k \times \vec{r}) &= - \omega_k^2 x \hat{x} - \omega_k^2 y \hat{y} \quad (2.6) \\ &= \nabla \left(- \frac{1}{2} \omega_k^2 (x^2 + y^2) \right) \end{aligned}$$

tenemos que:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + 2 \vec{\omega}_k \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \nabla \psi \quad (2.7)$$

con

$$\psi = \frac{GM_1}{r_1} + \frac{GM_2}{r_2} - x \omega_k^2 R_2 + \frac{1}{2} \omega_k^2 (x^2 + y^2) \quad (2.8)$$

$$r_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (2.9)$$

$$r_1 = \sqrt{(x-a)^2 + y^2 + z^2} \quad (2.10)$$

Análogamente reemplazando las ecuaciones 2.3 y 2.4 en la ecuación 2.2 y considerando que

$$\vec{\omega}_2 \times (\vec{\omega}_2 \times \vec{\sigma}) = \nabla(-\vec{\omega}_2^2 (\epsilon^2 + \eta^2)) \quad (2.11)$$

tenemos que

$$\frac{d^2 \vec{\sigma}}{dt^2} + 2 \vec{\omega}_2 \times \frac{d\vec{\sigma}}{dt} = \nabla \Omega \quad (2.12)$$

con

$$\begin{aligned} \Omega = & \frac{GM_1}{r_1} + \frac{GM_2}{r_2} - x \omega_k^2 R_2 + \\ & + \frac{1}{2} \omega_2^2 (\epsilon^2 + \eta^2) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Además, para no especificar unidades, consideraremos la unidad de distancia como la distancia que separa ambas estrellas (\underline{a}), la unidad de masa como la masa total del sistema ($M_1 + M_2$), y la unidad de tiempo como ω_k^{-1} , con estas unidades $G = 1$, $P = 2\pi$ luego

$$\psi = \frac{1-\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} - \mu x + \frac{1}{2} (x^2 + y^2) \quad (2.14)$$

$$\Omega = \frac{1-\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} - \mu x + \frac{1}{2} (1+f)^2 (\epsilon^2 + \eta^2) \quad (2.15)$$

donde

$$\mu = \frac{M_2}{M_1 + M_2} \quad (2.16)$$

$$(1+f) = \vec{\omega}_2 / \vec{\omega}_k \quad (2.17)$$

$$x = \epsilon \cos ft - \eta \sin ft \quad (2.18)$$

$$y = \epsilon \sin ft + \eta \cos ft$$

$$z = \zeta$$

$$r_2 = \sqrt{\epsilon^2 + \eta^2 + \zeta^2} \quad (2.19)$$

$$r_1 = \sqrt{1 + \epsilon^2 + \eta^2 + \zeta^2 - \epsilon \cos ft + 2\eta \sin ft}$$

Por lo tanto

$$\Omega = \frac{\mu}{\sqrt{\epsilon^2 + \eta^2 + \zeta^2}} + \frac{1-\mu}{\sqrt{1 + \epsilon^2 + \eta^2 + \zeta^2 - 2\epsilon \cos ft + 2\eta \sin ft}} \quad (2.20)$$

$$- \mu(\epsilon \cos ft - \eta \sin ft) + \frac{1}{2} (1+f)^2 (\epsilon^2 + \eta^2)$$

Finalmente al multiplicar la ecuación 2.7 por $\frac{d\vec{r}}{dt}$ tenemos

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\psi}{dt} \quad (2.21)$$

o bien

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right)^2 = \psi - C \quad (2.22)$$

La ecuación 2.22 es conocida como la integral de Jacobi para el problema restringido de tres cuerpos y con-

secuente mente C (que es llamada la constante de Jacobi) está dada por

$$C = \frac{1-\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} - \mu x + \frac{1}{2} \mu^2 - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} (x^2 + y^2) \quad (2.23)$$

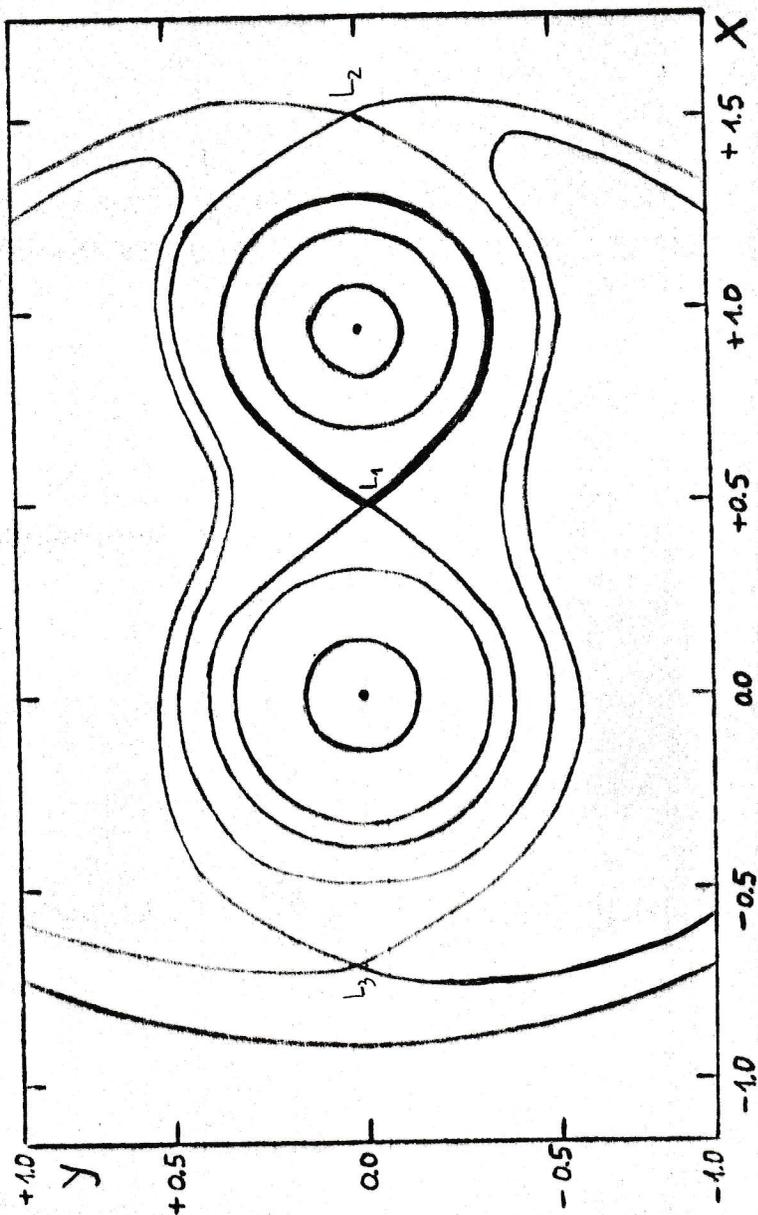
donde el término constante $\frac{1}{2} \mu^2$ fué sumado para conservar la constante de Jacobi en su forma tradicional.

Esta constante que depende de la posición y velocidad de la partícula, determina superficies equipotenciales; en particular si la velocidad de la partícula es cero, define las llamadas superficies equipotenciales de Roche.

La Figura 2.2 muestra un conjunto de equipotenciales de Roche en el plano (x,y) para el caso $\mu = 0.4$; los tres puntos indicados en la Figura como L_1, L_2, L_3 corresponden a los puntos del sistema binario cerrado donde el gradiente de la función potencial ψ es cero.

Cuando una de las estrellas llena completamente su lóbulo de Roche, la materia que está en L_1 no está sujeta a ninguna aceleración y cualquier velocidad inicial pequeña hacia afuera es suficiente para causar la eyección de materia. cuando ésto sucede, a tal configuración se le llama lí-

Figura 2.2



Superficies equipotenciales de Roche en el plano (x,y) para el caso $\mu = 0.4$

mite de Roche y está indicado por la línea gruesa en la Figura 2.2.

2.3 Eyección de Materia y Trayectoria de las Partículas

Una vez obtenidas las superficies equipotenciales, veamos ahora qué condiciones se deben satisfacer para permitir la eyección de materia por el punto L_1 .

Si consideramos que la eyección de materia no requiere de ningún impulso adicional, pero que satisface las propiedades del modelo de Roche y suponemos que la componente secundaria del sistema binario está creciendo radialmente, de modo que la rotación de la estrella es uniforme y que la dirección de la velocidad angular rotacional es la misma que la de la velocidad angular orbital, tenemos que bajo estas condiciones la forma de la estrella puede ser descrita por la ecuación 2.20.

Al asumir rotación uniforme, las coordenadas η y ζ que describen la posición del elemento de materia considerado, no varían con el tiempo, por lo que podemos considerar los elementos que están sobre el ecuador, o sea

$$\eta = 0 \qquad \zeta = 0 \qquad (2.24)$$

y el potencial de este elemento puede ser expresado

$$\Omega = \frac{1-\mu}{\epsilon} + \frac{\mu}{\sqrt{1-\epsilon^2-2\epsilon\cos ft}} \quad (2.25)$$

$$- \mu \epsilon \cos ft + \frac{1}{2} (1+f)^2 \epsilon^2$$

Por lo que la aceleración $d^2\epsilon/dt^2$, bajo la cual el elemento de materia está sujeto se puede calcular a partir de la ecuación 2.25 de la siguiente forma

$$\frac{d\Omega}{dt} = \Omega_t + \Omega_\epsilon \frac{d\epsilon}{dt} = 0 \quad (2.26)$$

$$\frac{d^2\Omega}{dt^2} = \Omega_{tt} + 2\Omega_{t\epsilon} \frac{d\epsilon}{dt} + \Omega_{\epsilon\epsilon} \left(\frac{d\epsilon}{dt}\right)^2 + \Omega_\epsilon \frac{d^2\epsilon}{dt^2} = 0 \quad (2.27)$$

por lo tanto

$$\frac{d^2\Omega}{dt^2} = - \frac{\Omega_{tt}}{\Omega_\epsilon} + 2 \frac{\Omega_{t\epsilon} \Omega_t}{\Omega_\epsilon^2} - \frac{\Omega_{\epsilon\epsilon} \Omega_t^2}{\Omega_\epsilon^3} \quad (2.28)$$

Luego si $d^2\epsilon/dt^2$ es menor que Ω_ϵ , el elemento de materia no puede mantenerse sobre la superficie de la estrella, por lo que la eyección de materia desde la superficie de la estrella es

$$\Omega_\epsilon > - \frac{\Omega_{tt}}{\Omega_\epsilon} + 2 \frac{\Omega_{t\epsilon} \Omega_t}{\Omega_\epsilon^2} - \frac{\Omega_{\epsilon\epsilon} \Omega_t^2}{\Omega_\epsilon^3} \quad (2.29)$$

Si la condición anterior no es satisfecha, estamos

considerando una configuración de equilibrio; la mayor configuración de equilibrio la llamaremos configuración crítica de equilibrio y está definida como la superficie equipotencial sobre la cual

$$\Omega_{\epsilon} < \frac{d^2\epsilon}{dt^2} \quad \text{en cualquier punto sobre la superficie de la estrella.} \quad (2.30)$$

$$\Omega_{\epsilon} = \frac{d^2\epsilon}{dt^2} \quad \text{en un punto sobre el eje x.} \quad (2.31)$$

Para encontrar este punto, resolvemos la ecuación 2.31 para $t = 0$, la que se reduce a la siguiente forma

$$\Omega_{\epsilon} = - \frac{\Omega_{tt}}{\Omega_{\epsilon}} \quad (2.32)$$

o bien

$$\mu f^2 \epsilon [(1-\epsilon)^{-3} - 1] = \{-(1-\mu)\epsilon^{-2} + (1+f)^2\epsilon + \mu [(1-\epsilon)^{-2} - 1]\}^2 \quad (2.33)$$

Luego la configuración crítica de equilibrio queda definida como la superficie equipotencial que pasa por el punto $(\epsilon_0, 0, 0)$, donde ϵ_0 es la solución de la ecuación 2.33

En forma análoga se puede calcular la configuración que permite la eyección de materia (Límite de Roche) por medio de la siguiente ecuación

$$\begin{aligned}
 (\Omega_\epsilon)_{t=0} &= -(1-\mu)\epsilon^{-2} + \mu [(1-\epsilon)^{-2} - 1] \\
 &+ (1+f)^2 \epsilon = 0
 \end{aligned}
 \tag{2.34}$$

Y si ϵ_1 es la solución de ésta ecuación, tenemos que el Límite de Roche queda determinado por la condición

$$\Omega(x,y,z) = \Omega(\epsilon_1, 0, 0)
 \tag{2.35}$$

Cuando la estrella excede muy poco la configuración de equilibrio, la materia eyectada vuelve sobre la superficie de la estrella y como no hay pérdida permanente de masa, la estrella continúa expandiéndose hasta que las velocidades iniciales sean lo suficientemente grandes como para que pueda transferir materia a la otra estrella, deteniendo así la expansión. A esta configuración se le llama configuración crítica no estable y ϵ_m corresponde al radio máximo de esta configuración.

Para determinar la posición del punto inicial de eyección de materia, se combina la ecuación 2.28 con la condición 2.31; en general existen varias soluciones a dicho sistema de ecuaciones, pero tan sólo dos en la proximidad del punto $(\epsilon=\epsilon_m, t=0)$ que difieren sólo en el signo de \underline{t} , se elige la solución con t negativo, puesto que el tiempo se

cuenta desde el instante en que el elemento de materia considerado comienza a viajar sobre el eje x. (Kruszewski 1964). Tenemos, por lo tanto, los dos parámetros suficientes para determinar el punto inicial de eyección de materia: (ϵ', t') , luego

$$\begin{aligned}x_1 &= \epsilon' \cos ft' & (2.36) \\y_1 &= \epsilon' \sen ft'\end{aligned}$$

La velocidad inicial puede ser obtenida asumiendo rotación uniforme de la estrella y considerando la ecuación 2.26

$$\begin{aligned}\frac{d\epsilon}{dt} &= - \frac{\Omega t}{\Omega_\epsilon} & (2.37) \\ \frac{d\eta}{dt} &= \epsilon' f\end{aligned}$$

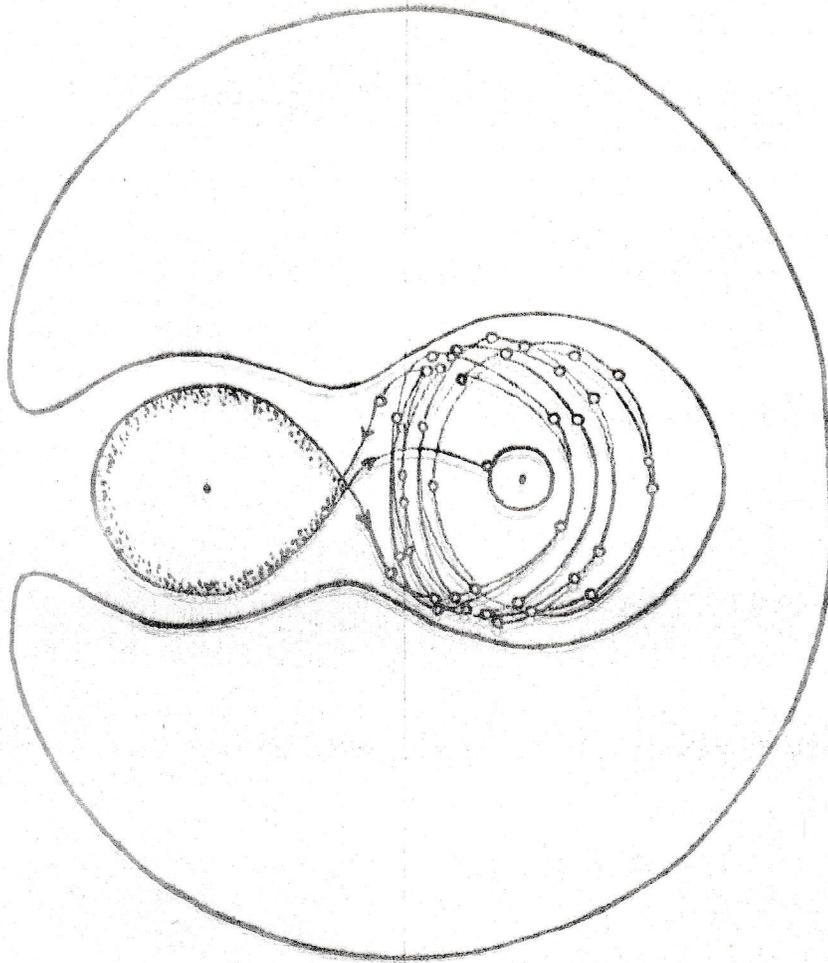
Luego las componentes de la velocidad inicial en el sistema (x, y, z) son

$$\begin{aligned}u_1 &= - \frac{\Omega t}{\Omega_\epsilon} \cos ft' - \epsilon' f \sen ft' & (2.38) \\ v_1 &= - \frac{\Omega t}{\Omega_\epsilon} \sen ft' + \epsilon' f \cos ft'\end{aligned}$$

Una vez obtenidas las posiciones y velocidades iniciales de la eyección de materia, se pueden calcular las trayectorias de las partículas dependientes de las superficies equipotenciales desarrolladas en la Sección 2.2. Kopal

(1959) calculó dichas trayectorias para distintas configuraciones de masas de las componentes del sistema binario, la Figura 2.3 muestra las trayectorias de una partícula eyectada desde el punto L_1 correspondiente a una razón de masas de 0.6.

