



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

COLUSIÓN Y ESTABILIDAD DE CARTELES EN TRANSPORTE PÚBLICO URBANO  
CONSIDERANDO EXTERNALIDADES

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA,  
MENCIÓN TRANSPORTE  
MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

RAFAEL BASTIÁN ANDREAS COZMAR VILCHES

PROFESOR GUÍA:  
LEONARDO BASSO SOTZ

PROFESOR CO-GUÍA  
HUGO SILVA MONTALVA

COMISIÓN  
ALEJANDRO TIRACHINI HERNÁNDEZ

SANTIAGO DE CHILE

2022

RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR AL  
GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA  
INGENIERÍA, MENCIÓN TRANSPORTE Y  
TÍTULO DE INGENIERO CIVIL  
POR: RAFAEL COZMAR VILCHES  
FECHA: 2022  
PROFESOR GUÍA: LEONARDO BASSO S.

## COLUSIÓN Y ESTABILIDAD DE CARTELES EN TRANSPORTE PÚBLICO URBANO CONSIDERANDO EXTERNALIDADES

En el año 2017 las firmas de buses que operan en Temuco y Padre Las Casas fueron acusadas de colusión por la Fiscalía nacional económica. El acuerdo entre las firmas de buses consistió en establecer frente a un notario público el máximo número de vehículos que tendría cada línea de buses y, por otra parte, no permitir que otras firmas utilizaran sus terminales. Las firmas argumentan que su acuerdo permite disminuir la congestión, tiempos de espera, traslado y niveles de contaminación debido a que impide el crecimiento irracional del parque de buses.

Este acuerdo no sólo afectó a los usuarios de buses, porque dependiendo del nivel de servicio que éstos ofrecen, los usuarios pueden cambiarse a modos más contaminantes por pasajero transportado o ineficientes en el uso de espacio vial. Esta interacción estratégica entre usuarios y firmas de buses, considerando además la firma de taxi colectivo, rival de la firma de buses, son consideradas para construir un modelo de competencia oligopólica y colusión, en que analizamos los casos en que las firmas de buses deciden cooperativamente (o no) su frecuencia y tarifa de manera estratégica y óptima. También analizamos el caso especial del acuerdo de congelación de flota de buses.

El modelo considera la decisión de los usuarios para viajar en un par origen destino con un modelo logit multinomial, considerando como atributos de las alternativas: tiempo de viaje, costo, tiempo de espera, hacinamiento y congestión vial.

La resolución del modelo de punto fijo, interceptando las funciones de mejor respuesta, indica que todos los acuerdos colusivos son peores para la sociedad que la competencia, y que el costo marginal externo de tiempo no disminuye con ningún acuerdo porque los acuerdos producen que los usuarios se cambien a automóvil.

Además, se encuentra que la firma de taxi colectivos aumenta sus ganancias sin participar de los acuerdos colusivos de buses, salvo si se considera el parque de taxi colectivos congelado, que es la política que actualmente se encuentra vigente cuyo objetivo es disminuir la congestión. Sorpresivamente, el objetivo de esta política no se cumple porque aumenta aún más el poder de mercado de las firmas de buses, lo que produce que más personas se cambien al modo automóvil.

*Dedicado a mi familia, amigos y todos aquellos que llevo en el corazón.*

## **Agradecimientos**

En esta página quiero expresar mi agradecimiento a todas las personas que estuvieron en este proceso, en especial a Familia, Amigos, Compañeros y profesores.

Agradezco enormemente a mi mamá por el apoyo emocional y financiero, por trabajar para que yo pudiera estudiar y darme todos los medios para poder realizarlo. No sólo me diste la vida, me entregaste valores y una filosofía de vida sencilla. Te amo mamá.

Agradezco a la perrita de la casa: *Agatha*, que fue quien me acompañó durante las maratónicas jornadas de estudio y siestas. Agradezco a mi Hermano *Marco* por traer a la *Agatha* a la casa y darme tu cariño de una forma poco convencional.

Agradezco a *Coni*, que siempre me comparte su tiempo y amor, el mejor apoyo que podría tener y mi compañera de vida. Ojalá el destino nos entregue la posibilidad de seguir acompañándonos en el futuro.

Agradezco a mi Abuela, que yo sé que me quieres mucho y me has enseñado muchas cosas de la vida. Siempre te llevaré conmigo y te recordaré por tu gran sacrificio por nuestra familia.

Agradezco a mis Amigas de la universidad: *Cata, Indra y Clau*, que me apoyaron siempre que estaba “emo”, su apoyo fue un pilar importante para hacer más llevadera esta travesía, y me alegra mucho que sigamos siendo amigos hoy en día.

Agradezco a mis amigos que conocí en el Colegio, en especial a *Feña, Laura, Paula, Kiwi, Nico, Felipe y Jose*. Seguimos siendo amigos y me encanta compartir tiempo con ustedes. Gracias por acompañarme pese a qué hemos tomado caminos diferentes.

Agradezco a mis *profesores guía* por entregarme el tema de tesis más entretenido que pudiera desarrollar, junto con sus grandes conocimientos y disposición para desarrollarlo. Disculpen si me porté mal, pero no soy una persona a la que le gusta pedir cosas y prefiero trabajar en silencio. También agradezco enormemente al profesor *Angelo Guevara*, que no sólo fue un profesor, también fue un guía para mi en la universidad y que, con sus palabras, me dio el último empujón que faltaba.

Agradezco a mis compañeros del 5to piso por hacerme un espacio y compañía, las risas no faltaron.

Finalmente, agradezco enormemente a mi Abuelo, que cumplió la función de padre y me sacaba a pasear en micro. Siempre recordaré nuestros viajes en micro sólo por “patiperrear” en la ciudad. Gracias a ti me di cuenta de mi pasión por los buses y lo que en verdad me gusta.

Agradezco a todas las personas que ya no se encuentran en este mundo y son parte importante de mi vida. Los llevaré siempre en el corazón.

## Tabla de Contenido

1. Introducción .....	1
2. Marco teórico .....	3
2.1. Relación entre Regulación en transporte público y Estructuras de mercado de transporte .....	3
2.2. Competencia oligopólica en transporte y sus efectos.....	5
2.3. Colusión en transporte público y estabilidad de carteles .....	7
2.4. Efectos del acuerdo de congelación de flota entre firmas en transporte público en la sociedad y pasajeros .....	9
2.5. Prácticas que afectan la estabilidad de carteles.....	10
2.6. Síntesis y conclusiones .....	11
3. Metodología .....	12
3.1. Resumen de la metodología.....	12
3.2. Generalidades del modelo.....	13
3.3. Congestión .....	13
3.4. Tiempo de viaje .....	14
3.5. Tiempos de espera.....	15
3.6. Tarifas y Gasto por utilización de automóvil .....	15
3.7. Hacinamiento.....	15
3.8. Elección de los usuarios .....	15
3.9. Utilidades sistemáticas .....	16
3.10. Demanda de usuarios .....	17
3.11. Comportamiento de las firmas .....	18
3.12. Ganancias de las firmas.....	18
3.13. Capacidad de línea .....	19
3.14. Afluencia de las firmas .....	19
3.15. Competencia oligopólica .....	19
3.16. Colusión total .....	21
3.17. Semi colusión en frecuencia .....	23
3.18. Semi colusión en tarifa.....	24
3.19. Congelación de la flota de buses .....	24
3.20. Congelación del parque de taxi-colectivos .....	26
3.21. El problema del traidor .....	27

3.22.	Juegos Base, Super Juegos y Estabilidad .....	28
3.23.	Externalidades .....	29
3.24.	Excedente del consumidor y Beneficio social .....	30
4.	Parámetros de simulación y calibración.....	31
4.1.	Costo de operación de flota.....	31
4.2.	Capacidad del corredor .....	31
4.3.	Calibración del sistema de demanda.....	31
4.4.	Calibración de los parámetros beta .....	32
4.5.	Calibración de las constantes modales .....	33
4.6.	Calibración de los parámetros de hacinamiento.....	33
4.7.	Resumen de parámetros de simulación .....	33
5.	Análisis de Resultados.....	37
5.1.	Análisis de Beneficio Social.....	37
5.2.	Costo marginal externo del tiempo (CMET) .....	42
5.3.	Externalidades medioambientales.....	44
5.4.	Excedente del consumidor (CS).....	46
5.5.	Ganancias de las firmas .....	48
5.5.1.	Ganancias de las firmas de buses .....	48
5.5.2.	Ganancias de las firmas de taxi colectivos.....	50
5.6.	Costos por pasajero transportado .....	52
5.6.1.	Costo por pasajero transportado de las firmas de buses .....	52
5.6.2.	Costo por pasajero transportado de la firma de taxi colectivos .....	53
5.7.	Resultados físicos .....	55
5.7.1.	Partición modal .....	55
5.7.1.1.	Participación de mercado de buses .....	56
5.7.1.2.	Participación de mercado de taxi colectivos .....	58
5.7.1.3.	Participación de mercado de automóviles.....	59
5.7.2.	Frecuencias.....	61
5.7.2.1.	Frecuencia de buses.....	61
5.7.2.2.	Frecuencia de taxis colectivos .....	63
5.7.3.	Flujo de automóviles .....	64
5.7.4.	Tarifas .....	66
5.7.4.1.	Tarifa buses .....	66

5.7.4.2. Tarifa taxi colectivos .....	68
5.7.5. Flota de buses.....	69
5.7.6. Embarque promedio de buses .....	71
5.7.7. Congestión.....	72
5.8. Estabilidad.....	75
5.9. Análisis de sensibilidad a la proporción de usuarios con automóvil .....	77
5.9.1. Análisis de sensibilidad de la estabilidad del cartel.....	78
5.9.2. Análisis de sensibilidad del beneficio social del sistema al no considerar externalidades .....	81
5.10. Síntesis y análisis de resultados .....	85
6. Conclusiones .....	88
7. Bibliografía.....	90

## 1. Introducción

En el año 2017 la Fiscalía Nacional Económica de Chile (FNE) acusó<sup>1</sup> de colusión a las líneas de transporte público urbano (TPU) de Temuco y Padre las Casas entre los años 2003 y 2017 (FNE, 2018). El acuerdo que las firmas suscribieron consistió en congelar la flota de buses, acordando que ninguna firma podrá incrementar su flota por sobre la acordada. También acordaron no cooperar con agentes interesados en entrar al mercado.

Las firmas acusadas señalaron que realizaron el acuerdo para no aumentar “irracionalmente” el parque de buses y así evitar “repartir la torta entre más” , basándose en el argumento de que el acuerdo permite disminuir la contaminación y la congestión (Tribunal de Defensa de la Libre Competencia, 2020).

Si bien no se acordó nada con la firma de taxi colectivos, éstos no pueden incrementar su producción porque su parque se encuentra congelado a nivel nacional (Ley N°20.867, 2015). Esta política no permite que las firmas de taxi colectivo puedan aprovechar el acuerdo entre firmas de buses y aumentar su participación de mercado.

El acuerdo de las firmas de buses produce dificultad a la hora de abrir nuevos servicios de TPU y de mejorar la calidad de los existentes, perjudicando a los usuarios porque se degrada el servicio, lo que puede provocar en el largo plazo que los usuarios se cambien a modos de transporte menos eficientes en el uso de espacio y más contaminantes, perjudicando a todo el planeta. El fenómeno descrito se conoce comúnmente como el círculo vicioso del transporte público, y un acuerdo que disminuya la frecuencia y aumente la tarifa alimenta este fenómeno.

A la fecha de este trabajo, sólo existe la investigación (Basso & Silva, 2018), que estudió este tipo de acuerdo en el transporte público, y concluye que el acuerdo de congelación de flota es perjudicial para los consumidores y en el largo plazo siempre lo será para la sociedad. No obstante, no considera otros tipos de acuerdos que las firmas pudieran suscribir ni fenómenos del TPU como lo son: congestión, externalidades ambientales y sustitución entre modos de transporte. Tampoco existen estudios que hayan estudiado la estabilidad de los acuerdos colusivos en el TPU.

Además, las investigaciones en otro tipo de mercados no son extrapolables directamente al mercado de TPU porque en éste la cantidad producida (frecuencia) es simultáneamente, calidad y capacidad, lo que también produce efectos en otros modos de transporte.

El objetivo de este trabajo es analizar 5 diferentes estructuras de mercado, en que las firmas de buses pueden establecer acuerdos entre sí, considerando escenarios en que el parque de taxi colectivos está congelado y no, para establecer cuantitativamente el

---

<sup>1</sup> En el año 2020 el Tribunal de Libre Competencia condenó a las líneas involucradas a pagar 731 millones de pesos chilenos.

perjuicio social y la estabilidad de éstos. También buscamos responder si la congelación de la flota de buses permite disminuir la congestión y las externalidades negativas, que es el argumento de defensa de las firmas de buses.

Este trabajo contempla el análisis microeconómico de la competencia oligopólica y los siguientes acuerdos entre las firmas de buses:

- Semi Colusión en tarifa
- Semi Colusión en frecuencia
- Congelación de la flota de buses
- Colusión total

Para lograr este objetivo, se construye un modelo microeconómico considerando un par origen destino representativo, en que los usuarios deben viajar y decidir si utilizar para su viaje: automóvil, taxi colectivo o buses. Este último modo considera dos firmas de buses, que junto a la firma de taxi colectivo deciden estratégicamente su frecuencia y tarifa considerando todas las entidades del sistema.

El modelo considera la congestión cruzada que se genera por los diferentes modos y cuantifica: externalidades, beneficio social, excedente del consumidor y ganancias de las firmas a partir de la resolución del equilibrio del sistema.

El resto de este documento se divide en cinco secciones: Revisión bibliográfica, metodología, parámetros de simulación y calibración del modelo, análisis de resultados y finalmente conclusiones.

## **2. Marco teórico**

La literatura de la organización industrial es muy extensa en cuanto a modelos microeconómicos de competencia y colusión en distintos tipos de mercados; sirva de ejemplo los clásicos modelos de competencia a la Bertrand, Cournot y todas sus extensiones. Lamentablemente, estos modelos de competencia “estándar” no son directamente aplicables al mercado de transporte público urbano (TPU) debido a que en este último la cantidad producida (frecuencia) no sólo está condicionada por la capacidad, sino que además influye en el nivel de servicio que experimentan los usuarios, algo común en sistemas de colas de servicios como supermercados, bancos, etc. Por ejemplo, a medida que los servicios de transporte público aumentan su frecuencia, menor será la espera de los usuarios en los paraderos.

El objetivo de este capítulo es documentar los diversos niveles de regulación en TPU, su influencia en el tipo de estructura de mercado resultante y los efectos de la estructura de mercado en la sociedad. En la sección 2.1 comenzaremos hablando de la regulación del TPU, para explicar el por qué es más apropiado utilizar modelos de oligopolio y monopolios para representar a las firmas en el TPU. Luego en la sección 2.2 se explica los tipos de competencia y los modelos de oligopolio aplicados en el TPU, los que son extendidos naturalmente para incorporar la colusión entre firmas, lo que se discute en la sección 2.3, junto a la interacción estratégica entre firmas y la estabilidad de los carteles que puedan formarse. Finalmente, se revisa el acuerdo de congelación de flota de buses en la sección 2.4, estudiado anteriormente en Basso & Silva (2018) y las prácticas que afectan la estabilidad de los carteles en la sección 2.5.

### **2.1. Relación entre Regulación en transporte público y Estructuras de mercado de transporte**

La regulación de TPU es muy variada a lo largo de las distintas ciudades del mundo, asimismo la regulación en una misma ciudad puede variar dependiendo del modo al que se esté regulando. A modo de ejemplo, en la ciudad de Santiago de Chile la autoridad realiza el diseño estratégico y táctico del sistema de buses del TPU, es decir, la autoridad define las rutas de las líneas de buses y los parámetros de operación de éstas para luego licitarlas a entidades privadas (operadores o unidades de servicio), mientras que el tren subterráneo urbano y el tren de cercanías son de propiedad del Estado y son operados por empresas estatales (EFE y METRO respectivamente). También existe en Chile y gran parte del mundo regulaciones más ligeras como el sistema de medallones para los taxis y taxi colectivos que no permite ingresar nuevos vehículos sin sacar de circulación a otro, frecuencias mínimas en los servicios de transporte público urbano y tarifas máximas.

Es así que en el mundo existen diversos niveles de regulación, de acuerdo a Finn (2012), el nivel más regulado corresponde al monopolio público (alguna entidad estatal

diseña la red de transporte, define los parámetros de operación y opera los servicios) y el nivel menos regulado corresponde a la desregulación total, en que se permite a las firmas entrar y salir del mercado libremente, definir el diseño de las líneas de transporte público, tarifa y todos los parámetros de operación. En algunas regiones de Chile se puede ver una regulación muy cercana a la “desregulación total”, en que los actores interesados en prestar un servicio de TPU sólo deben pedir autorización a la secretaria regional ministerial de la región en dónde operará el servicio y respetar los perímetros de exclusión. También el operador debe comprometerse a ofrecer una frecuencia mínima en hora punta de los días hábiles previamente pactada con el secretario regional.

Sin duda la estructura de mercado resultante depende de la naturaleza de la regulación a la que está sometida. En este trabajo nos enfocamos en un mercado desregulado, en que las firmas pueden definir sus frecuencias de operación, número de vehículos y tarifas, por el contrario, no se analizará estructuras de mercado como monopolio público en que un planificador central maximiza el bienestar social ni consideraremos la entrada y salida de las firmas en el mercado.

La estructura de mercado de TPU en las regiones de Chile se asemeja más a los monopolios y oligopolios. La primera razón es porque la mayoría de los pares origen destino son servidos por pocas firmas, y la segunda razón es porque el mercado no es disputable. Beesley (1990), Button (1985), Evans (1991) y Preston (1988) señalan distintas razones por el que el mercado de transporte público urbano no es disputable<sup>2</sup>. Algunas de éstas son:

- Existen barreras de entrada, como por ejemplo acceso a terminales que permiten la continuidad de viajes multimodales o con transbordo.
- Costos hundidos asociados al entrenamiento de los trabajadores.
- Prácticas que pueden elevar los costos de las firmas rivales, como por ejemplo la retención de buses antiguos con el objetivo de generar escasez de éstos, aumentando su precio y por tanto dificultando la entrada de nuevos actores.
- Economías de escala, economías de experiencia, economías de densidad, economías de diversidad.
- Las firmas incumbentes pueden reducir sus tarifas muy rápido salvo que exista una ligera regulación en este ámbito.
- Las compañías pequeñas tienen mayores costos de financiamiento que las grandes.
- Las firmas incumbentes pueden competir en una ruta que no es rentable utilizando un subsidio cruzado desde las rutas más rentables.

---

<sup>2</sup> Se dice que un mercado es disputable cuando pueden entrar y salir firmas rápidamente. La teoría indica que cuando un mercado es disputable ninguna firma puede cobrar por encima del costo medio porque si lo hiciera generaría ganancias, lo que atraería nuevas firmas, desapareciendo las ganancias.

Por lo anterior, este trabajo se enfoca en competencia oligopólica, colusión, semi colusión y sus impactos en la sociedad, incluyendo las externalidades medioambientales.

## **2.2. Competencia oligopólica en transporte y sus efectos**

En el mercado de transporte existen 2 tipos de competencia, la competencia *por* el mercado y la competencia *en* el mercado. El primer caso se da cuando la autoridad licita un paquete de líneas de transporte público, adjudicando el derecho de operar dicho paquete a una sola firma con las condiciones previamente acordadas. El segundo caso ocurre cuando la entrada al mercado es libre, y las firmas compiten por los pasajeros en una misma línea o porción de ésta.

Existe evidencia empírica que muestra que la competencia *en* el mercado es perjudicial para la sociedad porque genera comportamientos que atentan contra la seguridad de las personas y no disminuye<sup>3</sup> las tarifas como se puede pensar en un principio. Esto es lo que pasó en Santiago de Chile, cuyo sistema de transporte público urbano fue liberalizado entre 1979 hasta 1991 (Estache et al., 2004).

Más tarde, Gómez-Lobo (2007) utilizó un modelo de búsqueda de trabajo y dispersión de precios para concluir que no es sorprendente que después de la liberalización del transporte público aumenten las tarifas, argumentando que a medida que los incumbentes generan ganancias, entran nuevas firmas, lo que aumenta la cantidad de buses hasta que estas ganancias se disipan, duplicando costos fijos, aumentando la congestión y las externalidades ambientales. Además, demuestra que el exceso de entrada genera que disminuya el tamaño de los buses aumentando el costo por pasajero transportado.

En concordancia con lo anterior, la competencia *en* el mercado de TPU toma forma de guerra de frecuencias lo que no garantiza que las firmas bajen sus tarifas (Gagnepain et al., 2011). Esto se debe a que cada operador tiene incentivos para conducir su bus justo delante del bus de la competencia porque los pasajeros no diferencian la calidad de los buses y suben al primero que ven. Por el contrario, si se dejase una brecha entre buses dichos pasajeros esperarán de igual forma el primer bus que vean, por lo que ese conductor tiene incentivos a atrasarse y conducir delante del bus de la competencia; de esta forma maximiza la cantidad de pasajeros que lleva en su bus. Estas particularidades del mercado de TPU produce que las firmas que compiten no

---

<sup>3</sup> Cuando un potencial pasajero de dos o más líneas de buses está esperando en un paradero, y no viene el bus de la línea con la menor tarifa, deberá “pagar” con un mayor tiempo de espera si desea abordar el bus que tiene la menor tarifa, por lo que el pasajero no siempre esperará el bus con la tarifa más baja, y esto será percibido por los demás conductores, que ven que los buses con tarifas más altas igual llevan pasajeros.

quieran programar o revelar el horario de sus servicios, porque si lo hicieran la firma rival colocará un bus justo antes del horario de salida de cada bus, quitándole “sus” pasajeros.

En este trabajo nos enfocamos en la competencia *en* el mercado, en que dos firmas de buses compiten en el mismo par origen destino. Los modelos de competencia oligopólica en TPU son muy variados, y los modelos microeconómicos que se emplean se estructuran (a modo general) de la siguiente manera:

- Modelo de demanda: éste modela el comportamiento de los usuarios y la salida de éste es la afluencia que experimenta cada firma. Estos modelos pueden ser modelos de elecciones discretas, sistemas de precio generalizado y cortes similares a “la Hotelling”.
- Definición de línea en competencia: Algunos artículos utilizan casos de competencia en red o rutas, otros lo hacen en un sólo par origen destino. También existen modelos de competencia multimodal.
- Función objetivo de las firmas: corresponde generalmente a las ecuaciones que caracterizan el comportamiento de las firmas, algunos artículos asumen que las firmas maximizan su rentabilidad, otras que maximizan una suma ponderada entre su rentabilidad y el excedente del consumidor. Las funciones de rentabilidad pueden considerar costos operativos, costos fijos, costos hundidos e ingresos debido a la operación. A partir de estas funciones generalmente se deducen las condiciones de primer orden para las diversas variables estratégicas con el objetivo de obtener las funciones de mejor respuesta de la firma a sus competidores.
- Variables estratégicas de competencia: Corresponde a las variables que deciden las firmas en su función objetivo. Algunos artículos investigan qué ocurre cuando se compite a lo Bertrand (tarifa), Cournot (cantidad), Calidad, Investigación y desarrollo, capacidad, tamaño de los vehículos, frecuencia, flota, etc.
- Solución: Algunos artículos difieren en lo que consideran como solución y cómo llegan a éste, por ejemplo, algunos buscan encontrar el equilibrio de Nash interceptando las funciones de mejor respuesta, otros prefieren plantear el problema potencial de optimización equivalente al de competencia oligopólica. Slade (1994) estudia en qué condiciones existe una función ficticia que permite plantear este problema potencial y la estabilidad del equilibrio que se encuentra a partir de éste. Es importante notar que el problema de competencia oligopólica es un problema de complementariedad y optimización, porque hay varios agentes intentando maximizar sus ganancias y sus decisiones afectan a los otros agentes. Por otra parte, existen artículos que simplemente plantean un algoritmo de solución para el problema de complementariedad o encuentran expresiones cerradas para las variables estratégicas en el equilibrio.

- Caso de estudio: Finalmente se simulan los modelos utilizando parámetros estimados con estudios econométricos para dar respuesta a las distintas preguntas que se plantean en situaciones reales.

El modelo de competencia en TPU en que se basa este trabajo es el de Williams & Abdulaal (1993), en el que se modela la competencia de firmas en un par origen destino considerando que las firmas de transporte público pueden decidir la frecuencia de operación, tarifa y el tamaño de los buses. El modelo de demanda corresponde a un modelo tipo Logit en que la demanda total por transporte público es elástica y asume que las firmas maximizan su rentabilidad individual. El objetivo de dicho artículo es entender el efecto de los diferentes tipos de equilibrios en la demanda y los costos de operación. Lamentablemente este modelo no considera la competencia con otros modos de transporte ni congestión cruzada, por lo que no podría responder nuestras preguntas, sin embargo el modelamiento de este artículo como su secuela (Williams & Martin, 1993) generan las bases del modelo planteado para analizar tanto la competencia como los diversos acuerdos colusivos. Es preciso señalar que los modelos de competencia oligopólica son fácilmente extendidos a modelos de colusión, y, en general, ambas estructuras de mercado son analizadas con el mismo modelo porque para estudiar la estabilidad de los carteles se requiere el resultado del equilibrio colusivo (cooperativo) y competitivo (no cooperativo).

### **2.3. Colusión en transporte público y estabilidad de carteles**

La colusión<sup>4</sup> de firmas consiste en un acuerdo tácito o explícito que las firmas suscriben con algún objetivo, el cual puede ser aumentar las rentabilidades, bloquear la entrada de otras firmas, fijar precios, cantidades producidas, capacidad, entre otros. Las firmas que forman el cartel pueden acordar todas las variables<sup>5</sup> estratégicas, lo que se conoce como colusión total, o un subconjunto<sup>6</sup> de éstas conocido como semi colusión. Por otro lado, cuando el cartel es formado por un subconjunto de firmas que operan en un mercado, se dice que éste es un cartel parcial.

Es importante señalar que la semi colusión no siempre es conveniente para las firmas, Fershtman & Gandal (1994) demostraron que una semi colusión no necesariamente genera mayores rentabilidades para las firmas que suscriben el acuerdo porque intensifica la competencia en las variables que no son elegidas por el cartel. También existe discusión en cuál es el orden en que se deciden las variables, si se elige

---

<sup>4</sup> Feuerstein (2005) ofrece una revisión muy útil para familiarizarse con los conceptos y explica diversas situaciones que facilitan o dificultan la colusión.

<sup>5</sup> Normalmente los carteles producen una menor cantidad de productos y aumentan los precios con respecto a lo que hubiera resultado de competir. Esto normalmente produce daños en los consumidores.

<sup>6</sup> Se requiere que las firmas decidan al menos dos variables para poder diferenciar semi colusión de colusión total.

competir en una variable considerando colusión en la otra o si son elegidas simultáneamente.

Por otro lado, Salant et al. (1983) muestran que cuando existen carteles parciales, éstos pueden perder rentabilidad al unirse porque las firmas exógenas al cartel pueden aprovecharse de la disminución de la producción del cartel y aumentar su producción, similar al problema del “polizón”.

Cualquiera sea el tipo de acuerdo que las firmas hayan suscrito, una vez conformado un cartel, las firmas pueden tener incentivos a no respetar el acuerdo porque pueden aumentar sus ganancias unilateralmente en el corto plazo. Esto se debe a que normalmente estos acuerdos no son legales, de manera que la contraparte no puede denunciar a la firma traidora. Luego de que una firma traiciona al cartel, éste último responderá a la firma traidora si se da cuenta de dicha traición. Aquella respuesta posible del cartel puede ser la disolución de éste (al menos por un tiempo) y competir entre firmas. Otra posible respuesta es que se desate una guerra de precios entre las firmas. Es importante recalcar que existen innumerables respuestas de las firmas ante la traición, y éstas pueden ser creíbles o no dependiendo de si son racionales para la firma que disciplina a la otra. Basado en la respuesta de la firma traicionada, la estabilidad del cartel difiere.

La estabilidad de los carteles ha sido estudiada con modelos teóricos basados en la teoría de juegos, en particular los super juegos, que son juegos en que se repite un juego base en cada período hasta el infinito, lo que significa que existe interacción entre los jugadores en diferentes momentos (períodos) del super juego. A lo largo del super juego, las firmas pueden utilizar diversas estrategias para castigar a la firma traidora, siendo la más simple la estrategia del gatillo (Friedman, 1973), que consiste en que las firmas se mantendrán en el cartel, maximizando sus ganancias conjuntamente, siempre y cuando, ninguna firma se desvíe. De existir una firma que se desvíe de este acuerdo en algún período, el cartel se disuelve, y las firmas son castigadas desde el siguiente período, revirtiendo el acuerdo y obteniendo las ganancias que se obtienen de un equilibrio no cooperativo. Es importante señalar que la estrategia del gatillo es un supuesto fuerte que no siempre es creíble porque una vez que las firmas se encuentran en el equilibrio no cooperativo, tienen nuevamente incentivos para coludirse; de acá nace la estrategia de garrote y zanahoria, en que el castigo dura un tiempo determinado.

En la literatura, una forma de medir la estabilidad de un acuerdo es con el factor de descuento crítico (Deneckere, 1983), que supone que las firmas utilizan la estrategia del gatillo y se obtiene a partir de los flujos presentes y futuros de cada firma. La intuición detrás de éste es que un acuerdo tácito es estable si para cada firma, las ganancias por desviarse del acuerdo son menores a la diferencia de ganancias futuras del cartel por sobre las del equilibrio no cooperativo. La valoración de las firmas por los flujos futuros es variable, por lo que se requiere comparar el factor de descuento crítico con el factor

de descuento propio de cada firma, que tiene una interpretación similar a la tasa de descuento de los flujos futuros.

El factor de descuento crítico nos permite intuir que si la competencia post disolución del cartel es fuerte, aumenta la estabilidad del acuerdo colusivo (principio *topsy-turvy* de Shapiro (1989)). También es importante señalar que para obtener una expresión para el factor de descuento se debe asumir que se jugará en cada etapa el mismo juego base infinitamente, sin cambiar las condiciones a lo largo de los períodos, esto implica que una fluctuación de la demanda no afecta la estabilidad del cartel directamente porque en este período y los que siguen se asume que se mantendrá constante la demanda. No obstante, si hubiera un aumento en la demanda, se puede utilizar el factor de descuento si se asume que en los períodos siguientes no habrá más aumentos de demanda, lo que cambia la magnitud del factor de descuento porque la diferencia entre las ganancias del cartel con respecto al equilibrio no cooperativo, y la diferencia de ganancias entre traicionar y del acuerdo no necesariamente permanecerán constantes al cambiar la demanda potencial.

Es importante notar que los diferentes tipos de acuerdo generan diferentes equilibrios por lo que puede que un tipo de acuerdo sea preferible a otro, Basso et al. (2020) argumentan que las firmas podrían preferir una semi colusión por sobre una colusión total porque el cartel formado podría tener una mayor estabilidad que la colusión total, obteniendo mayor rentabilidad que la del equilibrio no cooperativo, pero menores a las de una colusión total, disminuyendo las probabilidades de ser traicionados. Además, argumenta que una semi colusión podría ser menos detectable por las autoridades y tener menores castigos a una colusión en precio. Finalmente, encuentran que la semi colusión en precio genera más daño a los consumidores, mayores ganancias al cartel y es menos estable que la semi colusión en calidad.

Es importante señalar que el modelo de (Basso et al., 2020) no considera congestión, externalidades ni que los usuarios pueden cambiar de modo de transporte, efectos de punto fijo que afectan a todos los modos de transporte público urbano y que podría potencialmente cambiar sus resultados obtenidos como también su análisis de bienestar. En particular, el modo taxi colectivo podría reaccionar al cartel, lo que genera que el cartel de buses pierda rentabilidad porque el equilibrio resultante no dependerá sólo de ellos, sino también de la reacción del taxi colectivo y los usuarios que pueden cambiar a automóvil.

#### **2.4. Efectos del acuerdo de congelación de flota entre firmas en transporte público en la sociedad y pasajeros**

Basso & Silva (2018) estudiaron los efectos de un acuerdo de congelación de flota de buses utilizando un modelo de competencia a la Cournot, con un enfoque de diferenciación horizontal de productos y considerando sólo firmas de buses,

concluyendo principalmente que el acuerdo de congelación de flota es perjudicial para los usuarios porque si aumenta la demanda potencial del mercado, se obtendrá una frecuencia menor a la del primer mejor (socialmente óptima) y aumentará el precio generalizado. Es importante señalar que en el artículo (Basso & Silva, 2018) se señala que existe un caso en que el acuerdo podría ser potencialmente beneficioso para la sociedad en el corto plazo y se deben cumplir dos condiciones<sup>7</sup>: si se cumple que las frecuencias ofrecidas actualmente son mayores a las de primer mejor (socialmente óptimas) y el efecto de las externalidades domina al del poder de mercado. Finalmente, indican que este beneficio se pierde en el largo plazo cuando la demanda potencial crece lo suficiente para que la frecuencia<sup>8</sup> socialmente óptima sea mayor a la pactada previamente en el acuerdo. Lamentablemente, este trabajo no considera el cambio de modo de los usuarios, congestión o la potencial reacción de la firma de taxi colectivos, lo que potencialmente podría cambiar la respuesta ni existen artículos similares que busquen responder esta pregunta.

## 2.5. Prácticas que afectan la estabilidad de carteles

Feuerstein (2005) recopila muchas investigaciones de cómo la estabilidad de los acuerdos entre firmas es afectada por diversos factores en mercados “estándar”. Algunos de estos factores son: si existen restricciones de capacidad, fluctuación de demanda, el número de firmas, si existen firmas que permanecen fuera del cartel, heterogeneidad de productos, costos asimétricos, participación en múltiples mercados, entre otros.

En general, cuando existen firmas fuera del cartel, éstas pueden aprovechar que el cartel limita su producción y/o aumenta su precio para aumentar su participación de mercado, lo que aplicado a nuestro estudio sería el caso de la firma de taxi colectivos, que siempre compite contra las firmas de buses. Por el contrario, también puede ocurrir que la firma de taxi colectivos aproveche la oportunidad disminuyendo su nivel de servicio y aumente sus tarifas (Daño de paraguas). Finalmente, la firma de taxi colectivos no posee los mismos costos que la firma de buses, se percibe como un servicio diferenciado verticalmente del bus y en la realidad la regulación actual impone una restricción de capacidad (parque congelado de taxi colectivos). En resumen, la posible reacción de la firma de taxi colectivos puede incidir en las ganancias de las firmas de buses como también la estabilidad de su acuerdo.

---

<sup>7</sup>

<sup>8</sup> La frecuencia  $f$  está relacionada de manera directa con la flota  $B$  por el tiempo de ciclo  $T_c$  por la siguiente expresión  $B = f \cdot T_c$ .

## 2.6. Síntesis y conclusiones

En este capítulo se presentó brevemente la literatura más relevante para este trabajo como también las bases y justificaciones de por qué se utiliza un modelo de competencia y colusión tácita para estudiar el problema.

Pese a que hay abundante investigación en competencia y colusión en mercados estándar, no hay suficiente investigación en TPU, considerando sus particularidades, como la capacidad limitada del espacio vial que genera congestión cruzada entre modos, hacinamiento en los vehículos, interacción entre firmas, la potencial decisión de los usuarios de cambiarse a modos más cómodos y perjudiciales para la sociedad, etc. Esto es necesario para responder nuestra pregunta de investigación, pero requiere utilizar un modelo de punto fijo y simulación para obtener las respuestas.

Hasta el momento se sabe que el acuerdo de congelación de la flota de buses es perjudicial para los usuarios de TPU, pero existen efectos contrapuestos que podrían potencialmente beneficiar a la sociedad, como la disminución de externalidades y congestión. Por otro lado, si los usuarios de TPU deciden cambiarse al modo automóvil, el acuerdo podría ser perjudicial para la sociedad porque este modo genera  $10^9$  veces mayores externalidades por kilómetro - pasajero transportado que el modo bus (Rizzi & De La Maza, 2017).

---

<sup>9</sup> El estudio se llevó a cabo en la ciudad de Santiago de Chile en horario punta.

### 3. Metodología

#### 3.1. Resumen de la metodología

La metodología para este trabajo se basó en construir un modelo microeconómico de transporte que captura los efectos de la interacción estratégica entre firmas, el comportamiento de los usuarios y aspectos inherentes del sistema de transporte como congestión y hacinamiento. Luego con parámetros parecidos a lo real, se resolvió el equilibrio del modelo para establecer cuál de todas las estructuras de mercado que podrían adoptar las firmas es mejor para la sociedad, considerando externalidades. El modelo fue implementado en Python, con la ayuda de la biblioteca Sympy<sup>10</sup>, que permite manejar expresiones simbólicas en el programa. Para encontrar el equilibrio se resolvió un sistema de ecuaciones definido por las funciones de mejor respuesta con el método de los mínimos cuadrados de la biblioteca Scipy<sup>11</sup>.

El modelo microeconómico puede esquematizarse en la Figura 1, dónde se muestra que los usuarios deciden viajar en buses de la firma 1 o 2, taxi colectivo o automóvil. Cada alternativa se caracteriza por un tiempo de viaje, costo, tarifa, y otros atributos. La alternativa que sea más conveniente para los usuarios será elegida con mayor probabilidad, por lo que todas las firmas tienen incentivo a competir con las demás para obtener una mayor participación de mercado. Las firmas deciden su tarifa y frecuencia de manera que maximice su rentabilidad, cuya magnitud depende no sólo de la propia firma sino de todos los agentes del sistema (asumimos información perfecta y decisiones simultáneas). Finalmente, las firmas de buses tienen la posibilidad de establecer un acuerdo, lo que produce diferentes equilibrios del sistema.

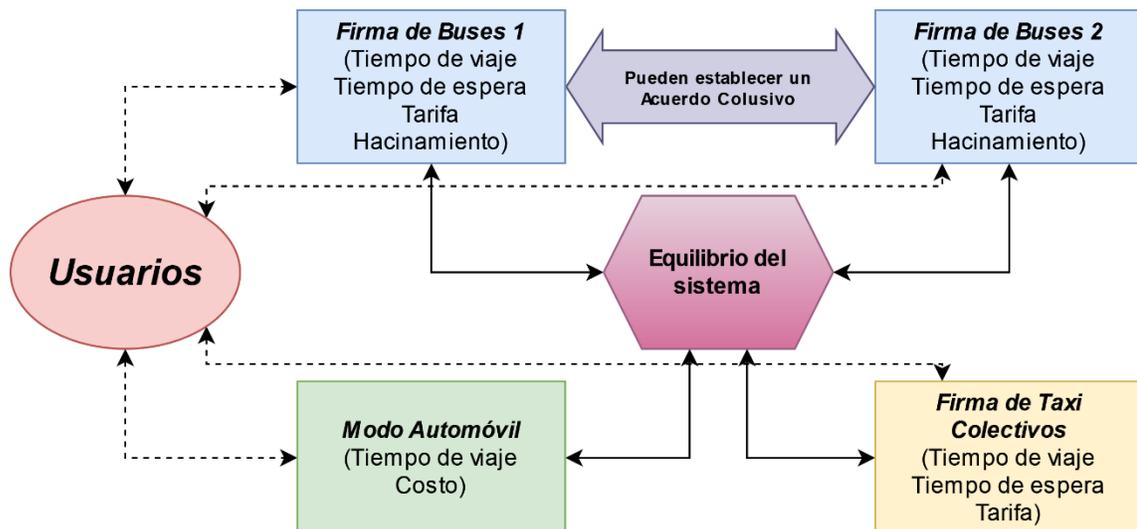


Figura 1: Esquema de modelamiento

<sup>10</sup> <https://www.sympy.org/es/>

<sup>11</sup> <https://docs.scipy.org/doc/scipy/index.html>

### 3.2. Generalidades del modelo

En este trabajo se consideró un par origen destino (OD), conectado mediante un corredor congestionable de largo  $L$  en el cual circulan ininterrumpidamente buses, automóviles y taxi colectivos.

En el corredor circulan buses de dos firmas diferentes, taxis colectivos y automóviles. Estos modos de transporte corresponden a las alternativas que pueden elegir los usuarios, que son denotadas con la letra  $i \in I$ . El subíndice  $i = 1, 2, txc, a$  denotará a la firma de buses 1, firma de buses 2, firma de taxi colectivo y a la alternativa automóvil respectivamente.

El análisis considera que las condiciones de demanda cambian a lo largo de los períodos  $t$ , que se definen como el tiempo requerido por cada firma para reaccionar. En cada período se juega el juego base, que tiene su propia dimensión temporal<sup>12</sup> y que durante éste las condiciones no cambian. El juego base se resuelve en cada período  $t \in T$ , lo que configura un super juego al asumir que los carteles aplican la estrategia del gatillo.

En el juego base, dado un nivel de demanda potencial  $A(t)$ , las firmas deciden sus frecuencias y tarifas con el objetivo de maximizar su rentabilidad en el período  $t$ . Es importante señalar que, entre un período y otro, la demanda potencial  $A(t)$  aumenta, por lo que el modelamiento como super juego tiene doble funcionalidad, primero permite obtener resultados para diferentes niveles de demanda, y segundo nos permite utilizar la teoría de los modelos de colusión tácita para estudiar la estabilidad del cartel para cada nivel de demanda a lo largo de los diferentes períodos.

En las siguientes secciones se encuentra el modelamiento y los supuestos utilizados con mayor detalle.

### 3.3. Congestión

El corredor se congestiona a medida que aumentan los flujos de los diferentes vehículos. La congestión se modeló con la curva flujo-demora BPR, en que  $f_a$  corresponde al flujo de automóviles que circulan por el corredor. Las variables  $f_1, f_2$  y  $f_{txc}$  denotan las frecuencias o flujos de los servicios de transporte público. Es importante notar que el concepto de frecuencia es equivalente al de flujo en el sentido de que ambos términos corresponden a la cantidad de vehículos de un tipo circulando en un determinado tiempo. El tiempo que demora la alternativa  $i$  en recorrer completamente el corredor se denota por  $Tv_i$  y se estima utilizando la curva flujo

---

<sup>12</sup> Esta podría ser cualquier tiempo de operación, mientras las unidades de los parámetros y variables sean consistentes. En este caso utilizamos una hora.

demora BPR mostrada en la ecuación (1), que permite modelar la congestión cruzada de las diferentes alternativas disponibles.

$$Tv_i = \overline{Tv}_i \left( 1 + \varepsilon_1 \left( \frac{f_a + f_{txc} + \varepsilon_{bus}(f_1 + f_2)}{Q} \right)^{\varepsilon_2} \right) \text{ para } i = \{1, 2, txc, a\} \quad (1)$$

Donde  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$  son parámetros calibrados,  $\varepsilon_{bus}$  es un factor de equivalencia que transforma los buses en vehículos livianos (o vehículos equivalentes) y  $Q$  corresponde a la capacidad del corredor. El término  $\overline{Tv}_i$  corresponde al tiempo de viaje a flujo libre para el modo de transporte  $i$ , que está dado por la ecuación (2), en que  $V_{ci}$  corresponde a la velocidad comercial de la alternativa  $i$  a flujo libre (sin congestión) y  $GS^*$  corresponde al grado de saturación observado.

$$\overline{Tv}_i = \frac{\frac{L}{V_{ci}}}{(1 + \varepsilon_1(GS^*)^{\varepsilon_2})} \text{ para } i = \{1, 2, txc, a\} \quad (2)$$

### 3.4. Tiempo de viaje

El tiempo de viaje que un usuario experimenta al utilizar el modo bus es la suma del tiempo de viaje para recorrer el corredor  $Tv_i$  (1) con la demora por la subida y bajada de pasajeros, que depende de la cantidad de pasajeros que lleva cada bus. La cantidad total de pasajeros que transporta la firma  $i$  en un período se denota por  $q_i$ , luego la cantidad promedio de pasajeros que lleva un bus es  $q_i/f_i$ . Los parámetros  $\mu_{sub}$  y  $\mu_{baj}$  corresponden a los tiempos de subida y bajada de cada pasajero. Finalmente, el tiempo de viaje en bus queda determinado por la ecuación (3).

$$Tviaje_i = \left( Tv_i + \frac{q_i}{f_i} (\mu_{sub} + \mu_{baj}) \right) \text{ para } i = \{1, 2\} \quad (3)$$

Para los modos taxi colectivo y automóvil, el tiempo de viaje es únicamente el tiempo que tarda en recorrer el corredor dicho modo de ida (4), es decir, se desprecia el tiempo de subida y bajada de los pasajeros al taxi colectivo.

$$Tviaje_i = Tv_i \text{ para } i = \{a, txc\} \quad (4)$$

### 3.5. Tiempos de espera

El modelo considera que los pasajeros de los modos taxi colectivo y bus esperan la mitad<sup>13</sup> del intervalo entre vehículos. Es útil recordar que el intervalo entre vehículos es el inverso multiplicativo de la frecuencia, por lo que el tiempo de espera  $T_{e_i}$  del modo  $i$  queda determinado por la ecuación (5).

$$T_{e_i} = \frac{1}{2f_i} \quad \text{para } i = \{1,2,txc\} \quad (5)$$

### 3.6. Tarifas y Gasto por utilización de automóvil

La tarifa que paga cada usuario en los modos bus o taxi colectivo  $t_i$  se obtienen al resolver el equilibrio del sistema de cada estructura de mercado. En el caso del automóvil, el gasto que incurre cada usuario al utilizarlo  $G_a$  es función lineal de la distancia del corredor  $L$ , como se muestra en la ecuación (6).

$$G_a = c_{ad}L \quad (6)$$

### 3.7. Hacinamiento

El hacinamiento en el modo bus se modela como un aumento en la utilidad marginal del tiempo de viaje en función de la cantidad de pasajeros promedio en cada bus, lo que se conoce como multiplicador del tiempo de viaje  $\rho_i$ , mostrado en la ecuación (7).

$$\rho_i = h_1 + h_2 \cdot \frac{q_i}{f_i} \quad \text{para } i = \{1,2\} \quad (7)$$

Donde  $h_1$  y  $h_2$  son parámetros de calibración en función de la configuración de pasajeros sentados y de pie de cada bus.

### 3.8. Elección de los usuarios

La elección de los usuarios tipo  $j$  se modela con un modelo *logit multinomial*, en que cada alternativa disponible  $i$  tiene una utilidad asociada  $U_{ij}$ , que se separa en una utilidad sistemática observable  $V_{ij}$  y un término de error  $\varepsilon_{ij}$ , este último distribuye valor extremo. La probabilidad de que un usuario tipo  $j$  elija la alternativa  $i$  está dada por la ecuación (8).

---

<sup>13</sup> Detrás de este supuesto se esconde que los pasajeros llegan de manera uniforme al origen y los buses mantienen un intervalo constante entre sí.

$$P_j(i) = \frac{e^{\mu V_i}}{\sum_{k \in C_j} e^{\mu V_k}} \quad \text{para } i = \{1, 2, a, txc\} \quad (8)$$

Donde  $\mu$  corresponde a un factor de escala,  $C_j$  corresponde al conjunto de alternativas disponibles que tienen los usuarios tipo  $j$  ( $C_j \subseteq I$ ). Es importante recalcar que la probabilidad de elección de la alternativa  $i$  depende de las diferencias relativas de utilidad sistemática entre las alternativas disponibles, y esta diferencia en la elección produce probabilidades de elección menos equiprobables cuando  $\mu \rightarrow \infty$ .

La utilidad observable  $V_i$  es percibida de igual<sup>14</sup> manera por todos los usuarios y depende del tiempo de viaje, tiempo de espera, tarifa, costo y hacinamiento. Además, diferenciamos los tipos de usuario solamente por la disponibilidad de la alternativa automóvil y denotamos al porcentaje de usuarios que tienen la alternativa automóvil disponible por  $p_{car}$ .

### 3.9. Utilidades sistemáticas

Las utilidades sistemáticas de cada alternativa  $V_i$  se muestran en las ecuaciones (9), (10), (11) y (12).

$$V_a = \alpha_a + \beta_{cost} \cdot G_a + \beta_{TV_a} \cdot Tviaje_a \quad (9)$$

$$V_1 = \alpha_{bus} + (\beta_{TV_b} \cdot \rho_1)(Tviaje_1) + \beta_{cost} \cdot t_1 + \beta_{TE} \cdot T_{e_1} \quad (10)$$

$$V_2 = \alpha_{bus} + (\beta_{TV_b} \cdot \rho_2)(Tviaje_2) + \beta_{cost} \cdot t_2 + \beta_{TE} \cdot T_{e_2} \quad (11)$$

$$V_{txc} = \alpha_{txc} + \beta_{cost} t_{txc} + \beta_{TV_{txc}} Tviaje_{txc} + \beta_{TE} \cdot \frac{1}{2f_{txc}} \quad (12)$$

Donde  $\alpha_a, \alpha_{bus}, \alpha_{txc}$  son constantes modales,  $\beta_{TV_i}$  corresponde a la utilidad marginal del tiempo de viaje,  $\beta_{cost}$  corresponde a menos la utilidad marginal del ingreso. Finalmente  $\beta_{TE}$  corresponde a la utilidad marginal del tiempo de espera. Estos parámetros requieren ser calibrados con particiones modales observadas, valores del tiempo y elasticidades a partir de estudios empíricos. Es importante notar que asumimos que las utilidades sistemáticas de las alternativas no dependen del tipo de usuario, sólo varía la disponibilidad de las alternativas.

---

<sup>14</sup> Significa que todos los usuarios son idénticos entre sí, salvo en la disponibilidad del automóvil. Es importante señalar que la decisión es estocástica, por lo que siempre habrá usuarios dispuestos a viajar en las alternativas y ninguna alternativa puede capturar todo el mercado.

### 3.10. Demanda de usuarios

La demanda potencial de los usuarios  $A(t)$  es un parámetro exógeno que crece a lo largo de los períodos de manera lineal con pendiente  $a$ , esto se muestra en la ecuación (13).

$$A(t) = A_0 + a \cdot t \quad (13)$$

La función de demanda del sistema en el período  $t$ :  $Q(t)$  es elástica, y tiene forma exponencial (14). Ésta es sensible a cambios en la máxima utilidad esperada promedio del sistema  $\bar{V}(t)$ , la que a su vez depende del equilibrio del sistema en el período  $t$ , lo que indica que la demanda total del sistema es sensible al nivel de servicio del sistema.

El parámetro  $\theta$  representa la sensibilidad del total de usuarios a cambios en el sistema y considera la elasticidad de viajar con respecto al costo generalizado (o nivel de servicio) como también la transformación a unidades adimensionales.

$$Q(t) = A(t) \cdot e^{\theta \bar{V}(t)} \quad (14)$$

La utilidad máxima esperada promedio por los usuarios se calcula mediante el valor inclusivo o la log-suma (Train, 2009), mostrado en la ecuación (15).

$$\bar{V}(t) = \frac{p_{car}}{\mu} \ln \left( \sum_{i \in I} e^{\mu V_i} \right) + \frac{1 - p_{car}}{\mu} \ln \left( \sum_{i \in I - \{a\}} e^{\mu V_i} \right) \quad (15)$$

Finalmente, la afluencia de cada alternativa  $q_i$  es la multiplicación de la demanda total del sistema  $Q(t)$  por la probabilidad de elección de cada tipo de usuario tipo  $j$ , que se muestra en la ecuación (16).

$$q_i(t) = Q(t) \cdot \sum_{j \in C_j} P_j(i) \quad (16)$$

Es importante notar que la afluencia es una ecuación de punto fijo, por lo que no se puede saber a priori que ocurre con la afluencia de cada firma al cambiar los atributos de las alternativas, puesto que las demás firmas reaccionan y depende del nuevo equilibrio resultante.

### 3.11. Comportamiento de las firmas

Es importante señalar que el modo automóvil no tiene componente estratégica, es decir, no existe una entidad que decida la cantidad de automóviles directamente, sino que es decisión de los usuarios utilizar el automóvil, cuya decisión no se basa directamente en lo que hacen los demás usuarios, sino que elige lo que le hace el mayor bien a sí mismo (comportamiento racional). Por el contrario, los modos bus y taxi colectivo son firmas (o empresas) que deciden la frecuencia o tarifa de su servicio estratégicamente para maximizar sus ganancias porque saben que su decisión afecta a las demás firmas y al sistema en general. Esto se refleja en el sistema de demanda porque la afluencia de pasajeros que experimenta una firma depende de las variables estratégicas de las demás firmas y de la preferencia de los usuarios.

### 3.12. Ganancias de las firmas

En el juego base las firmas son modeladas como agentes que eligen la frecuencia y tarifa de su servicio para maximizar sus ganancias por hora en el período  $t$ . Las ganancias de las firmas es la diferencia entre sus ingresos y sus costos. Los ingresos de las firmas se deben a la tarifa  $t_i$  que cobran a los usuarios multiplicada por la cantidad de pasajeros que eligen su servicio  $q_i$ , mientras que los costos son lineales con respecto a la cantidad de vehículos operados en esa hora  $B_i$ . Así, las ganancias  $\pi_i(t)$  de la firma en el período  $t$  se puede escribir en la ecuación (17).

$$\pi_i(t) = t_i q_i(t) - c_{b_i} B_i \quad (17)$$

Es útil recordar que la cantidad de buses en operación se relaciona con la frecuencia mediante el tiempo de ciclo  $T_{c_i}$ , como se muestra en la ecuación (18). El tiempo de ciclo de un vehículo de la firma  $i$  se define como la suma de los tiempos de viaje de ida-vuelta y el tiempo que requieren los pasajeros para subir y bajar de los vehículos. En este apartado se realizó el supuesto de que el tiempo de viaje de vuelta es igual al tiempo de viaje a flujo libre de ida en el corredor, por lo que el tiempo de ciclo queda definido por la ecuación (19).

$$B_i = f_i \cdot T_{c_i} \quad (18)$$

$$T_{c_i} = T_{v_i} + T_{v_{i0}} + \frac{q_i}{f_i} (\mu_{sub} + \mu_{baj}) \text{ para } i = \{1,2\} \quad (19)$$

En el caso de los taxis colectivos, se desprecia el término que corresponde a las subidas y bajadas de los pasajeros, obteniéndose el tiempo de ciclo de la ecuación (20).

$$T_{c_{txc}} = Tv_{txc} + tv_{txc0} \quad (20)$$

Es importante notar que el tiempo de ciclo depende de la congestión en el corredor, lo que se verá reflejado en  $Tv_i, i = \{1,2,txc\}$ , por lo que aumentar la congestión aumenta los costos de todas las firmas.

### 3.13. Capacidad de línea

Cada firma de buses o taxi colectivos debe proveer una frecuencia que permita transportar sus pasajeros, es decir, la frecuencia que establezcan para operar debe satisfacer la expresión (21), que se conoce como capacidad de línea. El enfoque utilizado asume que los pasajeros se distribuirán uniformemente en los vehículos de transporte público a lo largo del tiempo en el período analizado.

$$q_i \leq f_i \cdot s_i \quad \text{para } i = \{1,2,txc\} \quad (21)$$

### 3.14. Afluencia de las firmas

La afluencia de pasajeros que experimenta una firma (Ecuación (16)) está descrita por un punto fijo, por lo que, para efectos del cálculo del equilibrio, se agrega como restricción y se agrega la variable  $q_i$  como variable de optimización al problema que resuelve cada firma. Es importante subrayar que ésta es una técnica de optimización, por lo que se mantiene la esencia de que la afluencia de la demanda es una consecuencia de las decisiones de las firmas y los usuarios deciden qué alternativa utilizar.

### 3.15. Competencia oligopólica

En cada período  $t$  las firmas maximizan su rentabilidad considerando las restricciones de capacidad de línea y afluencia. Definimos por  $x_i$  a las variables que la firma  $i$  puede decidir, mientras que  $x_{-i}$  corresponde a las variables que deciden todos los agentes (incluido los consumidores) salvo la firma  $i$ , así, el problema de optimización que la firma  $i = \{1,2,txc\}$  resuelve en el período  $t$  bajo competencia oligopólica puede ser escrito en (22).

$$\begin{aligned} & \max_{f_i, t_i} \pi_i(x_i, x_{-i}|t) \\ & \text{Sujeto a las restricciones:} \\ & q_i \leq f_i \cdot s_i \end{aligned} \quad (22)$$

$$q_i = Q(t) \cdot \sum_{j \in C_j} P_j(i)$$

El problema de optimización (22) puede ser reescrito mediante el uso de la función lagrangiana (23), en que la restricción de desigualdad es transformada en igualdad sumando una variable de holgura  $k_i^2$  y agregando los multiplicadores de Lagrange  $\lambda_{d_i}, \lambda_{cap_i} \geq 0$ .

$$L_i = -\pi_i(x_i, x_{-i}) + \lambda_{d_i} \left( q_i - Q(t) \cdot \sum_{j \in C_j} P_j(i) \right) + \lambda_{cap_i} (q_i - f_i \cdot s_i + k_i^2) \quad (23)$$

para  $i = \{1, 2, txc\}$

Para obtener las funciones de mejor respuesta de cada firma  $i$ , basta con obtener las condiciones de primer orden de la función lagrangiana para cada firma sobre las variables que ésta decide e igualarlas a cero.

$$\frac{\partial L_i}{\partial f_i} = 0 \text{ para } i = \{1, 2, txc\} \quad (24)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial t_i} = 0 \text{ para } i = \{1, 2, txc\} \quad (25)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial q_i} = 0 \text{ para } i = \{1, 2, txc\} \quad (26)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial \lambda_{cap_i}} = 0 \text{ para } i = \{1, 2, txc\} \quad (27)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial \lambda_{d_i}} = 0 \text{ para } i = \{1, 2, txc\} \quad (28)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial k_i} = 0 \text{ para } i = \{1, 2, txc\} \quad (29)$$

La ecuación (28) es equivalente a la ecuación (16) , por lo que sólo falta agregar la ecuación (16) para la alternativa automóvil ( $i = a$ ) para poder cerrar el sistema de ecuaciones y encontrar el equilibrio no cooperativo o competitivo.

Para verificar que una solución del sistema descrito por las ecuaciones (24) a (29) es un equilibrio se debe cumplir que  $\frac{\partial^2 L_i}{\partial q_i^2} > 0 \wedge \left\{ \frac{\partial^2 L_i}{\partial f_i^2} > 0 \vee \frac{\partial^2 L_i}{\partial t_i^2} > 0 \right\}$  para  $i = \{1, 2, txc\}$  en el punto de equilibrio. El argumento es que cualquier modificación en las variables  $f_i$  o  $t_i$  modificará la afluencia de la firma  $q_i$  en una dirección en que aumenta el valor objetivo de la función lagrangiana  $L_i^*$  y por lo tanto llegará a un equilibrio que no es la mejor respuesta a la mejor respuesta de las demás firmas. Por otro lado, si sólo una variable estratégica  $x_i$  cumple que  $\frac{\partial^2 L_i}{\partial x_i^2} > 0$  y  $\frac{\partial^2 L_i}{\partial q_i^2} > 0$ , entonces también se está en un punto de equilibrio porque sólo se requiere  $q_i$  y una de las dos variables  $f_i$  o  $t_i$  para calcular la tercera a partir del sistema de demanda logit, luego si dos variables cumplen el criterio de segundo orden, no se requiere verificar para la tercera variable porque esta no puede moverse porque su valor está fijo por las otras dos variables que si están en el punto de equilibrio. Este criterio aplica también a los diferentes acuerdos colusivos, en que debe revisar que se cumpla el mismo criterio para el cartel ( $i = c$ ) en las variables que se deciden cooperativamente y de manera similar a la competencia oligopólica para las variables que no se deciden conjuntamente.

### 3.16. Colusión total

Se dice que las firmas de buses están coludidas totalmente cuando cooperan entre sí, eligiendo conjuntamente sus frecuencias y tarifas con el objetivo de maximizar su rentabilidad conjunta  $\pi_c$ , que corresponde a la suma de la rentabilidad de ambas firmas de buses (30). La entidad que representa la fusión de las firmas se le llama cartel ( $i = c$ ), y éste resuelve el problema de optimización (31) en cada período  $t$ .

$$\pi_c = \pi_1 + \pi_2 \quad (30)$$

$$\max_{f_1, f_2, q_1, t_1, t_2, q_2} \pi_c(x_c, x_{-c} | t)$$

Sujeto a las restricciones:

$$q_1 \leq f_1 s_1$$

$$q_2 \leq f_2 s_2$$

(31)

$$q_1 = \sum_{j \in J} P_j(1) \cdot \varphi_j \cdot Q_t$$

$$q_2 = \sum_{j \in J} P_j(2) \cdot \varphi_j \cdot Q_t$$

El problema de optimización descrito en (31) puede ser reescrito en su forma lagrangiana en (32), lo que a su vez es equivalente a sumar las funciones lagrangianas de las firmas de buses (23). Por otro lado, la firma de taxi colectivo resuelve el problema descrito en (22) con el subíndice  $i = txc$ .

$$\begin{aligned}
L_c = L_1 + L_2 = & -\pi_1(x_1, x_{-1}) + \lambda_{d_1} \left( q_1 - \sum_{j \in J} P_j(1) \cdot \varphi_j \cdot Q_t \right) \\
& + \lambda_{cap_1} (q_1 - f_1 \cdot s_1 + k_1^2) - \pi_2(x_2, x_{-2}) \\
& + \lambda_{d_2} \left( q_2 - \sum_{j \in J} P_j(2) \cdot \varphi_j \cdot Q_t \right) + \lambda_{cap_2} (q_2 - f_2 \cdot s_2 + k_2^2)
\end{aligned} \tag{32}$$

Finalmente, se obtienen las condiciones de primer orden para el cartel de buses y taxi colectivo a partir de las funciones lagrangianas (33) y (24) respectivamente. Con esto, se configura el sistema de ecuaciones (Ecuaciones (33) a (44)) más abajo que es necesario resolver para encontrar el equilibrio global del sistema de transporte cuando existe un cartel de buses que está coludido en todas las variables que controla. Es importante señalar que es la misma cantidad de ecuaciones que el problema en competencia oligopólica, sólo está más desagregado para explicitar de qué función lagrangiana deriva cada condición de primer orden.

$$\frac{\partial L_c}{\partial f_i} = 0, \text{ para } i = \{1,2\} \tag{33}$$

$$\frac{\partial L_{txc}}{\partial f_{txc}} = 0 \tag{34}$$

$$\frac{\partial L_c}{\partial t_i} = 0, \text{ para } i = \{1,2\} \tag{35}$$

$$\frac{\partial L_{txc}}{\partial t_{txc}} = 0 \tag{36}$$

$$\frac{\partial L_c}{\partial q_i} = 0, \text{ para } i = \{1,2\} \tag{37}$$

$$\frac{\partial L_{txc}}{\partial q_{txc}} = 0 \tag{38}$$

$$\frac{\partial L_c}{\partial \lambda_{cap_i}} = 0, \text{ para } i = \{1,2\} \quad (39)$$

$$\frac{\partial L_{txc}}{\partial \lambda_{cap_{txc}}} = 0 \quad (40)$$

$$\frac{\partial L_c}{\partial \lambda_{d_i}} = 0, \text{ para } i = \{1,2\} \quad (41)$$

$$\frac{\partial L_{txc}}{\partial \lambda_{d_{txc}}} = 0 \quad (42)$$

$$\frac{\partial L_c}{\partial k_i} = 0, \text{ para } i = \{1,2\} \quad (43)$$

$$\frac{\partial L_{txc}}{\partial k_{txc}} = 0 \quad (44)$$

### 3.17. Semi colusión en frecuencia

Se dice que existe una semi colusión cuando las firmas deciden cooperativamente una variable y compiten en la otra variable. En el caso de una semi colusión en frecuencia las firmas de buses deciden las frecuencias  $f_1$  y  $f_2$  que maximiza su rentabilidad conjunta, mientras que deciden su tarifa maximizando su rentabilidad individual. Para efectos de este trabajo, sólo se analizó el equilibrio simultáneo<sup>15</sup>, lo que se traduce en el sistema de ecuaciones (45) a (51).

$$\frac{\partial L_c}{\partial f_i} = 0, \text{ para } i = \{1,2\} \quad (45)$$

$$\frac{\partial L_{txc}}{\partial f_{txc}} = 0 \quad (46)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial t_i} = 0 \text{ para } i = \{1,2, txc\} \quad (47)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial q_i} = 0 \text{ para } i = \{1,2, txc\} \quad (48)$$

---

<sup>15</sup> La elección podría ser secuencial, es decir el cartel puede decidir sus frecuencias (tarifas) sabiendo que la tarifas (frecuencias) serán elegidas posteriormente competitivamente (cooperativamente). El orden de la elección depende de las hipótesis sobre el comportamiento del cartel.

$$\frac{\partial L_i}{\partial \lambda_{cap_i}} = 0 \text{ para } i = \{1,2, txc\} \quad (49)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial \lambda_{d_i}} = 0 \text{ para } i = \{1,2, txc\} \quad (50)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial k_i} = 0 \text{ para } i = \{1,2, txc\} \quad (51)$$

### 3.18. Semi colusión en tarifa

Similar a la sección 3.17, en la semi colusión en tarifa las firmas de buses deciden conjuntamente su tarifa para maximizar su rentabilidad conjunta, compitiendo en todas las demás variables. Para resolver el equilibrio del sistema, se debe encontrar solución al sistema de ecuaciones (52) a (58).

$$\frac{\partial L_i}{\partial f_i} = 0 \text{ para } i = \{1,2, txc\} \quad (52)$$

$$\frac{\partial L_c}{\partial t_b} = 0, \text{ para } b = \{1,2\} \quad (53)$$

$$\frac{\partial L_{txc}}{\partial t_{txc}} = 0 \quad (54)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial q_i} = 0 \text{ para } i = \{1,2, txc\} \quad (55)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial \lambda_{cap_i}} = 0 \text{ para } i = \{1,2, txc\} \quad (56)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial \lambda_{d_i}} = 0 \text{ para } i = \{1,2, txc\} \quad (57)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial k_i} = 0 \text{ para } i = \{1,2, txc\} \quad (58)$$

### 3.19. Congelación de la flota de buses

Otro tipo de acuerdo que estudiamos es el de congelación de flota, que consiste en fijar el número de vehículos de las firmas de buses  $B_{0_b}$  en los períodos  $t > \bar{t}$  a partir de un equilibrio no cooperativo en el período  $\bar{t}$ , de esta manera no se eliminan ni agregan buses durante una ventana de períodos. Este acuerdo no intenta elegir la flota para

maximizar algún objetivo, sino que simplemente se congela para no tener que eliminar buses ni repartir la torta entre más, de esta forma no se agregan buses cuando la demanda y la presión competitiva lo solicite, así se obtiene mayores ganancias, al menos, por algunos períodos.