Existen básicamente dos formas de enfrentar el problema de las partículas eyectadas por el punto L_1 , una de las cuales consiste en asumir que las partículas componentes del flujo eyectado no interaccionan entre sí, y la otra forma de enfrentar el problema consiste en suponer que las partículas colisionan entre ellas durante su trayectoria. Si consideramos que el flujo de materia es del orden de 10^{17} grs/seg tenemos que la densidad de las partículas componentes del flujo es del orden de $3 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ (Smak, 1976); con lo que se obtiene que el recorrido libre medio es del orden de 30 cms; considerando que la velocidad de las partículas eyectadas es del orden de 400 Km/seg. tenemos que la frecuencia de choque es bastante alta (del orden 10^6 seg^{-1}). Por este motivo existen algunas publicaciones considerando este problema desde un punto de vista hidrodinámico (por ejemplo Prendergast & Taam, 1974); sin embargo, las trayectorias de las partículas no resultan muy modificadas considerando interacción entre ellas, por lo que para el desa-



Trayectoria de partículas eyectadas desde el punto L_1 correspondiente a una razón de masas de 0.6. Se indica además la superficie equipotencial de velocidad cero (o superficie de Roche) (Kopal 1959).

rrollo del presente trabajo es suficiente la aproximación de no interacción entre las partículas.

2.4 Cambios de Período Causado por Intercambio de Materia

En esta sección consideraremos los cambios de período causados por la eyección de materia desde la componente secundaria a la componente primaria.

Supongamos que la componente secundaria pierde una cantidad de materia de masa δM , donde $\delta M > 0$, luego

$$\delta(M_1 + M_2) = - \delta M \quad (2.41)$$

Con δM lo suficientemente pequeño como para despreciar los términos en $(\delta M)^2$.

En la sección anterior consideramos que la materia fue eyectada desde un punto sobre la superficie de la secundaria, con las siguientes coordenadas con respecto al sistema (x,y,z) de referencia.

$$\vec{r} = (x_1, y_1, z_1) \quad (2.42)$$

y con una velocidad inicial

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = (u_1, v_1, w_1) \quad (2.43)$$

Después de la eyección, la posición y la velocidad del cen-

tro de masas de la componente secundaria cambiará. La variación de la posición que está dada por el vector

$$\vec{s} = \frac{\delta M}{M_2} \vec{r} \quad (2.44)$$

produce cambios en la distancia \vec{R} entre las estrellas y en la coordenada angular θ , dados por

$$\delta \vec{R} = S_x = x_1 \frac{\delta M}{M_2} \quad (2.45)$$

$$\delta \theta = \frac{s_y}{R} = \frac{y_1}{R} \frac{\delta M}{M_2} \quad (2.46)$$

Las variaciones de las componentes de la velocidad relativa \vec{V} de la componente primaria con respecto a la secundaria, se pueden obtener aplicando conservación de momento angular a la componente secundaria, de la siguiente forma:

- 1°) la velocidad de la componente secundaria con respecto al sistema inercial de referencia es

$$- \mu \vec{V},$$

luego el momento correspondiente al instante antes de la eyección de materia es

$$- M_2 \mu \vec{V}. \quad (2.47)$$

- 2°) La velocidad de la materia eyectada con respec-

to al sistema inercial de referencia es

$$\left[-\mu \vec{V} + \vec{\omega}_k \times \vec{r} + \frac{d\vec{r}}{dt} \right]$$

luego el momento transferido por la componente secundaria a la materia eyectada es

$$\left[-\mu \vec{V} + \vec{\omega}_k \times \vec{r} + \frac{d\vec{r}}{dt} \right] \delta M \quad (2.48)$$

Por lo tanto, con las ecuaciones 2.47 y 2.48 obtenemos

$$\delta \vec{V} = \left[\vec{\omega}_k \times \vec{r} + \frac{d\vec{r}}{dt} \right] \frac{\delta M}{M_2} \quad (2.49)$$

cuyas componentes son, (recordando que $\omega_k = h/R^2$)

$$\delta V_x = \left[-\frac{h}{R^2} y_1 + u_1 \right] \frac{\delta M}{M_2} \quad (2.50)$$

$$\delta V_y = \left[\frac{h}{R^2} x_1 + v_1 \right] \frac{\delta M}{M_2} \quad (2.51)$$

Con las variaciones de la velocidad y posición del centro de masa de la componente secundaria, podemos calcular las variaciones de energía y momento angular que permitirán obtener los cambios de período del sistema.

La energía total mecánica del sistema, ξ , está dada por

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \vec{V}^2 - \frac{G M_1 M_2}{R} \quad (2.52)$$

por lo tanto la energía E , por unidad de masa reducida está dada por

$$E = \frac{1}{2} V^2 - \frac{GM}{R} \quad (2.53)$$

con

$$M = M_1 + M_2$$

luego

$$\begin{aligned} \delta E = V_x \delta V_x + V_y \delta V_y - \frac{G}{R} \delta M \\ + \frac{GM}{R^2} \delta R \end{aligned} \quad (2.54)$$

Utilizando las ecuaciones 2.41, 2.45, 2.50 y 2.51, tenemos que la ecuación 2.54 puede escribirse en la siguiente forma, con $V_y = h/R$

$$\begin{aligned} \delta E = \left[-\frac{h}{R} (V_x y_1 - V_y x_1) + V_x u_1 \right. \\ \left. + V_y v_1 + \frac{GM_1}{R} + \frac{GM}{R^2} x_1 \right] \frac{\delta M}{M_2} \end{aligned} \quad (2.55)$$

y considerando que la ecuación 2.52 se puede escribir en función del semieje a

$$E = - \frac{G (M_1 + M_2)}{2a} \quad (2.56)$$

tenemos que

$$\frac{\delta E}{E} = - 2a \left[\frac{h^2}{GMR^3} x_1 + \frac{h}{GMR} v_1 + \left(\frac{1-\mu}{R} + \frac{x_1}{R^2} \right) \frac{\delta M}{M_2} \right] \quad (2.57)$$

Veamos ahora los problemas relacionados con el momento angular.

El momento angular está dado por

$$\vec{H} = \vec{R} \times \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \vec{V} \quad (2.58)$$

de manera que si consideramos que el sistema inercial de referencia es tal que $\vec{H} = (0,0,H)$ y $\vec{R} = (R,0,0)$, o sea que el eje Z es perpendicular al plano orbital y el eje X esté dirigido desde el centro de la componente secundaria hacia el centro de la primaria, tenemos

$$H^2 = G \frac{M_1^2 M_2^2}{M_1 + M_2} a \quad (2.59)$$

luego el momento angular por unidad de masa reducida queda determinado por

$$h = \sqrt{G(M_1 + M_2) a} \quad (2.60)$$

Y el cambio de momento angular por unidad de masa reducida es

$$\begin{aligned} \delta h &= \left[(\vec{R} + \vec{s}) (\vec{V} + \delta\vec{V}) - \vec{R} \times \vec{V} \right] \frac{\vec{H}}{H} \\ &= \left| \vec{R} \times \delta\vec{V} + \vec{s} \times \vec{V} \right| \frac{\vec{H}}{H} \\ &\quad R\delta V_y + s_x V_y - s_y V_x \end{aligned} \quad (2.61)$$

utilizando las ecuaciones 2.45, 2.46, 2.50, 2.51 y 2.60 tenemos que

$$\frac{\delta h}{h} = \left[\frac{2x_1}{R} + \frac{R}{h} v_1 \right] \frac{\delta M}{M_2} \quad (2.62)$$

Durante el vuelo de las partículas, el momento angular ganado por el elemento de materia considerado es igual al momento angular por unidad de masa perdido por el sistema binario

$$\begin{aligned} \Delta h &= (x_2 - \mu R)^2 + y_2^2 + (x_2 - \mu R) v_2 \\ &\quad - y_2 u_2 - (x_1 - \mu R)^2 - y_1^2 - \\ &\quad (x_1 - \mu R) v_1 + y_1 u_1 \end{aligned} \quad (2.63)$$

donde el subíndice (1) corresponde a la eyección y el subíndice (2) al impacto.

Luego el momento angular total del sistema está dado por

$$\delta H = - \Delta h \delta M \quad (2.64)$$

por lo que

$$\delta h = - \frac{\Delta h}{\mu(1-\mu)} \frac{\delta M}{M} \quad (2.65)$$

Finalmente, puesto que el período P y el semieje a se pueden escribir en función de la energía por unidad de masa E de la siguiente forma

$$P = 2\pi G(M_1 + M_2) (-2E)^{-3/2} \quad (2.66)$$

$$a = - \frac{G(M_1 + M_2)}{2E} \quad (2.67)$$

tenemos que las variaciones del período quedan expresadas por

$$\frac{\delta P}{P} = -2 \frac{\delta M}{M} + 3 \frac{\delta h}{h} \quad (2.68)$$

Para evaluar $\delta h/h$, es necesario considerar cada una de las tres componentes originadas por la eyección y recordar que nuestras unidades de tiempo, largo y masa son tales que $a = 1$, $GM = 1$, $P = 2\pi$.

La primera componente es originada en la eyección misma (ecuación 2.62).

$$\left(\frac{\delta h}{h}\right)_1 = (2x_1 + v_1) \frac{\delta M}{M_2} \quad (2.69)$$

La segunda componente es originada durante el vuelo de la partícula (ecuaciones 2.63 y 2.65)

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\delta h}{h}\right)_2 = \frac{1}{\mu(1-\mu)} & \left[(x_1 - \mu)^2 + y_1^2 + (x_1 - \mu)v_1 \right. & (2.70) \\
 & - y_1 u_1 - (x_2 - \mu)^2 - y_2^2 - (x_2 - \mu)v_2 \\
 & \left. + y_2 u_2 \right] \frac{\delta M}{M}
 \end{aligned}$$

Y la tercera componente se obtiene en forma análoga a la primera, considerando que

$$\begin{aligned}
 M_1 & \longleftrightarrow M_2 \\
 x_1 & \longleftrightarrow R - x_2 \\
 v_1 & \longleftrightarrow -v_2
 \end{aligned}$$

tenemos que

$$\left(\frac{\delta h}{h}\right)_3 = - (2 - 2x_2 - v_2) \frac{\delta M}{M_1} \quad (2.71)$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta P}{P} = \frac{3}{\mu(1-\mu)} & \left[x_1^2 + y_1^2 + x_1 v_1 - y_1 u_1 - x_2^2 \right. & (2.72) \\
 & \left. - y_2^2 - x_2 v_2 + y_2 u_2 + 2\mu - 1 \right] \frac{\delta M}{M}
 \end{aligned}$$

Además, podemos distinguir dos casos importantes:

El primer caso corresponde cuando la transferencia de materia desde la componente secundaria a la primaria ocu-

re sin intercambio entre el momento angular orbital y el rotacional. Esto puede ocurrir por ejemplo, cuando las dimensiones de las estrellas son muy pequeñas en comparación con su separación; colocando $x_1 = 0$, $y_1 = 0$, $x_2 = 1$, $y_2 = 0$, tenemos que la ecuación 2.72 se puede escribir de la siguiente forma

$$\frac{\delta P}{P} = 3 \frac{2\mu - 1}{\mu(1-\mu)} \frac{\delta M}{M} \quad (2.73)$$

El segundo caso corresponde cuando se conoce la forma de la trayectoria, y en particular las posiciones y velocidades de los puntos de eyección e impacto. Kruszewski (1964), calculó dichas trayectorias, obteniendo las variaciones de período por unidad de materia eyectada para una combinación dada de los parámetros μ y f , con la ecuación 2.72

$$\frac{\delta P}{P} = \underline{k} \frac{\delta M}{M} \quad (2.74)$$

Donde \underline{k} es una función de μ y f ; el valor máximo de \underline{k} corresponde a trayectorias que impactan sobre la componente primaria y el valor mínimo de \underline{k} corresponde a trayectorias que impactan sobre la componente secundaria. De manera que el flujo de materia, independiente del valor de μ causa que el período aumente cuando $\underline{k} > 0$, y causa que el período disminuya cuando $\underline{k} < 0$.

3. OBSERVACIONES FOTOELÉCTRICAS.

3.1 Método de Observación.

Los resultados fotoeléctricos de la observación de una estrella variable son productos de su curva de luz, la que corresponde a la variación de la magnitud de la estrella con respecto al tiempo. Es por esto que sólo son importantes las variaciones relativas de la luz de la estrella y no es indispensable transformar las observaciones a un sistema standard particular.

En general, se procede a seleccionar una estrella de comparación que debe estar muy cercana a la estrella variable en consideración, de manera que sus masas de aire sean virtualmente idénticas. Esta estrella de comparación debe ser de magnitud conocida y, por supuesto, no puede ser variable puesto que las variaciones de brillo de la estrella variable estarán referidos al brillo constante de la estrella de comparación.

Una vez identificada la variable, se la coloca en el diafragma del telescopio para que el haz de luz de la estrella incida en el fotomultiplicador el tiempo de integra-

ción que se haya estimado conveniente, sin embargo, es recomendable utilizar tiempos de integración constantes.

Según el sistema de adquisición de datos usado, se graba la información de la intensidad (que es proporcional al número de fotones incidentes) y el tiempo correspondiente a dicha intensidad. Además durante una noche de observación se debe medir la intensidad del cielo que rodea a la variable y la intensidad de las estrellas de comparación al menos tres veces en las noches muy claras, aunque normalmente se mide más de tres veces.