Es importante señalar que no es racional para las firmas de buses mantenerse en el acuerdo de congelación de flota cuando las ganancias en éste sean menores a las de la competencia oligopólica. En consecuencia, asumimos que las firmas refrescan el acuerdo de congelación de flota de buses, estableciendo una nueva flota máxima igual a la que se utiliza en la competencia oligopólica en el período en que las ganancias del acuerdo sean menores a la de la competencia oligopólica.

Para resolver el equilibrio para este acuerdo, se construye el lagrangeano del problema de la competencia oligopólica (23) añadiendo la restricción (59) con su respectivo multiplicador de Lagrange  $\lambda_{flot_i}$  y variable de holgura  $w_i$ .

$$f_i T_{c_i} \leq B_{0_i} \text{ para } i = \{1,2\} \quad (59)$$

$$L_i^{cong} = L_i + \lambda_{flot_i} \cdot (f_i T_{c_i} - B_{0_i} + w_i^2) \text{ para } i = \{1,2\} \quad (60)$$

Finalmente se obtienen las condiciones de primer orden para las firmas de buses a partir de (60) y para la firma de taxi colectivo desde (23), obteniéndose las funciones de mejor respuesta. El problema por resolver para encontrar el equilibrio de este acuerdo se muestra en las ecuaciones (61) a (74).

$$\frac{\partial L_i^{cong}}{\partial f_i} = 0, \text{ para } i = \{1,2\} \quad (61)$$

$$\frac{\partial L_{txc}}{\partial f_{txc}} = 0 \quad (62)$$

$$\frac{\partial L_i^{cong}}{\partial t_i} = 0, \text{ para } i = \{1,2\} \quad (63)$$

$$\frac{\partial L_{txc}}{\partial t_{txc}} = 0 \quad (64)$$

$$\frac{\partial L_i^{cong}}{\partial q_i} = 0, \text{ para } i = \{1,2\} \quad (65)$$

$$\frac{\partial L_{txc}}{\partial q_{txc}} = 0 \quad (66)$$

$$\frac{\partial L_i^{cong}}{\partial \lambda_{cap_i}} = 0, \text{ para } i = \{1,2\} \quad (67)$$

$$\frac{\partial L_{txc}}{\partial \lambda_{cap_{txc}}} = 0 \quad (68)$$

$$\frac{\partial L_i^{cong}}{\partial \lambda_{d_i}} = 0, \text{ para } i = \{1,2\} \quad (69)$$

$$\frac{\partial L_{txc}}{\partial \lambda_{d_{txc}}} = 0 \quad (70)$$

$$\frac{\partial L_i^{cong}}{\partial k_i} = 0, \text{ para } i = \{1,2\} \quad (71)$$

$$\frac{\partial L_{txc}}{\partial k_{txc}} = 0 \quad (72)$$

$$\frac{\partial L_i^{cong}}{\partial \lambda_{flot_i}} = 0, \text{ para } i = \{1,2\} \quad (73)$$

$$\frac{\partial L_i^{cong}}{\partial w_i} = 0, \text{ para } i = \{1,2\} \quad (74)$$

### 3.20. Congelación del parque de taxi-colectivos

La restricción de parque de taxi colectivos (75) se agrega de manera similar a lo realizado en la sección 3.19, con la diferencia de que el parque de taxi colectivos es un parámetro exógeno fijo, mientras que la flota de buses es el resultado de un equilibrio no cooperativo y se refresca. Esta restricción permite analizar por separado escenarios en que la flota de taxi colectivos está congelada o no.

$$f_{txc} T_{c_{txc}} \leq B_{0_{txc}} \quad (75)$$

Para resolver el equilibrio de todas las estructuras de mercado considerando esta política, primero escribimos la función lagrangiana de la firma de taxi colectivos cuando se encuentra afecta a esta política (81). Nótese que no necesariamente la restricción será activa.

$$L_{txc}^{cong} = L_{txc} + \lambda_{flot_{txc}} \cdot (f_{txc} T_{c_{txc}} - B_{0_{txc}} + w_{txc}^2) \quad (76)$$

Finalmente, reemplazamos  $L_{txc}$  por  $L_{txc}^{cong}$  en cada ecuación de los sistemas ecuaciones de las estructuras de mercados y agregamos las nuevas condiciones de primer orden sobre el multiplicador de Lagrange (82) y la variable de holgura (83).

$$\frac{\partial L_{txc}^{cong}}{\partial \lambda_{f_{lot_{txc}}}} = 0 \quad (77)$$

$$\frac{\partial L_{txc}^{cong}}{\partial w_{txc}} = 0 \quad (78)$$

### 3.21. El problema del traidor

Si existe un acuerdo colusivo, cada firma perteneciente a éste enfrenta la tentación de desviarse del acuerdo para aumentar sus ganancias por un período. El problema que enfrenta la firma de buses traidora es maximizar sus ganancias sabiendo que las otras firmas no pueden reaccionar en dicho periodo. Es decir, la firma traidora elegirá su frecuencia y tarifa a sabiendas de que la tarifa y frecuencia de las demás firmas están determinadas por el acuerdo colusivo previamente establecido.

Por otra parte, asumimos que la firma de taxi colectivos reacciona en función de la competencia que espera, y por tanto no tienen por qué saber si enfrentan a un cartel de buses o no. En consecuencia, ellos no pueden reaccionar en el mismo período en que la firma traidora se desvía del acuerdo ni aprovechar este período para aumentar sus ganancias.

Para obtener el equilibrio del sistema cuando una firma decide desviarse del acuerdo de manera óptima, basta resolver el problema de la competencia oligopólica para  $i = \{1,2\}$  considerando  $x_{-i}^*$  al vector que contiene las variables estratégicas de las demás entidades, que son conocidas por la firma  $i$  y son fijas. Mostramos el problema del traidor en (81) con sus restricciones respectivas. Nótese que este es un problema de optimización no lineal, y no un problema de complementariedad porque  $x_{-i}^*$  es fijo y conocido, a diferencia de lo realizado en la sección 3.15.

$$\max_{f_i, t_i} \pi_i(x_i, x_{-i}^* | t)$$

Sujeto a las restricciones:

$$q_i \leq f_i \cdot s_i \quad (79)$$

$$q_i = Q(t) \cdot \sum_{j \in C_j} P_j(i)$$

El problema (81) puede resolverse para los 4 diferentes acuerdos colusivos ( $AC$ ). Lo rescatable de este problema son las ganancias que la firma traidora obtendría si decide traicionar óptimamente al cartel que estableció un acuerdo  $AC$ , que denotaremos por  $\pi_i^{desv\_AC}$ .

### 3.22. Juegos Base, Super Juegos y Estabilidad

Un juego base corresponde a resolver el equilibrio de alguno de las diferentes estructuras de mercado (Secciones 3.15, 3.16, 3.17, 0 y 3.19) en un período  $t$  para un nivel de demanda potencial  $A(t)$  dado. Dado un período  $t$  y una estructura de mercado, las firmas deciden su frecuencia y tarifa para obtener la mayor cantidad de ganancias en dicho período, mientras que los pasajeros deciden qué alternativa usar en base a lo que les sea más conveniente. Resolvemos el juego base para cada una de las 5 estructuras de mercado, considerando que existe la restricción del parque de taxi colectivos congelado y cuando no.

Para configurar un superjuego, consideremos el juego base de los diferentes acuerdos colusivos repetidos infinitamente. Es decir, en cada período  $t$ , configuramos un superjuego con horizonte infinito en que se repite el juego base del período  $t$ . Esto implica que asumimos para el cálculo de estabilidad de cartel en cada período, las firmas esperan que se mantengan las condiciones de demanda potencial  $A(t)$  del período  $t$  en los períodos futuros.

En cada período del superjuego  $\tau$ , cada firma de buses debe decidir si mantenerse en el acuerdo colusivo o traicionar al cartel. Si decide lo segundo, en el período siguiente el cartel se disuelve y se establecerá el equilibrio no cooperativo (competencia oligopólica). De la misma forma que en Deneckere (1983), denotamos por  $\delta$  al factor de descuento de cada firma de buses, que corresponde a la valoración futura<sup>16</sup> de las ganancias.

Cada firma de buses no tiene incentivo a desviarse de un acuerdo colusivo si las ganancias (en valor presente) de mantenerse en el acuerdo  $\pi_i^{AC}$  son al menos, iguales a las ganancias de desviarse en un período  $\pi_i^{desv\_AC}$  y el castigo infinito de volver al equilibrio no cooperativo en los siguientes períodos  $\pi_i^{COMP}$ . Es decir:

$$\sum_{\tau=t}^{\infty} \delta^{\tau} \pi_i^{AC}(t) = \pi_i^{desv\_AC}(t) + \sum_{\tau=t+1}^{\infty} \delta^{\tau} \pi_t^{COMP}(t) \quad (80)$$

---

<sup>16</sup> Si  $r$  es la tasa de descuento de una firma, entonces su factor de descuento es  $\delta = \frac{1}{1+r}$

Notando que estamos sumando sobre  $\tau$  y no sobre  $t$ , podemos despejar  $\delta$ , lo llamamos factor de descuento crítico  $\delta_i^*$  y se calcula con la ecuación (83). Cualquier firma que tenga un factor de descuento  $\delta_i < \delta_i^*$  le conviene desviarse del acuerdo. Por el contrario, si la firma es suficientemente paciente, le convendrá mantenerse en el acuerdo si su factor de descuento  $\delta_i \geq \delta_i^*$ .

$$\delta_i^*(t) = \frac{\pi_i^{desv\_AC} - \pi_i^{AC}}{\pi_i^{desv\_AC} - \pi_i^{COMP}} \quad (81)$$

Es importante notar que un aumento del factor de descuento crítico  $\delta_i^*$  indica que el cartel se vuelve más inestable porque es más probable que existan firmas dispuestas a traicionar dado que su factor de descuento puede quedar por debajo del crítico  $\delta_i < \delta_i^*$ .

### 3.23. Externalidades

Las externalidades principales de este sistema que consideramos son: daño a la infraestructura vial, accidentes, material particulado  $PM_{2.5}$ , ozono  $O_3$ , dióxido de carbono  $CO_2$ , ruido y congestión. Las primeras 6 las nombramos como “externalidades medioambientales” y las calculamos directamente de los resultados del equilibrio de cada tipo de acuerdo, utilizando la expresión (82). La externalidad de congestión (Costo marginal externo del tiempo, CMET) la calculamos directamente con la expresión (85), que se deriva de la curva flujo demora que modela el corredor.

$$EXT = d \cdot [p_b \cdot (f_1 + f_2) \cdot 2L + p_a \cdot f_{txc} \cdot 2L + p_a \cdot f_a \cdot L] \quad (82)$$

Donde  $d$  corresponde al valor del dólar en pesos chilenos (\$CLP),  $p_a$  y  $p_b$  corresponden a los costos marginales externos por kilómetro recorrido que produce un automóvil y un bus respectivamente.

Rizzi & De La Maza (2017) estimaron  $p_a$  y  $p_b$  para la ciudad de Santiago de Chile considerando daño a la infraestructura vial, accidentes, material particulado  $PM_{2.5}$ , ozono  $O_3$ , dióxido de carbono  $CO_2$  y ruido, obteniendo valores de  $p_a$  y  $p_b$  de  $0.055 \left[ \frac{USD}{km} \right]$  y  $0.528 \left[ \frac{USD}{km} \right]$  respectivamente. Finalmente basta reemplazar los resultados de la simulación de cada estructura de mercado y se obtienen las externalidades resultantes.

Para obtener el costo marginal externo de tiempo (CMET) del sistema, calculamos primero el costo total de tiempo de viaje de todos los usuarios del sistema  $CTT$  (83).

$$\begin{aligned}
CTT &= \sum_{i \in I} q_i \cdot T v_i \cdot VT_i \\
&= \left( 1 + \varepsilon_1 \left( \frac{f_a + f_{txc} + \varepsilon_{bus}(f_1 + f_2)}{Q} \right)^{\varepsilon_2} \right) \cdot \sum_{i \in I} q_i \cdot T v_{io} \cdot VT_i
\end{aligned} \tag{83}$$

Después, obtenemos el costo medio por pasajero transportado  $Cme$  dividiendo  $CTT$  por la cantidad de pasajeros transportada en el sistema  $Q_t$ . Así, tenemos una función tipo BPR, en que el tiempo de viaje a flujo libre corresponde a la suma ponderada de los tiempos de viaje a flujo libre con la partición modal correspondiente de la alternativa  $i$ , transformado en dinero. Por otro lado, podemos definir el flujo total de vehículos equivalentes del corredor por  $f_r = f_a + f_{txc} + \varepsilon_{bus}(f_1 + f_2)$ , así obtenemos finalmente (84), una curva BPR “promedio” del corredor.

$$Cme = \left( 1 + \varepsilon_1 \left( \frac{f_r}{Q} \right)^{\varepsilon_2} \right) \cdot \sum_{i \in I} \frac{q_i}{Q_t} \cdot T v_{io} \cdot VT_i \tag{84}$$

Finalmente, calculamos el costo marginal externo de tiempo que sufren todos los usuarios con la fórmula (85) utilizando las salidas en equilibrio de cada estructura de mercado.

$$CMET = Q_t \cdot f_r \cdot \frac{\partial Cme}{\partial f_r} = Q_t \cdot \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \left( \frac{f_r}{Q} \right)^{\varepsilon_2} \cdot \sum_{i \in I} \frac{q_i}{Q_t} \cdot T v_{io} \cdot VT_i \tag{85}$$

### 3.24. Excedente del consumidor y Beneficio social

El excedente del consumidor ( $CS$ ) en un modelo de demanda logit se calcula mediante el valor inclusivo o la utilidad máxima esperada, similar a lo mostrado en la sección 3.10, pero esta vez transformando dicha utilidad en dinero al dividir por  $|\beta_{cost}|$ , obteniéndose la expresión (86).

$$CS = \frac{\bar{V}_j}{|\beta_{cost}|} \tag{86}$$

Finalmente, el beneficio social ( $BS$ ) es obtenido sumando las ganancias de las firmas, el excedente del consumidor y restando el costo marginal externo de tiempo que genera la operación del sistema junto a las externalidades.

$$BS = CS + \pi_1 + \pi_2 + \pi_{txc} - EXT - CMET \tag{87}$$

## 4. Parámetros de simulación y calibración

En este capítulo se encuentra una breve explicación para los diferentes parámetros en los cuales se realizaron supuestos adicionales para ser utilizados en la simulación del modelo.

### 4.1. Costo de operación de flota

El costo de operación de flota corresponde a un costo variable que enfrenta cada firma para poder operar un vehículo, así, el número de vehículos que opera cada firma determina la máxima frecuencia a la que ésta puede operar.

Fernández & De Cea Ingenieros Ltda. (2004) obtuvieron el costo mensual de operar un bus (taxi bus) y un taxi colectivo en el año 2003. Este costo se corrigió por inflación (a pesos del año 2013). También se asume que un bus trabaja 12 horas al día, y un taxi colectivo trabaja 6 horas al día, ambos trabajando 30 días al mes. De esta manera, se obtuvo los costos  $c_b = 5938 \frac{\$}{bus-h}$  y  $c_{txc} = 3440 \frac{\$}{txc-h}$ .

### 4.2. Capacidad del corredor

La capacidad del corredor corresponde a la cantidad de vehículos que soporta físicamente para que éstos se trasladen. Asumimos que el corredor posee 2 pistas por sentido y que la razón de verde efectivo que enfrentan los conductores en los semáforos es de 0.5, lo que nos da una capacidad  $Q = 1800 \frac{veh}{h}$ .

### 4.3. Calibración del sistema de demanda

Los parámetros presentes en las utilidades sistemáticas (Ecuaciones (9) ,(10) ,(11) y (12)) fueron calibrados en dos etapas, primero se calibraron los parámetros betas y luego se ajustaron las constantes modales a una partición modal observada. Para esto se recopiló la siguiente información:

- Una partición modal observada en un par origen destino relevante, obtenido desde una encuesta origen - destino de una ciudad de interés.
- Atributos de las alternativas, los que son: tiempos de viaje, tiempos de espera, frecuencias, cantidad de pasajeros y tarifas observadas en algún par origen destino de interés.
- Valores del tiempo y elasticidades de acuerdo con un estudio de demanda de transporte público de una zona de interés.

Es importante informar que en la mayoría de los casos no se encontró un estudio consolidado con los 3 tipos de datos anteriores para una misma zona, por lo que se utilizó datos de estudios de diferentes regiones con sistemas de TPU similares.

#### 4.4. Calibración de los parámetros beta

Para calibrar los parámetros beta se utilizó los valores subjetivos de los diferentes atributos y la elasticidad tarifa del transporte público, configurando un sistema de ecuaciones en que los parámetros beta son las incógnitas.

De acuerdo con la teoría del consumidor, el valor subjetivo del tiempo de viaje en un modelo *logit* multinomial sin hacinamiento se estima mediante la ecuación (88).

$$VST_i = \frac{\beta_{tv_i}}{\beta_{cost}}, i = \{1, 2, a, txc\} \quad (88)$$

Del mismo modo, el valor subjetivo del tiempo de espera está dado por la ecuación (89).

$$VSTE = \frac{\beta_e}{\beta_{cost}} \quad (89)$$

La información sobre los valores del tiempo para los diferentes modos:  $VT_{auto}$   $VT_{bus}$   $VT_{txc}$  se obtuvo de Navarrete & Ortúzar (2013).

Con el objetivo de encontrar una ecuación que permita calibrar la utilidad marginal del ingreso  $\beta_{cost}$ , se indagó en el estudio de Gschwender & Jara-Diaz (2007) en que resumen diversos artículos, mostrando que la elasticidad precio de la demanda de transporte público varía entre -0.1 y -1 dependiendo de:

- Período (hora punta, fuera de punta, global)
- Alternativas disponibles
- Estimación de largo o corto plazo

Por otra parte, la elasticidad precio (tarifa) de la alternativa bus ( $i = 1$  o  $2$ ) en un modelo logit multinomial está dada por la ecuación (90), en que se asume que la utilidad sistemática es lineal con la tarifa, lo que es cierto para el modelo propuesto. Es importante señalar que  $P_1^*$  y  $t_1^*$  corresponden a la participación de mercado y a la tarifa observada respectivamente.

$$\frac{\partial P_1}{\partial t_1} \cdot \frac{t_1}{P_1} = (1 - P_1^*) \cdot \beta_{cost} \cdot t_1^* \quad (90)$$

Igualando la ecuación (90) a una elasticidad observada  $E_p^i$ , se establece una relación que permite obtener la utilidad marginal del ingreso  $\beta_{cost}$ . Con este resultado, se resuelven las ecuaciones (88) y (89) obteniendo la utilidad marginal del tiempo de viaje  $\beta_{tv_i}$  y la utilidad marginal del tiempo de espera  $\beta_e$ .

#### **4.5. Calibración de las constantes modales**

Para terminar la calibración, se recolectó datos de la participación de mercado observada y atributos de cada modo como: tarifa, tiempos de viaje y tiempos de espera. Estos son reemplazados en las ecuaciones (9), (10), (11) y (12) junto a los resultados de la sección 4.4, quedando como incógnita las constantes modales, que son resueltos de manera simple como un sistema de 4 ecuaciones, en que sólo importa la diferencia relativa entre éstas y no su magnitud como tal.

#### **4.6. Calibración de los parámetros de hacinamiento**

Tirachini et al., (2017) estimaron el valor de los multiplicadores de la utilidad marginal del tiempo de viaje que depende de la densidad de pasajeros de pie. De acuerdo con esto, nuestros parámetros a calibrar para hacinamiento  $h_1$  y  $h_2$  dependen de la superficie que tenga el bus para pasajeros de pie y la cantidad de pasajeros que puede llevar de pie. Esto se traduce en una densidad de pasajeros de pie para cada cantidad de pasajeros promedio a bordo del bus ( $q_i/f_i$ ), por lo que se realiza una regresión lineal con intercepto en 1, entre el multiplicador de la utilidad marginal del tiempo y la densidad de pasajeros de pie, obteniéndose  $h_1$  y  $h_2$ .

#### **4.7. Resumen de parámetros de simulación**

En la Tabla 1 se resume los valores utilizados para los parámetros exógenos, que corresponden a los que son utilizados arbitrariamente para simular lo más parecido a lo real el modelo.

En la Tabla 2 se muestran los valores utilizados para los parámetros buscados en la literatura y observados para la calibración, estos últimos se distinguen de los demás con un símbolo “\*” e indican que fueron utilizados para el ajuste de las constantes modales.

En la Tabla 3 se muestran los valores resultantes de diferentes calibraciones para los parámetros que lo requieren. En la columna metodología se indexa la sección que explica su realización.

Tabla 1: Parámetros exógenos de simulación

Parámetro (s)	Valor	Unidades
$Q$	1800	$\left[\frac{veh}{h}\right]$
$c_{ad}$	104	$\left[\frac{\$}{km}\right]$
$L$	4.5	$[km]$
$s_1$	44	$\left[\frac{pax}{veh}\right]$
$s_2$	44	$\left[\frac{pax}{veh}\right]$
$s_{txc}$	4	$\left[\frac{pax}{veh}\right]$
$\mu$	1	$[-]$
$\theta$	0	$[-]$
$p_{car}$	1	$[-]$
$B_{otxc}$	10	$[veh]$
$GS^*$	0.75	$[-]$

Tabla 2: Parámetros de simulación estimados u observados de otros estudios

Parámetro (s)	Valor	Unidades	Fuente
$c_{b_1}, c_{b_2}$	4453.9	$\frac{\$CLP}{[bus - h]}$	(Fernández & De Cea Ingenieros Ltda., 2004)
$c_{b_{txc}}$	1290.1	$\frac{\$CLP}{[txc - h]}$	(Fernández & De Cea Ingenieros Ltda., 2004)
$VST_a, VST_b, VST_{txc}$	1620	$\frac{\$}{[h]}$	(Navarrete & Ortúzar, 2013)
<b>VSTE</b>	3240	$\frac{\$}{[h]}$	Se asume 2 veces el valor subjetivo del tiempo de viaje en vehículo.
$P_1^*, P_2^*$	19%, 19%	[-]	(SECTRA, 2014)
$P_a^*$	49%	[-]	(SECTRA, 2014)
$P_{txc}^*$	13%	[-]	(SECTRA, 2014)
$Te_1^*, Te_2^*$	8	[min]	(SECTRA, 2019)
$Tv_1^*, Tv_2^*$	20.3	[min]	(SECTRA, 2019)
$Te_{txc}^*$	5.4	[min]	(SECTRA, 2019)
$Tv_a^*$	13.1	[min]	(SECTRA, 2019)
$Tv_{txc}^*$	15.3	[min]	(SECTRA, 2019)
$t_1^*, t_2^*$	450,450	[\$CLP]	(SECTRA, 2014)
$\mu_{sub}$	5.18	$\frac{s}{[pax]}$	(Tirachini et al., 2015)
$\mu_{baj}$	3.17	$\frac{s}{[pax]}$	(Tirachini et al., 2015)
$E_p^i$	-0.6	[-]	(Gschwender Krause & Jara-Diaz, 2007)
$\varepsilon_1$	0.482	[-]	(Martínez, 1984)
$\varepsilon_2$	2.343	[-]	(Martínez, 1984)
$\varepsilon_{bus}$	1.65	[-]	(MDS & SECTRA, 2013)

Tabla 3: Parámetros de simulación provenientes de una calibración

Parámetro (s)	Valor	Unidades	Metodología
$\alpha_a$	0.074	[Utiles]	Calibración sección 4.5
$\beta_{cost}$	-0.002	$\frac{\text{Utiles}}{[\$CLP]}$	Calibración sección 4.4
$\beta_{TV_a}$	-2.060	$\frac{\text{Utiles}}{[h]}$	Calibración sección 4.4
$\alpha_{bus}$	0.262	[Utiles]	Calibración sección 4.5
$\beta_{TV_b}$	-2.060	$\frac{\text{Utiles}}{[h]}$	Calibración sección 4.4
$\alpha_{txc}$	-1.189	[Utiles]	Calibración sección 4.5
$\beta_{TV_{txc}}$	-2.060	$\frac{\text{Utiles}}{[h]}$	Calibración sección 4.4
$\beta_{TE}$	-4.120	$\frac{\text{Utiles}}{[h]}$	Calibración sección 4.4
$Tv_{10}, Tv_{20}$	0.181	[h]	Calibración sección 3.3
$Tv_{a0}$	0.12	[h]	Calibración sección 3.3
$Tv_{txc0}$	0.15	[h]	Calibración sección 3.3
$h_1$	1	[-]	Calibración sección 4.6
$h_2$	0.013	$\frac{pax}{[veh]}$	Calibración sección 4.6

## 5. Análisis de Resultados

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos de la simulación del modelo presentado en la sección 3 como también su análisis. Los resultados (Eje vertical) son graficados con respecto a los períodos del super juego (Eje horizontal), que van desde  $t = 0$  hasta  $t = 40$ . Entre cada período hay un aumento de la demanda potencial de 50 pasajeros por hora ( $a = 50$ ), comenzando desde  $A_0(t = 0) = 1000 \text{ pax/h}$  hasta  $A_0(t = 40) = 3000 \text{ pax/h}$ . Esta relación entre los períodos y la demanda potencial permite interpretar al eje horizontal como aumento de la demanda potencial y también los períodos base del super juego.

En las figuras, cada acuerdo está asociado a un solo color y cada línea puede ser continua o estrellada. Cuando la línea es continua significa que no se consideró la restricción de parque del taxi colectivo (Flota fija  $B_{0t_{xc}}$ ) para resolver el equilibrio del acuerdo, mientras que si la línea es estrellada sí se consideró esta restricción. Es importante notar que cuando se resuelve el equilibrio con esta restricción y ésta es inactiva las curvas del mismo acuerdo se superponen. Al contrario, cuando las curvas se separan significa que la restricción es activa y al resolver el equilibrio se obtienen resultados diferentes.

Con respecto a la notación de los resultados, utilizaremos las mismas variables de la Sección 3, acompañadas por el superíndice COMP para el equilibrio competitivo, SCF para la semi colusión en frecuencia, SCT para la semi colusión en tarifa, CC para la colusión total y CONG para el acuerdo de congelación de flota de buses. Concatenamos un asterisco "\*" al superíndice cuando nos referimos al resultado del equilibrio de una estructura de mercado considerando la congelación del parque de taxi colectivos.

En lo que sigue de este capítulo, comenzamos analizando resultados generales: beneficio social, externalidades y ganancias de las firmas, para luego analizar los resultados físicos: tarifas, frecuencias y niveles de congestión. Finalmente realizaremos una síntesis global del sistema.

### 5.1. Análisis de Beneficio Social

En esta sección se analiza el beneficio social dividido en la cantidad de personas que se produce en el equilibrio de cada estructura de mercado a lo largo de los diferentes períodos.

El análisis de Beneficio Social considera la suma de: costo marginal externo del tiempo de viaje, externalidades ambientales, excedente del consumidor y las ganancias de las firmas. Estos últimos se analizan por separado en las subsecciones 5.2, 5.3, 5.4 y 5.5.

El beneficio social del sistema de transporte se muestra en la Figura 2, mostrando que a medida que avanzan los períodos, éste disminuye en todos los acuerdos. Este es un

resultado trivial porque aumenta la cantidad de usuarios que sufren el disgusto de viajar, y a medida que aumenta la cantidad de usuarios aumentan también las externalidades negativas y el disgusto de los pasajeros porque el sistema se congestiona. Lo que no es trivial es establecer cuál estructura de mercado es menos perjudicial para la sociedad, por lo que realizamos una normalización del beneficio social de los diferentes acuerdos con respecto al equilibrio no cooperativo sin considerar la política de congelación de flota de taxi colectivos en la Figura 3.

A partir de la Figura 3 se observa que no es sorprendente que el bienestar social es mayor cuando las firmas no suscriben un acuerdo, pero es útil recalcarlo porque permite recordar que las externalidades medioambientales del sistema de transporte no pesan lo suficiente para reparar el daño que generan los acuerdos en los consumidores (como veremos en las secciones 5.2 y 5.3).

Con respecto a los diferentes acuerdos (independiente de si la restricción de parque de taxi colectivos está activa), se puede ver que el acuerdo más perjudicial para la sociedad es la semi colusión en tarifa, seguido por la colusión total y luego la semi colusión en frecuencia. Esto se traduce en las siguientes expresiones:

$$SW^{COMP} > SW^{SCF} > SW^{CC} > SW^{SCT}$$

Es importante notar que el beneficio social del acuerdo de congelar la flota de buses disminuye a medida que avanzan los períodos desde la última vez que se refrescó<sup>17</sup> el acuerdo y siempre es igual o peor que la competencia oligopólica y mejor que una colusión total o semi colusión en tarifa. Es decir:

$$SW^{COMP} > SW^{CONG} > SW^{CC} > SW^{SCT}$$

Esto se debe a que el acuerdo de congelación de flota es parecido a una semi colusión en frecuencia no óptima, y por tanto, entrega resultados que oscilan en torno a los de esta última porque la semi colusión en frecuencia intenta disminuir la frecuencia con respecto a la competencia oligopólica para obtener poder de mercado. Por otra parte, en el acuerdo de congelación de flota ocurre naturalmente la disminución de frecuencia con respecto a la de la competencia oligopólica debido a que el acuerdo no permite aumentar la frecuencia cuando aumenta la demanda y la congestión genera que un vehículo rinda una menor cantidad de ciclos.