La Tabla 3.1 resume todas las observaciones de EX Hya que se utilizaron para el desarrollo del presente trabajo.

3.2 Reducción de Datos.

De los dos parámetros que determinan la curva de luz de una estrella variable, el tiempo es el que debe ser determinado en forma más precisa.

El tiempo obtenido en un observatorio dado, primero se transforma a Tiempo Universal (UT), que es el tiempo local en el cual un observador en Greenwich hubiera observado el objeto en consideración; esta transformación hace que todas las observaciones puedan ser comparables. Luego las horas, minutos y segundos se convierten en fracciones de día;

TABLA 3.1

Año/mes/día	Astrónomo	N_0 (hrs)	Banda	T_{int} (seg)	Ref.
1962/02/03-04	W. Kzreminski	3.8	Luz integrada	26	(1)
1962/03/11-12	W. Kzreminski	1.8	Luz integrada	26	(1)
1962/03/12-13	W. Kzreminski	1.6	Luz integrada	26	(1)
1962/03/30-31	W. Kzreminski	4.8	Luz integrada	26	(1)
1962/05/01-02	W. Kzreminski	3.5	Luz integrada	26	(1)
1962/05/04-05	W. Kzreminski	3.2	Luz integrada	26	(1)
1962/05/06-07	W. Kzreminski	3.7	Luz integrada	26	(1)
1962/05/08-09	W. Kzreminski	1.9	Luz integrada	26	(1)
1962/05/28-29	W. Kzreminski	1.3	Luz integrada	26	(1)
1962/05/29-30	W. Kzreminski	0.2	V	26	(2)
1962/05/31-01	W. Kzreminski	2.1	V	26	(2)
1962/06/05-06	W. Kzreminski	1.6	V	26	(2)
1962/06/06-07	W. Kzreminski	1.6	V	26	(2)
1963/02/22-23	W. Kzreminski	4.3	V	26	(3)
1963/02/23-24	W. Kzreminski	5.6	V	26	(3)
1963/02/26-27	W. Kzreminski	2.4	V	26	(3)
1972/02/20-21	N. Vogt	0.7	B	13	(4)
1972/02/21-22	N. Vogt	0.9	B	13	(4)
1972/02/22-23	N. Vogt	1.0	B	13	(4)
1972/02/23-24	N. Vogt	1.1	B	13	(4)

CONTINUACION DE LA TABLA 3.1

1972/02/24-25	: N. Vogt	: 1.8	: B	: 13	: (4)
1972/02/25-26	: N. Vogt	: 0.7	: B	: 13	: (4)
1972/03/15-16	: N. Vogt	: 3.5	: B	: 13	: (4)
1972/03/16-17	: N. Vogt	: 6.5	: B	: 13	: (4)
1972/03/17-18	: N. Vogt	: 4.0	: B	: 13	: (4)
1972/03/20-21	: B. Gronbech	: 2.2	: u, v, b, y	: 24	: (5)
1972/03/20-21	: N. Vogt	: 4.0	: B	: 13	: (4)
1972/03/22-23	: N. Vogt	: 3.6	: B	: 13	: (4)
1972/05/03-04	: N. Vogt	: 2.2	: B	: 13	: (4)
1972/05/03-04	: C. Sterken	: 2.2	: u, v, b, y	: 24	: (5)
1972/05/04-05	: N. Vogt	: 1.8	: B	: 13	: (4)
1972/05/04-05	: C. Sterken	: 1.2	: u, v, b, y	: 24	: (5)
1972/05/06-07	: N. Vogt	: 2.6	: B	: 13	: (4)
1972/05/06-07	: C. Sterken	: 2.0	: u, v, b, y	: 24	: (5)
1972/05/09-10	: C. Sterken	: 0.7	: u, v, b, y	: 24	: (5)
1972/05/09-10	: Sherwood	: 1.3	: B	: 13	: (4)
1972/05/10-11	: Sherwood	: 0.5	: B	: 13	: (4)
1972/05/11-12	: Sherwood	: 1.6	: B	: 13	: (4)
1972/05/11-12	: C. Sterken	: 1.7	: u, v, b, y	: 24	: (5)
1972/05/12-13	: C. Sterken	: 0.5	: u, v, b, y	: 24	: (5)

CONTINUACION DE LA TABLA 3.1

1974/03/18-19	: N. Vogt	: 4.7	: B	: 05	: (6)
1974/03/19-20	: N. Vogt	: 6.8	: B	: 05	: (6)
1974/03/20-21	: N. Vogt	: 6.5	: B	: 05	: (6)
1974/03/21-22	: N. Vogt	: 6.4	: B	: 05	: (6)
1974/03/22-23	: N. Vogt	: 5.3	: B	: 05	: (6)
1975/12/29-30	: N. Vogt	: 1.6	: B	: 05	: (6)
1976/04/01-02	: N. Vogt	: 2.4	: U, B, V	: 05	: (6)
1976/04/03-04	: N. Vogt	: 2.1	: U, B, V	: 05	: (6)
1976/04/04-05	: N. Vogt	: 2.2	: U, B, V	: 05	: (6)

N_0 indica el número de horas de observación de cada noche

T_i indica el tiempo de integración utilizado.

Ref. indica el telescopio utilizado y el observatorio astronómico al cual pertenece.

Ref.

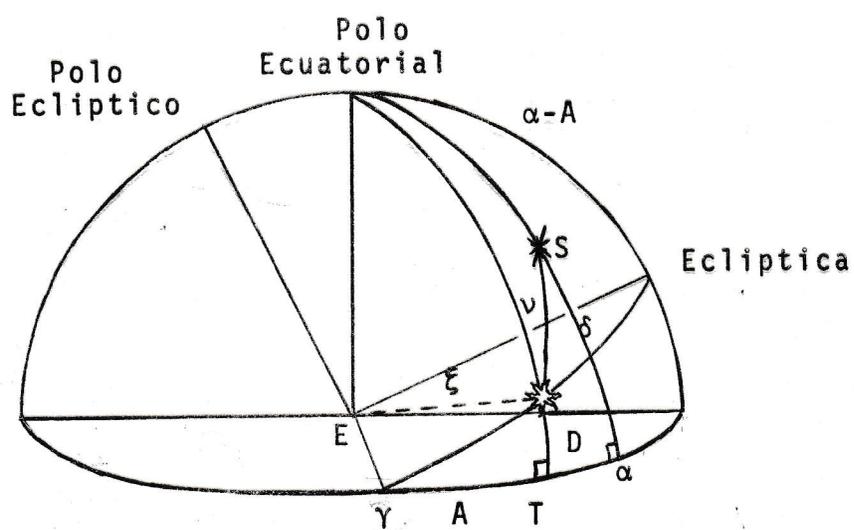
- (1) : 21' Lowell Observatory
- (2) : 42' Lowell Observatory
- (3) : 30' Mount Stromlo Observatory
- (4) : 24' La Silla (E.S.O.)
- (5) : 20' La Silla (E.S.O.)
- (6) : 40' La Silla (E.S.O.)

Los días están referidos a días Julianos (JD), que están contados desde el 1° de Enero del año 4713 A.C.; el uso del sistema de días Julianos evita la complejidad de nuestro sistema de calendario. Los días Julianos correspondientes a un día dado se pueden encontrar en publicaciones como "American Ephemeris and Nautical Almanac".

Nuestros tiempos de observación son tiempos geocéntricos, puesto que las observaciones fueron hechas desde un lugar sobre la superficie terrestre. Los tiempos geocéntricos deben ser transformados a tiempos heliocéntricos (JD_{\odot}), es decir, el tiempo correspondiente si hubiésemos hecho las observaciones en el Sol. Esta transformación es necesaria, puesto que sólo así podremos comparar observaciones hechas en diferentes épocas del año; ya que la luz desde una estrella puede llegar a la Tierra entre 500 segundos más tarde o más temprano, de lo que demoraría en llegar al Sol dependiendo además de la época del año, de la longitud celeste del Sol (\odot), del tamaño del medio vector de la Tierra (R_{\oplus}), de la oblicuidad de la eclíptica (ξ) y de la posición de la estrella (α , ascensión recta; δ , declinación). (Landolt & Blondeau, 1972).

Para obtener dicha transformación consideraremos la Figura 3.1; el tiempo necesario de la luz para recorrer una

Figura 3.1



Sistema Ecuatorial para obtener la transformación Heliocéntrica.

Unidad Astronómica (distancia media entre el Sol y la Tierra) es $0^d.0057755$, luego la corrección heliocéntrica de los tiempos de observación estará dada por

$$\Delta t = - 0^d.0057755 R \cos u \quad (3.1)$$

con

$$\cos u = \cos \delta \cos \alpha \cos \Theta + (\sin \xi \sin \delta + \cos \xi \cos \delta \sin \alpha) \sin \Theta \quad (3.2)$$

Tenemos, por lo tanto, que cada noche de observación contiene un conjunto de N datos $\{I_V(i), JD(i)\}_{i=1}^N$ correspondientes a las intensidades y a los tiempos heliocéntricos de observación de la estrella variable Ex Hya.

Además un conjunto de n datos $\{I_C(k)\}_{k=1}^n$ correspondientes a las intensidades de cada estrella de comparación y por último, un conjunto de n' datos $\{I_S(j)\}_{j=1}^{n'}$ correspondientes a las intensidades del cielo.

Veamos ahora las correcciones y transformaciones correspondientes a las intensidades, para obtener el segundo parámetro importante en la construcción de la curva de luz: las magnitudes de EX Hya.

La primera corrección corresponde a la corrección por extinción, puesto que si llamamos I_0 el flujo que se recibe de una estrella con un telescopio colocado idealmente

fuera de la atmósfera terrestre, tenemos que si la observación se hubiera hecho sobre la superficie terrestre a una distancia zenital z , el flujo medido I será menor que I_0 .

Si consideramos, en primera aproximación, la atmósfera estratificada en capas plano-paralelas (lo que es válido para $z < 60^\circ$), tenemos que al atravesar un rayo una de esas capas de espesor dh y densidad $\rho(h)$, en que h es la altura a que está ubicada la capa, la pérdida de flujo estará dada por

$$dI = I k \rho(h) dh \sec z \quad (3.3)$$

donde k es el coeficiente de extinción atmosférica. (Ver Figura 3.2).

Si llamamos μ_0 la masa de una columna de aire de sección normal unidad en dirección del zenit del observador (masa de aire unidad), tenemos que a partir de la ecuación 3.3.

$$I = I_0 e^{-k\mu_0 \sec z} \quad (3.4)$$

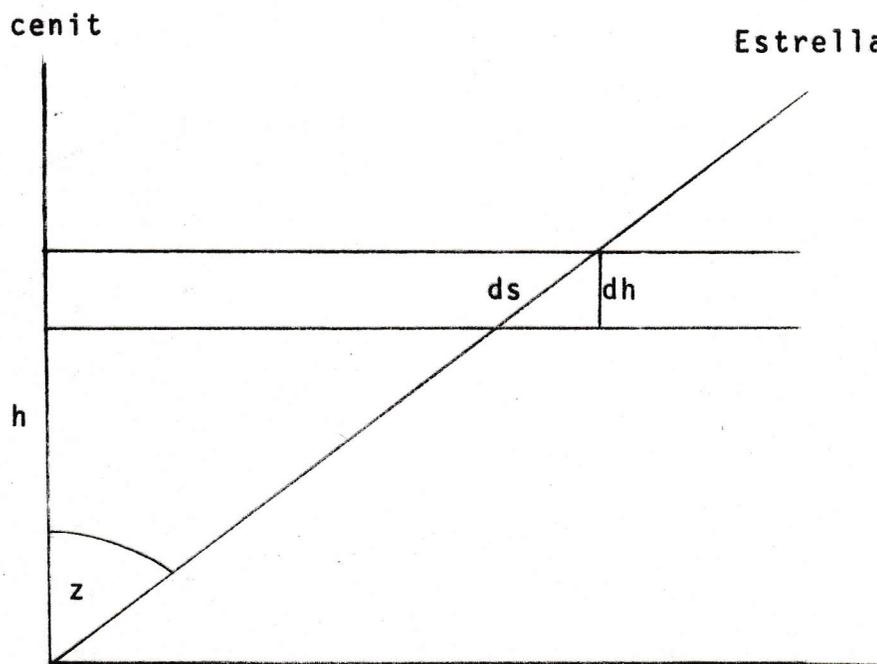
utilizando

$$M - M_0 = -2.5 \log(I/I_0) \quad (3.5)$$

tenemos que la ecuación 3.4 expresada en términos de magnitudes se reduce a

$$M = M_0 + K \sec z \quad (3.6)$$

Figura 3.2



Capa de espesor dh ubicada a una altura h considerando la aproximación de una atmósfera formada por capas plano-paralelas.

con

$$K = \log(e) \mu_0 k / 2.5$$

La aproximación de considerar la atmósfera por capas plano-paralelas introduce un error que alcanza 0.005 masas de aire para $z = 60^\circ$. (Hardie 1962). Para eliminar este error y trabajar con distancias zenitales mayores que 60° , es necesario hacer a $\sec z$, correcciones por curvatura para determinar la masa de aire verdadera Z . Esta corrección está dada por

$$\begin{aligned} Z = \sec z - 0.0018167 (\sec z - 1) - & \quad (3.7) \\ & 0.0028750 (\sec z - 1)^2 - \\ & 0.0008083 (\sec z - 1)^3 \end{aligned}$$

Si llamamos ϕ a la latitud del lugar, H al ángulo horario dado por la diferencia entre el Tiempo Sideral en que fué hecha la observación y la ascensión recta de la estrella, tenemos que $\sec z$, está dada por

$$\sec z = \sec\phi \sec\delta + \cos\phi \cos\delta \cos H \quad (3.8)$$

Tenemos, por lo tanto, que la ecuación 3.6 queda reducida a

$$M = M_0 + K Z(z) \quad (3.9)$$

de manera que si por ejemplo, tenemos las magnitudes

$M_C(z_1)$ y $M_C(z_2)$ de una de las estrellas de comparación medidas a distancias zenitales z_1 y z_2 tenemos que

$$M_C(z_1) = M_{OC} + K Z(z_1) \quad (3.10)$$

$$M_C(z_2) = M_{OC} + K Z(z_2)$$

de donde

$$K = \frac{M_C(z_1) - M_C(z_2)}{Z(z_1) - Z(z_2)} \quad (3.11)$$

$$M_{OC} = \frac{M_C(z_2)Z(z_1) - M_C(z_1)Z(z_2)}{Z(z_1) - Z(z_2)} \quad (3.12)$$

donde M_{OC} corresponde a la magnitud que tendría la estrella de comparación fuera de la atmósfera.

Como en general, se tiene una medida más de dicha estrella de comparación a otra distancia zenital, se puede recalcular el coeficiente K . Análogamente, con dos o más estrellas de comparación se procede en forma iterativa para determinar el coeficiente K de extinción.

Por último, antes de reducir las intensidades $I_V(i)$ a magnitudes $M(i)$, tenemos primero que la intensidad del cielo I_S (que corresponde al promedio de las n' mediciones $I_S(j)$) debe ser restada de todas las medidas $I_V(i)$, por lo tanto si llamamos

$$I(i) = I_V(i) - I_S \quad (3.13)$$

tenemos que las respectivas magnitudes estarán dadas por

$$M(i) = - 2.5 \log(I(i) - Z(i) K) - M_c \quad (3.14)$$

donde M_c es la magnitud de la estrella de comparación; esta magnitud generalmente se conoce, pero se puede calcular utilizando las medidas de intensidad que se hicieron durante la noche de observación mediante

$$M_c = - 2.5 \log(I_c) - Z_c K \quad (3.15)$$

donde Z_c se calcula en forma similar a la indicada para $Z(i)$.