Por otra parte, la política de congelación del parque de taxi colectivos produce pérdidas de beneficio social en todas las estructuras de mercado con respecto a la misma sin considerar dicha política, es decir:

$$SW^{COMP} > SW^{COMP*}$$

$$SW^{SCF} > SW^{SCF*}$$

---

<sup>17</sup> Cada vez que se refresca el acuerdo de congelación de flota de buses se puede ver un salto en las curvas respectivas.

$$SW^{CC} > SW^{CC*}$$

$$SW^{SCT} > SW^{SCT*}$$

$$SW^{CONG} > SW^{CONG*}$$

Esto se debe a:

- Disminuye el nivel de servicio del TPU con respecto a la misma estructura de mercado lo que se traduce en disminución del excedente del consumidor.
- Aumenta la congestión porque los usuarios deciden cambiarse al automóvil, un medio de transporte menos eficiente en el uso de espacio que el taxi colectivo.
- Aumenta costo marginal externo de tiempo y externalidades negativas en una misma estructura de mercado.
- Disminuye las ganancias de la firma de taxi colectivo.

En otras palabras, el aumento de las ganancias de las firmas de buses no es capaz de cubrir los daños que su acuerdo genera en los demás aspectos y el aumento de la participación del modo bus en ésta no produce beneficios porque éste “beneficio” es sobrepasado por el poder de mercado de las firmas de buses.

Beneficio social por persona transportada  $p_{car}=1$   $\mu=1$   $VST=1620$

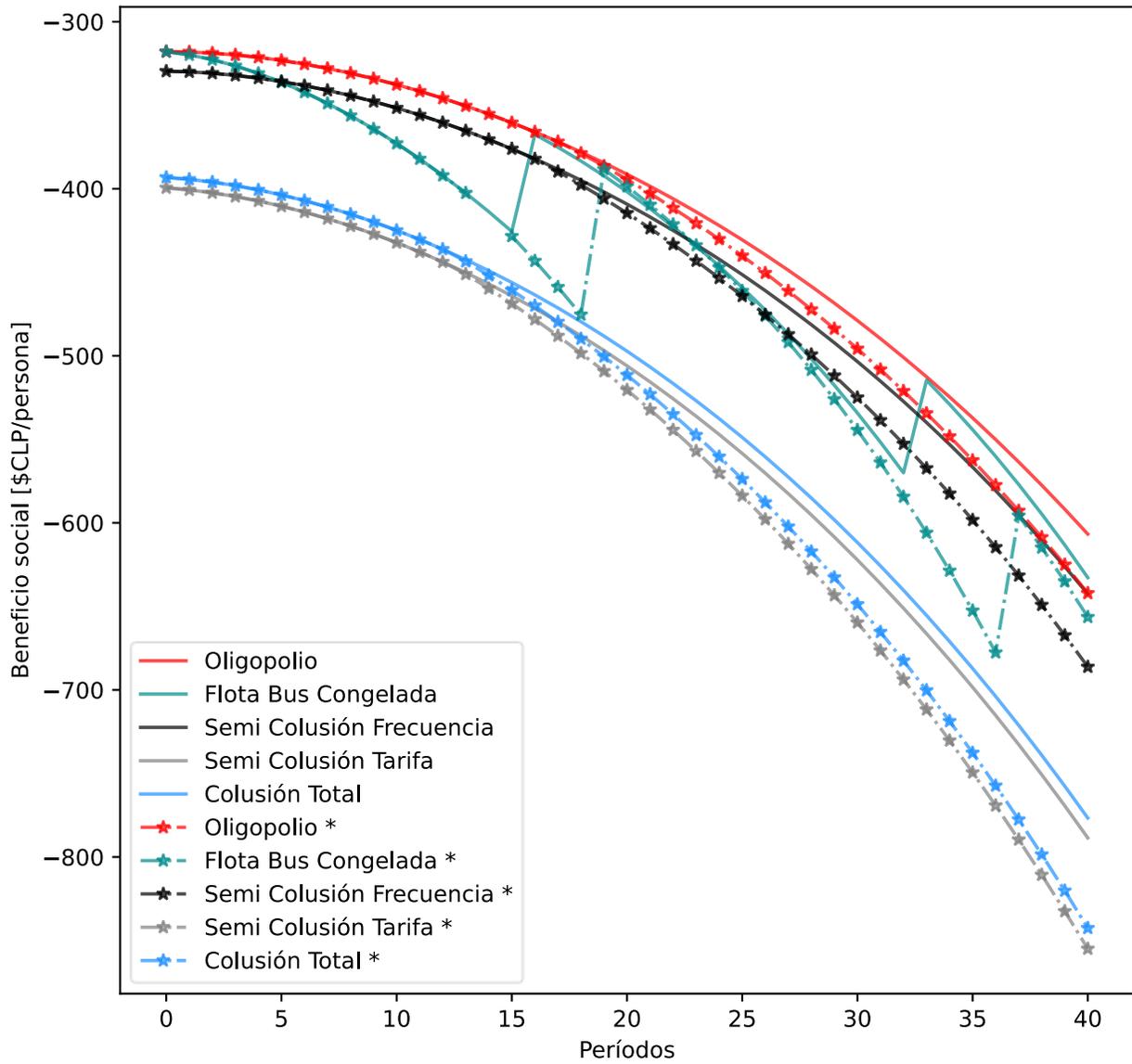


Figura 2: Beneficio social del sistema

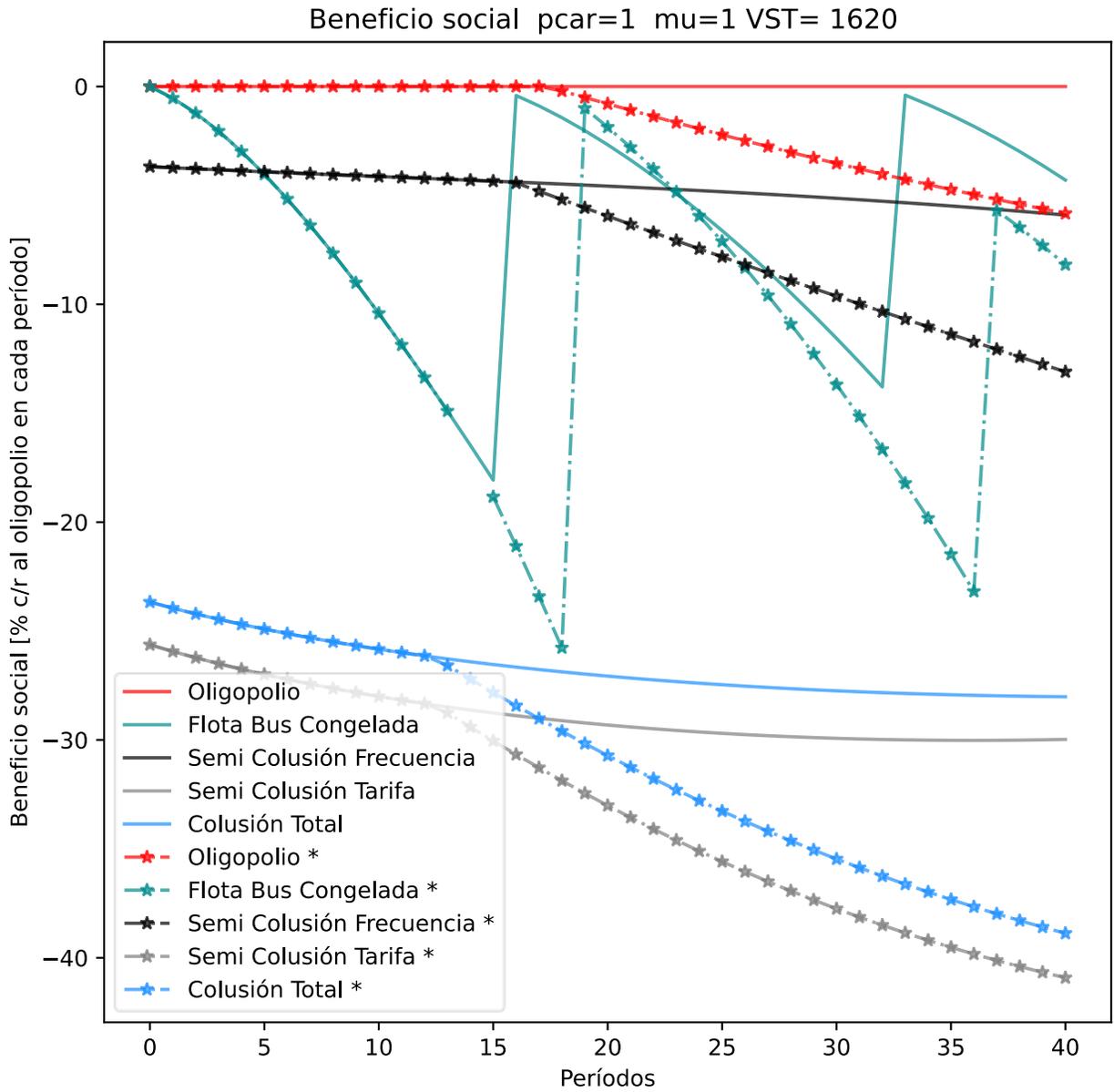


Figura 3. Beneficio Social de las diferentes estructuras de mercado normalizado con respecto a la competencia oligopólica en cada período.

## 5.2. Costo marginal externo del tiempo (CMET)

En esta sección se estima el costo marginal externo del tiempo de viaje (CMET) a partir del equilibrio resultante de los diferentes acuerdos y la ecuación (85). El CMET es el costo de tiempo adicional que no pagan los usuarios que causan dicho costo y se genera sobre los demás usuarios del sistema al agregarse un nuevo vehículo.

Las estimaciones del CMET a partir del equilibrio de cada estructura de mercado se muestran en la Figura 4 en minutos por persona transportada-kilómetro. En ésta se puede ver que el acuerdo de congelación de flota de buses aumenta el CMET a medida que la demanda potencial crece por sobre el de la competencia oligopolista hasta que se refresca el acuerdo de flota, luego se repite este ciclo.

$$CMET^{SCT} > CMET^{CC} > CMET^{CONG} \geq CMET^{COMP}$$

También se observa que, independiente de si la restricción de parque de taxi colectivos está activa, la semi colusión en tarifa junto a la colusión total generan mayores externalidades que la semi colusión en frecuencia, y que la competencia oligopólica genera el menor CMET. Esto se resume con las siguientes expresiones:

$$CMET^{SCT} > CMET^{CC} > CMET^{SCF} > CMET^{COMP}$$

La restricción de parque de taxi colectivo aumenta el CMET en todos los acuerdos colusivos y en el equilibrio no cooperativo. Esto se debe a que aumenta el flujo de automóviles. Es importante destacar que esta política pública tiene por objetivo disminuir la congestión que causan los taxis colectivos, que en la vida real incurren en prácticas para aumentar su tasa de ocupación, como esperar pasajeros en lugares no autorizados, produciendo congestión por el bloqueo de pistas de circulación, práctica que ignora este modelo.

$$CMET^{SCT} > CMET^{SCT*}$$

$$CMET^{CC} > CMET^{CC*}$$

$$CMET^{SCF} > CMET^{SCF*}$$

$$CMET^{COMP} > CMET^{COMP*}$$

$$CMET^{CONG} > CMET^{CONG*}$$

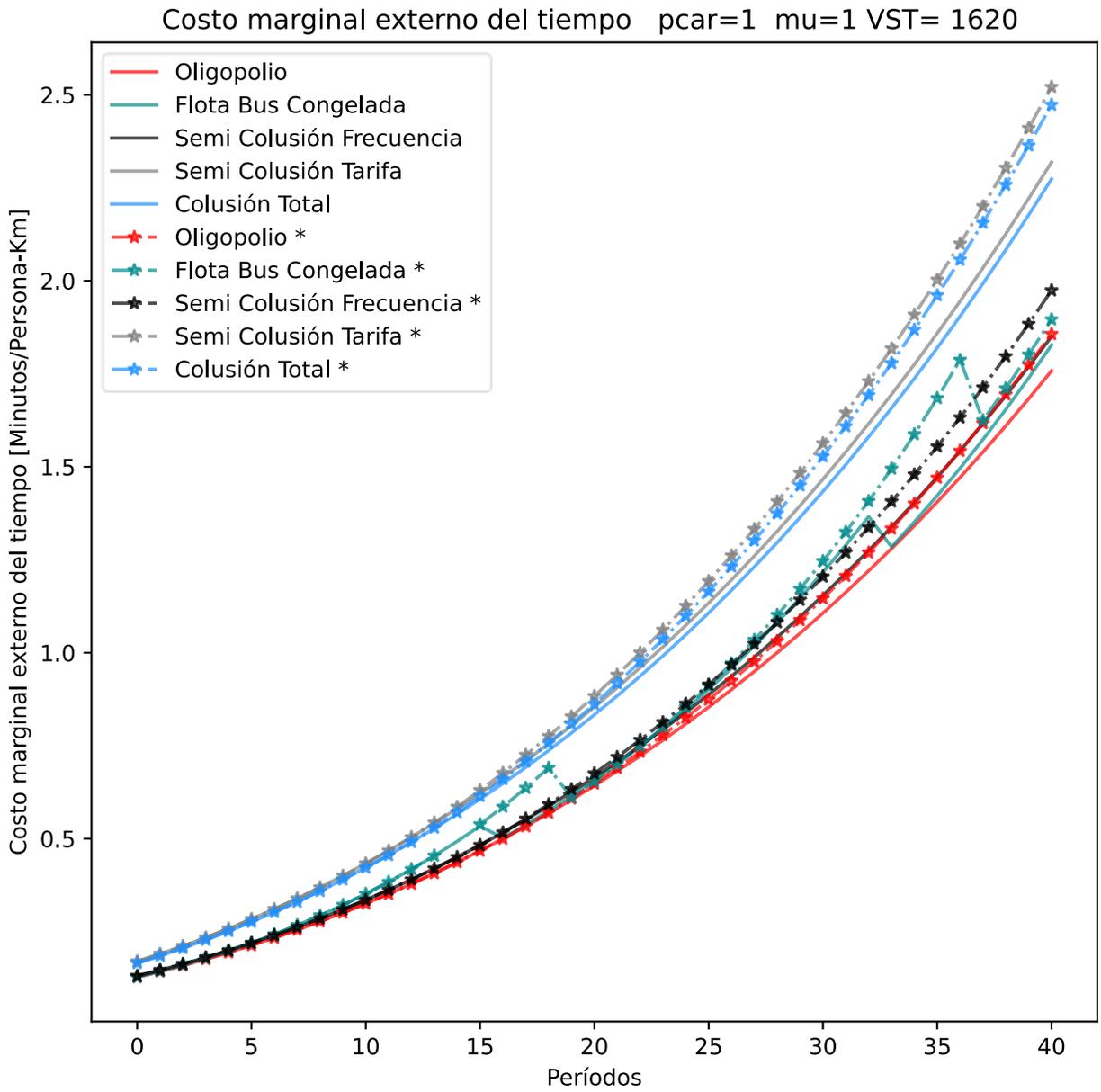


Figura 4: Costo marginal externo del tiempo en minutos por persona-kilómetro.

### 5.3. Externalidades medioambientales

En la Figura 5 se muestra las externalidades medioambientales por persona transportada (externalidades sin considerar el costo marginal externo de tiempo) para cada estructura de mercado a lo largo de los diferentes períodos. La estructura que genera la mayor cantidad de externalidades medioambientales es la semi colusión en tarifa, seguido por la colusión total, oligopolio y finalmente semi colusión en frecuencia. Lo que se resume en la siguiente expresión:

$$EXT^{SCT} > EXT^{CC} > EXT^{COMP} > EXT^{SCF}$$

El acuerdo de congelación de flota de buses disminuye las externalidades medioambientales con respecto al equilibrio no cooperativo, al igual que la semi colusión en frecuencia. Por lo tanto, es un acuerdo beneficioso para el medio ambiente, en algunos períodos inclusive es mejor que la semi colusión en frecuencia.

$$EXT^{SCT} > EXT^{CC} > EXT^{COMP} > EXT^{CONG}$$

Además, la política de congelación del parque de taxi colectivos aumenta las externalidades medioambientales en todas las estructuras de mercado analizadas una vez que ésta está activa, es decir:

$$EXT^{SCT*} > EXT^{SCT}$$

$$EXT^{CC*} > EXT^{CC}$$

$$EXT^{COMP*} > EXT^{COMP}$$

$$EXT^{SCF*} > EXT^{SCF}$$

$$EXT^{CONG*} > EXT^{CONG}$$

Externalidades Medioambientales (SIN CMET) pcar=1 mu=1 VST= 1620

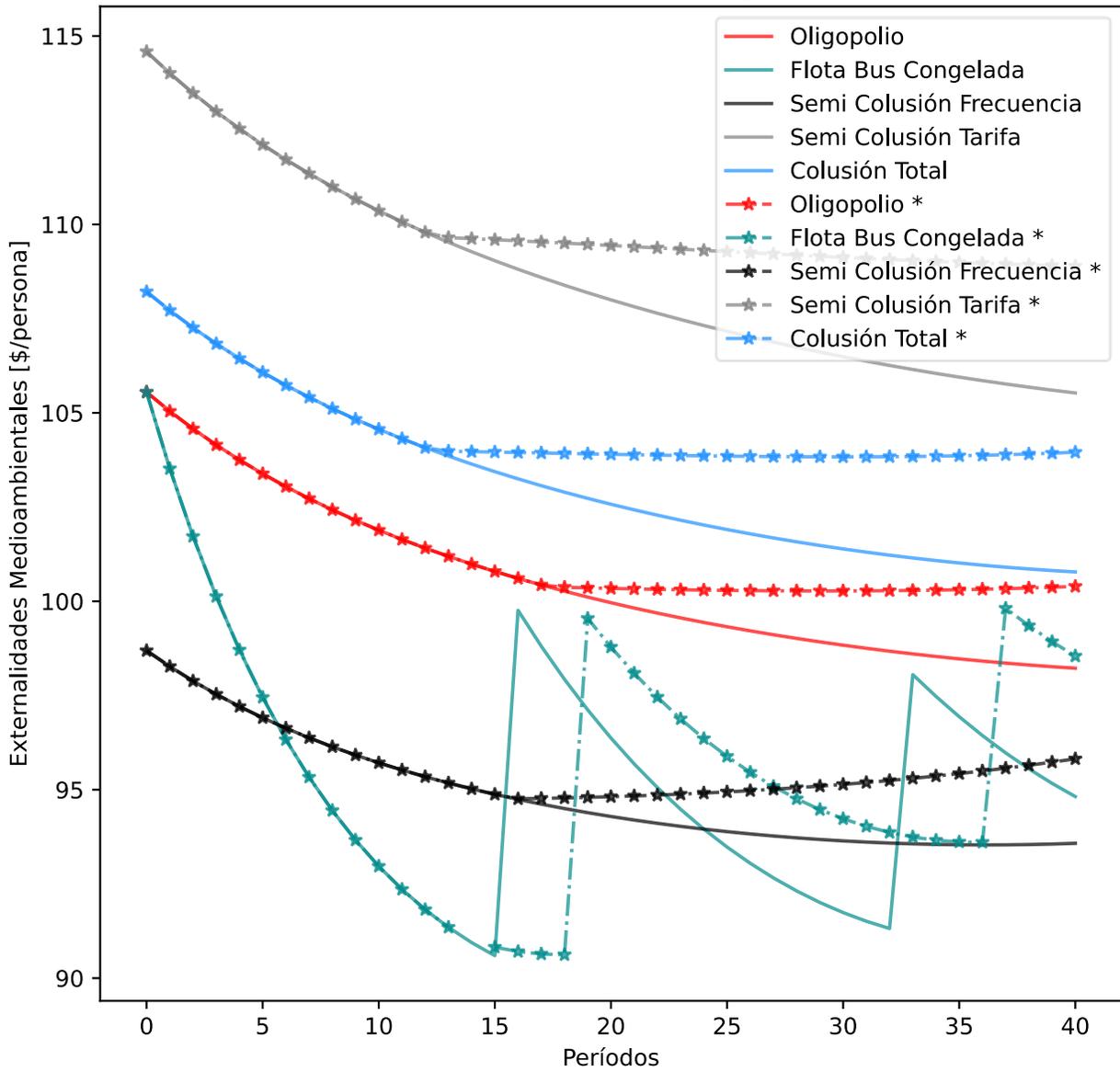


Figura 5: Externalidades sin considerar congestión

#### 5.4. Excedente del consumidor (CS)

En la Figura 6 se muestra el excedente de un consumidor (pasajero) promedio para las diferentes estructuras de mercado. En esta figura se puede ver que las estructuras de mercado más perjudiciales para los consumidores, ordenadas desde más perjudicial a menos perjudicial, son: colusión total, semi colusión en tarifa, semi colusión en frecuencia y finalmente oligopolio. Para facilidad del lector, se comparan y resume en las siguientes expresiones:

$$CS^{COMP} > CS^{SCF} > CS^{SCT} > CS^{CC}$$

El acuerdo de congelación de flota por construcción comienza entregando el mismo excedente a los consumidores que el equilibrio no cooperativo cada vez que se refresca la flota, pero comienza nuevamente a perder excedente lo que produce que siempre sea peor o igual al excedente de la competencia oligopólica, oscilando en torno al excedente de la semi colusión en frecuencia.

$$CS^{COMP} > CS^{CONG} > CS^{SCT} > CS^{CC}$$

También es importante señalar que el acuerdo de congelación de flota es mejor para los consumidores que la semi colusión en tarifa y la colusión total.

Con respecto a la política de congelación del parque de taxi colectivos, es claro ver que genera un perjuicio hacia los consumidores en todas las estructuras de mercado (comparado en una misma estructura de mercado) y que el equilibrio no cooperativo es mejor para todos los usuarios que los acuerdos colusivos de buses. Es decir:

$$CS^{COMP} > CS^{COMP*}$$

$$CS^{SCF} > CS^{SCF*}$$

$$CS^{SCT} > CS^{SCT*}$$

$$CS^{CC} > CS^{CC*}$$

$$CS^{CONG} > CS^{CONG*}$$

Excedente del consumidor por persona  $pcar=1$   $\mu=1$   $VST=1620$

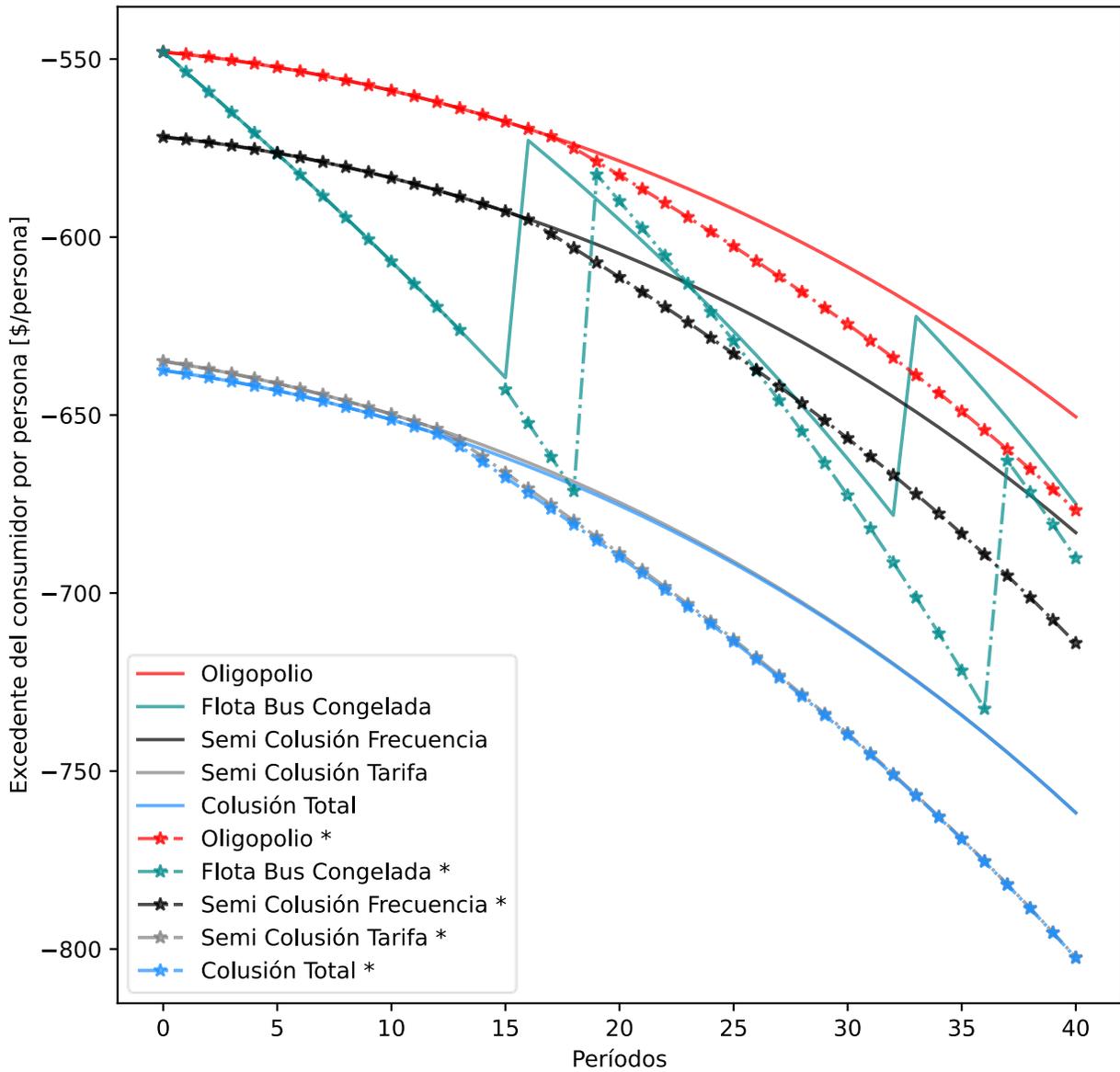


Figura 6: Excedente del consumidor de un pasajero promedio, es decir, el excedente del consumidor dividido en el total de usuarios del sistema de transporte.

## 5.5. Ganancias de las firmas

### 5.5.1. Ganancias de las firmas de buses

En la Figura 7 se muestran las ganancias de las firmas de buses en el equilibrio para las diferentes estructuras de mercado. Para facilitar la visualización, se utilizó como base comparativa las ganancias de la competencia oligopólica sin considerar el parque de taxi colectivos congelado en cada período.

De la Figura 7 se puede ver que, en la mayoría de los períodos, la estructura de mercado que genera la mayor cantidad de ganancias es la colusión total, seguida por la semi colusión en tarifa, luego la semi colusión en frecuencia y finalmente el oligopolio. Esto no es novedad, pero muestra que las firmas obtendrán ganancias mayores coordinándose. Esto se resume en las siguientes expresiones:

$$\pi_i^{CC} > \pi_i^{SCT} > \pi_i^{SCF} > \pi_i^{COMP}$$
$$i \in \{1,2\}$$

En el período final la semi colusión en frecuencia genera mayores ganancias que la semi colusión en tarifa.

$$\pi_i^{SCF} > \pi_i^{SCT}$$

El acuerdo de congelación de flota de buses genera mayores ganancias que la competencia entre firmas por algunos períodos, sin embargo, las ganancias luego decaen inclusive por debajo de las que obtendrían las firmas de buses no coordinándose. Esto incita a las firmas a refrescar el acuerdo de congelación, incorporando nuevos vehículos para igualar la flota a la del oligopolio y congelar nuevamente esta flota, lo que permite nuevamente disfrutar de ganancias mayores a las del equilibrio no cooperativo durante una ventana de períodos.

$$\pi_i^{CONG} > \pi_i^{COMP}$$

La política de congelación del parque de taxi colectivos produce que las firmas de buses aumenten sus ganancias (en el equilibrio) con respecto a una misma estructura de mercado, es decir:

$$\pi_i^{CC*} > \pi_i^{CC}$$
$$\pi_i^{SCT*} > \pi_i^{SCT}$$
$$\pi_i^{SCF*} > \pi_i^{SCF}$$
$$\pi^{COMP*} > \pi^{COMP}$$
$$\pi^{CONG*} > \pi^{CONG}$$

Ganancias de la firma 1 de buses pcar=1 mu=1 VST= 1620

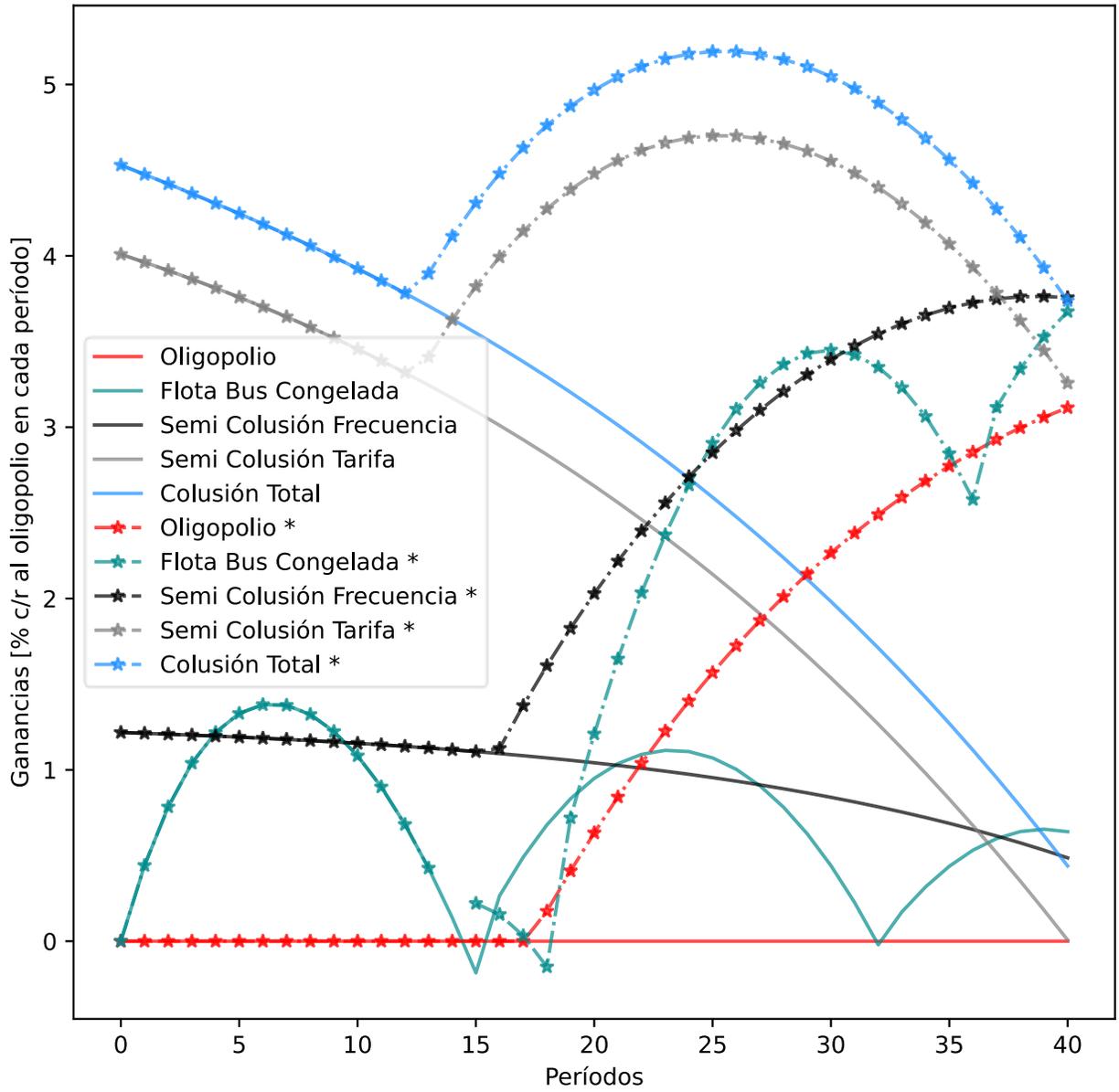


Figura 7:Ganancias de la firma 1 o 2 de buses

### 5.5.2. Ganancias de las firmas de taxi colectivos

En la Figura 8 se muestran las ganancias de las firmas de taxi colectivos para las diferentes estructuras de mercado. Es importante recordar que sólo las firmas de buses establecen acuerdos, y que la firma de taxi colectivos siempre compite con las firmas de buses.