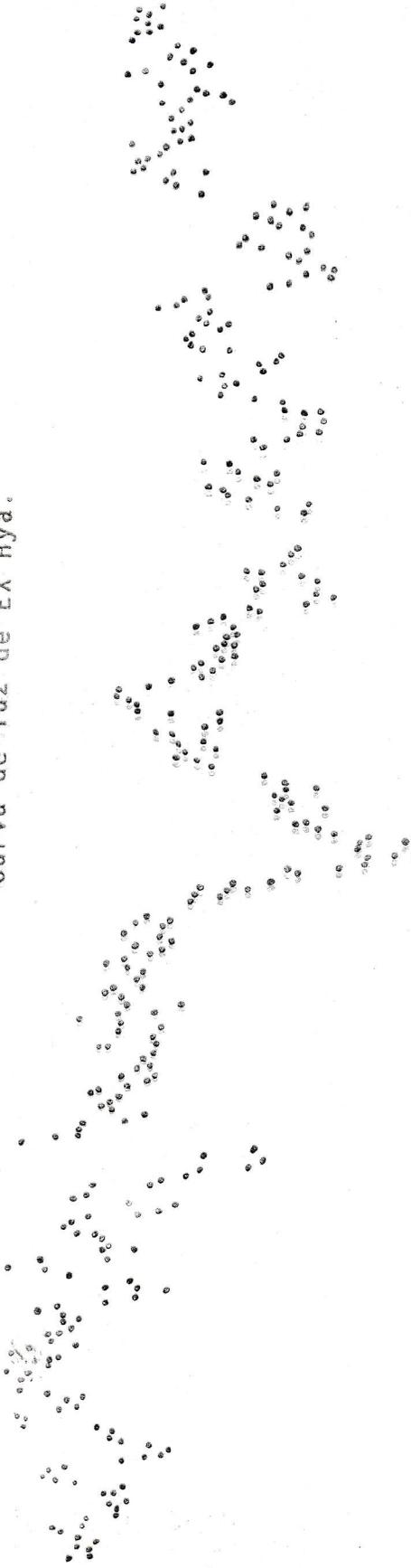
Una vez obtenido el conjunto de magnitudes y días Julianos Heliocéntricos de Ex Hya, se procede a construir las curvas de luz para cada noche de observación.

La Figura 3.3 muestra la curva de luz correspondiente a la noche entre el 18 y 19 de Marzo de 1974; para todas las curvas de luz se utilizó una escala de tiempo de 15 pulgadas por hora y una escala de magnitudes de 1 pulgada por 0.20 magnitudes.

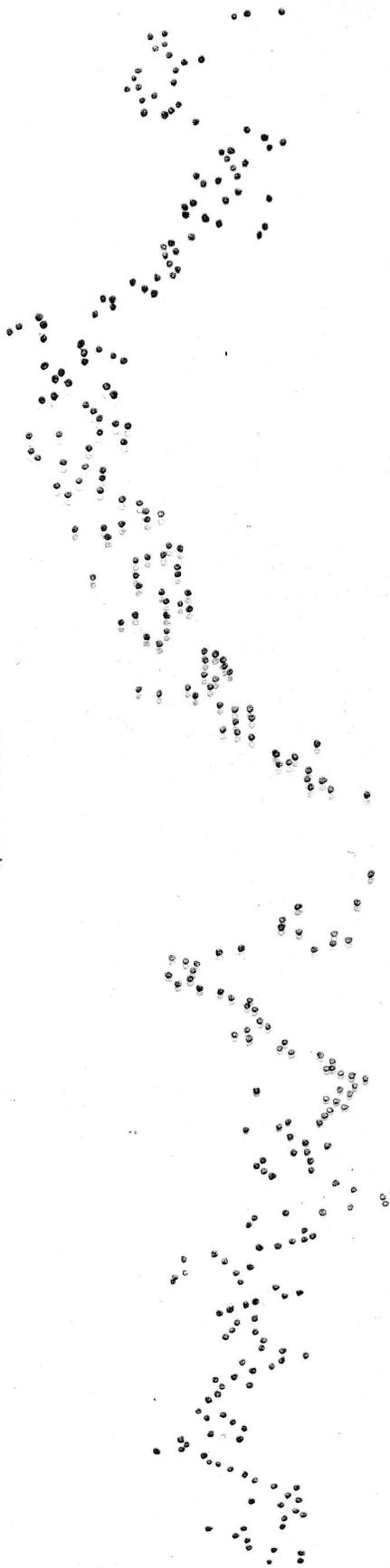
Para hacer las reducciones y dibujar las curvas de luz correspondientes a las observaciones de EX Hya se utilizó el computador de la serie HP 2100 de propiedad de E.S.O. (European Southern Observatory).

Figura 3.3

Curva de luz de EX Hya.



Eclipse 64877



Eclipse 64878

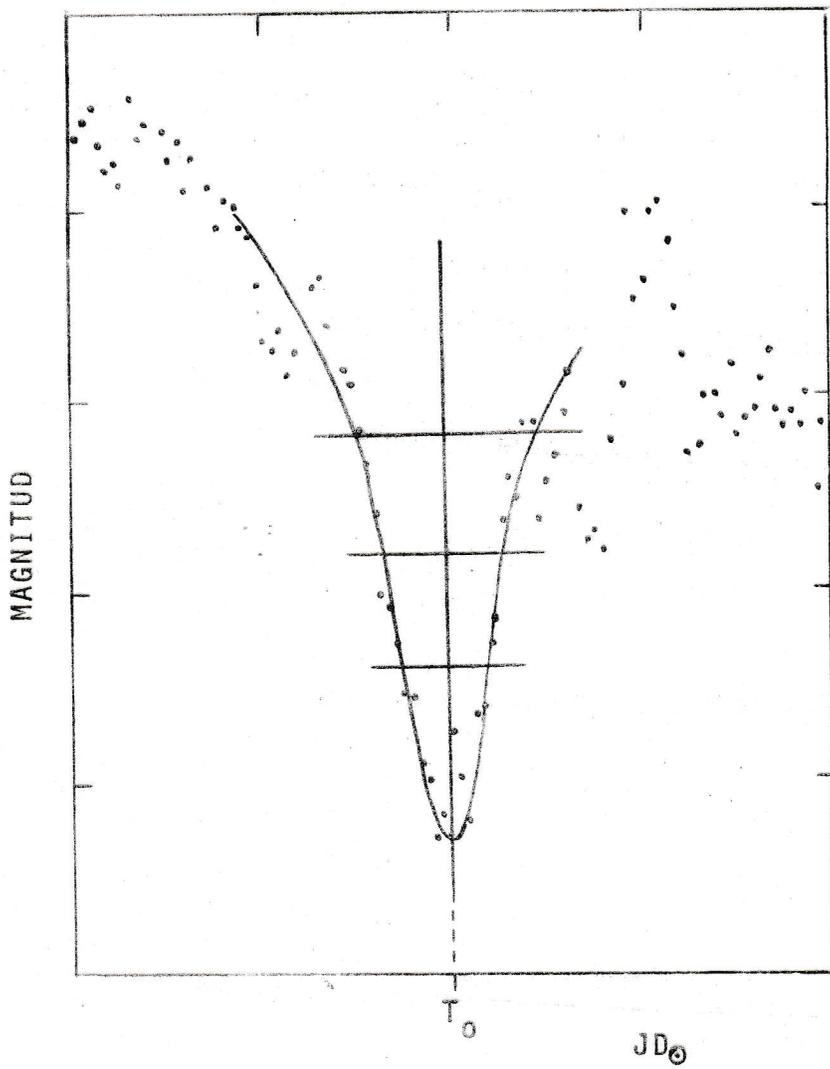
4. RESULTADOS DE LAS CURVAS DE LUZ.

4.1 Tiempos de Eclipse.

Uno de los resultados importantes que se pueden obtener de las curvas de luz de EX Hydrae son los tiempos de eclipse y la desviación que pudieran tener estos con respecto a valores determinados de los elementos de eclipse, tales como los de la ecuación 1.1.

Si llamamos ciclo E del eclipse i'ésimo ($E(i)$), al intervalo de la curva de luz que separa el eclipse i'ésimo y el siguiente eclipse, tenemos que para cada ciclo $E(i)$ se determinó el tiempo observado en días Julianos Heliocéntricos correspondientes a dicho eclipse; para lo cual primero se construyó la curva sugerida por la distribución de puntos que definen el eclipse, luego se trazó una recta equidistante a dicha curva y se llamó T_0 al tiempo correspondiente al punto de intersección de ambas curvas. La Figura 4.1 indica esquemáticamente la obtención de T_0 .

Con los elementos para los eclipses de Ex Hya de la ecuación 1.1 se obtiene T_C para los ciclos $E(i)$ observados; con lo que se obtiene la desviación O-C definida como



Determinación del tiempo observado del eclipse de ciclo E dado.

$$O-C = T_0 - T_c \quad (4.1)$$

La Tabla 4.1 resume el tiempo del eclipse observado (T_0), el ciclo E y su correspondiente desviación $O-C$ para todos los eclipses observados y además contiene toda la literatura publicada al respecto, completando un número total de 116 eclipses de EX Hya.

Si el período del sistema binario EX Hya determinado por Mumford (1967) es correcto, los valores observados de los tiempos de eclipses no deben diferir sistemáticamente de los valores calculados; sin embargo, esto sucede con los datos de EX Hya, puesto que se observa en la Tabla 4.1 una desviación sistemática negativa aproximadamente desde el año 1971.

Pringle (1975) sugiere un método para distinguir si el período es constante o si está variando con respecto al tiempo; para lo cual es preciso determinar los elementos de la recta.

$$O-C = \alpha_1 + \beta_1 E \quad (4.2)$$

$$\alpha_1 = 1.0589 \cdot 10^{-4}$$

$$\beta_1 = -1.0312 \times 10^{-8}$$

que corresponde a asumir el período constante.

Y los elementos de la parábola

TABLA 4.1

	$T_0(\text{JD})$	E	$(O-C) \times 10^4$	Ref.
2437	736.9239	542	- 3	1
	737.9474	557	- 3	1
	755.7570	818	+ 3	1
	755.8248	819	- 1	1
	755.8934	820	+ 3	1
	786.7447	1272	- 2	1
	786.8032	1273	+ 1	1
	789.7374	1316	+ 3	1
	789.8052	1317	- 2	1
	791.7156	1345	- 3	1
	791.7841	1346	- 1	1
	793.7631	1375	+ 2	1
	793.8313	1376	- 1	1
	814.7104	1682	- 3	1
	816.6897	1711	+ 2	1
	822.6946	1799	+ 5	1
2438	083.1426	5616	- 1	2
	083.2112	5617	+ 3	2
	084.0979	5630	- 1	2
	084.1658	5631	- 4	2
	084.2347	5632	+ 3	2
	087.0318	5673	- 2	2
	087.0999	5674	- 3	2
	174.7120	6958	- 5	3
	410.0510	10407	0	3
	493.7741	11634	+ 1	3

CONTINUACION TABLA 4.1

2438	493.8425	11635	+	3	3
	496.8445	11679		0	3
	497.7317	11692	+	2	3
	497.7999	11693	-	1	3
	791.9558	16004	-	1	3
	795.9135	16062	+	1	3
	878.6810	17275	-	1	3
	878.7492	17276	-	1	3
	879.7045	17290		0	3
	879.7727	17291	-	1	3
	229.7444	22420	+	2	3
	229.8124	22421	-	1	3
2439	530.9283	26834	-	1	4
	625.7053	28223	+	1	4
2440	003.6526	33762	+	1	4
	004.6758	33777	-	2	4
	006.6554	33806	+	6	4
	009.6570	33850	-	1	4
	264.8520	37590	+	3	5
	267.8539	37634	-	1	5
	271.7430	37691	-	3	5
	272.8350	37707		0	5
	415.5122	39798	+	2	5
	416.4673	39813		0	5
	597.9687	42472	-	6	6
	598.0368	43473	-	7	6
2441	362.8697	53682	-	1 0	7
	362.9381	53683	-	9	7
	368.8746	53770	-	7	8

CONTINUACION TABLA 4.1

2441	369.8297	53784	-	8	8
	370.8538	53799	-	3	8
	371.8769	53814	-	7	8
	372.8324	53828	-	5	8
	392.8252	54121	-	2	8
	392.8930	54122	-	6	8
	393.6440	54133	-	2	8
	393.7118	54134	-	6	8
	393.7813	54135	+	6	8
	393.8479	54136	-	1 0	8
	394.7348	54149	-	1 2	8
	394.8038	54150	-	4	8
	394.8718	54151	-	6	8
	397.7382	54193	-	1	8
	397.8063	54194	-	2	8
	397.8745	54195	-	2	8
	399.7845	54223	-	7	8
	399.8527	54224	-	7	8
	441.5439	54835	-	3	8
	442.5686	54850	+	8	8
	444.5463	54879	-	5	8
	447.5486	54923	-	4	9
	448.5722	54938	-	3	9
	449.5266	54952	-	1 1	9
	844.2601	60737	-	4	10
2442	125.5884	64860	-	3	11
	125.5884	64861	-	6	11
	125.6563	64862	-	3	11
	126.6119	64875	-	3	11

CONTINUACION TABLA 4.1

2442	126.6804	64876	-	3	11
	126.7484	64877	-	2	11
	126.8162	64878	-	7	11
	126.8845	64879	-	6	11
	127.6351	64890	-	6	11
	127.7034	64891	-	5	11
	127.7717	64892	-	4	11
	127.8400	64893	-	4	11
	128.6588	64905	-	4	11
	128.7263	64906	-	11	11
	128.7951	64907	-	5	11
	128.8628	64908	-	11	11
	129.6130	64919	-	14	11
	129.6822	64920	-	5	11
	129.7507	64921	-	2	11
	129.8190	64922	-	1	11
	511.7919	70520	-	3	14
	513.7703	70549	-	7	14
	513.8387	70550	-	5	14
	515.7488	70578	-	10	14
	515.8174	70579	-	6	14
	516.7720	70593	-	13	14
	516.8415	70594		0	14
	776.8119	74404	-	5	12
	804.9920	74817	-	11	14
	805.9474	74831	-	9	14
	806.9710	74846	-	8	14
	807.9262	74860	-	9	14
	807.9946	74861	-	8	14

CONTINUACION TABLA 4.1

2442	870.8377	75781	-	11	13
	872.8165	75811	-	10	13
	873.5674	75822	-	7	13

REFERENCIAS

1. 1962 W. Krzeminski
2. 1963 W. Krzeminski
3. 1967 G. Mumford
4. 1969 G. Mumford
5. 1971 G. Mumford
6. 1970 G. Mumford
7. 1972 B. Warner
8. 1972 N. Vogt
9. 1972 C. Sterken
10. 1973 B. Warner
11. 1974 N. Vogt
12. 1975 N. Vogt
13. 1976 N. Vogt
14. 1976 G. Mumford

$$O-C = \alpha_1 + \beta_2 E + \gamma_2 E^2 \quad (4.3)$$

$$\alpha_2 = - 6.7495 \cdot 10^{-6}$$

$$\beta_2 = 3.0371 \cdot 10^{-9}$$

$$\gamma_2 = - 1.843 \cdot 10^{-13}$$

que corresponde a asumir que el período está variando.