Las ganancias de la firma de taxi colectivos siguen el mismo ordenamiento que las ganancias de las firmas de buses (salvo por el acuerdo de congelación de flota de buses), es decir, existe efecto paraguas y las firmas de taxi colectivos generan mayores ganancias pese a que no participan de los acuerdos colusivos entre las firmas de buses. Esto se resume de la siguiente manera:

$$\pi_{txc}^{CC} > \pi_{txc}^{SCF} > \pi_{txc}^{SCT} > \pi_{txc}^{COMP}$$

Es importante notar que el acuerdo de congelación de flota de buses beneficia a la firma de taxi colectivos porque aumenta sus ganancias por sobre las del oligopolio, pero cuando las firmas de buses refrescan el acuerdo, las ganancias disminuyen y son iguales a las de la competencia oligopólica. El ciclo se repite, y comienzan a crecer a medida que se aleja del último período en que las firmas de buses refrescan el acuerdo.

Por otro lado, la política de congelación del parque de taxi colectivos disminuye las ganancias con respecto a la misma estructura de mercado, es decir:

$$\begin{aligned}\pi_{TXC}^{CC} &> \pi_{TXC}^{CC*} \\ \pi_{TXC}^{SCT} &> \pi_{TXC}^{SCT*} \\ \pi_{TXC}^{SCF} &> \pi_{TXC}^{SCF*} \\ \pi_{TXC}^{COMP} &> \pi_{TXC}^{COMP*} \\ \pi_{TXC}^{CONG} &> \pi_{TXC}^{CONG*}\end{aligned}$$

En otras palabras, la política de congelación de parque de taxi colectivo produce que la reacción de ésta frente a sus rivales sea más atenuada, y, de igual forma, permite aprovechar el efecto de paraguas, eso sí, las ganancias por efecto paraguas son menores al considerar dicha política.

Ganancias de la firma de taxi colectivos pcar=1 mu=1 VST= 1620

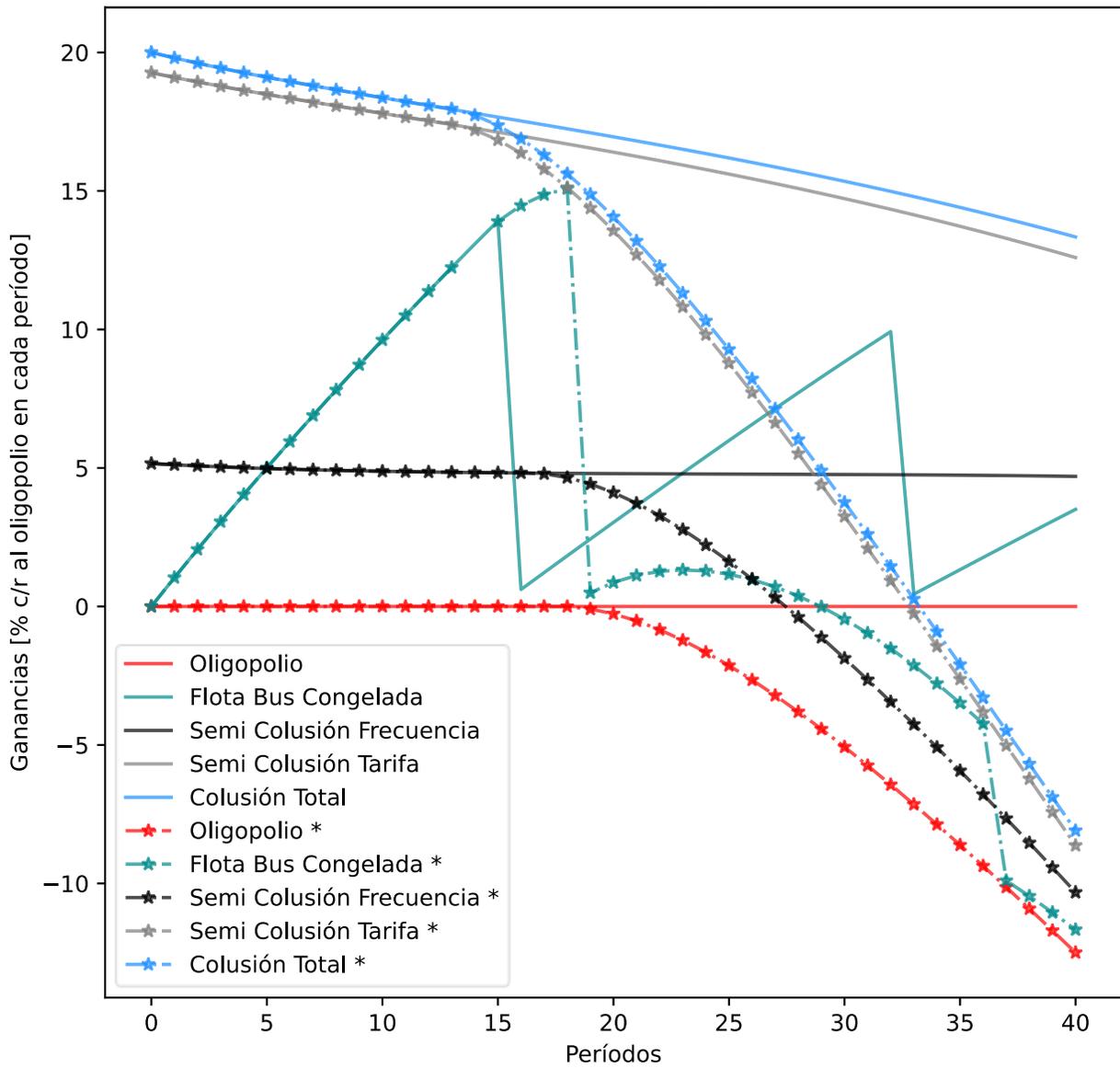


Figura 8: Ganancias de la firma de taxi colectivos

## 5.6. Costos por pasajero transportado

En esta sección se calcula el costo por pasajero transportado ( $CPT_i$ ) dividiendo la función de costos en la cantidad de pasajeros que transporta la firma:

$$CPT_i = \frac{c_{b_i} B_i}{q_i}, i = \{1, 2, txc\}$$

### 5.6.1. Costo por pasajero transportado de las firmas de buses

En la Figura 9 se muestra el cálculo del costo por pasajero transportado ( $CPT_b, b = \{1, 2\}$ ) de la firma de buses en el equilibrio a lo largo de los períodos. En esta se puede ver que existen zonas en que existen economías de escala y en otras deseconomías de escala para todas las estructuras de mercado, salvo para el acuerdo de congelación de flota de buses, en que disminuye el costo por pasajero transportado con respecto al equilibrio no cooperativo hasta antes de que se refresque el acuerdo.

Los períodos en que hay deseconomías de escala se deben a que, en el equilibrio, aumenta la congestión en el corredor y no lo suficientemente fuerte la tasa de ocupación de los buses, luego se debe aumentar la flota de buses que rinden menos ciclos. Las estructuras de mercado analizadas, ordenadas según el costo por pasajero transportado más bajo al más alto es:

$$CPT_b^{SCF} < CPT_b^{COMP} < CPT_b^{CC} < CPT_b^{SCT}$$

El  $CPT_b$  en la semi colusión en tarifa es alto porque se opera una gran flota y se atiende a menos pasajeros. (es un servicio más “exclusivo y costoso para el pasajero”). Caso contrario ocurre en la semi colusión en frecuencia, en que se utiliza una flota más pequeña que en el oligopolio y casi la misma participación de mercado (un servicio de menor calidad), luego se tiene un  $CPT_b$  más bajo.

Costos por pasajero transportado de la firma 1 pcar=1 mu=1 VST= 1620

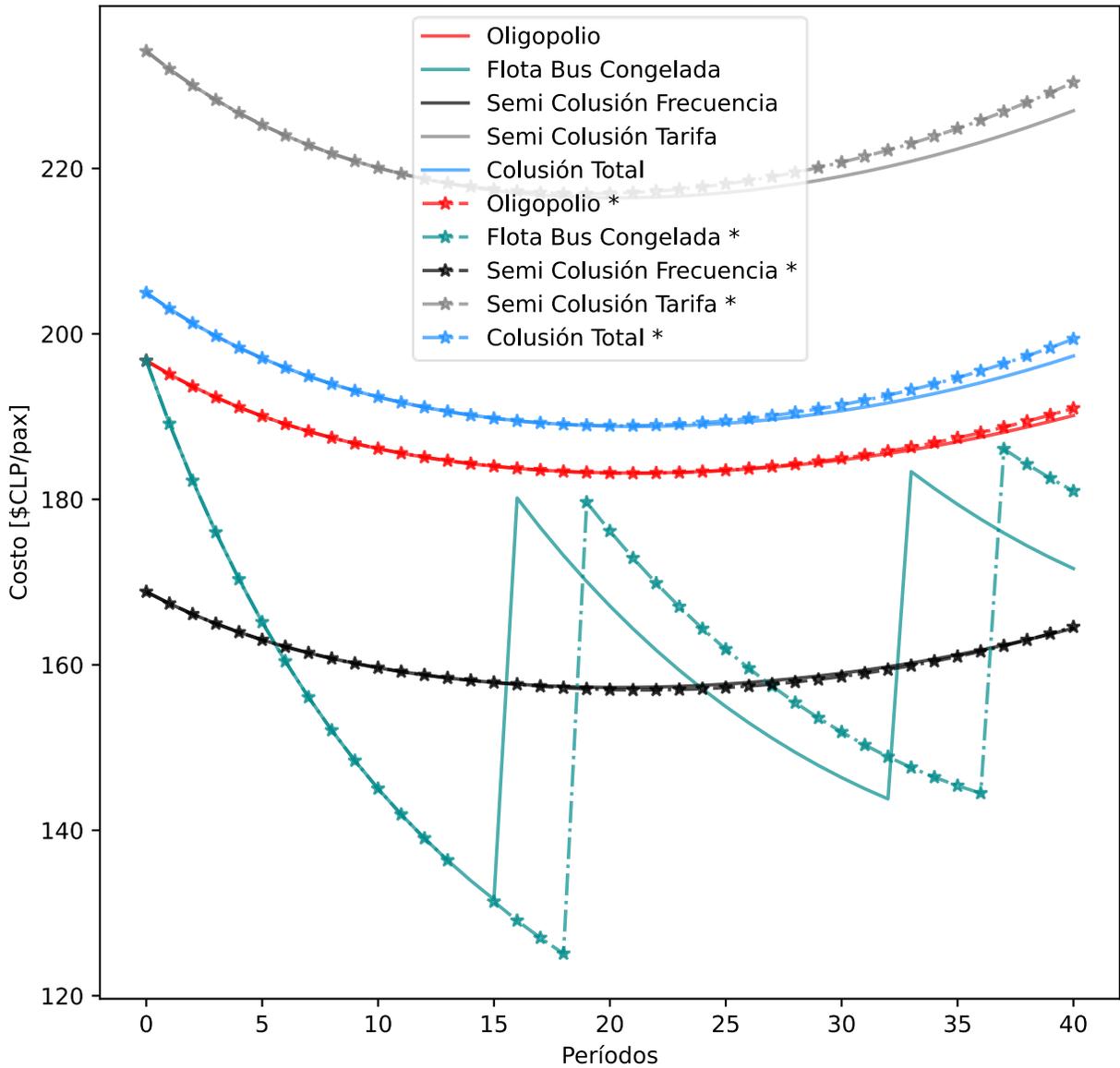


Figura 9: Costo por pasajero transportado de una firma de buses

### 5.6.2. Costo por pasajero transportado de la firma de taxi colectivos

En la Figura 10 se muestra el costo por pasajero transportado de la firma de taxi colectivos  $CPT_{txc}$ . Todos los acuerdos entre las firmas de buses producen que en el equilibrio aumente el  $CPT_{txc}$  y sigue el siguiente ordenamiento:

$$CPT_{txc}^{COMP} < CPT_{txc}^{SCF} < CPT_{txc}^{CC} < CPT_{txc}^{SCT}$$

El acuerdo de congelación de la flota de buses aumenta el  $CPT_{txc}$  en el equilibrio por sobre al de la competencia oligopólica. La política de congelación del parque de taxi colectivos aumenta el  $CPT_{txc}$  en todas las estructuras de mercado analizadas.

Es importante señalar que hay deseconomías de escala en el costo por pasajero transportado de la firma de taxi colectivos debido a que ésta trabaja a capacidad y existe congestión, luego para agregar más pasajeros se requiere inyectar nuevos vehículos que rinden una menor cantidad de ciclos.

Costos por pasajero transportado de la firma de taxicolectivos  $p_{car}=1$   $\mu=1$   $VST=1620$

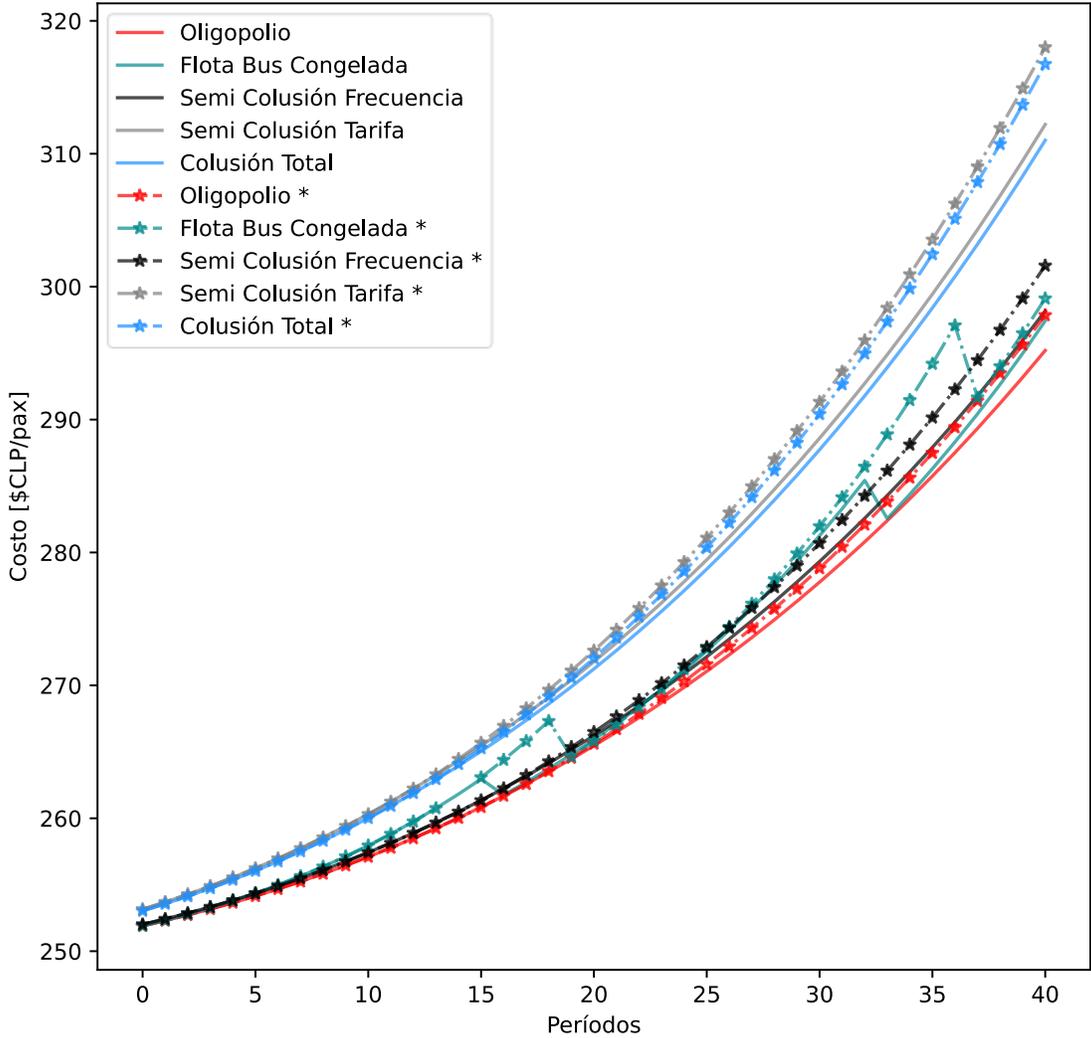


Figura 10: Costo por pasajero transportado de la firma de taxi colectivos

## **5.7. Resultados físicos**

### **5.7.1. Partición modal**

En la Figura 11 se muestra la participación de mercado de cada modo de transporte. Cuando no existe restricción de parque de taxi colectivos, se puede ver que a medida que aumenta la demanda potencial, la participación del automóvil aumenta y disminuye la participación de buses y taxi colectivos.

Cuando la restricción se vuelve activa, la participación de automóviles aumenta aún más rápido, la participación de buses aumenta ligeramente para luego continuar decaendo, y la participación de taxi colectivos comienza a decaer (obviamente) porque no existe capacidad para transportar más usuarios.

Es importante notar que todos los acuerdos colusivos disminuyen la participación del modo bus y aumenta la del modo automóvil, con respecto a la participación de mercado del oligopolio. También es importante recordar que aumenta la demanda potencial en cada período y aunque la participación del automóvil se vea constante, existen más usuarios utilizando éste modo.

En general, aumentar la partición modal del automóvil no es bueno para la sociedad porque aumenta la congestión, externalidades ambientales y demoras. Esto se debe a que el automóvil es el modo más ineficiente en cuando a uso de espacio vial. Es obvio que un bus genera mayores externalidades que un automóvil, pero el foco se debe colocar en mover personas y no en vehículos, si consideramos las personas que puede llevar un bus, éste es más eficiente en uso de espacio que el automóvil, y, por lo tanto, es mejor para la sociedad.

Para facilitar el análisis, mostraremos la participación de mercado para cada estructura de mercado en cada período en las figuras Figura 12, Figura 13 y Figura 14.

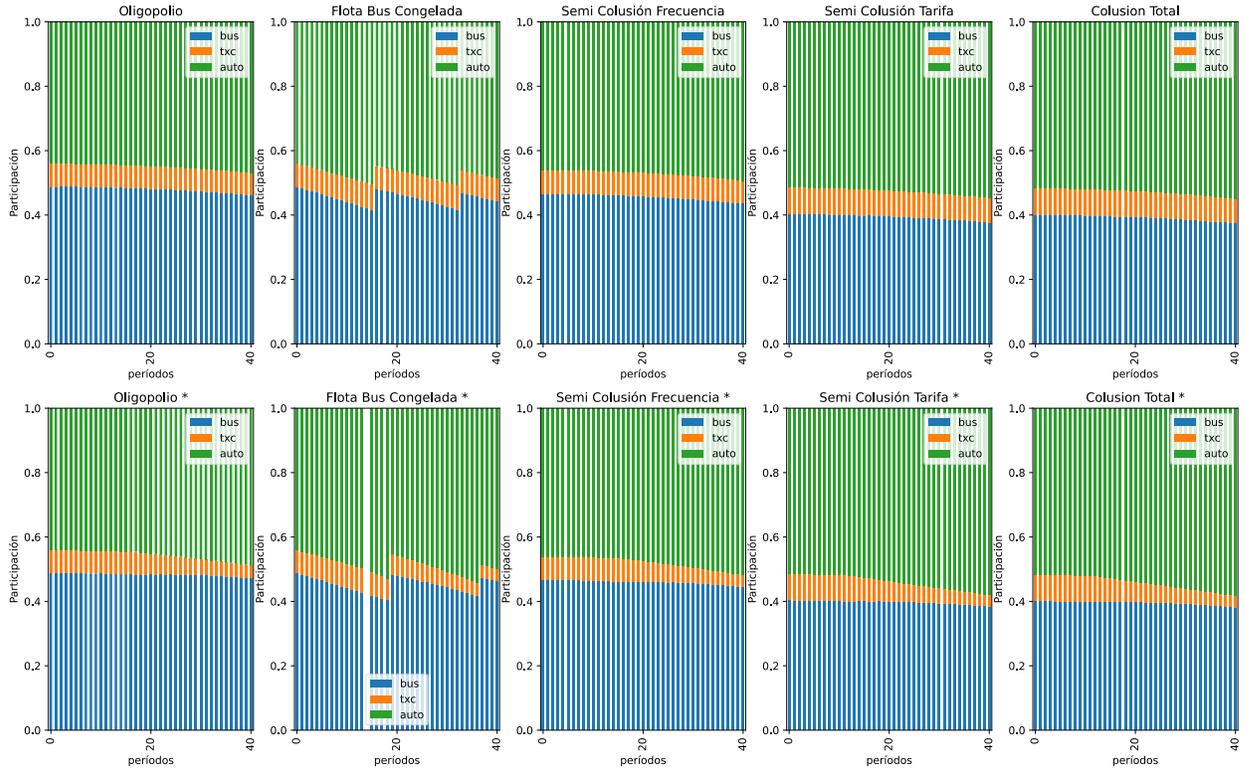


Figura 11: Partición modal para cada estructura de mercado a lo largo de los períodos.

### 5.7.1.1. Participación de mercado de buses

En la Figura 12 se muestra la participación de mercado del modo bus  $P_{BUS}$ , es decir, la suma de la partición modal de las firmas de buses 1 y 2. A partir de ésta se puede ver que la participación de mercado del modo bus disminuye a medida que aumenta la cantidad de usuarios en todos los acuerdos.

$P_{BUS}$  también disminuye con todos los acuerdos colusivos (con respecto a la competencia oligopólica) y aumenta al activarse la restricción de restricción del parque de taxi colectivos en todas las estructuras de mercado. Los acuerdos, ordenados de menor a mayor participación del modo bus, son:

$$P_{BUS}^{CC} < P_{BUS}^{SCT} < P_{BUS}^{SCF} < P_{BUS}^{COMP}$$

Además, la restricción de parque de taxi colectivos aumenta la participación del modo bus en el equilibrio en todas las estructuras de mercado analizadas, es decir:

$$P_{BUS}^{CC*} > P_{BUS}^{CC}$$

$$P_{BUS}^{SCT*} > P_{BUS}^{SCT}$$

$$P_{BUS}^{SCF*} > P_{BUS}^{SCF}$$

$$P_{BUS}^{COMP*} > P_{BUS}^{COMP}$$

Finalmente, el acuerdo de congelación de flota de buses disminuye la participación de mercado del modo bus hasta que el acuerdo se refresque, alcanzando siempre una participación de mercado menor a la de la competencia oligopólica y mayor a la colusión total y semi colusión en tarifa.

$$P_{BUS}^{CC} < P_{BUS}^{SCT} < P_{BUS}^{CONG} \leq P_{BUS}^{COMP}$$

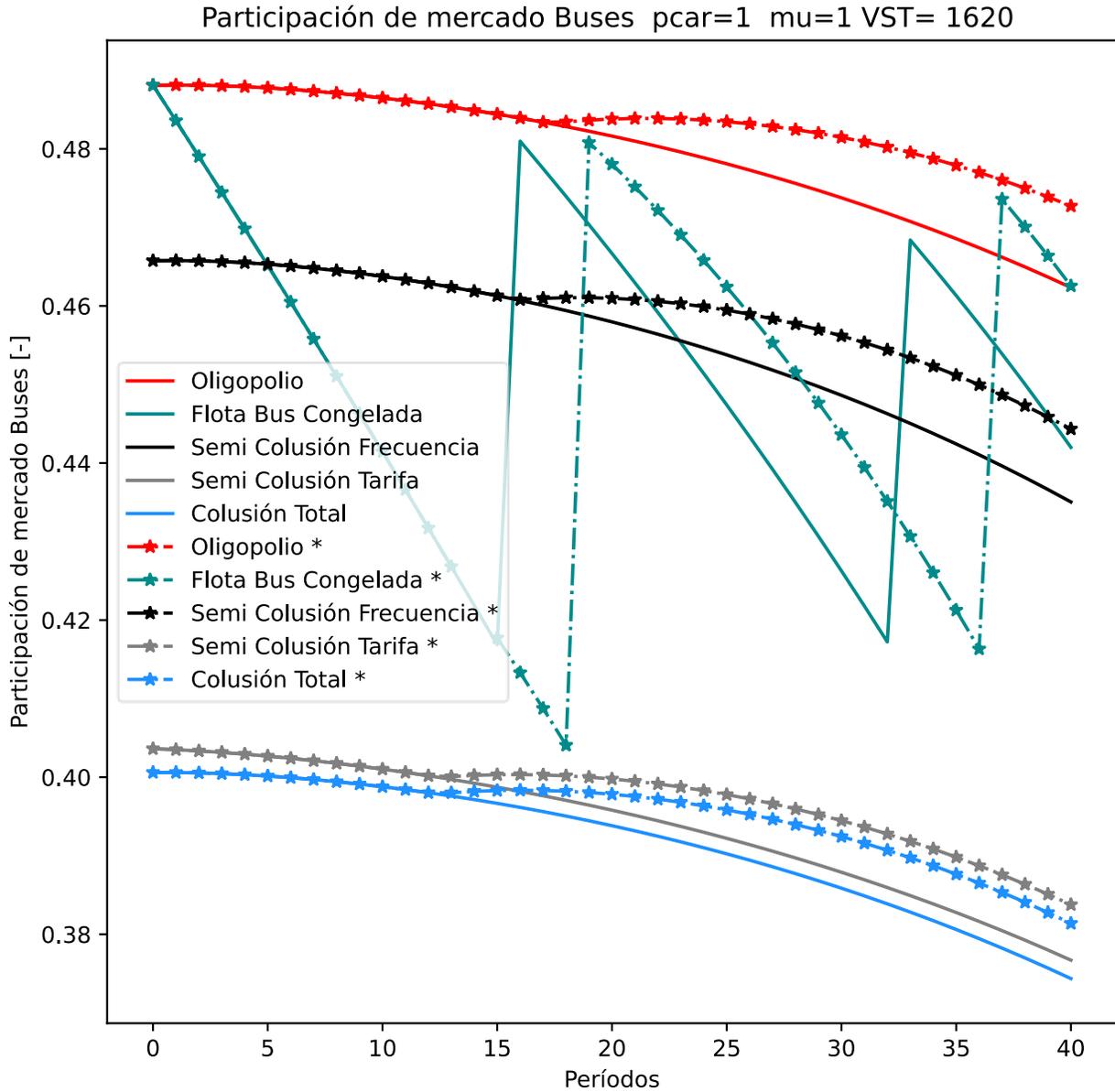


Figura 12: Participación de mercado modo BUS

### 5.7.1.2. Participación de mercado de taxi colectivos

En la Figura 13 se muestra la participación de mercado de taxi colectivos  $P_{TXC}$  para las diferentes estructuras de mercado analizadas a lo largo de los diferentes períodos.

La participación de mercado cuando no se considera la restricción de parque de taxi colectivos decrece naturalmente al aumentar la demanda potencial en todas las estructuras de mercado analizadas, salvo para el acuerdo de congelación de flota de buses, en que oscila en torno a la participación de la semi colusión en tarifa y aumenta desde el último refresco del acuerdo de congelación de la flota de buses.

El ordenamiento es inverso al de la participación del bus, lo que significa que el modo taxi colectivo, en el equilibrio, aumenta su participación de mercado cuando las firmas de buses establecen acuerdos colusivos. Es decir:

$$P_{TXC}^{CC} > P_{TXC}^{SCT} > P_{TXC}^{SCF} > P_{TXC}^{COMP}$$

No obstante, la restricción de congelación del parque de taxi colectivos produce, en el equilibrio, que la participación de éste modo disminuya drásticamente, invirtiendo el orden anterior a:

$$P_{TXC}^{CC*} \sim P_{TXC}^{SCT*} < P_{TXC}^{SCF*} < P_{TXC}^{COMP*}$$

El acuerdo de congelación de flota de las firmas de buses permite a las firmas de taxi colectivos aumentar su participación siempre que no exista la política de congelación de parque de taxis colectivos, en este último caso la participación de mercado disminuye con respecto a la competencia oligopólica. Esto confirma que la firma de taxi colectivos no puede disciplinar al cartel en la "realidad".

Participación de mercado Taxi colectivos pcar=1 mu=1 VST= 1620

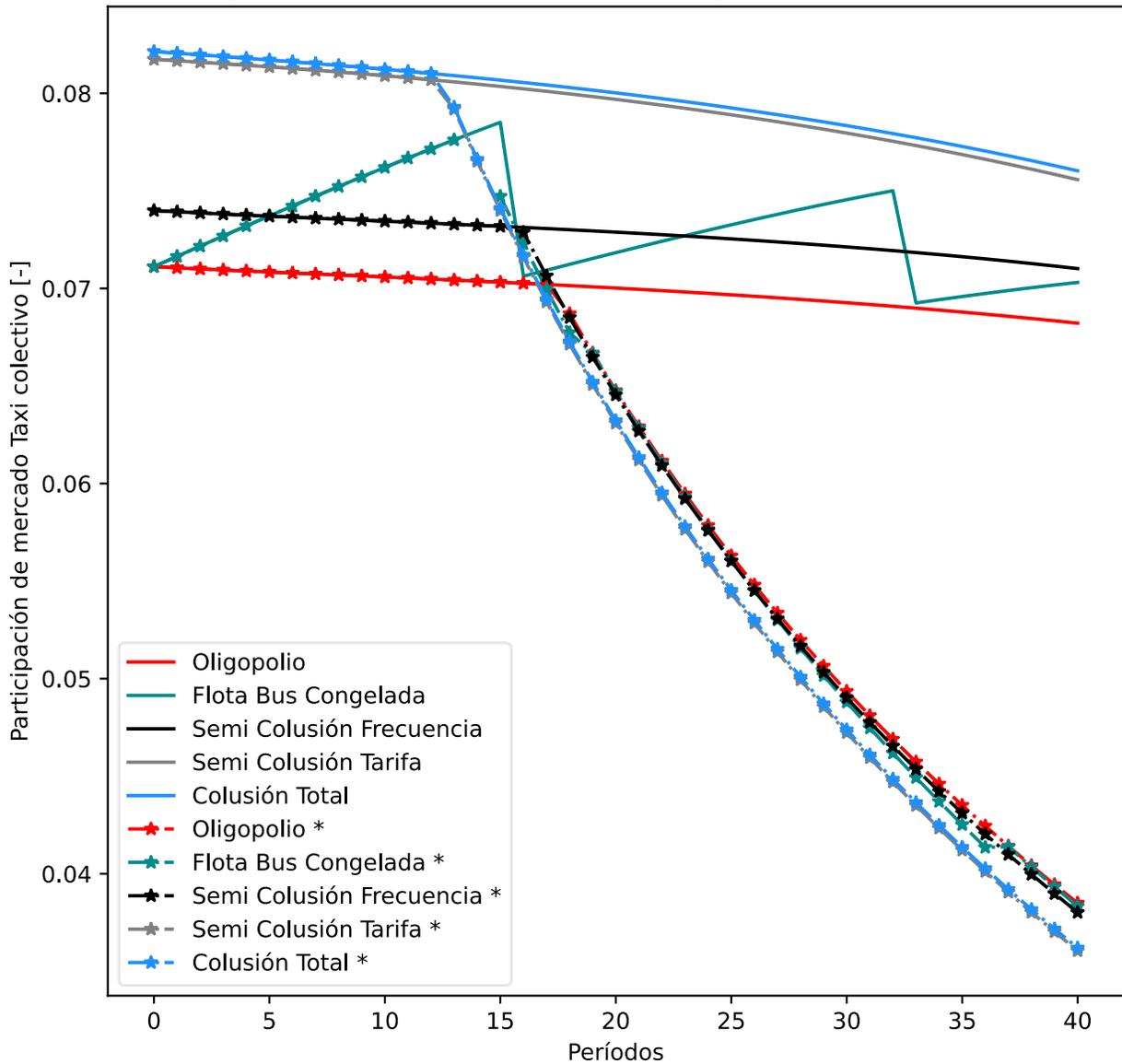


Figura 13: Participación de mercado taxi colectivos

### 5.7.1.3. Participación de mercado de automóviles

En la Figura 14 se muestra la partición modal del automóvil  $P_a$  en las diferentes estructuras de mercado a lo largo del tiempo. De ésta se puede ver que la participación en todas las estructuras de mercado analizada tiende a aumentar con el aumento de demanda y que la política de congelación de parque de taxi colectivos aumenta aún más la participación del automóvil, con respecto a la misma estructura de mercado en el mismo período.