Además se calcularon las varianzas σ_1^2 , σ_2^2 correspondientes a las ecuaciones 4.2 y 4.3 respectivamente, definidas por

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(O-C)_i - \alpha_1 - \beta_1 E]^2 \quad (4.4)$$

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(O-C)_i - \alpha_2 - \beta_2 E - \gamma_2 E^2]^2$$

las que dieron por resultado

$$\sigma_1^2 = 11.6985 \quad (4.5)$$

$$\sigma_2^2 = 10.9467$$

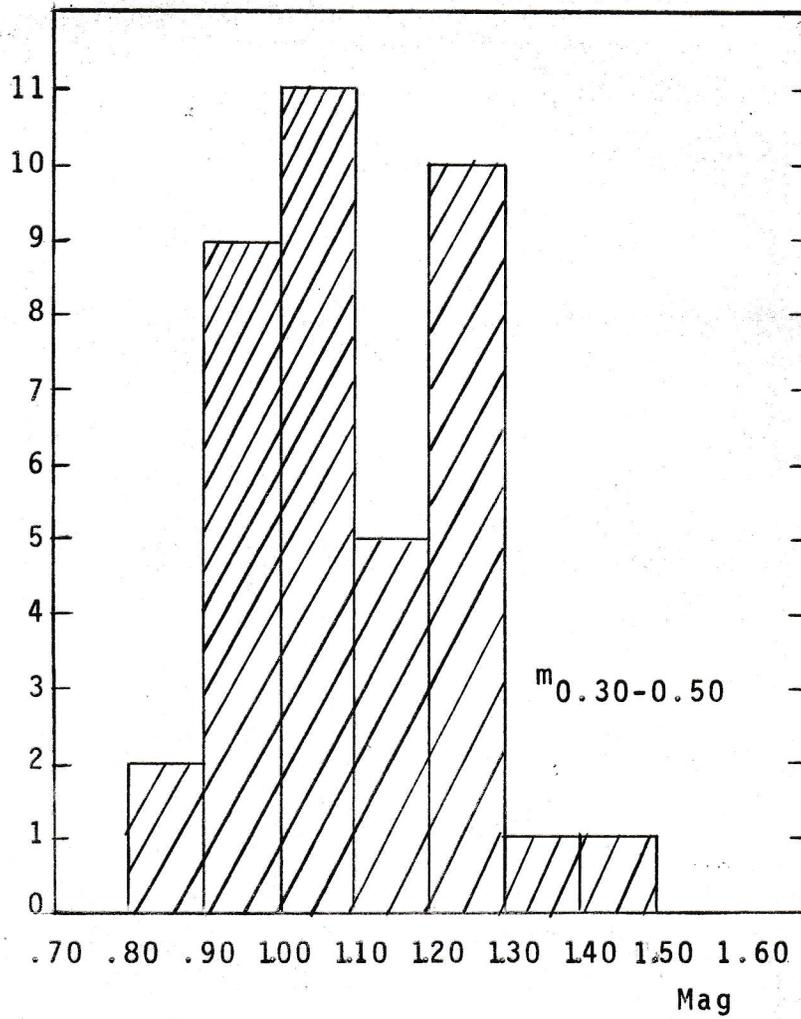
Los resultados obtenidos de las ecuaciones 4.2, 4.3, 4.4 y 4.5 serán analizados en el Capítulo 5 Sección 1.

4.2 Análisis de Humps y Antihumps.

Vimos en el Capítulo 1, sección 2, que una de las

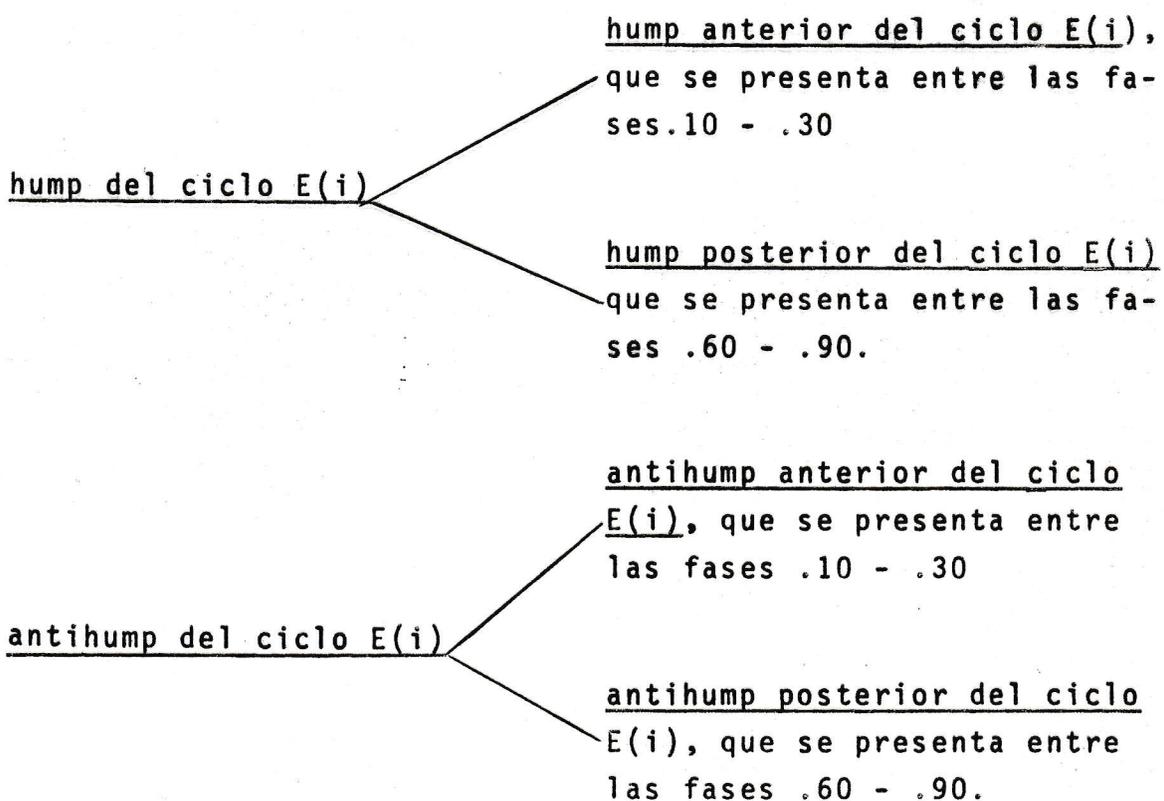
características de las estrellas variables tipo U Gem, en el mínimo de su luz era el fenómeno llamado hump, para analizar su comportamiento en las curvas de luz observadas de Ex Hya, se determinó en cada ciclo $E(i)$, la magnitud promedio correspondiente a todas las fases incluídas entre la fase 0.05 y 0.95 separadas a intervalos iguales de 0.05 fases; donde se observó que la magnitud correspondiente a las fases comprendidas entre la fase 0.30 y 0.50 ($m_{0.30-0.50}$) era aproximadamente constante para cada ciclo $E(i)$, sin embargo, esta magnitud oscilaba sistemáticamente de un ciclo a otro con respecto a un valor promedio de 1.04 magnitudes. O sea si $m_{0.30-0.50}(i)$ es mayor que 1.04 mag. tenemos que $m_{0.30-0.50}(i+1)$ será menor que 1.04 mag. Estos dos grupos se observan en el histograma de la Figura 4.2.

Además en algunos ciclos las magnitudes entre las fases 0.10 - 0.30 y 0.60 - 0.90 son sistemáticamente mayores que la magnitud $m_{0.30-0.50}$ correspondiente a dichos ciclos. Y en otros ciclos la magnitud entre dichos intervalos de fase son sistemáticamente menores que la magnitud $m_{0.30-0.50}$ correspondientes a estos ciclos. Luego si llamamos hump del ciclo $E(i)$ cuando las magnitudes correspondientes a un intervalo de fase dado son menores que $m_{0.30-0.50}$ de dicho ciclo, o sea cuando la estrella es más brillante en ese intervalo



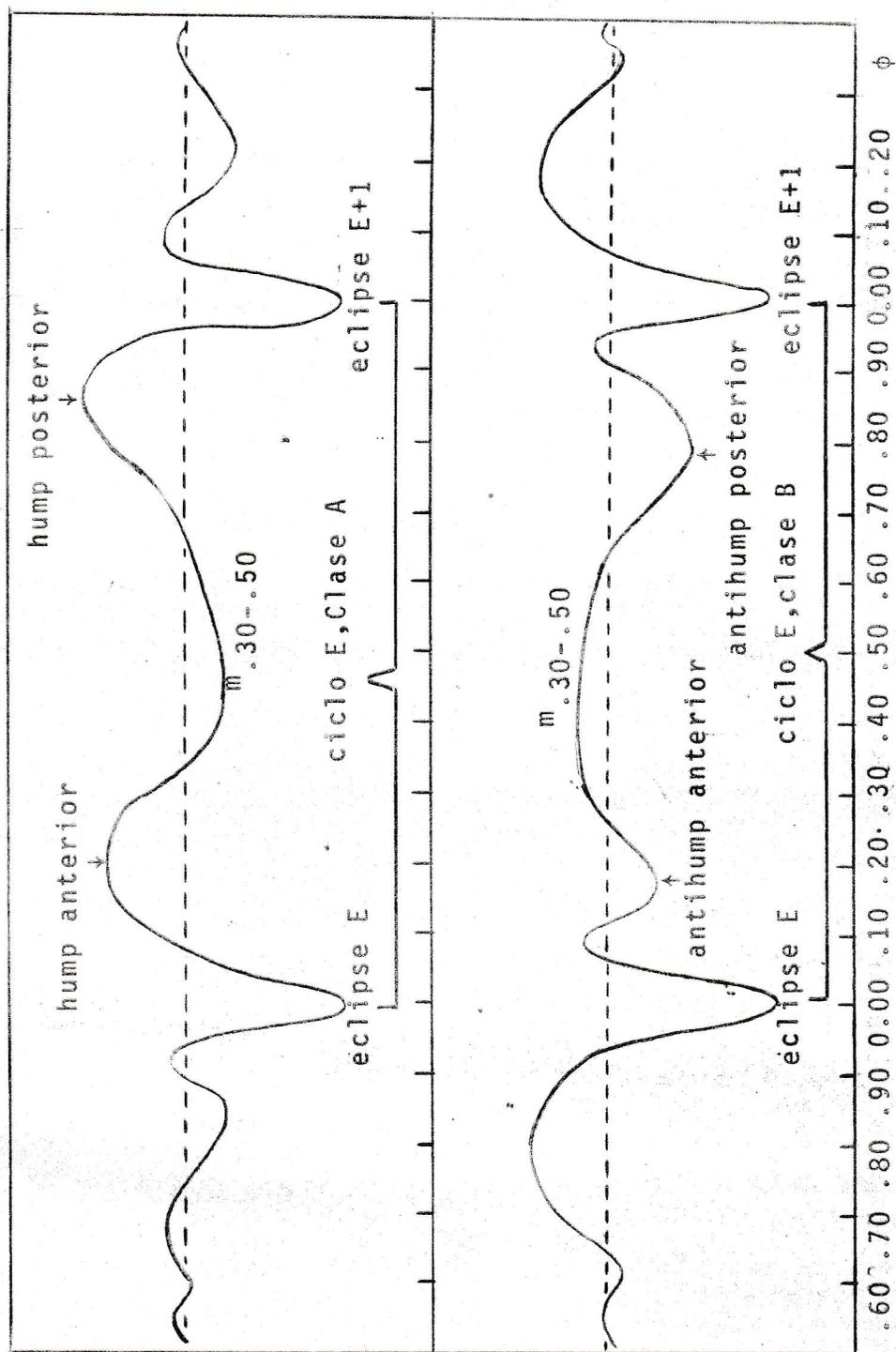
Histograma de las magnitudes promedio correspondientes a las fases 0.30-0.50 ($m_{0.30-0.50}$), construido con las observaciones de los años 1972 y 1974.

de fase que entre las fases 0.30-0.50; y llamamos antihump del ciclo E(i) cuando las magnitudes correspondientes a un intervalo de fase dado son mayores que $m_{0.30-0.50}$, o sea cuando la estrella es menos brillante entre las fases dadas que durante las fases 0.30-0.50, tenemos que existen dos tipos de humps y dos tipos de antihumps dependiendo de las fases durante las cuales se observen estos fenómenos:



La figura 4.3 muestra un esquema de estos cuatro fenómenos.

Figura 4.3



Esquema que indica los fenómenos llamados hump y antihump anterior y posterior. La línea punteada corresponde a la magnitud promedio $m_{0.30-0.50} = 1.04$ mag.

La oscilación de la magnitud $m_{.30-.50}$ indicada anteriormente es de tal modo que magnifica estos fenómenos en aproximadamente .2 magnitudes, por lo que se eligió el nivel cero de cada ciclo a la magnitud $m_{.30-.50}$, y todas las magnitudes obtenidas se normalizaron con respecto a éste nivel cero.

Se observó que en promedio, entre las fases .10-.20 se presentaba el máximo del hump anterior y el mínimo del antihump anterior; y que entre las fases .80 - .90 se presentaba el máximo del hump posterior y el mínimo del antihump posterior. Por lo que se calculó para cada ciclo $E(i)$ la magnitud (relativa al punto cero de dicho ciclo) correspondiente a cada uno de los mencionados intervalos de fase, llamándolos $m_{.10-.20}$ y $m_{.80-.90}$ respectivamente. (Tabla 4.2)

TABLA 4.2

	Ciclo	m.10-.20	m.80-.90	p(*)	m.30-.50	Tipo de Ciclo
<u>1972:</u>	54120	0.12	0.18	0.67	0.95	A
	54121	-0.25	-0.37	0.68	1.20	B
	54133	0.27	0.08	3.38	0.95	A
	54134	-0.33	-0.20	1.65	1.05	B
	54135	0.13	0.22	0.59	0.95	A
	54150	0.12	0.08	1.50	1.05	A
	54193	0.20	0.17	1.18	1.00	A
	54194	-0.05	-0.22	0.23	1.10	B
	54223	0.17	0.15	1.13	1.00	A
	54879	-0.37	-0.25	1.48	1.20	B
<u>1974:</u>	64860	0.30	0.15	2.00	1.05	A
	64861	-0.37	-0.38	0.97	1.25	B
	64875	0.20	0.07	2.86	1.05	A
	64876	-0.23	-0.33	0.70	1.25	B
	64877	0.25	0.22	1.14	0.95	A
	64878	-0.25	-0.45	0.56	1.15	B
	64890	0.32	0.22	1.45	0.95	A
	64892	0.15	0.35	0.43	0.85	A
	64905	0.17	0.12	1.42	1.05	A
	64906	-0.22	-0.27	0.81	1.20	B
	64907	0.30	0.20	1.50	0.90	A
	64919	-0.15	-0.37	0.41	1.20	B
	64921	-0.25	-0.40	0.63	1.30	B

(*) $p = m_{.10-.20} / m_{.80-.90}$

	Ciclo	m.10-.20	m.80-.90	P	m.30-.30	Tipo de Ciclo
<u>1962:</u>	818	0.08	0.00	----	2.10	A
	819	-0.15	-0.18	0.83	2.10	B
	1272	-0.05	-0.23	0.22	2.15	B
	1316	0.08	0.03	2.67	2.15	A
	1345	-0.13	-0.29	0.45	2.18	B
	1375	-0.11	-0.08	1.38	2.20	B
	1711	0.06	0.03	2.00	2.45	A
<u>1963:</u>	5615	0.09	0.08	1.13	2.55	A
	5616	-0.02	-0.22	0.09	2.60	B
	5629	-0.06	-0.21	0.29	2.70	B
	5631	-0.01	-0.01	1.00	2.50	B
	5673	0.00	0.07	----	2.60	B

Al graficar $m_{0.10-0.20}(i)$ y $m_{0.80-0.90}(i)$ versus el ciclo correspondiente $E(i)$ (Figura 4.4) se puede inferir cierta periodicidad de tal modo que:

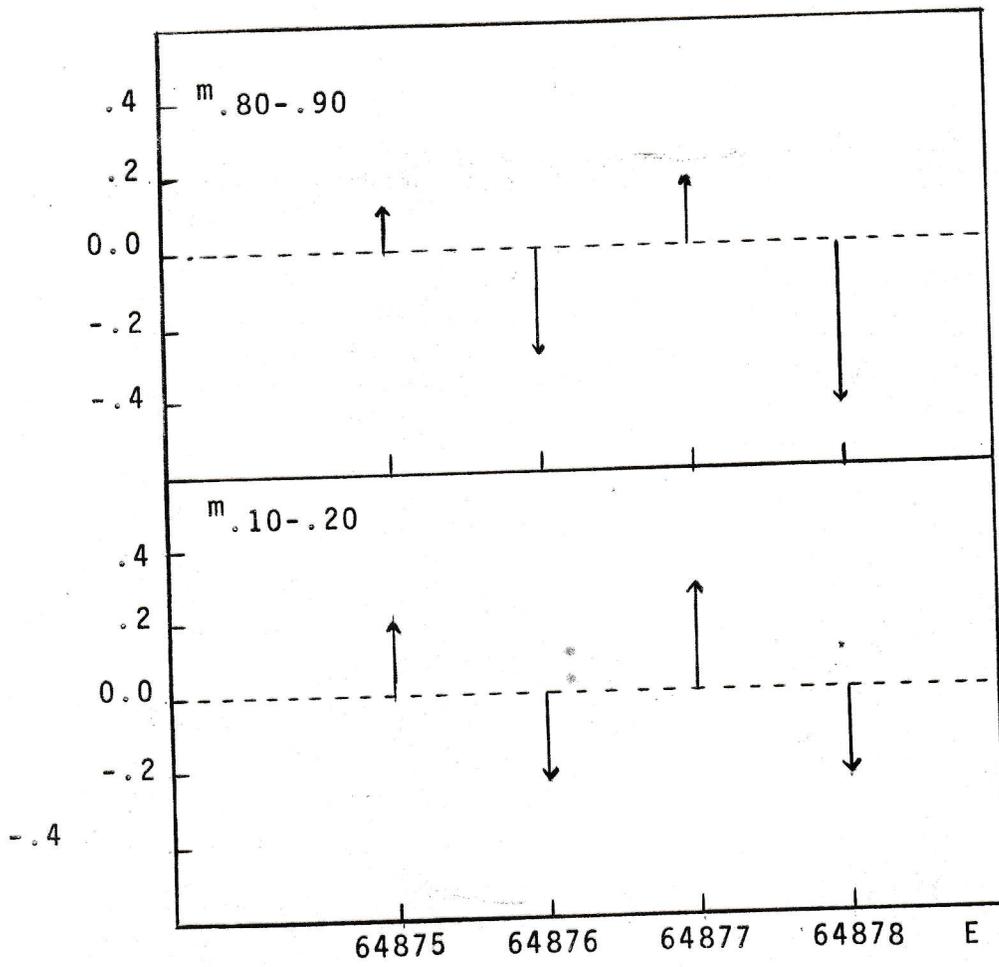
i) Existen dos tipos fundamentales de ciclos, la clase A que presenta hump anterior y posterior; y la clase B que presenta antihump anterior y posterior. (Figura 4.3)

ii) Ambos tipos de ciclos se intercambia correlativamente; o sea, en la curva de luz correspondiente a una noche de observación se observa que si por ejemplo, primero se presenta el ciclo de clase A, el próximo ciclo será de clase B, el siguiente de clase A y así sucesivamente en la totalidad de las curvas de luz obtenidas.

iii) Sin embargo, al comparar las curvas de luz de dos noches sucesivas se observa un desfase entre los dos tipos de ciclos; o sea si en la noche N el ciclo de clase A correspondiera a ciclos pares, la noche N+1 tendrá ciclos E impares de la clase A.

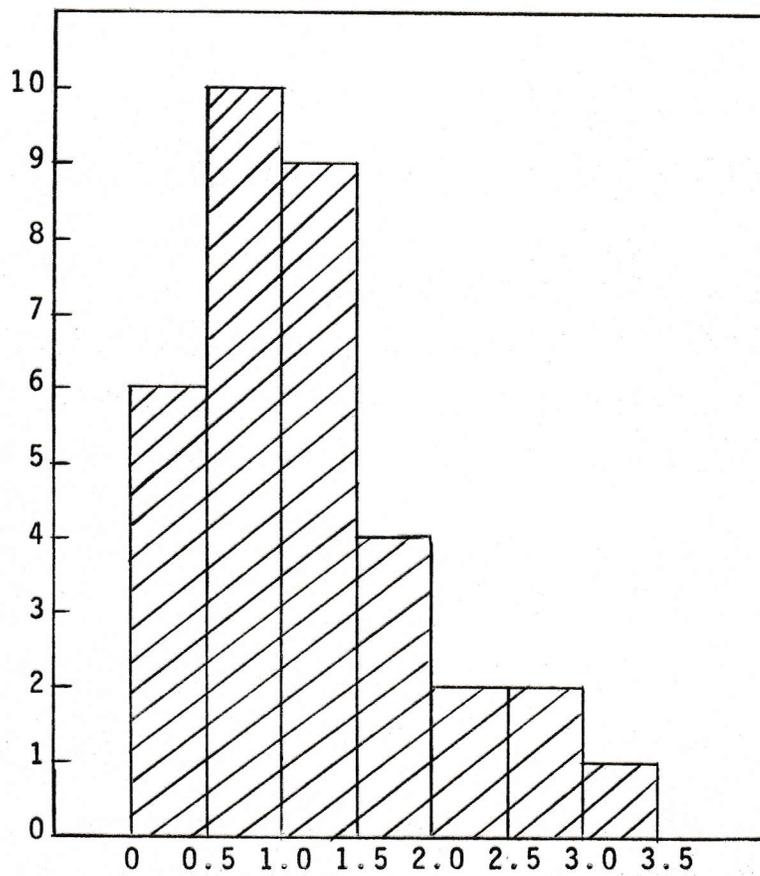
Al observar el histograma (Figura 4.5) de la razón $m_{0.10-0.20}/m_{0.80-0.90}$ vemos que existe una gran tendencia de presentar una dependencia lineal entre ambas con una pendiente cercana a la unidad; por lo que se procedió a determinar por mínimos cuadrados los elementos de las rectas correspondientes a los años 1962/1963, 1972, 1974 dando los siguientes resultados:

Figura 4.4



$m.10-.20$ y $m.80-.90$ versus el ciclo, para el caso particular de los ciclos comprendidos entre 64875 y 64876.

Figura 4.5



Histograma de $\frac{m_{0.10-0.20}}{m_{0.80-0.90}}$ de las obser-
vaciones correspondientes a los años
1962, 1963, 1972, 1974.

$$\underline{1962/1963} \quad m_{0.10-0.20} = (1.5148 \pm 0.0813)m_{0.80-0.90} + (4.6) \\ (0.0681 \pm 0.0226)$$

$$\underline{1972} \quad m_{0.10-0.20} = (0.9382 \pm 0.0259)m_{0.80-0.90} + (4.7) \\ (0.0169 \pm 0.0372)$$

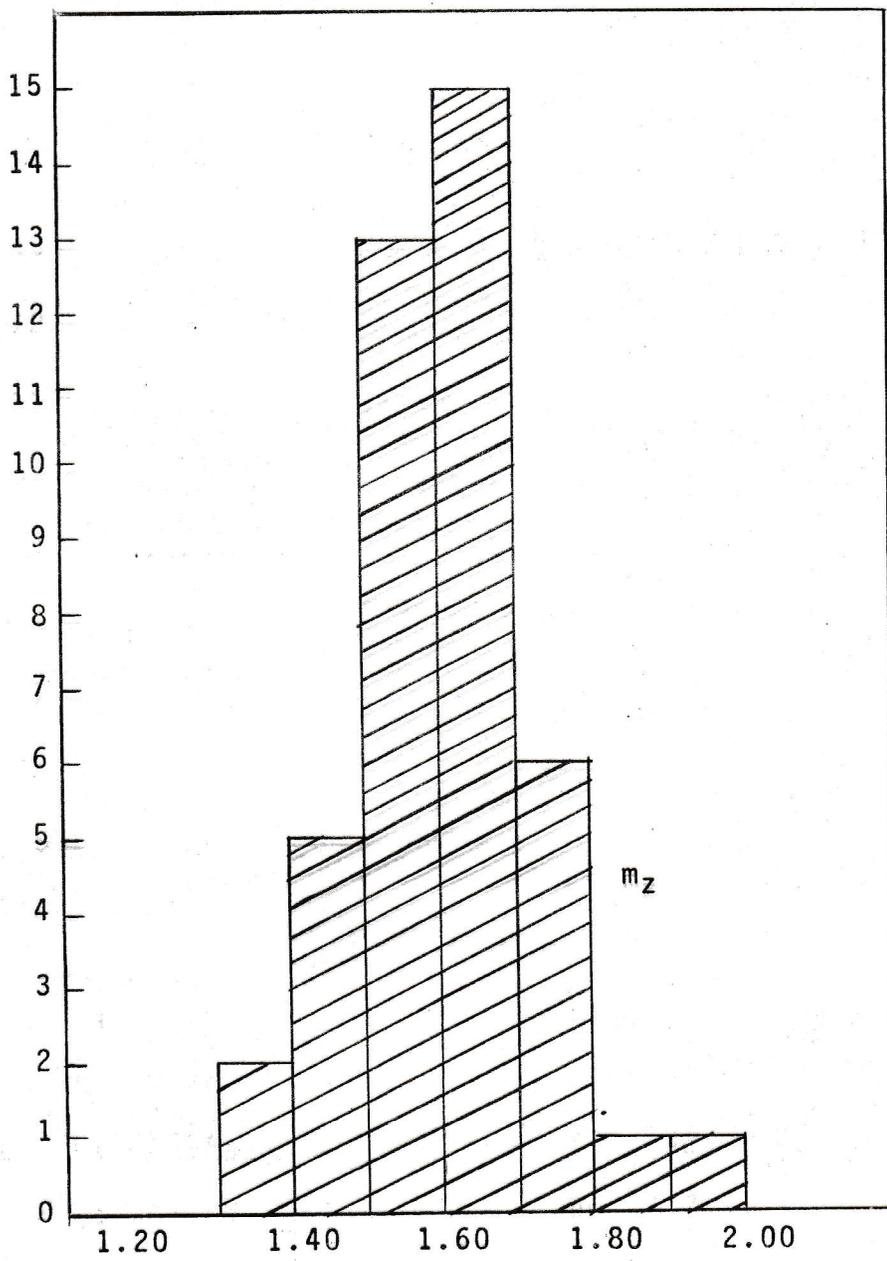
$$\underline{1974} \quad m_{0.10-0.20} = (1.1452 \pm 0.0084)m_{0.80-0.90} + (4.8) \\ (0.0865 \pm 0.0283)$$

Además se determinaron las profundidades $m_z(i)$ de todos los eclipses definidas como la magnitud correspondiente al punto mínimo del eclipse. El histograma de la Figura 4.6 indica que aproximadamente el 65% de los eclipses observados tiene una profundidad entre los valores de 1.50 y 1.70 magnitudes, con una profundidad media de 1.59 magnitudes; y no se observó correlación entre la profundidad de los eclipses y los fenómenos de humps y antihumps.

4.3 Actividad de Flickerings

Otra de las características mencionadas de las variables tipo U Gem, que también se pueden observar en las curvas de luz de EX Hya son los flickerings.

Puesto que el error promedio en magnitudes es del



Histograma de las profundidades de los eclipses obtenidos durante los años 1972 y 1974.

orden de ± 0.03 mag. para tiempos de integración de 10 - 15 seg, sólo consideraremos actividad de flickerings que tengan amplitudes medias mayores que 0.10 mag.

Para analizar las características de estos flickerings, se trazó, al igual que con los eclipses la curva sugerida por la distribución de puntos que definen los mínimos que constituyen la actividad de flickerings, con lo que se puede definir t_i , t_f , m_i , m_f , que corresponden al tiempo y la magnitud de inicio y término del mínimo; por lo que si llamamos

$$\Delta t = t_f - t_i \quad (4.9)$$

$$\Delta m = m_f - m_i$$

tenemos que se construyó para cada mínimo la recta

$$m - m_i = \frac{\Delta t}{\Delta m} (t - t_i) \quad (4.10)$$

Luego si llamamos t_m al tiempo correspondiente al punto mínimo de la curva con una magnitud asociada sobre la curva de m_m , tenemos que la profundidad z , del mínimo queda definida por

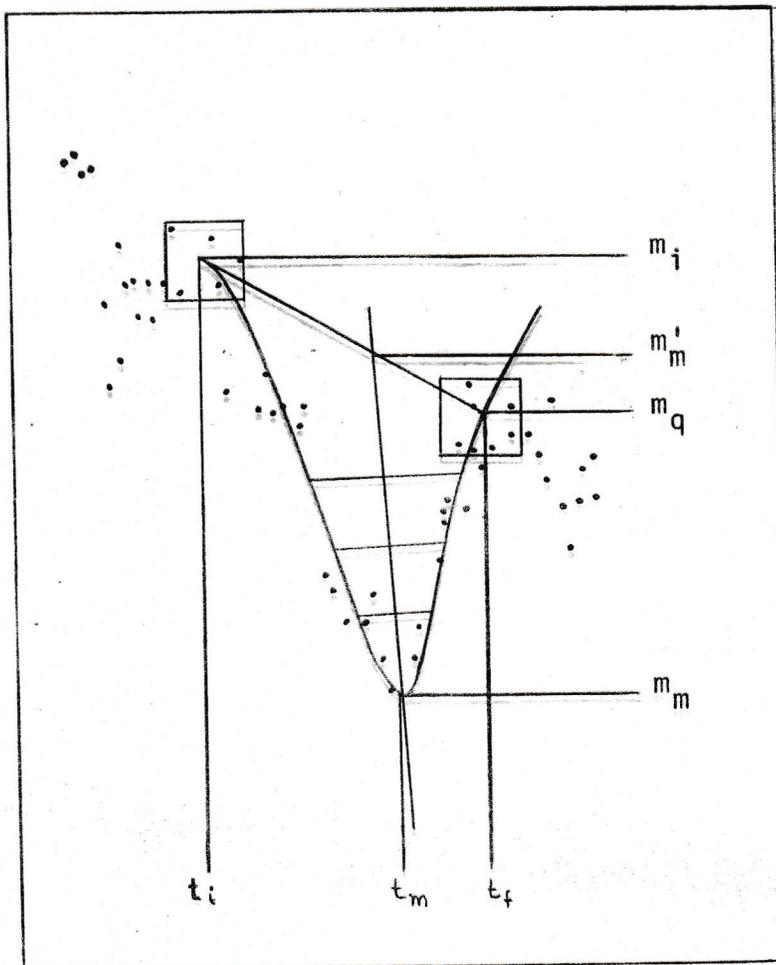
$$z = m_m - m'_m$$

donde m'_m se obtiene calculando la ecuación 4.10 para $t = t_m$.