La participación del automóvil aumenta en todos los acuerdos colusivos con respecto a la competencia oligopólica, es decir:

$$P_a^{CC} > P_a^{SCT} > P_a^{SCF} > P_a^{COMP}$$

Finalmente, es importante señalar que el acuerdo de congelación de flota de buses aumenta la participación modal del automóvil por sobre las de la competencia oligopólica.

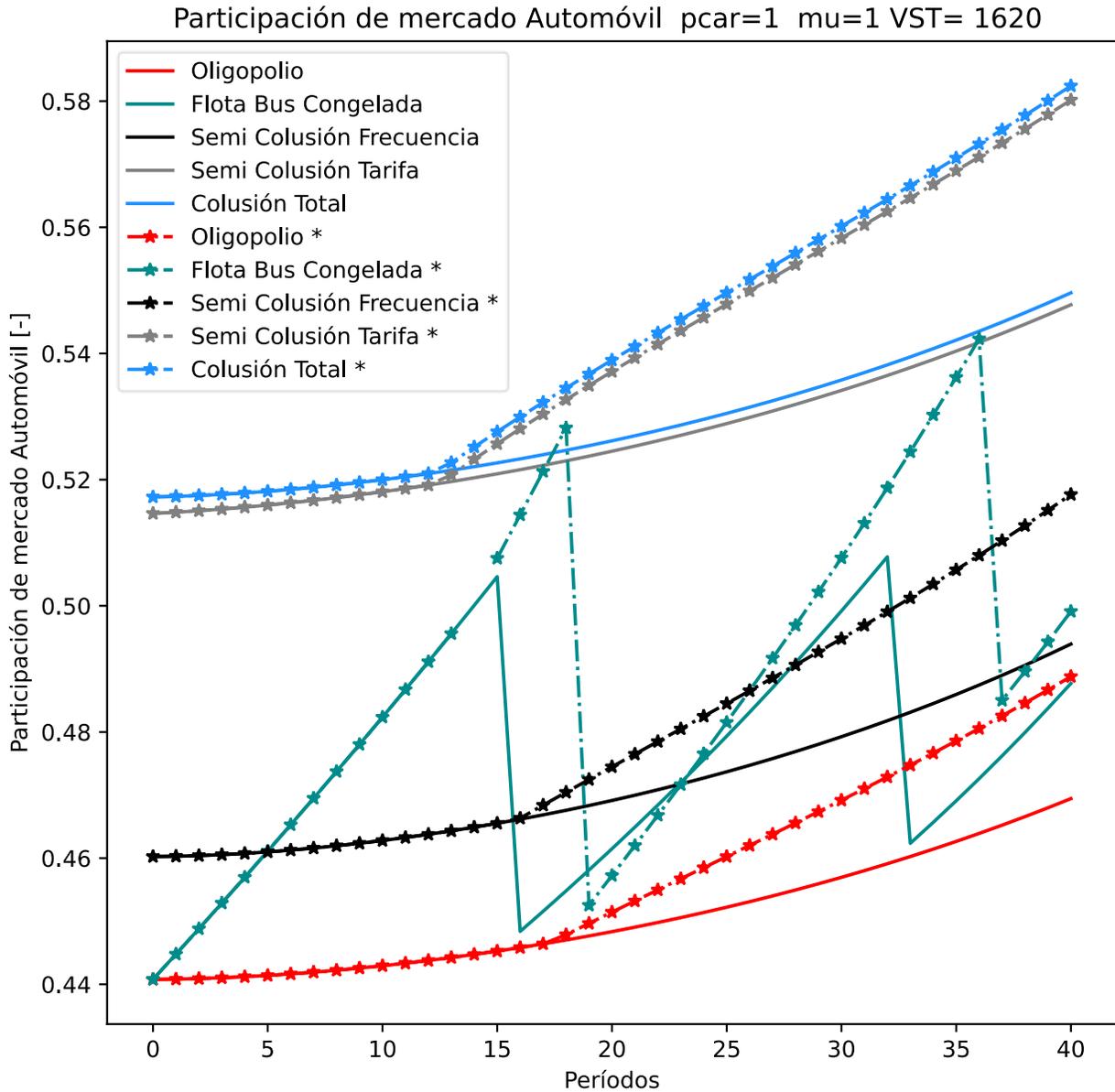


Figura 14: Participación de mercado modo automóvil

## 5.7.2. Frecuencias

En esta sección se analiza las frecuencias ofrecidas por las firmas de buses y taxi colectivos en el equilibrio. Es importante señalar que la frecuencia es percibida por los usuarios como calidad de servicio porque disminuye el tiempo de espera.

### 5.7.2.1. Frecuencia de buses

En la Figura 15 se muestra la frecuencia de la firma 1 o 2 de buses ofrecida en cada período, para cada estructura de mercado. Es fácil notar que la frecuencia aumenta con la demanda potencial y es mayor cuando las firmas compiten, seguido por la semi colusión en tarifa. La semi colusión en frecuencia ofrece una mayor frecuencia que la colusión total salvo en los últimos períodos, en que se invierte esta relación ligeramente, es decir:

$$f_1^{COMP} > f_1^{SCT} > f_1^{SCF}, f_1^{CC}$$

La frecuencia ofrecida por las firmas de buses en el acuerdo de congelación de flota disminuye porque a medida que avanzan los períodos, la demanda aumenta y por tanto la congestión en el corredor también, luego la misma cantidad de vehículos podrá operar una menor cantidad de ciclos, y por lo tanto producen una menor frecuencia. Por otro lado, la frecuencia ofrecida en este acuerdo puede ser la menor de todas si pasa la cantidad de períodos suficientes antes de que se refresque el acuerdo.

Es interesante señalar que, para demandas bajas, el acuerdo de semi colusión en tarifa presenta frecuencias ligeramente menores a las del equilibrio no cooperativo.

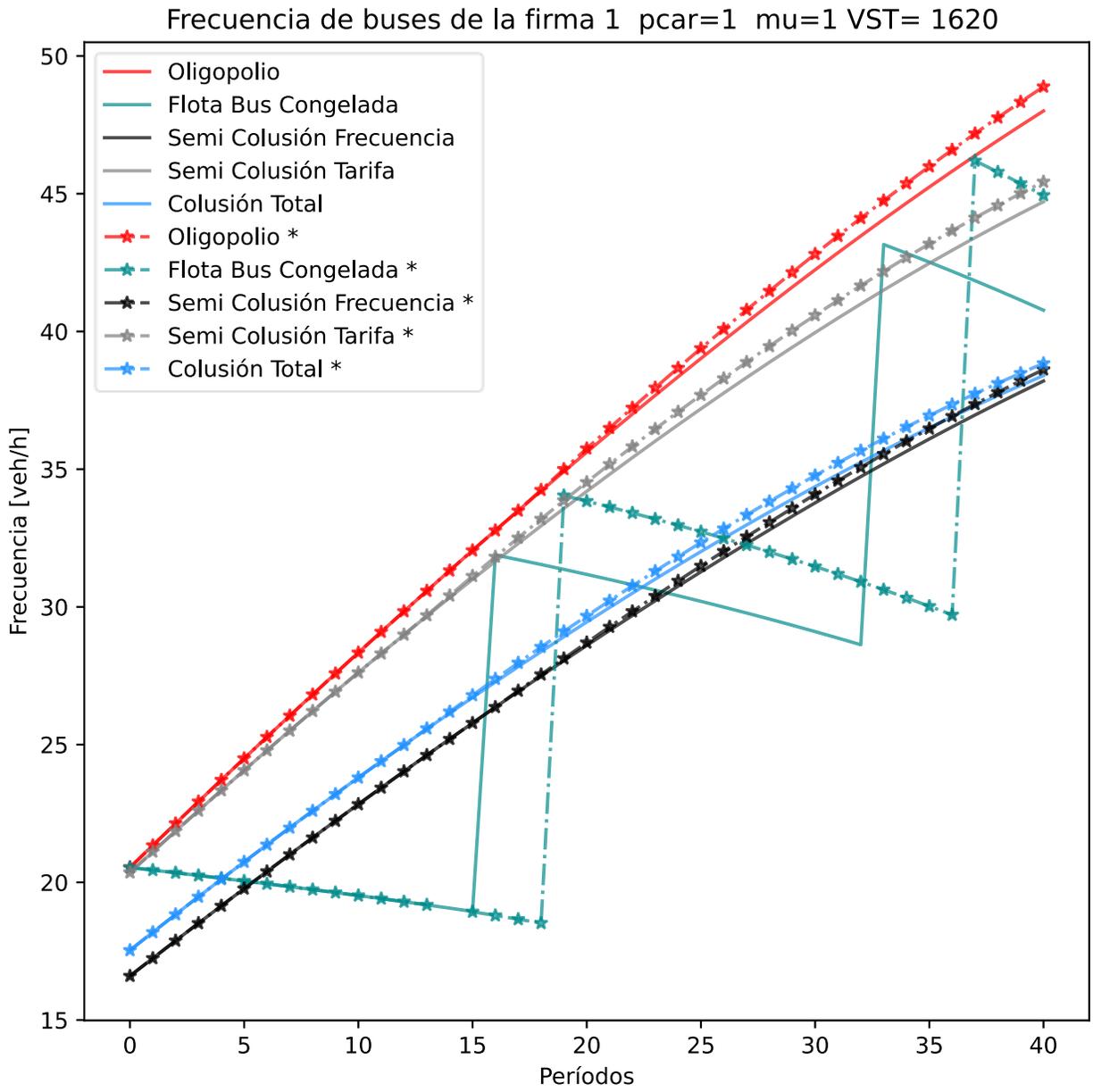
Por último, la congelación del parque de taxi colectivos tiene un efecto muy ligero en la frecuencia que ofrecen las firmas de buses, aumentándola con respecto al mismo acuerdo sin considerar dicha restricción, salvo para el caso del acuerdo de congelación de flota de buses, en que para algunos períodos aumenta y en otros disminuye. Es decir:

$$f_1^{COMP*} > f_1^{COMP}$$

$$f_1^{SCF*} > f_1^{SCF}$$

$$f_1^{SCT} > f_1^{SCT*}$$

$$f_1^{CC} > f_1^{CC*}$$



*Figura 15: Frecuencia de la firma 1 o 2 de buses*

### 5.7.2.2. Frecuencia de taxis colectivos

En la Figura 16 se muestra la frecuencia ofrecida por la firma de taxi colectivos para las diferentes estructuras de mercado o acuerdos que pueden ejecutar las firmas de buses. En esta se puede ver que cuando las firmas de buses deciden cooperar entre sí, la firma de taxi colectivo reacciona aumentando su frecuencia, lo que se percibe como un aumento de calidad del servicio provisto por los taxis colectivos y percibida por los usuarios.

La frecuencia ofrecida por la firma de taxi colectivos ordenada de mayor a menor cuando la restricción de parque está inactiva es: Colusión total, semi colusión en tarifa, semi colusión en frecuencia y finalmente oligopolio, es decir:

$$f_{txc}^{CC} > f_{txc}^{SCT} > f_{txc}^{SCF} > f_{txc}^{COMP}$$

Este orden cambia cuando la restricción de parque de taxi colectivos está activa, es decir:

$$f_{txc}^{SCT*} < f_{txc}^{CC*} < f_{txc}^{SCF*} < f_{txc}^{COMP*}$$

Esto ocurre porque las estructuras de mercado en que se ofrece mayor frecuencia también coinciden con mayor congestión en el corredor, luego los acuerdos con mayores frecuencias activarán la restricción de parque de taxi colectivos antes, lo que produce que comience a decaer la frecuencia antes porque hay mayor congestión, disminuyendo el rendimiento de cada vehículo más rápido que en otras estructuras de mercado.

Dicha disminución en el rendimiento por vehículo es exactamente una disminución de frecuencia y en consecuencia la política de congelación del parque de taxi colectivos produce que la firma de taxi colectivos no pueda aumentar su frecuencia porque no tiene vehículos para sostener una frecuencia más alta, limitando su respuesta para disciplinar al cartel en la variable frecuencia y sólo podrá decidir estratégicamente su tarifa. Esta limitación se manifiesta (en el equilibrio) en un aumento ligero de la frecuencia de las firmas de buses, como se muestra en la subsección 5.7.2.1.

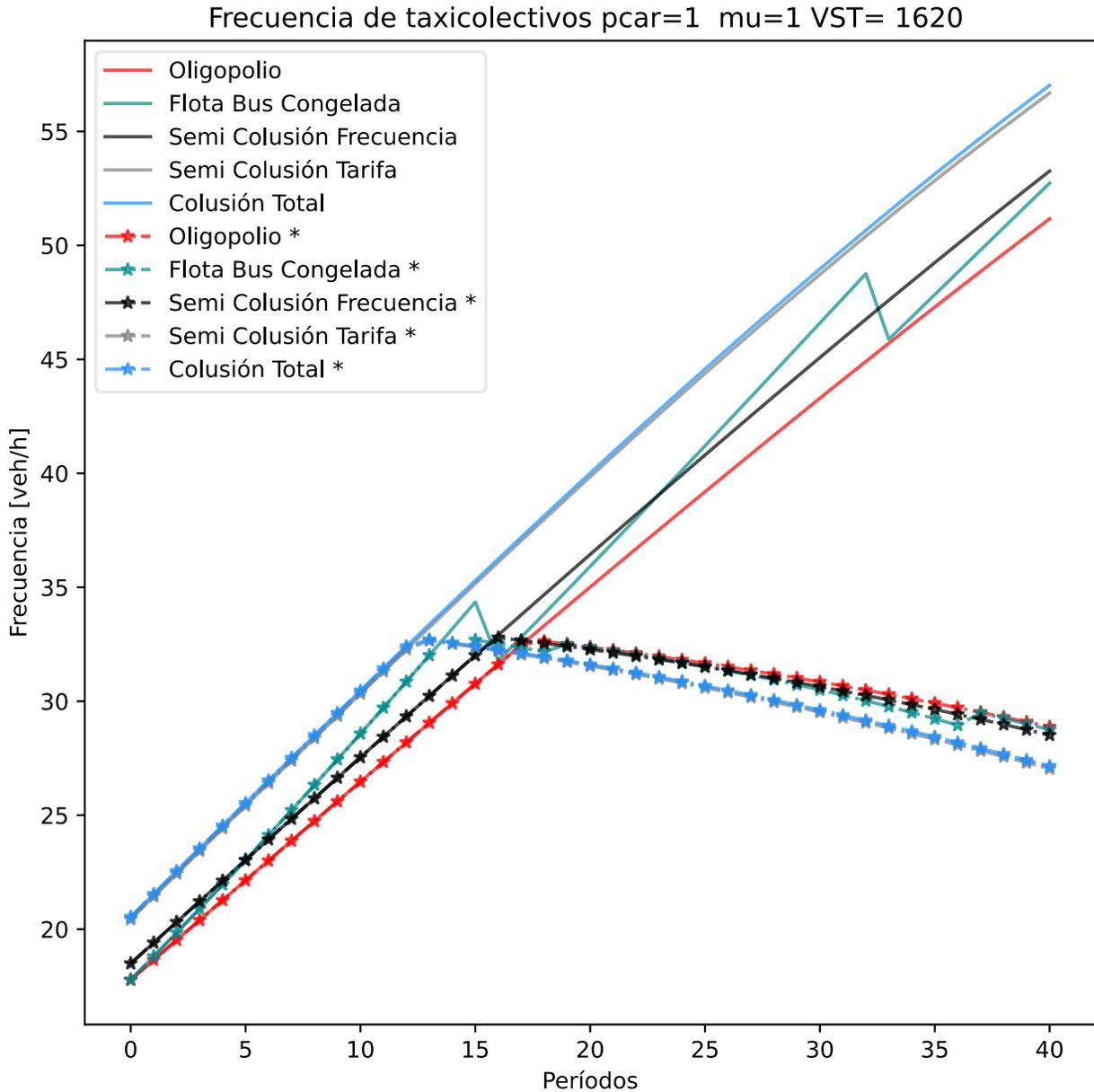


Figura 16: Frecuencia de la firma de taxi colectivos

### 5.7.3. Flujo de automóviles

En la Figura 17 se muestra la cantidad de usuarios que circulan en automóvil (se asume tasa de ocupación de 1 pasajero en cada automóvil). A partir de ésta se puede ver que la cantidad de automóviles menor se da cuando las firmas de buses compiten. Además, el flujo de automóviles, de mayor a menor en los acuerdos colusivos es: Colusión total, Semi colusión en tarifa, semi colusión en frecuencia, es decir:

$$f_a^{COMP} < f_a^{SCF} < f_a^{SCT} < f_a^{CC}$$

Con respecto a la restricción del parque de taxi colectivos, cuando ésta se activa aumenta el número de automóviles en el corredor. También podemos observar que el acuerdo de flota congelada aumenta la cantidad de automóviles por sobre la competencia oligopólica.

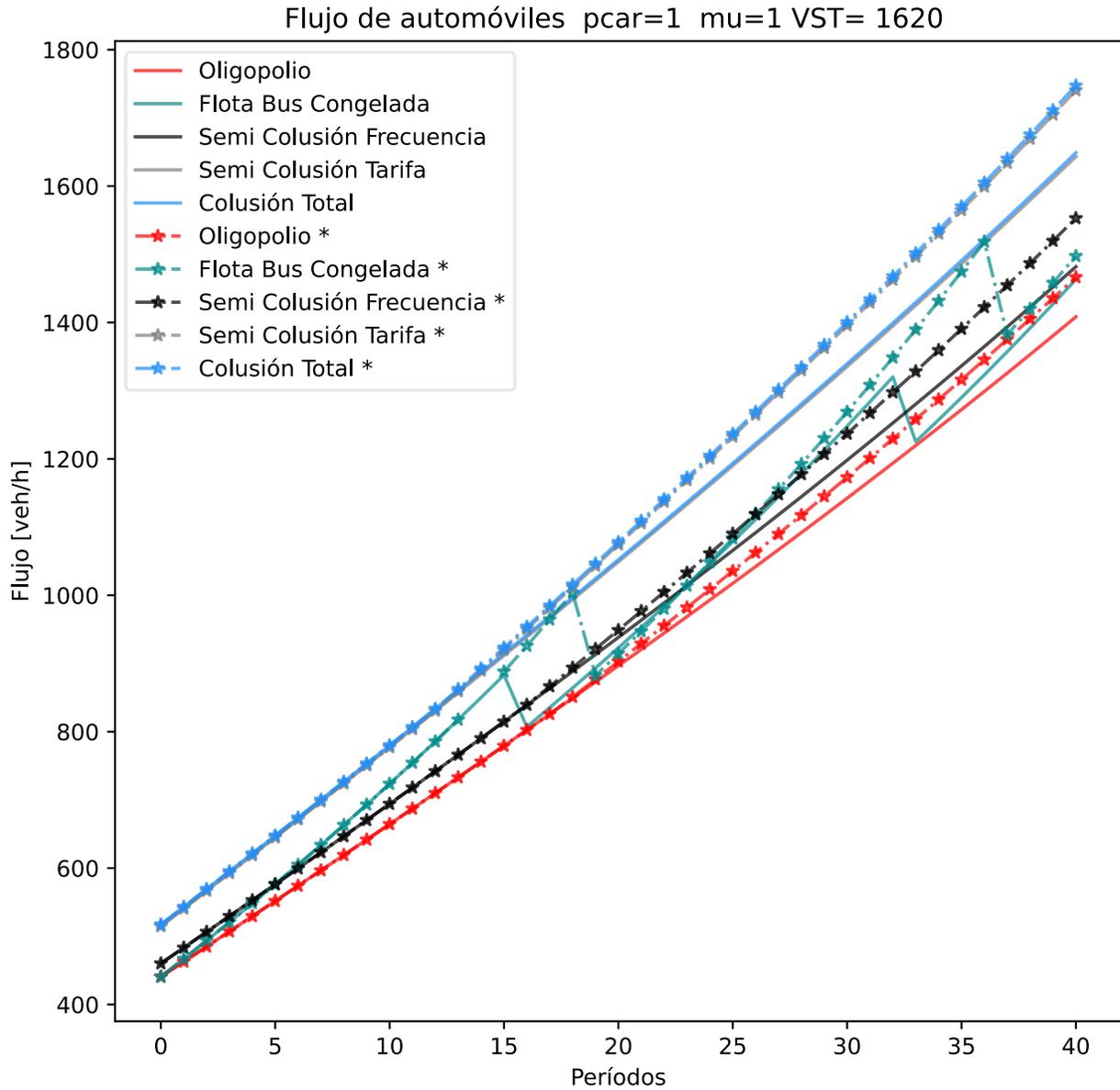


Figura 17: Flujo de automóviles en el corredor

#### 5.7.4. Tarifas

En esta sección se muestran las tarifas resultantes del equilibrio para las diferentes estructuras de mercado en los diferentes períodos.

##### 5.7.4.1. Tarifa buses

En la Figura 18 se muestran las tarifas que pagan los usuarios al utilizar alguna de las firmas de buses, en las diferentes estructuras de mercado a lo largo de los diferentes períodos.

No es sorprendente que las tarifas menores se dan cuando las firmas compiten, pero si es importante notar que una semi colusión en frecuencia produce una tarifa mayor a la del equilibrio no cooperativo, lo que es contrario a Basso et al., (2020), que encuentran que la semi colusión en calidad (frecuencia) produce precios (tarifas) más bajos que el equilibrio no cooperativo.

En el equilibrio, la semi colusión en tarifa produce la tarifa más alta, seguida por: colusión total, semi colusión en frecuencia y finalmente competencia oligopólica, es decir:

$$t_1^{SCT} > t_1^{CC} > t_1^{SCF} > t_1^{COMP}$$

Además, las tarifas de todas las estructuras de mercado aumentan cuando se implementa la política de congelación de parque de taxi colectivos:

$$t_1^{SCT*} > t_1^{SCT}$$

$$t_1^{CC*} > t_1^{SCT}$$

$$t_1^{SCF*} > t_1^{SCT}$$

$$t_1^{COMP*} > t_1^{SCT}$$

$$t_1^{CONG*} > t_1^{CONG}$$

Por último, la tarifa en equilibrio del acuerdo de congelación de flota de buses aumenta a medida que avanzan los períodos, oscilando en torno a la tarifa que se cobra en la semi colusión en frecuencia. Además, siempre es mayor o igual al de la competencia oligopólica y menor a la de la colusión total y semi colusión en tarifa.

Tarifa de buses de la firma 1 pcar=1 mu=1 VST= 1620

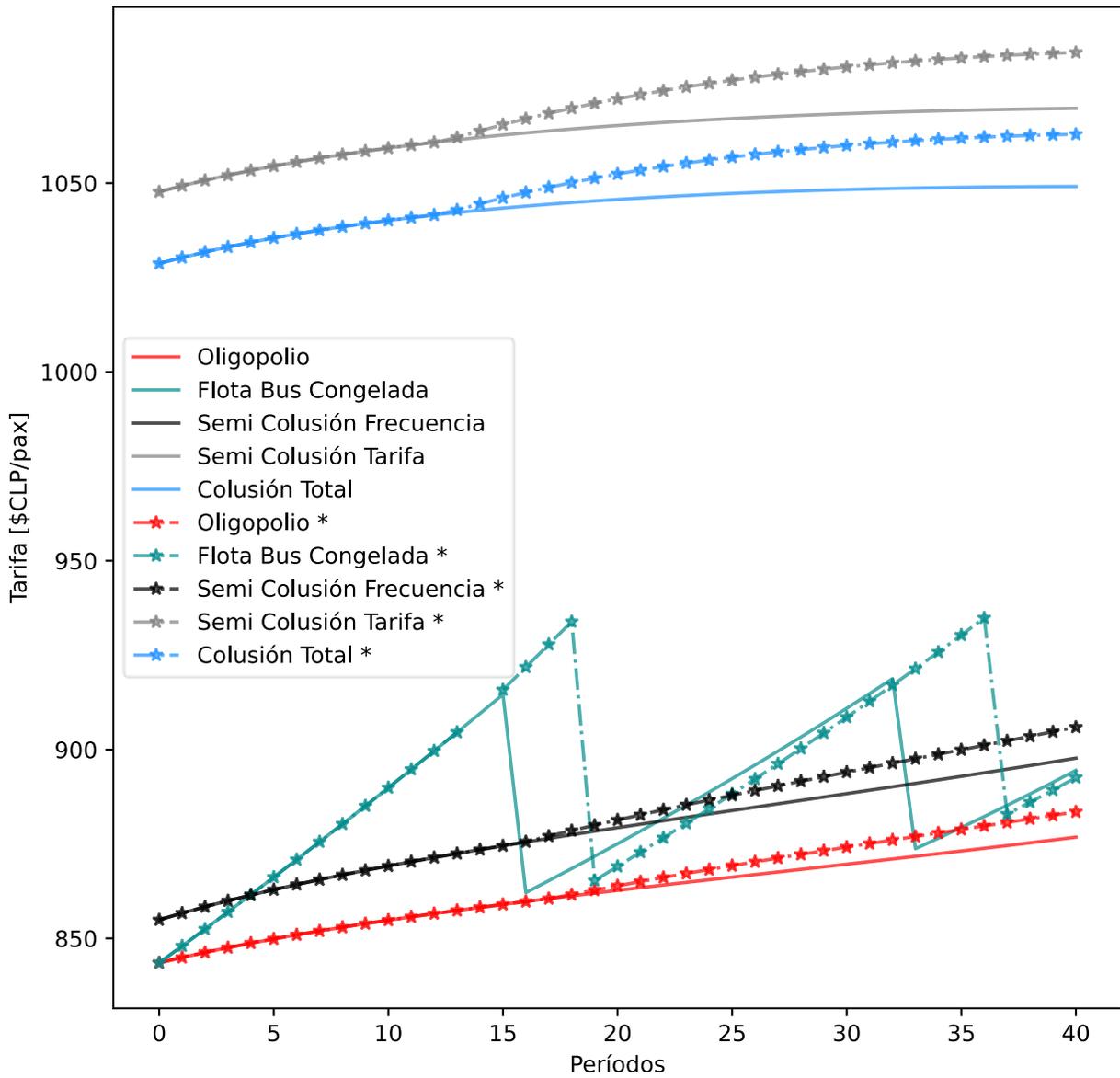


Figura 18: Tarifa de la firma de buses 1 o 2 por pasajero

### 5.7.4.2. Tarifa taxi colectivos

En la Figura 19 se muestra la tarifa de la firma de taxi colectivos resultante en el equilibrio para las diferentes estructuras de mercado. En esta se puede ver que cuando las firmas de buses suscriben acuerdos, la tarifa de la firma de taxi colectivos aumenta con respecto al equilibrio no cooperativo, resultando en que la tarifa de taxi colectivo sigue el mismo ordenamiento en los diferentes acuerdos que la tarifa de las firmas de buses, es decir:

$$t_{txc}^{CC} > t_{txc}^{SCT} > t_{txc}^{SCF} > t_{txc}^{COMP}$$

De manera similar a la tarifa de los buses, cuando la restricción de congelación del parque de taxi colectivos está activa, la firma de taxi colectivos aumenta su tarifa por sobre la que hubieran cobrado si esta restricción estuviese inactiva, es decir:

$$\begin{aligned} t_{txc}^{CC*} &> t_{txc}^{CC} \\ t_{txc}^{SCT*} &> t_{txc}^{SCT} \\ t_{txc}^{SCF*} &> t_{txc}^{SCF} \\ t_{txc}^{COMP*} &> t_{txc}^{COMP} \\ t_{txc}^{CONG*} &> t_{txc}^{CONG} \end{aligned}$$

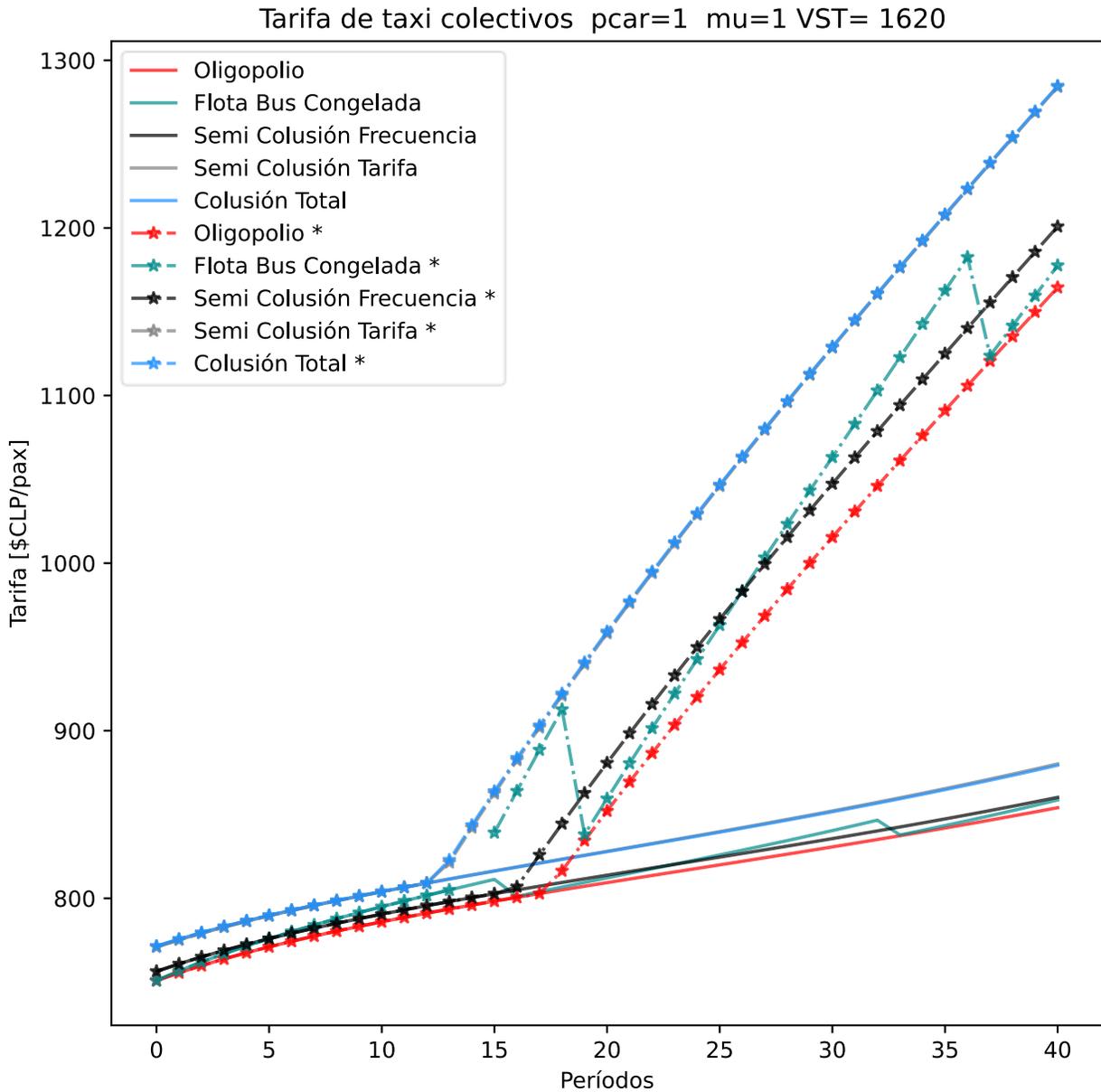


Figura 19: Tarifa de la firma de taxi colectivos

### 5.7.5. Flota de buses

En la Figura 20 se muestra la flota de buses utilizada por las firmas de buses. Se puede verificar que la competencia oligopólica presenta el mayor número de buses, seguido por los acuerdos de semi colusión en tarifa, colusión total y semi colusión en frecuencia, es decir:

$$B_i^{COMP} > B_i^{SCT} > B_i^{CC} > B_i^{SCF}$$

$$i \in \{1,2\}$$

Podemos evidenciar también que en algún punto la flota congelada será la misma que la de algún acuerdo, y por tanto existen períodos en que es posible cambiar desde el acuerdo de congelación de flota a cualquiera de los acuerdos analizados. Esto es de gran importancia para las firmas de buses, dado que su estructura organizacional interna es muy atomizada, por lo que podrán coludirse sin eliminar buses (y por tanto incumbentes en la empresa).