Sólo se consideraron mínimos con $z \geq 0.10$ mag., y no se consideraron los mínimos que se presentaron entre las fases 0.95 y 0.05, puesto que estos fenómenos podrían estar asociados al eclipse mismo (fase = 0.00). La figura 4.7 indica esquemáticamente Δt y Δm para un mínimo peculiar.

La Tabla 4.3 resume Δt , z y la fase del mínimo para cada ciclo. Con los datos de esta Tabla se construyó el histograma de la Figura 4.8 donde se observa que aproximadamente el 70% de la actividad de flickerings observada presenta duraciones entre 2.20 y 4.00 minutos. También se construyó el histograma de la Figura 4.9 que indica que aproximadamente el 50% de la actividad de flickerings observada presenta amplitudes medias entre 0.20 y 0.25 magnitudes.

Y por último, se construyó el histograma de la Figura 4.10 donde se observa una suave tendencia de aumentar la actividad de estos flickerings en torno a las fases donde se observan los fenómenos de humps y antihumps.



Esquema para obtener Δm y Δt de los mínimos peculiares no asociados a eclipses.

Aquellos mínimos con $2.20 \text{ min.} \leq \Delta t \leq 3.00 \text{ min.}$
 t_i y t_f se promediaron en un intervalo de tiempo de 0.80 min. aquellos con $3.00 \text{ min.} \leq t \leq 7.20 \text{ min.}$,
 t_i y t_f se promediaron en un intervalo de tiempo de 1.60 min.

Además m_i y m_f se promediaron en un intervalo de magnitudes de 0.10 magnitudes.

TABLA 4.3

 $3.00 \text{ min} \leq \Delta t \leq 7.20 \text{ min.}$
 $Z \geq .20 \text{ mag}$
 $N_T = 85$

E		$\Delta t(\text{min})$	Z(mag)
53770	0.22	3.16	0.28
53784	0.23	5.68	0.24
53799	0.14	4.74	0.24
	0.23	3.16	0.21
	0.38	3.95	0.23
	0.46	3.00	0.27
	0.53	4.11	0.23
53814	0.09	3.63	0.26
53827	0.89	4.11	0.24
54120	0.46	3.47	0.39
54121	0.37	3.16	0.20
	0.53	3.47	0.27
	0.88	3.79	0.25
54122	0.06	3.32	0.27
54133	0.17	7.11	0.29
	0.80	4.26	0.20
54135	0.10	3.32	0.20
	0.22	3.16	0.22
	0.36	4.42	0.22
54136	0.24	3.63	0.27
	0.41	4.89	0.30
54149	0.08	3.47	0.23
	0.12	3.32	0.24

Continuación Tabla 4.3

<u>E</u>	<u>ϕ</u>	<u>$\Delta t(\text{min})$</u>	<u>Z(mag)</u>
54150	0.89	5.68	0.30
	0.93	3.79	0.31
54151	0.13	3.63	0.26
54879	0.53	3.47	0.37
	0.73	3.95	0.23
	0.76	3.32	0.29
	0.80	3.95	0.31
	0.94	3.32	0.24
54850	0.27	4.89	0.21
	0.66	3.32	0.20
54835	0.36	3.16	0.20
	0.60	4.89	0.30
54192	0.90	4.11	0.25
54193	0.18	3.47	0.24
	0.28	3.79	0.34
	0.31	4.42	0.20
	0.41	4.89	0.32
	0.56	3.47	0.22
54194	0.53	3.95	0.35
54195	0.26	6.32	0.33
54222	0.70	5.84	0.30
64859	0.72	6.16	0.24
	0.89	5.84	0.36
64860	0.16	3.16	0.24
	0.32	5.37	0.24
	0.90	4.26	0.26
64861	0.29	3.63	0.22

Continuación Tabla 4.3

<u>E</u>	<u>ϕ</u>	<u>$\Delta t(\text{min})$</u>	<u>Z(mag)</u>
64861	0.48	3.16	0.20
	0.55	4.89	0.26
	0.61	4.11	0.24
64862	0.05	3.16	0.29
64875	0.47	3.63	0.20
	0.52	4.26	0.23
64876	0.42	3.32	0.21
	0.58	6.95	0.24
64877	0.46	3.16	0.20
	0.67	6.00	0.33
	0.75	5.05	0.20
	0.87	5.37	0.31
	0.91	4.26	0.20
64878	0.31	3.47	0.20
	0.35	3.47	0.21
	0.41	4.89	0.23
	0.68	4.89	0.20
64879	0.16	3.00	0.24
64889	0.89	6.95	0.24
64890	0.15	3.79	0.22
	0.91	5.21	0.21
64891	0.33	3.63	0.21
64892	0.63	4.11	0.22
	0.67	3.00	0.20
64893	0.72	3.16	0.26
	0.78	3.63	0.24

Continuación Tabla 4.3

<u>E</u>	<u>ϕ</u>	<u>$\Delta t(\text{min})$</u>	<u>Z(mag)</u>
64893	0.81	3.32	0.20
64904	0.60	4.74	0.34
	0.72	5.84	0.27
64905	0.21	3.95	0.26
64919	0.49	3.95	0.25
	0.62	5.84	0.26
64920	0.70	3.47	0.27
64921	0.13	3.32	0.28

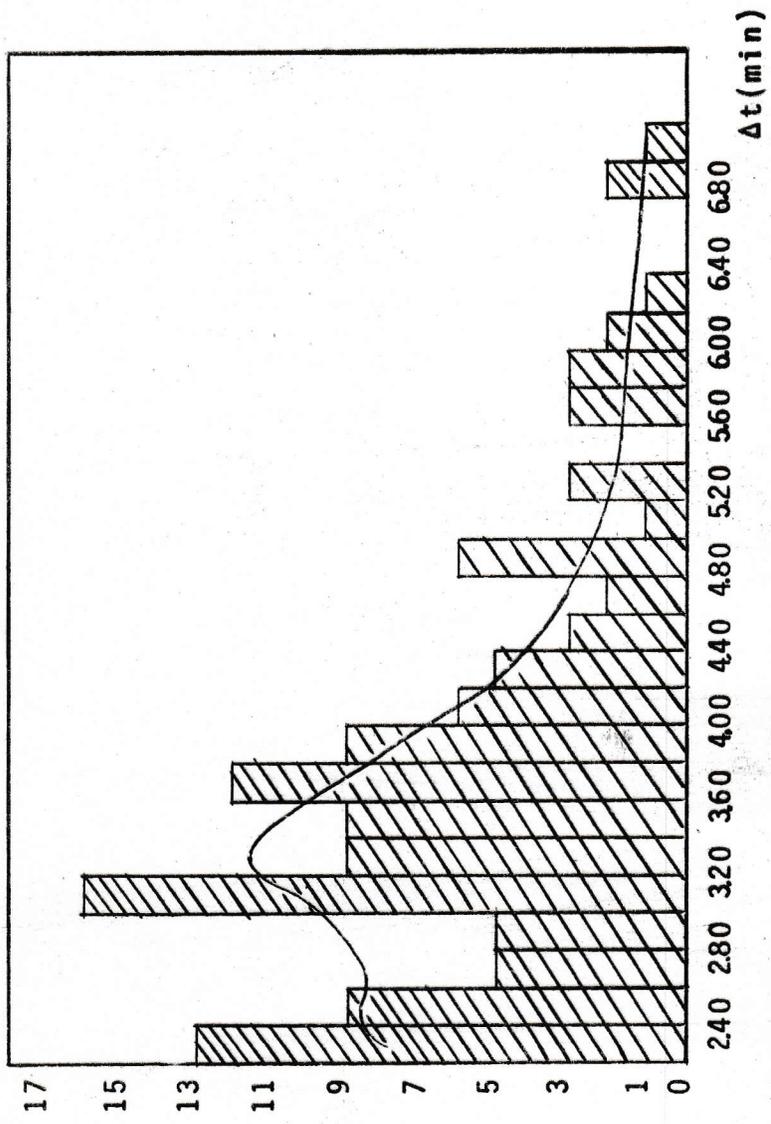
Continuación Tabla 4.32.20 min \leq Δt < 3.00 min.12 mag \leq Z < .20 mag $N_T = 39$

E	ϕ	$\Delta t(\text{min})$	Z(mag)
53784	0.35	2.21	0.16
54121	0.38	2.37	0.20
54135	0.28	2.53	0.23
54879	0.58	2.53	0.16
	0.61	2.68	0.20
	0.66	2.37	0.31
54835	0.23	2.84	0.24
54193	0.66	2.53	0.27
64859	0.33	2.53	0.16
	0.35	2.21	0.18
	0.65	2.21	0.18
	0.67	2.21	0.15
64860	0.08	2.21	0.20
64861	0.41	2.84	0.21
	0.44	2.21	0.16
64876	0.51	2.53	0.27
	0.54	2.53	0.22
64877	0.17	3.16	0.18
	0.23	2.37	0.20
64878	0.26	3.00	0.19
	0.45	3.95	0.16
64879	0.06	2.68	0.17

Continuación Tabla 4.3

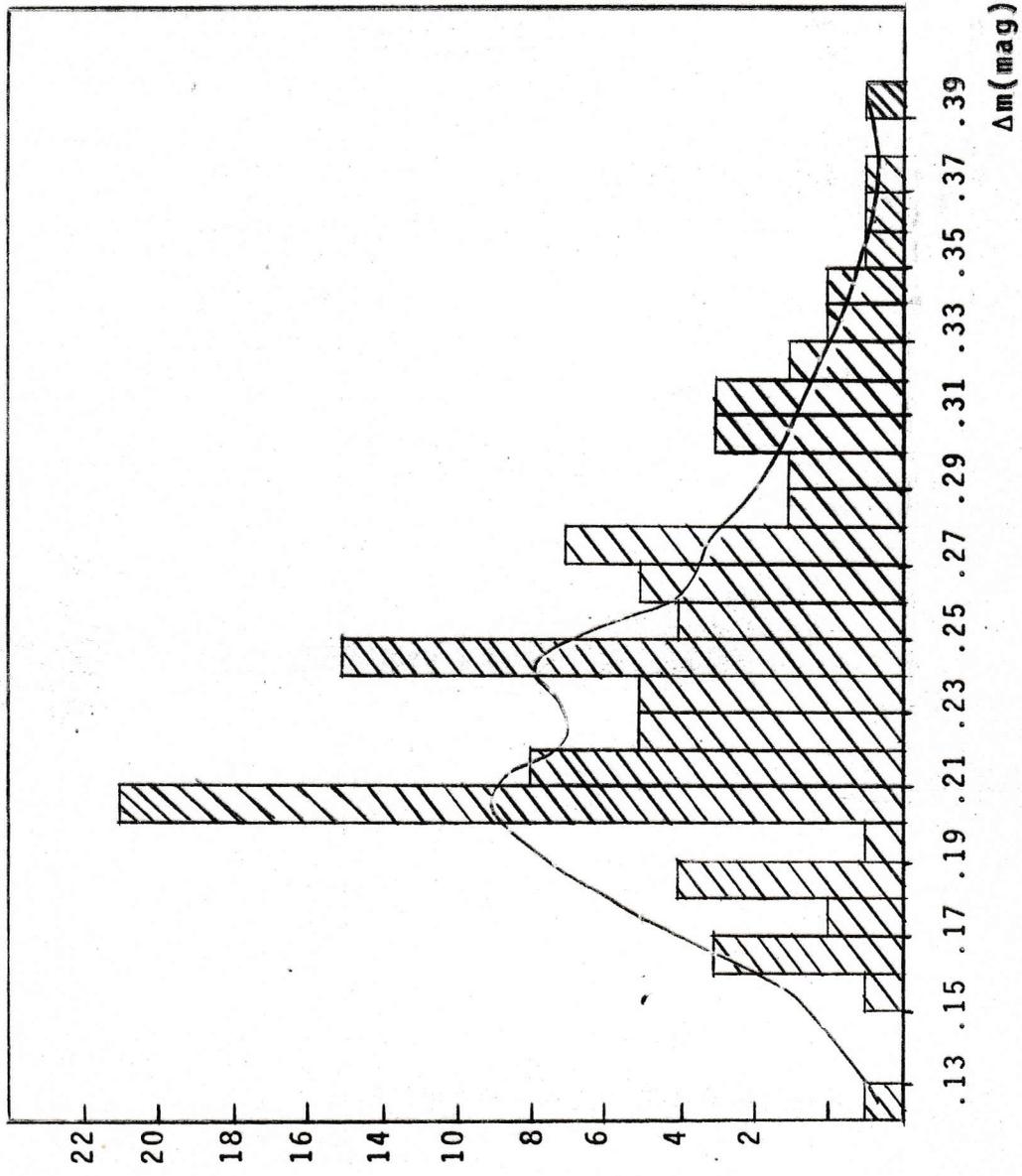
<u>E</u>	<u>ϕ</u>	<u>$\Delta t(\text{min})$</u>	<u>Z(mag)</u>
64879	0.09	2.268	0.28
64890	0.43	2.53	0.30
	0.46	2.68	0.21
	0.70	3.00	0.17
64891	0.38	2.68	0.31
64892	0.36	4.74	0.32
	0.40	2.84	0.21
	0.43	2.84	0.21
	0.46	2.37	0.12
64893	0.61	4.11	0.20
	0.64	2.53	0.18
64904	0.67	4.26	0.18
64906	0.79	4.42	0.18
64920	0.05	2.84	0.25
64921	0.47	2.53	0.25
	0.50	2.21	0.27
64922	0.05	2.21	0.20

Figura 4.8



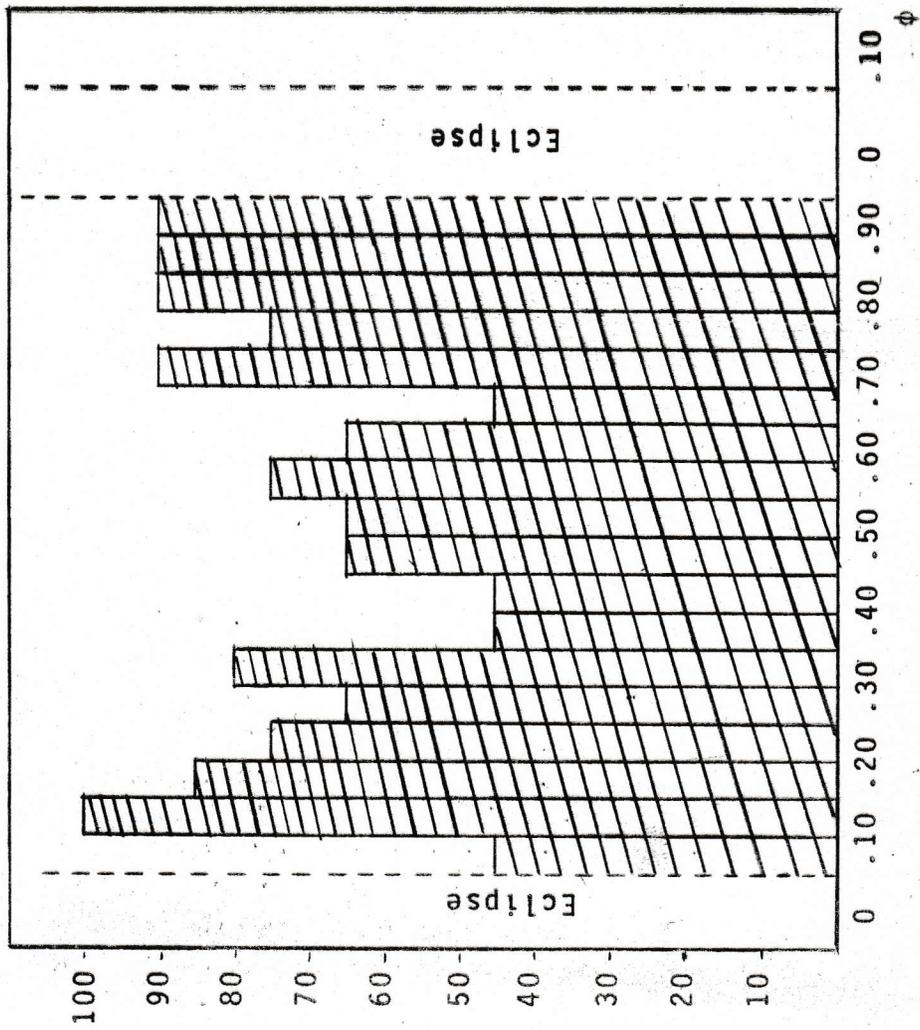
Histograma de Δt (min) con un promedio móvil
cada 0.80 min.

Figura 4.9



Histograma Δm (magnitudes) con un promedio móvil
cada 0.03 mag.

Figura 4.10



Porcentaje sobre el número total de puntos por fase ϕ , con $3.00 \text{ min} < \Delta t < 7.20 \text{ min}$
 $\Delta m > 0.20 \text{ mag.}$

V. DISCUSION.

5.1 Cambios de Período y Flujo de Materia.

El hecho que la desviación O-C no sea aleatoria, sino que presente una tendencia marcadamente negativa (Tabla 4.1) se puede interpretar como resultado de dos fenómenos distintos:

i) El período del sistema binario Ex Hya es constante, (dentro del error observacional), pero difiere del valor asumido (ecuación 1.1).

ii) O el período del sistema binario está cambiando como una función lineal en el tiempo.

Si el período del sistema fuera constante, significaría que O-C dependería linealmente con el ciclo E, (ecuación 4.2); y si el período estuviera cambiando a una razón constante, entonces O-C tendría necesariamente un término cuadrático en E, (ecuación 4.3). Sin embargo, a pesar que en la ecuación 4.5 se observa que $\sigma_2 < \sigma_1$, debemos determinar cuánto menor debe ser σ_2 con respecto a σ_1 para considerar significativo el término cuadrático de la ecuación 4.3.

Para esto, Pringle (1975) define un parámetro esta-

distico λ , que depende de las varianzas σ_1^2, σ_2^2 y del número total de datos n , definido como

$$\lambda = \frac{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}{\sigma_2^2} (n-3) \quad (5.1)$$

de manera que el nivel de certeza que el coeficiente del término cuadrático debe ser considerado no nulo está dado al comparar el valor observado de λ con el valor obtenido a partir de la distribución F.

$$\lambda = F_p(1, n-3) \quad (5.2)$$

$$F(f_1, f_2) = \frac{\chi^2(f_1)/f_1}{\chi^2(f_2)/f_2} \quad (5.3)$$

Los valores de la distribución F, a distintos niveles de conficencias P, están tabulados en distintas tablas. (Como por ejemplo, Brownlee, 1965)

Con los valores de σ_1^2 y σ_2^2 de la ecuación 4.5 obtenemos un valor de

$$\lambda = 7.76 \quad (5.4)$$

de tal modo que

$$F_{0.99}(1, 113) = 6.85 \quad (5.5)$$

$$F_{0.995}(1, 113) = 8.18$$

Por lo tanto podemos concluir que el término cuadrático es significativo en un nivel de certeza superior a un 99%, pero inferior a un 99.5%. Lo que significa que el sistema binario Ex Hya está cambiando su período como una función lineal con el tiempo y los nuevos elementos para los tiempos de eclipse son los siguientes:

$$T_{\min} = T_0 + P E + A E^2 \quad (5.6)$$

con

$$T_0 = J D_0 2437699.9414$$

$$P = 0.068233849$$

$$A = - 1.843 \cdot 10^{-13}$$

Existen muchas publicaciones (como por ejemplo, Mumford 1967, Mumford 1969 a, Mumford 1960 b, Mumford 1971, Pringle 1975, Mumford 1976) que aseguran que el sistema binario Ex Hya no está cambiando de período; lo que parece comprensible si consideramos que la mayoría de ellos utilizó un número pequeño de observaciones, con respecto al nuestro. Por ejemplo, Pringle (1975), asegura que "no hay cambios estadísticamente significativos en el período del sistema EX Hya", pero él basa su estadística en 30 eclipses, los que corresponden a un 26% de nuestra estadística.

Una vez establecido el hecho que el sistema binario Ex Hya está cambiando su período a una razón constante, po-

demostramos determinar esta variación en términos de segundos por año. A partir de la ecuación (5.5) se obtiene que

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = \frac{2A}{p^2} \quad (5.7)$$

que junto con los valores de A y P dados en la ecuación 5.6 obtenemos

$$\frac{dP}{dt} = - 1.705 \times 10^{-4} \text{ seg/año} \quad (5.8)$$

y una escala de disminución del período de

$$\tau_p = \left(\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} \right)^{-1} = - 3.46 \times 10^7 \text{ años} \quad (5.9)$$

Ahora que hemos establecido el cambio de período, podemos determinar el flujo de masa del sistema. En el Capítulo 2, sección 4 obtuvimos las ecuaciones 2.73 y 2.74 que describen los cambios de período debido a dos mecanismos distintos de pérdida de materia:

Caso 1° : considerando que no hay intercambio de momento angular orbital y rotacional.

Caso 2° : considerando que hay intercambio de momento angular orbital y rotacional.

Sin embargo, si consideramos que el sistema binario EX Hya posee un período ultra corto, lo que significa que ambas componentes tienen una separación muy pequeña, tenemos

que la estimación del primer caso (ecuación 2.73) no es válida, por lo que consideraremos sólo el segundo caso.

Combinando las ecuaciones 2.74 y 5.7 obtenemos

$$\frac{d \ln M_1}{dt} = - \frac{1}{K} \frac{2A}{p^2} \cdot \frac{M_1 + M_2}{M_1}$$

a partir de la cual vemos que es necesario conocer las masas del sistema y el valor de K correspondiente:

Determinación de las masas

Warner (1975) mediante observaciones espectroscópicas de EX Hya obtuvo la masa de la componente secundaria del sistema y luego utilizando una relación aproximada entre el período y la razón de masas del sistema estableció una cota inferior para la masa de la componente primaria, por lo tanto

$$M_1 > 1,07 M_{\odot}$$

$$M_2 = 0,16 M_{\odot}$$

Determinación del coeficiente K.

Puesto que la distancia que separa ambas componentes del sistema binario, es pequeña con respecto a las dimensiones de éstas, tenemos que la velocidad angular de rotación de la componente secundaria está relativamente bien sin

cronizada con la velocidad angular orbital; por lo que el parámetro f debe ser pequeño.

Además considerando que el período del sistema está disminuyendo (ecuación 5.8) f debe ser negativo, luego utilizando la Tabla 1 del artículo de Kruzsewski (1966) se escogió el valor de $f = -0.1$ que corresponde a un valor de $k = -0.311$ para un valor de $\mu = 0.83$.

Por lo tanto, con el valor de M_1 , M_2 y K obtenemos con la ecuación 5.10

$$\begin{aligned} \frac{dM_2}{dt} &= -1.14 \times 10^{-7} M_{\odot}/\text{año} & (5.12) \\ &= -7.21 \times 10^{-18} \text{ grs/seg.} \end{aligned}$$

Pringle (1975) encontró que dos sistemas estaban cambiando de período significativamente, dichos sistemas son la nova T Aur 1891 y un sistema tipo U Gem llamada EM Cygni.

La Tabla 5.1 establece una comparación entre estos dos sistemas y EX Hya.

TABLA 5.1

P(días)	A(días)	$\dot{M}_2 (M_{\odot}/\text{año})$	τ_p (años)
EX Hya : 0.068	$-1.83 \cdot 10^{-13}$	$-1 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^7$
EM Cyg : 0.291	$-0.30 \cdot 10^{-10}$	$-2 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^6$
T Aur : 0.205	$-0.67 \cdot 10^{-10}$	$-2 \cdot 10^{-7}$	$8 \cdot 10^5$

El flujo de masa de los sistemas EM Cyg, y T Aur fueron calculados (Pringle, 1975) suponiendo que no había intercambio entre el momento angular orbital y el rotacional, puesto que al observar la Tabla 5.1 se vé que ambos sistemas tienen períodos orbitales mucho mayores que el sistema EX Hya, por lo que el haber asumido que nuestro sistema eyecta materia de modo que intercambia sus momentos angulares orbitales y rotacionales parece razonable ya que el flujo de materia estimado para EX Hya está dentro del orden de magnitud de materia eyectada por estrellas típicas del Grupo U Gem. Es interesante, además observar que estos dos sistemas tipo U Gem, tienen un período que está disminuyendo con el tiempo, lo que parecería indicar una tendencia de este tipo de estrellas.

5.2 Humps y Antihumps

La mayoría de las publicaciones referentes al sistema binario EX Hya, analizan principalmente la presencia o ausencia de cambios de período orbital de este sistema, pero no analizan en forma sistemática las curvas de luz observadas.

El análisis de las curvas de luz de EX Hya nos permite concluir la existencia de los ya definidos humps y antihumps, que constituyen un comportamiento hasta ahora desconocido de las estrellas tipo U Gem.

Sin embargo, es interesante mencionar el sistema VW Hyi (R. Schoembs, R. Häfner, N. Vogt; 1977), puesto que presenta dos tipos de humps que se pueden relacionar con los humps observados de EX Hya; en el sistema VW Hyi no se observan eclipses, pero sus curvas de luz presentan un hump principal de amplitud del orden de 0.30 mag, que se puede asociar al hump posterior de EX Hya; además, presenta en aproximadamente el 70% de los ciclos un hump intermedio entre los humps principales, de amplitudes del orden de 0.13 mag., que se puede asociar con los humps anteriores observados en las curvas de luz de EX Hya.

Los fenómenos de humps y antihumps, aún no se pueden explicar completamente, sin embargo, hay algunos puntos que podemos establecer:

el hecho que observemos los eclipses de EX Hya significa que la inclinación de la órbita del sistema es cercana a los 90%; y además considerando que la luz proveniente del sistema es principalmente debida a la luminosidad del disco, puesto que la componente secundaria es prácticamente invisible para nosotros dada la densidad del disco, tenemos que una posibilidad de explicar la presencia de dos humps en las curvas de luz, sería la existencia de dos manchas localizadas sobre el disco; considerando la correlación observada entre los humps

y antihumps tenemos que el período orbital del sistema sería el doble del valor estimado, o sea del orden de 3.3 hrs. Sin embargo, esto no explicaría el desfase observado entre los humps y antihumps cada 48 hrs aproximadamente, por lo que considerando la variación de las amplitudes de estos fenómenos tendríamos un período envolvente que las estaría modulando.

No obstante, el mecanismo de formación y variación de estas manchas para poder originar los fenómenos de humps antihumps, sólo se podrían obtener con nuevas observaciones de EX Hya análogas a las de 1974, y con un programa en conjunto de dos o más observatorios de diferentes longitudes para obtener observaciones continuas de EX Hya y poder cubrir el instante correspondiente al desfase entre los humps y antihumps y confirmar o descartar la hipótesis de la existencia del período envolvente.

CONCLUSION.

1. El sistema binario EX Hya, perteneciente al grupo de estrellas variables cataclísmicas tipo U Gem, posee un período orbital que está disminuyendo a la siguiente razón con respecto al tiempo

$$\frac{dP}{dt} = - 1.7 \cdot 10^{-4} \text{ seg/año}$$

de manera que los nuevos elementos para los tiempos de eclipse con un nivel de certeza superior a un 99% son los siguientes

$$T_{\min} = JD_{\odot} 2437699.9414 + 0.068233849 E - 1.8 \cdot 10^{-13} E^2.$$

2. El flujo de materia eyectado por la componente secundaria debido a este cambio de período es de

$$\frac{dM}{dt} = - 1.10^{-7} M_{\odot}/\text{año}$$

suponiendo que hay intercambio entre el momento angular orbital y rotacional.

3. Las curvas de luz de EX Hya presentan dos tipos de ci-

culos que contienen fenómenos de humps ó de antihumps en torno a las fases 0.10-0.20 y 0.80-0.90. Dichos ciclos se intercambian correlativamente, desfasándose de una noche de observación a otra.

4. Además, las curvas de luz presentan una gran actividad de flickerings de amplitudes medias de 0.20 mag. y duraciones promedias de 3.0 min.. Se observa una tendencia de tener mayor actividad durante las fases correspondientes a los fenómenos de humps y antihumps.

REFERENCIAS

- Hardie, R.H.: 1962 University of Chicago Press
"Astronomical Techniques".
- Kop 1, Z.: 1959 "Close Binary Systems"
Chapman & Hall, London
(Wiley, New York).
- Kraft, R.P.: 1962 Astrophys.J., 135, 408.
- Krusze sk , A.: 1964 Acta Astr. Cracoviae,
14, 251.
- Krusze ski, A.: 1966 Adv.Astr. Astrophys.
4, 233
Pub.Astron.Soc.
Pacific, 84, 784.
- Landolt & Blondeau: 1972
- Mumford, G.S.: 1967 Astrophys. J.Suppl., 15, 1.
- Mumford, G.S.: 1969 (a) Astrophys.J. 156, 125.
- Mumford, G.S.: 1969 (b) "Mass Loss from Stars", 204.
- Mumford, G.S.: 1970 Astrophys.J. 162, 363
- Mumford, G.S.: 1971 Astrophys.J. 165, 369.
- Mumford, G.S.: 1976 Astrophys. J. 210, 416.
- Nather, R.E. & Warner B.: 1971 Mon.Not.Roy.Astron. Soc.
152, 209.

- Preudergast, K.H. & Taam, R.E.
 Pringle, J.E.: 1975
 Schoembs, R., Hafner, R.,
 Vogt, N. : 1977
 Smak, J. & Stepien, K.: 1969
 Smak, J. : 1971
 Smak, J.: 1976
 Strohmeier, W. : 1972
 Vogt, N. : 1974
 Warner, B. : 1972
 Warner, B. : 1973
- Astrophys. J. 189, 125
 Mon. Not. R. Astron. Soc.
 170, 633.
 En preparación.
 "Non-Periodic Phenomena
 in Variable Stars"
 IAU Colloq. Budapest, 355
 Acta Astron. 21, 15
 Acta Astron. 26, 277
 "Variable Stars"
 Astron. and Astrophys.
 36, 369.
 Mon. Not. R. Astron. Soc.
 158, 425.
 Mon. Not. Astron. Soc.
 S. Africa 32, 120.