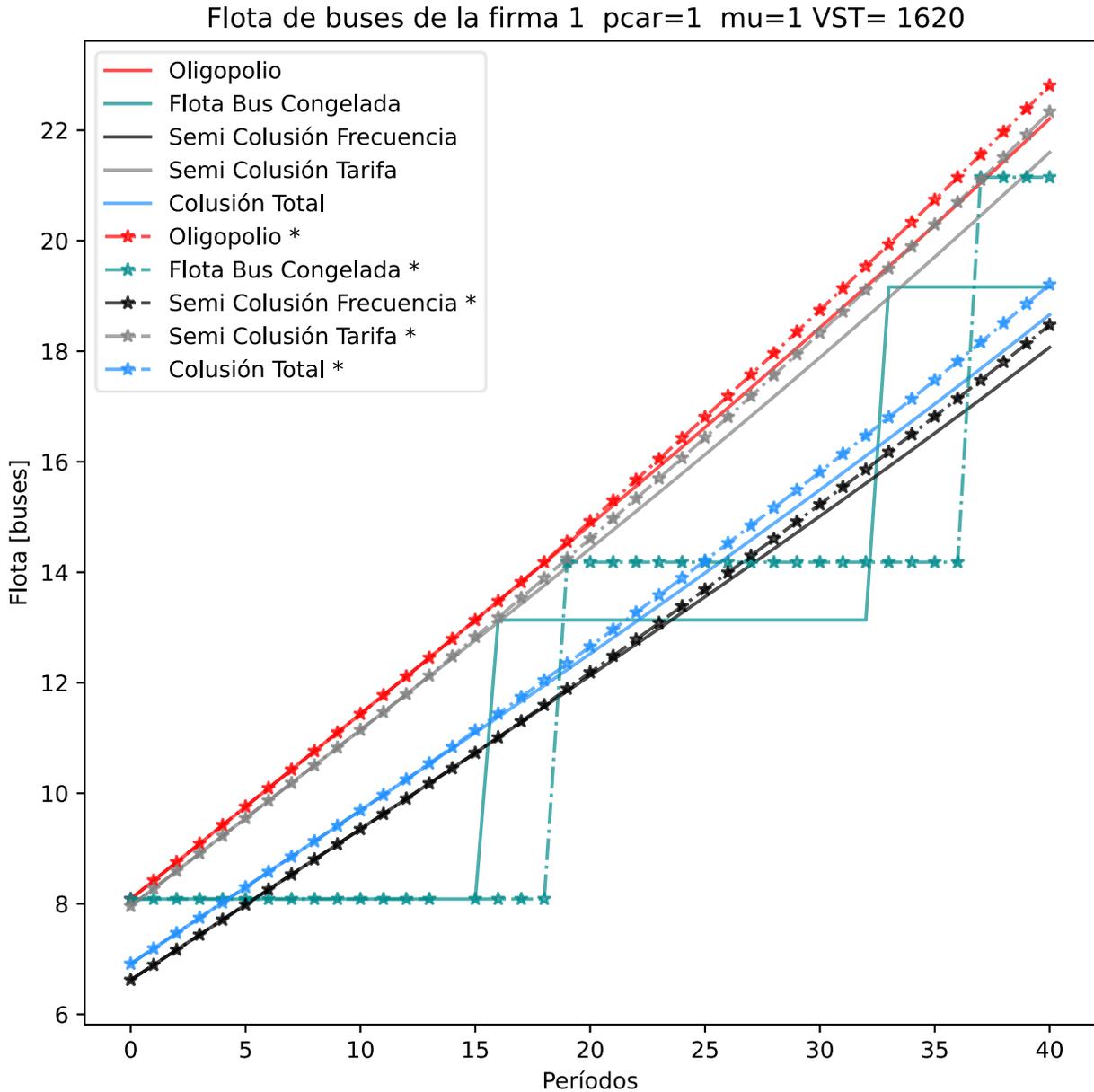


Figura 20: Flota de buses de la firma 1 o 2 de buses, corresponde al número de vehículos que las firmas operan para poder producir la frecuencia que se obtiene al resolver el equilibrio.

### 5.7.6. Embarque promedio de buses

En esta subsección, se calculó el embarque promedio por bus (la razón entre la cantidad de pasajeros que atiende una firma y su frecuencia ofrecida, la denotamos por  $hac_i$ ). El embarque promedio de buses tiene un efecto negativo en los usuarios del modo bus porque indica el hacinamiento dentro de los buses. Los resultados de su estimación se muestran en la Figura 21.

De la Figura 21 podemos ver que a medida que aumenta la demanda aumenta la cantidad de pasajeros embarcados, y que la política de congelación de flota de taxi colectivos casi no la afecta.

Con respecto a las estructuras de mercado, la estructura de mercado que presenta menor hacinamiento ( $hac_i$ ) es la semi colusión en tarifa, seguido por la colusión total y el equilibrio no cooperativo, finalmente la semi colusión en tarifa, es decir:

$$hac_i^{SCT} < hac_i^{CC} \approx hac_i^{COMP} < hac_i^{SCF}$$

El acuerdo de congelación de flota de buses aumenta fuertemente el hacinamiento en los buses con respecto a las demás estructuras de mercado y, en algunos períodos, es el acuerdo que produce, en el equilibrio, el mayor hacinamiento al interior de los buses.

Pasajeros embarcados en cada bus pcar=1 mu=1 VST= 1620

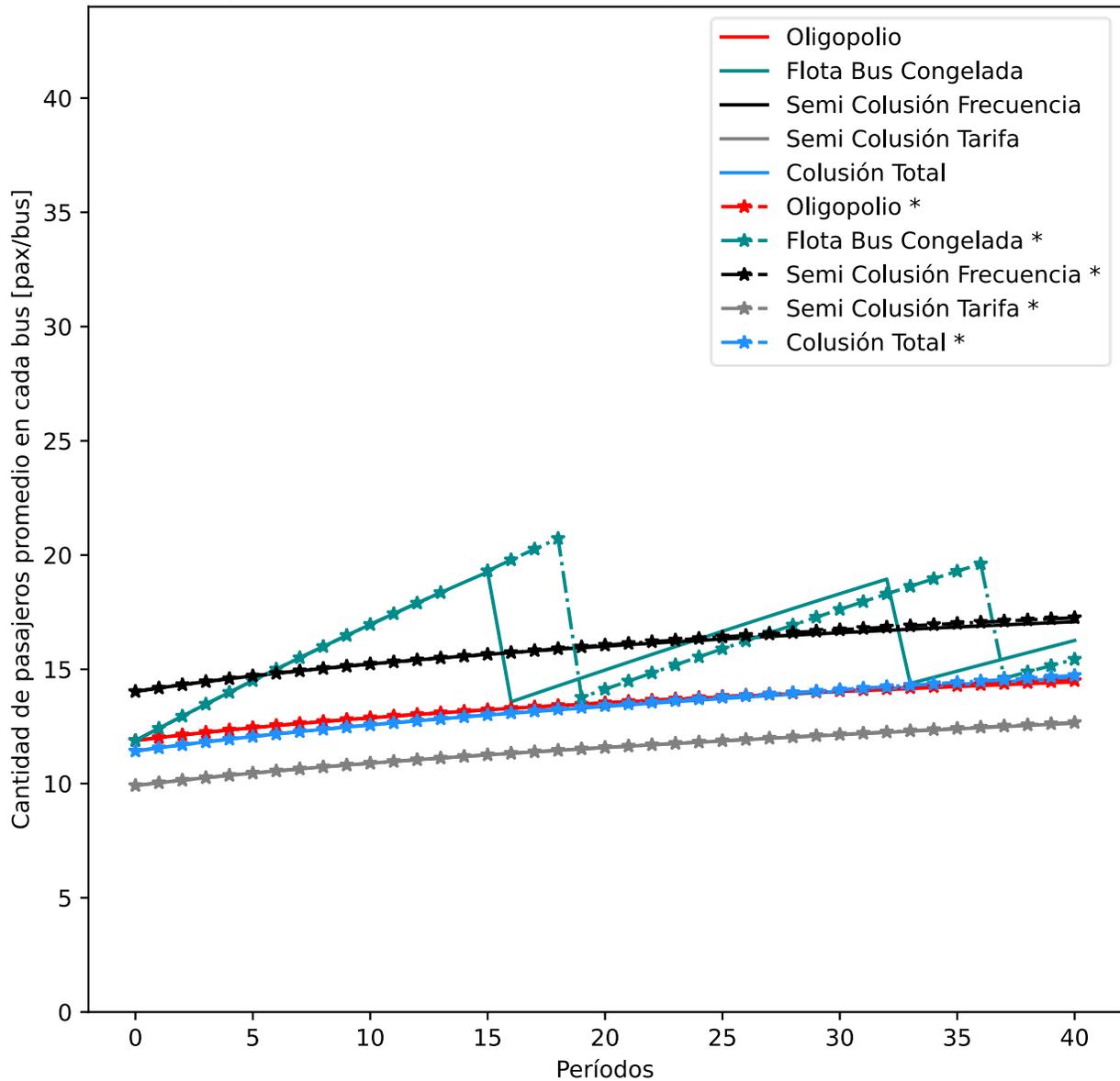


Figura 21: Embarque promedio por bus

### 5.7.7. Congestión

En esta subsección se estudia la congestión resultante en el equilibrio para los diferentes acuerdos a lo largo del horizonte de tiempo analizado.

En la Figura 22 se muestra el grado de saturación ( $GS$ ) (La razón entre flujo de vehículos equivalentes y capacidad) para cada tipo de acuerdo en los diferentes períodos. El grado de saturación mide la congestión que hay en el corredor y en la práctica, un grado de saturación mayor a 0.9 corresponde a un alto nivel de congestión.

El grado de saturación del corredor, ordenado de mayor a menor es: Semi colusión en tarifa, colusión total, semi colusión en frecuencia y finalmente el equilibrio no cooperativo (oligopolio), es decir:

$$GS^{SCT} > GS^{CC} > GS^{SCF} > GS^{COMP}$$

Esto es un resultado importante porque ningún tipo de acuerdo colusivo permite disminuir la congestión.

El acuerdo de congelación de la flota de buses aumenta la congestión en el corredor a medida que avanzan los períodos, comenzando con un grado de saturación igual a la del equilibrio no cooperativo, resultando ser mayor al de la competencia oligopólica y menor al de la colusión total y semi colusión en tarifa. Esto se debe a que degrada el servicio de buses, lo que produce que los usuarios prefieran utilizar el automóvil.

Es importante señalar que la política de congelación del parque de taxi colectivos aumenta la congestión en el corredor, debido a que aumenta mayormente el flujo de automóviles (Ver sección 5.7.3). Esto se puede evidenciar porque para todas las estructuras de mercado, el grado de saturación resultante cuando se resuelve el problema considerando la restricción de parque de taxi colectivos es mayor a la que resulta del mismo problema sin dicha restricción, es decir:

$$GS^{SCT*} > GS^{SCT}$$

$$GS^{CC*} > GS^{CC}$$

$$GS^{SCF*} > GS^{SCF}$$

$$GS^{COMP*} > GS^{COMP}$$

$$GS^{CONG*} > GS^{CONG}$$

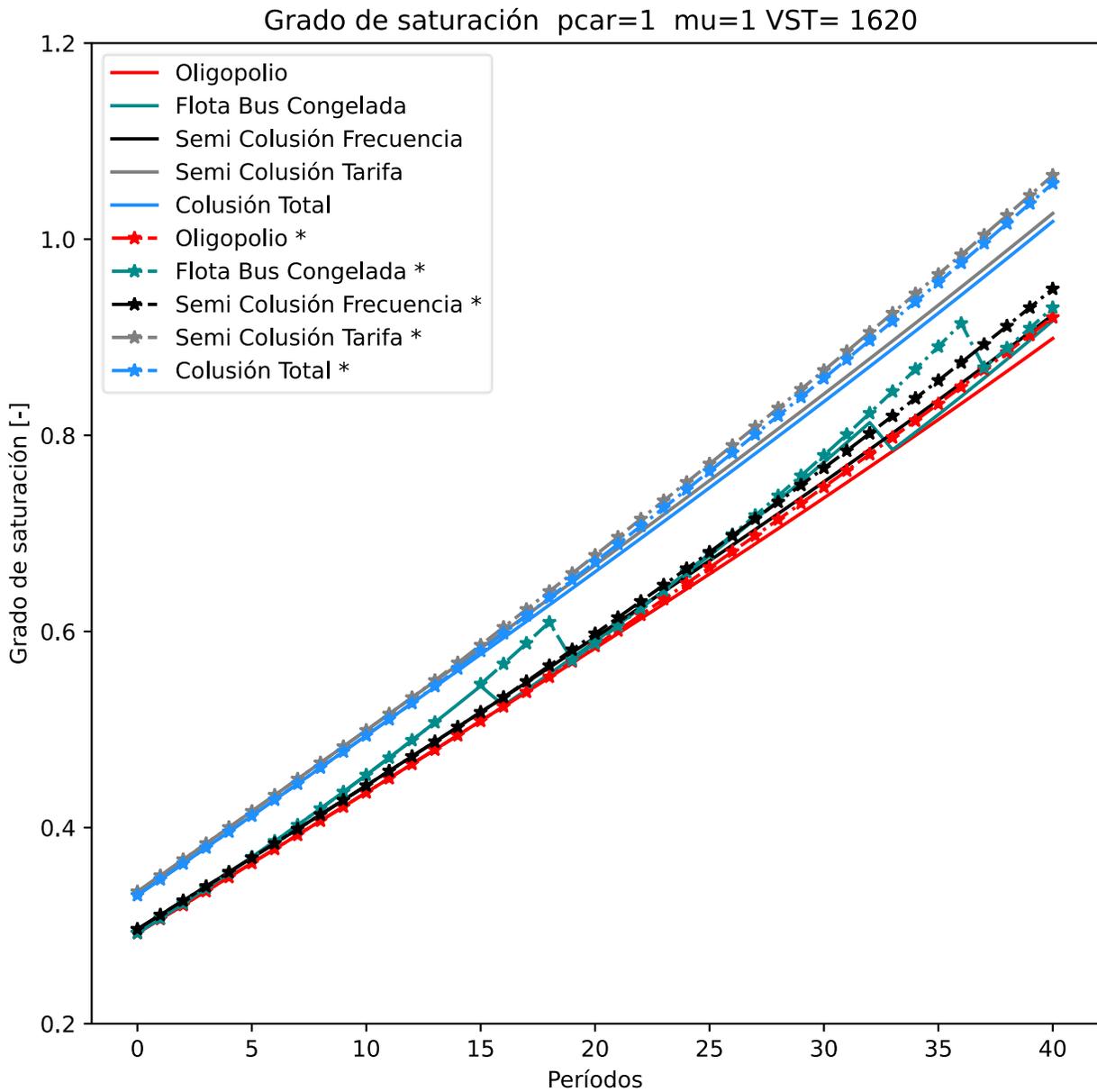


Figura 22: Grado de saturación del corredor del sistema, corresponde al flujo en vehículos equivalentes dividido en la capacidad del corredor

## 5.8. Estabilidad

En esta sección se estudia la estabilidad del cartel en el equilibrio bajo los diferentes acuerdos que puede formar a lo largo del horizonte de tiempo analizado. Este resultado es importante porque, más allá de las ganancias alcanzables, la estabilidad del cartel nos indica que tan probable es que un tipo de acuerdo colusivo pueda sostenerse. Por otra parte, la estabilidad no tiene relación con la probabilidad de que un cartel sea detectado por las autoridades, probabilidad que cambia de acuerdo con el tipo de acuerdo colusivo establecido.

La estabilidad de los diferentes acuerdos se midió con el factor de descuento crítico ( $\delta^*$ ) y se muestra en la Figura 23, de ésta se puede ver que el acuerdo más inestable es la semi colusión en tarifa, seguido por la colusión total y finalmente el acuerdo más estable es la semi colusión en frecuencia, lo que coincide con (Basso et al., 2020), lo que se resume en:

$$\delta^{*SCT} > \delta^{*CC} > \delta^{*SCF}$$

La política de congelar el parque de taxi colectivos aumenta la estabilidad de todos los acuerdos de las firmas de buses (disminuye el factor de descuento), lo que no es sorprendente porque produce que la firma de taxi colectivos sólo pueda modificar su tarifa, disminuyendo su potencial reacción en frecuencia (calidad del servicio), que es un atributo que los usuarios valoran porque está relacionado con los tiempos de espera. Es decir:

$$\delta^{*SCT} > \delta^{*SCT*}$$

$$\delta^{*CC} > \delta^{*CC*}$$

$$\delta^{*SCF} > \delta^{*SCF*}$$

$$\delta^{*CONG} > \delta^{*CONG*}$$

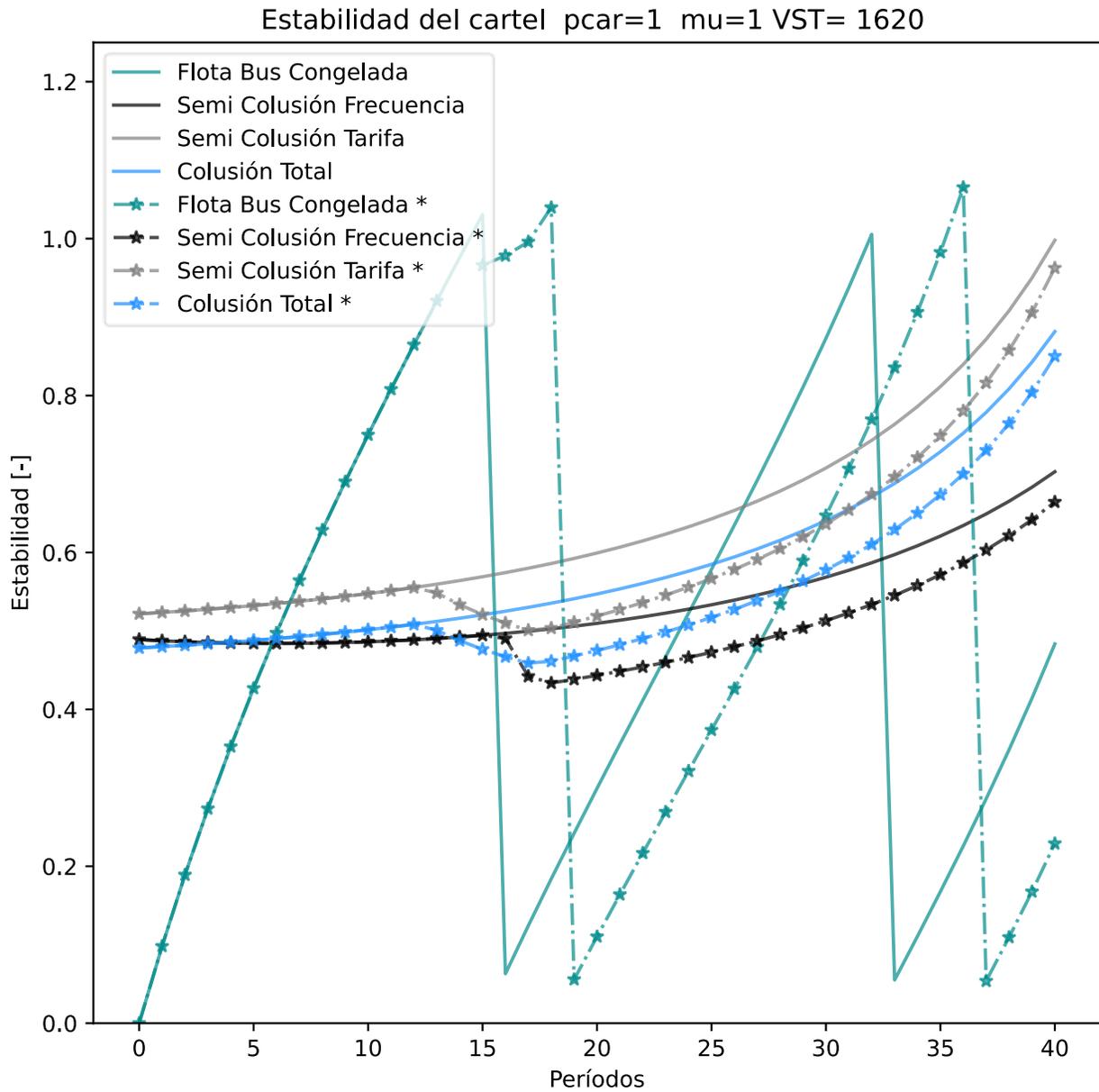
El acuerdo de congelación de flota de buses es el acuerdo más estable al inicio del super juego porque deriva de un acuerdo no cooperativo, que al ser equilibrio de Nash no es posible desviar para jugar algo mejor, porque todos ya están jugando su mejor respuesta. A medida que pasan los períodos, el acuerdo comienza a perder estabilidad más rápido que los demás acuerdos, lo que genera que rápidamente se convierta en el acuerdo más inestable. Cuando esto ocurre, nuestro supuesto es que las firmas de buses refrescarán el acuerdo, aumentando el número de vehículos al de la competencia oligopólica, lo que les permite que el acuerdo sea estable nuevamente y disfrutar de las ganancias por sobre las que obtendrían compitiendo en los siguientes períodos.

Esto es importante, porque nosotros asumimos que se refresca la flota cuando el acuerdo es inestable para cualquier firma racional ( $\delta^* > 1$ ), sin embargo, las firmas podrían refrescar el acuerdo antes si para alguna firma el acuerdo es inestable, lo que

les permite mantener al cartel siempre estable y disfrutar de ganancias mayores a las que obtendrían compitiendo.

Por otra parte, el acuerdo de congelación de flota de buses sirve como transición entre un equilibrio no cooperativo y los demás acuerdos colusivos porque permite que las firmas más impacientes se mantengan en el cartel por algún tiempo para luego cambiar a otro tipo de acuerdo. Es interesante notar que el acuerdo de congelación de flota no es óptimo en el sentido de que no maximiza las ganancias del cartel (es decir, no internaliza el daño que se hacen entre sí las firmas de buses al competir en las variables estratégicas) y que existen acuerdos que permiten obtener mayores ganancias manteniendo la misma estabilidad que la del acuerdo de congelación de flota.

Las firmas de buses podrían cambiar el tipo de acuerdo colusivo cuando la estabilidad del acuerdo de congelación sea igual a la estabilidad del acuerdo al que desean migrar, de esta manera se asegura que la estabilidad del cartel no cambie de manera tan abrupta que manteniendo congelada la flota (bajo el supuesto de que las firmas que están en el cartel mantienen su tasa de descuento o su paciencia a lo largo de los períodos). No obstante, esta transición requiere aumentar la flota de buses porque el período en que coincide la flota de dos acuerdos no coincide con el período en que se iguala la estabilidad.



*Figura 23: Factor de descuento crítico calculado para los diferentes acuerdos, mientras mayor sea, el acuerdo es más inestable*

### 5.9. Análisis de sensibilidad a la proporción de usuarios con automóvil

En esta sección se presenta un análisis de sensibilidad de los resultados anteriores con respecto a la proporción de usuarios que pueden utilizar la alternativa automóvil para viajar. Para facilidad del lector, sólo mostraremos los resultados que presentan una diferencia en ordenamiento o comportamiento de la curva con respecto a los demás acuerdos, dejando de lado el cambio en magnitud de los resultados.

### 5.9.1. Análisis de sensibilidad de la estabilidad del cartel

En las figuras Figura 23, Figura 24, Figura 25 y Figura 26 se muestra la estabilidad del cartel para los diferentes acuerdos a lo largo de los diferentes períodos. En cada simulación se asumió que la proporción de usuarios ( $p_{car}$ ) que pueden realizar su viaje en modo automóvil es de 1.0, 0.9, 0.8 y 0.7 respectivamente.

El principal resultado es que la estabilidad de todos los acuerdos colusivos que puede establecer el cartel de buses aumenta a medida que menos usuarios pueden utilizar la alternativa automóvil (las curvas del factor de descuento bajan). Es importante también notar que el ordenamiento no cambia, sólo las curvas se desplazan hacia abajo. Las curvas disminuyen su pendiente positiva, lo que indica que los acuerdos serán estables por una mayor cantidad de períodos. Finalmente, se requiere refrescar menos seguido el acuerdo de congelación de flota si existen menos usuarios que puedan viajar en automóvil.

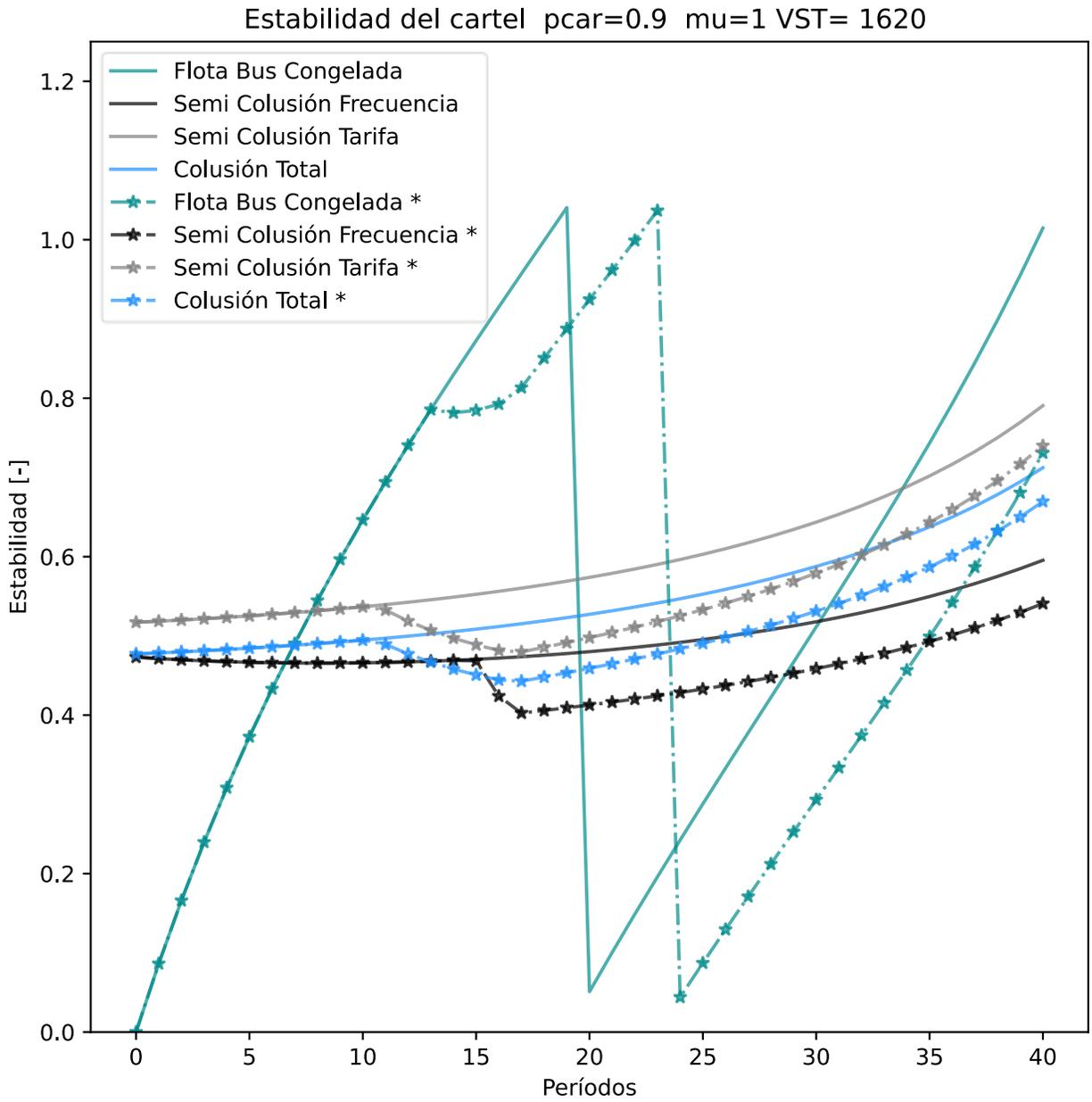


Figura 24: Estabilidad del cartel con proporción de usuarios con alternativa automóvil de 0.9

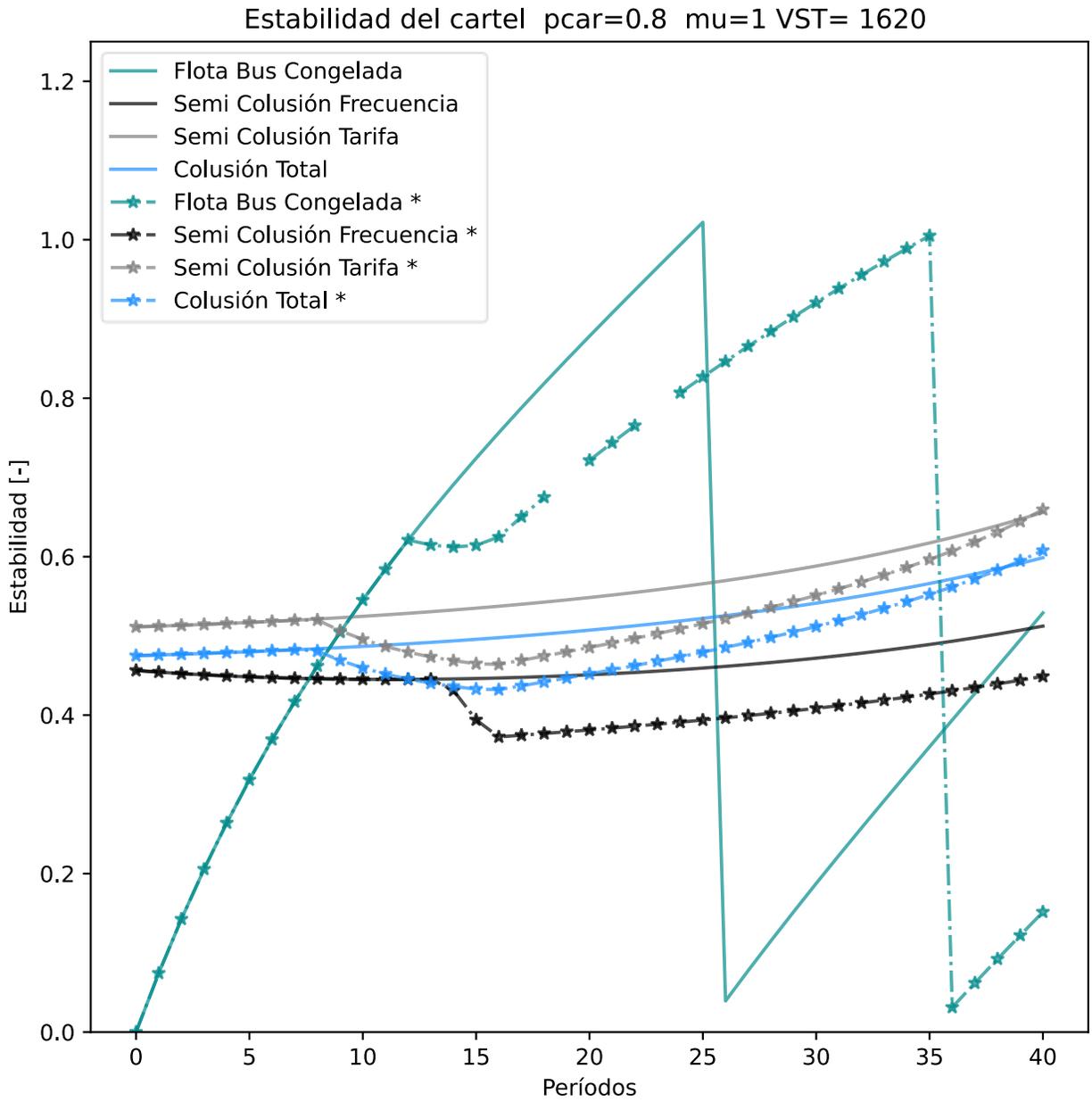


Figura 25: Estabilidad del cartel con proporción de usuarios con alternativa automóvil de 0.8

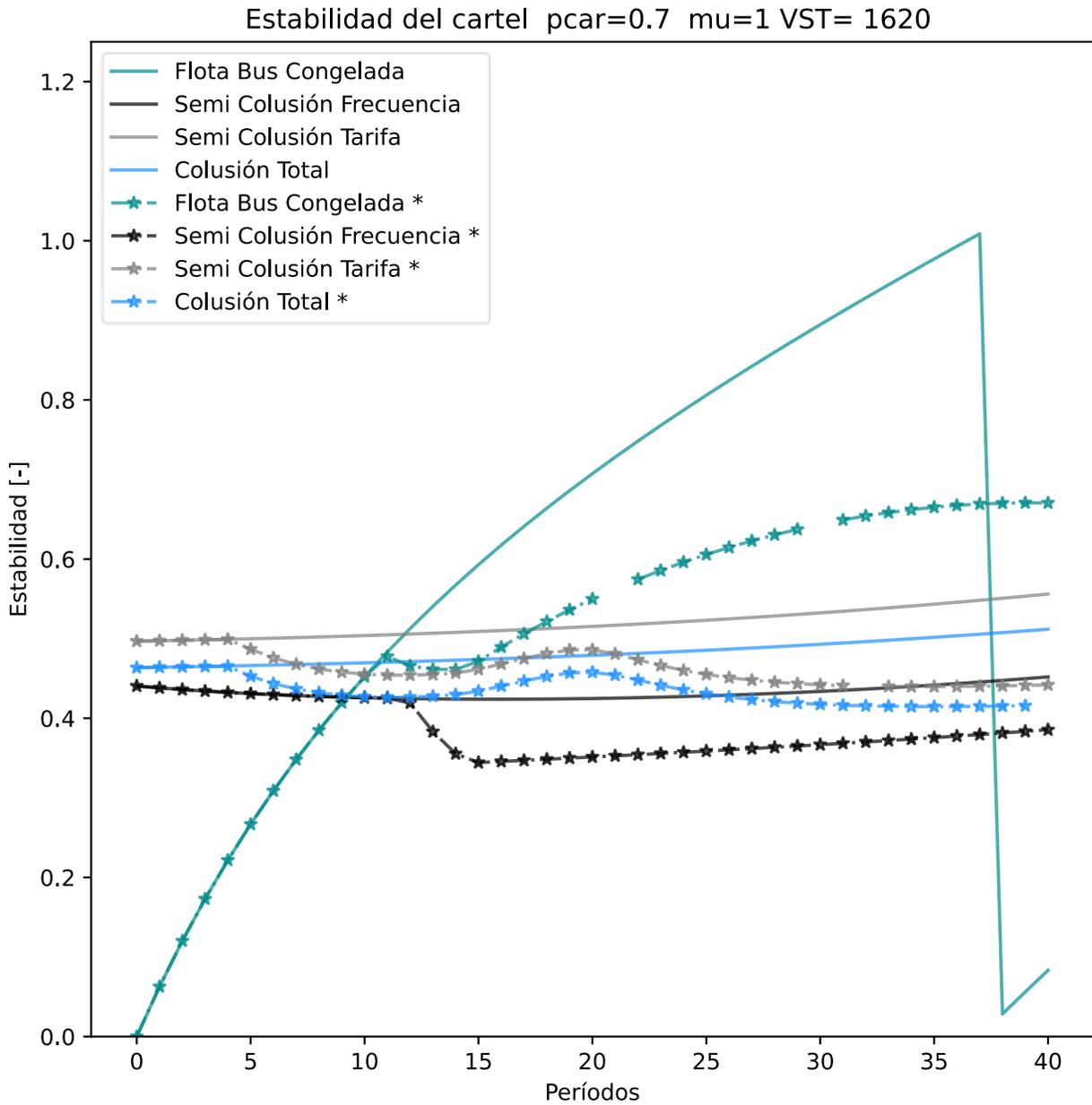


Figura 26: Estabilidad del cartel con proporción de usuarios con alternativa automóvil de 0.7

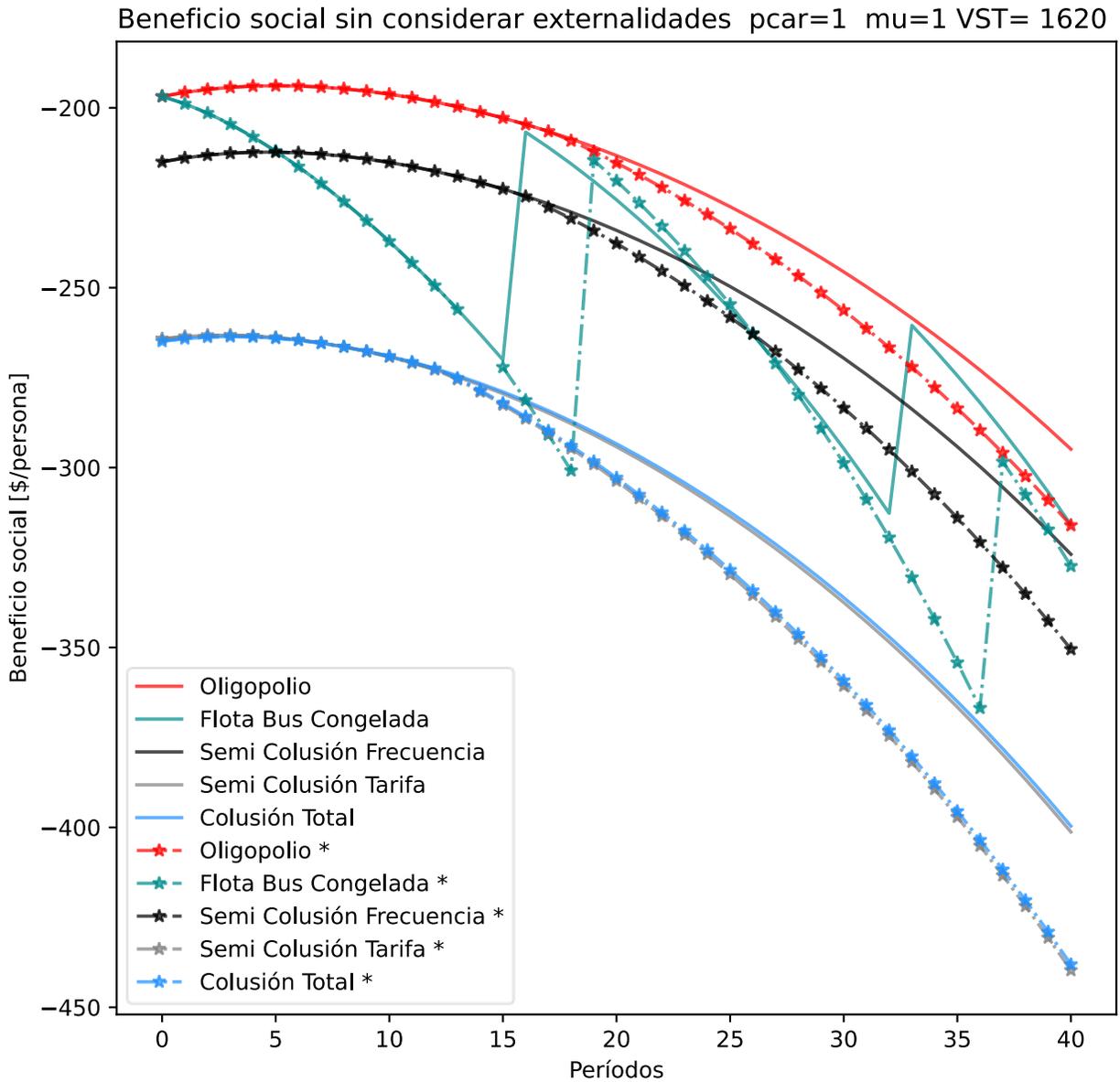
### 5.9.2. Análisis de sensibilidad del beneficio social del sistema al no considerar externalidades

Anteriormente, en la sección 5.1, se calculó el beneficio social del sistema de transporte  $SW$  de cada estructura de mercado. Con estos resultados podemos obtener la pérdida de beneficio social que se generan cuando las firmas de buses establecen acuerdos colusivos ( $AC$ ), para esto basta restar el beneficio social de los diferentes acuerdos colusivos con el de la competencia oligopólica:  $\Delta SW = SW^{AC} - SW^{COMP}$ .

Por otra parte, podemos volver a realizar el cálculo de beneficio social de las estructuras de mercado sin considerar externalidades  $SW_{SE}$  (ver Figura 27) y obtener la pérdida de beneficio social debido a los acuerdos de las firmas de buses de manera análoga:  $\Delta SW^{SE} = SW_{SE}^{AC} - SW_{SE}^{COMP}$ .

El objetivo de esta sección es calcular el beneficio social sin considerar las externalidades para así entender si se está sobreestimando o subestimando el perjuicio social de los acuerdos colusivos al no considerar las externalidades negativas. Para esto, primero analizamos el beneficio social que se produce en todas las estructuras de mercado analizadas sin considerar externalidades y finalmente graficamos la pérdida de beneficio social con externalidades y sin externalidades para cada acuerdo que las firmas pudieran establecer.

Al comparar la Figura 27 con la Figura 2, se puede ver que no cambia el ordenamiento en cuanto a cuál es la estructura de mercado más perjudicial, sólo cambia la magnitud de los resultados y en algunos períodos, el acuerdo de congelación de flota es el acuerdo más perjudicial para la sociedad.



*Figura 27: Beneficio social del sistema sin considerar externalidades ambientales ni CMET*

Finalmente, graficamos el perjuicio social de los acuerdos colusivos con y sin externalidades:  $\Delta SW$  y  $\Delta SW^{SE}$ , sin considerar la congelación de parque de taxi colectivos en la Figura 28. En la leyenda de ésta figura, nos referimos al perjuicio social “real” cuando se consideran las externalidades negativas, mientras que el caso contrario se abrevia con las siglas “Sin Ext.”.

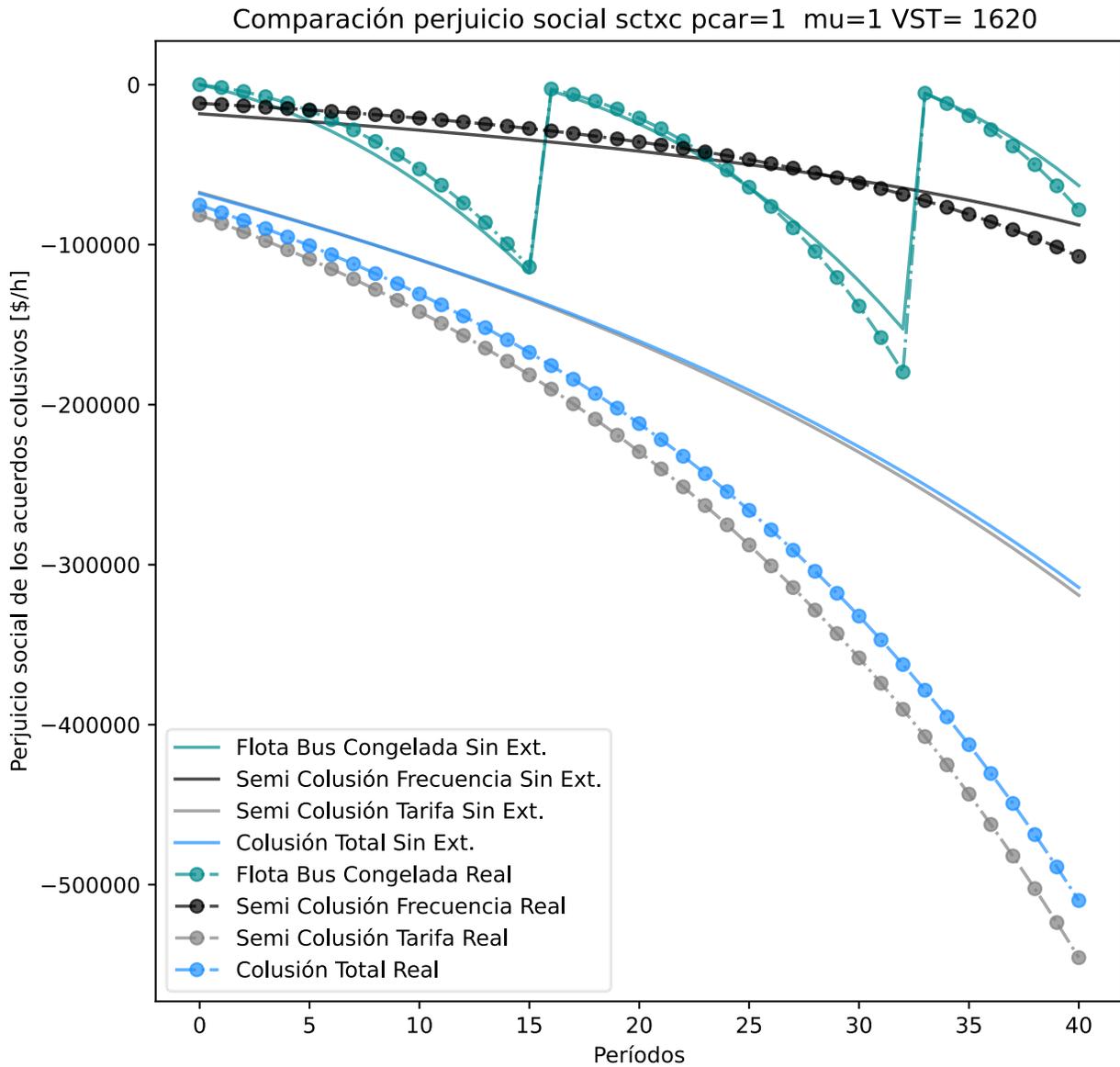


Figura 28: Comparación del perjuicio social de los acuerdos colusivos sin considerar la política de congelación de flota de taxis

A partir de la Figura 28 se evidencia que, si no se consideran las externalidades en el cálculo del beneficio social, siempre se estará subestimando el daño a la sociedad para los acuerdos de colusión completa y semi colusión en tarifa.

En el caso de los acuerdos de semi colusión en tarifa y congelación de flota, en general, en los períodos de baja demanda se tiende a sobreestimar el perjuicio, mientras que en los períodos de alta demanda se tiende a subestimar dicho daño a la sociedad.

## 5.10. Síntesis y análisis de resultados

En esta sección se sintetizan y analizan los resultados obtenidos en el capítulo 5. Primero compararemos los acuerdos de colusión total, semi colusión en tarifa y semi colusión en frecuencia sin considerar el acuerdo de congelación de flota de buses. Esto se debe a que en este último las repuestas dependen del tramo de períodos en que se analiza.

### *Sin considerar el acuerdo de congelación de flota:*

*Colusión total:* Es el acuerdo que entrega la mayor cantidad de ganancias para las firmas de buses y taxi colectivos. También es el acuerdo más perjudicial para los consumidores, pero no para la sociedad porque no es en donde se producen mayores externalidades (a pesar de que el automóvil tiene mayor participación que en otros acuerdos). Tampoco presenta las mayores tarifas ni menores frecuencias provistas por las firmas de buses. Es el segundo acuerdo más perjudicial para la sociedad después de la semi colusión en tarifa.

*Semi Colusión en tarifa:* Es el acuerdo más perjudicial para la sociedad porque presenta una frecuencia de buses ligeramente menor a la del oligopolio y la mayor tarifa de las estructuras de mercado analizadas. Estos producen que aumente la participación del automóvil y la del taxi colectivo, sin disminuir de manera contundente la frecuencia de buses, lo que produce la mayor cantidad de externalidades ambientales y de tiempo (congestión). También es el acuerdo más inestable, produce el costo por pasajero transportado más alto y el menor embarque promedio por bus.

*Semi colusión en frecuencia:* Es el acuerdo más estable, que presenta tarifas ligeramente superiores a las del equilibrio no cooperativo. Sin embargo, en este acuerdo la frecuencia de buses es la menor de todos los acuerdos y es la estructura de mercado que produce la menor cantidad de externalidades ambientales. De los acuerdos, es el menos perjudicial para la sociedad, el que genera menores ganancias para las firmas y les produce el menor costo privado por pasajero transportado.

En resumen, todos los acuerdos disminuyen la frecuencia de buses y aumentan la tarifa con respecto al equilibrio no cooperativo<sup>18</sup>. Esto produce que todos los acuerdos colusivos sean peores para la sociedad y los consumidores que la competencia oligopólica porque la competencia en la variable no acordada no remedia el daño que genera coordinarse en la variable acordada (en el caso de semi colusión) ni disminuyen las externalidades ni congestión.

### *Con respecto al acuerdo de congelación de flota:*

En lo que sigue de esta subsección, se analizará y discutirá el acuerdo de congelación de flota de buses, que es el acuerdo que motivó este estudio. Este acuerdo firmado

---

<sup>18</sup> Este resultado es contrario a (Basso et al., 2020), en que se evidencia que la semi colusión en calidad (precio) produce menor precio (calidad) que la competencia oligopólica.

ante notario establece que ninguna firma de buses podría aumentar su flota por 5 años. Una vez vencido el plazo, las firmas refrescaron el acuerdo y pactaron aumentar sus flotas (Fiscalía Nacional Económica, 2018). Esto lo consideramos en el modelamiento, en que permitimos refrescar el acuerdo en el período siguiente al que el acuerdo se vuelve inestable producto de que las firmas aumentarían sus ganancias no cooperando entre sí.

Las ventajas para las firmas suscriptoras de este acuerdo son:

- Permite a las firmas obtener ganancias por sobre la competencia oligopólica en la mayoría de los períodos. Si esto no ocurre, basta con refrescar el acuerdo para luego disfrutar nuevamente de estas ganancias en períodos futuros.
- Permite aprovechar economías de escala hasta justo antes de que se refresque el acuerdo.
- Es más estable que los demás acuerdos luego del refresco de la flota porque la flota acordada deriva de un equilibrio no cooperativo. Es importante señalar que de esta manera se asegura que el acuerdo sea estable en los primeros períodos, sin embargo, las firmas podrían refrescar la flota en cualquier período. En particular, el cartel podría refrescar el acuerdo cuando una firma haya traicionado al cartel, lo que permite rearticular el cartel y no desgastarse entre sí compitiendo.
- Fácil de implementar y monitorear, pese a que no es considerado en el modelamiento, la flota de buses de cada firma es información pública.
- Siempre existe algún período en que el acuerdo de congelación iguala la flota a alguno de los demás acuerdos colusivos estudiados, por lo que existe la posibilidad de migrar a otro tipo de acuerdo y así aumentar aún más las ganancias sin eliminar buses.

Desde el punto de la sociedad, el acuerdo de congelación de flota:

- Perjudica a los consumidores porque, en el equilibrio, se producen menores frecuencias y se cobran mayores tarifas que en la competencia oligopólica.
- Aún con el punto anterior, los acuerdos de semi colusión en tarifa y colusión total son casi siempre peores para la sociedad que el acuerdo de congelación de flota de buses.
- Se experimenta mayor hacinamiento y externalidades de tiempo (congestión) que en la competencia oligopólica.
- Disminuye las externalidades medioambientales con respecto a la competencia oligopólica.

Finalmente, es importante destacar que el acuerdo de congelación de flota entrega resultados que oscilan en torno a los de la semi colusión en frecuencia porque ambos limitan la frecuencia. Sin embargo, el acuerdo de congelación de flota no internaliza el daño que genera en la firma rival la competencia en frecuencia, lo que produce puntos

de equilibrio diferentes. Incluso existen períodos en que el acuerdo de congelación de flota entrega mayores ganancias que la semi colusión en frecuencia, pese a que en esta última el cartel elige la frecuencia de operación óptimamente para maximizar las ganancias de ambas firmas.

Con respecto a la respuesta estratégica de la firma de taxi colectivos, en el equilibrio ésta se beneficia de la cooperación entre las firmas de buses aumentando sus ganancias pese a que no participe en los acuerdos (efecto paraguas). Es importante este resultado porque indica que la firma de taxi colectivos no necesariamente disciplinará al cartel de buses, sino que le conviene aprovechar que éstos se coluden para aumentar sus ganancias. Este resultado no aplica si consideramos la política de congelación de parque de taxi colectivos a nivel nacional, en que, si bien las firmas de taxi colectivos no pueden beneficiarse del acuerdo entre firmas de buses, la sociedad enfrenta un perjuicio mayor debido al aumento del poder de mercado de las firmas de buses y la fuga de usuarios de TPU a automóvil.

Dicho lo anterior, está de más decir que la competencia oligopólica es la estructura de mercado con mayor beneficio social (de las analizadas) y es preferible por sobre cualquiera de los acuerdos entre firmas analizadas. Es importante tomar con precaución este resultado, porque recordemos que la competencia *en* el mercado produce efectos indeseados en la sociedad que no son considerados en este modelo (ver sección 2.2) y existen estructuras de mercado que pueden alcanzar un mayor beneficio social.

## 6. Conclusiones

Se construyó un modelo microeconómico de competencia oligopólica y colusión en el que se analizó los impactos de 5 diferentes estructuras de mercado en la sociedad, cuantificando externalidades negativas, excedente del consumidor, ganancias de las firmas y beneficio social. También se analizó los resultados físicos como frecuencias, tarifas, flota y nivel de congestión.

La conclusión más importante de este trabajo es que todos los acuerdos analizados son más perjudiciales para los usuarios y la sociedad que la competencia oligopólica. Además los costos externos de tiempo no disminuyen, lo que concuerda con Basso & Silva (2018). Esto se debe a que el cartel de buses aumenta sus ganancias a costa de disminuir la atractividad del modo bus (baja la frecuencia y aumenta la tarifa), produciendo que sus pasajeros se cambien a modo automóvil, que produce mayores externalidades negativas por pasajero transportado a la sociedad.

Por otra parte, el perjuicio social que producen los acuerdos de colusión total y semi colusión en frecuencia son subestimados si no se consideran las externalidades en su cálculo, es decir, estos acuerdos colusivos son peores para la sociedad de lo que se puede creer si no se consideran las externalidades del sistema de transporte. Un caso ambiguo ocurre con los acuerdos de semi colusión en frecuencia y congelación de flota, en que el perjuicio social que producen con respecto a la competencia tiende a sobreestimarse (subestimarse) para demandas de pasajeros bajas (altas).

De los acuerdos analizados, el acuerdo más perjudicial para la sociedad es la semi colusión en tarifa, seguido por la colusión total. Los acuerdos de semi colusión en frecuencia y congelación de flota de buses son menos perjudiciales que los anteriores, pero si son peores para la sociedad que la competencia oligopólica.

La estabilidad de los acuerdos depende en gran parte de la cantidad de personas que poseen automóvil, a medida que hay una mayor cantidad de usuarios con esta alternativa disponible, el acuerdo se vuelve inestable en una menor cantidad de períodos de aumentos de demanda. Por otra parte, y sin considerar el acuerdo de congelación de flota, el acuerdo más estable es la semi colusión en frecuencia, seguido por la colusión total, y, finalmente, el más inestable es la semi colusión en tarifa. Todos los acuerdos se vuelven más inestables en la mayoría de los aumentos de demanda y congestión en el corredor.

Con respecto a la estabilidad del acuerdo de congelación de flota de buses, existen ventanas de períodos en que éste es más estable que los demás acuerdos por algunos períodos (justo después de refrescar la flota) y otros en que no. Lo anterior ocurre porque este acuerdo se desestabiliza con mayor rapidez que los demás acuerdos. Esto obliga a las firmas de buses a refrescar el acuerdo a una nueva flota máxima de buses, o de lo contrario ganarían menos que compitiendo. Refrescar el acuerdo permite

perpetuar al cartel, aumentando las ganancias de las firmas de buses por sobre las de la competencia oligopólica a la vez que se mantiene estable.

Por otra parte, y dada la estructura organizacional interna de las firmas de buses, el acuerdo de congelación de flota puede ser el prelude para cambiar a otro tipo de acuerdo sin eliminar buses, una vez que la flota de otro posible acuerdo se iguala a la del acuerdo de congelación. Eso sí, la estabilidad del acuerdo cambiará porque este cambio implica migrar a un nuevo equilibrio. Por otro lado, se puede realizar una transición estable de acuerdo en el período en que la estabilidad de cada tipo de acuerdo se iguala, para esto se requiere modificar el número de buses de la firma.

De acuerdo con la metodología utilizada, la política de congelación del parque de taxis colectivos aumenta la estabilidad de los acuerdos entre las firmas de buses, genera un perjuicio en la sociedad y a los usuarios del sistema. Esto es cuestionable, y se requiere realizar un análisis de múltiples períodos en el día considerando el comportamiento de los taxis colectivos de bloquear las calles hasta llenar el vehículo, prácticas que ocurren típicamente cuando se compite *en* el mercado.

Con respecto a futuras líneas de investigación, el modelo microeconómico desarrollado en este trabajo puede ser expandido para representar una red, considerando diferentes pares origen destino, demandas asimétricas y modos de transporte sustentables, como la bicicleta o caminata. Por otro lado, también es interesante modelar el comportamiento atomizado que presenta cada firma, en que cada línea de buses se compone de diversas firmas, lo que podría cambiar el punto de equilibrio. También podría cambiar la respuesta si el modelo de demanda es segmentado por características de los usuarios además de la posesión de automóvil. Todo lo anterior podría cambiar la respuesta de si el acuerdo de congelación de flota de buses es perjudicial para la sociedad.

## 7. Bibliografía

- Basso, L. J., Ross, T. W., & Shadarevian, V. (2020). *The Welfare Effects and Stability of Semicollusion*.
- Basso, L. J., & Silva, H. E. (2018). *Efectos económicos de un acuerdo de congelamiento de flota entre proveedores de transporte público urbano*.
- Beesley, M. E. (1990). Collusion, predation and merger in the UK bus industry. *Journal of Transport Economics & Policy*, 24(3), 295–310.
- Button, K. J. (1985). Contestability of the U. K. Interurban Bus Market. *Transportation Research Record*, 31–37.
- Deneckere, R. (1983). Duopoly supergames with product differentiation. *Economics Letters*. [https://doi.org/10.1016/0165-1765\(83\)90159-3](https://doi.org/10.1016/0165-1765(83)90159-3)
- Estache, A., Gomez-Lobo, A., & Bank, W. (2004). The Limits to Competition in Urban Bus Services in Developing Countries. In *The Limits to Competition in Urban Bus Services in Developing Countries*. <https://doi.org/10.1596/1813-9450-3207>
- Evans, A. W. (1991). Are urban bus services natural monopolies? *Transportation*, 18(2), 131–150. <https://doi.org/10.1007/BF00150469>
- Fernández & De Cea Ingenieros Ltda. (2004). *Estudio de costos de transporte público para el Gran Concepción*. <http://www.sectra.gob.cl/biblioteca/detalle1.asp?mfn=2957>
- Fershtman, C., & Gandal, N. (1994). Disadvantageous semicollusion. *International Journal of Industrial Organization*, 12(2), 141–154. [https://doi.org/10.1016/0167-7187\(94\)90010-8](https://doi.org/10.1016/0167-7187(94)90010-8)
- Feuerstein, S. (2005). Collusion in industrial economics - A survey. *Journal of Industry, Competition and Trade*, 5(3–4), 163–198. <https://doi.org/10.1007/s10842-005-4868-5>
- Finn, B. (2012). *Organisation and Regulation of Bus Transport - International Experience*. <http://brt.cl/wp-content/uploads/2012/04/PUC-29th-March-2012-Finn-Urban-Transport-Organisation.pdf>
- Fiscalía Nacional Económica. (2018). *Requerimiento en contra de Sociedad de Transportes Avda. Alemania-P. Nuevo S.A. y otras*.
- Friedman, J. W. (1973). A non-cooperative equilibrium for supergames: A correction. *Review of Economic Studies*, 40(3), 435. <https://doi.org/10.2307/2296463>
- Gagnepain, P., Ivaldi, M., & Muller-Vibes, C. (2011). The industrial organization of competition in local bus services. In *A Handbook of Transport Economics*. <https://doi.org/10.4337/9780857930873.00042>
- Gómez-Lobo, A. (2007). Why competition does not work in urban bus markets: Some new wheels for some old ideas. *Journal of Transport Economics and Policy*, 41(2), 283–308.
- Gschwender Krause, A., & Jara-Díaz, S. (2007). Elasticidades de la demanda del transporte público urbano: síntesis e interrelaciones. *XIII Congreso Chileno de*

*Ingeniería de Transporte, Santiago, Octubre 2007.*  
<http://repositorio.uchile.cl/handle/2250/125305>

- Martínez, F. J. (1984). Influencia de la Congestión en la Tarificación de Transporte Público. *Actas I Congreso Chileno de Ingeniería de Transporte*, 44–62.
- MDS, & SECTRA. (2013). *Manual de evaluación social de proyectos de vialidad urbana MESPIVU*.
- Ley N°20.867 | Suspende por el plazo de cinco años la inscripción de taxis en el registro nacional de servicios de transporte de pasajeros, (2015). <http://bcn.cl/317zu>
- Navarrete, F. J., & Ortúzar, J. de D. (2013). Subjective valuation of the transit transfer experience: The case of Santiago de Chile. *Transport Policy*, 25, 138–147. <https://doi.org/10.1016/j.tranpol.2012.10.006>
- Preston, J. (1988, April 12). Regulation, Competition and Market Structure: A Literature Review of the Stage Bus Industry. *Working Paper*. [http://eprints.whiterose.ac.uk/2290/1/ITS149\\_WP267\\_uploadable.pdf](http://eprints.whiterose.ac.uk/2290/1/ITS149_WP267_uploadable.pdf)
- Rizzi, L. I., & De La Maza, C. (2017). The external costs of private versus public road transport in the Metropolitan Area of Santiago, Chile. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*. <https://doi.org/10.1016/j.tra.2017.02.002>
- Salant, S. W., Switzer, S., & Reynolds, R. J. (1983). Losses from Horizontal Merger: The Effects of an Exogenous Change in Industry Structure on Cournot-Nash Equilibrium. *The Quarterly Journal of Economics*, 98(2), 185. <https://doi.org/10.2307/1885620>
- SECTRA. (2014). *Actualización plan de transporte Temuco y desarrollo de anteproyecto, Etapa I*. <http://www.sectra.gob.cl/biblioteca/detalle1.asp?mfn=3227>
- SECTRA. (2019). *Generación de simulaciones de transporte a nivel estratégico para el proyecto RETC, Etapa VIII*. <http://www.sectra.gob.cl/biblioteca/detalle1.asp?mfn=3405>
- Shapiro, C. (1989). Chapter 6 Theories of oligopoly behavior. *Handbook of Industrial Organization*, 1(1883), 329–414. [https://doi.org/10.1016/S1573-448X\(89\)01009-5](https://doi.org/10.1016/S1573-448X(89)01009-5)
- Slade, M. E. (1994). What does an Oligopoly Maximize? *The Journal of Industrial Economics*, 42(1), 45–61. <https://doi.org/10.2307/2950588>
- Tirachini, A., Camus, L., & Cruz, D. (2015). Modelación de tiempos de detención de buses en paraderos de Santiago y Valparaíso-Viña del Mar. *Ingeniería de Transporte*, 19(2), 103–116. <https://estudiosdetransporte.org/sochitran/article/view/139>
- Tirachini, A., Hurtubia, R., Dekker, T., & Daziano, R. A. (2017). Estimation of crowding discomfort in public transport: Results from Santiago de Chile. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 103, 311–326. <https://doi.org/10.1016/j.tra.2017.06.008>
- Train, K. (2009). *Discrete Choice Methods with Simulation*. Cambridge University Press. <https://econpapers.repec.org/RePEc:cup:cbooks:9780521766555>
- Tribunal de defensa de la libre competencia. (2020). *Sentencia N° 175/2020*.

- Williams, H. C. W. L., & Abdulaal, J. (1993). Public transport services under market arrangements, part I: A model of competition between independent operators. *Transportation Research Part B*, 27(5), 369–387. [https://doi.org/10.1016/0191-2615\(93\)90023-4](https://doi.org/10.1016/0191-2615(93)90023-4)
- Williams, H. C. W. L., & Martin, D. (1993). *Public transport services under market arrangements, part II: A model of competition between groups of services*. 278(5), 389–399.